

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE  
M.Ing.

PAR  
CASTONGUAY, Jean-Philippe

CONTRIBUTION À LA MODÉLISATION STATISTIQUE DU COMPORTEMENT  
ENERGÉTIQUE ET GÉOMÉTRIQUE DE LA BATTERIE LMP

MONTRÉAL, LE 22 MAI 2007

© Jean-Philippe Castonguay, 2007

CE RAPPORT DE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Antoine Tahan, directeur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Youssef A. Youssef, président du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Michel Rioux, membre du jury  
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Claude Carignan, examinateur externe  
Bathium Canada Inc.

IL FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 23 AOÛT 2007

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

## **AVANT-PROPOS**

Le défi technologique de mon premier emploi m'a grandement inspiré dans ma volonté de mieux connaître le domaine de l'analyse des variations selon une approche statistique. Voulant parfaire mes connaissances, j'ai décidé de poursuivre ma formation en effectuant ce projet de maîtrise. Le sujet de mon projet de mémoire répond à un besoin industriel concret : développer des technologies innovatrices pour le stockage d'énergie. Il s'agit d'un travail de recherche et de développement dans un milieu industriel. Plus spécifiquement, mes travaux contribuent présentement au développement d'une nouvelle génération d'accumulateurs d'énergie électrique : la batterie Lithium – Métal – Polymère (LMP). Les études électrochimiques ont déjà démontré le grand potentiel de la technologie LMP au niveau d'une cellule dans un laboratoire de recherche. Mes travaux s'inscrivent dans le processus de conversion de cette innovation du stade 'laboratoire' vers un stade industriel, performant et sécuritaire.

## **REMERCIEMENTS**

Je tiens à remercier mon employeur et plus particulièrement monsieur Martin Burns qui m'ont permis de réaliser ce projet tant au niveau des ressources que du temps qui m'a été alloué.

Je tiens aussi à remercier le professeur Antoine Tahan de l'ÉTS qui fut le précurseur de ma passion pour ce domaine d'étude. Je tiens aussi à le remercier pour son support constant durant la réalisation de ce projet.

Je tiens finalement à remercier ma famille pour son soutien durant ce long processus, spécialement mon épouse Amélie, mes parents et ma fille.

# **CONTRIBUTION À LA MODÉLISATION STATISTIQUE DU COMPORTEMENT ÉNERGÉTIQUE ET GÉOMÉTRIQUE DE LA BATTERIE LMP**

Jean-Philippe Castonguay, ing.

## **RÉSUMÉ**

Les exigences du milieu manufacturier sont grandissantes : compétitivité accrue, cycle de développement raccourci, niveau de qualité supérieur et contraintes environnementales croissantes. Une entreprise dans un contexte de mondialisation se doit constamment d'investir dans la recherche et développement afin de demeurer concurrentielle. C'est dans ce cadre que le présent mémoire se situe. Il s'agit d'un projet de recherche appliqué dans l'industrie de l'énergie. Plus spécifiquement, notre projet est un apport pour le développement d'une nouvelle génération de batterie.

Le présent mémoire se veut une modeste contribution à la modélisation des comportements géométriques et énergétique de la batterie Lithium-Métal-Polymère (LMP) développée par Avestor (Boucherville, Québec). Par modèle, nous désignons une construction mathématique semi-empirique qui vise la reproduction du comportement statistique des caractéristiques critiques de la batterie LMP : la hauteur (contrainte d'assemblabilité), les occurrences de courts-circuits (contraintes environnementales et sécuritaires) et la capacité énergétique (contrainte concurrentielle). L'établissement d'un modèle efficient nous conduira à la phase de l'optimisation (contraintes économiques).

Durant notre étude, le formalisme statistique sera incorporé et employé. Les résultats seront exprimés par des espérances selon un niveau de confiance préétabli. Nous démontrons que, dans le cas étudié, l'usage des indices de capabilité traditionnels n'est pas suffisant pour maîtriser les variations. Nous démontrons aussi que, selon la méthode d'assemblage retenue, l'effet de l'auto corrélation n'est pas négligeable. Nous développons un nouveau formalisme

mathématique pour les inclure. Finalement, nous proposons, pour l'usage industriel, l'utilisation de nouveaux indices de capabilité dits de la deuxième génération.

# **CONTRIBUTION TO A STATISTICAL MODEL OF ENERGETIC AND GOEMETRIC BEHAVIOR OF THE LMP BATTERY**

Jean-Philippe Castonguay

## **ABSTRACT**

Competitiveness is of first importance in the industrial world today, and more than ever a company must invest in research and development in order to remain an industry leader. In this thesis, we will apply the latest academic concepts in order to integrate them to an industrial problem.

The goal of this thesis is to precisely model the different behaviour of the LMP battery. The model is a semi-empiric mathematical construction to reproduce the characteristics of the LMP battery. More precisely, we model the geometric height, the short circuit occurrence, and the energetic model of the battery. We then model the variation aspect of the battery. In order to have a precise model for the variation aspect we establish some factors of correction for non-normal distribution, and identify the different correlations that are present in the battery. The variation model also integrates capability indices such as ( $C_{pm}$ ,  $C_{cu}$ ,  $C_{cl}$ ,  $\check{S}$ ) to facilitate its use in the industry. The method is then compared differently to methods presented in literature with a simple numerical example in order to demonstrate the robustness of the proposed method. We also proceed in the experimentation and validation of the final model in order to show the efficiency compared with experimental data.

The final result demonstrates that it is possible to efficiently model with second generation capability indices. It also demonstrates that the correlation effects are an important factor if the number of components present in the model is high.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
ABSTRACT.....	VII
TABLE DES MATIÈRES .....	VIII
LISTE DES TABLEAUX.....	XII
LISTE DES FIGURES .....	XIV
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES .....	XVII
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 .....	4
CHAPITRE 2.....	8
2.1 Introduction .....	8
2.2 Description générale de la batterie LMP.....	11
CHAPITRE 3 .....	15
3.1 Introduction.....	15
3.2 Modèle géométrique général des batteries LMP.....	16
3.2.1 Modélisation de la hauteur de la batterie .....	16
3.2.2 Modélisation des occurrences des courts-circuits.....	21
3.3 Modèle énergétique des batteries LMP .....	27
3.4 Modèle globale des batteries LMP - Avestor.....	31



3.5	Sélection d'une conception et optimisation des paramètres .....	35
3.6	Conclusion.....	38
CHAPITRE 4.....		39
4.1	Introduction .....	39
4.2	Modèle générale du cumul statistique des tolérances .....	40
4.3	Facteur de correction pour distribution non normale .....	42
4.4	Identification des corrélations .....	44
4.4.1	Identification générale des corrélations .....	44
4.4.2	Exemple de simulations selon le modèle statistique.....	53
4.5	Modèle analytique de la propagation des variations .....	54
4.5.1	Étude des variations de la hauteur de la batterie.....	54
4.5.2	Variation au niveau des courts-circuits.....	57
4.6	Incertitude de la capacité.....	61
4.7	Conclusion.....	63
CHAPITRE 5 .....		64
5.1	Introduction .....	64
5.2	Modèle mathématique général .....	65
5.2.1	Étude de l'espérance .....	66
5.2.2	Étude de la variance .....	68
5.3	Exemple numérique.....	71
5.3.1	<i>Simplified Root Sum Square method</i> .....	73
5.3.2	Méthode en utilisant les indices $C_p$ et $C_{pk}$ .....	74
5.3.3.	Méthode des tolérances inertielles .....	74
5.4	Étude de cas et résultats numériques.....	76
5.4.1	Effets de la position de la moyenne sur le niveau de variation.....	77
5.4.2	Effet d'une spécification avec une tolérance asymétrique.....	79
5.4.3	Effets de la distribution.....	81

5.4.4	Effets de la corrélation.....	83
5.5	Conclusion.....	85
CHAPITRE 6.....		87
6.1	Introduction.....	87
6.2	Présentation générale de l'interface.....	88
6.3	Analyse des données rattachées aux phénomènes de courts-circuits.....	92
6.3.1	Largeur du film lithium.....	92
6.3.2	Position du film lithium.....	94
6.3.3	Largeur de la bandelette.....	95
6.3.4	Position de la bandelette.....	96
6.3.5	Largeur du collecteur de courant.....	97
6.3.6	Largeur d'aluminium du collecteur de courant.....	98
6.3.7	Largeur de la cathode.....	99
6.3.8	Position de la cathode.....	100
6.3.8	Position de la cathode.....	100
6.3.9	Largeur du SPE.....	101
6.3.10	Position du SPE.....	102
6.3.11	Analyse globale des courts-circuits.....	103
6.4	Analyse des données rattachées à la hauteur de la batterie.....	105
6.4.1	Épaisseur du lithium.....	105
6.4.2	Épaisseur du collecteur de courant.....	107
6.4.3	Épaisseur de la cathode.....	108
6.4.4	Épaisseur du SPE.....	110
6.4.5	Analyse globale des données de la hauteur.....	111
6.5	Conclusion.....	113
CONCLUSION.....		114

ANNEXE I.....	117
ANNEXE II .....	120
BIBLIOGRAPHIE.....	122

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1	Coefficients $k_i$ par éléments.....18
Tableau 2	Définition des paramètres pour court-circuit.....21
Tableau 3	Facteur de correction des différents paramètres.....42
Tableau 4	Coefficient de corrélation entre diverse composantes.....46
Tableau 5	Coefficient de corrélation entre diverses composantes.....49
Tableau 6	Poids et variation des paramètres de la capacité.....59
Tableau 7	Données étude de cas.....74
Tableau 8	Données étude de cas.....78
Tableau 9	Données étude de cas.....80
Tableau 10	Résumé des données de largeur du lithium (X10).....89
Tableau 11	Résumé des données de la position du lithium (X9).....90
Tableau 12	Résumé des données de la largeur de la bandelette (X8).....91
Tableau 13	Résumé des données de la position de la bandelette (X7).....92
Tableau 14	Résumé des données de la largeur du collecteur de courant (X2).....93
Tableau 15	Résumé des données de la largeur d'aluminium du collecteur de courant (X1).....94
Tableau 16	Résumé des données de la largeur de la cathode (X4).....95
Tableau 17	Résumé des données de la position de la cathode (X3).....96
Tableau 18	Résumé des données de la largeur du SPE (X6).....97
Tableau 19	Résumé des données de la position du SPE (X5).....98
Tableau 20	Résumé des données de l'épaisseur du lithium.....102

Tableau 21	Résumé des données de l'épaisseur du collecteur de courant.....	104
Tableau 22	Résumé des données de l'épaisseur de la cathode.....	105
Tableau 23	Résumé des données de l'épaisseur du SPE.....	106

## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1 Illustration des principales composantes de la cellule électrochimique des batteries LMP.....	9
Figure 2 Illustration d'un laminé .....	12
Figure 3 Illustration d'une cellule électrochimique (EC) .....	12
Figure 4 Illustration des composantes de la batterie LMP.....	13
Figure 5 Illustration de la batterie LMP.....	14
Figure 6 Schéma de la composition des batteries en fonction des trois (3) niveaux d'assemblage.....	17
Figure 7 Schéma illustrant les dimensions entre les empilements des composantes...	23
Figure 8 Système mécanique des batteries LMP - Avestor .....	32
Figure 9 Illustration du processus d'optimisation.....	36
Figure 10 Schématisation de la batterie .....	55
Figure 11 Illustration de l'assemblage mécanique.....	76
Figure 12 Histogramme des variables $x_2$ , $x_3$ et $x_4$ .....	82

Figure 13	Exemple de dessin avec paramètres statistiques .....	85
Figure 14	Schématisation du modèle.....	88
Figure 15	Interface dimensionnelle des feuilards .....	89
Figure 16	Interface électrochimique de la batterie .....	90
Figure 17	Interface dimensionnelle de la batterie.....	91
Figure 18	Analyse de capacité de la largeur du lithium (X10) .....	92
Figure 19	Analyse de performance de la position du lithium (X9) .....	94
Figure 20	Analyse de performance de la largeur de la bandelette (X8) .....	95
Figure 21	Analyse de performance de la position de la bandelette (X7).....	96
Figure 22	Analyse de performance de la largeur du collecteur de courant (X2).....	97
Figure 23	Analyse de performance de la largeur d'aluminium du collecteur de courant .....	98
Figure 24	Analyse de performance de la largeur de la cathode (X4) .....	99
Figure 25	Analyse de performance de la position de la cathode (X3).....	100
Figure 26	Analyse de performance de la largeur du SPE (X6).....	101

Figure 27	Analyse de performance de la position du SPE (X5).....	102
Figure 28	Probabilités de défaillance (court-circuit) estimées par conception.....	104
Figure 29	Probabilités de défaillance (court-circuit) mesurées .....	104
Figure 30	Analyse de performance de l'épaisseur du lithium .....	106
Figure 31	Analyse de performance de l'épaisseur du collecteur de courant .....	107
Figure 32	Analyse de performance de l'épaisseur de la cathode.....	109
Figure 33	Analyse de performance de l'épaisseur du SPE.....	110



## LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

BLVO	Solution cathodique en polymère
dpm	Défaut par million
$E_i$	Module de Young, Pa
EC	Cellule électrochimique
G	Volume, $m^3/J$
HC	Demi-pile (Half Cell)
IREQ	Institut de Recherche d'Hydro-Québec
$K_{\text{froissement}}$	Coefficient de froissement
$K_{\text{temp}}$	Coefficient de température
$K_{\text{pression}}$	Coefficient de pression, Pa
$K_{\text{charge}}$	Coefficient de charge, Ah
KTJ	<i>Ketjenblack</i>
LMP	Lithium Métal Polymère
LVO	Oxyde de la cathode

$\mu$	Moyenne arithmétique
P	Pression appliqué, Pa
ppm	Partis par million
RSS	<i>Root Sum Square</i> (Racine des moindre carrées)
SA	Surface active, m <sup>2</sup>
$\sigma$	Écart type
SPE	Polymère électrolyte
T	Valeur cible (Target)
$x_i$	Variable indépendante (intrans)
$y, Y_i$	Variable dépendante (extrant)

## INTRODUCTION

Le monde industriel actuel doit faire face à de nouveaux défis. Les clients du secteur manufacturier, dans un contexte de mondialisation, forcent les entreprises à devenir de plus en plus concurrentielles pour demeurer compétitives et sauvegarder leurs parts du marché. Pour y arriver, une entreprise doit constamment revoir ses processus afin d'améliorer leur efficacité. Pour obtenir un tel résultat, l'innovation par l'entremise de la recherche et développement devient un incontournable atout. Pour y parvenir, des liens de collaboration et de transferts technologiques Université – Industrie deviennent avantageux, voir essentiels.

Ce mémoire est basé sur une problématique industrielle spécifique. Nos travaux tentent d'apporter, tant pour l'industrie que pour les groupes de recherches, une contribution qui se veut avant tout pratique et applicable immédiatement. Ce mémoire propose d'intégrer des principes développés récemment par la communauté scientifique du domaine du tolérancement statistique dans les travaux du développement d'un produit innovateur.

Le but premier de ce mémoire est de faire progresser nos connaissances sur le comportement de la batterie Lithium Métal Polymère (LMP). Nous souhaitons ainsi améliorer la précision du comportement géométrique et énergétique des composantes des batteries. La compagnie souhaite par ce travail acquérir une maîtrise accrue des phénomènes physiques affectant les performances de son produit et sa capacité à maintenir une fabrication concurrentielle. D'une façon plus précise, nous visons à établir un modèle mathématique réaliste nous permettant d'optimiser les caractéristiques critiques de la batterie. Nous tenterons d'estimer le comportement stochastique de chacune des composantes, de connaître leurs influences mutuelles (auto-corrélation et inter-corrélation), et finalement, de les intégrer à travers un modèle général. Le résultat final sera un modèle prédictif du comportement global de l'assemblage de la batterie

LMP (hauteur totale des cellules électrochimiques une fois assemblées), des niveaux de défaillances (courts-circuits internes) et de la capacité énergétique finale. Nous conduirons aussi des recommandations pratiques pour réduire les variations lors de la définition des paramètres de contrôle des procédés de fabrication et d'assemblage.

Nous avons opté pour un modèle semi-empirique décrivant le comportement des matériaux. Ceci représente un compromis par rapport à un modèle exact et analytique qui aurait été la solution idéale. Par contre, cette dernière modélisation, issue de la mécanique des milieux déformables, comporte plusieurs particularités très complexes, ce qui se traduit par un traitement mathématique ardu et de longs calculs. Nous avons plutôt opté pour une méthode mariant l'empirique à l'analytique. Ainsi, nous avons modélisé les comportements dont nous étions en mesure de comprendre la mécanique de façon analytique, alors que nous avons opté pour la méthode empirique lorsque nous n'étions pas en mesure de décrire analytiquement les phénomènes en jeu.

Pour arriver aux résultats escomptés, nous avons procédé à une revue exhaustive de la littérature scientifique sur les sujets reliés au développement des méthodes d'analyse des tolérances, sur l'effet de la corrélation, sur les indices de capabilités et autres techniques issues du domaine. Nous avons proposé une modélisation par étapes de différentes composantes de la batterie LMP. Ceci incluait la modélisation géométrique de la batterie en hauteur, la modélisation des occurrences de courts-circuits, la modélisation énergétique de la batterie, l'établissement des contraintes sur la hauteur de la batterie et l'optimisation du nombre de laminés par rapport à la capacité souhaitée. L'étape suivante a été l'inclusion de la nature variationnelle issue des procédés de fabrication dans le modèle. Nous avons, en premier lieu adopté un modèle général pour le cumul statistique des tolérances. Des facteurs de correction semi-empiriques ont été introduits par la suite pour inclure les distributions non normales au niveau de l'analyse des occurrences de défaillances. Nous avons identifié les éventuelles corrélations et nous avons introduit leurs effets dans la propagation des variations. Nous avons par la suite

proposé une méthode pour améliorer la maîtrise statistique des procédés en introduisant une nouvelle génération d'indices de capabilité. Nous avons démontré les avantages d'une telle approche. Une analyse a été introduite dans ce mémoire pour comparer notre méthode avec les diverses méthodes proposées dans la littérature. Nous avons aussi procédé à l'expérimentation et la validation finale de notre modèle pour être en mesure d'apprécier sa justesse par rapport aux données expérimentales. Finalement, nous avons proposé à l'industriel les principales conclusions et les recommandations pertinentes de notre recherche.

## CHAPITRE 1

### REVUE DE LA LITTÉRATURE

Durant les années 1960, Gilson [1] et Zhang [2] ont démontré que l'utilisation des tolérances statistiques représente une méthode efficace et économique pour estimer le comportement variationnel d'un assemblage de multiples composantes. Depuis, le sujet est continuellement en développement et fait l'objet d'une branche de recherche affiliée aux études du domaine. Les chercheurs ont continuellement proposé aux ingénieurs et aux concepteurs des outils d'analyse et des méthodologies qui ont contribué à la compréhension, malheureusement sans résoudre entièrement le problème de la synthèse des tolérances.

Les avantages économiques d'utiliser une approche statistique tel que proposé par Cox [3] par rapport à l'approche dites de « limites » (*Worst Case*) sont multiples. Elle permet un relâchement des tolérances, ce qui se traduit généralement par des diminutions des coûts de fabrication. Comme Montgomery [4] et Taguchi [5] l'ont démontré, la qualité finale du produit sera également améliorée car cette approche assure un meilleur contrôle des procédés (diminution des variabilités et maintenir les procédés sur des valeurs cibles). Toutefois, une bonne connaissance des caractéristiques aléatoires de chacune des variables ainsi que leurs interactions est essentielle pour construire un modèle cohérent ayant une bonne capacité de prédiction.

Un processus de standardisation de la nomenclature et de la méthodologie à employer pour l'étude des tolérances est en cours, à l'échelle mondiale, depuis 1994. Le but d'une telle démarche est d'uniformiser les différentes approches afin de les intégrer aux applications industrielles [6]. Bien que ces travaux se poursuivent, les problèmes d'assemblabilité ne sont jamais pris en compte par les normes elles-mêmes, dont la finalité est uniquement de fournir une syntaxe adaptée. De récentes recherches ont

abouti à de nouveaux formalismes et une définition mathématique du problème de tolérancement [7]. Les définitions classiques du domaine sont remplacées par des définitions mathématiques rigoureuses en utilisant le calcul vectoriel ou les torseurs. Plusieurs approches ont donc été employées avec succès dans ce domaine. Signalons les approches géométriques qui utilisent le domaine de jeux et écarts proposé par Desrochers [8], les approches cinématiques qui utilisent des chaînes de cotes vectorielles pour décrire les liens d'assemblage et les défauts géométriques proposé par Zou [9] et les approches de simulation géométrique de l'assemblabilité et de l'interchangeabilité des composantes en utilisant les modeleurs CAO proposé par Xion [10].

Durant les deux dernières décennies, plusieurs axes de recherche ont été déployés pour répondre à des questions fondamentales. Ces axes sont la traduction du requis fonctionnel par un requis géométrique normalisé [11], la gestion normative des paramètres des tolérances, les liens entre ces derniers et les capacités des procédés de fabrication, l'optimisation de l'allocation des tolérances afin de minimiser les coûts d'un produit [12] et la prédiction de l'assemblabilité des produits [13].

Malgré ces avancées technologiques et les progrès réalisés par les chercheurs dans le domaine, la complexité du problème nous laisse beaucoup de questions largement ouvertes [14]. Par exemple, des études récentes ont démontré que dans le cas d'une forte corrélation, le modèle statistique classique devient déficient [15;16]. Dans ce cas, Chang [17] a démontré que le modèle doit impérativement être revu et raffiné pour mieux exprimer les interactions entre les variables qui interviennent dans les fonctions de transfert. Également, les travaux de Lee & al. [18] ont prouvé, sur des bases économiques, que la conception doit être une activité transversale et doit concerner non seulement le département d'ingénierie mais aussi le département des méthodes. Il est donc primordial de s'assurer de la validité et de la portée de chacune des hypothèses posées, ainsi que de la rigueur du modèle développé.

Le présent mémoire se veut une contribution dans l'utilisation des méthodes statistiques dans le cas de fortes corrélations. Castonguay a démontré l'importance que pouvait avoir un tel phénomène [19]. À l'aide de plusieurs paramètres, nous allons créer un modèle prédictif de la batterie LMP. Les caractéristiques de la batterie LMP sont décrites dans plusieurs publications [20-22].

De façon concrète, nous tenterons d'estimer le comportement stochastique de chacune des composantes, de connaître leurs influences mutuelles (corrélation et inter-corrélation), et finalement, de les intégrer à travers un modèle général. Le formalisme mathématique employé sera celui qui a été créé par Cox [23;24]. La modélisation de la corrélation a été brièvement discutée par Montgomery [4]. Pour la modélisation de la corrélation de la batterie LMP, les travaux de Raid [25], et Kramer [26] ont été utilisés. Également, des facteurs de correction ont été intégrés à notre modèle pour corriger l'erreur due à une non-normalité. Ces facteurs ont déjà été traités par les travaux de Wolf [27], Gladman [28] et Bender [29].

Pour permettre une implantation industrielle efficace de la méthode proposée, nous avons décidé d'intégrer les indices de capacité dits de deuxième génération comme le suggère Taguchi [5] et Denniston [30]. Finalement, nous avons soumis notre modèle à un balisage concurrentiel (*Benchmarking*) avec d'autres modèles proposés par les chercheurs du domaine tels Chase [31] Evans [32], Nigam [33] et Pillet [34;35].

Les figures qui suivent sont la synthèse de la bibliographie pour le domaine des tolérances ainsi que pour les phénomènes de corrélation. Également, une figure présente quelques travaux faits au sein de la compagnie Bathium visant à démontrer les multiples avantages de la batterie LMP.



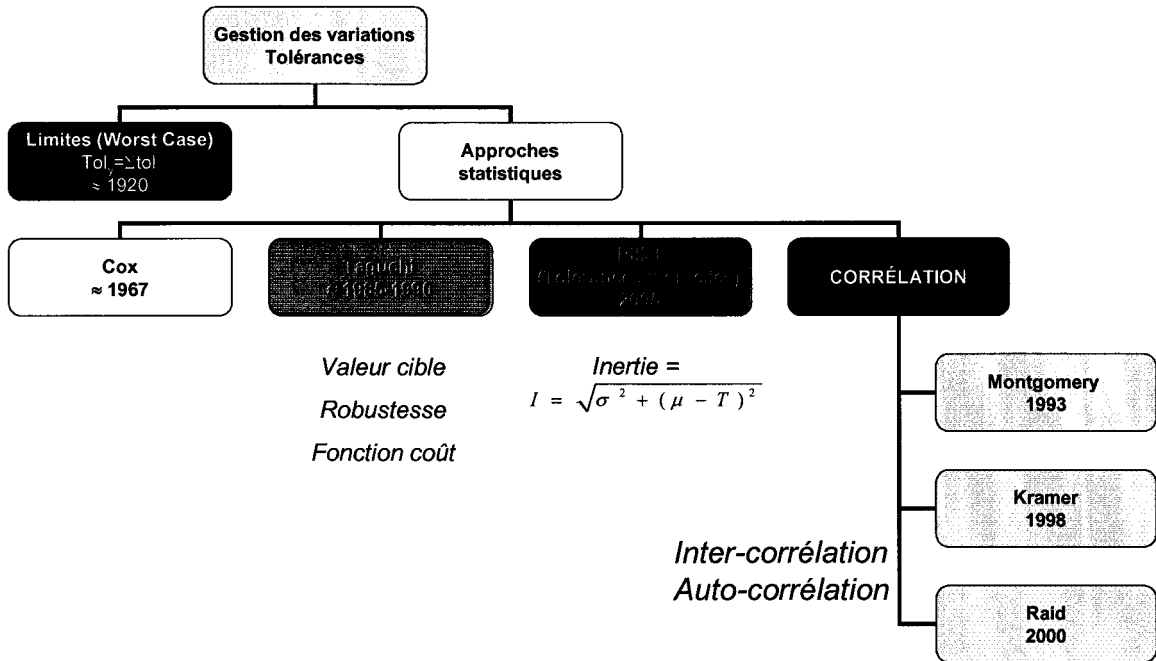


Figure 1 Synthèse de la bibliographie sur le tolérancement

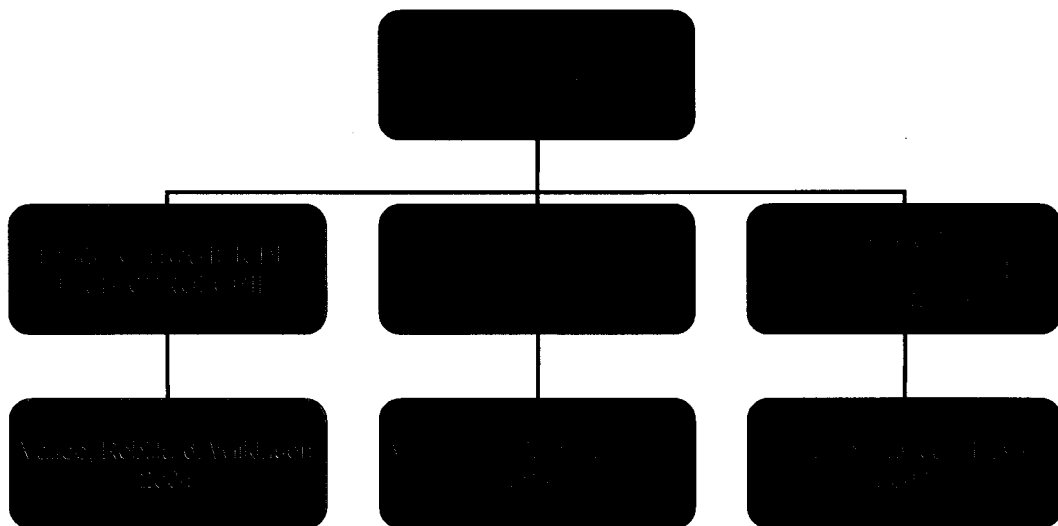


Figure 2 Travaux démontrant les avantages de la batterie LMP

## CHAPITRE 2

### INTRODUCTION GÉNÉRALE SUR LA BATTERIE LMP

#### 2.1 Introduction

Le milieu des télécommunications est un milieu hautement compétitif et en constante évolution [21]. Les contraintes environnementales grandissantes et la compétitivité à l'échelle mondiale ont poussé les entreprises de ce secteur à déployer des efforts substantiels en recherche et développement. Le but étant de conserver sa propre position de leader technologique, et par conséquent, ses parts du marché. C'est dans ce cadre, qu'il faut situer le présent mémoire. Concrètement, notre recherche s'est penchée sur le développement d'une nouvelle génération de batterie électrique développée par la compagnie AVESTOR de Boucherville (Québec, Canada). Plus précisément, le sujet de notre étude est la modélisation, selon une approche probabiliste, du comportement géométrique de la batterie LMP.

AVESTOR<sup>1</sup> est un chef de file mondial de la technologie des batteries LMP. La compagnie possède à ce titre 400 brevets ou en cours d'être brevetés, couvrant 78 inventions dans le domaine de la technologie du LMP. Ceux-ci portent sur les principaux aspects du fonctionnement électrochimique qui est au cœur de la fabrication des nouveaux matériaux employés dans la batterie, ainsi que sur les procédés de fabrication requis pour les opérations de transformation vers une batterie à haut rendement énergétique, fiable et respectueuse de l'environnement.

---

<sup>1</sup> La compagnie a été achetée par Bolloré (mars 2007). À l'origine, elle était une filiale d'Hydro-Québec et Kerr-McGee. Elle fut mise en vente au moment de rédiger ces lignes (Novembre 2006).

Cette technologie est le fruit de 20 années de développement [19-22;36]. Très tôt, les efforts du développement ont été concentrés sur l'exploitation du potentiel électrochimique Lithium-Métal. Les essais en laboratoire ont démontré des rapports énergie/poids et énergie/volume très prometteurs. Les rendements obtenus situent ce type de batterie dans la catégorie des batteries dites de la troisième génération. En plus de l'avantage décisif qui est le poids du lithium, cette technologie élimine les inconvénients associés aux électrolytes liquides (poids important et des coûts élevés dus à l'utilisation du graphite).

L'utilisation d'un polymère sec et solide a permis à la technologie LMP une percée technique importante. Cet électrolyte permet de sceller le lithium métallique. Le résultat est donc une cellule électrochimique entièrement solide (Figure 3). Il n'y a donc aucun risque d'écoulement, d'où un usage plus fiable et plus sécuritaire.

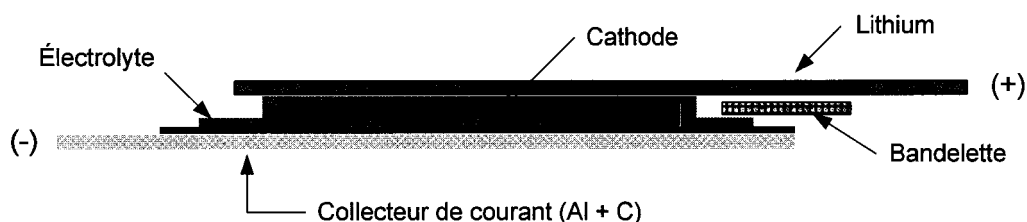


Figure 3 Illustration des principales composantes de la cellule électrochimique des batteries LMP

La technologie LMP représente donc un avancement important dans le domaine du stockage d'énergie. Elle offre les avantages suivants :

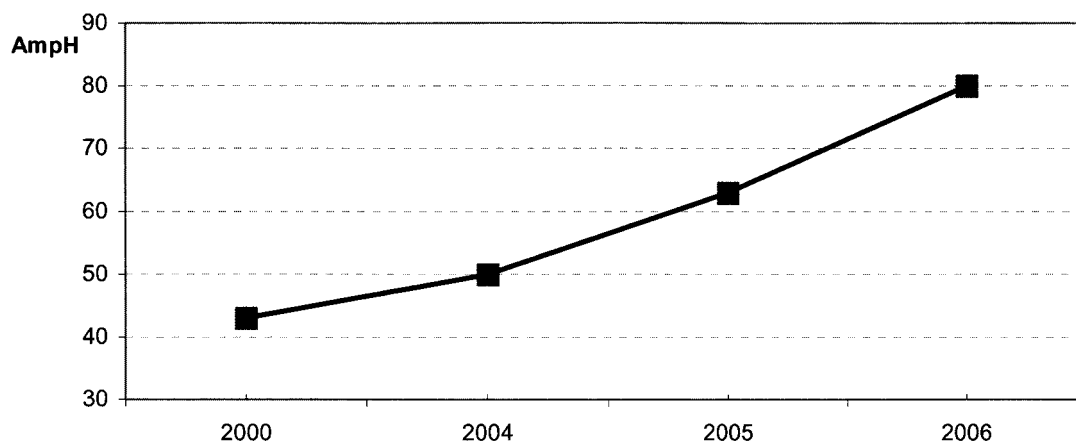
- Un entretien nul.
- Une très grande stabilité dans les conditions de température extrême.

