

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PRÉSENTÉE À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DU DOCTORAT EN GÉNIE
Ph.D.

PAR
BARTHÉLEMY HUGUES ATEME-NGUEMA

CONCEPTION OPTIMALE DES CELLULES DE FABRICATION FLEXIBLES
BASÉE SUR L'APPROCHE PAR RÉSEAUX DE NEURONES

MONTRÉAL, LE 20 AVRIL 2007

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Thiên-My Dao, Directeur de thèse
Département de Génie Mécanique, École de Technologie Supérieure

M. Richard Lepage, Président du jury
Département de Génie de la Production Automatisée, École de Technologie Supérieure

M. Mustapha Nourelfath, Examineur externe
Département de Génie Mécanique, Université Laval

M. Claude Olivier, Examineur
Directeur de l'Enseignement et de la Recherche, École de Technologie Supérieure

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 14 NOVEMBRE 2006

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

CONCEPTION OPTIMALE DES CELLULES DE FABRICATION FLEXIBLES BASÉE SUR L'APPROCHE PAR RÉSEAUX DE NEURONES

Barthélemy Hugues Ate-me-Nguema

SOMMAIRE

Par essence, l'industrie manufacturière a toujours eu comme défi majeur l'accroissement de la rentabilité. Mondialisation, compétitivité, intégration, innovation et transfert technologique constituent résolument le « *leitmotiv* » de ce début de siècle. Aussi la turbulence et la mutation du secteur manufacturier jumelé à la petitesse du cycle de vie des produits, aux exigences accrues des consommateurs et aux développements technologiques continus obligent-ils les industriels et la communauté scientifique à une quête, sans fin, de nouveaux concepts, de nouvelles méthodes ou approches de travail, à innover et à repousser les limites à l'innovation et à la connaissance.

Le concept des cellules de fabrication flexibles est une application de la technologie de groupe développée au milieu du siècle dernier et elle renvoie à l'organisation physique d'un aménagement industriel en favorisant les flux de production et en minimisant la manutention. En outre, les systèmes manufacturiers cellulaires dynamiques (SMCD) réévaluent constamment la configuration physique et la composition d'une cellule industrielle, de manière à obtenir un aménagement « *optimal* » selon les coûts marginaux de manutention et de configuration sur un horizon spécifique. Ils permettent d'avoir un système de production hautement dynamique capable de répondre à un environnement turbulent. La conception des cellules de fabrication flexibles a un impact sur la performance et la rentabilité d'une entité productrice cherchant à réduire ses coûts et à offrir un produit axé sur les besoins du client, focalisé sur la satisfaction des actionnaires et centré sur les employés responsables de la création de la richesse.

Qualifié de problème de type « *NP-complet* », les problèmes de formation cellulaire retiennent l'attention de la communauté scientifique depuis des décennies déjà et plusieurs approches ont été développées. Toutefois, lorsque nous sommes face à des matrices de grandes tailles, les algorithmes, les heuristiques et/ou les approches mathématiques affichent des carences majeures et nous oblige à y porter une attention particulière afin de trouver une manière de les résoudre de façon efficace et efficiente.

L'algorithme de résolution en trois étapes que nous proposons s'amorce par la sélection des routages de production afin d'identifier le meilleur cheminement minimisant les coûts opérationnels. Par la suite, une heuristique de résolution hybride, composée d'un réseau de Hopfield quantifié et fluctuant et de la méthode de recherche avec les tabous, permet à l'approche globale de déterminer la composition des cellules et d'assigner les pièces regroupées en famille, aux divers ateliers flexibles ainsi formés. L'élimination et/ou la réduction des transferts intercellulaires trouvés dans l'agencement cellulaire obtenu constitue la phase ultime du processus que nous proposons. Au cœur de nos

recherches, le modèle de résolution hybride utilise un réseau de Hopfield quantifié et fluctuant, car la quantification de neurones permet de réduire la taille du réseau tout en maintenant sa capacité de mémorisation alors que la fluctuation permet au réseau de Hopfield de s'échapper, régulièrement, des minima locaux dans lesquels il pourrait être piégé. Les simulations et tests effectués prouvent que l'approche est efficace et efficiente dans la mesure où elle détermine des solutions réalisables (100% du temps), des solutions dites «*optimales*» ou «*quasi optimales*» (68% du temps) et est, en moyenne, de 28 à 30 fois plus rapide qu'un réseau de Hopfield classiques ayant de neurones à valeurs continues ou discrètes.

OPTIMAL DESIGN OF FLEXIBLE MANUFACTURING CELLS BASED ON NEURAL NETWORKS APPROACH

Barthélemy Hugues Ateme-Nguema

ABSTRACT

Essentially, manufacturing industry always had major challenge to increase the profitability. Universalization, competitiveness, integration, innovation and technology transfer resolutely constitute the «leitmotiv» of this beginning of century. Moreover, turbulence and the change in manufacturing sector twinned with the smallness life cycle of products, with the consumers increased requirements and the continuous technological developments oblige the industrialists and the scientific community to the search, without end, of new concepts, new methods or work approaches, to innovate and push back the limits to the innovation and knowledge.

The flexible manufacturing cells concept is an application of the group technology developed in the middle of last century and returns to the physical organization of an industrial installation by supporting production flows and by minimizing handling. Moreover, the dynamic cellular manufacturing systems (DCMS) constantly revalue the physical configuration and the composition of an industrial cell, so as to obtain an «*optimal*» installation according to marginal costs of handling and configuration on a specific horizon. They make possible to have a highly dynamic production system able to answer to a turbulent environment. The design of the flexible manufacturing cells has an impact on the performance and the profitability of a producing entity seeking to reduce its costs and to offer a product centered on the customer requirements, focused on the satisfaction of the shareholders and centered on the employees responsible for the creation of the richness.

Qualified like «*np-complete*», the cell formation problems already hold the scientific community attention since decades and several approaches were developed. However, vis-a-vis of big sizes matrices, the algorithms, the heuristic ones and/or the mathematical approaches post major deficiencies which cause dissatisfaction and obliges us to pay more attention in order to find a manner of solving them in an effective and efficient way.

The three stages resolution algorithm which we propose starts with the selection of the routings of production in order to identify the best way to minimize the operational costs. Thereafter, hybrid heuristics of resolution, composed by a quantized and fluctuated Hopfield neural network and the Tabu search method, allows the global approach to determine the cells composition and to assign the parts, clustered in family, with the various flexible manufacturing systems formed. The elimination and/or the reduction of the intercellular transfers found in the obtained cellular group constitute the ultimate phase of the process that we propose. In our research, the hybrid resolution

model uses a quantized and fluctuate Hopfield neural network because, the neurons quantization could reduce the network size and maintaining its storage capacity whereas the fluctuation allows the Hopfield network to escape, regularly, of the local minima in which it could be trapped. Simulations and tests prove that our approach is effective and efficient. In fact, it determines feasible solutions 100% of time, «optimal» or «near optimal» 68% of time and is, approximatively, 28 to 30 times faster, on average, that a traditional network of Hopfield having neurons with continuous or discrete values.

REMERCIEMENTS

Au professeur Thiên-My DAO, mon directeur de thèse : les mots me manquent pour vous exprimer ma gratitude. La liberté d'action que vous avez manifestée à mon égard durant toutes ces années, la critique, parfois dure, parfois mal prise, parfois incomprise mais toujours constructive dont vous avez fait part à mon endroit font en sorte que je ne saurais vraiment traduire le fond de ma pensée. Toutes ces années que j'ai passées à vos côtés m'ont permis d'acquérir plus de maturité, un esprit critique mieux orienté, une analyse plus claire et une vision de la vie, des rapports humains et de l'avenir, différente de celle que j'avais il y a quelques années. Du fond du coeur, je vous dis simplement : MERCI.

Je tiens à témoigner ma gratitude au professeur Richard Lepage d'avoir accepté la présidence du jury de ma soutenance de thèse. De plus, merci pour sa disponibilité, ses encouragements, ses conseils, ses critiques même lorsque je le croisais dans les couloirs de l'École. Aux membres du jury de mon examen pré doctoral, les professeurs Claude Olivier et Yves Van-Hoenecker de l'université de Sherbrooke, je vous remercie d'avoir accepté de faire partie de ce comité et d'avoir exprimé vos critiques, votre vision et des perspectives éventuelles à nos travaux de recherche. À monsieur Mustapha Nourelfath, professeur à l'université Laval, merci d'avoir accepté de faire partie de ce jury en tant qu'examineur externe.

À certains professeurs de l'École de technologie supérieure qui ont toujours su me donner des conseils et m'encourager, je citerais les professeurs Sylvie Nadeau, Séraphin Abou, Victor Songmene et Jean-Pierre Kenne sans oublier les professeurs Françoise Marchand, Henri Champlaud et Youssef A. Youssef, à tous : merci beaucoup.

À tous mes collègues de l'école, Idriss, Cédric, Francis, Auguste, Lajmi, Lotfi, Tran, Nabil, Jonathan, Nedjem, Nathalie, je vous dis merci et bonne chance. Un merci particulier à Nabil Nahas pour sa clairvoyance, son sens de l'analyse, ses conseils, sa disponibilité et son humilité; j'espère que tu resteras le même.

À mon épouse Fanny, aucun mot ne pourra traduire ce que j'aimerais te dire. Aucun acte ne sera assez explicite pour que tu saches la place que tu occupes dans mon cœur, dans mon esprit, en moi. J'espère et j'ose croire que cette place à mes côtés que tu as prise, tu ne la laisseras plus et que tu seras toujours là pour moi quand le moment sera approprié.

À ma fille, Marlyn au visage angélique et qui aime juste me «*blaguer*» depuis qu'elle est toute petite.

Cette thèse, je la dédie à mon père, Benoît. Les principes qu'il m'a enseignés, l'humilité qui le caractérise et qui fut le maître mot de l'éducation qu'il m'a prodigué et dont j'essaie de me montrer digne. Pour le sacrifice de toute une vie, papa : merci.

À tous, merci du fond du cœur !

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE	i
ABSTRACT	iii
REMERCIEMENTS	v
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX.....	xi
LISTE DES FIGURES.....	xiv
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES	xvi
CHAPITRE 1	
INTRODUCTION	1
1.1 Les systèmes manufacturiers cellulaires.....	2
1.2 Avantages des SMC.....	8
1.3 Conception des SMCD	12
1.4 Inconvénients des approches contemporaines de conception des SMCD.....	22
1.5 Motivation	26
1.6 Objectifs de recherche	27
1.7 Méthodologie de recherche utilisée.....	27
1.8 Organisation du contenu de cette thèse	28
CHAPITRE 2	
LES CELLULES DE PRODUCTION : ÉTAT DE L'ART	30
2.1 Naissance et évolution de la fabrication cellulaire	33
2.2 Flexibilité de cheminement	37
2.3 Conception des SMCD basée sur la matrice initiale incidente binaire pièces/machines	43
2.3.1 Approches heuristiques utilisant les coefficients de similitude et/ou dissimilitude.....	46
2.3.2 Algorithmes de formation cellulaire centrés sur le réarrangement de la matrice binaire incidente initiale.....	47
2.3.3 Méthodes d'agencement cellulaire focalisant sur la séquence des opérations	49
2.3.4 Les méthodes basées sur l'usage de la programmation mathématique.....	49
2.3.5 Les approches utilisant la théorie des graphes et réseaux	51
2.3.6 Les méthodes de formation cellulaire tenant compte de paramètres manufacturiers additionnels	52
2.3.7 Carences associées aux approches basées sur la matrice binaire	

	incidente initiale	55
2.4	Intelligence artificielle et nouvelles approches de conception des ateliers flexibles.....	56
2.4.1	Le recuit simulé	58
2.4.2	Les systèmes experts	59
2.4.3	La recherche avec les tabous	60
2.4.4	Les algorithmes génétiques	61
2.4.5	Les réseaux de neurones	62
2.4.6	Les limitations à l'usage des approches basées sur l'intelligence artificielle.....	65
2.5	Motivation	66
CHAPITRE 3	LES RÉSEAUX DE NEURONES ARTIFICIELS : LES RÉSEAUX DE HOPFIELD TRADITIONNELS	68
3.1	Les réseaux de neurones de Hopfield	68
3.1.1	structure des réseaux de Hopfield.....	70
3.1.2	Fonction de Lyapunov des réseaux de Hopfield	74
3.1.3	Ensembles invariants des réseaux de Hopfield.....	78
3.1.4	Bassins d'attraction des réseaux de Hopfield	79
3.1.5	Les réseaux de Hopfield utilisés comme mémoire associative	81
3.1.6	Représentation usuelle de la fonction d'énergie de Hopfield.....	84
3.2	Les applications des réseaux de Hopfield dans le secteur manufacturier	94
3.2.1	La conception en ingénierie.....	94
3.2.2	La surveillance et le diagnostic	95
3.2.3	La commande en milieu industriel	96
3.2.4	L'assurance qualité	97
3.2.5	L'ordonnancement.....	98
3.2.6	La technologie de groupe	99
3.2.7	Les autres applications industrielles	100
3.3	Limitations des réseaux de Hopfield et motivations	101
CHAPITRE 4	LES RÉSEAUX DE HOPFIELD QUANTIFIÉS ET FLUCTUANTS	104
4.1	Les réseaux de Hopfield quantifiés	105
4.1.1	Les neurones quantifiés	106
4.1.2	Minimisation de la fonction d'énergie d'un réseau de Hopfield quantifié	107
4.1.3	Relation entre réseau quantifié et réseau continu de Hopfield	108
4.1.4	Relation entre réseau quantifié et réseau binaire de Hopfield	113
4.2	Simulations théoriques et concept de fluctuation	115
4.2.1	Simulations théoriques des réseaux quantifiés	115
4.2.2	Les réseaux quantifiés et fluctuants de Hopfield.....	118
4.3	Avantages, inconvénients et applications des réseaux QFHN	123
4.3.1	Avantages et inconvénients des réseaux quantifiés et fluctuants	123

4.3.2	Applications des réseaux de Hopfield quantifiés et fluctuants....	124
4.4	Conclusion des réseaux de Hopfield quantifiés et fluctuants	124
CHAPITRE 5	CONCEPTION OPTIMALE DES CELLULES DE FABRICATION FLEXIBLES	126
5.1	Rappel des problèmes de formation cellulaire	127
5.2	Heuristique globale utilisée pour la formation cellulaire	130
5.2.1	Hypothèses de recherche	130
5.2.2	Méthodologie de résolution proposée.....	132
5.3	Sélection optimale des routages de fabrication	135
5.3.1	Modèle mathématique de sélection des routages de fabrication .	135
5.3.2	Modifications et apports au modèle initial	139
5.4	Mise en place des ateliers de fabrication flexibles	139
5.4.1	Les coefficients de similitude/dissimilitude	141
5.4.2	Modèle mathématique basé sur les coefficients de dissimilitude	144
5.4.3	Fonction d'énergie de Hopfield ou «fonction de Lyapunov».....	148
5.4.4	Méthode d'optimisation locale : la «recherche avec les tabous»	155
5.4.5	Intégration de la «recherche avec les tabous» dans l'heuristique de résolution	159
5.4.6	Modèle hybride de conception cellulaire.....	161
5.4.7	Contributions scientifiques majeures à la thèse.....	164
5.5	Traitement des éléments exceptionnels présents dans la solution	165
5.6	Mesures de performance évaluant la formation cellulaire.....	172
5.7	Conclusion sur la méthodologie proposée.....	173
CHAPITRE 6	ÉVALUATION DE LA MÉTHODOLOGIE PROPOSÉE	175
6.1	Sélection des exemples de référence	175
6.1.1	Matrice incidente initiale de petite taille	176
6.1.2	Matrice incidente initiale de taille moyenne.....	179
6.1.3	Matrice incidente initiale de grande taille	182
6.2	Formation cellulaire pour des matrices incidentes initiales de petites tailles	187
6.2.1	Sélection optimale des cheminements de production.....	187
6.2.2	Formation cellulaire basée sur l'approche hybride mise en place.....	189
6.2.3	Traitement des EE présents dans la solution finale	194
6.2.4	Conclusion et enseignements associés aux matrices de petite taille	195
6.3	Formation cellulaire pour des matrices incidentes initiales de taille moyenne.....	197
6.3.1	Sélection optimale des cheminements de fabrication.....	197
6.3.2	Formation cellulaire selon l'approche hybride.....	200
6.3.3	Analyse des EE demeurant dans la solution issue du réseau hybride	206
6.3.4	Conclusions et apprentissage de cet exemple.....	208

6.4	Formation cellulaire pour des matrices incidentes initiales de grande taille	209
6.4.1	Sélection des cheminements de production.....	210
6.4.2	Formation cellulaire basée sur l'approche hybride mise en place.....	210
6.4.3	Traitement des transferts intercellulaires.....	218
6.4.4	Conclusions et aspects à retenir de cet ultime exemple.....	218
6.5	Conclusions	222
CHAPITRE 7	ANALYSE DES RÉSULTATS ET ÉTUDE COMPARATIVE	227
7.1	Analyse de la qualité des solutions obtenues.....	229
7.1.1	Qualité de la solution du quatrième problème de la base de données	231
7.1.2	Qualité de la solution du onzième problème de la base de données	238
7.1.3	Conclusion générale sur la qualité des solutions obtenues.....	240
7.2	Analyse du temps de convergence et/ou du temps de résolution obtenu	244
CHAPITRE 8	CONCLUSION, RECOMMANDATIONS ET OUVERTURE DU SUJET	248
8.1	Compte rendu de la thèse.....	248
8.2	Contributions de ce travail de recherche	249
8.3	Recommandations	251
ANNEXE I	Rappel sur les réseaux de neurones artificiels	254
A1.1	Définition, historique et fondements des neurones artificiels	256
A1.1.1	Définition des réseaux de neurones artificiels.....	257
A1.1.2	Historique des réseaux de neurones artificiels	258
A1.1.3	Fondements des neurones artificiels et analogie avec les neurones biologiques.....	261
A1.2	Modélisation du neurone artificiel.....	264
A1.2.1	Le champ récepteur	266
A1.2.2	La fonction d'activation et les fonctions de sortie.....	267
A1.2.3	Le phénomène d'apprentissage	272
A1.3	Taxonomie	281
A1.3.1	Les réseaux de neurones artificiels monocouches.....	285
A1.3.2	Les réseaux de neurones artificiels multicouches.....	287
A1.3.3	Les réseaux de neurones artificiels récurrents.....	288
A1.4	Aspects techniques des réseaux récurrents.....	289
A1.4.1	Les concepts de stabilité.....	290
A1.4.2	Les théorèmes de stabilité de Lyapunov.....	294
A1.4.3	Le théorème de l'invariance de LaSalle	299
	RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	302

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Problème idéal de formation cellulaire..... 16
Tableau II	Problème de formation cellulaire avec présence d'éléments exceptionnels..... 16
Tableau III	Décomposition imparfaite de la matrice pièces/machines..... 24
Tableau IV	Amélioration des cellules à partir d'un routage alternatif..... 24
Tableau V	Amélioration des cellules en dupliquant la machine #2 24
Tableau VI	Résultats de simulations du problème de Hitchcock pour des solutions faisables [160] 117
Tableau VII	Résultats de simulations du problème de Hitchcock pour des solutions optimales [160]..... 117
Tableau VIII	Résultats de simulations du problème de Hitchcock pour toutes les variantes 121
Tableau IX	Matrice initiale et identification parfaite des blocs diagonaux.. 128
Tableau X	Matrice incidente initiale et identification imparfaite des blocs diagonaux 128
Tableau XI	Table d'éventualité associé aux coefficients de similitude/dissimilitude 142
Tableau XII	Simulations qui convergent vers un sommet de l'hypercube [167]..... 152
Tableau XIII	Données relatives aux pièces/produits et coûts afférents 177
Tableau XIV	Données relatives aux machines et coûts afférents..... 177
Tableau XV	Temps et coûts du premier exemple de formation cellulaire..... 178
Tableau XVI	Première partie des données pertinentes à la résolution du second exemple..... 180
Tableau XVII	Seconde partie des données pertinentes à la résolution du second exemple..... 181
Tableau XVIII	Première partie des données initiales du 3 ^e exemple 183

Tableau XIX	Deuxième partie des données initiales du 3 ^e exemple	184
Tableau XX	Troisième partie des données initiales du 3 ^e exemple	185
Tableau XXI	Dernière partie des données initiales du 3 ^e exemple	186
Tableau XXII	Matrice binaire incidente initiale pour une matrice de petite taille... ..	188
Tableau XXIII	Matrice des coefficients de dissimilitude entre les machines	190
Tableau XXIV	Matrice finale identifiant les ateliers flexibles de fabrication ...	193
Tableau XXV	Solution optimale associée au traitement des EE	195
Tableau XXVI	Solution finale associée à un problème de petite taille.....	195
Tableau XXVII	Matrice binaire incidente initiale pour le second exemple	199
Tableau XXVIII	Matrice des coefficients de dissimilitude associée au second exemple.....	201
Tableau XXIX	Matrice finale des regroupements cellulaires du second exemple.....	204
Tableau XXX	Solution optimale associée aux déplacements du second exemple.....	207
Tableau XXXI	Solution optimale associée à un problème de taille moyenne ...	207
Tableau XXXII	Matrice binaire incidente initiale pour un problème de grande taille	211
Tableau XXXIII	Première partie de la matrice des coefficients de dissimilitude entre les machines du 3 ^e exemple	212
Tableau XXXIV	Seconde partie de la matrice des coefficients de dissimilitude entre les machines du 3 ^e exemple	213
Tableau XXXV	Matrice finale de la configuration cellulaire obtenue pour le dernier exemple	216
Tableau XXXVI	Solution optimale associée au traitement des éléments exceptionnels du dernier exemple	219
Tableau XXXVII	Solution finale associée à un problème de grande taille.....	220
Tableau XXXVIII	Quelques indicateurs des 3 exemples solutionnés.....	226
Tableau XXXIX	Qualité des résultats des onze (11) problèmes de base à l'analyse comparative.....	230
Tableau XXXX	Matrice binaire incidente initiale de Chan et Milner [31]	233

Tableau XXXXI	Matrice des-coefficients-de dissimilitude entre les machines	233
Tableau XXXXII	Solution initiale obtenue par Chan et Milner [31]	234
Tableau XXXXIII	Solution améliorée obtenue par Chan et Milner [31]	234
Tableau XXXXIV	Solution finale obtenue par Mak et al. [174]	237
Tableau XXXXV	Solution finale obtenue par notre approche hybride [170]	237
Tableau XXXXVI	Solution finale générée par Chandrasekharan et Rajagopalán [17].....	241
Tableau XXXXVII	Solution finale générée par Mak et al. [174]	242
Tableau XXXXVIII	Temps de convergence des onze (11) problèmes de base de l'analyse comparative	245

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1 Flux de production dans un atelier multigamme	4
Figure 2 Flux de production dans un système en série	4
Figure 3 Flux de production dans un SMC.....	6
Figure 4 Les différents types de systèmes manufacturiers [1]	32
Figure 5 Exemple de fonction présentant des minima.....	57
Figure 6 Modèle de Hopfield utilisant des composantes électriques	72
Figure 7 Réseau de Hopfield utilisant une représentation d'état [139].....	72
Figure 8 Réponse temporelle de la fonction de Lyapunov	79
Figure 9 Réseau permettant la sélection de k neurones [143].....	92
Figure 10 Deux ensembles distincts de neurones [143]	92
Figure 11 Réseau de Hopfield qui tient compte des contraintes d'inégalité [143]	92
Figure 12 État transitoire d'un réseau quantifié pour $w_{ii} = 0$ [160]	112
Figure 13 État transitoire d'un réseau quantifié pour $w_{ii} < 0$ [160].....	112
Figure 14 État transitoire d'un réseau quantifié pour $w_{ii} > 0$ [160]	112
Figure 15 État transitoire d'un réseau quantifié pour $w_{ii} < 0$ [160].....	121
Figure 16 Heuristique globale de conception des cellules de production	133
Figure 17 Algorithme de «recherche avec les tabous».....	158
Figure 18 Organigramme de la RT - phase d'amélioration locale.....	160
Figure 19 Organigramme de l'approche générale hybride utilisée	162
Figure 20 Vitesse de convergence de la fonction d'énergie selon la méthode utilisée. 193	193
Figure 21 Vitesse de convergence de la fonction d'énergie du second exemple.....	205
Figure 22 Vitesse de convergence de la fonction d'énergie du dernier exemple.....	217
Figure 23 Les neurones biologique	263
Figure 24 Analogie structurelle entre les neurones biologiques et artificiels.....	263

Figure 25	Représentation symbolique d'un neurone artificiel	265
Figure 26	Modèle conventionnel du neurone de McCulloch et Pitts [138].....	265
Figure 27	Les constituants fondamentaux d'un neurone [188].....	265
Figure 28	Fonctions de sortie linéaire et linéaire avec saturation	273
Figure 29	Fonctions de sortie binaire ou signe et sigmoïdale	273
Figure 30	Fonction sigmoïdale unipolaire pour plusieurs valeurs de T	274
Figure 31	Fonction sigmoïdale bipolaire pour plusieurs valeurs de T	274
Figure 32	Processus d'apprentissage général d'un neurone	277
Figure 33	Taxonomie de Lippmann [195].....	283
Figure 34	Taxonomie basée sur la propagation du signal [135].....	283
Figure 35	Taxonomie basée sur l'architecture du réseau [196]	284
Figure 36	Réseau récurrent non linéaire en temps continu.....	292
Figure 37	Stabilité et stabilité asymptotique	292
Figure 38	Le pendule de Newton.....	292

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES

		Page
SMC	Système Manufacturier Cellulaire	5
TG	Technologie de Groupe..	5
SMCD	Système Manufacturier Cellulaire Dynamique	8
PME	Petite et Moyenne Entreprise.....	9
WIP	En-cours de fabrication (<i>Work In Process</i>)	9
JÀT	Juste-À-Temps.....	11
EE	Éléments Exceptionnels.....	15
PCA	Analyse et Codage des Pièces	19
TSP	Problème du Voyageur de Commerce (<i>Travelling Salesman Problem</i>) .	22
FMS	Systèmes Manufacturiers Flexibles (<i>Flexible Manufacturing Systems</i>) .	31
IA	Intelligence Artificielle.....	33
SLCA	Analyse des regroupements (<i>Single Linkage Cluster Analysis</i>)	46
RS	Recuit Simulé.	58
SE	Système Expert.....	59
RT	Recherche avec les tabous.	60
AG	Algorithme Génétique.	61
AE	Algorithme Évolutionniste.	61
RN	Réseaux de Neurones.	62
ART1	La Théorie de la résonance adaptative (<i>Adaptative Resonance Theory</i>).	63
QHN	Réseau de Hopfield Quantifié (acronyme anglophone : <i>Quantized Hopfield Network</i>).	105
BHN	Réseau de Hopfield Binaire (acronyme anglophone : <i>Binary Hopfield Network</i>).....	105
CHN	Réseau de Hopfield Continu (acronyme anglophone : <i>Continu Hopfield Network</i>).....	105

QFHN Réseau de Hopfield Quantifié et fluctuant (acronyme anglophone : *Quantized and Fluctuate Hopfield Network*) 122

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Depuis plusieurs années déjà, c'est-à-dire depuis la fin du XX^e siècle, les exigences du marché global à la consommation obligent le milieu industriel à continuellement repousser ses limites de gestion tant sur le plan des activités humaines, financières et technologiques. À cela, viennent s'ajouter le court cycle de vie des produits, la réduction des temps de mise en marché, l'afflux massif des activités de support à la production jumelée aux découvertes et aux évolutions technologiques majeures. Tous ces facteurs constituent un défi constant pour les industriels et les conduit à améliorer l'efficacité, l'efficience et la productivité de leurs activités de fabrication. Aussi les systèmes industriels doivent-ils être capables de produire des biens ou offrir des services au coût opérationnel le plus bas, ayant la meilleure qualité perceptible, présentant des fonctionnalités multiples et, finalement, dans un laps de temps permettant de satisfaire aux divers besoins du client. En d'autres mots, les systèmes industriels devraient être capables de continuellement s'ajuster afin de répondre rapidement à toutes perturbations – c'est-à-dire à tous changements – tant au plan de la conception du produit qu'au plan de la demande sans avoir recours à des investissements financiers majeurs. Aux facteurs précédents, ajoutons l'augmentation constante de la complexité des systèmes de fabrication, la variété des produits disponibles généralement obtenus par petits lots, l'impossibilité de maintenir indéfiniment des stocks à cause du risque d'obsolescence et des coûts engendrés et, de nouveaux besoins des clients qui font en sorte que les systèmes industriels dits traditionnels tels que les ateliers multigamme – communément désignés par leur acronyme anglophone «*job shop*» – ou ceux en série (aménagement produit ou linéaire) ne sont plus capables de répondre à de telles exigences. C'est pourquoi, une évolution des concepts de gestion et de contrôle des procédés manufacturiers, passant par le développement des systèmes automatisés et intelligents, est indéniable à cause des avantages considérables qu'ils apporteraient à l'ensemble du

système de production. En outre, cela permettrait d'atteindre un niveau de productivité souhaité, de bonne qualité et à bas prix.

1.1 Les systèmes manufacturiers cellulaires

Durant les décennies 1970 à 1990, les ateliers multigamme représentaient le type de système de production le plus répandu en Amérique du Nord, notamment aux États-Unis [1]. Or, ce type de système de fabrication fut conçu afin d'obtenir la meilleure flexibilité lorsque les entreprises manufacturières produisaient une grande variété de produits obtenus en lots de petite taille. Habituellement, les produits fabriqués dans des ateliers multigamme nécessitent des opérations multiples et exigent différentes séquences d'opérations sans oublier que les temps opérationnels de chacune peuvent varier significativement. Par conséquent, ce sont les conditions d'usage des ateliers multigamme – une variété de produits fabriqués en petits lots – qui dictent le type de machines dont l'entreprise a besoin ainsi que la façon dont ces dernières sont regroupées et aménagées sur un plancher de production. Aussi des machines conventionnelles à usage standard sont-elles requises dans ce type de système manufacturier car elles sont capables d'exécuter plusieurs types d'opérations différentes. Ces machines, sont regroupées selon la fonction opérationnelle spécifique pour laquelle elles ont été acquises, en accord avec le processus de fabrication général du système de production. Par exemple, les tours sont mis en commun dans un département de tournage, les fraiseuses sont au département de fraisage, etc. Le schéma de la figure 1 illustre l'aménagement typique d'un atelier multigamme dont la disposition physique est dénommée aménagement fonctionnel ou départemental.

Dans des ateliers multigamme, 95% du temps des tâches est perdu dans des activités non productives, notamment dans des files d'attente et le 5% restant est réparti entre le temps d'installation – aussi appelé temps de mise en route – et le temps opérationnel réel [2]. De plus, lorsque l'usinage d'une pièce dans un atelier multigamme est terminé, cette

dernière se déplace souvent sur une distance relativement grande pour atteindre la prochaine étape de son processus de fabrication ou d'acheminement. Parfois, la pièce peut se déplacer sur tout le plancher de production afin de terminer l'ensemble des opérations requises par son processus de fabrication comme le démontre la figure 1 de la page suivante. C'est la raison principale pour laquelle les pièces sont manufacturées en lots de grande taille afin de réduire les coûts opérationnels et permettre un traitement global plus économique. Malheureusement, chaque pièce devra attendre le traitement de l'ensemble des items constituant le lot avant le début de la prochaine étape de son processus de fabrication.

Contrairement aux ateliers multigamme, les systèmes manufacturiers en série ont, à la base, été conçus pour la fabrication à grand volume avec des taux de production relativement élevés et des coûts opérationnels les plus bas possible. Rappelons-nous qu'un système manufacturier en série est organisé, aménagé et disposé physiquement selon la séquence chronologique des opérations de fabrication du produit. Ce sont des machines spécialisées et dédiées à la fabrication du produit qui sont utilisées pour réaliser des taux de production élevés. Or, pour justifier l'acquisition de ces machines habituellement dispendieuses, les systèmes manufacturiers doivent fabriquer des items souvent uniques à grand volume de production. Cependant, il existe un inconvénient majeur à ces systèmes industriels en série, lacune que nous identifions comme un manque de flexibilité lors de la fabrication de produits pour lesquels le système n'a pas été conçu. Ce défaut réside essentiellement dans le fait que les machines spécialisées sont mises en ordre séquentiel pour réaliser un nombre d'opérations limitées et que cette séquence technologique ne permet aucune reconfiguration possible comme cette dernière est illustré par la figure 2.

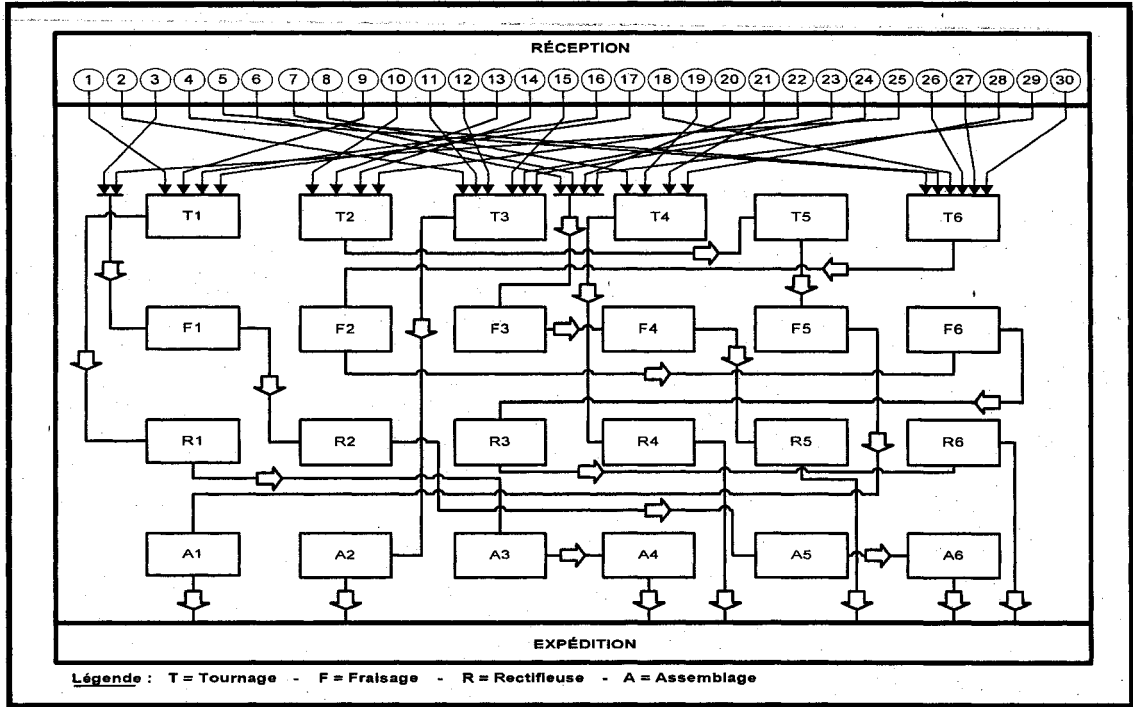


Figure 1 Flux de production dans un atelier multigammes

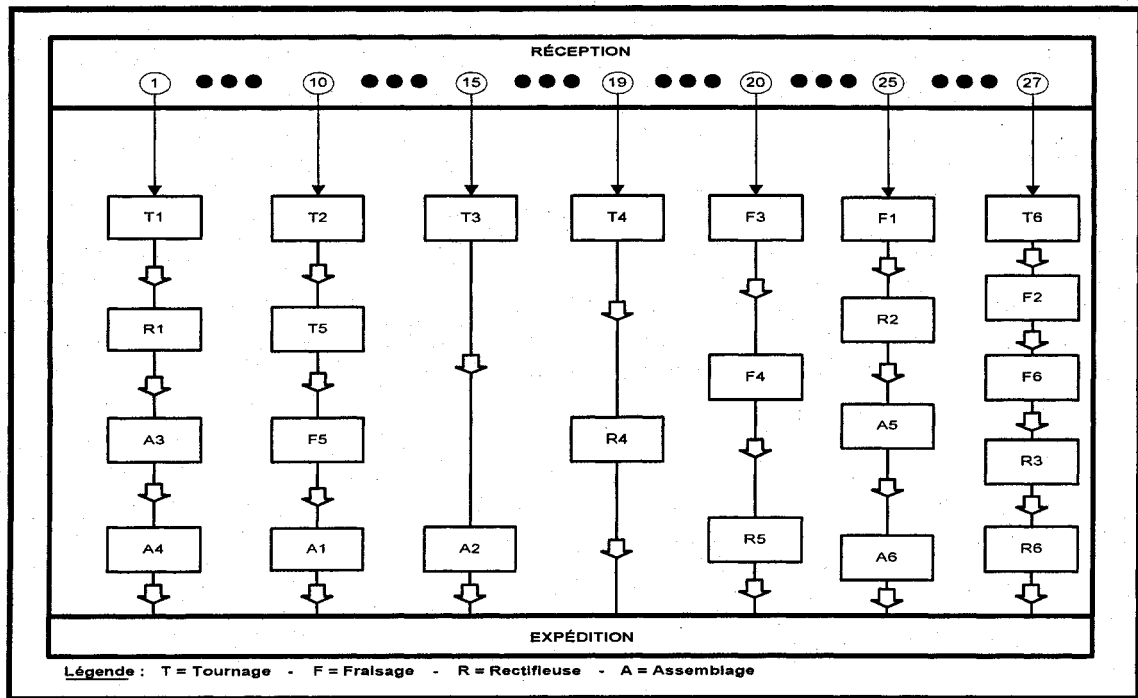


Figure 2 Flux de production dans un système en série

Par conséquent, selon les propos énoncés auparavant, tant les ateliers multigammes que les systèmes de production en série ne peuvent répondre aux exigences contemporaines de production qui nécessitent qu'un système manufacturier soit reconfiguré, remodelé ou réarrangé afin de répondre aux changements tant sur le plan de la conception du produit que sur le plan de la nature de la demande en biens de consommation. Par conséquent, la fabrication cellulaire – que nous désignerons dans la suite de cette thèse sous le vocable d'un système manufacturier cellulaire (SMC) – est une application de la technologie de groupe (TG) qui a émergé comme une alternative de production très prometteuse, capable de s'adapter et de répondre aux exigences actuelles de mise en production. Lorsque la TG est appliquée à la fabrication, elle se définit comme une philosophie de gestion des activités de production qui visent à obtenir des avantages économiques en exploitant les similitudes des pièces manufacturées en petits lots, les traitant ensemble comme dans la production en série, tout en tenant compte de la flexibilité du processus opérationnel [3].

Un SMC implique la formation des familles de produits basée sur la similitude de leur traitement et requiert le regroupement de machines en cellules de production dédiées à la fabrication de ces familles de pièces. Dans la figure 3, la mise en place des cellules, le regroupement des produits en famille et l'assignation relative à la production sont clairement identifiés. Or, une famille de produits désigne un ensemble de biens manufacturés présentant des attributs communs en tenant compte de l'aspect géométrique et de l'ensemble des étapes de transformation de leur processus opérationnel [4]. Dans le même ordre d'idée, une cellule manufacturière se compose de plusieurs machines hétérogènes disposées, physiquement, à proximité les unes des autres et exclusivement consacrées à la production d'une famille ou d'une gamme très limitée de famille de pièces. Le principe d'un SMC est d'empêcher la mise en place d'un aménagement industriel complexe au profit d'une disposition en cellules multiples dont chacune est dédiée à la production d'une famille unique de produits.

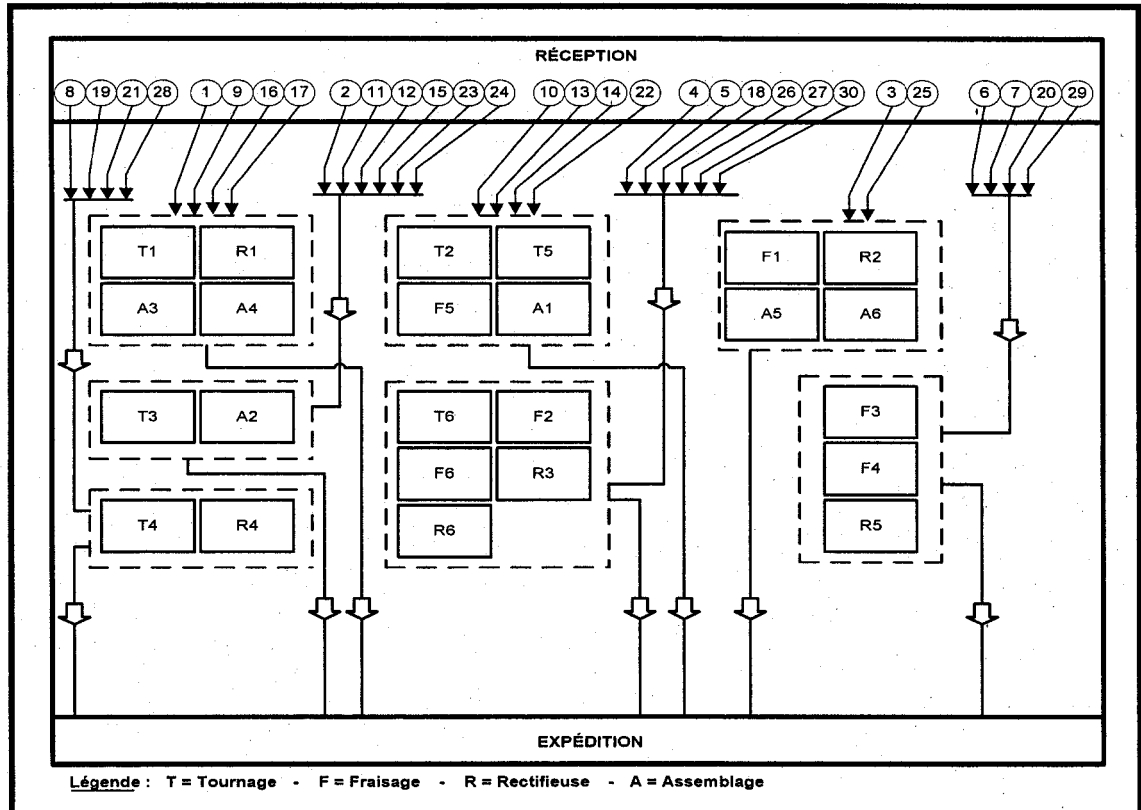


Figure 3 Flux de production dans un SMC

La planification des activités, du volume et de la qualité de production ainsi que le contrôle des procédures de fabrication ont grandement été simplifiés grâce à l'usage des SMC selon un sondage réalisé par Wemmerlov et Johnson [5]. L'atelier multigamme présenté à la figure 1 est reconfiguré en SMC à la figure 3 démontrant de multiples avantages dont la réduction de la distance de déplacement des produits, une diminution de la surface utilisable du plancher de production et éventuellement une baisse du parc machine nécessaire. Comme il y a un regroupement des produits selon leur degré de similarité, cela pourrait mener à une diminution du temps d'installation – ou temps de mise en place – et permettre une réponse quasi-immédiate aux changements des conditions de production. De plus, dans un atelier multigamme, chaque produit pourrait avoir à se déplacer sur toute l'étendue de la surface de production entraînant ainsi des difficultés à établir une séquence de fabrication cohérente et un meilleur contrôle de l'écoulement des matériaux. La désignation des priorités, dans un tel système, est complexe et un niveau relativement important de stocks pourrait être requis pour assurer une réponse adéquate aux besoins des clients.

Un SMC est un système de fabrication hybride présentant simultanément les avantages des ateliers multigamme – flexibilité dans la production d'une grande variété de biens – et des systèmes manufacturiers en série – écoulement efficace et efficient et taux élevé d'utilisation des équipements. La disposition des machines, les unes à proximité des autres permet un flux efficace et entraîne un taux d'utilisation des machines, relativement élevé, comme dans la production en série. L'acquisition et l'utilisation des machines et équipements de production standards permettent des changements fréquents lorsque le système industriel fait face à l'introduction d'un produit nouveau ou différent, ou même lorsqu'il y a changement des besoins du marché à la consommation. Cette adaptation est réalisée avec un effort minime aussi bien sur le plan temporel que sur le plan financier apportant une flexibilité relative à la mise en production d'articles variés comme dans les ateliers multigamme alors que nous utilisons des SMC.

Le principe fondamental de la TG énoncé par Mitrofanov [6] selon lequel “ *les choses similaires devraient se faire similairement* ” offre l’opportunité d’avoir une stratégie manufacturière ayant des avantages économiques considérables et, ce principe fut popularisé par Burbidge [7] grâce au support qu’il fournit à la conception et fabrication assistées par ordinateur. En outre, cette stratégie permettant de s’adapter à un marché versatile et/ou à divers changements donna naissance à l’attribut *dynamique* (aussi appelé *flexible*) et transforma l’approche cellulaire en un système manufacturier cellulaire dynamique (SMCD) capable de donner une réponse toute aussi dynamique que l’environnement lui-même.

En définitive, un SMCD est un système de fabrication cellulaire auquel s’ajoute des équipements de manutention automatisés lui permettant de produire de manière efficace, efficiente et économique des pièces dont la demande et la variété sont moyennes [8]. Si le volume à produire est relativement élevé, il est préférable d’utiliser un système en série; en revanche, pour de faibles quantités de pièces mais de variabilité très importante, il est plus approprié de fonctionner en ateliers multigamme. Les SMCD représentent un choix logique pour des entreprises dont la stratégie commerciale repose sur le temps de fabrication. En effet, le sondage réalisé par Wemmerlov et Johnson [5] montre que les meilleurs avantages des SMCD sont reliés à la dimension temporelle dont le temps de fabrication et le temps de réponse permettront de satisfaire les besoins du client. Il existe des désavantages mais les SMCD représentent le système de fabrication le plus utilisé durant la fin des années 1990 et constitueront la clé du succès du secteur manufacturier au cours des années 2000.

1.2 Avantages des SMC

Les avantages des SMC dont nous parlerons ici sont issus tant d’exemples théoriques que de cas pratiques du secteur manufacturier.

Tout d'abord, Collet et Spicer [9] démontrèrent de nombreuses améliorations obtenues à la suite de l'implantation d'un SMC dans une petite et moyenne entreprise (PME). Ils observèrent une réduction du temps de fabrication ainsi qu'une diminution de l'aire de travail en raison de l'amélioration du processus de production. Les coûts d'installation furent substantiellement diminués.

Ensuite, la transformation d'un atelier multigamme en SMC réalisée pour le compte de la compagnie « *PMI food Equipement Group* » et publiée par Howard et Newman [10], montra là aussi des avantages indéniables. Entre autres, le doublement de la capacité de fabrication pour les familles de produits causé par la configuration spécifique des cellules. Ils remarquèrent une économie financière obtenue lors de la réduction des temps d'installation et de la diminution des stocks de produits finis. Ils enregistrèrent aussi une amélioration du service à la clientèle et une meilleure qualité de vie au travail pour les employés.

De plus, l'analyse de Levasseur et al. [11] confirma les gains draconiens obtenus à la suite de la mise en place et de l'exploitation d'un SMC. Ils eurent, comme valeurs numériques, près de 86% de réduction des délais de fabrication et plus de 80% d'économie réalisée sur le niveau des en-cours de fabrication (aussi appelé « *Work In Process* » en anglais ou, simplement, WIP) et des stocks de produits finis. Ils observèrent également une baisse des taux de rejets entraînant un accroissement de la qualité des produits manufacturés. Comme dans le cas précédent, ils observèrent une diminution de la surface de travail et une réduction des coûts liés à la main-d'œuvre directe.

Puis, Hyer [12] rassembla et recueillit des informations sur une vingtaine de sociétés américaines ayant implanté des cellules de production comme approche manufacturière. Le constat initial démontra que les SMC apportèrent des avantages réels et excédèrent les attentes desdits manufacturiers. Comme dans les autres publications, l'auteur observa une diminution des délais de fabrication et des temps de passage, une réduction des

temps d'attente et d'installation et une baisse des WIP et des coûts de main-d'œuvre. Finalement, il indiqua la facilité de mise en place d'un programme de production jumelé à des économies liées aux coûts de manutention.

Enfin, Wemmerlov et Hyer [13], puis Wemmerlov et Johnson [5] montrèrent que la réussite de l'implantation des SMC n'était pas associée à un domaine ou un champ d'exploitation spécifique. En effet, la réussite et les gains obtenus existent aussi pour des entreprises fabriquant des machines traditionnelles ou des machines-outils, du matériel agricole ou des équipements de construction, des hôpitaux ou du matériel médical, des produits militaires ou des moteurs industriels, des composantes électriques ou électroniques, des équipements de chauffage ou des composants de refroidissement, etc.

Tous ces avantages furent obtenus en comparant les systèmes traditionnels tels que les ateliers multigamme ou systèmes en série à des SMC. Les bénéfices recensés dont nous résumons l'essentiel ci-dessous furent établis aussi bien à partir d'études théoriques que de simulations, d'implantation ou encore de sondages divers. Ces avantages sont :

- La réduction des temps de mise en route [2]. Par définition, une cellule manufacturière est conçue pour manipuler des pièces ayant des formes et des tailles relativement semblables. C'est la raison pour laquelle plusieurs pièces sont susceptibles d'utiliser les mêmes dispositifs de montages. Aussi ces montages sont-ils développés de manière générique afin que la majorité des pièces formant une famille puissent les utiliser sans modifications ou changements permettant de diminuer les temps de montage ou d'installation.
- La réduction de la taille des lots [14]. À la suite de la diminution des temps de montage, la mise en place d'une séquence de production en petits lots est possible et offre des avantages économiques considérables. De plus, la fabrication par petits lots permet un flux de production uniforme.

- La réduction des WIP et des stocks de produits finis [15, 16]. L'utilisation des petits lots de production jumelée à la baisse des temps d'installation contribue à la réduction des en-cours de fabrication. D'ailleurs, Askin et Standridge [2] ont démontré qu'il était possible de réduire les en-cours de 50% lorsque les temps de montage étaient diminués de moitié. En outre, la réduction des en-cours et des temps d'installation conduit à une diminution des stocks de produits finis. En définitive, au lieu d'avoir un système de production sur stocks dont les pièces, ayant une cadence de fabrication unitaire, sont obtenues à des intervalles de temps fixes ou aléatoires, nous aurons un système de production fonctionnant en juste-à-temps (JÀT) et dont les items sont obtenus par petits lots durant des intervalles de temps courts.
- La réduction des coûts de manutention et des temps de production [17]. Idéalement dans un SMC, chaque pièce est entièrement transformée à l'intérieur d'une seule et même cellule réduisant le temps de déplacement des pièces et baissant la distance intercellulaire.
- La réduction des temps associés au flux de production [16]. La baisse du temps associé aux manipulations du matériel ainsi que celui associé à l'installation contribuent à la réduction draconienne du flux global.
- La réduction des besoins en outillage [15]. Les pièces regroupées en famille et fabriquées dans une cellule ont des attributs similaires dont la forme, la taille et même la composition entraînent l'usage d'outils, gabarits et artifices de production semblables.
- La réduction des espaces [14]. La réduction des en-cours, des stocks de produits finis et de la taille des lots conduit à moins d'espace utile et nécessaire au bon fonctionnement de l'unité industrielle.
- La réduction des temps de passage [14]. Dans un atelier multigamme, les pièces sont transférées entre les machines par lots. Or, dans le cas des SMC, chaque pièce est immédiatement transférée à la prochaine machine dès que son traitement est terminé. Cela entraîne une baisse des temps d'attente.

- L'amélioration de la qualité du produit. Puisque le passage des pièces se fait de façon unitaire d'un poste au suivant, la production reste concentrée dans de petits secteurs d'activité. Il en résulte une fluidité des informations échangées entre les opérateurs de cette cellule et permet d'apporter des ajustements rapides, efficaces et, au besoin, d'arrêter le processus pour y apporter des correctifs nécessaires.
- Un meilleur contrôle des opérations. Il arrive que les pièces se déplacent sur toute l'étendue du système de production dans un atelier multigamme occasionnant des difficultés lors de la mise en place du programme de fabrication et du contrôle du matériel. Cependant, dans un SMC, la fabrication est scindée en cellules autonomes ayant leurs spécificités tant sur le plan des activités de production que sur le plan des outils de gestion. Cela facilite l'établissement d'un programme de fabrication adéquat et cohérent tout en permettant l'usage d'outils de contrôle appropriés.

Au delà de ces avantages non négligeables, certains auteurs dont Singh et Rajamaani [14] considèrent que la mise en place d'un SMC est une condition nécessaire et fondamentale à l'approche de la production en JÀT. Quoiqu'elle soit discutable, cette avenue est plausible lorsque nous reconnaissons que le JÀT exige un système de production ayant peu ou pas de temps d'installation, des petits lots de fabrication et un niveau d'inventaires relativement bas. Black [1] abonde dans le même sens en affirmant que l'implantation d'un SMC est la première étape critique vers la réalisation d'une approche de production en JÀT. Devant une telle perspective, le design des ateliers de fabrication flexibles – autrement dit la conception des cellules dynamiques de production – est une phase cruciale permettant d'exploiter le potentiel maximal de toute unité industrielle.

1.3 Conception des SMCD

Les avantages découlant de l'usage des SMCD sont nombreux même si leur conception n'est pas une tâche facile. En effet, faire le design d'un SMCD est un processus

complexe, multicritère et multi-étape. Ballakur [18], par exemple, prouva que cette problématique, même sous des conditions restrictives sévères – à la limite un cas particulier –, est un problème dit NP-complet. Dans la littérature, la conception des SMCD peut également être désignée comme un problème de mise en place des cellules ou de formation des familles de pièce/cellules de machine et même, comme la conception des cellules de production. À partir d'un ensemble de pièces, de conditions opérationnelles spécifiques, d'une demande prévisionnelle ou réelle existante et de la disponibilité de certaines ressources de fabrication (machines, équipements, etc.), la conception des SMCD est un processus dont les trois (3) principales étapes sont :

- La formation des familles de pièce selon les spécifications ou conditions de traitement;
- Le regroupement des machines en cellules de production;
- L'assignation des familles de pièces aux cellules de fabrication.

Cependant, ces trois étapes ne sont pas nécessairement exécutées de manière séquentielle ni dans l'ordre présenté ci-dessus. En effet, les familles de produit et les cellules de machine peuvent être formées simultanément pour aboutir à l'attribution des familles de pièce aux cellules de fabrication. À la suite à ce processus de conception, une configuration cellulaire (ou aménagement cellulaire) est obtenue et désignée sous le vocable de système manufacturier cellulaire, composé de cellules de production dont chacune est formée d'un ensemble de machines hétérogènes dédiées à la fabrication d'une ou plusieurs familles de produit. Cependant, l'aménagement physique des équipements à l'intérieur de chaque cellule ne sera pas pris en compte dans cette recherche.

Ballakur et Steudel [19] ont suggéré trois stratégies de conception fondées sur la procédure choisie pour la mise en place des familles de pièce et des cellules de machine. Ces stratégies furent utilisées pour définir le cadre régissant la classification des approches existantes de formation des SMCD comme suit : formation des familles de

pièces en premier suivie du regroupement des machines en cellules selon les besoins opérationnels des familles obtenues. Cette première classe est définie comme une “ *stratégie de regroupement des produits en familles* ”.

La seconde classe désignée par une “ *stratégie de regroupement des machines* ” consiste à créer les cellules de production en premier selon les similitudes associées au flux opérationnel des pièces. Par la suite, les produits sont assignés aux diverses cellules obtenues. Finalement, familles de produit et cellules de fabrication sont formées simultanément et constitue la dernière classe que les auteurs associèrent à une “ *stratégie de regroupement pièces – machines simultanée* ”.

Lors du design des SMCD, l’objectif ou les objectifs de conception doivent être précisés et sont habituellement représentés par la minimisation des mouvements intercellulaires, la réduction des distances de déplacement, la baisse des coûts de production ou, encore, l’élimination du nombre d’éléments exceptionnels (ce sont des pièces qui requièrent plus d’une cellule dans leur processus de fabrication). Pour mieux cerner la terminologie que nous utiliserons tout au long de cette thèse, nous vous présentons l’exemple ci-dessous.

L’exemple de Kusiak [20] contient sept (7) types de produit et cinq (5) types de machine que nous utiliserons pour en faire un SMCD. Rappelons que les machines requises pour la production d’une ou plusieurs pièces sont matérialisées à l’intérieur d’une matrice développée par King [21] et désignée selon le vocable de “*matrice incidente binaire pièces/machines*”. Cette représentation est considérée comme l’avenue la plus répandue et constitue une des formes de visualisation des données initiales. La matrice incidente binaire du Tableau I (a) présenté à la page 16 est composée uniquement de «1» et de «0». Un coefficient ayant comme valeur numérique «1» le long de la ligne i et de la colonne j indique que la pièce j nécessite une ou plusieurs opérations sur la machine de type i . Ainsi, la pièce de type 1 (voir Tableau I) requiert des étapes de transformation

sur les machines 1, 2 et 4. Selon King [21], l'objectif de formation cellulaire poursuivi dans cet exemple (Tableau I) est axé sur la minimisation des transferts intercellulaires.

La solution obtenue et visualisée au Tableau I (b) montre deux cellules (regroupements) dont la première est composée des machines 1, 2 et 4 pour la fabrication des pièces 1, 4 et 7, alors que la seconde cellule manufacturière regroupe les machines 3 et 5 pour la production des pièces 2, 3, 5 et 6. Dans le tableau II (a), notons que la pièce de type 1 doit être usinée, successivement, par les machines 1, 2, 4 et 5. Or, selon la solution suggérée par King [21], les machines 1, 2 et 4 appartiennent à la première cellule alors que la 5^e machine est assignée à la seconde unité de production. Par conséquent, un transfert (mouvement) intercellulaire est requis pour compléter le cycle de fabrication associé à la pièce de type 1. Ce transfert est souligné par le symbole “ * ” dans la matrice résultante présentée au Tableau II (b) que nous qualifierons, dans la suite de ce manuscrit, une telle pièce comme étant un “ *élément exceptionnel* ” et la machine causant ce transfert est désignée par machine du “ *goulot d'étranglement* ”. Notons la distinction entre les tableaux I et II dans lesquels nous avons d'une part, une structure diagonale et des regroupements parfaits au Tableau I (b) alors qu'il existe, d'autre part, des transferts intercellulaires visualisés au tableau II (b). Selon Kusiak et Cho [22], nous pouvons éliminer les éléments exceptionnels (EE) soit en considérant des routages alternatifs de production, soit par la duplication (dédoublement) des équipements de production, mais nous y reviendrons ultérieurement. Si une machine n'est pas requise pour le traitement de toutes les pièces qui lui sont assignées en fabrication, nous pouvons soit l'indiquer par la valeur numérique «0» soit par un vide comme la pièce de type 4 qui n'a pas besoin d'opération sur la machine de type 3 présente dans la cellule responsable de son cycle de production. Cependant, la présence de «0» ou de vide mène à la création de grandes cellules inefficaces qui pourraient augmenter les coûts associés à la manutention intracellulaire du matériel de production et accroître la complexité des opérations de contrôle.

Tableau I

Problème idéal de formation cellulaire

		<i>Pièces</i>						
		1	2	3	4	5	6	7
Machines	1	1			1			1
	2	1			1			1
	3		1	1		1	1	
	4	1			1			1
	5		1	1		1	1	

a) Matrice incidente initiale

		<i>Familles de pièces</i>						
		1	4	7	2	3	5	6
Cellules	1	1	1	1				
	2	1	1	1				
	4	1	1	1				
	3				1	1	1	1
	5				1	1	1	1

b) Formation cellulaire obtenue

Tableau II

Problème de formation cellulaire avec présence d'éléments exceptionnels

		<i>Pièces</i>						
		1	2	3	4	5	6	7
Machines	1	1			1			1
	2	1		1	1			1
	3		1	1		1	1	
	4	1						1
	5	1	1	1	1	1		

a) Matrice incidente initiale

		<i>Familles de pièces</i>						
		1	4	7	2	3	5	6
Cellules	1	1	1	1				
	2	1	1	1		*		
	4	1		1				
	3				1	1	1	1
	5	*	*		1	1	1	

b) Résultats obtenues

Outre les coûts associés à la manutention intracellulaire, d'autres déboursés dont les coûts de manutention intercellulaire, des coûts d'acquisition des équipements, des frais d'exploitation, etc., devraient être pris en compte dans la modélisation de la fonction «objectif» afin d'obtenir des solutions valides et plus réalistes. Ainsi, l'objectif pourrait être la minimisation des coûts de manutention intra et intercellulaire, des coûts associés à l'équipement, des frais d'exploitation, etc. Typiquement, les coûts régulièrement pris en compte dans l'objectif sont :

- Les coûts d'acquisition des équipements,
- Les coûts de manutention intercellulaire,
- Les coûts associés aux inventaires,
- Les coûts de relocalisation des équipements,
- Les frais d'exploitation,
- Les coûts de mise en route,
- Etc.

Il est possible que les coûts constituant l'objectif de la conception cellulaire soient en conflit. Par conséquent, un arbitrage – c'est-à-dire un compromis – devrait être déterminé durant le processus de conception. Par exemple, il est possible de créer des cellules sans tenir compte du coût de manutention intercellulaire, mais en ajoutant simplement les machines selon le processus chronologique des étapes de transformation. Cela mènera à la réduction des coûts de manutention intercellulaire, mais augmentera les coûts d'acquisition des équipements. Par contre, si nous minimisons le nombre de machines par cellule, cela contribuera à accroître le nombre de transferts intercellulaires et entraînerait un coût de manutention intercellulaire exorbitant.

Il n'y a pas que l'établissement des objectifs de conception qui devraient être pris en compte lors de la conception des ateliers flexibles de production. En effet, d'autres critères stratégiques tels que la flexibilité des machines, la disposition des cellules, le

type d'équipements, etc., devraient être considérés comme facteurs essentiels à la conception des SMCD. Dans tous les cas, quelle que soit la configuration cellulaire utilisée, elle devrait être capable de satisfaire aux objectifs opérationnels – c'est-à-dire aux contraintes – comme le taux d'utilisation des équipements, le volume de production, le nombre de cellules manufacturières, la taille des cellules, etc. Les contraintes de conception les plus recensées sont :

- **La capacité des machines.** Il est évident que lors de la conception des SMCD, l'une des conditions de base serait que ces cellules aient une capacité permettant de répondre aux attentes à la consommation.
- **La taille des cellules.** La taille d'une cellule qui est mesurée par le nombre de machines qui s'y trouve doit être contrôlée pour plusieurs raisons. Tout d'abord l'espace disponible devrait imposer le nombre de machines par cellule. Si une cellule est utilisée par plusieurs opérateurs, la taille de cette dernière ne devrait pas être trop grande, car elle empêcherait un contrôle visuel des équipements et de la quantité de production. Ensuite, il serait préférable d'avoir un intervalle des valeurs potentielles associées à la taille des cellules plutôt qu'une taille unique et préalablement établie. Finalement, cette astuce permettrait une meilleure flexibilité au processus de conception.
- **Le nombre de cellules.** En pratique, ce nombre dépend de certains paramètres organisationnels dont la taille de l'équipe de travail, l'espace ou la portée visuelle de contrôle des équipements et la dynamique du groupe [23]. La complexité associée au nombre de cellules sera présentée plus tard dans cette thèse.
- **Le taux d'utilisation des équipements.** Habituellement, une utilisation maximale des machines est requise lorsque nous voulons nous assurer que les machines (ou équipements) ne seront pas surchargées de travail. Dans ce cas, un taux minimal est fixé pour une nouvelle machine afin de trouver un justificatif économique pour son inclusion dans une cellule industrielle.

Au cours des dernières décennies, plus de 200 articles et rapports, les uns aussi pertinents que les autres, ont été publiés dans le domaine de la formation cellulaire et nous pouvons les retrouver dans [3, 15, 24, 25, 26, 27, 28, 29]. Selon ces publications, il est possible de classer les méthodes de formation cellulaire comme suit : analyse du codage des pièces, techniques de regroupement, approches par coefficients de similitude, approches utilisant la théorie des graphes et réseaux, les approches par programmation mathématique, les recherches heuristiques et les approches fondées sur l'intelligence artificielle.

- L'**analyse du codage des pièces (PCA)** utilise un système de codage qui attribue une valeur numérique dénommée « *poids* » à l'ensemble des pièces pour, par la suite, en faire une classification en famille de produits selon une validation pré-établie. Traditionnellement, les systèmes fondés sur l'approche PCA s'orientent vers la conception et focalisent sur la minimisation du nombre de composants que ce soit dans la formation des familles de pièce ou lors de la mise en place des cellules de production. Pour Opitz [30], par exemple, certains systèmes fondés sur l'approche PCA incorporent une codification supplémentaire fondée sur les besoins en fabrication afin d'établir la planification de la production.
- L'approche fondée sur les **techniques de regroupement** est la plus utilisée comme en témoigne la littérature disponible à cet effet. Dans cette approche, les caractéristiques de production des pièces sur les machines sont matérialisées par une matrice incidente pièces/machines dont les coefficients – ou paramètres – internes (a_{ij}) sont représentés par des zéros, «0», ou un, «1». Une valeur $a_{ij}=1$ indique que la pièce j a une ou plusieurs opérations sur la machine i , tandis qu'une valeur $a_{ij}=0$ indique que cette pièce j n'a aucune opération sur la machine i . Ces techniques tentent d'assigner des machines aux cellules et des pièces à des familles par un réarrangement convenable de l'ordre des lignes et colonnes de la matrice incidente

initiale afin de déterminer une matrice diagonale de blocs dont les entrées a_{ij} sont toutes, idéalement, égales à un. Il est possible de trouver dans les références [21, 27, 31], des exemples d'algorithmes utilisant cette approche.

- L'avenue de recherche focalisant sur **les coefficients de similitude** exige l'identification d'une valeur cible entre les pièces, les machines, les outils et les critères de conception. Ces mesures de similitudes sont utilisées comme une approche permettant de former des familles de pièces et des cellules composées de machines. Nous retrouvons dans la littérature des modèles de regroupement tels que le «*single linkage cluster*» de McAuley [32], la méthode «*average linkage*» de Seifoddini et Wolfe [33], etc. pour ne citer que celles-là.
- Les approches fondées sur l'utilisation de **la théorie des graphes et réseaux** traitent les machines et/ou pièces comme des nœuds et le processus de fabrication des produits comme des arcs reliés aux nœuds [34, 35]. Ces modèles visent l'obtention de sous graphes composés des combinaisons machines-machines ou pièces-machines permettant d'identifier les cellules de production puis, donnant la possibilité de faire l'assignation des produits aux cellules.
- Les méthodes par **programmation mathématique** sont, également, appliquées lors de la conception des SMC puisqu'elles sont capables d'intégrer des caractéristiques spécifiques au système industriel considéré durant le processus de conception. Ces méthodes sont classées en quatre (4) catégories basées sur l'approche de programmation qu'elles utilisent. Ce sont, essentiellement : la programmation linéaire et quadratique en nombre entier (LQP) [36, 37]; la programmation dynamique (DP) [38] ou encore la programmation mathématique générale [39].
- Une heuristique est définie, selon le petit Robert (1992), comme une discipline se proposant de dégager des règles de la recherche scientifique et de la découverte. Les approches utilisant des **heuristiques** de recherche telles que le recuit simulé [36], les algorithmes génétiques [37] ou la recherche avec des tabous [36] ont été introduits pour la conception des SMC comme nouvel axe de recherche. Ces approches

permettaient alors de contourner certaines carences observées lors de l'utilisation des méthodes par programmation mathématique. Ces carences étaient essentiellement liées au temps de résolution pouvant être prohibitif.

- Finalement, les approches fondées sur l'**intelligence artificielle**, notamment, les systèmes experts [40] et les réseaux de neurones [14] ont été mis à contribution pour la conception des systèmes manufacturiers cellulaires pour l'attrait qu'ils offrent tant sur le plan de la durée de résolution – temps de calcul – que sur celui associé à la modélisation des systèmes physiques réels.

Chacune des approches de conception des SMCD prend en considération différents objectifs et différentes contraintes à divers degrés, le tout selon la portée et l'intérêt des méthodes utilisées. Par exemple, les techniques de regroupement considèrent la minimisation des transferts intercellulaires et ne tiennent pas compte des données telles que la séquence des opérations de transformation, le temps de fabrication ou les taux de production. Cela réduit la généralisation des solutions obtenues qui sont valides et ne se limitent qu'à des situations particulières. Mais l'avantage des méthodes de regroupement réside dans la simplicité de leur mise en application et, surtout, le temps de résolution permettant d'obtenir une bonne solution.

Pour chaque approche, il existe des avantages et des inconvénients. Certaines sont simples lors de la mise en application et permettent d'obtenir des solutions intéressantes. D'autres sont beaucoup plus aptes à représenter la réalité et la complexité du problème à résoudre, soit par l'établissement de l'objectif recherché, soit par la formulation des contraintes de conception et présentent l'avantage d'être solubles dans un temps acceptable. À cet effet, la programmation mathématique est la plus adaptée à respecter les contours du problème de formation cellulaire puisqu'elle est capable d'intégrer l'ensemble des données disponibles dont les temps opérationnels, les coûts, les séquences de fabrication, l'ensemble des ressources disponibles, même le produit mixte, etc.

En revanche, la lacune majeure de la programmation mathématique demeure le temps de résolution surtout lorsque la taille du problème initial croît de façon importante. Cela rend souvent l'obtention d'une solution optimale pratiquement impossible [3, 14] et a conduit la communauté scientifique à chercher d'autres approches, particulièrement les méthodes heuristiques, comme alternatives de résolution des problèmes de formation des cellules.

Les méthodes heuristiques peuvent être subdivisées en deux classes : des heuristiques spécifiques aux problèmes étudiés et des métaheuristiques. Dans la première classe, il s'agit de la mise en place d'une heuristique dédiée à un problème particulier et dont l'usage ne peut être étendue à une problématique différente. Par exemple, la mise en place d'une heuristique pour résoudre le problème du voyageur de commerce (TSP) ne peut être généralisé afin de solutionner un problème d'assignation qui représente la forme générale du problème du TSP. Les métaheuristiques de la seconde catégorie sont des approches plus générales qui peuvent s'appliquer à divers types de problèmes, selon certaines modifications, et incluent les algorithmes génétiques, la technique du recuit simulé, la recherche avec les tabous, les réseaux de neurones, etc. En fait, plusieurs applications pour la conception des SMC sont présentées dans [36, 41, 42, 43, 44, 45, 46].

1.4 Inconvénients des approches contemporaines de conception des SMCD

Au lieu de faire une revue exhaustive des désavantages observés lors de la conception des SMCD par l'usage des méthodes citées plus haut, nous mettrons l'accent sur les lacunes qui ont guidé les recherches dont nous vous présenterons plus tard les résultats obtenus.

D'abord le manque de flexibilité de cheminement (ou de flux) pour des systèmes cellulaires. Ce désavantage est dû à la disponibilité des machines hétérogènes mises ensemble dans une cellule de production alors que la flexibilité de cheminement par essence offre la possibilité d'avoir des cheminements alternatifs pour un tel système industriel. En effet, plusieurs approches de conception des SMCD supposent que chaque opération sur chaque pièce ne peut être exécutée que par un type spécifique de machine [19, 27, 31, 32, 34] alors que nous savons que cela est inexact lorsque nous utilisons des équipements capables d'exécuter des processus et opérations multiples. Par conséquent, l'usage de telles machines permet des processus (cheminements) alternatifs pour chaque opération, c'est-à-dire que l'opération pour chaque type de pièce peut être effectuée sur différents types de machines avec des temps et des coûts opérationnels différents. Or, lorsqu'une pièce peut être usinée selon diverses possibilités à travers le système manufacturier, nous parlerons de " *flexibilité de cheminement* " [47]. La flexibilité de cheminement est une fonction de la flexibilité des machines et de la flexibilité des opérations. La flexibilité des machines se rapporte à diverses opérations qu'une machine pourrait faire sans exiger un effort quelconque lorsque nous passons d'une opération à une autre alors que la flexibilité opérationnelle se réfère à la capacité qu'une pièce a d'être usinée de différentes manières [47].

La flexibilité de cheminement d'un produit implique que la pièce dispose de plans de procédé alternatif – également appelé " *routage alternatif* ". Notons que dans un système manufacturier réel, chaque pièce a plus d'un *routage* pour une ou plusieurs opérations pouvant être effectuées sur différentes machines [45]. Selon Rajamani et al [48], assigner à priori une opération à une machine ne conduit pas nécessairement à un itinéraire (cheminement) optimal. Au contraire, cela peut résulter en une augmentation des frais financiers et à un taux d'utilisation des équipements relativement bas – ces deux aspects représentent les principaux inconvénients de la fabrication cellulaire.

Tableau III

Décomposition imparfaite de la matrice pièces/machines

		<i>Matrice a₁</i>					
		Types de pièces					
		1	2	3	4	5	6
Types de machines	1	1			1		
	2	1	1	1		1	1
	3	1			1	1	
	4		1	1			1
	5	1	1		1	1	
	6		1	1			1

		<i>Matrice a₂</i>						
		Familles de pièces						
		1	4	5	2	3	6	
Cellules de machines	1	1	1					
	3	1	1	1				
	5	1	1	1				
	2	*		*		1	1	1
	4					1	1	1
	6					1	1	1

Tableau IV

Amélioration des cellules à partir d'un routage alternatif

		<i>Matrice b₁</i>						
		Types de pièces						
		1	2	3	4	5 ⁽¹⁾	5 ⁽²⁾	6
Types de machines	1	1			1		1	
	2	1	1	1		1		1
	3	1			1	1	1	
	4		1	1				1
	5	1	1		1	1	1	
	6		1	1				1

		<i>Matrice b₂</i>						
		Familles de pièces						
		1	4	5 ⁽²⁾	2	3	6	
Cellules de machines	1	1	1	1				
	3	1	1	1				
	5	1	1	1				
	2	*				1	1	1
	4					1	1	1
	6					1	1	1

Tableau V

Amélioration des cellules en dupliquant la machine 2

		<i>Familles de pièces</i>						
		1	4	5	2	3	6	
Cellules manufacturières	1	1	1					
	3	1	1	1				
	5	1	1	1				
	2	1		1				
	2					1	1	1
	4					1	1	1
6					1	1	1	

Considérons les routages alternatifs permettant d'améliorer les regroupements cellulaires comme ils sont représentés aux tableaux III et IV (page 24) adoptés de Adil, Rajamani et al [49]. La partition du Tableau III (matrice a_2) est l'exemple d'une diagonalisation imparfaite que nous pouvons améliorer par la sélection d'un *routage* alternatif qui nous permettra de réduire le nombre d'EE de trois (matrice a_2) à deux (matrice b_2).

Une autre amélioration – la plus usuelle – consiste à dupliquer (ajouter) une machine permettant ainsi d'avoir un gain substantiel au niveau du nombre d'EE présent dans la matrice finale présenté au Tableau V.

Comme il a été montré précédemment aux Tableaux III, IV et V, considérer la flexibilité de cheminement des pièces, dès l'étape de design, pourrait améliorer les regroupements et augmenter le taux d'utilisation des machines. Malheureusement, plusieurs approches de formation cellulaire ne considèrent pas les *routages* de production lors de la phase de conception des SMCD. Dans notre approche nous mettrons un accent particulier sur les *routages* de fabrication à cause des coûts opérationnels que nous voulons minimiser. Toutefois, notons que lors de la phase opérationnelle, il est possible que nous soyons incapables d'usiner chaque type de pièces selon les résultats obtenues lors de la phase de conception. Cela pourrait être dû à l'indisponibilité des équipements à la suite de pannes ou bris quelconques ou même à cause des changements aléatoires de la demande prévisionnelle. Dans ce cas, la prise en compte de la flexibilité de cheminement nous permettrait de ré-acheminer ces pièces afin qu'elles puissent être usinées dans le système industriel sans occasionner des modifications à l'unité de production. Dans une telle optique, le rendement du système cellulaire pourrait être moins important que prévu mais, dans nos recherches, nous ne nous pencherons pas sur l'aspect du transfert de technologie.

Une seconde lacune observée fut le manque d'intégration de certaines approches. Il est vrai qu'il existe de telles tentatives dans la littérature dont l'approche de Islam et Sarker

[50] ou celle de Viswanathan [51]. Dans la première, les auteurs limitent le nombre de cellules manufacturières à obtenir tout en ne traitant pas directement les matrices incidentes de grandes tailles. Dans ce cas, ils ont eu recours à une heuristique spécifique. De plus, ils ont intégré l'usage des coefficients de similitude à l'approche par programmation mathématique. La procédure précédente est la même que celle qui a été utilisée dans l'article de Viswanathan [51] sauf que ce dernier mit en place un modèle généralisant l'usage des coefficients de similitudes jumelé à un modèle de programmation mathématique : le modèle «*p-median*».

En dépit de l'importance des SMCD, nous voyons que les méthodes de conception disponibles ne considèrent pas toujours l'ensemble des facteurs importants dont la flexibilité de cheminement et l'intégration potentielle de plusieurs techniques. Or la prise en compte de ces facteurs contribuerait à améliorer la qualité des solutions obtenues; c'est pourquoi, dans notre approche, en nous basant sur des modèles mathématiques existants, nous en développerons un autre qui sera revu, augmenté et modifié et qui nous permettra de saisir l'essentiel de la dynamique d'un système de fabrication cellulaire. Cependant, à cause du temps de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire, nous aurons recours à une procédure heuristique globale qui nous permettra d'obtenir des solutions satisfaisantes – optimales ou quasi optimales. Ainsi, nous aurons recours aux coefficients de similitude, à la programmation mathématique, à la méthode de recherche avec les tabous et à l'intelligence artificielle matérialisée par l'usage des réseaux de neurones.

