

Développement d'un modèle de performance aéro-propulsive
en vol de croisière – Application sur un avion Cessna Citation
X

PAR

Anca STEPAN

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE LA MAÎTRISE
AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE AÉROSPATIAL
M. Sc. A

MONTREAL, LE 12 NOVEMBRE 2022

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Anca Stepan, 2022



Cette licence [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

Mme Ruxandra Botez, directrice de mémoire
Département de génie des systèmes à l'École de technologie supérieure

M. Patrick Germain, président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Georges Ghazi, membre du jury
Département de génie des systèmes à l'École de technologie supérieure

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 4 NOVEMBRE 2022

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord offrir mes plus sincères remerciements à ma directrice de recherche, Professeure Ruxandra Botez. Je n'aurais pas pu compléter cette maîtrise sans son aide et ses conseils précieux. Je suis également reconnaissante de sa disponibilité, ses encouragements et sa confiance.

Mes remerciements vont également aux membres du jury, pour leur temps et leurs connaissances qui me permettront d'évaluer la qualité de ce mémoire.

Également, je tiens à remercier mes parents, mes amis et mon copain. Non seulement avez-vous été là tout au long de cette maîtrise, vous m'avez fourni une aide et un support incommensurable, spécialement durant ces deux années de pandémie. Je n'oublierai pas nos souvenirs créés ensemble au travers de cette expérience.

Finalement, quoique nos chemins se sont croisés très brièvement, je tiens aussi à remercier mes collègues du LARCASE pour leur présence et leur support. Remerciement spécial à Georges Ghazi qui m'a offert son aide continue, autant en présentiel qu'à distance. Tu as largement contribué au déroulement de mon mémoire.

Développement d'un modèle de performance aéro-propulsive en vol de croisière application sur un avion Cessna Citation X

Anca STEPAN

RÉSUMÉ

L'étude de performance d'un avion est un aspect critique dans le monde de l'aviation. Que ce soit pour un enjeu de sécurité, écologique ou économique, il y a de nombreux avantages à prédire la performance en vol d'un avion. Avec l'augmentation constante du nombre de vols dans le monde, la consommation de carburant devient une problématique importante. Or, il est estimé qu'environ à chaque 5 ans, un avion augmente sa consommation de carburant d'environ 2% (Airbus, 2001). Que ce soit dû à une dégradation de la structure aérodynamique ou des moteurs, il devient de plus en plus difficile avec le temps de prédire la quantité de carburant nécessaire pour un vol donné.

Ce mémoire traite du développement d'un modèle prédisant la performance aéro-propulsive d'un avion de type Cessna Citation X en vol de croisière. Ce modèle de performance est représenté par des tables de recherche adaptatives, une pour la performance aérodynamique, une pour la performance propulsive et une troisième, servant à la validation de résultats, pour une performance aéro-propulsive, c'est-à-dire utilisant les résultats du modèle aérodynamique pour faire la prédiction de la performance propulsive. Le modèle est divisé en trois étapes majeures. La première étant d'établir la performance initiale de l'avion en vol de croisière, soit le point de départ du modèle. La deuxième consiste à adapter localement les tables de recherche en fonction de données de vol provenant du simulateur de vol. La troisième consiste à faire une adaptation globale des tables de recherche et ainsi obtenir le modèle de performance aéro-propulsive final.

Les résultats de ce mémoire de maîtrise démontrent qu'en utilisant le modèle de performance aéro-propulsive proposé, il est possible de prédire la performance aérodynamique avec une précision allant en moyenne jusqu'à 0.99%, la performance propulsive à 3.38% et la performance combinée (modèle propulsif utilisant les résultats du modèle aérodynamique) jusqu'à 6.25%. Ces résultats ont été obtenus par la méthode d'estimation par réseaux de neurones.

Mots-clés : performance aéro-propulsive, réseaux de neurones, tables de recherche adaptatives, aviation civile, économie de carburant

Development of aero-propulsive performance model in cruise flight – application on a Cessna Citation X

Anca STEPAN

ABSTRACT

The study of the performance of an aircraft is a critical aspect in the world of aviation. Whether it is for a safety, ecological or economic concern, there are many advantages to predicting the flight performance of an aircraft. With the constant increase in the number of flights around the world, fuel consumption is becoming a major issue. However, it is estimated that approximately every 5 years, an aircraft increases its fuel consumption by approximately 2% (Airbus, 2001). Whether it's due to the degradation of the aerodynamic structure or the engines, it becomes increasingly difficult over time to predict the amount of fuel required for a given flight.

This thesis deals with the development of a model predicting the aero-propulsive performance of a Cessna Citation X aircraft in cruise flight. This performance model is represented by adaptive look-up tables, one for aerodynamic performance, one for propulsion performance and a third, serving to validate results, for aero-propulsion performance, i.e. using the results of the aerodynamic model to make the prediction of the propulsive performance. The model is divided into three major stages. The first one is to establish the initial performance of the aircraft in cruise flight, i.e. the starting point of the model. The second consists in locally adapting the lookup tables according to flight data coming from the flight simulator. The third consists in making a global adaptation of the look-up tables and thus obtaining the final aero-propulsive performance model.

The results of this master's thesis demonstrate that by using the proposed aero-propulsive performance model, it is possible to predict aerodynamic performance with an average accuracy of up to 0.99%, propulsive performance at 3.38% and performance combined (propulsive model using the results of the aerodynamic model) up to 6.25%. These results were obtained using the neural network estimation method.

Keywords : aero-propulsive performance, neural network, adaptative lookup tables, civil aviation, fuel economy

TABLE DES MATIÈRES

		Page
INTRODUCTION	1	1
CHAPITRE 1 CONTEXTE DE RECHERCHE ET REVUE DE LITTÉRATURE	5	5
1.1 Objectif de recherche	5	5
1.1.1 Limites de recherche	6	6
1.2 Cessna Citation X	7	7
1.3 Revue de littérature	8	8
1.3.1 Surveillance des performances de l'avion	8	8
CHAPITRE 2 CRÉATION DES MODÈLES INITIAUX DE PERFORMANCE	11	11
2.1 Modèle de performance aéro-propulsif.....	11	11
2.1.1 Tables de recherche.....	12	12
2.1.2 Modèle aérodynamique.....	13	13
2.1.3 Modèle propulsif.....	17	17
2.2 Données de départ.....	19	19
2.2.1 Coefficient de portance	20	20
2.2.2 Vitesse de rotation du moteur corrigée	21	21
2.2.3 Débit de carburant corrigé	22	22
2.3 Méthodes d'interpolation pour des tables de recherche initiales du modèle aéro-propulsif	24	24
2.3.1 Interpolation polynomiale.....	25	25
2.3.2 Spline à plaques minces	30	30
2.3.3 Réseaux de neurones.....	33	33
2.4 Conclusion	42	42
CHAPITRE 3 ADAPTATION LOCALE DE MODÈLES DE PERFORMANCE	45	45
3.1 Données de vol.....	45	45
3.1.1 Traitement des données de vol.....	47	47
3.2 Méthodologie générale.....	48	48
3.2.1 Situations d'adaptation.....	49	49
3.2.1.1 Adaptation de la table de recherche d'aérodynamique seulement	49	49
3.2.1.2 Adaptation de la table de recherche propulsive seulement.....	49	49
3.2.1.3 Adaptation des deux tables de recherche en tout temps	50	50
3.2.1.4 Adaptation de la plus grande erreur relative	50	50
3.2.1.5 Adaptation pour les données ayant des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2%.....	50	50
3.2.1.6 Méthode SRM.....	50	50
3.2.2 Algorithme mathématique	55	55
3.2.2.1 Aire d'adaptation	61	61
3.2.3 Validation de l'adaptation.....	64	64

3.3	Résultats et discussion	66
3.4	Conclusions.....	75
CHAPITRE 4 ADAPTATION GLOBALE.....		77
4.1	Méthodes d'interpolation des tables de recherche initiales	77
4.1.1	Interpolation polynomiale.....	79
4.1.2	Thin-plate spline	80
4.1.3	Réseaux de neurones.....	80
4.2	Résultats et discussion	81
4.3	Conclusions.....	105
CHAPITRE 5 RÉSULTATS ET DISCUSSION.....		109
5.1	Impact des paramètres d'adaptation sur le modèle de performance aéro-propulsif ..	109
5.1.1	Aire d'adaptation	110
5.1.2	Taille de la grille	116
5.1.3	Biais initial	122
5.2	Résultats et discussions.....	133
5.2.1	Validation du modèle aéro-propulsif en vol de croisière.....	133
5.3	Conclusions.....	144
CONCLUSION		145
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....		147

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1 Paramètres d'un avion d'affaires Cessna Citation X.....	7
Tableau 2.1 Comparaison des surfaces d'interpolation pour le modèle aérodynamique.....	26
Tableau 2.2 Comparaison des surfaces d'interpolation pour le modèle propulsif	28
Tableau 2.3 Comparaison des erreurs relatives moyennes obtenues par trois méthodes utilisées pour créer les TDR pour chacun des modèles	42
Tableau 3.1 Comparaison des erreurs relatives moyennes et temps de calcul pour les différentes situations d'adaptation locale	73
Tableau 3.2 Comparaison des erreurs relatives moyennes et temps de calcul pour les différentes situations d'adaptation locale	75
Tableau 4.1 Tables de recherche du modèle de performance aérodynamique suite à l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de l'interpolation polynomiale.....	82
Tableau 4.2 Tables de recherche du modèle de performance propulsive après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de l'interpolation polynomiale.....	85
Tableau 4.3 Tables de recherche du modèle de performance aérodynamique après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de splines à plaques minces	89
Tableau 4.4 Tables de recherche du modèle de performance propulsive après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de splines à plaques minces	92
Tableau 4.5 Tables de recherche du modèle de performance aérodynamique après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de réseaux de neurones	96
Tableau 4.6 Tables de recherche du modèle de performance propulsive après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de réseaux de neurones	99
Tableau 4.7 Moyenne d'erreur relative pour le modèle de performance aéro- propulsif suite à l'adaptation globale des tables de recherche avec interpolation polynomiale pour les situations 1 à 6	102

Tableau 4.8	Moyenne d'erreur relative pour le modèle de performance aéro-propulsif suite à l'adaptation globale des tables de recherche avec des splines à plaque mince pour les situations 1 à 6102
Tableau 4.9	Moyenne d'erreur relative pour le modèle de performance aéro-propulsif suite à l'adaptation globale des tables de recherche avec réseaux de neurones pour les situations 1 à 6103
Tableau 5.1	Comparaison des erreurs relatives moyennes obtenues par trois méthodes utilisées pour créer les TDR pour chacun des modèles135
Tableau 5.2	Paramètres pour les tests de validation de l'algorithme.....136
Tableau 5.3	Erreur relative moyenne des modèles de performance pour les situations 3 à 6 dans le cas d'une estimation par interpolation polynomiale.....138
Tableau 5.4	Erreur relative moyenne obtenue par les modèles de performance pour les situations 3 à 6 dans le cas d'une estimation par splines à plaques minces140
Tableau 5.5	Erreur relative moyenne pour les modèles de performance pour les situations 3 à 6 dans le cas d'une estimation par réseaux de neurones142

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Simulateur de vol pour la recherche d'un Cessna Citation X8
Figure 2.1	Bilan des forces simplifié d'un avion en vol de croisière.....14
Figure 2.2	Relation entre le coefficient de trainée et le coefficient de portance15
Figure 2.3	Relation entre la force de poussée et la vitesse de rotation de la soufflante.....16
Figure 2.4	Données initiales du FCOM pour le modèle aérodynamique (CLs vs. $Mach$ vs. $N1\theta$)23
Figure 2.5	Données initiales du FCOM pour le modèle propulsif ($N1\theta$ vs. $Mach$ vs. $Wf\delta\theta$)23
Figure 2.6	Table de recherche aérodynamique initiale obtenue par la méthode de la spline à plaque mince.....32
Figure 2.7	Table de recherche propulsive initiale obtenue par la méthode de la spline à plaque mince.....33
Figure 2.8	Schéma de la structure générale des réseaux de neurones pour les deux modèles de performance : a) et b).....34
Figure 2.9	Évolution de l'erreur relative moyenne des modèles de performance initiaux en fonction du nombre de neurones dans la couche cachée36
Figure 2.10	Modèle initial de performance aérodynamique avec 4 nœuds pour la couche cachée37
Figure 2.11	Modèle initial de performance aérodynamique avec 8 nœuds pour la couche cachée38
Figure 2.12	Modèle initial de performance aérodynamique avec 12 nœuds pour la couche cachée38
Figure 2.13	Modèle initial de performance propulsive avec 2 nœuds pour la couche cachée.....39
Figure 2.14	Modèle initial de performance propulsive avec 8 nœuds pour la couche cachée.....39

Figure 2.15	Modèle initial de performance propulsive avec 12 nœuds pour la couche cachée	40
Figure 2.16	Table de recherche pour le modèle aérodynamique obtenu par les réseaux de neurones	41
Figure 2.17	Table de recherche pour le modèle propulsif obtenu par les réseaux de neurones	41
Figure 3.1	Données du simulateur comparées aux résultats du modèle de performance aérodynamique initial	46
Figure 3.2	Données du simulateur comparées aux résultats du modèle de performance propulsif initial.....	46
Figure 3.3	Exemple d'adaptation locale pour le modèle aérodynamique.....	48
Figure 3.4	Modèle déterministe pour la provenance de la dégradation de performance (Airbus).....	52
Figure 3.5	Nouveau modèle déterministe pour la provenance de la dégradation de performance	54
Figure 3.6	Échantillon de la table de recherche de performance aérodynamique avec une donnée en entrée et les distances servant au calcul de la valeur en Z des nœuds.....	58
Figure 3.7	Valeurs des gains conservatifs et adaptatifs en fonction de leur distance du nœud et du coefficient de confiance : a) $\delta = 0.1$; b) $\delta = 0.3$; c) $\delta = 0.5$; d) $\delta = 0.7$;.....	60
Figure 3.8	Échantillon de la table de recherche de performance aérodynamique avec une donnée en entrée et deux différentes aires d'adaptation locales	61
Figure 3.9	Échantillon de la table de recherche de performance aérodynamique avec une donnée en entrée pour une aire d'adaptation pour une valeur de $N_{noeuds} = 2$	63
Figure 3.10	Échantillon de table de recherche pour un processus d'adaptation locale avec une donnée du simulateur en entrée dans le cas que celle-ci se retrouve à une extrémité de la table de recherche.....	64
Figure 3.11	Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 1).....	67

Figure 3.12	Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 2).....	68
Figure 3.13	Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 3).....	69
Figure 3.14	Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 4).....	70
Figure 3.15	Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 5).....	71
Figure 3.16	Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 6).....	72
Figure 4.1	Schéma de la structure générale des réseaux de neurones pour les deux modèles de performance (adaptation globale) : a) et b).....	80
Figure 4.2	Table de recherche représentant le modèle de performance aérodynamique après une adaptation globale utilisant l'interpolation polynomiale et est adapté selon la situation 4.....	106
Figure 4.3	Table de recherche représentant le modèle de performance propulsive après une adaptation globale utilisant l'interpolation polynomiale et est adapté selon la situation 4.....	106
Figure 4.4	Table de recherche représentant le modèle de performance aérodynamique après une adaptation globale utilisant l'interpolation polynomiale et est adapté selon la situation 5.....	107
Figure 4.5	Table de recherche représentant le modèle de performance propulsive après une adaptation globale utilisant l'interpolation polynomiale et est adapté selon la situation 5.....	108
Figure 5.1	Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale	111
Figure 5.2	Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenue par la méthode d'interpolation par splines à plaques minces.....	112

Figure 5.3	Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenue par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones.....	112
Figure 5.4	Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation du modèle propulsif pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenues par la méthode d'interpolation polynomiale	114
Figure 5.5	Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation du modèle propulsif pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenues par la méthode de splines à plaques minces.....	114
Figure 5.6	Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation du modèle propulsif pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenues par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones	115
Figure 5.7	Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale.....	117
Figure 5.8	Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale	118
Figure 5.9	Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance combiné obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale	118
Figure 5.10	Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation par splines à plaques minces	119
Figure 5.11	Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode d'interpolation par splines à plaques minces	119
Figure 5.12	Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance combiné pour la méthode d'interpolation par splines à plaques minces	120
Figure 5.13	Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode de réseaux de neurones.....	121

Figure 5.14	Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode de réseaux de neurones	121
Figure 5.15	Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance combiné obtenue par la méthode de réseaux de neurones	122
Figure 5.16	Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale.....	124
Figure 5.17	Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale.....	125
Figure 5.18	Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance combiné obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale.....	126
Figure 5.19	Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation par spline à plaques minces.....	127
Figure 5.20	Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance propulsive obtenue par la méthode d'interpolation par spline à plaques minces.....	128
Figure 5.21	Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance combiné obtenue par la méthode d'interpolation par spline à plaques minces.....	129
Figure 5.22	Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones	130
Figure 5.23	Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones	131
Figure 5.24	Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance combiné obtenue par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones	132
Figure 5.25	Données d'entrée de validation pour le modèle de performance aérodynamique.....	134

Figure 5.26	Données d'entrée de validation pour le modèle de performance propulsif135
Figure 5.27	Table de recherche du modèle aérodynamique après l'application de l'algorithme d'adaptation (interpolation polynomiale, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 1%)139
Figure 5.28	Table de recherche du modèle propulsive après l'application de l'algorithme d'adaptation (interpolation polynomiale, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 2%)139
Figure 5.29	Table de recherche du modèle aérodynamique après l'application de l'algorithme d'adaptation (interpolation par spline à plaques minces, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 1%).....141
Figure 5.30	Table de recherche du modèle propulsive après l'application de l'algorithme d'adaptation (interpolation par spline à plaques minces, situation 5 : adaptation des les erreurs au-dessus de 2%)141
Figure 5.31	Table de recherche du modèle aérodynamique après l'application de l'algorithme d'adaptation (estimation par réseaux de neurones, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 1%).....143
Figure 5.32	Table de recherche du modèle propulsive après l'application de l'algorithme d'adaptation (estimation par réseaux de neurones, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 2%).....143

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

ACI	Airports Council International
ANFIS	<i>Adaptive Network-Based Fuzzy Inference System</i>
ANN	<i>Artificial Neural Network</i>
ATAG	Air Transport Action Group
CAE	Canadien Aviation Electronics
CART	<i>Classification and regression tool</i>
DFE	<i>Degrees of freedom in the error</i>
ESDU	Engineering Sciences Data Unit
EN	<i>Elastic Net</i>
FAA	Federal Aviation Administration
FCOM	Flight crew operating manual
FF	<i>Fuel Flow</i>
GIEC	Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat
IATA	International Air Transport Association
ICAO	International Civil Aviation Organization
IPCC	Intergovernmental Panel on Climate Change
ISA	International Standard Atmosphere
LARCASE	Laboratoire de recherche en commande active, avionique et aéroserveoélasticité
MRA	<i>Multiple Regression Analysis</i>
PIB	Produit intérieur brut
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
RMSE	<i>Root mean square error</i>
RPM	Rotations par minute
RVM	<i>Relevance Vector Machine</i>
SAF	Sustainable aviation fuel
SQP	<i>Sequential Quadratic Optimization</i>
SRM	Specific range method

SSE	<i>Sum of Square Error</i>
TDR	Table de recherche
USD	United Stated Dollars

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

$Mach$	Nombre de Mach
CO_2	Dioxyde de carbone
SO_x	Oxydes de sulfure
NO_x	Oxydes d'azote
$NBIC$	Critère d'information normalisée de Bayesian
D	Force de traînée
F_N	Force de poussée
CL_s	Coefficient de portance
CD_s	Coefficient de traînée
S	Surface alaire
N_1	Vitesse de rotation du moteur
θ	Ratio de température
δ	Rapport de pressions
Q	Débit de carburant
$KTAS$	Vitesse vraie
W_F	Débit de carburant
ρ	Densité de l'air ambiant
V	Vitesse vraie de l'avion
W	Poids de l'avion
M_{avion}	Masse de l'avion
g	Constante gravitationnelle
$W_{F,corr}$	Débit de carburant corrigé

z_{data}	Donnée sur l'axe des z
$N_{1,corr}$	Vitesse de rotation corrigée du moteur
\hat{y}_i	Valeur prédite
y_i	Valeur vraie
w_i	Poids attribué à une donnée pour l'interpolation polynomiale
n	Nombre de données
p	Paramètre de lissage
f	Fonction de plaque mince
$E(f)$	Mesure de l'erreur de la fonction de plaque mince f
$R(f)$	Rugosité de surface
\mathbb{R}^2	Domaine réel de deux dimensions
$x(:,j)$	Coordonnées des données dans le plan des abscisses et ordonnées
$y(:,j)$	Valeur des coordonnées $x(:,j)$
D_1	Dérivée partielle en fonction de la direction 1
D_2	Dérivée partielle en fonction de la direction 2
SR	Portée spécifique
a_0	Vitesse du son au niveau de la mer
SFC	Consommation de carburant spécifique
T	Température de l'air statique à l'altitude de vol
T_0	Température de l'air statique au niveau de la mer
m	Masse
FF	Consommation d'essence par heure (fuel flow)
CG	Centre de gravité
EPR	Ratio de pression des moteurs

TAT	Température de l'air totale
μ	Moyenne de l'ensemble de données
σ	Déviation standard des erreurs relatives
z	Niveau de confiance pour un intervalle de confiance de 95%
$\lambda_{x,i}$	Coefficient de confiance pour un nœud donné
x_i	Nœuds sur l'axe des x
y_j	Nœud sur l'axe des y
x	Valeur en x d'une donnée du simulateur
y	Valeur en y d'une donnée du simulateur
$\theta_{i,j}$	Nœud situé en i, j
$d_{i,j}$	Distance Euclidienne
$f(\theta_{i,j})$	Valeur en z d'un nœud situé en i, j
$\delta_{i,j}$	Distance Euclidienne normalisée
k_c	Gain conservatif
k_a	Gain adaptatif
t	Temps
$S_{adaptée}$	Surface adaptée
N_{noeuds}	Nombre de nœuds

INTRODUCTION

Le transport aérien est devenu aujourd'hui une partie intégrante de notre vie. Servant à des fins commerciales, d'affaires ou de loisirs, l'aviation civile est un des piliers de la prospérité économique et de la connectivité mondiale. L'ATAG (*Air Transport Action Group*) rapporte qu'en 2019, 4.3 milliards de passagers ont été à bord d'un avion d'une compagnie aérienne (ATAG, 2019). Ce secteur économique a donc près de 87.7 millions d'emplois qui sont créées à travers le monde, dont 11 millions de personnes travaillent uniquement dans l'industrie de l'aviation. Ceci représente un apport énorme au produit intérieur brut (PIB) mondial, soit 3.6% selon un rapport publié en 2019 sur les bénéfices de l'aviation (ACI, 2019).

Cependant, le secteur de l'aviation commerciale n'a jamais connu d'aussi grands défis que ceux vécus pendant ces deux années de pandémie (2019-2021). Avec les restrictions aux frontières de nombreux pays et des nouveaux règlements de voyage imposés, l'OACI a rapporté une réduction de 60% des passagers en 2020 par rapport à 2019 (Toru Hasegawa, 2021). Cette réduction de passagers en une seule année est énorme, considérant qu'elle est bien pire que tous les événements connus auparavant par l'industrie, tel que la crise économique de 2008. Économiquement, cette crise mondiale a coûté 371 milliards USD aux compagnies aériennes en 2020, mais on constate une légère amélioration en 2021.

Maintenant que le monde se remet tranquillement sur ses pieds, l'industrie aéronautique connaît à nouveau une hausse du trafic aérien. Dans un rapport publié par l'OACI en octobre 2021, on démontre que la capacité en nombre de sièges mondialement était de 40% plus basse en 2021 par rapport à 2019, alors qu'elle était 50% plus basse en 2020 par rapport à 2019 (Toru Hasegawa, 2021). Alors que ces données sont encourageantes pour le futur, cela réouvre aussi la discussion sur un sujet qui préoccupe la population depuis plusieurs années : l'impact climatique de l'industrie de l'aviation.

Un rapport de l'OACI démontre qu'on s'attend à un développement important du trafic aérien d'ici les prochaines décennies. En effet, l'augmentation du commerce mondial, l'importance

du secteur touristique ainsi que l'augmentation de la population poussent les chercheurs à croire qu'il y aura 3.3 fois plus de vols en 2045 comparativement à 2015 (ICAO, 2019). Cela étant dit, on connaît depuis longtemps l'impact que l'industrie de l'aviation peut avoir sur l'environnement. Depuis la publication du rapport du Groupe d'experts Intergouvernemental sur l'Évolution du Climat (GIEC) en 1999, les effets nocifs sont clairs : apport de CO_2 dans l'atmosphère causant un réchauffement climatique, émissions de NO_x et de SO_x affaiblissant la couche d'ozone, etc. L'ATAG estime qu'en 2019, 915 millions de tonnes de CO_2 ont été libérées dans l'atmosphère dû à l'aviation, ce qui représente 2% de la production de totale de ce gaz à effet de serre mondialement (ATAG, 2019). C'est plus que le pire scénario prévu dans le rapport du GIEC en 1999, qui prédisait de 500 à 600 millions de tonnes par année pendant la même période (IPCC, 1999).

Pour contrer à ce problème, en 2015, ce sont 195 pays à travers le monde qui ont signé l'accord de Paris, suggérant qu'il faut garder l'augmentation de la température moyenne de la Terre en dessous de 1.5°C de plus que le niveau préindustriel. Pour s'y faire, tous les secteurs d'activité doivent y prendre part et s'engager à atteindre l'objectif de carboneutralité. L'ATAG annonce en octobre 2021 l'adoption d'un objectif de carboneutralité dans l'industrie qui doit être atteint d'ici 2050 (ATAG, 2021). Pour s'y faire, plusieurs stratégies sont proposées :

- Permettre la production et l'accès à des carburants durables (SAF, de l'anglais *Sustainable Aviation Fuel*)
- Investir dans les technologies permettant de soustraire les émissions en carbone de l'atmosphère, pour l'instant encore très coûteuses.
- Introduire dans le monde de l'aviation des nouvelles technologies tels que des avions électriques ou des moteurs fonctionnant à l'hydrogène, qui sont déjà à un stade avancé de recherche.
- Améliorer des technologies déjà existantes ce qui permettrait des économies en carburant et réductions des gaz à effet de serre.

Plusieurs scénarios sont présentés sur les contributions de ces quatre stratégies à la réduction de CO_2 dans l'atmosphère, mais un scénario réaliste propose les pourcentages suivants : 65% de CO_2 sera réduit à travers l'utilisation de carburant durable, 19% de CO_2 sera réduit grâce à l'absorption de carbone dans l'atmosphère, 13% de CO_2 à l'aide de nouvelles technologies aéronautiques et le dernier 3% de CO_2 sera dû à la contribution des améliorations de technologies déjà existantes. Le présent mémoire de maîtrise se concentre sur cette dernière stratégie (IATA, 2021).

L'amélioration de l'efficacité de carburant dans le monde de l'aviation est pour l'instant gérée par une entente réalisée en 2009 par le conseil d'administration du IATA. Celle-ci stipule qu'il devrait y avoir une amélioration de l'efficacité en carburant de 1.5% annuellement entre 2010 et 2020. Cette entente a été suivie une année après par un consensus fait par le OACI de viser une amélioration de 2% annuellement entre 2021 et 2050 (Cho, Li, & Bardell, 2020). Beaucoup d'avancées ont été faites dans ce domaine, soit à travers l'amélioration de performance propulsive (système d'aéronefs apportant le maximum d'amélioration à l'efficacité énergétique), la réduction de la traînée avec des améliorations de l'aérodynamique de l'aéronef ou l'introduction de nouveaux matériaux et de technologies de production, résultant en une diminution nette du poids de l'avion.

Dans ce mémoire, on propose un modèle représentant la performance aérodynamique et propulsive d'un aéronef de type Cessna Citation X. Ce modèle a plusieurs bénéfices dans le monde de l'aviation, autant économiques qu'environnementaux et sécuritaires. En effet, il est estimé qu'un avion peut augmenter sa consommation de carburant d'environ 2% à chaque 5 ans (Airbus, 2001). Cette statistique devient de moins en moins certaine avec le temps, ce qui fait en sorte que les équipages tendent à surévaluer la quantité de carburant requise à chaque vol, faute d'obtenir un portrait précis de la performance actuelle de l'avion. Cette surévaluation cause d'importantes pertes économiques pour les compagnies aériennes, qui disposent environ d'un quart de leur budget annuel pour le carburant. Cette surévaluation comporte également des enjeux environnementaux, puisqu'une utilisation accrue de carburant est synonyme d'augmentation de gaz à effet de serre dans l'atmosphère.

Le présent mémoire est divisé en cinq grandes parties. La première partie traite de l'objectif de recherche et la revue de littérature. On y retrouve une description des cibles, des hypothèses ainsi que les limitations de recherche. La revue de littérature est également comprise dans ce chapitre, incluant une description des connaissances à ce jour en surveillance de performance d'aéronefs. Les trois parties suivantes font partie de la méthodologie générale qui a mené au modèle final de performance aéro-propulsive. On retrouve tout d'abord le chapitre sur la conception du modèle initial de performance et des techniques utilisées. Le chapitre 3 traite de l'adaptation locale du modèle de performance aéro-propulsif. Le chapitre 4 décrit finalement l'adaptation globale et les techniques utilisées pour y arriver. Le chapitre 5 traite les résultats et leurs analyses durant cette recherche. On y retrouve également la discussion et les recommandations qui font suite aux travaux faits au courant de cette maîtrise.

Il est à mentionner que ce mémoire de maîtrise en recherche est réalisé au Laboratoire de recherche en commande active, avionique et aéro-servoélasticité (LARCASE).

CHAPITRE 1

CONTEXTE DE RECHERCHE ET REVUE DE LITTÉRATURE

Ce premier chapitre vise à définir l'objectif de recherche ainsi que les sous-questions qui en découlent. On y pose également les principales hypothèses de recherche qu'on tentera de valider ou d'invalidier tout au long de la recherche. De plus, une revue de littérature approfondie sera effectuée dans laquelle on explore différentes méthodes d'estimation ainsi que de *monitoring* des performances de l'avion. Certains concepts et méthodes seront également définis.

1.1 Objectif de recherche

L'objectif de cette recherche est de développer un modèle de performance aéro-propulsive, qui a pour but de prédire avec précision la performance aérodynamique et celle propulsive en fonction des conditions de vol. Cela permet d'identifier la provenance d'une détérioration au niveau de la consommation en carburant, que ce soit de conception aérodynamique de l'aéronef ou des moteurs. L'importance de cette détérioration réside autant dans l'aspect environnemental que dans ceux économiques et sécuritaires.

Tout d'abord, il a été discuté dans l'introduction de ce mémoire l'importance de la réduction des gaz à effet de serre dans l'atmosphère pour l'industrie aéronautique. Le fait est que cette réduction doit se réaliser en partie par l'amélioration de l'efficacité des aéronefs en termes d'utilisation de carburant, et plus particulièrement par l'amélioration des technologies déjà existantes. Suite à l'introduction du Flight Management System (FMS) en 1978 par Honeywell dans un Boeing, il est devenu plus facile pour un aéronef de poursuivre sa trajectoire optimale pour un vol donné (Miller, 2009). En effet, le FMS est un logiciel à bord d'un avion qui permet de créer une trajectoire de vol optimale en fonction des commandes en entrées, tels que des points de départ et d'arrivée. Cette trajectoire de vol se base sur un grand nombre de données, mais parmi ceux-ci se retrouvent celles des calculs de la performance de l'avion. Cette

performance, loin d'être facilement calculée, devient de plus en plus difficile à prévoir suite aux heures de vol accumulés. En effet, suite à la détérioration de la structure aérodynamique, la traînée d'un avion est estimée d'avoir une augmentation considérable, résultant en une augmentation de 2% de la quantité de carburant nécessaire à chaque cinq ans (Airbus, 2001). La consommation de carburant des compagnies aériennes est un enjeu majeur sur plusieurs aspects. En effet, en 2019, la consommation en carburant représentait 23.7% du budget total dépensé sur le coût d'opération des flottes (IATA, 2019). Ce chiffre est 4.7% de plus que celui de l'année précédente, et il est intéressant de constater que ce pourcentage est à la hausse depuis que les compagnies aériennes ne profitent plus du bas prix de carburant (IATA, 2019). Cela étant dit, avoir un modèle de performance distinguant l'impact de la structure aérodynamique de celle des moteurs permet de réagir plus rapidement et précisément à une détérioration de sa performance en faisant des réparations et inspection autre que la maintenance préventive. Ainsi, le potentiel d'économies en essence augmente.

1.1.1 Limites de recherche

Tel que spécifié dans le titre du mémoire, cette recherche se concentre sur le vol de croisière. Même si la montée et l'atterrissage font partie intégrante d'une analyse de performance d'un vol complet, ceci doit être explorée dans une recherche faisant suite à celle-ci. Les limites de vol d'un vol en croisière sont expliquées plus précisément dans le CHAPITRE 2. Il est également important de mentionner que les résultats de cette recherche proviennent d'une application sur un avion Cessna Citation X. L'étude n'a pas été étendue et généralisée à d'autres types d'avion (car on aurait besoin des données de vol d'autres avions) et donc l'étude présente se limite à l'enveloppe de vol d'un Cessna Citation X. Ceci implique également que l'étude a lieu en vol subsonique, avec un nombre de Mach allant jusqu'à un maximum de 0.8. Les régimes de vol transsonique, supersoniques et hypersoniques ne sont pas explorés.

1.2 Cessna Citation X

L'avion duquel traite cette maîtrise est Cessna Citation X, ou le modèle 750, de la compagnie Cessna. C'est un avion d'affaires de taille moyenne. Celui-ci a volé pour la première fois le 21 décembre 1993, avant de recevoir sa certification et sa première livraison en 1996 (Jackson, 2005). Le but de ce nouveau modèle de la famille Citation était d'ajouter des améliorations, tels qu'une vitesse de croisière plus grande et une cale à bagages pressurisée, entre autres. Muni de moteurs Rolls-Royce, le Cessna Citation X était jusqu'à récemment l'avion civil le plus rapide au monde, certifié par le FAA à un Mach de 0.935 (Jackson, 2005). Sa production a été arrêtée en 2018. Le Tableau 1.1 indique quelques spécifications techniques de l'avion (Cessna, 2013) :

Tableau 1.1 Paramètres d'un avion d'affaires Cessna Citation X

Caractéristiques de l'avion	Donnée
Hauteur totale	5.85 m
Largeur totale (envergure)	21.1 m
Longueur totale	22.43 m
Aire de l'aile	48.9 m ²
Flèche	37 degrés
Poids sans carburant	11068 kg
Poids maximal au décollage	16602 kg
Altitude maximale	15545 m
Performance en montée	23 min pour 13716 m
Limite de vitesse (V_{MO} de 0 à 2438 m d'altitude)	500 km/hr
Limite de vitesse (V_{MO} de 2438 à 9342 m d'altitude)	649 km/hr
Limite de vitesse (V_{MO} de 2438 à 9342 m d'altitude)	Mach 0.935
Moteurs (2)	Rolls-Royce AE3007C2
Force de poussée maximale	30.09 kN

Il est à noter que toutes les données au Tableau 1.1 sont fournies dans un système ISA (International Standard Atmosphere) dans l'absence de vent.



Figure 1.1 Simulateur de vol pour la recherche d'un Cessna Citation X

Pour la réalisation de la thèse maîtrise, un simulateur de vol pour la recherche de CAE a été utilisé. Les vols du Cessna Citation X sont donc réalisés à partir de ce simulateur, certifié par la FAA au niveau de fidélité 4, qui veut dire un simulateur permettant l'apprentissage de base des contrôles d'un cockpit et y voir les performances de l'avion. Toutes les données de tests et de validation sont fournies par ce simulateur, qui est programmé et validé à l'aide de vraies données de vol fournies par Cessna Textron Inc.

1.3 Revue de littérature

Cette sous-section présente des travaux passés réalisés sur le *monitoring* de performance d'avion.

1.3.1 Surveillance des performances de l'avion

En 2019, Zhixiong Li et *al.* présentent une technique pour prédire la performance de moteurs d'avions en utilisant l'apprentissage d'ensemble (Li, Goebel, & Wu, 2019). C'est une méthode

d'apprentissage machine qui utilise une combinaison de différentes techniques existantes d'apprentissage et y attribue des différents poids à chacune de ces techniques. À l'aide de cette combinaison, on détermine le restant de la vie utile d'un moteur d'avion. Les techniques d'apprentissage utilisées sont :

- Forêt d'arbres décisionnels ;
- CART (*classification and regression tree*) ;
- Réseaux de neurones récurrents ;
- Modèle autoregressif ;
- ANFIS (*adaptive network-based fuzzy inference system*) ;
- RVM (*Relevance vector machine*) ;
- EN (*elastic net*);

Les méthodes utilisées pour déterminer quel poids attribuer à quelle méthode d'apprentissage sont les suivantes :

- PSO (*particle swarm optimization*);
- SQP (*sequential quadratic optimization*);

Les résultats obtenus dans cette recherche sont l'apprentissage par ensemble qui a produit de meilleurs résultats que chaque méthode d'apprentissage individuellement et qui a prédit la performance de moteurs d'avions avec beaucoup de fidélité.

En 2015, S. Kiakooroji et K. Khorasani ont produit un modèle de diagnostic de moteurs d'avion en utilisant des réseaux de neurones dynamiques (Kiakojoori & Khorasani, 2015). On parle dans cet article de *nonlinear autoregressive with exogenous input neural network* et des réseaux de neurones d'Elman. On a essayé dans cet article d'y prédire deux composantes des moteurs d'avion qui dégradent le plus fréquemment, soit l'érosion de la turbine et l'encrassement du compresseur. Suite aux analyses effectuées à travers cette recherche, on a déterminé que le meilleur modèle pour prédire la dégradation de composantes de moteurs a été

celui des réseaux de neurones d'Elman, basé sur le critère d'information normalisée de Bayesian. Ce critère est défini comme suit (Kiakojoori & Khorasani, 2015) :

$$NBIC = \ln(\sigma^2) + k \frac{\ln(n)}{n} \quad (1.1)$$

Où σ^2 est la variance de l'erreur de prédiction, k est le nombre total de paramètres utilisé dans le réseau de neurones et n le nombre d'observations utilisées pour faire les prédictions.

En 2015, Amrutha K. N., Bharath Y. K. et Jayanthi J. ont rédigé un article utilisant la quantité de carburant consommée en vol comme mesure de performance et ont prédit ce paramètre en utilisant des différentes méthodes (Amrutha, Bharath, & Jayanthi, 2019). Dans cet article, on y utilise les méthodes d'analyse de régression multiple (MRA, *multiple regression analysis*), de réseaux de neurones artificiels (ANN, *artificial neural network*) et aussi du regroupement de données avec logique floue. On utilise ces modèles d'apprentissage pour prédire le paramètre de débit de carburant, et ainsi pour indiquer aux pilotes qu'il y a un problème avec la performance des moteurs ou avec le capteur de débit. La prédiction est assez robuste pour que le modèle soit capable de détecter ces anomalies.

CHAPITRE 2

CRÉATION DES MODÈLES INITIAUX DE PERFORMANCE

Comme l'indique l'objectif de la recherche, le but est d'obtenir à un modèle de performance capable de prédire les performances aéro-propulsives d'un avion dans des conditions données. La méthodologie générale pour obtenir ce modèle de performance consiste en trois étapes principales :

- Construction du modèle de performance initial ;
- Adaptation du modèle de performance initial pour obtenir le modèle de performance actuel ;
- Obtenir le modèle final prédisant des performances futures.

Ce deuxième chapitre va traiter la première étape, soit la création du modèle initial de performance.

2.1 Modèle de performance aéro-propulsif

Comme l'indique l'objectif de recherche, on cherche à obtenir un modèle capable de faire la distinction entre la performance aérodynamique de celle propulsive. Les avantages d'une telle méthode sont nombreux. Tout d'abord, un avion étant un système complexe, il est profitable de pouvoir attribuer une détérioration de la performance au modèle aérodynamique ou à celui propulsif. En effet, le coût de réparation de dommages à la structure aérodynamique augmente rapidement. Selon une étude publiée par Airbus sur la détérioration aérodynamique, chaque défaut à la surface de l'avion peut entraîner des coûts de centaines, voire de milliers de dollars par avion par année à cause de la traînée supplémentaire. Par exemple, un mauvais réglage des surfaces de contrôle coûte jusqu'à 11000\$US par avion par année (pour les bords de bord d'attaque) et 5000\$US (pour les volets déporteurs). Au-delà des coûts supplémentaires, il y a un aspect environnemental non négligeable. Une inspection aérodynamique peut être faite en

vol, simplement par l'observation (Airbus, 2001). Une surface d'avion mal entretenue comportant de la saleté et de la rugosité coûte environ 60 000\$US de plus qu'une surface en parfaite condition (Airbus, 2001). Pour ce qui est de la performance des moteurs, ceux-ci sont évidemment soumis en tout temps à des conditions d'extrêmes températures, pressions et charges mécaniques. Il est normal qu'au fil du temps une dégradation de la performance propulsive se fasse ressentir. Au niveau de la sécurité, détecter une détérioration de la performance au niveau des moteurs le plus rapidement possible peut indiquer le besoin de leur réparation ou remplacement.

On cherche à traiter les deux modèles indépendamment un de l'autre, il faut donc considérer des variables strictement aérodynamiques et strictement propulsives au travers de ce mémoire.

2.1.1 Tables de recherche

Une manière de présenter un modèle de performance est de le faire à travers de tables de recherche (TDR, *lookup tables*). Cette méthode permet d'interpréter la performance de l'avion sous forme de données discrètes inscrites dans un tableau de N dimensions. Chaque dimension est définie par une variable indépendante et c'est en fonction de celles-ci qu'on est capable d'évaluer la valeur donnée par la table de recherche. Les tables de recherche donnent une vision globale de l'allure de la performance à travers des données discrètes. C'est ce qui est utilisé dans le cadre de cette maîtrise.

Les avantages d'une table de recherche sont nombreux. Tout d'abord, le modèle qu'on cherche à représenter n'a pas besoin d'être issu d'un système linéaire. C'est-à-dire que lorsque le modèle physique n'est pas connu ou est non-linéaire, une bonne manière de le représenter est réalisé à travers des données ponctuelles et interpoler à travers celles-ci pour obtenir l'information recherchée. Cette recherche est un exemple d'un modèle étant difficilement décrit par une équation mathématique. En effet, les performances aérodynamiques et propulsives sont des phénomènes physiques très complexes qui nécessitent de prendre en compte beaucoup de variables. Représenter ces phénomènes à l'aide de données discrètes

devient alors une option intéressante. Un autre avantage est la rapidité de calcul. En effet, il est possible d'obtenir plus rapidement une donnée par interpolation d'une table de recherche qu'en utilisant des équations physiques.

Un désavantage des tables de recherche est leur utilisation de stockage informatique, qui devient exponentiellement plus grand plus qu'on utilise des variables et des points dans les dimensions de ces variables. De plus, beaucoup des informations sont gardées en mémoire et celles-ci ne sont pas garanties d'être utilisées, contrairement à une équation, un algorithme ou autre modèle mathématique. Cependant, dans le cadre de cette maîtrise, seulement deux variables sont utilisées pour les deux modèles de performance, et donc l'utilisation d'une telle méthode n'a pas un grand impact sur le stockage informatique. Le désavantage est alors très faible comparé aux bénéfices apportés.

2.1.2 Modèle aérodynamique

Pour ce premier modèle, on considère un vol en croisière. On cherche à définir sa performance aérodynamique en fonction de variables uniquement aérodynamiques, de manière à possiblement attribuer une diminution de performance à la structure mécanique de l'avion (cellule).

On pose l'hypothèse qu'en vol de croisière, les quatre forces majeures appliquées sur l'avion sont en équilibre, comme le montre la figure suivante :

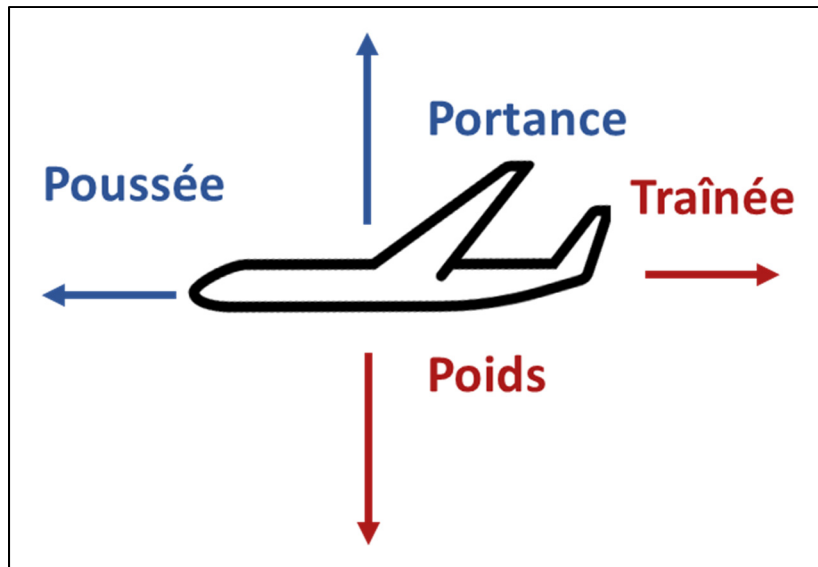


Figure 2.1 Bilan des forces simplifié d'un avion en vol de croisière

Nous avons donc obtenu l'égalité de force de traînée D avec la force de poussée F_N :

$$D = F_N \quad (2.1)$$

Une autre relation importante en aérodynamique est celle entre la traînée et la portance. La figure suivante démontre la variation du coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance (Young, 2017) :

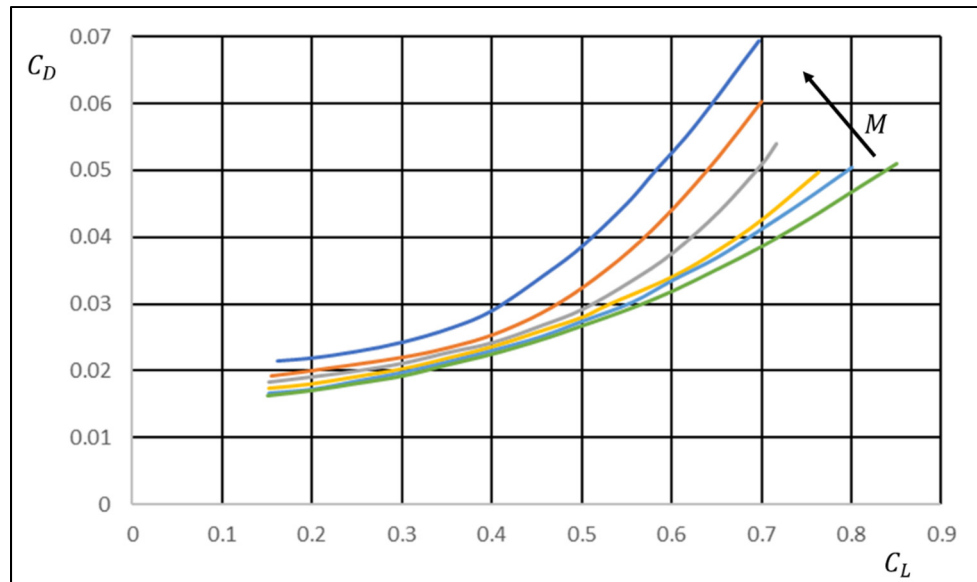


Figure 2.2 Relation entre le coefficient de traînée et le coefficient de portance

Dans ces variations, on remarque le coefficient de traînée a la tendance d'augmenter avec le nombre de Mach et avec la portance. La deuxième observation est que le nombre de Mach joue un rôle important au-delà d'une certaine vitesse. En effet, lorsqu'on sort du domaine incompressible, se retrouvant en bas de 0.6, le nombre de Mach influence grandement le coefficient de traînée. On peut donc établir la relation suivante :

$$C_{L_s} = f(C_{D_s}, M) \quad (2.2)$$

Une troisième relation à prendre en compte traite de la force de poussée en fonction de avec la vitesse de la soufflante N_1 (Young, 2017). La figure suivante démonte la relation :

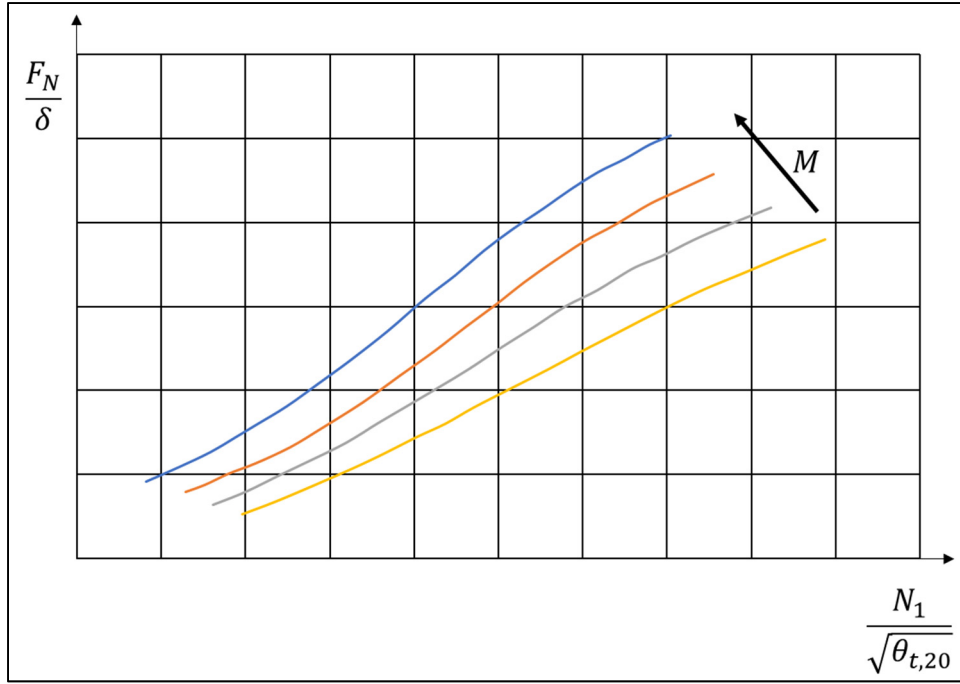


Figure 2.3 Relation entre la force de poussée et la vitesse de rotation de la soufflante

On calcule la force de poussée des moteurs divisée par le rapport de pressions, qui devient une variable adimensionnelle $\left(\frac{F_N}{\delta}\right)$, en fonction de la vitesse de rotation de la soufflante corrigée par la racine du ratio de température $\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}\right)$, et finalement nombre de Mach :

$$\frac{F_N}{\delta} = f\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, M\right) \quad (2.3)$$

Établissons une relation qui nous permet d'évaluer la performance aérodynamique en fonction de variables uniquement aérodynamiques. On peut remanier l'équation (2.2) afin d'obtenir l'expression suivante :

$$CD_s = f(CL_s, M) \quad (2.4)$$

En considérant qu'en vol de croisière, la force de poussée est égale à la force de traînée tel que montré dans l'équation (2.1), l'équation (2.3) prend maintenant la forme suivante :

$$\frac{D}{\delta} = f_1 \left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, M \right) \quad (2.5)$$

On restructure ensuite cette dernière équation.

$$\frac{N_1}{\sqrt{\theta}} = f_2 \left(\frac{D}{\delta}, M \right) \quad (2.6)$$

Il est possible d'insérer l'équation (2.4) à la place du premier terme à droite de la fonction f_2 donné par l'équation (2.6). On obtient la relation finale suivante :

$$\frac{N_1}{\sqrt{\theta}} = f_3 (CL_s, M) \quad (2.7)$$

Cette relation sera la base du modèle aérodynamique et elle servira à évaluer la performance de la structure de l'avion. En effet, on avait établi plus tôt un critère que ce modèle doit avoir des variables uniquement aérodynamiques. En utilisant l'effet du coefficient de portance et du nombre de Mach sur la vitesse de rotation du moteur, on s'assure d'éliminer l'effet de la performance propulsive.

