

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE
M. Ing

PAR
Jason CAUVIER

AMÉLIORATION DE LA PRÉDICTION DE LA CAPABILITÉ DES CENTRES
D'USINAGE À TÊTES MULTIPLES

MONTRÉAL, LE 30 AOÛT 2011

©Tous droits réservés, Jason Cauvier, 2011

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Antoine Tahan, directeur de mémoire
Département de génie Mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Jean-François Chatelain, président du jury
Département de génie Mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Michel Rioux, membre du jury
Département de génie de la production automatisé à l'École de technologie supérieure

M. Charles Romain-Galo, membre du jury
Partenaire industriel (PI)

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 30 AOÛT 2011

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

AVANT-PROPOS

Pour des fins de confidentialité, dans tout ce document, les valeurs numériques des tolérances allouées et autres valeurs dimensionnelles et géométriques sont le fruit de notre imagination et ne reflètent en aucun cas la situation réelle des composants étudiés par ce projet de recherche ou du Partenaire Industriel. Les valeurs proposées sont seulement utilisées à titre indicatif et pour des fins académiques.

REMERCIEMENTS

En préambule à ce mémoire, je souhaiterais adresser mes remerciements les plus sincères aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont contribué à l'élaboration de ce mémoire.

Je remercie grandement la compagnie hôte de ce projet de recherche, le Fond Québécois de Recherche sur la Nature et les Technologies (FQRNT) ainsi que le Conseil de Recherche en Science Naturelle et Génie du Canada (CRSNG). La compagnie hôte, pour m'avoir accordé sa confiance, une bourse, l'accès à ses installations et un précieux support tout au long de mes travaux. Le FQRNT et le CRSNG, pour m'avoir fourni le soutien financier nécessaire pour accomplir mon projet de maîtrise.

Je tiens aussi, sincèrement, à remercier M. Souheil Antoine Tahan, qui, en tant que directeur de mémoire, s'est toujours montré à l'écoute et disponible tout au long de la réalisation de ce projet. De plus, il a su être un modèle de professionnalisme pour moi et bien plus.

En même temps, je tiens à remercier ma conjointe, Karine, ainsi que mon père et ma mère qui, au long de mes nombreuses années d'études, ont su me supporter et m'encourager, et ce même dans les pires moments. Ils ont été d'un support inestimable et ils m'ont accompagné en tout temps à travers la vie universitaire. Merci! Sans vous tous, je n'aurais jamais aussi bien réussi !

AMÉLIORATION DE LA PRÉDICTION DE LA CAPABILITÉ DES CENTRES D'USINAGE À TÊTES MULTIPLES

Jason CAUVIER

RÉSUMÉ

L'estimation de la capacité (l'aptitude) des procédés est un aspect très important dans une industrie où, de jour en jour, les exigences de fabrication sont de plus en plus élevées. Dans cette optique, ce mémoire présente le développement et l'évaluation d'un concept original, basé sur l'indice Hasofer-Lind, permettant d'estimer la capacité d'un procédé à fabriquer des éléments tolérancés par une tolérance de position accompagnée d'une condition de matière (selon la norme ASME Y14.5M). Il s'agit d'un indice de capacité multivariable qui permet de suivre, à la fois, le diamètre des éléments percés ainsi que leur position, tout en tenant compte du nombre d'éléments contenus dans le patron. Afin de confirmer ce modèle, une étude *in-situ* a été menée sur un centre d'usinage à têtes multiples pour comparer le modèle développé à des données réelles. De plus, un modèle cinématique de la machine d'usinage a été développé afin de déterminer les sources de variations observées lors de l'étude et de connaître l'incertitude associée au procédé d'usinage.

AMÉLIORATION DE LA PRÉDICTION DE LA CAPABILITÉ DES CENTRES D'USINAGE À TÊTES MULTIPLES

Jason CAUVIER

ABSTRACT

The process capability estimation is a very important aspect in an industry where, day by day, the requirements are increasingly higher. In this perspective, this Master's thesis presents the development and evaluation of an original concept, based on Hasofer-Lind index, for estimating the capability of a process to fabricate elements with a tolerance of position and accompanied by a material condition (standard ASME Y14.5M). This is a multivariate capability index that monitors both the diameter of the elements and their positions drilled, while taking into account the number of elements in the pattern. To confirm this model, an *in-situ* study was performed on a machining center with multiple heads to compare our model with real data. In addition, a kinematic model of the machine tool was developed to determine the sources of variations observed in the study and to know the uncertainty associated with the machining process.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE LITTÉRAIRE	6
1.1 Différents types d'erreurs-machines dans l'usinage	6
1.1.1 Erreurs géométriques de composants et de structures de la machine	7
1.1.2 Erreurs provoquées par les distorsions thermiques.....	7
1.1.3 Erreurs de déflexions causées par les forces de coupe	9
1.1.4 Erreurs d'asservissement	10
1.1.5 Erreurs algorithmiques de contrôle et de commande.....	11
1.2 Définitions et propagation des erreurs géométriques.....	12
1.2.1 Paramètres d'erreurs géométriques indépendants de la position.....	12
1.2.2 Paramètres d'erreurs géométriques dépendants de la position.....	13
1.2.2.1 Erreurs géométriques des glissières	14
1.2.2.2 Erreurs cinématiques des glissières	14
1.2.3 Erreur volumétrique.....	16
1.3 Modèle cinématique variationnel d'un centre d'usinage.....	17
1.3.1 Identification de la chaîne cinématique	17
1.3.2 Modélisation de la chaîne cinématique.....	19
1.3.3 Intégration du comportement variationnel à un modèle cinématique.....	20
1.4 Contrôle statistique de procédé et indices de capabilité	21
1.4.1 Indices de capabilité monovariable.....	22
1.4.2 Indices de capabilité multivariables.....	22
1.4.3 Capabilité d'une tolérance de position.....	23
1.5 Conclusion	25
CHAPITRE 2 SIMULATION DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE VARIATIONNEL DE LA MOCN.....	26
2.1 Modèle cinématique théorique.....	26
2.2 Modélisation du comportement cinématique variationnel.....	30
2.2.1 Modélisation du comportement cinématique variationnel dépendant de la position.....	31
2.2.2 Modélisation du comportement variationnel indépendant de la position	33
2.3 Ensemble d'erreurs minimales	34
2.4 Cartographie des erreurs géométriques.....	35
2.5 Conclusion	36
CHAPITRE 3 FAISABILITÉ D'UNE PRODUCTION EN PARALLÈLE.....	38
3.1 Vérification du procédé d'inspection.....	38
3.1.1 Analyse de répétitivité et de reproductibilité (GR&R).....	41
3.1.2 Compensation systématique de l'effet de la flexibilité des pièces	43
3.1.3 Stabilité du processus d'inspection.....	44

3.2	Vérification de l'équivalence des lignes de production.....	47
3.2.1	Test sur l'équivalence de la variance des lignes.....	47
3.2.2	Test sur l'équivalence de la moyenne des lignes.....	49
3.3	Conclusion.....	51
CHAPITRE 4 MESURER LA CAPABILITÉ PAR L'INDICE DE HOSEFER-LIND.....		53
4.1	Variables influençant la capacité d'une exigence PLTZF.....	55
4.2	Modèle mathématique général.....	57
4.3	Mesure de la capacité du procédé par l'indice de Hasofer-Lind.....	60
4.4	Comportement statistique (PDF et CDF) de la localisation d'un élément.....	62
4.4.1	Procédé de localisation équivalent selon les axes u et v	63
4.4.2	Procédé de localisation non équivalent selon l'axe u et v	65
4.5	Prédiction du comportement du procédé de localisation dans une PLTZF.....	66
4.5.1	Comportements aléatoires similaires dans les axes u et v	68
4.5.2	Comportements aléatoires non similaires dans les axes u et v	70
4.6	Conclusion.....	72
CHAPITRE 5 VALIDATION – ÉTUDE DE CAS.....		73
5.1	Estimation de la capacité de chaque ligne de production.....	74
5.1.1	Estimation du comportement de $-s$ et de $-r$	74
5.1.2	Estimation de β_1 et de β_2 à partir des mesures expérimentales.....	76
5.1.3	Estimation de β_3 à partir des mesures expérimentales.....	77
5.2	Estimation des erreurs d'usinage à l'aide du modèle cinématique de la MOCN.....	79
5.2.1	Comportement simulé de la position d'un élément R_i	79
5.2.2	Estimation de β_1 et de β_2 à partir du modèle cinématique.....	83
5.2.3	Estimation de β_3 à partir du modèle cinématique.....	83
5.3	Comparaison du comportement expérimental du procédé et du comportement issu du modèle cinématique.....	85
5.3.1	Validation de l'indice β_3	85
5.3.2	Comparaison des capacités.....	89
5.4	Conclusion.....	90
CONCLUSION.....		91
RECOMMANDATIONS.....		94
ANNEXE I MODÈLE VARIATIONNEL DE LA MOCN.....		96
ANNEXE II PROGRAMME DE CALCUL DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE VARIATIONNEL DE LA MOCN.....		101
ANNEXE III CERTIFICAT D'ÉTALONNAGE DE LA MOCN À CINQ AXES (GÉOMÉTRIE PARTIEL).....		104

ANNEXE IV	PEGDP ET PEGIP	115
ANNEXE V	ARTICLE ACCOMPAGNANT LE DÉVELOPPEMENT DE L'INDICE DE CAPABILITÉ HASOFER-LIND	119
ANNEXE VI	DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU COMPORTEMENT DE POSITION D'UN ÉLÉMENT R_i	120
BIBLIOGRAPHIE		122

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1 PEGDP possibles	35
Tableau 3.1 Résultats de la GR&R.....	41
Tableau 3.2 Résultats de la GR&R.....	45
Tableau 3.3 Test de Fisher entre les lignes de production de la caractéristique deux (2)	48
Tableau 3.4 Test de Student entre les lignes de production de la caractéristique deux (2)	50
Tableau 4.1 Tolérances allouées pour un modificateur de maximum de matière	57
Tableau 4.2 Valeur de l'espérance mathématique de l'équation (4.20)	69
Tableau 4.3 Valeur de la variance mathématique de l'équation (4.20)	69
Tableau 4.4 Valeur de l'espérance de r_{PLTZF} en fonction de ε	71
Tableau 4.5 Valeur de la variance de r_{PLTZF} en fonction de ε	71
Tableau 5.1 Valeur du tolérancement à l'étude.....	74
Tableau 5.2 Comportement des variables $-s$ et $-r$	76
Tableau 5.3 Valeur de β_1 et de β_2	76
Tableau 5.4 Valeurs calculées de μ_r^* pour chaque ligne de production.....	78
Tableau 5.5 Valeurs calculées de σ_r^* pour chaque ligne de production.....	78
Tableau 5.6 Valeur de β_3 pour chaque ligne de production selon les mesures expérimentales.....	79
Tableau 5.7 Comportement de position d'un élément R_i théorique	82
Tableau 5.8 Valeurs calculées de μ_r^* pour chaque ligne de production.....	83
Tableau 5.9 Valeurs calculées de σ_r^* pour chaque ligne de production.....	84
Tableau 5.10 Valeur de β_3 pour chaque ligne de production selon le modèle cinématique.....	84
Tableau 5.11 Résultats en PPM de la capabilité du procédé et de la MOCN.....	86

Tableau 5.12 Comportements simulés	86
Tableau 5.13 Tolérances utilisées pour la simulation	87
Tableau 5.14 Comparaison entre la méthode H-L et les simulations <i>Monte-Carlo</i>	87

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1 Diagramme des effets thermiques.	8
Figure 1.2 Exemple de l'impact des sources thermales sur la structure.	9
Figure 1.3 Graphique traditionnel de lobes de stabilité.	10
Figure 1.4 Exemple d'erreurs d'algorithmiques.	12
Figure 1.5 Les différents types d'erreurs géométriques.	13
Figure 1.6 Erreurs cinématiques d'un joint prismatique.	15
Figure 1.7 Erreurs cinématiques d'une articulation rotative.	16
Figure 1.8 Exemple de configuration à cinq axes.	18
Figure 1.9 Chaîne cinématique d'une machine à cinq axes.	18
Figure 1.10 Comportement d'un joint non idéal avec trois MTH.	20
Figure 1.11 Capabilité (ou performance) d'un procédé unilatéral non normal.	24
Figure 2.1 Schéma de la cinématique de la MOCN.	28
Figure 2.2 Calcul schématique du comportement cinématique variationnel.	31
Figure 3.1 Référencement de la pièce typique.	39
Figure 3.2 Caractéristiques visées par le GR&R.	40
Figure 3.3 Résultats d'alignement de la caractéristique un (1).	42
Figure 3.4 Exemple de compensation des positions en Y	44
Figure 3.5 Positions non compensées en Y de la caractéristique deux (2).	46
Figure 3.6 Positions compensées en Y de la caractéristique deux (2).	46
Figure 3.7 Moyennes et intervalles de confiance sur l'écart type de la caractéristique deux (2).	49
Figure 3.8 Moyennes et intervalles de confiance sur la moyenne de la caractéristique deux (2).	51

Figure 4.1 Exemple d'un tolérancement de position (PLTZF).....	54
Figure 4.2 Illustration d'un tolérancement de positions absolues PLTZF.....	56
Figure 4.3 Domaine de conformité et de non conformité.....	58
Figure 4.4 Transformation de Rosenblatt-Nataf.....	59
Figure 4.5 Indice de Hasofer-Lind.....	60
Figure 4.6 Fonction de densité probabiliste de $k_{R_i}(x;(\sigma_r, \mu_r))$	64
Figure 4.7 Fonction de densité en fonction de la position et du ratio ε	66
Figure 5.1 Schéma des différentes étapes de comparaison.....	73
Figure 5.2 Procédure d'estimation de l'indice β	75
Figure 5.3 Distributions probabilistes de R_i selon la ligne de production.....	77
Figure 5.4 Erreurs radiales générées par la MOCN sur la position dans le plan XY.....	80
Figure 5.5 Erreurs dans l'axe X et dans l'axe Y en fonction de la position.....	81
Figure 5.6 Présentation visuelle des comportements simulés.....	88

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

CDF	Fonction de probabilité cumulative (<i>Cumulative Distribution Function</i>)
DDL	Degré de liberté
GR&R	Analyse de répétitivité et de reproductibilité (<i>Gage Repeatability & Reproducibility</i>)
IC	Indice de capabilité
ISO	Organisation internationale de normalisation (<i>International Standard Organisation</i>)
LTI	Limite de tolérance inférieure
LTS	Limite de tolérance supérieure
MOCN	Machine-outil à commandes numériques
MTH	Matrice de transformations homogènes
PDF	Fonction de distribution de probabilité (<i>Cumulative Distribution Function</i>)
PEGDP	Paramètre d'erreur géométrique dépendante de la position
PEGIP	Paramètre d'erreur géométrique indépendante de la position
PPM	Pièce par million (<i>Parts per million</i>)
PI	Partenaire industriel
PLTZF	Tolérance de position fixe d'un patron (<i>Pattern Location Tolerance Zone Framework</i>).
SPC	Contrôle statistique de procédé (<i>Statistical Process Control</i>)

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

m	Mètre
mm	Millimètre (1×10^{-3} m)
μm	Micromètre (1×10^{-6} m)
P_p, P_{pk}, C_p, C_{pk}	Indices de capabilité
$C(\theta), S(\theta)$	Opération trigonométrique cosinus et sinus, respectivement, où θ est en degrés
$D_s, D_{1s}, D_{2s}, D_{3s}$	Matrices de transformations homogènes décrivant le comportement d'une articulation
F	Repère de base
h_0, h_1	Hypothèse statistique nulle et alternative
J_ω	Position d'une articulation $\omega = x, y, z, a, b$
t_i, W_i	Repère de l'outil (t) et de la bride (W) appartenant à la ligne de production i
jT_i	Matrice de transformations homogènes d'un repère i vers un repère j
R	Déviations radiales d'une caractéristique
s et r	Dimension d'une caractéristique (<i>Size</i>) et résultat d'une tolérance de position de plusieurs éléments (<i>Radial</i>)
μ et σ	Moyenne et écart-type
u et v	Vecteur de déviation d'erreur de position dans le repère i, j .
x, y, z, i, j, k	Coordonnées et vecteurs unitaires dans un référentiel \mathcal{R}^3 où k est un vecteur unitaire normal à la surface nominale au point étudié.

INTRODUCTION

Le présent document traite d'un projet de maîtrise qui s'est déroulé en milieu industriel. Le partenaire industriel en question est un sous-traitant qui a pour clients plusieurs multinationales œuvrant dans le domaine aéronautique. Pour des fins de confidentialité, le nom de l'entreprise en question ne sera pas divulgué et, tout au long de ce mémoire, l'expression « partenaire industriel » (PI) sera employée pour nommer cette compagnie. Ce PI est spécialisé dans l'usinage de précision de différents métaux, le recouvrement de surface et l'assemblage de composantes aéronautiques de formes simples et complexes. De plus, un centre d'inspection complet est disponible sur place. Ce dernier permet de réaliser des mesures tridimensionnelles.

À la suite de l'obtention d'un important contrat avec une avionnerie très influente dans la sphère de l'aéronautique et de l'aérospatial, le PI a fait l'acquisition d'une nouvelle technologie dans le domaine de l'usinage. Cette nouvelle technologie est une machine-outil à commandes numériques (MOCN) équipée de cinq têtes d'usinage à cinq axes chacune. L'orientation d'une production en parallèle (multitêtes) a été sélectionnée afin de répondre à la cadence de livraison des pièces exigées dans le contrat. Ce dernier porte sur la fabrication de plus de 80 pièces différentes, mais faisant partie de neuf familles distinctes. Toutes ces pièces sont très similaires, sauf pour une caractéristique principale, leur longueur. La longueur de celles-ci varie de 500 mm à plus de 9 000 mm et dépassera possiblement 11 000 mm d'ici quelques mois. Cette caractéristique amène une problématique de flexibilité pour la majorité d'entre elles. La « souplesse » de ces pièces induit une variation géométrique qui s'ajoute au variation inhérentes au procédé de fabrication. Une autre caractéristique qu'il n'est pas commun d'observer est la présence de patrons d'éléments du « type » trou allant de deux éléments à plus de 700 éléments.

Afin de mieux comprendre le rôle du PI dans la fabrication des pièces et le moment où intervient la production en parallèle, la Figure 1 présente le processus de fabrication de la pièce en incluant aussi la chaîne d'approvisionnement du PI. D'autres opérations moins

importantes, qui n'ont pas d'impacts, comme les procédés de peinture et de nettoyage, n'ont pas été incorporées dans ce schéma afin de l'alléger.

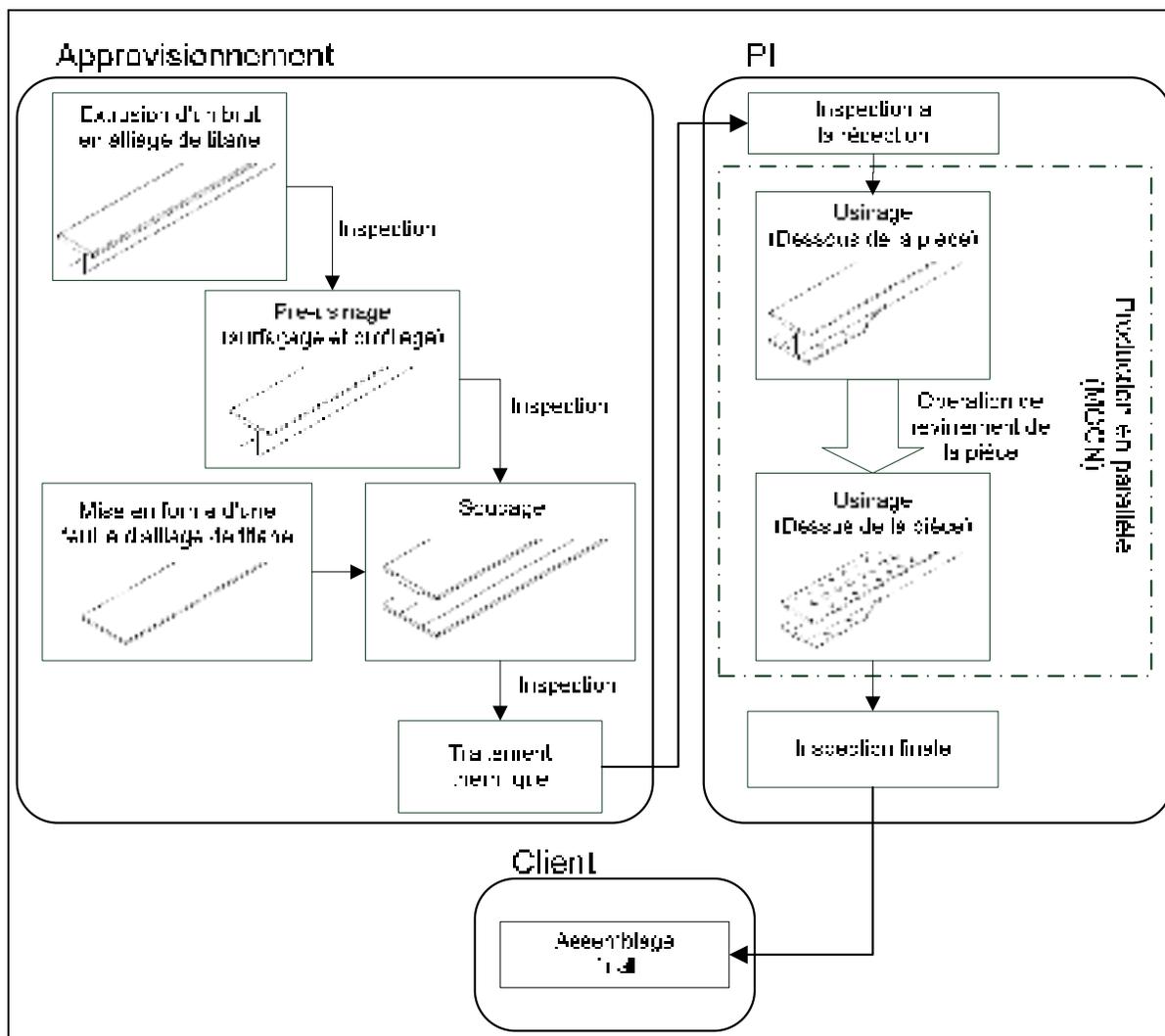


Figure 1 Processus de fabrication.

La vision manufacturière du PI, qui est d'aller de l'avant avec une méthode de fabrication en parallèle, pose un grand nombre d'interrogations et de problèmes. La liste suivante en présente quelques-uns :

- est-ce que les pièces fabriquées en production parallèle provenant d'un même lot sont équivalentes entre elles ?

- comment la propagation des erreurs géométriques de la machine affecte-t-elle la variation des erreurs pour chaque pièce issue des différentes lignes de production en parallèle ?
- le procédé d'inspection est-il suffisamment robuste pour ne pas être affecté par la flexibilité des composants ? Permet-il de suivre le procédé de fabrication de façon statistique ?
- peut-on contrôler la capabilité des tolérances de positionnement qui peuvent contenir plus de 700 éléments (trous) par patron ?

Afin d'obtenir des réponses à ces interrogations et d'éprouver la fiabilité du procédé, une étude de la capabilité des procédés internes a été lancée. Cette étude devra permettre de répondre aux questions énumérées ci-dessus. Pour y parvenir, les méthodologies de contrôle statistique des procédés (*SPC*¹), d'analyse du comportement cinématique variationnel de la MOCN, de tolérancement dimensionnel et géométrique (*GD&T*²) et d'utilisation de certains indices de capabilité (IC) innovateurs ont été adoptées.

Avec des procédés en maîtrise statistique par rapport aux requis du produit, le PI sera en mesure d'augmenter la cadence de production sans augmenter la cadence d'inspection grâce à un projet d'échantillonnage de l'inspection basé sur certaines caractéristiques-clés à contrôler. Au cours de la réalisation de ce mémoire, le centre d'inspection est rapidement devenu saturé et il était le goulot d'étranglement de l'ensemble du procédé. Lors de la phase de lancement de la production et dans la phase préliminaire du projet d'échantillonnage, de grandes variations dimensionnelles ont pu être constatées. Ces variations semblent provenir de trois sources distinctes : l'état de la pièce brute à la réception, les variations inhérentes au procédé de fabrication en parallèle et la mauvaise répétitivité du procédé d'inspection, causée par la flexibilité des pièces inspectées.

¹ De l'anglais : *Statistical Process Control*

² De l'anglais : *Geometric Dimensioning & Tolerancing*

L'objectif de ce mémoire est de développer un outil d'analyse proactif capable de suivre les variations produites lors des phases d'usinage par le centre d'usinage à têtes multiples dans le but d'effectuer des ajustements sur le centre d'usinage avant que celui-ci ne génère des défauts qui provoqueraient des déviations, et ce, grâce à un SPC qui sera implanté à la suite de la réalisation de ce projet.

Pour cela, il faut, en premier lieu, développer un modèle cinématique complet de la MOCN. Ce modèle devra inclure le comportement variationnel causé par les erreurs géométriques de cette dernière. Deuxièmement, les défauts géométriques de la MOCN devront être mesurés par une méthode de mesure éprouvée. Les défauts mesurés seront utilisés comme intrants au modèle cinématique discuté. Dans le cas actuel, un laser interféromètre sera utilisé. Troisièmement, le comportement de certaines caractéristiques devra être extrait des pièces usinées, en éliminant les principales sources d'erreurs engendrées par le centre d'inspection afin d'isoler le comportement propre au centre d'usinage. Une fois le comportement des principales variables du procédé connu, un IC devra être élaboré afin d'offrir un outil très fidèle au type de caractéristiques majoritairement produites par le PI. L'élaboration de cet outil constitue l'innovation de cette maîtrise. Cet IC devra être en mesure de représenter, le plus fidèlement possible, le comportement du procédé lorsqu'il doit respecter une tolérance de position fixe dans un patron (*PLTZF*³) (American Society of Mechanical Engineers, 2009) pour des patrons de trous allant de deux éléments jusqu'à plus de 700 éléments. De plus, cet IC devra tenir compte d'une condition de matière appliquée sur cette même tolérance de position. Pour parvenir à relever ce défi, un modèle mathématique multivariables représentant la problématique d'un tel tolérancement sera proposé. Cet IC servira à estimer la capacité de chacune des lignes de production en parallèle, afin de mener plus loin l'enquête sur la faisabilité d'une telle production. Si des différences marquantes entre les lignes sont observées, il sera vérifié s'il est possible d'expliquer ces variations par le comportement variationnel de la MOCN précédemment obtenu, afin d'obtenir les principales sources de variations en cause lors d'une production en parallèle. Pour mieux présenter les domaines

³ De l'anglais : *Pattern Location Tolerance Zone Framework*

touchés et de mieux comprendre le cheminement qui fut nécessaire pour compléter ce projet, la Figure 2 présente le plan général du présent mémoire.

