

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE
M. Ing.

PAR
Moncef Rafik SACI

AMÉLIORATION DU MODÈLE MATHÉMATIQUE ET DE LA COMMANDE
ROBUSTE DE TEMPÉRATURE D'UN FOUR DE THERMOFORMAGE

MONTRÉAL, LE 19 DÉCEMBRE 2012



Moncef Rafik SACI, 2012



Cette licence [Creative Commons](#) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Guy Gauthier, directeur de mémoire
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

Mme Lyne Woodward, présidente du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Vincent Duchaine, membre du jury
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 14 DÉCEMBRE 2012

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Je tiens à adresser mes plus vifs remerciements à mon Directeur de recherche Monsieur Guy Gauthier qui m'a permis d'apprécier davantage mon domaine de recherche et pour m'avoir dirigé, conseillé, orienté et encouragé durant ce travail.

Je tiens à remercier Madame le professeure Lyne Woodward ainsi que Monsieur le professeur Vincent Duchaine de s'être intéressés à ce travail et d'avoir accepté de faire partie du jury.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur le professeur Pascal Bigras pour m'avoir donné l'immense opportunité d'être responsable de TP et de laboratoires à l'ÉTS, ainsi que tous les professeurs du laboratoire CoRo.

Je remercie ma famille pour son support moral et la confiance qu'elle me témoigne.

Et enfin, un grand merci à tous mes collègues du laboratoire CoRo, en particulier Rachid, Yousef, Longfei, Andy, et à mes amis Simon et Sylvain, sans oublier ma marraine à l'ÉTS Souha pour son dynamisme et son aide précieuse.

AMÉLIORATION DU MODÈLE MATHÉMATIQUE ET DE LA COMMANDE ROBUSTE DE TEMPÉRATURE D'UN FOUR DE THERMOFORMAGE

Moncef Rafik SACI

RÉSUMÉ

Le but de ce projet est l'automatisation du procédé industriel de thermoformage. Les principales difficultés sont : l'établissement d'un modèle mathématique qui se rapproche le plus possible du cas réel et l'adaptation du contrôleur face aux différentes perturbations. Ces perturbations sont dues aux variations des paramètres, de la température ambiante à l'intérieur du four, la température initiale de la feuille de plastique et les erreurs dues aux non-linéarités.

Dans l'industrie de thermoformage, les feuilles de plastiques sont retirées du four pendant le régime transitoire dans le but d'augmenter la productivité. Pour cette raison, la méthode de Krigeage duel a été utilisée pour la linéarisation du modèle mathématique du four de thermoformage. Le modèle mathématique utilisé, pour la conception de contrôleurs et les tests, est celui conçu par (Gauthier, 2008). Les paramètres utilisés sont ceux de l'Acrylonitrile Butadiène Styrene qui ont été estimés par (Yousefi, Bendada et Diraddo, 2002). Ces paramètres font que les parties supérieure et inférieure du four ne sont pas symétriques.

Deux types de contrôleurs robustes TILC ont été conçus. Le premier est un contrôleur TILC basé sur la théorie de $H\infty$ sensibilité mixte, le deuxième est issu de la μ -synthèse. Ces contrôleurs permettent de définir un profil de température désiré du système. Le choix d'une commande TILC est dû au fait que le processus de thermoformage est répétitif et que la température est récoltée uniquement en fin de cycle.

Les résultats obtenus montrent que les contrôleurs sont capables de faire face à des variations extrêmes des paramètres du procédé de thermoformage et aux bruits de mesures, et de maintenir une erreur de $\pm 5^\circ\text{C}$. Avec un bon choix des consignes initiales des éléments chauffants, la convergence peut être assurée en l'espace de quelques cycles.

Mots clés : commande robuste - $H\infty$ sensibilité mixte - μ -synthèse – transfert de chaleur – modélisation – thermoformage.

IMPROVEMENT OF THE MATHEMATICAL MODEL AND THE ROBUST CONTROL OF TEMPERATURE OF A THERMOFORMING OVEN

Moncef Rafik SACI

ABSTRACT

The purpose of this project is the automation of the industrial process of thermoforming. The main difficulties are: the establishment of a mathematical model which gets closer as much as possible to the real case and the adaptation of the controller in front of various disturbances. These disturbances are due to the variations of the parameters, the ambient temperature inside the oven, the initial temperature of the sheet of plastic and the errors due to non-linearities.

In the industry of thermoforming, the sheets of plastics are removed from the oven during the transitory regime with the aim of increasing the productivity. For that reason, the method of dual Krigeage was used for the linearization of the mathematical model of the oven of thermoforming. The used mathematical model, for the design of controllers and the tests, is the one designed by (Gauthier, on 2008). The used parameters are the ones of the Acrylonitrile Butadiène Styrène which were estimated by (Yousefi, Bendada and Diraddo, 2002). These parameters make that the oven's superior and lower sides are not symmetric.

Two types of robust TILC controllers were designed. The first one is a TILC controller based on the theory of mixed $H\infty$ sensibility, the second comes from μ -synthesis. These controllers allow to define a temperature profile for the system wished by the user. The choice of a TILC command is due to the fact that the process of thermoforming is repetitive and that the temperature is only measured at the end of cycle.

The obtained results show that the controllers are able of facing extreme variations of the parameters of the process of thermoforming with noises of measures, and able to keep the measured error between $\pm 5^\circ\text{C}$. With a good choice of the initial conditions of the heating elements, the convergence is reached in few cycles.

Keywords : robust control - $H\infty$ mixed sensitivity – μ -synthesis – heat transfer – modelisation - thermoforming.

X

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTERATURE	5
1.1 Introduction	5
1.2 Cibles de la recherche	5
1.3 Modélisation du four de thermoformage	6
1.3.1 Étude physique du four	6
1.3.2 Revue de littérature sur la modélisation	6
1.3.3 Conclusion	13
1.4 Contrôle du processus	14
1.4.1 Les défis du contrôle du procédé de thermoformage	14
1.4.2 Revue de la littérature sur le contrôle en thermoformage	14
1.4.3 Conclusion	19
1.5 Conclusion générale de la revue de littérature	20
CHAPITRE 2 MODÉLISATION DU FOUR ET ÉTUDE DE L'IMPACT DES VARIATIONS DES PARAMÈTRES SUR LE PROCÉDÉ DE THERMOFORMAGE	23
2.1 Introduction	23
2.2 Description du four de thermoformage du projet	23
2.3 Modélisation du four de thermoformage	25
2.3.1 Transfert d'énergie par radiation	26
2.3.1.1 Émissivité effective	27
2.3.1.2 Loi de Beer-Lambert	27
2.3.2 Transfert d'énergie par mode de conduction	27
2.3.3 Transfert d'énergie par mode convection	28
2.3.4 Modèle mathématique du four	28
2.4 Impact de la variation des paramètres sur la sortie du système	31
2.5 Conclusion	33
CHAPITRE 3 CONCEPTION DU CONTRÔLEUR	35
3.1 Introduction	35
3.2 Linéarisation du système	35
3.2.1 Détermination des matrices par la méthode de Krigeage duel	36
3.3 Commande terminale par apprentissage itératif	38
3.4 Synthèse du contrôleur H^∞	39
3.4.1 Conception du contrôleur H^∞ sensibilité mixte	41
3.4.2 Détermination de la matrice d'erreur $\Delta \Psi$	42
3.4.3 Détermination des fonctions de pondération	43
3.4.3.1 Matrice de performances	43
3.4.3.2 Fonction de pondération pour la robustesse	45

3.4.4	Système augmenté pour le problème $H\infty$ sensibilité mixte	45
3.4.5	Résolution du problème de $H\infty$ sensibilité mixte	47
3.4.5.1	Vérification des deux premières conditions :	49
3.4.5.2	Vérification de la troisième condition :	50
3.4.5.3	Vérification des deux dernières conditions	50
3.4.6	Conception de contrôleur robuste par μ -synthèse.....	51
3.4.6.1	Système augmenté pour le problème de μ -synthèse.....	53
3.5	Conclusion	54
	CHAPITRE 4 TESTS ET VALIDATIONS	57
4.1	Introduction.....	57
4.2	Algorithme et définition des paramètres choisis pour les simulations.....	57
4.3	Comparaison entre la μ -synthèse et $H\infty$ sensibilité mixte	60
4.3.1	Configuration à quatre éléments chauffants et quatre capteurs	61
4.4	Configuration à six éléments chauffants et six capteurs	64
4.4.1	Contrôleur TILC d'ordre 2.....	64
4.4.2	Contrôleur TILC d'ordre 3.....	65
4.4.3	Comparaison entre le contrôleur TILC d'ordre 2 et le contrôleur TILC d'ordre 3	67
4.4.4	Impact de la variation du temps de cycle sur la conception du contrôleur	67
4.5	Configuration à dix éléments chauffants et dix capteurs	69
4.5.1	Impact des conditions initiales sur le contrôle	69
4.5.2	Impact de la variation de tous les paramètres du système	71
4.6	Configuration à douze éléments chauffants et douze capteurs	74
4.6.1	Décomposition SVD	74
4.6.2	Tests sur le four à douze éléments chauffants et douze capteurs.....	75
4.7	Conclusion	81
	CONCLUSION	83
	RECOMMANDATIONS	87
	ANNEXE I APPLICATION DE LA MÉTHODE DE KRIGEAGE SUR UN FOUR À DEUX ÉLÉMENTS CHAUFFANTS ET DEUX CAPTEURS DE TEMPÉRATURE	89
	ANNEXE II SIMPLIFICATION DE FONCTIONS DE TRANSFERTS ISSUES DE LA μ -SYNTHESE OU DE $H\infty$ SENSIBILITÉ MIXTE	95
	LISTE DE RÉFÉRENCES	99

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1	Variation des paramètres du four en fonction de la température
Tableau 2.2	Température de la surface supérieure d'une zone en fonction de la variation des paramètres
Tableau 4.1	Paramètres physiques du four de thermoformage et du matériau utilisé (ABS)
Tableau 4.2	Comparaison des normes obtenues avec μ -synthèse et H^∞ sensibilité mixte
Tableau 4.3	Comparaison des contrôleurs TILC
Tableau 4.4	Variation des différents paramètres du procédé de thermoformage

LISTE DES FIGURES

	Page	
Figure 1.1	Modélisation d'un toit de maison avec l'analogie chaleur-électricité	12
Figure 1.2	Structure pour H_∞ sensibilité mixte	15
Figure 1.3	Schéma bloc du système avec fonctions de pondérations	16
Figure 1.4	Schéma bloc pour le μ -analyse et μ -synthèse	16
Figure 2.1	Four de thermoformage de AAA Thermoforming Machine.....	24
Figure 2.2	Disposition des capteurs dans le four de thermoformage	25
Figure 2.3	Discrétisation d'une zone de la feuille de plastique	26
Figure 3.1	Problème H_∞ standard	40
Figure 3.2	Schéma bloc du système à commander en boucle fermée	41
Figure 3.3	Fonction de pondération W_I^{-1}	44
Figure 3.4	Système augmenté pour le problème de H_∞ sensibilité mixte	46
Figure 3.5	Système augmenté	46
Figure 3.6	Ajout du bloc délai au contrôleur.....	47
Figure 3.7	Problème μ -synthèse	51
Figure 3.8	Schéma bloc pour la μ -synthèse	52
Figure 3.9	Schéma bloc pour le problème μ -synthèse standard.....	53
Figure 4.1	Ordinogramme de simulation	59
Figure 4.2	Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale le four 4x4.....	62
Figure 4.3	Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale pour $\omega = 0.7rd/s$	63
Figure 4.4	Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale avec une commande TILC d'ordre 2	65

Figure 4.5	Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale avec une commande TILC d'ordre 3	66
Figure 4.6	Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale pour un cycle de 180s	68
Figure 4.7	Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale pour une température initiale de feuille de plastique de 5°C	70
Figure 4.8	Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale pour une température initiale des éléments chauffants de 600K	71
Figure 4.9	Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale face à des variations extrêmes de tous les paramètres du procédé ..	73
Figure 4.10	Évolution de la commande du contrôleur TILC et de l'écart maximal de la température finale.....	77
Figure 4.11	Fonction de sensibilité versus l'inverse de W_1	78
Figure 4.12	Fonction de sensibilité de contrôle versus l'inverse de W_2	79
Figure 4.13	Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale face à des variations extrêmes de tous les paramètres du procédé ..	80

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

PET	Polyéthylène téréphthalate
ABS	Acrylonitrile butadiène styrène
TILC	« Terminal iterative learning control »
AG	Algorithmes génétiques
SVD	« Singular value decomposition »
HDPE	« High density polyethylene »

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

ρ	Masse volumique de la feuille de plastique
V	Volume de la feuille
C_p	Chaleur spécifique du matériau
σ	Constante de Stephan-Boltzmann
ε_{eff}	Émissivité effective
A_h	Surface de l'élément chauffant
F_{ij}	Le facteur de vue
$T_{k,i}$	Température de la couche i de la feuille de plastique à la zone k
ε_h	Émissivité de l'élément chauffant
ε_s	Émissivité de la surface de la feuille de plastique
T	Fraction d'énergie transmise à travers la couche
A_b	Absorptivité moyenne du matériau à travers son spectre
Δz	Épaisseur d'une couche
T_∞	Température de l'air ambiant
θ_j	Température de l'élément chauffant j
k	Constante de conductivité
h	Coefficient de convection
A	Surface d'une zone en m^2 , ce paramètre est supposé constant.
F_{kj}	Facteur de vue entre l'élément chauffant j et la zone k .
A_h	Surface de l'élément chauffant en m^2 , ce paramètre est constant.
β_1	Taux d'énergie absorbée par une couche d'épaisseur $\Delta z/2$
β_2	Taux d'énergie absorbée par une couche d'épaisseur Δz
$\bar{x}(0)$	Température initiale de la feuille de plastique
\bar{u}	Vecteur d'entrées
T_∞	Température ambiante à l'intérieur du four
\bar{y}	Vecteur de températures de feuille de plastique
Ψ	Matrice de gains en entrée
Γ	Matrice de gains pour les conditions initiales

Φ	Matrice de gains pour les perturbations
Θ_j	Vecteur des entrées contrôlables
Ξ_r	Vecteur des entrées non contrôlables ou les perturbations mesurables
B_j	Vecteur des coefficients de fluctuations
A_i	Vecteur des paramètres à déterminer
Υ_j	Vecteur des j -ièmes sorties du système correspondant aux j -ièmes entrées
$\alpha_{i,i}$	Paramètres des différentes matrices
$\beta_{j,i}$	Coefficients de fluctuation.
$u(k)$	Commande au cycle k
N	Ordre du contrôleur
$y_d(k)$	Sortie désirée au cycle k
$y_T(k)$	Sortie mesurée au cycle k
L_i	Gain sur la commande appliquée au $i^{\text{ème}}$ cycle antérieur
K_i	Gain sur l'erreur appliquée au $i^{\text{ème}}$ cycle antérieur
W_1	Matrice de pondération pour les performances
W_2	Matrice de pondération pour la robustesse
W_u	Matrice de pondération
W_y	Matrice de pondération Ψ_{\min}
Ψ_{\max}	Matrice de gains qui correspond au cas où les paramètres sont maximaux
Ψ_0	Matrice de gains qui correspond au cas où les paramètres sont nominaux
Ψ_{\min}	Matrice de gains qui correspond au cas où les paramètres sont minimaux
M	Gain en haute fréquence de la fonction de pondération inverse
ε	Gain en basse fréquence de la fonction de pondération inverse
ω	Fréquence pour laquelle la fonction de pondération est égale à 0 dB

INTRODUCTION

Le thermoformage est un moyen très répandu pour la transformation de feuilles de plastique en pièces utiles destinées à des domaines très différents. Le thermoformage peut aussi bien être employé pour la fabrication de simples boîtes pour œufs, jusqu'à la production de compartiments d'avions, en passant par les appareils électroménagers. Le thermoformage n'est pas le seul moyen disponible pour former des pièces plastiques, mais vu sa simplicité d'utilisation et son coût relativement réduit, il reste le moyen de production le plus avantageux.

Le processus de thermoformage se déroule comme suit :

Chauffe de la feuille plastique :

Le but de cette étape est d'amener la température de la feuille de plastique au-dessus de la température de transition vitreuse par le biais d'éléments chauffants infrarouges.

Façonnage ou moulage :

La feuille est disposée dans un moule de géométrie donnée, le matériau sera mis en forme afin d'élaborer la pièce désirée.

Refroidissement :

Une fois le moulage fini, la pièce est aussitôt refroidie avant qu'elle ne soit retirée du moule, jusqu'à ce qu'elle devienne rigide.

Découpage et rognage :

La dernière étape consiste à enlever le surplus de matière, tel que la partie où la feuille était maintenue pendant tout le processus.

Pour plus de détails sur l'industrie du thermoformage, les étapes du processus, son historique, les produits issus du processus, les avantages et inconvénients, les deux mémoires de maîtrises de (Moore, 2002) et (Ajersch, 2005), les livres (Throne, 1987) et (Throne, 1996) sont des références pertinentes.

De nos jours, quelques problèmes existent dans l'industrie du thermoformage, le problème majeur est le réglage des consignes du four de thermoformage, car un mauvais paramétrage entraîne une mauvaise chauffe de la feuille de plastique. Une feuille surchauffée peut fondre et couler sur les éléments chauffants, une feuille sous-chauffée peut se briser lors du moulage, ce qui a pour conséquence directe son élimination du cycle de production, donc une perte de production qui peut atteindre les 15%, voire plus (Florian, 1996), mais aussi une consommation d'énergie inutile. De plus, l'environnement du four change pendant la production, ce qui provoque un changement des paramètres. Donc, il y est nécessaire de réajuster les consignes de température à chaque changement des conditions d'opération. Le principal responsable de ces pertes est l'opérateur humain, qui selon son expérience, peut trouver les bons paramètres plus ou moins rapidement. De plus, la relève au poste d'opérateur n'est pas assurée.

Le défi, qui est mené par les chercheurs dans le procédé de thermoformage, est de réduire les pertes de feuilles de plastique et la consommation d'énergie perdue, ce qui est possible en optimisant le processus. Par exemple, en étudiant l'impact de certains paramètres sur le processus, ou en automatisant le procédé industriel, ce qui est le but principal de ce mémoire. D'autres défis apparaissent, tels la modélisation la plus fidèle que possible du four et trouver une méthode adéquate pour concevoir un contrôleur performant et robuste face aux changements des paramètres et aux perturbations.

Dans ce mémoire, nous allons revisiter le modèle mathématique d'un four de thermoformage existant et y apporter des améliorations. À partir du modèle mathématique amélioré, nous concevrons un contrôleur robuste basé sur la théorie de $H\infty$.

Le mémoire se déroule comme suit :

Chapitre 1 : présentation de la revue de la littérature sur la modélisation et le contrôle du procédé de thermoformage.

Chapitre 2 : modélisation du procédé de thermoformage et l'impact de la variation des paramètres sur le système sera présentée.

Chapitre 3 : conception de contrôleurs robustes.

Chapitre 4 : tests et validation du contrôleur sur le modèle mathématique du four de thermoformage.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTERATURE

1.1 Introduction

Les deux étapes où le plus d'études ont été effectuées dans l'industrie de thermoformage sont l'étape de chauffe et l'étape de moulage de la feuille de plastique. Dans ce chapitre, nous nous intéresserons uniquement à l'étape de chauffe. Cette étape est celle qui présente le plus de pertes économiques dans l'industrie du thermoformage, d'où le choix de se limiter seulement à cet aspect. Tout d'abord, il est nécessaire d'énumérer et définir les points essentiels du projet.

1.2 Cibles de la recherche

Dans l'étape de chauffe de la feuille de plastique, les améliorations qui peuvent être apportées sont sur :

La modélisation :

Elle peut aussi bien concerter la feuille de plastique ou bien les éléments chauffants par exemple.

La commande :

Elle concerne les éléments chauffants.

La toute première étape obligatoire pour réaliser un contrôle sur un processus, c'est de modéliser aussi bien que possible les phénomènes physiques qui entrent en jeu. Dans la majeure partie des cas, certains phénomènes sont négligés, soit parce qu'ils n'ont pas une grande influence sur le procédé, ou bien parce qu'ils sont trop compliqués pour être modélisés ou tout simplement par manque de connaissances. Plus la modélisation se rapproche du cas réel, plus le contrôleur sera capable d'exploiter au mieux les capacités du procédé en question. Une fois la modélisation finie, le design du contrôleur est effectué, d'où l'importance d'étudier ces deux étapes.

1.3 Modélisation du four de thermoformage

1.3.1 Étude physique du four

Il est possible de diviser cette étude en trois parties (Bougebrayel, 2000), soit : les études expérimentales, analytiques et par ordinateur. Les études expérimentales portent sur la mesure de la température dans un matériel à faible conduction (à la surface et dans le solide) et la distribution du flux de chaleur avec précision. Des études analytiques essayent de définir les interactions physiques parmi les différents modes de transfert de chaleur et la mécanique des fluides. Enfin, les études par ordinateur consistent à modéliser de manière efficace et précise en résolvant numériquement des équations fortement couplées entre elles.

Dans le thermoformage, l'étape à modéliser dans le projet est la chauffe de la feuille de plastique. Cette étape est cruciale, car il est très important de pouvoir obtenir une répartition désirée de la température sur toute la feuille, ce qui a pour finalité une meilleure pièce thermoformée avec le minimum de défauts.

Dans cette étape, les phénomènes physiques qui entrent en jeu sont principalement liés au transfert de chaleur qui se propage selon trois modes qui sont illustrés et étudiés en détails dans (Holman, 2002). La connaissance de ces phénomènes permettra de délimiter l'étendue de recherche. Ces trois modes de propagation de la chaleur sont:

- par radiation, qui est principalement dû aux éléments chauffants présents dans le four ;
- par convection, qui est dû à l'air présent dans le four ;
- par conduction, c'est la chaleur qui se propage à l'intérieur du matériau.

1.3.2 Revue de littérature sur la modélisation

Dans le cadre du doctorat de (Monteix, 2001), l'optimisation de l'ensemble des paramètres de fabrication des bouteilles en plastique par thermoformage était étudiée. Le processus étudié dans cette thèse comprend plusieurs parties telles que les émetteurs de rayonnement,

les réflecteurs de rayonnement, le système de ventilation et les préformes en Polyéthylène Téréphthalate (PET). L'auteur a accompli la caractérisation optique du PET, la caractérisation du système du chauffage, le développement d'une instrumentation pour la mesure des paramètres de fonctionnement des installations de chauffages ainsi que la conception d'un logiciel de modélisation PLASTIRAD du chauffage de préforme en PET, basé sur la méthode des volumes de contrôle. Le logiciel développé nécessite des améliorations tels que la construction d'un modèle capable de gérer les maillages non structurés sur le modèle des volumes finis, l'implantation d'un modèle de transfert radiatif 3D pour améliorer la précision de la modélisation, les modèles radiatifs des lampes halogènes est à affiner, ainsi que la mesure du gradient de température dans l'épaisseur des préformes.

D'autres points importants ont été énoncés dans la thèse (Monteix, 2001) tels que :

- la variation de la densité et de la conductivité thermale n'est pas assez importante pour être prise en considération contrairement à la chaleur spécifique qui présente des variations pouvant atteindre les 40% ;
- une importante transparence du PET, responsable d'une montée rapide des températures à travers l'épaisseur. Cette transparence est assez importante pour se faire ressentir sur la partie arrière des préformes. Une absorption relativement faible aux courtes longueurs d'ondes a été observée, ce qui implique une transmission élevée. La quantité d'énergie absorbée dépend de la longueur d'onde des éléments radiants.

Dans l'article de (Erchiqui, Hamani et Charette, 2009), la modélisation du chauffage infrarouge de membranes thermoplastiques semi-transparentes a été traitée. Parmi les méthodes utilisées pour la modélisation; il y a la méthode des volumes finis, la méthode de différences finies, méthode des éléments finis 1D (méthode qui nécessite calcul de facteur de forme), méthode de Monte Carlo et la méthode probabiliste. Dans l'article, la modélisation 3D par la méthode des éléments finis du chauffage des feuilles minces en PET a été réalisée. Il y est supposé que les propriétés thermo-physiques du PET sont indépendantes de la température et que l'absorption de l'intensité radiative à l'intérieur du matériau est unidirectionnel et est régit par la loi de Beer–Lambert. Un des résultats obtenus est la

présence d'un gradient constant de température entre la face avant et arrière de la feuille de PET lors du chauffage.

Le terme source radiatif, qui intervient dans l'équation d'énergie, pourrait être modélisé en 3D par une méthode plus robuste, à savoir la méthode des ordonnées discrètes ou la méthode de zone.

Les recherches de Duarte et Covas étaient axées sur le chauffage infrarouge de pellicules de plastiques (en rouleau). Dans leurs premier article (Duarte et Covas, 2002), la problématique traitée est l'obtention d'une épaisseur uniforme sur la totalité de la feuille, des algorithmes ont été définis à cet effet. Les principales difficultés de cette recherche concernant la modélisation, résident dans le comportement de la feuille de plastique telle que la flèche de la feuille et la température ambiante du four qui varie avec le temps.

Par la suite, l'étude de l'impact de certains facteurs sur ces méthodes ont été analysés puis comparés (Duarte et Covas, 2003). Dans cet article, les principaux facteurs discutés sont :

- l'épaisseur de la feuille influence le gradient de température dû à la conduction, une variation de $\pm 3\%$ affecte légèrement la température de la face opposée ;
- la couleur et la rugosité de la feuille affecte l'émissivité, une variation d'émissivité de 0.1 peut engendrer une variation de température de 6K sans affecter l'uniformité de distribution de température ;
- les changements de températures de la pièce (nuit, jour, hiver, été) affectent la température de l'air ambiant dans le four. Une variation de 10K de la température de la pièce produit une variation de 5K de la température finale de la feuille sans provoquer un effet important sur la distribution de la température sur la feuille.

Un dernier point important dans l'article, ce sont les variations des propriétés thermiques de la feuille de polymère, qui est un mélange de polystyrène homopolymère et polystyrène modifié à haut impact, « Laquerene 1540 » et « Laquerene 7240 » respectivement, qui apparaissent au Tableau 1.1.

D'après le tableau 1.1, la conduction thermale reste constante, la densité diminue légèrement avec l'augmentation de la température du matériau et la chaleur spécifique augmente de façon considérable avec l'augmentation de la température de la feuille plastique.

Tableau 1.1 Variation des paramètres du four en fonction de la température du matériau
Tiré de Duarte et Covas (2003)

Température (°C)	k (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	ρ (kg.m ⁻³)	C_p (kg.m ⁻² .K ⁻¹)
23	0.17	1045	1103
50	0.17	1038	1250
100	0.17	1022	1845
150	0.17	992	2038
200	0.17	963	2216

(DiRaddo et Meddad, 2000) ont eux aussi étudié l'impact de certains paramètres de thermoformage à travers une évaluation expérimentale. Un résultat important a été tiré de ces expériences, l'augmentation de la température sur une zone diminue l'épaisseur de la zone concernée et augmente celle des zones adjacentes, ce qui prouve le couplage important entre les zones.

La problématique traitée dans la thèse de doctorat de (Bougebrayel, 2000) est aussi l'optimisation du procédé de thermoformage en général. Il a effectué une étude approfondie sur l'impact des quatre paramètres suivants sur le thermoformage : le type d'élément chauffant, le type de matériau plastique, la puissance d'entrée du système et la distance séparant les éléments chauffants de la feuille de plastique. Les résultats ont été les suivants :

- l'uniformité de la température du plastique diminue sensiblement avec l'augmentation de la puissance d'entrée, augmente avec la distance qui sépare les éléments chauffants de la feuille ;
- la convection participe à plus de 40% dans le transfert de chaleur vers la feuille de plastique ;

- l'uniformité thermale dépend directement du phénomène de convection qui à son tour dépend de la forme de la feuille, le rapport feuille/émetteur, la distance séparant l'émetteur du récepteur et la géométrie de l'élément chauffant ;
- les coefficients de convection du haut sont plus élevés que ceux du bas ;
- la variation de la conductivité thermale n'a pas d'effets importants sur les résultats ;
- l'élément chauffant à gaine procure une meilleure uniformité thermale à de grandes distances (sa puissance émise devient plus diffuse) ;
- l'émetteur du haut perd plus de chaleur que celui du bas dû à la convection ;
- les radiations ne pénètrent pas dans les couches internes de la feuille de plastique (Siedenburgh, 1995).

