

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE
M.Eng.

PAR
MADANI SID AHMED

LA COMMANDE ACTIVE D'UN HÉLICOPTÈRE

MONTRÉAL, LE 30 DÉCEMBRE 2007

© Sid Ahmed Madani, 2007

PRÉSENTATION DU JURY - MÉMOIRE

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE

Mme Ouassima Akhrif, directeur de mémoire
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Louis-A. Dessaint, président du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

Mme Ruxandra Botez, membre du jury
Département de génie de la production automatisée

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 19 DECEMBRE 2007

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier ma directrice de recherche Mme Ouassima Akhrif, Professeur à l'École de technologie supérieure, pour son soutien, ses conseils et ses remarques judicieuses durant toute la phase du projet.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION.....	13
CHAPITRE 1 RAPPEL SUR LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE D'UN HÉLICOPTÈRE... 14	14
1.1 Introduction à la l'aérodynamique de l'hélicoptère.....	14
1.1.1 Écoulement autour d'aile d'un hélicoptère.....	14
1.1.2 Principe de la sustentation.....	15
1.2 Éléments constitutifs de l'hélicoptère.....	16
1.2.1 Rotor principal.....	16
1.2.2 Rotor de queue ou rotor anti-couple.....	17
1.3 Les commandes de vol.....	18
1.4 Mécanisme de fonctionnement d'un hélicoptère.....	19
1.4.1 La portance.....	19
1.4.2 Le principe de variation du pas collective.....	19
1.4.3 Le principe de variation du pas cyclique.....	20
1.5 Phénomène de couplage dans l'hélicoptère.....	20
1.6 Autopilote d'un hélicoptère.....	22
1.6.1 La boucle interne.....	22
1.6.2 La boucle externe.....	23
1.6.3 Travaux sur l'hélicoptère.....	24
1.6.4 Conclusion.....	24
CHAPITRE 2 MAQUETTE D'HELICOPTÈRE TRMS "TWIN ROTOR MIMO SYSTEM TRMS".....	25
2.1 Présentation du TRMS.....	25
2.2 Modèle mathématique.....	26
2.2.1 Plan vertical.....	26
2.2.2 Plan horizontal.....	31
2.2.3 Modélisation des deux moteurs.....	33
2.2.4 Modélisation des forces aérodynamiques.....	34
2.2.5 Modèle Simulink.....	35
2.2.6 Simulation du modèle.....	37
CHAPITRE 3 LA COMMANDE LINÉAIRE.....	39
3.1 Première version du contrôleur linéaire (simple contrôleur).....	40
3.2 Deuxième version du contrôle linéaire (contrôleur complexe).....	44
3.3 Conclusion.....	47
CHAPITRE 4 LA COMMANDE NON-LINÉAIRE.....	49
4.1 Rappel sur la linéarisation entrée / sortie.....	49
4.2 Application de la méthode de linéarisation entrée - sortie.....	50
4.3 Simulation.....	59

CHAPITRE 5 COMMANDE EN TEMPS RÉEL DU TRMS	62
5.1 Description du banc d'essai	62
5.1.1 La carte de commande PLC-812PG :	62
5.1.2 Carte de puissance feedback	63
5.1.3 XPC Target	63
5.1.4 Les démarches à suivre :	64
5.2 Configuration de la carte d'acquisition	65
5.2.1 Procédure de lecture de la position horizontale et verticale :	66
CHAPITRE 6 IMPLANTATION EN TEMPS RÉEL ET RÉSULTATS	69
6.1 Lois de commande linéaire	69
6.1.1 Implantation d'un simple contrôleur	70
6.1.2 Implantation d'un contrôleur complexe	73
6.2 Lois de commande non-linéaire	75
CONCLUSION	78
ANNEXE I MODÉLISATION DU TRMS	79
ANNEXE II PROGRAMME DE LECTURE DE LA POSITION DU TRMS	84
BIBLIOGRAPHIE	87

LISTE DES TABLEAUX

		Page
Tableau 3.1	Gains du simple contrôleur linéaire (phase de simulation)	41
Tableau 3.2	Les gains d'un contrôleur complexe (phase de simulation)	44
Tableau 6.1	Gains du contrôleur basé sur un simple PID (phase d'implantation)	70
Tableau 6.2	Gains du contrôleur complexe (phase d'implantation).....	73

LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1-1	<i>Représentation des forces aérodynamiques agissant sur une pale.</i>	15
Figure 1-2	<i>Principe de la portance dans un hélicoptère.</i>	16
Figure 1-3	<i>Les différentes articulations au niveau du rotor.</i>	17
Figure 1-4	<i>Rôle du rotor de queue.</i>	18
Figure 1-5	<i>Variations du pas général.</i>	19
Figure 1-6	<i>Variations du pas cyclique.</i>	20
Figure 1-7	<i>Couplage collectif-cycle latéral et collectif-lacet.</i>	22
Figure 1-8	<i>Représentation d'un SAS.</i>	23
Figure 2-1	<i>Présentation du TRMS.</i>	25
Figure 2-2	<i>Représentation des forces de gravité du TRMS dans le plan vertical.</i>	27
Figure 2-3	<i>Représentation du moment M_v.</i>	29
Figure 2-4	<i>Représentation des forces aérodynamiques dans le plan horizontal.</i>	31
Figure 2-5	<i>Représentation des forces aérodynamique des deux hélices.</i>	34
Figure 2-6	<i>Schéma Simulink du TRMS.</i>	37
Figure 2-7	<i>Réponse du TRMS en boucle ouverte à un échelon.</i>	38
Figure 3-1	<i>Schéma de principe de commande du TRMS par un PID.</i>	39
Figure 3-2	<i>Schémas Simulink du TRMS avec un contrôleur linéaire.</i>	40
Figure 3-3	<i>Structure du contrôleur linéaire (première version).</i>	40
Figure 3-4	<i>Réponse du TRMS équipé d'un simple contrôleur à une entrée échelon.</i> ...	42
Figure 3-5	<i>Poursuite d'une trajectoire avec un simple contrôleur linéaire.</i>	43
Figure 3-6	<i>Schéma de principe d'un contrôleur complexe.</i>	44

Figure 3-7	<i>Réponse du TRMS équipé d'un contrôleur complexe à une entrée échelon.</i>	45
Figure 3-8	<i>Poursuite de trajectoire avec contrôleur complexe.</i>	46
Figure 3-9	<i>Comportement du système suite à un changement du point de fonctionnement.</i>	48
Figure 4-1	<i>Schéma de Principe de la linéarisation entrée-sortie.</i>	49
Figure 4-2	<i>F_v' et F_h' en fonction des vitesses de rotations des moteurs ω_m et ω_l.</i>	58
Figure 4-3	<i>Schéma Simulink de la linéarisation E/S.</i>	59
Figure 4-4	<i>Réponse du TRMS à un échelon après la linéarisation E/S.</i>	60
Figure 4-5	<i>Poursuite d'une Trajectoire après la linéarisation E/S.</i>	61
Figure 5-1	<i>Schéma de principe de XPC-Target.</i>	63
Figure 5-2	<i>Configuration de la connexion entre les deux PC.</i>	64
Figure 5-3	<i>Création d'une disquette de démarrage.</i>	65
Figure 5-4	<i>Configuration de la carte d'acquisition.</i>	65
Figure 5-5	<i>Configuration de la sortie analogique A/D de la carte PLC-812.</i>	66
Figure 5-6	<i>Procédure de lecture de la position.</i>	67
Figure 5-7	<i>Cycle de lecture des données du HCTL2016.</i>	67
Figure 5-8	<i>Configuration du RTW.</i>	68
Figure 6-1	<i>Implantation d'un contrôle linéaire.</i>	69
Figure 6-2	<i>Réponse du TRMS équipé d'un simple contrôleur linéaire à une entrée échelon.</i>	71
Figure 6-3	<i>Poursuite de trajectoire avec un simple contrôleur linéaire.</i>	72
Figure 6-4	<i>Réponse du TRMS avec un contrôleur complexe à une entrée échelon.</i>	74
Figure 6-5	<i>Poursuite d'une trajectoire avec un contrôleur complexe.</i>	74
Figure 6-6	<i>Réponse du TRMS avec un contrôleur non-linéaire à une entrée échelon.</i>	75
Figure 6-7	<i>Poursuite de trajectoire.</i>	76

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

A/D	Entrées analogiques
AFCS	Autopilote (automatic flight control system)
ASE	Attitude stabilisation system
BA	Bord d'attaque
BF	Bord de fuite
D/A	Sortie Analogique
D/I	Entrée digitale
D/O	Sortie digitale
LSB	Poids de l'octet le plus faible
MIMO	Plusieurs entrées / plusieurs sorties
MSB	Poids de l'octet le plus fort
OE	Cycle de lecture des données
RESET	Signal de commande pour initialiser les compteurs
RTW	Real time Windows
SAS	Stability Augmentation System
SCAS	Stability Control Augmentation System
SEL	Signal de commande pour sélectionner le LSB ou MSB
TRMS	Twin Rotor Mimo System

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

i	Incidence
V	Vitesse de la pale par rapport à l'air
S	Surface de la pale
ρ	Masse volumique de l'air
C_L	Coefficient de portance
L	Force de sustentation
D	Force de traînée
TR	Portance
T_y	Force aérodynamique due au moteur de queue
F_y	Force aérodynamique due à l'inclinaison du rotor principal
M_v	Moment total des forces dans le plan vertical
J_I	Somme des moments d'inertie relative à l'axe horizontal
θ	Angle d'inclinaison de la tige (tangage) ou l'angle de pas des pales
M_{g_i}	Moments des forces de gravité
m_{mr}	Masse du rotor principal avec le moteur
m_m	Masse de la partie principale de la tige
m_{r}	Masse du rotor de la queue avec le moteur
m_t	Masse de la partie queue de la tige
m_{cb}	Masse ajustable
m_b	Masse de la tige de la masse ajustable
m_{m_1}	Masse de l'hélice principale avec son cadre
m_{m_2}	Masse de l'hélice de queue avec son cadre
l_m	Longueur de la tige principale
l_t	Longueur de la tige queue
l_b	Longueur de la tige de la masse ajustable
l_{cb}	Distance entre la masse ajustable et le pivot

r_{ms}	Rayon de l'hélice principale
r_b	Rayon de l'hélice de queue
g	Accélération de la pesanteur
M_{v2}	Moment de force de propulsion engendré par le rotor principal
ω_m	Vitesse angulaire du rotor principal
$F_v(\omega_m)$	Force de propulsion de rotor principal du TRMS
M_{v3}	Moment des forces centrifuges de la tige autour de l'axe vertical
Ω_b	Vitesse angulaire de la tige autour de l'axe vertical
M_{v4}	Moment de friction autour de l'axe horizontal
Ω_v	Vitesse angulaire de la tige autour de l'axe horizontal
k_v	Constante de friction
J_{bv}	Moment angulaire vertical dû au moteur de la queue
M_h	Somme des moments de forces exercées dans le plan horizontal
J_h	Somme des moments d'inertie relative à l'axe vertical
ψ	Position horizontale (lacet)
$F_b(\omega_1)$	Force de propulsion du moteur de la queue
M_{h2}	Moment de friction
J_{vh}	Moment angulaire Horizontal dû au moteur principal.
K_1 et K_2	Gains des deux moteurs
τ_m et τ_1	Constantes de temps des deux moteurs
u_m et u_b	Entrées du système.
K_p	Gain proportionnel
K_i	Gain intégrateur
K_d	Gain dérivateur
\underline{x}	Vecteur d'état
\underline{u}	Vecteur entrée
y_1 et y_2	Vecteur de sortie

\underline{p}	Pôles désirés
\underline{K}	Gains du compensateur de retour d'état
F'_v et F'_h	Dérivées des forces aérodynamiques F_v et F_h

INTRODUCTION

Un hélicoptère est un aéronef à voilure tournante dont la propulsion et la sustentation sont assurées seulement par des rotors, durant toute la phase de vol. Cet appareil peut effectuer des manœuvres qu'un avion ne peut faire : vol stationnaire, décollage et atterrissage vertical. À basse altitude, il peut soit avancer, reculer ou se déplacer latéralement ce qui lui permet d'atteindre des endroits inaccessibles pour un avion. Toutes ces manœuvres contribuent à son succès que ce soit dans le domaine militaire ou civil. Cependant, l'hélicoptère est d'une conception plus complexe que celle d'un avion. Il représente un système fortement instable et couplé avec un temps de réponse très long. La conception d'un autopilote capable de stabiliser et de contrôler tous les mouvements de l'hélicoptère devient une tâche extrêmement difficile.

L'objectif de ce mémoire est de proposer une approche multivariable pour la conception d'un régulateur non-linéaire capable de stabiliser et d'améliorer les performances dynamiques du système. Cette approche sera validée sur une maquette qui représente un modèle réduit d'un hélicoptère et qui se trouve actuellement dans l'un des laboratoires du GREPCI.

Pour atteindre notre objectif, nous proposerons premièrement une modélisation de la maquette. Le modèle dynamique obtenu est fortement non-linéaire, couplé et multi-entrées multi-sorties. Dans une deuxième étape, deux types de contrôleurs linéaires seront utilisés. Le premier est à base de deux contrôleurs PID, un pour le mouvement vertical et un pour le mouvement horizontal, qui sera appliqué au modèle obtenu. Le deuxième type de contrôleur linéaire, plus complexe, sera conçu de telle façon à tenir compte du couplage du système. Ces contrôleurs étant conçus pour des points de fonctionnements donnés, ceci entraînera nécessairement des compromis sur la performance et la stabilité.

Et finalement, un compensateur non-linéaire basé sur une linéarisation entrée-sortie sera utilisé pour atteindre des performances supérieures. La comparaison entre les résultats des contrôleurs linéaires et ceux du contrôleur non-linéaire permettra de dégager la supériorité de ce dernier en termes de performance et surtout en termes d'élargissement du domaine de fonctionnement.

CHAPITRE 1

RAPPEL SUR LA THÉORIE ÉLÉMENTAIRE D'UN HÉLICOPTÈRE

L'histoire de l'hélicoptère débute en 1907 avec les premiers essais de Paul Cornu et Louis Breguet . Cependant, l'hélicoptère restera un véhicule expérimental jusqu'aux années 1940.

Les vrais développements de l'hélicoptère ont été apportés par les militaires après la deuxième guerre mondiale vu l'importance tactique de cet engin dans les combats. Son rôle devient de plus en plus important au milieu des années cinquante avec l'apparition des premiers modèles propulsés par des turbomoteurs ce qui leur donne une grande souplesse et une forte puissance. Au début des années quatre-vingts d'autres perfectionnements viennent s'ajouter comme le pilote automatique. Aujourd'hui, l'hélicoptère est devenu un moyen de transport vital dans tous les domaines. Le vol vertical fête ses 100 ans cette année (2007).

1.1 Introduction à la l'aérodynamique de l'hélicoptère

Le but de cette phase est d'illustrer, dans une première étape, le principe de fonctionnement d'un hélicoptère et de montrer les différentes forces et moments qui contrôlent ses mouvements. Ensuite, dans une deuxième étape, le but est de démontrer le fonctionnement d'un simple contrôleur automatique AFCS (Automatic Flight Control Systems) agissant sur l'hélicoptère.

1.1.1 Écoulement autour d'aile d'un hélicoptère

On appelle profil d'aile la section de l'aile par un plan vertical parallèle à la vitesse (comme pour un avion en vol horizontal). Le bord d'attaque BA est le point extrême avant du profil, et le bord de fuite BF est le point extrême arrière. La corde du profil est la droite joignant le bord d'attaque au bord de fuite (voir Figure 1-1). L'incidence, notée i , est l'angle formé par la corde et la vitesse relative de l'air.

Deux types de profil de pale sont à retenir, le profil biconvexe symétrique est par excellence le profil des pales métalliques des rotors d'hélicoptère. Les nouvelles techniques de

fabrication (pales plastiques) admettent des profils biconvexes dissymétriques dont les qualités aérodynamiques sont supérieures.

1.1.2 Principe de la sustentation

Chaque profil se déplaçant dans un filet d'air à une vitesse V engendre une portance TR due à la différence de pression entre l'extrados (dépression) et l'intrados (pression). Cette force est représentée par l'équation (1.1).

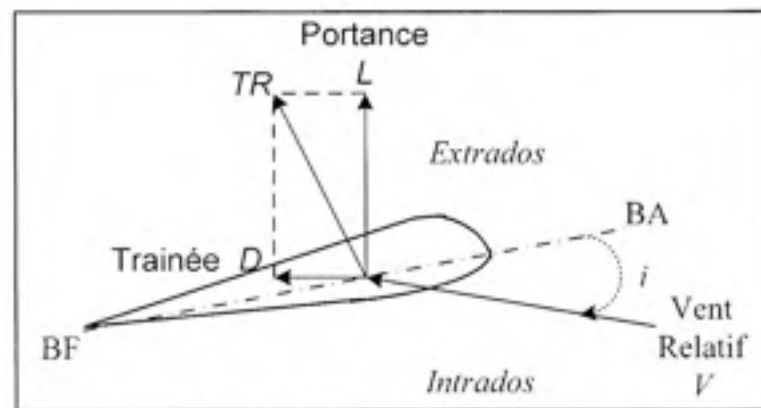


Figure 1-1 Représentation des forces aérodynamiques agissant sur une pale.

Source : Cette figure a été tirée du livre de M Coyle Shawn, *The art and science of Flying Helicopters*, p 9.

$$TR = \frac{1}{2} \times C_l \times \rho \times V^2 \times S \quad (1.1)$$

- C_l coefficient de portance qui dépend de l'angle d'incidence i .
- ρ masse volumique de l'air qui est en fonction de l'altitude et la température.
- V vitesse de la pale par rapport à l'air.
- S surface de la pale (constante)

Pour une incidence donnée, la force aérodynamique engendrée TR peut être décomposée en une force de portance L qui assure la sustentation et une force de traînée D opposée au sens du mouvement de la pale, ce qui conclut que les forces L et D sont calculées en fonction de l'angle d'incidence i .

1.2 Éléments constitutifs de l'hélicoptère

Afin de mieux comprendre le fonctionnement de l'hélicoptère, un bref rappel sur des éléments constituant l'hélicoptère s'impose. En général, un hélicoptère mono-rotor se compose essentiellement de :

1.2.1 Rotor principal

Il représente l'organe essentiel de l'hélicoptère, il est le siège de toutes les forces aérodynamiques, il assure la sustentation, et tous les déplacements directionnels de l'hélicoptère en inclinant le disque rotor dans le sens voulu. Un rotor peut être constitué par deux pales ou plus.

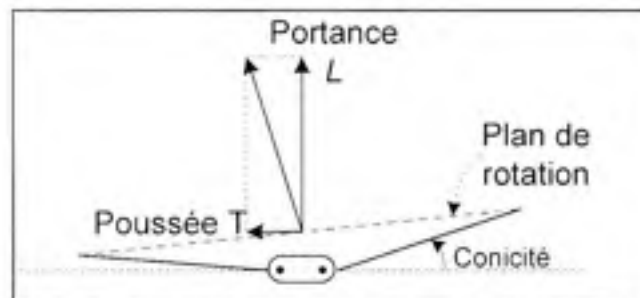


Figure 1-2 Principe de la portance dans un hélicoptère.

(Coyle Shawn, 1996)

Source : Cette figure a été tirée du livre de M Coyle Shawn, *The art and science of Flying Helicopters*, p.17.

Pour des raisons de stabilité et des contraintes mécaniques, la pale est construite de telle façon à pouvoir se déplacer sur les trois axes.

- **Articulation de battement** qui permet à la pale de monter ou descendre verticalement sous l'action des forces de portance et centrifuges. Cette articulation est utilisée en raison de la dissymétrie de la poussée (la force engendrée par la pale avançant est supérieure à celle de la pale reculant et cette différence est due à la différence de la vitesse relative de l'air par rapport aux pales) et pour annuler en même temps le moment de flexion vertical au niveau de l'emplanture de la pale (la jonction entre la pale et le mate).

- *Articulation de traînée* qui permet à la pale de se déplacer horizontalement sous l'effet des forces de traînée. Cette articulation est réalisée afin d'annuler le moment horizontal cyclique au niveau de l'emplanture qui peut fatiguer puis briser le matériel.
- *Articulation du pas* est utilisée pour varier la portance en variant l'angle de pas. Cette articulation est utilisée pour le contrôle de l'appareil (variation du pas cyclique et de la portance).

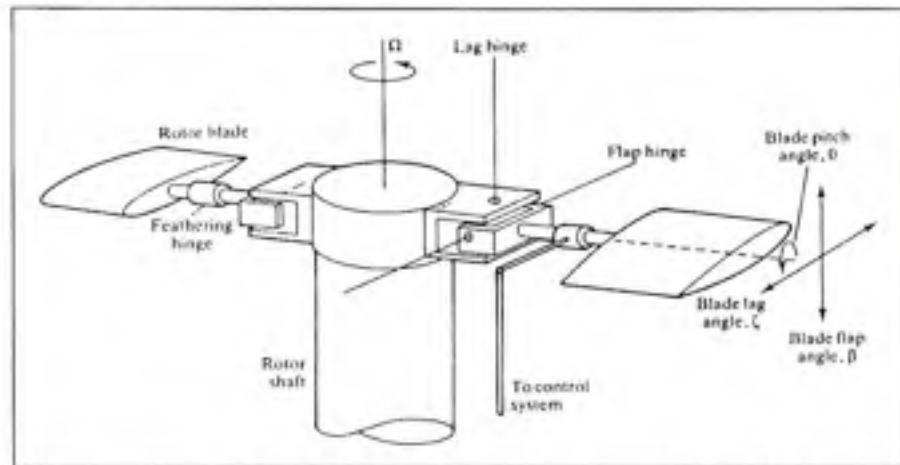


Figure 1-3 *Les différentes articulations au niveau du rotor.*
(Donald Mclean, 1990)

Source: Cette figure a été tirée du livre de M. Donald Mclean, *Automatic flight control systems* p. 452

1.2.2 Rotor de queue ou rotor anti-couple

Dans un hélicoptère mono-rotor, le fuselage est soumis à des couples d'entraînement dus à la rotation du rotor principal. Afin de maîtriser ce couple, un rotor est installé au niveau de la queue d'hélicoptère. Ce dernier tournant dans le sens contraire du rotor principal, il permet donc à la fois d'annuler le couple de réaction du rotor principal et de contrôler l'appareil sur son axe de lacet.

Cependant il existe d'autres solutions pour annuler le couple d'entraînement comme les hélicoptères qui possèdent deux rotors (sur le même axe ou axes différents tournant en sens inverse l'un de l'autre) ou bien ceux qui utilisent les gaz d'échappements sous pression pour contrôler le mouvement de lacet.

L'hélicoptère est constitué d'autres organes importants qui sont toujours le siège d'études et de perfectionnement comme le fuselage, moteur et boîte de transmission. Pour notre exposé seulement les deux rotors sont à retenir.



Figure 1-4 *Rôle du rotor de queue.*
(Coyle Shawn, 1996)

Source : Cette figure a été tirée du livre de M Coyle Shawn, *The art and science of Flying Helicopters*, p.30.

1.3 Les commandes de vol

Le pilote d'hélicoptère possède les éléments suivants pour manœuvrer son appareil :

- **Un manche vertical** pour le contrôle du cyclique qui permet de modifier l'assiette et l'inclinaison de l'hélicoptère autour de ses axes de tangage et de roulis, ce qui est réalisé par la variation cyclique du pas θ obtenu en modifiant l'inclinaison du plateau cyclique.
- **Un palonnier** : il permet à l'hélicoptère de se déplacer autour de l'axe de lacet en augmentant ou en diminuant le pas des pales du rotor anti-couple.
- **Une commande de pas générale** : qui permet les montées et les descentes de l'hélicoptère et cela en modifiant l'angle d'incidence i de toutes les pales en même temps, ce qui est obtenu par le déplacement vertical du plateau cyclique.

1.4 Mécanisme de fonctionnement d'un hélicoptère

1.4.1 La portance

Tel que mentionné auparavant, la force de portance TR engendrée par les forces aérodynamiques au niveau des pales sont en fonction de l'angle d'incidence i , ce qui nous conduit à conclure que le seul moyen dont dispose le pilote pour contrôler la portance du rotor en intensité et direction est de modifier l'angle de pas θ (une variation de pas θ implique une variation d'incidence i et en conséquence variation de la portance TR).

Le contrôle de l'intensité de la portance TR du rotor est obtenu par variation du pas général θ . Le contrôle de la direction de la force TR est obtenu par la variation cyclique du pas. En conclusion on peut dire qu'il y a variation collective du pas lorsque l'angle de pas θ de toutes les pales varie simultanément d'une même valeur.

1.4.2 Le principe de variation du pas collective

Le plateau de commande entraîné à partir du levier de pas collectif (commande pilote) coulisse parallèlement à lui-même le long du mat rotor provoquant la variation collective du pas. L'angle de pas des pales augmente ou diminue de la même valeur et au même moment sur toutes les pales (voir Figure 1-6). L'ordre de grandeur du pas collectif dans un hélicoptère est d'environ 6° pour un petit pas et de 18° pour un grand pas.

