

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE DE LA PRODUCTION AUTOMATISÉE  
M. Ing.

PAR  
DAVE ST-PIERRE

MODÉLISATION DU CORPS HUMAIN PAR UNE APPROCHE SURFACIQUE ET  
ÉTUDE DE SA VARIABILITÉ

MONTRÉAL, LE 10 JANVIER 2007

© droits réservés de Dave St-Pierre

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ  
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Richard Lepage, directeur de mémoire  
Département de Génie de la Production Automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Marc Rioux, codirecteur de mémoire  
Groupe de technologie de l'information visuelle, Conseil national de recherche du  
Canada

M. Robert Sabourin, président du jury  
Département de Génie de la Production Automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Roland Maranzana, membre du jury  
Département de Génie de la Production Automatisée à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC  
LE 19 DÉCEMBRE 2006  
À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

# **MODÉLISATION DU CORPS HUMAIN PAR UNE APPROCHE SURFACIQUE ET ANALYSE DE SA VARIABILITÉ**

Dave St-Pierre

## **SOMMAIRE**

L'apparition de nouvelles technologies de numérisation 3D permet le passage de l'anthropométrie traditionnelle à l'anthropométrie 3D. Ce domaine offre de multiples avenues, tel que la conception de vêtements ou d'habitacles de voiture. Avant de pouvoir procéder à une quelconque conception, il faut d'abord trouver une bonne méthode pour modéliser les nuages de points obtenus par les numériseurs 3D. Le projet actuel propose une variante d'une méthode de modélisation utilisant une surface devant prendre la forme du nuage de points. L'approche utilisée permet également d'effectuer adéquatement le remplissage des trous générés par les occlusions du faisceau de lumière projeté par le numériseur.

Deux traitements sont effectués avant l'optimisation afin de faciliter le traitement de l'algorithme de modélisation. Il s'agit d'un alignement des centres de gravité et des systèmes d'axes et d'une normalisation de la hauteur des modèles tout en conservant les diverses proportions des modèles.

L'algorithme utilise un modèle infographique ressemblant à un être humain et procède à l'optimisation de ses sommets pour les faire coïncider avec ceux du modèle numérisé. Les endroits où sont les trous ou les zones pauvres en données sont indiqués à l'algorithme et celui-ci utilise alors la zone correspondante de la surface du modèle infographique pour boucher les trous ou palier au manque de données.

Les résultats obtenus permettent de montrer que l'algorithme de modélisation surfacique offre de très bonnes performances en un temps assez restreint. Certaines difficultés ont toutefois été rencontrées dans l'application des algorithmes d'alignement et de normalisation. Il a été possible de montrer que même si les marqueurs sont nécessaires, une normalisation de la hauteur des modèles améliore de beaucoup les résultats.

Finalement une analyse en composantes principales a été effectuée sur un ensemble de modèles et a permis de déterminer pour des modèles non normalisés que les premiers modes de variation sont la taille et le poids. Par la suite, d'autres variations de la forme apparaissent ainsi que ceux touchant à la posture. Pour des modèles normalisés, la variation de poids, de musculature, de hauteur de l'entrejambe sont observés, mais également la variation de la position des modèles.

# HUMAN BODY MODELING USING A SURFACE AND VARIABILITY ANALYSIS

Dave St-Pierre

## ABSTRACT

The new technologies of the last few years in 3D modeling make possible the migration from the traditional anthropometry to the 3D anthropometry. The applications are various, for example the design of protection equipments or workstations. But prior to any use of this information, it is required to get an effective and efficient way to model the cloud of points obtained by the scanning process.

This project proposes a variation of an existing method that uses a surface optimized to take the shape of the point cloud. This algorithm also allows the hole filling process; those holes are the result of occlusion problem in to the scanning process. The principal addition of the project is principal components analysis of the digitized population, showing the modes of shape variation.

Before applying the reconstruction algorithm, the current algorithm proposes to align the center of gravity of the models, align the axis system and also normalise the height without breaking the proportions in the body.

The idea of the algorithm is to take an artistic digital model that looks like a real human and to make the optimisation of its vertices to the ones of the scanned models. In order to fill in the holes, it is required to indicate where the holes are and the areas where the information is poor. In those areas, the algorithm will use the corresponding patches of the surface in the artistic model to fill the holes or to model the area poor in data.

The results obtained show that the surface modeling algorithm gives very good performance in a fairly short amount of time. Some difficulties have been encountered in the application of the axis alignment and in the normalisation. It was possible to show that even if it is impossible to do the modeling without the landmarks, the normalisation gives better results.

The PCA analysis indicates a number of variation modes: for non-normalized, the height and the weight are the main variation with some position variations. For the normalized population, the analysis shows some mode associated with the position of the model and others due to the weight and others shape variation.

## REMERCIEMENTS

Un merci tout particulier à mon directeur de recherche le Dr. Richard Lepage et mon co-directeur M. Marc Rioux, ainsi qu'au Dr. Zouhour Ben Azouz pour m'avoir proposé le sujet de cette recherche, un sujet stimulant et fort intéressant. Leur aide et leurs conseils m'ont été fort précieux tout au long de mon cheminement. Ils m'ont ainsi offert la possibilité de repousser mes limites et de me surpasser.

Je tiens également à remercier le Dr. Chang Shu du CNRC pour les conseils, les coups de mains en programmation et de m'avoir fourni des bibliothèques informatiques pour la gestion des modèles.

Merci à Mme Anja Mantel pour son aide concernant la gestion de bibliothèques et le calcul des normales en chacun des sommets des modèles utilisés.

Merci à M. Pengcheng Xi du CNRC pour avoir validé mon approche et le résultat du calcul du gradient de la fonction objective et pour l'aide offerte dans le déverminage de certaines parties de mon code.

Merci à ma famille et mes amis pour s'être informés régulièrement sur l'avancement de mon projet et pour avoir essayé de s'intéresser au sujet de cette recherche (afin de me faire plaisir), mais surtout pour leurs encouragements.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE .....	iii
ABSTRACT .....	iv
REMERCIEMENTS .....	v
LISTE DES TABLEAUX .....	ix
LISTE DES FIGURES .....	x
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES .....	xvii
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1    MÉTHODES DE MODÉLISATION 3D DU CORPS HUMAIN.....	7
1.1        Les systèmes de modélisation 3D.....	7
1.1.1    Système de numérisation des modèles du projet CAESAR.....	10
1.2        Méthodes de représentation de données 3D.....	14
1.2.1    Techniques utilisant les B-Splines.....	14
1.2.2    Reconstruction avec les ondelettes .....	18
1.2.3    Reconstruction à partir de surface hyperquadriques étendues .....	19
1.2.4    Représentation à partir de NURBS Dynamiques (D-NURBS).....	20
1.2.5    Représentation par méthodes volumétriques .....	23
1.2.6    Méthode avec mannequin .....	27
1.2.7    Autres techniques de modélisation.....	28
1.2.8    Résumé des diverses méthodes .....	29
CHAPITRE 2    MODÉLISATION SURFACIQUE PAR OPTIMISATION D'UN MANNEQUIN INFOGRAPHIQUE .....	30
2.1        Méthode surfacique par optimisation d'un mannequin virtuel .....	30
2.1.1    L'algorithme.....	30
2.1.2    L'erreur de données .....	32
2.1.3    L'erreur de continuité .....	33
2.1.4    L'erreur des marqueurs.....	34
2.1.5    Combinaison des erreurs pour obtenir la fonction à optimiser .....	34
2.1.6    Remplissage des trous.....	36
2.2        Modifications de la méthode surfacique .....	37

CHAPITRE 3	EXPÉRIMENTATION : MODIFICATIONS ET RÉSULTATS DE LA MODÉLISATION SURFACIQUE.....	41
3.1	Modifications au cours de l'expérimentation.....	41
3.1.1	La matrice affine $T$ .....	41
3.1.2	Le vecteur gradient .....	43
3.1.3	Autre considération.....	43
3.2	Modèle infographique.....	44
3.2.1	Orientation du modèle infographique.....	46
3.3	Modélisation surfacique avec marqueurs.....	48
3.3.1	Résultats complets d'une optimisation .....	49
3.3.2	Généralisation de l'algorithme d'optimisation sur d'autres modèles CAESAR.....	56
3.4	Modélisation surfacique sans marqueurs .....	59
CHAPITRE 4	ANALYSE DE LA VARIABILITÉ DE LA FORME HUMAINE ..	65
4.1	Concepts mathématiques de l'ACP .....	66
4.1.1	Représentation vectorielle et matricielle des modèles.....	66
4.1.2	Calcul de la matrice de covariance .....	68
4.1.3	Projection sur les vecteurs propres des modèles .....	70
4.1.4	Principes d'observation des modes de variation .....	72
4.2	Résultats de l'analyse en composantes principales .....	73
4.2.1	ACP sur les modèles non normalisés.....	74
4.2.1.1	Premier mode de variation .....	76
4.2.1.2	Second mode de variation.....	78
4.2.1.3	Troisième mode de variation.....	80
4.2.1.4	Quatrième mode de variation .....	82
4.2.1.5	Cinquième mode de variation .....	84
4.2.2	ACP sur les modèles normalisés .....	87
4.2.2.1	Premier mode de variation .....	89
4.2.2.2	Second mode de variation.....	90
4.2.2.3	Troisième mode de variation.....	92
4.2.2.4	Quatrième mode de variation .....	95
4.2.2.5	Cinquième mode de variation .....	98
4.3	Discussion sur les résultats de l'ACP des modèles obtenus par la modélisation surfacique en comparaison avec l'ACP sur les modèles de la méthode volumétrique.....	100
4.3.1	Discussion sur les résultats de l'ACP de la méthode surfacique.....	100
4.3.2	Comparaison avec l'ACP de la méthode volumétrique.....	102
CHAPITRE 5	ANALYSE DE LA MÉTHODE SURFACIQUE ET COMPARAISON AVEC LA MÉTHODE VOLUMÉTRIQUE ....	105
5.1	Analyse statistique des modèles obtenus par la méthode surfacique.....	105
5.2	Comparaison entre les méthodes au niveau de la modélisation et des performances .....	110

5.3	Analyse de l'algorithme.....	112
5.3.1	Aspects positifs de la méthode.....	113
5.3.2	Aspects négatifs et problèmes rencontrés.....	114
5.3.2.1	La recherche du plus proche voisin.....	114
5.3.2.2	Le calcul des normales.....	115
5.3.2.3	L'alignement.....	117
5.3.2.4	La normalisation.....	117
5.3.2.5	Le calcul du gradient.....	118
5.3.2.6	La simplification de la résolution.....	119
5.4	Interprétations des résultats.....	120
CONCLUSION .....		122
RECOMMANDATIONS .....		125
ANNEXE 1	Calcul de la courbure gaussienne.....	127
ANNEXE 2	Notions d'algèbre vectorielle.....	136
ANNEXE 3	Les algorithmes de la méthode de triangulation de Delaunay.....	142
ANNEXE 4	Algorithme d'optimisation à mémoire limitée.....	149
ANNEXE 5	Analyse en composantes principales.....	154
ANNEXE 6	Algorithme de simplification de la résolution du mannequin.....	158
BIBLIOGRAPHIE .....		172



## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Valeurs des coefficients de la fonction objective ..... 36
Tableau II	Coefficients pour l'optimisation avec utilisation des marqueurs anthropométriques..... 49
Tableau III	Coefficients pour l'optimisation sans l'utilisation des marqueurs anthropométriques..... 60
Tableau IV	Comparaison des modes de la population non normalisée..... 102
Tableau V	Comparaison des modes de la population normalisée ..... 103
Tableau VI	Ensemble de données ..... 157
Tableau VII	Valeurs et vecteurs propres ..... 157

## LISTE DES FIGURES

		Page
Figure 1	Nuage de points de la main droite d'un modèle .....	3
Figure 2	Représentation surfacique de la main droite d'un modèle .....	3
Figure 3	Illustration de la méthode à point simple (Dekker, 2000).....	9
Figure 4	Système de numérisation Cyberware.....	11
Figure 5	Schémas du système Vitus de Vitronic, (a) vue de dessus et (b) vue de profil.....	11
Figure 6	Schémas de la disposition des caméras du système Vitus de Vitronic. Les cercles avec les croix sont les caméras pour la détection de la couleur...	12
Figure 7	Système de mesure des points x, y et z en utilisant la triangulation par projection d'un faisceau de lumière.....	13
Figure 8	Illustration d'une courbe B-Spline avec 10 points de contrôle.....	15
Figure 9	Exemple de marqueurs et de mesures anthropométrique du visage (Farkas, 1984).....	17
Figure 10	Illustration d'une surface Nurbs avec ses courbes de construction .....	21
Figure 11	Illustration de surfaces D-Nurb avec une adhérence optimale aux données (a) d'un hémisphère, (b) une surface convexe/concave et (c) une sinusoïdale. En (a-c1) les points de contrôle de D-Nurbs (en blanc) et les données (en rouge). En (a-c2) les D-Nurbs obtenues. (Terzopoulos & Qin, 1994) .....	22
Figure 12	Méthode de diffusion volumétrique pour le remplissage des trous des modèles CAESAR, (a) modèle original, (b) modèle avec les trous remplis (Ben Azouz, 2005).....	24
Figure 13	Coupe horizontale du corps pour le remplissage des trous (Ben Azouz et al., 2004).....	25
Figure 14	Les parties segmentées des modèles sont celles contenue dans les boîtes (Ben Azouz, 2005).....	25
Figure 15	Étapes de la méthode volumétrique (Ben Azouz, 2005).....	26
Figure 16	Illustration de l'algorithme pour l'optimisation surfacique (Allen et al., 2003) .....	32
Figure 17	Deux exemples d'un modèle (textures différentes) avec ses marqueurs (Allen et al., 2003) .....	35
Figure 18	Illustration de la variation de taille des modèles (Allen et al., 2003) .....	38

Figure 19	Superposition de deux modèles, (a) non normalisés, (b) normalisés (Ben Azouz, 2005).....	38
Figure 20	Effet de l'alignement des modèles, (a) avant alignement, (b) après alignement (Ben Azouz, 2005).....	39
Figure 21	Organigramme de l'algorithme modifié de modélisation surfacique avec mannequin .....	40
Figure 22	Modèle infographique avec 20000 polygones avec les zones pauvres en données marquées en blanc .....	45
Figure 23	Disposition du modèle infographique original (en bleu) par rapport au modèle CAESAR (en rouge).....	47
Figure 24	Modèle infographique (en bleu) par rapport au modèle CAESAR (en rouge) après pré alignement, (a) profil et (b) élévation .....	47
Figure 25	Alignement complet du modèle infographique (bleu) en comparaison avec un modèle CAESAR (rouge), (a) Plan, (b) Élévation et (c) profil ..	48
Figure 26	Modèle CAESAR à obtenir (volontaire #232) .....	50
Figure 27	Comparaison du modèle infographique (en bleu) avec le modèle CAESAR (en rouge). Selon (a) la vue d'élévation, (b) la vue de plan et (c) la vue de profil.....	51
Figure 28	Les valeurs de la fonction objective pour les trois phases de l'optimisation, de haut en bas, phase 1-2-3 .....	52
Figure 29	Les trois erreurs au cours de la première phase de l'optimisation.....	52
Figure 30	Les trois erreurs au cours de la seconde phase de l'optimisation .....	53
Figure 31	Les trois erreurs au cours de la troisième phase de l'optimisation.....	53
Figure 32	Résultats de l'optimisation, en rouge le modèle CAESAR et en bleu le modèle infographique optimisé. Vues de (a) élévation, (b) plan et (c) profil.....	55
Figure 33	Reconstruction des zones contenant des trous dans le modèle original... 55	
Figure 34	Autres modèles CAESAR originaux pour exemples de l'application de l'algorithme de modélisation surfacique, (a) modèle 380, (b) modèle 401 .....	57
Figure 35	Résultats de la modélisation surfacique du modèle CAESAR 380, vues (a) élévation, (b) plan et (c) profil.....	58
Figure 36	Résultats de la modélisation surfacique du modèle CAESAR 401, vues (a) élévation, (b) plan et (c) profil.....	58
Figure 37	Comparaison du modèle infographique obtenu (bleu) avec le modèle CAESAR 380 (rouge) .....	59

Figure 38	Comparaison du modèle infographique obtenu (bleu) avec le modèle CAESAR 401 (rouge).....	59
Figure 39	Résultat de la modélisation sans l'utilisation des marqueurs anthropométriques.....	61
Figure 40	Modèle CAESAR original utilisé pour la modélisation sans l'utilisation des marqueurs anthropométrique.....	61
Figure 41	Comparaison du résultat de l'optimisation sans l'utilisation des marqueurs (bleu) avec le modèle CAESAR original (rouge), (a) vue de plan et (b) vue de profil.....	62
Figure 42	Un second exemple de modélisation sans l'apport des marqueurs, en utilisant le gradient obtenu par dérivée analytique .....	62
Figure 43	Résultats d'une modélisation sans les marqueurs et sans normalisation des modèles.....	64
Figure 44	Résultats de la modélisation surfacique du modèle CAESAR 401, vues (a) élévation, (b) plan et (c) profil.....	64
Figure 45	Ensemble de données en 2D et son premier vecteur propre et illustration du principe de l'analyse en composantes principales .....	66
Figure 46	Illustration du passage du modèle infographique initial au mannequin utilisé pour les optimisations .....	74
Figure 47	Variance des vecteurs propres sur les modèles non normalisés .....	75
Figure 48	Personne moyenne de la population non normalisée .....	76
Figure 49	Premier mode de variation lié à la variation de la taille des modèles, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face).....	77
Figure 50	Premier mode de variation lié à la variation de la taille des modèles, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil) .....	77
Figure 51	Superposition des modèles dans le premier mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b) .....	78
Figure 52	Second mode de variation lié à l'écartement des bras et la grosseur, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face).....	79
Figure 53	Second mode de variation lié à l'écartement des bras et la grosseur, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil) .....	79
Figure 54	Superposition des modèles dans le second mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b) .....	80
Figure 55	Troisième mode de variation lié à la posture des modèles, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face) .....	81

Figure 56	Troisième mode de variation lié à la posture des modèles, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil).....	81
Figure 57	Superposition des modèles dans le troisième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b).....	82
Figure 58	Quatrième mode de variation lié à la longueur des bras, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face).....	83
Figure 59	Quatrième mode de variation lié à la longueur des bras, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil).....	83
Figure 60	Superposition des modèles dans le quatrième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b).....	84
Figure 61	Cinquième mode de variation lié à la position globale des modèles, la position des avant-bras, de leur longueur et de la position de la tête. Modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face).....	85
Figure 62	Cinquième mode de variation lié à la position globale des modèles, la position des avant-bras, de leur longueur et de la position de la tête. Modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil).....	86
Figure 63	Superposition des modèles dans le cinquième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b).....	86
Figure 64	Mode cinq non normalisé et plage de variabilité hors des limites de la population à l'étude, double de la population.....	87
Figure 65	Variance des vecteurs propres sur les modèles normalisés.....	88
Figure 66	Personne moyenne de la population normalisée.....	88
Figure 67	Premier mode de variation lié à la grosseur des modèles, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face).....	89
Figure 68	Premier mode de variation lié à la grosseur des modèles, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil).....	90
Figure 69	Superposition des modèles du premier mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b).....	90
Figure 70	Deuxième mode de variation lié à la position des modèles, modèles synthétiques en haut et réels en bas.....	91
Figure 71	Deuxième mode de variation lié à la position des modèles, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil).....	92
Figure 72	Superposition des modèles dans le second mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b).....	92

Figure 73	Troisième mode de variation lié à la musculature, la grosseur de la tête et la position des bras, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face).....	93
Figure 74	Troisième mode de variation lié à la musculature, la grosseur de la tête et la position des bras, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil).....	94
Figure 75	Superposition des modèles dans le troisième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b).....	94
Figure 76	Mode trois normalisé et plage de variabilité hors des limites de la population à l'étude, cinq fois la population, face en haut et profil en bas.....	95
Figure 77	Quatrième mode de variation lié à la posture des modèles et la position des avant-bras et de la tête, modèles synthétiques en haut et réels en bas.....	96
Figure 78	Quatrième mode de variation lié à la posture des modèles et la position des avant-bras et de la tête, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil).....	96
Figure 79	Superposition des modèles dans le quatrième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b).....	97
Figure 80	Mode quatre normalisé et superposition des modèles aux extrémités des plages de variabilité augmentées, plages de deux et cinq fois supérieures à la plage réelle.....	97
Figure 81	Cinquième mode de variation lié à la hauteur des épaules, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face).....	98
Figure 82	Cinquième mode de variation lié à la hauteur des épaules, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil).....	99
Figure 83	Superposition des modèles dans le cinquième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b).....	99
Figure 84	Mode cinq normalisé et plage de variabilité hors des limites de la population à l'étude, cinq fois la population.....	100
Figure 85	Illustration du premier mode de variation lié au poids. D'un côté les modèles sont gros et de l'autre ils sont maigres, séquence de modèles réels (Ben Azouz, 2005).....	103
Figure 86	Illustration de l'impossibilité de calculer une distance signée, schéma d'un bras, modèle CAESAR en pointillé et mannequin en continu.....	106
Figure 87	Moyenne et écart-type des distances euclidiennes pour les modèles 1 à 100.....	108

Figure 88	Moyenne et écart-type des distances euclidiennes pour les modèles 101 à 200.....	108
Figure 89	Moyenne et écart-type des distances euclidiennes pour les modèles 201 à 295.....	109
Figure 90	Distances maximales (cm) pour chaque modèle, les distances sont ordonnées.....	109
Figure 91	Distribution des erreurs maximales et nombre de modèles dans chaque plage d'erreurs maximales.....	110
Figure 92	Résultats de l'optimisation, en rouge le modèle CAESAR et en bleu le modèle infographique optimisé. Vues de (a) plan et (b) profil.....	111
Figure 93	Résultats de l'application de l'algorithme volumétrique (Ben Azouz et al., 2004) pour le modèle CAESAR (#232). Vues (a) d'élévation et (b) de profil.....	112
Figure 94	Zones problématiques dans la reconstruction du modèle, selon la méthode volumétrique (Ben Azouz et al., 2004), (a) l'entrejambe, (b) plantes des pieds et (c) oreilles.....	112
Figure 95	Illustration du problème de recherche du point d'intersection à la surface (Douros & Buxton, 2002).....	133
Figure 96	Recherche d'un angle formé par trois points.....	137
Figure 97	Illustration du vecteur formé par trois points.....	139
Figure 98	Vecteur résultant du produit vectoriel.....	141
Figure 99	Exemple de carte de Voronoi (Faugeras, 1993).....	143
Figure 100	Exemple de triangulation de Delaunay (Faugeras, 1993).....	143
Figure 101	Illustration de l'algorithme de triangulation de Delaunay (Faugeras, 1993).....	145
Figure 102	Exemple de deux segments voisins (a) et non voisins (b) (Faugeras, 1993).....	146
Figure 103	Exemple où les sphères ne se croisent pas (Faugeras, 1993).....	147
Figure 104	Exemple où les sphères se croisent (Faugeras, 1993).....	147
Figure 105	Segments à trianguler (Faugeras, 1993).....	148
Figure 106	Triangulation par les extrémités des segments (Faugeras, 1993).....	148
Figure 107	Triangulation contrainte de Delaunay (Faugeras, 1993).....	148
Figure 108	Ensemble de données et son premier vecteur propre.....	156
Figure 109	Problématique de réduction du nombre des triangles (Lee et al., 1998).....	159

Figure 110	Illustration de la méthode de Hoppe (Hoppe, 1996).....	160
Figure 111	Illustration de la méthode de Lee et al. (Lee et al., 1998).....	161
Figure 112	Exemple de topologie $K$ .....	162
Figure 113	Illustration de la recherche de l'angle de l'un des voisins autour d'un point.....	167
Figure 114	Projection dans $z^a$ et retriangulation (Lee et al., 1998).....	167
Figure 115	Exemple de retriangulation à partir d'un point fixe du voisinage .....	169
Figure 116	Exemple de retriangulation à effectuer .....	170
Figure 117	Orientation des segments autour du trou formé.....	170
Figure 118	Retriangulation.....	171
Figure 119	Confirmation de la règle d'orientation des sommets .....	171



## LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

ACP	Analyse en composantes principales
CAESAR	Civilian American and European Surface Anthropometry Resource
CCD	Charged Coupled Device, dispositif à couplage de charge
D-NURBS	Dynamics Non-Uniform Rational B-Spline, surface B-Spline rationnelle non uniforme dynamique
$E_d$	Erreur de données
$E_m$	Erreur des marqueurs
$E_s$	Erreur de continuité (Smoothness error)
MMC	Machine de mesure des coordonnées
NURBS	Non-Uniform Rational B-Spline, surface B-Spline rationnelle non uniforme
VOXEL	Volumetric Element, élément de volume

## INTRODUCTION

Le corps humain se manifeste dans plusieurs formats et tailles : grand, petit, maigre, gros, athlétique, ... En se servant de ces caractéristiques, on tente alors de classifier le corps humain selon certains critères, aux fins de diverses analyses et classifications. Par exemple, (Sheldon, Stevens, & Tucher, 1940) classent le corps humain en trois catégories :

- endomorphique : présence de rondeurs;
- mésomorphique : présence d'une forte masse musculaire et
- ectomorphique : absence de rondeurs et de masse musculaire prononcée (personne grande et maigre).

Cette classification permet une plus ou moins bonne classification de la distribution du corps. Il est intéressant de connaître la distribution des populations pour diverses applications, comme dans le domaine du vêtement où la connaissance de cette distribution permet de définir les quantités de chacune des tailles de vêtement qu'il faut produire ou s'il est opportun de produire toutes les tailles. Cette connaissance peut également permettre d'améliorer les postes de travail du point de vue ergonomique, accessibilité des outils et du matériel. L'étude s'applique également pour les habitacles des voitures qui pourraient être conçus pour accommoder une plus grande part de la population. Donc, en général l'idée est de déterminer la taille et la forme des individus requises pour divers produits afin de satisfaire la majorité (Dooley, 1982).

La discipline dédiée à l'étude de la forme du corps humain par la mesure de ses dimensions se nomme l'anthropométrie. Jusqu'à récemment, les techniques anthropométriques de prise de données n'incluaient que des mesures unidimensionnelles (anthropométrie traditionnelle), dont le temps d'acquisition est très long, de l'ordre d'une demi-heure par personne. Cette approche consiste à poser des marqueurs à des endroits bien précis sur le corps humain et par la suite de mesurer les distances entre ces points, ainsi que la circonférence du corps à des endroits déterminés. (Hrdlicka, 1972)

décrit comment ces mesures sont prises traditionnellement. Il faut noter que ce type de données ne permet pas de connaître la forme du corps humain, il ne s'agit que d'indiquer certaines de ses dimensions à des endroits spécifiques, sans pouvoir en déduire la forme. Par exemple, une distance de  $X$  cm d'un point  $A$  à un point  $B$  n'indique pas si cette distance est rectiligne ou courbe, ni le type de courbure le cas échéant.

L'apparition des technologies pour la prise de mesures 3D a permis d'accéder à l'étape suivante, soit l'étude en 3D du corps humain (Robinette, Vannier, Rioux, & Jones, 1997). Le projet « Civilian American and European Surface Anthropometry Resource » (CAESAR) traité dans (Robinette, Daanen, & Paquet, 1999), a permis l'acquisition de telles données en 3D. Ce projet est une vaste étude regroupant des modèles provenant de la population des Pays-Bas, d'Italie et des États-unis. Pour chaque participant à l'étude, l'âge, le poids et l'ethnie ont été recueillis pour environ 6000 personnes, formant une base d'information qualitative sur ces derniers. Quelques 200 000 points dans l'espace 3D et les coordonnées  $(x, y, z)$  des 73 marqueurs de l'anthropométrie traditionnelle ont également été collectés pour chaque modèle. Les données d'anthropométrie traditionnelle ont été recueillies manuellement (âge, taille, poids), ainsi que le positionnement des marqueurs. Cependant, les coordonnées 3D sont recueillies avec le système WB-4 de (Cyberware Inc., 2004) en Italie et aux États-unis et le système Vitus de (Vitronic Inc., 2004) aux Pays-Bas.

Il est aisé de comprendre que de telles données sont difficilement manipulables, un nuage de points 3D ne permettant pas facilement de visualiser la forme dans l'espace, surtout lorsque ce nuage contient plusieurs milliers de points. Il demeure également difficile à interpréter.

Il est donc nécessaire de représenter les données de manière plus intéressante, plus maniable et plus facile à visualiser et à interpréter. Par exemple, la figure 1 présente le nuage de points de la main droite de l'un des modèles CAESAR, soit 3 392 points. La

figure 2 montre la même main, mais avec une surface passant par les points et bien qu'il manque des données, il s'agit d'une représentation plus facile à interpréter. En effet, le véritable problème est qu'un nuage de points demeure uniquement un amalgame de points dans l'espace, mais une surface ou un volume contient plus d'information puisque les points sont connectés entre eux.

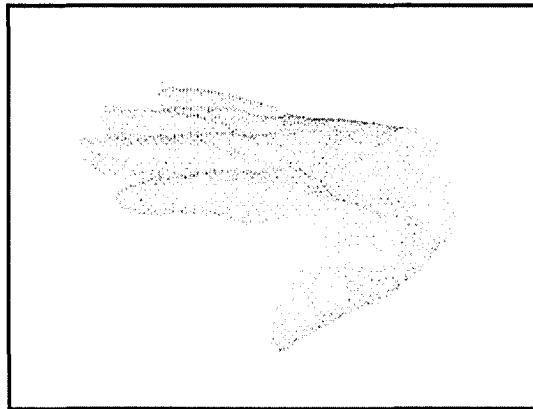


Figure 1 Nuage de points de la main droite d'un modèle

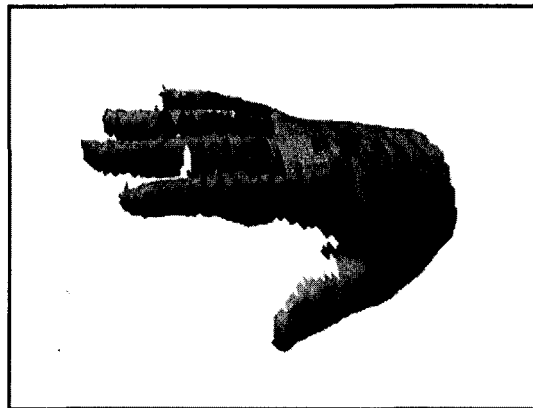


Figure 2 Représentation surfacique de la main droite d'un modèle

Pour la modélisation de telles données, deux grandes approches sont traitées dans la littérature. La première fait passer une surface au plus près du nuage de points, nommée l'approche par modélisation surfacique et la seconde par l'utilisation de voxels, qui est l'approche par modélisation volumétrique.

La première approche est celle qui est la plus répandue, mais des méthodes utilisant la modélisation volumétrique se retrouvent de plus en plus dans la littérature, par exemple (Ben Azouz, Rioux, Shu, & Lepage, 2004). Étant donné la nouveauté des méthodes volumétriques, les comparaisons sont peu nombreuses entre les deux modes de modélisation.

La présente recherche a pour but de faire la modélisation des modèles du projet CAESAR en utilisant une approche surfacique, soit une variante de celle proposée par (Allen, Curless, & Popovic, 2003). Un des buts de ce projet est de comparer les résultats de la modélisation surfacique avec ceux de la modélisation volumétrique et ainsi démontrer la similitude dans les résultats obtenus par l'une ou l'autre des méthodes. Un des aspects prometteurs de la méthode volumétrique de (Ben Azouz et al., 2004) est que les marqueurs de l'anthropométrie traditionnelle ne sont pas requis, il s'en suit une grande économie de temps au cours de la phase de numérisation.

Le second objectif de ce projet est de vérifier s'il est possible de faire la modélisation surfacique sans l'apport des marqueurs de l'anthropométrie traditionnelle.

Finalement, un dernier objectif est de faire une analyse en composantes principales sur une population obtenue par la méthode surfacique et de comparer les résultats (modes de variation) entre les deux approches. Cette analyse permettant de faire ressortir les grandes lignes de la variabilité du corps humain, sa forme générale (présence d'une forte masse musculaire ou de matières grasses). Soit, de caractériser la forme générale du corps comme la classification de (Sheldon et al., 1940) ou en faire ressortir toute autre caractéristique de la variabilité des formes du corps. Implicitement, il serait alors possible de conclure sur la pertinence de l'approche volumétrique qui supprime l'utilisation des marqueurs de l'anthropométrie.

Effectivement, une fois le corps numérisé, il est possible d'analyser sa variabilité au sein d'une population grâce à des outils statistiques. Les outils statistiques utilisés pour l'étude de la variabilité sont généralement l'analyse en composantes principales (ACP) (Allen, Curlless, & Popovic, 2004; Ben Azouz, Rioux, & Lepage, 2002; Ben Azouz et al., 2004; Lebart, Morineau, & Piron, 2000)..

Les hypothèses posées pour ce projet sont qu'en effectuant deux traitements préalables sur les modèles (normalisation de leur taille, alignement de leur centre de gravité et de leur système d'axes), il sera possible d'améliorer les performances de l'algorithme actuel de (Allen et al., 2003). L'alignement des centres de gravité est la translation du centre de masse des modèles numérisés, dans le plan (x,y), pour que celui-ci concorde avec l'origine du plan. Ces traitements devraient avoir une incidence au niveau du temps d'exécution et sur la qualité du résultat final. Il est permis d'espérer que ces traitements auront un effet bénéfique sur la modélisation sans l'utilisation des marqueurs.

Étant donné le type de caractéristiques analysées (caractéristiques générales sur la forme du corps), l'analyse des résultats de la modélisation surfacique devrait donner sensiblement les mêmes résultats que l'analyse des résultats de la méthode volumétrique.

En résumé, l'approche de (Allen et al., 2003) nécessite l'utilisation des marqueurs anthropométriques et leur utilisation augmente considérablement le temps d'acquisition des données. Les modifications apportées à la méthode (discutées au chapitre 2) permettent d'espérer parvenir aux buts fixés, soit accélérer le temps de traitement en diminuant la complexité de l'acquisition des données et obtenir une modélisation pratique des modèles. En diminuant le temps nécessaire, il sera possible d'augmenter le bassin de population des études futures, pour le même temps alloué.

Le présent travail se subdivise comme suit : le chapitre 1 présente les outils pour l'acquisition des données 3D et un survol des différentes méthodes de modélisation 3D traitées dans la littérature. Le chapitre 2 traite de la méthode originale de modélisation surfacique présentée par (Allen et al., 2003) et les modifications qui lui seront apportées. Le chapitre 3 présente les modifications effectuées suite à l'implantation de l'algorithme, traite de l'obtention du modèle infographique et présente les résultats de la modélisation avec et sans l'utilisation des marqueurs anthropométriques. Le chapitre 4 introduit la théorie sur l'analyse en composantes principales utilisée pour l'étude de variabilité des modèles et les modes de variations obtenus. Le chapitre 5 discute des résultats obtenus, des forces et faiblesses de l'algorithme et des principaux problèmes rencontrés avec leurs solutions.

## **CHAPITRE 1**

### **MÉTHODES DE MODÉLISATION 3D DU CORPS HUMAIN**

Ce chapitre passe en revue les méthodes recensées dans la littérature pour la reconstruction et la modélisation d'objets en trois dimensions. Un aspect important à considérer, pour le choix d'une bonne méthode de modélisation, est le besoin de corriger les zones incomplètes dans les modèles du projet CAESAR. Une méthode permettant de compléter les données et de remplir les trous est donc requise. De plus, la forme des modèles et la présence de zones convexes et concaves complexes impliquent l'utilisation d'une méthode de modélisation permettant de générer une représentation épousant bien les données recueillies, tout en minimisant les discontinuités de la représentation. Une brève revue des systèmes de numérisation 3D sera faite dans la section 1.1, avec une description du système de numérisation retenu pour le projet CAESAR. La section 1.2 présente quant à elle les méthodes de modélisation qui présentent le plus d'attrait et précise pourquoi la plupart de ces méthodes ne conviennent pas au problème des données du projet CAESAR.

#### **1.1 Les systèmes de modélisation 3D**

Cette section traite des diverses méthodes disponibles pour l'obtention des coordonnées d'objets 3D. Le choix d'une méthode doit tenir compte du type d'objet à numériser. Les objets à modéliser sont des êtres humains et la complexité et la variabilité de leur forme limitent les possibilités d'algorithmes adéquats pour effectuer la modélisation de ceux-ci. La couleur et la pilosité de la peau influent sur sa transparence et sa réflexion à la lumière, l'éclairage du sujet doit alors être adéquat. Effectivement, dans certain cas, la combinaison de la couleur et de la texture de la peau d'un modèle (matte ou lisse) et l'angle du laser font en sorte qu'il est impossible de toujours bien récupérer le signal du faisceau laser réfléchi sur le sujet numérisé.



Dans (Blais, 2004), une revue des diverses techniques d'acquisition de données 3D utilisées durant les vingt dernières années est présentée, alors que (Douros, Dekker, & Buxton, 1999a) présentent un système d'acquisition qui a été appliquée pour la numérisation de modèles humains. La principale remarque à tirer de ces articles est que l'évolution des techniques est directement reliée au développement de nouveaux capteurs qui varient selon les nouvelles composantes électroniques et les capteurs optiques disponibles sur le marché.

Une des techniques possible est l'utilisation des machines à mesurer les coordonnées (MMC) qui utilisent un capteur venant en contact avec la surface de l'objet en des points précis et qui enregistre les valeurs x, y et z de ces points. Il s'agit d'une table en marbre sur laquelle l'objet à mesurer est posé, un ordinateur commande un bras muni du capteur et déclenche la prise des points à mesurer selon le scénario d'acquisition élaboré. Malheureusement, cette méthode requiert une information a priori sur la forme de l'objet et doit entrer en contact avec celui-ci, l'objet doit de même être complètement immobile tout au long de la prise de données et ce, à une position fixe dans l'espace de travail. Cette technique ne permet pas d'obtenir un grand nombre de données et rend donc la caractérisation difficile, voir impossible. Ce type de système est souvent utilisé entre autre pour les procédures d'assurance qualité sur des pièces d'usinage mécanique.

Il y a également le numériseur à point simple, effectuant la triangulation à partir d'un point laser projeté sur l'objet, voir figure 3. Ce type de numériseur est dispendieux, car il nécessite des composantes de pointe tel un galvanomètre et un capteur CCD de grande dimension. Également, puisqu'il ne s'agit que d'un point, la numérisation complète d'une personne, avec une résolution adéquate, est longue à effectuer.

Les numériseurs à projection de ligne de lumière sont les plus utilisés en industrie. Ils sont une extension de la triangulation à un seul point, mais ici c'est une ligne qui est

projetée pour ainsi obtenir un profil complet. Ce type de méthode est décrit plus en détail dans la sous-section 1.1.1. Il s'agit de la méthode utilisée pour l'acquisition des données du projet CAESAR.

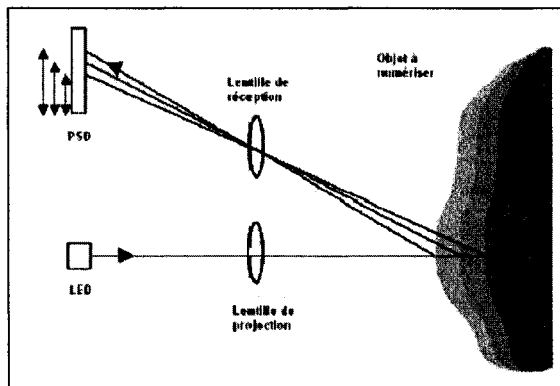


Figure 3 Illustration de la méthode à point simple (Dekker, 2000)

Les techniques de projection de grilles se servent de la projection de plusieurs lignes en même temps (Jalkio, Kim, & Case, 1985). Il s'agit donc d'une généralisation de la triangulation par projection d'un point, mais pour un plan permettant de déterminer la profondeur d'une carte 2D d'un seul coup.

Il faut également noter les systèmes de stéréoscopie (Trucco & Verri, 1998) qui font la triangulation entre deux images de la même scène, mais prises à une courte distance l'une de l'autre. La stéréoscopie constitue une application du principe de la vision binoculaire humaine. Cette approche requiert un bon calibrage entre les deux images obtenues afin de bien déterminer la profondeur réelle des objets ou points devant les capteurs.

Une autre méthode est également décrite dans la littérature, mais ne sera pas traitée en détail, soit les franges de Moiré. L'article de (Takasaki, 1970) traite plus en détails l'application des franges de Moiré. Il s'agit en gros de projeter une grille de lumière et de déterminer la profondeur de l'objet en étudiant la déformation subie par la grille. La

complexité de cette méthode la rend difficile d'utilisation et d'implantation, mais n'enlève rien à son efficacité.

Finalement, la méthode du temps de vol est basée sur le principe du temps que prend une impulsion laser pour être réfléchi sur l'objet et revenir au capteur. Ce type de méthode est utile pour des objets de grande dimension et situés à une grande distance, la résolution est typiquement de l'ordre de 1 à 5 cm, elle n'est donc pas adaptée pour de petits objets situés près du capteur.

### **1.1.1 Système de numérisation des modèles du projet CAESAR**

Cette section traite des deux systèmes de numérisation utilisés pour le projet CAESAR et par le fait même de la méthode pour l'obtention de la profondeur de chaque point. Deux compagnies ont développé les systèmes pour effectuer la cueillette de données. Il s'agit des compagnies (Cyberware Inc., 2004) avec leur WB-4 et (Vitronic Inc., 2004) avec leur Vitus. En Italie et aux États-Unis, c'est le modèle de Cyberware qui a été utilisé, tandis qu'aux Pays-Bas, c'est celui de Vitronic.

Ces systèmes, bien qu'un peu différents, se ressemblent beaucoup, ils sont composés de plusieurs caméras montées sur support et disposées de chaque côté de la plate-forme sur laquelle est installé le sujet. Un système d'axes permet aux caméras d'être déplacées de haut en bas et ainsi de couvrir tout le corps de la personne se prêtant aux mesures (voir la figure 4 pour l'exemple du système de Cyberware et la figure 5 pour un schéma du numériseur de Vitronic). La précision maximale sur chacun des axes varie entre 0,5 mm et 5 mm, selon l'axe et le système.

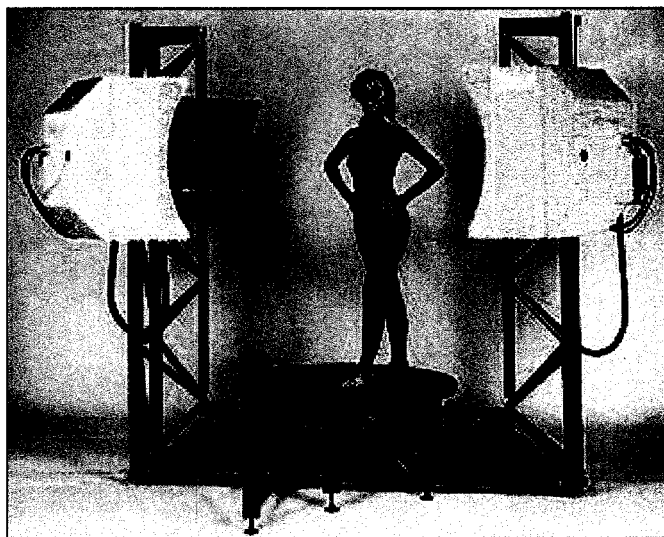


Figure 4 Système de numérisation Cyberware

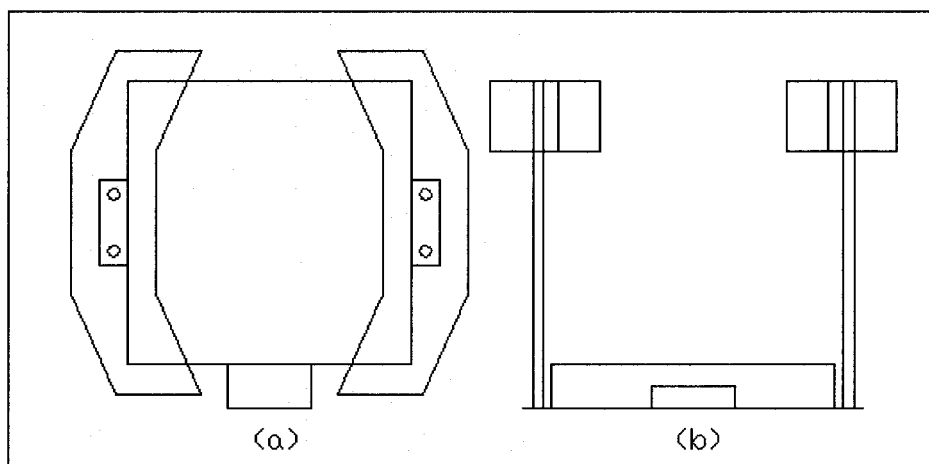


Figure 5 Schémas du système Vitus de Vitronic, (a) vue de dessus et (b) vue de profil

Le temps d'acquisition des données dépend de la précision souhaitée, mais est en moyenne de 17 secondes pour le WB-4 et de 21 secondes pour le Vitus, à la plus grande résolution. Ces deux systèmes, en plus de recueillir les coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$ , emmagasinent également l'information sur la couleur de chacun des points numérisés, dans les bandes rouge, vert et bleu (RVB).

Plus particulièrement, le système Vitronic est composé de 16 caméras permettant de capter le faisceau laser. Ces caméras sont disposées en quatre séries de carrés dont les sommets sont occupés par une caméra. En plus de ces 16 caméras, il y a également quatre caméras permettant de capter la couleur, une au centre de chacun des carrés. La figure 6 schématise la disposition des caméras sur l'un des éléments mobiles du système Vitus de Vitronic.

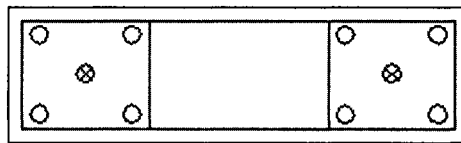


Figure 6 Schémas de la disposition des caméras du système Vitus de Vitronic. Les cercles avec les croix sont les caméras pour la détection de la couleur

Afin de pouvoir connaître la profondeur de chaque point, les deux types de numériseurs utilisent le principe du plan de lumière (laser) projeté sur la surface.

Le principe du plan de lumière (Optical Metrology Center, 2004) utilise une ligne de lumière et la projette, à un certain angle, sur une surface déterminée de l'objet étudié. La projection est faite de sorte que la caméra soit en mesure de voir la déformation du motif lumineux sur la surface. En procédant d'abord à la calibration de la caméra par rapport à un objet connu, tel que la surface de travail et divers étalons, on peut obtenir la distance en chaque point d'un nouvel objet selon la déformation observée de la forme projetée et ce à la vitesse de capture d'un CCD.

Le principe d'acquisition fonctionne comme suit :

Le motif (ligne de lumière) est déformé par la surface qu'il frappe. La déformation de la ligne dépend de la distance entre la surface de référence et la partie de l'objet sous observation. La distance maximale pouvant être mesurée dépend de la taille du CCD, soit le nombre de pixels en  $x$  ou en  $y$ . Par exemple, si le CCD est formé de 25 capteurs (5x5) et qu'originellement la ligne projetée se

trouve à occuper la première colonne de capteurs et que chaque capteurs correspond à un déplacement de  $X$  mm, l'objet ne peut alors être à plus de  $4X$  mm de la surface de référence. La position des pixels activés sur le capteur est notée et comparée par rapport à ceux de la position de référence. Chaque pixel représente une distance qui a été déterminée lors de la calibration et mémorisée dans un tableau, ces distances emmagasinées proviennent des observations faites en se servant d'étalons d'hauteur connue.

Le principe d'obtention d'un nuage de points par la technique de projection d'une ligne de lumière est illustré à la figure 7.

Lorsque le système est monté sur un élément mobile, cette méthode offre pour principaux avantages une grande liberté de mouvement et une grande rapidité d'obtention des coordonnées de l'objet. Ses limitations sont le besoin d'une calibration précise, l'apparition de problèmes d'occlusion dus à la triangulation et l'effet de réflexions multiples du faisceau sur une surface spéculaire.

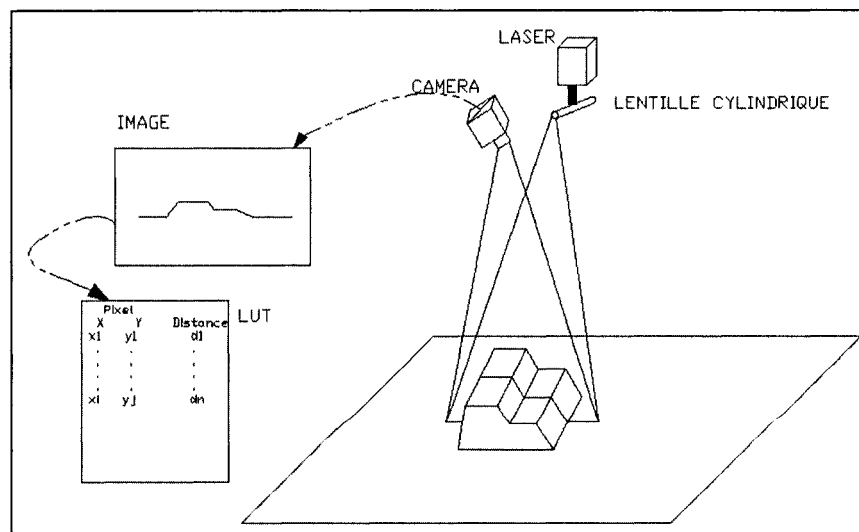


Figure 7 Système de mesure des points  $x$ ,  $y$  et  $z$  en utilisant la triangulation par projection d'un faisceau de lumière

## 1.2 Méthodes de représentation de données 3D

Cette section présente plus en détail le fonctionnement de diverses méthodes pour décrire des objets 3D à partir de nuages de points. Il sera traité des approches utilisant les surfaces *B-Splines*, les *ondelettes*, les surfaces *nurbs*, les techniques volumétriques et celle avec mannequin virtuel. Les techniques présentées ne sont pas nécessairement applicables au problème actuel, mais donne des pistes intéressantes sur des procédés permettant de modéliser des objets 3D.