Ses recommandations sont (Bougebrayel, 2000) :

- minimiser l'effet de la convection en construisant un enclos autour du dispositif dans le but d'obtenir une meilleure répartition de la température sur la surface de la feuille ;
- faire un design uniforme du flux de convection en employant des géométries circulaires pour l'élément chauffant et la feuille de plastique ;
- faire un design avec différents éléments chauffants en donnant moins de puissance à celui du centre ;
- les éléments chauffants du bas doivent avoir une consigne plus puissante que ceux du haut, ceci est dû aux pertes plus importantes par convection.

Dans l'article de (Yousefi, Bendada et Diraddo, 2002), l'amélioration de la modélisation de la phase de chauffe a été étudiée. Hormis les analyses qui portaient sur les différents modes de transfert de chaleur, la modélisation, les techniques de résolution du problème inverse, les études de certains facteurs tel que la longueur d'onde des éléments chauffants et de la température de l'air ambiant, une étude a été réalisée sur l'incertitude des paramètres dans la simulation de la phase de chauffe de la feuille de plastique d'acrylonitrile butadiène styrène (ABS). De plus, les coefficients du transfert de chaleur par convection naturelle ont été évalués par deux méthodes. Les résultats qui ont été obtenus sont :

- tous les paramètres du processus sont dynamiques ;

- les paramètres qui influent le plus sont : la température et l'émissivité de l'élément chauffant, le facteur de forme et la chaleur spécifique. L'effet de la variation de la conductivité thermale est négligeable pour les feuilles minces mais doit être pris en considération pour les feuilles de plastique épaisses ;
- la température de l'air ambiant est extrêmement non uniforme et varie grandement avec le temps ;
- la température au-dessous de la feuille de plastique est jusqu'à deux fois supérieure à celle du dessus de la feuille de plastique, ceci est dû au système de maintien du polymère qui joue le rôle d'une barrière au phénomène de transfert de chaleur naturel ;
- les coefficients de transfert de chaleur au-dessus de la feuille de plastique sont jusqu'à 3 fois plus important que ceux du dessous ;
- l'effet de flèche de la feuille de plastique produit un changement des facteurs de formes ;
- bien qu'il y ait une forte dépendance des coefficients de transfert de chaleur à la température, ils peuvent être assumés constants vu les légères variations qu'il y a vers la fin de la phase de chauffe.

(Ajersch, 2005) s'est basé sur une étude réalisée antérieurement par (Moore, 2002) qui a modélisé la feuille de plastique en la discrétilisant. La feuille a été divisée en cinq couches supposées isothermes et que l'énergie se propageait par radiation et convection naturelle sur les couches externes, et par conduction uniquement dans les couches internes.

(Ajersch, 2005), dans son mémoire, a considéré contrairement à la supposition du modèle de Moore, que le transfert de chaleur dans les couches intérieures ne se fait pas uniquement par conduction mais aussi par radiation, ce qui veut dire que la transmittivité est non nulle. La formule de transfert de chaleur a été augmentée du terme de radiation pour les nœuds intérieurs, il s'est inspiré des expérimentations réalisés par (Boulet, 2003) qui a prouvé que les radiations pénétraient à l'intérieur de la feuille.

Dans le mémoire de (Moore, 2002), il évoque à plusieurs reprises la température de l'air ambiant et à l'intérieur du four, il dit que la température de l'air ambiant et dans le four

augmentent avec la durée de travail, la température de l'air dans le four peut être largement non uniforme. L'utilisation d'un matériel approprié pour la mesure du flux d'air et le temps requis pour faire un contrôle qui prend en considération ce dernier ne serait pas justifié. La solution proposée par Moore pour la prédiction du flux d'air à l'intérieur du four et de connaître son effet sur les éléments chauffants est d'utiliser un réseau de neurones artificiels.

Pour finir avec l'aspect modélisation et optimisation du thermoformage, il est intéressant de voir les travaux de (Nakayama et al., 2004) où l'isolation thermique des toits de maisons au Japon a été étudiée. La chaleur du soleil et de l'environnement est transmise par radiation à la surface opposée d'une plaque d'aluminium, de plus, l'air circulant se charge de transporter l'air qui se trouve à proximité de la surface radiée.

Dans l'article, le mode de transfert par convection naturelle a été étudié analytiquement. Une fois la convection naturelle calculée, elle a été combinée avec les deux autres modes de transfert de chaleur, conduction et radiation, et le tout est modélisé par un schéma électrique utilisant l'équivalence électricité-chaleur comme la montre la Figure 1.1.

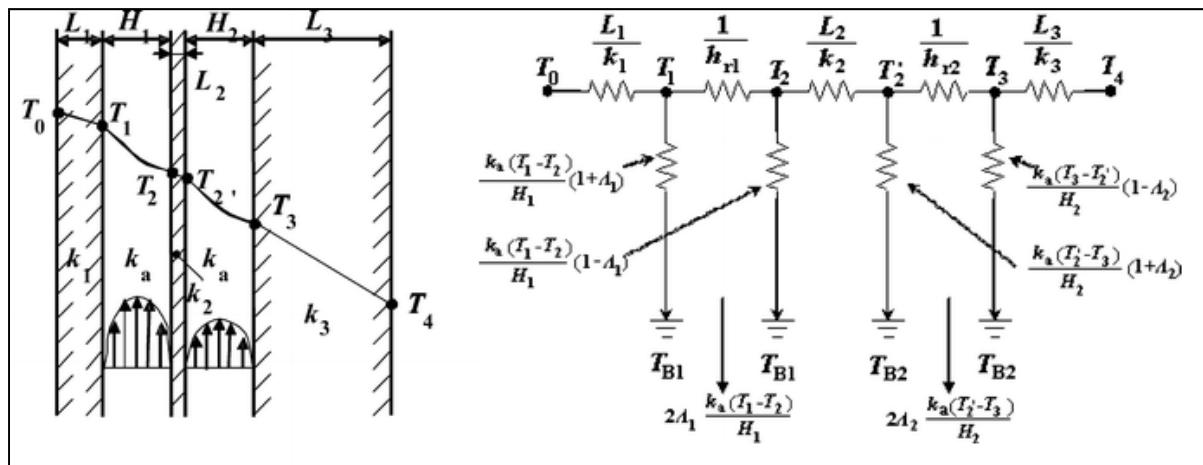


Figure 1.1 Modélisation d'un toit de maison avec l'analogie chaleur-électricité
Tirée de Nakayama et al. (2004)

Les différents modes de transfert de chaleur ont été modélisés par un réseau de résistances. La formule du nombre de Rayleigh calculée de ce réseau a permis de tracer une courbe en fonction de la température, cette courbe permet de définir les conditions optimales pour un

tel isolement thermique. L'idée qui pourrait survenir de cette modélisation est d'essayer de jouer sur les paramètres pour pouvoir minimiser un effet par rapport à un autre.

L'idée présentée dans l'article de (Nakayama et al., 2004) pourrait être exploitée en modifiant physiquement le four afin de minimiser ou maximiser des effets par rapport à d'autres.

1.3.3 Conclusion

Dans cette section, plusieurs méthodes de modélisation de l'étape de chauffe de la feuille de plastique ont été énoncées, des avancées considérables ont été réalisées mais il existe des problèmes récurrents qui représentent les grands défis pour de futures recherches, ces défis sont :

- la prise en considération des variations des paramètres qui sont en fonction du temps ou de la température dans la majeure partie des cas ;
- la modélisation des éléments chauffants. Plusieurs chercheurs ont modélisé cette partie mais sans obtenir une modélisation complète. Il y a toujours des améliorations à apporter aux modèles existants ;
- l'étude de la température ambiante à l'intérieur du four qui est largement non uniforme ;
- la modélisation de la feuille de plastique, la plus grande difficulté réside dans l'effet de flèche de la feuille.

1.4 Contrôle du processus

1.4.1 Les défis du contrôle du procédé de thermoformage

Le four de thermoformage est composé d'éléments chauffants qui ont pour but de chauffer la feuille de plastique. Jusqu'à présent, ces éléments sont contrôlés par des opérateurs humains, puisque les paramètres du four changent avec le temps et la température, l'opérateur est dans la nécessité de réajuster ses réglages. Donc, le contrôleur qui sera conçu doit être robuste, ce qui veut dire qu'il prend en considération le changement des paramètres du four, sans oublier que ce dernier sera basé sur la modélisation réalisée antérieurement par le concepteur. Il est à noter aussi que les performances d'un contrôleur, vitesse de convergence et erreur en régime permanent est inversement proportionnelle à la robustesse. Il faut faire un compromis entre robustesse et performances.

Les tentatives d'automatisation du procédé de thermoformage sont rares, peu de documentation est disponible, la majorité des recherches ont été effectuées à l'université de McGill en collaboration avec l'Institut des Matériaux Industriels (IMI) de Boucherville (Qc).

1.4.2 Revue de la littérature sur le contrôle en thermoformage

Dans le mémoire de (Moore, 2002), l'étude de deux contrôleurs en-cycle a été réalisée, l'un basé sur la théorie de H_∞ et l'autre sur le contrôle par modèle prédictif qui se base sur des estimations futures pour calculer les entrées du système. Dans le mémoire, il est mentionné que rare sont les travaux qui ont été consacrés pour le contrôle en boucle fermée du procédé de thermoformage et qu'aucune recherche n'a été faite pour le contrôle en-cycle.

Le contrôleur basé sur H_∞ a pour avantage d'être plus facile à l'implémentation et requiert moins de calculs mais le design est très complexe, la maintenance requiert une personne ayant une très bonne connaissance en contrôle avancé à l'inverse du contrôle par modèle prédictif.

Concernant les résultats obtenus, des dépassements importants ont été observés avec le contrôleur H_∞ , l'auteur explique que ceci est dû à la lenteur de refroidissement des éléments chauffants, mais aussi par le fait que le design se fait dans le domaine des fréquences alors que le thermoformage opère dans le domaine temporel. Pour pallier à ce problème, il propose les solutions de protection anti-dépassement mentionnées dans l'article (Schaper et al., 1994). Pour le deuxième contrôleur, malgré les améliorations apportées pour le rendre robuste, de lentes oscillations de $\pm 5^\circ\text{C}$ ont été observées en régime permanent. Selon l'auteur, ceci est dû au haut niveau d'incertitudes, aux capteurs de températures infrarouge et aussi au modèle qui est non linéaire. Pour remédier à ce problème, il suggère de commuter sur le modèle linéaire à l'approche du régime permanent. L'auteur a pris en considération la variation de certains paramètres, de la température de l'air dans le four et la température des éléments chauffants. La figure ci-dessous représente la structure du contrôleur utilisé dans son mémoire :

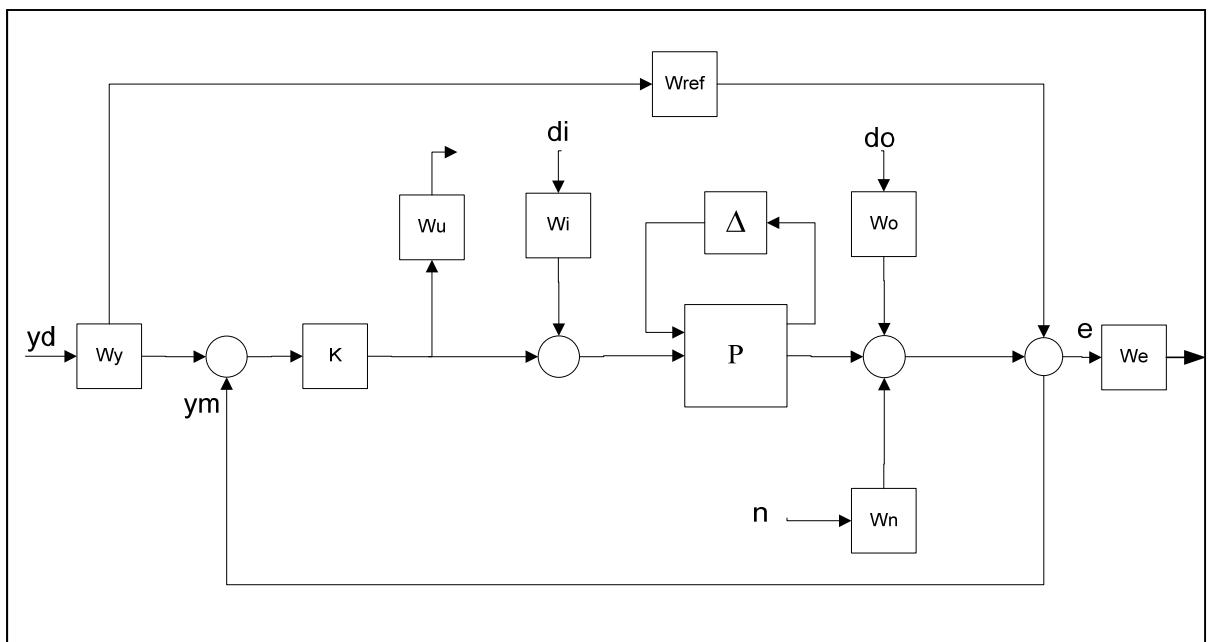


Figure 1.2 Structure pour H_∞ sensibilité mixte
Tirée de Moore (2002)

Les blocs **P** et **Δ** représentent le système avec les incertitudes, le bloc **K** représente le contrôleur, les blocs **W** représentent les différentes fonctions de pondération qui déterminent

le comportement du système. Enfin, les signaux **di** et **do** sont des perturbations et **n** est le bruit de mesure.

(Gauthier, 2008) a opté dans un premier temps pour un contrôleur H_∞ sensibilité mixte, et dans un second temps, il a utilisé la μ -synthèse pour concevoir un contrôleur robuste IMC-TILC (Internal Model Control-Terminal Iterative Learning Control). La commande conçue est une commande cycle-à-cycle. Contrairement à une commande en-cycle où la température de la feuille de plastique est récoltée en cours de cycle, la température est mesurée uniquement en fin de cycle.

La principale différence entre ces deux contrôleurs, est que le deuxième prend en considération les incertitudes paramétriques structurées. La Figure 1.3 représente le schéma du contrôleur robuste TILC pour la résolution du problème H_∞ sensibilité mixte. La figure 1.4 représente le schéma bloc pour la conception du contrôleur TILC par μ -analyse ou μ -synthèse.

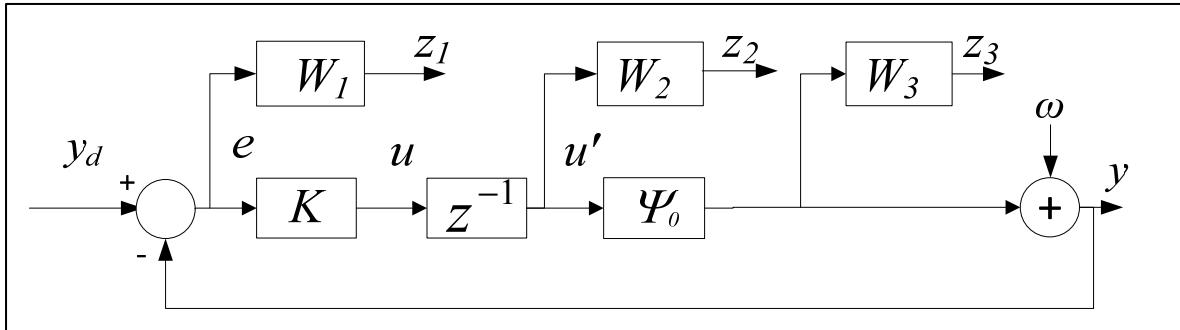


Figure 1.3 Schéma bloc du système avec fonctions de pondérations
Tirée de Gauthier (2008)

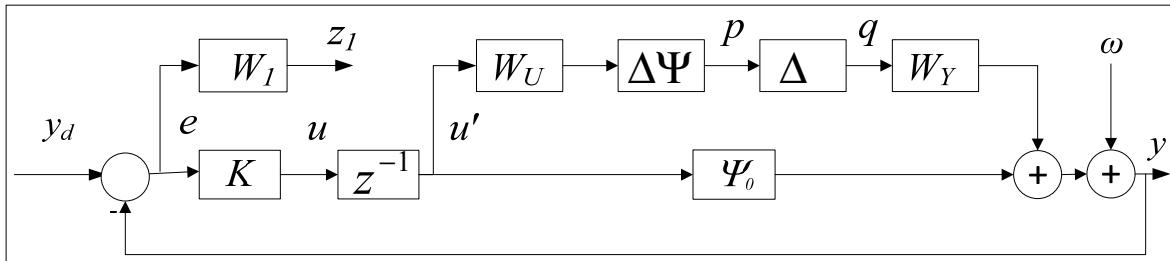


Figure 1.4 Schéma bloc pour le μ -analyse et μ -synthèse
Tirée de Gauthier (2008)

Le design du contrôleur est basé sur le modèle linéarisé du four de (Moore, 2002). Les incertitudes considérées sont celles des erreurs dues à la linéarisation uniquement.

Dans le chapitre 3 de la thèse, la méthode de contrôle TILC a été développée et la possibilité d'avoir un TILC d'ordre supérieur a été étudiée, mais aussi comment simplifier le design de ce contrôleur par le biais de l'IMC (Internal Model Control) et par décomposition SVD ont été montrées. La commande TILC est une méthode itérative basée sur la prise en compte des sorties antérieures pour calculer la commande à envoyer au cycle actuel.

Les simulations ont été présentées dans l'ordre croissant de difficulté en commençant par la configuration de 2 capteurs de température et deux consignes pour les éléments chauffants, une pour les éléments du bas et une pour ceux du haut, jusqu'au cas de 14 capteurs et 12 consignes différentes pour les douze éléments chauffants. Les résultats pour les premières configurations sont très satisfaisants, en moins de 5 cycles la convergence est assurée, mais plus la configuration est complexe plus les résultats se dégradent, cela s'explique par le fort couplage qui existe entre les différentes zones. En effet, la disposition des capteurs à l'intérieur du four, fait que le couplage entre les zones est très important. Les capteurs couvrent deux zones à la fois au minimum, et physiquement il est impossible de les placer autrement dans le four.

Concernant la différence entre les résultats en pratique et en simulation, l'auteur explique que ça peut être dû à l'émissivité dont les chercheurs proposent plusieurs valeurs différentes, mais aussi à la température ambiante qui est supposée constante et aussi aux coefficients de convection qui diffèrent certainement du cas réel.

Les résultats sont prometteurs mais des améliorations sont nécessaires pour que le contrôleur puisse être adopté dans l'industrie, l'auteur recommande de s'orienter vers le problème de design d'algorithme TILC avec plusieurs entrées et sorties, le problème vient du modèle linéarisé qui devient à rang déficient quand sa taille augmente.

Bien qu'il ait essayé de résoudre ce problème en étudiant la symétrie du four, le problème persiste. La cause serait la présence de valeurs singulières très petites, pour remédier à ce problème, elles ont été forcées à zéro pour pouvoir faire le design du contrôleur.

Des algorithmes génétiques (AG) ont été utilisés sur le contrôleur TILC robuste avec IMC vu précédemment en utilisant la μ analyse (Gauthier et Boulet, 2010). Le réglage des filtres exponentiels utilisés pour le control à modèle interne (désignée en anglais par le Internal Model Control : IMC) s'est fait avec les algorithmes génétiques en procurant le plus robuste des systèmes en boucle fermé. Cette méthode réduit considérablement le nombre de paramètres à régler et l'analyse de la robustesse du contrôleur est automatisée. En contrepartie, le temps de calcul augmente considérablement quand le système a plus d'entrées et sorties.

Dans le mémoire de (Beauchemin Turcotte, 2010), une commande en fin de cycle par apprentissage successif basée (i.e. TILC) sur la logique floue a été réalisée. La logique floue a un caractère moins mathématique, le module de découplage flou utilise uniquement des données mesurées sur le procédé. Ce module simplifie l'implantation de la commande puisque le système équivalent devient un ensemble de systèmes à simple entrée et simple sortie. Quant aux résultats obtenus, vu que les tests sont procédés de la même manière que dans (Gauthier, 2008), les mêmes difficultés ont été notées, c'est-à-dire que pour le cas de 14 capteurs 12 éléments chauffants, la robustesse n'est plus assurée pour les mêmes raisons vu précédemment dans la thèse.

Pour les recommandations, l'auteur parle de l'avantage de sa structure de commande qui est sa modularité, il affirme qu'il est possible de travailler indépendamment les deux modules pour de futures améliorations. Le module de découplage peut être affiné en poussant plus loin l'étude sur les symétries existant dans le four et en négligeant les faibles interactions calculées par le facteur de vue.

(Duarte et Covas, 2002) ont proposés des algorithmes itératifs pour le procédé de chauffage infrarouge de pellicule de plastiques (en rouleau). La résolution du problème direct consiste à modéliser le chauffage infrarouge du procédé pour déduire par la suite les entrées du système, le problème inverse détermine les valeurs des températures des éléments chauffants afin d'obtenir le profil de températures désiré sur la feuille de plastique. Ces algorithmes prennent en considération la température de l'air ambiant et calculent les facteurs de vue pour déduire l'effet de flèche de la feuille de plastique. L'algorithme inverse proposé dans l'article consiste à entrer la même commande pour tous les éléments chauffants d'une seule ligne et augmenter la température progressivement du premier rang d'éléments chauffant jusqu'au dernier, le dernier rang produit la température désirée. La feuille est discrétisée en plusieurs surfaces chacune contenant dix éléments. Les facteurs de vues pour chaque élément de la feuille sont calculés, et par la suite le problème direct est résolu pour chaque itération.

La comparaison entre les simulations et les résultats pratiques a montré que les prédictions dépendent fortement des valeurs de paramètres tels que l'effet de flèche qui induit un changement des facteurs de vue, et surtout la température ambiante. Ces paramètres ne peuvent être obtenus qu'expérimentalement, ceci est dû à l'imprécision de la modélisation.

1.4.3 Conclusion

Les difficultés dans le design des contrôleurs sont :

- le manque d'informations sur la température à l'intérieur du four et la flèche de la feuille (désignée en anglais par le mot : sag) sont les problèmes majeurs pour le design du contrôleur, un mauvais choix entraîne automatiquement des erreurs sur la sortie ;
- le manque de connaissance sur la variation de certains paramètres ;
- le compromis entre performances et robustesse ;
- le couplage important entre les différentes zones du four.

Les résultats les plus prometteurs sont ceux des contrôleurs TILC robustes. Ces contrôleurs corrigent la future sortie en prenant compte les sorties précédentes. Plus les données fournies

au contrôleur sont précises, plus rapide est la convergence vers la sortie désirée. Cependant, ce qui a le plus altéré les résultats sur ces contrôleurs est le fort couplage existant dans le système dû au placement des capteurs à l'intérieur du four. Ceci justifie l'utilisation d'une commande cycle-à-cycle au lieu d'en cours de cycle en vue de l'utilisation d'un scanner de température à la sortie du four. Le scanner donnera plus de liberté quant aux points de mesures des températures de surfaces.

1.5 Conclusion générale de la revue de littérature

Durant ce chapitre, les deux aspects les plus importants de l'étape de chauffe ont été étudiés, la modélisation et le contrôle. Dans les deux cas, il y a encore beaucoup de travaux à effectuer avant d'arriver à une solution qui se rapproche davantage du cas idéal.

D'après la revue de littérature, nous avons constaté qu'il y avait une possibilité d'améliorer le contrôleur de (Gauthier, 2008) du côté modélisation. En effet, dans le contrôleur, la valeur des coefficients de convection et la température dans le four sont égaux sur les deux côtés de la feuille de plastique alors que dans la réalité ces valeurs peuvent être deux à trois fois plus importantes sur une face comparée à la face opposée. Avec une meilleure estimation des paramètres, le contrôleur convergera plus rapidement en pratique.

Nous avons constaté aussi que le contrôleur ne prend pas en considération la variation des paramètres tels que la densité, la chaleur spécifique, l'émissivité et la conductivité thermique qui varient avec le temps et selon la température. Les incertitudes qui ont été considérées sont celles dues aux non-linéarités. Ça permettra au contrôleur d'être plus robuste. Finalement, la méthode de linéarisation est à revoir. En effet, la linéarisation est déterminée à partir de données en régime permanent or que dans l'industrie de thermoformage, la feuille est retirée pendant le régime transitoire.

Dans un premier temps, une étude sera consacrée sur l'impact de la variation des paramètres sur le système qui sera l'objet du prochain chapitre. Par la suite, le contrôleur sera modifié en

intégrant les incertitudes paramétriques et en utilisant les valeurs de paramètres calculés dans (Yousefi, Bendada et Diraddo, 2002) puisque c'est le même matériel qui a été utilisé pour les simulations.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION DU FOUR ET ÉTUDE DE L'IMPACT DES VARIATIONS DES PARAMÈTRES SUR LE PROCÉDÉ DE THERMOFORMAGE

2.1 Introduction

Dans l'industrie, il existe différents modèles de fours de thermoformage pour feuilles de plastique, la différence réside essentiellement dans la taille du four qui dépend du nombre d'éléments chauffants. Aussi, il est possible d'avoir un chauffage vertical ou horizontal, chauffage de la feuille de plastique d'un seul côté ou de deux côtés ... etc.

Dans ce projet, les simulations seront réalisées sur le modèle mathématique d'un four de thermoformage de AAA Thermoforming Machine, (voir Figure 2.1), qui se situait à l'Institut des Matériaux Industriels du Conseil National de Recherche du Canada (IMI-CNRC), que nous présenterons dans ce chapitre.

Le système à contrôler dans ce présent projet est un système non linéaire variant dans le temps. Un système est non linéaire quand deux sorties obtenues avec deux entrées différentes, n'est pas égale à la somme des deux mêmes sorties obtenues avec comme entrée la somme des deux entrées précédentes. Le système est variant dans le temps car les paramètres du système dépendent de la température, du temps et de l'espace.

Dans ce chapitre, nous allons considérer la variation des paramètres du matériau utilisé qui est l'acrylonitrile butadiène styrène (ABS) et voir l'impact de ces variations sur la sortie.

2.2 Description du four de thermoformage du projet

Sans trop entrer dans les détails, nous mettrons le point sur les caractéristiques du four qui sont le plus en relation avec le projet. Une description de ces points essentiels du four

influant sur le transfert de chaleur est nécessaire, car cela servira à mieux cibler les facteurs qui agissent sur la chauffe de la feuille en plastique.

Le four utilisé dans ce projet peut être décrit comme suit :

- des éléments chauffants infrarouges situés sur les parties supérieure et inférieure du four pour chauffer la feuille des deux côtés. Ils sont constitués de plaques en céramique qui émettent des radiations infrarouge ;
- deux ouvertures à l'avant et à l'arrière du four qui restent ouvertes en permanence, où entrent et sortent les feuilles de plastique, permettant une circulation de l'air ambiant dans le four, ainsi que deux surfaces latérales isolantes ;
- d'un système de pinces pour le transport de la feuille durant tout le processus de thermoformage, qui joue aussi le rôle d'une barrière sur la partie inférieure de la feuille pour l'air chaud descendant.



Figure 2.1 Four de thermoformage de AAA Thermoforming Machine
Tirée de Beauchemin Turcotte (2010)

La Figure 2.2 est une vue de l'intérieur du four. Les éléments chauffants sont représentés par les six surfaces distinctes et les points bleus représentent les capteurs. Nous pouvons constater que les capteurs se trouvent tous placés entre deux éléments chauffants.

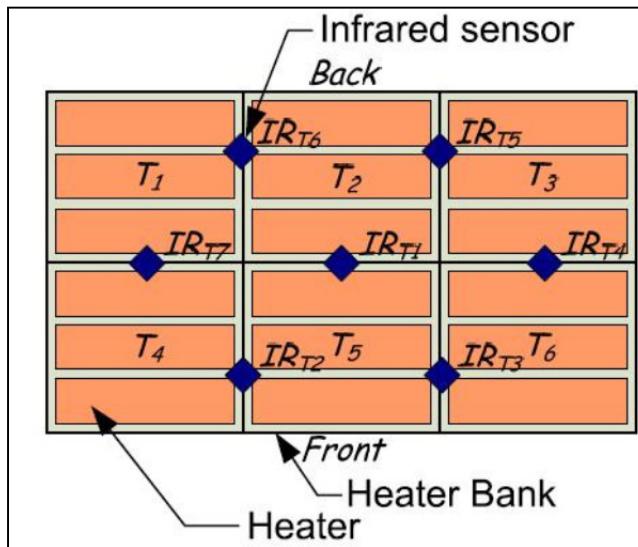


Figure 2.2 Disposition des capteurs dans le four de thermoformage
Tirée de Gauthier (2008)

2.3 Modélisation du four de thermoformage

La modélisation du four utilisée a été réalisée par (Gauthier, 2008) et (Ajersch, 2005). Pour ce faire, la feuille de plastique a été divisée en six zones, et chaque zone a été discrétisée en 5 couches, le tout est illustré dans la Figure 2.2 et la Figure 2.3.