1.5 Motivation

Malgré les multiples avantages substantiels de la formation cellulaire sur lesquelles nous reviendrons, plusieurs approches présentent des limitations présentées au chapitre suivant et dont nous nous proposons d'outrepasser. Cette recherche fut motivée par le développement d'une nouvelle approche de conception des SMCD afin de résoudre les

problèmes de formation fondés sur l'usage des matrices incidentes de grandes tailles. En outre, l'emphase sera mise sur l'usage des réseaux de neurones comme outils nous conduisant à des temps de résolution acceptables afin d'obtenir la meilleure solution possible, c'est-à-dire des solutions optimales ou quasi optimales de formation cellulaire. Une question que nous nous posions était de savoir comment nous pourrions concevoir un système de fabrication cellulaire dynamique, exploitant la flexibilité de cheminement et mixant plusieurs techniques de résolution ?

1.6 Objectifs de recherche

Nous développerons une nouvelle méthodologie de conception dont les objectifs seront :

- De développer une approche de conception des SMCD minimisant divers coûts dont les déboursés associés aux activités productives et à celles non productives. Une approche qui devra prendre en considération la notion de flexibilité de cheminement.
- De mettre en place une approche réalisant la configuration de cellules manufacturières contenant plusieurs données industrielles. Cette quantité de données manufacturières fait en sorte que la matrice incidente binaire utilisée sera une matrice de grande taille (au delà de 40 machines et d'une centaine de pièces/produits).
- De focaliser sur l'utilisation des réseaux de neurones comme outils de résolution des problèmes de formation cellulaire.

1.7 Méthodologie de recherche utilisée

Pour réaliser le mandat que nous nous sommes fixés, l'approche suivante sera utilisée :

- Formuler un modèle mathématique basé sur les coefficients de similitude/dissimilitude et tenant compte de la «flexibilité de routage»;

- Développer une approche heuristique hybride basée sur les réseaux de neurones et permettant de résoudre le problème de formation cellulaire;
- Établir les arbitrages (compromis) entre les divers coûts appropriés (production, sous-traitance et duplication des équipements de fabrication);
- Valider l'approche globale à l'aide de données disponibles dans la littérature;
- Évaluer divers indicateurs de performance permettant de comparer l'approche proposée par rapport aux autres approches – récentes ou passées – publiées;
- Conclure et discuter des directions à prendre pour les travaux futurs.

1.8 Organisation du contenu de cette thèse

Le reste de cette thèse est organisé selon le plan ci-dessous. Dans le chapitre 2, une revue de la littérature permettant de mieux définir les concepts, de se familiariser avec le “jargon” du génie mécanique manufacturier et du génie industriel et de présenter, de manière exhaustive, l'ensemble des outils contribuant à la conception des ateliers de fabrication flexibles sera présenté. Puis, le chapitre 3 s'attardera sur les réseaux de neurones de manière générale et, particulièrement, sur les réseaux de neurones de type Hopfield. Ce chapitre permettra de définir l'ensemble des concepts pertinents, d'illustrer leur utilité, leur efficacité et leur efficacité, éléments sur lesquels nous mettrons l'emphase durant la mise en place de notre méthodologie de conception des cellules dynamiques de production/fabrication. Le chapitre 4 nous permettra de spécifier la notion de «neurone quantifié» qui sera l'élément de base de notre approche de résolution. La notion de «fluctuation» sera, elle aussi, abordée dans ce quatrième chapitre afin de montrer comment nous l'avons utilisé pour contourner l'une des carences majeures associées aux réseaux de Hopfield. Après ces 4 chapitres présentant des travaux publiés dans la littérature, notre méthodologie ainsi que notre heuristique globale de résolution seront présentées au chapitre 5. Quelques exemples d'application directs permettant de mieux saisir la portée, la justesse et la pertinence de notre approche seront présentés au chapitre 6. Finalement, le chapitre 8 nous permettra de conclure cette

thèse en soulignant les conclusions adéquates, les diverses contributions et les tendances futures nous permettant de poursuivre les recherches dans ce domaine de connaissances. Au préalable, le chapitre 7 permettra de faire une analyse globale de notre méthodologie et d'établir diverses comparaisons quant à la qualité des solutions obtenues – qualité sur les regroupements ou agencements obtenus – et sur les temps de résolution et/ou de convergence que nous aurons obtenus en résolvant, avec notre approche, des problèmes disponibles dans la littérature.

CHAPITRE 2

LES CELLULES DE PRODUCTION : ÉTAT DE L'ART

La fabrication est une activité humaine présente dans tous les secteurs industriels (notamment manufacturier) et qui tire ses racines des mots latins : «*manus*» signifiant main et «*factus*» désignant un fait [52]. À l'origine, les activités de production étaient manuelles. De nos jours, elles font appel à une nouvelle terminologie dont la conception, la planification, la gestion, le contrôle, etc. De plus, au fil du temps, les modes de production ont évolué du simple artisanat aux systèmes flexibles hautement automatisés en passant par la fabrication de masse en lignes dédiées. De nos jours, il est évident que le mode de fabrication est intimement lié aux approches de gestion et à l'organisation physique des équipements de production. Comme l'organisation physique des équipements renvoie à l'aménagement ou à l'agencement des centres de production, il nous faudra définir ce terme afin de permettre aux lecteurs de mieux cerner l'essence de nos recherches. Toutefois, l'objectif d'un aménagement industriel est de favoriser les flux de fabrication en minimisant – ou en éliminant – la manutention. C'est pourquoi, le choix du mode de fabrication devient une décision stratégique fondamentale qui influencera l'organisation et la performance du système manufacturier.

Dans un contexte de mondialisation économique, technologique et sociale, les entreprises manufacturières tentent de trouver un équilibre entre la rentabilité (assurant la viabilité et la pérennité de l'unité industrielle), la diversité des produits, l'accroissement et la flexibilité du système de fabrication. En effet, les entreprises contemporaines évoluent dans un milieu extrêmement dynamique – c'est-à-dire un environnement qualifié de turbulent où tout est en constante mutation – qui exige une capacité et une flexibilité d'adaptation. Ce milieu, dit turbulent, engendre de profondes perturbations dans l'organisation du système industriel qui se traduisent, dans le cadre des SMCD, par un débalancement des flux intra et intercellulaire. Ce débalancement

cause un non-respect des dates dues, des temps de passage et même des relations entre les diverses équipes de travail [53].

Cependant, les priorités d'une entreprise, selon Hayes et Pisano [53], dépendent de la maturité de ses produits/procédés. Lorsqu'un produit est au début de son cycle de vie, le procédé devrait être en mesure de répondre rapidement aux modifications du design. Puis durant la phase de croissance, le procédé devrait s'ajuster afin de fabriquer le produit en petits lots. Finalement, le procédé de fabrication devrait être capable de produire à grand volume (production de masse) mais à coût minimum lors de la phase de maturité. Ce besoin constant d'adaptation oblige le milieu manufacturier à s'orienter vers une flexibilité stratégique présentant un potentiel d'évolution non négligeable. Même si elle est complexe et difficile à cerner, la flexibilité se résume à la capacité de s'adapter aux changements – internes et/ou externes – sans dépenser une énergie considérable [53]. Or les systèmes manufacturiers flexibles (FMS, en anglais), particulièrement les SMCD, offrent une réponse industrielle toute aussi dynamique que l'environnement manufacturier dans lequel ils évoluent et représentent, de ce fait, le meilleur mode de production comme en témoigne toute la littérature disponible à cet effet.

La figure 4 de la page suivante représente le volume de production en fonction du type d'équipement et montre que le mode de fabrication dépend de deux (2) variables : la variété des produits manufacturés et le volume de production. Ainsi, s'il existe peu de variété pour un volume important, les lignes de transferts représentent la meilleure approche de fabrication alors qu'à l'opposé les ateliers multigamme sont appropriés pour un faible volume de production et une variété relativement importante.

Ce chapitre consacré à l'état de l'art de la fabrication cellulaire présente la définition, les concepts et la mise en place des cellules manufacturières en mettant l'accent sur les avenues ayant conduit à définir, à élaborer et à structurer le cadre de nos recherches.

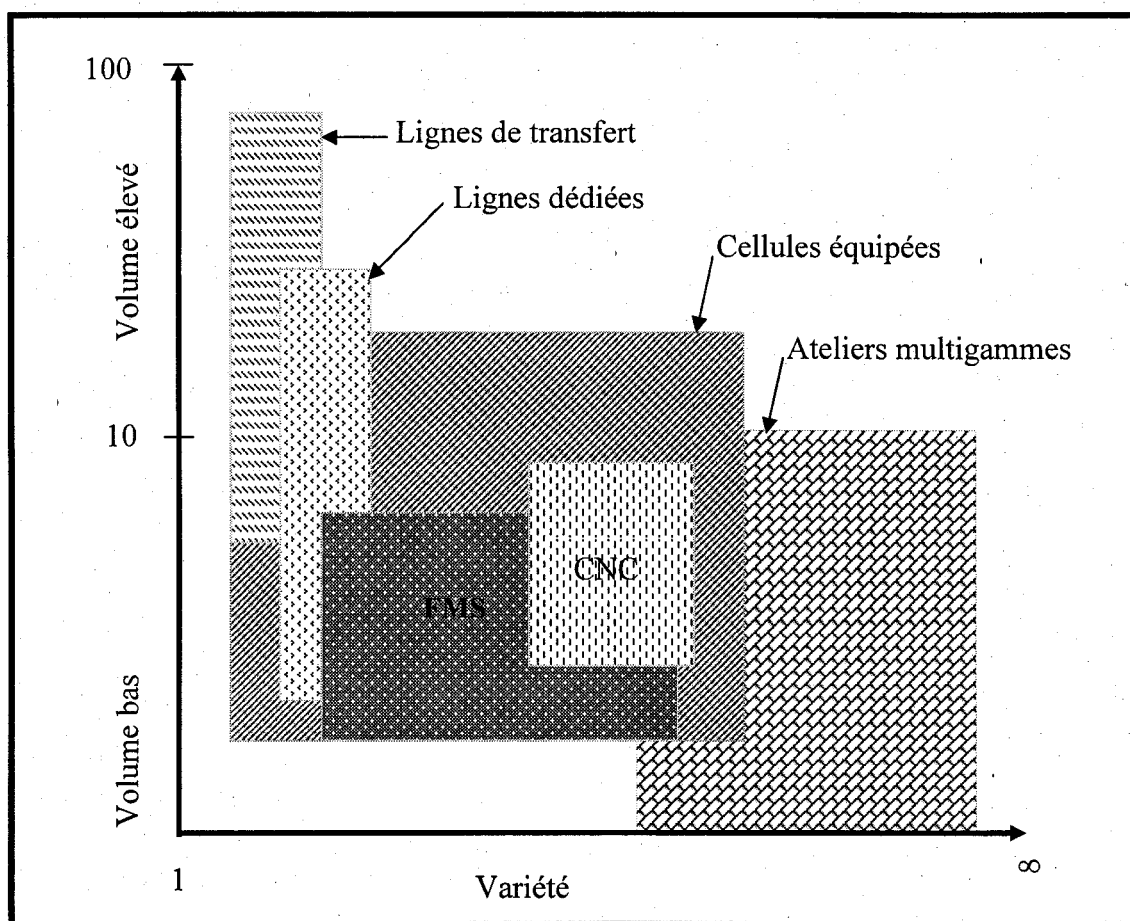


Figure 4 Les différents types de systèmes manufacturiers [1]

Nous présenterons cette revue bibliographique selon les points suivants :

- Naissance et évolution de la fabrication cellulaire,
- Flexibilité de cheminement,
- Les approches de conception des SMCD basées sur l'usage de la matrice incidente binaire pièces/machines,
- Les limitations fonctionnelles et conceptuelles des approches basées sur la matrice incidente binaire,
- L'intelligence artificielle (IA) et les nouvelles approches de conception des ateliers flexibles.
- Les limites associées à ces nouvelles approches qui furent les raisons fondamentales au développement de notre méthodologie.

2.1 Naissance et évolution de la fabrication cellulaire

Déjà, en 1925, Flanders décrivit un aménagement départemental minimisant la manutention et dédié à la production d'items préalablement standardisées. Pour Snead [54], cette procédure marque l'avènement de la TG comme il est révélé dans la chronique historique qu'il publia en 1989. Or, en 1937, Sokolovski proposa de regrouper des pièces ayant des similitudes quelconques afin qu'elles soient manufacturées dans des processus opérationnels standards. Cependant, la première publication scientifique portant sur la TG fut l'œuvre du russe Mitrofanov [6] qui reprit les travaux de son compatriote afin d'énoncer clairement le principe fondateur de la TG comme : *“les choses semblables devraient se faire similairement”*. Ce principe se traduit par le regroupement de pièces ayant des similitudes de conception en famille de produits afin de les fabriquer ensemble tout en réduisant les temps de mise en course et les temps de passage [2]. En définitive, la TG fut popularisée par Burbidge [7] qui développa une approche systématique de planification exploitant toutes les similitudes potentielles durant le processus opérationnel.

Lorsqu'elle est appliquée au domaine manufacturier, la TG est une philosophie axée sur l'exploitation économique des similitudes de conception et de fabrication et s'articule selon l'un des trois (3) axes suivants [55] :

- Le codage,
- La classification,
- La disposition physique – ou “*layout*” – des équipements de production.

Plus tard, la TG évolua avec l'apparition des machines à commande numérique. En plus de regrouper les produits en familles, ces familles étaient entièrement fabriquées par un ensemble de machines dénommé cellules manufacturières. L'usage judicieux de la TG conduisit à des améliorations significatives et apporta des enseignements importants capables d'être utilisés dans tous les secteurs industriels. Pour définir formellement les cellules de production, nous ferons référence à l'énoncé de Greene et Sadowski [56] selon lequel :

Le mode manufacturier cellulaire est la division physique des équipements industriels en cellules de production. Chaque cellule est configurée pour produire une famille de pièces utilisant des équipements, matrices, outillages et/ou gabarits similaires. Normalement, les pièces constituant une famille sont transformées à l'intérieur d'une seule et même cellule. Habituellement, une usine ne peut être entièrement subdivisée en cellules spécialisées, une portion du plancher de production restera aménagée en ateliers spécialisés – ateliers multigamme – que l'on appelle la cellule résiduelle¹.

Cette définition résume l'enjeu des cellules manufacturières et nous oriente vers l'unique complexité réelle de ce concept qui réside dans la composition des familles de pièces et le regroupement des machines en cellules industrielles. Néanmoins, notons que la codification, la classification et la disposition des équipements sont des stratégies

¹ Traduction libre de [56] – T.J. Grenne et R.P. Sadowski, "Cellular manufacturing Control", *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 2, pp. 137-145, 1984.

indépendantes les unes des autres, car il n'existe aucun rapport d'antériorité d'une stratégie par rapport à une autre.

Au fil des ans, l'apparition et la mise en place de l'automatisation apportèrent une nouvelle dimension à la fabrication cellulaire et donnèrent plus de relief aux principes de la TG. En effet, l'intégration de systèmes de manutention automatisés transforma les cellules de fabrication en cellules flexibles ou dynamiques de production en leur apportant une autonomie nouvelle jusqu'alors inexistante. Rappelons que la mise en place d'une cellule manufacturière renvoie à l'aménagement d'une structure de fabrication qui est définie comme un agencement physique de l'emplacement des services et/ou ateliers de production, des équipements, des postes de travail, des points de stockage, des bureaux et des installations diverses destinées à l'ensemble du personnel d'une unité industrielle [57]. L'introduction de l'automatisation dans les systèmes manufacturiers conduisit les industriels et scientifiques de l'époque à définir le patronyme de systèmes manufacturiers flexibles (en anglais FMS : *Flexible Manufacturing Systems*).

Un FMS est un mode de production utilisant un aménagement cellulaire auquel vient se greffer des systèmes de manutention et d'entreposage automatisés. La configuration cellulaire d'un FMS permet ainsi aux gestionnaires de mieux planifier et d'avoir un contrôle et un suivi simplifiés. En outre, l'usage d'une telle approche de production est justifié lorsque les items à fabriquer ont atteint une certaine maturité auprès des consommateurs [53, 55, 58]. Malgré la flexibilité à laquelle ils font référence, les FMS offrent peu de flexibilité d'expansion et une mauvaise habileté d'adaptation lors de l'introduction d'un nouveau produit ou au moment de l'implantation d'un système d'amélioration continue. De surcroît, un nombre important de publications démontrent que la performance d'un FMS ne réside pas dans les investissements technologiques (équipements) mais plutôt dans le mode de gestion [53, 59]. Jackson et Jones [59]

identifièrent trois (3) limitations importantes causant la détérioration de la performance d'un FMS :

- Le manque de standards au niveau des interfaces et entre les composants,
- L'inefficacité des stratégies de planification et d'ordonnancement,
- La mauvaise gestion des données et des procédures de communication.

Malgré tout le potentiel dont regorgent les FMS, il n'y a que peu d'entreprises capables de les implanter adéquatement et encore moins qui seraient aptes à bien les gérer. En conséquence, les FMS ont démontré par expérience, qu'il est plus efficace d'exploiter au maximum une technologie de base plutôt qu'une infime portion du potentiel réel d'une technologie de pointe [53]. Face à ces lacunes, la communauté scientifique mit en place l'approche et le concept des cellules virtuelles fondées sur les principes de la TG.

Une cellule virtuelle est un regroupement logique d'équipements de production à l'intérieur d'un système informatique agissant comme contrôleur, mais n'ayant aucune contrainte quant à la disposition physique des outils de fabrication [60, 61, 62, 63]. Ce concept repose sur quatre (4) postulats [63] :

- Des équipements spatialement dispersés constituant une cellule,
- La durée de vie d'une cellule est une variable de décision qui varie de l'éphémère à l'éternelle,
- Un équipement peut faire partie de plus d'une cellule,
- Une cellule peut faire partie d'autres cellules.

Peu de recherches sur les cellules virtuelles ont été développées à ce jour. Drolet et al. [60, 61, 64], notamment, développèrent le premier modèle basé sur l'usage des cellules virtuelles et dans lequel le système réagissait à chaque variation de l'environnement de production. D'autres approches mirent l'accent sur l'aménagement des installations, comme celle qui a été proposée par Montreuil et al. [62], afin d'obtenir le meilleur potentiel des cellules virtuelles. L'avantage principal des cellules virtuelles est qu'elles

offrent au système manufacturier une capacité d'adaptation phénoménale devant la turbulence de l'environnement industriel. Elles sont extrêmement flexibles et peuvent s'implanter dans divers mode de production même si elles ne sont que logiques et donc uniquement connues du système informatique. Montreuil et al. [63] affirmèrent même que ce type de cellules serait optimal pour la fabrication si la technologie (équipements) utilisée est mobile. Cela exigerait, en revanche, un niveau majeur d'informatisation et de communication entre les processeurs à cause du manque de lien physique à l'intérieur d'une cellule virtuelle qui, de ce fait, n'est pas autonome.

Des équipements qui ne sont pris en compte que par un système informatique représenté, à nos yeux, la limitation majeure nous ayant conduits vers les cellules dynamiques. En effet, notre souhait visait à mettre en place un aménagement industriel physique capable de répondre aux attentes contemporaines de mise en production et, permettant de satisfaire aux attentes et aux besoins à la consommation, nous oriente vers une approche pratique comme celle qui utilise les SMCD.

2.2 Flexibilité de cheminement

En ce début du XXI^e siècle, les produits ont un cycle de vie et un délai de livraison de plus en plus courts. Ils sont manufacturés avec une variété relativement élevée, une demande souvent imprévisible et dans un environnement dynamique et incertain [65]. Ces raisons font que les systèmes manufacturiers doivent être capables de s'adapter et/ou de répondre à de tels changements sans recourir à des frais d'exploitation ou à des investissements financiers, matériels et humains considérables. Or pour y arriver, industriels et scientifiques doivent tenir compte de la notion de flexibilité. Sans vouloir développer longuement cette notion complexe, nous limiterons notre revue bibliographique sur la flexibilité de cheminement ou de routage définie pour un produit comme la présence de plusieurs procédés alternatifs de fabrication [47]. Malheureusement, la plupart des travaux effectués jusqu'ici assument que les produits

sont traités par des machines spécifiques et déterminées a priori. L'état de l'art que nous vous proposons ne s'attardera que sur les travaux ayant mis l'emphase sur la présence de routages multiples où la flexibilité de cheminement est incorporée dans l'approche de conception des SMCD.

Askin et al. [23], par exemple, ont développé une méthode de conception des SMCD qui considère la flexibilité de cheminement et la flexibilité de volume lors de la phase de conception. Ils définirent la flexibilité de cheminement comme la capacité du système cellulaire à traiter tous les produits dans des cellules multiples alors que la flexibilité de volume, pour eux, consistait à s'adapter à tous changements au niveau de la nature de la demande et du traitement des produits mixtes. Leur postulat de base est qu'une opération peut être réalisée par plus d'une machine et ils proposèrent une méthodologie de création de cellules en quatre (4) étapes. La première phase identifie l'ensemble des machines capables d'usiner, de manière économique, toutes les pièces. L'ensemble des coûts opérationnels, des cheminements multiples et des capacités technologiques sont prises en compte. La seconde phase assigne chaque opération effectuée sur chaque item à l'ensemble du parc machine disponible tout en minimisant les coûts associés à la manutention. À ce moment, l'ensemble des couples pièces/machines est formé et permettra à la troisième phase d'identifier les cellules manufacturières potentielles. Finalement, l'ultime phase du processus mis en place par Askin et al. [23] évalue et, lorsqu'il est possible, améliore la configuration cellulaire obtenue. Cette amélioration potentielle commence par l'évaluation numérique de la flexibilité de routage de chacune des pièces obtenue par la somme du nombre de cellules indépendantes, c'est-à-dire les cellules capables de traiter un ou plusieurs produits entièrement. Puis, la flexibilité globale de cheminement du système cellulaire est évaluée par la somme des flexibilités individuelles. Une fois l'étape d'évaluation terminée, l'amélioration de la configuration cellulaire peut s'effectuer selon l'ordre suivant : une réassignation des produits, des machines et/ou des opérations sur chaque pièce.

La procédure générale permettant d'améliorer la flexibilité de routage telle que décrite par Askin et al. [23] est la suivante : réassigner chaque pièce dans une autre cellule en s'assurant que cette dernière contient l'ensemble des équipements nécessaires à son traitement et dispose d'une capacité suffisante. Par la suite, la réassignation des machines est considérée si et seulement si elle permet d'accroître le nombre de cellules capable de manufacturer une ou plusieurs pièces. Finalement, la réassignation des opérations effectuées sur chaque produit est lancée pour les produits ne pouvant être complètement traités dans une seule cellule. L'objectif de ce processus d'amélioration est de vérifier s'il est possible d'identifier une autre cellule permettant de traiter entièrement chaque produit. La flexibilité de volume représente le pourcentage d'augmentation maximal de la quantité de pièces qui peuvent être manipulées sans modifier la configuration du système. L'amélioration de la flexibilité de volume est réalisée par l'identification de la machine représentant le goulot d'étranglement afin de ré-acheminer une partie de sa charge sur une autre machine présente dans la cellule et capable d'effectuer les mêmes opérations. Si cette action n'est pas possible pour plusieurs raisons, il s'agira alors de ré-acheminer cette charge sur une machine similaire présente dans une autre cellule.

Nagi et al. [66] étudièrent le problème de formation cellulaire en présence de routages multiples et en utilisant plusieurs postes de travail ayant des fonctionnalités similaires. Comme Askin et al. [23] précédemment, ils supposèrent qu'une opération sur un produit pouvait être effectuée sur plus d'une machine. Dans l'approche proposée, le cheminement d'une pièce est sélectionné durant la conception et l'objectif poursuivi consiste à minimiser les transferts intercellulaires tout en respectant la demande et la capacité de production disponible. Leur problème fut formulé comme une approche mathématique de résolution en deux étapes dont la première se consacre à la sélection du routage et la seconde traite de la formation des cellules. La sélection du cheminement de production est formulée comme un modèle de programmation linéaire alors que la

formation des cellules manufacturières est solutionnée selon un algorithme (heuristique) itératif présenté par Harhalakis et al. [67].

Sankaran et Kasilingam [68] ont initialement développé un modèle de programmation binaire (0/1) permettant de choisir le routage des pièces et la formation des cellules industrielles selon les coûts de traitement et les frais d'exploitation annualisés. Par la suite, ils modifièrent leur approche afin de maximiser la flexibilité de cheminement du système manufacturier pour établir une comparaison entre les solutions obtenues des deux modèles en fonction des coûts inhérents aux solutions générées. Pour Sankaran et Kasilingam, cette manière de faire permet à un gestionnaire de décider si l'accroissement de la flexibilité vaut la peine d'être réalisé en rapport avec les coûts relatifs à chaque solution. Tout comme Askin et al. [23] et Nagi et al. [66], Sankaran et Kasilingam utilisèrent le postulat selon lequel une opération requise par une pièce peut être réalisée sur plusieurs machines.

Sofianopoulou [69] proposa un modèle adaptatif pour la conception des systèmes manufacturiers cellulaires de taille moyenne en utilisant des routages alternatifs et/ou la duplication des équipements pour certaines ou pour toutes les pièces à fabriquer. Comme dans les cas précédents, il supposa que l'opération effectuée sur une pièce peut être réalisée par plus d'une machine. L'objectif poursuivi par l'auteur était d'assigner les machines et les pièces aux cellules afin de déterminer les routages de production permettant de minimiser les transferts intercellulaires. Dans son approche, Sofianopoulou commençant par la formulation d'un modèle mathématique permettant l'assignation des machines aux cellules et la sélection des meilleurs routages de fabrication. Puis, une fois que la machine est assignée à une cellule, il développa un modèle mathématique capable d'assigner les divers produits aux diverses cellules par le regroupement des pièces en famille. Cette approche fut classée, par la suite, comme un modèle de regroupement utilisant un algorithme de résolution basé sur le principe du recuit simulé dont nous parlerons plus tard.

Fondés sur un tout autre postulat, Adil et al. [49] ont considéré des routages alternatifs (c'est-à-dire l'existence d'autres gammes d'usinage/fabrication pour chaque pièce ainsi que la possibilité d'incorporer des machines additionnelles) dans leur processus de formation cellulaire leur permettant d'améliorer le regroupement de la matrice incidente pièces/machines. Ils développèrent un modèle de programmation non linéaire en nombres entiers et une procédure efficiente de partition de la matrice pièces/machines selon les avenues suivantes :

- Regrouper simultanément les pièces et les machines,
- Considérer les routages alternatifs,
- Considérer les machines additionnelles si disponibles,
- Minimiser la somme pondérée des vides (dans la matrice résultante) et des EE.

Ils ont considéré la formation cellulaire comme un processus de réorganisation d'une entité industrielle existante en une unité manufacturière répondant aux principes de la TG. Par contre, la capacité d'acquisition de nouveaux équipements (machines) et celle associée aux changements dans la conception du produit n'ont pas été prises en considération. Toutefois, les écarts entre la taille des cellules (nombre de pièces et nombre de machines) et le nombre de EE (transferts intercellulaires) ont été pris en compte. En effet, de grandes cellules industrielles rendent la planification de la production, la méthode d'ordonnancement et le contrôle de toutes les activités de fabrication difficiles. En revanche, la mise en place de petites cellules manufacturières peut conduire à une augmentation de nombre de EE nécessitant un meilleur effort de coordination. Face à ces lacunes, Adil et al. [49] transformèrent leur modèle non linéaire en une approche de programmation linéaire en nombres entiers solutionnée, de manière optimale, par un solveur de programme linéaire, "*HyperLindo*", pour des problèmes de tailles réduites. Lorsqu'ils firent face à des problèmes de tailles plus importantes, Adil et al. [49] optèrent pour l'usage de la technique du recuit simulé afin d'obtenir des solutions dans un temps raisonnable.

Finalement, considérant les routages alternatifs de production et l'hypothèse selon laquelle une pièce peut être traitée sur des machines alternatives, Logendran et al. [45] proposèrent une méthode de formation cellulaire en deux étapes. La première étape consistait à déterminer le nombre de machines et l'unique routage associé à chaque pièce alors que la seconde, elle, permettait d'assigner les pièces aux cellules. Toutefois, dans leur publication, Logendran et al. [45] étudièrent exclusivement la première phase de manière approfondie pour ensuite faire usage d'algorithmes connus [19, 66] afin de procéder à la formation cellulaire lors de la seconde partie de leur approche heuristique. La première étape de l'approche de Logendran et al. [45] servait à prendre trois (3) décisions fondamentales portant sur le nombre de machines à utiliser, le routage de chaque produit et la désignation de chaque machine selon chaque opération de transformation en fonction du cheminement choisi. Leur postulat de recherche était que chaque pièce pouvait avoir plus d'un routage de fabrication et que chaque opération pouvait être réalisée par plus d'une machine. Ainsi, ils développèrent un modèle mathématique ayant pour objectif la minimisation du coût total annuel désigné par la somme des coûts d'amortissement associés aux machines et les coûts opérationnels reliés aux produits manufacturés. Deux heuristiques de résolution basées sur la méthode de "*recherche avec les tabous*" furent développées car ils démontrèrent que le problème ainsi modélisé est de type NP-complet (ou NP-difficile).

En définitive, les travaux de Askin et al. [23], Nagi et al. [66], Sankaran et Kasilingam [68] et Sofianopoulou [69] sont basés sur un postulat selon lequel l'opération sur une pièce peut être réalisée par plus qu'une machine. Or, Adil et al. [49] supposèrent qu'un produit peut avoir plus qu'un cheminement dont chacun contient un nombre d'opérations différentes. Les travaux de Logendran et al. [45] nous paraissent plus complexes car ils supposèrent qu'un produit peut avoir plus d'un routage et que chaque opération – du routage sélectionné – peut être exécutée sur plus d'une machine. Dans cette thèse, nous limiterons nos investigations au postulat selon lequel chaque opération

peut être effectuée par plus d'une machine. Cette distinction nous a permis d'être similaire à la plupart des travaux publiés afin d'avoir une base commune nous permettant d'établir des comparaisons.

2.3 Conception des SMCD basée sur la matrice initiale incidente binaire pièces/machines

Les problèmes de formation cellulaire, c'est-à-dire la mise en place des SMCD, sont depuis longtemps au cœur des recherches et publications menées par la communauté scientifique. Aussi, l'état de l'art que nous vous proposons ne brossera pas un tableau complet et fidèle de la situation actuelle, mais elle focalisera plutôt les avenues qui ont influencé nos recherches.

La question centrale à se poser lors de la conception des SMCD est de déterminer s'il est possible de regrouper les machines et les pièces.

À cette question, la formation cellulaire est une tâche habituellement réalisée à partir d'une *matrice incidente binaire* pièces/machines. Dans cette matrice composée de coefficients ayant des valeurs binaires, d'où la dénomination de *matrice incidente binaire*, une entrée non nulle indique que cette pièce requiert un traitement sur la machine correspondante. Habituellement, les machines sont désignées par la lettre i alors que les pièces sont représentées par la lettre j . À partir de cette matrice incidente, concevoir un SMCD revient à identifier la meilleure structure diagonale de blocs comme nous pouvons le visualiser sur le Tableau I préalablement présenté à la page 16. En effet, les regroupements obtenus nous donne la composition en machines de chaque cellule industrielle et l'identification quant à la mise en commun des pièces en diverses familles de produits. Toutefois, notons qu'il n'est pas usuel d'obtenir une matrice diagonale de blocs parfaite comme celle du Tableau I (b) de la page 16. Habituellement, il demeure des valeurs non nulles se situant à l'extérieur des blocs diagonaux que nous identifions comme des éléments exceptionnels (EE) ou transferts intercellulaires.

De tels éléments non nuls, désignés par EE (*éléments exceptionnels*), représentent des transferts intercellulaires. Or la performance permettant d'évaluer la formation cellulaire est habituellement mesurée par le nombre de transferts intercellulaires ou par la densité interne des regroupements obtenus.

Le Tableau II, page 16, illustre un problème de mise en place des SMCD ayant plusieurs EE. Un EE représente soit une «*machine du goulot d'étranglement*», soit une «*pièce exceptionnelle*». En définitive, une machine est considérée comme étant le goulot d'étranglement si sa charge de travail est plus importante que celle des autres machines. Dans le même ordre d'idée, une pièce est un EE si elle a besoin dans son processus de fabrication de machines se trouvant dans des cellules différentes. Par exemple, le Tableau II nous indique que la machine 5 constitue le goulot d'étranglement puisqu'elle traite plus de pièces que la machine 2 alors que les items 1, 3 et 4 sont des pièces exceptionnelles puisqu'elles ont besoin de machines se trouvant à l'extérieur des cellules pour lesquelles elles ont été assignées. Une approche de regroupement acceptable devrait être capable de nous donner des solutions dans un laps de temps relativement court et surtout, traiter de problèmes de toutes tailles – particulièrement ceux de grandes tailles. De plus, cette méthode devrait pouvoir traiter des machines constituant le goulot d'étranglement aussi bien que des pièces identifiées comme EE.

Habituellement, les problèmes d'optimisation combinatoires de type «*NP-complet*» comme le problème de formation cellulaire ont un temps de résolution qui augmente de manière exponentielle selon la taille de la problématique à résoudre [21]. De ce fait, l'énumération complète de toutes les solutions alternatives désignant des solutions faisables est impossible surtout, lorsque nous traitons de cas concrets. Cette énumération identifiant les K solutions potentielles pouvant être regroupés en R cellules distinctes est donnée par le nombre de Stirling [70] :

$$S(K, R) = \frac{R^K}{R!}$$

De plus, selon la précision de Lee et Garcia-Diaz [71], ce nombre est encore plus important si nous ignorons le nombre de cellules à obtenir. En conséquence, avec un nombre de cellules variant entre 1 et K , le nombre de solutions potentielles faisables pour une énumération complète sera :

$$\text{Solutions Faisables} = \sum_{R=1}^K \left(\frac{R^K}{R!} \right) \quad (2.1)$$

Cette équation (Équation 2.1) représente une valeur très élevée même pour un problème relativement petit; par exemple pour un problème à 25 éléments, il faudra 4×10^8 solutions faisables à énumérer. L'existence de plusieurs approches heuristiques permettant de solutionner les problèmes de formation cellulaire trouvent leur justification dans l'impossibilité d'énumérer toutes les solutions faisables et représente l'une des méthodes de résolution les plus répandues.

Les approches basées sur l'usage de la *matrice incidente binaire pièces/machines* tentent de maximiser la similitude entre les machines constituant une cellule. Néanmoins, ces méthodes sont fondées sur les hypothèses suivantes [46] :

- Les temps de fabrication des divers produits sont identiques pour les machines utilisées ;
- La taille des lots de tous les produits est égale.

Ces hypothèses pourraient être valides dès l'étape de conception où la demande des divers produits est encore inconnue. Par contre, si cette demande prévisionnelle est réalisée avec efficacité, d'autres paramètres pratiques dont le temps de fabrication ainsi que la capacité opérationnelle des machines devraient être pris en compte et permettraient de définir des politiques :

- La duplication des machines constituant le goulot d'étranglement,

- La sous-traitance des pièces identifiées comme EE,
- L'existence de plusieurs routages (cheminements) de production,
- La duplication des machines jumelée au dédoublement de la taille des lots.

La duplication des équipements est la plus utilisée et la plus répandue des méthodes disponibles dans la littérature. Cependant, une approche qui inclurait l'ensemble de ces paramètres serait beaucoup plus complexe car, elle exigerait des manipulations supplémentaires sur les solutions obtenues afin de se conformer à la prise en compte du temps de traitement, de la capacité des machines et de la nature de la demande prévisionnelle, par exemple. Ces manipulations additionnelles permettraient d'améliorer le taux d'utilisation des cellules et établiraient un équilibre adéquat et pertinent de la charge de travail. Dans les approches existantes que nous vous proposons et qui ont une influence directe sur le contenu de nos recherches, nous parlerons des méthodes basées sur l'usage de cette matrice incidente binaire, puis nous aborderons les méthodes encore basées sur l'usage de la *matrice binaire incidente initiale*, où des paramètres additionnels, comme ceux qui ont été abordés au paragraphe précédent et qui auront été incorporés.

2.3.1 Approches heuristiques utilisant les coefficients de similitude et/ou dissimilitude

Les heuristiques utilisant les coefficients de similitude sont les premiers qui ont été développés. Ayant popularisé l'usage de la TG, Burbidge [7] fut l'un des pionniers à utiliser les fondements de ce concept dans la conception des cellules manufacturières en élaborant l'algorithme d'analyse des flux de production (PFA). Puis McAuley [32] présenta une approche systématique appelée «*single linkage cluster analysis*» (SLCA) qui fut suggérée par Sokal et Sneath [72] et dont McAuley y introduisit la notion des coefficients de similitude afin de résoudre les problèmes de formation cellulaire. Depuis lors, les méthodes utilisant les coefficients de similitude ont retenu l'attention de la communauté scientifique car elles permettent d'insérer des données de production dans

le processus de formation des cellules industrielles et de ce fait, offrent une meilleure flexibilité [73]. De Witte [74] utilisa cette avancée pour présenter trois (3) nouveaux coefficients de similitude fondés sur l'interdépendance des machines.

Les problèmes d'enchaînement et de duplication des machines du goulot d'étranglement associés à la méthode SLCA [33] donnèrent naissance à l'algorithme : «*average linkage clustering*» (ALC). Cet algorithme fut comparé au SLCA et permit à Seifoddini [75] de conclure que le SLCA est plus rapide et plus facile à utiliser même si la solution obtenue, grâce à la méthode ALC, est meilleure puisqu'elle minimise le nombre de transferts intercellulaires. En outre, Seifoddini proposa une procédure basée sur le coût de la duplication des équipements afin de réduire les frais de manutention associés au transfert intercellulaire du matériel [73].

Dans ces approches utilisant les coefficients de similitude, le choix de la valeur seuil est une décision importante car elle est habituellement désignée de façon arbitraire. Or Waghodekar et Sahu [76] développèrent une heuristique de formation cellulaire dénommée «*MACE*» dont la valeur seuil est sélectionnée sans arbitrage afin de regrouper les pièces en familles selon la valeur de leurs coefficients de similitude. Même Seifoddini et Wolfe [77] proposèrent de déterminer cette valeur seuil en se basant sur la fonction coût associée aux manipulations intercellulaires du matériel.

2.3.2 Algorithmes de formation cellulaire centrés sur le réarrangement de la matrice binaire incidente initiale

Les méthodes basées sur le réarrangement de la *matrice binaire incidente initiale* forment une variante à l'approche précédente (§ 2.3.1) de formation cellulaire dont l'avantage majeur est l'obtention simultanée des cellules (regroupement des machines) et des familles de pièces. Par exemple, pour une matrice ($m \times n$), il est possible

d'obtenir ($m! \times n!$) matrices par simple permutation des lignes et des colonnes de la *matrice binaire incidente initiale*. Ainsi, pour diminuer le temps de résolution, divers algorithmes ont été développés afin de déterminer la meilleure structure diagonale de blocs basée sur la *matrice binaire incidente initiale*.

McCormick et al. [78], par exemple, ont développé l'algorithme «*bond energy algorithm*» (BEA) permettant de former une matrice diagonale de blocs. Cet algorithme BEA est une approche générale de regroupement qui essaie de maximiser les sauts d'énergie entre des paires d'éléments consécutifs. Une autre approche de réarrangement, le «*rank order clustering*» (ROC) fut introduite par King [21] avant d'être mise à jour et devenir l'algorithme ROC2 [27] qui palliait les carences relatives à la durée de résolution du premier modèle. En effet, le temps de résolution du modèle initial fut jugé anormalement élevé par l'auteur [21]. Il est intéressant de noter que les algorithmes ROC et ROC2 furent spécifiquement conçus pour des problèmes de formation cellulaire et qu'ils ont intégrés la duplication des machines dans leur processus de conception. De plus, les carences des algorithmes ROC, ROC2 et BEA sont largement documentées dans les travaux de Boe et Cheng [79] qui mirent en place un algorithme fondé sur le voisinage afin de comparer leurs solutions à celles qui ont été obtenues par les approches ROC, ROC2 et BEA. Chan et Milner [31] développèrent aussi un algorithme : «*direct clustering algorithm*» (DCA) qui traitait spécifiquement des considérations relatives aux EE et à la duplication des équipements de production.

Dans le but de déterminer la meilleure matrice diagonale de blocs permettant d'identifier les cellules manufacturières et les familles de produits, Kusiak et Chow [80, 81] proposèrent le «*cluster identification algorithm*» (CIA) qui fut repris par Kusiak [82] lors de la mise en place de trois (3) heuristiques de type «*branch and bound*».

2.3.3 Méthodes d'agencement cellulaire focalisant sur la séquence des opérations

Les méthodes utilisant la séquence des opérations de production/fabrication sont au cœur d'un certains nombres de publications car cette séquence opérationnelle permet de minimiser la manutention (déplacement) du matériel. Harhalakis et al. [67] ont développé une méthode heuristique en deux (2) phases capable de traiter des opérations multiples et non consécutives. Ils ont utilisé la séquence des opérations pour définir le coût unitaire des transferts intercellulaires associés à chaque paire de cellules potentielles pour leur permettre, par la suite, de regrouper les cellules ayant le coût le plus élevé selon un processus itératif. Une approche similaire basée sur l'utilisation d'un réseau fut mise en place par Wu et Salvendy [83] mais dans laquelle l'accent fut mis sur l'identification d'une coupe minimale au lieu de considérer le poids des arcs. L'avantage de cette approche réside, d'une part, dans la simplicité de la structure du réseau identifiant le problème de formation cellulaire et d'autre part, dans l'utilisation de cette structure pour un problème dans lequel la séquence des opérations ne serait pas disponible. De leur côté, Kern et Wei [84] mirent l'accent sur la minimisation des transferts intercellulaires causés par la présence de pièces exceptionnelles et proposèrent une approche permettant d'éliminer ces pièces par la duplication des machines du goulot d'étranglement ou la sous-traitance des pièces mises en cause.

2.3.4 Les méthodes basées sur l'usage de la programmation mathématique

La programmation mathématique est une approche qui fut appliquée aux problèmes de conception des SMCD et représente un aspect incontournable dans toutes techniques d'ingénierie. Kusiak [85] développa un modèle dénommé «*p-median*» dont l'objectif était de maximiser la somme des similitudes entre les éléments considérés. Or l'obtention d'une matrice diagonale de blocs parfaite, comme il a été présentée au Tableau I (page 16), est quasiment impossible dans le milieu industriel réel. Or Kusiak [86] généralisa cette approche – généralisation en modèle «*p-median généralisé*» – afin

qu'elle soit capable de s'adapter à différents routages de production. Ces routages permettent d'obtenir et de sélectionner la meilleure matrice diagonale de blocs. De plus, Kusiak et al. [87] avaient considéré plusieurs paramètres dont le nombre et/ou la taille des cellules lors de la mise en place des SMCD. Précisons que le nombre et/ou la taille des cellules sont des paramètres dont les valeurs numériques sont données et fixées, à priori. Comme pour les autres approches, il existe des inconvénients à l'usage du modèle «*p-median*» qui sont clairement énoncés dans plusieurs publications dont celle de Srinivasan et al. [88] qui indiqua que ces carences sont essentiellement dues aux nombres de cellules qui sont une donnée initiale du problème au lieu d'être la solution vers laquelle le modèle devrait converger. Pour contourner cette limitation, Srinivasan et al. [88] développèrent un modèle d'assignation pour le regroupement des tâches basé sur une matrice des coefficients de similitude comme donnée initiale du problème. Puis ils comparèrent leur approche au modèle «*p-median*» et démontrèrent la supériorité en terme de qualité de la solution obtenue et du temps de résolution de leur nouvelle approche au détriment du modèle «*p-median*» développé par Kusiak [85].

Gunashingh et Lashkari [89], de leur côté, formulèrent deux modèles de programmation binaire et en nombres entiers pour la résolution des problèmes de formation cellulaire. Leur approche permettait de maximiser la compatibilité des machines et des pièces afin de déterminer le meilleur compromis entre le nombre de transferts intercellulaires et le niveau de manipulation et de manutention du matériel de production.

De surcroît, Kusiak et al. [90] prirent en considération deux (2) algorithmes dont l'un fut basé sur l'usage d'un modèle de programmation quadratique et l'autre sur l'algorithme de "*branch and bound*" et les ont comparés aux approches ALC, BEA, ROC et ZODIAC. Les enseignements tirés de cet exercice furent que l'approche "*branch and bound*" était meilleure que les autres même si, parfois, son temps de résolution peut être aussi important que les autres approches. Une autre approche par programmation

quadratique fut celle mise en place par Viswanathan [91] qui développa une heuristique permettant de résoudre les problèmes de conception des SMCD.

La mise en place d'un modèle de programmation binaire en nombres entiers permettant de regrouper les outils et/ou les pièces fut formulée par Ventura et al. [92] et spécialement dédié à la résolution des FMS. Dans ce modèle, ils développèrent une méthode duale basée sur l'usage des coefficients de Lagrange afin d'obtenir la limite supérieure de la valeur «*objectif*» recherchée. Ce programme dual fut, par la suite, décomposé en sous problèmes de type «*knapsack*» (ou sac à dos) et résolus par l'utilisation des méthodes existantes. Une approche similaire avec beaucoup moins de contraintes fut mise en place et solutionnée par Cheng et Wu [93].

2.3.5 Les approches utilisant la théorie des graphes et réseaux

La théorie des graphes et la méthode des vecteurs furent utilisés pour résoudre les problèmes de formation cellulaire. Chandrasekharan et Rajagopalan [94] développèrent un algorithme basé sur un graphe bipartite pour déterminer un regroupement cellulaire initial. Cette solution initiale fut améliorée par l'approche de la semence idéale – “*ideal-seed*” – qui, avec d'autres modifications, furent désignées comme la méthode «ZODIAC» [17]. Dans cette approche, le choix de la semence (*seeds*) n'est pas limité et il existe un critère d'arrêt basé sur l'efficacité relative. Vanneli et Kumar [95] ont utilisé une approche basée sur la théorie des graphes et réseaux pour identifier les cellules constituant le goulot d'étranglement. Une telle cellule (cellule du goulot d'étranglement) est représentée par le plus petit ensemble de machines et/ou de pièces dont la suppression peut entraîner l'obtention d'une matrice diagonale de blocs parfaite – c'est-à-dire sans transferts intercellulaires. Kumar et Vanneli [96] utilisèrent une approche similaire pour déterminer le nombre et le coût minimal des pièces envoyées en sous-traitance.

Lee et Garcia-Diaz [71] proposèrent une approche par réseau d'écoulement (flux) qui leur a permis de mesurer le coefficient de dissimilitude entre chaque paire de machines afin de les regrouper en cellules selon la valeur minimale de ces coefficients. Puis, ils ont comparé leur approche au modèle «*p-median*» sur des problèmes de formation cellulaire de différentes tailles. Avec cette comparaison, ils ont prouvé que leur approche était la meilleure aussi bien en terme de capacité de mémorisation qu'en fonction du temps de résolution.

La méthode par analyse de vecteurs (VECAN) qui se compose d'une partie dédiée au regroupement des machines basé sur l'analyse, à priori, des vecteurs préétablis et d'une seconde partie associée au regroupement des vecteurs ainsi obtenus, fut mise en place et utilisée par Mukhopadhyay et Gopalakrishnan [97] pour les problèmes de conception des SMCD.

2.3.6 Les méthodes de formation cellulaire tenant compte de paramètres manufacturiers additionnels

Soulignons que les approches dont nous parlerons dans cette section se basent encore sur l'usage de la *matrice incidente binaire pièces/machines* mais y incorporent des paramètres additionnels tels que le temps de traitement, la demande prévisionnelle, la capacité des machines, etc. La prise en compte de ces paramètres nouveaux et additionnels dans le processus de formation cellulaire permet une répartition équitable de la charge de travail et une augmentation du taux d'utilisation des cellules. Les prochaines publications utilisent une *matrice incidente généralisée* plutôt qu'une simple *matrice incidente binaire pièces/machines*. Il s'agit essentiellement de :

- Certaines méthodes furent développées comme des approches heuristiques dont l'une des plus prometteuses fut mise en place par Ballakur et Steudel [19]. Dans leur heuristique, Ballakur et Steudel [19] ont considéré le taux d'utilisation des cellules comme une fraction de la charge de travail et émirent une restriction sur la taille des cellules à obtenir. Chaque machine fut assignée à une cellule si et seulement si sa

charge de travail était supérieure à une valeur prédéfinie. Pour les machines ne respectant pas cette condition, elles furent assignées à la cellule résiduelle restante. De leur côté, Wei et Gaither [98] développèrent une approche heuristique multi objectifs et à capacité limitée qui leur permirent d'obtenir des solutions optimales en mettant l'accent sur la maximisation du taux d'utilisation des cellules et sur la minimisation des coûts du goulot d'étranglement ainsi que sur le déséquilibre entre les flux intra et intercellulaire.

La capacité opérationnelle, en terme de duplication des équipements, fut le souci majeur de Sule [99] dans sa publication de 1991. Dans cet article, l'auteur développa un procédé fondé sur l'idée selon laquelle lorsque des machines sont dédoublées et que l'accent est mis sur la minimisation du coût de manutention au lieu des transferts intercellulaires, il en découle un problème de sous utilisation des équipements.

Pour minimiser les flux intercellulaires, Okogbaa et al. [100] développèrent une heuristique où les pièces sont assignées aux cellules une fois que ces cellules sont formées selon le nombre maximal d'opérations traitées dans ladite unité industrielle. Dans cette procédure, en cas d'égalité entre deux cellules, la pièce sera assignée à la cellule ayant le moins d'opérations à traiter. De plus, les auteurs effectuèrent des simulations et comparèrent la performance de leur approche selon trois configurations possibles : une première disposition selon le procédé de fabrication, une seconde selon la TG et une dernière selon le meilleur routage disponible. Ils arrivèrent à la conclusion que la meilleure configuration, c'est-à-dire celle qui était basée sur le routage, donnait la performance la plus élevée.

- Un autre domaine de recherche axée sur la mise en place des cellules manufacturières utilisa des modèles de programmation mathématique incluant d'autres paramètres industriels. Certaines de ces approches se basèrent sur l'usage de la *matrice incidente généralisée* durant la conception des SMCD. Dans cette catégorie, il est possible de citer messieurs Co et Araar [101] qui développèrent un procédé à trois (3) étapes dans

laquelle la première phase consistait à assigner des opérations aux machines par un modèle de programmation mathématique minimisant l'écart entre la charge de travail et la capacité opérationnelle disponible sur chaque machine. Durant cette première étape, Co et Araar [101] prirent en considération la duplication des équipements de production. Puis, la seconde étape se chargeait de réarranger les lignes et les colonnes de la *matrice incidente généralisée* ainsi obtenue en utilisant l'algorithme ROC basé sur la similitude des opérations de transformation. Enfin, l'ultime phase de ce procédé utilisa un algorithme de recherche directe afin de déterminer la taille et la composition des cellules industrielles.

Nagi et al. [66] étudièrent le problème de formation cellulaire en présence de routages multiples et ayant une capacité opérationnelle limitée. Ils décomposèrent le problème initial en deux sous problèmes dont le premier fut résolu selon une approche par programmation linéaire alors que le second fut solutionné selon une approche heuristique.

Logendran [102] utilisa le temps opérationnel afin de s'adapter aux contraintes de capacité et mit l'accent sur l'identification des machines clés permettant la formation cellulaire. Il proposa trois (3) approches différentes permettant cette identification et développa un modèle mathématique qui minimisait les transferts intra et intercellulaires. Dans une autre publication [103], il considéra la duplication des machines selon la séquence des opérations et y rajouta une contrainte budgétaire.

L'incertitude de la demande prévisionnelle peut affecter la conception des SMCD; c'est pourquoi Harhalakis et al. [104] développèrent, pour une demande aléatoire, un modèle mathématique ayant pour objectif de minimiser les coûts de manutention en incluant une restriction sur la taille des cellules et sur la capacité opérationnelle. Ils proposèrent un algorithme en deux phases dont la première identifiait les valeurs

moyennes du volume de production potentiel alors que la seconde déterminait la meilleure solution en terme de regroupement cellulaire.

2.3.7 Carences associées aux approches basées sur la matrice binaire incidente initiale

L'ensemble des méthodes présentées dans cette section (§ 2.3) et basées sur l'usage de la *matrice binaire incidente initiale* offre d'excellentes opportunités de résolution des problèmes de formation cellulaire. En plus de la variété des approches et des paramètres manufacturiers pris en compte par celles-ci, elles présentent quelques limitations nous ayant conduits à poursuivre nos investigations afin de développer une nouvelle approche, une nouvelle vision, une nouvelle méthodologie.

Parmi les carences identifiées, soulignons :

- Le fait que les solutions finales dépendent de l'état, de l'entrée initiale et/ou des solutions initiales devant être améliorées ;
- L'existence d'un manque de compatibilité entre l'objectif fondamental des SMCD qui consiste à obtenir des cellules indépendantes fortement utilisées et des objectifs secondaires de réduction de la charge de travail et/ou de l'augmentation du taux d'utilisation des ressources d'une cellule ;
- La performance des approches basées sur une *matrice incidente généralisée* qui dépend, comme dans les cas précédents, des données initiales ;
- L'impossibilité d'être capable de résoudre des problèmes industriels de grandes tailles et dont la preuve, la plus évidente, est le recours systématique aux heuristiques de résolution lorsque la taille du problème initial est importante.

Or notre objectif principal est de résoudre des problèmes de formation cellulaire dont la matrice binaire incidente initiale est composée d'un grand nombre de machines et de produits à manufacturer. Les limitations visualisées ci-dessus jumelées aux approches tantôt basées sur la *matrice binaire incidente initiale* ou s'articulant autour d'une

matrice incidente généralisée pavent la voie à la poursuite des meilleurs outils et/ou approches permettant d'obtenir des solutions de très bonne qualité, à moindre coût et durant un temps de résolution qui est acceptable aussi bien pour le milieu industriel que pour le milieu scientifique. Toutefois, cette vision fut déjà poursuivie par d'autres chercheurs qui utilisèrent des techniques émergentes basées sur l'intelligence artificielle ou le développement, durant le milieu du XX^e siècle, de métaheuristiques offrant d'excellentes possibilités.

2.4 Intelligence artificielle et nouvelles approches de conception des ateliers flexibles

Les limitations présentées lors de la section précédente (§ 2.3.7) poussèrent la communauté scientifique à poursuivre leurs efforts de recherche afin d'aboutir à des configurations cellulaires adéquates, faisables, réalistes, à moindre coût et offrant un temps de résolution acceptable pour tous. Rappelons que les problèmes de conception des SMCD sont de type «*NP-complet*» ou «*NP-difficile*» et qu'à ce titre, leur résolution n'est pas aisée surtout lorsque la taille du problème initial est relativement grande.

Notons que le but d'un problème d'optimisation est de déterminer la meilleure combinaison de paramètres offrant la meilleure utilité (valeur numérique) d'une certaine quantité – dénommée la fonction "*objectif*" – et pouvant présenter des restrictions ou contraintes quelconques. Lors de la résolution de ces problèmes, nous recherchons la meilleure solution faisable (c'est-à-dire une solution respectant l'ensemble des contraintes associées au problème initial) dans un espace appelé "*espace de recherche*" ou "*espace d'état*"; c'est une tâche qui peut s'avérer très complexe.

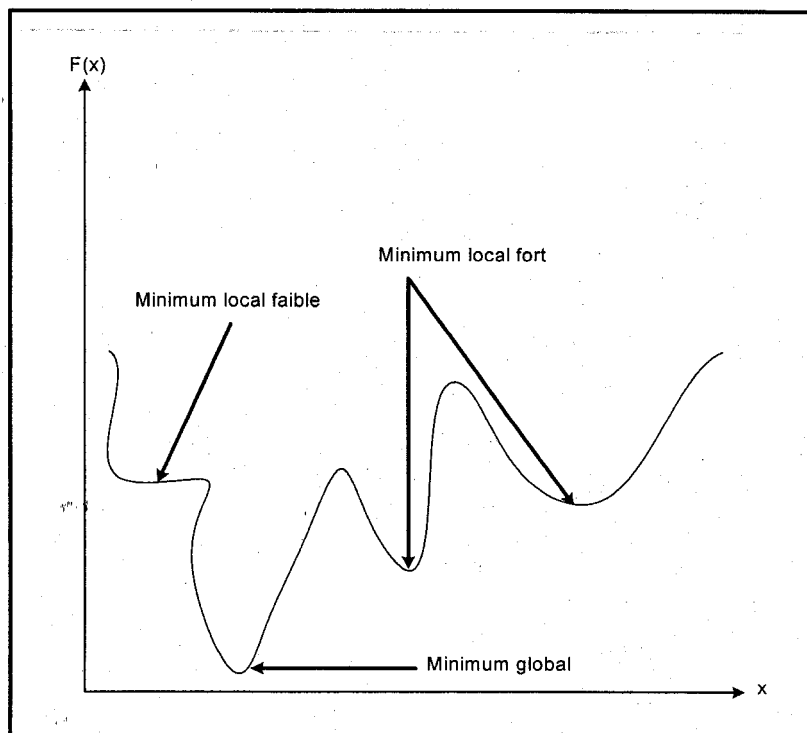


Figure 5 Exemple de fonction présentant des minima

La complexité réside dans la multitude des solutions faisables que nous ne pouvons énumérer et qui correspondent à un optimum global (maximum ou minimum) comme présenté sur la Figure 5.

Plusieurs approches ont été utilisées pour résoudre ce type de problème, notamment des méthodes de recherche heuristiques ou métaheuristiques qui garantissent ou non une convergence vers une solution faisable. Habituellement, pour converger vers un optimum global et éviter d'être coincé dans un optimum local, il faut utiliser une méthode stochastique. En effet, durant la minimisation d'une fonction non linéaire, les approches locales évaluent l'objectif à chaque itération alors que les méthodes stochastiques peuvent accepter une augmentation temporaire de la valeur de cet objectif durant le processus itératif car elles finiront par converger vers l'optimum global. Nous

vous présentons donc quelques approches récentes traitant du problème de formation cellulaire.

2.4.1 Le recuit simulé

Méthode initialement mise en place par Kirkpatrick et al. [105] pour résoudre un problème en VLSI – “*Very Large Scale Integration*” – la technique du recuit simulé (RS) est utilisée par analogie avec les cycles thermiques utilisés en métallurgie. Cette technique est un processus physique obtenue par analogie du phénomène de refroidissement permettant de cristalliser un liquide. Il consiste à élever la température d’un métal en fusion, ce qui conduit les atomes à être agités. Ainsi, à haute température, la configuration atomique est équiprobable alors qu’à basse température, les atomes s’organisent afin d’arriver à une structure atomique parfaite (proche de l’état d’énergie minimal). La technique du recuit simulé consistera à refroidir graduellement la température du métal en fusion afin d’obtenir cette structure cristalline qui pourrait être un état solide amorphe ou sous-optimal si le refroidissement est trop rapide ou trop lent (blocage dans un minimum local). Par contre, lorsque le refroidissement conduit à un état solide cristallin, il s’agit d’un état stable (minimum global) de l’énergie du métal préalablement chauffé. Grâce à sa capacité à outrepasser les optimums locaux, le RS a été utilisé pour résoudre les problèmes de formation cellulaire aussi bien sur la base d’une *matrice binaire incidente initiale pièces/machines* que sur celle qui utilise une *matrice incidente généralisée*.

Liu et Wu [106] ont testé la performance d’un algorithme basé sur le RS pour la conception des SMCD en utilisant deux programmes différents et ont conclu que leur approche peut trouver la meilleure solution – c’est-à-dire la solution optimale ou proche de l’optimal – dans un temps de résolution acceptable. Chen et al. [42] développèrent aussi une heuristique basée sur le RS et démontrèrent l’efficacité de cette approche sur un ensemble de problèmes.

Dans des problèmes utilisant la *matrice incidente généralisée*, Boctor [107] appliqua la méthode du RS en y incorporant les coûts de manutention et d'opération pour concevoir les SMCD. Il formula son problème comme un modèle de programmation en nombres entiers qu'il décomposa ensuite en un problème d'assignation des pièces et en un autre associé à l'assignation des machines. De son point de vue, l'assignation des machines dépend fortement des familles de produits formées, Boctor [107] développa une approche basée sur l'usage du RS pour solutionner le problème de formation des familles de pièces.

Zolfaghari et Liang [108] développèrent une approche de formation cellulaire généralisée basée sur le recuit simulé et les réseaux de neurones et focalisée sur les temps opérationnels et la taille des lots de fabrication. Leur motivation se basa sur des méthodes de regroupement cellulaire qui ayant des objectifs antagonistes dont la maximisation du taux d'utilisation des équipements formant les cellules et, dans le même temps, la minimisation des déséquilibres de la charge de travail. Ces objectifs sont en opposition, selon les auteurs, car ils doivent respecter des capacités opérationnelles qui ne peuvent être isolées si la charge de travail et la taille des lots de fabrication sont aussi prises en compte.

2.4.2 Les systèmes experts

Quelques approches utilisent des systèmes experts (SE) pour la mise en place des systèmes de fabrication cellulaire et ce, depuis la fin des années 1980. Kusiak et Heragu [58] ont utilisé cette approche pour évaluer les solutions intermédiaires d'un problème ayant des contraintes. ElMaraghy et Gu [109] ont proposé un SE pour assigner les pièces aux cellules existantes. Leur approche utilisait des techniques de reconnaissance de formes et des symboles associés aux opérations et aux exigences de fabrication des pièces.

Plus tard, Kusiak [110] considéra une formulation générale du problème de formation cellulaire en tenant compte des contraintes suivantes :

- Le temps opérationnel disponible sur chaque machine,
- Le nombre de déplacement du matériel de chaque cellule,
- Le nombre de machine assigné à chaque cellule et,
- L'assignation obligatoire d'une machine dans une cellule due aux conditions technologiques de traitement.

2.4.3 La recherche avec les tabous

La recherche avec les tabous (RT) – "*Tabu Search*" – a été présentée par Fred Glover [111, 112] en 1986 et est une méthode qui repose sur une gestion dynamique de deux types de mémoires : une mémoire à court terme qui assure une exploration intensive et une autre à long terme permettant la diversification des axes de recherche. L'objectif fondamental de la RT est d'éviter une exploration cyclique afin d'augmenter l'efficacité de la recherche.

Le dédoublement des lots combiné à la duplication des équipements ont été pris en compte par Logendran et Ramakrishna [113] comme une solution aux problèmes de formation cellulaire ayant des contraintes de capacité. Ils utilisèrent trois axes de recherche dont le premier consistait à dupliquer une machine dans différentes cellules si cette action contribuait à diminuer le coût de manutention. Le second était matérialisé par l'existence d'une machine nécessitant deux opérations non consécutives ou plus sur la même machine et le dernier axe de recherche fut relié à la possibilité que l'opération d'un lot de pièces ne pouvait être entièrement exécutée par une machine à cause de sa capacité opérationnelle limitée. Dans une telle situation, le lot devait être scindé en deux et ces hypothèses permirent aux auteurs de formuler ce problème comme un modèle mathématique minimisant la somme pondérée des transferts intra et intercellulaire. Par

la suite, ils utilisèrent une approche basée sur la RT pour déterminer la meilleure solution – optimale ou proche de l'optimale.

La nature «*NP-difficile*» des problèmes de formation cellulaire requiert l'usage de métaheuristiques permettant de déterminer la meilleure solution dans un temps de résolution acceptable. Or la plupart des métaheuristiques développées donnèrent des résultats peu convainquant et permirent à Zolfaghari et Liang [114] de réaliser une étude comparative sur l'utilisation du recuit simulé (RS), de la «*recherche avec les tabous*» (RT) et des algorithmes génétiques (AG). Cette analyse comparative se basa sur des indicateurs évaluant les regroupements obtenus et subdivisée en deux classes : la première est constituée de deux indicateurs de regroupement binaires alors que la seconde se fonde sur deux autres mesures dites généralisées pour évaluer les différentes configurations cellulaires obtenues. Les résultats de cette analyse conduisirent Messieurs Zolfaghari et Liang [114] à conclure que pour des problèmes de grande taille, le RS surpasse les AG et la RT lorsqu'il s'agit d'évaluer la qualité des regroupements obtenus, le temps de convergence et la procédure de recherche de la meilleure solution. Outre la supériorité de l'approche du recuit simulé, Zolfaghari et Liang [114] ajoutèrent que les algorithmes génétiques sont meilleurs que la technique de «*recherche avec les tabous*» pour de véritables applications industrielles.

2.4.4 Les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques (AG) regroupés sous l'acronyme d'algorithmes évolutionnistes (AE), sont des méthodes adaptatives utilisées dans des problèmes d'optimisation et basées sur le processus d'évolution génétique des organismes biologiques inspirés de la théorie de Darwin. Présenté par J.H. Holland [115], leur utilisation dans le domaine manufacturier est récente même si Venugopal et Narendran [46] furent les premiers à utiliser une telle approche dans les problèmes de formation

cellulaire. Dans leur approche, ils ont utilisé un AG ayant un double objectif : minimiser le nombre de transferts intercellulaires et maximiser l'efficacité du regroupement.

Zolfaghari et Liang [116] utilisèrent aussi les algorithmes génériques pour résoudre les problèmes de formation cellulaire selon un modèle d'optimisation dont l'objectif était de maximiser une mesure de regroupement généralisée. Simulés sur plusieurs problèmes disponible dans la littérature, les auteurs conclurent que lorsque le temps de résolution est préalablement fixé comme un critère d'arrêt, les divers opérateurs génétiques que sont la taille de la population génétique, le taux de mutation et le nombre de points de croisement se comportent toujours de la même manière. Les résultats leur permirent de conclure que pour un temps de résolution fixé a priori, une importante population initiale jumelée à un taux de mutation relativement faible conduisent à l'obtention de solutions de bonnes qualités alors que le nombre de points de croisement devient un paramètre qui influe peu sur la solution obtenue.

2.4.5 Les réseaux de neurones

Même si nous reviendrons longuement sur cette approche de résolution lors du prochain chapitre, il n'en demeure pas moins que certains points se doivent d'être énoncés ici. En effet, depuis la mise en place des réseaux de neurones (RN) au début des années 1940, il aura fallu attendre les publications de Hopfield [117] en 1982 pour revitaliser une avenue de recherche largement critiquée par la communauté scientifique.

Depuis lors, les RN sont devenus une approche répandue et très prometteuse lorsqu'ils sont appliqués à la TG. Kao et Moon [118] ont utilisé un RN rétro propagé pour concevoir des familles de produits et démontrèrent qu'il existait une efficacité indéniable à son utilisation. Dans le même ordre d'idée, les travaux de Kaparthy et Suresh [119] ou ceux de Moon et Chi [120] témoignent de l'expansion et de l'intérêt que cette avenue représenta pour la communauté scientifique contemporaine. Toutefois, le succès de cet

axe de recherche dépend du processus d'apprentissage et de la disponibilité de données pertinentes. Or la formation des familles de produits et des cellules manufacturières est un problème modélisé et résolu durant la phase de conception. Lors de cette étape, les données de fabrication qui pourraient être prises comme données d'entraînement ne sont pas encore disponibles. Cette lacune fait en sorte que l'application de cette approche demeure relativement limitée.

La théorie des réseaux de neurones avec résonance adaptative (ART1) – dont l'acronyme anglophone est : “*Adaptive Resonance Theory*” – nous vient de Carpenter et Grossberg [121] et fut appliquée aux problèmes de formation cellulaire par plusieurs chercheurs dont Kusiak et Chung [122], Kaparathi et Suresh [119], Liao et Chen [123], Venugopal et Narendran [124], Dagli et Huggahalli [125, 126], pour ne citer que ceux là. L'avantage majeur d'un réseau ART1, à l'époque, est qu'il pouvait traiter des problèmes de grandes tailles même si ce type de RN est sensible à l'ordre de présentation des vecteurs d'entrée. Si les données relatives aux machines du goulot d'étranglement sont introduites en premier dans le réseau, il en résulte peu de cellules de grande taille et les machines du goulot seront identifiées et retirées du processus de regroupement. Cela représente un avantage, car l'identification et le retrait des machines du goulot d'étranglement se fait de manière subjective. Malheureusement, Chen et Cheng [127] ont noté que le réseau ART1 a des défaillances lorsqu'il doit assigner certaines machines à des cellules avec lesquelles elles ont des affinités avec les machines. Aussi pour éviter ce problème, ont-ils suggéré d'invertir les valeurs «0» et «1» dans la *matrice binaire incidente initiale*. Toujours selon les mêmes auteurs Chen et Cheng [127], un effet secondaire à ce changement numérique est que certaines machines formeront des cellules même si elles n'ont aucune similitude les unes avec les autres.

Suresh et Kaparathi [128] ont combiné un réseau de neurones de type ART1 et une approche de logique floue dont l'acronyme anglophone est “*fuzzy*”. L'approche combiné de Suresh et Kaparathi [128] est un algorithme basé sur un choix judicieux des

paramètres et taux d'apprentissage. Kamal et Burke [129] proposèrent un algorithme similaire dénommé "*FACT*" capable de résoudre des problèmes plus complexes. De leur côté, Arizono et al. [130] développèrent un modèle stochastique de RN basé sur le réseau de Hopfield et l'appliquèrent au problème de regroupement pièces/outils des FMS. Leur approche dynamique est similaire à la «*machine de Boltzmann*»; cependant, le comportement stochastique de la sortie du neurone dépend du signe associé à l'entrée du réseau au lieu de la valeur désignant cette entrée. Notons que la «*machine de Boltzmann*» combine les réseaux de neurones à la technique du RS présentée au paragraphe §2.4.1. L'ajout du RS aux réseaux de neurones permet à ces derniers de s'extirper des optimums locaux dans lesquels ils pourraient rester piégé.

Il existe un certain nombre de publications dans lesquelles les auteurs ont tenu compte de plusieurs paramètres industriels autres que la simple *matrice binaire incidente pièces/machines*. Cette matrice globale fut utilisée par Rao et Gu [131] qui y ont incorporé la duplication des machines et l'existence de contraintes de capacité pour concevoir des SMCD. En outre, leur approche utilisait le temps opérationnel afin de calculer la charge mise sur les équipements de production utilisés alors comme une solution intermédiaire ponctuelle. Dans une autre publication [132], ils combinèrent l'approche présentée ci-dessus avec un SE dont l'entrée découle du RN et, par la suite, réassigne les pièces exceptionnelles par l'usage de routages alternatifs de production.

Le problème de formation cellulaire fondé sur l'usage d'une *matrice incidente généralisée* fut aussi étudié par Suresh et al. [133]. Ils proposèrent une procédure hiérarchique en trois étapes. La première phase composée d'un "*fuzzy*" ART1 permettait d'identifier les familles de produits et les machines associées. La seconde étape utilisait un modèle mixte de programmation en nombres entiers qui minimisait le coût des équipements et maximisait l'indépendance des cellules. La dernière phase utilisait un modèle classique de programmation en nombres entiers binaires afin de minimiser les

flux intercellulaires. Les modèles des phases 2 et 3 furent solutionnés à l'aide du logiciel commercial "Lingo".

Zolfaghari [134], étudia aussi le problème de formation cellulaire en utilisant comme entrée principale une matrice incidente binaire initiale pièces-machines. Il mit en place un réseau de neurones de type Hopfield qu'il baptisa «*Ortho-Synapse Hopfield Network*» (OSHN) capable de résoudre des problèmes de grande taille avec un temps de convergence rapide. Cette modification des réseaux de Hopfield en réseau OSHN n'a pas besoin d'un apprentissage quelconque et est capable de traiter des machines identifiées comme des goulots d'étranglement. Finalement, le réseau OSHN de Zolfaghari [134] est sensible à l'ordre de présentation des diverses configurations, s'échappe aisément des optimums locaux et se base sur une mesure de regroupement généralisée comme principe de détermination et de raffinement des paramètres de la fonction d'énergie de Hopfield tout en se dirigeant toujours vers la meilleure solution potentielle.

2.4.6 Les limitations à l'usage des approches basées sur l'intelligence artificielle

L'ensemble des approches de cette section (§ 2.4) se basèrent sur des approches disponibles dans d'autres domaines de la connaissance humaine et dont les analogies permirent de résoudre un certain nombre de problèmes d'optimisation. L'intelligence artificielle est un outil de résolution particulièrement adaptée à cause des caractéristiques nouvelles qu'elle offre [135].

Toutefois certains préalables, énumérés ci-dessous, et qui sont dus à son utilisation en font des méthodes de résolution qui ne sont pas d'un usage facile et qui nécessite un traitement à priori. Les techniques basées sur l'intelligence artificielle demandent :

- Le passage d'un problème industriel réel en une représentation abstraite de la problématique à résoudre;

- La difficulté associée à la visualisation de «*l'espace de recherche*» ou «*espace d'état*»;
- Les facultés de mémorisation offertes par les réseaux de neurones;
- La panoplie d'approches heuristiques intelligentes fondées sur les nouveaux métaheuristiques identifie de bonnes solutions sans, toutefois, garantir, l'optimalité de la solution déterminée;
- Le temps de résolution qui n'est pas toujours acceptable lorsque la taille de la *matrice binaire incidente initiale* est élevé;
- La possibilité de rester piégé dans des optimums locaux sans toutefois être capable de s'en extirper afin de poursuivre ses recherches vers la meilleure solution possible.

Ce sont toutes ces raisons qui nous poussèrent à imaginer une avenue qui serait capable de trouver le meilleur agencement ou la meilleure configuration cellulaire en prenant soin d'éviter les optimums locaux pour que cette recherche de solutions se fasse durant un temps acceptable.

2.5 Motivation

Les nombreuses limitations évoquées lors de cette revue bibliographique nous ont conduits à mener des recherches plus approfondies selon cette avenue largement documentée.

De plus, elle révèle les efforts additionnels qui doivent être déployés afin de déterminer les solutions optimales ou quasi optimales à moindre coûts et réalisables. Même si nous avons présenté des publications pertinentes sur l'utilisation des réseaux de neurones lors de la conception des SMCD, il n'en demeure pas moins que les solutions et approches contemporaines restent limitées. C'est pourquoi concevoir des ateliers flexibles dans un environnement turbulent, comme celui dans lequel nous évoluons, nous apparaît important. Or l'usage des RN dans la méthodologie du chapitre 4, nous oblige à vous

présenter cet outil de résolution afin de mieux saisir la direction dans laquelle nous nous sommes engagés. Aussi cette thèse s'attardera t-elle dans le prochain chapitre à mettre l'accent sur les RN avant d'aborder sereinement la méthodologie proposée dans cette thèse.

CHAPITRE 3

LES RÉSEAUX DE NEURONES ARTIFICIELS : LES RÉSEAUX DE HOPFIELD TRADITIONNELS

Un neurone artificiel se décrit comme un automate décisionnel composé de deux parties dont l'une a pour fonction d'évaluer la stimulation reçue alors que l'autre s'intéresse à l'analyse de l'état interne. Aussi, Haykin [136] définit-il les réseaux de neurones artificiels comme suit :

“ [...] des réseaux fortement connectés de processeurs élémentaires fonctionnant en parallèle. Chaque processeur élémentaire calcule une sortie unique basée sur les informations qu'il reçoit, sa fonction d'activation ainsi que ses poids synaptiques de connexion [...] ”.

Toutefois, pour alléger le texte et pour une meilleure compréhension de la suite de cette thèse, nous suggérons aux lecteurs la lecture de l'annexe 1 pour une vision systémique des réseaux de neurones artificiels.

Ainsi, ce troisième chapitre portera sur les réseaux de neurones artificiels de Hopfield et se subdivisera en trois (3) sections. La première mettra l'accent sur la structure, les facettes et les aspects utilitaires des réseaux de Hopfield. Puis, les diverses applications des réseaux de Hopfield dans le domaine manufacturier seront abordées afin d'identifier les diverses limitations à l'usage de ce type de réseaux de neurones dans la dernière section de ce chapitre. Ces carences introduiront le chapitre suivant portant sur les concepts du neurone quantifié et fluctuant.

3.1 Les réseaux de neurones de Hopfield

En annexe, les lecteurs verront que les réseaux de neurones constituent des outils puissants à cause de leurs propriétés de non linéarité et d'apprentissage qui sont

fortement mises à profit. Dans cette section, nous insisterons sur le fait que nous choisissons d'utiliser les réseaux de neurones de Hopfield afin de résoudre notre problème de formation des ateliers de fabrication flexibles. En effet, les propriétés de non linéarité et de dynamique des réseaux récurrents sont mises à profit sans oublier que les paramètres de ce type de réseaux sont "*naturellement*" dictés par l'application sans nécessairement recourir à un apprentissage formel.

Optimiser la conception des systèmes de fabrication cellulaires revient à choisir entre plusieurs possibilités de regroupement des machines et des pièces. Or, ce choix est gouverné par le désir de prendre la *meilleure* décision qui, souvent, se résume à une solution satisfaisant les exigences d'un problème et dont le coût de mise en œuvre est le plus faible possible. Dans des applications industrielles, il est fréquent qu'un problème d'optimisation puisse être modélisé par la programmation linéaire composée d'une fonction "*objectif*" de coûts et d'un ensemble de contraintes. La meilleure approche de résolution de ce type de problèmes est l'usage de la méthode du simplexe. Toutefois, lorsque le nombre de variables devient très grand, la méthode du simplexe devient excessivement lente, d'où le recours à des approches plus rapides comme les métaheuristiques qui permettent de proposer de bonnes solutions dont le caractère optimal ne peut être garanti.

