

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE
M.Eng.

PAR
Louis-Étienne BOUDREAU

MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE LA SÉPARATION
DE L'ÉCOULEMENT ATMOSPHERIQUE

MONTREAL, LE 8 SEPTEMBRE 2011



, Louis-Étienne Boudreault, 2011



Cette licence Creative Commons signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette oeuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'oeuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE

Prof. Louis Dufresne, directeur de mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Prof. Christian Masson, codirecteur
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Prof. Julien Weiss, président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Jonathan Nicolle, examinateur externe
Chercheur à l'Institut de recherche d'Hydro-Québec (IREQ)

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 30 AOÛT 2011

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Un merci sincère en premier lieu à mon directeur de mémoire Prof. Louis Dufresne qui a fait preuve tout au long de ce processus d'une patience exemplaire. La qualité de la formation reçue est le résultat de son enseignement passionné, de ses connaissances de maître et de ses aptitudes humaines en tant que communicateur et pédagogue. Un merci également à mon codirecteur, Prof. Christian Masson, ce grand chef qui coordonne avec succès une meute de jeunes loups incontrôlables. La chaire de recherche est un endroit dans laquelle il est possible de se donner les moyens et l'environnement nécessaires pour s'accomplir et s'épanouir en tant qu'étudiant. La qualité de la formation d'un ingénieur ne passe pas seulement par la simple acquisition de connaissances techniques, mais en grande partie par un milieu d'étude stimulant permettant une bonne mise en contexte afin de comprendre son rôle dans la société. La chaire en est un exemple, réunissant des gens de qualité qui carburent aux séances café conviviales et qui se propulsent aux discussions passionnées. Un merci aux gens de l'IREQ pour leur soutien technique et financier. Un merci à la plèbe, cette équipe de hockey qui compte seulement des ailiers gauches et qui révolutionne à sa manière les mercredis soirs. Enfin, un merci sincère à mes parents pour leur amour et leur présence indéfectible et un merci à ma copine Amélie sans qui les épreuves seraient beaucoup plus pénibles sans son support inconditionnel. Ce mémoire n'aurait pu voir le jour sans l'aide de phares éclairants, qui m'ont guidé tout au long de cette course, et qui m'ont permis de naviguer contre vents et marées.

La capacité d'aller toujours plus loin et de repousser ses limites prend sa source et son assise sur ceux qui nous inspirent et nous aiment.

« Un fluide rare, transparent, compressible et élastique, qui environne un corps, en s'appuyant sur lui, est ce que l'on nomme son atmosphère. »

- Pierre-Simon Laplace

MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE LA SÉPARATION DE L'ÉCOULEMENT ATMOSPHÉRIQUE

Louis-Étienne BOUDREAU

RÉSUMÉ

Le micropositionnement des éoliennes sur un éventuel site d'implantation localisé en terrain accidenté nécessite une attention particulière, car il peut contenir des zones dites « d'écoulement séparé ». Ces régions où l'écoulement atmosphérique se sépare sont particulièrement dommageables pour les éoliennes, notamment en raison des niveaux de turbulence et de cisaillement accrus qu'elles impliquent. Ce phénomène complexe et non linéaire est difficilement reproduit avec une grande précision dans les méthodes de modélisation numérique conventionnelles. Les caractéristiques de la région de séparation sont fortement couplées avec le comportement du modèle de turbulence et les conditions aux frontières utilisées. L'objectif principal de ce projet est donc de développer une méthode de résolution numérique pour modéliser l'écoulement atmosphérique avec les zones de séparation qu'elle comporte, et ce, avec un certain degré de précision. La méthode proposée est construite autour du modèle de turbulence RANS $k - \omega$ SST. Ce modèle est généralement reconnu pour avoir un bon comportement en gradients de pression adverses, mais son utilisation a plutôt été recensée pour des applications en aéronautique. Un ensemble de conditions aux frontières permettant de modéliser la couche limite atmosphérique à microéchelle avec ce modèle est ainsi proposé. L'adaptation a été réalisée avec la boîte à outils CFD OpenFOAM.

Mot-clés: Couche limite atmosphérique, séparation de l'écoulement, simulation numérique

MODÉLISATION NUMÉRIQUE DE LA SÉPARATION DE L'ÉCOULEMENT ATMOSPHÉRIQUE

Louis-Étienne BOUDREAU

ABSTRACT

The micro-siting of wind turbines on a complex terrain requires extra attention because it may involve so-called "flow separation zones". These regions may result in undesirable high level of turbulence and shear, possibly harmful for wind turbines. This complex non-linear phenomenon is hardly reproduced with great precision in standard numerical modeling. The aspects of the separated region are closely coupled with the behavior of the turbulence model of interest and on the boundary conditions considered. The principal objective of this project is thus to develop a numerical model capable of capturing flow separation with a certain level of accuracy. The proposed method is based on the RANS $k - \omega$ SST turbulence model. This model is better adapted than usual RANS models used in wind engineering and is recognised for its good behavior in adverse pressure gradient flows and separated flows but was mainly used in aerodynamic applications. A set of boundary conditions is therefore proposed to model the equilibrium atmospheric boundary layer with this turbulence model. The adaptation in this work was achieved with the OpenFOAM CFD toolbox.

Keywords: Atmospheric boundary layer, flow separation, numerical simulation, complex terrain

TABLE DES MATIÈRES

| | Page |
|---|------|
| INTRODUCTION..... | 1 |
| CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE | 7 |
| 1.1 Introduction | 7 |
| 1.2 Équations de Navier-Stokes | 7 |
| 1.3 Équations RANS..... | 8 |
| 1.3.1 Hypothèse de Boussinesq..... | 9 |
| 1.4 La séparation de l'écoulement | 10 |
| 1.4.1 Définition mathématique..... | 11 |
| 1.4.2 Contexte classique | 11 |
| 1.4.2.1 Problématique en théorie classique de la couche limite | 12 |
| 1.4.2.2 Approches mathématiques | 13 |
| 1.4.2.3 Critères de séparation | 15 |
| 1.4.3 Contexte atmosphérique | 15 |
| 1.4.3.1 Mécanismes physiques impliqués dans la séparation..... | 16 |
| 1.4.3.2 « Règles du pouce » de prédiction des zones de séparation | 18 |
| 1.5 Modélisation de la turbulence | 19 |
| 1.5.1 Revue des différentes approches | 19 |
| 1.5.2 Revue des modèles RANS et choix | 21 |
| 1.5.2.1 Classes de modèles RANS | 21 |
| 1.5.2.2 Enjeu des modèles de viscosité tourbillonnaire | 22 |
| 1.6 Le modèle $k - \omega$ SST..... | 25 |
| 1.7 La couche limite atmosphérique | 27 |
| 1.7.1 Hypothèses de terrain plat dans la couche de surface | 27 |
| 1.7.2 Les effets de Coriolis | 28 |
| 1.7.3 Les effets de stratification thermique..... | 29 |
| 1.7.4 Les effets de rugosité | 31 |
| 1.8 Modélisation de la rugosité..... | 33 |
| 1.8.1 Mise en contexte | 33 |
| 1.8.2 Revue des approches de modélisation et choix de modèle | 36 |
| 1.9 Conditions aux frontières : modélisation de la couche limite atmosphérique..... | 41 |
| 1.9.1 Profils d'entrée | 41 |
| 1.9.1.1 Conditions aux frontières de Richard et Hoxey | 42 |
| 1.9.1.2 Profils non linéaires | 44 |
| 1.9.1.3 Application des profils non linéaires au modèle $k - \omega$ SST..... | 45 |
| CHAPITRE 2 MÉTHODOLOGIE | 49 |
| 2.1 Introduction | 49 |

| | | |
|--|---|-----|
| 2.2 | Principes de la discrétisation | 49 |
| 2.3 | OpenFOAM | 51 |
| 2.3.1 | Calcul numérique du cisaillement de paroi τ_w | 52 |
| 2.4 | Problème lié à la rugosité : extension au modèle $k - \omega$ SST | 52 |
| 2.5 | Conditions aux frontières proposées | 53 |
| 2.5.1 | Profils d'entrée | 53 |
| 2.5.2 | Conditions du haut | 54 |
| 2.5.3 | Conditions au sol | 55 |
| 2.5.4 | Conditions de sortie | 55 |
| 2.5.5 | Conditions latérales | 56 |
| CHAPITRE 3 RÉSULTATS | | 59 |
| 3.1 | Introduction | 59 |
| 3.2 | Cas test de Ligrani et Moffat | 60 |
| 3.2.1 | Résultats | 63 |
| 3.3 | Cas test : RUSHIL | 69 |
| 3.3.1 | Intensité et énergie cinétique turbulente expérimentales | 70 |
| 3.3.2 | Calibration des constantes du modèle | 72 |
| 3.3.2.1 | Constante β^* | 72 |
| 3.3.2.2 | Constante de von Kármán κ | 73 |
| 3.3.2.3 | Autres constantes | 74 |
| 3.3.2.4 | Rapport d'équilibre | 75 |
| 3.3.2.5 | Résumé des constantes modifiées | 76 |
| 3.3.3 | Méthode de résolution numérique | 76 |
| 3.3.4 | Résultats | 78 |
| 3.3.4.1 | Cas de référence H0 : analyse d'homogénéité | 79 |
| 3.3.4.2 | Cas H3 : colline | 81 |
| 3.3.5 | Discussion | 92 |
| 3.4 | Cas test : crête triangulaire | 94 |
| 3.4.1 | Méthode de résolution numérique | 95 |
| 3.4.2 | Résultats | 96 |
| 3.4.3 | Discussion | 100 |
| 3.5 | Cas test : cube tridimensionnel | 101 |
| 3.5.1 | Pré-traitement | 101 |
| 3.5.2 | Méthode de résolution numérique | 103 |
| 3.5.3 | Résultats | 105 |
| 3.5.4 | Discussion | 115 |
| CONCLUSION | | 117 |
| ANNEXE I NUMERICAL MODELING OF FLOW SEPARATION IN NEUTRAL ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER USING THE $k-\omega$ SST TURBULENCE MODEL | | 121 |

ANNEXE II DETERMINATION OF WIND TURBINES EXCLUSION ZONES USING
CFD 131

ANNEXE III PREMIER CAS TEST : VALIDATION DE L'IMPLÉMENTATION DES
MODÈLES $k-\omega$ SST ET SPALART-ALLMARAS DANS OPENFOAM . 143

LISTE DE RÉFÉRENCES 166

LISTE DES TABLEAUX

| | | Page |
|-------------|---|------|
| Tableau 1.1 | Constantes standards du modèle $k - \omega$ SST | 26 |
| Tableau 1.2 | Constantes standards du modèle $k - \varepsilon$ | 43 |
| Tableau 3.1 | Facteurs de relaxation pour les calculs présentés dans les résultats | 59 |
| Tableau 3.2 | Conditions d'expérimentation du cas test de Ligrani et Moffat (1986) (en gras). Les valeurs de k_s^+ sont prises à $x/L = 0,356$ et celles indiquées par un * sont les valeurs nominales données par les simulations faites par Knopp <i>et al.</i> (2009) avec le modèle Spalart-Allmaras | 61 |
| Tableau 3.3 | Erreurs reportées pour l'analyse de convergence d'après le <i>GCI</i> (Celik <i>et al.</i> , 2008) avec des maillages de 125×50 , 250×100 et 500×200 pour le cas 12. Les mesures sont prélevées localement près de la paroi dans la première cellule à $x/L = 1$ | 62 |
| Tableau 3.4 | Constantes modifiées des équations de transport du modèle $k - \omega$ SST | 76 |
| Tableau 3.5 | Erreur reportée selon le <i>GCI</i> (Celik <i>et al.</i> , 2008) pour le cas test RUSHIL H3 sur le maillage fin 320×160 . Des maillages successifs de 80×40 , 160×80 et 320×160 ont été utilisés pour l'analyse. La longueur de rattachement est prélevée à l'endroit où la séparation (définie aux éqs. 1.11) se produit | 79 |
| Tableau 3.6 | Points de rattachement x_R mesurés et prédits en aval de la colline H3 par différentes sources | 82 |
| Tableau 3.7 | Erreur reportée selon le <i>GCI</i> (Celik <i>et al.</i> , 2008) pour le cas test de Arya et Shipman (1981) (maillage 240×120). La longueur de rattachement est prélevée à l'endroit où la définition (1.11) se produit | 96 |
| Tableau 3.8 | Points de rattachement x_R mesurés et prédits en aval de la crête selon différents auteurs pour le cas test de Arya et Shipman (1981) | 98 |
| Tableau 3.9 | Erreur reportée selon le <i>GCI</i> (Celik <i>et al.</i> , 2008) pour le maillage fin d'après le point de rattachement x_R sur la paroi supérieure du cube ... | 105 |

XIV

Tableau 3.10 Points de rattachement x_R prédits par différentes méthodes et le présent calcul sur la ligne centrale sur le sommet et à partir de l'arrière du cube pour le cas test de Lim *et al.* (2007)108

LISTE DES FIGURES

| | Page |
|------------|---|
| Figure 1.1 | Couche limite 2D et lignes de courant au voisinage du point de séparation x_s . Tirée de Sychev (1998, p. 7). 11 |
| Figure 1.2 | Développement de la couche limite selon a) un gradient de pression nul et favorable, b) un gradient de pression adverse sans présence de séparation et c) un gradient de pression adverse avec présence de séparation. 12 |
| Figure 1.3 | La structure en trois plateformes (« triple-deck theory ») avec les échelles d'interaction de la séparation. Tirée de Sychev (1998, p. 19). 14 |
| Figure 1.4 | Effet de la topographie sur le profil de vitesse pour a) une pente faible et b) une pente abrupte. Tirée de Tong (2010, p. 70). 16 |
| Figure 1.5 | Schéma de la couche limite atmosphérique selon des échelles typiques d'une stabilité quasi neutre. Adaptée de Arya (2001, p. 2). 28 |
| Figure 1.6 | Représentation du comportement de la loi de paroi en fonction du paramètre k_s^+ pour des surfaces lisses et rugueuses (ΔB sur cette image représente la fonction de rugosité $\frac{\Delta u}{u_\tau}$). Adaptée de Blocken <i>et al.</i> (2007, p. 242). 35 |
| Figure 2.1 | Illustration de la distribution des points nodaux et des faces de part et d'autre d'un volume de contrôle donné pour le cas 1D..... 50 |
| Figure 2.2 | Volumes de contrôle sur le haut et le bas du domaine illustrant leur position selon les indices. 55 |
| Figure 2.3 | Schéma des conditions aux frontières proposées pour le modèle $k - \omega$ SST..... 57 |
| Figure 3.1 | Représentation simplifiée du domaine et des conditions aux frontières. Cas test de Ligrani et Moffat (1986). 60 |
| Figure 3.2 | Portion du maillage fin 500×200 pour le cas test de Ligrani et Moffat (1986)..... 63 |
| Figure 3.3 | Profils adimensionnels en fonction de l'échelle de hauteur interne z^+ simulés selon différents k_s^+ pour le cas test de Ligrani et Moffat (1986). Les mesures sont prises à $x = L$ 66 |

| | | |
|-------------|---|----|
| Figure 3.3 | Profils adimensionnels en fonction de l'échelle de hauteur interne z^+ simulés selon différents k_s^+ pour le cas test de Ligrani et Moffat (1986). Les mesures sont prises à $x = L$ (fin). | 67 |
| Figure 3.4 | Coefficient de friction C_f calculé sur la distance x (m) le long de la plaque simulés selon différents k_s^+ pour le cas test de Ligrani et Moffat (1986). Les points non-reliés indiquent les mesures expérimentales. 68 | 68 |
| Figure 3.5 | Emplacement des stations de mesure à l'intérieur de la soufflerie. $H = 117 \text{ mm}$ | 70 |
| Figure 3.6 | Intensités turbulentes TI_i mesurées expérimentalement dans la soufflerie pour le cas de référence plan expérimental H0. Sur ce graphique, une hauteur de $z^+ = 1$ correspond à hauteur réelle de 0.08 mm . La composante transversale v'^2 (et donc TI_2) a été obtenue par une moyenne des deux autres composantes. | 71 |
| Figure 3.7 | Variation de β^* en fonction de la hauteur z^+ pour le cas expérimental H0. | 73 |
| Figure 3.8 | Régression par la méthode des moindres carrés entre les données expérimentales du cas H0 et la loi logarithmique (éq. 3.5). La constante de von Kármán obtenue (l'inverse de la pente sur la courbe) est $\kappa = 0,40$ | 74 |
| Figure 3.9 | Dessin à l'échelle du domaine et de la géométrie de la colline pour le rapport d'échelle H3. La forme de la colline est décrite selon la paire d'équations paramétriques (3.1). $H = 117 \text{ mm}$, $z_0 = 0,157 \text{ mm}$ | 77 |
| Figure 3.10 | Portion du maillage fin 320×160 pour le cas H3. La colline s'étend de $x = [-a, a]$ et l'origine ($x/H = 0$) est situé à l'emplacement du sommet de la colline. | 78 |
| Figure 3.11 | Cas de référence H0. Pourcentage % d'écart entre les valeurs de vitesse (a) calculées en entrée et calculées en sortie et (b) calculées avec la loi logarithmique et calculées au milieu du domaine dans la région logarithmique ($z^+ > 30$). | 84 |
| Figure 3.12 | Comparaison pour le cas homogène H0 entre les données expérimentales, le profil d'entrée, le profil au centre et le profil à la sortie du domaine pour (a) le champs de vitesse moyen et (b) l'énergie cinétique turbulente. Les valeurs sont présentées en échelles internes. | 85 |

| | | |
|-------------|--|-----|
| Figure 3.13 | Cisaillement de paroi normalisé $ \tau_w /\tau_{w,x}$ de part et d'autre de la colline. ... | 86 |
| Figure 3.14 | Différentes quantités calculées de part et d'autre de la colline pour le cas H3. | 87 |
| Figure 3.15 | Profils de vitesse normalisés en échelles internes pour le cas H3. L'emplacement des station est représenté à la Figure 3.5. | 88 |
| Figure 3.15 | Profils de vitesse normalisés en échelles internes pour le cas H3 (suite). | 89 |
| Figure 3.15 | Profils de vitesse normalisés en échelles internes pour le cas H3 (suite). | 90 |
| Figure 3.15 | Profils de vitesse normalisés en échelles internes pour le cas H3 (fin). | 91 |
| Figure 3.16 | Domaine de solution pour le cas test de Arya et Shipman (1981). Paramètres géométriques : $B = 5 \text{ cm}$, $H = 10 \text{ cm}$. N.B. Le dessin n'est pas à l'échelle. | 94 |
| Figure 3.17 | Dessin à l'échelle du domaine et de la géométrie de la crête triangulaire. $B = 5 \text{ cm}$, $H = 10 \text{ cm}$, $z_0 = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}$ | 96 |
| Figure 3.18 | Portion du maillage 240×160 pour le cas test de Arya et Shipman (1981). | 97 |
| Figure 3.19 | Cisaillement de paroi normalisé $ \tau_w /\tau_{w,x}$ de part et d'autre de la crête. | 97 |
| Figure 3.20 | Différentes quantités calculées de part et d'autre de la crête triangulaire. ... | 99 |
| Figure 3.21 | Domaine de solution pour le cas test de Lim <i>et al.</i> (2007). Paramètre géométrique : $H = 80 \text{ mm}$. N.B. Le dessin n'est pas à l'échelle. | 101 |
| Figure 3.22 | Régression par la méthode des moindres carrés entre les données expérimentales et la loi logarithmique (éq. 3.11). Une valeur de $u_\tau/U_H = 0,0585 \text{ m/s}$ est obtenue pour la vitesse de frottement. | 102 |
| Figure 3.23 | Intensités turbulentes TI_i mesurées expérimentalement dans la soufflerie pour le cas de référence sans la présence du cube. | 103 |
| Figure 3.24 | Lignes de courant dans la région en proximité du cube. Cas test de Lim <i>et al.</i> (2007). | 105 |
| Figure 3.25 | Champs de vecteurs cisaillement τ_w sur la paroi supérieure du cube. | 107 |
| Figure 3.26 | Champs de vecteurs cisaillement τ_w sur le sol du domaine. | 110 |

XVIII

Figure 3.27 Vue rapprochée du cube. La ligne $A - A$ indique l'axe de comparaison des mesures expérimentales et numériques et l'axe B indique l'axe central au pied du cube en aval.111

Figure 3.28 Cisaillement de paroi normalisé le long de l'axe $A - A$ sur le sommet du cube et le long de l'axe B à la base du cube (*Voir* Figure 3.27).111

Figure 3.29 Comparaison des valeurs de vitesses numériques et expérimentales le long de l'axe $A - A$ sur le dessus du cube. Les mesures expérimentales sont prises selon deux techniques soit la *Laser-Doppler anemometry* (LDA) et la *Particle-Image velocimetry* (PIV) à haute (16×16 pixels) et à basse (8×8 pixels) résolution (Lim *et al.*, 2007).112

Figure 3.30 Isocontours d'énergie cinétique turbulente adimensionnels k/u_{τ}^2 et de vorticité ω_y [s^{-1}] dans le plan $x - z$ à $y/H = 0,0$113

Figure 3.31 Isocontours d'énergie cinétique turbulente adimensionnels k/u_{τ}^2 et de vorticité ω_x [s^{-1}] dans le plan $y - z$ à $x/H = 0,5$114

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

| | |
|--------|--|
| CFD | Computational fluid dynamics |
| CLA | Couche limite atmosphérique |
| DES | Detached-eddy simulation |
| DNS | Direct numerical simulation |
| EPA | U.S. Environmental protection agency |
| GCI | Grid convergence index |
| GPF | Gradient de pression favorable |
| GPA | Gradient de pression adverse |
| LDA | Laser-Doppler anemometry |
| LES | Large-eddy simulation |
| PIV | Particle-image velocimetry |
| RANS | Reynolds averaged Navier-Stokes |
| RMS | Root mean square |
| RNG | Renormalization group |
| RSM | Reynolds-stress model |
| SGS | Subgrid-scale |
| SIMPLE | Semi-implicit method for pressure linked equations |
| SST | Shear stress transport |

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

| | |
|--------------------------|---|
| m | mètre (unité de longueur) |
| mm | millimètre |
| s | seconde (unité de temps) |
| K | kelvin (unité de température) |
| Pa | pascal (unité de pression) |
| kg | kilogramme (unité de masse) |
| $^{\circ}$ | degré |
| rad | radian |
| ρ | masse volumique [kg/m^3] |
| ν | viscosité cinématique moléculaire [m^2/s] |
| μ | viscosité dynamique moléculaire [$Pa \cdot s$] |
| κ | constante de von Kármán |
| Re | nombre de Reynolds |
| Ro | nombre de Rossby |
| Fr | nombre de Froude |
| U | vitesse caractéristique [m/s] |
| L | longueur caractéristique [m] |
| U_{∞}, u_{∞} | vitesse d'écoulement libre [m/s] |
| Γ | paramètre de gradient adiabatique [K/m] |
| g | accélération gravitationnelle [m/s^2] |
| f | fréquence de Coriolis [$1/s$] |
| ϕ | latitude [$degré$] |
| Ω | fréquence angulaire de rotation de la Terre [rad/s] |

XXII

| | |
|---|--|
| c_p | chaleur spécifique à pression constante [$J/Kg \cdot K$] |
| p | pression [Pa] / ordre apparent de convergence |
| u_i | composantes de vitesse [m/s^2] |
| u'_i | composantes de fluctuation de vitesse [m/s^2] |
| x_i | composantes x,y,z du système de coordonnées [m] |
| f_i | composantes de force de volume [Pa] |
| S_{ij} | tenseur de taux de déformation [$1/s$] |
| τ_{ij} | tenseur de contraintes [Pa] |
| ε_{ijk} | tenseur de permutation |
| δ_{ij} | symbole de Kronecker |
| ω_i | composantes de vorticité [1/s] |
| C_p | coefficient de pression |
| C_f | coefficient de friction |
| τ_w | cisaillement de paroi [Pa] |
| x_S | point de séparation |
| x_R | point de rattachement |
| γ | facteur d'intermittence [%] |
| θ_{crit} | angle critique de séparation [<i>degrés</i>] |
| ν_t | viscosité cinématique tourbillonnaire [m^2/s] |
| μ_t | viscosité dynamique tourbillonnaire [$Pa \cdot s$] |
| k |  nergie cinétique turbulente [m^2/s^2] |
| ε | taux de dissipation de turbulence [m^2/s^3] |
| k^+, ω^+, ν_t^+ | paramètres de turbulence en échelles internes |
| ω | taux de dissipation spécifique de turbulence [1/s] |
| $\sigma_k, \sigma_\omega, \beta, \gamma, \beta^*, a_1, c_1$ | constantes du modèle $k - \omega$ SST |

| | |
|---|---|
| $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_\mu$ | constantes du modèle $k - \varepsilon$ |
| d | distance d'un point de champ à la plus proche paroi / hauteur de déplacement [m] |
| TI_i | intensité de turbulence [%] |
| $\overline{u'_i u'_j}$ | contraintes de Reynolds [m/s] |
| z_1 | distance entre la paroi et le centroïde du premier point de maille [m] |
| z_1^+ | distance entre la paroi et le centroïde du premier point de maille en échelle interne |
| u_τ | vitesse de frottement [m/s] |
| k_s | hauteur de rugosité de grain de sable équivalent [m] |
| k_s^+ | hauteur de rugosité en échelle interne |
| z_0 | hauteur de rugosité atmosphérique [m] |
| $k_{s,S}^+$ | valeur limite du régime de rugosité lisse en échelle interne |
| $k_{s,R}^+$ | valeur limite du régime de rugosité complètement rugueux en échelle interne |
| τ_0 | cisaillement constant de la couche limite de surface [Pa] |
| ξ | paramètre arbitraire |
| H | hauteur de l'obstacle |
| a | demi-largeur de colline (cas test RUSHIL) |
| e_a^{21} | erreur relative approximée |
| e_{ext}^{21} | erreur relative extrapolée |
| GCI_{fine}^{21} | indice de convergence du maillage |

INTRODUCTION

Contexte

La dynamique d'écoulement de la *couche limite atmosphérique* (CLA) est régie par des mécanismes planétaires complexes. Ceci confère une difficulté considérable pour le développement d'une méthode de prédiction des différentes propriétés du vent au sein de la CLA. Ces propriétés sont pourtant des informations importantes dans le but de faire des évaluations dans certains domaines d'expertise. En éolien par exemple, on voudrait pouvoir prédire la puissance générée par une éolienne sur un site donné. À microéchelle, les collines, les pentes escarpées et les crêtes sont des perturbations qui rendent d'autant plus les prédictions difficiles à réaliser. Or, les parcs éoliens tendent à être installés sur des terrains ayant une topographie de plus en plus accidentée (Palma *et al.*, 2008). La dynamique d'écoulement sur ce type de terrain peut parfois conduire à des phénomènes d'écoulement contraignants. Parmi ceux-ci, il y en a un plus en particulier que l'on cherche à caractériser et dont il est ici question : la séparation de l'écoulement. Ce phénomène est peu compris et maîtrisé par les praticiens du domaine et les outils d'évaluation à leur disposition se dégradent avec la complexité du terrain considéré. Dans les régions de séparation, les éoliennes sont exposées à de hauts niveaux de turbulence et de cisaillement. Il est donc nécessaire de trouver un moyen de prédire avec une certaine précision l'étendue de ces régions pour positionner adéquatement les éoliennes aux endroits respectant le cahier des charges. C'est l'objectif qui est fixé dans ce mémoire.

Pour y parvenir, un outil comme la simulation numérique ou *computational fluid dynamics* (CFD), peut venir agir en supplément aux méthodes expérimentales (Versteeg et Malalasekera, 2007). Dans cette approche, on cherche à résoudre numériquement les équations de Navier-Stokes et à quantifier les caractéristiques du vent aux endroits voulus. Cette méthode apporte en contrepartie son lot de défis et fait face à une problématique de modélisation de taille : la turbulence. En effet, la modélisation adéquate de la turbulence revêt une importance capitale en modélisation de la CLA puisque celle-ci est de par nature turbulente. Ce problème implique un tel degré de complexité, que l'on peut seulement en faire une description sommaire,

en faisant des approximations par des modèles prédéfinis. En effet, l'étude statistique de ces équations du mouvement conduit inévitablement à des situations où il y a plus d'inconnues que d'équations (Tennekes et Lumley, 1972). C'est ce que l'on appelle communément le *problème de fermeture*. Pour pallier ce problème, le défi est d'arriver à fermer le système d'équations à l'aide d'équations obtenues à partir d'hypothèses faites sur la turbulence. De plus, comme cela est bien connu par les expérimentalistes et les numériciens dans le domaine, la séparation de l'écoulement ajoute à la difficulté puisqu'il s'agit d'un phénomène visqueux et non linéaire et sa prédiction est fortement couplée et dépendante du type de modélisation de la turbulence considéré. La méthode numérique doit donc être appropriée et en ce sens bien adaptée pour représenter correctement ce phénomène.

L'élaboration des méthodes de prédiction de la ressource éolienne a évolué en lien étroit avec la puissance de calcul disponible au fil du temps. Ayotte (2008) fait une bonne recension des outils disponibles dans ce domaine et présente brièvement la modélisation sur laquelle ils sont basés. On peut principalement diviser les outils de prédiction en deux catégories : les modèles linéaires et non linéaires. Les outils de prédiction comme WaSP (Troen et Petersen, 1989) et MS-MICRO (Taylor *et al.*, 1983) font partie des premiers outils développés dans le domaine et sont basés sur des analyses théoriques dites « linéaires » (Jackson et Hunt, 1975; Hunt *et al.*, 1988; Belcher *et al.*, 1993). Dans cette approche, la CLA est divisée en différentes couches et dans chacune de ces couches, seuls les mécanismes de transport dominants sont retenus. Une hypothèse simplifiée de longueur de mélange est appliquée pour modéliser la turbulence. Ces couches sont par la suite raccordées asymptotiquement à la verticale pour obtenir une solution d'ensemble de l'écoulement. L'expérience démontre par contre que ce type de modèle de prédiction sort de son cadre de validité pour des pentes généralement supérieures à 20 degrés (European Wind Energy Association, 2009) puisqu'ils ne peuvent prédire la séparation (Palma *et al.*, 2008). Il faut ainsi nécessairement avoir recours aux modèles non-linéaire ne serait-ce que pour capturer sommairement la séparation. Les outils de prédictions CFD non linéaires (e.g. Ventos (Castro *et al.*, 2003), Meteodyn WT (Meteodyn, 2011) et Windsim (Wallbank, 2008)) résolvent à cet effet les équations du mouvement avec un modèle de fermeture

Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)¹ de pair avec un ensemble de conditions aux frontières permettant de représenter l'écoulement atmosphérique dans la couche de surface. Ces outils sont cependant loin d'être la solution absolue. La séparation étant un phénomène instationnaire, cet aspect est évacué de la modélisation ce qui rend leur précision limitée puisque les équations sont formulées en moyennes temporelles. De plus, la séparation étant fortement couplée avec la turbulence, ses caractéristiques présentent un lien étroit avec les spécificités du modèle de fermeture utilisé. Ainsi, toutes les échelles de la turbulence sont regroupées sous un seul et même champ moyen pour les modèles RANS ce qui évacue une quantité importante d'informations en lien avec la séparation. On peut noter que la plupart de ces logiciels incluent également la paramétrisation de la canopée forestière (sera discuté brièvement à la section 1.8.2) et ces efforts se conjuguent pour aller chercher un degré de précision plus élevé. Les autres approches de modélisation de la turbulence comme la *Large-eddy simulation* (LES) ou *Detached-eddy simulation* (DES) sont encore peu utilisés à des fins pratiques en éolien, surtout en raison du coût de calcul important qu'ils impliquent (Wood, 2000). C'est dans ce contexte de dynamique non linéaire de l'écoulement et de croissance constante de la puissance de calcul disponible que les efforts de développement futurs sont vraisemblablement orientés vers la LES. Ce niveau de modélisation semble en conséquence dorénavant inévitable pour l'avenir afin répondre à la demande de prédictions de plus en plus précises.

Objectifs et méthodologie

L'objectif principal de ce mémoire concerne la simulation numérique de l'écoulement atmosphérique et plus particulièrement la prédiction adéquate de la séparation de l'écoulement induite par une topographie de terrain complexe. Plus spécifiquement, l'objet de ce travail consiste à :

1. Mettre en place une méthodologie de calcul numérique permettant de faire des prédictions « d'ingénierie » et d'utiliser et adapter à cette fin le répertoire de bibliothèques CFD OpenFOAM ;

1. Les différentes méthodes de modélisation de la turbulence seront plus spécifiquement discutées dans la revue de littérature.

2. De construire le développement de cette méthodologie autour d'un modèle de turbulence RANS choisi au préalable en fonction de la prédiction adéquate de la séparation ;
3. De la valider sur différents cas d'analyse idéaux en comparant les résultats numériques avec les résultats expérimentaux obtenus pour ces mêmes cas test.

Ainsi, ce projet se limite à la modélisation numérique adéquate de la séparation sans pour autant adopter un degré de description détaillé de la turbulence permettant d'obtenir les détails complets de la structure de l'écoulement atmosphérique. Dans le cas de ce mémoire, la méthodologie développée est construite autour du modèle de turbulence $k - \omega$ *shear stress transport* (SST). Notons que la justification de ce choix sera présentée dans la revue de littérature. Ce modèle RANS répond bien à cet effet aux objectifs « d'ingénierie » qui sont fixés dans le cadre de ce mémoire, permettant ainsi de faire des prédictions réalistes en termes d'écoulements séparés. Un ensemble de conditions aux frontières permettant de reproduire la couche limite atmosphérique dans la région de surface avec ce modèle sera présenté. On se limitera également à la couche limite stratifiée neutre ce qui simplifiera grandement la nature du problème, mais sachant en toute connaissance de cause que cet aspect peut avoir une influence importante sur les prédictions de séparation. Enfin, les cas test choisis et présentés sont deux cas tests idéaux 2D et un cas test 3D dans lesquels sont reproduits en soufflerie un écoulement de couche limite atmosphérique neutre autour d'un obstacle présentant de la séparation.

Retombées

La retombée principale de ce mémoire vise à développer une méthode calcul adéquate avec OpenFOAM permettant de circonscrire les zones de séparation de l'écoulement situées en terrains complexes afin de guider l'étape de microlocalisation des éoliennes. Les efforts sont dans cette optique concentrés sur le choix et le développement du modèle numérique et à sa validation sur des cas d'analyse simples. L'originalité de ce mémoire tire parti de l'adaptation d'un modèle de turbulence peu utilisé à ce jour pour des applications en écoulement atmosphérique et il vise à en bonifier et en élargir l'utilisation.

Structure du mémoire

Le chapitre 1 présente la revue de la littérature et la théorie liée à la séparation, à la modélisation de la turbulence et aux écoulements atmosphériques. Le chapitre 2 décrit la méthodologie de calcul élaborée dans le cadre de ce travail. Le chapitre 3 porte sur la validation de la méthodologie numérique à l'aide de différents cas tests à partir de données comparatives obtenues en soufflerie. Les principales conclusions et recommandations pertinentes pour la suite des travaux seront finalement abordées vers la toute fin du mémoire. L'annexe I présente un article publié dans le cadre de la conférence annuelle 2011 de la Société Canadienne de CFD ayant eu lieu à Montréal du 27-29 avril 2011. L'annexe II présente quant à lui un article soumis en prévision du *30th ASME Wind Energy Symposium* à Nashville du 9-12 janvier 2012. L'annexe III présente finalement un cas test réalisé dans le but de valider l'implémentation du modèle de turbulence utilisé et présent dans OpenFOAM.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente tout d'abord les équations générales nécessaires à la compréhension du contexte dans lequel s'inscrit ce mémoire (sections 1.2 et 1.3) sans pour autant entrer dans les détails que comportent ces équations. Pour une description plus détaillée, le lecteur intéressé peut se référer à Panton (2005) en ce qui concerne les équations générales et les aspects fondamentaux, Tennekes et Lumley (1972) pour une introduction à la turbulence et Wilcox (2006) concernant la modélisation de la turbulence. Le phénomène de la séparation de l'écoulement est introduit à la section 1.4 et les différentes méthodes et aspects de la modélisation de la turbulence sont par la suite passés en revue à la section 1.5. Le modèle de turbulence retenu est ensuite présenté à la section 1.6. Une description sommaire de la couche limite atmosphérique est brièvement introduite à la section 1.7 de pair avec les différents effets ou mécanismes pouvant avoir une influence sur la modélisation de la séparation. Différentes méthodes de modélisation de la rugosité sont discutées à la section 1.8 et la méthode retenue y est présentée et justifiée. Enfin, une revue des conditions aux frontières permettant de reproduire numériquement la couche limite atmosphérique est présentée à la section 1.9.

1.2 Équations de Navier-Stokes

Les équations qui gouvernent l'écoulement d'un fluide incompressible peuvent être obtenues en appliquant la deuxième loi de Newton sur un élément de fluide (Batchelor, 2000),

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i, \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1.2)$$

où p est la pression, u le champ de vitesse, ρ la densité et τ_{ij} et f_i sont respectivement les contraintes et les forces de volumes qui agissent sur le fluide. La *sommation implicite des indices répétés* ou *convention d'Einstein* est utilisée comme notation pour les indices (cette notation sera utilisée tout au long du mémoire). Pour un fluide newtonien, les contraintes visqueuses τ_{ij} sont considérées proportionnelles au taux de déformation des éléments de fluide (Versteeg et Malalasekera, 2007),

$$\tau_{ij} = \mu s_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (1.3)$$

Ces équations (éqs. 1.1 et 1.2) sont mieux connues sous le nom d'*équations de Navier-Stokes*. La difficulté qui survient dans la résolution de ces équations découle principalement de la non-linéarité du terme advectif ($\partial(u_i u_j)/\partial x_j$) où, schématiquement, ce terme représente la vitesse comme étant transportée par elle-même. Une autre manière de formaliser le mouvement d'un fluide est par l'équation de *transport de la vortacité* (Panton, 2005),

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} = \omega_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_j \partial x_j} + \varepsilon_{ijk} \frac{\partial f_k}{\partial x_j}, \quad (1.4)$$

où $\omega_j = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j}$ est le champ de vortacité et ε_{ijk} est le tenseur de permutation (Voir Panton (2005) pour connaître les spécificités de ce type d'opérateur). Cette forme a un net avantage interprétatif puisque la vortacité générée dans un écoulement provient de l'effet direct des forces visqueuses. Les forces normales exercées sur une particule de fluide, comme la pression, sont absentes de l'équation puisqu'elles ne produisent pas de rotation effective autour de son centre de masse, et donc pas de vortacité.

1.3 Équations RANS

Par une décomposition des variables en des composantes moyennes et fluctuantes et en les appliquant aux équations de Navier-Stokes, puis en effectuant la moyenne temporelle (com-

munément appelé technique de *décomposition de Reynolds*) (Tennekes et Lumley, 1972),

$$u_i = U_i + u'_i, \quad (1.5)$$

$$U_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_t^{t+T} u_i dt, \quad (1.6)$$

on peut obtenir les équations de Navier-Stokes moyennées ou *Reynolds-averaged Navier-Stokes* (RANS) suivantes,

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] + F_i, \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1.8)$$

où $\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$ est appelé *tenseur de contraintes de Reynolds*. Le problème de fermeture mentionné plus tôt découle des six variables supplémentaires introduites par le tenseur de contraintes de Reynolds (quatre + six variables pour quatre équations) (Wilcox, 2006). Il est donc nécessaire de trouver des équations supplémentaires qui permettront de fermer ce système.

1.3.1 Hypothèse de Boussinesq

Une manière de trouver des solutions au tenseur de contrainte de Reynolds est par l'entremise de l'*hypothèse de Boussinesq* (Versteeg et Malalasekera, 2007),

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (1.9)$$

où $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$ est l'*énergie cinétique turbulente*, δ_{ij} est le *delta de Kronecker* et μ_t est une propriété de l'écoulement turbulent appelée *viscosité tourbillonnaire*. On considère dans cette approche que l'effet des contraintes turbulentes est d'augmenter proportionnellement le taux moyen de déformation, d'une manière analogue aux contraintes visqueuses à l'éq. (1.3). En insérant l'éq. (1.9) dans l'éq. (1.7) on obtient dans cet ordre d'idée l'équation suivante (Pope,

2000),

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{F_i}{\rho}, \quad (1.10)$$

où $\nu = \mu/\rho$ est la viscosité cinématique, $\nu_t = \mu_t/\rho$ est la viscosité cinématique tourbillonnaire et \tilde{P} est la pression moyenne modifiée. On simplifie donc de cette manière le tenseur de contraintes τ_{ij} possédant six inconnues, à une inconnue à résoudre pour ν_t .

1.4 La séparation de l'écoulement

L'étude de la séparation de l'écoulement de la surface d'un corps solide et ses conséquences sur le champ de l'écoulement fait partie des problèmes fondamentaux en mécanique des fluides. En termes généraux, on peut imaginer la séparation comme étant un processus où les particules de fluides adjacentes à la paroi d'un corps ne poursuivent plus leur mouvement longitudinal le long de la paroi, mais bifurquent vers l'intérieur du fluide (Wu *et al.*, 2006). L'intérêt porté à ce problème complexe est attribuable aux conséquences qu'il engendre. Par exemple, en aéronautique, on voudrait éviter son apparition puisqu'elle peut entraîner une perte de portance et une augmentation drastique de la traînée sur une aile d'avion. Bien avant l'arrivée des ordinateurs, les tentatives pour en comprendre la nature étaient basées sur la simplification possible des équations de Navier-Stokes. La théorie des écoulements potentiels ne débouche de ce fait sur aucune explication réelle de la séparation puisqu'il s'agit d'un *phénomène visqueux*. La théorie de la couche limite développée par Prandtl (1904) en apportera une première description partielle et établira qu'il s'agit d'un phénomène propre à la couche limite.

1.4.1 Définition mathématique

Le point de séparation en régime permanent 2D est défini comme étant le point x_s (Voir Figure 1.1) où (Wu *et al.*, 2006),

$$\begin{aligned}\tau_w(x_s) &= \mu \frac{\partial u(x_s)}{\partial y} = -\mu \omega(x_s) = 0, \\ \frac{\partial \tau_w(x_s)}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 u(x_s)}{\partial x \partial y} = -\mu \frac{\partial \omega(x_s)}{\partial x} < 0,\end{aligned}\tag{1.11}$$

où τ_w est le cisaillement de paroi. Cette définition sera celle utilisée dans ce mémoire pour identifier le point de séparation. Le cas où $\tau_w = 0$; $\tau_w' > 0$ sera utilisé d'une manière analogue pour identifier le point de rattachement. Notons qu'en régime instationnaire, la définition du

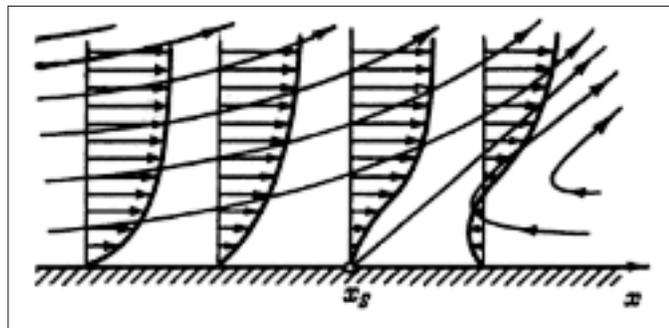


Figure 1.1 Couche limite 2D et lignes de courant au voisinage du point de séparation x_s .
Tirée de Sychev (1998, p. 7).

point de séparation est plus ambiguë puisque la position du point de séparation varie avec le temps et en 3D, la séparation est beaucoup plus difficile à définir (Wu *et al.*, 2006). À titre informatif, Simpson (1996) propose de décrire l'instationnarité de la séparation par une série de définitions fonctions d'un facteur d'intermittence γ représentant la fraction du temps où l'on observe un écoulement renversé.

1.4.2 Contexte classique

Prandtl (1904) définit la couche limite comme étant la zone proche-paroi où la viscosité joue un rôle prédominant. Il a suggéré que c'est en partie à cause de la présence et du comportement

de cette couche de par l'action de l'adhérence du fluide à la paroi que la séparation peut se produire. À l'échelle macroscopique, cette région se présente pour les grands *nombres de Reynolds* (Re). Localement, à l'échelle de son épaisseur, la couche limite est cependant dominée par les forces visqueuses. Le développement de la couche limite dépend de la distribution de la pression le long de la paroi. En présence d'un *gradient de pression favorable* (GPF), cas où la pression décroît vers l'aval de l'écoulement, la couche limite reste bien attachée à la surface du corps. Dans le cas contraire où la couche limite voyage assez loin contre un *gradient de pression adverse* (GPA) qui l'oppose, l'écoulement peut éventuellement se séparer de la surface du corps et on peut ainsi voir apparaître une zone d'écoulement renversé (Voir Figure 1.2).

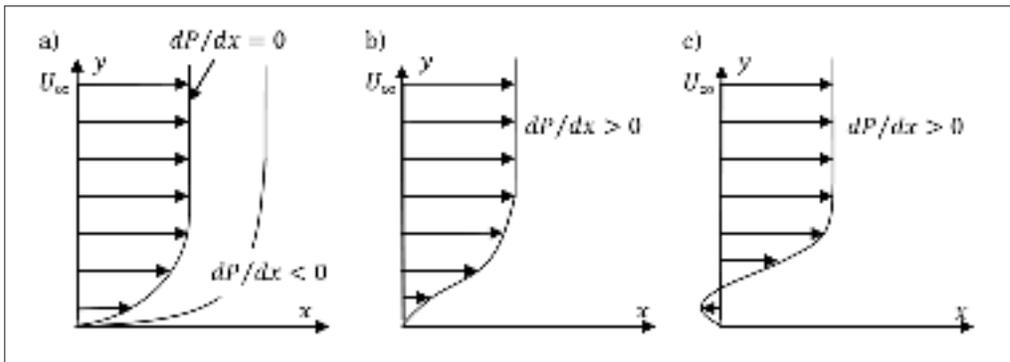


Figure 1.2 Développement de la couche limite selon a) un gradient de pression nul et favorable, b) un gradient de pression adverse sans présence de séparation et c) un gradient de pression adverse avec présence de séparation.

1.4.2.1 Problématique en théorie classique de la couche limite

La théorie classique de la couche limite pour prédire les écoulements séparés est basée sur une approche dite hiérarchique. C'est-à-dire que l'on considère en premier lieu le calcul de l'écoulement externe considéré comme non visqueux tout en ignorant la présence de la couche limite, et ce n'est que par la suite que l'on procède à son analyse. Il est cependant devenu clair qu'une telle stratégie mène inévitablement à une contradiction mathématique au point de séparation. Il s'agit de la *singularité de Goldstein* (Landau et Lifshitz, 1987; Goldstein, 1948). En termes simples, il est impossible de poursuivre le calcul de la solution dans le cadre de la

théorie de la couche limite au-delà du point de séparation. L'écoulement externe et la couche limite doivent plutôt être *traités simultanément* puisqu'ils ont une influence indissociable l'un envers l'autre. Ainsi, il existe en quelque sorte une forme d'*interaction* entre l'écoulement externe et la couche limite et c'est la structure même de l'écoulement qui vient être modifiée par l'action de la séparation.

1.4.2.2 Approches mathématiques

Bien que la théorie de Prandtl (1904) soit insuffisante pour décrire le phénomène de la séparation, les informations cruciales qu'elle a fournies sur sa nature et l'approche mathématique développée ont été les fondations méthodologiques des recherches subséquentes, notamment dans le cadre de la *théorie asymptotique des écoulements séparés* (Sychev, 1998). L'idée de diviser l'écoulement en régions distinctes comportant différentes propriétés s'est avérée être un puissant outil d'analyse que l'on nomme techniquement la *méthode des expansions asymptotiques raccordées*, approche analogue aux *méthodes perturbatives*. Cette méthode consiste à trouver des solutions en série de puissance aux équations qui gouvernent l'écoulement dans des limites asymptotiques et d'en retenir les termes dominants pour ensuite les raccorder et retenir une solution d'ensemble de l'interaction. Un effort important de description mathématique plus générale de la séparation nous ainsi vient de la théorie asymptotique et elle est mieux connue sous le nom de *triple-deck theory* (structure en trois plateformes) (Stewartson, 1974). Elle est basée sur une analyse asymptotique des équations de Navier-Stokes représentant la région d'interaction de la séparation. La région d'interaction est ainsi une structure en trois couches (*Voir Figure 1.3*) composée d'une sous-couche visqueuse proche-paroi (région III), d'une région externe non visqueuse à l'extérieur de la couche limite (région I) et d'une région centrale (région II). Dans la sous-couche visqueuse (région III), le mouvement lent des particules de fluides présents à cet endroit exhibe une propension accrue aux variations de pression. Une petite augmentation de la pression à cet endroit peut entraîner une décélération rapide des particules de fluide. La partie principale (région II) n'apporte quant à elle pas de contribution à l'effet de déplacement de la couche limite, mais transporte seulement celui produit par la sous-couche visqueuse. Les lignes de courant à cet endroit restent parallèles l'une par rapport

à l'autre. Finalement, la partie externe est une région d'écoulement non visqueuse qui sert à convertir les perturbations créées par le déplacement des lignes de courant en perturbations de pression. Ces perturbations sont ensuite retransmises à la région principale (région II) et ensuite à la sous-couche visqueuse (région III) et vice versa. L'élément le plus important qu'il faut retenir de cette théorie est que la séparation vient modifier le champ de pression qui à son tour vient modifier les propriétés de la séparation et ainsi de suite. L'écoulement entier doit donc être traité simultanément pour obtenir une description complète du phénomène.

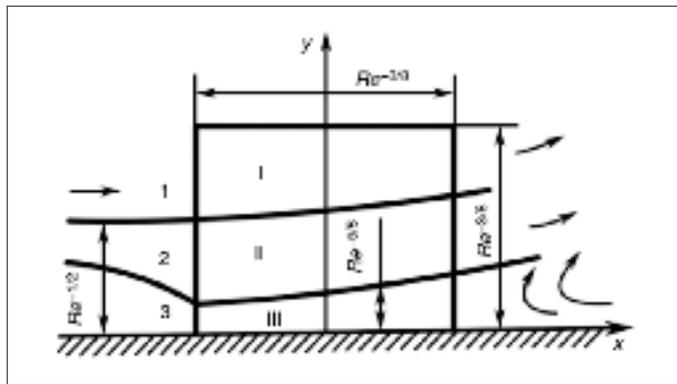


Figure 1.3 La structure en trois plateformes (« triple-deck theory ») avec les échelles d'interaction de la séparation.
Tirée de Sychev (1998, p. 19).

Les recherches théoriques récentes sur le phénomène de la séparation remettent plutôt en cause l'approche Eulérienne traditionnelle pour valoriser une approche dite Lagrangienne (Van Dommelen et Cowley, 1990; Haller, 2004; Surana *et al.*, 2006). Le processus de la séparation est dans cette optique perçue comme un espace mathématique sous la forme d'un « pic matériel très pointu » où l'on observe l'éjection de particules de fluide à partir de la paroi solide. Cette description lagrangienne est plus favorable puisque la séparation est un processus évolutif dans le temps qui dépend de l'historique de l'écoulement. Ainsi, la nature *instationnaire* de la séparation est entre autre due à l'implication de différentes échelles de temps à différentes étapes du processus de la séparation (Wu *et al.*, 2006). L'approche descriptive de la séparation par la dynamique de vorticité présentée par Wu *et al.* (2000) présente bien ce caractère dépendant de la séparation au passé de l'écoulement. L'idée présentée est que puisque toute la vorticité

générée dans un écoulement de couche limite provient entièrement de la paroi par l'entremise d'un flux diffusif de vorticité, la séparation pourrait ainsi être reflétée et décrite à partir de la signature qu'elle laisse sur la paroi.

Tout compte fait, la théorie mathématique est encore trop complexe et pas encore assez aboutie pour rendre la prédiction de la séparation une tâche simple à accomplir analytiquement. Bien qu'elle nous donne des informations importantes sur la nature des interactions en présence, elle reste encore aujourd'hui insuffisante et difficile à appliquer pour décrire la séparation dans sa globalité. Pour des aspects pratiques, il est ainsi plutôt favorable de passer par des méthodes de résolution numérique des équations qui gouvernent l'écoulement ( qs. 1.1,1.2), ce qui sera le cas dans ce mémoire.

1.4.2.3 Critères de séparation

  titre indicatif, il existe dans la littérature des critères permettant de prédire le point de séparation à partir du champ de vitesse moyen extérieur à la couche limite. Le critère de séparation de Stratford (Stratford, 1959; Schlichting et Gersten, 2000) et la méthode corrélative de Thwaites (White, 2006) en sont des exemples. Les multiples hypothèses et simplifications utilisées pour les dériver les rendent par contre très approximatifs et difficilement généralisables.

1.4.3 Contexte atmosphérique

Dans un contexte d'écoulement atmosphérique, le profil de vitesse moyen près de la surface décroit en certains endroits jusqu'à des points critiques où sa vitesse et son gradient deviennent nuls et les lignes de courant quittent la surface. Le processus de séparation s'enclenche. Ce sont les gradients de pression induits par une topographie abrupte qui sont à l'origine de la séparation (*Voir* Figure 1.4). Plus l'inclinaison du terrain est importante, plus les particules de fluides devront affronter un gradient de pression important. Si celles-ci n'ont pas assez de quantité de mouvement pour l'affronter, elles subiront une éjection rapide et quitteront la surface. L'emplacement et les dimensions des régions de séparation dépendent d'autres facteurs mis à part l'inclinaison. Parmi ceux-ci, la courbure du terrain, la stratification thermique et la

rugosité jouent un rôle déterminant sur l'étendue des régions séparées (Tong, 2010). Nous ferons donc ici une revue sommaire de ces effets tels qu'ils sont reportés dans la littérature et des mécanismes impliqués dans la séparation. L'objectif est d'avoir à priori une idée de la portée de ces effets sur la séparation et de connaître les exigences minimales qui devront être incluses dans la modélisation.

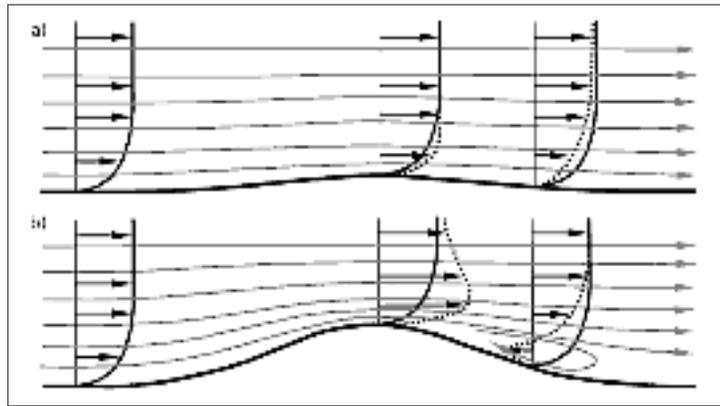


Figure 1.4 Effet de la topographie sur le profil de vitesse pour a) une pente faible et b) une pente abrupte. Tirée de Tong (2010, p. 70).