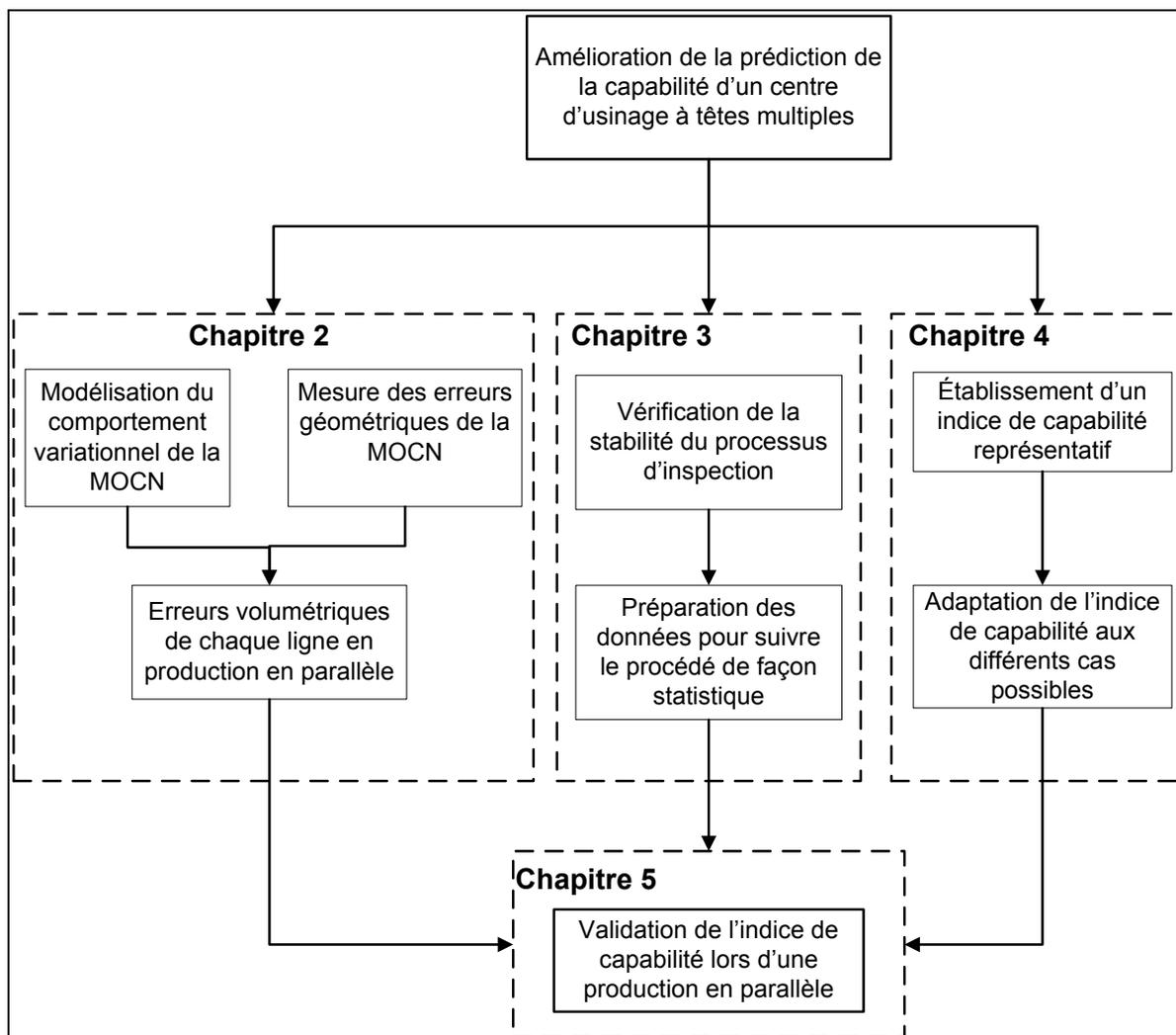


Figure 2 Schéma du mémoire.

CHAPITRE 1

REVUE LITTÉRAIRE

Pour parvenir à la bonne compréhension de ce projet de maîtrise, plusieurs domaines doivent être connus du lecteur. Le but de ce premier chapitre est de mettre à jour les connaissances des lecteurs néophytes, mais surtout, de faire un résumé de l'état de l'art dans les différents domaines du génie touchés dans ce document. Ces principaux domaines de recherche touchent les différents types d'erreurs d'une machine-outil à commandes numériques (MOCN) : la définition et la propagation des erreurs géométriques dans la cinématique, la modélisation du comportement cinématique variationnel d'une machine et la maîtrise statistique des procédés (SPC) à l'aide d'indices de capacité (IC).

1.1 Différents types d'erreurs-machines dans l'usinage

Un centre d'usinage peut être représenté comme un enchaînement d'éléments reliés, soit en série et/ou en parallèle, les uns aux autres et formant une chaîne fermée. Par contre, cette chaîne possède un maillon faible : la connexion entre l'outil et la surface de travail (Dornfeld et Lee, 2008). De façon concrète, une erreur de position ou d'orientation de l'outil par rapport à la surface de travail, même infiniment petite, va générer une erreur dimensionnelle ou géométrique sur la pièce à usiner. Voici une liste des sources d'erreurs d'une MOCN qu'il est possible de distinguer (Abbaszadeh-Mir, 2001) :

- erreurs géométriques de composantes et de structures de la machine ;
- erreurs provoquées par les distorsions thermiques ;
- erreurs de déflexions causées par les forces de coupe ;
- erreurs d'asservissement ;
- erreurs algorithmiques de contrôle et de commande.

L'erreur totale sur la position et l'orientation de l'outil sera une sommation de toutes ces sources d'erreurs. Il devient alors très difficile de compenser pour la totalité des erreurs d'une MOCN.

1.1.1 Erreurs géométriques de composants et de structures de la machine

Les erreurs géométriques des composants et de la structure de la machine sont provoquées, comme le nom le dit, par les imperfections mécaniques de ceux-ci (Lamikiz *et al.*, 2008). Ces imperfections peuvent provenir de défauts géométriques sur une articulation, de l'usure sur les surfaces guides d'une articulation, de mauvais alignements entre les différentes articulations de la machine, etc. Lorsqu'une erreur modifie l'orientation d'un ou de plusieurs composants de la MOCN, la propagation de cette erreur dans la cinématique de la machine provoque des déplacements composés sur les composants qui suivent le défaut. Ce phénomène est causé par l'erreur d'Abbé (Bryan, 1979; Slocum, 1992). Le regroupement d'erreurs géométriques inclut aussi les erreurs cinématiques de la machine. Ces erreurs sont causées par la position erronée des surfaces qui ne se trouvent pas à leur position nominale, les jeux qui sont présents dans les différentes composantes, etc. Les explications sur ce type d'erreurs seront davantage développées à la section 1.2 de ce mémoire.

1.1.2 Erreurs provoquées par les distorsions thermiques

Les erreurs thermiques (Lamikiz *et al.*, 2008) sont de nature non linéaire et difficiles à estimer et à corriger. Six sources de distorsions thermiques (Ramesh, Mannan et Poo, 2000a) qui peuvent influencer le comportement géométrique d'une MOCN ont été identifiées :

- chaleur dégagée par le procédé d'enlèvement de matériel ;
- chaleur dégagée par la machine ;
- chaleur dégagée ou absorbée par le système de refroidissement ;
- chaleur dégagée ou absorbée par l'environnement de la machine ;
- chaleur dégagée par les opérateurs près de la machine ;
- mémoire thermique des environnements précédents (Bryan, 1990).

La Figure 1.1 montre bien les divers effets thermiques dans un processus de fabrication. Il est très intéressant de remarquer que les erreurs thermiques touchent aussi les instruments de mesure, mais, avec les diverses avancées technologiques, les machines d'inspection sont de plus en plus compensées thermiquement et leurs erreurs thermiques se voient grandement minimisées par rapport aux erreurs thermiques observées lors de l'usage.

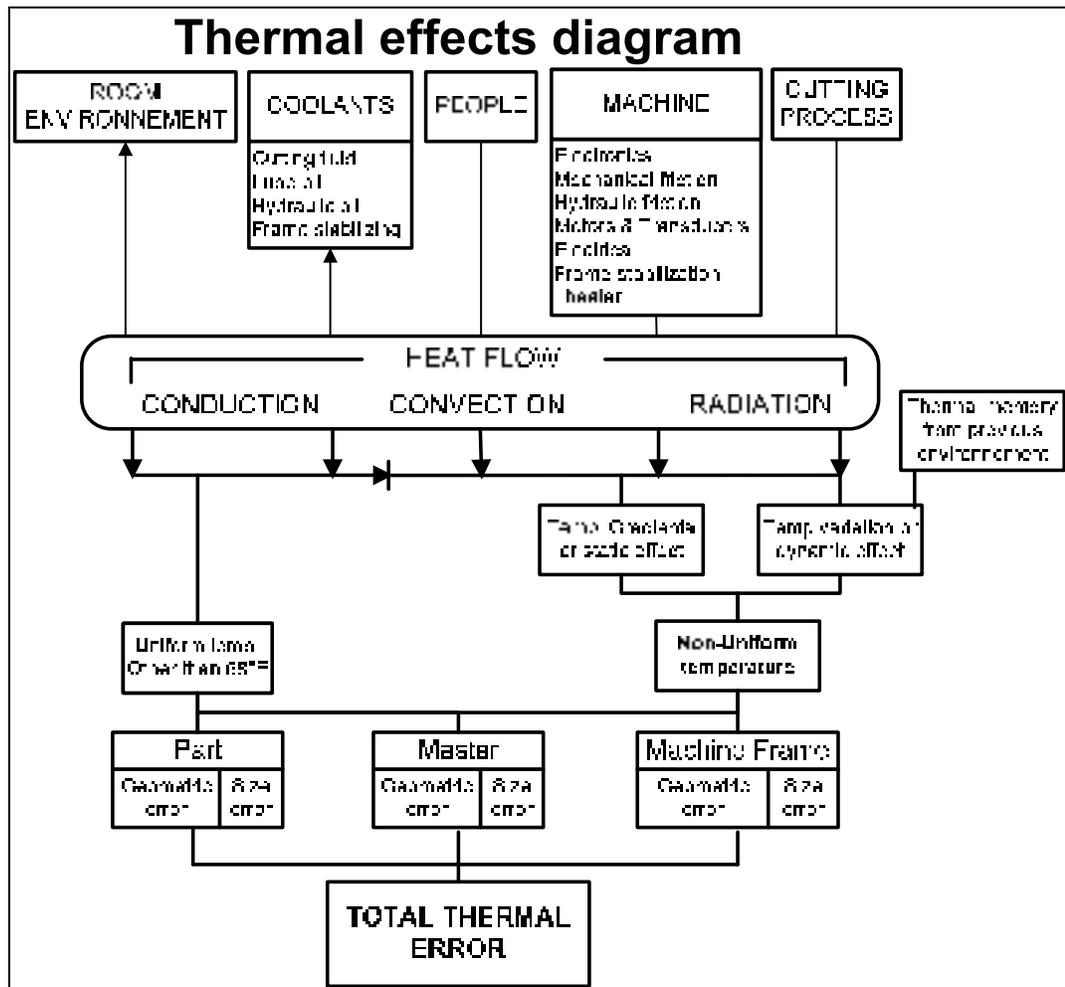


Figure 1.1 Diagramme des effets thermiques.
Adaptée de Bryan (1990, p. 646)

La conséquence des erreurs thermiques est que les différents éléments de la machine, la pièce et l'outil, vont également se déformer. Ces déformations vont se manifester en modifiant la

pose⁴ réelle de l'outil par rapport à la pose désirée. La Figure 1.2 illustre bien la problématique décrite.

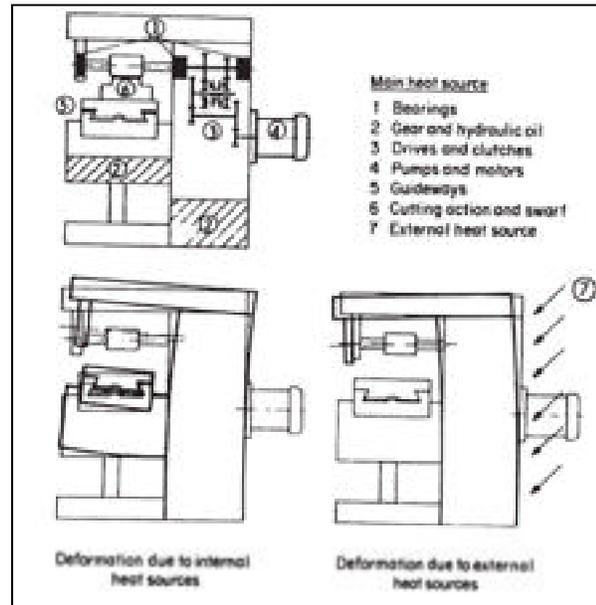


Figure 1.2 Exemple de l'impact des sources thermale sur la structure.
Tirée de Ramesh, Mannan et Poo (2000b, p. 1259)

1.1.3 Erreurs de déflexions causées par les forces de coupe

Les erreurs provoquées par les forces de coupe sont, à un premier niveau, la déflexion directe de la structure, de l'outil ou de la pièce à usiner, causée par la force de contact entre l'outil et la surface à usiner. Cette déformation est causée par le domaine élastique des matériaux constituant la machine, l'outil et la pièce usinée. Par contre, à un second niveau, il s'agit de tous les phénomènes vibratoires qui sont engendrés durant le procédé d'usinage. L'un des phénomènes vibratoires prédominant dans la limite opérationnelle d'une machine est l'apparition de l'autoexcitation vibrationnelle, aussi appelée le broutage (*machine tool chatter*) (Insperger *et al.*, 2006). Le broutage survient lorsque la dynamique de la machine rentre en résonance. Cette résonance dépend de la vitesse de la broche et de la profondeur de

⁴ La pose d'un outil désigne sa position et son orientation.

coupe et engendre des mouvements relatifs non désirés entre la position programmée et la position réelle de l'outil de coupe. À titre d'exemple, des travaux sur le sujet (Thevenot *et al.*, 2006) ont permis d'obtenir la Figure 1.3 des lobes de stabilité qui montrent les zones où la machine est stable ou instable.

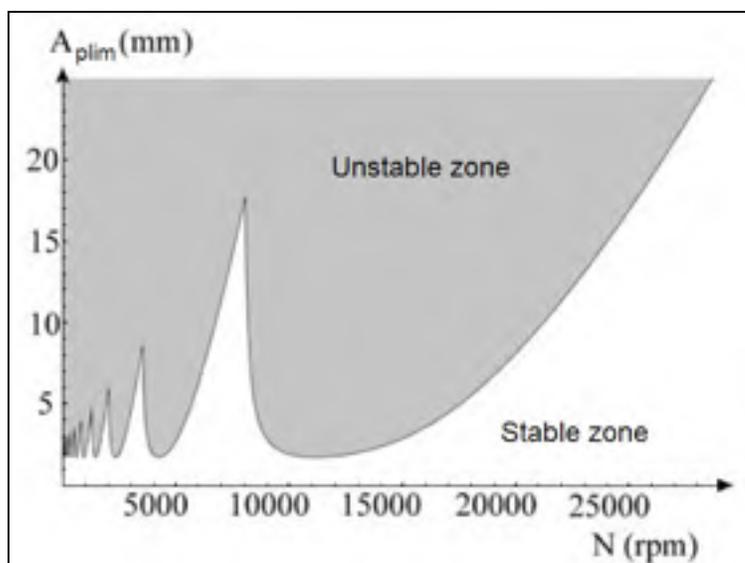


Figure 1.3 Graphique traditionnel de lobes de stabilité.
Adaptée de Thevenot (2006, p. 640)

1.1.4 Erreurs d'asservissement

Les erreurs d'asservissement sont causées par les différents systèmes servant à asservir les composantes de la machine, par exemple, les moteurs électriques qui déplacent les différentes articulations d'une MOCN. Un cas particulier, qui est observable sur une machine dont une articulation est asservie par deux moteurs, est la désynchronisation entre ces deux moteurs asservissants, soit un moteur maître (*master*) et un autre esclave (*slave*), qui suit le moteur maître. À un certain instant donné, la position entre les deux moteurs n'est pas la même et cet écart de position introduit une erreur dans la position de la machine. Lorsque cette configuration, maître-esclave, est utilisée (Sakata et Fujimoto, 2009), la réponse lente du système maître est la référence du système esclave qui est caractérisée par une réponse rapide. Dans le cas de l'asservissement de l'articulation dans un déplacement linéaire, un

manque de synchronisme entre le moteur maître et le moteur esclave résulte d'un mouvement de rotation non désiré autour de l'axe normal du plan de déplacement.

1.1.5 Erreurs algorithmiques de contrôle et de commande

Les erreurs algorithmiques de contrôle et de commande ne sont pas causées par des phénomènes mécaniques, mais par les limitations des systèmes électroniques qui composent la MOCN. La première étape dans le procédé d'usinage à commande numérique est la création d'un programme d'usinage. Les trajectoires théoriques pour arriver à fabriquer la pièce y sont définies. Une fois cette étape complétée, les trajectoires sont transmises au contrôleur de la MOCN sous la forme d'un programme d'usinage (Bearee, Barre et Bloch, 2004). Pour que la MOCN soit en mesure de réaliser la trajectoire désirée (Chih-Ching et Chao-Yin, 1998), une interpolation du parcours de l'outil est effectuée par le contrôleur. La Figure 1.4 présente un exemple d'interpolation de positions à partir d'un parcours courbe. Cette interpolation résulte d'une commande en position et en vitesse pour chacune des articulations de la machine. Cette commande est basée sur des modèles mathématiques et sur la réponse de différents systèmes installés sur la machine. En conséquence, chaque commande s'avère être une prédiction qui ne tient pas toujours compte des différentes perturbations de la machine comme la friction, la force de coupe, etc. Pour remédier à cette problématique, des échelles linéaires et rotatives peuvent être installées sur les différentes articulations de la machine, mais la principale limitation reste le temps d'interpolation entre deux lectures de l'échelle et le moment où la commande est reçue par les différents systèmes asservissant la MOCN.

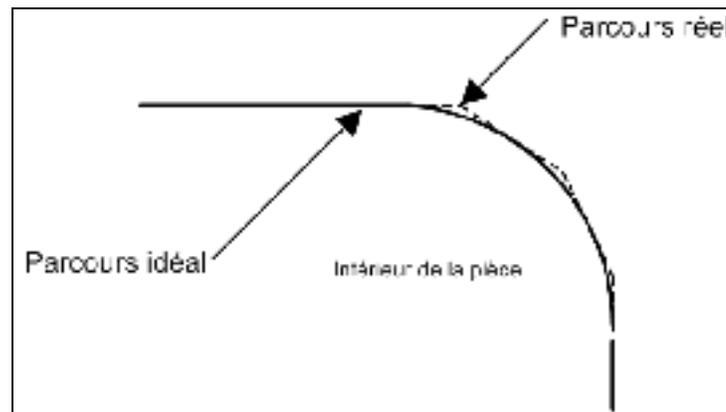


Figure 1.4 Exemple d'erreurs d'algorithmiques.

1.2 Définitions et propagation des erreurs géométriques

Les erreurs géométriques d'une MOCN se divisent en deux grandes catégories (Abbaszadeh-Mir *et al.*, 2002) : les paramètres d'erreurs géométriques dépendants de la position (PEGDP), c'est-à-dire les erreurs causées par les mouvements non idéaux des glissières, et les paramètres d'erreurs géométriques indépendants de la position (PEGIP) qui sont causés, entre autres, par les mauvais alignements entre les axes d'articulation et par les positions « zéro machine » erronées de la MOCN. Ces deux types d'erreurs se propagent à travers la chaîne cinématique de la machine pour créer, en partie, l'erreur totale au bout d'outil, donc l'erreur volumétrique de la MOCN.

1.2.1 Paramètres d'erreurs géométriques indépendants de la position

Les PEGIP sont, comme le nom le dit, indépendants de la position de la machine. Ces erreurs sont constantes dans le volume total de travail de la machine. Elles sont généralement causées par un mauvais alignement entre les différents composants de la machine (Abbaszadeh-Mir, 2001). Les défauts de parallélisme et de perpendicularité entre les différents axes de travail font partie des PEGIP. Un défaut de perpendicularité entre deux axes d'articulation linéaire aura pour effet d'orienter le déplacement du second axe de travail selon un vecteur qui n'est pas le vecteur utilisé dans la cinématique théorique de la machine.

Ce mouvement sur l'axe d'articulation sera composé. Parmi les PEGIP, il y a aussi la séparation d'axes rotoïdes, les erreurs sur les zéros des articulations, etc. Lorsque ce type d'erreurs est détecté, il est possible de définir une table de compensation qui pourra être utilisée par le contrôleur de la machine dans le but d'éliminer l'effet des PEGIP sur le positionnement du bout d'outil par rapport à la position demandée.

1.2.2 Paramètres d'erreurs géométriques dépendants de la position

Les PEGDP évoluent en fonction de la position de la machine et sont répétables en fonction de cette position. À leur tour, les PEGDP se divisent en trois sous-catégories (Sata, 2010) : les erreurs géométriques des glissières, les erreurs cinématiques des glissières et l'erreur volumétrique. L'ordre d'énumération des trois types d'erreurs représente l'ordre d'apparition de ces erreurs ; c'est-à-dire que les erreurs géométriques des glissières sont la cause des erreurs cinématiques des glissières et que ces dernières sont une des causes de l'erreur volumétrique de la MOCN. L'erreur volumétrique est l'erreur totale sur la position et l'orientation de l'outil. Cette erreur tient compte des PEGDP et des PEGIP.

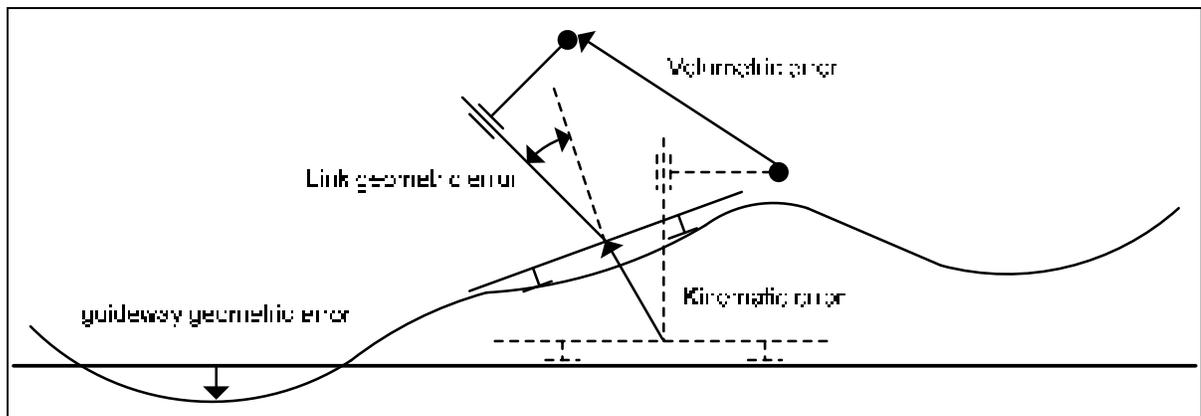


Figure 1.5 Les différents types d'erreurs géométriques.
Adaptée de Sata (2010, p. 660)

1.2.2.1 Erreurs géométriques des glissières

Les erreurs géométriques des glissières sont les défauts des surfaces guides utilisées par une articulation de la machine pour se mouvoir. Ces erreurs sont essentiellement des défauts de rectitude dans les deux plans perpendiculaires de la direction du déplacement qui peuvent provoquer des déplacements ou des rotations non désirés.

1.2.2.2 Erreurs cinématiques des glissières

Les erreurs cinématiques des glissières sont les erreurs de mouvements d'une articulation. Il y a six erreurs possibles par articulation : soit une de positionnement, deux de rectitude et trois de rotation. Chacune de ces erreurs possibles correspond à un degré de liberté⁵ (DDL) du corps qui se déplace sur la surface guide.

L'erreur de positionnement se définit comme un déplacement, dans l'axe de mouvement, plus grand ou plus petit que le déplacement demandé. Par exemple, si on demande un déplacement de 100,000 mm et que la machine effectue un déplacement de 99,998 mm, l'erreur de positionnement sera de -0,002 mm, et ce, dans l'axe de déplacement.

Les erreurs de rectitude, qui sont au nombre de deux, sont des déplacements non désirés et perpendiculaires à l'axe de déplacement. Ces erreurs sont causées par les défauts de rectitude des glissières qui sont utilisées pour le déplacement. Une erreur de rectitude sur une articulation générera un déplacement non désiré de l'outil dans la même direction que l'erreur produite par l'articulation.

Les erreurs de rotation d'une articulation prismatique, qui sont au nombre de trois, sont des rotations non désirées autour des trois axes du système d'axes local de l'articulation. Ces trois

⁵ En mécanique, un DDL est un mouvement possible, soit de translation ou de rotation, d'un corps rigide dans un système d'axes fixe. Chaque corps compte un maximum de six DDL, soit trois de translation et trois de rotation.

erreurs se nomment l'erreur de roulis, de tangage et de lacet et elles sont illustrées à la Figure 1.6.