- Une capacité énergétique supérieure à toute autre technologie existante<sup>2</sup>.
- Une sécurité et fiabilité accrue.
- Une garantie sans prorata de 10 ans (-40 à 65°C).
- Un système intégré de surveillance, local et à distance.

Au fil des années de développement de la batterie LMP, une partie prépondérante des efforts de conception a été mise sur l'amélioration de la capacité énergétique. Cette augmentation peut être observée au graphique 1. Cette évolution est en grande partie attribuable à la maîtrise croissante des variations inhérentes aux procédés de fabrication des composantes de la batterie. Pour rendre le contrôle de ces variations efficace et efficient, il est impératif de bien comprendre la nature de celles-ci, leurs interactions et leurs influences sur les performances finales du produit. À l'aide des différentes analyses, nous avons contribué par ce mémoire à développer un modèle mathématique et probabiliste qui décrit le comportement géométrique et énergétique de la batterie. Avec ce modèle prédictif, nous avons pu réduire les pertes du volume et par conséquent améliorer le rendement énergétique de la batterie. Des critères de capabilité ont été communiqués à l'usine de fabrication, ce qui a permis un meilleur contrôle des opérations de production et du fait même améliorer la qualité du produit. De plus, nos analyses ont permis l'optimisation des performances du produit actuel pour l'amener vers un nouveau marché : la voiture électrique.

---

<sup>2</sup> La compagnie AT&T a qualifié les batteries LMP comme la plus belle découverte de l'année en 2006.  
Référence : *Wall Street Journal* édition of 7 June 2006



Graphique 1 Illustration de l'évolution de la capacité des batteries LMP

## 2.2 Description générale de la batterie LMP

Comme mentionné précédemment, la batterie LMP est la conséquence de l'utilisation d'un polymère sec et solide. Pour être en mesure de fonctionner, une pile doit être constituée essentiellement de trois (3) éléments : la *cathode*, qui est chargée d'ions négatifs, l'*anode*, qui se trouve à être un feuillard de lithium et qui est chargé d'ions positifs et un *électrolyte*, qui permet le transfert ionique [37]. Pour la pile LMP, il est nécessaire d'ajouter en plus un collecteur de courant du côté de la cathode afin de permettre un transfert du courant électrique. Également, il est important d'ajouter une bandelette pour empêcher un court-circuit entre la cathode et l'anode. La Figure 4 illustre schématiquement un laminé électrochimique de la pile LMP.

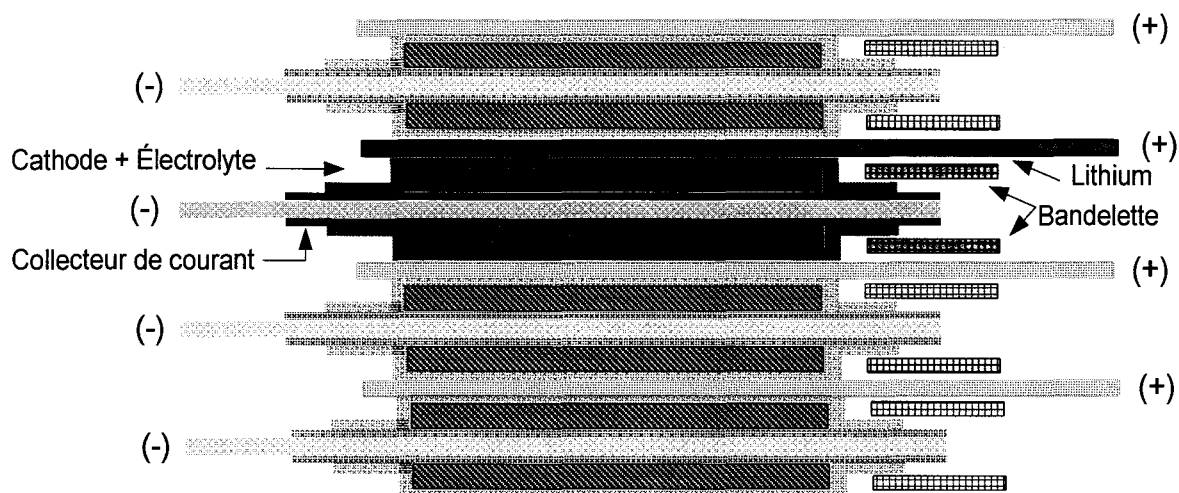


Figure 4 Illustration d'un laminé composant une cellule électrochimique

Pour former une cellule électrochimique (EC), il suffit d'empiler un certain nombre de laminés les uns sur les autres avec un raccordement du type parallèle. De cette façon, on obtient le niveau ciblé du courant électrique. La cellule EC une fois assemblée se présente comme un parallélépipède (Figure 5).

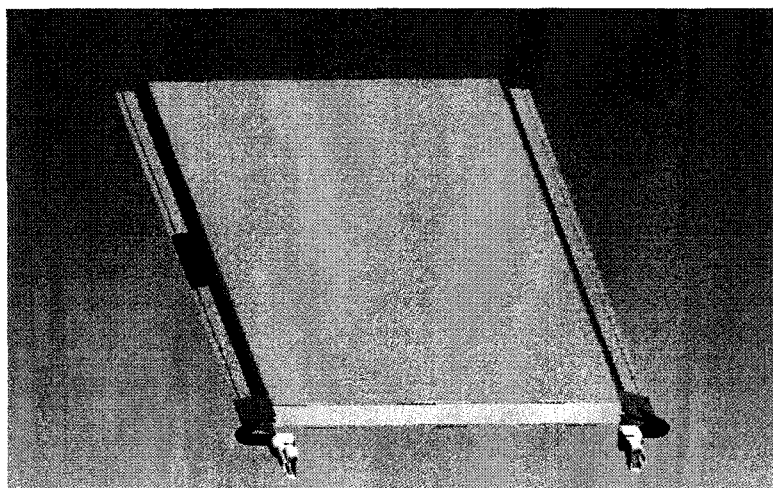


Figure 5 Illustration d'une cellule électrochimique (EC)

Par la suite, plusieurs ECs sont assemblées en séries afin d'amener la batterie au niveau de tension désiré (Figure 6).

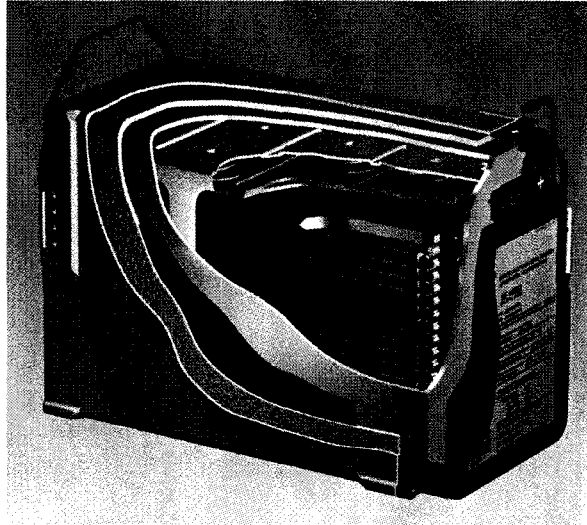


Figure 6 Illustration des composants de la batterie LMP

À ce stade, il est important de mentionner que dans le cas de cette technologie, plusieurs contraintes sont importantes à respecter pour garantir le bon fonctionnement de celle-ci.

1. Les ECs doivent être assemblées sous une forte pression afin de conserver leur efficacité énergétique durant leur vie utile (> 10 ans). Cette contrainte a amené les concepteurs à ajouter à l'intérieur du boîtier de la batterie un système de pression (plaques – ressorts). La pression exigée est de l'ordre 2 MPa.
2. La batterie doit être amenée à une température d'environ 55°C pour être en mesure de délivrer une capacité optimale. Ceci a justifié l'ajout d'éléments (films) chauffants encastrés directement dans le boîtier des batteries.

3. Les composantes électrochimiques doivent être maintenues dans un environnement sec et inerte. Ceci est dû spécifiquement au lithium qui est hautement réactif. Également, l'existence d'autres composés électrochimiques qui se dégradent en présence d'oxygène a justifié la conception d'un boîtier hermétique pour maintenir un environnement inerte.

Le résultat final est un produit prometteur doté d'une certaine « intelligence » lui permettant d'être géré à distance. Il permet également une grande sécurité d'usage puisque la batterie possède plusieurs éléments de protection dans le but de remédier à des conditions abusives d'usage (court-circuit). La Figure 7 est une illustration du produit final tel que livré aux clients.



Figure 7 Illustration de la batterie LMP



## CHAPITRE 3

### MODÉLISATION GÉOMÉTRIQUE ET ÉNERGÉTIQUE

#### 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous établissons les bases, les hypothèses et les méthodes qui seront employées pour la modélisation mathématique du comportement géométrique et énergétique de la batterie. Le modèle obtenu a déjà fait l'objet d'une publication [36].

La première partie du chapitre relate l'approche qui fut adoptée pour modéliser le volume qui sera occupé pour une quantité d'énergie donnée. Nous abordons également la modélisation des défauts de localisation entre les couches qui forment la batterie. Ce dernier phénomène est responsable directement de l'occurrence des courts-circuits. Par la suite, la modélisation énergétique de la batterie est décrite en créant un lien entre le volume des couches, le pourcentage de matière active et d'autres contraintes tel que la pression appliquée et la température de fonctionnement. Le modèle ainsi obtenu sera prêt pour un exercice d'optimisation globale de ces paramètres et une analyse de sensibilité qui sera effectuée au chapitre 4.

## 3.2 Modèle géométrique général des batteries LMP

### 3.2.1 Modélisation de la hauteur de la batterie

Le but du présent paragraphe est de modéliser la hauteur totale ( $y$ ) d'une batterie composée de multiples couches. La modélisation sera traitée par niveau. Chaque niveau correspond à un stade d'assemblage bien défini et employé à l'usine. L'utilité de fonctionner par niveau est de mieux évaluer les résultats à chaque étape du procédé de fabrication et nous permettre ainsi d'introduire les corrections nécessaires à l'étape appropriée.

Il est important que le modèle soit le plus représentatif de la réalité pour pouvoir maximiser la hauteur sans trop de risque d'interférences ou de courts-circuits. On peut ainsi atteindre la quantité d'énergie maximale à l'intérieur de la batterie sans augmenter les coûts liés aux rejets<sup>3</sup>.

Chaque batterie est composée de ( $K$ ) cellules électriques ( $EC$ ). La hauteur totale ( $y$ ) peut être exprimée par l'équation ci-dessous.

$$y = \sum_{i=1}^K x_{ECi} \quad (3.1)$$

À son tour, chaque cellule  $EC$  est composée de ( $N$ ) couches de Lithium ( $Li$ ) et de demi-pile (*Half Cell* :  $HC$ ). Le tout protégé par deux couches de polymère (*Polypropylène* :  $PP$ ) ayant pour but l'isolation électrique de chaque demi-pile.

---

<sup>3</sup> Nous signalons ici, que les batteries LMP ne sont pas vendues à l'unité. Leur prix est plutôt calculé en fonction de la quantité d'énergie contenue.

$$x_{EC}^* = \sum_{i=1}^N x_{Li} + \sum_{i=1}^N x_{HC_i} + x_{PR_1} + x_{PR_2} \quad (3.2)$$

Finalement, la demi-pile ( $HC$ ) est composée d'un collecteur de courant composé d'une feuille d'aluminium ( $Al$ ) avec une mince couche de carbone<sup>4</sup>, de deux (2) couches cathodiques ( $CAT$ ) et de deux (2) couches d'un matériau électrolyte nommé ( $SPE$ ).

$$x_{HC} = x_{Al} + x_{CAT_1} + x_{CAT_2} + x_{SPE_1} + x_{SPE_2} \quad (3.3)$$

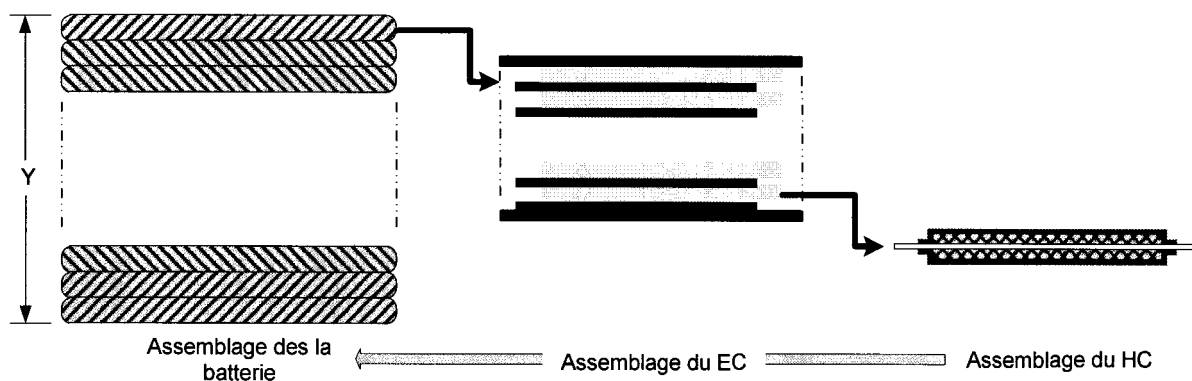


Figure 8 Schéma de la composition des batteries en fonction des trois (3) niveaux d'assemblage

Les conditions environnementales sont significativement différentes entre les différentes étapes de l'assemblage et lors du fonctionnement. Pour remédier à cette situation, nous avons adopté l'ajout de « *facteurs de correction* ». Les expériences menées au laboratoire de recherche de l'entreprise ont démontré que ces facteurs semi empiriques sont nécessaires [36]. L'identification adéquate de ces facteurs est capitale

<sup>4</sup> La feuille d'aluminium joue également un rôle de support mécanique à l'ensemble.

pour assurer un contrôle efficient de tous les paramètres du procédé mesurables et susceptibles d'influencer significativement la hauteur finale.

Dans ce mémoire, nous considérons des correcteurs du type linéaire. Le faible niveau de variation autour du point de fonctionnement justifie ce choix. L'équation qui suit introduit les variations des paramètres présents au niveau d'assemblage des cellules électriques  $EC$ .

$$x'_{EC_i} = k_1 \times k_2 \times k_3 \times x^*_{EC_i} \quad (3.4)$$

$$x_{EC_i} = x'_{EC_i} + k_4 \quad (3.5)$$

Avec :

- $x^*_{EC_i}$  Est définie comme l'épaisseur de la cellule électrique à 20°C, sans pression (*Free State*), sans défaut de forme (planéité parfaite des surfaces de contact entre les couches) et en pleine charge électrique.
- $k_1$  Coefficient qui corrige les défauts de forme lors de l'empilement des composantes (effet de froissement).
- $k_2$  Coefficient qui corrige l'expansion thermique des cellules électrochimiques.
- $k_3$  Coefficient qui corrige l'effet de compressibilité due à la pression appliquée sur les cellules électrochimiques.
- $k_4$  Coefficient qui tient compte de l'état de charge à l'intérieur des cellules électrochimiques engendré par un déplacement ionique<sup>5</sup>.

Le tableau I regroupe les modèles mathématiques adoptés pour chacun des facteurs et pour chaque type de matériau.

---

<sup>5</sup> Des expériences menées par AVESTOR et par l'IREQ ont mis en évidence que le niveau de charge électrique affecte la géométrie des cellules.

Tableau 1  
Coefficients  $k_i$  par éléments

	$k_1 = k_{\text{froissement}}$	$k_2 = k_{\text{temp}}$	$k_3 = k_{\text{pression}}$	$k_4 = k_{\text{charge}}$
$x_{Al}$	$k_{f_{Al}}$	$1 + \alpha_{Al} \times \Delta T$	$\approx 1.0$	1
$x_{CAT}$	$k_{f_{CAT}}$	$1 + \alpha_{CAT} \times \Delta T$	$1 - P/E_{CAT}$	1
$x_{SPE}$	$k_{f_{SPE}}$	$1 + \alpha_{SPE} \times \Delta T$	$1 - P/E_{SPE}$	1
$x_{Li}$	$k_{f_{Li}}$	$1 + \alpha_{Li} \times \Delta T$	$\approx 1.0$	$(\Delta G/SA) \times \Delta Ah$
$x_{PP}$	$k_{f_{PP}}$	$1 + \alpha_{PP} \times \Delta T$	$\approx 1.0$	1

Où  $\alpha_i$  représente le coefficient de dilatation thermique,  $\Delta T$  est la différence de température par rapport à la température de référence (20°C),  $P$  est la pression appliquée (Pa) et  $E_i$  est le module de Young (Pa).

Certains facteurs ont été négligés puisqu'ils n'ont pratiquement aucun impact sur le comportement global de la variable  $x_i$ . Par exemple, pour le coefficient de charge, seuls la cathode et le lithium peuvent être affectés par l'état de la charge. Des études expérimentales n'ont pas pu démontrer une influence significative de la charge électrique sur les dimensions de la cathode. Donc, seul le coefficient de charge pour le lithium sera retenu.

La variable  $\Delta G$  (m<sup>3</sup>/J) correspond à la variation du volume par rapport à la différence énergétique.  $SA$  (m<sup>2</sup>) est la surface active en contact avec le lithium. Le terme  $\Delta Ah$  correspond à la variation en ampère-heure entre les deux états de charge. Cette quantité est présentée comme un facteur variable parce qu'elle peut varier selon les différentes conceptions des batteries LMP et selon les différentes stratégies d'assemblage (assemblage avec cellules chargées ou assemblage avec cellules déchargées électriquement).

Pour les effets de compressibilité, le cas étudié correspond à un assemblage « en série » de ressorts. Les matériaux rigides agiront comme des pièces pratiquement incompressibles, et uniquement les matériaux flexibles subiront les effets de compressibilité. Ainsi, pour le coefficient  $k_{pression}$ , on peut négliger la compression de l'aluminium, puisque les autres matériaux étudiées sont beaucoup plus mous et ont donc un impact plus important.

Pour les coefficients de froissement  $k_f$ , l'absence d'un modèle théorique a obligé l'adoption d'une approche purement empirique; les facteurs seront identifiées expérimentalement à partir d'échantillons témoins.

Pour évaluer le comportement dimensionnel, il est commode d'employer une description statistique selon une distribution connue. Par exemple, un comportement normal avec une moyenne ( $\mu_i$ ) et un écart type ( $\sigma_i$ ) pour chacune des composantes étudiées. De cette façon, nous sommes en mesure d'évaluer les probabilités de rencontrer les différentes valeurs. Ainsi, la moyenne globale de la hauteur se décrit comme suit :

$$\mu(y) = \sum_{i=1}^K \mu_{EC} \quad (3.6)$$

$$\mu_{EC}^* = \sum_{i=1}^N \mu_{Li} + \sum_{i=1}^N \mu_{HC} + 2^* \mu_{PP} \quad (3.7)$$

$$\mu_{EC}' = k1 \times k2 \times k3 \times \mu_{EC}^* \quad (3.8)$$

$$\mu_{EC} = \mu_{EC}' + k4 \quad (3.9)$$

$$\mu_{HC} = \mu_{AL} + 2 \times (\mu_{CAT} + \mu_{SPE}) \quad (3.10)$$

### 3.2.2 Modélisation des occurrences des courts-circuits

Pour que la pile fonctionne de façon adéquate, il faut que l'électrolyte sépare parfaitement l'anode de la cathode. De cette façon, uniquement un échange ionique, et non électrique, se fera entre l'anode et la cathode. Un contact direct engendre automatiquement un court-circuit dans la pile. Comme le montre la Figure 9, la batterie est constituée d'une multitude de composantes empilées les unes sur les autres. Ces empilages sont effectués avec une incertitude inhérente au procédé d'empilement (*Stacking*), d'où l'existence d'une probabilité de découverture de l'électrolyte. Ce phénomène se traduira inmanquablement par un court-circuit. La densité énergétique des batteries LMP est telle que ces opportunités de courts-circuits peuvent mener à une augmentation substantielle de la température de la cellule, ce qui peut se traduire par un feu<sup>6</sup>. Il est donc important d'évaluer et de gérer les risques d'un tel événement. Pour ce faire, une étude approfondie a été menée afin de bien comprendre les comportements des courts-circuits.

La Figure 9 illustre les différentes dimensions qui interviennent dans le processus d'empilage d'un laminé. Les référentiels (*Datum*) ont été sélectionnés pour correspondre aux référentiels employés dans l'équipement industriel qui assure ce rôle (Usine Alpha, Boucherville). Le tableau ci-dessous regroupe l'ensemble des variables indépendantes qui ont été retenues pour cette étude.

---

<sup>6</sup> Le court-circuit n'engendre pas automatiquement un feu. Les observations menées au laboratoire d'AVESTOR ont démontré que dans la majorité des cas, un phénomène de « cicatrisation » se produit dans la demi-pile. Les conséquences sont des performances énergétiques légèrement diminuées. Toutefois, des essais destructifs menés en 2004 ont mis en évidence l'existence d'un scénario catastrophique. En effet, les présences d'oxyde de vanadium ( $V_2O_5$ ) et du lithium (Li) dans la composition de la batterie assurent respectivement les rôles du comburant et du carburant nécessaires à tout feu. Nous avons retenu dans notre étude ce dernier scénario puisqu'il représente le cas extrême.

Tableau 2

## Définition des paramètres pour court-circuit

Symbole	Description	Illustration
X1	Largeur d'aluminium nu	
X2	Largeur collecteur de courant	
X3	Position cathode	
X4	Largeur cathode	
X5	Position de l'électrolyte	
X6	Largeur de l'électrolyte	
X7	Position de la bandelette	
X8	Largeur de la bandelette	
X9	Largeur du laminé	
X10	Largeur lithium	



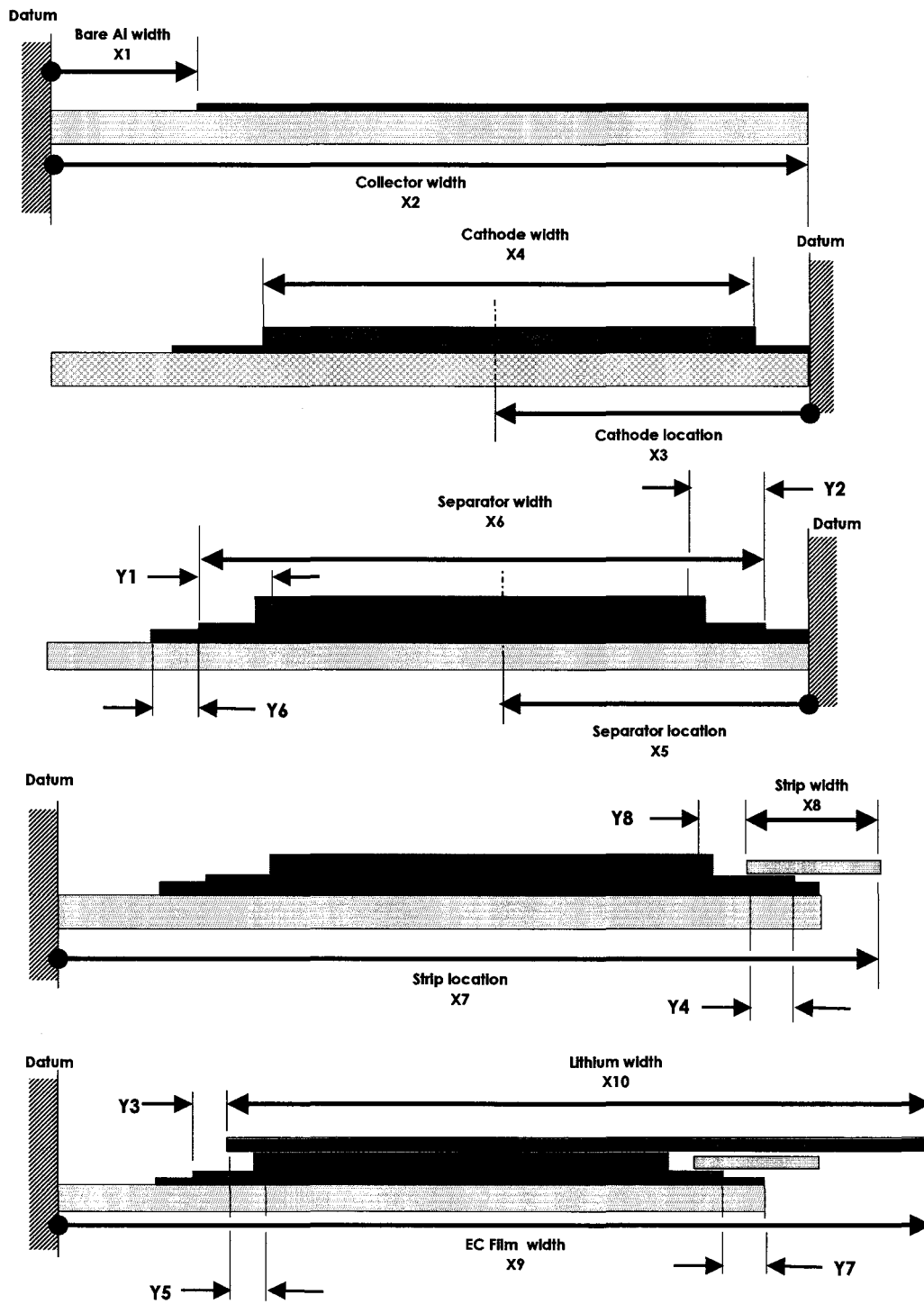


Figure 9 Schéma illustrant les dimensions entre les empilements des composantes

Un examen détaillé de la figure précédente nous indique l'existence de quatre (4) types de courts-circuits possibles.

### 3.2.2.1 Contact lithium – cathode (côté gauche)

Le premier court-circuit probable est le contact entre le lithium et la cathode du côté gauche du laminé. Pour cette possibilité, l'équation définissant cette probabilité est :

$$Y1 = (X5 + X6/2) - (X3 + X4/2) \quad (3.11)$$

Dans ce cas,  $Y1 \leq 0$  signifiera un court-circuit.

### 3.2.2.2 Contact lithium – cathode (côté droit)

Le second scénario de court-circuit est le contact entre le lithium et la cathode du côté droit du laminé. Pour cette éventualité de court-circuit, l'équation définissant cette probabilité est :

$$Y2 = (X3 - X4/2) - (X5 - X6/2) \quad (3.12)$$

Également,  $Y2 \leq 0$  signifiera un court-circuit.

### 3.2.2.3 Contact lithium – collecteur (gauche)

Le troisième scénario serait créé par un contact entre le lithium et le collecteur de courant du côté gauche. Pour cette éventualité de court-circuit, l'équation définissant cette probabilité est :

$$Y3 = (X2 - (X5 + X6/2)) - (X9 - X10) \quad (3.13)$$

Avec  $Y3 \leq 0$  pour indiquer un court-circuit.

### 3.2.2.4 Contact lithium – collecteur (droit)

Le dernier scénario de court-circuit serait créé par un contact entre le lithium et le collecteur de courant du côté droit. Pour ce faire, il faut qu'une condition de dégagement soit présente entre l'électrolyte et la bandelette. Pour cette possibilité de court-circuit, l'équation définissant cette probabilité est

$$Y4 = (X2 - (X5 - X6/2)) - (X7 - X8) \quad (3.14)$$

Avec  $Y4 \leq 0$  pour indiquer un court-circuit.

### 3.2.2.5 Non recouvrement lithium - cathode

Dans une moindre importance, trois (3) autres mécanismes de défaillance ont été identifiés. Le premier se présente quand le lithium ne couvre pas la surface totale de la cathode ( $Y5 \leq 0$ ). Cette occurrence entraîne une chute la capacité de la batterie,

toutefois, sans incidence sur la sécurité du produit. L'équation définissant cette probabilité est :

$$Y5 = (X2 - (X3 + X4/2)) - (X9 - X10) \quad (3.15)$$

### 3.2.2.6 Contact entre l'électrolyte et l'aluminium nu

Le second mécanisme de défaillance survient lorsque l'électrolyte vient en contact direct avec l'aluminium du collecteur de courant. Le sel qui se trouve à l'intérieur de l'électrolyte vient corroder l'aluminium. À moyen et à long terme du cycle de vie de la batterie, ceci se traduira par des performances amoindries. Par contre, des tests ont démontré que, quand le phénomène se produit d'une façon localisée, l'effet de corrosion n'affecte que marginalement les performances<sup>7</sup>. L'importance de cette occurrence est donc réduite. L'équation définissant cette probabilité est :

$$Y6 = (X2 - X1) - (X5 + X6/2) \quad (3.16)$$

Avec  $Y6 \leq 0$  pour indiquer un contact électrolyte avec l'aluminium.

---

<sup>7</sup> Le produit issu de ce type de corrosion est un sel d'aluminium. Il est soluble et ne conduit pas à une surépaisseur. Toutefois, la quantité de produit de corrosion soluble doit quand même demeurer inférieure à 200 ppm (spécification actuelle). L'apparition de piqûres ne se produit pas pour une tension inférieure à 3,5 V. La corrosion a été mesurée à 100°C en milieu PEO+Li TFSI (O/Li=20/1) et est de l'ordre de 1µm/an [38] Yufei Chen, T. M. D., James W. Evans, Othon R. Monteiro and Ian G. Brown. (1999). Examination of the Corrosion Behavior of Aluminum Current Collectors in Lithium/Polymer Batteries. *Journal of The Electrochemical Society*, 146(4), 1310-1317.. Une meilleure estimation de la corrosion à 60°C est de l'ordre de 0,1 µm/an [38] Yufei Chen, T. M. D., James W. Evans, Othon R. Monteiro and Ian G. Brown. (1999). Examination of the Corrosion Behavior of Aluminum Current Collectors in Lithium/Polymer Batteries. *Journal of The Electrochemical Society*, 146(4), 1310-1317..

### 3.2.2.7 Surépaisseur causée par un chevauchement entre la cathode et la bandelette

La dernière défaillance probable se produit quand la bandelette se positionne au-dessus de la cathode ( $Y8 \leq 0$ ). Un tel phénomène causerait une surépaisseur au niveau de la pile ce qui pourrait générer des formes ne permettant pas un assemblage adéquat de celle-ci. Le phénomène peut être à l'origine d'une mauvaise distribution de la pression appliquée sur les cellules électrique. L'équation définissant cette probabilité est :

$$Y8 = (X7 - X8) - (X2 - X3 + X6/2) \quad (3.17)$$

Avec la modélisation de toutes ces possibilités de défaillance, nous sommes en mesure d'établir les conditions limites nécessaires au dimensionnement approprié de chacune des composantes. En respectant toutes les contraintes, nous pouvons garantir, selon un seuil de confiance préétabli, la sécurité et la fonctionnalité du produit.

### 3.3 Modèle énergétique des batteries LMP

Le modèle énergétique de la batterie n'est pas évident à décrire d'une manière analytique explicite. Il fait intervenir la composition chimique, le niveau des impuretés, les variations dans les mixtures, les variations au niveau des contacts et d'autres phénomènes très complexes. En plus, pour parvenir à modéliser exactement le comportement énergétique de la batterie, il faudrait inclure un modèle dynamique qui tient compte de la vitesse de décharge, de la résistivité interne de la batterie, de la porosité et des pertes thermiques.

Plusieurs de ces phénomènes demeurent encore très peu connus des spécialistes [19]. Dans le but de construire un modèle simplifié, mais flexible et commode pour l'usage industriel, une approche expérimentale du type « un facteur à la fois » a été adoptée. Des modèles ont été élaborés pour contraindre certains paramètres et ainsi permettre la mesure de la capacité de la batterie. De telle sorte, nous avons procédé à une forme de linéarisation, ce qui nous a permis de construire des modèles empiriques valables pour certaines configurations.

La modélisation proprement dite du comportement énergétique sera scindée en plusieurs équations. La première étape est de calculer la densité réelle des composantes  $D_{Comp}$  ( $\text{kg/m}^3$ ), car la capacité énergétique est directement proportionnelle à la densité des matériaux employés dans la cathode. L'équation de la densité se décrit comme suit :

$$D_{Comp} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \left( \frac{P_i}{D_i} \right)} \quad (3.18)$$

où  $P_i$  représente le pourcentage massique de chacun des éléments dans la composante finale et  $D_i$  représente la densité de chacune de ces composantes.

La première densité à calculer est celle du BLVO<sup>8</sup> qui se trouve à être la matière active dans la cathode (CAT). Les deux (2) composantes nécessaires à la fabrication de la cathode sont le LVO et le *Ketjenblack* (KTJ). Le développement de celle-ci est décrit comme suit :

---

<sup>8</sup> Les termes BLVO LVO et KTJ sont des termes internes et exclusifs pour l'usage d'Avestor. Ils décrivent les compositions chimiques des matériaux. Leurs descriptions détaillées sont confidentielles.

$$D_{BLVO} = \frac{1}{\left( \frac{P_{LVO}}{D_{LVO}} + \frac{P_{KTJ}}{D_{KTJ}} \right)} \quad (3.19)$$

Par la suite, la seconde densité à estimer est celle de la cathode. Les deux (2) composants constituant la cathode sont le BLVO et le polymère (POLY).