1.4.3.1 Mécanismes physiques impliqués dans la séparation

Les différents essais expérimentaux et simulations haute résolution *Large-eddy simulation* (LES) et *Direct numerical simulation* (DNS) ont mis en lumière plusieurs particularités physiques de la séparation, fournissant ainsi des indices sur sa nature. Ces indices peuvent indiquer certaines conditions ou exigences à respecter pour conduire une modélisation scrupuleuse du phénomène. Il est important de mentionner que ces observations sont à prendre avec précautions et restent spéculatives, car la topologie de la séparation varie considérablement d'un cas à l'autre. Ainsi, une surface incurvée aura un effet différent qu'une arête vive sur la structure topologique de la séparation ce qui en fait deux cas très distincts. Garcia-Villalba *et al.* (2009) confirment à titre d'exemple l'interaction à double sens entre l'écoulement externe et la région séparée telle que soulevée par la théorie mathématique (Voir section 1.4.2.2). À cet effet, la séparation est d'après leurs observations continuellement modifiée par les grandes

structures vorticielles générées à partir de la surface vers l'écoulement externe. D'une manière plus détaillée et complète, Ayotte et Hughes (2004) expliquent les grandes lignes du cycle qui intervient dans la séparation en aval d'une colline rugueuse :

« In the region where the mean flow is separated, lee-side eddies form in the adverse pressure gradient. These eddies form, grow and possibly even reach a quasi-steady state, taking on the horizontal length scale of the pressure gradient in which they are formed. As these lee-side eddies are forming, the instantaneous mean shear at the top of the separated region increases. In the presence of this strongly sheared profile, rapidly growing unstable Kelvin-Helmholtz modes grow, roll up and break, extracting horizontal momentum from the mean flow above and injecting it into the separated region. The coherent vortex is destroyed while at the same time being swept downstream by the addition of randomly distributed streamwise momentum. Once the sweep has taken place, the process begins again. » (Ayotte et Hughes, 2004, p.548)

Na et Moin (1998) observent également dans leurs simulations DNS, la formation et l'agglomération de structures de grande échelle au milieu de la couche de cisaillement libre formée au-dessus de la zone de séparation. Les fluctuations de pression dans cette couche sont importantes et en raison de la nature elliptique du champ de pression¹, cet effet sera pressenti globalement. Cette observation a des conséquences importantes en modélisation numérique puisqu'elle implique de porter une attention particulière aux conditions aux frontières qui seront spécifiées sur le pourtour du domaine étant donné qu'elles peuvent avoir une influence significative sur la région de séparation. Ayotte et Hughes (2004) mentionnent pour leur part que des échelles de temps et de longueur beaucoup plus importantes que celles impliquées dans un écoulement attaché interviennent dans ce processus, invalidant par la même occasion la notion d'équilibre local dans la région de séparation. La production et la dissipation de la

1. Les équations qui gouvernent l'écoulement pour la pression requièrent la spécification de conditions aux frontières sur l'ensemble du domaine. L'information de pression voyage dans ce contexte de manière instantanée avec une vitesse infinie à travers le domaine défini, cela étant la conséquence d'un écoulement incompressible à divergence nulle ($\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$).

turbulence se retrouvent en déséquilibre et les structures turbulentes formées persistent sur une bonne distance en aval de la colline. Physiquement, elles affectent le transport vertical de quantité de mouvement pour ensuite significativement affecter l'écoulement moyen (Ayotte, 2008), le transport étant essentiellement horizontal lorsque l'écoulement reste attaché pour des faibles pentes. Ces structures peuvent contenir suffisamment d'énergie pour être potentiellement dommageables pour les éoliennes se situant en aval de la région séparée.

Un autre facteur important à souligner est l'*aspect tridimensionnel* de la séparation. Il est démontré que topologiquement, la séparation peut avoir une structure d'écoulement très différente en fonction du cas analysé (Tobak et Peake, 1982; Jacobs *et al.*, 2007). En terrain complexe, la forme du terrain est la plupart du temps variable dans toutes les directions de l'espace ce qui aura une influence sur la manière dont la zone de séparation se construit. En réalité, les écoulements séparés ont rarement un comportement bidimensionnel. En 3D, les lignes de courant peuvent paraître fermées, comme c'est le cas dans les écoulements 2D, mais de fait, elles entrent et sortent de la région de séparation et une particule de fluide peut y recirculer à plusieurs reprises avant d'en ressortir (Belcher et Hunt, 1998). En conséquence, les différents processus de transport vers l'aval de l'écoulement peuvent se retrouver retardés ce qui introduit des échelles de temps plus élevées. Vu sous un autre angle, il est possible de démontrer à partir de l'équation de vorticité ( q. 1.4) l'absence en 2D du mécanisme d'élongation et de compression des tourbillons (*vortex stretching/compression*) mais présent en 3D. La variété de tourbillons générée dans le processus de séparation est particulièrement affectée par ce mécanisme de transport. En modélisation, on évacue ainsi un pan complet d'informations pouvant être relié à la séparation si on retient seulement l'hypothèse d'un écoulement bidimensionnel. La précision des prédictions peut par conséquent s'en trouver affectée en négligeant cet aspect.

1.4.3.2 « Règles du pouce » de prédiction des zones de séparation

Il n'existe pas de règles claires, simples et évidentes dans la littérature pour pouvoir discerner les régions susceptibles de produire la séparation sur un terrain quelconque. Tampieri (1987) et Wood (1995) obtiennent par exemple une relation approximative de pente critique θ_{crit} pour

laquelle l'écoulement moyen se sépare. Ces expressions sont obtenues à partir d'une analyse linéaire dont la théorie est brièvement discutée en introduction du mémoire. Leur champ d'application est en conséquence limité, car l'approche linéaire utilisée pour les obtenir peut difficilement être représentative d'un phénomène non linéaire. Ils constituent en revanche une bonne première approche pour évaluer la présence de séparation en fonction de la complexité du terrain et estimer la nécessité de recourir à une approche CFD ou non. Il existe aussi certaines règles approximatives dans diverses sources qui tiennent plus d'observations qualitatives que de critères mathématiques aux sens strict et rigoureux. Par exemple, Arya *et al.* (1987) indiquent que la longueur de rattachement peut varier entre 12 hauteurs de collines pour des collines très lisses dans un contexte de turbulence faible jusqu'à 6 hauteurs de collines si la pente en aval est plus grande que l'unité. Cette longueur peut décroître jusqu'à 3 hauteurs de colline pour des écoulements très turbulents et de pente variable ou collines 3D. Ces exemples illustrent la variété des différents critères et témoignages que l'on peut retrouver dans la littérature. Bien qu'ils puissent être utiles à certains égards, ils se retrouvent vite dépassés et seulement applicables à certains cas particuliers. La faute est imputable à la nature complexe de la séparation.

1.5 Modélisation de la turbulence

1.5.1 Revue des différentes approches

Smagorinsky (1963) résume bien dans son ouvrage fondateur les deux avenues mathématiques possibles pour négocier la turbulence atmosphérique :

« (i) to treat transient dynamics of large-scale motions explicitly and then to calculate the statistical mechanics of the evolutions or, (ii) to treat the large-scale motions as turbulence which is somehow related to the mean properties of the flow. »

(Smagorinsky, 1963, p.100)

La première approche énumérée par Smagorinsky (1963) est le principe qui se retrouve aujourd'hui derrière la LES et la seconde est celle qui se retrouve derrière la modélisation RANS.

L'idée derrière la LES est de résoudre les grandes échelles de la turbulence et d'appliquer un filtre passe-bas pour les petites échelles, celle-ci étant résolues via un modèle de sous-maille ou *subgrid-scale* (SGS). Tel que vu précédemment, dans l'approche RANS, les équations du mouvement sont moyennées temporellement par une décomposition des champs instantanés en quantités moyennes et fluctuantes. Les fluctuations de vitesse ou *contraintes de Reynolds* sont ensuite modélisées pour compléter le *problème de fermeture* des équations du mouvement au moyen d'un modèle de turbulence. La LES a l'avantage de reproduire plus fidèlement la turbulence puisque l'on résout directement une partie des échelles turbulentes. Elle devrait donc en principe accroître la précision associée à la prédiction de la séparation. Cette technique a par contre le désavantage de ne pas être à la portée de toutes les bourses en raison du coût de calcul élevé qu'elle implique. Ainsi, elle n'est pas recommandée pour ceux qui recherchent une méthode de modélisation rapide et pratique. La représentation adéquate de la région proche-paroi en LES reste également un défi important (Piomelli et Balaras, 2002; Stoll et Porté-Agel, 2006) car l'écoulement y sera inévitablement mal résolu (Allen et Brown, 2002). La raison qui sous-tend ce dernier problème est que physiquement, les grandes échelles de la turbulence se voient confinées par la paroi, et les petites échelles échappent ainsi à la capture par la LES dans cette région sans passer par un modèle de sous-maille adéquat. En comparaison, le coût de calcul est beaucoup plus abordable dans le cas de l'approche RANS. Elle permet toujours de faire dans le moment des prédictions améliorées avec le développement de modèles de turbulence de plus en plus raffinés et reste, pour l'instant, le paradigme dominant.

On peut également glisser un mot à propos d'une technique qui se nomme la *Detached-eddy simulation* (DES) (Strelets, 2001; Spalart, 2009). Cette technique consiste en une approche zonale où certaines régions de l'écoulement sont résolues par la LES et les autres régions par un modèle RANS. Un critère d'activation, basé la plupart du temps sur l'échelle de longueur de la turbulence en présence dans la région considérée, est utilisé pour déterminer les régions d'écoulement résolues par chaque approche. Plusieurs problèmes subsistent encore avec la DES (Spalart, 2009) et elle requiert une phase de développement plus intensive pour arriver à maturité afin qu'elle puisse être appliquée de manière routinière et sans embûches.

En somme, selon les objectifs fixés dans le cadre de ce mémoire et selon les critères qui les sous-tendent, l'approche RANS est celle qui correspond le mieux à l'ensemble des besoins nécessaires et sera celle qui sera retenue.

1.5.2 Revue des modèles RANS et choix

Il est clair, de par l'expérience du passé, qu'aucun modèle de turbulence RANS ne peut résoudre tous les types d'écoulement en ingénierie (Menter, 2009). La preuve simple est qu'il existe une variété de modèles utilisés dans différents contextes et de nouvelles formulations font toujours surface encore aujourd'hui. Les résultats produits par les différents modèles de fermeture se trouvent à être sensibles aux détails qu'ils comportent (Ying *et al.*, 1994) et aux conditions d'écoulement dans lesquelles ils s'inscrivent. Dans cette optique, le choix du modèle de turbulence doit être orienté selon les besoins définis. En ce qui nous concerne, le besoin est de reproduire la turbulence et les champs moyens le plus fidèlement possible dans un contexte de gradient de pression adverse et de séparation de l'écoulement. Il existe plusieurs alternatives et une revue de celles-ci dans un contexte d'écoulement séparé est nécessaire pour effectuer un choix éclairé.

1.5.2.1 Classes de modèles RANS

Les modèles RANS peuvent être divisés principalement en deux catégories : ceux qui sont formulés dans le cadre de l'*hypothèse de Boussinesq* et les modèles *Reynolds stress model (RSM)*. L'idée établie derrière la première approche est de reproduire le transfert de quantité de mouvement entre les différentes contraintes de Reynolds par un gradient diffusif avec une *viscosité apparente* ou *viscosité tourbillonnaire* ν_t . La viscosité tourbillonnaire est calculée dans la plupart des modèles de turbulence par des équations de transport selon des variables ayant des échelles de longueur et de temps qui s'y rattachent. En contraste, les modèles RSM, aussi appelés *modèles de fermeture du deuxième ordre*, fournissent une solution pour chaque contrainte de Reynolds de l'équation de quantité de mouvement moyenné (éq. 1.7), par la résolution d'une équation différentielle de transport pour chacune de ces contraintes. Cette approche est considérée comme pouvant représenter le comportement *anisotropique* des fluctuations, celles-ci

étant modélisées individuellement dans chaque direction de l'espace. À l'opposé, les modèles de viscosité tourbillonnaire sont considérés *isotropiques* puisque les fluctuations de vitesse sont considérées les mêmes dans chaque direction de l'espace et sont dissimulées sous le terme de gradient diffusif. Certains (Simpson, 1996) suggèrent que le déséquilibre provoqué par la séparation prescrit l'inclusion d'équations de transport de contraintes turbulentes pour modéliser ce type d'écoulement. Les mesures relevées y indiquent effectivement que la turbulence est fortement anisotropique et que les modèles de turbulence algébriques isotropiques simples pourraient faire défaut en excluant l'information portée par les contraintes individuelles. Théoriquement, les modèles RSM sont mieux adaptés pour représenter les écoulements complexes comportant une forte anisotropie comme c'est le cas pour la séparation, mais la pratique démontre qu'ils ne performant pas nécessairement mieux que les modèles de viscosité tourbillonnaire (Murakami, 1997). D'autant plus, le nombre d'équations plus important ajoute un coût de calcul plus élevé et une stabilité numérique plus précaire. Ces considérations ont conduit la communauté vers une tendance à abandonner les modèles RSM pour se concentrer sur l'extension des modèles de viscosité tourbillonnaire à deux équations plus simples (Lien et Leschziner, 1994). Les gains de performances non significatifs et les désavantages ajoutés ne justifient pas leur utilisation dans le contexte qui se dessine ici.

1.5.2.2 Enjeu des modèles de viscosité tourbillonnaire

Les modèles de turbulence de viscosité tourbillonnaire peuvent être subdivisés en deux catégories soit ceux dits « à faible nombre de Reynolds » (*low-Re*) et « à grand nombre de Reynolds » (*high-Re*). La première catégorie consiste à résoudre l'écoulement en entier en appliquant directement la condition de non-glissement et des conditions aux frontières pour toutes les variables à la paroi solide. Cette approche nécessite un maillage proche-paroi très raffiné, car les gradients en présence dans cette région y sont très prononcés. L'appellation « faible nombre de Reynolds » indique simplement que physiquement, la turbulence se voit amortie par la paroi et vient mourir progressivement plus on s'y rapproche. On recouvre ainsi un faible nombre de Reynolds caractéristique du comportement laminaire. La seconde catégorie adopte comme approche la résolution de la région proche-paroi par des *fonctions de paroi logarithmiques*. Cette

méthode est moins coûteuse en calculs puisqu'elle tire avantage du comportement « quasi-universel » d'un écoulement attaché décrit la plupart du temps par la loi logarithmique pour éviter la résolution proche-paroi de l'écoulement avec les équations du modèle.

En ce qui concerne les modèles « à grand nombre de Reynolds », Simpson (1981) et Athanasiadou et Castro (2001) ont souligné l'absence de régions logarithmiques significatives dans la solution du profil de vitesse dans les régions séparées. Dans cet esprit, la modélisation de paroi par des fonctions logarithmiques peut devenir particulièrement problématique dans les régions de séparation et devenir une source d'erreur non négligeable qui interfère dans la précision du calcul de l'écoulement. La région proche-paroi est de plus particulièrement sensible aux caractéristiques de la turbulence qui y sont présentes puisque c'est à cet endroit que la séparation prend naissance et se développe. Cet aspect donne avantage aux modèles à « faible nombre de Reynolds » puisqu'une plus grande part de l'écoulement est résolue par le modèle de turbulence en y positionnant plus de volumes de contrôle, ce qui évite d'introduire un faux comportement dans la solution selon une hypothèse biaisée. Kim et Lee (1998) appuient cette affirmation avec des calculs numériques comparés à des résultats obtenus en soufflerie autour de collines. Selon eux, un modèle à bas Reynolds qui peut intégrer les équations du modèle jusque dans la sous-couche visqueuse lorsque celle-ci est présente, est plus approprié et donne de meilleurs résultats pour simuler des écoulements séparés.

Tous les modèles de viscosité tourbillonnaire ne sont pas utilisables sous la forme « à faible nombre de Reynolds » car certains nécessitent d'apporter des corrections visqueuses (ou laminaires) dans la manière dont ils sont formulés. L'exemple le plus notoire est pour le modèle $k - \varepsilon$. La simple application de la condition de non-glissement avec des conditions aux frontières pour la turbulence avec ce modèle conduira inévitablement à des résultats erronés. Le modèle nécessite en effet l'introduction de paramètres d'amortissement de la turbulence pour calculer adéquatement l'écoulement dans la région proche-paroi. Malgré les différentes tentatives d'extensions faible- Re du modèle $k - \varepsilon$ (Wilcox (2006) réalise un bref survol des extensions disponibles), l'intégration jusqu'à la paroi avec ces modèles demeure difficile même en y apportant des corrections (Menter, 2009). Dans le même ordre d'idée, Silva Lopes *et al.*

(2007) suggèrent que les améliorations dans la prédiction de la séparation vont probablement astreindre un modèle différent de viscosité tourbillonnaire que le modèle $k - \varepsilon$ et une modélisation de paroi différente que celle généralement utilisée avec celui-ci. Ils ajoutent que ces modèles de paroi devraient en outre ne pas être basés sur des hypothèses d'équilibre². Malgré tout, Kim et Patel (2000) obtiennent tant bien que mal des résultats respectables avec une variante du modèle $k - \varepsilon$, le modèle *Renormalization group* (RNG), pour des écoulements sur des terrains avec présence de séparation.

Une alternative possible aux modèles $k - \varepsilon$ sont les modèles $k - \omega$ (Wilcox, 2006). La différence principale entre ces deux modèles se trouve dans la variable utilisée par la seconde équation de transport de la turbulence, celle-ci étant plutôt représentée par une variable dissipative spécifique ω dans le cas du modèle $k - \omega$. L'avantage discernable de ce type de formulation est que les équations possèdent des solutions asymptotiques à la paroi solide que l'on peut ainsi imposer sous la forme de conditions aux frontières. Le modèle $k - \omega$, par ses caractéristiques intrinsèques, est intégrable dans toutes les portions de l'écoulement. Il est de plus généralement plus performant en gradient de pression adverse et pour des écoulements séparés (Loureiro *et al.*, 2008a). Ce modèle possède par contre certains défauts. Il souffre notamment d'une sensibilité marquée aux conditions spécifiées pour k et ω dans la partie externe de l'écoulement à l'entrée du domaine de calcul comparativement au modèle $k - \varepsilon$ (Menter, 1992; Wilcox, 2006). Un remède à cette difficulté consiste à combiner les meilleurs éléments de ces deux modèles, soit la sensibilité moins marquée aux conditions aux frontières dans l'écoulement externe du modèle $k - \varepsilon$, et la représentation proche-paroi plus favorable pour les écoulements séparés du modèle $k - \omega$. Il s'agit du concept qui se cache derrière le modèle $k - \omega$ SST (Menter, 1994). L'idée est de transformer les équations du modèle $k - \varepsilon$ sous la même forme que les équations du modèle $k - \omega$, et de « mélanger » ces modèles en retenant la formulation $k - \omega$ dans la région proche-paroi et en retenant la formulation $k - \varepsilon$ dans l'écoulement externe par l'entremise de leurs constantes respectives et de fonctions de mélange. Ce modèle s'avère être un des plus couronnés de succès en gradient de pression adverse et en régime de séparation (Menter,

2. La manière généralement utilisée pour dériver des conditions aux frontières est de simplifier les équations du modèle de turbulence selon des hypothèses d'écoulement à l'équilibre (Voir Section 1.7.1).

1994; Celic et Hirschel, 2006) et est toujours très présent et utilisé dans la plupart des boîtes à outil CFD disponibles en ingénierie. C'est ce modèle de turbulence qui est ainsi utilisé dans ce mémoire pour répondre aux objectifs définis et qui est présenté à la section suivante.

1.6 Le modèle $k - \omega$ SST

Le modèle $k - \omega$ SST implémenté dans OpenFOAM-1.6 et ici utilisé est celui présenté dans Menter *et al.* (2003). Il s'agit d'un modèle de type faible- Re de viscosité tourbillonnaire à deux équations où l'énergie cinétique turbulente k et la dissipation spécifique ω sont solutions aux équations de transport suivantes,

$$\frac{\partial(u_j k)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_k v_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = \tilde{P} - \beta^* \omega k, \quad (1.12)$$

$$\frac{\partial(u_j \omega)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_\omega v_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] = \frac{\gamma}{\mu_t} P - \beta \omega^2 + 2(1 - F_1) \frac{\sigma_\omega^2}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \quad (1.13)$$

où,

$$P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad (1.14)$$

$$\tilde{P} = \min(P, c_1 \beta^* k \omega), \quad (1.15)$$

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (1.16)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (1.17)$$

et la viscosité tourbillonnaire est donnée par,

$$v_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)}, \quad (1.18)$$

où $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ dans lequel S_{ij} est le tenseur du taux de déformation. Les coefficients du modèle de turbulence sont un mélange entre une constante interne et une constante externe,

mélangés via,

$$\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2, \quad (1.19)$$

ces constantes faisant partie des ensembles ϕ_1 et ϕ_2 correspondant respectivement à celles du modèle $k - \omega$ et $k - \varepsilon$. Les constantes standard que nous appellerons ici **SET1** sont données au Tableau 1.1 (N.B. la constante β^* dans ce modèle est l'équivalent de la constante C_μ dans le modèle $k - \varepsilon$). Les autres fonctions sont données par,

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad (1.20)$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}d^2} \right], \quad (1.21)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right), \quad (1.22)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2), \quad (1.23)$$

$$\arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \quad (1.24)$$

où d est la distance du point de champ à la plus proche paroi.

Tableau 1.1 Constantes standards du modèle $k - \omega$ SST

| | Région interne | Région externe |
|-------------|--|--|
| SET1 | $\sigma_{k1} = 0,85$ | $\sigma_{k2} = 1,0$ |
| | $\sigma_{\omega 1} = 0,5$ | $\sigma_{\omega 2} = 0,856$ |
| | $\beta_1 = 0,075$ | $\beta_2 = 0,0828$ |
| | $\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$ | $\gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$ |
| | $a_1 = 0,31$ | |
| | $c_1 = 10,0$ | |
| | $\beta^* = 0,09 ; \kappa = 0,41$ | |

Les avantages liés à ce modèle de turbulence sont notamment qu'il prend en compte l'effet de transport de la contrainte turbulente principale et qu'il retient la formulation du modèle $k - \omega$ de Wilcox (Wilcox, 2006) dans la région proche-paroi et du modèle $k - \varepsilon$ à l'extérieur de la couche limite. Ces avantages combinés sont en principe bénéfiques à la prédiction des écoulements séparés.

1.7 La couche limite atmosphérique

L'atmosphère terrestre est gouvernée par des échelles de longueur allant de 10^{-5} à 10^5 m et des échelles de temps allant de la microseconde jusqu'à la semaine (Klein, 2010). Ces grands écarts impliquent une vaste gamme de mécanismes qui dominent au sein de ses différentes régions. Dans la région basse, la couche limite atmosphérique est une zone en proximité de la surface terrestre qui se subdivise en différentes couches dont principalement la *couche de surface* et la *couche externe* (Voir Figure 1.5). Les effets de surface, comme la friction, le réchauffement et le refroidissement, s'y font directement sentir sur des échelles de temps de moins d'une journée et les processus de transport (flux de quantité de mouvement, de masse et de chaleur) y prennent effet rapidement sur une échelle de l'ordre de son épaisseur par l'entremise des mécanismes impliqués dans la turbulence (Garratt, 1994). La couche externe est peu influencée par les caractéristiques de la surface et les forces de Coriolis induites par la rotation de la Terre y deviennent importantes. À l'opposé, dans la couche de surface, le cisaillement du vent y est approximativement constant, l'écoulement est peu affecté par les forces de Coriolis et la rugosité de surface et les gradients de température ont une influence importante sur la structure du vent (Kaimal et Finnigan, 1994). C'est dans la couche de surface que les éoliennes se situent généralement et ce sont les mécanismes qui y sont présents à microéchelle que l'on tentera de modéliser pour pouvoir réaliser des prédictions.

1.7.1 Hypothèses de terrain plat dans la couche de surface

En turbulence atmosphérique, la simplification du problème de modélisation passe souvent par des hypothèses d'*homogénéité horizontale* et de *stationnarité*. Ces simplifications sont souvent employées pour trouver des solutions aux équations de dérivées partielles pouvant être appli-

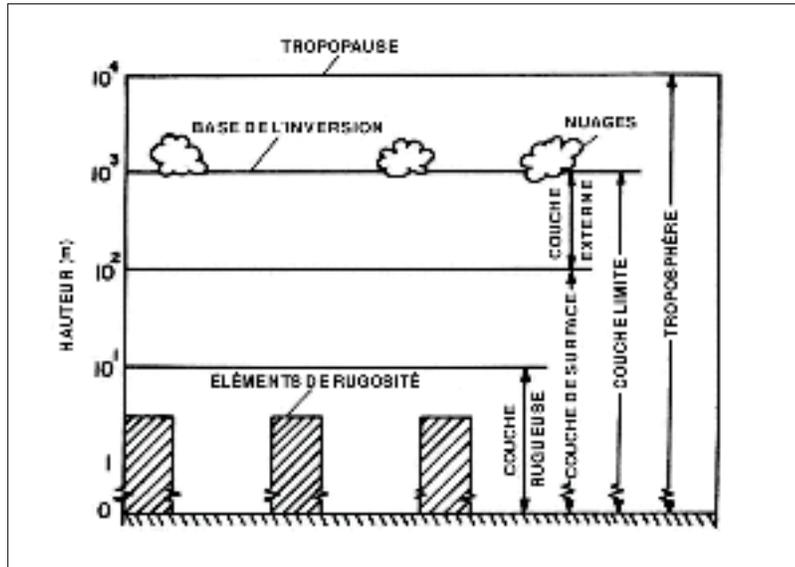


Figure 1.5 Schéma de la couche limite atmosphérique selon des échelles typiques d'une stabilité quasi neutre. Adaptée de Arya (2001, p. 2).

quées comme conditions aux frontières sur le domaine de calcul. L'hypothèse d'homogénéité permet de négliger les dérivées partielles des quantités moyennes longitudinales. L'hypothèse de stationnarité, quant à elle, permet de définir que les propriétés statistiques de l'écoulement ne varieront pas avec le temps ce qui permet donc de négliger les dérivées temporelles. Nous comprenons bien que l'atmosphère est un milieu dynamique comportant des variations à long terme. Pour réaliser des prédictions en couche limite atmosphérique, nous pouvons par contre traiter ces variations comme étant une combinaison d'états stationnaires, ce qui permet de se concentrer sur les processus globaux et non sur les spécificités temporelles du problème (Kaimal et Finnigan, 1994).

1.7.2 Les effets de Coriolis

Un nombre qui permet de quantifier le rapport entre les forces d'inertie et les forces de Coriolis exercées sur une particule de fluide d'air est le nombre de Rossby (Ro) (Batchelor, 2000),

$$Ro = \frac{U}{fL}, \quad (1.25)$$

où U et L sont respectivement une vitesse et une longueur caractéristique et $f = 2\Omega \sin \phi$ est la fréquence de Coriolis où $\Omega = 7,2921 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ est la fréquence angulaire de la rotation de la Terre et ϕ est la latitude. Ce nombre nous permet d'évaluer si le déplacement d'une particule de fluide sera notablement affecté par la force de Coriolis et ainsi mieux justifier l'exclusion de celle-ci de la modélisation. Lorsque $Ro \gg 1$, les forces de Coriolis n'apporteront qu'une faible modification au patron de l'écoulement. Dans le cas inverse, lorsque $Ro \ll 1$, les forces de Coriolis induiront une forte déviation dans le plan latéral. Dans le cadre de ce mémoire, on cherche à reproduire des écoulements atmosphériques dans des domaines de l'ordre du km à des vitesses de l'ordre de 10^1 m/s . Le nombre de Rossby devient ainsi de l'ordre de $Ro \sim 10^2$ en considérant une latitude d'environ 45 degrés³. Les forces de Coriolis peuvent donc dans ce contexte être prudemment négligées.

1.7.3 Les effets de stratification thermique

Les cycles diurnes de réchauffement et nocturnes de refroidissement de la surface terrestre induisent des gradients de température dans la CLA. Ces gradients de température produisent des états dits de *stratification thermique*. En considérant qu'il n'y a pas d'échange thermique si une particule de fluide est rapidement déplacée verticalement, la stratification peut être décrite par le paramètre Γ de *gradient adiabatique* (Kaimal et Finnigan, 1994),

$$\Gamma = -\frac{dT}{dz} = \frac{g}{c_p}, \quad (1.26)$$

où T est la température, z l'altitude, g la constante d'accélération gravitationnelle et c_p la chaleur spécifique à pression constante. Le jour, la température chute plus rapidement avec la hauteur que le taux adiabatique et l'on est en présence d'une stratification thermique dite *instable* ($dT/dz > \Gamma$). La nuit, la température chute moins rapidement que le taux adiabatique et la stratification thermique est dite *stable* ($dT/dz < \Gamma$). Des mouvements convectifs verticaux dans la CLA peuvent ainsi être générés ou amortis en présence d'un type ou l'autre de stratification. Pour une stratification neutre ($dT/dz = \Gamma$), les particules de fluide ne subissent

3. Cette latitude correspond approximativement à l'emplacement géographique du Québec (Montréal 45°30'N).

pas de forces de flottaison nettes et ainsi, les effets de température n'interviennent pas dans les mécanismes de transport : la couche limite est essentiellement convective.

Wood (2000) examine dans sa revue historique sur les méthodes de prédiction de la ressource éolienne, les différentes phases de développement qui ont eu cours au fil du temps. Il y indique que l'étude des effets de stratification thermique en écoulement atmosphérique se situe encore dans son enfance dans les travaux de développement alors en cours. En premier lieu, il faut mentionner que la théorie linéaire de la stratification thermique (Baines, 1998; Drazin et Reid, 2004) ne contient pas d'informations utiles en lien avec la séparation à cause des hypothèses de simplification utilisées dans son développement. Du côté de la modélisation numérique, on peut relever quelques travaux apportant des éclaircissements sur le phénomène. Par exemple, Lewis *et al.* (2008) ont conduit des simulations avec une série de modèles simples de longueur de mélange pour caractériser grossièrement l'effet d'un flux thermique de surface sur la séparation. Ils ont constaté que la dimension et l'intensité de la région de recirculation sont amplifiées avec le flux de chaleur émanant de la surface pour des pentes abruptes. Ils indiquent aussi que dans certains cas bien précis et pour des pentes modérées, le flux thermique peut venir supprimer la séparation en aval de la colline. Ils attribuent cet effet provoqué par le flux thermique, au mécanisme de mélange accru qui est en présence dans un tel écoulement. Dans tous les cas, la stratification peut soit inhiber ou faciliter la séparation selon le cas, et il n'est pas simple de la généraliser selon des règles claires. Ding *et al.* (2003) confirment ces propos en illustrant par des calculs LES le sillage provoqué par la séparation en aval d'une colline et qui se comporte d'une manière bien différente d'un cas à l'autre. Ils indiquent que le phénomène dépend plus particulièrement du *nombre de Froude* (Fr), nombre qui quantifie le rapport entre les forces d'inertie et les forces gravitationnelles. Physiquement, l'effet qu'a la stratification sur la séparation dépend de l'importance que vont prendre les mouvements verticaux par rapport aux mouvements horizontaux, ceux-ci étant assujettis par le type de stratification en cause. Par une analyse théorique et expérimentale, Ambaum et Marshall (2005) et Baines (1998) résument dans des diagrammes de phase les différents régimes d'écoulement observés selon le nombre de Froude et le rapport de forme de la colline. Ces résultats peuvent à titre d'exemple servir de

guide pour avoir à priori une idée de l'influence de la stratification. Des analyses plus détaillées sont aussi disponibles comme celle de Hunt *et al.* (2006) qui analysent le comportement d'un écoulement séparé particulièrement pour le cas stable ou encore celle de Jiang *et al.* (2007) qui isole l'effet de la rugosité dans un écoulement stratifié. Tout comme l'étude de Lewis *et al.* (2008) ci-haut, la plupart des observations (Mason, 1987; Brown et Wood, 2003) révèlent que pour le cas stable, règle générale, le refroidissement de la surface qui survient pendant la nuit tend à éliminer la séparation. L'effet du cas instable est plus délicat à caractériser puisqu'il introduit des instabilités qui peuvent conduire à des effets non linéaires.

Toutes considérations faites, on peut facilement se convaincre que la stratification thermique peut avoir un effet important sur la séparation. Sa modélisation implique d'inclure des considérations thermodynamiques parmi les équations du mouvement ce qui ajoute un niveau de complexité supplémentaire. L'intention ici n'est pas de prendre en compte un maximum d'éléments pouvant avoir des effets possibles sur la séparation. L'idée est plutôt de focaliser d'abord et avant tout sur le cas simplifié de stratification neutre, de s'assurer que la méthode de modélisation de la turbulence choisie soit jugée représentative d'un écoulement atmosphérique séparé et d'en faire la validation exhaustive. Subséquemment, la stratification pourrait éventuellement être considérée et il est à cet effet louable de consacrer des efforts pour l'inclure dans les développements futurs puisqu'elle peut vraisemblablement conduire à des prédictions améliorées dans un contexte d'écoulement atmosphérique réel. Seule la stratification neutre est donc considérée dans ce mémoire.

1.7.4 Les effets de rugosité

La rugosité est un paramètre important à prendre en considération dans la modélisation d'un écoulement atmosphérique. Son effet est présent dans la majorité des environnements d'implantation des centrales éoliennes et est causé par les obstacles en présence sur le terrain. La structure de l'écoulement s'en trouve généralement affectée et il en résulte une modification considérable des distributions de vitesse et de turbulence près de la surface. Les conséquences de la rugosité sur le bilan de quantité de mouvement sont non-négligeables et cela affecte

conséquemment le comportement de l'écoulement séparé. L'effet de la rugosité dans un écoulement rugueux comparativement à un écoulement dit « lisse » est d'augmenter la turbulence proche-paroi, provoquant l'augmentation du cisaillement de paroi et de la trainée par des transferts de quantité de mouvement. La structure de la turbulence étant modifiée par la rugosité, le sillage des entités topographiques se voit lui aussi modifié par cet effet (Shuyang et Tamura, 2006). Ceci peut influencer, dans un sens comme dans l'autre, l'étendue de la région de séparation. Dans un écoulement de type « plaque plane », l'épaisseur de la couche limite augmente et la rugosité agit pour accentuer le déficit de quantité de mouvement augmentant ainsi les dimensions de la région de séparation. Cet effet constitue un facteur pouvant déclencher la séparation plus hâtivement (Aubertine *et al.*, 2004; Song et Eaton, 2002). À la différence, dans une couche limite atmosphérique à l'équilibre, l'énergie en provenance des vents géostrophiques à des hautes latitudes fournit un apport soutenu de quantité de mouvement à la couche limite et son taux de grandissement reste en conséquence faible. Ainsi, plus la rugosité augmente, plus la turbulence est importante dans la région proche-paroi et plus la couche limite devient mince. Les mouvements longitudinaux étant couplés aux mouvements transversaux, cet effet provoquera le retardement du point de séparation et le devancement du point de rattachement. La région séparée aura ainsi tendance à diminuer sous l'influence accentuée des transferts de quantité de mouvement horizontaux-verticaux. L'effet de la rugosité sur l'écoulement, et plus particulièrement sur l'écoulement atmosphérique, est un aspect toujours en développement et reproduit avec difficulté en modélisation numérique. Il s'agit d'une problématique de longue date en ingénierie qui possède encore aujourd'hui des bases théoriques et empiriques assez minces. Pour obtenir un portrait plus global à propos de ce volet, Jimenez (2004) et Raupach *et al.* (1991) font la revue des observations et analyses expérimentales qui ont menés à la caractérisation des différents types d'écoulements rugueux.

En définitive, la rugosité a un impact significatif sur la séparation. Son effet sera pris en considération dans ce travail et sera reproduit en complémentarité avec le modèle de turbulence choisi. Il existe plusieurs stratégies de modélisation et un choix judicieux peut s'avérer être un facteur avantageux pour réduire l'incertitude liée à la prédiction de la séparation. Ces différentes stra-

tégies possibles de modélisation seront discutées et passées en revue dans la prochaine section (section 1.8) et la méthode retenue y sera justifiée.

1.8 Modélisation de la rugosité

1.8.1 Mise en contexte

Les résultats obtenus à partir d'essais expérimentaux en conduits fermés effectués par Nikuradse (1933) et d'autres précurseurs ont jeté les bases à l'analyse du comportement des écoulements rugueux. Par convention, ces écoulements rugueux sont décrits par l'échelle interne caractéristique $k_s^+ = k_s u_\tau / \nu$ où k_s est dite *hauteur de rugosité de grain de sable équivalent* (Schlichting et Gersten, 2000) et $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$ est la vitesse de frottement. L'élément central soulevé dans ces résultats est que la distribution de vitesse près d'une paroi rugueuse possède la même pente dans la région logarithmique sur un graphique semi-log que celle d'une distribution lisse (l'inverse de la constante de von Kármán, $1/\kappa$) mais est décalée d'une certaine constante B , décrite par (Ligrani et Moffat, 1986),

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{k_s} \right) + B, \quad (1.27)$$

où B varie selon la valeur de k_s^+ et des caractéristiques géométriques de la rugosité d'analyse (Clauser, 1956; Rotta, 1962). Il est à noter qu'il ne faut pas confondre k_s avec la hauteur de rugosité z_0 généralement employée pour modéliser la hauteur rugosité atmosphérique. Dans un contexte d'écoulement atmosphérique, Monin et Yaglom (1971) définissent plutôt la loi logarithmique comme,

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right). \quad (1.28)$$

On peut retrouver le lien qui unit k_s et z_0 en comparant ces deux lois logarithmiques (éqs. 1.28 et 1.27), ce qui donne,

$$z_0 = k_s e^{-\kappa B}. \quad (1.29)$$

L'observation expérimentale de la variation de B a mené à la classification de divers types d'écoulements rugueux. Parmi ceux-ci on dénombre les écoulements dits à *surface lisse* ($k_s^+ < 2,25$), *de transition* ($2,25 < k_s^+ < 90$) et *complètement rugueux* ($k_s^+ > 90$). Physiquement, pour les écoulements à surface lisse, la sous-couche visqueuse (région dominée par la viscosité) reste intacte et imperturbée par la rugosité. Dans le cas des écoulements complètement rugueux, les éléments de rugosité deviennent tellement importants par rapport aux caractéristiques de l'écoulement que la sous-couche visqueuse est éliminée et la viscosité ne joue plus de rôle significatif. L'écoulement est dans ce cas entièrement dominé par la turbulence. Entre les deux se situe la région de transition où la rugosité joue un rôle partiel (Ligrani et Moffat, 1986). Basé sur plusieurs résultats expérimentaux dont ceux de Nikuradse (1933), Ligrani et Moffat (1986) proposent la corrélation suivante pour la valeur de B suite à l'ajustement de la courbe (data fit) sur ces résultats,

$$B = \left[C + \frac{1}{\kappa} \ln(k_s^+) \right] (1 - \sin(\pi g/2)) + 8,5 \sin(\pi g/2), \quad (1.30)$$

avec comme fonction d'interpolation g ,

$$g(k_s^+) = \begin{cases} \frac{\ln(k_s^+/k_{s,S}^+)}{\ln(k_{s,R}^+/k_{s,S}^+)}, & k_{s,S}^+ < k_s^+ < k_{s,R}^+ \\ 1, & k_s^+ > k_{s,R}^+ \\ 0, & k_s^+ < k_{s,S}^+ \end{cases} \quad (1.31)$$

où $k_{s,S}^+ = 2,25$ et $k_{s,R}^+ = 90,0$ sont les valeurs limites entre les différents régimes. On remarque que l'on recouvre la valeur asymptotique de $B = 8,5$ trouvée expérimentalement par Nikuradse (1933) pour le régime complètement rugueux et l'expression,

$$B = \frac{1}{\kappa} \ln(k_s^+) + C, \quad (1.32)$$

avec $C = 5,1$ pour le régime à surface lisse. Les profils de vitesse dans la région logarithmique peuvent également être exprimés sous la forme suivante (Clauser, 1956; Perry *et al.*, 1969),

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{zu_\tau}{\nu} \right) + C - \frac{\Delta u}{u_\tau}, \quad (1.33)$$

où $\Delta u/u_\tau$ est appelée la fonction de rugosité et représente le décalage entre les profils de vitesse moyens rugueux et la fonction de paroi lisse. Ce décalage s'effectue vers des valeurs plus faibles plus la rugosité est importante et peut être exprimée de la manière suivante avec 1.27,

$$\frac{\Delta u}{u_\tau} = C - B + \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{zu_\tau}{\nu} \right). \quad (1.34)$$

Ce comportement est illustré à la Figure 1.6.

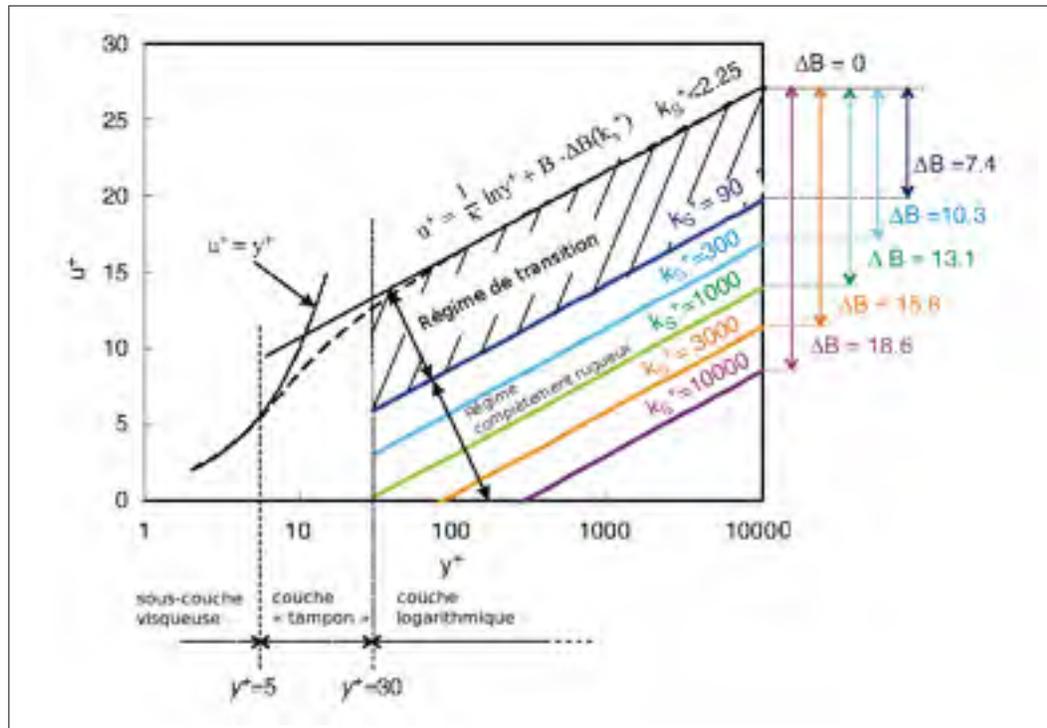


Figure 1.6 Représentation du comportement de la loi de paroi en fonction du paramètre k_s^+ pour des surfaces lisses et rugueuses (ΔB sur cette image représente la fonction de rugosité $\frac{\Delta u}{u_\tau}$).

Adaptée de Blocken *et al.* (2007, p. 242).

1.8.2 Revue des approches de modélisation et choix de modèle

Patel et Yoon (1995) relèvent différentes approches pour modéliser des écoulements séparés sur des surfaces rugueuses. Parmi les approches les plus populaires, on peut en premier lieu identifier celle où la rugosité est modélisée à travers la *fonction de paroi logarithmique*. Cette stratégie consiste à résoudre les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement dans la région externe et de profiter de la congruence de la loi logarithmique dans la région interne proche-paroi. La rugosité est dans cette démarche imposée par l'intermédiaire de conditions aux frontières, lesquelles ont été déduites des équations du modèle de turbulence simplifiées selon des hypothèses *d'équilibre*. L'analyse de ce type la plus répandue dans le domaine des écoulements atmosphérique est celle de Richards et Hoxey (1993), réalisée pour le modèle de turbulence $k - \varepsilon$. Richards et Hoxey (1993) proposent en effet une série de conditions aux frontières sur toutes les portions du domaine provenant d'hypothèses de simplification des équations du modèle pour un écoulement à l'équilibre. Nous verrons plus loin comment les relations générales ont été obtenues et les hypothèses qui les sous-tendent (section 1.9.1.1). Les fonctions évaluées à la paroi proposées dans ce contexte sont données par,

$$u|_w = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln \left(\frac{z_1}{z_0} \right), \quad (1.35)$$

$$k|_w = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad (1.36)$$

$$\varepsilon|_w = \frac{u_\tau^3}{\kappa z_1}, \quad (1.37)$$

où z_1 dénote l'emplacement du premier point de maille proche-paroi et $C_\mu = 0,09$. Cette approche peut s'étendre à d'autres types de modèles de turbulence (Blocken *et al.*, 2007). À titre indicatif, dans le cas du modèle $k - \omega$ (Wilcox, 1988), on peut convertir les profils pour la turbulence en effectuant la transformation $\omega = \varepsilon / C_\mu k$ obtenu en comparant l'expression de la viscosité tourbillonnaire du modèle ($\nu_t = k / \omega$) avec celle de $k - \varepsilon$ ($\nu_t = C_\mu k^2 / \varepsilon$). On retrouve

de cette manière la condition à la frontière $\omega|_w$ suivante,

$$\omega|_w = \frac{u\tau}{\kappa z_1 \sqrt{C_\mu}}. \quad (1.38)$$

Techniquement, on vient fixer les valeurs fournies par ces fonctions dans la première rangée de cellules bordant la paroi et l'éq. 1.35 sert à venir fixer implicitement le cisaillement de paroi local $\tau'_w = u\tau|_w$, en calculant la vitesse de frottement à partir de celle-ci (pour plus de détails Voir Sumner et Masson (2010)). Le centroïde de la première cellule z_1 est généralement positionné autour de $z^+ \approx 30$, c'est-à-dire dans la portion de l'écoulement où le profil de vitesse débute son comportement logarithmique. Cette méthode est cependant difficilement justifiable pour être appliquée aux écoulements séparés puisqu'il n'y pas de comportement logarithmique notable dans la région de séparation (Simpson, 1996; Athanassiadou et Castro, 2001). La variété des échelles turbulentes en présence dans cette région complexifie considérablement l'écoulement et lui confère un comportement différent que celui d'une couche limite attachée. Plus récemment, Loureiro *et al.* (2008b) et Loureiro (2009) ont présenté une fonction de paroi modifiée tenant compte à la fois des effets de rugosité et de séparation. Dans cet esprit, la loi logarithmique est retenue dans les régions d'écoulement attaché et la fonction proposée se décline à la solution proposée par Stratford (1959), basé sur le gradient de pression local dans les régions d'écoulement séparé. Cette méthode reste cependant exploratoire et requiert davantage de tests de validation pour en vérifier l'étendue du domaine d'application et de validité afin d'en faire un usage pratique et courant.

Une deuxième approche consiste à inclure un terme de trainée paramétrique dans l'équation de quantité de mouvement agissant à titre de terme puit pour modéliser l'effet provoqué par la rugosité (e.g. Ross et Vosper (2005); Finnigan et Belcher (2004)). Comme Ayotte (2008) l'indique, dans ce type de formulation, le flux de quantité de mouvement est absorbé à travers une couche d'épaisseur finie plutôt qu'une surface comme dans le cas de la fonction de paroi. La rugosité est dans cette optique plutôt perçue comme un milieu poreux ayant une densité spécifique (cette densité est appelée dans le jargon *surface de foliage par unité de volume*). Cette approche est appropriée pour un couvert forestier, mais est difficilement applicable pour

des rugosités de faible proportion (Patel et Yoon, 1995), comme la rugosité de grain présente dans les expériences de Nikuradse (1933).

Une troisième avenue possible est celle où l'on modélise implicitement la rugosité à travers les équations du modèle de turbulence. Puisque l'effet de la rugosité est de venir accroître la turbulence proche-paroi, l'idée de cette approche est de venir volontairement accroître la viscosité tourbillonnaire dans la région proche-paroi afin d'obtenir un cisaillement de paroi accru (Aupoix et Spalart, 2003). L'effet de la rugosité est dans cette perspective retenue et calibrée à travers les conditions aux frontières des variables de la turbulence. Cette méthode est cependant seulement applicable pour les modèles qui possèdent des solutions de surface analytiques comme les modèles RANS de type low- Re , comme c'est le cas pour le modèle $k - \omega$. Par exemple pour ce dernier, la rugosité de surface peut être imposée à travers la propriété turbulente ω , telle que suggérée par Wilcox (2006),

$$k|_w = 0, \quad (1.39)$$

$$\omega|_w = \frac{u_\tau^2}{\nu} S_R, \quad (1.40)$$

dans laquelle la corrélation S_R suivante est proposée,

$$S_R = \begin{cases} \left(\frac{200}{k_s^+}\right)^2, & k_s^+ \leq 5 \\ \frac{100}{k_s^+} + \left[\left(\frac{200}{k_s^+}\right)^2 - \frac{100}{k_s^+}\right] e^{5-k_s^+}, & k_s^+ > 5 \end{cases} \quad (1.41)$$

obtenue par comparaison avec les données de Nikuradse (1933). Les avantages de cette approche sont nombreux notamment qu'il n'est pas nécessaire de connaître la géométrie locale du maillage comme dans le cas de la fonction de paroi et qu'elle donne des résultats plus raisonnables pour les écoulements séparés (Wilcox, 2006). Les problèmes rencontrés sont par contre nombreux :

1. Hellsten et Laine (1998) exposent que cette modification n'est pas directement applicable au modèle $k - \omega$ SST. Ils imputent ce problème à l'activation involontaire du limiteur de la viscosité tourbillonnaire (éq. 1.18) introduite dans le modèle dans la région proche-paroi ;
2. Un maillage proche-paroi très fin est requis pour les cas rugueux par rapport aux cas lisses pour obtenir une solution indépendante du maillage (Hellsten et Laine, 1998; Patel et Yoon, 1995) ;
3. La prédiction du cisaillement dans la formulation de Wilcox n'est pas satisfaisante pour les écoulements rugueux de transition (Knopp *et al.*, 2009).

Knopp *et al.* (2009) proposent une nouvelle extension de rugosité pour palier à ces trois problèmes rencontrés dans la méthode de Wilcox. Ils s'appuient sur les idées de Aupoix et Spalart (2003) et Durbin *et al.* (2001) comme quoi la source des problèmes liés à la formulation de Wilcox réside dans la condition (1.39) qui implique que $v_t|_w = 0$. Ils proposent plutôt de fixer la valeur de l'énergie cinétique turbulente à sa valeur théorique dans la région logarithmique,

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{\beta^*}}. \quad (1.42)$$

Pour ce faire, l'idée est de venir remplacer la surface rugueuse par une paroi effective dont l'origine ($z = 0$) est décalée au sommet de la hauteur des éléments de rugosité. La loi logarithmique (1.28) transformée devient de cette manière,

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right), \quad (1.43)$$

et la viscosité tourbillonnaire v_t est de cette manière donnée par (Durbin *et al.*, 2001),

$$v_t = \frac{u_\tau^2}{\partial u / \partial z} = u_\tau \kappa (z + z_0). \quad (1.44)$$

L'origine effective de la turbulence est décalée à $-z_0$ donnant ainsi des valeurs non nulles de la turbulence à l'endroit où la condition de non-glissement ($u_i|_{z=0} = 0$) s'applique, ce qui est plus représentatif de l'écoulement. La solution pour ω peut quant à elle être déduite en partant

de l'éq. (1.44) dans le régime complètement rugueux et de la définition $v_t = k/\omega$,

$$\omega = \frac{u_\tau}{\sqrt{\beta^* \kappa (z + z_0)}}. \quad (1.45)$$

La vitesse de frottement u_τ doit maintenant prendre compte le fait que $v_t|_w > 0$,

$$u_\tau^2 = \left(v + \frac{k}{\omega} \right) \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0}. \quad (1.46)$$

Knopp *et al.* (2009) en arrivent ainsi à proposer de cette manière un ensemble de conditions aux frontières pour les propriétés de la turbulence à la paroi. Ces conditions tiennent compte des différents régimes d'écoulement rugueux et sont limités par les conditions asymptotiques de Menter (1994) pour retenir la solution dans le cas d'une paroi lisse. Ils proposent ainsi de remplir tous les critères mentionnés à travers des fonctions de mélange continues pour faire le pont entre les différents régimes d'écoulement,

$$k|_{z=0} = \phi_{r1} k_{\text{rugueux}}, \quad k_{\text{rugueux}} \equiv u_\tau^2 / \sqrt{\beta^*}, \quad \phi_{r1} = \min \left(1, \frac{k_s^+}{90} \right), \quad (1.47)$$

$$\omega|_{z=0} = \min \left(\frac{u_\tau}{\sqrt{\beta^* \kappa z_0}}, \frac{60v}{\beta_1 z_1^2} \right), \quad z_0 = \phi_{r2} z_0, \quad (1.48)$$

où z_1 indique la distance du premier point de maillage au dessus de la surface et la fonction de mélange ϕ_{r2} est donnée par,

$$\phi_{r2} = \min \left[1, \left(\frac{k_s^+}{30} \right)^{2/3} \right] \min \left[1, \left(\frac{k_s^+}{45} \right)^{1/4} \right] \min \left[1, \left(\frac{k_s^+}{60} \right)^{1/4} \right].$$

Avec la relation (1.29) pour un écoulement complètement rugueux, on peut établir le lien qui unit z_0 et k_s selon l'approximation suivante,

$$z_0 = e^{(-8,5\kappa)} k_s \approx 0,03 k_s. \quad (1.49)$$

C'est cette dernière méthode et ces conditions de surface qui seront retenues pour ce mémoire (éqs. (1.47) et (1.48) de pair avec l'éq. (1.46) laquelle est utilisée pour calculer la vitesse de

frottement u_τ). La conversion entre la rugosité atmosphérique z_0 et de grain de sable équivalent k_s est établie avec l'éq. (1.49). L'implémentation de ces conditions a été faite dans OpenFOAM et la validation est présentée à la section 3.2.

1.9 Conditions aux frontières : modélisation de la couche limite atmosphérique

Les conditions aux frontières sur le domaine d'un modèle numérique revêtent une importance capitale pour reproduire de manière adéquate la couche limite atmosphérique. Traditionnellement, le défi est de reproduire la couche limite dans des *conditions d'équilibre* ou *conditions d'homogénéité*, lequel est un écoulement représentatif de la couche de surface. Physiquement, l'apport d'énergie à l'échelle macroscopique provient des vents géostrophiques présents à la surface de la Terre (Hargreaves et Wright, 2007). Cet apport est constant sur de longues distances et on peut ainsi faire l'hypothèse qu'à une échelle locale, la couche limite est à *l'équilibre*. C'est-à-dire que la couche limite aura un faible taux de grandissement et donc, une épaisseur constante d'un bout à l'autre du domaine d'intérêt en considérant une surface plane. Un cisaillement constant sera présent dans cette couche et ce mécanisme sera dominant dans la majeure partie de l'écoulement de surface (Kaimal et Finnigan, 1994). Dans cette section, une revue des méthodes utilisées pour modéliser un tel écoulement sera présentée tout en tenant compte des spécificités propres au modèle $k - \omega$ SST. Dans le cas de ce travail, la méthode pour obtenir les conditions aux frontières diffère quelque peu de ces méthodes traditionnelles et celle-ci sera exposée dans la méthodologie (*Voir* chapitre 2).

1.9.1 Profils d'entrée

Le contexte de modélisation dans lequel s'inscrit ce travail est de représenter non seulement la couche limite à l'équilibre, mais aussi de représenter la séparation de la manière la plus précise possible en fonction de la méthode retenue. Réconcilier ces deux aspects est un défi de taille puisque l'un a un effet direct sur l'autre. Ainsi, le modèle de turbulence étant choisi dans le cadre de la modélisation de la séparation de l'écoulement, des conditions aux frontières résultant en un écoulement homogène devront donc être obtenues pour répondre à l'objectif de modélisation d'équilibre fixé. La méthode retenue pour obtenir des profils d'entrée permettant

de modéliser la couche limite à l'équilibre est présentée dans cette section (plus précisément à la section 2.5.1). Mais avant tout, il faut d'abord mentionner que différentes méthodes de modélisation pour obtenir des profils d'entrée homogènes sont présentées dans la littérature. En effet, la plupart des efforts de modélisation numérique RANS de la couche limite atmosphérique ont été inspirés des conditions aux frontières de Richards et Hoxey (1993). Ceux-ci proposent une série de conditions aux frontières traduisant des solutions pour une couche limite à l'équilibre pour le modèle de turbulence $k - \varepsilon$. Yang *et al.* (2009) ont par la suite proposé des solutions semblables à celles de Richards et Hoxey (1993) mais qui traduisent mieux la structure de la turbulence dans la couche de surface. Gorlé *et al.* (2009) ont plus tard corrigé une incohérence dans les développements de Yang *et al.* (2009). Un ensemble similaire de conditions aux frontières peut être obtenu pour le modèle de turbulence $k - \omega$ SST (Yang et Gu, 2009) en reprenant certains aspects présentés par Yang *et al.* (2009) et Yang *et al.* (2008). Il est important de présenter ces méthodes et le contexte dans lequel elles s'inscrivent pour bien comprendre l'enjeu de modélisation qui en découle, chose qui est d'abord faite aux sections 1.9.1.1, 1.9.1.2 et 1.9.1.3.

1.9.1.1 Conditions aux frontières de Richard et Hoxey

Une méthode très populaire de modélisation de la CLA est souvent réalisée avec l'aide des conditions aux frontières de Richards et Hoxey (1993) avec le modèle de turbulence $k - \varepsilon$. Ces derniers ont proposé des solutions d'équilibre à ce modèle en partant des quatre hypothèses suivantes :

1. La vitesse verticale est nulle ;
2. La pression est constante ;
3. Le cisaillement est constant,

$$(\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\tau_0}{\rho} = u_\tau^2, \quad (1.50)$$

où ν et ν_t sont respectivement les viscosités moléculaire et turbulente ;

4. L'énergie cinétique turbulente k et le taux de dissipation ε satisfont leur équation de transport respective,

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + v_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \varepsilon = 0, \quad (1.51)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) + C_{\varepsilon 1} v_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \frac{\varepsilon^2}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} = 0, \quad (1.52)$$

et la viscosité tourbillonnaire est donnée par,

$$v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (1.53)$$

où σ_k , σ_ε , $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$ et C_μ sont les constantes du modèle.