Pour des problèmes d'optimisation combinatoire dit "*de programmation linéaire en nombres entiers*", qui sont extrêmement fréquents dans les applications, le recours aux métaheuristiques permet de réduire le nombre de solutions potentielles en prenant en considération des contraintes capables de limiter les temps de résolution prohibitifs. En outre, il est possible d'établir une analogie entre ces problèmes d'optimisation combinatoire et la modélisation de systèmes complexes grâce aux méthodes de la physique statistique. En effet, un système physique complexe possède une multitude d'états possibles; parmi ceux-ci, un état d'*équilibre* est un état pour lequel une grandeur, dépendant de l'état du système (énergie libre, par exemple), est minimale. Chercher

l'état d'équilibre d'un système simulé sur ordinateur revient donc à trouver le minimum d'une fonction de l'état du système, ce dernier pouvant être défini par un très grand nombre de variables. Par conséquent, l'établissement de cette analogie permettra de trouver un minimum aux problèmes d'optimisation en mettant en œuvre les méthodes de simulation de la physique statistique.

Depuis le début des années 1980, les réseaux de neurones récurrents ont montré des potentialités intéressantes pour la résolution des problèmes d'optimisation. Ils présentent deux atouts majeurs dont le premier réside dans le fait que les réseaux de neurones artificiels solutionnent souvent très bien des problèmes d'optimisation et le second atout vient de ce que ces réseaux peuvent donner lieu à des réalisations bénéficiant des avantages du parallélisme. Les réseaux de neurones récurrents sont particulièrement adaptés aux problèmes qui requièrent des temps de réponse extrêmement brefs, et qui justifient éventuellement leur utilisation.

3.1.1 Structure des réseaux de Hopfield

Le renouveau des réseaux de neurones artificiels est attribuable aux études de John Hopfield des années 1980. En effet, les deux articles qu'il publia en 1982 et 1984 [117, 137] furent très influents et ce, pour plusieurs raisons. Basés sur les travaux de ses prédécesseurs, dont ceux de McCulloch et de Pitts sur le formalisme original du neurone artificiel [138] ou de Grossberg sur le modèle additif [139], pour ne citer que ceux-là, ces articles rassemblaient des idées importantes incluant une analyse mathématique claire qui intégrait la théorie de la stabilité de Lyapunov. D'abord, Hopfield identifia une analogie entre son réseau de neurones et le modèle des verres de spin utilisé dans la physique statistique. Ensuite, il montra la prédisposition des réseaux de neurones au traitement parallèle massif surtout dans les circuits optiques et en VLSI. De plus, il énonça clairement les avenues d'exécution dans lesquelles les réseaux de neurones artificiels seraient les plus appropriés. Enfin, il souligna l'aspect pratique en focalisant

sur les types de problèmes qu'il avait solutionnés dont l'usage des réseaux de Hopfield comme mémoire associative, la conversion analogique/numérique et les problèmes d'optimisation.

Aussi, Hopfield présenta-t-il son modèle de base des réseaux de neurones artificiels récurrents comme un circuit électrique visualisé sur la Figure 6 de la page suivante. Sur ce schéma, chaque neurone est représenté par un amplificateur opérationnel et une combinaison résistance/condensateur associée. Il y a deux types d'entrées aux neurones : la première est composée d'entrées constantes externes représentées par les courants $I_1, I_2, I_3, \dots, I_s$. La seconde est modélisée par l'ensemble des connexions rétro propagées provenant des autres amplificateurs opérationnels. En effet, la seconde sortie, a_2 , alimente la résistance $R_{s,2}$ qui est connectée à l'entrée de l'amplificateur S . Bien entendu, les résistances sont positives sauf qu'il est possible d'avoir une entrée négative en choisissant la sortie inversée d'un amplificateur particulier comme celle du premier neurone qui est connectée à l'entrée du second par la résistance $R_{2,1}$.

En utilisant la loi des courants de Kirchhoff, nous obtenons l'équation associée au modèle d'un réseau de Hopfield selon :

$$C \frac{d}{dt} n_i(t) = \sum_{j=1}^s [T_{i,j} a_j(t)] - \frac{n_i(t)}{R_i} + I_i \quad (3.1)$$

avec n_i représentant la tension d'entrée du i° amplificateur, a_j est la tension de sortie du même amplificateur, C est associé à la capacité d'entrée d'un amplificateur et I_i est le courant d'entrée fixe du i° amplificateur.

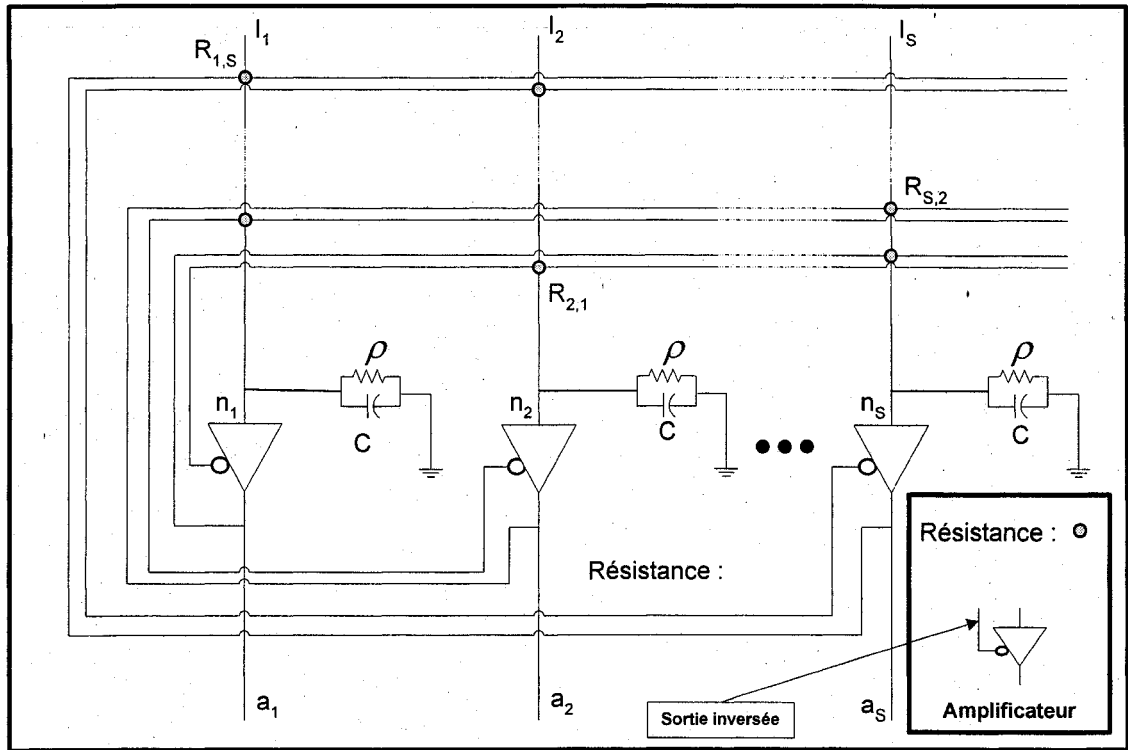


Figure 6 Modèle de Hopfield utilisant des composants électriques

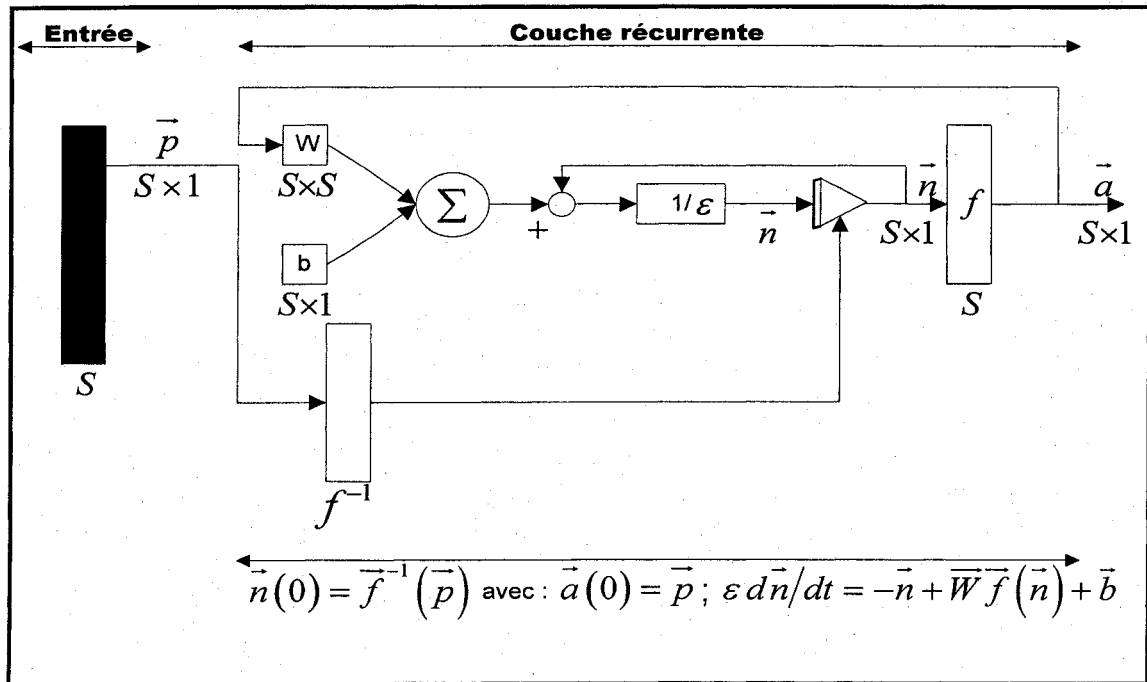


Figure 7 Réseau de Hopfield utilisant une représentation d'état [139]

De plus, si nous définissons :

$$|T_{i,j}| = \frac{1}{R_{i,j}} \text{ et } \frac{1}{R_i} = \frac{1}{\rho} \text{ alors } n_i = f^{-1}(a_i) \Leftrightarrow a_i = f(n_i)$$

avec $f(n)$, une caractéristique de l'amplificateur. Ainsi, nous traiterons un circuit électrique symétrique afin de poser comme hypothèse que $T_{i,j} = T_{j,i}$.

La fonction de transfert de l'amplificateur, $a_i = f(n_i)$, est habituellement une sigmoïde dont nous assumerons qu'elle et son inverse sont des fonctions croissantes. Si nous multiplions l'équation du modèle de Hopfield (Équation 3.1) par R_i , nous obtenons l'équation modifiée suivante :

$$R_i C \frac{d}{dt} n_i(t) = \sum_{j=1}^S [R_i T_{i,j} a_j(t)] - n_i(t) + R_i I_i \quad (3.2)$$

Afin de procéder à d'autres modifications pour réécrire l'équation selon une forme usuelle, nous poserons : $\varepsilon = R_i C$, $w_{i,j} = R_i T_{i,j}$ et $b_i = R_i I_i$. Ces modifications nous permettent de réécrire l'équation ci-dessus selon la formule suivante :

$$\varepsilon \frac{d}{dt} n_i(t) = -n_i(t) + \sum_{j=1}^S [w_{i,j} a_j(t)] + b_i$$

Si à cette dernière équation nous lui associons les vecteurs d'état, nous obtenons :

$$\varepsilon \frac{d}{dt} \bar{n}(t) = -\bar{n}(t) + [\bar{W} \bar{a}(t)] + \bar{b}, \text{ avec } \bar{a}(t) = \bar{f}[\bar{n}(t)] \quad (3.3)$$

Ainsi, le réseau de Hopfield utilisant la notation des vecteurs d'état est présenté sur la figure 7 de la page précédente. Le réseau original de Hopfield possédant S amplificateurs opérationnels intégrés à un vecteur d'entrée de taille \bar{p} qui détermine la

sortie initiale de ce réseau. Soulignons cependant, que la forme de ce réseau de Hopfield est aussi utilisée comme mémoire associative dont nous parlerons plus tard.

3.1.2 Fonction de Lyapunov des réseaux de Hopfield

L'application de la théorie de la stabilité de Lyapunov à l'analyse des réseaux récurrents fut l'une des contributions majeures des travaux de Hopfield. Cependant, les limitations soulignées dans l'annexe 1 font en sorte que nous vous montrerons comment il est possible d'utiliser le théorème de l'invariance de LaSalle avec un réseau de Hopfield.

Pour ce faire, la première étape conduisant à l'utilisation du théorème de LaSalle est de déterminer une fonction de Lyapunov qui indique que le réseau converge vers un point d'équilibre stable. Aussi Hopfield suggéra-t-il la fonction suivante :

$$V(\vec{a}) = -\frac{1}{2}(\vec{a}^T \overline{W} \vec{a}) + \sum_{i=1}^S \left\{ \int_0^{a_i} (f^{-1}(u) du) \right\} - (\vec{b}^T \vec{a}) \quad (3.4)$$

Le choix de cette fonction particulière $V(\vec{a})$, comme *fonction de Lyapunov*, représente l'un des atouts majeurs proposés par Hopfield qui y introduisit des fonctions quadratiques visualisées dans le premier et le troisième terme de l'équation (3.4).

Dans la seconde étape, nous devons vérifier que la dérivée de $V(\vec{a})$ respecte le théorème de l'invariance de LaSalle. Cependant, nous rappellerons certains points mathématiques importants nous permettant de clarifier des zones d'ombres potentielles.

La forme générale d'une fonction quadratique est :

$$F(\vec{x}) = \frac{1}{2}(\vec{x}^T \overline{A} \vec{x}) + (\vec{d}^T \vec{x}) + c$$

Dans cette équation, la matrice \bar{A} est symétrique, si elle ne l'est pas, elle peut être remplacée par une matrice symétrique conduisant au même résultat pour $F(\bar{x})$. De plus, pour déterminer le gradient de cette fonction, il faut utiliser les propriétés suivantes :

- $\nabla(\bar{h}^T \bar{x}) = \nabla(\bar{x}^T \bar{h}) = \bar{h}$, avec \bar{h} désignant un vecteur constant,
- $\nabla(\bar{x}^T \bar{Q} \bar{x}) = (\bar{Q} \bar{x}) + (\bar{Q}^T \bar{x}) = 2(\bar{Q} \bar{x})$, pour \bar{Q} représentant une matrice symétrique.

À partir des deux propriétés ci-dessus, il est possible de calculer le gradient $-\nabla F(\bar{x})$ de la fonction quadratique $F(\bar{x})$ ainsi que son Hessien $\nabla^2 F(\bar{x})$ par les formules :

$$\nabla F(\bar{x}) = (\bar{A} \bar{x}) + \bar{d} \quad \text{et} \quad \nabla^2 F(\bar{x}) = \bar{A}$$

Pour une fonction quadratique, toutes les dérivées d'ordre supérieur sont nulles. Par conséquent, les trois premiers termes du développement en série de Taylor donnent une représentation exacte de la fonction à développer. De surcroît, il est possible de généraliser en soulignant que toutes les fonctions analytiques se comportent comme des équations quadratiques autour d'un petit voisinage, c'est-à-dire lorsque $\|\Delta \bar{x}\|$ est petit.

À la suite des rappels sur le gradient et le Hessien d'une fonction quadratique, nous les utiliserons plus bas afin de dériver $V(\bar{a})$ de l'équation (3.4) que nous appliquerons séparément chaque terme, pour une meilleure clarté.

Ainsi, la dérivée du premier terme de l'équation (3.4) donne :

$$\frac{d}{dt} \left\{ -\frac{1}{2} (\bar{a}^T \bar{W} \bar{a}) \right\} = -\frac{1}{2} \nabla [\bar{a}^T \bar{W} \bar{a}]^T \frac{d \bar{a}}{dt} = -[\bar{W} \bar{a}]^T \frac{d \bar{a}}{dt} = -(\bar{a}^T \bar{W}) \frac{d \bar{a}}{dt} \quad (3.5)$$

alors que le second terme de la même équation (3.4) est composé par la somme des intégrales présentée ci-dessous. De plus, nous ne traiterons qu'une de ces intégrales afin de visualiser la routine mathématique contenue dans ce développement. La dérivée obtenue du second terme est la suivante :

$$\frac{d}{dt} \left\{ \int_0^{a_i} f^{-1}(u) du \right\} = \frac{d}{da_i} \left\{ \int_0^{a_i} f^{-1}(u) du \right\} \frac{d}{dt} a_i = f^{-1}(a_i) \frac{d}{dt} a_i = n_i \frac{d}{dt} a_i \quad (3.6)$$

Pour ce second terme, la dérivée totale de $V(\vec{a})$ de l'équation (3.4) est :

$$\frac{d}{dt} \left[\sum_{i=1}^s \left\{ \int_0^{a_i} f^{-1}(u) du \right\} \right] = \vec{n}^T \frac{d}{dt} \vec{a}$$

Enfinement, en utilisant la première propriété des fonctions quadratiques, nous obtenons comme dérivée du troisième terme de $V(\vec{a})$, le résultat ci-dessous :

$$\frac{d}{dt} \left[-\left(\vec{b}^T \vec{a} \right) \right] = -\nabla \left[\vec{b}^T \vec{a} \right]^T \frac{d}{dt} \vec{a} = -\vec{b}^T \frac{d}{dt} \vec{a} \quad (3.7)$$

La somme des dérivées des trois termes que nous vous avons présentés plus haut aux équations (3.5), (3.6) et (3.7) sont additionnés à l'intérieur de l'équation (3.5) ci-dessous qui donne :

$$\frac{d}{dt} V(\vec{a}) = -\left(\vec{a}^T \vec{W} \frac{d}{dt} \vec{a} \right) + \left(\vec{n}^T \frac{d}{dt} \vec{a} \right) - \left(\vec{b}^T \frac{d}{dt} \vec{a} \right) = \left[-\left(\vec{a}^T \vec{W} \right) + \vec{n}^T - \vec{b}^T \right] \frac{d}{dt} \vec{a} \quad (3.8)$$

N'oublions pas qu'il est plus familier de fonctionner avec des variables d'état lorsqu'il y a une interaction avec les réseaux de neurones artificiels. Ainsi, l'équation (3.3) nous indique que :

$$\left[-\left(\bar{a}^T \bar{W}\right) + \bar{n}^T - \bar{b}^T \right] = \varepsilon \left[\frac{d}{dt} \bar{n}(t) \right]^T \quad (3.9)$$

et en incorporant cette dernière définition à l'équation (3.8), nous réécrivons cette dernière sous forme de variables d'état comme :

$$\frac{d}{dt} V(\bar{a}) = -\varepsilon \left[\frac{d}{dt} \bar{n}(t) \right]^T \left(\frac{d}{dt} \bar{a} \right) = -\varepsilon \sum_{i=1}^S \left(\frac{d}{dt} n_i \right) \left(\frac{d}{dt} a_i \right) \quad (3.10)$$

Or, $n_i = f^{-1}(a_i)$ nous permet d'augmenter l'ordre de la dérivée de n_i comme suit :

$$\frac{d}{dt} n_i = \frac{d}{dt} [f^{-1}(a_i)] = \frac{d}{da_i} [f^{-1}(a_i)] \frac{d}{dt} a_i$$

En définitive, la dérivée (équation 3.8) de la fonction de Lyapunov $V(\bar{a})$ est :

$$\frac{d}{dt} V(\bar{a}) = -\varepsilon \sum_{i=1}^S \left(\frac{d}{dt} n_i \right) \left(\frac{d}{dt} a_i \right) = -\varepsilon \sum_{i=1}^S \left(\frac{d}{da_i} [f^{-1}(a_i)] \right) \left(\frac{d}{dt} a_i \right)^2 \quad (3.11)$$

Si nous supposons que $f^{-1}(a_i)$ est une fonction croissante, car elle est associée à un amplificateur opérationnel, alors :

$$\frac{d}{da_i} [f^{-1}(a_i)] > 0, \text{ ce qui implique que } \frac{d}{dt} V(\bar{a}) \leq 0 \quad (3.12)$$

L'équation (3.12) montre que si $f^{-1}(a_i)$ est une fonction croissante, alors $dV(\bar{a})/dt$ est une fonction semi définie négative [117]. Par conséquent, $V(\bar{a})$ est une fonction valide de Lyapunov qui est stable selon le premier théorème (voir annexe 1). Il nous faut

maintenant vérifier la stabilité asymptotique de cette fonction afin de nous assurer de la convergence du réseau de Hopfield.

3.1.3 Ensembles invariants des réseaux de Hopfield

Nous savons que la fonction représentant un réseau de Hopfield est une fonction de Lyapunov dont l'origine est stable selon le premier Théorème (voir annexe 1). Pour l'application du théorème de l'invariance de LaSalle, les détails nous permettant de déterminer les points d'équilibre du réseau étant exposés à l'annexe 1, nous devons identifier un ensemble, Z , selon l'équation :

$$Z = \left\{ a : \frac{d}{dt} V(\vec{a}), \text{ avec } a \text{ dans le voisinage de } G \right\} \quad (3.13)$$

Cet ensemble, Z , inclut tous les points dont la dérivée de la fonction de Lyapunov – $V(\vec{a})$ – est nulle. Supposons maintenant, que G est entièrement contenu dans \mathfrak{R}^S . À partir de l'équation (3.11), nous voyons que toutes les dérivées seront nulles si la dérivée associée à la sortie de chaque neurone est égale à zéro, c'est-à-dire, si $d\vec{a}/dt = \vec{0}$. Or selon le premier théorème de Lyapunov, lorsque les dérivés de chacune des sorties sont nulles, cela revient à dire que le système est dans un état d'équilibre stable au sens de Lyapunov. Ainsi, ces points où "l'énergie" du système ne change pas sont des points où le circuit électrique est à l'équilibre. Nous pouvons affirmer que l'ensemble L est le plus grand ensemble invariant dans Z et est, exactement, égal à Z : nous pouvons ainsi écrire que $L = Z$. Aussi tous les points appartenant à Z sont-ils des attracteurs potentiels.

La Figure 8 montre l'allure du temps de réponse classique d'une fonction de Lyapunov et, selon nos attentes, cette fonction décroît continuellement jusqu'au point d'équilibre.

Ce système possède un point d'équilibre à l'origine. Cependant, il arrive que le réseau converge vers un point de selle et non vers un minimum local lorsqu'il est initialisé n'importe où dans l'hypercube définissant la région des solutions potentielles.

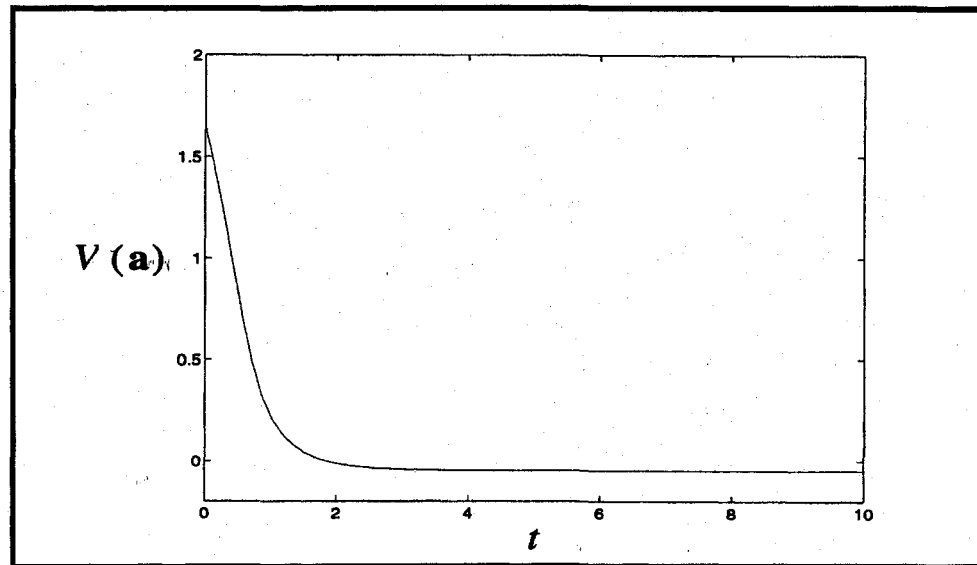


Figure 8 Réponse temporelle de la fonction de Lyapunov

3.1.4 Bassins d'attraction des réseaux de Hopfield

Sans vouloir mettre l'accent sur des démonstrations mathématiques largement documentées dans la littérature, Hopfield prouva que les bassins d'attraction potentiels satisfont à l'équation $d\vec{a}/dt = \vec{0}$. Nous pouvons donc nous poser la question suivante : comment ces points sont-ils liés aux minima de la fonction de Lyapunov $V(\vec{a})$?

Pour y répondre, Hopfield démontra que les minima d'une fonction doivent être des points stationnaires – c'est-à-dire des points dont le gradient est nul – qui, dans l'optique de la fonction de Lyapunov, $V(\vec{a})$, satisfont à l'équation :

$$\nabla V = [\partial V / \partial a_1, \partial V / \partial a_2, \dots, \partial V / \partial a_s]^T = \vec{0} \quad (3.14)$$

En utilisant $V(\vec{a})$, une fonction de Lyapunov décrite à l'équation (3.4). Le développement de cette équation (∇V) conduisit Hopfield à affirmer que le i^{e} élément du gradient est représenté par l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial a_i} V(\vec{a}) = -\varepsilon \frac{d}{dt} n_i = -\varepsilon \frac{d}{dt} [f^{-1}(a_i)] = -\varepsilon \frac{d}{da_i} [f^{-1}(a_i)] \frac{d}{dt} a_i \quad (3.15)$$

Or une nouvelle particularité réside dans la linéarité de la fonction $f^{-1}(a_i)$ qui impliquerait que :

$$\frac{d}{dt} \vec{a} = -\alpha [\nabla V(\vec{a})] \quad (3.16)$$

En conséquence, la solution d'un réseau de Hopfield se rapproche de la méthode dite de la "*descente du gradient*" surtout, dans une zone où $f^{-1}(a_i)$ est approximativement linéaire. De plus, nous avons souligné que la fonction de transfert et son inverse étaient des fonctions monotoniquement croissantes, cela signifie que :

$$\frac{d}{da_i} [f^{-1}(a_i)] > 0 \quad (3.17)$$

Or à partir de l'équation du i^{e} élément du gradient (équation 3.17), il en découle que les points pour lesquels $d\vec{a}(t)/dt = \vec{0}$ sont également des points où $\nabla V(\vec{a}) = \vec{0}$. En définitive, les bassins d'attractions – aussi appelés *attracteurs* – sont des points de

l'ensemble L satisfaisant à l'équation $d\vec{a}/dt = \vec{0}$ et seront des points stationnaires de la fonction de Lyapunov, $V(\vec{a})$.

3.1.5 Les réseaux de Hopfield utilisés comme mémoire associative

Le réseau de Hopfield est un modèle de réseau récurrent sans règle d'apprentissage proprement dite. Par conséquent, il n'est donc pas entraîné au sens premier du terme. L'approche de conception des réseaux de Hopfield consiste à calculer la matrice des poids synaptiques de connexion \vec{W} et de déterminer le sens de polarisation du vecteur associé au biais \vec{b} de manière à ce que V prenne la forme d'une fonction de Lyapunov que nous appellerons aussi "*fonction d'énergie*" de Hopfield. Par la suite, il s'agira de minimiser cette fonction. Ainsi, il faut transformer notre problème initial en une fonction quadratique à minimiser puisque le réseau de Hopfield a pour objectif la minimisation d'une fonction d'énergie.

Les mémoires associatives constituent une autre façon d'emmagasiner de l'information. En informatique, l'information est emmagasinée à une adresse précise de la mémoire de l'ordinateur. Lorsque nous voulons récupérer cette information, il faut fournir l'adresse exacte de stockage afin de pouvoir restituer ces données. Or une mémoire associative stocke l'information en la distribuant à travers les connexions de la mémoire comme lors du processus de mémorisation tiré de la biologie humaine. Le contenu emmagasiné peut être récupéré en fournissant une partie ou une version bruitée de la configuration (aussi appelé patron) stocké. Il est dit d'une telle mémoire que l'information est récupérée par son contenu et le réseau récurrent de Hopfield joue le rôle d'un "*associateur*" linéaire. À supposer que nous voulons emmagasiner un ensemble de prototypes dans un réseau de Hopfield. Lorsqu'une configuration est présentée à l'entrée du réseau, ce dernier devrait produire un modèle stocké ressemblant étroitement au modèle d'entrée. La sortie initiale du réseau étant assignée à cette configuration d'entrée, la nouvelle sortie du réseau, elle,

devrait converger vers la configuration la plus proche du prototype d'entrée. Pour que ce phénomène se réalise, les nouvelles configurations que nous présenterons devront être des minima de la fonction d'énergie de Hopfield – une fonction de Lyapunov.

Supposons que nous avons les configurations suivantes : $\{\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_Q\}$. Chacun de ces vecteurs est composé de S éléments dont les valeurs numériques sont à ± 1 . Posons, $Q \ll S$ – c'est-à-dire que Q est beaucoup plus petit que S , de sorte que l'espace d'état soit relativement grand et que les configurations soit réparties de manière aléatoire afin qu'elles ne soient pas trop proches les unes des autres. Afin que le réseau de Hopfield puisse restituer convenablement les configurations stockées, les nouvelles configurations doivent être des minima de la fonction de Lyapunov, comme il a été préalablement énoncé. Puisque la fonction de Lyapunov est une fonction quadratique à gain élevé (le gain permet de déterminer la pente de la courbe sigmoïdale qui tend vers une fonction binaire ou signe), il faudrait que les configurations soient des minima (c'est une contrainte) d'une fonction quadratique appropriée. Aussi, Hopfield proposa-t-il un indicateur de performance quadratique défini par :

$$J(\bar{a}) = -\frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[(\bar{P}_q)^T \bar{a} \right]^2 \quad (3.18)$$

Si les éléments du vecteur \bar{a} ont des valeurs numériques restreintes à ± 1 , l'équation (3.18) sera minimisée par rapport aux diverses configurations, comme nous le démontrerons ci-après.

Supposons que les prototypes sont orthogonaux, si nous évaluons l'indicateur de performance (équation 3.18) à l'un des prototypes, nous aurons :

$$J(\bar{P}_j) = -\frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[(\bar{P}_q)^T \bar{P}_j \right]^2 = -\left[(\bar{P}_j)^T \bar{P}_j \right]^2 = -\frac{S}{2} \quad (3.19)$$

Puis, évaluons l'indicateur de performance à une entrée aléatoire du vecteur \bar{a} que nous supposons éloignée des prototypes orthogonaux. Dans ce cas, chaque élément de la somme de l'équation (3.18) est un produit intérieur entre l'entrée et les prototypes préalablement emmagasinés. La valeur du produit intérieur augmentera si la similitude entre l'entrée et un des prototypes mémorisés est grande. Par contre, si cette entrée n'a aucune similitude, face aux configurations emmagasinées, alors la valeur numérique de tous les termes de l'équation (3.18) sera relativement petite. Par conséquent, $J(\bar{a})$ serait maximal lorsque \bar{a} n'est similaire à aucune configurations préalablement mémorisées, ou alors $J(\bar{a})$ serait minimal lorsque \bar{a} est égal à n'importe quels prototypes existants. De ce fait, nous avons déterminé une fonction quadratique indiquant exactement l'exécution de la mémoire associative. L'étape suivante consiste à déterminer la matrice des poids \bar{W} et celle associée au biais \bar{b} afin que la fonction de Lyapunov V soit équivalente à l'indicateur quadratique $J(\bar{a})$. Si nous utilisons la règle de Hebb pour déterminer la matrice des poids en prenant soin de faire en sorte que les configurations cibles et celles d'entrées soient identiques, nous aurons recours à la formule suivante :

$$\bar{W} = \sum_{q=1}^Q \left[\bar{P}_q (\bar{P}_q)^T \right], \text{ avec un biais initialisé à zéro tel que } \bar{b} = \bar{0} \quad (3.20)$$

alors la fonction de Lyapunov est :

$$V(\bar{a}) = -\frac{1}{2} \left(\bar{a}^T \bar{W} \bar{a} \right) = -\frac{1}{2} \left(\bar{a}^T \sum_{q=1}^Q \left[\bar{P}_q \bar{P}_q^T \right] \bar{a} \right) = -\frac{1}{2} \left(\bar{a}^T \sum_{q=1}^Q \left(\bar{a}^T \bar{P}_q \bar{P}_q^T \right) \bar{a} \right) \quad (3.21)$$

qui peut être réécrite comme :

$$V(\vec{a}) = -\frac{1}{2} \sum_{q=1}^Q \left[\vec{a} (\vec{P}_q)^T \right]^2 = J(\vec{a}) \quad (3.22)$$

Par conséquent, la fonction de Lyapunov est bien égale à l'indicateur de performance pour les problèmes de mémoire associative (voir équation 3.22). La sortie du réseau de Hopfield tendra à converger vers un modèle préalablement stocké ou, possiblement, d'autres points stationnaires. Soulignons, cependant, que la règle d'apprentissage de Hebb ne fonctionne pas correctement lorsqu'il y a une corrélation significative entre les configurations; pour contourner cette difficulté, il suggéra l'approche pseudo inverse qui est une autre technique de conception dont nous ne dirons aucun mot. Dans la meilleure situation où les configurations sont orthogonales, chaque configuration sera un point d'équilibre du réseau. Cependant, il y aura plusieurs autres points d'équilibre associés au réseau qui feront en sorte que ce type de réseau de neurones puisse converger vers l'un de ceux qui ne représentent aucun des prototypes mémorisés. Une règle générale permettant d'utiliser la loi d'apprentissage de Hebb et qui est une limitation à l'usage des réseaux récurrents de Hopfield est que le nombre de configurations stockées ne peut dépasser 15 % du nombre de neurones. Or l'ordre de tous réseaux de neurones artificiels est égal au nombre de neurones le composant.

3.1.6 Représentation usuelle de la fonction d'énergie de Hopfield

Afin de faciliter la compréhension de l'ensemble des équations d'un réseau de Hopfield, permettez-nous de revenir avec une formulation simplifiée de la fonction d'énergie de Hopfield. En effet, dans un réseau de *Hopfield* classique, deux neurones v_k et v_p quelconques sont reliés par une connexion pondérée bidirectionnelle. La dynamique d'un tel réseau est définie [137] selon l'équation :

$$\frac{d}{dt}u_k = \sum_{p=1}^N w_{kp}v_p + h_k, \text{ avec } v_k = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh\left(\frac{u_k}{T}\right) \right]$$

Avec, $v_k \in [0,1]$ désignant la valeur de sortie, u_k identifie la valeur interne et h_k est mis pour le biais – ou vecteur de polarisation – du neurone k . De plus, w_{kp} est le poids synaptique de connexion du neurone p au neurone k (avec N neurones) et ce sont des connexions bidirectionnelles qui nous obligent à souligner que $w_{kp} = w_{pk}$.

Comme il a été énoncé à priori, Hopfield découvrit une “*fonction de Lyapunov*” pour un réseau de N neurones et formula cette fonction – déjà visualisée à l’équation (3.4) et reprise ici – sous la forme :

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{p=1}^N w_{kp}v_kv_p - \sum_{k=1}^N h_kv_k \quad (3.23)$$

Cette expression (3.23) s’appelle la “*fonction d’énergie*” du réseau de Hopfield dont nous savons que $T(dv_k/dt) = -2v_k(1-v_k)\partial E/\partial v_k$ [137]. De plus, cette expression montre que la valeur d’un neurone change afin de diminuer l’énergie E et converge, à l’équilibre, lorsque $dv_k/dt = 0$, c’est-à-dire lorsqu’elle prend une valeur nulle, unitaire ou toute autre valeur satisfaisant à l’équation : $\partial E/\partial v_k = 0$. Toutefois, le terme “*fonction d’énergie*” provient d’une analogie entre le comportement de certains systèmes physiques évoluant vers un état d’équilibre et le réseau de Hopfield convergeant vers un optimum de sa fonction de Lyapunov. Ainsi les états stables d’un réseau de Hopfield correspondent à des minima locaux de sa fonction d’énergie.

Hopfield et Tank [140] apportèrent une contribution majeure lorsqu’ils démontrèrent qu’il était possible d’utiliser cette fonction afin de réaliser des calculs mathématiques. Puisqu’un réseau de neurones cherchera à minimiser sa fonction d’énergie, il est

possible de concevoir un réseau pour minimiser des fonctions dont les termes décisionnels correspondent à des variables associées à son énergie. En d'autres termes, en représentant des problèmes d'optimisation combinatoires sous forme d'une fonction d'énergie et en construisant un réseau de Hopfield basé sur cette fonction, nous pourrions nous attendre à ce que le réseau converge vers un optimum ou identifie la meilleure solution possible en minimisant l'énergie associée à ce réseau.

Selon les diverses taxonomies (voir annexe 1), nous avons vu que les réseaux de Hopfield sont des réseaux récurrents à apprentissage supervisé dont la particularité est que leur phase d'entraînement s'effectue lors de la détermination des poids synaptiques de connexions. En outre, leur fonctionnement se base sur une initialisation aléatoire de l'état du réseau à $t = 0$ et converge, par itérations successives, jusqu'à l'obtention d'un état stable – ou stationnaire – de la fonction d'énergie. En outre, Hopfield trouva expérimentalement que le nombre de configurations binaires pouvant être emmagasinées et rappelés avec une exactitude raisonnable est donné selon l'équation (voir [141]) :

$$Conf \approx (0,15N), \text{ avec } N \text{ désignant le nombre de neurones} \quad (3.24)$$

Or cette capacité de mémorisation représente la limitation majeure associée à l'usage des réseaux de Hopfield alors qu'ils sont les seuls capables de maintenir la dynamique du système physique à partir duquel ils ont été modélisés. De plus, c'est une limitation importante lorsque les réseaux de Hopfield sont utilisés comme mémoire associative, comme nous l'avons remarqué à la section précédente. Aussi sommes-nous en droit de nous demander à quoi est due cette lacune ?

En général, les problèmes d'optimisation dans lesquels les variables décisionnelles sont restreintes aux valeurs entières ou binaires sont dénommés problèmes de programmation binaire ou en nombres entiers. Soit un problème d'optimisation ayant une fonction

“objectif”, $F(X_1, X_2, \dots, X_N)$, à minimiser et sujet à un ensemble de contraintes dont les X_1, X_2, \dots, X_N sont des variables de décision en nombres entiers. Si les contraintes, $C_v(X_1, X_2, \dots, X_N)$, peuvent être exprimées comme des fonctions de pénalité non négatives telles que $C_v(X_1, X_2, \dots, X_N) = 0$ pour $v = 1, 2, \dots, V$ et ce, si et seulement si les variables de décision X_1, X_2, \dots, X_N représentent des solutions faisables à $C_v(X_1, X_2, \dots, X_N)$. En additionnant les fonctions de pénalité à l’objectif F , le problème initial d’optimisation avec contraintes peut être reformulé [142] comme un problème sans contrainte dont l’objectif serait de minimiser la quantité F^* donnée par l’équation :

$$F^* = F(X_1, X_2, \dots, X_N) + \tau \sum_{v=1}^V C_v(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (3.25)$$

Dans l’équation (3.25), τ ($\tau > 0$) est un facteur pondérant suffisamment grand attribué aux fonctions de pénalité. Dans ces conditions, minimiser F^* revient à déterminer la meilleure solution faisable au problème initial. De plus, si F^* peut s’écrire sous la forme d’une fonction d’énergie – fonction d’énergie représentant la base théorique pour l’optimisation de fonctions fondée sur l’usage des réseaux de Hopfield – il existe un réseau de neurones correspondant dont les états d’équilibre sont des solutions à ce problème.

Notons que la majorité des problèmes d’optimisation existants ont, le plus souvent, des contraintes – ou équations de contraintes – exprimées comme suit :

$$\sum_{i=1}^N X_i = k \quad (3.26)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i \leq k \quad (3.27)$$

Dans ces équations – équations (3.26) et (3.27) – X_i désignent les variables de décision, k et N sont des nombres entiers positifs et $k \leq N$. À cause de la présence régulière de telles contraintes lors de la mise en place des réseaux permettant de solutionner les problèmes d'optimisation combinatoire, Tagliarini et al. [143] présentèrent une règle de conception dénommée “*k-out-of-N*” qui facilite l'établissement des fonctions d'énergie ayant des contraintes multiples dont certaines peuvent être exprimées selon les équations (3.26) et (3.27).

Considérons une contrainte d'égalité exprimée selon l'équation (3.26). Pour une telle contrainte, l'équation exige que k neurones d'un ensemble global de N (avec $0 \leq k \leq N$) neurones soient à «ON» lorsque le réseau converge vers un état d'équilibre.

S'il y a exactement k neurones à «ON» à l'équilibre, alors nous obtenons : $\sum_{i=1}^N V_i = k$.

Dans cette dernière expression, V_i représente la sortie d'un neurone. À l'aide de cette dernière formulation et en nous basant sur l'équation (3.23), nous écrivons la fonction

d'énergie de la manière suivante : $E = \left[k - \sum_{i=1}^N V_i \right]^2$.

Notons que cette manière de formuler la fonction d'énergie ne garantit pas que les valeurs de sortie, V_i , seront discrètes, c'est-à-dire qu'elles prendront des valeurs binaires

nulles ou unitaires. L'ajout du terme : $\sum_{i=1}^N [V_i(1-V_i)]$ permettra à la fonction d'énergie

de favoriser les états dans lesquelles chaque neurone prend une valeur discrète. En effet, le terme additionnel diminue constamment lorsque la sortie, V_i , prend des valeurs «0» ou «1». Avec l'ajout de ce terme, la fonction d'énergie devient :

$$E = \left[k - \sum_{i=1}^N V_i \right]^2 + \sum_{i=1}^N [V_i(1-V_i)] \quad (3.28)$$

Quelques manipulations algébriques plus tard, la fonction d'énergie peut-être réécrite afin de ressembler (en forme et en caractéristiques) à une fonction classique de Lyapunov (fonction d'énergie) décrite selon l'équation (3.23) :

$$E = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N (-2) V_i V_j - \sum_{i=1}^N V_i (2k-1) \quad (3.29)$$

Dans l'équation (3.29), nous pouvons clairement identifier les poids synaptiques de connexion (w_{ij}) et les entrées (I_i) nous permettant de réaliser un réseau de N neurones avec des états stables dont k neurones sont à «ON». Les poids synaptiques de connexion et les entrées du réseau sont présentés aux équations (3.30) et (3.31), respectivement.

$$w_{ij} = \begin{cases} -2, & \text{si } i \neq j \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.30)$$

$$I_i = 2k - 1 \quad (3.31)$$

Ainsi, un réseau de neurones possédant k neurones à «ON» et $(N-k)$ neurones à «OFF» devrait être dans un état stable si et seulement si les deux conditions suivantes sont respectées :

1. Chaque neurone exerce une influence «*inhibitrice*» de poids "2" sur les $(N-1)$ autres neurones;

2. Chaque neurone reçoit une entrée «*excitatrice*» externe dont l'amplitude est de $(2k-1)$.

Pour mieux comprendre ce principe associé aux contraintes exprimées comme des égalités, prenons l'exemple où trois neurones sont interconnectés et illustrés sur la Figure 9. Si $k=1$, alors les entrées des neurones seront à $(2k-1)=1$ et obligeront le réseau à avoir un des trois neurones à «ON» lorsqu'il est à l'équilibre (état stable). Ainsi, le neurone actif dépendra de l'initialisation aléatoire des neurones et de l'ordre (séquence aléatoire) de mise à jour. Il est possible que des contraintes multiples doivent être satisfaites simultanément. Dans ce cas, certains neurones seront considérés par plus d'une contrainte à la fois et Tagliarini et al. [143] recommandèrent la superposition de plusieurs règles «*k-out-of-N*» afin que la fonction d'énergie ait des minima globaux satisfaisants à ces contraintes multiples.

Considérons un réseau composé de six neurones comme il est illustré sur la Figure 10 et devant satisfaire les équations :

$$\sum_{i=1}^4 X_i = 1 \text{ et } \sum_{i=3}^6 X_i = 2$$

Nous remarquons que ces contraintes créent deux ensembles distincts (Figure 10). Toutefois, il est possible d'identifier les poids synaptiques de connexions ainsi que les entrées externes en développant une fonction d'énergie pour chaque contrainte; puis en combinant ces fonctions afin qu'elles résultent en une fonction présentée à l'équation (3.23). Aussi le poids de connexion entre les neurones n_3 et n_4 est-il de $2w_{ij} = -4$ car, il est sujet aux deux contraintes. À partir de cet exemple, nous voyons qu'en combinant plusieurs règles «*k-out-of-N*», nous nous assurons que les minima globaux de la fonction d'énergie correspondront à divers états d'équilibre du système physique afin de satisfaire l'ensemble des contraintes.

Finalement, soulignons qu'il peut exister des points stationnaires qui ne sont pas des minima globaux mais plutôt des états parasites. Ces états sont intrinsèques et associés à la dynamique propre des réseaux de Hopfield.

Si les contraintes sont exprimées à l'aide d'inégalité comme l'équation (3.27), cela signifie qu'il n'y a pas plus de k neurones parmi les N existants qui peuvent être à «ON» lorsque le réseau est à l'équilibre.

Soit un ensemble de N neurones représentant des variables décisionnelles d'un problème d'optimisation donné. La présence d'une ou plusieurs contraintes d'inégalité (équation 3.27) seront responsables de l'ajout de k neurones dans le réseau pour un total de $(k + N)$ neurones. Les k neurones additionnels seront appelés des neurones «tampons» dans le sens où ils ne correspondent pas à des variables décisionnelles issues de la représentation neuronale du problème d'optimisation combinatoire à résoudre. Supposons que nous ayons exactement k neurones à «ON» lorsque le réseau est à l'équilibre, alors il y aura au plus k des N neurones désignant les variables de décision qui seront à «ON». Ainsi, l'ajout de neurones additionnels nous permet de résoudre les inégalités matérialisées par les contraintes dans certains problèmes d'optimisation. Les neurones supplémentaires sont identiques à des variables tampons parfois utilisés pour résoudre des problèmes d'optimisation en recherche opérationnelle et tirent leur nom de cette analogie conceptuelle.

Pour se fixer les idées sur le recours aux neurones *tampons*, supposons que nous ayons à résoudre l'équation suivante : $\sum_{i=1}^N X_i \leq 3$. Dans cette équation, nous ne pouvons avoir plus de trois (3) neurones à «ON» lorsque le réseau est à l'équilibre, c'est-à-dire, lorsque le réseau est dans un état stationnaire.

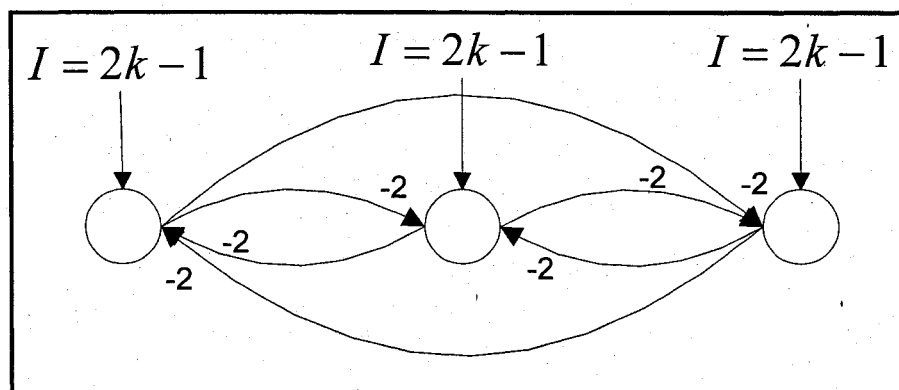


Figure 9 Réseau permettant la sélection de k neurones [143]

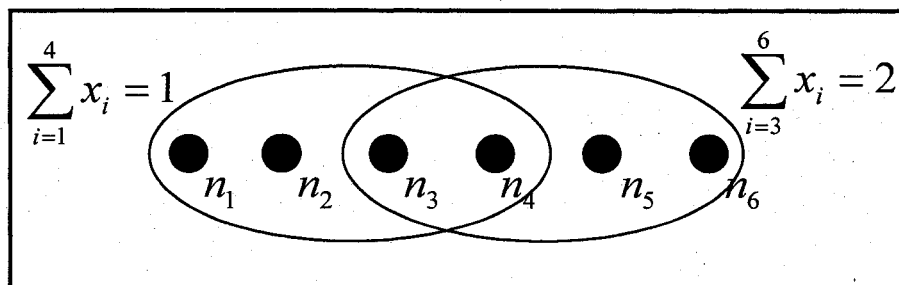


Figure 10 Deux ensembles distincts de neurones [143]

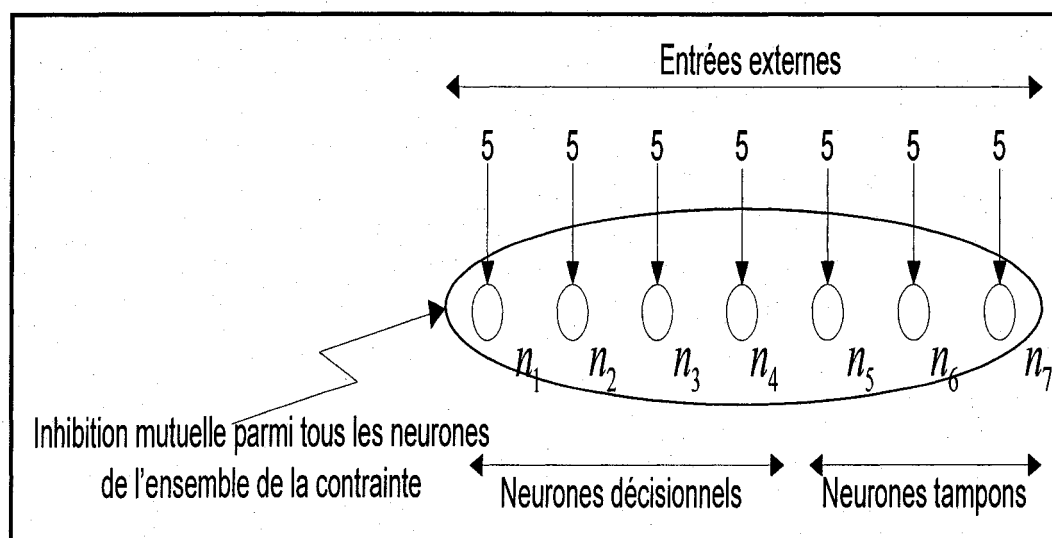


Figure 11 Réseau de Hopfield qui tient compte des contraintes d'inégalité [143]

De cette même équation, la représentation neuronale requiert la présence de quatre neurones représentant les variables décisionnelles à savoir : n_1 , n_2 , n_3 et n_4 . Avec $k = 3$, nous devons rajouter trois (3) neurones *tampons* afin que la représentation neuronale soit fidèle à l'équation identifiant cette contrainte telle qu'elle est décrite plus haut. Finalement, la règle «*k-out-of-N*» imposera les poids synaptiques de connexion et les entrées externes qui permettront au réseau d'avoir k neurones décisionnels ou moins à «ON» lorsqu'il sera dans un état stationnaire – état d'équilibre.

D'après cet exemple tel qu'il est illustré sur la Figure 11 plus haut, nous avons quatre neurones de décisions : n_1 , n_2 , n_3 , n_4 – et trois neurones *tampons* : n_5 , n_6 , n_7 illustrés à la Figure 11. La présence des neurones *tampons* est requise à cause de l'influence inhibitrice que chaque neurone (décisionnel ou *tampon*) exerce sur l'ensemble des autres neurones du réseau comme nous l'expliquions dans le cas des contraintes d'égalité. Toutefois, l'état final (équilibre) du réseau aura trois des sept neurones ou moins à «ON», mais notre attention ne se portera que sur neurones décisionnels dont trois des quatre pourraient être à «ON». Dans cette optique, les neurones *tampons* ne servent qu'à nous assurer de la convergence globale du réseau.

Or souvenons-nous que le nombre de configurations maximales qu'un réseau de Hopfield peut mémoriser et rappeler avec exactitude est donné par l'équation (3.24) égale à : $Conf \approx (0,15N)$. Cet aspect représente la limitation fondamentale à l'usage des réseaux de Hopfield et obligea les chercheurs à trouver un compromis entre la capacité de mémorisation et la taille du réseau de neurones à utiliser. Dans le cadre de nos recherches, notre problème de formation cellulaire consiste à résoudre des problèmes industriels faisant intervenir plusieurs machines et plusieurs types de pièces de pièces différentes. Cela revient à solutionner un problème dit «*de grande taille*» et reconnu comme «NP-difficile» et l'usage d'un tel type de réseau ne peut nous conduire qu'à une impasse quasi-insurmontable. Une variante théorique des réseaux de Hopfield : les

réseaux de Hopfield quantifiés contournent aisément cette difficulté et seront abordées dans le prochain chapitre. Les spécificités de cette variante des réseaux de Hopfield furent responsables du choix de ce type de réseau pour solutionner notre problème de formation cellulaire. Aussi les principales applications des réseaux de Hopfield dans le domaine manufacturier sont-elles exhaustivement présentées ci-après.

3.2 Les applications des réseaux de Hopfield dans le secteur manufacturier

L'utilisation des réseaux de neurones artificiels dans les secteurs industriels et manufacturiers est relativement répandue. En effet, les difficultés récurrentes lors de la prise de décision des systèmes de fabrication avancés ont largement contribué au renouveau des réseaux de neurones artificiels. Ces systèmes de fabrication contemporains sophistiqués et complexes jumelés aux multiples avantages intrinsèques des réseaux de neurones artificiels entraînent industriels et chercheurs à plus de collaboration en se penchant sur l'apport de cet outil en vue de résoudre des problèmes manufacturiers actuels. L'ensemble des applications industrielles dont nous parlerons met l'accent sur l'apport des réseaux de Hopfield sans omettre la précision selon laquelle plusieurs autres types de réseaux de neurones artificiels furent utilisés dans ce secteur.

3.2.1 La conception en ingénierie

L'usage des réseaux de Hopfield dans la conception en ingénierie a été focalisé selon deux (2) directions dont la première se concentra sur la conception des produits en se basant sur certaines règles précises alors que la seconde mit l'accent sur la configuration des systèmes opérationnels en utilisant la standardisation.

La conception des produits, par exemple, fut modélisée comme une carte passant d'un espace fonctionnel à un espace structurel comme Kumara et Kamarathi [144] présentèrent en 1991. De même, Kumara et Ham [145] explorèrent l'usage des réseaux de Hopfield

dans le raisonnement spatial pour la conception assistée par ordinateur. Finalement en 1992, Kim et al. [146] utilisèrent l'approche des réseaux de Hopfield en ingénierie de conception afin d'étudier les contraintes géométriques tout comme Dhingra et Rao [147] qui examinèrent un nouveau cadre conceptuel permettant de résoudre de façon optimale les problèmes de conception fondés sur le paradigme de calcul neuronal. Dans le même ordre d'idée, Venugopal et Narendran [147] avaient modélisé un système de conception de produits en ayant recours à un réseau de Hopfield comme mémoire associative. Cette approche a pu fournir une sortie adéquate et ce, même lorsque l'entrée était inexacte ou inachevée.

3.2.2 La surveillance et le diagnostic

Un apport significatif dans l'automatisation du procédé d'usinage fut apporté par l'utilisation des réseaux de Hopfield. En effet, l'automatisation du procédé d'usinage est possible grâce à la surveillance du mode de fabrication, à l'état des outils et des machines. Les avantages d'un bon système de surveillance incluent l'amélioration de la qualité du produit, de meilleurs programmes d'entretien (maintenance), des politiques d'ordonnancement pertinentes, de meilleures décisions de fabrication, etc. Or les réseaux de Hopfield ont une capacité d'apprentissage, de mémorisation et d'organisation pouvant être utilisée durant l'identification des différentes configurations [149]. Plusieurs techniques utilisant des réseaux de neurones ont été utilisées dans la surveillance et le diagnostic et rivalisent avec des algorithmes traditionnels permettant d'identifier plusieurs configurations. Ces approches sont fondées sur des règles heuristiques et des approches utilisant la logique floue.

Par exemple, Hou et Lin [150] ont conçu un système de surveillance pour identifier des signaux d'alarme des processus périodiques et apériodiques en utilisant les réseaux de Hopfield. Les résultats furent prometteurs et prouvèrent qu'un système fondé sur ce type

de réseaux offre de bonnes possibilités dans la surveillance automatique des processus de fabrication.

3.2.3 La commande en milieu industriel

L'objectif principal de la commande est de fournir un signal d'entrée appropriée à un processus physique quelconque sans omettre de rapporter la réponse souhaitée. Les réseaux de Hopfield ont des caractéristiques uniques leur permettant d'accomplir des tâches traditionnellement réservées aux humains, telles que :

- La représentation exacte de la réponse à certains processus complexes;
- La capacité d'émuler certains comportements humains pouvant intégrer de nouvelles connaissances et susceptible de s'adapter et de s'améliorer continuellement;
- La possibilité de raisonner en partant d'un modèle général vers un cas particulier. Cet atout leur offre l'occasion d'émettre des hypothèses, de les confronter et/ou de les assimiler à des données incomplètes;
- Les réseaux de Hopfield sont aussi capables de fusionner les connaissances afin de former un modèle simple et logique fondé sur une multitude de sources d'informations même partielles.

Les avantages de recourir à des réseaux de Hopfield en commande industrielle furent démontrés par Chryssolouris et al. [151]. Dans cet article, les auteurs montrèrent que les réseaux de Hopfield ont excellé dans des situations où les modèles de commande ne reflétaient pas convenablement la complexité du système physique. Or une des propriétés des réseaux de neurones (Hopfield) est la modélisation ou l'apprentissage d'un algorithme de commande sans analyse à priori. Cette caractéristique fut d'un apport important en commande surtout pour des applications difficiles, complexes et non linéaires.

3.2.4 L'assurance qualité

L'assurance qualité réactive et proactive sont les avenues dans lesquelles l'usage des réseaux de neurones fut répandu. Dans les outils utilisés en assurance qualité réactive, nous retrouvons entre autres les techniques de prélèvements, les plans d'échantillonnage, l'analyse des retours de fabrication pour ne citer que ces derniers. L'approche proactive en assurance qualité, quant à elle, mit l'accent sur la connaissance physique des relations de causes à effets, sur l'analyse et/ou l'évaluation des risques, sur l'expérience et/ou le jugement critique qui justifieraient l'ensemble des actions recommandées.

L'assurance qualité réactive est liée au processus de surveillance et de diagnostic décrit à la section § 3.2.2. En conséquence, les réseaux de Hopfield jouent un rôle majeur là où les capacités de classification et de traitement sont fortement exigées. Barschdorff [152] publia une application des techniques neurologiques pour le contrôle de la qualité des moteurs d'entraînement électriques. Les qualités de classification de ce type de réseau furent comparées aux meilleurs résultats obtenus selon plusieurs algorithmes d'identification utilisés dans la reconnaissance. L'auteur constata que l'usage des réseaux de neurones est supérieur à tout autre outil de résolution.

Dans l'assurance qualité proactive, la publication de Schmerr et al. [153] montrant une approche fondée sur les réseaux de neurones et servant à la planification de la conception robuste. En effet, la conception robuste est un outil permettant de réaliser des items ayant une bonne qualité et une excellente fiabilité. Dans leur article, les auteurs créèrent un réseau de neurones représentant des «*t-uple*» dont chacun correspond à une expérience de Taguchi ayant sa propre réponse selon le produit considéré. Puis, ils comparèrent leur approche à celles qui étaient fondées sur des modèles analytiques et constatèrent que les réseaux de Hopfield possèdent une excellente capacité de généralisation lorsqu'ils sont utilisés comme base d'expérimentation complémentaire à l'analyse de Taguchi.

3.2.5 L'ordonnancement

L'ordonnancement est un problème d'allocation de ressources sujet à la prise en compte des contraintes réelles. L'objectif est d'allouer des ressources à l'ensemble des tâches à exécuter de façon à minimiser les coûts opérationnels ou à maximiser les revenus. Dans cette optique, les réseaux de neurones capables de réaliser des calculs arithmétiques à cadence élevée en utilisant des éléments de traitement interconnectés et interreliés représentent un excellent outil à ces problèmes d'optimisation. En effet, les réseaux récurrents, surtout, représentent un outil arithmétique capable d'exploiter le parallélisme à «*grain fin*» permettant de résoudre ces problèmes en réduisant la complexité de calcul comme le souligna Tagliarini et al. [143].

N'ayant aucun intérêt dans l'énumération complète des applications couvrant ce champ d'expertise, nous nous limiterons aux publications les plus importantes dont celle de Foo et Takafuji [154] qui développèrent un réseau de neurones pour la programmation linéaire en nombres entiers (*ILPNN*) qu'ils utilisèrent pour résoudre des programmes d'ordonnancement. De même, Vaithyathan et Ignizio [155] étudièrent l'usage des réseaux de neurones pour résoudre des problèmes d'ordonnancement de grandes tailles contraints par la quantité des ressources disponibles. Ils décomposèrent le modèle initial en une série de systèmes multidimensionnels du problème classique de «*sac à dos*» et établirent un modèle équivalent de réseaux de neurones pour chaque représentation particulière. Puis, ils développèrent une approche permettant de résoudre la problématique initiale par une extension des travaux de Hopfield et Tank [140].

Il existe de multiples approches fondées sur l'usage des réseaux de neurones pour les problèmes d'ordonnancement qui sont répertoriées dans la littérature dont celui de la planification des systèmes intelligents (ISS) de Rabelo et Alptekin [156]. Dans leur article, les auteurs utilisèrent un réseau de Hopfield et un système expert pour

l'établissement du programme d'ordonnancement dans la mise en place des systèmes manufacturiers flexibles.

Ainsi, la majorité des problèmes d'ordonnancement peuvent être formulés comme des modèles de programmation linéaire ou non et être, par la suite, résolus par l'application des réseaux de Hopfield. Aussi le recours à ces réseaux pour l'établissement des programmes d'ordonnancement fut-il étudié par plusieurs chercheurs. En outre, certaines approches eurent des avantages significatifs alors que d'autres mirent en évidence le caractère discutable de l'utilité et de l'efficacité de ce type de réseaux. Toutefois, les réseaux de Hopfield représentent une alternative légitime aux méthodes conventionnelles dans l'établissement des programmes d'ordonnancement de la production. Finalement, l'ordonnancement est un problème important et il est certain que des efforts additionnels continueront à être fournis par les communautés scientifiques et industrielles.

3.2.6 La technologie de groupe

La technologie de groupe (TG), dont les systèmes manufacturiers cellulaires dynamiques sont un cas particulier, recherche à identifier et à exploiter les similitudes de conception aussi bien en matière de produits manufacturés que de processus de fabrication afin de réaliser des économies d'échelle [157]. Deux problématiques majeures sont associées à la TG : la classification des machines et la formation des familles de produits. Aussi quelle que soit l'approche utilisée pour la classification et la formation, une interrogation subsiste-t-elle et consiste-t-elle à s'interroger sur la mise à jour de cette uniformité. Ainsi, plusieurs chercheurs appliquèrent la théorie des réseaux de neurones permettant d'apprendre et de mémoriser les multiples critères disponibles. En outre, l'usage des réseaux de neurones permet de traiter des problèmes associés à la TG de manière efficace et efficiente.

Kaparthi et Suresh [119] par exemple, proposèrent une approche fondée sur l'usage des réseaux de neurones pour la classification et le codage des pièces rotatives. De même, Moon et Chi [120] utilisèrent les réseaux de neurones pour la formation des familles de produits. Dans l'approche de ces derniers, même s'ils eurent recours à un réseau de neurones à «*écoulement avant*» composé de trois (3) couches et d'un algorithme de rétro propagation, ils démontrèrent l'efficacité des réseaux de neurones à traiter de problèmes industriels de grande taille dans la formation des familles de produits.

Malheureusement, pour les problèmes de formation des cellules pièces/machines associés à la TG et dont l'objectif est de regrouper des pièces similaires en familles afin de les produire dans une cellule composée de machines hétérogènes mais ayant des caractéristiques communes, le recours aux approches fondées sur l'usage des réseaux de neurones donnèrent des résultats inutilisables (pas de convergence), surtout pour un parc de machines important et une pluralité de produits à mettre en famille.

3.2.7 Les autres applications industrielles

En ce à qui à trait aux problèmes manufacturiers contemporains ainsi que des résultats obtenus, la réaction des chercheurs et industriels nous permettent d'entrevoir des avenues de résolution intéressantes devant les besoins du marché à la consommation, à la qualité exigée des produits, à la fiabilité des systèmes de production/fabrication, etc. Les applications potentielles des réseaux de neurones dans le domaine manufacturier sont énormes et vont de la conception au service après-vente en passant par la commande, la simulation, la planification, l'ordonnancement, la production/fabrication, la surveillance et le diagnostic et même l'assurance qualité. Toutefois, une application non négligeable des réseaux de neurones n'a pas été abordée dans cette thèse : la robotique. En robotique, l'objectif est d'étudier la possibilité de créer un arrangement intelligent des commandes associées aux robots dans un environnement de fonctionnement non piloté.

D'autres applications intéressantes en fabrication n'ont pu répertoriées ici et nous invitons le lecteur à se référer, de manière spécifique à la liste exhaustive mentionnée ci-après :

- La fusion et l'intégration des capteurs multiples [151],
- La sensibilité sur un plancher de production,
- Les problèmes de gestion de la maintenance,
- La détermination des schémas d'installation des équipements,
- La détermination des politiques opérationnelles,
- La sélection des systèmes d'assemblage,
- L'inspection des plans d'échantillonnage,
- La simulation à usage universel,
- Les choix décisionnels multicritères.

Cette revue montre les efforts de recherche consacrés à l'application des réseaux de Hopfield dans les divers secteurs manufacturiers.

3.3 Limitations des réseaux de Hopfield et motivations

Les limitations à l'usage intrinsèque des réseaux de Hopfield ont été soulevées pêle-mêle tout au long de ce chapitre. Toutefois, nous nous permettons de souligner les carences majeures dans cette section afin de mieux comprendre pourquoi nous nous sommes tournés vers les réseaux de Hopfield quantifiés et fluctuants qui font l'objet du prochain chapitre.

La première limitation est la capacité de mémorisation qui dépend de la grosseur (taille) du réseau initial. Cette capacité est présentée sous forme mathématique par l'équation (3.24) qui ne permet de mémoriser que 15 % du nombre de neurones constituant le réseau de Hopfield. Dans nos problèmes de grande taille, cette limitation représente une

restriction des possibilités et/ou une diminution de l'éventail des solutions potentielles que nous aurions pu déterminer.

La seconde limitation dépend de la nature des réseaux de Hopfield. Largement documenté, il est démontré que ces réseaux sont régulièrement pris dans des minima locaux et ont très peu de chance de s'en échapper (sortir des minima locaux et poursuivre la recherche de l'optimum dans l'espace de recherche). C'est la raison fondamentale pour laquelle la «*machine de Boltzmann*» [134] a été développée, car elle ajoute une exploration locale grâce à l'approche du recuit simulé capable d'accepter des solutions de moins bonne énergie afin de s'échapper d'un optimum local.

Rappelons-nous qu'un modèle mathématique est une abstraction d'un phénomène physique réel. Or cette abstraction introduit un biais entre le phénomène réel et la modélisation mathématique. Le recours aux réseaux de Hopfield permet de ne pas introduire un biais additionnel entre le phénomène physique réel et l'équation mathématique représentant le système physique. C'est là, l'une des raisons qui nous ont poussés à continuer nos recherches selon cet axe dans l'optique de résoudre des problèmes de formation cellulaire pour des matrices de grande taille.

En effet, nos motivations pour utiliser les réseaux de Hopfield dans la formation cellulaire des matrices de grande taille résident dans le recours potentiel à la capacité de mémorisation de ce type de réseaux qui représenteraient un atout permettant de diminuer le temps de résolution (la vitesse de convergence) et de déterminer les meilleurs configurations cellulaires en moins de temps. De plus, les états d'équilibres identifiés comme des puits de potentiels – ou bassins d'attractions (§3.1.4) – permettraient de renforcer cette rapidité de convergence dans la résolution de problèmes industriels traitant de matrices binaires incidentes initiales de grandes tailles. Ces motivations nous ont conduits à considérer une publication qui nous a offert l'opportunité de contourner les

carences intrinsèques des réseaux de Hopfield comme il sera présenté dans le chapitre suivant : les réseaux de Hopfield quantifiés et fluctuants.

CHAPITRE 4

LES RÉSEAUX DE HOPFIELD QUANTIFIÉS ET FLUCTUANTS

À la suite des carences observées au moment de l'utilisation des réseaux traditionnels de Hopfield et résumées dans la dernière section du chapitre précédent, nous avons poursuivi nos investigations afin d'identifier un moyen nous permettant de contourner ces difficultés et de résoudre de manière efficiente des problèmes de formation cellulaire lorsque nous faisons face à des matrices incidentes binaires de grande taille.

Bien que les réseaux traditionnels de Hopfield aient largement été appliqués à toutes sortes de problèmes d'optimisation combinatoire, il n'en demeure pas moins que ces réseaux fonctionnent le plus souvent avec des variables décisionnelles de type binaires ou continus. En outre, Hopfield et Tank [140] constatèrent que même pour des réseaux ayant des variables décisionnelles continues, ils convergeaient toujours vers un état d'équilibre binaire. Par conséquent, ils conclurent que ces réseaux convenaient bien aux problèmes d'optimisation combinatoire dont les variables sont binaires ou en nombres entiers comme dans le cas du problème du voyageur de commerce. Rappelons que le problème du voyageur de commerce consiste à déterminer le trajet ayant une longueur minimale et passant par toutes les villes et revenant au point de départ (distance euclidienne). De plus, le problème du voyageur de commerce constitue la problématique par excellence associée aux problèmes d'optimisation combinatoire largement répandus dans la littérature courante. Plus tard, Matsuda et Akimoto [158] proposèrent un modèle approprié aux problèmes d'optimisation dont les variables décisionnelles peuvent prendre des valeurs réelles et/ou parfois même, de très grandes valeurs réelles puis ils appliquèrent leur modèle au problème de «*Hitchcock*» sur lequel nous reviendrons. Notons que chaque variable décisionnelle est représentée par un neurone ayant soit une valeur binaire soit une valeur continue. À l'équilibre du réseau, il faudra comptabiliser le nombre de neurones à «*ON*» ou «*1*» d'où la dénomination de «*méthode de décompte*»

pour cette approche, car elle nécessite autant de neurones que de variables décisionnelles [159]. Le double constat selon lequel le nombre important de variables d'une part, l'ajout de neurones tampons dû à la présence de contraintes d'inégalité (équation 3.27) d'autre part, jumelés à la capacité de mémorisation des réseaux de Hopfield (équation 3.24) font en sorte que le recours aux réseaux traditionnels de Hopfield, comme outil de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire, nécessite un temps de résolution élevé.

Dans ce chapitre, nous amorcerons notre discussion en définissant la notion de réseau de Hopfield quantifié dans laquelle nous dirons ce qu'est un neurone quantifié, quelle est la fonction d'énergie associée à ce type de réseau, quelles sont les relations entre les réseaux quantifiés et les réseaux de Hopfield classiques. Puis nous nous attarderons sur les simulations de ce type de réseau qui nous conduiront à définir le concept de fluctuation. Les avantages ainsi que les applications déjà réalisés avec ce type de réseau viendront compléter la rédaction de ce chapitre nous permettant d'aborder l'élaboration de notre méthodologie de résolution associée aux problèmes de formation cellulaire pour des *matrices incidentes binaires initiales* de grande taille.

4.1 Les réseaux de Hopfield quantifiés

Afin de contourner la première difficulté liée à la taille du réseau de neurones, Matsuda [160] mis en place une variante théorique aux réseaux traditionnels de Hopfield : les réseaux de Hopfield quantifiés (QHN). Contrairement aux réseaux traditionnels de Hopfield dont les neurones peuvent prendre des valeurs binaires (BHN) [117] ou continues (CHN) [137, 140], les neurones des réseaux QHN ne prennent que des valeurs entières et sont identifiés, pour cette raison, comme des neurones «*quantifiées*». Ainsi en utilisant cette variante des réseaux de Hopfield, nous n'aurons besoin que d'un neurone pour représenter un ensemble de neurones tampons (voir exemple plus bas). De surcroît, l'usage des QHN permet de réduire le temps de

résolution et le nombre de connexions synaptiques entre les neurones associés à ce type de réseau. Toutefois nous sommes en droit de demander ce qu'est un neurone quantifié et quel est le lien entre un réseau traditionnel de Hopfield et un réseau quantifié ?

4.1.1 Les neurones quantifiés

Une définition du neurone quantifié, selon Matsuda [160], serait «*un neurone prenant des valeurs entières plutôt que des valeurs binaires ou continues*», comme c'est le cas des réseaux traditionnels de Hopfield. En terme simple, l'auteur fit la démonstration du neurone quantifié en se basant sur l'existence de contraintes d'inégalité matérialisée par l'équation 3.27 présentée au chapitre précédent où nous nous trouvons dans l'obligation de rajouter k neurones *tampons* afin de satisfaire la présence de ce type de limitation. L'utilisation de neurones quantifiés nous permet d'ajouter un seul neurone dont la valeur numérique peut être initialisée aléatoirement entre 1 et k . Or nous savons qu'un réseau de Hopfield classique (traditionnel) est constitué de neurones dont chaque paire est pondérée d'une connexion bidirectionnelle identique. De plus, le changement d'état (la valeur de sortie des neurones) est effectué continuellement et simultanément à chaque instant t . Dans le cas des réseaux QHN, la valeur x_i du neurone i est une valeur entière variant de $m_i \geq 0$ à M_i ($x_i = \{m_i, m_i + 1, \dots, M_i - 1, M_i\}$) et dont le processus de mise à jour se fait selon l'équation :

$$\Delta x_i = \begin{cases} 1, & \text{si } \sum_j w_{ij} x_j + h_i + w_{ii}/2 > 0 \text{ et } x_i \neq M_i \\ -1, & \text{si } \sum_j w_{ij} x_j + h_i - w_{ii}/2 < 0 \text{ et } x_i \neq m_i \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.1)$$

avec w_{ij} désignant le poids synaptique de connexion entre les neurones j et i ; h_i est le biais (polarisation) du neurone i et $w_{ii} \neq 0$ dans le cas général. Durant le processus de

mise à jour des neurones d'un réseau QHN, notons que $\Delta x_j = 0$ pour tout neurone $j (\forall j \neq i)$. Ainsi, les réseaux QHN ont un processus de mise à jour asynchrone avec une sélection aléatoire du neurone devant procéder à sa mise à jour.

Matsuda [160] souligna une remarque majeure associée au nombre quantifié. Si $m_i = 0$ (minimum) et $M_i = 1$ (maximum), alors les réseaux QHN sont identiques aux réseaux de Hopfield binaire (BHN). Par contre, si m_i et M_i prennent toutes les valeurs réelles positives, alors les réseaux QHN correspondent aux réseaux de Hopfield continus (CHN). Ainsi, le recours aux neurones quantifiés nous permet de garder la même capacité de mémorisation (équation 3.24) pour un réseau ayant une taille plus faible que le réseau original mis en place par Hopfield.

4.1.2 Minimisation de la fonction d'énergie d'un réseau de Hopfield quantifié

Dans son article initial de 1999, Matsuda [160] montra qu'un réseau QHN converge vers un minimum – local ou, possiblement, global – de la fonction d'énergie. En effet, comme dans les réseaux classiques binaires ou continus de Hopfield, la fonction d'énergie, $E : \prod_i \{m_i, \dots, M_i\} \rightarrow R$, d'un réseau quantifié est définie selon l'équation :

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j w_{ij} x_i x_j - \sum_i h_i x_i \quad (4.2)$$

La propriété la plus importante de la fonction d'énergie, une fonction de Lyapunov, dans des réseaux de Hopfield classiques est la minimisation de cette fonction qui décroît en fonction du temps selon $\Delta E \leq 0$ pour un réseau binaire et $dE/dt \leq 0$ pour un réseau continu et, à l'équilibre, converge vers un état stationnaire stable ou asymptotiquement stable au sens de Lyapunov. Sans vouloir nous attarder sur la démonstration effectuée

par l'auteur et dont nous renvoyons les lecteurs à consulter la référence [160], Matsuda démontra que la fonction d'énergie de l'équation (4.2) est continuellement décroissante et converge, à l'équilibre, vers un minimum local ou global et est applicable aux problèmes d'optimisation combinatoire. Mais quel serait le lien entre les réseaux de Hopfield classiques et la variante des réseaux quantifiés ?

4.1.3 Relation entre réseau quantifié et réseau continu de Hopfield

Les travaux originaux de Hopfield [117] ont démontré que le changement d'état d'un réseau continu s'effectue comme le roulement d'une bille le long de la surface d'énergie associée au problème d'optimisation à résoudre. Par analogie, Matsuda [160] démontra que les changements d'état associés au réseau quantifié agissent comme «une grenouille» sautant vers le bas le long des mailles d'un filet de pêche. Ces mailles représentent la surface d'énergie le long de laquelle les solutions potentielles et admissibles se trouvent.