2.1.3 Modèle propulsif

Pour le modèle propulsif, le ESDU propose l'équation suivante (ESDU, 1970) :

$$\frac{W_f}{\delta \sqrt{\theta}} = f_4 \left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, M \right) \quad (2.8)$$

On y met en relation le débit de carburant corrigé ($W_f/(\delta \sqrt{\theta})$) en fonction de la vitesse de la soufflante corrigée et du nombre de Mach. Cette équation ne prend pas en compte plusieurs paramètres de vol, tels que le nombre de Reynolds, l'angle de poussée ou la variation du centre de gravité. Étant en vol de croisière et en ne considérant que des petits segments de vol à la

fois (voir la section 3.1.1 sur le Traitement des données de vol), il n'est pas nécessaire de considérer ces variables et donc la relation montrée par l'équation (2.8) est vraie. On valide également cette relation par le fait qu'on ne considère que des variables uniquement propulsives, soit le débit de carburant et la vitesse de rotation du moteur.

Ce modèle aéro-propulsif permet d'attribuer une dégradation de la performance à un des deux sous-systèmes de l'avion ou aux deux. En effet, lorsqu'il y a une divergence entre le premier et second membre de l'équation (2.7) $\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}} \neq f_3(CL_s, M)\right)$, c'est-à-dire la donnée provenant à partir de paramètres de vol et la donnée prédire par le modèle de performance, on peut conclure deux issues différentes :

- $f_3(CL_s, M)$ est faux. C'est-à-dire le modèle de performance doit être ajusté pour refléter les données de vol.
- $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$ est faux. Ceci veut dire qu'il y a un problème au niveau des moteurs, mais que le modèle aérodynamique est correct. Ceci est à valider en analysant le modèle de performance propulsif, qui est la prochaine étape.

Seul, le modèle de performance aérodynamique ne peut indiquer si l'inégalité entre $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$ et $f_3(CL_s, M)$ provient de quel membre. En analysant l'équation (2.8), on peut alors tirer une conclusion sur la valeur $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$ et ainsi être en mesure de mieux comprendre si l'erreur provient du modèle aérodynamique ou propulsif :

- Si les membres à cause et à droite de l'équation (2.8) sont égaux $\left(\frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}} = f\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, M\right)\right)$, la dégradation ne provient pas de la modélisation propulsive, mais celle aérodynamique, puisque le terme $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$ est vrai dans le modèle propulsif et provient directement d'une donnée de vol. Il est donc possible de conclure que dans le modèle aérodynamique, l'erreur provient du coefficient de portance. La détérioration de la performance de l'avion est causée par ceci.

- Si les membres de gauche et de droite ne concordent pas $\left(\frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}} \neq f\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, M\right)\right)$, on ne peut confirmer l'exactitude du terme $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$, il est possible que la dégradation a lieu au niveau des deux sous-systèmes.

Également, si l'équation du modèle aérodynamique est égale (2.7), mais que celle du modèle propulsif ne l'est pas (2.8), la dégradation provient du modèle propulsif. En effet, le modèle aérodynamique confirme la validé de la mesure de $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$, et puisque cette même valeur est utilisée dans le modèle propulsif, cela indique que l'inégalité est causée par le terme $\frac{Q}{\delta\sqrt{\theta}}$.

2.2 Données de départ

Comme mentionnée précédemment, le modèle initial sert à représenter la performance d'un Cessna Citation X à un état antérieur à celui dans lequel il est présentement. C'est-à-dire qu'on cherche à prouver que l'algorithme est capable d'adapter un ensemble de données de performance pour représenter l'état de performance actuel de l'avion. Le modèle initial peut représenter la dynamique de sous-modèles :

- Un nouvel avion sans usure qu'on suppose qui est parfait;
- Une base de données désuète qu'on cherche à corriger en utilisant l'algorithme.

Dans le cadre de ce mémoire de maîtrise, les données de performance d'un avion Cessna Citation X se trouvant dans un manuel d'opération (FCOM, *Flight Crew Operating Manual*), ces données ont été utilisées pour établir son modèle de performance initial. Ce document est approuvé par le FAA (*Federal Aviation Administration*) et donc les informations obtenues sont fiables et ne sont pas sujet à changement sans avis.

Les données présentées dans le manuel d'opération sont les suivantes (CESSNA, 1996) :

- Altitude (de 10 000 pieds à 45 000 pieds) ;
- Nombre de Mach (0.38 à 0.92) ;
- ΔISA (la température en ΔISA : $-10^\circ C, 0^\circ C, 10^\circ C, 20^\circ C$) ;
- Poids de l'avion (24000 *lbs* à 35 000 *lbs*) ;
- Pourcentage de la vitesse maximale de rotation de la soufflante (57.4% à 91.7%) ;
- Débit de carburant (1120 *lbs/hr* à 3577 *lbs/hr*) ;
- Vitesse vraie en nœuds (*KTAS* : 214 à 526).

On traite ces données de manière à obtenir les informations nécessaires pour créer le modèle aéro-propulsif :

$$\begin{cases} \frac{N_1}{\sqrt{\theta}} = f(CL_s, M) \\ \frac{W_F}{\delta\sqrt{\theta}} = f\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, M\right) \end{cases} \quad (2.9)$$

Les calculs pour obtenir ce modèle aéro-propulsif présenté dans les équations (2.9) sont détaillés dans les sections suivantes.

2.2.1 Coefficient de portance

Le coefficient de portance est le premier paramètre à calculer qui est nécessaire à la création du modèle aéro-propulsif. On définit en aérodynamique le coefficient de portance comme suit :

$$CL_s = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \quad (2.10)$$

où L est la force de portance, ρ est la densité de l'air ambiant, V est la vitesse vraie de l'avion et S est la surface de l'aile de l'avion. Rappelons que la force de portance de l'avion est égale

au poids de l'avion (W) lorsque celui-ci est en vol de croisière. L'équation précédente devient alors :

$$CL_s = \frac{W}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} \quad (2.11)$$

où W est calculé à partir de la masse de l'avion multiplié par la force gravitationnelle ($W = M_{avion}g$). Les deux constantes de l'équation (2.11) sont :

- $S = 48.96 \text{ m}^2$, la surface alaire d'un Cessna Citation X;
- $g = 9.81 \text{ N/kg}$

La densité de l'air ρ doit être calculée en fonction des conditions atmosphériques, soit de la température, la pression et l'altitude à laquelle l'avion se retrouve :

$$\rho = f(\text{alt}, \Delta \text{isa}, \text{le taux de changement de température}, \text{alt}_{\text{troposphère}}) \quad (2.12)$$

Le taux de changement de température en fonction de l'altitude et l'altitude de la troposphère sont des données constantes et leurs valeurs sont les suivantes : 0.0075 Kelvin/mètre et 11 000 mètres. Ces données permettent alors le calcul du coefficient de portance, faisant partie du modèle de performance aérodynamique.

2.2.2 Vitesse de rotation du moteur corrigée

Pour compléter le modèle aérodynamique, on calcule ensuite la vitesse de rotation du moteur corrigée ($N_{1,corr}$). On définit cette variable par la vitesse de rotation absolue divisée par la racine du ratio de pressions. Cette relation provient d'une analyse dimensionnelle. L'avantage d'utiliser $N_{1,corr}$ plutôt que N_1 absolu est qu'on puisse établir une base comparative. C'est-à-

dire qu'on peut comparer la performance de l'avion peu importe les conditions de vol dans lesquelles l'avion se trouve.

2.2.3 Débit de carburant corrigé

De la même manière que pour la vitesse de rotation de la soufflante, le débit de carburant corrigé est établi à partir d'une analyse dimensionnelle (Young, 2017). Sa valeur est calculée en divisant par le ratio de pressions (δ) et la racine carrée du ratio de températures (θ):

$$W_{F,corr} = \frac{W_F}{\delta\sqrt{\theta}} \quad (2.13)$$

L'avantage d'utiliser $W_{F,corr}$ plutôt que W_F est qu'on peut facilement comparer la performance du moteur (dans ce cas-ci, la performance étant le débit de carburant) peu importe les conditions ambiantes. Il est à noter que cette comparaison n'est pas possible en tout temps, le manufacturier doit s'en assurer au préalable. Cela réduit le nombre de variables à prendre en compte et c'est ce qui permet d'avoir une table de recherche qui ne dépend que de $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$ et de M , comme l'indique les équations (2.9).

Après l'obtention de toutes les informations nécessaires pour la construction du modèle de performance, on obtient les graphiques suivants. Ce sont les données initiales du modèle aéro-propulsif et qui représenteront le modèle initial de performance.

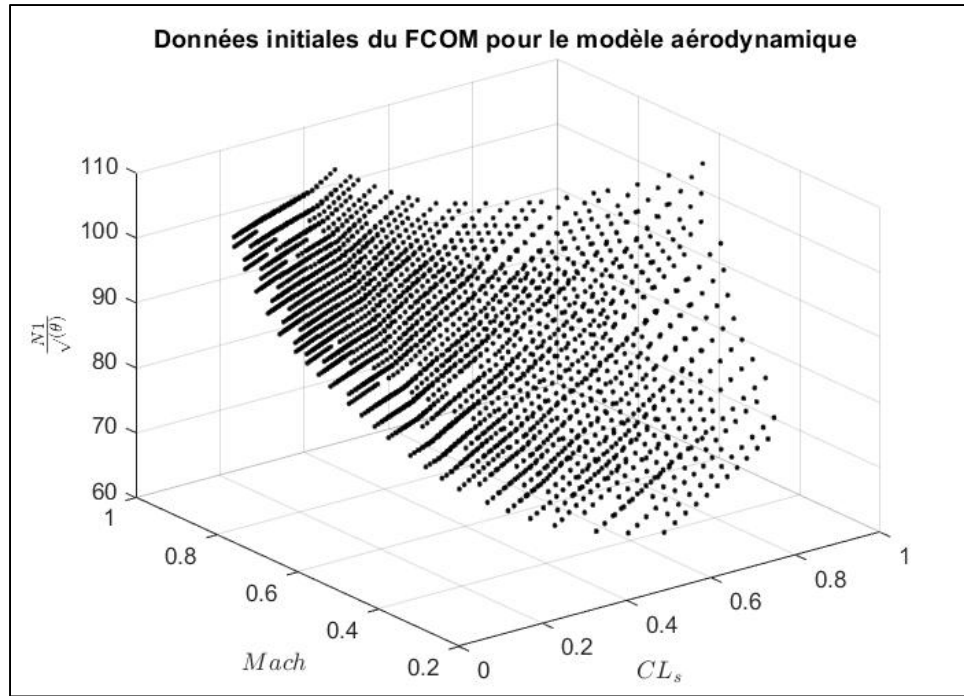


Figure 2.4 Données initiales du FCOM pour le modèle aérodynamique (CL_s vs. $Mach$ vs. $\frac{N1}{\sqrt{\theta}}$)

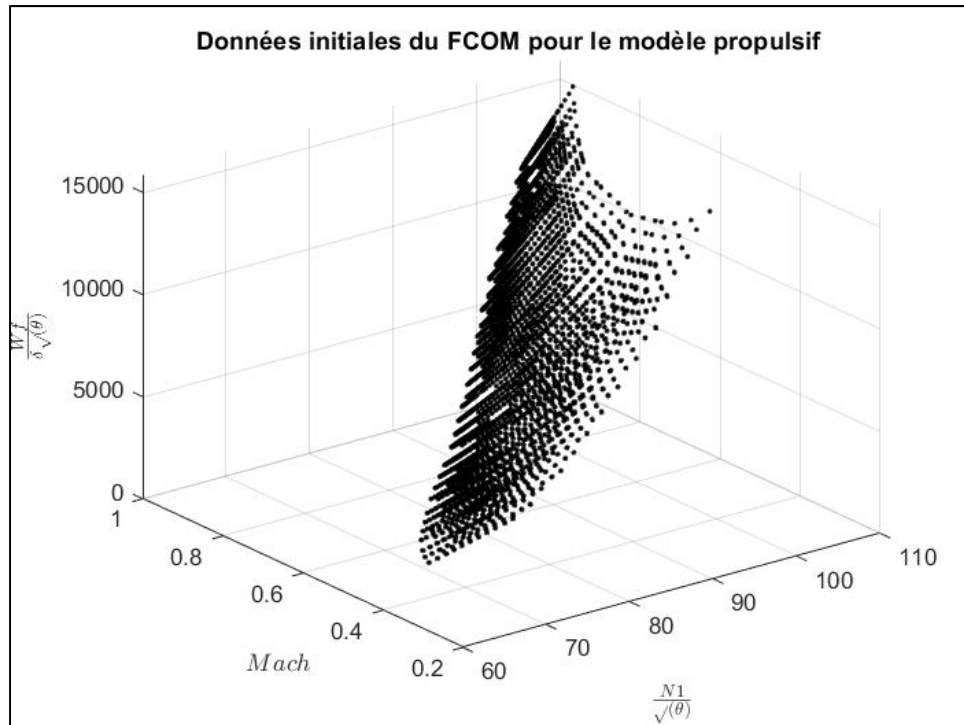


Figure 2.5 Données initiales du FCOM pour le modèle propulsif ($\frac{N1}{\sqrt{\theta}}$ vs. $Mach$ vs. $\frac{W_f}{\delta \sqrt{\theta}}$)

2.3 Méthodes d'interpolation pour des tables de recherche initiales du modèle aéro-propulsif

Pour la création des tables de recherche, on cherche à interpoler les données provenant du FCOM afin d'obtenir une surface qui représente le mieux possible la performance initiale de l'avion. La section suivante explore plusieurs méthodes pour y arriver, soit l'interpolation par surface polynomiale, l'interpolation par le spline à plaque mince (mieux connu comme étant le *thin-plate spline*, en anglais) et les réseaux de neurones. Ces méthodes seront notamment utilisées et comparées pour la création du modèle initial de performance, mais également pour obtenir l'allure finale du modèle de performance actuel aéro-propulsif. C'est le processus d'adaptation globale, qui sera expliqué au Chapitre 4 de ce mémoire de maîtrise.

Comme mentionné précédemment, les données utilisées à la création du modèle de performance initial sont les informations de vol provenant du manuel d'opération du Cessna Citation X. Cependant, un biais absolu a été ajouté aux deux tables de recherche initiales pour les deux modèles, aérodynamique et propulsif. C'est-à-dire que 10 RPM ont été ajoutées à chaque donnée de $N_{1,corr}$ pour le modèle aérodynamique et 1000 *lbs/hr* ont été ajoutées à chaque donnée $W_{F,corr}$ pour le modèle de performance propulsive. Autrement dit, la surface obtenue après interpolation sera augmentée de 10 RPM et 1000 *lbs/hr* unités respectivement. Ce biais ajouté a pour but de simuler une dégradation importante au niveau de la performance de l'avion tout en gardant l'allure générale de la courbe sensiblement la même, ce qui représente le comportement normal d'un avion plus celui-ci accumule des heures de vol.

Les biais de 10 RPM et 1000 *lbs/hr* proviennent du fait qu'on veut simuler une surévaluation de la performance moyenne d'environ 10%. On cherche à travers ce biais de montrer l'étendue de la puissance de l'algorithme. Cette valeur est assez grande pour montrer qu'une base de données est assez erronée, mais peut être corrigée par l'algorithme. Ces biais sont calculés de la façon suivante :

$$biais_{10\%} \approx \frac{\max(z_{data}) - \min(z_{data})}{2} \quad (2.14)$$

Où z_{data} est la donnée sur l'axe des z pour les modèles aérodynamiques et propulsifs, soit $N_{1,corr}$ ou $W_{F,corr}$. On arrondit ensuite le $biais_{10\%}$ au plus grand entier supérieur, par souci de simplicité. En procédant de cette manière, on s'assure que les données provenant du simulateur de CAE présentent une grande divergence avec les données du modèle initial de performance. Également, l'algorithme d'adaptation peut faire ses preuves dans une situation où les données du modèle actuel et du modèle initial sont séparées par une grande marge.

2.3.1 Interpolation polynomiale

La première méthode d'interpolation utilisée est celle à utiliser d'une surface polynomiale. Les caractéristiques recherchées suite à cette interpolation sont :

- Surface représentative de l'allure générale des données de performance provenant du FCOM. C'est-à-dire qu'on cherche à éviter le surajustement;
- Garder la REQM (racine de l'erreur quadratique moyenne) le plus faible possible.

La méthode pour générer ces surfaces d'interpolation utilise la fonction *fit* de MATLAB. Celle-ci prend en entrée les données sur les axes des abscisses, des ordonnées et des altitudes. On y définit également le type d'interpolation qu'on veut y attribuer. Pour cette analyse, les polynômes ($P_{x,y}$ où x, y sont les degrés du polynôme dans les axes x et y) suivant sont choisis : $P_{1,1}, P_{2,1}, P_{1,2}, P_{2,2}, P_{3,3}, P_{4,4}$. Le tableau suivant présente les résultats pour des courbes de différents degrés et les statistiques de chaque courbe, exprimées par :

- *SSE* : cette statistique mesure donne la somme totale de la différence entre la valeur prédite (\hat{y}_i) et la valeur vraie (y_i) (*sum of square error*). w_i est le poids attribué à chaque donnée. Ce poids est calculé directement par la fonction *fit* de MATLAB.

$$\circ SSE = \sum_{i=1}^n w_i (y_i - \hat{y}_i)^2$$

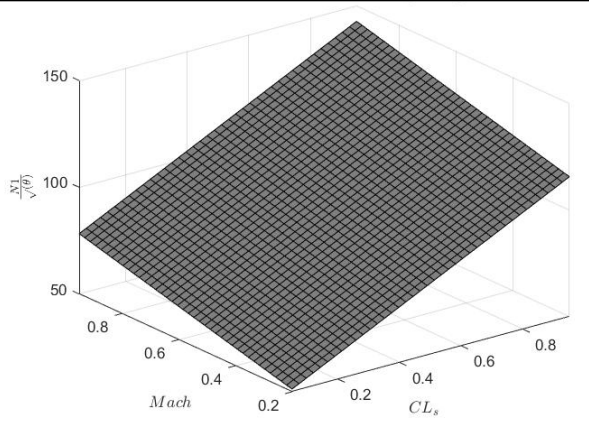
- *RSQUARE* : connu en études statistiques comme R^2 , cette donnée indique à quel point l'interpolation est juste. Plus R^2 est proche de 1, meilleure est l'interpolation aux données mesurées. L'équation qui génère cette donnée est :

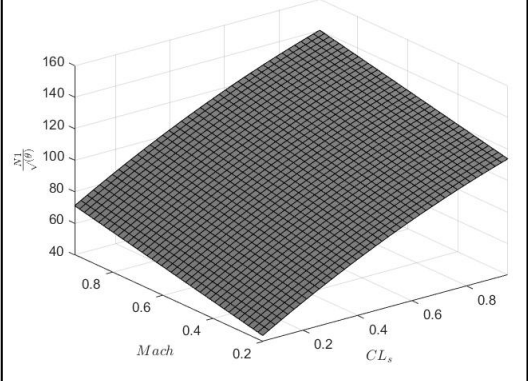
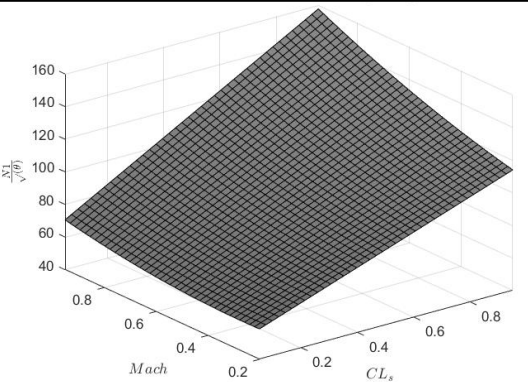
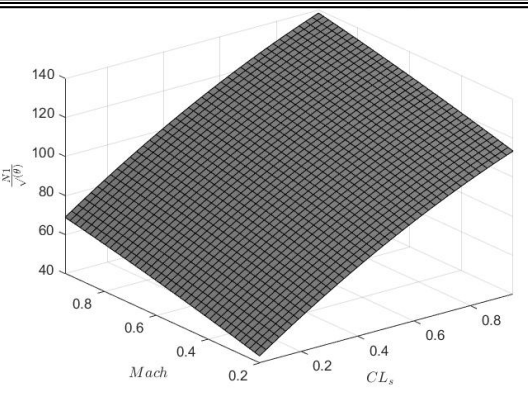
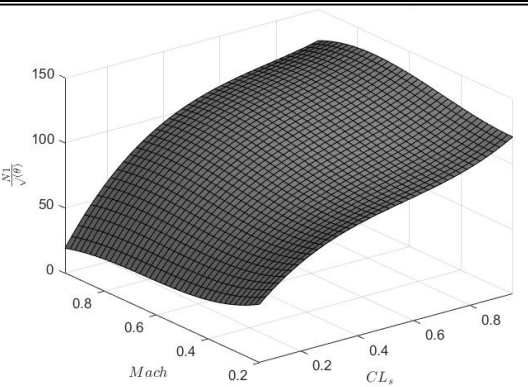
$$\circ R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum (y_i - \bar{y}_i)^2}, \text{ où } \bar{y}_i \text{ est la moyenne des valeurs } y_i.$$

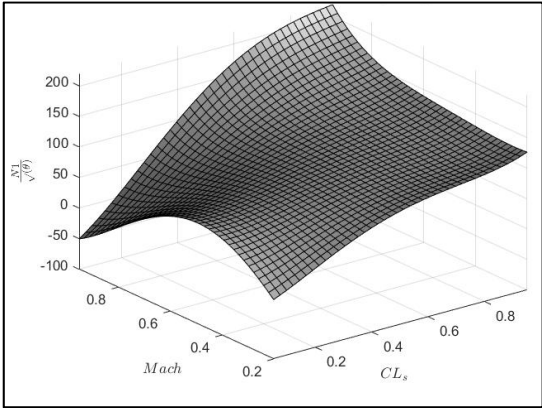
- *DFE* : Ceci est le nombre de degrés de liberté de l'erreur (*degrees of freedom in the error*). L'équation qui régit ce nombre est $n - p$, où n est le nombre d'observations (ou données, ici 926) et p est le nombre de coefficients dans le modèle.
- *REQM* : racine de l'erreur quadratique moyenne.

Sur l'axe des abscisses, la valeur de CL_s varie entre 0.05 et 0.95. Sur l'axe des ordonnées, la valeur de $Mach$ varie entre 0.02 et 0.95.

Tableau 2.1 Comparaison des surfaces d'interpolation pour le modèle aérodynamique

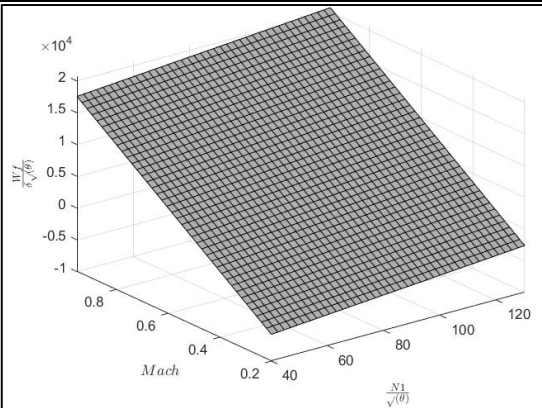
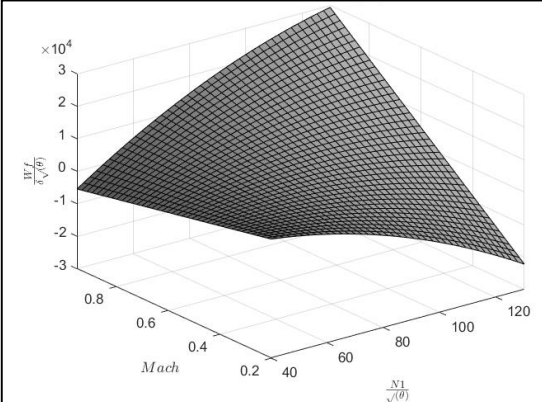
Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
	$\left\{ \begin{array}{l} P_{1,1} \\ SSE = 1716 \\ RSQUARE = 0.9870 \\ DFE = 923 \\ REQM = 1.3636 \end{array} \right.$

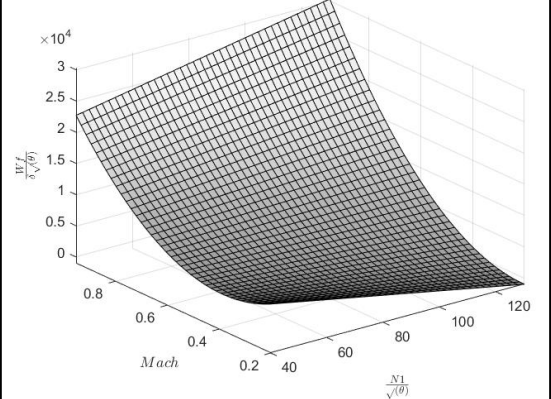
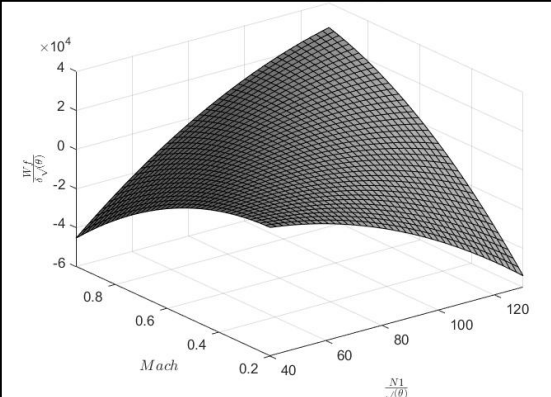
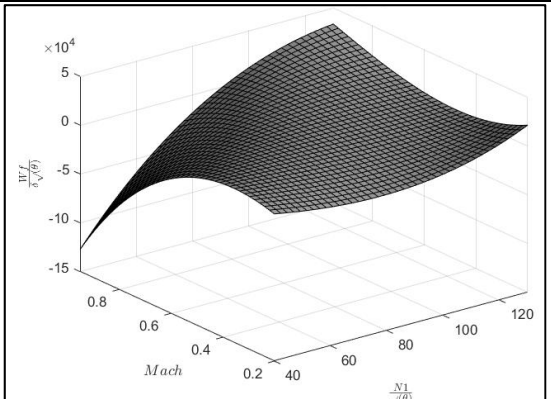
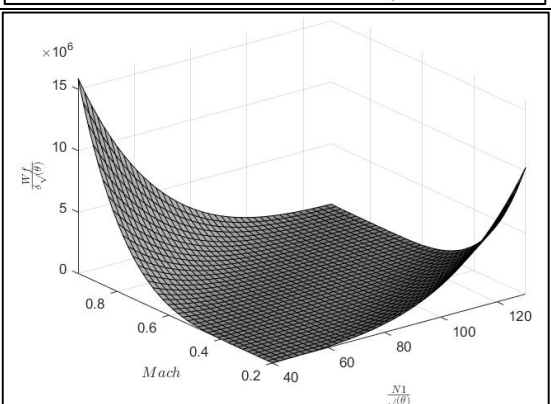
Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
	$\left\{ \begin{array}{l} P_{2,1} \\ SSE = 1135 \\ RSQUARE = 0.9914 \\ DFE = 921 \\ REQM = 1.1101 \end{array} \right.$
	$\left\{ \begin{array}{l} P_{1,2} \\ SSE = 1486 \\ RSQUARE = 0.9887 \\ DFE = 921 \\ REQM = 1.2701 \end{array} \right.$
	$\left\{ \begin{array}{l} P_{2,2} \\ SSE = 1134 \\ RSQUARE = 0.9914 \\ DFE = 920 \\ REQM = 1.1103 \end{array} \right.$
	$\left\{ \begin{array}{l} P_{3,3} \\ SSE = 292.2110 \\ RSQUARE = 0.9978 \\ DFE = 916 \\ REQM = 0.5648 \end{array} \right.$

Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
	$P_{4,4} \left\{ \begin{array}{l} SSE = 150.4847 \\ RSQUARE = 0.9989 \\ DFE = 911 \\ REQM = 0.4064 \end{array} \right.$

Sur l'axe des abscisses, la valeur de CL_s varie entre 0.05 et 0.95. Sur l'axe des ordonnées, la valeur de $N_1/\sqrt{\theta}$ varie entre 40 et 130.

Tableau 2.2 Comparaison des surfaces d'interpolation pour le modèle propulsif

Surfaces obtenues	Statistiques sur le modèle interpolé
	$P_{1,1} \left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.0221E + 09 \\ RSQUARE = 0.9259 \\ DFE = 923 \\ REQM = 10523 \end{array} \right.$
	$P_{2,1} \left\{ \begin{array}{l} SSE = 3.5971e + 07 \\ RSQUARE = 0.9974 \\ DFE = 921 \\ REQM = 187.6260 \end{array} \right.$

Surfaces obtenues	Statistiques sur le modèle interpolé
	$\left\{ \begin{array}{l} P_{1,2} \\ SSE = 3.952e + 07 \\ RSQUARE = 0.9971 \\ DFE = 921 \\ REQM = 207.148 \end{array} \right.$
	$\left\{ \begin{array}{l} P_{2,2} \\ SSE = 3.4087e + 07 \\ RSQUARE = 0.9975 \\ DFE = 920 \\ REQM = 192.49 \end{array} \right.$
	$\left\{ \begin{array}{l} P_{3,3} \\ SSE = 2.4423e + 07 \\ RSQUARE = 0.9982 \\ DFE = 916 \\ REQM = 163.287 \end{array} \right.$
	$\left\{ \begin{array}{l} P_{4,4} \\ SSE = 1.943e + 07 \\ RSQUARE = 0.9986 \\ DFE = 911 \\ REQM = 146.02 \end{array} \right.$

Suite à ces résultats, on en conclut que le meilleur modèle aéro-propulsif pour la représentation des données a été présenté par une courbe polynomiale de degré 2 dans les deux plans, autant pour le modèle aérodynamique (le plan $(CL_s, \frac{N_1}{\sqrt{\theta}})$ de degré 2 et le plan $(Mach, \frac{N_1}{\sqrt{\theta}})$ de degré 2) que propulsif (le plan $(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, \frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}})$ de degré 2 et le plan $(Mach, \frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}})$ de degré 2). En effet, le *REQM* cesse de s'améliorer pour les deux modèles lorsqu'on dépasse l'ordre 2 du polynôme. Puisqu'on cherchait à garder l'ordre le plus bas possible afin d'avoir une courbe d'allure avec le moins de variations possibles (on veut éviter le surajustement), une surface d'ordre 2-2 est le choix le plus adéquat. En effet, on a remarqué qu'un ordre plus élevé que 2 donne des surfaces qui ne pourraient pas représenter la performance de l'avion en fonction des données en entrée, comme on peut le constater à la Figure 2.6.

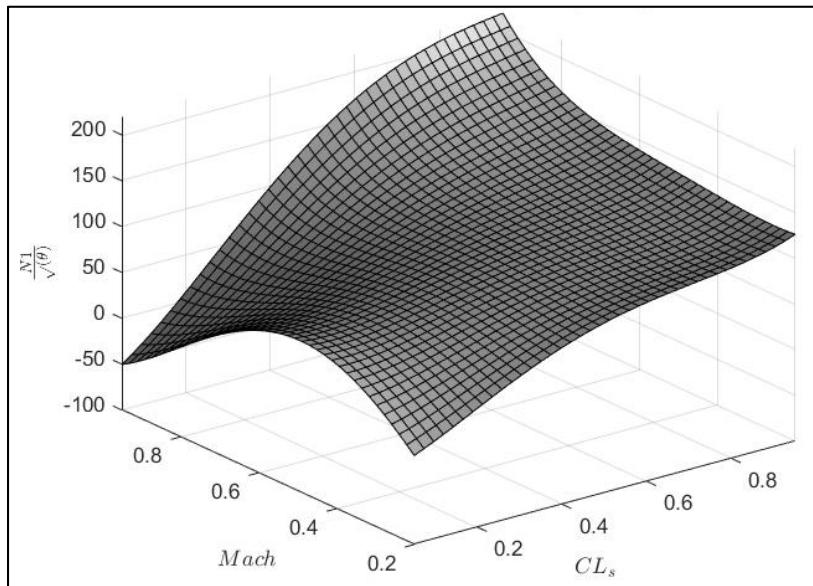


Figure 2.6 : Table de recherche aérodynamique d'ordre 3

2.3.2 Spline à plaques minces

La deuxième méthode consiste dans l'utilisation des splines à plaques minces (en anglais *thin-plate spline*). C'est une technique d'interpolation de surfaces très puissante. Introduite tout

d'abord en 1977 par Jean Duchon, cette méthode décrit les splines en plusieurs dimensions à partir de splines en une seule dimension (Duchon, 1977). Beaucoup utilisée dans l'analyse tridimensionnelle de trouvailles archéologiques, la méthode des splines aux plaques minces comporte plusieurs avantages :

- Créer des surfaces lisses qui sont différentiables ;
- Permettre la visualisation des relations continues entre des variables et de leurs prédicteurs ;
- Établir des relations entre des variables dont il n'y a aucune connaissance sur les équations qui les relient.

Cette méthode présente toutefois aussi des inconvénients. Par exemple, puisque la méthode par splines à plaque minces nécessite la résolution de systèmes linéaires, ce qui comporte autant d'inconnues que des points représentant des données, le temps de calcul peut être très long, et ainsi, beaucoup d'espace mémoire.

On définit une spline à plaque mince f comme étant un minimiseur unique de la somme pondérée suivante (MathWorks, 2006):

$$pE(f) + (1 - p)R(f) \quad (2.15)$$

où $E(f)$ est la mesure de l'erreur (MathWorks, 2006) :

$$E(f) = \sum_j |y(:,j) - f(x(:,j))|^2 \quad (2.16)$$

Et où la mesure de la rugosité de surface est définie comme suit (MathWorks, 2006) :

$$R(f) = \int (|D_1 D_1 f|^2 + 2|D_1 D_2 f|^2 + |D_2 D_2 f|^2) \quad (2.17)$$

où l'intégrale est faite sur le domaine \mathbb{R}^2 au complet, $x(:,j)$ sont les coordonnées des données dans le plan des abscisses et ordonnées, et $y(:,j)$ sont les valeurs des données. Il est à noter que pour une spline bidimensionnelle, comme c'est le cas pour les tables de recherche aérodynamiques et propulsives, $x(:,j)$ est une matrice $2 \times j$, où j est le nombre de données, soit 926 dans le cas des données du FCOM. La variable p est appelé un paramètre de lissage. Celui-ci définit à quel point la surface obtenue sera lisse au détriment de sa précision. Plus cette valeur tend vers 0, plus la fonction va se transformer en interpolation polynomiale. Plus p tend vers 1, plus l'équation devient purement une spline à plaque mince. Les variables D_1 et D_2 sont les dérivées partielles de f en fonction de chacune des deux directions (axe des abscisses et axe des ordonnées). En implémentant ces données dans un programme MATLAB, on obtient les surfaces suivantes modélisées par spline à plaque mince :

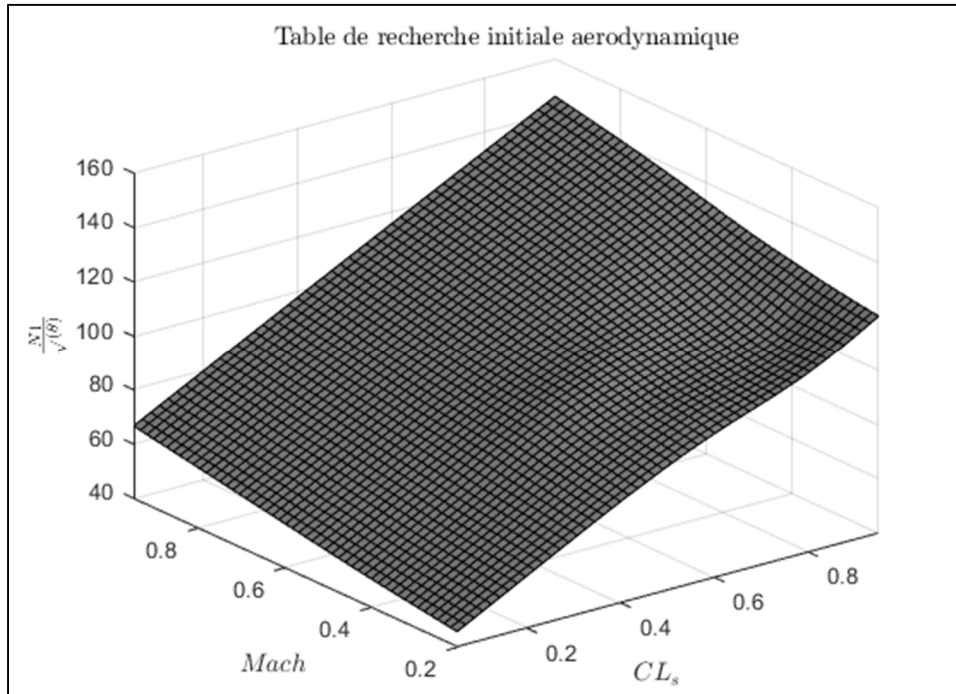


Figure 2.7 Table de recherche aérodynamique initiale obtenue par la méthode de la spline à plaque mince

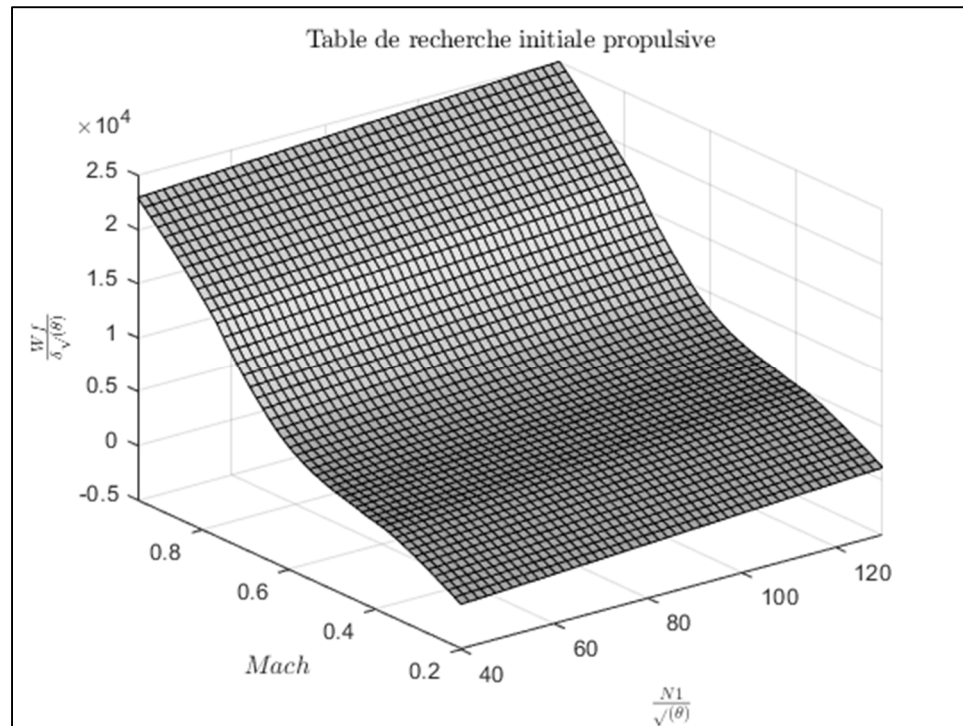


Figure 2.8 Table de recherche propulsive initiale obtenue par la méthode de la spline à plaque mince

Les erreurs relatives moyennes obtenues dans le cas de l'interpolation par spline à plaque mince sont de :

- 0.34% pour le modèle aérodynamique ;
- 1.26% pour le modèle propulsif ;
- 1.40% pour le modèle combiné.

2.3.3 Réseaux de neurones

La dernière méthode proposée pour créer le modèle de performance initial utilise les techniques d'intelligence artificielle, soit les réseaux de neurones. L'avantage d'une telle méthode est qu'elle permet la modélisation d'une surface qui n'est pas régie par une fonction linéaire. Ne connaissant pas les équations décrivant la performance en fonction des coordonnées

$(CL_s, Mach)$ et $(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, Mach)$, il devient intéressant d'utiliser un réseau de neurones. De plus, cette méthode est très flexible, c'est-à-dire qu'elle permet de choisir plusieurs techniques de prédiction, en utilisant la fonction de transfert et la fonction d'activation ou avoir un contrôle sur le nombre de nœuds et de couches cachées. Toutes ces composantes des réseaux de neurones seront expliquées dans cette section. On présente tout d'abord la structure générale des réseaux de neurones qui généreront les tableaux de recherche pour les deux modèles de performance :

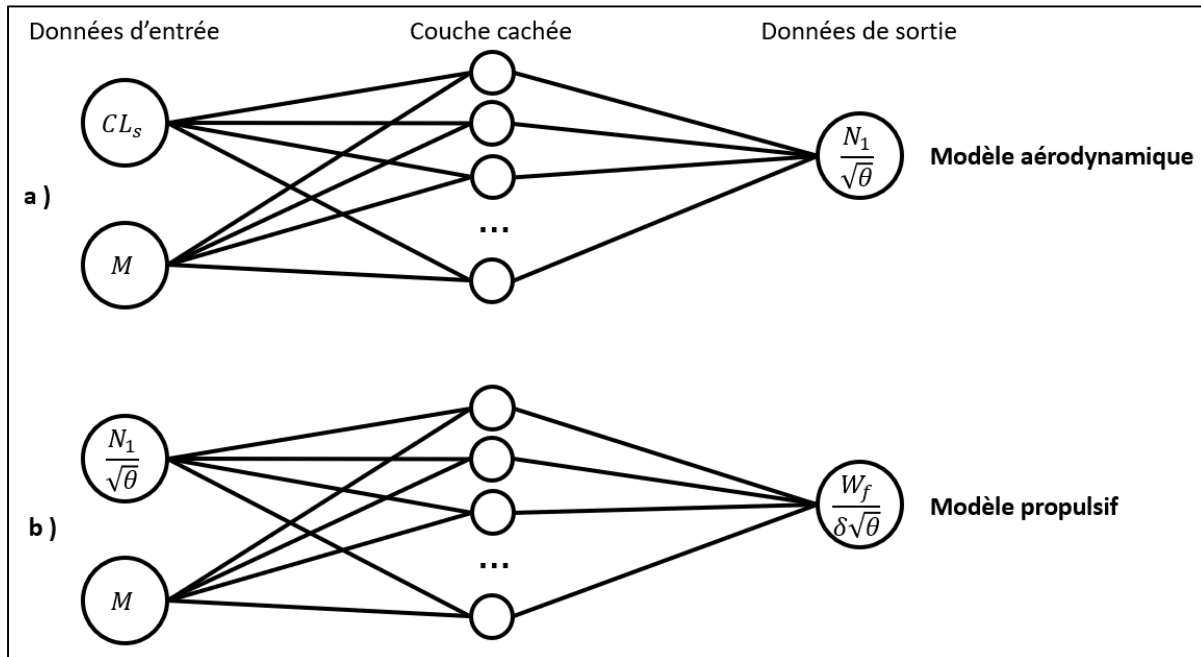


Figure 2.9 Schéma de la structure générale des réseaux de neurones pour les deux modèles de performance : a) et b)

Il est tout d'abord important de spécifier que les deux réseaux de neurones sont indépendants l'un de l'autre, comme le montre la Figure 2.9, c'est-à-dire que les données de sortie du modèle de performance aérodynamique n'ont pas d'influence sur le modèle propulsif.

Ensuite, les données d'entrée se retrouvent à être les coordonnées en X et en Y des deux modèles de performance, soit $(CL_s, Mach)$ pour le modèle aérodynamique et $(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, Mach)$ pour

le modèle propulsif. Puisque le FCOM fournit 926 lignes de données de la performance du Cessna en vol de croisière, ce sont ces données qui sont utilisées en entrée pour les deux réseaux de neurones. La donnée en sortie pour chacun des deux réseaux de neurones est évidemment la donnée en Z , respectivement $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$ et $\frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}}$. Les 926 données sont distribuées aléatoirement en deux catégories qui serviront à entraîner les réseaux de neurones, soit les données d'entraînement et celles de test. La répartition des données se fait comme suit :

- 70% de données d'entraînement
- 30% de données pour les tests

Ce choix provient du fait que les données attribuées à la validation sont habituellement utilisées pour éviter le surapprentissage. Étant un système relativement simple suivant un phénomène physique bien défini, ces données de validation ne sont pas nécessaires à ce réseau de neurones. C'est également ce qui est suggéré par la littérature (Quang Hung Nguyen et al. 2021)(Afshin Gholamy et al. 2018). C'est aussi le cas pour la division de 70% et 30% pour les données d'entraînement et de tests. La littérature suggère cette division lorsqu'il n'y a pas beaucoup de données en entrées, c'est-à-dire en dessous de 1000 ensembles de données, ce qui est le cas dans ce contexte, où 926 ensembles de données sont disponibles dans le FCOM.

La fonction d'activation choisie pour les deux réseaux de neurones est une fonction sigmoïde :

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (2.18)$$

Le choix de la fonction de transfert relève de la revue de littérature. En effet, de nombreuses études sur la dégradation de la performance de moteurs (De Giorgi, Campilongo, & Ficarella, 2018) ou sur la dégradation aérodynamique à l'aide de réseaux de neurones utilisent la fonction sigmoïde pour entraîner leurs modèles.