Les valeurs standards des constantes (Launder et Spalding, 1974) sont données au Tableau 1.2. Richards et Hoxey (1993) proposent ainsi que les solutions suivantes satisfont aux critères

Tableau 1.2 Constantes standards du modèle $k - \varepsilon$

| | | | | |
|------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------|
| $\sigma_k = 1,0$ | $\sigma_\varepsilon = 1,3$ | $C_{\varepsilon 1} = 1,44$ | $C_{\varepsilon 2} = 1,92$ | $C_\mu = 0,09$ |
|------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------|

définis ci-haut,

$$u(z) = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln \left(\frac{z + z_0}{z_0} \right), \quad (1.54)$$

$$k(z) = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad (1.55)$$

$$\varepsilon(z) = \frac{u_\tau^3}{\kappa(z + z_0)}. \quad (1.56)$$

Afin de satisfaire l'éq. 1.52, ils mentionnent en outre que la relation suivante doit être respectée,

$$\sigma_\varepsilon = \frac{\kappa^2}{(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}) \sqrt{C_\mu}}. \quad (1.57)$$

Les profils d'entrée (1.54), (1.55) et (1.56) et les fonctions de paroi (1.35), (1.36) et (1.37) introduits plus tôt constituent les *conditions aux frontières de Richards et Hoxey (1993)*.

1.9.1.2 Profils non linéaires

Les conditions présentées par Richards et Hoxey (1993) considèrent que l'énergie cinétique k est constante avec la hauteur ce qui n'est pas nécessairement le cas dans la couche de surface. Yang *et al.* (2007) ont ainsi développé des nouveaux profils non linéaires qui permettent d'illustrer la variation de k avec la hauteur, tout en étant des solutions d'équilibre au modèle $k - \varepsilon$. Pour ce faire, en remaniant l'éq. (1.51) avec l'éq. (1.53), on obtient l'expression suivante,

$$\frac{C_\mu}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \underbrace{C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2}_{\text{Production}} - \underbrace{\varepsilon}_{\text{Dissipation}} = 0, \quad (1.58)$$

à partir de laquelle ils font l'hypothèse que le taux de production de la turbulence est égal au taux de dissipation (Yang *et al.*, 2007),

$$\varepsilon(z) = \sqrt{C_\mu} k(z) \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (1.59)$$

En substituant cette relation dans les équations de transport (1.51) et (1.52) les solutions suivantes peuvent être obtenues (Gorlé *et al.*, 2009),

$$k(z) = \sqrt{A \ln(z + z_0) + B}, \quad (1.60)$$

$$\varepsilon(z) = \frac{\sqrt{C_\mu} u_\tau}{\kappa(z + z_0)} \sqrt{A \ln(z + z_0) + B}, \quad (1.61)$$

où A et B sont des constantes qui peuvent être calibrées à partir d'un cas particulier. Gorlé *et al.* (2009) ajoutent que pour satisfaire toutes les équations (1.50 à 1.52), on doit également tenir compte des relations suivantes,

$$C_\mu = \frac{u_\tau^4}{A \ln(z + z_0) + B}, \quad (1.62)$$

$$\sigma_\varepsilon(z) = \frac{\kappa^2 (-A/2 + k(z)^2)}{u_\tau^2 (C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1}) k(z) [1 - E(z + z_0)]}, \quad (1.63)$$

où E est une fonction donnée par,

$$E = \frac{1}{2} \frac{e^{B/A} \sqrt{\pi} \left(-1 + \operatorname{Erf} \left(\sqrt{k(z)^2/A} \right) \right)}{\sqrt{k(z)^2/A}}. \quad (1.64)$$

En effet, les conditions aux frontières dérivées par Yang *et al.* (2007) satisfont seulement l'équation de transport pour k (1.51), sans tenir compte de l'éq. (1.50) et de l'équation de transport pour ε (1.52). Ces équations (éqs. 1.60 à 1.64) doivent en principe s'appliquer à l'entrée du domaine. Il faut par contre noter que les éqs. (1.62) et (1.63) sont difficiles à intégrer en pratique. En effet, fixer des valeurs constantes pour C_μ et σ_ε est généralement plus simple à mettre en application. Ces approximations se font en revanche au détriment de l'apparition de certaines inhomogénéités à l'intérieur du domaine de calcul.

1.9.1.3 Application des profils non linéaires au modèle $k - \omega$ SST

Il est possible de refaire l'analyse de Yang *et al.* (2007) de la section précédente en l'appliquant au modèle $k - \omega$ SST. Yang et Gu (2009) illustrent ainsi comment l'analyse pour obtenir les conditions aux frontières développées par Yang *et al.* (2009) et Gorlé *et al.* (2009) peut aussi être applicable au modèle $k - \omega$ SST, en s'appuyant sur la même analyse que celle effectuée pour le modèle $k - \varepsilon$. Yang *et al.* (2008) présentent un exemple d'application de ces conditions en obtenant des résultats numériques pour un écoulement autour d'un bâtiment de faible hauteur. On expose ici brièvement comment ces conditions sont obtenues.

Dans la définition de la viscosité tourbillonnaire du modèle (éq. 1.18), la majeure partie de l'écoulement est résolue par (Menter, 1994),

$$v_t = \frac{k}{\omega}, \quad (1.65)$$

le second terme du limiteur dans l'équation pour v_t étant activé seulement dans les régions d'écoulement où le taux de déformation devient important (par exemple dans les zones de séparation où l'on dénote aux interfaces la présence d'une couche de cisaillement libre ou d'une feuille tourbillonnaire conduisant à un taux de déformation important). Considérant un

écoulement en régime permanent, incompressible et homogène, et si de plus on considère k et ω comme étant invariants selon les directions transversales et longitudinales, mais variant seulement en hauteur, l'éq. de transport (1.12) se réduit à,

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + v_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - \beta^* \omega k = 0, \quad (1.66)$$

pour un écoulement dominé par la turbulence ($v_t \gg v$). En substituant l'éq. (1.65) dans (1.66), l'équation de transport réduite suivante est obtenue,

$$\frac{1}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{\omega} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \underbrace{\frac{k}{\omega} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2}_{\text{Production}} - \underbrace{\beta^* \omega k}_{\text{Dissipation}} = 0. \quad (1.67)$$

En faisant l'hypothèse d'équilibre local de la turbulence, c'est-à-dire que le taux de production d'énergie cinétique turbulente est égal à son taux de dissipation, alors,

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\beta^*}} \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (1.68)$$

Notons que cette relation (éq. 1.68) est obtenue d'une manière similaire à la relation (1.59). En la substituant dans l'éq. (1.67), on obtient ensuite,

$$\frac{\sqrt{\beta^*}}{\sigma_k} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k}{\frac{\partial u}{\partial z}} \frac{\partial k}{\partial z} \right) = 0, \quad (1.69)$$

ou encore de manière équivalente,

$$\frac{k \frac{\partial k}{\partial z}}{\frac{\partial u}{\partial z}} = \text{const.} \quad (1.70)$$

D'une manière analogue aux profils de Gorlé *et al.* (2009), si on considère le profil de vitesse logarithmique (éq. 1.54) comme étant solution de l'éq. (1.70) et de l'éq. (1.68), la résolution

analytique donne ainsi les profils suivants,

$$k(z) = \sqrt{A \ln(z + z_0) + B}, \quad (1.71)$$

$$\omega(z) = \frac{u_\tau}{\sqrt{\beta^* \kappa(z + z_0)}}. \quad (1.72)$$

Ces profils sont des solutions d'équilibre qui satisfont aux modèles de turbulence de type $k - \omega$ pouvant être utilisés à l'entrée du domaine de pair avec l'éq. (1.54)⁴.

4. On néglige ici l'analyse faite pour obtenir les équations (1.62) à (1.64) et on applique des valeurs constantes.

CHAPITRE 2

MÉTHODOLOGIE

2.1 Introduction

Dans cette section, on expose la méthode numérique développée et utilisée dans le cadre de ce mémoire pour reproduire l'écoulement atmosphérique avec le modèle $k - \omega$ SST. Tout d'abord, on introduit brièvement à la section 2.2 quelques concepts concernant les principes de base de la discrétisation en lien avec la méthode de résolution numérique utilisée (méthode des volumes finis). Ensuite, il est discuté sommairement des caractéristiques principales propres à OpenFOAM à la section 2.3. Un ajout fait à l'implémentation de OpenFOAM concernant un problème lié à la rugosité est par la suite exposé à la section 2.4. Finalement, le détail et l'ensemble complet des conditions aux frontières sont explicités à la section 2.5.

2.2 Principes de la discrétisation

D'un point de vue général, dans les méthodes de résolution numérique, on cherche à trouver des solutions (numériques) aux équations aux dérivées partielles décrivant les processus d'écoulement de fluide et de transfert de chaleur. Dans notre cas, par exemple, ce sont les équations RANS (éqs. 1.7 et 1.8) de paire avec les équations du modèle de turbulence (éqs. 1.12 et 1.13) que l'on cherche à résoudre. Dans la méthode des volumes finis, cet objectif peut être réalisé selon les étapes qui suivent (pour obtenir des informations plus détaillées, Voir Versteeg et Malalasekera (2007)).

La génération d'un maillage

Cette étape consiste à diviser le domaine d'analyse en de petits volumes de contrôle discrets dans lesquels on vient calculer la variation entre les variables, telle que décrite par les équations, aux différents endroits définis. Ces variations sont exprimées par des intégrales que l'on doit résoudre à travers chaque volume de contrôle individuel.

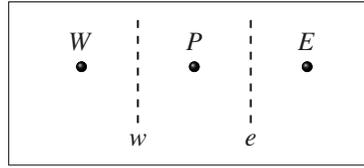


Figure 2.1 Illustration de la distribution des points nodaux et des faces de part et d'autre d'un volume de contrôle donné pour le cas 1D.

La discrétisation

Dans chaque volume de contrôle défini, les équations différentielles peuvent être représentées sous une forme générale (e.g. cas 1D),

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S dV = \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0, \quad (2.1)$$

où A est l'aire de la section droite de la face du volume de contrôle, ΔV est le volume et \bar{S} est la valeur moyenne du terme source S à travers le volume de contrôle. Pour calculer les gradients (et donc les *flux*) à travers les faces des volumes de contrôle, on utilise des approximations de leur distribution entre les points nodaux. Par exemple, pour les cas tests présentés dans les résultats au chapitre 3, les flux sont évalués selon une interpolation linéaire, sauf pour les termes advectifs où l'on utilise le schéma de discrétisation `linearUpwind`. Dans ce schéma, les flux sont plutôt approximatés par (Versteeg et Malalasekera, 2007),

$$\phi_e = \phi_P + \frac{1}{2}(\phi_P - \phi_W), \quad (2.2)$$

où ϕ_e , ϕ_P et ϕ_W est respectivement la variable ϕ définie à la face est w , le point nodal central P et le point nodal ouest W tels que montrés à la Figure 2.1. Les équations peuvent ensuite d'une manière générale être forgées sous une forme discrétisée (Versteeg et Malalasekera, 2007),

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + S_u, \quad (2.3)$$

où a_P , a_W et a_E sont des coefficients de la variable ϕ définis respectivement au point nodal central P , au point nodal ouest W et au point nodal est E de part et d'autre du volume de contrôle central (Voir Figure 2.1).

La résolution des équations

Les équations discrétisées sous la forme de l'éq. (2.3) doivent par la suite être définies à chaque point nodal P afin de pouvoir résoudre le problème. Les conditions aux frontières sont incorporées aux volumes contrôles sur les frontières du domaine par l'entremise d'une modification de l'éq. (2.3). Il résulte ainsi un système d'équations algébriques linéaire sous forme matricielle que l'on cherche à solutionner et ainsi obtenir la distribution de ϕ aux point nodaux. Il existe une panoplie de techniques de résolution matricielle et encore une fois, le lecteur intéressé peut se référer à Versteeg et Malalasekera (2007).

2.3 OpenFOAM

OpenFOAM (OpenCFD, 2009) est une boîte à outil CFD C++ à code source ouvert basée sur la méthode des volumes finis (Voir section 2.2). Ce logiciel contient une panoplie de solveurs et d'utilitaires permettant de manipuler et faire des opérations sur des champs (scalaires, vectoriels et tensoriels). Ces caractéristiques rendent donc cet outil flexible et facilement adaptable aux besoins rencontrés. Dans le cadre de ce mémoire, des modifications au modèle de turbulence d'intérêt (section 1.6) et la création de nouvelles conditions aux frontières (section 1.9) ont ainsi pu être apportées. La version 1.6 d'OpenFOAM est ici utilisée. Pour tous les calculs présentés dans les résultats (chapitre 3), le solveur `simpleFOAM` dans lequel on considère un écoulement en régime permanent incompressible et turbulent est utilisé. Ce solveur est basé sur l'algorithme de résolution *Semi-implicit method for pressure linked equations* (SIMPLE) afin de résoudre les équations discrétisées du mouvement et ainsi traiter le couplage pression-vitesse (Patankar, 1980). La solution de pression est accélérée en utilisant une méthode multigrid tandis que les autres variables sont résolues en employant un `smoothSolver`. La méthode multigrid consiste globalement à générer une solution rapide sur un maillage comportant un petit nombre de volumes de contrôle et ensuite d'utiliser cette

solution comme solution de départ sur un maillage plus raffiné. Un `smoothSolver` est quant à lui un solveur comportant des méthodes permettant d'effectuer un préconditionnement de la matrice. Pour s'assurer de la validité de l'implémentation du modèle $k - \omega$ SST faite dans OpenFOAM, des tests ont été effectués et ceux-ci sont présentés à l'annexe III. Notons également qu'une multitude de tests et de calculs non présentés ont également été entrepris pour vérifier et valider certains aspects de OpenFOAM.

2.3.1 Calcul numérique du cisaillement de paroi τ_w

L'utilitaire de calcul du cisaillement de paroi dans OpenFOAM (`wallShearStress`) effectue le produit interne entre le vecteur normal à la paroi (pour obtenir la géométrie locale) et le tenseur de contrainte local, dans notre cas représenté par la viscosité effective ($\nu_{eff} = \nu + \nu_t$) et le gradient de vitesse local ($\partial U / \partial n$). Le cisaillement de paroi se résume à,

$$\frac{\tau_w}{\rho} = (\nu_t + \nu) \frac{\partial U}{\partial n}.$$

Dans OpenFOAM, les gradients de surface sont évalués à la face qui relie directement des deux premières cellules près de la surface, à partir de leurs centroïdes. La librairie qui contient les termes de gradient de surface normaux se nomme `snGradSchemes`. Pour s'assurer de la précision de calcul de ce gradient, un schéma d'interpolation du 4^e ordre a été imposé (`fourth`). Le calcul du cisaillement de paroi revêt d'une importance particulière puisque nous nous servirons de ces calculs pour évaluer les points de séparation et de rattachement afin de délimiter les zones de séparation.

2.4 Problème lié à la rugosité : extension au modèle $k - \omega$ SST

Tel que discuté brièvement précédemment, l'extension de rugosité pour le modèle $k - \omega$ proposée par Wilcox (2006) peut-être sujette à un problème d'importance en l'appliquant au modèle $k - \omega$ SST. La limitation de ν_t (éq. 1.18) dans la région proche-paroi peut s'activer involontairement dans les cas où k_s^+ devient important comme c'est le cas dans le régime complètement rugueux. À cet effet, Hellsten et Laine (1998) proposent de multiplier le terme SF_2 du dénomi-

nateur par une fonction F_3 ,

$$F_3 = 1 - \tanh \left[\frac{150\nu}{\omega d^2} \right], \quad (2.4)$$

afin de venir amortir la turbulence correctement à la paroi ce qui permet de pallier à ce problème d'activation. Knopp *et al.* (2009) mentionnent que leur extension de rugosité ici utilisée n'est pas exposée à ce problème. Ils argumentent que la valeur de $\omega_{z=0}$ calculée par leur extension, fournit une valeur 2,71 fois plus élevée comparée à la valeur fournie par l'extension de Wilcox ce qui préviendrait l'activation de ν_t près de la paroi. Bien que cette mention soit faite, la fonction F_3 proposée par Hellsten et Laine (1998) a tout de même été implémentée dans OpenFOAM par mesure de prévention et par souci de robustesse du modèle numérique.

2.5 Conditions aux frontières proposées

Notons que l'ensemble complet des conditions aux frontières développées dans les sous-sections qui suivent est schématiquement présenté à la Figure 2.3 à la fin de cette section.

2.5.1 Profils d'entrée

Tel que discuté dans la revue de littérature, pour qu'il n'y ait pas de manifestations de gradients horizontaux dans le domaine, les profils d'entrée devraient être les solutions homogènes aux équations du modèle de turbulence afin d'obtenir un équilibre entre la production et la dissipation de la turbulence. Cet objectif peut être accompli en fixant un cisaillement constant sur le haut du domaine de pair avec la modélisation de la rugosité de surface sur le bas du domaine, et ce, sur un domaine plat sans perturbations. Une simulation peut ensuite être effectuée avec des conditions périodiques imposées à l'entrée et à la sortie du domaine (Franke *et al.*, 2007). Les profils d'entrée peuvent ensuite être extraits de la simulation. Ces opérations assurent que les profils d'entrée ainsi simulés sont les solutions homogènes cohérentes avec la modélisation de rugosité de surface, et ce, pour un écoulement de cisaillement constant. Cette dernière méthode est retenue dans ce mémoire. Les calculs de profils d'entrée peuvent être effectués en 2D et les solutions peuvent ensuite être calquées sur l'entrée du domaine en 3D. Il existe dans

OpenFOAM des conditions aux frontières de type `cyclic` qui permettent de coupler deux frontières ensemble et d'imposer des conditions périodiques sur celles-ci. Cependant lorsqu'elle est imposée, cette condition s'applique sur toutes les variables définies (p, u, k, ω) . Le champ de pression est dans ce cas recyclé et la convergence de la solution peut ainsi être compromise et devenir très sensible aux conditions initiales. Les champs ont donc besoin d'être au préalable initialisés méticuleusement pour contrecarrer cet effet. Un moyen d'éviter ce problème est d'utiliser la condition à la frontière `directMappedPatch` seulement sur les variables (u, k, ω) pour recycler à l'entrée les valeurs calculées à la sortie et ainsi laisser la pression s'ajuster au débit. Cette méthode est ici retenue.

2.5.2 Conditions du haut

Physiquement, la surface rugueuse absorbe un flux de quantité de mouvement et de l'énergie est ainsi extraite du domaine ce qui amène la couche limite dans un état de déséquilibre la faisant ainsi évoluer dans l'espace. Hargreaves et Wright (2007) suggèrent que pour maintenir le bilan d'énergie global à un niveau constant, que le flux de quantité de mouvement absorbé par la surface soit réinjecté par la surface du haut en imposant un cisaillement « constant » τ_0 . Dans OpenFOAM, cette condition peut être appliquée en fixant le gradient de vitesse (avec la condition `fixedGradient`) obtenu à partir du profil logarithmique (éq. 1.43) dans la dernière cellule du haut selon,

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_{top}} = \frac{u\tau}{\kappa(z+z_0)}, \quad (2.5)$$

où l'indice z_{top} dénote la position du centroïde de la dernière cellule du haut (*Voir* Figure 2.2). La vitesse de frottement d'équilibre à cette frontière peut être obtenue par ajustement de courbe (data fit) en comparant le profil de vitesse logarithmique avec les mesures expérimentales obtenues dans des conditions d'équilibre. En ce qui concerne les conditions à imposer sur la turbulence, si on considère que les profils théoriques à l'équilibre pour k et ω (éqs. 1.42 et 1.45) est constant dans le cas de k et devient nul dans le cas de ω loin de la surface, des gradients

nuls,

$$\frac{\partial(k, \omega)}{\partial z} \Big|_{z=z_{top}} = 0, \quad (2.6)$$

peuvent être imposés à cet endroit. Si par contre le gradient expérimental de k est disponible, il devrait être imposé pour ainsi représenter l'écoulement le plus fidèlement possible. Dans ce cas, le gradient obtenu à partir de l'éq. 1.45 pour ω ,

$$\frac{\partial \omega}{\partial z} \Big|_{z=z_{top}} = \frac{-u_\tau}{\sqrt{\beta^* \kappa (z + z_0)^2}}, \quad (2.7)$$

peut être fixé comme condition à cet endroit.

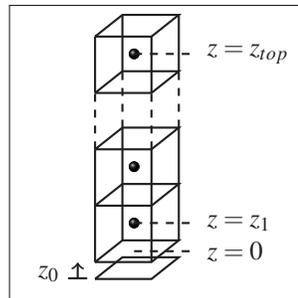


Figure 2.2 Volumes de contrôle sur le haut et le bas du domaine illustrant leur position selon les indices.

2.5.3 Conditions au sol

La condition de non-glissement $u_i|_{z=0} = 0$ devrait être directement appliquée sur la frontière au sol. Les paramètres de la turbulence pour k et ω devraient être appliquée selon les conditions aux frontières proposées par Knopp *et al.* (2009) présentées à la section 1.8.2.

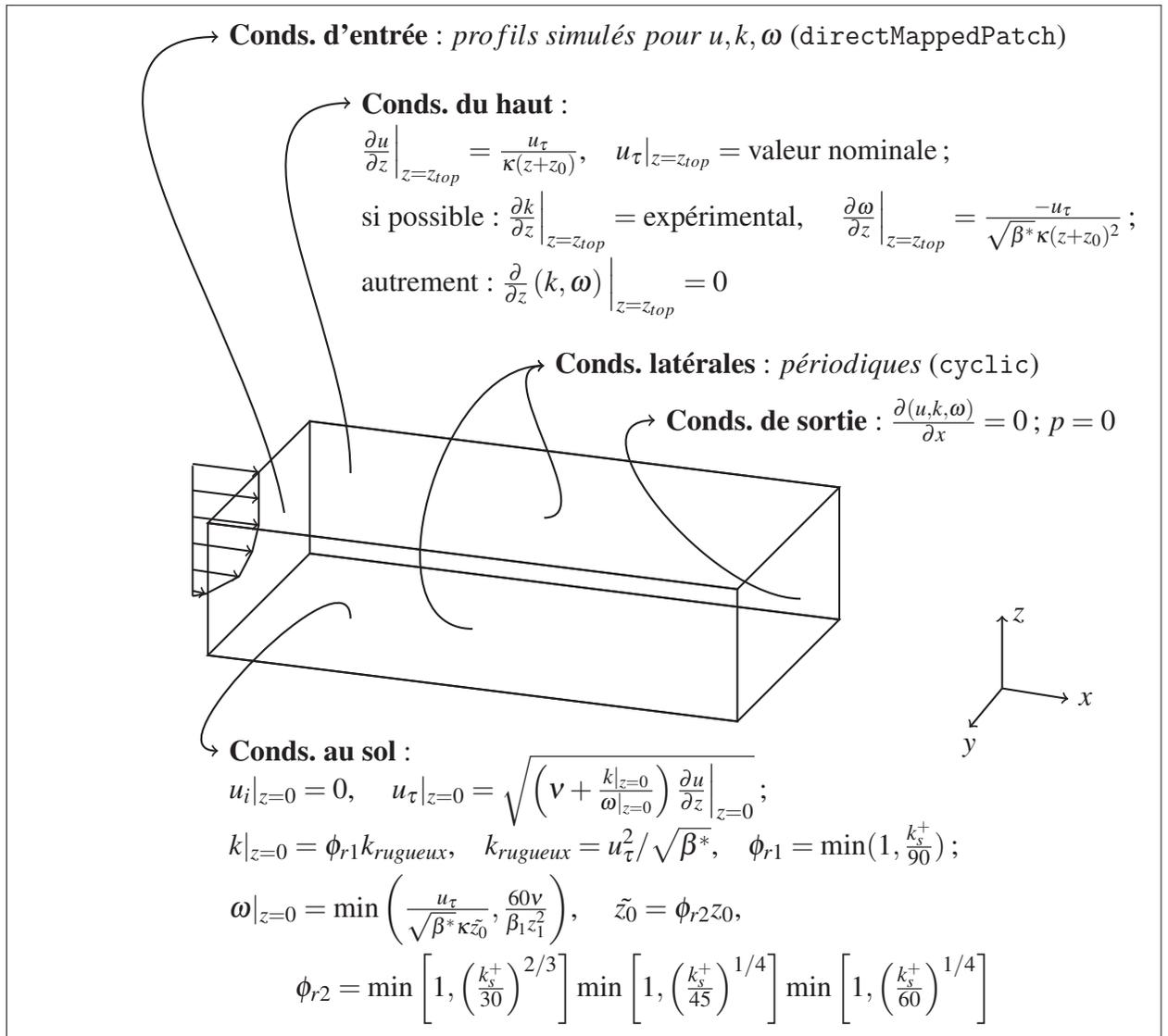
2.5.4 Conditions de sortie

Comme conditions de sortie, des conditions de Neumann ($\partial(u, k, \omega)/\partial x = 0$) sur toutes les variables dans la direction longitudinale peuvent être imposés sauf sur la pression p . L'écoulement est ainsi considéré invariant à l'horizontale. La pression est fixée à une valeur de référé-

rence. Il est préférable de fixer cette valeur à $p = 0$ pour éviter les erreurs d'arrondies numériques (Patankar, 1980).

2.5.5 Conditions latérales

En considérant la couche limite comme étant homogène sur le plan horizontal, on peut également la considérer homogène sur le plan latéral. Cet aspect nous permet de considérer les frontières latérales comme étant périodiques (conditions `cyclic` dans OpenFOAM). Cette condition a l'avantage de permettre des composantes de vitesse variables à ces frontières et ainsi simuler une frontière perméable où l'écoulement peut sortir du domaine. Ceci a pour effet d'éviter l'« effet de blocage » qui pourrait être provoqué par exemple, par des conditions de symétrie.

Figure 2.3 Schéma des conditions aux frontières proposées pour le modèle $k - \omega$ SST.

CHAPITRE 3

RÉSULTATS

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente les résultats pour différents cas de validation sur laquelle la méthodologie présentée au chapitre 2 est éprouvée. On présente d'abord un cas de validation de l'implémentation de rugosité faite dans OpenFOAM à la section 3.2. Ensuite, deux cas test 2D rugueux sont présentés, soit le cas d'une colline (section 3.3) et d'une crête triangulaire (section 3.4), et un cas test 3D rugueux, soit l'analyse de l'écoulement autour d'un cube (section 3.5). Dans ces cas tests, les mesures expérimentales sont comparées aux résultats numériques. Une discussion de ces résultats est présentée à la fin de chaque section.

Les calculs présentés dans ce mémoire ont été réalisés sur un poste de travail HP z600 muni de 2 processeurs 64-bits quad-core Intel Xeon 2.0 GHz avec 12GB de RAM. Ceux présentés pour les cas tests aux sections 3.2, 3.3 et 3.4 ont été effectués en monoprocesseur alors ceux présentés pour le cas test à la section 3.5 ont été conduits en parallèle sur 6 coeurs. Pour ce dernier, le temps de calcul pour le maillage fin de $320 \times 160 \times 160$ a été d'une durée d'environ 25hrs (*Voir* la section 3.5.2 pour les paramètres de calcul). Les facteurs de relaxation ont été maintenus les mêmes pour tous les cas tests et ceux-ci sont présentés au Tableau 3.1.

Tableau 3.1 Facteurs de relaxation pour les calculs présentés dans les résultats

| Variable | Facteur de relaxation |
|----------|-----------------------|
| p | 0,3 |
| U | 0,7 |
| k | 0,7 |
| ω | 0,7 |

3.2 Cas test de Ligrani et Moffat

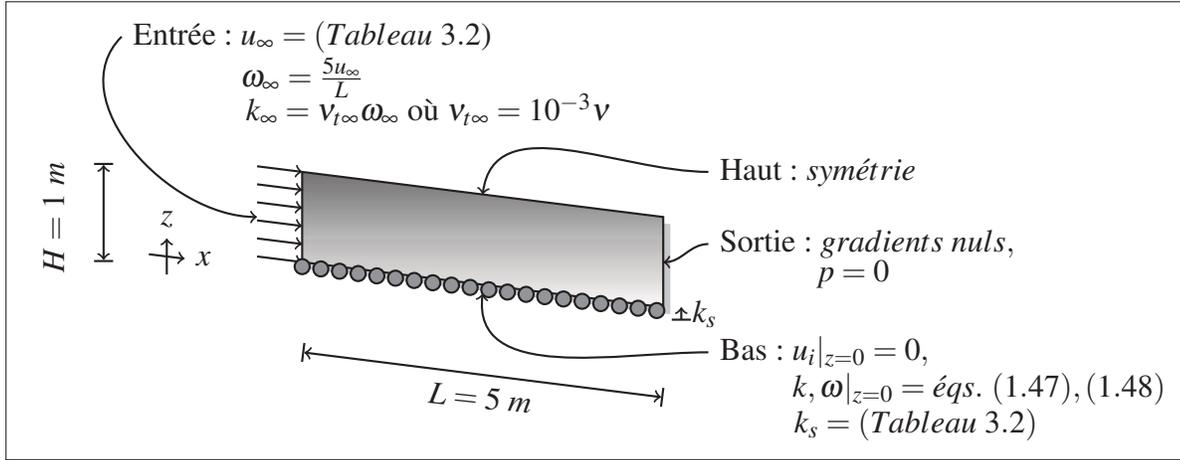


Figure 3.1 Représentation simplifiée du domaine et des conditions aux frontières.
 Cas test de Ligrani et Moffat (1986).

Tout comme Kaimal et Finnigan (1994) l'indiquent, l'expérience de Ligrani et Moffat (1986) est particulièrement appropriée pour la micrométéorologie puisqu'elle est conduite sur une surface rugueuse variable ce qui permet de bien visualiser l'effet de la rugosité sur l'écoulement. Knopp *et al.* (2009) ont utilisé les résultats de cette expérience pour calibrer leur nouvelle extension et elle sera également reproduite dans le cas présent pour valider l'implémentation faite dans OpenFOAM et ainsi s'assurer que l'on peut obtenir ces mêmes résultats. L'expérience consiste en un écoulement de couche limite qui croît sur une plaque plane rugueuse réalisée en soufflerie. La plaque fait une longueur de $L = 5\text{ m}$ et la valeur de la viscosité reportée est de $\nu = 1,5 \times 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$. Des petites sphères densément agglomérées sont utilisées comme éléments de rugosité auxquelles est associée une hauteur de grain de sable équivalent de $k_s = 0,79\text{ mm}$. Knopp *et al.* (2009) ont étendu la plage de données de comparaison disponibles en effectuant des simulations avec le modèle de turbulence Spalart-Allmaras selon l'extension de rugosité développée par Boeing (Aupoix et Spalart, 2003). La plage complète des conditions d'expérimentation incluant ceux de Knopp *et al.* (2009) est présentée au Tableau 3.2. Les différentes valeurs de k_s^+ sont obtenues en faisant varier la vitesse d'écoulement libre u_∞ à l'entrée de la soufflerie et en maintenant la hauteur de rugosité k_s constante, sauf pour les cas 1, 2, 3 et les cas 11 et 12. Par souci de concision, seul les cas 6, 9, 12 et le cas lisse ont été reproduit et il

s'agit des mêmes cas que ceux que Knopp *et al.* (2009) présentent dans leurs résultats. Pour obtenir plus d'informations détaillées sur la méthodologie expérimentale voir Ligrani et Moffat (1986).

Tableau 3.2 Conditions d'expérimentation du cas test de Ligrani et Moffat (1986) (en gras). Les valeurs de k_s^+ sont prises à $x/L = 0,356$ et celles indiquées par un * sont les valeurs nominales données par les simulations faites par Knopp *et al.* (2009) avec le modèle Spalart-Allmaras

| Cas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----------------------|------|------|------|-------------|-------------|-------------|-------------|------|------|------|------|------|
| u_∞ m/s | 10,1 | 10,1 | 10,1 | 10,1 | 15,8 | 20,4 | 26,8 | 39,5 | 60,0 | 90,0 | 90,0 | 90,0 |
| $\frac{k_s}{10^4}$ m | 1,9 | 3,9 | 5,9 | 7,9 | 7,9 | 7,9 | 7,9 | 7,9 | 7,9 | 7,9 | 16,0 | 32,0 |
| k_s^+ | 5* | 10* | 16* | 22,8 | 36,7 | 46,7 | 63,0 | 89* | 135* | 206* | 450* | 975* |

Domaine de solution

Les conditions aux frontières pour ce cas diffèrent des conditions atmosphériques telles que proposées dans la méthodologie et celles-ci sont présentées à la Figure 3.1. Des profils uniformes ont été spécifiés à l'entrée du domaine et les valeurs imposées pour k et ω sont celles proposées par Menter (1994). L'extension de rugosité est imposée sur la paroi du bas pour les paramètres de la turbulence. La condition du haut est un plan de symétrie et elle a été fixée suffisamment haute ($H = 1$ m) afin qu'il n'y ait pas ou peu d'effet de blocage sur la couche limite et ainsi influencer la solution d'ensemble. Des conditions de Neumann sont imposées sur toutes les variables en sortie sauf sur la pression p qui a pour sa part été fixée à une valeur de référence ($p = 0$).

Méthode de résolution

Les solutions ont été considérées convergées lorsque les résidus sont tombés sous la barre de 1×10^{-5} sur l'ensemble des variables calculées. Le schéma de discrétisation de 2^e ordre différences-centrées linear est utilisé sur les termes advectifs. La méthode de résolution numérique des équations discrétisées est la même que celle présentée dans la méthodologie.

Maillage

Le maillage pour lequel les solutions sont reportées est de 500×200 (Voir Figure 3.2) et a été réalisé avec l'utilitaire `blockMesh`. Un facteur de raffinement vers la paroi a été imposé de manière à fixer la première cellule proche-paroi pour toutes les simulations à une distance de $z_1^+ = z_1 u_\tau / \nu \approx 0,05$ selon la vitesse de frottement u_τ nominale. L'analyse d'erreur due à la discrétisation du domaine a été réalisée selon le *Grid convergence index* (GCI) (Celik *et al.*, 2008) à partir des variables k , ω et τ_w pour le cas 12 et les résultats sont reportés au Tableau 3.3. Ces variables ont été choisies sachant que les résultats présentés plus loin (section 3.2.1) seront soit obtenus ou dérivés à partir de ces variables. Les valeurs prises pour faire cette analyse ont été prélevées ponctuellement à $x/L = 1$ dans la première cellule proche-paroi. Cet endroit constitue un endroit approprié et une bonne indication pour valider les erreurs de discrétisation puisque les gradients en présence y sont plus prononcés qu'ailleurs dans l'écoulement. Ainsi, ailleurs dans le reste de l'écoulement, on s'attend à ce que l'erreur soit moins importante que l'erreur reportée pour l'endroit choisi, ce qui constitue un bon indice sur l'erreur globale de la solution. Notons que l'ordre de convergence apparent p pour les valeurs prises localement à cet endroit est plus élevé que l'ordre des schémas de discrétisation. Cette convergence amplifiée peut notamment s'expliquer par le fait que ce cas test est plat et sans perturbations ce qui ne génère pas une solution très variable d'un maillage à l'autre.

Tableau 3.3 Erreurs reportées pour l'analyse de convergence d'après le *GCI* (Celik *et al.*, 2008) avec des maillages de 125×50 , 250×100 et 500×200 pour le cas 12. Les mesures sont prélevées localement près de la paroi dans la première cellule à $x/L = 1$

| | Ordre apparent, p | Erreur relative, e_a^{21} | Erreur relative extrapolée, e_{ext}^{21} | GCI_{fine}^{21} |
|----------|---------------------|-----------------------------|--|-------------------|
| k | 2,17 | 0,0568 | 0,0165 | 0,0203 |
| ω | 2,19 | 0,0280 | 0,0079 | 0,0098 |
| τ_w | 2,18 | 0,0569 | 0,0164 | 0,0202 |

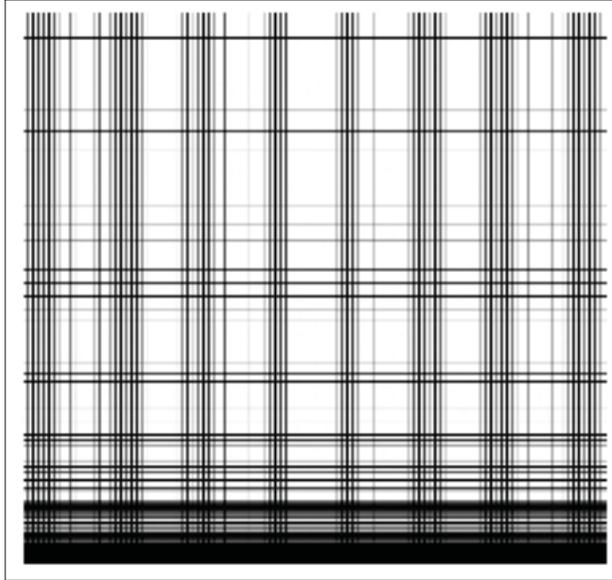


Figure 3.2 Portion du maillage fin 500×200 pour le cas test de Ligrani et Moffat (1986).

3.2.1 Résultats

On présente en premier lieu les résultats pour « l'écoulement global » à la Figure 3.3. À la Figure 3.3a, les résultats des simulations pour les profils de vitesse sont présentés. Tout d'abord, on observe bien sur cette courbe l'effet de décalage de la solution dans la région logarithmique qui se produit avec l'augmentation du paramètre de rugosité k_s^+ . De plus, la pente des courbes dans les régions logarithmiques est bien celle attendue ($1/\kappa$). Ces profils concordent globalement bien avec leur solution logarithmique théorique respective (en lignes pointillées) obtenue à partir de l'équation (1.27), mais on observe une légère différence de superposition de la courbe se situant dans la région de transition ($k_s^+ = 46,7$). Cette région est effectivement délicate à prédire et nécessite une attention particulière dans la manière de discrétiser le domaine afin d'obtenir une solution acceptable. Néanmoins, Knopp *et al.* (2009) présentent ce même décalage dans leurs résultats ce qui indique que notre implémentation ne fait pas exception à la règle. Les comportements pour les propriétés de la turbulence dans la région proche-paroi sont quant à eux présentés aux Figures 3.3b, 3.3c et 3.3d selon les mêmes paramètres de simulation que ceux de Knopp *et al.* (2009). Les résultats s'harmonisent dans l'ensemble assez bien avec leurs solutions théoriques logarithmiques (en lignes pointillées sur les figures) représentées par

l'éq. (1.42) pour k , l'éq. (1.45) pour ω et l'équation (1.44) pour v_t . On remarque sur la Figure 3.3b que le profil de k évolue progressivement de la solution non linéaire pour les cas plus lisses pour se rapprocher de la solution linéaire pour les cas plus rugueux. Cet effet est une conséquence directe de la condition au sol (1.47) laquelle effectue le mélange progressif entre les cas lisses et complètement rugueux, dépendamment de la hauteur de rugosité. Pour ω , sur la Figure 3.3c, la pente obtenue pour les solutions dans les régions logarithmiques est bien celle attendue ($-1/\sqrt{\beta^* \kappa}$). Pour v_t à la Figure (3.3d), il y a par contre un petit départ notable de la solution numérique par rapport à la solution logarithmique théorique (éq. 1.44) dans la région proche-paroi pour le cas $k_s^+ = 975$. Si on réfère à la Figure 3.3b, cet effet peut être attribuable à la solution non linéaire obtenue pour k (pour le cas $k_s^+ = 975$) alors qu'en principe, la solution devrait être constante. Un remède possible pour les écoulements très rugueux ($k_s^+ \gg 90$) pour éviter ce type de problème est de venir confiner le plus possible la position de z_1^+ près de la paroi pour venir contrer cet effet de départ de la solution. Ceci a pour effet de diminuer l'erreur numérique associée à la résolution des gradients dans la première cellule et ainsi résoudre les flux correctement à cet endroit. Tel que discuté précédemment (section 1.8.2), l'idée de l'extension de rugosité de Knopp *et al.* (2009) est de venir corriger la valeur proche-paroi de k prédite pour les régimes d'écoulement rugueux (Voir Figure 3.3b) plutôt que de fixer $k = 0$ pour tous les régimes tel que proposé dans l'extension de Wilcox (2006). Cette autre caractéristique vient en partie diminuer la dépendance de la solution de l'extension de Wilcox selon la position z_1^+ tel que discuté par Knopp *et al.* (2009).

Les résultats pour la prédiction du C_f (évalué selon la méthode décrite à la section 2.3.1) dans la région de transition ($2,25 < k_s^+ < 90$) sont quant à eux présentés à la Figure 3.4. Ces résultats correspondent globalement aux résultats expérimentaux puisqu'elles sont à l'intérieur des limites de l'incertitude expérimentale reportée sur les valeurs de C_f ($\pm 10\%$), sauf pour le cas où $k_s^+ = 22.8$. Notons que cette incertitude est assez importante et qu'il est donc difficile de tirer des conclusions générales sur ces prédictions. Néanmoins, les résultats obtenus pour l'écoulement global (Figure 3.3) semblent en bon accord avec la théorie logarithmique. De plus, les résultats présentés dans cette section sont très similaires (voire identiques, sous toute

réserve) à ceux obtenus par Knopp *et al.* (2009) pour les mêmes paramètres de simulation. Nous pouvons donc conclure, en terminant, que l'implémentation faite de cette extension de rugosité dans OpenFOAM est bel et bien valide. Ceci nous permet donc de passer à la prochaine étape.

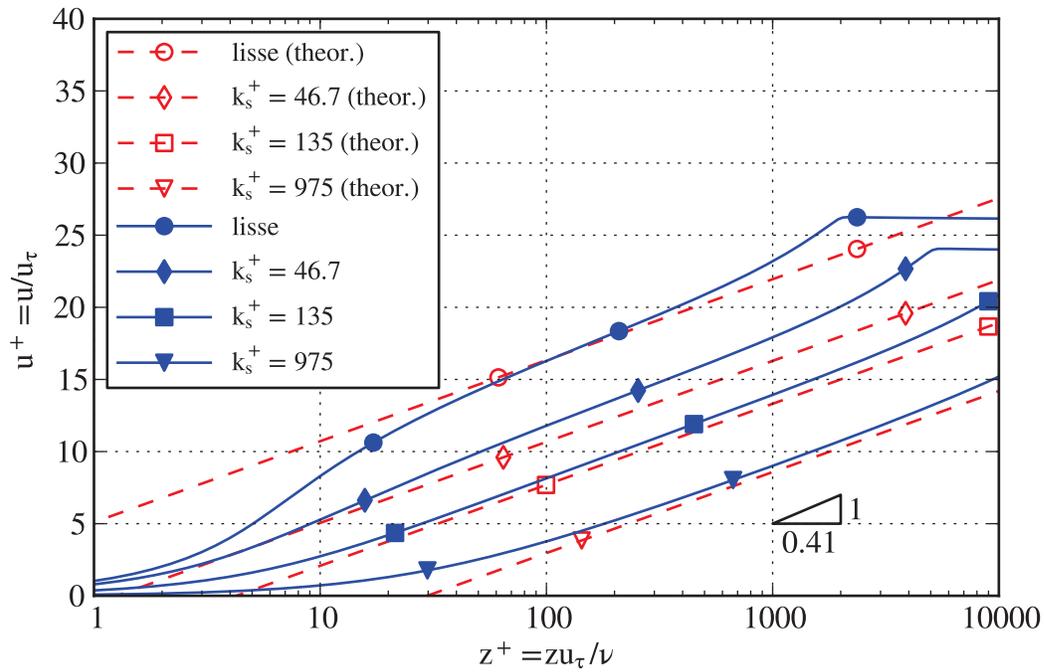
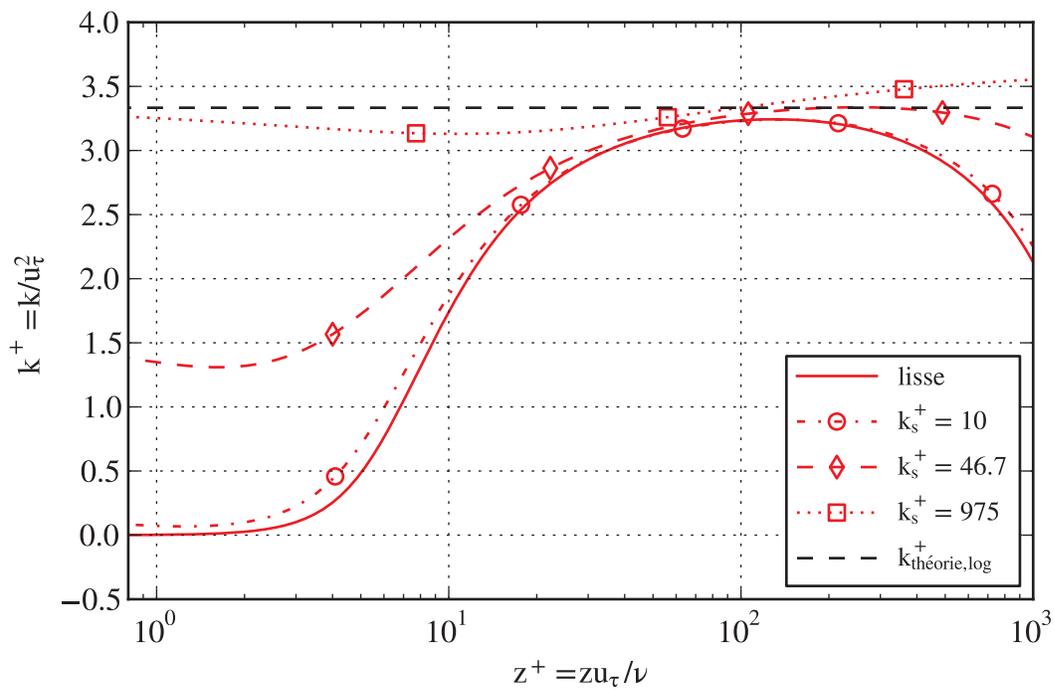
(a) Vitesse u^+ (b) Énergie cinétique turbulente k^+

Figure 3.3 Profils adimensionnels en fonction de l'échelle de hauteur interne z^+ simulés selon différents k_s^+ pour le cas test de Ligrani et Moffat (1986). Les mesures sont prises à $x = L$.

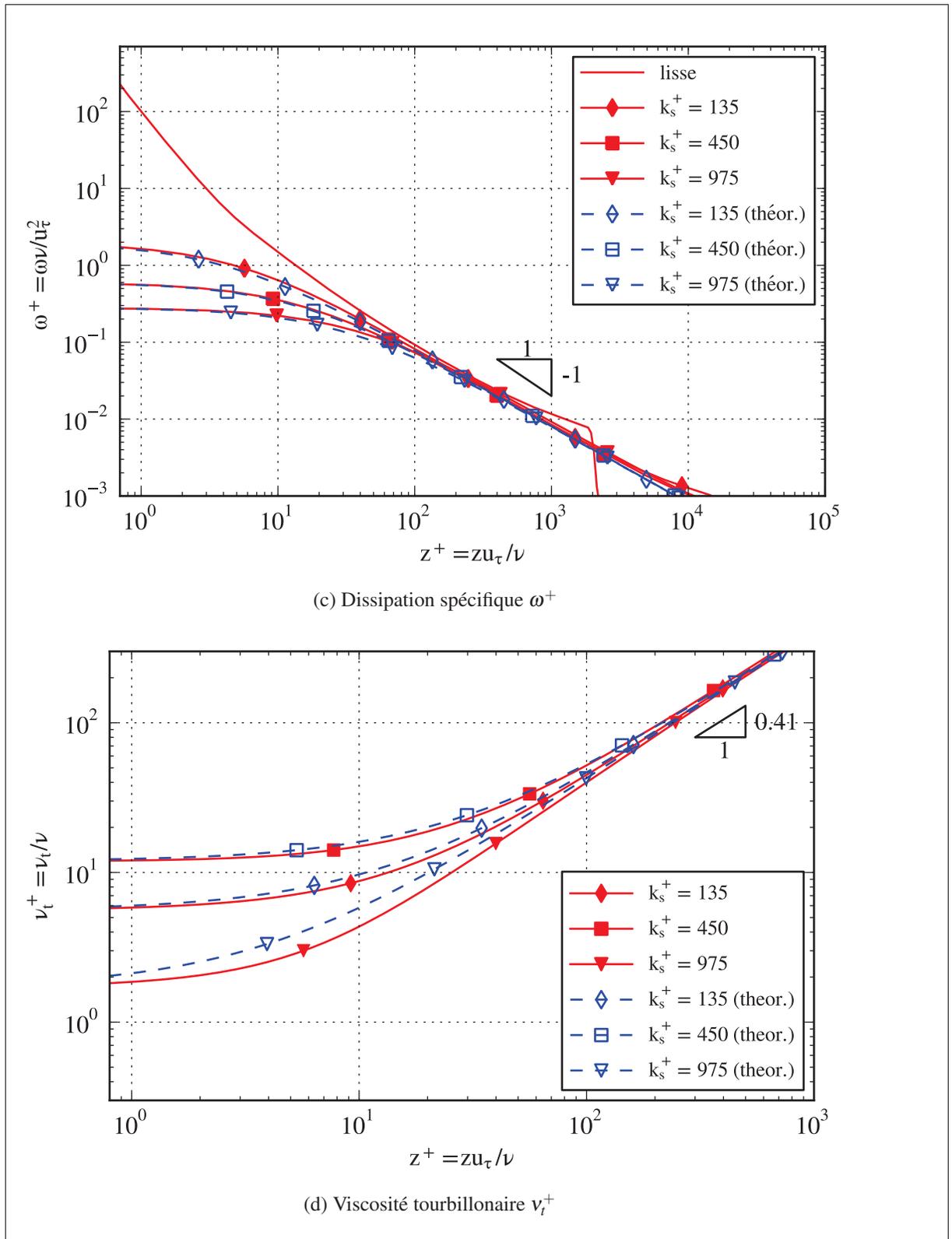


Figure 3.3 Profils adimensionnels en fonction de l'échelle de hauteur interne z^+ simulés selon différents k_s^+ pour le cas test de Ligrani et Moffat (1986).

Les mesures sont prises à $x = L$ (fin).

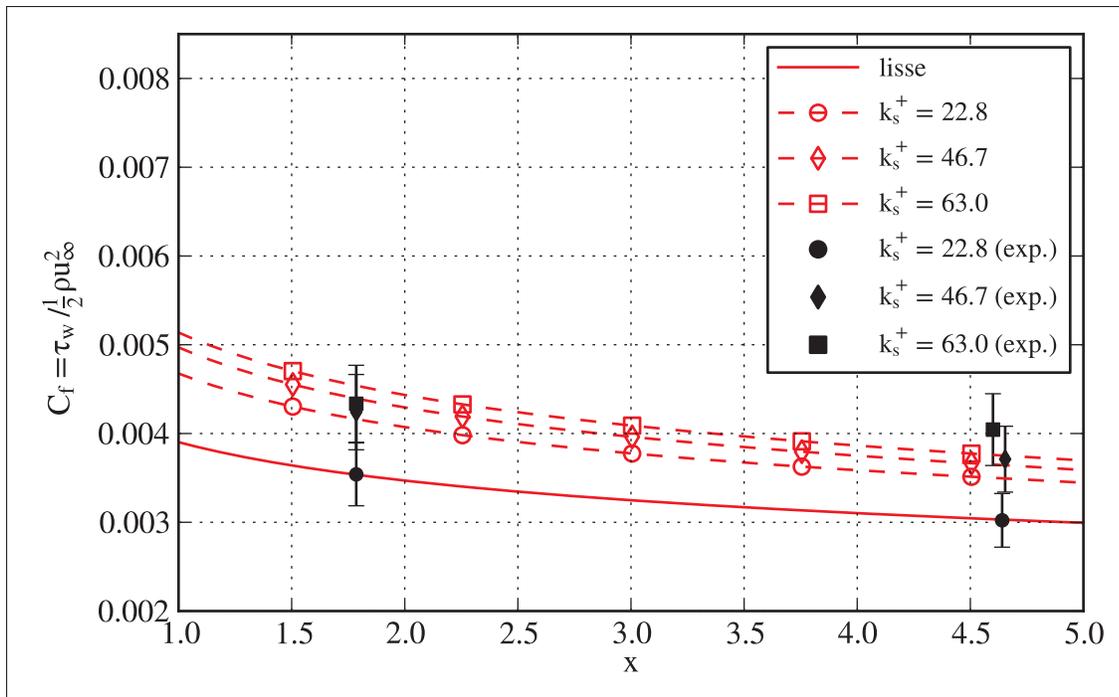


Figure 3.4 Coefficient de friction C_f calculé sur la distance x (m) le long de la plaque simulés selon différents k_s^+ pour le cas test de Ligrani et Moffat (1986).
Les points non-reliés indiquent les mesures expérimentales.

3.3 Cas test : RUSHIL

Le cas test RUSHIL (Khurshudyan *et al.*, 1981) consiste en une série d'expériences réalisées en soufflerie par l'EPA (U.S. Environmental Protection Agency), dans un programme conjoint entre les Soviétiques et les Américains, dans le but d'étudier l'écoulement d'air et la dispersion des polluants autour d'un terrain accidenté idéalisé. Ces expériences tentent de reproduire le plus fidèlement possible un écoulement de couche limite atmosphérique dans un environnement de stratification neutre. Un ensemble complet de données expérimentales sont disponibles pour ce cas test ce qui en fait en une base de comparaison fiable pour valider la réponse de la méthodologie numérique. La vitesse d'écoulement libre est maintenue à sa vitesse nominale dans toute la soufflerie, et ce, dans l'objectif de maintenir la couche limite à l'équilibre avec une épaisseur constante. Des mesures des champs de vitesse moyens et turbulents ont été obtenues pour trois collines ayant des rapports d'échelles différents ainsi que pour un cas de référence sans obstacle. Pour connaître les détails d'expérimentation voir Khurshudyan *et al.* (1981). Notons que la réanalyse des données, ici utilisées, a été effectuée par Trombetti *et al.* (1991).

Les cas reproduits en soufflerie sont des collines symétriques, 2D, de pentes variables et où du gravier est déposé sur le sol de la soufflerie donnant une rugosité uniforme équivalente de $z_0 = 1,57 \times 10^{-4} m$. Une couche limite logarithmique à l'équilibre d'environ 1 m de hauteur, caractérisée par une vitesse d'écoulement non perturbé $u_\infty = 4 m/s$ et une vitesse de frottement $u_\tau = 0,178 m/s$, a été reproduite. Le nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la colline est d'environ $Re_H = u_\infty H / \nu = 3 \times 10^4$ où $\nu = 1,5 \times 10^{-5} m^2/s$. La hauteur des collines est fixée à $H = 117 mm$ et leur forme paramétrique est donnée par les expressions suivantes,

$$|\xi| \leq a \begin{cases} x = \frac{1}{2} \xi \left[1 + \frac{a^2}{\xi^2 + m^2(a^2 - \xi^2)} \right], \\ z = \frac{1}{2} m \sqrt{a^2 - \xi^2} \left[1 - \frac{a^2}{\xi^2 + m^2(a^2 - \xi^2)} \right], \end{cases} \quad (3.1)$$

où a est la demi-largeur de la colline, $\xi \in [-a, a]$ est une variable paramétrique, $m = n + \sqrt{m^2 + 1}$ et $n = H/a$ est la pente moyenne. Les collines sont désignées par H3, H5, H8 et H0, le chiffre indiquant leur rapport demi-largeur/hauteur ($1/n$). Les observations montrent un écou-

lement attaché pour le cas H8, de la séparation intermittente pour le cas H5 et le détachement complet de la couche limite en aval pour le cas H3. Dans l'esprit de tester le comportement du modèle numérique dans un contexte de séparation de l'écoulement, seule la colline H3, où la séparation complète est observée, a été retenue pour effectuer les comparaisons. Les mesures sont prises à diverses sections en amont, sur le dessus et en aval de la colline tel que montré à la Figure 3.5. Ces mesures sont des profils verticaux de la vitesse moyenne horizontale $u(z)$, des intensités de turbulence longitudinales et verticales $TI_1(z)$ et $TI_2(z)$ (où $TI_i = \sqrt{\overline{u_i'^2}}/u_\infty$; $\overline{u_1'^2} = \overline{u'^2}$, $\overline{u_2'^2} = \overline{v'^2}$ et $\overline{u_3'^2} = \overline{w'^2}$), et des contraintes de Reynolds $\overline{u'w'}(z)$. Ces mêmes mesures sont également disponibles pour le cas de référence plan H0 à l'endroit où l'obstacle se situe ($x/H = 0$).