Nous savons, des travaux originaux de Hopfield [117], qu'un réseau continu peut faire la mise à jour des valeurs de tous ses neurones immédiatement (modèle synchrone) ou effectuer une mise à jour pour chaque neurone de manière aléatoire (modèle asynchrone) selon les équations :

$$\frac{du_i}{dt} = \sum_j w_{ij} x_j + h_i, \text{ avec } w_{ij} = w_{ji}$$

$$x_i = g_i(u_i) = \frac{1}{2}(M_i - m_i + 1) \left(1 + m_i + \tanh\left(\frac{u_i}{T}\right) \right) \in [m_i, M_i]$$

où u_i , $x_i \in [0,1]$ et h_i représentent la valeur interne, la valeur de sortie et le biais du neurone i , respectivement. De plus, w_{ij} est le poids synaptique de connexion entre les

neurones j et i ($w_{ii} \neq 0$, dans le cas général), g_i est la fonction de sortie du neurone i et est représentée par une fonction sigmoïdale variant selon l'intervalle $[m_i, M_i]$ et, finalement, T est une constante. De plus, l'état \vec{x} d'un réseau de N neurones est donné par : $\vec{x} = (x_1, \dots, x_N) \in \prod_i [m_i, M_i]$ et nous savons que :

$$\frac{du_i}{dt} = \sum_j w_{ij} x_j + h_i = \frac{\partial E}{\partial x_i}(x) \quad (4.3)$$

Nous voyons dans l'équation (4.3), ci-dessus, que la valeur de sortie x_i du neurone i est définie comme la sortie de la valeur interne u_i d'une fonction monotoniquement croissante g_i dont le changement d'état de chaque neurone varie en fonction de la pente de la surface d'énergie et de l'état actuel du neurone considéré. En nous référant à l'équation (4.1), chaque neurone d'un réseau quantifié détermine son état futur potentiel à partir de la pente de la surface d'énergie une demie-étape plus loin, plutôt que de se baser sur l'état actuel du neurone devant effectuer sa mise à jour. Cette procédure, affirme Matsuda [160], garantit la minimisation de l'énergie vers un puit de potentiel, mais nous oblige à clarifier la dynamique d'une telle approche qui dépendra de la valeur du poids de l'auto connexion du neurone sur lui-même.

- Cas où $w_{ii} = 0$:

Avec cette condition pour le poids de l'auto connexion, la règle de transition visualisée à l'équation (4.1), plus haut se réduit à l'équation (4.4) plus bas dans laquelle nous remarquons que la prochaine valeur de l'état du neurone dépendra seulement de la pente de la surface d'énergie à l'état actuel. Cela se conçoit aisément lorsque nous visualisons la surface de la fonction d'énergie telle que présentée sur la figure 12, plus bas.

$$\Delta x_i = \begin{cases} 1, & \left(\sum_j w_{ij} x_j + h_i > 0, \text{ et } x_i \neq M_i \right) \\ -1, & \left(\sum_j w_{ij} x_j + h_i < 0, \text{ et } x_i \neq m_i \right) \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.4)$$

Sur cette figure 12, la fonction d'énergie est linéaire et décroissante de manière à ce que l'état du neurone une demie-étape plus loin est identique à l'état actuel. En outre, nous comprenons que la valeur du neurone ne change pas. Aussi cette transition est-elle assurée si et seulement si nous avons l'un des cas suivants :

$$\begin{aligned} & \sum_j w_{ij} x_j + h_i > 0 \text{ et } x_i = M_i \\ & \sum_j w_{ij} x_j + h_i < 0 \text{ et } x_i = m_i \\ & \sum_j w_{ij} x_j + h_i = 0 \end{aligned}$$

- Cas où $w_{ii} < 0$:

Dans le cas d'une auto connexion à valeur négative, notons que les deux (2) premières conditions de l'équation de transition (4.1) se produisent simultanément. Cette condition signifie que : $-w_{ii}/2 < \sum_j w_{ij} x_j + h_i < w_{ii}/2$. Or nous voyons là une contradiction dans la mesure où $w_{ii} < 0$. Aussi, supposons que les deux (2) premières conditions de l'équation de transition (4.1) n'arrivent pas simultanément, dans ce cas, l'équation de transition se réduit à $w_{ii}/2 \leq \sum_j w_{ij} x_j + h_i \leq -w_{ii}/2$ et par conséquence elle peut être matérialisée (équation 4.1) simplement selon :

$$\left| \sum_j w_{ij} x_j + h_i \right| \leq \left| \frac{w_{ii}}{2} \right| \quad (4.5)$$

Cette matérialisation (équation 4.5) de l'équation initiale (équation 4.1) permet une transition adéquate dont $\Delta x_i = 0$ si et seulement si l'une des conditions suivantes se réalise :

$$\sum_j w_{ij} x_j + h_i + \frac{w_{ii}}{2} > 0 \text{ et } x_i = M_i$$

$$\sum_j w_{ij} x_j + h_i - \frac{w_{ii}}{2} < 0 \text{ et } x_i = m_i$$

$$\left| \sum_j w_{ij} x_j + h_i \right| \leq \left| \frac{w_{ii}}{2} \right|$$

Dans ce cas, la section partielle de la fonction d'énergie est une courbe quadratique dont la transition d'état est illustrée sur la figure 13. Notons que $w_{ii} < 0$ arrive dans plusieurs problèmes d'optimisation combinatoire.

- Cas où $w_{ii} > 0$:

Si les deux premières conditions de l'équation (4.1) se produisent simultanément, alors la contradiction soulevée dans le cas où $w_{ii} < 0$ apparaît, à nouveau. Rappelons que cette contradiction est représentée par l'équation : $-w_{ii}/2 < \sum_j w_{ij} x_j + h_i < w_{ii}/2$.

Toutefois cette contradiction n'en ait pas une dans le cas présent car $w_{ii} > 0$. Par conséquent, la transition présentée par l'équation (4.1) permet l'une ou l'autre des conditions suivantes $\Delta x_i = 1$ ou $\Delta x_i = -1$ qui, représentent une indétermination comme illustrée sur la figure 14 de la page suivante.

Si aucune des deux (2) premières conditions de l'équation (4.1) ne se produit. Cela entraîne que $w_{ii}/2 \leq \sum_j w_{ij} x_j + h_i \leq -w_{ii}/2$ qui est une contradiction puisque $w_{ii} > 0$.

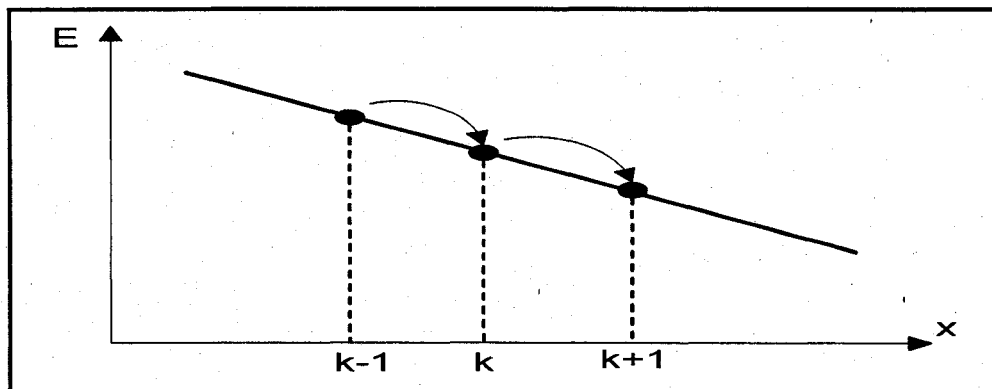


Figure 12 État transitoire d'un réseau quantifié pour $w_{ii} = 0$ [160]

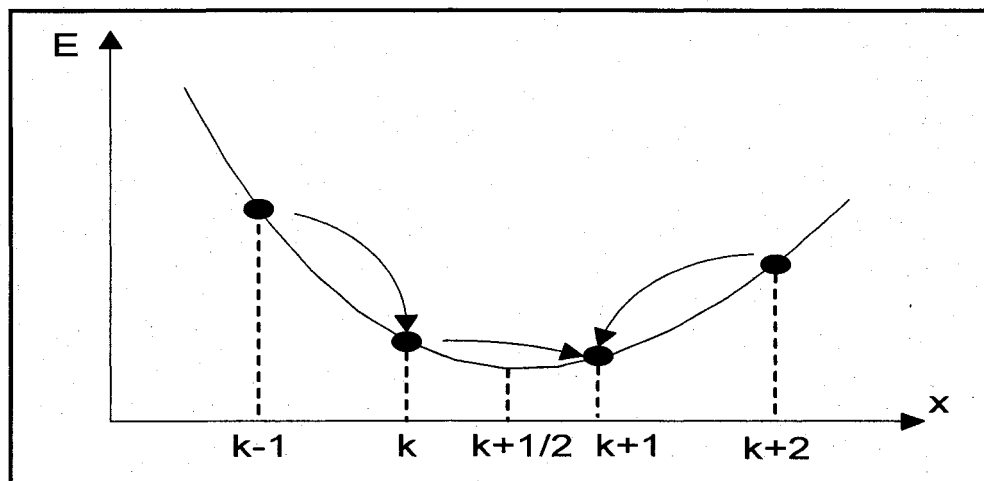


Figure 13 État transitoire d'un réseau quantifié pour $w_{ii} < 0$ [160]

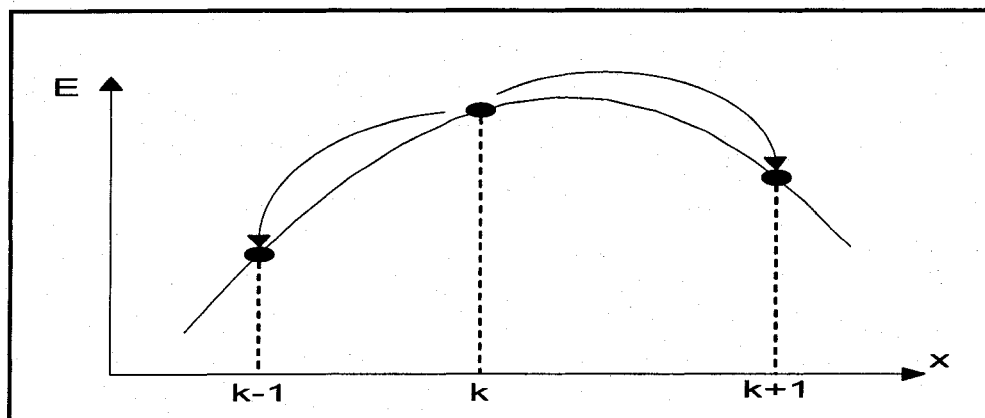


Figure 14 État transitoire d'un réseau quantifié pour $w_{ii} > 0$ [160]

Ainsi, il n'y aura pas de transition possible si et seulement si l'une des conditions suivantes se réalise :

$$\begin{aligned} \sum_j (w_{ij}x_j + h_i) + \frac{w_{ii}}{2} > 0 \quad \text{et } x_i = M_i \\ \sum_j (w_{ij}x_j + h_i) - \frac{w_{ii}}{2} < 0 \quad \text{et } x_i = m_i \end{aligned}$$

En conséquence, les valeurs des neurones pourront être égales à m_i ou à M_i .

4.1.4 Relation entre réseau quantifié et réseau binaire de Hopfield

Un neurone quantifié, i , ayant $m_i = 0$ (valeur minimale) et $M_i = 1$ (valeur maximale) s'avère être un neurone binaire avec $x_i \in \{0,1\}$. Par conséquent, les réseaux quantifiés peuvent être appliqués aux problèmes d'optimisation combinatoire de type 0/1 et à ceux traitant des nombres entiers. En outre, lorsque $w_{ii} = 0$, l'équation de transition (procédure de mise à jour) du neurone quantifié devient égale à celle d'un neurone associé à un réseau de Hopfield classique et s'écrit :

$$\Delta x_i = \begin{cases} 1, & \left(\sum_j w_{ij}x_j + h_i > 0 \text{ et } x_i = M_i = 0 \right) \\ -1, & \left(\sum_j w_{ij}x_j + h_i < 0 \text{ et } x_i = m_i = 1 \right) \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.6)$$

Même si nous arrivons toujours à minimiser l'énergie associée à cette fonction avec un réseau quantifié dont $w_{ii} \neq 0$, cela n'est pas vrai pour un réseau binaire si $w_{ii} \neq 0$ [117].

De plus, pour un réseau binaire ayant une connexion synaptique lorsque $w_{ii} < 0$, l'énergie peut augmenter et osciller en fonction du temps. Dans l'autre cas, l'existence d'une connexion $w_{ii} > 0$ permet au réseau binaire de converger vers un équilibre qui n'est pas un minimum même si la fonction d'énergie associée à ce type de réseau n'augmente pas. Or, les réseaux binaires ont été générés à partir de plusieurs problèmes d'optimisation combinatoire ayant des autos connexions $w_{ii} \neq 0$ qui, malheureusement, ne peuvent résoudre ce type de problèmes. Ce fait semble montrer la puissance des réseaux quantifiés au détriment des réseaux binaires mais, pour Matsuda [160], il n'existe aucune différence pratique entre ces deux (2) types de réseaux de Hopfield.

Les réseaux de Hopfield pour plusieurs problèmes d'optimisation combinatoire ont des connexions synaptiques dont, en général, $w_{ii} \neq 0$. Pour résoudre ces problèmes avec un réseau binaire, Matsuda proposa de remplacer $(x_i)^2$ par x_i dans la représentation neuronale (énergie) du problème. Cette modification fait en sorte que $w_{ii} = 0$ mais elle ne change pas l'énergie d'un réseau binaire car $(x_i)^2 = x_i$ pour $x_i \in \{0,1\}$ et garantit la minimisation de l'énergie. Par conséquent, il est possible d'utiliser un réseau binaire modifié pour résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire. Matsuda [160] fit la même démonstration en utilisant les poids synaptiques de connexion pour conclure qu'un réseau binaire ayant des poids modifiés se comporte exactement comme un réseau quantifié dont les connexions sont différentes de zéro. Ainsi, lorsque nous devons résoudre les problèmes d'optimisation combinatoire de type 0/1, les réseaux binaires quand nous avons $w_{ii} = 0$ peuvent obtenir les mêmes résultats que les réseaux quantifiés dont $w_{ii} \neq 0$.

4.2 Simulations et concept de fluctuation

La mise en place de cette variante des réseaux de Hopfield permit à Matsuda de contourner la capacité de mémorisation d'un réseau de Hopfield qui est intimement liée à la taille du réseau initial. En effet, lorsque nous appliquons un réseau quantifié aux problèmes d'optimisation combinatoire, nous sommes capables de diminuer le nombre de neurones et, par conséquent, nous attendre à ce que le réseau QHN obtienne des solutions optimales ou quasi-optimales beaucoup plus rapidement que les réseaux classiques de Hopfield.

4.2.1 Simulations des réseaux quantifiés

En appliquant les réseaux quantifiés de Hopfield au problème de Hitchcock, Matsuda [160] obtint des résultats qui méritent une attention particulière. Le problème de Hitchcock est un classique du domaine de l'optimisation combinatoire en nombres entiers. À partir de l'existence de plusieurs fournisseurs détenant des produits finis en stock et la présence de clients (consommateurs) ayant besoin de ces items, le problème de Hitchcock consiste à déterminer le flux permettant l'acheminement des biens des fournisseurs aux destinataires (clients) en minimisant les coûts de transport.

Les tests effectués par Matsuda [160] sur les trois (3) types de réseaux de Hopfield et réalisés sur plus de mille simulations donnèrent des résultats répertoriés sur les tableaux VI et VII. Sans vouloir nous attarder sur la nature de ces simulations, soulignons que les résultats présentés au tableau VI se focalisent sur l'obtention de solutions faisables. Une solution faisable est une solution appartenant à l'espace de recherche et vérifiant toutes les contraintes sans être la meilleure solution – c'est-à-dire la solution dont l'énergie est minimale. Le tableau VII met l'accent sur l'obtention des solutions ayant les énergies les plus basses. Dans les deux (2) cas, l'auteur détermina la valeur des paramètres de sa

fonction par essais et erreurs. De plus, Matsuda [177] a défini un taux moyen de l'erreur admissible déterminé par l'équation (4.7) présentée ci-après :

$$\text{erreur moyenne (\%)} = \left(\frac{(\text{coût moyen obtenu}) - (\text{coût minimum})}{(\text{coût minimum})} \right) * 100 \quad (4.7)$$

Dans le tableau VI, nous remarquons que toutes les approches des réseaux de Hopfield classiques ou quantifiés arrivent toujours à déterminer une solution faisable (100 % du temps) alors que la convergence vers un optimum est nulle (0 % du temps).

De surcroît, le tableau VI indique qu'il n'existe pas une grande différence entre le nombre de solutions faisables obtenues par l'une ou l'autre des méthodes de résolution. L'attrait de ce tableau repose sur la différence des temps de résolution (temps de convergence) nécessaires à l'obtention de solutions faisables. Nous voyons une différence de l'ordre de 10 à 100 fois plus de temps pour que les réseaux de Hopfield classiques obtiennent une solution faisable en comparaison au réseau quantifié.

Au niveau du Tableau VII, l'une des premières constatations est que le réseau continu trouve plus fréquemment des solutions optimales (27.5 %) et converge toujours vers des solutions faisables (100 %) en comparaison au réseau binaire ou quantifié. Il est possible de voir que le réseau quantifié détermine 0.61 % du temps une solution faisable et prend le même temps pour déterminer l'optimum. La proportion est légèrement supérieure pour un réseau binaire. En revanche, même si l'optimum est trouvé plus régulièrement, le réseau CHN a besoin de 30 fois plus de temps (en moyenne) qu'un réseau quantifié car il prend plus de temps pour chaque simulation correspondant à une initialisation aléatoire de l'état de départ des neurones. Ce rapport est de 50 pour 1 lorsque nous comparons les réseaux binaires aux réseaux quantifiés.

Tableau VI

Résultats de simulations
du problème de Hitchcock pour des solutions faisables [160]

	<i>Variantes des réseaux de Hopfield</i>		
	Réseau BHN	Réseau CHN	Réseau QHN
Taux de convergence vers une solution faisable (%)	100	100	100
Taux de convergence vers l'optimum (%)	0	0	0
Taux d'erreur moyen des solutions faisables obtenues (%)	66,80	63,30	65,80
Ratio du temps de convergence	76,80	115,00	1
Ratio du temps de convergence vers une solution faisable	76,8	115,00	1

Tableau VII

Résultats de simulations
du problème de Hitchcock pour des solutions optimales [160]

	<i>Variantes des réseaux de Hopfield</i>		
	Réseau BHN	Réseau CHN	Réseau QHN
Taux de convergence vers une solution faisable (%)	0,95	100	0,61
Taux de convergence vers l'optimum (%)	0,95	27,5	0,61
Taux d'erreur moyen des solutions faisables obtenues (%)	0	9,32	0
Ratio du temps de convergence	87,30	1652,50	1
Ratio du temps de convergence vers une solution faisable	56,00	10,10	1
Ratio du temps de convergence vers une solution optimale	56,00	36,60	1

Ces tableaux (tableaux VI et VII) ont servi à l'auteur à démontrer le temps de résolution permettant l'obtention d'une solution optimale ou quasi optimale et non la fréquence avec laquelle des solutions faisables ou optimales peuvent être obtenues. Ainsi, nous voyons sur les tableaux VI et VII que ce temps de convergence est relativement petit pour un réseau quantifié par rapport à l'un des deux réseaux traditionnels de Hopfield. Ainsi, Matsuda [160] montra la rapidité de convergence avec un réseau quantifié au détriment d'un réseau classique préalablement utilisé. De plus, à mesure que la taille du problème initial va croître, la différence du temps de résolution va s'accroître entre les réseaux quantifiés et classiques. La méthode de résolution d'un problème d'optimisation combinatoire par réseau quantifié permet d'obtenir des solutions optimales ou proches de l'optimum plus rapidement et concourt à l'un de nos objectifs qui porte sur le temps de résolution; de plus, nous nous focalisons sur les matrices incidentes binaires de grande taille et sommes particulièrement intéressés par cette variante. Toutefois il nous faut comprendre pourquoi le pourcentage de solutions optimales trouvées (0.61 %) est si faible ?

4.2.2 Les réseaux quantifiés et fluctuants de Hopfield

L'enseignement majeur du Tableau VII est la rapidité avec laquelle nous sommes capables d'obtenir des solutions optimales avec le réseau quantifié aux dépens des approches classiques des réseaux de Hopfield. Toutefois le tableau VII montre que les réseaux quantifiés obtiennent ces solutions optimales moins de 1% du temps. Nous savons qu'en général l'une des carences des réseaux de Hopfield est leur tendance à être emprisonnée dans un minimum (optimum) local d'énergie. Plusieurs approches pour éliminer cette lacune furent mises en place, notamment le couplage entre un réseau de Hopfield et l'approche du recuit simulé, par exemple, qui donna naissance à la «*machine de Boltzmann*». Ces approches permirent d'obtenir de bonnes solutions, mais elles s'effectuaient dans un temps beaucoup trop long et ne traduisaient pas le compromis tant recherché, à savoir la qualité de la solution obtenue versus le temps de convergence. Or

notre approche tente de résoudre des problèmes industriels manipulant des matrices incidentes binaires de grande taille et s'inscrit dans l'optique nous obligeant à établir, hors de tout doute, cet arbitrage.

Nous avons vu à la section 4.1.1 (§ 4.1.1) que les réseaux quantifiés convergent à l'équilibre vers un minimum de la fonction d'énergie en utilisant l'équation (4.1) comme processus de mise à jour. En outre, nous avons vu que Matsuda démontra que cette transition est déterminée par la pente de la surface d'énergie, une demie-étape plus loin de l'état actuel dans lequel se trouve le neurone devant effectuer sa mise à jour. Matsuda [160] qualifia ce procédé de «*prudent*» et généralisa cette équation de transition (équation 4.1) selon la nouvelle formulation suivante :

$$\Delta x_i = \begin{cases} 1, & \left(\text{si } \sum_j w_{ij} x_j + h_i + c w_{ii} > 0 \text{ et } x_i \neq M_i \right) \\ -1, & \left(\text{si } \sum_j w_{ij} x_j + h_i - c w_{ii} < 0 \text{ et } x_i \neq m_i \right) \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4.8)$$

pour $c \geq 0$, examinons ce qui se passerait dans le cas où l'état transitoire est déterminé par la pente de la surface d'énergie moins d'une demie-étape plus loin de l'état actuel d'une part – c'est-à-dire que $c < 1/2$, ou lorsqu'il est (état de transition) à plus d'une demi-étape de l'état actuel $c > 1/2$.

En général, $w_{ii} < 0$ arrive régulièrement dans plusieurs problèmes d'optimisation combinatoire, considérons le cas où $w_{ii} < 0$ et $c < 1/2$ dans lequel l'état transitoire est déterminé par la pente de la surface d'énergie moins d'une demi-étape plus loin que l'état actuel du réseau quantifié. Dans ce cas, si $\sum_j w_{ij} x_j + h_i + w_{ii}/2 > 0$ alors

$\sum_j w_{ij}x_j + h_i + cw_{ii} > 0$. De la même manière, si $\sum_j w_{ij}x_j + h_i - w_{ii}/2 < 0$ alors $\sum_j w_{ij}x_j + h_i - cw_{ii} < 0$. Par conséquent, si une transition a lieu lorsque $\Delta x_i \neq 0$ selon l'équation (4.1), alors la même transition aura lieu selon l'équation (4.8). De la même manière, si ni $\sum_j w_{ij}x_j + h_i + w_{ii}/2 > 0$ ni $\sum_j w_{ij}x_j + h_i - w_{ii}/2 < 0$, il n'y aura pas de transition d'état de l'équation (4.1) vers $\sum_j w_{ij}x_j + h_i - w_{ii}/2 < 0$ et cela empêcherait la fonction d'énergie de croître.

Ainsi, $\sum_j w_{ij}x_j + h_i + cw_{ii} > 0$ ou $\sum_j w_{ij}x_j + h_i - cw_{ii} < 0$ entraînerait un accroissement de l'énergie selon l'équation (4.8) comme nous pouvons le visualiser sur la figure 15 (ci-dessous).

Dans le cas où $\sum_j w_{ij}x_j + h_i + cw_{ii} > 0$ et $c > 1/2$, le même état transitoire se produirait. De plus, si les deux (2) premières conditions de l'équation (4.8) se produisent – c'est-à-dire $-cw_{ii} < \sum_j w_{ij}x_j + h_i < cw_{ii}$ – alors, il y a une contradiction fondamentale dans la mesure où le changement d'état ne pourrait simultanément être égal à +1 et à -1. Cependant si $w_{ii} > 0$ alors ce cas est valide et une transition d'état se produira. Par analogie, comme pour l'équation de mise à jour (équation 4.1) d'un réseau quantifié, la transition déterminée selon l'équation (4.8) est déterministe si $w_{ii} < 0$ et non déterministe si $w_{ii} > 0$.

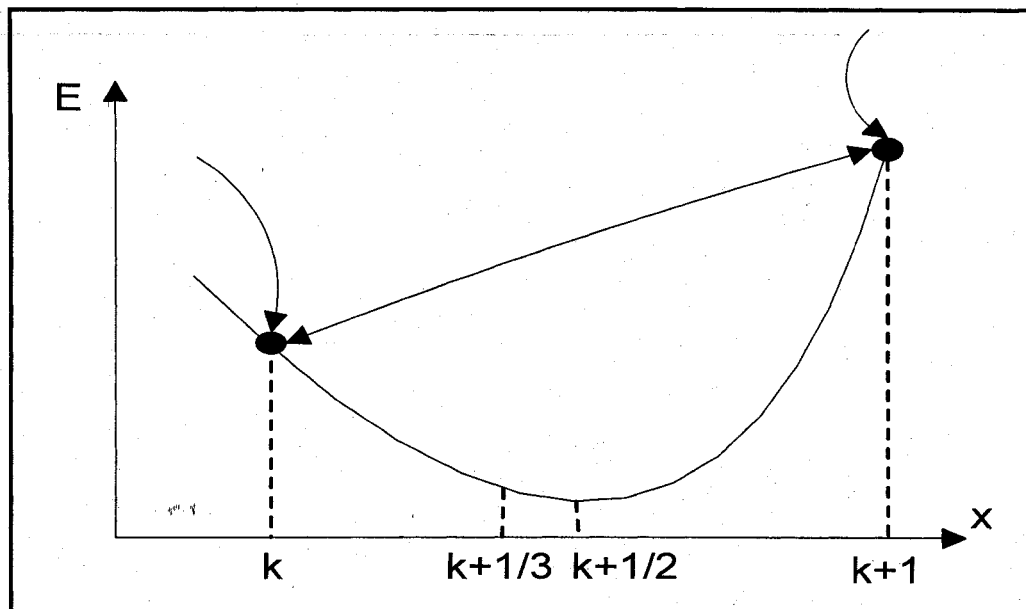


Figure 15 État transitoire d'un réseau quantifié et fluctuant pour $w_{ii} < 0$ [160]

Tableau VIII

Résultats de simulations
du problème de Hitchcock pour toutes les variantes [160]

	<i>Hopfield traditionnels</i>		<i>Hopfield quantifiés et +</i>	
	BHN	CHN	QHN	QFHN
Taux de convergence des simulations (%)	100	100	100	98
Taux de convergence vers une solution faisable (%)	0,95	100	0,61	98
Taux de convergence vers une solution optimale (%)	0,95	27,50	0,61	76,10
Taux d'erreur moyen des solutions obtenues (%)	0	9,32	0	0,58
Temps de convergence (secondes)	24,90	472,10	0,29	1
Temps de convergence vers une solution faisable (secondes)	2571,40	462,80	45,90	1
Temps de convergence vers une solution optimale (secondes)	1996,90	1304,60	35,70	1

Ainsi, Matsuda [160] définit qu'un état transitoire qui n'est pas permis lorsque $c = 1/2$ mais est autorisé quand $c \neq 1/2$ s'appelle une «*fluctuation quantifiée*» et, un réseau quantifié fonctionnant avec une «*fluctuation quantifiée*» s'appelle un *réseau de Hopfield quantifié et fluctuant* et est abrégé QFHN. Aussi, sommes-nous en droit de nous demander à quoi sert la fluctuation ? Matsuda [160] démontra que la fluctuation permet au réseau quantifié et fluctuant de s'échapper d'un minimum local d'énergie et de converger vers un minimum global, c'est-à-dire d'atteindre la solution optimale ou quasi optimale avec la même rapidité. Il peut y avoir des variantes à la fluctuation de l'équation (4.8) et ce serait, par exemple, l'introduction d'une variable stochastique qui permettrait au réseau d'être similaire à un couplage : réseau de Hopfield et recuit simulé.

Matsuda [160] vérifia aussi les cas où $w_{ii} < 0$ et $c > 1/2$ ou encore celui avec $w_{ii} > 0$ et $c < 1/2$ pour constater que l'énergie diminuait constamment. Cependant le réseau ne converge pas toujours vers un équilibre correspondant à une énergie minimale.

Dans les simulations dont les résultats sont présentés sur le tableau VIII vu précédemment, le facteur de fluctuation fut fixé à $c = 0,3$. Matsuda remarqua qu'une légère fluctuation ne permet pas toujours au réseau quantifié de s'échapper d'un minimum local et ce constat est vrai lorsque la fluctuation est beaucoup plus importante ($0 < c \ll 1/2$). Le réseau quantifié et fluctuant obtient 76,1 % de solutions optimales et excède les 27,5 % obtenus par le réseau continu alors que le réseau quantifié seul n'obtenait qu'un maigre 0,61 %. De plus, l'erreur moyenne des solutions faisables obtenues avec un réseau quantifié et fluctuant est de seulement 0,58%, ce qui montre une meilleure convergence pour ce type de réseau. Toutefois la convergence des réseaux quantifiés et fluctuants n'est pas toujours garantie et malgré cet inconvénient, le réseau QFHN converge 98 % du temps vers une solution faisable. En outre, le temps de résolution est 3,4 fois (en moyenne) plus lent avec un QFHN qu'avec un QHN – déterminé en divisant $1/0,29$ – alors qu'il est bien plus rapide lorsqu'il est comparé au

temps de résolution des réseaux traditionnels binaires ou continus de Hopfield. En conséquence, comme le réseau quantifié et fluctuant obtient des solutions optimales ou quasi optimales très fréquemment (voir le tableau VIII), cela justifie le choix de ce type de réseau comme outil de résolution aux problèmes de mise en place des ateliers de fabrication flexibles.

4.3 Avantages, inconvénients et applications des réseaux QFHN

Pour terminer ce chapitre portant sur les réseaux de Hopfield quantifiés et fluctuants, nous nous attarderons sur les quelques avantages préalablement énumérés et sur les applications pratiques disponibles dans la littérature courante.

4.3.1 Avantages et inconvénients des réseaux quantifiés et fluctuants

Nous avons vu que la «*fluctuation quantifiée*» améliore la qualité des solutions faisables obtenues et permet au réseau QFHN d'obtenir des solutions optimales ou quasi optimales beaucoup plus rapidement que les méthodes utilisant les réseaux classiques binaires (CHN), continus (CHN) et même quantifié sans «*fluctuation*» (QHN).

L'état transitoire des réseaux de Hopfield classiques est déterministe et le point de convergence dépend des valeurs initiales de tous les neurones. Le choix des valeurs initiales sera faite de manière aléatoire dans la suite de nos travaux. Toutefois les résultats de simulation prouvent que le point de convergence d'un réseau QFHN ne dépend pas beaucoup des valeurs initiales des neurones alors que son état transitoire est également déterministe.

Aussi, tout comme les réseaux classiques de Hopfield, les réseaux de type Matsuda [160] peuvent-ils ne pas converger vers une solution faisable.

4.3.2 Applications des réseaux de Hopfield quantifiés et fluctuants

Les applications des réseaux quantifiés sont inexistantes dans le domaine manufacturier. Outre Matsuda [160] qui introduisit le concept avec un exemple théorique – l'exemple de Hitchcock – la véritable application répertoriée dans la littérature contemporaine est celle qui a été publiée par Nourelfath et Nahas [161] qui s'est appliquée au domaine de la fiabilité et de la sécurité des systèmes industriels.

Dans leur recherche, Nourelfath et Nahas appliquèrent les réseaux de Hopfield quantifiés pour déterminer le type de composantes d'un système en série soumis à une contrainte de budget et à des contraintes intrinsèques au problème à résoudre dont l'objectif était de maximiser la fiabilité. Nous recommandons aux lecteurs la référence [161] afin d'avoir un meilleur aperçu de la nature des recherches menées par ces auteurs. Issu du domaine de la fiabilité, le résumé de ces recherches n'est pas détaillé dans cette thèse.

4.4 Conclusion des réseaux de Hopfield quantifiés et fluctuants

Notons, dans la conclusion de ce chapitre que toutes les applications sont de même type puisqu'elles conduisent à des problèmes de programmation linéaire en nombres entiers. En effet, appliquer le modèle des réseaux de neurones quantifiés et fluctuants – donc des réseaux de type «*Matsuda*» – à la fiabilité comme messieurs Nourelfath et nahas ou à la formation cellulaire comme nous le faisons dans cette recherche revient, simplement, à utiliser ce type de réseau chaque fois que nous pouvons modéliser le problème à résoudre par un modèle de programmation linéaire en nombres entiers.

L'état de transition mis en place dans l'équation (4.1) par Matsuda [160] peut s'appliquer en autant que nous fonctionnons avec un des réseaux traditionnels binaires ou continus ou si nous décidons d'y aller avec des réseaux de types «*Matsuda*». Cette

précision nous permet d'aborder la méthodologie mise en place pour la formation cellulaire des problèmes de grande taille comme nous allons vous présenter dans le chapitre suivant.

CHAPITRE 5

CONCEPTION OPTIMALE DES CELLULES DE FABRICATION FLEXIBLES

Nous avons présenté, dans les chapitres précédents, l'état de l'art ainsi que les techniques de conception des systèmes manufacturiers cellulaires. De surcroît, les notions sur les réseaux de Hopfield furent abordées afin de donner aux lecteurs une vision systémique et une meilleure compréhension des aspects et/ou concepts fondamentaux qui seront mis à contribution dans la suite de cette thèse.

Ainsi, la «*conception optimale des cellules de fabrication flexibles*» s'amorcera par une brève remise en situation des problèmes de formation cellulaire qui sont basés sur les principes de la TG [3]. La méthodologie de résolution proposée matérialisée par une heuristique de formation cellulaire des problèmes de grandes tailles [162] et menant à l'obtention d'une configuration des ateliers de fabrication suivra. Cette heuristique est constituée de trois (3) étapes dont la première permet de sélectionner le meilleur cheminement de fabrication en nous focalisant sur les coûts de production. Puis nous procédons à la formation des cellules flexibles par l'usage d'une approche hybride combinant tour à tour un réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» et une méthode d'optimisation locale matérialisée par la «*recherche avec les tabous*» afin d'améliorer la solution obtenue. L'ultime phase de cette approche permet d'établir des arbitrages – c'est-à-dire d'identifier le meilleur choix possible entre la duplication (ou dédoublement) des équipements, le recours à la sous-traitance ou le maintien du statu quo – selon l'existence ou non des mouvements intercellulaires.

Durant le processus de mise en place des ateliers de fabrication flexibles qui représente le cœur de nos recherches, nous en profiterons pour faire ressortir les diverses contributions que nous avons apportées à notre domaine d'expertise et qui ouvriront la

voie à la présentation des résultats obtenus des problèmes industriels de grande taille résolus par notre approche hybride.

5.1 Rappel des problèmes de formation cellulaire

La conception des cellules dynamiques de production renvoie à l'organisation physique des équipements industriels permettant de favoriser le flux de production et de minimiser, voire éliminer la manutention. Or un aménagement cellulaire implique la formation de familles de produits et le regroupement des machines en cellules industrielles.

Ainsi, une famille de pièces désigne un ensemble de biens manufacturés présentant des attributs communs ou des similitudes identiques tant au niveau de la conception que durant le processus de fabrication. De même, une cellule manufacturière est composée de plusieurs machines hétérogènes physiquement disposées les unes à proximité des autres et consacrées à la production d'une famille ou d'une gamme très limitée de familles de produits.

En nous basant sur la matrice incidente initiale des Tableaux IX et X, l'aménagement cellulaire consiste à identifier une matrice diagonale de blocs dont tous les coefficients non nuls se retrouveraient, idéalement, le long de la diagonale principale. Contrairement au Tableau IX, le Tableau X est plus proche de la réalité et indique qu'il est quasi impossible d'obtenir une matrice diagonale de blocs parfaite comme celle du Tableau IX. Des transferts intercellulaires, aussi appelés éléments exceptionnels (EE), demeurent après identification ou obtention de la matrice diagonale de blocs identifiant les cellules manufacturières obtenues. Sur les Tableaux IX et X, nous avons obtenu deux (2) cellules manufacturières composées des machines #1 et #4, dans la première cellule alors que la seconde est composée des machines #2, #3 et #5.

Tableau IX

Matrice initiale et identification parfaite
des blocs diagonaux

		Pièces						
		1	2	3	4	5	6	7
Machines	1		1		1	1	1	
	2	1		1				
	3	1		1				1
	4		1		1		1	
	5	1						1

a) Matrice incidente initiale

		Familles de pièces						
		2	4	5	6	1	3	7
Cellules	1	1	1	1	1			
	4	1	1		1			
	2					1	1	
	3					1	1	1
	5					1		1

b) Cellules manufacturières

Tableau X

Matrice initiale et identification imparfaite
des blocs diagonaux

		Pièces						
		1	2	3	4	5	6	7
Machines	1		1		1	1	1	
	2	1		1				
	3	1		1				1
	4		1		1		1	
	5	1				1		1

a) Matrice incidente initiale

		Famille de pièces						
		2	4	5	6	1	3	7
Cellules	1	1	1	1	1			
	4	1	1		1			
	2					1	1	
	3					1	1	1
	5			1		1		1

b) Cellules manufacturières

Sur le Tableau IX, la première cellule est conçue pour produire les items #2, #4, #5 et #6 représentant la première famille de pièces alors que la seconde cellule composée des machines #2, #3 et #5 est dédiée à la fabrication des items #1, #3 et #7. De même, le Tableau IX indique qu'il n'existe aucun transfert intercellulaire contrairement à la seconde situation (Tableau X) où le regroupement des machines en cellules industrielles est identique tout comme la composition des familles de produits. Cependant il existe deux transferts intercellulaires identifiés par les pièces #5 et #6, appartenant à la première famille de produits et censées être produites par la cellule #1, et désignées comme des produits exceptionnels. Ces produits nécessitent un traitement additionnel sur les machines #3 et #5 regroupées dans la seconde cellule qui, elle, est assignée à la production des pièces #1, #3 et #7. Ces produits #5 et #6, causant les transferts intercellulaires, sont désignées comme des EE alors que les machines #3 et #5 sont considérés comme des machines du goulot d'étranglement.

L'identification de la structure diagonale de blocs permettant de visualiser le regroupement des machines en cellules industrielles et la composition des diverses familles de pièces est une tâche facile lorsque les matrices incidentes sont de petites tailles. Or lorsque nous faisons face à une matrice ayant plus d'une trentaine de machines et plus de 70 pièces (comme ce sera le cas plus loin dans cette thèse), cette identification directe devient une tâche ardue, voire impossible. Notre sujet de recherche se focalisant sur ce dernier type de matrice binaire incidente initiale, il est nécessaire de résoudre ce problème dans un temps relativement acceptable. Aussi la méthodologie à laquelle nous sommes parvenus et qui est présentée ci-après nous a permis-t-elle d'atteindre nos objectifs de résolution non seulement sur le plan de la qualité des solutions générées mais aussi par rapport au temps de résolution ou temps de convergence permettant d'identifier la meilleure configuration cellulaire potentielle.

5.2 Heuristique globale utilisée pour la formation cellulaire

La mise en place des ateliers flexibles de production décrite ci-dessus et discutée tout au long du chapitre 2 est un problème de type «*NP-difficile*». Ce type de problème est difficile à résoudre à cause du nombre de solutions faisables qui croît de manière exponentielle et dépend, fortement, de la taille du problème initial. Ainsi, l'équation (2.1) formulée par Lee et Garcia-Diaz [71] comme :

$$\text{Solutions Faisables} = \sum_{R=1}^K \left(\frac{R^K}{R!} \right)$$

donne un ordre de grandeur des solutions faisables potentielles pour un problème dont le nombre de cellules manufacturières à obtenir est inconnu. En outre, nos recherches se sont focalisées sur des problèmes industriels dont la taille de la matrice incidente initiale est relativement importante.

Devant une telle situation, quelle serait la meilleure approche de résolution nous permettant de solutionner le problème ainsi énoncé ?

La réponse à cette question se résume dans la méthodologie que nous vous présentons ci-dessous et qui prend en compte certains paramètres industriels importants qui sont préalablement présentés dans les hypothèses de recherche suivantes.

5.2.1 Hypothèses de recherche

Afin de permettre aux lecteurs de mieux saisir les contours de la mise en place de notre approche générale, nous rappelons certaines hypothèses essentielles facilitant sa compréhension. Cette recherche fut conçue dans le but de répondre à certains principes et concepts, de même qu'à respecter diverses contraintes industrielles sous-jacentes à

l'utilisation des méthodes de formation cellulaire. Les hypothèses considérées dans cette recherche concernent surtout :

1. Les temps opérationnels de tous les produits sont connus quelles que soient les machines utilisées pour leur mise en production;
2. Les produits sont déplacés par lots entre les cellules manufacturières existantes. Ces lots sont de taille constante quelle que soit la pièce considérée. En outre, le coût associé aux transferts intercellulaires est connu, constant et ne dépend ni du nombre de cellules existantes ni de la distance de déplacement de l'équipement de production;
3. La relocalisation des équipements d'une cellule vers l'autre est effectuée entre les périodes ou phases de production et ne nécessite aucun temps d'exécution;
4. Les machines disponibles peuvent effectuer une ou plusieurs opérations. En conséquence, chaque opération peut être réalisée sur une ou plusieurs machines avec un temps opérationnel différent et dépendant de l'équipement utilisé;
5. Les machines sont disponibles dès le début de la phase opérationnelle, excepté celles dont l'acquisition sera déterminée par le modèle de formation cellulaire. De plus, nous avons émis l'hypothèse selon laquelle ces machines sont fiables à 100 % afin d'éliminer la prise en considération du taux de panne potentiel des équipements de production;
6. La capacité opérationnelle de chaque machine est connue et constante dans le temps. De plus, son coût d'amortissement est connu et n'est pas considéré dans notre approche. Par contre, les frais d'exploitation par unité de temps d'utilisation associés à chaque machine sont connus;
7. Le système ne considère ni le niveau de stockage ni le temps de «mise en route» associé au changement du lot de production à effectuer. De plus, aucune pénurie n'est permise et nous ne tiendrons pas compte des files d'attente qui peuvent être présentes sur le plancher de production;

8. Les coûts opérationnels par heure de fabrication, tout comme les coûts d'acquisition sont connus pour toutes les machines disponibles;
9. Le nombre de cellules manufacturières à obtenir est, *a priori*, inconnu et devra être déterminé par le modèle mathématique d'optimisation. Dans le même ordre d'idée, le nombre de machines allouées par cellule industrielle est inconnu *a priori*;
10. La valeur temporelle de l'aspect monétaire ne sera pas considérée. Premièrement, l'horizon de planification associé à la durée de vie d'une cellule est souvent courte et s'établit entre six (6) mois et 2 ans tout au plus. Deuxièmement, les méthodes existantes de conception des ateliers flexibles de production ne prennent pas en compte cet aspect et notre recherche de la solution optimale sera régie par l'ensemble de toutes ces hypothèses.

5.2.2 Méthodologie de résolution proposée

Sur la base des hypothèses émises ci-dessus, notre approche de conception des cellules manufacturières se focalise sur les problèmes industriels de grande taille. Ainsi, la mise en place des ateliers de fabrication flexibles que nous présentons dans cette thèse a été réalisée selon l'approche décrite dans l'heuristique de la Figure 16 commentée ci-après.

L'étape initiale consiste à recueillir l'ensemble des informations utiles qui nous permettront d'établir la matrice incidente initiale, élément central de notre approche de conception. Il s'agit des données identifiant le temps, le coût et le type d'opérations effectuées sur chacune des machines disponibles sur notre plancher de production. Pour cette première étape, soulignons que nous avons besoin des coûts d'acquisition de nos équipements de production, des divers routages manufacturiers, des coûts associés aux transferts intercellulaires et, au besoin, du coût d'achat externe que nous associerons au coût de la sous-traitance. Notons qu'un cheminement de production renvoie à la possibilité d'effectuer une opération quelconque sur différents types de machines.

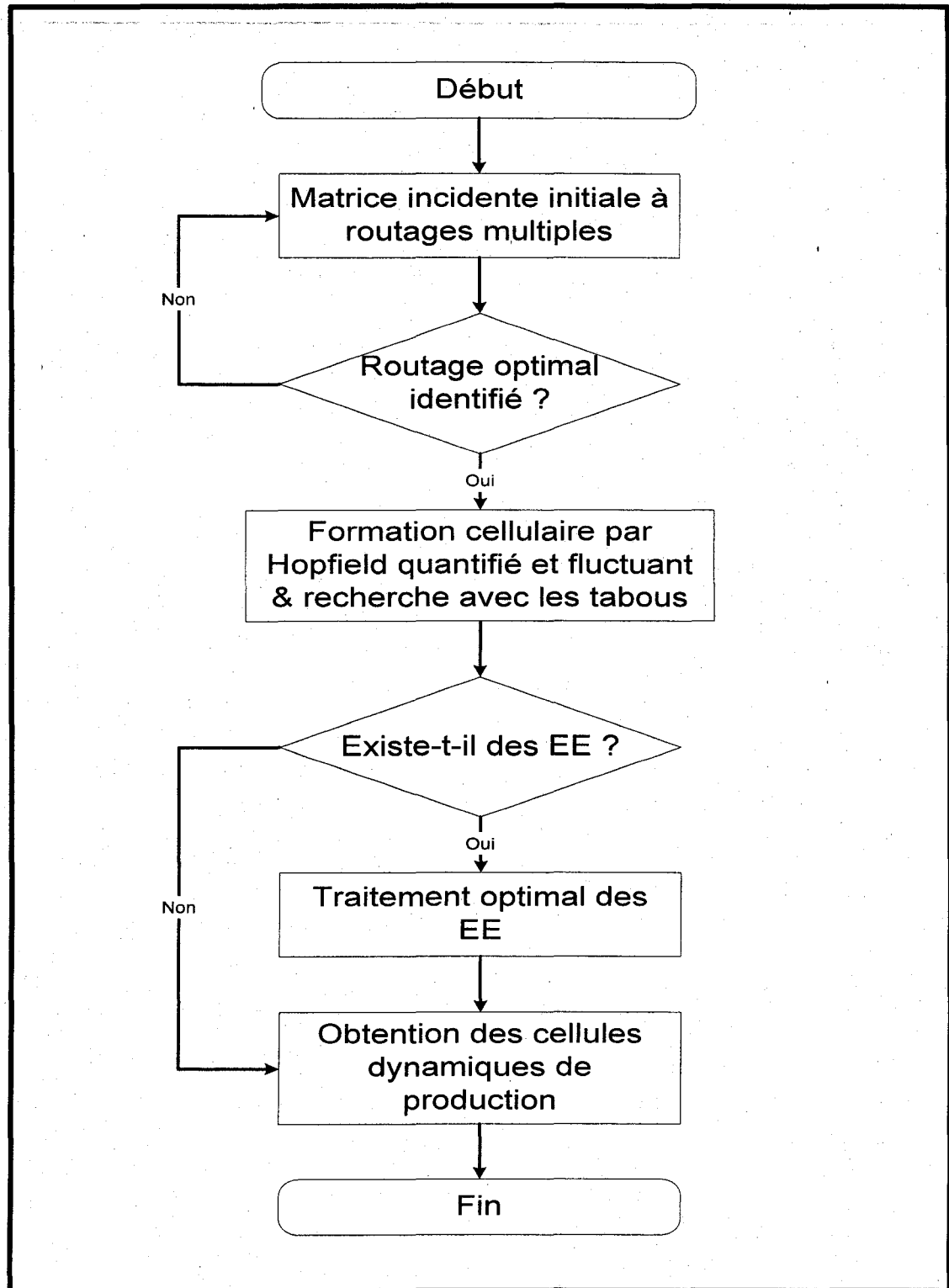


Figure 16 Heuristique globale de conception des cellules de production

Or, au cours du premier chapitre de cette thèse (§ 1.4), nous avons montré que, lorsqu'une pièce pouvait être usinée selon diverses voies disponibles dans un système manufacturier, il s'agissait de la «*flexibilité de cheminement*» ou «*flexibilité de routage*» souligné par Sethi et Sethi [47]. L'établissement de la matrice incidente initiale s'effectue en affectant un coefficient unitaire de «1» à toutes les pièces ayant besoin d'une machine spécifique durant son cycle de production et «0» pour celles qui n'ont pas besoin desdites machines. Ce processus est valide pour l'ensemble des produits usinés à l'intérieur de notre système de production et ce, quel que soit son cheminement industriel.

À partir de cette matrice incidente initiale, la seconde étape consistera à identifier le cheminement optimal de production. Cette détermination est possible grâce à l'usage d'un modèle mathématique d'optimisation qui sera exposé au paragraphe 5.3 et nous permettra d'éliminer un degré de liberté lors de la modélisation du problème de formation cellulaire. Mettre en place des cellules industrielles suggère la simplification du modèle mathématique à utiliser et/ou la réduction du nombre de variables décisionnelles pertinentes sans perdre l'efficacité de notre application.

La troisième phase consistant à former les cellules se basera sur un modèle d'optimisation basé sur une analogie du modèle «*p-median*» mis en place par Kusiak [86] et dont la pertinence sera démontrée au paragraphe § 5.4.2. L'approche hybride, elle, sera essentiellement expliquée dans la section § 5.4.6 où il sera question de démontrer son utilité et son efficacité avant les divers exemples que nous vous présenterons au chapitre suivant.

Même si l'un des objectifs secondaires consiste à minimiser le nombre de transferts intercellulaires, il arrive très souvent que les solutions obtenues contiennent plusieurs EE et nécessitent, de ce fait, un arbitrage de ce qu'il adviendrait de ces EE. Selon notre approche et dépendamment des coûts inhérents à un EE, à l'acquisition d'un item via la

sous-traitance ou à ceux associés à la duplication des équipements de production, notre approche établira cet arbitrage afin de mieux appréhender ces éléments. Ce processus se déroulera durant la quatrième étape de notre heuristique générale (Figure 16).

À la suite de ce traitement multi-phases, nous obtenons un aménagement cellulaire quasi-optimal (Figure 16). Cet agencement est matérialisé par les divers regroupements de machines obtenus et qui forment les cellules manufacturières et, dans le même temps, l'identification des familles de pièces auxquelles est dédié l'ensemble des cellules de fabrication. Notons, cependant, que certains problèmes de formation cellulaire peuvent déboucher sur un aménagement parfait sans éléments exceptionnels. Cet aspect est identifié sur la Figure 16 par l'absence d'EE dans le processus général de formation des ateliers de fabrication flexibles.

L'obtention des cellules manufacturières met un terme à l'heuristique globale de mise en place des ateliers industriels tel que nous l'avons conçu, exploité et expérimenté durant toutes nos recherches.

5.3 Sélection optimale des routages de fabrication

La première étape de l'heuristique de formation cellulaire permettant de faire la sélection du cheminement optimal de fabrication est formulée comme un modèle de programmation linéaire dans lequel le volume de fabrication, les alternatives associées au processus de mise en production, les machines disponibles ainsi que leurs capacités sont prises en considération.

5.3.1 Modèle mathématique de sélection des routages de fabrication

Comme il a été défini par Liao et al. [163], nous vous présentons la formulation du modèle de programmation linéaire.

1. Les indices utilisés seront :

- i avec $i = 1, 2, \dots, m$ désigne les machines disponibles;
- j variant comme $j = 1, 2, \dots, n$ identifie les produits (pièces) à fabriquer;
- r représente le cheminement de chaque produit j et dont les valeurs potentielles sont : $r = 1, 2, \dots, R_j$. De plus, notons que chaque pièce j pourrait avoir plus qu'un cheminement possible;
- Finalement, o est l'indice désignant une opération (usinage, assemblage, etc.) pour la paire (j, r) et variant selon $o = 1, 2, \dots, O_{j,r}$. Soulignons qu'il existe la possibilité d'avoir une ou plusieurs opérations associées à chaque routage.

2. Les variables de décision associés à ce modèle de sélection optimale du routage de production sont :

- $y_{jr} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$, c'est-à-dire $y_{jr} = 1$ si et seulement si le produit j est usiné selon le routage r , autrement, la variable décisionnelle y_{jr} est nulle;
- $z_{io}(j, r)$ est associée à la portion du lot de production pour lequel la machine i est utilisée pour réaliser l'opération o sur la combinaison (j, r) .

3. Les coefficients servant à la modélisation du problème de sélection du routage sont :

- $\mu_{io}(j, r)$ est le coefficient associé au coût opérationnel de la machine i pour effectuer l'opération o relative à la combinaison (j, r) ;
- $t_{io}(j, r)$ représente le temps que la machine i prend pour effectuer l'opération o associée à la combinaison (j, r) ;

- $a_o(j,r) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$ avec $a_o(j,r) = 1$ si et seulement si l'opération o doit être faite pour la combinaison (j,r) autrement, le coefficient $a_o(j,r)$ est nul;
- $\alpha_{io} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$ identifie le fait que si la machine i est capable de réaliser l'opération o , alors le coefficient $\alpha_{io} = 1$ sinon $\alpha_{io} = 0$;
- t_i identifie le temps opérationnel disponible sur la machine i ;
- D_j , le dernier coefficient, représente la demande pour le produit j . De plus, certains coefficients dits intermédiaires sont à définir car ils permettent de déterminer le coût de fabrication d'une machine i effectuant l'opération o pour la production d'une unité de j selon le routage r . Ces coefficients intermédiaires sont :
 - μ_o , désignant le coût horaire de production;
 - T_{su} , représentant les frais associés à la mise en route des machines afin de débiter le cycle de production d'une pièce ou d'une famille de pièce;
 - Q , identifiant la taille d'un lot de production;
 - T_i désignant un coefficient associé au temps opérationnel réel;
 - T_{th} identifiant le temps moyen de manipulation d'un outil de production pour la fabrication de chaque pièce.

À l'aide de ces définitions, nous définirons le coût opérationnel par unité de temps (nous parlons ici d'un coût horaire) comme :

$$\mu_{io} = \mu_o \frac{T_{su} + [Q(T_i + T_{th})]}{Q} \quad (5.1)$$

Toutefois notons que lors de la conception des ateliers flexibles de production, comme le temps de «mise en route» associé au matériel est lié à l'agencement des zones de fabrication, les coûts de manutention seront considérés séparément des frais d'exploitation. De ce fait, le modèle mathématique de programmation linéaire permettant de sélectionner le meilleur routage de production basé sur la minimisation des coûts opérationnels est :

$$\text{Minimiser } f = \sum_{j,r,i,o} D_j \mu_{io}(j,r) z_{io}(j,r) \quad (5.2)$$

Sujet à :

$$\sum_r y_{jr} = 1, \forall j \quad (5.3)$$

$$\sum_i \alpha_{io} z_{io}(j,r) = a_o(j,r) y_{jr}, \forall o, j, r \quad (5.4)$$

$$\sum_{j,r,o} D_j z_{io}(j,r) t_{io}(j,r) \leq t_i, \forall i \quad (5.5)$$

$$y_{jr} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, \forall k, p$$

$$z_{io}(j,r) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}, \forall i, j, r, o$$

Dans ce modèle, l'équation (5.2) qui représente la fonction «objectif» se focalise sur la minimisation des coûts de production afin d'identifier le meilleur routage selon l'ensemble des paramètres et contraintes opérationnels. La première contrainte de ce modèle désignée par l'équation (5.3) nous garantit qu'un et un seul routage de production sera choisi pour chacune des pièces. La seconde contrainte (Équation 5.4) nous assure que toutes les opérations du routage sélectionné sont réalisées sur les machines disponibles. Pour ne pas dépasser la capacité de fabrication de chaque machine ou le temps opérationnel disponible des équipements de production, la contrainte (5.5) fut ajoutée. Finalement, les deux dernières équations représentent l'intégrité des

variables de décision. Ainsi, les variables décisionnelles y_{jr} et $z_{io}(j,r)$, sont des paramètres binaires.

5.3.2 Modifications et apports au modèle initial

La phase de sélection du routage de production est réalisée sur la base de l'usage d'une matrice binaire incidente initiale pièces/machines. Cette matrice initiale contenant des temps et coûts opérationnels est transformée en matrice initiale à coûts minimaux sur laquelle l'algorithme hybride de formation cellulaire se basera pour amorcer son processus de résolution. Cette étape de formation cellulaire sera présentée plus tard; finalement, l'établissement des arbitrages nécessaires à l'élimination des EE existants et trouvés dans la solution finale de l'algorithme hybride clôturera la procédure.

Cependant, sur le plan de la contribution scientifique pour cette étape de sélection du routage de fabrication basée sur le modèle développé par Liao et al. [163], nous l'avons simplement adapté pour qu'il intègre des données dont nous disposons et avec lesquelles nous voulions travailler. Une adaptation n'étant pas une contribution scientifique mais une mise à jour sans apport intrinsèque au modèle initial, nous n'avons apporté aucun aspect nouveau, palpable ou essentiel à cette partie dans les recherches que nous avons menées durant ces dernières années.

5.4 Mise en place des ateliers de fabrication flexibles

Afin de résoudre le problème de formation cellulaire par l'usage des réseaux de Hopfield quantifiés et fluctuants, la mise en place du modèle mathématique est requise afin de présenter l'ensemble des hypothèses préalablement présentées et pris en compte lors de la formulation.

La formulation mathématique du problème de formation cellulaire peut être abordée selon plusieurs points de vue. Dans la littérature courante, les trois (3) approches les plus répandues sont [164] de :

- Former les cellules de production (identification et détermination des machines formant les cellules) puis, de déduire les familles de pièces selon les informations sur leur traitement;
- Commencer par la mise en place des familles de produits et affecter les cellules manufacturières appropriées;
- Former simultanément les cellules dynamiques de production (machines) et les familles de pièces.

Dans le cadre de nos recherches, nous avons modélisé le problème de formation cellulaire selon l'approche privilégiant d'abord la mise en place des unités de production et ensuite identifier les familles pièces. La raison fondamentale réside dans le fait que la plupart des problèmes de formation cellulaire ont beaucoup plus de produits manufacturés que de machines ou équipements de production. Ainsi, la mise en place des cellules représente un sous problème de plus petite taille lorsqu'elle est comparée à l'autre option qui, en premier, s'occupe de l'identification des familles de produits. De plus, cette avenue prend un temps de résolution moins élevé que la seconde option. Par conséquent, en tenant compte des hypothèses qui mettent l'accent sur des problèmes industriels de grande taille, nous y voyons un avantage essentiel à utiliser cette approche comme élément de modélisation. Une autre raison, dite secondaire, serait qu'une formation des familles de produits à la suite de la mise en place des cellules manufacturières offrirait plus de flexibilité que ne pourrait offrir le processus inverse.

Aussi, et avant d'arriver à la présentation du modèle mathématique d'optimisation, un rappel des coefficients de similitude est-il essentiel pour mieux cerner les atouts de la méthodologie.

5.4.1 Les coefficients de similitude/dissimilitude

Les coefficients de similitude/dissimilitude – notés s_{ij} – sont, à l'origine, une application des techniques de regroupement associées aux problèmes de formation cellulaire et furent tirés des approches de taxonomie numérique initialement suggérées par McAuley [32].

L'utilisation des coefficients de similitude ou parfois des mesures de dissimilitude, consiste à mesurer la «*similitude*» entre deux (2) machines et/ou deux pièces afin de procéder, par la suite, au regroupement entre ces machines et/ou ces pièces selon la valeur numérique associée à leur similitude/dissimilitude. Les regroupements associés aux équipements de production sont identifiés comme des cellules manufacturières alors que l'association entre les produits est dénommée comme une famille de produits. Notons que dans tout ce qui suit, nous mettrons l'accent sur le regroupement des machines de production en précisant, toutefois, que la démarche est la même lorsqu'il s'agit de la formation des familles de produits. Si nous regardons de plus près l'exemple des coefficients de similitude de Jaccard [165], ces derniers furent définis pour n'importe quelle paire de machines comme : « *Le nombre de composants qui visitent les deux machines divisé par le nombre de composants qui visitent au moins l'une des machines.* »

L'une des propriétés fondamentales de ce type de coefficients réside dans l'assignation d'une valeur numérique unitaire égale à «1» et représentant la similitude maximale entre deux machines constituant une paire d'objets. Cette similitude est maximale lorsque les objets considérés ont des attributs identiques dans leur processus de fabrication, dans les gabarits utilisés ou encore dans le type et le nombre d'outils de production requis.

Dans tous problèmes basés sur l'utilisation des coefficients, encore une fois, les valeurs numériques pertinentes à cette approche sont saisies par l'usage d'une matrice incidente

initiale contenant des «0» ou des «1». À partir de cette matrice incidente initiale et pour mettre l'accent sur notre approche de formation des ateliers de fabrication flexibles, la détermination des coefficients de similitude se fonde sur le tableau XI – dénommé «table d'éventualité».

Tableau XI

Table d'éventualité des coefficients de similitude/dissimilitude

		Machine «j»	
		1	0
Machine «i»	1	a	b
	0	c	d

Dans cette table d'éventualité (Tableau XI), les paramètres a , b , c et d représentent :

- a , représente le nombre de couples (1,1) associé à la paire des machines i et j considérées;
- b , identifie le nombre de couples (1,0) représentant la paire formée des machines i et j actuelles;
- c , détermine le nombre de couples (0,1) associé aux machines i et j considérées;
- Finalement, d sert à faire le décompte des couples (0,0) décrivant les machines i et j prises en compte.

Dès la mise en place des coefficients de similitude par Jaccard en 1908 [165] et la démonstration de leur applicabilité par McAuley [32] dans le domaine manufacturier, une pléiade de coefficients ont été élaborés les uns aussi efficaces que les autres. Dans le cadre de nos recherches, nous nous sommes basés sur le coefficient de similitude défini par Islam et Sarker [50] selon l'équation suivante :

$$s_{ij} = \frac{a + \sqrt{(ad)}}{a + b + c + d + \sqrt{(ad)}}, \quad \forall i, j = 1, 2, \dots, m \quad (5.6)$$

Notre choix s'est porté sur ce coefficient de similitude, car il englobe cinq (5) propriétés qui nous paraissent fondamentales car elles reflètent l'essence même de certaines caractéristiques recherchées. Ces propriétés sont :

- Aucune erreur de similitude : $s_{ij} \rightarrow 1$ pour $b = c = 0$;
- Similitude minimale lorsque $s_{ij} \rightarrow 0$ ou 1 lorsque $a, d \rightarrow 0$;
- Aucune similitude, c'est-à-dire $s_{ij} = 0$ ou -1 lorsque $a = 0$;
- Similitude complète ou totale : $s_{ij} = 1$ lorsque $a = m$;
- Similitude maximale, c'est-à-dire que $s_{ij} \rightarrow 1$ lorsque $(a + d) \rightarrow m$ avec $a \neq 0$. En outre, plus la valeur de a est élevée et plus la valeur du coefficient de similitude s_{ij} sera élevée.

Selon la littérature actuelle, les coefficients de similitude sont exprimés en fonction des paramètres a , b , c et d définis plus haut. Cependant la qualité d'un coefficient de similitude dépendra de l'évaluation appropriée de ces paramètres. Pour Islam et Sarker, leur coefficient de similitude – appelé «*coefficient d'association relatif*» – a comme première propriété la possibilité d'être égal à 1 si et seulement si les paramètres b et c sont nuls. De plus, la quatrième propriété indique que le paramètre a devrait apparaître, au numérateur, de manière indépendante alors que pour respecter la seconde, la troisième, la quatrième et la cinquième propriété, il est impératif d'ajouter au paramètre a la racine carrée du produit (ad) afin de maintenir l'ordre du numérateur à «1». Dans la majorité des coefficients de similitude, le dénominateur est, le plus souvent, utilisé pour normaliser la valeur associée au coefficient lui-même. Cette opération de normalisation permet de discriminer – c'est-à-dire d'attribuer une pondération – les différentes paires permettant d'effectuer le calcul du coefficient de

similitude. Cette remarque est fondamentale, surtout lorsque nous comparons le coefficient de Islam et Sarker à celui de Baroni-Urbani et Buser [166]. En effet, le coefficient de similitude de Baroni-Urbani et Buser est égal à 1 si $b = c = 0$ et ce, quelle que soit la combinaison des paramètres a et d . Pour Islam et Sarker, cette similitude maximale est inappropriée car les paramètres a et d ne représentent pas les mêmes combinaisons associées aux machines i et j . Aussi, ont-ils introduit les quatrième et cinquième propriétés afin de différencier une similitude complète – qui n'est possible que si $a = m$ – et une similitude maximale qui survient lorsque $(a + d) \rightarrow m$ pour tout $a \neq 0$. En définitive, cela leur a permis d'avoir un dénominateur de la forme : $a + b + c + d + \sqrt{(ad)}$.

Les coefficients de similitude qui sont définis comme une mesure permettant d'évaluer le degré de «*similitude*» – c'est-à-dire l'ensemble des paramètres communs à deux machines ou deux pièces différentes – renvoie au regroupement entre les machines considérées selon la valeur maximale de ce coefficient. Or les modèles mathématiques que nous vous présenterons à la section suivante se focalisent sur la minimisation d'un «*objectif*» spécifique et nous obligent à prendre en compte une mesure capable d'être minimisée. Aussi définirons-nous une mesure de dissimilitude, notée d_{ij} , selon l'équation :

$$d_{ij} = (1 - s_{ij}) \quad (5.7)$$

5.4.2 Modèle mathématique basé sur les coefficients de dissimilitude

Dès 1987, Kusiak [86] présenta une première approche aux problèmes de formation cellulaire baptisée le modèle «*p-median*» sur lequel nous nous baserons afin de formuler

le modèle d'optimisation utilisé. Ainsi, notre modèle mathématique sous-entend les hypothèses suivantes :

- La machine est assignée à une et une seule cellule de production,
- Le nombre de cellules à obtenir est inconnu, a priori, et devrait varier entre «1» et une valeur maximale C_{\max} ,
- Le nombre maximal de machines assignées à chaque cellule est, lui aussi, inconnu a priori.

Afin de formuler notre modèle mathématique de programmation en nombres entiers qui sera transformé en une «fonction de Lyapunov» continuellement décroissante, nous rappelons les notations suivantes :

- d_{ij} est le coefficient – dont la valeur numérique est connue – associé à la dissimilitude entre deux items (machines ou pièces),
- C_{\max} est le nombre maximal de cellules à obtenir,
- $x_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$ désigne la variable décisionnelle avec $x_{ij} = 1$ si la machine i est assignée à la cellule j , sinon x_{ij} est nulle.

$$\text{Minimise } Z = \sum_i^m \sum_{j < i}^m d_{ij} x_{ij} \quad (5.8)$$

Sujet à :

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \text{ et } i \geq j \quad (5.9)$$

$$1 \leq \sum_{j=1}^m x_{ij} \leq C_{\max} \quad (5.10)$$

$$-mx_{ij} + \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^m x_{ij} - mx_{ij} \leq m, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \text{ et } i > j \quad (5.11)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \text{ avec } \forall i, j = 1, 2, \dots, m$$

Dans le modèle présenté ci-dessus, nous avons mis l'accent sur les machines. Le traitement pour les pièces étant identique, sa présentation serait redondante et alourdirait le texte.

Dans les équations ci-dessus – équations (5.8) à (5.11) – la première équation (5.8) représente l'objectif de modèle d'optimisation qui consiste à minimiser la somme des coefficients de dissimilitude entre les machines quand elles sont regroupées en cellules manufacturières. La première contrainte ou pénalité qui est représentée par l'équation (5.9) nous assure que chaque machine est assignée à une et une seule cellule. Or, ne sachant pas *à priori* le nombre de cellules à obtenir, nous avons laissé le modèle déterminer le meilleur compromis sur ce nombre en lui permettant une variation entre une cellule (composée d'une seule machine) et une valeur maximale, notée C_{\max} . Cette variation détermine le nombre de cellules à obtenir est matérialisée par l'équation (5.10). En outre, cette pénalité (équation 5.10) nous offre plus de flexibilité lorsque nous comparons notre modèle à d'autres disponibles dans la littérature, notamment l'article de Islam et de Sarker [50] qui, fixe *a priori* le nombre de cellules finales. La contrainte (5.11) limite le nombre de machines qu'il nous est possible d'assigner à chaque cellule. Finalement, la dernière équation indique l'intégrité des variables décisionnelles pour ce problème de programmation linéaire en nombres entiers.

Prenons quelques lignes afin d'effectuer une mise au point sur le facteur C_{\max} désignant le nombre maximal de cellules que nous pourrions obtenir. En effet, lorsque tous les équipements – c'est-à-dire toutes les machines – sont mises en commun pour la production, nous obtenons une seule cellule de production. Dans ce cas, notre aménagement cellulaire se réduit à l'unique cellule formée ($\sum_j x_{jj} = 1$) et par conséquent, le nombre minimum de cellules que nous pourrions obtenir est cette cellule unique. Il est vrai que cette avenue est purement théorique et n'offre aucun intérêt

lorsque nous reconfigurons une unité industrielle en un processus de fabrication disposé selon un aménagement cellulaire à flux continu et à coût minimum. À contrario, lorsque chaque équipement (machine) désigne une cellule de production, notre aménagement cellulaire est composé d'autant de cellules que de machines disponibles – c'est-à-dire $\sum_j x_{jj} = m$ – et, dans ce cas, nous sommes devant un cas académique dénué de tout intérêt industriel. L'expérience et la revue de littérature permettent de mieux circonscrire le nombre maximal de cellules auxquelles nous pourrions aboutir. Afin de donner plus de flexibilité à notre modèle, au contraire du modèle «*p-median*» de Kusiak [86] qui limite le nombre maximal de cellules à obtenir, nous déterminons le nombre maximal de cellules selon l'équation (5.12) suivante :

$$C_{\max} = \begin{cases} \frac{(m-1)}{2}, & \text{si } m \text{ est impair} \\ \frac{m}{2}, & \text{si } m \text{ est pair} \end{cases} \quad (5.12)$$

Cette dernière équation nous permet d'observer que la valeur maximale associée au nombre de cellules dépend de la parité ou non du nombre de machines disponibles initialement dans l'atelier. En termes plus simples, nous obtiendrons un nombre de cellules manufacturières égal et, dans le pire des cas, à la moitié du nombre d'équipements présents sur le plancher lors de l'élaboration du plan de reconfiguration.

Soulignons que lorsqu'une solution satisfait à l'ensemble des contraintes (aussi appelées pénalités), elle est désignée comme une «*solution faisable*». Autrement, ce serait une «*solution infaisable*». Avec un objectif de recherche se focalisant sur la résolution des problèmes industriels de grande taille, il nous faut trouver l'ensemble des solutions ou la meilleure solution possible que nous qualifierons de solution «*optimale*» ou «*quasi-optimale*» à cause de l'usage de notre approche hybride qui ne garantit pas l'optimalité de la solution trouvée lorsque cette dernière existe. Toutefois la résolution de ce modèle

nécessite une transformation mineure qui nous permettra l'usage d'un réseau de neurones de type Hopfield quantifié et fluctuant.

5.4.3 Fonction d'énergie de Hopfield ou « fonction de Lyapunov »

L'utilisation du réseau de Hopfield, comme outil de résolution de problèmes d'optimisation combinatoire telle que proposée par son auteur [117] requiert la mise en place d'une « fonction d'énergie » – en réalité une « fonction de Lyapunov ».

Aussi faudra-t-il transformer le modèle d'optimisation avec contraintes en une fonction d'énergie sans contraintes. Sans vouloir nous étendre sur la *fonction d'énergie*, documentée aux chapitres 3 et 4 de cette thèse, nous soulignerons le fait que cette *fonction d'énergie* dont l'attrait majeur réside dans son approche de modélisation nous assurant la stabilité de tout système physique non linéaire.

Pour réaliser les modifications nous permettant d'obtenir une *fonction d'énergie*, nous nous baserons sur les travaux de Matsuda [167] qui montrèrent les carences théoriques à l'utilisation des réseaux de Hopfield et proposèrent la mise en place d'un réseau dit « optimal » et capable de mieux circonscrire les meilleures solutions aux problèmes d'optimisation combinatoire.

Minimise $Z = (\text{Fonction "Objectif"})$, typiquement : Minimise $Z = \sum_i \sum_j c_{ij} v_{ij}$

Sujet à : 1) Contrainte #1 $\Leftrightarrow \sum_j a_{ij} v_{ij} = b_i$ pour $i = 1, 2, \dots, m$

2) Contrainte #2 $\Leftrightarrow \sum_j a_{ij} v_{ij} \leq k_i$ pour $i = 1, 2, \dots, m$

3) Contrainte #3 $\Leftrightarrow \sum_i v_{ij} = 1$ pour $j = 1, 2, \dots, n$

Intégrité des variables de décision $\Leftrightarrow v_{ij} \in \{0, 1\}$ pour tous i et j

Comme présentée ci-dessus, la modélisation de Matsuda [167] pris en considération un problème d'optimisation combinatoire et la conceptualisa comme un modèle de programmation linéaire composé d'une fonction «*objectif*» de coûts à minimiser et d'un ensemble de contraintes. Notons sur le modèle ci-dessus que $v = v_{ij} \in \{0,1\}^{m \times n}$ est une matrice bidimensionnelle de taille $(m \times n)$. Le coefficient c_{ij} , avec $c_{ij} \geq 1$, est un nombre entier représentant le coût unitaire, a_{ij} ($a_{ij} \geq 1$) est un nombre entier représentant une quantité entière quelconque lié à v_{ij} et les paramètres b_i et k_i ($b_i \geq 1$, $k_i \geq 1$) sont des nombres entiers quelconques. Par la suite, Matsuda [167] montra la transformation d'un modèle d'optimisation avec contraintes en une «*fonction d'énergie*» sans contrainte selon l'équation (3.25) présentée à la section §3.1.6. Auparavant, il faut adapter les contraintes (contrainte #1, contrainte #2 et contrainte #3) selon la syntaxe [143] permettant la modélisation d'une fonction d'énergie de Hopfield. Ainsi, les contraintes #1 et #3 seront modifiées selon le principe énoncé à l'équation (3.26) alors que la contrainte #2 sera adaptée selon l'équation (3.27). Ainsi :

$$\text{La contrainte \#1 : } \sum_j a_{ij} v_{ij} = b_i \Leftrightarrow E_{C_1} = \sum_i \left(\sum_j a_{ij} v_{ij} - b_i \right),$$

$$\text{La contrainte \#3 : } \sum_i v_{ij} = 1 \Leftrightarrow E_{C_3} = \sum_j \left(\sum_i v_{ij} - 1 \right) \text{ et,}$$

$$\text{La contrainte \#2 : } \sum_j a_{ij} v_{ij} \leq k_i \Leftrightarrow E_{C_2} = \sum_i \left(\sum_j a_{ij} v_{ij} + \sum_k s_{ik} - k_i \right).$$

La transformation des contraintes #1 et #3 permet, tout simplement, d'intégrer le coefficient constant du membre de droite au terme de gauche des équations de pénalité respectives. Par contre, lors de l'adaptation de la troisième contrainte (contrainte #3), l'introduction de variables tampons ($s_{ik} \in \{0,1\}$) permettra d'exprimer cette équation de pénalité selon la syntaxe des contraintes #1 et #3 représentant des équations d'égalité.

Pour compléter l'adaptation des équations de contrainte, il faut rajouter le terme associé aux variables décisionnelles et celui désignant les variables tampons afin de garantir la convergence du réseau de Hopfield vers un état discret. Ces termes sont :

$$E_{discret} = \sum_i \sum_j r_{ij} v_{ij} (1 - v_{ij}) + \sum_i \sum_k r_{ik} s_{ik} (1 - s_{ik}) \text{ avec } r_{ij} = \begin{cases} c_{ij}, & \text{si } c_{ij} \geq 1 \\ 1, & \text{si } c_{ij} = 0 \end{cases}$$

Dans l'équation ci-dessus, nous remarquons que la valeur binaire des coefficients des contraintes est proportionnelle au coût $c_{ij} > 0$. Pour les variables tampons, leur coût est toujours nuls ($c_{ik} = 0$) car elles garantissent la convergence du réseau de neurones et n'ont aucune influence décisionnelle, nous avons alors $r_{ik} = 1$.

De la même manière, la fonction «*objectif*» est adaptée selon l'équation :

$$\sum_i \sum_j c_{ij} v_{ij} \Leftrightarrow E_{obj} = \left(\sum_i \sum_j c_{ij} v_{ij} \right)$$

Sur la base de ces transformations, Matsuda [167] formula deux fonctions d'énergie distinctes représentées par les équations suivantes :

$$E_1 = \frac{A_1}{2} (E_{C_1})^2 + \frac{A_2}{2} (E_{C_3})^2 + \frac{B}{2} (E_{C_2})^2 + \frac{C}{2} (E_{discret}) + \frac{D}{2} (E_{obj}) \quad (5.13)$$

$$E_2 = \frac{A_1}{2} (E_{C_1})^2 + \frac{A_2}{2} (E_{C_3})^2 + \frac{B}{2} (E_{C_2})^2 + \frac{C}{2} (E_{discret}) + \frac{D}{2} (E_{obj})^2 \quad (5.14)$$

Dans ces équations (5.13 et 5.14), les fonctions d'énergie qu'elles expriment sont composées – dans les deux (2) cas – de trois premiers termes élevés au carré et désignant la première, la troisième et la seconde contrainte, respectivement. De plus, quel que soit le type de réseau de Hopfield (binaire ou continue) que nous employons,

Matsuda démontra qu'il converge toujours vers une solution binaire zéro/un. C'est la raison pour laquelle l'ajout du quatrième terme (désignant la contrainte à valeurs binaires) aux équations (5.13) et (5.14) est nécessaire. En effet, ce terme prendra une valeur minimale lorsque tous les neurones auront des valeurs nulles ou unitaires. Soulignons que l'existence de cette contrainte à valeurs binaires ne change pas la valeur de la fonction d'énergie à chaque sommet de l'hyper cube. Finalement, les fonctions d'énergie (équations 5.13 et 5.14) incluent le terme relatif à l'objectif de minimisation du problème initial formulé comme un modèle de programmation linéaire en nombres binaires zéro/un. L'une des contributions apportée par le papier de Matsuda [167] fut la considération d'un terme quadratique plutôt que d'un terme de degré un (1) associé à l'objectif d'optimisation. Cette différence que nous voyons entre l'équation (5.13) – avec le terme relatif à l'objectif étant de degré unitaire – et l'équation (5.14) ayant un objectif en terme quadratique, est préférable car elle permet de mieux déterminer les solutions optimales ou quasi optimales et est capable de surmonter les faiblesses théoriques considérables – vitesse et temps de convergence, par exemple – d'une fonction d'énergie dont l'objectif serait de degré unitaire. Il va s'en dire que les paramètres A_1 , A_2 , B , C et D sont des coefficients constants que nous pourrions désigner comme des poids associés à l'importance de chaque terme. Habituellement, la valeur de ces constantes est déterminée *a priori* afin de permettre au réseau de converger vers une solution optimale ou quasi optimale. La vitesse de convergence dépendra des paramètres ci-dessus et la rapidité avec laquelle le réseau est capable de déterminer les meilleures solutions sera plus aisée si nous avons recours à la fonction E_2 plutôt qu'à E_1 .