Les trois modes de transfert de chaleur y sont présents : radiation, convection et conduction. La feuille reçoit, sur ses couches externes, la chaleur par radiation qui provient des éléments chauffants, et aussi la convection qui est due à l'air ambiant à l'intérieur du four, dont la température est supposée constante et égale des deux côtés de la feuille. Par la suite, la chaleur est transférée par conduction des couches externes vers les couches internes, mais aussi par les radiations qui pénètrent due à la semi-transparence du plastique à thermoformer selon la loi de Beer-Lambert.

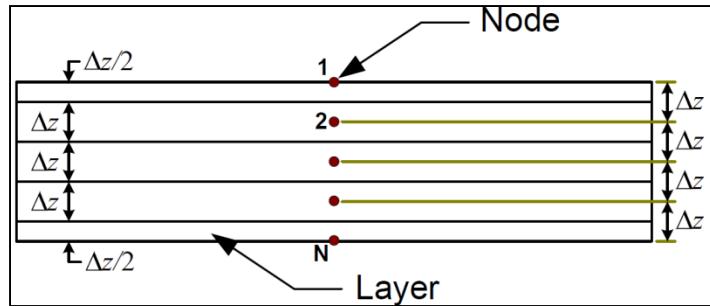


Figure 2.3 Discrétisation d'une zone de la feuille de plastique
Tirée de Gauthier (2008)

2.3.1 Transfert d'énergie par radiation

La chaleur est transmise à la feuille de plastique par les radiations électromagnétiques émises par les éléments chauffants. L'équation qui régit ce phénomène s'exprime comme suit (Gauthier, 2008) :

$$\frac{dT_i}{dt} = \left(\frac{2}{\rho V C_p} \right) \sigma \varepsilon_{eff} A_h \sum_{j=1}^M F_{ij} (\theta_j^4 - T_i^4) \quad (2.1)$$

Avec :

ρ : Masse volumique de la feuille de plastique (kg/m^3) ;

V : Volume de la feuille de la couche concernée (m^3) ;

C_p : Chaleur spécifique du matériau (J/kg/K) ;

σ : Constante de Stephan-Boltzmann ($\text{W/m}^2/\text{K}^4$) ;

ε_{eff} : Émissivité effective ;

A_h : Surface de l'élément chauffant (m^2) ;

F_{ij} : Le facteur de vue ;

θ_j : Température de l'élément chauffant (K) ;

T : Température de la feuille de plastique (K).

2.3.1.1 Émissivité effective

L'émissivité est définie comme étant le rapport de l'énergie émise par radiations par un corps noir et l'énergie radiative émise par le corps réel. La chaleur radiative incidente est absorbée, réfléchie ou transmise selon le matériel en question. L'émissivité effective est définie comme suit :

$$\varepsilon_{eff} = \left[\frac{1}{\varepsilon_h} + \frac{1}{\varepsilon_s} + 1 \right]^{-1} \quad (2.2)$$

Où ε_h et ε_s sont les émissivités de l'élément chauffant et de la feuille de plastique respectivement.

2.3.1.2 Loi de Beer-Lambert

Si le corps qui subit les radiations est opaque, le coefficient de transmission sera nul. Dans notre cas, nous considérons que l'énergie est transmise par la loi de Beer-Lambert. Cette loi nous permet de déterminer le taux d'énergie transmise à travers une couche, cette loi est définie comme suit (Ajersch, 2005) :

$$T = e^{-A_b z} \quad (2.3)$$

Où :

T : la fraction d'énergie transmise à travers la couche ;

A_b : l'absorptivité moyenne du matériau à travers son spectre (m^{-1}) ;

z : est l'épaisseur de la couche (m).

2.3.2 Transfert d'énergie par mode de conduction

L'énergie absorbée par les couches externes de la feuille est transmise par conduction aux couches internes. Nous supposons que la température se propage uniquement selon l'axe z. La relation qui régit ce phénomène s'écrit comme suit :

$$\frac{dT_{re}}{dt} = \left(\frac{2}{\rho V C_p} \right) \left(\frac{kA}{\Delta z} \right) (T_{tr} - T_{re}) \quad (2.4)$$

où k (W/m/K) est le coefficient de conduction. L'indice « tr » correspond à la couche qui transmet la chaleur et l'indice « re » correspond à la couche qui reçoit la chaleur par conduction.

2.3.3 Transfert d'énergie par mode convection

L'échange de chaleur entre la feuille et la température ambiante à l'intérieur du four se traduit par l'équation suivante :

$$\frac{dT_{ext}}{dt} = \left(\frac{2}{\rho V C_p} \right) h (T_{amb} - T_{ext}) \quad (2.5)$$

Où T_{amb} la température ambiante à l'intérieur du four en K, T_{ext} la température de la couche externe en K et h est le coefficient de convection (W/m²/K).

2.3.4 Modèle mathématique du four

Dans le modèle mathématique du four, la déformation de la feuille de plastique n'a pas été prise en considération, cette décision constitue la première hypothèse. Rappelons que ceci est l'une des plus grandes difficultés de la modélisation avec la considération de la variation de la température ambiante dans le four. Si ce phénomène était pris en considération, ça impliquerait la présence de facteurs de vues dynamiques. De plus, la feuille subit des déformations différentes de feuille en feuille et ces déformations sont non uniformes, ce qui rend quasiment impossible de prédire ce phénomène.

Dans un premier temps, (Moore, 2002) a émis l'hypothèse que les radiations ne pénétraient pas à l'intérieur de la feuille, c'est-à-dire, le coefficient de transmission pour les radiations, à l'intérieur de la feuille de plastique est nul. Donc, les couches externes sont chauffées par

radiation et convection, la chaleur reçue par les couches internes est due uniquement au phénomène de conduction.

Dans un second temps, avec les travaux de (Ajersch, 2005) et (Gauthier, 2008), il fut pris l'hypothèse que les radiations pénètrent à l'intérieur de la feuille de plastique, et le coefficient de transmission a été déterminé par la loi de Beer-Lambert.

Il est à noter qu'il y a toujours des radiations qui pénètrent à l'intérieur de la feuille de plastique, la quantité de radiations absorbées dépend de la plage de longueurs d'ondes émises par les éléments chauffants, le matériau peut être considéré opaque à certaines longueurs d'ondes, tandis qu'il peut être considéré transparent pour d'autres longueurs d'ondes.

Les équations pour la température pour chaque couche de la zone k de la feuille sont les suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dT_{k,1}}{dt} = \frac{2}{\rho V C_p} \left[\beta_1 Q_{RT_k} + \beta_1 (1 - \beta_1) (1 - \beta_2)^3 Q_{RB_k} + h(T_\infty - T_{k,1}) + \right. \\ \quad \left. + \frac{kA}{\Delta z} (T_{k,2} - T_{k,1}) \right] \\ \frac{dT_{k,2}}{dt} = \frac{1}{\rho V C_p} \left[\beta_2 (1 - \beta_1) \{Q_{RT_k} + (1 - \beta_2)^2 Q_{RB_k}\} + \frac{kA}{\Delta z} (T_{k,1} - 2T_{k,2} + T_{k,3}) \right] \\ \frac{dT_{k,3}}{dt} = \frac{1}{\rho V C_p} \left[\beta_2 (1 - \beta_1) (1 - \beta_2) (Q_{RT_k} + Q_{RB_k}) + \frac{kA}{\Delta z} (T_{k,2} - 2T_{k,3} + T_{k,4}) \right] \\ \frac{dT_{k,4}}{dt} = \frac{1}{\rho V C_p} \left[\beta_2 (1 - \beta_1) \{(1 - \beta_2)^2 Q_{RT_k} + Q_{RB_k}\} + \frac{kA}{\Delta z} (T_{k,3} - 2T_{k,4} + T_{k,5}) \right] \\ \frac{dT_{k,5}}{dt} = \frac{2}{\rho V C_p} \left[\beta_1 (1 - \beta_1) (1 - \beta_2)^3 Q_{RT_k} + \beta_1 Q_{RB_k} + h(T_\infty - T_{k,5}) + \right. \\ \quad \left. + \frac{kA}{\Delta z} (T_{k,4} - T_{k,5}) \right] \end{cases} \quad (2.6)$$

où :

$$Q_{RT_k} = \sigma \varepsilon_{eff} A_h \sum_{j=1}^M F_{kj} (\theta_j^4 - T_{k,1}^4) \quad (2.7)$$

$$Q_{RB_k} = \sigma \varepsilon_{eff} A_h \sum_{j=M+1}^{2M} F_{kj} (\theta_j^4 - T_{k,5}^4) \quad (2.8)$$

$$\beta_1 = 1 - T_1 = 1 - e^{-A_b \Delta z / 2} \quad (2.9)$$

$$\beta_2 = 1 - T_2 = 1 - e^{-A_b \Delta z} \quad (2.10)$$

et :

$T_{k,i}$: température de la zone k dans la couche i (K) ;

T_∞ : température de l'air ambiant (K) ;

θ_j : température de l'élément chauffant k (K) ;

T_1 : la fraction d'énergie transmise à travers la couche d'épaisseur $\Delta z / 2$ selon (2.3);

T_2 : la fraction d'énergie transmise à travers la couche d'épaisseur Δz selon (2.3);

β_1 : le taux d'énergie absorbée par une couche d'épaisseur $\Delta z / 2$;

β_2 : le taux d'énergie absorbée par une couche d'épaisseur Δz .

N.B :

Pour obtenir les équations sans pénétration des radiations à l'intérieur de la feuille plastique, il suffit de mettre β_2 à zéro et β_1 à un.

Nous allons décrire les principaux paramètres de l'acrylonitrile butadiène styrène (ABS) qui sont sujet à des variations, les données sont tirées (Yousefi, Bendada et Diraddo, 2002) :

- ε_{eff} : l'émissivité effective est sans unité, elle varie entre 0.7 et 0.95 ;
- ρ : densité de la feuille de plastique en kg/m^3 , ses variations sont entre 1060-1080 kg/m^3 , la densité diminue avec l'augmentation de la température ;
- C_p : chaleur spécifique varie entre 800-2200 J/kg/K , c'est le paramètre qui présente la plus grande variation, en particulier, à l'approche de la température de transition vitreuse, la variation est la plus importante ;
- k : constante de conductivité est de 0.188 W/m/K . Ce paramètre augmente très lentement avec l'augmentation de la température, ses variations sont négligeables ;

- h : coefficient de convection augmente très lentement vers la fin de la phase de chauffe de la feuille de plastique selon (Yousefi, Bendada et Diraddo, 2002). Le coefficient de convection du bas varie entre 2.0 et 3.5 W/m²/K, le coefficient du haut varie entre 6.5 et 7.5 W/m²/K ;
- Δz : épaisseur de la couche en mètre, ce paramètre est supposé constant ;
- A : surface d'une zone en m², ce paramètre est supposé constant ;
- V : volume de la couche en m³, ce paramètre est supposé constant ;
- F_{kj} : facteur de vue entre l'élément chauffant j et la zone k . À défaut d'avoir une bonne estimation sur la variation de ces paramètres, la première hypothèse est appliquée. En effet, ils dépendent du phénomène d'affaissement de la feuille, ce phénomène n'a pas pu être modélisé, car la feuille de plastique lors de la phase de chauffe idéalement, devrait résulter une forme convexe uniforme. Dans la réalité, la feuille de plastique se déforme aléatoirement, des plis peuvent apparaître ;
- σ : constante de Stefan-Boltzmann en W/m²/K⁴ ;
- A_h : surface de l'élément chauffant en m², ce paramètre est constant.

2.4 Impact de la variation des paramètres sur la sortie du système

Dans cette partie, nous allons voir l'impact de la variation des paramètres sur la sortie du système. Tous les paramètres du matériau plastique utilisé, en l'occurrence l'Acrylonitrile Butadiène Styrène (ABS), ont été variés de $\pm 20\%$ par rapport à leurs valeurs nominales respectives fournies dans l'article de (Yousefi, Bendada et Diraddo, 2002). Cela est juste à titre comparatif, le but est de montrer l'erreur que peut engendrer une mauvaise estimation des paramètres.

Pour ce faire, le modèle mathématique du four énoncé dans ce chapitre a été simulé dans le logiciel Matlab[®]. La température des éléments chauffants est fixée à 200°C. Aussi, nous avons pris comme hypothèse que la température ambiante est uniforme et homogène des deux côtés de la feuille de plastique et non égales. L'autre hypothèse concerne la température

initiale de la feuille de plastique qui est supposée égale sur les différentes surfaces et couches de la feuille.

D'après le Tableau 2.1, les résultats obtenus confortent ce qui a été vu dans la revue de littérature. En variant les paramètres physiques de la feuille de plastique, nous déduisons que l'émissivité effective, la densité et la chaleur spécifique ont un impact très important sur la température finale de la feuille de plastique, une variation de $\pm 20\%$ engendre une différence qui peut atteindre les 20°C sur la température finale de la feuille de plastique.

Tableau 2.1 Température de la surface supérieure d'une zone en fonction de la variation des paramètres

ϵ_{eff} (s.d)	ρ (kg/m ³)	Cp (J/kg/K)	h_{sup} (W/m ² /K)	h_{inf} (W/m ² /K)	k (W/m/K)	T_{amb} (K)	T_{ini} (K)	T (K)
0.64	1070	1300	7	3	0.188	383	300	347.91
0.95	1070	1300	7	3	0.188	383	300	366.92
0.8	856	1300	7	3	0.188	383	300	369.35
0.8	1264	1300	7	3	0.188	383	300	349.81
0.8	1070	1040	7	3	0.188	383	300	369.35
0.8	1070	1560	7	3	0.188	383	300	349.81
0.8	1070	1300	5.6	3	0.188	383	300	358.61
0.8	1070	1300	8.4	3	0.188	383	300	357.28
0.8	1070	1300	7	2.4	0.188	383	300	357.92
0.8	1070	1300	7	3.6	0.188	383	300	357.90
0.8	1070	1300	7	3	0.15	383	300	357.50
0.8	1070	1300	7	3	0.22	383	300	358.22
0.8	1070	1300	7	3	0.188	403	300	357.89
0.8	1070	1300	7	3	0.188	363	300	360.21
0.8	1070	1300	7	3	0.188	383	320	372.50
0.8	1070	1300	7	3	0.188	383	340	386.71

Cependant, la variation de la densité d'un matériau donné est minime dans l'intervalle de températures du domaine de thermoformage, contrairement aux deux autres paramètres énoncés plus haut.

La détermination de la valeur de l'émissivité effective n'est pas chose simple, ce paramètre dépend de la surface d'émission des éléments chauffants qui avec le vieillissement s'altère et entraîne la diminution de sa valeur, il dépend aussi de la feuille de plastique selon la couleur et aussi la rugosité de la surface. Pour la chaleur spécifique, comme énoncé dans la revue de littérature, sa valeur est celle qui varie le plus durant le cycle de thermoformage, jusqu'à 40%, d'où l'importance de choisir une bonne valeur nominale.

Pour les autres paramètres, la différence sur la température finale de la feuille de plastique n'excède pas les 1.5°C.

Concernant la température ambiante à l'intérieur du four, une variation de 20° n'apporte qu'une variation de 3° environ sur la température finale, cela est probablement dû au fait que la convection joue un rôle important uniquement au début du cycle de thermoformage. En effet, une fois que la température de la feuille atteint celle de l'air ambiant, la convection devient alors nulle, par la suite l'effet de transfert de chaleur par radiation devient prédominant.

La température initiale de la feuille de plastique a un impact très important sur la température finale, il est impératif de la connaître.

2.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les difficultés de modélisation ont été mises en relief. D'un point de vue physique, la conception physique du four et la présence de phénomènes qui sont difficilement mesurables ou prédictibles, font que nous sommes dans l'obligation de restreindre la modélisation aux phénomènes qui ont le plus d'impacts sur le procédé. Néanmoins cela

n'empêche pas l'obtention de résultats cohérents. Du côté mathématique et automatisation, le système comprend un nombre conséquent d'états, les équations du modèle mathématiques présentent des non-linéarités assez importantes malgré la simplification et la non considération de certains phénomènes. Aussi, nous avons vu que la chaleur spécifique et l'émissivité effective sont les plus susceptibles d'amener de grandes variations sur la température finale de la feuille de plastique, ce qui impose leur prise en considération dans la conception d'un contrôleur pour le four. De plus, la présence de perturbations importantes pourrait éventuellement compliquer l'opération de contrôle du procédé.

CHAPITRE 3

CONCEPTION DU CONTRÔLEUR

3.1 Introduction

Les contrôleurs présentés dans cette section sont des contrôleurs robustes à apprentissage itératif terminal basé sur la théorie de H^∞ , conçus pour le procédé industriel cycle-à-cycle de thermoformage.

La conception de ce contrôleur comprend deux aspects, le premier est l'apprentissage itératif et le deuxième est la robustesse. L'un est essentiellement responsable de corriger l'erreur sur la sortie du système, le deuxième a pour rôle d'assurer stabilité et performance face aux perturbations subies par le système.

Nous allons introduire dans ce chapitre ces deux aspects séparément et montrer comment arriver à l'obtention de ce contrôleur. Avant cela, la méthode de linéarisation du système sera présentée.

3.2 Linéarisation du système

Le système tel que présenté par l'équation (2.6), peut être réécrit sous la forme linéaire décrite ci-dessous. De plus, sachant que les températures des différentes surfaces de la feuille de plastique sont récoltées à chaque fin de cycle uniquement, le système linéarisé sera un système statique échantillonné à chaque fin de cycle.

Le nouveau système linéarisé et discréétisé a la forme suivante :

$$\bar{\mathbf{y}}(T) = \boldsymbol{\Psi}\bar{\mathbf{u}} + \boldsymbol{\Gamma}\bar{x}(0) + \boldsymbol{\Phi}\mathbf{T}_\infty \quad (3.1)$$

avec :

$\bar{x}(0) \in \mathbb{R}$ est la température initiale de la feuille de plastique ;

$\bar{\mathbf{u}} = [u_1 \ u_2 \cdots \ u_m]^T, \bar{\mathbf{u}} \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ est le vecteur d'entrées ;

$T_\infty \in \mathbb{R}^2$ est la température ambiante à l'intérieur du four des deux côtés de la feuille de plastique ;

$\bar{\mathbf{y}} = [y_1 \ y_2 \cdots \ y_p]^T, \bar{\mathbf{y}} \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur de températures de feuille de plastique ;

$\Psi \in \mathbb{R}^{m \times m}$;

$\Gamma \in \mathbb{R}^m$;

$\Phi \in \mathbb{R}^{m \times 2}$.

Les sorties de ce système sont les températures des couches supérieures et extérieures de chaque zone. Les entrées du système sont les températures des éléments chauffants du four.

3.2.1 Détermination des matrices par la méthode de Krigeage duel

La première méthode triviale qui vient à l'esprit pour déterminer les matrices de l'équation (3.1), est de faire une représentation d'état du système (2.6) en linéarisant autour d'un point de fonctionnement. Dans notre cas, le point de fonctionnement correspondrait à la température de la feuille de plastique en régime permanent, alors que dans l'industrie de thermoformage, la feuille de plastique est retirée du four pendant le régime transitoire. À cet effet, pour déterminer les matrices du système linéaire, nous avons adopté la méthode de Krigeage duel présenté dans l'article de (Trochu, 1993). Le Krigeage est une méthode d'interpolation qui a été utilisée pour la première fois comme méthode statistique pour l'évaluation de ressources naturelles dans l'ingénierie des mines. Par la suite, cette technique a aussi été utilisée dans plusieurs domaines tel que la géostatistique, l'océanologie et la cartographie pour le cas de l'article de (Trochu, 1993). Selon l'auteur, le Krigeage duel simplifie considérablement la manipulation de données interpolées, aussi, l'avantage du Krigeage duel est que c'est une méthode d'interpolation globale. Le modèle est évalué une seule fois pour l'ensemble du domaine en utilisant simultanément les informations fournies par tous les points de données. Dans notre cas, les points de données correspondent aux températures de la feuille de plastique à la fin du cycle de chauffe.

La méthode de Krigeage duel est définie comme suit :

$$\begin{bmatrix} I & \Theta_{r,j} & \Xi_{i-r,j} \\ \Theta_{r,j}^T & 0 & 0 \\ \Xi_{i-r,j}^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_j \\ \mathbf{A}_i \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_j \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

avec :

Θ_j représente le vecteur des entrées contrôlables ;

Ξ_r représente le vecteur des entrées non contrôlables ou les perturbations mesurables ;

\mathbf{B}_j représente le vecteur des coefficients de fluctuations ;

\mathbf{A}_i représente le vecteur des paramètres à déterminer;

\mathbf{Y}_j : représente le vecteur des j -ièmes sorties du système correspondant aux j -ièmes entrées.

Supposons que nous ayons un système avec r entrées contrôlables, v entrées de perturbations mesurables et m sorties, le système (3.2) devient alors :

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & \theta_{1,1} & \cdots & \theta_{1,r} & \vartheta_{1,r+1} & \cdots & \vartheta_{1,i} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & \theta_{j,1} & \cdots & \theta_{r,j} & \vartheta_{j,r+1} & \cdots & \vartheta_{j,i} \\ \theta_{1,1} & \cdots & \theta_{j,1} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & & & & \vdots \\ \theta_{1,r} & \cdots & \theta_{r,j} & \vdots & & \ddots & & & \vdots \\ \vartheta_{1,r+1} & \cdots & \vartheta_{j,r+1} & \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ \vartheta_{1,i} & \cdots & \vartheta_{j,i} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \beta_{1,1} & \cdots & \beta_{1,i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{j,1} & \cdots & \beta_{j,i} \\ \alpha_{1,1} & \cdots & \alpha_{1,i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{i,1} & \cdots & \alpha_{i,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{1,1} & \cdots & y_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{j,1} & \cdots & y_{j,m} \\ 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

avec :

r = nombre d'entrées contrôlables, c'est-à-dire le nombre d'éléments chauffants ;

i = nombre d'éléments chauffants + température initiale + températures ambiantes = $m+1+2$;

$j = m^2 + 2$, ce nombre correspond au nombre minimal de points requis pour les calculs ;

m = le nombre de sorties du système ;

$\alpha_{i,i}$ = paramètres des différentes matrices ;

$\beta_{j,i}$ = coefficients de fluctuation.

Les matrices issues de la linéarisation seront déduites de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \cdots & \alpha_{1,i} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m,1} & \cdots & \alpha_{m,i} \end{bmatrix}^T \quad (3.4)$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \alpha_{m+1,1} \\ \vdots \\ \alpha_{m+1,i} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \alpha_{i-1,1} & \cdots & \alpha_{i-1,i} \\ \alpha_{i,1} & \cdots & \alpha_{i,i} \end{bmatrix}^T \quad (3.6)$$

Les paramètres des matrices $\boldsymbol{\Psi}$, $\boldsymbol{\Gamma}$ et $\boldsymbol{\Phi}$ sont obtenus en solutionnant le système linéaire (3.3). Dans l'annexe I, un exemple d'application de la méthode de Krigeage duel est présenté pour le cas d'un four deux entrées et deux sorties.

3.3 Commande terminale par apprentissage itératif

La motivation du choix d'une commande par apprentissage itératif, nommée aussi commande TILC (désignée en anglais par : Terminal Iterative Learning Control), est due au fait que le processus de thermoformage est répétitif. En effet, c'est la même opération qui se répète à chaque feuille de plastique. Au départ le choix de la température finale de la feuille de plastique est fixée, celle-ci sera la même pour toute la production de la pièce désirée. Dès qu'une feuille sort du four, une autre la suit et ce durant toute la production du lot.

Un dernier point très important concerne les éléments chauffants, le problème qui se pose est le temps de réponse. En effet, un élément chauffant a tendance à refroidir plus lentement qu'il ne chauffe. La constante de temps est de l'ordre des dizaines de secondes (Moore, 2002).

L'hypothèse que la température ne peut être récoltée qu'en fin de cycle justifie le choix d'une commande terminale.

L'équation (3.7) décrit une commande TILC d'un contrôleur d'ordre N (Beauchemin Turcotte, 2010) et l'équation (3.8) représente une commande TILC pour un contrôleur d'ordre 2.

$$\mathbf{u}(k+1) = \sum_{i=0}^N \mathbf{L}_{i+1} \mathbf{u}(k-i) + \mathbf{K}_{i+1} (\mathbf{y}_d(k-i) - \mathbf{y}_T(k-i)) \quad (3.7)$$

où :

$\mathbf{u}(k)$: la commande au cycle k ;

N : l'ordre du contrôleur ;

$\mathbf{y}_d(k-i)$: la sortie désirée au cycle k ;

$\mathbf{y}_T(k-i)$: la sortie mesurée au cycle k ;

\mathbf{L}_i : le gain sur la commande appliquée au $i^{\text{ème}}$ cycle antérieur ;

\mathbf{K}_i : le gain sur l'erreur appliquée au $i^{\text{ème}}$ cycle antérieur.

Dans le cas d'un contrôleur d'ordre 2 pour un système à multiple entrées multiple sorties, nous devrons déterminer les matrices de gains \mathbf{L}_1 , \mathbf{L}_2 , \mathbf{K}_1 et \mathbf{K}_2 . Une commande TILC d'ordre 2 prend en compte les deux entrées précédentes ainsi que les deux erreurs des deux cycles précédents, dans notre cas les erreurs sont les écarts de températures entre les sorties désirées et les sorties mesurées.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k+1) = & \mathbf{L}_1 \mathbf{u}(k) + \mathbf{L}_2 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{K}_1 (\mathbf{y}_d - \mathbf{y}_T(k)) \\ & + \mathbf{K}_1 (\mathbf{y}_d - \mathbf{y}_T(k-1)) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Des commandes TILC d'ordre plus élevé augmenteront la robustesse du système.

3.4 Synthèse du contrôleur H^∞

Nous allons étudier dans cette partie le deuxième aspect du contrôleur qui est la robustesse. La théorie H^∞ , présentée ici, est un problème de réjection de perturbation (Alazard, 1999). Les perturbations considérées dans notre cas sont : la variation des paramètres du système, la température ambiante dans le four et la température initiale des feuilles de plastique. Toutes

ces perturbations sont d'énergie finie, il est très important de le mentionner. Les variations des paramètres sont contenues dans un intervalle limité, la température ambiante durant une journée de travail présente bien évidemment des écarts de températures qui sont inférieures ou égales aux écarts de températures à l'intérieur du centre de thermoformage, de même pour la température initiale.

Aussi, cette technique prend en compte les objectifs de stabilité, de robustesse et de modélisation de différents transferts. D'une manière générale, le problème $H\infty$ est illustré par la Figure 3.1.

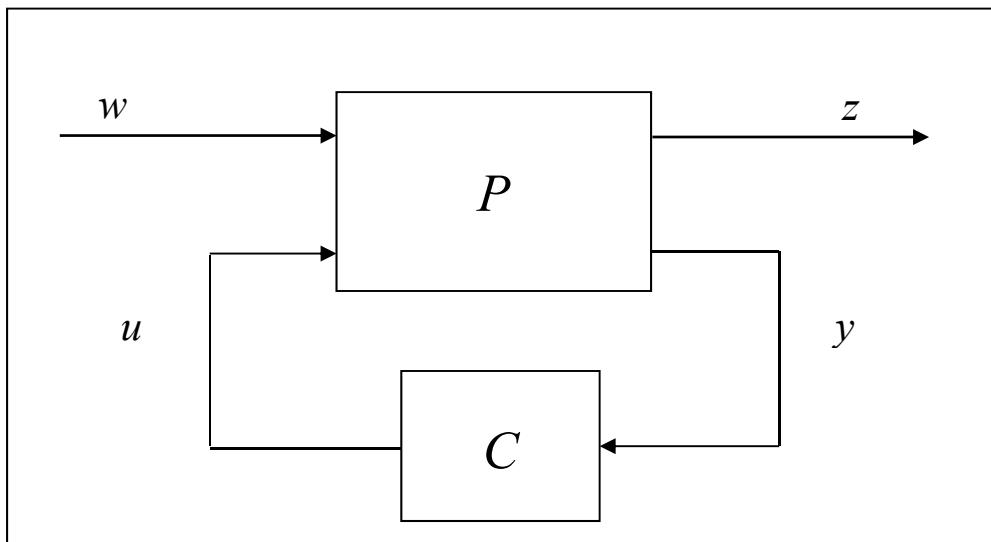


Figure 3.1 Problème $H\infty$ standard
Tirée de Alazard (1999)

Dans ce schéma bloc, la fonction de transfert P est appelée le système, ce système décrit les interconnections entre w , u , z et y :

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P \cdot \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

La transformation linéaire fractionnelle qui décrit le transfert de w à z :

$$F_l(P, C) = P_{11} + P_{12}C(I - P_{22})^{-1}P_{21} \quad (3.10)$$

Il existe deux méthodes de résolution du problème $H\infty$:

- le problème $H\infty$ optimal consiste à stabiliser le système de manière interne en minimisant la norme $\|F_l(P, C)\|_\infty$ sur l'ensemble des compensateurs C ;
- le problème $H\infty$ sous-optimal, étant donné $\gamma > 0$, consiste à trouver un compensateur C qui stabilise le système de manière interne et assure $\|F_l(P, C)\|_\infty < \gamma$.