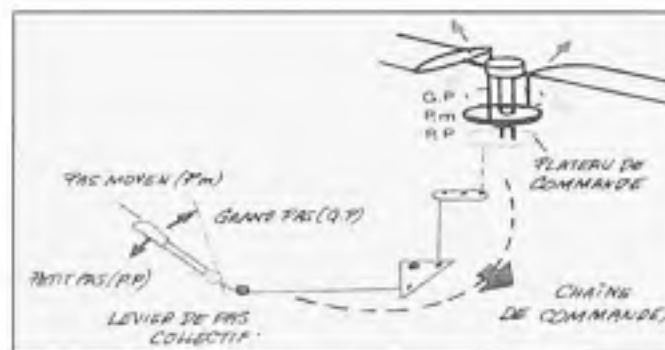


Figure 1-5 Variations du pas général.

1.4.3 Le principe de variation du pas cyclique

Le plateau cyclique est l'élément essentiel de la variation cyclique du pas. En fait, c'est un plateau de commande qui coulisse le long du mat (sous l'action du levier de pas collectif) et il peut en même temps osciller dans tous les sens autour d'une rotule. Ce sont ces oscillations, commandées par le pilote (manche cyclique), qui sont à la base de la variation cyclique du pas. Cette dernière est utilisée pour le contrôle la force aérodynamique TR en direction, ce qui permet à l'hélicoptère soit d'avancer, de reculer ou de se déplacer latéralement.

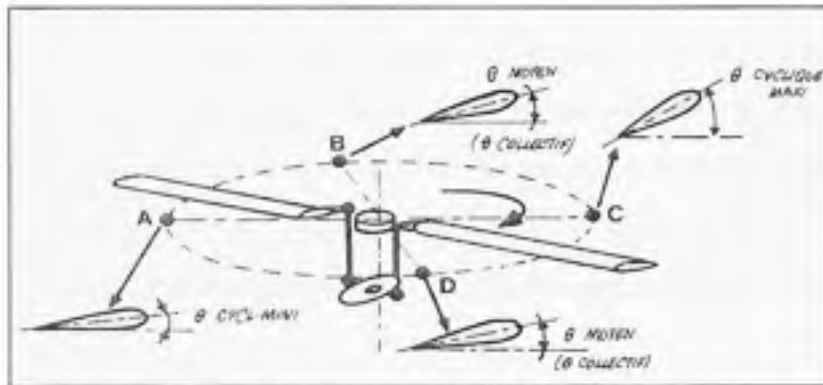


Figure 1-6 Variations du pas cyclique.
(Roger Raletz, 1990)

Source : Tirée du livre de M Roger Raletz, *Théorie élémentaire de l'hélicoptère*, p 46.

1.5 Phénomène de couplage dans l'hélicoptère

Tel que précisé auparavant, le rôle du rotor arrière est d'empêcher l'hélicoptère de tourner sur lui-même sous l'action du couple de réaction du rotor principal.

En agissant sur le palonnier le pilote peut varier la force engendrée par le rotor de la queue, en variant l'angle de pas des pales. Ce qui permet à l'hélicoptère de se déplacer autour de son axe de lacet.

Mais l'utilisation de cette force va engendrer une dérive latérale qui oblige le pilote, afin d'annuler cette dérive, d'incliner le disque rotor pour créer une autre force opposée au niveau

du rotor principal qui annule celle engendrée par le rotor arrière, ce qui est obtenu par variation cyclique latérale du pas.

Afin d'illustrer le phénomène du couplage, prenons l'exemple où le pas collectif θ varie (exemple changement d'altitude), le couple de réaction du rotor principal doit varier dans la même direction pour équilibrer la traînée des pales. Ceci a comme conséquence que T_y et F_y doivent varier dans le même sens que θ pour maintenir l'hélicoptère en équilibre autour de son axe de lacet (le pilote doit donc augmenter la valeur de la poussée T_y en fonction de la valeur du couple moteur, c'est à dire en fonction du pas collectif θ des pales principales).

Un mécanisme simple permet de libérer le pilote de cette servitude, c'est le couplage "*collectif-lacet*" ou couplage "pas rotor principal - pas rotor arrière" (voir Figure 1-7). Pour une position donnée des pédales, toute action du pilote sur le pas collectif fait varier simultanément et dans le même sens l'angle θ du rotor principal et l'angle θ du rotor arrière, de manière que la poussée T_y équilibre automatiquement le couple de réaction du rotor principal quelle que soit la valeur de l'angle θ du rotor principal. Notons que ce couplage n'existe que sur les appareils équipés d'un pilote automatique.

Pour compliquer encore les choses, il existe un autre type de couplage entre les deux rotors qui engendre une dérive latérale de l'hélicoptère dont le pilote doit tenir compte. Pour compenser cette dérive qui est due à la poussée T_y du rotor arrière le pilote doit, par action latérale du manche cyclique, incliner le rotor principal dans le sens opposé à T_y et ce d'autant plus que T_y est grand pour qu'à tout moment F_y soit égale à T_y . Il existe là aussi un moyen peut simple peut délivrer le pilote de cette servitude : c'est le couplage "*collective - cyclique latérale*". Pour une position donnée du manche cyclique, toute action sur le levier de pas collectif modifie l'inclinaison du plateau cyclique (donc plan de rotation) dans un sens tel que l'équilibre $F_y = T_y$ soit réalisé. Le Super-Frelon d'Aérospatiale est parmi les rares hélicoptères qui sont équipés de ce type de couplage.

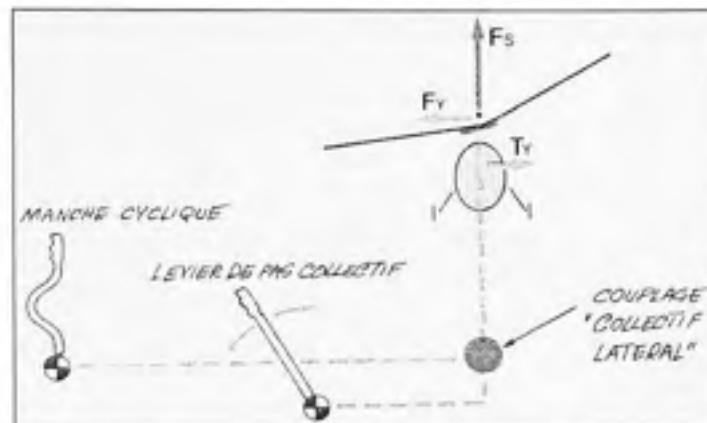


Figure 1-7 *Couplage collectif-cycle latéral et collectif-lacet.*
(Roger Raletz, 1990)

Source : Tirée du livre de M Roger Raletz, *Théorie élémentaire de l'hélicoptère*, p.54

1.6 Autopilote d'un hélicoptère

Le succès commercial d'un hélicoptère militaire ou civil est basé sur son AFCS (Automatic Flight Control System). Son rôle est de transformer un système instable en un système stable, facile à manœuvrer et d'assister le pilote dans ses manœuvres de pilotage. Cependant, sa conception représente un grand défi qui est dû à la non linéarité du système et au fort couplage entre les forces et les moments produits par les rotors. En général, un simple AFCS est constitué par deux boucles :

1.6.1 La boucle interne :

Cette boucle traite et analyse les informations en provenance de l'hélicoptère comme le tangage, roulis, lacet, vitesses et accélérations. Elle est constituée à son tour de :

1. **SAS** (Stability Augmentation System) appelé aussi l'amortisseur de vitesse (rate damper). Il représente le noyau central de l'AFCS, son rôle est de stabiliser l'hélicoptère en gérant toutes les variations des vitesses de l'ensemble des paramètres de l'appareil. Dans un SAS, le signal capteur (Rate Gyroscope) est intégré grâce à un "Leaky integrator" puis comparé au signal d'origine afin de simuler une position de référence de

l'hélicoptère durant un temps limité (en général de 5 à 30 secondes). Le signal obtenu est utilisé pour commander le plateau cyclique.

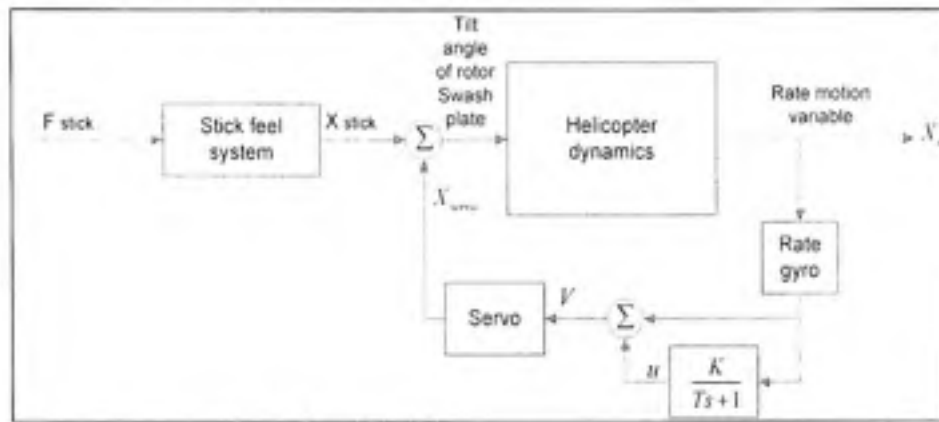


Figure 1-8 Représentation d'un SAS.

(Donald Mclean, 1990)

Source: Tirée du livre de M. Donald Mclean, *Automatic flight control systems* p.474

2. **SCAS** (Stability Control Augmentation System) son but est de stabiliser l'hélicoptère. Pour cette raison un délai d'amortissement est imposé pour le signal avant qu'il soit traité par le SAS.

3. **ASE** (attitude stabilisation system) : Son rôle est de stabiliser l'attitude de l'appareil. Il utilise deux capteurs : un gyromètre de vitesse (Rate gyro) et un gyromètre d'attitude. Lors d'une perturbation de l'hélicoptère (exemple rafale d'air), le signal du gyromètre de vitesse est utilisé pour simuler une altitude de référence en utilisant l'intégrateur "Leaky integrator". Le résultat est comparé au signal du gyromètre d'attitude pour permettre au système de revenir à l'attitude précédente.

1.6.2 La boucle externe

Le rôle de la boucle externe est de maintenir la vitesse, l'altitude, et même de contrer le phénomène de glissement de l'hélicoptère "SideSlip". Pour cela elle tient compte de toutes les conditions extérieures (vitesse air, altitude, informations de navigations).

1.6.3 Travaux sur l'hélicoptère

Des efforts de recherches importantes ont vu le jour cette dernière décennie dans la conception des pilotes automatiques pour des hélicoptères. La plupart de ces recherches étaient basées sur des techniques de commande linéaire et plus récemment sur des approches non-linéaires [1,4]. Citons par exemple l'application de la commande robuste H_{∞} qui a été testée sur Bell 205 et qui a donnée de bons résultats de stabilité et de robustesse [3].

Une autre approche importante est basée sur les réseaux de neurones. Cette technique a été appliquée en vol pour un véhicule aérien non piloté pour fournir une bonne qualité de manipulation de l'inclinaison du rotor.

Cependant, ces deux approches utilisent un modèle linéaire (linéarisé autour d'un point d'équilibre). Ce qui donne un modèle linéaire valable pour des petites variations au voisinage d'un point d'opération (vitesse et altitude données). En tant que tel, elles fournissent seulement une stabilité locale, ce qui entraîne nécessairement des compromis sur la performance et la stabilité qui n'est pas toujours garantie suite à une perturbation.

La commande non-linéaire est une autre approche qui a été utilisée récemment pour la conception des autopilotes [14]. Le succès de cette méthode est qu'elle utilise explicitement des modèles d'équations non-linéaire ce qui conduit à un système globalement stable. Des récentes applications de cette technique sur des modèles réduits d'hélicoptères (hélicoptère de laboratoire) ont donné des bons résultats de stabilité et de poursuite de trajectoire [6].

1.6.4 Conclusion

Dans cette brève introduction, on a présenté les principales composantes d'hélicoptère et son principe de fonctionnement. Ajoutons qu'il existe d'autres phénomènes dont le rotor est le siège comme le phénomène de Coriolis. Cela montre la grande difficulté de stabiliser un hélicoptère et de le modéliser. On note aussi la difficulté de découpler les deux rotors et qui constitue un problème important à surmonter. Actuellement beaucoup d'études de recherche sont en vigueur afin de trouver des solutions pour ce type de problème.

CHAPITRE 2

MAQUETTE D'HELICOPTÈRE TRMS "TWIN ROTOR MIMO SYSTEM TRMS"

L'objectif principal de ce chapitre est le développement du modèle mathématique du notre système. Ce modèle servira dans les chapitres suivants à l'application des diverses techniques de synthèse de commande linéaire et non linéaire. Nous commençons par une brève description du banc d'essais utilisé.

2.1 Présentation du TRMS

La maquette étudiée a le nom du TRMS se référant à Twin Rotor MIMO System. Il s'agit d'un système non linéaire à deux entrées modélisant un hélicoptère. Le concept est fourni par la société Feedback spécialisée dans la conception d'équipements d'ingénierie.

À l'origine, la maquette est contrôlée par un logiciel fourni avec le matériel fonctionnant sous Matlab version 5 et Windows 98. L'acquisition des signaux et l'envoi des commandes sont faits via les cartes d'acquisition de la compagnie Advantech.

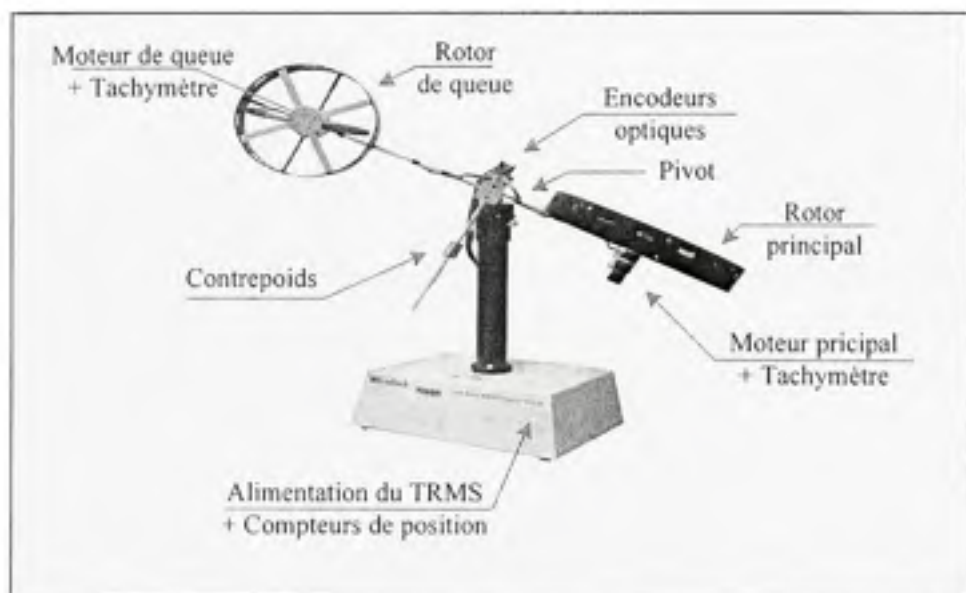


Figure 2-1 *Présentation du TRMS.*

A chaque extrémité d'une tige pivotant par rapport à la base se trouvent deux hélices entraînées par deux moteurs à courant continu. L'hélice de queue assure un déplacement horizontal alors que l'hélice principale permet un déplacement vertical. Un contrepoids permet d'ajuster une position d'équilibre désirée. Deux encodeurs optiques HEDS-9440 montés au niveau du pivot indiquent les positions horizontales et verticales de la tige. Deux tachymètres installés sur les moteurs (un sur chaque moteur) indiquent la vitesse angulaire des moteurs. Le contrôle du système se fait par la commande en tension des deux moteurs. Une description détaillée sur les caractéristiques du matériel sera développée au chapitre 5.

Il est important de noter les limitations physiques du système. La position verticale θ est limitée entre -70° et $+60^{\circ}$ et elle prend compte du fait que les déplacements verticaux sont positifs dans le sens contraire de rotation de la montre (positive en haut et négative en bas). La position horizontale ψ est limitée entre -135° et $+200^{\circ}$ (les déplacements horizontaux sont positifs dans le sens horaire)

2.2 Modèle mathématique

Le modèle mathématique est développé en faisant quelques simplifications; on suppose que la dynamique des moteurs peut être décrite par des équations du premier ordre et que le frottement dans le système est du type visqueux. La rotation peut être décrite en principe comme le mouvement d'un pendule.

2.2.1 Plan vertical

Le mouvement de la tige autour de l'axe horizontal est assuré par l'hélice principale. La rotation peut être décrite par la loi dynamique de Newton

$$M_v = J_v \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2.1)$$

où :

- M_v moment total des forces dans le plan vertical
- J_v somme des moments d'inertie relative à l'axe horizontal
- θ angle d'inclinaison de la tige (tangage)

Les moments M_V et J_V peuvent être décomposés respectivement en quatre (selon les forces appliquées) et huit composantes (selon les différents moments d'inertie) définies dans ce qui suit :

$$M_V = M_{v1} + M_{v2} + M_{v3} + M_{v4} \quad (2.2)$$

$$J_V = \sum_{i=1}^8 J_{vi} \quad i = 1, \dots, 8 \quad (2.3)$$

La première composante M_{v1} représente le moment des forces de gravité appliquée à la tige. Ces forces sont représentées sur la figure ci-dessous :

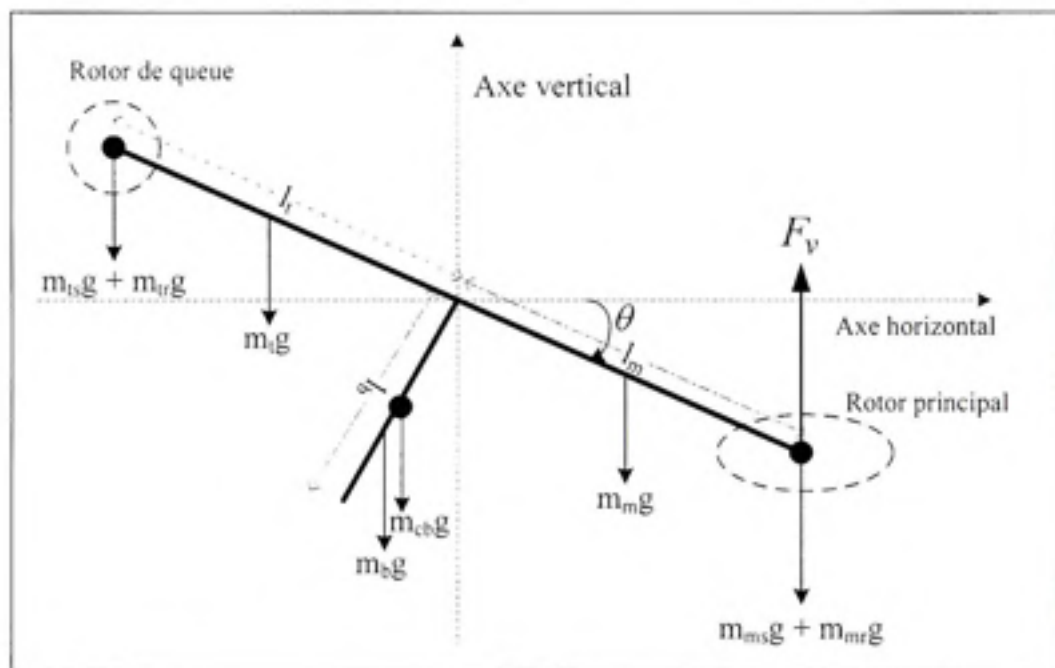


Figure 2-2 Représentation des forces de gravité du TRMS dans le plan vertical.

$$M_{v1} = g \left[\left(\frac{m_t}{2} + m_{tr} + m_{ts} \right) l_i - \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \right] \cos \theta - g \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \sin \theta \quad (2.4)$$

Ou, d'une façon plus compacte :

$$M_{v1} = -G_a \cos \theta - G_c \sin \theta \quad (2.5)$$

avec

$$\begin{aligned} G_a &= -g \left[\left(\frac{m_l}{2} + m_{lr} + m_{ls} \right) l_l - \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \right] \\ G_c &= g \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

- m_{mr} masse du moteur principal
- m_m masse de la partie principale de la tige
- m_{lr} masse du moteur de queue
- m_l masse de la partie queue de la tige
- m_{cb} masse ajustable
- m_b masse de la tige de la masse ajustable
- m_{ms} masse de l'hélice principale avec son cadre
- m_{ls} masse de l'hélice de queue avec son cadre
- l_m longueur de la tige principale
- l_l longueur de la tige queue
- l_b longueur de la tige de la masse ajustable
- l_{cb} distance entre la masse ajustable et le pivot
- r_{ms} rayon de l'hélice principale
- r_{ls} rayon de l'hélice de queue
- g accélération de la pesanteur

La deuxième composante M_{v2} représente le moment de force de propulsion engendré par le rotor principal.

$$M_{v2} = l_m F_v(\omega_m) \quad (2.7)$$

- ω_m vitesse angulaire du rotor principal
- $F_v(\omega_m)$ force de propulsion qui dépend de la vitesse de rotation du rotor

La troisième composante M_{v3} représente le moment des forces centrifuges correspondant au mouvement de la tige autour de l'axe vertical.

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 \left\{ \left(\frac{m_l}{2} + m_{lr} + m_{lv} \right) l_l + \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{mv} \right) l_m + \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \right\} \sin \theta \cos \theta \quad (2.8)$$

ou sous la forme :

$$M_{v3} = -\Omega_h^2 G_b \sin 2\theta \quad (2.9)$$

avec

$$G_b = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{m_l}{2} + m_{lr} + m_{lv} \right) l_l + \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{mv} \right) l_m + \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \right] \quad (2.10)$$

Ω_h vitesse angulaire de la tige autour de l'axe vertical

La quatrième composante M_{v4} est le moment de friction autour de l'axe horizontal

$$M_{v4} = -\Omega_v \times k_v \quad (2.11)$$

Ω_v vitesse angulaire de la tige au tour de l'axe horizontal $\Omega_v = \dot{\theta}$

k_v constante de friction.

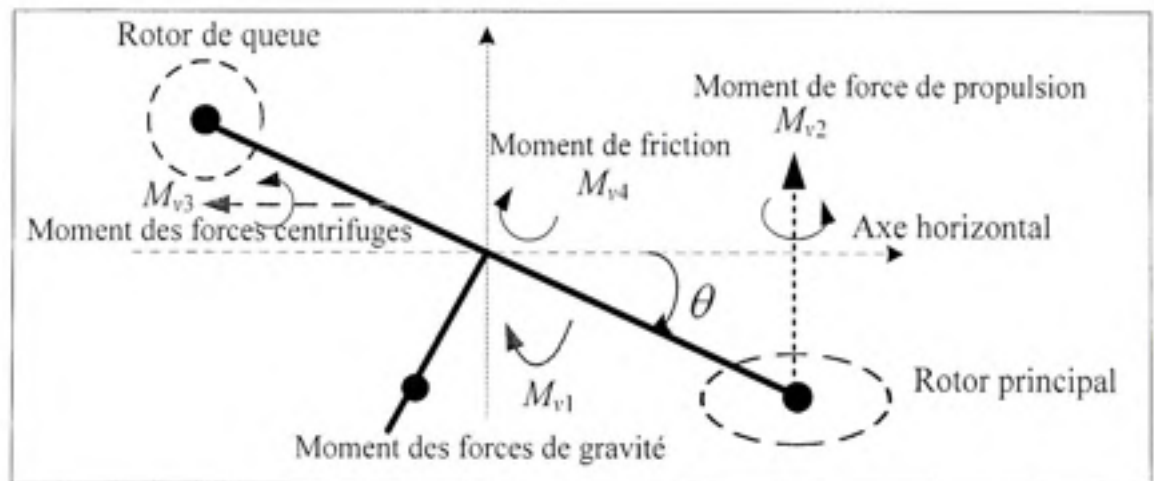


Figure 2-3 Représentation du moment M_v .

En faisant la somme des quatre composantes du moment des forces M_v dans le plan vertical, on obtient l'équation (2.12)

$$\begin{aligned} J_v \ddot{\theta} &= \sum_{i=1}^4 M_{vi} = M_{v1} + M_{v2} + M_{v3} + M_{v4} \\ &= -G_a \cos \theta - G_c \sin \theta + l_m F_v(\omega_m) - k_v \Omega_v - G_h \Omega_h^2 \sin 2\theta \end{aligned} \quad (2.12)$$

L'équation du mouvement longitudinal devient :

$$J_v \ddot{\theta} + G_a \cos \theta + G_c \sin \theta + k_v \Omega_v + G_h \Omega_h^2 \sin 2\theta = l_m F_v(\omega_m) \quad (2.13)$$

L'équation (2.13) indique que l'accélération verticale du bras $\ddot{\theta}$ est déterminée à partir des forces aérodynamiques engendrées par le rotor principal et les forces de gravitation, centrifuge et friction. Cependant les positions verticales et horizontales sont influencées par les vitesses de rotation des deux moteurs. En autres termes, c'est le phénomène de couplage tel qu'expliqué au paragraphe 1.5 pour un hélicoptère réel. Ce qui veut dire que la vitesse du bras Ω_v dans le plan vertical est due à accélération provoquée par les forces mentionnées auparavant et la vitesse de rotation du moteur de queue, ce qui est indiqué par les équations qui suivent :

$$\Omega_v = \frac{z_v + J_{hv} \omega_t}{J_v} \quad \text{avec} \quad \Omega_v = \frac{d\theta}{dt} \quad (2.14)$$

et
$$\frac{dz_v}{dt} = J_v \ddot{\theta} = l_m F_v(\omega_m) - G_a \cos \theta - G_c \sin \theta - k_v \Omega_v - G_h \Omega_h^2 \sin 2\theta \quad (2.15)$$

où :

J_{hv} est le moment angulaire vertical dû au moteur de queue (l'influence du rotor de queue sur la position verticale).