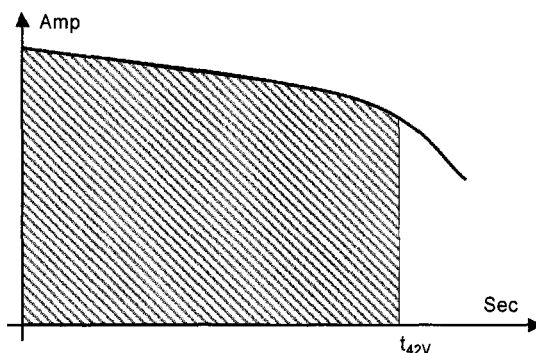
$$D_{CAT} = \frac{1}{\left( \frac{P_{BLVO}}{D_{BLVO}} + \frac{P_{POLY}}{D_{POLY}} \right)} \quad (3.20)$$

L'étape suivant consiste à calculer la masse totale de la cathode utilisée pour la fabrication de la pile.

$$Masse_{CAT} = Volume_{CAT} \times D_{CAT} \quad (3.21)$$

À l'aide d'études empiriques, nous avons réussi à établir une densité énergétique théorique que BLVO était en mesure de fournir. Il a été démontré par des tests internes [19] que cette densité énergétique ne pouvait être atteinte pour tous les types de décharge que la pile pouvait subir. Il a donc fallu établir une « condition de décharge » pour définir la valeur de la densité énergétique. Ce facteur a été nommé le « *rating* » et il est valable pour une décharge de C/4 entre 3.1 V et 2.38 V à une température de 60°C. Ainsi, la densité énergétique est définie comme suit :

$$\text{Densité énergétique} = \text{Densité théorique} \times \text{rating} \quad (3.22)$$



Graphique 2 Schéma illustrant la densité énergétique

À l'aide de cette densité, on est en mesure de calculer la capacité estimée.

$$\text{Capacité calculée (C/4)} = \text{Densité énergétique} \times \text{Masse}_{\text{CAT}} \times (P_{LVO} \times P_{BLVO}) \quad (3.23)$$

L'étape suivante consiste à enlever le pourcentage de porosité ( $P_{\text{poro}}$ ) à l'intérieur de la cathode afin d'obtenir la porosité installée. Le développement de celle-ci est fait comme suit :

$$\text{Capacité installée} = \text{Capacité calculée} \times (1 - P_{\text{poro}}) \quad (3.24)$$

La dernière étape consiste à soustraire les pertes thermiques et électroniques que peut consommer la batterie lors de son fonctionnement. Comme cette valeur n'est pas constante et qu'elle est difficile à modéliser<sup>9</sup>, il a été décidé de considérer une valeur constante nommée « Consommation batterie » pour décrire l'effet des pertes encourues.

<sup>9</sup> Plusieurs facteurs dont la résistivité de la pile et la disposition des différentes composantes font varier les pertes énergétiques d'une batterie LMP. Dans le cas de la résistivité interne, la mesure nous était disponible et plutôt facile à obtenir. Toutefois, pour paramétrer et mesurer la disposition interne des différentes couches, l'acquisition de telles mesures n'est pas évidente, ni possible à faire en tenant compte des contraintes dictées par les restrictions de la ligne de fabrication et d'assemblage des batteries.



Cette valeur a été estimée à partir d'une moyenne globale d'un échantillon de 30 batteries ayant des configurations similaires aux étendues des variations rencontrées dans le processus de fabrication.

La **capacité nette** est calculée comme suit :

$$\text{Capacité nette} = \text{Capacité installée} - \text{Consommation batterie} \quad (3.25)$$

À l'aide de ces équations, nous pouvons estimer avec une précision raisonnable la capacité que les différentes configurations sont en mesure de nous donner. De plus, en les scindant, nous sommes en mesure de mieux comprendre le comportement énergétique de la batterie et d'évaluer où sont situées les pertes de capacité afin d'optimiser celles-ci.

L'équation (3.25) présente une estimation. Toute estimation possède une incertitude type. Aux chapitres suivants, nous introduirons un modèle statistique pour exprimer cette incertitude.

### 3.4 Modèle globale des batteries LMP - Avestor

Afin de bien modéliser la batterie, il faut tenir compte de l'influence des accessoires mécaniques et électriques nécessaires au bon fonctionnement. L'accessoire principal est le système de pression nommé : *Clamp System*. Il s'agit d'assurer une condition d'assemblabilité de l'ensemble des cellules électriques et du système de pression à l'intérieur d'un boîtier ayant une hauteur prédéfinie (voir Figure 10).

Comme il a été démontré par l'équation (3.1), la hauteur de la matière active  $y$  est égale à la somme de la hauteur des ECs.

$$y = x_{EC1} + x_{EC2} + \dots + x_{ECk} \quad (3.26)$$

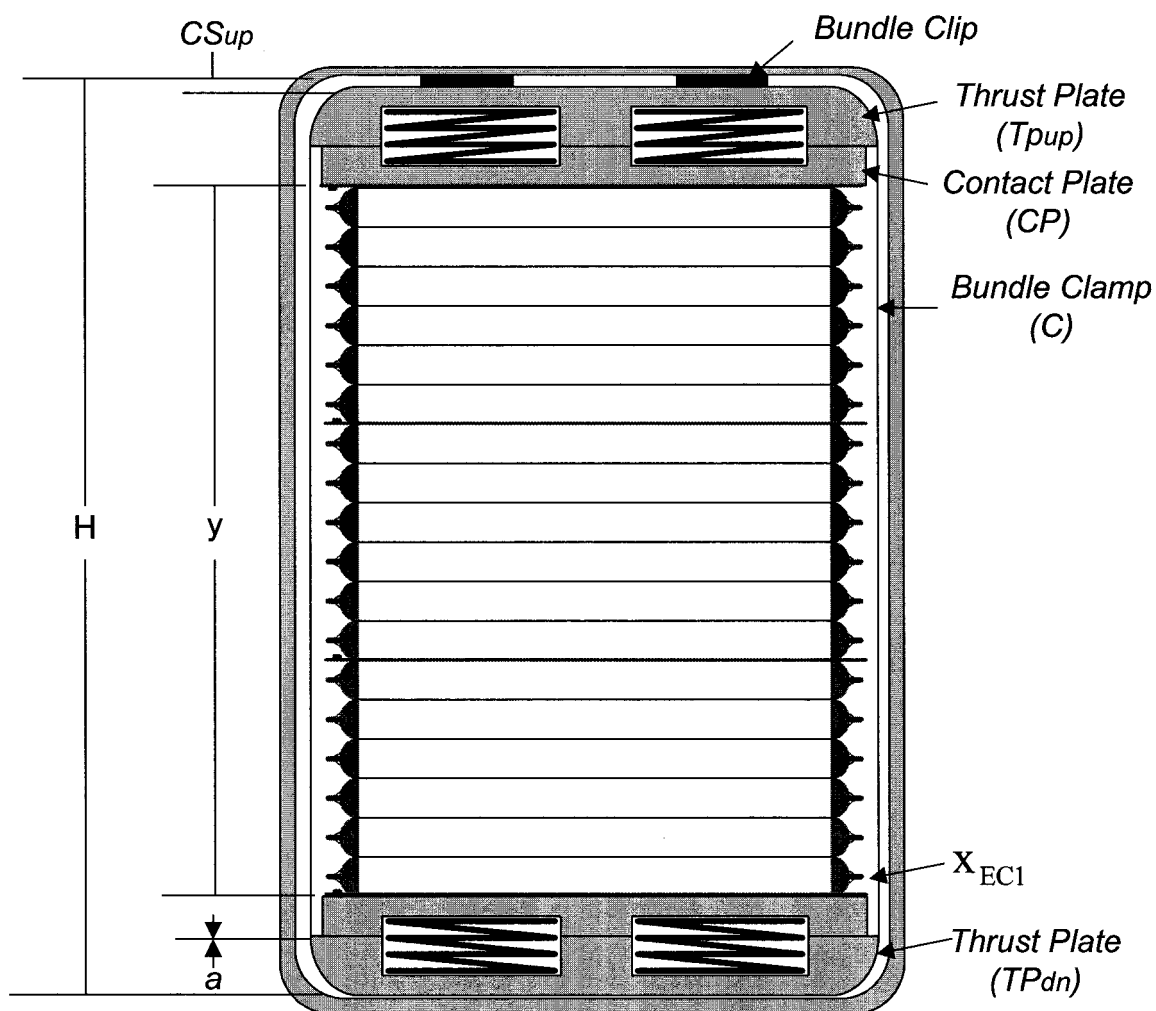


Figure 10 Système mécanique des batteries LMP - Avestor

Signalons, qu'à ce stade les variables ne sont pas nécessairement indépendantes. Elles découlent d'un procédé de fabrication du type « continue ». Les phénomènes d'auto corrélation jumelés à l'inertie du procédé nous obligeront à considérer une approche spécifique pour inclure les variations dans le modèle (chapitre 4).

Le problème de synthèse des tolérances sera formulé par la suite. La hauteur ( $H$ ) est la variable qui définit la dimension du boîtier d'aluminium. La variable ( $CS_{up}$ ) est la résultante d'un cumul des dimensions partantes de la *Bundle Clamp* ( $C$ ) jusqu'au boîtier d'aluminium. Elle inclue donc la dimension de la plaque d'appui - *Thrust Plate* ( $TP_{up}$ ) ainsi que la dimension de l'entretoise - *Bundle Clip* ( $BC$ ) (composantes mécaniques formant le système de retenue des ECs).

Pour la variable ( $CS_{dn}$ ), le raisonnement est sensiblement le même, c'est à dire que cette variable est le cumul des dimensions partantes de la *Bundle Clamp*, mais jusqu'aux ECs. Celle-ci inclut donc la dimension de la plaque d'appui - *Thrust Plate* vers l'intérieur ( $TP_{dn}$ ), la dimension de la plaque de contact - *Contact Plate* ( $CP$ ) ainsi que l'espace ( $a$ ) entre les deux.

Pour assurer l'assemblabilité, ( $CS_{dn}$ ) doit être supérieur ou égal à la hauteur ( $y$ ) composée de ( $k$ ) ECs. Deux contraintes doivent donc être respectées simultanément afin d'assurer l'assemblage final.

$$\textbf{Contrainte 1} \quad \min(H) \geq CS_{up} \quad (3.27)$$

Avec :

$$CS_{up} = \max(C) + 2 \cdot \max(TP_{up}) + \max(BC) \quad (3.28)$$

$$\textbf{Contrainte 2} \quad y \leq CS_{dn} \quad (3.29)$$

Avec :

$$CS_{dn} = \min(C) - 2 \cdot \max(TP_{dn}) - 2 \cdot CP + 2 \cdot a \quad (3.30)$$

Une conception réalisable doit respecter l'ensemble des équations précédentes tout en maintenant une capacité énergétique minimale.

### 3.5 Sélection d'une conception et optimisation des paramètres

Pour un concepteur, les contraintes (3.27) et (3.29) impliquent un compromis entre l'espace alloué pour la capacité énergétique et l'espace alloué pour assurer l'assemblabilité. Nous présentons dans cette section l'ébauche de notre démarche pour sélectionner une configuration des batteries LMP.

Ce problème d'optimisation peut être défini comme suit : trouver la meilleure combinaison (accessible et économique) qui assurera, selon un niveau de confiance préétablie (95%), la capacité énergétique minimale désirée tout en maintenant un haut niveau de sécurité , c'est-à-dire  $\leq 3.4$  ppm.

L'optimisation consiste donc à trouver un optimum d'une fonction objective avec le respect d'un ensemble de critères et de contraintes. Plusieurs méthodes d'optimisation ont été développées depuis les dernières décennies [39] et [Chang-Xue, 2001 #3;Datan, 2005 #2;C.K. Dimou, 2003 #1]. Chacune ayant ses avantages et ses inconvénients. Ce mémoire ne vise pas spécifiquement et explicitement le problème d'optimisation. Nous nous sommes contentés d'atteindre une solution économique. Nous sommes conscients de l'importance de la poursuite des recherches dans ce sens. Toutefois, des contraintes temporelles nous ont obligés à exclure cet aspect pour le dépôt du présent mémoire.

Néanmoins, résoudre un problème d'optimisation de façon adéquate exige un certain nombre d'étapes. La Figure 11 illustre les différentes étapes ainsi qu'une brève description de chacune d'elle.

La première étape du processus d'optimisation est la définition du problème à optimiser. Dans notre cas, le choix le plus approprié serait celui de la hauteur de la batterie pour une capacité donnée. De cette façon, nous serons en mesure de réduire les coûts au

minimum puisqu'une bonne connaissance du comportement variationnel se traduira *ipso facto* par une baisse des surqualités.

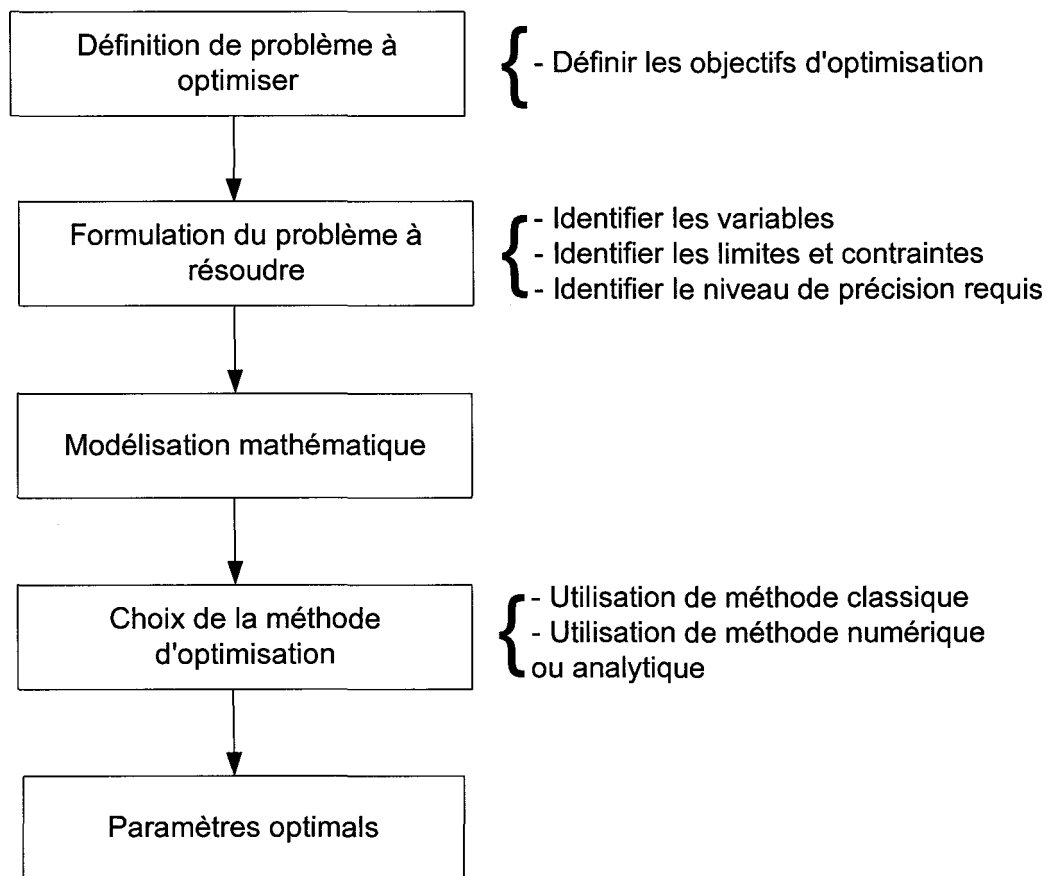


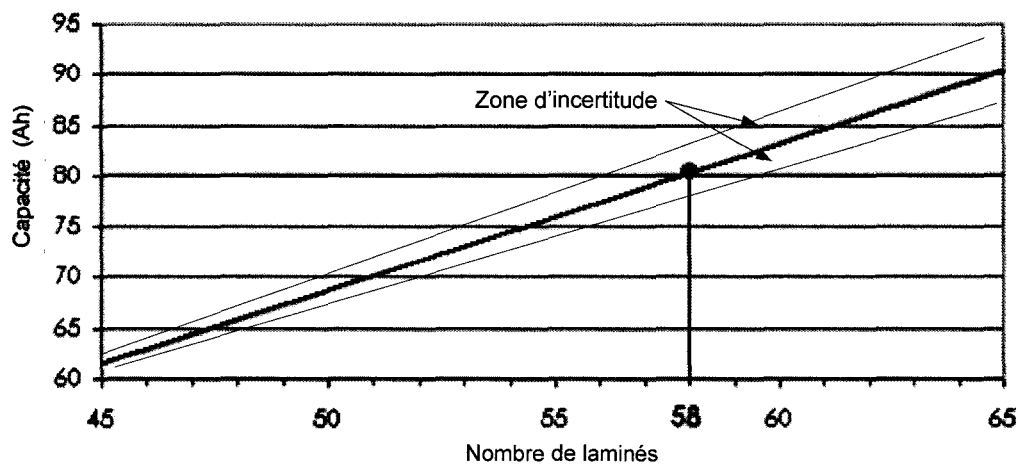
Figure 11 Illustration du processus d'optimisation

On pourrait aussi ajouter comme objectif secondaire la maximisation de la densité énergétique à l'intérieur des batteries. Cet objectif est considéré par le présent projet comme secondaire puisque les demandes du client sont très spécifiques et que le produit ne peut-être changé que pour de grands gains de capacité. En d'autres termes, une légère augmentation de la densité énergétique ne se traduira pas nécessairement par un gain commercial.

La deuxième et la troisième étape d'un problème d'optimisation sont l'identification des intrants et la construction d'une fonction objective à minimiser ou à maximiser. C'est précisément ce que nous avons développé dans le présent chapitre de ce mémoire.

La dernière étape est le choix de la méthode d'optimisation. Nous avons opté pour l'algorithme Simplexe [43-45]. L'absence de fortes non linéarités dans notre modèle, la facilité d'utilisation et la disponibilité des algorithmes de cette méthode justifient notre choix.

À titre d'exemple, pour une application destinée aux réseaux des télécommunications (batterie 80 Ah), un ensemble de 18 ECs montées en série sera exigé afin d'obtenir le niveau de tension adéquat. Pour trouver le nombre minimal de laminés par EC nécessaire pour garantir la capacité minimum demandée par le client, une optimisation a été développée. Le Graphique 3 illustre l'augmentation de la capacité par rapport au nombre de laminés selon notre modèle.



Graphique 3 Évolution de la capacité an fonction du nombre de laminés

Donc, avec les paramètres électrochimiques actuels, une optimisation nous imposerait un nombre nominal de laminés égal à 58<sup>10</sup>. Ceci sera donc considéré comme une base pour la sélection des paramètres de ce produit.

Nous soulignons qu'à ce stade, le modèle est « nominal ». En d'autres termes, il ne tient pas compte des variations. Au graphique précédent, nous avons illustré une zone d'incertitude qui reflète l'incertitude associée aux variations. Le modèle variationnel sera développé aux chapitres 4 et 5.

### **3.6 Conclusion**

Ce chapitre a permis d'établir les hypothèses et les méthodes visant la modélisation mathématique du comportement géométrique et énergétique de la batterie LMP. L'espace occupé pour garantir une quantité d'énergie donnée a été modélisé. Nous avons également modélisé les mécanismes des courts-circuits dus aux défauts de localisation entre les couches. Nous avons élaboré la modélisation énergétique de la batterie et créé un lien entre le volume des couches, le pourcentage de matière active et d'autres contraintes telles que la pression appliquée et la température de fonctionnement. En somme, nous avons développé un modèle mathématique nominal.

Ce dernier est essentiel pour concevoir une batterie. Par contre, il ne tient pas compte des dispersions et variations inhérentes à chaque variable. C'est précisément, le sujet du chapitre 4.

---

<sup>10</sup> Pour tenir compte de l'incertitude intrinsèque au modèle, nous devons augmenter ce nombre à 60.



## CHAPITRE 4

### MODÈLE VARIATIONNEL DE LA BATTERIE LMP

#### 4.1 Introduction

Pour prédire le comportement d'un assemblage, il est essentiel d'estimer le comportement statistique<sup>11</sup> de toutes les composantes. Pour évaluer la variation permise, deux (2) écoles de pensée existent : la méthode des limites (*Worst Case*) et l'approche statistique (ou probabiliste). L'approche *Worst Case* est très simple à appliquer et est bien connue par les industriels. Par contre, elle doit être limitée à des assemblages simples où l'allocation des tolérances aboutit à des solutions économiques. Si le nombre des composantes augmente, la méthode devient rapidement déficiente car elle allouera de très petites tolérances aux composantes. Dans ce cas, le modèle variationnel se limite à additionner toutes les tolérances.

$$Tol_y = \sum_{i=1}^N |Tol_{x_i}| \quad (4.1)$$

L'approche statistique nous permet de réduire le niveau alloué aux tolérances des composantes en tenant compte des probabilités et des distributions statistiques des variables. Par exemple, une méthode qui est dérivée de cette approche est appelé *Root Sum Square (RSS)* [3]. Dans cette méthode, nous considérons que l'ensemble des variables sont indépendantes, centrées sur leurs valeurs cibles et ayant une distribution normale. Dans ce cas, le cumul des tolérances s'écrit comme :

---

<sup>11</sup> natures des distributions, moyennes et niveaux des variations.

$$Tol_y = \sqrt{\sum_{i=1}^N Tol_{x_i}^2} \quad (4.2)$$

L'approche statistique sera retenue pour effectuer notre développement du modèle variationnel de la batterie LMP. La méthode est plus complexe que celle des limites (WC). Elle requière la validation de plusieurs hypothèses de travail qui ne sont pas toujours démontrables aisément. Par contre, nous savons que la phase « conception » d'un nouveau produit détient une importance capitale sur les coûts de production. Les décisions prises à ce stade sont responsables de 70 à 75% du coût final du produit [46;47]. Comme il a été démontré par de nombreuses études [6;15;16] et [48], l'approche statistique comporte de grands avantages économiques puisqu'elle permet une allocation de tolérances plus grande. En contre partie, la méthode exige une attention spéciale pour décrire le comportement stochastique des variables aléatoires (loi de distribution, corrélation entre les variables, etc.).

Ce chapitre propose donc un modèle de cumul statistique des tolérances, pour prédire la propagation des variations dans le modèle nominal développé dans le chapitre 3. Ce modèle est développé pour une application très générale. Ainsi, il inclut les effets des corrélations entre les différents paramètres, ainsi que des facteurs de corrections pour tenir compte des distributions non normales.

## 4.2 Modèle générale du cumul statistique des tolérances

Comme mentionné précédemment, pour être en mesure de bien évaluer le comportement de l'assemblage multicouche des batteries, il faut inclure les variations inhérentes à la fabrication des composantes. L'étude statistique d'un assemblage linéaire de plusieurs

composantes a été développée d'une manière générale par Cox [3]. Nous adoptons son formalisme pour la modélisation de la variation.

Pour une fonction  $y = f(x_1, \dots, x_N); \mathfrak{R}^N \rightarrow \mathfrak{R}$ , étant donné que nous considérons des petites variations et sous l'hypothèse que l'absence de discontinuités,  $f(x_1, \dots, x_N)$  peut être linéarisée par un développement de série de *Taylor* [3;23]. Pour ne pas alourdir l'expression mathématique, le développement sera limité aux termes d'ordre 1 et 2. La fonction peut donc être réécrite comme suit :

$$y = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) x_i + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \right) x_i^2 + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j>i}^N \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right) x_i x_j + O[\geq 3] \quad (4.3)$$

Avec l'hypothèse de l'absence de phénomènes fortement non linéaires au voisinage du point de fonctionnement, l'équation précédente peut être simplifiée au voisinage d'un point  $\mathbf{x}_0 \in \mathfrak{R}^N$  en négligeant les termes d'ordre  $\geq 2$  sauf pour les termes du couplage entre les variables. Une telle démarche est nécessaire pour permettre d'inclure les effets des corrélations entre les variables [49].

$$y \approx y_0 + \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right) x_i + \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j>i}^N \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right) x_i \cdot x_j \quad (4.4)$$

Pour étudier la moyenne de la fonction  $y$ , nous analysons l'espérance  $\mu_y = E[y]$  de l'équation (4.4), avec  $E[x_i \cdot x_j] = \sigma_{ij}$  et  $p_i = \partial f / \partial x_i$ ,  $p_{ij} = p_{ji} = \partial^2 f / \partial x_i \partial x_j$ . L'équation de la moyenne  $\mu_y$  s'écrit alors, après simplification comme :

$$\mu_y \approx y_0 + \sum_{i=1}^N p_i \mu_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j>i}^N p_{ij} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j \quad (4.5)$$

Avec la même approche, il nous est possible de calculer la variance de  $y$  à partir de l'équation (4.4).

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j>i}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot \sigma_{ij} \quad (4.6)$$

On définit un coefficient de corrélation  $\rho_{ij}$  entre les variables  $x_i$  et  $x_j$  comme :

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \cdot \sigma_j} \quad (4.7)$$

La substitution de l'équation (4.7) dans l'équation (4.6) nous donne,

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j>i}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j \quad (4.8)$$

L'équation (4.8) nous permet d'estimer le niveau de variation sur la résultante.

### 4.3 Facteur de correction pour distribution non normale

La méthode statistique proposée est basée sur un cumul de tolérances de variables aléatoires et parfaitement normales. À cette étape, nous sommes dans l'impossibilité de démontrer la normalité de chacune des variables<sup>12</sup>. Plusieurs chercheurs ont proposé de

---

<sup>12</sup> Le théorème de la Limite Centrale nous assure de la normalité de  $y$  mais pas des  $x_i$ .

majorer la variation globale par un facteur de correction  $C_f \geq 1$  [27-29]. Par exemple, l'équation (4.2) prendra donc la forme suivante :

$$Tol_y = C_f \sqrt{\sum_{i=1}^N Tol_{x_i}^2} \quad (4.9)$$

Ce facteur corrige les erreurs induites à cause de l'absence de normalité. Cox [3] a proposé une relation semi-empirique pour évaluer ce facteur :

$$C_f = \frac{0.5(Tol_{WC} - Tol_{RSS})}{Tol_{RSS}(\sqrt{m} - 1)} + 1 \quad (4.10)$$

Où  $m$  est le nombre de variables aléatoires incluses dans la chaîne de cote. Le terme  $Tol_{WC}$  représente le cumul des tolérances selon l'approche *Worst Case* et  $Tol_{RSS}$  représente le cumul des tolérances selon l'approche statistique (*RSS*) avec distribution parfaitement normale. Dans la pratique, le facteur  $C_f$  varie entre 1 et 1.5 pour la très grande majorité des cas.

De façon plus particulière, les facteurs de correction ont été calculés et intégrés aux variations des équations (4.21) à (4.27) qui sont présentées plus loin dans le chapitre. Le tableau III qui suit décrit les résultats obtenus.

Signalons que pour la prédiction des variations présente pour la hauteur du ballot ( $H$ ), ce facteur n'est pas nécessaire puisque selon le théorème de la limite centrale, à mesure que le nombre de variables augmente, la distribution se rapproche de celle d'une loi normale centrée sur la moyenne globale. Selon Montgomery [49] et pour des distributions quelconques, une valeur de  $m \geq 100$  est suffisante pour être en mesure de faire l'hypothèse de la normalité de la distribution. Comme pour le calcul de la hauteur

nous faisons intervenir plus de 1000 composantes, l'hypothèse de la normalité de la distribution de  $y$  à été retenue. De plus, le  $C_f$  empirique tel que calculé à l'aide de l'équation (4.11) correspondant à un tel assemblage est d'environ 1,02.

Tableau 3

Facteur de correction des différents paramètres

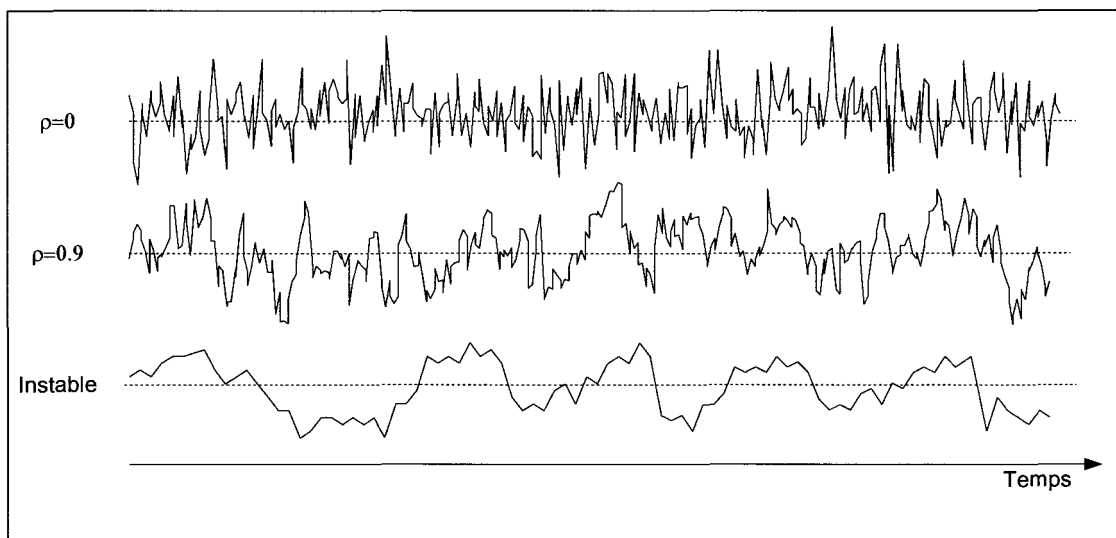
Fonction	$C_f$
Y1	1.24
Y2	1.24
Y3	1.21
Y4	1.21
Y5	1.22
Y6	1.23
Y8	1.21

#### 4.4 Identification des corrélations

##### 4.4.1 Identification générale des corrélations

La corrélation est un phénomène complexe. Des études récentes ont démontré ses conséquences dans l'étude statistique d'un assemblage [19;36]. Il existe deux (2) types : l'auto-corrélation et l'inter-corrélation. L'auto-corrélation est définie comme l'influence d'une valeur  $a_n$  à un moment donné sur la valeur subséquente  $a_{n+1}$ . L'inter-corrélation est définie comme l'influence d'une variable  $a_n$  sur une autre variable  $b_n$  au même instant.

Dans le but de visualiser le phénomène de l'auto-corrélation, le Graphique 4 nous donne un aperçu de trois conditions de séries chronologiques. La première série illustre un procédé sans aucune auto-corrélation, la seconde illustre un procédé avec une très forte auto-corrélation et la dernière illustre une série instable (non ergodique) citée pour des fins de comparaison.



Graphique 4 Illustration de type de série

L'instabilité du processus soustraira tout pouvoir de prédiction à notre modèle. Nous considérons comme hypothèse que les procédés employés dans les batteries LMP ne représentent pas de tels phénomènes. C'est à dire que toutes les procédés de fabrication de la batterie sont stable dans le temps. L'emploi de cartes de contrôle statistique (CSP) nous garantira l'exactitude d'une telle assumption [4].

Quant à l'inter-corrélation, elle est responsable d'un effet *inertiel* sur les données. Le processus se comporte comme un système dynamique de premier ordre avec une constante de temps proportionnelle au niveau d'inter-corrélation. Dans le cas étudié, ce phénomène prend une grande importance car la configuration de la ligne de fabrication

fait en sorte que les films sont découpés et superposés en continu pour former une batterie. L'importance accordée à la précision de l'analyse nous impose donc d'introduire impérativement les effets de corrélation entre les variables<sup>13</sup>.

Pour modéliser un procédé auto régressif AR d'ordre (1)<sup>14</sup>, nous utilisons l'équation réursive suivante :

$$x_i = \mu + \rho(x_{i-1} - \mu) + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.12)$$

Où  $x_i$  est la réponse du procédé au temps  $i$ ,  $\mu$  est la moyenne de la population,  $\rho$  est le coefficient d'auto corrélation et  $\varepsilon_i$  est une variable aléatoire normale avec une moyenne nulle et une variance de  $\sigma^2$ . Selon [25], la variance totale  $\gamma_0$  du procédé avec  $i \rightarrow \infty$  est donnée par :

$$\gamma_0 = \frac{\sigma^2}{1 - \rho^2} \quad (4.13)$$

Dans le présent mémoire, nous disposons d'un nombre relativement grand d'observations dues à la présence de dispositifs pour des mesures automatisées directement installées sur les différentes lignes de production. Nous avons retenu deux (2) méthodes pour estimer le niveau d'auto-corrélation à partir de l'estimation de la variation globale.

---

<sup>13</sup> Chaque millimètre se traduit directement par un 0.4 Ah. (voir section 3.3)

<sup>14</sup> *Autoregressive Moving Average (ARMA) Models* [25] Raid, W. A., Lee, S.J. (2000). Effects of autocorrelation and outliers on two-sided tolerance limits. *Journal of Quality Technology*, 31(3), 286-300.