L'utilisation d'une seule couche cachée provient du théorème mathématique suivant : « un réseau de neurones à propagation avec une seule couche cachée est suffisant pour approximer n'importe quelle fonction continue sur un domaine spécifique si cette couche a assez de nœuds » (Kratsios, 2019). Cependant, le résultat obtenu ne peut pas être généralisé en dehors du dit domaine spécifique. On retrouve cette situation dans le cas des modèles de performance aéro-propulsifs. En effet, puisque le FCOM établit ses données en fonction des limites de l'enveloppe de vol du Cessna Citation X, nous pouvons conclure que les données présentées dans la Figure 2.4 et Figure 2.5 font partie du domaine spécifique qu'il faut approximer. Il ne s'agit pas de généraliser le modèle au-delà de ces données, mais bien d'avoir une prédiction précise à l'intérieur d'un certain domaine pour CL_s , $Mach$ et $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$.

Il faut ensuite choisir le nombre de nœuds dans la couche cachée qui servira à approximer le modèle initial de performance. Pour ce faire, on utilise une étude de l'évolution de l'erreur moyenne en fonction du nombre de nœuds. La Figure 2.10 présente cette évolution pour les modèles aérodynamique, propulsif et combinés :

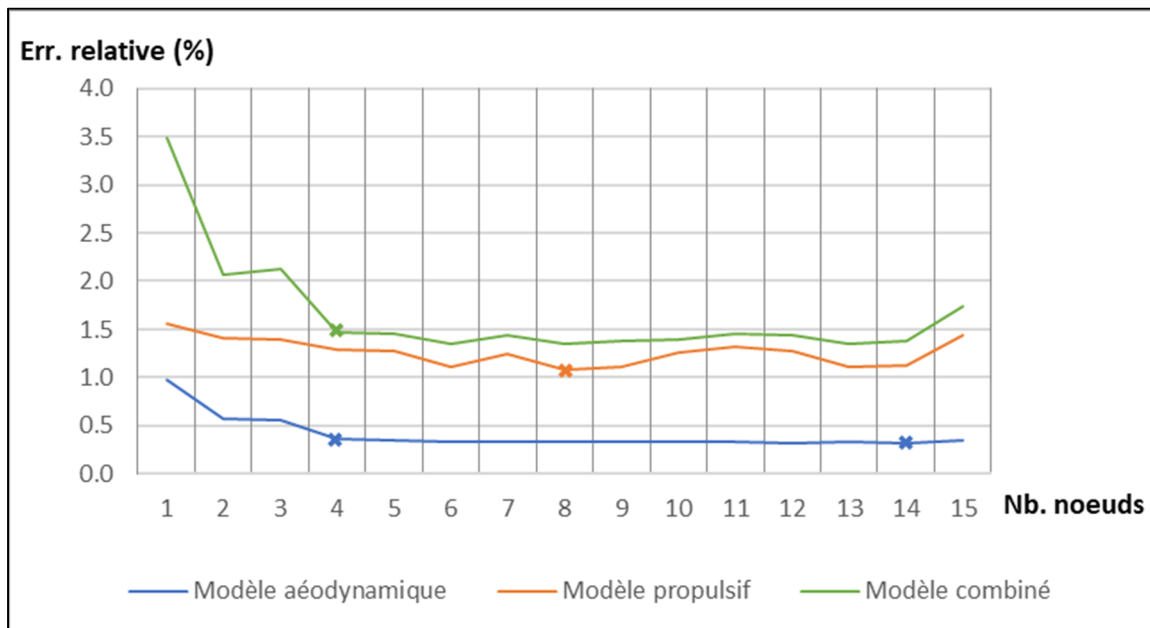


Figure 2.10 Évolution de l'erreur relative moyenne des modèles de performance initiaux en fonction du nombre de neurones dans la couche cachée

On voit une nette réduction de l'erreur relative (de 4% à 1.5%) pour le modèle aérodynamique jusqu'à 4 nœuds. À partir de ce moment, l'erreur relative moyenne cesse de s'améliorer, ainsi elle reste constante. Pour le modèle propulsif, c'est à 8 nœuds dans la couche cachée qu'on obtient les meilleurs résultats. Le modèle combiné, étant grandement influencé par les résultats des deux courbes précédentes, présente une erreur relative moyenne environ constante entre 4 et 14 nœuds. Cependant, de la même manière que pour l'interpolation des données à l'aide de surfaces polynomiales, on cherche des surfaces sans grande complexité, puisque les données du FCOM présentent tout de même une allure plane pour le modèle aérodynamique et le modèle propulsif. Il est donc préférable de considérer le moins de nœuds possibles, synonymes de surfaces moins complexes. Les figures suivantes représentent l'évolution de l'allure des surfaces pour notamment 4, 8 et 12 nœuds pour le modèle aérodynamique.

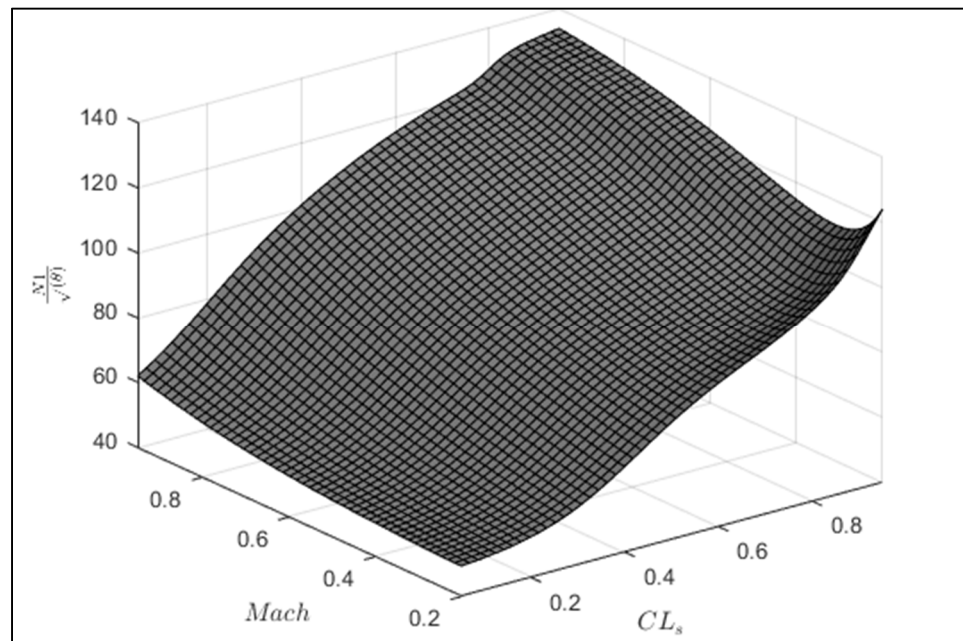


Figure 2.11 Modèle initial de performance aérodynamique avec 4 nœuds pour la couche cachée

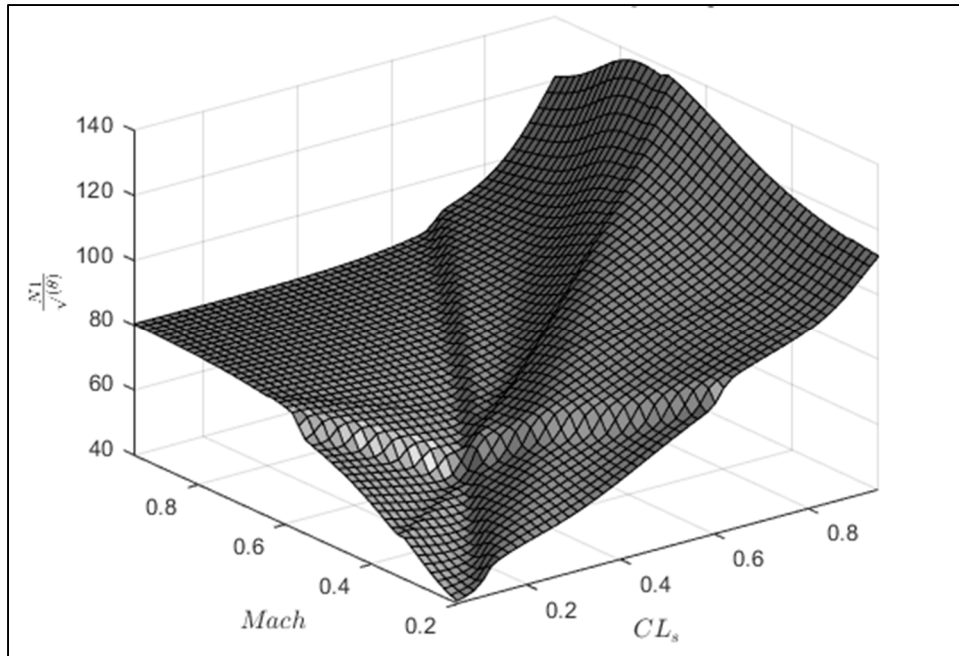


Figure 2.12 Modèle initial de performance aérodynamique avec 8 nœuds pour la couche cachée

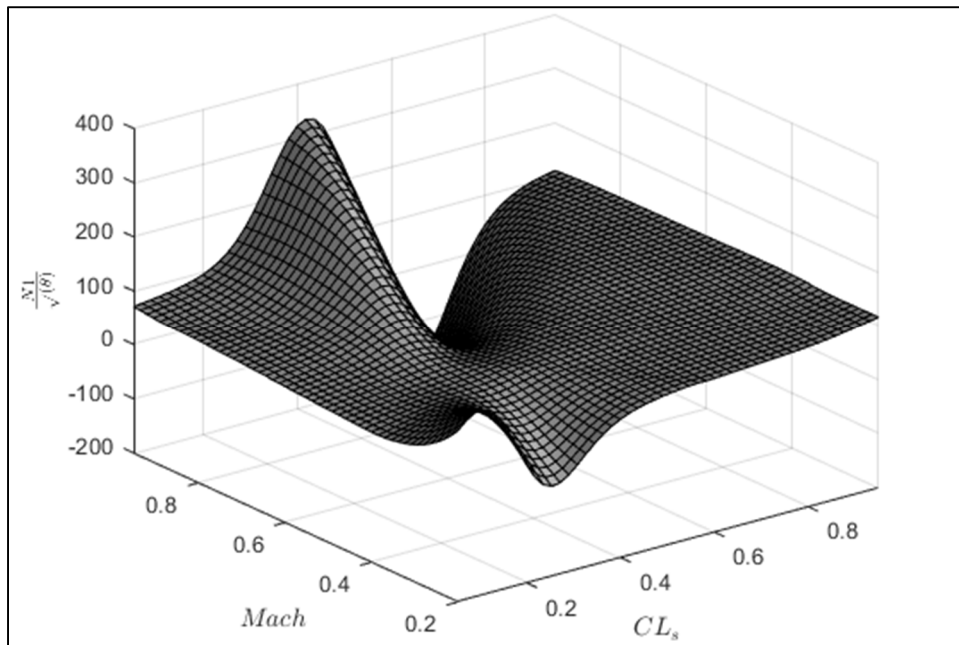


Figure 2.13 Modèle initial de performance aérodynamique avec 12 nœuds pour la couche cachée

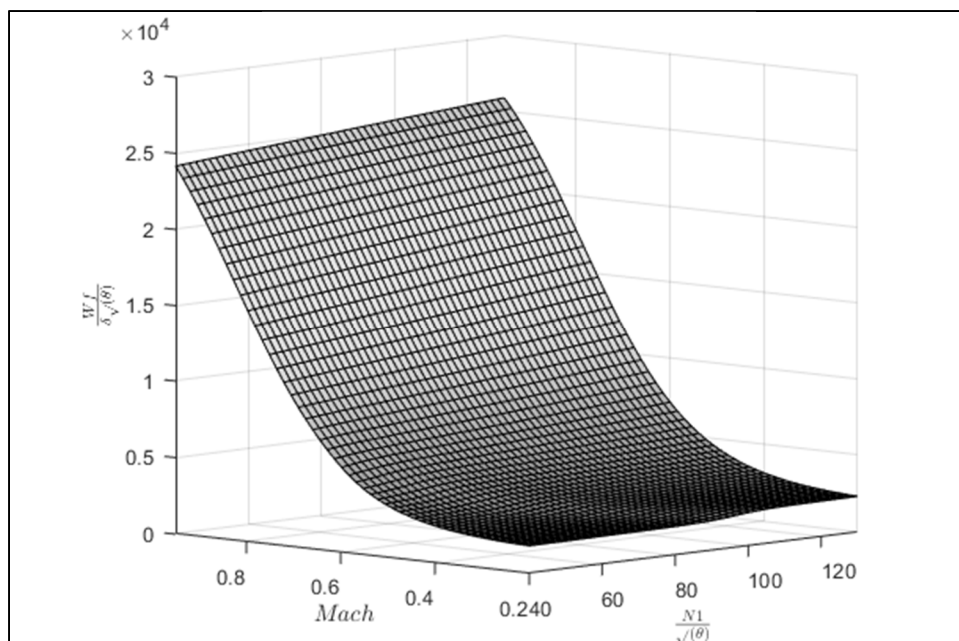


Figure 2.14 Modèle initial de performance propulsive avec 2 nœuds pour la couche cachée

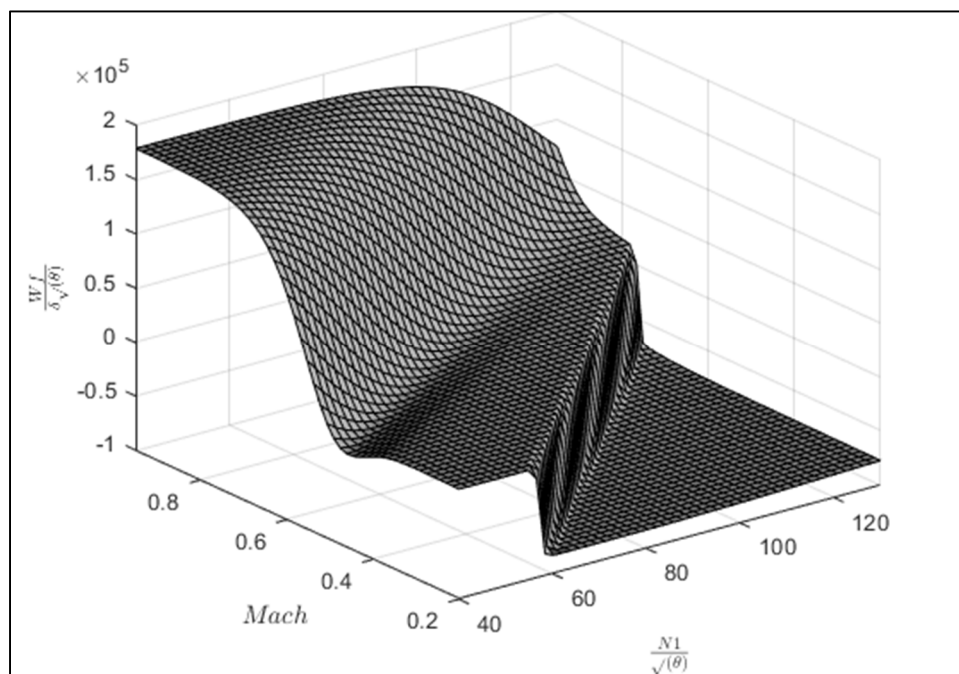


Figure 2.15 Modèle initial de performance propulsive avec 8 nœuds pour la couche cachée

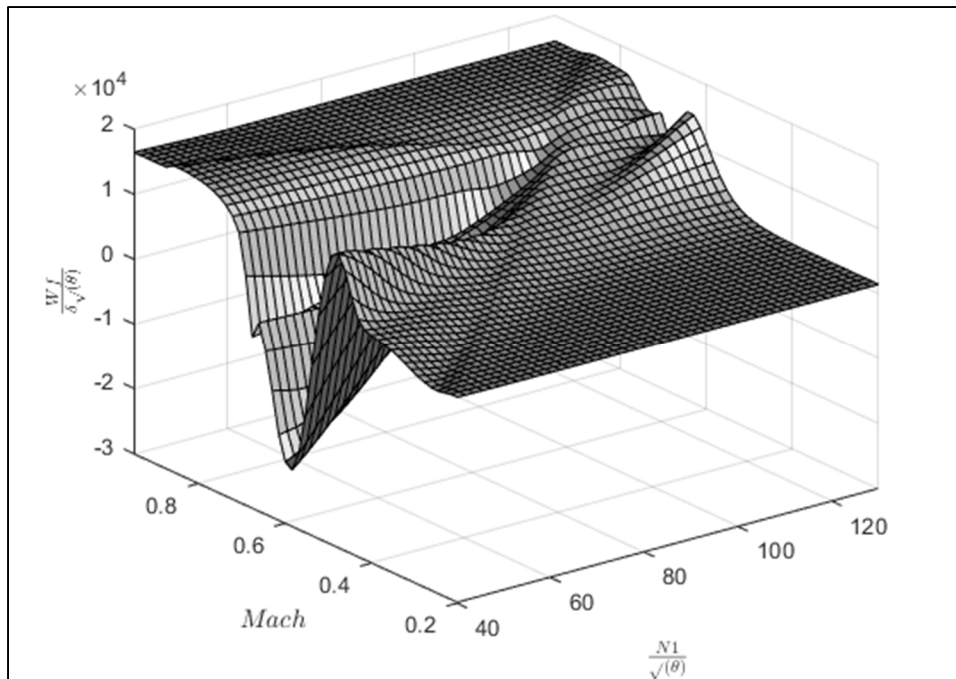


Figure 2.16 Modèle initial de performance propulsive avec 12 nœuds pour la couche cachée

Basé sur ces informations, le choix du modèle s'arrête sur une couche cachée comportant 4 nœuds, pour le modèle de performance aérodynamique. Pour ce qui est du choix de modèle propulsif, 2 nœuds sont utilisés. On se retrouve donc avec des erreurs relatives moyennes d'environ 0,36%, 1,3% et 1,5%.

On implémente le modèle obtenu en le programmant dans MATLAB. Les surfaces initiales obtenues pour donner suite aux calculs sont présentées dans la Figure 2.17 et Figure 2.18. On évalue le reste des coordonnées des tableaux de recherche en utilisant le réseau de neurones. On rappelle que de la même manière que pour l'interpolation à l'aide de surfaces polynomiales, on rajoute un biais aux modèles de performances obtenus. On ajoute respectivement 10 RPM et 1000 *lbs/hr* aux tables de recherche de performances aérodynamique et propulsive.

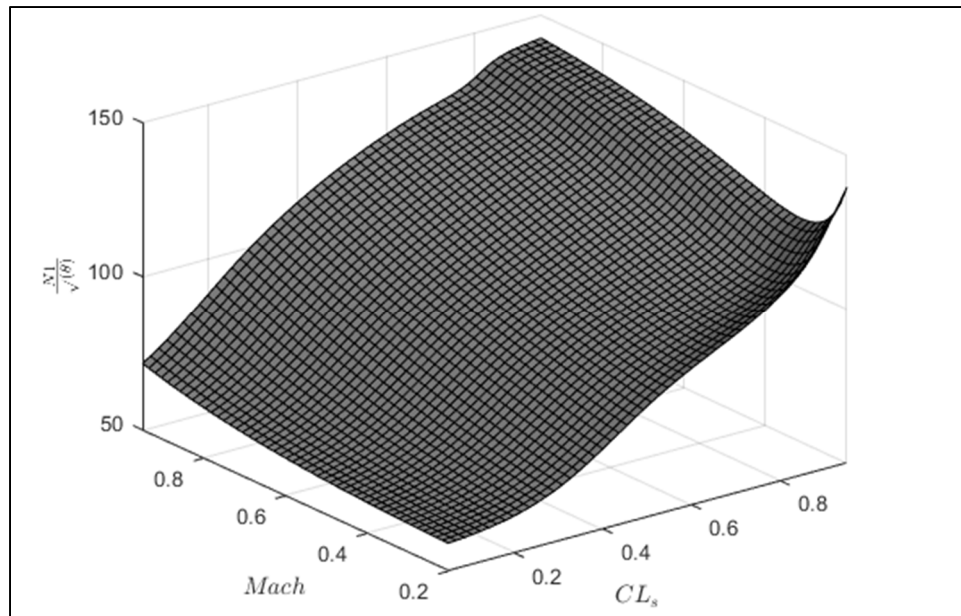


Figure 2.17 Table de recherche pour le modèle aérodynamique obtenu par les réseaux de neurones

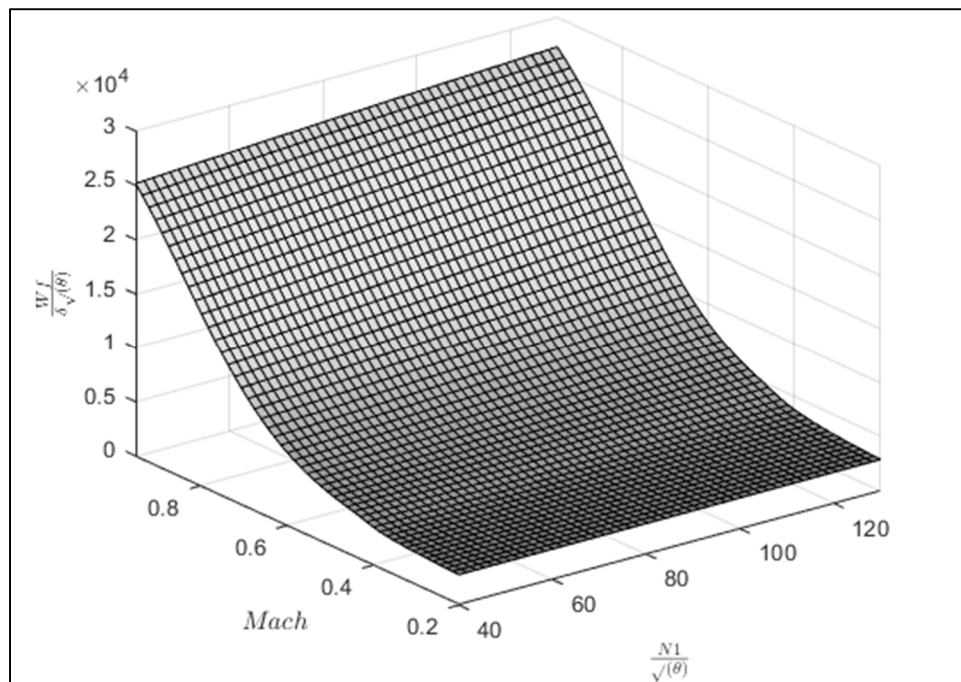


Figure 2.18 Table de recherche pour le modèle propulsif obtenu par les réseaux de neurones

2.4 Conclusion

En conclusion, on présente dans ce chapitre la définition et la création du modèle initial de performance. On y présente les données initiales utilisées ainsi que leur traitement. Finalement, on présente trois méthodes par lesquelles on a utilisé les données traitées du FCOM pour créer les tables de recherche des modèles de performance aérodynamique et propulsive. Ces trois méthodes sont l'interpolation polynomiale, l'interpolation par spline à plaque mince et finalement les réseaux de neurones. Le Tableau 2.3 présente une comparaison des erreurs relatives moyennes obtenues par les trois méthodes d'interpolation par rapport aux données du FCOM.

Tableau 2.3 Comparaison des erreurs relatives moyennes obtenues par trois méthodes utilisées pour créer les TDR pour chacun des modèles

Méthode	Modèle de performance	Erreur relative moyenne
Interpolation polynomiale	Aérodynamique	0.99%
	Propulsif	2.01%
	Combiné	4.3%
Spline à plaque mince	Aérodynamique	0.34%
	Propulsif	1.26%
	Combiné	1.40%
Réseaux de neurones	Aérodynamique	~0.36%
	Propulsif	~1.3%
	Combiné	~1.5%

Il est à noter que les erreurs relatives moyennes obtenues par les réseaux de neurones sont considérés comme approximatives puisque les données utilisées pour leur apprentissage et validation du modèle sont choisies aléatoirement dans la programmation, ainsi il est donc

impossible de reproduire les mêmes résultats. Ceux-ci ont leur valeur en moyenne autour des erreurs relatives moyennes présentées.

CHAPITRE 3

ADAPTATION LOCALE DE MODÈLES DE PERFORMANCE

Ce chapitre vise à expliquer comment l'algorithme traite des modèles initiaux de performances aérodynamiques et propulsives pour adapter localement les tableaux de recherche conformément aux données de vol.

3.1 Données de vol

Tel que mentionné dans le chapitre 1, toutes les données de vol utilisées pour l'adaptation du modèle de performance initial proviennent du simulateur de vol destiné à la recherche qui se retrouve au LARCASE. En utilisant la technique de l'adaptation locale, l'objectif est d'adapter la plus grande section possible de la surface des deux modèles. Pour y arriver, les données de vol en croisière ont été générées pour toutes les conditions de vol possibles, tout en respectant l'enveloppe de vol du Cessna Citation X. Dans les graphiques de la Figure 3.1 et de la Figure 3.2, on peut voir où se situent les données de vol comparativement à la surface obtenue lors de la création des modèles initiaux de performance.

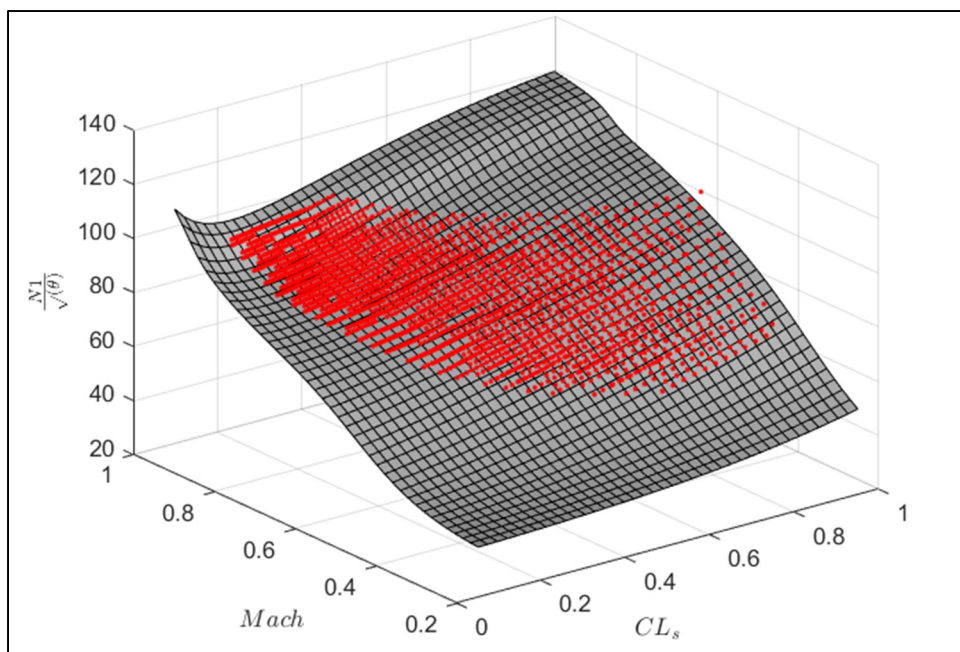


Figure 3.1 Données du simulateur comparées aux résultats du modèle de performance aérodynamique initial

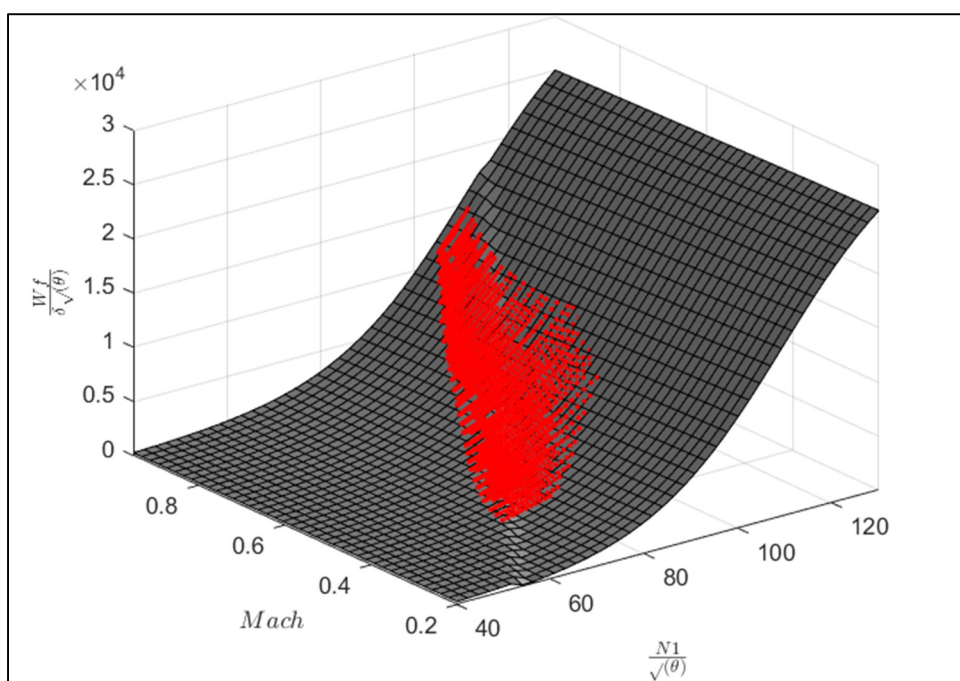


Figure 3.2 Données du simulateur comparées aux résultats du modèle de performance propulsif initial

3.1.1 Traitement des données de vol

Il faudrait noter que les données générées par le simulateur ont été traitées afin de répondre aux besoins de cette recherche. C'est-à-dire qu'on recherche des données en vol de croisière. La méthodologie qui a été appliquée pour traiter ces données provient de Ghazi, Gerardin, Gelhay, et Botez (2019) et y est détaillée dans l'article:

- Détecter les segments de vol en croisière qui respectent tous les critères suivants pendant au moins 3 minutes :
 - Altitude (dans un intervalle de ± 20 pieds) ;
 - Vitesse verticale (dans un intervalle de ± 100 pi/min) ;
 - Nombre de Mach (dans un intervalle de ± 0.003)
 - Vitesse par rapport au sol (dans un intervalle de ± 1 nœud);
 - Température de l'air statique (dans un intervalle de $\pm 1^\circ\text{C}$);
 - Vitesse de rotation de la turbine (dans un intervalle de $\pm 1.5\%$ RPM);
 - Angle de dérive (dans un intervalle de ± 5 degrés);
 - Angle de roulis (dans un intervalle de ± 0.8 degrés).
- Découper les segments filtrés en sous-segments de maximum 10 minutes, de sorte que le poids de l'avion peut être considéré constant et qu'on ne voit pas une trop grande variation dans les données. En effet, puisque le poids de l'avion a un impact direct sur la force de portance et la force de poussée, il faut considérer ce poids environ constant.
- Enlever toutes les données qui ne font pas partie des intervalles de confiance de 95%.
- Effectuer la moyenne des données sur chaque sous-segment.

C'est un total de 10113 lignes de données qui ont été obtenues pour l'adaptation locale suite à ce traitement de données. La prochaine section explique comment ces lignes de données ont été utilisées pour faire l'adaptation locale.

3.2 Méthodologie générale

Une fois que les données de vol brutes ont été traitées et validées en fonction des critères imposés, il est temps de les utiliser pour effectuer leur adaptation locale. La signification d'adaptation locale est de modifier les données de performance du modèle aéro-propulsif ponctuellement, donc très proche des coordonnées (x, y) pour une ligne de données, tel que montré dans la Figure 3.3. On y voit une surface représentant la table de recherche initiale, montrant la performance aérodynamique sans considération de la détérioration, et quatre points beaucoup plus bas. Ceux-ci sont localement adaptés pour représenter la performance actuelle en ce point :

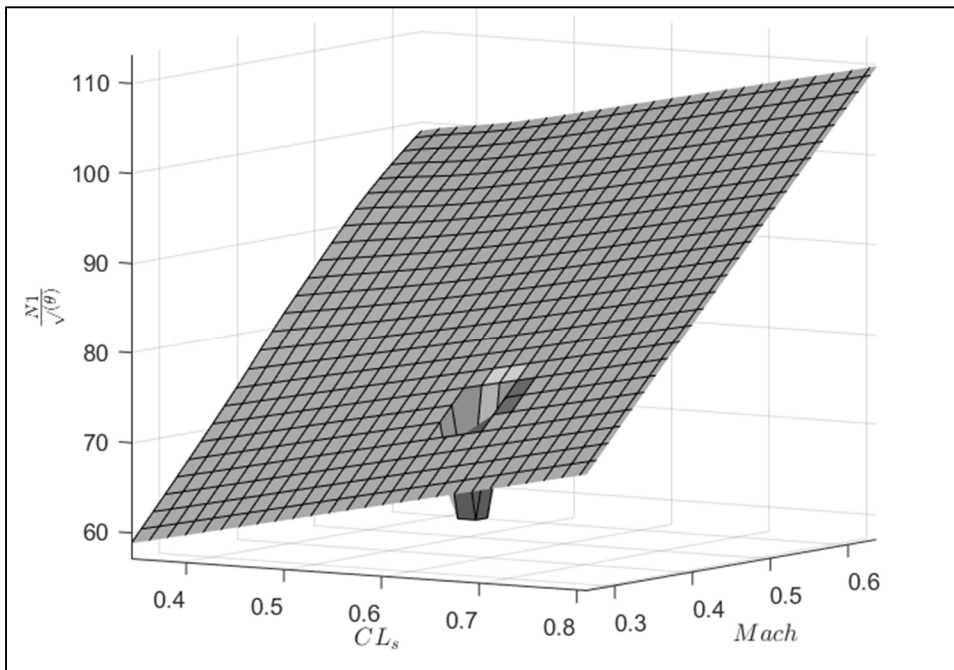


Figure 3.3 Exemple d'adaptation locale pour le modèle aérodynamique

On y voit que seulement quatre nœuds qui sont déplacés vers le bas, ce sont les quatre nœuds qui entourent la donnée du simulateur (une seule valeur de $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$, représentant une donnée de vol d'un avion à l'état détérioré). Cette sous-section va détailler l'algorithme de cette adaptation.

3.2.1 Situations d'adaptation

Tout d'abord, on se retrouve face à la question : est-ce qu'il est avantageux de toujours adapter les deux tables de recherche lorsqu'une nouvelle ligne de données est mise en entrée de l'algorithme? Cette question est la base d'une étude qui sera effectuée au travers de cette recherche. Plusieurs scénarios sont envisagés pour déterminer à quel moment il est préférable d'adapter les deux tables de recherche, une seule des deux, ou aucune.

3.2.1.1 Adaptation de la table de recherche d'aérodynamique seulement

Pour le scénario d'adaptation décrit dans ce sous-chapitre, seulement la table de recherche pour le modèle de performance aérodynamique est adaptée. Le modèle de performance propulsif n'est pas programmé à travers de l'algorithme d'adaptation, peu importe l'erreur relative entre ses résultats et les données de vol du simulateur. Cette manière est de permettre de trouver l'impact du modèle aérodynamique sur le modèle combiné. Une fois que celui-ci a passé à travers l'algorithme d'adaptation, quelle est l'erreur relative moyenne qui se présente lorsqu'on regarde le modèle combiné? Avec ce scénario, on peut facilement constater si le modèle de l'avion se retrouve en présence d'une dégradation uniquement aérodynamique.

3.2.1.2 Adaptation de la table de recherche propulsive seulement

De même que pour le scénario précédent, on adapte dans celui-ci seulement la table de recherche propulsive, sans toucher à celle de performance aérodynamique. On regarde, à la suite de la finalisation de l'algorithme, quel est l'impact de ce scénario sur le modèle combiné.

3.2.1.3 Adaptation des deux tables de recherche en tout temps

Avec ce troisième scénario, on adapte en tout temps les deux tables de recherche, peu importe l'erreur relative. Ce scénario prend le plus de temps d'exécution, puisqu'il passe en tout temps à travers l'algorithme pour chaque donnée. Cette étude des scénarios va également démontrer si c'est profitable de considérer ce scénario, dans le cas où il donnerait les meilleurs résultats, même si plus de temps d'exécution sera nécessaire.

3.2.1.4 Adaptation de la plus grande erreur relative

Par la suite, on considère l'option de seulement adapter la table de recherche qui présente la plus grande erreur relative. On considère chaque ligne de données individuellement et il y a donc toujours une des deux tables de recherche qui se fait adapter à chaque itération.

3.2.1.5 Adaptation pour les données ayant des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2%

Dans ce cinquième scénario, on considère seulement les données qui présentent une erreur relative non négligeable. Cette donnée a été fixée à 1% et 2% (pour chacun des deux modèles de performance, car en moyenne, les données du FCOM varient d'environ 1% et 2% par rapport au modèle initial créé (voir Tableau 2.3). On s'attend donc que les données du simulateur soient adaptées au moins aussi bien que les données du FCOM.

3.2.1.6 Méthode SRM

Le dernier scénario est basé par une étude réalisée par Airbus, *Getting to grips with aircraft performance monitoring*. On y utilise le calcul de la portée spécifique (SR , pour *specific range*) pour mesurer les performances d'un avion (Airbus, 2002). On calcule ce paramètre comme suit :

$$SR = \frac{a_0 M \left(\frac{L}{D} \right)}{\left(\frac{SFC}{\sqrt{\frac{T}{T_0}}} \right) mg} \quad (3.1)$$

Où SR est la portée spécifique, a_0 est la vitesse du son au niveau de la mer, SFC est la consommation de carburant spécifique (en anglais *Specific Fuel Consumption*), T et T_0 sont la température de l'air statique à l'altitude de vol et celle au niveau de la mer, respectivement, et m est la masse de l'avion. Ce qui rend l'utilisation de cette méthode intéressante, c'est qu'elle comporte des termes aérodynamiques et des termes propulsifs, ainsi il est donc possible d'y analyser la contribution de la performance aérodynamique et celle propulsive dans le même paramètre. Ainsi, les variables utilisées dans les deux modèles sont les suivantes :

Variables aérodynamiques : $\left(M \frac{L}{D} \right)$

Variables propulsives : $\left(\frac{SFC}{\sqrt{\frac{T}{T_0}}} \right)$

On peut également définir l'équation de la portée spécifique comme suit :

$$SR = \frac{\text{vitesse vraie (TAS)}}{\text{consommation d'essence par heure (FF)}} \quad (3.2)$$

On peut donc se baser sur la consommation d'essence par heure (FF) pour valider les performances aéro-propulsives de l'avion. Airbus propose le modèle suivant :

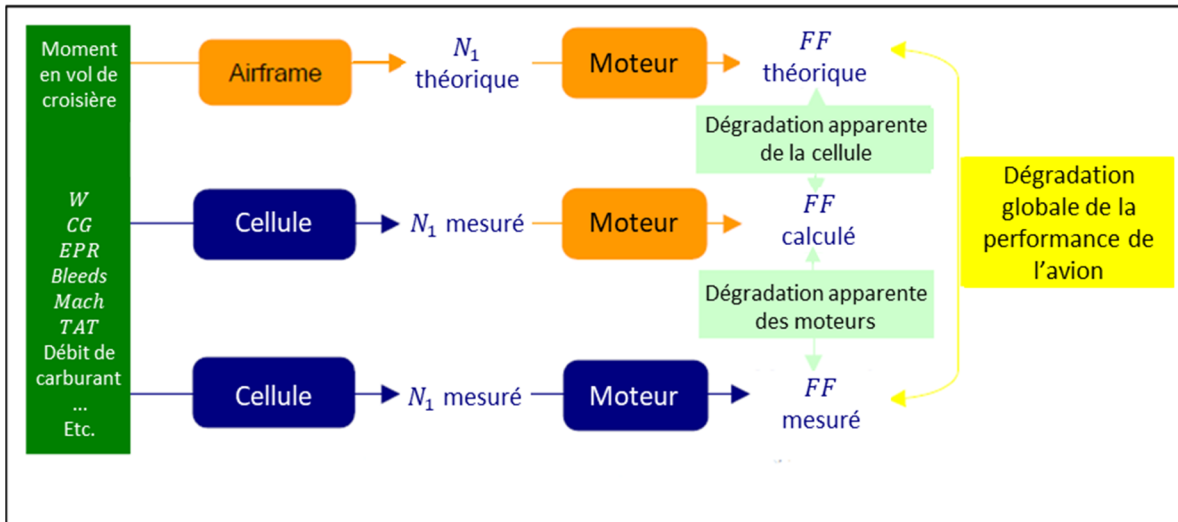


Figure 3.4 Modèle déterministe pour la provenance de la dégradation de performance (Airbus)

Les données en entrée à la Figure 3.4 représentent les paramètres de l'avion en vol de croisière, soit son poids (W), son centre de gravité (CG), le ratio de pression des moteurs (EPR , *engine pressure ratio*), le nombre de Mach (M), température de l'air totale (TAT), le débit de carburant (FF), etc.

Airbus propose trois manières de parvenir à la donnée de consommation de carburant par heure (FF). Tout d'abord il y a les données théoriques, qui sont calculées en utilisant les conditions de vol de croisière et en les insérant dans un modèle de performance de la cellule de l'avion. Cette première boîte noire ressort la vitesse de rotation de la fan (N_1) théorique, qui est utilisée en entrée à une deuxième boîte noire, qui représente le modèle théorique de performance des moteurs. Celui-ci a comme sortie la consommation de carburant horaire dit *théorique*. La deuxième manière est d'utiliser directement la vitesse de rotation de la soufflante mesurée (N_1) et de l'utiliser comme entrée au modèle propulsif des moteurs, qui donne en sortie le débit de

carburant dit *calculé*. La troisième manière est de simplement utiliser le débit de carburant *mesuré*.

On compare ensuite ces trois débits de carburant obtenus d'une manière différente. Une divergence entre le FF théorique et le FF calculé laisse croire qu'il y a une détérioration au niveau de la structure aérodynamique, puisque le modèle de performance de celle-ci n'aboutit pas au même résultat que la donnée mesurée. S'il n'y a pas de divergence entre ces deux modèles, mais qu'il y a une entre le FF calculé et celui mesuré, on en conclut qu'il y a une détérioration au niveau des moteurs d'avions. Finalement, une différence entre le FF théorique et celui mesuré porte à croire qu'on est en situation de dégradation générale de la performance, ou qu'on ne peut pas tirer de conclusions quant à la provenance de la dégradation. En conséquence, les deux modèles de performance sont adaptés.

Les boîtes noires décrites dans cette section se retrouvent à représenter les modèles de performance développés au courant de cette recherche, c'est-à-dire les tableaux de recherche aérodynamiques et propulsives. La méthode développée par Airbus se traduit dans cette recherche comme le montre le schéma suivant :

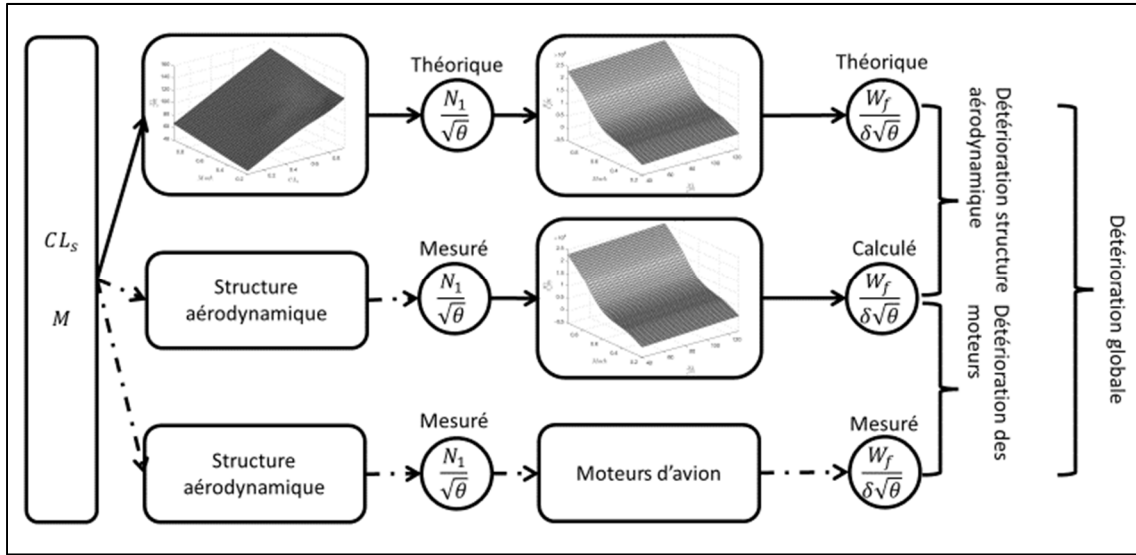


Figure 3.5 Nouveau modèle déterministe pour la provenance de la dégradation de performance

L'algorithme d'adaptation locale est donc basé sur ce processus décisionnel. Une différence entre les débits de carburant est considérée lorsque ceux-ci donnent une erreur relative plus grande que 1.3%. Ce seuil est établi par rapport aux résultats du modèle initial de performance propulsive. En effet, le modèle initial est supposé être représentatif des données provenant du FCOM. Cependant, ce modèle comporte des erreurs par rapport aux données de performance, dont leurs valeurs sont présentées au Tableau 2.3. Le seuil de 1.3% est établi basé sur l'approche de Airbus, qui propose que les données qui se retrouvent à l'extérieur d'un intervalle de confiance de 95% ($[\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$) soient rejetées (Airbus, 2002). On procède donc au calcul de l'erreur donnée par la borne supérieure de l'intervalle de confiance, puisqu'on cherche à avoir l'erreur relative le plus petit possible, on ne s'intéresse donc pas à quand celle-ci est beaucoup inférieure à la moyenne (REQM).

$$Seuil = \mu + \frac{\sigma z}{n} = 1.325\% \cong 1.3\% \quad (3.3)$$

Où μ est la moyenne des erreurs relatives des données du FCOM par rapport aux résultats du modèle initial propulsif (calculé en utilisant une interpolation avec spline à plaque mince, voir chapitre 2.3.2), σ est la déviation standard des erreurs relatives, z est le niveau de confiance pour un intervalle de confiance de 95%, donc 1.96 dans ce cas-ci et n est le nombre de données, donc 926 données dans le cas du FCOM. En comparaison, la borne supérieure de l'intervalle de confiance pour des modèles initiaux créés avec des surfaces polynomiales et avec des réseaux de neurones sont de 2.13% et 1.43% respectivement. Le choix de considérer la valeur la plus basse entre les trois valeurs (1.3% vs. 2.13% vs. 1.43%) réside dans le fait d'être conservateur avec l'algorithme d'adaptation et d'adapter le plus grand nombre de données possibles.

Ces erreurs du modèle décisionnel de la Figure 3.5 sont calculées suivant les formules suivantes :

$$\begin{aligned}
 DSA &= \frac{W_{f,corr,calculé} - W_{f,corr,théorique}}{W_{f,corr,théorique}} * 100 \\
 DM &= \frac{W_{f,corr,mesuré} - W_{f,corr,calculé}}{W_{f,corr,calculé}} * 100 \\
 DG &= \frac{W_{f,corr,théorique} - W_{f,corr,mesuré}}{W_{f,corr,mesuré}} * 100
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

En fonction des résultats obtenus, l'algorithme décide si une des deux tables de recherche est adaptée, ou les deux tables, ou aucune.

3.2.2 Algorithme mathématique

Maintenant qu'un algorithme décisionnel a été établi pour savoir quelles tables de recherche adapter et à quel moment, il faut établir l'algorithme mathématique nécessaire pour obtenir les nouvelles tables de recherche. La méthodologie utilisée dans cette sous-section a été utilisée

dans un algorithme adaptatif de performance d'aéronef dans notre laboratoire (Ghazi et al., 2019) et a été ensuite adapté à cette recherche.

L'algorithme d'adaptation locale prend comme entrées les données de vol suivantes :

- CL_s ;
- $Mach$;
- $N_{1,corr}$;
- $W_{f,corr}$.

On a également en entrée les tables de recherche suivantes :

- Table de recherche de la performance aérodynamique;
- Table de recherche de la performance propulsive ;
- Table de recherche des coefficients de confiance pour la performance aérodynamique
 - Où chaque coefficient de confiance est noté par $\lambda_{x,y} = 1 \forall (x,y)$
- Table de recherche des coefficients de confiance pour la performance propulsive
 - Où chaque coefficient de confiance est noté par $\lambda_{x,y} = 1 \forall (x,y)$

Les coefficients de confiance sont attribués à chaque nœud qui indique le niveau de confiance que l'algorithme devrait avoir comme une valeur en Z de ce nœud. Plus cette valeur est grande, plus le niveau de confiance est élevé. Le calcul de ce paramètre de confiance sera détaillé plus loin dans cette section.

La première étape de l'algorithme est d'effectuer une interpolation bilinéaire afin de déterminer où se situe la donnée de vol dans les deux tables de recherche, ainsi que la valeur en Z qui lui est associée. L'interpolation bilinéaire est une méthode simple et à faible coût en temps de calcul servant à interpoler les données dans un graphique en trois dimensions. Il s'agit d'une interpolation linéaire dans un axe et puis dans un autre axe, résultant en une interpolation quadratique. La formule d'une interpolation bilinéaire pour un point (x, y) est la suivante :

$$f(x, y) = \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} [x_2 - x \quad x - x_1] \begin{bmatrix} f(\theta_{11}) & f(\theta_{12}) \\ f(\theta_{21}) & f(\theta_{22}) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Où les variables x_1 et x_2 sont les points de rupture autour du point qu'on cherche à interpoler sur l'axe des x , les variables y_1 et y_2 sont les points de rupture autour du point qu'on cherche à interpoler sur l'axe des y , et $f(\theta)$ sont les valeurs en z des quatre nœuds entourant le point (x, y) .