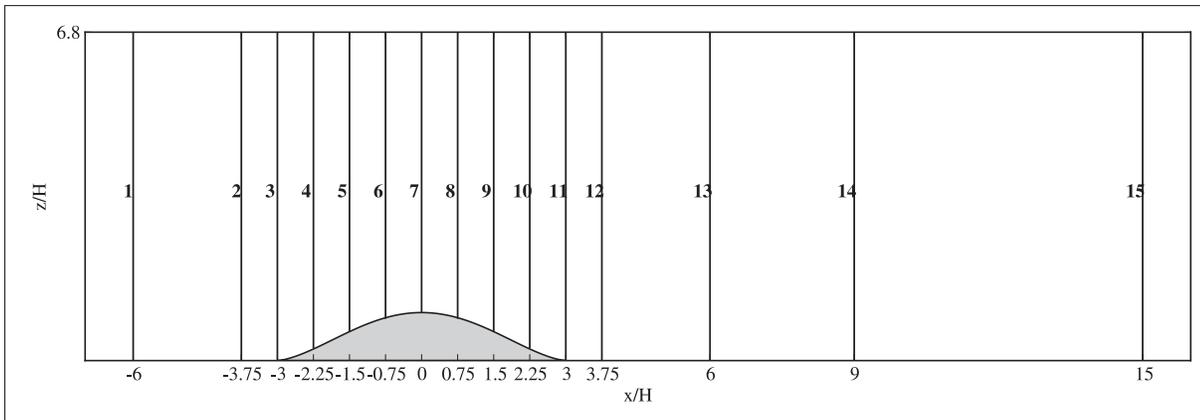


Figure 3.5 Emplacement des stations de mesure à l'intérieur de la soufflerie.
 $H = 117 \text{ mm}$.

3.3.1 Intensité et énergie cinétique turbulente expérimentales

Les valeurs *root mean square* (RMS) des fluctuations de vitesse pour le cas de référence H0 sont présentées à la Figure 3.6. Notons que la composante transversale $\overline{v'^2}$ n'a pas été prélevée expérimentalement. Celle-ci a donc été estimée par une moyenne des deux autres composantes disponibles de la manière suivante,

$$\overline{v'^2} = \frac{(\overline{u'^2} + \overline{w'^2})}{2}, \quad (3.2)$$

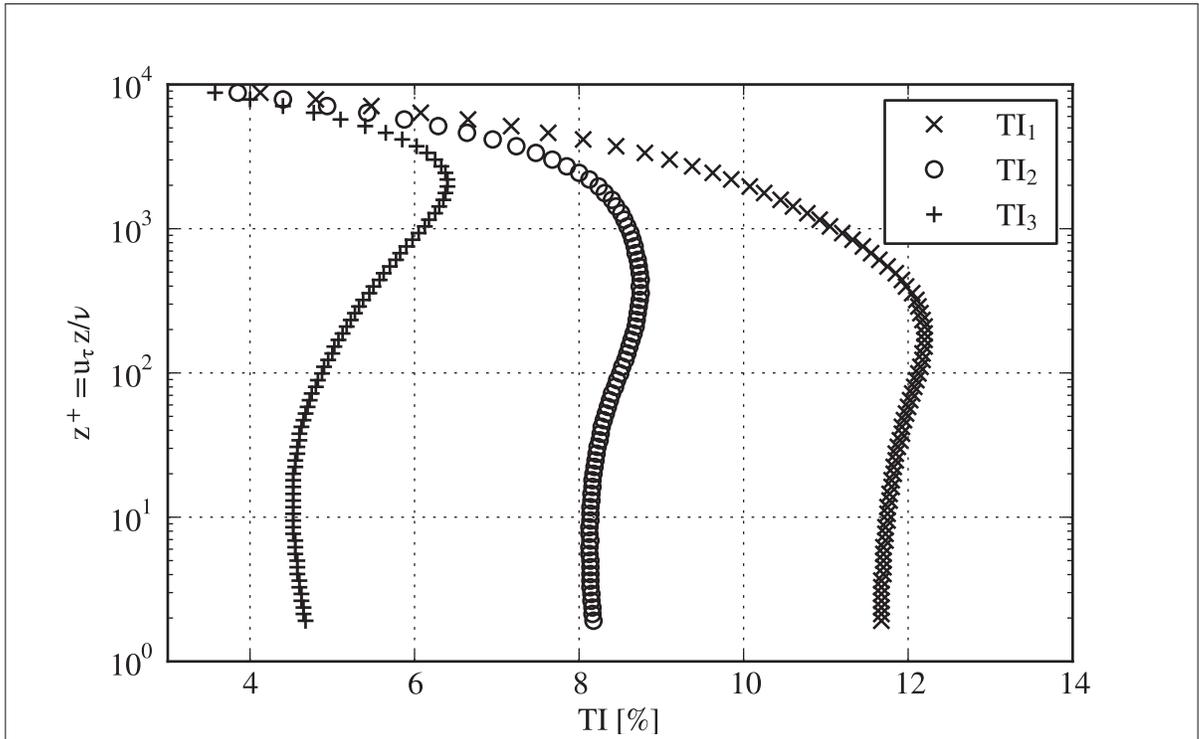


Figure 3.6 Intensités turbulentes TI_i mesurées expérimentalement dans la soufflerie pour le cas de référence plan expérimental H0. Sur ce graphique, une hauteur de $z^+ = 1$ correspond à hauteur réelle de 0.08 mm . La composante transversale $\overline{v'^2}$ (et donc TI_2) a été obtenue par une moyenne des deux autres composantes.

ce qui est une estimation raisonnable si l'on se fie aux données expérimentales obtenues pour le cas de référence du cas test 3D (présenté plus loin à la section 3.5) à la Figure 3.23. On remarque a priori qu'il y a un découplage marqué entre les composantes individuelles et ce phénomène s'accroît plus on se rapproche de la surface. Ce comportement témoigne d'une anisotropie marquée de la turbulence à cet endroit. Pour comparer la turbulence fournie par le modèle et celle donnée par les valeurs expérimentales, les mesures expérimentales des fluctuations de vitesse doivent être converties en énergie cinétique turbulente k . Cette correspondance est établie selon la définition suivante (Wilcox, 2006),

$$k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) = \frac{1}{2}\overline{u'_i u'_i}. \quad (3.3)$$

L'énergie cinétique turbulente k dans le cas présent est donc évaluée de la manière suivante d'après l'hypothèse effectuée en (3.2),

$$k = \frac{3}{4}(\overline{u'^2} + \overline{w'^2}). \quad (3.4)$$

Notons, à titre indicatif, que dans les modèles de turbulence RANS basés sur l'hypothèse de Boussinesq, on ne fait pas de distinction entre les contraintes individuelles, mais on approxime celles-ci par un gradient diffusif (relation 1.9). L'énergie cinétique turbulente k devrait néanmoins être calibrée en faisant cette distinction pour représenter le plus possible les caractéristiques de l'écoulement réel.

3.3.2 Calibration des constantes du modèle

Un nouvel ensemble de constantes différent de celui proposé dans le modèle original $k - \omega$ SST (Voir Tableau 1.1) est proposé et utilisé dans le cadre de ce mémoire. Les résultats expérimentaux de RUSHIL ont été repris pour calibrer certaines de ces constantes et la justification de ces modifications est exposée en détail dans ce qui suit. Le résumé complet de ce nouvel ensemble est présenté plus loin au Tableau 3.4.

3.3.2.1 Constante β^*

Dans un contexte de couche limite atmosphérique, la constante β^* doit être ajustée puisqu'elle diffère généralement de la constante standard utilisée dans des contextes d'écoulements aérodynamiques (Richards et Hoxey, 1993). En effet, une valeur (moyenne) de $\overline{\beta^*}$ plus élevée que $k/u_\tau^2 = 3,33$ correspondant à la valeur standard de $\beta^* = 0,09$, est souvent observée dans les mesures de terrain pour des écoulements atmosphériques tel que discuté par Richards et Hoxey (1993). Il s'agit également du cas de RUSHIL, comme en témoigne la Figure 3.7 pour le cas de référence plan H0, où l'on observe plutôt une valeur moyenne de $\overline{\beta^*} = 0,03$, ce qui correspond à une observation moyenne de $k/u_\tau^2 = 5,77$. Cette valeur est également corroborée par d'autres expériences (voir par exemple Panofsky et Dutton (1984)). En l'occurrence, c'est cette valeur qui est ici retenue.

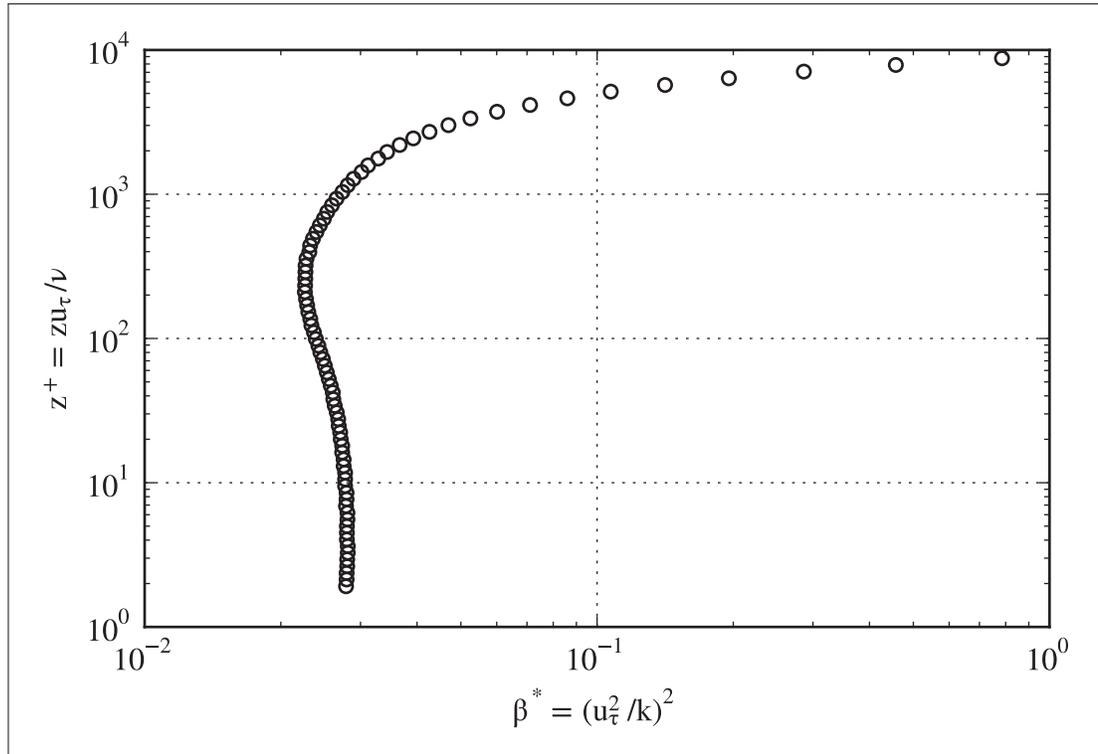


Figure 3.7 Variation de β^* en fonction de la hauteur z^+ pour le cas expérimental H0.

3.3.2.2 Constante de von Kármán κ

Une régression par la méthode des moindres carrés a été réalisée pour le cas H0 sur la loi logarithmique (1.28) ici répétée pour la convenance,

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right), \quad (3.5)$$

et ce, dans le but de confirmer la valeur de la constante de von Kármán κ . Rappelons-nous que les valeurs nominales de rugosité et de vitesse de frottement reportées sont respectivement de $z_0 = 1,57 \times 10^{-4} \text{ m}$ et $u_\tau = 0,178 \text{ m/s}$. On obtient de cette manière une valeur de $\kappa = 0,40$ (Voir Figure 3.8).

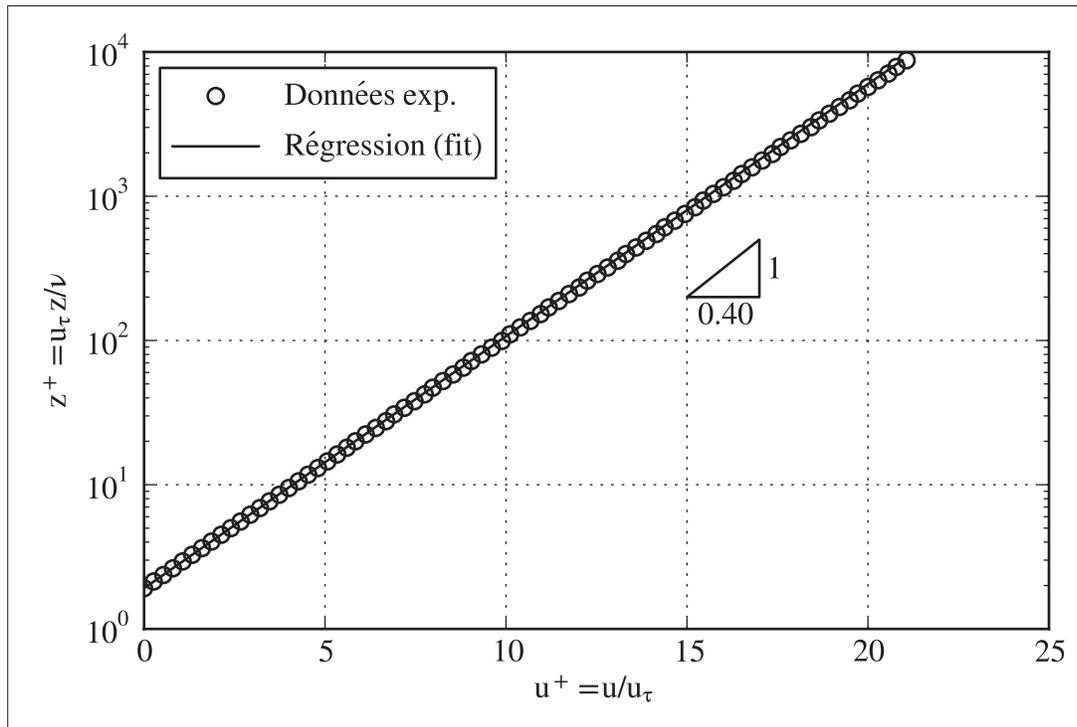


Figure 3.8 Régression par la méthode des moindres carrés entre les données expérimentales du cas H0 et la loi logarithmique (éq. 3.5). La constante de von Kármán obtenue (l'inverse de la pente sur la courbe) est $\kappa = 0,40$.

3.3.2.3 Autres constantes

Région interne

La constante dissipative β_1 peut être calibrée à partir de données expérimentales de turbulence décroissante isotropique et homogène. Wilcox (2006) expose qu'une fois le modèle $k - \omega$ simplifié spécifiquement pour ce type de turbulence, un ratio de $\beta^*/\beta_1 = 1,27$ se situe parmi une gamme acceptable de données empiriques. La valeur de la constante β_1 a donc été modifiée en conséquence à $\beta_1 = 0,03/1,17 = 0,024$ par rapport à la valeur originale de $\beta_1 = 0,075$ dans la partie $k - \omega$ (région interne). Les constantes intervenants dans les différents termes de diffusion de la turbulence ont quant à eux été laissés les mêmes puisqu'ils proviennent d'analyses et de calibrations de divers types et régions d'écoulement (couche cisailée libre, sous-couche visqueuse, etc...).

Région externe

Poroseva et Iaccarino (2001) ont analysé divers types d'écoulements séparés avec le modèle $k - \varepsilon$ et soutiennent que le rôle de la diffusion de la turbulence pour les écoulements non-liés joue un rôle significatif. Ils recommandent ainsi qu'un ratio de $\sigma_\varepsilon/\sigma_k = 1,5$ est plus représentatif du comportement de la turbulence pour ce type d'écoulement que le ratio standard de $\sigma_\varepsilon/\sigma_k = 1,3$ généralement utilisé (Voir Tableau 1.2). Cette suggestion a été prise en considération et les constantes diffusives ont été ajustée en conséquence dans la partie $k - \varepsilon$ du modèle (région externe) où des valeurs de $\sigma_{k2} = 1,0$ et $\sigma_{\omega2} = 0,67$ ont été fixés (Voir Tableau 3.4). Pour établir la valeur de la constante dissipative β_2 , la relation suivante peut être obtenue entre les constantes du modèle $k - \varepsilon$ et $k - \omega$ par comparaison analytique entre ces deux modèles (Johansson, 2002),

$$\beta_2 = \beta^*(C_{\varepsilon2} - 1), \quad (3.6)$$

où $C_{\varepsilon2} = 1,92$. Une valeur de $\beta_2 = 0,0276$ différente de la valeur originale de $\beta_2 = 0,0828$ (Voir Tableau 1.1) a donc été fixée conséquemment d'après la valeur $\beta^* = 0,03$ déterminée précédemment (Voir Tableau 3.4).

3.3.2.4 Rapport d'équilibre

Pour que l'hypothèse d'écoulement à l'équilibre soit valide, Wilcox (2006) mentionne qu'il y a un rapport qui doit être respecté entre les différentes constantes de fermeture. Ce rapport est défini par,

$$\gamma_{1,2} = \frac{\beta_{1,2}}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1,2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}, \quad (3.7)$$

et est imposé dans les deux régions (internes et externes). Ces rapport donnent des valeurs différentes que les valeurs standards données au Tableau 1.1 et celle-ci sont présentée au Tableau 3.4.

3.3.2.5 Résumé des constantes modifiées

En somme, le résumé complet de l'ensemble des constantes modifiées, appelé ici **SET2**, est présenté au Tableau 3.4.

Tableau 3.4 Constantes modifiées des équations de transport du modèle $k - \omega$ SST

| | Région interne | Région externe |
|-------------|----------------------------------|---------------------------|
| SET2 | $\sigma_{k1} = 0,85$ | $\sigma_{k2} = 1,0$ |
| | $\sigma_{\omega1} = 0,5$ | $\sigma_{\omega2} = 0,67$ |
| | $\beta_1 = 0,0236$ | $\beta_2 = 0,0276$ |
| | $\gamma_1 = 0,3255$ | $\gamma_2 = 0,3011$ |
| | $a_1 = 0,31$ | |
| | $c_1 = 10,0$ | |
| | $\beta^* = 0,03 ; \kappa = 0,40$ | |

3.3.3 Méthode de résolution numérique

Domaine de solution

Apsley et Castro (1997) fixent la hauteur du domaine à $13,7H$, hauteur à laquelle ils mentionnent que la vitesse d'écoulement libre expérimentale est maintenue à sa valeur nominale de $u_\infty = 4,0 \text{ m/s}$. Les données ont cependant été prises seulement jusqu'à une hauteur de $6,1H$ dans la soufflerie. Cette hauteur a donc été fixée intentionnellement dans le domaine afin de pouvoir y imposer le gradient expérimental de k mesuré à cet endroit. Les conditions de Neumann imposées sur la frontière du haut sont perméables, c'est-à-dire qu'elles permettent l'entrée et la sortie de fluide et elle devraient donc ainsi atténuer l'effet de blocage provoqué par la colline. La distance horizontale est prise à l'identique à celle de Apsley et Castro (1997) soit $40H$ de part et d'autre du sommet de la colline. Ces frontières sont placées suffisamment loin pour que les conditions aux frontières n'aient pas d'influence sur la solution près de la surface et pour qu'elles ne se retrouvent pas à l'intérieur de la zone de recirculation. Le domaine de

solution a été fixé à des dimensions de $80H \times 6,1H$ tel qu'illustré à la Figure 3.9. Les conditions aux frontières utilisées sont celles présentées dans la méthodologie pour des gradients imposés de k et ω sur le haut du domaine pour lequel le gradient de k expérimental est imposé (Voir le résumé à la Figure 2.3). Plus spécifiquement, les valeurs imposées pour ces conditions sont les suivantes,

$$\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=z_{top}} = \frac{u_{\tau}}{\kappa(z+z_0)} = 0,619, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial k}{\partial z} \Big|_{z=z_{top}} = -0,152 \text{ (exp.)}, \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial z} \Big|_{z=z_{top}} = \frac{-u_{\tau}}{\sqrt{\beta^*} \kappa(z+z_0)^2} = -4,967. \quad (3.10)$$

Les autres conditions aux frontières sont imposées tel que décrit dans la méthodologie (section 2.5). Notons, à titre de rappel, que les profils d'entrée sont obtenus au préalable par une simulation numérique avec un couplage périodique entrée-sortie.

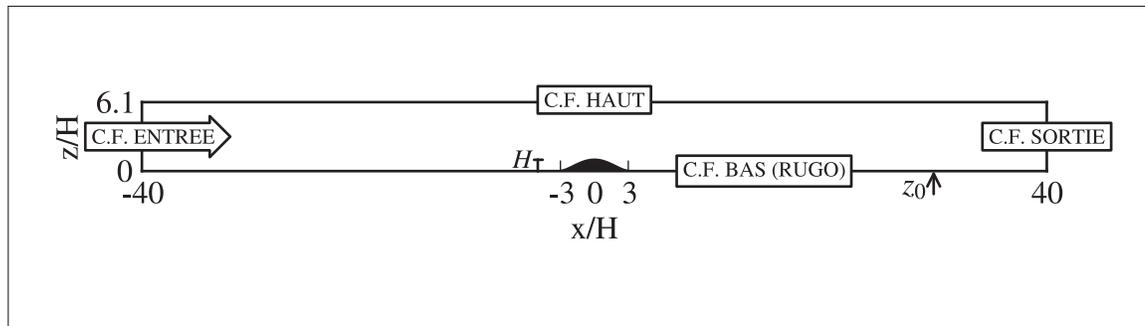


Figure 3.9 Dessin à l'échelle du domaine et de la géométrie de la colline pour le rapport d'échelle $H3$. La forme de la colline est décrite selon la paire d'équations paramétriques (3.1). $H = 117 \text{ mm}$, $z_0 = 0,157 \text{ mm}$.

Méthode de résolution

Le solveur utilisé est simpleFoam. Le schéma de discrétisation linearUpwind, d'une troncature de 2^e ordre, est utilisé sur les termes advectifs. Les solutions ont été considérées convergées lorsque les résidus sont tombés sous la barre de 1×10^{-5} .

Maillage

Le maillage $L \times H$ utilisé pour les calculs présentés est de 320×160 et la Figure 3.10 en illustre une portion. La première rangée de cellules proche-paroi a été positionnée de manière à respecter globalement une distance de $z_1^+ = u_\tau z_1 / \nu \approx 0,1$ selon les paramètres nominaux et ce, en ajustant le paramètre d'expansion géométrique vertical. La partie centrale du domaine, c'est-à-dire celle qui s'étend de $x = [-a, a]$, contient 3 fois plus de volumes de contrôle en proportion que dans les deux parties adjacentes du domaine. Le paramètre d'expansion horizontal est maintenu constant dans la partie centrale. Dans les parties adjacentes, le paramètre d'expansion géométrique est ajusté de manière à ce que les premières cellules de part et d'autre de $x = -a$ et $x = a$ aient la même dimension en largeur. Le générateur de maillage utilisé est `blockMesh`. L'analyse d'erreur selon sur le *GCI* (Celik *et al.*, 2008) basée la longueur de rattachement x_R (définie à la section 1.4.1) est effectuée pour le cas H3 afin de valider l'incertitude. Cette incertitude est présentée au Tableau 3.5.

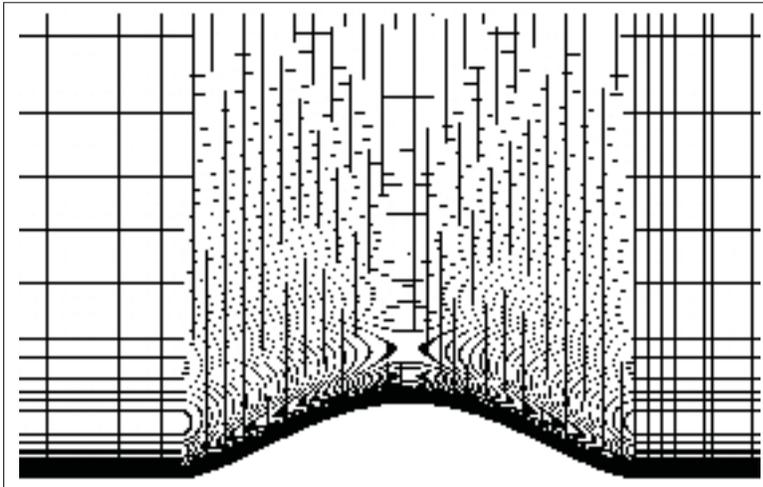


Figure 3.10 Portion du maillage fin 320×160 pour le cas H3. La colline s'étend de $x = [-a, a]$ et l'origine ($x/H = 0$) est situé à l'emplacement du sommet de la colline.

3.3.4 Résultats

Dans cette section, nous validerons en premier lieu si l'homogénéité de la solution numérique à partir du cas H0 peut être obtenue. Nous effectuerons ensuite une analyse comparative du

Tableau 3.5 Erreur reportée selon le GCI (Celik *et al.*, 2008) pour le cas test RUSHIL H3 sur le maillage fin 320×160 . Des maillages successifs de 80×40 , 160×80 et 320×160 ont été utilisés pour l'analyse. La longueur de rattachement est prélevée à l'endroit où la séparation (définie aux éqs. 1.11) se produit

| | Ordre apparent, p | Erreur relative, e_a^{21} | Erreur relative extrapolée, e_{ext}^{21} | GCI_{fine}^{21} |
|-------|---------------------|-----------------------------|--|-------------------|
| x_R | 0,74 | 0,029 | 0,041 | 0,054 |

point de rattachement dans la zone de séparation en aval de l'écoulement pour le cas H3 avec ceux présentés dans la littérature.

3.3.4.1 Cas de référence H0 : analyse d'homogénéité

Blocken *et al.* (2007) indiquent que l'homogénéité horizontale de la solution peut seulement être obtenue si les profils d'entrée en vitesse et en turbulence sont conformes avec les équations du modèle de turbulence ainsi qu'avec les conditions aux frontières pour un écoulement à l'équilibre. Dans le cas présent, l'extension de rugosité utilisée dans les fonctions de paroi peut mener à une incompatibilité avec la solution d'équilibre logarithmique. Ceci peut entraîner une évolution de la solution vers un autre état qui n'est pas celui d'équilibre. Cette évolution non-voulue dans le domaine peut conduire au développement de gradients horizontaux des profils verticaux à l'intérieur du domaine. Ce problème peut être en principe évité en simulant les profils d'entrée avec des conditions périodiques entre l'entrée et la sortie de pair avec les autres conditions aux frontières, tel que proposé dans la méthodologie (section 2.5.1). Afin de valider si l'homogénéité de la solution peut être obtenue de cette manière, il est nécessaire de vérifier l'ampleur de l'erreur entre les différents profils d'un bout à l'autre du domaine. En l'occurrence, il est recommandé d'effectuer une simulation au préalable dans un domaine vide sans obstacle, et ensuite valider l'étendue de l'inhomogénéité et évaluer son acceptabilité (Blocken *et al.* (2007), Franke *et al.* (2007)). C'est dans cette perspective que l'on compare pour le cas H0 (Voir Figure 3.11) l'écart en % entre les profils d'entrée et de sortie calculés, ainsi que l'écart en % entre la loi logarithmique théorique et le profil au centre du domaine. Dans le premier cas (Voir Figure 3.11a), les écarts sont inférieurs à 0,01% sur l'ensemble des données

ce qui confirme que les gradients horizontaux sont négligeables. On peut observer également que ces écarts tendent à augmenter plus l'on se rapproche de la surface ce indique que l'homogénéité de la solution est plus difficile à obtenir dans les zones de gradients importants. Dans le second cas (*Voir* Figure 3.11b), les écarts de vitesse avec la loi logarithmique définie par l'éq. (1.43) et les profils calculés sont inférieurs à un sommet 2,5% confirmant ainsi le comportement logarithmique général de la solution dans cette région ($z^+ > 30$).

Les profils de vitesse moyens u et d'énergie cinétique turbulente k relevés à trois endroits différents dans le domaine sont présentés à la Figure 3.12 pour le cas H0. On remarque à priori que les profils se superposent ce qui confirme encore une fois l'homogénéité de la solution. Dans le cas des profils de vitesse (*Voir* Figure 3.12a), il y a une différence notable entre les mesures expérimentales et les valeurs calculées pour une hauteur inférieure à $z^+ < 10$. Cet écart peut être en partie expliqué dans une première mesure en se référant à la Figure 3.12b, en s'appuyant sur les données expérimentales, par la sous-estimation de la turbulence près de la surface. Ainsi, la différence entre les valeurs calculées et mesurées pour k dans la région proche-paroi est en partie attribuable aux conditions de rugosité de surface qui prédisent un niveau de turbulence insuffisant. En effet, le régime d'écoulement vu par les fonctions de paroi se situe dans la région de transition ($k_s^+ = 64$). Ainsi, la valeur de k est sous-estimée et cela est dû à la fonction de mélange $\phi_{r,1}$ dans l'éq. (1.47) qui diminue le ratio de $u_\tau^2 / \sqrt{\beta^*}$ de 0,71 fois inférieur la valeur de k dans le régime complètement rugueux. Cela est un indice que la calibration de rugosité pour le régime de transition ($2,25 < k_s^+ < 90$) est peut-être appropriée pour de la rugosité de grain de sable équivalent, mais ne l'est pas nécessairement pour de la rugosité dite « atmosphérique ». Dans une seconde mesure, rappelons-nous que la constante β^* calibrée à la section 3.3.2.1 a été modifiée dans l'idée de s'ajuster à la tendance moyenne de k , et non pour spécifiquement correspondre avec le niveau de turbulence à la surface. Cet aspect affecte également le rapport $k = u_\tau^2 / \sqrt{\beta^*}$ calculé à cet endroit. Nous aurions pu ajuster cette constante afin de faire correspondre spécifiquement le niveau de turbulence calculé à la surface avec celui mesuré cependant, un calcul effectué (non présenté ici) a montré que cet ajustement se fait au détriment de la bonne prédiction du point de rattachement calculé. La constante de

$\beta^*=0,03$ semble en effet être la constante appropriée pour réaliser les meilleures prédictions de séparation d'après l'ensemble du modèle numérique présenté. Dans une dernière mesure, il y a présence d'une forte anisotropie entre les fluctuations près de la surface (*Voir* Figure 3.6) et cette caractéristique n'est pas capturée par les modèles de viscosité tourbillonnaire car ν_t est considéré comme étant isotropique dans l'hypothèse de Boussinesq. Mais somme toute, ces compromis sont raisonnables dans les circonstances puisque les profils calculés suivent très bien la tendance logarithmique générale. Nous verrons également à la section suivante, et pour les autres cas test présentés plus loin, que même dans ce contexte, nous sommes capables de faire prédictions améliorées par rapport à d'autres méthodes de modélisation numérique.

3.3.4.2 Cas H3 : colline

Pour le cas de la colline H3, l'accent est mis dans ce travail sur la prédiction correcte de la région de séparation. La prédiction du point de rattachement en aval de la colline constitue par conséquent un élément de comparaison permettant de délimiter cette zone. Rappelons-nous que la définition du point de rattachement utilisée est l'endroit où $\tau_w = 0$ et $\tau'_w > 0$ (*Voir* section 1.4.1). La valeur ainsi calculée selon cette définition est de $x_R = 6,4H$ (*Voir* Figure 3.13) avec une précision de 5,4% alors que la valeur expérimentale du point de rattachement en aval de la colline reportée est de $x_R = 6,5H$ (*Voir* Khurshudyan *et al.* (1981) pour la manière expérimentale dont cette mesure a été obtenue). Cette valeur se rapproche significativement plus près de la valeur expérimentale que celle prédite avec le modèle $k - \varepsilon$ (*Voir* Tableau 3.6). Des calculs ont également été effectués pour des conditions aux frontières et des paramètres de calcul identiques que ceux présentés dans la méthodologie (*Voir* section 2.5), avec pour seule différence que les valeurs des constantes du modèle de turbulence ont été reconfigurées à leurs valeurs standards (*Voir* Tableau 1.1). Le point de rattachement ainsi calculé est de $x_R = 7,4H$ ce qui donne un résultat surestimé par rapport à la valeur expérimentale (*Voir* Tableau 3.6). La valeur calculée avec les constantes modifiées ($x_R = 6,5H$) se rapproche en comparaison beaucoup plus près de la valeur expérimentale. Ce résultat nous confirme que les nouvelles constantes proposées améliorent la prédiction du point de rattachement. Pour l'écoulement

global, la comparaison des résultats entre les constantes modifiées et les constantes standards (non présentée ici) n'a cependant montré que de petites différences.

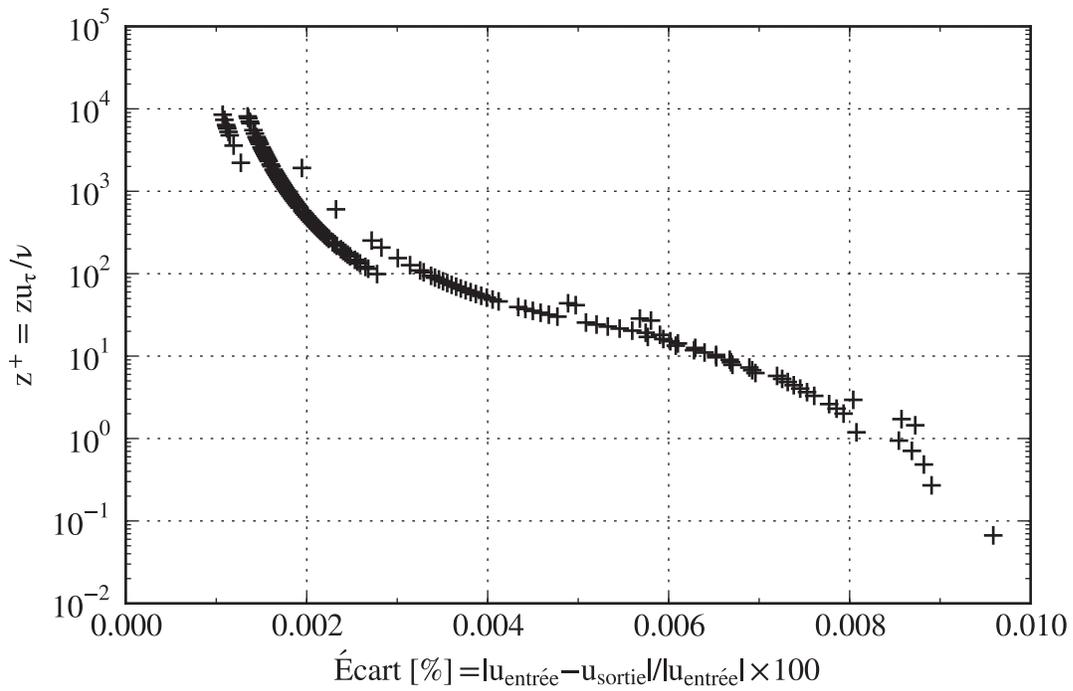
Tableau 3.6 Points de rattachement x_R mesurés et prédits en aval de la colline H3 par différentes sources

| Classification | Source | Point de rattachement x_R |
|----------------------------|----------------------------------|-----------------------------|
| Expérimental | Khurshudyan <i>et al.</i> (1981) | 6,5H |
| $k - \varepsilon$ standard | Apsley et Castro (1997) | 4,1H |
| $k - \varepsilon$ révisé | Apsley et Castro (1997) | 5,0H |
| $k - \omega$ SST standard | Présents calculs | 7,4H |
| $k - \omega$ SST modifié | Présents calculs | 6,4H |

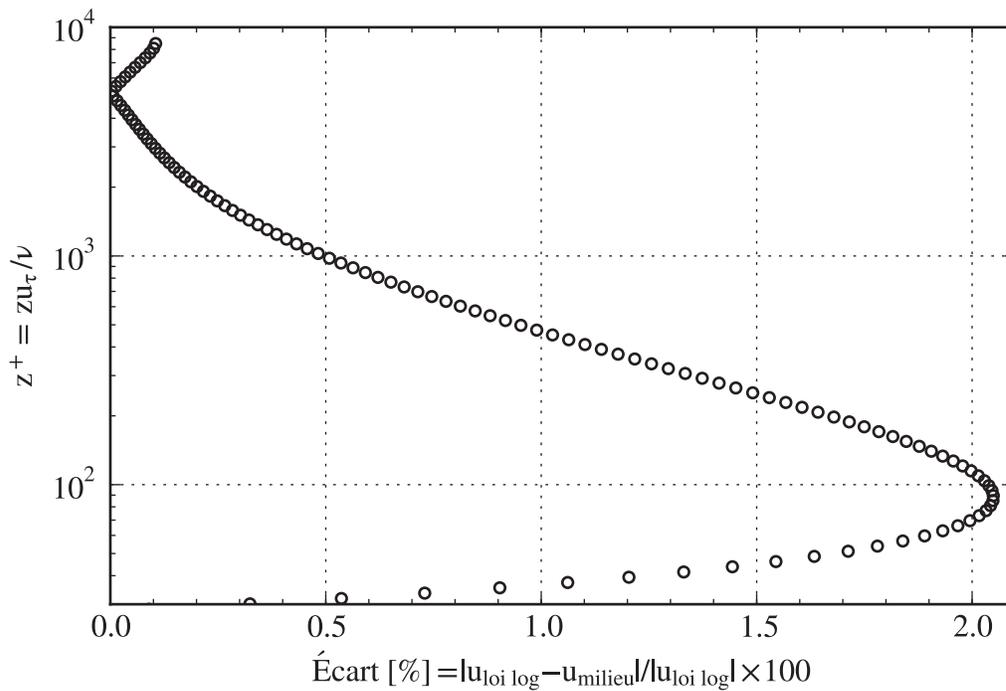
L'écoulement peut être visualisé à partir des lignes de courant telles que montrées à la Figure 3.14a. On y observe la présence d'une zone de recirculation laquelle est délimitée par le point séparation, qui se situe peu après le sommet de la colline, et le point de rattachement. La Figure 3.14b montre les isocontours d'énergie cinétique turbulente k . On y remarque que le maximum de turbulence se produit en aval à environ mi-hauteur de colline. Ce « noyau » de turbulence est caractéristique des écoulements séparés en aval des éléments topographiques et constitue l'endroit à éviter pour le positionnement d'une éolienne en raison des fluctuations importantes qui s'y trouvent. La Figure 3.14c présente les isocontours de vorticité et signale la présence d'une *feuille de vorticité* qui se détache du sommet de la colline et qui perd en intensité avec la distance. En superposant ces deux dernières figures (*Voir* Figures 3.14b-3.14c), le mécanisme physique d'ensemble semble indiquer la présence d'une *couche de cisaillement libre* instable dans laquelle se forment des échelles turbulentes se propageant vers l'aval.

Le dernier point de comparaison analysé est les profils de vitesse (*Voir* Figure 3.15) prélevés aux différentes stations (*Voir* Figure 3.5). Les résultats concordent très bien dans l'ensemble surtout dans la région de gradient de pression adverse en amont de la colline. Il y a en contrepartie un petit écart dans la région proche-paroi pour certains profils situés dans la région de

séparation. Ces écarts ne sont cependant pas inquiétants compte tenu de la difficulté de prédire l'écoulement dans cette région. En somme, ces résultats sont tout à fait honorables et démontrent qu'il est possible de capturer la séparation (dans un contexte 2D) avec un certain niveau de précision. Nous verrons à la prochaine section (section 3.4) si ce niveau de précision peut être reproduit et généralisé avec un second cas test 2D.



(a)



(b)

Figure 3.11 Cas de référence H0. Pourcentage % d'écart entre les valeurs de vitesse (a) calculées en entrée et calculées en sortie et (b) calculées avec la loi logarithmique et calculées au milieu du domaine dans la région logarithmique ($z^+ > 30$).

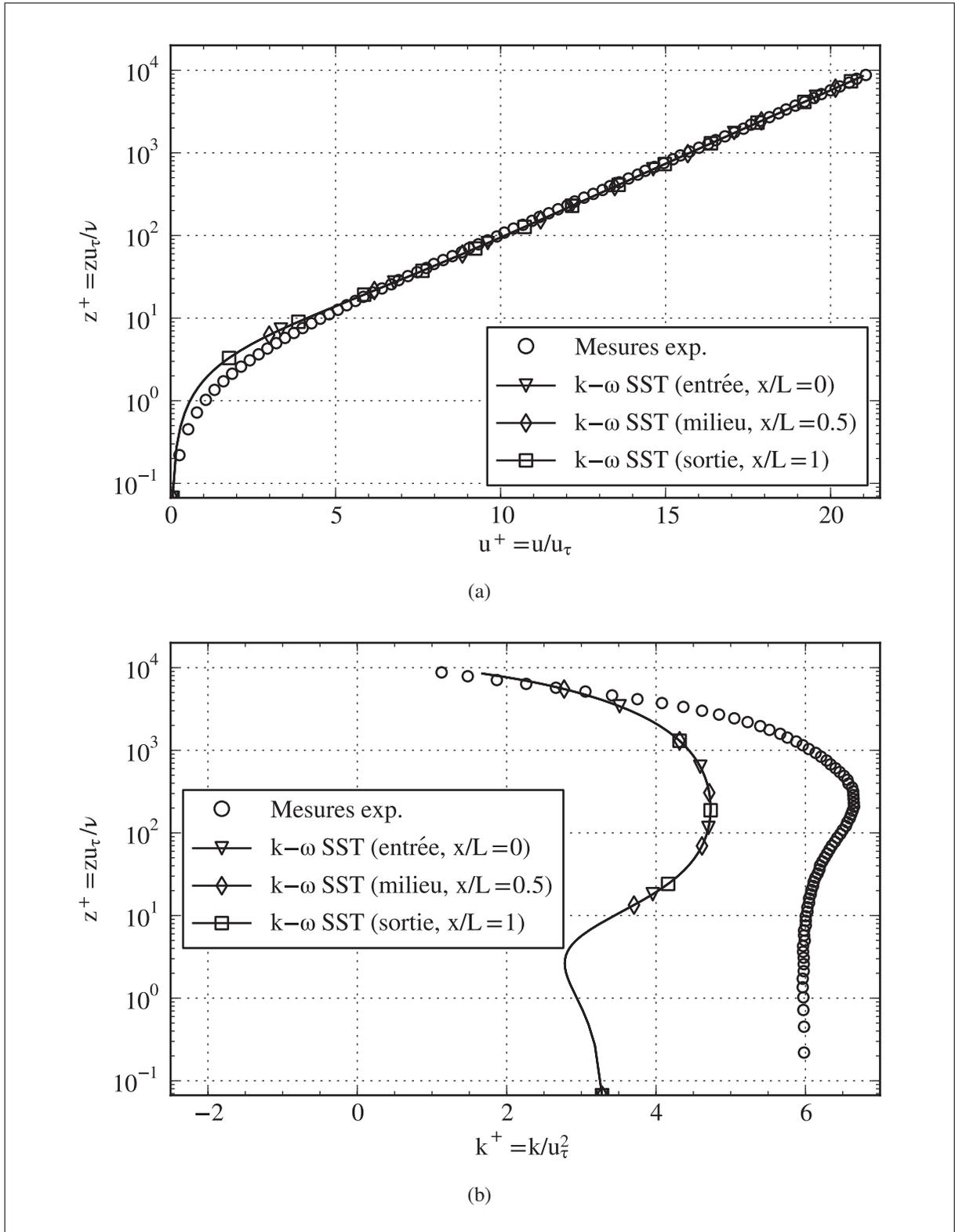


Figure 3.12 Comparaison pour le cas homogène H0 entre les données expérimentales, le profil d'entrée, le profil au centre et le profil à la sortie du domaine pour (a) le champ de vitesse moyen et (b) l'énergie cinétique turbulente. Les valeurs sont présentées en échelles internes.

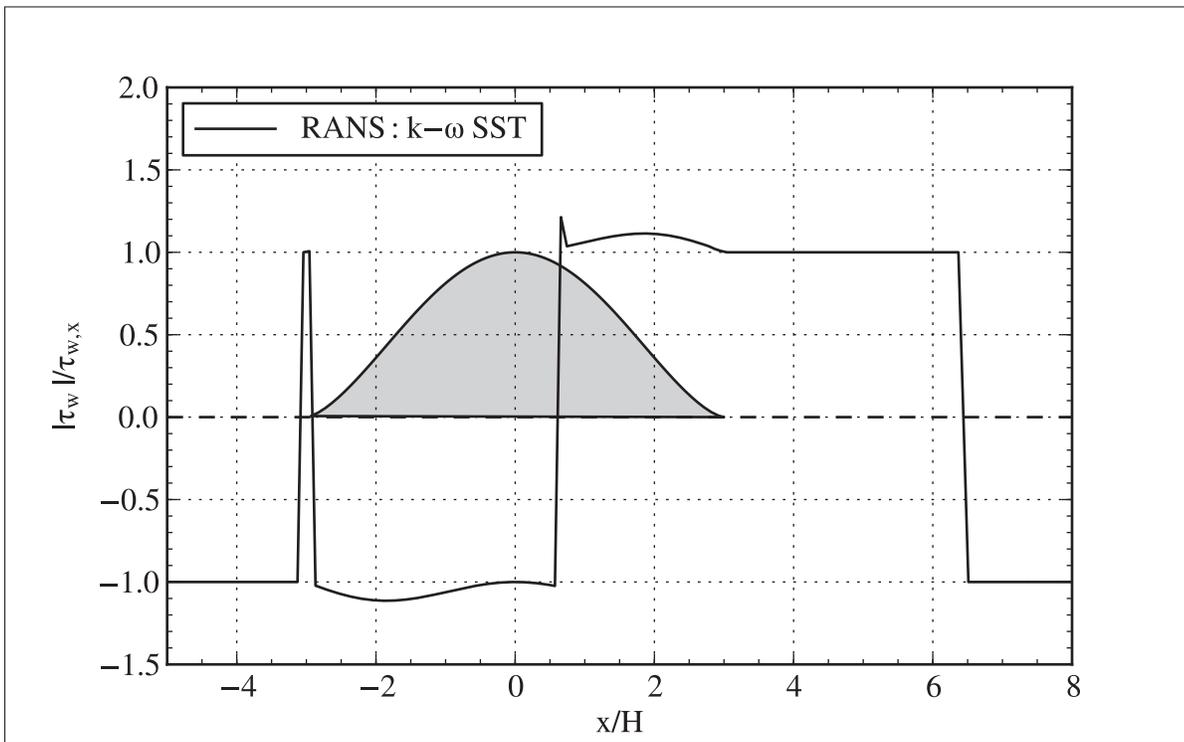


Figure 3.13 Cisaillement de paroi normalisé $|\tau_w|/\tau_{w,x}$ de part et d'autre de la colline.

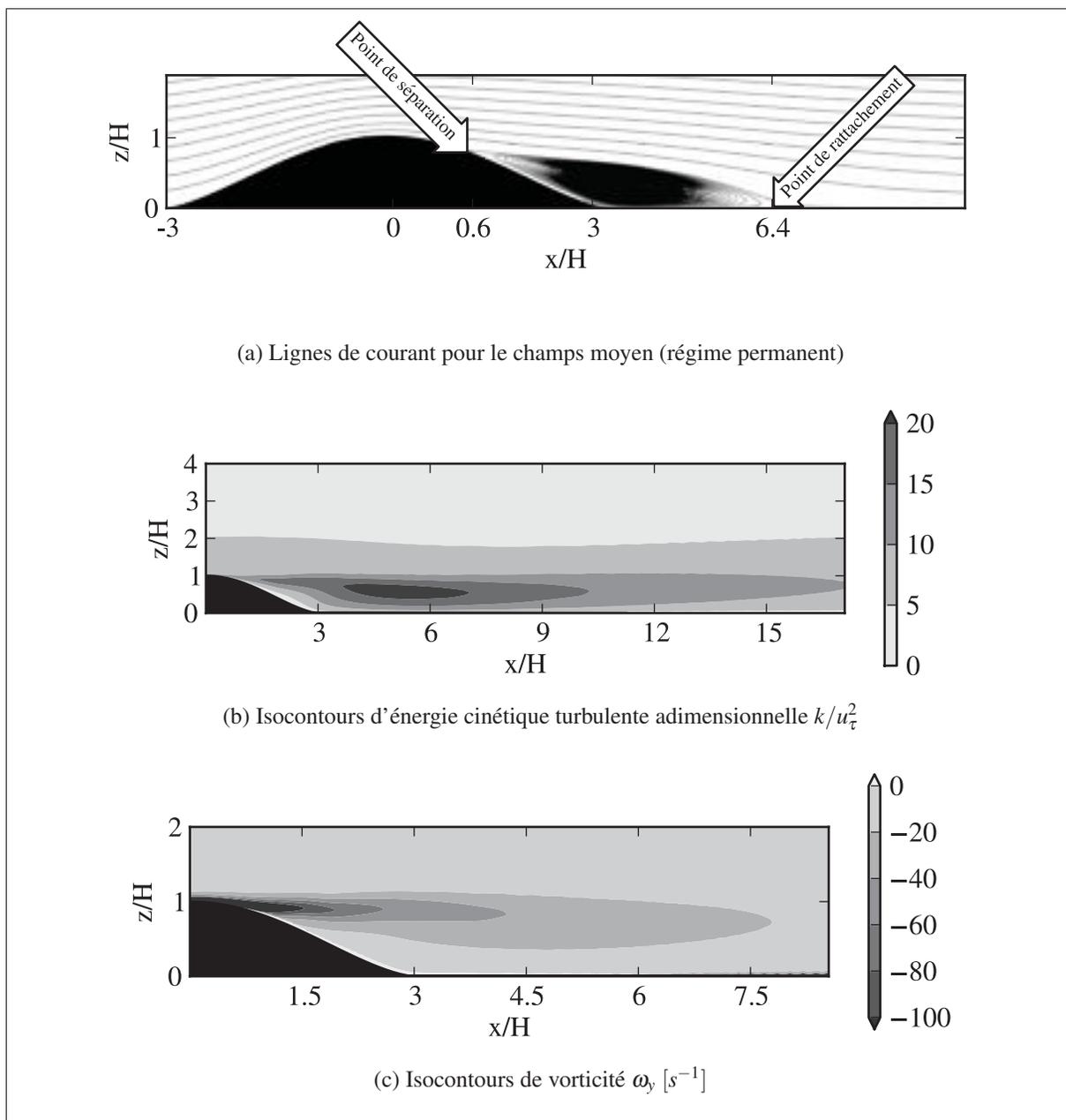


Figure 3.14 Différentes quantités calculées de part et d'autre de la colline pour le cas H3.

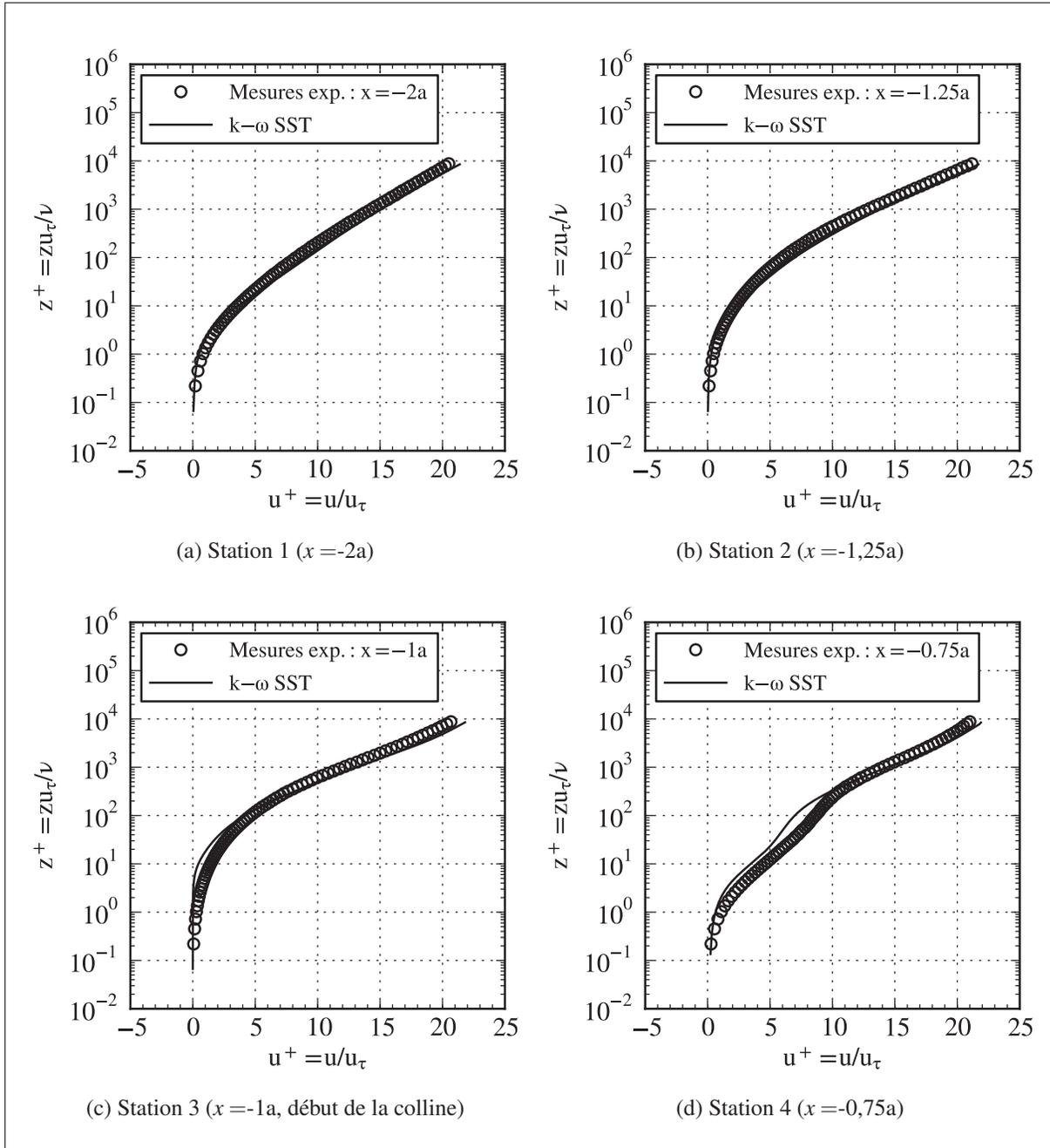


Figure 3.15 Profils de vitesse normalisés en échelles internes pour le cas H3.
L'emplacement des station est représenté à la Figure 3.5.

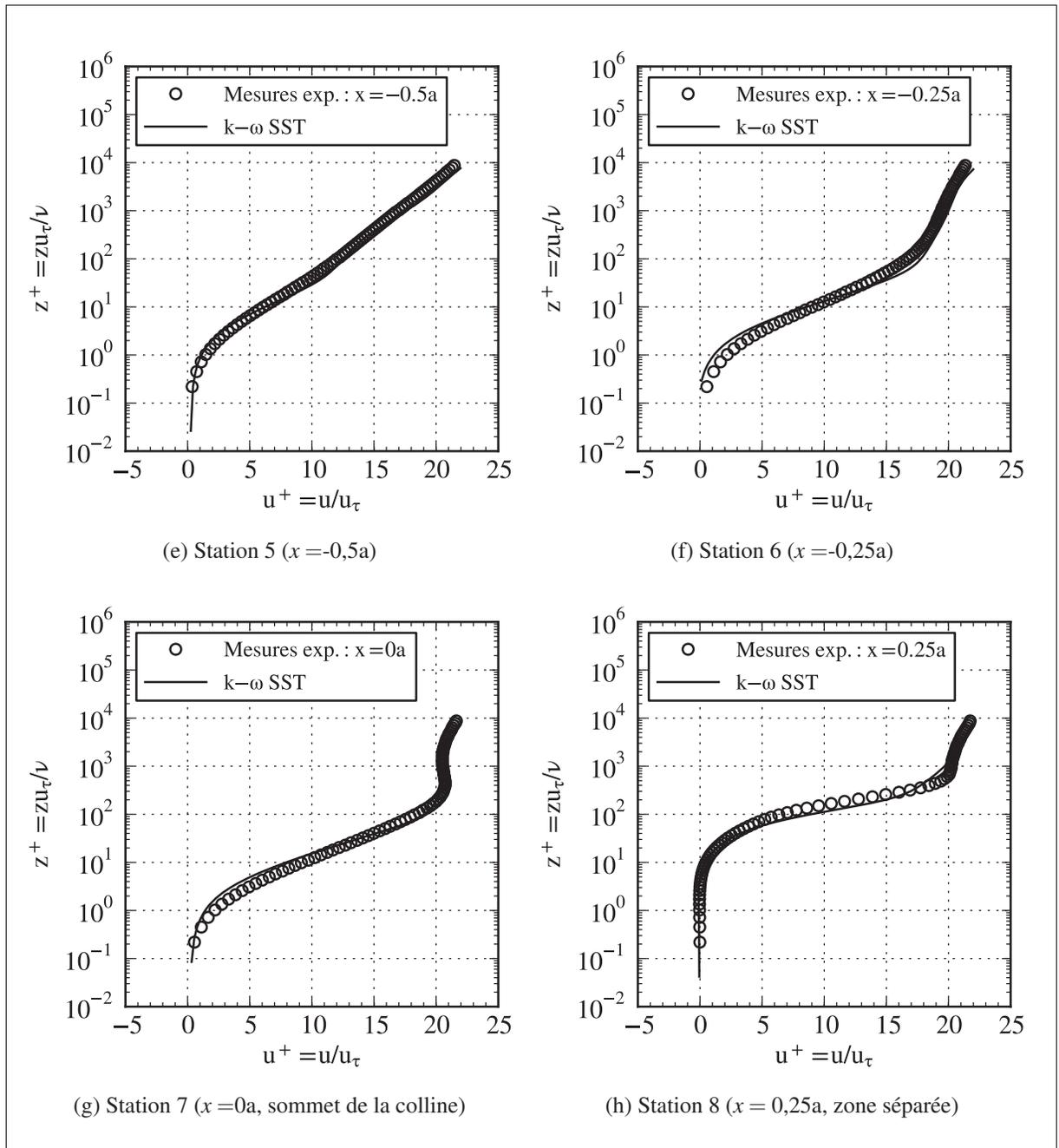


Figure 3.15 Profils de vitesse normalisés en échelles internes pour le cas H3 (suite).