### ***Méthode 1***

De l'équation (4.13), nous obtenons l'estimation du coefficient d'auto-corrélation.

$$\hat{\rho} = \sqrt{1 - \frac{\hat{\sigma}^2}{S^2}} \quad (4.14)$$

Avec  $S^2$  qui l'estimateur de la variance d'un échantillon donné par l'équation,

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (4.15)$$

Dans ce cas, l'estimation du niveau de la variation  $\hat{\sigma}$  a été obtenue par une analyse de capacité en considérant uniquement les variations inhérentes du procédé sur une courte période de temps. Le calcul a été obtenu par l'estimateur  $\hat{\sigma} = \bar{R} / d_2$  tiré d'une carte de contrôle  $\bar{X} - R$ . Pour plus de détails sur la carte de contrôle et l'estimation de  $\hat{\sigma}$ , nous référons le lecteur à Montgomery [4].

### ***Méthode 2***

Dans cette méthode, nous employons l'estimateur  $\hat{\rho}^*$  donné par Kramer [26] :

$$\hat{\rho}^* = \frac{\sum_{t=2}^n (x_t - \bar{x})(x_{t-1} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2} \quad (4.16)$$

Les données collectées sur les procédés de fabrication ont fournis des valeurs numériques sensiblement proches pour  $\hat{\rho}$  et  $\hat{\rho}^*$ . La justesse de l'estimation peut être expliquée par la grande taille des données disponibles. Le tableau IV résume les différentes corrélations possibles au niveau de la demi-pile.

Tableau 4

Coefficient de corrélation entre diverse composantes

$\rho_{ij}$	$x_{Al_j}$	$x_{CAT_j}$	$x_{SPE_j}$	$x_{Li_j}$	$x_{PP_j}$
$x_{Al_i}$	$\rho_{Al_i-Al_j}$	$\approx 0$	$\approx 0$	$\approx 0$	$\approx 0$
$x_{CAT_i}$		$\rho_{CAT_i-CAT_j}$	0	$\approx 0$	$\approx 0$
$x_{SPE_i}$			$\rho_{SPE_i-SPE_j}$	$\approx 0$	$\approx 0$
$x_{Li_i}$				$\rho_{Li_i-Li_j}$	0
$x_{PP_i}$					$\rho_{PP_i-PP_j}$

$\rho_{Al_i-Al_j}$  Est défini comme le coefficient de corrélation entre l'épaisseur de la couche supérieure et l'épaisseur de la couche inférieure du collecteur de courant (Aluminium).

$\rho_{CAT_i-CAT_j}$  Est défini comme le coefficient de l'auto-corrélation entre l'épaisseur de la couche supérieure et l'épaisseur de la couche inférieure d'une cathode.

$\rho_{SPE_i-SPE_j}$  D'une manière similaire, est le coefficient de l'auto-corrélation entre les couches inférieure et supérieure du SPE dans une cathode ( $j = i - 1$ ).

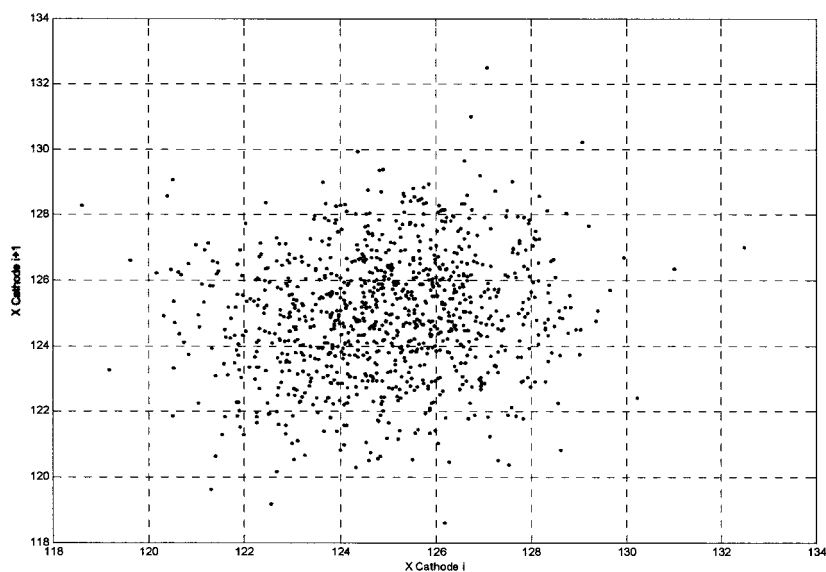
$\rho_{Li_i-Li_j}$  Est défini comme le coefficient de corrélation entre la couche  $i$  et la couche  $j$  du lithium ( $j = i - 1$ ).

$\rho_{PP_i-PP_j}$  Est défini comme le coefficient de corrélation entre la couche  $i$  et la couche  $j$  de polypropylène ( $j = i - 1$ ).

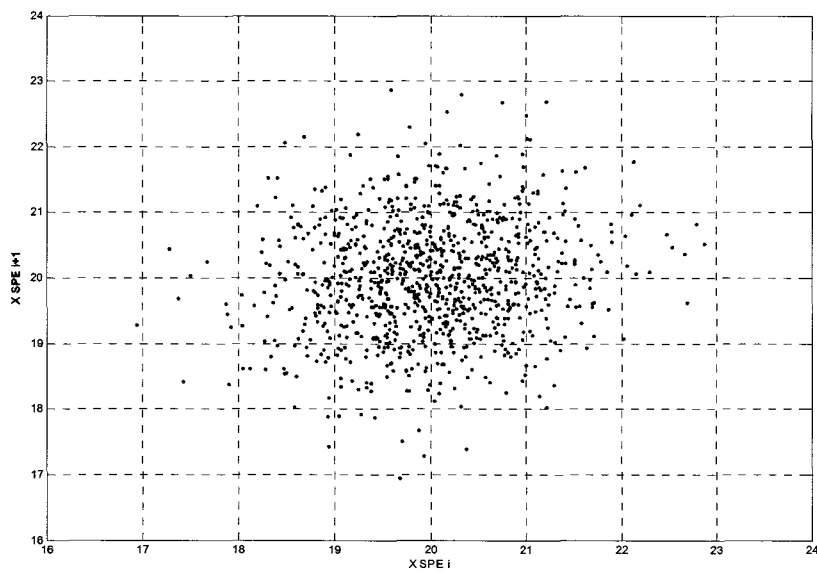
Comme on peut le constater dans le tableau précédent, l'hypothèse de l'absence de corrélation entre les matériaux différents a été retenue. Cette hypothèse est tout à fait justifiée puisque les composantes sont fabriquées par des machines différentes, à des endroits différents et avec des matériaux différents.

Pour les inter-corrélations entre la cathode et le SPE ( $\rho_{CAT_i-SPE_j}$ ), elles seront négligées puisque le début du rouleau de l'électrolyte (SPE) correspond à la fin du rouleau pour la cathode. En d'autres termes, les matériaux qui entrent dans la composition d'un film, ne sont pas fabriqués au même moment.

Pour connaître les valeurs des différentes corrélations, des données expérimentales *in situ* ont été prises. Le Graphique 5 illustre un exemple des résultats pour la cathode et le SPE. Ces deux procédés présentent à eux seuls la majeure contribution à la variation ( $\geq 85\%$  de  $\sigma_y$ ). Le tableau 5 résume les résultats obtenus. Ils démontrent que, dans le cas étudié, les corrélations ne peuvent être négligées. Leurs effets sont significatifs sur l'étude.



Graphique 5 Nuage des données  $x_{CAT_i}, x_{CAT_{i-1}}$  pour la cathode



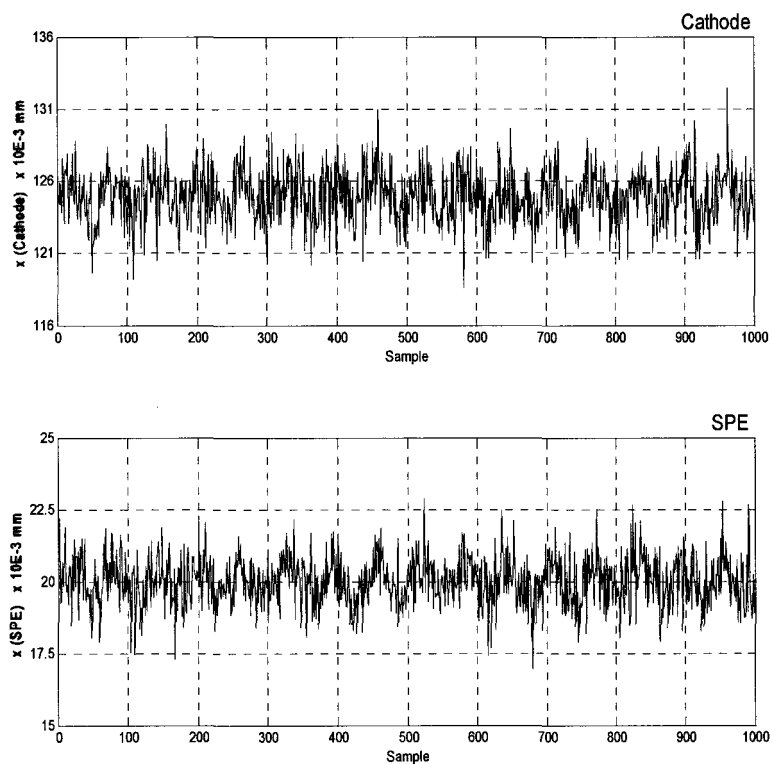
Graphique 6 Nuage des données  $x_{SPE_i}, x_{SPE_{i-1}}$  pour le SPE

Tableau 5

Coefficient de corrélation entre diverses composantes

$\rho_{ij}$	$x_{Al_j}$	$x_{CAT_j}$	$x_{SPE_j}$	$x_{Li_j}$	$x_{PP_j}$
$x_{Al_i}$	$\approx 0.93$ ( $\pm 0.07$ )	0	0	0	0
$x_{CAT_i}$		$\approx 0.50$ ( $\pm 0.08$ )	0	0	0
$x_{SPE_i}$			$\approx 0.86$ ( $\pm 0.03$ )	0	0
$x_{Li_i}$				$\approx 0.01$ ( $\pm 0.02$ )	0
$x_{PP_i}$					$\approx 0.82$ ( $\pm 0.05$ )

L'incertitude sur l'estimation a été exprimée sur seuil de confiance de 95% [4]



Graphique 7 Graphique temporel cathode - SPE

#### 4.4.2 Exemple de simulations selon le modèle statistique

Une simulation numérique du modèle nous a permis de mettre l'accent sur l'importance l'auto-corrélation des films. Évidemment, vouloir modifier le niveau de la corrélation d'un procédé n'est pas envisageable.

En effet, chaque procédé, pour des raisons propres à sa morphologie, possède une constante de temps qui n'est pas facilement maîtrisable. Par exemple, dans le cas du procédé de laminage du lithium, les contrôleurs sont relativement agiles, impliquant une petite constante de temps (temps de réaction), ce qui se traduit à son tour par un procédé avec très peu d'auto-corrélation.

Par contre, dans le cas du procédé d'enduction de la cathode, la présence d'une cuve de mélange, la période du transfert de la matière et l'inertie thermique de l'ensemble sont tous des facteurs qui assurent à ce système dynamique une grande constante de temps (un long délais de réaction). D'où un effet inertiel responsable de l'auto-corrélation.

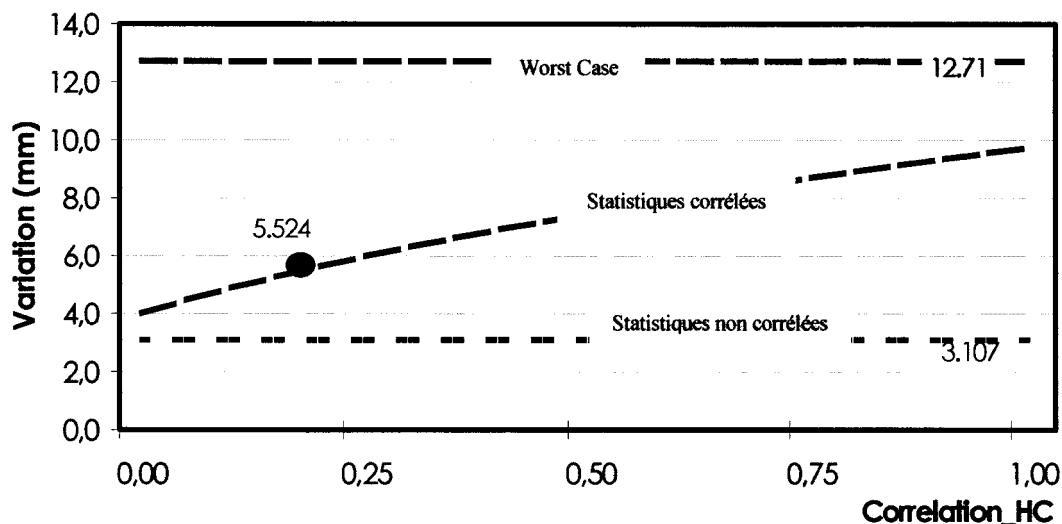
Le graphique 8 illustre l'importance de la corrélation au niveau de la demi-pile versus les résultats de la variation finale de l'assemblage. Le niveau de variation a été calculé sur la base d'un intervalle correspondant à 99.73% des données selon les recommandations du comité ISO 312<sup>15</sup>. Comme on peut le constater, une variation du niveau de la corrélation (HC dans le cas étudié), se traduit par un accroissement du niveau de variation (d'environ 4,00 mm jusqu'à 9,77mm).

Le cercle rouge illustré sur le graphique 8 correspond à une mesure réelle du comportement du procédé (datée : 2005-07-04). Ceci démontre la justesse de notre

---

<sup>15</sup>  $\pm 3\sigma$  ou  $C_{pk} = 1$ .

démarche. Le point, identifié par un cercle, illustre le niveau de variation qui correspond aux données expérimentales utilisées lors de cette étude.



Graphique 8 Illustration de l'influence de la corrélation *HC*

## 4.5 Modèle analytique de la propagation des variations

### 4.5.1 Étude des variations de la hauteur de la batterie

Au chapitre 3, nous avons effectué la modélisation de la hauteur nominale de la batterie aux équations (3.1) à (3.5). Nous avons substitué ces dernières dans le modèle statistique modifié (4.8) pour étudier la propagation des variations des épaisseurs des composantes électrochimiques de la batterie LMP.

Au niveau de la demi-pile (*Half Cell*), la variance résultante s'exprime comme :

$$\sigma_{s_{HC}}^2 = \sigma_{A1}^2 + 2 (1 + \rho_{CAT}) \sigma_{CAT}^2 + 2 (1 + \rho_{SPE}) \sigma_{SPE}^2 \quad (4.17)$$



Comme nous l'avons mentionné antérieurement, la *HC* est composé d'un feuilard d'aluminium, de deux (2) feuilards de cathode ainsi que de deux (2) feuilards d'électrolyte.

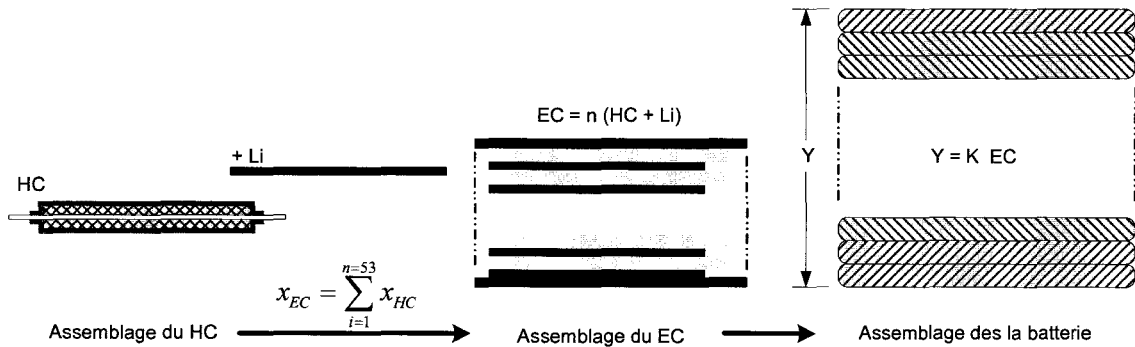


Figure 12 Schématisation de la batterie

À l'aide de la variation calculée (4.17) pour la *HC*, nous poursuivons l'analyse en suivant la séquence d'assemblage de la demi-pile aux autres composantes nécessaires pour fabriquer les cellules électriques (ECs). À leur tour, ces dernières sont empilées successivement et sans interruption pour former une batterie telle qu'illustré à la Figure 12. Nous obtenons l'équation (4.18) qui met en évidence l'influence de chaque source de dispersion.

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 = & k n \sigma_{Li}^2 + k n \sigma_{HC}^2 + 2 k \sigma_{PP}^2 + \rho_{Li} k n (k n - 1) \sigma_{Li}^2 + \\ & \rho_{HC} k n (k n - 1) \sigma_{HC}^2 + 2 \rho_{PP} k (2 k - 1) \sigma_{PP}^2 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Un examen rapide de la dernière équation nous permet de constater les éléments suivants :

- Dans le cas d'une absence totale du phénomène d'auto-corrélation ( $\rho = 0$ ), la variance résultante est proportionnelle au nombre totale des couches.

$$\sigma_y^2 \propto k n$$

- Dans le cas où l'auto-corrélation ne peut être négligée ( $\rho \neq 0$ ), la variance résultante est plutôt proportionnelle au carrée du nombre de couches.

$$\sigma_y^2 \propto (k n)^2$$

- À la limite théorique de  $\rho \rightarrow 1$ , il est facile de démontrer que l'équation (4.19) devient :

$$\sigma_y^2 = (k n)^2 \sigma_{Lu}^2 + (k n)^2 \sigma_{HC}^2 + 4 k^2 \sigma_{PP}^2 \quad (4.20)$$

La précédente équation se rapproche du cas limite de la méthode *Worst Case*. En d'autres termes, la présence de l'auto-corrélation nous ramène à un cumul de tolérances selon l'approche limites avec tous les inconvénients qui en découlent. Encore une fois, les relations ci-haut démontrent l'importance du phénomène.

À ce stade, nous avons développé un modèle cohérent et efficient pour exprimer le niveau de variation de la hauteur de la batterie. Ce modèle sera exploité ultérieurement pour mieux maîtriser le comportement global de la hauteur de la batterie ce qui nous permet d'atteindre notre objectif de maximiser l'énergie dans un espace prédéfini.

#### 4.5.2 Variation affectant les courts-circuits

Concernant les courts-circuits, l'approche sera similaire à celle de la hauteur, à l'unique différence qu'on déterminera la probabilité (occurrence) que deux composantes entrent en contact dans une batterie. Les équations pour les opportunités de défaillance ont été décrites au paragraphe 3.2.2. Les variables contrôlables ( $X_i$ ) sont considérées comme indépendantes (différents procédés).

Les équations (4.1) à (4.6) fournissent le cadre théorique de notre approche. À chaque scénario, nous développeront le modèle variationnel et nous exprimerons la défaillance en terme d'occurrence en (*ppm*) en se basant sur la distribution normale. Ainsi, les concepteurs de la batterie auront un outil pour évaluer le risque encouru en fonction des paramètres des procédés de fabrication et d'assemblage de la batterie.

##### 4.5.2.1 Contact lithium - cathode (gauche)

La variation globale pour le premier cas est le contact possible entre le lithium et la cathode du côté gauche du laminé. Pour cette possibilité de court-circuit, la variance de  $Y_1$  sera définie par :

$$\sigma_{Y1}^2 = (\sigma_{X5}^2 + \frac{\sigma_{X6}^2}{2} + \sigma_{X3}^2 + \frac{\sigma_{X4}^2}{2}) \quad (4.21)$$

#### 4.5.2.2 Contact lithium - cathode (droite)

La seconde possibilité de court-circuit est la possibilité de contact entre le lithium et la cathode du côté droit du laminé. Pour cette possibilité de court-circuit, la variance de  $Y_2$  sera définie par :

$$\sigma_{Y_2}^2 = (\sigma_{X_3}^2 + \frac{\sigma_{X_4}^2}{2} + \sigma_{X_5}^2 + \frac{\sigma_{X_6}^2}{2}) \quad (4.22)$$

#### 4.5.2.3 lithium – collecteur (Contact gauche)

La troisième possibilité de court-circuit serait créée par un contact entre le lithium et le collecteur de courant du côté gauche. Pour cette possibilité de court-circuit, la variance de  $Y_3$  sera définie par

$$\sigma_{Y_3}^2 = (\sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_5}^2 + \frac{\sigma_{X_6}^2}{2} + \sigma_{X_9}^2 + \sigma_{X_{10}}^2) \quad (4.23)$$

#### 4.5.2.4 Contact lithium – collecteur (droite)

La dernière possibilité de court-circuit serait créée par un contact entre le lithium et le collecteur de courant du côté droit. La variance de  $Y_4$  sera définie par :

$$\sigma_{Y_4}^2 = (\sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_5}^2 + \frac{\sigma_{X_6}^2}{2} + \sigma_{X_7}^2 + \sigma_{X_8}^2) \quad (4.24)$$

#### 4.5.2.5 Non recouvrement lithium - cathode

Dans une moindre importance, trois autres possibilités de défaillance ont été définies afin de contraindre de façon adéquate les dimensions composants un laminé. Le premier est la possibilité que le lithium ne couvre pas la surface totale de la cathode. Cette occurrence affecte de façon directe la capacité de la batterie mais n'a aucune incidence sur la sécurité du produit. La variance de  $Y_5$  sera définie par :

$$\sigma_{Y_5}^2 = (\sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_3}^2 + \frac{\sigma_{X_4}^2}{2} + \sigma_{X_9}^2 + \sigma_{X_{10}}^2) \quad (4.25)$$

#### 4.5.2.6 Contact entre l'électrolyte et l'aluminium nu

Une autre occurrence survient lorsque l'électrolyte vient en contact direct avec l'aluminium du collecteur de courant, causant de la corrosion qui affecte les performances de la batterie. La variance de  $Y_6$  sera définie par :

$$\sigma_{Y_6}^2 = (\sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_5}^2 + \frac{\sigma_{X_6}^2}{2}) \quad (4.26)$$

#### 4.5.2.7 Surépaisseur causée par un chevauchement entre la cathode et la bandelette

La dernière occurrence nécessaire au bon fonctionnement de la batterie est l'éventualité que la bandelette se positionne par dessus la cathode causant une surépaisseur au niveau

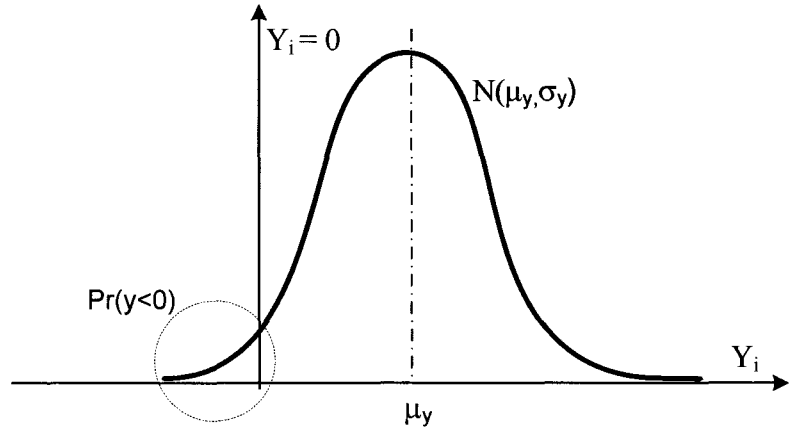
de la pile, ne permettant pas l'assemblage de celle-ci. La variance de  $Y_8$  sera définie par :

$$\sigma_{Y_8}^2 = (\sigma_{X_7}^2 + \sigma_{X_8}^2 + \sigma_{X_2}^2 + \sigma_{X_3}^2 + \frac{\sigma_{X_6}^2}{2}) \tag{4.27}$$

Comme nous l'avons mentionné à la section 4.3, nous n'avons pas pu prouver la normalité de la distribution. L'utilisation d'un facteur de correction consiste à multiplier la variance du critère sélectionné par son facteur de correction spécifique.

$$\sigma'_{yi} = C_{fi} \times \sigma_{yi} \tag{4.28}$$

Pour évaluer les probabilités de défaillance, nous référerons au graphique ci-dessous.



Graphique 9 Évaluation des probabilités de défaillances

Avec

$\mu_y$  La moyenne de la distribution

- $\sigma_y$  L'écart type de la distribution  
 $Y_i = 0$  La limite de défaillance  
 $\Pr(y < 0)$  La probabilité de défaillance

#### 4.6 Incertitude de la capacité

Le présent paragraphe est consacré à l'évaluation de l'incertitude de la capacité énergétique de la batterie. Le modèle général de la capacité est :

$$C = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (4.29)$$

Étant donné que l'équation de la capacité est non linéaire, nous devons la ramener sous une forme polynomiale qui approximera l'équation réelle au voisinage de la capacité nominale  $C_0 = f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ .

$$C \approx C_0 + P_1 x_1 + P_2 x_2 + \dots + P_n x_n \quad (4.30)$$

Dans cette équation, le coefficient  $P_i$  est le « poids » de la variable  $x_i$ . Il exprime le degré d'influence de  $x_i$  sur le résultat  $C$ . Comme le modèle numérique est déjà construit et que l'équation (4.29) est très complexe, nous avons décidé de procéder par simulation numérique pour déterminer des approximations numériques des valeurs de  $P_i$ . L'équation suivante détermine le  $P_i$ ;

$$P_i = \frac{\Delta C}{\Delta x_i} = \frac{C_{\text{Nominal}} - C}{x_{\text{Nominal}} - x_i} \quad (4.31)$$

Ainsi, on arrive avec une variation finale de la capacité exprimée de la façon suivante :

$$\sigma_C^2 = \sum_{i=1}^n P_i^2 \sigma_i^2 \quad (4.32)$$

En appliquant une faible variation pour un paramètre sur le résultat final tel que l'équation (4.33) le suggère, on trouve le poids relatif de cette variable. On utilise par la suite l'équation (4.34) pour trouver la variance de ce paramètre. On répète ensuite le même processus pour chacun des paramètres. Le tableau suivant illustre les résultats du poids respectif de chacune des paramètres ayant un impact sur la capacité finale ainsi que l'écart type de la composante.



Tableau 6

Poids et variation des paramètres de la capacité

<b>Variable</b>	<b>P<sub>i</sub></b>	<b>Écart type</b>
<i>P<sub>Épaisseur</sub></i>	1.432	0.500
<i>P<sub>Longueur</sub></i>	0.241	0.250
<i>P<sub>Largeur</sub></i>	0.636	0.250
<i>P<sub>DLVO</sub></i>	0.010	2.500
<i>P<sub>DKTJ</sub></i>	0.001	2.500
<i>P<sub>DPOLY</sub></i>	0.042	2.500
<i>P<sub>DÉNERGÉTIQUE</sub></i>	0.290	1.250
<i>P<sub>RATING</sub></i>	1.109	0.125
<i>P<sub>PBLVO</sub></i>	2.000	0.125
<i>P<sub>PLVO</sub></i>	1.000	0.125
<i>P<sub>PPORO</sub></i>	-0.903	0.375
<i>Consommation batterie</i>	1.003	0.125
<i>Total</i>		0.950

Ainsi, on peut conclure que la consommation globale de la batterie aura une variation de  $\pm 3.8$  Ah soit  $\pm 4\sigma$ . Toute autre configuration devra être analysée de la même façon afin de connaître sa propre variation.

#### 4.7 Conclusion

Le modèle de propagation de la variation de la batterie a été élaboré et construit dans le cas de la hauteur de la batterie, des occurrences de courts-circuits et de la capacité énergétique.

Pour des raisons économiques, l'approche *Statistique* a été retenue. Comme plusieurs hypothèses nécessaires à cette approche ne peuvent être rencontrées, elle a fait l'objet de nombreuses améliorations qui ont été présentées dans le présent chapitre. Nous avons démontré l'importance capitale du phénomène de l'auto-corrélation entre les différents films dans la propagation des variations.

## CHAPITRE 5

### MÉTHODOLOGIE D'AMÉLIORATION ET DE CONTRÔLE

#### 5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous proposerons une nouvelle méthode pour améliorer les performances de la batterie et pour permettre un contrôle accru et efficace sur les paramètres clés des procédés de fabrication. En réalisant cet objectif, nous répondrons aux mandats qui nous ont été donnés par Avestor<sup>16</sup>.

Nous adoptons dans notre formalisme une approche qui se veut la plus générale possible ; une distribution quelconque, une valeur cible qui n'est pas nécessairement confondue avec la moyenne et la présence de corrélation. Nous prétendons améliorer le contrôle des procédés par rapport aux méthodes employées actuellement. Cette méthode sera en lien étroit avec les indices de capabilité des procédés ( $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$ ,  $C_c$ , ...) qui sont utilisés dans l'industrie et qui seront accessibles aux concepteurs et aux responsables de la production. De cette façon, cette méthode devrait être à la fois représentative, générale et simple à utiliser.

---

<sup>16</sup> Signalons qu'actuellement, le contrôle statistique chez Avestor se limite aux cartes de contrôle ( $\bar{X} - R$ ).

## 5.2 Modèle mathématique général

Les équations (4.5) et (4.6) décrivent le comportement stochastique de la variable  $y$ . L'équation (4.5) décrit le comportement de l'espérance et (4.6) celle de la variance. L'idée principale et originale de ce chapitre se trouve dans la conversion des précédentes équations en employant les indices de capabilité dits de la deuxième génération. En effet, avec l'implantation des normes de management de la qualité, d'assurance qualité et des méthodologies d'amélioration continue (Six Sigma®), les entreprises disposent aujourd'hui d'une meilleure information sur les capacités réelles de leurs procédés. Généralement, ces valeurs sont communiquées périodiquement par des indices de capacité normalisés issus la première génération :  $C_p, C_{pk}$ .

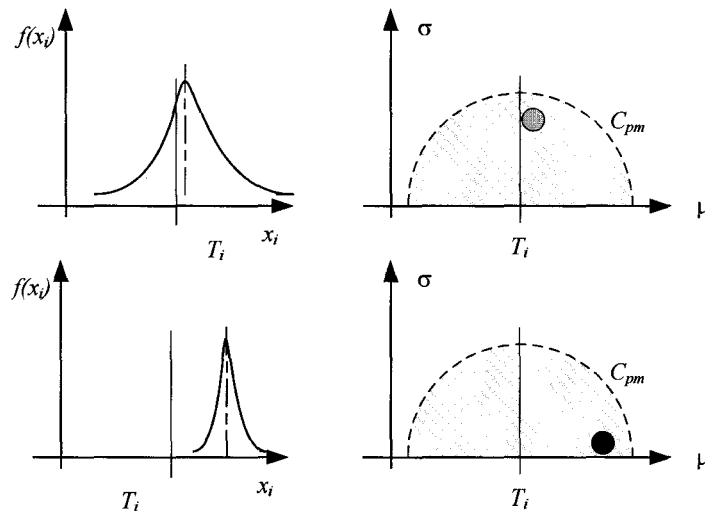
Nous avons privilégié dans notre démarche l'usage de l'indice  $C_{pm}$  parce qu'il est fortement lié à la *fonction perte* de Taguchi [5;50]. Cette fonction nous permet de tenir compte d'un optimum désiré ou souhaité (*Target Value, T*)<sup>17</sup>. Également, nous avons aussi privilégié l'usage des indices de centrage  $C_{cu}$  et  $C_{cl}$  pour tenir compte de la position réelle de chaque procédé. Nous démontrons que l'emploi de tels indices est indispensable dans le cas des procédés corrélés. Ce résultat spécifique a fait l'objet d'une publication dans une conférence [19].

Le Graphique 8 illustre schématiquement ce phénomène. Une variable  $x_i$  peut, tout en respectant une valeur minimale pour son indice  $C_{pm}$  [51], être relativement éloignée de sa valeur cible  $T_i$ . En d'autres mots, pour un  $C_{pm}$  donné, il est possible que la moyenne soit sensiblement éloignée de la valeur cible. Par conséquent, le résultat global ( $y$ , la

---

<sup>17</sup> La valeur désirée (valeur cible) n'est pas nécessairement confondue avec la valeur médiane de la tolérance.

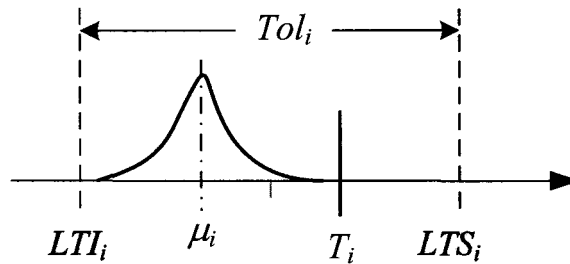
hauteur de la batterie) peut être sensiblement décalé de sa valeur cible avec une baisse dans les performances recherchées. L'utilisation des indices  $C_{cu}$  et  $C_{cl}$  nous procurera les outils de contrôle nécessaires pour tenir compte de tels phénomènes.