- 1) L'erreur de roulis (*roll*) est une rotation non désirée autour de l'axe de déplacement de la glissière ;
- 2) L'erreur de tangage (*pitch*) est une rotation non désirée autour de l'axe perpendiculaire et dans le plan perpendiculaire de l'axe de déplacement de la glissière ;
- 3) L'erreur de lacet (*yaw*) est une rotation non désirée autour de l'axe perpendiculaire mais dans le même plan de déplacement de la glissière.

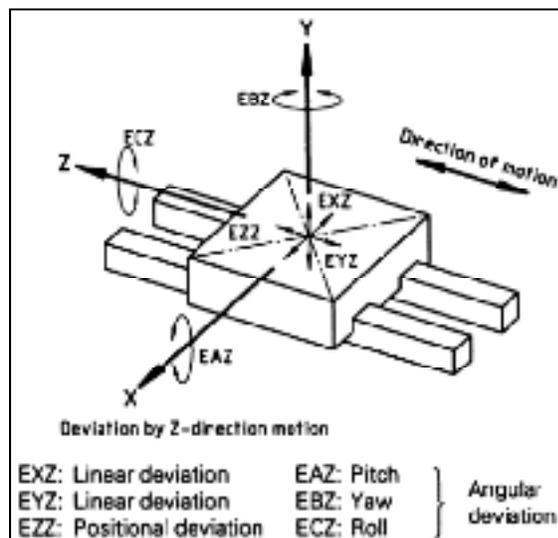


Figure 1.6 Erreurs cinématiques d'un joint prismatique.
Tirée de ISO 230-1 (1996, p. 15)

Selon la norme ISO 230-7 (ISO, 2006b), dans le cas d'une articulation rotative, trois erreurs de translation sont observables : deux erreurs radiales et une erreur axiale. À ce nombre, il faut ajouter deux erreurs de rotation autour des axes perpendiculaires à l'axe de mouvement ainsi qu'une autre de positionnement autour de l'axe de mouvement. La Figure 1.7 illustre ces erreurs. La combinaison de toutes ces erreurs a pour conséquence de former un nouveau centre de rotation ayant une orientation différente par rapport à la rotation théorique de l'articulation.

erreurs sont observables dans la cinématique de la machine et dans le cas d'une machine équipée de cinq articulations (trois articulations linéaires et deux articulations rotatives), ce nombre monte à 39 erreurs (Bohez *et al.*, 2007).

1.3 Modèle cinématique variationnel d'un centre d'usinage

Lors de la modélisation du comportement variationnel d'une MOCN, plusieurs sous-étapes s'imposent, comme la détermination de la chaîne cinématique de la machine, la modélisation de celle-ci et l'intégration des erreurs géométriques à la cinématique déjà calculée. Cette sous-section documentera ces aspects de la modélisation.

1.3.1 Identification de la chaîne cinématique

La majeure partie des MOCN constituées de cinq articulations possèdent trois articulations linéaires et deux rotatives (Kiridena et Ferreira, 1993) et peuvent être configurées de plusieurs façons, comme l'illustre la Figure 1.8 où la lettre T désigne un mouvement linéaire et la lettre R , un mouvement rotatif. L'indice prime (ex : T') indique si l'articulation supporte la pièce ou s'il est absent, l'outil.

Une fois que les types d'articulations qui permettent d'obtenir les DDL de l'outil par rapport à la surface de travail sont définis, il faut déterminer l'orientation de chacune des articulations par rapport au système d'axes global de la machine. La norme ISO 841 (ISO, 1974) recommande d'utiliser la règle de la main droite pour définir le système de coordonnées, et l'axe de l'outil doit correspondre à l'axe Z de la MOCN (Bohez, 2002). Les valeurs nominales des membranes (corps rigides) devront aussi être déterminées. La Figure 1.9 présente un exemple d'une chaîne cinématique provenant d'une machine équipée de cinq articulations $R'R'T'T'T$. Une fois ces éléments déterminés, il est possible d'amorcer la modélisation de la chaîne cinématique de la machine.

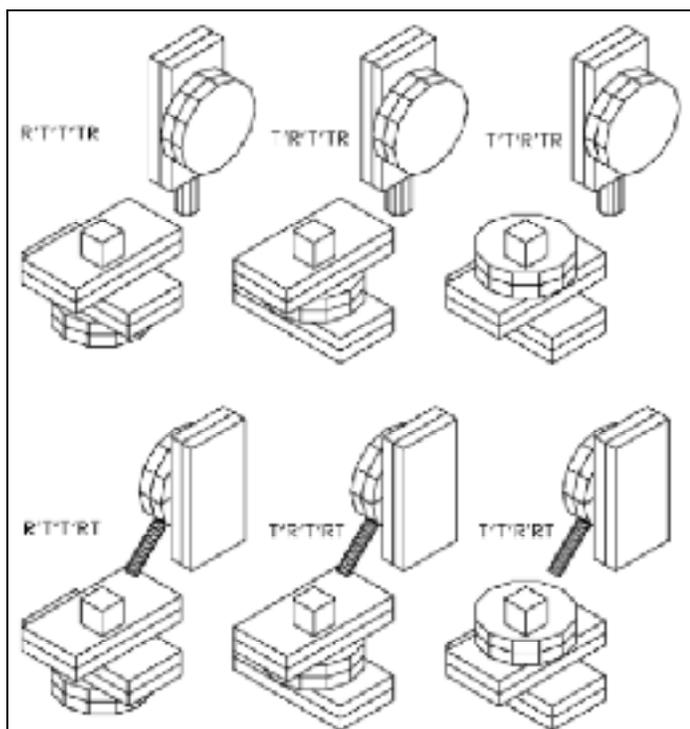


Figure 1.8 Exemple de configuration à cinq axes.
Tirée de Bohez (2002, p. 509)

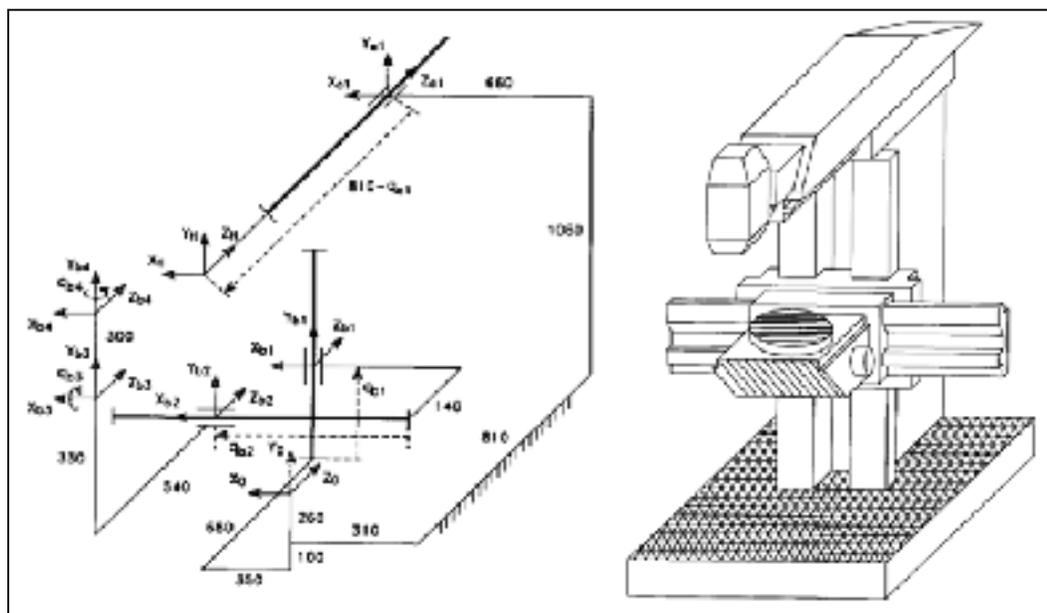


Figure 1.9 Chaîne cinématique d'une machine à cinq axes.
Tirée de Soons (1992, p. 9)

1.3.2 Modélisation de la chaîne cinématique

Le modèle cinématique est un outil mathématique qui permet d'obtenir la pose théorique de l'outil en fonction de la position des différentes articulations de la MOCN. De façon générale, les hypothèses de cinématique des corps rigides et d'approximation de petits angles sont prises en compte et mènent vers l'utilisation des matrices de transformations homogènes (MTH) afin d'obtenir le modèle cinématique d'une machine (Zhu, 2008). En général, un repère nommé W_i est attaché à la table et un autre, nommé t_i , est attaché au bout d'outil (Abbaszadeh-Mir, 2001). À partir du repère fixe de la base de la machine F , une MTH peut être déterminée en fonction de la position des différentes articulations de la machine. Les valeurs nominales de la structure de la MOCN doivent aussi être incluses dans le modèle. Les MTH de la table et de l'outil, soit ${}^F T_w$ et ${}^F T_t$, permettent d'obtenir, respectivement, la position et l'orientation du repère de la table et le repère de l'outil. La dénotation de ${}^j T_i$ représente une MTH 4×4 du passage du repère i vers le repère j . La pose de l'outil t_i par rapport à W_i est définie par l'équation (1.1).

$${}^w T_t = [{}^F T_w]^{-1} \cdot {}^F T_t \quad (1.1)$$

Le modèle qui est obtenu est idéal et ne tient pas compte du comportement variationnel de la MOCN. Il s'agit du même modèle utilisé par les gammistes pour définir la position de chaque articulation en fonction de la pose de l'outil désirée.

En plus d'un repère global de la machine, chaque élément mobile, membrane, de la machine possèdera un repère local qui permettra de définir les mouvements (déplacements et erreurs) de chacun d'entre eux. Pour ce faire, l'approche de Denavit et Hartenberg (D-H) (Lamikiz *et al.*, 2008), qui a été développée à l'origine pour la robotique, peut être appliquée au cas d'une MOCN. Cette notation est un moyen systématique pour obtenir la position de l'outil et est spécialement élaborée pour des études complexes de manipulateurs spéciaux, comme pour les MOCN équipées de cinq articulations. Avec cette notation, il est simple de définir la

MTH pour chaque élément de la chaîne cinématique dans le but d'obtenir la MTH de toute la chaîne cinématique.

1.3.3 Intégration du comportement variationnel à un modèle cinématique

Comme il a été montré précédemment, chaque articulation d'une machine comporte six erreurs possibles, en plus des erreurs de perpendicularité entre les articulations et de mauvais alignements. Il est possible d'obtenir une MTH, qui représente ces défauts, pour une articulation non idéale nommée D_S en utilisant trois MTH par articulation, comme illustré à la Figure 1.10 (Abbaszadeh-Mir, 2001) où S représente l'articulation décrite par la MTH.

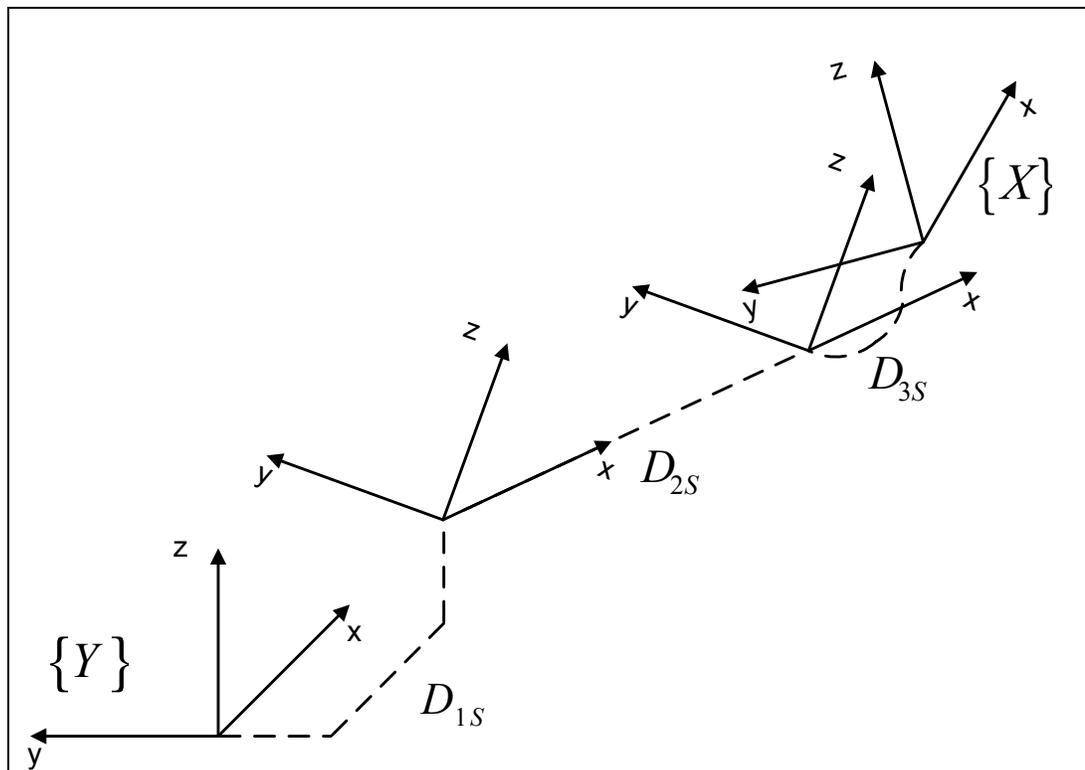


Figure 1.10 Comportement d'un joint non idéal avec trois MTH.
Adaptée d'Abbaszadeh-Mir (2001, p. 17)

$$D_S = D_{1S} D_{2S} D_{3S} \quad (1.2)$$

$${}^F T_W = D_y D_x D_a D_c T_W \quad (1.3)$$

La première MTH, D_{1S} , décrit les dimensions nominales de la structure où est installée l'articulation par rapport au dernier repère D_s . La seconde, D_{2S} , décrit le mouvement nominal de l'articulation en incluant les PEGIP, soit les erreurs d'alignements de la structure. D_{3S} décrit les PEGDP, soit les erreurs articulaires. D_S décrit le comportement non idéal de l'articulation en incluant les PEGDP et les PEGIP. En combinant toutes les matrices décrivant la cinématique réelle de chaque articulation de la machine, comme exprimé à l'équation (1.3), il est possible d'obtenir la pose réelle de l'outil et, par le fait même, de connaître les erreurs de translation et de rotation que l'outil a subi et qui risquent de générer des déviations sur la pièce traitée.

1.4 Contrôle statistique de procédé et indices de capabilité

Comme il a été montré, il est possible d'obtenir les erreurs géométriques d'une machine et d'estimer les performances de celle-ci par rapport à une certaine tolérance de fabrication préétablie comme critère de base. Or, ces évaluations ne donnent aucun indicateur à propos de la capacité de la machine à respecter les requis propres à une caractéristique et ne tiennent pas compte de tous les phénomènes inhérents au procédé de fabrication. Des outils comme le SPC, le dimensionnement et le tolérancement fonctionnel, le tolérancement statistique (Cox, 1979) et les IC (Taam, Subbaiah et Liddy, 1993) ont été développés pour faciliter la tâche des concepteurs dans l'estimation des variations dimensionnelles possibles d'un composant dans un assemblage et, par le fait même, pour obtenir un meilleur contrôle de la qualité.

1.4.1 Indices de capabilité monovariante

Les IC peuvent alors être utilisés par les designers comme un indicateur pour bien répartir le tolérancement d'un produit par rapport aux variables d'un procédé utilisé (Polansky, 2001). À la base, plusieurs IC ont été développés pour mesurer la capabilité d'un procédé à produire une caractéristique donnée, comme les indices $P_p - C_p$ et $P_{pk} - C_{pk}$. Le P_p et le P_{pk} sont deux indices de performance et ils sont utilisés comme un estimateur à long terme pour un procédé qui est, à priori, instable dans le temps. Dans le cas du C_p et du C_{pk} , ce sont des IC qui peuvent être employés à court terme dans le cas d'un procédé stable (ergodique). La problématique avec ces indices est qu'ils ne permettent pas de mesurer la capabilité d'une caractéristique multivariante, comme pour le cas d'une tolérance de positionnement, de façon réaliste. L'équation (1.4) illustre la problématique d'une seule variable où \bar{X}, σ_c, LTI ⁶ et LTS ⁷ sont tous des paramètres d'une même variable, par exemple un diamètre.

$$C_{pk} = \min \left\{ \frac{LTS - \bar{X}}{3\sigma_c}, \frac{\bar{X} - LTI}{3\sigma_c} \right\} \quad (1.4)$$

1.4.2 Indices de capabilité multivariante

Pour résoudre cette limitation de contrôle d'une seule variable, plusieurs indices multivariants ont été mis au point (Chen, 1994; Foster *et al.*, 2005). Ces indices proposent tous une méthodologie similaire. Ces auteurs proposent d'identifier le domaine de conformité et de non-conformité et d'obtenir des IC en fonction du comportement statistique de l'ensemble des variables du procédé. C'est le cas pour le C_p , le MC_p ou d'autres (Wang et Hubele, 2001) qui proposent des outils plus réalistes pour illustrer un tolérancement de position. Par contre, dans presque tous ces cas, le domaine de conformité est préétabli et il ne

⁶ LTI : Limite de tolérance inférieure

⁷ LTS : Limite de tolérance supérieure

peut s'adapter en fonction des réalités du procédé, comme pour le cas d'une condition de matière.

1.4.3 Capabilité d'une tolérance de position

Le tolérancement de localisation géométrique de type PLTZF (American Society of Mechanical Engineers, 2009) est un procédé unilatéral : les valeurs du résultat d'un mesurage varient de zéro jusqu'à une certaine valeur, ce qui est à l'opposé d'un procédé bilatéral qui varie dans un intervalle (\pm) autour d'une valeur moyenne. L'impact d'un procédé unilatéral est que la distribution des résultats n'est pas une distribution normale. Des recherches sur la capabilité de ce type de procédés (Bothe, 2006) ont mené vers l'équation (1.5) dans le cas des procédés unilatéraux :

$$\hat{P}_{pk}, \hat{C}_{pk} = \frac{USL - \hat{x}_{50\%}}{\hat{x}_{99.865\%} - \hat{x}_{50\%}} \quad (1.5)$$

où $\hat{x}_{\%}$ représente le percentile de la fonction de densité de la distribution du procédé et LTS (USL ⁸) est la limite supérieure de la tolérance. La Figure 1.11 illustre le fonctionnement de cette équation.

⁸ De l'anglais : *Upper Specification Limit*

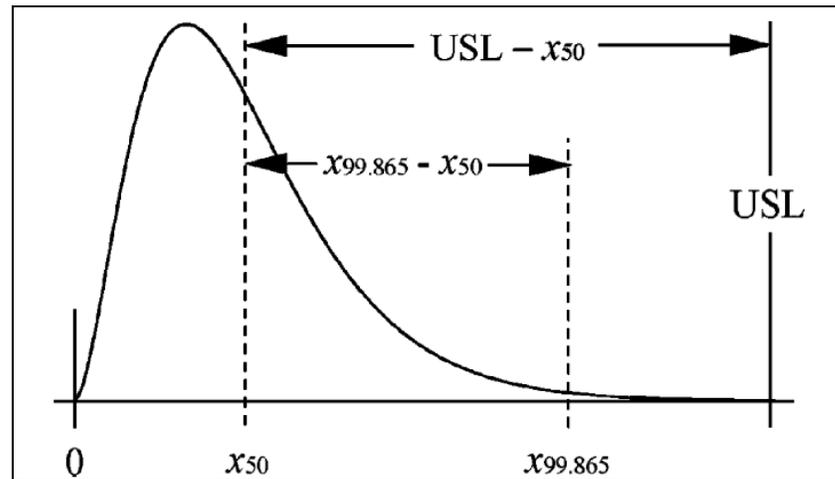


Figure 1.11 Capabilité (ou performance) d'un procédé unilatéral non normal.

Tirée de Bothe (2006, p. 1269)

Le choix de l'indice P_{pk} ou C_{pk} dépend de la stabilité du procédé. Dans le cas d'un procédé stable, l'indice C_{pk} sera employé, tandis que, dans un cas où le procédé est instable, l'indice P_{pk} sera utilisé.

Pour avoir une meilleure représentation de la capabilité réelle du tolérancement de position d'un patron de plusieurs éléments, une nouvelle approche (Tahan et Lévesque, 2009) propose une méthode intéressante qui, basée sur une distribution de valeurs extrêmes (Bali, 2003), permet d'intégrer la complexité d'un patron tolérancé par un positionnement, c'est-à-dire par le nombre d'éléments constituant le patron. Cette méthode propose d'estimer les valeurs de $x\%$ à insérer dans l'équation (1.5) pour tenir compte de cette complexité. Bien que cette méthode augmente un peu plus la justesse de la mesure de la capabilité d'un tolérancement géométrique, elle ne tient toujours pas compte de la condition de matière qui peut être appliquée à ce type de tolérancement.

Une autre limitation de cette dernière méthode est qu'elle ne tient pas compte d'une erreur aléatoire non similaire dans le positionnement des deux axes ($\sigma_1 \neq \sigma_2$) du procédé. Le développement mathématique de la distribution de densité et de la distribution cumulative de la position R est basé sur une distribution de Rayleigh (Papoulis, 1991) :

$$f(r_i; \sigma) = \frac{r_i}{\sigma^2} e^{-\frac{r_i^2}{2\sigma^2}} \quad (1.6)$$

où $r_i = \sqrt{x^2 + y^2}$ et $\sigma = \sigma_x = \sigma_y$. Cette équation permet de tenir compte d'erreurs systématiques non équivalentes selon les axes de positionnement, mais tolère seulement des erreurs aléatoires de niveau équivalentes.

1.5 Conclusion

Dans ce mémoire, l'étude de la capabilité d'un centre d'usinage à têtes multiples est proposée. Cette étude vise à améliorer la prédiction de la capabilité d'une telle fabrication, c'est-à-dire une fabrication en parallèle de lots de pièces. Pour ce faire, un modèle cinématique simulant le comportement variationnel de la MOCN sera réalisé à partir de MTH. Dans ce modèle, les erreurs géométriques de la MOCN ainsi que les positions de chaque articulation seront utilisées comme intrants. Les extrants de ce modèle seront les erreurs de position et d'orientation de l'outil par rapport à la pose idéale de l'outil. Il sera alors possible de prédire le comportement des erreurs observables en fonction de la ligne de production en parallèle utilisée.

Par la suite, un IC devra être mis au point, afin de bien représenter les tolérances de positionnement. Cet indice devra être élaboré, car la majeure partie des caractéristiques fabriquées par le centre d'usinage sont des patrons de trous, allant de deux éléments jusqu'à plus de 700 éléments. Ces patrons sont définis par une tolérance de position accompagnée par un modificateur de conditions de matière, qui a pour effet d'agrandir l'intervalle de position permise en fonction de la dimension des éléments fabriqués, soit le diamètre des trous. Ce nouvel indice devra tenir compte de plusieurs variables à la fois, soit les erreurs systématiques et aléatoires du procédé de positionnement ainsi que le comportement de l'outil de perçage et le nombre d'éléments compris dans le patron.

CHAPITRE 2

SIMULATION DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE VARIATIONNEL DE LA MOCN

Le but de ce chapitre est de développer un modèle cinématique explicite de la machine-outil à commandes numériques afin de reproduire les déplacements de celle-ci. Ce modèle tient compte des erreurs géométriques de la machine étudiée. Il est possible d'estimer les déviations par rapport à la pose théorique de l'outil de coupe. Ce modèle ne tient pas compte des erreurs causées par des effets de nature thermique ou dynamique.

L'élaboration de ce modèle peut être simplifiée en deux grandes étapes : en premier lieu, la définition de base de la cinématique de la machine à travers un modèle mathématique ; en deuxième lieu, l'incorporation des erreurs géométriques à ce dernier. À la fin, une simplification de ce modèle est effectuée pour tenir compte exclusivement des erreurs qui provoquent des variations pour les éléments fabriqués par le partenaire industriel. Il est important de noter que, pour alléger le texte, les détails du développement mathématique ainsi que certains résultats qui s'y rattachent sont présentés en ANNEXE I de ce document.

2.1 Modèle cinématique théorique

Le modèle cinématique de la machine est un élément important, surtout pour les gammistes (Abbaszadeh-Mir, 2001). En effet, lors de la création de gammes de fabrication, le modèle cinématique inverse de la machine est essentiel pour transformer les poses d'outils utilisées par les programmeurs (sous la forme x, y, z, i, j, k par rapport au référentiel de la pièce) en coordonnées « d'articulations-machines » (J_x, J_y, J_z, J_a et J_b par rapport au référentiel utilisé par la MOCN). Dans notre cas, c'est le modèle de la cinématique directe qui est intéressant. Les modèles de cinématiques directes et inverses sont issus du même principe. La cinématique directe permet de connaître la position et l'orientation du bout d'outil en fonction de la position des différentes articulations de la machine. Dans ce cas, la solution est unique, tandis que la cinématique inverse permet d'obtenir les positions des différentes

articulations de la machine afin de tenir une certaine position et une certaine orientation de l'outil. Dans ce cas, la solution peut ne pas être unique et le nombre de solutions dépendra de la configuration et de la morphologie de la MOCN. Ces modèles peuvent également être employés pour obtenir les positions, les vitesses ou les accélérations des divers composants de la MOCN.