Une fois la valeur de la fonction d'interpolation $f(x, y)$ calculée, on calcule la nouvelle valeur sur l'axe Z des nœuds entourant (x, y) . On calcule tout d'abord la distance Euclidienne qui se retrouve entre la donnée exprimée en (x, y) et les coordonnées du nœud (x_i, y_j) qu'on cherche à adapter :

$$d_{[i,j]} = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_j)^2} \quad (3.6)$$

Cette distance est normalisée en la divisant par la diagonale du quadrilatère formé par les quatre nœuds (x_i, y_j) entourant la donnée (x, y) :

$$\delta_{[i,j]} = \frac{d_{[i,j]}}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}} \quad (3.7)$$

La Figure 3.6 clarifie quelles sont les distances décrites plus haut en montrant comment se situe une donnée en entrée par rapport aux nœuds qui l'entourent.

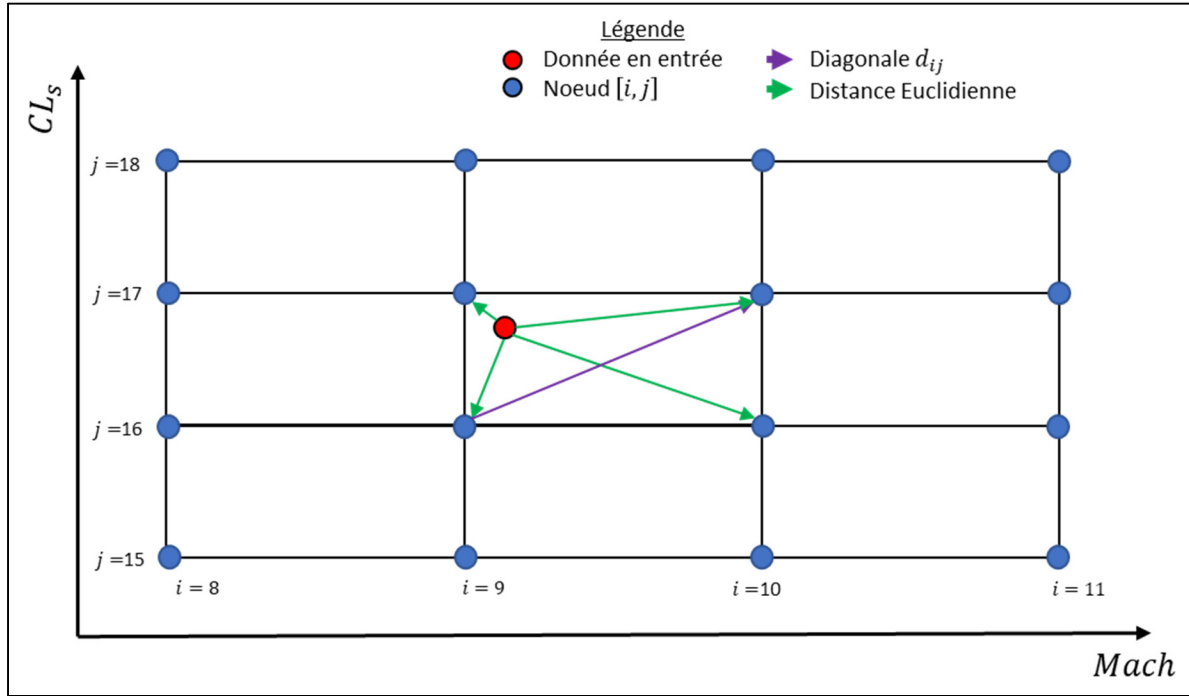


Figure 3.6 Échantillon de la table de recherche de performance aérodynamique avec une donnée en entrée et les distances servant au calcul de la valeur en Z des nœuds

On procède ensuite au calcul de la nouvelle valeur du nœud. Celle-ci est basée sur la valeur de l'ancien nœud ($N_{1,corr}^-$ ou $W_{f_{corr}}^-$) et de la valeur mesurée :

$$N_{1,corr}^+ = (k_c)N_{1,corr}^- + (k_a)N_{1,corr}^{simulé} \quad (3.8)$$

Avec k_c étant le gain conservatif :

$$k_c = \left(\frac{\delta_{ij} - \delta_{ij}^{\lambda_{ij}}}{1 - \delta_{ij}^{\lambda_{ij}}} \right) \quad (3.9)$$

Et k_a étant le gain adaptatif :

$$k_a = \left(\frac{1 - \delta_{ij}}{1 - \delta_{ij}^{\lambda_{ij}}} \right) \quad (3.10)$$

Où λ_{ij} est le coefficient de confiance associé à chaque nœud. Ce coefficient de confiance est par la suite recalculé suivant cette équation :

$$\lambda_{ij}^+ = \lambda_{ij}^- + (1 - \delta_{ij}) \quad (3.11)$$

Comme indiqué au début de cette sous-section, λ_{ij} a initialement une valeur de 1 ($\lambda_{i,j,t=1} = 1$). Les gains conservatifs et adaptatifs (k_c et k_a) représentent quelle proportion la nouvelle valeur du nœud (ex. : $N_{1,corr}^+$) aura de l'ancienne valeur du nœud (ex. : $N_{1,corr}^-$) et de la donnée du simulateur (ex. : $N_{1,corr}^{simulé}$). On remarque que l'addition des deux gains est toujours égale à 1. La Figure 3.7 montre la variation des gains fonction de la valeur du coefficient de confiance et pour quatre valeurs de la distance relative par rapport au nœud ($\delta = 0.1, 0.3, 0.5$ et 0.7).

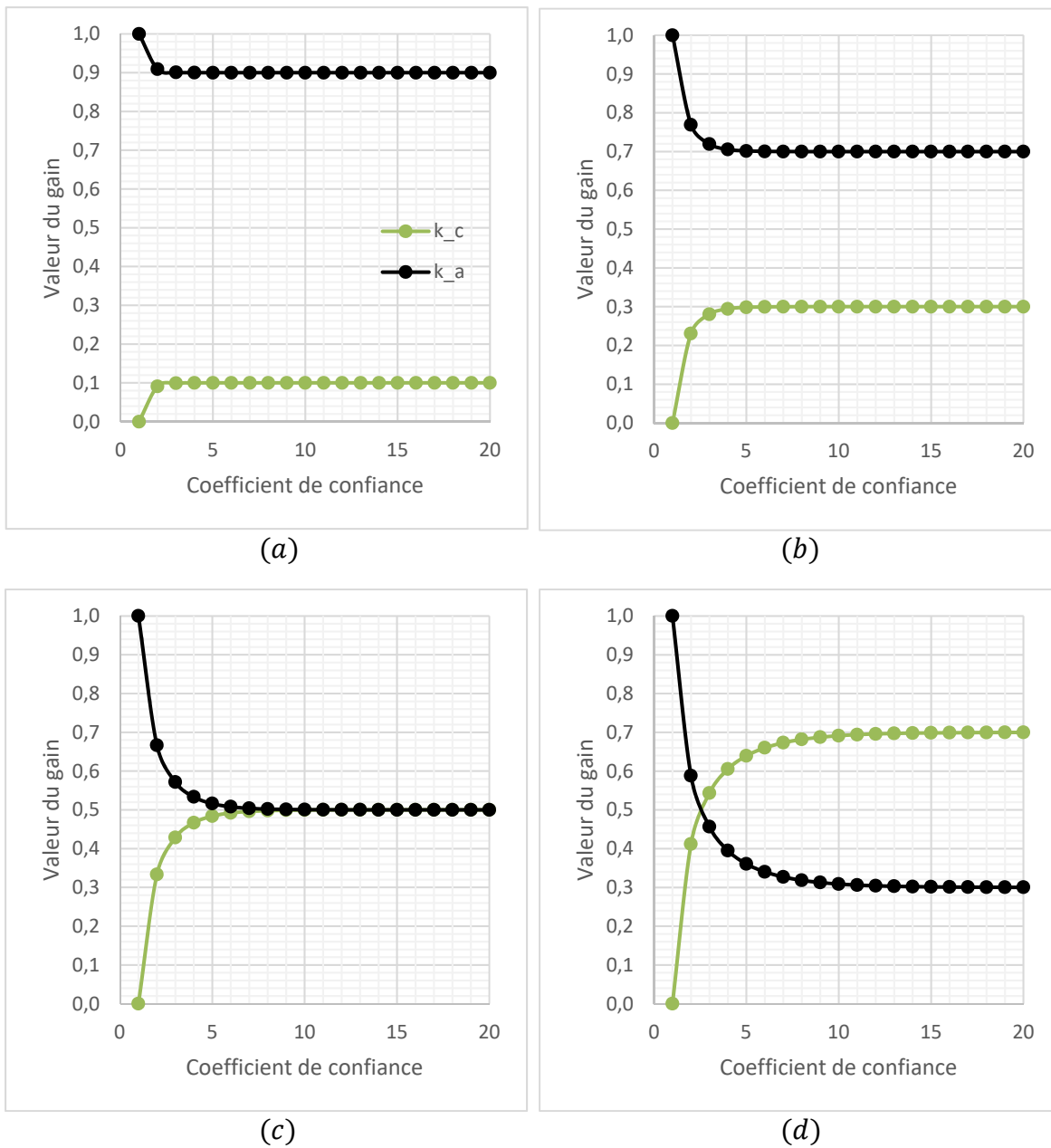


Figure 3.7 Valeurs des gains conservatifs et adaptatifs en fonction de leur distance du nœud et du coefficient de confiance : a) $\delta = 0.1$; b) $\delta = 0.3$; c) $\delta = 0.5$; d) $\delta = 0.7$;

Suite à ces équations, on constate que plus une donnée est proche d'un nœud, plus son coefficient de confiance devient plus grand rapidement, donc plus la valeur du nœud est considérée fiable rapidement. Tous les nœuds passent ce même processus une seule fois par itération.

Ce processus est répété pour chaque ligne de donnée (t) de l'algorithme. À chaque nouvelle ligne, les tables de recherche allant en entrée du modèle sont celles adaptées précédemment ($t - 1$).

3.2.2.1 Aire d'adaptation

Une étude faite à travers ce mémoire de maîtrise est l'impact du choix d'aire d'adaptation. L'aire d'adaptation à travers ce mémoire de maîtrise est définie comme la surface dans le plan (X, Y) adaptée localement, en termes de nombre de nœuds, comme le monde la Figure 3.8 :

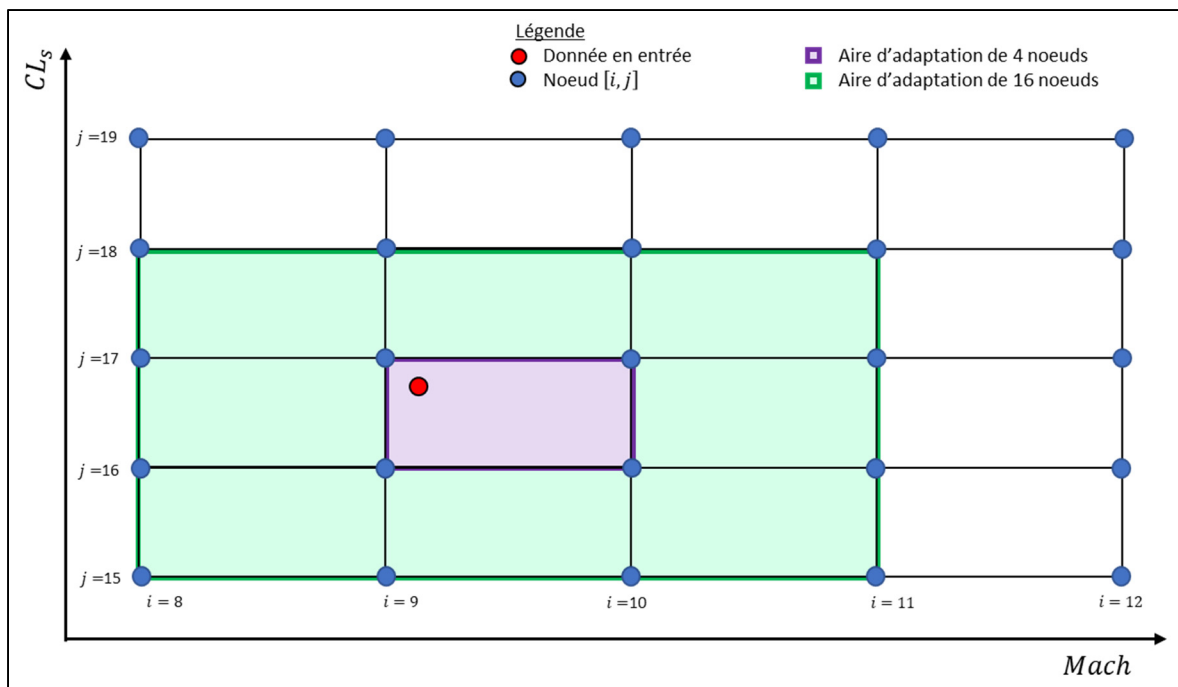


Figure 3.8 Échantillon de la table de recherche de performance aérodynamique avec une donnée en entrée et deux différentes aires d'adaptation locales

Comme l'indique la Figure 3.8, la zone délimitée en mauve est une aire d'adaptation de 4 nœuds, c'est-à-dire qu'il y a 4 nœuds qui se font adapter localement autour de la donnée du simulateur en entrée de l'algorithme. Pour l'aire délimitée en vert, c'est 16 nœuds. Il y a

toujours le même nombre de nœuds dans chaque direction de la donnée en entrée qui est adaptée localement. En suivant cette logique, la troisième aire d'adaptation la plus grande totalise 36 nœuds. Le nombre de nœuds adaptés localement est défini par la formule suivante :

$$S_{adaptée} = 4 \times N_{noeuds}^2 \quad (3.12)$$

Où $S_{adaptée}$ est la surface adaptée dans le plan (X,Y) , soit l'aire d'adaptation. Celle-ci se définit en nombre de nœuds. Aussi, N_{noeuds} est le nombre de nœuds dans chaque direction autour de la donnée du simulateur qui se fait adapter. Cette valeur peut prendre les valeurs : 1, 2, 3, 4, etc.

Pour une valeur de $N_{noeuds} \geq 2$, la méthodologie suivie pour l'algorithme d'adaptation locale est modifiée légèrement. En effet, la diagonale considérée pour calculer la distance Euclidienne normalisée ($\delta_{[i,j]}$) est calculée comme la diagonale de l'aire d'adaptation $S_{adaptée}$. Alors que la Figure 3.6 montre un schéma des distances calculées pour une valeur de $N_{noeuds} = 1$, la figure suivante montre l'application pour une valeur de $N_{noeuds} = 2$:

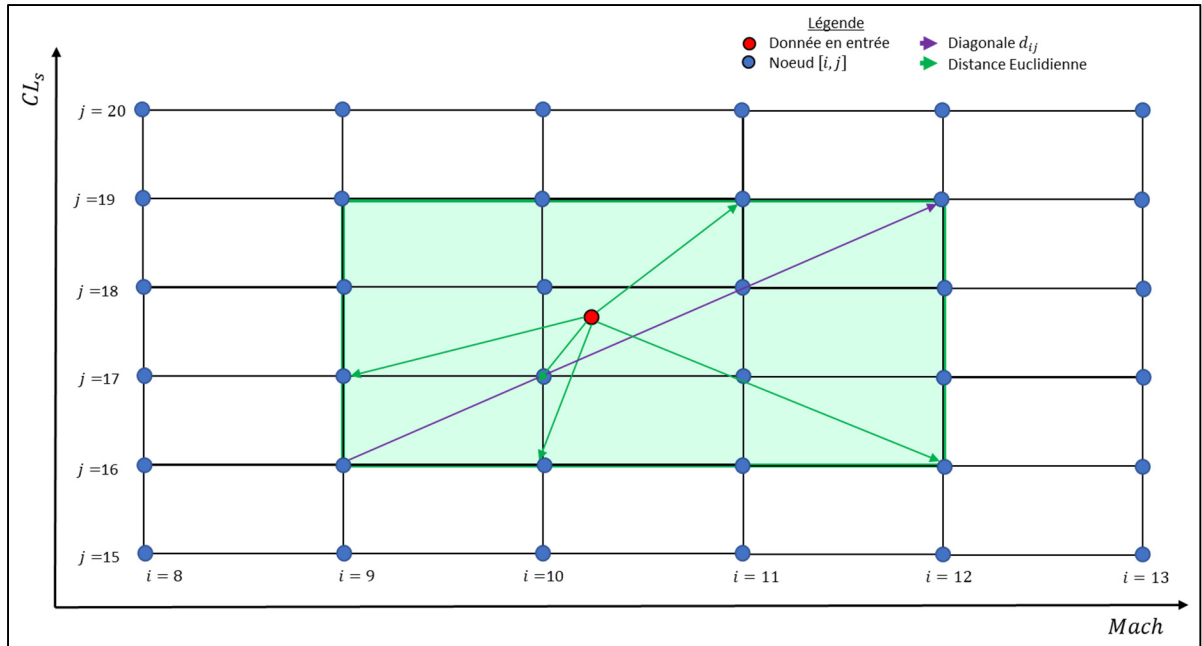


Figure 3.9 Échantillon de la table de recherche de performance aérodynamique avec une donnée en entrée pour une aire d'adaptation pour une valeur de $N_{noeuds} = 2$

L'impact d'une telle méthodologie sur l'algorithme est que la valeur de $\delta_{[i,j]}$ ne peut jamais évaluer 1, puisque la distance Euclidienne entre la donnée du simulateur et un nœud ne peut jamais évaluer la diagonale de l'aire d'adaptation. La valeur maximale de la distance Euclidienne normalisée est de $\frac{2}{3}$, ce qui équivaut à deux petites diagonales divisées par la grande diagonale (qui équivaut à 3 petites diagonales).

Dans l'éventualité que la donnée du simulateur se retrouve à une extrémité du plan (X, Y) , l'algorithme prévoit de calculer la diagonale qui normalise $\delta_{[i,j]}$ comme si l'extrémité du plan (X, Y) n'existait pas. La figure suivante démontre comment l'algorithme procède :

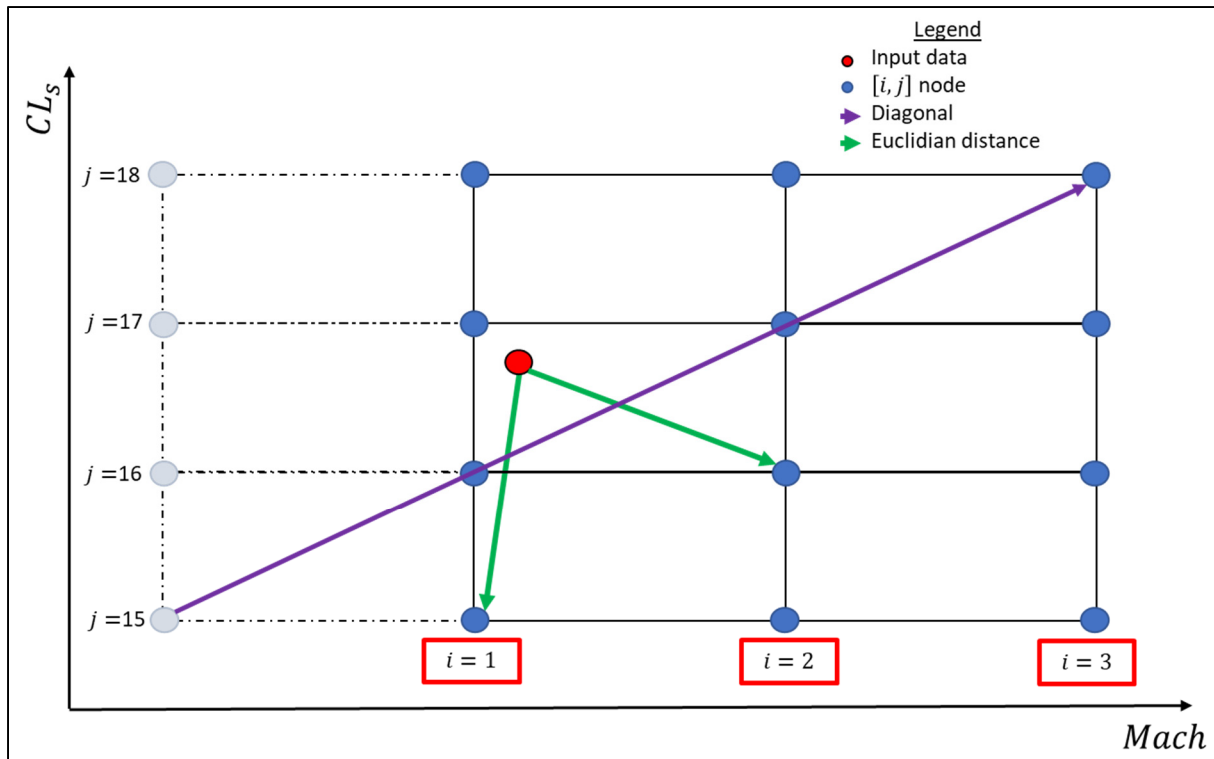


Figure 3.10 Échantillon de table de recherche pour un processus d'adaptation locale avec une donnée du simulateur en entrée dans le cas que celle-ci se retrouve à une extrémité de la table de recherche

Une analyse de comment l'aire d'adaptation impacte les résultats des tables de recherche du modèle de performance aéro-propulsive est faite dans le chapitre 5.

3.2.3 Validation de l'adaptation

L'algorithme est validé après chaque itération de l'adaptation, c'est-à-dire après le traitement de chaque ligne de données de vol. On valide le résultat à l'aide de trois critères. Premièrement, l'erreur relative est calculée entre $N_{1,corr}$ mesuré en vol et sa nouvelle valeur interpolée à partir de la table de recherche pour la performance aérodynamique. Cette erreur relative doit se retrouver en dessous de 1% (en considérant un intervalle de confiance de 95% $[\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$ pour l'erreur relative).

Deuxièmement, l'erreur relative entre $W_{f,corr}$ mesuré en vol et sa nouvelle valeur interpolée à partir de la table de recherche pour la performance propulsive est calculée. Cette erreur relative doit se retrouver en dessous de 1.3% (en considérant un intervalle de confiance de 95% $[\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$ pour l'erreur relative).

Troisièmement, on calcule l'erreur relative combinée. Cette erreur relative est calculée en utilisant la différence entre la valeur $W_{f,corr}$ du simulateur et la valeur interpolée de la nouvelle table de recherche propulsive en utilisant en entrée de l'interpolation bilinéaire le *Mach* du simulateur et la valeur $N_{1,corr}$ provenant de l'interpolation de la table de recherche aérodynamique. Le seuil de cette troisième erreur relative est de 2% (en considérant un intervalle de confiance de 95% $[\mu - 2\sigma ; \mu + 2\sigma]$ pour l'erreur relative).

Ces trois critères se traduisent de la manière suivante :

$$\frac{N_{1,corr}^{mesuré} - N_{1,corr}^{interpolé}}{N_{1,corr}^{interpolé}} * 100 \leq 1\% \quad (3.13)$$

$$\frac{W_{f,corr}^{mesuré} - W_{f,corr}^{interpolé}}{W_{f,corr}^{interpolé}} * 100 \leq 1.3\% \quad (3.14)$$

$$\frac{W_{f\ combiné,corr}^{mesuré} - W_{f\ combiné,corr}^{interpolé}}{W_{f\ combiné,corr}^{interpolé}} * 100 \leq 2\% \quad (3.15)$$

Dans le cas où le premier critère n'est pas respecté, une nouvelle itération est considérée pour l'adaptation de la table de recherche aérodynamique. Dans le cas où seulement le deuxième critère n'est pas respecté, une nouvelle itération est réalisée pour l'adaptation de la table de recherche propulsive. Dans le cas où les deux premiers critères ou seulement le troisième ne

sont pas respectés, on recommence une itération de l'algorithme d'adaptation local au complet. Ce processus est refait pour un maximum de 5 itérations ou jusqu'à ce que l'erreur relative de chacune des tables de recherche arrête de diminuer. Cela permet de s'assurer que les résultats sont toujours améliorés et d'avoir une confiance accrue dans les résultats obtenus, puisque le coefficient de confiance augmente à chaque itération.

3.3 Résultats et discussion

Les tables de recherche obtenues pour chaque situation sont présentées dans les figures suivantes (Figure 3.11 à Figure 3.16). On y retrouve les deux modèles de performance aéro-propulsive ((*a*) et (*b*)) et leurs tables de recherche pour les coefficients de confiance correspondantes se retrouvent en dessous de chaque table ((*c*) et (*d*)). Il est à noter que pour ces figures en particulier, le modèle initial est généré à l'aide des réseaux de neurones (voir le chapitre 2.3.3 Réseaux de neurones)

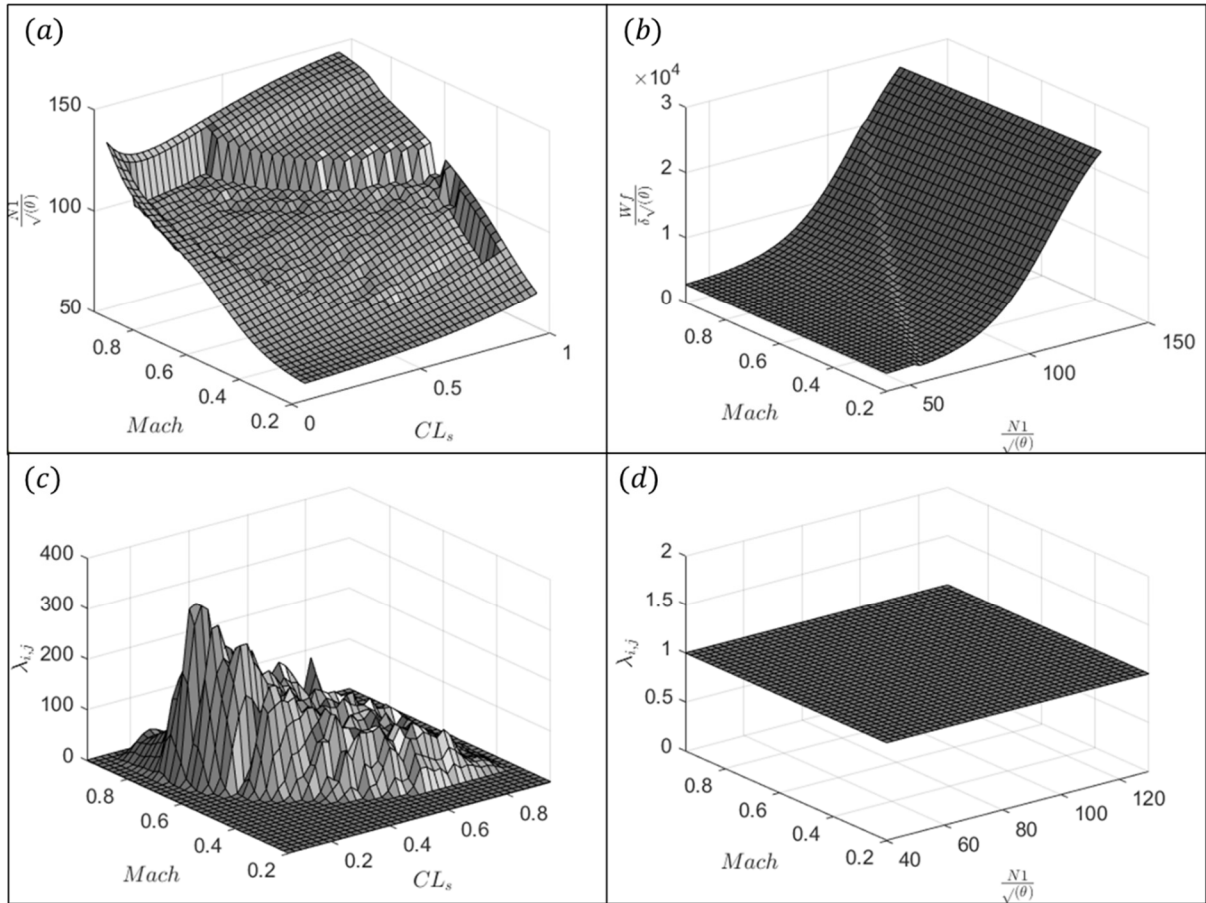


Figure 3.11 Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 1)

Puisque la première situation concerne seulement l'adaptation de la table de recherche aérodynamique, il est normal que le modèle propulsif et ses coefficients de confiance n'aient pas eu d'ajustement comparativement à leurs tables de recherche initiales. Il est intéressant de constater l'allure de la table de recherche pour les coefficients de confiance du modèle aérodynamique. Les données les plus élevées de $\lambda_{i,j}$ se situent jusqu'à des valeurs entre 300 et 400, tel que montré dans la Figure 3.11 Figure 2.8. Or, on a vu à la Figure 3.7 que les valeurs de gains adaptatifs et conservatifs atteignent un plateau constant très vite (pour $\lambda_{i,j} < 20$). Puisque les valeurs des coefficients de confiance devenaient dans les alentours de 300-400, il est possible de conclure que les données en ces points étaient très fiables.

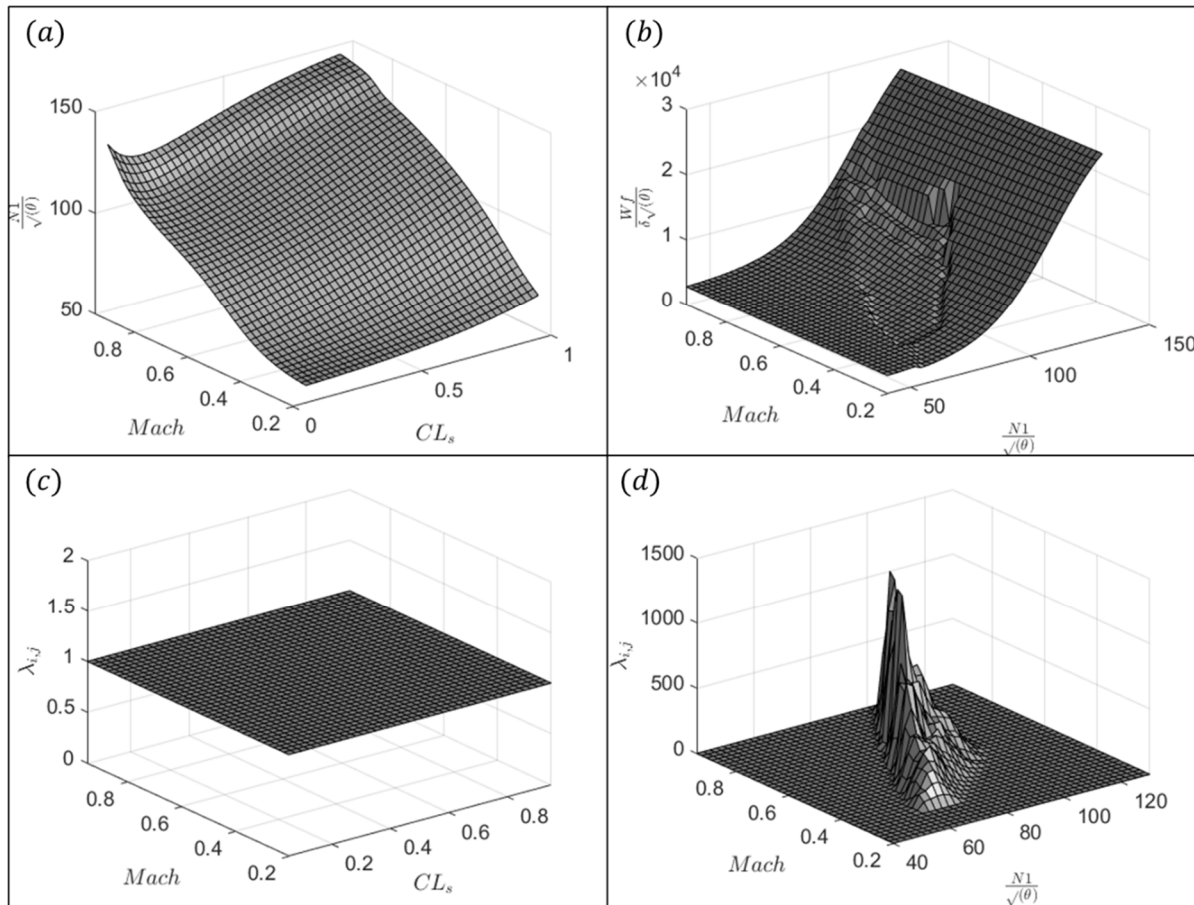


Figure 3.12 Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 2)

Dans cette situation, l'algorithme a ignoré le modèle aérodynamique pour adapter seulement le modèle propulsif. Les coefficients de confiance pour le modèle propulsif atteignent un niveau encore plus haut, soit d'environ 1500, tel que montré dans la Figure 3.12. En effet, les données en entrée pour ce modèle sont concentrées dans le plan $(N_{1,corr}, Mach)$, comme on peut le voir à la Figure 2.5, et donc s'adaptent très souvent.

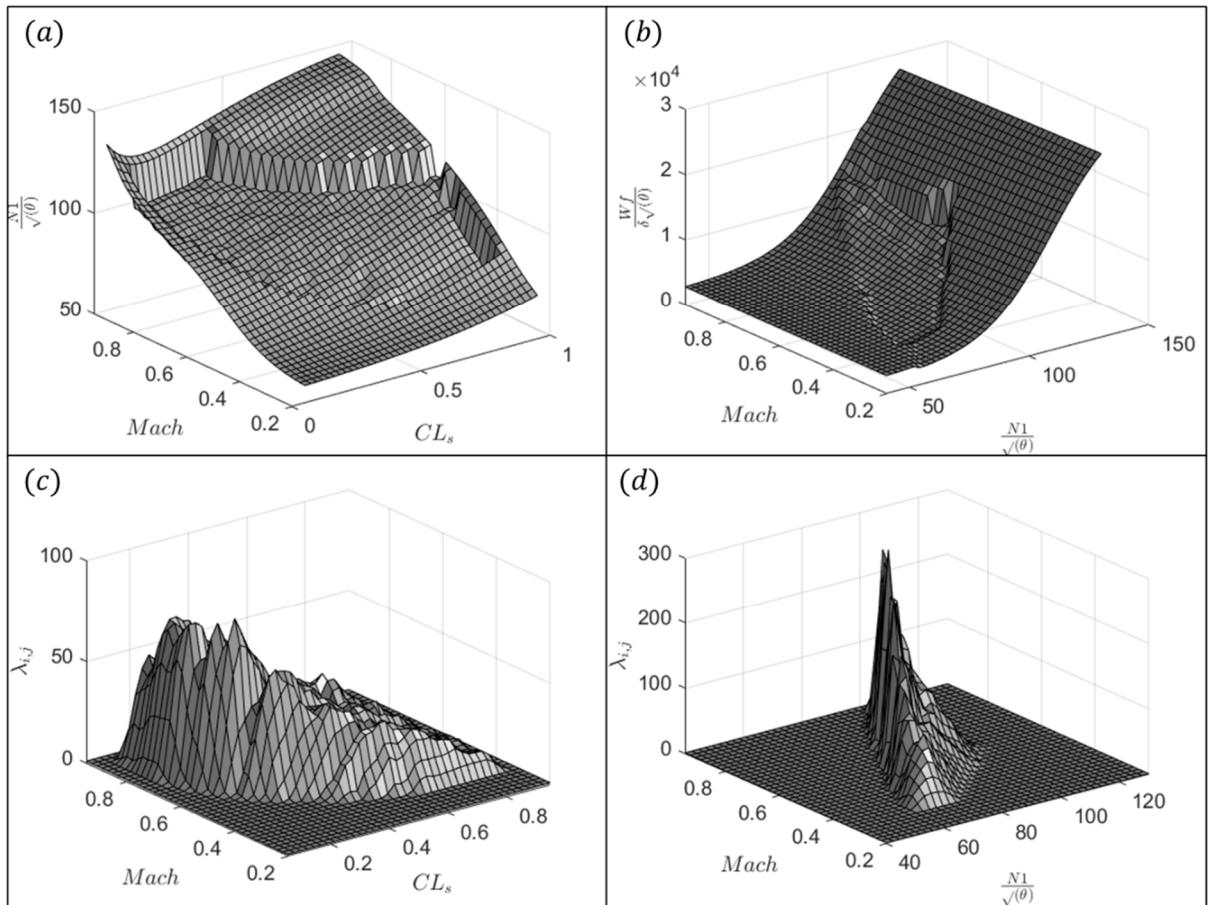


Figure 3.13 Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 3)

Dans la troisième situation, on voit l'effet d'adaptation des deux tables de recherche dans la Figure 3.13. Les deux tables de recherche pour les coefficients de confiance contiennent des valeurs beaucoup plus basses que celles des deux situations précédentes. Ceci s'explique par le fait que le modèle combiné présente de meilleurs résultats. En effet, puisque le modèle combiné est issu du modèle aérodynamique utilisé pour estimer le modèle propulsif, les résultats se rapprochent plus de la réalité lorsqu'on adapte les deux modèles de performance. Ainsi, l'algorithme effectue moins d'itérations afin d'améliorer les résultats du modèle combiné et donc les coefficients de confiance augmentent moins (jusqu'à 60), tel que montré à la Figure 3.13.

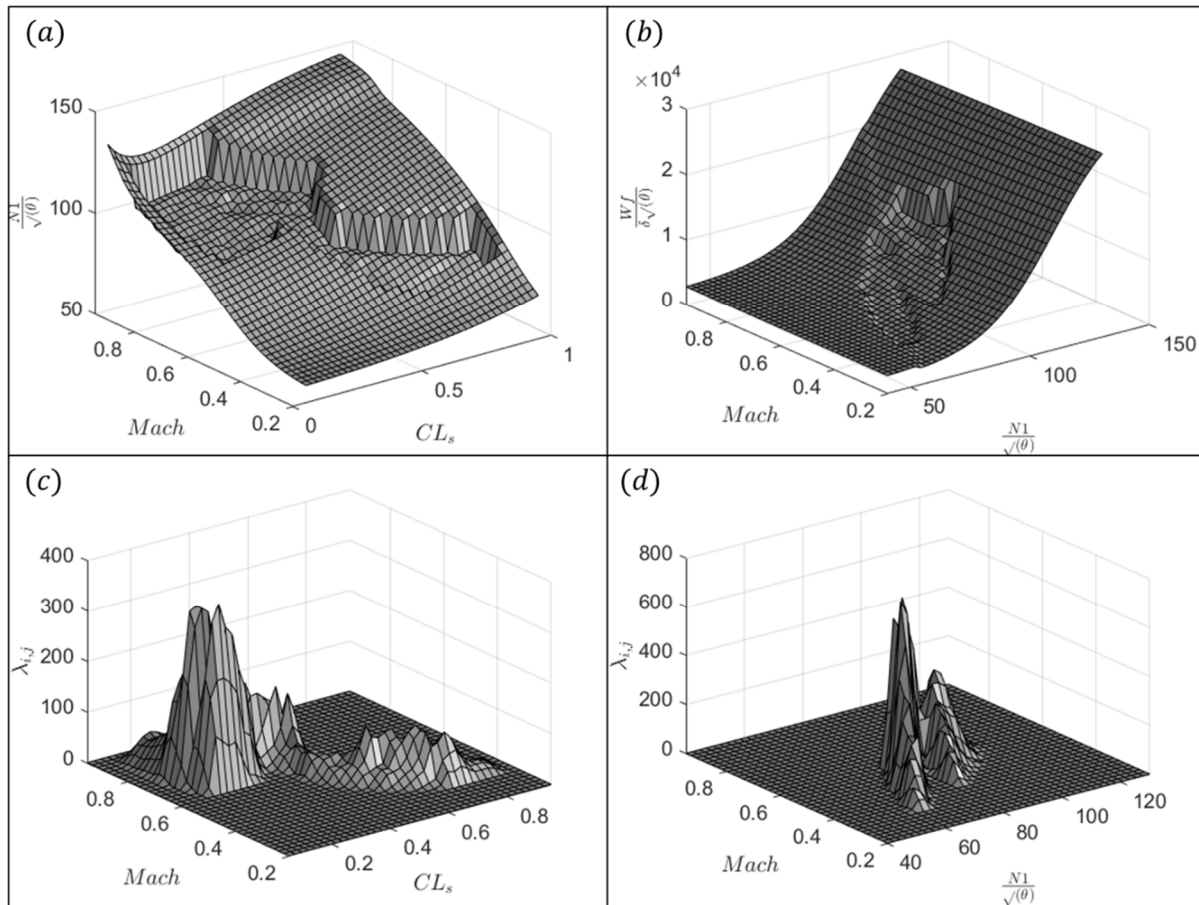


Figure 3.14 Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 4)

La quatrième situation est lorsqu'on adapte la table de recherche avec l'erreur relative la plus grande. On voit que pour le modèle aérodynamique, l'adaptation locale affecte beaucoup moins de la surface du graphique. Pour les surfaces obtenues où on constate une adaptation locale, on peut voir que leur allure est tout de même très lisse avec peu de variations brusques. Les tables de recherche pour les deux modèles montent jusqu'à des valeurs de 300 et 800 respectivement dans la Figure 3.14, laissant croire que les résultats obtenus sont fiables.

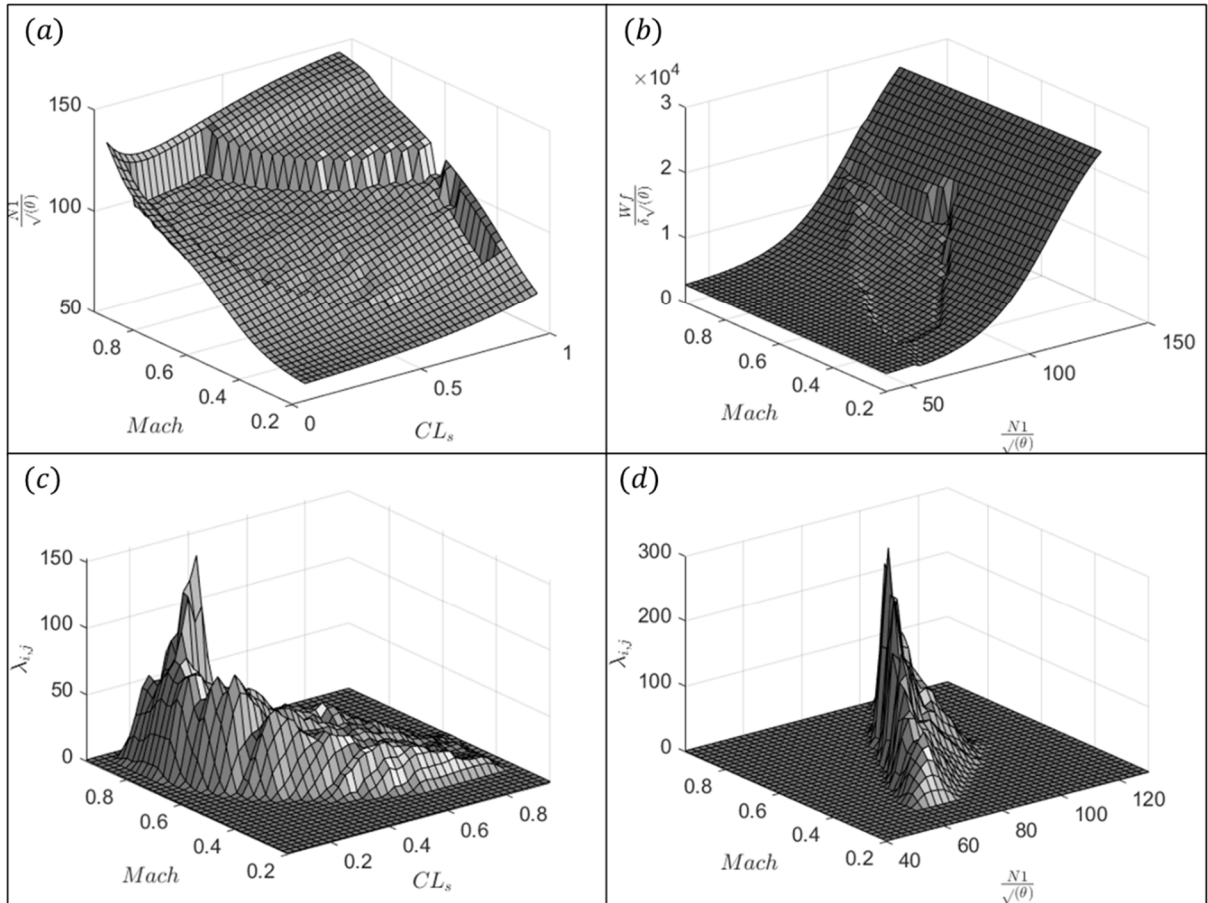


Figure 3.15 Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 5)

La Figure 3.15 montre les résultats de l'adaptation locale pour la situation dans laquelle on adapte avec les données de vol qui présentent une erreur relative supérieure à 1% et 2%. Les résultats obtenus ressemblent beaucoup à ceux obtenus dans la situation 3. En effet, puisqu'on a ajouté un biais de 10 et 1000 unités respectivement au modèle initial, une très grande partie des données de vol présentent une erreur supérieure à 1% et 2%.

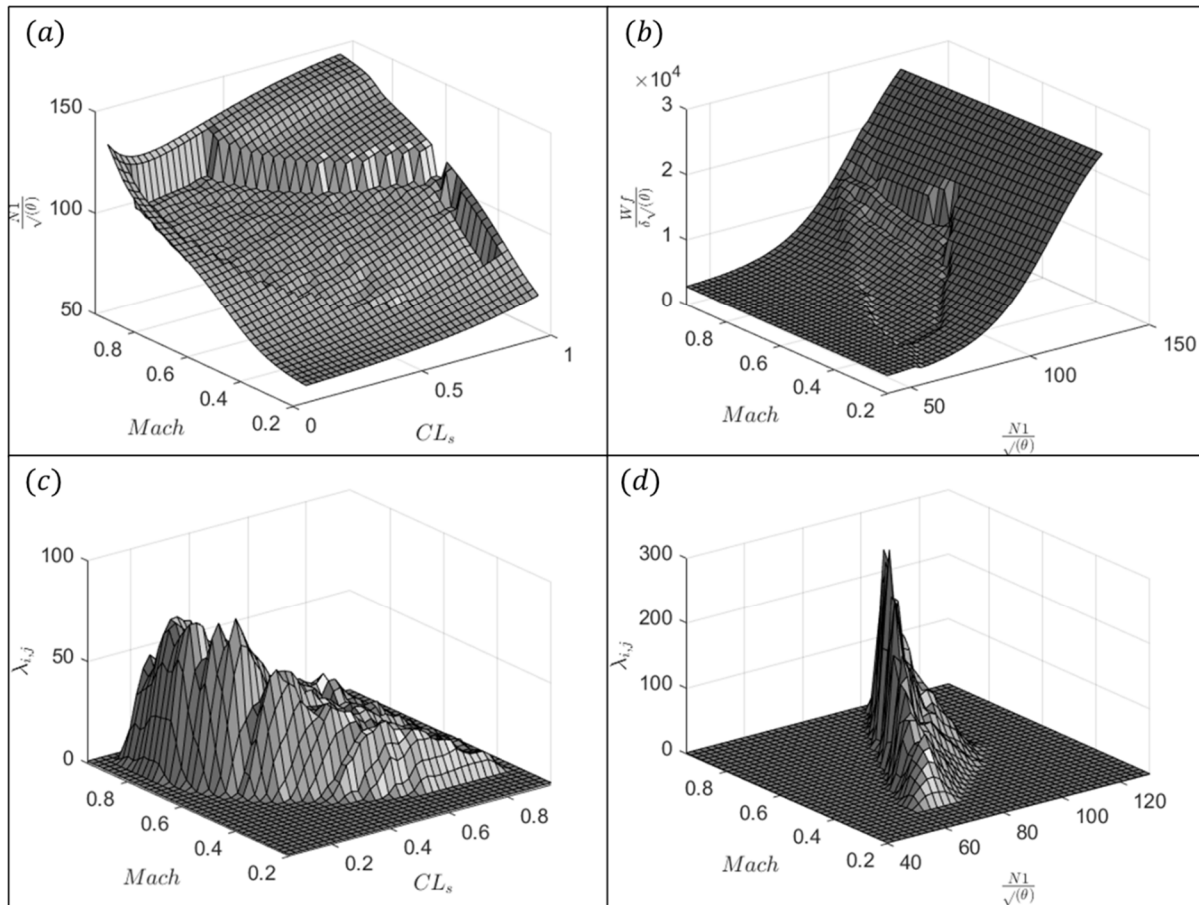


Figure 3.16 Tables de recherche de performances aérodynamique (a) et propulsive (b) après un processus d'adaptation locale et les tables de coefficient de confiance correspondantes (c) et (d) (Situation 6)

Finalement, cette dernière Figure 3.16 représente les résultats obtenus dans la situation 6. On rappelle que dans cette situation, on utilise la méthode *Specific Range Method* pour déterminer d'où provient la dégradation de performances en se basant sur trois types calculs des débits de carburant (soit théorique, mesuré ou calculé). De la même manière que dans la situation 5, le biais initial cause une erreur relative initiale très grande pour les deux modèles de *performance*. La méthode SRM (*Specific Range Method*) attribue alors la dégradation de performance autant au modèle aérodynamique que propulsif, et donc la majorité des données de vol sont utilisées pour leur adaptation locale.