### 1.2.1 Techniques utilisant les B-Splines

Avant de traiter des méthodes se basant sur l'utilisation des *B-Splines* pour la modélisation 3D, il est bon de définir brièvement ce qu'est une *B-Spline*. Afin de faciliter l'explication, il ne sera discuté que des courbes *B-Splines*, tout en sachant qu'une surface est une extension en 3D du même principe.

La *B-Spline* est un morceau de surface approximatif, la courbe ou surface obtenue ne passe pas par les points de contrôle, mais les approxime, s'en approche. Pour le cas d'une courbe, il s'agit d'une succession de segments continus définis par ses points de contrôle. La définition de  $N$  segments est donnée à partir de  $N+2$  points de contrôle. Avec un minimum de quatre points de contrôle pour définir le premier segment (l'ajout d'un point génère ensuite l'ajout d'un segment continu au précédent). Un minimum de quatre points est alors requis pour définir le premier segment. Une caractéristique importante est qu'une *B-Spline* offre un contrôle local, le déplacement d'un point de contrôle n'affectant que localement la courbe ou la surface. La figure 8 illustre un exemple de courbe *B-Spline* constituée de huit segments continus.

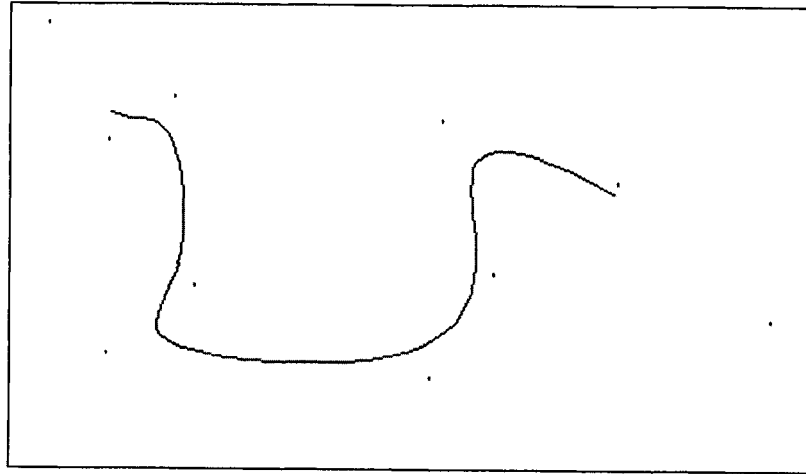


Figure 8 Illustration d'une courbe B-Spline avec 10 points de contrôle

Les articles de (Douros et al., 1999a; Douros, Dekker, & Buxton, 1999b) proposent une méthode utilisant les *B-Splines* pour modéliser le corps humain. À cette fin, il faut tout d'abord effectuer une segmentation du corps humain et trouver les points faisant partie de chacune des zones segmentées : tête, torse, bras droit/gauche et jambes droite/gauche. Six ensembles de points sont donc créés, puisqu'il est impossible de représenter la totalité du corps avec une seule surface *B-Spline*. Il faut par la suite convertir les coordonnées des points en coordonnées cylindriques locales. Les coordonnées cylindriques sont définies par rapport à l'ensemble d'appartenance des points (tête, torse, bras et jambes) et chaque point est exprimé selon un système cylindrique  $(r, \theta, z)$ .

Un échantillonnage du nuage de points est par la suite effectué. Son but est d'obtenir une distribution uniforme des sommets, pour que la distance entre chaque point restant soit la plus semblable possible. Il s'agit ici d'échantillonner des grilles de points, puisqu'en effectuant l'échantillonnage il faut représenter cylindriquement les données par rapport aux régions obtenues (bras, jambes, tronc, tête) de manière à obtenir des groupements de 4x4 points.



Ensuite les auteurs calculent une série de petites surfaces *B-Splines* définies à partir de groupements spatiaux de 4x4 points appartenant à la grille. En dernier lieu, ces petites surfaces sont réunies pour représenter le modèle complet.

Étant donné que certaines zones des modèles sont mal représentées, puisqu'elles ont peu ou pas de sommets les définissant, il est impossible d'appliquer l'algorithme en ces endroits. Plus particulièrement, on retrouve le dessous des pieds auquel les auteurs appliquent une surface plane; l'entrejambe nécessite un ajustement manuel des points de contrôle. Les autres zones sont le dessous des bras et le dessus de la tête qui se voient appliquer le même type de traitement.

L'article de (DeCarlo, Metaxas, & Stone, 1998) propose une méthode de modélisation 3D des visages, utilisant les surfaces *B-Splines*. La méthode proposée est basée sur l'utilisation d'information 1D et 2D, soit les données provenant des marqueurs anthropométriques traditionnels du visage. L'article de (Dooley, 1982) traite d'une méthodologie standard pour la prise de ces données. La figure 9 présente quelques-uns des marqueurs du visage et quelques exemples de mesures anthropométrique du visage. Dans cette figure, il ne s'agit que d'un sous-ensemble de l'information disponible. Celui-ci recueille l'information de 132 mesures à partir de 47 marqueurs anthropométriques traditionnels.

Cette méthode implique donc l'accès à une base de données pour les marqueurs et les dimensions anthropométriques du visage. Il faut noter qu'avec ces informations, on obtient uniquement certaines mesures, mais aucune information sur la courbure du visage. Bien que les coordonnées 3D des marqueurs soient connues, il ne s'agit que de 47 points dans l'espace, ce qui est insuffisant pour déterminer correctement la forme de la surface entre ces derniers. Les 132 mesures délimitent en partie les possibilités de courbures entre les marqueurs, mais laissent place à un nombre de possibilités encore trop important. La méthode effectuée par la suite l'optimisation d'une surface *B-Spline*

ayant comme contraintes les données anthropométriques. Les zones non définies par les données sont obtenues par l'algorithme d'optimisation de la surface *B-Spline*.

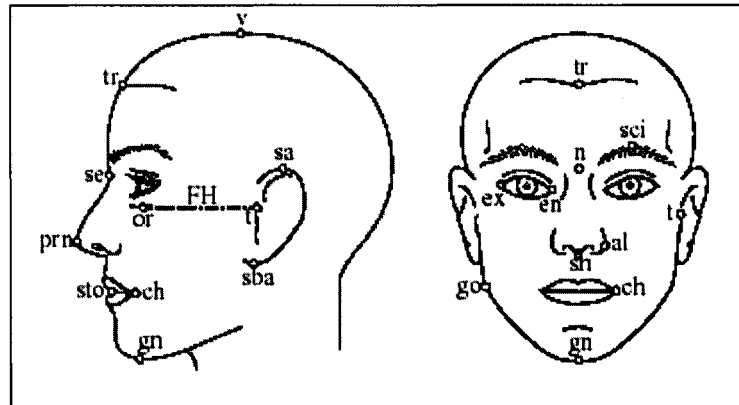


Figure 9 Exemple de marqueurs et de mesures anthropométrique du visage (Farkas, 1984)

Cette méthode est très bien adaptée au cas où uniquement les informations de l'anthropométrie traditionnelle est connue, mais est mal adaptée au cas où l'information 3D est connue. De plus, elle n'implique pas de régions incomplètes puisque les données sont prises manuellement. Elle n'est également pas adaptée aux problèmes couvrant l'ensemble du corps et le temps d'acquisition est très long.

L'article de (Welch, 1992) propose également d'utiliser les *B-Splines* pour modéliser des objets 3D divers. L'approche est de générer un résultat malléable par le déplacement des points de contrôle. Il se sert donc initialement des points de l'objet comme étant des points de contrôle pour les petites surfaces *B-Spline*. Plus précisément, il prend 16 points voisins dans l'espace, disposés de sorte qu'ils forment spatialement une matrice 4x4. Il est alors possible d'ajuster la résolution du modèle obtenu en jouant sur le nombre de surfaces *B-Splines* présentes dans celui-ci, soit en variant la fréquence d'échantillonnage du nuage de points initial. Cette approche permettrait de bien gérer les trous dans les modèles, de manière manuelle par le déplacement des points contrôlant les petites surfaces *B-Splines*. Cette méthode demande l'utilisation de plusieurs surfaces, sachant

qu'une surface *B-Spline* contient 16 points de contrôle et que le problème actuel consiste en un nuage pouvant contenir jusqu'à 300 000 points. De plus, cela demande beaucoup d'interaction avec l'utilisateur pour l'ajustement manuel des surfaces.

En résumé, les méthodes utilisant les *B-Splines* ont pour principaux inconvénients le besoin de segmenter le corps en plusieurs régions, puisqu'une seule *B-Spline* n'est pas en mesure de modéliser la totalité du corps humain. Un traitement préalable pour faire le remplissage des trous ou gérer manuellement les zones incomplètes est donc nécessaire. Le temps de calcul requis pour l'optimisation des surfaces *B-Splines* aux points du modèle cible est élevé dû à la multitude de points de contrôle. Finalement, on note le problème du choix de la fréquence adéquate d'échantillonnage pour l'obtention des points de contrôle.

Le choix de la fréquence d'échantillonnage est important. En effet bien que le niveau actuel d'étude sur la forme du corps humain ne requiert pas une grande précision des résultats et que par définition les *B-Splines* ne permettent pas de faire une modélisation détaillée (haute définition), un mauvais échantillonnage (pas assez de points conservés) diminuera d'autant plus la représentativité du résultat.

### **1.2.2 Reconstruction avec les ondelettes**

Dans (Muraki, 1992, 1993) une application des transformées par ondelettes est traitée pour la modélisation 3D de données médicales, provenant par exemple de résonance magnétique. Comme la résonance magnétique procure un ensemble de points 3D d'organes humains, il est alors permis d'envisager l'extension au corps humain représenté par un nuage de points. Cette méthode traite principalement du problème du choix de la fonction de base pour la transformation en ondelettes. En effet, l'utilisation des harmoniques sphériques ou des transformées de Fourier comme fonctions de base des ondelettes n'est pas applicable au problème concernant des organes humains. La

raison est que ces fonctions ont des caractéristiques cycliques, non présentes dans les données recueillies. Il faut plutôt se servir de transformées du type pyramide Laplacienne ou transformée de Haar. Les notions mathématiques de ces fonctions de base étant traitées dans (Muraki, 1992, 1993). En effet, les données médicales de résonance magnétique n'ont pas de caractéristiques cycliques, on entend par caractéristiques cycliques la répétition de formes ou une régularité des sommets du nuage de points. En général ce type de caractéristiques est présent sur des objets de fabrication humaine. Un des problèmes de ces algorithmes est qu'il faut des données sous forme de voxel, l'algorithme ne peut donc utiliser directement les données sous forme d'un nuage de points et l'algorithme ne contient rien permettant de gérer les trous.

Dans (Gortler & Cohen, 1995), les auteurs présentent également une technique de modélisation d'objets 3D avec des *ondelettes*. Il s'agit d'une modélisation hiérarchique pouvant être interactive en déplaçant les points de contrôle de la fonction de base de l'ondelette. Il est ainsi possible de modifier manuellement la forme obtenue par la méthode, mais à la base la méthode prévoit que les données sont complètes et ne contiennent donc pas de zones indéfinies. Il faudrait donc effectuer un traitement préalable pour combler les zones pauvres en données et probablement raffiner le résultat manuellement.

### **1.2.3 Reconstruction à partir de surface hyperquadriques étendues**

L'article de (Ohuchi & Saito, 2001) introduit la théorie sur les *hyperquadriques étendues* et quelques exemples d'application pour des formes 3D provenant de données synthétiques ou réelles. Par exemple, ils font la reconstruction d'ossements humains (fémur) et réussissent à modéliser un buste humain. Il s'agit de surfaces définies par des équations mathématiques et régies par une série de points influençant la forme que prendra le modèle résultant. La théorie mathématique de cette approche est laissée à la discrétion du lecteur, mais il est à noter qu'elle se rapproche du principe des *B-Splines*.

Dans (Ben Azouz, Rioux, Lepage, & Shu, 2003), les auteurs présentent une approche utilisant des surfaces *hyperquadriques étendues* pour la représentation des modèles humains. Ici, les équations des *hyperquadriques étendues* sont optimisées aux données du projet CAESAR, soit trouver les paramètres de leurs équations pour bien représenter les modèles numérisés. Cependant, il faut utiliser plusieurs surfaces étant donné la complexité du corps humain et la présence de zones concaves (tel que les zones sous les bras et l'entrejambe). Les auteurs proposent alors de segmenter le problème en six sous problèmes : la tête, le torse, les jambes gauche/droite et les bras gauche/droit. La difficulté est donc par la suite de joindre correctement chacune des sections modélisées par les *hyperquadriques étendues*. En effet, il faut conserver les critères de continuité des dérivées et s'assurer que l'information n'est pas perdue ou répétée. Plus spécifiquement, il faut s'assurer que des zones ne se chevauchent pas. Pour cette partie, les auteurs utilisent la méthode proposée dans (Turk & Levoy, 1994) qui consiste en une approche en trois étapes : tout d'abord l'algorithme d'alignement des maillages selon la proximité des points est appliqué, tel que décrit dans (Besl & McKay, 1992). Puis les maillages sont scindés en s'assurant de conserver la géométrie locale et globale du modèle. Finalement, les poids appliqués sur le maillage sont diffusés (pour l'alignement) au reste du voisinage pour obtenir une surface continue.

Le temps de calcul requis est l'un des inconvénients de cette méthode, mais davantage le fait de devoir réunir les six surfaces ensemble par la suite. Cette méthode permet cependant de boucher les trous des modèles.

#### **1.2.4 Représentation à partir de NURBS Dynamiques (D-NURBS)**

Tout d'abord il est à noter que les courbes ou surfaces *Nurbs* (non-uniform rational B-Spline) sont basées sur des principes similaires aux *B-Splines*. Des points de contrôle sont utilisés pour définir la forme de la surface à obtenir, plus particulièrement ces points

limitent les équations des surfaces en fixant certaines valeurs. Un des principaux ajouts aux équations des *Nurbs*, comparativement à celles des *B-Splines*, est l'utilisation de poids associés à chacun des points de contrôle. Ces poids permettent de définir l'influence de chacun des points de contrôle sur le résultat. L'influence des poids et l'ajout de degrés de liberté permettent de raffiner localement la forme de la courbe ou de la surface. La figure 10 présente un exemple de *Nurbs* et la figure 11 illustre les *D-Nurbs*.

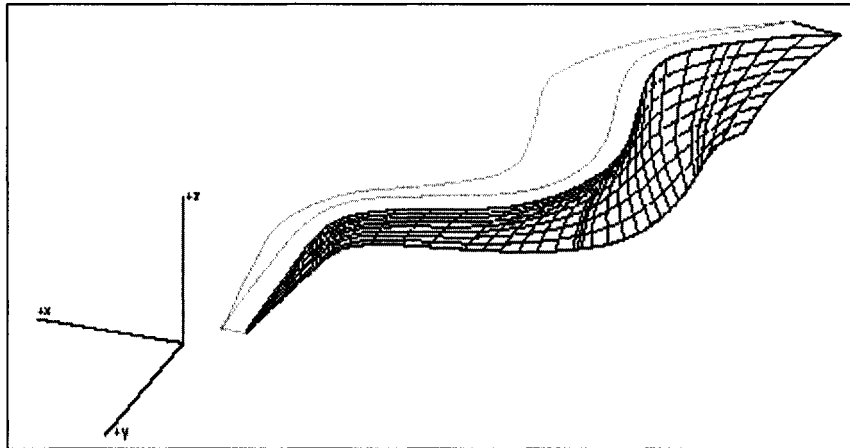


Figure 10 Illustration d'une surface Nurbs avec ses courbes de construction

Dans (Terzopoulos & Qin, 1994), une application très intéressante pour la modélisation 3D de divers types d'objets est présentée. Il s'agit d'objets tel que les solides de révolution et autres objets issus de courbes 2D. Les auteurs utilisent les propriétés des *NURBS dynamiques* pour permettre de manipuler et modifier les objets de manière réaliste et sans un effet purement local (effet sur un sommet et ses voisins immédiats). Les modifications apportées affectent alors tous les sommets d'une région.

Les équations de ce type de surface sont basées sur les lois de la physique classique, soit l'application des divers types de force pouvant agir sur un objet. De plus, les équations sont fortement influencées par le temps, car il s'agit d'équations différentielles

dynamiques évoluant dans le temps et faisant constamment évoluer les points de contrôle et leurs poids.

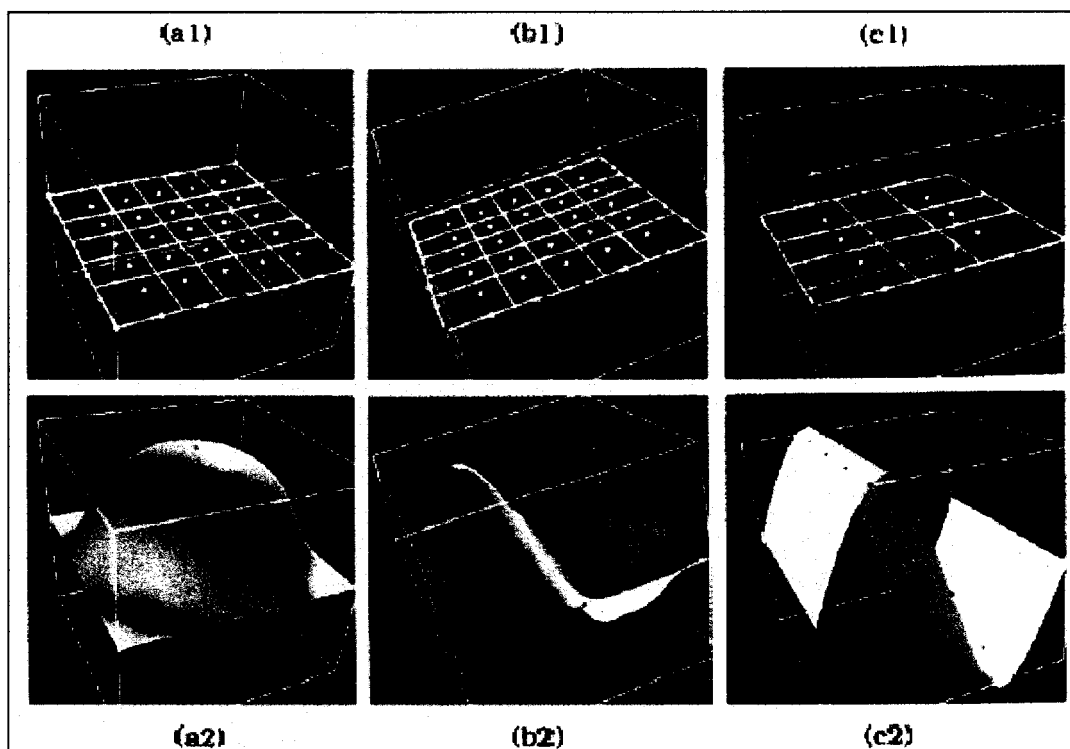


Figure 11 Illustration de surfaces D-Nurb avec une adhérence optimale aux données (a) d'un hémisphère, (b) une surface convexe/concave et (c) une sinusoïdale. En (a-c1) les points de contrôle de D-Nurbs (en blanc) et les données (en rouge). En (a-c2) les D-Nurbs obtenues. (Terzopoulos & Qin, 1994)

Il est alors possible de prendre un nuage de points 3D et l'utiliser pour déterminer des petites surfaces *D-NURBS*. Il s'agit de déterminer une série de groupements de points voisins dans l'espace, de sorte que chacun des groupements de points est disposé de manière à former un élément de la matrice représentant les points de contrôle. Ce traitement fonctionne autant aux endroits où les données sont peu représentatives ou absentes, qu'aux endroits incomplets où la surface peut être modifiée. Par la suite les coefficients des surfaces *NURBS dynamique* sont déterminés en optimisant l'équation avec les points de contrôle. Il est finalement possible de modifier la forme des surfaces

non pas en modifiant les sommets ou points de contrôles avec les poids associés (bien que possible), mais en appliquant diverses forces physiques sur des sommets propices.

Bien que cette approche soit intéressante et permettrait de remplir les espaces vides dans les modèles numérisés, l'utilisateur prend trop de place dans la réussite de l'algorithme. De plus, si un utilisateur décide d'appliquer telle force au lieu d'une autre, le résultat sera différent et ne correspondra peut-être pas aux résultats souhaités. Donc, cette approche est probablement efficace pour la reconstruction des modèles humains en 3D. Elle est pourtant plus adaptée à une petite échelle (peu de modèles) et pour des applications non répétitives, car chaque utilisateur de la méthode n'appliquera pas la même force aux mêmes sommets, ce qui fera varier la reconstruction d'un modèle identique.

### **1.2.5 Représentation par méthodes volumétriques**

L'article de (Ben Azouz et al., 2004) présente une méthode volumétrique de représentation des modèles du projet CAESAR avec l'utilisation de voxel à distance signée. Il s'agira de la méthode de référence pour la comparaison à la méthode de la recherche actuelle. Leur méthode permet également de remplir les trous présents dans les modèles.

La première partie de l'algorithme consiste à remplir les trous dans le modèle avant de construire la représentation. À titre indicatif, dans (Davis, Marschner, Garr, & Levoy, 2002), les auteurs proposent de remplir les trous par diffusion du volume de l'objet, mais cette technique ne sera pas traitée ici. Elle n'est pas efficace dans le cas des modèles humains puisqu'elle tente de remplir les trous de manière continue et elle connecte les segments au-delà de la zone à remplir. La figure 12 illustre la problématique de remplissage des trous avec la méthode de diffusion volumétrique. À remarquer que le



modèle obtenu a tendance à refermer plus que nécessaire les zones sous les bras et l'entrejambe.

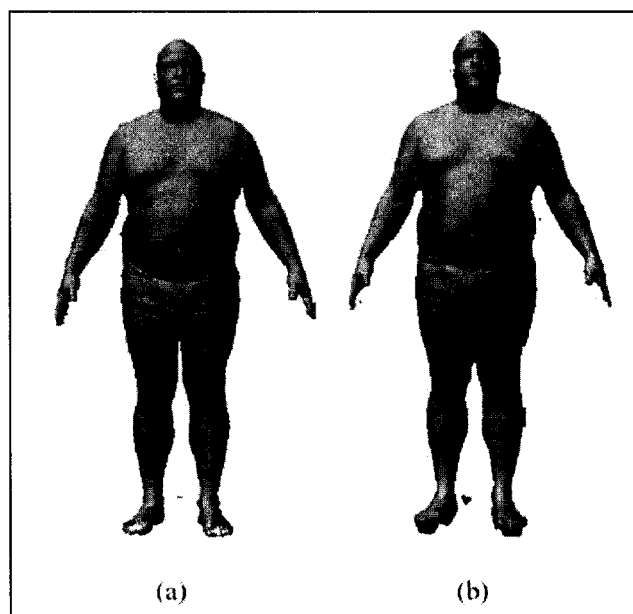


Figure 12 Méthode de diffusion volumétrique pour le remplissage des trous des modèles CAESAR, (a) modèle original, (b) modèle avec les trous remplis (Ben Azouz, 2005)

L'approche de remplissage des trous utilisée par (Ben Azouz et al., 2004) consiste à couper le corps en tranches horizontales, chaque plan ainsi obtenu contient une ou plusieurs courbes 2D qu'il faut fermer. La figure 13 illustre un exemple de tranche du tronc avec les deux bras de chaque côté. À titre indicatif, dans la figure 13, cinq sections étaient incomplètes et ont été complétées par l'algorithme.

Il faut d'abord considérer que les données sont bruitées, particulièrement près des trous, c'est pourquoi les auteurs appliquent d'abord le filtre de (Taubin, 2000) avant de remplir les trous. Ce filtre a pour avantage d'adoucir le bruit en provoquant un minimum de distorsion dans la forme du modèle.

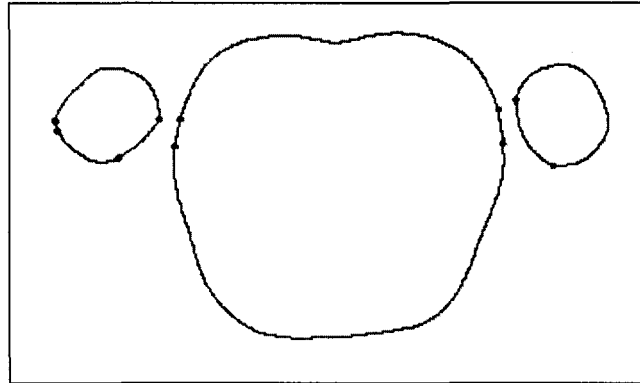


Figure 13 Coupe horizontale du corps pour le remplissage des trous (Ben Azouz et al., 2004)

Puisqu'il est très difficile d'obtenir suffisamment de données pour les mains et les pieds des modèles à la numérisation, la méthode introduite dans (Ben Azouz et al., 2004) segmente d'abord les modèles en leurs enlevant ces deux parties. Ceci aura pour effet de faciliter les traitements subséquents. Les auteurs segmentent donc les parties comprises dans les boîtes de la figure 14.

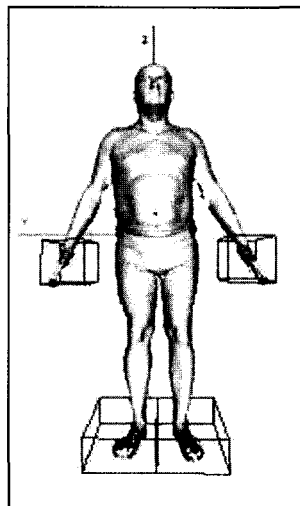


Figure 14 Les parties segmentées des modèles sont celles contenue dans les boîtes (Ben Azouz, 2005)

L'étape suivante est la génération des plans 2D, tranches horizontales du modèle. Pour obtenir ces courbes, les auteurs recherchent tous les points faisant partie du segment coupant le plan actuel. Les points provenant de segments appartenant à un même triangle, dans le modèle 3D, sont reliés. Par la suite, les trous sont remplis en utilisant les tangentes aux points limitrophes de ceux-ci. Une courbe fermée est ainsi obtenue, donc n'ayant plus de trous, tel qu'illustré à la figure 13.

Pour la voxelisation un prétraitement selon l'algorithme de (Danielson, 1980) est effectué pour accélérer le traitement, en estimant la distance entre le centre du voxel et la surface du modèle. Il procède ensuite à la voxelisation en assignant la distance du point le plus près (de la surface du modèle) au centre du voxel (Jones, 1996). La surface du modèle résultant est obtenue selon l'approche de « Marching Cube » décrite dans la littérature (Lorensen & Cline, 1987). La figure 15 résume les différentes étapes.

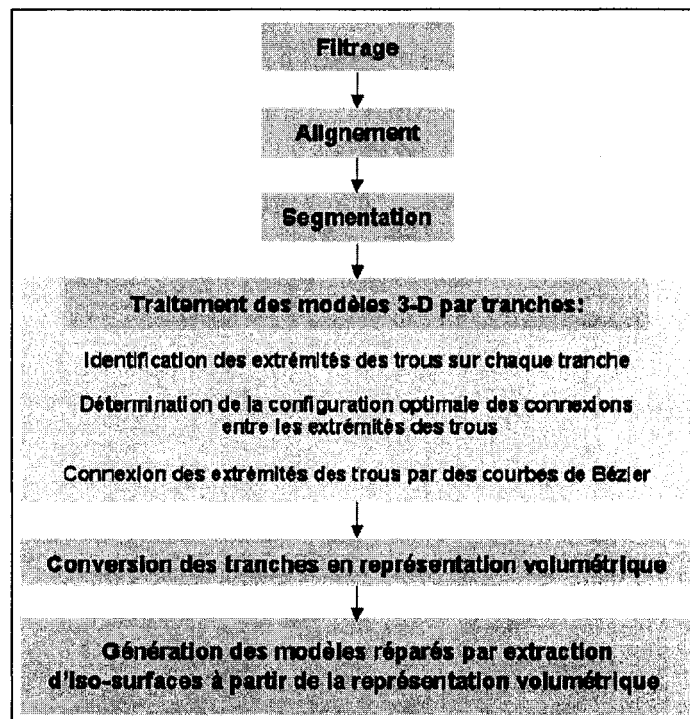


Figure 15 Étapes de la méthode volumétrique (Ben Azouz, 2005)

### 1.2.6 Méthode avec mannequin

Dans (Allen et al., 2003), les auteurs présentent une méthode de modélisation surfacique des modèles du projet CAESAR en se servant d'un mannequin. Le mannequin est un modèle d'être humain, ressemblant à une personne réelle sans en posséder toutes les caractéristiques (habituellement provenant d'un modèle en infographie). L'idée est de procéder à une optimisation mathématique des sommets du mannequin afin de lui donner la forme du modèle numérisé.

Pour faire l'optimisation, les auteurs procèdent en quelques étapes. Ils utilisent tout d'abord le mannequin à basse résolution et effectuent la concordance des marqueurs anthropométriques. À la fin de cette étape, les marqueurs du mannequin sont très près de ceux du modèle CAESAR et les points du voisinage sont plus près de leurs homologues numérisés grâce à une contrainte de continuité dans l'optimisation.

Par la suite, tous les points du mannequin à basse résolution sont optimisés aux points correspondants sur le modèle numérisé. L'étape suivante est de prendre les transformations affines appliquées aux sommets du mannequin à basse résolution et de les reporter aux mêmes sommets du mannequin à haute résolution et de continuer l'optimisation. À la fin, les marqueurs ne sont presque plus considérés et l'optimisation de tous les sommets est raffinée.

Cet algorithme a pour avantages de remplir les trous en même temps que l'optimisation. Il prend également en compte les zones pauvres en données automatiquement et applique la forme du mannequin en ces endroits.

### 1.2.7 Autres techniques de modélisation

L'article de (Carr et al., 2001) présente une méthode de modélisation d'objet 3D en utilisant les *fonctions à bases radiales*. Les *fonctions à bases radiales* sont basées sur des fonctions de distances signées, dans le cas présent les auteurs utilisent une gaussienne. L'approche tente de modéliser un objet de forme complexe par une seule fonction continue et dérivable. La méthode consiste à obtenir la fonction de distance signée, optimiser la *fonction à bases radiales* à la fonction de distance et obtenir la surface à partir du résultat. En effet, une *fonction à bases radiales* optimisée à une surface donne un modèle solide et la surface est définie aux endroits où la fonction vaut zéro. Au cours de l'obtention de la *fonction à bases radiales*, les trous sont remplis par approximation et la surface obtenue est surestimée par rapport aux points numérisés. Cette méthode, bien que très efficace pour la reconstruction d'objets complexes, ne permet pas de faire la modélisation correcte de données incomplètes, puisque le résultat est une approximation de la surface désirée. De plus, le résultat de la méthode est un modèle solide duquel on extrait une surface et ne peut donc pas être totalement qualifiée de méthode surfacique, ce qui est recherché.

Il est également possible d'utiliser un autre type de surfaces pour la modélisation de données 3D, soit les surfaces *Catmull-Clark* (Halstead, Kass, & DeRose, 1993). Les surfaces de *Catmull-Clark* sont de la même famille que les *B-Splines* et les *Nurbs*, mais sont décrites par des équations différentes. L'idée de cette approche est de faire passer plusieurs petites surfaces de *Catmull-Clark* sur des ensembles de points. Le problème est que cet algorithme interpole les sommets du modèle numérisé lors de l'optimisation des surfaces. Ceci a pour effet de diminuer la définition des modèles résultant ou l'information réelle de variabilité des modèles humains, étant donné que la surface n'est pas assurée de passer par les sommets.

### 1.2.8 Résumé des diverses méthodes

Chacune des diverses méthodes de modélisation présentées dans ce chapitre offre de bonnes possibilités qui sont malheureusement principalement applicables aux données synthétiques ou ayant des caractéristiques cycliques (répétitive). Leurs applications aux modèles humains est possible mais demeure complexe.

La méthode la plus intéressante, pour une modélisation surfacique, demeure les *B-Splines*, mais elle requiert un remplissage préalable des trous et une segmentation des modèles. Le problème de segmentation est d'ailleurs applicable à la majorité des méthodes surfaciques (*Nurbs*, *D-Nurbs*, *hyperquadriques étendues*, *Catmull-Clark*).

La méthode du mannequin est celle qui offre le plus d'intérêt. Il s'agira, puisqu'elle offre les caractéristiques souhaitées (remplir les trous et applicable au modèle humain) de la méthode utilisée pour la modélisation surfacique des modèles CAESAR. L'algorithme est décrit plus en détails dans le chapitre 2, ainsi que les modifications qui lui sont apportées.

## CHAPITRE 2

### MODÉLISATION SURFACIQUE PAR OPTIMISATION D'UN MANNEQUIN INFOGRAPHIQUE

Ce chapitre présente la théorie de (Allen et al., 2003) pour effectuer la représentation des modèles provenant du projet CAESAR au moyen d'une approche surfacique. Les modifications apportées pour ne pas utiliser les marqueurs de l'anthropométrie traditionnelle seront par la suite présentées.

#### 2.1 Méthode surfacique par optimisation d'un mannequin virtuel

Cette section présente l'algorithme original de (Allen et al., 2003) pour la modélisation surfacique et est divisée comme suit : une introduction à l'algorithme, l'explication de chacune des erreurs à minimiser, la combinaison des erreurs et le remplissage des trous dans les modèles.

##### 2.1.1 L'algorithme

L'idée de base de l'algorithme est de prendre un modèle infographique (sans faille, donnant une approximation de la forme du corps humain) et lui faire prendre la forme du modèle numérisé contenant des trous. Ces trous sont étroitement liés à la visualisation des modèles et l'absence d'un ou plusieurs sommets. Un modèle est un ensemble de surfaces triangulaires, formées par trois sommets. L'absence d'un sommet fait en sorte que les triangles le contenant ne seront pas représentés, d'où l'apparition d'un trou.

Soit  $D$  la surface désirée (le modèle numérisé) et  $T$  la surface du mannequin. Le but est de déplacer chacun des points du modèle infographique ou sommet noté  $v_i$  par une matrice de transformation affine (Shapiro & Stockman, 2001) noté  $T_i$  de manière à ce

que les sommets s'approchent de la surface  $D$ . Autrement dit, il faut trouver une matrice de transformation affine par sommet permettant de déplacer chacun des sommets du mannequin à un sommet correspondant du modèle numérisé.

Chacun des sommets  $v_i$  possède une matrice de transformation affine  $T_i$  de taille  $4 \times 4$ . Il faut visualiser ces matrices comme étant les degrés de liberté permettant aux points d'être déplacés. La matrice  $4 \times 4$  est le résultat de la multiplication consécutive des matrices de transformations affines de base, soit la translation le long des trois axes, la mise à l'échelle dans les trois directions et la rotation autour de ces axes. Les transformations affines ont pour principales caractéristiques d'être invariantes, c'est-à-dire que les proportions des objets sont conservées, les lignes parallèles le demeurent, les ratios de surface et de volume et les ratios de distance et d'angle sont conservés.

Le problème de modélisation se résume à une optimisation non linéaire non bornée (Dennis & Schnabel, 1983) de type Quasi-Newton entre les sommets du mannequin et ceux du modèle numérisé.

La figure 16 illustre l'algorithme à implanter, on veut trouver une série de transformations affines  $T_i$  qui, appliquées aux sommets  $v_i$  de la surface du mannequin  $T$ , déplacera les sommets vers une surface  $T'$  qui rejoint la surface  $D$  du modèle numérisé. La figure 16 montre la transformation en cours :  $T'$  est déplacée vers  $D$ , mais le déplacement n'est pas encore terminé. La concordance est réalisée en minimisant trois types d'erreurs, qui sont l'erreur de distance entre les sommets, l'erreur de continuité et l'erreur de distance entre les marqueurs. Ces erreurs sont discutées ci-après et permettront de comprendre la figure 16 plus facilement.



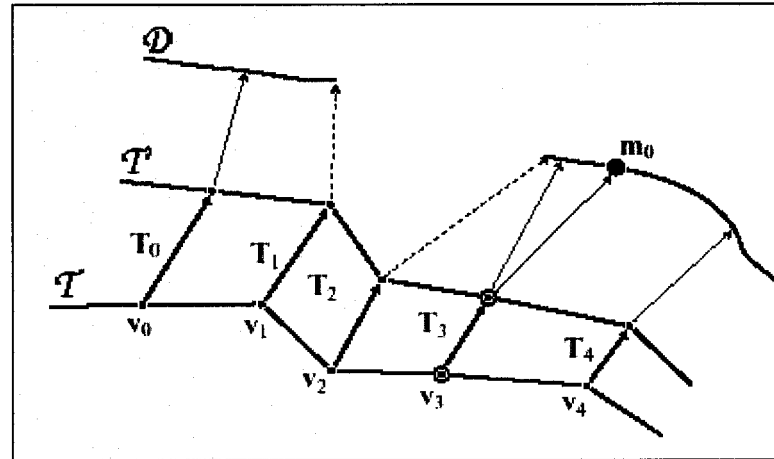


Figure 16 Illustration de l'algorithme pour l'optimisation surfacique (Allen et al., 2003)

### 2.1.2 L'erreur de données

Il s'agit de faire en sorte que la surface  $T'$  soit la plus près possible de la surface  $D$ . Pour ce faire, le terme d'erreur  $E_d$  est défini comme étant la somme des distances au carré entre les sommets de la surface  $T$  et  $D$ . En minimisant la distance totale entre ceux-ci, il sera donc possible de s'assurer que les sommets des deux surfaces seront près les uns par rapport aux autres. Cette erreur est définie comme suit :

$$E_d = \sum_{i=1}^n w_i \cdot dist^2(T_i v_i, D) \quad (2.1)$$

où  $n$  est le nombre de sommets dans  $T$ ,  $w_i$  est un poids associé à l'importance accordée aux points dans les différentes régions (section 2.1.6) et la fonction  $dist()$  calcule la distance entre les points  $v_i$  et leur point compatible (le plus près) sur  $D$ . Ici, pour l'algorithme de calcul de la distance, la distance euclidienne sera utilisée (équation (2.2)).

$$dist = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + \dots + (a_j - b_j)^2} \quad (2.2)$$

Un point sur  $T'$  et un point sur  $D$  sont considérés comme compatibles si leur normale ne diffèrent au maximum que de  $90^\circ$  et que la distance entre eux est à l'intérieur de 10 cm. L'intervalle de 10 cm est utilisé comme une boîte de recherche autour du point d'intérêt et permet d'accélérer le traitement en ne calculant pas les distances entre tous les points de  $D$  et le sommet  $v_i$ .

### 2.1.3 L'erreur de continuité

Un agencement peu attrayant entre les deux modèles risque d'être obtenu si uniquement le terme  $E_d$  est utilisé, car il est possible que des sommets voisins dans  $T'$  soient associés à des parties disjointes sur  $D$  et vice-versa. Il existe en effet un grand nombre de transformations affines permettant de satisfaire  $E_d$ . Pour contraindre le problème, l'erreur de continuité  $E_s$  est introduite. Elle permet d'assurer des transformations affines  $T_i$  (le contenu des matrices affines) les plus semblables possible à l'intérieur d'une région.

$$E_s = \sum_{\{i,j\} \mid \{v_i, v_j\} \in \text{edges}(T)} \|T_i - T_j\|_F^2 \quad (2.3)$$

où « edges » indique les segments du modèle contenant le sommet d'intérêt,  $\|\cdot\|_F$  est la norme de *Frobenius*, définie à l'équation (2.4) (Mathworld, 2004). La deuxième partie de (2.4) indique que la norme de *Frobenius* équivaut également à la racine carrée de la trace du produit entre la matrice (notée  $A$ ) et la transposée de son conjugué (noté  $A^H$ ), mais la première partie de l'équation est plus simple d'application dans le cas présent.

$$\|A\|_F = \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2} = \sqrt{\text{Tr}(A \cdot A^H)} \quad (2.4)$$

La minimisation de  $E_s$  permet de s'assurer que les parties adjacentes de la surface  $T$  ne seront pas associées à des parties disjointes dans  $D$ , donc de conserver la topologie du

modèle et de répondre implicitement aux normes de continuités des dérivées premières et secondes.

#### 2.1.4 L'erreur des marqueurs

L'utilisation des deux termes d'erreur précédents serait suffisante si les modèles étaient assez près pour ne pas atteindre un minimum local, tel que de tenter d'associer ensemble les points de parties disparates, sans correspondance topologique, comme par exemple le devant d'un bras et son arrière. Un algorithme de descente du gradient, ne serait pas capable de sortir rapidement de ce minimum et le problème actuel présente la possibilité de rencontrer un tel minimum. Dans les cas généraux, les deux modèles ne sont pas près l'un de l'autre, un troisième terme d'erreur est donc introduit, soit  $E_m$ . Ce terme d'erreur utilise les marqueurs préalablement placés (manuellement) sur les modèles, figure 17. Il s'agit en fait des marqueurs de l'anthropométrie traditionnelle. Soit  $V_{x_1...m}$  les emplacements 3D des marqueurs sur la surface  $T$  et  $m_{1...m}$  les emplacements des marqueurs correspondants dans la surface  $D$ . Il s'agit donc de minimiser la distance entre les marqueurs correspondants sur les deux surfaces.

$$E_m = \sum_{i=1}^m \|T_{x_i} v_{x_i} - m_i\|^2 \quad (2.5)$$

#### 2.1.5 Combinaison des erreurs pour obtenir la fonction à optimiser

Il faut maintenant combiner les trois termes d'erreur pour former une fonction objective à optimiser. Il s'agit de faire une somme pondérée des trois erreurs décrites précédemment.

$$E = \alpha E_d + \beta E_s + \gamma E_m \quad (2.6)$$

où les trois coefficients de pondération sont des guides utilisés pour l'optimisation et qui seront décrits plus bas.

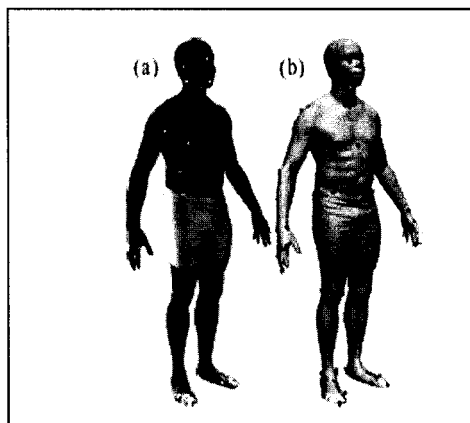


Figure 17 Deux exemples d'un modèle (textures différentes) avec ses marqueurs (Allen et al., 2003)

Le but est maintenant de faire l'optimisation de la fonction (2.6) en utilisant une descente de gradient en se servant de l'approche Quasi-Newton. Ce type de méthode requiert le calcul de la matrice Hessienne, qui devient rapidement complexe et impraticable lorsque la matrice devient grande. Dans le cas présent, la taille de cette matrice serait de  $9N \times 9N$ , où  $N$  est le nombre de points dans le modèle infographique, soit jusqu'à quelques dizaines de milliers de points. Pour pallier à ce problème, l'algorithme discuté dans (Byrd, Lu, Nocedal, & Zhu, 1995; Zhu, Byrd, Lu, & Nocedal, 1997) est utilisé pour l'optimisation. Cette approche permet de résoudre des problèmes de grande dimension, tout en minimisant l'espace requis, et ce en approximant la matrice Hessienne. L'annexe 4 présente les notions de base décrivant l'algorithme et comment approximer la matrice Hessienne.

Un autre des problèmes de la fonction objective est l'action locale des transformations affines. Il faut que les transformations se propagent aux sommets voisins non seulement au cours d'une itération, mais de manière continue durant la progression des itérations. L'action locale a pour effet d'augmenter les possibilités de tomber dans un minimum local étant donné la lenteur de la convergence de l'algorithme.

Pour pallier à ce problème, l'adoption d'une résolution en deux niveaux est suggérée : basse et haute résolution. Pour ce faire, les valeurs du tableau I sont utilisées pour les coefficients de l'équation (2.6). Il faudra également un modèle simplifié pour calculer une première solution aux matrices  $T_i$  de certains sommets du modèle  $T$ , soit les sommets d'un modèle simplifié obtenu à partir du modèle original. L'algorithme de simplification du modèle original est basé sur l'algorithme de (Lee, Sweldens, Schröder, Cowsar, & Dobkin, 1998), présenté à l'annexe 6. Cette méthode permet de ne pas ajouter de nouveaux sommets aux modèles, donc de conserver facilement la correspondance entre le modèle simplifié et le modèle original.

Tableau I

Valeurs des coefficients de la fonction objective

Basse résolution			
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Emphase sur les marqueurs	0	1	10
Contribution des données	1	1	10
Haute résolution			
Continue l'optimisation	1	1	1
Domination des données	10	1	1

### 2.1.6 Remplissage des trous

Lorsque le point le plus près sur  $D$  d'un point  $v_i$  sur  $T$  se trouve sur une frontière de  $D$ , la validité de ce point est incertaine. Dans ce cas, le coefficient  $w$  pour ce point, dans l'équation (2.1), prend la valeur  $0$ . Ainsi, la matrice de transformation  $T_i$  n'est affectée que par le terme de continuité  $E_s$ . Le résultat est que les trous dans le modèle numérisé seront remplis par les informations du mannequin en ces endroits. Les valeurs de confiance associées à chacun des points des modèles CAESAR seront utilisées pour  $w_i$ .

Dans les zones plus pauvres en données, tel que les oreilles, un mécanisme manuel pour identifier les points est implanté. Ce mécanisme est appliqué une seule fois sur le modèle infographique. La zone correspondante du mannequin sera appliquée sur les modèles CAESAR. Ceci implique donc que le modèle utilisé est suffisamment ressemblant à une personne réelle. Plus spécifiquement, un poids (0 ou 1) est associé à chacun des points du mannequin et ce poids est multiplié avec celui du point associé sur le modèle numérisé. Le résultat de la multiplication est utilisé comme étant le poids  $w$  du terme d'erreur des données (section 2.1.2). Autrement dit, la valeur de  $w$  est donnée par la multiplication de deux éléments : la confiance attribuée aux valeurs des sommets pendant la numérisation et un facteur (0 ou 1), sur le modèle infographique, spécifiant s'il s'agit ou non de sommets dans une zone pauvre en données.

## 2.2 Modifications de la méthode surfacique

La grande modification apportée à l'algorithme de (Allen et al., 2003), décrit dans la section précédente, est la normalisation des modèles selon leur taille. En effet, l'algorithme original utilise les modèles bruts obtenus par CAESAR (voir figure 18). Ceci implique et justifie l'utilisation du terme d'erreur utilisant les marqueurs de l'anthropométrie traditionnelle, section 2.1.4. L'idée était d'utiliser les marqueurs pour ne pas tomber dans un minimum local de la fonction d'optimisation, car les modèles sont assez variables les uns par rapport aux autres. La figure 19 montre l'effet de la normalisation de la taille sur deux modèles CAESAR.

En effectuant la normalisation selon la taille des modèles et en conservant les proportions dans le corps du modèle, l'utilisation de l'algorithme sans l'apport du terme  $E_m$ , devrait être facilité puisque l'application de l'algorithme de modélisation avec mannequin sans l'utilisation des marqueurs de l'anthropométrie traditionnelle est désirée. Pour normaliser, on utilisera la procédure suivante.

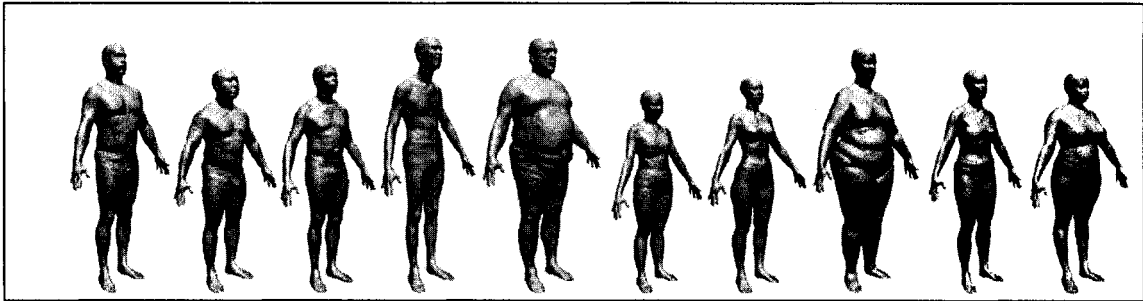


Figure 18 Illustration de la variation de taille des modèles (Allen et al., 2003)

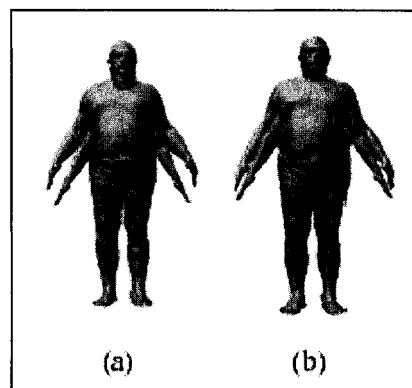


Figure 19 Superposition de deux modèles, (a) non normalisés, (b) normalisés (Ben Azouz, 2005)

Il faut tout d'abord déterminer entre quelles valeurs la taille des modèles peut varier ( $A_{Z_{\min}}$  et  $A_{Z_{\max}}$ ), ce qui correspond aux valeurs minimales et maximales observées. Il faut également déterminer les valeurs minimales et maximales désirées pour  $Z$  ( $N_{Z_{\min}}$  et  $N_{Z_{\max}}$ ). Puis on calcule le rapport de la mise à l'échelle  $A$ .

$$A = \frac{(N_{Z_{\max}} - N_{Z_{\min}})}{(A_{Z_{\max}} - A_{Z_{\min}})} \quad (2.7)$$

Avec  $N_Z$  pour la *nouvelle coordonnée normalisée en Z* et  $A_N$  pour l'*ancienne coordonnée en Z*. Par la suite on a une équation linéaire :

$$N_Z = A \cdot A_Z + B \quad (2.8)$$

avec

$$B = N_{Z_{\max}} - A \cdot A_{Z_{\max}} \quad (2.9)$$

Finalement, on trouve les nouvelles coordonnées  $X$  et  $Y$  avec les formules suivantes.

$$N_X = A \cdot A_X \quad (2.10)$$

$$N_Y = A \cdot A_Y \quad (2.11)$$

Ainsi, le calcul de  $A$  permettra de faire une normalisation des valeurs  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  des modèles et d'obtenir la même taille tout en conservant les proportions dans le reste du corps.