Pour parvenir à obtenir le modèle qui est employé dans notre étude, soit la cinématique directe, la cinématique des corps rigides et les matrices de transformations homogènes (MTH) ${}^R T_N$ sont utilisées. Une MTH est un outil qui permet de passer d'un référentiel local à un autre référentiel. Cette transformation est valide autant pour les positions que pour les orientations. Cette opération se fait dans un espace cartésien orthogonal, \mathfrak{R}^3 dans notre cas. Une MTH complète peut être représentée par la matrice suivante :

$${}^R T_N = \begin{bmatrix} r_{ix} & r_{iy} & r_{iz} & d_x \\ r_{jx} & r_{jy} & r_{jz} & d_y \\ r_{kx} & r_{ky} & r_{kz} & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (2.1)$$

où les termes $r_{v\eta}$ avec $v = i, j, k$ et $\eta = x, y, z$ représentent l'orientation, selon la notation d'Euler, du corps N par rapport au système de référence R . Pour ce qui est des composantes d_η , elles représentent les déplacements linéaires le long des axes orthogonaux dans le système de référence (R ou N). Il est possible d'obtenir les coordonnées équivalentes du système local N dans le système R (Dornfeld et Lee, 2008) par :

$$\begin{bmatrix} x_R \\ y_R \\ z_R \\ 1 \end{bmatrix} = {}^R T_N \begin{bmatrix} x_N \\ y_N \\ z_N \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

où la MTH ${}^R T_N$ reflète les déplacements et/ou les rotations entre le corps N et le référentiel R . En combinant les MTH de chaque élément cinématique d'une machine, la MTH globale de la cinématique est obtenue par le produit de toutes les MTH ${}^R T_N$, comme suit :

$${}^R T_N = \prod_{m=1}^{m=n} {}^{m-1} T_m = {}^0 T_1 {}^1 T_2 {}^2 T_3 \dots {}^{n-1} T_n \quad (2.3)$$

La MTH globale est une matrice 4×4 avec, comme intrants, les positions des articulations de la machine et, comme extrants, la pose de l'outil. Dans le cas d'une configuration d'une machine à cinq broches en parallèle (machine multitêtes), le nombre de MTH globales sera égal au nombre de têtes qui équipent la machine. La Figure 2.1 illustre schématiquement la cinématique du centre d'usinage du partenaire industriel à l'étude (cinq têtes).

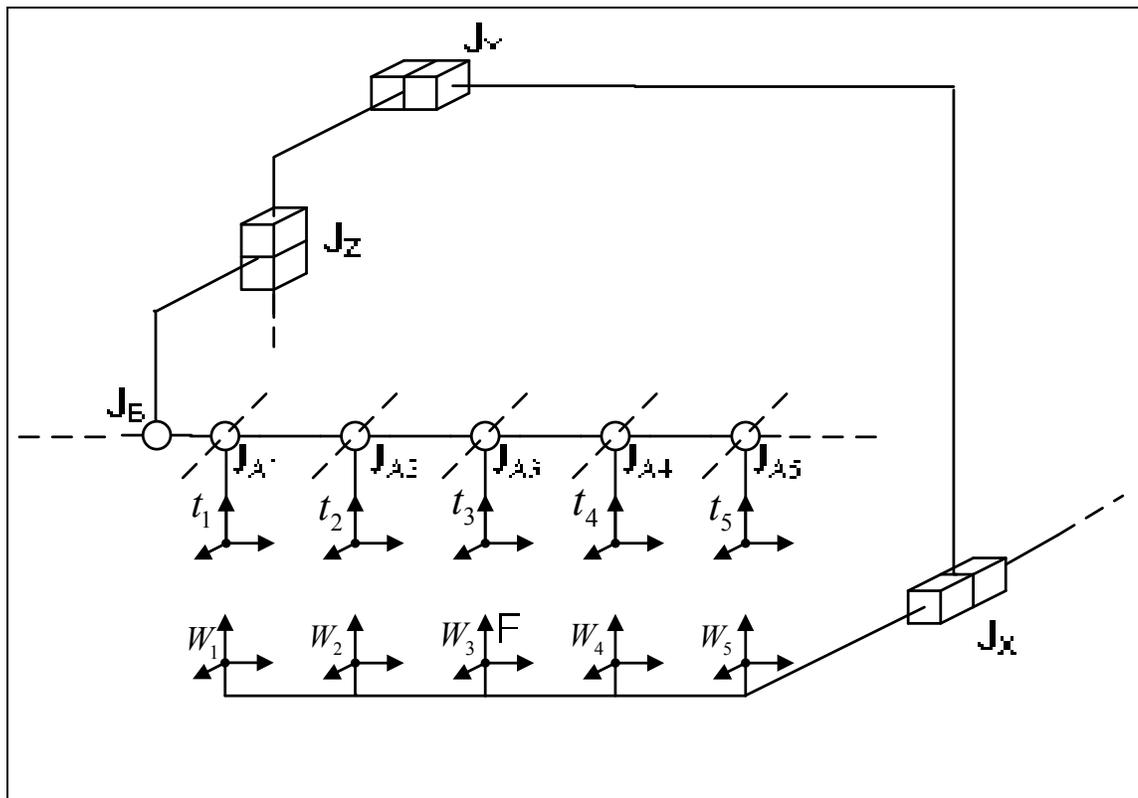


Figure 2.1 Schéma de la cinématique de la MOCN.

Ce schéma montre les cinq lignes i de production en parallèle qui ont une typologie $FXYZBA$ (Bohez, 2002). Les positions des articulations de la machine sont définies par le

vecteur $\theta = [J_x \ J_y \ J_z \ J_b \ J_a]^T$.

À $\theta = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, les positions des référentiels d'outils coïncident avec les référentiels de leur bride d'usinage respective et sont dans la même orientation. Les outils sont identifiés par la lettre t_i et l'origine de chaque pièce par W_i . Le repère de fondation F coïncide avec celui de W_3 .

Dans notre cas, il est nécessaire de produire cinq MTH globales pour passer de t_i vers W_i , car la MOCN est équipée de cinq lignes de production en parallèle. Ces MTH globales sont équivalentes entre leurs repères W_i et l'articulation rotative J_b , inclusivement, car la chaîne cinématique est la même pour les cinq lignes au niveau des articulations J_x , J_y , J_z et J_b . La ligne de production trois (ligne située au centre) est identifiée comme étant la ligne maître (*master*) pour la rotation de l'articulation J_a , et les autres lignes sont jugées comme esclaves (*slave*) par rapport à la ligne trois. Les équations (2.4) et (2.5) représentent, respectivement, la MTH globale entre le repère F et l'outil t_i , puis la MTH entre le repère F et le repère W_i , qui est situé sur la bride d'usinage.

$${}^F T_{t_i} = \begin{bmatrix} S(J_b) & S(J_a)S(J_b) & C(J_a)S(J_b) & J_x - 10C(J_a)S(J_b) - tC(J_a)S(J_b) \\ 0 & C(J_a) & -S(J_a) & J_y + 10S(J_a) + tS(J_a) + \Phi_i \\ -S(J_b) & C(J_b)S(J_a) & C(J_a)S(J_b) & J_z - 10C(J_a)C(J_b) - tC(J_a)C(J_b) + 17 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$${}^F T_{W_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta X_i \\ 0 & 1 & 0 & \Phi_i + \Delta Y_i \\ 0 & 0 & 1 & \Delta Z_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Le facteur dix (10), qui apparaît dans la portion des translations de l'équation (2.4), provient de la distance entre le pivot de l'articulation J_a et la face de la broche où sera inséré le porte-outil. Les paramètres Φ_i représentent le décalage de chaque ligne i en Y par rapport à la ligne trois (repère F). Les termes Δ_{x_i} , Δ_{y_i} et Δ_{z_i} représentent les translations de chaque bride

d'usinage de chaque ligne i (par rapport au repère F). Ces translations peuvent être employées pour incorporer les défauts d'alignement de ces brides par rapport à leur alignement nominal. La position idéale de l'outil par rapport au référentiel de la pièce peut donc être obtenue par l'équation (2.6) :

$${}^{W_i}T_{T_i} = {}^F T_{W_i} \times {}^F T_{T_i} \quad (2.6)$$

Cet ensemble de transformations représente la cinématique idéale de la machine. Elle peut être utilisée par les gammistes pour confirmer que la position de chacune des articulations de la MOCN est la bonne pour obtenir la bonne pose de l'outil demandée par rapport au référentiel de la pièce travaillée. En se référant à la Figure 1.10, la cinématique obtenue à ce moment représente les matrices D_{1S} et $D_{2S-\text{théorique}}$. En d'autres termes, elle n'inclut pas l'état réel de la machine. Pour y remédier, il est possible de greffer les déplacements et le comportement cinématique variationnel de la machine à cette cinématique en utilisant, encore une fois, des MTH. Elles seront utilisées pour obtenir les éléments $D_{2S-\text{réelle}}$ réels et D_{3S} .

2.2 Modélisation du comportement cinématique variationnel

Le comportement réel de chaque articulation, linéaire ou rotative, peut être modélisé grâce à la même méthode qui a été présentée à la section 2.1, soit avec des MTH qui représentent chaque déplacement non idéal de chaque repère dans les six DDL. Les PEGDP et les PEGIP des glissières sont modélisés de la même façon, mais ne seront pas appliqués aux mêmes éléments du modèle cinématique.

Bien que la MOCN utilisée par le PI compte cinq axes articulatoires, soit trois linéaires (X , Y et Z) et deux rotatifs (A et B), le comportement variationnel des axes rotatifs n'est pas intégré au modèle proposé. Dans notre cas, la quasi-totalité de l'usinage effectué sur les composantes fabriquées par le PI s'effectue à l'aide des axes linéaires seulement. L'étude de la capacité actuelle ne tient donc pas compte de l'usinage effectué à l'aide des cinq axes de

la MOCN. Les erreurs engendrées par les axes rotatifs (A et B) ainsi que leur propre cinématique peuvent être négligées, pour cette étude, du modèle global de la machine. Afin d'assurer la bonne compréhension du lecteur, la Figure 2.2 présente, de façon schématique, les principales composantes du calcul du comportement variationnel de la MOCN.

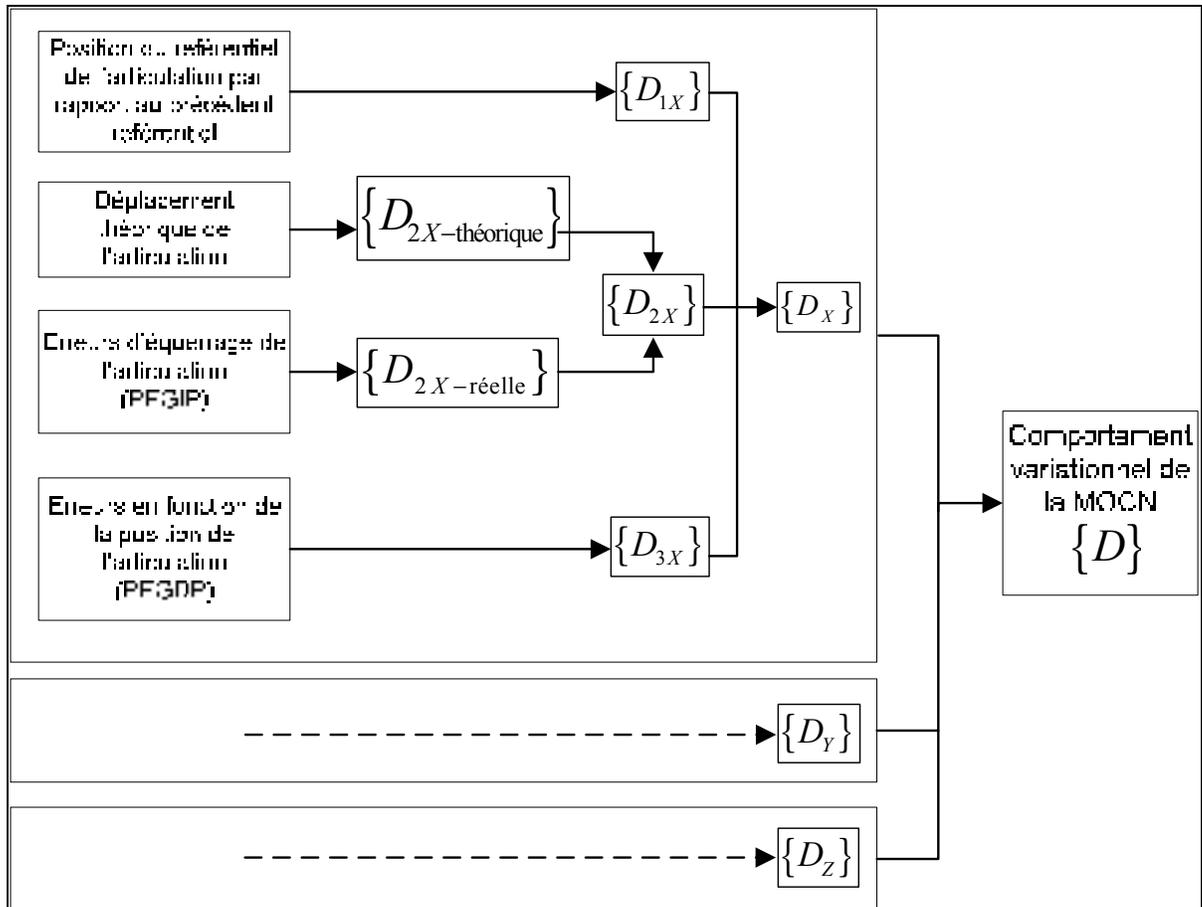


Figure 2.2 Calcul schématique du comportement cinématique variationnel.

2.2.1 Modélisation du comportement cinématique variationnel dépendant de la position

Le comportement variationnel de la MOCN, qui dépend de la position, est causé par les déplacements non idéaux des glissières (PEGDP). Chaque glissière peut posséder jusqu'à six erreurs différentes, soit une pour chaque DDL. Il est possible d'inclure chaque erreur dans le

modèle de déplacement d'une glissière à l'aide d'une MTH de la forme de l'équation (2.1) en considérant le référentiel de base comme la position et l'orientation idéales de l'articulation et le référentiel du corps comme la position et à l'orientation non idéales de la glissière. La matrice obtenue pour chaque articulation S correspondra à la composante D_{3S} présentée à la page 20 de ce document. Les intrants de la matrice dépendent de la position de la glissière, car les erreurs ne sont pas les mêmes à chaque endroit sur la glissière. Ces intrants sont les six erreurs possibles, soit l'erreur de position, deux erreurs de rectitude et les trois erreurs de rotation (roulis, tangage et lacet). À chacune de ces erreurs est attribuée une MTH représentant le comportement de celle-ci.

Les trois erreurs linéaires d'une articulation peuvent être rassemblées à l'intérieur d'une MTH simple :

$$D_{3S\text{-linéaire}} = \begin{bmatrix} E_{XX} \\ E_{YX} \\ E_{ZX} \\ 1 \end{bmatrix}_{4 \times 1} \quad (2.7)$$

où E_{IJ} représente l'erreur de l'articulation J dans l'axe I du repère local de l'articulation et elle est dépendante de la position de celui-ci. Pour ce qui est des erreurs de rotation, les MTH sont :

$$D_{3S\text{-roulis}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C(E_{AX}) & -S(E_{AX}) & 0 \\ 0 & S(E_{AX}) & C(E_{AX}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (2.8)$$

$$D_{3S\text{-tangage}} = \begin{bmatrix} C(E_{BX}) & 0 & S(E_{BX}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S(E_{BX}) & 0 & C(E_{BX}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (2.9)$$

$$D_{3S\text{-lacet}} = \begin{bmatrix} C(E_{CX}) & -S(E_{CX}) & 0 & 0 \\ S(E_{CX}) & C(E_{CX}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{4 \times 4} \quad (2.10)$$

où E_{IJ} représente l'erreur de rotation de l'articulation J dans l'axe I du repère local de l'articulation et dépend de la position de celui-ci. Il est dès maintenant possible de représenter les erreurs par la MTH présentée à l'équation (2.11).

$$D_{3S} = D_{3S\text{-roulis}} D_{3S\text{-tangage}} D_{3S\text{-lacet}} D_{3S\text{-linéaire}} \quad (2.11)$$

Le comportement d'une articulation peut dès lors être représenté par l'équation suivante :

$$D_S = D_{1S} D_{2S} D_{3S} \quad (2.12)$$

La forme finale et explicite de la MTH du comportement d'une articulation n'est pas illustrée dans le texte à cause de sa dimension. De plus, la MTH D_{2S} réelle n'est toujours pas évaluée. Cette MTH regroupe le déplacement de l'articulation (théorique) et les PEGIP qui lui sont rattachés.

2.2.2 Modélisation du comportement variationnel indépendant de la position

Dans le cas d'une glissière PEGIP, la MTH décrivant cette erreur sera constante pour tout le volume de travail de la MOCN. Cette MTH est calculée de la même façon que celle d'un PEGDP et est greffée à la matrice D_{2S} théorique obtenue précédemment. Elle affecte l'orientation du vecteur de déplacement théorique de l'articulation pour représenter, par exemple, un mauvais alignement de l'articulation J_y par rapport à l'articulation J_x . Cela a

pour effet de créer des déplacements composés non désirés dans les axes perpendiculaires à l'axe de déplacement.

Dans le cas d'un centre d'usinage prismatique qui est équipé de trois articulations linéaires, il existe trois PEGIP, soit les trois combinaisons d'équerrage possibles entre les trois articulations équipant la machine. Dans le cas de l'erreur d'alignement de l'articulation J_x , présentée dans les lignes précédentes, l'erreur aura pour effet de modifier l'orientation de l'articulation J_y autour du vecteur $[0 \ 0 \ 1]^T$. Cette rotation est représentée par l'équation (2.13) :

$$EY_{xy} = \begin{bmatrix} C\gamma & -S\gamma & 0 & 0 \\ S\gamma & C\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

où C_i et S_i représentent le cosinus et le sinus, respectivement, de l'angle γ quantifiant l'erreur d'équerrage entre les deux axes X et Y .

Une fois la MTH d'erreur obtenue pour chaque articulation, le déplacement de celle-ci est inclus dans la MTH pour obtenir D_{2s} . À partir de ce moment, la MTH D_{2s} est incorporée dans le modèle cinématique total de la machine pour obtenir la MTH globale D_s . Cette cinématique n'est pas présentée d'une manière explicite dans le texte à cause de sa taille. Par contre, le programme permettant d'obtenir le comportement cinématique variationnel de la MOCN est présenté à l'ANNEXE II.

2.3 Ensemble d'erreurs minimales

Comme mentionné à la section 2.2 précédente, nous avons développé uniquement le modèle du comportement cinématique variationnel des articulations linéaires. Cette modélisation peut comprendre jusqu'à 21 erreurs distinctes, soit six erreurs par articulation (pour un total de 18 erreurs) et trois erreurs d'équerrage entre les articulations. Parmi ces 21 erreurs,

plusieurs peuvent être négligées en observant le type de caractéristiques fabriquées par le PI. Les caractéristiques qui seront utilisées pour l'étude sont des trous percés dans le plan horizontal (XY) de la MOCN. Il est alors possible d'éliminer les erreurs ayant un impact sur le positionnement de l'outil dans l'axe Z de la MOCN. Une erreur sur cette position n'affecte aucunement la qualité d'un trou (traversant complètement la surface puisque aucune profondeur ne sera mesurable) ayant comme axe la direction $[0 \ 0 \ 1]^T$. Le Tableau 2.1 présente les PEGDP plausibles en fonction de chaque articulation ainsi que des erreurs ayant un impact sur la position en Z de l'outil qui ont pu être éliminées.

Tableau 2.1 PEGDP possibles

Articulations	PEGDP					
	Erreurs de position			Erreurs de rotation		
X	EXX	EYX	EZX	EAX	EBX	ECX
Y	EXY	EYY	EZY	EAY	EBY	ECY
Z	EXZ	EYZ	EZZ	EAZ	EBZ	ECZ

De plus, les trous sont percés dans une paroi jugée mince. Donc, l'erreur sur l'orientation de l'axe de ces trous peut être négligée. Ceci revient à dire que l'erreur d'orientation de l'outil (si celui-là est petit) de la MOCN est négligeable et que seulement l'erreur de positionnement de l'outil dans le volume de travail importe. Cela ne permet pas d'éliminer les erreurs de rotation des articulations à cause de leur impact dans la chaîne cinématique sur la position de l'outil. Par contre, il est possible d'éliminer toute la portion 'rotation' de la MTH globale de la MOCN pour garder seulement le vecteur de la portion 'translation', soit la dernière colonne de la MTH 4×4 .

2.4 Cartographie des erreurs géométriques

Afin d'identifier les intrants du modèle cinématique, le programme d'usinage doit être utilisé pour obtenir la position de chaque articulation. Pour ce qui est des PEGIP et des PEGDP, il faut les mesurer directement sur la MOCN. Pour réaliser ce travail, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. Un laser interféromètre a été mis à notre disposition durant la

réalisation de ce projet. Nous avons donc employé ce dernier pour obtenir une estimation fiable de ces valeurs.

Une première portion des PEGDP observables sur la machine est obtenue par la quantification de l'erreur de biais, telle qu'identifiée dans un rapport d'étalonnage de la MOCN du PI. Ce rapport, présenté partiellement à l'ANNEXE III, indique la valeur des PEGDP de l'articulation X sur une plage couvrant environ 60 000,00 mm. Pour la seconde portions des PEGDP, soit des axes Y et Z , ainsi que pour les PEGIP, l'évaluation des erreurs est présentée à l'ANNEXE IV, résultats obtenus suite aux mesures effectuées sur la MOCN avec l'interféromètre. Les erreurs estimées par le rapport d'étalonnage y sont aussi présentées sous une forme numérique.

2.5 Conclusion

Un modèle cinématique de la MOCN, incluant la production en parallèle, a été développé. Ce modèle tient compte de la valeur nominale des membrures formant la structure de la machine ainsi que des mouvements théoriques des différents axes de déplacement de la MOCN.

Par la suite, une seconde portion du modèle a été annexée au modèle théorique. Cette seconde portion prend en compte les valeurs des PEGDP et des PEGID. Le modèle total obtenu permet d'estimer l'erreur à tout point du volume de travail sur la pose de l'outil par rapport à la pose théorique.

Ce modèle est simplifié dans le but de tenir compte seulement des erreurs de position dans le plan horizontal de la machine en éliminant la portion des erreurs ayant un impact sur la position en Z de l'outil. Cette décision est prise, car l'erreur dans ce plan, soit le plan horizontal, représente l'erreur de positionnement des éléments fabriqués. Pour sa part, l'erreur en Z sur la position de l'outil représente l'erreur de profilage des éléments. Nous rappelons au lecteur que les éléments en question sont des trous et que, par conséquent, il ne peuvent pas y avoir d'erreur de profil dans la direction Z . Également, aucune erreur

d'orientation n'est prise en compte, car les trous sont percés dans une paroi mince et cette erreur est négligeable. La portion d'orientation de la MTH finale a donc pu être éliminée.

CHAPITRE 3

FAISABILITÉ D'UNE PRODUCTION EN PARALLÈLE

L'un des objectifs recherchés par le partenaire industriel du présent projet est de l'aider à répondre à une grande demande, au niveau de la quantité de pièces devant être livrées, tout en assurant un haut niveau de qualité. Le passage à un système de fabrication en parallèle semble présenter une piste intéressante. Cette production du type « parallèle » est constituée d'une machine-outil à commandes numériques équipée de cinq (5) têtes d'usinage. Elle fabrique donc simultanément cinq pièces, théoriquement identiques, qui sont installées sur cinq brides différentes. L'étude d'un tel système est complexe, car plusieurs phénomènes peuvent venir perturber le procédé de fabrication. De plus, dans notre cas, la flexibilité relative des composantes pose un certain nombre d'interrogations supplémentaires.

En effet, dans une production en parallèle, la notion de « lots de production » devient rapidement un atout important. S'il est démontré que les pièces produites simultanément sont similaires, il est possible de les regrouper sous un même lot de production (ou, à la limite, comme un sous-groupe). Lorsque des composantes proviennent d'un même lot, il est alors possible d'instaurer un programme d'inspection par échantillons au sein d'un même lot. Cela a pour effet de diminuer considérablement l'occupation du centre d'inspection.

Donc, ce chapitre tente de démontrer que les pièces produites simultanément peuvent être, ou non, assimilées à un même lot avec, comme hypothèse de travail, l'homogénéité du comportement à l'intérieur du même lot. Par contre, avant de tenter de faire cette démonstration, une étude doit porter sur la stabilité temporelle des résultats d'inspection qui sont utilisés pour cette démonstration.

3.1 Vérification du procédé d'inspection

Le partenaire possède un centre d'inspection équipé d'une machine à mesurer tridimensionnelle dont l'axe principal permet de vérifier les plus longues pièces produites,

soit de plus de 11 000 mm. Un système de brides permet de contraindre les composantes à inspecter, mais cette mise en place est nécessaire à cause de la flexibilité des pièces. Cet alignement doit être fait avant l'inspection. La Figure 3.1 présente une pièce typique avec ses trois référentiels de base, qui permettent de référencer le système d'axes de la pièce (les référentiels B et C forment une ligne d'axes lorsqu'ils sont utilisés ensemble). De plus, l représente la longueur de la pièce qui peut varier de 500 mm à plus de 11 000 mm.

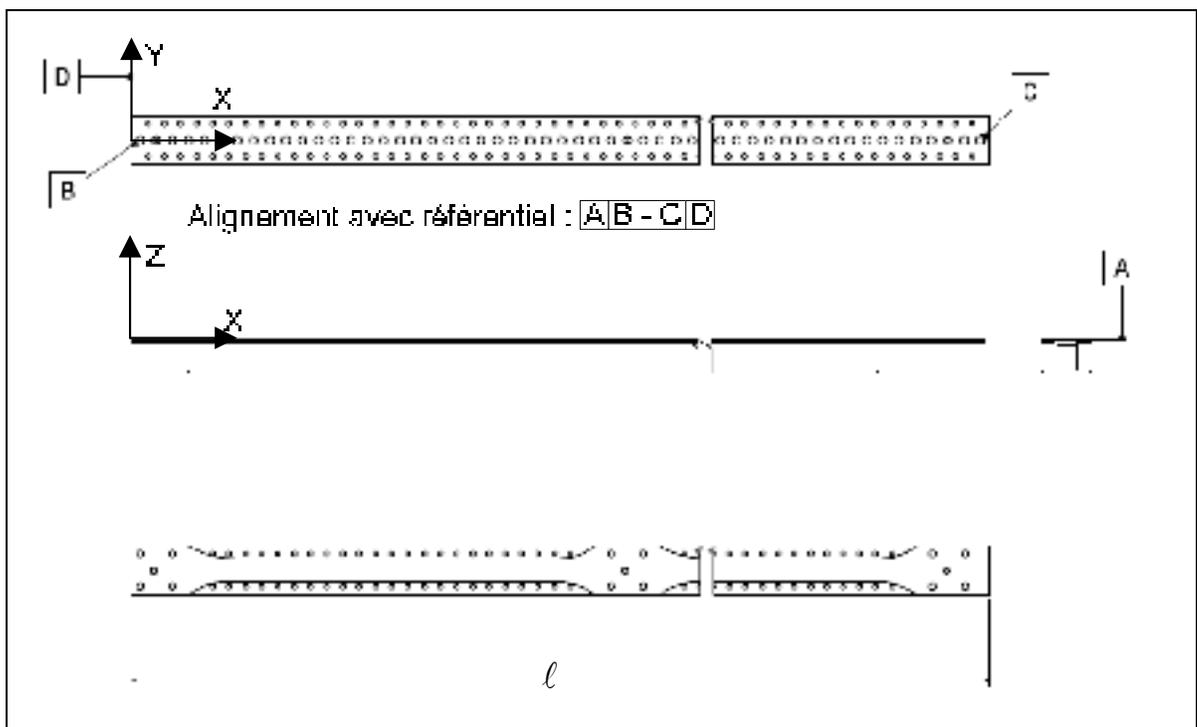


Figure 3.1 Référencement de la pièce typique.