Pour s'en convaincre, analysons brièvement les résultats obtenus par Matsuda [167] et présentés ci-dessous. Il constata que même si les simulations convergent, certaines d'entre elles n'aboutissent pas à un des sommets de l'hypercube. Aussi le Tableau XII ne montre-t-il que les simulations ayant convergé à un des sommets de l'hypercube et

sur lesquelles nous remarquons que le réseau E_2 obtient 58 % des simulations ayant convergé vers un des sommets de l'hypercube des solutions potentielles contre à peine 50 % pour le réseau E_1 dont l'objectif est représenté par un terme de degré unitaire. Notons que cette différence entre 58 % et 50 % n'est pas majeure, mais la pertinence réside dans le fait du gain au réalisé au niveau de la convergence d'un réseau quadratique en comparaison à un réseau sans terme au carré. Dans le même ordre d'idée, la seconde «*fonction d'énergie*», E_2 , obtient 58% de solutions faisables et le même pourcentage de solutions optimales ou quasi optimales contre 50 et, à peine, 1% pour la première fonction matérialisée par l'équation (5.13).

Tableau XII

Simulations qui convergent vers un sommet de l'hypercube [167]

	E_1	E_2
Convergence vers des sommets de l'hypercube (%)	50.0	58.0
Convergence vers des solutions faisables (%)	50.0	58.0
Convergence vers des solutions optimales (%)	1.0	58.0
Taux d'erreur moyen sur les solutions optimales obtenues (%)	21.1	0.0

La mise en place de la «*fonction d'énergie*» qui fut utilisée lors de nos simulations se base sur le modèle de programmation linéaire représenté par l'ensemble des équations allant de (5.8) à (5.11). La transformation des divers termes incorpore la notion de neurone quantifié décrite au chapitre précédent. Ainsi, nous avons obtenu les termes suivants :

- D'abord la fonction «*objectif*» représentée par l'équation (5.8) donne, pour la «*fonction d'énergie*», le terme suivant :

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j<i}^m d_{ij} x_{ij} \Rightarrow E_{obj} = \sum_{i=1}^m \sum_{j<i}^m d_{ij} x_{ij} \quad (5.15)$$

- Ensuite, la première contrainte (équation 5.9) fut transformée selon le principe énoncé par l'équation (3.26) et donna :

$$\sum_{j=1}^m x_{ij} = 1 \Rightarrow E_{C_1} = \sum_{j=1}^m (x_{ij}) - 1 \quad (5.16)$$

- Puis la seconde contrainte matérialisée par l'équation (5.10) fut transformée en nous basant sur le principe énoncé par l'équation (3.27) et en incorporant la notion de neurone quantifié. La transformation donna l'équation suivante :

$$1 \leq \sum_{j=1}^m x_{ij} \leq C_{\min} \Rightarrow E_{C_2} = \sum_{j=1}^m (x_{ij}) + s_1 - C_{\min} \quad (5.17)$$

- Enfin, la dernière contrainte (équation 5.11) est transformée en tenant compte de la notion de neurone quantifié et basée sur l'adaptation proposée par l'équation (3.27). Le terme résultant est :

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} - (mx_{ij}) \leq m \Rightarrow E_{C_3} = \sum_{i=1}^m (x_{ij}) + s_{2j} - (mx_{ij}) - m \quad (5.18)$$

La «fonction d'énergie» utilisée comme outil central du notre réseau de Hopfield quantifié et fluctuant est :

$$E = \frac{A}{2} \sum_{i=1}^m (E_{C_1})^2 + \frac{B_1}{2} (E_{C_2})^2 + \frac{B_2}{2} \sum_{j=1}^m (E_{C_3})^2 + \frac{C}{2} (E_{obj})^2 \quad (5.19)$$

Dans cette «*fonction d'énergie*» de Hopfield, nous voyons explicitement que le premier terme désigne la première équation de pénalité (ou contrainte) alors que le second et le troisième terme représentent la deuxième et la troisième contrainte respectivement. Aussi le dernier terme identifie-t-il la fonction «*objectif*» de minimisation qui, comme souligné auparavant, est un terme quadratique permettant au réseau quantifié et fluctuant de converger plus rapidement et de mieux circonscrire les meilleures solutions potentielles trouvées et disponibles. En outre, les coefficients A , B_1 , B_2 et C sont des paramètres connus, à priori, et qui permettent une convergence plus ou moins rapide selon leur valeurs numériques et l'état initial du réseau de neurones. Bien qu'il existe plusieurs techniques permettant de déterminer la valeur des paramètres A , B_1 , B_2 et C , nous nous sommes limités à l'usage de la méthode par «*essais et erreurs*» pour trouver la valeur numérique de ces coefficients.

Dans le second terme de l'équation 5.19 désignant la deuxième contrainte (équation 5.10), nous remarquons qu'elle est uniquement composée par une seule équation et en conséquence, elle n'introduira qu'un seul neurone tampon, s_1 . Cette remarque est fondamentale, car la dernière contrainte (équation 5.11) rajoute autant de neurones tampons, s_{2j} que de machines ou pièces disponibles sur le plancher de production, d'où sa variation par rapport à l'indice j .

La résolution de la «*fonction d'énergie*» permettra de déterminer la meilleure configuration cellulaire minimisant le nombre de EE et s'attendant à l'obtention d'un écoulement de la production uniforme, fluide, logique et continu. Cette procédure de résolution hybride inclut une approche d'amélioration basée sur la recherche «*avec les tabous*».

5.4.4 Méthode d'optimisation locale : la «recherche avec les tabous»

La «recherche avec les tabous» (RT) est un cas particulier des approches d'optimisation locale aussi appelées méthode de la descente ou de l'amélioration itérative. Une méthode de recherche locale est un processus itératif fondé sur deux (2) éléments essentiels :

- Un voisinage,
- Une procédure exploitant le voisinage.

Plus précisément, les méthodes de recherche locale partent d'une configuration initiale et appliquent successivement des transformations à la solution courante tant qu'un critère d'arrêt n'est pas vérifié. Ces procédures font intervenir à chaque itération le choix d'un voisin qui améliore la configuration courante. Plusieurs possibilités peuvent être envisagées pour améliorer ce choix, notamment l'énumération des voisins jusqu'à l'obtention du voisin améliorant significativement la solution courante (première amélioration) ou, encore, la recherche du meilleur voisin (meilleure amélioration). De plus, comme l'espace des solutions potentielles est un ensemble fini et dénombrable, ces procédures s'arrêtent toujours et la dernière configuration trouvée ne possède pas de voisin strictement meilleur que la configuration actuelle.

L'avantage essentiel des méthodes de recherche locale réside dans la simplicité de leur mise en place et la rapidité d'exécution qu'elles nous offrent. Toutefois ces méthodes donnent souvent des solutions de qualité à peine acceptables et ayant des coûts supérieurs à l'optimum envisagé. Ainsi, la notion de voisinage dont nous parlons ci-dessus peut-être définie comme suit :

«Soit X l'ensemble des configurations (solutions potentielles) admissibles d'un problème, nous appellerons voisinage toute application $N : X \rightarrow 2^X$. De plus, un mécanisme d'exploration du voisinage serait toute procédure qui précise comment la recherche passe d'une configuration $s \in X$ à une configuration $s' \in N(s)$. Aussi, une configuration s est un optimum

(minimum) local par rapport au voisinage N si $f(s) \leq f(s')$ pour toute configuration $s' \in N(s)$ ».

L'un des avantages des méthodes de voisinage réside dans la possibilité de contrôler le temps de résolution (comme pour la recherche locale plus haut) offrant à l'utilisateur la liberté d'arrêter l'exécution au moment souhaité. Cependant la notion de voisinage qui s'intègre aux méthodes de recherche locale doivent tenir compte de l'existence de minima locaux qui impose l'utilisation de méthodes d'exploration efficaces afin d'éviter que la recherche ne soit bloquée aux alentours de ces minima. Dans cette optique, le recours à la RT est un choix dont la pertinence sera dévoilée durant l'explication du processus hybride de résolution. De plus, nous parlerons de l'algorithme associé à cette approche et de son intégration à notre approche de résolution globale aux problèmes de formation cellulaire.

La RT a été développée par Glover [168] et indépendamment par Hansen [169] au milieu des années 1980. C'est une méthode qui fait appel à un ensemble de règles et de mécanismes généraux permettant de guider la recherche de manière intelligente au travers de l'espace des solutions. À l'inverse d'autres méthodes basées sur l'exploration du voisinage (la méthode du recuit simulé, par exemple) générant de manière aléatoire une solution voisine unique, $s' \in N(s)$, à chaque itération, la RT examine un échantillonnage de solutions de $N(s)$ et retient la meilleure s' même si cette dernière est plus mauvaise que s . En d'autres mots, la RT examine tous les mouvements possibles et sélectionne le «moins mauvais» de l'ensemble des solutions visitées. En conséquence, la RT ne s'arrête donc pas au premier optimum trouvé, par contre, cette stratégie de recherche de la meilleure solution peut entraîner des cycles comme $s \rightarrow s' \rightarrow s \rightarrow s' \rightarrow \dots$. Ainsi, pour empêcher l'apparition d'un cycle, nous mémorisons les k dernières configurations visitées dans une mémoire à court terme et interdisons, par la suite, tout mouvement conduisant à l'une de ces configurations. C'est la

caractéristique fondamentale de cette approche dans laquelle Glover [168] introduisit la notion de «*mémoire*» dans la politique d'exploration des solutions. Cette mémoire est appelée la «*liste tabou*» et permet d'éviter tous les cycles de longueur inférieure ou égale à k . La valeur de k dépend du problème à résoudre et peut, éventuellement, évoluer au cours de la recherche. L'illustration présentée sur la figure 17 nous permet de visualiser la procédure générale de la RT telle que présentée par Glover dans les références [111, 112].

Toutefois la mémorisation des configurations entières serait trop coûteuse aussi bien au niveau du temps de résolution que de l'espace mémoire utilisé et ne serait pas plus efficace. Ainsi, la «*liste tabou*» mémorise des caractéristiques de configurations au lieu de mémoriser les solutions complètes elles-mêmes. Lorsque les «*listes tabous*» font intervenir des caractéristiques de modification, les interdictions qu'elles engendrent peuvent s'avérer trop fortes et restreindre l'ensemble des solutions admises à chaque itération de manière jugée parfois trop brutale. C'est pourquoi, un mécanisme particulier appelé «*l'aspiration*» fut mis en place pour palier cet inconvénient. Ce mécanisme permet de lever le statut «*tabou*» d'une configuration, sans pour autant introduire un risque de cycle (boucle) dans le processus de recherche. Simplement, il s'agira de révoquer le statut «*tabou*» d'un mouvement si ce dernier permet d'améliorer grandement la qualité de la nouvelle solution, une fois comparée à la meilleure solution disponible.

Depuis la mise en place de cette technique d'optimisation il y a une vingtaine d'années, la RT n'a cessé de susciter un intérêt au sein de la communauté scientifique qui lui a apporté un certain nombre d'améliorations afin d'augmenter la performance reliée à l'usage de cette approche. «*L'intensification et la diversification*» sont les deux (2) principales améliorations à la RT et elles introduisent une notion de mémoire à long terme et se différencient, entre elles, selon la manière d'exploiter les informations associées de cette mémoire.

- Étape 1 :* Choisir une solution initiale S dans N (l'ensemble des solutions)
- Appliquer $s' = s$ et $k = 0$
- Étape 2 :* Appliquer $k = k + 1$ et générer un sous-ensemble de solutions en $N(s, k)$ pour que :
- Les mouvements tabous ne soient pas choisis
 - Un des critères d'aspiration $a(s, m)$ soit applicable
- Étape 3 :* Choisir la meilleure solution s' parmi l'ensemble de solutions voisines $N(s, k)$
- Appliquer $s = meilleur(s')$
- Étape 4 :* Si $f(i) \leq f(i^*)$, alors nous avons trouvé une meilleure solution
- Appliquer $s' = s$
- Étape 5 :* Mettre à jour la liste T et les critères d'aspiration
- Étape 6 :* Si une condition d'arrêt est atteinte, stop.
Sinon, retour à l'Étape 2.
- Condition d'arrêt :* Condition qui régira l'arrêt de l'algorithme.
ex. : Arrêt après 22 itérations ($k = 22$).

Figure 17 – Algorithme de «recherche avec les tabous»

Alors que «*l'intensification*» se fonde sur l'idée d'un apprentissage de propriétés favorables : les propriétés communes souvent rencontrées dans les meilleures configurations visitées sont mémorisées au cours de la recherche puis favorisées pendant la période d'intensification. La «*diversification*», quant à elle, poursuit un objectif différent à l'intensification et consistant à diriger la recherche vers des zones inexplorées. La mise en œuvre de la diversification consiste à modifier temporairement la fonction de coût afin de favoriser des mouvements n'ayant pas été effectués ou à pénaliser les mouvements ayant été préalablement réalisés. Ainsi, l'intensification et la diversification jouent des rôles complémentaires pour un usage efficient de la RT.

5.4.5 Intégration de la «recherche avec les tabous» dans l'heuristique de résolution

L'intégration de la RT dans notre processus de mise en place des cellules de production manufacturière sert à améliorer les solutions faisables trouvées par les réseaux quantifiés et fluctuants (QFHN). Le schéma de la figure 18 illustre les diverses étapes utilisées durant la procédure d'amélioration des solutions faisables dans leur voisinage.

Cette phase d'amélioration s'amorce à la suite de l'obtention de solutions faisables par le réseau QFHN et évalue s'il existe de meilleures solutions. Intuitivement, pour voir s'il y a de meilleures possibilités proches des configurations actuelles, nous devons faire un mouvement en échangeant des machines d'une cellule vers une autre et en recalculant la valeur de l'objectif. Ce processus se poursuit jusqu'à l'amélioration ou jusqu'à l'atteinte d'un critère d'arrêt. C'est la procédure matérialisée par le «*mouvement*». Le recours à une liste de mémorisation sert à éviter l'apparition d'un cycle et/ou à permettre à la solution courante de ne pas être prise dans un optimum local. Durant la phase associée à la RT, les valeurs originales des coefficients de dissimilitude sont mis à jour si de meilleures configurations sont obtenues – c'est-à-dire si nous avons une diminution de la valeur de l'objectif.

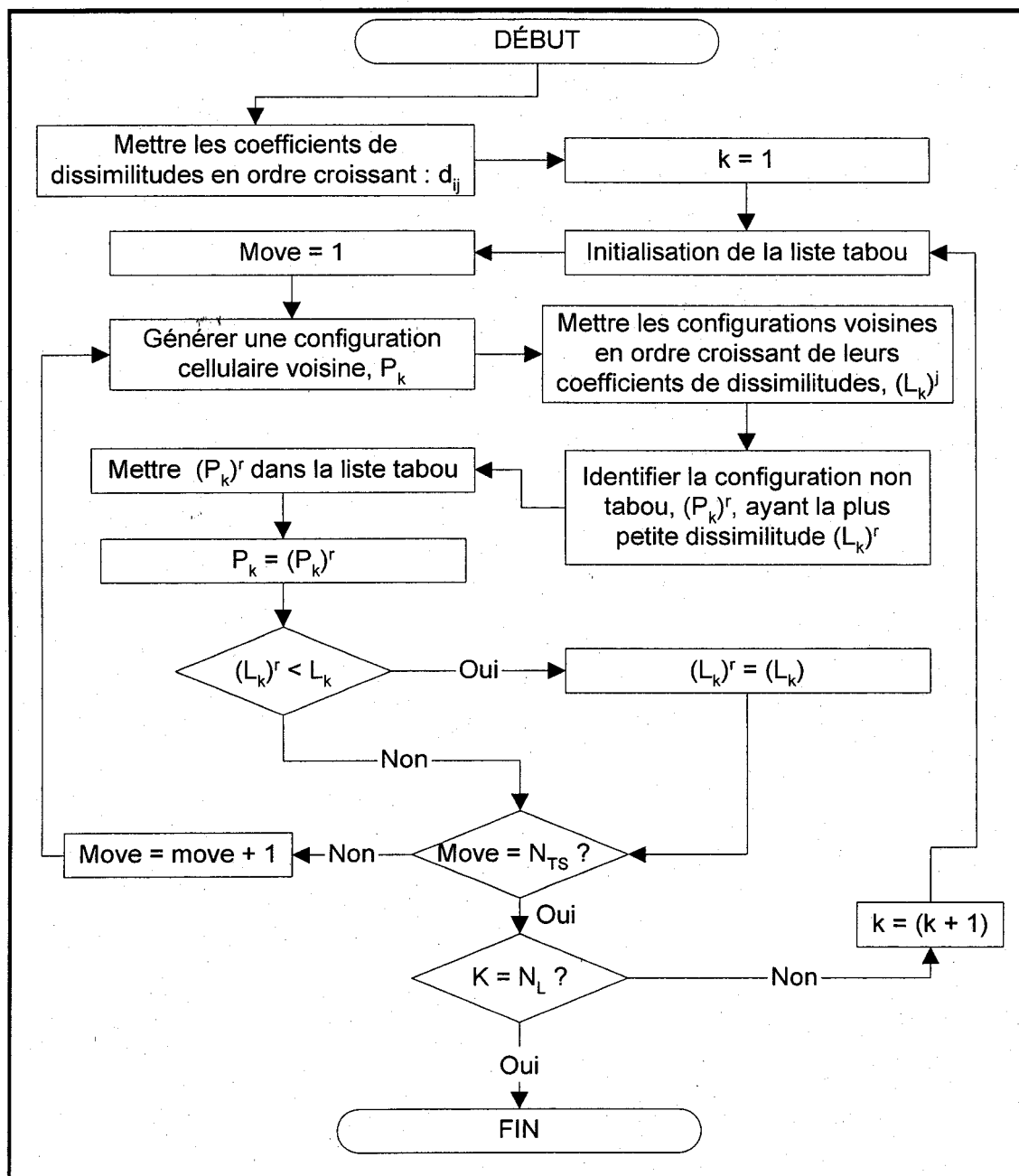


Figure 18. Organigramme de la RT – phase d'amélioration locale

Ainsi, la phase d'amélioration s'amorce par une mise en ordre décroissant de la valeur des coefficients de dissimilitude et l'initialisation du nombre d'élément que nous souhaitons avoir dans la «*liste tabou*». Le mouvement est par la suite initialisé à 1, car nous avons généré une première configuration cellulaire voisine (par simple permutation des machines d'une cellule dans une autre). Nous recalculons l'objectif ainsi obtenu et le classons en ordre croissant des solutions disponibles. L'identification de la configuration «*non-tabou*» est par la suite mise dans la liste des mouvements interdits afin d'éviter de revenir sur cette solution ou d'observer un effet de cycle aux alentours de cette solution faisable. Nous comparons par la suite, si la liste tabou est pleine (L_k) ou que le nombre de mouvements permis est atteint (N_{TS}) ou encore si le nombre d'itérations est échu (N_L) avant de les incrémenter et de poursuivre la procédure ou de l'arrêter.

5.4.6 Modèle hybride de conception cellulaire

Au vu de toutes les simulations que nous avons réalisées [170], l'usage individuel d'un réseau quantifié et fluctuant donne d'excellents résultats dans un temps de résolution acceptable alors que le recours à la RT seule donne de bonnes solutions avec un temps beaucoup plus important.

Aussi le mode d'hybridation désigne-t-il une combinaison entre deux (2) métaheuristiques et représente une excellente alternative en nous offrant un compromis acceptable entre la qualité des solutions à obtenir et le temps de résolution.

L'idée fondamentale de notre hybridation, comprenant un réseau QFHN et la RT, consiste à exploiter pleinement la puissance de recherche d'une méthode de voisinage – la RT – et les atouts de reconnaissance et de mémorisation des réseaux de Hopfield, spécifiquement les réseaux de type QFHN.

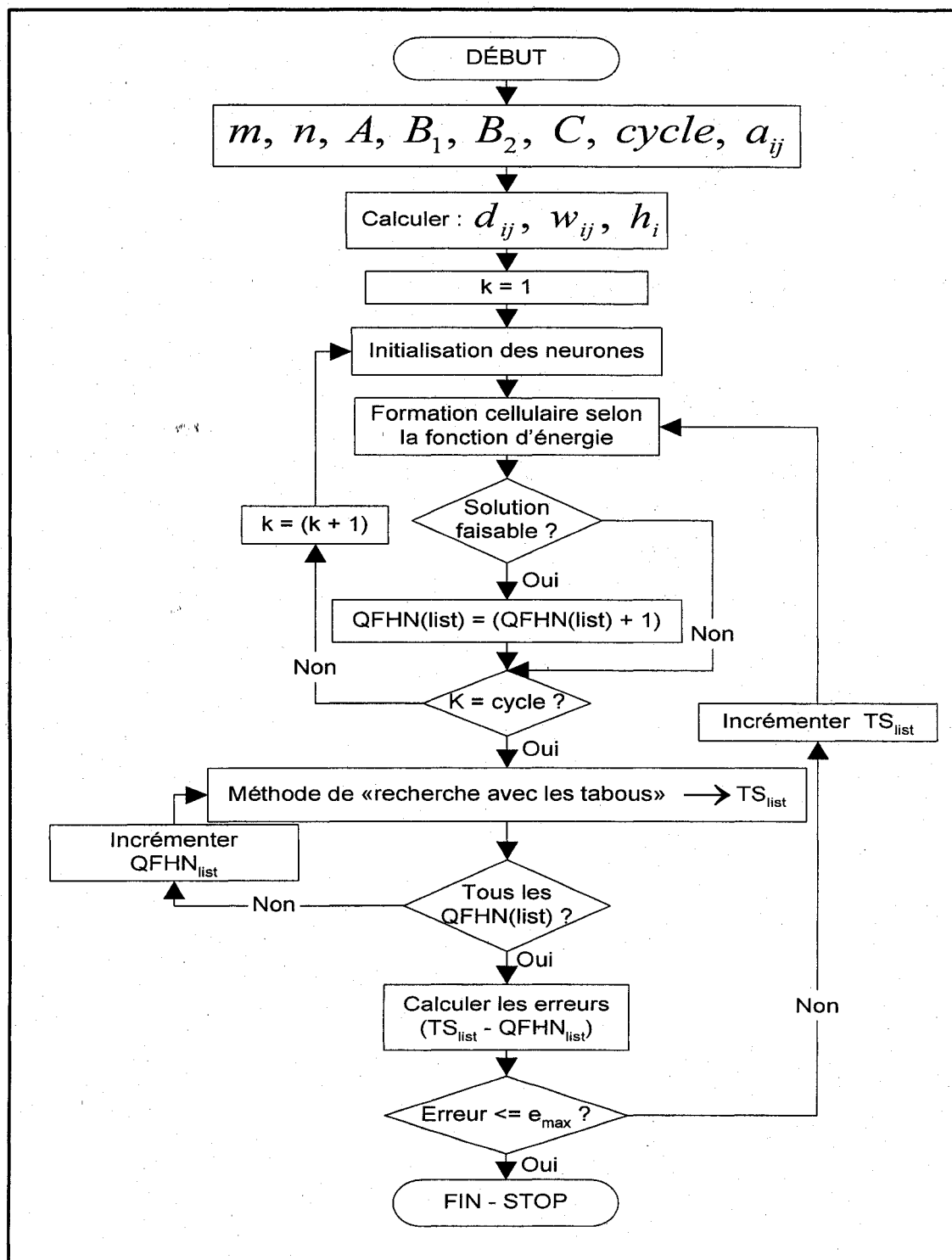


Figure 19 Organigramme de l'approche générale hybride utilisée

Sur le schéma de la figure 19, le processus s'amorce par l'initialisation des divers paramètres pertinents à l'approche de résolution des problèmes de formation cellulaires.

Ces paramètres sont :

- Le nombre de machines et/ou de pièces, m et/ou n ;
- Les coefficients de la «fonction d'énergie» : A , B_1 , B_2 et C . L'initialisation de ces paramètres représente le défi majeur de cette phase car la détermination de leurs valeurs numériques se fait par «essais et erreurs»;
- Le nombre de cycle de résolution fixé *a priori* et dont une initialisation aléatoire des neurones se fera au début de chaque cycle;
- La matérialisation de la matrice incidente initiale, a_{ij} .

Puis nous procédons au calcul des coefficients de dissimilitude par l'identification de la matrice d_{ij} , la composition de la matrice des poids synaptiques de connexions (w_{ij}) entre les neurones et par l'élaboration du vecteur associé au biais de chaque neurone, h_i .

À la suite de l'initialisation aléatoire des neurones préalablement énoncée, le processus de résolution s'amorce par l'obtention des «solutions faisables» par le recours à la fonction d'énergie (5.19) de Hopfield quantifié et fluctuant. Aussi pour les meilleures solutions issues de chaque initialisation (à chaque cycle de résolution, nous mémorisons la meilleure solution lorsqu'elle existe), lorsque k est égal au nombre de cycles, serons-nous prêt à réaliser la seconde phase de résolution par le processus d'amélioration matérialisé par l'usage de la RT. Ainsi, par une succession d'exploration du voisinage, nous serons capables ou non d'améliorer les solutions préalablement obtenues par le réseau QFHN.

Une précision fondamentale est à faire à ce niveau, afin de parler d'hybridation de notre approche, les solutions améliorées par la RT sont réinjectées comme entrées du réseau QFHN comme nouvelle initialisation afin de savoir s'il est possible d'améliorer l'ensemble de solutions disponibles. Si une telle boucle de retour est inexistante, la

procédure n'est pas hybride et s'apparente plutôt à une approche de résolution multi phases. À la suite d'une procédure de bouclage interne entre le réseau QFHN et la RT et dont le critère d'arrêt est représenté par le calcul de l'erreur qui devrait être inférieur à e_{\max} , notre approche hybride s'arrête ainsi que le processus de formation cellulaire dont la configuration retenue sera la meilleure disponible dans la mémoire à court terme de notre modèle.

5.4.7 Contributions scientifiques majeures de la thèse

Cette partie représente le coeur de nos recherches et constitue l'ensemble des contributions que nous avons pu ajouter à notre champ d'expertise scientifique. Ces contributions seront énumérées ci-dessous :

- L'application des réseaux de Hopfield quantifiés et fluctuants est, en elle-même, une contribution non négligeable. En effet, cette variante aux réseaux de Hopfield n'avait pas encore été utilisée dans le domaine manufacturier, et c'est là une chose que nous venons de réaliser sur des matrices de grande taille;
- L'adaptation et la modification du modèle «*p-median*» de Kusiak [86] pour en faire un modèle capable d'intégrer notre réalité. L'apport à ce niveau se situe dans l'ajout du paramètre C_{\max} servant à limiter le nombre de cellules manufacturières à obtenir et la redéfinition d'une équation de contrainte;
- L'élaboration d'une approche hybride globale servant à résoudre les problèmes de formation cellulaire est une autre contribution à souligner. L'atout majeur de cette procédure est qu'elle met l'accent sur un type de problème alors que la majorité des outils développés et disponibles sont centrés sur un problème spécifique qui s'apparente beaucoup plus à des outils spécialisés pour le problème pour lequel ils ont été modélisés;
- L'intégration de plusieurs outils et leur démystification est, là encore, un apport à considérer dans la mesure où contribution scientifique ne rime pas forcément avec

développement technologique ou transfert de technologie, mais traduit un niveau de vulgarisation et de simplification de notions et concepts parfois complexes et d'usage inhabituel.

5.5 Traitement des éléments exceptionnels présents dans la solution

La dernière phase de l'heuristique de résolution des problèmes de formation cellulaire porte sur le traitement des éléments exceptionnels demeurant dans la configuration cellulaire trouvée. Aussi et comme signalé précédemment, les solutions associées aux problèmes de mise en place des ateliers de fabrication flexibles contiennent-elles des éléments exceptionnels. Ces EE créent des interactions entre deux cellules de production et selon le point de vue choisi peuvent être soit des pièces exigeants un traitement spécifique sur des machines géographiquement localisées dans plus d'une cellule, soit des équipements de production constituant le goulot d'étranglement – c'est-à-dire requis pour la fabrication de plus d'une famille de produits. Or l'interaction entre des ateliers distincts provoquée par l'existence d'EE va à l'encontre de la philosophie associée à la conception des systèmes manufacturiers cellulaires qui prône la création de cellules indépendantes. En outre, ces interactions créent des frictions – disons des ruptures – dans un environnement manufacturier cellulaire pour lequel des coûts tangibles et intangibles sont encourus.

Selon la figure 16 préalablement visualisée à la page 133, l'approche de formation cellulaire proposée est une heuristique hybride en trois (3) étapes dont le traitement des EE constitue la phase finale du processus de création des ateliers manufacturiers. La prise en considération des EE dans des approches antérieures étant largement documentée, nous soulignerons toutefois que parmi les multiples approches disponibles traitant des EE, nous avons retenu l'approche proposée par Shafer et al. [171].

En effet, contrairement à certains auteurs ayant éliminé complètement ou partiellement, les EE de leur approche de formation cellulaire, Shafer et al. [171] proposèrent une approche que nous avons intégrée à notre méthodologie à cause de sa justesse et à la suite des hypothèses mises en place durant l'élaboration de notre méthodologie. En outre, si la pièce ou la famille de produits représentant un EE peut être changée, alors il existe deux (2) options entraînant leur élimination. La première suggère la duplication des machines constituant le goulot d'étranglement alors la seconde réside dans le recours à la sous-traitance de ces pièces. La première option élimine les transferts intercellulaires générés par l'interaction que ces produits créent dans le processus de fabrication globale d'une unité industrielle. La seconde utilise la sous-traitance afin de soustraire les pièces exceptionnelles à l'environnement de production.

L'approche suggérée par Shafer et al. [171] donne une dimension additionnelle à l'élimination des EE en établissant un équilibre basé sur l'ensemble des coûts considérés. Or notre approche de conception des ateliers de fabrication flexibles met l'accent sur l'aspect économique afin que l'unité industrielle demeure rentable. Pour ce faire, nous avons intégré le recours aux cheminements alternatifs de production qui nous permet, le cas échéant, d'éliminer les EE en changeant le routage de production ou en revoyant la conception même du processus de fabrication de la famille de pièces causant le ou les transferts intercellulaires. De plus, le modèle mathématique proposé par Shafer et al. suggère une stratégie mixte solutionnant la problématique des interactions causées par la présence des EE afin d'obtenir des cellules indépendantes et autonomes comme objectifs de notre approche de conception.

Toute entité productrice encourt des frais associés au déplacement des pièces d'une cellule vers une autre afin de compléter son cycle de production. Or ces coûts sont générés par la nécessité relative au transport du matériel d'une zone vers une autre et, de ce fait, élimine l'atout majeur d'un aménagement cellulaire qui réside dans la mise en place de cellules autonomes et indépendantes. Cette indépendance élimine, par exemple,

le besoin de coordonner les activités de production et simplifie les programmes d'ordonnancement, de gestion et de contrôle des activités manufacturières. De plus, les équipements de production requis pour le traitement d'une pièce sont placés à proximité les uns des autres afin de minimiser les distances à parcourir sur le plancher de fabrication. Ces déplacements, lorsqu'ils existent, limitent la reconfiguration d'un plancher de production et entraînent l'incapacité de déterminer le niveau de responsabilité de l'opérateur vis-à-vis de la qualité du produit fini. Ainsi, la piètre qualité des items obtenus et la complexité associée à l'établissement des programmes de production représentent, par exemple, deux (2) types de coûts intangibles liés aux transferts intercellulaires.

Dupliquer une machine, c'est-à-dire acquérir un second exemplaire d'une machine que nous possédons déjà, entraîne des coûts évidents liés à l'achat de ces équipements. Même si cette alternative est considérée ici, elle devra être évaluée soigneusement afin de s'assurer que cette acquisition est nécessaire à l'élimination de transferts intercellulaires associés à un EE donné, spécifique et important du point de vue économique.

Le recours à la sous-traitance constitue une autre possibilité prise en compte dans le modèle élaboré par Shafer et al. [171]. Toutefois la sous-traitance renvoie à une dénomination générale qui, dans le milieu industriel, peut prendre plusieurs formes. En effet, il est possible de différencier la sous-traitance comme «*fabriquer ou acheter*» ou comme «*fabriquer ou sous-traiter*» [172]. Lorsqu'il est question de «*fabriquer ou sous-traiter*», nous parlons d'un recours tactique à la sous-traitance permettant de combler les besoins en capacité pour la planification globale de la production à court terme. Or «*fabriquer ou acheter*» renvoie à des considérations à long terme qui implique des accords de partenariat avec un certain nombre de fournisseurs. Soulignons, tout de même, que la fabrication cellulaire est une décision stratégique dont les effets sont pénétrants sur deux aspects de la planification à long terme : les besoins en capacité et

l'agencement des centres de production, de toutes les fonctions de support à la fabrication et des commodités connexes. Par conséquent, l'utilisation de la sous-traitance comme moyen permettant l'élimination des EE est plus appropriée avec l'idéologie de «*fabriquer ou acheter*», car elle implique une relation client/fournisseur à long terme. Or les structures industrielles fonctionnant selon un aménagement cellulaire ne sont pas complètement disposées en ateliers industriels; il est possible, dans ce cas, que la pièce dite EE ne soit pas nécessairement sortie de l'unité de fabrication. Ainsi, les pièces exceptionnelles peuvent être assignées à des cellules dites «*résiduelles*» qui représentent la partie de l'usine qui n'a pas été aménagée en ateliers de fabrication flexibles.

En tenant compte de toutes ces précisions, le modèle mathématique permettant d'éliminer les EE basé sur la référence [171] et initialement présenté dans [162], considère trois (3) coûts importants dont :

- a. Le coût associé au transfert intercellulaire lui-même;
- b. Le coût relatif à la duplication des machines, c'est-à-dire à l'acquisition de machines additionnelles identiques;
- c. Le coût d'acquisition d'une unité du produit par le recours à la sous-traitance.

Les paramètres fondamentaux regroupés par affinités ou spécificités sont les suivants :

1. Dans ce modèle, et comme dans toute cette thèse, les indices i et j désignant, respectivement, les machines et les pièces. Les autres paramètres essentiels sont :
 - l avec $l = 1, 2, \dots, L$ est l'indice associé aux cellules manufacturières.
2. Les variables décisionnelles associées à ce modèle de traitement des EE sont :
 - u_j représente le nombre de pièces j à fabriquer via la sous-traitance;
 - m_{il} désigne le nombre de machines de type i à acheter afin de les assigner à la cellule l ;

- β_j est associée au nombre de transferts intercellulaires causés par le processus de fabrication de la pièce j et devant être traités sur la machine i . Or cette machine n'est pas disponible dans la cellule assignée à la fabrication de cet item;
- M_{ij} désigne le nombre de machines de type i assignées à la production de la pièce j .

3. Les autres paramètres associés à ce modèle sont :

- γ_i désigne le coût d'acquisition annuel d'une machine de type i ;
- inc_j représente l'augmentation de coût pour produire la pièce j par le recours à la sous-traitance;
- D_j est associée à la demande prévisionnelle annuelle de l'item j ;
- cap_i représente la capacité annuelle de production de la machine i ;
- tm_{ij} indique le temps opérationnel nécessaire à la fabrication du produit j sur la machine i ;
- Δ_j désigne l'accroissement du coût associé au déplacement de la pièce j à l'extérieur de la cellule en opposition à un déplacement interne. Ce coût peut représenter les effets perturbants associés à la présence de transferts intercellulaires;
- ee_l est l'ensemble des pièces exceptionnelles issues de la cellule l ;
- em_l identifie l'ensemble des machines du goulot d'étranglement requises par les pièces de la cellule l .

À la suite de la précision sur l'identification de tous ces paramètres, de tous les indices et de toutes les variables décisionnelles, nous sommes en mesure de présenter le modèle mathématique de programmation linéaire en nombres entiers permettant de traiter les éléments exceptionnels demeurant dans la solution finale issue de l'algorithme hybride –

réseau de neurones de type «Hopfield Quantifié fluctuant» et approche de «Recherche Tabu». Ce modèle d'optimisation focalisant sur la minimisation des coûts pertinents est :

$$\text{Min. : } Z = \sum_{l=1}^L \left[\sum_{j=1}^m \sum_{j \in (ee_l)} (u_j inc_j) + \sum_{i=1}^n \sum_{i \in (em_l)} (m_{il} \gamma_i) + \sum_{j=1}^m \sum_{j \in (ee_l)} (\beta_{ij} \Delta_j) \right] \quad (5.20)$$

Sujet à

$$\beta_{ij} = D_j - u_j - \left(\frac{cap_i * M_{ij}}{tm_{ij}} \right), \forall EE \quad (5.21)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{j \in (ee_l)} M_{ij} \leq m_{il}, \forall i, l \quad (5.22)$$

u_j , m_{il} et β_{ij} sont tous en nombres entiers

Bien entendu, l'objectif de ce modèle est de minimiser l'ensemble des coûts associés aux EE dont le premier terme (équation 5.20) représente les coûts de la sous-traitance. Le deuxième terme de la fonction «objectif» évalue le coût d'acquisition des machines selon la stratégie choisie. Notons, tout de même, que γ_i représente les coûts d'acquisition annuels impliqués lors de la duplication d'une machine. Ces coûts d'acquisition résultent des diverses escomptes tels que le prix d'achat, les coûts d'entretien, la valeur de récupération, la durée de vie utile, etc. Le dernier terme de cette fonction «objectif» est le coût des transferts intercellulaires. Soulignons que ce coût désigne une augmentation monétaire liée aux déplacements intercellulaires et peut inclure des facteurs comme les frais de transport, de manutention, d'ordonnancement, de mauvaise qualité du produit fini, etc. Ce coût de transfert intercellulaire représente les frais d'augmentation pour déplacer une pièce entre diverses cellules en opposition à un déplacement à l'intérieur de la même cellule. Ces frais d'accroissement incluent des facteurs tels que le coût associé à l'augmentation de la manipulation des matières premières, à la complexité pour établir la cédule d'ordonnancement et à la mauvaise qualité potentielle des produits. De plus, le produit $(\beta_{ij} \Delta_j)$ est additionné seulement

pour les pièces exceptionnelles car, si nous devions aussi faire la somme pour l'ensemble des machines du goulot d'étranglement, nous aurions alors comptabilisé deux fois cette quantité.

La première contrainte (équation 5.21) évalue le nombre de transferts intercellulaires entre la machine i et la pièce j demeurant dans la solution finale. Cette contrainte s'assure, en outre, que le nombre de machines i achetées pour la cellule l est identique au nombre d'EE trouvés par cette limite. Toutes les combinaisons (i, j) définissant les EE de la solution initiale sont responsables de la présence de cette contrainte. De plus, les variables β_{ij} et Δ_j peuvent être exprimées selon chaque unité fabriquée ou encore, elles peuvent directement représenter la taille d'un lot de transfert. Ainsi, nous pouvons facilement inclure la taille du lot dans le modèle mathématique d'optimisation.

Dans la seconde contrainte (équation 5.22), il s'agit de s'assurer que le nombre de machines i acquises pour la cellule l est identique aux nombre d'EE trouvés et identifiés par la première contrainte (équation 5.21). Aussi remarquons que la variable décisionnelle M_{ij} peut-elle prendre des valeurs non entières et représente-t-elle un pourcentage de la capacité opérationnelle de la machine i assignée à la fabrication de la pièce j . Cette distinction permet à tout nouvel équipement (machine) d'être disponible pour le traitement de plusieurs produits à l'intérieur d'une seule et même cellule. Encore une fois, soulignons que la combinaison (i, j) définit un EE particulier.

Selon la nature du problème à résoudre, de l'environnement industriel et du contexte économique de la structure productrice, il est possible d'inclure les deux contraintes suivantes :

$$u_j = 0, \text{ pour tout } j \text{ qui ne devrait pas être sous-traité} \quad (5.23)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^L (\gamma_i * m_{il}) \leq budget (\$) \quad (5.24)$$

La première contrainte (équation 5.23) pourrait être ajoutée à toutes les pièces ne devant pas être sous-traitées et la seconde (équation 5.24) permettrait d'imposer une limite budgétaire. Cette limite budgétaire est fondamentale à cause du contexte économique contemporain et obligerait les unités industrielles à utiliser la duplication des équipements de production et, pourquoi pas, le recours à la sous-traitance.

Aucune contribution scientifique ne peut être signalée dans cette partie dans la mesure où nous nous sommes basés sur le modèle d'optimisation développé par Shafer et al. [171] et mis à jour sans modifications majeures. Les seules retouches ont été effectuées sur la forme, les indices et une adaptation du modèle au reste de la procédure heuristique que nous proposons comme approche de résolution globale aux problèmes de formation cellulaire.

5.6 Mesures de performance évaluant la formation cellulaire

Afin de mesurer la qualité des solutions obtenues, nous avons recours à des indicateurs de performance capables de traduire la justesse des configurations trouvées par notre approche et permettant une base de comparaison relative aux résultats obtenus par d'autres chercheurs selon d'autres approches de modélisation et de résolution. Pour ce faire, nous utiliserons des mesures d'efficacité du regroupement définie par Miltenburg et Zhang [173]. Ainsi, soit b_1 le nombre d'entrées non nulles de la matrice incidente initiale, c désignant le nombre de cellules manufacturières formées avec $c \in [1, 2, \dots, C_{\max}]$, M_c et P_c représentant, respectivement, le nombre de machines et de pièces assignées à la cellule de production considérée. Nous définirons la «*mesure de densité*» des cellules e_1 définie comme :

$$e_1 = \frac{b_1}{\sum_{c=1}^{C_{\min}} (M_c * P_c)} \quad (5.25)$$

En conséquence, une valeur élevée du paramètre e_1 signifie que les machines ou les pièces dans chaque cellule sont similaires à celles situées dans une autre cellule. De plus, les auteurs ont considéré que le paramètre b_2 représentant le nombre d'éléments exceptionnels présents dans la matrice incidente initiale leur a permis de définir, selon l'équation (5.26), une «*mesure du flux*» de matériels entre les cellules comme :

$$e_2 = 1 - \frac{b_1}{(b_1 + b_2)} \quad (5.26)$$

Dans cette équation (5.26), une petite valeur de e_2 traduit une existence minimale d'éléments EE présents dans la matrice incidente initiale. Finalement, la «*mesure d'efficacité*» est donnée par l'équation :

$$e = e_1 - e_2 \quad (5.27)$$

Avec e variant dans l'intervalle $[-1,1]$. Ainsi, meilleur est le regroupement entre les machines et/ou les pièces, meilleure sera la mesure d'efficacité qui sera proche de la valeur unitaire positive. Sinon, elle serait beaucoup plus proche de la valeur négative de l'intervalle de définition de ce paramètre.

5.7 Conclusion sur la méthodologie proposée

Dans cette méthodologie proposée, une approche générale hybride combinant une sélection du cheminement de fabrication centrée sur la minimisation des coûts de production, la mise en place des cellules manufacturières basée sur l'utilisation d'une

fonction d'énergie dite «*fonction de Lyapunov*» et le traitement des transferts intercellulaires ou éléments exceptionnels (EE) demeurant dans la configuration finale constitue l'essentiel de notre axe de résolution.

En effet, les coûts opérationnels sont un élément majeur des systèmes manufacturiers contemporains et une rationalisation de ces coûts représente un aspect fondamental que nous ne pouvons omettre. Ainsi, en ajustant le modèle de Liao et al. [163] afin qu'il reflète les paramètres que nous avons considéré dans notre approche, nous avons pu effectuer un pré traitement minimisant nos coûts de fabrication.

Puis en nous basant sur les dissimilarités entre les machines et/ou entre les pièces, nous avons modélisé une fonction d'énergie nous permettant de déterminer la meilleure configuration cellulaire.

Finalement, les transferts intercellulaires demeurant dans la solution finale sont arbitrés en déterminant quel serait le meilleur moyen pour éliminer ces éléments exceptionnels. Les choix disponibles pour l'établissement de cet arbitrage se focalisent sur trois (3) axes, à savoir le recours à la sous-traitance qui permet d'éliminer de l'atelier de fabrication les produits achetés d'un fournisseur externe, la duplication d'équipements existants occasionnant le maintien des items fabriqués à l'interne mais entraînent un coût supplémentaire pour acquérir des équipements dont nous disposons déjà; finalement, le maintien des transferts actuels, car ils n'occasionnent pas un accroissement du coût opérationnel.

CHAPITRE 6

ÉVALUATION DE LA MÉTHODOLOGIE PROPOSÉE

Le chapitre actuel portera essentiellement sur l'évaluation de la méthodologie hybride proposée dans le chapitre précédent. Basée sur un algorithme de résolution en trois (3) étapes présenté à la figure 16 de la page 133, cette approche commence par la sélection optimale du cheminement de fabrication à partir d'une matrice incidente initiale représentant le problème à résoudre. À la suite de l'identification, pour chaque produit, de la meilleure gamme de fabrication selon la disponibilité, le nombre, le type et le coût opérationnel associé à chaque équipement (machine), l'approche proposée se focalise sur la mise en place des cellules de production. Cette seconde étape représentant l'essence de notre travail est une heuristique de résolution hybride composée d'un réseau de neurones de type «*Hopfield quantifié et fluctuant*» et de la «*recherche avec les tabous*» permettant, si possible, d'améliorer la qualité de la solution obtenue. La dernière phase de cette procédure traitera des éléments exceptionnels – c'est-à-dire des mouvements, déplacements ou transferts intercellulaires – existants dans la solution issue du processus de formation cellulaire.

Ce chapitre portera sur l'identification, la sélection et la résolution d'exemples tirés de la littérature contemporaine afin d'évaluer la méthodologie proposée.

6.1 Sélection des exemples de référence

Le premier exemple sélectionné est un problème, initialement proposé par Liao et al. [163] et repris dans Ateme et Dao [162]. Dans cet exemple, il y a neuf (9) machines réalisant trois (3) opérations et acquises pour la fabrication de neuf pièces (9). Chacune de ces pièces possède un ou plusieurs cheminements de production. Au vu de l'ensemble des exemples que nous utiliserons, nous pouvons considérer ce problème comme un

exemple faisant intervenir une matrice de petite taille. L'objectif recherché sera d'obtenir une solution optimale ou quasi optimale pour la formation cellulaire.

Le second exemple sélectionné, pris de l'article de Srinivasan et al. [88], est composé de seize (16) machines et trente (30) pièces/produits. Comme dans le cas précédent, cet exemple comporte plusieurs opérations pouvant être réalisées sur plusieurs types de machines et selon différents cheminements de fabrication. Cet exemple nous permettra de résoudre un problème dont la matrice incidente initiale pièces/machines sera considérée comme une matrice de taille moyenne.

Le dernier exemple que nous traiterons dans ce chapitre fut tiré de l'article de Mak et al. [174] et pour lequel nous formerons des cellules de fabrication flexibles basées sur une matrice incidente binaire pièces/machines de quarante (40) machines et de cent (100) pièces ou produits. Cet exemple est considéré comme une matrice de grande taille et représente le cœur ou l'aspect central de notre méthodologie.

6.1.1 Matrice incidente initiale de petite taille

Dans le premier exemple, les machines réalisent trois (3) opérations spécifiques à chaque produit. Le Tableau XIII ci-dessous, montre que seuls les produits/pièces #3, #6 et #9 présentent des cheminements alternatifs alors que les autres n'en ont pas. Aussi faut-il noter qu'il n'y a que trois (3) opérations ou étapes de fabrication pour la production des neuf (9) pièces. Ainsi, la première pièce est réalisée par les opérations #1 et #3, la seconde pièce est faite selon les opérations #1 et #2, alors que la troisième pièce est réalisée en passant par les opérations #1 et #3 d'après le premier cheminement et selon les opérations #1 et #2 pour le second. Cette explication vaut également pour la production des produits 3 à 9.

Tableau XIII

Données relatives aux pièces/produits et coûts afférents

Pièces	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cheminement	1	1	1 2	1	1	1 2	1	1	1 2
Opération #1	1	1	1 1	1		1 1	1	1	1 1
Opération #2		1	1	1	1	1		1	1 1
Opération #3	1		1	1	1	1 1	1	1	1
Demande	5	10	10	5	5	5	10	10	10
COÛTS (\$/unité)									
Sous-traitance	1,5	2	2,25	2	3	3,15	2	4	2,75
Déplacement	2	3	4 3	5	8	6 7	4	5	6 4

Selon les hypothèses émises à la section §5.2.1 du chapitre précédent, nous devons fournir des données pertinentes pour chaque exemple afin d'évaluer notre méthodologie. Ainsi, pour compléter la vision associée à cet exemple, nous fournissons ici des données relatives aux machines et les temps et coûts opérationnels.

Tableau XIV

Données relatives aux machines et coûts afférents

	Machines								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Opération #1	1	1	1						
Opération #2				1	1	1			
Opération #3							1	1	1
Capacité	80	80	80	50	50	50	50	50	50
Coûts (\$)									
Acquisition	3	4,1	2,5	3,2	6,4	5,8	4,4	5,1	7

Du Tableau XIV, nous remarquons que la première opération ne peut être réalisée que sur les machines #1, #2 et #3 alors que la dernière opération est effectuée par les machines #7, #8 et #9. Aussi, ce tableau indique les capacités de fabrication associées à chaque machine sur l'horizon de planification. Horizon de planification qui n'a aucune incidence et ne requiert aucune attention de notre part.

Finalement, le Tableau XV indique les temps et les coûts opérationnels associés à chaque couple pièces/machines. Ainsi, lorsque la machine #1 est utilisée pour la fabrication du premier produit, elle prend quatre (4) secondes ou unité de temps pour un coût opérationnel de \$2/heure. Notons que cette première pièce ne dispose que d'un cheminement de fabrication, ce qui n'est pas toujours le cas pour l'ensemble des pièces à produire.

Tableau XV

Temps et coûts du premier exemple de formation cellulaire

		Pièces															
		1		2		3		4		5		6		7		8	
Machines	Cheminement	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2
		1	4; 2	40; 45	4; 5	4; 4	2; 2		5; 5	6; 5	7; 6	45; 45	10; 8	70; 60			
	2	6; 4	3; 2	5; 3	3; 3	35; 55		6; 3	6; 5	44; 70	2; 1	9; 8	6; 6				
	3	30; 40	3; 4	3; 2	4; 5	50; 70		4; 3	5; 4	9; 8	3; 2	8; 7	6; 5				
	4		5; 4		55; 70	2; 3	4; 5	2; 2			2; 2	4; 5	5; 7				
	5		2; 3		4; 4	70; 55	4; 4	2; 2			2; 1	4; 5	4; 6				
	6		4; 4		4; 3	65; 75	5; 5	2; 1			2; 2	3; 4	3; 5				
	7	3; 4		4; 4		2; 1	45; 55	4; 4	4; 4	2; 1	3; 3	3; 3					
	8	4; 5		50; 60		35; 50	2; 1	3; 3	4; 3	3; 2	3; 2	4; 3					
	9	35; 45		3; 2		40; 80	3; 3	3; 2	3; 2	2; 2	4; 4	3; 3					

Autre exemple pour l'usinage de la pièce/produit #3 disposant de deux (2) cheminements de fabrication, elle utilise tour à tour les machines #1, #2 et #3 pour réaliser la première opération puis les machines #7, #8 et #9 pour la troisième (la seconde dans son cheminement) opération. Dans le second cheminement disponible pour fabriquer cette pièce, elle est usinée sur les machines #1, #2 et #3 pour la première opération et les machines #4, #5 et #6 pour la seconde opération nécessaire pour compléter son cycle de production. Ainsi, ce troisième produit nécessite quatre (4) secondes de temps opérationnel et coûte \$5/heure lorsqu'il est réalisé sur la machine #1 selon le premier cheminement et quatre (4) secondes et \$4/heure, respectivement, pour le second cheminement disponible. Bien entendu, l'ensemble des coûts et des temps sont

présentés sur le tableau ci-dessus et nous invitons les lecteurs à y porter une attention particulière.

Notons, enfin, que certaines valeurs numériques associées aux temps opérationnels et aux coûts de fabrication sont relativement importantes. Par exemple, les valeurs (35; 45) associées au temps et au coûts opérationnels pour usiner la première pièce sur la neuvième machine peuvent être considérées comme importantes lorsque nous les comparons à l'ordre de grandeur des autres valeurs numériques présentes dans cette matrice.

6.1.2 Matrice incidente initiale de taille moyenne

Contrairement au premier exemple présenté dans ce chapitre, dans cet exemple ainsi que dans les suivants, nous nous limiterons à présenter l'ensemble des données pertinentes à la modélisation et à la résolution sans trop nous attarder sur des données de type industrielles mais qui n'ont pas d'impact sur notre méthodologie. Ainsi, nous ne parlerons plus de la demande prévisionnelle des produits à fabriquer, de la capacité de production de chaque machine et de la distinction des opérations d'usinage ou de fabrication.

Aussi le second exemple sélectionné pour l'évaluation de notre méthodologie est-il tiré de l'article de Srinivasan et al. [88]. Dans cet article, les auteurs utilisèrent une matrice incidente initiale composée de seize (16) machines et de trente (30) pièces/produits.

Selon l'approche mise en place et préalablement présentée, nous considérerons l'ordre de grandeur de cet exemple comme une matrice de taille moyenne afin de démontrer l'utilité du modèle global et, d'établir les bases de comparaison entre cet exemple et l'exemple de la section précédente ou celui que nous vous présenterons dans la prochaine section.

Tableau XVI

Première partie des données pertinentes à la résolution du second exemple

		Pièces																Acquisition	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15			
Routage		1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	1		
Machines	1				4;4	3;2			4;5		2;2			2;1		21;12		30	
	2	2;3			5;5								2;3			30;25		59	
	3				3;2											50;35		72	
	4		1;3				12;10		4;2									19	
	5			2;1			20;32	3;2		4;4			6;6				2;2	45	
	6						55;65											90	
	7		2;1		2;2				3;1					5;6				33	
	8		2;4		3;1				3;3		4;2			3;2				15	
	9					4;4												13	
	10							2;1		3;2							3;2	3;3	27
	11		2;2						2;2		3;4		5;7						10
	12		1;1		4;1				1;1				4;4	3;3					9
	13			2;2								4;2		4;7		3;3			7
	14							3;3		2;2			5;2				3;4	2;1	26
	15					3;3													8
	16								3;2	2;2	5;3						2;1	5;2	9
		Coûts (\$)																	
Sous-traitance		11	7	1	7,5	7,5	60,5	9,75	7	10	5	15	7	2,5	5	8			
Déplacement		18	3,5	7	5	4,5	100	85	6	9	6	12	7	9	75	105	7	9	

Tableau XVII

Seconde partie des données pertinentes à la résolution du second exemple

		Pièces																		acquisition			
		1 6	1 7	1 8	1 9	2 0	2 1	2 2	2 3	2 4	2 5	2 6	2 7	2 8	2 9	3 0							
Routage		1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	3	1	1	1		
Machines	1			2;2		35;40		1;2								25;20					3;1	30	
	2	3;3		3;1		28;43	4;4									33;41						59	
	3					65;55				2;2		1;1						2;1	3;3	5;3		72	
	4			4;6				3;1	33;65							63;78					2;2	19	
	5							2;3	45;75		4;1		5;3			70;46						45	
	6									3;1		3;1						3;2		4;5		90	
	7			3;4					2;2			2;3			35;42						1;1	33	
	8	39;44		4;3					5;4						43;52				2;1			15	
	9				1;1				3;2		1;1	4;6			50;60		1;1	3;5				13	
	10			1;1				4;2		70;27		2;3		4;1								27	
	11			4;2						66;45						38;30						5;3	10
	12			3;1	2;4		3;1		4;3						40;52							9	
	13						2;3								44;63					4;1	4;4	7	
	14			2;2				3;3										2;3				26	
	15										2;4		3;2	3;3				4;2		3;2	6;2	8	
	16											3;2		2;1				5;5				9	
Coûts (\$)																							
Sous-traitance		40	8	8,5	0,5	7	5	5,25	77,25	4,5	4,5	10		72,5		7,5	11	10					
Déplacement		50	65	6	7,5	7	72	3,5	7	9	25	33	7	7	5,5	2,5	2,75	2,85	5	3,75	3,25		

Aussi les données répertoriées aux Tableaux XVI et XVII montrent-elles les temps et coûts opérationnels, coûts afférents et autres données utiles et dont nous aurons besoin pour résoudre cet exemple (voir la section § 6.3).

6.1.3 Matrice incidente initiale de grande taille

Le dernier exemple permettant de terminer cette évaluation est pris de l'article de Mak et al [174] dans lequel nous devons effectuer la formation cellulaire d'un ensemble de cent (100) produits manufacturés en ayant recours à une quarantaine (40) de machines disponibles sur le plancher de production.

Comme dans les exemples précédents, les Tableaux XVIII, XIX, XX et XXI présentent les données sur les temps, les coûts aussi bien opérationnels que l'ensemble des déboursés pertinents à la résolution de ce problème par l'usage de la méthodologie que nous vous avons proposé dans le chapitre précédent. Le plus important, dans ces exemples, sera la matrice incidente initiale binaire pièces/machines sur laquelle nous déboucherons et qui constituera l'entrée principale sur laquelle nous nous baserons pour résoudre les problèmes de formation cellulaire.

Dans les sections suivantes, nous nous attarderons sur la matrice incidente initiale de petite taille et l'ensemble des résultats obtenus. Suivront des commentaires qui aboutiront sur une conclusion spécifique à cet exemple. Puis le problème de formation cellulaire basé sur la matrice de taille moyenne sera abordé selon le même processus de résolution avant d'achever le tout par une conclusion générale qui sera précédée par l'exemple focalisant sur les matrices de grande taille qui constitue le cœur de notre méthodologie.

Tableau XVIII

Première partie des données initiales du 3^e exemple

		Pièces																				Achat						
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		21	22	23	24	25	
Route		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
Machines	1				1;2	3;1				7;2																	2;4	
	2																											17
	3				2;1	2;3							3;2	1;3													3;1	21
	4				3;2																							19
	5							1;4													2;1	1;1						33
	6	2;1	1;1																									42
	7				2;1	3;4																						67
	8																											72
	9				2;2																							81
	10																											90
	11																											19
	12	1;4	3;2																									23
	13																											35
	14																											29
	15																											44
	16																											30
	17				5;4																							28
	18																											17
	19																											19
	20				1;3																							84
	21																											77
	22																											26
	23																											37
	24																											18
	25																											37
	26	2;3																										25
	27																											34
	28																											52
	29																											63
	30																											42
	31																											13
	32																											9
	33																											22
	34																											39
	35																											21
	36																											17
	37																											7
	38	4;4	2;1																									9
	39																											30
	40	5;1	1;3																									22
		Coûts (\$)																										
Sous-traitance	10	9	15	11	20	9	16	31	23	31	19	16	27	7	37	8	14	27	13	34	13	7	9	11	14			
Déplacement	7	3	8	9	12	17	6	12	7	10	11	9	33	21	9	6	11	31	9	20	27	9	8	32	23			

Tableau XIX

Deuxième partie des données initiales du 3^e exemple

		Pièces																				Achat							
		2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4		4	4	4	4	5		
Routage		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
Machines	1											1; 2															1; 1	14	
	2																												17
	3												3; 1															1; 3	21
	4															2; 4													19
	5																												33
	6																												42
	7																												67
	8																												72
	9																												81
	10																												90
	11																												19
	12																												23
	13																												35
	14																												29
	15																												44
	16																												30
	17																												28
	18																												17
	19																												19
	20																												84
	21																												77
	22																												26
	23																												37
	24																												18
	25																												37
	26																												25
	27																												34
	28																												52
	29																												63
	30																												42
	31																												13
	32																												9
	33																												22
	34																												39
	35																												21
	36																												17
	37																												7
	38																												9
	39																												30
	40																												22
		Coûts (\$)																											
Sous-traitance		10	9	15	11	20	9	16	31	23	31	19	16	27	7	37	8	14	27	13	34	13	7	9	11	14			
Déplacement		7	3	8	9	12	17	6	12	7	10	11	9	33	21	9	6	11	31	9	20	27	9	8	32	23			

Tableau XX

Troisième partie des données initiales du 3^e exemple

		Pièces																				Achat					
		5 1	5 2	5 3	5 4	5 5	5 6	5 7	5 8	5 9	6 0	6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 6	6 7	6 8	6 9	7 0		7 1	7 2	7 3	7 4	7 5
Machines	Routage	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	14
	1						2;1	1;1								5;2	4;2										17
	2			1;1								2;4		4;7													21
	3						2;3	1;3	4;2							1;1	3;5										19
	4																										33
	5					5;1								2;3						1;1	2;4						42
	6												1;1	4;6		2;7											67
	7																		1;4	2;1	2;2						72
	8						1;3		3;5													2;1	1;2				81
	9																										90
	10					2;1									5;5		3;3								2;2		19
	11																										23
	12							3;4																			35
	13														3;3	4;4	3;1		4;3	2;5							29
	14																										44
	15		2;3	3;4																						5;7	30
	16																										28
	17																										17
	18																										19
	19																										84
	20																										77
	21																										26
	22																										37
	23																										18
	24																										37
	25																										25
	26																										34
	27																										52
	28																										63
	29																										42
	30																										13
	31																										9
	32																										22
	33																										39
	34																										21
	35																										17
	36																										7
	37																										9
	38																										30
	39																										22
	40																										
		Coûts (\$)																									
Sous-traitance		10	9	15	11	20	9	16	31	23	31	19	16	27	7	37	8	14	27	13	34	13	7	9	11	14	
Déplacement		7	3	8	9	12	17	6	12	7	10	11	9	33	21	9	6	11	31	9	20	27	9	8	32	23	

Tableau XXI

Dernière partie des données initiales du 3^e exemple

		Pièces																				Achat					
		7 6	7 7	7 8	7 9	8 0	8 1	8 2	8 3	8 4	8 5	8 6	8 7	8 8	8 9	9 0	9 1	9 2	9 3	9 4	9 5	9 6	9 7	9 8	9 9	1 0 0	
Routage		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
Machines	1					2;2																				14	
	2		1;1	2;1											1;1											17	
	3					1;3																				21	
	4																									19	
	5	2;1						3;3	2;2					1;2	7;1				2;2					4;3	4;4	33	
	6																							2;7		42	
	7																									67	
	8	1;3							1;1					3;1	1;5					3;2				1;5	2;1	72	
	9																									81	
	10		2;3	4;5																						6;5	90
	11				5;3	4;1																					19
	12																							2;2			23
	13				1;2	1;5							1;1												1;1		35
	14					1;7						1;2											2;1		4;8		29
	15																										44
	16		3;1	1;3																							30
	17																										28
	18												3;1														17
	19										3;5	6;2															19
	20																										84
	21			4;7	5;2																					1;1	77
	22		4;1						2;1						1;7	2;1									5;4	4;2	26
	23		2;7						1;4	2;4					2;1	1;1									2;5	3;3	37
	24													4;1													18
	25																										37
	26																										25
	27																										34
	28													1;1	1;5												52
	29															2;2											63
	30																										42
	31			2;2																							13
	32																										9
	33																										22
	34																										39
	35																										21
	36			4;4																							17
	37		1;1																								7
	38																										9
	39		3;1																								30
	40				5;5																						22
		Coûts (\$)																									
Sous-traitance		10	9	15	11	20	9	16	31	23	31	19	16	27	7	37	8	14	27	13	34	13	7	9	11	14	
Déplacement		7	3	8	9	12	17	6	12	7	10	11	9	33	21	9	6	11	31	9	20	27	9	8	32	23	

Même si ce chapitre ne porte pas sur une analyse comparative de l'ensemble des résultats obtenus par l'usage de notre approche hybride en trois (3) phases, analyse comparative que nous aborderons pleinement dans le chapitre suivant, il n'en demeure pas moins que certains aspects essentiels seront soulevés afin de mieux saisir la portée de la méthodologie que nous proposons.

6.2 Formation cellulaire pour des matrices incidentes initiales de petite taille

Pour la mise en place des cellules de fabrication nous disions, auparavant, que nous formions les cellules manufacturières en premier, puis nous en déduisons les familles de pièces (voir §5.2.2). Ainsi, dans tout ce qui suivra, l'accent sera placé sur la mise en place des cellules de production. L'étape de déduction des familles de produits qui utilisera la même approche sera volontairement omise afin d'alléger le contenu de cette thèse et d'éviter la redondance d'une procédure qui sera largement expliquée lors de la phase de détermination des ateliers flexibles de production/fabrication.

Dans cette section portant sur l'identification des cellules manufacturières basée sur une matrice incidente initiale de petite taille (Tableau XV), l'utilisation de l'heuristique en trois (3) étapes que nous avons proposée fera intervenir la sélection des cheminements de production puis la formation cellulaire et l'arbitrage des éléments exceptionnels issus du processus d'identification des ateliers de production.

6.2.1 Sélection optimale des cheminements de production

La sélection du meilleur cheminement de production se base sur la minimisation des coûts opérationnels dont les valeurs numériques sont fournies sur le Tableau XV préalablement présenté. En utilisant le modèle mathématique d'optimisation représenté par les équations (5.2) à (5.5), dont nous rappelons ici la formulation, est :

$$\text{Minimiser } f = \sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^9 \sum_{o=1}^3 \sum_{r=1}^2 D_j \mu_{io}(j,r) z_{io}(j,r)$$

Sujet à :

$$\sum_{r=1}^2 y_{jr} = 1, \forall j$$

$$\sum_{i=1}^9 \alpha_{io} z_{io}(j,r) = a_o(j,r) y_{jr}, \forall o, j, r$$

$$\sum_{j=1}^9 \sum_{o=1}^3 \sum_{r=1}^2 D_j z_{io}(j,r) t_{io}(j,r) \leq t_i, \forall i$$

$$y_{jr} = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}, \forall k, p \text{ et } z_{io}(j,r) = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}, \forall i, j, r, o$$

La résolution du modèle ci-dessus nous permet d'obtenir le cheminement opérationnel présenté au Tableau XXII et dont le coût de fabrication est de 440\$ pour la fabrication des neuf (9) pièces selon les neuf (9) machines disponibles.

Tableau XXII

Matrice binaire incidente initiale
pour une matrice de petite taille

Pièces		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cheminement		1	1	1	1	1	1	1	1	2
Machines	1				1			1		
	2	1	1	1					1	
	3						1			1
	4				1	1				
	5		1						1	
	6						1			1
	7	1			1			1		
	8						1		1	
	9			1				1		

Dans la matrice incidente initiale binaire du tableau XXII ci-dessus, un coefficient dont la valeur numérique est unitaire signifie tout simplement que la pièce est usinée sur la machine considérée selon le cheminement sélectionné.

Par exemple, le modèle d'optimisation vient d'identifier le premier cheminement de production comme étant le meilleur pour l'usinage de la sixième pièce qui disposait de deux (2) alternatives. Ce cheminement fait intervenir les machines #3, #6 et #9 dont les seuls coefficients présents dans la matrice binaire incidente initiale ont des valeurs numériques unitaires. Cette transformation nous permet de mettre l'accent sur les machines utiles au cycle de fabrication de cette pièce, car nous ne tiendrons plus compte des temps et des coûts associés. Ainsi, les quatre (4) secondes de temps opérationnel pour usiner la pièce #6 sur la machine #3 dont le coût est de \$3/heure sont remplacés par un coefficient de valeur unitaire signifiant que la machine est requise pour le cycle de fabrication de la pièce considérée. Il en est de même pour les coefficients unitaires associés à la même pièce (pièce #6) sur les machines #7 et #9.

Avec un coût de 440 \$ pour la sélection du cheminement de fabrication, la seconde étape consiste à identifier les cellules manufacturières ainsi que les familles de produits constituées en utilisant l'approche hybride préalablement présentée et dont le mécanisme sera expliqué à la section suivante.

6.2.2 Formation cellulaire basée sur l'approche hybride mise en place

Le processus de formation cellulaire se base sur la matrice binaire incidente initiale pièces/machines et se résout par l'usage de la méthode hybride composée d'un réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» et d'une procédure d'amélioration de la solution générée par le réseau QFHN : la «*recherche avec les tabous*». Le schéma de résolution utilisant cette approche est visualisé à la figure 19 de la section § 5.4.6 (page 162).

Ainsi, la première étape consiste à déterminer les matrices de dissimilitudes, les poids et le biais dont nous aurons besoin pour le réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*». Comme la matrice des poids synaptiques de connexions et le biais associé ne sont pas pertinents à la compréhension du processus de formation cellulaire, nous ne nous attarderons pas là-dessus. En revanche, la matrice des coefficients de dissimilitude est fondamentale, car elle représente l'objectif central de notre modèle d'optimisation qui tentera de minimiser la somme de ces dissimilitudes associées aux machines et/ou aux pièces. Ainsi, l'obtention des ateliers de fabrication flexibles dépend de la discrimination dont sera capable la fonction d'énergie de Hopfield (une fonction de *Lyapunov*) en assignant une machine dans une cellule plutôt qu'une autre. La matrice des coefficients de dissimilitude entre les machines est présentée sur le tableau XXIII ci-dessous. Sur cette matrice (Tableau XXIII) des coefficients de dissimilitude entre les machines, l'objectif serait de minimiser la dissimilitude entre les machines comme préalablement énoncé et pour plus de simplicité, nous n'utiliserons que la matrice triangulaire inférieure plutôt que la matrice complète qui, elle, est symétrique. Ainsi, la dissimilitude entre les machines #4 et #3 est de 0,7120 alors qu'elle est de 1 entre les machines #4 et #2.

Tableau XXIII

Matrice des coefficients de dissimilitude entre les machines

Machines	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1.0000								
2	1.0000	1.0000							
3	1.0000	1.0000	1.0000						
4	0.7120	1.0000	0.7120	1.0000					
5	1.0000	0.7454	0.5616	0.7273	1.0000				
6	1.0000	1.0000	0.5494	0.7120	0.5616	1.0000			
7	0.5616	0.7454	1.0000	0.7273	1.0000	1.0000	1.0000		
8	1.0000	0.7273	1.0000	0.7120	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	
9	1.0000	0.7273	0.6987	1.0000	0.7120	0.6987	1.0000	1.0000	1.0000

L'étape suivante de la figure 19 (page 162) consiste à initialiser le réseau de Hopfield qui, à partir de cette position initiale, va converger vers un état stable qui sera la solution recherchée. Rappelons-nous que le réseau de Hopfield est un réseau récurrent à une couche dont les états stables sont des attracteurs agissant comme des puits de potentiel vers lesquels le réseau va converger. L'initialisation du réseau de neurones permet de déterminer le point initial à partir duquel le réseau tentera de converger vers un état attracteur qui sera la solution recherchée. Cette solution peut-être locale ou globale mais, pour des raisons de commodité, nous l'appellerons la solution quasi-optimale associée à ce problème.

La minimisation de la fonction d'énergie de Hopfield matérialisée par l'équation (5.19) nous conduit à l'obtention d'une solution faisable, c'est-à-dire une solution qui respecte l'ensemble des contraintes du modèle d'optimisation initial (équations 5.8 à 5.11) et qui sont intégrées dans la fonction d'énergie de Hopfield (équation 5.19). L'équation de la fonction d'énergie requiert la détermination des paramètres de Hopfield (A , B_1 , B_2 et C) qui peuvent être déterminés par d'autres méthodes analytiques dont la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Toutefois ces approches occasionneraient un accroissement du temps de résolution et la qualité des paramètres déterminés resterait à vérifier. Dans notre approche, nous avons privilégié la méthode d'essais et erreurs nous ayant permis de déterminer les valeurs suivantes : $A = B_1 = B_2 = 8,25$, $C = 10$ et $fluctuation = 0,3$ pour les valeurs des paramètres de Hopfield.

L'un des objectifs que nous poursuivons est l'obtention d'une solution «*quasi-optimale*» dans un laps de temps acceptable. Or, le temps de résolution constitue l'une des lacunes associées au réseau de Hopfield à cause de sa capacité de mémorisation (équation 3.24) qui influe sur son temps de convergence. Pour le problème que nous avons à résoudre, il y a 45 neurones décisionnels et 10 neurones *tampons*, issus des contraintes d'inégalités, pour un total de 55 neurones sur une couche récurrente unique, ce qui nous permet d'emmagasiner un maximum de huit (8) configurations. Le recours à l'approche

quantifiée dans l'utilisation des réseaux de Hopfield nous a permis de réduire la taille du réseau alors que l'ajout de la fluctuation, elle, empêche le réseau d'être piégé dans un optimum local. Ainsi, le problème de formation cellulaire basé sur une matrice de petite taille s'obtient plus rapidement grâce au réseau de *Hopfield quantifié et fluctuant* que toutes autres approches basées sur l'usage de ce type de réseau neuronique. Pour s'en convaincre, la minimisation de la fonction d'énergie de ce problème est visualisée sur la figure 20 plus bas. Sur cette figure, nous remarquons que l'approche hybride converge plus rapidement vers la meilleure solution (en moins d'une dizaine de cycle) que tout autre type de réseau de Hopfield. Bien entendu, l'approche hybride sera encore plus rapide qu'un réseau traditionnel de Hopfield aux neurones binaires ou continues.

En définitive, l'approche hybride aboutit à la solution finale pour la phase de formation cellulaire au tableau XXIV. Tableau dans lequel nous notons trois (3) cellules flexibles de fabrication et trois (3) familles de produits. Ainsi, la première cellule manufacturière est composée des machines #1, #4 et #7 et cet atelier de fabrication est dédié à la production des pièces/produits #1, #4 et #7 constituant la première famille de pièces/produits. En outre, nous voyons qu'il existe un transfert intercellulaire (élément exceptionnel) dans la première cellule manufacturière. Cet élément exceptionnel est causé par le déplacement de la première pièce/produit car le cycle de fabrication de cet item requiert deux (2) étapes d'usinage sur les machines #2 et #7. Or, même si la machine #7 appartient à la première cellule flexible, la seconde machine (machine #2) est assignée à la seconde cellule de production et se trouve, par conséquent, à un emplacement physique distinct qui n'est pas nécessairement proche de la cellule considérée – ici, il s'agit de la première cellule. Aussi le déplacement du lot de pièces #1 de la première vers la seconde cellule crée-t-il une interaction entre ces cellules et introduit un coût additionnel indésirable selon notre approche hybride.

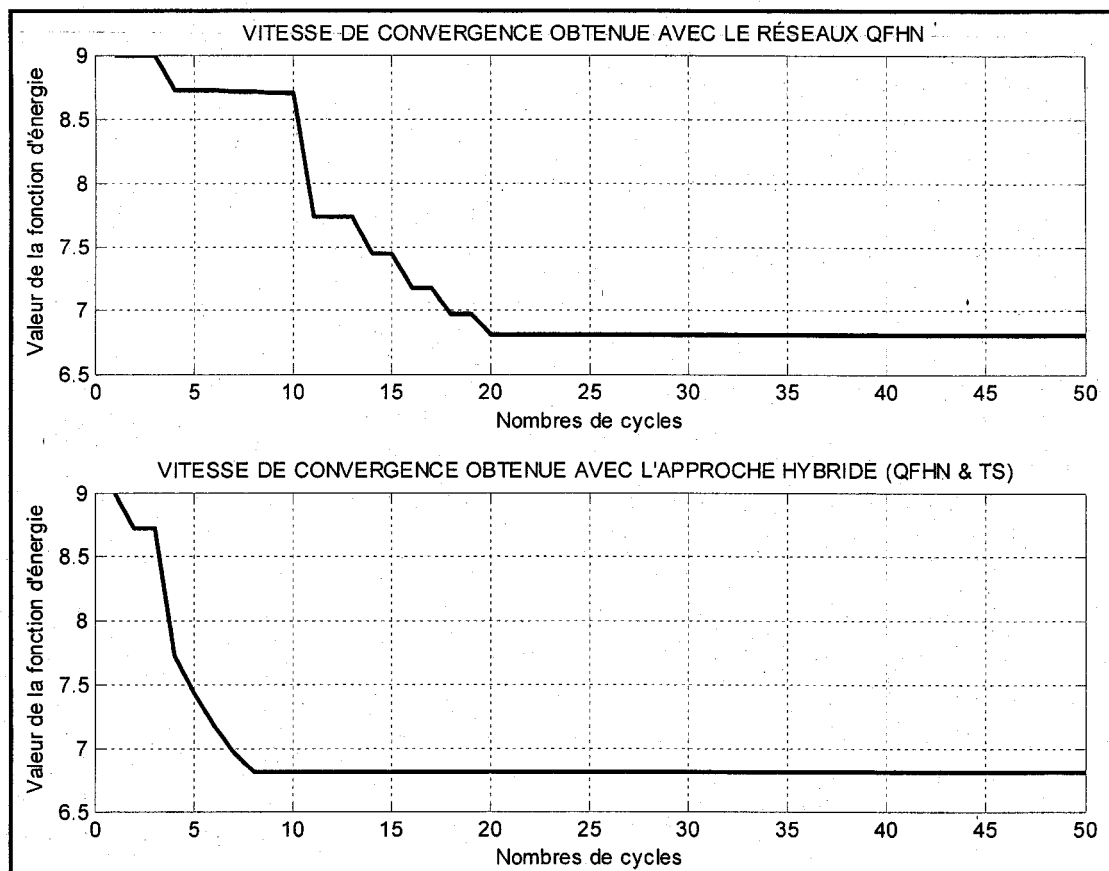


Figure 20 Vitesse de convergence de la fonction d'énergie selon la méthode utilisée

Tableau XXIV

Matrice finale identifiant les ateliers flexibles de fabrication

		Pièces								
		1	4	7	2	5	8	3	6	9
Machines	1		1	1						
	4		1			1				
	7	1	1	1						
	2	1			1		1		1	
	5				1		1			
	8					1	1			
	3							1	1	
	6								1	1
	9							1	1	

La seconde cellule formée des machines #2, #5 et #8 pour la fabrication spécifique des pièces #2, #5 et #8 présente, elle aussi, un élément exceptionnel causé par le déplacement de la pièce #5 sur la machine #4 assignée à la première cellule industrielle. Finalement, la dernière cellule formée par les machines #3, #6 et #9 pour la fabrication des items #3, #6 et #9 renferme le dernier transfert intercellulaire à cause du déplacement de la pièce #3 qui requiert une étape de transformation sur la seconde machine (machine #2) appartenant à la deuxième cellule manufacturière.