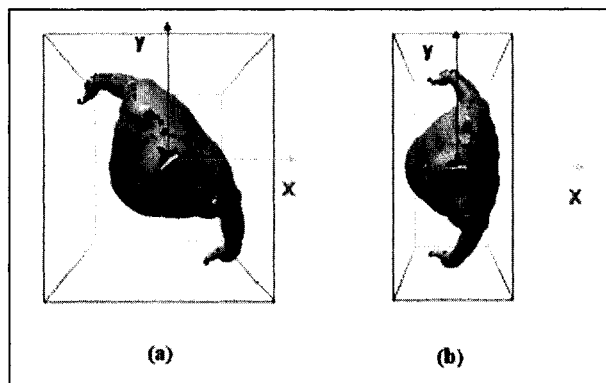


Figure 20 Effet de l'alignement des modèles, (a) avant alignement, (b) après alignement (Ben Azouz, 2005)

Une autre modification de l'algorithme est apportée, soit l'alignement préalable des modèles. Cette modification assure que les modèles soient présentés dans la même orientation et que leurs centres de gravité soient alignés verticalement. Cet alignement permet de compenser le désalignement provoqué par la différence dans la position des pieds. Les systèmes d'axes sont alignés, plus particulièrement les axes  $X$  et  $Y$ . Ce sont les deux axes qui peuvent être mal alignés. L'axe des  $Z$  est correctement placé selon le



centre de gravité des modèles (Ben Azouz, 2005; Ben Azouz et al., 2004). La figure 20 montre la position originale des modèle et la position obtenue après alignement.

Un résumé de l'algorithme, sous forme d'organigramme, est présenté à la figure 21.

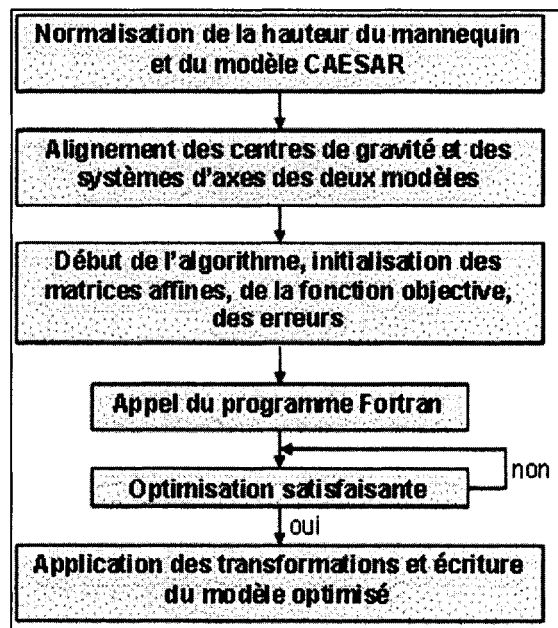


Figure 21 Organigramme de l'algorithme modifié de modélisation surfacique avec mannequin

Le prochain chapitre présentera les résultats de la modélisation des modèles du projet CAESAR avec l'algorithme discuté dans le présent chapitre.

## CHAPITRE 3

### EXPÉRIMENTATION : MODIFICATIONS ET RÉSULTATS DE LA MODÉLISATION SURFACIQUE

Ce chapitre présente les résultats de la modélisation des modèles du projet CAESAR par une approche surfacique. Les résultats seront présentés en utilisant les marqueurs de l'anthropométrie traditionnelle et par la suite sans ceux-ci. La génération d'un modèle infographique et le positionnement de ses marqueurs seront également présentés. Certaines modifications dans l'implémentation de l'algorithme ont été nécessaires pendant l'implémentation du code, plus particulièrement la représentation des matrices de transformations affines et le calcul du gradient de la fonction objective. Les modifications seront d'abord présentées avant de passer aux résultats.

#### 3.1 Modifications au cours de l'expérimentation

Des modifications ont principalement été apportées afin d'accélérer le temps de calcul. Initialement la méthode de calcul du gradient reposait sur le calcul de la différence finie et la matrice affine était obtenue suite à la multiplication des matrices de translation, rotation et de mise à l'échelle (section 2.1.1). Avec ces deux méthodes, le temps d'optimisation d'un modèle représentait environ 2,5 jours en temps de calcul et ce, en omettant le calcul des normales.

##### 3.1.1 La matrice affine $T$

Tout d'abord, la matrice affine est de la forme suivante (dont la signification des termes est expliquée plus bas) :

$$\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & 0 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & 0 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & 0 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Initialement, le fait d'utiliser explicitement les angles de rotation, les distances de translation et les facteurs de mise à l'échelle permettait de connaître exactement les transformations appliquées en chaque sommet du mannequin afin d'obtenir le modèle souhaité. Cependant, ceci implique plusieurs calculs de sinus et cosinus, ce qui augmente le temps de calcul. À chaque sommet du modèle correspondait neuf termes dans le vecteur à optimiser, chacun des termes étant obtenu par une série de calculs mathématiques. Il s'agissait des trois premières lignes et des trois premières colonnes de (3.1), la dernière ligne valant zéro. Chaque valeur de  $x$  inconnue était calculée en utilisant des équations prenant en compte les angles de rotation, les translations et les mises à l'échelle.

Afin de passer outre le calcul des sinus et des cosinus utilisés précédemment, il suffit de considérer directement les termes de la matrices  $T$  comme étant les variables du problème. L'information sur les angles de rotation, les translations et les facteurs de mise à l'échelle est perdue, mais on gagne en temps de calcul et le résultat est le même en bout de ligne.

Maintenant, 12 termes par sommets sont conservés, les 12 inconnues de (3.1), puisque la dernière colonne de la matrice affine homogène ne sert pas au calcul des nouvelles coordonnées des modèles. Bien qu'on passe de neuf à douze données par sommets du modèle, la complexité est diminuée car il n'y a plus d'opérations mathématiques préalables à l'utilisation des valeurs des matrices affines. Il n'y a plus de calculs requis pour obtenir les valeurs des termes de la matrice affine à partir des neuf termes associés aux sommets puisque maintenant les termes de la matrice sont directement utilisés. Le

vecteur à optimiser est maintenant de taille  $12N$ . Il faut reconsidérer la taille potentielle des matrices Hessiennes traitées dans la section 2.1.5 et justifier ainsi davantage l'utilisation de la méthode LBFSGS-B de l'annexe 4.

### 3.1.2 Le vecteur gradient

Au début, la méthode de calcul du gradient était basée sur la différence finie. Cette méthode demandait deux calculs de la fonction objective pour chacun des termes du vecteur de transformations affines. On avait  $2*9N$  (ancienne méthode pour l'obtention des matrices affines) calculs de la fonction pour chaque appel de la routine LBFSGS-B (annexe 4). C'est principalement cette étape qui rendait le calcul extrêmement long.

Afin de remédier à ce contretemps, la méthode de calcul du gradient repose maintenant sur l'évaluation de la dérivée analytique, en considérant les 12 termes de la matrice affine (section précédente) comme étant les variables.

De cette manière, 12 équations permettent maintenant de calculer le gradient en chaque point du modèle, donc  $12N$  évaluation de la fonction au lieu de  $2*12N$  (en utilisant la dérivée analytique).

### 3.1.3 Autre considération

Il est également à noter qu'en plus de changer les variables du problème et la méthode de calcul du gradient, la bibliothèque publique *ANN kdTree* (Mount & Arya, 2005) est utilisée. Cet outil sert à trouver rapidement le point correspondant à chacun des sommets du mannequin dans le modèle CAESAR. Deux autres méthodes ont été précédemment utilisées, soit l'utilisation de boucles imbriquées et de la bibliothèque kdTree du Dr. Shu du CNRC. Les boucles imbriquées constituaient une solution désastreuse en terme de

temps de calcul, alors que la bibliothèque du Dr. Shu était mieux, mais moins rapide que celle actuellement utilisée.

### **3.2 Modèle infographique**

Pour que l'algorithme fonctionne correctement il faut un modèle infographique ayant anatomiquement la forme d'un humain et qu'il soit complet, sans trou. Un tel modèle est disponible à différentes résolutions, soit contenant 328 000, 100 000 et 20 000 triangles. Puisque la différence entre les différentes résolutions n'est pas remarquable visuellement, la figure 22 présente uniquement le modèle à la plus basse résolution disponible (20 000 triangles). Le modèle original a été construit par un infographe et les trois modèles de résolution différente ont été obtenus en utilisant le logiciel PolyWorks (InnovMetric Inc., 2004).

L'algorithme original propose d'utiliser deux résolutions du modèle, le passage du modèle original (haute résolution) au modèle à basse résolution est effectué en utilisant le principe de simplification de l'annexe 6. Nonobstant, l'implantation de l'algorithme de simplification a été abandonné étant donné un problème lors de la reconstruction du modèle simplifié (inscription des nouveaux triangles et retrait de ceux comportant un sommet retiré). Il a donc fallu laisser tomber l'utilisation de deux résolutions du modèle, haute et basse résolution. C'est donc uniquement le modèle contenant 20 000 triangles qui sera utilisé. Son utilisation est justifiée par la diminution du temps de calcul de l'algorithme et le fait qu'il soit visuellement adéquat. Au moment de ce choix, le gradient était basé sur la différence finie et ce modèle permettait de diminuer considérablement le temps de calcul requis.

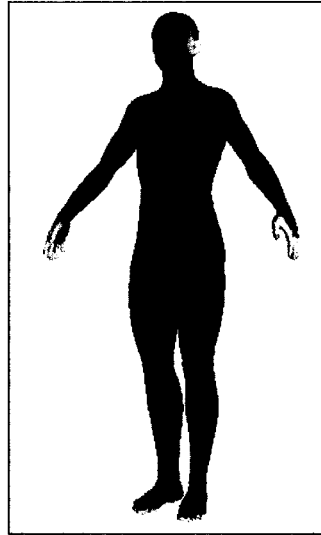


Figure 22 Modèle infographique avec 20000 polygones avec les zones pauvres en données marquées en blanc

Afin de permettre le calcul du coefficient  $w$  de l'équation (2.1) de la section 2.1.2 (retranscrite ci-bas), il est nécessaire d'identifier les zones pauvres en information. Ces zones sont caractérisées par la difficulté, voire l'impossibilité, du système de numérisation à obtenir des points à ces endroits. Ce sont plus particulièrement : le dessous des pieds, les doigts et les oreilles (parties en blanc de la figure 22). Ainsi, les sommets associés à ces zones se voient affecter un poids de  $0$  et les autres sommets un poids de  $1$ .

$$E_d = \sum_{i=1}^n w_i \cdot dist^2(T_i, v_i, D) \quad (3.2)$$

Par la suite, la position de 52 marqueurs du projet CAESAR est indiquée manuellement sur le modèle infographique. Une optimisation de celui-ci est faite pour prendre la forme de l'un des modèles du projet (ayant tous ses marqueurs disponibles) et le résultat est conservé comme étant le nouveau mannequin.

### 3.2.1 Orientation du modèle infographique

Il est à noter que l'orientation du modèle infographique diffère de celle des modèles du projet CAESAR, il est donc nécessaire d'orienter le modèle infographique. Un alignement préalable est tout d'abord effectué, cette opération a pour but que le modèle soit placé dans la même position que s'il était le résultat de la numérisation d'un modèle réel. La figure 23 et la figure 24 présentent respectivement la disposition du modèle infographique et de l'un des modèles CAESAR avant et après l'alignement du premier. Il est à noter que dix modèles CAESAR sont accessible gratuitement sur Internet (Computerized Anthropometric Research & Design Laboratory, 2004) et que les tests sont réalisés sur ces modèles.

Par la suite, l'algorithme d'alignement des centres de gravité et des systèmes d'axes est appliqué au début de l'optimisation. La figure 25 présente le résultat de cet alignement comparé au modèle CAESAR aligné. Il est intéressant de constater immédiatement que la posture des bras du modèle CAESAR n'est pas la même des deux cotés, écartement des bras par rapport au tronc et que la position (écartement) des jambes est moins prononcée chez le modèle infographique. Il y a également une différence au niveau de la posture de la tête, reliée à celle du tronc du modèle CAESAR. Dans la figure 25(b) il est possible de constater que l'angle par rapport au tronc n'est pas la même pour les deux avant-bras.

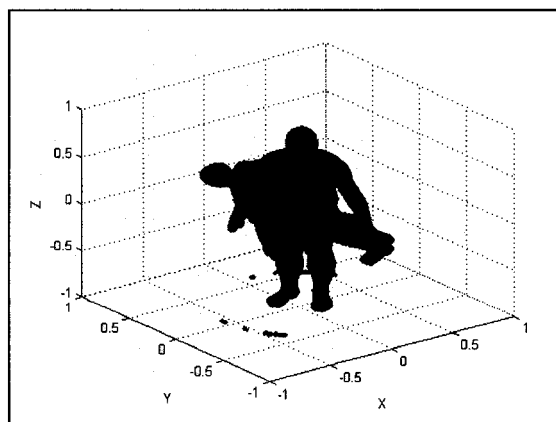


Figure 23 Disposition du modèle infographique original (en bleu) par rapport au modèle CAESAR (en rouge)

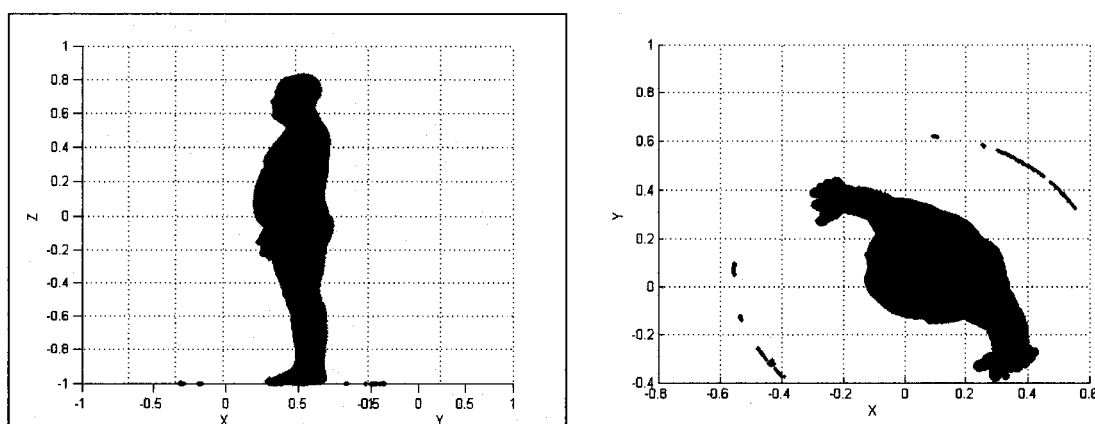


Figure 24 Modèle infographique (en bleu) par rapport au modèle CAESAR (en rouge) après pré alignement, (a) profil et (b) élévation

Un des problèmes concernant le modèle (pour la première optimisation) est que celui-ci fut conçu pour des applications en infographie et que bien qu'ayant l'apparence d'une personne humaine, il en est relativement assez différent. En possédant un modèle infographique représentant plus adéquatement un être humain, l'optimisation serait sans doute accélérée et facilitée grandement par le fait que le modèle serait d'autant plus ressemblant aux modèles CAESAR. L'exemple de la figure 24(a) montre immédiatement que les bras du modèle infographique sont beaucoup plus courts proportionnellement que ceux du modèle CAESAR. Ceci rend plus compliqué



l'obtention d'un mannequin adéquat, il faut que le modèle infographique soit optimisé à un modèle CAESAR similaire pour faciliter l'obtention du mannequin.

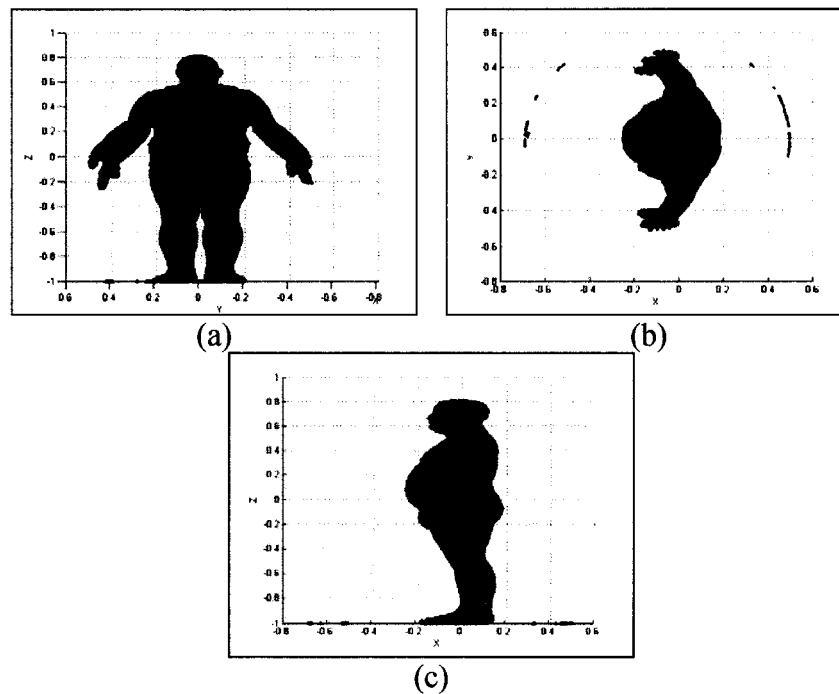


Figure 25 Alignement complet du modèle infographique (bleu) en comparaison avec un modèle CAESAR (rouge), (a) Plan, (b) Élévation et (c) profil

### 3.3 Modélisation surfacique avec marqueurs

Cette section présente les résultats de la modélisation selon la méthode présentée dans le chapitre 2. L'équation (3.3) nécessite l'utilisation de coefficients lors des diverses phases de l'optimisation. L'utilisation du modèle infographique à une seule résolution rend inutile de procéder à l'optimisation en quatre phases. Les coefficients seront alors ceux présentés au tableau II. En combinant les lignes 2 et 3 du tableau II il faut donner une nouvelle valeur pour  $\gamma$ , la valeur moyenne de 5 est alors utilisée.

$$E = \alpha E_d + \beta E_s + \gamma E_m \quad (3.3)$$

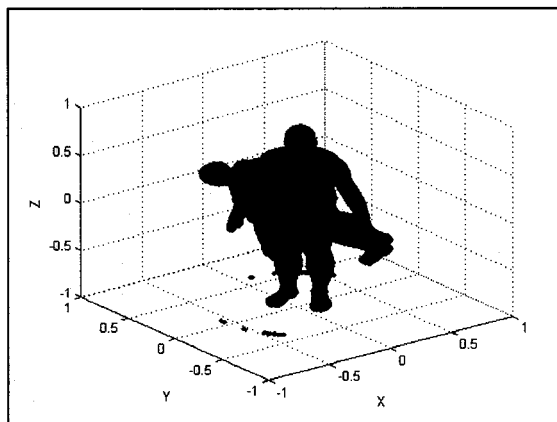


Figure 23 Disposition du modèle infographique original (en bleu) par rapport au modèle CAESAR (en rouge)

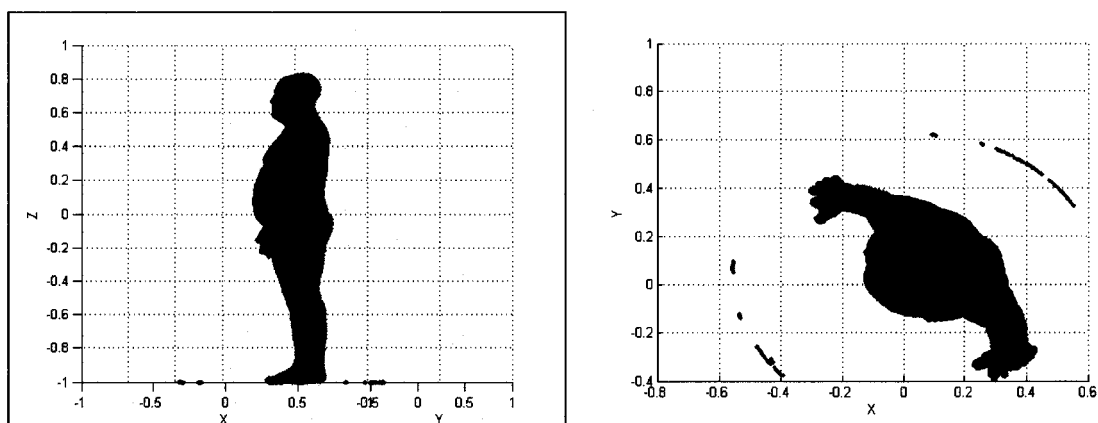


Figure 24 Modèle infographique (en bleu) par rapport au modèle CAESAR (en rouge) après pré alignement, (a) profil et (b) élévation

Un des problèmes concernant le modèle (pour la première optimisation) est que celui-ci fut conçu pour des applications en infographie et que bien qu'ayant l'apparence d'une personne humaine, il en est relativement assez différent. En possédant un modèle infographique représentant plus adéquatement un être humain, l'optimisation serait sans doute accélérée et facilitée grandement par le fait que le modèle serait d'autant plus ressemblant aux modèles CAESAR. L'exemple de la figure 24(a) montre immédiatement que les bras du modèle infographique sont beaucoup plus courts proportionnellement que ceux du modèle CAESAR. Ceci rend plus compliqué

l'obtention d'un mannequin adéquat, il faut que le modèle infographique soit optimisé à un modèle CAESAR similaire pour faciliter l'obtention du mannequin.

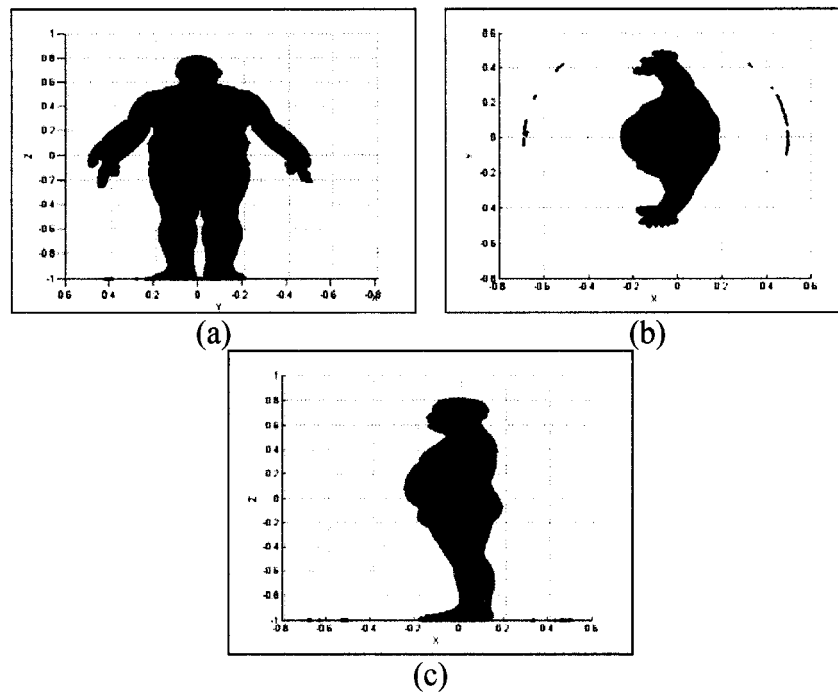


Figure 25 Alignement complet du modèle infographique (bleu) en comparaison avec un modèle CAESAR (rouge), (a) Plan, (b) Élévation et (c) profil

### 3.3 Modélisation surfacique avec marqueurs

Cette section présente les résultats de la modélisation selon la méthode présentée dans le chapitre 2. L'équation (3.3) nécessite l'utilisation de coefficients lors des diverses phases de l'optimisation. L'utilisation du modèle infographique à une seule résolution rend inutile de procéder à l'optimisation en quatre phases. Les coefficients seront alors ceux présentés au tableau II. En combinant les lignes 2 et 3 du tableau II il faut donner une nouvelle valeur pour  $\gamma$ , la valeur moyenne de 5 est alors utilisée.

$$E = \alpha E_d + \beta E_s + \gamma E_m \quad (3.3)$$

Tableau II

Coefficients pour l'optimisation avec utilisation des marqueurs anthropométriques

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Emphase sur les marqueurs	0	1	10
Contribution des données	1	1	5
Domination des données	10	1	1

### 3.3.1 Résultats complets d'une optimisation

Cette sous-section présente en détail les résultats d'une optimisation du modèle infographique à l'un des modèles CAESAR. Tout d'abord, le modèle CAESAR est celui illustré à la figure 26 (modèle d'homme). Ce modèle a pour avantage d'être relativement du même gabarit que le modèle infographique.

Les deux modèles n'ont pas été normalisés, mais un alignement a été effectué. Les deux modèles superposés sont illustrés à la figure 27. La première observation est que la taille des deux modèles n'est pas la même et que les centres de gravités ne semblent pas complètement alignés. Pour ce qui est de la normalisation, l'algorithme d'optimisation aura le soin de pallier à ce problème, sans trop de difficulté. Pour l'alignement, les valeurs des centres de gravité sont les mêmes (à 1 mm près) et coïncident au centre du système cartésien (dans le plan x,y). La densité des nuages de points dans les deux modèles est l'une des raisons qui peut causer la translation entre les deux modèles. Par exemple, le modèle CAESAR contient des trous tandis que le modèle infographique n'en contient pas, de plus les modèles CAESAR sont formés avec beaucoup plus de points.



Figure 26 Modèle CAESAR à obtenir (volontaire #232)

Pendant l'optimisation, les valeurs de la fonction objective (en tenant compte des coefficients du tableau II) sont sauvegardées. De même, les valeurs des erreurs de données (section 2.1.2), de l'erreur de continuité (section 2.1.3) et de l'erreur des marqueurs (section 2.1.4) sont également sauvegardées, mais ces valeurs ne tiennent pas compte des coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  du tableau II, il s'agit des valeurs utilisées pour le calcul de la fonction objective (3.3). La figure 28 illustre l'évolution de la fonction objective au cours de l'optimisation. Les figures 29 à 31 illustrent l'évolution des trois erreurs (simultanément) au cours des phases un, deux et trois respectivement.

Globalement on observe que les courbes d'erreurs diminuent, en oscillant un peu. En certains endroits, la courbe d'erreur de continuité contient des « pics », il s'agit d'une augmentation brusque et prononcée de la valeur d'erreur. Par exemple, au début de la seconde phase, les valeurs des erreurs augmentent comparativement aux valeurs où elles étaient à la dernière optimisation de la phase un, voir figure 30. Dans la troisième phase

à la figure 31 deux « pics » sont observables. Il est à noter que ces « pics » se reflètent également dans la valeur de la fonction objective, figure 28.

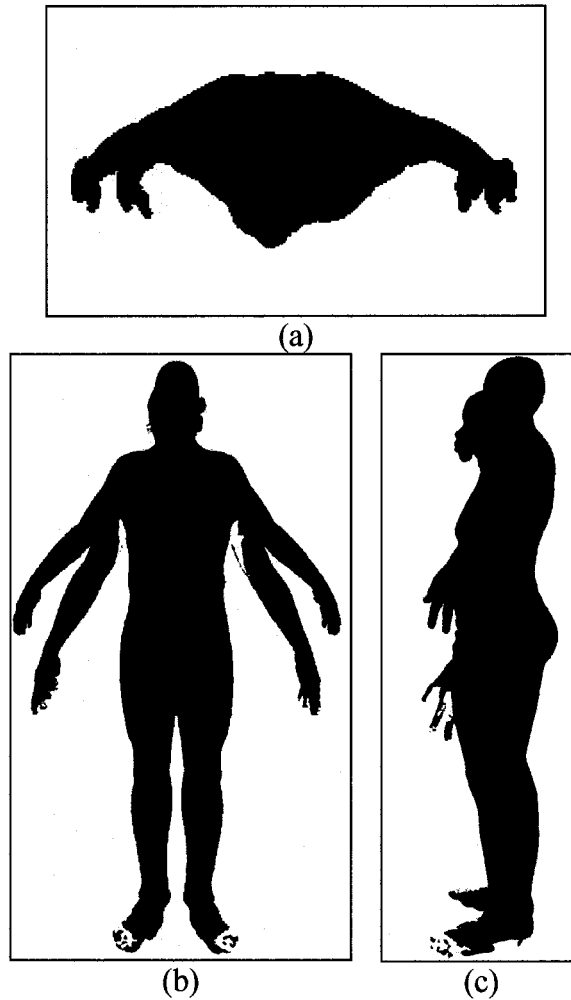


Figure 27 Comparaison du modèle infographique (en bleu) avec le modèle CAESAR (en rouge). Selon (a) la vue d'élévation, (b) la vue de plan et (c) la vue de profil

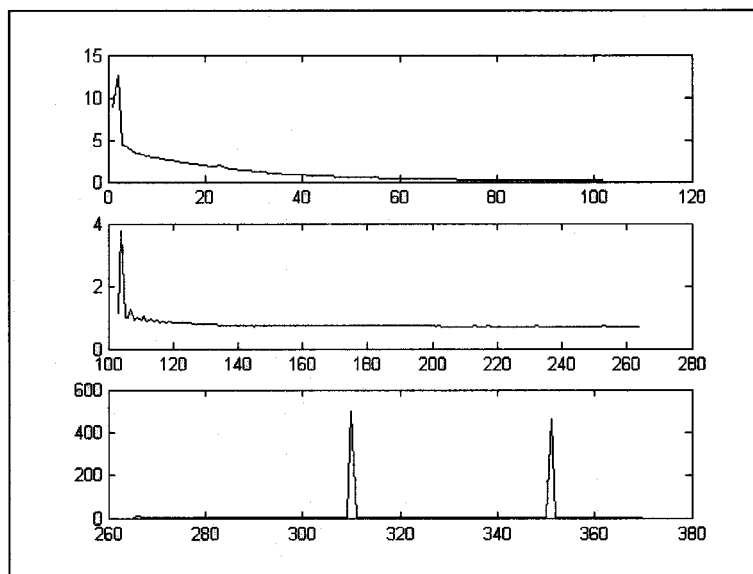


Figure 28 Les valeurs de la fonction objective pour les trois phases de l'optimisation, de haut en bas, phase 1-2-3

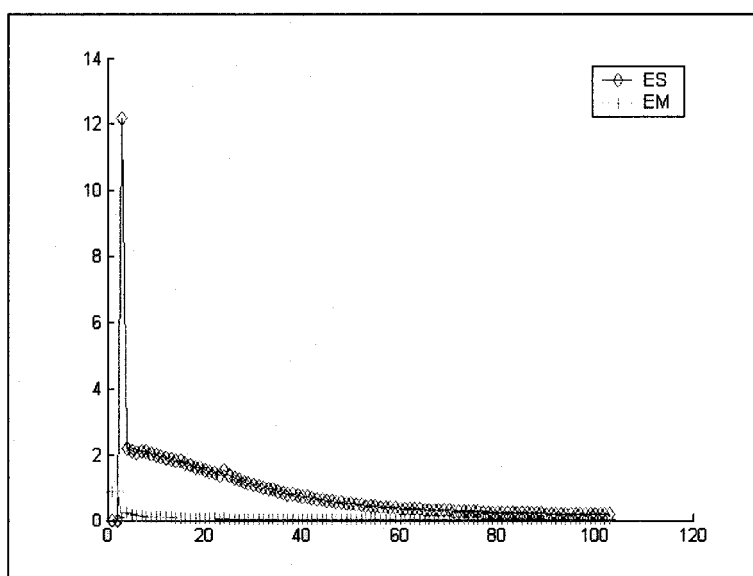


Figure 29 Les trois erreurs au cours de la première phase de l'optimisation

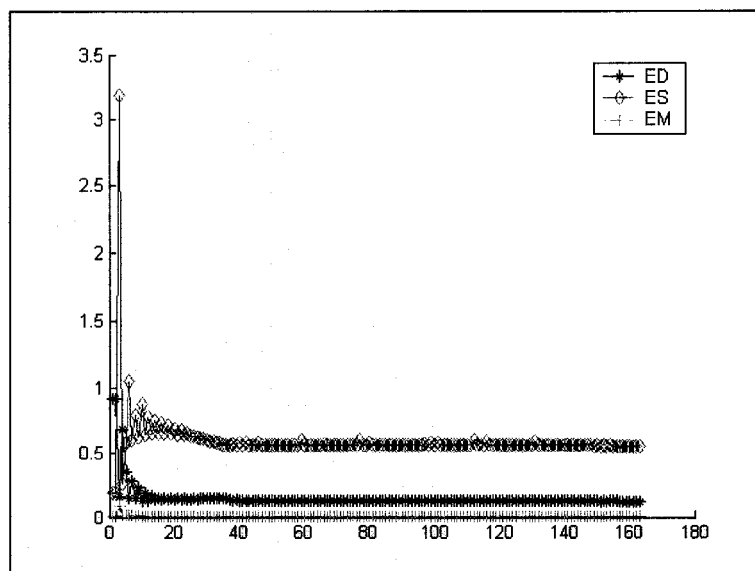


Figure 30 Les trois erreurs au cours de la seconde phase de l'optimisation

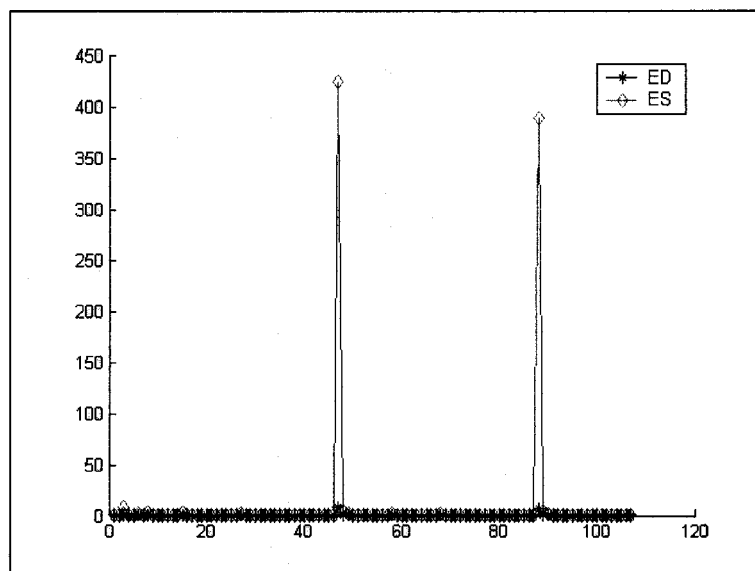


Figure 31 Les trois erreurs au cours de la troisième phase de l'optimisation

L'explication pour ces « pics » est liée au fonctionnement de l'algorithme d'optimisation en langage Fortran (L-BFGS-B de l'annexe 4). Celui-ci reçoit principalement comme arguments l'information sur les valeurs des transformations affines et le gradient de la fonction objective. La correction proposée par la fonction est probablement trop grande



et dépasse le point à atteindre, suivant la direction de changement indiquée par le gradient. Cette grande variation survient normalement lorsque la fonction a fait plusieurs optimisations et tombe toujours très près de la même valeur. Les observations sur les valeurs de la fonction objective, tout au long de l'optimisation, permettent de poser comme hypothèse que le programme tente de déterminer s'il se trouve réellement dans un minimum local et dans le cas échéant, d'en sortir. Plus particulièrement, la continuité n'est pas nulle et le programme ne semble pas en mesure de réduire la valeur obtenue. Il tente alors de valider qu'il n'est pas dans un minimum local. Il a été noté que les « pics » surviennent systématiquement après un certain nombre de cycles retournant sensiblement la même valeur de fonction objective, rendant ce comportement lié au code de la fonction Fortran.

Finalement, il est possible de valider les résultats obtenus (forme du modèle résultant) en comparant avec le modèle original, figure 32. Ce résultat est obtenu en effectuant 369 itérations dans le cas présent et offre une fonction objective valant 1,66197 en fin d'optimisation. Ce résultat est très acceptable étant donné que les coefficients, tableau II, donnent un multiple de 10 pour l'erreur des données. Les deux modèles ne sont pas parfaitement identiques, mais extrêmement près l'un de l'autre. De plus, il est bon de noter qu'aux endroits où il y avait des trous, c'est le bleu du modèle infographique qui apparaît.

Une autre validation peut être effectuée, cette fois pour valider que les trous, du modèle CAESAR original, ont bien été bouchés. Pour visualiser les zones contenant originellement des trous il suffit de se référer à la figure 26. Ici, on se concentrera sur le côté et l'arrière de la tête, le dessous des pieds et l'entrejambe, la figure 33 permet de visualiser les zones, contenant originellement des trous, après la modélisation.

On constate que le dessous des pieds n'a pas été reconstruit en utilisant une surface plane, mais par la forme du dessous des pieds du modèle infographique. Une lacune est

cependant observée au niveau des oreilles, il semble que les poids donnés à cette région du modèle n'englobent pas suffisamment de points et qu'il serait bon d'ajouter une transition entre les points de la zone et ceux limitrophes. Des poids de  $0$  sont associés aux points des zones pauvres en données, dont les oreilles font parties et des poids de  $1$  aux autres, mais qu'entre ces zones il n'y a pas de valeurs effectuant la transition.

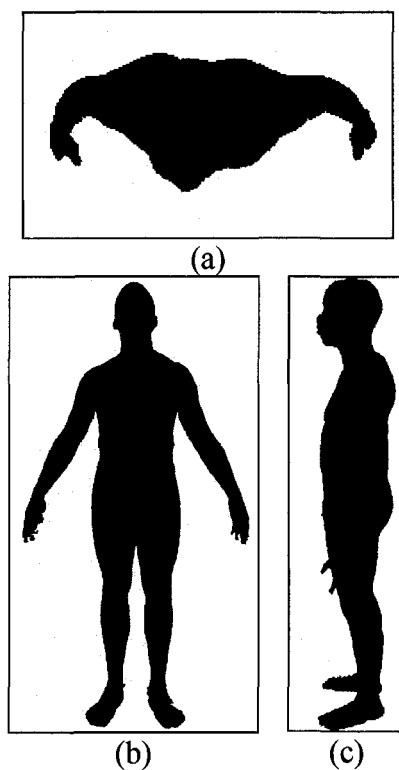


Figure 32 Résultats de l'optimisation, en rouge le modèle CAESAR et en bleu le modèle infographique optimisé. Vues de (a) élévation, (b) plan et (c) profil



Figure 33 Reconstruction des zones contenant des trous dans le modèle original

### **3.3.2 Généralisation de l'algorithme d'optimisation sur d'autres modèles CAESAR**

Cette sous-section présentera brièvement les résultats obtenus après l'application de l'algorithme d'optimisation sur d'autres modèles. Le modèle infographique est encore celui utilisé pour ces tests. Afin de bien réaliser les possibilités de l'algorithme, celui-ci sera appliqué sur des modèles de formes, de taille et de gabarit différents du modèle infographique original. À partir des modèles accessibles gratuitement et correctement alignés, on dispose uniquement de modèles de femmes correctement triangulés. Des modèles d'hommes sont disponibles, mais ils présentent soit des triangles dégénérés ou des problèmes de corruption de fichier.

Tout d'abord, la figure 34 présente les deux modèles CAESAR supplémentaires pour tester l'algorithme de modélisation surfacique. Par la suite, la figure 35 et la figure 36 présentent respectivement les résultats de la modélisation pour les modèles 380 et 401 du projet CAESAR. Les résultats obtenus sont de forme et d'aspect similaires aux modèles originaux. Il est à noter que les mains des deux modèles sont déformées par l'optimisation par rapport à leur forme initiale. La raison est liée à leurs différences par rapport aux mains du modèle infographique (qui sont celles d'un homme et donc avec des doigts plus gros). Il ne faut pas oublier que les doigts de tous les modèles obtenus sont très similaires à ceux du modèle infographique. En effet, bien que la forme des mains change, les doigts demeurent ceux du modèle infographique puisque les doigts sont identifiés comme faisant partie d'une zone pauvre en donnée.

Une comparaison entre les modèles résultant et les modèles CAESAR est effectuée afin de bien valider les résultats obtenus. La figure 37 illustre le modèle 380 obtenu avec le modèle CAESAR original et la figure 38 fait de même pour le modèle 401.

Les fonctions objectives pour ces optimisations ont des valeurs finales qui se situent entre 1,73 et 2,74. Pour les modèles féminins, les différences se retrouvent toutes dans les mêmes zones. Il s'agit des seins et du bassin dont la surface du modèle infographique se retrouve sous celle du modèle CAESAR. Ceci peut s'expliquer par la différence fondamentale dans la structure d'un modèle masculin (infographique) et un modèle féminin pour ces zones du corps. Un modèle infographique de femme serait probablement plus adapté pour la modélisation de femmes! Il semble pourtant que (Allen et al., 2003) ont également utilisé un modèle initial ayant la forme d'un homme pour leur modélisation des modèles féminins. Cependant, la raison la plus plausible est que le modèle infographique ne possède pas assez de sommets pour bien épouser la surface du modèle CAESAR.

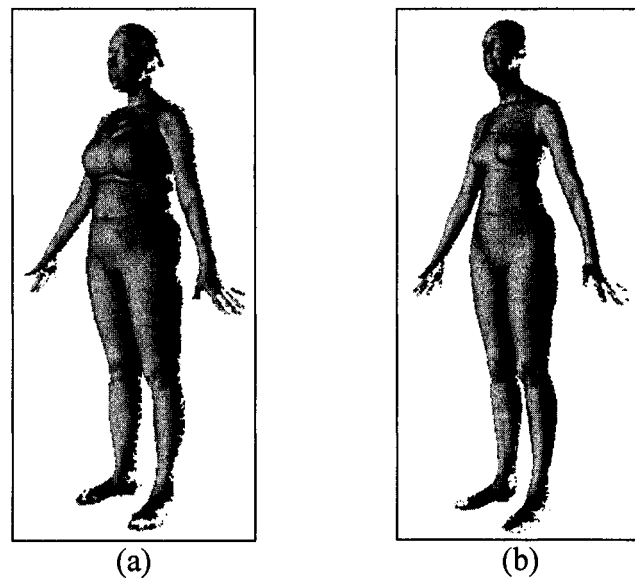


Figure 34 Autres modèles CAESAR originaux pour exemples de l'application de l'algorithme de modélisation surfacique, (a) modèle 380, (b) modèle 401

Dans le cas présent, les modèles de femmes ont été testés afin de valider l'apport de la normalisation, étant les seuls modèles alignés et disponibles sur Internet. Il aurait très bien été possible de faire l'optimisation sans aucun alignement, tel que le font (Allen et al., 2003).

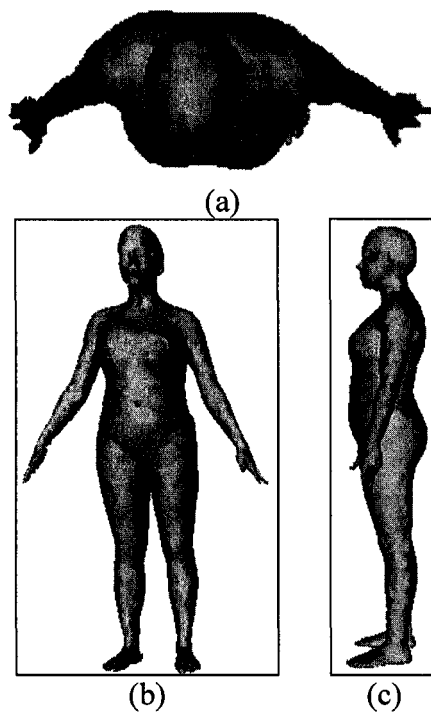


Figure 35 Résultats de la modélisation surfacique du modèle CAESAR 380, vues (a) élévation, (b) plan et (c) profil

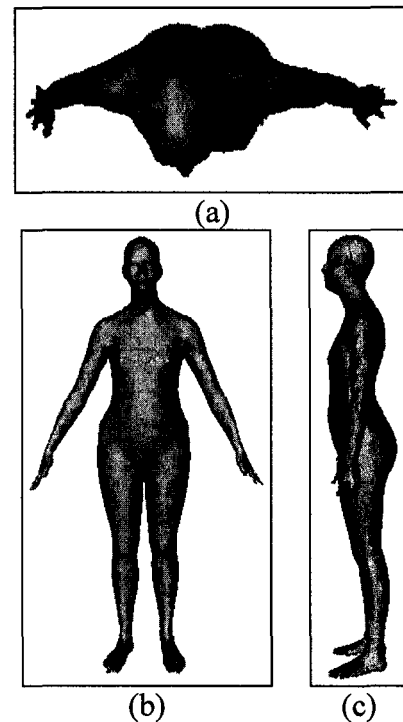


Figure 36 Résultats de la modélisation surfacique du modèle CAESAR 401, vues (a) élévation, (b) plan et (c) profil

Il faut noter que pour tous les tests effectués, le nombre de marqueurs n'est pas celui de l'acquisition de données du projet CAESAR. Il s'agit ici d'un nombre de marqueurs provenant de l'identification manuelle dans PolyWorks, soit 52 marqueurs. L'ajout des quelques 20 marqueurs manquant pour arriver au même nombre que le projet CAESAR pourrait aider à raffiner les modèles obtenus, mais dans le cas présent il s'agissait de vérifier s'il était au moins possible de diminuer le nombre de marqueurs requis, tout en ayant un algorithme fonctionnel, avant de tenter de les éliminer complètement, section 3.4.

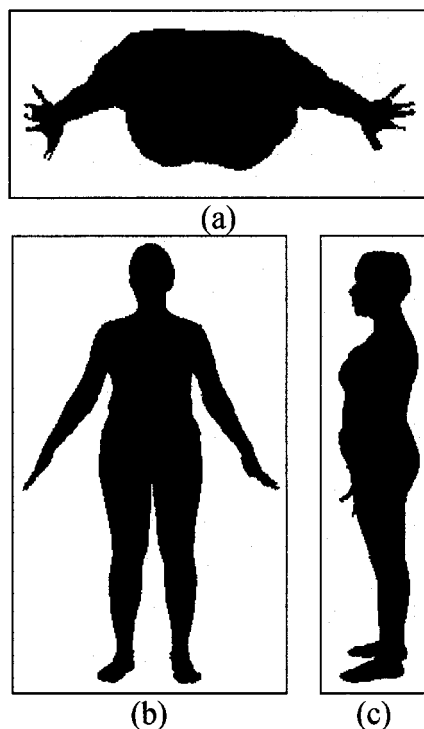


Figure 37 Comparaison du modèle infographique obtenu (bleu) avec le modèle CAESAR 380 (rouge)

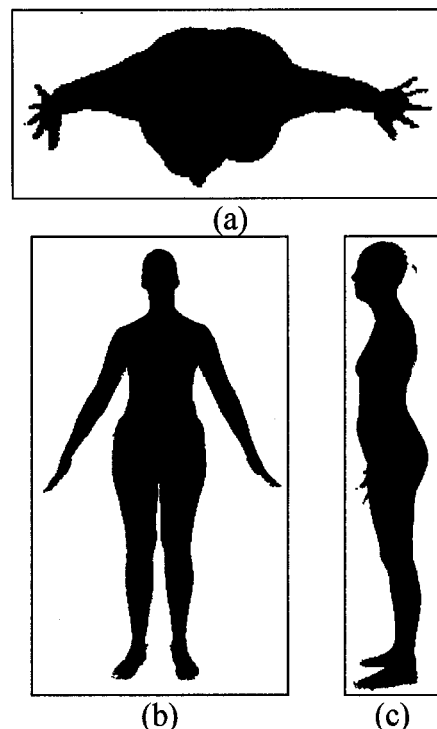


Figure 38 Comparaison du modèle infographique obtenu (bleu) avec le modèle CAESAR 401 (rouge)

### 3.4 Modélisation surfacique sans marqueurs

Le but est maintenant d'enlever la contribution des marqueurs anthropométriques dans le calcul de la fonction objective à optimiser, soit le terme  $E_m$ . L'équation (3.4) est alors celle à optimiser.

$$E = \alpha \cdot E_d + \beta \cdot E_s \quad (3.4)$$

Les coefficients de la fonction objective varieront selon les valeurs du tableau III, car ils doivent tenir compte de la suppression simultanée de la première phase et du troisième terme d'erreur.

Tableau III

Coefficients pour l'optimisation sans l'utilisation des marqueurs anthropométriques

	$\alpha$	$\beta$
Contribution des données	1	1
Domination des données	10	1

Il est bon de souligner qu'en plus du retrait de l'une des phases, originellement incluse au tableau II, le tableau III doit également varier les valeurs des coefficients pour les deux autres termes et ce durant les deux phases restantes. En effet, au cours de la première phase, le coefficient de  $\alpha$  valait zéro. Maintenant, la première étape accorde la même importance à l'erreur des données qu'à celle de la continuité, afin de faire une pseudo pré-optimisation en commençant le traitement. Pour la seconde phase une plus grande importance à l'erreur sur les données est accordée.