Dans ce présent projet, deux méthodes de conception de contrôleurs robustes basées sur la théorie de $H\infty$ sont présentées :

- contrôleur robuste basé sur la théorie de $H\infty$ sensibilité mixte ;
- contrôleur robuste issu de la μ -synthèse.

3.4.1 Conception du contrôleur $H\infty$ sensibilité mixte

La Figure 3.2 représente le système de commande en boucle fermée avec les deux matrices de pondérations W_1 et W_2 dont le rôle est de spécifier le comportement du système en termes de robustesse et de performance. Le contrôleur est représenté par le bloc C et Ψ_0 est la matrice nominale du système.

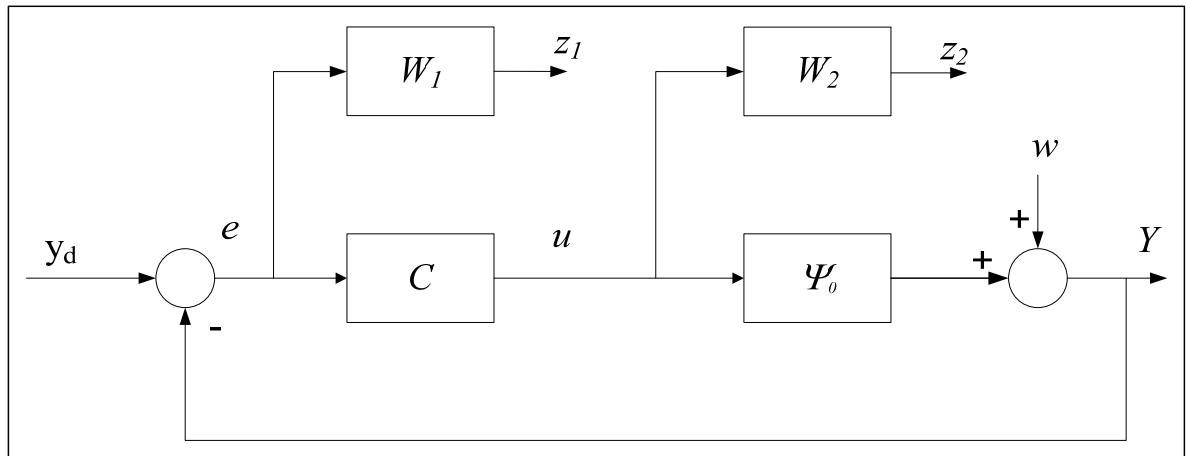


Figure 3.2 Schéma bloc du système à commander en boucle fermée

Le contrôleur est calculé en résolvant le problème H^∞ de sensibilité mixte qui se définit comme suit : trouver un compensateur \mathbf{C} qui stabilise le système de manière interne et satisfasse :

$$\left\| \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{S} \\ \mathbf{W}_2 \mathbf{U} \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (3.11)$$

À partir de la Figure 3.1, nous définissons la matrice de sensibilité :

$$\mathbf{S} = (\mathbf{I} + \Psi_0 \mathbf{C})^{-1} \quad (3.12)$$

Nous pouvons aussi définir la matrice de sensibilité de contrôle :

$$\mathbf{U} = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{I} + \Psi_0 \mathbf{C})^{-1} \quad (3.13)$$

Les étapes à suivre pour la résolution du problème de H^∞ sensibilité mixte sont les suivantes :

- définir la matrice du système nominal Ψ_0 ainsi que la matrice $\Delta\Psi$ qui contiendra, les incertitudes liées aux variations des paramètres du système et aux erreurs de non linéarité;
- définir les matrices \mathbf{W}_1 et \mathbf{W}_2 , ces matrices contiendront les fonctions de pondération qui définiront le comportement du système ;
- créer un système augmenté qui est équivalent à la Figure 3.2 sauf que d'autres entrées/sorties sont considérées ;
- appliquer la méthode de H^∞ sensibilité mixte pour concevoir le contrôleur.

3.4.2 Détermination de la matrice d'erreur $\Delta\Psi$

La matrice $\Delta\Psi$ est la matrice des incertitudes paramétriques et des erreurs dues à la non linéarité. Pour déterminer cette matrice, il suffit de calculer les matrices suivantes, Ψ_{min} et Ψ_{max} qui représentent les variations minimales et maximales de la matrice nominale Ψ_0 . Une fois ces matrices déterminées, il suffit de diagonaliser la matrice qui résulte de la différence

entre la matrice nominale et la matrice qui présente le plus d'écart par rapport au cas nominal.

Rappelons que la méthode de Krigeage duel prend en considération les erreurs de non linéarité, car les expériences sont réalisées en variant les paramètres mais aussi les entrées du système, voir l'annexe I pour plus de détails.

3.4.3 Détermination des fonctions de pondération

Le rôle des fonctions de pondération est de déterminer le comportement du contrôleur par rapport aux performances et à la robustesse. Un compromis entre ces deux derniers points est inévitable. Autrement dit, qu'on puisse définir le comportement désiré des fonctions de transfert caractéristiques, tel que dans notre cas la fonction de sensibilité \mathbf{S} et la fonction $\mathbf{C} \cdot \mathbf{S}$. Dans le cas de H^∞ sensibilité mixte, nous devons définir deux matrices de fonctions de pondérations. La matrice \mathbf{W}_1 contient les fonctions de pondérations sur sa diagonale, qui définissent les performances du système en termes de rapidité de convergence. La matrice \mathbf{W}_2 définira la robustesse en termes de réjection de perturbations.

3.4.3.1 Matrice de performances

Comme énoncé précédemment, la matrice de performances appelée \mathbf{W}_1 contient sur sa diagonale les fonctions de pondération. Le choix de ces fonctions a été pris de (Gauthier, 2008) :

$$W_{1,ii} = \frac{1}{M_{1,i}} \cdot \left\{ \frac{(2 + M_{1,i} \cdot \omega_{1,i})z - (2 - M_{1,i} \cdot \omega_{1,i})}{(2 + \varepsilon_{1,i} \cdot \omega_{1,i})z - (2 - \varepsilon_{1,i} \cdot \omega_{1,i})} \right\} \quad (3.14)$$

Où :

$M_{1,i}$: est le gain en haute fréquence de la fonction de pondération inverse, le but est de limiter le gain en haute fréquence de la fonction de sensibilité \mathbf{S} .

$\varepsilon_{1,i}$: est le gain en basse fréquence de la fonction de pondération inverse. L'erreur en régime permanent de la réponse du système en boucle fermée restera en deçà de cette valeur. Plus la valeur de $\varepsilon_{1,i}$ sera petite moins importante sera l'erreur en régime permanent au détriment de la robustesse.

$\omega_{1,i}$: est la fréquence pour laquelle la fonction de pondération est égale à 0 dB. Ce paramètre déterminera la vitesse de convergence du système en boucle fermée.

Dans la Figure 3.3, nous avons pris l'exemple d'une fonction de pondération W_I dont les paramètres sont :

$$M = 2 ;$$

$$\varepsilon = 0.4 ;$$

$$\omega = 0.625 \text{ rad/s.}$$

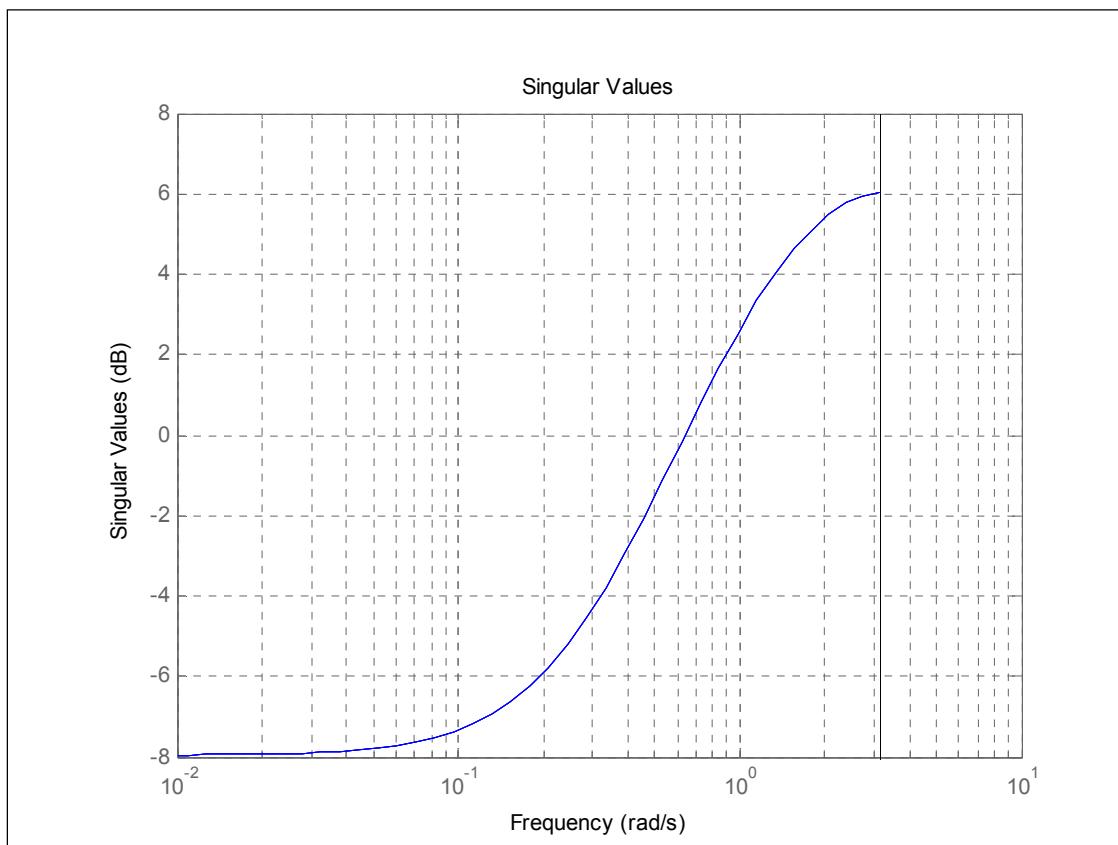


Figure 3.3 Fonction de pondération W_I^{-1}

3.4.3.2 Fonction de pondération pour la robustesse

Le bloc \mathbf{W}_2 de la Figure 3.2 représente la matrice de pondération qui contient les spécifications de robustesse. Cette fonction est le produit de la matrice d'erreur $\Delta\boldsymbol{\Psi}$ présentée dans la section 3.4.1 par la matrice \mathbf{W}_U définie comme suit pour un système à m sorties :

$$\mathbf{W}_U = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_m \\ \mathbf{I}_m \\ \vdots \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

et :

$$\mathbf{W}_2 = \Delta\boldsymbol{\Psi} \cdot \mathbf{W}_U \quad (3.16)$$

3.4.4 Système augmenté pour le problème H^∞ sensibilité mixte

Pour l'utilisation des fonctions de pondération dans la conception du contrôleur H^∞ sensibilité mixte, la transformation du système en un système augmenté est obligatoire. Le système augmenté aura comme entrées : la sortie désirée et l'entrée du système, dans notre cas $\boldsymbol{\Psi}_0$; et comme sorties : les sorties des blocs de fonctions de pondération et l'écart entre la sortie réelle et désirée, la Figure 3.4 illustre cette transformation.

Dans la figure 3.4, le nouveau système avec les nouvelles entrées/sorties devient alors :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{z}_1 \\ \mathbf{z}_2 \\ \mathbf{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_1\boldsymbol{\Psi}_0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_2 \\ \mathbf{I} & -\boldsymbol{\Psi}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_d \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \mathbf{P} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{y}_d \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Pour la résolution du problème de H^∞ sensibilité mixte, une réalisation du système \mathbf{P} doit être calculée :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

où \mathbf{B}_1 correspond aux entrées des perturbations, \mathbf{B}_2 aux entrées du contrôleur, \mathbf{C}_1 représente les erreurs et \mathbf{C}_2 les sorties mesurées envoyées au contrôleur. La Figure 3.5 représente la Figure 3.4 simplifiée où le bloc en pointillé a été remplacé par sa fonction équivalente P , ça permet de mettre en évidence les entrées et sorties du système augmenté.

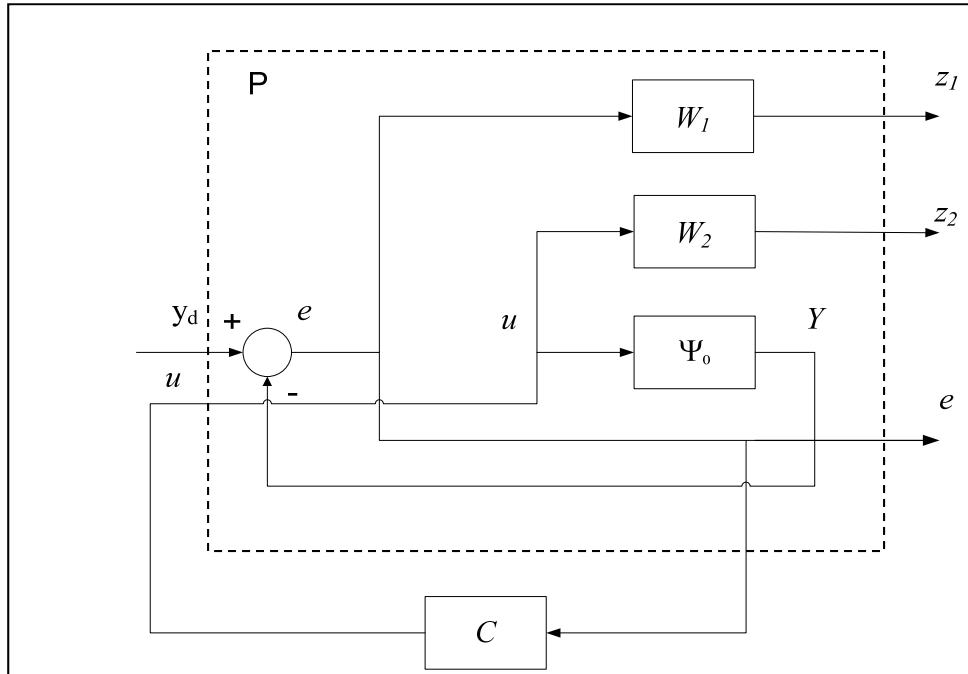


Figure 3.4 Système augmenté pour le problème de $H\infty$ sensibilité mixte

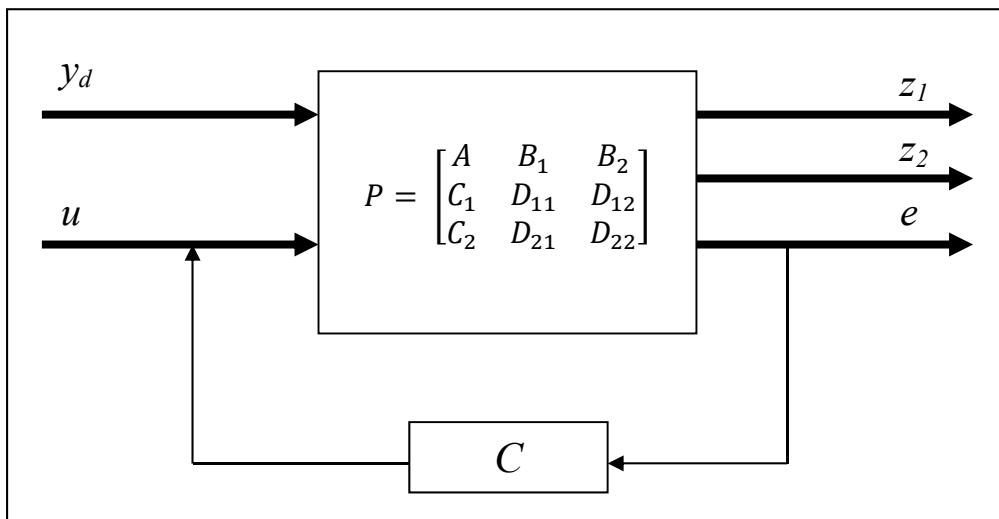


Figure 3.5 Système augmenté

3.4.5 Résolution du problème de H_∞ sensibilité mixte

Pour résoudre le problème de H_∞ sensibilité mixte, il faut veiller à respecter l'équation (3.11). Tout d'abord, il faut s'assurer que le contrôleur obtenu $\mathbf{C}(z)$ soit strictement propre (Gauthier, 2008). Pour ce faire, nous devons le réécrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{C}(z) = \mathbf{K}(z) \cdot z^{-1} \mathbf{I} = \mathbf{K}(z) \cdot \mathbf{W}_{\text{délai}} \quad (3.19)$$

Un contrôleur propre est obligatoire pour le bon fonctionnement de l'algorithme TILC, car la prochaine entrée appliquée au système dépend des entrées et des mesures précédentes. Le bloc contrôleur \mathbf{C} de la figure 3.5 devient alors :

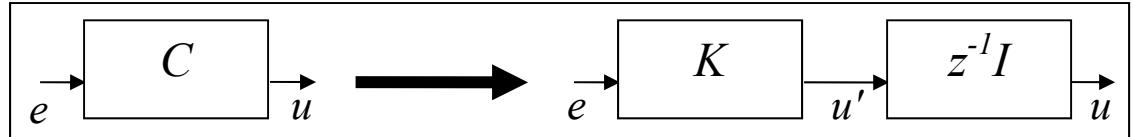


Figure 3.6 Ajout du bloc délai au contrôleur

et le système augmenté \mathbf{P} devient :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & \mathbf{W}_1 \mathbf{\Psi}_0 \mathbf{W}_{\text{délai}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W}_2 \mathbf{W}_{\text{délai}} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{\Psi}_0 \mathbf{W}_{\text{délai}} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Une fois les fonctions de pondération et le système augmenté définis, il reste à vérifier si les conditions suivantes sont vérifiées afin de savoir si le problème de H_∞ sensibilité mixte est bien posé :

Condition 1 : $(\mathbf{A}, \mathbf{B}_2)$ est stabilisable ;

Condition 2 : $(\mathbf{C}_2, \mathbf{A})$ est détectable ;

Condition 3 : \mathbf{D}_{12} et \mathbf{D}_{21} sont de plein rang ;

Condition 4 : $\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{I}_n e^{j\theta} & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{12} \end{bmatrix}$ est de plein rang pour tout $\theta \in [0, 2\pi[$;

Condition 5 : $\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{I}_n e^{j\theta} & \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} \end{bmatrix}$ est de plein rang pour tout $\theta \in [0, 2\pi[$.

Les deux premières conditions sont suffisantes pour l'existence d'un compensateur qui stabilise le système de façon interne (Alazard, 1999). Les autres conditions font en sorte que l'algorithme utilisé par Matlab® fonctionne mieux. Dans le cas contraire, le contrôleur peut avoir de grands gains en hautes fréquences et peut avoir des pôles sous-amortis.

Pour vérifier ces conditions, une réalisation minimale doit être calculée. Pour ce faire, nous allons déterminer la réalisation minimale pour chaque matrice.

La réalisation minimale de la matrice de délai est la suivante :

$$\boldsymbol{W}_{\text{délai}} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{W}_{\text{délai}}} & \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{W}_{\text{délai}}} \\ \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{W}_{\text{délai}}} & \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{W}_{\text{délai}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{I}_m \\ \boldsymbol{I}_m & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

La réalisation minimale de la matrice des fonctions de pondération est définie comme suit :

$$\boldsymbol{W}_1 = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{W}_1} & \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{W}_1} \\ \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{W}_1} & \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{W}_1} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Les matrices issues de la réalisation minimale de \boldsymbol{W}_1 sont des matrices diagonales dont les éléments de leurs diagonales respectives sont :

$$A_{W_{1,ii}} = \frac{2 - \varepsilon_{1,i}\omega_{1,i}}{2 + \varepsilon_{1,i}\omega_{1,i}} \quad (3.23)$$

$$B_{W_{1,ii}} = 1 \quad (3.24)$$

$$C_{W_{1,ii}} = \frac{4\omega_{1,i}(M_{1,i} - \varepsilon_{1,i})}{M_{1,i}(2 + \varepsilon_{1,i}\omega_{1,i})^2} \quad (3.25)$$

$$D_{W_{1,ii}} = \frac{(2 + M_{1,i}\omega_{1,i})}{M_{1,i}(2 + \varepsilon_{1,i}\omega_{1,i})} \quad (3.26)$$

Les deux dernières matrices statiques \mathbf{W}_2 et Ψ_0 , auront pour réalisation minimale une matrice \mathbf{D} uniquement :

$$\mathbf{D}_{\mathbf{W}_2} = \mathbf{W}_2 \quad (3.27)$$

$$\mathbf{D}_{\Psi_0} = \Psi_0 \quad (3.28)$$

Donc la réalisation minimale du système \mathbf{P} est :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c|c|c} A_{W_{délai}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & B_{W_{délai}} \\ -B_{W_1}\Psi_0C_{W_{délai}} & A_{W_1} & B_{W_1} & B_{W_1}\Psi_0D_{W_{délai}} \\ -D_{W_1}\Psi_0C_{W_{délai}} & C_{W_1} & D_{W_1} & D_{W_1}\Psi_0C_{W_{délai}} \\ D_{W_2}C_{W_{délai}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & D_{W_2}D_{W_{délai}} \\ \hline -\Psi_0C_{W_{délai}} & \mathbf{0} & I_p & \Psi_0D_{W_{délai}} \end{array} \right] \quad (3.29)$$

En remplaçant les valeurs respectives de différentes matrices, nous obtenons finalement :

$$\mathbf{P} = \left[\begin{array}{cc|c|c} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & I_m \\ -\Psi_0 & A_{W_1} & B_{W_1} & \mathbf{0} \\ \hline -D_{W_1}\Psi_0 & C_{W_1} & D_{W_1} & \mathbf{0} \\ D_{W_2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \hline -\Psi_0 & \mathbf{0} & I_p & \mathbf{0} \end{array} \right] \quad (3.30)$$

3.4.5.1 Vérification des deux premières conditions :

Les valeurs propres de la matrice A du système \mathbf{P} sont toutes à l'intérieur du cercle unité. La matrice A_{W_1} est une matrice diagonale, donc toutes ses valeurs propres sont égales aux valeurs propres de ses éléments, car sachant que $\varepsilon_{1,i} > 0$ et $\omega_{1,i} > 0$, le numérateur $2 - \varepsilon_{1,i}\omega_{1,i} < 2$ et le dénominateur $2 + \varepsilon_{1,i}\omega_{1,i} > 2$. Donc $A_{W_1,ii} < 1$ et par conséquent la matrice A_{W_1} a des valeurs propres toutes à l'intérieur du cercle unité. Les valeurs propres de la matrice Ψ_0 sont égales à 0. Donc, les deux premières conditions sont vérifiées.

3.4.5.2 Vérification de la troisième condition :

La matrice D_{21} est une matrice identité donc de plein rang. En revanche, la matrice D_{12} est une matrice nulle donc de rang nul. Cela peut entraîner un comportement indésirable tel que mentionné plus haut.

3.4.5.3 Vérification des deux dernières conditions

Les deux matrices sont égales à (Gauthier, 2008) :

$$\begin{bmatrix} A - I_n e^{j\theta} & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} -I_m e^{j\theta} & 0 & I_m \\ -\Psi_0 & A_{W_1} - I_p e^{j\theta} & 0 \\ \hline -D_{W_1} \Psi_0 & C_{W_1} & 0 \\ D_{W_2} & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (3.31)$$

La matrice de l'équation (3.31) a pour rang le rang de $A - I_n e^{j\theta}$ plus le rang des entrées. La matrice A est stable et toutes ses valeurs propres sont à l'intérieur du cercle unité. Donc le rang de l'équation (3.31) est égal à $n+m \forall \theta \in [0 \quad 2\pi[, ce qui est exactement le nombre de colonnes de l'équation (3.31). La quatrième condition est vérifiée.$

$$\begin{bmatrix} A - I_n e^{j\theta} & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cc|c} -I_m e^{j\theta} & 0 & 0 \\ -\Psi_0 & A_{W_1} - I_p e^{j\theta} & I_p \\ \hline -\Psi_0 & 0 & I_p \end{array} \right] \quad (3.32)$$

La matrice de l'équation (3.29) a pour rang le rang de $A - I_n e^{j\theta}$ plus le rang des entrées. La matrice A est stable et toutes ses valeurs propres sont à l'intérieur du cercle unité. Donc le rang de l'équation (3.29) est égal à $n+p \forall \theta \in [0 \quad 2\pi[, ce qui est exactement le nombre de colonnes de l'équation (3.29). La dernière condition est vérifiée.$

Si les fonctions de pondérations ont été correctement choisies, la fonction *hinsyn* du logiciel Matlab® sera en mesure de déterminer le contrôleur optimal qui respecte l'équation (3.30) :

$$\|F_l(P, K)\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 U \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (3.33)$$

3.4.6 Conception de contrôleur robuste par μ -synthèse

Le but de la μ -synthèse est de concevoir un contrôleur de façon à réduire l'impact des incertitudes Δ sur le système. Le problème de μ -synthèse est illustré par le schéma bloc de la Figure 3.7.

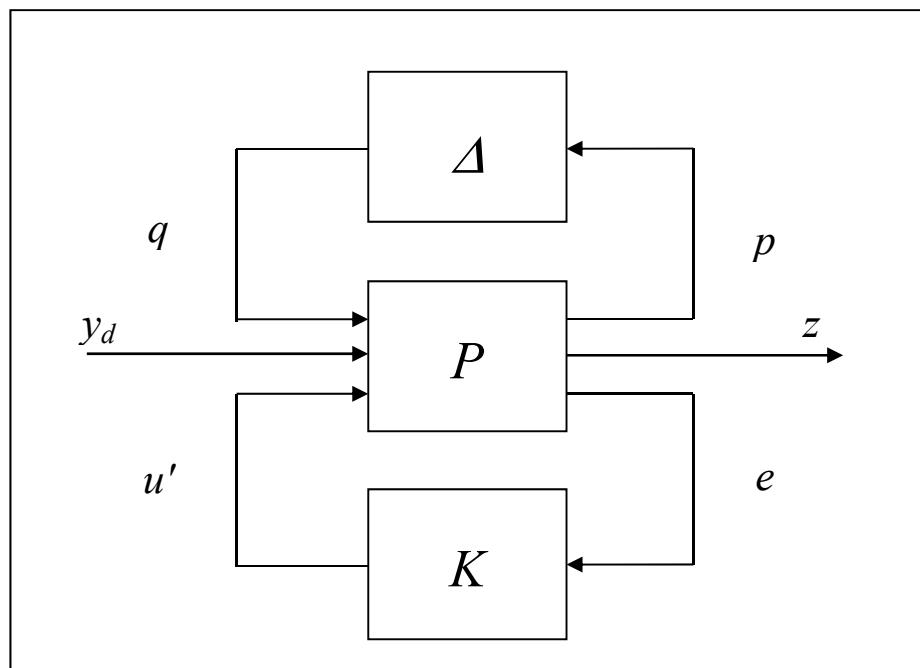


Figure 3.7 Problème μ -synthèse
Tirée de Alazard (1999)

Pour ce faire, nous avons choisi d'exprimer les incertitudes de modélisation comme des incertitudes additives. Chaque élément (i,j) du système réel Ψ s'écrit en fonction du système nominal Ψ_0 , qui est assujetti à des incertitudes d'amplitude $\Delta\Psi$, de la façon suivante :

$$\Psi_{ij} = \Psi_{0,ij} + \Delta\Psi_{ij} \quad (3.34)$$

Si on définit la valeur normalisée $\Delta_{ij} \in \mathbb{R}$, tel que $|\Delta_{ij}| < 1$, l'équation (3.26) devient :

$$\Psi_{ij} = \Psi_{0,ij} + \Delta\Psi_{ij} \cdot \Delta_{ij} \quad (3.35)$$

Maintenant, si nous désirons avoir les incertitudes $\Delta\Psi_{ij}$ placées uniquement sur la diagonale de la matrice $\Delta\Psi$, nous devons introduire la matrice W_U de l'équation (3.15) et la matrice W_Y

qui est le produit de Kronecker (\otimes) d'une matrice identité par un vecteur dont tous les éléments sont égaux à 1, pour finalement obtenir la nouvelle équation de Ψ :

$$\Psi = \Psi_0 + W_U \cdot \Delta\Psi \cdot \Delta \cdot W_Y \quad (3.36)$$

avec :

$$W_Y = I_p \otimes [1 \ 1 \ \dots \ 1] \quad (3.37)$$

$$\Delta\Psi = \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta\Psi_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta\Psi_{mm} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta_{mm} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

À partir de l'équation (3.36), nous pouvons construire le schéma bloc pour la μ -synthèse. Nous définissons deux nouveaux signaux p et q car la μ -synthèse aura pour but de réduire le transfert entre ces deux.