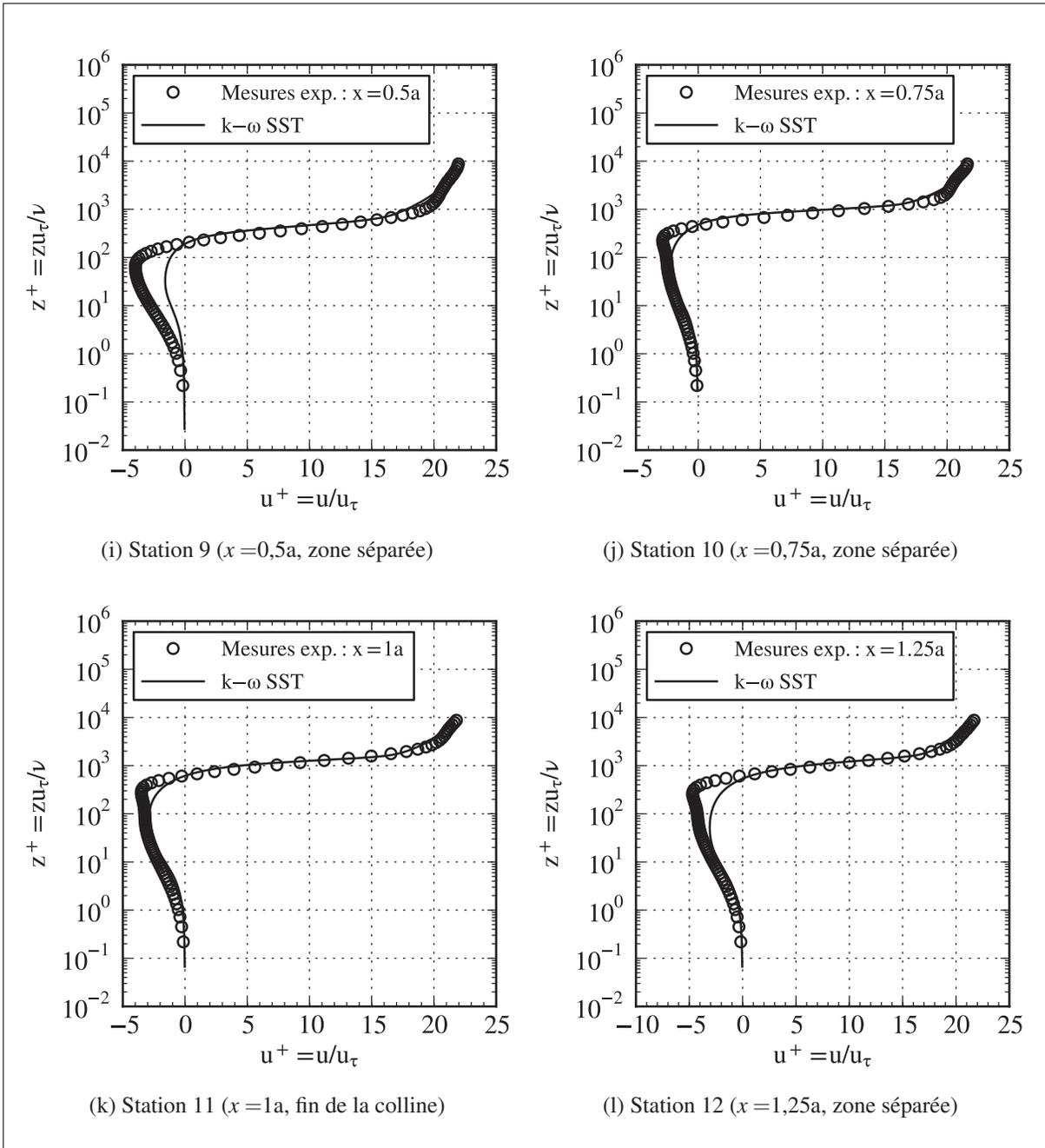


Figure 3.15 Profils de vitesse normalisés en échelles internes pour le cas H3 (suite).

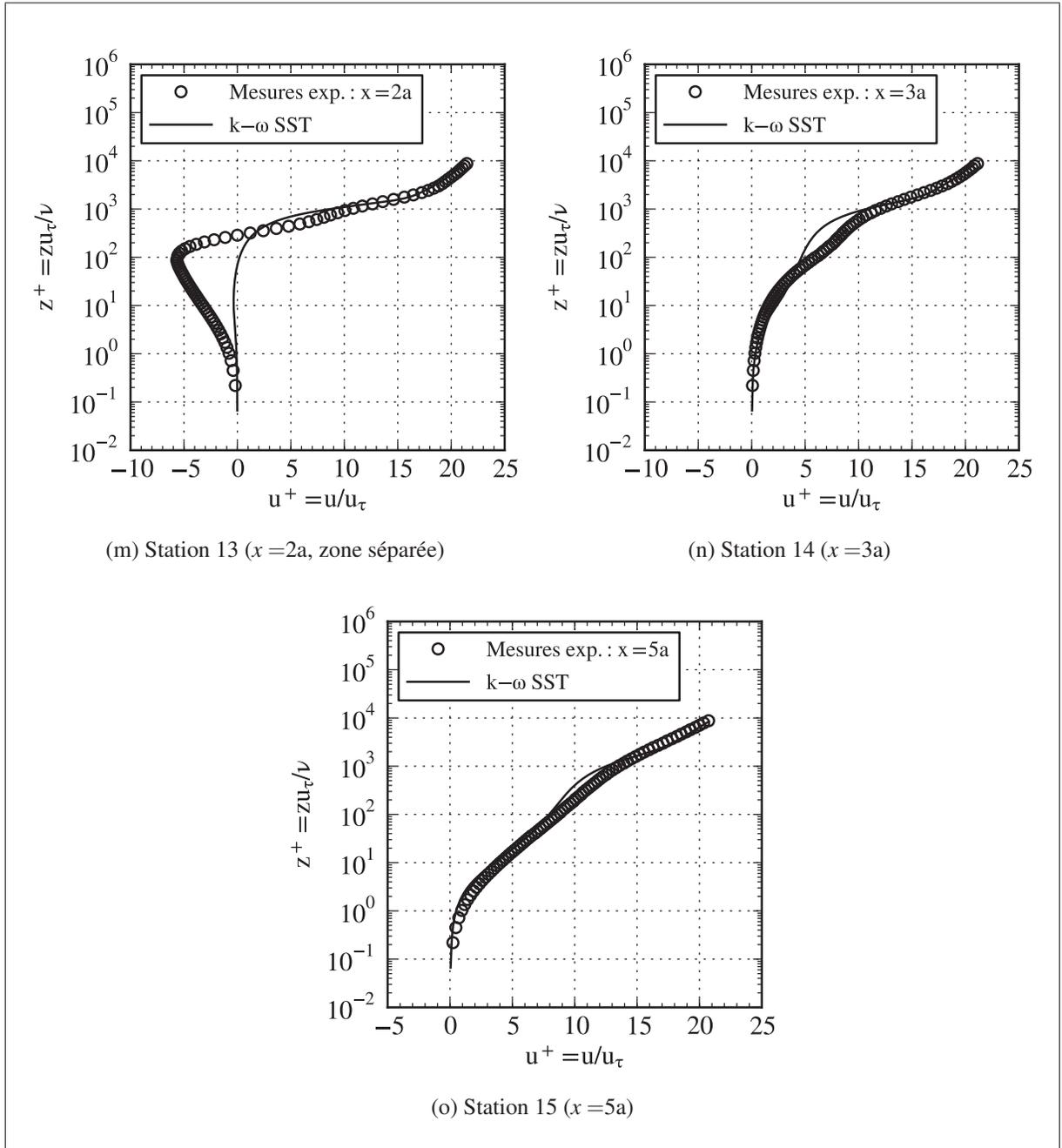


Figure 3.15 Profils de vitesse normalisés en échelles internes pour le cas H3 (fin).

3.3.5 Discussion

Tout d'abord, les constantes du modèle dans ce cas test ont été modifiées en considérant un mélange d'observations expérimentales et de résultats de simulations numériques. Ainsi, l'objectif est de réaliser les meilleures prédictions possible du point de vue séparation de l'écoulement atmosphérique en vertu du modèle de turbulence utilisé. Notons qu'il n'y a pas de règles prédéfinies pour déterminer la valeur des constantes d'un modèle de turbulence. Celles-ci sont généralement calibrées à partir de données empiriques sur de la turbulence isotropique. Les arguments employés pour les définir devraient tout de même être les plus généraux possible tout en ayant un certain degré d'universalité (Wilcox, 2006). Il faut donc mentionner que la calibration proposée n'est pas la panacée, et qu'elle reste suggestive. En effet, la séparation provoque un déséquilibre local dans l'écoulement ce qui invalide les hypothèses d'équilibre utilisées pour calibrer les constantes. Dans une juste mesure, il demeure tout de même que la calibration proposée produit des résultats qui concordent très bien avec les mesures expérimentales. De plus, la calibration donne des prédictions améliorées par rapport aux calculs effectués avec les constantes standards non modifiées. Ces éléments justifient somme toute la possibilité d'en faire un usage d'ordre général.

Ensuite, plusieurs auteurs ont investigué numériquement ce cas d'analyse. Pour n'en citer que quelques-uns, Apsley et Castro (1997) ont conduit des calculs pour ce cas test avec le modèle $k - \varepsilon$ avec une correction tenant compte de la courbure des lignes de courant et une modification du terme de production de l'équation de transport pour ε . Ils soulignent l'avantage d'accorder une attention particulière dans la modélisation aux contraintes normales dues aux forts gradients de pression axiaux souvent présents dans un écoulement atmosphérique. Dans leur cas, les modifications apportées pour réduire le transport non physique de la turbulence engendré par le modèle $k - \varepsilon$ en aval des zones de séparation conduit à des résultats plus représentatifs des résultats expérimentaux. Ying et Canuto (1997) ont appliqués sur ce cas test un modèle de fermeture de deuxième ordre dans lequel, chaque contrainte turbulente est résolue par sa propre équation différentielle. Ils invoquent que ce niveau de modélisation est nécessaire pour représenter correctement la complexité de la turbulence en présence de perturbations to-

pographiques, en l'occurrence comme dans le cas de RUSHIL. Ils corroborent que les effets d'équilibre local, de distorsion rapide de la turbulence et de courbure des lignes de courant sont des mécanismes bien présents dans la couche de surface. Allen et Brown (2002) ont quant à eux réalisé des simulations LES. Ils obtiennent une région de recirculation sous-estimée en étendue et l'expliquent par des contraintes turbulentes trop élevées prédites par leur modèle dans la région de séparation. Ils précisent en effet que la hauteur de rugosité en échelle interne devient très faible dans cette région (et donc une vitesse de frottement locale d'autant plus réduite) et que en conséquence, la sur-prédiction de la turbulence à cet endroit entraîne une région de séparation plus petite. Ils recommandent de pallier à ce problème en prenant des mesures appropriées pour amortir la turbulence à la paroi. Cet écart est en effet sans doute lié à la méthodologie employée pour modéliser la région proche-paroi. En tenant compte de ces affirmations, le modèle $k - \omega$ SST se situe dans une position avantageuse si on se fie aux résultats obtenus, et réponds en partie aux problèmes soulevés dans les travaux présents dans la littérature effectués pour ce même cas test. En effet, le modèle tient compte du transport de la contrainte de turbulence principale et ce mécanisme permet en quelque sorte de prendre en compte les effets de transport horizontaux tel suggéré par Apsley et Castro (1997). De plus, la modélisation de paroi utilisée pour ce travail répond en partie aux problèmes soulevés par Allen et Brown (2002). Ces bénéfices sur l'amélioration de la précision des résultats obtenus se font sans nécessairement passer par un modèle de fermeture de 2^e ordre, tel que suggéré par Ying et Canuto (1997), lequel est moins profitable en terme de coûts de calcul.

3.4 Cas test : crête triangulaire

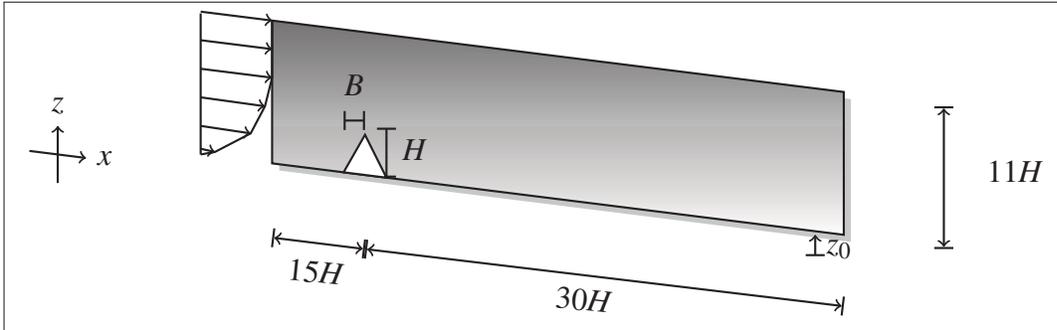


Figure 3.16 Domaine de solution pour le cas test de Arya et Shipman (1981).

Paramètres géométriques : $B = 5 \text{ cm}$, $H = 10 \text{ cm}$.

N.B. Le dessin n'est pas à l'échelle.

Le second cas test modélisé consiste en un écoulement de couche limite atmosphérique neutre autour d'une crête triangulaire 2D recréée en soufflerie expérimentalement par Arya et Shipman (1981). Ce cas test vient en support à la calibration et à la validation faite pour le cas test RUSHIL. L'objectif est de vérifier si la méthodologie est réellement généralisable à plusieurs cas et n'est pas simplement valide pour un cas spécifique. Notons que l'ensemble complet des mesures expérimentales n'était pas disponible pour ce cas test et nous nous sommes donc limités à la comparaison du point de rattachement x_R . D'après Arya et Shipman (1981), les mesures sans la présence de la crête indiquent que les valeurs suivantes, en se basant sur la loi logarithmique, sont obtenues : $u_\tau = 0,42 \text{ m/s}$, $z_0 = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}$ et $\kappa = 0,4$. Ils indiquent également que la couche limite recréée est faiblement évolutive et que le cisaillement reste raisonnablement constant le long de la soufflerie. Nous pouvons donc faire l'hypothèse que l'on est en présence d'une couche limite atmosphérique neutre et homogène. La vitesse d'écoulement libre est de $u_\infty = 8,0 \text{ m/s}$ donnant ainsi un nombre de Reynolds basé sur la hauteur de la colline de $Re_H = u_\infty H / \nu = 5,5 \times 10^4$ où $\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. Des informations plus détaillées sur les conditions d'expérimentation sont présentées dans Arya et Shipman (1981).

3.4.1 Méthode de résolution numérique

Domaine de solution

Le domaine de solution est présenté à la Figure 3.16. Le sommet de la crête est localisé à $x = 0$. Mouzakis et Bergeles (1991) ont analysé les contours de coefficient de pression (C_p) et ont conclu que l'effet de la colline se fait ressentir à partir d'une hauteur de $8H$ et que l'écoulement reprend sa forme non perturbée à une distance d'environ $14H$ en aval de la crête. Pour s'assurer que les conditions aux frontières n'auront qu'un impact minimal sur la solution, la hauteur de la frontière du haut a été fixée à $11H$ et la distance en aval de la crête à une distance $30H$. Arya et Shipman (1981) indiquent également que les mesures en amont de la crête à $x = -12H$ sont similaires à celles mesurées sans la crête. Une distance de $15H$ entre l'entrée et le sommet de la crête semble ainsi appropriée pour fixer la frontière située en amont. Les profils de cisaillement expérimentaux présentent un plateau à une certaine hauteur par rapport au sol. Les expressions théoriques d'équilibre conviennent donc au cisaillement quasi-constant observée à cet endroit nous permettant d'imposer des gradients nuls sur les paramètres de la turbulence à cette hauteur sur la frontière du haut. Les autres conditions aux frontières restent les mêmes que celles présentées dans la méthodologie (Voir Figure 2.3). Le domaine à l'échelle avec les endroits d'application des conditions aux frontières est schématisé à la Figure 3.17.

Méthode de résolution

Le solveur utilisé est `simpleFoam`. Le schéma de discrétisation `linearUpwind`, d'une troncature de 2^e ordre, a été utilisé sur les termes advectifs. Les solutions ont été considérées convergées lorsque les résidus sont tombés sous la barre de 1×10^{-5} .

Maillage

Le maillage fin pour lequel la solution est reportée est de 240×120 et a été réalisé avec l'utilitaire `blockMesh`. La première rangée de cellules proche-paroi a été fixée afin de respecter une distance nominale de $z_1^+ = 0,1$. Une portion du maillage fin est présentée à la Figure 3.18. Deux autres maillages bruts sont utilisés pour faire l'analyse de convergence selon le *GCI* (Ce-

lik *et al.*, 2008) basé sur la longueur de rattachement soit 120×30 et 60×30 . Cette analyse est reportée au Tableau 3.7.

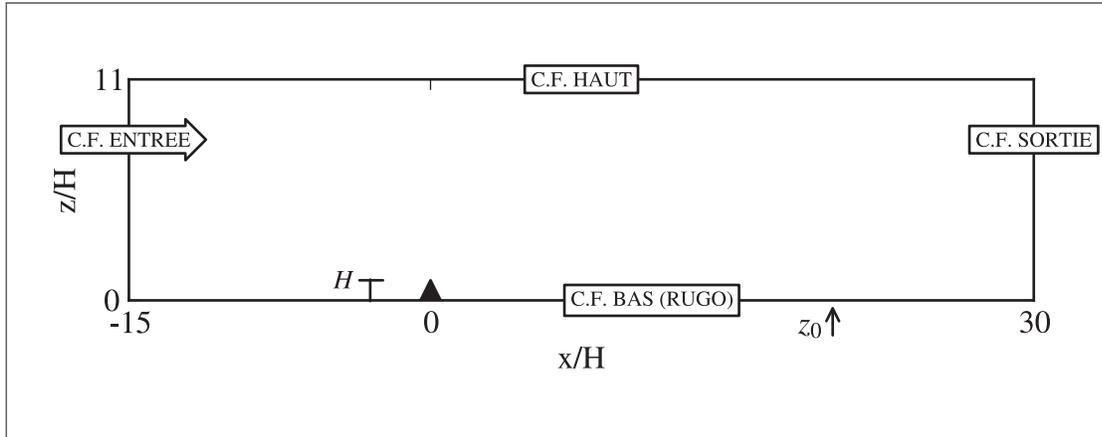


Figure 3.17 Dessin à l'échelle du domaine et de la géométrie de la crête triangulaire.
 $B = 5 \text{ cm}$, $H = 10 \text{ cm}$, $z_0 = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}$.

Tableau 3.7 Erreur reportée selon le GCI (Celik *et al.*, 2008) pour le cas test de Arya et Shipman (1981) (maillage 240×120). La longueur de rattachement est prélevée à l'endroit où la définition (1.11) se produit

| | Ordre apparent, p | Erreur relative, e_a^{21} | Erreur relative extrapolée, e_{ext}^{21} | GCI_{fine}^{21} |
|-------|---------------------|-----------------------------|--|-------------------|
| x_R | 1,10 | 0,019 | 0,016 | 0,021 |

3.4.2 Résultats

Par une technique de visualisation de fumée, Arya et Shipman (1981) ont déterminé que le point rattachement est localisé à $x_R = 13H$. Notons que l'incertitude expérimentale reportée sur cette mesure est de 15%. La longueur de rattachement calculée dans le cas présent est de $x_R = 14H$ (Voir Figure 3.19). Ainsi, l'écart relatif entre la valeur expérimentale ($x_R = 13H$) et la valeur calculée ($x_R = 14H$) est de 8% ce qui cadre assez bien dans les circonstances. Kim et Patel (2000) ont pour leur part expérimenté différents modèles de turbulence pour ce même cas test et ont reportés les longueurs de rattachement obtenues avec chacun de ceux-ci. Ces valeurs

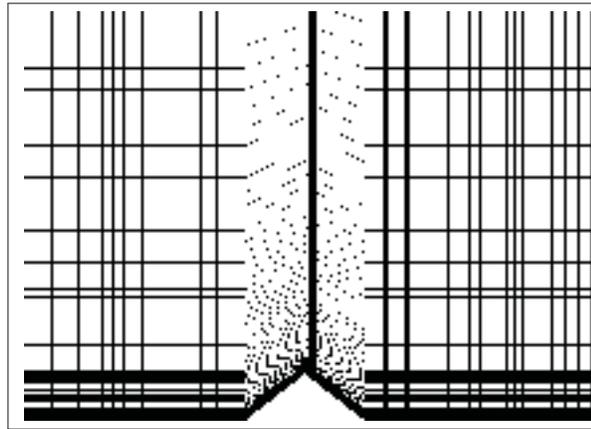


Figure 3.18 Portion du maillage 240×160 pour le cas test de Arya et Shipman (1981).

sont reportées au Tableau 3.8 de pair avec des valeurs reportées par d'autres sources ainsi que la valeur calculée dans le cas présent. La valeur obtenue est assez précise et dans certains cas, elle est meilleure que celle prédite avec d'autres modèles RANS. Ce résultat confirme que la méthodologie est générale et qu'elle se compare très bien aux autres méthodes présentes dans la littérature.

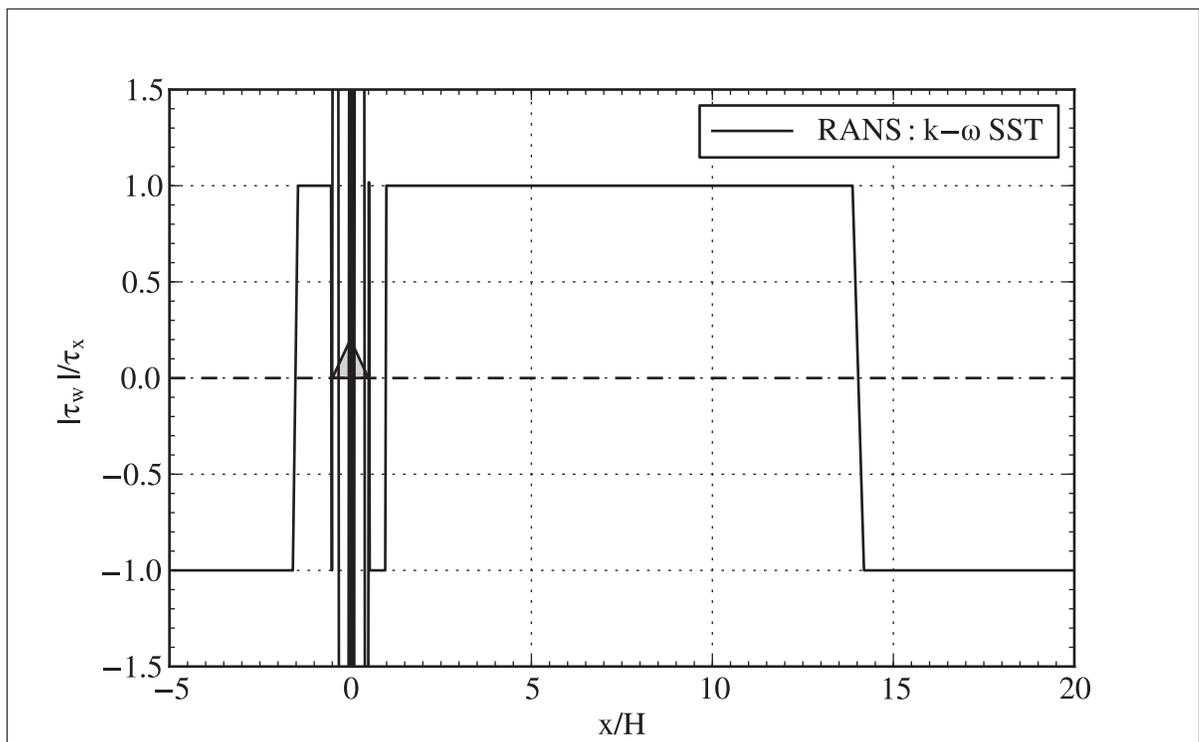


Figure 3.19 Cisaillement de paroi normalisé $|\tau_w|/\tau_{w,x}$ de part et d'autre de la crête.

Des résultats pour l'écoulement global sont présentés à la Figure 3.20. On remarque à priori que le patron de l'écoulement de la région de séparation (*Voir* Figure 3.20a) est différent de celui obtenu pour le cas de RUSHIL (*Voir* Figure 3.14a) et s'apparente beaucoup plus à un écoulement de sillage à proprement dit. Sur la Figure 3.20b, on retrouve le même « coeur » d'intensité turbulente forte que celui présent pour le cas RUSHIL (*Voir* Figure 3.14b), et qui s'étend assez loin en aval de la crête. Une région de vorticité plus importante (*Voir* Figure 3.20c) est concentrée près du sommet de la crête puis décroit vers l'aval à l'interface entre l'écoulement externe et la région de séparation. Cela dénote encore une fois la présence à cet endroit d'une couche de cisaillement libre se comportant d'une manière similaire à celui observé pour le cas de RUSHIL.

Tableau 3.8 Points de rattachement x_R mesurés et prédits en aval de la crête selon différents auteurs pour le cas test de Arya et Shipman (1981)

| Classification | Source | Point de rattachement x_R |
|---------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Expérimental | Arya et Shipman (1981) | 13,0H |
| $k - \varepsilon$ modifié | Mouzakis et Bergeles (1991) | 10,0H |
| $k - \varepsilon$ révisé | Jung (1994) | 12,0H |
| $k - \varepsilon$ | Kim et Patel (2000) | 9,8H |
| $k - \omega$ | Kim et Patel (2000) | 11,5H |
| Modèle PDM | Kim et Patel (2000) | 9,8H |
| Modèle RNG | Kim et Patel (2000) | 13,5H |
| Modèle RNG modifié | Kim et Patel (2000) | 16,5H |
| $k - \omega$ SST modifié | Présents calculs | 14,0H |

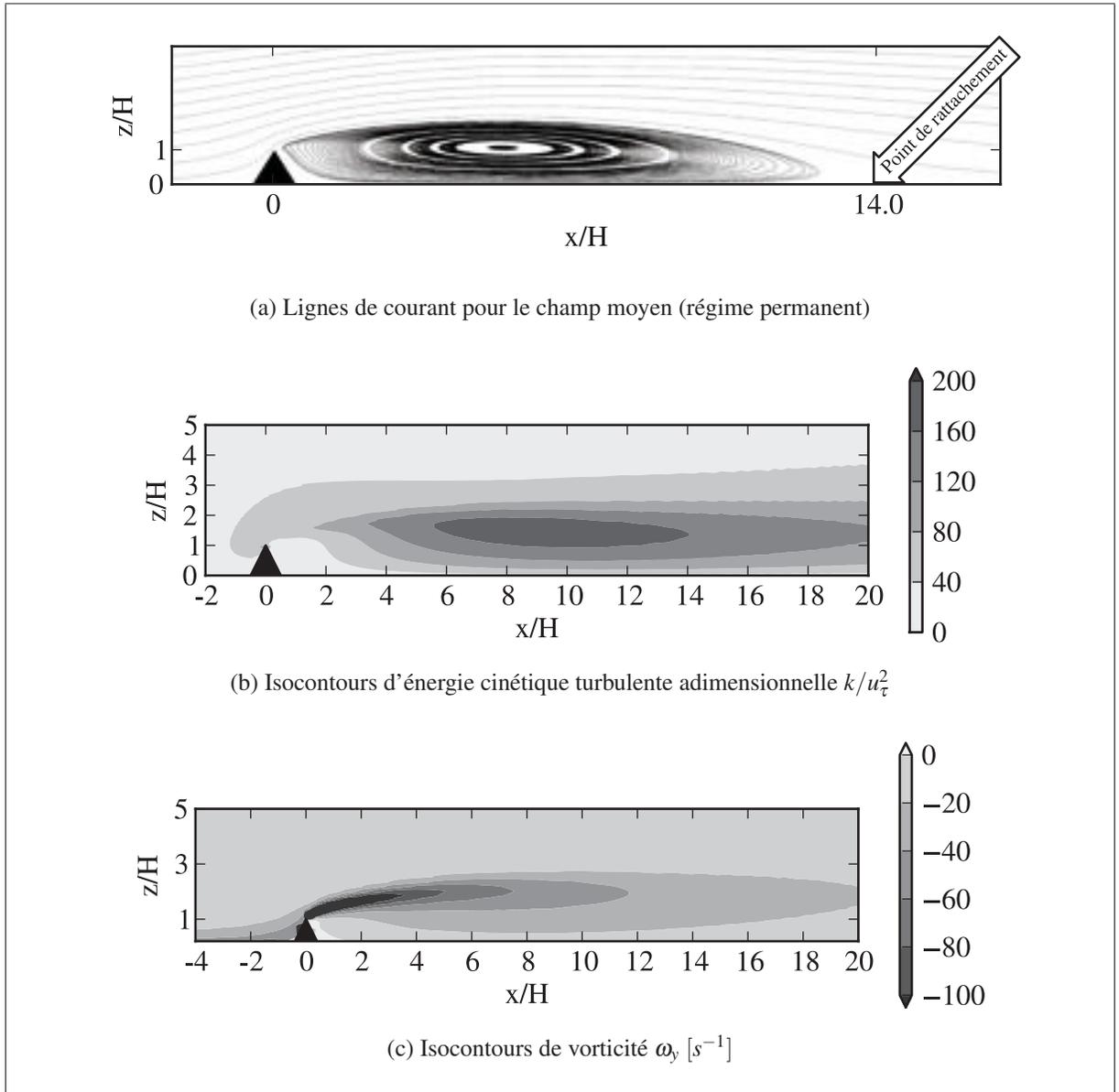


Figure 3.20 Différentes quantités calculées de part et d'autre de la crête triangulaire.

3.4.3 Discussion

Un point important soulevé par Arya *et al.* (1987) lors de l'expérimentation de ce cas test est qu'une distance de $60H$ est nécessaire pour que le profil de vitesse récupère son statut pleinement développé et non perturbé. Bien que la couche limite se rattache bien avant, cette distance demeure assez importante considérant que de la turbulence et qu'un cisaillement résiduels peuvent subsister à l'extérieur de la zone de séparation. Cette information est importante à savoir afin d'évaluer le positionnement approprié d'une éolienne. Ainsi, l'extérieur des zones de séparation ne constitue pas nécessairement un endroit sûr lors de la phase de microlocalisation. Il faut plutôt s'assurer que les sites choisis respectent les critères et les normes de turbulence et de cisaillement définis. On peut également prendre note, pour faire suite à ce cas test, que d'une manière générale, les surfaces possédant des arêtes vives provoquent la séparation plus hâtivement que sur des surfaces courbes et arrondies pour des paramètres d'écoulement similaires.

3.5 Cas test : cube tridimensionnel

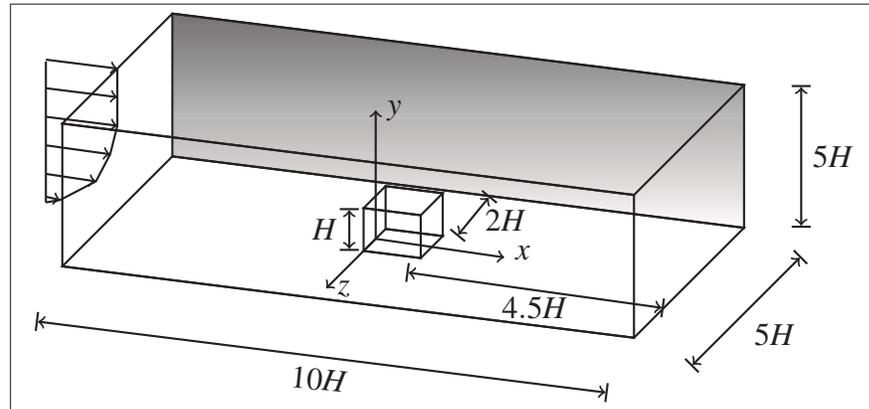


Figure 3.21 Domaine de solution pour le cas test de Lim *et al.* (2007).
Paramètre géométrique : $H = 80 \text{ mm}$. N.B. Le dessin n'est pas à l'échelle.

Le troisième et dernier cas test analysé s'agit d'un écoulement de couche limite homogène autour d'un cube 3D reproduit expérimentalement en soufflerie par Lim *et al.* (2007). Notons que cette expérience succède et vient compléter les travaux réalisés auparavant par Castro et Robins (1977). L'idée derrière la reproduction numérique de ce cas test est de savoir si la méthodologie permet de représenter correctement le comportement tridimensionnel de l'écoulement. Ce cas constitue un bon test de validation puisqu'il s'agit d'un corps à large surface exposée possédant des arêtes vives pour lequel l'écoulement est difficile à reproduire numériquement. Le cas de référence modélisé est celui où la vitesse d'écoulement à la hauteur du cube est de $U_H = 3,485 \text{ m/s}$ donnant ainsi un nombre de Reynolds basé sur la hauteur H du cube de $Re_H = u_H H / \nu = 1,86 \times 10^4$ où $\nu = 1,5 \times 10^{-5}$.

3.5.1 Pré-traitement

La rugosité de surface dans la soufflerie a été reproduite avec l'aide d'un dispositif de grillage déposée sur le sol de la soufflerie. À cet effet, l'origine de la paroi est donc déplacée d'une certaine distance dans la loi logarithmique qui décrit l'écoulement homogène. L'expression

suivante est donc à cet effet plus représentative,

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z-d}{z_0}, \quad (3.11)$$

où d est la hauteur de déplacement. Un cas de référence sans la présence du cube était disponible dans les données de comparaison. Une régression par la méthode des moindres carrés sur cette expression à partir des données de ce cas de référence donne ainsi des valeurs de $u_\tau/U_H = 0,0585 \text{ m/s}$, $d = 1,5 \text{ mm}$ et $z_0 = 0,09 \text{ mm}$. Cet ajustement de courbe est présentée à la Figure 3.22. Les intensités turbulentes ($TI_i = \sqrt{u_i'^2}/U_H$; $\overline{u_1'^2} = \overline{u'^2}$, $\overline{u_2'^2} = \overline{v'^2}$ et $\overline{u_3'^2} = \overline{w'^2}$)

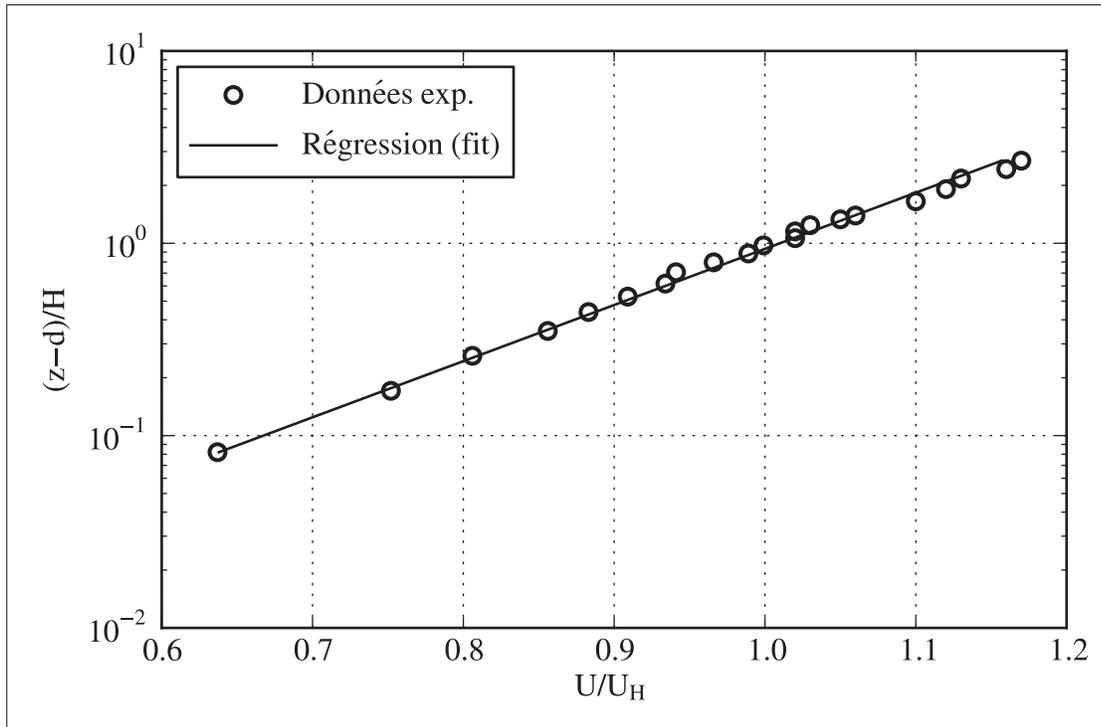


Figure 3.22 Régression par la méthode des moindres carrés entre les données expérimentales et la loi logarithmique (éq. 3.11). Une valeur de $u_\tau/U_H = 0,0585 \text{ m/s}$ est obtenue pour la vitesse de frottement.

obtenues à partir de la valeur RMS des fluctuations de vitesse sont présentées à la Figure 3.23. Notons que les fluctuations ont été mesurées pour les trois composantes. D'une manière similaire aux observations faites pour le cas RUSHIL H0 (Voir Figure 3.6), on retrouve le caractère anisotrope de la turbulence dans la région proche-paroi et les fluctuations se recourent plus

on s'éloigne pour recouvrir le caractère isotropique de la turbulence à partir d'une certaine hauteur. Ces fluctuations sont par contre plus faibles en comparaison indiquant ainsi un niveau de turbulence général plus faible. On confirme également à partir de la Figure 3.23 que l'hypothèse faite dans le cas de RUSHIL pour évaluer la composante $\overline{v'^2}$ par une moyenne des deux autres composantes (Voir section 3.3.1) semble être une approximation appropriée si l'on se fie au comportement observé des fluctuations.

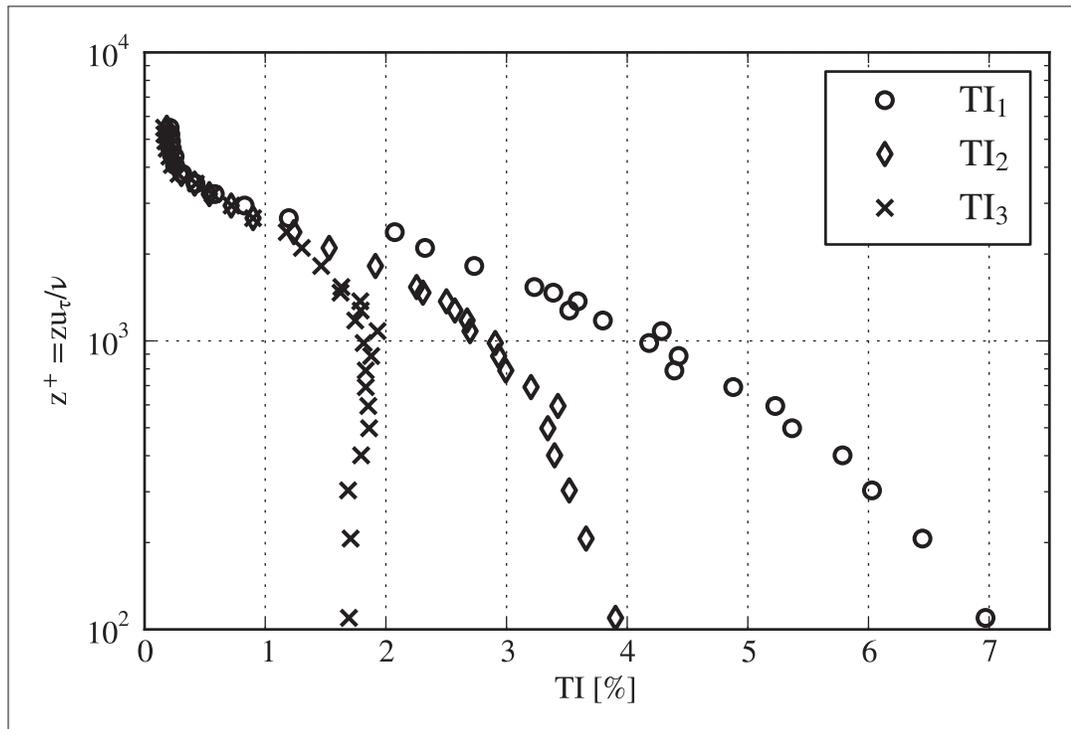


Figure 3.23 Intensités turbulentes TI_i mesurées expérimentalement dans la soufflerie pour le cas de référence sans la présence du cube.

3.5.2 Méthode de résolution numérique

Domaine de solution

Le domaine de solution utilisé dans la présente modélisation est présenté à la Figure 3.21. Ce domaine est le même que celui utilisé par Lim *et al.* (2007) lesquels ont réalisé des simulations LES pour les mêmes paramètres d'écoulement. L'origine des axes de coordonnées est localisé au pied du cube dans le centre du domaine. La rugosité de surface z_0 est imposée partout sur

le sol du domaine sauf sur les parois du cube où des parois lisses sont modélisées. Les autres conditions aux frontières imposées sur le domaine sont celles présentées dans la méthodologie à la Figure 2.3, à l'exception des conditions sur le haut du domaine. À cet endroit, le gradient de u est obtenu à partir de la loi logarithmique modifiée (éq. 3.11),

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_\tau}{\kappa(z-d)} = 0,782, \quad (3.12)$$

et les paramètres de la turbulence sont imposés comme suit,

$$\frac{\partial k}{\partial z} = 0, \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial z} = \frac{-u_\tau}{\sqrt{\beta^*} \kappa(z-d)^2} = -18,52. \quad (3.14)$$

Notons que des conditions périodiques sont imposées sur les frontières latérales. Les profils d'entrée sont simulés dans un domaine vide 2D selon la méthode décrite à la section 2.5.1 et les solutions obtenues sont par la suite mises en correspondance (mappées) sur l'entrée du domaine 3D en présence du cube.

Méthode de résolution

Le solveur utilisé est `simpleFoam`. Le schéma de discrétisation `linearUpwind`, d'une troncature de 2^e ordre, a été utilisé sur les termes advectifs. L'ensemble de constantes modifiées (Voir Tableau 3.4) est utilisé pour les calculs. Les solutions ont été considérées convergées lorsque les résidus sont tombés sous la barre de 1×10^{-5} .

Maillage

Le maillage fin *Longueur* \times *Hauteur* \times *Largeur* pour lesquelles les résultats sont présentés est de $320 \times 160 \times 160$. La distance de la première rangée de cellules sur le sol du domaine a été fixée à une distance nominale de $z^+ = 0,1$. Le maillage a été densifié dans la région entourant le cube et un coefficient d'expansion géométrique est progressivement imposé dans la direction du cube. La validation de l'incertitude sur la discrétisation est reportée au Tableau 3.9 pour

le maillage fin et le point de rattachement x_R sur la paroi supérieure du cube sont pris pour faire cette analyse. Notons que le point de rattachement est relevé à partir de la définition 2D présentée à la section 1.4.1 sur la ligne centrale $A - A$ (Voir Figure 3.27). On remarque que cette incertitude est relativement importante (10%) mais elle est acceptable considérant que cette région est très difficile à calculer en raison des gradients importants induits par les arêtes vives sur les côtés de la partie supérieure du cube. Ainsi, le reste de l'écoulement devrait en principe être mieux résolu qu'à cet endroit.

Tableau 3.9 Erreur reportée selon le GCI (Celik *et al.*, 2008) pour le maillage fin d'après le point de rattachement x_R sur la paroi supérieure du cube

| | Ordre apparent, p | Erreur relative, e_a^{21} | Erreur relative extrapolée, e_{ext}^{21} | GCI_{fine}^{21} |
|----------|---------------------|-----------------------------|--|-------------------|
| τ_w | 1,19 | 0,209 | 0,094 | 0,107 |

3.5.3 Résultats

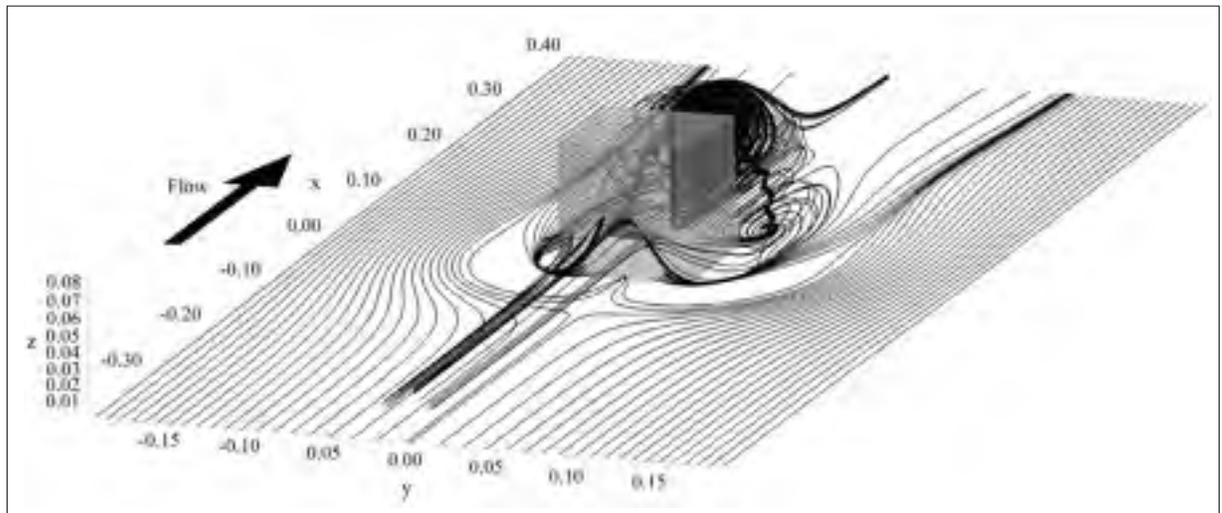


Figure 3.24 Lignes de courant dans la région en proximité du cube.
Cas test de Lim *et al.* (2007).

Dans une première mesure, on cherche à caractériser l'écoulement global et la Figure 3.24 permet de visualiser les lignes de courant calculées à partir de la solution numérique. Bien qu'elle soit présente dans l'écoulement, la région de séparation en amont du cube n'est pas représentée sur cette figure, l'emphase étant mise sur les lignes de courant de la région de séparation en

aval. On peut y remarquer à priori que la trajectoire des particules dans celle-ci peut y recirculer à plusieurs reprises avant d'en ressortir. On y remarque également la présence, au niveau du sol, d'un point de selle en amont et de points focaux en aval du cube. Ces éléments sont caractéristiques d'un écoulement séparé tridimensionnel si l'on se fie aux types d'écoulements séparés répertoriés par Jacobs *et al.* (2007). Cette figure illustre ainsi à juste titre la nature complexe que l'aspect tridimensionnel apporte à la structure topologique de l'écoulement. Les Figures 3.25 et 3.26 présentent les champs de vecteurs de cisaillement τ_w sur la paroi supérieure du cube et au niveau du sol. La longueur de chacun des vecteurs indique la magnitude du cisaillement pariétal aux endroits définis. Sur la paroi supérieure du cube (Voir Figure 3.25), une petite région de séparation est présente est elle s'étend jusqu'aux $2/3$ de l'obstacle en x (ce dernier résultat est présenté un peu plus loin à la Figure 3.28) d'après le point de selle qui s'y trouve. Sur la ligne centrale de la Figure 3.26a un peu en amont de l'obstacle, le cisaillement devient nul et change de direction également sous la forme d'un point de selle ce qui indique la présence d'une zone de recirculation entre ce point et la base de l'obstacle. Sur la Figure 3.26b, on remarque que la région de recirculation observée sur la Figure 3.24 est délimitée par une zone en forme d'ellipse qui possède des dimensions d'environ H en y et qui s'étend jusqu'à $3,62H$ à partir de l'arrière de l'obstacle dans la direction x (présenté plus loin, Voir Figure 3.28). Près des parois latérales du cube, il y a une petite zone de décollement observable qui survient presque à partir des coins avant de l'obstacle.

Dans une seconde mesure, on compare les longueurs de rattachement de la couche limite obtenues avec différents modèles de turbulence le long de la ligne centrale en aval du cube, tel qu'illustré avec l'axe B sur la Figure 3.27, ainsi que sur le sommet, tel qu'illustré avec l'axe $A - A$ sur cette même figure. Ces résultats de comparaison sont présentés au Tableau 3.10. Pour le point de rattachement situé sur l'axe B , la longueur calculée dans le cas présent est de $2,62H$ (Voir Figure 3.28) ce qui est environ deux fois supérieur à la valeur expérimentale. On remarque également que la plupart des autres types de modèles se rapprochent un peu plus de cette valeur. Notons que les résultats de simulations LES obtenus par Lim *et al.* (2009) sont ceux qui correspondent le mieux avec cette valeur, avec une longueur de rattachement moyenne

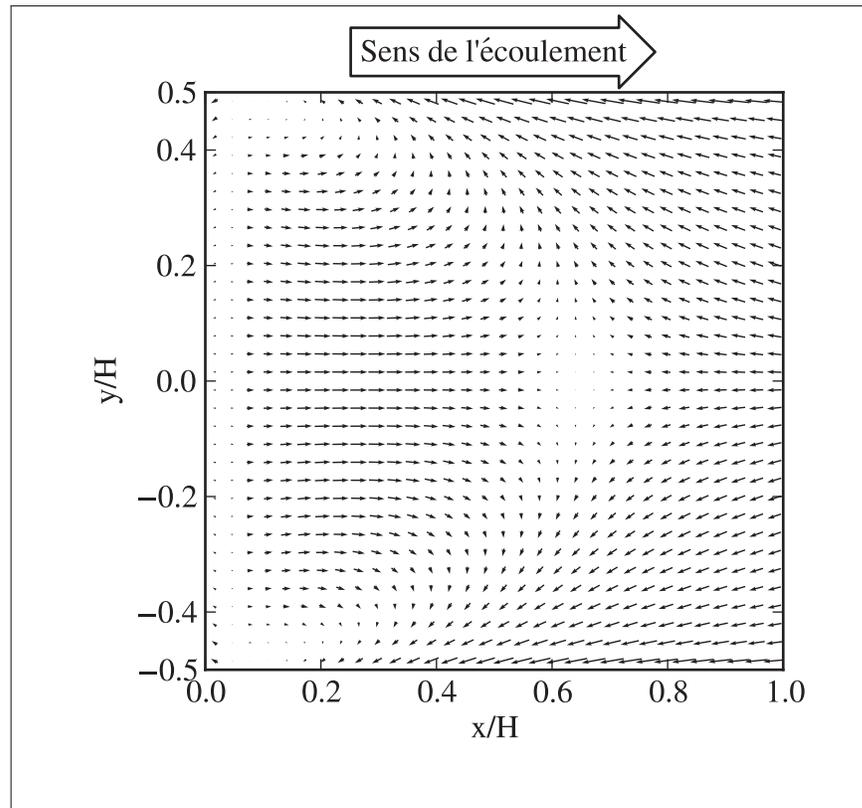


Figure 3.25 Champs de vecteurs cisaillement τ_w sur la paroi supérieure du cube.

prédite de $1,56H$. Par contre, dans la région sur le sommet du cube, le point de rattachement calculé est de $0,66H$ (Voir Figure 3.28) (avec un incertitude de 10%, Voir Tableau 3.9) alors que la valeur expérimentale reportée est située entre $0,5-0,6H$ (Voir Tableau 3.10). Les résultats ainsi obtenus correspondent davantage que tous les autres types de modélisation dans cette région, voire même mieux que la LES. Il devient donc dans ce contexte difficile de tirer des conclusions générales en raison de ces résultats contradictoires. La seule chose que l'on pourrait mentionner est que l'écoulement en aval du cube s'apparente plus à un écoulement séparé de sillage alors que l'écoulement près du cube prend plutôt la forme d'une région de séparation fermée. La structure de la turbulence peut en effet prendre une forme différente dans ces deux régions et les prédictions peuvent ainsi refléter le comportement caractéristique propre à chaque modèle dans ces régions.

Des résultats expérimentaux sont également disponibles pour les valeurs de vitesses axiales près du dessus du cube ($z/H = 1,01$) sur l'axe central ($y/H = 0,0$), tel qu'illustré sur la Fi-

Tableau 3.10 Points de rattachement x_R prédits par différentes méthodes et le présent calcul sur la ligne centrale sur le sommet et à partir de l'arrière du cube pour le cas test de Lim *et al.* (2007)

| Classification | Source | Points de rattachement x_R | |
|--------------------------------|--------------------------|------------------------------|-----------------|
| | | Sommet | Base (aval) |
| Expérimental | Easom (2000) | 0,5-0,6H | 1,2-1,4H |
| $k - \varepsilon$ standard | Easom (2000) | Pas de séparation | 2,1H |
| $k - \varepsilon$ M.M.K. | Easom (2000) | Pas de rattachement | 3,12H |
| $k - \varepsilon$ Non-linéaire | Easom (2000) | 0,75H | 2,2H |
| Differential stress model | Easom (2000) | Pas de rattachement | 2,1H |
| LES | Lim <i>et al.</i> (2009) | 0,73H | 1,56H |
| $k - \omega$ SST modifié | Présents calculs | 0,66H | 2,62H |

Figure 3.27 avec l'axe $A - A$. Tel que mentionné précédemment, cette région constitue un endroit délicat à prédire numériquement, car les arêtes vives sur le cube impliquent des discontinuités importantes difficiles à calculer dans la solution de l'écoulement. Toutefois, on remarque que la comparaison est assez bonne dans l'ensemble si l'on se réfère aux résultats présentés à la Figure 3.29. La courbe suit dans l'ensemble sensiblement le même comportement que les mesures expérimentales malgré les petits écarts observables. Ces petites disparités peuvent être en partie attribuées aux erreurs de discrétisation si l'on se fie à l'erreur de la solution à cet endroit basé sur le point de rattachement (Voir Tableau 3.9). Ces résultats indiquent néanmoins que la solution prédite par la méthodologie se comporte très bien en présence de gradients importants dans la région à proximité du corps.

Dans une dernière mesure, les Figures 3.30 et 3.31 présentent les isocontours d'énergie cinétique turbulente et de vorticité dans le voisinage du cube respectivement pour des coupes faites dans les plans $x - z$ et $y - z$. D'une manière complémentaire aux observations faites pour le cas 2D RUSHIL, et selon un patron similaire, on peut remarquer à la Figure 3.30a dans le plan $x - z$ que l'intensité de turbulence est plus importante dans le sillage en aval de l'obstacle. Il existe également une petite zone d'intensité de turbulence plus importante au pied du cube en amont. Ces zones d'intensité turbulentes plus fortes sont localisées en plein coeur des régions de s pa-

ration. Sur la Figure 3.30b, on remarque que de la vorticité est générée sur la partie supérieure avant et au pied du cube. Cette vorticité est présente aux différentes interfaces entre les zones de séparation et l'écoulement externe et se propage sur une certaine distance avant de diminuer en intensité. Dans le plan $y - z$, la Figure 3.31a nous montre que des régions d'intensité turbulente forte sont présentes sur les trois côtés du cube. La Figure 3.31b nous permet de voir quatre paires de tourbillons contre-rotatifs au sommet et le long des parois du cube. En conséquence, ces tourbillons génèrent du cisaillement donnant ainsi forme à un patron tel qu'illustré à la Figure 3.25 sur la paroi supérieure du cube et à la Figure 3.26 sur le sol du domaine. Un autre fait notable est que les maximums d'intensité turbulente sont présents à l'interface entre ces différents tourbillons. Tout compte fait, l'ensemble de ces éléments nous indique que la séparation provoque à ses interfaces la génération de tourbillons qui sont à l'origine de l'augmentation de la turbulence observée.