Des tests sans l'utilisation des marqueurs ont été effectués, tout d'abord en utilisant un gradient calculé par une différence finie, puis avec la dérivée analytique. La figure 39 montre le résultat de la modélisation avec le premier calcul de gradient. On remarque immédiatement que la structure du modèle est bonne et que le modèle ressemble au modèle CAESAR original de la figure 40. Il faut noter qu'à ce stade les normales n'étaient pas encore implantées dans l'algorithme, ce qui explique les mauvaises formations du modèle au niveau des bras et des jambes. En mettant les deux modèles ensemble, figure 41, la différence entre les deux est évidente. La longueur des bras n'est pas correcte, la position des mains n'est pas le long de l'axe des bras du modèle, l'écartement des jambes n'est pas la même et les pieds sont mal positionnés. Il en résulte que dans le cas présent l'utilisation des marqueurs pour la méthode surfacique est nécessaire, lorsque les modèles ont des surfaces éloignées (cette observation se confirme avec l'autre calcul de gradient et d'autres tests non présentés dans cette section).

En utilisant la méthode de calcul du gradient par la dérivée analytique, le même type de résultat est obtenu, les membres inférieurs et supérieurs ne sont pas de la bonne longueur

et ils sont écartés plus ou moins par rapport au tronc et la position souhaitée, voir figure 42.

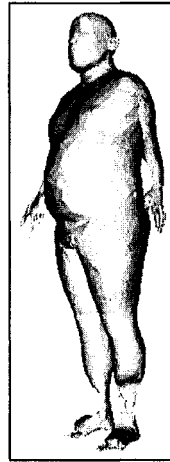


Figure 39 Résultat de la modélisation sans l'utilisation des marqueurs anthropométriques



Figure 40 Modèle CAESAR original utilisé pour la modélisation sans l'utilisation des marqueurs anthropométrique

Les résultats obtenus avec les deux méthodes de calcul du gradient sont présentés puisqu'elles sont équivalentes, seul le temps de calcul diffère. Le résultat de cette méthode a donc été présenté, sans l'utilisation des marqueurs, pour montrer plusieurs essais effectués. De plus, d'autres tests ont été effectués sur un autre modèle masculin et sur deux modèles féminins et ont donné des résultats encore moins satisfaisants en raison de la trop grande différence avec le modèle infographique. Ceci vient renforcer l'hypothèse que les marqueurs sont sinon nécessaires, du moins requis en partie pour le fonctionnement de l'algorithme.



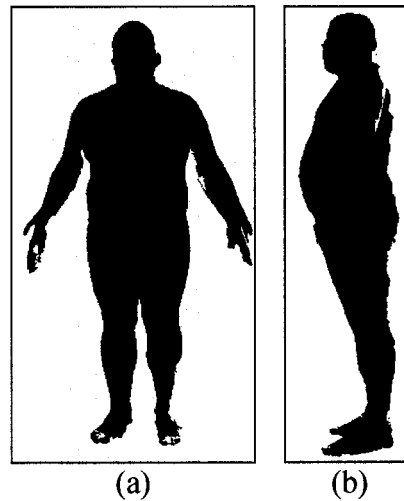


Figure 41 Comparaison du résultat de l'optimisation sans l'utilisation des marqueurs (bleu) avec le modèle CAESAR original (rouge), (a) vue de plan et (b) vue de profil



Figure 42 Un second exemple de modélisation sans l'apport des marqueurs, en utilisant le gradient obtenu par dérivée analytique

Tel que proposé à la section 3.2, un modèle infographique respectant mieux la forme et les proportions d'un être humain serait peut-être plus en mesure de prendre correctement la forme souhaitée et plus facilement. Car les longueurs des membres seraient plus près de la réalité et une bonne implantation des normales (une évaluation plus strictes des normales et non une approximation comme à l'annexe 2) serait plus apte à réaliser une

modélisation surfacique sans l'apport des marqueurs. Il semble ici que l'utilisation faite des normales ne soit pas tout à fait adaptée aux besoins de l'algorithme. Il a été posé que l'angle entre les normales ne doit pas dépasser 90 degrés, il serait intéressant de voir l'influence sur les résultats d'une diminution de cette valeur. À savoir si la diminution de l'angle maximal entre les normales, pour qu'elles satisfassent le critère de correspondance, permettrait de contraindre d'avantage l'association entre les sommets des deux modèles.

Les résultats obtenus jusqu'ici incluaient la normalisation des modèles, mais en effectuant la modélisation sans l'utilisation des marqueurs anthropométriques et sans effectuer préalablement la normalisation, on obtient des résultats désastreux! La figure 43 montre le résultat obtenu. Le problème suspecté semble lié à l'application des normales, elle est peut-être en partie responsable de la piètre qualité de ce résultat. Ceci n'est pas certain puisque en comparant le résultat de la figure 39 fait avant l'implantation des normales avec celui de la figure 44 (après implantation des normales), on obtient une bonne modélisation des membres inférieurs et supérieurs, ce qui serait impossible sans les normales.

Il a tout de même été possible de conclure, outre le fait que la modélisation sans les normales ne fonctionne pas pour les tests effectués, que l'ajout de l'algorithme effectuant la normalisation des modèles en début de traitement améliore tout de même grandement les résultats obtenus. Il semble que les marqueurs sont très utiles pour le bon fonctionnement de l'algorithme surfacique. Cependant, l'expérimentation n'a pas permis de tirer de conclusions hors de tous doutes, mais les tests laissent croire que leurs absences ne permettraient pas d'obtenir de bons résultats.



Figure 43 Résultats d'une modélisation sans les marqueurs et sans normalisation des modèles

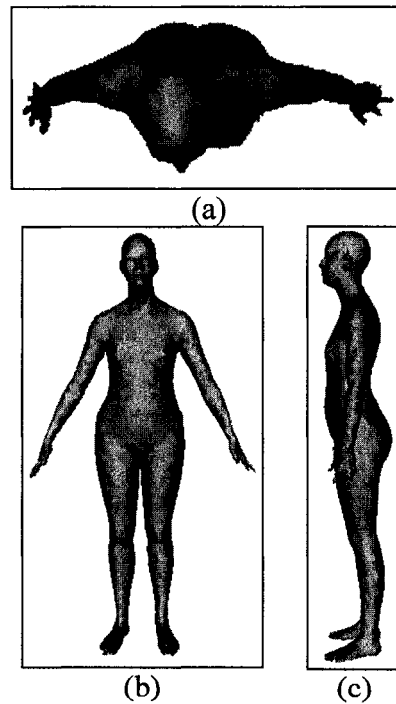


Figure 44 Résultats de la modélisation surfacique du modèle CAESAR 401, vues (a) élévation, (b) plan et (c) profil

Le prochain chapitre présentera la théorie et les résultats de l'analyse en composantes principales sur des modèles n'ayant pas été alignés avant l'optimisation.

## CHAPITRE 4

### ANALYSE DE LA VARIABILITÉ DE LA FORME HUMAINE

Maintenant qu'une méthode de modélisation surfacique permettant de caractériser les modèles du projet CAESAR a été développée, il est possible d'étudier la variabilité de la forme du corps humain à l'aide d'outils statistiques. L'idée est de trouver un nouveau système de représentation des données permettant d'extraire les principales variations dans les résultats obtenus. L'analyse en composantes principales (ACP) est un outil permettant de passer du système de représentation original à un système plus adéquat où chacun des axes indique le sens de variation maximal des données. Pour visualiser le problème, il suffit de voir la figure 45 qui montre un problème à deux dimension avec le premier axe principal du problème qui permet à lui seul de caractériser presque en totalité l'information initiale (celui passant au travers du nuage de points).

Il s'agit en effet de trouver un système d'axes permettant de mieux représenter les données et permettre par la suite de conserver uniquement l'information selon les axes les plus représentatifs afin de diminuer la complexité de l'information. Les principes de l'ACP sont décrits dans (Lebart et al., 2000). Les résultats de l'ACP seront comparés à ceux des mêmes modèles du projet CAESAR mais en représentation volumétrique. (Ben Azouz, 2005).

Après avoir effectué l'ACP, on dispose d'outils permettant de visualiser et d'analyser les résultats. Les outils utilisés seront décrits dans les sections suivantes.

Dans la première partie de ce chapitre seront présentés les concepts mathématiques et par la suite les résultats obtenus seront présentés et analysés, finalement une discussion sur les résultats de l'analyse en composantes principales et une brève comparaison avec ceux de la méthode volumétrique sera présentée.

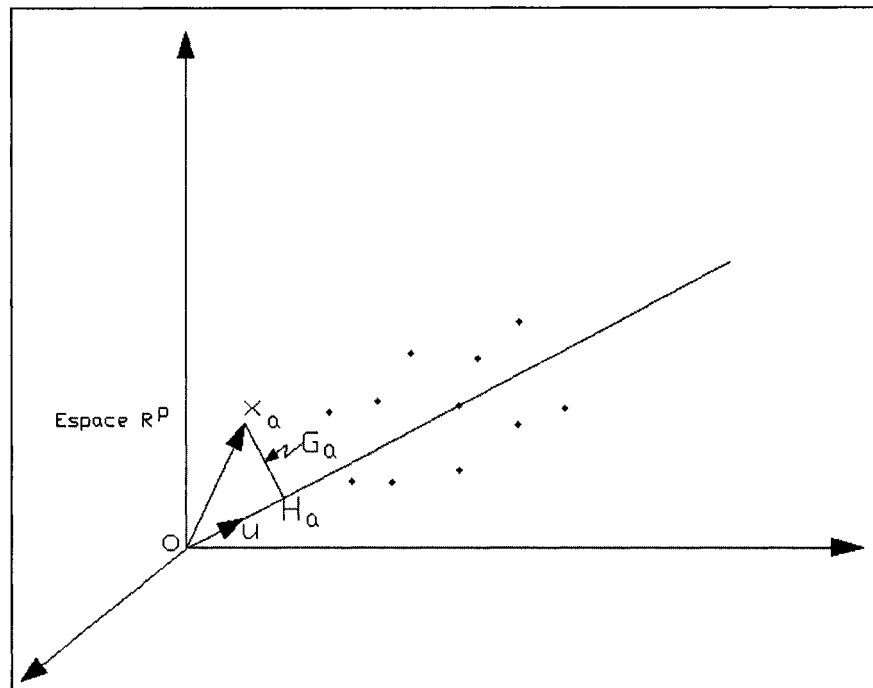


Figure 45 Ensemble de données en 2D et son premier vecteur propre et illustration du principe de l'analyse en composantes principales

#### 4.1 Concepts mathématiques de l'ACP

Tout d'abord les notions permettant de représenter sous forme de vecteur chacun des modèles obtenus seront présentées, puis l'obtention de la matrice de covariance sera traitée. Ensuite, la méthode de projection des modèles sur les axes obtenus et la visualisation de la variation selon ces axes seront expliquées.

##### 4.1.1 Représentation vectorielle et matricielle des modèles

Chaque modèle est représenté sous la forme d'un vecteur colonne et l'ensemble des modèles sous forme de matrice. Il est donc proposé d'organiser chacun des  $K$  modèles sous la forme de vecteur de dimension  $p$ , où  $p$  est le nombre de sommets et chaque élément du vecteur représente un triplet de coordonnées  $(x, y, z)$ . Le modèle  $K_i$  est

représenté par le vecteur colonne  $s_i$ , où  $i$  représente un modèle de la population. Le vecteur  $s_i$  est défini en (4.1).

$$s_i = \left[ (x_{i1} \ y_{i1} \ z_{i1}) \ \dots \ (x_{ip} \ y_{ip} \ z_{ip}) \right]^T \quad (4.1)$$

Après avoir calculé les vecteurs de tous les modèles de la population sous analyse, on forme la matrice  $S$  de dimension  $p \times K$ , définie par l'équation (4.2).

$$S = \begin{bmatrix} s_1 & s_2 & \dots & s_{K-1} & s_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{21} & \dots & s_{k1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{1p} & s_{2p} & \dots & s_{kp} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

L'étape suivante consiste à trouver l'individu moyen de la population, noté  $\bar{s}$ , et défini dans l'équation (4.3).

$$\bar{s} = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K s_i \quad (4.3)$$

où  $s_i$  est le vecteur colonne du modèle  $i$ , la moyenne calculée fait la moyenne des individus terme à terme.

Afin d'effectuer l'ACP, il faut centrer les données à analyser en leur soustrayant le modèle moyen  $\bar{s}$ . La matrice  $U$  est alors obtenue, la matrice des modèles centrés, constituée des vecteurs  $u_i$ , les modèles centrés. Les vecteurs  $u_i$  sont définis en (4.4) et la matrice  $U$  est définie en (4.5).

$$u_i = s_i - \bar{s} \quad (4.4)$$

$$U = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_{K-1} & u_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{k1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{1p} & u_{2p} & \dots & u_{kp} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

#### 4.1.2 Calcul de la matrice de covariance

Afin d'introduire le concept de matrice de covariance, il serait intéressant de définir graphiquement l'ACP, en utilisant la figure 45. Soit le nuage de  $k$  points dans un espace  $R^p$  dont chaque point est défini comme étant une colonne de la matrice de données  $X$ . On cherche alors un sous-espace vectoriel à une dimension, passant par l'origine. Le vecteur unitaire directeur de la droite recherchée est défini et noté  $\vec{\mu}$ . Il est également noté que  $\vec{\mu}$  est un vecteur colonne de longueur  $p$  et  $\vec{\mu}^T$  sa transposée. Il est possible de forcer  $\vec{\mu}$  à être unitaire en forçant son module à un, tel que  $\vec{\mu}^T \vec{\mu} = 1$ .

La longueur de la projection  $\vec{H}_a$ , provenant de la projection de  $\vec{x}_a$  sur le sous-espace défini par  $\vec{\mu}$ , est donnée par le produit scalaire  $\vec{x}_a$  par  $\vec{\mu}$ , voir figure 45. Chacune des  $K$  colonnes de  $X$  est un vecteur noté  $\vec{x}_a$  dans  $R^p$  et que le produit matriciel  $X^T \vec{\mu}$  donne le vecteur colonne de  $k$  éléments, équation (4.6).

$$X^T \vec{\mu} = \begin{bmatrix} x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ \cdots & x_{ij} & \cdots \\ x_{a1} & \cdots & x_{ap} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_b \\ \vdots \\ u_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \sum_b x_{ab} \vec{u}_b \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Ce sont alors les valeurs du vecteur résultant de  $X^T \vec{\mu}$  qui sont les valeurs de tous les points du nuage projetés sur  $\vec{\mu}$ . Pour procéder à l'ajustement d'un sous-espace à un nuage de points, le critère des moindres carrés est utilisé, parce que simple de compréhension et d'application. Ce critère minimise l'écart entre la droite recherchée et les points du nuage. La distance entre  $\vec{x}_a$  et  $\vec{H}_a$  est notée  $\vec{G}_a$  et le critère de minimisation de la distance donne :

$$\min \sum_{a=1}^k (\bar{G}_a)^2 \quad (4.7)$$

Afin de pouvoir évaluer (4.7) le théorème de Pythagore est utilisé (4.8).

$$\bar{G}_a^2 = \bar{x}_a^2 - \bar{H}_a^2 \quad (4.8)$$

Puisqu'il faut minimiser la distance de la droite avec tous les  $K$  points, on utilisera la sommation :

$$\sum_a \bar{G}_a^2 = \sum_a \bar{x}_a^2 - \sum_a \bar{H}_a^2 \quad (4.9)$$

Puisque  $\sum_a \bar{x}_a^2$  est connu, constant et indépendant de  $\bar{u}$ , c'est alors le maximum de (4.10) qui est recherché, puisque minimiser la distance avec le terme constant revient à maximiser la projection. La relation à maximiser peut également s'exprimer en fonction de  $X$  et  $\bar{u}$  :

$$\sum_a \bar{H}_a^2 = (X^T \bar{\mu})^T X^T \bar{\mu} = \bar{\mu}^T X X^T \bar{\mu} \quad (4.10)$$

On trouve alors que  $X X^T$  est la matrice de covariance et que  $\bar{\mu}_a$  est le maximum de la matrice, donc de  $\sum_a \bar{G}_a^2$ . Ainsi  $\bar{\mu}_a$  est le premier vecteur propre de la matrice  $X X^T$  (notée  $C$ ).

L'approche usuelle est d'obtenir une matrice de covariance caractérisant les  $p$  variables, dans ce cas la matrice  $C$  est obtenue par l'équation (4.11) et est de dimension  $p \times p$ . Les données sont centrées pour que les vecteurs obtenus soient indépendants du système d'axes original.

$$C = U U^T \quad (4.11)$$



Puisque dans le cas présent le nombre de variables est largement supérieur au nombre d'individus ( $p \gg K$ ), le calcul des  $p$  vecteurs propres devient une tâche coûteuse en temps de calcul à réaliser. Cependant, les vecteurs propres et valeurs propres de la matrice  $C'$  de dimension  $K \times K$  peuvent être déterminés, la matrice  $C'$  étant donnée par l'équation (4.12) et représentant une alternative à la résolution du problème. Tant que le nombre d'individus étudié est plus petit que le nombre de variables ( $K < p$ ), il n'y aura que  $K$  vecteurs propres possibles au lieu de  $p$ .

$$C' = U^T U \quad (4.12)$$

#### 4.1.3 Projection sur les vecteurs propres des modèles

L'idée de l'ACP est de représenter les données de manière plus compacte, avec moins de coefficients pour les caractériser. Suite à l'ACP de la matrice  $C'$  de l'équation (4.12), on est en mesure d'approximer les vecteurs originaux  $s_i$ , notés  $s_i'$ . Les vecteurs originaux sont approximés par une sommation pondérée des vecteurs propres  $\bar{\mu}_j$  correspondant aux  $M$  plus grandes valeurs propres  $\lambda_j$ , tel qu'indiqué à l'équation (4.13). Puisque les données ont été centrées, le vecteur  $s_i'$  obtenu est donc la variation par rapport au vecteur moyen, c'est pourquoi  $\bar{s}$  est ajouté au résultat de la sommation dans l'équation (4.13).

$$s_i' \approx \bar{s} + \sum_{j=1}^M c_{ij} \bar{\mu}_j \quad 0 \leq M \leq n \quad (4.13)$$

où  $c_{ij}$  est un scalaire correspondant à la valeur obtenue par la projection d'un modèle sur l'un des vecteurs propres, autrement dit il s'agit de la projection d'un vecteur de données centré  $u_i$  sur le vecteur propre  $\bar{\mu}_i$ , soit par définition son produit scalaire, tel qu'indiqué à l'équation (4.14). Il est important de noter que le vecteur original doit être centré en soustrayant le vecteur moyen, puisque la matrice de covariance a été obtenue à partir de données centrées.

$$c_{ij} = u_i \cdot \bar{\mu}_j \quad (4.14)$$

Les valeurs propres  $\lambda_j$  sont ordonnées en ordre décroissant, donnant l'importance de chacun des vecteurs propres. La magnitude de  $\lambda_i$  équivaut à la variance de l'ensemble des données traversées par son vecteur propre  $\mu_j$ , tel qu'indiqué par l'équation (4.15).

$$\lambda_j = \sigma_j^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \bar{\mu}_j \quad (4.15)$$

Un supplément sur les notions de bases de l'analyse en composantes principales, propriétés et exemple, est traité dans l'annexe 5.

Étant en présence des  $K$  vecteurs propres dans l'espace des individus et non des variables, il faut être en mesure de faire le transfert d'un espace à l'autre, puisque l'espace des variables est beaucoup plus significatif. La correspondance entre les valeurs propres est directe, équation (4.16). Dans l'espace des variables, les vecteurs propres  $v_j$  ont également une correspondance avec ceux de l'espace des individus  $\bar{\mu}_j$  :

$$\lambda_j = \lambda_i \quad \forall i \in [0, K-1] \quad (4.16)$$

$$\bar{v}_j = \frac{1}{\sqrt{\lambda_i}} U \bar{\mu}_j \quad \forall i \in [0, K-1] \quad (4.17)$$

La qualité de la reconstruction d'un modèle à partir des vecteurs propres conservés est dépendante de la fraction de la variance totale contenue dans les  $M$  vecteurs propres utilisés pour la reconstruction, cette fraction est donnée par l'équation (4.18).

$$q_M = \frac{\sum_{i=1}^M \lambda_i}{\sum_{i=1}^N \lambda_i} \quad (4.18)$$

Chaque modèle 3D sera alors caractérisé par un ensemble de  $M$  coefficients qui représentent une forme compacte et valide de représentation.

#### 4.1.4 Principes d'observation des modes de variation

Le but ici est de visualiser la signification de chacun des modes de variation le long des vecteurs propres. Pour ce faire, un modèle « moyen » qui est au centre de la distribution de la population à l'étude est d'abord trouvé. Ce modèle servira de base pour la visualisation de la variabilité le long des principaux vecteurs propres.

Il est bon de résumer ici la méthodologie complète avant d'indiquer la marche à suivre pour visualiser l'influence des différents modes :

1. Placer les modèles de la population dans une matrice et calculer la personne moyenne.
2. Centrer les données et construire la matrice de covariance.
3. Effectuer l'ACP et ordonner en ordre décroissant les valeurs propres et les vecteurs propres correspondants.
4. Déterminer le nombre de vecteurs propres qui seront conservés.
5. Étant dans l'espace des individus, les vecteurs propres retenus sont projetés dans l'espace des variables, équation (4.17).
6. Calcul des coefficients  $c_{ij}$  pour le modèle à approximer, équation (4.14).

#### 7. Approximation du modèle à l'aide de l'équation (4.13).

Pour visualiser l'influence de chacun des modes, il faut calculer pour tous les  $K$  modèles de la population les valeurs des coefficients  $c_{ij}$  et ce pour chacun des vecteurs propres d'intérêt. La plage de variabilité des valeurs le long de chacun des axes est ainsi obtenue. Il suffit alors de calculer les minimums et les maximums pour chaque axe, de déterminer un incrément permettant de parcourir l'ensemble de cette plage et de procéder à la reconstruction en fixant les valeurs de  $c_{ij}$  à celles du modèle moyen pour les axes ne variant pas, ceux dont la signification est à l'étude. Puisque le modèle moyen est soustrait de tous les modèles à reconstruire, on obtiendra des coefficients nuls pour tous les axes qui ne constituent pas celui à l'étude.

#### 4.2 Résultats de l'analyse en composantes principales

Pour cette partie du traitement, un salmigondis d'individus a été sélectionné pour constituer la population à l'étude. Il s'agit de 295 modèles d'homme de toutes les tailles et de toutes les formes. Deux analyses ont été effectuées, la première sur les modèles à l'état brut (non normalisés) et la seconde sur les modèles normalisés. Les modèles des deux populations ont tout d'abord été alignés avant de procéder à l'analyse en composantes principales.

Il est à noter que pour cette partie, le modèle infographique original (20 000 triangles et 51 marqueurs) a tout d'abord été optimisé au modèle CAESAR #232, il a donc été possible d'obtenir un mannequin contenant tous ses marqueurs. En effet, une fois optimisé au modèle 232, les marqueurs de ce dernier sont appliqués au modèle résultant. Le modèle 232 optimisé obtenu servira alors de mannequin pour le reste de l'expérimentation, ce principe est illustré à la figure 46.

Une brève analyse des premiers modes de variation a également été effectuée. Il s'avère assez difficile de faire ressortir aisément la signification de chacun des modes de variation de la population à l'étude et ces difficultés augmentent avec la diminution d'importance du mode, c'est pourquoi uniquement les premiers modes sont analysés. Pour chaque mode obtenu, la signification du mode correspondant pour l'ACP sur les modèles obtenus par la méthode volumétrique de (Ben Azouz, 2005) sera présentée.

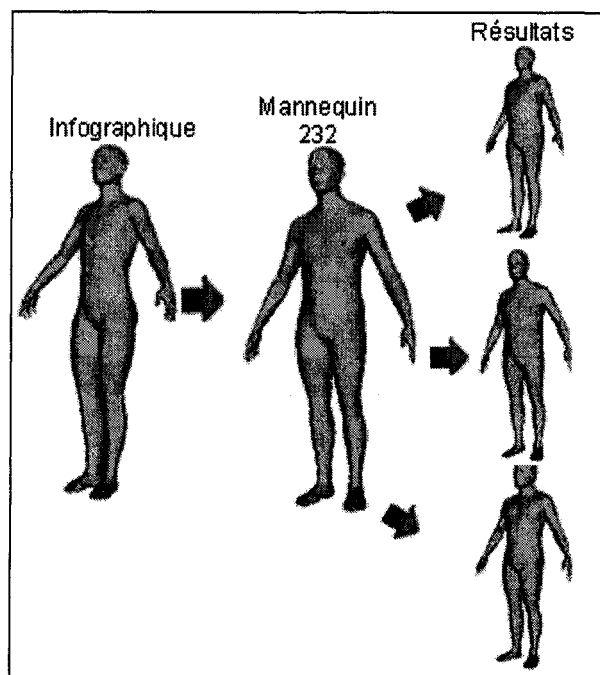


Figure 46 Illustration du passage du modèle infographique initial au mannequin utilisé pour les optimisations

#### 4.2.1 ACP sur les modèles non normalisés

Tout d'abord il fut nécessaire de choisir le nombre de vecteurs propres qui seront utilisés pour la reconstruction des modèles. En utilisant la variance, équation (4.18), il a été possible d'arrêter le choix sur les dix premiers vecteurs propres représentant un peu plus de 95% de la variance totale. La figure 47 montre que la majorité de la variance est représentée par les premiers vecteurs propres et que les derniers ont une influence quasi

Une brève analyse des premiers modes de variation a également été effectuée. Il s'avère assez difficile de faire ressortir aisément la signification de chacun des modes de variation de la population à l'étude et ces difficultés augmentent avec la diminution d'importance du mode, c'est pourquoi uniquement les premiers modes sont analysés. Pour chaque mode obtenu, la signification du mode correspondant pour l'ACP sur les modèles obtenus par la méthode volumétrique de (Ben Azouz, 2005) sera présentée.

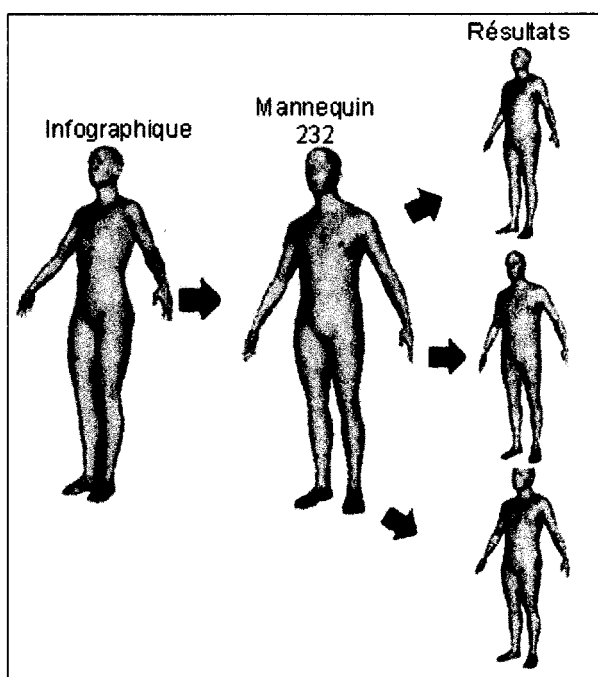


Figure 46 Illustration du passage du modèle infographique initial au mannequin utilisé pour les optimisations

#### 4.2.1 ACP sur les modèles non normalisés

Tout d'abord il fut nécessaire de choisir le nombre de vecteurs propres qui seront utilisés pour la reconstruction des modèles. En utilisant la variance, équation (4.18), il a été possible d'arrêter le choix sur les dix premiers vecteurs propres représentant un peu plus de 95% de la variance totale. La figure 47 montre que la majorité de la variance est représentée par les premiers vecteurs propres et que les derniers ont une influence quasi

nulle, la courbe atteint presque 100% très rapidement. L'approche surfacique permet de représenter efficacement les individus avec un nombre restreint de vecteurs propres, les premiers vecteurs possèdent une signification très importante. Comparativement à la méthode volumétrique (Ben Azouz et al., 2004) nécessitant une soixantaine de vecteurs propres pour atteindre 95% de la variance totale, la méthode surfacique n'en requiert qu'une dizaine.

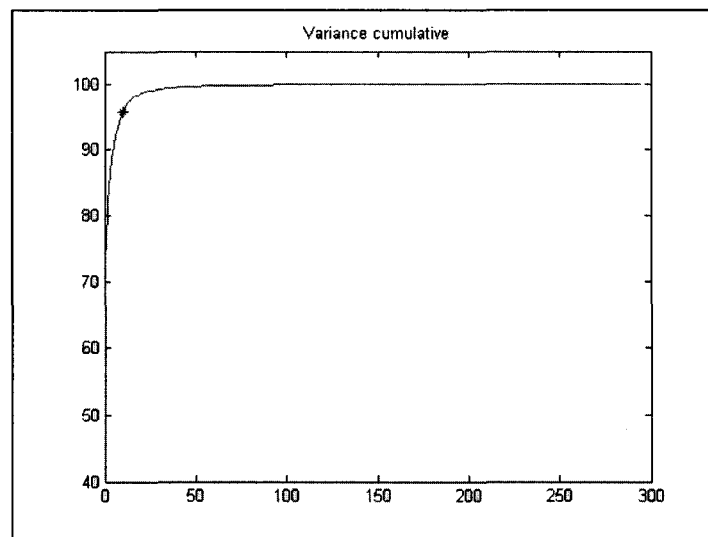


Figure 47 Variance des vecteurs propres sur les modèles non normalisés

Il est possible de voir la représentation de la personne moyenne de la population non normalisée à la figure 48. Contrairement à (Ben Azouz, 2005), la personne moyenne obtenue par la méthode surfacique est beaucoup plus détaillée. Ceci peut s'expliquer par la représentation des modèles, l'information sur la position de chacun des sommets est connue précisément au lieu d'un voxel à distance signée provoquant une perte de précision et de détails et avec une correspondance plus compliquée à établir.

À noter que lorsqu'il est mentionné de dimensions minimales et maximales dans les sous-sections suivantes, il s'agit des limites des modèles. Autrement dit la boîte permettant de contenir le modèle. Par exemple, pour l'épaisseur des modèles, la mesure donnée ne

correspond pas nécessairement au ventre, mais aux points limites sur cet axe n'importe où sur le modèle, il s'agit donc de la distance entre le premier point rencontré (devant) des modèles et le dernier (arrière).

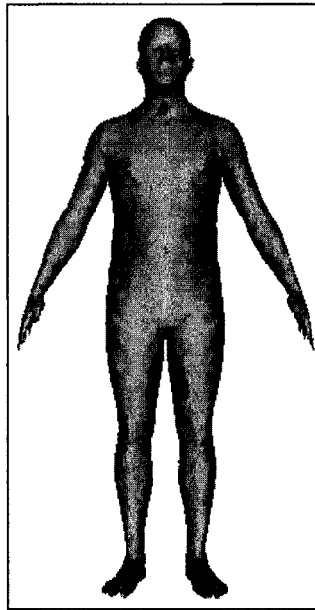


Figure 48 Personne moyenne de la population non normalisée

#### 4.2.1.1 Premier mode de variation

Le premier mode décrit la variation de la taille des modèles, tel qu'indiqué par (Allen et al., 2003). De plus une variation de grosseur de l'ordre de 6 cm au niveau du ventre des modèles est constatée. Cette variation indique que plus la personne est grande, plus elle grossit, bien que la différence ne soit pas prononcée, elle est tout de même présente. La figure 49 montre les reconstructions synthétiques sur le premier mode de variation, visualisées de face, la figure 50 montre la séquence de profil. La figure 51 permet de visualiser les modèles superposés en (a) et de voir la variation des dimensions en (b). Dans la figure 51(b), il s'agit des valeurs de hauteur, de largeur et d'épaisseur pour chacun des modèles synthétiques. La méthode volumétrique obtient la même interprétation du premier mode avec un peu plus de variation de la grosseur.



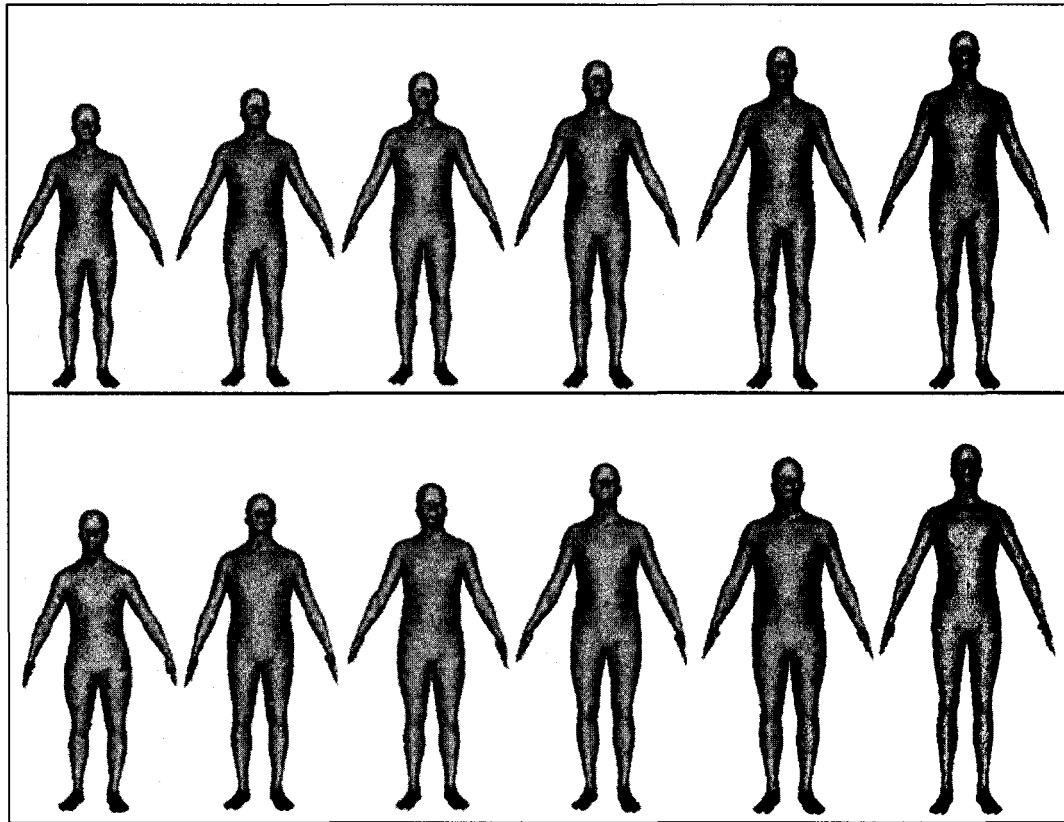


Figure 49 Premier mode de variation lié à la variation de la taille des modèles, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face)

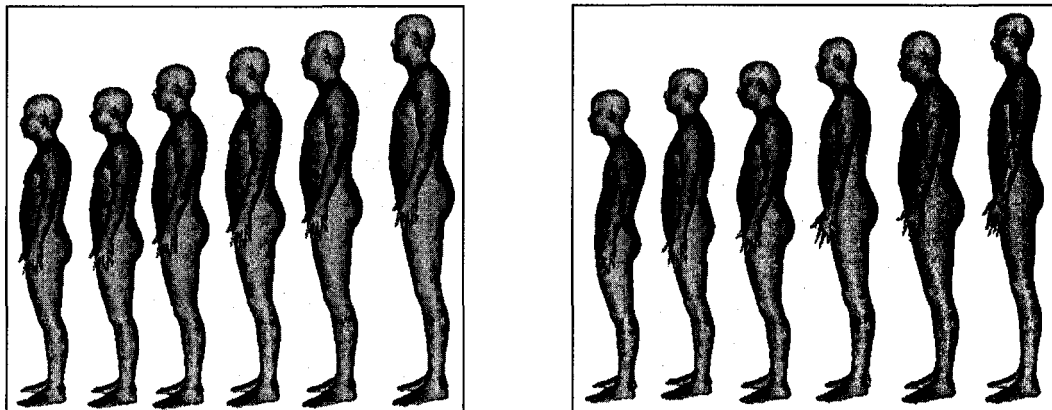


Figure 50 Premier mode de variation lié à la variation de la taille des modèles, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

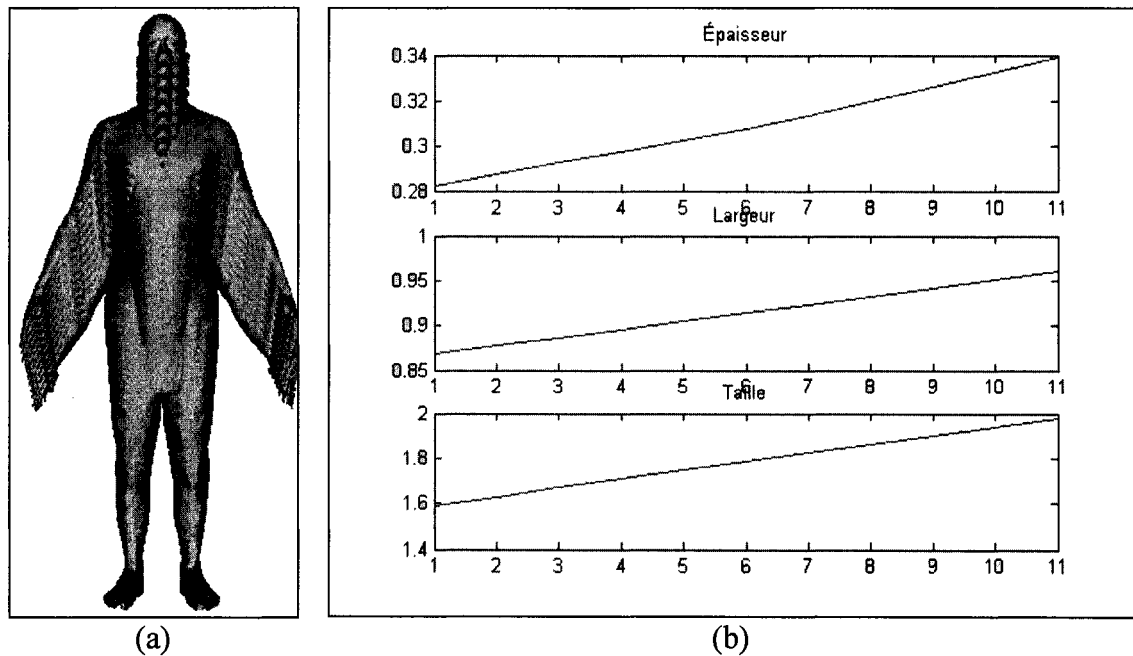


Figure 51 Superposition des modèles dans le premier mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

#### 4.2.1.2 Second mode de variation

Le second mode de variation de la population à l'étude est rattaché à la grosseur (poids) des modèles et également à une variation de l'écartement des bras par rapport au tronc, voir figure 52 et figure 53. Dans la figure 54(a) on peut visualiser que l'écartement des bras est vraiment en cause, il est utile de s'aider de l'information de la figure 54(b) qui montre que la largeur des modèles varie et l'épaisseur de ceux-ci également. Encore ici, le mode obtenu à la même signification que celui de la méthode volumétrique.

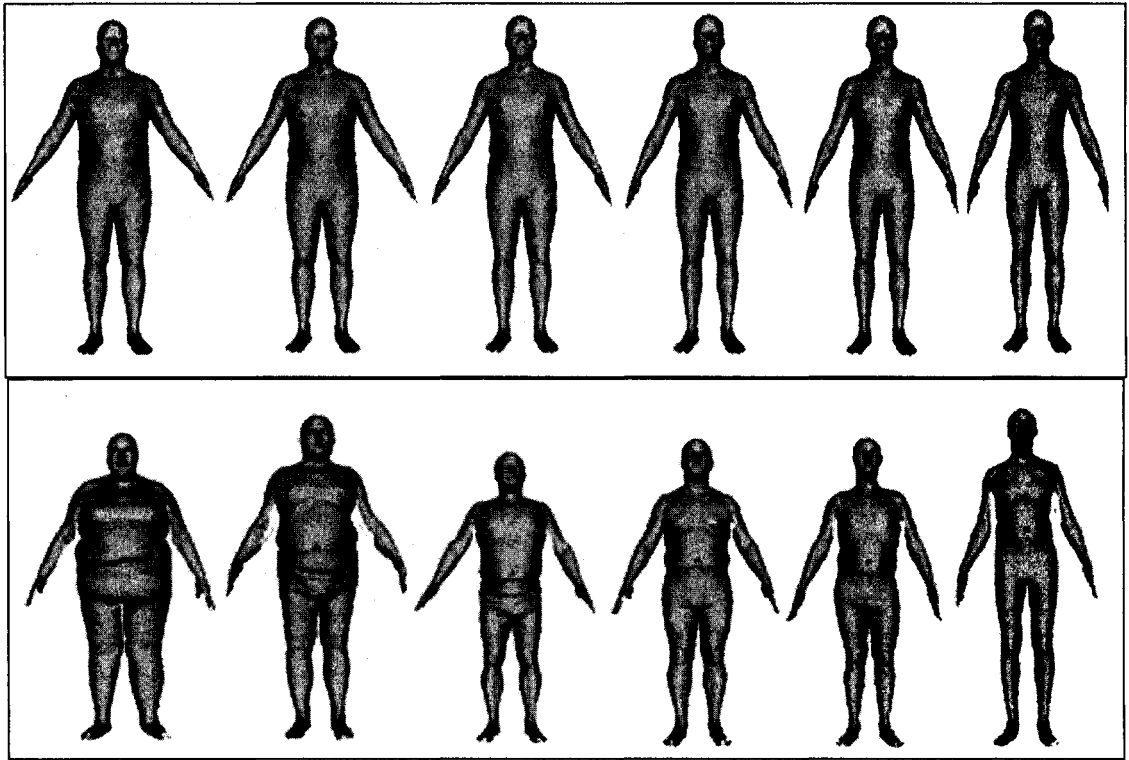


Figure 52 Second mode de variation lié à l'écartement des bras et la grosseur, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face)

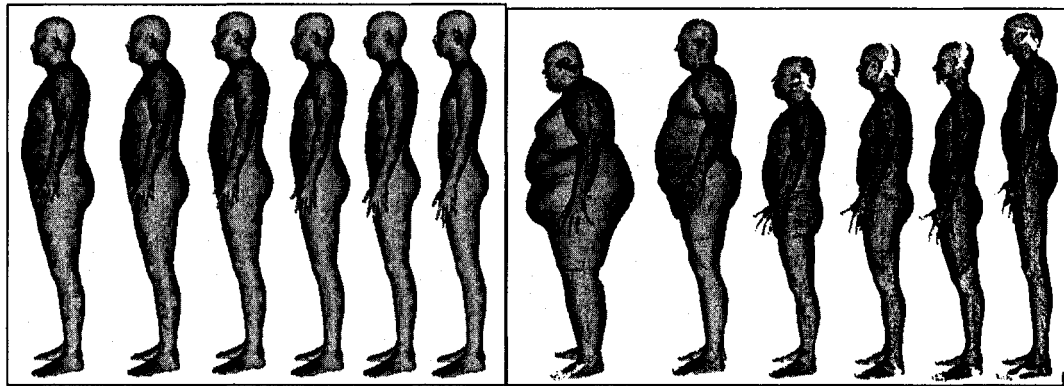


Figure 53 Second mode de variation lié à l'écartement des bras et la grosseur, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

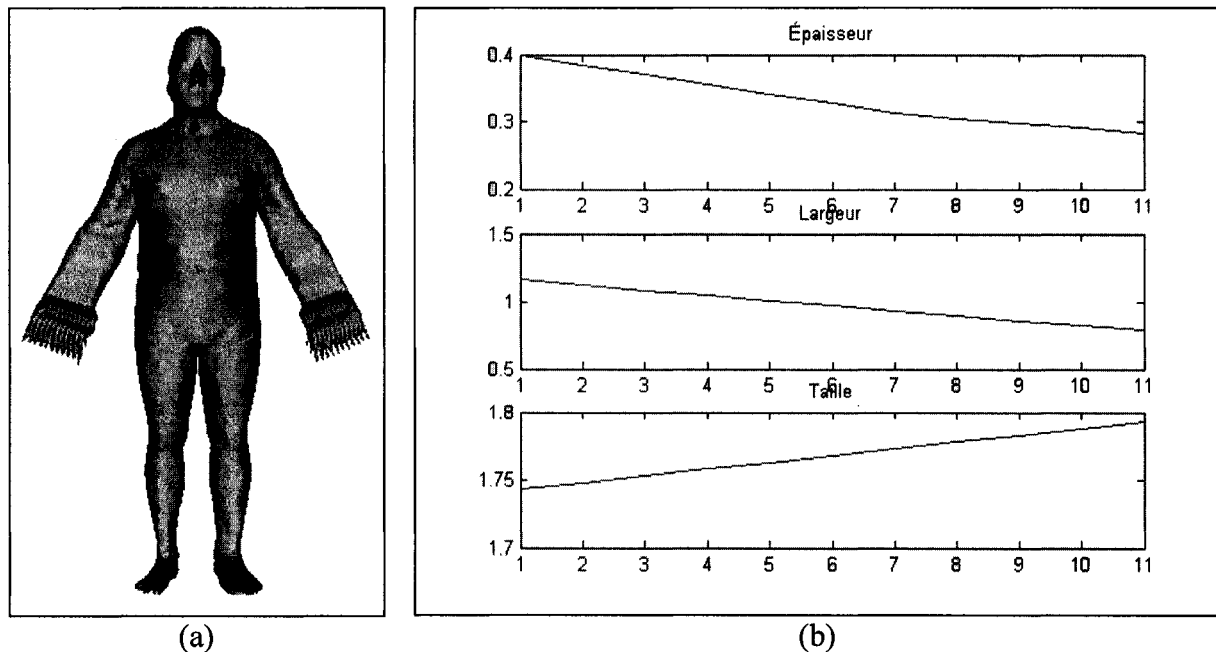


Figure 54 Superposition des modèles dans le second mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

#### 4.2.1.3 Troisième mode de variation

Ce mode de variation indique la variabilité de la position spatiale du tronc des modèles. À partir du bassin jusqu'à la tête, il y a un mouvement d'arrière en avant du haut des modèles. Ceci implique alors un mouvement des avant-bras, des épaules et de la tête. La figure 55 et la figure 56 illustrent les modèles le long du troisième vecteur principal. La figure 57(a) montre la superposition des modèles et aide à visualiser plus facilement la variation de la posture des bras, des épaules et la tête est également affectée. Dans la figure 57(b) les valeurs d'épaisseur, de largeur et de hauteur des modèles sont illustrées. Ce mode correspond à un artéfact de l'algorithme d'alignement pour la méthode volumétrique, il y a une petite rotation au niveau de la partie supérieure du corps.