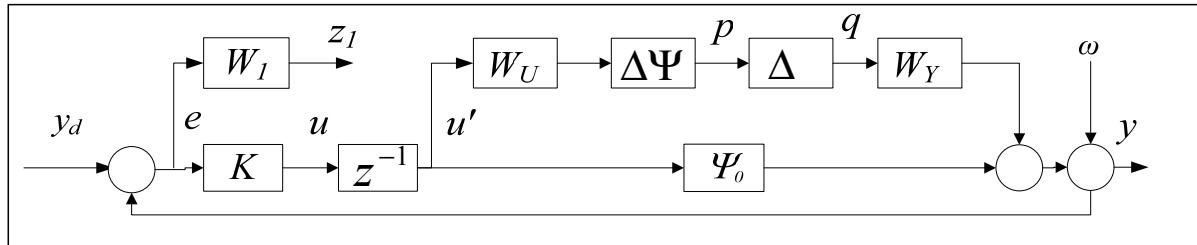


Figure 3.8 Schéma bloc pour la μ -synthèse
Adaptée de Gauthier (2008)

Les étapes à suivre pour la résolution du problème μ -synthèse sont les suivantes :

- définir la matrice Ψ_0 du système ainsi que la matrice d'incertitudes $\Delta\Psi$ qui contiendra, les incertitudes liées aux variations des paramètres du système et aux erreurs de non linéarité ;
- définir les matrices de performance W_I , cette matrice contient les spécifications en performance du système en boucle fermée ;
- créer un système augmenté P qui est équivalent à la Figure 3.4 sauf que d'autres entrées/sorties sont considérées ;

- appliquer l'algorithme de $D-K$ itération sur le système pour définir le contrôleur optimal.

Les deux premières étapes ont été étudiées lors de la conception du contrôleur précédent. Pour cette raison, passons directement à la troisième étape qui est la création du système augmenté.

3.4.6.1 Système augmenté pour le problème de μ -synthèse

Pour concevoir le contrôleur issu de la μ -synthèse, nous devons modifier la Figure 3.8 en isolant le bloc du contrôleur et le bloc des incertitudes. Cette transformation est représentée dans la Figure 3.9 où de nouvelles entrées et sorties seront définies. Nous définissons le système P comme suit :

$$\begin{bmatrix} p \\ z \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \Delta\Psi_{ij}W_Uz^{-1} \\ -W_1W_Y & W_1 & -W_1\Psi_0z^{-1} \\ -W_Y & I & -\Psi_0z^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ y_d \\ u' \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} q \\ y_d \\ u' \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

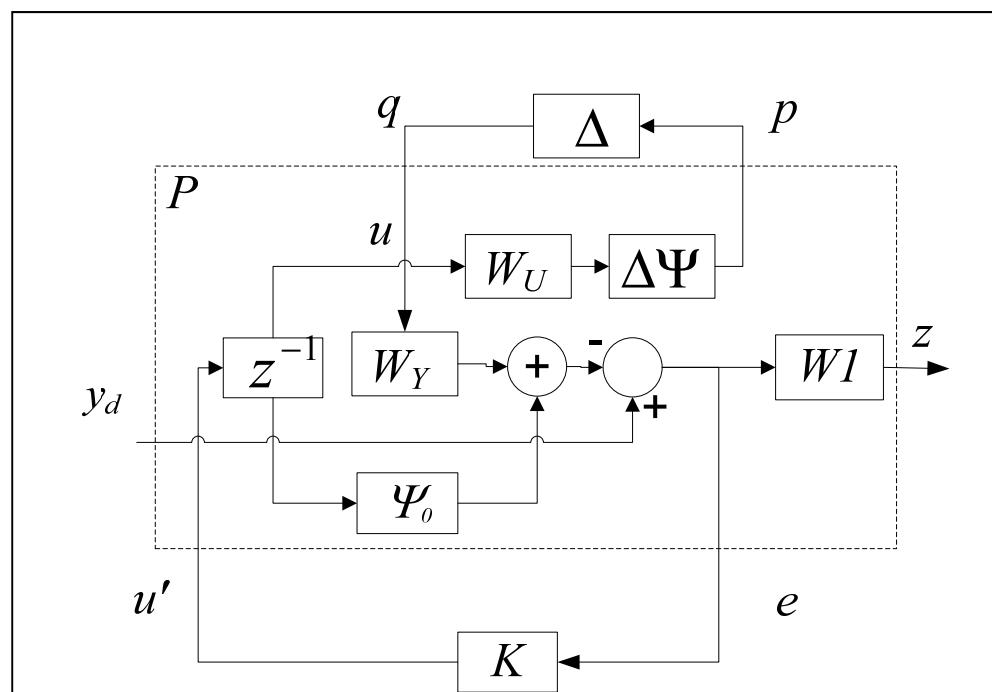


Figure 3.9 Schéma bloc pour le problème μ -synthèse standard
Adaptée de Gauthier (2008)

La transformation linéaire fractionnelle est :

$$\mathbf{F}_l(\mathbf{P}, \mathbf{K}) = \mathbf{P}_{11} + \mathbf{P}_{12}\mathbf{K}(\mathbf{I} - \mathbf{P}_{22})^{-1}\mathbf{P}_{21} \quad (3.41)$$

où :

$$\mathbf{P}_{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{W}_1\mathbf{W}_Y & \mathbf{W}_1 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{P}_{12} = \begin{bmatrix} \Delta\Psi_{ij}\mathbf{W}_U Z^{-1} \\ -\mathbf{W}_1\Psi_0 Z^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$\mathbf{P}_{21} = [-\mathbf{W}_Y \quad \mathbf{I}] \quad (3.44)$$

$$\mathbf{P}_{22} = -\Psi_0 Z^{-1} \quad (3.45)$$

La μ -synthèse consiste à trouver un contrôleur \mathbf{K} qui minimise la valeur maximale de μ :

$$\mu \left(\mathbf{F}_l(\mathbf{P}(z), \mathbf{K}(z)) \right) < 1 \quad (3.46)$$

Ce problème peut être résolu par la $D-K$ itération. Pour plus de détails sur la méthode de calcul de la valeur de μ et sur la méthode de résolution de la μ -synthèse, les références suivantes sont conseillées, (Alazard, 1999) et (Gauthier, 2008).

Dans le cadre des simulations réalisées dans ce projet, la commande *dkitgui* du logiciel Matlab® permet de faire la conception d'un contrôleur robuste utilisant la μ -synthèse.

3.5 Conclusion

Tout au long de ce chapitre, la possibilité de concevoir deux contrôleurs TILC robustes, dont un basé sur la théorie de H^∞ sensibilité mixte et l'autre sur la μ -synthèse a été étudiée. La principale différence entre eux est au niveau des incertitudes du système qui sont incluses dans une fonction de pondération pour le contrôleur H^∞ sensibilité mixte, et sont sous forme d'incertitudes structurées pour le contrôleur issu de la μ -synthèse. À cet effet, le choix des

fonctions de pondérations peut être décisif tant pour la robustesse du contrôleur tant pour ses performances.

Le choix d'une commande en fin de cycle est justifié par le fait que le processus est itératif, et que les éléments chauffants mettent un temps considérable pour atteindre le régime permanent.

CHAPITRE 4

TESTS ET VALIDATIONS

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons tester les deux méthodes de conception de contrôleurs robustes vues dans le chapitre précédent. Nous commencerons par une comparaison du contrôleur basé sur la théorie de $H\infty$ sensibilité mixte avec le contrôleur issu de la μ -synthèse. Ça nous permettra de choisir la méthode qui offre le meilleur compromis entre robustesse et performance.

Ensuite, nous procéderons à des tests par difficulté croissante avec la meilleure méthode de conception du contrôleur choisi précédemment. Nous considérerons en premier lieu le cas d'un four de thermoformage à deux sorties et deux entrées, nous évoluerons par la suite avec d'autres systèmes ayant plus d'entrées et de sorties jusqu'au cas d'un four à douze entrées et douze sorties, c'est-à-dire à douze éléments chauffants et douze capteurs.

4.2 Algorithme et définition des paramètres choisis pour les simulations

L'ordinogramme de la Figure 4.1 décrit toutes les étapes à suivre pour la conception et les tests avec le contrôleur robuste. La conception du contrôleur et les simulations sont effectuées sous le logiciel Matlab[®]. Le modèle mathématique du four de thermoformage, décrit dans le chapitre 2, sera utilisé pour tous les tests à venir.

Les paramètres à déterminer sont : les paramètres de simulation, les paramètres physiques du four de thermoformage, les paramètres physiques de la feuille de plastique, les conditions initiales et les paramètres des fonctions de pondérations.

Les paramètres de simulation sont : le temps cycle de production et le nombre de cycles. Rappelons que pour des raisons de rendement et d'efficacité de production, la feuille de plastique est retirée du four de thermoformage avant que sa température n'atteigne sa valeur en régime permanent. Cette valeur doit être choisie selon le matériau utilisé et l'épaisseur de la feuille de plastique. Au cours de nos simulations, nous avons pris une période $T = 300\text{s}$. Le nombre de cycle dépend généralement du nombre de feuilles de plastique du lot de production, la seule contrainte sur ce paramètre est qu'il soit supérieur au temps de réponse du système, autrement dit, supérieur au nombre de cycles avant que la température désirée sur la surface de la feuille de plastique soit atteinte.

Les paramètres de transfert de chaleur et du matériau plastique sont inclus dans le Tableau 4.1. Le paramètre k reste inchangé, voir le chapitre 2.4

Tableau 4.1 Paramètres physiques du four de thermoformage et du matériau utilisé (ABS)

Paramètres	Valeur minimale	Valeur nominale	Valeur maximale
ϵ_{eff} (s.d)	0.7	0.8	0.9
h_{sup} (W/m ² /K)	6.5	7	7.5
h_{inf} (W/m ² /K)	2.5	3	3.5
ρ (kg/m ³)	1060	1070	1080
C_p (J/kg/K)	800	1300	2200
k (W/m/K)	0.188	0.188	0.188

Un point très important à aborder est la tolérance du matériau vis-à-vis de la température de transition vitreuse. L'erreur acceptable sur la température finale dépend fortement du matériau. Le HDPE (High Density Poly Ethylene) peut accepter des écarts de températures beaucoup plus important que le Nylon par exemple. Une erreur de température finale supérieure ou inférieure à celle tolérée entraîne automatiquement des pertes de production, au pire la fonte du plastique sur les éléments chauffants. Dans nos tests, nous acceptons des erreurs maximales sur la température finale de $\pm 5^\circ\text{C}$ et des dépassements maximaux de $+5^\circ\text{C}$.

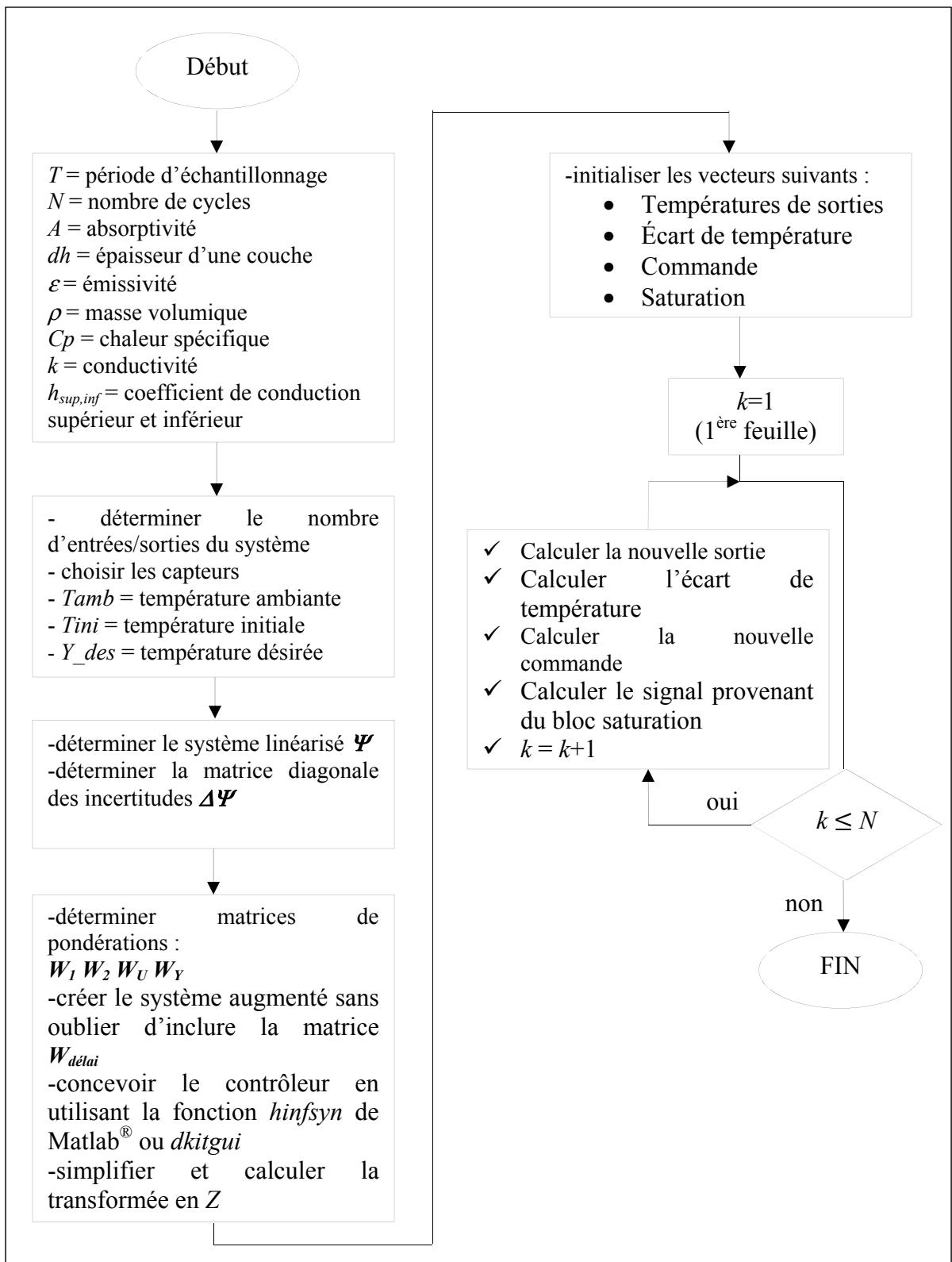


Figure 4.1 Ordinogramme de simulation

4.3 Comparaison entre la μ -synthèse et H^∞ sensibilité mixte

Afin d'effectuer une comparaison entre les deux méthodes de conception de contrôleur, nous choisirons les mêmes paramètres dans les simulations, c'est-à-dire $T = 300\text{s}$ et les paramètres énoncés dans la Tableau 4.1. Les tests seront réalisés sur un four à quatre éléments chauffants et quatre capteurs. En se référant à la Figure 2.2, nous avons regroupé les éléments chauffants par groupe de 3 pour obtenir 4 groupes de 3 éléments chauffants, et nous avons sélectionné les capteurs IR_{T3} et IR_{T6} pour la partie supérieure et IR_{B3} et IR_{B6} pour la partie inférieure.

Le critère principal de sélection de contrôleur est la norme infinie. Le contrôleur qui présentera la norme infinie la plus basse sera celui qui répondra le mieux aux spécifications en termes de performances et de robustesse. Les résultats des contrôleurs obtenus sous le logiciel Matlab® avec les fonctions *dkitgui* et *hinsyn*, respectivement pour la μ -synthèse et H^∞ sensibilité mixte, sont présentés dans le Tableau 4.2.

Tableau 4.2 Comparaison des normes obtenues avec μ -synthèse et H^∞ sensibilité mixte

Paramètres de la fonction de pondération W_I	Norme obtenue avec μ -synthèse	Norme obtenue avec H^∞ sensibilité mixte
$M = 2$ $\varepsilon = 0.4$ $\omega = 0.4 \text{ rd/s}$	0.984	0.6780
$M = 2$ $\varepsilon = 0.4$ $\omega = 0.9 \text{ rd/s}$	1.1828	0.8480

À partir du Tableau 4.2, la norme obtenue avec le contrôleur issu de la synthèse par H^∞ sensibilité mixte est largement inférieure à celle du contrôleur issu de la μ -synthèse. Nous constatons aussi que le contrôleur issu de la μ -synthèse atteint très rapidement ses limites comparé à la méthode de conception basée sur H^∞ sensibilité mixte. Lorsque nous augmentons ω à 0.9rd/s , la norme passe au-dessus de 1 et la stabilité n'est plus assurée.

Dans la suite des tests, la synthèse du contrôleur robuste se fera naturellement par la méthode $H\infty$ sensibilité mixte qui offre une meilleure norme infinie. Pour l'implémentation du contrôleur un algorithme a été élaboré, il est présenté en Annexe II.

4.3.1 Configuration à quatre éléments chauffants et quatre capteurs

Le système utilisé pour le test est le même que celui du premier test décrit dans le paragraphe précédent, les paramètres utilisés sont ceux du Tableau 4.1, les paramètres de la fonction de pondérations sont $\omega = 0.4rd/s$, $M = 2$ et $\varepsilon = 0.4$.

Les éléments chauffants ont été tous initialisés à la température de 400K, et la température de la feuille de plastique à 300K. La sortie désirée a été fixée à 400K et ce pour toutes les simulations à venir.

Pour augmenter le réalisme des simulations, nous avons introduit des bruits de mesures d'amplitudes maximales de $\pm 1^\circ\text{C}$ à la sortie pour simuler le bruit des capteurs de température.

Le contrôleur simplifiée obtenu à partir de $H\infty$ sensibilité mixte est un contrôleur TILC de 2^{ième} ordre, et est de la forme :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}(1,1) & \mathbf{N}(1,2) & \mathbf{N}(1,3) & \mathbf{N}(1,4) \\ \mathbf{N}(2,1) & \mathbf{N}(2,2) & \mathbf{N}(2,3) & \mathbf{N}(2,4) \\ \mathbf{N}(3,1) & \mathbf{N}(3,2) & \mathbf{N}(3,3) & \mathbf{N}(3,4) \\ \mathbf{N}(4,1) & \mathbf{N}(4,2) & \mathbf{N}(4,3) & \mathbf{N}(4,4) \end{bmatrix} \times \frac{1}{z^2 - z} \quad (4.1)$$

Les $\mathbf{N}(i,j)$ représentent les numérateurs des différentes fonctions de transferts. Par exemple $\mathbf{N}(1,1)$ est :

$$\mathbf{N}(1,1) = 0.1023 \quad (4.2)$$

La norme infinie obtenue avant simplification du contrôleur est de 0.6754, et de 0.6705 après simplification. Cette norme est définie par l'équation (3.11) où :

$$\begin{cases} S = (I + \Psi_0 C)^{-1} \\ U = C \cdot (I + \Psi_0 C)^{-1} \end{cases} \quad (4.3)$$

Ce résultat nous confirme que le système répond à toutes les spécifications désirées en termes de performances et de robustesse. La commande et l'écart de température sur la température finale de la surface de la feuille de plastique sont représentés dans la Figure 4.2.

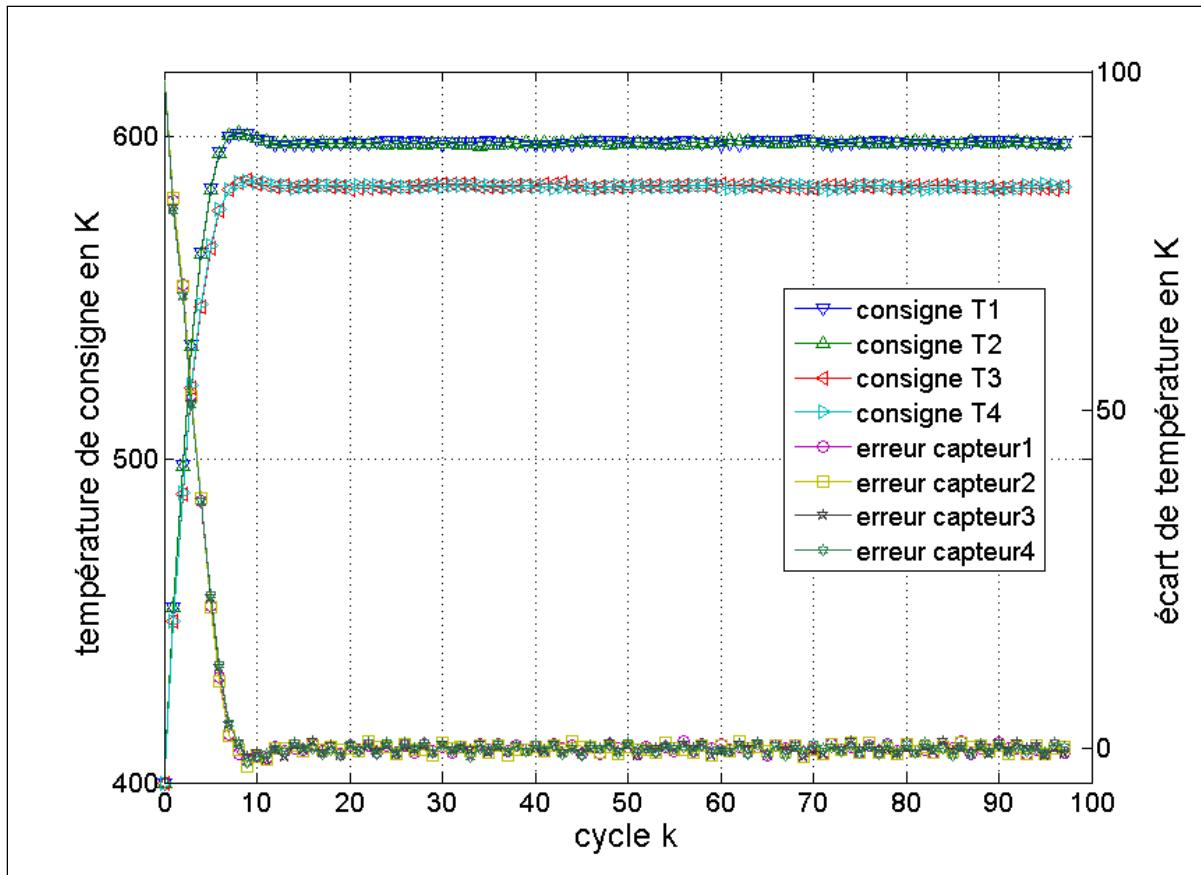


Figure 4.2 Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale le four 4x4

Dans la Figure 4.2, nous observons un dépassement négligeable et que l'erreur de sortie est inférieure à 5° à partir du septième cycle. Ce résultat est traduit par la perte de sept feuilles de plastique du lot de production. Ce temps de convergence est acceptable vu que dans l'industrie les pertes sont beaucoup plus importantes.

Pour réduire le temps de réponse, il faudrait jouer sur les paramètres de la fonction de transfert W_I . Par exemple, nous pourrions augmenter ω à $0.7rd/s$ et $\varepsilon = 0.9$. Le résultat est dans la Figure 4.3.

Nous observons dans la Figure 4.3 la présence d'un dépassement acceptable de moins de 4°C , et un temps de convergence légèrement amélioré de 6 cycles. Si nous augmentons ω davantage, nous obtiendrons un dépassement supérieur à 5°C qui ne serait pas tolérable.

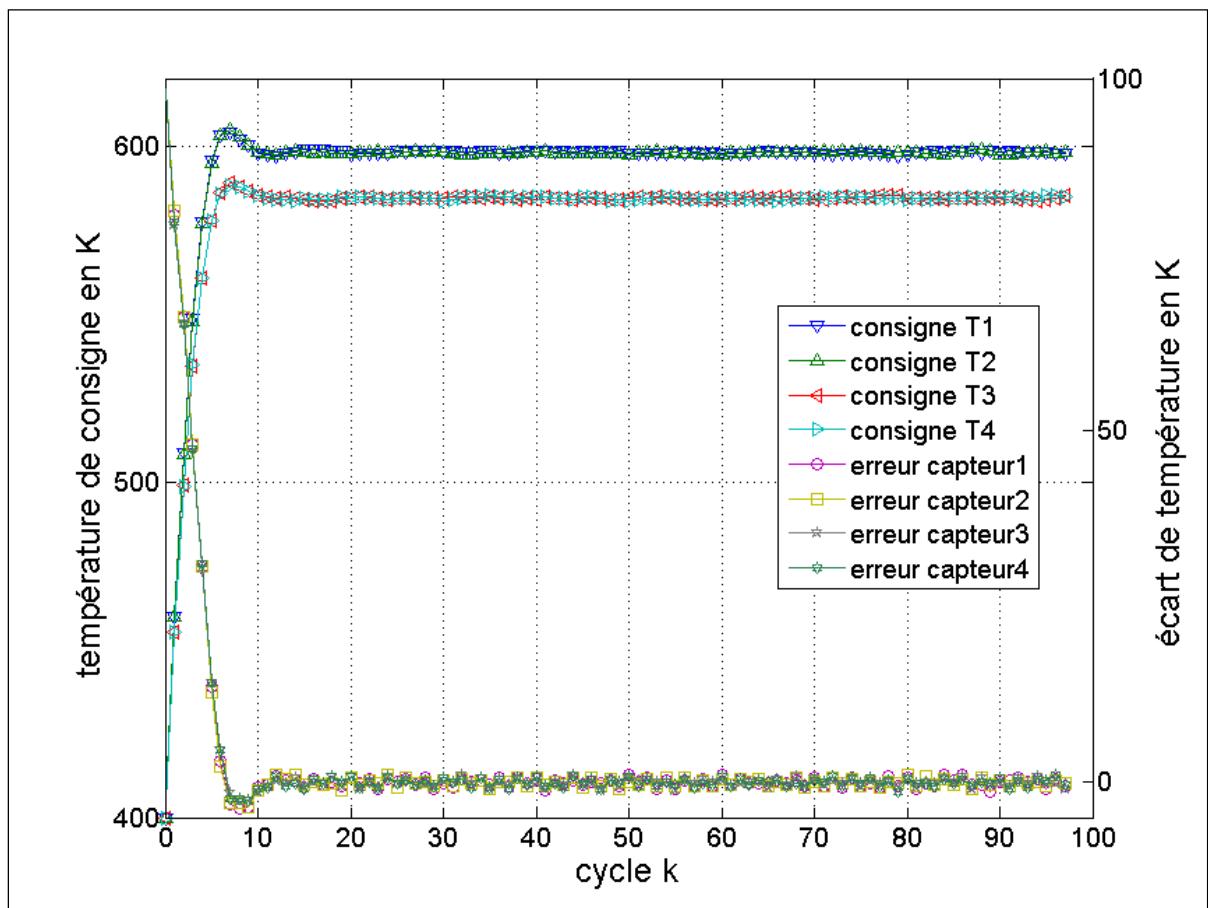


Figure 4.3 Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale pour $\omega = 0.7rd/s$

Dorénavant, pour une raison d'objectivité et pour alléger les figures, il serait plus intéressant de tracer une seule et unique courbe de l'erreur de température, cette courbe représenterait l'erreur maximale obtenue au cours de la simulation.