En somme, nous pouvons conclure que les résultats obtenus pour ce cas test confirment que la méthodologie présentée dans ce mémoire permet de décrire la séparation de l'écoulement atmosphérique dans un contexte tridimensionnel réel, et ce, selon une précision très acceptable qui répond aux objectifs d'ingénierie. Les résultats présentés dans cette section apportent également la confirmation que la séparation peut être prédite et généralisée aux cas 3D selon la présente méthodologie et qu'elle ne se limite pas seulement aux cas 2D.

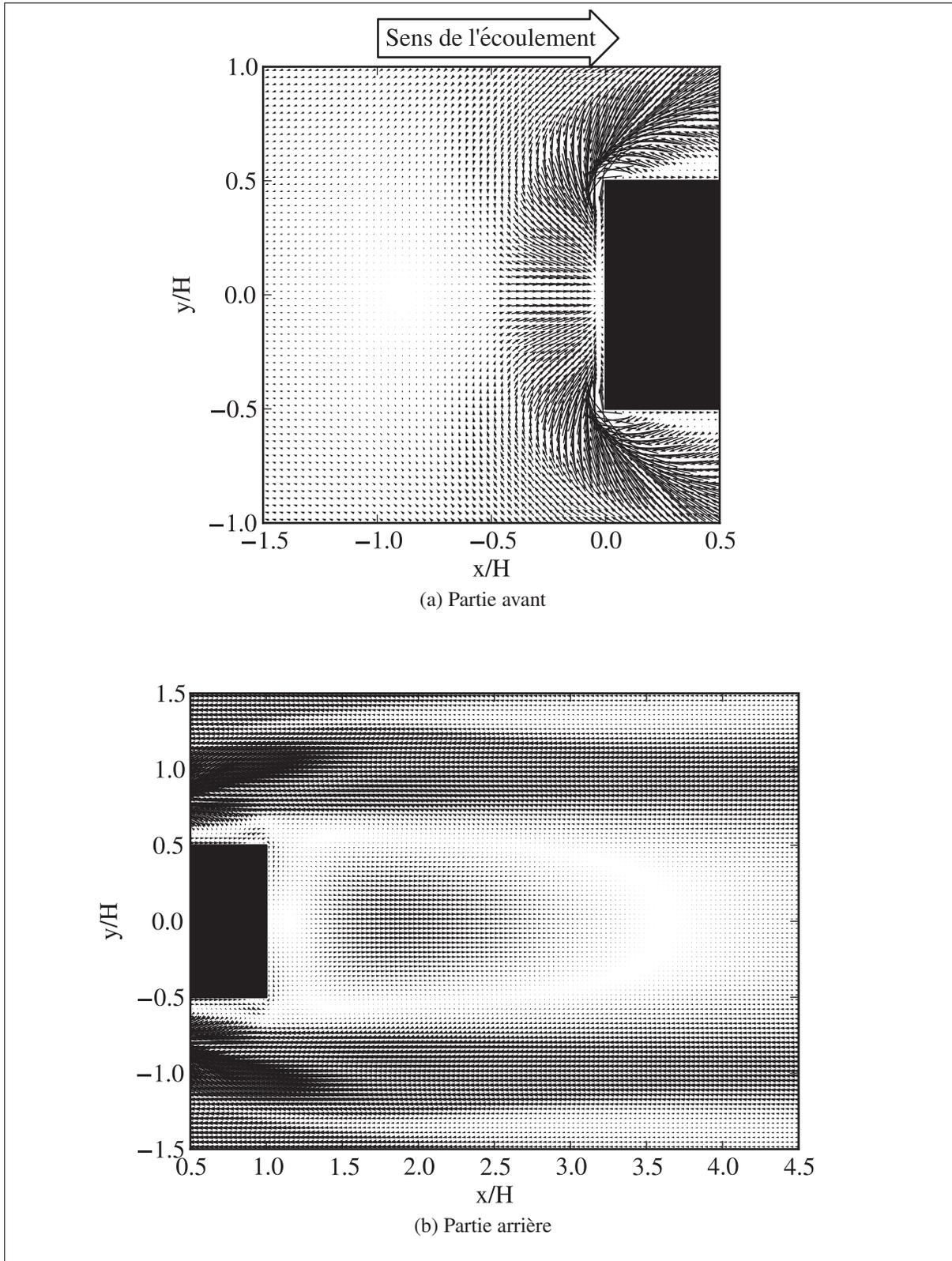


Figure 3.26 Champs de vecteurs cisaillement τ_w sur le sol du domaine.

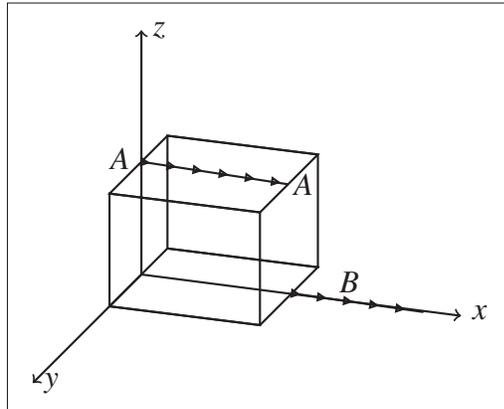


Figure 3.27 Vue rapprochée du cube. La ligne A – A indique l’axe de comparaison des mesures expérimentales et numériques et l’axe B indique l’axe central au pied du cube en aval.

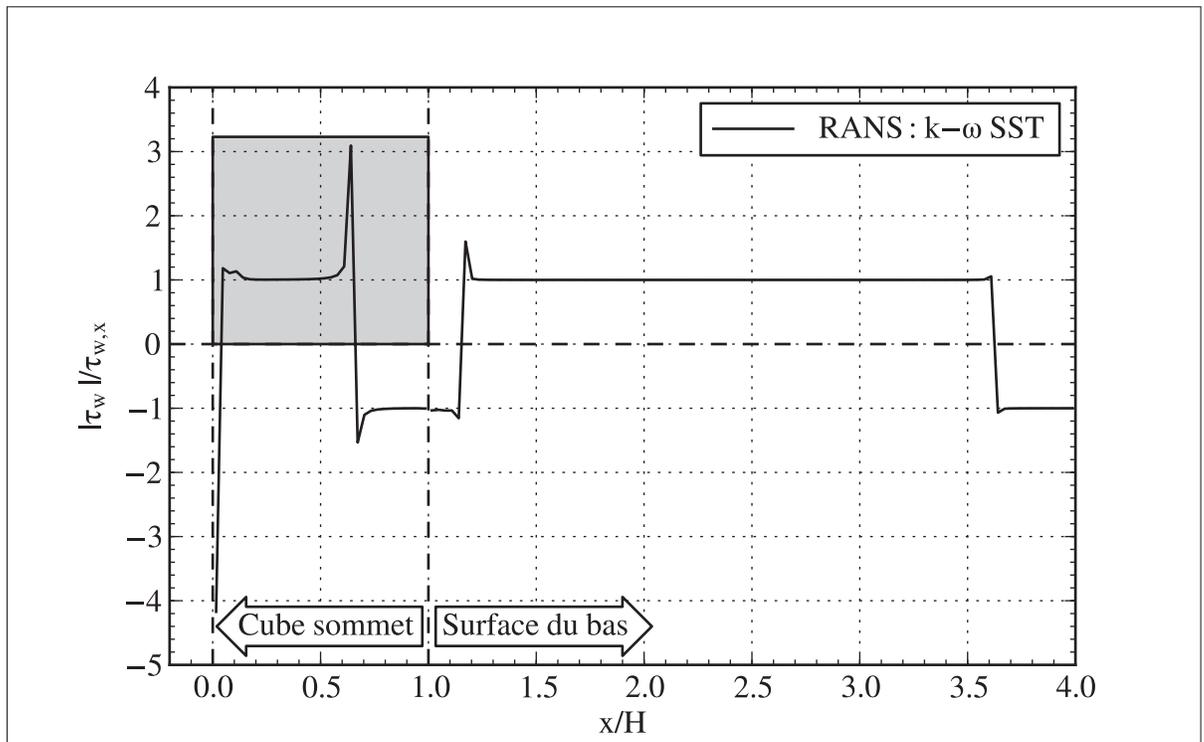


Figure 3.28 Cisaillement de paroi normalisé le long de l’axe A – A sur le sommet du cube et le long de l’axe B à la base du cube (Voir Figure 3.27).

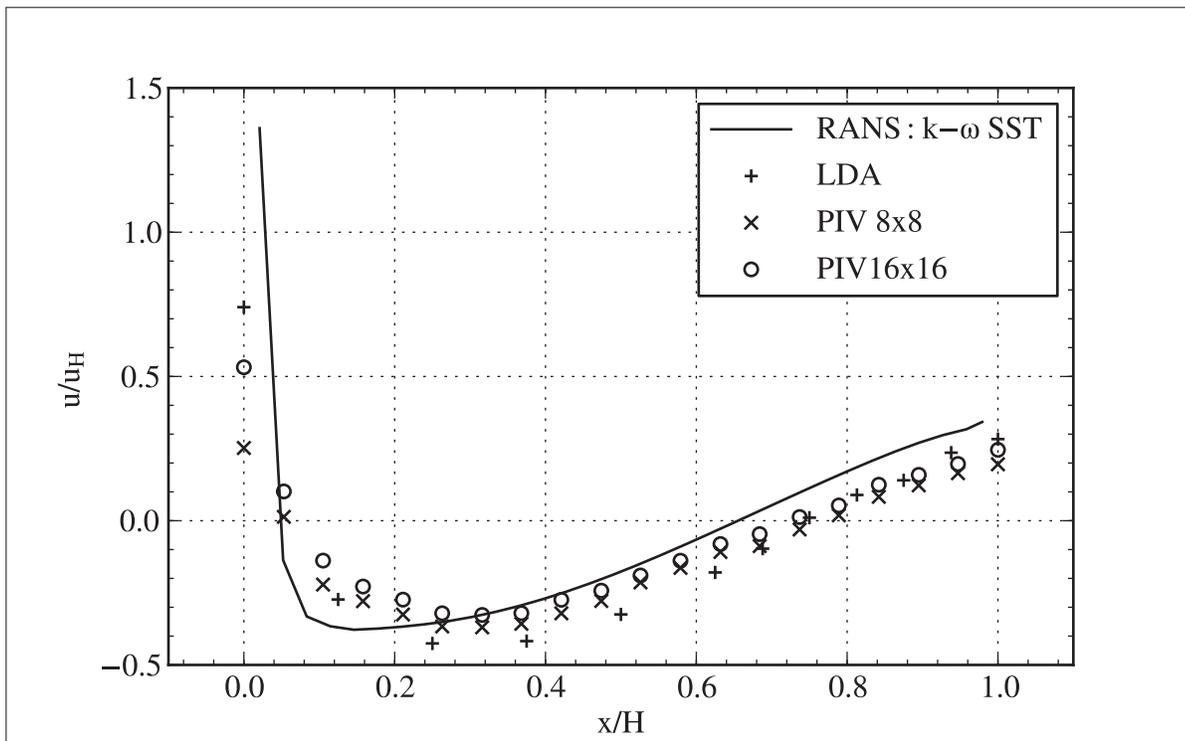


Figure 3.29 Comparaison des valeurs de vitesses numériques et expérimentales le long de l'axe $A - A$ sur le dessus du cube. Les mesures expérimentales sont prises selon deux techniques soit la *Laser-Doppler anemometry* (LDA) et la *Particle-Image velocimetry* (PIV) à haute (16×16 pixels) et à basse (8×8 pixels) résolution (Lim *et al.*, 2007).

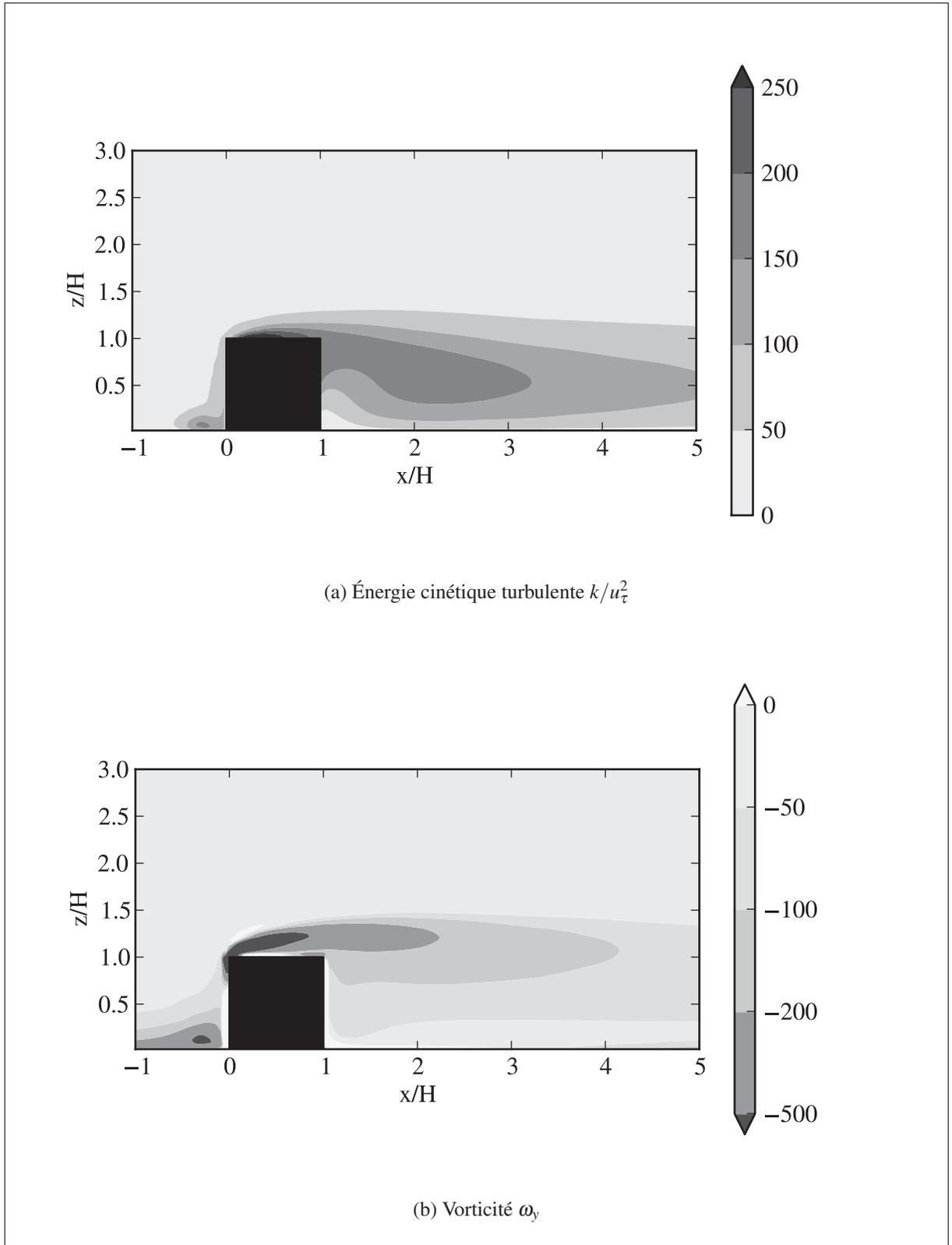


Figure 3.30 Isocontours d'énergie cinétique turbulente adimensionnels k/u_τ^2 et de vorticité ω_y [s^{-1}] dans le plan $x-z$ à $y/H = 0,0$.

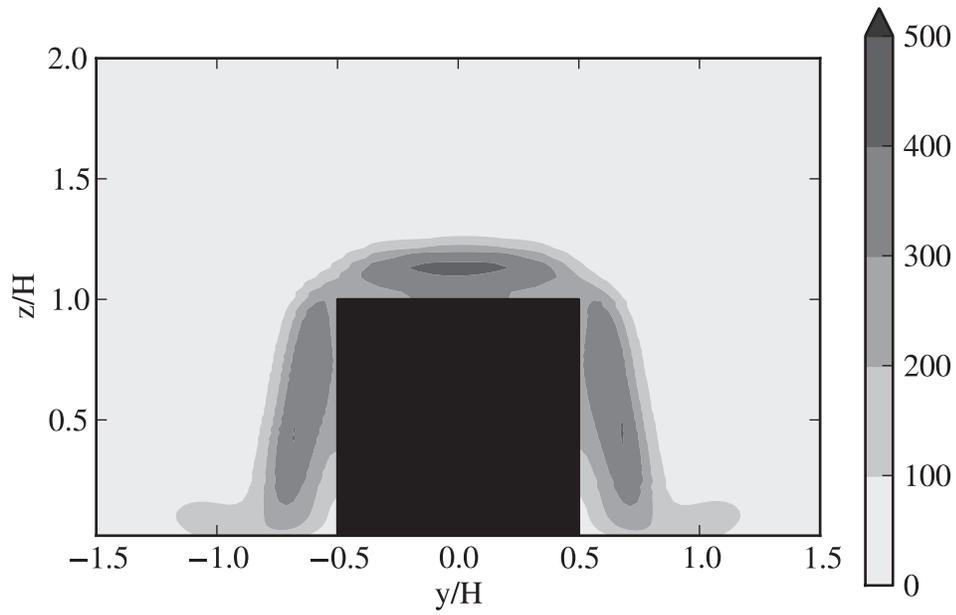
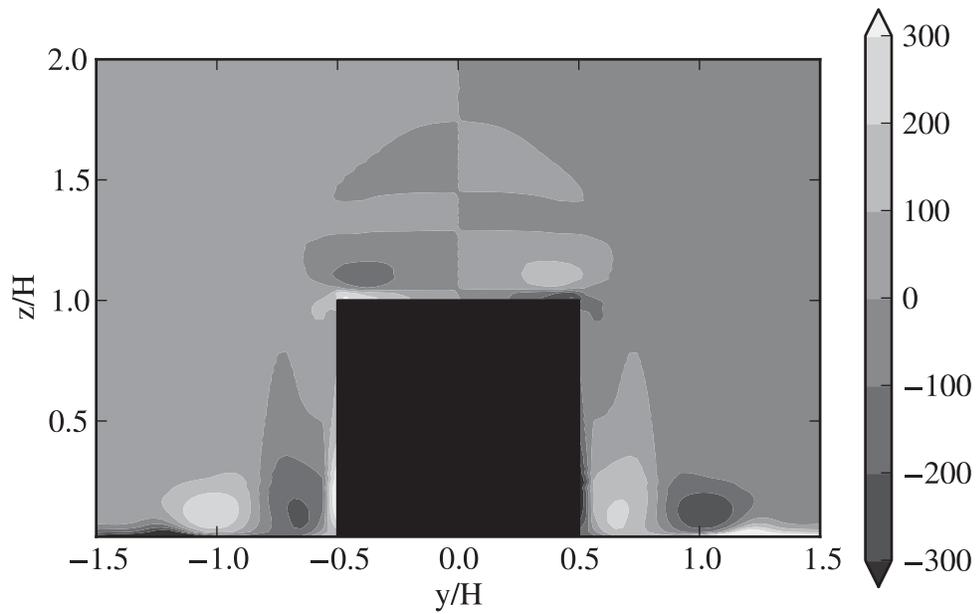
(a) Énergie cinétique turbulente k/u_τ^2 (b) Vorticité ω_x

Figure 3.31 Isocontours d'énergie cinétique turbulente adimensionnels k/u_τ^2 et de vorticité ω_x [s^{-1}] dans le plan $y-z$ à $x/H = 0,5$.

3.5.4 Discussion

Lors de la reproduction de la couche limite atmosphérique dans une soufflerie à une échelle réduite autour d'un corps quelconque, il est largement accepté qu'il n'y a pas d'effet de nombre de Reynolds et que donc, les informations obtenues lors de ces expériences peuvent être appliquées et transposées à grande échelle (Hoxey *et al.*, 1998). Cependant, Hoxey *et al.* (1998) affirment que cette supposition n'est pas valide pour les écoulements séparés et que dans les faits, l'écoulement est, dans ce cas spécifique, sensible au nombre de Reynolds en raison des échelles de temps et de longueurs différentes impliquées en soufflerie et à grande échelle. En conséquence, il serait fortement recommandé de comparer la présente méthodologie avec des données à grande échelle pour s'assurer qu'elle est réellement en accord avec la réalité et qu'elle concorde en dehors des analyses comparatives faites en soufflerie. Dans une perspective générale, Castro et Robins (1977) observent que l'ajout de turbulence et de cisaillement en amont de l'objet étudié réduit considérablement les dimensions de la région de séparation. Tel qu'il est suggéré dans la méthodologie, il est donc important de porter une attention particulière aux conditions aux frontières sur le domaine, notamment à l'entrée, car celles-ci reproduisent l'état dans laquelle se trouve la couche limite d'approche. Également, il n'y a pas de raisons possibles de supposer que la validation des résultats sur ce cas 3D ne soit pas valide pour d'autres types d'objets 3D possédant des arêtes vives en leurs bordures. La dépendance de la solution se situe plutôt dans les paramètres d'écoulement considérés et non spécifiquement dans la géométrie locale de la surface.

CONCLUSION

La séparation de l'écoulement, tel que nous avons constaté dans la revue de littérature, est un phénomène *instationnaire, visqueux et non linéaire* qui peut survenir lorsque la couche limite voyage suffisamment loin contre un gradient de pression adverse. Physiquement, la séparation entraîne le départ des trajectoires des particules de fluide proche-paroi loin de la surface. Bien qu'elle puisse nous éclairer sur les processus en cause, la théorie mathématique en lien avec la séparation échoue à en fournir un portrait global, ce qui la rend impossible à utiliser pour réaliser des prédictions de manière adéquate. La difficulté réside dans le fait que la couche limite séparée modifie l'écoulement externe qui en retour influence la couche limite et ce procédé se poursuit d'une manière *interactive*. C'est ainsi qu'une méthode numérique, comme celle qui est présentée dans ce mémoire, est souvent nécessaire pour modéliser un écoulement séparé de manière plus précise. Cependant, une attention particulière doit être portée à l'égard de la modélisation de la turbulence, car la séparation est fortement couplée avec ce phénomène. On peut illustrer physiquement le lien qui unit ces deux phénomènes par une couche de cisaillement libre instable qui apparaît lorsque la séparation survient. Des tourbillons se forment, grandissent et se transportent dans cette couche provoquant ainsi des zones d'intensité turbulente accrues. Prenant considération des faits établis, c'est dans ce contexte que le modèle $k - \omega$ SST, reconnu comme ayant un bon comportement en présence de gradients de pression adverse, a été choisi pour être appliqué à des écoulements atmosphériques, de pair avec une modélisation de rugosité de surface appropriée. L'approche utilisée pour traiter la condition de surface est particulièrement importante en modélisation numérique, car les hypothèses sous-jacentes peuvent avoir une influence considérable sur la solution de l'écoulement séparé.

C'est à cet effet qu'une méthodologie pour modéliser numériquement la couche limite atmosphérique dans la couche de surface terrestre a été présentée dans le cadre de ce mémoire. Plus spécifiquement, l'objectif consistait à prédire le plus précisément possible un phénomène pouvant survenir sur des terrains potentiellement complexes : la séparation de l'écoulement. Ce phénomène peut en effet conduire à des régions de haut niveau de turbulence et de cisaillement pouvant être dommageables et qui doivent être évitées lors du processus de micropositionne-

ment des éoliennes. Les aspects de la modélisation ont donc été stratégiquement orientés pour prédire le plus adéquatement possible ces zones de séparation. Pour simplifier la problématique, la stratification neutre a été considérée et les effets de Coriolis ont été négligés. Les constantes du modèle ont été ajustées et adaptées pour cadrer plus convenablement dans un contexte d'écoulement atmosphérique et de séparation. La rugosité de surface a été prise en considération par l'entremise de conditions aux frontières sur les paramètres de la turbulence, celles-ci étant calibrées pour prendre en compte cet effet. Les résultats produits par ces conditions de paroi ont par la suite été comparés sur un cas test impliquant un écoulement de couche limite grandissante sur une plaque plane. Ce premier cas test a permis de valider l'implémentation de l'extension de rugosité faite dans OpenFOAM, en récréant les mêmes résultats que ceux obtenus par Knopp *et al.* (2009). Un ensemble de conditions aux frontières permettant de reproduire une couche limite à l'équilibre a par la suite été proposé. La méthodologie complète a été validée et comparée sur deux cas tests 2D idéaux et un cas test 3D idéal soit une colline axisymétrique, une crête triangulaire et un cube monté sur une surface. Les mesures expérimentales réalisées en soufflerie pour les deux cas tests 2D ont été comparées aux résultats numériques obtenus selon la méthodologie proposée pour évaluer la précision de la prédiction des zones de séparation. Ces résultats ont montré une bonne comparaison et une précision tout à fait acceptable en se basant sur des simulations réalisées dans la littérature avec d'autres types de modèles RANS. Un cas test 3D a ensuite été expérimenté avec succès en obtenant des résultats en bon accord avec la LES et ceux obtenus expérimentalement, ce qui confirme la validité de la méthode pour les cas tridimensionnels. En définitive, la méthodologie ainsi développée semble prometteuse pour être étendue à des écoulements atmosphériques réels à des fins d'identification des régions de séparation sur des terrains complexes.

À la lumière des considérations théoriques et des résultats numériques présentés dans ce mémoire, on peut cependant tirer plusieurs conclusions quant aux limitations techniques de la méthodologie numérique présentée. Un des aspects les plus importants dignes de mention, est que le modèle de turbulence $k - \omega$ SST a été développé dans le contexte de l'hypothèse de Boussinesq. Dans ce type d'approche, les contraintes de Reynolds $-\rho \overline{u_i u_j}$, dans les équations

moyennées temporellement, sont approximées par un terme de gradient diffusif où la viscosité tourbillonnaire ν_t est considérée comme étant isotropique. Cet aspect contraste fortement avec les observations expérimentales faites pour les écoulements atmosphériques, dans lesquelles on observe un découplage marqué entre les contraintes individuelles dans la région proche-paroi. En conséquence, on arrive difficilement à prédire correctement avec ce type de modèle la région d'écoulement proche-paroi. La seule marge de manoeuvre possible passe par la modification des constantes du modèle, afin de les rendre compatibles avec les observations réalisées pour des écoulements atmosphériques. En effet, les constantes dites « standard » dans le modèle original, ont été préalablement calibrées dans un contexte bien précis qui ne convient pas nécessairement au contexte atmosphérique.

Il faut se rappeler en terminant que l'objectif poursuivi dans ce travail était de parvenir à réaliser des prédictions d'ingénierie fiables et efficaces concernant les écoulements atmosphériques séparés. Il ne fait cependant aucun doute qu'un niveau de complexité plus élevé devrait être inclus dans le traitement de la turbulence, soit par l'utilisation de la LES ou d'autres techniques, afin de modéliser correctement ce type d'écoulement. Certaines améliorations peuvent cependant être apportées à ce travail et nous pouvons à cet effet formuler quelques **recommandations** pour les travaux futurs, notamment :

1. D'effectuer une comparaison plus détaillée et complète entre les résultats des différents types de modèles de turbulence RANS pour pouvoir évaluer plus exhaustivement lequel de ces modèles permet de réaliser les meilleures prédictions de séparation ;
2. D'effectuer des comparaisons supplémentaires avec d'autres types de cas 3D présentant des surfaces courbes ;
3. De comparer la méthodologie avec des données obtenues à grande échelle. Des effets de nombre de Reynolds peuvent effectivement être présents pour des écoulements séparés reproduits en soufflerie tel que discuté par Hoxey *et al.* (1998). Cette étape nécessiterait une campagne de mesure expérimentale effectuée à grande échelle avec une instrumentation appropriée, avec une attention particulière sur la caractérisation des régions de séparation situées en terrains complexes ;

4. De recalibrer les conditions de surface afin de les adapter spécifiquement pour de la rugosité de type « atmosphérique ». Ce travail nécessiterait par contre une large base de données comportant divers types de rugosité « atmosphérique » (de hauteur équivalente z_0 variable). Éventuellement, il serait également recommandé d'inclure la paramétrisation de la canopée forestière car il s'agit d'une méthode jugée plus appropriée pour prendre en compte l'effet de la forêt sur l'écoulement séparé.

ANNEXE I

NUMERICAL MODELING OF FLOW SEPARATION IN NEUTRAL ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER USING THE $k-\omega$ SST TURBULENCE MODEL

Numerical modeling of flow separation in neutral atmospheric boundary layer using the $k - \omega$ SST turbulence model

Louis-Étienne Boudreault, Louis Dufresne, and Christian Masson

Département de génie mécanique, École de technologie supérieure, Montréal, QC, H3C 1K3, Canada

Email: *louis-etienne.boudreault.1@ens.etsmtl.ca,*
louis.dufresne@etsmtl.ca,
christian.masson@etsmtl.ca

ABSTRACT

A numerical methodology to accurately and efficiently model flow separation in the context of atmospheric boundary layer (ABL) flow is investigated. The methodology is based on a RANS approach where the turbulence closure was achieved with the $k - \omega$ SST model. Boundary conditions producing a flow representative of the ABL in the surface layer according to this model is presented. Roughness modeling of the surface and neutral stratification were considered. The model constants were calibrated based upon ABL and flow separation considerations. The complete methodology was validated and compared against wind tunnel test cases. Results show that this methodology looks promising to be extended and used for real ABL flows for separation zones identification purposes in a potentially complex terrain.

1 INTRODUCTION

The modeling of an equilibrium neutral atmospheric boundary layer over complex terrain is an important issue in wind engineering. Moreover, this type of flow may involve zones of flow separation resulting in undesirable high level of turbulence and shear in wind energy applications. This complex non-linear phenomenon is hardly reproduced with great precision in standard numerical modeling [1]. The aspects of the separated region closely depends on the behaviour of the turbulence model of interest and on the boundary conditions, especially the roughness modeling of the surface. An efficient and affordable option for the simulation of an equilibrium atmospheric flow capturing flow separation is to use RANS-based models [2]. In this context, the standard $k - \epsilon$ model is often

used and boundary conditions that results in horizontally homogeneous profiles have been thoroughly developed following the work of Richards and Hoxey [3]. Unfortunately, this turbulence model by means of this set of boundary conditions gives mitigated predictions regarding flow separation [4]. This shortcoming can be among other things related to the use of wall functions based on log-law assumptions in the separated regions where the flow is apparently not logarithmic [5, 6]. The $k - \omega$ SST turbulence model is on the other hand well adapted and recognized for its good behaviour in adverse pressure gradients (APG) [7] and separated flows but was mainly used in aerodynamic applications. Therefore, a set of boundary conditions producing an equilibrium flow consistent with this turbulence model is presented including an appropriate roughness modeling of the surface. The complete model is then validated against two 2D test cases involving flow separation in neutral atmospheric flow, the RUSHIL test case [8] and a triangular ridge [9]. The adaptation and calculations in the following work were conducted with the finite volume code OpenFOAM (www.openfoam.org).

2 MODEL DESCRIPTION

2.1 Governing equations

The Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS) for the steady motion of an incompressible Newtonian fluid using the Boussinesq eddy-viscosity assumption can be written as [10]

$$\frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (2)$$

where the Einstein summation convention for the indexes is used. Here, x_i are the components of the coordinate system, u_i are the mean velocity components, p is the modified mean pressure and ν is the kinematic molecular viscosity. The evaluation of the eddy viscosity ν_t is discussed in more details in what follows.

2.2 The $k - \omega$ SST turbulence model

The $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport) [7] is a two-equations eddy viscosity low- Re turbulence model where the turbulent kinetic energy k and the specific dissipation ω are solutions to the transport equations

$$\frac{\partial(u_j k)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_k \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] = \tilde{P} - \beta^* \omega k, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(u_j \omega)}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(v + \sigma_\omega \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] &= \frac{\gamma}{\mu_t} P - \beta \omega^2 \\ &+ 2(1 - F_1) \frac{\sigma_\omega^2}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}. \end{aligned} \quad (4)$$

The eddy viscosity is given by

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)}, \quad (5)$$

where $a_1 = 0.31$ and $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ where S_{ij} is the strain rate tensor. F_1 and F_2 are blending functions and the model constants β^* , β , γ , σ_k and σ_ω are blended across two sets via

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2, \quad (6)$$

these two sets being respectively the corresponding constants ϕ_1 and ϕ_2 for the $k - \omega$ and the $k - \epsilon$ model. The model accounts for the effects of the transport of the principal turbulent shear-stress and retains the formulation of the Wilcox $k - \omega$ model in the near-wall region and switches to the $k - \epsilon$ model outside the boundary layer through the two blending functions F_1 and F_2 [7]. These combined features have proved to benefit to the prediction of flow separation [11].

2.3 Surface-roughness modeling

The effect of a rough surface on the flow is to increase the near-wall turbulence and hence increase skin friction over the surface. One way to model this effect is to set suitable values of k and ω as boundary conditions at the bottom surface. Recently, a new roughness extension for $k - \omega$ type turbulence models has been proposed [12]. It accounts for all roughness flow regimes (smooth, transitional and fully rough) through the following blending functions

$$\begin{aligned} k|_w &= \phi_{r1} k_{rough}, \quad k_{rough} \equiv u_\tau^2 / \sqrt{\beta^*}, \\ \phi_{r1} &= \min \left(1, \frac{k_s^+}{90} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

and,

$$\begin{aligned} \omega|_w &= \min \left(\frac{u_\tau}{\sqrt{\beta^*} \kappa z_0}, \frac{60\nu}{\beta_1 z_1^2} \right), \quad \tilde{z}_0 = \phi_{r2} z_0, \\ \phi_{r2} &= \min \left[1, \left(\frac{k_s^+}{30} \right)^{2/3} \right] \min \left[1, \left(\frac{k_s^+}{45} \right)^{1/4} \right] \\ &\quad \times \min \left[1, \left(\frac{k_s^+}{60} \right)^{1/4} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

where $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ is the friction velocity, z_1 denotes the distance of the first grid point above the wall as shown in fig. 1, and $k_s^+ = k_s u_\tau / \nu$ is the inner scale roughness height. The friction velocity in the first cell is calculated here by

$$u_\tau^2 = \nu_{\text{eff}} \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_1}, \quad \nu_{\text{eff}} = \nu + \nu_t. \quad (9)$$

A correspondence can be established between k_s and the aerodynamic roughness length z_0 by comparing the velocity profiles based on these respective roughness height [13]. Note that these boundary conditions (eqs. 7 and 8) are the blended solutions from the smooth regime to the theoretical equilibrium solutions in the fully rough regime for both variables. This feature thwarts the extremely fine near-wall mesh required by the Wilcox roughness extension [14] as discussed by Knopp *et al.* [12]. Setting suitable values of near-wall turbulent quantities for flows over rough walls can play a key role in predicting flow separation [15].

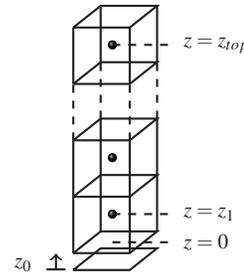


Figure 1: Schematic of the control volumes indexing near the bottom and the top boundary.

It has been pointed by Hellsten and Laine [16] that the roughness extension of Wilcox [14] for the $k - \omega$ model can cause the activation of the wrong term in the limitation of ν_t in eq. (5). In order to prevent this problem, they proposed multiplying the term SF_2 in the denominator by the following function

$$F_3 = 1 - \tanh[(150\nu/\omega d^2)^4], \quad (10)$$

which equals zero in the near wall region and unity elsewhere. Knopp *et al.* [12] mention that their extension used herein is not subjected to this problem

since it produces a value of $\omega|_w$ 2.71 times superior than Wilcox's extension. For robustness considerations, this function (eq. 10) has been implemented in our work.

2.4 Model constants

A new set of constants different from the recommended values of the original model [7] are considered. These constants are shown in table 1. Firstly, a larger value than $k/u_\tau^2 = 3.33$ corresponding to the standard value of $\beta^* = 0.09$ is often observed in field measurements of ABL flows as pointed by Richards and Hoxey [3]. This fact was also observed here in the RUSHIL (see section 4.1) flat reference test case H0 as seen on fig. 2, where β^* shows a mean value somewhat closer to $\beta^* = 0.03$. This value is corroborated by other experiments (see e.g., [17]) and is chosen here. The second notable difference lies in the modified values of the diffusion constants σ_{k2} and $\sigma_{\omega2}$. Poroseva and Iaccarino [18] emphasized that turbulence diffusion plays a significant role in unbounded flows. They thus suggested setting a constant ratio of $\sigma_\varepsilon/\sigma_k = 1.5$ in lieu of the standard values $\sigma_k = 1.0$ and $\sigma_\varepsilon = 1.3$ for the $k - \varepsilon$ model. This suggestion was taken into account and is reflected through the modified diffusion constants of the outer region which are those corresponding to the $k - \varepsilon$ model. Thirdly, Wilcox [14] suggests that choosing a ratio of $\beta^*/\beta = 1.27$ based on isotropic turbulence calibration is acceptable. The value of β_1 in the $k - \omega$ part (inner region) was therefore set accordingly. For β_2 in the outer region, comparison between the $k - \varepsilon$ and the $k - \omega$ model [19] yields the equivalence $\beta_2 = \beta^*(C_{\varepsilon2} - 1)$ where $C_{\varepsilon2} = 1.92$. Finally, the relation $\gamma = \beta/\beta^* - \sigma\kappa^2/\sqrt{\beta^*}$ must hold between the constants if an equilibrium flow is considered [14]. The von Kármán constant was found to be $\kappa = 0.4$ by data fitting on the velocity measurements from the RUSHIL flat reference case, a value often used for ABL flows.

| Inner region | Outer region |
|---------------------------------|---------------------------|
| $\sigma_{k1} = 0.85$ | $\sigma_{k2} = 1.0$ |
| $\sigma_{\omega1} = 0.5$ | $\sigma_{\omega2} = 0.67$ |
| $\beta_1 = 0.0236$ | $\beta_2 = 0.0276$ |
| $\gamma_1 = 0.3255$ | $\gamma_2 = 0.3011$ |
| $a_1 = 0.31$ | |
| $c_1 = 10.0$ | |
| $\beta^* = 0.03; \kappa = 0.40$ | |

Table 1: Modified model constants of the $k - \omega$ SST transport equations.

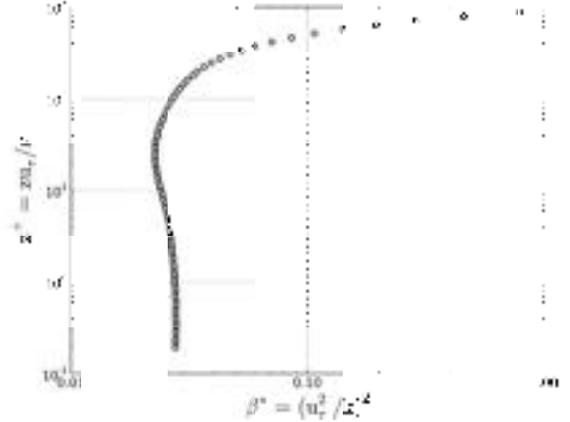


Figure 2: Height varying β^* profile for the RUSHIL flat reference case H0. The experimental values for k were obtained from the measured RMS fluctuations $k = \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2 + w'^2)$. Note that the lateral component v' was not available from the measurements and k was therefore obtained from an average of the other two components.

3 BOUNDARY CONDITIONS

The atmospheric boundary layer in the surface region is considered to be *homogeneous* or in *local equilibrium*, i.e. turbulence production is balanced by turbulence dissipation. The successful modeling of an equilibrium ABL should imply boundary conditions derived from the turbulence model under this assumption. Richards and Hoxey [3] made such derivations for the $k - \varepsilon$ model and proposed a set of boundary conditions consistent with the model's equilibrium equations. Yang *et al.* [20] recently proposed new inflow profiles with k varying with height. Gorlé *et al.* [21] later reviewed inconsistencies in Yang's derivation. However, the latter approach is particularly tedious and difficult to apply practically. Moreover, it has been addressed by several authors that horizontal homogeneity cannot be achieved completely by solely applying these boundary conditions [22, 23]. These shortcomings are avoided here with the boundary conditions derived from the methodology described below.

3.1 Top boundary

In order to balance the momentum homogeneity flux absorbed by the surface, a (constant) shear stress should be applied at the top boundary [22]. This condition is representative of the shear dominated mechanism present in the surface layer of the ABL and neces-

sary to maintain the boundary layer in an equilibrium state. This can be accomplished by fixing the streamwise velocity gradient for the mean velocity profile as

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_{top}} = \frac{u_\tau}{\kappa(z+z_0)}. \quad (11)$$

Assuming that the theoretical equilibrium profile of k and ω [14]

$$k = \frac{u_\tau}{\sqrt{\beta^*}}, \quad (12)$$

$$\omega = \frac{u_\tau}{\sqrt{\beta^*} \kappa(z+z_0)}, \quad (13)$$

is constant in the case of k and become zero for ω well away from the surface, their normal derivatives can be set to zero ($\partial(k, \omega)/\partial z = 0$). If the experimental gradient of k is available, it should therefore be applied to depict the flow as faithfully as possible. For ω , the gradient can easily be derived from eq. 13

$$\left. \frac{\partial \omega}{\partial z} \right|_{z=z_{top}} = \frac{-u_\tau}{\sqrt{\beta^*} \kappa(z+z_0)^2}, \quad (14)$$

and be fixed accordingly at the top boundary.

3.2 Bottom boundary

The no-slip boundary condition $u|_{z=0} = 0$ should be directly applied on the ground boundary together with the roughness extension described in section 2.3.

3.3 Inflow profiles

In order to avoid streamwise gradients to develop in the domain, the inflow profiles should be the homogeneous solutions of the model's equations. This can be achieved by matching the velocity measurements at the top boundary and by fixing the gradients accordingly as described in section 3.1. A simulation in a empty domain should then be performed with coupled inlet-outlet periodic boundary conditions [24]. These operations ensures that the inflow profiles simulated are consistent with the shear driven flow condition at the top and with the roughness modeling of the surface at the bottom of the domain.

3.4 Outlet boundary

Neumann condition on all flow variables except pressure should be considered in the streamwise direction ($\partial()/\partial x = 0$). Pressure is fixed at a reference value.

4 RESULTS

In the following calculations with OpenFOAM, the SIMPLE algorithm was used to handle pressure-velocity coupling and the second order linear upwind differencing scheme on the advection terms was used. The pressure solution was accelerated using a multi-grid method whereas the other variables were solved using a smooth solver. The solutions were considered converged when the normalized scaled residuals for all variables fell under 10^{-5} . Numerical errors due to discretization of the domain are reported according to the *Grid Convergence Index* (GCI) [25]. A series of three grids, each of them being two times coarser than the next refined one, were used for the uncertainty assessment.

4.1 RUSHIL test case

The RUSHIL test case [8] consists in series of wind tunnel experiments over symmetrical bumps of height $H = 117 \text{ mm}$ having different aspect ratios with a roughness length of $z_0 = 1.57 \times 10^{-4} \text{ m}$. A complete set of data measurements are available for this test case making it a good basis for comparison. An equilibrium logarithmic boundary layer having a friction velocity of $u_\tau = 0.178 \text{ m/s}$ with a Reynolds number based on hill height of $Re_H = U_\infty H/\nu = 3 \times 10^4$ where $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ was reproduced. The parametrical shape of the bump was given by

$$|\xi| \leq a \begin{cases} x = \frac{1}{2} \xi \left[1 + \frac{a^2}{\xi^2 + m^2} \frac{a^2 - \xi^2}{a^2 - \xi^2} \right], \\ z = \frac{1}{2} m \sqrt{a^2 - \xi^2} \left[1 - \frac{a^2}{\xi^2 + m^2} \frac{a^2 - \xi^2}{a^2 - \xi^2} \right], \end{cases} \quad (15)$$

where a is the half-length of the hill, ξ is an arbitrary parameter, $m = n + \sqrt{m^2 + 1}$ and $n = H/a$ is the average slope. Calculation results were obtained for the hill named H3 (the number denotes the length/height ratio $1/n$) where flow separation was observed as seen on fig. 4. The domain dimensions were set to $80H \times 6.1H$ (see fig. 3) with a 240×160 grid and the first near-wall computational cell was set at a nominal distance of $z_1^+ = 0.1$. A flat reference case H0 was also provided and used to simulate the inflow profiles as well to validate the homogeneity of the solutions. The gradient of k at the top boundary was set according to experimental one. The curves in fig. 5 are almost coincident throughout the domain hence confirming the homogeneity of the numerical methodology. The discrepancy in the turbulent kinetic energy profiles from the experimental and numerical solution is somehow related to the predicted roughness by the surface boundary condition in eq. 7. The roughness height viewed by the roughness extension is lying in the transitional flow regime which is delicate and troublesome to predict. This aspect is also portrayed in the

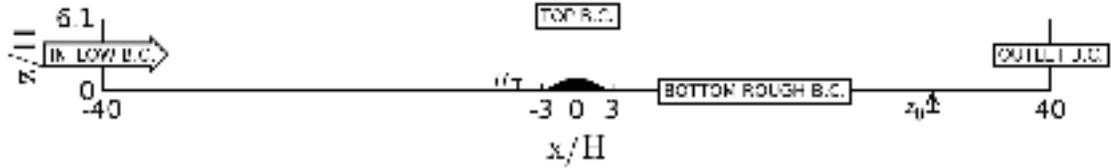


Figure 3: Solution domain extent and geometry of the hill for the RUSHIL H3 test case [8].

near-wall solution of the mean velocity profile where the curves do not exactly match. Nevertheless, mean velocity profiles of the hill H3 are presented in fig. 6 at three different positions on both sides the hill and shows good agreement with the experimental measurements. The definition of the separation point x_s used here is the location where the wall shear stress τ_w vanishes and changes sign, i.e.,

$$\tau_w(x_s) = \frac{\partial u(x_s)}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \tau_w(x_s)}{\partial x} > 0, \quad (16)$$

where z is the normal direction relative to the surface and x is directed in the streamwise direction. Reattachment point x_R is on the other hand defined as the location where $\tau_w(x_R) = 0$ and $\tau_w'(x_R) < 0$. The calculated value of the reattachment length is presented in table 3 and also shows a result close from the experimental one.

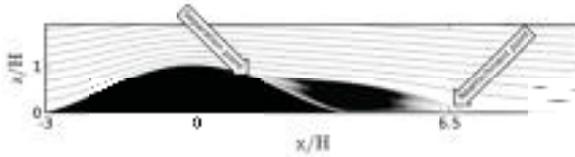


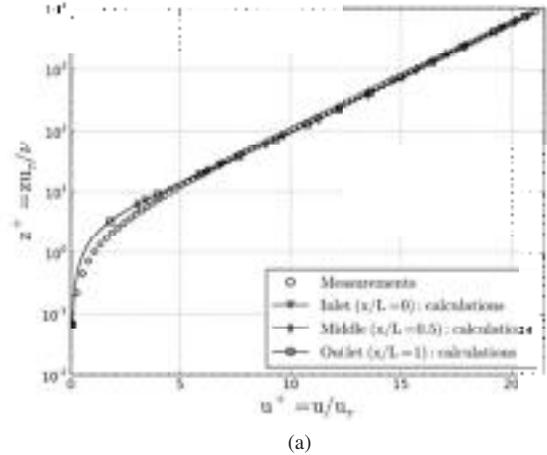
Figure 4: Time-averaged streamlines flow pattern around the hill H3.

| | p | e_a^{21} | e_{ext}^{21} | GCI_{fine}^{21} |
|-------|------|------------|----------------|-------------------|
| x_R | 2.41 | 0.0109 | 0.0025 | 0.00315 |

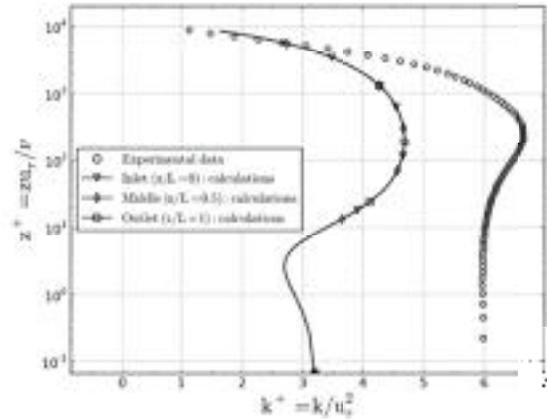
Table 2: Numerical uncertainty based on the reattachment length x_R according to the GCI for the RUSHIL test case H3.

4.2 Triangular ridge

The second modeled test case consists in a neutral ABL flow over a 2D triangular ridge investigated experimentally by Arya and Shipman [9]. This test case comes supporting the validation performed for the RUSHIL test case as the pattern of the separated



(a)



(b)

Figure 5: Normalised velocity profiles a) and turbulent kinetic energy profiles b) for the flat reference case H0.

flow is made different as seen on fig. 8. The boundary layer characteristics without the ridge implied a friction velocity of $u_\tau = 0.42 \text{ m/s}$ and a roughness length of $z_0 = 2.5 \times 10^{-4} \text{ m}$. The Reynolds number based on the ridge height was $Re_H = U_\infty H / \nu = 5.5 \times 10^4$ where $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. The inflow turbulence level was not provided but the experimental measured Reynolds stresses showed a plateau at the height con-

| Classification | Source | Reattachment length x_R |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------|
| Experimental | [8] | $6.5H$ |
| $k - \epsilon$ standard | [26] | $4.1H$ |
| $k - \epsilon$ revised | [26] | $5.0H$ |
| $k - \omega$ SST revised | Present calculation | $5.5H$ |

Table 3: Reattachment lengths x_R measured and predicted from different RANS turbulence models downstream the hill H3 for the RUSHIL test case.

sidered [9] for the top boundary hence making the zero normal gradients an acceptable assumption for the turbulence parameters. The domain (see fig. 7) was discretized with a 240×120 grid and the first row of near-wall cells was set according to a nominal distance of $z_1^+ = 0.1$. The full set of data measurements was not available for this test case so we limited ourselves to the comparison of the reattachment length. The reattachment lengths calculated here and provided by several authors are compared to the reported experimental value in table 5 and show a good agreement.

| | p | e_a^{21} | e_{ext}^{21} | GCI_{fine}^{21} |
|-------|-----|------------|----------------|-------------------|
| x_R | 2 | 0.028 | 0.00096 | 0.0119 |

Table 4: Numerical uncertainty based on the reattachment length x_R according to the GCI for the triangular ridge test case.

| Classification | Source | Reattachment length x_R |
|--------------------------|----------------------------|---------------------------|
| Experimental | [9] | $13.0H$ |
| $k - \epsilon$ modified | [27] | $10.0H$ |
| $k - \epsilon$ revised | [27] | $12.0H$ |
| $k - \epsilon$ | [27] | $9.8H$ |
| $k - \omega$ | [27] | $11.5H$ |
| PDM model | [27] | $9.8H$ |
| RNG model | [27] | $13.5H$ |
| RNG model revised | [27] | $16.5H$ |
| $k - \omega$ SST revised | Present calculation | $14.0H$ |

Table 5: Reattachment lengths x_R downstream the ridge measured and predicted from several authors for the Arya and Shipman test case [9].

5 DISCUSSION

As is well known, flow separation is an *unsteady*, *viscous* and *non-linear* process that can occur when the boundary-layer travels far enough against an adverse pressure gradient. It can be defined as the departure of the near-wall trajectories of fluid particles away from the surface. Although giving insights of the process involved in it, theory usually fails to give a complete picture of this phenomenon. The difficulty lies in the fact

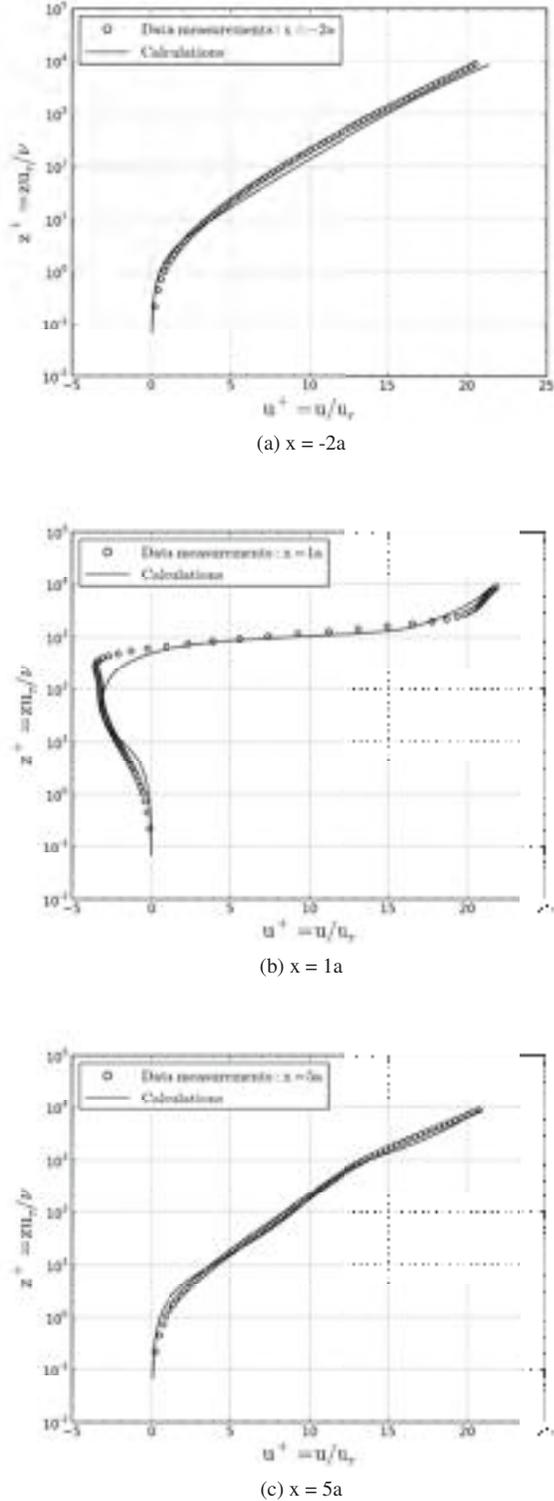


Figure 6: Normalised velocity profiles of the stream-wise component for the hill H3 at one upstream and two downstream positions in the wind tunnel.

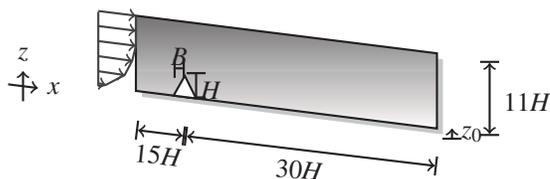


Figure 7: Solution domain for the Arya and Shipman test case [9]. Geometrical parameters: $B = 5 \text{ cm}$, $H = 10 \text{ cm}$. Note: the drawing is not to scale.



Figure 8: Time-averaged streamlines flow pattern around the triangular ridge.

that the separated boundary layer alters the outer flow which in return modifies the boundary layer and this process goes on in an interactive manner. A numerical approach, as the one adopted herein, is often necessary to model the separated flow accurately. The turbulence structure in the separated region takes a complex configuration and considerably affects the mean flow properties. Great care of the turbulence modeling is thus required in order to correctly capture this type of flow. Turbulent eddies are forming and growing in an unstable free-shear layer shedded from the surface [28]. These structures are then swept downstream and can be transported for some distance before the flow recovers his unperturbed status. Considering these facts, it is worth recalling that the $k - \omega$ SST turbulence model was developed in the context of the Boussinesq assumption. The Reynolds stresses $-\rho \overline{u_i u_j}$ are approximated with a gradient diffusion term where ν_t is assumed to be isotropic. This aspect is contrasting with the near-surface observed experimental anisotropy and may also be a cause of the differences observed for the approximated turbulence as seen on fig. 5 b) for the RUSHIL flat case. It is also worth noting that flow separation has a notable *tridimensionnal* aspect, a characteristic enhanced by complex terrains. Thus, it would be well worthwhile investigating this methodology in the context of a 3D test case. We must as well recall that the objective pursued in this work was to achieve fast and reliable engineering predictions regarding flow separation knowing that another level of complexity has to be included in the turbulence treatment, being the use of LES or other techniques, in order to tackle this type of flow properly. Being aware of this, we can still argue that the

predictions provided by the developed methodology indicate a relatively good behavior and show promises for further developments.