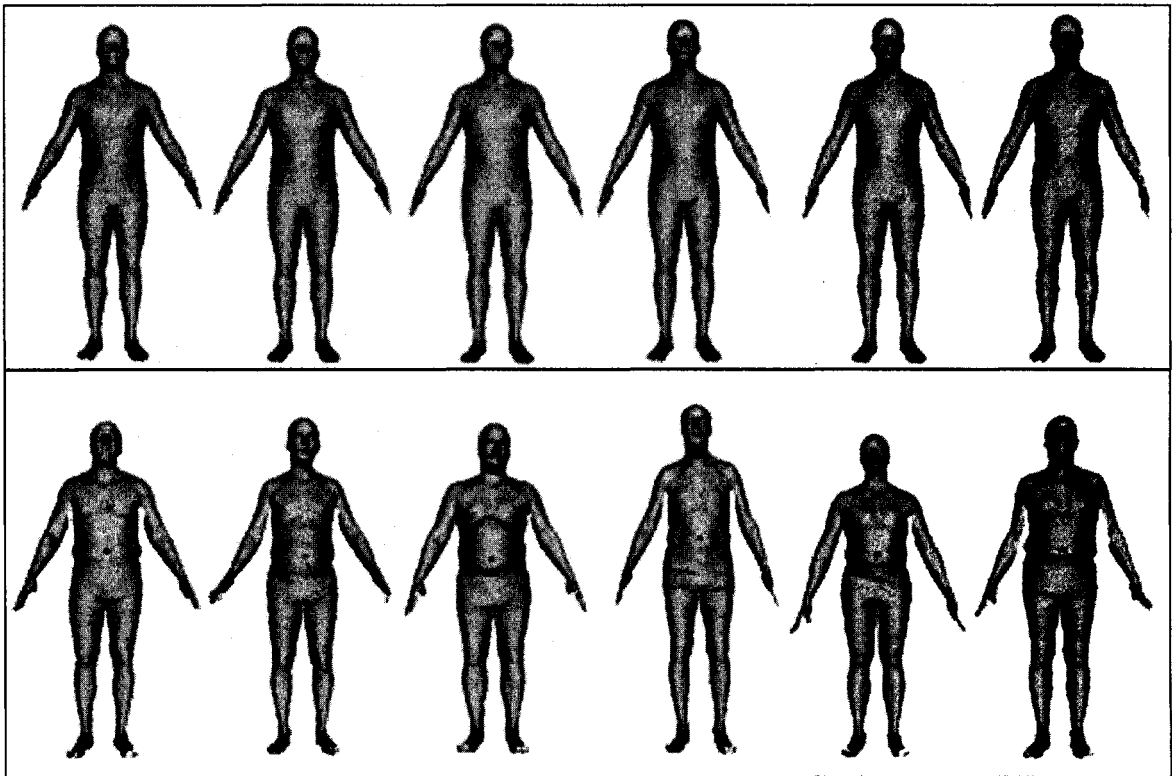


Figure 55 Troisième mode de variation lié à la posture des modèles, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face)

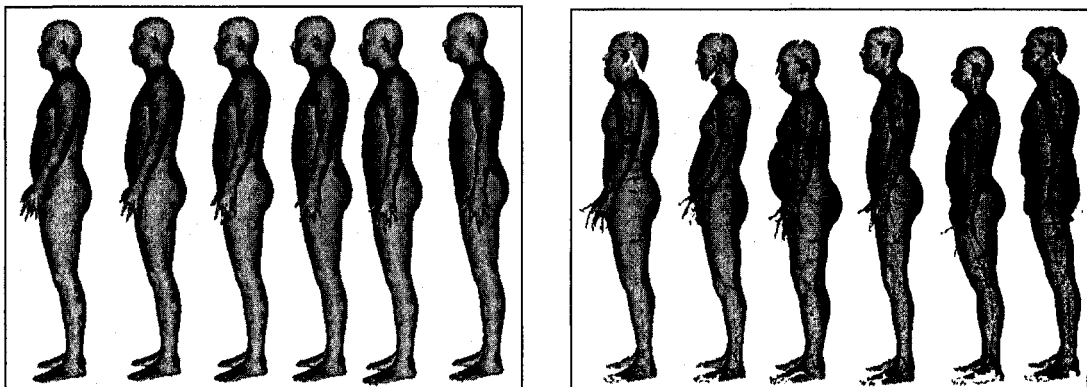


Figure 56 Troisième mode de variation lié à la posture des modèles, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

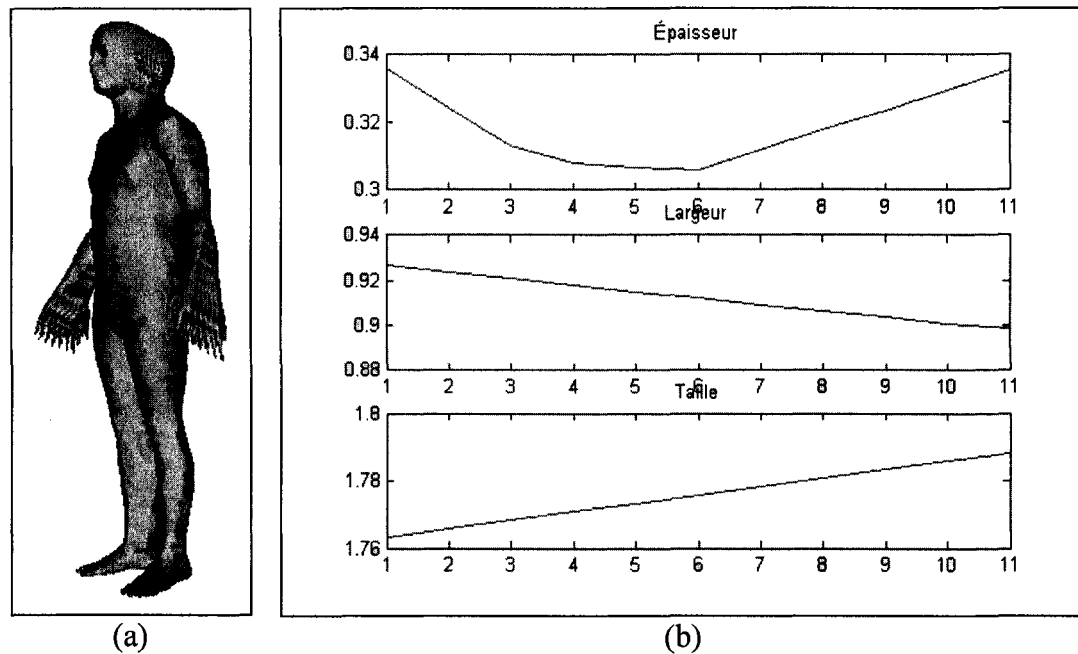


Figure 57 Superposition des modèles dans le troisième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

#### 4.2.1.4 Quatrième mode de variation

Le quatrième mode de variation est lié à la longueur des bras, par longueur il s'agit de la distance entre les épaules et le bout des doigts. Il est possible de visualiser l'ensemble des modèles synthétiques à la figure 58 et à la figure 59. Dans la figure 60(a) illustre la superposition de tous les modèles de cet axe et la vue de profil identifie bien la variation de la longueur des bras. Dans la figure 60(b) les écarts de dimensions sont illustrés graphiquement. Il est à noter que pour ce mode de variation un test supplémentaire a été fait, soit l'augmentation de la plage de variation (le double) pour bien s'assurer de la signification du mode. Pour la méthode volumétrique, ce mode correspond à une variation de la posture, de l'ordre de celle du troisième mode à la sous-section 4.2.1.3.

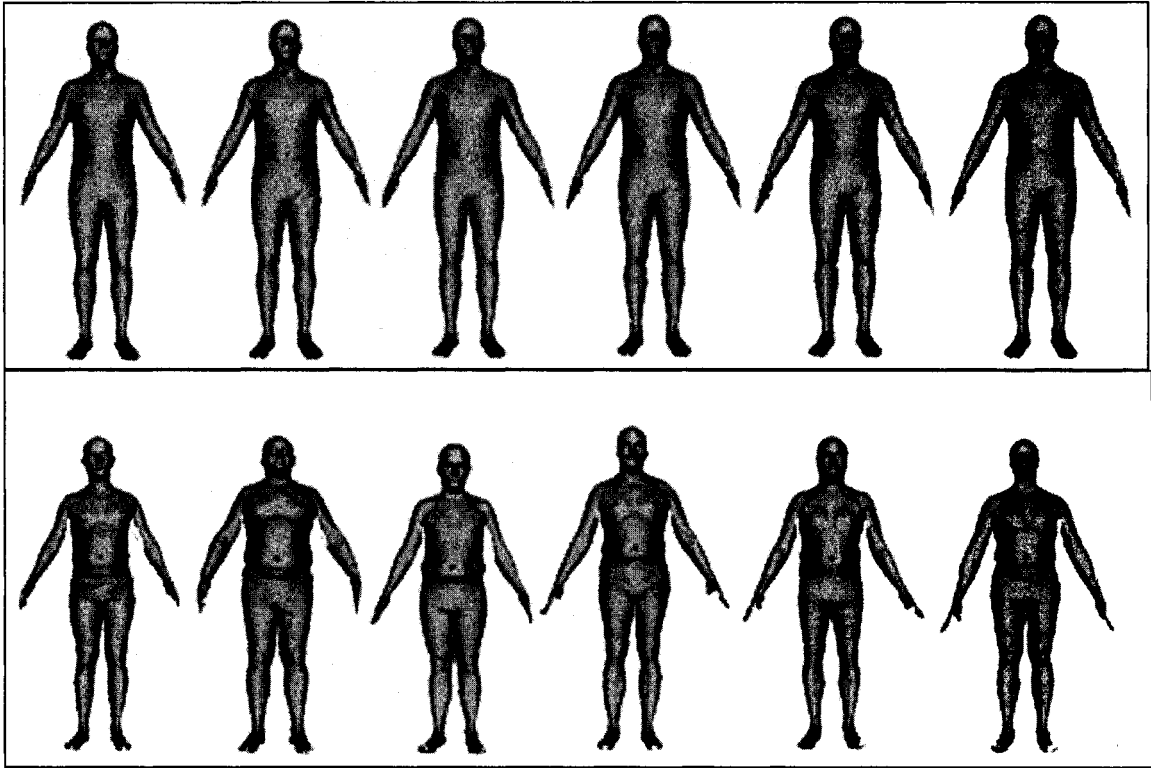


Figure 58 Quatrième mode de variation lié à la longueur des bras, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face)

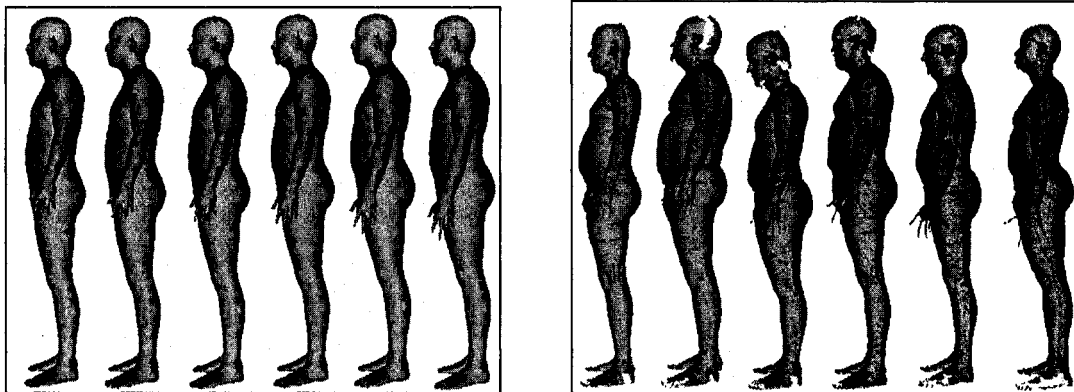


Figure 59 Quatrième mode de variation lié à la longueur des bras, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

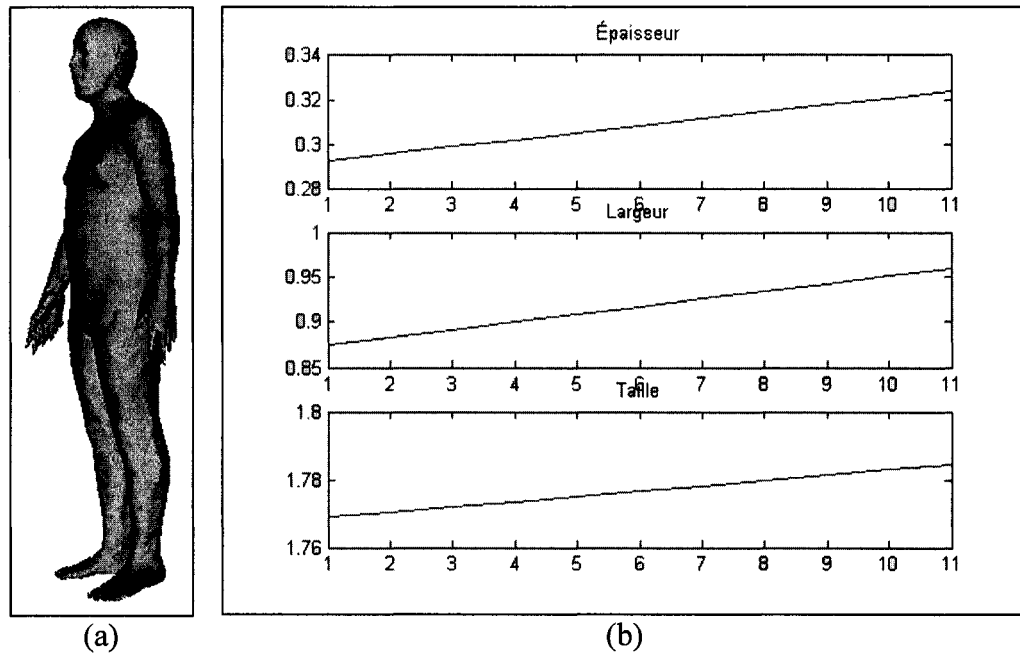


Figure 60 Superposition des modèles dans le quatrième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

#### 4.2.1.5 Cinquième mode de variation

Le dernier mode analysé correspond à une variation de la posture de tous les modèles d'avant en arrière, tronc et jambes. Il y a également un mouvement plus prononcé au niveau de la tête. Simultanément, la grosseur des modèles varie (ventre, cuisses et fesses), plus le modèle est penché en arrière, plus il est gros. La figure 61 et la figure 62 mettent en commun les modèles le long du cinquième mode de variation. Dans la figure 63(a) on peut visualiser la superposition des modèles et par le fait même confirmer que ce mode correspond à une variation de la position globale. La figure 63(b) montre les dimensions des modèles dans chaque direction. Ce mode a nécessité une validation supplémentaire en augmentant la plage de variation du mode au-delà de la population à l'étude, une visualisation du résultat pour le double de la plage de la population est représentée à la figure 64. Le mode correspond plutôt à une variation de la musculature



et la distribution de la masse entre le torse et les jambes avec la population de l'approche volumétrique.

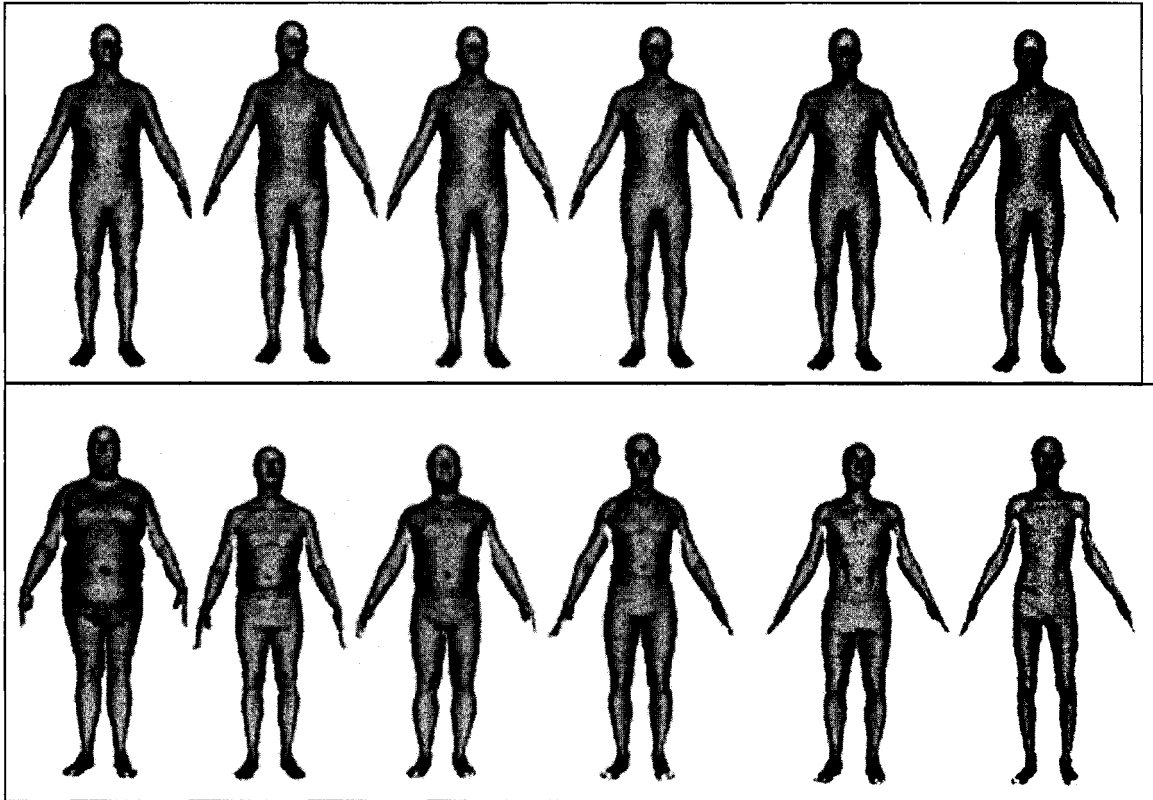


Figure 61 Cinquième mode de variation lié à la position globale des modèles, la position des avant-bras, de leur longueur et de la position de la tête. Modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face)

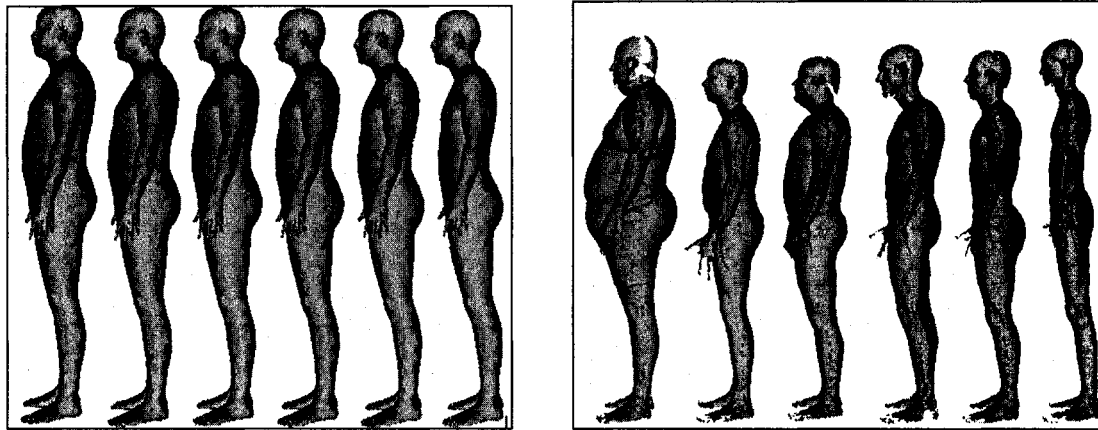


Figure 62 Cinquième mode de variation lié à la position globale des modèles, la position des avant-bras, de leur longueur et de la position de la tête. Modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

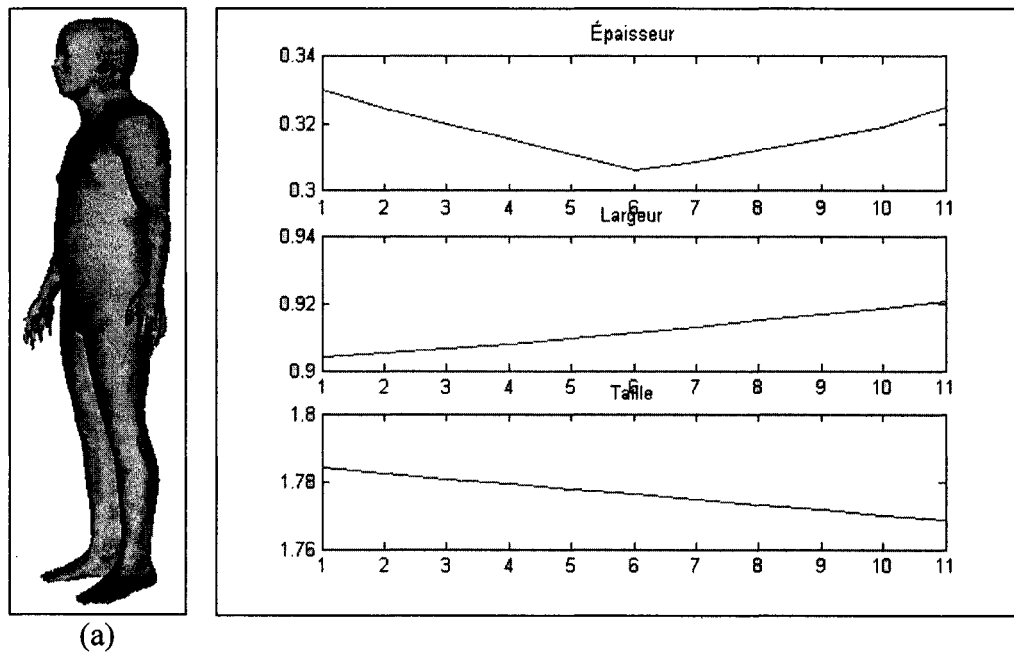


Figure 63 Superposition des modèles dans le cinquième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

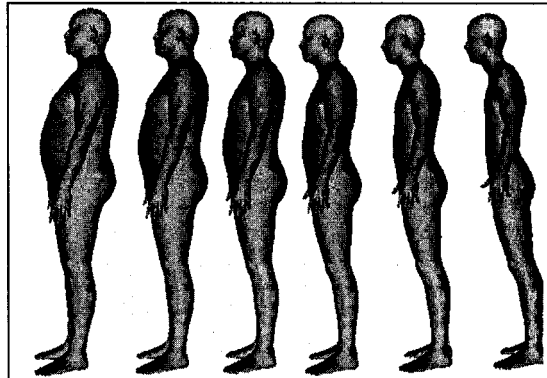


Figure 64 Mode cinq non normalisé et plage de variabilité hors des limites de la population à l'étude, double de la population

#### 4.2.2 ACP sur les modèles normalisés

L'étude sur la population non normalisée permet de constater que la population varie tout d'abord selon la taille des individus. Afin de mieux visualiser ce qui se passe, la taille des modèles obtenus est normalisée à 2 mètre et l'analyse en composantes principales est effectuée sur cette population normalisée.

Ici encore, il faut tout d'abord déterminer le nombre de vecteurs propres qui seront conservés pour approximer les modèles le long des modes de variation. La variance de chacun des modes, illustrée à la figure 65, a permis de choisir les 20 premiers vecteurs pour une variance cumulative d'un peu plus de 95 %. La personne moyenne de la population normalisée est représentée à la figure 66. Dans le cas présent la définition est encore très bonne.

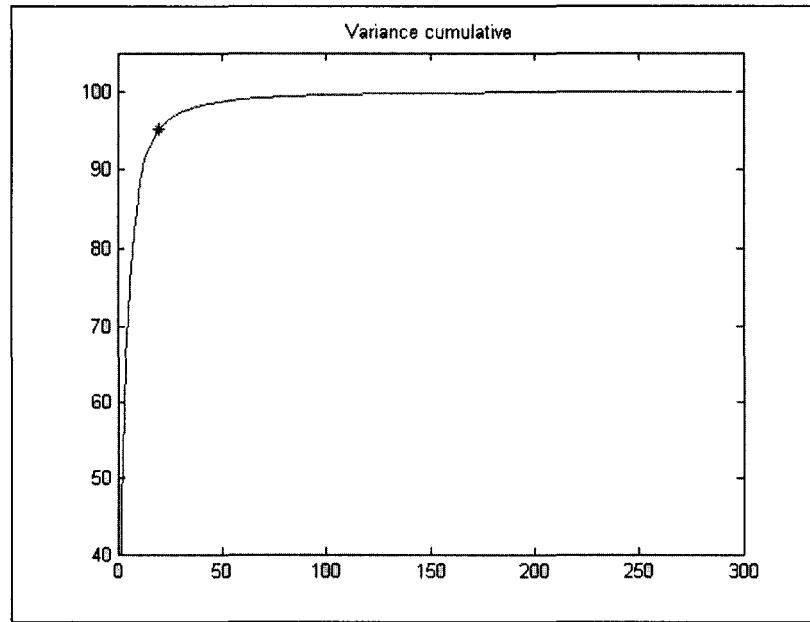


Figure 65 Variance des vecteurs propres sur les modèles normalisés

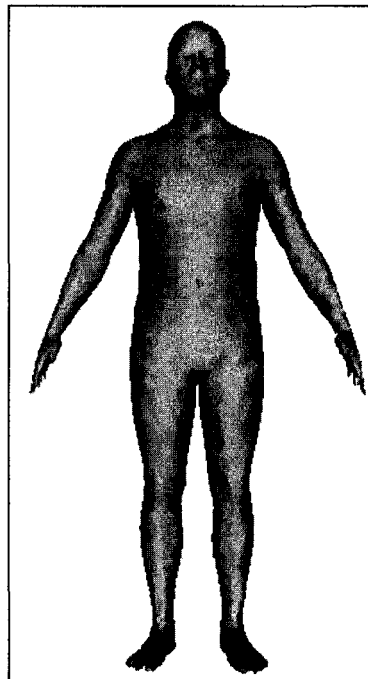


Figure 66 Personne moyenne de la population normalisée

#### 4.2.2.1 Premier mode de variation

Ce mode montre que la population, avec taille normalisée, varie selon la grosseur (poids) des individus qui la compose. Il s'agit du même mode que celui observé en second lieu chez la population non normalisée. Ce mode touche donc également l'écartement des bras par rapport au tronc des individus. La séquence des modèles de face, le long de cet axe de variation est représentée à la figure 67. La figure 68 présente la même séquence de profil. Finalement, la figure 69(a) illustre la superposition des modèles le long de cet axe et la figure 69(b) présente les limites des modèles. La méthode volumétrique obtient la même signification du premier mode de la population normalisée.

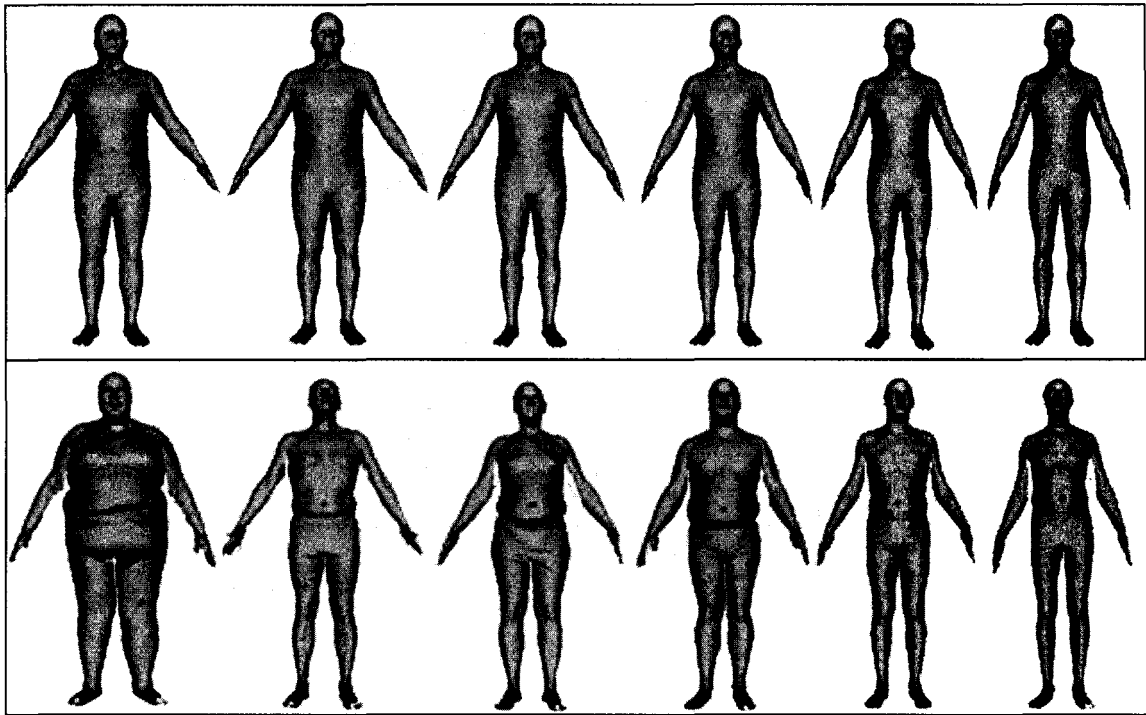


Figure 67 Premier mode de variation lié à la grosseur des modèles, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face)

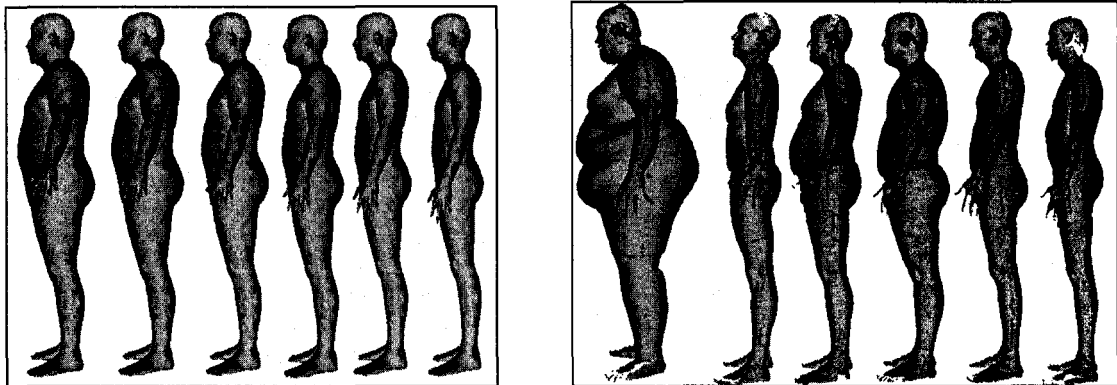


Figure 68 Premier mode de variation lié à la grosseur des modèles, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

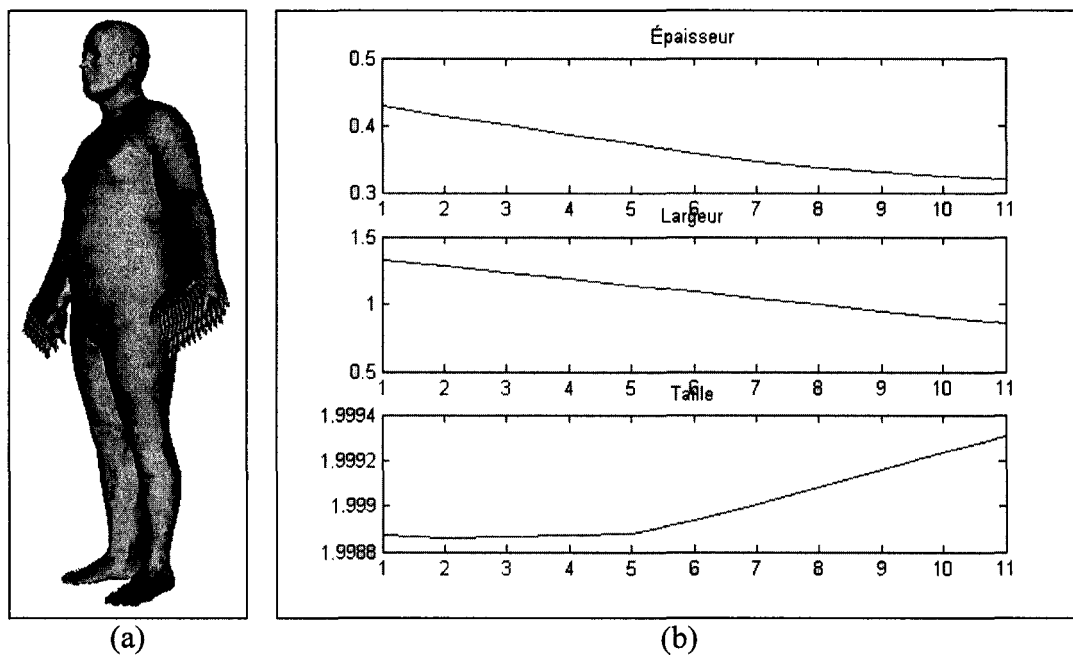


Figure 69 Superposition des modèles du premier mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

#### 4.2.2.2 Second mode de variation

La variation principale de ce mode est la posture des modèles, d'avant en arrière. Il faut pourtant noter que l'effet est plus prononcé sur la position spatiale des bras. La figure 70

et la figure 71 montrent les modèles résultant de ce mode de variation. La figure 72(a) présente la superposition des modèles, où la différence de position de la tête et des bras se voit plus facilement. Dans la figure 72(b) les valeurs des dimensions permettent de voir l'effet sur la boîte contenant les modèles le long de ce mode. Ce mode consiste également en une variation de la posture pour la méthode volumétrique.

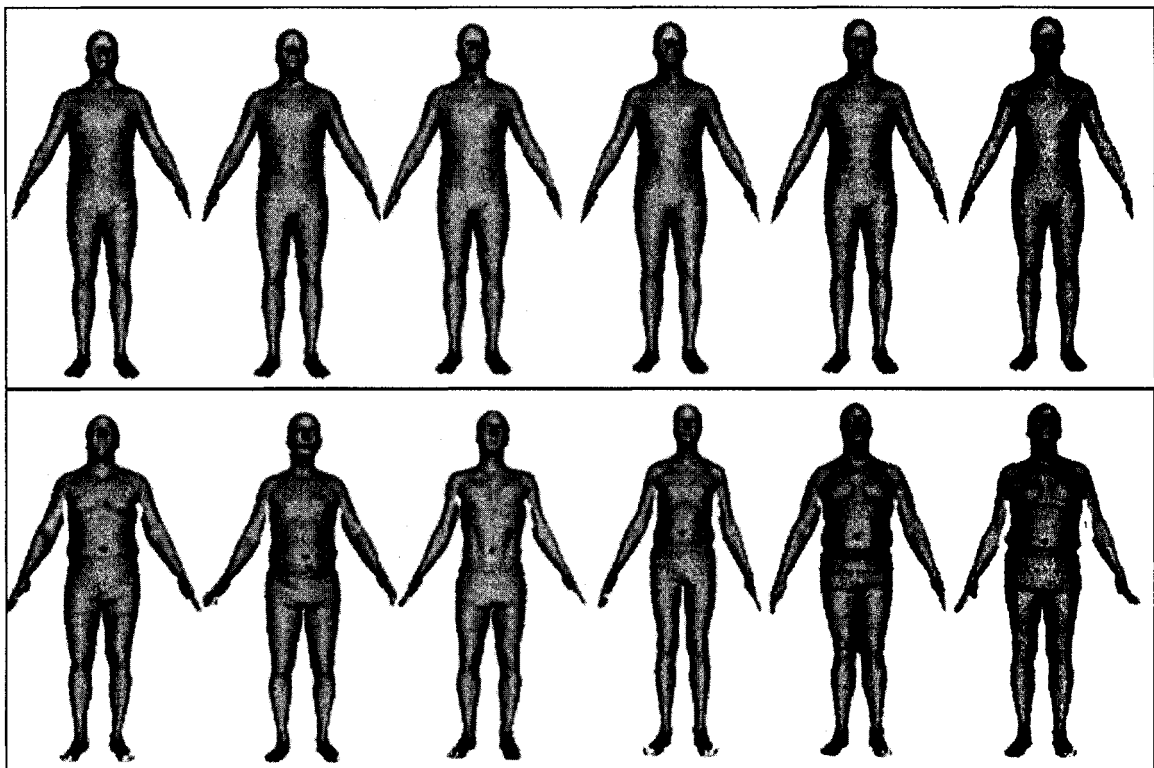


Figure 70 Deuxième mode de variation lié à la position des modèles, modèles synthétiques en haut et réels en bas

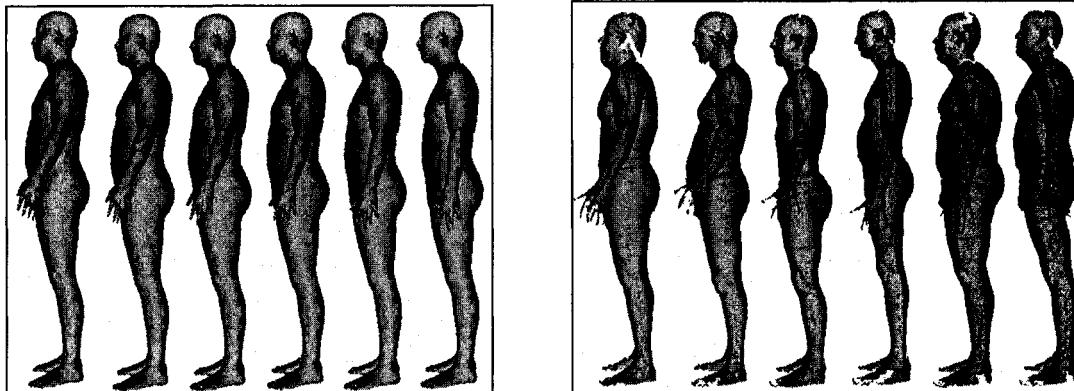


Figure 71 Deuxième mode de variation lié à la position des modèles, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

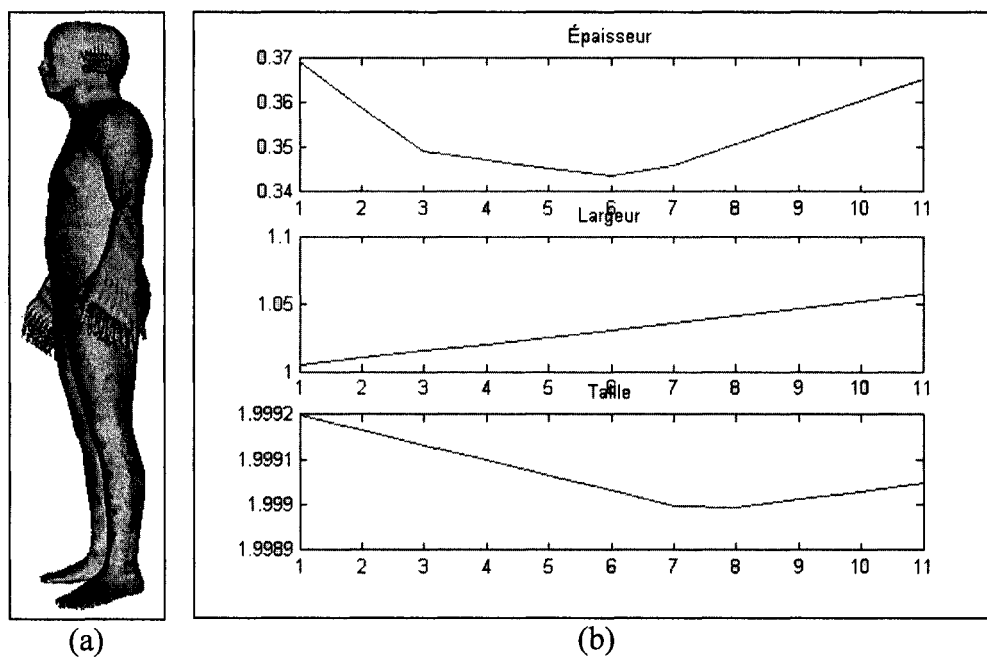


Figure 72 Superposition des modèles dans le second mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

#### 4.2.2.3 Troisième mode de variation

Ce mode affecte plusieurs changements en même temps et la simultanéité des variations rend plus difficile leur observation. Les changements se font au niveau de la longueur



des bras et leur position (coude plié et bras vers l'arrière), grosseur de la tête et du front, grosseur des pieds, des mains et musculature des modèles. D'un côté du mode les modèles sont caractérisés par la présence de matières grasses et aucune définition de la musculature et de l'autre côté ils ont des épaules larges, musclées et des bras et jambes bien définis. La figure 73 et la figure 74 montrent chacun des modèles le long du troisième axe de variation de la population normalisée. La figure 75(a) permet d'observer la superposition des modèles le long de l'axe. La figure 75(b) contient les dimensions des boîtes englobant les modèles. Puisque ce mode affecte plusieurs points il fut nécessaire d'augmenter considérablement la plage de variabilité, cinq fois, pour bien visualiser l'effet de ce mode. Les individus sur l'axe augmenté sont représentés à la figure 76. Ce mode correspond à une variation de la musculature et de la distribution de la masse pour la méthode volumétrique.

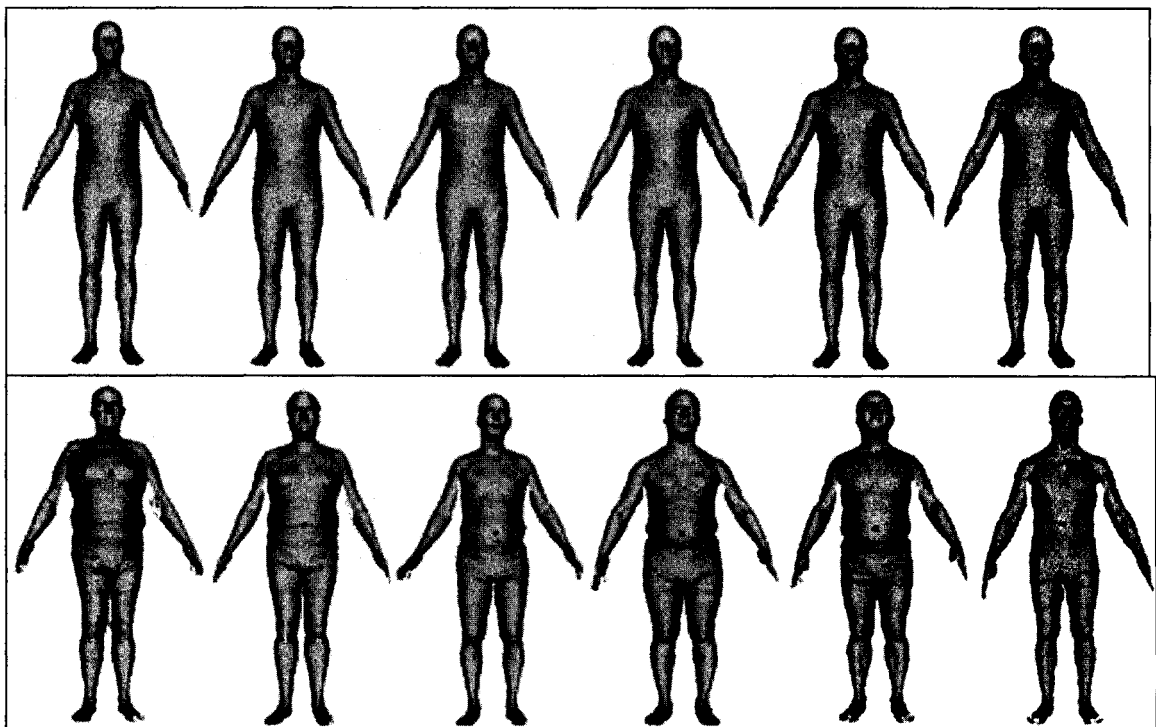


Figure 73 Troisième mode de variation lié à la musculature, la grosseur de la tête et la position des bras, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face)



Figure 74 Troisième mode de variation lié à la musculature, la grosseur de la tête et la position des bras, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

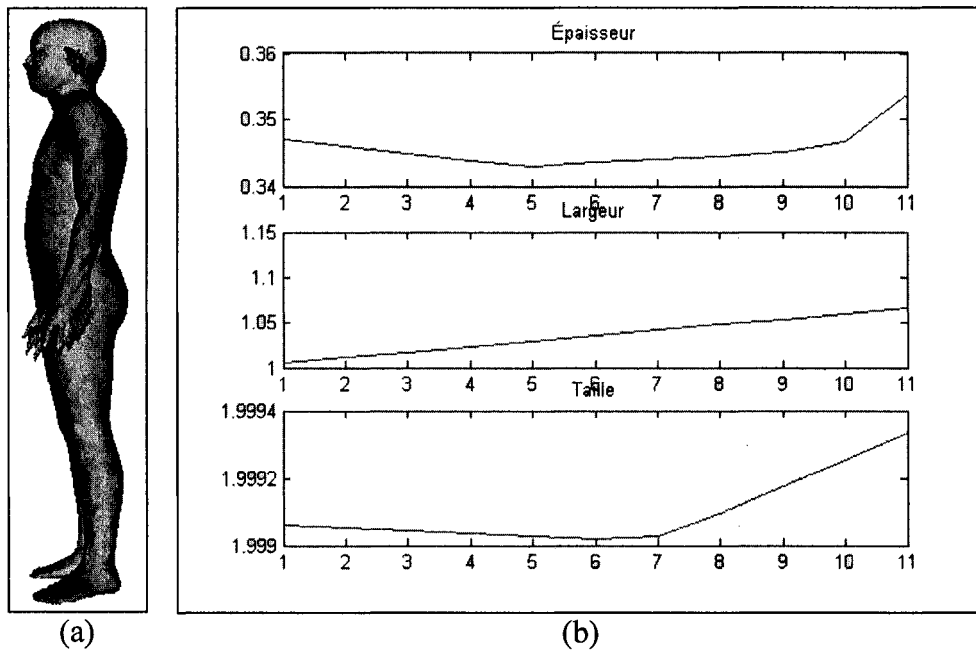


Figure 75 Superposition des modèles dans le troisième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

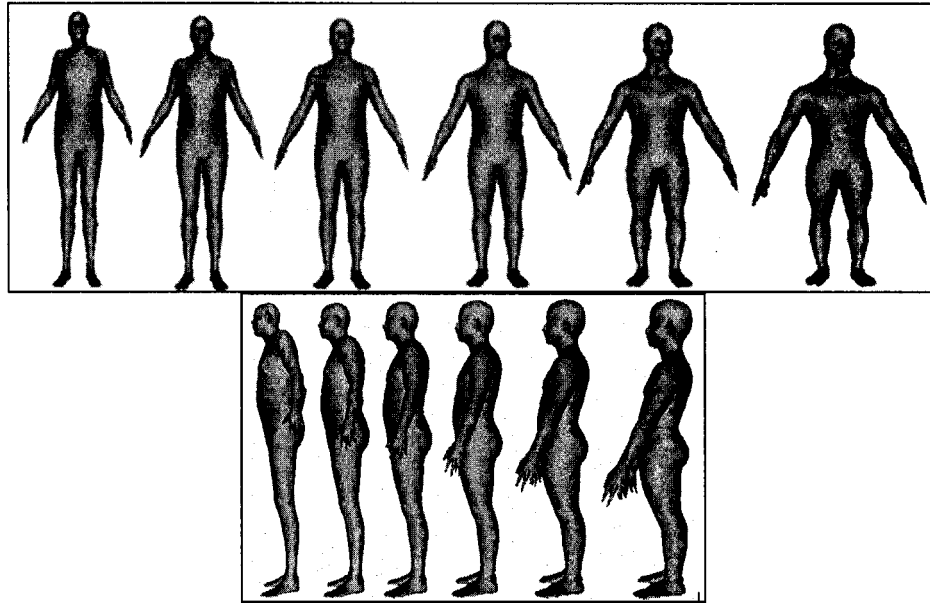


Figure 76 Mode trois normalisé et plage de variabilité hors des limites de la population à l'étude, cinq fois la population, face en haut et profil en bas

#### 4.2.2.4 Quatrième mode de variation

Ce mode montre une variation de la position des pieds sur la plate-forme du numériseur. Cette variation provoque une différence dans l'inclinaison des modèles. Il est à noter que ce mode peut être engendré par l'alignement effectué sur les modèles résultant de l'optimisation. L'alignement permet de placer les centres de gravité au centre du plan (x,y) sans tenir compte de la forme ou la position des modèles. La figure 77 et la figure 78 permettent de mettre tous les modèles en parallèle. La figure 79(a) montre la superposition des modèles dans ce mode. Finalement, la figure 79(b) permet de voir la plage des dimensions des divers modèles synthétiques. Elle permet également de constater qu'au centre se trouve le minimum en épaisseur et qu'aux extrémités les valeurs d'épaisseur sont sensiblement les mêmes. La figure 80 montre la superposition des individus aux extrémités de deux plages augmentées, les plages sont deux et cinq fois supérieures à la plage réelle. La méthode volumétrique présente ce mode comme

une variation de l'écartement des bras et une variation de la longueur des jambes et des bras des modèles.