4.4 Configuration à six éléments chauffants et six capteurs

Dans cette configuration, le meilleur choix est de regrouper les éléments chauffants par paires de chaque face de la façon suivante : T1 avec T4, T2 avec T5 et T3 avec T6. Les capteurs choisis sont IR_{T1} , IR_{T3} et IR_{T6} , respectivement les IR_{B1} , IR_{B3} et IR_{B6} . Nous allons une fois de plus reprendre exactement les mêmes paramètres définis pour le cas d'un four quatre éléments chauffants et quatre capteurs de températures, avec $\omega = 0.5rd/s$ et sans bruits de mesures.

Pour la configuration d'un four 6x6, nous testerons deux contrôleurs TILC, le premier sera un TILC d'ordre 2 et le deuxième d'ordre 3. Nous comparerons, les deux contrôleurs à travers la norme infinie obtenue et le temps de réponse.

4.4.1 Contrôleur TILC d'ordre 2

Le contrôleur simplifiée obtenu à partir de $H\infty$ sensibilité mixte est un contrôleur TILC de 2^{ième} ordre, et est de la forme :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} N(1,1) & N(1,2) & N(1,3) & N(1,4) & N(1,5) & N(1,6) \\ N(2,1) & N(2,2) & N(2,3) & N(2,4) & N(2,1) & N(2,6) \\ N(3,1) & N(3,2) & N(3,3) & N(3,4) & N(3,5) & N(3,6) \\ N(4,1) & N(4,2) & N(4,3) & N(4,4) & N(4,5) & N(4,6) \\ N(5,1) & N(5,2) & N(5,3) & N(5,4) & N(5,5) & N(5,6) \\ N(6,1) & N(6,2) & N(6,3) & N(6,4) & N(6,5) & N(6,6) \end{bmatrix} \times \frac{1}{z^2 - z} \quad (4.4)$$

Les $N(i,j)$ représentent les numérateurs des différentes fonctions de transferts. Par exemple $N(1,1)$ est :

$$N(1,1) = +1.351 \quad (4.5)$$

Nous observons dans la Figure 4.4 la présence de dépassements acceptables dans les commandes $T1$, $T3$, $T4$ et $T6$ qui n'induisent pas un dépassement sur la sortie du système.

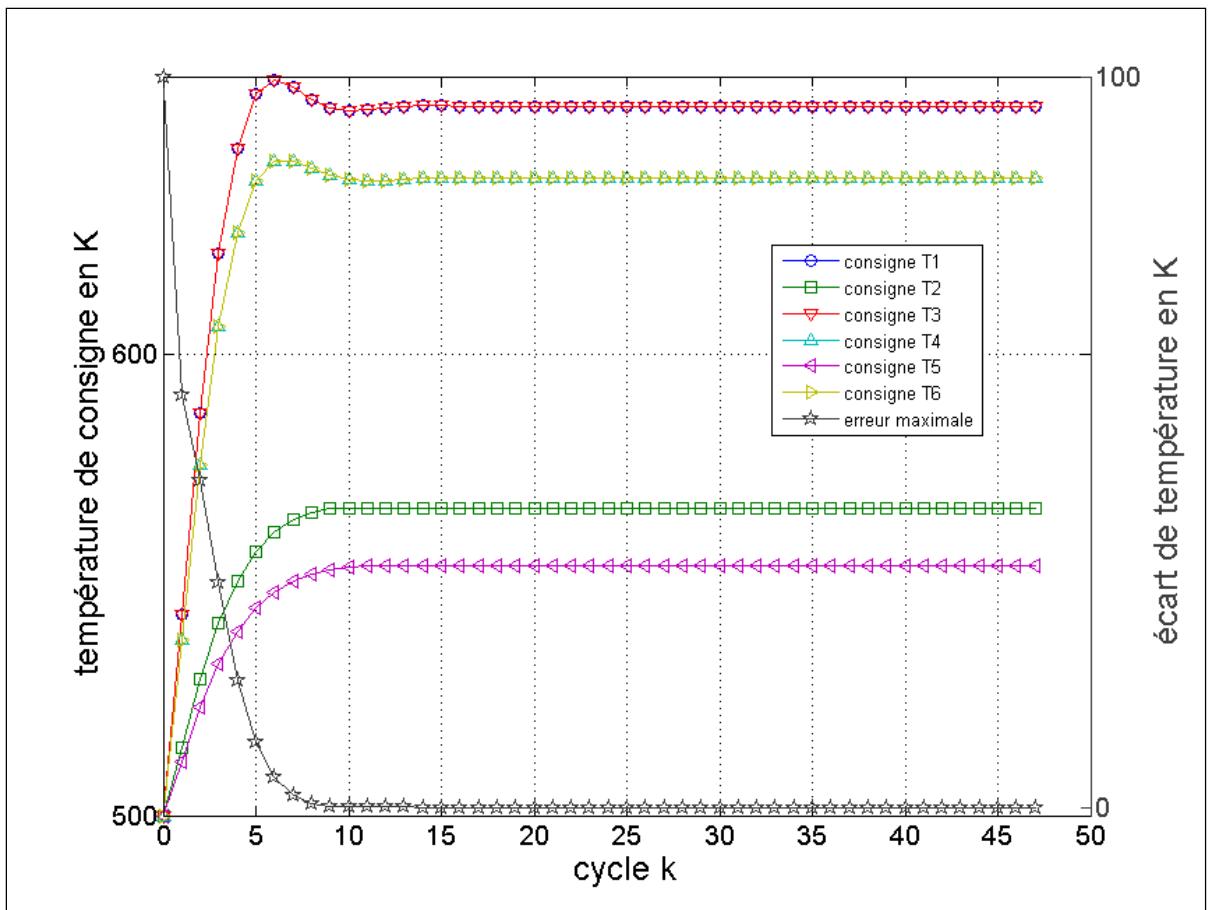


Figure 4.4 Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale avec une commande TILC d'ordre 2

4.4.2 Contrôleur TILC d'ordre 3

Le contrôleur simplifié obtenu à partir de $H\infty$ sensibilité mixte est un contrôleur TILC de 3^{ième} ordre, et est de la forme :

$$C = \begin{bmatrix} N(1,1) & N(1,2) & N(1,3) & N(1,4) & N(1,5) & N(1,6) \\ N(2,1) & N(2,2) & N(2,3) & N(2,4) & N(2,5) & N(2,6) \\ N(3,1) & N(3,2) & N(3,3) & N(3,4) & N(3,5) & N(3,6) \\ N(4,1) & N(4,2) & N(4,3) & N(4,4) & N(4,5) & N(4,6) \\ N(5,1) & N(5,2) & N(5,3) & N(5,4) & N(5,5) & N(5,6) \\ N(6,1) & N(6,2) & N(6,3) & N(6,4) & N(6,5) & N(6,6) \end{bmatrix} \times \frac{1}{z^3 - z} \quad (4.6)$$

Les $N(i,j)$ représentent les numérateurs des différentes fonctions de transferts. Par exemple $N(1,1)$ est :

$$N(1,1) = 1.335 z + 1.368 \quad (4.7)$$

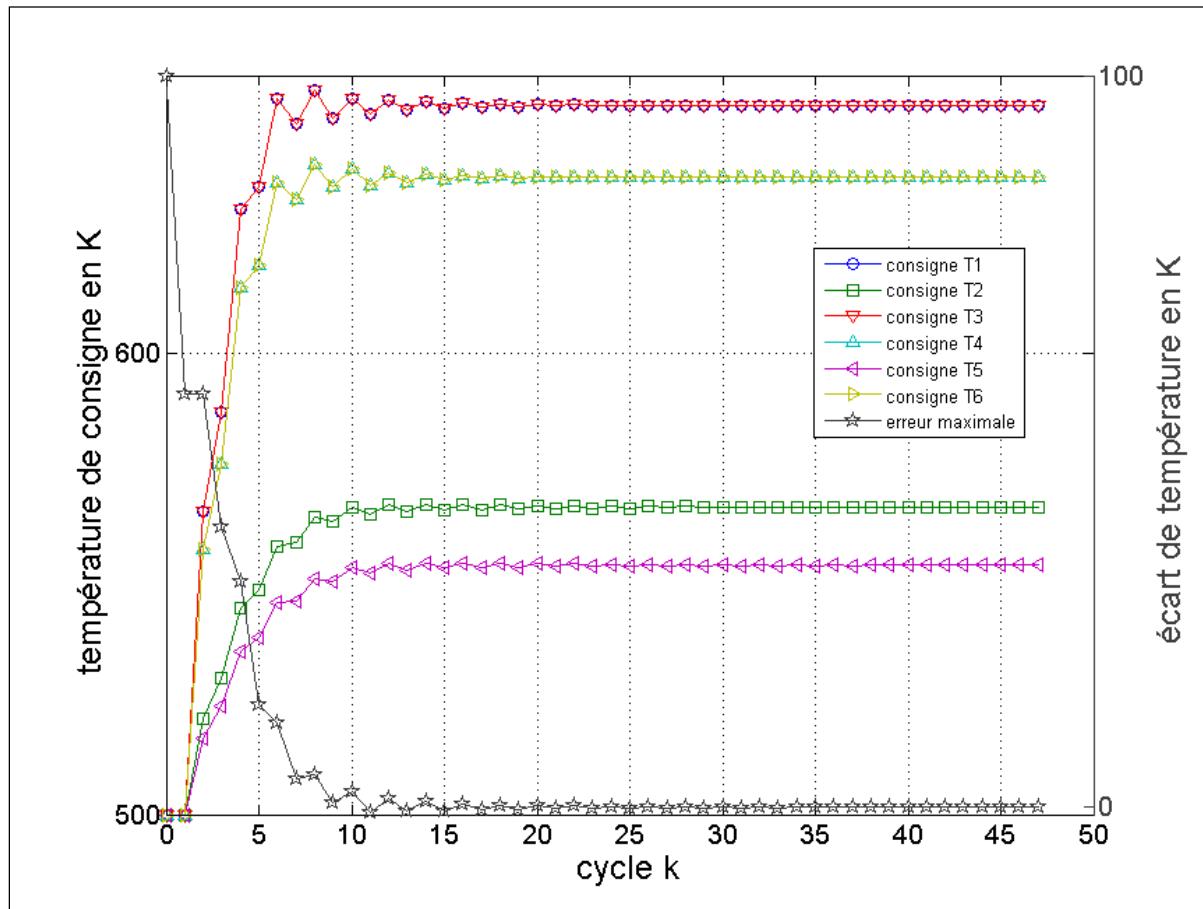


Figure 4.5 Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale avec une commande TILC d'ordre 3

Dans la Figure 4.5, nous observons un très léger dépassement et surtout la présence d'oscillations qui s'atténue totalement au bout de 15 cycles. Cela se répercute sur la température finale avec un effet minime.

4.4.3 Comparaison entre le contrôleur TILC d'ordre 2 et le contrôleur TILC d'ordre 3

À partir du Tableau 4.3, nous constatons que la norme du contrôleur TILC d'ordre 2 est inférieure à celle du TILC d'ordre 3. Donc le TILC d'ordre 2 résistera mieux aux perturbations du système et sera plus stable. De plus, il ne présente aucun dépassement et un temps de réponse inférieur d'un cycle.

Nous ne pouvons conclure directement que le TILC d'ordre 2 sera toujours plus efficace dans le cas d'autres configurations du four. Ça dépend fortement du contrôleur obtenu sous Matlab®. Dans la configuration 6x6, le plus petit pôle est à -0.2 et le deuxième à -32.3, de même pour les zéros, dans la majeure partie des cas le deuxième zéro est beaucoup plus rapide que le plus petit zéro. Le choix de l'ordre d'une commande TILC se fera dépendamment du système que nous voulons contrôler, plus particulièrement des spécifications des performances.

Tableau 4.3 Comparaison des contrôleurs TILC

	TILC ordre 2	TILC ordre 3
Norme infinie initiale	0.8198	0.8198
Norme infinie finale	0.8197	0.8535
Temps de réponse (cycle)	6	7
Dépassement (K)	0	0.625

4.4.4 Impact de la variation du temps de cycle sur la conception du contrôleur

Nous allons étudier la possibilité d'augmenter la productivité en modifiant la période de cycle qui a été fixée initialement à 300s. Par exemple, si nous arrivons à concevoir un contrôleur qui répond aux exigences en termes de performances et de robustesse pour un cycle de 180s, la productivité sera augmenté d'une fois et deux tiers. En contrepartie, dépendamment du matériau et de l'épaisseur de la feuille de plastique, il se peut que le centre

de la feuille n'ait pas le temps d'atteindre la température désirée, la cause est que la consigne des éléments chauffants sera plus élevée. Cette contrainte doit absolument être prise en considération. La Figure 4.6 représente l'écart de température et la commande TILC d'ordre 2 pour un cycle de production de 180s.

La norme infinie obtenue avant simplification est de 0.9199, après simplification elle devient 0.9887. Le contrôleur répond tout juste aux exigences en termes de performances et de robustesse. Nous observons toutefois un dépassement plus important au niveau de la commande qui est de plus de 15K par rapport au régime permanent contre 6K pour un cycle de 300s. Le problème qui se pose quand il y a des variations relativement élevées et rapides, est que l'élément chauffant peut ne pas avoir le temps de baisser sa température assez vite.

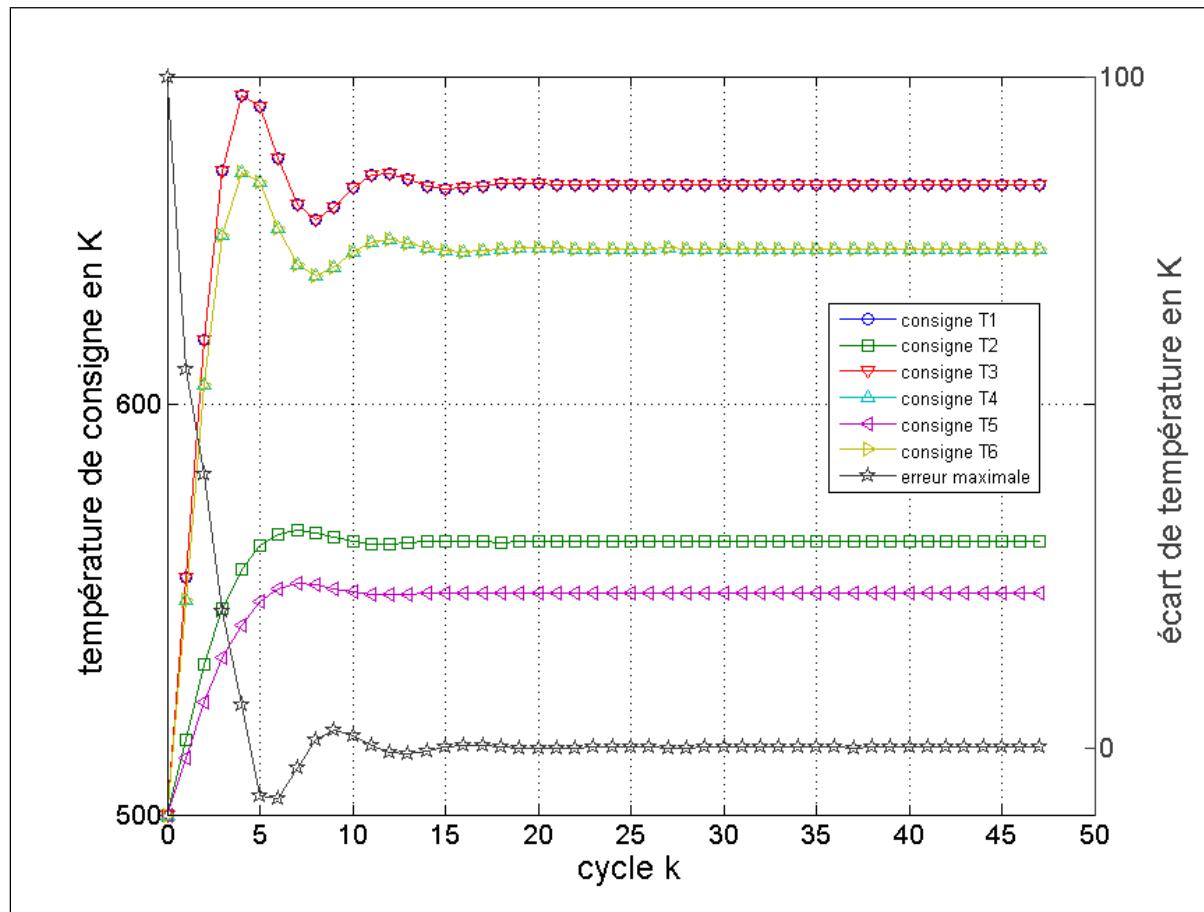


Figure 4.6 Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale pour un cycle de 180s

Concernant la température finale de la feuille de plastique d'ABS, la convergence est assurée au bout de 7 cycles et un dépassement de 7.5°C est observé qui n'est pas tolérable. Un choix plus judicieux serait de choisir une période de 220s qui impliquerait un dépassement de moins de 5°C .

4.5 Configuration à dix éléments chauffants et dix capteurs

Dans cette configuration, nous avons regroupé uniquement les éléments chauffants du milieu, entre autre T2 avec T5, alors que les autres sont indépendants. Les capteurs choisis sont IR_{T1} , IR_{T2} , IR_{T3} , IR_{T5} et IR_{T6} pour la partie supérieure, IR_{B1} , IR_{B2} , IR_{B3} , IR_{B5} et IR_{B6} respectivement pour la partie inférieure. Nous allons une fois de plus reprendre exactement les mêmes paramètres définis pour le cas d'un four quatre éléments chauffants et quatre capteurs de températures.

Dans cette section, nous étudierons l'impact des variations des conditions initiales et des paramètres physiques sur le système. Nous tenterons de reproduire autant que possible les conditions de travail lors d'une journée ou lors d'une saison (été, hiver).

Pour les tests, nous avons choisis comme paramètres pour la fonction de pondération W_I , $M = 2$, $\varepsilon = 0.001$ et $\omega = 0.2 \text{ rd/s}$. La norme infinie demeure inchangée avant et après simplification du contrôleur, sa valeur est de 0.8818.

4.5.1 Impact des conditions initiales sur le contrôle

Les conditions initiales sont : la température initiale de la feuille de plastique et la température initiale des éléments chauffants.

Dans la Figure 4.7, la température initiale de la feuille est de 5°C . La convergence est similaire que pour une température initiale de 25°C , et elle est atteinte au 17^{ème} cycle. La

température maximale de la commande est d'environ 680K contre 650K pour une température initiale de 25°C.

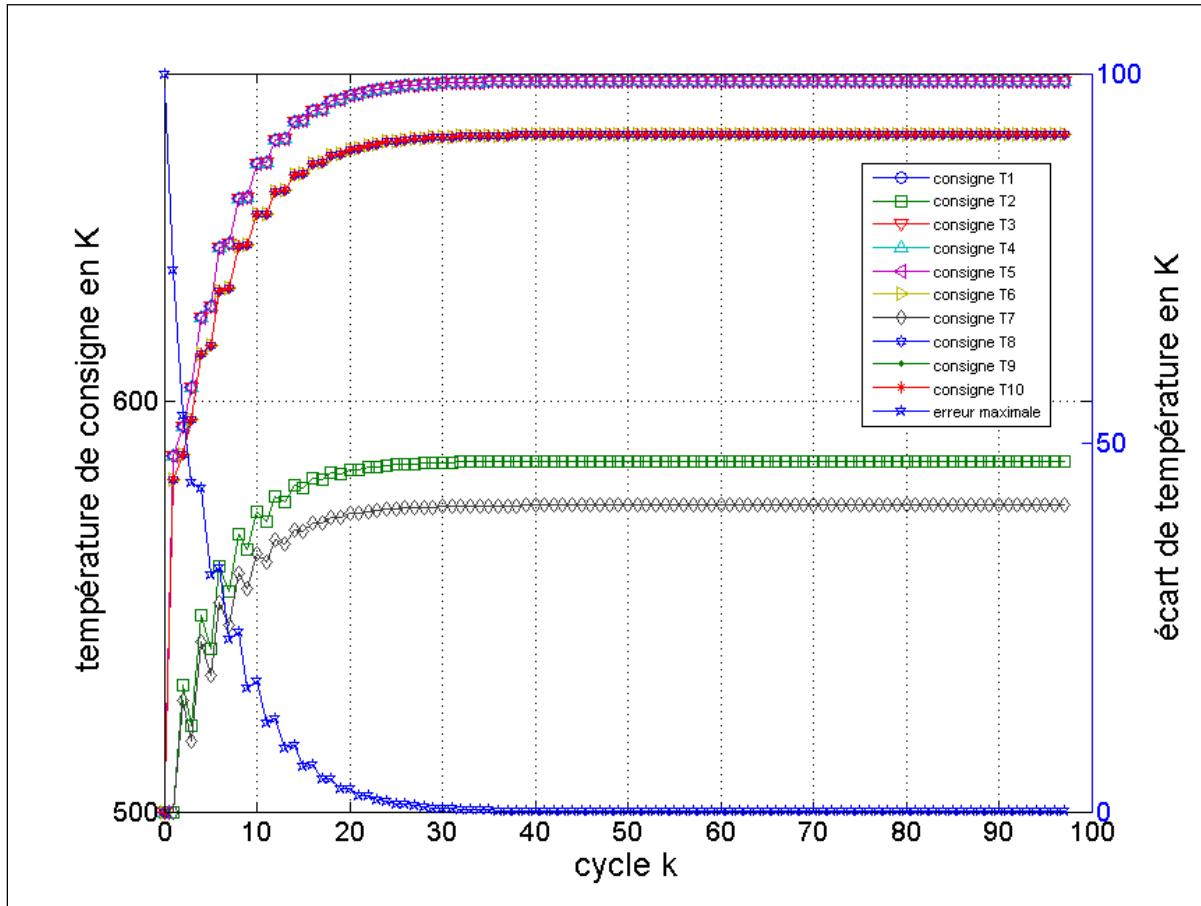


Figure 4.7 Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale pour une température initiale de feuille de plastique de 5°C

Nous observons des oscillations d'environ 10°C pour les consignes T2 et T7, ça pourrait s'avérer nuisible à cause de la constante de temps élevée des éléments chauffants.

Il est tout à fait clair que le temps de convergence à $\pm 5^\circ\text{C}$ du système peut largement être amélioré en choisissant des températures initiales plus élevées. L'utilisateur après une journée d'utilisation au maximum, sera en mesure de déduire aisément quelles sont les consignes initiales à entrer aux éléments chauffants. Aléatoirement, nous pourrions choisir une température initiale de 600K. La Figure 4.8 montre les résultats obtenus. Le temps de réponse est atteint au bout du 7^{ème} cycle seulement.

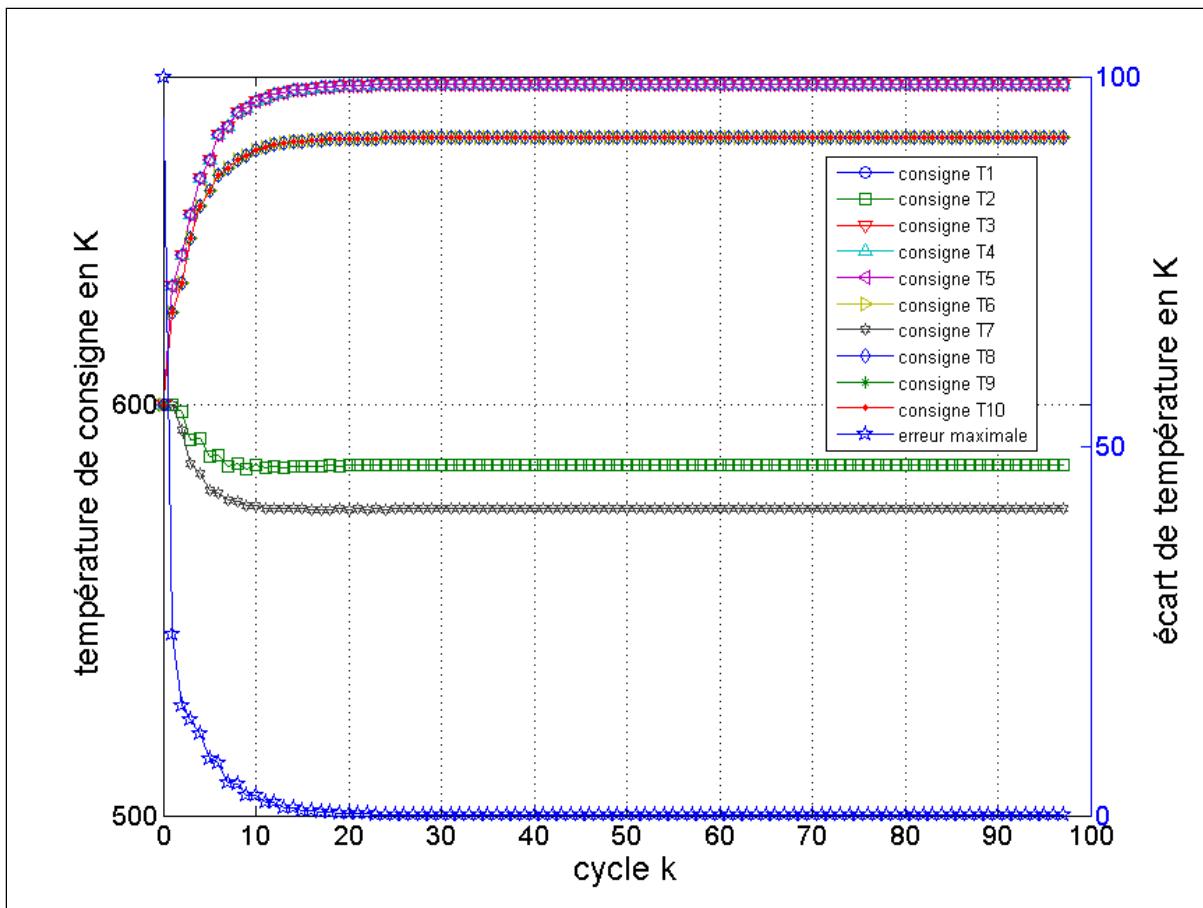


Figure 4.8 Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale pour une température initiale des éléments chauffants de 600K

4.5.2 Impact de la variation de tous les paramètres du système

Dans le but de prouver la robustesse du contrôleur, nous allons varier les paramètres physiques de la feuille de plastique, les paramètres de transferts de chaleur et les conditions initiales. Les tests s'effectueront sur 100 cycles, ce qui équivaut à plus de 8h de production pour des cycles de 300s.

Pour les paramètres physiques, nous allons supposer qu'ils vont varier linéairement. Tandis que la température initiale de la feuille de plastique et les températures ambiantes auront des variations paraboliques avec des valeurs minimales au début (matin), atteindrons leurs maximum en milieu de production (midi) et pour finalement retourner à leurs valeurs

initiales en fin de journée (soir). Nous introduirons un bruit de mesure maximale de 1°. Les variations sont représentées dans le Tableau 4.4.

Tableau 4.4 Variation des différents paramètres du procédé de thermoformage

Paramètres	Type de variation	Valeur minimale	Valeur maximale
ϵ_{eff} (s.d)	linéaire	0.7	0.9
h_{sup} (W/m ² /K)	linéaire	6.5	7.5
h_{inf} (W/m ² /K)	linéaire	2.5	3.5
ρ (kg/m ³)	linéaire	1060	1080
C_p (J/kg/K)	linéaire	800	2200
$T_{initiate}$ (K)	parabolique	285	300
$T_{amb_{sup}}$ (°C)	parabolique	60	75
$T_{amb_{inf}}$ (°C)	parabolique	110	125

Avec de telles variations de paramètres de la feuille de plastique, ça revient pratiquement à dire que nous changeons carrément de matériau. Il est à noter que les variations se produisent en début de chaque cycle et non pas en-cycle.

Pour rappel, les deux paramètres ayant le plus grand impact sur la température finale de la feuille de plastique sont l'émissivité et la chaleur spécifique. En les faisant varier d'un extrême à un autre, nous mettons en difficulté le contrôleur. Par exemple, si nous concevons un contrôleur pour une chaleur spécifique d'un matériau donné de 1300 J/kg/K, ensuite nous le testons sur un matériau dont la chaleur spécifique est de 2200 J/kg/K, cela revient quasiment à tester un contrôleur pour un élévateur avec une charge de 1000 kg alors que la conception a été faite pour une charge de 500 kg.

À cet effet, nous avons étudié le comportement du système face aux variations de tous les paramètres avec un contrôleur robuste TILC H^∞ sensibilité mixte d'ordre deux. Les résultats obtenus sont présentés dans la Figure 4.9.