L'alignement, qui est représenté par la bulle un (1) de la Figure 3.2, est pratiqué par les inspecteurs. Cet alignement sert à placer, à l'intérieur d'une certaine tolérance, la pièce dans l'axe Y . Le positionnement de la pièce à l'intérieur d'une tolérance dans l'axe Y avant de débiter l'inspection a pour impact d'injecter une composante aléatoire au positionnement des caractéristiques dans le plan XY . Si cette composante aléatoire est significative par rapport à la valeur de la tolérance de position PLTZF appliquée, soit plus de 30 % (Shishebori et

Hamadani, 2008) de l'intervalle de tolérance allouée⁹, le procédé d'inspection qui inclut la procédure d'alignement ne peut être jugé apte pour inspecter la tolérance en question.

Pour valider la performance du procédé de vérification, une analyse de répétitivité et de reproductibilité (GR&R¹⁰) est effectuée selon les recommandations en vigueur (ISO, 1998). À la suite de cette analyse, nous pouvons observer qu'une compensation systématique des résultats d'inspection peut être faite dans le but d'atténuer le niveau de l'erreur du biais.

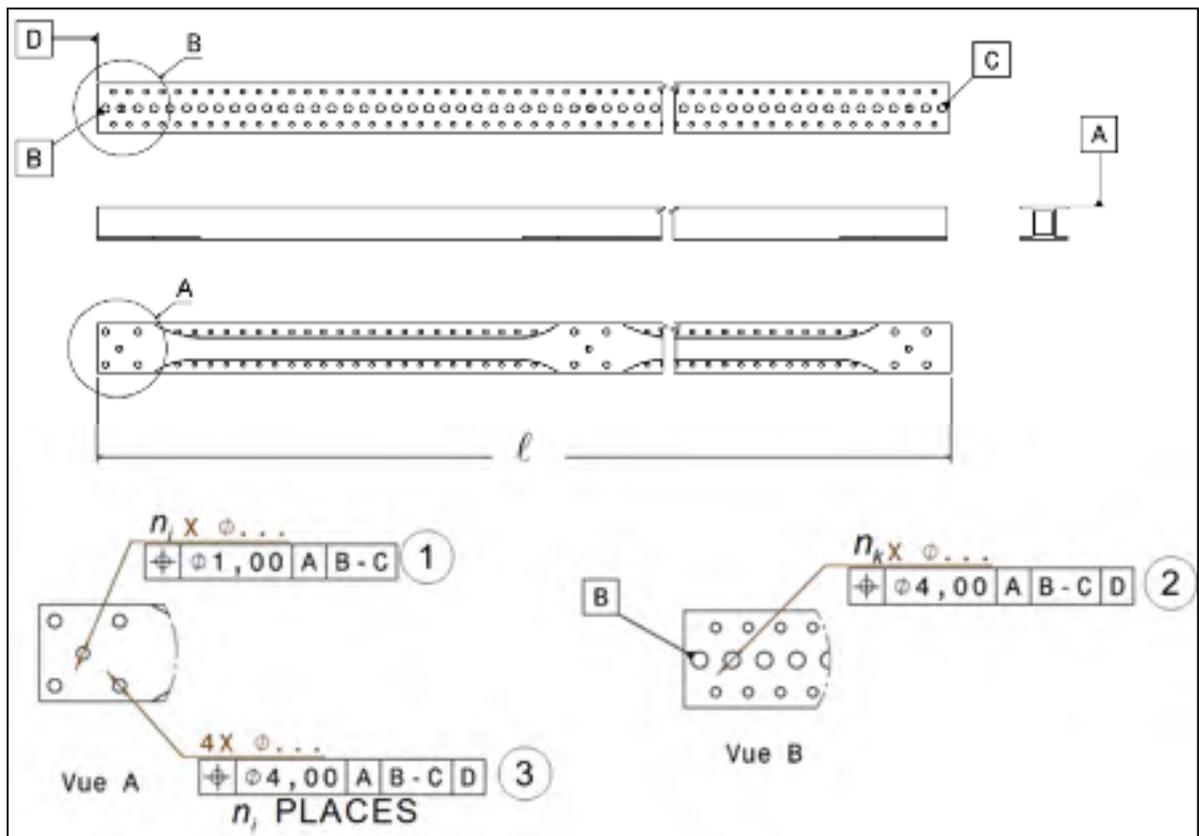


Figure 3.2 Caractéristiques visées par le GR&R.

⁹ Dans le cas d'une *PLTZF* accompagnée d'une condition de matière, cette intervalle de tolérance doit comprendre le bonus de condition de matière.

¹⁰ De l'anglais : *Gage Repeatabily & Reproducibility*.

3.1.1 Analyse de répétitivité et de reproductibilité (GR&R)

Pour parvenir à réaliser la GR&R, plusieurs caractéristiques critiques sont sélectionnées sur une pièce typique. Il est demandé à quatre (4) inspecteurs de vérifier, chacun avec trois (3) répétitions, dans un ordre aléatoire, la pièce. À chaque répétition, le montage de la bride d'inspection est réinitialisé pour identifier l'influence de la procédure d'alignement dans l'étude. À la Figure 3.2, la bulle un (1) indique la tolérance d'alignement appliquée à la pièce dans l'axe Y . Une fois cette tolérance respectée, l'inspection des caractéristiques peut être effectuée. Dans cette dernière figure, les caractéristiques identifiées par les bulles deux (2) et trois (3) sont mises à l'étude par le GR&R.

Toujours sur la Figure 3.2, la variable $n_i \in [2,12]$ varie selon la longueur de la pièce traitée et la variable $n_k \in [12,360]$. Tous les éléments identifiés par la bulle numérotée deux (2) sont approximativement espacés de 25 mm le long de la pièce.

Une fois les 12 inspections complétées par les inspecteurs, les résultats sont compilés pour obtenir une estimation de la stabilité du procédé d'inspection. Les résultats sont obtenus en considérant un niveau de confiance équivalent à 99.73 %, soit un intervalle de $\pm 3\sigma$. Le Tableau 3.1 présente ces résultats. Bien que la GR&R effectuée chez le partenaire contienne un nombre supérieur de caractéristiques à celui présenté dans ce mémoire, seulement les caractéristiques ayant une valeur importante pour ce mémoire sont présentées dans le but de minimiser l'information superflue.

Tableau 3.1 Résultats de la GR&R

Caractéristiques	Types de tolérance	Valeur de la tolérance (mm)	Résultats (% Tol.)	Incertitude (mm)
1	PLTZF	Ø1,00	103,0	±0,52
2	PLTZF	Ø4,00	32,8	±0,66
3	PLTZF	Ø4,00	38,6	±0,77

En observant les résultats du GR&R, il est facile de convenir que, *à priori*, le montage effectué n'est pas approprié aux tolérances devant être vérifiées.

Les caractéristiques deux (2) et trois (3) présentées dans cette étude sont des caractéristiques qui dépendent de l'alignement effectué dans l'axe *Y*, soit de la caractéristique un (1). Quant à cette dernière, le résultat de l'étude est de 103 %, ce qui est très bon, car ce résultat indique que les inspecteurs réussissent à bien positionner cette caractéristique dans la tolérance d'alignement qui est demandée. Par contre, cette tolérance d'alignement ne semble pas suffisamment restreinte pour avoir une bonne répétitivité du montage. La Figure 3.3 montre bien cette problématique (seulement six des 12 inspections effectuées y sont présentées pour faciliter la lecture du graphique). Lors de l'analyse des résultats de toutes les caractéristiques étudiées, il est observé que seulement les caractéristiques qui dépendent du positionnement dans l'axe *Y*, soit de l'alignement, n'offrent pas un résultat satisfaisant. Cette perte de répétitivité dans la direction *Y* provient de la tolérance appliquée pour l'alignement de la pièce. Pour rendre les résultats utilisables pour l'étude de l'équivalence des lignes de production ainsi que pour l'étude de capabilité de la MOCN, une technique de compensation est développée et employée.

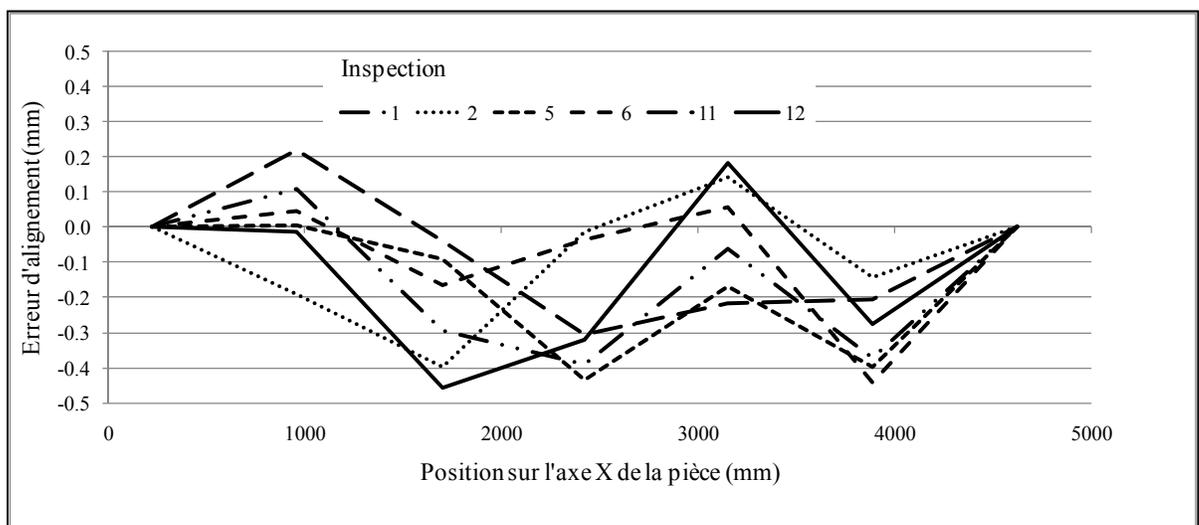


Figure 3.3 Résultats d'alignement de la caractéristique un (1).

3.1.2 Compensation systématique de l'effet de la flexibilité des pièces

Pour réduire l'incertitude reliée à l'alignement des pièces lors de l'inspection, un alignement parfait, soit avec une tolérance nulle théorique, doit être effectué. Or, il est trop fastidieux comme travail d'aligner les pièces avec un seuil minimal, soit inférieur à $\pm 50 \mu\text{m}$. Pour contourner cette problématique, nous avons développé une compensation numérique des résultats.

Pour illustrer le montage de la pièce lors de sa fabrication, il suffit de déplacer par leur vecteur de déviation les caractéristiques numérotées un (1) pour qu'elles soient localisées à une déviation nulle en Y ($\delta y = 0$). Pour les autres caractéristiques présentes sur la pièce, il suffit de les déplacer de la même distance pour refléter un déplacement physique de la pièce. Pour les caractéristiques qui se trouvent entre deux déplacements connus, la valeur du déplacement peut être obtenue par une interpolation linéaire $P(X, Y)$, qui représente une très bonne approximation de la réalité. L'équation (3.1) et la Figure 3.4 illustrent cette compensation :

$$P(X, Y_i') = P(X, Y_i) - P(X, Y_1) \quad (3.1)$$

Le terme Y_1 indique la valeur du déplacement de la caractéristique un (1), tandis que Y_i indique la position de la caractéristique à compenser. L'indice prime (') indique la position, une fois compensée. La variable X représente la position en X sur la pièce à fin d'interpolation linéaire.

Pour ce qui est de l'impact sur la position X d'un déplacement en Y des caractéristiques déplacées, la position en X demeure inchangée. Un déplacement en Y de l'ordre de $400 \mu\text{m}$ de la pièce n'influence pas significativement la position en X .

La Figure 3.4 présente un exemple de la compensation. La courbe de positions compensées (Y_i') est obtenue en soustrayant la courbe de positions de la caractéristique 1 (Y_1) à la courbe

de positions originales (Y_i). Afin de démontrer le bien-fondé de cette compensation des positions en Y , nous avons repris la portion d'analyse de la GR&R, mais en appliquant la compensation à toutes les données recueillies lors des 12 inspections.

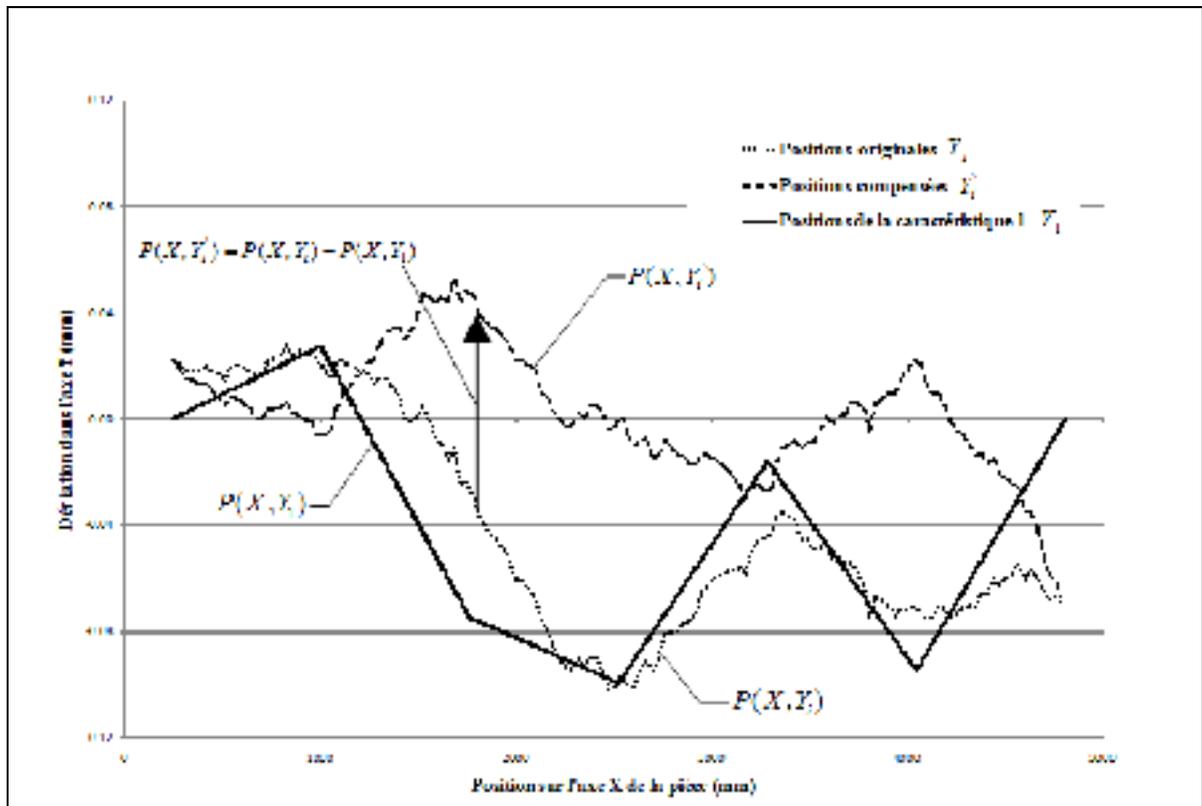


Figure 3.4 Exemple de compensation des positions en Y .

3.1.3 Stabilité du processus d'inspection

Comme il est montré par la GR&R, les valeurs d'incertitude associées à leur tolérance respective sont trop élevées. Par contre, une compensation permet d'éliminer pratiquement l'effet d'incertitude provenant de l'alignement initial de la pièce. Nous avons effectué une nouvelle GR&R, mais avec les données compensées.

Les résultats compensés offrent une meilleure performance à la GR&R, comme en témoigne le Tableau 3.2 avec des résultats inférieurs à dix pour cent (10 %) de l'intervalle de tolérance

des caractéristiques. On en conclut qu'il est possible d'utiliser ces résultats pour faire une mesure de la capacité de la MOCN, mais aussi pour vérifier l'équivalence des lignes de production en parallèle.

Tableau 3.2 Résultats de la GR&R

Caractéristiques	Types de tolérance	Valeurs de la tolérance (mm)	Résultats (%)	Incertitudes (mm)
1 ¹¹	PLTZF	Ø 1,00	0	±0,00
2	PLTZF	Ø 4,00	7,5	±0,15
3	PLTZF	Ø 4,00	9,2	±0,18

Dans le but d'illustrer l'impact de la compensation, la Figure 3.5 présente les positions non compensées en *Y* de la caractéristique deux (2). Cette figure montre bien, tout comme la Figure 3.3, l'instabilité des résultats non compensés.

À l'inverse, dans le cas de la Figure 3.6, où sont présentés les mêmes résultats, mais compensés, cette figure montre une bonne stabilité de la position de cette même caractéristique.

¹¹ Le résultat GR&R de cette caractéristique est artificiel, car elle est ajustée, par définition, à la valeur zéro (0.00 mm).

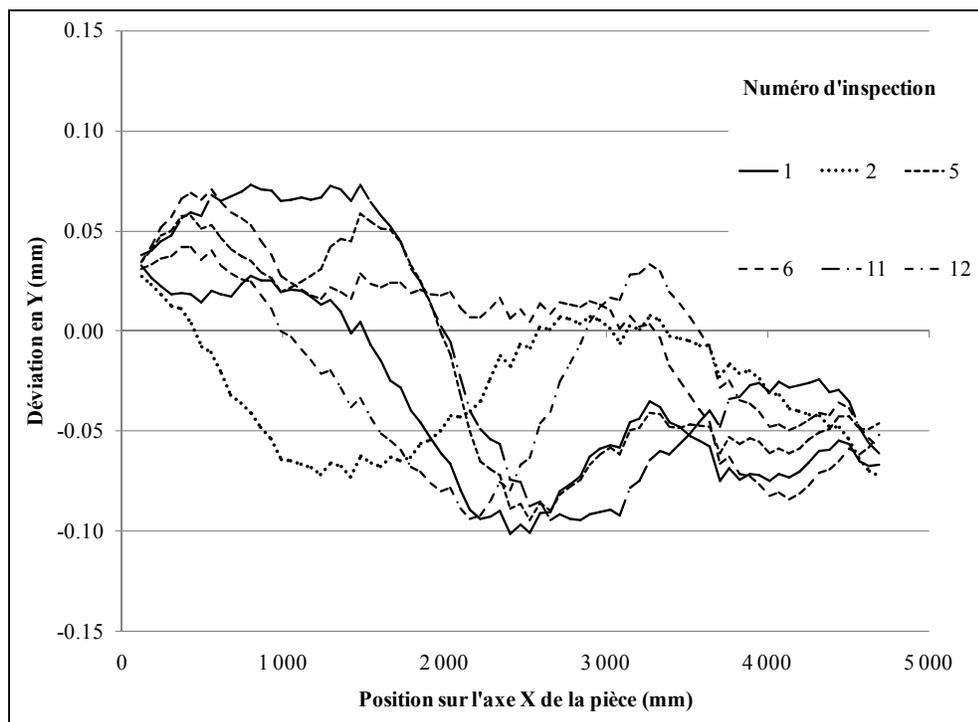


Figure 3.5 Positions non compensées en Y de la caractéristique deux (2).

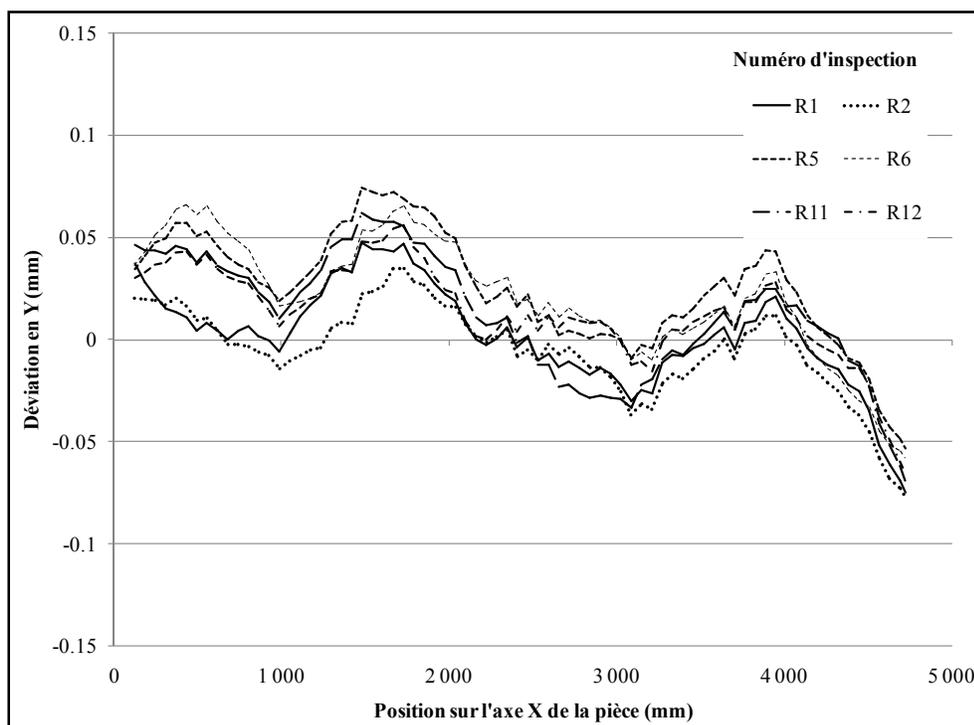


Figure 3.6 Positions compensées en Y de la caractéristique deux (2).

3.2 Vérification de l'équivalence des lignes de production

Comme énoncé plus tôt dans ce chapitre, il est important de réussir à démontrer l'équivalence des lignes de production en parallèle afin de rendre acceptable la notion de lots de production. Pour cette étude, nous avons retenu la caractéristique deux (2), car elle offre de l'information sur toute l'étendue de l'axe X de la machine et elle représente un nombre d'échantillons considérable, qui permet des analyses statistiques cohérentes. De plus, toutes les données seront compensées, selon la méthode présentée, afin de réduire au minimum l'incertitude imputable au procédé d'inspection puisqu'il s'agit d'étudier le procédé de fabrication. La performance de la MOCN à concrétiser les caractéristiques dans le plan XZ et dans le plan YZ ainsi qu'en cinq axes n'est pas étudiée dans ce mémoire. L'investigation tient seulement compte de l'équivalence des lignes de production dans le plan XY puisque la quasi-totalité des caractéristiques à produire se trouve dans ce plan. De plus, seulement le tolérancement PLTZF est utilisé. Les diamètres des trous de ces caractéristiques ne sont pas validés comme équivalents, car le diamètre concrétisé dépend de l'état et des conditions propres à chaque outil utilisé dans la production en parallèle.

Afin de démontrer, ou non, l'équivalence des lignes de production, une approche statistique est mise en œuvre. Un échantillon de cinq (5) productions est utilisé (une production contient un ensemble de cinq pièces produites simultanément) pour un total de 25 pièces. Les résultats compensés de la PLTZF de la caractéristique deux (2) de la Figure 3.2 sont comparés par un test sur la moyenne, soit le test de Student, et un test sur la variance, soit le test de Fisher.

3.2.1 Test sur l'équivalence de la variance des lignes

Le test sur l'équivalence des lignes permet de savoir si la variation des résultats de chaque ligne peut provenir, ou non, d'une même population. Dans le cas présent, l'hypothèse nulle (h_0) est que les lignes sont non équivalentes entre elles au niveau de la variance et, à l'opposé, l'hypothèse alternative (h_1) est que la variance des lignes est équivalente entre elles. Le niveau de confiance alpha ($1-\alpha$) est fixé à 95 %. Ceci veut dire que, si la

probabilité d'effectuer une erreur α est supérieure à 5 %, l'hypothèse nulle doit être rejetée et que les lignes sont vraisemblablement équivalentes. Le Tableau 3.3 présente les valeurs d'alpha (α) obtenues dans le cadre du test de Fisher sur la caractéristique numérotée deux (2) entre les différentes lignes de production.

Tableau 3.3 Test de Fisher entre les lignes de production de la caractéristique deux (2)

Caractéristique 2	Ligne 2	Ligne 3	Ligne 4	Ligne 5
Ligne 1	0%	0%	0%	0%
Ligne 2		0,1%	15,6%	51,2%
Ligne 3			≈0%	1,3%
Ligne 4				3,8%

Les résultats montrent qu'il n'est pas possible d'associer les pièces produites simultanément à un même lot de production. Par contre, l'hypothèse nulle doit être rejetée entre les lignes 2 – 4 et 2 – 5, car la valeur α est supérieure à 5 %. La Figure 3.7 présente sensiblement les mêmes conclusions sous forme graphique. Il s'agit de l'écart type et de l'intervalle de confiance, à un niveau de 95 %, du mesurage de la caractéristique deux (2). De plus, la limite sur l'écart type, correspondant à un indice de capabilité (IC) de $C_{pk} = 1,33$, est affichée.

La variance entre les lignes ne peut donc pas être jugée comme équivalente : la ligne 1 semble différente des autres. Les résultats de chacune des lignes ne proviennent pas d'une même variation de population. Cette information est importante pour améliorer la validité du test de Student, qui évalue si la moyenne d'une distribution provient, ou non, d'une même population.