$\frac{z_v}{J_v}$ représente la vitesse verticale du bras du TRMS due aux forces de gravitations et aérodynamiques

ω_t est la vitesse de rotation du moteur de queue

Par ailleurs, le moment d'inertie relatif à l'axe horizontal J_v est déterminé à partir de la Figure 2-2 . Les valeurs numériques sont illustrées en annexe I.

$$J_v = \sum_{i=1}^8 J_{vi} \quad (2.16)$$

avec

$$\begin{aligned} J_{v1} &= m_r l_r^2 & J_{v5} &= \frac{m_w l_m^2}{3} \\ J_{v2} &= m_{cb} l_{cb}^2 & J_{v6} &= \frac{m_h l_h^2}{3} \\ J_{v3} &= m_{mr} l_m^2 & J_{v7} &= m_{mr} \left(\frac{r_{mr}^2}{2} + l_m^2 \right) \\ J_{v4} &= \frac{m_r l_r^2}{3} & J_{v8} &= m_{rs} (r_s^2 + l_r^2) \end{aligned} \quad (2.17)$$

2.2.2 Plan horizontal

De façon similaire, on peut décrire les mouvements de la tige autour de l'axe vertical. On note que le couple d'entraînement est produit par le rotor et que le moment d'inertie dépend de l'angle d'inclinaison de la tige. Le mouvement horizontal de la tige (autour de l'axe vertical) est décrit comme le mouvement rotationnel d'une masse solide, voir Figure 2-4.

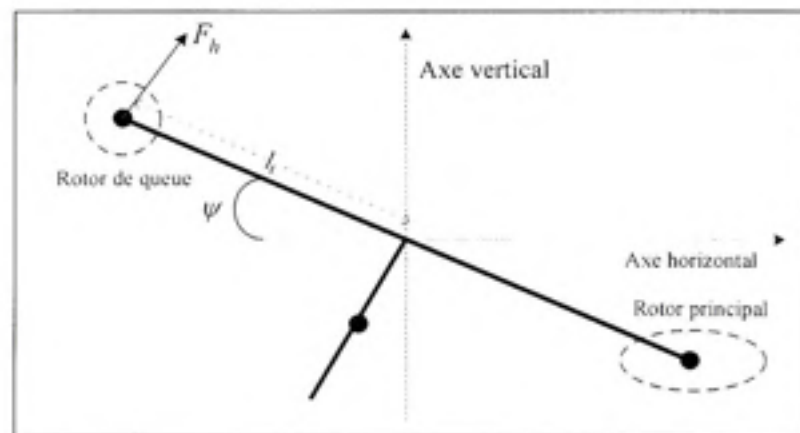


Figure 2-4 Représentation des forces aérodynamiques dans le plan horizontal.

$$M_h = J_h \frac{d^2\psi}{dt^2} \quad (2.18)$$

où : M_h est la somme des moments de forces exercées dans le plan horizontal

J_h est la somme des moments d'inertie relatif à l'axe vertical

ψ est la position horizontale (lacet)

Donc :

$$J_h \ddot{\psi} = \sum_{i=1}^2 M_{hi} = M_{h1} + M_{h2} \quad (2.19)$$

La première composante M_{h1} représente le moment des forces aérodynamique engendrées par le moteur de queue.

$$M_{h1} = l_r F_h(\omega_r) \cos\theta \quad (2.20)$$

ω_r vitesse angulaire du rotor de la queue

$F_h(\omega_r)$ force de propulsion du moteur de queue déterminée expérimentalement

La deuxième composante M_{h2} est le moment de friction qui dépend de la vitesse angulaire de la tige autour de l'axe vertical.

$$M_{h2} = -\Omega_h k_h \quad (2.21)$$

En utilisant Figure 2-2, on calcule le moment d'énergie J_h relatif à l'axe vertical qui dépend de la position d'inclinaison de la tige.

$$J_h = \sum_{i=1}^8 J_{hi} \quad (2.22)$$

avec

$$\begin{aligned} J_{h1} &= \frac{m_m}{3} (l_m \cos\theta)^2, & J_{h5} &= m_{mr} (l_m \cos\theta)^2, \\ J_{h2} &= \frac{m_r}{3} (l_r \cos\theta)^2, & J_{h6} &= m_{cb} (l_{cb} \sin\theta)^2, \\ J_{h3} &= \frac{m_b}{3} (l_b \sin\theta)^2, & J_{h7} &= \frac{m_{is}}{2} r_{is}^2 + m_{is} (l_r \cos\theta)^2, \\ J_{h4} &= m_{sr} (l_r \cos\theta)^2, & J_{h8} &= m_{ms} r_{ms}^2 + m_{ms} (l_m \cos\theta)^2. \end{aligned} \quad (2.23)$$

ou, sous forme compacte :

$$J_h = G_d \cos^2 \theta + G_e \sin^2 \theta + G_f \quad (2.24)$$

avec

$$\begin{aligned} G_d &= \frac{m_b}{3} l_b^2 + m_{cd} l_{cb}^2 \\ G_e &= \left(\frac{m_m}{3} + m_{mv} + m_{ms} \right) l_m^2 + \left(\frac{m_l}{3} + m_{lv} + m_{ls} \right) \\ G_f &= m_{ms} r_{ms}^2 + \frac{m_{ls}}{2} r_{ls}^2 \end{aligned} \quad (2.25)$$

En combinant les équations précédentes, l'équation du mouvement horizontal devient :

$$\left(G_d \cos^2 \theta + G_e \sin^2 \theta + G_f \right) \ddot{\psi} + k_h \Omega_h = l_t F_h(\omega_t) \cos \theta \quad (2.26)$$

De la même manière que pour le mouvement longitudinal, l'équation (2.26) détermine l'accélération angulaire $\ddot{\psi}$ engendrée par des forces de propulsion aérodynamiques du moteur de queue et les forces de friction qui s'opposent au mouvement. La vitesse horizontale du bras Ω_h est le résultat de cette accélération avec la vitesse de rotation du moteur principal, ce qui est indiqué par les équations suivantes :

$$\Omega_h = \frac{z_h + J_{vh} \omega_m \cos \theta}{J_h} \quad \text{avec} \quad \Omega_h = \frac{d\psi}{dt} \quad (2.27)$$

et

$$\frac{dz_h}{dt} = J_h \ddot{\psi} = l_t F_h(\omega_t) \cos \theta - \Omega_h k_h \quad (2.28)$$

où :

J_{vh} est le moment angulaire horizontal dû au moteur principal (l'influence du rotor principal sur la position horizontale)

$\frac{z_h}{J_h}$ est la vitesse horizontale du bras due aux forces aérodynamiques et de friction

2.2.3 Modélisation des deux moteurs

Le modèle du moteur proposé est un système linéaire du premier ordre. Les paramètres à déterminer sont la constante de temps du moteur τ et le gain K . Le calcul des paramètres des deux moteurs est illustré en annexe I.

a) *Moteur principal* :

$$\frac{\omega_m}{u_v} = \frac{K_1}{\tau_m s + 1} = K_1 K_m \frac{1}{s + K_m} \quad (2.29)$$

b) *Moteur de la queue* : De la même manière, on trouve :

$$\frac{\omega_l}{u_h} = \frac{K_2}{\tau_l s + 1} = K_2 K_l \frac{1}{s + K_l} \quad (2.30)$$

où :

ω_m et ω_l sont les vitesses de rotation des deux moteurs

K_1 et K_2 les gains des moteurs

τ_m et τ_l les constantes du temps des moteurs $K_m = \frac{1}{\tau_m}$ et $K_l = \frac{1}{\tau_l}$

u_m et u_h les entrées du système

2.2.4 Modélisation des forces aérodynamiques

Les forces aérodynamiques dépendent de la vitesse de rotation des moteurs. Elles sont déterminées expérimentalement par le constructeur Feedback. Elles sont décrites par les équations suivantes [15] :

$$F_v(\omega_m) = -3.48 \times 10^{-12} \omega_m^5 + 1.09 \times 10^{-9} \omega_m^4 + 4.123 \times 10^{-6} \omega_m^3 - 1.632 \times 10^{-4} \omega_m^2 + 9.554 \times 10^{-2} \omega_m \quad (2.31)$$

$$F_h(\omega_l) = -3 \times 10^{-14} \omega_l^5 - 1.595 \times 10^{-11} \omega_l^4 + 2.511 \times 10^{-7} \omega_l^3 - 1.808 \times 10^{-4} \omega_l^2 + 0.801 \omega_l \quad (2.32)$$

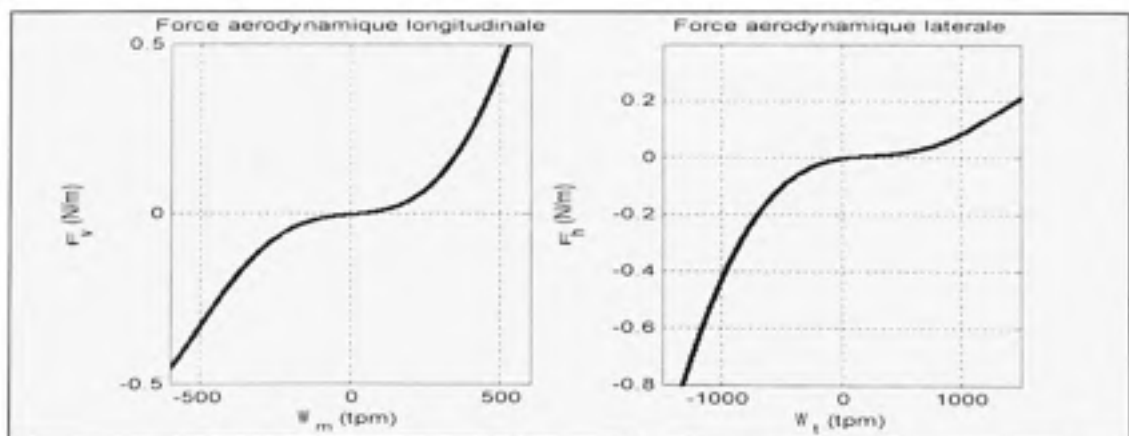


Figure 2-5 Représentation des forces aérodynamique des deux hélices.

2.2.5 Modèle Simulink

En regroupant les équations de (2.1) à (2.15) pour le mouvement longitudinal et de (2.18) à (2.28) pour le mouvement latéral du système, on obtient l'équation (2.33) représentant la dynamique du mouvement du TRMS

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} = \Omega_v \\ \dot{\Omega}_v = \frac{1}{J_v} \left[l_m F_m(\omega_m) - G_a \cos \theta - G_c \sin \theta - G_b \Omega_b^2 \sin 2\theta - k_v \Omega_v + J_{vb} \dot{\omega}_i \right] \\ \dot{\omega}_m = -K_m \omega_m + K_1 K_m u_v \\ \dot{\psi} = \Omega_h \\ \dot{\Omega}_h = \frac{1}{J_h} \left[l_l F_h(\omega_l) \cos \theta - k_h \Omega_h + J_{vb} (\dot{\omega}_m \cos \theta - \Omega_v \omega_m \sin \theta) + (G_c - G_d) \Omega_v \Omega_h \sin 2\theta \right] \\ \dot{\omega}_l = -K_l \omega_l + K_2 K_l u_h \end{array} \right. \quad (2.33)$$

Finalement, en remplaçant $\dot{\omega}_m$ et $\dot{\omega}_l$ par leurs valeurs on obtient un modèle mathématique multivariable non linéaire sous la forme du modèle d'état suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta} = \Omega_v \\ \dot{\Omega}_v = \frac{1}{J_v} \left[l_m F_m(\omega_m) - G_a \cos \theta - G_c \sin \theta - G_b \Omega_b^2 \sin 2\theta - k_v \Omega_v - J_{vb} K_l \omega_l + J_{vb} K_2 K_l u_h \right] \\ \dot{\omega}_m = -K_m \omega_m + K_1 K_m u_v \\ \dot{\psi} = \Omega_h \\ \dot{\Omega}_h = \frac{1}{J_h} \left[l_l F_h(\omega_l) \cos \theta - k_h \Omega_h - J_{vb} \omega_m (K_m \cos \theta + \Omega_v \sin \theta) + (G_c - G_d) \Omega_v \Omega_h \sin 2\theta \right. \\ \left. + J_{vb} K_1 K_m u_v \cos \theta \right] \\ \dot{\omega}_l = -K_l \omega_l + K_2 K_l u_h \end{array} \right. \quad (2.34)$$

Ou sous la forme :

$$\dot{x} = f(x) + G(x)u \quad (2.35)$$

avec

$$f(x) = \begin{cases} \Omega_v \\ \frac{1}{J_v} [I_m F_m(\omega_m) - G_o \cos \theta - G_c \sin \theta - G_b \Omega_b^2 \sin 2\theta - k_v \Omega_v - J_{bv} K_t \omega_t] \\ -K_m \omega_m \\ \Omega_b \\ \frac{1}{J_b} [I_r F_b(\omega_r) \cos \theta - k_b \Omega_b - J_{vb} \omega_m (K_m \cos \theta + \Omega_v \sin \theta) + (G_c - G_o) \Omega_v \Omega_b \sin 2\theta] \\ -K_t \omega_t \end{cases}$$

et

$$G(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{J_{bv}}{J_v} K_2 K_t \\ K_1 K_m & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{J_{vb}}{J_b} K_1 K_m \cos \theta & 0 \\ 0 & K_2 K_t \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

La figure ci-dessous (voir Figure 2-6) représente le modèle Simulink obtenu à partir de l'équation (2.34). Cette représentation est donnée sous forme de diagramme bloc de différentes équations développées auparavant où U_b et U_v représentent les entrées en tension du moteur de queue et du moteur principal respectivement, J_{vb} et J_{bv} représentent l'interaction entre la vitesse de rotation des rotors et la position du bras du TRMS et θ et ψ représentent les sorties en position de notre modèle.

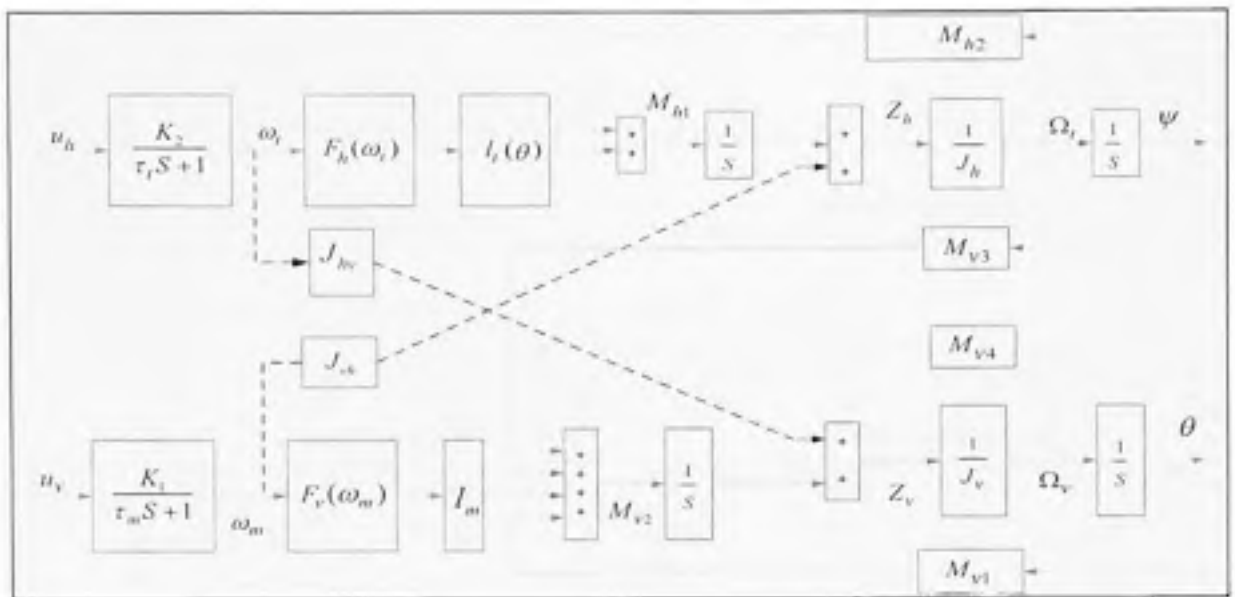


Figure 2-6 Schéma Simulink du TRMS.

2.2.6 Simulation du modèle

Il est clair que le modèle est tout à fait instable en boucle ouverte, il est difficile sinon impossible d'effectuer des tests sur le système en boucle ouverte. La validation se fera donc en boucle fermée. Cependant nous avons réalisé différentes simulations en boucle ouverte avec Simulink. La figure ci-dessous représente la réponse du modèle suite à une entrée échelon sur les entrées.

Les flèches sur le diagramme ont été utilisées pour attirer l'attention sur l'effet du couplage. En effet, la position verticale θ a changé après 40 secondes sans que l'entrée verticale U_v ait changé. Ceci est lié au changement de l'entrée horizontale U_h . Cela est aussi vrai pour l'entrée horizontale qui a changé après 100 secondes (voir le changement au graphe de la vitesse horizontale du bras). On constate aussi que l'influence de la vitesse de rotation du moteur principal sur le mouvement latéral est plus importante que celle de la vitesse du moteur de queue sur le mouvement longitudinal.

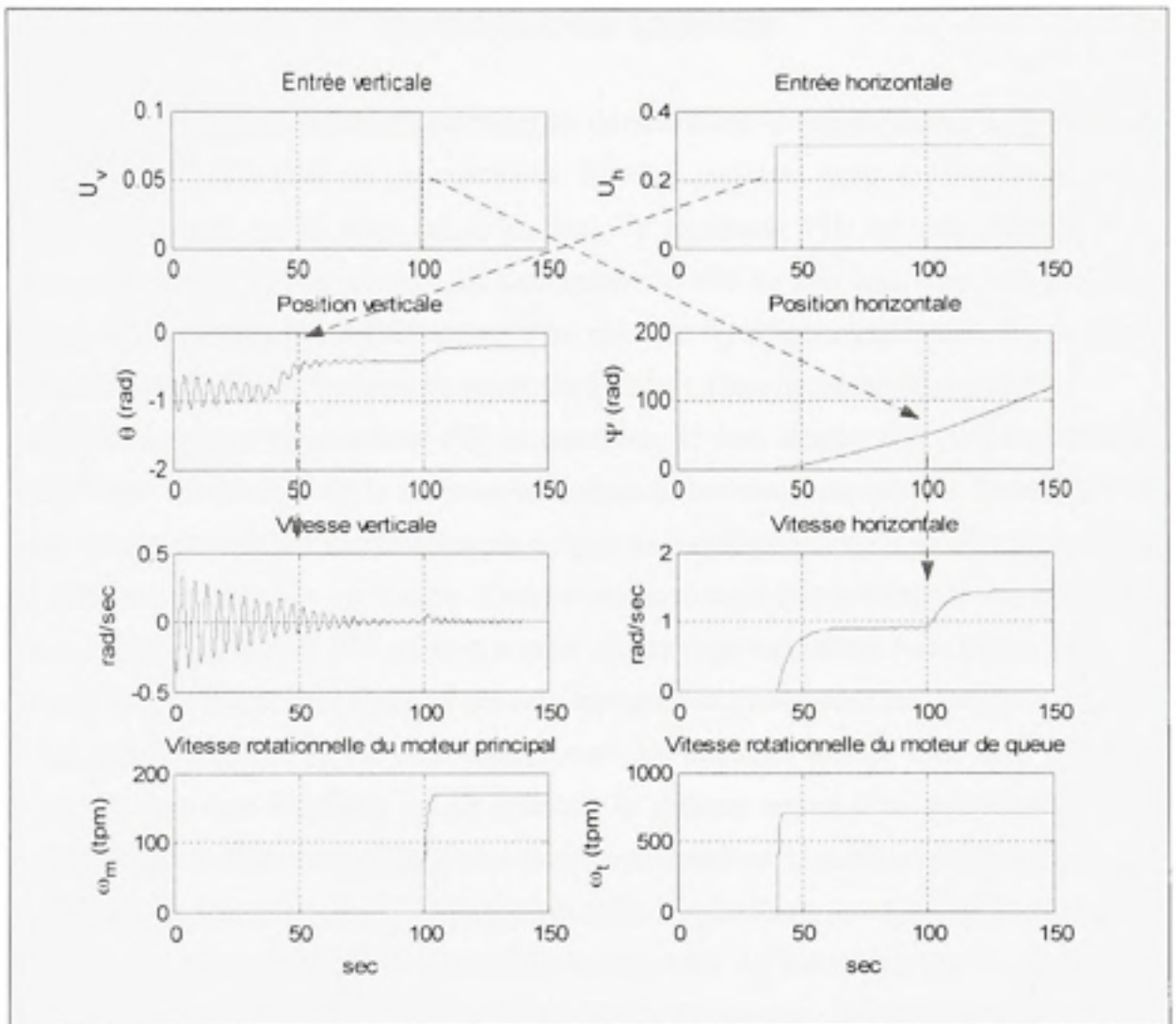


Figure 2-7 Réponse du TRMS en boucle ouverte à un échelon.

CHAPITRE 3

LA COMMANDE LINÉAIRE

L'objectif principal de cette étape du projet est de déterminer le comportement du TRMS à la suite de l'utilisation d'un simple correcteur. Il existe plusieurs types de régulateurs, notre choix s'est porté sur le plus connu de tous, le régulateur PID tel que présenté à la Figure 3-1. Comme notre système est non-linéaire le rôle du PID sera, dans une première phase, la stabilisation du TRMS autour d'un point de fonctionnement donné. Par la suite, nous allons tester la performance du régulateur PID lors d'une poursuite de trajectoire.

La première version de contrôleur PID est constituée de deux simples PID (voir Figure 3-3). Le principe est de contrôler le mouvement vertical et horizontal séparément. Notre système étant fortement couplé, l'inconvénient de ce type de contrôleur est qu'il ne tient pas compte de l'influence d'un rotor sur l'autre. Cette raison nous conduit à développer une deuxième version plus complexe de PID qui tient compte du couplage du système (voir Figure 3-6).

Tout le long du projet deux types de test sont appliqués au TRMS avec son contrôleur :

- Un test de stabilité où les deux entrées sont des échelons décalés entre eux. Son but, comme son nom l'indique, est de stabiliser le système autour d'un point donné et de déterminer en même temps l'influence du rotor principal sur la position horizontale.
- Un test de poursuite de trajectoire où l'entrée longitudinale est sous forme sinusoïde (entrée douce) et l'entrée latérale est sous forme carrée. Le but est, en plus de faire suivre une trajectoire précise au TRMS, de déterminer l'influence du rotor de queue sur la position longitudinale.

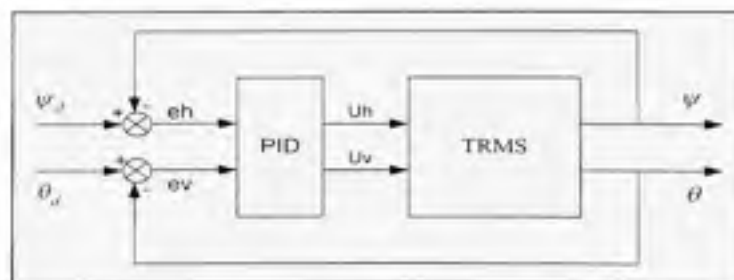


Figure 3-1 Schéma de principe de commande du TRMS par un PID.

3.1 Première version du contrôleur linéaire (simple contrôleur)

La Figure 3-2 représente le schéma Simulink du contrôle du mouvement longitudinal et latéral du TRMS par un simple contrôleur. Ce dernier est composé par deux PID (PID_v pour le contrôle du mouvement vertical et PID_h pour le contrôle du mouvement horizontal tel que indiqué à la Figure 3-3). Les signaux de rétroaction composés de θ et ψ sont comparés aux signaux de références θ_d et ψ_d respectivement. Les différences e_v et e_h représentent les entrées du correcteur.