La dernière étape de résolution pour compléter la mise en place des cellules de production consiste à établir des arbitrages (équilibre) entre le maintien d'un élément exceptionnel, le dédoublement d'équipements ou le recours à la sous-traitance afin d'éliminer le transfert intercellulaire gênant et coûteux.

6.2.3 Traitement des EE présents dans la solution finale

Le traitement des éléments exceptionnels (transferts intercellulaires), selon notre approche heuristique, consiste à solutionner un problème de programmation linéaire en nombres entiers dont l'objectif est de minimiser les coûts totaux constitués des coûts d'acquisition pour dupliquer un équipement existant, des coûts pour l'achat de la pièce par la sous-traitance et les coûts associés au maintien de l'élément exceptionnel tel quel. Ce modèle est présenté au chapitre précédent et peut être visualisé sur les équations (5.20) à (5.22).

Le tableau XXV, plus bas, résume la solution obtenue à la suite de l'application du modèle d'optimisation permettant de minimiser les coûts des éléments expliqués au paragraphe précédent. Ainsi, ce modèle d'optimisation recommande le maintien des EE qui sont moins dispendieux (61 \$) que la duplication des équipements (201 \$) ou le recours à la sous-traitance (81 \$). Il est plus économique de maintenir ces transferts qui

coûteraient 33% moins cher que le recours à la sous-traitance et presque 230% de moins que la duplication des équipements de production.

6.2.4 Conclusions et enseignements associés aux matrices de petite taille

Les enseignements que nous pouvons tirer de ce premier exemple sont nombreux. D'abord, la rapidité de convergence de notre approche hybride en comparaison aux réseaux traditionnels et du *réseau quantifié et fluctuant* de Hopfield utilisé tout seul. En effet, l'approche hybride prend moins de quatre (4) secondes pour résoudre ce problème de petite taille lorsqu'il faut un peu moins de deux (2) minutes (120 secondes) pour résoudre le même problème selon les réseaux traditionnels. De plus, notons que toutes les approches obtiennent la solution optimale exacte qui nécessite trois (3) transferts intercellulaires que nous voyons au Tableau XXIV de la solution finale.

La solution finale présentée au tableau XXVI ci-dessous et dans laquelle trois (3) cellules, trois (3) familles de pièces et trois (3) éléments exceptionnels sont obtenus.

Tableau XXV

Solution optimale associée au traitement des EE

Éléments exceptionnels	Transferts initiaux (quantité)	Items achetés en sous-traitance	Transferts éliminés par la duplication d'équipements	Transferts maintenus
Pièce #1	5	0	0	5
Pièce #3	10	0	0	10
Pièce #5	5	0	0	5

Tableau XXVI

Solution finale associée à un problème de petite taille

Cellules	Composition des machines	Produits assignés en famille	Transferts intercellulaires
1	1, 4, 7	1, 4, 7	Pièce #1
2	2, 5, 8	2, 5, 8	Pièce #5
3	3, 6, 9	3, 6, 9	Pièce #3

La vitesse de convergence du modèle hybride est 30 fois plus rapide que la solution obtenue par le recours aux réseaux traditionnels de Hopfield (binaires ou continus).

Trois (3) indicateurs de performance e_1 , e_2 et e identifiés par les équations (5.25), (5.26) et (5.27) nous permettent d'avoir une idée sur la qualité de la solution obtenue et pourront nous servir de base de comparaison afin de mesurer la performance des regroupements cellulaires obtenus en utilisant une matrice incidente binaire initiale de petite taille. Cette comparaison s'établit aussi bien lorsque nous voulons comparer nos résultats à des objectifs préalablement fixés, ou si notre souhait serait de comparer la méthode hybride à d'autres résultats disponibles dans la littérature et publiés par d'autres auteurs.

Les valeurs numériques obtenues de ces trois (3) indicateurs sont :

- Le premier indicateur, e_1 , aussi appelé la «*mesure de densité*» signifie que les regroupements cellulaires sont excellents et qu'il y a très peu d'entrées vides à l'intérieur d'un regroupement. Pour ce premier exemple, nous avons obtenu une valeur numérique de : $e_1 = 0,6667$.
- e_2 , le second indicateur est une «*mesure du flux*» de matériel entre les cellules. En d'autres mots, nous évaluons le nombre d'éléments exceptionnels contenus dans la matrice incidente initiale. Ainsi, la valeur de ce paramètre pour cet exemple est de : $e_2 = 0,1429$.
- La «*mesure d'efficacité*», e , le dernier indicateur de performance, indique la qualité des regroupements cellulaires obtenus et, pour cet exemple, nous avons obtenu : $e = 0,5238$.

Avec une efficacité légèrement supérieure à 52%, nous remarquons que la matrice incidente initiale ne permet pas d'obtenir une solution ayant une efficacité plus grande à

cause de la trop grande disparité des coefficients unitaires dans la matrice incidente initiale. De plus, notre approche hybride jumelée à la «*recherche avec les tabous*» détermine la solution optimale telle qu'elle a été obtenue par Liao et al. [163] et qui aboutit à une énergie minimale à l'équilibre de l'ordre de $E_{optimale} = 6,8106$. Ces valeurs sont les mêmes que celles obtenues par Liao et al. [163] dans leur publication originale.

6.3 Formation cellulaire pour des matrices incidentes initiales de taille moyenne

Comme il a été préalablement énoncé, cet exemple est tiré de l'article de Srinivasan et al. [88] et est composé de seize (16) machines et trente (30) pièces/produits tels que pré visualisés dans les tableaux XVI et XVII. Toutefois, et contrairement à l'exemple précédent, nous ne nous attarderons pas sur les diverses opérations effectuées mais mettrons l'accent sur les machines utilisées et les pièces/produits à réaliser en remarquant que nous traitons, dans cet exemple, une matrice de taille moyenne.

Tout comme dans le cas précédent, nous appliquerons notre heuristique de résolution en trois (3) phases.

6.3.1 Sélection optimale des cheminements de fabrication

La sélection optimale des cheminements de production de ce second exemple s'amorce par la détermination du coût optimal de fabrication basé sur les données présentées sur les tableaux XVI et XVII. Comme dans le cas de l'exemple précédent, l'utilisation du modèle d'optimisation présenté aux équations (5.2) à (5.5) nous a permis de faire le choix du cheminement minimisant les coûts opérationnels et déterminant le choix des équipements à utiliser, du cheminement de production à suivre et de la séquence des opérations à réaliser. Ce choix est présenté sur le tableau XXVII de la page suivante où nous nous sommes assurés de transformer la matrice temps et coûts en une matrice

binaire incidente initiale nous permettant de poursuivre le processus de résolution multi phase.

Dans cet exemple à résoudre, les pièces #6, #13, #16, #19 et #23 présentent deux (2) cheminements de production alors que la pièce #27 en a trois (3). La sélection du cheminement de fabrication réalisée par le modèle d'optimisation des équations (5.2) à (5.5) calcule les coûts opérationnels qui permettent de minimiser les frais de fabrication et réalise, ainsi, l'identification du meilleur cheminement de production pour chacun des produits/pièces. La particularité de cet exemple est que nous présentons, pour la première fois, plus de deux (2) cheminements de fabrication pour les pièces ayant plus qu'une alternative de fabrication. Par exemple, la pièce #27 présente trois (3) cheminements dont le premier utilise les machines #3, #6, #9, #14, #15 et #16, le second cheminement passe par les machines #7, #8, #9, #11, #12 et #13 et le dernier requiert les machines #1, #2, #4 et #5 pour terminer son cycle de fabrication.

Le modèle d'optimisation recommande – car c'est un outil d'aide à la décision – d'utiliser le premier cheminement pour les pièces #13 et #19 alors que le choix s'est arrêté sur le second cheminement pour les pièces/produits #6 et #23. La pièce/produit #27 sera fabriquée selon le troisième cheminement de fabrication, car c'est la procédure qui présente non seulement le coût opérationnel le plus bas mais il permet de minimiser le coût total de production des items selon la nature de la demande et les capacités machines disponibles (voir Tableau XXVII).

Aussi est-il besoin de rappeler que cette seconde phase réalisant la formation cellulaire, mettra l'accent sur la réalisation de l'approche hybride basée sur un réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» et la «*recherche avec les tabous*» qui, dans tous les cas, devrait nous permettre de converger plus vite vers la meilleure solution associée à ce problème.

Tableau XXVII

Matrice binaire incidente initiale pour le second exemple

		Pièces																																			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	3					
Routage		1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	3	1	1	1	
Machines	1				1	1		1		1			1					1				1													1		
	2	1			1						1						1		1		1																
	3				1									1													1			1		1	1	1			
	4		1					1										1						1												1	
	5			1			1		1				1			1	1							1				1		1							
	6																											1		1		1			1		
	7		1		1			1						1									1				1			1						1	
	8		1		1			1		1				1									1				1							1			
	9					1																					1			1		1		1	1		
	10						1		1				1			1	1						1			1			1			1					
	11		1					1		1			1	1									1				1									1	
	12		1		1			1						1									1	1	1		1										
	13			1									1			1										1										1	1
	14						1		1				1			1	1		1								1								1		
	15					1																							1		1	1	1		1	1	
	16							1	1	1						1	1												1		1	1	1				

6.3.2 Formation cellulaire selon l'approche hybride

Basée sur la matrice binaire incidente initiale présentée au tableau XXV, l'approche hybride de formation cellulaire va recourir à un réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» pour identifier les cellules de fabrication et les familles de produits/pièces à fabriquer et terminer cette phase de formation par la «*recherche avec les tabous*» qui pourra toujours améliorer les regroupements obtenus.

Comme dans le cas précédent, la phase de formation cellulaire s'amorce par la détermination de la matrice des coefficients de dissimilitude associée aux machines (tableau XXVIII) et pour des raisons de commodités, nous omettrons la matrice des coefficients de dissimilitude associée aux pièces pour les besoins d'allègement de ce manuscrit.

Rappelons-nous du modèle d'optimisation présenté dans les équations (5.8) à (5.11) du chapitre précédent. Ce modèle fut développé à partir du modèle «*p-median*» de Kusiak [86] dans lequel la résolution porte sur 256 neurones de décisions, aucun neurone tampons et 273 contraintes alors que notre approche via Hopfield fait intervenir grâce, entre autres, à la matrice triangulaire inférieure des coefficients de dissimilitude : 136 neurones de décisions, 17 neurones tampons et seulement 33 contraintes. Ainsi, et contrairement à Kusiak qui résout le problème de formation cellulaire avec des logiciels informatiques d'optimisation comme «*Lindo*» (lorsque le problème est soluble) ou en ayant recours à des heuristiques de résolution pour des problèmes de grande taille, nous utilisons un réseau quantifié et fluctuant de Hopfield renforcé par une «*approche avec les tabous*». La taille du réseau de neurones étant importante pour la capacité de mémorisation nous aurons, dans ce cas, 153 neurones – 23 configurations maximales qui peuvent être mémorisées – ce qui représente une diminution de près de 40% par rapport au nombre de neurones du modèle «*p-median*» original.

Tableau XXVIII

Matrice des coefficients de dissimilitude associée au second exemple

Machines	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1															
2	0,7778	1														
3	0,8529	0,469	1													
4	0,5822	0,742	0,499	1												
5	1	1	1	1	1											
6	1	1	0,67	1	1	1										
7	0,586	0,778	0,814	0,822	1	0,44	1									
8	0,586	0,778	0,814	0,822	1	1	0,86	1								
9	0,8499	1	0,639	1	1	0,048	0,499	0,499	1							
10	0,8595	0,529	1	0,561	0,158	1	0,595	0,595	1	1						
11	0,625	0,469	1	0,212	0,561	1	0,25	0,25	1	0,7853	1					
12	0,629	0,19	0,529	0,25	1	1	0,86	0,86	0,499	0,8595	0,6715	1				
13	0,8499	0,08	0,742	0,469	0,529	0,386	0,499	1	1	1	0,8469	0,8499	1			
14	1	1	0,529	1	0,9	0,44	1	1	0,499	0,59	0,8529	1	1	1		
15	0,7814	1	0,676	0,499	0,561	0,567	0,814	1	0,639	0,561	0,8499	1	0,7742	0,8529	1	
16	0,561	1	0,29	0,529	0,9	0,44	0,561	0,561	0,499	0,9	0,8529	0,8561	1	0,6290	0,7814	1

À la suite de plusieurs initialisations aléatoires des neurones de notre réseau de «Hopfield quantifié et fluctuant» et de la «recherche avec les tabous», la meilleure configuration cellulaire obtenue est présentée au tableau XXIX plus bas et dont la minimisation de la fonction d'énergie est visualisée sur la figure 21. Comme dans le premier exemple que nous vous avons présenté, il nous faut préciser les valeurs numériques associées aux divers paramètres nous permettant de résoudre adéquatement ce problème. Ainsi, la valeur numérique de la fluctuation ne change pas par rapport au cas précédent et cette valeur est : $fluctuation = 0,3$. En utilisant la méthode d'essais-erreurs, nous avons déterminé la valeur des paramètres associés à la fonction d'énergie (fonction de Lyapunov) de Hopfield : $C = 157$, $A = B_1 = B_2 = 102.75$.

Sur la figure 21, la première constatation est la rapidité avec laquelle le réseau hybride détermine la meilleure solution associée à ce problème. En 35 cycles environ, le réseau hybride détermine la configuration cellulaire présentée sur le tableau XXIX et atteint une énergie minimale de l'ordre de $E_{Quasi-optimale} = 11.2442$. Dans le cas du réseau de «Hopfield quantifié et fluctuant» utilisé tout seul, la meilleure solution est obtenue pour une énergie de $E_{QFHN} = 11.2792$ qui prend un peu moins de 350 cycles pour converger vers une configuration cellulaire similaire à celle qui est présentée sur le tableau XXIX. Bien entendu, cette rapidité sera exprimée sous forme de temps de convergence dans l'analyse finale et globale que nous effectuerons sur ces trois (3) exemples de références pour chacune des phases de résolution (voir § 6.5).

Le tableau XXIX nous permet de visualiser les regroupements cellulaires obtenus durant la seconde phase de résolution de notre heuristique globale. Quatre cellules et quatre familles de pièces ont été formées. La première famille de produits (si nous les prenons dans l'ordre de présentation du tableau XXIX) contient les pièces #2, #4, #7, #9, #12, #18, #22 et #30. La seconde famille d'items est composée des produits #1, #3, #10, #13, #16 et #20. Pour la troisième et quatrième famille de pièces, nous identifions les

compositions : #5, #19, #23, #25, #27, #28, #29 et #6, #8, #11, #14, #15; #17, #21, #24, #26, respectivement. Il existe quelques EE dans la solution générée par le réseau hybride et ces vingt (20) transferts sont visualisés en gras et soulignés au tableau XXIX. Les pièces de la première et de la troisième famille de produits sont celles qui occasionnent le plus ces EE. Pour la première famille de produits par exemple, la pièce #4 requiert les machines #2 et #3 pour terminer son cycle de fabrication. Or la seconde machine est assignée à la deuxième cellule alors que la machine #3 est attribuée, selon la configuration cellulaire suggérée à la troisième cellule manufacturière. Cette analyse est valable pour les pièces #7 et #9 qui ne requiert qu'une machine additionnelle située à l'extérieur de la cellule dédiée à leur fabrication alors que les pièces #18 et #30 requièrent, comme le quatrième item (produit #4), deux (2) machines situées à l'extérieur de leur cellule spécifique; de plus, ces machines nécessaires à la fabrication des ces deux produits sont situées chacune dans deux cellules différentes. Si nous effectuons une analyse similaire mais du point de vue des machines, nous remarquons que la machine #16 assignée à la dernière cellule crée, de par son positionnement, trois (3) transferts intercellulaires pour les pièces #7, #9 et #27. Les machines #2, #3, #12, #13 et #15 créent, elles, deux (2) transferts chacune alors que les autres machines (machine #1, #5, #7, #8, #10, #11 et #14) ne créent qu'un seul déplacement intercellulaire. Il existe, tout de même, des machines qui ne créent pas aucun mouvement intercellulaire dont les machines #4, #6 et #9.

Ces transferts entre les cellules constituent la raison essentielle de l'existence de la troisième phase de notre heuristique de résolution dont l'objectif est de minimiser le nombre de transfert, soit par la duplication des équipements responsables de ces mouvements – c'est-à-dire acquérir un équipement existant afin d'éliminer les déplacements du matériels et des produits – soit par le recours à la sous-traitance où nous achèterons directement les pièces causant ces mouvements intercellulaires, soit en maintenant les EE tel que suggéré par la configuration obtenu de notre réseau de neurones et sur laquelle nous allons nous attarder.

Tableau XXIX

Matrice finale des regroupements cellulaires du second exemple

		Pièces																														
		2	4	7	9	1	1	2	3	1	3	1	1	1	2	5	1	2	2	2	2	2	6	8	1	1	1	1	2	2	2	
Machines	1		1	1	1	1	1	1	1						1																	
	4		1	1	1		1	1	1																							
	7		1	1	1		1	1	1	1									1													
	8		1	1	1	1	1	1	1											1												
	11		1		1	1	1	1		1																1						
	12		1	1	1		1	1	1						1		1															
	2			1				1			1		1		1	1																
	13								1			1	1	1		1														1		
	3			1									1							1	1	1	1	1	1							
	6																			1	1	1	1		1							
	9																			1	1	1	1	1	1							
	15								1											1	1	1	1	1							1	
	5										1															1	1	1	1	1	1	1
	10							1																		1	1	1	1	1	1	1
	14																					1										1
	16				1	1																	1									1

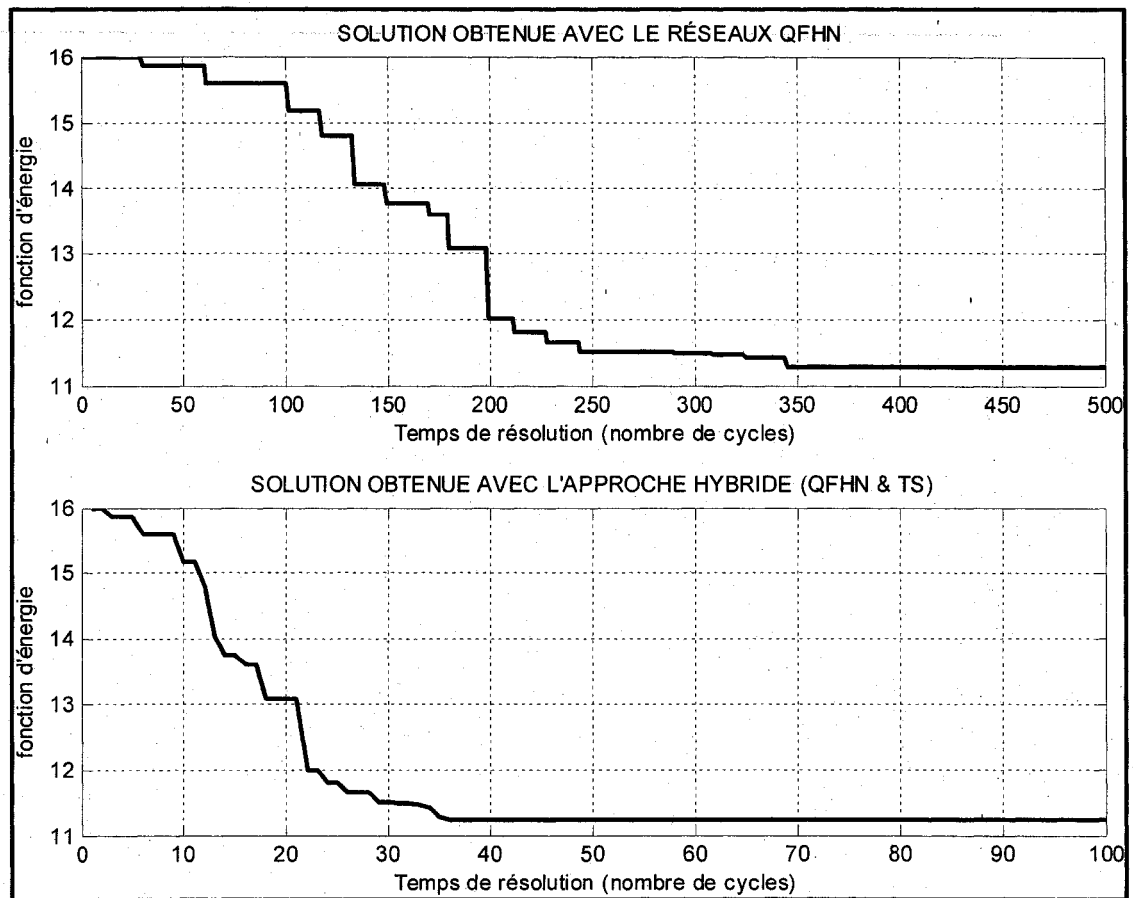


Figure 21 Vitesse de convergence de la fonction d'énergie du second exemple

6.3.3 Analyse des EE demeurant dans la solution issue du réseau hybride

Dans cette partie, basée sur le modèle d'optimisation des équations (5.20) à (5.22) et utilisant les données numériques des tableaux XVI et XVII, nous établirons les arbitrages nous indiquant s'il est nécessaire de maintenir les EE tels qu'ils existent ou s'il faudrait recourir à la sous-traitance ou à la duplication des équipements.

Sans vouloir remettre à l'ordre du jour le processus de résolution d'un modèle d'optimisation, nous nous baserons directement sur le tableau XXX des résultats obtenus pour émettre les commentaires ou suivre les recommandations auxquelles la résolution de cet outil d'aide à la décision aboutit. Dans le tableau XXX, seuls les produits #3, #13, #19 et #25 sont achetés par le recours à la sous-traitance qui est moins dispendieuse par rapport au maintien du transfert intercellulaire (déplacement) ou à la duplication des équipements respectifs nécessaires pour terminer le cycle de fabrication des pièces litigieuses. Par exemple, la demande prévisionnelle d'une valeur égale à cinq (5) pour la pièce #3 qui requiert une étape d'usinage sur la machine #5 pour achever son cycle de fabrication, crée un transfert intercellulaire entre la deuxième et la quatrième cellule. Or les valeurs numériques dont nous disposons affichent un coût d'acquisition par la sous-traitance de 1\$/unité achetée et de 7\$/transfert maintenu. Le coût d'achat de la machine #5 ramené sur une base de production unitaire durant sa vie utile est de 45\$/unité. C'est pourquoi la résolution du modèle d'optimisation des équations (5.20) à (5.22) affiche une préférence pour l'achat de cette troisième pièce chez nos fournisseurs et entraîne l'élimination de ladite pièce de notre plancher de production et réduit l'ensemble des items à fabriquer selon le cheminement disponible. Cette interprétation est directement visualisée sur les données des tableaux XVI et XXX qui nous permettent de raffiner la solution obtenue de notre approche hybride et nous conduit à la composition de la configuration cellulaire finale présentée sur le tableau XXXI de la page suivante.

Tableau XXX

Solution optimale associée aux déplacements du second exemple

Éléments exceptionnels	Transferts initiaux	Items achetés en sous-traitance	Transferts éliminés par la duplication d'équipements	Transferts maintenus
Pièce #2	7	0	0	7
Pièce #3	5	5	0	0
Pièce #4	12	0	0	12
Pièce #5	10	0	0	10
Pièce #7	25	0	0	25
Pièce #9	9	0	0	9
Pièce #11	5	0	0	5
Pièce #13	18	18	0	0
Pièce #18	10	0	0	10
Pièce #19	7	7	0	0
Pièce #20	21	0	0	21
Pièce #25	30	30	0	0
Pièce #26	15	0	0	15
Pièce #27	5	0	0	5
Pièce #28	10	0	0	10
Pièce #29	8	0	0	8
Pièce #30	5	0	0	5

Tableau XXXI

Solution optimale associée à un problème de taille moyenne

Cellules	Composition des machines	Produits regroupés en famille	Transferts intercellulaires
1	1, 4, 7, 8, 11, 12	2, 4, 7, 9, 12, 18, 22, 30	Pièces #4, #7, #9, #18, #30
2	2, 13	1, 10, 16, 20	Aucun
3	3, 6, 9, 15	5, 23, 27, 28, 29	Pièces #5, #27, #28, #29
4	5, 10, 14, 16	6, 8, 11, 14, 15, 17, 21, 24, 26	Pièces #11, #26

6.3.4 Conclusions et apprentissage de cet exemple

Cet exemple pris de l'article de Srinivasan et al. [88] nous fait interagir avec une matrice binaire incidente initiale de taille moyenne ayant 16 machines et 30 produits.

Comme dans le cas de l'exemple d'une matrice de petite taille, notre approche hybride converge plus rapidement vers la meilleure solution qui surpasse la solution obtenue avec les réseaux traditionnels de Hopfield (binaire et/ou continue). Cette constatation était prévisible dans la mesure où la mise en place de notre approche de résolution se focalise sur la rapidité de convergence et, dans un second ordre, sur la qualité de la solution obtenue. Il est vrai qu'une comparaison avec d'autres métaheuristiques sera abordée dans la dernière section de ce chapitre (§ 6.5) mais l'objectif principal était de trouver une approche capable d'améliorer la qualité de la solution associée à une meilleure configuration cellulaire et surtout il est vrai que cette solution sera obtenue de manière plus rapide en évitant l'emprisonnement de notre réseau de Hopfield dans des optimums locaux. Cet emprisonnement représente l'une des lacunes majeures associées à ce type de réseau de neurones.

En ce qui a trait au temps de résolution pour cet exemple associé à une matrice de taille moyenne, le temps de résolution est de 55 secondes pour aboutir à la configuration cellulaire présentée sur le tableau XXIX. Or, une disposition similaire de moins bonne qualité est obtenue en un peu plus d'une minute avec un réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» simple. Lorsque nous comparons l'approche hybride à un réseau traditionnel de Hopfield, la solution trouvée avec les réseaux traditionnels est de moins bonne qualité et s'obtient en un peu plus de 1850 secondes (à peu près de l'ordre de 30 minutes et plus). Cette vitesse de convergence est visualisée sur la figure 21 qui permet de voir la nette différence entre le temps de résolution de l'approche hybride versus celui obtenu avec un réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» simple.

Sur la base de nos indicateurs de performance : e , e_1 et e_2 qui utilisent les paramètres b_1 et b_2 dont b_1 représente le nombre d'entrées non nulles dans la matrice finale de formation cellulaire et b_2 identifie le nombre d'éléments exceptionnels (ceux causant les transferts intercellulaires) présents dans la matrice incidente initiale. Ainsi, $b_1 = 95$ et $b_2 = 20$ nous permet d'obtenir comme valeurs de nos indicateurs de performance les résultats suivants : $e_1 = 0.7661$ et $e_2 = 0.1739$ pour une efficacité de regroupement cellulaire de l'ordre de : $e = 0.5922$. Dans la conclusion générale de ce chapitre, nous rappellerons les résultats des articles initiaux.

Cette efficacité de regroupement d'à peine 60% est associée à la configuration cellulaire présentée sur le tableau XXIX dans lequel nous avons obtenu quatre (4) cellules de machines et autant de familles de produits. L'approche utilisant le réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» simple donne une énergie minimale finale de $E_{QFHN} = 11.2792$, alors que l'approche hybride donne une valeur de $E_{Quasi-optimale} = 11.2442$ qui correspond à la meilleure solution trouvée par Snirivasan et al. [88] dans leur papier original.

6.4 Formation cellulaire pour des matrices incidentes initiales de grande taille

Dans cet exemple, une matrice de grande taille ayant 40 machines pour la fabrication d'une centaine de pièces est pré visualisée sur les tableaux XVIII, XIX, XX et XXI. Cet article fut tiré de l'article de Mak et al. [174] et sera considéré comme une matrice initiale incidente binaire de grande taille.

6.4.1 Sélection des cheminements de production

Comme les deux (2) autres exemples que nous vous avons présentés, le dernier s'amorce par la sélection des cheminements de production où, comme vous l'avez remarqué sur les tableaux XVIII à XXI, il n'en existe pas beaucoup pour les 100 pièces à fabriquer. Deux raisons essentielles à ce peu de cheminements, d'une part le processus de fabrication est mieux maîtrisé à cause de la quantité importante de pièces à faire, d'autre part, notre approche heuristique n'a pas apporté de contribution scientifique significative lors de cette phase, d'où l'intérêt peu marqué sur cette étape. Nous nous focaliserons sur la phase de formation cellulaire, car notre intérêt premier se trouve là.

Aussi la sélection des cheminements de production aboutit-elle à la détermination de la matrice binaire incidente initiale déduite lors de cette étape et présentée sur le tableau XXXII de la page suivante.

6.4.2 Formation cellulaire basée sur l'approche hybride mise en place

L'approche hybride combinant un réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» et la «*recherche avec les tabous*» nécessite d'initialiser certains paramètres. Ces paramètres associés à la fonction d'énergie de Hopfield sont : $C = 2512$, $A = B_1 = B_2 = 1785$ et une valeur de fluctuation de : $fluctuation = 0,3$. Puis, le modèle détermine le nombre de cellules et de familles de produits à obtenir et dont la valeur est $C_{max} = 20$ ainsi que les matrices des coefficients de dissimilitude que nous présentons sur les tableaux XXXIII et XXXIV.

Tableau XXXIV

Seconde partie de la matrice des coefficients de dissimilitude entre les machines du 3^e exemple

Machines	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1																				
2																				
3																				
4																				
5																				
6																				
7																				
8																				
9																				
10																				
11																				
12																				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18																				
19																				
20																				
21	1.0000																			
22	1.0000	1.0000																		
23	0.9106	0.6414	1.0000																	
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000																
25	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000															
26	0.8718	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000														
27	1.0000	1.0000	1.0000	0.7101	1.0000	1.0000	1.0000													
28	1.0000	1.0000	1.0000	0.9073	0.7620	1.0000	0.9078	1.0000												
29	1.0000	1.0000	1.0000	0.6923	1.0000	1.0000	0.7101	0.9073	1.0000											
30	0.9073	1.0000	1.0000	1.0000	0.7628	1.0000	1.0000	0.7636	1.0000	1.0000										
31	0.7628	1.0000	0.9097	1.0000	1.0000	0.9097	1.0000	1.0000	1.0000	0.9064	1.0000									
32	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9092	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000								
33	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9047	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9055	1.0000	1.0000	1.0000							
34	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9051	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9060	1.0000	1.0000	0.7807	1.0000						
35	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000					
36	0.9069	0.9097	0.9101	1.0000	1.0000	0.9101	1.0000	1.0000	1.0000	0.9069	0.9060	1.0000	0.8062	0.7830	1.0000	1.0000				
37	1.0000	0.6283	0.6293	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9106	1.0000			
38	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.6549	1.0000	0.9092	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000		
39	1.0000	0.6689	0.6699	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9092	0.6414	1.0000	1.0000	
40	0.8712	1.0000	0.9136	1.0000	1.0000	0.6708	1.0000	0.9097	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9097	0.9141	0.6844	0.9126	1.0000

Ces coefficients sont importants car ils seront des éléments essentiels nous permettant de répondre à notre objectif de minimisation basé sur le modèle d'optimisation des équations (5.8) à (5.11).

Lorsque nous initialisons aléatoirement les neurones de notre réseau et le laissons converger vers le meilleur état d'équilibre auquel il peut aboutir selon l'initialisation aléatoire, nous parlons de cycle de résolution. Cette notion est importante car le graphique de la fonction d'énergie est présenté en fonction du nombre de cycles effectués – et donc du temps de résolution – jusqu'à la convergence finale qui sera la meilleure solution dite quasi optimale. Notons que cette initialisation aléatoire des neurones correspond au point de départ à partir duquel le réseau tentera de converger vers la meilleure solution associée au problème de formation cellulaire.

D'autres aspects importants à souligner sont le nombre de neurones (décisionnels et/ou tampons) constituant notre réseau. Pour un problème devant former des regroupements à partir de 40 machines et de 100 pièces, il existe $m(m+1)/2$ neurones de décision représentant les variables que nous pourrions regrouper en cellules manufacturières (820 neurones décisionnels) et $(m+1)$ neurones tampons causés par la présence des contraintes d'inégalité (41 neurones tampons). En définitive, nous aurons à manipuler un réseau récurrent à une couche composé de 861 neurones interconnectés et rétro propagés sur eux-mêmes pour une capacité de mémorisation (équation 3.24) de près de 129 configurations cellulaires potentielles.

Finalement, la résolution de notre fonction d'énergie aboutit à la configuration cellulaire présentée au tableau XXXV et le graphique de la minimisation de la fonction d'énergie correspondante est également présenté sur la figure 22. Les commentaires et enseignements essentiels qui sont issus de l'analyse du tableau XXXV et du graphique de la Figure 22 sont ceux ci-après.

L'approche hybride donne dix (10) cellules de fabrication flexibles et autant de familles de produits. La première cellule est composée des machines #1, #3, #7 et #32 et dédiée à la fabrication des items #4, #5, #9, #22, #33, #39, #49, #57, #58, #65, #66 et #81. Dans cette cellule, comme dans la quasi majorité des autres ateliers flexibles, il existe des éléments exceptionnels – dans ce cas, les items #9 et #58 – qui occasionnent des déplacements intercellulaires. Les autres cellules manufacturières peuvent être visualisées sur le tableau XXXV où nous voyons la composition de ateliers de production et les pièces pour lesquelles ces ateliers furent mises en place.

Notons aussi que le réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» seul converge après plus de 2500 cycles vers un état dont l'énergie est stable et égale à $E_{QFHN} = 32.0617$. Par contre après 120 cycles, l'approche hybride mise en place converge vers une solution d'énergie minimale dont la valeur est meilleure – à cause de la minimisation de la fonction de Lyapunov – que celle qui a été obtenue préalablement : $E_{Quasi-optimale} = 31.8749$. De plus, les 2500 cycles que le réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» seul prend pour converger vers une solution faisable requièrent un temps de résolution de près d'une heure alors qu'il est de l'ordre de 3 minutes pour l'approche hybride. Pour cet exemple, les réseaux traditionnels de Hopfield (BHN et CHN) n'ont pas été en mesure de déterminer une solution réalisable après un week-end de calcul. Ces simulations furent réalisées sur un ordinateur : PC-Pentium IV de 512 mégahertz. Pour situer l'ordre de grandeur de la vitesse de convergence que nous obtenons par rapport à d'autres études similaires, notons que Zolfaghari et Liang [108] obtiennent moins de 6 minutes de temps de convergence sur un Pentium 120 mégahertz pour un problème de formation cellulaire de 40 machines et 150 pièces.

La présence de 34 éléments exceptionnels (EE) requiert le recours à la dernière étape du processus de résolution proposé afin d'évaluer la possibilité d'éliminer ces transferts – véritable goulot d'étranglement de notre processus de formation cellulaire.

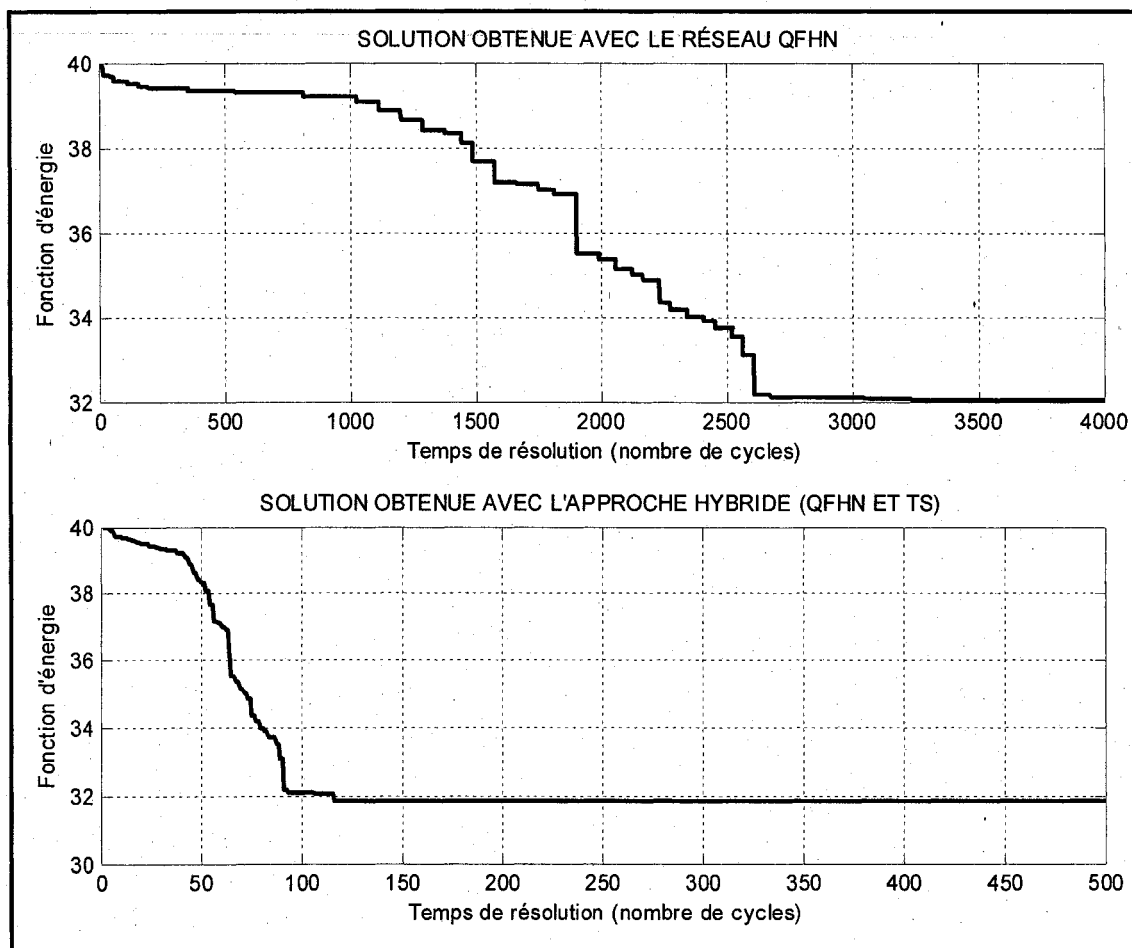


Figure 22 Vitesse de convergence de la fonction d'énergie du dernier exemple

6.4.3 Traitement des transferts intercellulaires

La résolution du modèle d'optimisation permettant d'établir un arbitrage entre maintenir les éléments exceptionnels tels qu'ils sont actuellement, de dupliquer les équipements de production afin d'avoir des cellules mutuellement exclusives ou d'acquérir les items causant les déplacements sur le plancher de fabrication donnent les résultats qui sont présentés sur le tableau XXXVI.

Le tableau XXXVII résume la solution finale associée à la résolution de cet exemple avec 40 machines et 100 pièces. Rappelons que cet exemple fut solutionné par notre approche hybride en 3 phases dont nous ne commenterons pas en détail les résultats de la dernière pour alléger le texte. La raison essentielle réside dans le peu de contributions apportées lors de la modélisation et de la mise en place de cette étape. Toutefois l'essentiel de cette étape est déjà documenté au chapitre précédent et largement repris dans les exemples précédents que nous vous avons présentés.

6.4.4 Conclusions et aspects à retenir de cet ultime exemple

Pour cet ultime exemple, plutôt que de répéter des commentaires déjà énoncés, nous préférons faire ressortir la spécificité nouvelle introduite par la résolution de cet exemple afin que les lecteurs n'aient pas une impression de «*déjà vu*» dans d'autres parties du texte.

Ainsi, le premier enseignement est matérialisé par le temps de résolution entre l'approche hybride proposée, les réseaux traditionnels de Hopfield (BHN et CHN) et le réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» utilisé tout seul (sans l'ajout de la «*recherche avec les tabous*»).

Tableau XXXVI

Solution optimale associée au traitement des éléments exceptionnels du dernier exemple

Éléments exceptionnels	Transferts initiaux	Items achetés en sous-traitance	Transferts éliminés par l'achat d'équipements	Transferts maintenus
Pièce #2	5	0	0	5
Pièce #9	9	0	0	9
Pièce #12	7	0	0	7
Pièce #15	10	0	0	10
Pièce #20	23	0	0	23
Pièce #26	37	0	0	37
Pièce #32	10	0	0	10
Pièce #34	7	0	0	7
Pièce #37	35	0	0	35
Pièce #38	15	0	0	15
Pièce #41	7	0	0	7
Pièce #44	12	0	0	12
Pièce #46	31	0	0	31
Pièce #47	44	0	0	44
Pièce #51	50	0	0	50
Pièce #56	8	0	0	8
Pièce #58	4	0	0	4
Pièce #59	10	0	0	10
Pièce #60	9	0	0	9
Pièce #61	47	0	0	47
Pièce #67	30	0	0	30
Pièce #68	28	0	0	28
Pièce #74	12	0	0	12
Pièce #75	65	0	0	65
Pièce #77	6	0	0	6
Pièce #78	20	0	0	20
Pièce #80	5	0	0	5
Pièce #83	34	0	0	34
Pièce #88	13	0	0	13
Pièce #98	9	0	0	9

Tableau XXXVII

Solution finale associée à un problème de grande taille

Cellules	Compositions en machines	Produits regroupés en famille	Transferts intercellulaires (numéro de produits)
1	1, 3, 7, 32	4, 5, 9, 24, 33, 39, 49, 57, 58, 65, 66, 81	#9, #56
2	2, 10, 16, 21, 31	12, 13, 54, 61, 64, 73, 77, 78, 90	#12, #61, #77, #78
3	4, 9, 20	3, 10, 19, 20, 36, 48, 50, 100	#20
4	5, 8, 22, 23, 37, 39	6, 17, 26, 27, 28, 46, 55, 69, 70, 76, 82, 83, 88, 89, 93, 98, 99	#26, #46, #83, #88, #98
5	6, 12, 26, 38, 40	1, 2, 14, 15, 29, 30, 38, 40, 43, 44, 45, 59, 60, 62, 63, 95	#2, #15, #38, #44, #59, #60
6	11, 13	7, 11, 18, 37, 42, 56, 67, 79, 80, 97	#37, #56, #67, #80
7	14, 17, 35	21, 22, 52, 75, 86, 94	#75
8	15, 18, 33, 34, 36	23, 31, 32, 41, 51, 74	#32, #41, #51, #74
9	19, 25, 28, 30	71, 72, 84, 85, 91, 92	Aucun
10	24, 27, 29	8, 16, 25, 34, 35, 47, 53, 68, 87, 96	#34, #47, #68

Pour une matrice de 40 machines et 100 pièces, notre approche hybride prend 1785 secondes (donc près de 30 minutes) pour converger vers la meilleure solution avec une valeur de l'énergie de $E_{\text{Quasi-optimal}} = 31.8749$ lorsque les réseaux traditionnels ne sont pas capables de converger vers une solution faisable (conclusion à laquelle nous nous attendions après la présentation théorique faite au chapitre 4) et que le réseau quantifié et fluctuant seul prend un peu plus d'une heure (3725 secondes) pour une énergie minimale de $E_{\text{QFHN}} = 32.0617$. Toutefois le graphique de la figure 22 ne présente que la vitesse de convergence entre l'approche hybride et le réseau quantifié et fluctuant utilisé tout seul. Il est vrai que, pour les trois (3) exemples, nous ne présentons pas la vitesse de convergence des réseaux traditionnels, mais nous donnerons leur temps de résolution (lorsque le réseau converge vers une solution faisable) dans l'analyse comparative que nous effectuerons au cours du prochain chapitre.

Le second enseignement et/ou conclusion de cet exemple concernant les matrices de grande taille est relié à la qualité de la solution obtenue. La solution de l'approche hybride en terme de configuration cellulaire est présentée sur le tableau XXXV et comporte 10 cellules manufacturières et 10 familles de produits. La solution obtenue avec le réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*», utilisé tout seul, n'est pas présentée en terme de configuration cellulaire mais comporte aussi 10 cellules et 10 familles de pièces sauf qu'elle comporte 3 transferts intercellulaires additionnels qui contribuent à avoir une solution de moins bonne qualité et une énergie moins élevée que celle qui a été obtenue par l'approche hybride. C'est là une preuve de l'efficacité du regroupement que nous obtenons dans les deux cas et qui nous donne un peu plus de 83% pour l'approche hybride et moins que 68% dans le cas de l'usage du réseau quantifié et fluctuant pris tout seul sans le rajout de la «*recherche avec les tabous*».

Ce sont les conclusions et enseignements majeurs que nous identifions de cet exemple qui nous permet de faire une revue générale et une conclusion globale de l'ensemble des

exemples que nous vous avons présenté dans ce chapitre permettant d'évaluer la méthodologie de résolution que nous proposons dans ce manuscrit.

6.5 Conclusions

Pour effectuer l'analyse globale de ces exemples, il nous faut vous rappeler le contexte ou l'idée avec laquelle nous avons choisi ces exemples et les avons solutionnés afin d'en tirer des enseignements.

Le premier exemple nous a permis de mettre l'accent sur l'étape de la sélection des cheminements de fabrication en utilisant le modèle d'optimisation représenté par les équations (5.2) à (5.5). Nous avons vu que cette sélection des cheminements ou cheminements de fabrication minimise les coûts opérationnels qui sont présentés dans l'ensemble des énoncés associés à ces exemples. Ainsi, le cheminement sélectionné pour ce premier exemple est présenté sur le tableau XXII et le coût opérationnel qui lui est rattaché était de 440\$ pour fabriquer les 9 pièces sur les 9 machines disponibles sur le plancher de production. De plus, la détermination du cheminement nous permet de déduire la matrice binaire incidente initiale avec laquelle nous fonctionnerons pour le reste du processus de formation cellulaire. Cette matrice binaire incidente initiale s'obtient en remplaçant la valeur du coût opérationnel du cheminement sélectionné par une valeur unitaire afin de nous signifier que la machine considérée est requise pour le cycle de fabrication de l'item pour lequel la valeur du couple pièce/machine est unitaire. Si, par contre, la valeur de ce couple pièce/machine est nulle, nous comprendrons que la pièce ne passe pas ce cheminement de production ou que la machine n'est pas utile à la fabrication du produit considéré.

Le second exemple a un impact significatif sur l'élimination des éléments exceptionnels demeurant après la phase de résolution du problème de formation cellulaire et nous permet de mieux jauger comment nous pouvons faire le choix entre maintenir un

transfert intercellulaire, c'est-à-dire le déplacement d'une pièce vers une autre cellule en vue de poursuivre ou de compléter son cycle de fabrication, ou choisir de ne pas fabriquer cette pièce à l'interne mais plutôt de l'acheter chez l'un de nos fournisseurs ou, encore, choisir de dupliquer (acheter en double) un équipement de production existant afin d'en éliminer le transfert causé par la présence de cet élément.

Le dernier exemple, lui, est la raison essentielle de la mise en place d'une telle méthodologie car nous voulions résoudre des problèmes industriels de grande taille. Il est vrai que 40 machines pour une centaine de pièces n'est pas tout à fait fidèle à la réalité industrielle québécoise, mais par souci de comparaison des résultats que nous avons obtenu, il constitue l'un des exemples les plus importants de la littérature disponible. Dans cet exemple, nous avons obtenu des résultats intéressants déterminés dans un laps de temps acceptable (3 minutes) en comparaison à ce qui se fait avec un réseau de Hopfield traditionnel ou encore avec un réseau quantifié et fluctuant mais qui n'est pas combiné à la «*recherche avec les tabous*» afin d'en améliorer les solutions potentielles.

Bien entendu, il serait tentant de discuter sur certains points de comparaison mais, une analyse comparative suit dans le prochain chapitre. De plus, les divers graphiques affichant la vitesse de convergence nous démontrent tous que l'approche hybride mise en place est plus rapide que l'usage d'un réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» utilisé tout seul et encore mieux qu'un réseau traditionnel de Hopfield qui n'arrive pas toujours à converger comme dans le cas du dernier exemple que nous vous avons présenté.

Un aspect intéressant à souligner ici est l'idée même d'une technique hybride comme approche de formation cellulaire. Que nous utilisions un réseau traditionnel ou un réseau quantifié et fluctuant tout seul ou combiné à la «*recherche avec les tabous*», le nombre de cellules manufacturières obtenu est identique dans tous les cas (lorsque le problème

est soluble par les 3 approches). Par contre, il existe une différence perceptible lorsque nous regardons la vitesse de convergence (temps de résolution). De plus, la carence principale des réseaux de Hopfield à être piégés dans un optimum local est contournée grâce au recours à la fluctuation (voir chapitre #4). La taille du réseau est amoindrie et la capacité de mémorisation est maintenue comme dans les réseaux classiques. Aussi, l'ajout de la «*recherche Tabu*» permet de raffiner la solution en exploitant son voisinage immédiat. Ces améliorations potentielles accentuent la vitesse de convergence vers de meilleures solutions et justifient l'hybridation que nous avons réalisée.

En résumé, la résolution du premier exemple de Liao et al. [163] donne les résultats présentés au Tableau XXXVIII. Dans ce résumé, nous remarquons la rapidité avec laquelle l'approche hybride obtient les configurations cellulaires en 4 secondes ou moins contrairement aux 50 secondes de l'approche avec un réseau de Hopfield ayant des neurones binaires et aux 120 secondes du réseau de Hopfield *quantifié et fluctuant* seul. Toutefois, tous les types de réseaux obtiennent le même nombre de cellules industrielles et convergent dans tous les cas vers une solution faisable.

Le second exemple issu de l'article de Srinivasan et al. [88] confirme les premiers résultats du premier exemple avec des temps de résolution de 55, 85 et 1850 secondes pour les approches utilisant les réseaux traditionnels, quantifiés et fluctuants et hybride, respectivement. Une première démarcation est observée pour le taux de convergence vers des solutions faisables qui est de 100% dans les cas des réseaux quantifiés et fluctuants ou de l'approche hybride contrairement aux réseaux traditionnels qui ne convergent qu'à 55%. De plus, cette convergence atteint à peine 10% pour des réseaux traditionnels lorsque nous vérifions si les solutions obtenues sont optimales (les meilleures) alors qu'elle est toujours à 100% dans les cas des autres types de réseaux de neurones. Selon toutes les approches utilisées, nous remarquons que le nombre de cellules obtenues est le même à 4 cellules et autant de familles de produits.

Les enseignements du dernier exemple tiré de l'article de Mak et al. [174], montrent que les réseaux traditionnels ne sont plus en mesure de nous donner des résultats car nous avons été incapable d'obtenir une convergence en résolvant le problème avec ce type de réseau. Aussi, l'approche hybride converge à 100% des cas vers une solution faisable comportant 10 cellules de production alors que ce taux est d'à peine 28% dans le cas du réseau de Hopfield *quantifié et fluctuant*. Cette différence est aussi visible lorsque nous parlons de l'obtention de la meilleure solution (solution quasi-optimale) car nous ne pouvons garantir l'optimalité de la solution générée. L'ordre de grandeur est de 68% pour une convergence vers la meilleure solution avec l'approche hybride proposée alors qu'elle se limite à 8% avec un réseau *quantifié et fluctuant*. Dans tous les cas et pour tous les exemples, nous n'avons pu obtenir certaines valeurs de paramètres pour les méthodologies proposées par les auteurs. Quant au temps de résolution ou temps de convergence vers la meilleure solution, il nous aura fallu 180 secondes (près de 3 minutes) dans le cas de l'approche hybride contre presque 3725 secondes (plus d'une heure) avec l'approche utilisant les réseaux de Hopfield *quantifié et fluctuant* tout seul.

Tableau XXXVIII

Quelques indicateurs des 3 exemples solutionnés

	Problème de petite taille				Problème de taille moyenne				Problème de grande taille			
	Article initial [163]	Réseau BHN	Réseau QFHN	Approche hybride	Article initial [88]	Réseau BHN	Réseau QFHN	Approche hybride	Article initial [174]	Réseau BHN	Réseau QFHN	Approche hybride
Taille du problème initial	9 x 9	9 x 9	9 x 9	9 x 9	16 x 30	16 x 30	16 x 30	16 x 30	40 x 100	40 x 100	40 x 100	40 x 100
Nombre de cellules obtenues	3	3	3	3	4	4	4	4	10	--	10	10
Taux de convergence (%)	--	100	100	100	--	55	100	100	--	--	28	100
Taux de convergence optimum (%)	--	100	100	100	--	10	100	100	--	--	8	68
Temps de convergence (en secondes)	--	120	50	4	--	1850	85	55	--	--	3725	180
Temps de convergence (en cycles)	--	45	20	7	--	525	340	35	--	--	2600	110

CHAPITRE 7

ANALYSE DES RÉSULTATS ET ÉTUDE COMPARATIVE

Avant de conclure ce manuscrit comme nous le ferons dans le chapitre suivant, rappelons-nous que l'objectif poursuivi était de proposer une nouvelle méthodologie centrée sur l'usage des réseaux de neurones en vue de résoudre les problèmes de formation cellulaire.

Outre le rappel de l'état de l'art sur les cellules manufacturières (chapitre 2) et les réseaux de neurones de type Hopfield traditionnel (chapitre 3 et annexe 1), l'approche de résolution hybride que nous avons développée est présentée au chapitre 5 où les diverses contributions à notre champ d'expertise sont mises en exergue. Toutefois quelques précisions fondamentales se rapportant à la compréhension de cette thèse furent nécessaires et soulignées d'abord au quatrième chapitre (chapitre 4) où la notion de neurone quantifié est clarifiée et intégrée à notre approche hybride. Dans le chapitre précédent, nous avons évalué notre approche tout en observant son utilité, sa pertinence ainsi que la justesse de sa mise en place dans le contexte industriel contemporain. La qualité des solutions que nous sommes capables d'obtenir ainsi que la rapidité avec laquelle nous les avons obtenues ont été soulignées dans ce chapitre. En définitive, le présent chapitre va nous permettre de faire une synthèse globale de la méthodologie proposée, d'en faire ressortir les nombreux avantages selon une analyse comparative exclusivement focalisée sur la qualité des solutions obtenues et sur la rapidité avec laquelle nous obtenons les solutions aux onze (11) problèmes de formation cellulaire retenus. Ces avantages nous permettront, par la suite, de faire une projection dans le futur afin d'ouvrir le sujet à nos collègues qui voudront poursuivre la résolution des problèmes de formation cellulaire dans un avenir relativement proche en utilisant le même contexte décisionnel.

L'analyse comparative que nous ferons est basée sur un ensemble de onze (11) problèmes tirés de plusieurs articles disponibles dans la littérature contemporaine. Ainsi, les deux (2) premiers problèmes furent initialement publiés par F. Boctor [41] et sont composés de sept (7) machines acquises pour la fabrication de onze (11) pièces ou produits. Puis Chan et Milner [31] publièrent un article dans lequel nous avons tiré les deux (2) problèmes suivants dont la qualité de la solution obtenue sera particulièrement considérée dans notre étude comparative. Ces deux (2) problèmes sont composés de quinze (15) machines pour dix (10) pièces. Le cinquième problème de notre base de comparaison fut tiré de l'article de Srinivasan et al. [88] dans lequel dix (10) machines sont mises à contribution pour la fabrication de vingt (20) pièces. Le sixième problème ayant quinze (15) machines pour trente (30) pièces et le septième composé de vingt (20) machines et trente cinq (35) pièces furent d'une part, publiés par Venugopal et Narendran [46], d'autre part par Carrie [175]. Les quatre derniers problèmes ont tous été publiés par Chandrasekharan et Rajagopalan [17, 176] mais dans deux publications différentes. Dans la première des deux publications citées [176] que l'on a utilisée et désignée comme problème de référence #8, #9 et #10, les auteurs font un regroupement cellulaire d'une matrice incidente binaire faisant intervenir vingt quatre (24) machines pour la production de quarante (40) pièces. La seconde publication de Messieurs Chandrasekharan et Rajagopalan [17] représente le type de problème par excellence auquel la mise en place de notre méthodologie est dédiée, car elle utilise une matrice initiale dont les dimensions sont de 40 machines et 100 pièces.

Ainsi, ce chapitre commencera par une analyse comparative de la qualité des solutions obtenues. Cette analyse comparative, comme toutes les autres que nous réaliserons, focalisera sur les réseaux traditionnels de Hopfield (les neurones prennent des valeurs binaires ou continues) et les réseaux de «*Hopfield quantifiés et fluctuants*» (QFHN) dont les neurones tampons prennent seulement des valeurs entières. Puis nous évaluerons la rapidité de convergence des exemples utilisés entre les deux types de réseaux. Toutefois une incursion sera effectuée afin de voir comment notre modèle hybride pourrait se

comparer à d'autres approches reconnues pour être plus rapides et ayant de meilleurs résultats. Nous terminerons ce chapitre en faisant un résumé général portant et sur la qualité et sur la vitesse de convergence des solutions obtenues.

7.1 Analyse de la qualité des solutions obtenues

La qualité des solutions obtenues sera analysée en déterminant la valeur des paramètres e_1 , e_2 et e . Paramètres présentés à la section § 5.6 (chapitre 5) aux équations (5.25), (5.26) et (5.27), respectivement.

L'analyse comparative sera effectuée sur les onze (11) problèmes de base préalablement cités dans l'introduction de ce chapitre et dont la valeur des indicateurs de performance sont présentés au tableau XXXIX.

Dans ce tableau XXXIX, outre la référence utilisée désignant la source à partir de laquelle les problèmes initiaux furent tirés (colonne 1), nous y indiquons la taille de la matrice initiale (colonne 2) ainsi que le nombre de cellules manufacturières obtenues (colonne 3). Toutefois précisons que certaines des publications utilisées fixent a priori le nombre de cellules de fabrication flexibles à obtenir, alors que, dans le cas de notre approche hybride, la fonction d'énergie du réseau de «*Hopfield quantifié et fluctuant*» détermine ce nombre selon l'intervalle des valeurs potentielles admissibles et dont l'explication a été fournie au chapitre 5 de ce manuscrit. Les 9 dernières colonnes du tableau XXXIX contiennent la valeur des 3 indicateurs de performance – la «*mesure de densité*», la «*mesure du flux*» et la «*mesure d'efficacité*» – nous permettant d'effectuer une analyse comparative de la qualité des solutions obtenues quelle que soit la méthode de résolution utilisée.

Tableau XXXIX

Qualité des résultats des onze (11) problèmes de base de l'analyse comparative

Références utilisées	Taille du problème	Nombre de cellules obtenues	Indicateurs de performance utilisés									
			Solutions originales			Meilleures solutions			Approche hybride			
			e_1	e_2	e	e_1	e_2	e	e_1	e_2	e	
1	Boctor [41] – exemple 1	(7x11)	3	0.760	0.095	0.665	0.760	0.095	0.665	0.760	0.095	0.665
2	Boctor [41] – exemple 2	(7x11)	3	0.760	0.000	0.760	0.760	0.000	0.760	0.760	0.000	0.760
3	Chan & Milner [31] – simple	(15x10)	3	0.920	0.000	0.920	0.920	0.000	0.920	0.920	0.000	0.920
4	Chan & Milner [31] – complex	(15x10)	3	0.605	0.000	0.605	0.880	0.102	0.778	0.878	0.122	0.755
5	Srinivasan et al. [88] – exemple 1	(10x20)	4	1.000	0.000	1.000	1.000	0.000	1.000	1.000	0.000	1.000
6	Venugopal & Narendran [46]	(15x30)	3	0.973	0.039	0.934	0.973	0.039	0.934	0.973	0.039	0.934
7	Carrie [175]	(20x35)	4	0.760	0.015	0.745	0.760	0.015	0.745	0.760	0.015	0.745
8	Chandrasekharan & Rajagopalan [176] – Data 1	(24x40)	7	1.000	0.000	1.000	1.000	0.000	1.000	1.000	0.000	1.000
9	Chandrasekharan & Rajagopalan [176] – Data 2	(24x40)	7	0.939	0.075	0.864	0.939	0.075	0.864	0.939	0.075	0.864
10	Chandrasekharan & Rajagopalan [176] – Data 3	(24x40)	7	0.855	0.138	0.717	0.855	0.138	0.717	0.855	0.138	0.717
11	Chandrasekharan & Rajagopalan [17]	(40x100)	10	0.903	0.088	0.815	0.910	0.086	0.824	0.912	0.086	0.826

Aussi, les 3 premières valeurs représentant la «*mesure de densité*», la «*mesure du flux*» et la «*mesure d'efficacité*» du tableau XXXIX sont associées aux résultats présentés par les auteurs initiaux des articles utilisés. Puis nous vous présentons les meilleures valeurs répertoriées dans la littérature et les approches ayant permis d'obtenir ces regroupements cellulaires. Les 3 dernières colonnes représentent les mêmes indicateurs de performance identifiant la qualité de la solution générée par l'approche hybride que nous vous proposons.

La première constatation est que toutes les approches arrivent au même nombre de cellules manufacturières même si certaines, comme l'approche DCA (*Direct Clustering Algorithm*) utilisée dans la référence [31], fixent a priori ce nombre avant le début de la phase de résolution.

La seconde constatation qui nous permettra d'élaborer longuement sur l'analyse comparative que nous effectuons est la valeur intrinsèque des divers indicateurs de performance. Ainsi, hormis les valeurs associées aux problèmes #4 et #11, le tableau résumé (Tableau XXXIX) présente des valeurs identiques que le problème soit résolu selon l'approche initiale ou selon des approches récentes et améliorées dont l'approche hybride que nous vous avons proposée.

De plus, notre analyse portera essentiellement sur deux (2) problèmes majeurs à cause de la différence que nous avons obtenue dans l'évaluation des indicateurs de performance préalablement cités. Le tableau XXXX présente la matrice initiale proposée par Chan et Milner [31] et sur laquelle nous ferons notre comparaison initiale.

7.1.1 Qualité de la solution du quatrième problème de la base de données

Le problème #4 de la liste de référence présentée au tableau XXXIX et dont la matrice initiale est visualisée au tableau XXXX constitue le premier cas de notre analyse. Fondé

sur cette matrice initiale, Chan et Milner [31], utilisèrent une approche dénommée la méthode DCA – pour «*Direct Clustering Algorithm*» – afin de former les divers regroupements permettant d’obtenir un aménagement cellulaire capable de satisfaire aux besoins des consommateurs. Comme dans la majorité des approches de formation cellulaire, l’algorithme DCA tente d’atteindre la meilleure structure diagonale de blocs par un réarrangement des colonnes et des lignes de la matrice incidente initiale. La formation cellulaire découlant de cette approche est présentée au tableau XXXXII dans lequel nous voyons qu’il y a deux (2) cellules manufacturières et dont la valeur associée aux indicateurs de performance préalablement cités est de : $e_1 = 0.605$, $e_2 = 0.000$ et $e = 0.605$ désignant, respectivement, la «*mesure de densité*», la «*mesure du flux*» et la «*mesure d’efficacité*». Soulignons que l’agencement cellulaire présenté dans le tableau XXXXIII et dans lequel la «*mesure de densité*» est égale à $e_1 = 0.887$, la «*mesure du flux*» est de $e_2 = 0.041$ et la «*mesure d’efficacité*» associée au regroupement amélioré est de $e = 0.846$. Toutefois, même si la «*mesure d’efficacité*» est bien meilleure que dans la solution initiale générée par l’approche DCA, les auteurs apportèrent des améliorations significatives en utilisant la duplication des équipements manufacturiers – comme dans notre approche – afin d’améliorer cette mesure de regroupement. Comme l’amélioration est tributaire de la duplication des équipements de production et que Messieurs Chan et Milner [31] ne donnent aucune indication sur les coûts reliés à ces ajustements, la comparaison avec notre approche hybride serait hasardeuse dans la mesure où nous serions capables de chiffrer nos valeurs monétaires et serions incapable de le faire dans le cas de la méthode DCA.

Pour le même problème (problème #4), Mak et al. [174] utilisèrent une approche fondée sur l’usage des algorithmes génétiques afin de déterminer l’agencement cellulaire optimal et avoir la meilleure «*mesure d’efficacité*». L’aménagement cellulaire obtenu par Mak et al. [174] est présenté sur le tableau XXXXIV et dans lequel nous identifions trois (3) cellules manufacturières et autant de familles de produits.

Tableau XXXX

Matrice binaire incidente initiale de Chan et Milner [31]

		Pièces													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10				
Machines	1			1	1				1						
	2	1					1	1							
	3			1	1				1	1					
	4				1					1	1				
	5		1												
	6	1		1	1		1	1	1	1					
	7	1					1				1				
	8					1									1
	9		1			1									1
	10		1			1									1
	11	1					1	1	1						
	12	1					1	1							
	13		1			1									1
	14			1	1					1	1				
	15		1			1									1

Tableau XXXXI

Matrice des coefficients de dissimilitude entre les machines

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1.0000														
2	1.0000	1.0000													
3	0.4915	1.0000	1.0000												
4	0.5822	1.0000	0.5942	1.0000											
5	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000										
6	0.5385	0.5385	0.4456	0.6426	1.0000	1.0000									
7	1.0000	0.5942	0.7500	1.0000	1.0000	0.5385	1.0000								
8	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000							
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7117	1.0000	1.0000	0.5822	1.0000						
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7117	1.0000	1.0000	0.5822	0.4800	1.0000					
11	0.7500	0.4915	0.7671	0.7355	1.0000	0.4456	0.6078	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000				
12	1.0000	0.4800	1.0000	1.0000	1.0000	0.5385	0.5942	1.0000	1.0000	1.0000	0.4915	1.0000			
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7117	1.0000	1.0000	0.5822	0.4800	0.4800	1.0000	1.0000	1.0000		
14	0.4915	1.0000	0.4027	0.5942	1.0000	0.4456	0.7500	1.0000	1.0000	1.0000	0.7671	1.0000	1.0000	1.0000	
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.7117	1.0000	1.0000	0.5822	0.4800	0.4800	1.0000	1.0000	0.4800	1.0000	1.0000

Tableau XXXXII

Solution initiale obtenue par Chan et Milner [31]

		Familles de produits													
		1	3	4	6	7	8	9	2	5	10				
Cellules de machines	1		1	1			1								
	2	1			1	1									
	3		1	1			1	1							
	4			1			1	1							
	6	1	1	1	1	1	1	1							
	7	1			1				1						
	11	1			1	1	1								
	12	1			1	1									
	14		1	1			1	1							
	5								1						
	8									1	1				
	9								1	1	1				
	10								1	1	1				
	13								1	1	1				
	15								1	1	1				

Tableau XXXXIII

Solution améliorée obtenue par Chan et Milner [31]

		Familles de produits													
		3	4	8	9	1	6	7	2	5	10				
Cellules de machines	1	1	1	1											
	3	1	1	1	1										
	4		1	1	1										
	6*	1	1	1	1										
	14	1	1	1	1										
	2					1	1	1							
	6*					1	1	1							
	7				1	1	1								
	11			1		1	1	1							
	12					1	1	1							
	5								1						
	8									1	1				
	9								1	1	1				
	10								1	1	1				
	13								1	1	1				
15								1	1	1					

Il existe, toutefois, cinq (5) transferts intercellulaires dans cette seconde solution en comparaison à celle générée initialement par Chan et Milner [31] dans laquelle il n'en existait pas. Par contre, lorsque nous regardons la *mesure de densité* par exemple, Mak et al. [174] ont obtenu $e_1 = 0.880$ contrairement à Chan et Milner dont la densité se limitait à $e_1 = 0.605$, seulement. La *mesure du flux* qui est nulle dans le cas de l'algorithme DCA de Chan et Milner [31], car il n'existe aucun élément exceptionnel qui soit totalement différent dans le second cas. En effet, la présence de deux éléments exceptionnels dans la méthode fondée sur les algorithmes génétiques fait en sorte que la *mesure du flux* est de $e_2 = 0.102$ pour la solution de Mak et al. [174] et conduit à une *mesure d'efficacité* globale de l'ordre de $e = 0.778$. Or la solution initiale fournie par Chan et Milner qui, même si elle ne contient pas d'éléments exceptionnels, donne une efficacité générale de $e = 0.605$ et représente une diminution de l'ordre de 32 %. Cette diminution signifie que la solution de Chan et Milner [31] est de moins bonne qualité que celle de Mak et al. [174] car il existe des emplacements vides dans la structure diagonale de blocs finale permettant d'identifier les ateliers de fabrication flexibles.

L'approche hybride fondée sur l'usage d'un réseau de *Hopfield quantifié et fluctuant* mixé à une approche de recherche locale, la *méthode avec les tabous*, a besoin des coefficients de dissimilitude afin de minimiser une fonction d'énergie dont l'objectif majeur réside dans le regroupement de machines ayant les dissimilitudes communes les moins élevées. Ainsi, la matrice des coefficients de dissimilitude entre les machines est présentée au tableau XXXXI (plus haut) alors que la matrice des dissimilitudes entre les pièces ne sera pas visualisée par souci de simplification et d'allègement du texte. De plus, l'explication associée aux machines est en tous points identique à celle que l'on aurait pu faire pour les produits et n'introduit aucune nouveauté ni spécificité. Notre approche hybride nous a conduits à l'obtention de trois (3) cellules manufacturières et à autant de familles de produits dont la composition et l'ensemble des pièces à usiner justifiant sa mise en place sont visualisés sur le tableau XXXXV. Avec la configuration cellulaire générée par l'approche hybride, la *mesure de densité* ainsi déterminée est de

$e_1 = 0.878$. De plus, la présence de six (6) transferts intercellulaires conduit la «*mesure du flux*» à une valeur de $e_2 = 0.122$. Or la qualité de la solution à laquelle notre approche nous a conduits et qui est matérialisée par la «*mesure d'efficacité*» est de : $e = 0.755$.

Ainsi, Chan et Milner [31] ont obtenu une solution à deux (2) cellules manufacturières dont la qualité de la configuration générée fut de $e = 0.605$ et ne présentant aucun élément exceptionnel. L'agencement cellulaire que nous avons obtenu grâce à l'approche hybride [170] présente six éléments exceptionnels, trois (3) cellules manufacturières et autant de familles de pièces. Le plus important réside dans la valeur de l'efficacité que nous obtenons – c'est-à-dire la qualité de la configuration cellulaire – et qui est meilleure que la solution proposée par Chan et Milner [31] de près de 20% avec une «*mesure d'efficacité*» établit à $e = 0.755$. Finalement, la meilleure solution pour le quatrième problème de notre base de données est celle qui fut générée par Mak et al. [174], car non seulement l'efficacité des regroupements est 5% meilleure que notre approche mais en plus elle contient moins de transferts intercellulaires – deux contre six – même si, comme l'approche hybride, elle présente un agencement cellulaire composé de trois (3) cellules de fabrication et trois (3) familles de produits.

Soulignons, en définitive, l'élimination dans cette analyse de la solution améliorée présentée par Chan et Milner [31] au tableau XXXXIII, car il y a duplication de la machine #6 afin d'augmenter l'efficacité des regroupements capables d'être générés par l'algorithme DCA utilisé par les auteurs.

Tableau XXXXIV

Solution finale obtenue par Mak et al [174]

		Familles de produits													
		3	4	8	9	1	6	7	2	5	10				
Cellules de machines	1	1	1	1											
	3	1	1	1	1										
	4		1	1	1										
	6	1	1	1	1	1	1	1							
	14	1	1	1	1										
	2					1	1	1							
	7				1	1	1								
	11			1		1	1	1							
	12					1	1	1							
	5								1						
	8									1	1	1			
	9									1	1	1			
	10									1	1	1			
	13									1	1	1			
	15									1	1	1			

Tableau XXXXV

Solution finale obtenue par notre approche hybride [170]

		Familles de produits													
		3	4	8	9	1	6	7	2	5	10				
Cellules de machines	1	1	1	1											
	3	1	1	1	1										
	4		1	1	1										
	14	1	1	1	1										
	2					1	1	1							
	6	1	1	1	1	1	1	1							
	7				1	1	1								
	11			1		1	1	1							
	12					1	1	1							
	5								1						
	8									1	1	1			
	9									1	1	1			
	10									1	1	1			
	13									1	1	1			
	15									1	1	1			

7.1.2 Qualité de la solution du onzième problème de la base de données

Le problème onze (11) de notre base de référence utilise une matrice incidente initiale de grandeur (40×100) – c'est-à-dire 40 machines pour 100 pièces que nous pouvons voir au tableau XXXII du chapitre 6 – et fut initialement présenté dans l'article de Chandrasekharan et Rajagopalan [17]. Comme dans le cas du problème #4 de la base de référence visualisée au tableau XXXIX, la détermination des indicateurs de performance nous montre des valeurs quelque peu différentes lorsque le problème est solutionné selon l'algorithme «ZODIAC» proposé par Messieurs Chandrasekharan et Rajagopalan dans [17], les algorithmes génétiques utilisés par Mak et al. [174] et notre approche hybride [170].

Ainsi, l'algorithme «ZODIAC» génère pour le problème #11 de la base de référence, 10 cellules manufacturières et autant de familles de pièces. Afin de voir la composition des familles de produits et les machines constituant les diverses cellules manufacturières, nous invitons le lecteur à regarder le tableau XXXXVI. Sur ce tableau correspondant à la solution de Messieurs Chandrasekharan et Rajagopalan [17], l'évaluation de la «*mesure de densité*» donne une valeur $e_1 = 0.903$. La présence de 37 transferts intercellulaires – éléments exceptionnels – donne une «*mesure du flux*» de l'ordre de : $e_2 = 0.088$. En définitive, l'efficacité du regroupement obtenu par Chandrasekharan et Rajagopalan [17] aussi appelé «*mesure d'efficacité*» est : $e = 0.815$.

Mak et al. [174] et leur approche centrée sur l'usage des algorithmes génétiques donne des valeurs de $e_1 = 0.910$ pour la «*mesure de densité*». La présence d'éléments exceptionnels dans la configuration cellulaire finale fait en sorte que la «*mesure du flux*» pour cette approche est de $e_2 = 0.086$. Cette valeur légèrement inférieure à la valeur de l'approche «ZODIAC» signifie tout simplement qu'il y a moins de transferts intercellulaires dans la solution générée par les algorithmes génétiques en comparaison à

celle de l'algorithme «ZODIAC». L'agencement cellulaire obtenu par Mak et al. [174] et visualisé au tableau XXXXVII, plus bas, donne une efficacité ou «*mesure d'efficacité*» de $e = 0.824$. C'est une configuration cellulaire dont la qualité obtenue est juste de 1% supérieure à celle qui est générée par l'approche «ZODIAC». La différence est perceptible sur le plan des transferts intercellulaires.

Les réseaux de «*Hopfield quantifiés et fluctuants*» mixés à la «*recherche avec les tabous*» que nous avons utilisés comme base de notre approche hybride nous permettent d'avoir la meilleure solution possible de l'ensemble des solutions existantes et ce, sur la base de la source commune du tableau XXXIX identifiant tous les problèmes considérés. Ainsi, la configuration cellulaire à laquelle aboutit notre approche est présentée au tableau XXXV du chapitre précédent. Comme dans les autres approches, nous avons obtenus 10 ateliers de fabrication flexibles et autant de familles de pièces. Justement, la composition des cellules et des familles ainsi que l'assignation des familles aux cellules industrielles est réalisée sur ce même tableau XXXV d'où nous tirons les valeurs associées à nos indicateurs. La «*mesure de densité*» qui, évalue le degré d'uniformité des machines dont le regroupement forme une cellule, est basée sur le nombre d'entrées non nulles identifiées sur la configuration finale obtenue. Dans notre cas, $e_1 = 0.912$ et représente cette «*mesure de densité*». Le flux et sa «*mesure du flux*» est évalué à $e_2 = 0.086$ et est identique à la valeur déterminée par l'approche des algorithmes génétiques utilisée par Mak et al. [174]. Cela signifie que malgré nos approches différentes ayant des objectifs différents, le nombre de transferts auquel la solution aboutit est le même. Or l'approche hybride que nous vous avons proposée ayant une densité supérieure à celle des algorithmes génétiques mais présentant – toutes les deux – des «*mesures de flux*» identiques, nous conduis à une «*mesure d'efficacité*» supérieure à celle de Mak et al. [174] ayant comme valeur numérique : $e = 0.826$.