Par contre, d'un autre point de vue, il est possible de conclure que cette non-homogénéité de la variance entre les lignes est négligeable par rapport à un niveau de $C_{pk} = 1,33$ ¹², mais cette conclusion ne permet pas d'accepter la notion de lots de production.

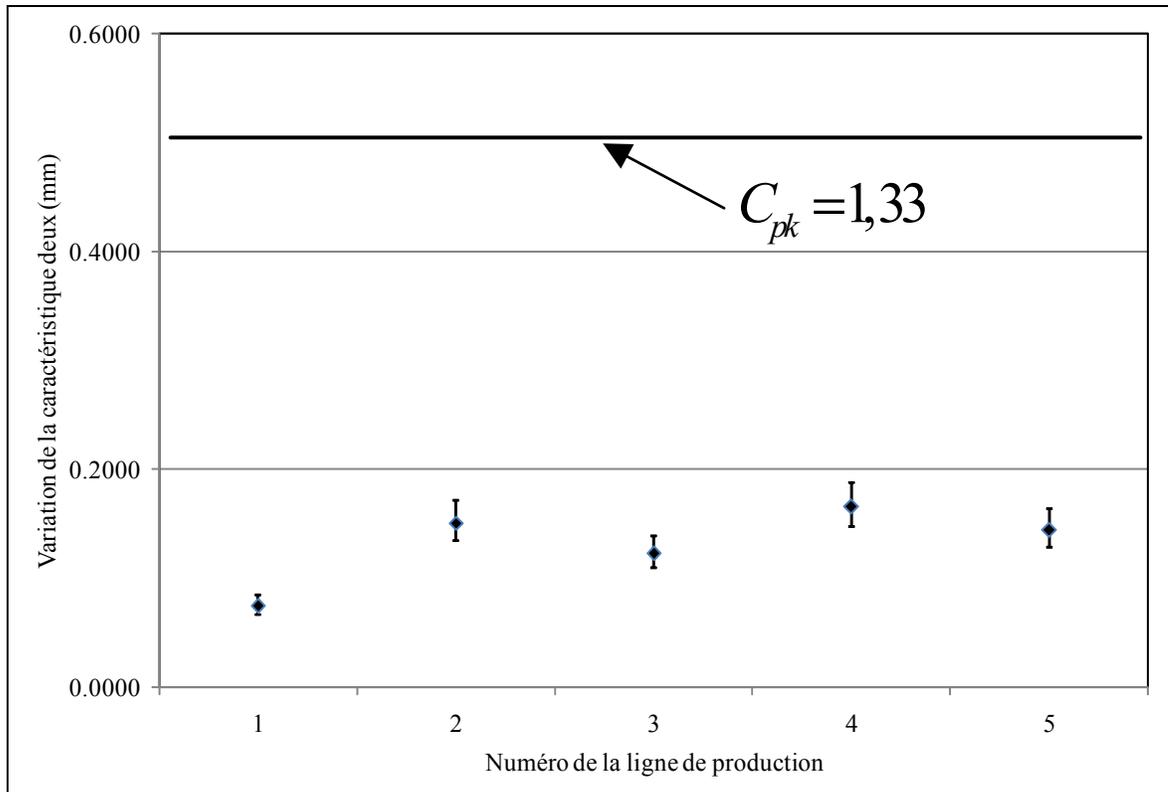


Figure 3.7 Moyennes et intervalles de confiance sur l'écart type de la caractéristique deux (2).

3.2.2 Test sur l'équivalence de la moyenne des lignes

Cette section compare si la moyenne de chaque ligne de production est équivalente ou non aux autres. Le paramètre de confiance $(1-\alpha)$ sera de même valeur, soit de 95 % et l'hypothèse nulle (h_0) est que les moyennes des différentes lignes ne sont pas équivalentes

¹² Un $C_{pk} = 1,33$ est équivalent à un niveau de confiance de $\pm 3\sigma$.

entre elles. L'hypothèse alternative (h_1) est qu'elles sont équivalentes. Le Tableau 3.4 présente les résultats du test de Student sur les mêmes échantillons utilisés pour le test de Fisher.

Aucun résultat (α) n'est supérieur à la valeur de 5 %. La moyenne de la population des positions de la caractéristique deux (2) n'est donc pas équivalente entre les lignes de production, car l'hypothèse nulle est acceptée dans tous les cas.

Tableau 3.4 Test de Student entre les lignes de production de la caractéristique deux (2)

Caractéristique 2	Ligne 2	Ligne 3	Ligne 4	Ligne 5
Ligne 1	0%	0%	0%	0%
Ligne 2		3,5%	0%	$\approx 0\%$
Ligne 3			0%	0%
Ligne 4				$\approx 0\%$

Afin de faciliter l'interprétation, la Figure 3.8 présente la moyenne ainsi que l'intervalle de confiance, à 95 %, sur la moyenne des différentes lignes de production. Cette figure montre de façon explicite qu'aucune ligne ne possède la même moyenne qu'une de ses voisines. De plus, les limites, correspondantes à 10 % et 30 % de l'intervalle de tolérance, sont affichées.

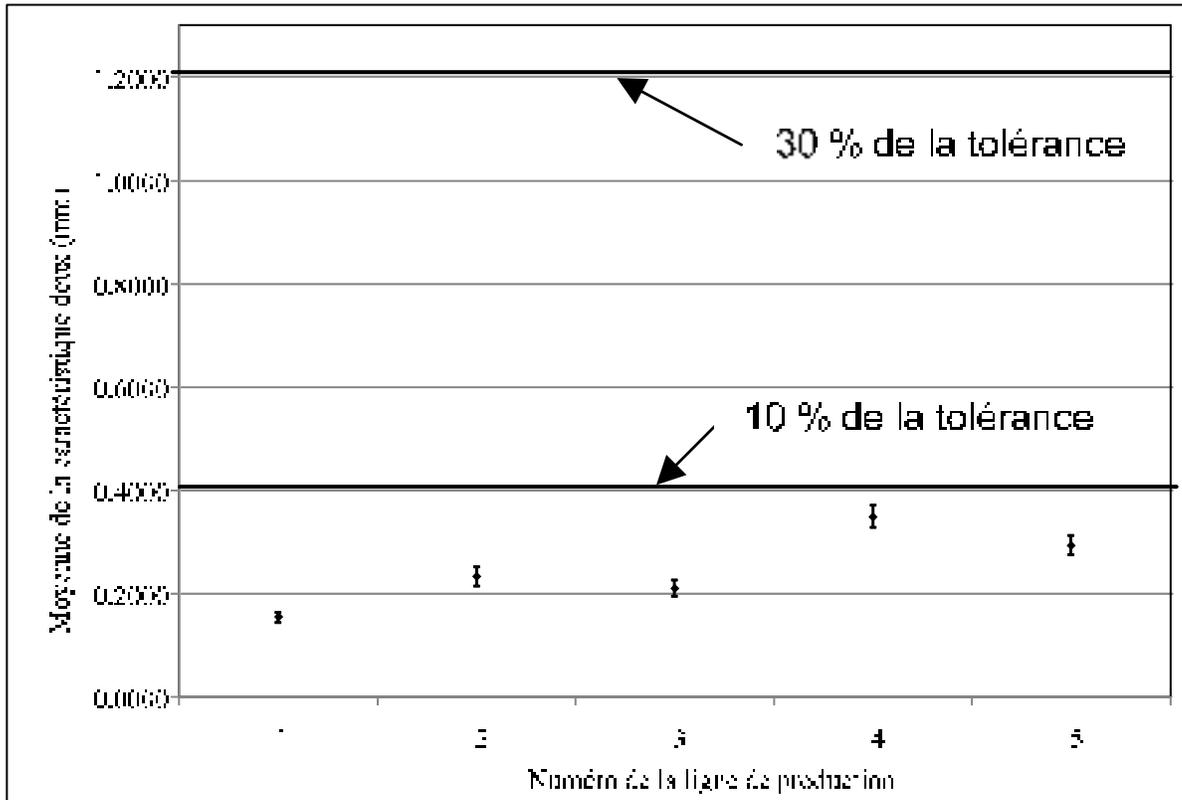


Figure 3.8 Moyennes et intervalles de confiance sur la moyenne de la caractéristique deux (2).

Comme dans le cas de l'étude sur la variance entre les lignes, il est possible de conclure que la différence de la moyenne entre les lignes est négligeable par rapport à l'intervalle de tolérance. Dans tous les cas, la moyenne se trouve sous la limite de 10 % de l'intervalle de tolérance. Par contre, cela n'est pas suffisant pour accepter la notion de lots de production.

3.3 Conclusion

Pour vérifier la stabilité des données d'inspection pour une utilisation future dans le cadre de ce projet et pour prouver si la notion de lot pouvait être prise en compte, nous avons accompli une GR&R sur le procédé d'inspection par la machine à mesurer tridimensionnelle du partenaire. À la suite de cette vérification, il est établi que le procédé, en incluant la procédure, souffre d'une grande incertitude sur la valeur des résultats émis. Cette incertitude est imputée à une trop grande tolérance d'alignement de la pièce.

Afin de remédier à cette lacune, une compensation mathématique des résultats dans l'axe influencé par l'alignement a pu être élaborée. Une fois compensés, les résultats offrent une meilleure stabilité et peuvent être employés dans des vérifications du procédé de fabrication.

Ces résultats compensés ont été utilisés dans une étude statistique afin de vérifier si les résultats, provenant de chacune des lignes de production en parallèle, pouvaient être, ou non, reliés à une même population. Un premier test sur la variance des données a démontré que les résultats des cinq lignes de production ne provenaient pas tous de la même population. Un second test a permis de prouver que les moyennes de positionnement de chaque ligne n'ont pas pu être associées à une même population. Il est donc possible, avec ces deux résultats, de conclure que les lignes de production ne sont pas équivalentes entre elles. En considérant cette dernière conclusion, il faut traiter chaque ligne de production comme étant un système de production indépendant. Cet aspect devra être observable dans le calcul de la capacité de chacune des lignes de la MOCN.

CHAPITRE 4

MESURER LA CAPABILITÉ PAR L'INDICE DE HOSEFER-LIND

Un industriel a intérêt à montrer l'aptitude d'un procédé à respecter des exigences données. Depuis les années 1980, les exigences entre clients et fournisseurs s'expriment par des indices de capabilité du type C_p , C_{pk} , C_{pm} , etc. La commodité de tels indices est précisément qu'ils sont adimensionnels et qu'ils procurent une compréhension rapide et simple du comportement d'un procédé. C'est donc une pratique industrielle très bien implantée et employée dans des secteurs comme celui de l'automobile ou de l'aéronautique. Toutefois, si l'estimation des indices de capabilité dans le cas d'exigences simples est bien connue, (il existe même des normes internationales à cet effet (ISO, 2004)), exprimer l'indice dans le cas d'un procédé avec plusieurs exigences simultanées, telle qu'une tolérance de position avec un modificateur de conditions maximales de matière, est encore un domaine de recherche. Il n'existe pas encore une solution reconnue et accessible.

Dans ce chapitre, nous proposons une méthode originale pour estimer la capabilité d'un procédé à respecter un tolérancement de position (ou de localisation) d'un ensemble d'éléments géométriques caractérisé par des cotes nominales entre elles et par rapport à un système de référentiels (PLTZF¹³). Nous proposons d'employer l'indice de Hosefer-Lind comme une mesure adimensionnelle (Hasofer et Lind, 1974) pour illustrer l'aptitude d'un procédé à respecter une exigence qui est, non pas une constante, mais plutôt une fonction de deux variables : la taille de l'élément et sa position spatiale.

Ce modèle sera basé en partie sur les récents développements qui ont permis d'intégrer la notion de la « complexité » d'un patron, soit le nombre d'éléments géométriques qui le composent. Ainsi, nous évaluons dans notre modèle, dans un sens probabilistique, les erreurs de localisation de la machine (Tahan et Lévesque, 2009) et nous intégrons la condition de

¹³ PLTZF : de l'anglais *Pattern Location Tolerance Zone Framework*

matière à la valeur de la tolérance allouée. Ce dernier point constitue une innovation qui permet de tenir compte de toutes les variables constituant normalement ce type de tolérancement. Le tolérancement par localisation absolue, dont un exemple est illustré à la Figure 4.1 selon la norme ASME Y14.5-2009 (American Society of Mechanical Engineers, 2009), a été privilégié dans ce projet. Le type de pièces fabriquées par le partenaire industriel est constitué majoritairement de ce type de caractéristiques et il est possible de voir des ensembles d'éléments contenant de deux à plus de 700 éléments (complexité). Également, l'augmentation de la tolérance par le bonus alloué de la condition de matière (par exemple, MMC¹⁴) s'avérait primordiale pour bien illustrer le procédé à l'étude. Une partie de ces travaux a été proposée dans un article qui a été soumis et qui est actuellement en cours de révision¹⁵. La version soumise se trouve à l'ANNEXE V.

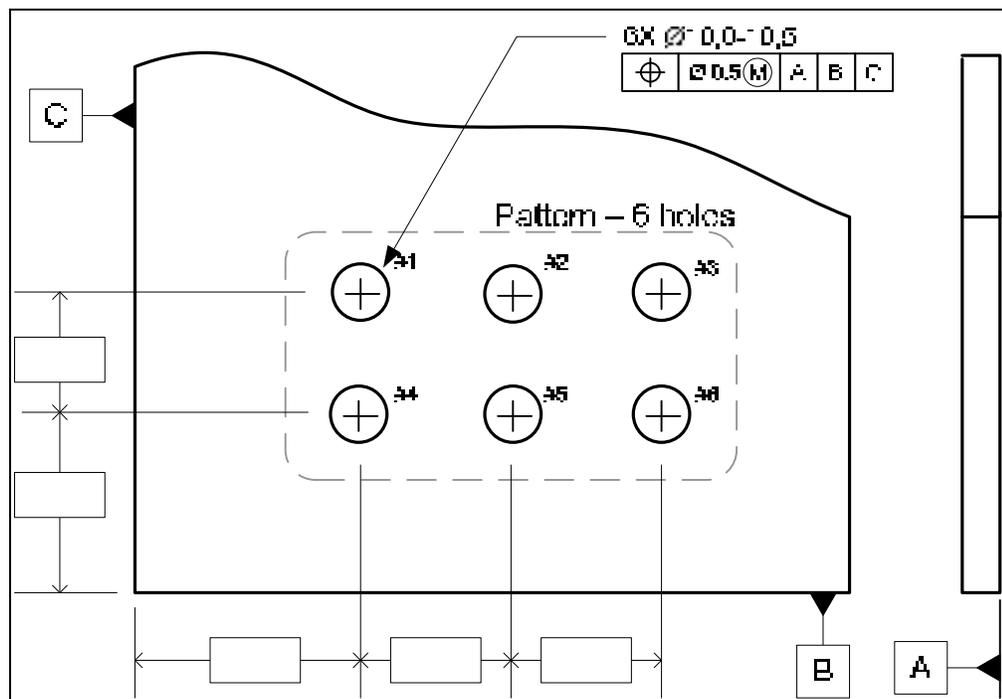


Figure 4.1 Exemple d'un tolérancement de position (PLTZF).

¹⁴ En l'anglais : *Maximum Material Condition*.

¹⁵ Soumis en octobre 2010, au *Journal of Manufacturing Science and Engineering* de l'*American society of mechanical engineers*.

4.1 Variables influençant la capabilité d'une exigence PLTZF

Le tolérancement de positionnement d'un ensemble d'éléments géométriques par rapport à un système de référentiels comporte plusieurs variables et chacune possède son propre comportement statistique.

L'une de ces variables est le comportement dimensionnel de la taille $-s$ (*size*) des caractéristiques créées. Dans le cas présent, cette dimension correspond au diamètre des trous percés. Pour des raisons de commodité, nous considérons cette variable comme normale¹⁶. Elle sera décrite par une espérance (μ_s) et un écart-type (σ_s). Si une condition de matière est présente, l'impact de cette variable sur une PLTZF est de modifier la tolérance allouée à cette dernière en fonction de la dimension de l'élément créé. La variable taille $-s$ est jugée comme constante au sein d'un même ensemble d'éléments (patron), mais distribuée statistiquement de façon normale $N(\mu_s, \sigma_s)$ pour plusieurs ensembles d'éléments. En effet, l'état de l'outil de coupe qui matérialise le trou est la variable qui influence le plus la taille finale du trou. Avec l'hypothèse que les trous sont percés par le même outil et que l'usure et le niveau de vibration sont quasi-constants sur une pièce à la fois, l'hypothèse précédente est amplement justifiée¹⁷.

Le comportement spatial de la position d'un élément i est décrit par la variable R_i qui exprime le rayon de la déviation par rapport à la position nominale. La valeur de R_i est obtenue, donc, par la combinaison de deux vecteurs de déviation $(\Delta_u, \Delta_v)_i$. La position de chacun des éléments i d'un ensemble de n éléments est obtenue par l'équation (4.1).

¹⁶ L'hypothèse de la normalité du comportement de $-s$ est uniquement pour alléger le traitement mathématique subséquent. Le développement est *à priori* général et peut être appliqué pour d'autres types de distributions. Toutefois, selon les données collectées *in situ* avec le PI, cette hypothèse semble bien décrire le comportement de la variable $-s$. C.-à-d., nous ne pouvons pas écarter l'hypothèse qu'effectivement le comportement de $s = N(\mu, \sigma)$.

¹⁷ Un examen minutieux des mesures effectuées par le PI appuie cette hypothèse.

$$R_i = \sqrt{\Delta_{u_i}^2 + \Delta_{v_i}^2} \quad (4.1)$$

Nous considérons que chacune de ces deux variables de positionnement aura, par rapport à sa position nominale, une composante d'erreur systématique (μ_u, μ_v) et une composante aléatoire (σ_u, σ_v) .

$$\Delta_{u_i} = \mu_{u_i} + \sigma_{u_i}, \quad \Delta_{v_i} = \mu_{v_i} + \sigma_{v_i} \quad (4.2)$$

La portion systématique peut être causée par une erreur répétable, comme, par exemple, une erreur de montage ou un effet d'origine thermique. Pour la portion aléatoire, elle peut être causée par les contrôleurs de la machine et par un comportement inhérent au procédé causé par les jeux et les ajustements dans les mécanismes.

La dernière variable qui intervient dans le modèle est le nombre d'éléments n que le patron contient. Par définition, l'erreur de position $-r$ d'un ensemble d'éléments est obtenue par la déviation maximale R_i observée parmi l'ensemble. La Figure 4.2 illustre le comportement d'un tel tolérancement.

$$r_{PLTZF} = \max(R_i) \quad (4.3)$$

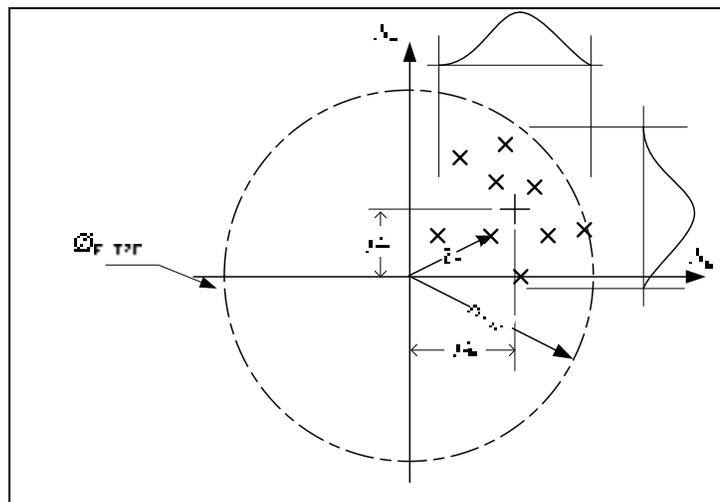


Figure 4.2 Illustration d'un tolérancement de positions absolues PLTZF.

4.2 Modèle mathématique général

En s'inspirant de l'exemple illustré à la Figure 4.1, si la caractéristique du diamètre $-s$ est normale et statistiquement indépendante du procédé qui localise le centre de la caractéristique $-r$, il est possible d'obtenir les cas extrêmes illustrés au Tableau 4.1 où D_{MMC} et D_{LMC} représentent les limites de la tolérance applicables sur le diamètre, soit 10,0 mm et 10,5 mm respectivement, et r_0 représente la tolérance radiale de base pour la localisation des éléments, soit 0,25 mm.

Tableau 4.1 Tolérances allouées pour un modificateur de maximum de matière

s (Size)	Bonus = $s - D_{MMC}$	Tolérance radiale $r_0 + \text{Bonus}$
$s = D_{MMC}$	$\emptyset 0$	$r_0 = 0,25$ mm
$s = N(\mu_s, \sigma_s)$	$s - 10 = N(\mu_s - 10, \sigma_s)$	$r_0 + \frac{1}{2} N(\mu_s - 10, \sigma_s)$
$s = D_{LMC}$	$(D_{LMC} - D_{MMC}) = \emptyset 0,5$ mm	$r_0 + \frac{1}{2}(D_{LMC} - D_{MMC}) = 0,5$ mm

Pour déclarer une pièce conforme, les deux critères $-s$ et $-r$ doivent impérativement respecter les contraintes de l'équation (4.4).

$$\begin{aligned} D_{MMC} &\leq s \leq D_{LMC} \\ 2r - s &\leq 2r_0 - D_{MMC} \end{aligned} \quad (4.4)$$

À ce stade de l'analyse, il est possible d'illustrer, avec $0 \leq s < \infty$ et $0 \leq r < \infty$, ces relations par la Figure 4.3. Leur probabilité conjointe est identifiée $f_{r,s}(r, s)$. Cette densité sera égale au produit des densités marginales de $f_r(r)f_s(s)$ parce que f_r et f_s sont deux variables aléatoires indépendantes. Le domaine de conformité D_C et le domaine de non-conformité D_{NC} sont représentés sur la même figure.

$$s \rightarrow z_1 \propto N(0,1), \quad r \rightarrow z_2 \propto N(0,1) \quad (4.5)$$

Les espaces normés du domaine de conformité D_C et de non-conformité D_{NC} sont illustrés par la Figure 4.4.

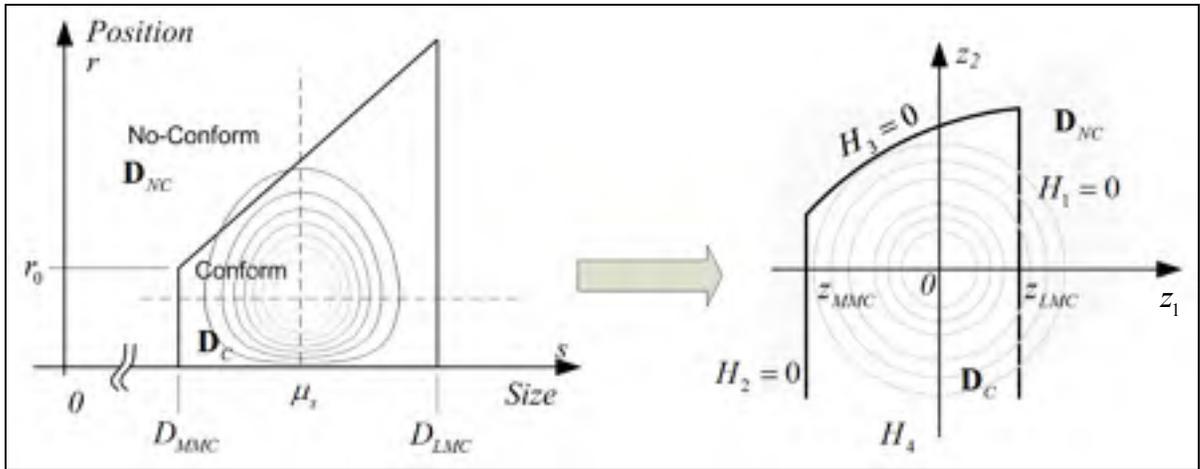


Figure 4.4 Transformation de Rosenblatt-Nataf.

Les frontières H_1 et H_2 représentent les limites d'acceptabilité de la variable $-s$ et H_3 , la limite de la tolérance de positionnement r . Pour ce qui est de H_4 , la limite est $-\infty$, car le procédé de positionnement, illustré par l'axe vertical, est unilatéral.

Pour ce qui est des transformations H_1 et H_2 de la variable du diamètre $-s$, la transformation peut être obtenue, de façon directe, par les équations (4.6), car nous avons déjà retenu l'hypothèse que le comportement de $-s$ est quasi normal :

$$z_{1,MMC} = \frac{D_{MMC} - \mu_s}{\sigma_s} \quad z_{1,LMC} = \frac{D_{LMC} - \mu_s}{\sigma_s} \quad (4.6)$$

Par contre, l'expression de la fonction de distribution de $f_r(r)$ est plus complexe. Elle dépend du comportement de chacun des axes du procédé qui localise les éléments ainsi que du nombre d'éléments n qui est contrôlé par la tolérance géométrique. Dans notre cas, le

principe de la transformation de Rosenblatt-Nataf consiste à écrire l'égalité de la fonction de distribution.

$$\Phi(z_2) = F_r(r) \Rightarrow r \rightarrow z_2 = \Phi^{-1}(F_r(r)) \quad (4.7)$$

La transformation des équations (4.4) et (4.7) est une transformation isoprobabiliste. Dans un espace normé, les relations du Tableau 4.1 deviennent comme il est montré ici.

$$\begin{array}{l} s = D_{MMC} \\ s = D_{LMC} \\ 2r - s - \alpha = 0 \\ r = 0 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} H_1(z_1, z_2) = z_1 - z_{MMC} = 0 \\ H_2(z_1, z_2) = z_1 - z_{LMC} = 0 \\ H_3(z_1, z_2) = 2F_r^{-1}(\Phi(z_2)) - z_1 \sigma_s - \mu_s - \alpha = 0 \\ H_4(z_1, z_2) = z_2 \rightarrow -\infty \end{array} \quad (4.8)$$

4.3 Mesure de la capacité du procédé par l'indice de Hasofer-Lind

En examinant la Figure 4.4, il est possible d'établir trois distances distinctes soit β_{H_1} , β_{H_2} et β_{H_3} . Chacune représente la distance entre l'origine de l'espace normé et les limites H_1 , H_2 et H_3 respectivement. Cette approche est illustrée à la Figure 4.5. La valeur minimale de β_{H_1} sera donc la valeur qu'il faut retenir, car elle représente le plus fort risque de présenter une non-conformité. L'indice β sera donc obtenu par l'équation (4.9).