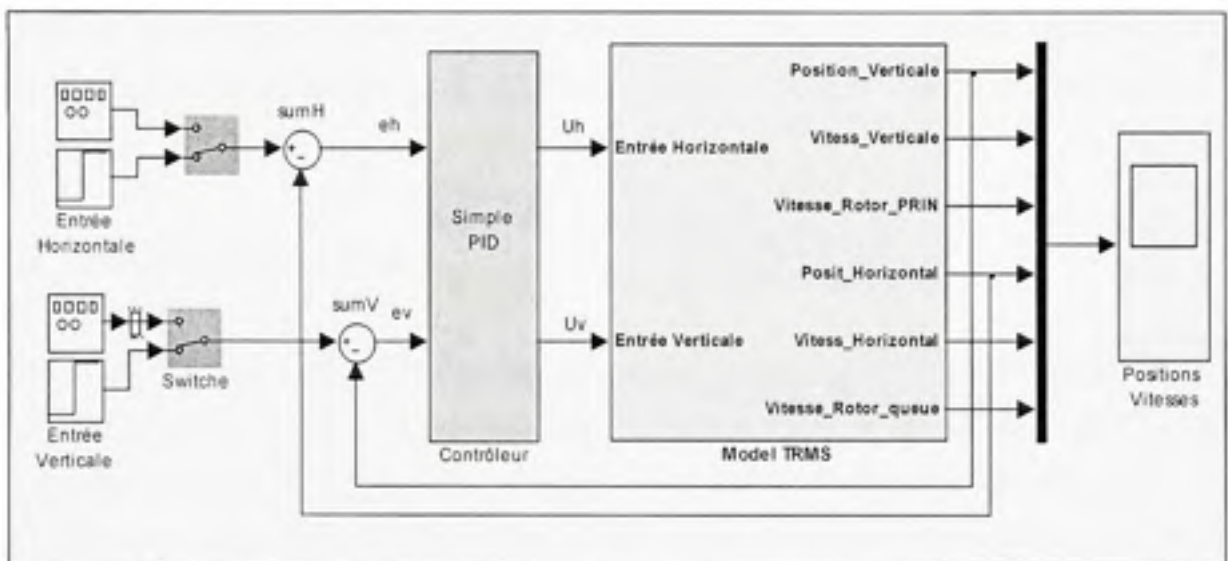


Figure 3-2 Schémas Simulink du TRMS avec un contrôleur linéaire.

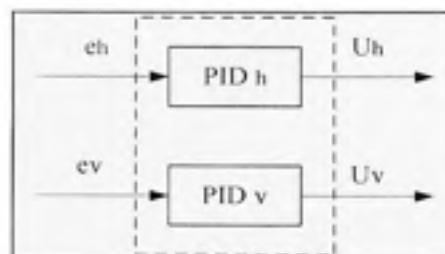


Figure 3-3 Structure du contrôleur linéaire (première version).

Tableau 3.1
Gains du simple contrôleur linéaire (phase de simulation)

	Kp	Ki	Kd
PID _v	0.19	0.46	0.88
PID _h	2	0.12	7

Le Tableau 3.1 représente les gains des PID obtenus par la fonction d'optimisation de Simulink (la fonction "Signal Constrain" du blockset "Simulink Response Optimisation") autour du point $\theta = 0.2$ (rad) et $\psi = 0.4$ (rad) avec un temps de réponse ne dépassant pas les 30 secs.

a) Stabilisation du système

Les deux échelons, utilisés pour le test de stabilité (voir Figure 3-4), sont décalés de 10 secondes l'un de l'autre. Les résultats obtenus montrent que la commande a stabilisé le système après 40 secondes autour du point d'équilibre. Cependant, tel que prévu, le contrôleur développé avec ces deux simples PID n'a pas pu éliminer le couplage du système. La position horizontale change lorsque la vitesse du moteur principal ω_m change (voir les 10 premières secondes sur le graphe de position horizontale).

b) Poursuite de trajectoire

L'amplitude du signal d'entrée verticale (forme sinusoïdale), choisie pour la poursuite de trajectoire, est 0.2 rad, pendant que l'amplitude du signal d'entrée horizontale (forme carrée) est 0.5 rad (voir la Figure 3-5). Les résultats de simulation obtenus (Figure 3-5) montrent une poursuite acceptable, l'erreur entre la trajectoire désirée et celle obtenue e_v et e_h s'annule après un certain temps (e_v s'annule après 25 sec et e_h s'annule après 10 sec).

Le graphe montre aussi, comme prévu, l'influence de la variation de vitesse de rotation du moteur de queue ω_t sur la position verticale θ .

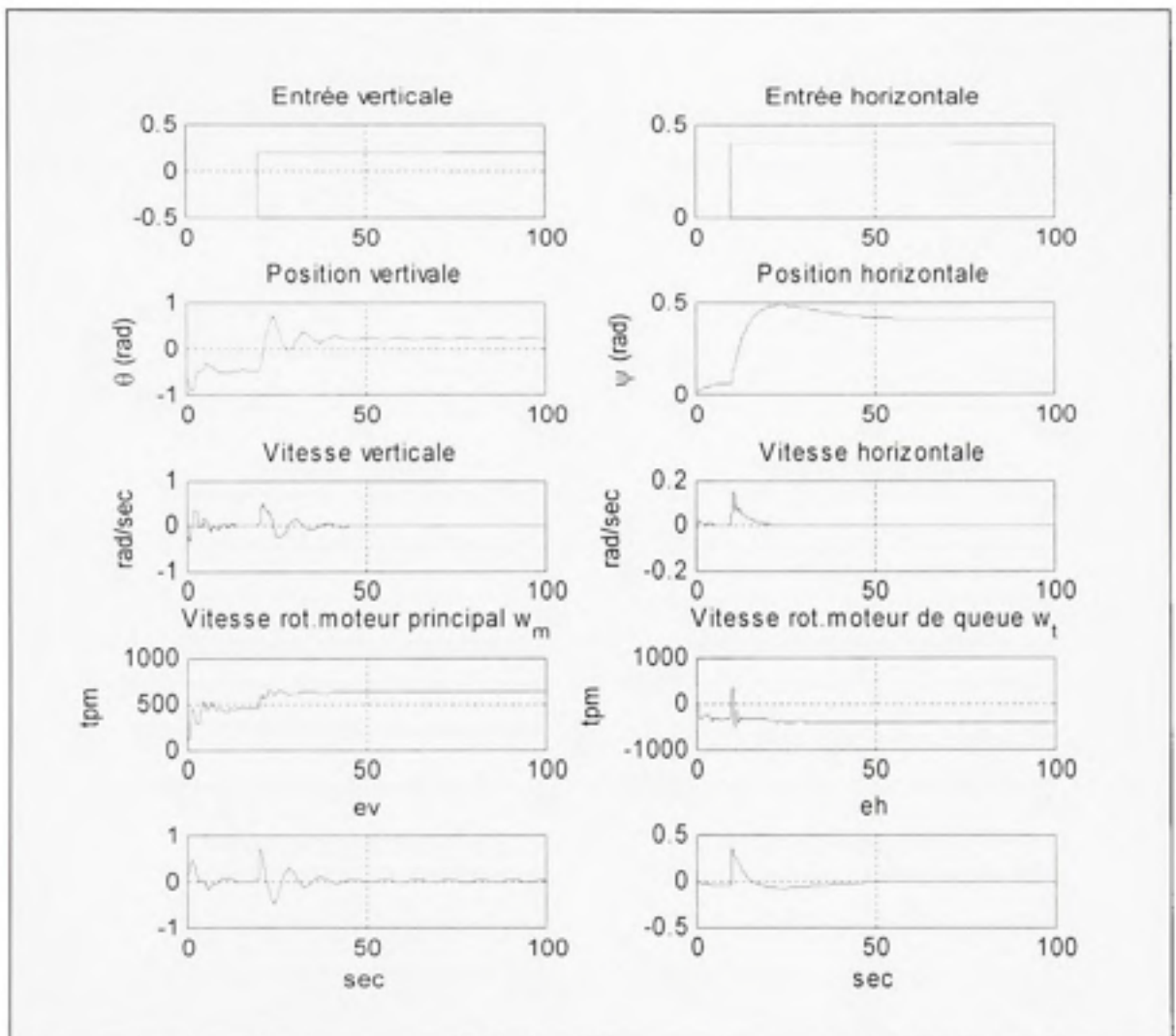


Figure 3-4 Réponse du TRMS équipé d'un simple contrôleur à une entrée échelon.

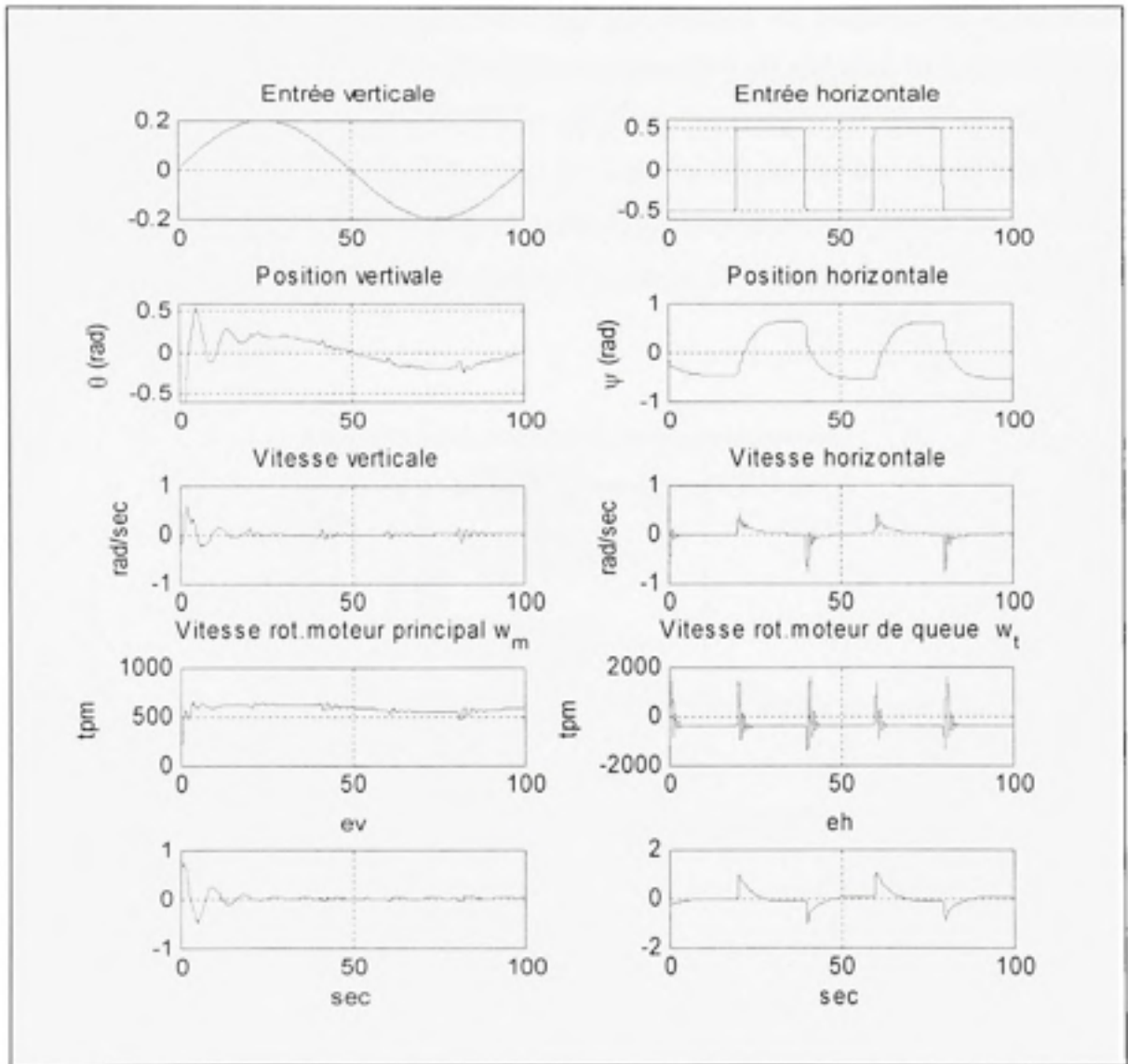


Figure 3-5 *Poursuite d'une trajectoire avec un simple contrôleur linéaire.*

3.2 Deuxième version du contrôle linéaire (contrôleur complexe)

Comme mentionné auparavant, le PID développé au paragraphe précédant comporte certaines limites de performance. Il ne tient pas compte du couplage du système. Le contrôleur proposé dans cette partie est plus complexe car il est composé de quatre PID (voir Figure 3-6). Le rôle du PID_{vh} et du PID_{hv} est d'annuler le couplage entre les sorties. Les différents gains des PID, déterminés par la fonction d'optimisation de Simulink, sont représentés au Tableau 3.2. Cependant on notera la grande difficulté d'ajuster soigneusement les douze (12) paramètres du PID (3 gains pour chaque PID : Proportionnel K_p , Intégrateur K_i et Dérivateur K_d).

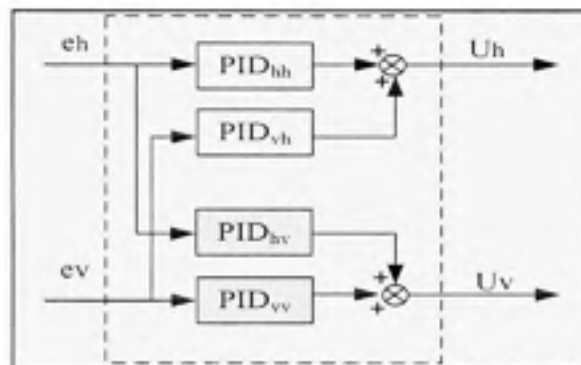


Figure 3-6 Schéma de principe d'un contrôleur complexe.

Tableau 3.2

Les gains d'un contrôleur complexe (phase de simulation)

	K_p	K_i	K_d
PID _{vv}	0.5529	1.0014	1.9915
PID _{vh}	0.0450	0.0213	-0.427
PID _{hv}	0.2374	0.1015	0.1015
PID _{hh}	2.0155	0.0351	1.810

a) Stabilisation du système

De la même manière que précédemment (voir paragraphe 3.1), on utilise les mêmes signaux d'entrées (échelons décalés 10 sec l'un de l'autre avec la même amplitude) afin de comparer les performances des compensateurs développés l'un par rapport à l'autre autour du même point de fonctionnement. La figure ci-dessous indique les résultats obtenus. On remarque que l'effet du couplage a diminué mais pas de façon significative.

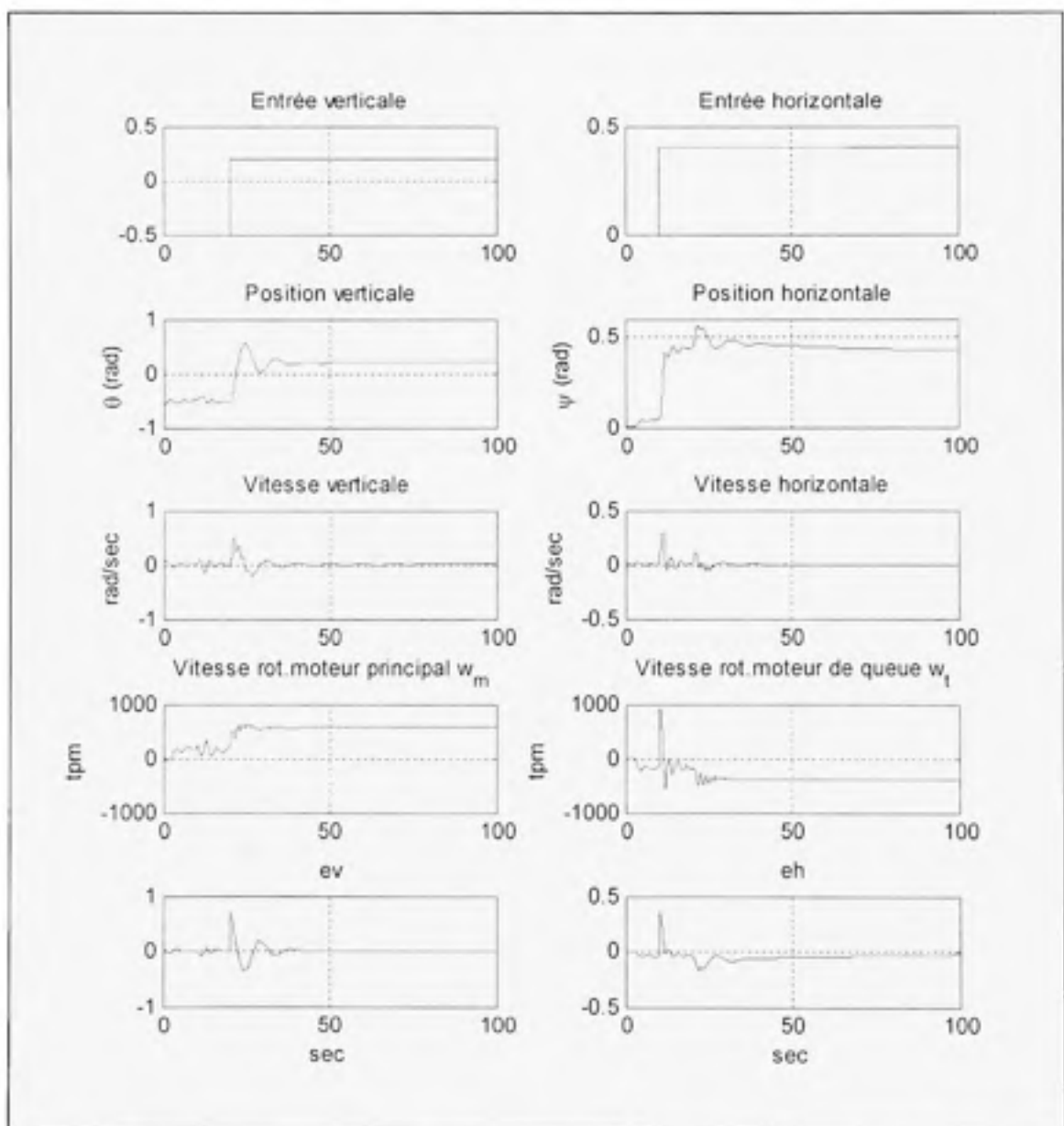


Figure 3-7 Réponse du TRMS équipé d'un contrôleur complexe à une entrée échelon.

b) Poursuite de trajectoire

De la même manière que précédemment, on fait un test de poursuite de trajectoire pour le TRMS. En comparant les résultats obtenus à la Figure 3-8 avec ceux obtenus avec un simple PID (Figure 3-6), on constate une meilleure poursuite de trajectoire pour le mouvement latéral, cependant le mouvement longitudinal s'est un peu détérioré.

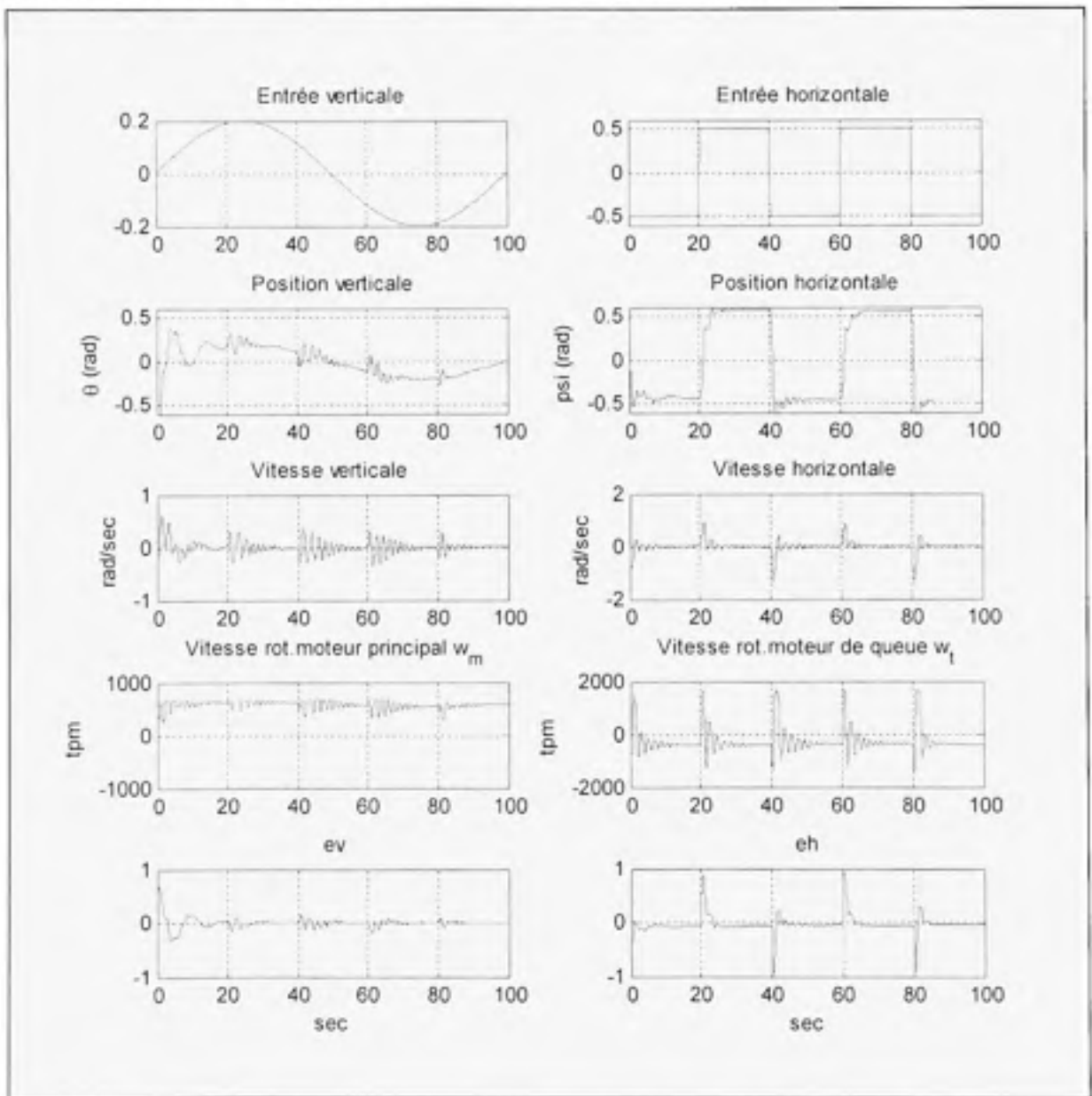


Figure 3-8 Poursuite de trajectoire avec contrôleur complexe.

3.3 Conclusion

Ce chapitre a illustré les limites de performance d'un contrôleur linéaire, constitué par un ensemble de blocs de PID, appliqué au modèle non-linéaire et fortement couplé du TRMS. Le calcul des gains des PID pour stabiliser le système ou pour le faire suivre une trajectoire donnée n'est pas évident, même en utilisant un simulateur comme Matlab. Ces gains sont valides juste autour d'un point de fonctionnement. Aussitôt qu'on change le point de fonctionnement par un autre point, le système devient complètement instable. La Figure 3-9 illustre le comportement du système suite au changement de l'entrée horizontale à 0.6 rad au lieu de 0.4 rad (0.2 rad de différence), ce qui conduit à calculer les gains du compensateur pour chaque point de fonctionnement. Cette méthode devient alors plus difficile à appliquer. Cette conclusion nous conduit à élaborer un autre type de compensateur qui tient compte de la nature de notre système afin d'atteindre une stabilité globale et des performances meilleures. Ceci est l'objet de notre chapitre suivant : *La commande non-linéaire*.

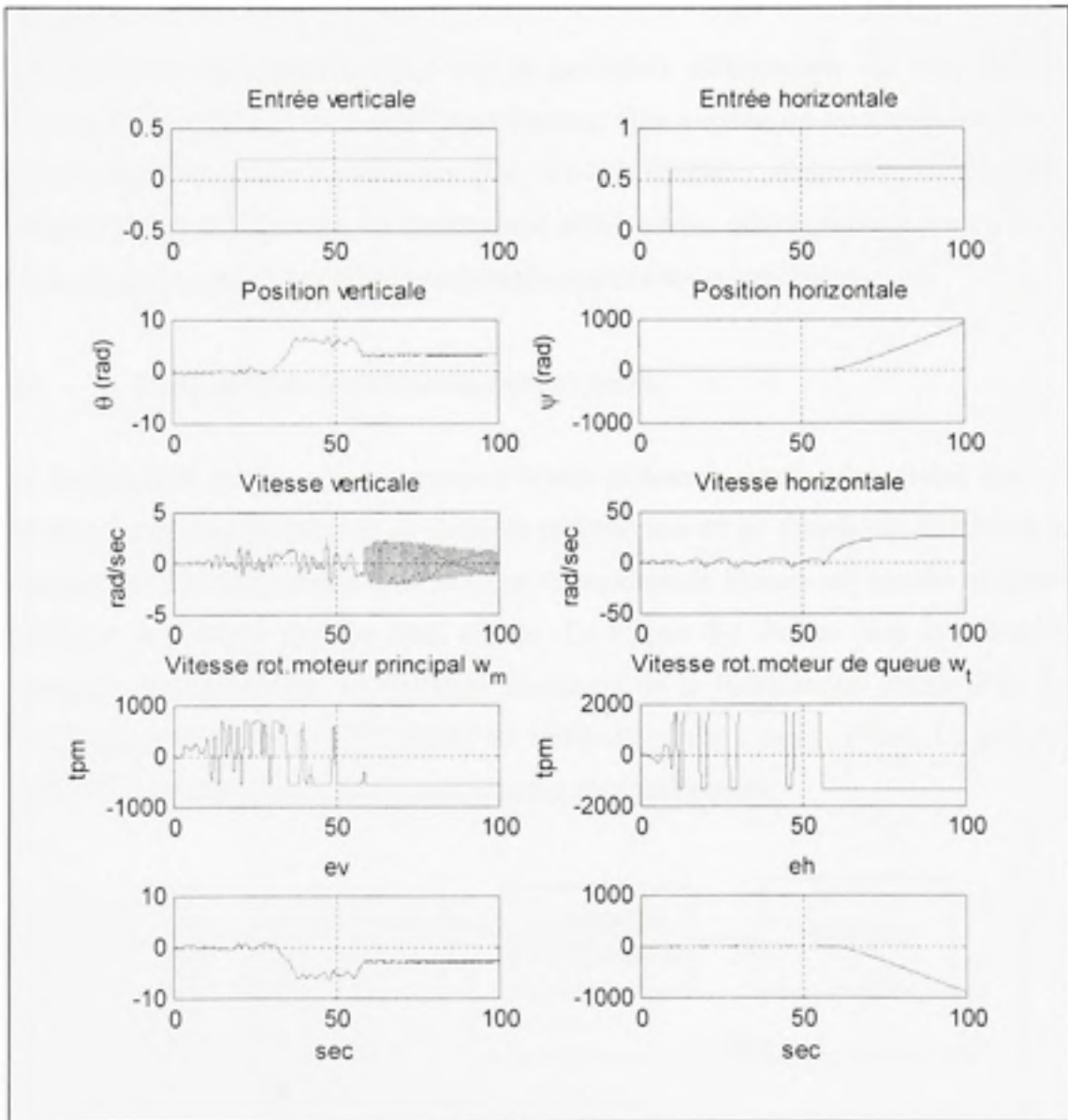


Figure 3-9 *Comportement du système suite à un changement du point de fonctionnement.*

CHAPITRE 4

LA COMMANDE NON-LINÉAIRE

La commande non-linéaire basée sur la géométrie différentielle est une extension de l'approche géométrique de la commande linéaire. Elle a connu un essor considérable et a été largement publiée dans la littérature [10, 12, 13]. Plusieurs applications témoignent de sa validité et ses performances. La linéarisation entrée-sortie, utilisée dans ce projet, est une des deux approches qui composent la commande non linéaire géométrique.