Le Tableau 3.1 présente une comparaison des différentes REQM après un processus d'adaptation locale ainsi que leurs temps de calcul respectifs. Ces différentes situations sont expliquées en détail au chapitre 3.2.1 Situations d'adaptation :

- Situation 1 : 3.2.1.1 Adaptation de la table de recherche d'aérodynamique seulement ;
- Situation 2 : 3.2.1.2 Adaptation de la table de recherche propulsive seulement ;
- Situation 3 : 3.2.1.3 Adaptation des deux tables de recherche en tout temps ;
- Situation 4 : 3.2.1.4 Adaptation de la plus grande erreur relative ;
- Situation 5 : 3.2.1.5 Adaptation pour les données ayant des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2% ;
- Situation 6 : 3.2.1.6 Méthode SRM *Specific Range Method* ;

Les données utilisées pour la mesure et la validation de l'erreur suite de l'adaptation locale sont les mêmes que celles pour l'adaptation en tant que tel.

Tableau 3.1 Comparaison des erreurs relatives moyennes et temps de calcul pour les différentes situations d'adaptation locale

<i>Situation</i>	<i>Erreurs relatives moyennes (%)</i>			<i>Temps de calcul</i>
	<i>Modèle aérodynamique</i>	<i>Modèle propulsif</i>	<i>Modèle aéro-propulsif combiné</i>	<i>(Secondes)</i>
Modèle initial	12.78	10.94	44.16	N/A
Situation 1	1.17	10.94	13.75	82.22
Situation 2	12.78	4.81	38.45	104.62
Situation 3	0.99	4.11	6.66	48.44
Situation 4	4.48	4.37	16.43	72.96
Situation 5	1.00	4.05	6.64	47.79
Situation 6	0.99	4.11	6.66	47.12

Ces résultats démontrent plusieurs conclusions. Tout d'abord, on peut constater l'impact des deux modèles de performance sur le modèle combiné. Lorsqu'on compare les résultats obtenus la situation 1 avec ceux de la situation 2, c'est-à-dire adapter seulement le modèle aérodynamique et adapter seulement modèle propulsif, on observe qu'il y a une grande différence entre les REQMs obtenues pour le modèle combiné. L'impact d'une divergence pour le modèle aérodynamique est beaucoup plus grand que l'impact pour le modèle propulsif, ce qui s'explique par le fait que l'erreur se propage à travers les deux tables de recherche. Ceci démontre qu'il est nécessaire d'obtenir un seuil acceptable d'erreur beaucoup plus conservatif pour le modèle aérodynamique, puisque c'est une source de propagation d'erreur pour le modèle de performance combiné. C'est-à-dire qu'un certain pourcentage d'erreur d'une donnée par rapport au modèle aérodynamique sera exponentiellement grand pour le modèle combiné. De plus, un temps de calcul beaucoup plus grand est généré, puisque l'algorithme détecte une erreur relative supérieure à 2% souvent, est donc l'algorithme d'adaptation locale doit être recommencé afin d'abaisser l'erreur relative. Cependant, cela est impossible tant que le modèle aérodynamique n'est pas adapté. Les situations 3, 5 et 6 ne sont pas concluantes, puisque ce sont des situations sur lesquelles on se base sur la décision d'adapter ou pas en fonction l'erreur relative.

Puisqu'on a inséré un biais important au niveau du modèle initial, de 10 RPM et 1000 *lbs/hr*, l'erreur relative est toujours très grande, et donc l'algorithme décisionnel pour ces trois situations décide la plupart du temps d'adapter les deux modèles de performance. Dès lors, les résultats pour ces trois situations sont similaires. Pour pouvoir mieux comparer la performance des différentes situations, on peut enlever le biais des deux modèles initiaux. Dans ce cas, les résultats sont présentés au Tableau 3.2.

Tableau 3.2 Comparaison des erreurs relatives moyennes et temps de calcul pour les différentes situations d'adaptation locale

<i>Situation</i>	<i>Erreurs relatives moyennes (%)</i>			<i>Temps de calcul</i>
	<i>Modèle aérodynamique</i>	<i>Modèle propulsif</i>	<i>Modèle aéro-propulsif combiné</i>	<i>(Secondes)</i>
Modèle initial	3.05	5.14	7.87	N/A
Situation 1	1.02	5.14	4.58	33.76
Situation 2	3.05	4.81	12.52	97.95
Situation 3	0.99	4.11	6.66	49.98
Situation 4	1.73	3.46	7.21	62.05
Situation 5	1.05	3.42	5.97	47.22
Situation 6	0.99	4.11	6.66	49.80

En comparant les situation 3, 5 et 6 sans le biais initial, on constate que la situation 5 est celle qui utilise le moins de temps de calcul et qui donne les meilleurs résultats pour le modèle combiné.

3.4 Conclusions

On a présenté dans ce chapitre la méthodologie pour adapter localement les tables de recherche du modèle aéro-propulsif. On a présenté six mises en situation dans lesquelles on est passé par un processus décisionnel pour savoir quelles tables adapter à quel moment. Ces six situations différentes seront comparées dans le chapitre sur les résultats pour analyser lesquels ont donné les meilleurs résultats à la fin de l'algorithme, ainsi que et ceux qui ont permis de sauver le maximum de temps de calcul.

On a élaboré ensuite la méthodologie d'adaptation locale des tables de recherche. Cette adaptation est basée sur les tables de recherche initiales, les données du simulateur, la proximité des données du simulateur des nœuds des tables de recherche et aussi les coefficients de confiance associés à chaque nœud. Le processus de validation programmée a été présenté par la suite. Une validation a été réalisée pour le modèle aérodynamique, propulsif et combiné (aéro-propulsif).

Finalement, une discussion des résultats a été réalisée. Les temps de calcul pour les six différentes situations varient entre 47.12 secondes (situation 6) et 104.62 secondes (situation 2). Les résultats trouvés ont été meilleurs pour la situation 6, où on adapte localement les tables basées sur la méthode SRM. Au prochain chapitre, on introduit le processus d'adaptation globale, qui fait après l'algorithme d'adaptation locale.

CHAPITRE 4

ADAPTATION GLOBALE

Tel que conclu au chapitre 3, les tableaux de recherche présentent maintenant une information fiable localement, pour certaines conditions de vol très précises. Ce chapitre vise à étendre l'information obtenue à travers l'adaptation locale à l'entièreté des deux tableaux de recherche. C'est-à-dire que les tables de recherche vont être globalement adaptées. On y présente la méthodologie générale de l'adaptation globale pour chacune des trois méthodes d'estimation présentées au chapitre 2, soit l'interpolation polynomiale, le spline à plaques minces et les réseaux de neurones. Le but de l'adaptation globale est d'obtenir des surfaces qui se comportent de manière similaire aux surfaces obtenues pour donner suite à la création des modèles de performances initiales, mais avec un décalage vers le bas du graphique (l'axe $\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$ ou $\frac{W_f}{\delta\sqrt{\delta}}$), synonyme d'une « détérioration de la performance ». Pour cela, une seule méthode d'estimation est utilisée d'un bout à l'autre de l'algorithme. Ainsi, lorsque l'interpolation polynomiale est utilisée pour la création du modèle initial, elle l'est également pour le modèle de l'adaptation globale. Il en va de même pour l'utilisation de la spline à plaques minces et pour les réseaux de neurones. De cette manière, l'algorithme garde une cohérence et il est possible de comparer les résultats de ces méthodes entre elles.

4.1 Méthodes d'interpolation des tables de recherche initiales

Cette sous-section reprend les théories détaillées à la sous-section 2.3 *Méthodes d'interpolation pour des tables de recherche initiales du modèle aéro-propulsif* et les applique à l'adaptation globale. Chaque méthode d'estimation est programmée d'une manière indépendante par rapport à une méthode autre et on cherche à comparer les résultats obtenus par chacune d'elles. Les tables qui seront utilisées en entrée du sous-algorithme d'adaptation globale pour chaque méthode d'estimation sont les suivantes :

- Table de recherche localement adaptée du modèle de performance aérodynamique ;
 - Coordonnées en $\left(CL_s, Mach, \frac{N_1}{\sqrt{\theta}} \right)$;
- Table de recherche localement adaptée du modèle de performance propulsif ;
 - Coordonnées en $\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, Mach, \frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}} \right)$;
- Table de recherche des coefficients de confiance obtenue suite à l'adaptation locale du modèle de performance aérodynamique ;
 - Coordonnées en $\left(CL_s, Mach, \lambda_{i,j} \right)$;
- Table de recherche des coefficients de confiance obtenue suite à l'adaptation locale du modèle de performance aérodynamique ;
 - Coordonnées en $\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, Mach, \lambda_{i,j} \right)$;

Une fois que ces informations sont entrées dans l'algorithme, il faut distinguer quelles coordonnées des quatre tables de recherche ont été localement adaptées. Les critères suivants sont appliqués aux tables de recherche du modèle aéro-propulsif pour filtrer les données localement adaptées :

$$\left(CL_{s_i}, Mach_j, \left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}} \right)_{i,j} \right) \forall \left(CL_{s_i}, Mach_j, \lambda_{i,j} \right) > 1 \quad (4.1)$$

$$\left(\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}} \right)_i, Mach_j, \left(\frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}} \right)_{i,j} \right) \forall \left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, Mach, \lambda_{i,j} \right) > 1 \quad (4.2)$$

Autrement dit, l'algorithme garde toutes les données des tables de recherche du modèle de performance aéro-propulsif pour lesquelles leur coefficient de confiance $\lambda_{i,j}$ correspondant est strictement supérieur à 1. En effet, puisqu'un nœud de la table de recherche qui est adapté localement voit son coefficient de confiance augmenter (voir l'équation 3.11), une valeur de $\lambda_{i,j} = 1$ veut dire qu'un nœud n'a jamais été adapté localement. Ainsi, ce nœud doit passer par l'algorithme d'adaptation globale.

Une fois que le filtrage des nœuds localement adaptés est complété, il faut déterminer si un nombre significatif de nœuds a été adapté localement pour pouvoir procéder à l'adaptation globale. Le critère suivant est imposé :

$$\frac{\text{nombre de noeuds adaptés}}{\text{nombre de noeuds total}} > 10\% \quad (4.3)$$

En utilisant ce critère, on s'assure que l'adaptation globale se base sur un échantillon assez grand de nœuds localement adaptés.

L'étape suivante s'agit de procéder aux interpolations. Les trois méthodes d'estimation utilisées sont présentées dans les sous-sections qui suivantes.

4.1.1 Interpolation polynomiale

La première méthode est utilisée d'une manière similaire à celle utilisée pour la création du modèle initial. Puisqu'on cherche à obtenir une surface similaire à celle initiale, on représente le polynôme de degré 2 sur les deux axes. De plus, contrairement à la création du modèle initial expliqué dans la section 2.3.1 Interpolation polynomiale, les coefficients de confiance sont pris en compte. Ces coefficients de confiance sont utilisés dans la fonction d'interpolation polynomiale *fit* dans MATLAB en tant que poids attribué à chacune des données en entrée. La fonction *fit* est donc programmée comme l'indique les formules suivantes :

$$fit \left(CL_s, Mach, \frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, \lambda_{i,j,aéro} \right) \quad (4.4)$$

$$fit \left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}, Mach, \frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}}, \lambda_{i,j,prop} \right) \quad (4.5)$$

4.1.2 Thin-plate spline

La deuxième méthode d'estimation est celle utilisant les splines à plaques minces. Pour le moment, il n'existe pas de méthode connue qui permet de concevoir des splines à plaques mince en insérant les poids des données à interpoler. Ainsi, pour cette méthode d'estimation pour l'adaptation globale, on applique la même théorie que celle utilisée pour le modèle initial (voir la sous-section 2.3.2 Spline à plaques minces)

4.1.3 Réseaux de neurones

La troisième et dernière méthode d'estimation est celle utilisant des réseaux de neurones. La structure utilisée pour le sous-algorithme d'adaptation globale prend en compte les coefficients de confiance associés aux tables de recherche des modèles de performances aéro-propulsives. Cette structure est présentée dans la figure suivante :

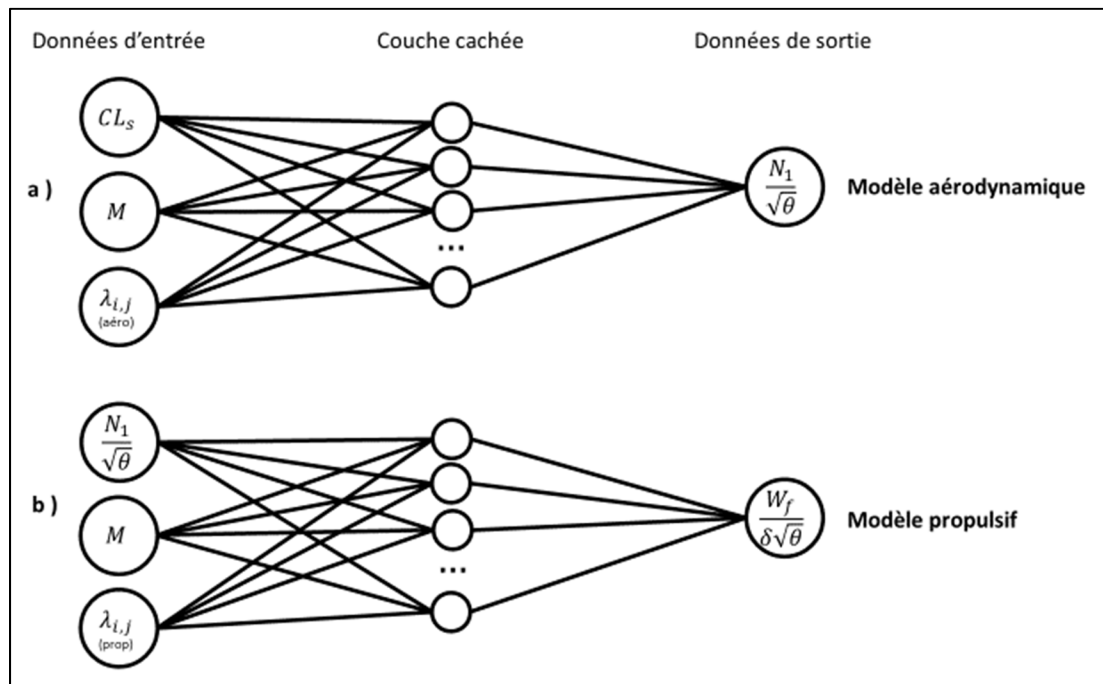


Figure 4.1 Schéma de la structure générale des réseaux de neurones pour les deux modèles de performance (adaptation globale) : a) et b)

Comme indiqué à la Figure 4.1, les coefficients de confiance sont directement utilisés comme des entrées dans les deux réseaux de neurones. Les paramètres et l'architecture de ces réseaux de neurones sont les mêmes que celles utilisées pour la création du modèle aéro-propulsif initial :

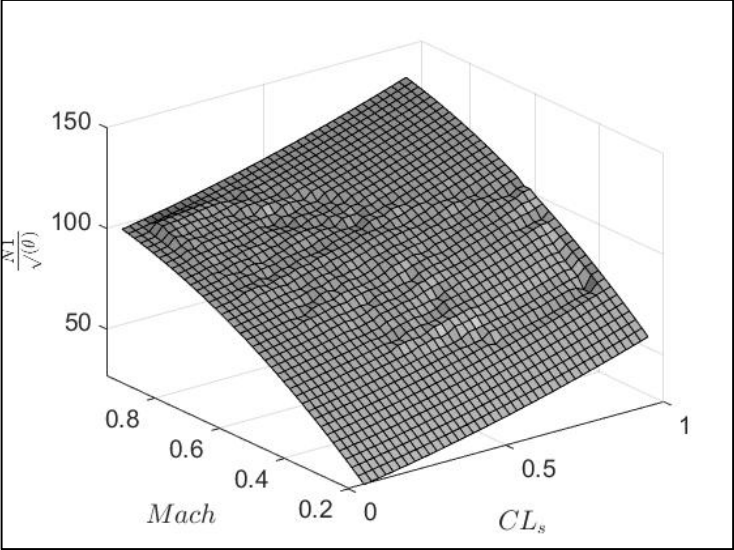
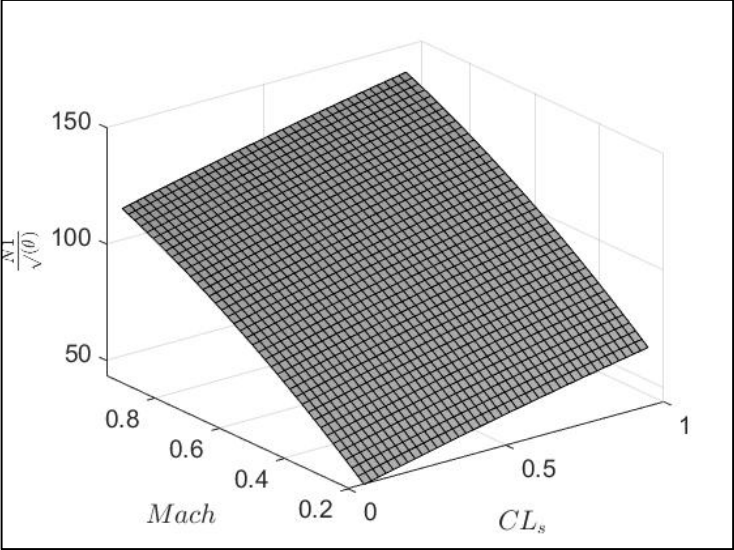
- La fonction d'activation utilisée dans les neurones est la fonction sigmoïde ;
 - $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$
- Les données d'entrée sont réparties aléatoirement selon les pourcentages suivants ;
 - 70% de données d'entraînement
 - 30% de données de tests
- Utilisation d'une seule couche cachée
- Le nombre de nœuds dans la couche cachée pour chaque modèle de performance
 - 4 nœuds pour le modèle aérodynamique
 - 2 nœuds pour le modèle propulsif

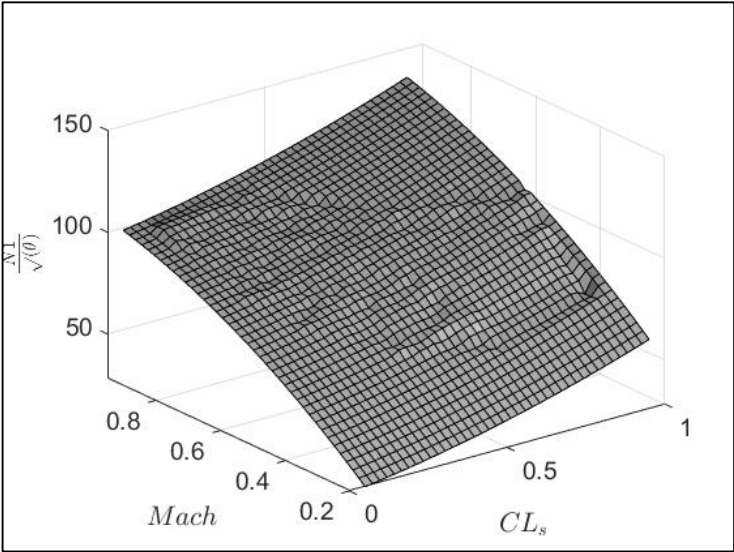
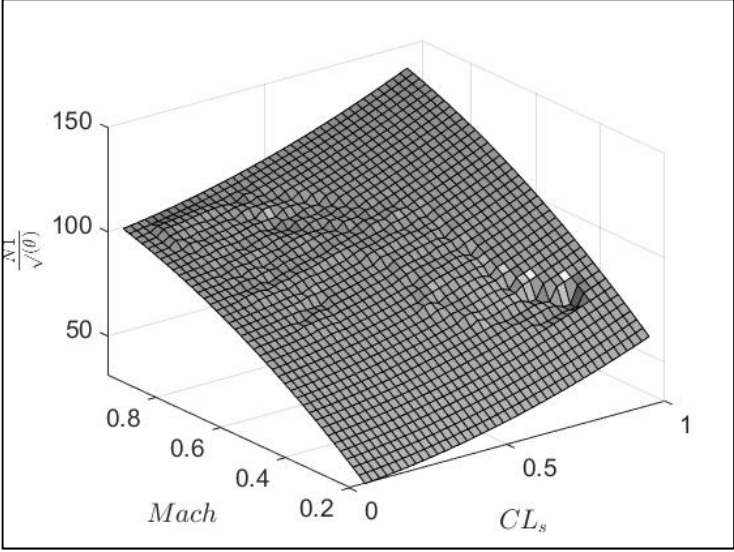
La même architecture est gardée pour les modèles aérodynamique et propulsif par souci de cohérence et de performance. En effet, suite à l'adaptation globale, l'allure des surfaces des modèles de performances doit être similaire à celle du modèle initial, donc le même nombre de nœuds est utilisé.

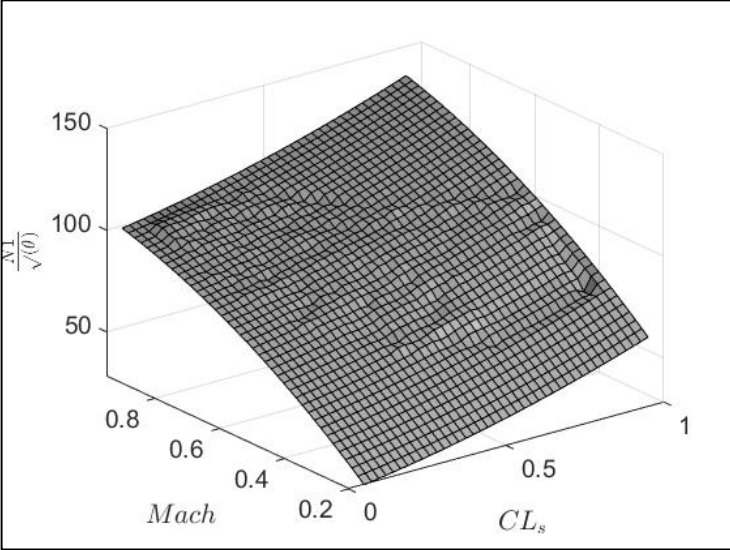
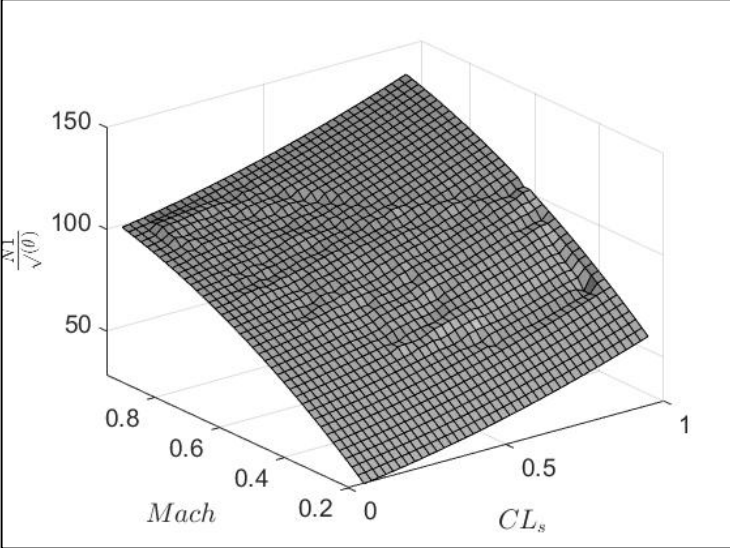
4.2 Résultats et discussion

Suite à l'application d'une des trois méthodes d'estimation présentées, on calcule les nœuds des tables de recherche qui n'ont pas été adaptés localement à l'aide des modèles obtenus. C'est-à-dire que les valeurs des nœuds ($\frac{N_1}{\sqrt{\theta}}$ ou $\frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}}$) pour lesquels leur coefficient de confiance est égal à 1 ($\lambda_{i,j} = 1$) est calculée à l'aide du modèle d'adaptation globale généré. Le Tableau 4.1 présente la table de recherche (TDR) du modèle de performance aérodynamique suite à l'adaptation globale à l'aide de la méthode « d'interpolation polynomiale » pour les situations 1 à 6 :

Tableau 4.1 Tables de recherche du modèle de performance aérodynamique suite à l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de l'interpolation polynomiale

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<div>Situation 1</div> <div>Adapter seulement la TDR de performance aérodynamique</div>		$\begin{cases} SSE = 12137 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 710 \\ REQM = 0.92 \end{cases}$
<div>Situation 2</div> <div>Adapter seulement la TDR de performance propulsive</div>		$\begin{cases} SSE = 1.5E + 06 \\ RSQUARE = -0.79 \\ DFE = 0 \\ REQM = 11.99 \end{cases}$

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<div>Situation 3</div> <div>Adapter les deux TDR en tout temps</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 9267.5 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 710 \\ REQM = 0.81 \end{array} \right.$</div>
<div>Situation 4</div> <div>Adapter la TDR avec la plus grande erreur relative</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 10189 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 461 \\ REQM = 0.79 \end{array} \right.$</div>

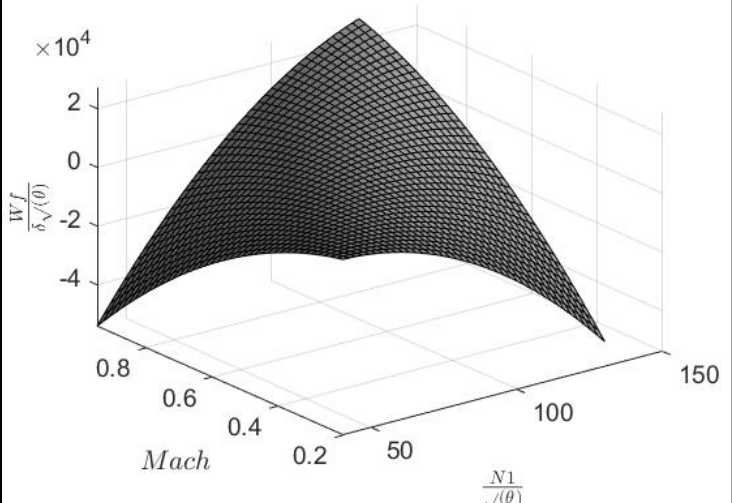
Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 5 Adapter les deux TDR pour des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2%		$\begin{cases} SSE = 9289.4 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 708 \\ REQM = 0.81 \end{cases}$
Situation 6 Adapter les TDR selon la méthode <i>Specific Range Method</i>		$\begin{cases} SSE = 9267.5 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 710 \\ REQM = 0.81 \end{cases}$

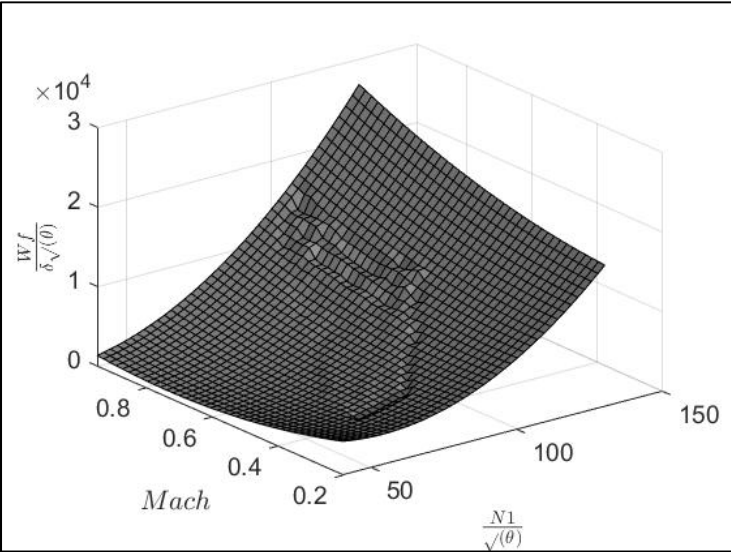
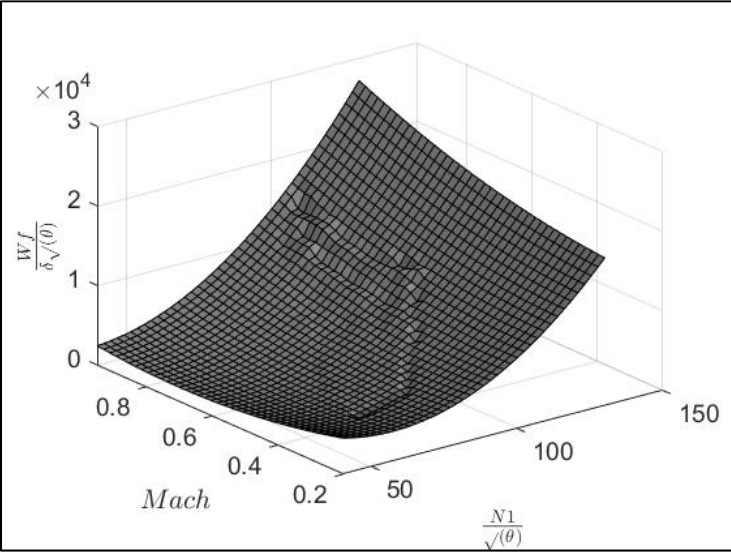
On remarque immédiatement la valeur négative de R^2 pour le modèle de performance aérodynamique pour la situation 2, soit de -0.79. Dans cette situation, c'est seulement le modèle propulsif qui se fait adapter, ainsi que le modèle adapté globalement est très loin du modèle initial. Également, toutes les valeurs de R^2 sont de ~ 0.99 et ainsi, pour toutes les valeurs de DFE (nombre de degrés de liberté de l'erreur), ce qui indique que le modèle de performance final peut être très bien estimé en adaptant localement seulement 461 nœuds parmi 1600 dans le plan (X, Y) , comme c'est le cas pour la situation 4. Cela permet de raccourcir

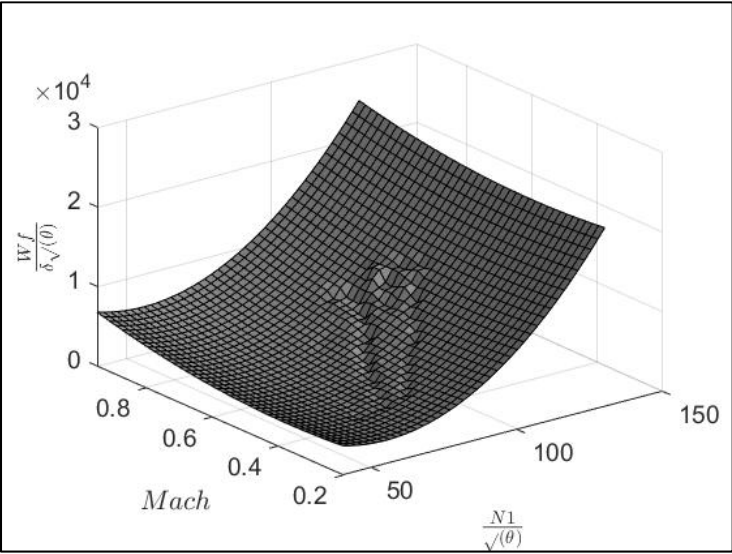
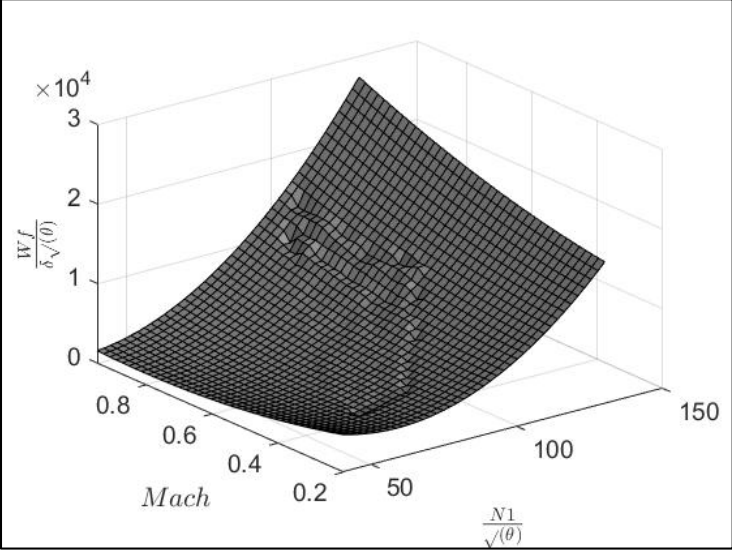
le temps de calcul, puisqu'on sait qu'on a besoin de moins de données pour l'algorithme d'adaptation.

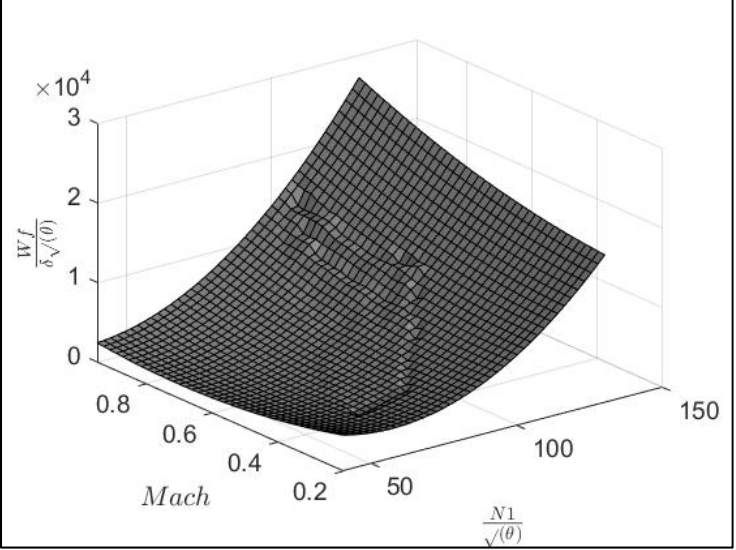
Le Tableau 4.2 présente la table de recherche du modèle de performance propulsif suite à l'adaptation globale à l'aide de la méthode d'interpolation polynomiale pour les situations 1 à 6 :

Tableau 4.2 Tables de recherche du modèle de performance propulsive après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de l'interpolation polynomiale

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 1 Adapter seulement la TDR de performance aérodynamique		$\begin{cases} SSE = 5.95E + 09 \\ RSQUARE = 0.92 \\ DFE = 0 \\ REQM = 423.4 \end{cases}$

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<div>Situation 2</div> <div>Adapter seulement la TDR de performance propulsive</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.46E + 09 \\ RSQUARE = 0.98 \\ DFE = 324 \\ REQM = 320.5 \end{array} \right.$</div>
<div>Situation 3</div> <div>Adapter les deux TDR en tout temps</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.11E + 09 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 324 \\ REQM = 283.2 \end{array} \right.$</div>

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 4 Adapter la TDR avec la plus grande erreur relative		$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.25E + 09 \\ RSQUARE = 0.98 \\ DFE = 220 \\ REQM = 7.54 \end{array} \right.$
Situation 5 Adapter les deux TDR pour des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2%		$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.03E + 09 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 315 \\ REQM = 324 \end{array} \right.$

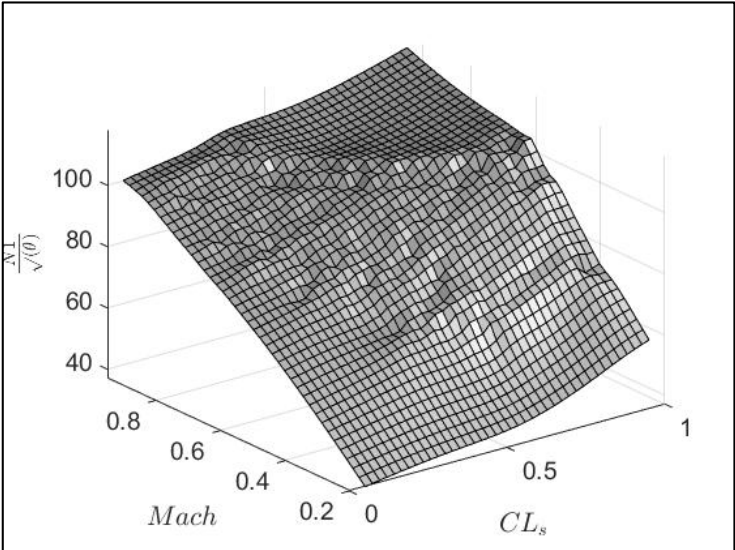
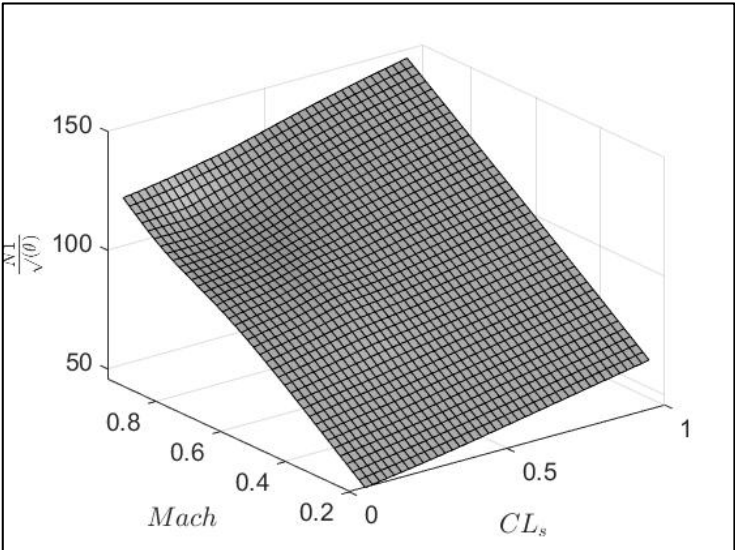
Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 6 Adapter les TDR selon la méthode <i>Specific Range Method</i>		$\begin{cases} SSE = 1.11E + 09 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 324 \\ REQM = 283.2 \end{cases}$

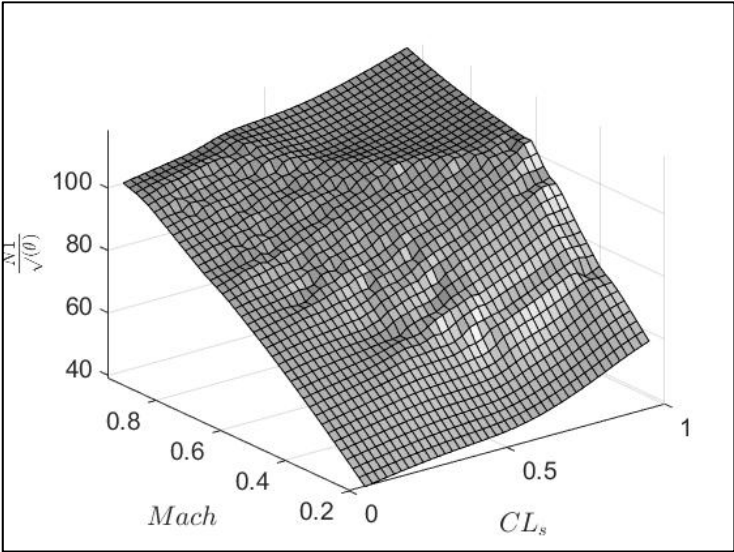
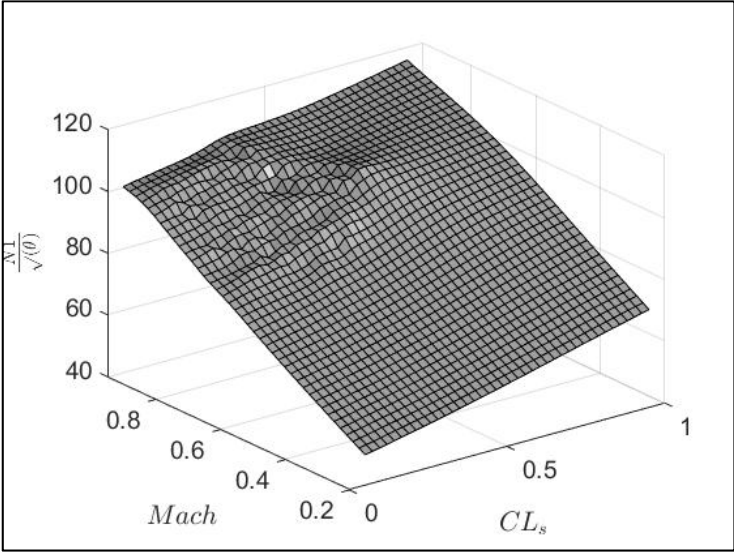
On remarque que la situation 4 a la plus petite racine de l'erreur quadratique moyenne (REQM), c'est-à-dire 7.54. La valeur de R^2 est entre 0.98 et 0.99 pour toutes les situations, sauf pour la première. Ces résultats sont attendus, puisque la situation 1 implique que seulement le modèle de performance aérodynamique est adapté. Les résultats montrés dans le Tableau 4.1 et le Tableau 4.2 montre que la situation 4 (adaptation du modèle avec la plus grande erreur relative) est la situation la plus efficace pour l'adaptation par interpolation polynomiale.

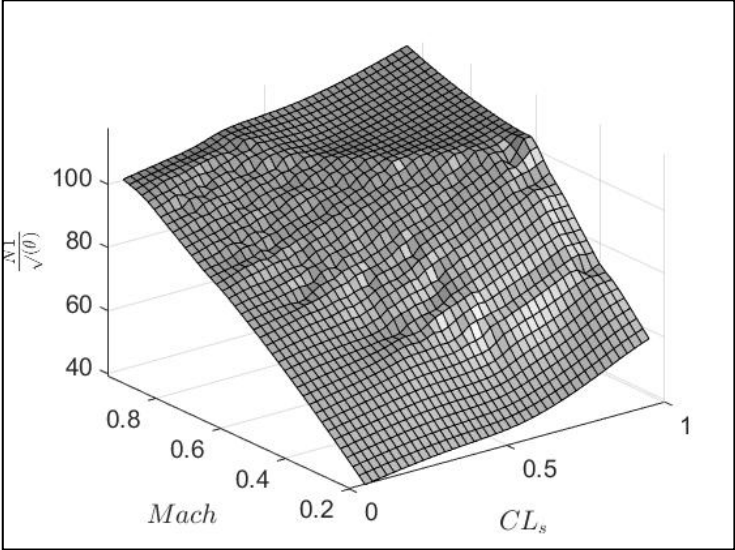
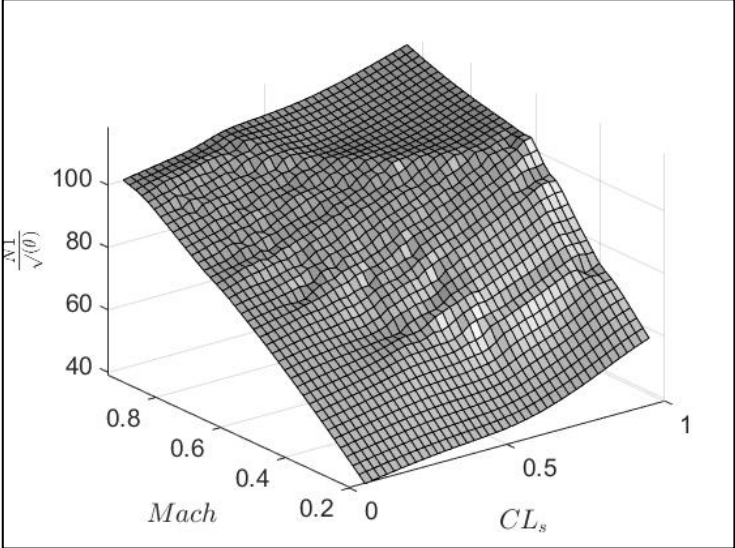
Également, on remarque que l'allure de la surface pour la situation 1, qui représente le modèle initial puisque la table de recherche ne s'est pas fait adapter dans ce cas-ci, est différente des surfaces obtenues dans les autres situations. En effet, le modèle initial doit avoir une allure similaire au modèle final pour garder une cohérence et puisque la performance d'un avion diminue presque également peu importe les conditions de vol (CL_s , $Mach$, $N_1/\sqrt{\theta}$). Cela peut être dû au faible nombre de nœuds qui ont été utilisés pour l'adaptation globale du modèle de performance. En effet, on peut voir dans le Tableau 4.2 qu'environ 240 et 324 nœuds parmi 1600 qui ont servi à l'adaptation globale.

Le Tableau 4.3 présente les tables de recherche du modèle de performance aérodynamique suite à l'adaptation globale à l'aide de la méthode de spline à plaques minces pour les situations 1 à 6 :

Tableau 4.3 Tables de recherche du modèle de performance aérodynamique après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de splines à plaques minces

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 1 Adapter seulement la TDR de performance aérodynamique		$\begin{cases} SSE = 12953.8 \\ RSQUARE = 0.98 \\ DFE = 710 \\ REQM = 0.95 \end{cases}$
Situation 2 Adapter seulement la TDR de performance propulsive		$\begin{cases} SSE = 1300916 \\ RSQUARE = -0.5593 \\ DFE = 0 \\ REQM = 11.02 \end{cases}$

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<div>Situation 3</div> <div>Adapter les deux TDR en tout temps</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 9267.5 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 710 \\ REQM = 0.81 \end{array} \right.$</div>
<div>Situation 4</div> <div>Adapter la TDR avec la plus grande erreur relative</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 48233 \\ RSQUARE = 0.94 \\ DFE = 266 \\ REQM = 0.97 \end{array} \right.$</div>

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 5 Adapter les deux TDR pour des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2%		$\begin{cases} SSE = 9361.37 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 701 \\ REQM = 0.81 \end{cases}$
Situation 6 Adapter les TDR selon la méthode <i>Specific Range Method</i>		$\begin{cases} SSE = 9267.5 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 710 \\ REQM = 0.81 \end{cases}$

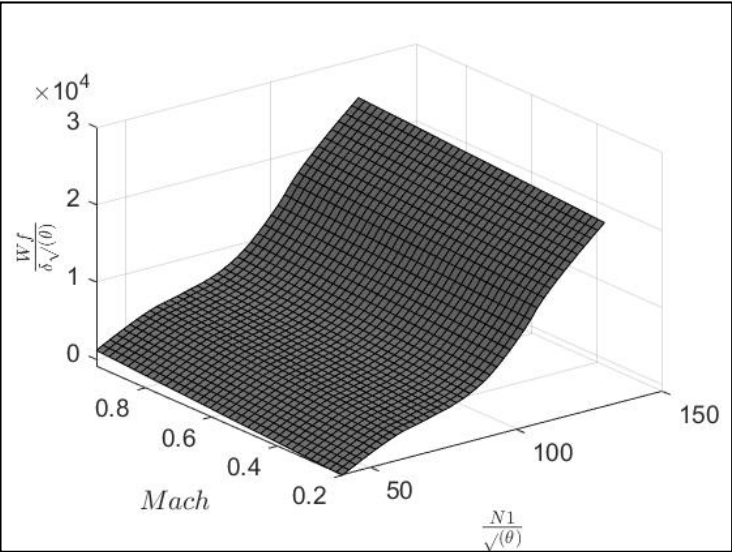
Tout comme pour la méthode à interpolation polynomiale, on remarque que l'interpolation par spline à plaques minces donne de très bons résultats pour les situations 1, 3, 5 et 6. En effet, toutes ces situations produisent une valeur de R^2 très proche de 1 et un $REQM$ qui s'étend sur une plage entre 0.8 et 0.95. La situation 4 montre que la table de recherche finale obtenue est moins capable de prédire la performance aérodynamique de l'avion, avec une valeur de R^2 de 0.94. Ceci s'explique par le faible nombre de DFE (266). On voit également que les données qui ont été adaptés localement sont concentrés dans une zone limitée de la table de recherche

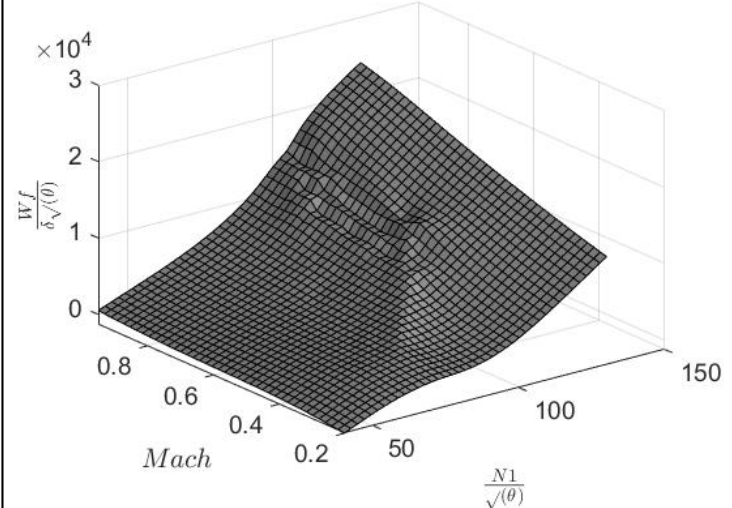
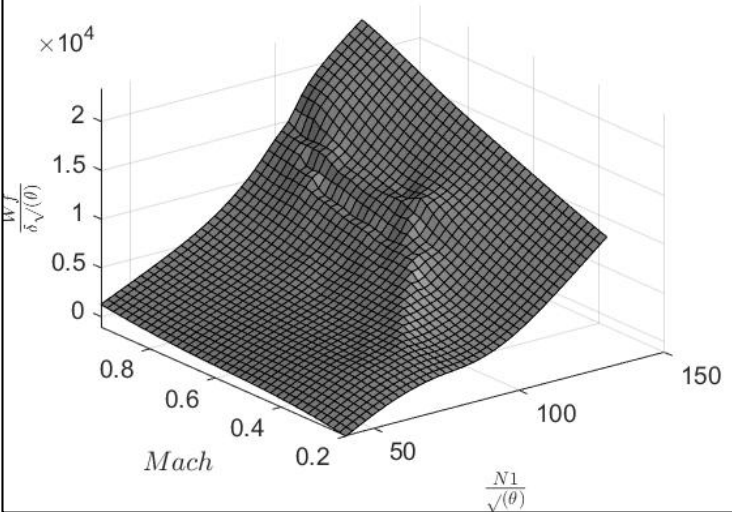
aérodynamique, ce qui explique la difficulté de prédire la performance aérodynamique suite à l’adaptation globale.