7.1.3 Conclusion générale sur la qualité des solutions obtenues

En résumé, notre approche hybride obtient des solutions acceptables aux divers problèmes de formation cellulaires. De plus, la qualité des solutions obtenues est comparable aux autres solutions générées par d'autres approches et/ou méta heuristiques de résolution disponible dans la littérature.

Ainsi, sur les 11 problèmes nous ayant servis comme base de test et de comparaison, seuls le quatrième et le onzième problème ont présenté des résultats dont les indicateurs de performance utilisés nous affichaient des différences.

- D'abord la «*mesure de densité*». La différence que nous y observons – pour les approches répertoriées – est minime dans le cadre du dernier problème et est fortement visible dans le cas du problème #4. Il est vrai que l'algorithme DCA de Chan et Milner [31] faisait partie des premières ébauches de résolution associées aux problèmes de formation cellulaires. Or les algorithmes génétiques de Mak et al. [174] tout comme les réseaux de neurones de type «*Hopfield quantifié et fluctuant*» de Ateme et Dao [170] sont des approches plus récentes pour la résolution de problèmes industriels de ce type. Une densité améliorée atteint près de 32% lorsque nous comparons les valeurs issues de l'approche hybride et de l'algorithme DCA.

Toujours pour la «*mesure de densité*», l'amélioration observée en comparant les algorithmes DCA et l'approche hybride que nous proposons est moins prononcée lorsque la comparaison se fait entre l'approche hybride proposée et les algorithmes génétiques utilisés par Mak et al [174]. En effet, moins de 0.5% d'amélioration potentielle entre les deux dernières approches (algorithmes génétiques et réseaux de neurones).

Tableau XXXXVI

Solution finale générée par Chandrasekharan et Rajagopalan [17]

		<i>Pièces</i>	
		I	
		6256 1133444469429 1256778889928 114567893778899 11345021166797755 123346893234573872259 23455668	
		0992124508034535678676590638939827182679077124512309680003214307843865457876931114265122445439785619	
Machines	6	111111 11111111 1	
	26	111111 111111111111	
	38	1111111111 11 111	I
	40	1 11111111111111	
	12	11111111 11 111111	I
	5	I	
	8	I	
	37		I
	39		
	22		
	23		
	11		
	13		
	25		
	28	I	
	30		
	19		
	4		
	9		
	20		
	31		
	2		
	10		
	21	I	
	16	I	
	24		
	27		
	29		
	15		
	18		
	33		
	34		
	36		
	17	I	
	14		
	35		
	1		
	3		
	7		
	32		

Tableau XXXXVII

Solution finale générée par Mak et al. [174]

		Familles de produits																															
		1																															
		233455668 1123450115667779 113456789225789233457778899 123345689 1222456778888999 11233444456669																															
		4594399785613090680023414378071872679071225643121141245128654573876676786590623893891245908034590235																															
Cellules manufacturières	1	11111 111111																															
	3	11 111111111																															
	7	11111111 11	1																														
	32	1111 1111111	1																														
	4	11111111																															
	9	11111111																															
	20	111 1111																															
	2	11111 111																															
	10	111111111																															
	16	1111 1111																															
	21	11 111111					1																										
	31	1 111111					1																										
	11	1111111111										1	1																				
	13	1111111111										1																					
	14	1 111111										1																					
	17	1 111 1										1																					
	35	111111										1																					
	15	1 11 11										1																					
	18	1 1111 1										1																					
	33	11 111										1																					
	34	11111										1																					
	36	1 11										1																					
	19	1111111										1																					
	25	1111111										1																					
	28	1111111										1																					
	30	1111111										1																					
	24	1111111111										1																					
	27	11 11111111										1																					
	29	1111111111										1																					
	5	1111111111111111										1																					
	8	1111111111111111										1																					
	22	1111111111111111										1																					
	23	1 111111111111 11										1																					
	37	1111111111111111										1																					
	39	111 1 111111111 1										1																					
	6	11 11111111111 1										1																					
	12	1 111 111 1111111111										1																					
	26	1 1111111111111111										1																					
	38	111111 11 111111										1																					
	40	1111 111111 1 11										1																					

- Ensuite, la «*mesure du flux*» qui repose sur le nombre de transferts intercellulaires est un indicateur dont la pertinence repose sur son intégration dans le calcul de la mesure d'efficacité. Mesure qui orientera le lecteur vers l'identification de la meilleure solution et permettra aux gestionnaires (décideurs, cadres, etc.) d'avoir un choix de plus dans leur prise de décision.
- La «*mesure d'efficacité*», enfin, est le véritable «*baromètre*» associé au choix d'une configuration cellulaire plutôt qu'une autre. Pour le dernier problème, les configurations cellulaires obtenues sont assez semblables car les améliorations potentielles d'une approche par rapport à une autre ne dépassent pas les 1%. Par exemple, la solution avec les algorithmes génétiques est de 1% supérieure à celle générée par l'algorithme «*ZODIAC*». Elle est supérieure dans le sens efficacité globale des regroupements obtenus. L'amélioration est inférieure à 0.3% si nous observons les configurations générées par les réseaux de neurones et les algorithmes génétiques. Par contre, il y a un peu plus de 1% comme facteur d'amélioration si nous comparons la méthode «*ZODIAC*» aux réseaux de neurones de type «*Hopfield quantifié et fluctuant*» que nous avons proposés dans cette approche hybride. Toutefois la discrimination de cet indicateur de performance est bien plus visible pour le problème #4 dans notre base de test servant à la comparaison.

Avec des améliorations de l'ordre de 20% de notre approche hybride par rapport à l'algorithme «*DCA*» ou de 22% lorsque nous comparons l'approche «*DCA*» aux algorithmes génétiques pour la «*mesure d'efficacité*», nous remarquons une nette amélioration de la qualité des solutions obtenues avec les approches méta heuristiques récentes (réseau de Hopfield quantifié et fluctuant et algorithme génétique). Notons, tout de même, que notre solution est de moins bonne qualité que celle générée par les algorithmes génétiques. Ainsi, la solution du problème #4 est 3% de meilleure qualité lorsque le problème est solutionné par les algorithmes génétiques que par les réseaux de neurones de type «*Hopfield quantifié et fluctuant*». En omettant la prise en considération

d'autres aspects dont la mise en place et les technicités propres à chaque approche de résolution, nous avons regardé de manière pointilleuse et soutenue la qualité intrinsèque des solutions générées en nous limitant à l'objectif central commun de ces méthodes : la mise en place des cellules dynamiques de production.

7.2 Analyse du temps de convergence et/ou du temps de résolution obtenu

L'analyse et la comparaison du temps de convergence – ou temps de résolution – se limitera aux réseaux de neurones et nous ne tiendrons pas compte des autres approches traitées plus haut dont les algorithmes génétiques par exemple. Les réseaux considérés dans cette section sont les réseaux de Hopfield traditionnels, c'est-à-dire des réseaux dont les neurones ne peuvent prendre que des valeurs continues ou binaires. À ces réseaux de Hopfield traditionnels, nous analyserons les temps nécessaires à la convergence du réseau; or ce temps de convergence correspond au temps de résolution dans la mesure où l'équilibre d'un réseau de Hopfield correspond à la détermination d'une solution faisable respectant l'ensemble des contraintes du problème initial. De plus, ces temps seront comparés à ceux que nous avons obtenus en utilisant un réseau de neurones de type «*Hopfield quantifié*» et à la vitesse de résolution trouvée lorsque nous utilisons notre approche hybride composée d'un réseau de type «*Hopfield quantifié et fluctuant*» et la «*recherche avec les tabous*».

L'ensemble des figures du chapitre précédent montrait à priori une rapidité de convergence plus explicite lors de l'utilisation de la méthode hybride au détriment des deux (2) autres approches de comparaison. Ainsi, ces temps de convergence sont visualisés sur le tableau XXXXVIII.

La première constatation est que le réseau de Hopfield classique (traditionnel) est le plus lent des réseaux. La raison essentielle est sa prédisposition à se retrouver piégé dans un optimum local et sa capacité à identifier des solutions faisables.

Tableau XXXXVIII

Temps de convergence des onze (11) problèmes de base de l'analyse comparative

	Références utilisées	Taille du problème initial	Nombre de cellules obtenues	Temps de convergence (en secondes)		
				Hopfield traditionnel (t ₁)	Hopfield quantifié (t ₂)	Approche hybride (t ₃)
1	Boctor [41] – exemple 1	(7x11)	3	119.20	10.00	5.00
2	Boctor [41] – exemple 2	(7x11)	3	121.00	11.10	5.20
3	Chan et Milner [31] – simple	(15x10)	3	190.50	15.00	7.20
4	Chan et Milner [31] – complex	(15x10)	3	265.10	20.10	10.20
5	Srinivasan et al. [88] – exemple 1	(10x20)	4	585.20	31.05	21.10
6	Venugopal et Narendran [46]	(15x30)	3	1000.00	51.00	35.30
7	Carrie [175]	(20x35)	4	1712.10	71.30	55.00
8	Chandrasekharan et Rajagopalan [176] – Data 1	(24x40)	7	1905.00	110.15	60.40
9	Chandrasekharan et Rajagopalan [176] – Data 2	(24x40)	7	2100.00	121.50	72.10
10	Chandrasekharan et Rajagopalan [176] – Data 3	(24x40)	7	2827.10	140.30	87.30
11	Chandrasekharan et Rajagopalan [17]	(40x100)	10	--	351.00	180.10

Or identifier des solutions faisables pour un réseau de Hopfield est directement tributaire à l'initialisation de certains paramètres dont l'état de départ du réseau (valeurs initiales des neurones), les coefficients de sa fonction d'énergie (selon l'importance que leur donne le concepteur), sa capacité de mémorisation (le nombre de configurations apprises durant la phase d'apprentissage – c'est-à-dire durant la détermination de ses poids synaptiques de connections) et la nature du problème à résoudre.

La seconde constatation est la rapidité avec laquelle l'approche hybride résout ces problèmes de formation cellulaire. Dans cette dernière approche, la taille du réseau est considérablement diminuée en utilisant des neurones quantifiés plutôt que des neurones classiques. Cette réduction de la taille du réseau permet une meilleure discrimination du nombre de configurations cellulaires pouvant être emmagasinées et rappelées selon les besoins des chercheurs ou du milieu industriel dans lequel nous évoluons. De plus, la fluctuation permet de s'extirper d'un minimum local d'énergie alors qu'il aurait fallu recourir à une technique de recuit simulé en supplément au réseau de Hopfield classique transformant ainsi ce dernier en une «*Machine de Boltzman*». Enfin, l'ajout de la «*recherche avec les tabous*» permet de trouver le ou les meilleurs agencements cellulaires possibles.

La dernière constatation, et non la moindre, réside dans la comparaison de cette vitesse de résolution. Le temps de résolution d'un problème de formation cellulaire est, en moyenne, 22 à 30 fois moins rapide avec un réseau de Hopfield traditionnel qu'avec notre approche hybride. Cette rapidité est moins marquée lorsque nous comparons notre approche hybride avec l'usage d'un réseau quantifié sans fluctuation.

Ainsi, notre approche hybride permet une exécution plus rapide présentant une quasi impossibilité au réseau de neurones de type «*Hopfield quantifié et fluctuant*» à être piégé dans un optimum local comme dans le cas des réseaux traditionnels. Aussi notre approche offre-t-elle des solutions de meilleure qualité lorsqu'elle est comparée aux

autres types de réseaux de Hopfield et, même, aux algorithmes génétiques et autres méthodes disponibles dans la littérature contemporaine.

CHAPITRE 8

CONCLUSION, RECOMMANDATIONS ET OUVERTURE DU SUJET

La fin de cette thèse de doctorat brosse une revue exhaustive du travail qui a été accompli au cours des dernières années. Nous résumons l'ensemble des réalisations effectuées, évaluons les contributions et avancées scientifiques apportées dans cette recherche et suggérons une ébauche des tendances futures découlant de ces travaux.

8.1 Compte rendu de la thèse

Durant nos recherches, nous avons développé une approche heuristique globale permettant de résoudre les problèmes de formation cellulaire lorsque nous avons à œuvrer dans des secteurs industriels où il existe une multitude de produits manufacturés qui peuvent être usinés, réalisés et/ou assemblés à l'aide d'un parc de machines – aussi visualisé comme des équipements de production qui sont importants en nombre et en variété. La procédure développée devait être capable de déterminer le meilleur agencement cellulaire en terme de composition et de répartition de l'ensemble des ressources de production. Cette configuration devait s'obtenir dans un temps de résolution acceptable et offrir des solutions de bonne qualité quant à leur efficacité de regroupement.

La conception optimale des cellules dynamiques de production – aussi appelée ateliers de fabrication flexibles – que nous avons développée est matérialisée par une heuristique de résolution en trois (3) phases.

- La première étape consistait à déterminer le meilleur routage de production par la minimisation des coûts opérationnels. Ce routage industriel consistait à déterminer le

- meilleur cheminement (ou séquence de fabrication) en terme de temps et de coûts opérationnels inhérent au processus de fabrication,
- La seconde phase de cette heuristique – phase associée au cœur et à l'essence de nos travaux de recherche – est matérialisée par une procédure hybride de mise en place des cellules de production. Cette approche hybride consistait à utiliser un réseau de neurones de type «*Hopfield quantifié et fluctuant*» jumelé à une approche locale d'amélioration représentée par la «*recherche avec les tabous*» capable de raffiner la solution obtenue. L'hybridation, dans ce cas, consistait à réinjecter les meilleures solutions obtenues comme nouveau point de départ au réseau quantifié et fluctuant afin de déterminer si l'heuristique était capable d'améliorer continuellement les configurations cellulaires préalablement générées,
 - L'heuristique s'achevait par l'établissement du meilleur arbitrage des transferts intercellulaires – aussi appelés éléments exceptionnels – demeurant dans la solution finale générée lors de la phase précédente.

L'ensemble des phases de cet heuristique sous-entend le recours à des modèles mathématique d'optimisation capables de nous assister dans la résolution des problèmes de formation cellulaire et dont quelques contributions originales furent réalisées comme nous vous les exposerons à la section suivante.

8.2 Contributions de ce travail de recherche

L'originalité fondamentale de ce travail réside dans l'élaboration d'une approche intégrée capable de résoudre les problèmes de formation cellulaire de grande taille de manière efficiente. En effet, il s'agit plutôt de mettre en place un modèle mathématique d'optimisation intégrant la notion des cheminements de production et la minimisation des transferts intercellulaires. L'avantage majeur de fonctionner de cette façon est qu'il est possible de faire un retour à l'étape précédente afin de modifier la solution générée à

ce niveau en tenant compte de contraintes réelles ou insoupçonnées permettant une meilleure flexibilité de l'approche mise en place.

La contribution fondamentale de ce travail de recherche est l'usage des réseaux de neurones de type «*Hopfield quantifié et fluctuant*» dans le domaine de la formation des ateliers de fabrication flexibles.

Aussi plusieurs contributions mineures peuvent-elles être soulignées dans l'ensemble des outils, concepts et visions intégrés dans notre méthodologie dont entre autres :

- Une étape de sélection des routages de production axée sur la minimisation des coûts opérationnels. Cette phase permet de choisir le meilleur cheminement de fabrication sans pour autant ignorer les alternatives disponibles qui permettraient de contourner des contraintes industrielles réelles telles que la nature des équipements utilisés, leur capacité de production, l'ordonnancement structuré de la séquence de fabrication, etc.
- Le recours aux coefficients de similitudes dont la symétrie identifiée dans la matrice associée à ces paramètres permet de réduire le nombre de variables décisionnelles,
- La modification et l'adaptation ponctuelle du modèle mathématique d'optimisation «*p-median*» mit en place par Kusiak [86] vers la fin des années 1980,
- Le concept de neurone quantifié permettant de réduire la taille du réseau récurrent de Hopfield,
- La notion de fluctuation qui offre et contourne la lacune des réseaux de Hopfield d'être piégés dans des optimums locaux sans recourir à la mise en place de la «*machine de Boltzman*»,
- L'ajout de la «*recherche avec les tabous*» capable d'améliorer grandement la qualité des solutions générées même si elle influence très peu la rapidité de convergence du réseau,
- L'introduction d'une hybridation stratégique éliminant ainsi une initialisation aléatoire du point de départ du réseau de neurones de type Hopfield à partir duquel il

- devrait être capable de converger vers un état stable – solution à notre problème de formation cellulaire pour des matrices industrielles de grande taille,
- La mise en place du meilleur compromis permettant de traiter les transferts intercellulaires et d'en extraire le choix de leur maintien ou d'un traitement additionnel efficace et efficient.

Toutes ces facettes, certaines significatives et d'autres moins, permettent d'obtenir une approche globale de formation cellulaire originale, rapide, convergente et de bonne qualité. Cette intégration de qualité, nouvelle et porteuse, est sûrement à l'origine de l'acceptation d'un article scientifique [170] dans un journal scientifique.

8.3 Recommandations

La poursuite et la quête d'approches, capables de réaliser la formation cellulaire, ne se limitent pas à nos travaux de recherche. Toutefois la notion de neurone quantifié ouvre un éventail de possibilité d'améliorations dans le recours aux réseaux de neurones de type Hopfield comme outil de résolution des problèmes de formation cellulaire.

- Le principe des neurones quantifiés devrait être étendu à l'ensemble des neurones décisionnels car, dans nos recherches, nous ne les avons intégrés que pour la représentation des neurones tampons ayant peu d'incidence sur la qualité de la solution générée mais déterminant la vitesse de convergence du réseau,
- L'intégration des coefficients de similitude/dissimilitude et des routages de production dans l'élaboration d'un nouveau modèle mathématique d'optimisation,
- L'utilisation de la métaheuristique fondée sur l'usage des «*algorithmes des colonies de fourmis*» dont les premiers développements que nous avons effectués sont prometteurs mais hors de propos dans le contenu de cette thèse, d'où leur omission.

Ces quelques recommandations, pour nous, pavent la voie à l'élaboration d'autres approches de recherche dont le travail actuel n'est qu'une infime contribution dans la bonne direction de résolution des problèmes d'optimisation combinatoire et, des problèmes de formation cellulaire de manière spécifique.

ANNEXES

ANNEXE 1

RAPPEL SUR LES RÉSEAUX DE NEURONES ARTIFICIELS

Depuis l'avènement de la TG, plusieurs méthodes permettant de regrouper les pièces en familles et les machines en cellules furent développées afin d'exploiter tout le potentiel de la fabrication cellulaire. Cependant, la conception des cellules de fabrication demeure une problématique qui n'a pas encore été résolue de manière satisfaisante. Ce constat est d'autant plus criant lorsque nous faisons face aux problèmes industriels de grande taille, c'est-à-dire une problématique où il existe une grande variété de produits manufacturés à l'aide d'un parc industriel composé de plusieurs types de machines.

Identifié par Burbidge [7], comme une approche de regroupement dans un contexte d'analyse des flux de production, le problème de création et d'implantation de cellules indépendantes mobilisa l'attention des chercheurs et occasionna l'éclosion de multiples méthodologies. Malgré la pluralité des techniques développées et face à l'incapacité d'obtenir une matrice diagonale de blocs parfaite, la communauté scientifique se tourna résolument vers des heuristiques capables de palier les carences décelées dans les outils traditionnels existants. Or une heuristique utilise une approche raisonnable permettant de déterminer la meilleure solution possible. De plus, il est possible d'obtenir une solution optimale ou quasi optimale à l'aide de telles approches même si nous serons incapables de vérifier que la solution obtenue représente l'optimum de notre problème. Aussi, Bartholdi et Platzman [177] ont défini un heuristique comme :

“ Un traitement de données (informations) qui ignore délibérément mais judicieusement une certaine partie de ces dernières. En omettant certaines données, l'heuristique élimine des efforts supplémentaires requis pour saisir et traiter l'ensemble des données disponibles. D'ailleurs, la procédure de résolution est indépendante des données

ignorées et tout changement sur ces dernières n'affectera pas la nature et la qualité de la solution obtenue. C'est pourquoi la création d'une heuristique est un art dont la difficulté réside dans l'identification exacte des données à omettre. En général, il faut ignorer l'information dont l'obtention, la nature et l'intégrité sont dispendieuses et qui contribuent peu à la qualité des solutions obtenues”.

Durant les trente (30) dernières années, plusieurs heuristiques fournissant des solutions quasi-optimales furent développés et utilisés jusqu'à la publication, par Kusiak et Chow [81], d'un article qui montra les limitations de telles approches relatives aux problèmes de grande taille. Dans leur article, Kusiak et Chow démontrèrent que la formation des ateliers de fabrication flexibles est un problème d'optimisation combinatoire de type NP-complet (NP-difficile) [178]. À cause de la nature combinatoire de ces problèmes, le temps de résolution croît de manière exponentielle et il devient insurmontable lorsque nous faisons face à des problèmes industriels de grandes tailles, comme ce fut le cas durant nos recherches. Toutefois, pour de tels problèmes, il existe un nombre fini et dénombrable de solutions potentielles à partir desquelles nous pouvons déterminer la meilleure solution capable de minimiser l'objectif global de nos investigations. Malheureusement, il n'existe aucun algorithme capable d'identifier la solution optimale exacte associée à un problème de formation cellulaire. La littérature actuelle regorge de plusieurs heuristiques aptes à identifier la solution optimale à un problème de formation cellulaire. Le désavantage de ces heuristiques est qu'elles sont spécifiques à la problématique à laquelle elles ont été développées et leur implantation informatique n'est pas facile.

Devant ces difficultés, la communauté scientifique s'est tournée vers de nouvelles approches de résolution basées sur l'usage de l'IA dont le recuit simulé, les systèmes experts, la recherche «*tabous*», les algorithmes génétiques et les réseaux de neurones. L'un des avantages recherché dans l'utilisation de ces approches, appelées métaheuristiques, est qu'elles sont capables de contourner les difficultés associées au

temps de résolution, à la grosseur du problème initial, à la qualité de la solution obtenue, etc.

Cet annexe fait, exclusivement, un rappel sur les réseaux récurrents et se subdivisera en cinq (5) sections majeures. La première mettra l'accent sur la définition d'un neurone artificiel, sa genèse et l'analogie existante avec le neurone biologique ainsi que, sa représentation schématique. Puis nous nous attarderons sur la modélisation du neurone artificiel, de son champ récepteur, de ses fonctions d'activation, de sa sortie potentielle et de l'existence ou non d'un phénomène d'apprentissage relié à son mode de fonctionnement. Dans la troisième partie, nous broserons un tableau général de l'ensemble des réseaux de neurones existants afin de mettre un accent particulier sur certains aspects techniques des réseaux récurrents lors de la section suivante. En effet, les concepts de stabilité ainsi que les théorèmes majeurs seront présentés afin que le lecteur puisse cerner l'un des atouts essentiels à l'usage des réseaux récurrents dans les problèmes d'optimisation.

A1.1 Définition, historique et fondements des neurones artificiels

Depuis l'avènement des sciences, l'Homme n'a jamais cessé ses tentatives pour reproduire l'intelligence humaine qui nous permet, actuellement, de lire ces mots par l'usage d'un réseau neurobiologique complexe. Même si l'être humain dispose d'environ 10^{11} neurones fortement connectés lui facilitant la lecture, le mouvement, la pensée ainsi que l'ensemble des fonctions vitales à son activité quotidienne, une partie de cette structure neurologique est attribuable à son bagage génétique inné alors que l'autre est issue de l'apprentissage, aussi appelé expérience. Cependant les neurones dont il est question dans ce chapitre ne sont pas biologiques, mais plutôt une abstraction simplifiée et désignée selon le vocable de «*neurones artificiels*». Notons que les réseaux de neurones artificiels n'ont pas une fraction de la puissance du cerveau humain. Toutefois ils peuvent être entraînés afin d'exécuter un certain nombre de tâches utiles.

A1.1.1 Définition des réseaux de neurones artificiels

Initialement, les travaux de recherche portant sur le fonctionnement du système nerveux central visaient à imiter l'intelligence humaine et débouchèrent sur deux (2) axes de recherche dont l'une avait pour leitmotiv la voie fonctionnelle alors que l'autre se penchait sur la voie neurobiologique.

La voie fonctionnelle avait pour objectif de faire abstraction de la structure neurobiologique du cerveau humain et considérait que l'intelligence était la résultante d'une structure de stockage des connaissances – c'est-à-dire la mémoire – régie par un ensemble de règles logiques. De son côté, la seconde voie s'inspire des informations de la neurobiologie et de la psychologie expérimentale pour dégager les principes fondamentaux de fonctionnement des structures du cerveau humain. Ces deux avenues prirent des orientations différentes : la voie fonctionnelle a su exploiter les sciences mathématique et électronique pour aboutir à des résultats concrets comme l'apparition des ordinateurs et ouvrant divers horizons à la communauté scientifique; l'avenue neurobiologique abordant des sujets complexes et ne disposant pas d'outils ou de moyens de recherche modernes, n'arriva pas à des résultats pertinents, surtout dans ses premières années et fut réservée à une catégorie de chercheurs. C'est pourtant cette voie neurobiologique qui donna naissance aux «*réseaux de neurones artificiels*» dès le début des années 1940 et dont la meilleure définition, de notre point de vue, est fournie par Haykin [136] lorsqu'il affirme que les réseaux de neurones artificiels sont :

“[...] des réseaux fortement connectés de processeurs élémentaires fonctionnant en parallèle. Chaque processeur élémentaire calcule une sortie unique basée sur les informations qu'il reçoit, sa fonction d'activation ainsi que ses poids synaptiques de connexion [...]”

L'utilisation des réseaux de neurones artificiels comme approche de résolution à la problématique associée à la TG et, de manière plus générale, aux problèmes d'optimisation combinatoire de type NP-complet est récente. Cependant, la communauté scientifique y décèle déjà un potentiel non négligeable surtout pour les problèmes de grande taille car l'approche par réseaux de neurones permet une identification efficace des structures diagonales de blocs.

Devant cette opportunité, nous sommes en droit de nous demander pourquoi la formation cellulaire qui est une application de la TG mise en place depuis le début des années 1960 n'a pu bénéficier plus tôt de l'apport de l'intelligence artificielle, spécifiquement des réseaux de neurones modélisés depuis le début des années 1940.

A1.1.2 Historique des réseaux de neurones artificiels

L'histoire des réseaux de neurones artificiels, vieille de plus d'un demi siècle, a été possible grâce à plusieurs chercheurs issus de multiples champs de compétences ou de connaissances scientifiques et techniques. Cette revue historique est tirée de plusieurs publications et/ou livres dont celui de Anderson et Rosenfeld [179]. De plus, le lecteur pourra trouver ces informations dans divers articles scientifiques et techniques lui permettant de parfaire ses connaissances sur cet outil pertinent.

Habituellement, il faut deux (2) facteurs fondamentaux à l'avancement d'une technologie : un concept et une série d'expérience et/ou de simulation. Le concept représente une idée, un point de vue, une manière de penser, un paradigme relatif à un sujet auquel il est possible d'associer une description ou une modélisation mathématique. Par exemple, le cœur humain fut considéré comme le centre de l'âme ou une source de chaleur. Ce n'est qu'au XVII^e siècle que les médecins ont supposé que le cœur pouvait être une pompe et, de ce fait, ils ont mis en place une série d'expérimentation leur permettant d'étudier le phénomène de pompage. Ces expériences

ont révolutionné l'idée du système circulatoire; or, sans ce concept de pompe, une meilleure compréhension du rôle du cœur humain n'aurait pas été possible.

L'histoire des réseaux de neurones artificiels a progressé par des innovations conceptuelles et par des résultats expérimentaux. Par contre, précisons que cette évolution semble s'être produite, dès le début, par des ajustements plutôt que selon une avancée normale et régulière. Le travail de fond sur les réseaux de neurones a été fait vers la fin du XIX^e et début du XX^e siècle par des pionniers tels que Von Helmholtz, Mach et Pavlov qui réalisèrent des travaux interdisciplinaires portant sur la physique, la psychologie et la neurophysiologie.

L'histoire contemporaine des réseaux de neurones artificiels prend sa source au début des années 40 par les travaux de McCulloch et Pitts [138] qui ont prouvé que ces réseaux étaient capables de calculer n'importe quelle fonction arithmétique ou logique. Puis Hebb [180] montra que le conditionnement classique – tel que découvert par Pavlov – s'appliquait aux travaux de McCulloch et Pitts, en raison des propriétés intrinsèques associées à chaque neurones. Il proposa le premier mécanisme formel d'apprentissage des neurones biologiques, mais il fallut attendre la fin des années 50 pour voir la première application des réseaux de neurones artificiels grâce à la mise en place du perceptron de Rosenblatt [181]. Ce réseau permit d'effectuer de la reconnaissance de forme et suscita un intérêt pour la recherche fondée sur l'usage des réseaux de neurones artificiels. Par la suite, il fut prouvé que ce type de réseau ne pouvait résoudre qu'une classe de problèmes relativement limitée [182].

Pendant ce temps, Widrow et Hoff [183] ont présenté un nouvel algorithme d'apprentissage – qui est encore utilisé actuellement – et l'ont utilisé pour entraîner des réseaux de neurones artificiels linéaires et adaptatifs qui avaient la même structure et les mêmes possibilités que le perceptron de Rosenblatt. Malheureusement, le réseau de Widrow et celui de Rosenblatt ont souffert des mêmes carences qui ont largement été

publicisées dans l'ouvrage de Minsky et Papert [182] et obligèrent Widrow et Rosenblatt à proposer des modèles modifiés qui surpasseraient ces difficultés. Toutefois Widrow et Rosenblatt n'ont pu modifier les algorithmes d'apprentissage existants lorsqu'ils les associaient aux réseaux plus complexes. Les travaux de Minsky jumelés à l'inexistence de calculateurs numériques pouvant conduire à des expérimentations cohérentes, influencèrent certains chercheurs qui crurent que la poursuite de cette avenue d'investigation était vouée à l'échec. Aussi durant plus d'une décennie, les travaux sur les réseaux de neurones artificiels furent-ils abandonnés même si certains travaux distincts et indépendants continuèrent notamment ceux de Kohonen [184], Anderson [185] ou Grossberg [186].

La renaissance des réseaux de neurones artificiels est principalement due à deux (2) concepts. D'une part, la mise en place d'un mécanisme statistique associé aux réseaux récurrents utilisés comme mémoire associative de Hopfield [117]; d'autre part, le développement de l'algorithme de rétropropagation associé au perceptron multicouche dont la contribution la plus importante fut donnée par Rumelhart et McClelland [187]. En effet, la contribution de Rumelhart et McClelland fut la réponse spécifique aux critiques émises à la fin des années 60 par Minsky et Papert et permit de revigorer le concept des réseaux de neurones artificiels. Depuis lors, une multitude d'articles furent publiés et les réseaux de neurones artificiels trouvèrent plusieurs applications tant au niveau théorique que pratique.

Le rappel historique, ci-dessus, brosse une vision exhaustive de l'évolution du concept relatif aux réseaux de neurones artificiels. Cependant cette évolution ne s'est pas passée selon l'adage «*lentement mais sûrement*», elle a plutôt été réalisée de façon sporadique avec des périodes de progrès accélérés et d'autres de relative accalmie. Finalement, la véritable question à se poser demeure : «*pour les réseaux de neurones artificiels, que se passera-t-il dans les années à venir ?*». Les réseaux de neurones artificiels deviendront-ils un outil mathématique et/ou technologique permanent – c'est-à-dire une référence –

ou seront-ils un feu de paille comme nous le prouve la revue historique plus haut ? Il est possible de croire que le recours aux réseaux de neurones artificiels sera pérennisé non pas comme un concept permanent mais plutôt comme un outil à utiliser selon une situation appropriée.

A1.1.3 Fondements des neurones artificiels et analogie avec les neurones biologiques

Le cerveau humain est composé d'un grand nombre d'éléments – environ 10^{11} éléments – fortement connectés (10^4 connexions par élément) que nous appelons neurones biologiques. Un neurone biologique, aussi appelé cellule nerveuse élémentaire, est composé des dendrites, du corps cellulaire ou soma et des axones qui, tous trois, en constituent les éléments fondamentaux.

Les *dendrites*, de fines extensions tubulaires présentées sur la Figure 23, forment une arborescence se ramifiant autour du neurone et dont le rôle est de transporter les signaux (impulsions) électriques vers le *corps cellulaire*. Ces *dendrites* dont la taille est de quelques dizaines de microns agissent comme des réseaux réceptifs de fibres nerveuses. Puis le *corps cellulaire* – aussi appelé le *soma* – et dont le diamètre est de quelques microns, contient le noyau du neurone ainsi que la machine biochimique nécessaire à la synthèse des enzymes (sommation des signaux entrants). Enfin, l'*axone* contrairement aux *dendrites* est une longue fibre simple variant de quelques millimètres à plusieurs mètres et ne présente des ramifications qu'à son extrémité. Cet *axone* permet au neurone de se connecter aux *dendrites* des autres neurones afin de propager les signaux électriques, c'est-à-dire l'influx nerveux qu'il vient d'émettre.

Chaque neurone est une cellule qui sert au maintien d'un gradient électrique, aussi appelé potentiel membranaire, entre le milieu extérieur et le *corps cellulaire* ou *soma*.

Lors de la transmission de l'influx nerveux, le signal émit par un neurone est reçu par les *dendrites* des neurones suivants qui l'envoient au *soma* qui évaluent cette stimulation.

Selon la valeur et le niveau de polarisation de la stimulation reçue, le neurone pourra transmettre un signal de type «*tout ou rien*» le long de son axone à une fréquence qui dépendra du niveau de polarisation. Ce moyen de communication entre les neurones est appelé «*phénomène d'excitation*». Puis la stimulation est acheminée le long de l'*axone* aux autres neurones. Le point de contact entre l'*axone* d'un neurone et la *dendrite* du neurone suivant s'appelle *synapse*, comme visualisée sur la Figure 23.

Dans le jargon de la neurobiologie, la notion de population définie par Hebb [136] a permis de comprendre qu'il existait une «*coopération*» entre les neurones, car la présence de chacun est utile au maintien de l'activation des autres. Cependant il y a des neurones ayant un fonctionnement dit concurrentiel où seul un neurone peut être actif selon le phénomène «*winner takes all*». Soulignons enfin que les neurones neurobiologiques ont des topologies et des gammes de connexions variées, le tout en relation avec les fonctions premières de neurone qui sont l'ouïe, la vue, la mémoire, etc.

De son côté, le neurone artificiel que nous définirons comme «*une unité simple de calcul essayant d'imiter le fonctionnement du neurone biologique*» [188], réalise un grand nombre d'applications dont la reconnaissance de formes, le traitement du signal, le contrôle, l'optimisation, les prévisions, la vision, l'apprentissage, la mémorisation, la généralisation, etc. Ces applications demeurent encore à la limite des possibilités réelles et ce, malgré les efforts déployés en algorithmique et en intelligence artificielle.

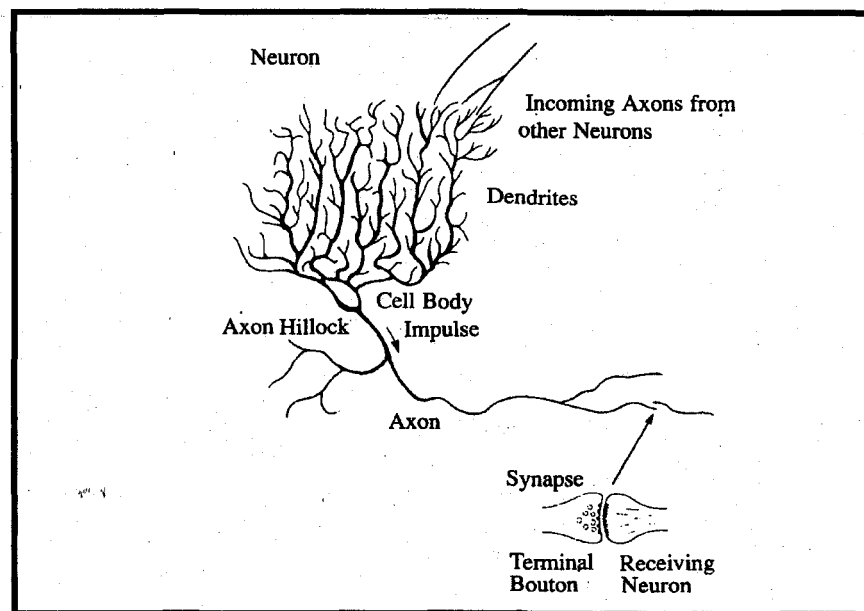


Figure 23 Le neurone biologique

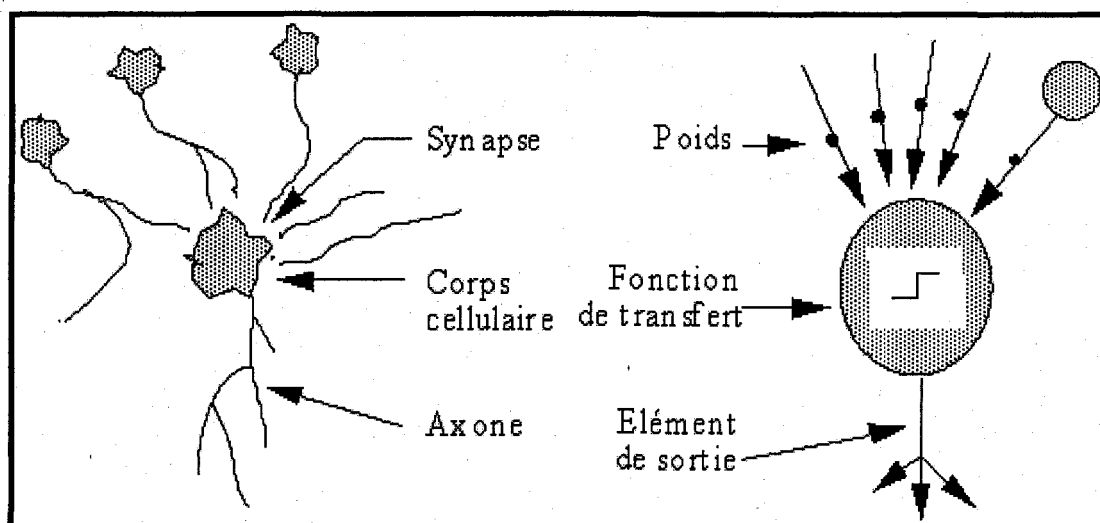


Figure 24 Analogie structurelle entre les neurones biologiques et artificiels

La Figure 24 ci-dessus montre une analogie structurelle entre le neurone biologique et le neurone artificiel. Chaque neurone artificiel représente un processeur élémentaire recevant des entrées pondérées provenant de neurones en amont et les acheminent par sa sortie unique qui se ramifie par la suite, vers les neurones en aval. Ainsi, aux *dendrites* neurobiologiques qui permettent de saisir l'information venant de neurones en amont ne correspond rien dans l'analogie structurelle avec le neurone artificiel. Par contre, la zone de contact caractérisée par la *synapse* est matérialisée dans un neurone artificiel par le poids synaptique de connexion. Notons qu'une *synapse* représente un compromis entre les neurones et la puissance (force) des synapses individuelles déterminées par un processus chimique complexe et permettant d'établir la fonction du réseau. Le *corps cellulaire*, ensuite, servant à la synthèse des enzymes est représenté par une fonction de transfert dans un neurone artificiel. Finalement, l'*axone* acheminant l'information aux neurones en aval est matérialisé par un élément de sortie se ramifiant à ses extrémités.

A1.2 Modélisation du neurone artificiel

Un neurone artificiel se décrit comme un automate décisionnel composé de deux parties dont l'une a pour fonction d'évaluer la stimulation reçue alors que l'autre s'intéresse à l'analyse de l'état interne. Cette vision est matérialisée sur la Figure 25.

Cependant, pour faire une meilleure évaluation des divers paramètres pertinents à la modélisation d'un neurone artificiel, nous utiliserons la mise en place décrite par McCulloch et Pitts [138] et présentée sur la Figure 26. Un neurone possède une seule sortie qui se ramifie afin de lui permettre de se connecter à d'autres neurones. En revanche, chaque neurone artificiel possède plusieurs entrées pondérées provenant de neurones en amont et représentant l'ensemble des stimuli externes pertinents à sa contribution au réseau global.

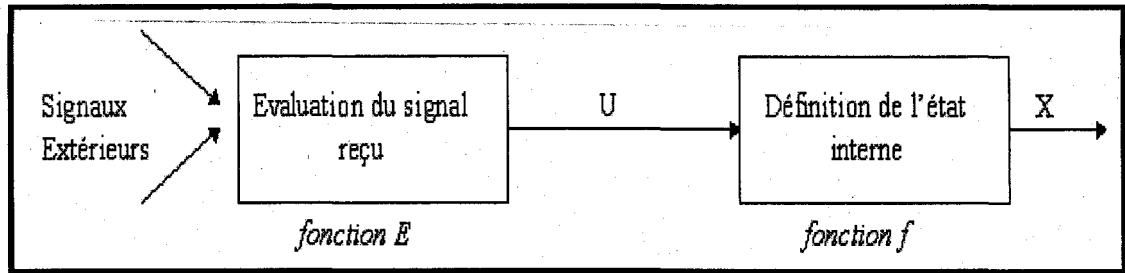


Figure 25 Représentation symbolique d'un neurone artificiel

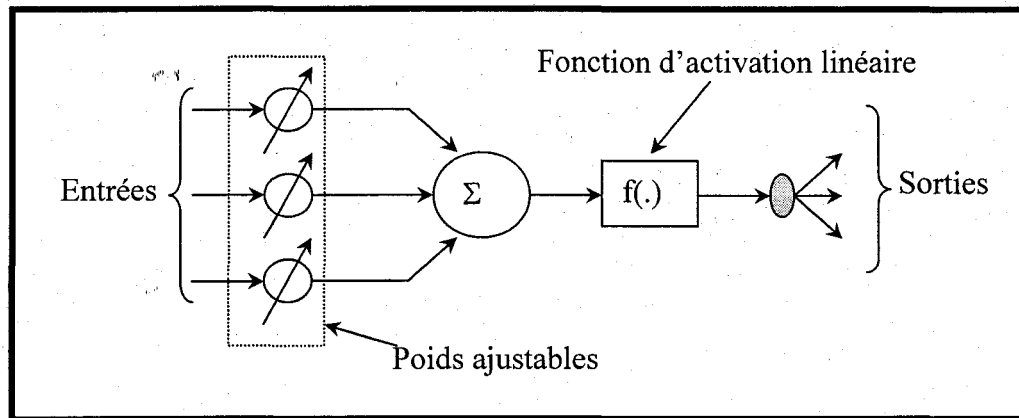


Figure 26 Modèle conventionnel du neurone de McCulloch et Pitts [138]

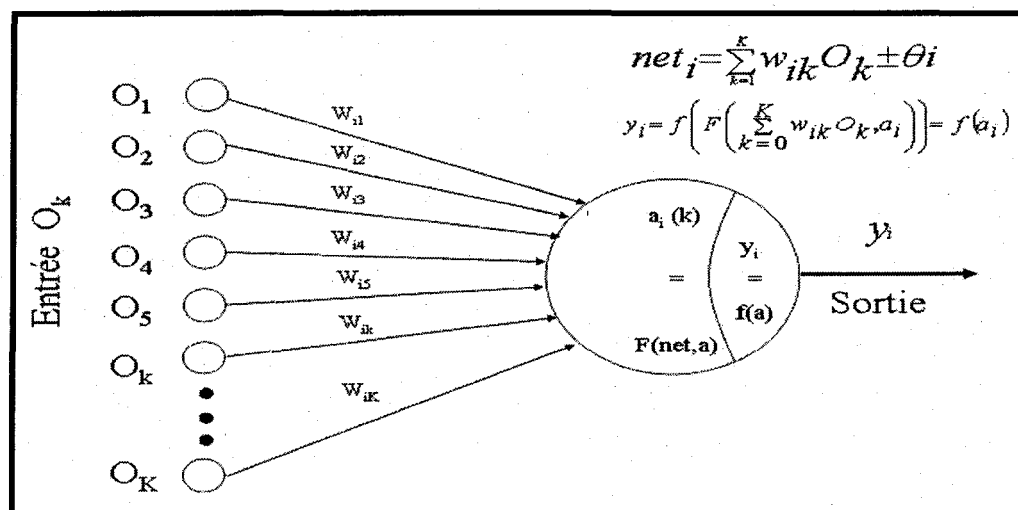


Figure 27 Les constituants fondamentaux d'un neurone [188]

Ces stimuli sont pondérés par des *poids synaptiques de connexion* qui peuvent être fixes, comme dans le cas où la fonction de transfert entre la sortie et les entrées du neurone est déterministe ou programmables afin de s'adapter aux différentes conditions d'entrée. La fonction de modification des poids est alors appelée *fonction d'apprentissage* sur laquelle nous reviendrons dans un moment. Notons, tout de même, que les neurones en amont d'un processeur élémentaire ainsi que la valeur de ses poids synaptiques de connexion forment le *champ récepteur* de ce neurone.

À la suite de la réception des stimuli externes, le neurone calcule une valeur intermédiaire, appelée *valeur d'activation* ou *potentiel* $x(k)$, qui est la somme des entrées pondérées que nous identifions par le paramètre (Signaux Extérieurs) sur la Figure 25. Soulignons, toutefois, que certaines fonctions d'activation plus complexes peuvent aussi dépendre de la valeur antérieure de ce potentiel. Par la suite, la fonction qui évalue le signal d'entrée, $fonction(E)$, est assignée à l'entrée U pour être transmise à la sortie X dudit neurone via une fonction, habituellement non linéaire $fonction(f)$, appelée *fonction de sortie*. Une schématisation mathématique tirée de l'ouvrage de Rumelhart, Hinton et McClelland [188] est présentée sur la Figure 27.

A1.2.1 Le champ récepteur

Le champ récepteur d'un processeur élémentaire (neurone) est constitué de neurones en amont et de la valeur associée des poids synaptiques de chacune des connexions. Il identifie et décrit à quels processeurs le neurone d'intérêt est connecté et la valeur des poids synaptiques de connexion. Un tel champ est spécifié en déterminant, graphiquement ou selon l'analyse, les neurones qui constituent l'entrée et en décrivant la fonction de transfert qui détermine la valeur du poids de chacune des connexions reliant l'entrée dudit neurone à la sortie des différents neurones faisant partie du champ récepteur.

Le neurone calcule la somme pondérée de la valeur de sortie des neurones connectés à son entrée multipliée par le poids des connexions. La valeur ainsi calculée se nomme la *valeur nette*, notée net_i , et déterminée par l'équation (A1.1).

$$net_i = \sum_{k=1}^K (W_{ik} O_k) \quad (A1.1)$$

À partir de la somme pondérée décrite par l'équation (A1.1), nous sommes capables de déterminer la valeur d'activation du neurone à partir de la fonction d'activation du réseau de neurones.

Le plus intéressant, dans la présentation du champ récepteur, est qu'un neurone artificiel est, le plus souvent, caractérisé par une valeur de polarisation qui est spécifique à chaque neurone. Cette valeur de polarisation (valeur seuil) est simulée en rajoutant une connexion supplémentaire, W_{ok} , dont le poids est égal à la valeur seuil, notée θ_k . Cette connexion est reliée à (+1) lorsqu'il s'agit d'une polarisation et à (-1) lorsqu'il s'agit d'un seuil. En étant assimilée à une connexion additionnelle, la valeur seuil associée à un neurone fera partie du processus d'apprentissage du neurone afin d'ajuster cette valeur de polarisation. Le phénomène (simulation) ainsi décrit est présenté sur la Figure 27.

A1.2.2 La fonction d'activation et les fonctions de sortie

La valeur d'activation, ou potentiel, du neurone est une valeur intermédiaire calculée par le neurone. Dans le cas général, la fonction d'activation dépend de la somme pondérée des entrées connectées et de la valeur de la fonction d'activation du cycle précédent. Les fonctions d'activation les plus usuelles sont la fonction d'activation linéaire, la fonction «*shunt*» et la fonction «*Interactive Activation and Competition*» – «*iac*».

La fonction d'activation *linéaire* est la plus simple, car c'est celle où le potentiel du neurone n'est fonction que de la somme pondérée des entrées. Le neurone est alors considéré comme un élément sans mémoire et cette fonction est définie par l'équation :

$$x(k) = net = \sum_{k=1}^K (W_{ik} O_k) \quad (A1.2)$$

De telles fonctions sont mieux représentées par des équations différentielles qui décrivent le comportement dynamique de la valeur d'activation. Cependant les deux fonctions d'activation majeures sont la fonction d'activation «*shunt*» [189] et la fonction d'activation «*iac*» [190].

La fonction d'activation «*shunt*», aussi appelée équation de la membrane, a été développée par Grossberg [189] pour simuler le comportement d'une cellule nerveuse réelle. Une autre caractéristique de ce neurone artificiel est qu'il possède deux (2) types d'entrée : une que l'on qualifie «*d'excitatrice*» et dont la valeur nette oriente l'activation du neurone vers une valeur maximale fixe et, l'autre, désignée comme une entrée «*inhibitrice*» qui entraîne la valeur d'activation du neurone vers un minimum fixe. Par conséquent, un neurone dont la valeur d'activation est de type «*shunt*» aura toujours des poids à valeurs positives qui lui seront destinés. Cependant les deux types d'entrées «*excitatrice*» et «*inhibitrice*» n'existent pas pour les autres modèles de neurones et l'effet d'inhibition est obtenu en utilisant une valeur négative associée au poids synaptique de connexion. Ainsi, l'équation définissant une fonction d'activation «*shunt*» est :

$$dx = -Ax + (B - x)E - (C + x)I \quad (A1.3)$$

Dans l'équation (A1.3), $dx = x(k+1) - x(k)$ représente la différentielle de la valeur d'activation entre l'instant présent ($k+1$) et l'instant précédent (k). Dans le même ordre d'idée, x est associée à la valeur d'activation au temps (k); A est un facteur de décroissance qui désigne le paramètre de contre-réaction permettant au neurone de se comporter comme un système discret de 1^{er} ordre. Le facteur $(1 - A)$ détermine le degré de contre-réaction et une valeur unitaire associée au facteur A indique l'absence de cette contre-réaction. B et C sont les valeurs maximale et minimale que le potentiel peut atteindre. Finalement, si W_{ij} désigne les valeurs positives des poids synaptiques de connexion, $E = \sum_i (W_{ij} O_i)$ et $I = \sum_i (W_{ij} O_i)$ indiquent des entrées «*excitatrice*» et «*inhibitrice*», respectivement, associées au neurone.

Notons qu'un système de premier ordre, comme la fonction d'activation «*shunt*», peut être représenté par la valeur de sortie qu'il atteint en régime permanent associée à une constante de temps qui indique la rapidité avec laquelle le système atteint cette phase de stabilité. Passant sous silence la représentation mathématique associée à cet état de fait, soulignons que la réponse dynamique d'un tel système a une sortie qui tend exponentiellement vers la valeur du régime permanent avec une constante de temps appropriée.

La fonction d'activation «*iac*» fut introduite par McClelland et Rumelhart [190] et est similaire à celle du modèle «*shunt*» sauf qu'elle ne nécessite pas deux entrées comme cette dernière. Le comportement dynamique diffère à cause de cette distinction et sa représentation mathématique est modélisée selon l'équation (A1.4) ci-dessous :

$$\begin{aligned} dx &= (B - x)net - Ax, & \text{si } net > 0 \\ dx &= (x - C)net - Ax, & \text{si } net \leq 0 \end{aligned} \tag{A1.4}$$

Dans l'équation (A1.4), $dx = x(k+1) - x(k)$ est la valeur différentielle de la fonction d'activation entre l'instant présent $(k+1)$ et l'instant précédent (k) ; x représente la valeur d'activation au temps (k) ; A est le facteur de décroissance désignant le paramètre de rétroaction permettant au neurone de se comporter comme un système discret de 1^{er} ordre. Comme dans le cas du modèle «*shunt*», le facteur $(1 - A)$ détermine le degré de rétroaction et, lorsque $A = 1$, cela signifie une absence de rétroaction. B et C sont, respectivement, les valeurs maximales et minimales associées au potentiel. Avec W_{ij} désignant les poids synaptiques de connexion, $net = \sum_i (W_{ij} O_i)$ indique la valeur nette à l'entrée du neurone. Remarquons que, comme dans le cas précédent, c'est un système de premier ordre dont la valeur en régime permanent et la constante de temps associée vont être exprimées de manière spécifique à ce modèle.

Il existe, en outre, des fonctions d'activation dites spéciales dont la pertinence dans ce manuscrit ne se justifie pas et dont nous ne dirons mots. Toutefois il demeure une possibilité d'imaginer d'autres types de fonction d'activation qui seraient purement aléatoires ou qui répondraient mieux à nos besoins ponctuels. Une autre facette fondamentale des neurones artificiels est que la plupart de leurs fonctions d'activation sont continues, contrairement au neurone biologique dont le potentiel membranaire est binaire. Aussi la sortie d'un neurone artificiel est-elle matérialisée par une valeur numérique; alors que, dans le cas d'un neurone biologique, sa sortie est caractérisée par la fréquence d'un train d'impulsions électrique.

La valeur de sortie d'un neurone est calculée en appliquant la fonction de sortie à la valeur d'activation ou potentiel. Il existe plusieurs fonctions de sortie dont les plus usuelles sont :

La *fonction de sortie linéaire* est la plus simple et l'une des plus usuelles. Cette fonction transfère, directement, la valeur d'activation x à la sortie du neurone avec un gain,

habituellement unitaire. Si le neurone possède plusieurs types d'entrées, la sortie sera la somme de toutes les valeurs d'activation de toutes les entrées.

La *fonction de sortie linéaire bornée* transfère directement la valeur d'activation x à la sortie du neurone. Contrairement à la fonction précédente, il existe une contrainte sur la sortie du neurone qui peut varier entre une valeur minimale et une autre maximale. À l'extérieur de cette plage prédéfinie, la sortie prend une valeur maximale ou minimale, selon le cas.

La *fonction de sortie linéaire avec seuil* ou *fonction de saturation* transfère à la sortie du neurone, la valeur d'activation x moins une valeur seuil préalablement fixée.

Les fonctions de sortie linéaire, linéaire bornée et linéaire à seuil sont présentées sur la Figure 28.

La *fonction de sortie binaire* transfère à la sortie du neurone, une valeur logique «1» si le niveau d'activation dépasse une valeur seuil fixée. Dans le cas contraire, une valeur logique «0» est appliquée si la fonction de sortie est unipolaire, sinon il s'agira d'une valeur «-1» si nous fonctionnons avec une fonction bipolaire.

La *fonction de sortie sigmoïde* est une fonction non linéaire largement répandue dans la modélisation des neurones artificiels et des réseaux neuroniques associés. Elle permet une compression de la plage de sortie du neurone tout en demeurant une fonction qui peut être différenciée. Cette propriété représente une caractéristique fondamentale de la plupart des méthodes d'apprentissage et la fonction sigmoïde est définie par l'équation :

$$O = \frac{1}{1 + e^{-\frac{x-\Delta}{T}}} \quad (\text{A1.5})$$

Selon l'équation (A1.5), nous avons (O) désignant la sortie du neurone, (x) représentant la valeur d'activation, (Δ) associée à la valeur seuil et au paramètre (T) responsable de la forme plus ou moins abrupte de la fonction de sortie sigmoïdale.

La fonction de sortie binaire ainsi que la fonction sigmoïde sont présentées sur la figure 29. La figure 30, elle, illustre la fonction sigmoïdale pour différentes valeurs du paramètre (T).

En outre, cette fonction peut être définie comme une fonction tangente hyperbolique [191] où selon des fonctions équivalentes qui permettent des compressions similaires de la sortie et offrent des avantages sur le plan de la simplicité arithmétique.

Sur la figure 31, nous visualisons une fonction sigmoïdale bipolaire, contrairement à la figure 30 qui représente une fonction unipolaire. De plus, la fonction sigmoïdale présente certaines lacunes lorsqu'elle est utilisée avec des réseaux dont l'apprentissage est fondé sur l'erreur de rétropropagation.

A1.2.3 Le phénomène d'apprentissage

Le comportement d'un réseau de neurones est caractérisé, à un instant donné, et par la valeur de sortie des neurones et par la valeur des poids synaptiques de connexion entre les neurones. Soulignons, que la valeur de sortie des neurones à un instant donné représente la *mémoire à court terme* tandis que la valeur des poids synaptiques du réseau constitue la *mémoire à long terme*. Le phénomène d'apprentissage consiste à modifier la valeur des poids synaptiques de connexion et, de ce fait, ne s'intéresse qu'à la mémoire à long terme.

De manière générale, l'apprentissage peut se définir comme [192] : «La valeur du vecteur poids, \vec{w} , qui croît de manière proportionnelle au produit du vecteur d'entrée \vec{O} et du signal d'apprentissage \vec{r} ».

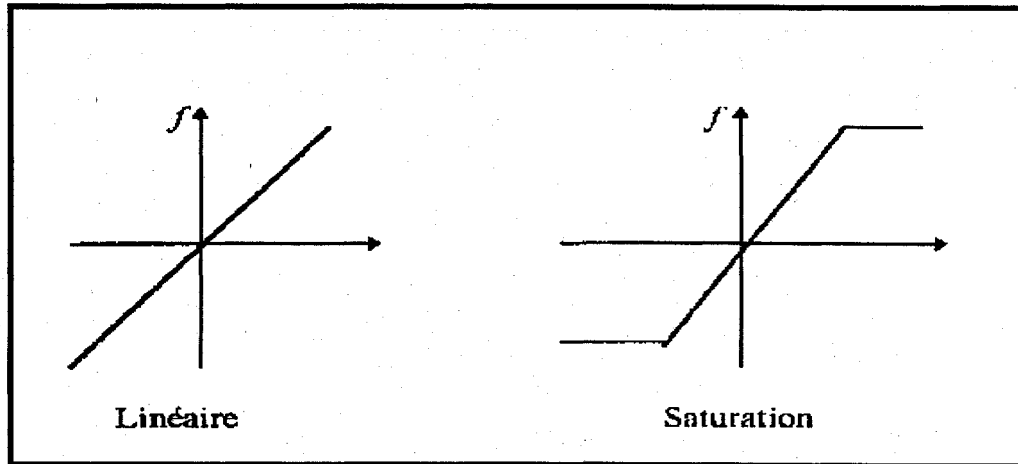


Figure 28 Fonctions de sortie linéaire et linéaire avec saturation

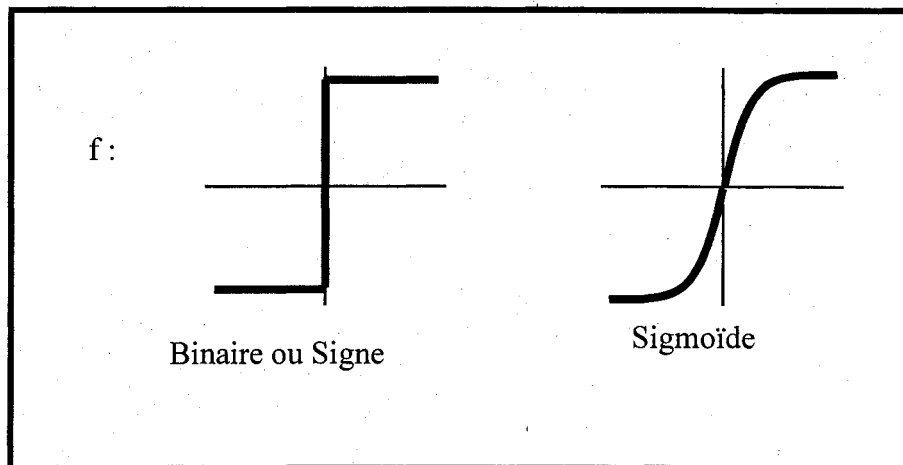


Figure 29 Fonctions de sortie binaire ou signe et sigmoïdale

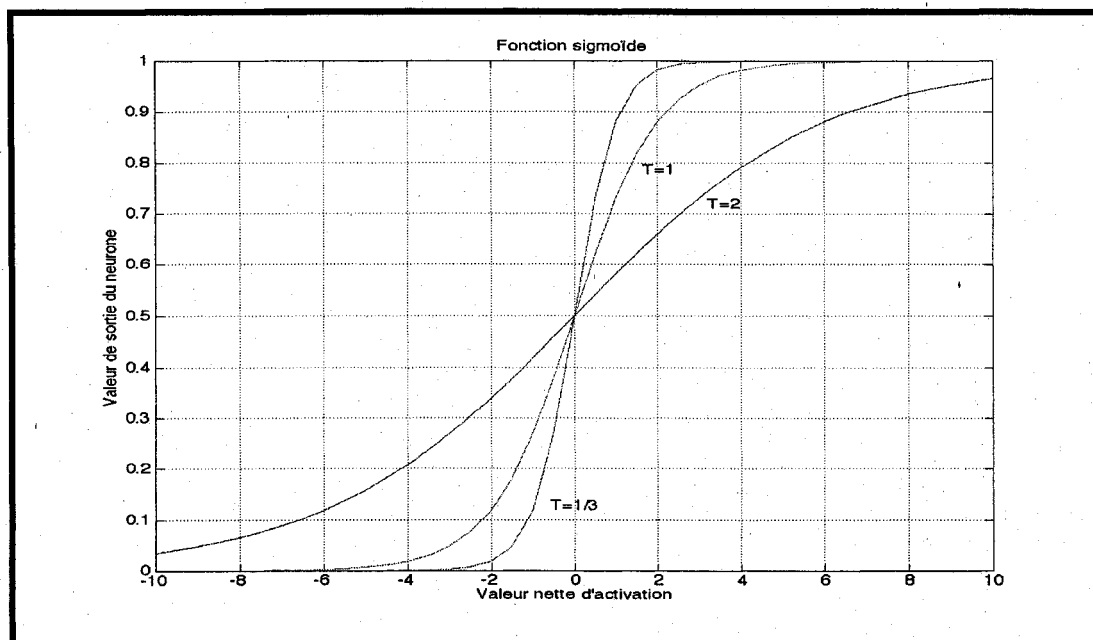


Figure 30 Fonction sigmoïdale unipolaire pour plusieurs valeurs de T

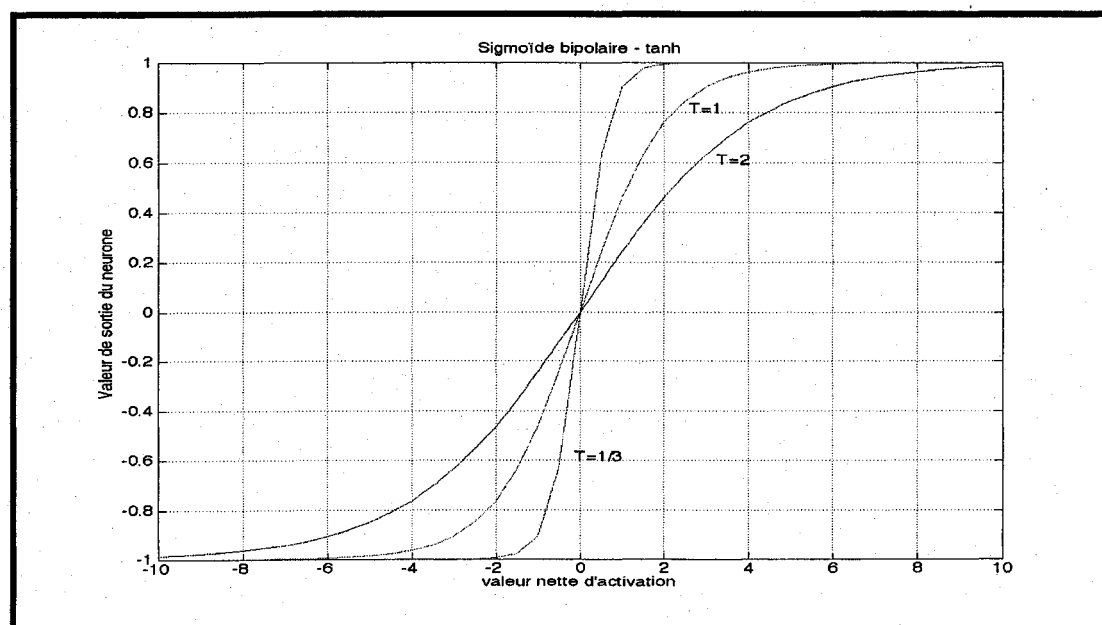


Figure 31 Fonction sigmoïdale bipolaire pour plusieurs valeurs de T

Cette définition montre que le phénomène d'apprentissage est un processus de corrélation entre l'entrée du neurone et une valeur d'apprentissage \bar{r} qui, elle, est une fonction des paramètres \bar{O} , \bar{w} et de \bar{d} (tuteur présent ou non). Ainsi, l'équation générale associée au processus d'apprentissage s'exprime par :

$$\bar{w}_k(t+1) = \bar{w}_k(t) + \eta r [\bar{w}_k(t), O_k(t), d_k(t)] \bar{O}_k(t) \quad (\text{A1.6})$$

avec $\bar{w}_k(t)$ représentant le vecteur poids associé aux synapses, η est la *constante d'apprentissage* qui est une valeur positive, r désigne une valeur d'apprentissage qui dépend de la sortie considérée, du poids synaptique de connexion et du signal de supervision, lorsque ce dernier existe.

Finalement, $\bar{O}(t)$ représente le vecteur d'entrée du neurone k à l'instant t . Remarquons qu'il y aura une augmentation des valeurs associées au poids \bar{w} lorsque l'entrée du neurone et le signal d'apprentissage \bar{r} sont de même signe alors qu'une diminution sera observée lorsque ces paramètres seront de signe contraire. Ainsi, il n'y a aucun apprentissage lorsque l'entrée du neurone ou le signal calculé est nul.

La Figure 32 illustre le mécanisme général d'apprentissage d'un neurone. À l'aide de ce mécanisme et de manière exhaustive, nous allons visualiser la plupart des règles d'apprentissage couramment utilisées. Les méthodes d'apprentissage sont subdivisées en deux grandes catégories. La première classe est *l'apprentissage supervisé* qui nécessite la présence d'un signal de supervision, d_i , indiquant la sortie souhaitée associée à chaque configuration présentée à l'entrée du neurone k . La seconde catégorie est dénommée *apprentissage non-supervisé*, car elle n'utilise aucun signal de supervision et sert à retrouver les regroupements naturels des signaux d'entrée. De plus, il existe des règles d'apprentissage dont les plus pertinentes sont :

- La *règle de Hebb* [180] est la plus vieille et la plus célèbre de toutes à avoir été mise en place. Cette règle de modification des poids synaptique de connexion stipule que si deux neurones interconnectés sont activés simultanément, alors le poids de la connexion doit être renforcé. Ainsi, si η est une constante représentant le taux d'apprentissage et r un signal d'apprentissage défini par : $r = O_j$, alors l'équation mathématique définissant la règle d'apprentissage hebbienne est :

$$\Delta w_{ij} = \eta * O_i * O_j \quad (\text{A1.7})$$

Dans le perceptron mono ou multicouche par exemple, seules les connexions aux neurones de sortie sont modifiées selon une variante de la règle de Hebb qui introduit le tuteur pour un apprentissage supervisé.

- La *règle de Widrow-Hoff* [183] aussi appelée *règle delta* est une modification de la règle hebbienne qui permet un apprentissage avec supervision en calculant le changement de poids en fonction de la valeur de sortie du neurone connecté à l'entrée et de la différence entre la sortie du neurone et la valeur souhaitée par le tuteur. Comme dans le cas précédent, si η est le taux d'apprentissage, d_j est la valeur de sortie désirée du neurone O_j et r est obtenue par $r = (d_j - O_j)$, alors la formulation de la règle de Widrow-Hoff est :

$$\Delta w_{ij} = \eta (d_j - O_j) O_i \quad (\text{A1.8})$$

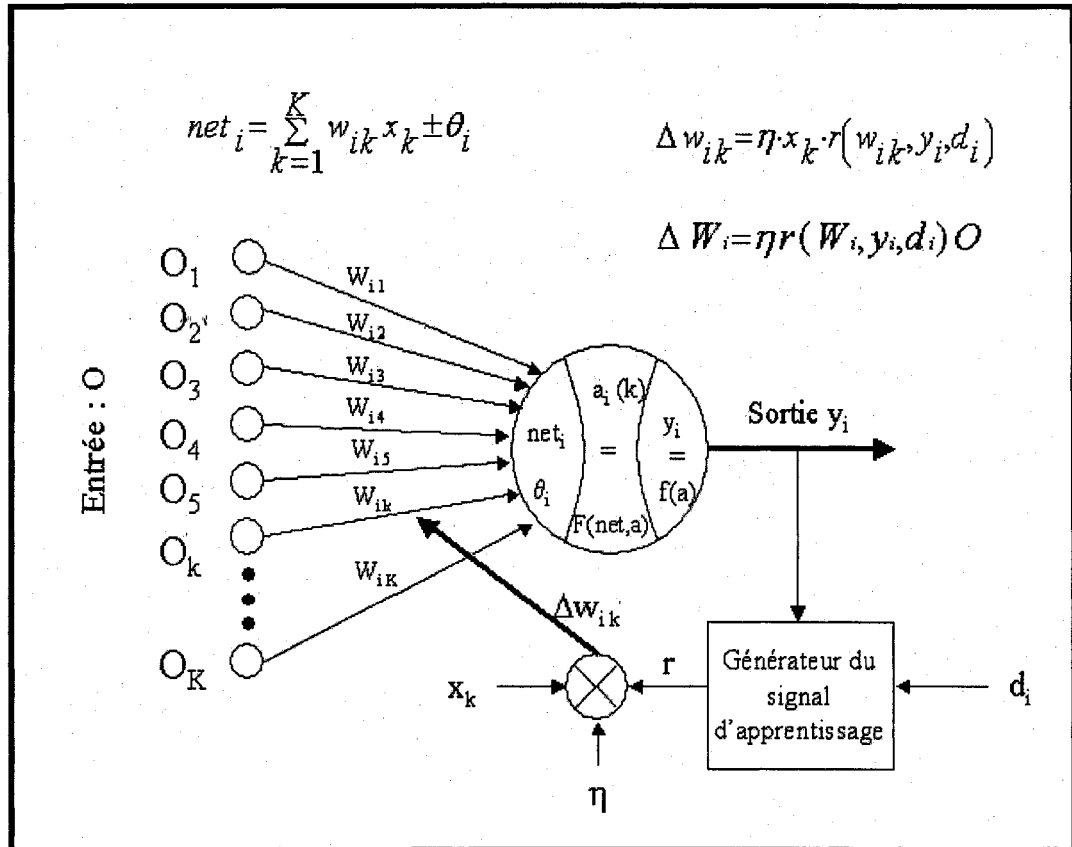


Figure 32 Processus d'apprentissage général d'un neurone

Cette règle diffère de la précédente par le facteur $(d_j - O_j)$ à la place de O_j . L'apprentissage supervisé est caractérisé par une phase d'apprentissage dans laquelle nous présentons au réseau des configurations d'entrée pour lesquelles la sortie souhaitée est connue. Cette technique est utilisée afin de permettre aux poids synaptiques de connexion entre les neurones de s'ajuster par la minimisation de l'écart entre la sortie désirée et celle calculée par le réseau. La *règle delta simple* revient à minimiser la somme des erreurs au carré de toutes les configurations d'apprentissage présentées à l'entrée du réseau; de plus, elle s'applique lorsque la fonction d'activation de tous les neurones est linéaire.

- La *règle des moindres carrés* [183] aussi appelée *règle delta continue* ou *règle delta généralisée* est une extension de la règle de Widrow-Hoff lorsque les entrées, les sorties et les divers signaux de supervision sont continus. Cependant la fonction de sortie est continue, mais elle n'est pas obligatoirement linéaire. Le signal d'apprentissage est formé de la différence entre la sortie et la valeur désirée, comme dans le cas de la règle delta simple. En outre, l'erreur totale est la somme des erreurs au carré pour chaque configurations d'entrée.

Dans la règle delta généralisée, les changements numériques des poids sont proportionnels à la valeur négative du gradient d'erreur – c'est-à-dire à la valeur négative de la dérivée de l'erreur par rapport au poids. Pour un réseau multicouches, le changement de poids associé aux neurones connectés à la couche de sortie est obtenu par :

$$\Delta_p w_{ij} = -\eta \nabla E = \eta (d_j - O_j) * f'(net_j) * O_j \quad (A1.9)$$

Dans l'équation (A1.9), p désigne la configuration présentée à l'entrée, η indique le taux d'apprentissage, f est la fonction de sortie, net_j représente la valeur nette à

l'entrée du neurone et O_j est l'entrée du réseau. Cette règle d'apprentissage présente une amélioration substantielle par rapport aux autres présentées jusqu'ici; toutefois elle ne tient pas compte des ajustements de poids à apporter aux connexions parvenant aux couches cachées dans un réseau multicouches. Soulignons, par contre, qu'une couche cachée est une couche de neurones qui est située entre la couche d'entrée et la couche de sortie d'un réseau de neurones artificiels.

- La *règle de corrélation* [184] est une technique d'apprentissage supervisée dans laquelle le signal d'entraînement r s'obtient par $r = d_j$ permettant ainsi de formuler l'équation relative à cette règle qui s'écrit comme :

$$\Delta w_{ij} = \eta * d_j * O_i \quad (\text{A1.10})$$

C'est une règle qui est semblable à la *règle de Hebb*; toutefois la différence que nous avons ici est que la méthode d'apprentissage est supervisée et il y a une augmentation du poids résultant d'une corrélation entre l'entrée du neurone et le signal de supervision.

Il existe quelques règles d'apprentissage qui diffèrent de l'équation générale (A1.6), qui impliquent des regroupements de neurones et ne dépendent pas de l'entrée de la connexion dont nous procédons à la modification du poids synaptiques. Dans ces règles, l'apprentissage n'est plus une corrélation entre l'entrée du neurone et le signal d'entraînement, mais plutôt une modification de poids contrôlée seulement par le signal d'apprentissage. L'équation générale d'apprentissage qui permet la mise en place de ces règles est la suivante :

$$\overline{w}_k(t+1) = \overline{w}_k(t) + \eta * r [\overline{w}_k(t), O_k(t), d_k(t)] \quad (\text{A1.11})$$

Les principales règles obéissant à cette approche d'apprentissage sont entre autres :

- La *règle de l'outstar* [193] s'applique à un réseau «outstar» et s'utilise pour entraîner une couche de sortie afin qu'elle tende vers une valeur – c'est en réalité un vecteur – de supervision \vec{d} . Un réseau «outstar» comporte généralement deux couches dont l'une représente l'entrée et l'autre la sortie. Ce réseau est pleinement connecté en cascade, c'est-à-dire que chaque neurone de la couche de sortie est connecté à tous les neurones de la couche d'entrée. Ainsi, lorsqu'une configuration est présentée à la couche d'entrée, le poids des connexions parvenant à la couche de sortie est modifié selon le vecteur de supervision \vec{d} qui contient les valeurs désirées. Avec cette règle de l'outstar, le signal d'apprentissage \vec{d} est déterminé par $\vec{r} = (\vec{d} - \vec{w}_k)$. Dans ce cas, la règle s'écrit :

$$\Delta \vec{w}_k = \eta * (\vec{d} - \vec{w}_k) \quad \text{ou} \quad \Delta w_{kj} = \eta * (d_j - w_{kj}) \quad (\text{A1.12})$$

Contrairement aux autres règles d'apprentissage, ce sont les connexions partant d'un neurone de la couche d'entrée vers tous ceux qui constituent la couche de sortie qui sont pris en compte lors du processus d'apprentissage. La règle de l'outstar assure que le vecteur de sortie sera de plus en plus similaire au vecteur de sortie \vec{d} souhaitée de manière à ce que certains des vecteurs poids deviennent beaucoup plus corrélés les uns les autres. De plus, le facteur d'apprentissage, η , est une constante de petite amplitude qui décroît au fur et à mesure que l'apprentissage progresse.

- La *règle de renforcement* [139] est similaire à celle de l'apprentissage supervisé sauf qu'elle ne focalise pas sur les sorties exactes associées à chacune des configurations présentées à l'entrée, mais plutôt sur un algorithme permettant de classer les configurations présentées. Ce type de règle est moins répandue et semble convenir particulièrement aux applications des systèmes de commandes.

Par exemple, Lepage et Crevier [194] ont utilisé cette règle comme une méthode d'apprentissage non-supervisée pour la détection des arêtes d'une image. La *règle du renforcement* s'applique à des réseaux de neurones de type compétitifs dont la tâche consiste à stimuler au maximum les neurones les plus actifs. Cette règle permet, en outre, de modifier tous les poids du réseau de manière à contrôler le comportement dynamique du réseau. Les poids du réseau sont modulés par un signal externe O_k qui est, le plus souvent, la sortie du neurone externe. Avec cette règle, le signal d'apprentissage est $r = w_{ijk} O_k$, celui associé à la modulation est pondéré par le poids w_{ijk} du lien reliant le neurone de modulation O_k à la connexion à modifier w_{ij} . Dans ce cas, la règle d'apprentissage s'écrit :

$$w_{ij}(t+1) = \eta * r * w_{ij}(t) \quad (\text{A1.13})$$

À la différence des autres règles d'apprentissage, celle du renforcement ne décrit pas une différentielle du poids à modifier, mais plutôt une nouvelle valeur du poids soumis à l'apprentissage. Une valeur nulle du signal d'apprentissage équivaut à enlever la connexion sous entraînement. C'est une approche qui s'avère une excellente manière de contrôler le comportement dynamique d'un réseau de neurones artificiels de type compétition. Une autre particularité de cette règle d'apprentissage est que le signal de contrôle est souvent binaire – donc lorsque le neurone de modulation est activé, le réseau de compétition opère normalement; alors que si le neurone de modulation n'est pas activé, l'activité de tous les neurones du réseau décroît vers une valeur de repos.