4.1 Rappel sur la linéarisation entrée / sortie

La linéarisation entrée – sortie consiste à rendre linéaire la relation dynamique entre l'entrée de commande d'un système et sa sortie en utilisant une loi de commande non linéaire. Cette dernière est dite linéarisante. Une autre loi de commande linéaire est ensuite employée pour stabiliser le système linéaire ainsi obtenu. La Figure 4-1 illustre bien le principe. Cette approche de linéarisation se distingue fortement de la linéarisation autour d'un point de fonctionnement car le modèle obtenu est valide dans tout l'espace d'état. Le compensateur qui stabilise ensuite le système est en principe plus performant.

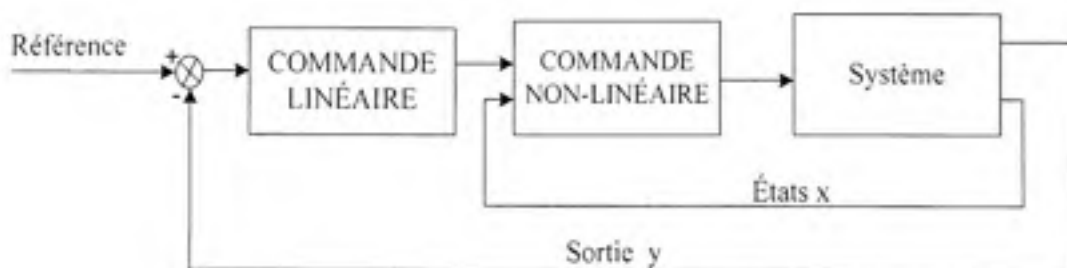


Figure 4-1 Schéma de Principe de la linéarisation entrée-sortie.

4.2 Application de la méthode de linéarisation entrée - sortie

Le principe de cette méthode consiste à dériver la sortie un nombre de fois jusqu'à l'apparition de l'entrée de façon explicite dans les expressions des dérivées. Afin de mieux faciliter la manipulation des variables on pose :

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = \Omega_v \\ x_3 = \omega_m \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x_4 = \psi \\ x_5 = \Omega_b \\ x_6 = \omega_l \end{cases} \quad (4.1)$$

L'équation de mouvement du système (2.34) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{J_v} \left[I_m F_m(x_3) - G_d \cos x_1 - G_c \sin x_1 - G_b x_3^2 \sin 2x_1 - k_v x_2 + J_{lv} (-K_l x_6 + K_2 K_l u_b) \right] \\ \dot{x}_3 = -K_m x_3 + K_1 K_m u_v \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \frac{1}{J_b} \left[I_l F_b(x_6) \cos x_1 - k_b x_5 + J_{lb} \left((-K_m x_3 + K_1 K_m u_v) \cos x_1 - x_2 x_3 \sin x_1 \right) + (G_c - G_d) x_2 x_3 \sin 2x_1 \right] \\ \dot{x}_6 = -K_l x_6 + K_2 K_l u_b \end{cases} \quad (4.2)$$

où \underline{x} est le vecteur d'état et \underline{u} est le vecteur entrée.

En choisissant comme vecteur de sortie les positions angulaires:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_4 \end{cases} \quad (4.3)$$

a) *La première dérivée*

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{y}_2 = \dot{x}_4 = x_5 \end{cases} \quad (4.4)$$

comme l'entrée u n'apparaît pas, on dérive une deuxième fois.

b) *La deuxième dérivée*

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 = \dot{x}_2 = \frac{1}{J_v} \left[I_m F_m(x_3) - G_d \cos x_1 - G_c \sin x_1 - G_b x_3^2 \sin 2x_1 - k_v x_2 + J_{lv} (-K_l x_6 + K_2 K_l u_b) \right] \\ \ddot{y}_2 = \dot{x}_5 = \frac{1}{J_b} \left[I_l F_b(x_6) \cos x_1 - k_b x_5 + J_{lb} \left((-K_m x_3 + K_1 K_m u_v) \cos x_1 - x_2 x_3 \sin x_1 \right) + (G_c - G_d) x_2 x_3 \sin 2x_1 \right] \end{cases} \quad (4.5)$$

On remarque l'apparition de l'entrée sur les deux équations précédentes alors on pose :

$$\begin{cases} y_1^{(2)} = V_1 \\ y_2^{(2)} = V_2 \end{cases} \quad (4.6)$$

Où V_1 et V_2 sont les nouvelles entrées de notre système. On déduit u_v et u_h en fonction des nouvelles entrées.

$$\begin{cases} u_v = \frac{1}{J_{iv} K_1 K_w \cos x_1} \left[J_b V_2 - l_i F_b(x_0) \cos x_1 + k_h x_5 + J_{ib} (K_w \cos x_1 + x_2 \sin x_1) x_3 \right. \\ \quad \left. + (G_d - G_e) x_2 x_5 \sin 2x_1 \right] \\ u_h = \frac{1}{J_{iv} K_2 K_r} \left[J_v V_1 - l_w F_w(x_3) + G_a \cos x_1 + G_c \sin x_1 + G_b x_5^2 \sin 2x_1 + k_v x_2 \right. \\ \quad \left. + J_{iv} K_r x_6 \right] \end{cases} \quad (4.7)$$

Le nombre de dérivées, qui est égal à deux, est inférieur à l'ordre du système, ce qui conclut qu'on a obtenu une linéarisation partielle de la dynamique du système et que ce dernier possède une dynamique interne dont il faut assurer la stabilité. L'équation (4.8) représente l'équation de la dynamique interne de notre système.

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = -K_m x_3 + K_1 K_w u_v \\ \quad = -K_m x_3 + \frac{1}{J_{iv} \cos x_1} \left[J_b V_2 - l_i F_b(x_0) \cos x_1 + k_h x_5 + J_{ib} (K_w \cos x_1 + x_2 \sin x_1) x_3 \right. \\ \quad \quad \left. + (G_d - G_e) x_2 x_5 \sin 2x_1 \right] \\ \dot{x}_6 = -K_r x_6 + K_2 K_r u_h \\ \quad = -K_r x_6 + \frac{1}{J_{iv}} \left[J_v V_1 - l_w F_w(x_3) + G_a \cos x_1 + G_c \sin x_1 + G_b x_5^2 \sin 2x_1 + k_v x_2 \right. \\ \quad \quad \left. + J_{iv} K_r x_6 \right] \end{cases} \quad (4.8)$$

Après la simplification :

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = \frac{\sin x_1}{\cos x_1} x_2 x_3 + \frac{1}{J_{iv} \cos x_1} \left[J_b V_2 - l_i F_b(x_0) \cos x_1 + k_h x_5 + (G_d - G_e) x_2 x_5 \sin 2x_1 \right] \\ \dot{x}_6 = \frac{J_v}{J_{iv}} V_1 - \frac{1}{J_{iv}} \left[l_w F_w(x_3) + G_a \cos x_1 + G_c \sin x_1 + G_b x_5^2 \sin 2x_1 + k_v x_2 \right] \end{cases} \quad (4.9)$$

On calcule la dynamique du zéro au point d'équilibre x_{eq} . Ce dernier est obtenu en résolvant l'équation du mouvement (2.34) avec un vecteur de vitesse $\dot{x} = 0$ et un vecteur d'entrée $\underline{u} = 0$. Le point d'équilibre \underline{x}_e obtenu est :

$$x_{eq} = \begin{cases} \theta_{eq} = \text{atan}\left(-\frac{G_a}{G_c}\right) = -0.58 \text{ [rad]} = -29^\circ \\ \psi_{eq} = \psi_{eq} \\ \Omega_{req} = \Omega_{beq} = \omega_m = \omega_l = 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

L'équation de la dynamique du zéro (4.9) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = 0 \\ \dot{x}_6 = 0 \end{cases} \quad (4.11)$$

A ce niveau, il apparaît clairement que la dynamique est critiqueusement stable. Une suggestion serait de choisir pour V_1 et V_2 les retours d'états suivants :

$$\begin{cases} V_1 = -K_1 x_1 - K_2 x_2 - K_6 x_6 \\ V_2 = -K_4 x_4 - K_5 x_5 - K_3 x_3 \end{cases} \quad (4.12)$$

Les termes K_3 et K_6 servent à ajouter de l'amortissement à la dynamique interne.

Or, cette technique, n'est pas arrivée à stabiliser le système vu que ce dernier est non commandable et que les pôles de la partie incontrôlable ne sont pas stables, ce qui est vérifié dans ce qui suit :

Les équations décrivant la dynamique des mouvements longitudinal et latéral de notre système deviennent :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = V_1 \\ \dot{x}_3 = c_1 V_2 \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = V_2 \\ \dot{x}_6 = c_2 V_1 \end{cases} \quad (4.13)$$

avec

$$c_1 = \frac{J_{beq}}{\cos x_{eq}} \quad \text{et} \quad c_2 = \frac{J_r}{J_{br}} \quad (4.14)$$

ou simplement sous la forme matricielle

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + BV \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.15)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & c_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ c_2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Il se trouve que $r = \text{rang}[A - \lambda I : B] = 4$, ce qui est inférieur à l'ordre du système $n = 6$.

Ceci conclut qu'il est impossible de d'appliquer une loi de commande basée sur placement de pôles qui permet de placer tous les pôles du système.

Afin de localiser les modes incontrôlables, on procède à une transformation de similarité, tel que $\bar{A} = TAT^T$, $\bar{B} = TB$ et $\bar{C} = CT$ où T est une matrice de transformation de similitude, et le système transformé a une forme d'escalier, dans laquelle les modes incontrôlables (nc) et les modes contrôlables (c) sont séparés. La décomposition du système prend la forme suivante :

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_{nc} & 0 \\ A_{21} & A_c \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ B_c \end{bmatrix} \quad \bar{C} = [C_{nc} \quad C_c] \quad (4.17)$$

La fonction *CRTBF* de Matlab permet d'atteindre cet objectif. La nouvelle représentation du système devient :

$$\begin{cases} \dot{x} = \bar{A}x + \bar{B}V \\ y = \bar{C}x \end{cases} \quad (4.18)$$

avec :

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0.0007 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0.0002 \\ -0.0007 & 1 & \vdots & 0 & 0 & -0.0005 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \dots & \dots \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -c_1 \\ -c_2 & 0 \end{bmatrix}$$

La décomposition de la matrice A montre que la partie incontrôlable A_c possède deux valeurs propres nulles. Le système obtenu par cette méthode n'est pas contrôlable. Le stabiliser requiert des techniques de commande plus complexe qui dépassent actuellement le cadre de ce projet.

On conclut que l'application directe de la commande non-linéaire sur le modèle dynamique obtenu ne donne pas les résultats souhaités. Cela est dû à une dynamique interne non stable. C'est le cas d'une grande partie des systèmes à déphasage non minimal. Cependant il existe une solution pour parer à ce problème, ce qui est développé au sous chapitre suivant.

Solution proposée

La solution proposée se déroule en deux étapes;

- La première étape consiste à une simplification de l'équation du mouvement du TRMS (2.34) en négligeant les paramètres J_{vh} et J_{hv} . Ces paramètres représentent l'interaction entre les positions angulaires (θ, ψ) et les vitesses de rotations des moteurs (ω_m, ω_r) respectivement. En négligeant ces deux paramètres, c.-à-d. on ne va pas tenir compte de ce type de couplage, le système restera toujours un système non-linéaire et couplé.

On applique ensuite une linéarisation entrée-sortie afin d'éliminer toute non linéarité du système simplifié.

- La deuxième étape consiste à utiliser un contrôleur robuste afin de stabiliser le système et assurer le découplage.

L'équation du mouvement (2.34) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{J_v} [l_m F_m(x_3) - G_a \cos x_1 - G_c \sin x_1 - G_b x_5^2 \sin 2x_1 - k_v x_2] \\ \dot{x}_3 = -K_m x_3 + K_1 K_m u_v \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = \frac{l_r F_h(x_6) \cos x_1 - k_b x_5}{G_d \cos^2 + G_c \sin^2 x_1 + G_f} \\ \dot{x}_6 = -K_r x_6 + K_2 K_r u_b \end{cases} \quad (4.20)$$

on suit les mêmes démarches de linéarisation entrée / sortie qu'auparavant.

a) La première dérivée

En choisissant toujours comme vecteur de sortie les positions angulaires :

$$y = \begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_4 \end{cases} \quad (4.21)$$

alors la première dérivée :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{y}_2 = \dot{x}_4 = x_5 \end{cases} \quad (4.22)$$

Puisque l'entrée \underline{u} n'apparaît pas dans les équations, on dérive une seconde fois.

b) La deuxième dérivée

$$\begin{cases} \ddot{y}_1 = \dot{x}_2 = \frac{1}{J_v} [l_m F_m(x_3) - G_a \cos x_1 - G_c \sin x_1 - G_b x_5^2 \sin 2x_1 - k_v x_2] \\ \ddot{y}_2 = \dot{x}_5 = \frac{l_r F_h(x_6) \cos x_1 - k_b x_5}{G_d \cos^2 + G_c \sin^2 x_1 + G_f} \end{cases} \quad (4.23)$$

Comme l'entrée \underline{u} n'apparaît pas, alors on dérive une troisième fois.

c) *La troisième dérivée*

- *Mouvement longitudinal :*

$$\begin{aligned}
 J_v y_1^{(3)} &= l_m \dot{x}_3 F_m'(x_3) + G_a \dot{x}_1 \sin x_1 - G_c \dot{x}_1 \cos x_1 - 2G_b \dot{x}_3 x_5 \sin 2x_1 - 2G_b \dot{x}_1 x_5^2 \cos 2x_1 - k_r \dot{x}_2 \\
 J_v y_1^{(3)} &= \left[l_m (-K_m x_3 + K_1 K_m u_r) F_m'(x_3) + (G_a \sin x_1 - G_c \cos x_1) x_2 \right] \\
 &\quad \left[-2G_b x_3 (\dot{x}_3 \sin 2x_1 + x_5 x_2 \cos 2x_1) - k_r \dot{x}_2 \right] \\
 &= J_v V_1
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

on remarque l'apparition de l'entrée u_r .

on pose :

$$y_1^{(3)} = V_1 \tag{4.25}$$

et on calcule u_r ,

$$u_r = \frac{1}{l_m K_1 K_m F_m'(x_3)} \left[J_v V_1 + (G_c \cos x_1 - G_a \sin x_1) x_2 + k_r \dot{x}_2 + l_m K_m F_m'(x_3) x_3 \right] \left[+2G_b x_3 (\dot{x}_3 \sin 2x_1 + x_5 x_2 \cos 2x_1) \right] \tag{4.26}$$

- *Mouvement latéral :*

On répète la même procédure pour la deuxième sortie y_2 . Pour faciliter les calculs on détermine en premier le gradient de J_b :

$$\begin{aligned}
 J_b &= G_d \cos^2 x_1 + G_e \sin^2 x_1 + G_f \\
 \partial J_b &= 2G_d \cos x_1 (-\dot{x}_1 \sin x_1) + 2G_e \sin x_1 (\dot{x}_1 \cos x_1) \\
 &= -2G_d x_2 \cos x_1 \sin x_1 + 2G_e x_2 \sin x_1 \cos x_1 \\
 &= (G_e \sin 2x_1 + G_d \sin 2x_1) x_2 = (G_e - G_d) x_2 \sin 2x_1
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

on détermine la troisième dérivée :

$$y_2^{(3)} = \frac{\delta y_2}{\delta x} = \left[\frac{\delta \ddot{y}_2}{\delta x_1} \quad \frac{\delta \ddot{y}_2}{\delta x_2} \quad \frac{\delta \ddot{y}_2}{\delta x_3} \quad \frac{\delta \ddot{y}_2}{\delta x_4} \quad \frac{\delta \ddot{y}_2}{\delta x_5} \quad \frac{\delta \ddot{y}_2}{\delta x_6} \right] \tag{4.28}$$

les dérivées partielles de y_2 sont :

$$\begin{aligned}
 \frac{d\ddot{y}_2}{dx_1} &= \frac{1}{J_b^2} \left[(-l_r F_b(x_6) \dot{x}_1 \sin x_1) J_b - \partial J_v \left[l_r F_b(x_6) \cos x_1 - k_b x_5 \right] \right] \\
 &= \frac{1}{J_b} \left[-l_r x_2 F_b(x_6) \sin x_1 - (G_e - G_d) x_2 \dot{x}_5 \sin 2x_1 \right]
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\frac{d\dot{y}_2}{dx_5} = -\frac{1}{J_h} k_h \dot{x}_5 \quad (4.30)$$

$$\frac{d\dot{y}_2}{dx_6} = \frac{1}{J_h} l_r \dot{x}_6 F'_h(x_6) \cos x_1 \quad (4.31)$$

$$\Rightarrow y_2^{(3)} = \frac{1}{J_h} \left[\begin{array}{l} -l_r x_2 F_h(x_6) \sin x_1 - (G_c - G_d) x_2 \dot{x}_5 \sin 2x_1 - k_h \dot{x}_5 \\ + l_r (-K_r x_6 + K_2 K_r u_b) F'_h(x_6) \cos x_1 \end{array} \right] \quad (4.32)$$

en posant : $y_2^{(3)} = V_2 \quad (4.33)$

alors
$$u_b = \frac{1}{K_2 K_r l_r F'_h(x_6) \cos x_1} \left[\begin{array}{l} J_h V_2 + l_r x_2 F_h(x_6) \sin x_1 + (G_c - G_d) x_2 \dot{x}_5 \sin 2x_1 \\ + k_h \dot{x}_5 + K_r l_r F'_h(x_6) x_6 \cos x_1 \end{array} \right] \quad (4.34)$$

Contrairement aux résultats précédents, on a obtenu une linéarisation exacte du système, donc il n'y a pas de dynamique interne.

Remarque : Dans l'équation (4.29) on a gardé volontairement la notation \dot{x}_2 et \dot{x}_5 , qui représentent les accélérations angulaires verticales et horizontales respectivement du bras du TRMS juste pour ne pas encombrer les équations mais ils seront remplacés par leurs valeurs lors de la phase simulation et implantation.

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = \frac{1}{J_v} [l_m F_v(x_3) - G_d \cos x_1 - G_c \sin x_1 - G_b x_5^2 \sin 2x_1 - k_r x_2] \\ \dot{x}_5 = \frac{l_r F'_h(x_6) \cos x_1 - k_h x_5}{G_d \cos^2 + G_c \sin^2 x_1 + G_f} \end{cases} \quad (4.35)$$

Avant d'aller plus loin avec ces résultats, on vérifie que les dénominateurs des deux nouvelles entrées $\frac{1}{l_m K_1 K_m F'_v(x_3)}$ et $\frac{1}{K_2 K_r l_r F'_h(x_6) \cos x_1}$ ne s'annulent pas, causant ainsi la saturation de la commande. Et plus précisément, on vérifie que $F'_v(x_3)$ et $F'_h(x_6)$ ne s'annulent pas au voisinage de zéro. Ce qui est confirmé par Figure 4-2 qui est tracée à partir des équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 F'_v(x_3) &= -17.4 \cdot 10^{-12} x_3^4 + 4.36 \cdot 10^{-9} x_3^3 + 12.369 \cdot 10^{-6} x_3^2 - 3.264 \cdot 10^{-4} x_3 + 9.554 \cdot 10^{-2} \\
 F'_h(x_6) &= -15 \cdot 10^{-14} x_6^4 - 6.38 \cdot 10^{-11} x_6^3 + 7.533 \cdot 10^{-7} x_6^2 - 3.616 \cdot 10^{-4} x_6 + 0.801
 \end{aligned}
 \tag{4.36}$$

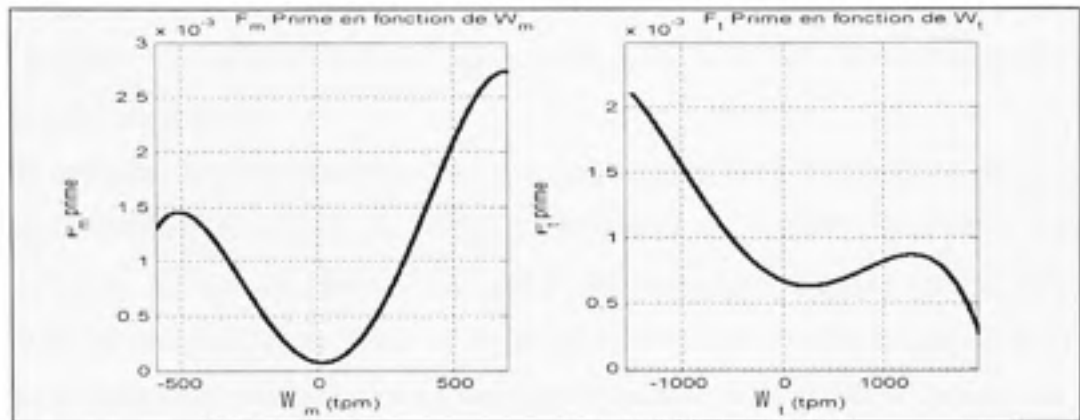


Figure 4-2 F'_v et F'_h en fonction des vitesses de rotations des moteurs ω_m et ω_l .

La poursuite de trajectoire sera assurée par un retour d'état (voir Figure 4-3)

$$\begin{cases}
 \theta_d = V_1 + K_{v1}\dot{\theta} + K_{v2}\ddot{\theta} + K_{v3}\ddot{\theta} \\
 \psi_d = V_2 + K_{h1}\psi + K_{h2}\dot{\psi} + K_{h3}\ddot{\psi}
 \end{cases}
 \tag{4.37}$$

Les gains de retour d'états $\underline{K} = \begin{bmatrix} K_{v1} & K_{v2} & K_{v3} \\ K_{h1} & K_{h2} & K_{h3} \end{bmatrix}$ sont calculés par la fonction *Place* de Matlab. En plus, de calculer les gains de retour en chaîne fermée, cette fonction est basée sur un algorithme qui place les vecteurs propres d'une façon optimale pour une solution robuste[16].

$$\underline{K} = \text{place}(A, B, \underline{P})
 \tag{4.38}$$

où le vecteur $\underline{P} = \begin{bmatrix} P_v \\ P_h \end{bmatrix}$ représente les pôles en boucle fermée du système obtenu.

4.3 Simulation

La Figure 4-3 illustre le schéma Simulink du TRMS avec un contrôleur basé sur une linéarisation E/S développée aux équations (4.26) et (4.34) (voir les deux boucles intérieures sur le schéma). Les gains de retour d'état qui stabilisent le système sont représentés par les deux boucles extérieures.

Afin de comparer les performances obtenues avec un contrôleur non-linéaire par rapport au contrôleur linéaire développé au chapitre précédent, on élabore les mêmes tests que précédemment. *Un test de stabilité* (Figure 4-4) où les signaux d'entrée sont deux échelons décalés de 50 seconde l'un de l'autre et un test de *poursuite de trajectoire* (Figure 4-5) où les signaux d'entrée sont : une entrée longitudinale sinusoïdale d'amplitude 0.2 rad et une entrée latérale sous forme carrée d'amplitude 0.4 rad.