Graphique 10 Exemple de différentes positions de procédé pour différents  $C_{pm}$

### 5.2.1 Étude de l'espérance

Nous utilisons les définitions suivantes :  $(LTS_i, LTI_i)$  sont respectivement, les limites supérieures et inférieures de la  $i^{\text{ème}}$  caractéristique. La tolérance permise est définie comme  $Tol_i = LTS_i - LTI_i$ .  $T_i$  est la valeur cible (qui n'est pas nécessairement la moyenne) et  $\mu_i$  est la moyenne actuelle de la variable  $x_i$ .



Graphique 11 Terminologie des paramètres d'une composante

Si on considère les indices de localisation de la  $i^{\text{ième}}$  caractéristique ( $C_{cu}^{(i)}, C_{cd}^{(i)}$ ) et l'indice de la capacité potentielle ( $C_p^{(i)}$ ) ;

$$\begin{aligned}
 C_{cu}^{(i)} &= \frac{\mu_i - T_i}{lts_i - T_i} \\
 C_{cd}^{(i)} &= \frac{T_i - \mu_i}{T_i - lti_i} \\
 C_p^{(i)} &= \frac{lts_i - lti_i}{6\sigma_i} = \frac{tol_i}{6\sigma_i}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Alors la moyenne  $\mu_i$  s'écrit comme :

$$\mu_i = T_i \left( 1 - \frac{1}{2} (C_{cu}^{(i)} + C_{cd}^{(i)}) \right) + \frac{1}{2} (lts_i \times C_{cu}^{(i)} + lti_i \times C_{cd}^{(i)}) \tag{5.2}$$

Nous avons maintenu l'usage des deux indices de capacité  $C_{cu}^{(i)}$  et  $C_{cd}^{(i)}$  dans le but de maintenir la généralité de l'approche. Si le requis est bilatéral (la valeur cible sera confondue avec la médiane), alors la relation précédente devient :

$$\mu_i = T_i + \frac{tol_i}{2} \times (C_{cu}^{(i)} + C_{cl}^{(i)}) \quad (5.3)$$

La substitution de l'équation (5.2) dans l'équation de la moyenne globale nous donne :

$$\begin{aligned} \mu_y = \sum_{i=1}^N P_i \left[ T_i \left( 1 - \frac{1}{2} (C_{cu}^{(i)} + C_{cl}^{(i)}) \right) + \frac{1}{2} (lts_i \times C_{cu}^{(i)} + lti_i \times C_{cl}^{(i)}) \right] \\ + \sum_{i=1}^N \sum_{j>i}^N P_{ij} \rho_{ij} \left( \frac{tol_i}{6C_p^{(i)}} \right) \left( \frac{tol_j}{6C_p^{(j)}} \right) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Cette dernière équation sera utilisée dans notre programme pour prédire le comportement de la moyenne de chacune des caractéristiques nécessaires à la modélisation.

### 5.2.2 Étude de la variance

L'indice de capabilité ( $C_{pm}$ ) de la  $i^{ième}$  caractéristique est défini comme [30;50;51] :

$$C_{pm} = \frac{lts_i - lti_i}{6\tau_i} \quad (5.5)$$

Avec la définition d'une *inertie* du procédé  $\tau_i = \sqrt{\sigma_i^2 + (\mu_i - T_i)^2}$  [34;35], nous pouvons réécrire l'équation précédente comme :

$$\sigma_i^2 = \left( \frac{tol_i}{6C_{pm}} \right)^2 - (\mu_i - T_i)^2 \quad (5.6)$$

Également, à partir des équations (5.1), nous pouvons écrire :

$$C_{cu} \times C_{cl} = \frac{-(\mu - T)^2}{(lts - T)(T - lti)} \quad (5.7)$$

Comme nous l'avons mentionné précédemment, nous devons considérer dans notre étude, en plus des phénomènes de décentrage, l'influence de la corrélation [19;36]. Dans le cas d'une chaîne linéarisée et en substituant les équations (5.6) et (5.7) dans l'équation (4.7), la variance résultante s'écrit comme :

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 = & \sum_{i=1}^n p_i^2 \cdot \left( \frac{tol_i^2}{(6C_{pm}^{(i)})^2} + C_{cu}^{(i)} C_{cl}^{(i)} (lts_i - T_i)(T_i - lti_i) \right) + \\ & 2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j>i}^N p_i \cdot p_j \cdot \rho_{ij} \cdot \sqrt{\left( \frac{tol_i^2}{(6C_{pm}^{(i)})^2} + C_{cu}^{(i)} C_{cl}^{(i)} (lts_i - T_i)(T_i - lti_i) \right)} \\ & \cdot \sqrt{\left( \frac{tol_j^2}{(6C_{pm}^{(j)})^2} + C_{cu}^{(j)} C_{cl}^{(j)} (lts_j - T_j)(T_j - lti_j) \right)} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Dans un but de simplification, nous avons considéré que la valeur cible  $T$  est confondue avec la valeur médiane. L'équation **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** peut être simplifiée en introduisant des fonctions normalisées  $\kappa_i$  et  $\eta_i$  qui sont propres au comportement du procédé ( $i$ ) comme :

$$\kappa_i = \frac{1}{6C_{pm}^{(i)}} \quad (5.9)$$

$$\eta_i = \frac{1}{2} \sqrt{C_{ct}^{(i)} C_{cu}^{(i)}} \quad (5.10)$$

Après simplification, l'équation **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** s'écrit alors comme :

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^n \left( p_i^2 \cdot (\kappa_i^2 + \eta_i^2) \cdot tol_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^N \sum_{j>i}^N \rho_{ij} \cdot \left[ p_i \cdot tol_i \cdot \sqrt{\kappa_i^2 + \eta_i^2} \right] \cdot \left[ p_j \cdot tol_j \cdot \sqrt{\kappa_j^2 + \eta_j^2} \right] \right) \quad (5.11)$$

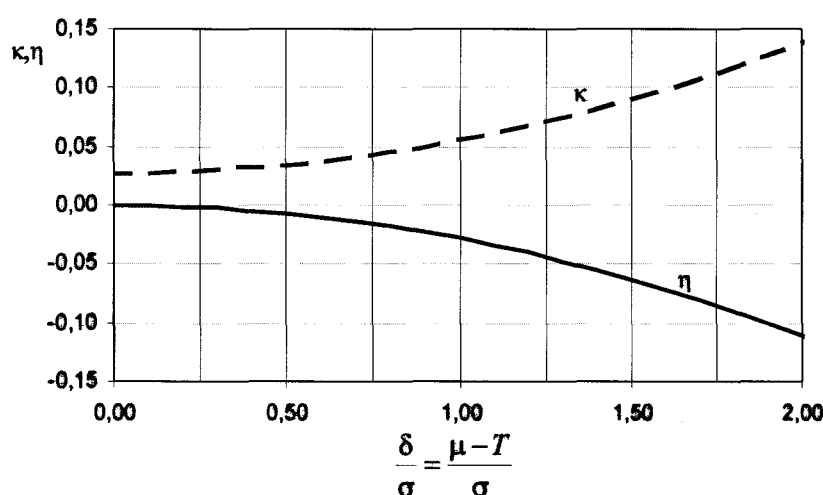
Le graphique 10 illustre le comportement des fonctions  $\kappa_i$  et  $\eta_i$  en fonction de la position du procédé par rapport à la valeur cible (pour le graphique nous avons considéré un procédé normal, centré et une variance unitaire).

Signalons que la fonction  $\eta_i$  exprime uniquement l'influence d'une déviation  $\delta_i = \mu_i - T_i$  sur  $\sigma_y^2$ . Quant à la fonction  $\kappa_i$ , elle exprime conjointement l'influence de la position  $\delta_i$  et l'influence de  $\sigma_{x_i}^2$ . La fonction  $\kappa_i$  reflète, en utilisant d'autres termes mathématiques, l'influence de l'inertie du procédé tel que proposé par Pillet [34;35]. Or, l'équation (5.11) démontre que ceci n'est pas suffisant dans le cadre général. Par ailleurs, la variance résultante est proportionnelle à une combinaison quadratique des terme  $\eta_i^2$  et  $\kappa_i^2$ .

$$\sigma_y^2 \propto (\kappa_i^2 + \eta_i^2) \quad (5.12)$$



La seule condition pour que le modèle inertiel demeure valide et cohérent est de limiter les déviations à des petites valeurs. Par exemple, pour de petites déviations (de l'ordre  $\delta \leq 0.25 \sigma$ ), la fonction  $\eta_i$  est quasi nulle. Par contre, au delà de cette valeur, l'influence de la position ne peut être négligée sans affecter la justesse des résultats.

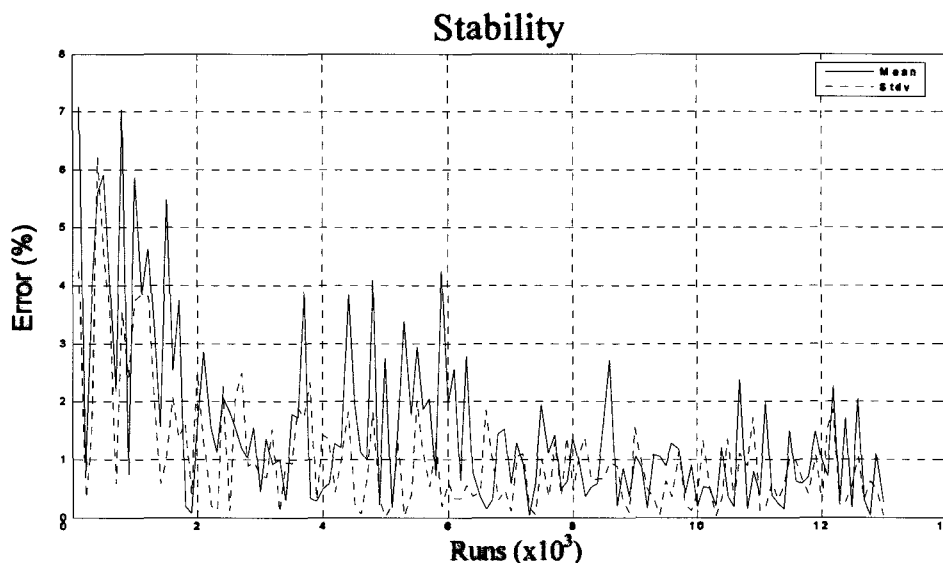


Graphique 12 Comportement des fonctions  $\kappa_i$  et  $\eta_i$  en fonction du décentrage

### 5.3 Exemple numérique

Pour explorer l'efficacité et la justesse de la méthode proposée, nous avons choisi en premier lieu un assemblage simple (une chaîne de cotes à 4 variable) avant de le généraliser sur le modèle de la batterie. Une simulation *Monte-carlo* a été effectuée pour reproduire le comportement stochastique de chaque variable en tenant compte des distributions et des différents paramètres qui y sont rattachés (moyenne, variance et corrélation). Cette méthode de simulation s'adapte à tous les cas de l'étude. Toutefois, elle nécessite un nombre important de calculs pour obtenir des résultats satisfaisants. Une analyse de stabilité a été effectuée pour s'assurer de la convergence de la méthode.

Il a été décidé dans notre cas qu'un échantillon de 12000 simulations est suffisant pour garantir une erreur globale inférieure à 1%<sup>18</sup>. Le résultat de la simulation de *Monte-carlo* a été considéré comme référence (étalon) auquel chacune des méthodes a été comparée.



Graphique 13 Erreur d'estimation ( $\hat{\mu}, \hat{\sigma}$ ) en fonction de nombre de simulation  
( $\rho = 0.95$ )

Pour comparer les performances de la méthode proposée, nous avons sélectionné trois méthodes employées dans le domaine et nous avons effectué des comparaisons quantitatives sur les résultats obtenus. Le but évident visé par cette comparaison est d'appuyer nos conclusions.

---

<sup>18</sup> Le nombre de données nécessaire pour démontrer une stabilité et une précision  $\leq 1\%$  est proportionnel à  $\propto 1/(1-\rho)$ . Le nombre proposé précédemment présente le cas extrême rencontré au cours de ce projet ( $\rho = 0.95$ )

### 5.3.1 “Simplified Root Sum Square method”

Dans cette méthode [31-33] les variables sont considérées comme indépendantes et non corrélées. Elle est basée sur l’expression analytique de la série de *Taylor* d’une fonction  $y$  en retenant uniquement les termes d’ordre  $O\{1\}$ . Le premier et le deuxième moment, c’est-à-dire la valeur moyenne  $\mu_y$  et la variance  $\sigma_y^2$  s’expriment simplement par;

$$\mu_y = \sum_{i=1}^N p_i \mu_i \quad (5.13)$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^N p_i^2 \cdot \sigma_i^2 \quad (5.14)$$

où  $p_i$  est le poids de la variance  $\sigma_i^2$ . Avec les espérances  $\mu_i$  et les variances  $\sigma_i^2$  des variables  $x_i$ , cette méthode est simple et facile à utiliser. Il suffit d’avoir les bonnes estimations pour  $\mu_i$  et  $\sigma_i^2$  de chacune des caractéristiques qui influencent la fonction  $y$ . Dans cette méthode, nous avons utilisé les estimateurs bien connus :

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_{k=1}^N x_k}{N} \quad (5.15)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{k=1}^N (x_k - \hat{\mu})^2}{N-1} \quad (5.16)$$

où  $N$  est le nombre de variable à évaluer. Nous avons démontré que, dans le cas spécifique d'une absence de corrélation, le modèle proposé dans le présent chapitre nous conduit à des résultats sensiblement identiques aux résultats de cette méthode.

### 5.3.2 Méthode des indices de capabilités $C_p$ et $C_{pk}$

Cette méthode est employée pour exprimer le comportement de  $y$  en fonction des indices de capabilité  $C_p$  et  $C_{pk}$  de chacune des composantes  $x_i$ . Dans l'article de Harry [52], on propose l'équation suivante pour exprimer la variance d'un assemblage mécanique quelconque.

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^N p_i^2 \cdot \sigma_i'^2 = \sum_{i=1}^N p_i^2 \cdot \left( \frac{(tol_i / 2) - T_i}{3C_{pk_i}} \right)^2 \quad (5.17)$$

Le terme  $\sigma'$  désigne ici un écart type ajusté qui tient compte de la déviation  $\delta$  par rapport à la valeur moyenne. Il est à noter que de cette équation, on peut obtenir l'équation originale (5.11) lorsque les tolérances sont symétriques et lorsque les procédés sont parfaitement centrés ( $\eta_i = 0$ ).

### 5.3.3 Méthode des tolérances inertielles

Cette méthode, développée par M. Pillet [35], repose sur la fonction de coût de *Taguchi* [53]. Dans ce cas, la déviation de la valeur réelle par rapport à la valeur cible  $T_i$  de la

variable  $x_i$  est directement associée à la fonction perte  $L$ . En effet, cette dernière est définie [34] comme proportionnelle au carré de la variation :

$$L_i = K_i \left( \sigma_i^2 + (\mu_i - T_i)^2 \right) = K_i \left( \sigma_i^2 + \delta_i^2 \right) = K_i \cdot I_i \quad (5.18)$$

Où  $K_i$  est le coefficient de proportionnalité,  $\sigma_i^2$  est la variance de  $x$  et  $\mu_i$  est la valeur moyenne de  $x$ .  $I_i$  est la déviation quadratique par rapport à la cible qui représente les critères d'écart ( $\delta$ ) et de dispersion ( $\sigma$ ). Cette quantité se comporte comme une inertie, c'est-à-dire que l'erreur est faible pour de petit écart, alors qu'elle devient très grande pour un écart plus important. En pratique, on cherche à minimiser cette inertie afin d'obtenir une erreur faible. On passe donc d'une approche traditionnelle où un certain pourcentage des valeurs de la résultante doit être compris entre deux valeurs limites à une logique de centrage sur la valeur cible plus en harmonie avec le concept de la fonction perte et par conséquent, avec les objectifs d'optimisation du procédé. Cette méthode suppose que les valeurs moyennes sont distribuées aléatoirement. Pillet [34;35] dans ces articles nous mentionne que tous les types de distributions sont acceptés par cette méthode. Dans le cas d'une étude de cumul linéaire de variables indépendantes, les inerties s'additionnent, ce qui simplifie l'étude. Dans ce cas, on peut écrire que :

$$\delta_y = \sum_{i=1}^N p_i \delta_i \quad (5.19)$$

$$I_y = \sum_{i=1}^N p_i^2 \cdot I_{x_i} + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j>i}^N \rho_{ij} \cdot p_i \cdot p_j \cdot \delta_i \cdot \delta_j \quad (5.20)$$

ici,  $p_i$  et  $p_j$  sont respectivement le poids de la variable  $i$  et  $j$ , alors que  $\rho_{ij}$  est la corrélation entre les variables  $i$  et  $j$ .

#### 5.4 Étude de cas et résultats numériques

Nous considérons le cas simple d'un assemblage mécanique linéaire de quatre composantes (voir Figure 13). Dans cet exemple, nous considérons une fonction linéaire et nous assumons comme première hypothèse, que les procédés de fabrication sont différents. Par conséquent, aucune corrélation ne sera retenue entre les variables  $x_i$  pour les premières analyses.

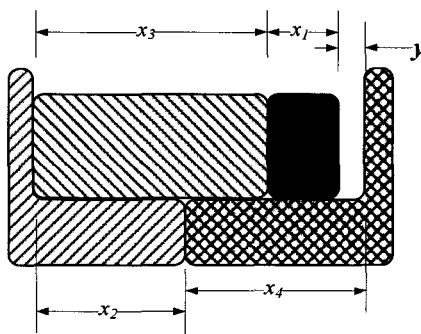


Figure 13 Illustration de l'assemblage mécanique

L'étude de cette chaîne de cote nous donne l'équation :

$$y = x_3 + x_4 - (x_1 + x_2) \quad (5.21)$$

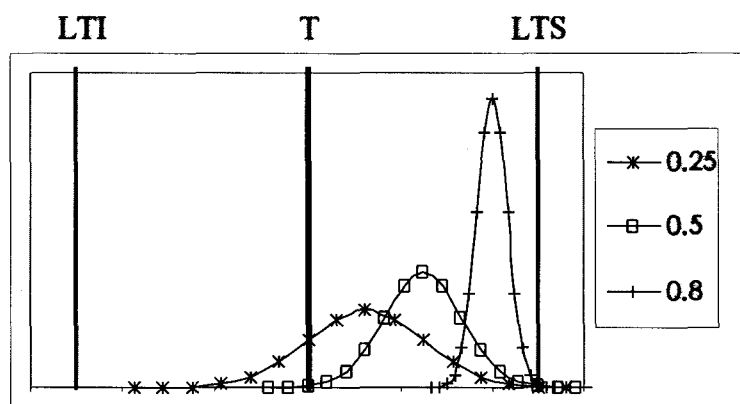
Le tableau ci-dessous résume les spécifications et les scénarios retenus.

Tableau 7  
Données étude de cas

Variable	$p_i$	Cible	Tolérance	Distribution	$\rho_{ij}$		
$x_1$	-1	50.00	$\pm 2.00$ (ST)	Normale	0	0	0
$x_2$	-1	50.00	$\pm 3.00$ (ST)	Normale		0	0
$x_3$	1	60.00	$\pm 3.00$ (ST)	Normale			0
$x_4$	1	60.00	$\pm 4.00$ (ST)	Normale			
$y$		20.00					

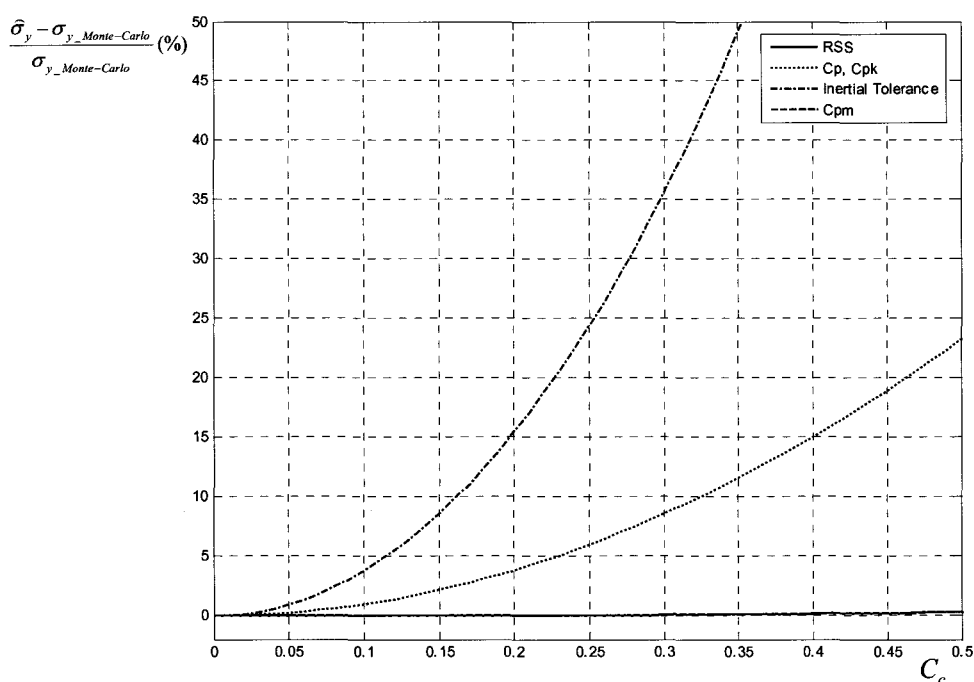
#### 5.4.1 Effets de la position de la moyenne sur le niveau de variation

Le premier cas étudié est l'effet de la *position moyenne* des variables (position définie par rapport à leurs valeurs cibles respectives) sur la variation résultante. Comme nous ne voulons pas confondre les effets, seul ce paramètre variera dans cette étude. La distribution normale sera utilisée pour simuler les données. Les variables n'auront aucune corrélation. Pour mesurer le décentrage, l'indice de capabilité  $C_c$  a été utilisé.



Graphique 14 Distribution pour différents niveaux de  $C_c$  (0.25, 0.5 et 0.8)

Il est à noter que nous avons utilisé l'estimateur  $\hat{\sigma} = \bar{R}/d_2$  [2] pour calculer l'écart type. Le Graphique 15 illustre le comportement des différentes méthodes en fonction de l'indice  $C_c$ . Le niveau des variations (axe des coordonnées) est exprimé par la différence par rapport à la méthode de référence (*Monte-Carlo*).



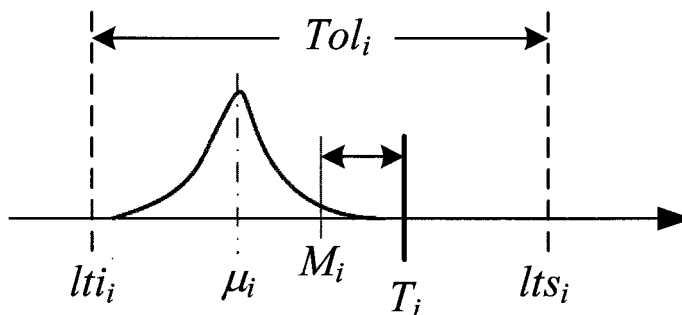
Graphique 15 Variation de l'écart-type en fonction de la variation de  $C_c$

Comme on peut le constater, deux méthodes démontrent une coïncidence parfaite avec la simulation *Monte-Carlo*. Ces deux méthodes sont l'équation faisant appel au  $C_{pm}$  que nous avons développé précédemment dans ce chapitre ainsi que la méthode RSS. Les méthodes basées sur l'indice  $C_{pk}$  et les tolérances inertielles surestiment le niveau des variations dans le cas où la moyenne n'est pas égale à la valeur cible. Ceci explique leurs écarts observés qui peuvent atteindre 50 % avec un  $C_c = 0,3$ .



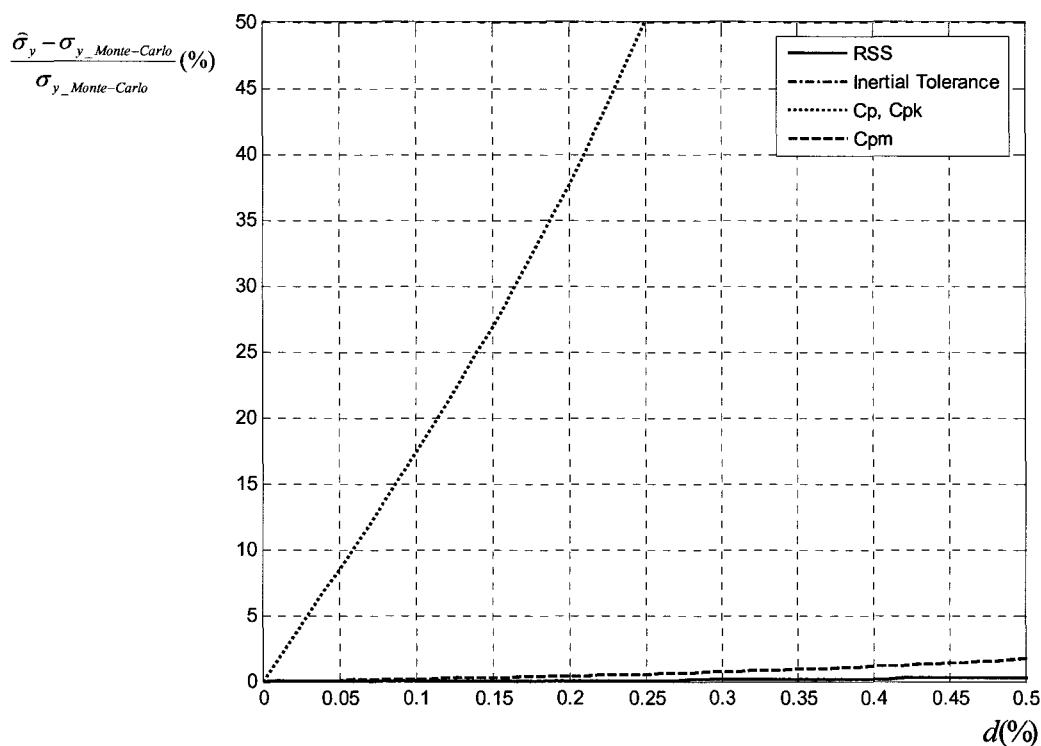
### 5.4.2 Effet d'une spécification avec une tolérance asymétrique

Le second cas étudié a été développé pour examiner les performances des quatre méthodes dans le cas des tolérances asymétriques (où la valeur cible n'est pas confondue avec la valeur médiane). Comme pour le cas précédent, la distribution normale sera utilisée pour simuler les données, celles-ci n'auront aucune auto-corrélation et inter-corrélation. Pour illustrer l'asymétrie des tolérances, un pourcentage d'asymétrie  $d$  a été défini comme :  $d = 2|(T_i - M_i)/Tol_i|$  avec  $M_i$  la médiane des limites de spécification. Ainsi, un  $d = 0\%$  signifie une tolérance bilatérale parfaitement symétrique (ex.  $12 \pm 0.75$ ) et  $d = 100\%$  signifie une tolérance unilatérale (ex.  $12_0^{+1.5}$ ).



Graphique 16 Variation de l'écart-type en fonction de la variation de  $C_c$

Pour illustrer uniquement l'influence de  $d$ , nous avons considéré des procédés parfaitement positionnés sur leurs valeurs cibles ( $C_c = 0$ ).



Graphique 17 Illustration du comportement des équations en variant l'asymétrie des tolérances

Comme on peut le constater au Graphique 17, la méthode du RSS et des tolérances inertielles démontre une excellente cohérence par rapport à l'asymétrie de la tolérance. La méthode  $C_{pm}$  proposée donne de bons résultats lorsque l'asymétrie ne dépasse pas 50% (erreur  $\leq 2\%$ ). Cette déviation est probablement attribuable aux incertitudes dans l'évaluation des estimateurs  $\hat{C}_{pm}$  et  $\hat{C}_c$ . Il est important de noter que les résultats sont très similaires entre la méthode RSS et la méthode des tolérances inertielles. Ainsi, dans ce cas spécifique, le choix de la méthode revient à la facilité d'utilisation de celle-ci par rapport au données que l'ont possède. Seul la méthode  $C_{pk}$  nécessite de tolérance bilatérale parfaitement symétrique.

### 5.4.3 Effets de la distribution

Dans le présent cas, nous considérons des tolérances bilatérales, symétriques et sans corrélation. Plusieurs types de distribution ont été utilisés pour réaliser l'étude. Le tableau ci-dessous résume les spécifications et les scénarios retenus pour le même assemblage (voir Figure 13).

Tableau 8

Données étude de cas

Variable	$p_i$	Cible	Tolérance	Distribution	$\rho_{ij}$			
$x_1$	-1	50.00	$\pm 2.00$ $\langle \overline{ST} \rangle$	Normal		0	0	0
$x_2$	-1	50.00	$\pm 3.00$ $\langle \overline{ST} \rangle$	Uniforme*			0	0
$x_3$	1	60.00	$\pm 3.00$ $\langle \overline{ST} \rangle$	Log normale*				0
$x_4$	1	60.00	$\pm 4.00$ $\langle \overline{ST} \rangle$	Bêta*				
$y$		20.00						

Nous avons sélectionné, en plus d'une distribution normale, trois autres distributions (voir Figure 14). La première est uniforme avec une étendue (*range*) correspondant aux limites inférieures et supérieures des spécifications. La seconde est une log-normale avec une forte dissymétrie. La dernière distribution est une Bêta. Celle-ci est définie par deux paramètres  $\alpha=8$  et  $\beta=5$ .

Signalons que dans ce cas, nous avons utilisé l'estimateur  $\hat{\sigma}_i^2$  (5.16) pour évaluer le niveau de variation de chacune des variables  $x_i$ . Les résultats de cette analyse sont présentés au Graphique 18.

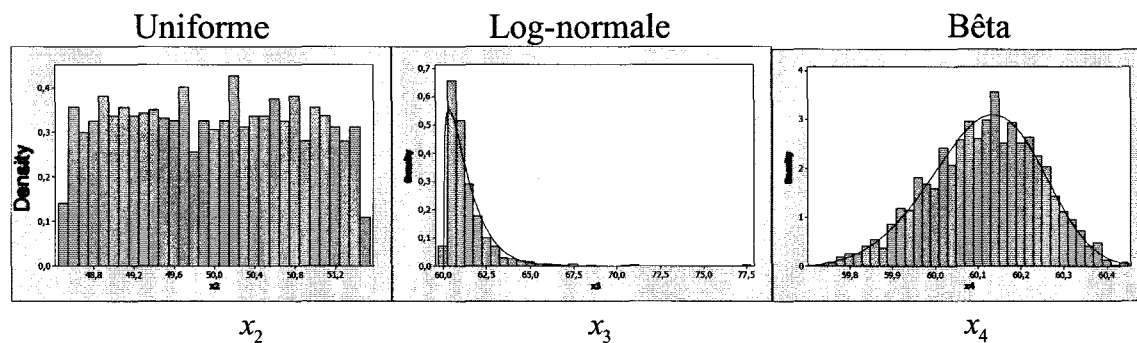
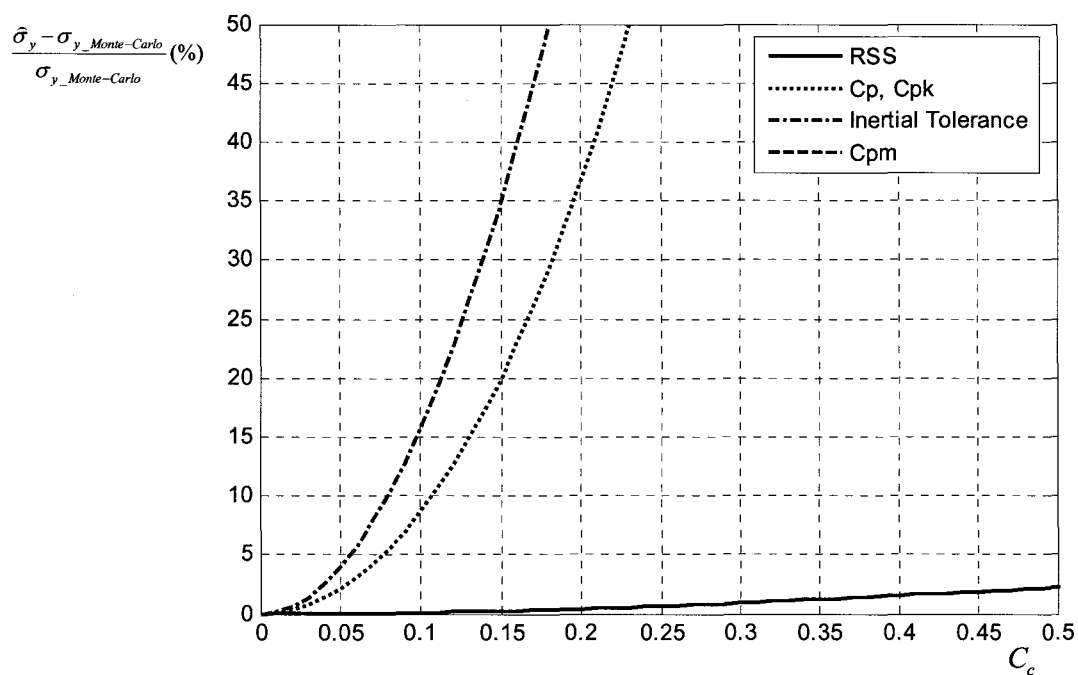


Figure 14 Histogramme des variables  $x_2$ ,  $x_3$  et  $x_4$



Graphique 18 Variation de l'écart-type en fonction de la variation de  $C_c$

On constate que la méthode basée sur  $C_{pk}$  et la méthode des tolérances inertielles affichent une plus grande sensibilité par rapport au déplacement de la moyenne globale. Dans les deux cas, les méthodes surestiment très rapidement le niveau des variations. Des écarts de l'ordre de 10-15% sont constatés avec des indices de position relativement

petits ( $C_c \approx 0.1$ ), ce qui rend inappropriées l'utilisation de ces méthodes dans le cas des distributions non normales.