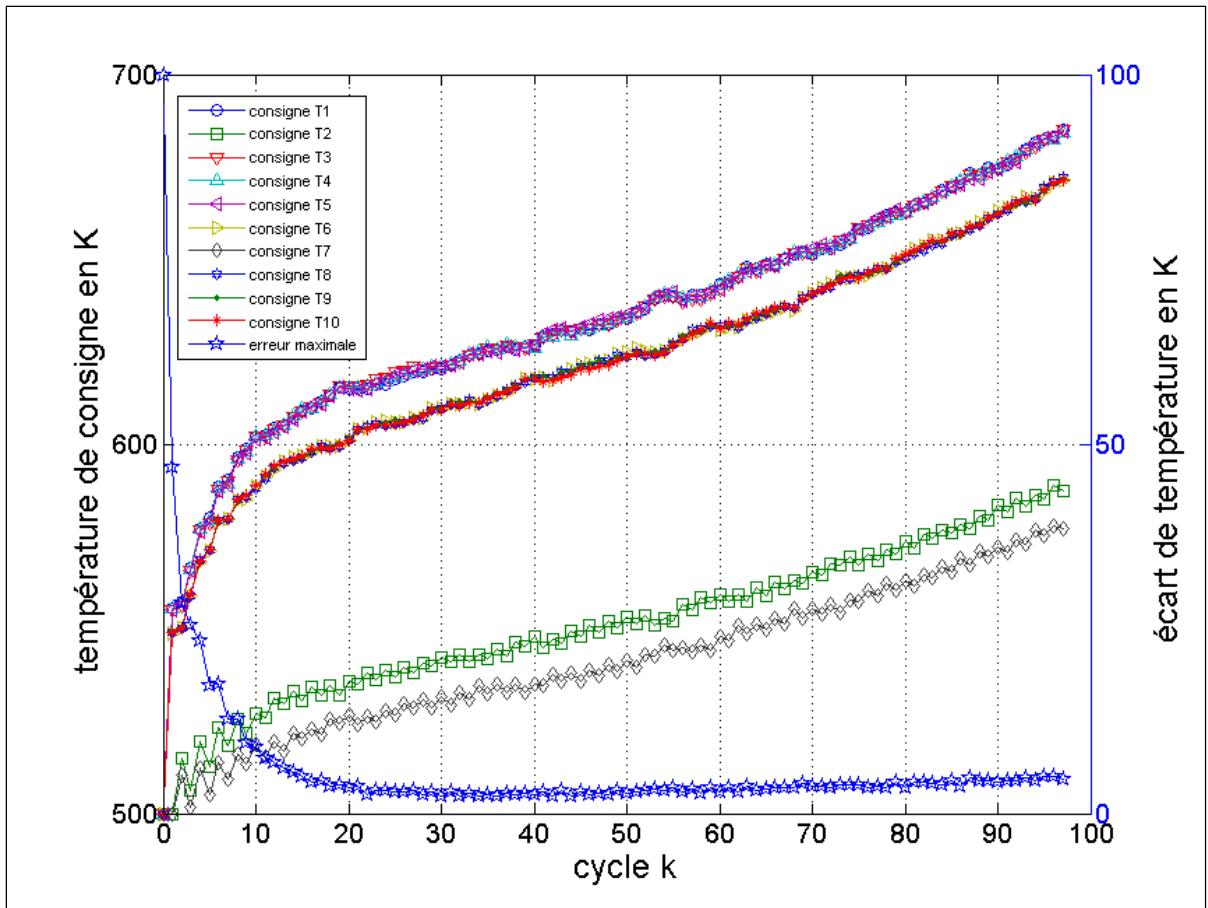


Figure 4.9 Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale face à des variations extrêmes de tous les paramètres du procédé

D'après la Figure 4.9, nous constatons que le contrôleur a réussi à maintenir une erreur maximale inférieure à 5°C à partir du 15^{ème} cycle malgré les variations extrêmes des paramètres et les bruits de mesures. Le contrôleur a pu corriger à chaque cycle la consigne quand tous les paramètres du procédé variaient en même temps. Un meilleur choix de consignes initiales améliorerait grandement le temps de convergence.

Les plus grands écarts de température ont été notés vers les derniers cycles. Nous expliquons cela principalement avec l'augmentation de la chaleur spécifique. L'augmentation de l'effort de commande est attachée directement à l'augmentation de la chaleur spécifique très élevée qui obligent le contrôleur à fournir beaucoup plus d'efforts. Une chaleur spécifique de 1500

J/kg/K, signifie qu'il faut 1500 J pour augmenter d'un degré Kelvin un kilogramme du matériau en question.

Les fluctuations observées sont dues aux bruits de mesures introduits.

4.6 Configuration à douze éléments chauffants et douze capteurs

Pour ce test final, les éléments chauffants ne seront pas regroupés afin d'obtenir les douze entrées du système. Les capteurs choisis sont IR_{T2} , IR_{T3} , IR_{T4} , IR_{T5} , IR_{T6} et IR_{T7} pour la partie supérieure, et IR_{B2} , IR_{B3} , IR_{B4} , IR_{B5} , IR_{B6} et IR_{B7} pour la partie inférieure. Nous allons utiliser exactement les mêmes paramètres physiques définis précédemment.

Le défi à relever est de pouvoir concevoir un contrôleur qui puisse gérer le couplage entre les différentes zones. Pour avoir une idée si le couplage est important dans un système, il suffit de calculer la valeur de conditionnement. L'équation pour le calcul du conditionnement d'une matrice \mathbf{A} est donnée par l'équation suivante :

$$\varsigma(\mathbf{A}) = \frac{\sigma_{max}(\mathbf{A})}{\sigma_{min}(\mathbf{A})} \quad (4.8)$$

Avec $\sigma_{max}(\mathbf{A})$ et $\sigma_{min}(\mathbf{A})$ les valeurs singulières maximale et minimale de la matrice.

Pour le cas d'une configuration à quatre éléments chauffants et quatre capteurs le conditionnement est de 3.2517, tandis que pour une configuration à douze éléments chauffants et douze capteurs le conditionnement est de 7.2895×10^{16} . Il est possible de réduire ce nombre avec une décomposition SVD.

4.6.1 Décomposition SVD

Dans notre configuration actuelle du four, la décomposition SVD nous permettra d'isoler les valeurs singulières de la matrice Ψ_θ sur la diagonale d'une matrice \mathbf{S}_σ de la façon suivante :

$$\Psi_0 = W \cdot S_\sigma \cdot V^T \quad (4.9)$$

Où $W \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ et $V \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ sont des matrices unitaires, et $S_\sigma \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ matrice diagonale qui contient toutes les valeurs propres de Ψ_0 .

En analysant les valeurs singulières de la matrice Ψ_0 sous Matlab®, nous observons des valeurs singulières très petites de l'ordre de 10^{-15} et 10^{-17} . Ce qu'il y a lieu de faire dans ce cas particulier, c'est de forcer à zéro ces valeurs infinitésimales. Cette transformation a un impact significatif sur la norme infinie obtenue lors de la conception du contrôleur. La norme infinie obtenue avec la matrice Ψ_0 pour $M = 4$, $\varepsilon = 0.95$ et $\omega = 0.1 \text{ rd/s}$ est de 1.0585. En utilisant la nouvelle matrice Ψ_0 , la norme infinie est de 0.6776. Nous sommes passés d'un système où la stabilité n'est pas garantie à un système stable et robuste.

4.6.2 Tests sur le four à douze éléments chauffants et douze capteurs

Afin d'obtenir un temps de convergence convenable, nous avons fait un choix judicieux des paramètres pour la fonction de pondération W_I , ces paramètres sont $M = 4$, $\varepsilon = 0.95$ et $\omega = 1 \text{ rd/s}$. Avec la mise à zéro des valeurs singulières infinitésimales, nous avons obtenu une norme de 0.8914. Le contrôleur est une matrice douze par douze. Les zéros, les pôles et le gain du premier élément de cette matrice sont respectivement :

$$\text{zéros} = \begin{bmatrix} 60.8524 \\ -36.2004 \\ -24.8903 \\ -21.4537 \\ -16.6928 \\ -11.1256 \\ -9.5661 \\ -5.8468 \\ -4.8015 \\ -2.0000 \\ 5.2985 \end{bmatrix}; \text{pôles} = \begin{bmatrix} -48.8509 \\ -30.9962 \\ -25.1337 \\ -22.5693 \\ -15.8450 \\ -13.1431 \\ -9.9284 \\ -8.4184 \\ -5.8120 \\ -4.4708 \\ -0.0950 \end{bmatrix}; K = -0.1467 \quad (4.10)$$

Contrairement aux configurations précédentes, les zéros et les pôles, ne sont pas aussi rapides et distancés par rapport au zéro à -2 et au pôle à -0.095. Le pôle à -0.095 n'est pas assez éloigné du pôle à -4.4708. Cette situation peut ne pas convenir à l'utilisation de la méthode de simplification de fonctions de transferts présente dans l'annexe II. Il est très difficile de distinguer entre les zéros rapides et les zéros lents, respectivement les pôles rapides et les pôles lents.

Si nous appliquons la méthode de simplification de fonctions de transferts afin d'obtenir un contrôleur TILC d'ordre 2, nous obtenons une norme infinie de 1.0526. Une telle norme signifie que les spécifications en termes de performances ou de robustesse ont été violées, la stabilité n'est pas garantie. Les résultats sont présentés dans Figure 4.10.

D'après la Figure 4.10, nous observons des courbes de type 1^{er} ordre, la convergence est assurée au bout du 10^{ième} cycle.

Maintenant, concentrons-nous sur les fonctions de pondérations et les fonctions de sensibilité et de sensibilité de contrôle pour voir où les violations se sont produites. Dans un premier temps, nous tracerons, à l'aide de la fonction Matlab® *sigma*, la fonction de sensibilité définie par l'équation (3.12) avec l'inverse de la fonction de pondération \mathbf{W}_1 . Dans un second temps, nous tracerons la fonction de sensibilité en contrôle avec l'inverse de la fonction de pondération \mathbf{W}_2 définie par l'équation (3.13). La fonction *sigma* permet de tracer les valeurs singulières d'un système dynamique. Les résultats sont présentés respectivement dans la Figure 4.11 et la Figure 4.12.

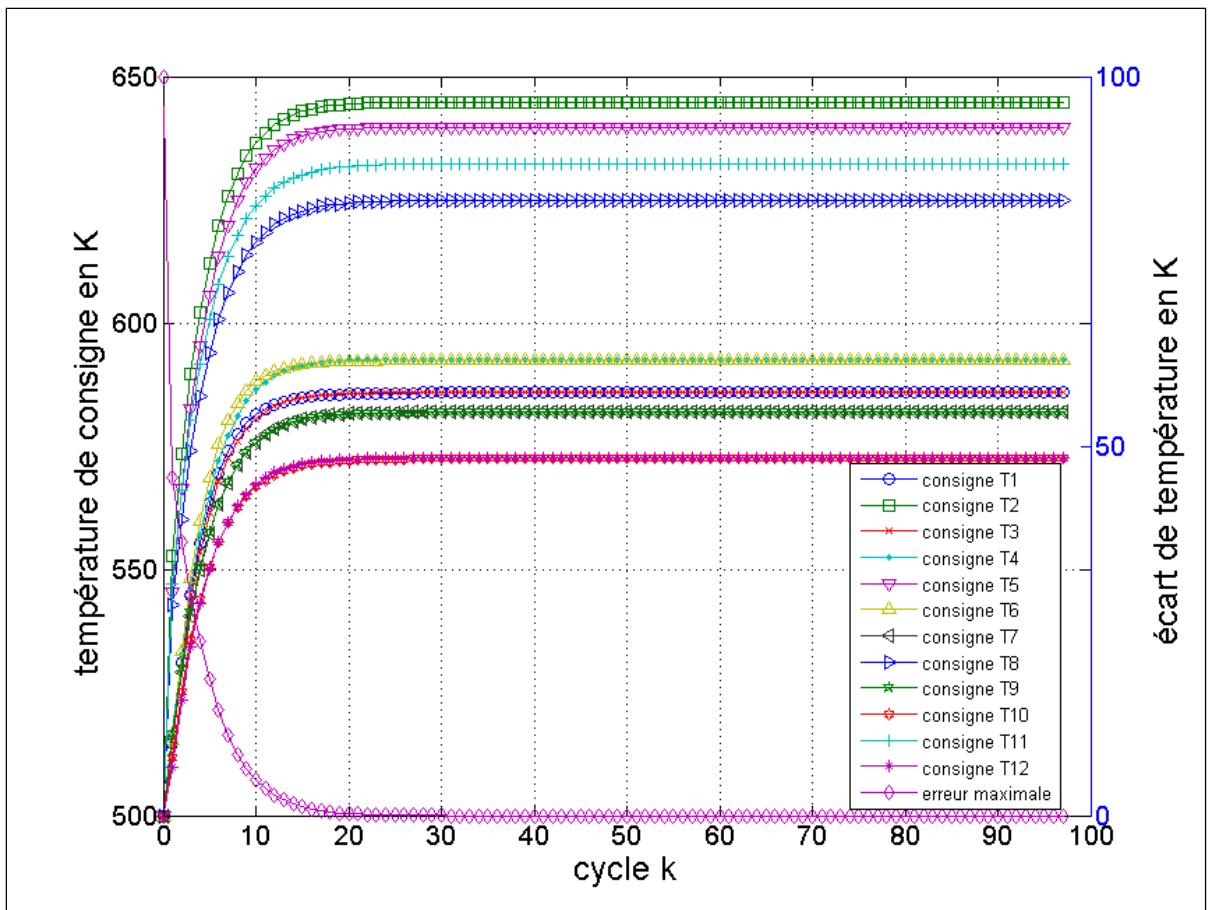


Figure 4.10 Évolution de la commande du contrôleur TILC et de l'écart maximal de la température finale

D'après les Figure 4.11 et 4.12, nous constatons que les violations se sont produites uniquement au niveau de la fonction de sensibilité. Le respect des spécifications en performances du système n'est pas garanti. Par contre, la robustesse est assurée. Mathématiquement, ça se traduit par :

$$\|[\mathbf{W}_1 \mathbf{S}]\|_{\infty} = 1.0526 ; \|[\mathbf{W}_2 \mathbf{U}]\|_{\infty} = 0.8489 \quad (4.11)$$

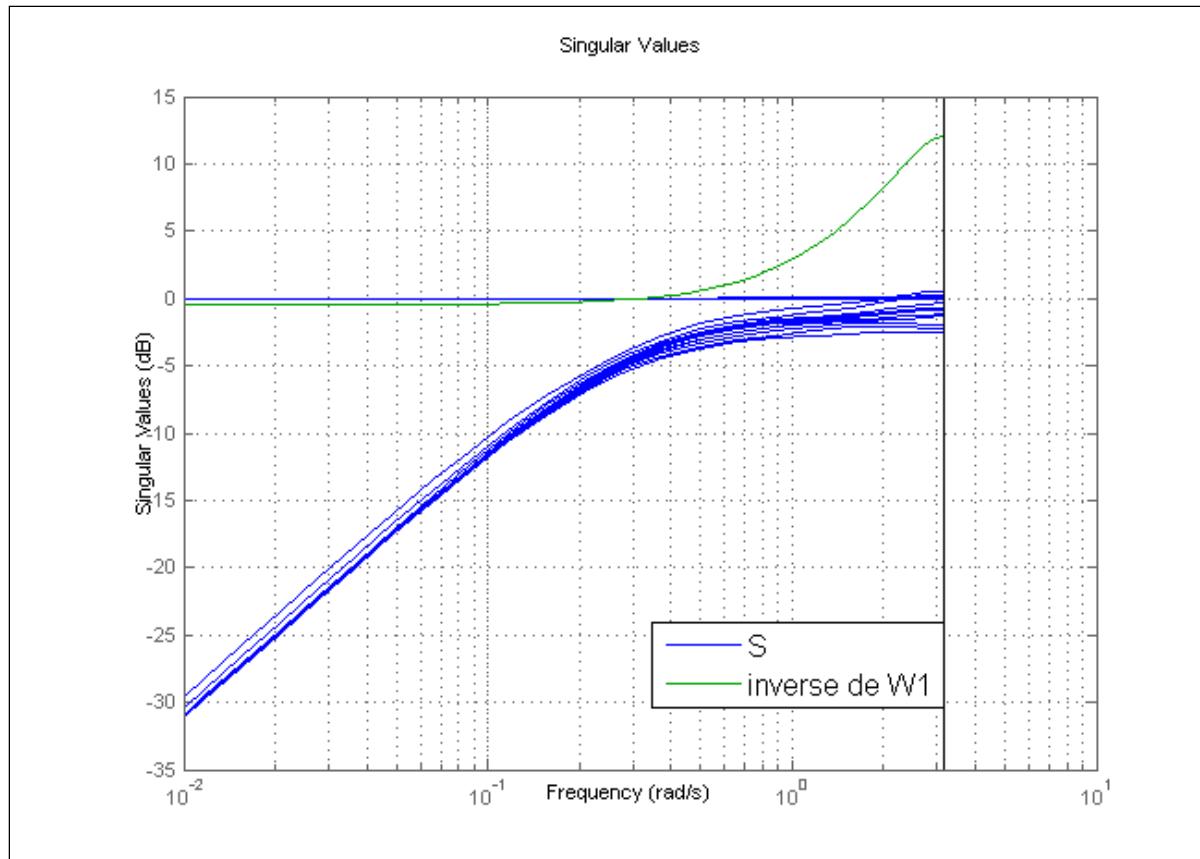


Figure 4.11 Fonction de sensibilité versus l'inverse de W_1

Quand la fonction de sensibilité se retrouve au-dessus de la fonction inverse de W_1 dans les basses fréquences, c'est synonyme d'un système qui sera plus lent que spécifié. Dans le cas où la fonction de sensibilité se retrouve au-dessus dans les hautes fréquences, ça sera synonyme d'un système plus rapide qui présentera probablement des dépassements plus importants que ceux désirés.

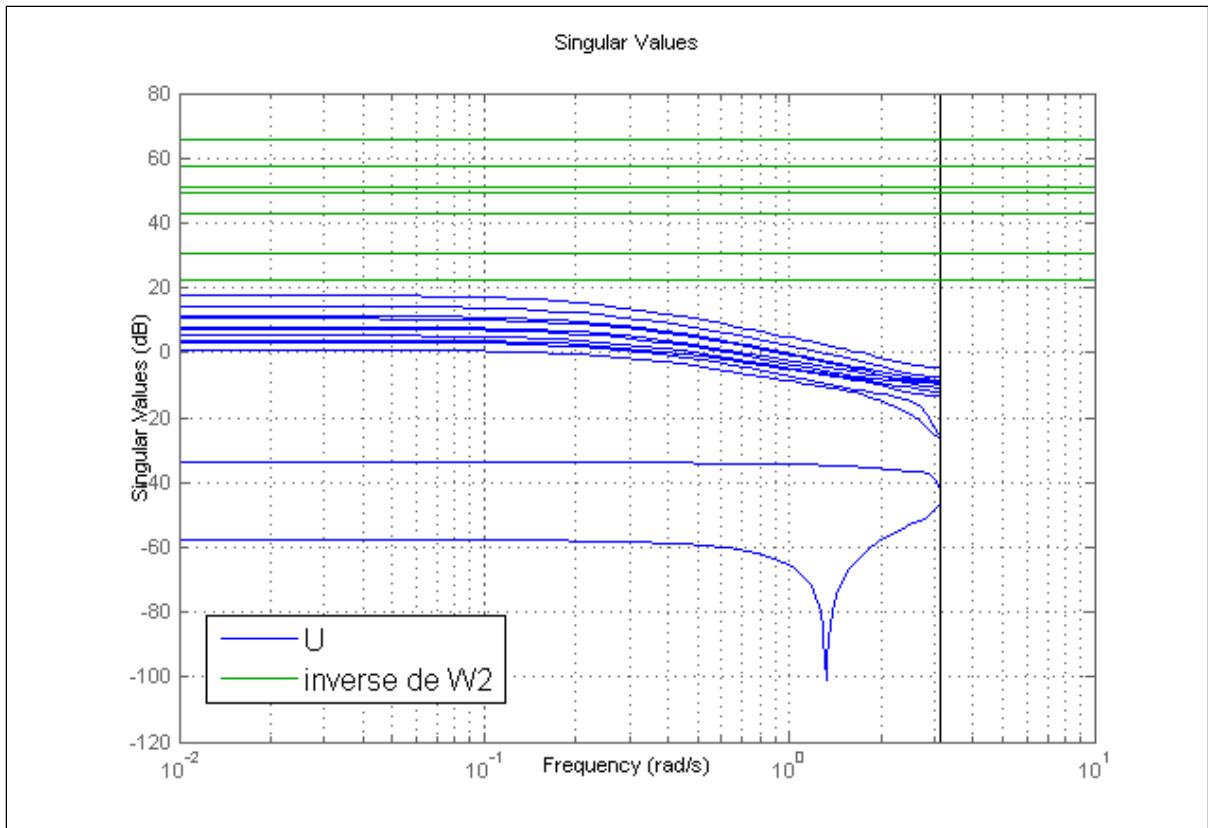


Figure 4.12 Fonction de sensibilité de contrôle versus l'inverse de \mathbf{W}_2

En ayant varier plusieurs fois les paramètres en maintenant $0 < \varepsilon < 1$, nous avons constaté que la matrice de fonctions de sensibilité comprenait tout le temps quelques fonctions de transferts ayant un gain de 0dB dans les basses fréquences, exactement comme dans la Figure 4.11. Donc pour tout $0 < \varepsilon < 1$, nous obtenions automatiquement un viol des spécifications en performances car :

$$20 \log(\varepsilon) < 0dB; \forall 0 < \varepsilon < 1 \quad (4.12)$$

Nous ne pouvons choisir $\varepsilon > 1$, car ceci impliquerait qu'il n'y aura plus de fréquence de coupure à 0dB, et la fonction de pondération \mathbf{W}_I n'aura plus de sens tel qu'expliqué dans le chapitre 3.4.3.1.

À partir de cette constatation, nous pouvons tout de même se contenter du fait qu'il n'y ait pas eu de viol au niveau de la robustesse du système. Nous avons la garantie que le système sera stable et pourra résister à d'éventuelles perturbations jusqu'à une certaine limite

Dans le but de prouver la robustesse de la commande, nous avons testé le système avec une variation des paramètres tout comme dans la configuration du four à dix éléments chauffants et dix capteurs. De plus, nous avons introduits des bruits de mesures ayant une amplitude maximale de $\pm 2^{\circ}\text{C}$. La Figure 4.13 représente l'évolution de la commande et de l'écart maximal de la température de la feuille de plastique face à des variations extrêmes de tous les paramètres du procédé et à des bruits de mesure d'amplitudes maximales de $\pm 2^{\circ}\text{C}$.

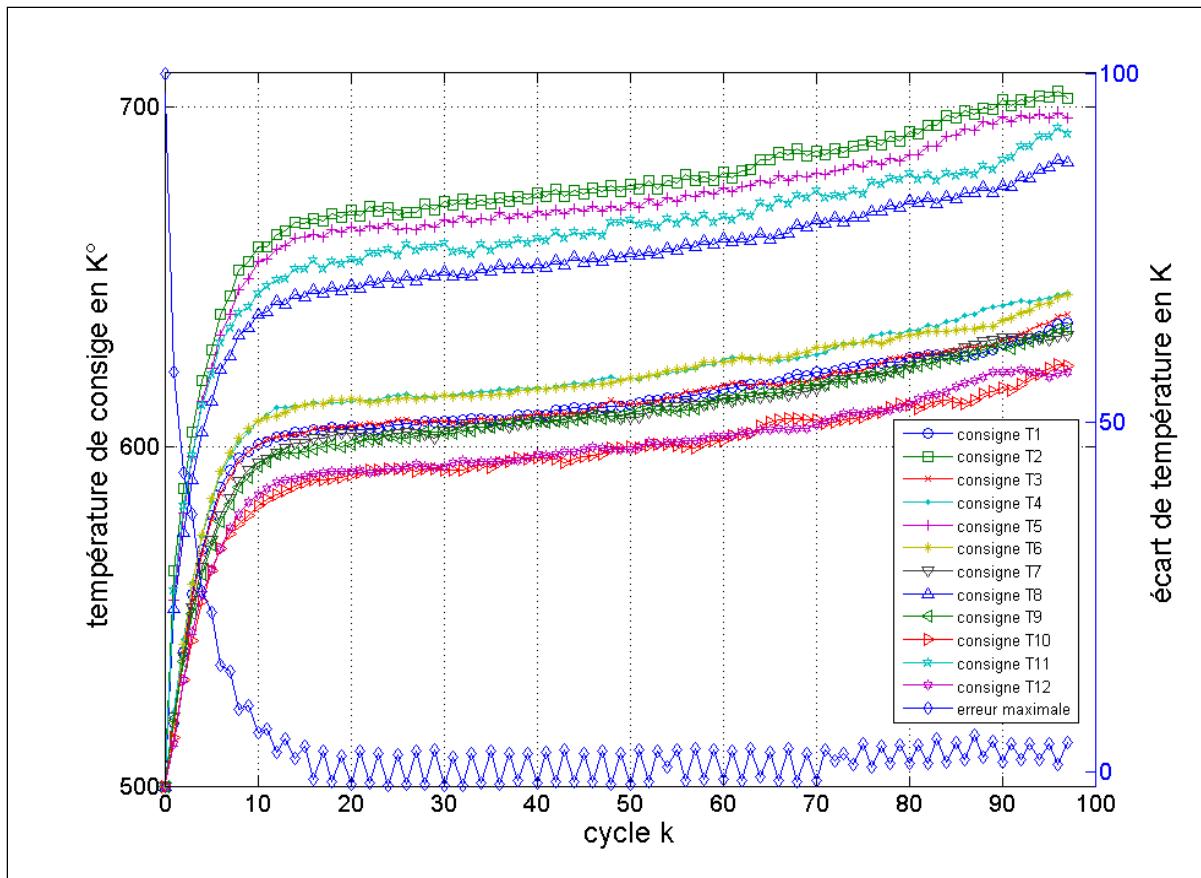


Figure 4.13 Évolution de la commande et de l'écart maximal de la température finale face à des variations extrêmes de tous les paramètres du procédé

À partir de la Figure 4.13, nous constatons clairement que le contrôleur TILC robuste a répondu aux exigences en termes de robustesse.

4.7 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons testés les deux méthodes de conception de contrôleur robuste vu dans le chapitre précédent. Les tests ont montré que la méthode $H\infty$ sensibilité mixte présentait de meilleurs résultats et était plus simple comparée à la μ -synthèse.

Nous avons testés les contrôleurs, issus de $H\infty$ sensibilité mixte avec la méthode de simplification de fonctions de transferts, sur plusieurs configurations de fours de thermoformage avec succès. Nous avons prouvé que les contrôleurs étaient robustes face à des variations extrêmes de paramètres et face aux bruits de mesures.

Le problème de la lenteur de convergence peut aisément être résolu en choisissant des consignes de températures initiales adéquates.

Pour la configuration douze éléments chauffants douze capteurs, plusieurs problèmes sont survenus. Le premier est le rang de la matrice Ψ_θ qui est déficient à cause des nombreuses symétries existantes dans le four de thermoformage. La méthode de décomposition SVD nous a permis de surmonter ce problème. La deuxième difficulté concerne le choix des paramètres de la fonction de pondération W_1 . En effet, il a été impossible de trouver les paramètres adéquats qui puissent fournir une norme infinie inférieure à 1 par rapport aux performances. Néanmoins, la robustesse face aux variations des paramètres et des bruits de mesures est assurée.

CONCLUSION

L'objectif principal de ce mémoire est la conception d'un contrôleur robuste par apprentissage itératif en fin de cycle qui prend en considération les variations des paramètres physiques du procédé de thermoformage et les bruits de mesures. Le processus étant dynamique, il est impératif de s'assurer que la commande est capable de s'adapter aux changements de paramètres lors de la production d'un lot de feuilles de plastique ou pour une journée standard de travail de huit heures. Ces paramètres varient avec le temps et la température et sont les paramètres physiques de la feuille de plastique, les paramètres reliés au transfert de chaleur, la température initiale de la feuille de plastique et la température ambiante à l'intérieur du four de thermoformage.

Dans le chapitre un, une revue de littérature sur le procédé de thermoformage, plus précisément l'étape de chauffe, a été traitée. La première partie traite de la modélisation du four de thermoformage. Les études de modélisations réalisées dans des recherches antérieures, nous a permis de connaître différentes méthodes de modélisation, de cibler les points à améliorer, les difficultés de la modélisation, aussi l'impact de la variation de certains paramètres sur le procédé. La deuxième partie concerne le contrôle du procédé de thermoformage, peu de littérature est consacrée dans ce domaine. Les contrôleurs présentés sont prometteurs sans toutefois être assez efficace pour être adoptés dans l'industrie. La plus grande difficulté est liée au procédé de thermoformage qui est un système non linéaire, dynamique et assujetti à d'importantes perturbations.