A1.3 Taxonomie

Selon Zurada [192], les réseaux de neurones artificiels sont des systèmes physiques capables d'acquérir, de stocker et d'utiliser des connaissances. Ces réseaux essayent de

réaliser une bonne exécution par l'usage des mailles associées aux nœuds de traitement et de connexion. Même si un réseau de neurone artificiel est composé essentiellement de neurones et de poids synaptiques de connexions pondérés, il en existe différents modèles dont les distinctions varient selon le cycle d'évolution de l'histoire des réseaux de neurones.

Une première distinction utilisée se base sur la nature des données d'entrée qui peuvent être binaires ou continues. Cependant cette distinction s'accompagne d'une propriété fondamentale aux réseaux de neurones artificiels : le processus d'apprentissage. En psychologie, l'apprentissage se définit comme la modification durable du comportement d'un sujet grâce à des expériences répétées. Dans la théorie des réseaux de neurones artificiels, l'apprentissage renvoie à la modification des poids synaptiques de connexions, afin d'obtenir le comportement souhaité. Comme il a été souligné précédemment, l'apprentissage peut-être supervisé par la présence d'un professeur ou tuteur qui fournit un ensemble de données permettant l'ajustement des poids. Cet entraînement peut se faire sans la présence d'un tuteur et, dans ce cas, il s'agira de détecter les régularités des données présentées afin de les regrouper selon certaines caractéristiques à celles qui ont déjà été emmagasinées. Cette classification fut présentée sous la forme d'un arbre de taxonomie [195] qui fut longtemps considéré comme un classique dans le domaine des réseaux de neurones artificiels comme visualisée sur la Figure 33. Notons qu'une taxonomie consiste à bâtir un arbre de classification des réseaux de neurones artificiels selon le nombre de couches, la méthode de recherche de solution et la règle d'apprentissage utilisée.

Une seconde classification fondée sur la direction de propagation du signal fut mise en place par Jain et Mao [135]. Dans cette taxonomie, les réseaux de neurones artificiels peuvent être configurés en cascade, c'est-à-dire que le signal se propage vers l'avant entre l'entrée et la sortie, ou disposer avec une propagation bidirectionnelle – c'est-à-dire qu'il existe des boucles de rétroaction.

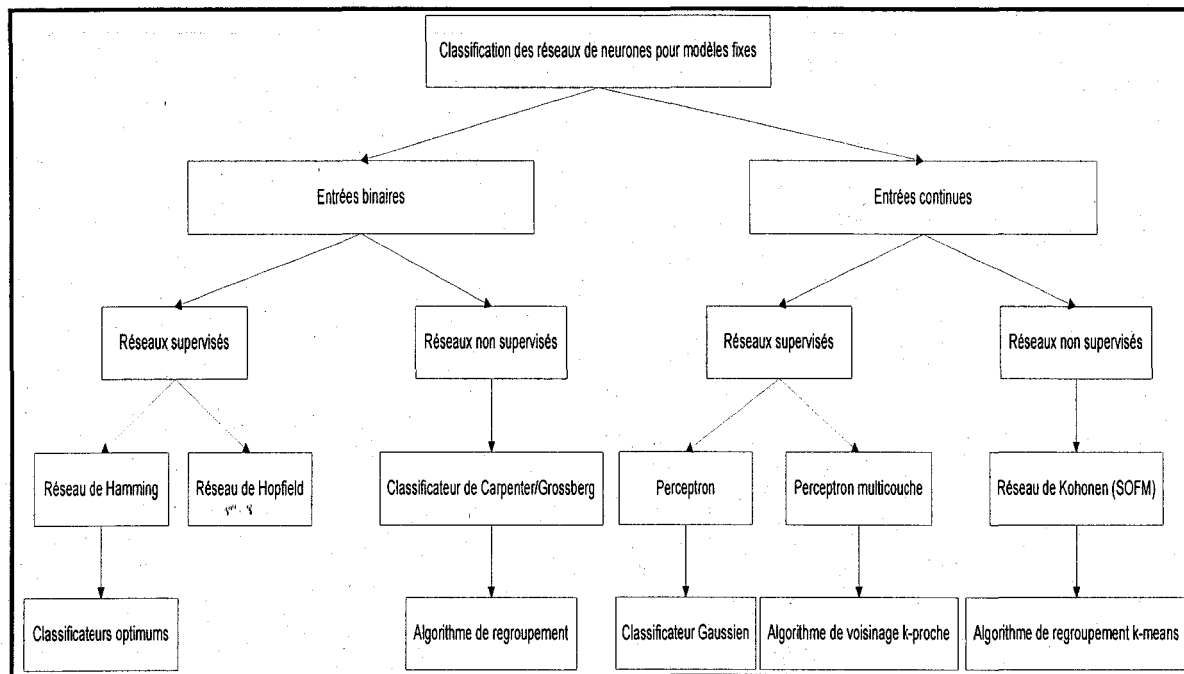


Figure 33 Taxonomie de Lippmann [195]

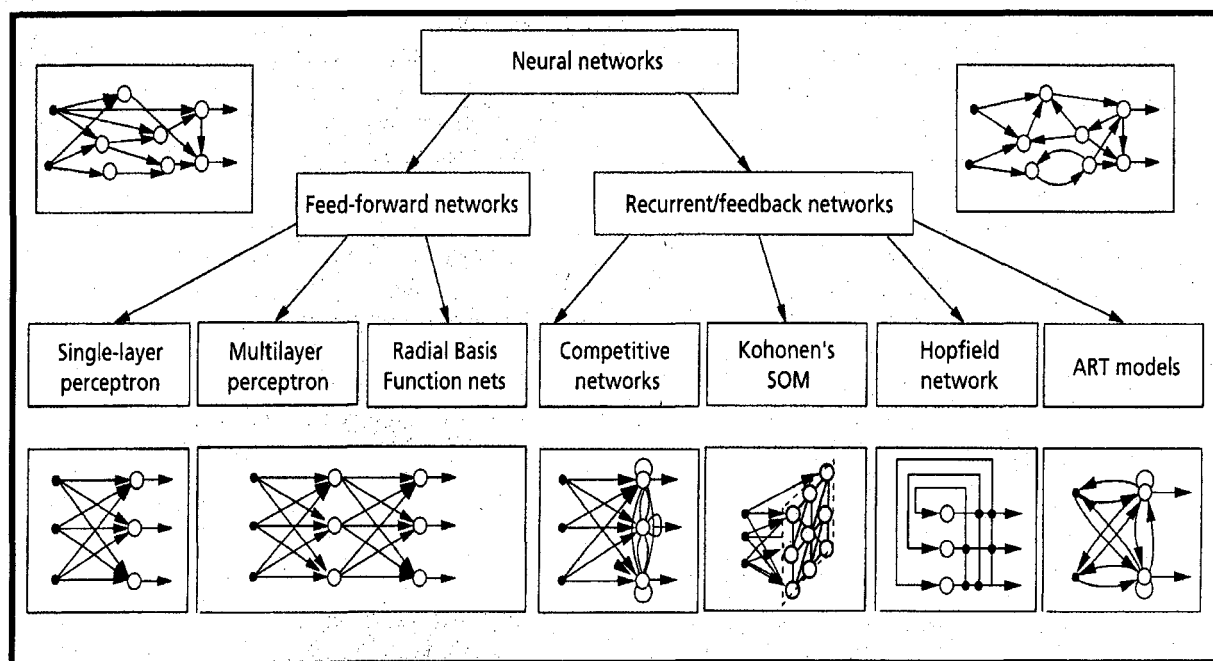


Figure 34 Taxonomie basée sur la propagation du signal [135]

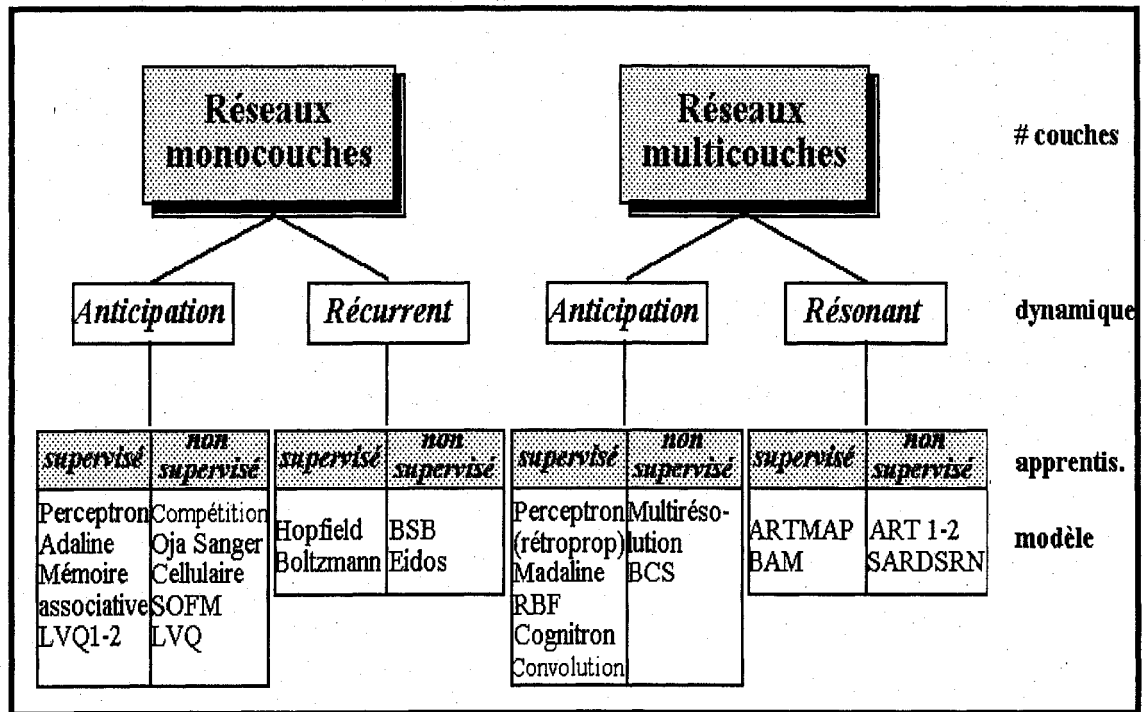


Figure 35 Taxonomie basée sur l'architecture du réseau [196]

Dans un réseau en cascade, les signaux se propagent dans une seule direction partant de la couche d'entrée vers la couche de sortie en passant, possiblement par une couche intermédiaire aussi appelée couche cachée. Or, dans un réseau avec rétroaction, les signaux peuvent se transmettre de la sortie de n'importe quel neurone à l'entrée de tous les neurones avec lequel il existe une connexion synaptique. La structure proposée par Jain et Mao [135] est visualisée sur la Figure 34.

Finalement, la dernière distinction abordée dans cette thèse est liée à l'organisation physique des neurones qui, comme dans le cas biologique, sont disposés en couches. Cette distinction est importante car elle permet aux neurones d'extraire différentes caractéristiques de la configuration d'entrée. Ainsi, les connexions reliant les neurones peuvent être intra-couches – c'est-à-dire que les liens existent seulement entre les neurones d'une même couche, elles peuvent aussi être inter-couches en cascade – c'est-à-dire qu'il existe des connexions entre les neurones de couches différentes dans une seule direction, ou encore elles sont inter-couches bidirectionnelles – c'est-à-dire que les liens sont présents entre les neurones de couches différentes et dans les deux sens. Cette dernière taxonomie est présentée sur la Figure 35.

A1.3.1 Les réseaux de neurones artificiels monocouches

Un réseau monocouche est caractérisé par le regroupement de neurones dans une couche unique et par des connexions intra-couche fixes. Dans un tel réseau, chaque neurone est connecté à tous les autres neurones. Ces réseaux, aussi appelé réseaux de neurones artificiels récurrents, sont caractérisés par un comportement dynamique dans lequel les valeurs de sortie des neurones convergent vers un état stable après une initialisation aléatoire ou spécifique. Pour des réseaux de neurones artificiels de ce type, l'apprentissage – c'est-à-dire la détermination de la valeur des poids synaptique de connexion – est réalisé avant l'utilisation en présentant des configurations parfaites comme ensemble test et en calculant les valeurs appropriées des poids.

Il existe quatre (4) différents types de réseaux monocouches dont le réseau de Hopfield, la machine de Boltzmann, le réseau de type compétition et celui qui est basé sur la satisfaction des contraintes.

Le *réseau de Hopfield* [140] est constitué de k neurones interconnectés dont chacun est connecté à tous les autres sans être connecté à lui-même afin d'assurer la stabilité globale du réseau. L'apprentissage s'effectue par la présentation d'une configuration test à l'entrée du réseau afin que les poids synaptiques soient modifiés selon une règle similaire à la loi d'entraînement hebbienne. Chaque configuration d'apprentissage représente un bassin d'attraction faisant en sorte que l'initialisation du réseau par une configuration d'entraînement entraîne ce dernier vers un de ces bassins qui furent préalablement programmés dans l'ajustement des poids de connexions. Plus tard, nous montrerons que chaque bassin d'attraction correspond à des minima locaux d'une fonction d'énergie caractérisant le réseau. Malheureusement, la présence de ces minima locaux dans la fonction d'énergie empêche souvent le réseau d'atteindre un bassin global ou un bassin plus proche.

La *machine de Boltzmann* [139] est un réseau de neurones artificiel monocouche opérant selon le principe du recuit simulé. Dans un réseau de Hopfield, un neurone pris au hasard change la valeur de sa sortie si, et seulement si, cette modification résulte en une diminution de l'énergie du système. Dans une machine de Boltzmann, le neurone pris au hasard peut changer la valeur de sa sortie même s'il n'y a pas diminution de l'énergie du système. Ce changement de la valeur de sortie du neurone est équivalent à secouer la courbe d'énergie de manière plus ou moins vigoureuse de telle sorte qu'une bille qui se retrouverait dans un creux local puisse en sortir et continuer sa course vers un des bassins d'attraction. Cette procédure nous permet d'arriver à un système stable ayant de bonnes chances d'atteindre un minimum global. Nous voyons que le défaut majeur de ce type de réseau est la lenteur avec laquelle elle est capable d'obtenir une solution.

Le *réseau de compétition* [196] est utilisé pour déterminer lequel ou lesquels des neurones sont les plus actifs. Ce type de réseau est aussi appelé «*le gagnant emporte tout*» à cause de son comportement dynamique dans lequel chaque neurone est connecté à tous les autres par des liens inhibitifs – c'est-à-dire qu'il y a des poids de connexion ayant des valeurs négatives – et à lui-même par un lien excitatif – présence de poids positif. La valeur de ces poids (excitation et inhibition) est préalablement fixée et déterminée par le nombre de neurones ainsi que par le comportement dynamique souhaité du réseau, cela revient à se demander si un seul neurone remportera la compétition et si l'obtention de la solution sera lente ou rapide. Ce comportement fait en sorte que le ou les neurones les plus actifs tendront vers une valeur de sortie maximale, alors que les autres auront leurs sorties qui se dirigera vers la valeur de repos du modèle qui est généralement nulle.

Le *réseau à satisfaction des contraintes* [196] est une structure monocouche dont un sous-ensemble de neurones contient des valeurs initiales constantes. Dans ce type de réseau, les poids du réseau fixent les contraintes auxquelles il devrait obéir pendant que les neurones non fixés ajustent leur valeur de sortie de manière itérative afin de minimiser la fonction d'énergie. En réalité, les réseaux à satisfaction de contraintes sont des réseaux de Hopfield spécialisés.

A1.3.2 Les réseaux de neurones artificiels multicouches

Un réseau multicouche est un réseau de neurones artificiels composé de plusieurs couches connectées en cascade où chaque neurone d'une couche est connecté à une partie ou à la totalité des neurones de la couche précédente.

Parmi les réseaux multicouches, le plus usuel est celui dont l'apprentissage se fait selon la règle de rétropropagation des erreurs. Ce type de réseau est composé de trois (3)

couches où la première est une couche d'entrée dont le rôle est de recevoir les configurations présentées comme données à classer. La seconde est une couche cachée permettant de coder l'information soumise à l'entrée et la dernière enfin est une couche de sortie présentant les résultats de la classification. Durant la phase d'apprentissage seulement, une couche additionnelle – appelée couche de supervision – est utilisée pour fournir au réseau les valeurs de sortie souhaitées; elle possède autant de neurones que la couche de sortie. Finalement, la fonction de sortie des premières et deuxièmes couches est une sigmoïde alors que celle de la couche de sortie est aussi sigmoïdale.

A1.3.3 Les réseaux de neurones artificiels récurrents

Un réseau récurrent est composé de plusieurs couches connectées entre elles dans les deux directions. La propagation du signal vers la sortie permet une première classification des configurations présentées à l'entrée, alors que la rétroaction offre l'opportunité de comparer la classification déterminée à priori aux diverses configurations préalablement emmagasinées par le réseau.

Les réseaux de neurones artificiels récurrents les plus rencontrés dans la littérature sont, sans l'ombre d'un doute, les réseaux ART1 ou ART2 [189, 197]. Les réseaux ART sont formés d'une couche d'entrée, notée F_1 , et d'une couche de classification, F_2 . Les valeurs de sortie des neurones de la couche d'entrée F_1 représentent la mémoire du réseau à court terme. En outre, chaque neurone de la couche F_2 est connecté à tous ceux de la première couche et ce, dans les deux sens. D'une part, les connexions intra-couches dans F_2 permettent d'extraire les caractéristiques du signal d'entrée; d'autre part, de déterminer un neurone «gagnant» par l'usage d'un réseau de type compétition. La mémoire à long terme est matérialisée par la valeur des poids synaptiques des interconnexions entre les deux couches et le fonctionnement conventionnel du réseau se résume ainsi : présentation d'une configuration donnée à l'entrée F_1 du réseau qui

activera une configuration en F_2 dont l'unique neurone «gagnant» sera activé. Par rétroaction, le neurone actif en F_2 génèrera une configuration sur la couche F_1 qui sera comparée au patron original. S'il existe une différence perceptible, le neurone «gagnant» de la couche F_2 est inhibé et la configuration présente au niveau de la couche F_1 génèrera un nouveau neurone «gagnant» en F_2 . Le processus de comparaison est répété jusqu'à l'identification de la classe à laquelle appartient la configuration présentée à l'entrée du réseau. Cette identification est réalisée par le neurone actif de la couche F_2 et s'il n'y a aucun neurone actif dans cette couche, une nouvelle catégorie est créée et les connexions associées à la mémoire à long terme sont ajustées, adaptées ou modifiées.

A1.4 Aspects techniques des réseaux récurrents

Rappelons qu'un «réseau récurrent» est un réseau ayant une rétroaction, c'est-à-dire que certaines de ses sorties sont reliées aux entrées et ce type de réseau diffère des réseaux en cascades (propagation du signal dans une seule direction : de l'entrée vers la sortie) qui ne présentent pas de connexions bidirectionnelles. De plus, les réseaux récurrents sont potentiellement plus puissants que les réseaux en cascades, car ils peuvent identifier et rappeler des configurations aussi bien spatiales que temporelles. Par contre, le comportement de ce type de réseau est beaucoup plus complexe que celui des réseaux en cascades.

En effet et pour une entrée donnée, la sortie des réseaux en cascades est constante et ne dépend que de l'entrée. Par contre, pour les réseaux récurrents leur sortie est une fonction du temps. Ainsi, pour une entrée et une sortie initiale données, la réponse du réseau peut converger vers une solution stable. Cependant il existe la possibilité que cette solution soit oscillante, chaotique ou tende même à l'infini – c'est-à-dire une solution divergente. La «convergence» et donc la «stabilité» des réseaux récurrents est un aspect fondamental sur lequel nous nous attarderons tout au long de cette section. Ces

éclaircissements sont d'autant plus importants que la rétroaction est similaire à une épée à double tranchant, car un usage inapproprié entraîne des effets nocifs dont une instabilité pour un système même initialement stable. La stabilité dans le contexte d'un système dynamique non linéaire fait référence aux concepts de Lyapunov qui, dans un mémoire daté de 1892, présenta une théorie plus connue sous le nom de *la méthode directe de Lyapunov* qui fait l'analyse de la stabilité des systèmes linéaires ou non, variants ou invariants dans le temps.

A1.4.1 Les concepts de stabilité

Un réseau récurrent, comme celui qui est illustré sur la Figure 36, sera décrit par l'équation non linéaire ayant la forme suivante :

$$\frac{d}{dt} \bar{a}(t) = \bar{g}[\bar{a}(t), \bar{p}(t), t] \quad (\text{A1.14})$$

où $\bar{p}(t)$ représente l'entrée du réseau récurrent et $\bar{a}(t)$ est la sortie.

Nos interrogations portent sur la performance du système en régime permanent, c'est-à-dire lorsqu'il est à l'équilibre. En d'autres mots, le plus important est de savoir si le système converge vers une valeur fixe – un point d'équilibre stable ou bassin d'attraction. Or un système non linéaire peut habituellement avoir plusieurs points d'équilibre qui, pour certains réseaux de neurones, représentent des prototypes préalablement stockés.

Considérons l'exemple intuitif suivant qui nous permettra d'avoir une meilleure idée sur les notions de convergence et de stabilité; soit le roulement d'une bille dans un champ de gravité. Ce roulement est illustré sur la Figure 37. La partie (a) de cette figure montre que la bille qui roule dans le fond de la cuvette a un point de stabilité qui est noté a^* . Si

nous déplaçons la bille, elle oscillera dans les deux sens et le frottement sur la paroi de la cuvette fera en sorte qu'elle s'immobilisera à nouveau au fond de la cuvette. Ce point, a^* , sera désigné comme un point «*asymptotiquement stable*» que nous définirons dans un moment. Sur la Figure 37 (b), la bille est placée au milieu d'une surface plate et si nous déplaçons la bille à une position différente, elle ne reviendra pas sur sa position initiale. Le centre de cette surface n'est pas «*asymptotiquement stable*», car quelle que soit la perturbation à laquelle nous soumettrons la bille, elle ne reviendra pas au centre comme dans le cas précédent. Par contre, ce point est stable dans un certain sens puisque la bille ne roule pas loin du centre de la surface plane. Aussi désignerons-nous ce point comme un point «*stable au sens de Lyapunov*» sur lequel nous reviendrons. Sur la partie (c) de la Figure 37, la bille est placée au dessus d'une cuvette renversée et demeurera à cet endroit si nous l'avons placée soigneusement. Ainsi, pour le maintien de la bille en place, nous pouvons qualifier ce point comme le point d'équilibre. Par contre, si nous donnons une légère perturbation à la bille, elle roulera en bas de la cuvette sans revenir à ce point d'équilibre précaire et nous qualifions donc cet endroit de point «*d'équilibre instable*».

À la suite de l'aspect intuitif de la stabilité, nous aborderons l'approche mathématique permettant de comprendre et d'analyser la stabilité des systèmes non linéaires. Ainsi, un «*point d'équilibre*» noté a^* est stable si la dérivée de l'équation (A1.14) est nulle. Si $a^* = 0$, alors nous parlerons simplement du point d'équilibre à l'origine sans que cela n'affecte la suite de notre développement.

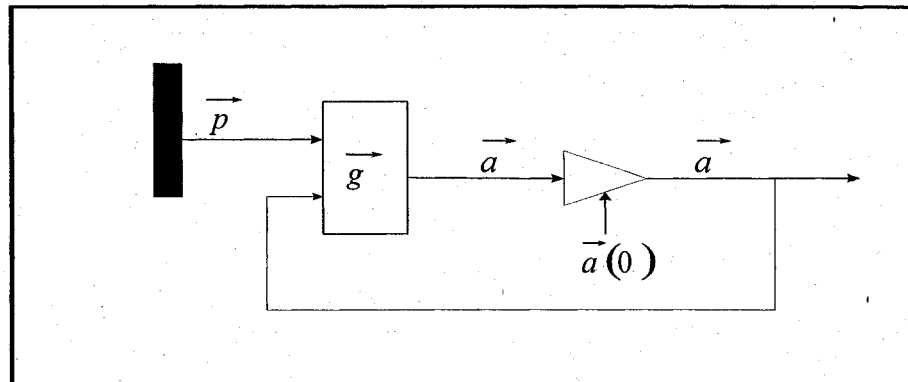


Figure 36 Réseau récurrent non linéaire en temps continu

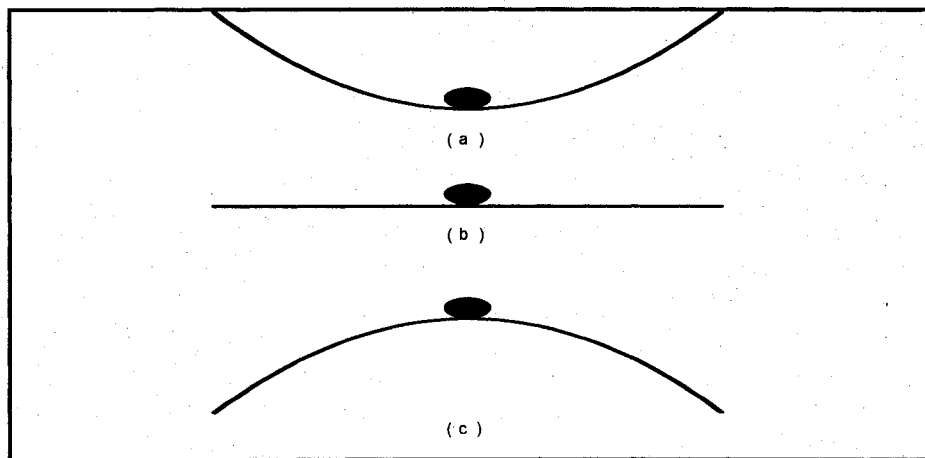


Figure 37 Stabilité et stabilité asymptotique

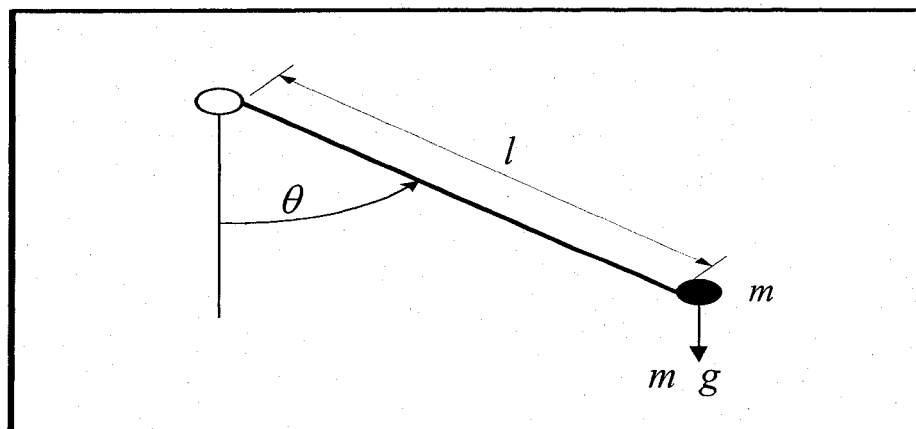


Figure 38 Le pendule de Newton

- **Définition 1** : La stabilité (au sens de Lyapunov)

L'origine $a^* = 0$ est un *point d'équilibre stable* si pour n'importe quelle valeur ε donnée ($\varepsilon > 0$), il existe un nombre δ (avec $\delta(\varepsilon) > 0$) tel que $\|\vec{a}(0)\| < \delta$, alors le mouvement résultant $\vec{a}(t)$ satisfait à $\|\vec{a}(t)\| < \varepsilon$ pour $t > 0$.

Cette première définition indique que la sortie du système ne s'éloignera pas trop du point de stabilité tant et aussi longtemps que l'initialisation sera faite au voisinage de ce point. Si nous souhaitons que la sortie du réseau demeure à une distance ε d'une origine stable, il serait possible de déterminer une distance δ (qui pourrait être une fonction de ε) à l'intérieur de laquelle la sortie resterait dans le voisinage de ε . La position de la bille sur la Figure 37 (b) est stable au sens de Lyapunov si la vitesse est nulle et qu'il existe des forces de frottement pour la maintenir en place. Par contre, s'il n'existe pas de forces de frottement, toute vitesse initiale non nulle occasionnerait une trajectoire $\vec{a}(t)$ où la position de la bille irait à l'infini (le vecteur $\vec{a}(t)$ comprendrait la position et la vitesse de la bille).

- **Définition 2** : La stabilité asymptotique

Par définition, l'origine est un *point d'équilibre asymptotiquement stable* s'il existe un nombre δ (avec $\delta > 0$) tel que $\|\vec{a}(0)\| < \delta$, alors le mouvement résultant satisfait à $\|\vec{a}(t)\| \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$.

C'est une définition de la stabilité qui est plus forte que la première, car elle nous indique que tant et aussi longtemps que la sortie du réseau est initialisée au voisinage d'un point stable – à une distance δ , par exemple – cette sortie convergera éventuellement à ce point d'équilibre. La position de la bille sur la Figure 37 (a) est *asymptotiquement stable* aussi longtemps qu'il y a des forces de frottement et que la

vitesse initiale est nulle. Si, par contre, il n'y a pas de forces de frottement alors la position de la bille sera stable au sens de Lyapunov.

Outre ces deux définitions sur la stabilité telles que publiées par Lyapunov, un autre aspect portant sur la définition d'une fonction est à souligner afin de mieux comprendre l'usage des réseaux de neurones artificiels que nous présenterons plus tard dans cette thèse.

- **Définition 3** : Définie positive

Une fonction scalaire $V(\vec{a})$ est *définie positive* si et seulement si $V(\vec{0})=0$ et $V(\vec{a})>0$ pour $\vec{a} \neq \vec{0}$.

- **Définition 4** : Semi définie positive

Une fonction scalaire $V(\vec{a})$ est *semi définie positive* si $V(\vec{a}) \geq 0$ pour tout \vec{a} .

Notons que ces définitions peuvent être convenablement modifiées afin de définir les concepts de *définie négative* et *semi définie négative*.

A1.4.2 Les théorèmes de stabilité de Lyapunov

L'une des approches fondamentales, permettant d'étudier la stabilité des systèmes non linéaires est «*la méthode directe de Lyapunov*», publiée en 1892 par le mathématicien et ingénieur russe : Alexandr Mikhailovich Lyapunov [139]. Ainsi, soit le système autonome et pas forcé dépendant du temps décrit par l'équation (A1.15) suivante :

$$\frac{d}{dt}(\vec{a}) = \vec{g}(\vec{a}) \quad (\text{A1.15})$$

Les théorèmes de la stabilité de Lyapunov s'énoncent comme suit :

- Théorème 1

Si une fonction *définie positive* $V(\vec{a})$ peut être trouvée telle que $dV(\vec{a})/dt$ est *définie semi négative*, alors l'origine ($\vec{a} = \vec{0}$) du système défini par l'équation (A1.15) est *stable*. En d'autres mots, l'état d'équilibre a^* est *stable*, au sens de Lyapunov, si dans un petit voisinage de a^* il existe une fonction $V(\vec{a})$ *définie positive* et dont la dérivée par rapport au temps est *semi définie négative* dans ce même voisinage.

- Théorème 2

Si une fonction *définie positive* $V(\vec{a})$ peut être trouvée telle que $dV(\vec{a})/dt$ est *définie négative*, alors l'origine ($\vec{a} = \vec{0}$) du système définit par l'équation (A1.15) est *asymptotiquement stable*.

En d'autres mots, l'état a^* est *asymptotiquement stable* si dans un petit voisinage à a^* il existe une fonction $V(\vec{a})$ *définie positive* et dont la dérivée par rapport au temps soit *définie négative* dans ce voisinage.

Dans les cas des théorèmes 1 et 2, la fonction V est appelée "*fonction de Lyapunov*" du système.

Il est plausible de penser que $V(\vec{a})$ est une fonction d'énergie généralisée. En effet, les concepts de stabilité énoncés par Lyapunov indiquent que si l'énergie diminue continuellement par $dV(\vec{a})/dt$ qui est *définie négative*, alors le système finira par atteindre un minimum d'énergie. De plus dans sa perspicacité, Lyapunov voulut généraliser le concept de l'énergie afin que les théorèmes soient appliqués aux systèmes

où la modélisation d'une fonction d'énergie est difficile ou ceux dont l'expression énergétique est insignifiante. Notons que les théorèmes indiquent que si une fonction $V(\vec{a})$ de Lyapunov est identifiée, alors le système est stable au sens du premier ou du second théorème qui désigne la stabilité asymptotique. Malheureusement, ces théorèmes ne fournissent aucune information sur la stabilité des systèmes dont l'identification d'une fonction de Lyapunov n'est pas possible.

Appliquons la théorie de la stabilité de Lyapunov à un système mécanique simple : le pendule de Newton. Sur la Figure 38 que nous avons visualisée plus haut, les paramètres importants associés du pendule de Newton sont : θ représente l'angle que fait le pendule avec la verticale, m est sa masse, l est la longueur du pendule et g est la constante gravitationnelle. Utilisant la seconde loi de Newton ($F = ma$), nous pouvons décrire la mécanique du pendule selon l'équation :

$$ml \frac{d^2}{dt^2}(\theta) = -c \frac{d}{dt}(\theta) - mg * \sin(\theta) \quad (\text{A1.16})$$

$$\Leftrightarrow ml \frac{d^2}{dt^2}(\theta) + c \frac{d}{dt}(\theta) + mg * \sin(\theta) = 0$$

Dans cette équation (A1.16), c désigne le coefficient d'amortissement du pendule. De plus pour l'équation originale (équation A1.16), le terme initial du côté droit représente la force d'amortissement qui est proportionnelle à la vitesse du pendule. C'est ce terme qui est responsable de la dissipation de l'énergie du système. Le second terme du même côté de cette équation désigne la force gravitationnelle qui est proportionnelle au sinus de l'angle θ . Cette force est nulle lorsque le pendule est au repos en position verticale, alors qu'elle est maximale lorsqu'il est à l'horizontale. Sans insister sur les détails, il est facile d'observer que pour un coefficient d'amortissement non nul, le pendule possède plusieurs positions d'équilibre stables à tous les $\theta = 2k\pi$, lorsque $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Notons que les positions $\theta = k\pi$ pour des valeurs impaires de k , sont aussi des points d'équilibre qui sont, par contre, instables.

Pour analyser la stabilité de ce pendule, nous devons réécrire l'équation (A1.16) en termes de variables d'état afin qu'elle apparaisse comme un système d'équations différentielles de premier ordre. Pour ce faire, si nous posons que $a_1 = \theta$ et $a_2 = d\theta/dt$, alors $\dot{a}_1 = da_1/dt$ et l'équation (A1.16) devient :

$$\frac{d}{dt}(a_2) = -\frac{g}{l} \sin(a_1) - \frac{c}{ml}(a_2) \quad (\text{A1.17})$$

Afin d'étudier la stabilité à l'origine ($\vec{a} = \vec{0}$) de ce système de pendule, dans un premier temps nous devons vérifier que cette origine correspondant à un angle θ nul et une vitesse initiale nulle est un point d'équilibre. Nous allons substituer ($\vec{a} = \vec{0}$) dans l'équation d'état (A1.17). Or, si $da_1/dt = a_2 = 0$ alors l'évaluation à l'origine de l'équation (A1.17) devient :

$$\frac{d}{dt}(a_2) = -\frac{g}{l} \sin(a_1) - \frac{c}{ml}(a_2) \Leftrightarrow -\frac{g}{l} \sin(0) - \frac{c}{ml}(0) = 0$$

Puisque la dérivée est nulle, nous concluons que c'est un point d'équilibre. Puis, dans une seconde phase, il nous faut déterminer la fonction de Lyapunov, V , de ce pendule. En nous référant à la mécanique newtonienne, l'énergie globale du pendule sera la somme de ses énergies cinétique et potentielle, ce qui nous permet d'écrire :

$$V(\vec{a}) = ml^2 (a_2)^2 + mgl[1 - \cos(a_1)]$$

À partir de la fonction de Lyapunov décrivant l'énergie du pendule, il nous faudra évaluer la dérivée de cette fonction V par rapport au temps. Cette dérivée aura la forme :

$$\frac{d}{dt}V(\vec{a}) = [\nabla V(\vec{a})]^T * g(\vec{a}) = \frac{\partial V}{\partial a_1} \left(\frac{da_1}{dt} \right) + \frac{\partial V}{\partial a_2} \left(\frac{da_2}{dt} \right)$$

Ainsi, la dérivée de la fonction de Lyapunov est en réalité un ensemble de dérivées partielles qui combinées à l'équation décrivant l'énergie du système pendule et du choix de nos variables d'état nous donne la dérivée finale de la fonction de Lyapunov associée au système pendule :

$$\frac{d}{dt}V(\vec{a}) = [mgl * \sin(a_1)] * a_2 + (ml^2 a_2) * \left[-\frac{g}{l} \sin(a_1) - \frac{c}{ml} (a_2) \right] \quad (A1.18)$$

Le développement de cette équation (A1.18) montre que les termes $[mgl * \sin(a_1)] * a_2$ s'annulent et il ne reste que $dV(\vec{a})/dt = -cl(a_2)^2 \leq 0$ qui est toujours négatif.

Pour démontrer que l'origine ($\vec{a} = \vec{0}$) de ce pendule est *asymptotiquement stable*, selon le second théorème de Lyapunov, nous devons prouver que la dérivée représentée par l'équation (A1.18) est *définie négative*. Or nous avons vu que la dérivée est nulle à l'origine et il est facile de voir qu'elle le demeurera pour toutes les valeurs de a_1 tant et aussi longtemps que a_2 sera nulle. Ainsi, $dV(\vec{a})/dt$ est *semi définie négative* plutôt que *définie négative*. C'est là, une limitation de l'application du *théorème de Lyapunov* pour les systèmes non linéaires. En effet, nous avons une origine qui est stable selon le premier *théorème de Lyapunov*, alors que nous ne pouvons conclure de la stabilité asymptotique de cette origine selon le second théorème.

Concrètement, nous savons que tant qu'il existera des forces de frottement sur notre pendule, il reviendra éventuellement à sa position d'équilibre indiquant une stabilité asymptotique de notre origine. Or l'application des *théorèmes de Lyapunov* sur notre fonction d'énergie nous indique de la stabilité simple de l'origine et non de la stabilité asymptotique [139]. C'est pourquoi, seul le *théorème de l'invariance de LaSalle* peut nous permettre d'outrepasser cette difficulté.

A1.4.3 Le théorème de l'invariance de LaSalle

Dans l'exemple du pendule, ci-dessus, nous savons intuitivement que l'origine est asymptotiquement stable, mais nous avons trouvé que la fonction de Lyapunov avait une dérivée semi définie négative alors que le théorème utilisé exige qu'elle soit définie négative. Ainsi, pour contourner cette difficulté, généralisons les définitions énoncées pour les théorèmes 1 et 2 de Lyapunov par l'énoncé suivant.

Soit V , une fonction continuellement dérivable de \mathfrak{R}^k dans \mathfrak{R} . Si G est n'importe quel sous ensemble de \mathfrak{R}^k , nous dirons que V est une fonction (fonction du système définie par l'équation A1.15) de Lyapunov sur G si, et seulement si :

$$\frac{d}{dt}V(\vec{a}) = [\nabla V(\vec{a})]^T * \vec{g}(\vec{a}) \quad (\text{A1.19})$$

et que cette équation (A1.19) ne change pas de signe sur G . Contrairement aux théorèmes de Lyapunov, nous n'avons pas besoin que la fonction V soit absolument *définie positive*. En réalité, il n'y a pas de pré requis sur cette fonction, mais elle doit être continuellement dérivable; par contre, il faut que sa dérivée par rapport au temps ne change pas de signe dans tout l'ensemble G . Notons que la dérivée ne changera pas de signe si elle est semi définie négative ou positive.

- **Définition 5** : Ensemble Z

$$Z = \left\{ \bar{a} : \frac{d}{dt} V(\bar{a}) = 0, \text{ avec } \bar{a} \text{ dans le contour de } G \right\}$$

Dans cette définition, nous voyons que les “ *contours de G* ” incluent l’intérieur et les frontières du sous-ensemble G . C’est un ensemble fondamental car il contient tous les points où la dérivée de la *fonction de Lyapunov* est nulle.

- **Définition 6** : Ensemble invariant

Un ensemble de points appartenant à \mathbb{R}^k est dit “ *invariant* ” par rapport à $d\bar{a}/dt = \bar{g} * \bar{a}$, si chaque solution de $d\bar{a}/dt = \bar{g} * \bar{a}$ débute dans cet ensemble et y reste en tout temps. Soulignons que si un système est défini dans un ensemble invariant, alors ce système ne peut en sortir.

- **Définition 7** : Ensemble L

L est définie comme le plus grand ensemble invariant contenu dans Z . Cet ensemble inclut tous les points potentiels auxquels la solution pourrait converger. La *fonction de Lyapunov* ne change pas dans L car sa dérivée est nulle et sa trajectoire sera emprisonnée dans L qui est un ensemble invariant. Maintenant, si cet ensemble n’a qu’un point stable, alors ce point est aussi *asymptotiquement stable*.

C’est la contribution essentielle du théorème de LaSalle, présenté ci-après, et qui est un prolongement des théorèmes de stabilité de Lyapunov [139].

- Théorème 3

Si V est une fonction de Lyapunov sur G pour $d\bar{a}/dt = \bar{g} * \bar{a}$, alors chaque solution $\bar{a}(t)$, qui demeure dans G pour tout $t > 0$, approche $L^0 = L \cup \{\infty\}$ lorsque $t \rightarrow \infty$.

Dans ce cas, nous dirons que G est un bassin d’attraction pour L dont tous les points sont stables. Si toutes les trajectoires sont bornées, alors $\bar{a}(t) \rightarrow L$ lorsque $t \rightarrow \infty$.

En outre, si une trajectoire demeure dans G , alors elle convergera aussi vers L ou ira à l'infini. En conséquence, si toutes les trajectoires sont bornées, alors elles convergeront vers L . Cependant il existe un corollaire au théorème de LaSalle qui indique un choix judicieux de l'ensemble G . Ce corollaire est :

○ **Corollaire 1** : Corollaire de LaSalle

Soit G , un sous-ensemble de :

$$\Omega_\eta = \{\bar{a} : V(\bar{a}) < \eta\}$$

Assumons que G soit borné, que $dV(\bar{a})/dt \leq 0$ sur l'ensemble G et, soit $L^0 =$ contours de $(L \cup G)$, un sous-ensemble de G . Alors L^0 est un “*attracteur*” et G est dans sa région d'attraction. Le théorème de LaSalle et son corollaire sont pertinents dans la mesure où ils nous indiquent non seulement quels sont les points stables L^0 , mais en plus ils nous donnent une indication sur une partie de la zone d'attraction G .

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] J. Black, *The design of the factory with a future*. New York: McGraw-Hill, inc, 1991.
- [2] R. Askin and C. Standridge, *Modeling and Analysis of Manufacturing Systems*. New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [3] H. Selim, R. Askin, and A. Vakharia, "Cell Formation in Group Technology: Review, Evaluation and Directions for Future Research," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 34, pp. 3-20, 1998.
- [4] M. Groover, *Automation, Production Systems, and Computer Integrated Manufacturing*. Englewood, NJ: Prentice-Hall, 1987.
- [5] U. Wemmerlov and D. Johnson, "Cellular Manufacturing at 46 User Plants: Implementation Experiences and Performance Improvements," *International Journal of Production Research*, vol. 35, pp. 29-49, 1997.
- [6] S. P. Mitrofanov, "Scientific Principles of Group Technology," *National Lending Library for Science and technology*, vol. 1,2,3, 1966.
- [7] J. L. Burbidge, "Production Flow Analysis," *The Production Engineer*, vol. 42, pp. 742-755, 1963.
- [8] J. Black, "Cellular Manufacturing Systems Reduce Setup Time, Make Small Lot Production Economical," *Industrial Engineering*, pp. 36-48, 1993.
- [9] S. Collet and R. Spicer, "Improving Productivity through Cellular Manufacturing," *Production and Inventory Management Journal*, vol. 36, pp. 71-75, 1995.
- [10] M. Howard and R. Newman, "From Job Shop to Just-in-Time. A Successful Conversion," *Production and Inventory Management Journal*, vol. 34, pp. 70-74, 1993.
- [11] G. Levasseur, M. Helms, and A. Zink, "A Conversion from Functional to a cellular Manufacturing layout at Steward Inc.," *Production and Inventory Management Journal*, vol. 36, pp. 37-42, 1995.
- [12] N. Hyer, "The Potential of Group Technology for U.S. Manufacturing," *Journal of Operations Management*, vol. 4, pp. 183-202, 1984.
- [13] U. Wemmerlov and N. Hyer, "Cellular Manufacturing in the U.S. Industry: A Survey of Users," *International Journal of Production Research*, vol. 27, pp. 1511-1530, 1989.

- [14] N. Singh and D. Rajamani, *Cellular Manufacturing Systems: Design, Planning and Control*. New York: Chapman and Hall, 1996.
- [15] T. Greene and R. Sadowski, "A Review of Cellular Manufacturing Assumptions, Advantages, and Design Techniques," *Journal of Operations Management*, vol. 4, pp. 85-97, 1984.
- [16] S. Shafer and J. Charnes, "Cellular versus Functional Layouts under a Variety of Shop Operating Conditions," *Decision Sciences*, vol. 24, pp. 665-682, 1994.
- [17] M. Chandrasekharan and R. Rajagopalan, "ZODIAC: An Algorithm for Concurrent Formation of Part Families and Machine Cells," *International Journal of Production Research*, vol. 25, pp. 451-464, 1987.
- [18] A. Ballakur, "An Investigation of Part Family/Machine Group Formation in Designing a Cellular Manufacturing System," in *PhD Thesis*. Madison, WI: University of Wisconsin, 1985.
- [19] A. Ballakur and H. Steudel, "A Within-Cell Utilization Based Heuristic for Designing a Cellular Manufacturing Systems," *International Journal of Production Research*, vol. 25, pp. 639-665, 1987.
- [20] A. Kusiak, *Intelligent Manufacturing Systems*. Englewood, NJ: Prentice Hall, 1992.
- [21] J. R. King, "Machine-Component Grouping in Production Flow Analysis: An Approach using Rank-Order Clustering Algorithm," *International Journal of Production Research*, vol. 18, pp. 213-232, 1980.
- [22] A. Kusiak and M. Cho, "Similarity Coefficient Algorithm for Solving the Group Technology Problem," *International Journal of Production Research*, vol. 30, pp. 2633-2646, 1992.
- [23] R. Askin, H. Selim, and A. Vakharia, "A Methodology for Designing Flexible Cellular Manufacturing Systems," *IIE Transactions*, vol. 29, pp. 599-610, 1997.
- [24] A. Agarwal and J. Sarkis, "A Review and Analysis of Comparative Performance Studies on Functional and Cellular Manufacturing Layouts," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 34, pp. 77-89, 1998.
- [25] J. Joines, C. Culbreth, and R. King, "A Comprehensive Review of Production Oriented Cell Formation Techniques," *International Journal of Factory Automation and Information Management*, vol. 3, pp. 225-265, 1996.
- [26] A. Kamrani, H. Parsaie, and M. Chaudhry, "A Survey of Design Methods for Manufacturing Cells," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 25, pp. 487-490, 1993.

- [27] J. R. King and V. Nakornchai, "Machine-Component Group Formation in Group Technology: Review and Extension," *International Journal of Production Research*, vol. 20, pp. 117-133, 1982.
- [28] O. Offodile, A. Mehrez, and J. Grznar, "Cellular Manufacturing: A Taxonomic Review Framework," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 13, pp. 196-220, 1994.
- [29] N. Singh, "Design of Cellular Manufacturing Systems: An Invited Review," *European Journal of Operational Research*, vol. 69, pp. 284-291, 1993.
- [30] H. Opitz, *A Classification System to Describe Workpieces*. New York: Pergamon Press, 1970.
- [31] H. Chan and D. Milner, "Direct Clustering Algorithm for Group Formation in Cellular Manufacture," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 1, pp. 64-76, 1982.
- [32] J. McAuley, "Machine Grouping for Efficient Production," *Production Engineer*, vol. 51, pp. 53-57, 1972.
- [33] H. Seifoddini and P. Wolfe, "Application of Similarity Coefficient Methods in GT," *IIE Transactions*, vol. 18, pp. 271-277, 1986.
- [34] R. Askin and K. Chiu, "A Graph Partitioning Procedure for Machine Assignment and Cell Formation in Group Technology," *International Journal of Production Research*, vol. 28, pp. 1555-1572, 1990.
- [35] R. Rajagopalan and J. Barta, "Design of Cellular Production System: A Graphic-Theoretic Approach," *International Journal of Production Research*, vol. 13, pp. 567-579, 1975.
- [36] A. Vakharia and Y. Chang, "Cell Formation in Group Technology: A Combinatorial Search Approach," *International Journal of Production Research*, vol. 35, pp. 2025-2043, 1997.
- [37] E. Wicks, "Designing Cellular Manufacturing Systems with Time varying Product Mix and Resource Availability," in *Ph.D. Thesis*. Blacksburg, VA: Virginia Polytechnic Institute and State University, 1995.
- [38] H. Steudel and A. Ballakur, "A Dynamic Programming Based Heuristic for Machine Grouping in Manufacturing Cell Formation," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 12, pp. 215-222, 1987.
- [39] S. Shafer and D. Rogers, "A Goal Programming Approach to the Cell Formation Problem," *Journal of Operations Management*, vol. 10, pp. 28-43, 1991.

- [40] A. Basu, N. Hyer, and A. Shtud, "An Expert System Based Approach to Manufacturing Cell Design," *International Journal of Production Research*, vol. 25, pp. 639-665, 1995.
- [41] F. Boctor, "A Linear Formulation of the Machine-Part Cell Formation Problem," *International Journal of Production Research*, vol. 29, pp. 343-356, 1991.
- [42] C. Chen, N. Cotruvo, and W. Baek, "A Simulated Annealing Solution to the Cell Formation Problem," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 2601-2614, 1995.
- [43] Y. Gupta, M. Gupta, A. Kumar, and C. Sundram, "Minimizing Total Intercell and Intracell Moves in Cellular Manufacturing: A Genetic Algorithms," *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, vol. 8, pp. 92-101, 1995.
- [44] J. Joines, C. Culbreth, and R. King, "Manufacturing Cell Design: An Integer Programming Model Employing Genetic Algorithms," *IIE Transactions*, vol. 28, pp. 69-85, 1996.
- [45] R. Logendran, P. Ramakrishna, and C. Srikandarajah, "Tabu Search-Based Heuristics for Cellular Manufacturing Systems in the Presence of Alternative Process Plans," *International Journal of Production Research*, vol. 32, pp. 273-297, 1994.
- [46] V. Venugopal and T. Narendran, "A Genetic Algorithm Approach to the Machine-Component Grouping Problem with Multiple Objectives," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 22, pp. 469-480, 1992.
- [47] A. Sethi and S. Sethi, "Flexibility in Manufacturing: A Survey," *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, vol. 2, pp. 289-328, 1990.
- [48] D. Rajamani, N. Singh, and Y. Aneja, "Integrated Design of Cellular Manufacturing Systems in the Presence of Alternatives Process Plans," *International Journal of Production Research*, vol. 28, pp. 1541-1554, 1990.
- [49] G. Adil, D. Rajamani, and D. Strong, "Cell Formation Considering Alternate Routings," *International Journal of Production Research*, vol. 34, pp. 1361-1380, 1996.
- [50] K. M. Islam and B. R. Sarker, "A Similarity Coefficient Measure and Machine-Part Grouping in Cellular Manufacturing Systems," *International Journal of Production Research*, vol. 38, pp. 699-720, 2000.
- [51] S. Viswanathan, "A New Approach for Solving the P-Median Problem in Group Technology," *International Journal of Production Research*, vol. 34, pp. 2691-2700, 1994.

- [52] J. A. Schey, *Introduction to Manufacturing Process*. New York: McGraw-Hill, 1987.
- [53] R. H. Hayes and G. P. Pisano, "Beyond World-Class: The New Manufacturing Strategy," *Harvard Business Review*, vol. 72, pp. 77-86, 1994.
- [54] C. S. Snead, *Group Technology: Foundation for Competitive Manufacturing*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1989.
- [55] T. J. Greene and C. M. Cleary, "Is Cellular Manufacturing Right for You?," presented at Annual International Industrial Engineering Conference Proceedings, 1985.
- [56] T. J. Greene and R. P. Sadowski, "Cellular Manufacturing Control," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 2, pp. 137-145, 1984.
- [57] B. I. d. Travail, *Introduction à l'Étude du Travail*. Genève, Suisse, 1970.
- [58] A. Kusiak and S. Heragu, "Group Technology," *Computers in Industries*, vol. 9, pp. 83-91, 1987.
- [59] R. H. Jackson and A. W. Jones, "An Architecture for Decision Making in the Factory of the Future," *Interfaces*, vol. 17, pp. 15-28, 1987.
- [60] J. R. Drolet, "Scheduling Virtual Cellular Manufacturing Systems," in *Ph.D. Thesis*. West Lafayette, IN: Purdue University, 1989.
- [61] J. R. Drolet, B. Montreuil, and C. L. Moodie, "Scheduling Factories of the Future," *Journal of Mechanical Working Technology*, vol. 20, pp. 183-194, 1989.
- [62] B. Montreuil, U. Venkatadri, and P. Lefrançois, "Holographic Layout of Manufacturing Systems," presented at 19th IIE Systems Integration Conference, Orlando, FL, USA, 1991.
- [63] B. Montreuil, J. R. Drolet, and P. Lefrançois, "Conception et Gestion de Systèmes Manufacturiers Cellulaires Virtuels," presented at 35th International Conference and Exhibition, Montréal, Canada, 1992.
- [64] J. R. Drolet, B. Montreuil, and C. L. Moodie, "Decision Architecture for Scheduling Virtual Cellular Manufacturing Systems," presented at International Workshop on Decisional Structures in Automated Manufacturing, Gênes, Italy, 1989.
- [65] M. Chen, "A Mathematical Programming Model for System Reconfiguration in a Dynamic Cellular Manufacturing Environment," *Annals of Operations Research*, vol. 77, pp. 109-128, 1998.

- [66] R. Nagi, G. Harhalakis, and J. Proth, "Multiple Routings and Capacity Considerations in Group Technology Applications," *International Journal of Production Research*, vol. 28, pp. 2243-2257, 1990.
- [67] G. Harhalakis, R. Nagi, and J. Proth, "An Efficient Heuristic in Manufacturing Cell Formation for Group Technology Applications," *International Journal of Production Research*, vol. 28, pp. 185-198, 1990.
- [68] S. Sankaran and G. Kasilingam, "An Integrated Approach to Cell Formation and Part Routing in Group Technology Manufacturing Systems," *Engineering Optimization*, vol. 16, pp. 235-245, 1990.
- [69] S. Sofianopoulou, "Manufacturing Cells Design with Alternative Process Plans and/or Replicate Machines," *International Journal of Production Research*, vol. 37, pp. 707-720, 1999.
- [70] R. O. Duda and P. E. Hart, *Pattern Classification and Scene Analysis*. New York: John Wiley & Sons, 1973.
- [71] H. Lee and A. Garcia-Diaz, "A Network Flow Approach to Solve Clustering Problems in Group Technology," *International Journal of Production Research*, vol. 31, pp. 603-612, 1993.
- [72] R. R. Sokal and P. A. H. Sneath, *Principles of Numerical Taxonomy*. New York: Freeman, 1968.
- [73] H. Seifoddini, "Duplication Process in Machine Cells Formation in Group Technology," *IIE Transactions*, vol. 21, pp. 382-388, 1989.
- [74] J. De Witte, "The Use of Similarity Coefficients in Production Flow Analysis," *International Journal of Production Research*, vol. 18, pp. 503-514, 1980.
- [75] H. Seifoddini, "Single Linkage versus Average Linkage Clustering in Machine Cells Formation Applications," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 16, pp. 419-426, 1989.
- [76] Waghodekar and Sahu, "Technology: MACE," *International Journal of Production Research*, vol. 22, pp. 937-948, 1984.
- [77] H. Seifoddini and P. Wolfe, "Selection of a Threshold Value Based on Material Handling Cost in Machine-Component Grouping," *IIE Transactions*, vol. 19, pp. 266-270, 1987.
- [78] W. T. McCormick, R. J. Schwitzer, and T. W. White, "Problem Decomposition and Data Reorganization by Clustering Techniques," *Operations Research*, vol. 20, pp. 993-1009, 1972.

- [79] W. J. Boe and C. H. Cheng, "A Close Neighbour Algorithm for Designing Cellular Manufacturing Systems," *International Journal of Production Research*, vol. 29, pp. 2097-2116, 1991.
- [80] A. Kusiak and W. S. Chow, "An Efficient Cluster Identification Algorithm," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 17, pp. 696-699, 1987.
- [81] A. Kusiak and W. S. Chow, "Efficient Solving of the Group Technology Problem," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 6, pp. 117-124, 1987.
- [82] A. Kusiak, "Branching Algorithms for Solving the Group Technology Problem," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 10, pp. 332-343, 1991.
- [83] N. Wu and G. Salvendy, "A Modified Network Approach for the Design of Cellular Manufacturing Systems," *International Journal of Production Research*, vol. 31, pp. 1409-1421, 1993.
- [84] G. M. Kern and J. C. Wei, "The Cost of Eliminating Exceptional Elements in Group Technology Cell Formation," *International Journal of Production Research*, vol. 29, pp. 1535-1547, 1991.
- [85] A. Kusiak, "The Part Families Problem in Flexible Manufacturing Systems," *Annals of Operations Research*, vol. 3, pp. 279-300, 1985.
- [86] A. Kusiak, "The Generalized Group Technology Concept," *International Journal of Production Research*, vol. 25, pp. 561-569, 1987.
- [87] A. Kusiak, A. Vanneli, and K. R. Kumar, "Clustering Analysis: Models and Algorithms," *Control and Cybernetics*, vol. 15, pp. 139-153, 1986.
- [88] G. Srinivasan, T. Narendran, and B. Mahadevan, "An Assignment Model for the Part-Families Problem in Group Technology," *International Journal of Production Research*, vol. 28, pp. 145-152, 1990.
- [89] K. Gunashingh and R. Lashkari, "Machine Grouping Problem in Cellular Manufacturing Systems - An Integer Programming Approach," *International Journal of Production Research*, vol. 27, pp. 1465-1473, 1989.
- [90] A. Kusiak, W. J. Boe, and C. H. Cheng, "Designing Cellular Manufacturing Systems: Branch-and-Bound and A* Approaches," *IIE Transactions*, vol. 25, pp. 46-56, 1993.
- [91] S. Viswanathan, "Configuring Cellular Manufacturing Systems: A Quadratic Integer Programming Formulation and a Simple Interchange Heuristic," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 361-376, 1995.

- [92] J. A. Ventura, F. F. Chen, and C. H. Wu, "Grouping Parts and Tools in Flexible Manufacturing Systems Production Planning," *International Journal of Production Research*, vol. 28, pp. 1039-1056, 1990.
- [93] C. B. Cheng and C. H. Wu, "Solving the FMS Part-Tool Grouping Problem using Lagrangian Relaxation Approach," presented at The 5th Industrial Engineering Research Conference, 1996.
- [94] M. P. Chandrasekharan and R. Rajagopalan, "An Ideal Seed Non-Hierarchical Clustering Algorithm for Cellular Manufacturing," *International Journal of Production Research*, vol. 24, pp. 451-464, 1986.
- [95] A. Vanneli and K. R. Kumar, "A Method for Finding Minimal Bottleneck Cells for Grouping Part-Machine Families," *International Journal of Production Research*, vol. 24, pp. 387-409, 1986.
- [96] K. R. Kumar and A. Vanneli, "Strategic Subcontracting for Efficient Disaggregated Manufacturing," *International Journal of Production Research*, vol. 25, pp. 1715-1728, 1987.
- [97] S. K. Mukhopadhyay and A. Gopalakrishnan, "A Vector Analytic (VECAN) Method for Solving the Machine-Part Grouping problem in GT," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 795-818, 1995.
- [98] J. C. Wei and N. Gaither, "A Capacity Constrained Multiobjective Cell Formation Method," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 9, pp. 222-232, 1990.
- [99] D. R. Sule, "Machine Capacity Planning in Group Technology," *International Journal of Production Research*, vol. 29, pp. 1909-1922, 1991.
- [100] O. G. Okogbaa, M. T. Chen, C. Changchit, and R. L. Shell, "Manufacturing System Cell Formation and Evaluation Using a New Inter-Cell Flow Reduction Heuristic," *International Journal of Production Research*, vol. 30, pp. 1101-1118, 1992.
- [101] H. C. Co and A. Araar, "Configuring Cellular Manufacturing Systems," *International Journal of Production Research*, vol. 26, pp. 1511-1522, 1988.
- [102] R. Logendran, "Effect of the Identification of Key Machines in the Cell Formation Problem of Cellular Manufacturing Systems," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 20, pp. 439-449, 1991.
- [103] R. Logendran, "A Model Duplicating Bottleneck Machines in the Presence of Budgetary Limitations in Cellular Manufacturing," *International Journal of Production Research*, vol. 30, pp. 683-694, 1992.

- [104] G. Harhalakis, G. Ioannou, I. Minis, and R. Nagi, "Manufacturing Cell Formation under Random Product Demand," *International Journal of Production Research*, vol. 32, pp. 47-64, 1994.
- [105] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, and M. P. Vecchi, "Optimization by Simulated Annealing," *Science*, vol. 220, pp. 671-680, 1983.
- [106] C. M. Liu and J. K. Wu, "Machine Cell Formation: using the Simulated Annealing Algorithm," *Journal of Computer Integrated Manufacturing*, vol. 6, pp. 335-349, 1993.
- [107] F. F. Boctor, "The Minimum-Cost, Machine-Part Cell Formation Problem," *International Journal of Production Research*, vol. 34, pp. 1045-1063, 1996.
- [108] Zolfaghari, S. and M. Liang. "Machine cell/part family formation considering processing times and machine capacities: a simulated annealing approach," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 34, pp. 813-823, 1998.
- [109] H. A. ElMaraghy and P. Gu, "Knowledge-Based System for Assignment of Parts to Machine Cells," *The International Journal of Advanced Manufacturing*, vol. 3, pp. 33-44, 1988.
- [110] A. Kusiak, "EXGT-S: A Knowledge Based System for Group Technology," *International Journal of Production Research*, vol. 26, pp. 887-904, 1988.
- [111] F. Glover, "Tabu Search - Part I," *ORSA Journal of Computing*, vol. 1, pp. 190-206, 1989.
- [112] F. Glover, "Tabu Search - Part II," *ORSA Journal of Computing*, vol. 2, pp. 4-32, 1990.
- [113] R. Logendran and P. Ramakrishna, "Manufacturing Cell Formation in the Presence of Lot Splitting and Multiple Units of the same Machine," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 675-693, 1995.
- [114] Zolfaghari, S. and M. Liang. "A comparative study of simulated annealing, genetic algorithms and tabu search for solving binary and comprehensive machine grouping problems," *International Journal of Production Research*, vol. 40, pp. 2141-2158, 2002.
- [115] J. H. Holland, *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.
- [116] Zolfaghari, S. and M. Liang. "Comprehensive machine cell/part family formation using genetic algorithms," *Journal of Manufacturing Technology Management*, vol. 15 (6), pp. 433-444, 2004.

- [117] J. J. Hopfield, "Neural Networks and Physical Systems with Emergent Collective Computational Abilities," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 79, pp. 2554-2558, 1982.
- [118] Y. Kao and Y. B. Moon, "A Unified Group Technology Implementation using the Back Propagation Learning Rule of Neural Networks," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 20, pp. 425-437, 1991.
- [119] S. Kaparathi and N. C. Suresh, "A Neural Network System for Shape-Based Classification and Coding of Rotational Parts," *International Journal of Production Research*, vol. 29, pp. 1771-1784, 1991.
- [120] Y. B. Moon and S. C. Chi, "Generalized Part Family Formation using Neural Network techniques," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 11, pp. 149-160, 1992.
- [121] G. A. Carpenter and S. Grossberg, "Neural Dynamics of Category Learning and Recognition: Attention, Memory Consolidation and Amnesia," in *In Brain Structure, Learning, and Memory*, 1986.
- [122] A. Kusiak and Y. Chung, "GT/ART: Using Neural Networks to Form Machine Cells," *Manufacturing Review*, vol. 4, pp. 293-301, 1991.
- [123] T. W. Liao and L. J. Chen, "An Evaluation of ART1 Neural Models for GT Part Family and Machine Cell Forming," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 12, pp. 282-290, 1993.
- [124] V. Venugopal and T. Narendran, "Machine-Cell Formation through Neural Network Models," *International Journal of Production Research*, vol. 32, pp. 2105-2116, 1994.
- [125] C. Dagli and R. Huggahalli, "Configuring Cellular Manufacturing Systems," *International Journal of Production Research*, vol. 26, pp. 1511-1522, 1991.
- [126] C. Dagli and R. Huggahalli, "Machine-Part Family Formation with the Adaptive Resonance Theory Paradigm," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 893-913, 1995.
- [127] S. J. Chen and C. S. Cheng, "A Neural Network-Based cell Formation Algorithm in cellular Manufacturing," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 293-318, 1995.
- [128] N. C. Suresh and S. Kaparathi, "Performance of Fuzzy ART Neural Network for Group Technology," *International Journal of Production Research*, vol. 32, pp. 1693-1713, 1994.
- [129] S. Kamal and L. I. Burke, "FACT: A New Neural Network-Based Clustering Algorithm for Group Technology," *International Journal of Production Research*, vol. 34, pp. 919-946, 1996.

- [130] I. Arizono, M. Kato, A. Yamamoto, and H. Ohta, "A New Stochastic Neural Network Model and its Application to Grouping and Tools in Flexible Manufacturing Systems," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 1535-1548, 1995.
- [131] H. A. Rao and P. Gu, "A Multi-constraint Neural Network for the Pragmatic Design of Cellular Manufacturing Systems," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 1049-1070, 1995.
- [132] H. A. Rao and P. Gu, "Expert Self-Organizing Neural Network for the Design of Cellular manufacturing Systems," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 13, pp. 346-358, 1994.
- [133] N. C. Suresh, J. Slomp, and S. Kaparathi, "The Capacitated Cell Formation Problem: A New Hierarchical Methodology," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 1761-1784, 1995.
- [134] Zolfaghari, S., "Design and Planning for Cellular Manufacturing: Application of Neural Networks and Advanced Search techniques", in *PhD Thesis*. Ottawa, Ottawa – Carleton Institute for Mechanical and Aerospace Engineering, 1997.
- [135] A. K. Jain and J. Mao, "Artificial Neural Networks: A Tutorial," *Computer*, vol. 29, pp. 31-44, 1996.
- [136] S. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*. New-York: Prentice-Hall, inc., 1999.
- [137] J. J. Hopfield, "Neurons with Graded Response have Collective Computational Properties like those of Two-State neurons," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 81, pp. 3088-3092, 1984.
- [138] W. McCulloch and W. Pitts, "A Logical Calculus of the Ideas Immanent in Nervous Activity," *Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 5, pp. 115-133, 1943.
- [139] M. T. Hagan, H. B. Demuth, and M. Beale, *Neural Network Design*. Boston, MA, 1995.
- [140] J. J. Hopfield and D. W. Tank, "Neural Computation of Decisions in Optimization Problems," *Biological Cybernetics*, vol. 52, pp. 141-152, 1985.
- [141] L. Fausett, *Fundamentals of Neural Networks, Architecture, Algorithms and Applications*: Prentice-Hall, inc, 1994.
- [142] C. S. Beightler, D. T. Phillips, and D. J. Wilde, *Foundations of Optimization*, 2nd ed. ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1979.
- [143] G. A. Tagliarini, J. Fury, and E. W. Page, "Optimization using Neural Networks," *IEEE Transactions on Computers*, vol. 40, pp. 1347-1358, 1991.

- [144] S. R. T. Kumara and S. V. Kamarthi, "Function-to-structure transformation in conceptual design: An associative memory-based paradigm," *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 2, pp. 281-292, 1991.
- [145] S. R. T. Kumara and I. Ham, "Use of associative memory and self-organization in conceptual design," *Annals of the CIRP*, vol. 39, pp. 117-120, 1990.
- [146] N. Kim, Y. Takai, and T. L. Kunii, "Geometrical constraint solving based on the extended Boltzmann machine," *Computers in Industry*, vol. 19, pp. 239-250, 1992.
- [147] A. K. Dhingra and S. S. Rao, "A neural network based approach to mechanical design optimization," *Engineering Optimization*, vol. 20, pp. 187-203, 1992.
- [148] V. Venugopal and T. Narendran, "Neural network model for design retrieval in manufacturing systems," *Computers in Industries*, vol. 20, pp. 11-23, 1992.
- [149] T. Kohonen, "An introduction to neural computing," *Neural Networks*, vol. 1, pp. 3-16, 1988.
- [150] T. H. Hou and L. Lin, "Manufacturing process monitoring using neural networks," *Computers and Electrical Engineering*, vol. 19, pp. 129-141, 1993.
- [151] G. Chryssolouris, M. Lee, M. Domoroese, and P. Beaulieu, "Sensor synthesis for control of manufacturing processes," *Journal of Engineering for Industry*, vol. 114, pp. 158-174, 1992.
- [152] D. Barschdorff, "Case studies in adaptative fault diagnosis using neural networks," presented at the IMACS annals on computers and applied mathematics, 1990.
- [153] L. W. Schmerr, S. M. Nugen, and B. Forouraghi, "Planning robust design experiments using neural networks and Taguchi methods," *In intelligent engineering systems through artificial neural networks*, pp. 829-834, 1991.
- [154] Y. P. S. Foo and Y. Takefuji, "Integer linear programming neural networks for job-shop scheduling," presented at The 1988 international IEEE conference on neural networks, 1988.
- [155] S. Vaithyanathan and J. P. Ignizio, "A stochastic neural networks for resource constrained scheduling," *Computers and Operations Research*, vol. 19, pp. 241-254, 1994.
- [156] L. C. Rabelo and S. Alptekin, "Integrating scheduling and control functions in computer-integrated manufacturing using artificial intelligence," *Computers and Industrial Engineering*, vol. 14, pp. 101-106, 1989.

- [157] H. C. Zhang and S. H. Huang, "Applications of neural networks in manufacturing: A state of the art survey," *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp. 705-728, 1995.
- [158] S. Matsuda and Y. Akimoto, "The Representation of Large Numbers in Neural Networks and its Application to Economical Load Dispatching of Electric Power," *Proceedings of IJCNN'89*, vol. 1, pp. 587-592, 1989.
- [159] M. Takeda and J. W. Goodman, "Neural network for computation: Number representation and programming complexity," *Applied Optimization*, vol. 25, pp. 3033-3046, 1986.
- [160] S. Matsuda, "Quantized Hopfield Networks for Integer Programming," *Systems and Computers in Japan*, vol. 30, pp. 1354-1364, 1999.
- [161] M. Nourelfath and N. Nahas, "Quantized Hopfield networks for reliability optimization," *Reliability engineering & system safety*, vol. 81, pp. 191-196, 2003.
- [162] B. H. Ateme-Nguema and T. M. Dao, "Optimum Design of CMS using Hopfield Neural Networks Approach," presented at the 7th IASTED International Conference on Robotics and Manufacturing, Cancun, MEXICO, 2001.
- [163] T. W. Liao, L. J. Chen, Z. H. Chen, and E. R. Coates, "A comparison of two approaches for designing line type cellular manufacturing systems," *Integrated Manufacturing Systems*, vol. 7, pp. 6-15, 1996.
- [164] J. Wang, "Formation of Machine-Cells and Part-Families in Cellular Manufacturing Systems using a Linear Assignment Algorithm," *Automatica*, vol. 39, pp. 1607-1615, 2003.
- [165] P. Jaccard, "Nouvelles Recherches sur la Distribution Florale," *Bull. Soc. Vaud. Sci. Nat.*, vol. 44, pp. 223-270, 1908.
- [166] C. Baroni-Urbani and M. W. Buser, "Similarity of binary data," *Systematic Zoology*, vol. 25, pp. 251-259, 1976.
- [167] S. Matsuda, "Optimal Hopfield Network for Combinatorial Optimization with Linear Cost Function," *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 9, pp. 1319-1330, 1998.
- [168] F. Glover, "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence," *Computers and Operations Research*, vol. 13, pp. 533-549, 1986.
- [169] P. Hansen, "The steepest ascent mildest descent heuristic for combinatorial programming," presented at Congress on Numerical Methods in Combinatorial Optimization, Capri, Italy, 1986.

- [170] B. H. Ateme-Nguema and T. M. Dao, "Quantized hopfield networks for combinatorial optimization problems: Cell formation case study," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, sous-presse, Mars 2006.
- [171] S. M. Shafer, G. M. Kern, and J. C. Wei, "A Mathematical Programming Approach for dealing with Exceptional Elements in Cellular Manufacturing," *International Journal of Production Research*, vol. 30, pp. 1029-1036, 1992.
- [172] M. I. Kamien and L. Li, "Subcontracting, Coordination, Flexibility and Production Smoothing in Aggregate Planning," *Management Science*, vol. 36, pp. 1352-1363, 1990.
- [173] J. Miltenburg and W. Zhang, "A comparative evaluation of nine well-known algorithms for solving the cell formation problem in group technology," *Journal of Operations Management*, vol. 10, pp. 44-69, 1991.
- [174] K. L. Mak, Y. S. Wong, and X. X. Wang, "An adaptative genetic algorithm for manufacturing cell formation," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 16, pp. 491-497, 2000.
- [175] A. S. Carrie, "Numerical taxonomy applied to group technology and plant layout," *International Journal of Production Research*, vol. 11, pp. 399-416, 1973.
- [176] M. P. Chandrasekharan and R. Rajagopalan, "Groupability: An Analysis of the Properties of Binary Data Matrices for Group Technology," *International Journal of Production Research*, vol. 27, pp. 1035-1052, 1989.
- [177] J. J. Bartholdi and L. K. Platzman, "Heuristics Based on Spacefilling Curves for Combinatorial Problems in Euclidean Space," *Management Science*, vol. 34, pp. 291-305, 1988.
- [178] E. L. Lawler, J. K. Lenstra, A. H. Rinnooy, and D. B. Shmoys, *The Traveling Salesman Problem; A Guided Tour of Combinatorial Optimization*. New-York: Johns Wiley & Sons, 1985.
- [179] J. A. Anderson and E. Rosenfeld, *Neurocomputing: Foundations of Research*. Cambridge: MA: MIT Press, 1989.
- [180] D. O. Hebb, *The Organization of Behavior*. New-York: John Wileys & Sons, 1949.
- [181] F. Rosenblatt, "The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain," *Psychological Review*, vol. 65, pp. 386-408, 1958.
- [182] M. Minsky and S. Papert, *Perceptrons*. Cambridge: MA: MIT Press, 1969.

- [183] B. Widrow and M. E. Hoff, "Adaptative Switching Circuits," *1960 IRE WESCON Conventional Record*, vol. Part 4, pp. 96-104, 1960.
- [184] T. Kohonen, "Correlation Matrix Memories," *IEEE Transactions on Computers*, vol. 21, pp. 353-359, 1972.
- [185] J. A. Anderson, "A Simple neural Network Generating an Interactive Memory," *Mathematical Biosciences*, vol. 14, pp. 197-220, 1972.
- [186] S. Grossberg, "Adaptative Pattern Classification and Universal Recording: I. Parallel Development and Coding of Neural Feature Detectors," *Biological Cybernetics*, vol. 23, pp. 121-134, 1976.
- [187] D. E. Rumelhart and J. L. McClelland, *Parallel Distributed Processing: Explorations in the Microstructure of Cognition*, vol. 1. Cambridge: MA: MIT Press, 1986.
- [188] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, and J. L. McClelland, *A General Framework for Parallel Distributed Processing*. Cambridge, MA: The MIT Press, 1986.
- [189] S. Grossberg, "Nonlinear Neural Networks: Principles, Mechanisms, and Architectures," *Neural Networks*, vol. 1, pp. 17-61, 1988.
- [190] J. L. McClelland and D. E. Rumelhart, *Explorations in Parallel Distributed Processing - A Handbook of Models, Programs, and Exercices*. Cambridge, MA: The MIT Press, 1989.
- [191] B. L. Kalman and S. C. Kwasny, "Why Tanh: Choosing a Sigmoidal Function," presented at International Joint Conference on Neural Networks, Baltimore, Maryland, 1992.
- [192] J. M. Zurada, *Introduction to Artificial Neural systems*. St-Paul, MN: West Publishing Company, 1992.
- [193] S. Grossberg, "Embedding Fields: A Theory of Learning with Physiological Implications," *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 6, pp. 209-239, 1969.
- [194] R. Lepage and D. Crevier, "Multiresolution Neural Network for the Extraction of the Primal Sketch," presented at SPIE Intelligent Robots and Computer Vision XIII: Algorithms and Computer Vision, Boston, Massachusetts, 1994.
- [195] R. P. Lippmann, "An Introduction to Computing with Neural Nets," *IEEE ASSP Magazine*, pp. 4-22, 1987.
- [196] R. Lepage and B. Solaiman, *Les Réseaux de Neurones Artificiels et leurs Applications en Imagerie et en Vision par Ordinateur*. Montréal, Canada: École de Technologie Supérieure, 2003.

- [197] G. A. Carpenter and S. Grossberg, "The ART of Adaptive Pattern Recognition by a Self-Organizing Neural Network," *Computer*, vol. 21, pp. 77-88, 1988.