Par contre, la méthode basée sur  $C_{pm}$  proposée dans le présent mémoire affiche un meilleur comportement : l'erreur ne dépassant pas 3% pour un indice  $C_c = 0.5$ .

#### 5.4.4 Effets de la corrélation

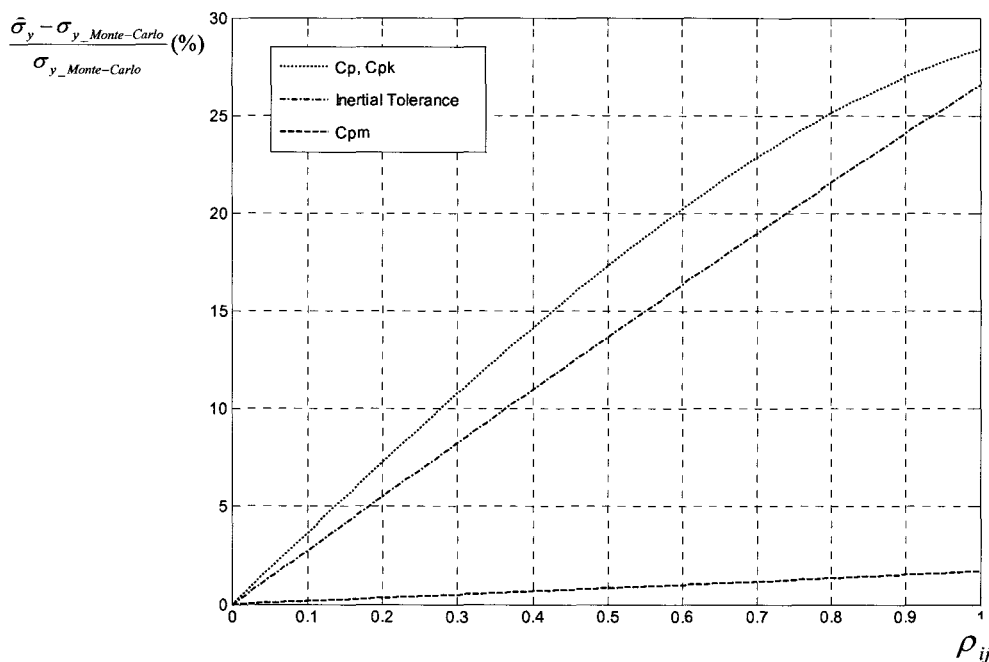
Comme dernière analyse, nous considérons des tolérances bilatérales, avec des distributions symétriques et normales. Toutefois, nous introduisons des inters corrélations entre les variables. Le tableau ci-dessous résume les spécifications et les scénarios retenus en référence à la Figure 13.

Tableau 9

Données étude de cas

Variable	$p_i$	Cible	Tolérance	Distribution	$\rho_{ij}$			
$x_1$	-1	50.00	2.00 $\langle \overline{ST} \rangle$	Normal		0	$\rho_{13}$	0
$x_2$	-1	50.00	3.00 $\langle \overline{ST} \rangle$	Normal			0	$\rho_{24}$
$x_3$	1	60.00	3.00 $\langle \overline{ST} \rangle$	Normal				0
$x_4$	1	60.00	4.00 $\langle \overline{ST} \rangle$	Normal				
$y$		20.00						

Nous avons considéré comme domaine d'étude, les intervalles  $0 \leq \rho_{13} \leq 0.99$  et  $0 \leq \rho_{24} \leq 0.99$ . Les résultats des simulations sont illustrés au Graphique 19. Nous avons considéré le cas d'un procédé parfaitement centré ( $C_c = 0$ ) dans le but d'illustrer l'influence de  $\rho$  uniquement.



Graphique 19 Variation de l'écart-type en fonction du coefficient de corrélation

$$\rho_{13}, \rho_{24}$$

Encore une fois, on constate que la méthode basée sur  $C_{pk}$  et la méthode des tolérances inertielles affichent une erreur d'estimation proportionnelle au coefficient de corrélation. Ceci n'est pas surprenant pour la méthode  $C_{pk}$ , car aucun terme analytique dans l'équation (5.17) ne permet de tenir compte de l'existence d'une corrélation. Quant à la méthode des tolérances inertielles, elle devrait tenir compte des effets de corrélation. Par contre, la corrélation utilise les critères d'écart ( $\delta$ ) qui, dans la simulation présente, sont négligeables, puisque la moyenne est justement très proche de la valeur cible. La méthode basée sur  $C_{pm}$  affiche un comportement quasi parfait : l'erreur ne dépassant pas 2 % pour un indice  $\rho = 0.99$ . Ceci prouve la justesse de nos hypothèses et l'efficacité de la méthode que nous proposons.

## 5.5 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle méthode pour aider les concepteurs à mieux estimer le comportement stochastique d'un assemblage en se basant sur les indices de capacité dits de la deuxième génération. Cette méthodologie emploie les indices  $C_{pm}$  et  $C_c$ . Le formalisme présenté est commode et simple à employer. Il permet au modèle d'inclure les effets de corrélation entre les variables et de s'adapter à une multitude de situations. La nouvelle approche permet de créer un lien direct entre le contrôle statistique des procédés, les analyses de capacité et les études sur la distribution des tolérances durant les différents cycles de développement d'un produit. Nous avons démontré que, dans une démarche statistique, il est impératif d'intégrer aux requis d'ingénierie des paramètres statistiques tel que  $C_{pm}$  et  $C_c$  comme illustré à la figure ci-dessous<sup>19</sup>.

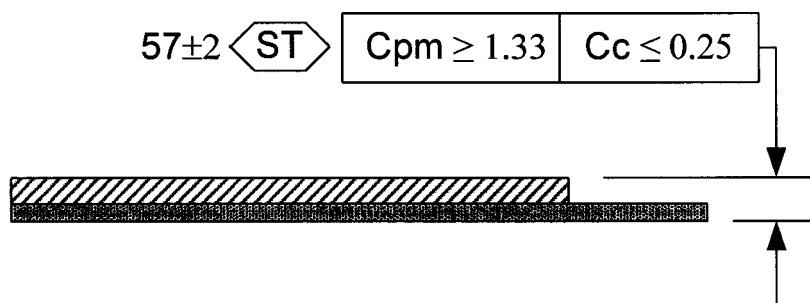


Figure 15 Exemple de dessin avec paramètres statistiques

La méthode a été comparée à d'autres méthodes statistiques (*Inertial Tolerance* et  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ) dans le but de la valider et de démontrer son potentiel d'utilisation. Nous avons démontré qu'elle demeure robuste même lorsque la moyenne réelle des données dévie de sa valeur cible ( $\delta \geq 0.25 \sigma$ ). Dans le cas de tolérances fortement

<sup>19</sup> En accord et selon le formalisme proposé par le comité ISO TC 312

asymétriques, la méthode proposée affiche une erreur d'estimation en dessous de 2 %. Finalement, des analyses numériques ont permis de démontrer l'exactitude de la méthode dans le cas de fortes corrélations entre les variables et les auto-corrélations.



## CHAPITRE 6

### EXPÉRIMENTATION ET VALIDATION

#### 6.1 Introduction

Nous procéderons dans le présent chapitre à une analyse expérimentale systématique de chacun des procédés qui est employé dans la fabrication de la batterie ( laminage du lithium, enduction de la cathode, découpage et superposition des films, etc. ). Une fois les paramètres statistiques de chaque procédé identifiés, nous les substituons dans les modèles développés précédemment pour obtenir nos estimations du comportement de la batterie (hauteur, court-circuit et capacité énergétique). Nous démontrerons la justesse et l'efficacité de notre approche. Nous démontrons également les gains procurés par l'amélioration des méthodes de contrôle. Certaines données, jugées par l'entreprise comme confidentielles, ont été intentionnellement retirées du texte, toutefois sans incidence pour le contenu scientifique de ce mémoire.

Dans le but d'alléger le texte, nous avons choisi délibérément de ne pas inclure les analyses sur l'exactitude et la précision des systèmes de mesures qui ont été utilisés pour la collecte des données. Bien que ce point soit crucial pour toute démarche expérimentale qui se veut rigoureuse, nous allons considérer dans ce mémoire que, *a priori*, les systèmes de mesures sont précis au sens des recommandations du Guide ISO TAG 4 [54]<sup>20</sup>.

---

<sup>20</sup> Selon le Guide ISO TAG 4, un système de mesure est précis si sa variabilité, avec  $(1-\alpha)$  comme niveau de confiance, est  $\leq 10\%$  de la tolérance exigée. Les analyses des systèmes de mesure chez Avestor ont été effectuées systématiquement par des campagnes ciblées durant la période de mars 2003 à décembre 2005.

## 6.2 Présentation générale de l'interface

Comme mentionné précédemment, le but premier de tout modèle est de reproduire, le plus fidèlement possible les extrants (résultats) à partir des intrants. Dans notre cas, les intrants sont les estimations statistiques des différents paramètres physiques mesurables (espérance, variance, corrélation et nature de la distribution). Pour les extrants, il s'agit d'une prédiction de la hauteur totale de la batterie (qui revient par le fait même au niveau énergétique de la batterie) et les occurrences de certains scénarios de courts-circuits (Figure 16).

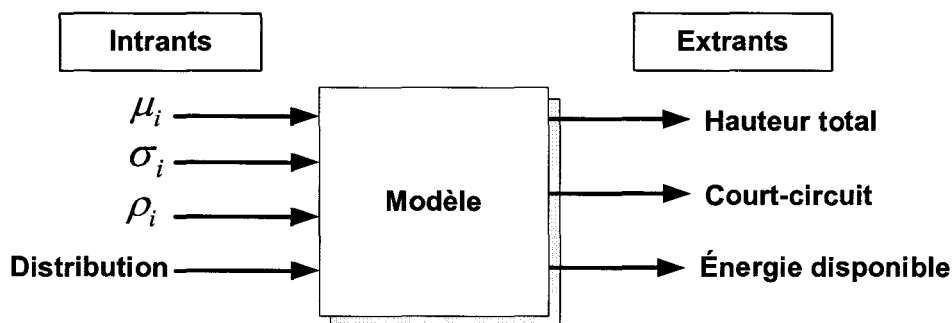


Figure 16 Schématisation du modèle

À l'aide du modèle développé, il est possible de prédire le comportement attendu du produit. Une interface informatique a été développée pour faciliter la manipulation des données. Le traitement et la gestion des paramètres sont ainsi grandement améliorés, ce qui procure aux concepteurs du produit et aux responsables de la production un outil simple et efficace. Les figures qui suivent sont une représentation graphique de ces différentes interfaces (feuillard, électrochimie et dimension batterie).

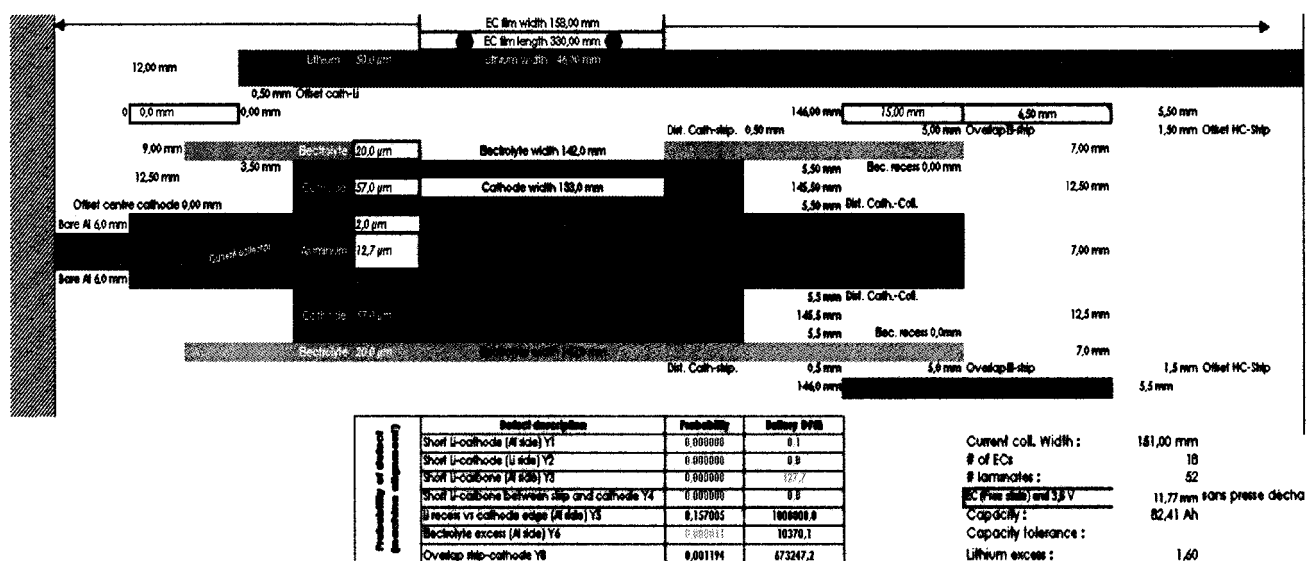


Figure 17 Interface dimensionnelle des feuillets

L'interface présentée à la Figure 17 gère les dimensions des différentes composantes formant un laminé HC. Un certain nombre de laminés est simulé pour former une cellule EC avec la capacité requise.

La seconde interface, représentée dans la Figure 18, est l'interface électrochimique. Il inclut les masses des composés électrochimiques ainsi que leurs pourcentages respectifs à l'intérieur du mélange. Les autres paramètres principaux de cette interface sont la densité énergétique du LVO (matière énergétique composant la cathode) et la porosité estimée du mélange de la cathode enduite.

La troisième interface (Figure 19) représente un assemblage virtuel des ECs jusqu'à l'obtention de la tension requise de la batterie selon une capacité préétablie et un niveau de qualité donné. Ce dernier a été choisi, pour des raisons concurrentielles, à un niveau  $\leq 3.4$  ppm ( $C_{pk} \geq 1.5$ ). Cette interface nous permet de valider si l'assemblage final respecte les critères fixés par l'entreprise. Par exemple, il n'est pas souhaitable qu'il y ait des rejets sur la ligne d'assemblage parce que les composantes sont trop

volumineuses pour être insérées dans l'enceinte étanche. Également, un jeu trop grand n'est pas plus souhaitable parce qu'il diminue la pression appliquée sur les piles, réduisant ainsi la performance à moyen et long terme de la batterie.

Pourcentage massique de LVO dans le BLVO	98	%
Pourcentage massique de Ketjenblack dans le BLVO	2	%
Pourcentage massique de KS6 graphite dans le BLVO	0	%
Pourcentage massique de BLVO dans la cathode	74	%
Pourcentage massique de LVO dans la cathode	72.52	%
Pourcentage massique de Ketjenblack dans la cathode	1.48	%
Pourcentage massique de KS6 graphite dans la cathode	0	%

Épaisseur de la cathode	57	µm
Surface d'un EC	43847,1	cm <sup>2</sup>
Volume	0.000249928	m <sup>3</sup>
Densité du BLVO	3396.393153	kg/m <sup>3</sup>
Densité de la cathode	2338.877033	kg/m <sup>3</sup>
Poids d'oxyde	584.5519583	g
Capacité en C/24 à 60°C entre 3.10 et 2.38V)	280	mAh/g
Rating de l'oxyde	71.19%	
Capacité en C/8 à 60°C entre 3.10 et 2.38V)		mAh/g
Capacité calculée	89571.17	mAh
Porosité	5,00	%
Capacité	<b>85092,61</b>	mAh

Consommation thermique	2680	mAh
Capacité net	82412,61	mAh

Lithium Capacity	3.8613	Ah/g
------------------	--------	------

	g/ml	kg/m <sup>3</sup>
Densité LVO	3,459	3459
Densité ketjenblack	1,8	1800
Densité KS6 graphite	2,25	2250
Densité du polymère/LiTFSI/KT046	1,24	1240
Largeur d'un EC	13,3	cm
Longueur d'un EC	33	cm
Perte du au laper	0,4	cm
Surface d'un feuillard	425,7	cm <sup>2</sup>
Nombre de feuillard	52	
Nombre de cathode	103	
Surface d'un EC	43847,1	cm <sup>2</sup>

Surface	43847,1	cm <sup>2</sup>
Capacité	<b>221,16</b>	Ah
Capa/m2	19.40666739	Ah/m2
Eq electron	0,724	mol /m2
Eq Li weight	5,02	g /m2
Eq Li thickness	9.4090194	µm

3.66V à 3.1	1.505443102	µm
-------------	-------------	----

Lithium thickness at 3.6V	50
Lithium thickness at 3.1V	46,9891138

Figure 18 Interface électrochimique de la batterie

L'entrée des données se fait sur les trois interfaces à la fois (dimensions du boîtier, recette chimique et dimensions des films). Nous obtenons à l'aide du programme, et selon un niveau de confiance préétabli, une prédiction des niveaux de performance et de défaillance possibles pour les batteries LMP.

L'utilisateur possède donc un outil *What-If* lui permettant de valider ses choix. Signalons que c'est précisément cet outil qui a été utilisé dans la conception des batteries 63 Ah et 80 Ah.

Nous avons tenté d'automatiser l'exercice inverse : trouver la meilleure formule à partir d'une fonction objective (spécifications pour la capacité énergétique et les occurrences

de défaillance) et un ensemble de contraintes (assemblabilité, coûts, dimensions du boîtier, etc.). Malheureusement, un optimum global n'est pas évident à trouver dans notre cas<sup>21</sup>. Nos tentatives dans ce sens n'ont pas abouties à des résultats tangibles. Le problème est complexe et justifie une étude élargie et plus poussée.

Le développement du produit a été assujetti à des contraintes temporelles, ce qui nous a incités à adopter rapidement un compromis. La sélection des niveaux des variables et de leurs tolérances respectives a été effectuée par itération en suivant l'expérience que l'équipe de recherche et développement d'AVESTOR a su développer au rythme d'avancement de ce projet. Nous sommes conscients que cette solution n'est certainement pas la plus performante, toutefois, il s'agit d'un compromis acceptable. Les contraintes logistiques, matérielles et temporelles nous ont empêchés d'investiguer ce point avec la profondeur qu'il mérite. Une telle investigation fera l'objet de recherche avenir afin d'améliorer le modèle.

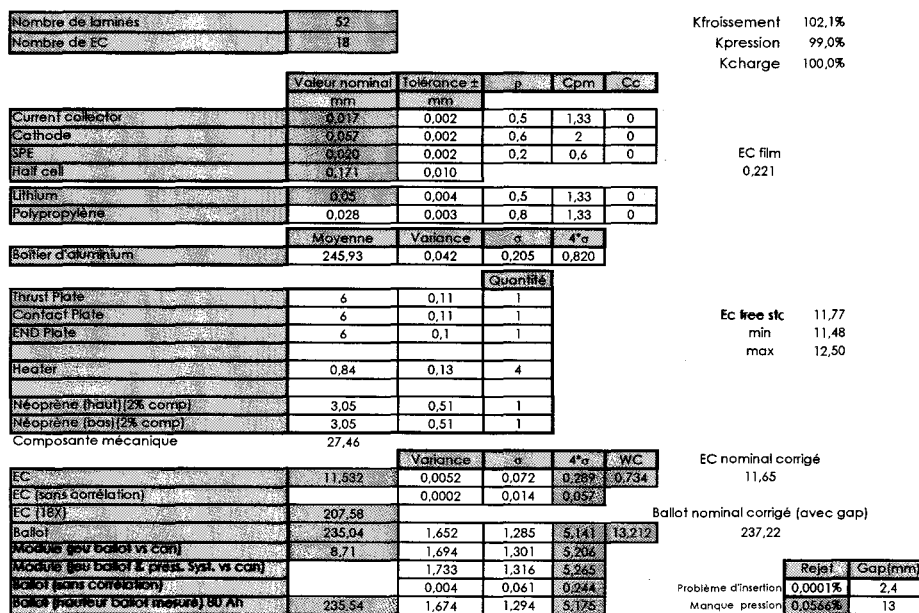


Figure 19 Interface dimensionnelle de la batterie

<sup>21</sup> Nous n'avons aucune preuve concernant l'unicité de solution dans notre cas.

### 6.3 Analyse des données rattachées aux phénomènes de courts-circuits

Nous présentons ci-dessous une étude systématique du comportement stochastique des variables qui influencent les courts-circuits des batteries LMP. Généralement, et sauf exception, les données ont été collectées à l'usine *Alpha* de la compagnie durant la période janvier 2005 – août 2006. Nous n'avons pas introduit dans ce mémoire les dernières modifications des procédés (période septembre 2006 – novembre 2006).

#### 6.3.1 Largeur du film lithium

Les paramètres analysés pour le lithium sont la largeur (X10) et la position (X9) de celui-ci. Pour la largeur du lithium, le procédé démontre une excellente stabilité historique. La Figure 20 illustre la capacité du procédé ainsi qu'un aperçu visuel de la distribution.

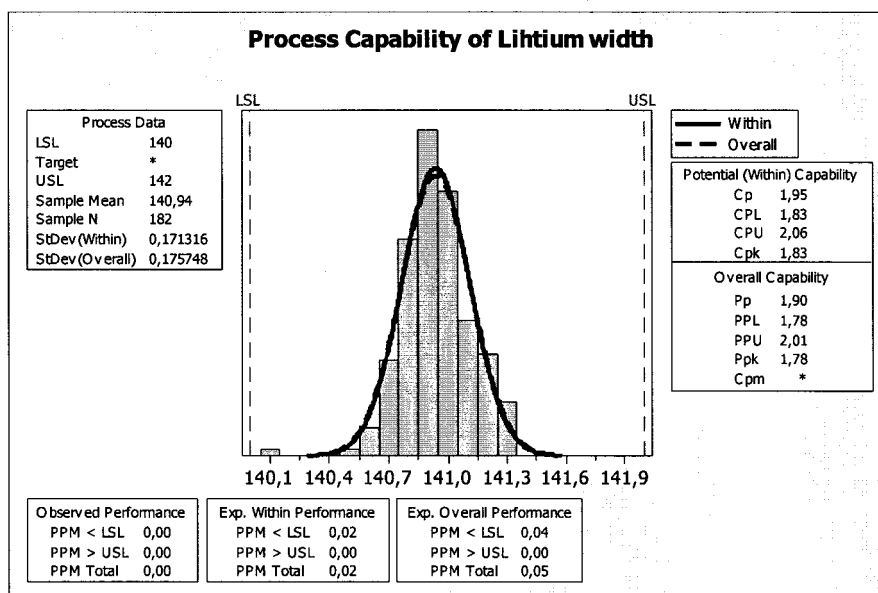


Figure 20 Analyse de capacité de la largeur du lithium (X10)

Comme la figure le démontre, le procédé de fabrication du lithium est très capable à respecter les tolérances exigées. De plus, la moyenne est très proche de la valeur cible. Nous sommes en présence d'un procédé performant et en contrôle (voir ANNEXE I p.117). L'hypothèse de la normalité des données ne peut pas être rejetée. Le tableau qui suit résume les principaux paramètres.

Tableau 10

Résumé des données de largeur du lithium (X10)

Paramètre	Résultat	Incertitude <sup>22</sup> (95%)
$\mu$	140.94 mm	$\pm 0.025$ mm
$C_p$	1.95	$\pm 0.182$
$C_{pk}$	1.83	$\pm 0.189$
Stabilité	En contrôle	
Distribution	Normal	

<sup>22</sup> Les indices de capacité sont des estimés des vrais indices de la population (on utilise un échantillon pour estimer une variable aléatoire). La distribution de l'indice  $C_p$  suit une fonction  $\chi_{n-1}^2$  avec  $(n-1)$  degré de liberté, où  $(n)$  est la taille de l'échantillon utilisé. Il est facile d'exprimer l'intervalle de confiance au seuil de  $1-\alpha$  comme [55] Kotz, S. a. L., C. R. (1998). Process Capability Indices in Theory and Practice. London: Arnold. :

$$\hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2}{n-1}} \leq \hat{C}_p \leq \hat{C}_p \sqrt{\frac{\chi_{\alpha/2, n-1}^2}{n-1}}$$

Également, l'intervalle d'incertitude pour l'indice  $C_{pk}$  peut être calculé par la formule ci-dessous [55]

Kotz, S. a. L., C. R. (1998). Process Capability Indices in Theory and Practice. London: Arnold. :

$$\hat{C}_{pk} \left[ 1 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\hat{C}_{pk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right] \leq \hat{C}_{pk} \leq \hat{C}_{pk} \left[ 1 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{1}{9n\hat{C}_{pk}^2} + \frac{1}{2(n-1)}} \right]$$

### 6.3.2 Position du film lithium

Au niveau de la position du lithium (X9), les données démontrent une très bonne stabilité. La figure et le tableau qui suivent démontrent que le procédé est capable. La moyenne est très proche de la valeur cible. Les figures en ANNEXE I p.117 démontrent que nous sommes en présence d'un procédé en contrôle. La normalité de la distribution semble aussi très acceptable.

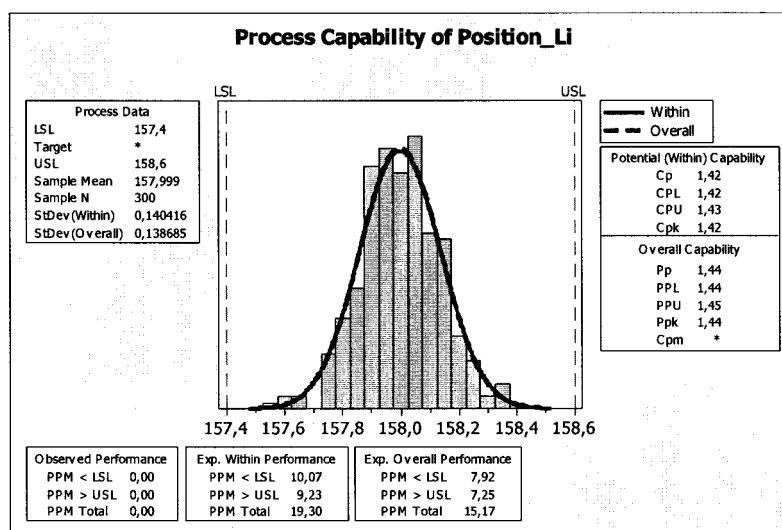


Figure 21 Analyse de performance de la position du lithium (X9)

Tableau 11

Résumé des données de la position du lithium (X9)

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	157.99 mm	$\pm 0.016$ mm
$C_p$	1.42	$\pm 0.114$
$C_{pk}$	1.42	$\pm 0.120$
Stabilité	En contrôle	
Distribution	Normal	



### 6.3.3 Largeur de la bandelette

Dans ce cas, nous sommes dans une situation où le nombre de données est restreint (32). Ceci est dû au fait que cette composante est produite à l'extérieur de l'entreprise et qu'elle n'est pas considérée comme critique. Les résultats démontrent que le procédé est capable et en contrôle (ANNEXE I p.117). Par contre, la distribution n'est pas normale.

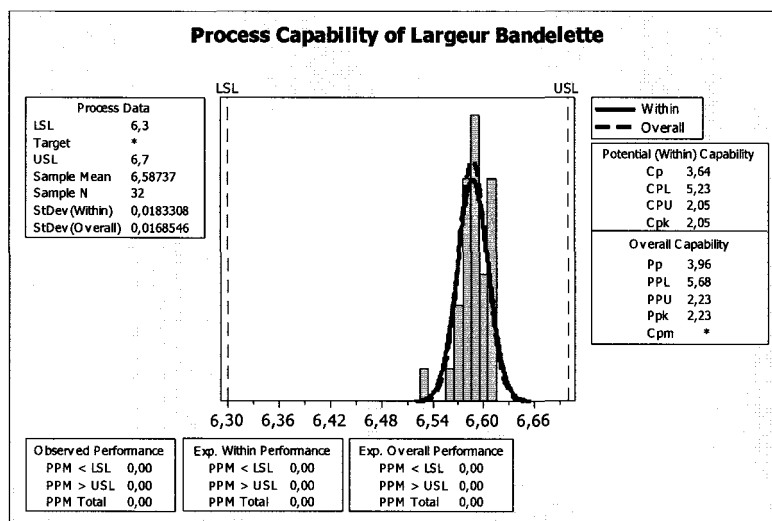


Figure 22 Analyse de performance de la largeur de la bandelette (X8)

Tableau 12

Résumé des données de la largeur de la bandelette (X8)

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	6.59 mm	$\pm 0.006$ mm
$C_p$	3.64	$\pm 0.900$
$C_{pk}$	2.05	$\pm 0.523$
Stabilité	En contrôle	
Distribution	Non normal	

### 6.3.4 Position de la bandelette

Les données recueillies sur la position de la bandelette (X7) nous indiquent que le procédé est capable et en contrôle (ANNEXE I p.118). La distribution de ces données est normale.

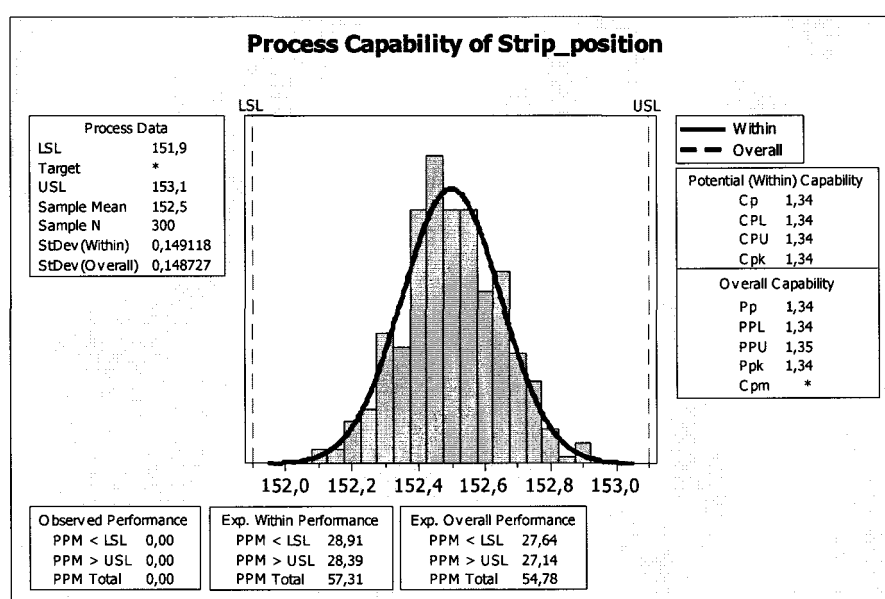


Figure 23 Analyse de performance de la position de la bandelette (X7)

Tableau 13

Résumé des données de la position de la bandelette (X7)

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	<i>152.50 mm</i>	$\pm 0.017 mm$
$C_p$	<i>1.34</i>	$\pm 0.107$
$C_{pk}$	<i>1.34</i>	$\pm 0.114$
<i>Stabilité</i>	<i>En contrôle</i>	
<i>Distribution</i>	<i>Normal</i>	

### 6.3.5 Largeur du collecteur de courant

Les mesures de la largeur du collecteur de courant (X2) démontrent une bonne stabilité comme on peut le constater en ANNEXE I p.118. Également, le procédé est capable (Figure 24). Par contre, le test sur la normalité des données n'était pas concluant.