6 CONCLUSION

A numerical methodology in the context of accurate prediction of flow separation was presented using the $k - \omega$ SST turbulence model. A set of boundary conditions producing an equilibrium ABL was considered. The standard model constants were modified and a new set was established based upon flow separation considerations and calibrated based on the experimental measurements having in mind a general perspective. The methodology was tested against two 2D test cases namely the RUSHIL experiment and a triangular ridge with respectable accuracy in terms of flow separation region size dimensions. We conclude that these developments show promises to be extended to real ABL flows over complex terrain in the presence of flow separation.

ACKNOWLEDGEMENTS

The authors gratefully acknowledges the financial support of Hydro-Quebec and the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada.

REFERENCES

- [1] N. Wood. Wind flow over complex terrain: a historical perspective and the prospect for large-eddy modelling. *Boundary-Layer Meteorology*, 96(1):11–32, 2000.
- [2] J. Prospathopoulos and S.G. Voutsinas. Implementation issues in 3D wind flow predictions over complex terrain. *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, 128(4):539–553, 2006.
- [3] P. Richards and R. Hoxey. Appropriate boundary conditions for computational wind engineering models using the $k - \epsilon$ turbulence model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 46-47:145–153, 1993.
- [4] A. Silva Lopes, J.M.L.M. Palma and F.A. Castro. Simulation of the Askervein flow. Part 2: Large-eddy simulations. *Boundary-Layer Meteorology*, 125(1):85–108, 2001.
- [5] R.L. Simpson. Aspects of turbulent boundary-layer separation. *Progress in Aerospace Sciences*, 32(5):457–521, 1996.

- [6] M. Athanassiadou and I.P. Castro. Neutral flow over a series of rough hills: a laboratory experiment. *Boundary-Layer Meteorology*, 101(1):1–30, 2001.
- [7] F.R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal*, 32(8):1598–1605, 1994.
- [8] L.H. Khurshudyan, W.H. Snyder and I.V. Nekrasov. Flow and dispersion of pollutants over two-dimensional hills. *US EPA Report N.EPA-600/4-81-067*, 1981.
- [9] S.P.S. Arya and M.S. Shipman. An experimental investigation of flow and diffusion in the disturbed boundary layer over a ridge - 1. Mean flow and turbulence structure. *Atmospheric Environment*, 15(7):1173–1184, 1981.
- [10] S.B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 1st Edition, 2000.
- [11] F.R. Menter. Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 23(4):305–316, 2009.
- [12] T. Knopp, B. Eisfeld and J. Calvo. A new extension for $k - \omega$ turbulence models to account for wall roughness. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(1):54–65, 2009.
- [13] B. Blocken, T. Stathopoulos and J. Carmeliet. CFD simulation of the atmospheric boundary layer: wall function problems. *Atmospheric Environment*, 41(2):238–252, 2007.
- [14] D.C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., 3rd Edition, 2006.
- [15] V.C. Patel and J.Y. Yoon. Application of turbulence models to separated flow over rough surfaces. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 117(2):234–241, 1995.
- [16] A. Hellsten and S. Laine. Extension of $k - \omega$ shear-stress transport turbulence model for rough-wall flows. *AIAA Journal*, 36(9):1728–9, 1998.
- [17] H.A. Panofsky and J.A. Dutton. *Atmospheric turbulence models and methods for engineering applications*. John Wiley and Sons, New York, 1984.
- [18] S. Poroseva and G. Iaccarino. Simulating separated flow using the $k - \epsilon$ model. *Annual Research Briefs*, Center for Turbulence Research, Stanford University, 2001.
- [19] A. Johansson. *Engineering turbulence models and their development, with emphasis on explicit algebraic reynolds stress models*. Springer, Berlin, 2002.
- [20] Y. Yang, M. Gu, S. Chen and X. Jin. New inflow boundary conditions for modelling the neutral equilibrium atmospheric boundary layer in computational wind engineering. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 97(2):88–95, 2009.
- [21] C. Gorlé, J. Vanbeeck, P. Rambaud, G. Vantendloo. CFD modelling of small particle dispersion: The influence of the turbulence kinetic energy in the atmospheric boundary layer. *Atmospheric Environment*, 43(3):673–681, 2009.
- [22] D. Hargreaves and N. Wright. On the use of the $k - \epsilon$ model in commercial CFD software to model the neutral atmospheric boundary layer. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 95(5):355–369, 2007.
- [23] J. Sumner and C. Masson. $k - \epsilon$ simulation of the neutral ABL: Achieving horizontal homogeneity on practical grids. In *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Orlando, Florida, January 4-7, 2010.
- [24] J. Franke, A. Hellsten, H. Schlunzen, B. Carissimo. Best practice guideline for the CFD simulation of flows in the urban environment. Technical report, COST Office, Brussels, 2007.
- [25] I.B. Celik, U. Ghia, P.J. Roache, C.J. Freitas, H. Coleman and P.E. Raad, Procedure for Estimation and Reporting of Uncertainty Due to Discretization in CFD Applications. *ASME Journal of Fluids Engineering*, 130(7):078001, 2008.
- [26] D.D. Apsley and I.P. Castro. Flow and dispersion over topography: A comparison between numerical and laboratory data for two-dimensional flows. *Atmospheric Environment*, 31(6):839–850, 1997.
- [27] H.G. Kim and V.C. Patel. Test of turbulence models for wind flow over terrain with separation and recirculation. *Boundary-Layer Meteorology*, 94(1):5–21, 2000.
- [28] K.W. Ayotte and D. Hughes. Observations of boundary-layer wind-tunnel flow over isolated ridges of varying steepness and roughness. *Boundary-Layer Meteorology*, 112(3):525–556, 2004.

ANNEXE II

DETERMINATION OF WIND TURBINES EXCLUSION ZONES USING CFD

Determination of Wind Turbine Exclusion Zones Using CFD

Nicolas Lussier-Clément Christophe Sibuet Watters* Louis-Étienne Boudreault

Christian Masson

École de Technologie Supérieure, Montréal, QC, CANADA

Nomenclature

| | |
|------------|--|
| a | Bump half-length, m |
| H | Bump height, m |
| I | Turbulence intensity |
| k | Turbulent kinetic energy, m^2/s^2 |
| p | Pressure, Pa |
| u, v, w | Velocity components along the x, y, z axis (x is streamwise, z vertical), m/s |
| u^* | Friction velocity, m/s |
| z_0 | Roughness height, m |
| z_{hub} | Wind turbine hub height, m |
| α | Wind shear (or power law) exponent |
| ϵ | Turbulent energy dissipation rate, m^2/s^3 |
| ω | Specific dissipation rate, $1/s$ |
| ϕ | Tilt flow angle, $deg.$ |
| ρ | Air density, kg/m^3 |
| ν | Air kinematic viscosity, m^2/s |

I. Introduction

Siting of wind turbines (WT) in complex topography terrains is a task which requires dedicated analysis tools. Stories of blade contact with the WT tower because of extreme turbulence or wind shear are those one wants to avoid during the site selection phase for a wind park. In this paper, the development of a CFD-Based methodology for the determination of exclusion zones of WTs is presented. The approach consists in using CFD to model the atmospheric flow and to identify zones where the flow characteristics are undesirable during the operation of a WT. The CFD method is the RANS incompressible adaptation of OpenFoam, where the $k - \epsilon$ and $k - \omega$ SST turbulence models are used for turbulence closure.

To draw the limits between appropriate zones and inappropriate ones, specific limits have to be established on the flow characteristics. The IEC Standard for wind turbine certification¹ is a good starting point for this task, since it specifies operational limits that WTs shall comply to. The standard regroups WTs in ten classes, from I_A III_C and, class S which includes all other WTs, reproduced in the table below:

| WT Classes | | I | II | III |
|------------|---------------|-----|------|-------|
| V_{ref} | (m/s) | 50 | 42.5 | 37.5 |
| A | I_{ref} (-) | | 0.16 | |
| B | I_{ref} (-) | | 0.14 | |
| C | I_{ref} (-) | | 0.12 | |

Table 1. WT Classes

All values of table 1 are measured at hub height, I_{ref} is the turbulence intensity for a wind velocity of 15 m/s and V_{ref} is the reference wind velocity, related to the site average V_{ave} by the equation $V_{ave} = 0.2V_{ref}$.

Turbulence intensity: The turbulent kinetic energy k is defined as $k = \frac{1}{2}\overline{v'_i v'_i}$ where v'_i is the fluctuating part of the velocity vector according to the Reynolds decomposition for turbulent flows while the bar operator indicates an average over time. Assuming isotropy of turbulence, a basic relationship between the turbulent kinetic energy k and turbulent intensity I is: $k = \frac{3}{2}(VI)^2$, where V is the wind velocity. This relation is the one that can be used to relate turbulent kinetic energy as output by CFD method, to the site turbulence intensity. Additional assumptions regarding anisotropy of turbulence would need to be taken to relate the 3D turbulence intensity to a 2D intensity that would be measured by a cup anemometer.

Tilt flow angle: The tilt flow angle refers to the angle that the flow makes with the horizontal ($\phi = \arctan(w/u)$). The IEC standard refers to it as the inclination angle and specifies that WTs shall be able to withstand angles up to 8 degrees.

Vertical wind shear: The IEC standard specifies that the wind shear (or power law) exponent be in the [0:0.2] interval, and states that in complex terrain, it shall not exceed the 0.2 limit. Of course, when the flow is prone to exhibit recirculation at the site of analysis, this site is inappropriate for WT installation. Therefore, when the vertical wind shear exponent exceeds 0.2, or when recirculation is detected, the site will be marked as inappropriate.

Although the siting of WTs involve many other constraints (environmental impacts, site accessibility, ...), our goal is to provide with a tool that will post-process output from CFD and identify undesirable areas based on the previous cited limits only. As a first step, this article present preliminary results of a validation on the Rushil experimental case.⁸ The CFD methodology is first reviewed in details. Then, results from CFD, WAsP Engineering and from the Rushil experiments are compared.

II. CFD modelling

II.A. Governing equations

The Reynolds-averaged Navier-Stokes equations (RANS) for the steady motion of an incompressible Newtonian fluid using the Boussinesq eddy-viscosity assumption can be written as²

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2)$$

where the Einstein summation convention for the indexes is used. Here, x_i are the components of the coordinate system, u_i are the mean velocity components, p is the modified mean pressure and ν is the kinematic molecular viscosity. The evaluation of the eddy viscosity ν_t is discussed in more details in what follows.

II.B. Turbulence Closure

Two models are used to evaluate the turbulent eddy viscosity. The first model is the $k - \epsilon$ model with appropriate modifications and boundary conditions. It is a commonly used model to study the neutral atmospheric boundary layer (ABL).⁴ The second model is the $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport) model⁷ which is mainly used in aerodynamic applications. This model was recently tested successfully by Boudreault *et al.*⁵ to estimate flow separation in neutral ABL flows. It is well adapted for near-wall treatment and is recognized for its good behaviour in adverse pressure gradients (APG) and separated flows.⁷

II.B.1. $k - \epsilon$ model

The $k - \epsilon$ model is one of the most commonly used turbulence model in RANS analysis, especially as regards ABL flows. It is directly derived from the Navier-Stokes equations using several assumptions to close the system of equations.⁹ Several closure coefficients appear which are fixed, in its original formulation, from experimental results (grid turbulence) and numerical optimization.⁹ In ABL analysis, it is a common practice

to use a slightly different test of constants as underlined by Richards and Hoxey.⁴ The set of constants used for this study is justified by Boudreault *et al.*⁵ to be the following:

| κ | σ_ϵ | σ_k | C_μ | C_2 | C_1 |
|----------|-------------------|------------|---------|-------|-------|
| 0.4 | 1.5 | 1 | 0.03 | 1.92 | 1.304 |

Table 2. $k - \epsilon$ model constants

II.B.2. $k - \omega$ SST model

In aerodynamics, the $k - \omega$ model is generally preferred to the $k - \epsilon$ model because of its near wall treatment. The main problem with the original $k - \omega$ model developed by Wilcox⁶ is its well known strong sensitivity to freestream conditions which is highly undesirable. To solve this problem, a blending between the $k - \omega$ model near the surface and the $k - \epsilon$ model in the outer region was developed by Menter,⁷ called the Baseline $k - \omega$ model. The $k - \omega$ SST model⁷ is a modified version of the Baseline $k - \omega$ model where a limiter function acts to restrict the levels of the shear stresses in the boundary layer.⁷ In this model, the eddy viscosity is given by:

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)}, \quad (3)$$

where $a_1 = 0.31$, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ and S_{ij} is the strain rate tensor. F_1 and F_2 are blending functions and the model constants are blended across the two sets of constants of the regular $k - \epsilon$ and $k - \omega$ models. The term SF_2 in the denominator part of Eq. 3 is in fact the limiter of the $k - \omega$ SST model formulation.

III. Boundary conditions

The neutral ABL in the surface region over a flat area is considered to be *homogeneous* or in local *equilibrium*, i.e. turbulence production is balanced by turbulence dissipation. At the inlet frontier of the domain solution, the successful modeling of an equilibrium ABL implies boundary conditions derived from the turbulence model under this assumption. Richards and Hoxey⁴ made such derivations for the $k - \epsilon$ model and proposed a set of boundary conditions consistent with the model's equilibrium equations. Yang *et al.*¹⁰ recently proposed new inflow profiles with k varying with height. Gorié *et al.*¹¹ later reviewed inconsistencies in Yang's derivation. However, the latter approach is particularly tedious and difficult to apply practically. Moreover, it has been addressed by several authors that horizontal homogeneity cannot be achieved completely by solely applying these boundary conditions.^{12,13} These shortcomings are avoided here with the boundary conditions derived from the methodology presented below.

III.A. Top boundary

A (constant) shear stress is applied at the top boundary as proposed by Hargreaves and Wright.¹² This condition is representative of the shear dominated mechanism present in the surface layer of the ABL and necessary to maintain the boundary layer in an equilibrium state. The shear stress is derived from the set of analytical equations describing the neutral ABL as proposed by Richards and Hoxey.⁴ Similarly, the vertical gradients of k , ϵ and ω are then derived from this ideal set of homogeneous equations. Therefore, all top boundary conditions are set according to the analytical logarithmic solution, using the following expressions:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=z_{\text{top}}} = \frac{u^*}{\kappa(z+z_0)}, \quad \left. \frac{\partial k}{\partial z} \right|_{z=z_{\text{top}}} = 0, \quad \left. \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right|_{z=z_{\text{top}}} = \frac{-u^{*3}}{\kappa(z+z_0)^2}, \quad \left. \frac{\partial \omega}{\partial z} \right|_{z=z_{\text{top}}} = \frac{-u^*}{\sqrt{\beta^*} \kappa(z+z_0)^2} \quad (4)$$

III.B. Bottom boundary

The treatment of the bottom boundary is slightly different between the $k - \epsilon$ and $k - \omega$ SST models, although it is based on a law of the wall in both cases. In the case of the $k - \epsilon$ model, the mesh grid is designed to manage the first grid node location $z^+ = zu_\tau/\nu$ to lie in the [20:50] range. As regards velocity, the components of the velocity normal to the boundary surface are set to zero, while a value of shear stress is imposed in the direction tangent to the surface. The value of shear stress is fixed based on the values of velocity and turbulent kinetic energy in the first cell above the surface, as discussed by Hargreaves and

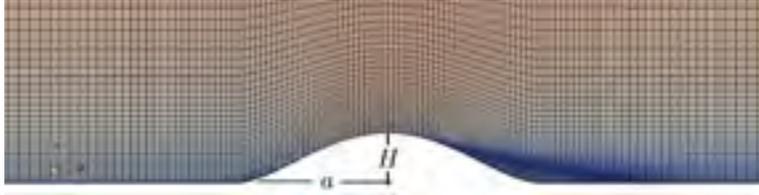


Figure 1. Mesh used to discretize the solution domain for the Rushil H3 case

Wright.¹² The vertical gradient of k is set to zero, while the value of epsilon is fixed from the analytic distribution:

$$\epsilon|_{z=z_{\text{bottom}}} = \frac{u^{*3}}{\kappa(z + z_0)} \quad (5)$$

For the $k - \omega$ SST model, the no-slip boundary condition $u|_{z=0} = 0$ is directly applied on the ground boundary, while fixed boundary conditions are used for k and ω based on the roughness extension described in Knopp *et al.*¹⁴ (the value of the equivalent sand-grain roughness is set as a function of the roughness height z_0 , the desired regime being fully rough). The location of the first grid node is chosen so that $z_1^+ \approx 1$.

III.C. Inflow profiles

In order to avoid streamwise gradients to develop in the domain, the inflow profiles should be the homogeneous solutions of the model's equations. These homogeneous solutions are found by considering numerically the 1-D problem of the ABL over a flat terrain with the top and bottom boundary conditions fixed as described above. Periodic boundary conditions are established to couple the inlet and outlet, and a simulation is then performed. The homogeneous numerical solutions found using this technique are then imposed as the inlet boundary conditions of the simulations.

III.D. Outlet boundary

Neumann condition on all flow variables except pressure should be considered in the streamwise direction ($\partial()/\partial x = 0$). Pressure is fixed at a reference value for all nodes part of the outlet boundary.

IV. Results

The proposed CFD methodology is validated against the RUSHIL⁸ test case. This experiment consists in a series of wind tunnel tests over symmetrical bumps of height $H = 117 \text{ mm}$ having different aspect ratios with a roughness length of $z_0 = 1.57 \times 10^{-4} \text{ m}$. A complete set of data measurements are available for this test case making it a good basis for comparison. Calculation results were obtained for the specific hill named H3 (the number denotes the half-length/height (a/H) ratio) with a friction velocity $u^* = 0.178 \text{ m/s}$.

The solution domain dimensions were set to $80H \times 17H$. A 480×120 grid and a 240×160 grid were used for the calculation using the $k - \epsilon$ and $k - \omega$ SST models, respectively. Grid nodes are concentrated around the obstacle, and geometrical expansion factors of 1.03 to 1.10 were used to space grid nodes vertically. Fig. 1 shows the mesh grid around the H3 bump.

Figs. 2 and 3 shows comparisons between measurements and CFD simulations for several axial stations, whose locations are non-dimensionalized using the bump half-length a . $x/a=0$ corresponds to the center of the bump while $x/a=-1$ is the bump most upstream point. The axial velocity component, tilt angle, turbulent intensity and turbulent shear stress are non-dimensionalized using the experimental friction velocity $u^* = 0.178 \text{ m/s}$. The experimental turbulent intensity is calculated from the two measured components $\overline{u'u'}$ and $\overline{w'w'}$ of the Reynolds stress tensor, assuming the third component $\overline{v'v'}$ to be equal to the average of the two others, so that $k = 3/4(\overline{u'u'} + \overline{w'w'})$. The turbulent shear stress $\overline{u'w'}$ is calculated with the following expression using Boussinesq assumption:

$$\overline{u'w'} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (6)$$

Figs. 2 and 3 shows that CFD simulations are very good at reproducing the vertical distributions of axial wind velocity components and of tilt angle (hence vertical component of wind velocity) before the bump, on the bump, and even after the bump although separation occurs, which is a remarkable behavior. The agreement is less good in the lee part of the bump. As highlighted by the comparisons at $x/a=2$, the CFD method predicts an earlier reattachment of the flow than measured experimentally. Regarding values of turbulent intensity k and $\overline{u'w'}$, comparisons of experimental and simulated results are less satisfying as these levels are either underestimated or overestimated by the CFD method. However, it is interesting to note that the qualitative vertical variations of these quantities is well reproduced by the CFD method. Differences between the $k-\epsilon$ and $k-\omega$ simulations are visible especially in the prediction of turbulent kinetic energy or Reynold stresses. Both models overpredicts values of turbulent kinetic energy, and although some counter-examples can be found, the $k-\epsilon$ model is the one that leads to the highest values of k .

Fig. 4 shows a comparison between measurements and CFD simulation along the horizontal direction at a constant height level of 0.019m, corresponding to an equivalent hub height level of 80m for a bump height of 500m. In this figure, the distributions of axial velocity, tilt angle, turbulent intensity and wind shear exponent are shown. Salmon-colored rectangular shapes are used to mark the locations where the flow gets separated over the bump. The wind shear exponent is determined as the best fit in the least-squared sense of a power law distribution across the vertical segment $z \in [z_{\text{hub}} - R : z_{\text{hub}} + R]$, corresponding to the location of the rotor disk for a wind turbine of radius $R=40\text{m}$ (this vertical zone is marked by yellow shades in Figs. 2 and 3, with a green line representing the hub height). A graphic also reports r , the correlation coefficient of the power law fit to check the validity of the regression fit. An additional comparison is made with analysis results from the WAsP Engineering software, a computer code precisely designed to estimate extreme wind events and identify areas of too high turbulence or wind shear.¹⁶ It is visible that all results of this software exhibits symmetry about the bump center, which is expected since the software is built on a linear model of the flow.

Generally, the behavior of the flow upstream of the bump maximum elevation is very well reproduced by the CFD method: at a given height, the flow first decelerates before the bump and accelerates while on the bump upward slope. As it accelerates, the tilt angle rapidly increases at the bump base to rapidly take values higher than 10 deg., to later decrease and take values slightly less than 5 deg. at the top. The wind shear exponent is seen to rapidly increase just before the bump, but it then decreases on the way to the top, meaning that vertical profiles of the wind tend to be more flat on the bump than they would be on flat terrain. This behavior is also predicted by WAsP Engineering. Shortly after the top, separation occurs and the flow exhibits strong turbulence and local wind shear. This behavior can not be modelled by WAsP Engineering, but it is remarkable that the CFD method is able to predict it with an acceptable level of accuracy.

V. Conclusion and future work

In this extended abstract, we have presented a CFD methodology for the identification of exclusion zones of WTs. We first reviewed criteria found in the IEC-61400-1 standard dealing with atmospheric flow characteristics (turbulence intensity, tilt angle and wind shear exponent) making possible the identification of inappropriate sites for wind energy. The CFD method was then presented: it is an adaptation of the OpenFoam source code of an incompressible solver where the $k-\epsilon$ and $k-\omega$ SST turbulence models have been used for turbulence closure. The methodology was validated against the Rushil experiments and results were found to be very satisfying when compared to measurements or results from WAsP Engineering. The complete version of the work will include another validation for the 3D case of Røkenes and Krogstad¹⁷ who made detailed measurements of the turbulent flow above a complex terrain model in a wind tunnel, as well as a case study for a real wind park site.

Acknowledgments

The authors gratefully acknowledges the financial support of Hydro-Quebec and the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada.

References

- ¹IEC Standard 61400-1, Third Edition, Wind turbine Part 1: Design requirements, 2005
- ²S.B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge University Press, 1st Edition, 2000.
- ³F.R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal*, 32(8):1598–1605, 1994.
- ⁴P. Richards and R. Hoxey. Appropriate boundary conditions for computational wind engineering models using the $k - \epsilon$ turbulence model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 46-47:145–153, 1993.
- ⁵L.-É. Boudreault, L. Dufresne and C. Masson. Numerical modeling of flow separation in neutral atmospheric boundary layer using the $k - \omega$ SST turbulence model. *Proceedings of the 2011 CFD Conference*, CFD Society of Canada, 2011.
- ⁶D.C. Wilcox. *Turbulence Modeling for CFD (3rd edition)* DCW Industries Inc., 2006
- ⁷F.R. Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8), pp. 1598 - 1605, 1994.
- ⁸L.H. Khurshudyan, W.H. Snyder and I.V. Nekrasov. Flow and dispersion of pollutants over two-dimensional hills. *US EPA Report N.EPA-600/4-81-067*, 1981.
- ⁹W.P. Jones and B.E. Launder. The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 15, 1972, pp. 301-314.
- ¹⁰Y. Yang, M. Gu, S. Chen and X. Jin. New inflow boundary conditions for modelling the neutral equilibrium atmospheric boundary layer in computational wind engineering. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 97(2):88–95, 2009.
- ¹¹C. Gorlé, J. Vanbeeck, P. Rambaud, G. Vantendeloo. CFD modelling of small particle dispersion: The influence of the turbulence kinetic energy in the atmospheric boundary layer. *Atmospheric Environment*, 43(3):673–681, 2009.
- ¹²D. Hargreaves and N. Wright. On the use of the $k - \epsilon$ model in commercial CFD software to model the neutral atmospheric boundary layer. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 95(5):355–369, 2007.
- ¹³J. Sumner and C. Masson. $k - \epsilon$ simulation of the neutral ABL: Achieving horizontal homogeneity on practical grids. In *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, Orlando, Florida, January 4-7, 2010.
- ¹⁴T. Knopp, B. Eisfeld and J. Calvo. A new extension for $k - \omega$ turbulence models to account for wall roughness. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(1):54–65, 2009.
- ¹⁵J. Franke, A. Hellsten, H. Schlunzen, B. Carissimo. Best practice guideline for the CFD simulation of flows in the urban environment. Technical report, COST Office, Brussels, 2007.
- ¹⁶J. Mann, S. Ott, B.H. Jørgensen, and H.P. Frank WAsP Engineering 2000 Risø-R-1356
- ¹⁷K. Røkenes and P.-A. Krogstad Wind Tunnel Simulation of Terrain Effects on Wind Farm Siting *Wind Energy*, 12:391-410, 2008

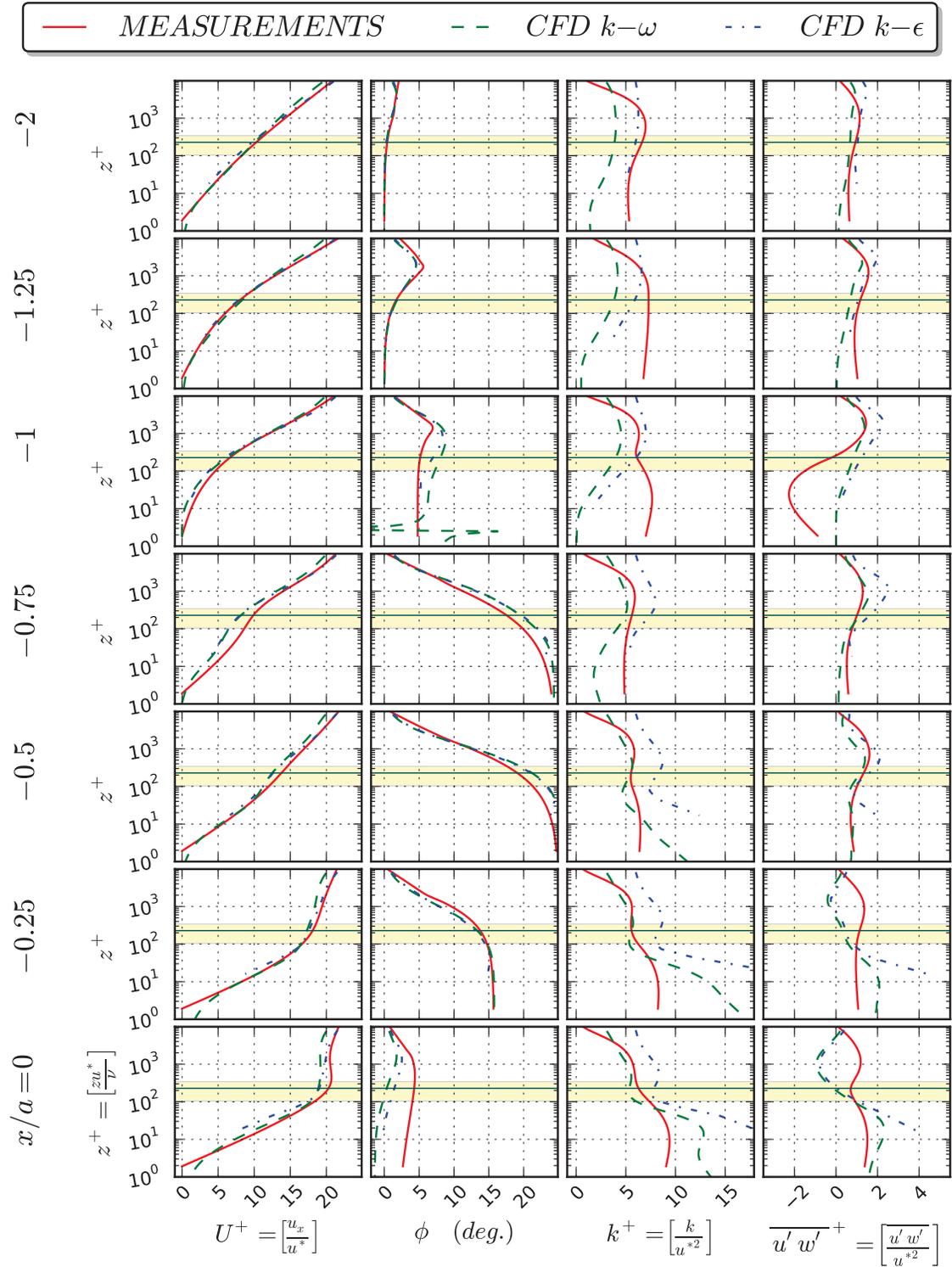


Figure 2. Rushil H3 Case: experimental and simulated vertical profiles for axial stations at $-2 \leq x/a \leq 0$

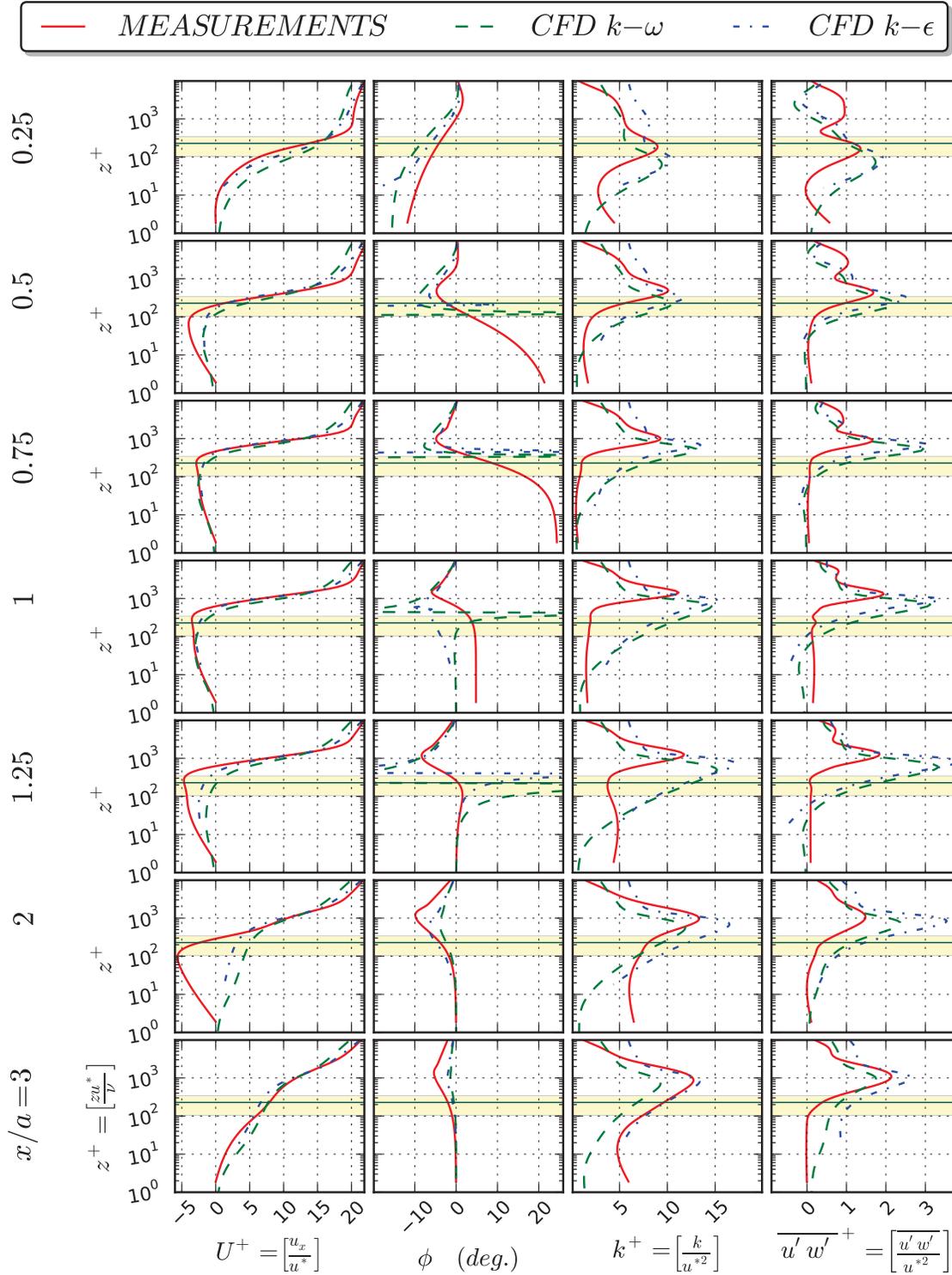


Figure 3. Rushil H3 Case: experimental and simulated vertical profiles for axial stations at $0.25 \leq x/a \leq 3$

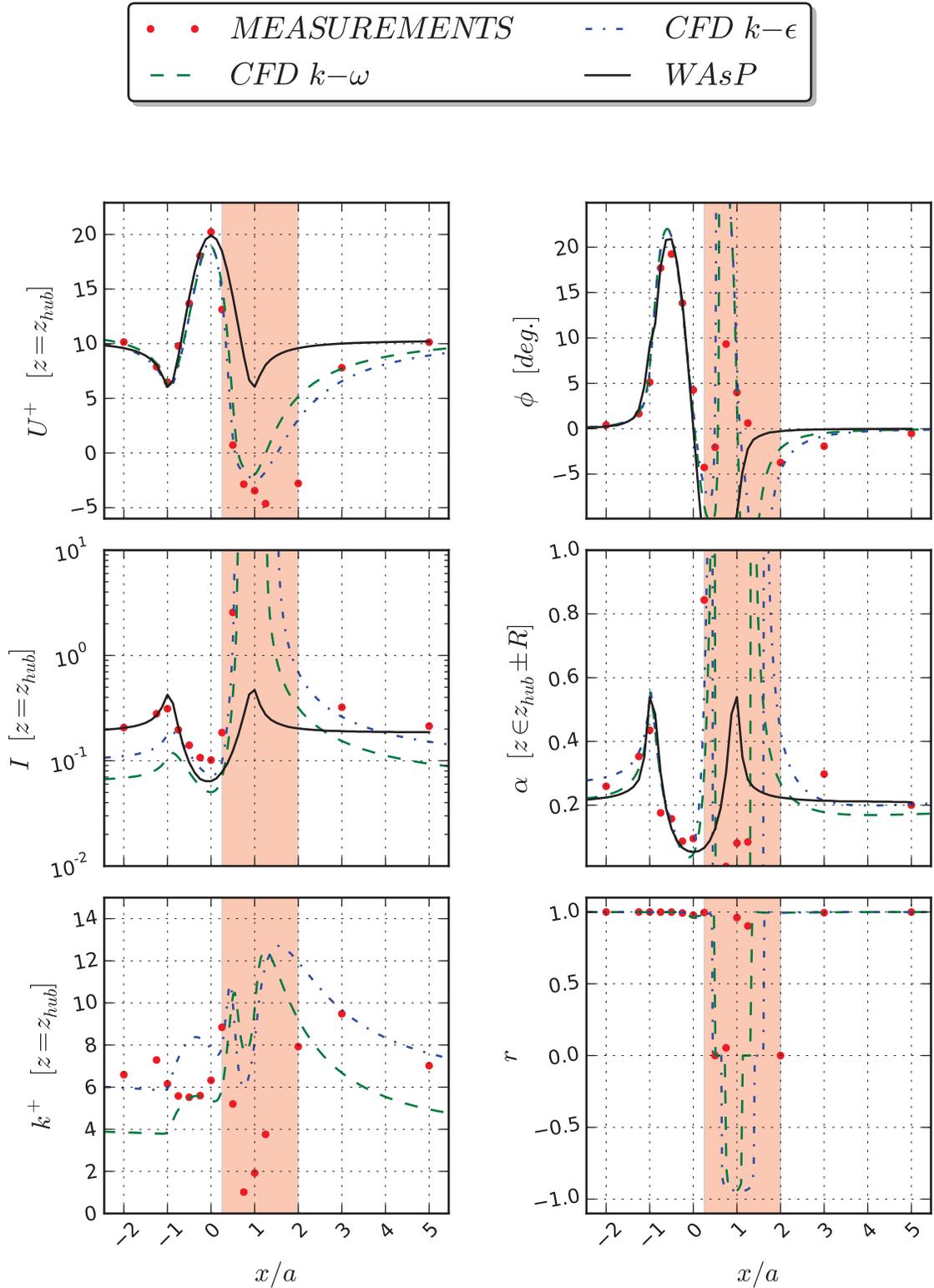


Figure 4. Rushil H3 Case: experimental and simulated horizontal profiles at equivalent hub-height

ANNEXE III

PREMIER CAS TEST : VALIDATION DE L'IMPLÉMENTATION DES MODÈLES $k-\omega$ SST ET SPALART-ALLMARAS DANS OPENFOAM

La fonction de base est la somme des bases de spline de $x = 0$ à $x = 1.5$ et la hauteur maximale de la base est de 0.05. La fonction de base est écrite par les expressions suivantes,

$$y = 0.05 * \left(\sin\left(\pi\frac{x}{9} - \frac{\pi}{3}\right)\right)^4 \quad \text{pour } 0.3 \leq x \leq 1.2,$$

$$y = 0 \quad \text{pour } 0 \leq x \leq 0.3 \text{ et } 1.2 \leq x \leq 1.5.$$

Le coefficient de friction est de 2.5×10^{-5} et la température de base de la base est de 540 R . Des données supplémentaires sont données sur les conditions aux limites de la condition de base. La température de base est égale à la base de la condition de base et la condition de base est donnée par la condition de $y = 5$.

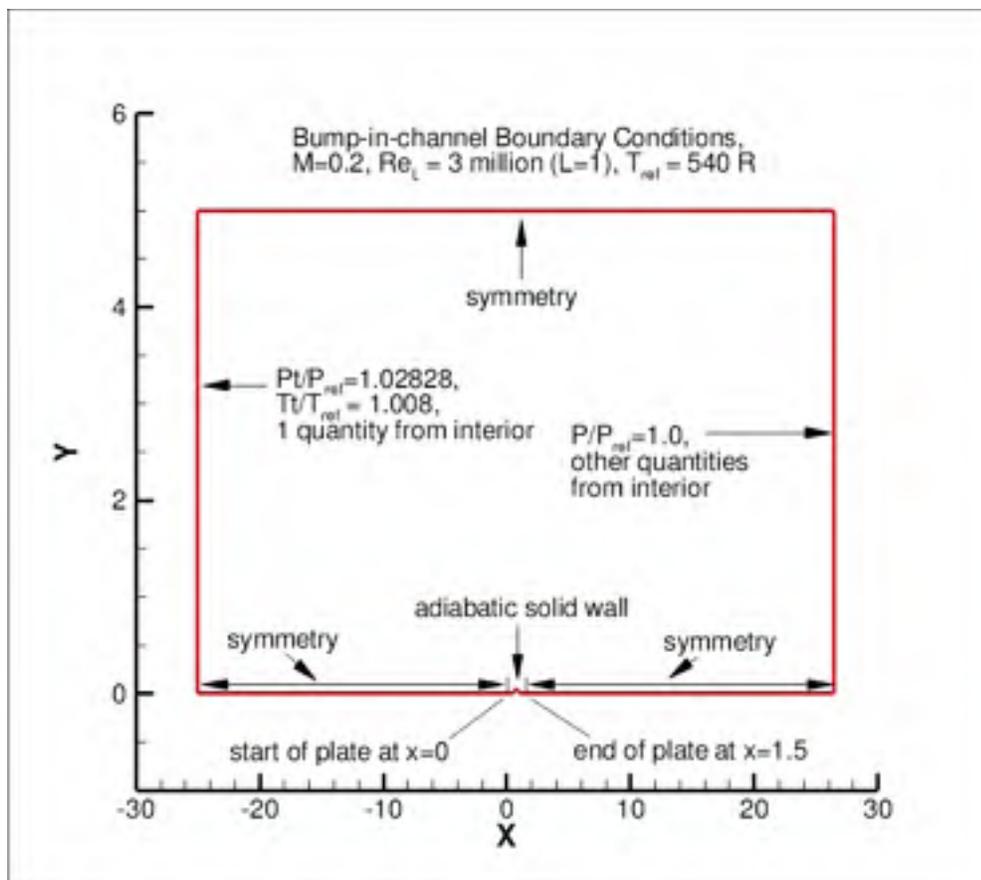


Fig. 1 – Différents conditions aux limites sur les bords

2.2 Le modèle de turbulence à 2-éqs. $k-\omega$ SST

Le modèle $k-\omega$ SST utilisé est celui présenté dans [2]. Les équations de turbulence sont écrites de la manière suivante et sont présentées ci-dessous,

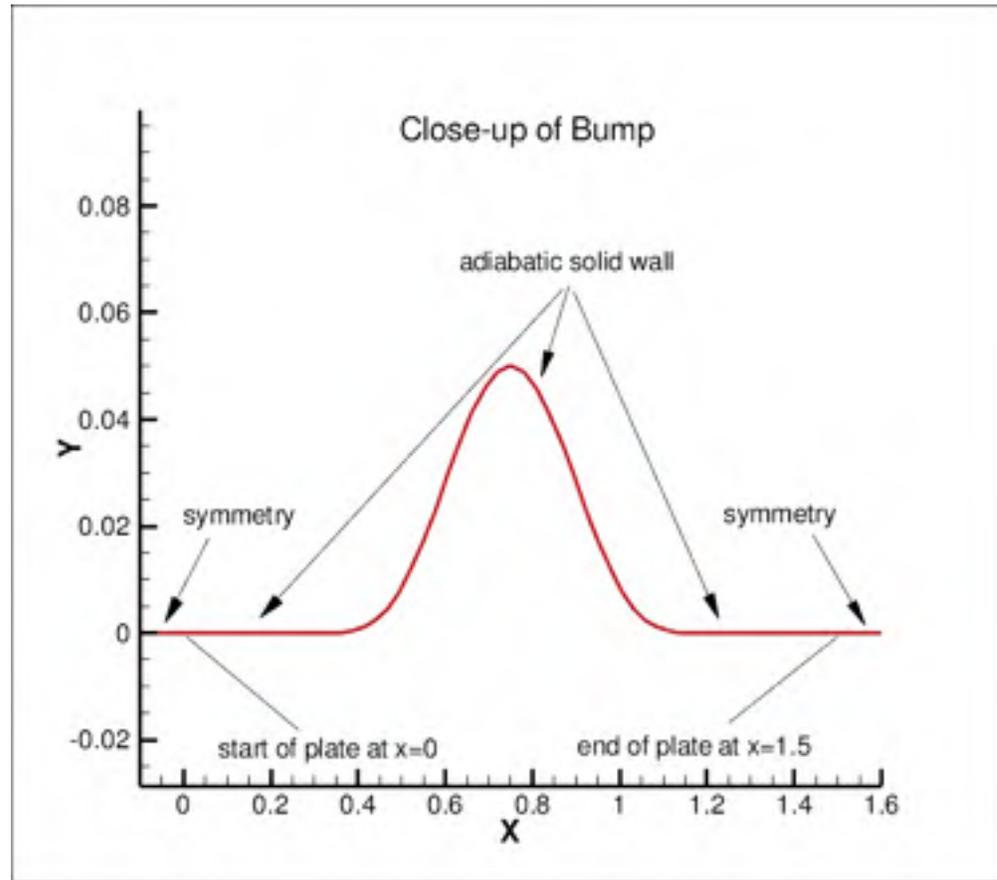


Fig. 2 - Velocity profile in the bump

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right],$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\gamma}{\nu_t} P - \beta \rho \omega^2 k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_\omega^2}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j},$$

and,

$$P = \tau_{ij} \frac{u_i}{x_j},$$

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right),$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

and the coefficient for the turbulent viscosity is given by,

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)}.$$

Cette constante est la différence entre la constante interne et la constante externe, définies par,

$$\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2,$$

où ϕ_1 représente le constitif 1 et ϕ_2 représente le constitif 2. Les autres fonctions sont données par,

$$\begin{aligned} F_1 &= \tanh(\arg_1^4), \\ \arg_1 &= \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega d}, \frac{500\nu}{d^2\omega}, \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}d^2} \right) \right], \\ CD_{k\omega} &= \max \left(2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right), \\ F_2 &= \tanh(\arg_2^2), \\ \arg_2 &= \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega d}, \frac{500\nu}{d^2\omega} \right). \end{aligned}$$

où ρ est la densité, $\nu_t = \mu_t/\rho$ est la viscosité turbulente, μ est la viscosité dynamique, d est la distance caractéristique pour les parois, et Ω est la magnitude de la vortécité. Les coefficients aux frontières sont données dans l'annexe A,

$$\begin{aligned} \frac{U_\infty}{L} &< \omega_{\text{paroi}} < 10 \frac{U_\infty}{L}, \\ \frac{10^{-5}U_\infty^2}{Re_L} &< k_{\text{paroi}} < \frac{0.1U_\infty^2}{L}, \\ \omega_{\text{paroi}} &= 10 \frac{6\nu}{\beta_1(\Delta d_1)^2}, \\ k_{\text{paroi}} &= 0, \end{aligned}$$

où L est la longueur caractéristique de la géométrie. Les constantes sont données par,

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1}\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}, & \gamma_2 &= \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2}\kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}, \\ \sigma_{k1} &= 0.85, & \sigma_{\omega 1} &= 0.5, \\ \beta_1 &= 0.075, & \beta_2 &= 0.0828, \\ \sigma_{k2} &= 1.0, & \sigma_{\omega 2} &= 0.856, \\ \beta^* &= 0.09, & \kappa &= 0.41, \\ a_1 &= 0.31. \end{aligned}$$

2.3 Le modèle à 1-équ. Spalart-Allmaras

Le modèle Spalart-Allmaras diffusif est celui présenté dans [3] avec la correction proposée dans [1]. L'équation de transport de la turbulence est donnée par l'équation

l'expression suivante,

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = c_{b1}(1 - f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} - \left[c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2}f_{t2} \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 \right] + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \right],$$

et le viscosité turbulente est donnée par,

$$\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}$$

où,

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3},$$

$$\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu},$$

et ρ est le densité, $\nu = \mu/\rho$ est le viscosité moléculaire et μ le viscosité moléculaire dynamique. Les coefficients sont définies dans Oosthuizen-Lee (1966) (f_{v3} est le coefficient de retardement géométrique et le coefficient f_{v3} est les écarts quadratiques sont les données par,

$$\tilde{S} = f_{v3}\Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2},$$

$$f_{v2} = \frac{1}{(1 + \chi/c_{v2})^3},$$

$$f_{v3} = \frac{(1 + \chi f_{v1})(1 - f_{v2})}{\chi},$$

$$c_{v2} = 5,$$

où Ω est le nombre de rotation et il est défini par $\Omega = \omega r/c$ où ω est la vitesse de rotation et r est le rayon. Les coefficients aux limites sont données par,

$$\tilde{\nu}_{paroi} = 0,$$

$$3\nu_\infty < \tilde{\nu}_{\text{au point de départ}} < 5\nu_\infty.$$

Les constantes sont données par,

$$c_{b1} = 0.1355, \quad \sigma = 2/3,$$

$$c_{b2} = 0.622, \quad \kappa = 0.41,$$

$$c_{w2} = 0.3, \quad c_{w3} = 2,$$

$$c_{v1} = 7.1, \quad c_{t3} = 1.3,$$

$$c_{t4} = 0.5, \quad c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}.$$

2.7 Méthode de résolution

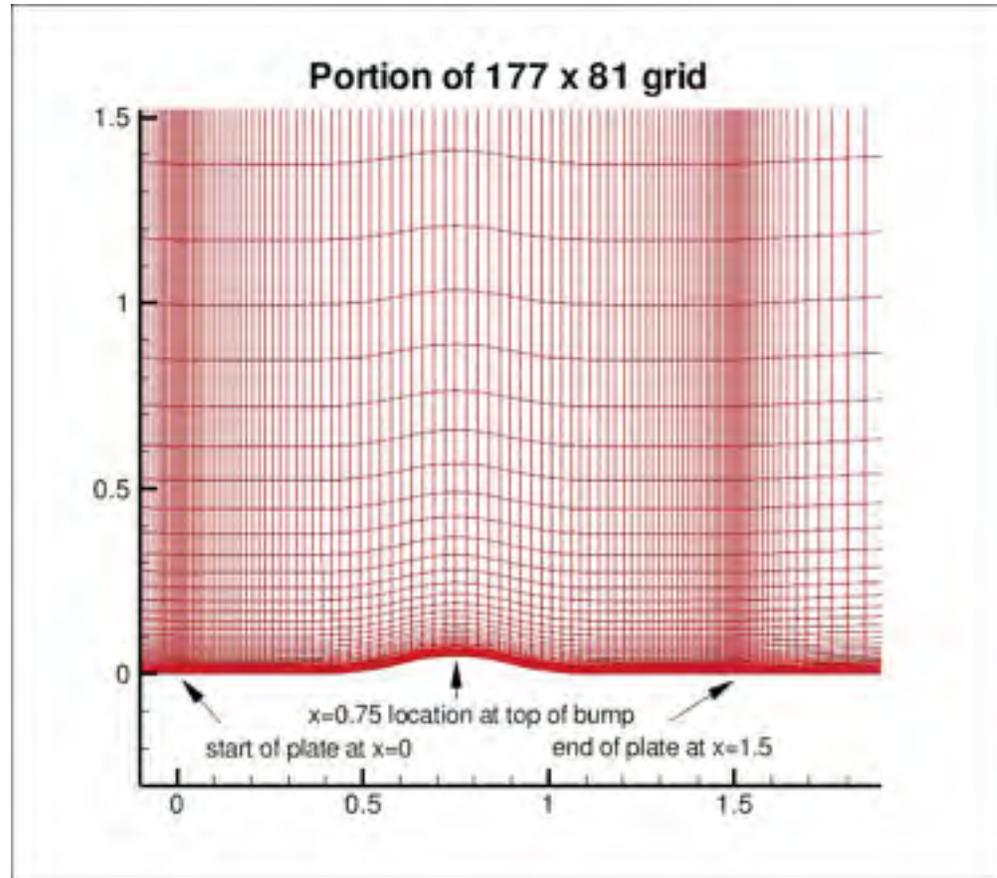


Fig. 3 – Portion de raffinage pour la grille 177 x 81

Les résultats de calculs effectués avec OpenFOAM-LB sont comparés à ceux obtenus avec les RANS ou à pression incompressible effectués avec Ansys, soit CFL3D et FLUENT. Pour les calculs effectués avec les méthodes à pression incompressible CFL3D et FLUENT, la version incompressible de $k-\omega$ SST et de Spalart-Allmaras de OpenFOAM-LB ont été utilisées. Les coefficients utilisés sont les suivants pour les modèles turbulents en entrée (les coefficients de OpenFOAM-LB sont en gras),

$$k_{\text{inlet}} = \rho \tilde{u}_{\text{inlet}}^2 = 9 \times 10^{-9} a_{\infty}^2,$$

$$\omega_{\text{inlet}} = \rho \tilde{u}_{\text{inlet}} \frac{a_{\infty}^2}{\mu_{\infty}},$$

et,

$$\tilde{\nu}_{\text{inlet}} = 3\nu_{\infty}.$$

Dans le cas des simulations à pression incompressible effectués avec OpenFOAM-LB, la viscosité dynamique doit être définie pour être fonction des conditions de calcul de Reynolds. La pression se retrouve égale à celle utilisée dans les calculs. Pour

onde de référence, la température de référence ($T_{ref} = 540R = 300K$) et les dérivées sont calculées à l'issue de son calcul.

$$a_{\infty} = \sqrt{\gamma RT} = 347.5 [m/s],$$

et pour le nombre de Mach $Ma = 0.2$,

$$Ma = \frac{U_{\infty}}{a_{\infty}} = 0.2,$$

$$U_{\infty} = 69.5 [m/s],$$

et

$$Re_L = \frac{U_{\infty} L}{\nu_{\infty}} = 3 \times 10^6,$$

$$\nu_{\infty} = \frac{U_{\infty} L}{3 \times 10^6} = \frac{(69.5 m/s)(1)}{3 \times 10^6} = 2.3156 \times 10^{-5} [m^2/s].$$

La pression totale en entrée et la pression statique en sortie sont considérées comme des \tilde{p} à l'issue de la température de référence,

$$\frac{p_{ref}}{\rho} = RT = 86182 [J/kg],$$

$$\frac{p_{sortie}}{\rho} = \frac{p_{ref}}{\rho},$$

$$\frac{p_t}{\rho} = \left(\frac{p_{ref}}{\rho} \right) \left(\frac{p_t}{p_{ref}} \right) = 88619 [J/kg].$$

À partir de ces résultats, les termes de k_{∞} et de ω_{∞} à l'issue de l'entrée de l'écoulement $k-\omega$ sont,

$$k_{\infty} = 0.00108681 [m^2/s^2],$$

$$\omega_{\infty} = 5164.8 [s^{-1}],$$

et pour le $\tilde{\nu}$ à l'entrée,

$$\tilde{\nu}_{\infty} = 6.9468 \times 10^{-5} [m^2/s].$$

Une série de dix grilles 2D différentes sont définies. Chaque grille correspond à un nombre de mailles différent pour la grille des x , sélectionnée des x , 1400 x 641, et des y , 89 x 41. En se basant sur ces bases, le nombre de mailles par direction est variable de $y = 5 \times 10^{-7}$ au centre de la zone de calcul jusqu'à $y^+ = 0.06$ sur le bord de la zone de Reynolds. Les autres mailles sont définies. Le nombre de mailles par direction est variable de $y^+ = 0.95$. Le log de la grille de grille pour la résolution donnée (177x81).

En l'absence de données de validation des écoulements turbulents, le modèle de grand écart « *k- ω SST* » est le modèle ω le plus précis de *k- ω SST*, l'autre de précision est se écart de « *standard* », etc. Dans le cas de *Saïnt-Venant*, les résultats sont en contrepartie des *Prandtl* et de *Reynolds*. Ces test nous donne sur le modèle de turbulence les résultats « *standard* » de la *Prandtl* Plus des *OpenFOAM* et de les écoulements de les *Prandtl* pour les écoulements *Prandtl* et *Reynolds*. Ces modèles de turbulence sont très précises pour les écoulements *Prandtl* et *Reynolds* géométriques et est *Prandtl* et de se écart de les *Prandtl* et *Reynolds*.

Références

1. Ansys, C. A., (2006). *Ansys-Fluent 6.2.26 User's Guide*. ANSYS Inc., Canonsville, PA, USA.
2. Menter, F. R., (2001). *Two-Equation $k-\omega$ Turbulence Model for Engineering Applications*. *AIChE Journal*, Vol. 47, No. 8, August 2001, pp. 1508-1509.
3. Saïnt-Venant, P. R. et V. Caron, S. R., (2001). *A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows*. *Research Notes AIAA*, No. 1, pp. 5-21.
4. Menter, F. R., (2002). *Two-Equation $k-\omega$ Turbulence Model*. *CFX User's Guide*. ANSYS Inc., Canonsville, PA, USA.
5. Wilcox, D.C., (2004). *Turbulence Modeling for CFD*. DCW Industries, Inc., La Grange, CA.
6. OpenFOAM: <http://www.openfoam.org>
7. Procedure for validation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 131, No. 7, 078001 (1-10).