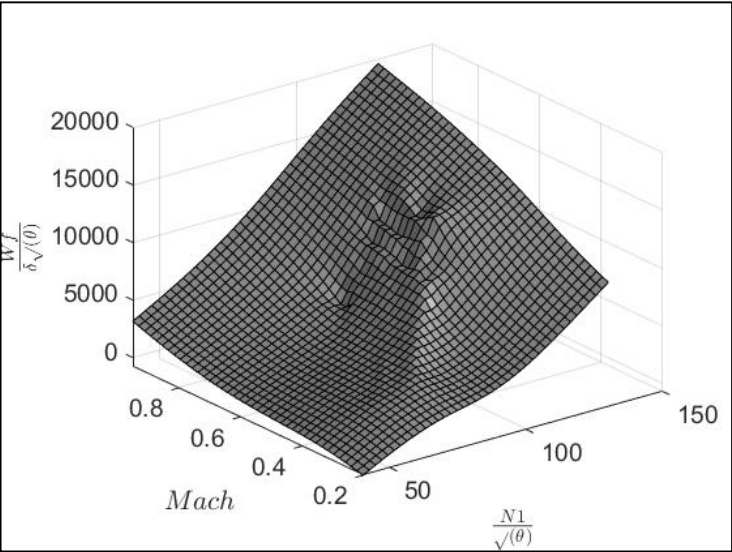
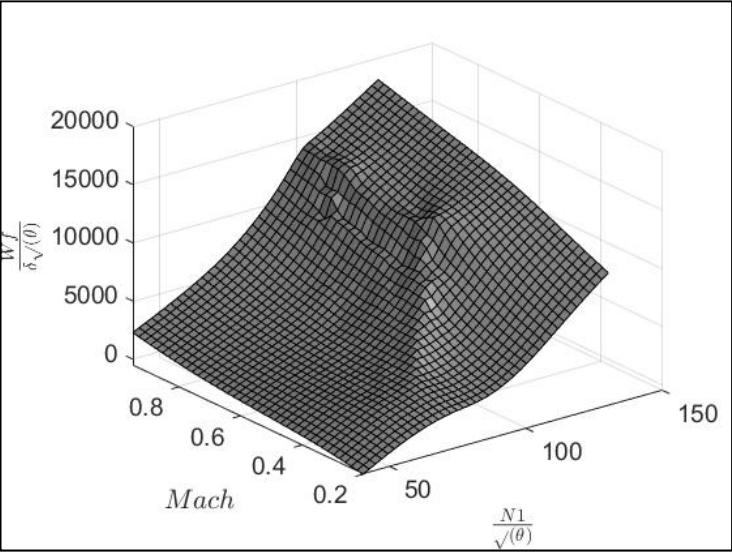
Également, on remarque que les surfaces produites par l’adaptation globale ressemblent beaucoup à la surface de performance aérodynamique initiale.

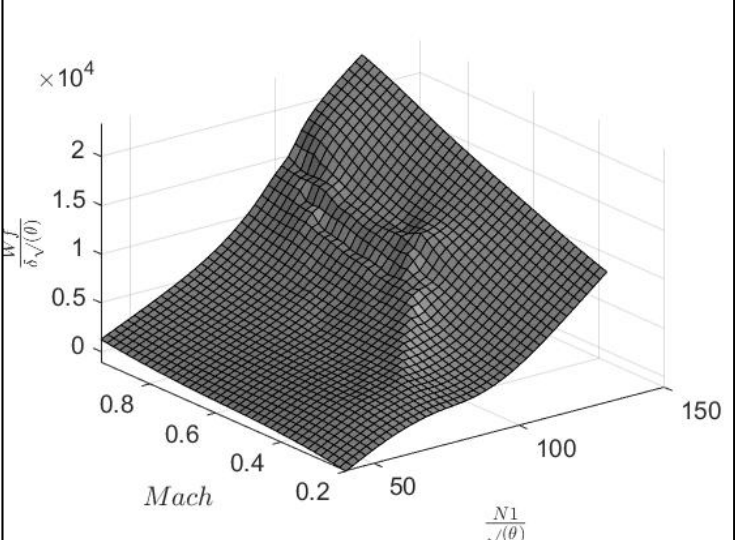
Le Tableau 4.4 présente les tables de recherche du modèle de performance propulsif suite à l’adaptation globale à l’aide de la méthode de spline à plaques minces pour les situations 1 à 6 :

Tableau 4.4 Tables de recherche du modèle de performance propulsive après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de splines à plaques minces

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<div>Situation 1</div> <div>Adapter seulement la TDR de performance aérodynamique</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 7.49E + 09 \\ RSQUARE = 0.90 \\ DFE = 0 \\ REQM = 784.91 \end{array} \right.$</div>

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<p>Situation 2</p> <p>Adapter seulement la TDR de performance propulsive</p>		$\begin{cases} SSE = 1.47E + 09 \\ RSQUARE = 0.98 \\ DFE = 324 \\ REQM = 323.3 \end{cases}$
<p>Situation 3</p> <p>Adapter les deux TDR en tout temps</p>		$\begin{cases} SSE = 1.11E + 09 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 324 \\ REQM = 283.2 \end{cases}$

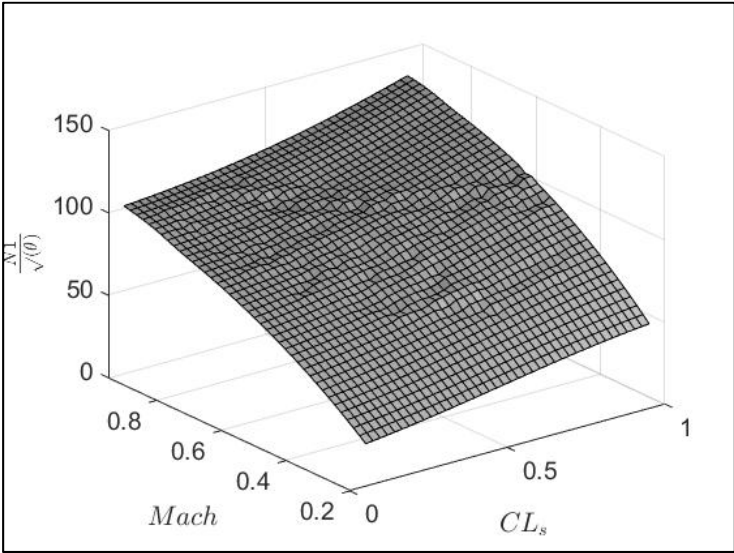
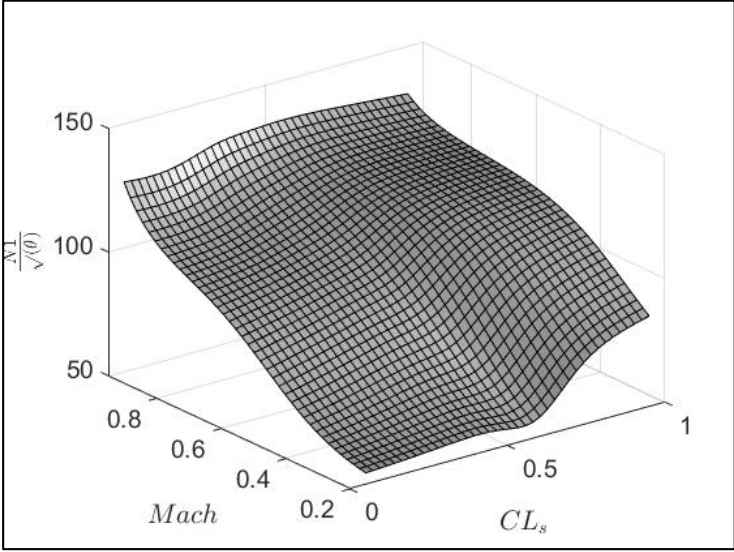
Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<div>Situation 4</div> <div>Adapter la TDR avec la plus grande erreur relative</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.95E + 09 \\ RSQUARE = 0.97 \\ DFE = 240 \\ REQM = 342.4 \end{array} \right.$</div>
<div>Situation 5</div> <div>Adapter les deux TDR pour des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2%</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1E + 09 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 318 \\ REQM = 237.4 \end{array} \right.$</div>

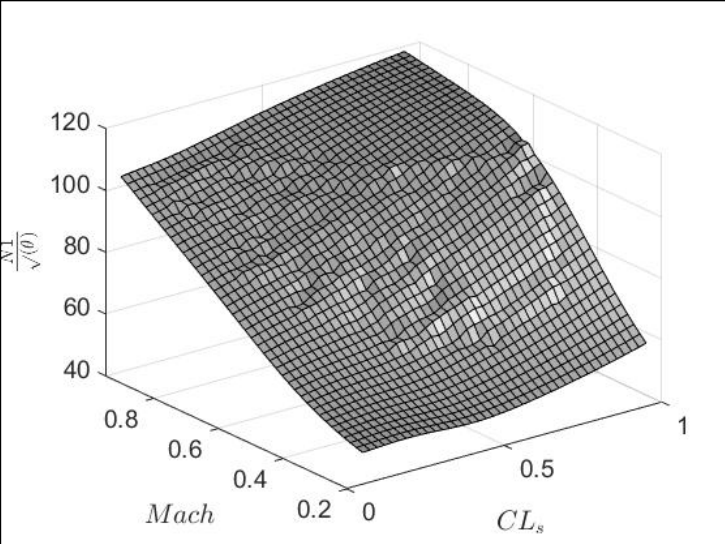
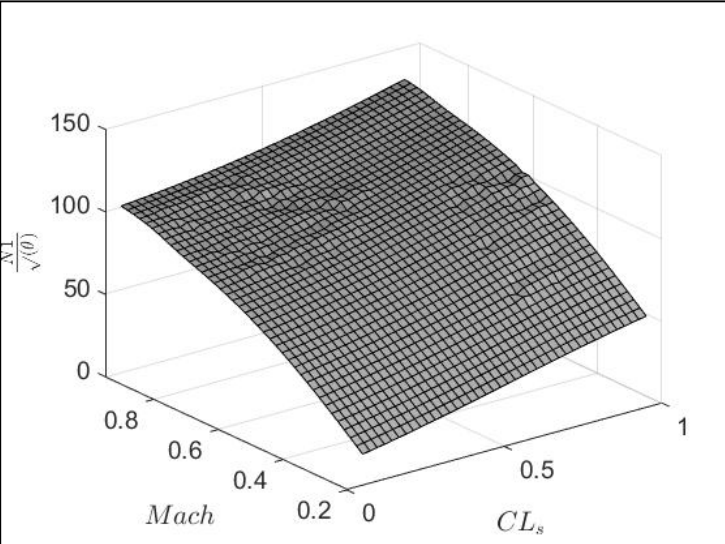
Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 6 Adapter les TDR selon la méthode <i>Specific Range Method</i>		$\begin{cases} SSE = 1.11E + 09 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 324 \\ REQM = 283.2 \end{cases}$

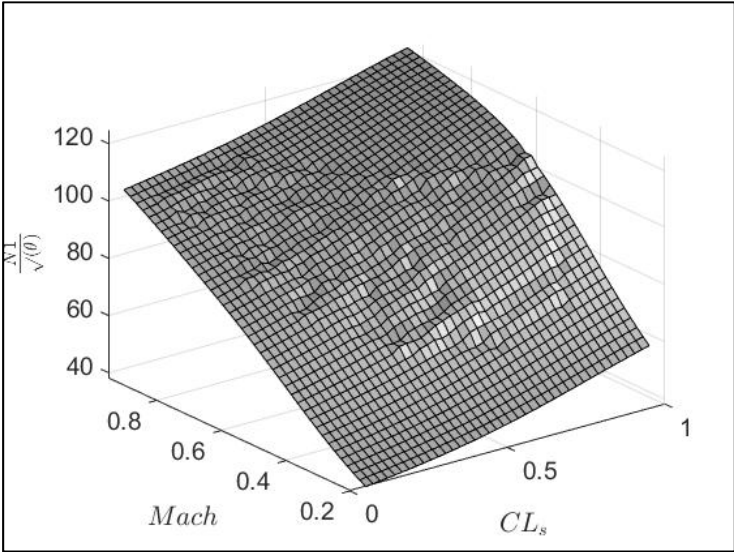
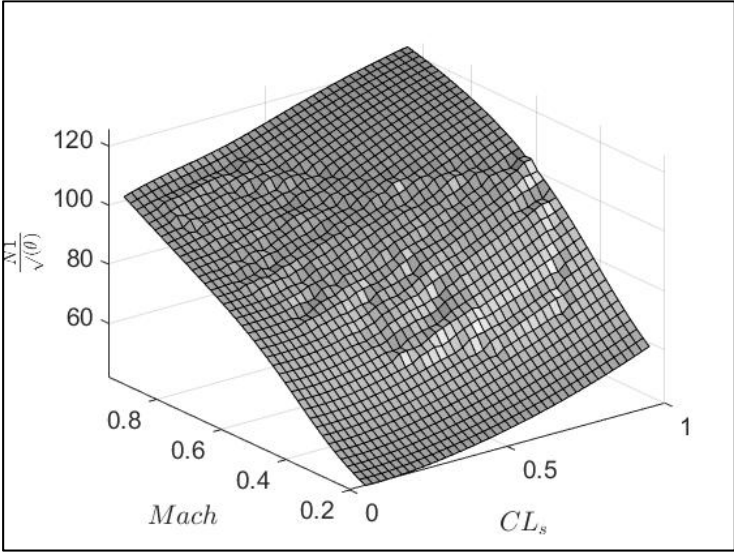
Contrairement au modèle de performance propulsive produit par l'interpolation polynomiale, la méthode par splines à plaques minces produit un modèle final semblable au modèle initial. Les R^2 sont également très proches de 1 pour les situations 2 à 6, et la REQM est la plus faible pour la situation 5 ($REQM = 267.45$).

Le Tableau 4.5 présente les tables de recherche du modèle de performance aérodynamique suite à l'adaptation globale à l'aide de la méthode utilisant des réseaux de neurones pour les situations 1 à 6 :

Tableau 4.5 Tables de recherche du modèle de performance aérodynamique après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de réseaux de neurones

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<div>Situation 1</div> <div>Adapter seulement la TDR de performance aérodynamique</div>		<div>$SSE = 12943.7$ $RSQUARE = 0.98$ $DFE = 710$ $REQM = 0.95$</div>
<div>Situation 2</div> <div>Adapter seulement la TDR de performance propulsive</div>		<div>$SSE = 1.97E + 04$ $RSQUARE = -1.37$ $DFE = 0$ $REQM = 13.82$</div>

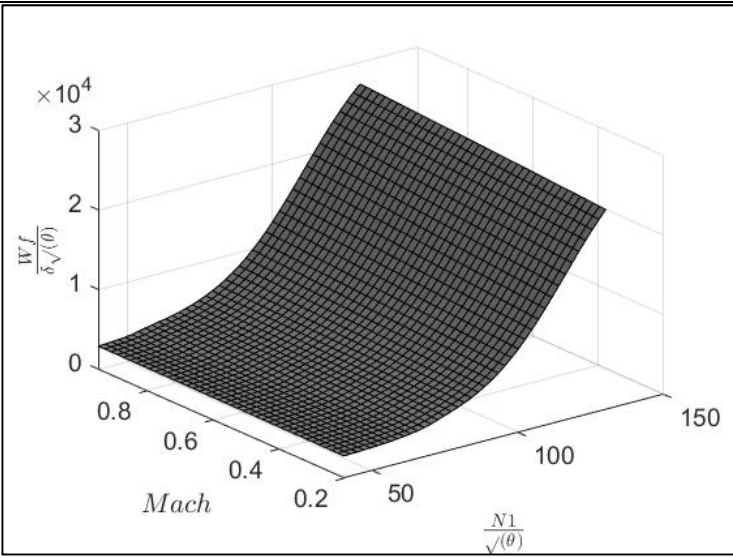
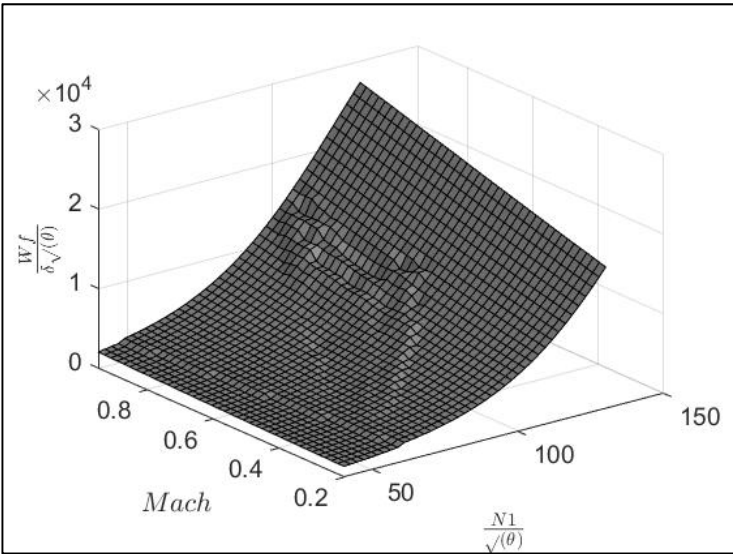
Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 3 Adapter les deux TDR en tout temps		$\begin{cases} SSE = 9267.5 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 710 \\ REQM = 0.81 \end{cases}$
Situation 4 Adapter la TDR avec la plus grande erreur relative		$\begin{cases} SSE = 12684.4 \\ RSQUARE = 0.98 \\ DFE = 509 \\ REQM = 0.90 \end{cases}$

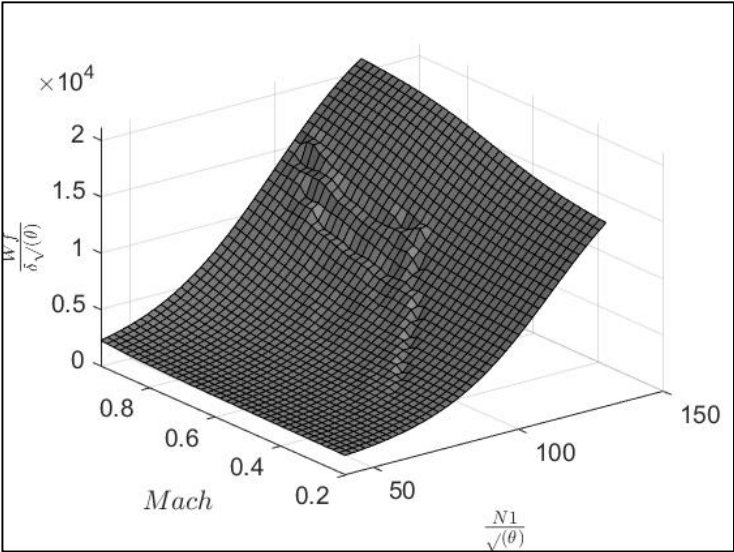
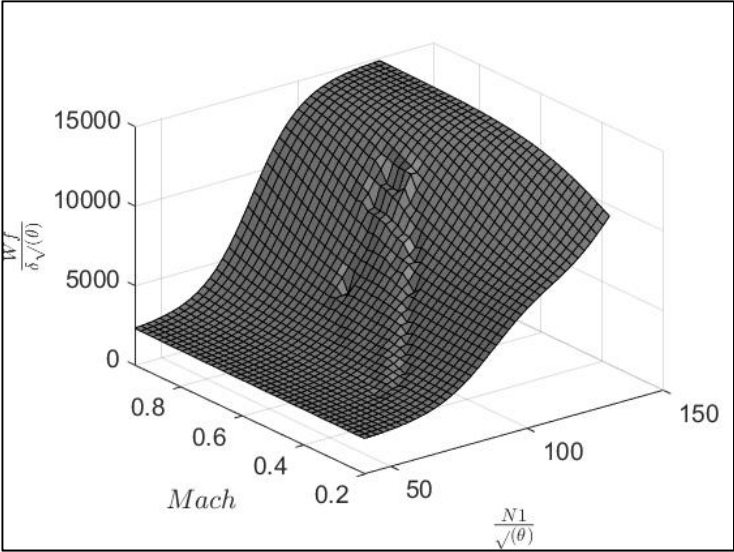
Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<div>Situation 5</div> <div>Adapter les deux TDR pour des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2%</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 9353.2 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 710 \\ REQM = 0.82 \end{array} \right.$</div>
<div>Situation 6</div> <div>Adapter les TDR selon la méthode Specific Range Method</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 9267.5 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 710 \\ REQM = 0.81 \end{array} \right.$</div>

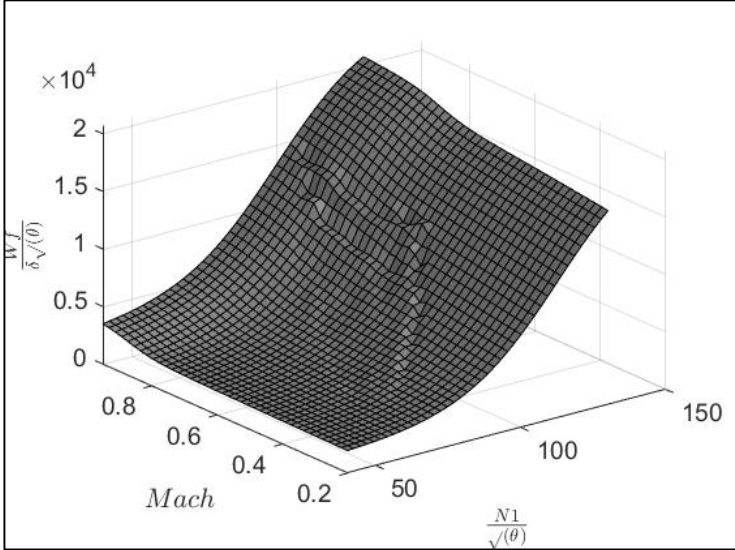
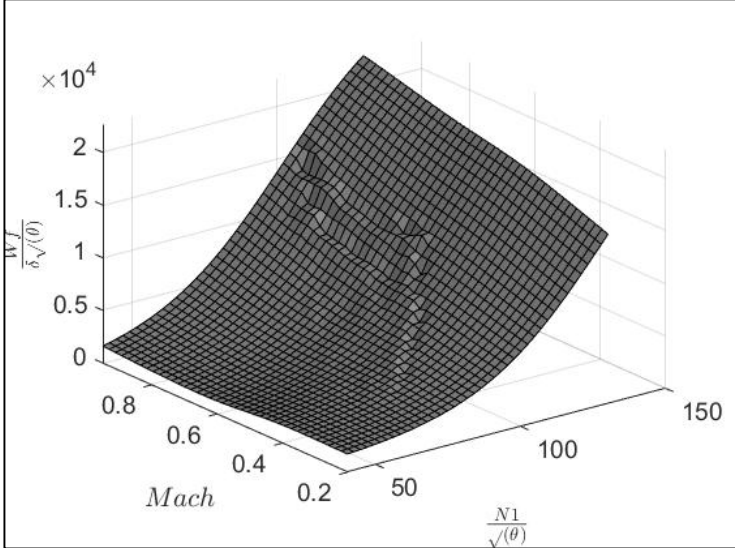
Les meilleurs résultats présentés par le Tableau 4.5 sont produits par les situations 3, 5 et 6. On y retrouve les R^2 les plus proches de 1, les SSE les moins élevés (de l'ordre de 9000), et la $REQM$ la moins élevée également (entre 0.81 et 0.82). Également, la surface finale ressemble à la surface initiale.

Le Tableau 4.6 présente les tables de recherche du modèle de performance propulsif suite à l'adaptation globale à l'aide de la méthode utilisant des réseaux de neurones pour les situations 1 à 6 :

Tableau 4.6 Tables de recherche du modèle de performance propulsive après l'adaptation locale et globale pour les situations 1 à 6 à l'aide de réseaux de neurones

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 1 Adapter seulement la TDR de performance aérodynamique		$\begin{cases} SSE = 7.4E + 09 \\ RSQUARE = 0.9 \\ DFE = 0 \\ REQM = 777.8 \end{cases}$
Situation 2 Adapter seulement la TDR de performance propulsive		$\begin{cases} SSE = 1.47E + 09 \\ RSQUARE = 0.98 \\ DFE = 324 \\ REQM = 323.6 \end{cases}$

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
<div>Situation 3</div> <div>Adapter les deux TDR en tout temps</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.11E + 09 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 324 \\ REQM = 283.2 \end{array} \right.$</div>
<div>Situation 4</div> <div>Adapter la TDR avec la plus grande erreur relative</div>		<div>$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.37E + 09 \\ RSQUARE = 0.98 \\ DFE = 167 \\ REQM = 52.5 \end{array} \right.$</div>

Situation #	Surfaces obtenues	Statistiques du modèle interpolé
Situation 5 Adapter les deux TDR pour des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2%		$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.06E + 09 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 312 \\ REQM = 276.8 \end{array} \right.$
Situation 6 Adapter les TDR selon la méthode <i>Specific Range Method</i>		$\left\{ \begin{array}{l} SSE = 1.11E + 09 \\ RSQUARE = 0.99 \\ DFE = 324 \\ REQM = 283.2 \end{array} \right.$

On remarque une fois de plus que les meilleurs résultats sont obtenus pour les situations 3, 5 et 6. Ceux-ci ont une valeur $R^2 = 0.99$ et présentent la REQM la plus faible.

On compare ensuite les moyennes d'erreurs relatives obtenues pour chacune des méthodes d'interpolation dans le Tableau 4.1 à Tableau 4.6. Dans chaque tableau, on peut comparer chacune des situations :

- Situation 1 : 3.2.1.1 Adaptation de la table de recherche d'aérodynamique seulement ;
- Situation 2 : 3.2.1.2 Adaptation de la table de recherche propulsive seulement ;
- Situation 3 : 3.2.1.3 Adaptation des deux tables de recherche en tout temps ;
- Situation 4 : 3.2.1.4 Adaptation de la plus grande erreur relative ;
- Situation 5 : 3.2.1.5 Adaptation pour les données ayant des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2% ;
- Situation 6 : 3.2.1.6 Méthode SRM *Specific Range Method* ;

Tableau 4.7 Moyenne d'erreur relative pour le modèle de performance aéro-propulsif suite à l'adaptation globale des tables de recherche avec interpolation polynomiale pour les situations 1 à 6

<i>Situation</i>	<i>Moyenne d'erreur relative (%)</i>			<i>Temps de calcul</i>
	<i>Modèle aérodynamique</i>	<i>Modèle propulsif</i>	<i>Modèle aéro-propulsif combiné</i>	<i>(Secondes)</i>
Modèle initial	12.11	10.00	32.18	N/A
Situation 1	1.13	10.00	12.35	101.27
Situation 2	12.11	4.74	33.37	123.01
Situation 3	0.99	4.11	6.66	52.44
Situation 4	0.99	4.02	5.32	77.84
Situation 5	0.99	3.99	6.56	48.31
Situation 6	0.99	4.11	6.65	50.84

Tableau 4.8 Moyenne d'erreur relative pour le modèle de performance aéro-propulsif suite à l'adaptation globale des tables de recherche avec des splines à plaque mince pour les situations 1 à 6

<i>Situation</i>	<i>Moyenne d'erreur relative (%)</i>			<i>Temps de calcul</i>
	<i>Modèle aérodynamique</i>	<i>Modèle propulsif</i>	<i>Modèle aéro-propulsif combiné</i>	<i>(Secondes)</i>
Modèle initial	11.20	11.44	38.87	N/A
Situation 1	1.17	11.44	14.00	102.70
Situation 2	11.20	4.81	31.37	121.72
Situation 3	0.99	4.11	6.66	62.66
Situation 4	1.84	5.30	8.68	95.86
Situation 5	1.00	3.98	6.57	47.96
Situation 6	0.99	4.11	6.66	49.44

Tableau 4.9 Moyenne d'erreur relative pour le modèle de performance aéro-propulsif suite à l'adaptation globale des tables de recherche avec réseaux de neurones pour les situations 1 à 6

<i>Situation</i>	<i>Moyenne d'erreur relative (%)</i>			<i>Temps de calcul</i>
	<i>Modèle aérodynamique</i>	<i>Modèle propulsif</i>	<i>Modèle aéro-propulsif combiné</i>	<i>(Secondes)</i>
Modèle initial	13.80	12.21	47.18	N/A
Situation 1	1.18	12.21	14.98	104.91
Situation 2	13.80	4.81	36.65	120.00
Situation 3	0.99	4.11	6.65	57.68
Situation 4	1.46	3.89	6.65	100.04
Situation 5	0.99	4.10	6.65	54.53
Situation 6	0.99	4.11	6.65	55.90

En comparant le Tableau 4.7, le Tableau 4.8 et le Tableau 4.9, on peut observer la performance de l'algorithme que chaque méthode d'estimation produit. Tout d'abord, le temps de calcul est

généralement plus faible pour la méthode d'estimation avec interpolation polynomiale (pour la situation 1, 3, 4). Celle demandant le plus de temps de calcul est la méthode par réseaux de neurones (situations 1, 4, 5 et 6). Ensuite, pour le modèle de performance aérodynamique, les meilleurs résultats sont obtenus par la première méthode d'estimation. En effet, presque toutes les moyennes d'erreurs relatives sont égales à 0.99 (situations 3, 4, 5 et 6). Pour ce qui est modèle de performance propulsive, la meilleure moyenne d'erreur relative est produite par la situation 4 à l'aide de la méthode d'estimation par réseaux de neurones. Généralement, la méthode d'estimation par interpolation polynomiale produit les meilleurs résultats. Finalement, pour le modèle de performance aéro-propulsive combiné la moyenne des erreurs relatives la plus petite est produite par la situation 4 à l'aide de la méthode par interpolation polynomiale.

En comparant ensuite les résultats des six situations entre elles, on peut également tirer quelques conclusions intéressantes. Tout d'abord, on sait que dans les situations 1 et 2, l'algorithme d'adaptation locale calcule seulement un modèle de performance, respectivement le modèle aérodynamique et propulsif. On peut voir l'impact que ces deux situations ont sur le modèle de performance aéro-propulsif combiné. Dans le Tableau 4.7, le Tableau 4.8 et le Tableau 4.9, on constate que la moyenne des erreurs relatives pour le modèle combiné est toujours plus faible pour la situation 1 que pour la situation 2. Donc, pour avoir un modèle de performance aéro-propulsif combiné le plus précis possible dans sa prédiction de la performance, il est nécessaire que la performance du modèle aérodynamique soit le plus près possible de la vraie performance. En effet, puisque le modèle de performance aéro-propulsive combiné $\left(\frac{W_f}{\delta \sqrt{\theta}_{comb}} = f \left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}_{aéro}}, M \right) \right)$ dépend d'une donnée provenant du modèle de performance aérodynamique $\left(\frac{N_1}{\sqrt{\theta}_{aéro}} \right)$, une grande erreur relative dans cette table de recherche impacte beaucoup le modèle combiné, puisqu'il y a une erreur sur l'axe X ainsi que l'axe Z .

Ensuite, les moyennes d'erreurs relatives les plus petites pour le modèle combiné sont généralement produites par les situations 4 et 5, et ce, pour les trois méthodes d'estimations utilisées.

4.3 Conclusions

Le chapitre 4 présente la dernière étape de l'algorithme d'adaptation des tables de recherche du modèle de performance aéro-propulsif. L'adaptation globale utilise l'information sur les tables de recherche obtenue suite à l'adaptation locale des tables de recherche pour estimer l'entièreté des tables de recherche. Pour cela, trois méthodes d'estimations sont utilisées, soit les mêmes que pour la création des modèles de performance initiaux (interpolation polynomiale, interpolation par splines à plaques minces et l'utilisation de réseaux de neurones).

Suite à l'algorithme d'adaptation globale, quelques conclusions peuvent être tirées sur l'efficacité des méthodes utilisés et sur les six situations d'adaptation (présentées au sous-chapitre 3.2.1 Situations d'adaptation). Les critères utilisés pour analyser les résultats produits sont les suivants :

- *REQM* : la valeur la plus faible possible ;
- Moyenne de l'erreur relative : la valeur le plus petite possible ;
- Temps de calcul : la valeur la plus faible possible ;
- R^2 : la valeur la plus proche de 1 possible ;

En prenant en considération ces critères, la meilleure méthode d'estimation est celle utilisant l'interpolation polynomiale. Les situations produisant les meilleurs résultats sont :

- Situation 4 : adaptation de la table de recherche ayant la plus grande erreur relative ;
- Situation 5 : adaptation de la table de recherche ayant une erreur relative supérieure à 1% (modèle aérodynamique) et à 2% (modèle propulsif).

Les surfaces obtenues à la fin de l'algorithme sont les suivantes :

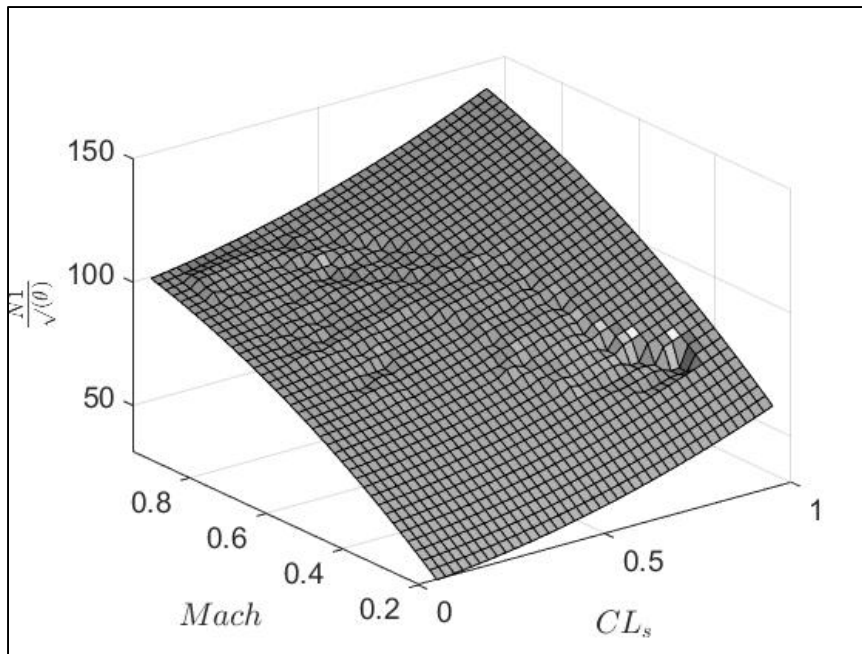


Figure 4.2 Table de recherche représentant le modèle de performance aérodynamique après une adaptation globale utilisant l'interpolation polynomiale et est adapté selon la situation 4

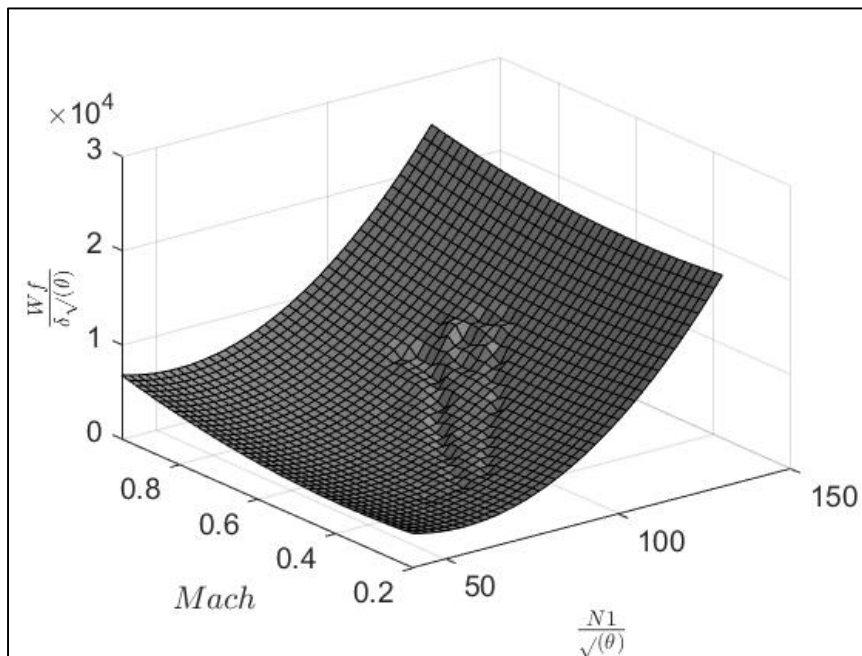


Figure 4.3 Table de recherche représentant le modèle de performance propulsive après une adaptation globale utilisant l'interpolation polynomiale et est adapté selon la situation 4

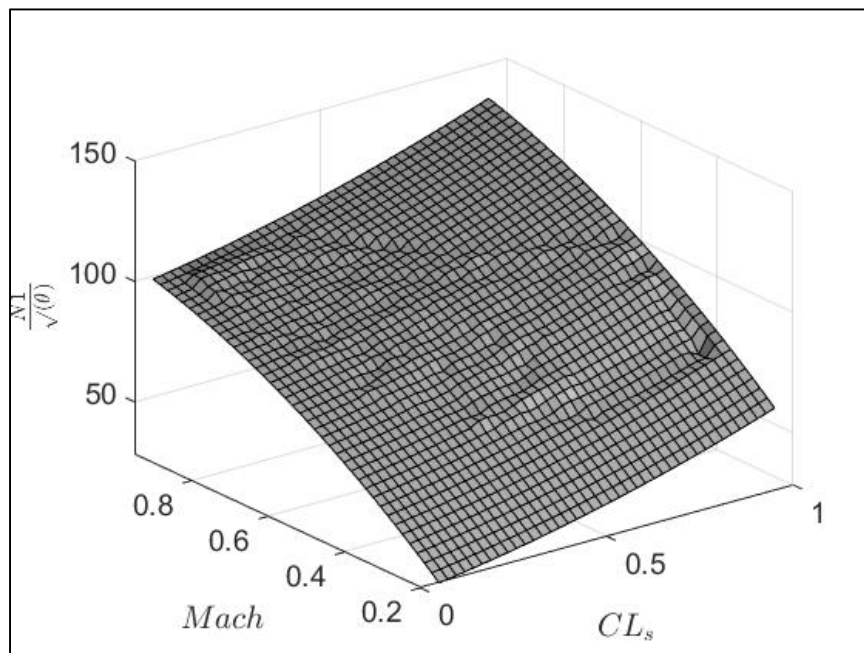


Figure 4.4 Table de recherche représentant le modèle de performance aérodynamique après une adaptation globale utilisant l'interpolation polynomiale et est adapté selon la situation 5

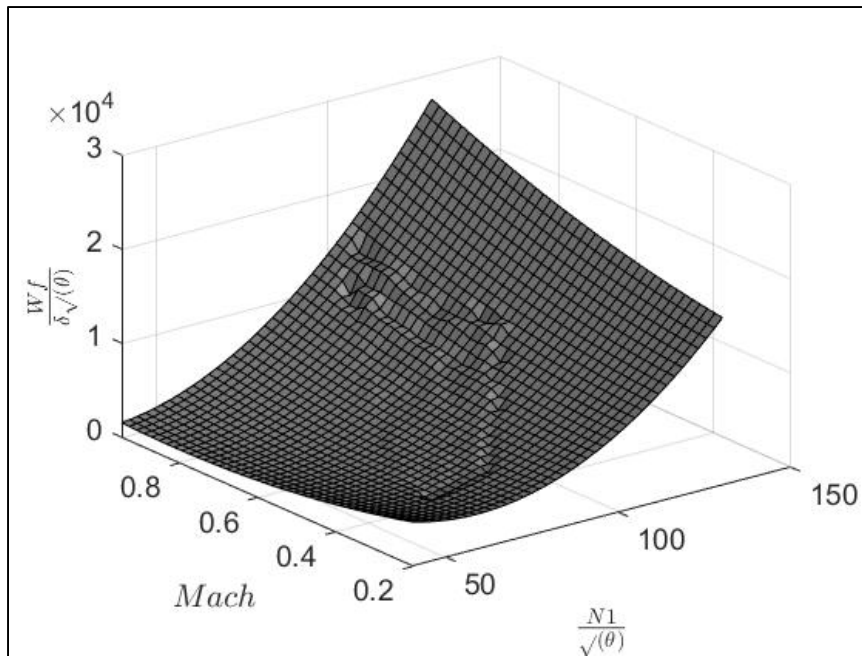


Figure 4.5 Table de recherche représentant le modèle de performance propulsive après une adaptation globale utilisant l'interpolation polynomiale et est adapté selon la situation 5

CHAPITRE 5

RÉSULTATS ET DISCUSSION

Le présent chapitre présente les résultats obtenus suite à des analyses réalisées pour des différents paramètres de l'algorithme d'adaptation. Ces paramètres sont notamment l'aire d'adaptation locale, la taille de la grille et l'impact du biais initial. Ces analyses se réalisent suite au développement de l'algorithme d'adaptation du modèle de performance aéro-propulsif, présenté aux chapitres 2, 3 et 4.

Ce chapitre se conclut par les résultats finaux et une analyse du modèle de performance aéro-propulsif final, ainsi que par une discussion sur ce que ces résultats représentent.

5.1 Impact des paramètres d'adaptation sur le modèle de performance aéro-propulsif

Dans le CHAPITRE 3, on y explique la méthodologie et l'algorithme servant à adapter localement les tables de recherche initiales du modèle de performance aéro-propulsif, c'est-à-dire l'ajustement des données de ces tables de recherche de manière ponctuelle. Cet algorithme comprend plusieurs paramètres qui peuvent être modifiés afin d'améliorer ou détériorer son efficacité. Le présent sous-chapitre présente quels sont ces paramètres, de quelle manière ils peuvent être modifiés et quel est l'impact sur le modèle de performance aéro-propulsif final.

Une analyse est faite par la suite pour déterminer quelles valeurs de ces paramètres sont les meilleurs pour cette application.

5.1.1 Aire d'adaptation

L'aire d'adaptation, telle que décrite en détail au sous chapitre 3.2.2.1, permet d'augmenter l'impact de l'algorithme d'adaptation locale et ainsi que d'affecter beaucoup plus de nœuds (coordonnées en (X, Y)) autour de la donnée du simulateur mise en entrée lorsqu'on augmente cette aire. Cela permet à une donnée de simulateur d'influencer une surface plus étendue du modèle de performance.

Ce sous-chapitre permet d'analyser l'effet de l'aire d'adaptation. Pour s'y faire, on fait varier la valeur N_{noeuds} de 1 à 3, ainsi on fait varier l'aire d'adaptation ($S_{adaptée}$) de 4 à 36 (voir formule 3.11). Les paramètres utilisés pour cette analyse sont les suivants :

- Taille de la grille de 40 points de rupture par 40 points de rupture (ex. CL_{s_n} pour $n = 1$ à 40) ;
- Biais initial pour la table de recherche aérodynamique de 10 *RPM* et un biais initial pour la table de recherche propulsive de 1000 *lbs/hr* ;
- Les situations d'adaptation 1 à 6 :
 - Adaptation de la table de recherche d'aérodynamique seulement ;
 - Adaptation de la table de recherche propulsive seulement ;
 - Adaptation des deux tables de recherche en tout temps ;
 - Adaptation de la plus grande erreur relative ;
 - Adaptation pour les données ayant des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2% ;
 - Méthode SRM.
- Utilisation des trois méthodes d'interpolations : interpolation polynomiale, spline à plaques minces et réseaux de neurones. De cette manière, il est possible d'observer comment chaque méthode d'interpolation pour l'adaptation globale réagit à de plus grandes aires d'adaptation.

Tous les autres paramètres sont utilisés tel que décrits dans les chapitres 3 et 4, c'est-à-dire ceux pour les réseaux de neurones, l'algorithme d'adaptation locale et les tables de recherche initiales de coefficients de confiance.

Ce test est réalisé pour déterminer le nombre de nœuds devraient être localement adaptés à chaque itération pour obtenir les modèles de performances ayant les plus petites erreurs relatives par rapport aux données de vol. Les figures 40 à 42 présentent les résultats obtenus par toutes les méthodes d'estimation pour le modèle de performance aérodynamique, propulsif et combiné :

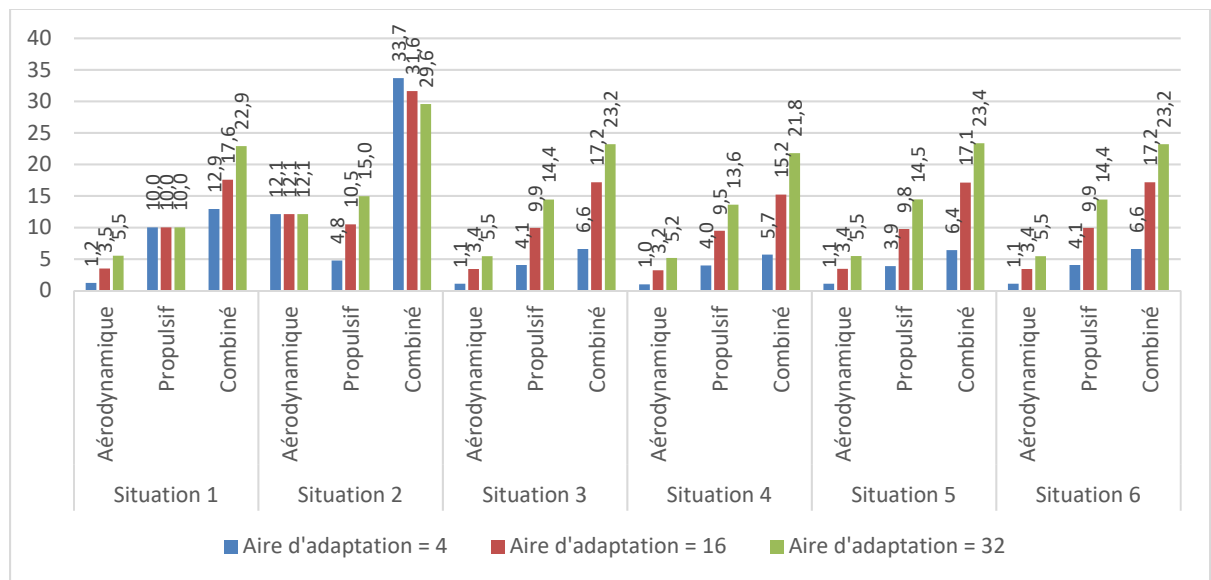


Figure 5.1 Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale

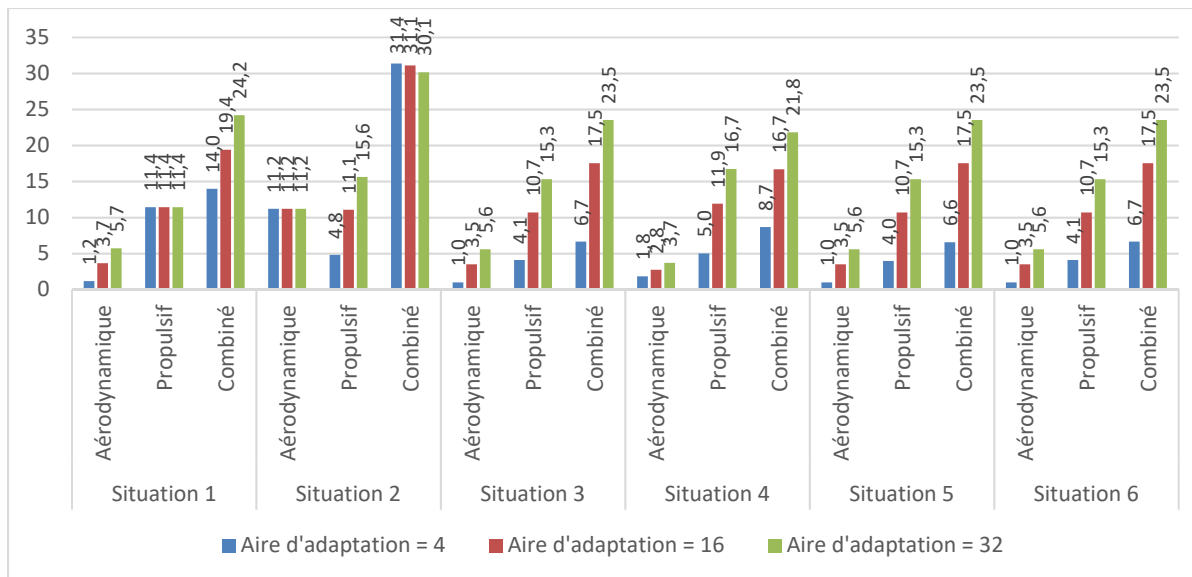


Figure 5.2 Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenue par la méthode d'interpolation par splines à plaques minces

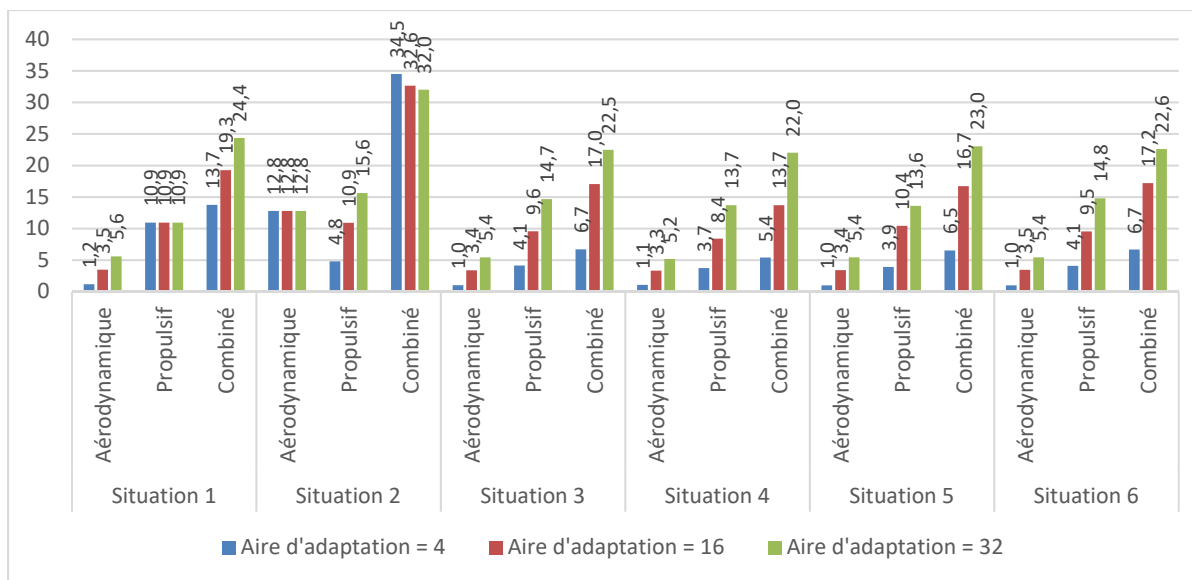


Figure 5.3 Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenue par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones

On remarque sur les figures 5.1 à 5.3 que dans presque toutes les situations, une aire d'adaptation de 4 nœuds est celle qui produit les meilleurs résultats, soit l'erreur relative la

plus petite, ce qui est vrai pour le modèle aérodynamique, propulsif et combiné. Ce résultat est également vrai pour les trois méthodes d'interpolation, soit la méthode par interpolation polynomiale, celle par spline à plaques minces et celle par des réseaux de neurones.