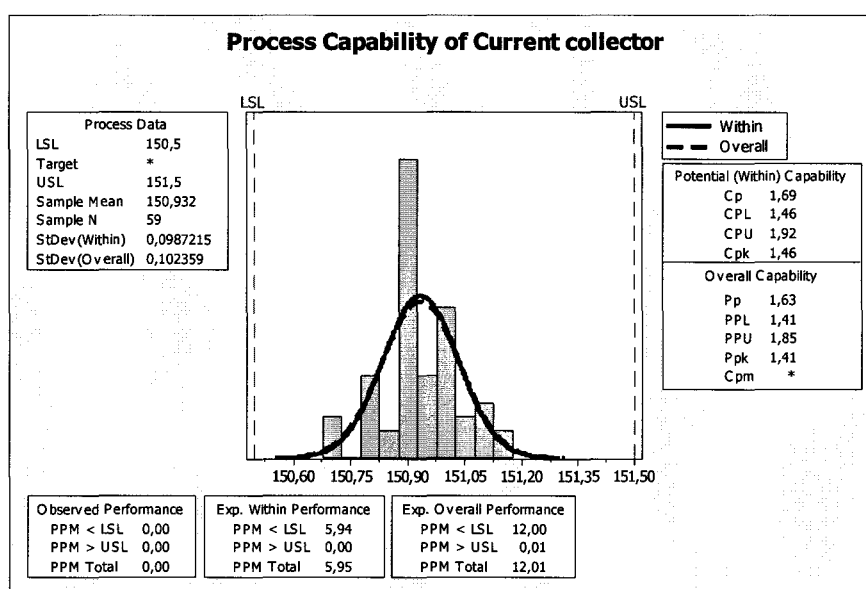


Figure 24 Analyse de performance de la largeur du collecteur de courant (X2)

Tableau 14

Résumé des données de la largeur du collecteur de courant (X2)

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	150.93 mm	$\pm 0.027$ mm
$C_p$	1.69	$\pm 0,327$
$C_{pk}$	1.46	$\pm 0,297$
Stabilité	En contrôle	
Distribution	Non normal	

### 6.3.6 Largeur d'aluminium du collecteur de courant

La largeur d'aluminium du collecteur de courant (X1) démontre une bonne stabilité comme on peut le constater en ANNEXE I p.118. La Figure 25 indique que le procédé est, malgré une déviation par rapport à sa valeur cible, très capable. Encore une fois, le test de la normalité des données n'est pas concluant.

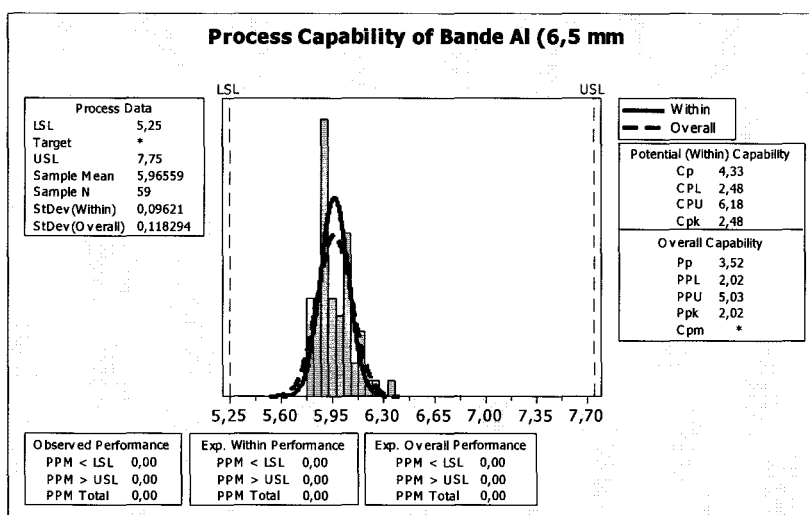


Figure 25 Analyse de performance de la largeur d'aluminium du collecteur de courant

Tableau 15

Résumé des données de la largeur d'aluminium du collecteur de courant (X1)

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	5.96 mm	$\pm 0.026$ mm
$C_p$	4.33	$\pm 0.837$
$C_{pk}$	2.48	$\pm 0.490$
Stabilité	En contrôle	
Distribution	Non normal	

### 6.3.7 Largeur de la cathode

La largeur de la cathode (X4) n'est pas sous contrôle statistique adéquat comme on peut le constater sur les cartes de contrôle en ANNEXE I p.118. Par contre, le procédé est performant. La distribution des données prouve qu'elles sont non normales.

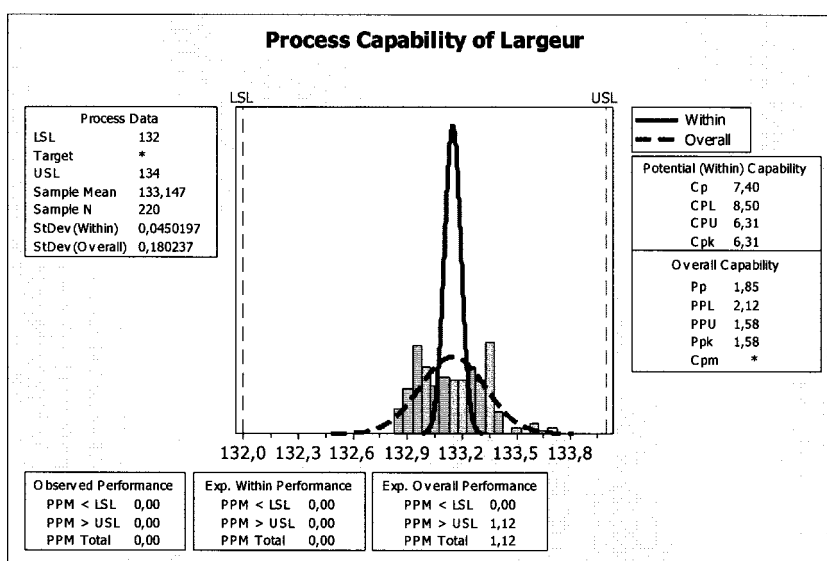


Figure 26 Analyse de performance de la largeur de la cathode (X4)

Tableau 16

Résumé des données de la largeur de la cathode (X4)

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	133.15 mm	$\pm 0.024$ mm
$P_p$	1.85	$\pm 0.173$
$P_{pk}$	1.58	$\pm 0.154$
Stabilité	Pas en contrôle	
Distribution	Non normal	

### 6.3.8 Position de la cathode

Pour la position de la cathode, les cartes de contrôle prouvent l'absence de contrôle (ANNEXE I p.119). Par contre, le procédé est performant. Le point le plus critique est au niveau de la position de la moyenne du procédé. Les indices de capabilité seront aussi remplacés par les indices de performances. La distribution est non normale.

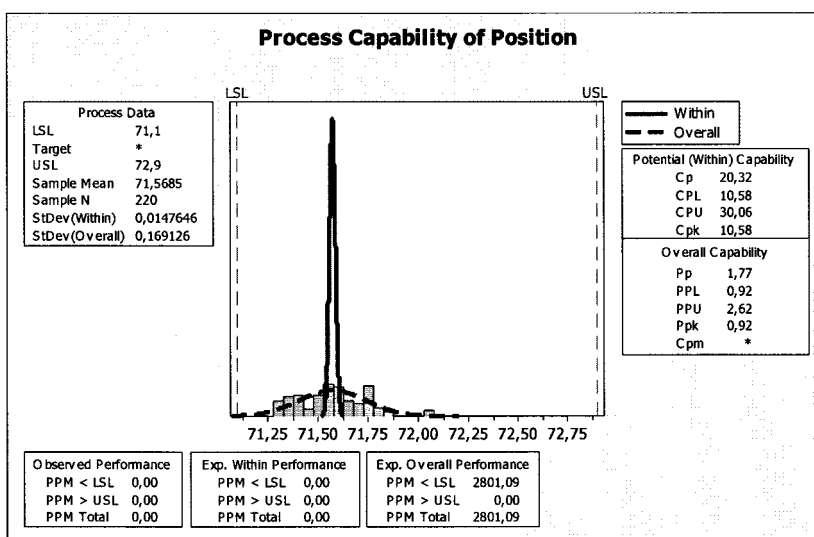


Figure 27 Analyse de performance de la position de la cathode (X3)

Tableau 17

Résumé des données de la position de la cathode (X3)

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	71.57 mm	$\pm 0.022$ mm
$P_p$	1.77	$\pm 0.166$
$P_{pk}$	0.92	$\pm 0.097$
Stabilité	Pas en contrôle	
Distribution	Non normal	

### 6.3.9 Largeur du SPE

Le procédé est capable et en contrôle (ANNEXE I p.119). Ce procédé est candidat à un ajustement à la baisse des tolérances exigées. La distribution est normale.

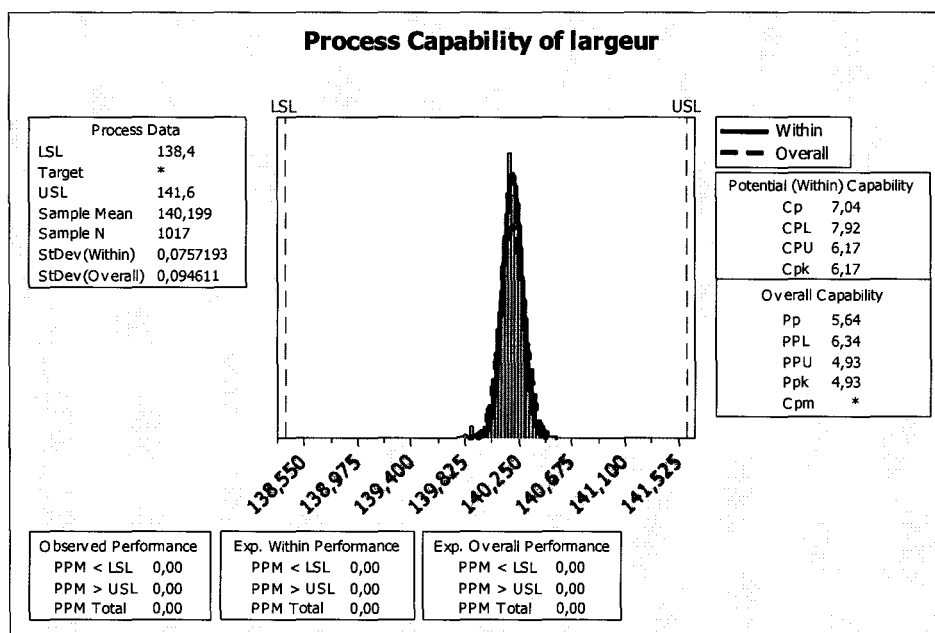


Figure 28 Analyse de performance de la largeur du SPE (X6)

Tableau 18

Résumé des données de la largeur du SPE (X6)

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	140.20 mm	$\pm 0.005$ mm
$C_p$	7.04	$\pm 0.306$
$C_{pk}$	6.17	$\pm 0.269$
Stabilité	En contrôle	
Distribution	Normal	

### 6.3.10 Position du SPE

Le procédé est en contrôle (Annexe I p.119). Il est capable et est également candidat pour un réajustement à la baisse pour ses spécifications. La distribution est normale.

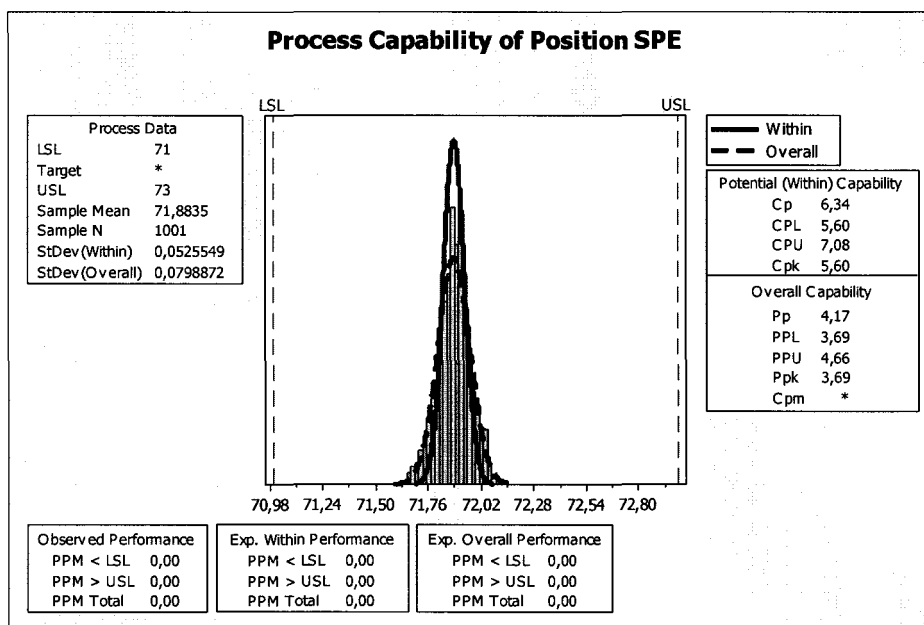


Figure 29 Analyse de performance de la position du SPE (X5)

Tableau 19

Résumé des données de la position du SPE (X5)

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	71.88 mm	$\pm 0.003$ mm
$C_p$	6.34	$\pm 0.278$
$C_{pk}$	5.60	$\pm 0.246$
<i>Stabilité</i>	<i>En contrôle</i>	
<i>Distribution</i>	<i>Normal</i>	



### 6.3.11 Analyse globale des courts-circuits

À l'aide de toutes les données précédentes, les comportements statistiques des variables ( $X_i$ ) ont été intégrés au modèle (4.21)-(4.28) pour obtenir le comportement de la batterie au niveau des courts-circuits ( $Y_j \leq 0$ ). La compagnie Avestor s'est imposée un niveau de qualité  $\leq 3.4 \text{ ppm}$  sur une batterie. Or, les analyses des  $X_i$  représentent des phénomènes acquis et mesurés par des variables continues sur des films selon une fréquence d'échantillonnage qui peut différer d'un procédé à un autre. Par contre, le court-circuit est un phénomène discret (événement / couche).

La loi binomiale [56] nous permet, connaissant la longueur employée par laminé, le transfert du comportement aléatoire des  $Y_i$  vers une probabilité de défaillance par film. Considérant qu'un scénario court-circuit est issu d'une combinaison de plusieurs variables indépendantes et non mutuellement exclusives, la probabilité pour un court-circuit dans une batterie se calculera selon l'équation ci-dessous.

$$P(CC_{Batterie}) = (1 - P(CC_{Film}))^n \quad (6.1)$$

Où  $P(CC_{Film})$  est la probabilité de l'événement court-circuit sur un film,  $P(CC_{Batterie})$  est la probabilité d'un court-circuit dans la batterie et ( $n$ ) est le nombre de couches qui rentrent dans l'assemblage de la batterie.

Pour la dernière configuration<sup>23</sup> de la batterie LMP (80 Ah), les résultats de courts-circuits et de non-conformité sont illustrés dans la Figure 30. Seule la configuration

---

<sup>23</sup> Données recueillies en mai 2006.

extrême est illustrée afin de ne pas alourdir l'analyse. Celle-ci représente un cas limite puisque le nombre de laminés est maximal dans ce type de batterie<sup>24</sup>.

Probability of defect (machine alignment)	Defect description	Probability	Battery DPM
	Short Li-cathode (Al side) Y1	0,000000	0,1
	Short Li-cathode (Li side) Y2	0,000000	0,1
	Short Li-carbone (Al side) Y3	0,000000	140,0
	Short Li-carbone between strip and cathode Y4	0,000000	0,0
	Li recess vs cathode edge (Al side) Y5	<b>0,157005</b>	<b>1000000,0</b>
	Electrolyte excess (Al side) Y6	0,000011	<b>11361,5</b>
	Overlap strip-cathode Y8	<b>0,001194</b>	<b>706566,5</b>

Figure 30 Probabilités de défaillance (court-circuit) estimées par conception

Probability of defect (machine alignment)	Defect description	Probability	Battery DPM
	Short Li-cathode (Al side) Y1	0,000000	0,0
	Short Li-cathode (Li side) Y2	0,000000	0,0
	Short Li-carbone (Al side) Y3	0,000000	0,0
	Short Li-carbone between strip and cathode Y4	0,000000	0,0
	Li recess vs cathode edge (Al side) Y5	<b>0,017990</b>	<b>1000000,0</b>
	Electrolyte excess (Al side) Y6	0,000000	0,0
	Overlap strip-cathode Y8	<b>0,032792</b>	<b>1000000,0</b>

Figure 31 Probabilités de défaillance (court-circuit) mesurées

Pour sa part, la Figure 31 nous donne la probabilité de défaillance telle que mesurée<sup>25</sup> sur la ligne d'assemblage. La comparaison entre les deux scénarios nous indique que le modèle prédictif semble cohérent. L'analyse avec les performances réelles des machines donnent des résultats légèrement inférieurs (meilleure qualité) par rapport à ceux acceptés par design. La taille de l'échantillon de comparaison et l'évolution constante des procédés de fabrication nous empêche de mieux conclure sur les résultats obtenus.

<sup>24</sup> Par rapport à d'autres configurations de batteries : 63 Ah, 70Ah, etc.

<sup>25</sup> Données recueillies en mai 2006, couvrant environ 150 batteries.

## **6.4 Analyse des données rattachées à la hauteur de la batterie**

L'analyse de l'interférence de la hauteur de la batterie avec son boîtier est une donnée de première importance lors de l'élaboration d'un nouveau modèle. On cherche à respecter les caractéristiques électriques tout en maximisant la quantité d'énergie qui sera contenue d'une manière sécuritaire dans un volume préétabli.

Afin de bien analyser les résultats de prédictions de l'épaisseur globale de la batterie (3.26), les estimations  $(\mu_i, \sigma_i, \rho_i)$  du comportement de chacune des variables ont été introduites dans le modèle général afin de déterminer le comportement réel de  $(y)$ . Les méthodes de calculs sont décrites dans les chapitres précédents (chapitre 3 et chapitre 4).

### **6.4.1 Épaisseur du lithium**

Les cartes de contrôle du procédé de laminage du lithium (ANNEXE II p.120) démontrent une excellente stabilité du procédé. Par contre, le procédé est à la limite de sa capacité (Figure 32). Il est donc important de s'assurer qu'il n'y a aucune dérive du comportement du procédé dans le temps. La distribution est normale.

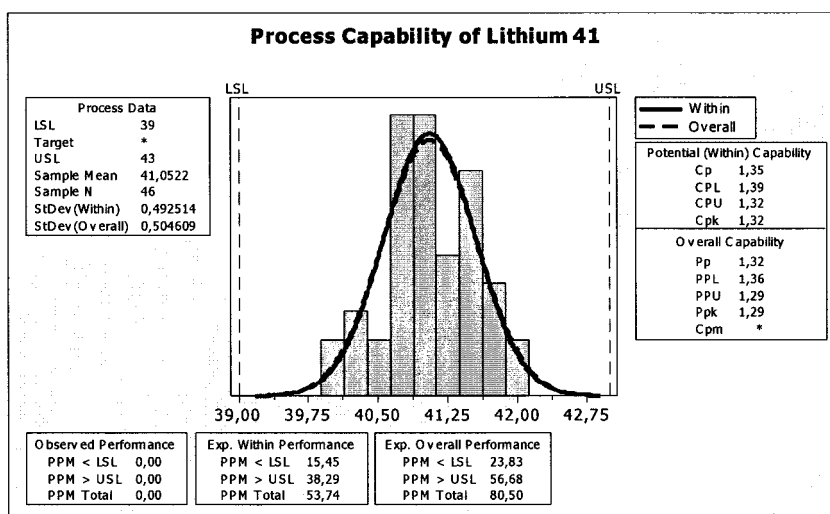


Figure 32 Analyse de performance de l'épaisseur du lithium

Tableau 20

## Résumé des données de l'épaisseur du lithium

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	41.05 mm	$\pm 0.142$ mm
$C_p$	1.35	$\pm 0.278$
$C_{pk}$	1.32	$\pm 0.289$
$\rho$	0.01	
Corrélation	Non significative	
Stabilité	En contrôle	
Distribution	Normal	

### 6.4.2 Épaisseur du collecteur de courant

Les cartes de contrôle démontrent l'absence de stabilité pour le procédé de fabrication du collecteur de courant (ANNEXE II p.120). Nous utilisons donc les indices de performance. Comme on le remarque avec la Figure 33, les indices de performance ne rencontrent pas les requis minimaux. De plus, il est facile d'apercevoir l'existence de deux populations qui reflètent des mutations cycliques dues à la variation entre les différents lots de matière première. La distribution est non normale.

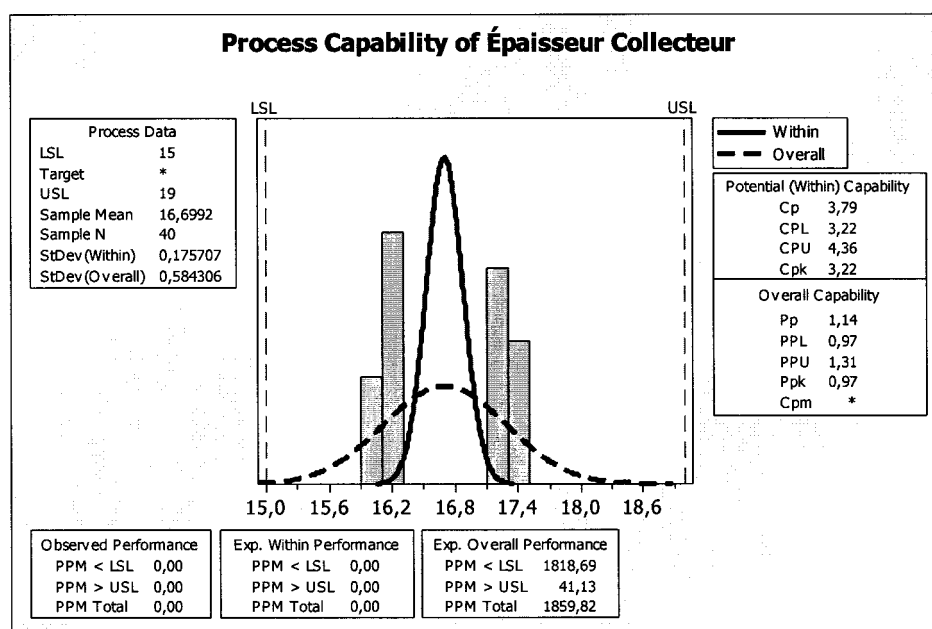


Figure 33 Analyse de performance de l'épaisseur du collecteur de courant

Tableau 21

Résumé des données de l'épaisseur du collecteur de courant

<b>Paramètre</b>	<b>Résultat</b>	<b>Incertitude (95%)</b>
$\mu$	16.70 mm	$\pm 0.181$ mm
$P_p$	1.14	$\pm 0.252$
$P_{pk}$	0.97	$\pm 0.239$
$\rho$	0.93	
Corrélation	Significative	
Stabilité	Pas en contrôle	
Distribution	Non normal	

### 6.4.3 Épaisseur de la cathode

Les cartes de contrôle indiquent que le procédé d'enduction est en contrôle (ANNEXE II p.120). Ainsi, les indices de capabilité seront utilisés pour ce procédé (Figure 34). Le procédé est capable et la distribution est non normale. Il faut noter qu'il existe un bon écart entre la valeur cible et la moyenne historique du procédé. Comme la valeur cible est très importante lorsque les valeurs sont corrélées, une attention particulière devra être portée afin de corriger la situation<sup>26</sup>.

<sup>26</sup> Une telle situation peut être corrigée par l'ajout d'un requis de centrage (ex.  $C_c \leq 0.25$ ) sur la caractéristique contrôlée. Comme nous l'avons démontré au chapitre 5, notre approche proposée pour appliquer l'indice  $C_{pm}$  tient compte implicitement de ce phénomène.

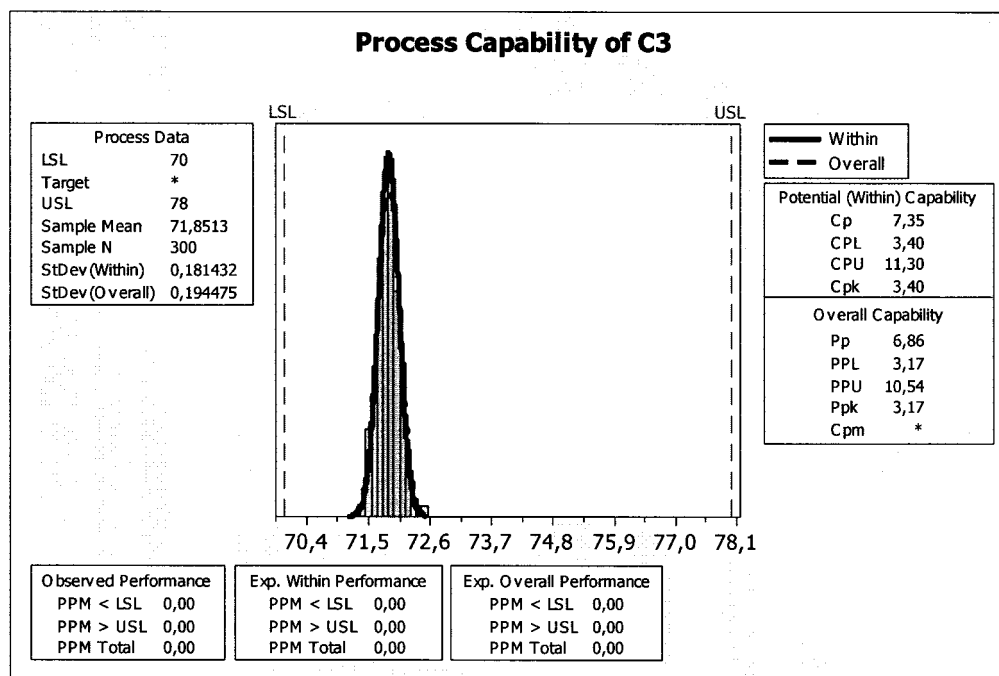


Figure 34 Analyse de performance de l'épaisseur de la cathode

Tableau 22

## Résumé des données de l'épaisseur de la cathode

Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	71.94 mm	$\pm 0.020$ mm
$C_p$	7.35	$\pm 0.588$
$C_{pk}$	3.40	$\pm 0.275$
$\rho$	0.50	
Corrélation	Significative	
Stabilité	En contrôle	
Distribution	Non normal	

#### 6.4.4 Épaisseur du SPE

Les cartes de contrôle démontrent que le procédé est marginalement en contrôle (ANNEXE II p.121). Les indices de performance ont donc été privilégiés. Le procédé n'est pas performant (Figure 35). La distribution est normale.

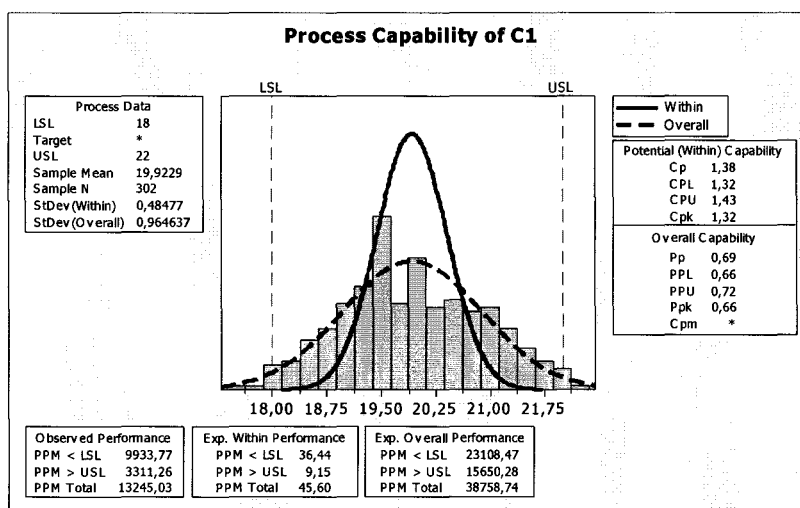


Figure 35 Analyse de performance de l'épaisseur du SPE

Tableau 23

#### Résumé des données de l'épaisseur du SPE

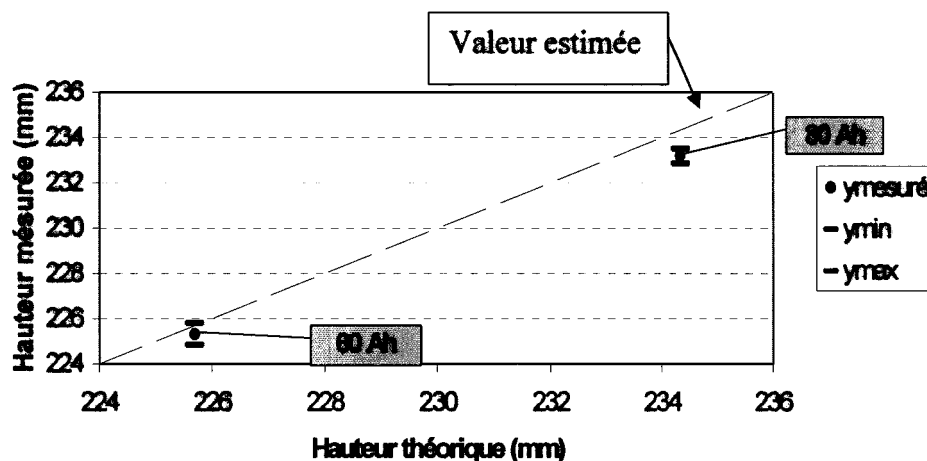
Paramètre	Résultat	Incertitude (95%)
$\mu$	19.92 mm	$\pm 0.109$ mm
$C_p$	0.69	$\pm 0.055$
$C_{pk}$	0.66	$\pm 0.065$
$\rho$	0.86	
Corrélation	Significative	
Stabilité	Pas en contrôle	
Distribution	Non normal	



#### 6.4.5 Analyse globale des données de la hauteur

Comme il a été mentionné plus tôt, l'analyse d'interférence en hauteur est une donnée de première importance lors de l'élaboration d'un nouveau modèle de batterie. Les chapitres précédents ont révélé qu'une légère variation des paramètres peut entraîner de grands changements sur la hauteur<sup>27</sup>.

Deux scénarios seront analysés afin d'étudier le comportement de la batterie en hauteur : batterie 60 Ah et batterie 80 Ah. Le graphique ci-dessous illustre une comparaison entre les hauteurs obtenues par nos calculs (hauteur théorique) et les hauteurs mesurées sur des lots significatifs de batteries<sup>28</sup>.



Graphique 20 Hauteur mesurée et hauteur prédites

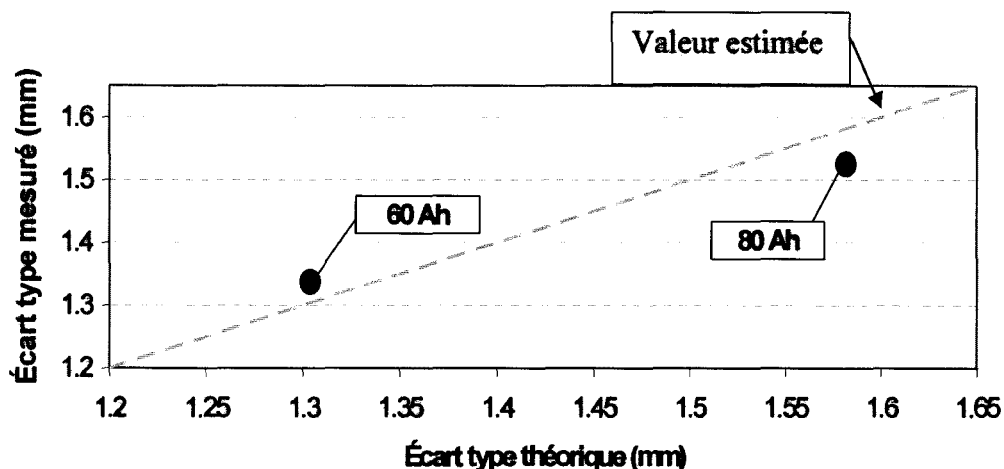
<sup>27</sup> Dans une batterie 80Ah, le nombre total de couches HC est d'environ 1000. Il est facile de constater qu'une erreur systématique de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$ , due à la présence de l'auto-corrélation, se traduira par une surépaisseur de l'ordre de 10 mm. Ce qui représente environ 4% de la hauteur totale de la batterie.

<sup>28</sup> 54 batteries pour le modèle 60Ah et 60 batteries pour le modèle 80Ah.

On constate que notre prédiction dans le cas de la batterie 60 Ah concorde avec les mesures obtenues. Pour la batterie 80 Ah, il y a une légère différence entre la prédiction et les résultats mesurés. Signalons qu'entre la période où nous avons procédé à la création du modèle mathématique et la période de la production des batteries qui ont été mesurées, de grands efforts ont été déployés par l'équipe d'Avestor pour améliorer les performances et la stabilité des procédés problématiques. Ceci peut expliquer le petit écart entre la prédiction et la valeur mesurée. Toutefois, le niveau d'erreur ( $\leq 0,35\%$ ) demeure très acceptable.

En somme, à la lumière des présents résultats, on peut affirmer que notre modèle prédit de façon adéquate la hauteur moyenne d'une configuration donnée de la batterie.

Le graphique qui suit est celui de la variation par rapport à la prédiction de celle-ci.