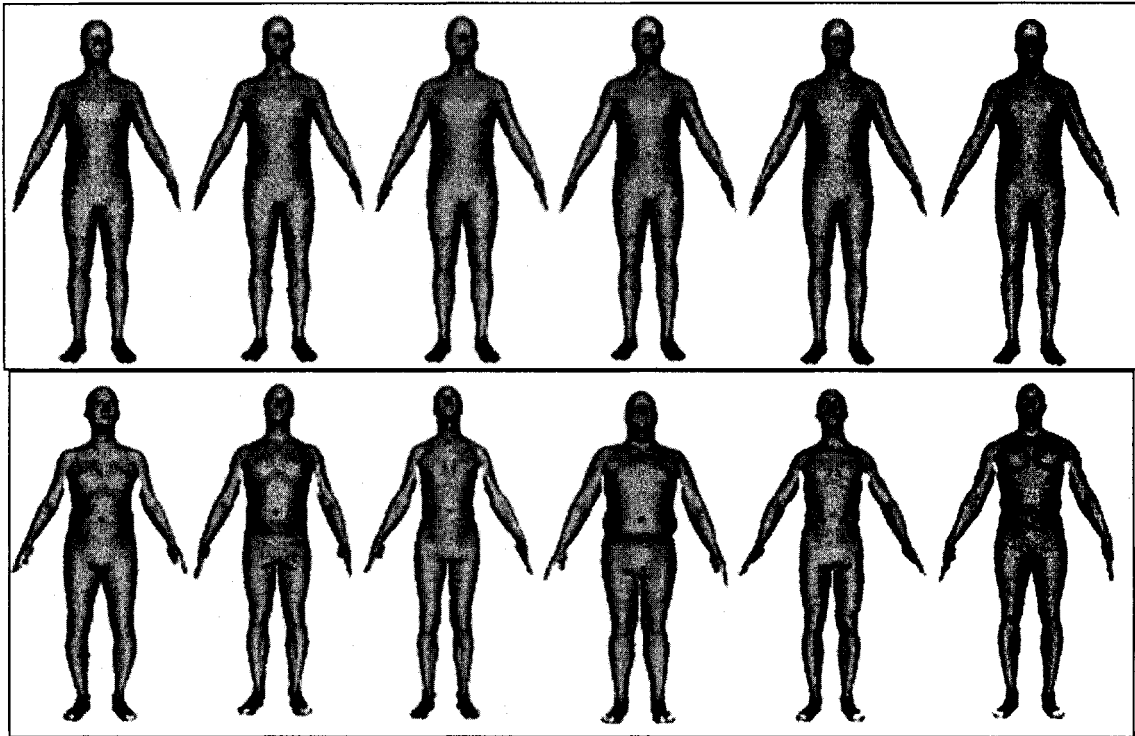


Figure 77 Quatrième mode de variation lié à la posture des modèles et la position des avant-bras et de la tête, modèles synthétiques en haut et réels en bas

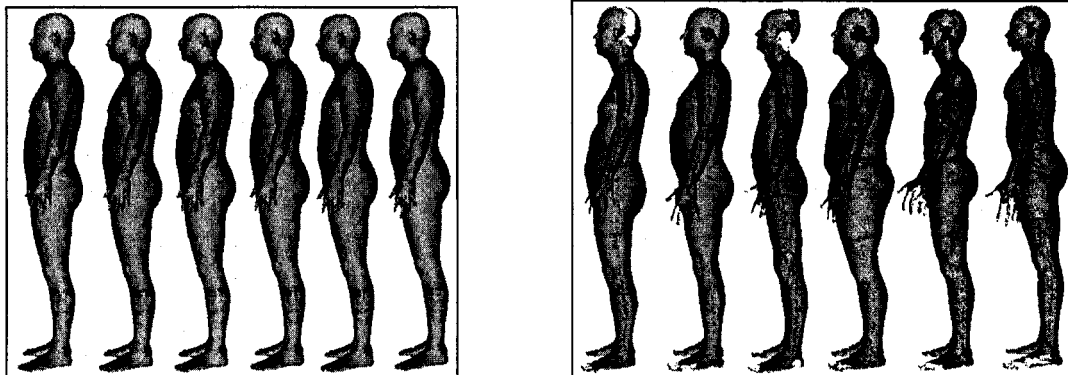


Figure 78 Quatrième mode de variation lié à la posture des modèles et la position des avant-bras et de la tête, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

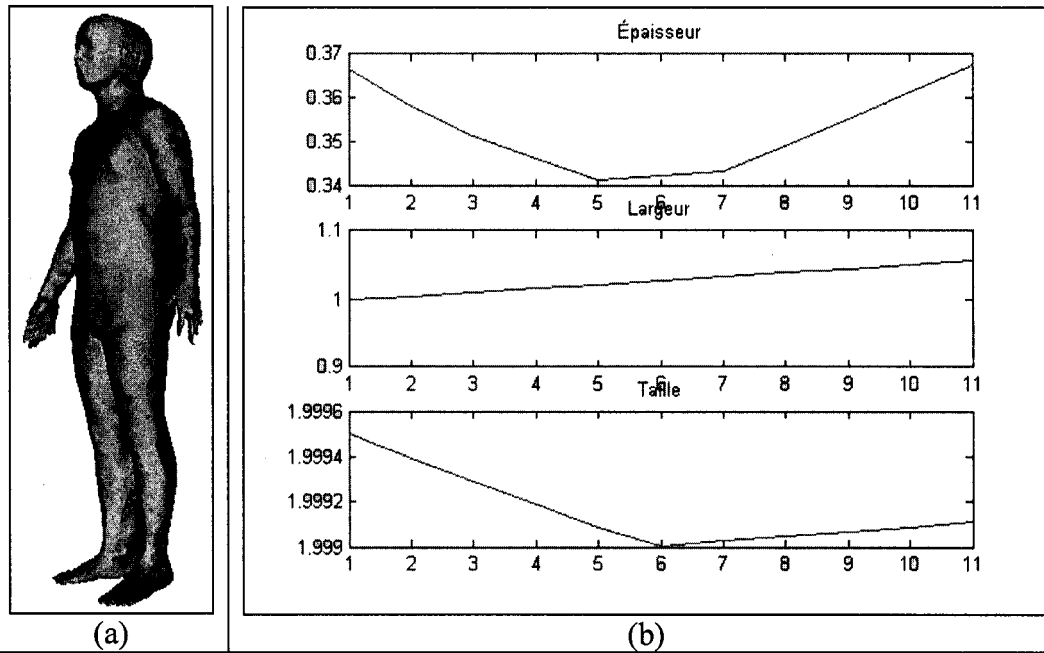


Figure 79 Superposition des modèle dans le quatrième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

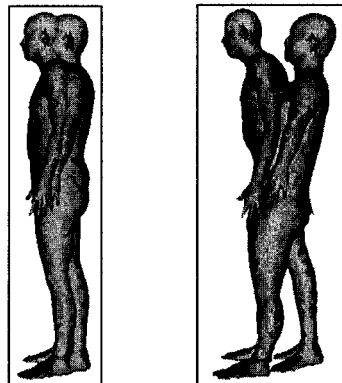


Figure 80 Mode quatre normalisé et superposition des modèles aux extrémités des plages de variabilité augmentées, plages de deux et cinq fois supérieures à la plage réelle

#### 4.2.2.5 Cinquième mode de variation

Le dernier mode de variation analysé est caractérisé par la variation de la hauteur de l'entrejambe des modèles. Plus précisément la longueur du tronc est inversement proportionnelle à celle des jambes. La longueur des bras varie également avec celle des jambes. Finalement, le dos est plus ou moins courbé le long de l'axe de variabilité. La figure 81 et la figure 82 montrent la série de modèles variant dans ce mode. La figure 83(a) et (b) montre respectivement la superposition des modèles et la différence de dimension entre ceux-ci. Comme pour les deux modes précédents, une validation, par l'augmentation des valeurs de la plage de variation, a été effectuée et le résultat est donné à la figure 84. La méthode volumétrique obtient une variation de la position de la tête et de la courbure du dos pour ce mode.

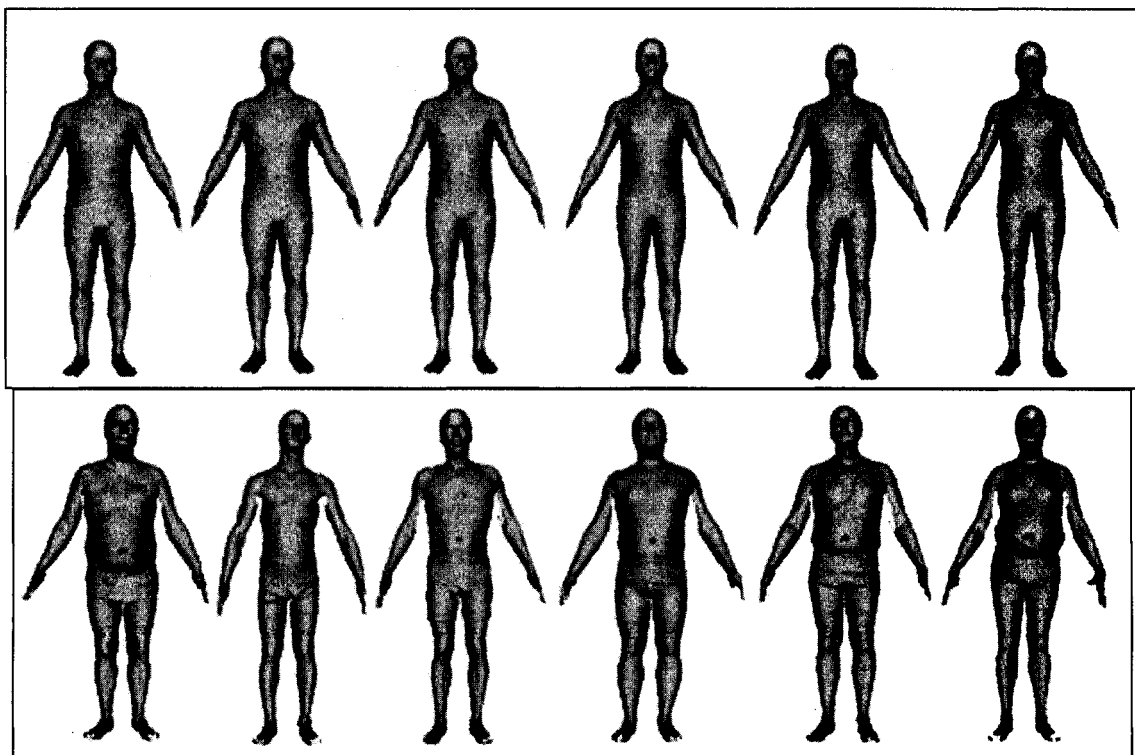


Figure 81 Cinquième mode de variation lié à la hauteur des épaules, modèles synthétiques en haut et réels en bas (vue de face)

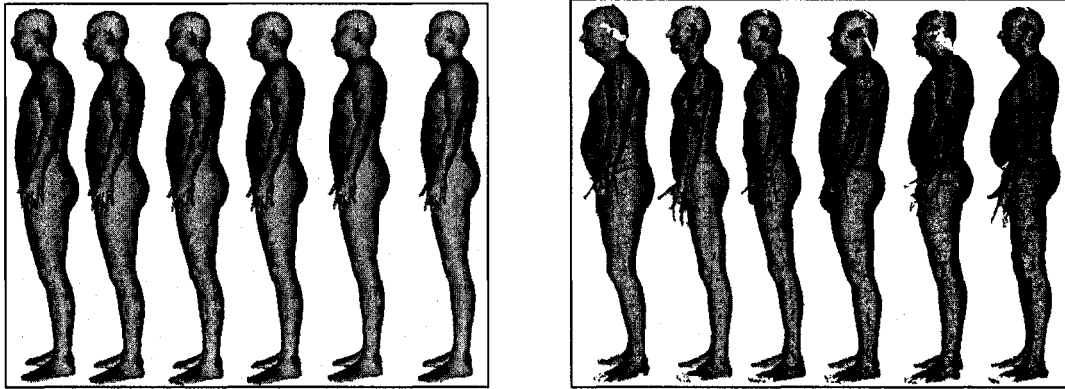


Figure 82 Cinquième mode de variation lié à la hauteur des épaules, modèles synthétiques à gauche et réels à droite (vue de profil)

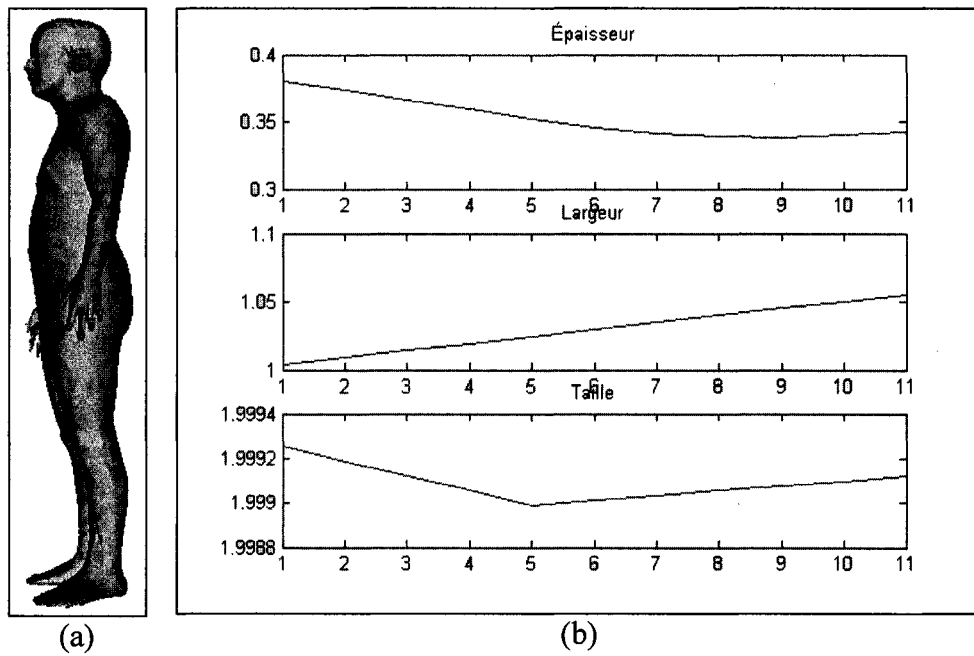


Figure 83 Superposition des modèles dans le cinquième mode de variation, en (a) et écart de dimensionnement en (b)

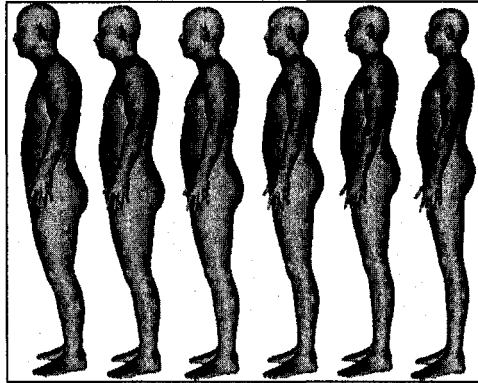


Figure 84 Mode cinq normalisé et plage de variabilité hors des limites de la population à l'étude, cinq fois la population

#### 4.3 Discussion sur les résultats de l'ACP des modèles obtenus par la modélisation surfacique en comparaison avec l'ACP sur les modèles de la méthode volumétrique

Tout d'abord une discussion sur les résultats obtenus par l'étude de la variabilité de chacun des modes de l'ACP sur une population de modèles en représentation surfacique sera effectuée. Puis une comparaison avec les résultats de l'ACP sur des modèles générés par une approche volumétrique sera discutée.

##### 4.3.1 Discussion sur les résultats de l'ACP de la méthode surfacique

Dans ses grandes lignes, on a pu remarquer que bien que la plupart des modes affectent fortement un aspect de la variabilité, pour bien expliquer la forme du corps il faut combiner plus d'un mode. Un bon exemple est celui de la grosseur des modèles. La variation de grosseur est observée principalement dans l'un de deux premiers modes, dépendant si la population est normalisée ou non, mais d'autres modes sont un peu influencés par la variation de grosseur des modèles (combiné avec d'autres variations). Ceci explique en grande partie que sur les images, représentant les modèles sur cet axe



de variabilité, il y ait une différence entre le plus gros modèle synthétique et le plus gros modèle réel.

Les variations de la forme qui ont pu être observées sur les modèles non normalisés sont donc les suivantes : taille, grosseur, longueur des bras, grosseur des cuisses et grosseur des fesses. La posture des modèles est affectée par une variation de l'inclinaison du tronc, affectant les bras et la tête, et une inclinaison touchant la totalité du modèle (depuis les chevilles).

Pour ce qui est de la population normalisée (post-optimisation), les variations observées sont : grosseur des modèles, longueur des bras, grosseur de la tête (plus particulièrement la hauteur du front), grosseur des pieds, musculature et la hauteur de l'entre jambe. Il y a également les observations suivantes au niveau de la position des modèles : position et courbure (au niveau des coudes) des bras, posture du tronc et une variation de la position spatiale des modèles semblant induite par l'algorithme d'alignement (voir quatrième mode à la section 4.2.2.4).

Durant l'optimisation des divers modèles de la population faisant partie de l'analyse en composantes principales, on a pu remarquer que dans certains cas les mains (position des doigts) causent quelques problèmes, la modélisation n'est pas tout à fait la bonne. Comparativement aux résultats du chapitre 3, le fait de ne pas procéder à l'alignement, avant l'application de l'algorithme d'optimisation, affecte la bonne modélisation des doigts. Cependant, la section 5.1, portant sur l'analyse statistique des résultats, permet de conclure que les modèles sont assez bien modélisés pour que les résultats obtenus par l'ACP soient valides.

Il est important de noter la difficulté de bien visualiser l'influence de chacun des modes de variations à l'aide d'images ou de fichiers d'animation. Cette difficulté est en grande partie due au fait que la variabilité de la forme du corps humain ne s'observe pas, de

manière condensée sur un seul mode. La combinaison de quelques modes permet par exemple de couvrir la totalité de la variation reliée au poids des modèles.

#### 4.3.2 Comparaison avec l'ACP de la méthode volumétrique

Avant de continuer, il serait bon de mettre en commun les observations sur les modes de variabilité des méthodes surfacique et volumétrique. Le tableau IV compare les modes de la population non normalisée et le tableau V présente ceux de la population normalisée.

Tableau IV

Comparaison des modes de la population non normalisée

Mode	Méthode surfacique	Méthode volumétrique
1	Variation de la taille et de la grosseur des modèles	Variation de la taille et de la grosseur des modèles
2	Variation de la grosseur des modèles et écartement des bras	Variation de la grosseur des modèles
3	Variation de la posture de la partie supérieure des modèles	Artéfact de l'algorithme d'alignement, rotation de la partie supérieur du corps
4	Variation de la longueur des bras	Variation de la posture de la partie supérieure des modèles
5	Variation de l'inclinaison des modèles et de la grosseur	Variation de la musculature et de la distribution de la masse entre le torse et les jambes

Pour la méthode volumétrique, l'ACP sur des modèles normalisés fait immédiatement ressortir la variabilité du poids des modèles, voir figure 85. Par la suite, c'est divers modes liés à la posture ou l'écartement des membres supérieurs et inférieurs, ainsi que la musculation des modèles qui apparaissent.

En mettant en évidence le fait que les mains sont segmentées, il est possible de confirmer que les modes observés sont beaucoup plus significatifs que ceux de la

méthode surfacique. Du moins, l'ACP de la méthode volumétrique ne requiert pas la combinaison de quelques modes pour observer totalement certains aspects de la variabilité de la forme humaine. L'exemple du mode lié à la musculature permet de bien visualiser les changements de masse musculaire sans devoir augmenter la plage de variabilité comme pour la section 4.2.2.3.

Tableau V

Comparaison des modes de la population normalisée

Mode	Méthode surfacique	Méthode volumétrique
1	Variation de la grosseur des modèles et écartement des bras	Variation de la grosseur des modèles
2	Variation de la posture de la partie supérieure des modèles	Variation de la posture de la partie supérieure des modèles
3	Variation de la musculature, de la grosseur des mains, de la tête et des pieds et variation de la position et longueur des bras	Variation de la musculature et de la distribution de la masse entre le torse et les jambes
4	Artéfact de l'algorithme d'alignement	Variation de l'écartement des bras et de longueur des bras et des jambes
5	Variation de la longueur des bras, du tronc et des jambes	Variation de la position de la tête et de la courbure du dos

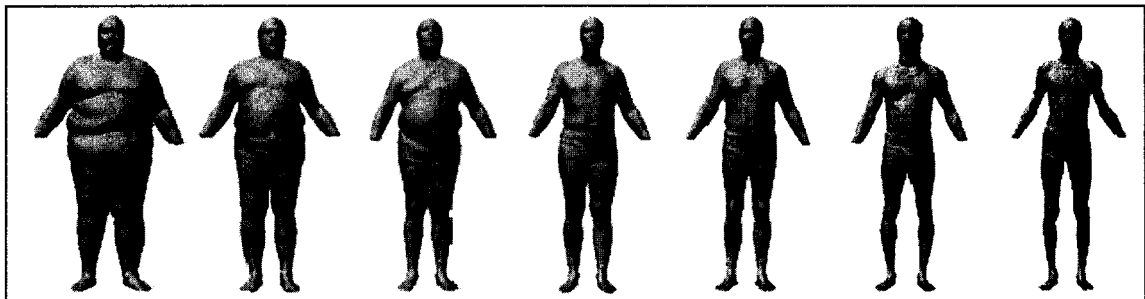


Figure 85 Illustration du premier mode de variation lié au poids. D'un côté les modèles sont gros et de l'autre ils sont maigres, séquence de modèles réels (Ben Azouz, 2005)

Avec les modèles segmentés de la méthode volumétrique et les modèles non segmentés de la méthode surfacique, les analyses en composantes principales ne permettent pas

d'obtenir les mêmes modes de variations avec la même importance, la même prépondérance. Ceci est dû, en partie, à la différence de la représentation des modèles. Mais en général on peut observer, dans l'ensemble, une similitude dans les modes de variation des deux méthodes. Effectivement, les premiers modes de des méthodes sont les mêmes et pour les dernier, ils sont soit dans un ordre différent ou avec une définition moins importante pour la méthode surfacique. L'augmentation des plages de variabilité a permis d'accentuer les petites variations ou les variations qui sont partagées avec d'autres modes.

Finalement, dans l'ensemble les deux méthodes sont équivalentes, quand aux modes de variations trouvés, en gardant à l'esprit que les différences proviennent également de la différence de la méthodologie des deux approches.

## CHAPITRE 5

### ANALYSE DE LA MÉTHODE SURFACIQUE ET COMPARAISON AVEC LA MÉTHODE VOLUMÉTRIQUE

Une analyse statistique des résultats de la méthode surfacique, comparativement aux modèles CAESAR originaux, sera tout d'abord présentée. Ce chapitre présente également une comparaison au niveau de la reconstruction des modèles entre les résultats de la méthode surfacique (chapitre 2) et les résultats de la méthode volumétrique (Ben Azouz et al., 2004). Dans la troisième partie, une évaluation de la méthode surfacique sera faite, soit de présenter les difficultés rencontrées avec leurs solutions et de souligner les forces de l'algorithme. À la fin, un retour sur les résultats sera effectué, afin de vérifier si les objectifs ont été atteints et les hypothèses validées.

#### 5.1 Analyse statistique des modèles obtenus par la méthode surfacique

Cette section analyse statistiquement les résultats de la modélisation surfacique, sans normalisation et sans alignement, soit la modélisation utilisée pour effectuer l'ACP de la section 4.2.1. La distance entre les sommets du modèle obtenu et les sommets correspondants provenant du modèle CAESAR sera présentée. Il sera alors possible de constater si le mannequin est trop rigide ou non, impliquant que la méthode ne permettrait pas un bon ajustement du modèle infographique au modèle numérisé. À noter qu'une analyse statistique sur les modèles normalisés donneront sensiblement les mêmes résultats, puisque les modèles normalisés proviennent des modèles obtenus sans la normalisation auquel l'algorithme de normalisation a été appliqué.

La mesure de distance utilisée est la distance euclidienne, équation (5.1). Cette dernière permet d'être invariante au signe, ne permettant cependant pas de déterminer si c'est le mannequin ou le modèle CAESAR qui se trouve compris dans l'autre. Une distance

signée ne pouvant être utilisée en raison de la nature du problème à l'étude. Il est complexe de déterminer automatiquement la position spatiale du sommet concerné. Par exemple, pour un point sur le bras du mannequin, il faudrait être en mesure de déterminer facilement à quel endroit sur le bras il est situé. La figure 86 permet d'illustrer la problématique d'une distance signée. Pour trouver la distance signée le long de la flèche la plus courte, il faut tenir compte de l'orientation des normales aux points. Dans le cas de la flèche la plus longue, il faut inverser la signification des normales. C'est cette orientation variable des normales qui est le problème.

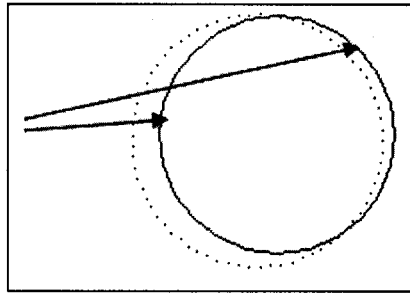


Figure 86 Illustration de l'impossibilité de calculer une distance signée, schéma d'un bras, modèle CAESAR en pointillé et mannequin en continu

$$dist = \sqrt{(x_c - x_m)^2 + (y_c - y_m)^2 + (z_c - z_m)^2} \quad (5.1)$$

avec  $c$  pour CAESAR et  $m$  pour mannequin.

Tout d'abord, la distance est calculée pour les 10 002 sommets des modèles obtenus et la moyenne et l'écart-type  $\sigma$  sont obtenus avec les équations (5.2) et (5.3) respectivement.

$$\overline{dist} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N dist_i \quad (5.2)$$

avec  $dist_i$  la distance euclidienne du sommet  $i$  obtenue par rapport au sommet réel correspondant du modèle CAESAR.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (dist_i - \overline{dist})^2} \quad (5.3)$$

Pour les 295 modèles obtenus les moyennes et les écarts-types sont représentés ci-dessous, la figure 87 contient les 100 premiers modèles, la figure 88 les modèles 101 à 200 et la figure 89 les derniers modèles à l'étude.

Donc la totalité des sommets sont en moyenne à [1,81mm ; 5,31mm] des sommets correspondants et les écarts-types se trouve dans la plage de [1,59mm ; 4,37mm] En conclusion, en moyenne les modèles ont des sommets à 3,76 mm de distance de ceux des modèles CAESAR correspondant avec un écart-type de 3 mm. Quant au meilleur modèle, ses sommets sont en moyenne à 1,81 mm et le pire à 5,31 mm. La méthode volumétrique donne des sommets en moyenne entre [0,2 mm ; 3,3mm] et des écarts-types entre [0,2mm ; 2,8mm] des sommets correspondants.

Les sommets peuvent également être considérés un à un et ainsi déterminer ce qui se passe dans les pires cas. Il s'agit d'indiquer la distance du sommet, de chacun des 295 modèles, qui est le plus éloigné de son objectif. La figure 90 illustre, en ordre croissant, la distance maximale de chacun des modèles et la figure 91 montre la distribution de ces distances. Ces figures permettent de conclure que même si en moyenne les distances sont bonnes, de l'ordre de 3 mm, il y a tout de même des sommets qui sont éloignés de leur objectif, dans le pire des cas on a un sommet à plus de 10 cm de son sommet le plus près sur le modèle CAESAR. Une visualisation rapide de quelques uns des modèles et de son sommet le moins bien optimisé a permis de voir que dans la plupart des cas, ces sommets se retrouvent dans des zones où il y a des trous ou peu de données. Cependant, il est à noter que la grande majorité des modèles ont un écart maximal de moins de 5 cm.

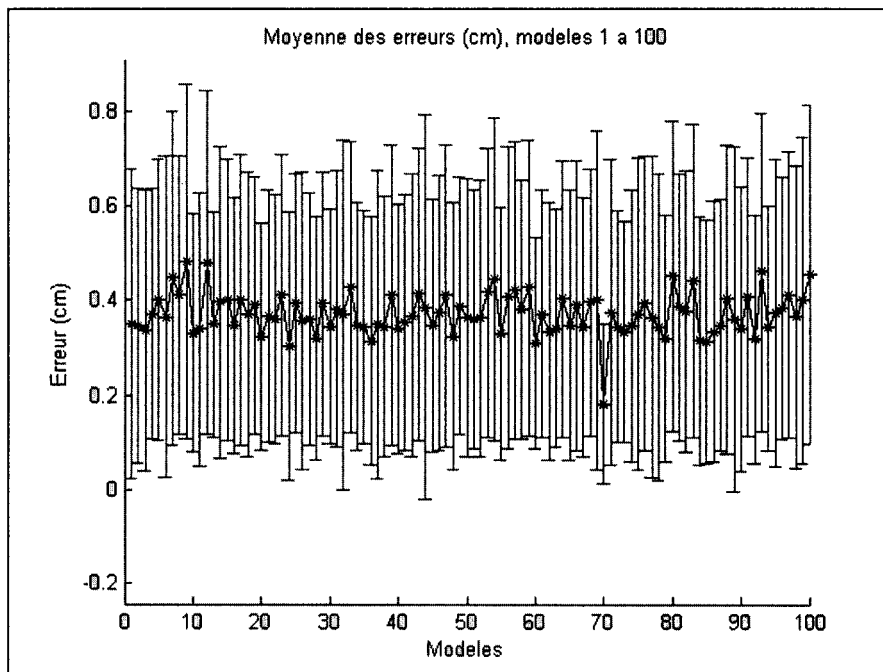


Figure 87 Moyenne et écart-type des distances euclidiennes pour les modèles 1 à 100

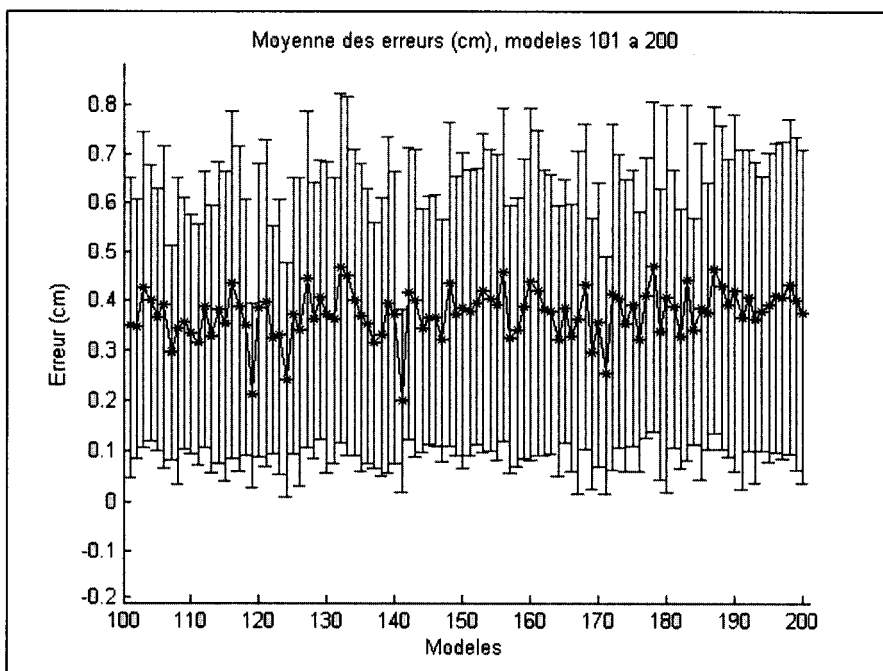


Figure 88 Moyenne et écart-type des distances euclidiennes pour les modèles 101 à 200



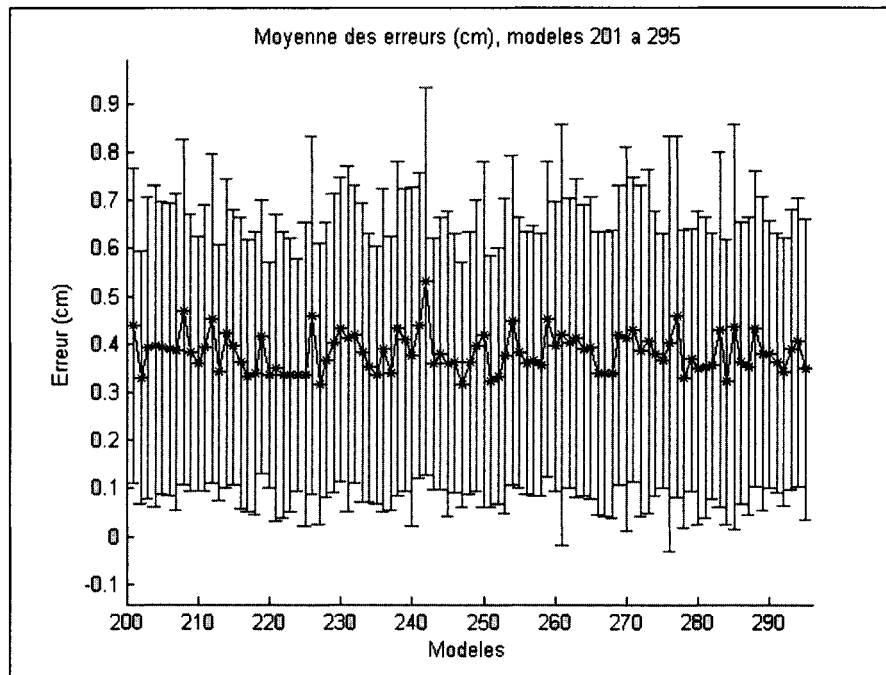


Figure 89 Moyenne et écart-type des distances euclidiennes pour les modèles 201 à 295

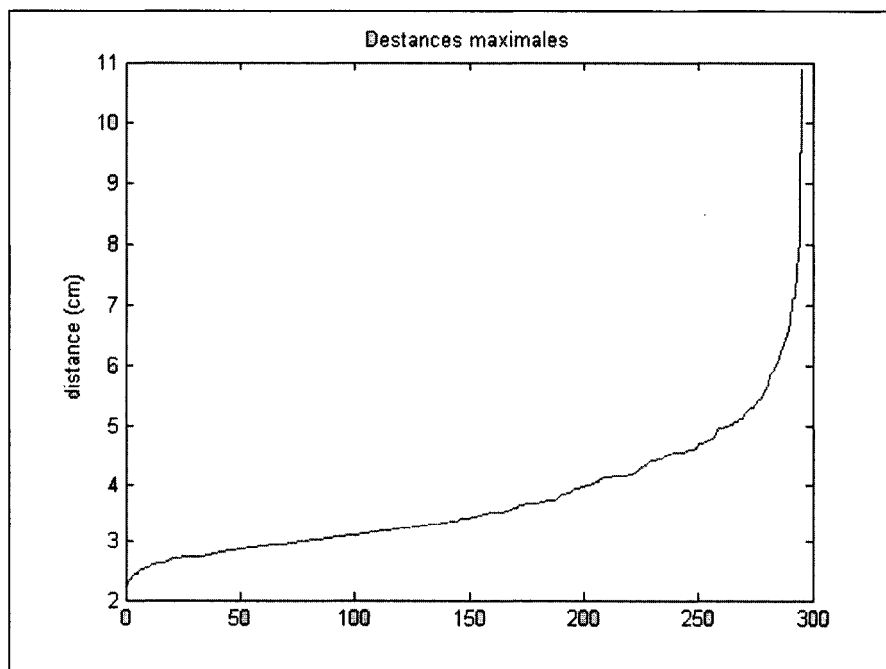


Figure 90 Distances maximales (cm) pour chaque modèle, les distances sont ordonnées

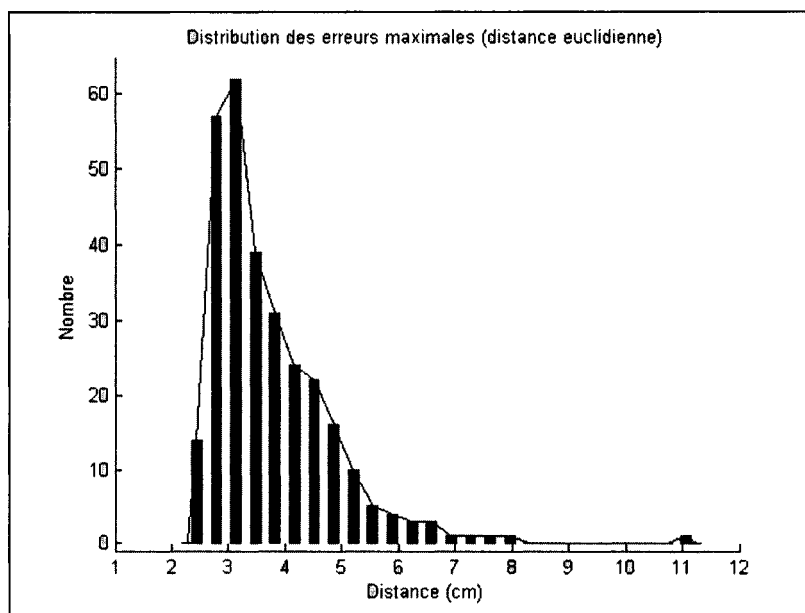


Figure 91 Distribution des erreurs maximales et nombre de modèles dans chaque plage d'erreurs maximales

Il faut bien tenir compte de toute l'information, des moyennes et des écarts-types autant que des extremums. Ceci permet de conclure de cette analyse que même si certains des sommets sont éloignés de la position souhaitée, en général la méthode répond très bien aux attentes et réussit bien à représenter les modèles CAESAR.

## 5.2 Comparaison entre les méthodes au niveau de la modélisation et des performances

Un exemple détaillé de résultat obtenu par la méthode surfacique (décrite au chapitre 2) a été présenté dans la section 3.3. Il est à noter que le temps de calcul requis pour l'obtention des modèles optimisés est d'environ 20 à 25 minutes.

Il faut rappeler que la méthode volumétrique (décrite au chapitre 1) effectue la segmentation des mains des modèles à reconstruire. Le résultat de l'application de l'algorithme sur le modèle CAESAR (#232, le même que celui de la méthode surfacique) est illustré à la figure 93. En comparant visuellement avec la figure 92 (méthode surfacique) on remarque que le résultat est similaire, sans aucun artéfact ou discontinuité des surfaces. Avec la méthode volumétrique, la surface résultante est également très près du modèle CAESAR. Les résultats de cette méthode sont obtenus en environ 30 minutes.

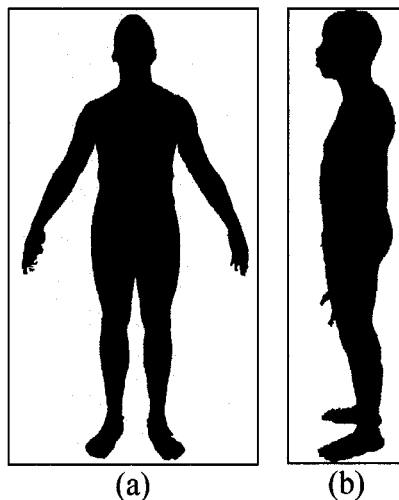


Figure 92 Résultats de l'optimisation, en rouge le modèle CAESAR et en bleu le modèle infographique optimisé. Vues de (a) plan et (b) profil

Excepté le fait qu'il manque les mains du modèle, la figure 94 montre que certaines zones sont différemment modélisées. Le plus flagrant est l'entrejambe, il arrive en effet que parfois l'algorithme volumétrique ferme une partie de l'espace entre les jambes. Il est important de noter qu'il s'agit d'une exception et que ce comportement n'arrive que rarement. Cette fermeture est liée à l'algorithme de remplissage des trous. Ensuite, on observe que le dessous des pieds est fermé par une surface plane, ce qui n'est pas plus désastreux que le fait qu'avec l'algorithme surfacique tous les modèles ont la même surface sous les pieds. Finalement, les oreilles sont sensiblement modélisées de la même

manière pour les deux algorithmes et que le résultat de la modélisation donne une zone plus ou moins bien définie, ce qui est causé par un manque de données dans cette région.

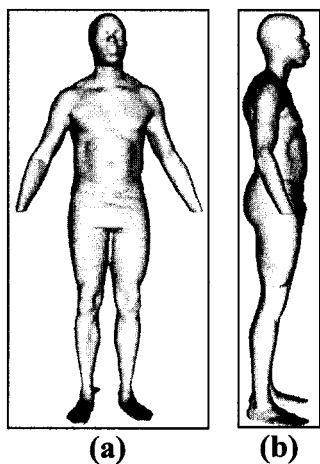


Figure 93 Résultats de l'application de l'algorithme volumétrique (Ben Azouz et al., 2004) pour le modèle CAESAR (#232). Vues (a) d'élévation et (b) de profil.

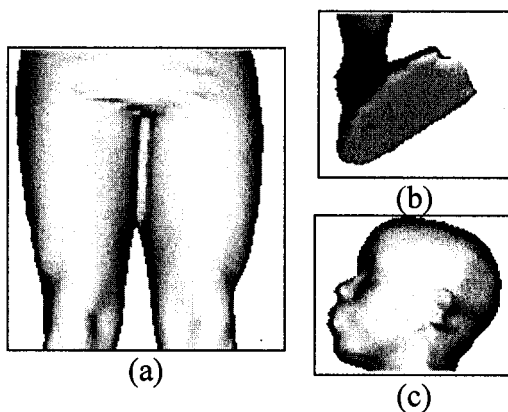


Figure 94 Zones problématiques dans la reconstruction du modèle, selon la méthode volumétrique (Ben Azouz et al., 2004), (a) l'entrejambe, (b) plantes des pieds et (c) oreilles

### 5.3 Analyse de l'algorithme

Tel que mentionné au début de ce chapitre, cette section traite des problèmes rencontrés tout au long de ce projet, la solution apportée pour chaque problème et les forces et

faiblesses de l'algorithme implanté pour effectuer la modélisation des modèles CAESAR en se servant d'une approche surfacique.

### **5.3.1 Aspects positifs de la méthode**

Il est bon de commencer par les forces de la méthode surfacique. Les méthodes surfaciques sont citées dans la littérature comme générant des résultats précis et plus détaillés que les méthodes volumétriques. Les résultats de l'expérimentation actuelle permettent au moins de s'assurer que les modèles sont entiers (aucune partie n'est segmentée) et que les surfaces obtenues sont très près de celles désirées, numérisées.

Cette approche requiert également peu de prés-traitements, soit un alignement des axes des modèles et parfois une normalisation de leur taille. Cependant, il faut souligner les difficultés rencontrées au cours de l'expérimentation pour bien appliquer ces traitements. Le fait de ne pas devoir fermer les trous dans le modèle avant l'optimisation en réduit également la complexité, puisque les trous sont remplis en même temps que l'optimisation.

Un autre aspect positif est que l'algorithme n'est pas trop gourmand en temps d'exécution, si les méthodes de calcul utilisées sont bien choisies, tel que le calcul du gradient. Dans le cas présent, avec trois phases d'optimisation, en faisant varier le degré de finition demandé à la fonction L-BFGS-B, de moyen jusqu'à très fin, le temps d'exécution reste en dessous de 25 minutes par modèle. À titre indicatif, le niveau de finition est un paramètre gérant la fin de l'appel du programme L-BFGS-B, ce paramètre est lié à la variation de la fonction objective obtenue d'une itération à l'autre. Des tests avec les niveaux de finition constants tout au long de l'optimisation ont donné entre 15 et 20 minutes par modèle, mais avec des valeurs finales de fonction objective un peu plus élevées.

### 5.3.2 Aspects négatifs et problèmes rencontrés

Il est d'abord bon de mentionner que plusieurs problèmes rencontrés étaient causés par l'ordre d'exécution des diverses étapes d'implantation de la méthode. Par exemple, les marqueurs doivent d'abord être localisés sur le modèle avant de procéder à l'alignement ou la normalisation de celui-ci. Sinon il faudra faire un alignement et une normalisation spéciale des coordonnées des marqueurs, en tenant compte de l'ensemble des données. Plus spécifiquement, pour la normalisation, si le point le plus haut du modèle (en  $z$ ) est à une valeur  $Z$  et que dans les marqueurs la coordonnée maximale (en  $z$ ) est plus basse, le résultat sera alors un décalage des marqueurs sur le modèle normalisé, car l'algorithme requiert un nouveau maximum pour la coordonnée  $Z$  et apporte les maximums actuels à cette valeur et puisque les maximums ne sont pas les même il s'en suivra un décalage.

Les principaux problèmes rencontrés ou points ayant causés diverses difficultés concernaient la recherche du plus proche voisin, les normales, l'alignement, la normalisation, le calcul du gradient (temps d'exécution) et la simplification du modèle à haute résolution ou la résolution à utiliser pour faire l'optimisation.

#### 5.3.2.1 La recherche du plus proche voisin

Il s'agit ici pour chacun des sommets du mannequin de trouver le point correspondant (le plus près et ayant la normale bien orientée) sur le modèle CAESAR. Ceci est en fait la problématique du premier terme d'erreur de la fonction objective (section 2.1.2). Au premier essai une méthode très gourmande fut implantée, soit deux boucles imbriquées. La première parcourant les points du mannequin et la seconde ceux du modèle CAESAR et testant la distance les séparant. Il s'agit alors pour  $M$  points du mannequin et  $N$  points du modèle CAESAR, d'une recherche d'ordre  $MN$ , ce qui est très laborieux et peu efficace. Donc pour régler cet obstacle, la bibliothèque ANNkd\_Tree (Mount & Arya,

2005) se servant d'un arbre binaire est utilisée. Il fut cependant difficile de bien gérer les paramètres pouvant être utilisés par la fonction de recherche.

L'utilisation de cette bibliothèque fut d'autant plus difficile à comprendre correctement, lorsqu'il a fallu faire la recherche d'une multiplicité de plus proches voisins, pour l'application de l'algorithme des normales. Car, si la normale du sommet trouvé (le plus près) ne répond pas au critère d'acceptation des normales, il faut prendre le prochain sommet le plus près et refaire le test.

Le choix de l'outil de recherche du plus proche voisin est important, car un mauvais choix entraîne des coûts supplémentaires en temps requis pour le calcul de chaque évaluation de la fonction objective.

### **5.3.2.2 Le calcul des normales**

Ce problème fut l'un des aspects les plus rédhibitoires de ce projet, en incluant ses implications. Car avant de pouvoir faire le calcul des normales, il a fallu connaître les voisins de chacun des sommets. Ce qui rend nécessaire l'implantation d'une structure permettant d'emmagasiner cette information, à des fins de consultation ultérieure. La structure initialement programmée (liste chaînée) ne permettait pas rapidement de connaître cette information et elle ne fonctionnait pas pour les sommets du modèle CAESAR. Par la suite la bibliothèque « g\_Part », fournie par le Dr. Shu du CNRC, a permis d'obtenir rapidement cette information. Cependant, il y a encore des problèmes pour les sommets du modèle CAESAR. Ce qui est ressorti à ce stade est que le nuage de points des modèles CAESAR contient des points qui ne servent à rien. Autrement dit, certains sommets ne sont utilisés par aucun triangle du modèle. Il a donc fallu trouver une solution. Les modèles CAESAR contiennent également quelques triangles dégénérés, mal formés. La première idée, pour les sommets inutilisés, fut de retirer ces sommets, mais cette solution est complexe et trop sujette à l'insertion d'erreurs dans les

sommets et les triangles restant. Il a donc été décidé de détecter les sommets à problème et de leur donner une normale nulle (0, 0, 0), cette normale sera toujours rejetée par le test d'angle entre les normales des sommets correspondants.

Par la suite, il fallait être en mesure de bien approximer la normale à chaque sommet. En effet, la véritable normale des sommets d'un maillage requiert une moyenne des normales définies par chacun des vecteurs des triangles contenant le sommet dont la normale est recherchée. Pour effectuer l'approximation (voir annexe 2) il a fallu s'assurer de bien effectuer le produit vectoriel, selon la règle de la main droite (sens anti-horaire), afin que les normales pointent en dehors de la surface et non vers son intérieur.

Afin de valider les normales obtenues, deux tests ont été faits. Le premier est relié aux fichiers de type *wrl*. Pour les obtenir il faut les coordonnées des points, les triangles du maillage et les normales en chaque point. Si les normales sont mal dirigées, il sera difficile de visualiser le modèle, certaines zones sont moins bien éclairées. De plus, si les normales pointent vers l'intérieur du modèle, rien n'est visible. Une validation inverse a été réalisée suite à la visualisation correcte du modèle. Afin d'être certain, toutes les normales ont été inversées et de cette manière il était impossible de voir quoi que ce soit. Le second test fut de visualiser les normales avec *Polyworks* (InnovMetric Inc., 2004). Il a alors été possible de voir les vecteurs normal en chacun des sommets et de valider visuellement leur orientation.

Le point pouvant être encore sujet à caution concerne l'utilisation des normales est de bien déterminer si les points sont compatibles ou non selon le critère de leurs normales. Une validation sommaire a permis de déterminer qu'environ 20 à 25% des sommets correspondants trouvés ne satisfont initialement pas le critère des normales. Ceci est sensiblement l'ordre de grandeur attendu et devrait correspondre à la proportion des points contenus dans les bras du modèle et/ou dans ses jambes.



### 5.3.2.3 L'alignement

Tel que mentionné précédemment le problème rencontré avec l'algorithme d'alignement concerne les modèles CAESAR. Bien que les centres de gravités soient physiquement bien positionnés, une translation du modèle est observable. Soit une translation selon l'axe des  $x$  de l'ordre de 1,5 mm qui ne permet pas d'obtenir de bons résultats. Si les modèles sont laissés dans la position obtenue, l'algorithme ne fonctionnera pas correctement.

Les modèles CAESAR utilisés pour obtenir les résultats du chapitre 3 ont été corrigés manuellement. C'est-à-dire que la translation observée a été corrigée manuellement. Aucune solution n'a encore été trouvée pour corriger l'algorithme d'alignement des centres de gravité, il s'agira donc d'un point à considérer au cours de travaux supplémentaires.

Il faut noter que l'algorithme d'alignement utilise l'analyse en composantes principales pour trouver les axes représentant la largeur et l'épaisseur des modèles pour projeter ensuite ces vecteurs sur les axes  $x$  et  $y$ . Pour ce faire la version actuelle de l'algorithme fait le calcul des axes pour chaque modèles présentés, mannequin et modèles CAESAR. Une piste à explorer serait de trouver ces axes pour uniquement l'un des modèles et appliquer les mêmes transformations au second modèle. Par exemple, on trouve les axes du modèle CAESAR et les transformations à appliquer pour faire l'alignement et ces transformations sont appliquées ensuite au mannequin.

### 5.3.2.4 La normalisation

Le problème à l'application de cet algorithme est une variation dans la posture des membres supérieurs et inférieurs des modèles. Bien que les proportions entre la hauteur,

la largeur et l'épaisseur des modèles soient conservées, le facteur permettant de conserver les proportions vient corrompre certaines zones du modèle.

Le réel problème réside plus dans le choix d'une posture adéquate, que l'implantation d'un algorithme de normalisation. Il faudrait élaborer une posture qui serait invariante à la taille des modèles qui permettrait une variabilité de la forme des modèles. En effet, puisque les modèles du projet CAESAR devaient positionner leurs pieds selon des marques sur le sol, dépendamment de la taille de ceux-ci la posture sera différente. Par exemple, une petite personne (jambe courte) n'aura pas la même posture des jambes qu'une personne plus grande. Dans le premier cas l'écartement semblera plus grand que dans le second. Il en va de même pour l'espacement des bras qui était déterminé selon un gabarit (bloc en bois). Encore ici, ce problème n'a pas de solution à l'heure actuelle et devra faire partie de la poursuite des travaux, étant difficile de déterminer une posture invariante à la taille des gens et à l'algorithme de normalisation.

### **5.3.2.5 Le calcul du gradient**

Beaucoup de temps fut nécessaire pour régler le calcul du gradient correctement. La version initiale du programme procédait à une différence finie fonctionnant bien, mais demandant un temps de calcul incommensurable, rendant ainsi la validation de chaque modification ou ajout beaucoup trop ardue. La méthode actuelle de calcul du gradient utilise la dérivée analytique de la fonction objective, il suffit alors de quelques formules rapidement évaluées. Le gradient est un point extrêmement important, puisque c'est lui qui indique dans quelle direction ou quels éléments des vecteurs contenant les termes des transformées affines doivent changer et il indique l'ordre de grandeur du changement des valeurs.

### 5.3.2.6 La simplification de la résolution

L'algorithme original utilisait deux résolutions du même mannequin afin d'accélérer le traitement du modèle à haute résolution. Le premier problème dans l'implémentation de l'algorithme de simplification est que les sommets identifiés pour le retrait doivent être enlevés de la matrice des coordonnées du modèle et tous ses triangles formés avec l'indice de ce point doivent être également retirés de la liste des triangles du modèle. Tel que mentionné dans la discussion sur les problèmes liés au calcul des normales, il est extrêmement complexe de faire le retrait de ces sommets sans briser la continuité des indices dans les triangles. Si le sommet  $X$  est retiré, tous les triangles faisant référence à un sommet ayant un indice supérieur à  $X$  doivent également être modifiés, en plus les triangles se référant au sommet  $X$  doivent être retirés. Il est alors très facile de se tromper dans la reconstruction des matrices.