Dans le second chapitre, le modèle mathématique amélioré du four de thermoformage réalisé par (Gauthier, 2008) et (Ajersch, 2005) a été présenté ainsi que l'impact de la variation des paramètres sur le procédé. En effet, dans le but d'augmenter le réalisme du modèle, il a été nécessaire de considérer l'asymétrie entre la partie au-dessus de la feuille de plastique et la partie au-dessous de la feuille de plastique. Dans le modèle mathématique précédent, les deux parties sont symétriques car les coefficients de convection et la température ambiante à l'intérieur du four de thermoformage ont été considérés égaux des deux côtés. En observant

l'impact des variations des paramètres sur la température finale de la feuille de plastique, nous avons été en mesure de déterminer les paramètres qui sont le plus susceptibles d'amener une éventuelle erreur de contrôle voire l'instabilité.

Dans le chapitre trois, la conception du contrôleur TILC robuste a été traitée. Nous avons, tout d'abord, linéarisé le modèle mathématique avec la méthode de Krigeage duel. Cette méthode de linéarisation est bien plus efficace que la méthode traditionnelle de linéarisation par Jacobienne dans ce cas particulier. En effet, la méthode de linéarisation par Jacobienne linéarise le système autour d'un point de fonctionnement en régime permanent, alors que dans le processus de thermoformage la feuille de plastique est retirée du four pendant le régime transitoire. La méthode Krigeage évalue le modèle une seule fois sur l'ensemble du domaine en utilisant simultanément les informations fournies par tous les points de données.

Par la suite, un contrôleur TILC issu de H^∞ sensibilité mixte et un contrôleur TILC issu de la μ -synthèse ont été étudiées. La motivation d'une commande TILC est due principalement à la nature du procédé qui est itératif, et aussi au temps de réponse des éléments chauffants qui est très lent. Les deux contrôleurs robustes dépendent de fonctions de pondérations. Ces fonctions de pondérations déterminent le comportement désiré du système par l'utilisateur en termes de performances et de robustesse. La principale différence entre les deux contrôleurs, est que le second prend en considération les incertitudes structurées, alors que pour le premier, les incertitudes sont incluses dans une matrice de pondération.

Le chapitre quatre présente les tests des contrôleurs sur le modèle mathématique du four de thermoformage. Le choix s'est vite porté sur le contrôleur H^∞ sensibilité mixte qui présente une norme infinie bien inférieure à celle du contrôleur issu de la μ -synthèse. De plus, l'ordre du contrôleur initial obtenu sous Matlab[®] est beaucoup moins élevé que celui obtenu avec la μ -synthèse, ce qui simplifie la tâche de simplification de fonctions de transferts et d'implémentation.

Nous avons testés la robustesse des contrôleurs TILC issus de de $H\infty$ sensibilité mixte sur le procédé de thermoformage avec succès. Nous avons prouvé la possibilité de conception de contrôleurs robustes pour des systèmes à quatre éléments chauffants et quatre capteurs jusqu'à douze éléments chauffants et douze capteurs, tout en respectant les spécifications en performances et robustesse, sauf pour la dernière configuration où les spécifications en performances n'ont pas été respectées. Les contrôleurs TILC robustes ont été capables de s'ajuster en fonction de la variation des paramètres et des conditions initiales en offrant un temps de convergence à $\pm 5^\circ\text{C}$ assez rapide.

Ensuite, nous avons comparé des contrôleurs TILC d'ordre différents. Nous avons conclus que le choix devait se faire en fonction du système et des spécifications en performances.

La possibilité d'augmenter la productivité en réduisant le temps de cycle a été considérée. En variant la période, nous agissons sur le temps de réponse et le dépassement, d'où la nécessité de faire un choix judicieux et surtout de s'assurer que la température de la couche centrale de la feuille est proche de la température de transition vitreuse.

Le cas particulier d'un four à douze éléments chauffants et douze capteurs de températures, représentait le plus grand défi du projet à cause du nombre d'entrées/sorties du système, du phénomène de couplage et de la symétrie du système. Nous avons été en mesure d'obtenir une norme infinie initiale inférieure à 1 par le biais de la méthode de décomposition SVD. Bien que les spécifications en performances n'aient pas totalement été respectées, nous avons pu obtenir des réponses de type de premier ordre avec un excellent temps de convergence et une excellente robustesse.

Les simulations ayant prouvées l'efficacité de la robustesse des contrôleurs présentés. La prochaine étape serait de tester ces contrôleurs sur un four de thermoformage réel pour valider les résultats et de les intégrer éventuellement dans l'industrie.

RECOMMANDATIONS

Les recommandations portent sur la modélisation et le contrôle. En effet, les variations des facteurs vues n'ont pas été prises en compte lors des tests. C'est dû à la complexité du phénomène d'affaissement de la feuille qui ne nous permet pas d'avoir une estimation assez précise vis-à-vis des leurs variations. La raison est que la feuille de plastique ne se déforme pas uniformément lorsque sa température augmente, c'est dû aux disparités quant aux propriétés mécaniques et physiques présentes sur une feuille de plastique. Cette disparité apparaît lors de la polymérisation du matériau (Charon, 2011). En résumé, il serait très intéressant de se pencher sur ce phénomène et de l'inclure dans de futures recherches.

Au niveau du contrôle, nous pourrions envisager de calculer la transformée en Z d'une autre manière que la fonction *c2d* de Matlab[®] avec la méthode *Tustin* qui transforme un système continu en un système discret. Il existe plusieurs méthodes d'estimation de paramètres telles que la méthode des moindres carrés ou les algorithmes génétiques. Sachant que nous connaissons les entrées et les sorties de chaque élément de la matrice qui forme le contrôleur, nous pourrions identifier les paramètres de chaque fonction de transfert en Z dont l'ordre sera déterminé par l'utilisateur et selon le degré de tolérance de l'approximation. La seule contrainte est que le dénominateur doit être le même pour toutes les fonctions de transferts pour faciliter l'implémentation du contrôleur. Ce dénominateur commun doit absolument avoir un intégrateur pour annuler l'erreur en régime permanent pour une entrée de type échelon.

Il serait également très intéressant de trouver une méthode de détermination des paramètres optimaux pour les fonctions de pondérations \mathbf{W}_I . En effet, lors des tests, la détermination de ces paramètres par tâtonnement n'a pas été chose évidente pour les configurations d'ordre élevées.

ANNEXE I

APPLICATION DE LA MÉTHODE DE KRIGEAGE SUR UN FOUR À DEUX ÉLÉMENTS CHAUFFANTS ET DEUX CAPTEURS DE TEMPÉRATURE

Dans le but de faciliter la compréhension de la théorie vue dans le chapitre 2 de ce mémoire, nous allons détailler la conception d'un contrôleur robuste pour le four de thermoformage à deux entrées et deux sorties.

Tout d'abord, rappelons que le four a 12 éléments chauffants, six sur la partie supérieure et six sur la partie inférieure. Si nous regroupons les six éléments chauffants du haut et les six du bas, nous considérons avoir uniquement deux éléments chauffants dans le four. Si de plus nous désignons le capteur numéro un de chaque parties du four comme uniques sorties du four, cela implique que le système aura 2 sorties.

Pour le cas d'un four 6x6 par exemple, nous regroupons les éléments chauffants deux par deux, et nous choisissons 3 capteurs de températures sur chaque côté de la feuille. L'algorithme de conception du contrôleur robuste H^∞ sensibilité mixte ou de μ -synthèse est illustré dans la Figure 4.1.

1) paramètres du système :

- $A = 300$;
- $dh = 3\text{mm}$;
- $[\varepsilon_{min}, \varepsilon_0, \varepsilon_{max}] = [0.7, 0.8, 0.95]$;
- $[\rho_{min}, \rho_0, \rho_{max}] = [1060, 1070, 1080]$;
- $[Cp_{min}, Cp_0, Cp_{max}] = [800, 1300, 2200]$;
- $k = 0.188$;
- $[h_{sup\ min}, h_{sup\ 0}, h_{sup\ max}] = [6.5, 7, 7.5]$;
- $[h_{inf\ min}, h_{inf\ 0}, h_{inf\ max}] = [2, 3, 3.5]$;
- $T = 300\text{s}$;

- $N = 120$.

2) choix des entrées/sorties et des entrées de perturbations :

- deux entrées : nous regroupons les 6 éléments chauffants du haut plus les six du bas
- deux sorties : les températures récoltées en fin de cycle correspondent aux capteurs numéros IR_{T1} et IR_{B1}
- température ambiante de la partie supérieure = 333K
- température ambiante de la partie inférieure = 380K
- température initiale de la feuille de la plastique = 300K
- température finale désirée = 473K

3) Calcul de Ψ et de $\Delta\Psi$

Pour déterminer la matrice Ψ , nous allons utiliser la méthode de Krigeage duel. Pour ce faire nous devons déterminer le nombre d'expériences (de points de données) minimum requis. Sachant que le système a deux entrées, le nombre d'expériences est égal à $j = 2^2 + 2 = 6$, ça veut dire que nous devons avoir 6 combinaisons différentes des entrées du système.

Le nombre d'entrées du système perturbations incluses est :

$$r = 2 \text{ éléments chauffants}$$

$$i = 2 \text{ entrées} + \text{température ambiante des deux côtés} + \text{température initiale} = 5$$

Nombre de sorties du système est :

$$m = 2$$

Rappelons que notre objectif est de construire la matrice Ψ_0 et $\Delta\Psi$. Pour ce faire, nous devons calculer les matrices Ψ_{min} , Ψ_0 et Ψ_{max} qui correspondent respectivement au cas où les paramètres sont minimaux, nominaux et maximaux.

Nous allons détailler les calculs pour le calcul de Ψ_0 . Dans l'équation (4.13), nous devons définir $\Theta_{r,j}$ et $\Xi_{i-r,j}$, et calculer Υ_j .

$$\begin{bmatrix} I & \Theta_{r,j} & \Xi_{i-r,j} \\ \Theta_{r,j}^T & 0 & 0 \\ \Xi_{i-r,j}^T & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_j \\ A_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_j \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-1})$$

La première étape est de choisir l'intervalle approximatif de variation de la température des éléments chauffants (entrées contrôlables), nous choisissons [350, 390]°C :

$$\Theta = \begin{bmatrix} 623.16 & 623.16 \\ 663.16 & 623.16 \\ 623.16 & 663.16 \\ 663.16 & 663.16 \\ 623.16 & 623.16 \\ 623.16 & 623.16 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-2})$$

Ensuite, définir les entrées non contrôlables, la température initiale est fixée à 300K et on suppose une variation de 10°C, la raison est que durant une journée, l'écart de température entre le matin et l'après-midi atteint les 10°C environ. Pour les mêmes raisons, nous supposons que la température ambiante varie de 10°C, et la température ambiante de la partie inférieure est de 383.16K et de la partie supérieure 333.16K. Avec toutes ces données, nous construisons la matrice suivante :

$$\Xi = \begin{bmatrix} 300 & 333.16 & 383.16 \\ 300 & 333.16 & 383.16 \\ 300 & 333.16 & 383.16 \\ 300 & 333.16 & 383.16 \\ 300 & 343.16 & 383.16 \\ 310 & 333.16 & 393.16 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-3})$$

Finalement, la matrice qui contient les températures de la feuille de plastique associées aux différentes combinaisons d'entrées est calculée en résolvant le système (2.6), pour lequel les paramètres du système prennent leurs valeurs nominales, et nous obtenons ainsi :

$$Y = \begin{bmatrix} 406.70 & 412.93 \\ 432.29 & 417.46 \\ 411.01 & 439.76 \\ 436.55 & 444.24 \\ 407.82 & 412.91 \\ 414.21 & 421.47 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-4})$$

Une fois, toutes les matrices définies, nous sommes en mesure de calculer la matrice qui contient les coefficients de fluctuation ainsi que la matrice qui contient les éléments de matrices à définir :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.0128 & -0.0146 \\ 0.0128 & 0.0146 \\ 0.0128 & 0.0146 \\ -0.0128 & -0.0146 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-5})$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.6391 & 0.1126 \\ 0.1072 & 0.6701 \\ 4.599 & 4.8187 \\ 0.1110 & -0.0032 \\ -3.8496 & -3.9655 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-6})$$

D'après l'équation (A I-5), nous déduisons que l'estimation des paramètres est excellente car tous les coefficients de fluctuations sont nuls ou de l'ordre de 10^{-2} . En appliquant ce qui a été vu dans le chapitre III, nous obtenons les matrices suivantes :

$$\boldsymbol{\Psi}_0 = \begin{bmatrix} 0.6391 & 0.1072 \\ 0.1126 & 0.6701 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-7})$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} 4.5999 \\ 4.8187 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-8})$$

$$\boldsymbol{\phi} = \begin{bmatrix} 0.1110 & -3.8496 \\ -0.0032 & -3.9655 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-9})$$

Si nous répétons la même opération de calcul des matrices avec des paramètres pour lesquels leurs valeurs sont maximales, nous obtenons alors la matrice $\boldsymbol{\Psi}_{\max}$ qui présente le plus de variations par rapport à la matrice nominale $\boldsymbol{\Psi}_0$:

$$\boldsymbol{\Psi}_{\max} = \begin{bmatrix} 0.8115 & 0.1602 \\ 0.1697 & 0.8543 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-10})$$

et la matrice d'incertitudes est :

$$\Delta \Psi = \begin{bmatrix} 0.1724 & 0.0530 \\ 0.571 & 0.1842 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-11})$$

À partir du dernier résultat, nous constatons que les éléments de la diagonale de la matrice Ψ varient jusqu'à 27%, et ceux de la deuxième diagonale jusqu'à 50%. La variation due aux paramètres est très importantes.

ANNEXE II

SIMPLIFICATION DE FONCTIONS DE TRANSFERTS ISSUES DE LA μ -SYNTHÈSE OU DE H^∞ SENSIBILITÉ MIXTE

Les contrôleurs obtenus sous Matlab[®] avec les fonctions *hinfsyn* et *dkitgui* produisent des contrôleurs d'ordre très élevés, ils sont généralement d'ordre 10 voire beaucoup plus. Le contrôleur obtenu est une matrice de fonctions de transferts dans le domaine de Laplace. Aussi, les dénominateurs des différentes fonctions de transferts ne sont pas égaux. Pour ces deux raisons, l'implémentation du contrôleur peut s'avérer très complexe.

Dans le but de faciliter les tests sur le modèle mathématique et l'implémentation du contrôleur, une simplification du contrôleur est impérative. Cette simplification réduit l'ordre d'une fonction de transfert tout en préservant la même réponse fréquentielle. Dans ce qui suit, un exemple de simplification d'un contrôleur issu de H^∞ sensibilité mixte permettra d'expliciter le problème et sa solution.

Algorithme de simplification d'un contrôleur sous Matlab[®] :

Afin de détailler la méthodologie à suivre pour simplification, nous avons pris le cas du contrôleur du chapitre 4 basé sur H^∞ sensibilité mixte, dont la norme infinie est de 0.8480. Le contrôleur obtenu est une matrice de taille (4x4). Nous prendrons pour exemple la fonction de transfert de la première ligne première colonne $C_0(1,1)$, cette fonction de transfert est d'ordre 12 :

$$C_0(1,1) = \frac{-0.87484 (s + 1659)(s + 17.43)(s + 2)^5}{(s + 1410)(s + 1193)(s + 835.1)(s + 389.3)} \times \frac{(s + 0.16)^3(s^2 + 1561s + 975400)}{(s + 2)^4(s + 0.16)^4} \quad (\text{A II-1})$$

Nous constatons la présence de pôles très proches de certains zéros. La première étape de simplification consisterait à simplifier les pôles et zéros proches. Pour ce faire, la fonction *minreal* (voir la rubrique d'aide de Matlab[®] pour plus de détails) permet de faire cette

simplification. Après avoir effectué une réalisation minimale sous Matlab®, la fonction de transfert obtenue est d'ordre 5 et s'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{Cs}(1,1) = \frac{-0.87484 (s + 1659) (s + 17.43) (s + 2) (s^2 + 1561s + 975400)}{(s + 1410) (s + 1193) (s + 835.1) (s + 389.3) (s + 0.16)} \quad (\text{A II-2})$$

Maintenant, concentrons-nous sur les zéros et les pôles de l'équation (A II-2) qui sont respectivement : (-1659, 17.43, -2, -780.5 ± 605.16i) et (-1410, -1193, -835.1, -389.3, -0.16).

Nous constatons la présence de pôles rapides et de pôles lents, de même pour les zéros. Le pôle à -0.16 est considéré lent par rapport aux autres pôles, il est plus de 2000 fois inférieur au pôle à -389.3. Concernant les zéros, le zéro à -17.43 est quasiment 9 fois supérieur au zéro à -2 et est considéré lent par rapport aux autres zéros de la fonction.

La méthode de simplification consiste donc à éliminer les pôles et les zéros rapides. Dans ce cas particulier, nous pouvons opter pour une réduction radicale, c'est-à-dire réduire la fonction d'ordre 5 à une fonction d'ordre 1 ou une réduction modérée, qui réduirait la fonction à un ordre 1 mais en gardant les zéros lents qui sont proches, en l'occurrence les zéros à -2 et -17.43. L'équation (A II-2) devient alors selon la réduction désirée respectivement :

$$\mathbf{C}_1(1,1) = \frac{K_1(s + 2)}{(s + 0.16)} \quad (\text{A II-3})$$

$$\mathbf{C}_2(1,1) = \frac{K_2(s + 17.43)(s + 2)}{(s + 0.16)} \quad (\text{A II-4})$$

Les gains K_1 et K_2 sont obtenus à partir du théorème de la valeur finale. En l'appliquant sur l'équation (A II-2), nous obtenons :

$$\lim_{s \rightarrow 0} (\mathbf{Cs}(1,1)) = \frac{-0.87484 \times 1659 \times 17.43 \times 2 \times 975400}{1410 \times 1193 \times 835.1 \times 389.3 \times 0.16} = -0.564 \quad (\text{A II-5})$$

donc :

$$\frac{K_1 \times 2}{0.16} = -0.564 \Leftrightarrow K_1 = -0.0451 \quad (\text{A II-6})$$

$$\frac{K_2 \times 17.43 \times 2}{0.16} = -0.564 \Leftrightarrow K_2 = -0.0026 \quad (\text{A II-7})$$

Afin de valider la réduction de l'ordre de la fonction $Cs(1,1)$, nous devons comparer les diagrammes de Bode de la fonction $Cs(1,1)$ avec les fonctions réduites $C_1(1,1)$ et $C_2(1,1)$. Le résultat est illustré par la Figure 4.2.

À noter que nous limitons les fréquences à 3.14rad/s car le contrôleur final sera exprimé dans le domaine discret (numérique).

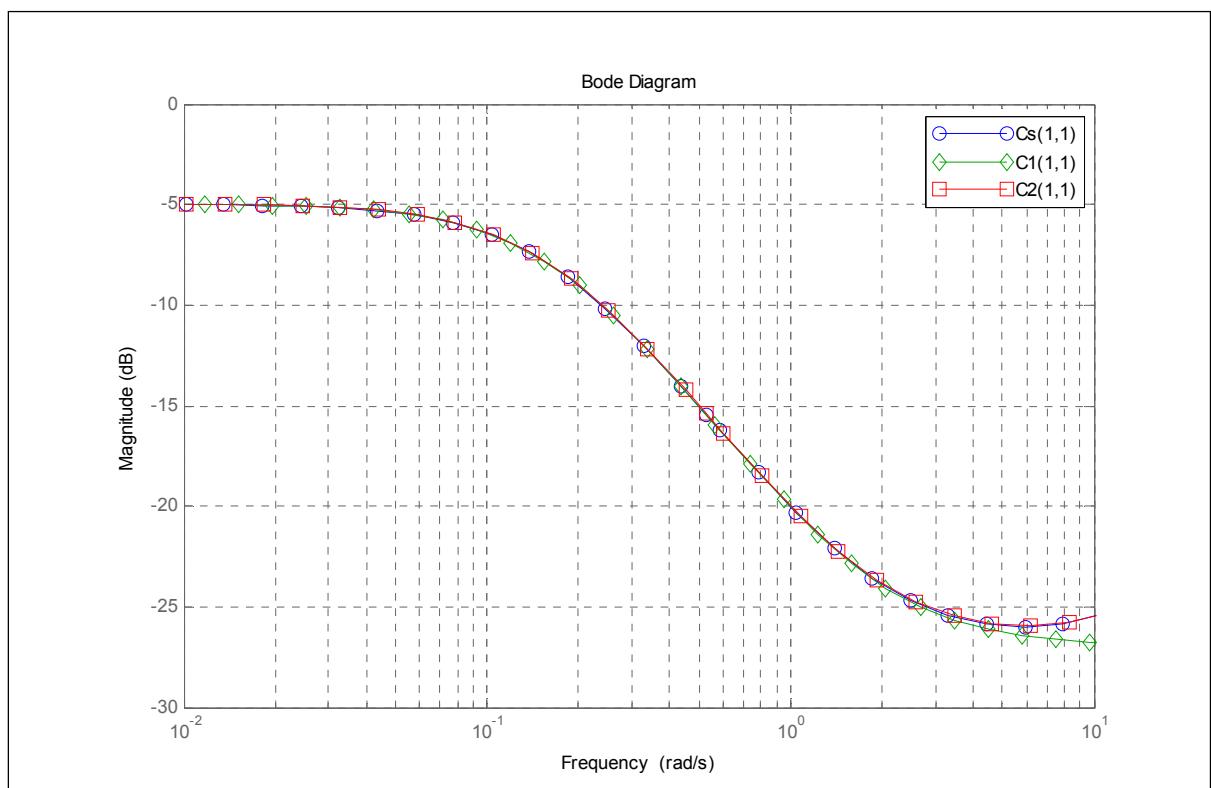


Figure-A II-1 Comparaison entre les différentes fonctions de transferts

D'après la Figure A II-1, il est clair que le meilleur choix est $C_2(1,1)$. À la fréquence $3.14rd/s$, les deux courbes sont très proches. La courbe de $C_I(1,1)$ est quand même acceptable, l'écart jusqu'à la fréquence $3.14rd/s$ est raisonnable.

La dernière étape de simplification consiste à supprimer le pôle à -0.16 et le remplacer par un pôle en 0 , l'objectif est d'avoir un intégrateur qui éliminera l'erreur en régime permanent. Le contrôleur final sera donc :

$$C(1,1) = \frac{-0.0026(s + 17.43)(s + 2)}{s} \quad (\text{A II-8})$$

Sa transformée en Z est :

$$Cz(1,1) = \frac{-0.10104(z + 0.7941)z}{(z + 1)(z - 1)} \quad (\text{A II-9})$$

Pour que le contrôleur soit propre, nous devons le multiplier par un délai :

$$\hat{C}z(1,1) = \frac{-0.10104(z + 0.7941)z}{(z + 1)(z - 1)} \times \frac{1}{z} \quad (\text{A II-10})$$

La même opération se répète pour le reste des fonctions de transferts. Une fois la réduction du contrôleur obtenue, il faut recalculer la norme définie par l'inéquation (3.33), on trouve :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 U \end{bmatrix} \right\|_{\infty} = 0.847 \quad (\text{A II-11})$$

La norme a été améliorée de 10^3 , ce qui prouve l'efficacité de l'algorithme de simplification des fonctions de transferts.

LISTE DE RÉFÉRENCES

- Ajersch, Mark. 2005. « Modeling and real-time control of sheet reheat phase in thermoforming ». Mémoire de maîtrise en génie électrique et informatique. Montréal, Université McGill, 124 p.
- Alazard, Daniel. 1999. *Robustesse et commande optimale*. Toulouse, France: Cépaduès, xiv, 348 p.
- Beauchemin Turcotte, Mathieu. 2010. « Controle en fin de cycle par apprentissage itératif via la logique floue appliquée au contrôle en température d'un four de thermoformage ». Mémoire de maîtrise en génie de la production automatisée. Montréal, École de Technologie Supérieure , 138 p.
- Bougebrayel, Tony Y. 2000. « Computational and experimental investigation of a multimode heat transfer in an electric infrared oven ». Thèse de doctorat. Ohio, Cleveland State University, 145 p.
- Boulet, B et al. 2003. « Control of Thermoforming Process ». *16ème Entretiens Jacques Cartier Colloquium on Polymer Reaction Engineering : Modelling, Optimisation and Control*.
- Charron, Jean François, M. 2011. « *Vacuum infused anionic polyamide-6 composites a quest for uniformity* ». Mémoire de maîtrise en génie de la production automatisée, Montréal, École de Technologie Supérieure, 108 p.
- DiRaddo, R. W., et A. Meddad. 2000. « Sensitivity of operating conditions and material properties for thermoforming process ». *Plastics, Rubber and Composites*, vol. 29, n° 4, p. 163-167. Grande Bretagne : IOM Communications Ltd.
- Duarte, F. M., et J. A. Covas. 2002. « IR sheet heating in roll fed thermoforming: Part 1 - Solving direct and inverse heating problems ». *Plastics, Rubber and Composites*, vol. 31, n° 7, p. 307-317. IOM Communications Ltd.
- Duarte, F. M., et J. A. Covas. 2003. « Infrared sheet heating in roll fed thermoforming Part 2 - Factors influencing inverse heating solution ». *Plastics, Rubber and Composites*, vol. 32, n° 1, p. 32-39. IOM Communications Ltd.
- Erchiqui, F., I. Hamani et A. Charette. 2009. « Modelisation par éléments finis du chauffage infrarouge des membranes thermoplastiques semi-transparentes ». *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 48, n° 1, p. 73-84. France : Elsevier Masson SAS.

- Florian, J. 1996. *Practical Thermoforming: Principles and Applications*, 2ième. Taylor & Francis Group.
- Gauthier, G., et B. Boulet. 2010. « Robust design of terminal ILC with an internal model control using -analysis and a genetic algorithm approach ». In *2010 American Control Conference - ACC 2010, 30 June-2 July 2010*. (Piscataway, NJ, USA), p. 2069-75. Coll. « 2010 American Control Conference (ACC 2010) »: IEEE.
- Gauthier, Guy. 2008. « Terminal iterative learning for cycle-to-cycle control of industrial processes ». Thèse de docotorat. Montréal, McGill University, 201 p.
- Holman, J. P. 2002. *Heat transfer*, 9^{ième} éd. Coll « McGraw-Hill series in mechanical engineering ». New York: McGraw-Hill, 665 p.
- Monteix, Serge. 2001. « Modélisation du chauffage convecto-radiatif de préformes en P.E.T pour la réalisation de corps creux ». Thèse de docotorat. Paris, Ecole des Mines de Paris, 224 p.
- Moore, Ben. 2002. « In-cycle control of the thermoforming reheat process ». Mémoire de maîtrise en génie électrique et informatique. Montréal, Université McGill, 134 p.
- Nakayama, A., F. Kuwahara, G. Xu et F. Kato. 2004. « An analytical treatment for combined heat transfer by radiation, convection and conduction within a heat insulating wall structure ». *Heat and Mass Transfer*, vol. 40, n° 8, p. 621-6. Allemagne : Springer-Verlag.
- Schaper, C., M. Moslehi, K. Saraswat et T. Kailath. 1994. « Control of MMST RTP: repeatability, uniformity, and integration for flexible manufacturing [ICs] ». *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, vol. 7, n° 2, p. 202-19. USA.
- Siedenburgh, J. 1995. *Heating technologies for thermoforming*. Coll. « CMF Report prepared for the Electric Power Research Center for Materials Fabrication». Ohio: Colombus.
- Throne, James L. 1996. *Technology of thermoforming*, Hanser Verlag, 882 p.
- Throne, James L., et Society of Plastics Engineers. 1987. *Thermoforming*. Munich ; New York: Hanser : distributed in the U.S.A. by MacMillan, 298 p.
- Trochu, F. 1993. « A contouring program based on dual kriging interpolation ». *Engineering with Computers*, vol. 9, n° 3, p. 160-77. USA.
- Yousefi, A., A. Bendada et R. Diraddo. 2002. « Improved modeling for the reheat phase in thermoforming through an uncertainty treatment of the key parameters ». *Polymer Engineering and Science*, vol. 42, n°5, p. 1115-1129. Society of Plastics Engineers