La situation 2, dans les graphiques précédents, pour toutes les méthodes d'estimation présente des résultats différents. En effet, le modèle combiné présente une erreur relative inférieure si l'aire d'adaptation est plus grande. On constate donc l'effet individuel d'adapter seulement le modèle propulsif sur une plus grande aire d'adaptation. C'est-à-dire qu'adapter le modèle propulsif sur une aire de 32 nœuds réduit l'erreur relative sur le modèle combiné par rapport à une aire de 4 nœuds (34.5% vs 32%, par réseaux de neurones), alors que l'effet inverse se produit pour le modèle aérodynamique (13.7% vs 24.4%, par réseaux de neurones).

Pour valider cette constatation, on reprend les tests d'autres adaptations décrites dans cette section en forçant l'aire d'adaptation du modèle aérodynamique à 4 nœuds et en faisant varier celle du modèle propulsif de 4 à 32. On exclut les situations 1 et 2 (adapter seulement le modèle aérodynamique ou propulsif), puisqu'on obtiendrait les mêmes résultats qu'aux figures précédentes (figures 5.1 à 5.3). Les résultats sont présentés dans les figures 5.4 à 5.6 :

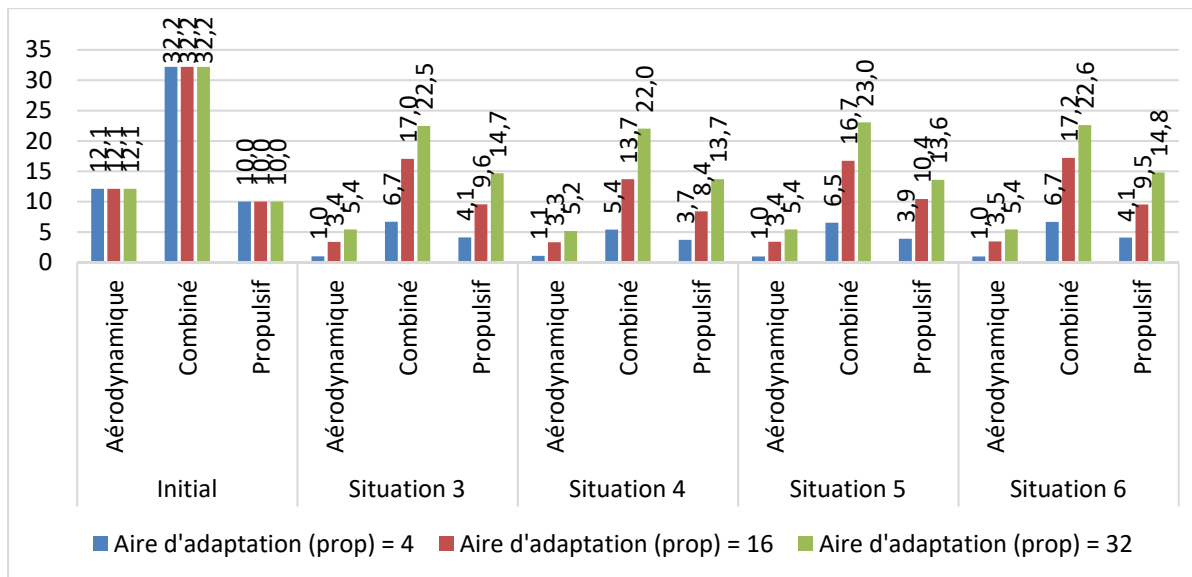


Figure 5.4 Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation du modèle propulsif pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenues par la méthode d'interpolation polynomiale

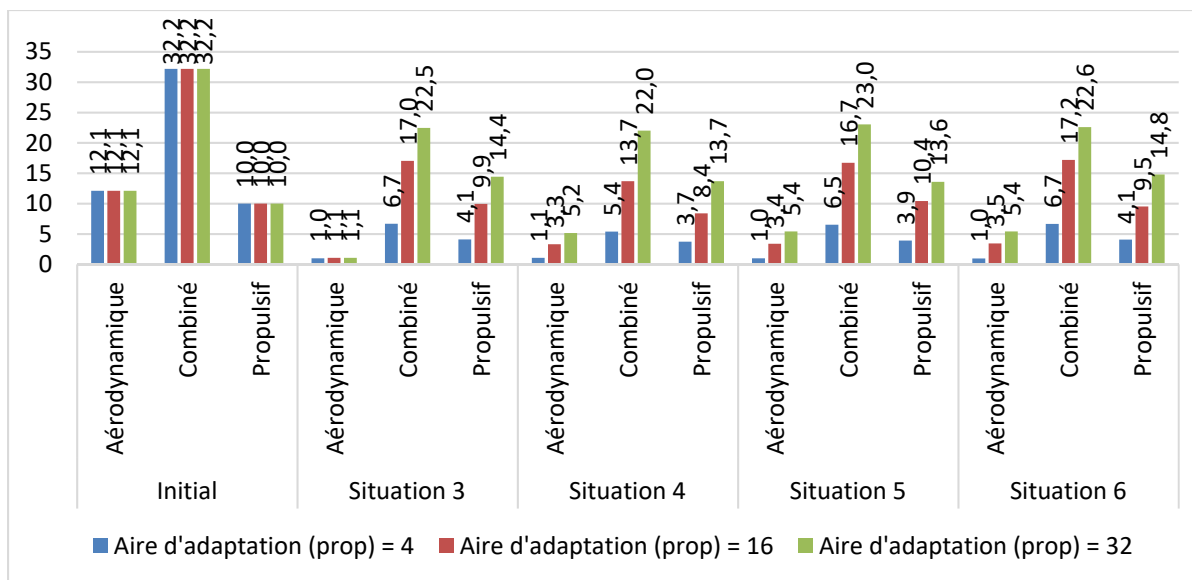


Figure 5.5 Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation du modèle propulsif pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenues par la méthode de splines à plaques minces

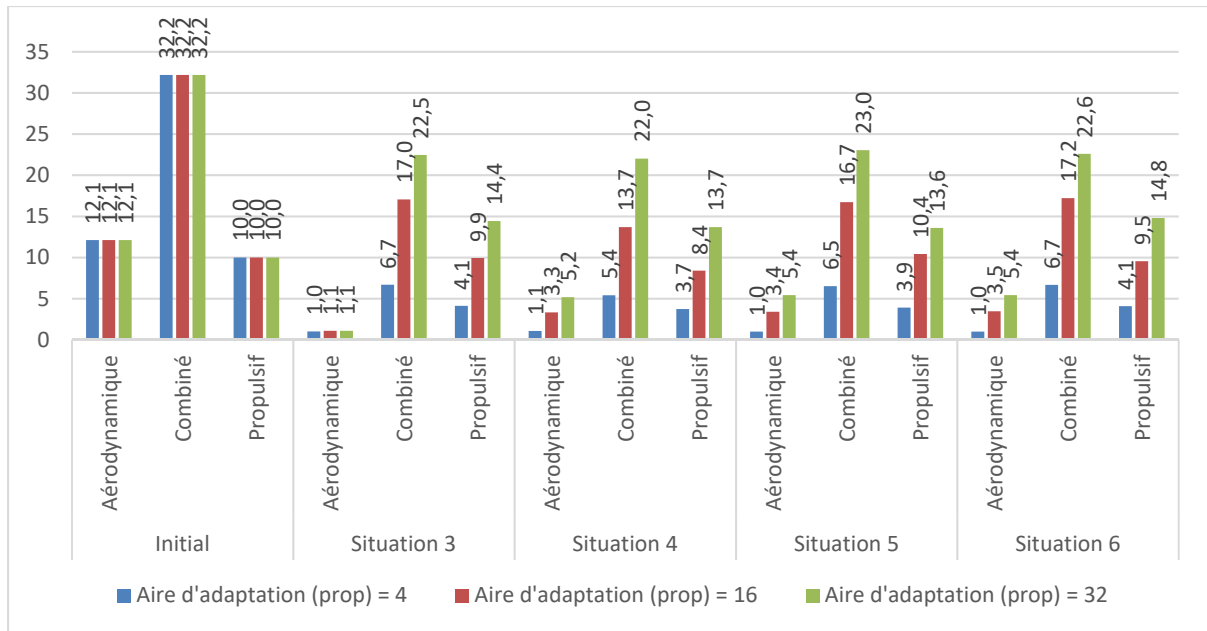


Figure 5.6 Erreur relative moyenne en fonction de l'aire d'adaptation du modèle propulsif pour les modèles de performance aérodynamique, propulsif et combinée obtenues par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones

On remarque aux figures 5.4 à 5.6 que les erreurs relatives moyennes pour le modèle combiné continuent d'augmenter proportionnellement avec l'aire d'adaptation est grande, même lorsque l'aire d'adaptation pour le modèle aérodynamique est forcée à une valeur de 4 nœuds, ce qui confirme qu'augmenter l'aire d'adaptation pour le modèle propulsif n'améliore pas les résultats pour le modèle de performance aéro-propulsive combiné. L'effet observé sur les figures 5.1 à 5.3 pour la situation 2 est seulement vrai lorsque le modèle aérodynamique n'est pas adapté du tout.

Pour conclure cette section, les aires d'adaptation qui produisent les modèles de performance les plus proches de la vraie performance d'avion sont de 4 nœuds pour les modèles aérodynamiques et propulsifs.

5.1.2 Taille de la grille

Ce sous-chapitre permet d'analyser l'effet de la taille de la grille. Pour s'y faire, on fait varier les valeurs de nombres de points de ruptures (*breakpoints*) sur l'axe des abscisses et celles sur les ordonnées. Cette valeur varie de 30 à 80 par incrémentations de 10. Ainsi, on varie le nombre de nœuds pour chaque table d'adaptation de 900 à 6400 nœuds. Les paramètres utilisés pour cette analyse sont les suivants :

- Une aire d'adaptation $S_{adaptée} = 4 \text{ noeuds}$, donc une valeur $N_{noeuds} = 1$ (voir chapitre 3.2.2.1 *Aire d'adaptation* pour plus d'explications) ;
- Biais initial pour la table de recherche aérodynamique de 10 *RPM* et un biais initial pour la table de recherche propulsive de 1000 *lbs/hr* ;
- Les situations d'adaptation 1 à 6 :
 - Adaptation de la table de recherche d'aérodynamique seulement ;
 - Adaptation de la table de recherche propulsive seulement ;
 - Adaptation des deux tables de recherche en tout temps ;
 - Adaptation de la plus grande erreur relative ;
 - Adaptation pour les données ayant des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2% ;
 - Méthode SRM.
- Utilisation des trois méthodes d'interpolations : interpolation polynomiale, spline à plaques minces et réseaux de neurones. De cette manière, il est possible de voir comment chaque méthode d'interpolation pour l'adaptation globale réagit à de plus grandes aires d'adaptation.

Tous les autres paramètres sont utilisés tels que décrit dans les chapitres 3 et 4, c'est-à-dire les paramètres pour les réseaux de neurones, l'algorithme d'adaptation locale et les tables de recherche initiales des coefficients de confiance.

Ce test est réalisé pour déterminer la granularité des données sur les axes des abscisses et des ordonnées pour les modèles de performance aérodynamiques et propulsifs. Les figures 5.7 à 5.9 présentent les résultats obtenus par la méthode d'interpolation polynomiale pour le modèle de performance aérodynamique, propulsif et combiné. Il faudrait noter que les erreurs initiales pour ces trois figures sont de 12.1%, 10% et 32.2%, respectivement :

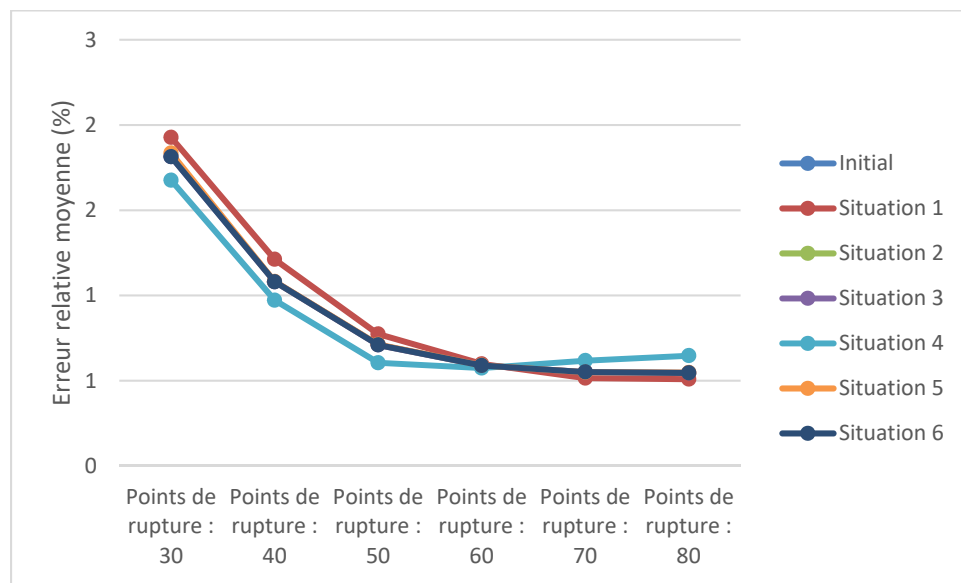


Figure 5.7 Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale

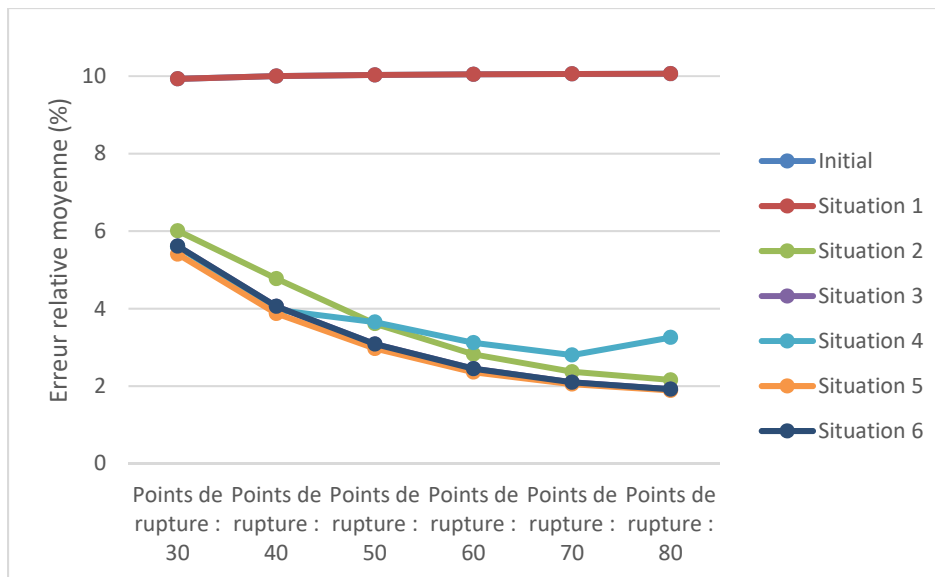


Figure 5.8 Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale

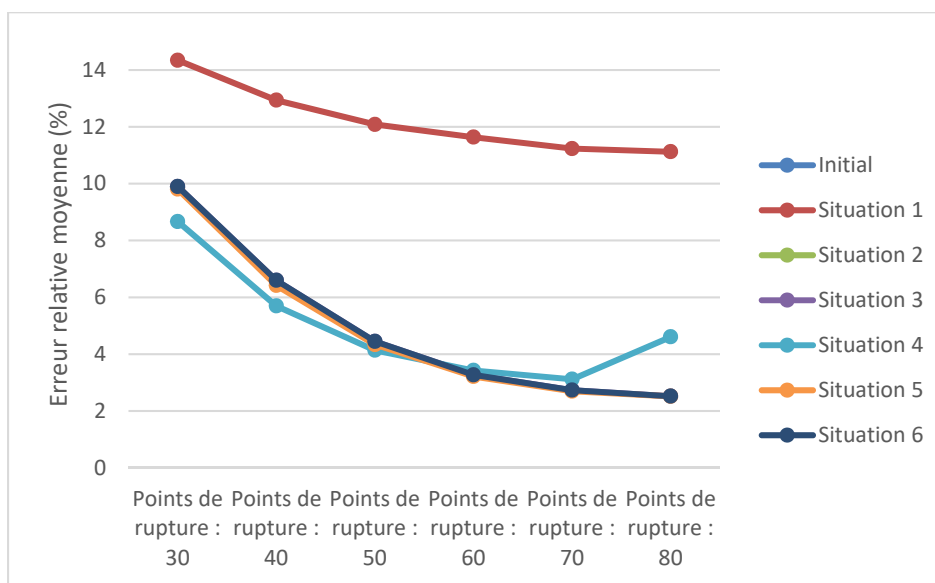


Figure 5.9 Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance combiné obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale

Les figures 5.7 à 5.9 montrent que plus qu'il y a de points de rupture sur les axes des tables de recherche, peu importe lesquels, l'erreur moyenne relative diminue presque en tout temps. Les figures 5.10 à 5.12 présentent les résultats pour la méthode d'interpolation par spline à plaques

minces pour le modèle de performance aérodynamique, propulsif et combiné. Il faudrait noter que les erreurs initiales pour ces trois figures sont de 11.2%, 11.4% et 38.9%, respectivement :

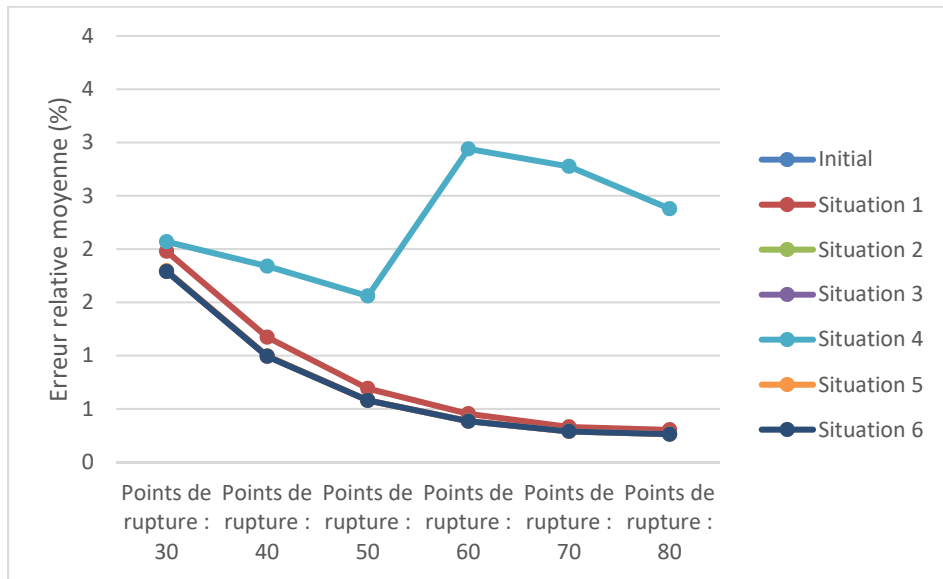


Figure 5.10 Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation par splines à plaques minces

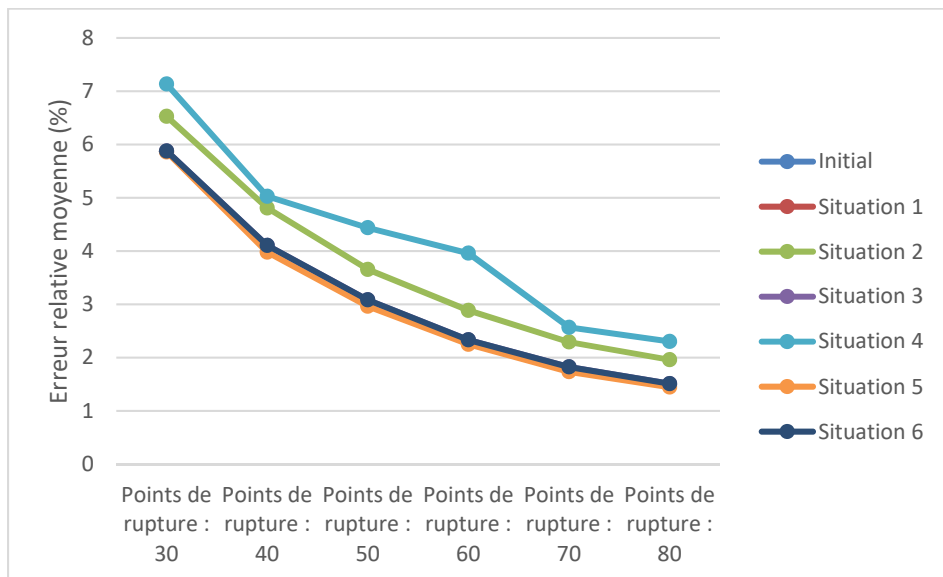


Figure 5.11 Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode d'interpolation par splines à plaques minces

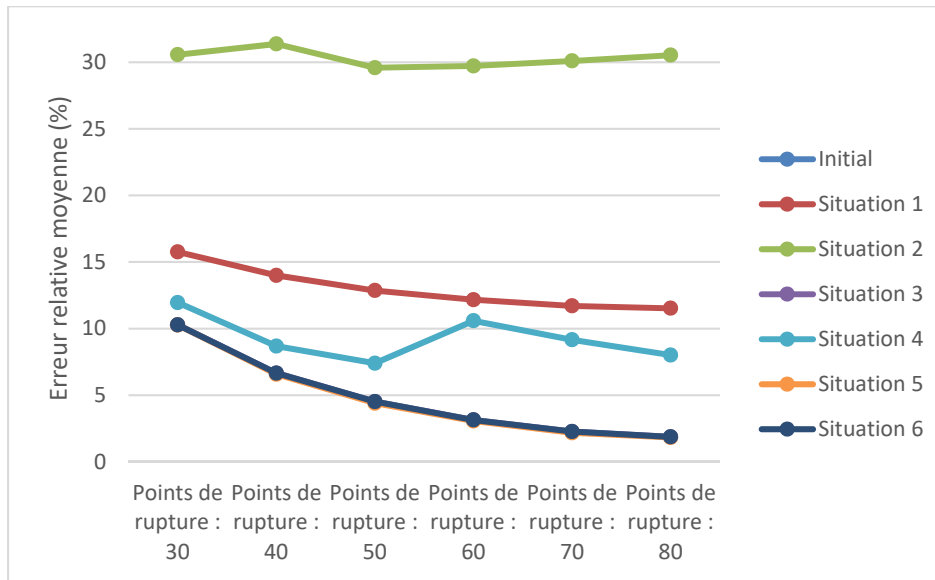


Figure 5.12 Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance combiné pour la méthode d'interpolation par splines à plaques minces

Encore une fois, dans les figures 5.10 à 5.12, la tendance générale est descendante pour l'erreur relative moyenne. Pour la situation 4, on voit que l'erreur relative augmente pour le modèle aérodynamique et par le fait même, pour le modèle combiné. Cela est dû au fait que peu de données sont utilisés pour l'adaptation locale dans le cas de la situation 4. Dans une telle situation, il n'est pas préférable qu'il y ait beaucoup de points de rupture dans les tables de recherche (60 et plus), puisque le ratio entre les nœuds adaptés et le nombre de nœuds total devient de plus en plus petit. Ainsi, l'adaptation globale est moins fiable. Les figures 5.13 à 5.15 présentent les résultats pour la méthode d'interpolation par réseaux de neurones pour le modèle de performance aérodynamique, propulsif et combiné. Il faudrait noter que les erreurs initiales pour ces trois figures sont de respectivement 13.5%, 11.4% et 41.7%, mais ne sont pas montrées sur les graphiques, par souci de clarté pour les situations :

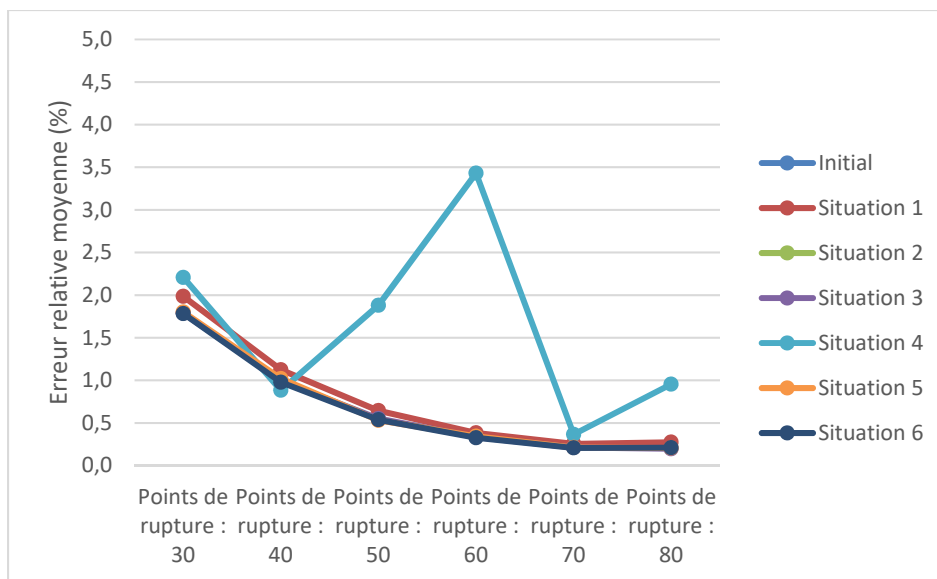


Figure 5.13 Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode de réseaux de neurones

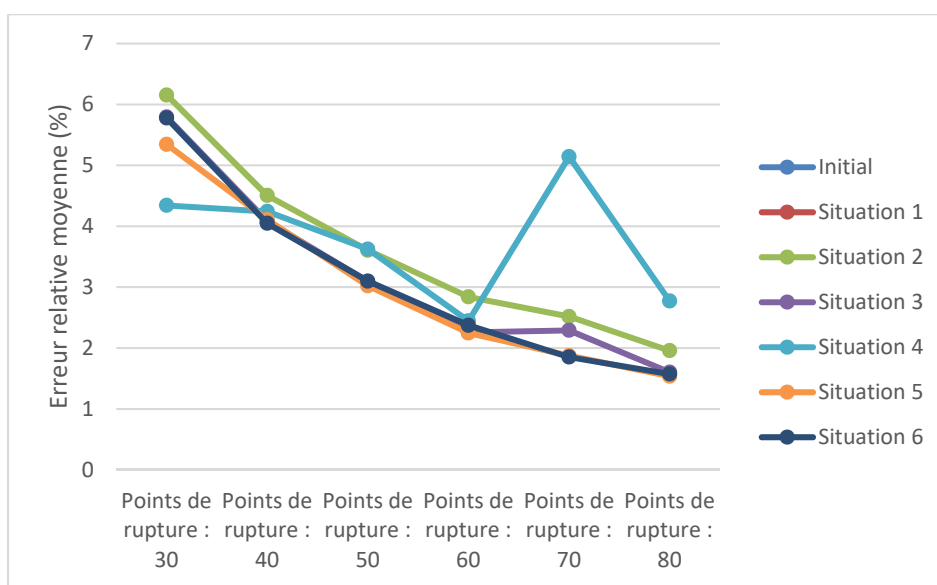


Figure 5.14 Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode de réseaux de neurones

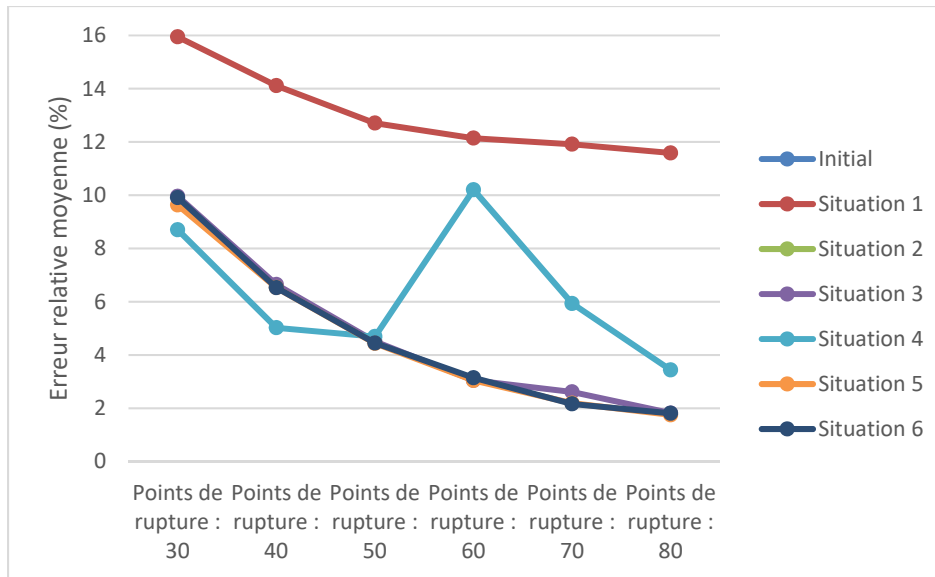


Figure 5.15 Erreur relative moyenne en fonction du nombre de points de rupture pour le modèle de performance combiné obtenue par la méthode de réseaux de neurones

Les figures 5.13 à 5.15 démontrent une tendance à la baisse pour la méthode d'estimation par réseaux de neurones. Encore une fois, la situation 4 produit les meilleurs résultats lorsque le nombre de points de rupture sont plus petits (soit 40 ou 50).

Pour conclure ce sous-chapitre, le nombre de points de rupture dans les tables de recherches des modèles aérodynamiques et propulsifs a un impact direct sur la performance du modèle d'adaptation. En effet, plus ce nombre est grand, plus l'erreur relative est faible, ce qui n'est pas vrai dans le cas de la situation d'adaptation 4, dans laquelle on adapte seulement la table de recherche représentant l'erreur relative la plus grande.

5.1.3 Biais initial

Ce sous-chapitre permet d'analyser l'effet du biais initial. Pour s'y faire, on varie la valeur du biais initial de 0 *RPM* et 0 *lbs/hr* à 10 *RPM* et 1000 *lbs/hr*, avec des incréments de 2 *RPM* et 200 *lbs/hr*. Les paramètres utilisés pour cette analyse sont les suivants :

- Taille de la grille de 40 points de rupture par 40 points de rupture (ex. CL_{sn} pour $n = 1$ à 40) ;
- Une aire d'adaptation $S_{adaptée} = 4 \text{ noeuds}$, donc une valeur $N_{noeuds} = 1$ (voir le chapitre 3.2.2.1) ;
- Les situations d'adaptation 1 à 6 :
 - Adaptation de la table de recherche d'aérodynamique seulement ;
 - Adaptation de la table de recherche propulsive seulement ;
 - Adaptation des deux tables de recherche en tout temps ;
 - Adaptation de la plus grande erreur relative ;
 - Adaptation pour les données ayant des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2% ;
 - Méthode SRM.
- Utilisation des trois méthodes d'interpolation : interpolation polynomiale, spline à plaques minces et réseaux de neurones. De cette manière, il est possible de voir comment chaque méthode d'interpolation pour l'adaptation globale réagit à de plus grandes aides d'adaptation.

Tous les autres paramètres sont utilisés tels que décrits dans les chapitres 3 et 4, c'est-à-dire les paramètres pour les réseaux de neurones, l'algorithme d'adaptation locale, les tables de recherche initiales de coefficients de confiance, etc.

Les figures suivantes démontrent l'évolution de l'erreur relative moyenne des données de vol par rapport aux modèles de performance en fonction du biais initial ajouté aux modèles de performances initiaux. Les tests ont été faits pour les trois méthodes d'interpolation des tables de recherche aérodynamiques et propulsives, tel que mentionné ci-haut :

- Interpolation polynomiale ;
- Splines à plaques minces ;
- Réseaux de neurones.

Ce test est effectué pour démontrer que l'algorithme d'adaptation fonctionne bien peu importe l'écart entre le modèle de performance initial et celui final. Les figures 5.16 à 5.18 présentent les résultats pour la méthode d'interpolation polynomiale obtenus pour le modèle de performance aérodynamique, propulsif et combiné :

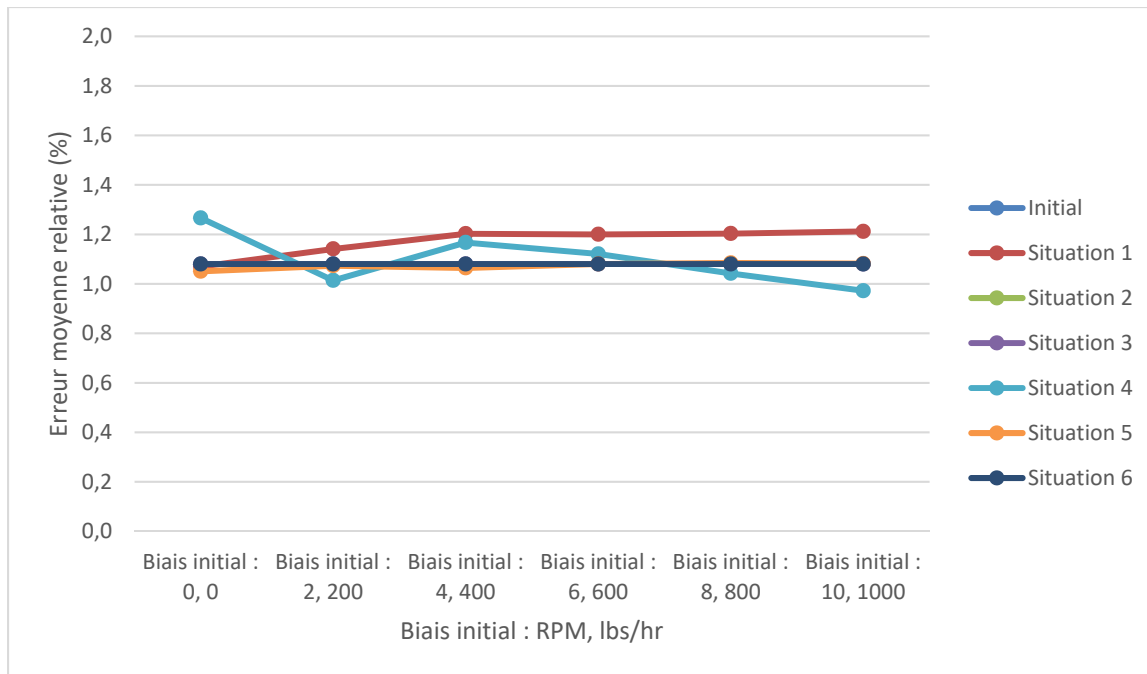


Figure 5.16 Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale

On constate que toutes erreurs moyennes relatives demeurent à peu près constantes peu importe la valeur du biais initial. On ne voit aucune corrélation entre l'augmentation du biais initial et une augmentation de l'erreur relative moyenne.

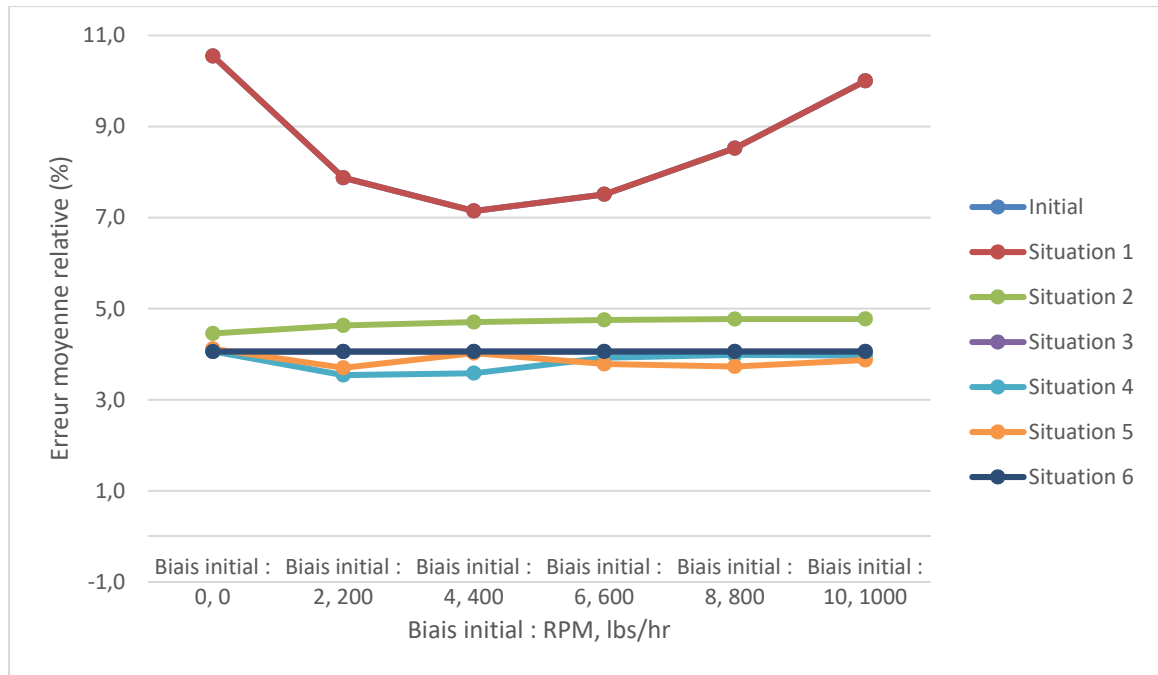


Figure 5.17 Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode d'interpolation polynomiale

La Figure 5.17 présente l'impact de la valeur du biais initial sur le modèle de performance propulsive. La situation 1 (adaptation seulement du modèle aérodynamique) et pour le modèle initial, l'erreur varie entre 7% et 11%. On ne peut pas avoir l'effet de biais initial dans la situation 1, puisque l'algorithme ne modifie rien à cette table de recherche. Pour les autres situations, on constate que les résultats restent à peu près constants pendant que le biais initial propulsif augmente. Cela indique que l'algorithme d'adaptation performe aussi bien n'importe la différence entre le modèle de performance initial et la performance réelle de l'avion.

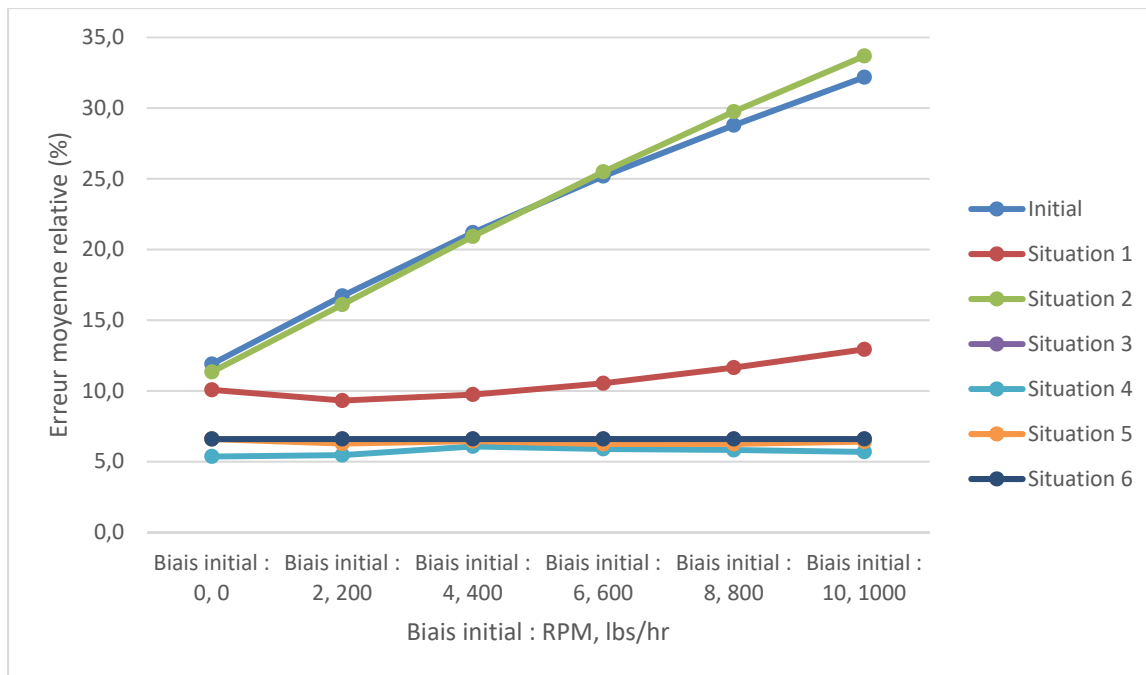


Figure 5.18 Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance combiné obtenu par la méthode d'interpolation polynomiale

La Figure 5.18 montre l'effet de la valeur du biais initial sur le modèle de performance combiné, c'est-à-dire sur le modèle de performance propulsive utilisant comme donnée d'entrée le modèle de performance aérodynamique. Puisque les situations 1 et 2 impliquent qu'un des deux modèles de performance n'est localement adapté, il est normal que les courbes de ces deux situations augmentent plus que le biais initial augmente. Pour les situations 3 à 6, les courbes restent relativement constantes.

Les figures 5.19 à 5.21 présentent les mêmes résultats que ceux des trois figures précédentes, mais pour la méthode d'interpolation utilisant les splines à plaques minces.

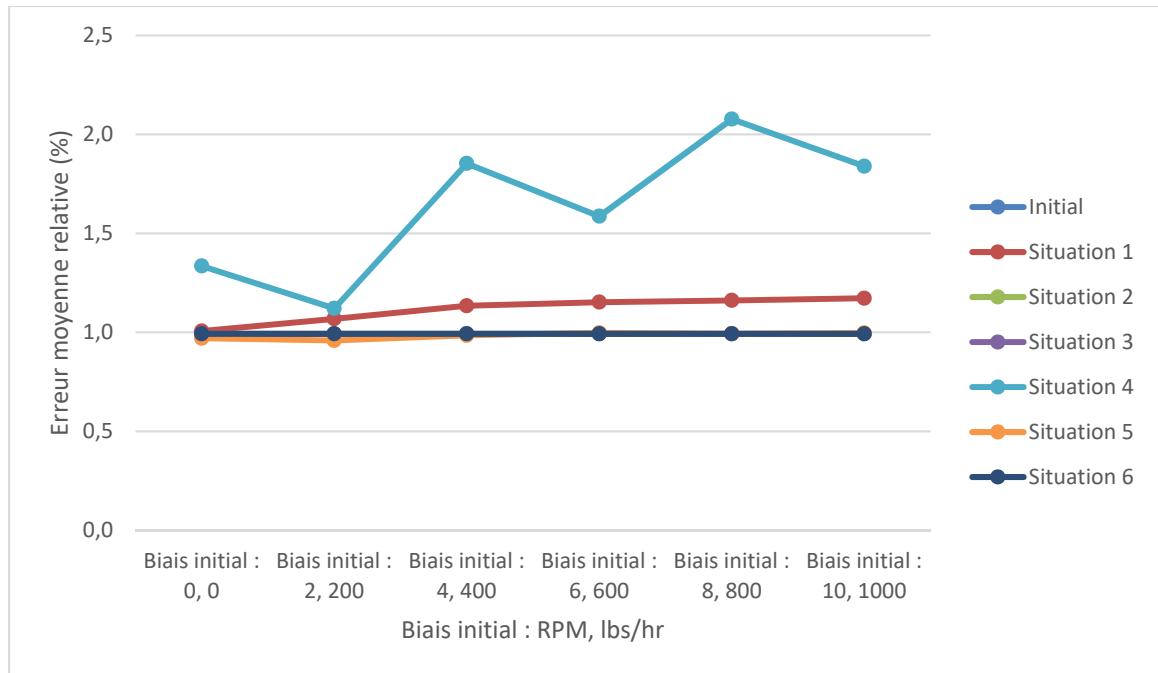


Figure 5.19 Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation par spline à plaques minces

Contrairement à la méthode d'interpolation polynomiale, on remarque dans la Figure 5.19 que l'erreur augmente beaucoup avec la valeur du biais initial pour la situation 4 (adaptation du modèle avec la plus grande erreur relative). Pour les autres situations, l'erreur relative pour le modèle aérodynamique reste approximativement constante.