Un autre point abscons est la détermination du critère d'arrêt de la simplification. L'article de (Lee et al., 1998) traitant de l'algorithme reste peu explicite sur la manière de déterminer l'arrêt de celui-ci. Le retrait des sommets se fait également en proportions égales peu importe la région du modèle. Il serait bon d'accroître ce nombre sur le tronc des modèles et le diminuer pour les sommets se trouvant sur la tête. Ce problème est d'autant plus important à résoudre qu'à l'intérieur d'une itération de l'algorithme le retrait de plusieurs sommets est effectué (dont le nombre est inconnu). Il faut par la suite déterminer le nombre d'itérations à faire dans cette fonction. Actuellement, la simplification continuait tant qu'un pourcentage donné de points par rapport au nombre initialement présent dans le modèle n'a pas été enlevé.

Puisque l'algorithme n'est pas utilisé, il a fallu déterminer à quelle résolution serait le modèle infographique (section 3.2). Dans le cas présent, au moment du choix de la résolution, c'est la différence finie qui permettait d'obtenir le gradient de la fonction. Donc un modèle à basse résolution devait permettre de diminuer le temps d'exécution.

Les auteurs de la méthode originale (Allen et al., 2003) utilisaient un modèle à haute résolution de 120 000 triangles et à basse résolution de 30 000 triangles. On remarque qu'avec le modèle à 20 000 triangles, le résultat actuel n'est même pas au même niveau que leur modèle à la plus basse résolution, mais offre tout de même de bons résultats. Ceci suppose qu'il n'est peut-être pas nécessaire d'utiliser la méthode avec des modèles à trop grande résolution.

Finalement, les auteurs estimaient que le temps requis pour l'obtention d'un modèle modélisé avec leur algorithme était d'environ 15 minutes comparé aux 25 minutes actuelles. L'une des raisons potentielles de cet écart, par rapport aux résultats actuels, est justement le fait de passer par un modèle à plus basse résolution afin de trouver un point de départ pour l'optimisation à plus haute résolution. Ceci est doublement concluant qu'avec l'erreur de continuité (section 2.1.3) les transformations affines trouvées pour les sommets du modèle à basse résolution (qui sont présents dans celui à haute résolution) seront propagées aux sommets voisins dans le modèle complet. Un point de départ pour le modèle à haute résolution garantit que le modèle est grossièrement déjà près de la solution.

#### **5.4 Interprétations des résultats**

Les résultats obtenus ont finalement permis de valider l'apport de l'alignement et la normalisation des modèles, si ces fonctions sont bien implantées et appliquées. Cet apport intervient au niveau de la facilité d'obtention du modèle en plaçant le mannequin et le modèle CAESAR dans des positions similaires au début de l'optimisation. Des deux traitements, il est clair que l'alignement des systèmes d'axes est de loin préférable à la normalisation s'il faut choisir entre ces traitements, même s'il a été constaté que sans les marqueurs les résultats avec normalisation sont supérieurs.

Étant donné les lacunes dans l'implantation de l'algorithme de simplification et que certaines parties du code pourraient être optimisées, il n'a pas été possible de réellement valider l'apport du point de vue gain en temps de calcul de l'alignement et de la normalisation.

Pour ce qui est de la possibilité d'utiliser la modélisation surfacique sans utiliser les marqueurs, les quelques résultats obtenus ont montré qu'il n'est pas possible d'obtenir un modèle suffisamment ressemblant à celui désiré. Et ce, même avec l'alignement et la normalisation des modèles.

En définitive, la méthode surfacique offre la possibilité de faire une bonne modélisation des modèles CAESAR, tout en effectuant le remplissage des trous, sans le retrait d'aucune section du modèle. Mais son utilisation requiert de passer beaucoup de temps pour la collecte des données, plus particulièrement des marqueurs.

Du point de vue de l'analyse en composantes principales sur une population obtenue par modélisation surfacique, les modes de variation de la forme humaine observés ont des caractéristiques plus prononcées dans chaque mode, mais ces caractéristiques se retrouvent également dans d'autres modes (à moindre importance). Le meilleur exemple est l'effet de la grosseur des modèles. Les modes de variation traitant de la forme du corps humain montrent que la taille est la première variante pour des modèles non normalisés et que le poids vient ensuite. Pour les modèles normalisés c'est le poids qui apparaît en premier. Ensuite divers aspects de la forme du corps humain sont observés, comme la musculature. Finalement, au travers des modes observés, quelques « artéfacts » de variation de la posture des modèles ont également été trouvés.

## CONCLUSION

Ce projet a tout d'abord permis de modéliser les modèles du projet CAESAR, modèles humains 3D, avec une approche surfacique utilisant l'optimisation d'un modèle infographique ayant grosso modo la forme d'un être humain. Cette modélisation s'est avérée efficiente, avec un temps de calcul de 20 à 25 minutes et efficace, dans la qualité des résultats obtenus, avec en moyenne des sommets à 3,76 mm de ceux du modèle CAESAR. L'utilisation des algorithmes d'alignement des modèles et de normalisation de la taille, appliqués au début de l'optimisation, permettent d'améliorer les performances de la méthode sans pour autant être nécessaires. L'utilisation de ces algorithmes dans les cas où les marqueurs ne sont pas utilisés ne permet pas de modéliser correctement les modèles, mais améliorent toutefois les résultats.

Il s'agissait ici de trouver une série de transformations affines, en chaque sommet du mannequin, permettant aux sommets de la surface de celui-ci de venir prendre la forme du nuage de points du modèle CAESAR. Le problème d'optimisation est alors non linéaire, non borné et à multiples dimensions et le problème se résout par un algorithme de type Quasi-Newton permettant également de gérer les problèmes de grande dimensionnalité.

La méthode surfacique proposée permet d'effectuer en une seule étape la modélisation des modèles et le remplissage adéquat des trous qu'il contient, dû en grande partie à un problème d'occlusion au cours de la numérisation. Les zones pauvres en données, tel que les doigts des mains, la plante des pieds et les oreilles, se voient appliquer la surface du mannequin en ces endroits. La seule lacune observée se situe au niveau des oreilles et semble liée au manque de données et aux valeurs de poids associés aux points limitant la zone.

La mise en parallèle entre la méthode de modélisation surfacique et la méthode de modélisation volumique, analyse visuelle des résultats, a permis de confirmer la validité de l'approche volumétrique dans sa globalité. Le besoin de segmenter les mains des modèles est le principal aspect négatif. Outre les mains, les différences sont situées au niveau de la plante des pieds et parfois on observe une fermeture partielle de l'espace à l'entrejambe (où une partie de l'espace entre les jambes est refermé par l'algorithme de remplissage des trous). En plus, l'approche volumétrique est beaucoup plus rapide dans l'acquisition des données, puisqu'elle ne requiert aucune prise manuelle de points de repère. Sinon du point de vue temps d'exécution des algorithmes, il y a environ cinq minutes en moyenne de différence entre les deux.

L'analyse en composantes principales effectuée sur des modèles non normalisés a permis de s'assurer que le premier mode de variation est bel et bien la taille des individus. Par la suite, les modes observés sont la variation de poids, de longueur des bras et de posture des modèles. Les différences de posture sont de deux types : inclinaison du tronc, de la tête et des bras d'une part et inclinaison complète du corps depuis les chevilles d'autre part.

Pour l'analyse sur les modèles normalisés on retrouve tout d'abord la variation de masse des individus (grosueur), ensuite divers modes plus ou moins prononcés sont observés. Ces modes indiquent la variation de la masse musculaire, de la taille de la tête, de la hauteur de l'entrejambe (longueur des jambes et du tronc) et de grosueur des pieds. Il y a également un mode lié à l'algorithme d'alignement qui fait apparaître une différence de posture sur la plate-forme de numérisation. Finalement la dernière observation est une différence d'inclinaison de la partie supérieure des modèles, comme pour la population non normalisée.

La comparaison des résultats de l'ACP sur la population obtenue avec la méthode surfacique et la méthode volumétrique permet de faire quelques observations

intéressantes. Les premiers modes obtenus sont communs aux deux méthodes. Par la suite la plupart des modes restant apparaissent dans un ordre différent et pour la méthode surfacique il arrive que certains de ces modes soient combinés avec d'autres. Ces deux méthodes ont donc principalement les mêmes modes de variation. Cependant, les résultats de la méthode volumétrique sont plus facile d'interprétation, les modèles virtuels sur les principaux modes sont plus précis que ceux de la méthode surfacique.

Suite à ces observations, il permis de dire que la modélisation des modèles CAESAR à l'aide d'une méthode de représentation volumétrique sans l'utilisation des marqueurs de l'anthropométrie traditionnelle est aussi bien adaptée à une étude globale de la variation du corps, que l'utilisation d'une méthode surfacique. L'utilisation de la méthode volumétrique permet ainsi de ne pas utiliser les marqueurs et ainsi de sauver beaucoup de temps dans l'acquisition des données.

Les deux approches sont aussi intéressantes l'une que l'autre et requiert toutes deux quelques raffinement. Dépendamment de l'intérêt porté à chacune de ces méthodes, les deux offriront de bons résultats, mais la méthode volumétrique dans l'état actuel des deux algorithmes est préférable. En effet, elle diminue le temps d'acquisition des données, tout en offrant des modes plus faciles à interpréter et les sommets des modèles résultant sont plus près de ceux des modèles CAESAR.



## RECOMMANDATIONS

La suite du présent travail de recherche devrait porter sur les points suivants :

- L'algorithme d'alignement des centres de gravité des modèles doit donner aux deux modèles la même disposition spatiale. C'est-à-dire qu'actuellement les centres de gravité sont bien alignés, en considérant leurs coordonnées, mais la visualisation de la superposition de deux modèles alignés indique une translation entre ceux-ci le long de l'axe des  $x$ . Il faut que même la visualisation des modèles confirme qu'ils sont bien alignés.
- Trouver une posture qui serait invariante à l'application de l'algorithme de normalisation et à la forme du corps humain. Cette posture devrait permettre une application non dommageable de l'algorithme de normalisation de la taille des modèles tout en conservant les proportions des modèles.
- Il serait intéressant de refaire une analyse en composantes principales sur les modèles modélisés par une approche surfacique, mais avec les mains segmentées pour visualiser l'effet sur les modes obtenus et vérifier les résultats avec les modes de variation de la méthode volumétrique.
- Il faut également implanter correctement l'algorithme de diminution de la résolution des modèles, afin de pouvoir procéder à l'optimisation sur un modèle à basse résolution, puis de transférer les valeurs de transformations affines obtenues sur les sommets correspondants d'un modèle à plus haute résolution. Il faut au minimum augmenter la résolution du modèle utilisé comme modèle infographique. Il serait intéressant de faire une analyse de l'influence de la résolution utilisée sur les résultats de l'algorithme, constater si l'ajout de polygones augmente significativement la qualité des résultats.
- Une étude sur la validité d'un bon modèle infographique pour l'optimisation serait à faire. Il faudrait vérifier si la majorité des modèles répondent à des proportions établies ou standards, tel que les « Divines Proportions » (GoldenNumber.net, 2006). Il s'agirait alors de valider la véracité des « Divines

Proportions », à savoir si elles sont présentes dans la réalité. Les données en 3D du projet CAESAR permettant de faire une telle étude. Si cette hypothèse se valide, il serait alors pertinent de vérifier quel serait les impacts d'un modèle infographique, répondant à ces proportions, sur les résultats obtenus, voire une optimisation sans l'utilisation des marqueurs anthropométriques. Un premier point de départ serait d'utiliser le modèle moyen de la population à l'étude, ce modèle pour la population normalisée est celui de la figure 48.

- Il serait intéressant de trouver une série de points de repères pouvant être obtenus par une analyse des modèles, caractéristiques géométriques, courbures, points d'inflexion, etc. La cueillette de ces sommets pouvant se faire après l'acquisition des données et non durant cette étape, afin de réduire le temps requis à ce point. Ces points de repère devraient se situer aux extrêmes des modèles. Par exemple, le bout des majeurs, sur les pieds, les épaules, la tête et le nombril. Un choix judicieux permettrait d'effectuer une optimisation adéquate sans une grande quantité de marqueurs et réduirait le temps d'acquisition de ceux-ci s'il était possible de les trouver mathématiquement.
- Voxelliser les résultats de l'approche surfacique, modèles résultant de l'optimisation et effectuer l'ACP sur des voxels à distance signée. Ceci permettrait de vraiment mettre les résultats de la méthode surfacique et de la méthode volumétrique sur la même base d'analyse.

## **ANNEXE 1**

### **Calcul de la courbure gaussienne**

Plusieurs approches sont possibles pour le calcul de la courbure gaussienne principale. Par exemple, (Taubin, 1995) et (Meyer, Desbrun, Schröder, & Barr, 2002) présentent deux approches non appliquées aux modèles humain en 3D constitués de nuages de points. L'algorithme de (Douros & Buxton, 2002) est une application directe du calcul de la courbure gaussienne sur les modèles 3D provenant du projet CEASAR, donc tout à fait adaptée au problème actuel. Il s'agit de la méthode qui sera décrite dans la première partie de cette annexe. Il y a également les approches, pour différentes applications, qui sont décrites dans (Trucco & Verri, 1998) et qui se servent de cet aspect pour la vision 3D. Les bases des fondements mathématiques et géométriques permettant d'obtenir la courbure gaussienne principale sont décrites dans (Do Carmo, 1976), il s'agit de la théorie mathématique basée sur la géométrie différentielle.

#### A1.1 Algorithme du calcul de la courbure gaussienne

Le résumé des étapes de la méthode (Douros & Buxton, 2002) est le suivant :

1. Établir un voisinage de points autour du point à l'étude (auquel la courbure est recherchée)
2. Trouver les coefficients permettant de faire passer une surface d'équation  $F(x, y, z) = 0$  le plus près du point et de ses voisins
3. Trouver un point  $P_0$  qui passe par la surface, soit une projection du point d'intérêt  $P$ , qui fait en sorte que  $F(P_0) = 0$ .
4. Calculer les courbures principales au point  $P_0$  et assigner ces valeurs à  $P$ .

Dans le cas présent, les voisins du point  $P$  seront ceux appartenant à l'ensemble formé par  $\varphi(star(P))$ , équation (A1.1), soit les points entourant  $P$ . L'équation de la surface à obtenir  $F(x, y, z) = 0$  et devant passer par les points est définie par l'équation (A1.2).

$$star(i) = \bigcup_{i \in S, s \in K} S \quad (A1.1)$$

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2exy + 2fyz + 2gzx + 2lx + 2my + 2nz + d = 0 \quad (\text{A1.2})$$

Par la suite il faut faire coïncider l'équation de la surface (A1.2) avec les données, le point et son voisinage. Le problème est donc de trouver les valeurs des coefficients de l'équation de la surface. Ces coefficients sont trouvés en effectuant l'analyse en composantes principales (fonction Jaccobi de (Press, Vetterling, Teukolsky, & Flannery, 2002)) sur une matrice de covariance de taille 10x10 de la forme  $A = D^T D$  où  $D$  est la matrice Nx10 avec  $N$  le nombre de points à faire coïncider avec la surface.

$$D_i = \begin{bmatrix} x_i^2 & y_i^2 & z_i^2 & x_i y_i & y_i z_i & x_i z_i & x_i & y_i & z_i & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3})$$

Ensuite les valeurs propres de la matrice  $A$  sont trouvées et le vecteur propre correspondant à la plus petite valeur propre contient les coefficients de l'équation (A1.2), dans l'ordre les éléments du vecteur propre correspondent aux coefficients :  $a, b, c, e, f, g, l, m, n$  et  $d$  de l'équation de la surface.

Le problème est qu'il n'est pas garanti que le point  $P$  passe par la surface défini par les coefficients trouvés et donc que  $F(P) = 0$ . Il faut alors trouver un point  $P_0$  qui est proche du point  $P$  et qui assure que  $F(P_0) = 0$ . Pour ce faire, les auteurs proposent de sélectionner trois vecteurs  $n_1, n_2$  et  $n_3$  dont l'origine est  $P$  et qui sont orthogonaux entre eux, soit trois vecteur parallèles aux axes  $x, y$  et  $z$ . Pour chacun de ces vecteurs, un point  $P_i$  qui coupe  $F(x, y, z)$  le long du vecteur est calculé. Ce qui revient à un problème du second degré ayant zéro, une ou deux racines. S'il y a zéro racines  $n_i$  est rejeté et dans le cas de deux racines, celle qui minimise la distance de  $P_0$  à  $P$  est conservée. Le principe s'apparente fortement à la théorie du lancement de rayons en infographie (Cleary & Wyvill, 1988; Cook, Porter, & Carpenter, 1984). De plus, un quatrième vecteur  $n_4$  est ajouté et il correspond à la moyenne des trois vecteurs  $n_1, n_2$  et  $n_3$ . Son point de rencontre avec la surface est ensuite trouvé. La section A1.2 présente l'algorithme pour le calcul des points coupant la surface le long d'un axe ou un vecteur. Le résultat de cette recherche des points de rencontre donne quatre points à une distance  $d_i$  de  $P$ , le

point qui correspond à la plus petite distance de  $P$  sera désigné comme étant le point  $P_0$ , figure 95.

Par la suite débute le calcul pour obtenir les courbures gaussiennes principales  $K_1$  et  $K_2$ . Pour ce faire, les auteurs se servent des coefficients des formes fondamentales du problème, ils trouvent tout d'abord les dérivées au point  $P_0$  et ensuite les coefficients  $E$ ,  $F$  et  $G$  de la première forme fondamentale. La section A1.1.1 présente brièvement ce que sont les formes fondamentales de l'équation d'une surface.

Les diverses dérivées sont données par

$$\begin{aligned} F_x &= 2ax + ey + gz + 1 & F_{xx} &= 2a & F_{xy} &= F_{yx} = e \\ F_y &= 2by + ex + fz + m & F_{yy} &= 2a & F_{yz} &= F_{zy} = f \\ F_z &= 2cz + fy + gx + m & F_{zz} &= 2a & F_{xz} &= F_{zx} = g \end{aligned} \quad (\text{A1.4})$$

Puis, les coefficients sont obtenus en utilisant les dérivées précédemment calculées

$$E = 1 + \frac{F_x^2}{F_z^2} \quad F = \frac{F_x F_y}{F_z^2} \quad G = 1 + \frac{F_y^2}{F_z^2} \quad (\text{A1.5})$$

La magnitude du gradient est ensuite donnée par

$$|\nabla F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} . \quad (\text{A1.6})$$

On trouve par la suite les coefficients  $L$ ,  $M$  et  $N$  de la seconde forme fondamentale.

$$L = \frac{1}{F_z^2 |\nabla F|} \begin{vmatrix} F_{xx} & F_{xz} & F_x \\ F_{xz} & F_{zz} & F_z \\ F_x & F_z & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{A1.7})$$

$$M = \frac{1}{F_z^2 |\nabla F|} \begin{vmatrix} F_{xy} & F_{yz} & F_y \\ F_{zx} & F_{zz} & F_z \\ F_x & F_z & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{A1.8})$$

$$L = \frac{1}{F_z^2 |\nabla F|} \begin{vmatrix} F_{yy} & F_{yz} & F_y \\ F_{zy} & F_{zz} & F_z \\ F_y & F_z & 0 \end{vmatrix} \quad (\text{A1.9})$$

Puis, les deux valeurs de courbure principale  $K_1$  et  $K_2$  sont obtenues en trouvant les valeurs propres de la matrice  $C$  suivante, en fait les deux valeurs de courbures sont exactement les valeurs propres de  $C$ .

$$C = B^{-1}A \quad (\text{A1.10})$$

Avec  $B$ ,  $A$  et  $B^{-1}$  définis comme suit.

$$A = \begin{bmatrix} L & M \\ M & N \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix} \quad B^{-1} = \frac{1}{|B|} \begin{bmatrix} B_{2,21} & -B_{1,2} \\ -B_{2,1} & B_{1,1} \end{bmatrix} \quad (\text{A1.11})$$

### A1.1.1 Les formes fondamentales

Une courbe dans  $E^3$  est uniquement déterminée par deux quantités invariantes et locales, nommées la courbure et la torsion, comme étant une fonction de longueur d'arc. De même, une surface dans  $E^3$  est déterminée par certaines quantités invariantes et locales, nommées premières et secondes formes fondamentales.

La première forme fondamentale ayant les coefficients  $E$ ,  $F$  et  $G$  a pour caractéristique de permettre le calcul de la longueur d'un arc, de l'angle entre deux vecteurs possédant le même point d'origine et le calcul de l'aire d'un élément de surface. La seconde forme

fondamentale contient les coefficients  $L$ ,  $M$  et  $N$ , elle a pour caractéristique de permettre le calcul de la valeur de courbure normale d'un élément de surface. En investissant davantage le principe de la courbure normale, les deux formes fondamentales permettent de trouver les courbures principales et de ces dernières on trouve les courbures gaussiennes principales au point d'analyse, tel que démontré dans la section A1.1.

Les notions mathématiques se rattachant aux formes fondamentales sont traitées dans le chapitre 9 de (Lipschutz, 1969).

### **A1.2 Algorithme pour le calcul du point de rencontre entre un vecteur et une surface**

Soit le point  $P(p_x, p_y, p_z)$  duquel on lance trois vecteurs  $n_1$ ,  $n_2$  et  $n_3$  parallèles aux axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  et un vecteur  $n_4$  moyen au trois autres. Il faut déterminer les points d'intersection entre les vecteurs et la surface d'équation suivante, dont les coefficients ont été trouvés.

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2exy + 2fyz + 2gxz + 2lx + 2my + 2nz + d = e \quad (\text{A1.12})$$

Le problème à résoudre est ensuite de déterminer lequel des quatre points croisant la surface est le plus près. Le problème est illustré, pour trois des vecteurs, à la figure 95.

La première étape de résolution du problème pour trouver les points est de paramétrer les trois vecteurs parallèles aux axes.

$$\begin{aligned} x &= p_x + t \\ y &= p_y + t \\ z &= p_z + t \end{aligned} \quad (\text{A1.13})$$



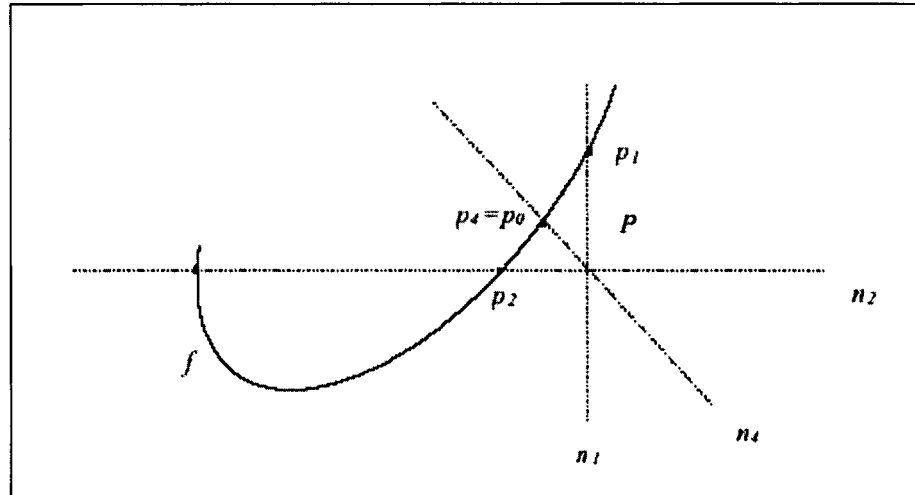


Figure 95 Illustration du problème de recherche du point d'intersection à la surface (Douros & Buxton, 2002)

Il faut d'abord faire trois résolutions, soit une pour le vecteur selon l'axe  $x$  où les valeurs selon  $y$  et  $z$  sont fixes et ainsi de suite pour les vecteurs selon  $y$  et  $z$ . Voici la procédure pour la recherche du point d'intersection avec la surface et le vecteur parallèle à l'axe  $x$ .

En faisant la substitution des valeurs  $x$ ,  $y$  et  $z$  dans l'équation (A1.12) l'équation (A1.14) est obtenue.

$$a(p_x + t)^2 + bp_y^2 + cp_z^2 + 2ep_y(p_x + t) + 2fp_y p_z + 2gp_z(p_x + t) + 2l(p_x + t) + 2mp_y + 2np_z + d = e \quad (\text{A1.14})$$

Pour trouver exactement la position du point, il faut trouver la valeur de  $t$  permettant de connaître la valeur  $x$  du point croisant la surface. Les coordonnées  $y$  et  $z$  sont connues puisqu'elles correspondent aux valeurs de  $y$  et  $z$  du point  $P_0$ . Il faut alors écrire l'équation (A1.14) sous la forme du second degré (A1.15).

$$k_1 t^2 + k_2 t + k_3 = 0 \quad (\text{A1.15})$$

Pour ce faire, il faut tout d'abord effectuer l'expansion de l'équation (A1.14) permettant d'obtenir (A1.16). Par la suite il faut remanier l'équation (A1.16) pour trouver les valeurs des coefficients (A1.17).

$$ap_x^2 + 2ap_x t + at^2 + bp_y^2 + cp_z^2 + 2ep_x p_y + 2ep_y t + 2fp_y p_z + 2gp_x p_z + 2gp_z t + 2lp_x + 2lt + 2mp_y + 2np_z + d = e \quad (\text{A1.16})$$

$$[a]t^2 + [2ap_x + 2ep_y + 2gp_z + 2l]t + [ap_x^2 + bp_y^2 + cp_z^2 + 2ep_x p_y + 2fp_y p_z + 2gp_x p_z + 2lp_x + 2mp_y + 2np_z + d - e] = 0 \quad (\text{A1.17})$$

Finalement, zéro, une ou deux valeurs pour  $t$  sont trouvées en résolvant l'équation (A1.18), il s'agit donc de trouver les racines d'une équation du second degré.

$$t = \frac{-k_2 \pm \sqrt{k_2^2 - 4k_1 k_3}}{2k_1} \quad (\text{A1.18})$$

Pour le premier vecteur, on trouve les valeurs des coefficients suivantes :

$$\begin{aligned} k_1 &= a \\ k_2 &= 2ap_x + 2ep_y + 2gp_z + 2l \\ k_3 &= ap_x^2 + bp_y^2 + cp_z^2 + 2ep_x p_y + 2fp_y p_z + 2gp_x p_z + 2lp_x + 2mp_y + 2np_z + d - e \end{aligned} \quad (\text{A1.19})$$

Puis, le même raisonnement est appliqué pour les vecteurs dans la direction des  $y$  et des  $z$ . Les valeurs des coefficients sont trouvées en (A1.20) selon  $y$  et en (A1.21) selon  $z$ .

$$\begin{aligned} k_1 &= b \\ k_2 &= 2bp_y + 2ep_x + 2fp_z + 2m \\ k_3 &= ap_x^2 + bp_y^2 + cp_z^2 + 2ep_x p_z + 2fp_y p_z + 2gp_x p_z + 2lp_x + 2mp_y + 2np_z + d - e \end{aligned} \quad (\text{A1.20})$$

$$\begin{aligned} k_1 &= c \\ k_2 &= 2cp_z + 2fp_y + 2gp_x + 2n \\ k_3 &= ap_x^2 + bp_y^2 + cp_z^2 + 2ep_x p_y + 2fp_y p_z + 2gp_x p_z + 2lp_x + 2mp_y + 2np_z + d - e \end{aligned} \quad (\text{A1.21})$$

Les points d'intersections entre les trois vecteurs parallèles au système d'axe et la surface sont alors connus. Il faut maintenant trouver le point le long d'un vecteur moyen au trois précédent et coupant la surface. Pour ce faire la paramétrisation en (A1.13) est utilisée et cette fois toutes les variables varient en même temps, on obtient alors l'équation (A1.22).

$$a(p_x + t)^2 + b(p_y + t)^2 + c(p_z + t)^2 + 2e(p_x + t)(p_y + t) + 2f(p_y + t)(p_z + t) + 2g(p_x + t)(p_z + t) + 2l(p_x + t) + 2m(p_y + t) + 2n(p_z + t) + d = e \quad (\text{A1.22})$$

En faisant la distribution on obtient.

$$\begin{aligned} &ap_x^2 + 2ap_x t + at^2 + bp_y^2 + 2bp_y t + bt^2 + cp_z^2 + 2cp_z t + ct^2 + 2ep_x p_y + \\ &2ep_x t + 2ep_y t + 2et^2 + 2fp_y p_z + 2fp_y t + 2fp_z t + 2ft^2 + 2gp_x p_z + \\ &2gp_x t + 2gp_z t + 2gt^2 + 2lp_x + 2lt + 2mp_y + 2mt + 2np_z + 2nt + d - e = 0 \end{aligned} \quad (\text{A1.23})$$

Les coefficients de l'équation du second degré sont ainsi trouvés.

$$\begin{aligned} k_1 &= a + b + c + 2e + 2f + 2g \\ k_2 &= 2ap_x + 2bp_y + 2cp_z + 2ep_x + 2ep_y + 2fp_y + 2fp_z + 2gp_x + \\ &2gp_z + 2l + 2m + 2n \\ k_3 &= ap_x^2 + bp_y^2 + cp_z^2 + 2ep_x p_y + 2fp_y p_z + 2gp_x p_z + 2lp_x + 2mp_y + \\ &2np_z + d - e \end{aligned} \quad (\text{A1.24})$$

Il est alors possible de résoudre l'équation (A1.15) avec les coefficients de (A1.24) en utilisant (A1.18) et on trouve les coordonnées d'un point, le long d'un vecteur moyen, coupant la surface en (A1.12).

## **ANNEXE 2**

### **Notions d'algèbre vectorielle**

Dans cette annexe seront brièvement expliqués les concepts de l'algèbre vectorielle permettant de calculer l'angle en radians qui est formé par trois points (section A2.1) et l'aire qui est comprise entre trois points (section A2.2) (Kreyszig, 1967).

### A2.1 Produit scalaire (angle entre deux vecteurs)

Il faut trouver l'angle formé par trois points dans un espace 3D, soit comme le problème posé dans (Lee et al., 1998) avec la formule suivante.

$$\theta_k = \sum_{i=1}^k \angle(p_{j-1}, p_i, p_j) \quad (\text{A2.1})$$

La figure 96 illustre la problématique, où les trois points sont en noir et les vecteurs qu'ils forment sont en pointillé.

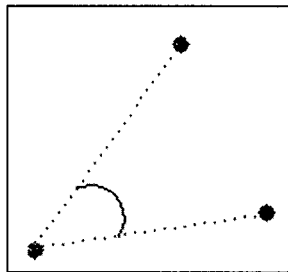


Figure 96 Recherche d'un angle formé par trois points

Trouver l'angle revient à trouver l'angle formé par deux vecteurs ayant le point  $i$  en commun. Pour ce faire, la notion de produit scalaire entre deux vecteurs est utilisée, défini par l'équation (A2.2).

$$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos(\theta) \quad (\text{A2.2})$$

d'où  $\cos(\theta) = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}$  et puisque  $|a| = \sqrt{a \cdot a}$  on peut écrire que l'équation (A2.3) donne la valeur du  $\cos(\theta)$ .

$$\cos(\theta) = \frac{a \cdot b}{\sqrt{a \cdot a} \cdot \sqrt{b \cdot b}}. \quad (\text{A2.3})$$

Sachant que les vecteurs sont sous la forme  $p = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ ; et que le produit scalaire de deux vecteurs parallèles donne  $1$  et la multiplication de deux vecteurs orthogonaux donne  $0$ , tel que

$$\begin{aligned} \vec{i} \cdot \vec{i} &= 1 \\ \vec{j} \cdot \vec{j} &= 1. \\ \vec{i} \cdot \vec{j} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A2.4})$$

Le produit scalaire de  $a$  et  $b$  peut donc s'écrire comme une somme de neuf produits.

$$a \cdot b = a_x \cdot b_x \cdot i \cdot i + a_x \cdot b_y \cdot i \cdot j + \dots + a_z \cdot b_z \cdot k \cdot k \quad (\text{A2.5})$$

Mais puisque six de ces produits donnent zéro on trouve la formule suivante

$$a \cdot b = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z \quad (\text{A2.6})$$

La relation du cos de l'angle est alors redéfinie en (A2.7) comme étant

$$\cos(\theta) = \frac{a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z}{\sqrt{a_x \cdot a_x + a_y \cdot a_y + a_z \cdot a_z} \cdot \sqrt{b_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + b_z \cdot b_z}} \quad (\text{A2.7})$$

Pour obtenir l'angle  $\theta$  il suffit alors de faire l'arcos de la partie de droite de l'équation (A2.7).

$$\theta = \arccos \left( \frac{a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z}{\sqrt{a_x \cdot a_x + a_y \cdot a_y + a_z \cdot a_z} \cdot \sqrt{b_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + b_z \cdot b_z}} \right) \quad (\text{A2.8})$$

Les propriétés d'addition et de soustraction des vecteurs permettent de trouver les coefficients  $x$ ,  $y$  et  $z$  des vecteurs  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$ . Avec les points  $P_i$ ,  $P_a$  et  $P_b$ , sans oublier que le point  $P_i$  est commun au deux vecteurs, les vecteurs  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  sont alors définis comme suit.

$$\mathbf{a} = (a_x - P_x)\mathbf{i} + (a_y - P_y)\mathbf{j} + (a_z - P_z)\mathbf{k} \quad (\text{A2.9})$$

$$\mathbf{b} = (b_x - P_x)\mathbf{i} + (b_y - P_y)\mathbf{j} + (b_z - P_z)\mathbf{k} \quad (\text{A2.10})$$

La figure 97 donne un exemple en 2D où les points  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{i}$  forme le vecteur  $\mathbf{v}$ .

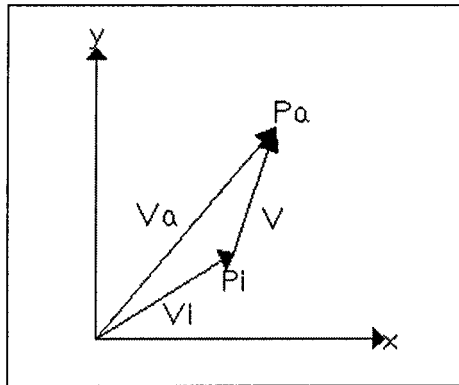


Figure 97 Illustration du vecteur formé par trois points

## A2.2 Produit vectoriel

Cette section présente deux applications résultant du produit vectoriel entre deux vecteurs ayant un point en commun. Soit l'obtention du vecteur normal au point commun et l'aire définie par la région comprise entre les trois points définissant les vecteurs.

### A2.2.1 Vecteur normal

Ici, il s'agit en réalité d'une approximation du vecteur normal, au point commun entre deux vecteurs, par le vecteur défini par le produit vectoriel. Les deux vecteurs sont définis par les équations (A2.9) et (A2.10). Le produit vectoriel est donné par l'équation (A2.11) (Mathworld, 2004).

$$a \times b = (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot x + (a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z) \cdot y + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot z \quad (\text{A2.11})$$

### A2.2.2 Aire contenu entre trois points

Pour trouver l'aire entre les points  $P_i$ ,  $P_a$  et  $P_b$ , le produit vectoriel est utilisé, plus particulièrement le module du vecteur résultant de ce produit vectoriel entre les deux vecteurs ayant un point en commun. Puisque le module du vecteur résultant donne l'aire du parallélogramme défini par les deux vecteurs, cette valeur peut être divisée par 2 et le résultat donne l'aire du triangle contenu entre les trois points. Le module est donné par l'équation suivante.

$$\text{Aire} = \frac{\|a \times b\|}{2} = \sqrt{(a \cdot a) \cdot (b \cdot b) - (a \cdot b)^2} \quad (\text{A2.12})$$

Avec

$$a \cdot a = a_x \cdot a_x + a_y \cdot a_y + a_z \cdot a_z. \quad (\text{A2.13})$$

La figure 98 illustre le vecteur résultant du produit vectoriel entre deux vecteur  $A$  et  $B$ .



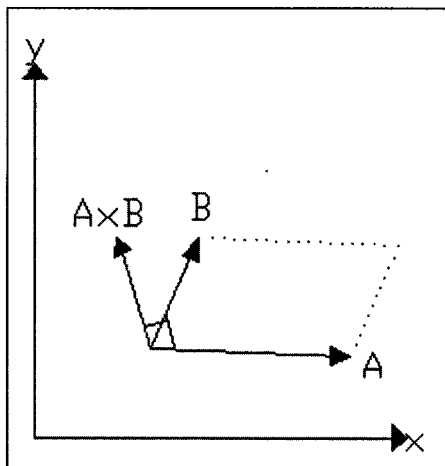


Figure 98 Vecteur résultant du produit vectoriel

## **ANNEXE 3**

### **Les algorithmes de la méthode de triangulation de Delaunay**

Cette annexe présente la théorie derrière la triangulation de Delaunay (section A3.1) et la triangulation contrainte de Delaunay (section A3.2). La théorie de la triangulation de Delaunay est présentée par (Faugeras, 1993). La triangulation de Delaunay s'applique autant à partir d'un nuage de points 2D ou 3D, dans notre cas ce sera à partir d'une projection de l'espace 3D vers un espace 2D, afin d'obtenir une triangulation 2D. Ici, la triangulation 2D veut dire que le but est d'obtenir une surface dans l'espace 3D, surface modélisée par des triangles, tandis que la triangulation 3D permet l'obtention d'un volume dans l'espace 3D, des tétraèdres. Un des objectifs est d'obtenir une triangulation sans chevauchement de triangles. De plus, il faut respecter la topologie de la surface et obtenir le moins de segments possible.

### A3.1 Triangulation de Delaunay

La notion de triangulation de Delaunay est fortement liée à celle de la géométrie de Voronoi, tel que traité dans (Faugeras, 1993) et (Guibas & Stolfi, 1983). La triangulation de Delaunay d'un ensemble de points peut être obtenue en joignant par une ligne droite deux points dont le polyèdre de Voronoi partagent une face (une frontière commune). La figure 99 et la figure 100 illustrent respectivement la carte de Voronoi d'un nuage de points 2D et la triangulation de Delaunay de ce même nuage de points.

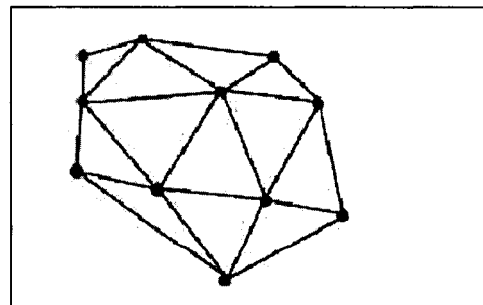
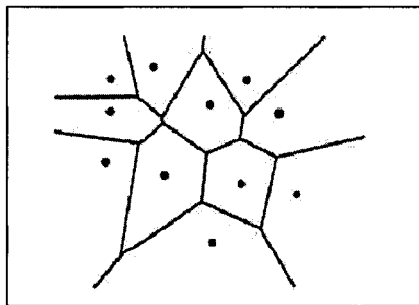


Figure 99 Exemple de carte de Voronoi (Faugeras, 1993)      Figure 100 Exemple de triangulation de Delaunay (Faugeras, 1993)

Avant de continuer, il est important de définir la sphère de Delaunay dans l'espace 3D ou le cercle de Delaunay dans l'espace 2D. Dans l'espace en trois dimensions, il s'agit d'une sphère inscrite à un tétraèdre résultant de la triangulation, cette sphère a pour particularité de ne contenir aucun autre segments ou points que ceux appartenant au tétraèdre la définissant. Le principe dans l'espace 2D est le même, avec un cercle au lieu d'une sphère et un triangle au lieu d'un tétraèdre.

La procédure pour la triangulation de Delaunay à partir d'un ensemble de points contenus à l'intérieur d'un cube de dimension connue, est comme suit :

- Initialisation de l'algorithme par la triangulation des sommets du cube, ce cube est simplement une boîte englobant le nuage de points (données du problème).
- Un nouveau point  $M$  sera contenu dans au moins une de ces sphères<sup>1</sup>. Si le point  $M$  se trouve dans  $p$  sphères, les  $p$  tétraèdres<sup>2</sup> correspondants doivent être retirés de la triangulation, car chaque sphère circonscrite ne peut contenir (par définition) que les points formant le tétraèdre. De nouveaux tétraèdres doivent être formés avec  $M$  comme un de ses sommets.
  - Ces nouveaux tétraèdres sont formés en considérant toutes les faces des tétraèdres supprimés, soit en éliminant celles qui appartenaient à deux tétraèdres rejetés. Le fait d'ajouter tous les tétraèdres n'ayant aucune face commune avec les autres tétraèdres retirés et formés du sommet  $M$  garantit pour chaque tétraèdre faisant partie de la triangulation de Delaunay que sa sphère circonscrite ne contient pas d'autres points autre que ceux du tétraèdre.

La figure 101 illustre un exemple de triangulation de Delaunay en cours, où puisque  $M$  se trouve dans les disques des triangles  $AFG$ ,  $AGB$ ,  $BGC$  et  $CDG$  ces quatre

---

<sup>1</sup> La notation « sphère » désigne autant un cercle en 2D qu'une sphère en 3D

<sup>2</sup> La notation « tétraèdres » désigne autant un triangle en 2D qu'un tétraèdre en 3D

triangles sont effacés. Ensuite, puisque la face  $AG$  est commune aux triangles  $AFG$  et  $AGB$ , cette face sera donc effacée, tout comme pour les faces  $GB$  et  $GC$ . Les six triangles  $MAB$ ,  $MBC$ ,  $MCD$ ,  $MDG$ ,  $MGF$  et  $MFA$  seront finalement ajoutés à la liste.

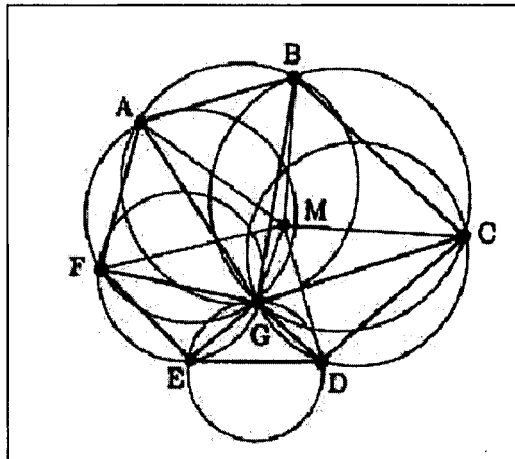


Figure 101 Illustration de l'algorithme de triangulation de Delaunay (Faugeras, 1993)

### A3.2 Triangulation contrainte de Delaunay

Ce cas particulier a pour but de faire la triangulation de Delaunay, mais avec une information déjà présente, soit des points en périphérie du nuage de points reliés par des segments. La procédure est la suivante, tout d'abord le nombre de points définissant les segments déjà présents, en plus de ses extrémités, est augmentés. Il s'agit d'ajouter des points le long des segments. Plus il y a de segments ajoutés, conséquence de l'ajout du nombre de points le long des segments déjà présents, plus la triangulation obtenue se rapprochera de la surface ou du volume réel de l'objet.

Un segment « voisin » est défini comme étant un segment qui coupe la sphère formée à partir d'un autre segment, dans l'exemple de la figure 102(a) le segment  $PQ$  est voisin

du segment  $MN$ . Cependant le prolongement d'un segment coupant une sphère ne fait pas de lui un voisin, figure 102(b).

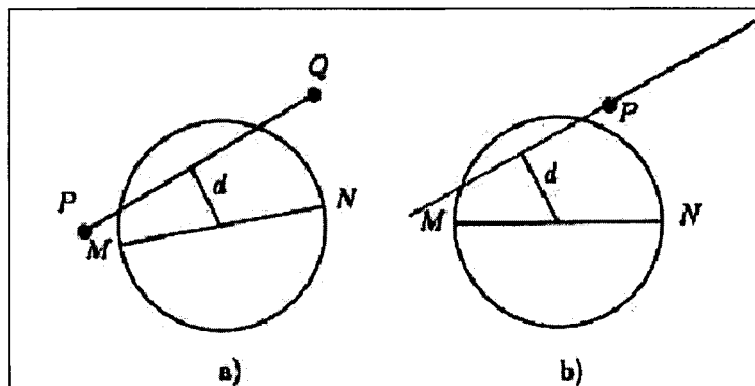


Figure 102 Exemple de deux segments voisins (a) et non voisins (b) (Faugeras, 1993)

Afin de faciliter la triangulation, deux ensembles sont définis pour classifier les segments.

1. Fermé : cet ensemble est initialement vide et contiendra tous les segments (de tétraèdre) qui sont assurés de faire partie d'une bonne triangulation de Delaunay.
2. Ouvert : initialement cet ensemble contient tous les segments et définit l'ensemble des segments qui doivent encore être traités, car ces segments ne sont pas garantis d'être adéquats.

Soit  $MN$  un segment dans l'ensemble *Ouvert*, il est inséré dans l'ensemble *Fermé* s'il est sans voisin, sinon les deux plus grandes sphères centrées sur le segment sont considérées. La première sphère allant à travers  $M$  et l'autre à travers  $N$  et ne croisant pas les voisins de  $MN$ . Un traitement spécial doit être fait au segment  $RM$  et  $SN$  qui sont adjacents à  $MN$  aux points  $M$  et  $N$ . Les sphères  $B_M$  et  $B_N$  sont alors calculées, deux cas sont alors possibles :

1.  $B_M \cap B_N = \emptyset$  soit l'intersection des deux sphères donne l'ensemble vide, voir figure 103. Ayant  $P$  et  $Q$  les intersections entre les deux sphères sur le segment  $MN$  et les deux sphères vides, les segments  $MP$  et  $QN$  sont alors des segments de

la triangulation de Delaunay, si  $M$  et  $N$  n'ont pas de segments adjacents. Les segments  $MP$  et  $QN$  sont mis dans l'ensemble *Fermé* et  $PQ$  dans l'ensemble *Ouvert*. S'ils ont des segments adjacents, tel que  $RM$  est adjacent à  $MN$ , il y a deux possibilités :

- a.  $R$  est sur la frontière de la sphère : Le triangle  $MPR$  est alors un triangle de Delaunay. Le segment  $MR$  est enlevé de l'ensemble *Ouvert* et il est ajouté à l'ensemble *Fermé*.
  - b.  $R$  est contenu dans la sphère : En posant  $R'$  comme étant l'intersection de  $MR$  avec la frontière de la sphère  $B_M$ , on peut ajouter  $MR'$  à l'ensemble *Fermé*, retiré  $MR$  de l'ensemble *Ouvert* et ajouter  $RR'$  à l'ensemble *Ouvert*.
2.  $B_M \cap B_N \neq \emptyset$  soit les deux sphères se croisant, voir la figure 104. Alors  $T$  est le point central du segment  $PQ$ , ainsi  $MT$  et  $TN$  peuvent être ajoutés à l'ensemble *Fermé*, si  $MR$  est adjacent à  $MN$ . Soit  $R'$  le point d'intersection du segment  $MR$  avec la frontière de la sphère  $B(MT)$ , la sphère de diamètre  $MT$ . Le segment  $MR'$  peut s'ajouter à l'ensemble *Fermé* et  $RR'$  à l'ensemble *Ouvert*.

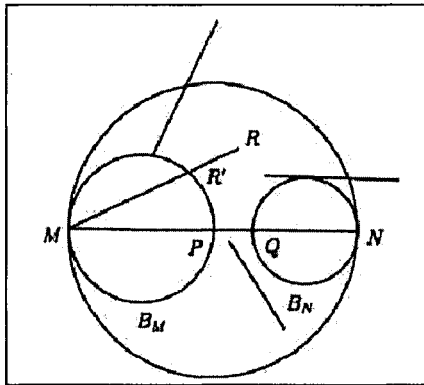


Figure 103 Exemple où les sphères ne se croisent pas (Faugeras, 1993)

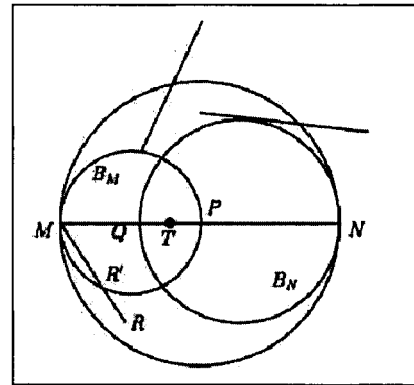


Figure 104 Exemple où les sphères se croisent (Faugeras, 1993)

Un exemple de la triangulation contrainte de Delaunay est illustré à la figure 105, à la figure 106 et à la figure 107. Les figures illustrent respectivement un ensemble de

segments à trianguler, la triangulation de Delaunay à partir des extrémités des segments (selon l'algorithme de la section A3.1) et la triangulation contrainte de Delaunay.

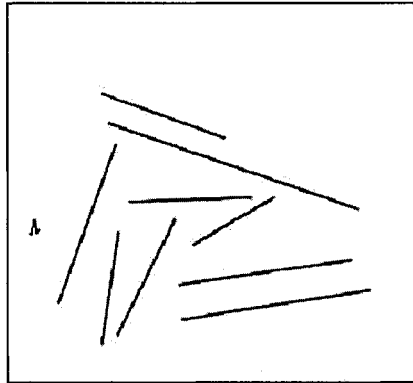


Figure 105 Segments à trianguler (Faugeras, 1993)

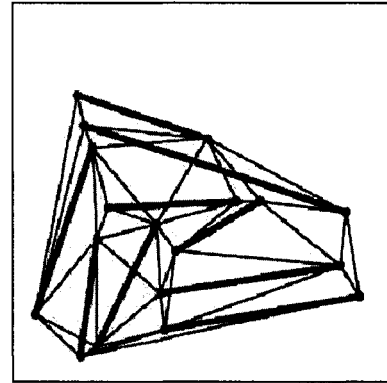


Figure 106 Triangulation par les extrémités des segments (Faugeras, 1993)

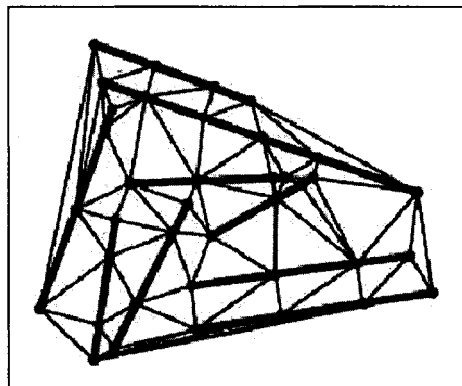


Figure 107 Triangulation contrainte de Delaunay (Faugeras, 1993)



## **ANNEXE 4**

### **Algorithme d'optimisation à mémoire limitée**

Il s'agit ici de présenter brièvement les concepts généraux pour effectuer une optimisation du type Quasi-Newton à partir d'un grand ensemble de données, tel que présenté dans (Byrd et al., 1995). Il sera également traité des matrices L-BFGS, permettant de limiter la mémoire requise pour résoudre le problème. L'approche se base sur la méthode de projection de gradient et utilise une matrice BFGS pour approximer la matrice Hessienne de la fonction objective.