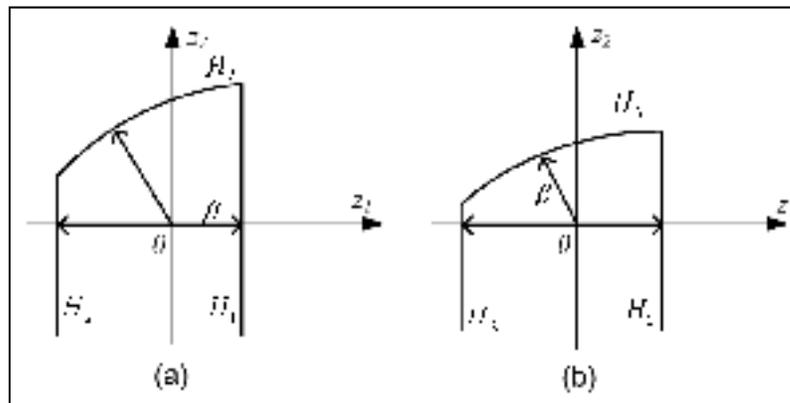


Figure 4.5 Indice de Hasofer-Lind.

$$\beta = \min(\beta_{H_1}, \beta_{H_2}, \beta_{H_3}) \quad (4.9)$$

Lorsque l'indice β est déterminé, une table normale inverse $\beta = F_{N(0,1)}^{-1}(\text{defauts}_{tot})$ est utilisée pour obtenir le pourcentage de défauts estimé par l'IC (ou le *ppm* : *part per million*). Dans le cas où plusieurs indices β_{H_i} ne se démarquent par que leur valeur minimale (ex. : les deux plus petites valeurs de β sont proches), l'équation (4.10) peut être utilisée pour estimer la proportion de défauts estimés¹⁸.

$$\text{defauts}_{tot} = \text{defauts}_{\beta_i} + \text{defauts}_{\beta_j} = (1 - F_{N(0,1)}(\beta_i)) + (1 - F_{N(0,1)}(\beta_j)) \quad (4.10)$$

Concrètement, il est très facile d'obtenir les valeurs numériques de β_{H_1} et β_{H_2} . Il suffit d'appliquer l'équation (4.11) pour $D_{MMC} \leq \mu_s \leq D_{LMC}$. Cette équation permet de calculer le nombre d'écart-types σ_s entre la moyenne du procédé μ_s et les limites de la tolérance D_{MMC} et D_{LMC} .

$$\beta_{H_1} = \frac{D_{LMC} - \mu_s}{\sigma_s}, \quad \beta_{H_2} = \frac{\mu_s - D_{MMC}}{\sigma_s} \quad (4.11)$$

Par contre, l'évaluation de β_{H_3} est plus complexe. Son évaluation ne peut être faite de façon analytique explicite. Comme énoncé à la section 4.2, une transformation isoprobabiliste peut être utilisée pour y parvenir. Pour obtenir cette estimation, la fonction de distribution de probabilité *PDF*¹⁹ $f_r(r)$ et la fonction de distribution cumulative *CDF*²⁰ $F_r(r)$ des tolérances géométriques de localisation peuvent être obtenues de façon numérique. En approximant la courbe $H_3 = 0$ comme une droite, la variable z_2 sera approximée par une variable gaussienne $N(\mu_r^*, \sigma_r^*)$ où μ_r^* et σ_r^* représentent les paramètres statistiques du

¹⁸ Dans le cas idéal, les indices seraient tous égaux ($\beta_{H_1} = \beta_{H_2} = \beta_{H_3}$). Ceci indiquerait que la dimension des éléments formés est parfaitement centrée dans la tolérance allouée et que le risque d'obtenir une non-conformité sur la position est équivalent à celui d'obtenir une non-conformité sur la dimension minimale ou maximale des éléments matérialisés.

¹⁹ De l'anglais *Probability Distribution Function*

²⁰ De l'anglais *Cumulative Distribution Function*

procédé qui localise les éléments en tenant compte de leur nombre n contenu dans la tolérance PLTZF. Une fois les valeurs de μ_r^* et de σ_r^* obtenues de façon numérique, l'équation (4.12) permet d'obtenir la valeur de β_{H_3} .

$$\beta_{H_3} \approx \frac{(\mu_s - D_{MMC}) + 2(r_0 - \mu_r^*)}{\sqrt{\sigma_s^2 + 4\sigma_r^{*2}}} \quad (4.12)$$

Cette équation calcule la distance entre l'origine et la droite $az_1 + bz_2 + c = 0$ qui approxime la valeur de H_3 lorsque cette limite est considérée comme une droite. L'intérêt de l'équation précédente est justement qu'elle procure à l'industriel une méthode rapide et assez précise pour évaluer l'aptitude de son procédé à rencontrer les exigences. Nous pensons qu'il s'agit là d'une de nos principales contributions.

4.4 Comportement statistique (PDF et CDF) de la localisation d'un élément

Afin de prédire le comportement d'une PLTZF et d'estimer les valeurs de μ_r^* et de σ_r^* utilisées dans l'équation (4.12), il faut, en premier lieu, déterminer le comportement statistique du procédé qui localise les éléments tolérancés. Pour ce faire, l'estimation des courbes *PDF* $k_{R_i}(R_i)$ et *CDF* $K_{R_i}(R_i)$ s'impose pour chaque élément. Si on considère le positionnement des éléments i comme étant normal²¹, selon les deux axes u et v , comme montré à l'équation (4.2), il est possible d'anticiper $k_{R_i}(R_i)$ et $K_{R_i}(R_i)$ respectivement, selon les deux équations suivantes présentées dans le livre de Papoulis (Papoulis, 1991). Il s'agit donc du comportement statistique de la déviation radiale d'un élément (R_i) :

²¹ Cette hypothèse est appuyée par la constatation suivante : il s'agit de la variation inhérente du procédé (sans regard à son erreur systématique). Cette variation est donc la résultante de plusieurs types d'erreurs indépendantes entre elles : étalonnage, contrôleurs, répétitivité, jeux dans les joints cinématiques, etc. Le théorème central limite (parfois appelé théorème de la limite centrale) établit que la convergence en loi d'une suite de variables aléatoires est toujours vers la loi normale.

$$k_{R_i}(x, (\mu_u, \mu_v, \sigma_u, \sigma_v)) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v} \int_0^{2\pi} e^{-\frac{[\sigma_v^2(x\cos(\theta)-\mu_u)^2 + (x\sin(\theta)-\mu_v)^2\sigma_u^2]}{2\sigma_u^2\sigma_v^2}} x d\theta \quad (4.13)$$

$$K_{R_i}(x, (\mu_u, \mu_v, \sigma_u, \sigma_v)) = \frac{1}{2\pi\sigma_u\sigma_v} \int_0^{2\pi} \int_0^x e^{-\frac{\sigma_v^2(z\cos(\theta)-\mu_u)^2 + (z\sin(\theta)-\mu_v)^2\sigma_u^2}{2\sigma_u^2\sigma_v^2}} z dz d\theta \quad (4.14)$$

où $\{\sigma_u, \sigma_v, \mu_u, \mu_v\} \geq 0$ et $R_i > 0$. Le développement analytique explicite de ces équations est présenté à l'ANNEXE VI.

À partir de ces deux équations, il est possible d'extraire deux cas intéressants : **❶** un procédé dont les variances sont similaires dans les deux axes de positionnement ($\sigma_u = \sigma_v$) ou **❷** un procédé qui n'offre pas les mêmes performances dans les deux axes ($\sigma_u \neq \sigma_v$) mais avec une déviation radiale systématique nulle ($\mu_r = 0$).

4.4.1 Procédé de localisation équivalent selon les axes u et v

Le cas **❶** est utilisé si le procédé qui matérialise les éléments est statistiquement équivalent dans les deux axes, mais non corrélé. C'est à dire que $\sigma_u \approx \sigma_v \approx \sigma_R$. Il s'agit du cas qui est normalement observé sur un procédé, car il implique qu'une performance similaire soit présente entre les différents axes linéaires de la machine qui matérialise l'élément. La courbe *PDF* de la déviation radiale R_i entre l'origine et la position réelle de l'élément i peut être obtenue d'une manière analytique et explicite en adaptant l'équation (4.13) à notre cas, comme suit (Tahan et Lévesque, 2009) :

$$k_{R_i}^*(x; (\sigma_R, \mu_u, \mu_v)) = \frac{x}{\sigma_R^2} I_0 \left(\frac{x\sqrt{\mu_u^2 + \mu_v^2}}{\sigma_r^2} \right) e^{-\frac{x + \mu_u^2 + \mu_v^2}{2\sigma_R^2}} \quad (4.15)$$

où I_0 représente la fonction de *Bessel* modifiée et $\sigma_R > 0$, $\mu_u \geq 0$, $\mu_v \geq 0$ et $R_i > 0$. La Figure 4.6 illustre cette distribution, où $\mu_R = \sqrt{\mu_u^2 + \mu_v^2}$, pour quelques valeurs de μ_R , lorsque $\sigma_R = 1$.

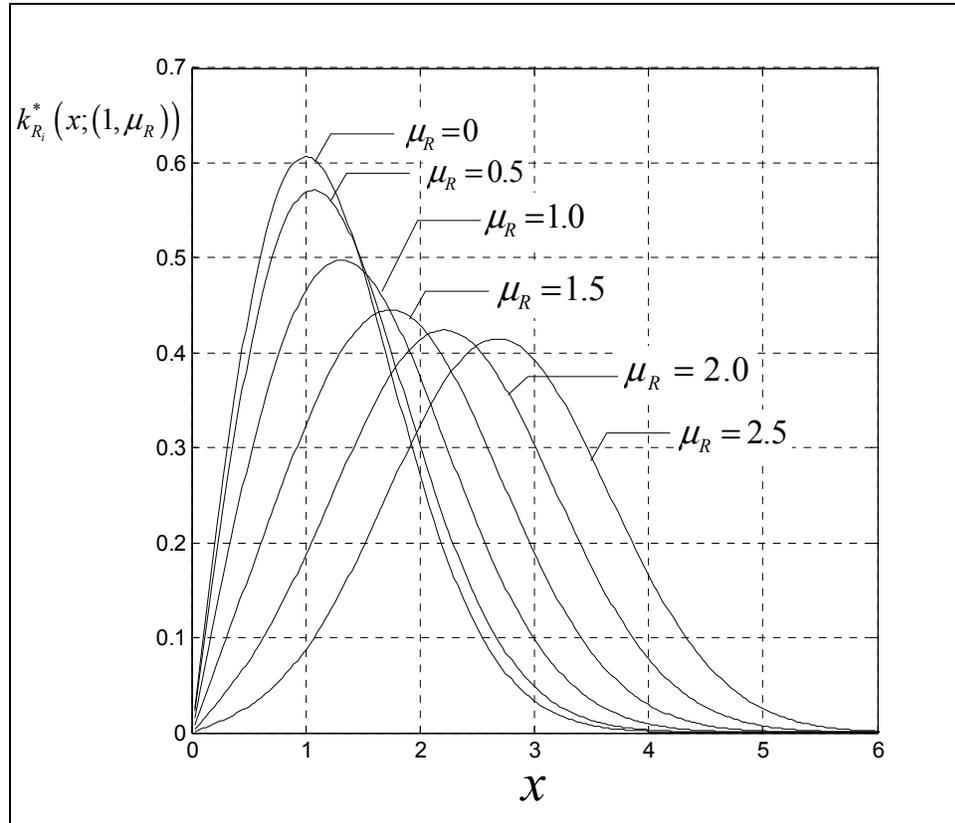


Figure 4.6 Fonction de densité probabiliste de $k_{R_i}(x; (\sigma_r, \mu_r))$.

La courbe *CDF* de R_i peut alors être obtenue par l'équation (4.16) où $\mu_R = \sqrt{\mu_u^2 + \mu_v^2}$.

$$K_{R_i}^*(x; (\sigma_R, \mu_R)) = \frac{1}{\sigma_R^2} \int_0^x w I_0\left(\frac{w \mu_R}{\sigma_R}\right) e^{-\frac{w^2 + \mu_R^2}{2\sigma_R^2}} dw \quad (4.16)$$

Comme montré à la Figure 4.6, le ratio μ_r / σ_r est une notation simple pour représenter le comportement d'un procédé où $\sigma_u = \sigma_v = \sigma_R$.

4.4.2 Procédé de localisation non équivalent selon l'axe u et v

Le cas ② illustre le cas général : un procédé qui n'offre pas des performances similaires quant à la localisation d'éléments d'une PLTZF dans les axes u et v ($\sigma_u \neq \sigma_v$), mais centré à l'origine ($\mu_r = 0$). Dans ce cas, les équations (4.15) et (4.16) ne peuvent pas être utilisées. L'équation (4.13) peut être simplifiée pour répondre à cette situation. L'équation (4.17) permet de calculer la *PDF* de k_{R_i} pour une valeur de R_i .

$$k_{R_i}^{**}(x; (\sigma_u, \sigma_v)) = \frac{x}{\sigma_u \sigma_v} I_0 \left(\frac{x^2}{4} \left(\frac{1}{\sigma_u^2} - \frac{1}{\sigma_v^2} \right) \right) e^{-\left(\frac{(\sigma_u^2 + \sigma_v^2)x^2}{4\sigma_u^2 \sigma_v^2} \right)} \quad \{\sigma_u, \sigma_v\} > 0 \quad (4.17)$$

Encore une fois, de façon numérique, il est possible d'obtenir la *CDF* (K_{R_i}) d'une valeur R_i en appliquant l'équation (4.18).

$$K_{R_i}^{**}(x; (\sigma_u, \sigma_v)) = \frac{1}{\sigma_u \sigma_v} \int_0^{w=x} w I_0 \left(\frac{w^2}{4} \left(\frac{1}{\sigma_u^2} - \frac{1}{\sigma_v^2} \right) \right) e^{-\left(\frac{(\sigma_u^2 + \sigma_v^2)w^2}{4\sigma_u^2 \sigma_v^2} \right)} dw \quad (4.18)$$

La Figure 4.7 présente la fonction de densité de $k_{R_i}^{**}$ pour plusieurs valeurs du ratio ε ($\varepsilon = \sigma_v / \sigma_u$) en considérant que $\sigma_u = 1$. Il est à noter, que lorsque $\sigma_u = \sigma_v$, les valeurs obtenues pour la distribution de densité (*PDF*) et cumulative (*CDF*) sont les mêmes que le cas où $\frac{\mu_r}{\sigma_r} \approx 0$ de la section précédente pour les équations (4.15) et (4.16). L'utilisation du ratio ε est une notation simple pour représenter le comportement du procédé.

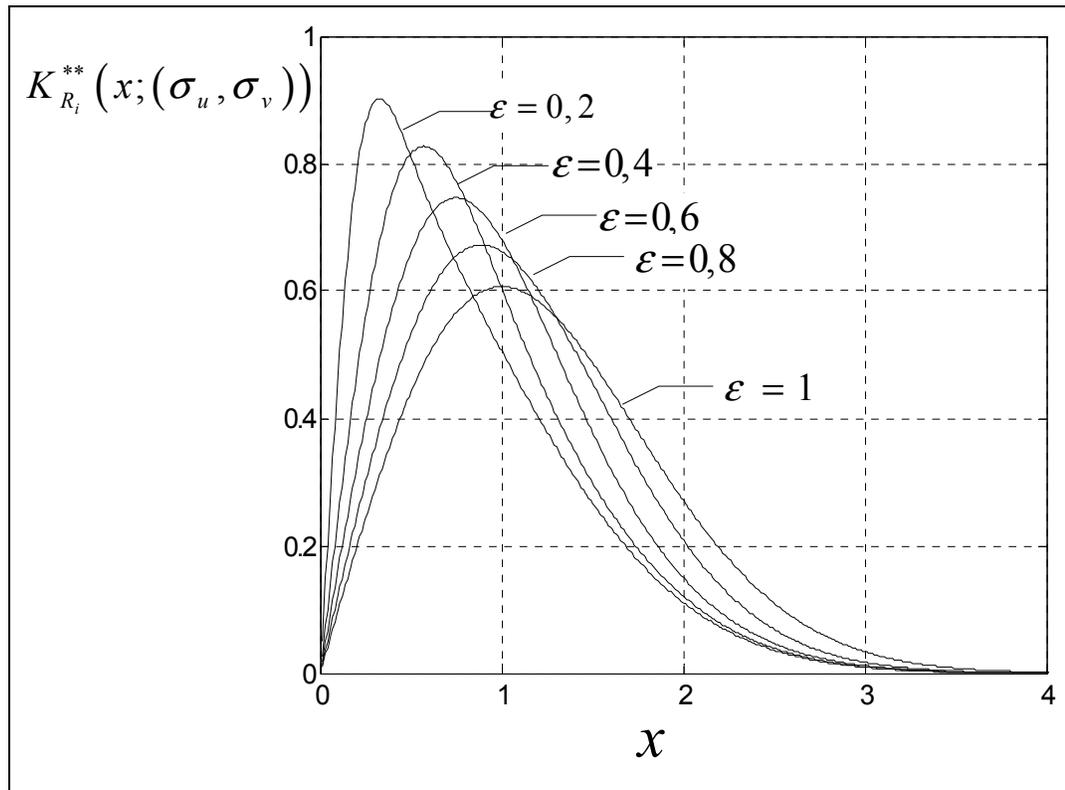


Figure 4.7 Fonction de densité en fonction de la position et du ratio ϵ .

4.5 Prédiction du comportement du procédé de localisation dans une PLTZF

Cette section permet d'établir les équations pour modéliser le comportement d'un procédé qui localise n éléments dans une PLTFZ, ce qui permettra d'estimer μ_r^* et σ_r^* .

La variable r_{PLTZF} , qui exprime l'erreur de localisation d'un patron de trous, est rigoureusement égale à la valeur maximale y_n d'une variable aléatoire (x_1, \dots, x_n) avec $n \geq 2$, comme le montrent l'équation (4.3) et la Figure 4.2. La fonction de densité de $y_{k=n}$ (maximale au $n^{\text{ème}}$ rang) est donnée par (Bali, 2003; Tahan et Lévesque, 2009).

$$f_n(y_n) = \frac{n!}{(n-1)!} [K(y_k)]^{n-1} k(y_k) \quad (4.19)$$

La substitution des équations (4.13) et (4.14) dans l'équation (4.19) permet d'obtenir la distribution de densité (*PDF*) de r_{PLTZF} , définie comme f_r , et la fonction cumulative (*CDF*), définie comme F_r .

$$f_r(r; (\mu_u, \mu_v, \sigma_u, \sigma_v, n)) = \frac{n!}{(n-1)!} \left[k_R(r; (\mu_u, \mu_v, \sigma_u, \sigma_v)) \right] \dots \left[K_R(r; (\mu_u, \mu_v, \sigma_u, \sigma_v)) \right]^{n-1} \quad (4.20)$$

$$F_r(r; (\mu_u, \mu_v, \sigma_u, \sigma_v, n)) = \int_0^r f_r(w; (\mu_u, \mu_v, \sigma_u, \sigma_v, n)) dw \quad (4.21)$$

Dans ces deux dernières équations, $r \geq 0$ et $n \geq 2$ et aucune forme analytique explicite ne peut être obtenue. De plus, il n'est pas envisageable de créer des tables en fonction de ces deux dernières équations en paramétrant des variables d'entrée, car les possibilités sont trop nombreuses. Le calcul numérique de ces deux équations doit être effectué pour chaque cas qui sera à l'étude. À la suite de l'obtention des ces deux fonctions, le calcul de l'espérance et de la variance peut être entrepris afin d'obtenir les valeurs respectives de μ_r^* et de σ_r^* :

$$\langle f(r) \rangle = \mu_r^* = \int f(r) \cdot P(r) dx \quad (4.22)$$

$$\sigma^2 = (\sigma_r^*)^2 = \int P(r) (r - \langle f(r) \rangle) dx \quad (4.23)$$

où $P(r)$ représente la fonction de densité probabiliste de r et $\langle f(r) \rangle$ représente l'espérance de r . Il est possible d'obtenir des tables numériques qui permettent d'obtenir rapidement les valeurs de μ_r^* et de σ_r^* pour les cas ❶ et ❷ présentés à la section 4.4.

4.5.1 Comportements aléatoires similaires dans les axes u et v

Ce cas est valable si $\sigma_u = \sigma_v = \sigma_r$ ou si $\sigma_v/\sigma_u \approx 1$. En appliquant l'équation (4.19) aux équations suggérées pour le cas **1**, on obtient les deux équations suivantes :

$$f_r^* (r; (\sigma_r, \mu_r, n)) = \frac{n!}{(n-1)!} \frac{r}{\sigma_r^2} I_0 \left(\frac{r \mu_r}{\sigma_r^2} \right) e^{-\frac{r^2 + \mu_r^2}{2\sigma_r^2}} \left[K_r^* (r; (\sigma_r, \mu_r)) \right]^{n-1} \quad (4.24)$$

$$F_r^* (r; (\sigma_r, \mu_r, n)) = \int_0^r f_r^* (w; (\sigma_r, \mu_r, n)) dw \quad (4.25)$$

où f_r^* représente la *PDF* de la distribution de r_{PLTZF} et F_r^* , la *CDF*.

Bien que des formulations de f_r^* et de F_r^* ont été obtenues dans des cas spécifiques (variances égales, erreur systématique nulle), il est très difficile d'évaluer la valeur de l'espérance ainsi que le second moment de ces deux équations dans le cas général d'une manière explicite. Toutefois, il est possible de les évaluer de façon numérique. Le Tableau 4.2 représente la valeur, calculée numériquement, de l'espérance de $f_r^* (r; (\sigma_r, \mu_r, n))$, en fonction du nombre d'éléments n et du ratio μ_r/σ_r . Ces valeurs représentent la valeur de l'espérance mathématique de f_r^* . Il s'agit d'une bonne estimation de μ_r^* ($\mu_r^* = E\{r_{PLTZF}\} \cdot \sigma_r$) utilisée dans l'équation (4.12). Le même travail a été accompli dans le cas de la variance de $f_r (r; (\sigma_r, \mu_r, n))$. Les valeurs obtenues sont présentées au Tableau 4.3 et représentent une bonne estimation de la variable σ_r^* ($\sigma_r^* = \sqrt{Var\{r_{PLTZF}\} \cdot \sigma_r^2}$), qui est aussi utilisée dans l'équation (4.12).

Tableau 4.2 Valeur de l'espérance mathématique de l'équation (4.20)

$E\{r_{PLTZF}\}$		μ_r/σ_r									
		σ_r	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,5	2
n	2	1,620	1,624	1,636	1,684	1,760	1,862	1,985	2,356	2,767	5,659
	3	1,825	1,829	1,843	1,896	1,981	2,092	2,224	2,611	3,023	5,939
	4	1,964	1,968	1,983	2,040	2,130	2,246	2,384	2,779	3,186	6,120
	5	2,067	2,073	2,088	2,147	2,241	2,362	2,502	2,902	3,303	6,253
	6	2,150	2,155	2,171	2,233	2,329	2,453	2,596	2,998	3,392	6,356
	7	2,218	2,223	2,240	2,303	2,402	2,528	2,673	3,076	3,462	6,441
	8	2,276	2,281	2,298	2,363	2,464	2,591	2,738	3,141	3,520	6,512
	9	2,326	2,331	2,349	2,415	2,517	2,646	2,794	3,198	3,568	6,573
	10	2,370	2,376	2,393	2,460	2,564	2,694	2,843	3,246	3,608	6,626
	15	2,533	2,539	2,558	2,629	2,738	2,873	3,024	3,424	3,742	6,822
	20	2,644	2,650	2,670	2,744	2,855	2,992	3,145	3,538	3,814	6,952
	25	2,727	2,734	2,754	2,829	2,943	3,082	3,235	3,621	3,853	7,050
	30	2,793	2,800	2,820	2,898	3,013	3,153	3,306	3,684	3,873	7,126
	50	2,971	2,978	3,000	3,081	3,200	3,342	3,494	3,838	3,859	7,331
	100	3,196	3,204	3,227	3,312	3,434	3,576	3,720	3,975	3,611	7,588
200	3,410	3,418	3,443	3,534	3,665	3,820	3,988	4,436	4,903	7,825	

Tableau 4.3 Valeur de la variance mathématique de l'équation (4.20)

$E\{r_{PLTZF}\}$		μ_r/σ_r									
		σ_r^2	0	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,5	2
n	2	0,374	0,376	0,382	0,402	0,433	0,468	0,503	0,575	0,617	0,670
	3	0,337	0,338	0,343	0,361	0,387	0,415	0,442	0,490	0,516	0,550
	4	0,311	0,312	0,317	0,333	0,356	0,380	0,401	0,438	0,457	0,484
	5	0,292	0,293	0,298	0,313	0,333	0,354	0,373	0,403	0,418	0,441
	6	0,278	0,279	0,283	0,297	0,316	0,335	0,351	0,377	0,390	0,410
	7	0,266	0,267	0,271	0,285	0,302	0,320	0,334	0,357	0,369	0,386
	8	0,257	0,258	0,262	0,275	0,291	0,307	0,320	0,341	0,351	0,368
	9	0,249	0,250	0,253	0,266	0,282	0,297	0,309	0,328	0,337	0,352
	10	0,242	0,243	0,246	0,259	0,274	0,288	0,299	0,317	0,326	0,340
	15	0,218	0,219	0,222	0,233	0,245	0,257	0,266	0,279	0,286	0,297
	20	0,203	0,204	0,207	0,217	0,228	0,238	0,246	0,257	0,262	0,272
	25	0,193	0,194	0,197	0,206	0,216	0,225	0,232	0,242	0,247	0,255
	30	0,185	0,186	0,189	0,197	0,207	0,215	0,221	0,230	0,235	0,243
	50	0,166	0,167	0,170	0,177	0,185	0,192	0,197	0,203	0,207	0,213
	100	0,146	0,147	0,149	0,155	0,161	0,166	0,170	0,175	0,177	0,182
200	0,130	0,130	0,132	0,137	0,142	0,146	0,149	0,153	0,155	0,159	

4.5.2 Comportements aléatoires non similaires dans les axes u et v

Ce cas ② est valide seulement si $\sigma_u \neq \sigma_v$ et si $\mu_r = 0$. En insérant les équations (4.17) et (4.18) dans l'équation (4.19), la formulation de l'équation suivante est obtenue :

$$f_r^{**}(r, (\sigma_u, \sigma_v, n)) = \frac{n!}{(n-1)!} \left[K_{R_i}^{**}(r; (\sigma_u, \sigma_v)) \right]^{n-1} \frac{r}{\sigma_u \sigma_v} I_0 \left(\frac{r^2}{4} \left(\frac{1}{\sigma_u^2} - \frac{1}{\sigma_v^2} \right) \right) e^{-\left(\frac{(\sigma_u^2 + \sigma_v^2) r^2}{4\sigma_u^2 \sigma_v^2} \right)} \quad (4.26)$$

où f_r^{**} représente la *PDF* de la distribution de r_{PLTZF} . La *CDF* est obtenue en intégrant cette dernière équation.