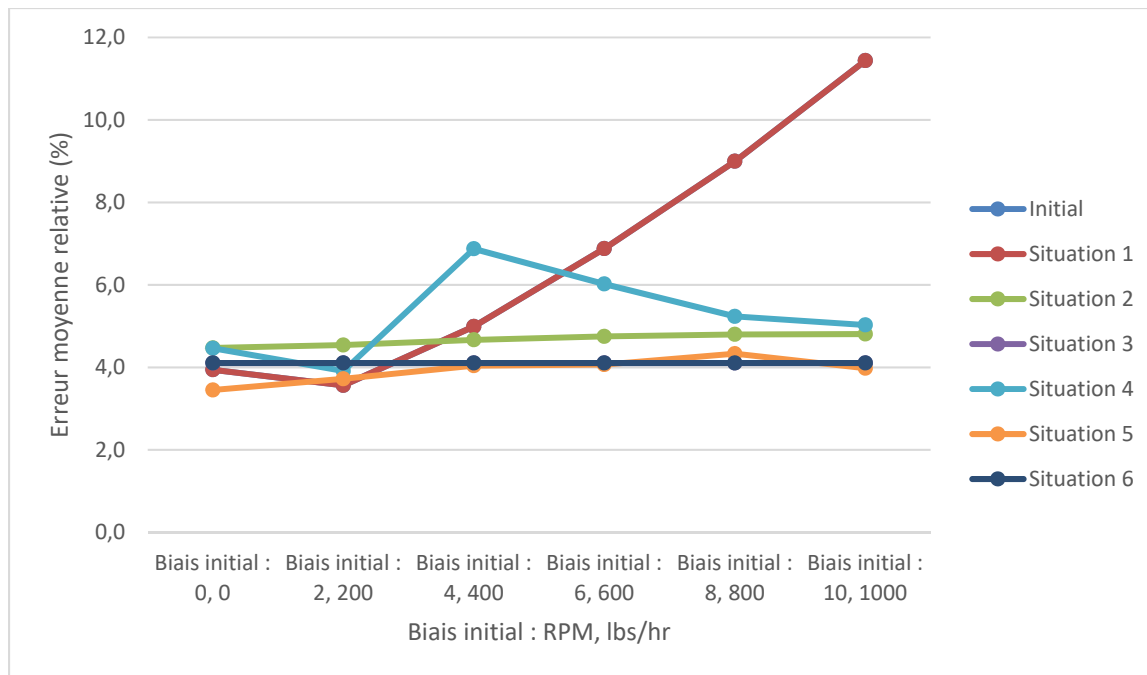


Figure 5.20 Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance propulsive obtenue par la méthode d'interpolation par spline à plaques minces

La courbe associée à la situation 1 monte plus que le biais initial est grand. La situation 4 a une donnée aberrante pour une valeur de biais initial de 400 lbs/hr (Figure 5.20). Les autres situations demeurent approximativement les mêmes pour ce qui est de l'erreur relative du modèle de performance propulsif.

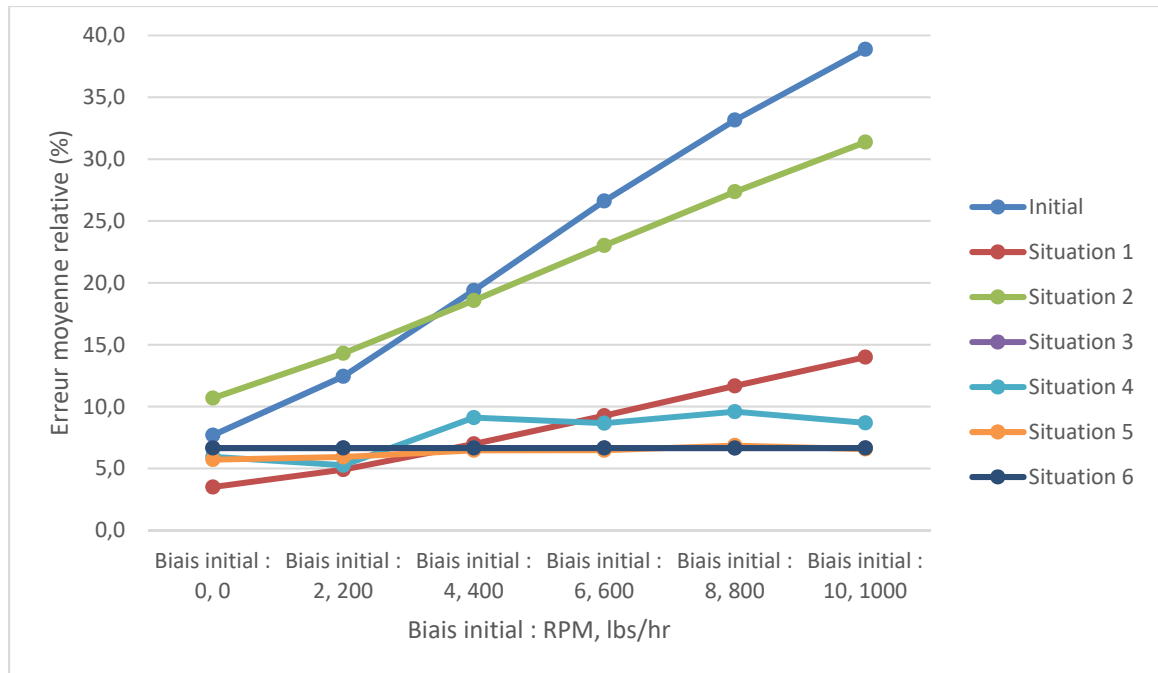


Figure 5.21 Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance combiné obtenue par la méthode d'interpolation par spline à plaques minces

Pour le modèle combiné, seules les courbes des situations 3, 5 et 6 démontrent l'hypothèse que l'erreur relative devrait rester constante peu importe la valeur du biais initial.

Les figures 5.22 à 5.24 montrent l'impact de la valeur du biais initial sur les modèles de performance aérodynamique, propulsive et combinée par une méthode d'interpolation par réseaux de neurones.

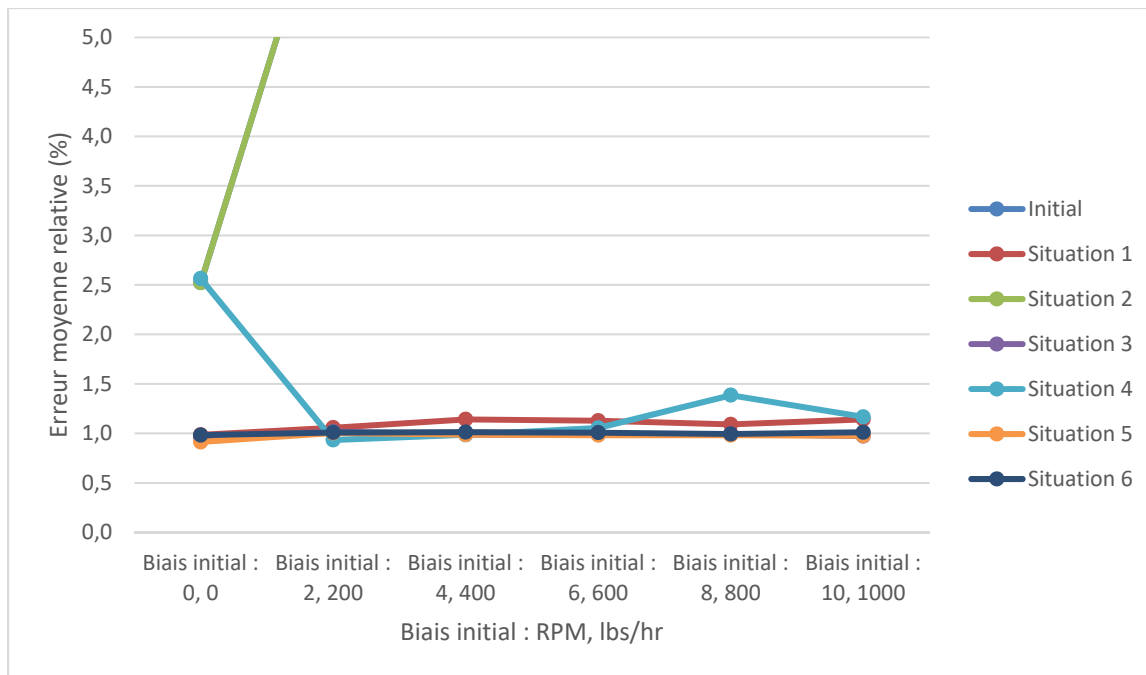


Figure 5.22 Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance aérodynamique obtenue par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones

La Figure 5.22 montre la relation entre l'erreur relative moyenne pour le modèle de performance aérodynamique utilisant une méthode d'interpolation par réseaux de neurones. La situation 4 est démontrée par une courbe constante pour un biais initial plus grande que 2 RPM, mais elle donne une valeur aberrante pour un biais initial nul, ce qui peut s'expliquer par le fait que le modèle initial créé à partir du FCOM a généralement une erreur plus grande pour le modèle de performance aérodynamique que celui propulsif, puisque pour la situation 4, seulement le modèle avec la plus grande erreur relative est adapté.

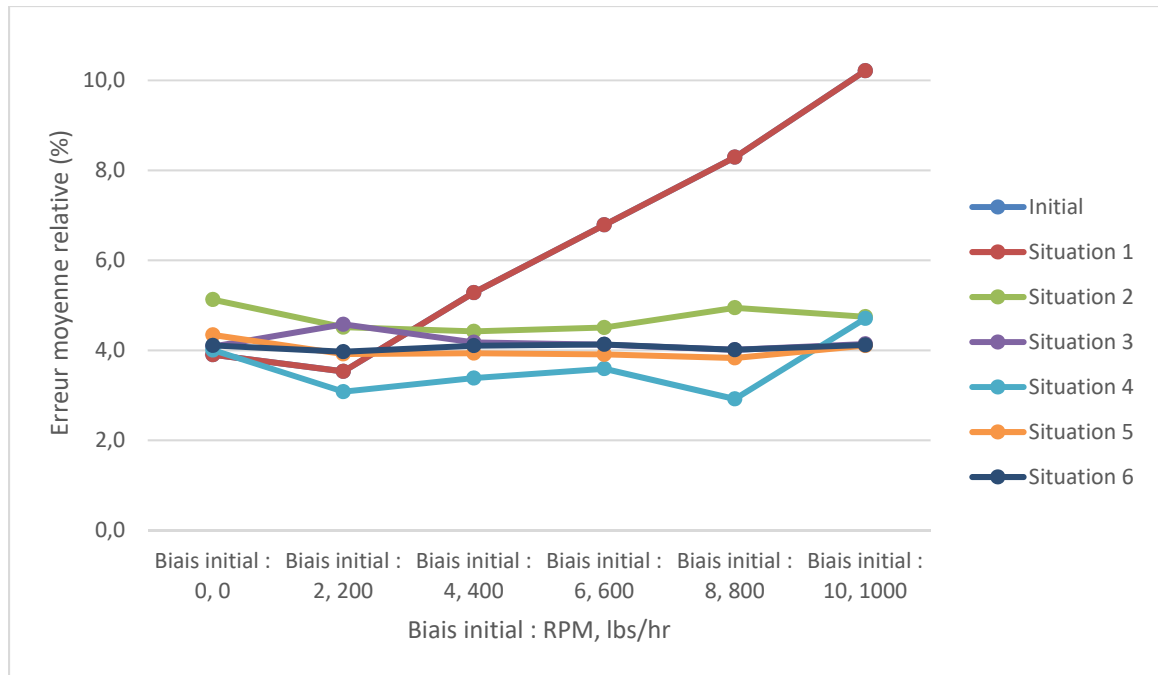


Figure 5.23 Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance propulsif obtenue par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones

Puisqu'on s'attend à obtenir des erreurs relatives moyennes approximativement constantes plus que le biais initial augmente, la courbe présentée dans la situation 4 ne valide pas cette hypothèse. En effet, le biais initial ne devrait pas affecter la performance de l'algorithme. Concernant les autres situations (excluant la situation 2, pour laquelle le modèle propulsif n'est pas adapté), l'erreur relative moyenne reste relativement constante.

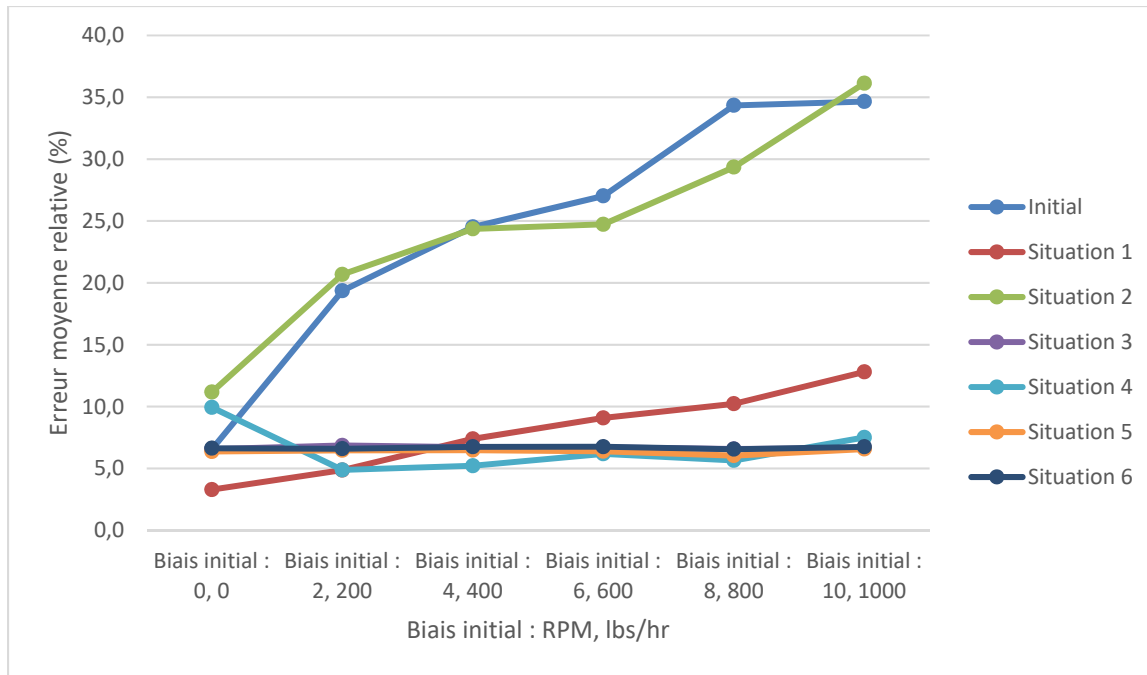


Figure 5.24 Erreur relative moyenne en fonction du biais initial pour le modèle de performance combiné obtenue par la méthode d'interpolation par réseaux de neurones

De la même manière que pour les méthodes utilisant l'interpolation polynomiale avec des splines à plaques minces, le modèle combiné pour la méthode avec réseaux de neurones présente des courbes ascendantes pour les situations 1 et 2, et approximativement constantes pour les autres situations.

En conclusion, cette section montrait l'effet du biais initial sur la performance de l'algorithme d'adaptation. On a vu l'impact sur les trois méthodes d'adaptation globale, soit l'interpolation polynomiale, l'interpolation à splines à plaques minces et celle par des réseaux de neurones. Le résultat escompté montre que le biais initial sur les modèles de performance aérodynamique et propulsive n'a pas d'impact sur l'erreur moyenne relative. C'est-à-dire que peu importe la différence entre le modèle initial et les performances réelles de l'avion, l'algorithme d'adaptation doit donner les mêmes résultats.

5.2 Résultats et discussions

L'objectif de recherche de ce mémoire de maîtrise est de développer un modèle de performance aéro-propulsive. Ce modèle doit être capable de simuler la dégradation de la performance aérodynamique et propulsive d'un avion Cessna Citation X. Comme indiqué dans le sous-chapitre 1.1, une analyse du vol de croisière est réalisée dans ce mémoire de maîtrise. Les modèles de performances sont donc représentatifs d'un avion en vol de croisière. Il est également important de rappeler que les données sont présentées dans un contexte de vol subsonique, et donc à une valeur maximale de 0.9 pour le nombre de Mach.

Cette sous-section présente les résultats et analyses réalisés sur le modèle final de performances aéro-propulsives développé à l'aide de l'algorithme proposé tout au long de ce mémoire de maîtrise.

5.2.1 Validation du modèle aéro-propulsif en vol de croisière

Le modèle de performance aéro-propulsif produit à la suite de l'application de l'algorithme d'adaptation est validé avec des données de vol réelles provenant du simulateur. Ces données sont différentes de celles utilisées dans l'algorithme d'adaptation. Les données de vol utilisées à la validation du modèle doivent respecter les critères suivants :

- Altitude (de 10 000 pieds à 45 000 pieds) ;
- Nombre de Mach (0.38 à 0.92) ;
- ΔISA (la température en ΔISA : $-10^{\circ}C$, $0^{\circ}C$, $10^{\circ}C$, $20^{\circ}C$) ;
- Poids de l'avion (24000 *lbs* à 35 000 *lbs*) ;
- Pourcentage de la vitesse maximale de rotation de la soufflante (57.4% à 91.7%) ;
- Débit de carburant (1120 *lbs/hr* à 3577 *lbs/hr*) ;
- Vitesse vraie en nœuds (*KTAS* : 214 à 526).

De plus, les données doivent être celles en vol de croisière. Pour s'y faire, le même processus de filtration d'information est utilisé que celui utilisé au chapitre 3.1.1. Un total de 563 lignes de données sont recueillies à travers les données de vol du simulateur. Pour des fins de validation, on s'assure que les données en entrée de l'algorithme d'adaptation soient réparties sur la plus grande plage de valeurs possible, tel que montré sur les figures 5.25 et 5.36 :

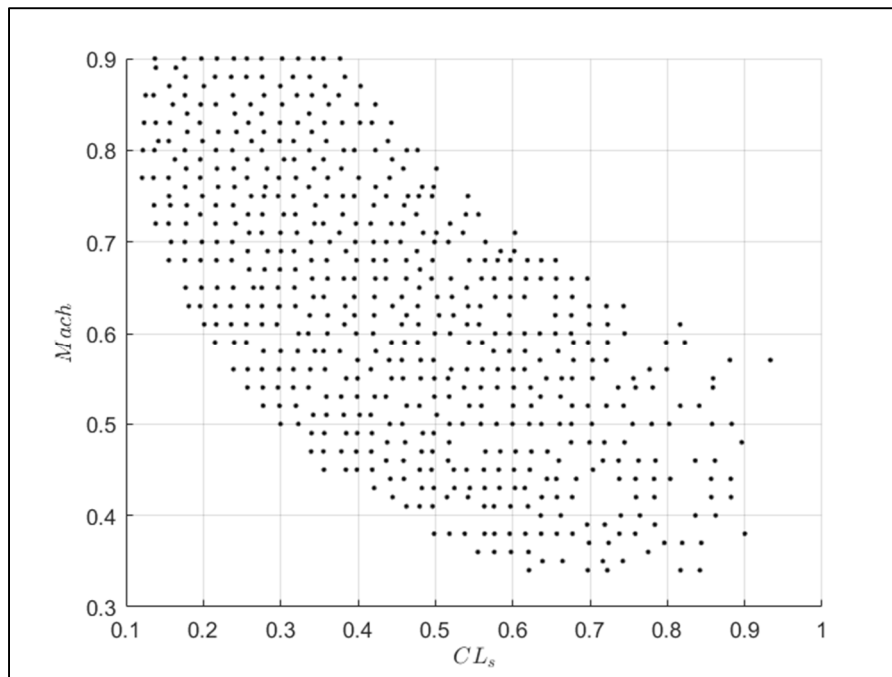


Figure 5.25 Données d'entrée de validation pour le modèle de performance aérodynamique

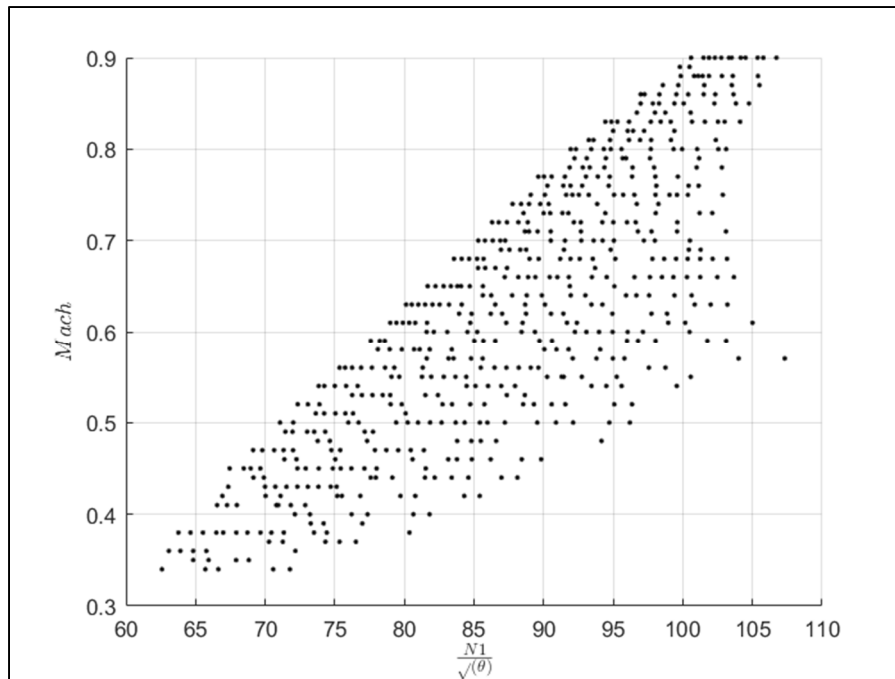


Figure 5.26 Données d'entrée de validation pour le modèle de performance propulsif

Les critères de validation sont basés sur la performance initiale des données du FCOM par rapport aux tables de recherche initiales. On s'attend que le modèle de performance aéro-propulsive adapté soit capable de prédire les données en sortie (soit $\frac{N_1}{\sqrt{\delta}}$ et $\frac{W_f}{\delta\sqrt{\theta}}$) aussi précisément que le FCOM par rapport au modèle initial de performance. Le Tableau 5.1 présente les erreurs relatives moyennes du FCOM par rapport au modèle initial obtenues pour toutes les méthodes d'estimation.

Tableau 5.1 Comparaison des erreurs relatives moyennes obtenues par trois méthodes utilisées pour créer les TDR pour chacun des modèles

Méthode	Modèle de performance	Erreur relative moyenne
Interpolation polynomiale	Aérodynamique	0.99%
	Propulsif	2.01%

Méthode	Modèle de performance	Erreur relative moyenne
	Combiné	4.3%
Spline à plaque mince	Aérodynamique	0.34%
	Propulsif	1.26%
	Combiné	1.40%
Réseaux de neurones	Aérodynamique	~0.36%
	Propulsif	~1.3%
	Combiné	~1.5%

En prenant en considération les résultats obtenus au sous chapitre 5.1, une série de tests ont été mis en place pour effectuer la validation finale du modèle de performance aéro-propulsive.

Tableau 5.2 Paramètres pour les tests de validation de l'algorithme

Situations	(3) Adaptation des deux tables de recherche en tout temps	(4) Adaptation de la plus grande erreur relative
	(5) Adaptation pour les données ayant des erreurs relatives plus grandes que 1% et 2%	(6) Méthode du <i>Specific Range</i> (SRM)
Méthodes d'estimation	Interpolation polynomiale	Spline à plaques minces
	Réseaux de neurones	
Aire d'adaptation (N_{noeuds})	1 nœud pour modèle aérodynamique	1 nœud pour le modèle propulsif
Biais initial ($RPM, lbs/hr$)	10	1000
Nombre de points de rupture	40 (modèle aérodynamique)	40 (modèle propulsif)
Nombre de données de validation	563 lignes de données de vol	

Les situations 1 et 2 ne seront pas validées, puisque celles-ci servaient à observer l'impact individuel de l'adaptation de chacune des tables de recherche sur le modèle de performance combiné (aéro-propulsif). Les trois méthodes d'estimation sont testées pour déterminer si elles être utilisées dans l'algorithme final. Les paramètres utilisés pour l'aire d'adaptation, le biais initial et le nombre de points de rupture sont déterminés au sous-chapitre 5.1. Finalement, comme mentionné précédemment, 564 lignes de données sont utilisées pour la validation de l'algorithme, en s'assurant de couvrir la plus grande enveloppe de vol.

Les résultats présentés aux tableaux et figures suivants sont basés sur les paramètres présentés précédemment. On y retrouve un tableau présentant les erreurs relatives moyennes (tel que celui présenté aux équations 3.12 à 3.14) pour les trois modèles de performance (aérodynamique, propulsif et combiné). Ces résultats sont calculés pour les situations suivantes :

- Erreur moyenne relative entre les tables de recherche initiales (tel que présenté au chapitre 2) et les données de vol de croisière (pour observer l'effet du biais initial introduit au début de l'algorithme);
- Erreur moyenne relative entre les tables de recherche initiales et les données du FCOM;
- Erreur moyenne relative entre les tables de recherche finales pour les situations 3 à 6 et les données de vol de croisière.

Ce tableau représente les résultats obtenus par les trois méthodes d'estimation, soit l'interpolation polynomiale, par spline à plaques minces et les réseaux de neurones.

Tableau 5.3 Erreur relative moyenne des modèles de performance pour les situations 3 à 6 dans le cas d'une estimation par interpolation polynomiale

	Initial	FCOM	Situation 3		Situation 4		Situation 5		Situation 6	
	%	%	%	% <i>amél.</i>	%	% <i>amél.</i>	%	% <i>amél.</i>	%	% <i>amél.</i>
Erreur moyenne relative (modèle aérodynamique)	12.11	0.99	1.01	91.69	1.07	91.20	1.01	91.68	1.01	91.69
Erreur moyenne relative (modèle propulsif)	10.00	2.01	3.75	62.50	4.05	59.53	3.65	63.48	3.75	62.50
Erreur moyenne relative (modèle combiné)	32.18	4.30	6.25	80.57	5.62	82.54	6.17	80.84	6.25	80.57

Le tableau précédent présente les valeurs pour la méthode d'estimation par interpolation polynomiale. Pour le modèle aérodynamique, on y retrouve des valeurs très proche de l'estimation initiale pour les valeurs du FCOM. L'adaptation de ce modèle peut donc être validé pour toutes les situations. Les meilleurs résultats ont été obtenus pour les situations 3, 4 et 6. La situation 4 (adaptation de l'erreur ayant la plus grande erreur relative) est celle ayant l'erreur relative moyenne la plus grande pour les modèles de performance aérodynamique et propulsifs, mais l'erreur la plus faible pour le modèle combiné. Pour ce qui est du modèle propulsif, l'erreur relative du modèle initial par rapport au FCOM est de $\sim 2\%$, ce qui est assez loin des résultats obtenus suite à l'application de l'algorithme d'adaptation (3.65%). Ce critère de validation n'est donc pas atteint, mais une amélioration de 63.48% est tout de même apporté au modèle de performance initial (pour la situation 5). Les tables de recherches obtenues sont montrées aux figures suivantes. On y montre seulement la situation 5 pour qu'on y voit l'allure des courbes, qui est similaire pour toutes les situations.

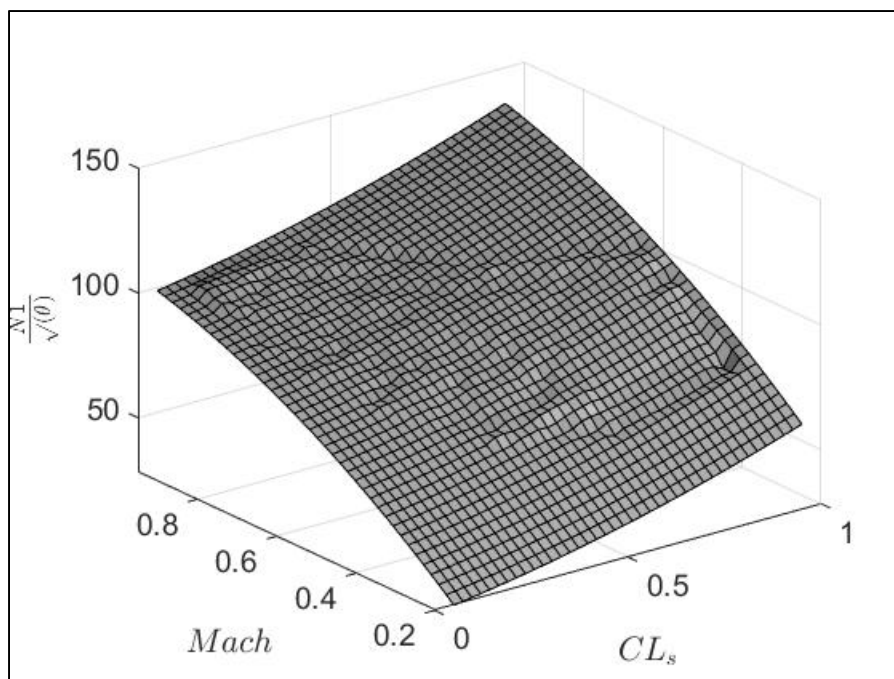


Figure 5.27 Table de recherche du modèle aérodynamique après l'application de l'algorithme d'adaptation (interpolation polynomiale, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 1%)

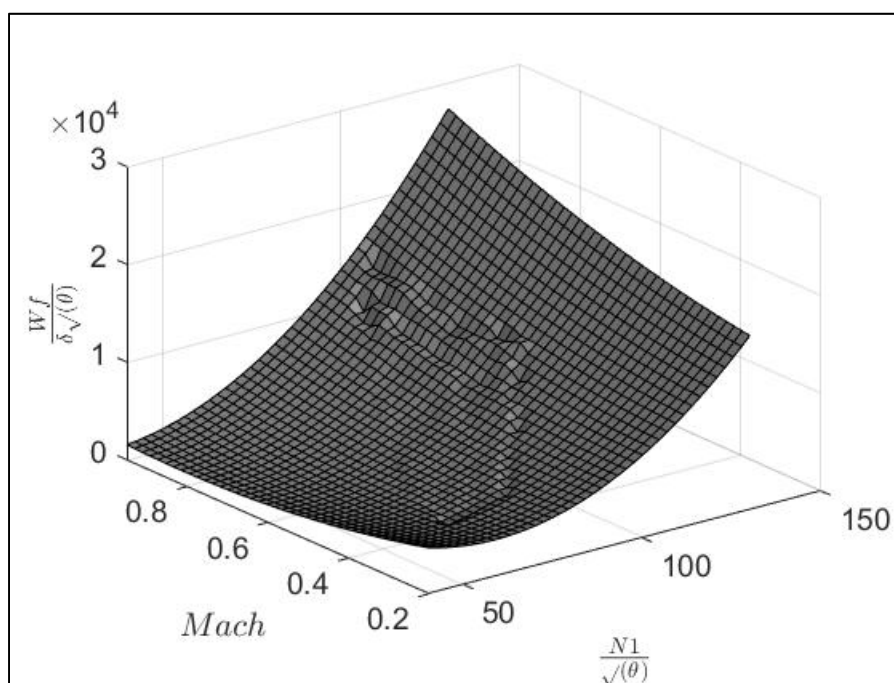


Figure 5.28 Table de recherche du modèle propulsive après l'application de l'algorithme d'adaptation (interpolation polynomiale, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 2%)

Le Tableau 5.4, Figure 5.29 et la Figure 5.30 montrent les résultats obtenus par la méthode d'estimation à splines à plaques minces. On remarque que les résultats produits pour le modèle de performance aérodynamique sont similaires à ceux obtenus par la méthode d'estimation par interpolation polynomiale, mais que les résultats sont plus loin que ceux obtenus par l'estimation initiale à l'aide des données du FCOM. Également pour les modèles propulsif et combiné, l'algorithme n'est pas capable d'atteindre le niveau de performance initialement crée par les tables de recherche et les données du FCOM.

Tableau 5.4 Erreur relative moyenne obtenue par les modèles de performance pour les situations 3 à 6 dans le cas d'une estimation par splines à plaques minces

	Initial	FCOM	Situation 3		Situation 4		Situation 5		Situation 6	
	%	%	%	% amél.	%	% amél.	%	% amél.	%	% amél.
Erreur moyenne relative (modèle aérodynamique)	11.20	0.34	1.01	91.02	2.26	79.79	1.01	90.96	1.01	91.02
Erreur moyenne relative (modèle propulsif)	11.44	1.26	3.75	67.21	4.71	58.78	3.75	67.21	3.75	67.21
Erreur moyenne relative (modèle combiné)	38.87	1.40	6.25	83.92	9.26	76.17	6.23	83.98	6.25	83.92

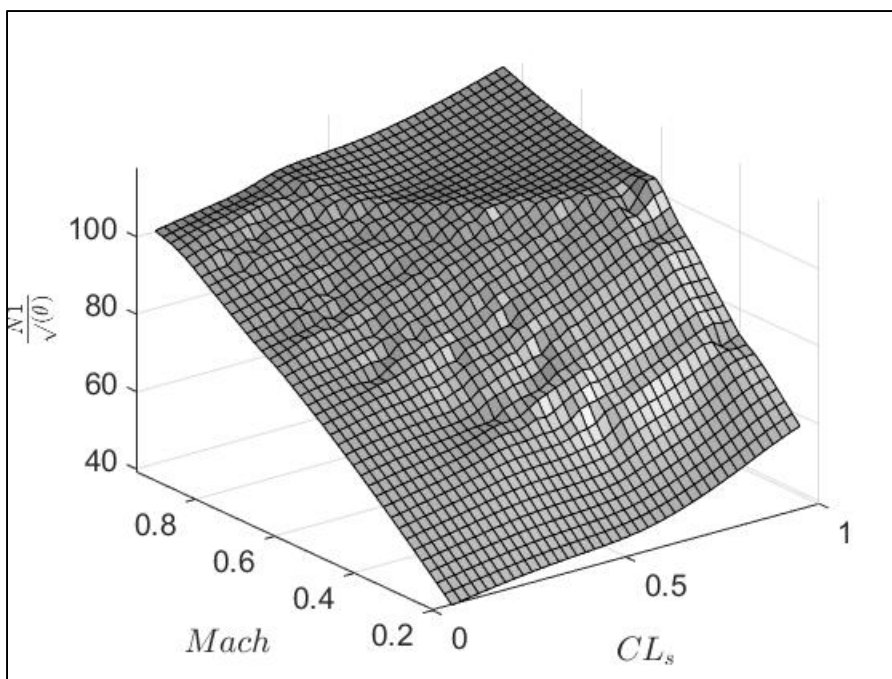


Figure 5.29 Table de recherche du modèle aérodynamique après l'application de l'algorithme d'adaptation (interpolation par spline à plaques minces, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 1%)

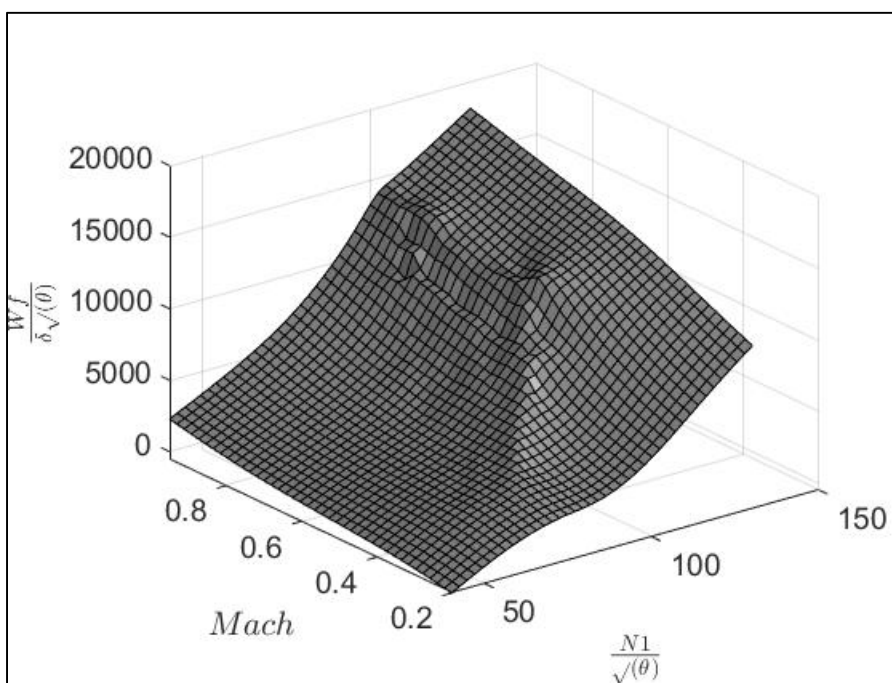


Figure 5.30 Table de recherche du modèle propulsive après l'application de l'algorithme d'adaptation (interpolation par spline à plaques minces, situation 5 : adaptation des les erreurs au-dessus de 2%)

Le Tableau 5.5, la Figure 5.31 et la Figure 5.32 montrent les résultats obtenus par la méthode d'estimation à splines à plaques minces. Les erreurs moyennes relatives sont plus basses pour cette méthode d'estimation pour les modèles de performance aérodynamique et propulsive et on pourrait conclure que la méthode d'estimation par réseaux de neurones telle que décrite dans le chapitre 2.3 est la meilleure option pour cet algorithme. De plus, l'allure de la courbe est beaucoup plus lisse que celle obtenue par la méthode des splines. Cela est un effet désiré pour ce contexte, puisque la valeur de N_1 n'est pas supposé varier drastiquement en vol de croisière subsonique en fonction de CL_s et $Mach$.

Tableau 5.5 Erreur relative moyenne pour les modèles de performance pour les situations 3 à 6 dans le cas d'une estimation par réseaux de neurones

	Initial	FCOM	Situation 3		Situation 4		Situation 5		Situation 6	
	%	%	%	% amél.	%	% amél.	%	% amél.	%	% amél.
Erreur moyenne relative (modèle aérodynamique)	11.11	0.36	1.01	90.94	1.07	90.36	0.99	91.05	1.01	90.94
Erreur moyenne relative (modèle propulsif)	11.26	1.30	3.75	66.68	4.01	64.39	3.38	69.95	3.75	66.68
Erreur moyenne relative (modèle combiné)	36.61	1.50	6.25	82.92	6.05	83.48	6.25	82.93	6.25	82.92

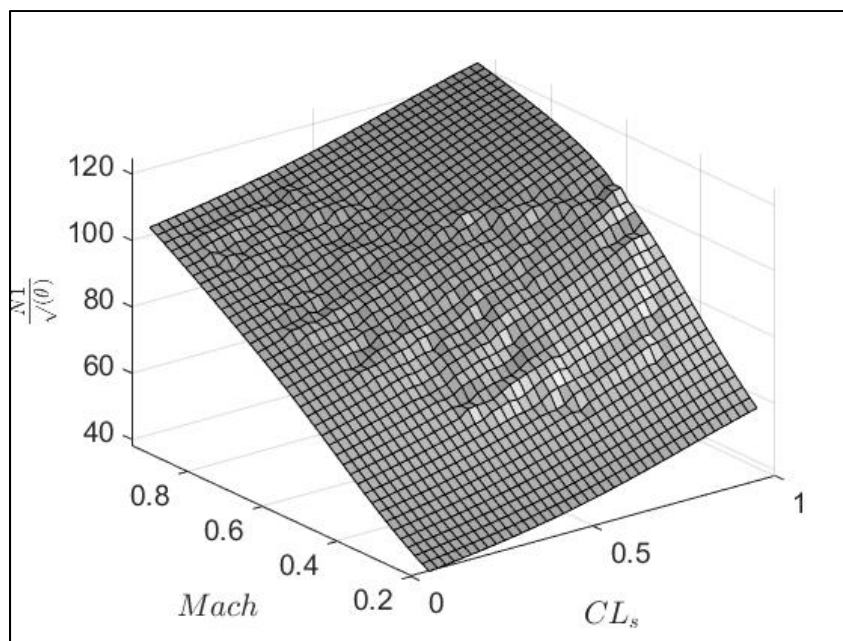


Figure 5.31 Table de recherche du modèle aérodynamique après l'application de l'algorithme d'adaptation (estimation par réseaux de neurones, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 1%)

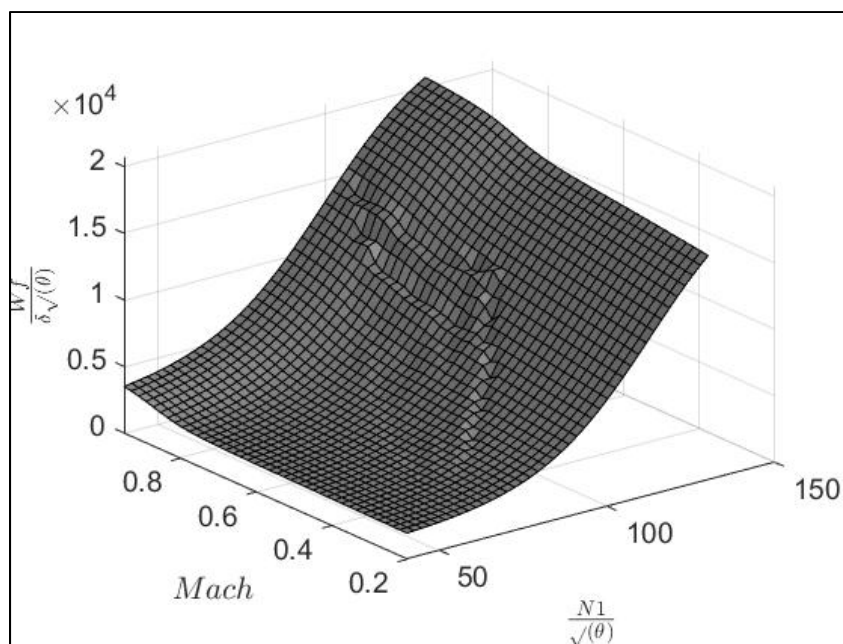


Figure 5.32 Table de recherche du modèle propulsive après l'application de l'algorithme d'adaptation (estimation par réseaux de neurones, situation 5 : adaptation des erreurs au-dessus de 2%)

Généralement, comme mentionné précédemment, les résultats obtenus à travers l'estimation par réseaux de neurones sont meilleurs. C'est-à-dire que l'erreur relative moyenne est plus faible pour les modèles aérodynamique et propulsif, et les courbes obtenues sont beaucoup plus lisses. Les erreurs relatives moyennes n'atteignent pas un niveau aussi bas que celles du FCOM par rapport aux tables de recherche initiales (tel que décrites au chapitre 2).

5.3 Conclusions

Pour conclure ce chapitre, on y a d'abord déterminé quels étaient les meilleurs paramètres pour l'algorithme d'adaptation, soit la grandeur de l'aire d'adaptation ($N_{noeuds} = 1$, modèle aérodynamique et propulsif), la taille de la grille (40 points de rupture pour les deux modèles) et le biais initial (où on y a validé que l'algorithme est capable de donner de bons résultats jusqu'à un biais de 10 *RPM* et 1000 *lbs/hr*). Ensuite, les modèles finaux de performance ont été validés. Avec des erreurs relatives moyennes de 0.99%, 3.38% et 6.25% (modèles aérodynamique, propulsif et combiné), la méthode d'estimation par réseaux de neurones avec la situation 5 (adaptation des modèles ayant une erreur plus grande que 1% et 2%) sont les conditions ayant les plus faibles valeurs. Le fait que les erreurs relatives moyennes pour les modèles de performance propulsif et combiné ne peuvent pas atteindre celles des données du FCOM par rapport au modèle initial s'explique par le fait que les données de propulsion sont très concentrées dans le centre du graphique. Dès lors, l'atteinte d'une valeur stagnante se réalise très rapidement (comme expliqué au sous-chapitre 3.2.2).

CONCLUSION

On présente dans cette recherche un algorithme permettant de prédire la performance aérodynamique et propulsive d'un avion de type Cessna Citation X. En effet, cette performance se dégradant au fil du temps, il devient de plus en plus difficile de prédire la quantité de carburant nécessaire en vol. Ce modèle de dégradation conclu à travers de ce mémoire de maîtrise se comporte en trois étapes afin d'arriver au modèle de prédiction de performance final.

La première étape, décrite au chapitre 2, consiste à créer le modèle initial de performance, soit le début de l'algorithme. Le format choisi pour générer les données de performances sont les tables de recherche. Celles-ci, occupant peu d'espace, ont été le choix idéal dans le contexte de cette recherche. Ces tables de recherche initiales ont été générées à partir des données du FCOM du Cessna Citation X. Pour pouvoir simuler une dégradation de performance avec les données provenant du simulateur de vol, un biais a été rajouté aux tables de recherche de recherche initiales. Ce sont deux tables de recherche qui ont été générées, soit une représentant la performance aérodynamique et l'autre la performance propulsive. Trois méthodes d'estimation ont été utilisées dans cette première partie : l'interpolation polynomiale, l'interpolation par splines à plaques minces et l'utilisation de réseaux de neurones.

La deuxième étape, décrite au chapitre 3, a été d'implémenter un algorithme d'adaptation locale. Cet algorithme consiste à extraire les données de vol de croisière du simulateur et utiliser celles-ci pour simultanément adapter localement les deux tables de recherche (aérodynamique et propulsive).

La troisième étape, décrite au chapitre 4, consiste à faire l'adaptation globale des tables de recherche, c'est-à-dire d'utiliser les nœuds localement adaptés à l'étape précédente pour adapter le reste des tables de recherche. Ceci s'est fait à travers les trois mêmes méthodes

d'estimation qu'au chapitre 2 : l'interpolation polynomiale, l'interpolation par splines à plaques minces et l'utilisation de réseaux de neurones.

Les résultats de cette méthode ont été présentés au chapitre 5, où on a fait une étude de plusieurs paramètres, soit l'aire d'adaptation locale, l'importance du biais initial des tables de recherche et la taille de grille des tables de recherche. Une validation de l'algorithme est ensuite faite en utilisant un nouvel ensemble de données de vol et en vérifiant le degré de précision avec lequel les tables de recherches sont capables de prédire la performance actuelle de l'avion.

Pour des travaux futurs, il serait intéressant d'explorer les méthodes d'estimation des tables de recherche, plus précisément lors du processus d'adaptation globale. En effet, durant ce mémoire de maîtrise, les données ayant le plus d'impact sur l'adaptation locale d'un nœud étaient les premières données allant en entrée de l'algorithme (se référer au chapitre 3.2.2 pour l'algorithme mathématique). En réalité, la donnée ayant le plus d'influence devrait toujours être la dernière à entrer dans l'algorithme, puisqu'elle est la plus représentative de la performance actuelle de l'avion.

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ACI, C., IATA, ICAO, ICCAIA, ATAG. (2019). *Aviation Benefits Report*.
- Airbus. (2001). *Getting Hands-on Experience with Aerodynamic Deterioration* (n° STL 945.3399/96).
- Airbus. (2002). *Getting to Grips with Aircraft Performance Monitoring* (n° STL 94B.0510/02). Cedex, France.
- Amrutha, K. N., Bharath, Y. K., & Jayanthi, J. (2019). *Aircraft Engine Fuel Flow Parameter Prediction and Health Monitoring System* présentée à International Conference on Recent Trends on Electronics, Information Communication & Technology.
- ATAG. (2019). Facts & Figures. Repéré à <https://www.atag.org/component/factfigures/?Itemid=>
- ATAG. (2021). Commitment to Fly Net Zero. Repéré à <https://aviationbenefits.org/FlyNetZero>
- CESSNA. (1996). *Operating Manual Model 750 Citation X*. Wichita, Kansas, USA.
- Cessna. (2013). Citation X. In Cessna (Éd.).
- Cho, K., Li, G., & Bardell, N. (2020). Towards meeting the IATA-agreed 1.5% average annual fuel efficiency improvements between 2010 and 2020: the current progress being made by U.S. air carriers. *Aviation*, 23, 123-132. doi: 10.3846/aviation.2019.12019
- De Giorgi, M. G., Campilongo, S., & Ficarella, A. (2018). Development of a real time intelligent health monitoring platform for aero-engine. *MATEC Web of Conferences*, 233, 00007. doi: 10.1051/mateconf/201823300007
- Duchon, J. (1977). Splines minimizing rotation-invariant semi-norms in Sobolev spaces. Dans (pp. 85-100). Springer Berlin Heidelberg. doi: 10.1007/bfb0086566. Repéré à <https://dx.doi.org/10.1007/BFb0086566>
- ESDU. (1970). Non-dimensional approach to engine thrust and airframe drag for the analysis of measured performance data : aircraft with turbo-jet and turbo-fan engines. ESDU.
- Ghazi, G., Gerardin, B., Gelhay, M., & Botez, R. (2019). New Adaptive Algorithm Development for Monitoring Aircraft Performance and Improving Flight Management System Predictions. *Journal of Aerospace Information Systems*, 17, 1-16. doi: 10.2514/1.1010748

- IATA. (2019). Industry Fuel Costs and Net Profit. In F. F. Sheet (Éd.). IATA.ORG.
- IATA. (2021). Airline Commitment to Net Zero 2050.
- ICAO. (2019). *ICAO GLOBAL ENVIRONMENTAL TRENDS – PRESENT AND FUTURE AIRCRAFT NOISE AND EMISSIONS*. Working Paper.
- IPCC. (1999). *Aviation and the Global Atmosphere*.
- Jackson, P. (2005). *Jane's All the World's Aircraft 2004-2005*. Great Britain.
- Kiakojoori, S., & Khorasani, K. (2015). Dynamic neural networks for gas turbine engine degradation prediction, health monitoring and prognosis. *Springer*, 36. doi: 10.1007/s00521-015-1990-0
- Kratsios, A. (2019). *Universal Approximation Theorems*.
- Li, Z., Goebel, K., & Wu, D. (2019). Degradation Modeling and Remaining Useful Life Prediction of Aircraft Engines Using Ensemble Learning. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 131. doi: 10.1115/1.4041674
- MathWorks. (2006). tpaps. Repéré à <https://www.mathworks.com/help/curvefit/tpaps.html>
- Miller, S. (2009). *Contribution of Flight Systems to Performance-Based Navigation*. Boeing.
- Toru Hasegawa, S. C. L. D. (2021). *Effects of Novel Coronavirus (COVID-19) on Civil Aviation : Economic Impact Analysis*. Montréal, Canada: ICAO.
- Young, T. M. (2017). *Performance of the Jet Transport Airplane : Amalysis Methos, Flight Operations and Regulations*.