Graphique 21 Illustration de l'écart type mesuré par rapport à celui du modèle

Comme on peut le constater, les écarts types mesurés sont proches de la valeur prédite par le modèle développé dans ce mémoire. La différence entre l'écart mesuré et l'écart estimé est de 2,6 % pour la batterie 60 Ah et de 3,5 % pour la batterie 80 Ah, ce qui est jugé comme relativement faible en tenant compte de la sensibilité du modèle. De plus,

les résultats sont le reflet d'une politique d'échantillonnage et non de la population entière, d'où l'existence d'une erreur d'estimation.

## **6.5 Conclusion**

Dans le présent chapitre, nous avons démontré la justesse et l'efficacité du modèle proposé dans ce mémoire. Nous avons prouvé que nous étions en mesure de prédire adéquatement les probabilités de défaillance et les performances des batteries. Ainsi, en s'assurant du respect des requis exigés, nous sommes en mesure d'obtenir un niveau de qualité égale ou supérieure à celle demandée par le marché ou par les exigences concurrentielles.

Nous avons également validé la capacité de notre modèle à prédire la hauteur de la batterie. Nous avons investigué le comportement de la moyenne des lots produits et le comportement de la dispersion à l'intérieur d'un lot. Pour la valeur de la moyenne, les résultats sont excellents avec une erreur inférieure à 0.35 %. Pour l'écart type nous avons obtenu une erreur maximale de l'ordre de 3,5 % pour la batterie 80 Ah, ce qui est quand même jugé comme un excellent résultat compte tenu de la complexité de l'assemblage.

## CONCLUSION

Ce mémoire est un projet de recherche et de développement en milieu industriel. Nous avons tenté, à travers notre étude, d'intégrer de nouvelles méthodologies du domaine du tolérancement robuste dans les travaux de conception d'une nouvelle génération de cumulateurs d'énergie. L'acquisition de nouvelles connaissances sur le comportement de la batterie Lithium Métal Polymère (LMP) nous a permis d'améliorer la précision du comportement géométrique et énergétique de la batterie. Nous avons établi un modèle mathématique à l'aide des méthodes statistiques, en tenant compte des phénomènes fortement corrélés.

Le modèle développé permet d'estimer le comportement stochastique des sous assemblages et des composantes et de connaître leurs influences mutuelles (corrélation et inter-corrélation). Le résultat de l'assemblage final prédit les niveaux de défaillances, la hauteur totale des cellules électrochimiques et la capacité énergétique de la batterie. Nous avons apporté des recommandations pratiques pour le contrôle des procédés complexes dans le but de mieux maîtriser les variations inhérentes des procédés.

La modélisation s'est effectuée en trois étapes : la modélisation mathématique du modèle nominal, le développement d'un modèle variationnel pour la propagation de l'erreur et le perfectionnement de ce dernier pour permettre un contrôle optimal des procédés. L'objectif poursuivi était la simulation de la densité énergétique et l'occurrence des courts-circuits de la batterie.

La complexité de l'assemblage et la précision exigée ont justifié l'adoption d'une méthodologie probabiliste. Comme plusieurs hypothèses n'étaient pas respectées, cette approche a fait l'objet de nombreuses modifications et améliorations. Ainsi, un nouveau modèle pour analyser le cumul statistique des tolérances a été proposé, des facteurs de corrections pour distribution non normale ont été attribués, et les corrélations entre les

différents paramètres ont été introduites dans le modèle analytique de la propagation des variations.

Également, nous avons amélioré la méthode de contrôle par l'introduction des indices de capacité de deuxième génération  $C_{pm}$  et  $C_{c..}$ . Nous avons démontré que ces derniers permettent d'inclure les effets de corrélation et s'adaptent à une multitude de situations. Cette méthode a été avantageusement comparée à d'autres méthodes statistiques (*Inertial Tolerance* et *Six Sigma*®) dans le but de la valider et de démontrer son potentiel d'utilisation, ce que nous avons effectué au chapitre 5. La méthode demeure robuste même avec des fortes déviations ( $\delta \geq 0.25 \sigma$ ). Elle est précise, car l'erreur d'estimation demeurant inférieure à 2 %. L'exactitude de la méthode a de plus été démontrée dans le cas de fortes corrélations et les auto-corrélations entre les variables. Finalement, nous avons démontré la justesse de notre modèle; des données cueillies *in situ* ont permis une validation finale du modèle.

Afin d'améliorer la précision du modèle, plusieurs hypothèses pourraient être revisitées. Premièrement, dans la présente analyse, la forme des différentes couches est considérée comme uniforme. Cette hypothèse quoi que louable, n'est pas tout à fait exacte. Une étude plus spécifique de la forme des différentes couches à l'aide de modèles statistiques disponibles, pourrait apporter de nouveaux éléments de compréhension de la modélisation de la batterie. Il va sans dire qu'un tel traitement des données peu s'avérer complexe, ce qui justifie l'utilisation de la première hypothèse.

Pour améliorer la rentabilité du produit, il serait très pertinent d'introduire une optimisation des paramètres pour tenir compte des critères économiques. Un tel modèle devrait tenir compte de tous les paramètres à valeur ajoutés du produit. Il devrait aussi, tenir compte du coût de chacune des composants et du coût de la non qualité de ceux-ci. En somme, le modèle d'optimisation du produit devrait être en mesure d'assurer la meilleure rentabilité du produit.

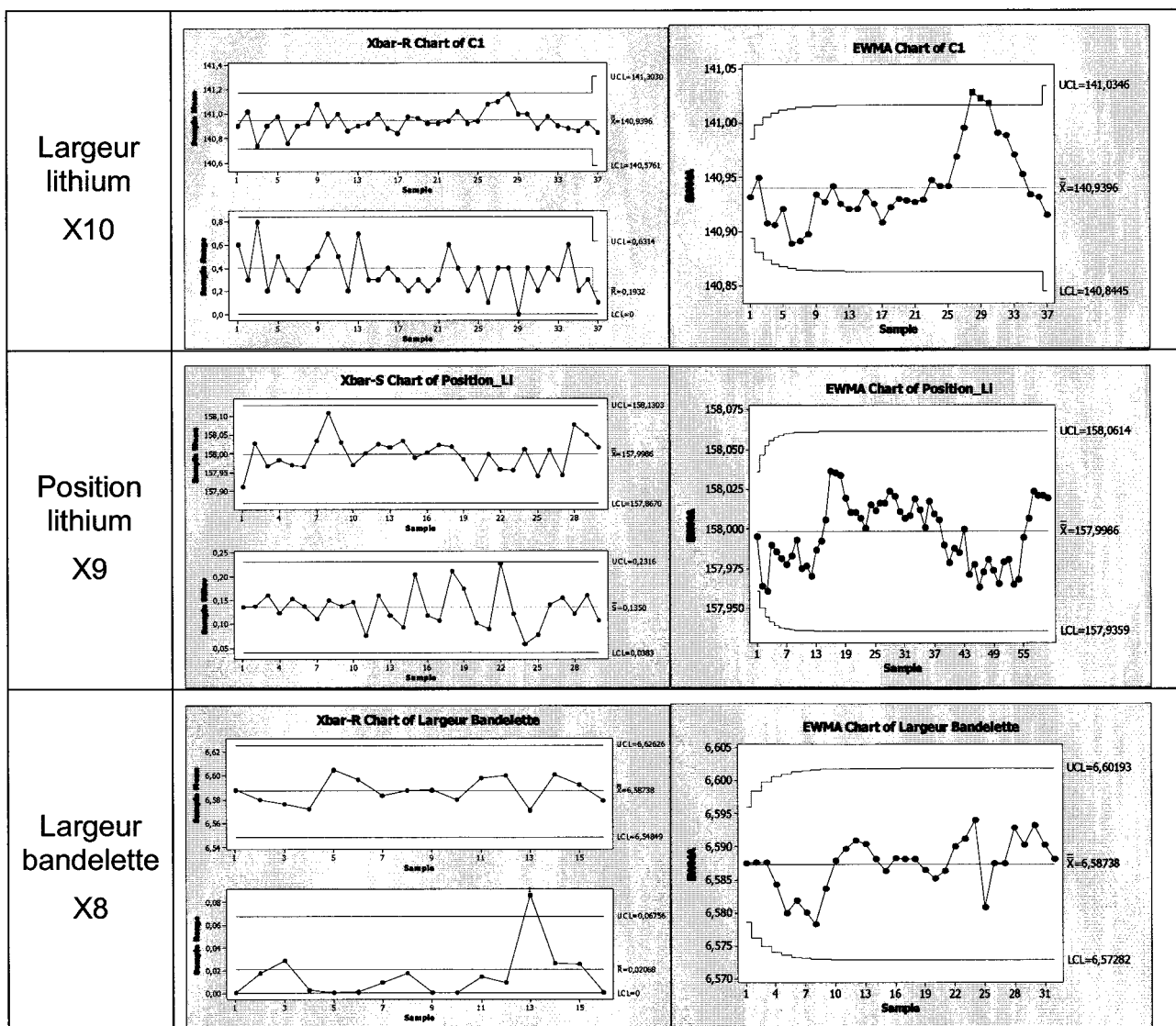
Un autre champ d'amélioration serait dans l'étude des propriétés thermomécaniques des différents matériaux. Un des aspects à étudier serait la dégradation des matériaux sous certaines conditions opératoires. Une meilleure connaissance de des propriétés nous permettrait d'améliorer la précision de certains facteurs de correction. Une tel connaissance ramènerait cette partie de la modélisation à une modélisation analytique et non empirique ce qui ajouterait beaucoup à la précision du modèle.

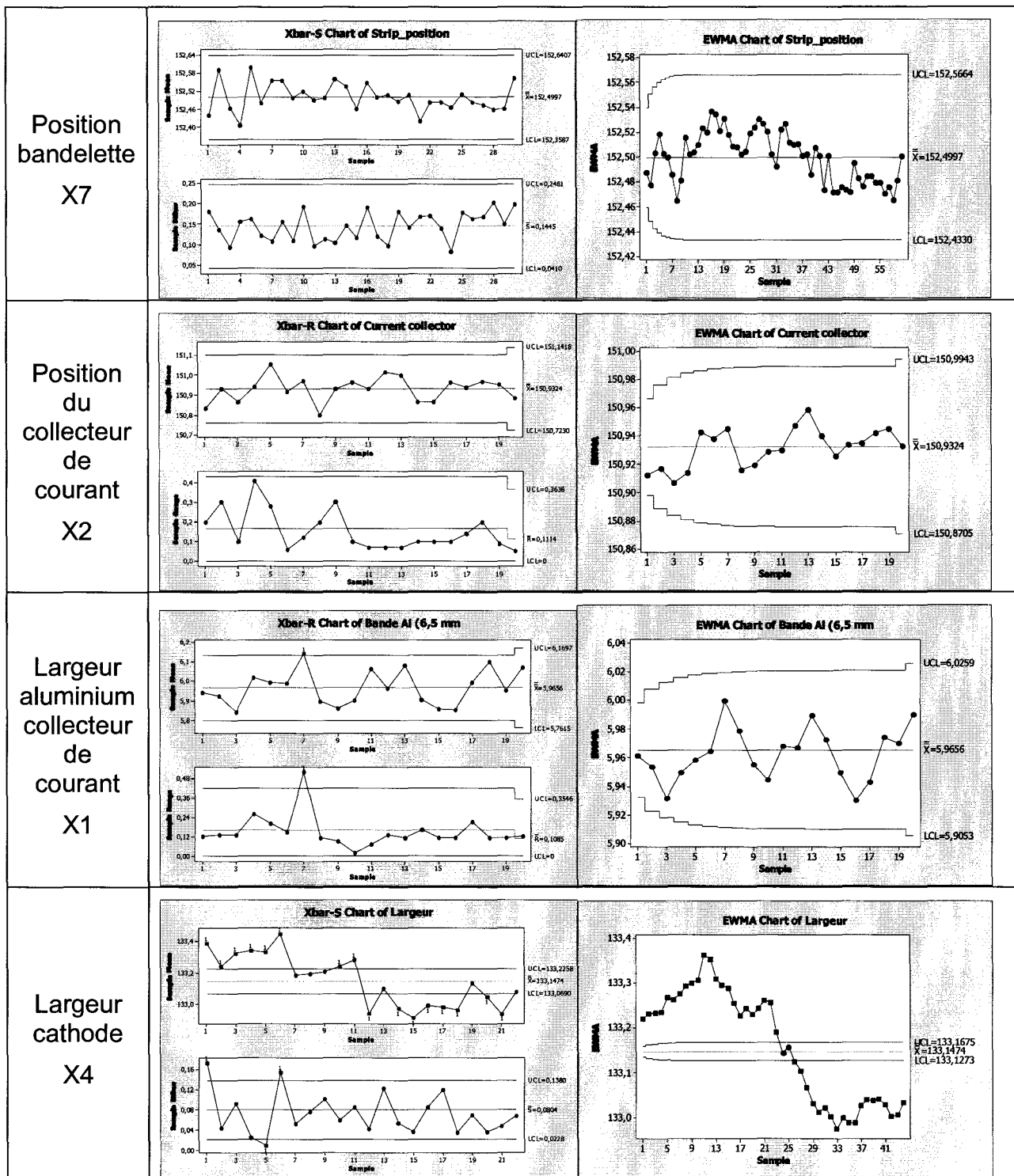
Le dernier point qui serait utile d'améliorer dans le modèle prédictif serait la compréhension de la dynamique électrochimique de la batterie. Ceci implique entre autre le niveau de résistivité de chacune des couches et l'efficacité d'échange ionique selon le niveau de charge et décharge. Ainsi, nous serions en mesure d'évaluer de façon analytique la capacité qu'un niveau donné de charge ou décharge pourrait apporter. Une telle compréhension du produit pourrait apporter de grand avantage afin d'optimiser les performances de la batterie.

On peut donc conclure que pour améliorer la précision du modèle actuel, il serait préférable d'éliminer tous les facteurs empiriques et de les remplacer pas des facteurs analytiques. Malgré tout, nous avons clairement démontré que autour du point de fonctionnement actuel, la précision du model présenté dans ce mémoire est somme toute, tout à fait acceptable.

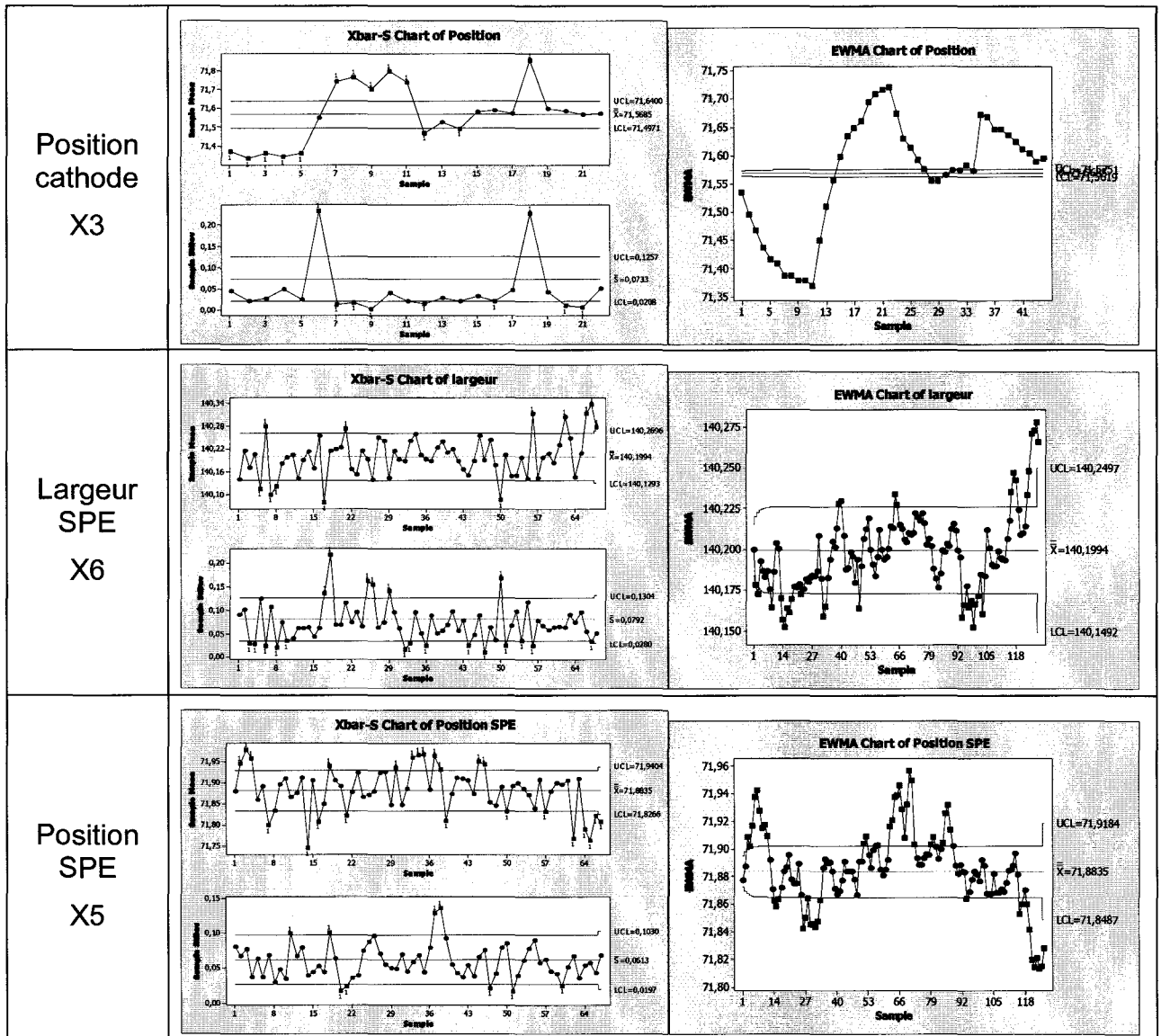
ANNEXE I

OCCURENCES DES COURTS-CIRCUITS



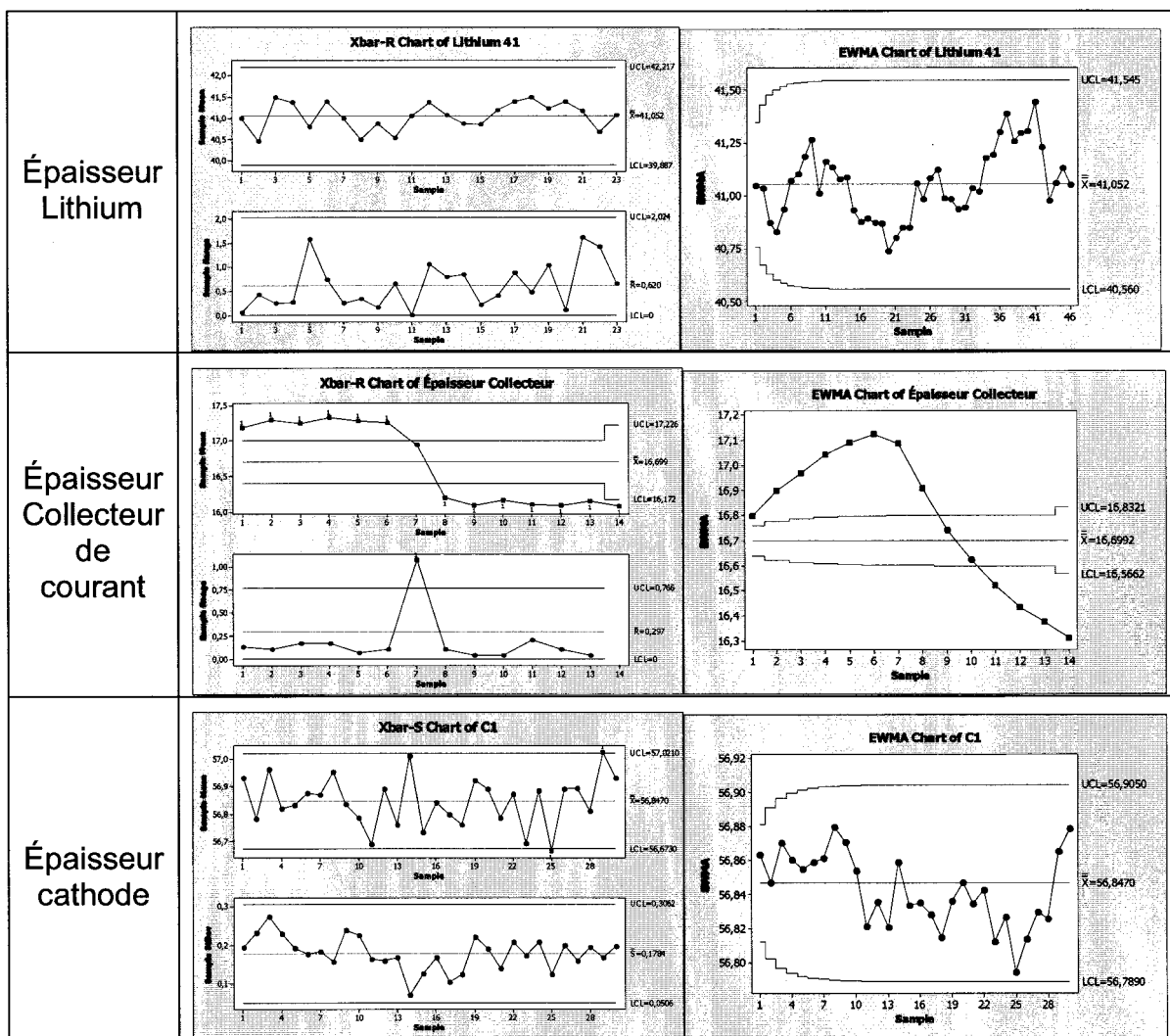


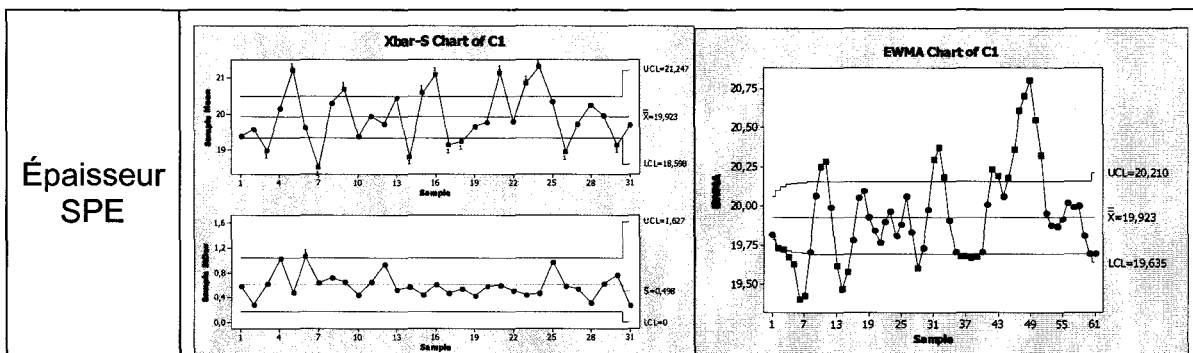




ANNEXE II

HAUTEUR DES COMPOSANTES





## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Gilson, J. (1952). A New Approach to Engineering Tolerances. New York, NY,; Industrial Press.
- [2] Zhang, H. C. (1997). Advanced Tolerancing Techniques (John Wiley & Sons, Inc ed.). New York: Wiley-Interscience.
- [3] Cox, N. D. (1986). How to perform statistical tolerance analysis. American Society for Quality Control, 11.
- [4] Montgomery, D. C. (2001). Introduction to Statistical Quality Control (4th ed. ed.). New York: John Wiley & Sons.
- [5] Taguchi G., Yokohama Y., Wu. (1994). Taguchi Methods, ON-Line Production. In Quality Series (Vol. 2): ASI Press.
- [6] Srinivasan, V. (April 1997). ISO Deliberates Statistical Tolerancing. Paper presented at the 5thCIRP Seminar on Computer-Aided Tolerancing, Toronto, Canada.
- [7] Pasupathy T.M.K., Morse E. P., Wilhelm T. G. (2003). A Survey of Mathematical Methods for the Construction of Geometric Tolerance Zones. J of Mechanical Design, Trans. of ASME, 118(1), 62-67.
- [8] Desrochers A., Ghie W., Laperrière L. (2003). Application of Unified Jacobian - Torsor Model for Tolerance Analysis. Trans of the ASME, Journal of Computing and Information Science in Engineering, 3, 2-4.
- [9] Zou Z., Morse E. (2003). Application on the Gap Space Model for Multidimensional Mechanical Assemblies. Trans of the ASME, Journal of Computing and Information Science in Engineering, 3, 22-30.
- [10] Xion C., Rong Y., Koganti R. P., Zaluzec M. J., Wang N. (2002). Geometric Variation Prediction in Automotive Assembling. Journal of Assembly Automation, 22(3), 260-269.
- [11] Anselmetti, B., Mawussi, K., Mejbri, H. (2000). Synthesis of tolerances Starting from a Fuzzy Expression of the Functional Requirements. Paper presented at the Int CIRP Seminar on computer Aided Tolerancing, Cachan.
- [12] Shan A., Roth R. N., Wilson R. J. (2003). Genetic Algorithms in Statistical Tolerancing. Mathematical and Computer Modeling, 38, 1427-1436.
- [13] Wu Y., Shah J. J., Davidson J. D. (2003). Computer Modeling of Geometric Variation in Mechanical Parts and Assemblies. Trans of the ASME, Journal of Computing and Information Science in Engineering, 3, 54-63.

- [14] Laperrière L., Ghie W., Desrochers A. (2002). Statistical and Deterministic Tolerance Analysis as Synthesis Using a Unified Jacobian - Torsor Model for Analysis in Computer Aided Tolerancing. *Annal of 52nd CIRP General Assembly*, 51(1), 417-420.
- [15] Anselmetti, B. (2000). Cotation fonctionnelle statistique: Modèle et synthèses des tolérances. *European Journal of Automation*, 345(2-3).
- [16] Tahan, A., Songmene, V., Châtelain, J.-F. (2004). Case study of the Application of Statistical Tolerances Taking Account of Correlation. Paper presented at the Proc, of International Conference on computers and Industrial Engineering, San-Francisco.
- [17] Chang-Xue, F. J., Kusiak, A. (2002). Robust Tolerance Synthesis With the Design of Experiments Approach. *Transaction of the ASME Journal of Engineering for industry*, 122, 520-528.
- [18] Lee C. L., Tang G. R. (1995). Assemblability evaluation based on tolerance propagation. *IEEE Int. Conference on Robotics and Automation*, 1593-1598.
- [19] Castonguay, J-P., Tahan, S. A. (2005). Correlated Characteristics Identification and Effect in Statistical Tolerance Design. *Wseas Trans. on Mathematics*, 4(4).
- [20] Vallée, A., Robillard, C., Wilkinson, H. (2004). The Impact of Lithium-Metal-Polymer Battery Characteristics on Telecom Power System Design. Paper presented at the INTELEC.
- [21] Vallée, A., Robillard, C., Wilkinson, H. (2003). The Impact of Lithium-Metal-Polymer Battery Proven reliability based on customer field trials. Paper presented at the BATTCON.
- [22] Paradis, R., Simoneau, M., Davis, M.S. (2002). Lithium-Metal-Polymer Battery for Stationary Applications. Paper presented at the BATTCON.
- [23] Cox, N. D., Shapiro S.S. (1967). *Statistical Model in Engineering*. Wiley, New York.
- [24] Cox, N. D. (April 1979). Tolerance Analysis by computer. *Journal of Quality Technology*, 11(2).
- [25] Raid, W. A., Lee, S.J. (2000). Effects of autocorrelation and outliers on two-sided tolerance limits. *Journal of Quality Technology*, 31(3), 286-300.
- [26] Kramer, H., Schmid, W. (1998). The influence of Parameter Estimation on the ARL of Shewhart Type Charts for Time Series. Frankfurt: Europa University Viadrina.
- [27] Wolf, E. R. (1961). Safe Tolerancing for Cumulative Dimensions. *Product Engineering*, 40-43.

- [28] Gladman, C. A. (1980). Applying Probability in Tolerance Technology. *Trans. Inst. Eng. Austral., Mech. Eng., ME5*, 82.
- [29] Bender, A. (1968). Statistical Tolerancing as it Relates to Quality Control and Designer Society Automotive Engineers, SAE paper No. 680490.
- [30] Denniston, B. (2006). Capability Indices and Conformance to Specification: The Motivation for Using Cpm. *Quality Engineering*, 18, 79-88.
- [31] Chase, K., Magleby, S. Tolerance Analysis of 2-D and 3-D Mechanical Assemblies with small kinematic Adjustments: Brigham Young University.
- [32] Evans, D. Statistical Tolerancing: The state of the Art, Part 2. *Journal of Quality Technology*, 7, 1-12.
- [33] Nigam, S., Turner, J. (1995). Reviews of statistical approaches to tolerance analysis. *Computer-Aided Design*, 27, 9-15.
- [34] Pillet, M., Duret D., Serget, A. (2005). Weighted Inertial Tolerancing. *Quality Engineering*.
- [35] Pillet, M. (2004). Inertial tolerancing. *TQM Magazine*, 16, 202-209.
- [36] Castonguay, J-P., Tahan, S. A. (December 16-18, 2005). Identification of Correlated Characteristics in a Linear Statistical Tolerance Design. Paper presented at the 8th WSEAS International Conference on APPLIED MATHEMATICS, Tenerife, Spain.
- [37] Wildi, T. (1999). *Électrotechnique (Troisième édition ed.): Les presses de l'Université Laval*.
- [38] Yufei Chen, T. M. D., James W. Evans, Othon R. Monteiro and Ian G. Brown. (1999). Examination of the Corrosion Behavior of Aluminum Current Collectors in Lithium/Polymer Batteries. *Journal of The Electrochemical Society*, 146(4), 1310-1317.
- [39] Ponnambalam, K., Seifi, A.; Vlach, J. (2003). Yield optimization with correlated design parameters and non-symmetrical marginal distributions. Paper presented at the Proc of the 2003 IEEE Inter Symposium on Circuits and Systems, Cat. No.03CH37430.
- [40] Chang-Xue, F., Jin, W., Jin-Song, W. (2001). An optimisation model for concurrent selection of tolerances and suppliers. *Computer & Industrial Engineering*, 40, 15-33.
- [41] Datan, J-Y., Etienne, A., WU, F., Siadat, A., Martin P. (2005). Allocation des tolérances fonctionnelles par optimisation du coût de fabrication. Journée Nationale AIP PRIMECA - TOLERANCEMENT.

- [42] C.K. Dimou, V.K. Koumoussis (2003). Competitive genetic algorithms with application to reliability optimal design. *Advances in Engineering Software*, 34, 773-785.
- [43] Betteridge, D., Wade, A. P., Howard, A. G. (1985). Reflections on the modified simplex - II. *Talanta* 32, 8B, 723-734.
- [44] Åberg, E., R., Gustavsson. (1982). A. G. T. Design and evaluation of modified simplex methods. *Analytica Chimica Acta*, 144, 9-53.
- [45] Walters, P., Morgan and Deming. (1991). *Sequential Simplex Optimization. A Technique for Improving Quality and Productivity in Research, Development, and Manufacturing*. CRC Press.
- [46] Marty C., Linarès, J-M. (1999). *Industrialisation des produits mécaniques (Lavoisier ed.): Tome 1*.
- [47] Dufaure J., T. D., Débarbouillé G. (2004). Product model dedicated to collaborative design: a geometric point of view. *IDMME 2004*, Bath.
- [48] Markovoort, L., Gliniorz, S., Deneux, D. (2005). Etat de l'art des méthodes d'analyse de tolérance. Paper presented at the Journée Thématique AIP-PRIMECA, Cachan.
- [49] Montgomery, D. C., Runger, G.C. (1993). *Gauge Capability and Designed Experiments. Part I: Basic Methodes, Part II: Experimental Design Models and Variance Component Estimation, Quality Engineering*. In i. Marcel Dekker (Ed.).
- [50] Taguchi G., Yokohama Y., Wu. (1993). *Tagichi Methods, Design of Experiments*. In *Quality Series (Vol. 4): ASI Press*.
- [51] Chan, K. L., Cheng, W. S., Spiring, A. F. (1988). A New Measure of Capability: Cpm. *Journal of Quality Technology*, 20(3), 161-175.
- [52] Harry M. J., Stewart R. (1988). *Six Sigma Mechanical Design Tolerancing*. Publication No. 6s-2-10/88, Motorola Inc, 242.
- [53] Zhang, H., Huq, M. (1992). Tolerancing techniques: The state of art. *International Journal of Production Reasearch*, 30, 2111-2135.
- [54] *Guide to the expression of Uncertainty in Measurement*. (1995). ISO/TAG 4/WG 3.
- [55] Kotz, S., Lovelace, C. R. (1998). *Process Capability Indices in Theory and Practice*. London: Arnold.
- [56] Baillargeon, G. (1990). *Méthode statistique de l'ingénieur (3e ed. Vol. 1)*. Trois-Rivière: Les Éditions SMG.