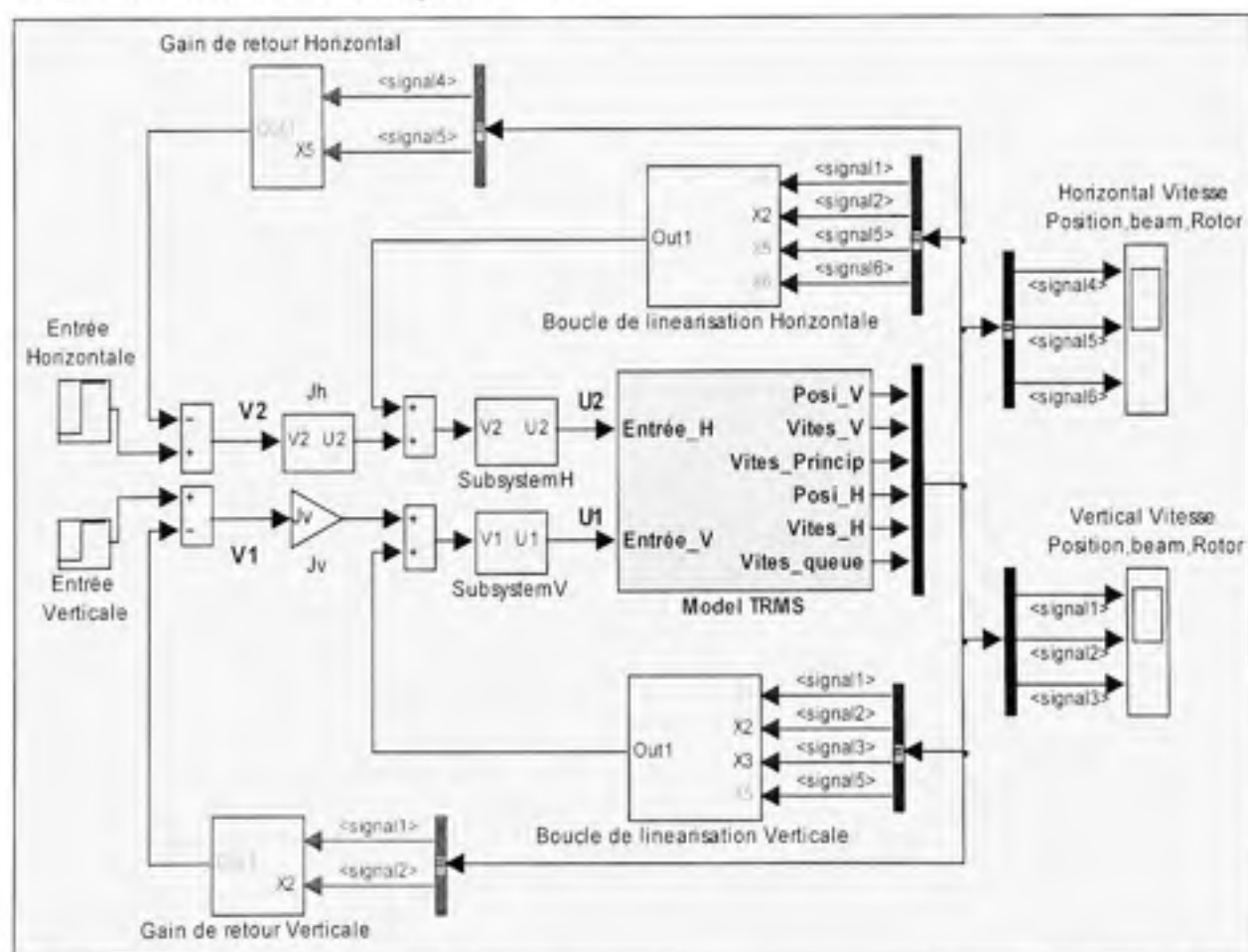


Figure 4-3 Schéma Simulink de la linéarisation E/S.

a) Stabilisation du système

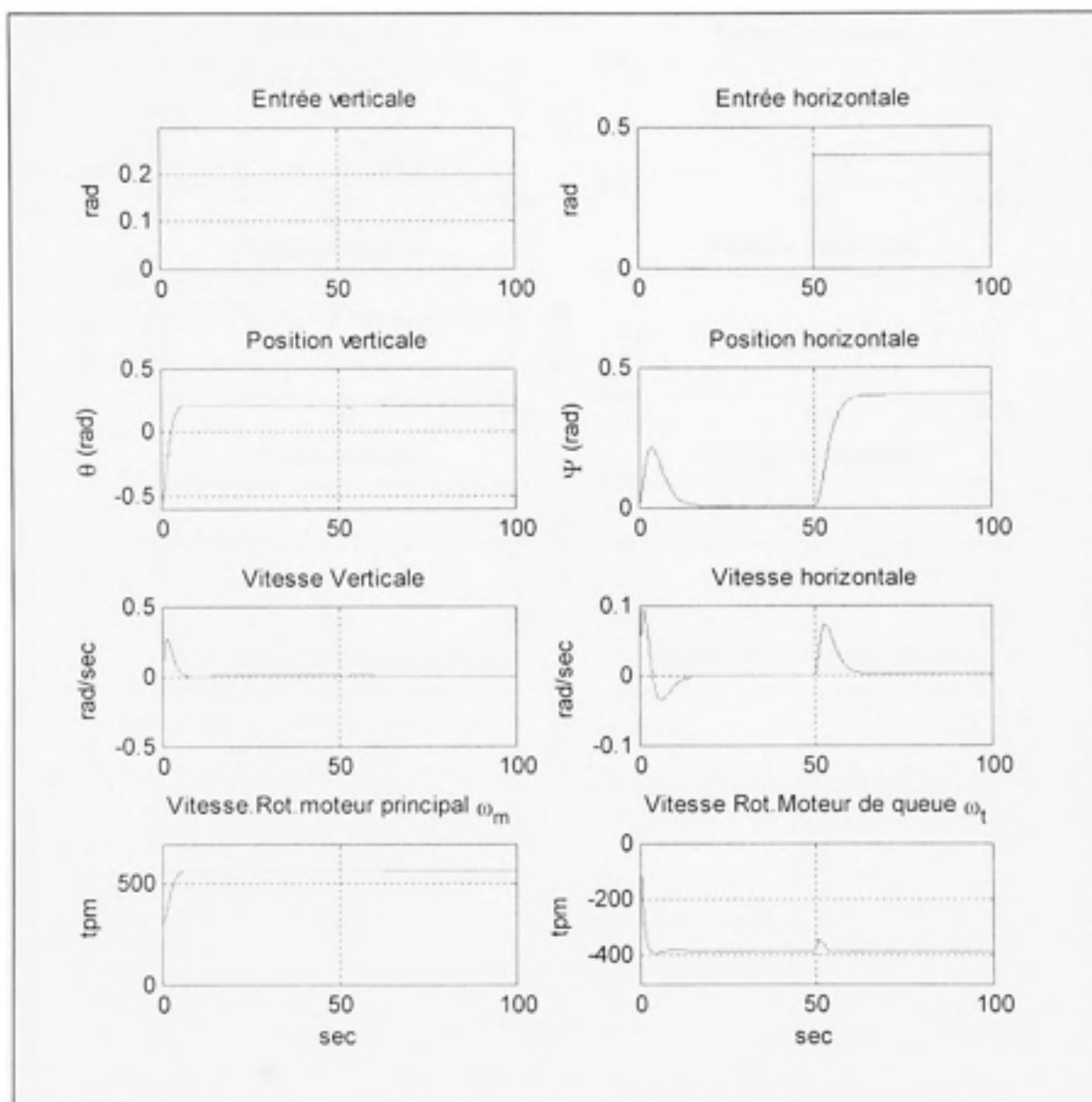


Figure 4-4 Réponse du TRMS à un échelon après la linéarisation E/S.

b) Poursuite de trajectoire

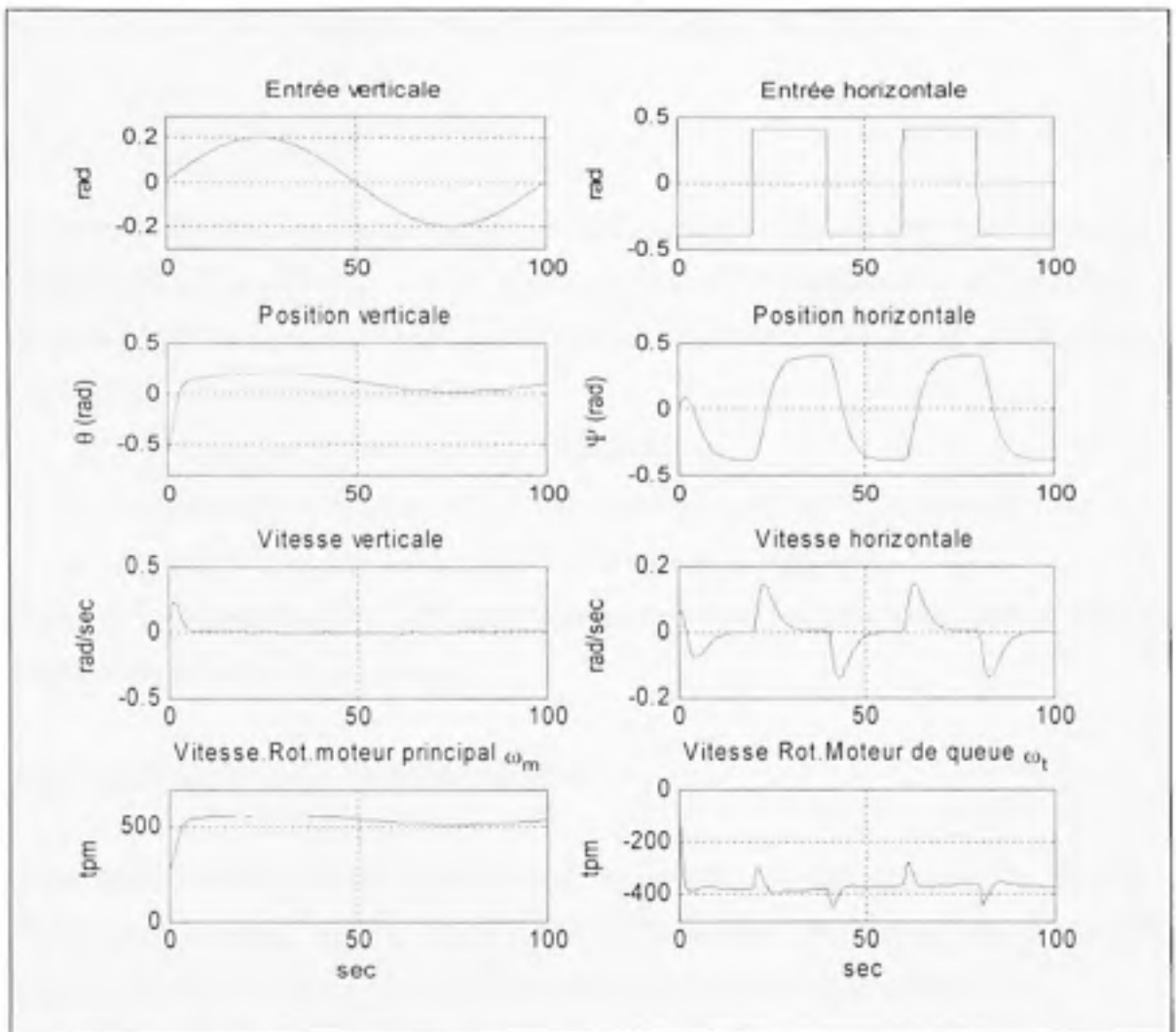


Figure 4-5 *Poursuite d'une Trajectoire après la linéarisation E/S.*

Les résultats obtenus (Figure 4-4 et Figure 4-5) montrent des meilleures performances que celles obtenues par un contrôleur linéaire. En effet, on a obtenu une meilleure réponse ; temps de réponse moins que 10 secs pour les deux plans avec une erreur nulle au régime permanent et cela pour les deux tests effectués. L'effet du couplage entre les deux rotors a nettement diminué, pas de changement majeur sur les positions, lorsque les deux entrées changent. En plus, cette technique de commande offre une stabilité globale du système.

CHAPITRE 5

COMMANDE EN TEMPS RÉEL DU TRMS

5.1 Description du banc d'essai

Ce chapitre décrit les démarches à suivre pour la configuration des cartes de commande du TRMS ainsi que la technique utilisée pour l'implantation des algorithmes de commande. Le développement est réalisé dans l'environnement Simulink. Comme il a été décrit au CHAPITRE 2, le TRMS est constitué de :

- L'hélicoptère (comme décrit au CHAPITRE 2)
- Une carte de commande PCL-812PG installée au niveau de l'ordinateur cible
- Une carte de puissance installée dans la base de la maquette

Avant de se lancer dans la configuration des cartes de contrôle du banc d'essais une brève présentation de ces derniers s'impose :

5.1.1 La carte de commande PLC-812PG :

Cette carte, développée par la compagnie Advantech, est destinée pour le contrôle de diverses applications, comme une maquette d'hélicoptère dans notre cas. Elle possède plusieurs fonctions. Celles qui sont utilisées dans notre cas sont les suivantes :

- **Une entrée analogique** (Analog Input ou A/D converter) : Représentée par le connecteur 1 (CN1) dans notre maquette. Seules les 4 premières entrées sur 16 sont utilisées pour lire la vitesse de rotation des moteurs (des tachymètres installés au niveau des deux moteurs). Les valeurs sont numérisées ensuite par un convertisseur HADC574Z d'une résolution de 12 bits.
- **Deux sorties analogiques** (Analog Output ou D/A converter) : Représentées par le connecteur 2 (CN2). Les deux canaux (pins 13 et 15 du CN2) sont utilisés pour commander les deux moteurs en fournissant une tension de commande entre 0 et 5V. Cette valeur de tension est convertie par un convertisseur numérique/analogique AD7541AKN de 12 bits de résolution.

- **Sortie digitale** de 16 bit (Digital Output) : Représentée par le connecteur 3 (CN3). Seuls les trois premiers pins sont utilisés pour synchroniser la lecture des positions horizontale et verticale entre la carte PCL-812 PG et la carte de puissance.
- **Entrée digitale** de 16 bits (Digital Input) : Représentée par CN4. Cette entrée est utilisée pour lire la position horizontale et verticale de la tige de l'hélicoptère.

5.1.2 Carte de puissance feedback

Développée par la compagnie feedback et installée au niveau de la base de la maquette, son rôle est de fournir la puissance nécessaire pour faire tourner les deux hélices. Cependant, elle contient aussi le circuit de lecture de position comme les compteurs de position HCTL2016 et une horloge à 2MHz

5.1.3 XPC Target

Le contrôle de la maquette d'hélicoptère en temps réel est réalisé en utilisant le XPC Target de Simulink. C'est un environnement qui utilise un ordinateur comme serveur (Host) pour la modélisation et la compilation et un autre ordinateur comme cible (Target) pour exécuter les programmes comme illustré au schéma ci-dessous.

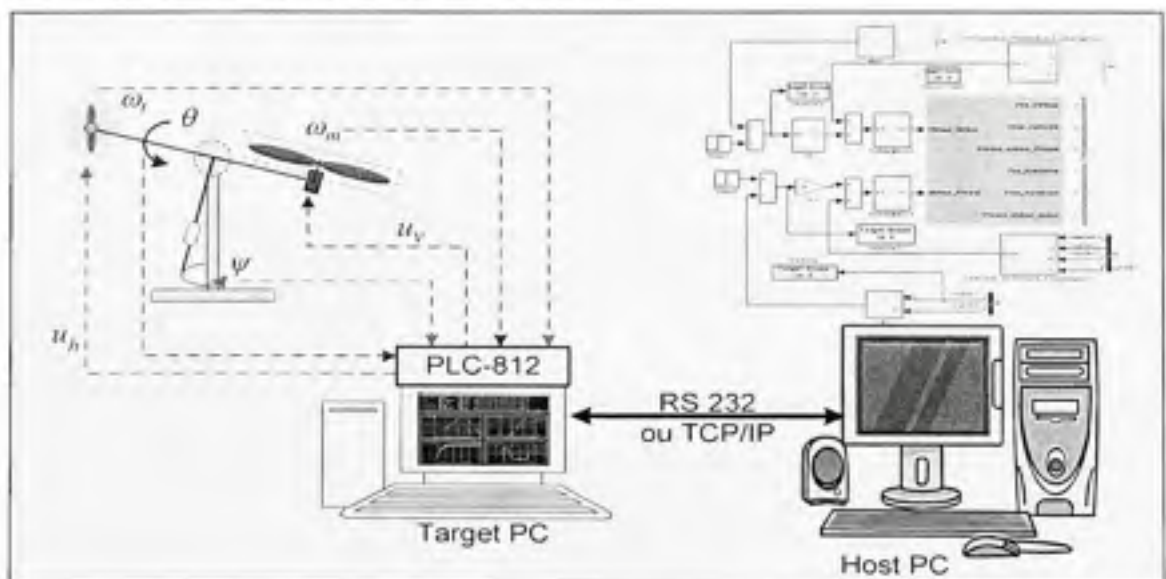


Figure 5-1 Schéma de principe de XPC-Target.

5.1.4 Les démarches à suivre :

- **Configuration de la carte :** Les démarches sont indiquées dans le manuel d'installation [14]. Sauf que dans notre cas on n'est pas limité à une adresse fixe 0x210 hex (exigée par le logiciel de contrôle de l'ancien environnement), on peut choisir n'importe quelle adresse parmi les 16 disponible dans la plage entre 200 et 3FF hex. Dans notre cas on a préféré garder la même adresse pour être en mesure de comparer les résultats obtenus par XPC et celles fournies par l'ancien logiciel.
- **Configuration de la connexion entre le Host et le Target PC :** La commande *xpcexplr* de Matlab permet d'ouvrir une fenêtre de configuration de la liaison entre les deux PC. Pour le Host PC il faut choisir visual C comme compilateur et de spécifier son répertoire. Pour le Target PC la configuration consiste à déterminer le type de communication, dans notre cas RS232 avec COM1 comme port. Néanmoins on pourrait choisir une communication TCP/IP en utilisant ainsi le réseau local, la maquette pourrait être partagée par plusieurs personnes.



Figure 5-2 Configuration de la connexion entre les deux PC.

- **Création d'une disquette de démarrage :** Après avoir rempli correctement les champs, on insère une disquette 3 ½ et on clique sur le bouton create bootDisk. Cette disquette va être utilisée pour le démarrage de Target PC en mode xpctarget.

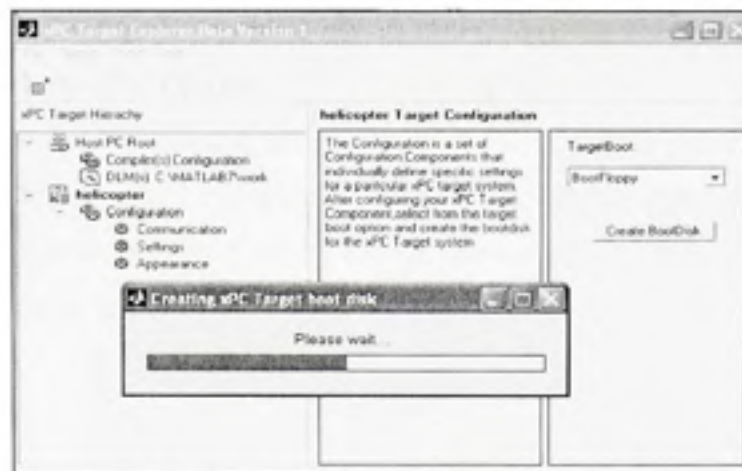


Figure 5-3 Création d'une disquette de démarrage.

5.2 Configuration de la carte d'acquisition

La description et le fonctionnement de la carte sont décrits dans le paragraphe 5.1.1. Pour modéliser les différentes parties, nous procédons comme suit :

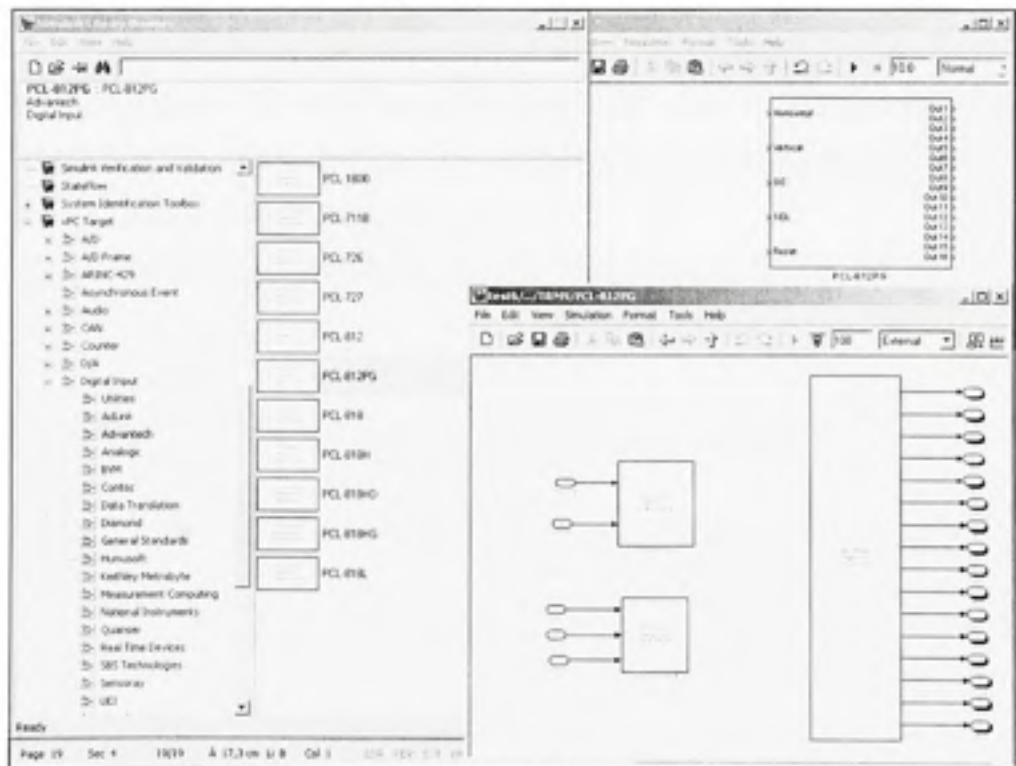


Figure 5-4 Configuration de la carte d'acquisition.

Dans la librairie XPC Target de Simulink on sélectionne les blocs suivants :

- **Sortie Analogique D/A** : Les paramètres à spécifier sont :
 - *Channel vector* : deux sorties [1,2] pour la commande des deux moteurs
 - *Range vector* : [5,5] : Tension de commande entre 0 et 5V pour les deux moteurs
 - *L'adresse de la carte* : 0x210 ce qui correspond à la position du commutateur SW1 sur la carte (cavalier 1 et 6 en haut)



Figure 5-5 Configuration de la sortie analogique A/D de la carte PLC-812.

- **Sortie digitale** : On refait la même procédure mais on spécifie un vecteur de 3 dimensions. Ces trois signaux sont utilisés pour la synchronisation entre les deux cartes pour la lecture de position.
- **Entrée digitale** : utilisée pour la lecture de position de la tige, la dimension de son vecteur est 16.

5.2.1 Procédure de lecture de la position horizontale et verticale :

La carte de puissance Feedback installée à la base de la maquette possède deux compteurs HCTL-2016 qui donnent les positions horizontales et verticales sur 16 bits (mais juste les 12 premiers sont pris en considération). Le diagramme suivant (Figure 5-6) illustre la méthode utilisée pour lire les positions.

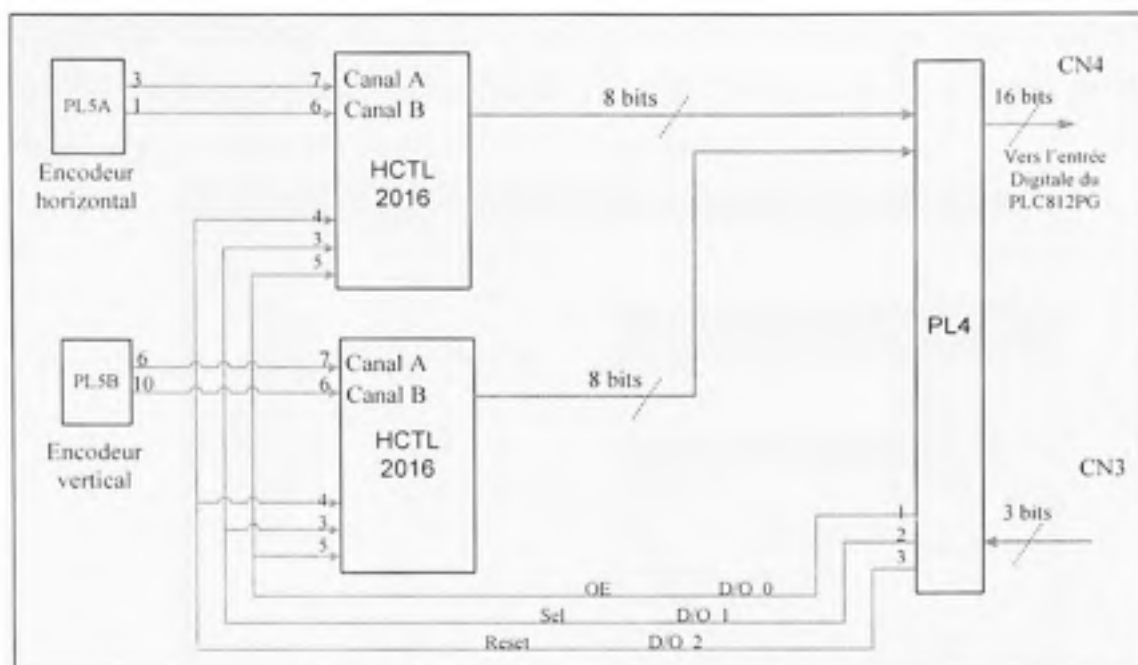


Figure 5-6 Procédure de lecture de la position.