A Résultats : figures

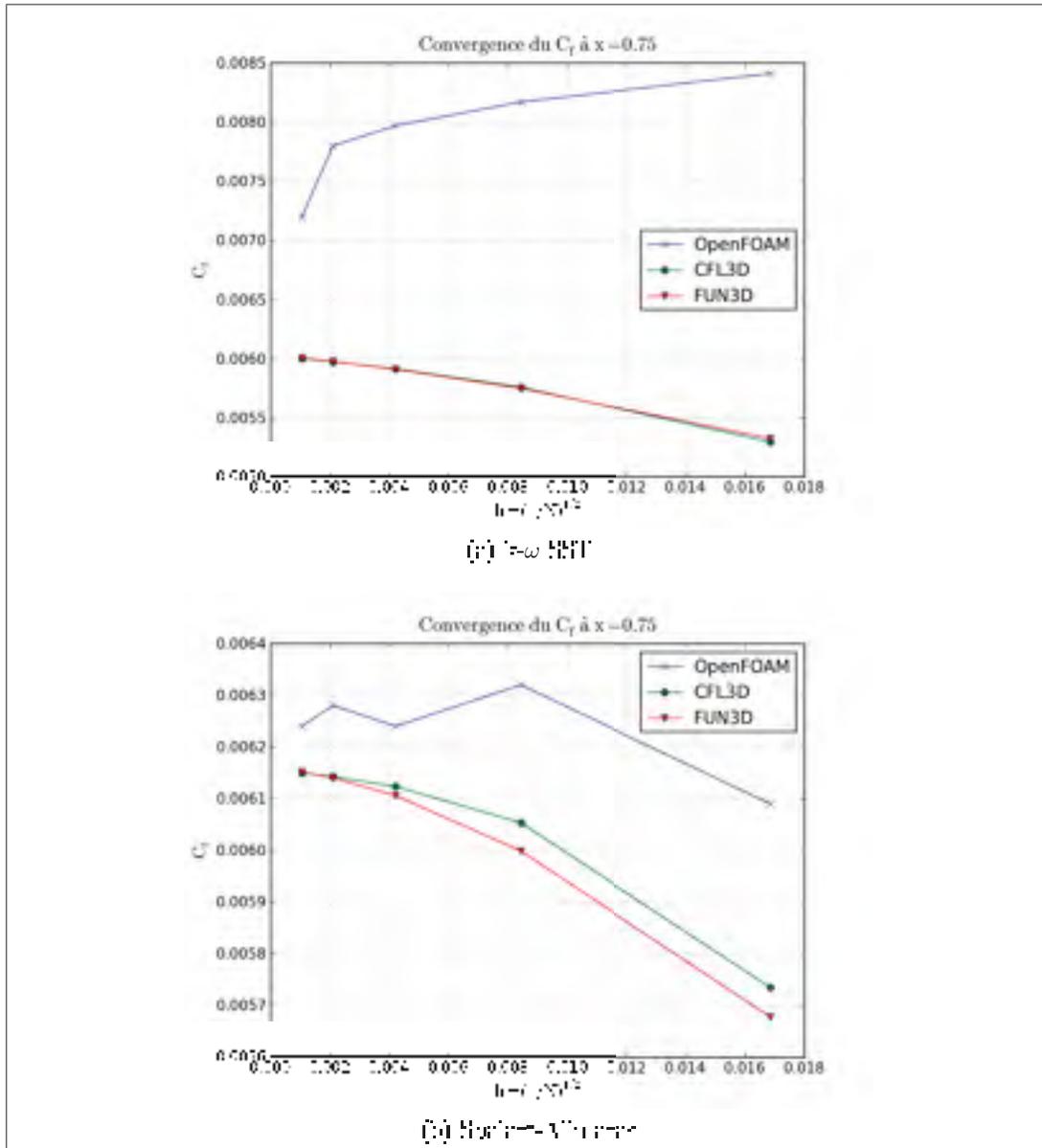


Fig. 4 – Analyse de convergence de C_f à $x = 0.75$

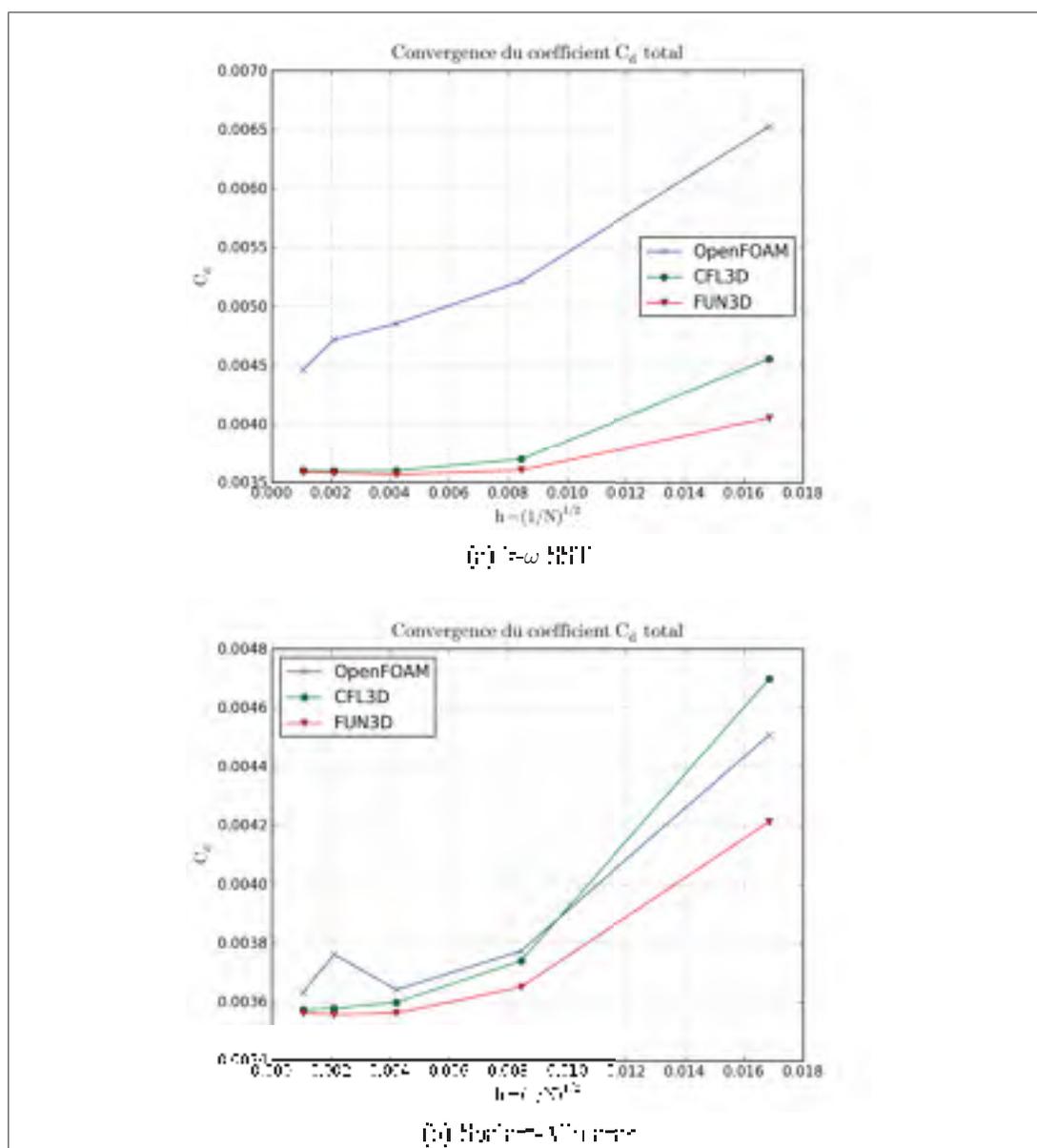


Figure 3 – Analyse de convergence de C_D sur la série de

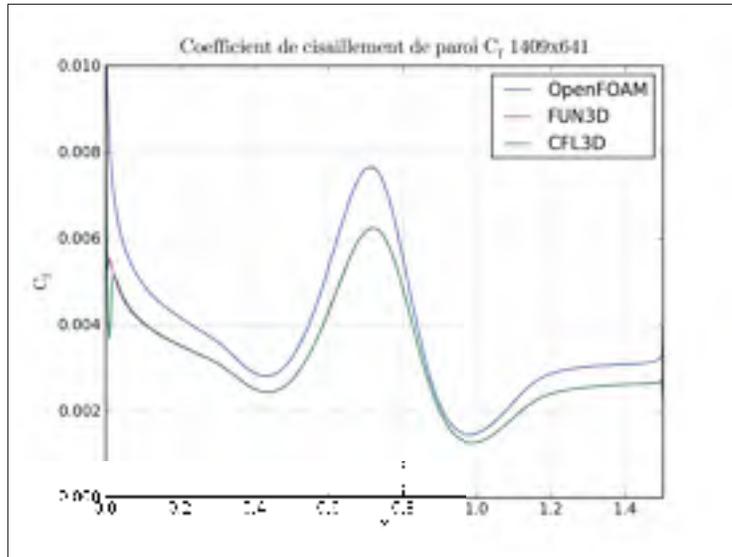


Fig. 6 – Coefficient C_f sur la surface de référence - $k - \omega$ SST

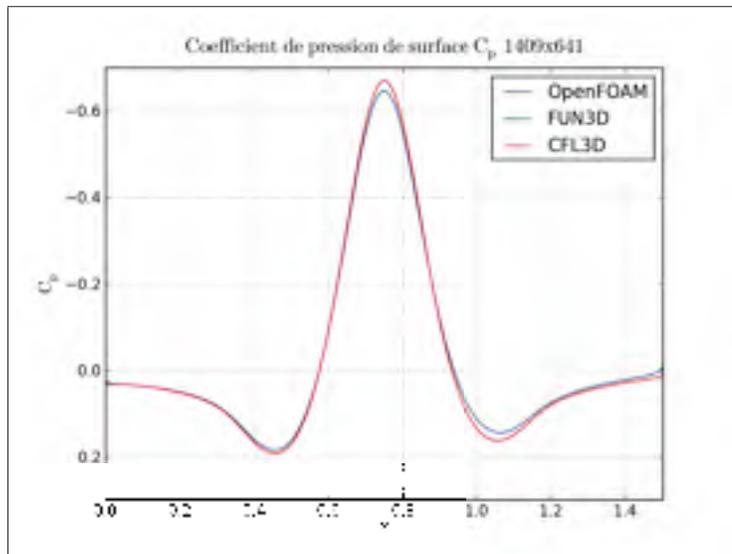


Fig. 7 – Coefficient C_p sur la surface de référence - $k - \omega$ SST

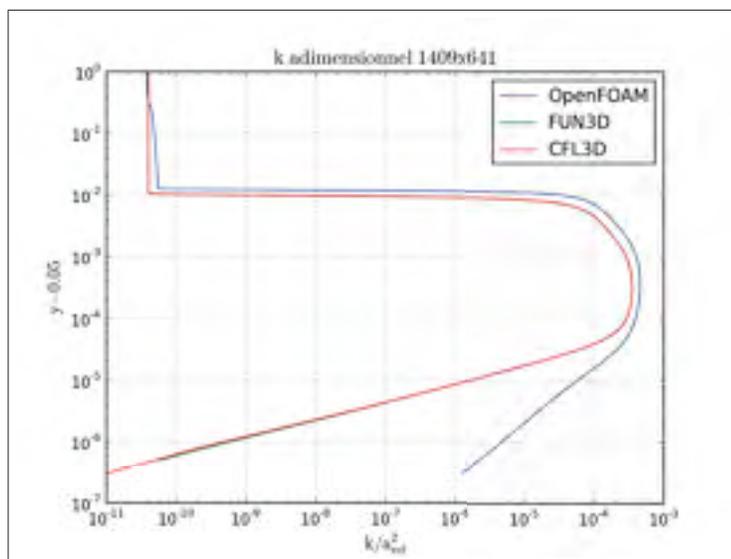


Fig. 8 – Énergie cinétique turbulente pour le modèle $k - \omega$ SST

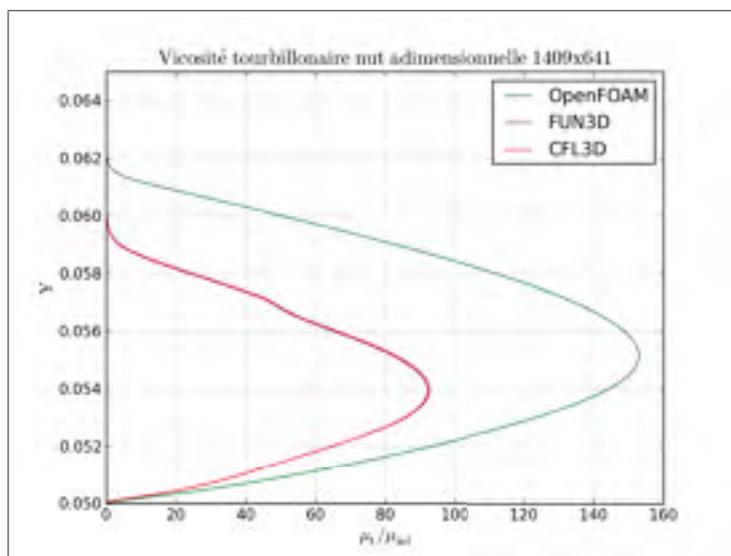


Fig. 9 – Viscosité turbulente pour le modèle $k - \omega$ SST

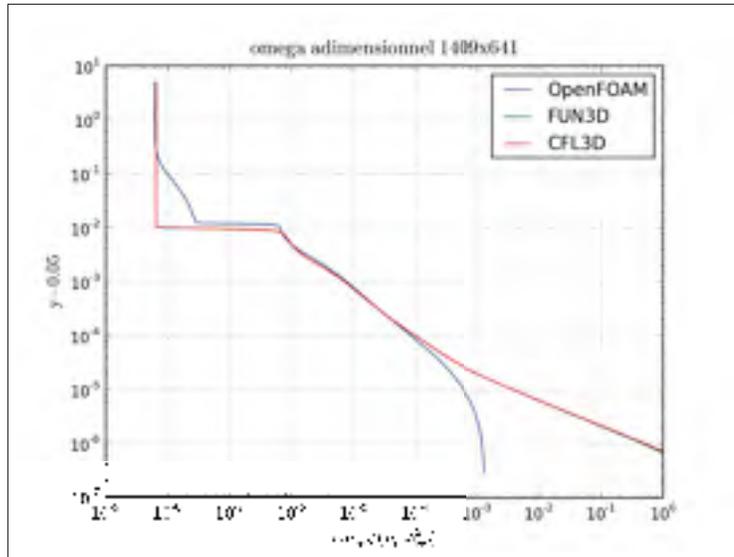


Fig. 10 – Différents solveurs pour le modèle $k-\omega SST$

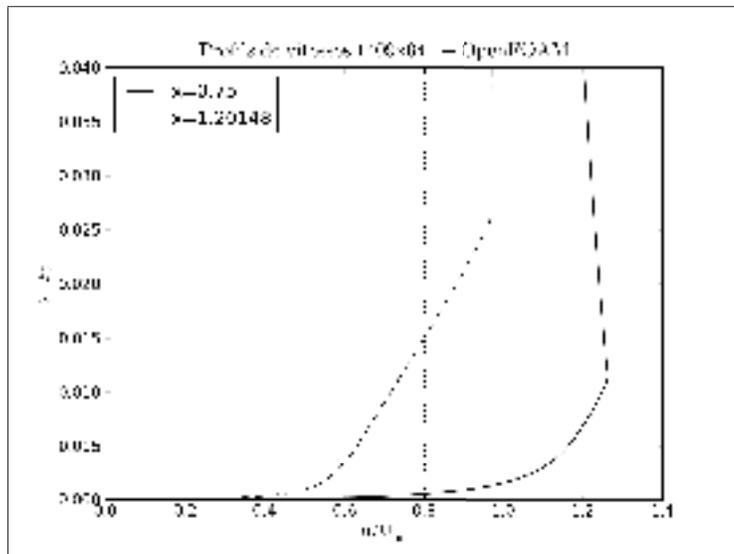


Fig. 11 – Profils de vitesse - $k-\omega SST$

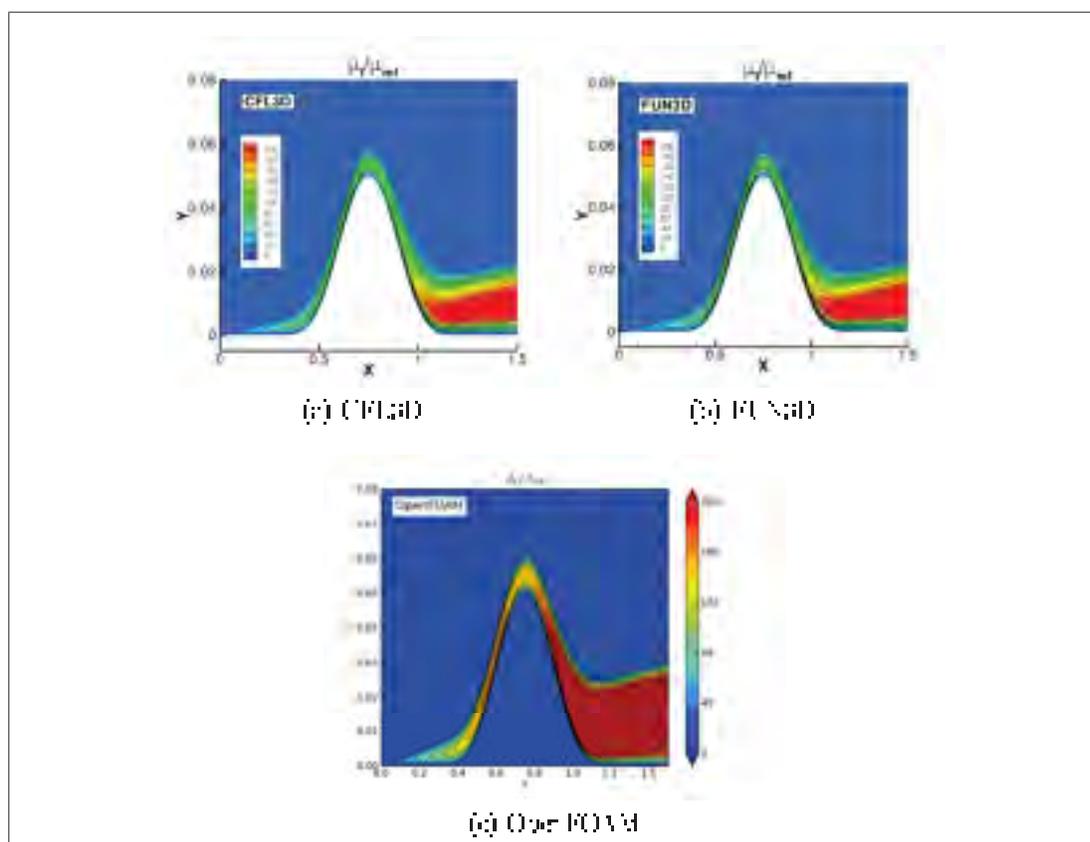


Fig. 12 – Iso-energetic iso-entropic function for μ_{ref} at $\alpha = k - \omega SST$

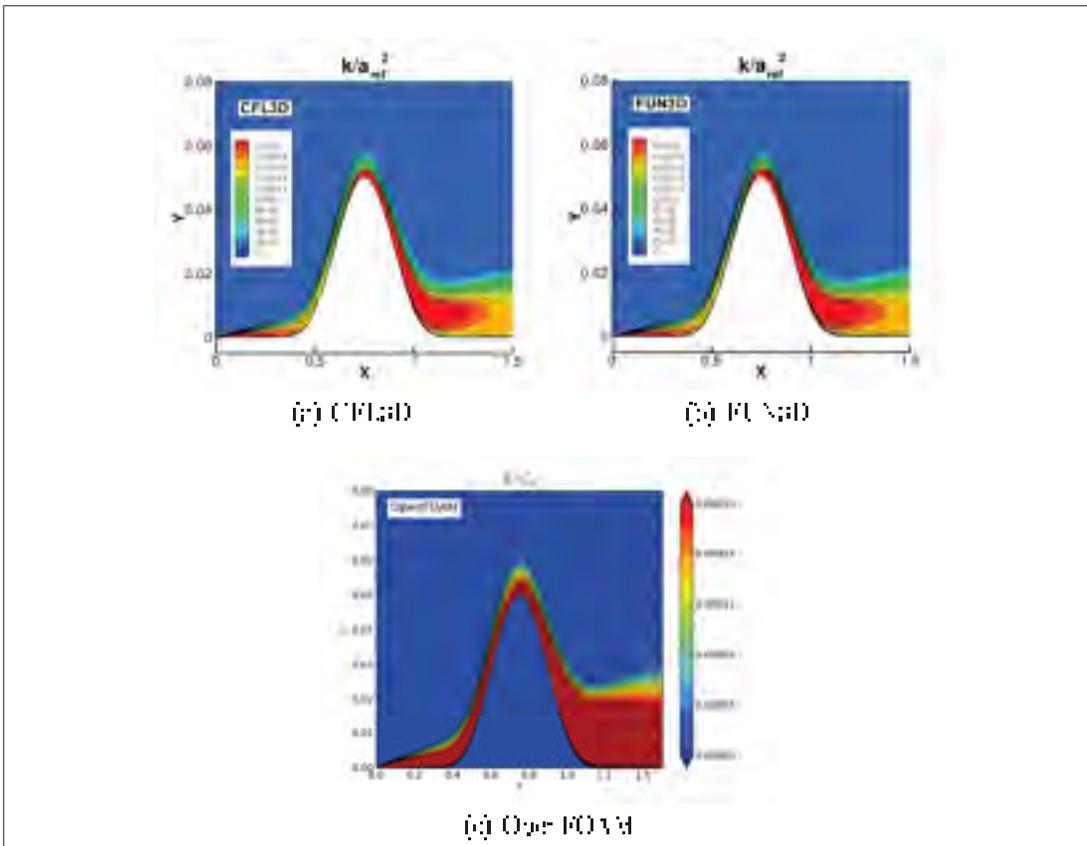


Fig. 13 – Iso-energies d'égale valeur de k/a_{ref}^2 pour $\omega = 0.5$ – $k - \omega SST$

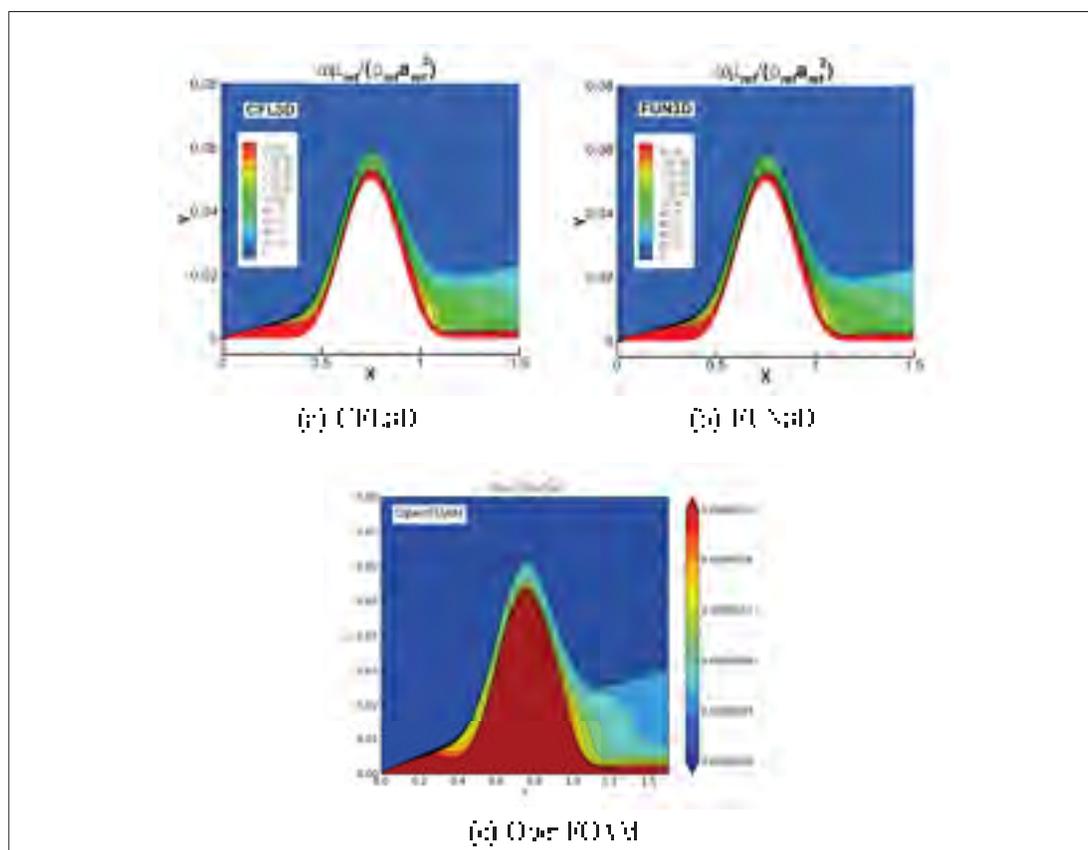


Fig. 14 – Iso-coefficient de cisaillement τ_w sur profil circulaire $k - \omega SST$

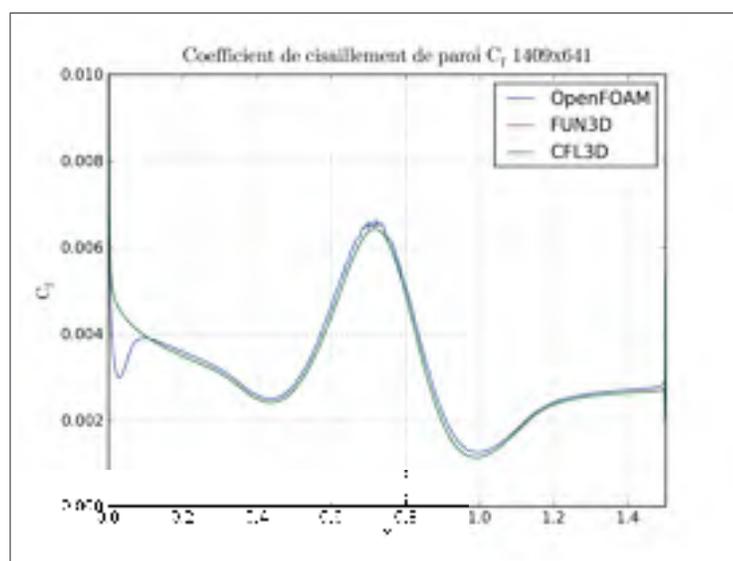


Fig. 15 – Coefficient C_f sur la surface de l'airfoil - $k - \omega SST$

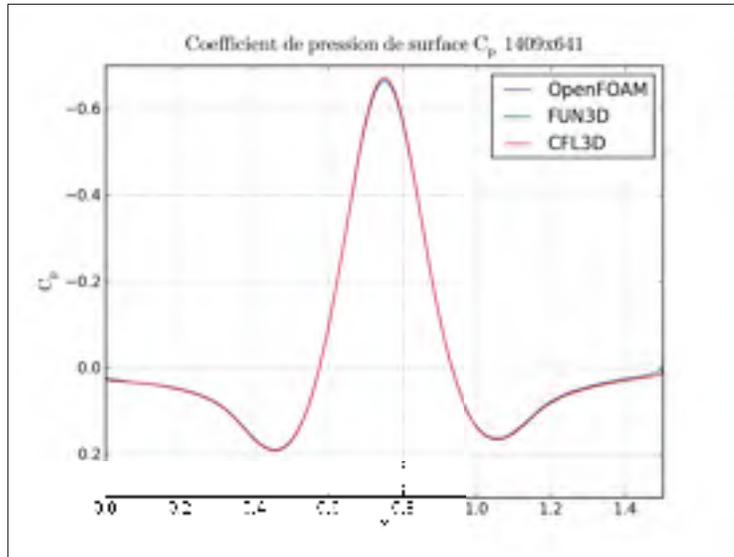


Fig. 16 – Coefficient C_p sur la surface de l'aérofre - Maximal-Vortex

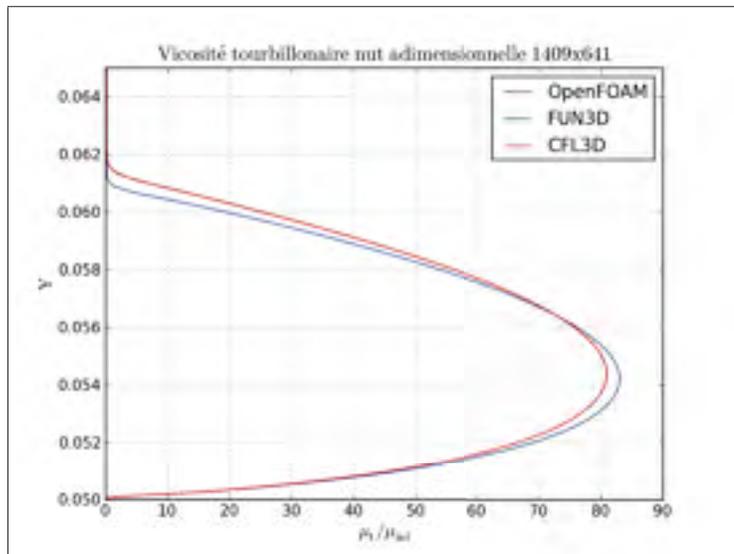


Fig. 17 – Viscosité tourbillonnaire nut adimensionnelle - Maximal-Vortex

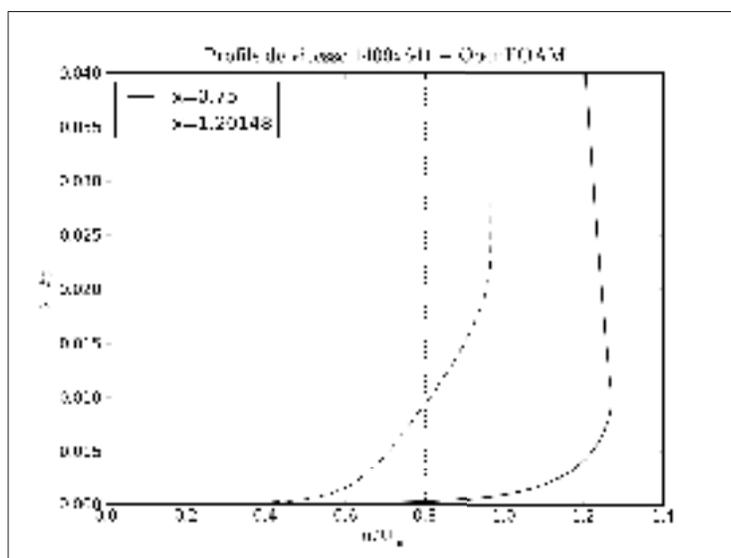


Fig. 18 – Profil de vitesse – Saint-Venant

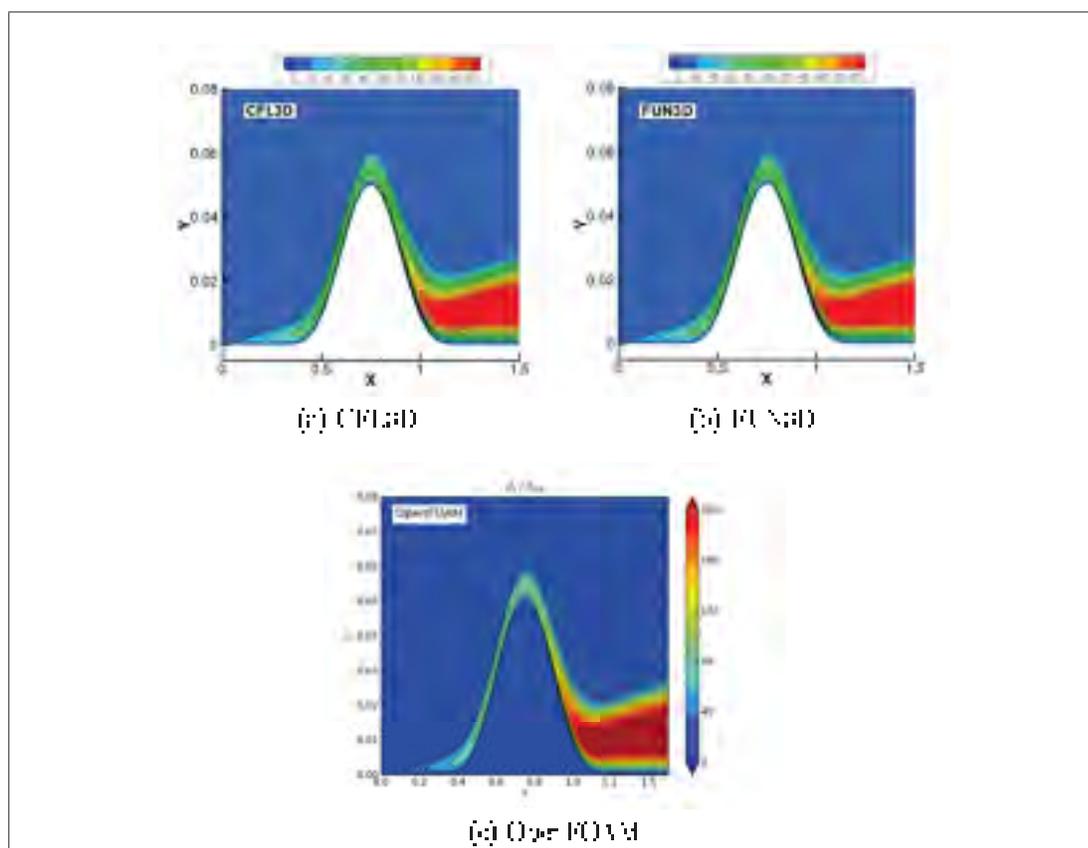


Fig. 19 – Isocontours de vitesse pour l'écoulement de Saint-Venant

LISTE DE RÉFÉRENCES

- Allen, T. et A. R. Brown. 2002. « Large-eddy simulation of turbulent separated flow over rough hills ». *Boundary-Layer Meteorology*, 102(2) : p. 177 – 198.
- Ambaum, M. H. P. et D. P. Marshall. 2005. « The effects of stratification on flow separation ». *Journal of the Atmospheric Sciences*, 62(7) : p. 2618 – 2625.
- Apsley, D. D. et I. P. Castro. 1997. « Flow and dispersion over hills : Comparison between numerical predictions and experimental data ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 67-68 : p. 375 – 386.
- Arya, S. P. S., 2001. *Introduction to micrometeorology*, 2nd edition. San Diego : Academic press, 420 p.
- Arya, S. P. S. et M. S. Shipman. 1981. « An experimental investigation of flow and diffusion in the disturbed boundary layer over a ridge - 1. Mean flow and turbulence structure ». *Atmospheric Environment*, 15(7) : p. 1173 – 1184.
- Arya, S. P. S., M. E. Capuano, et L. C. Fagen. 1987. « Some fluid modeling studies of flow and dispersion over two-dimensional low hills ». *Atmospheric Environment*, 21(4) : p. 753 – 764.
- Athanassiadou, M. et I. P. Castro. 2001. « Neutral flow over a series of rough hills : a laboratory experiment ». *Boundary-Layer Meteorology*, 101(1) : p. 1 – 30.
- Aubertine, C. D., J. K. Eaton, et S. Song. 2004. « Parameters controlling roughness effects in a separating boundary layer ». *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 25(3) : p. 444 – 450.
- Aupoix, B. et P. R. Spalart. 2003. « Extensions of the Spalart-Allmaras turbulence model to account for wall roughness ». *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 24(4) : p. 454 – 462.
- Ayotte, K. W. et D. Hughes. 2004. « Observations of boundary-layer wind-tunnel flow over isolated ridges of varying steepness and roughness ». *Boundary-Layer Meteorology*, 112(3) : p. 525 – 556.
- Ayotte, K. 2008. « Computational modelling for wind energy assessment ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96(10-11) : p. 1571 – 1590.
- Baines, P. G., 1998. *Topographic Effects in Stratified Flows*, 2nd edition. Cambridge : Cambridge University Press, 482 p.
- Batchelor, G. K., 2000. *An introduction to fluid dynamics*, 1st Cambridge Mathematical Library edition. Cambridge : Cambridge University Press, 635 p.

- Belcher, S. E. et J. C. R. Hunt. Janvier 1998. « Turbulent flow over hills and waves ». *Annual Review of Fluid Mechanics*, 30(1) : p. 507 – 538.
- Belcher, S. E., T. M. J. Newley, et J. C. R. Hunt. 1993. « The drag on an undulating surface induced by the flow of a turbulent boundary layer ». *Journal of Fluid Mechanics*, 249 : p. 557 – 596.
- Blocken, B., T. Stathopoulos, et J. Carmeliet. 2007. « CFD simulation of the atmospheric boundary layer : wall function problems ». *Atmospheric Environment*, 41(2) : p. 238 – 252.
- Brown, A. et N. Wood. 2003. « Properties and parameterization of the stable boundary layer over moderate topography ». *Journal of the Atmospheric Sciences*, 60(22) : p. 2797 – 2808.
- Castro, F. A., J. M. L. M. Palma, et A. S. Lopes. 2003. « Simulation of the Askervein flow. Part 1 : Reynolds-averaged Navier-stokes equations ($k - \varepsilon$ turbulence model) ». *Boundary-Layer Meteorology*, 107(3) : p. 501 – 530.
- Castro, I. P. et A. G. Robins. 1977. « The flow around a surface-mounted cube in uniform and turbulent streams ». *Journal of Fluid Mechanics*, 79(2) : p. 307 – 335.
- Celic, A. et E. H. Hirschel. 2006. « Comparison of eddy-viscosity turbulence models in flows with adverse pressure gradient ». *AIAA Journal*, 44(10) : p. 2156 – 2169.
- Celik, I. B., U. Ghia, P. J. Roache, C. J. Freitas, H. Coleman, et P. E. Raad. 2008. « Procedure for estimation and reporting of uncertainty due to discretization in CFD applications ». *Journal of Fluids Engineering*, 130(7) : p. 078001.
- Clauser, F. H. 1956. « The turbulent boundary layer ». *Advances in Applied Mechanics*, 4 : p. 1 – 51.
- Ding, L., R. J. Calhoun, et R. L. Street. 2003. « Numerical simulation of strongly stratified flow over a three-dimensional hill ». *Boundary-Layer Meteorology*, 107(1) : p. 81 – 114.
- Drazin, P. G. et W. H. Reid, 2004. *Hydrodynamic stability*, 2nd edition. New York : Cambridge University Press, 605 p.
- Durbin, P. A., G. Medic, J.-M. Seo, J. K. Eaton, et S. Song. 2001. « Rough wall modification of two-layer $k - \varepsilon$ ». *Journal of Fluids Engineering*, 123(1) : p. 16 – 21.
- Easom, G. 2000. « Improved turbulence models for computational wind engineering ». PhD thesis, University of Nottingham, 220 p.
- European Wind Energy Association. 2009. « Part 1 - Technology ». In *Wind Energy - The Facts*. En ligne. <<http://www.wind-energy-the-facts.org>>. Consulté le 21 février 2011.

- Finnigan, J. J. et S. E. Belcher. 2004. « Flow over a hill covered with a plant canopy ». *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 130(596 - Part A) : p. 1 – 29.
- Franke, J., A. Hellsten, H. Schlunzen, et B. Carissimo. 2007. *Best practice guideline for the CFD simulation of flows in the urban environment*. COST Action 732. Technical report. Bruxelles : COST Office, 52 p.
- Garcia-Villalba, M., N. Li, W. Rodi, et M. A. Leschziner. 2009. « Large-eddy simulation of separated flow over a three-dimensional axisymmetric hill ». *Journal of Fluid Mechanics*, 627 : p. 55 – 96.
- Garratt, J. 1994. « Review : the atmospheric boundary layer ». *Earth-Science Reviews*, 37 (1-2) : p. 89 – 134.
- Goldstein, S. 1948. « On laminar boundary-layer flow near position of separation ». *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 1(1) : p. 43 – 69.
- Gorlé, C., J. Vanbeeck, P. Rambaud, et G. Vantendeloo. 2009. « CFD modelling of small particle dispersion : The influence of the turbulence kinetic energy in the atmospheric boundary layer ». *Atmospheric Environment*, 43(3) : p. 673 – 681.
- Haller, G. 2004. « Exact theory of unsteady separation for two-dimensional flows ». *Journal of Fluid Mechanics*, 512 : p. 257 – 311.
- Hargreaves, D. et N. Wright. 2007. « On the use of the $k - \varepsilon$ model in commercial CFD software to model the neutral atmospheric boundary layer ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 95(5) : p. 355 – 369.
- Hellsten, A. et S. Laine. 1998. « Extension of $k - \omega$ shear-stress transport turbulence model for rough-wall flows ». *AIAA Journal*, 36(9) : p. 1728 – 1729.
- Hoxey, R. P., A. M. Reynolds, G. M. Richardson, A. P. Robertson, et J. L. Short. 1998. « Observations of Reynolds number sensitivity in the separated flow region on a bluff body ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 73(3) : p. 231 – 249.
- Hunt, J. C. R., S. Leibovich, et K. J. Richards. 1988. « Turbulent shear flows over low hills ». *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 114(484) : p. 1435 – 1470.
- Hunt, J. C. R., G. G. Vilenski, et E. R. Johnson. 2006. « Stratified separated flow around a mountain with an inversion layer below the mountain top ». *Journal of Fluid Mechanics*, 556 : p. 105 – 119.
- Jackson, P. S. et J. C. R. Hunt. 1975. « Turbulent wind flow over a low hill ». *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 101(430) : p. 929 – 955.
- Jacobs, G., A. Surana, T. Peacock, et G. Haller. 2007. « Identification of flow separation in three and four dimensions ». In *Collection of Technical Papers - 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. (Reno, NV, USA, Jan. 8-11 2007), p. 4818 - 4837.

- Jiang, Q., J. D. Doyle, S. Wang, et R. B. Smith. 2007. « On boundary layer separation in the lee of mesoscale topography ». *Journal of the Atmospheric Sciences*, 64(2) : p. 401 – 20.
- Jimenez, J. 2004. « Turbulent flows over rough walls ». *Annual Review of Fluid Mechanics*, 36(1) : p. 173 – 196.
- Johansson, A. S., 2002. « Engineering turbulence models and their development, with emphasis on explicit algebraic Reynolds stress models », In *Theories of Turbulence*, sous la dir. de M. Oberlack et F.-H. Busse, p. 253 - 300. Berlin (Allemagne) : Springer-Verlag.
- Jung, S. J. 1994. « Application of the $E - \varepsilon$ turbulence numerical model to a flow and dispersion around triangular ridge (I) ». *J. Korea Air Pollution Res. Assoc.*, 10 : p. 116 – 123.
- Kaimal, J. C. et J. J. Finnigan, 1994. *Atmospheric boundary layer flows : their structure and measurement*. New York : Oxford University Press, 289 p.
- Khurshudyan, L. H., W. H. Snyder, et I. V. Nekrasov. 1981. *Flow and dispersion of pollutants over two-dimensional hills*. EPA-600/4-81-067. Technical report. Research Triangle Park, NC : U.S. Environmental Protection Agency, 143 p.
- Kim, H. G. et V. C. Patel. 2000. « Test of turbulence models for wind flow over terrain with separation and recirculation ». *Boundary-Layer Meteorology*, 94(1) : p. 5 – 21.
- Kim, H. et Choung Lee. 1998. « Pollutant dispersion over two-dimensional hilly terrain ». *Journal of Mechanical Science and Technology*, 12(1) : p. 96 – 111.
- Klein, R. 2010. « Scale-dependent models for atmospheric flows ». *Annual Review of Fluid Mechanics*, 42(1) : p. 249 – 274.
- Knopp, T., B. Eisfeld, et J. Calvo. 2009. « A new extension for $k - \omega$ turbulence models to account for wall roughness ». *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(1) : p. 54 – 65.
- Landau, L. D. et E. M. Lifshitz, 1987. *Fluid Mechanics*, 2nd edition. Coll. « Course of theoretical physics », vol. 6. Oxford : Pergamon Press, 552 p.
- Launder, B. E. et D. B. Spalding. 1974. « The numerical computation of turbulent flows ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 3(2) : p. 269 – 289.
- Lewis, H. W., S. D. Mobbs, S. B. Vosper, et A. R. Brown. 2008. « The effect of surface heating on hill-induced flow separation ». *Boundary-Layer Meteorology*, 129(2) : p. 269 – 287.
- Lien, F. S. et M. A. Leschziner. 1994. « Assessment of turbulence-transport models including non-linear RNG eddy-viscosity formulation and second-moment closure for flow over a backward-facing step ». *Computers and Fluids*, 23(8) : p. 983 – 1004.
- Ligrani, P. M. et R. J. Moffat. 1986. « Structure of transitionally rough and fully rough turbulent boundary layers ». *Journal of Fluid Mechanics*, 162 : p. 69 – 98.

- Lim, H. C., I. P. Castro, et R. P. Hoxey. 2007. « Bluff bodies in deep turbulent boundary layers : Reynolds-number issues ». *Journal of Fluid Mechanics*, 571 : p. 97 – 118.
- Lim, H. C., T. G. Thomas, et I. P. Castro. 2009. « Flow around a cube in a turbulent boundary layer : LES and experiment ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 97(2) : p. 96 – 109.
- Loureiro, J. B. R., A. T. P. Alho, et A. P. Silva Freire. 2008a. « The numerical computation of near-wall turbulent flow over a steep hill ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96(5) : p. 540 – 561.
- Loureiro, J. B. R., A. S. Monteiro, F. T. Pinho, et A. P. S. Freire. 2008b. « Water-tank studies of separating flow over rough hills ». *Boundary-Layer Meteorology*, 129(2) : p. 289 – 308.
- Loureiro, J. 2009. « Note on a parametric relation for separating flow over a rough hill ». *Boundary-Layer Meteorology*, 131(2) : p. 309 – 318.
- Mason, P. J. 1987. « Diurnal variations in flow over a succession of ridges and valleys ». *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 113(478) : p. 117 – 140.
- Menter, F. 1992. « Influence of freestream values on $k - \omega$ turbulence model predictions ». *AIAA Journal*, 30(6) : p. 1657 – 8.
- Menter, F. 1994. « Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications ». *AIAA Journal*, 32(8) : p. 1598 – 1605.
- Menter, F. 2009. « Review of the shear-stress transport turbulence model experience from an industrial perspective ». *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 23(4) : p. 305 – 316.
- Menter, F., M. Kuntz, et R. Langtry. 2003. « Ten years of industrial experience with the SST turbulence model ». *Turbulence Heat and Mass Transfer 4*, 4 : p. 625 – 632.
- Meteodyn. 2011. « Equations computed by the solver ». In *Meteodyn WT - Document*. Document. <<http://www.meteodynw.com>>. Consulté le 28 février 2011.
- Monin, A. S. et A. M. Yaglom, 1971. *Statistical fluid mechanics*, 1st edition. Coll. « Mechanics of Turbulence », vol. 1. Cambridge : The MIT Press, 782 p.
- Mouzakis, F. N. et G. C. Bergeles. 1991. « Numerical prediction of turbulent flow over a two-dimensional ridge ». *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 12(3) : p. 287 – 296.
- Murakami, S. 1997. « Current status and future trends in computational wind engineering ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 67-68 : p. 3 – 34.

- Na, Y. et P. Moin. 1998. « Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer ». *Journal of Fluid Mechanics*, 370 : p. 175 – 201.
- Nikuradse, J. 1933. *Stromungsgesetz in rauhen rohren*. VDI-Forschungsheft 361. (Traduction anglaise : Laws of flow in rough pipes), NACA Technical Memo 1292, 1950. Technical report. Washington, DC : National Advisory Commission for Aeronautics, 62 p.
- OpenCFD. 2009. « OpenFOAM : The Open Source CFD Toolbox ». En ligne. <<http://www.openfoam.org>>.
- Palma, J. M. L. M., F. A. Castro, L. F. Ribeiro, A. H. Rodrigues, et A. P. Pinto. 2008. « Linear and nonlinear models in wind resource assessment and wind turbine micro-siting in complex terrain ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96(12) : p. 2308 – 2326.
- Panofsky, H. A. et J. A. Dutton, 1984. *Atmospheric turbulence models and methods for engineering applications*. New York : John Wiley and Sons, 418 p.
- Panton, R. L., 2005. *Incompressible flow*, 3rd edition. New York : John Wiley and Sons, 840 p.
- Patankar, S. V., 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, 1st edition. New York : Taylor and Francis Group, 214 p.
- Patel, V. C. et J. Y. Yoon. 1995. « Application of turbulence models to separated flow over rough surfaces ». *Journal of Fluids Engineering*, 117(2) : p. 234 – 241.
- Perry, A. E., W. H. Schofield, et P. N. Joubert. 1969. « Rough wall turbulent boundary layers ». *Journal of Fluid Mechanics*, 37 : p. 383 – 413.
- Piomelli, U. et Elias Balaras. 2002. « Wall-layer models for large-eddy simulations ». *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34 : p. 349 – 374.
- Pope, S. B., 2000. *Turbulent flows*, 1st edition. Cambridge : Cambridge University Press, 420 p.
- Poroseva, S. et G. Iaccarino. 2001. « Simulating separated flows using the $k - \epsilon$ model ». *Annual Research Briefs 2001*, Center for Turbulence Research, Stanford University, pages 375 – 383.
- Prandtl, L. 1904. « Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung ». In *Verhandlungen des dritten internationalen Mathematiker-Kongresses in Heidelberg 1904*. (Heidelberg, Aug. 8-11 1904), p. 484. (Traduction anglaise : Early Developments of Modern Aerodynamics), Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 2001, p. 77.
- Raupach, M. R., R. A. Antonia, et S. Rajagopalan. 1991. « Rough-wall turbulent boundary layers ». *Applied Mechanics Reviews*, 44(1) : p. 1 – 25.

- Richards, P. et R. Hoxey. 1993. « Appropriate boundary conditions for computational wind engineering models using the $k - \varepsilon$ turbulence model ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 46-47 : p. 145 – 153.
- Ross, A. N. et S. B. Vosper. 2005. « Neutral turbulent flow over forested hills ». *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 131(609) : p. 1841 – 1862.
- Rotta, J. 1962. « Turbulent boundary layers in incompressible flow ». *Progress in Aerospace Sciences*, 2(1) : p. 1 – 219.
- Schlichting, H. et K. Gersten, 2000. *Boundary-layer theory*, 8th edition. Berlin : Springer-Verlag, 824 p.
- Shuyang, C. et T. Tamura. 2006. « Experimental study on roughness effects on turbulent boundary layer flow over a two-dimensional steep hill ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 94(1) : p. 1 – 19.
- Silva Lopes, A., J. M. L. M. Palma, et F. A. Castro. 2007. « Simulation of the Askervein flow. Part 2 : Large-eddy simulations ». *Boundary-Layer Meteorology*, 125(1) : p. 85 – 108.
- Simpson, R. L. 1981. « A review of some phenomena in turbulent flow separation ». *Journal of Fluids Engineering*, 103(4) : p. 520 – 33.
- Simpson, R. L. 1996. « Aspects of turbulent boundary-layer separation ». *Progress in Aerospace Sciences*, 32(5) : p. 457 – 521.
- Smagorinsky, J. 1963. « General circulation experiments with the primitive equations : I. The basic experiment ». *Mon. Weather Rev.*, 91(3) : p. 99 – 164.
- Song, S. et J. K. Eaton. 2002. « The effects of wall roughness on the separated flow over a smoothly contoured ramp ». *Experiments in Fluids*, 33 : p. 38 – 46.
- Spalart, P. R. 2009. « Detached-eddy simulation ». *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41 : p. 181 – 202.
- Stewartson, K. 1974. « Multistructured boundary layers on flat plates and related bodies ». *Advances in Applied Mechanics*, 14 : p. 145 – 239.
- Stoll, R. et F. Porté-Agel. 2006. « Effect of roughness on surface boundary conditions for large-eddy simulation ». *Boundary-Layer Meteorology*, 118(1) : p. 169 – 187.
- Stratford, B. 1959. « The prediction of separation of the turbulent boundary layer ». *Journal of Fluid Mechanics*, 5(1) : p. 1 – 16.
- Strelets, M. 2001. « Detached-eddy simulation of massively separated flows ». In *39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. (Reno, NV, USA, Jan. 8-11 2001), AIAA Paper No. 2001-0879.

- Sumner, J. et C. Masson. 2010. $k - \varepsilon$ simulations of the neutral ABL : Achieving horizontal homogeneity on practical grids. In *Proceedings of 48th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. (Orlando, FL, USA, Jan. 4-7 2010), pages 1 – 13.
- Surana, A., O. Grunberg, et G. Haller. 2006. « Exact theory of three-dimensional flow separation. Part 1. Steady separation ». *Journal of Fluid Mechanics*, 564 : p. 57 – 103.
- Sychev, V. V., 1998. *Asymptotic theory of separated flows*. Cambridge : Cambridge University Press, 348 p.
- Tampieri, F. 1987. « Separation features of boundary-layer flow over valleys ». *Boundary-Layer Meteorology*, 40(3) : p. 295 – 307.
- Taylor, P. A., J. L. Walmsley, et J. R. Salmon. 1983. « A simple model of neutrally stratified boundary-layer flow over real terrain incorporating wavenumber-dependent scaling ». *Boundary-Layer Meteorology*, 26(2) : p. 169 – 189.
- Tennekes, H. et J. L. Lumley, 1972. *A first course in turbulence*, 1st edition. Cambridge : The MIT Press, 300 p.
- Tobak, M. et D. J. Peake. 1982. « Topology of three-dimensional separated flows ». *Annual review of fluid mechanics*, 14 : p. 61 – 85.
- Tong, W., 2010. *Wind Power Generation and Wind Turbine Design*, 1st edition. Southampton, UK : WIT Press, 768 p.
- Troen, I. et E. L. Petersen. 1989. *European wind atlas*. Technical report. Roskilde (Danemark) : Risø National Laboratory, 656 p.
- Trombetti, F., P. Martano, et F. Tampieri. 1991. *Data sets for studies of flow and dispersion in complex terrain : 1) the RUSHIL wind tunnel experiment (flow data)*. FISBAT-RT-91/1. Technical report. Bologne (Italie) : CNR.
- Van Dommelen, L. L. et Stephen J. Cowley. 1990. « On the Lagrangian description of unsteady boundary-layer separation. Part 1. General theory ». *Journal of Fluid Mechanics*, 210 : p. 593 – 626.
- Versteeg, H. K. et W. Malalasekera, 2007. *An Introduction to computational fluid dynamics : the finite volume method*, 2nd edition. Glasgow : Prentice Hall, 520 p.
- Wallbank, T. 2008. « Windsim validation study - CFD validation in complex terrain ». In *Windsim - Papers and Presentation*. Document. <<http://www.windsim.com>>. Consulté le 28 février 2011.
- White, F. M., 2006. *Viscous fluid flow*, International edition. New York : McGraw-Hill, 640 p.
- Wilcox, D. C., 2006. *Turbulence Modeling for CFD*, 3rd edition. La Canada, CA : DCW Industries, Inc., 522 p.

- Wilcox, D. 1988. « Multiscale model for turbulent flows ». *AIAA journal*, 26(11) : p. 1311 – 1320.
- Wood, N. 2000. « Wind flow over complex terrain : a historical perspective and the prospect for large-eddy modelling ». *Boundary-Layer Meteorology*, 96(1) : p. 11 – 32.
- Wood, N. 1995. « The onset of separation in neutral, turbulent flow over hills ». *Boundary-Layer Meteorology*, 76(1-2) : p. 137 – 164.
- Wu, J. Z., R. W. Tramel, F. L. Zhu, et X. Y. Yin. 2000. « A vorticity dynamics theory of three-dimensional flow separation ». *Physics of Fluids*, 12(8) : p. 1932 – 1954.
- Wu, J. Z., H. Y. Ma, et M. D. Zhou, 2006. *Vorticity and Vortex Dynamics*, 1st edition. Berlin : Springer-Verlag, 776 p.
- Yang, W. et M. Gu. 2009. New inflow boundary conditions for modeling the neutral equilibrium atmospheric boundary layer in SST $k - \omega$ model. In *The Seventh Asia-Pacific Conference on Wind Engineering*. (Taipei (Taiwan), Nov. 8-12 2009).
- Yang, W., X. Jin, M. Gu, et S. Chen. 2007. « Application of new inflow boundary conditions for modeling equilibrium atmosphere boundary layer in rans-based turbulence models ». In *Proceedings of international Conference on Wind Engineering 2007*. (Cairns (Australie), Jul. 1-6 2007).
- Yang, W., Y. Quan, X. Jin, Y. Tamura, et M. Gu. 2008. « Influences of equilibrium atmosphere boundary layer and turbulence parameter on wind loads of low-rise buildings ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96(10-11) : p. 2080 – 2092.
- Yang, Y., M. Gu, S. Chen, et X. Jin. 2009. « New inflow boundary conditions for modelling the neutral equilibrium atmospheric boundary layer in computational wind engineering ». *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 97(2) : p. 88 – 95.
- Ying, R. et V. M. Canuto. 1997. « Numerical simulation of flow over two-dimensional hills using a second-order turbulence closure model ». *Boundary-Layer Meteorology*, 85(3) : p. 447 – 474.
- Ying, R., V. M. Canuto, et R. M. Ypma. 1994. « Numerical simulation of flow data over two-dimensional hills ». *Boundary-Layer Meteorology*, 70(4) : p. 401 – 28.