#### A4.1 Problématique

L'idée est d'effectuer une optimisation de type Quasi-Newton d'un problème non linéaire de grande dimension et dont les variables sont soumises à des bornes simples ou ne sont pas bornées. Il est alors possible de décrire le problème selon l'équation (A4.1) et soumis aux contraintes en (A4.2).

$$\text{Fonction objective : } \min f(x) \tag{A4.1}$$

$$\text{sujet à } l \leq x \leq u \tag{A4.2}$$

Ici  $f$  est une fonction non linéaire ayant un gradient  $g$  calculable, les vecteurs  $l$  et  $u$  sont respectivement les bornes minimales et maximales pour chaque variable. Le nombre de variables  $n$  est considéré comme étant grand.

L'algorithme ne requiert pas le calcul des dérivées secondes, ni une connaissance de la structure de la fonction objective et peut être appliqué lorsque la matrice Hessienne est trop grande pour être calculée explicitement. À noter que l'espace requis pour la mémorisation de la matrice Hessienne est linéaire dans  $n$  par l'utilisation des matrices à limitation de mémoire BFGS.

## A4.2 L'algorithme d'optimisation

Au début de chaque itération quatre éléments sont donnés, soit  $f_k$  la valeur de la fonction,  $g_k$  le gradient,  $B_k$  une approximation positive de limitation de la mémoire et  $x_k$  les variables de l'itération courante. Il est alors possible de former un modèle quadratique de  $f_k$  à  $x_k$ .

$$m_k(x) = f(x_k) + g_k^T(x - x_k) + \frac{1}{2}(x - x_k)^T B_k(x - x_k) \quad (\text{A4.3})$$

L'algorithme minimise  $m_k(x)$  sujet aux contraintes en (A4.2), ceci est fait en utilisant d'abord la méthode de la projection du gradient, afin de trouver un ensemble de bornes actives et ensuite par la minimisation de  $m_k(x)$  en utilisant ces bornes comme contraintes. Pour ce faire, le chemin linéaire par partie décrit en (A4.4) est utilisé.

$$x(t) = P(x_k - t g_k, l, u) \quad (\text{A4.4})$$

Ce chemin est obtenu par la projection de la direction de la plus grande pente à l'intérieur de la région de faisabilité.

$$P(x, l, u)_i = \begin{cases} l_i & \text{si } x_i < l_i \\ x_i & \text{si } x_i \in [l_i, u_i] \\ u_i & \text{si } x_i > u_i \end{cases} \quad (\text{A4.5})$$

Ensuite le point généralisé de Cauchy est calculé, ce point est noté  $x^c$  et est défini comme le premier minimum local de la quadratique, noté  $q_k$ .

$$q_k(t) = m_k(x(t)) \quad (\text{A4.6})$$

Les variables dont la valeur à  $x^c$  sont sur l'une des bornes, comprenant l'ensemble actif  $A(x^c)$  sont fixées. Le problème quadratique dans le sous-ensemble des variables non fixées est ensuite considéré.

$$\min\{m_k(x) : x_i = x_i^c \forall i \in A(x^c)\} \quad (\text{A4.7})$$

Sujet à

$$l_i \leq x_i \leq u_i \quad \forall i \notin A(x^c) \quad (\text{A4.8})$$

Il faut tout d'abord résoudre approximativement l'équation (A4.7) en ignorant les bornes des variables non fixes. Puis le chemin est coupé pour satisfaire (A4.8). Après qu'une solution approximative de  $\bar{x}_{k+1}$  ait été obtenue, la nouvelle itération  $x_{k+1}$  se calcule par une recherche linéaire le long de  $d_k = \bar{x}_{k+1} - x_k$  qui satisfait les conditions en (A4.9) et (A4.10).

$$f(x_{k+1}) \leq f(x_k) + \alpha \lambda_k g_k^T d_k \quad (\text{A4.9})$$

$$|g_{k+1}^T d_k| \leq \beta |g_k^T d_k| \quad (\text{A4.10})$$

Avec  $\lambda_k$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  définis dans (Byrd et al., 1995). Puis, le gradient à  $x_{k+1}$  est calculé, une nouvelle approximation de la Hessienne  $B_{k+1}$  est évaluée et une nouvelle itération commence.

### A4.3 Les matrices à mémoires limitées L-BFGS

À chacune des itérations  $x_k$  l'algorithme emmagasine un petit nombre, noté  $m$ , de paires de corrections  $[s_i, y_i]$  tel que  $i = k-1, \dots, k-m$ , avec  $s$  et  $k$  défini par (A4.11) et (A4.12) respectivement.

$$s_k = x_{k+1} - x_x \quad (\text{A4.11})$$

$$y_k = g_{k+1} - g_x \quad (\text{A4.12})$$

Ces paires de correction contiennent de l'information sur la courbure de la fonction objective et définie la matrice  $B_k$  pour l'itération courante. La question est de savoir comment représenter cette matrice sans la former explicitement. Pour ce faire, on peut utiliser les matrices de correction en (A4.13) et (A4.14).

$$Y_k = [y_{k-m}, \dots, y_{k-1}] \quad (\text{A4.13})$$

$$S_k = [s_{k-m}, \dots, s_{k-1}] \quad (\text{A4.14})$$

En ayant  $\theta$ , un paramètre de mise à l'échelle positif et si les  $m$  paires de correction  $[s_i, y_i]_{i=k-m}^{k-1}$  satisfont  $s_i^T y_i > 0$ , on pourra alors trouver la matrice  $B_k$  en (A4.15).

$$B_k = \theta I - W_k M_k W_k^T \quad (\text{A4.15})$$

avec

$$W_k = [Y_k \theta S_k] \quad (\text{A4.16})$$

$$M_k = \begin{bmatrix} -D_k & L_K^T \\ L_k & \theta S_K^T S_k \end{bmatrix} \quad (\text{A4.17})$$

Avec  $L_k$  et  $M_k$  les matrices  $m \times m$  en (A4.18) et (A4.19).

$$(L_k)_{i,j} = \begin{cases} (s_{k-m-1+i})^T (y_{k-m-1+j}) & \text{si } i > j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{A4.18})$$

$$D_k = \text{diag}[s_{k-m}^T y_{k-m}, \dots, s_{k-1}^T y_{k-1}] \quad (\text{A4.19})$$

## **ANNEXE 5**

### **Analyse en composantes principales**

Cette annexe présente brièvement les propriétés et concepts reliés à l'analyse en composantes principales (ACP) (Smith, 2002).

Tout d'abord l'ACP permet de trouver les diverses formes présentes dans un ensemble de données et par le fait même d'exprimer les similarités et les différences des données selon ces formes. Elle vise à trouver un nouveau système d'axes permettant de représenter plus fidèlement un ensemble de données. Autrement dit, chacun des axes trouvés par l'ACP permet de caractériser l'ensemble de données selon sa distribution, ses axes de variabilité. Une fois ces axes trouvés, il est possible de compresser les données en omettant l'information contenue dans certains axes de moindre importance.

Le calcul de l'ACP se fait sur une matrice carrée de taille  $N \times N$ , noté matrice de covariance et permet de trouver une série de  $N$  vecteurs propres et  $N$  valeurs propres. Chacune des valeurs propres trouvées est associée à un des vecteurs propres et permet de connaître l'importance reliée à chacun des vecteurs. En effet, plus la valeur propre est élevée, plus son vecteur représente un axe selon lequel l'ensemble original de données varie. Par le fait même, il est possible de trouver le pourcentage d'importance de l'information contenue le long d'un vecteur propre en divisant la valeur propre associée à ce vecteur par le total des valeurs propres.

Parmi les propriétés des vecteurs propres, il est bon de noter qu'ils sont toujours orthogonaux entre eux. C'est leur orthogonalité qui permet d'exprimer les données originelles selon les vecteurs propres trouvés. Une autre propriété est que peu importe le facteur de multiplication appliqué au vecteur propre, celui-ci demeure une solution du problème. Donc les vecteurs propres trouvés sont les plus petits multiples d'une série de vecteurs pouvant caractériser l'ensemble de données.

Le calcul de l'ACP devient rapidement compliqué pour des ensembles de dimensionnalité supérieure à 3. Il faut alors se référer à des logiciels capables d'effectuer

l'analyse. Sans détailler les mathématiques sous-jacentes, la procédure de calcul de l'ACP et la projection de l'ensemble original sur les axes trouvés est :

1. Pour chaque dimension, la moyenne des valeurs selon cette dimension est enlevée à ses éléments
2. La matrice de covariance est ensuite calculée, par exemple pour un ensemble de données 3D noté  $A$ , où chaque ligne est un point, la matrice de covariance  $C = A^T * A$ .
3. Calcul des valeurs et vecteurs propres.
4. Choix des vecteurs d'intérêt.
5. Projection par le produit matriciel de l'ensemble de données sur les vecteurs propres d'intérêts.

La figure 108 montre un exemple d'un nuage de points 2D et de son premier vecteur propre. Le tableau VI contient les dix points originaux et le tableau VII les valeurs et vecteurs propres obtenus.

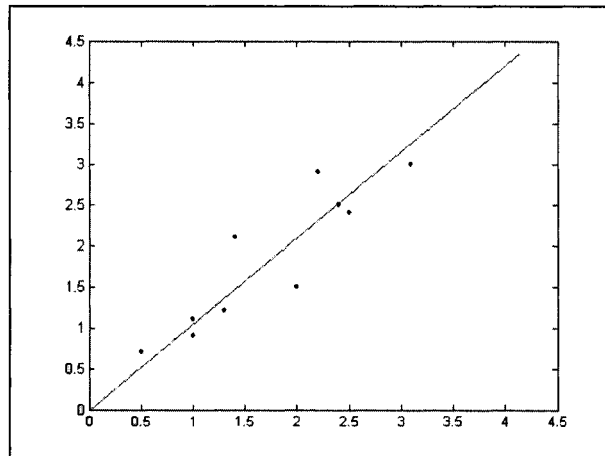


Figure 108 Ensemble de données et son premier vecteur propre



Tableau VI

Ensemble de données

X	Y
2.5	2.4
0.5	0.7
2.2	2.9
1.4	2.1
3.1	3.0
2.4	2.5
2.0	1.5
1.0	1.1
1.3	1.2
1.0	0.9

Tableau VII

Valeurs et vecteurs propres

Valeur propre	Vecteurs propres
75.7698	[0.6896 0.7242]
0.6202	[-.07242 0.6896]

Les valeurs propres obtenues montrent que le premier vecteur propre (ils ont été ordonnés) représente  $(75.7698 / (75.7698 + 0.5202))$  % de la variabilité de l'ensemble de données, soit 99.19%. Dans ce cas on peut compresser les données en ne conservant que la projection sur l'axe représenté par le premier vecteur propre et tout de même conserver la plupart de l'information originale du problème.

## **ANNEXE 6**

### **Algorithme de simplification de la résolution du mannequin**

Cette annexe traite de la problématique de simplification de la résolution du mannequin utilisé par l'algorithme d'optimisation. Le but de cette simplification du nombre de sommets est de permettre à l'algorithme d'optimisation de trouver la solution (matrices de transformations affines) à un problème plus simple. Puis d'appliquer le résultat aux sommets correspondants du problème initial (modèle complet). Avant de présenter l'approche retenue, quelques approches sont citées et l'explication de leur rejet est donnée. Par le fait même les contraintes pour le choix de l'algorithme seront présentées.

Le problème actuel est de réduire le nombre de polygones (triangles) permettant de représenter le modèle infographique 3D, figure 109. Plusieurs articles présentent des méthodes pour effectuer un tel travail. Tout d'abord, l'approche de (Hoppe, 1996), illustré à la figure 110, permet d'enlever deux sommets et d'en créer un nouveau les remplaçant et de retriangler. Le résultat est une diminution du nombre de sommet et l'obtention d'un modèle possédant des sommets qui ne sont pas les originaux, mais une approximation spatiale de ceux-ci.

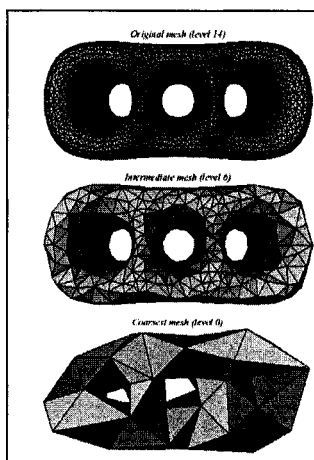


Figure 109 Problématique de réduction du nombre des triangles (Lee et al., 1998)

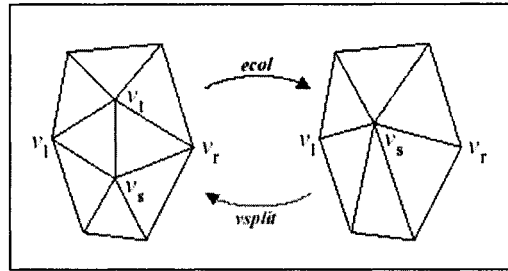


Figure 110 Illustration de la méthode de Hoppe (Hoppe, 1996)

Cependant, une contrainte du problème actuel est qu'il faut conserver l'information sur l'emplacement de chacun des sommets du modèle simplifié par rapport au modèle original. Tout d'abord la simplification du modèle permet de faire une optimisation à faible résolution, par la suite les matrices de transformations affines appliquées aux sommets du modèle simplifié et provenant de l'optimisation de ce dernier, seront appliquées aux sommets correspondants du modèle à haute résolution. Le problème à résoudre est alors simplifié, en trouvant une solution au modèle simple et en appliquant les résultats au problème original. Cette technique permet ainsi d'avoir une solution de départ pour le problème complet.

Il faut donc non seulement être en mesure d'établir une correspondance entre les sommets des deux modèles (basse et haute résolution), mais en plus les sommets du modèle à basse résolution doivent se retrouver dans celui à haute résolution.

La méthode proposée par (Hoppe, 1996) ne permet pas d'obtenir cette relation, car deux sommets voisins sont éliminés avant de générer un nouveau sommet qui permettra de refaire la triangulation dans le trou ainsi obtenu.

Il y a également l'approche de (Lee, Moreton, & Hoppe, 2000) qui combine les éléments de plusieurs approches permettant de faire la simplification des modèles. Le problème avec cette méthode est également la création de nouveaux sommets, ne permettant pas de conserver une relation entre les résolutions du modèle.

L'article de (Lee et al., 1998) traite d'une méthode qui permet de faire la simplification de modèles avec polygones triangulaires tout en conservant non seulement une relation entre les sommets des modèles, à des résolutions différentes, mais qui assure que les sommets d'un modèle simple sont présents dans les modèles à plus haute résolution.

L'idée générale est de retirer un sommet et de refaire la triangulation du trou occasionné par le retrait du sommet. Ainsi, aucun nouveau point n'est créé, voir figure 111 pour un exemple. Les points noirs (à gauche) sont ceux qui sont retirés et à droite on trouve le résultat après la retriangulation.

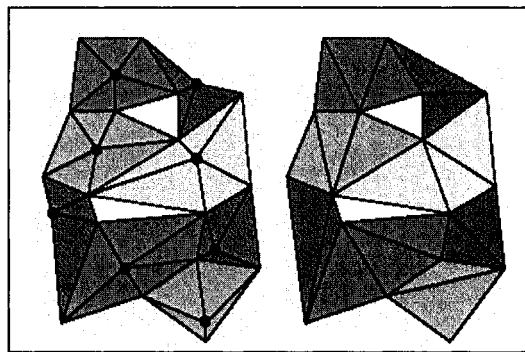


Figure 111 Illustration de la méthode de Lee et al. (Lee et al., 1998)

### A6.1 Algorithme MAPS

Cette sous-section traitera de l'algorithme présenté dans (Lee et al., 1998) nommé « MAAPS<sup>3</sup> ». Cette méthode permet d'effectuer une simplification des modèles tout en conservant un lien entre les sommets des diverses résolutions. Plus particulièrement les sommets du modèle simplifié font partie de l'ensemble des sommets du modèle original.

---

<sup>3</sup> Multiresolution Adaptive Parametrization of Surface

### A6.1.1 Notation pour l'algorithme

Tout d'abord il faut introduire les diverses notations qui serviront à décrire l'algorithme. Premièrement, il est utile de séparer les composantes topologiques et géométriques. Pour ce faire les auteurs adoptent une variation de (Spanier, 1966) : un maillage triangulaire est ainsi dénoté  $(P, K)$  où  $P$  est une série de points  $p_i = (x_i, y_i, z_i) \in R^3$  avec  $1 \leq i \leq N$  et  $K$  est un ensemble de points formant une topologie donnée. L'élément  $K$  est un ensemble de sous-ensembles des  $\{1, \dots, N\}$  points, ces sous-ensembles sont nommés « *simplices* » et sont de trois types : sommets  $v = \{i\} \in K$ , segments  $e = \{i, j\} \in K$  et polygones ou triangles  $f = \{i, j, k\} \in K$ . Ainsi, chaque sous-ensemble non vide de  $K$  est un ensemble de  $K$ , autrement dit si un polygone existe, les éléments qui le forment existent également. La figure 112 permet d'illustrer le concept, ici  $K$  représente l'ensemble formant le triangle  $(i, j, k)$ , il s'agit d'un sous-ensemble du maillage complet. Puisque le triangle existe, les trois segments  $(i, j)$ ,  $(j, k)$  et  $(k, i)$  existent, ainsi que les trois sommets  $i, j$  et  $k$ .

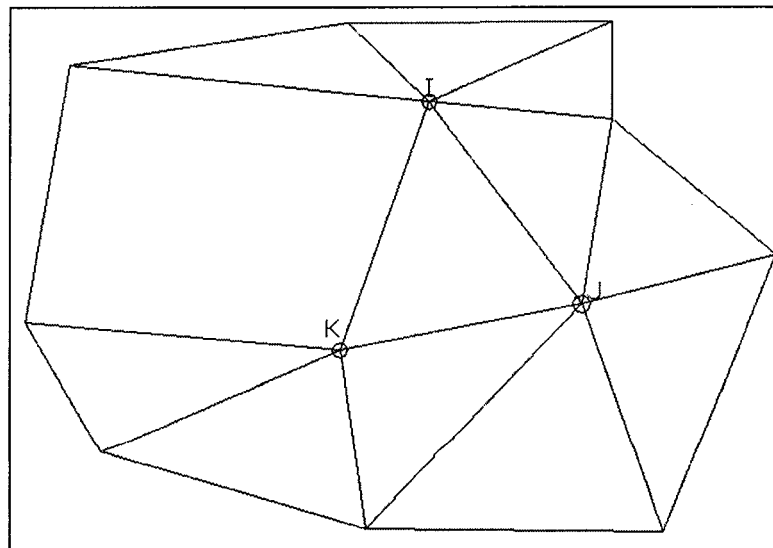


Figure 112 Exemple de topologie  $K$

Soit  $e_i$  défini comme étant un vecteur dans  $\mathbb{R}^N$ , on peut alors observer que :

Pour chaque « *simplexe* »  $s$ , la réalisation de la topologie, noté  $|s|$ , est la coque strictement convexe définie par  $\{e_i | i \in s\}$ , alors  $|\{i\}| = e_i$ . Cette dernière égalité implique donc que la réalisation de la topologie de deux sommets,  $|\{i, j\}|$ , est le segment de ligne entre les sommets  $e_i$  et  $e_j$ .

La réalisation topologique de  $|K|$  est notée  $\bigcup_{s \in K} |s|$  et elle représente l'ensemble des sommets (leurs indices) formant  $s$ , le maillage complet. La réalisation géométrique de  $K$  est  $\varphi(|K|)$  comptant sur une carte linéaire  $\varphi: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^3$  définie par  $\varphi(e_i) = p_i$ . Le polyèdre résultant consiste en des points, segments et triangles dans  $\mathbb{R}^3$ .

Il est bon de noter les définitions suivantes :

- Deux sommets  $i$  et  $j$  sont voisins si  $\{i, j\} \in K$ , autrement ils sont voisins si le segment  $i, j$  existe.
- De cette dernière constatation est obtenu que les sommets sont indépendants s'ils ne sont pas voisins.
- Une série de sommets sont maximalelement indépendants si aucune autre série de sommets indépendants ne peut être contenue à l'intérieur de la série.
- Le voisinage immédiat (anneau unitaire<sup>4</sup>) d'un sommet  $i$  est l'ensemble des sommets formant un segment avec le point  $i$  ou l'ensemble des sommets qui sont voisins de  $i$ .
- Le « *degré extérieur* » noté  $K_i$  d'un sommet est son nombre de voisins.
- L'ensemble *star* d'un sommet  $i$  est l'ensemble des sommets, leurs indices, formant son voisinage immédiat, équation (A6.1).

---

<sup>4</sup> Traduction littérale de « 1-Ring »

- Finalement, une estimation de la courbure en chaque point est donnée par  $K = |K_1| + |K_2|$  où  $K_1$  et  $K_2$  sont les courbures gaussienne principales (pour détails du calcul pour l'obtention de la courbure gaussienne, voir annexe 1).

$$star(i) = \bigcup_{i \in s, s \in K} s \quad (A6.1)$$

### A6.1.2 Création d'une hiérarchie des sommets à retirer

Ici, il faut déterminer les sommets du modèle qui seront retirés pour diminuer la résolution de celui-ci. Il s'agit par exemple des sommets en noir de la figure 111. Il faut d'abord exclure tous les points ayant plus de 12 voisins de la liste de ceux qui seront potentiellement retirés, pour des raisons topologiques. Puis, en se basant sur (Dobkin & Kirkpatrick, 1985) une liste des points à retirer du maillage de l'objet est créée selon le principe suivant :

On se base sur l'information géométrique des points pour faire une hiérarchie  $w$ , équation (A6.2). C'est-à-dire que les sommets avec un petit voisinage (aire faible) et plat (courbure locale faible) seront choisis en premier.

Par la suite le voisinage du sommet retiré est marqué comme impossible à retirer au cours de l'itération actuelle. Puisque ceci compliquerait (en cas de retrait de l'un des voisins) la retriangulation en formant un trou beaucoup trop grand. Ce marquage des voisins permet donc de ne pas enlever des sommets dépendants. Puis, on continue pour les autres points encore disponibles selon leur hiérarchie.

$$w(\lambda, i) = \lambda \frac{a(i)}{\max_{p' \in P'} a(i)} + (1 - \lambda) \frac{K(i)}{\max_{p' \in P'} K(i)} \quad (A6.2)$$

Les « max » de l'équation sont les valeurs maximales d'aire ou de courbure pour tous les points du modèle au niveau de simplification actuel. La constante  $\lambda$  définie l'importance accordée à l'aire et à la courbure, sa valeur est de 1/2. L'annexe 1 montre



la procédure pour obtenir la courbure gaussienne en un point et l'annexe 2 revient sur les notions d'algèbre vectorielle permettant de calculer l'aire entre trois points.

Selon (Dobkin & Kirkpatrick, 1985) cette procédure garantit qu'au minimum 1/24 des sommets seront retirés entre chaque niveau, en pratique on peut aller jusqu'à un quart des sommets.

La procédure de calcul de la hiérarchie avec marquage des sommets à retirer pour un niveau de simplification se résume donc ainsi.

1. Marquer comme intouchable les sommets de la liste ayant plus de 12 voisins
2. Calculer pour les sommets restant leur hiérarchie  $w(\lambda, i)$
3. Retirer le sommet avec la plus haute hiérarchie et marquer ses voisins comme intouchables
4. Retriangler le trou créé par le retrait du sommet
5. Refaire les étapes 3 et 4 tant que nécessaire

### A6.1.3 Retriangulation

L'étape de la retriangulation vise à ne pas laisser de trous causés par le retrait de sommets. Pendant la retriangulation, il faut également s'assurer qu'il n'y a pas de segments de triangles qui se superposent. Les auteurs proposent tout d'abord de faire une projection des données dans un espace 2D, soit les points formant le voisinage du sommet à retirer et ce dernier. Ils utilisent pour ce faire une carte  $z^a$  (Duchamp, Curtain, DeRose, & Stuetzle, 1997) qui permet de minimiser la distorsion des voisins du sommet d'intérêt durant la projection. Soit  $c$  le sommet à enlever, on dispose cycliquement, le premier sommet est voisin du second, le second du troisième, ... Les  $K_i$  sommets dans le voisinage du point  $N(i) = \{j_k | 1 \leq k \leq K_i\}$  sont obtenus de sorte que  $\{j_{k-1}, i, j_k\} \in K^l$  avec  $j_0 = j_k$ . Il faut alors calculer une approximation de  $z^a$  noté  $\mu_i$  définie par les

valeurs pour le point central et son voisinage, les équations suivantes définissent le calcul de  $\mu_i$  :

$$\mu_i(p_i) = 0 \quad (\text{A6.3})$$

$$\mu_i(p_{j_k}) = r_k^a \exp(i\theta_k a) \quad (\text{A6.4})$$

avec

$$r_k = \|p_i - p_{j_k}\| \quad (\text{A6.5})$$

$$\theta_k = \sum_{i=1}^k \angle(p_{j_{i-1}}, p_i, p_j) \quad (\text{A6.6})$$

$$a = 2\pi / \theta_{k_i} \quad (\text{A6.7})$$

L'annexe 2 présente la théorie de l'algèbre vectorielle permettant de trouver l'angle entre deux vecteurs formés par trois points, tel que requis par l'équation (A6.6). Dans (A6.7) la valeur de  $\theta_{k_i}$  correspond à l'angle total autour du point à retirer.

L'explication de cette projection est que les données du système d'axes x, y et z sont représentées dans le système d'axe  $r$  et  $\theta$ . Le passage d'un système d'axe à l'autre est donné par l'équation (A6.4). Les équations (A6.5) et (A6.6) sont utilisées pour trouver  $r$  et  $\theta$  respectivement. L'équation (A6.6) s'explique comme suit, on cherche l'angle en radians autour du point  $i$  à partir du premier point du voisinage (posé arbitrairement) jusqu'au point  $j$  cherché, voir figure 113 pour illustration du principe. Le sens horaire ou anti-horaire n'est pas important, car l'information sur le voisinage est conservée dans chacun des cas.

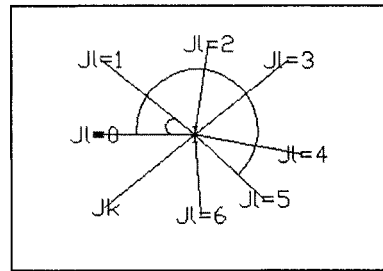


Figure 113 Illustration de la recherche de l'angle de l'un des voisins autour d'un point

Les avantages de cette projection sont que la solution existe toujours, elle est facile à calculer, minimise la distorsion (s'assure que les sommets voisins en 3D le seront toujours en 2D) et ne fait jamais se confondre deux sommets. Maintenant on peut retriangler avec la triangulation contrainte de Delaunay (voir annexe 3). Ce principe, projection et triangulation, est illustré à la figure 114.

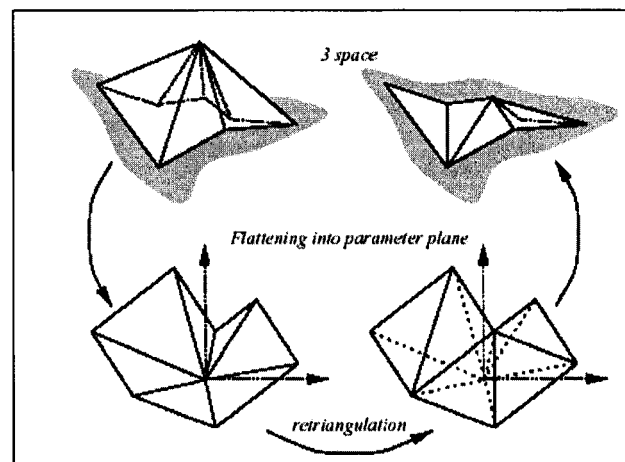


Figure 114 Projection dans  $z^a$  et retriangulation (Lee et al., 1998)

Une fois la retriangulation effectuée dans l'espace 2D, les segments créés sont identifiés et sont appliqués dans l'espace 3D. Par exemple si les sommets  $i$  et  $j$  forment un segment en 2D, ils en formeront donc également un en 3D. Quand le sommet est sur une frontière, l'équation (A6.7) est remplacée par (A6.8) puisqu'il ne s'agit plus d'un voisinage circulaire, mais en forme de demi cercle entourant le point.

$$a = \pi / \theta_k \quad (\text{A6.8})$$

## A6.2 Modification de l'algorithme de retriangulation

L'une des hypothèses de base pour la retriangulation à partir de la triangulation contrainte de Delaunay est de pouvoir projeter le voisinage du point à retirer de manière à obtenir une carte convexe. Ceci permet alors de retriangler sans se soucier de l'apparition possible de segments de triangles en dehors du voisinage à retriangler. Avec les applications de l'algorithme de Delaunay disponible sur Internet, les segments créés ne sont pas toujours compris dans le voisinage, il faut alors forcer l'algorithme de retriangulation à opérer à l'intérieur du voisinage. C'est-à-dire de ne pas créer de segments n'étant pas totalement compris à l'intérieur de celui-ci. Cependant, le point de vue du voisinage dans un espace 3D fait en sorte que certains triangles apparaissent à l'extérieur sous un point de vue et à l'intérieur sous un autre. En 3D, la question est donc de regarder correctement le voisinage. Finalement, il est à noter que l'algorithme de Delaunay est assez long en temps de calcul et qu'en trouvant une solution de rechange il est ainsi possible de gagner un peu de temps sur cette étape.

Afin de simplifier le tout, il suffit de prendre le premier point du voisinage et de former tous les triangles possibles à l'intérieur de ce voisinage. Cette étape peut se faire directement dans l'espace 3D. Aucun chevauchement n'est obtenu (sous le bon angle de vue) et la triangulation sera valide, bien que sous-optimale du point de vue de l'algorithme de Delaunay. Le point ou l'angle de vue signifient qu'il faut regarder le triangle de l'extérieur du modèle, sa normale à la surface du triangle pointe vers l'observateur. Le résultat de la triangulation d'un voisinage comportant 7 sommets est illustré à la figure 115, le sommet inclus dans tous les triangles est celui représenté par un carré.

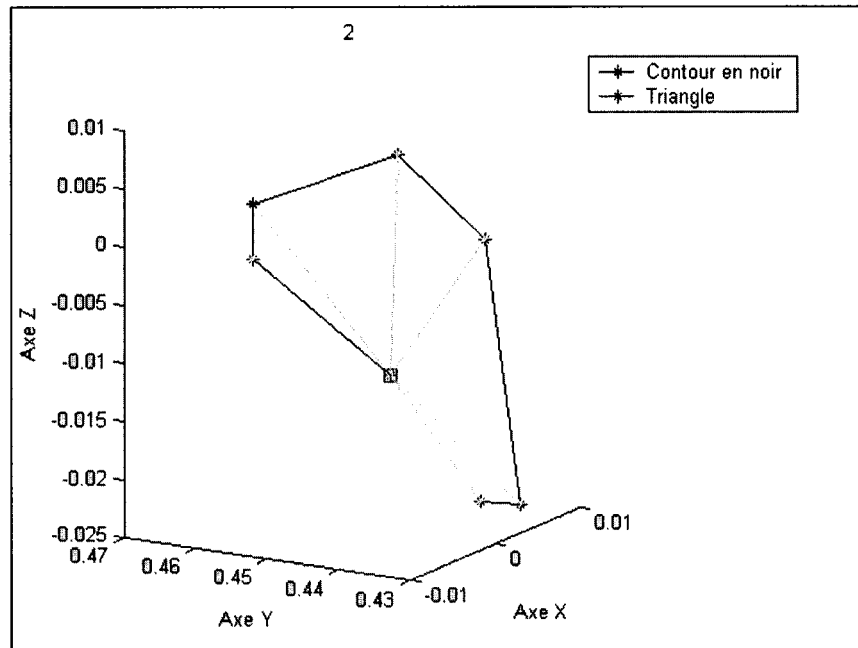


Figure 115 Exemple de retriangulation à partir d'un point fixe du voisinage

### A6.2.1 Ordre de présentation des sommets

Il faut également faire attention à l'ordre d'écriture des sommets retriangulés dans le fichier résultant. En effet, si la normale résultant du triangle formé par les sommets ne pointe pas vers l'extérieur du modèle, il sera impossible de voir le triangle, ce sera plutôt un trou qui sera visualisé.

Il faut s'assurer que tous les triangles sont formés en énumérant ses sommets dans le bon ordre, soit dans le sens horaire ou anti-horaire. Plus particulièrement, il faut voir dans quel ordre sont construits les triangles voisins et ordonner les sommets du nouveau triangle dans le même ordre. Pour ce faire, il faut se baser sur la théorie de la topologie d'une forme (O'Connor & Robertson, 1996). Le terme topologie signifie qu'on ne tient pas compte des dimensions de l'objet, mais uniquement de sa forme, de sa géométrie. Dans une forme fermée, formée de triangles, chaque segment est parcouru deux fois, une fois dans un sens (ex. sommet  $i$  et  $j$ ), puis dans l'autre sens (sommet  $j$  et  $i$ ). Par exemple,

la figure 116 duquel on veut retirer le sommet central et dont l'ordre de présentation des sommets est indiqué par la flèche. À noter que dans le cas de visualisation de forme 3D le sens anti-horaire est celui à utiliser, afin de répondre au théorème de la main droite et faire pointer la normale vers l'extérieur de la forme.

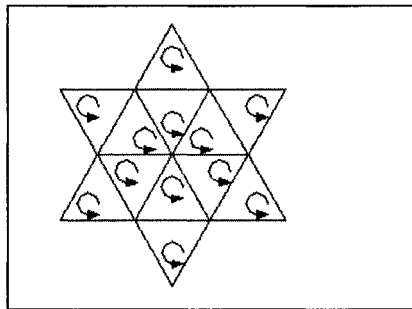


Figure 116 Exemple de retriangulation à effectuer

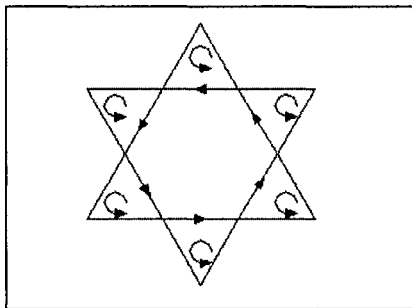


Figure 117 Orientation des segments autour du trou formé

En retirant le sommet central, le trou obtenu est celui de la figure 117. Les segments du contour du trou formé sont tous orientés dans le même sens à l'intérieur du trou (flèches sur les segments du trou). Il est alors possible de se baser sur cette information pour effectuer la triangulation dans le bon sens. La figure 118 montre la triangulation par la méthode expliquée dans cette section et la figure 119 confirme que l'ordre des sommets des nouveaux triangles satisfait toujours la règle stipulant qu'il faut que chaque segment soit parcouru deux fois (dans chacun des sens).

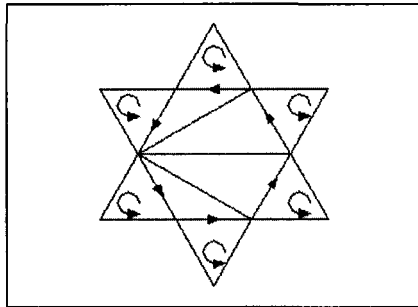


Figure 118 Retriangulation

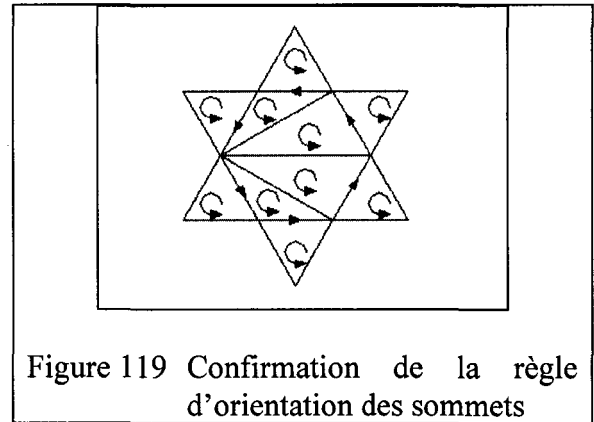


Figure 119 Confirmation de la règle d'orientation des sommets

Finalement, pour pousser plus loin la validation que tout le modèle a bien été retriangulé, il est possible de vérifier la formule d'Euler. La règle d'Euler permet de valider que tous les sommets sont utilisés, qu'il y a le bon nombre de segments et de triangles.

$$v - e + f = 2 \quad (\text{A6.9})$$

où  $v$  est le nombre de sommets du modèle,  $e$  est le nombre de segments et  $f$  est le nombre de faces ou triangles. Cette formule s'applique uniquement dans le cas d'un modèle sans trou (ce qui est le cas de notre modèle infographique).

## BIBLIOGRAPHIE

- Allen, B., Curless, B., & Popovic, Z. (2003). The space of human body shapes: reconstruction and parameterization from range scans. *ACM Transactions on Graphics, ACM SIGGRAPH 2003, 27-31 July 2003, Vol. 22(3)*, p. 587-594.
- Allen, B., Curless, B., & Popovic, Z. (2004). Exploring the space of human body shapes: data-driven synthesis under anthropometric control. *Digital Human Modeling for Design and Engineering Conference, Rochester, MI, June 15-17. SAE International*.
- Ben Azouz, Z. (2005). *Analyse de la variabilité de la forme du corps humain à partir de données anthropométriques tridimensionnelles*. Thèse de Doctorat, École de Technologie Supérieure, Montréal, Québec, Canada.
- Ben Azouz, Z., Rioux, M., & Lepage, R. (2002). Description of the Human Body Shape: Application of Karhunen-Loève Expansion to the CEASAR Database. *In Proceedings of the 16th International Congress and Exhibition of Computer Assisted Radiology and Surgery, Paris, France*, p. 571-576.
- Ben Azouz, Z., Rioux, M., Lepage, R., & Shu, C. (2003). Compact Description of Human Body Shape Using Extended Hyperquadrics. *In Proceedings of the 15th Triennial Congress of the International Ergonomics Association (EA 2003), Seoul, South Korea*.
- Ben Azouz, Z., Rioux, M., Shu, C., & Lepage, R. (2004). Analysis of Human Shape Variation Using Volumetric Techniques. *Proceedings of the 17th Conference of Computer Animation and Social Agents (CASA), Geneva, Switzerland*, p. 197-206.
- Besl, P. J., & McKay, N. D. (1992). A method for registration of 3-D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 14(2)*, p. 239-256.
- Blais, F. (2004). Review of 20 years of range sensor development. *Journal of Electronic Imaging, Vol. 13(1)*, p. 231-243.
- Byrd, R. H., Lu, P., Nocedal, J., & Zhu, C. (1995). A limited memory algorithm for bound constrained optimization. *SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 16(5)*, p. 1190-1208.
- Carr, J. C., Beatson, R. K., Cherrie, J. B., Mitchell, T. J., Fright, W. R., McCallum, B. C., et al. (2001). *Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions*. Paper presented at the Computer Graphics Annual Conference (SIGGRAPH 2001), Aug 12-17 2001, Los Angeles, CA.



- Cleary, J. G., & Wyvill, G. (1988). Analysis of an algorithm for fast ray tracing using uniform space subdivision. *The Visual Computer, Vol. 4*, p. 65-83.
- Computerized Anthropometric Research & Design Laboratory. (2004). <http://www.hec.afrl.af.mil/HECP/Card1b.shtml#caesarsamples>.
- Cook, R. L., Porter, T., & Carpenter, L. (1984). Distributed ray tracing. *Computers & Graphics SIGGRAPH '84 Conference Proceedings, 23-27 July 1984, Vol. 18(3)*, p. 137-145.
- Cyberware Inc. (2004). <http://www.cyberware.com/>.
- Danielson, P.-E. (1980). Euclidean Distance Mapping. *Workshop on Volume Visualization, Vol. 14*, p. 227-248.
- Davis, J., Marschner, S. R., Garr, M., & Levoy, M. (2002). *Filling holes in complex surfaces using volumetric diffusion*. Paper presented at the Proceedings First International Symposium on 3D Data Processing Visualization and Transmission, 19-21 June 2002, Padova, Italy.
- DeCarlo, D., Metaxas, D., & Stone, M. (1998). *An anthropometric face model using variational techniques*. Paper presented at the Proceedings of SIGGRAPH 98: 25th International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, 19-24 July 1998, Orlando, FL, USA.
- Dekker, L. (2000). *3D Human Body Modelling from Range Data*. PhD Thesis, University College, Department of Computer Science, London.
- Dennis, J. E., & Schnabel, R. B. (1983). *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
- Do Carmo, M. P. (1976). *Differential Geometry of Curves and Surfaces*: Prentice-Hall, Englewood Cliffs (NJ).
- Dobkin, D., & Kirkpatrick, D. (1985). A Linear Algorithm for Determining the Separation of Convex Polyhedra. *Journal of Algorithms (6)*, p. 381-392.
- Dooley, M. (1982). Anthropometric modeling programs : a survey. *IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 2*, p. 17-25.
- Douros, I., & Buxton, B. F. (2002). Three-Dimensional Surface Curvature Estimation using Quadric Surface Patches. *Scanning 2002 Proceedings, Paris*.

- Douros, I., Dekker, L., & Buxton, B. F. (1999a). Reconstruction of the surface of the human body from 3D scanner data using B-splines. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, Proceedings of the 1999 Three-Dimensional Image Capture and Applications II, Jan 25-Jan 26 1999, Vol. 3640*, p. 234-245.
- Douros, I., Dekker, L., & Buxton, B. F. (1999b). *An improved algorithm for reconstruction of the surface of the human body from 3D scanner data using local B-spline patches*. Paper presented at the Proceedings IEEE International Workshop on Modelling People, 20 Sept. 1999, Kerkyra, Greece.
- Duchamp, T., Curtain, A., DeRose, T., & Stuetzle, W. (1997). Hierarchical Computation of PL Harmonic Embeddings. *Tech. Rep., University of Washington, Vol. preprint*.
- Farkas, L. (1984). *Anthropometry of the Hand and Face*: Raven Press.
- Faugeras, O. (1993). *Three-dimensional computer vision : a geometric viewpoint*. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- GoldenNumber.net. (2006). <http://goldennumber.net/body.htm>.
- Gortler, S. J., & Cohen, M. F. (1995). *Hierarchical and variational geometric modeling with wavelets*. Paper presented at the Proceedings 1995 Symposium on Interactive 3D Graphics, 9-12 April 1995, Monterey, CA, USA.
- Guibas, L. J., & Stolfi, J. (1983). *Primitives for the manipulation of general subdivisions and the computation of voronoi diagrams*. Paper presented at the Proceedings of the 15th Annual ACM Symposium on Theory of Computing., Boston, Mass, USA.
- Halstead, M., Kass, M., & DeRose, T. (1993). *Efficient, fair interpolation using Catmull-Clark surfaces*. Paper presented at the Proceedings of the ACM SIGGRAPH '93 Conference on Computer Graphics, Aug 1-6 1993, Anaheim, CA, USA.
- Hoppe, H. (1996). *Progressive meshes*. Paper presented at the Proceedings of 23rd International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques (SIGGRAPH'96), 4-9 Aug. 1996, New Orleans, LA, USA.
- Hrdlicka, A. (1972). *Practical anthropometry*: AMS Press.
- InnovMetric Inc. (2004). <http://www.innovmetric.com>.
- Jalkio, J. A., Kim, R. C., & Case, S. K. (1985). Three dimensional inspection using multistriple structured light. *Optical Engineering, Vol. 24(6)*, p. 966-974.

- Jones, M. W. (1996). The production of volume data from triangular meshes using voxelisation. *Computer Graphics Forum, Vol. 15(5)*, p. 311-318.
- Kreyszig, E. (1967). *Advanced engineering mathematics* (2d ed.). New York: Wiley.
- Lebart, L., Morineau, A., & Piron, M. (2000). *Statistique exploratoire multidimensionnelle* (3e éd., nouveau tirage rév. ed.). Paris: Dunod.
- Lee, A., Moreton, H., & Hoppe, H. (2000). *Displaced subdivision surfaces*. Paper presented at the SIGGRAPH 2000, Jul 23-28 2000, New Orleans, LA.
- Lee, A., Sweldens, W., Schröder, P., Cowsar, L., & Dobkin, D. (1998). *MAPS: Multiresolution adaptive parameterization of surfaces*. Paper presented at the Proceedings of the 1998 Annual Conference on Computer Graphics, SIGGRAPH, Jul 19-24 1998, Orlando, FL, USA.
- Lipschutz, M. M. (1969). *Schaum's outline of theory and problems of differential geometry*. New York: McGraw-Hill.
- Lorensen, W. E., & Cline, H. E. (1987). *Marching Cubes : A High Resolution 3-D Surface Construction Algorithm*. Paper presented at the In Proceedings of the 14th annual conference on Computer Graphics and Interactive Techniques.
- Mathworld. (2004). <http://www.mathworld.com>.
- Meyer, M., Desbrun, M., Schröder, P., & Barr, A. (2002). Discrete Differential-Geometry Operators for Triangulated 2-Manifolds. In *Proceedings VisMath'02, Berlin, Germany*, <http://www.multires.calltech.edu/pubs/DiffGeoOps.pdf>.
- Mount, D. M., & Arya, S. (2005). ANN: A Library for Approximate Nearest Neighbor Searching, <http://www.cs.umd.edu/~mount/ANN/>.
- Muraki, S. (1992). *Approximation and rendering of volume data using wavelet transforms*. Paper presented at the Proceedings. Visualization '92, 19-23 Oct. 1992, Boston, MA, USA.
- Muraki, S. (1993). Volume data and wavelet transforms. *IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 13(4)*, p. 50-56.
- O'Connor, J. J., & Robertson, E. F. (1996). A history of Topology, [http://www-groups.docs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Topology\\_in\\_mathematics.html](http://www-groups.docs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Topology_in_mathematics.html).
- Ohuchi, M., & Saito, T. (2001). *Three-dimensional shape modeling with extended hyperquadrics*. Paper presented at the Proceedings Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, 28 May-1 June 2001, Quebec City, Que., Canada.

- Optical Metrology Center, O. M. C. (2004). [http://www.optical-metrology-centre.com/tech\\_briefs\\_light\\_stripe\\_triangulation.htm](http://www.optical-metrology-centre.com/tech_briefs_light_stripe_triangulation.htm).
- Press, W. H., Vetterling, W. T., Teukolsky, S. A., & Flannery, B. P. (2002). *Numerical recipes in C++ : the art of scientific computing* (Rev. 2nd ed.). Cambridge, U.K. ; New York: Cambridge University Press.
- Robinette, K. M., Daanen, H., & Paquet, E. (1999). *The CAESAR project: a 3-D surface anthropometry survey*. Paper presented at the Second International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, 4-8 Oct. 1999, Ottawa, Ont., Canada.
- Robinette, K. M., Vannier, M. W., Rioux, M., & Jones, P. M. (1997). 3-D Surface Anthropometry: Review of Technologies = L'Anthropométrie de Surface en trois dimensions: Examen des Technologies. *Neuilly-sur-Seine: North Atlantic Treaty Organization Advisory Group for Aerospace Research & Development, Aerospace Medical Panel*.
- Shapiro, L. G., & Stockman, G. C. (2001). *Computer vision*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall.
- Sheldon, W. H., Stevens, S., & Tucher, W. B. (1940). *The Varieties of Human Physique*: Harper & Brothers Publishers, New-York.
- Smith, L. I. (2002). A Tutorial on Principal Components Analysis, <http://kybele.psych.cornell.edu/~edelman/Psych-465-Spring-2003/PCA-tutorial.pdf>.
- Spanier, E. H. (1966). *Algebraic Topology*: McGraw-Hill, New York.
- Takasaki, H. (1970). Moire topography. *Applied Optics*, Vol. 9(6), p. 1467-1472.
- Taubin, G. (1995). *Estimating the tensor of curvature of a surface from a polyhedral approximation*. Paper presented at the Proceedings of the 5th International Conference on Computer Vision, Jun 20-23 1995, Cambridge, MA, USA.
- Taubin, G. (2000). *Geometric Signal Processing on Polygonal Meshes*, EUROGRAPHICS' State of the Art Report.
- Terzopoulos, D., & Qin, H. (1994). Dynamic NURBS with geometric constraints for interactive sculpting. *ACM Transactions on Graphics*, Vol. 13(2), p. 103-136.
- Trucco, E., & Verri, A. (1998). *Introductory techniques for 3-D computer vision*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.

Turk, G., & Levoy, M. (1994). *Zippered polygon meshes from range images*. Paper presented at the Proceedings of the Annual Conference on Computer Graphics, Jul 24-29 1994, Orlando, FL, USA.

Vitronic Inc. (2004). <http://www.vitronic.com/>.

Welch, W. W. (1992). Variational surface modeling. *Computer graphics, Vol. 26(2)*, p. 157-166.

Zhu, C., Byrd, R. H., Lu, P., & Nocedal, J. (1997). Algorithm 778: L-BFGS-B: Fortran subroutines for large-scale bound-constrained optimization. *ACM Transactions on Mathematical Software, Vol. 23(4)*, p. 550-560.