Le circuit HCTL 2016 fournit 8 bits MSB lorsque la commande SEL est bas et 8 bits LSB lorsqu'il est en haut comme illustrer sur le schéma ci-dessous Figure 5-7.

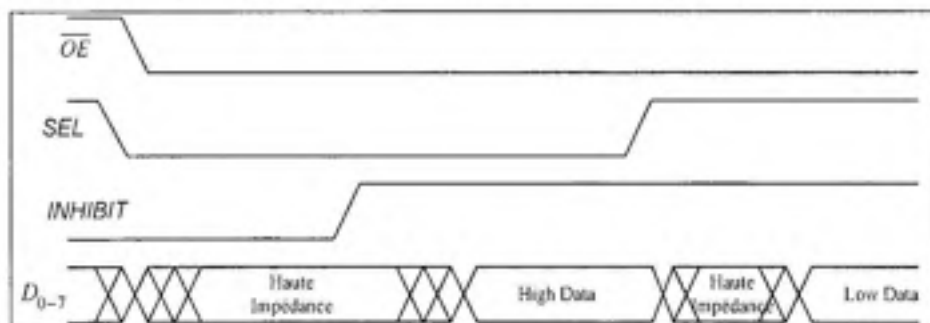


Figure 5-7 Cycle de lecture des données du HCTL2016.

La génération des signaux de commande (Reset, OE, SEL) et la lecture des données (acquisition, décalage, transmission) sont réalisées en Simulink par une fonction S-fonction Builder dont le programme se trouve en annexe II. Au début de l'exécution de programme un signal RESET est envoyé sur le pin 3 du D/O afin d'initialiser les deux compteurs.

CHAPITRE 6

IMPLANTATION EN TEMPS RÉEL ET RÉSULTATS

Dans ce chapitre, on présente les résultats de l'implantation des différents contrôleurs développés dans les chapitres 3 et 4 et appliqués au TRMS en utilisant l'environnement XPC-Target.

Dans une première étape, on utilisera les deux contrôleurs linéaires proposés au chapitre 3; le premier qui est simple et composé par deux PID (Figure 3-3) et le deuxième qui est plus complexe et qui tient compte du couplage du système (Figure 3-6).

Dans une deuxième étape, on plantera le contrôleur non-linéaire issu des équations du chapitre 4.

6.1 Lois de commande linéaire

La figure ci dessous illustre l'implantation d'un contrôleur PID en utilisant Matlab/Simulink.

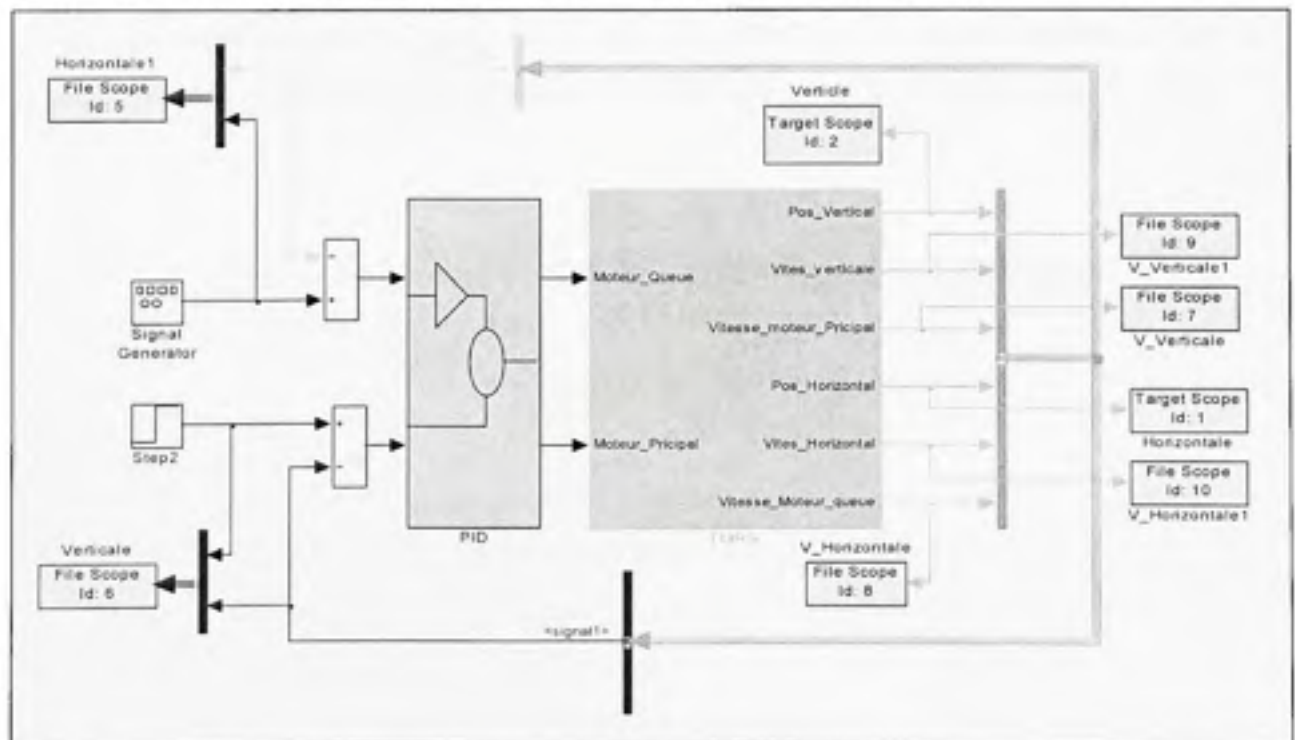


Figure 6-1 Implantation d'un contrôle linéaire.

6.1.1 Implantation d'un simple contrôleur

La Figure 6-2 illustre les résultats obtenus : positions, vitesses longitudinale et latérale du bras et vitesses de rotation des moteurs suite à l'implantation d'un simple contrôleur constitué par deux contrôleurs PID. Comme au chapitre 3, les signaux d'entrées sont des échelons d'amplitude de 0.3 radian pour l'entrée verticale et 0.4 rad pour l'entrée horizontale. Comme dans la phase de simulation, le PID utilisé a pu stabiliser le système. Cependant, on remarque nettement l'influence de l'entrée verticale sur la position horizontale (voir les premières secondes de la position horizontale). Comme cela était prévu et confirmait par l'étape de simulation, la conception de ce type de contrôleur ne tenait pas compte de l'effet du couplage. Néanmoins le système obtenu est stable autour du point.

Les résultats de poursuite de trajectoire obtenus indiquent une poursuite acceptable dans les deux plans vertical et horizontal.

Le Tableau 6.1 présente les gains du PID utilisé lors de l'implantation. Ces valeurs ont été légèrement modifiées pour atteindre les mêmes résultats que la simulation. Dans ce cas, il a été plus facile d'ajuster les gains car leur nombre n'était pas élevé (six paramètres) mais ce ne sera pas le cas pour le contrôleur avec couplage comme on le verra plus tard.

Tableau 6.1

Gains du contrôleur basé sur un simple PID (phase d'implantation)

	Kp	Ki	Kd
PID _v	0.15	0.56	1.87
PID _h	1	0.45	1.32

a) Stabilisation du système

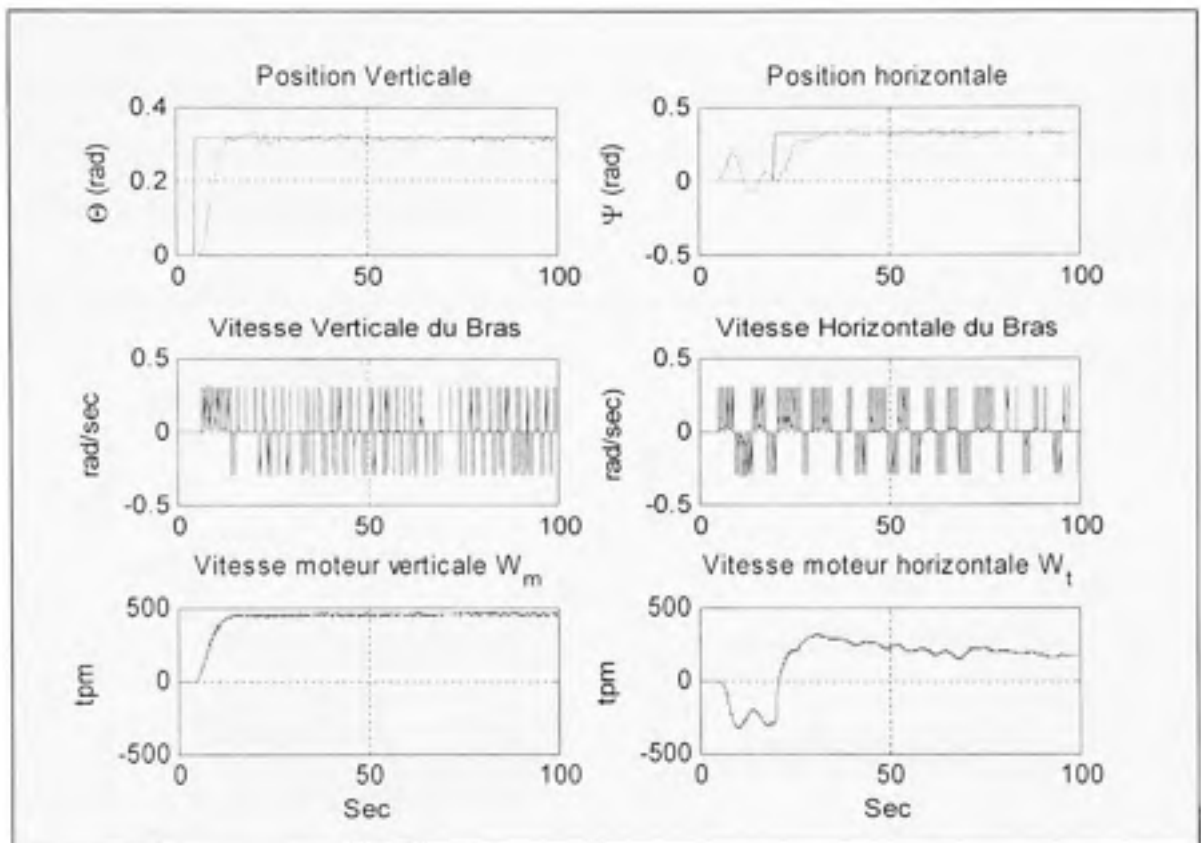


Figure 6-2 Réponse du TRMS équipé d'un simple contrôleur linéaire à une entrée échelon.

b) Poursuite d'une trajectoire

Les signaux d'entrées utilisées pour une poursuite de trajectoire sont :

- Une entrée sous forme d'un sinus d'amplitude 0.5 (rad) de fréquence de 0.025 (rad/sec) pour le plan vertical. Ce type d'entrée douce a été choisi de telle façon à constater l'influence de changement de la vitesse du moteur de queue ω , sur cette position.
- Une entrée sous forme carrée d'amplitude 0.6 (rad) et de fréquence 0.125 (rad/sec) pour l'entrée horizontale. Ce type d'entrée (variation brusques de l'entrée) a été choisi de telle

façon à engendrer des variations brusques de la vitesse de rotation du moteur de queue ω , dont on veut constater l'influence sur la position verticale.

Les résultats obtenus Figure 6-3 indiquent une poursuite acceptable pour la position verticale ce qui ce n'est pas le cas en ce qui concerne la position horizontale. Les résultats de simulation ont été nettement meilleurs.

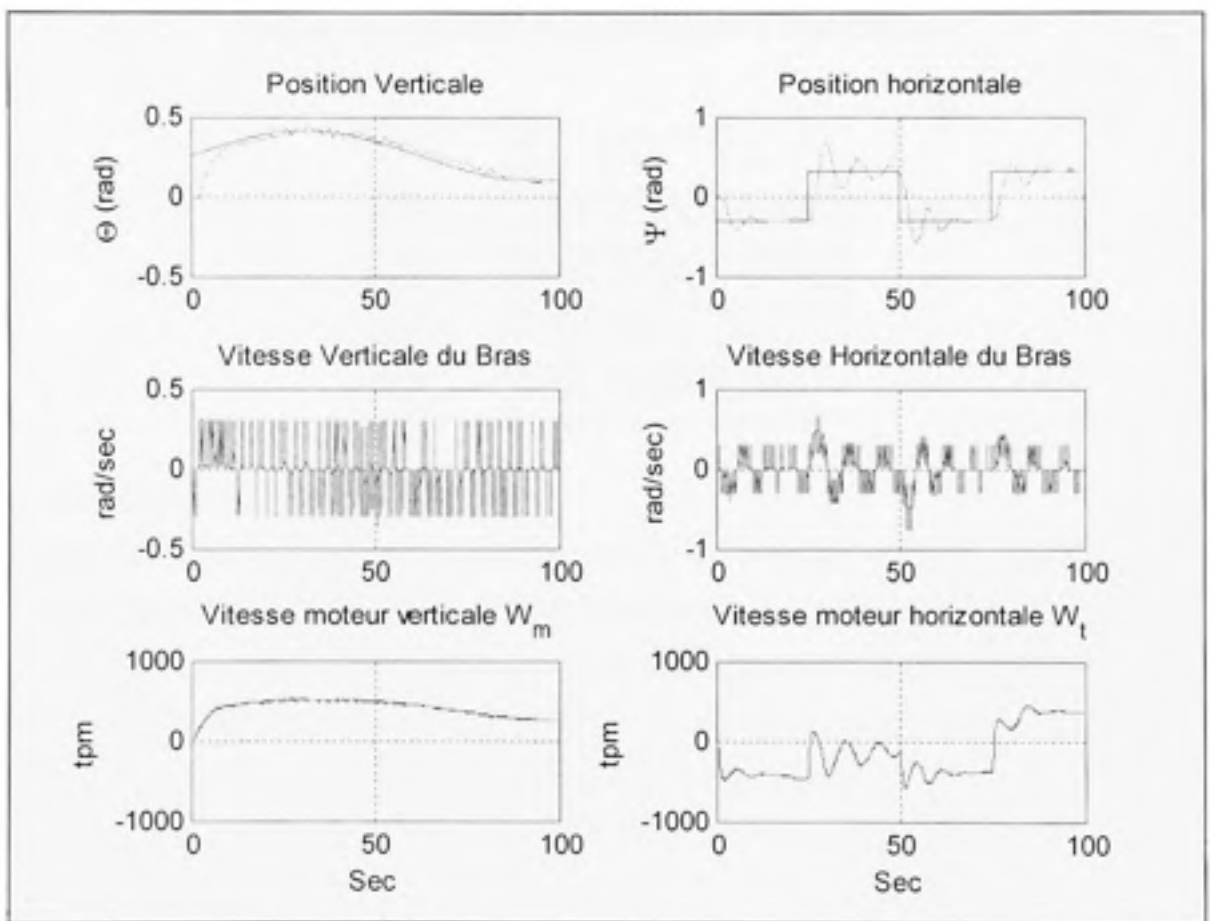


Figure 6-3 *Poursuite de trajectoire avec un simple contrôleur linéaire.*

6.1.2 Implantation d'un contrôleur complexe

Comme mentionné auparavant le but du contrôleur complexe est d'annuler l'interaction entre le mouvement latéral et longitudinal. Les valeurs des paramètres du PID sont illustrées au Tableau 6.2. Les gains ont été légèrement ajustés afin de respecter les mêmes spécifications utilisées dans la phase simulations.

Tableau 6.2
Gains du contrôleur complexe (phase d'implantation)

	K_p	K_i	K_d
PID _{vv}	0.543	0.987	1.987
PID _{vh}	0.045	0.021	-0.432
PID _{hv}	0.232	0.1	0.1
PID _{hh}	1.98	0.0345	1.87

a) Stabilisation du système

On poursuit la même procédure qu'auparavant en ce qui concerne le choix des entrées afin de pouvoir comparer les deux contrôleurs linéaires entre eux. Les résultats obtenus (Figure 6-4) montrent que le système est stable autour du point choisi mais l'erreur est très importante entre l'entrée horizontale désirée et celle obtenue. L'ajustement des paramètres du correcteur n'est pas évident sachant que le nombre de gains à ajuster est de 12 et cela entraînera nécessairement une détérioration de la position verticale. Cela met en évidence la difficulté d'utiliser cette technique de commande.

b) Poursuite d'une trajectoire

La simulation a donné de bons résultats de poursuite de trajectoire avec le contrôleur complexe par rapport au contrôleur simple. Cependant, les résultats obtenus en pratique ne coïncident pas avec celles obtenus en simulation. Cela nécessite un ajustement adéquat des paramètres du correcteur, ce qui n'est pas évident.

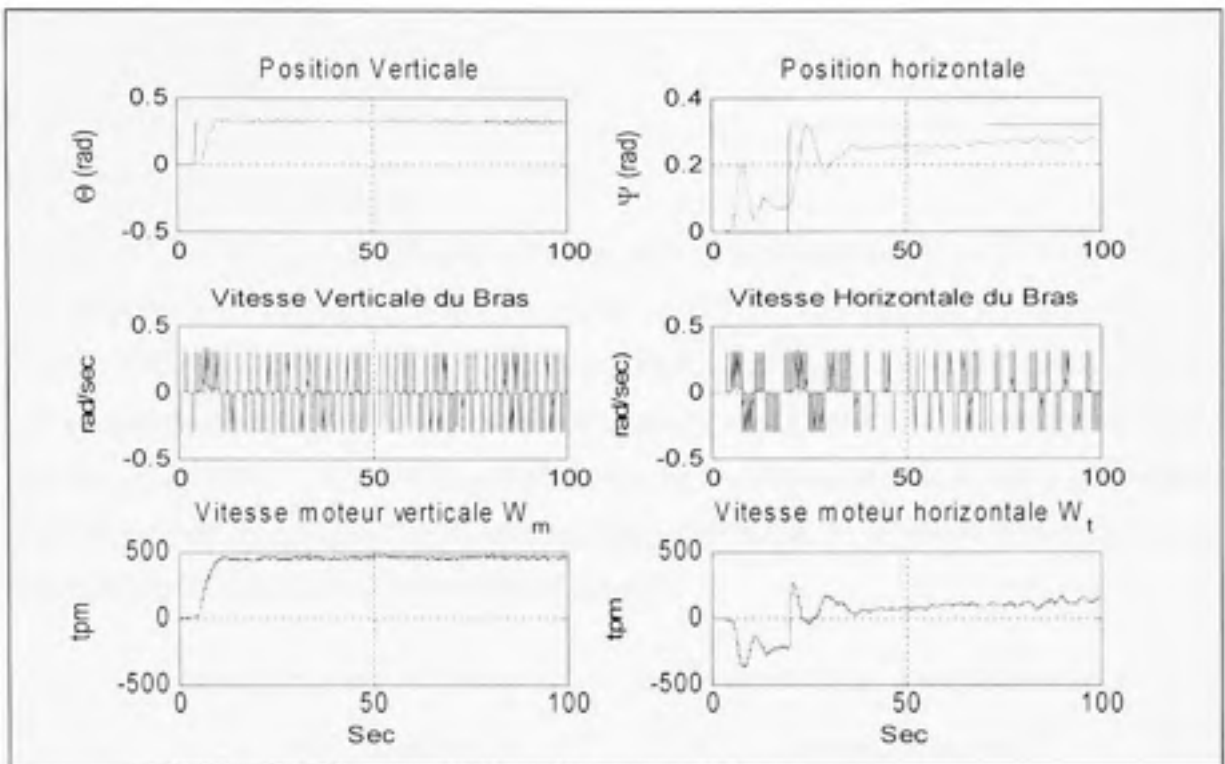


Figure 6-4 Réponse du TRMS avec un contrôleur complexe à une entrée échelon.

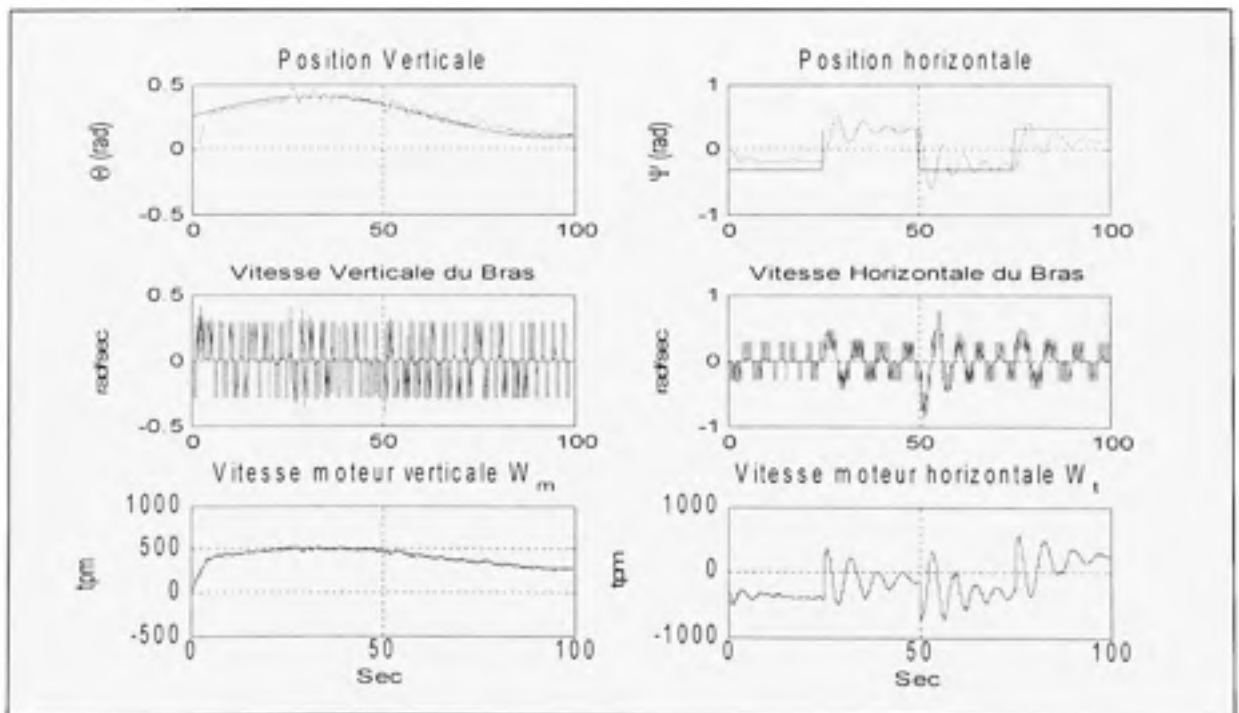


Figure 6-5 Poursuite d'une trajectoire avec un contrôleur complexe.

6.2 Lois de commande non-linéaire

a) Stabilisation du système :

Le Figure 6-6 représente les résultats obtenus suite à l'implantation d'une loi de commande non-linéaire développée aux équations (4.26) et (4.34) . Les signaux d'entrées sont des échelons d'amplitude 0.2 rad pour l'entrée longitudinale et de 0.75 rad pour l'entrée latérale. Les résultats d'implantation obtenus montrent que la commande non-linéaire développée a stabilisé le système. Les résultats obtenus avec cette commande sont les plus performants obtenus jusqu'à maintenant. L'erreur en régime permanent de la position horizontale est nettement inférieure à celle obtenue précédemment.

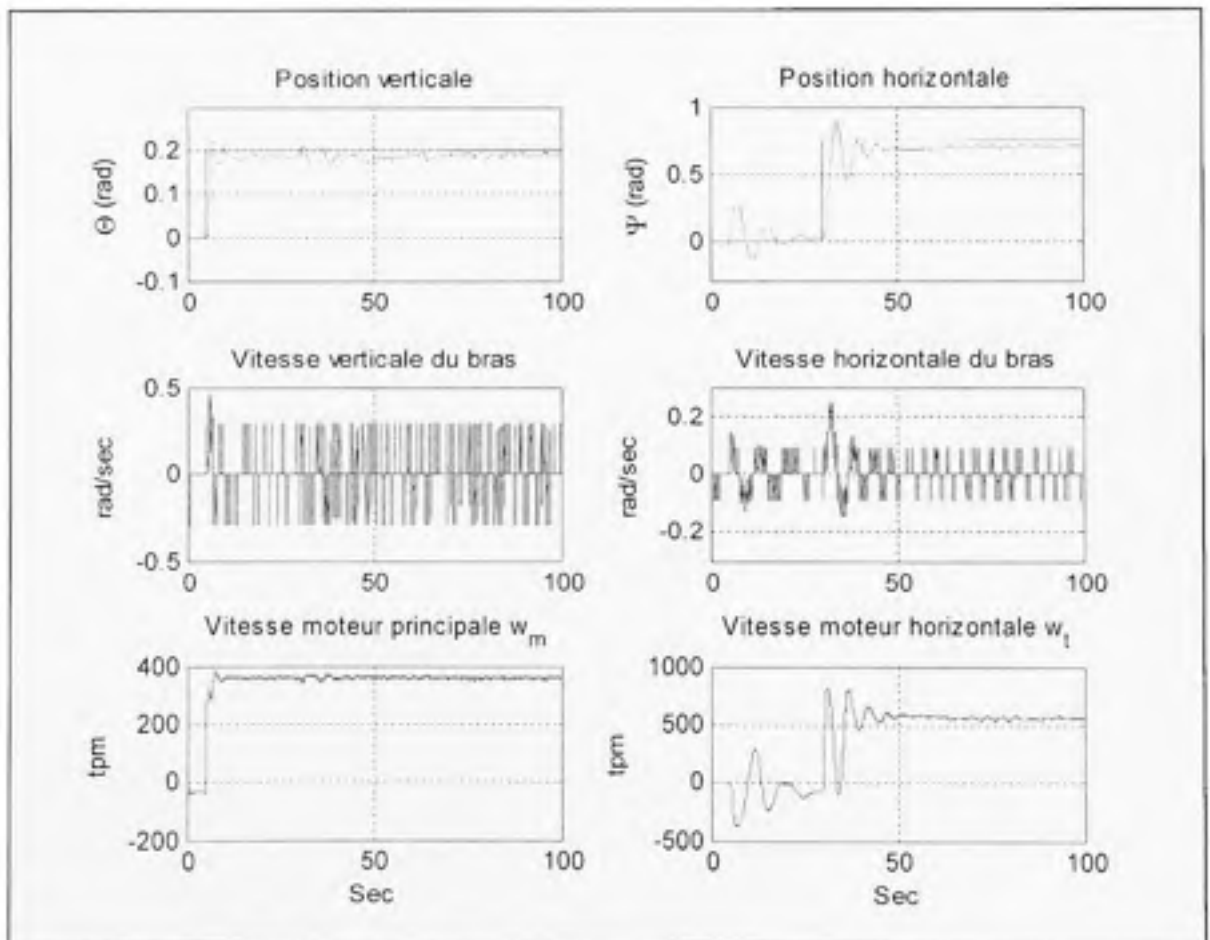


Figure 6-6 Réponse du TRMS avec un contrôleur non-linéaire à une entrée échelon.

L'effet du couplage a nettement diminué; dans le plan latéral, la position horizontale est retournée au point d'origine après une perturbation causée par une variation dans le plan longitudinal (voir les 30 premières secondes sur le graphe de la position horizontale). En effet, la vitesse du moteur horizontal a changé, malgré qu'aucun changement sur l'entrée de la position horizontale n'a eu lieu, et ce, afin de contrer le moment engendré par le moteur principal.

b) Poursuite de trajectoire :

Les signaux d'entrées utilisés sont les mêmes qu'auparavant : une entrée douce sous forme d'un sinus d'amplitude 0.3 (rad) de fréquence de 0.025 (rad/sec) pour le plan vertical et une entrée sous forme carrée d'amplitude 0.6 (rad) et de fréquence 0.125 (rad/sec).

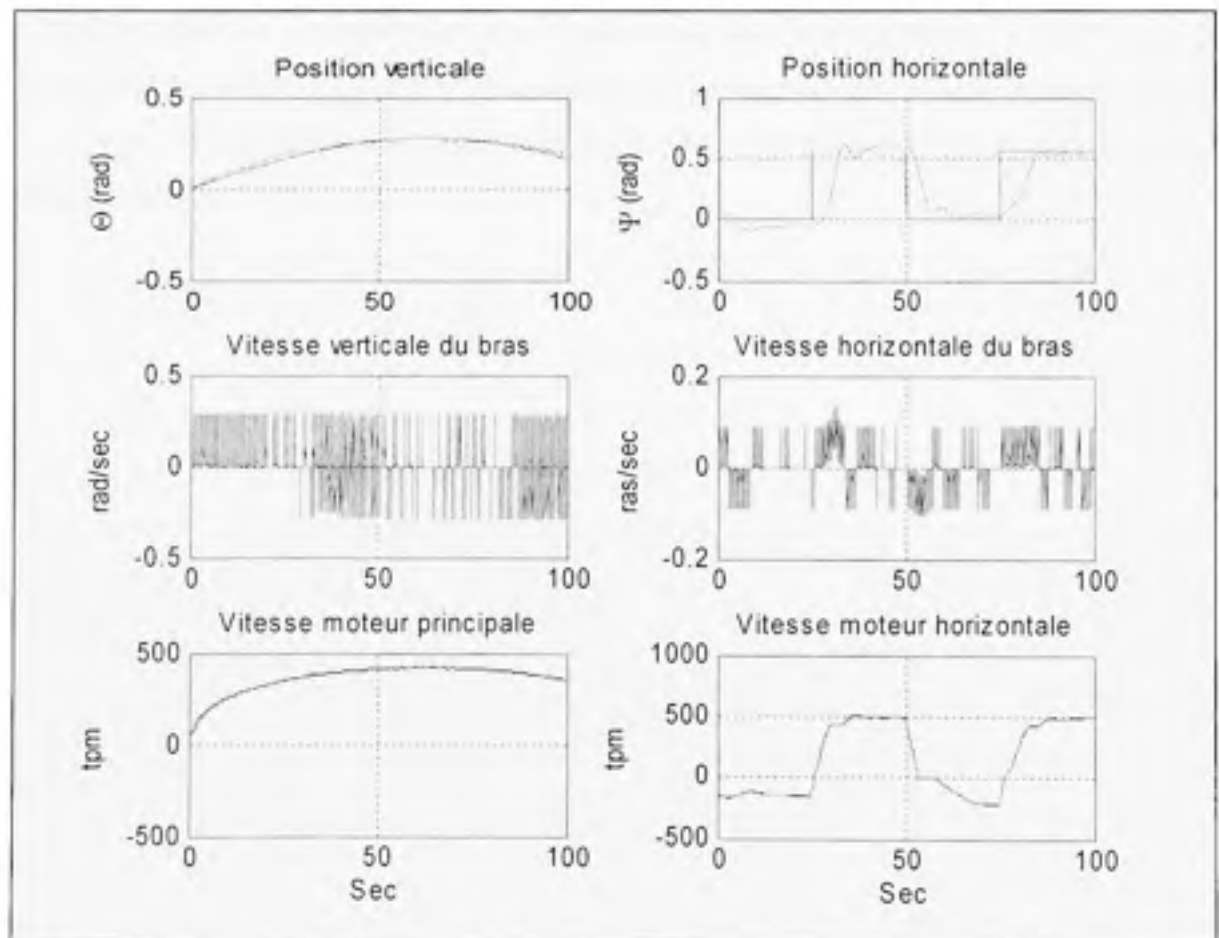


Figure 6-7 *Poursuite de trajectoire.*

Les résultats d'implantation indiquent une poursuite parfaite dans le plan longitudinal c'est la meilleure poursuite obtenue jusqu'à maintenant pour le plan latéral.

Dans le plan longitudinal, l'effet du couplage n'a aucun effet sur la position verticale pour les deux expériences (stabilisation du système et la poursuite de trajectoire).

Ces derniers résultats montrent nettement la performance du contrôleur non-linéaire par rapport au linéaire; système plus rapide moins de 10 secs et plus précis. Que se soit dans le plan longitudinal ou le plan latéral, les résultats de poursuite sont nettement supérieurs à celle d'un contrôleur linéaire.

Les résultats pratiques obtenus coïncident exactement avec ceux obtenus en simulation (voir Figure 4-4 et Figure 4-5), ce qui conclut que le modèle dynamique développé du TRMS est acceptable.

L'avantage avec ce contrôleur est que l'ajustement des gains est facile, il suffit juste de positionner les six pôles selon la réponse désirée. Ces derniers sont divisés en deux groupes totalement indépendants; trois pôles pour chaque plan. Ce qui rend l'ajustement des gains nettement facile.

CONCLUSION

Le premier chapitre a fait l'objet d'une brève présentation du principe de fonctionnement d'un hélicoptère ainsi que les éléments qui le constituent. Cette partie a aussi illustré la grande difficulté d'équiper actuellement les hélicoptères par un autopilote. Cette partie nous a permis aussi de tracer un chemin précis pour le reste du projet.

Par la suite, dans le chapitre 2, un modèle mathématique non-linéaire de la dynamique du mouvement longitudinal et latéral de la maquette qui représente un modèle réduit d'un hélicoptère "Twin Rotor MIMO Système (TRMS)" a été développé. Ce modèle a été utilisé pour la conception des contrôleurs linéaires. Cependant l'application directe d'un contrôleur non-linéaire sur le modèle dynamique obtenu n'a pas donné les résultats souhaités. Une modification a été apportée dans le chapitre 4 au modèle mathématique pour permettre d'appliquer cette technique de commande.

Le chapitre 3 illustre les limites d'un contrôleur linéaire appliqué à un système non-linéaire et fortement couplé. Au fur et à mesure qu'on essaye de développer un contrôleur plus performant pour atteindre des performances meilleurs, le contrôleur devient de plus en plus complexe et l'ajustement des ces paramètres deviennent difficiles. Ces méthodes classiques de commande linéaire présentent quelques inconvénients pour un hélicoptère réel, l'importante quantité de points d'opération demande des méthodes numériques complexes pour calculer les gains et les faire varier selon les conditions de vol.

Finalement, au chapitre 4, une loi de commande non-linéaire a été appliquée sur le modèle afin d'atteindre de meilleures performances. Les résultats obtenus ont été nettement supérieurs à ceux obtenus par la linéarisation autour d'un point de fonctionnement. Toutefois l'effet du couplage entre les deux rotors existe toujours quoi que son effet ait été nettement minimisé grâce au contrôleur utilisé. Dans la suite des travaux qui mèneront au doctorat, il sera question d'appliquer des contrôleurs directement au modèle obtenu dans l'équation (2.36). Cependant on considère que les résultats obtenus dans ce projet étaient satisfaisants; les objectifs établis au début du projet : la stabilité du système et la poursuite de trajectoire, que se soit dans le plan longitudinale ou latéral, ont été atteintes.

ANNEXE I

MODÉLISATION DU TRMS

Cette partie comporte les valeurs numériques des paramètres du TRMS et des équations mathématiques développées au CHAPITRE 2.

1) Modélisation des moteurs

a) Moteur principal :

Comme indiqué à l'équation (2.29)

$$\frac{\omega_m}{u_r} = \frac{K_1}{\tau_m S + 1} = \frac{K_1}{\tau_m} \frac{1}{S + \frac{1}{\tau_m}} = K_1 K_m \frac{1}{S + K_m} \quad (1.1)$$

où

$$K_m = \frac{1}{\tau_m} \quad (1.2)$$

Dans le test en boucle ouverte, un signal échelon d'amplitude 0.3 rad est envoyé au moteur principal ce qui permet de déterminer les résultats suivants (voir Figure 1.1) : le temps de réponse du moteur $\tau_m = 1.12$ sec et le gain du moteur principal $K_1 = \frac{3200}{0.3 * 2 * \pi}$.

b) Moteur de la queue :

De la même manière que précédemment, on trouve selon la Figure 1.1 : le temps de réponse du moteur de queue $\tau_2 = 0.42$ et le gain du moteur de queue $K_2 = \frac{4400}{0.3 * 2 * \pi}$.

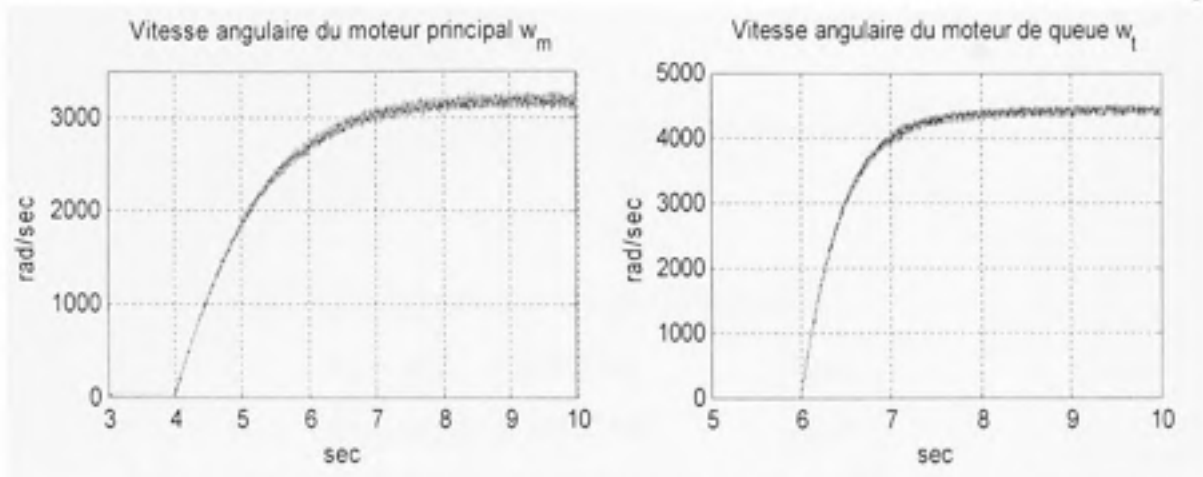


Figure 1.1 *Vitesse angulaire des moteurs suite à une entrée échelon.*

2) Calcul des moments d'inertie

Cette partie détaille le calcul des moments d'inertie du TRMS. Le tableau suivant indique les poids et les longueurs des parties du TRMS choisi pour une position d'équilibre donnée (la position est illustrée à la Figure 2-1).

Tableau 1.1

Paramètres du TRMS

Poids en Kg	Longueurs en m
$m_{lr} = 0.206$	$l_l = 0.25$
$m_{wr} = 0.228$	$l_w = 0.24$
$m_{cb} = 0.068$	$l_b = 0.26$
$m_s = 0.0155$	$l_{cb} = 0.13$
$m_w = 0.0145$	$r_{ms} = 0.155$
$m_b = 0.022$	$r_{ls} = 0.10$
$m_{ls} = 0.165$	
$m_{ms} = 0.225$	

En utilisant les données ci-dessus, on calcule le moment d'inertie autour de l'axe horizontal

$$J_v = \sum_i^8 J_{vi} \quad (1.3)$$

Les différentes valeurs des moments sont calculées comme suit :

$$\begin{aligned} J_{v1} &= m_v l_v^2 = 0.012875 && [kg.m^2]; \\ J_{v2} &= m_{cb} l_{cb}^2 = 0.001149 && [kg.m^2]; \\ J_{v3} &= m_{mr} l_m^2 = 0.013132 && [kg.m^2]; \\ J_{v4} &= \frac{m_l l_l^2}{3} = 0.000322 && [kg.m^2]; \\ J_{v5} &= \frac{m_n l_n^2}{3} = 0.000278 && [kg.m^2]; \\ J_{v6} &= \frac{m_b l_b^2}{3} = 0.000495 && [kg.m^2]; \\ J_{v7} &= m_{ms} \left(\frac{r_{ms}^2}{2} + l_m^2 \right) = 0.01562 && [kg.m^2]; \\ J_{v8} &= m_{is} (r_{is}^2 + l_l^2) = 0.01196 && [kg.m^2]. \end{aligned} \quad (1.4)$$

En faisant la somme de tous les termes, on trouve

$$J_v = 0.055846 \quad [kg.m^2] \quad (1.5)$$

Comme précédemment, on calcule le moment d'inertie autour de l'axe vertical

$$J_h = \sum_i^8 J_{hi} \quad (1.6)$$

avec

$$\begin{aligned}
 J_{h1} &= m_m \frac{(l_m \cos \theta)^2}{3} = 0.0002784 \cos^2 \theta & [Kg \ m^2]; \\
 J_{h2} &= m_l \frac{(l_l \cos \theta)^2}{3} = 0.0003229 \cos^2 \theta & [Kg \ m^2]; \\
 J_{h3} &= m_b \frac{(l_b \sin \theta)^2}{3} = 0.0004595 \sin^2 \theta & [Kg \ m^2]; \\
 J_{h4} &= m_{lr} (l_l \cos \theta)^2 = 0.012875 \cos^2 \theta & [Kg \ m^2]; \\
 J_{h5} &= m_{mr} (l_m \cos \theta)^2 = 0.013132 \cos^2 \theta & [Kg \ m^2]; \\
 J_{h6} &= m_{cb} (l_{cb} \sin \theta)^2 = 0.0011492 \sin^2 \theta & [Kg \ m^2]; \\
 J_{h7} &= m_{lr} \left(\frac{r_{lr}^2}{2} + l_l^2 \cos^2 \theta \right) = 0.000852 + 0.010312 \cos^2 \theta & [Kg \ m^2]; \\
 J_{h8} &= m_{mr} \left(r_{mr}^2 + l_m^2 \cos^2 \theta \right) = 0.005400 + 0.012961 \cos^2 \theta & [Kg \ m^2];
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

$$J_h = \sum_i^8 J_{hi} = 0.04901 \cos^2 \theta + 0.0016065 \sin^2 \theta + 0.0063306 \tag{1.8}$$

ou simplement

$$J_h = G_d \cos^2 \theta + G_e \sin^2 \theta + G_f \tag{1.9}$$

3) Moment des forces de gravité

En remplaçant les paramètres du TRMS par leurs valeurs numériques, l'équation du moment des forces de gravité (2.4) devient :

$$M_{v1} = g \left\{ \left[\left(\frac{m_l}{2} + m_{lr} + m_{ls} \right) l_l - \left(\frac{m_m}{2} + m_{mr} + m_{ms} \right) l_m \right] \cos \theta - \left(\frac{m_b}{2} l_b + m_{cb} l_{cb} \right) \sin \theta \right\} \tag{1.10}$$

$$M_{v1} = -0.1367 \cos \theta - 0.1148 \sin \theta \tag{1.11}$$

ou sous la forme

$$M_{v1} = -G_a \cos \theta - G_c \sin \theta \tag{1.12}$$

4) Le moment des forces centrifuges

De la même manière, on calcule le moment des forces centrifuges

$$M_{v3} = -\sum_r^6 M_{v3,r} \quad (1.13)$$

où

$$\begin{aligned} M_{v3,1} &= (m_{r'} + m_{h'}) l_r'^2 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta = 0.0231875 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta & [N \ m] \\ M_{v3,2} &= \frac{m_r}{2} l_r'^2 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta = 0.0002421 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta & [N \ m] \\ M_{v3,3} &= \frac{m_h}{2} l_h'^2 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta = 0.0003718 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta & [N \ m] \\ M_{v3,4} &= m_{v,b} l_{v,b}'^2 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta = 0.0011492 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta & [N \ m] \\ M_{v3,5} &= \frac{m_m}{2} l_m'^2 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta = 0.0002018 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta & [N \ m] \\ M_{v3,6} &= (m_{mr} + m_{ms}) l_m'^2 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta = 0.02523028 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta & [N \ m] \end{aligned} \quad (1.14)$$

en faisant la somme de tous ces termes, le résultat final devient

$$M_{v3} = -0.05038268 \Omega_h^2 \cos \theta \sin \theta \quad [N \ m] \quad (1.15)$$

ou sous la forme $M_{v3} = -\Omega_h^2 G_h \sin 2\theta$.

ANNEXE II

PROGRAMME DE LECTURE DE LA POSITION DU TRMS

```
*****
Ce programme, implanté dans la fonction S-Builder de Simulink, permet la lecture
des positions longitudinale et latérale de la maquette d'hélicoptère
" Twin Rotor MIMO System " 33-220
*****

***** Description des états *****
xD[1] représente le signal de sélection "sel"
xD[2] représente le signal de cycle de lecture "oe"
xD[3] représente le signal de mise à zéro "rst"
xD[4] représente LSB de la position horizontale
xD[5] représente MSB de la position horizontale
xD[6] représente LSB de la position verticale
xD[7] représente MSB de la position verticale
xD[9] représente le cycle de lecture de la position
xD[0] représente le temps

***** Les Signaux de sortie : Output *****

***** Initialisation des signaux de Commande *****

sel[0]=xD[1];
oe[0]=xD[2];
rst[0]=xD[3];

oe[0] : Représente le cycle de lecture des données
oe = 0 lecture des données.
rst[0] : Signal de remise à zéro.
rst = 0 remise à zéro des compteurs de position
sel[0] : Signal de sélection des données à lire.
sel = 0 le bit le moins fort LSB est sélectionné
sel = 1 le bit le plus fort MSB est sélectionné
*****

if (xD[9]==9) /* vérification de la fin du cycle de lecture */
{
if (xD[5]<=127) /* vérification si la position horizontale est positive */
```

```

    y0[0]=xD[4]+xD[5]*256;
else      /* La position horizontale est négative */

    y0[0]=xD[4]+xD[5]*256-65536;

if (xD[7]<=127) /* vérification si la position verticale est positive */

    y1[0]=xD[6]+xD[7]*256;

else      /* La position verticale est négative */
    y1[0]=xD[6]+xD[7]*256-65536;

***** Discret Update*****

***** Calcule du LSB de la position verticale et horizontale*****
if (sel[0]==1) /* vérification le signal de sélection est au niveau haut */
{
/* LSB de la position horizontale*/
:xD[4]=u0[0]+u1[0]*2+u2[0]*4+u3[0]*8+u4[0]*16+u5[0]*32+u6[0]*64+u7[0]*128;
/* LSB de la position verticale*/
xD[6]=u8[0]+u9[0]*2+u10[0]*4+u11[0]*8+u12[0]*16+u13[0]*32+u14[0]*64+u15[0]*
128;
}

***** Calcule du MSB*****
if (sel[0]==0) /* vérification le signal de sélection est au niveau bas */

{
xD[5]=u0[0]+u1[0]*2+u2[0]*4+u3[0]*8+u4[0]*16+u5[0]*32+u6[0]*64+u7[0]*128;
/* MSB de la position horizontale*/
xD[7]=u8[0]+u9[0]*2+u10[0]*4+u11[0]*8+u12[0]*16+u13[0]*32+u14[0]*64+u15[0]*
128;
/* LSB de la position verticale*/
}

***** Génération du Reset*****

/* Mise a zéro des compteurs de lecture de position au début de l'expérience*/

if ((xD[0]>=2)&&(xD[0]<=5))
    xD[3]=0;
else
    xD[3]=1;

```

```
***** Génération du signal OE *****  
xD[9]=xD[9]+1;  
if (xD[9]>=10)  
    xD[9]=0;  
  
if ((xD[9]>=1)&&(xD[9]<=9))  
    xD[2]=0;  
else  
    xD[2]=1;  
  
***** Génération du signal SEL *****  
if ((xD[9]>=2)&&(xD[9]<=4))  
    xD[1]=0;  
else  
    xD[1]=1;  
  
***** Incrémentation du Temps *****  
xD[0]=xD[0]+1;
```

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Isidori, A., L. Marconi et al. 2003. "Robust nonlinear motion control of a helicopter." Automatic Control, IEEE Transactions, Vol. 48, n°3, pp. 413-426.
- [2] Avila Vilchis, J.C., B. Brogliato, A. Dzul et R. Lozano. 2003. "Nonlinear modeling and control of helicopters." Automatica 39, pp. 1583-1596.
- [3] Wallcer, D.J., M.C. Turner et A.J. Smerlas. 1999. "Robust control of the longitudinal and lateral dynamics of the BELL 205 helicopter." Proceeding of the American Control Conference, pp. 2742 -2746, California.
- [4] Chung Luo, C., R. Liu, C. Yang et Y. Chang. 2003. "Helicopter H_{∞} control design with robust flying quality." Aerospace Science and Technology 7, pp. 159-169.
- [5] Lopez-Martinez, M., C. Vivas et M.G. Ortega. 2005. "A multivariable nonlinear H_{∞} controller for a laboratory helicopter." 44th IEEE, pp. 4065-4068.
- [6] Lopez-Martinez, M., J.M.Diaz et M.G. Ortega. 2004. F.R. Rubio "Control of a laboratory helicopter using switched 2-step feedback linearization." Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston.
- [7] Roger Raletz. 1990. *Théorie élémentaire de l'hélicoptère*. France : Cépaduès-Éditions, 77 p.
- [8] U.S. Department of transportation. 1978. *Basic helicopter handbook*. Etats-Unis Federal: Aviation Administration, 102 p.
- [9] Coyle Shawn. 1996. *The art and science of flying helicopters*. Iowa: State University, 225 p.
- [10] Hassan K.Khalil. 1996. *Nonlinear systems*, second edition. New Jersey: Prentice Hall, 734 p.
- [11] G. Orfila.1987. *Les voilures tournantes*, France : ENAC, Département Exploitation, 180 p.
- [12] Isidori, Alberto. 1995. *Nonlinear control systems*, second edition. New York: Springer, second edition, 549 p.
- [13] A.J. Fossard. 1993. *Systèmes non linéaires*, volume 3, Masson. 268 p.

[14] Donald Mclean. 1990. "Helicopter flight systems." In *Automatic flight control systems*. p. 451-490. Prentice-Hall.

[15] Feedback, *Manuel d'installation du TRMS*.

[16] Mathworks. "Control system toolbox." En ligne. <http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/control/index.html?/access/helpdesk/help/toolbox/control/ref/_place>. Consulté le 17 octobre 2007.