Comme pour le cas ①, il est difficile d'évaluer la valeur de l'espérance ainsi que le second moment de ces deux équations dans le cas général d'une manière explicite. Toutefois, il est possible de les évaluer de façon numérique. Le Tableau 4.4 présente, en fonction du ratio ε et du nombre d'éléments n , les valeurs numériques de l'espérance de la variable r_{PLTZF} , pour $\sigma_u = 1$, qui permettent d'estimer la valeur de μ_r^* ($\mu_r^* = E\{r_{PLTZF}\} \cdot \sigma_u$). Ce tableau est valide si $0 < \varepsilon \leq 1$. Dans le cas où ce ratio dépasse la valeur unitaire, il suffit d'inverser l'axe u et v pour obtenir un ratio inférieur à la valeur unitaire. Le Tableau 4.5 présente la variance de la variable r_{PLTZF} pour les mêmes paramètres que le tableau précédent. Il permet d'estimer σ_r^* , en fonction du ratio ε et du nombre d'éléments n ($\sigma_r^* = \sqrt{\text{Var}\{r_{PLTZF}\} \cdot \sigma_u^2}$).

Tableau 4.4 Valeur de l'espérance de r_{PLTZF} en fonction de ε

$E\{r_{PLTZF}\}$		ε												
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1			
n	σ_v													
	2	1,135	1,155	1,185	1,226	1,275	1,333	1,397	1,467	1,541	1,620			
	3	1,331	1,346	1,372	1,409	1,456	1,513	1,580	1,654	1,736	1,825			
	4	1,469	1,482	1,504	1,537	1,582	1,638	1,705	1,783	1,869	1,964			
	5	1,573	1,585	1,605	1,636	1,678	1,733	1,800	1,879	1,968	2,067			
	6	1,657	1,668	1,687	1,715	1,756	1,809	1,876	1,956	2,047	2,150			
	7	1,727	1,737	1,755	1,782	1,821	1,873	1,939	2,019	2,113	2,218			
	8	1,786	1,796	1,813	1,839	1,876	1,927	1,992	2,073	2,168	2,276			
	9	1,838	1,847	1,863	1,888	1,924	1,974	2,039	2,120	2,216	2,326			
	10	1,883	1,892	1,908	1,932	1,967	2,016	2,080	2,161	2,258	2,370			
	15	2,053	2,061	2,075	2,097	2,128	2,173	2,234	2,315	2,415	2,533			
	20	2,169	2,176	2,189	2,209	2,238	2,281	2,340	2,420	2,522	2,644			
	25	2,255	2,263	2,275	2,294	2,322	2,362	2,420	2,499	2,602	2,727			
	30	2,325	2,332	2,344	2,362	2,389	2,427	2,484	2,562	2,665	2,793			
	50	2,511	2,517	2,529	2,545	2,569	2,605	2,657	2,733	2,837	2,971			
100	2,747	2,753	2,764	2,779	2,801	2,832	2,879	2,951	3,055	3,196				
200	2,966	2,973	2,983	2,997	3,017	3,046	3,088	3,156	3,259	3,405				

Tableau 4.5 Valeur de la variance de r_{PLTZF} en fonction de ε

$Var\{r_{PLTZF}\}$		ε											
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1		
n	σ_v^2												
	2	0.358	0.346	0.33	0.316	0.306	0.302	0.306	0.319	0.342	0.374		
	3	0.34	0.332	0.319	0.304	0.292	0.283	0.282	0.29	0.308	0.336		
	4	0.323	0.316	0.306	0.293	0.28	0.27	0.266	0.27	0.285	0.311		
	5	0.308	0.303	0.294	0.283	0.27	0.259	0.253	0.256	0.268	0.292		
	6	0.295	0.291	0.284	0.274	0.261	0.25	0.244	0.245	0.255	0.277		
	7	0.285	0.281	0.275	0.266	0.254	0.243	0.236	0.236	0.245	0.266		
	8	0.276	0.273	0.267	0.259	0.248	0.237	0.229	0.228	0.237	0.256		
	9	0.268	0.266	0.261	0.253	0.243	0.232	0.223	0.222	0.23	0.248		
	10	0.262	0.259	0.255	0.248	0.238	0.227	0.219	0.216	0.223	0.242		
	15	0.238	0.236	0.233	0.227	0.22	0.21	0.201	0.197	0.202	0.218		
	20	0.222	0.221	0.218	0.214	0.208	0.199	0.191	0.186	0.189	0.203		
	25	0.211	0.21	0.208	0.204	0.199	0.191	0.183	0.177	0.18	0.193		
	30	0.203	0.202	0.2	0.197	0.192	0.185	0.177	0.171	0.173	0.185		
	50	0.182	0.181	0.18	0.178	0.174	0.169	0.161	0.155	0.155	0.166		
100	0.159	0.159	0.158	0.156	0.154	0.15	0.144	0.138	0.137	0.144			
200	0.141	0.141	0.14	0.139	0.137	0.134	0.129	0.124	0.122	0.127			

4.6 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle méthodologie basée sur l'indice de Hasofer-Lind pour estimer la capabilité d'un procédé à concrétiser une exigence PLTZF. Cette méthodologie inclut l'effet de la complexité du patron, soit le nombre n d'éléments et la dimension des éléments fabriqués, afin de tenir compte de la condition de matière lorsqu'elle est appliquée. De plus, deux cas intéressants ont été développés et des tables ont été calculées en fonction de certains paramètres du tolérancement et du comportement du procédé afin d'obtenir rapidement les valeurs pour calculer l'indice relié à la position des caractéristiques.

L'extrait de ce modèle est une valeur β qui présente une appréciation simple et commode du risque présent sur le procédé. Il mesure la proximité de l'état actuel d'un procédé par rapport à l'une des deux limites : la dimension de l'élément créé et la tolérance de position. Cet indice permet d'estimer, sous la forme de défauts par million (ppm), le nombre de déviations qui sera, statistiquement, possible d'observer sur une production.

CHAPITRE 5

VALIDATION – ÉTUDE DE CAS

Le but de ce chapitre est de valider la méthode proposée au chapitre 4 pour le calcul de capabilité et de vérifier s'il existe une corrélation démontrable entre le comportement cinématique tel que modélisé et les capabilités estimées à partir des observations traitées selon notre méthodologie. La Figure 5.1 présente, de façon schématique, les étapes qui sont effectuées dans ce chapitre. Nous signalons au lecteur que les axes u et v seront respectivement confondus avec les axes x et y de chaque pièce.

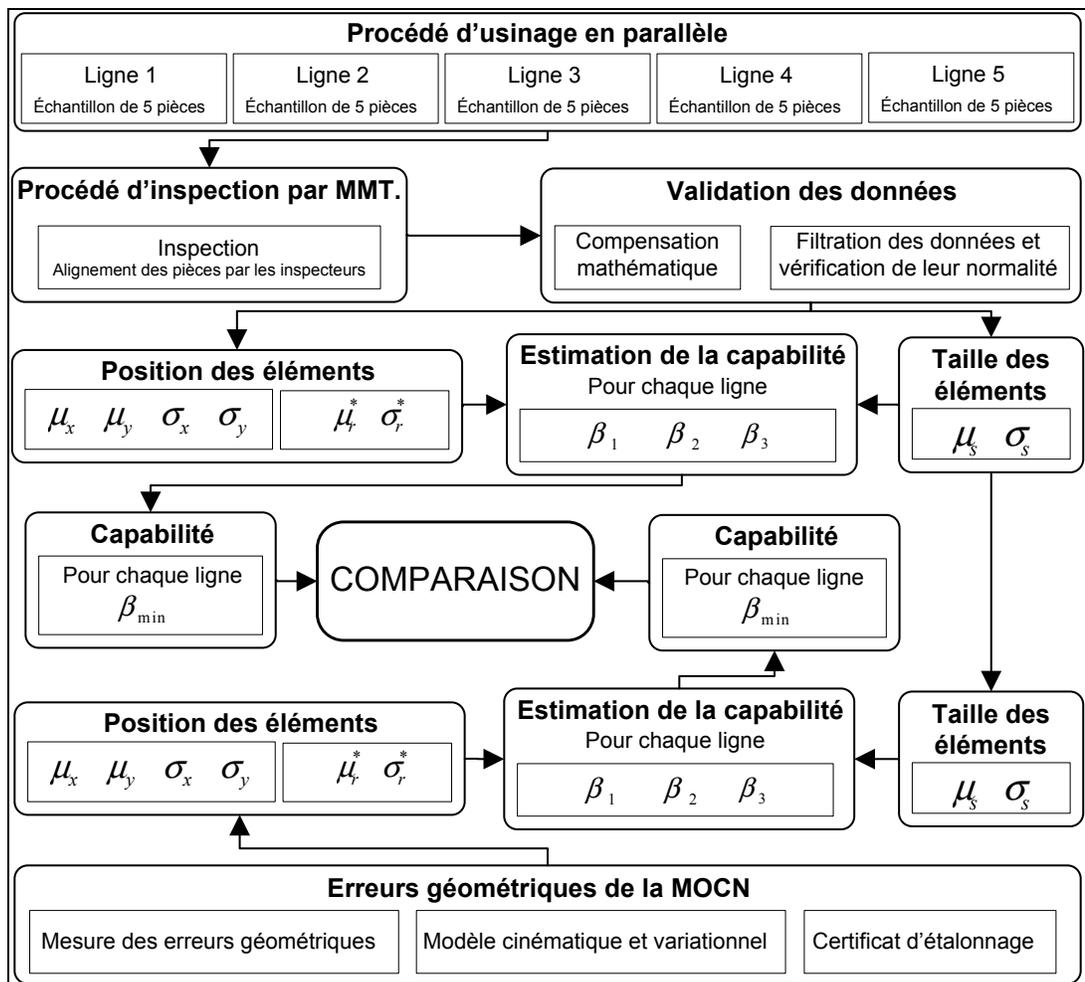


Figure 5.1 Schéma des différentes étapes de comparaison.

5.1 Estimation de la capabilité de chaque ligne de production

Pour réaliser cette analyse, la méthode de compensation présentée à la section 3.1.2 de ce mémoire est utilisée dans le but de retirer l'effet de flexibilité lors du positionnement de la composante sur la machine d'inspection. De plus, il est important de mentionner que ce cas d'étude porte sur le « procédé global », c.-à-d., nous incluons les erreurs de montage de la pièce. De plus, cette étude néglige les erreurs provenant de la machine de mesure tridimensionnelle.

Pour que le lecteur puisse bien saisir la procédure d'estimation de la capabilité avec l'indice de Hasofer-Lind, tel que proposé au CHAPITRE 4, la Figure 5.2 présente, schématiquement, les étapes pour obtenir l'indice β dans le cas général où $\sigma_u \neq \sigma_v$ et $\mu_r \neq 0$. Les requis sur les valeurs du diamètre et de la localisation géométrique sont illustrés dans le Tableau 5.1.

Tableau 5.1 Valeur du tolérancement à l'étude

Tolérance	Valeur
\varnothing_{MMC}	11,059 mm
\varnothing_{LMC}	11,161 mm
r_0	0,381 mm

5.1.1 Estimation du comportement de $-s$ et de $-r$

Pour l'estimation du comportement des caractéristiques fabriquées par le procédé étudié, soit la dimension du diamètre $-s$ et la position spatiale $-r$, cinq lots (5) de production, contenant chacun cinq (5) pièces, sont utilisés. Nous parlons donc d'un échantillon de 25 pièces. La sélection des lots utilisés pour cette étude est réalisée selon leur date de fabrication pour s'assurer que la valeur mesurée des PEGIP et des PEGDP représente bien les différentes conditions présentes lors de l'usinage de ces pièces.

À la suite de la collecte des données et de l'application d'un filtre pour éliminer les données aberrantes²² (selon la règle de Tuckey (Tukey, 1977)), le Tableau 5.2 résume les statistiques des différents comportements observés sur les lots sélectionnés. On constate que les axes u et v n'ont pas un comportement équivalent. Le ratio entre σ_v/σ_u n'est pas suffisamment proche de la valeur unitaire ($\varepsilon \neq 1$). De plus, la valeur de μ_r ne peut pas être considérée comme nulle et l'erreur systématique sur la localisation ne peut être jugée comme nulle. L'utilisation des tables du CHAPITRE 4 pour estimer μ_r^* et σ_r^* ne peut donc pas être employée directement dans ce cas. Le calcul doit être effectué numériquement pour chacune des lignes de production. Ce calcul numérique représente un temps relativement long²³.

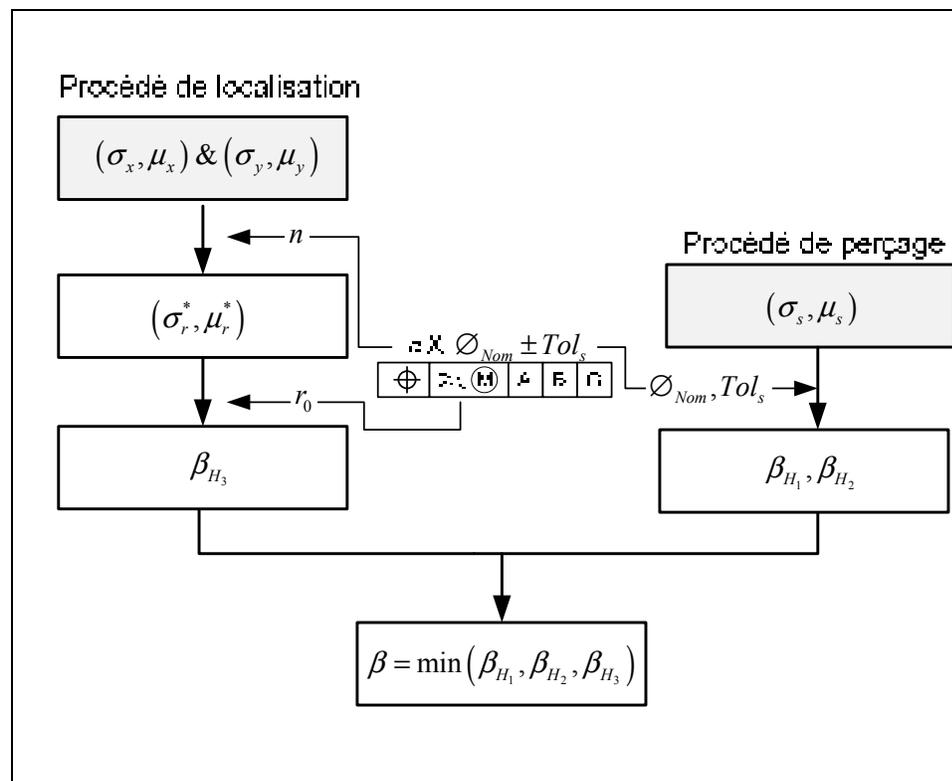


Figure 5.2 Procédure d'estimation de l'indice β .

²² La majorité des ces données aberrantes est causée par des bavures de coupe présentes lors de l'inspection des pièces.

²³ Principalement à cause du fait qu'aucune forme explicite de l'équation (4.13) ne peut être obtenue, l'évaluation numérique doit être utilisée.

Une validation de la normalité des mesures est aussi menée sur le diamètre des éléments percés, ainsi que sur leur position selon l'axe x et l'axe y . La probabilité d'effectuer une erreur du type I avec un seuil de vraisemblance $\alpha = 5\%$ n'a pas été observée²⁴. Les variables seront donc considérées comme, *a priori*, gaussiennes.

Tableau 5.2 Comportement des variables $-s$ et $-r$

	Lignes de production				
	1	2	3	4	5
μ_s (mm)	11,103	11,100	11,101	11,097	11,101
σ_s (mm)	0,005	0,004	0,005	0,006	0,006
μ_x (mm)	0,111	0,074	0,040	0,094	0,097
μ_y (mm)	-0,033	0,001	0,015	-0,019	-0,062
σ_x (mm)	0,072	0,070	0,068	0,081	0,066
σ_y (mm)	0,057	0,059	0,054	0,069	0,059
ε	0,79	0,84	0,79	0,85	0,89

5.1.2 Estimation de β_1 et de β_2 à partir des mesures expérimentales

L'estimation des deux indices β reliés au comportement du diamètre des éléments est simple et directe à partir des équations (4.11). Les résultats sont présentés au Tableau 5.3.

Tableau 5.3 Valeur de β_1 et de β_2

	Lignes de production				
	1	2	3	4	5
β_1	11,56	15,20	11,96	10,63	9,97
β_2	8,76	10,20	8,36	6,30	6,97

²⁴ L'hypothèse nulle est la normalité des données. L'hypothèse alternative est la non-normalité des données.

5.1.3 Estimation de β_3 à partir des mesures expérimentales

Comme expliqué à la section 4.3, l'obtention de cette valeur n'est pas directe, et c'est pour cette raison que nous avons proposé l'emploi de tables. De plus, dans le cas étudié, l'utilisation des cas spéciaux élaborés à la fin du chapitre 4 n'est pas applicable, car aucun des deux cas généraux développés n'est applicable. L'utilisation des équations (4.17), (4.18) et (4.19) ne peut pas être évitée afin de déterminer directement les valeurs de μ_r^* et de σ_r^* , et ce, pour chacune des cinq lignes de production. De plus, ces valeurs doivent être recalculées pour chaque quantité d'éléments n qui doit être à l'étude. La Figure 5.3 illustre les courbes *PDF* théoriques du comportement de R_i pour chacune des lignes de production.

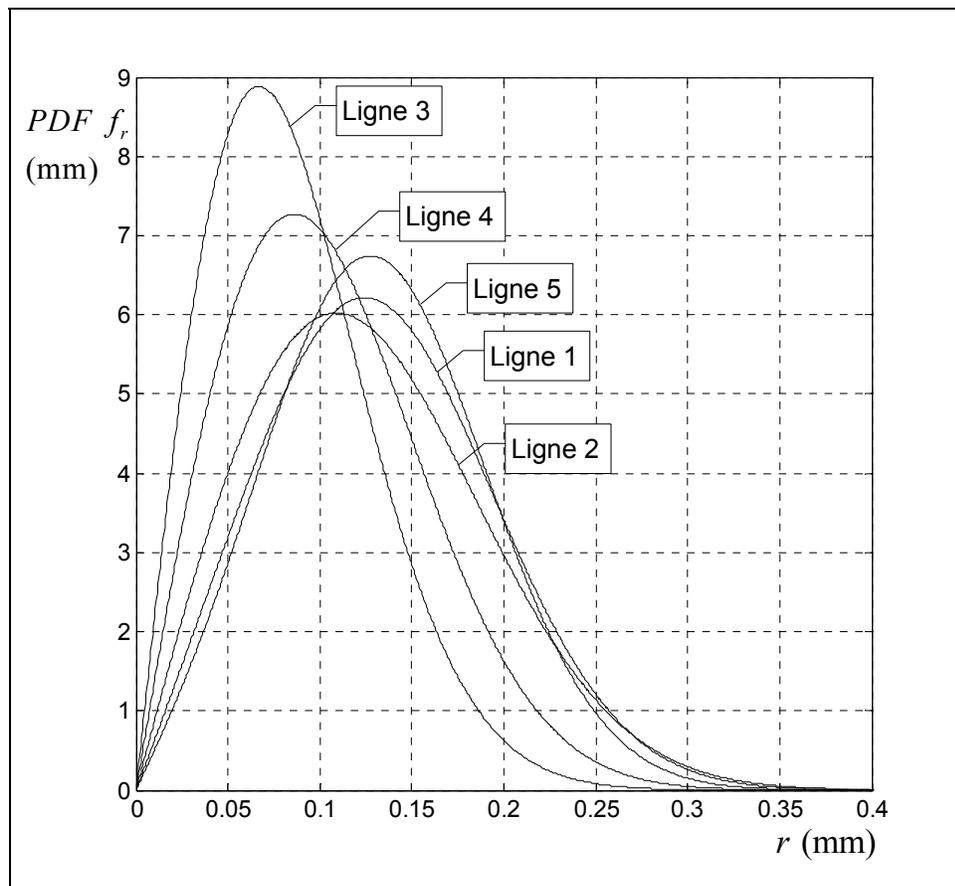


Figure 5.3 Distributions probabilistes de R_i selon la ligne de production.

À la suite de l'obtention de ces courbes, un calcul numérique nous a permis de déterminer les valeurs de μ_r^* et de σ_r^* en fonction de plusieurs valeurs de n . Ces valeurs du Tableau 5.4 ont été calculées à l'aide de l'équation (4.22) et, celles du Tableau 5.5, à l'aide de l'équation (4.23).

Tableau 5.4 Valeurs calculées de μ_r^* pour chaque ligne de production

μ_r^* (mm)	Nombre d'éléments n											
	2	3	4	5	6	8	10	20	30	50	100	200
Ligne 1	0,169	0,188	0,200	0,209	0,216	0,227	0,235	0,257	0,269	0,284	0,302	0,318
Ligne 2	0,135	0,152	0,163	0,171	0,178	0,188	0,195	0,217	0,228	0,242	0,259	0,275
Ligne 3	0,111	0,125	0,135	0,142	0,148	0,157	0,163	0,183	0,193	0,206	0,222	0,236
Ligne 4	0,164	0,184	0,197	0,207	0,215	0,226	0,235	0,260	0,273	0,289	0,309	0,328
Ligne 5	0,166	0,183	0,194	0,202	0,208	0,218	0,225	0,246	0,257	0,27	0,286	0,301

Tableau 5.5 Valeurs calculées de σ_r^* pour chaque ligne de production

σ_r^* (mm)	Nombre d'éléments n											
	2	3	4	5	6	8	10	20	30	50	100	200
Ligne 1	0,054	0,05	0,048	0,046	0,044	0,042	0,041	0,036	0,035	0,032	0,030	0,028
Ligne 2	0,049	0,046	0,044	0,043	0,042	0,040	0,039	0,035	0,033	0,031	0,029	0,027
Ligne 3	0,043	0,041	0,039	0,038	0,037	0,036	0,035	0,032	0,031	0,029	0,027	0,026
Ligne 4	0,058	0,055	0,052	0,050	0,049	0,046	0,045	0,041	0,038	0,036	0,034	0,031
Ligne 5	0,050	0,046	0,043	0,041	0,04	0,038	0,037	0,033	0,031	0,029	0,027	0,025

Une fois ces valeurs obtenues, il suffit simplement d'utiliser l'équation (4.12) pour obtenir la valeur de β_3 . Le Tableau 5.6 présente, pour différents n et pour chaque ligne, les valeurs numériques de β_3 .

En analysant le Tableau 5.3 et le Tableau 5.6, la valeur de β , qui correspond à la valeur minimale de β_1 , β_2 et β_3 , sera égale à β_3 , quelles que soient la ligne de production ou bien la valeur de n . Dans tous les cas, la valeur de β_3 se démarque des deux autres indices. Cela

indique que le point faible du procédé est sa capacité à maintenir le requis de localisation spatiale.

Tableau 5.6 Valeur de β_3 pour chaque ligne de production selon les mesures expérimentales.

β_3	Nombre d'éléments n			
	2	5	10	50
Ligne 1	4,287	4,242	4,148	3,663
Ligne 2	5,386	5,365	5,345	5,092
Ligne 3	6,796	6,788	6,797	6,666
Ligne 4	4,033	3,845	3,671	3,042
Ligne 5	4,738	4,825	4,815	4,499

5.2 Estimation des erreurs d'usinage à l'aide du modèle cinématique de la MOCN

Au CHAPITRE 2, un modèle cinématique qui inclut le comportement cinématique des erreurs géométriques de la MOCN du PI a été développé. Dans cette section, ce modèle est utilisé pour simuler le comportement géométrique de la machine sur le positionnement des caractéristiques créées. Une fois le comportement obtenu, l'IC sera appliqué pour ces valeurs.

5.2.1 Comportement simulé de la position d'un élément R_i

Pour estimer le comportement d'un élément (i) positionné à l'aide de la MOCN, les erreurs de positionnement de celle-ci (R_i) sont obtenues à l'aide du modèle développé au CHAPITRE 2. Chaque coordonnée d'axe-machine de chaque caractéristique est inscrite dans le modèle. À l'aide des PEGDP et des PEGIP mesurés préalablement, l'erreur géométrique de chacune de ces positions est enregistrée. De plus, comme exprimé au CHAPITRE 2, seulement les erreurs de positionnement dans l'axe X et dans l'axe Y nous intéressent dans le cas présent. La Figure 5.4 présente les erreurs radiales sur les positions simulées, et ce, pour les cinq lignes de production dans le plan XY .

Par définition, la ligne de production n° 2 a une erreur de position R_i nulle lorsque la MOCN se trouve à $X = 0$ puisqu'elle est définie comme ligne maîtresse (référence) dans notre cas. Ceci implique que la position initiale de la ligne n° 2 représente le zéro (0) de la MOCN. Ce zéro est obtenu à la suite du palpage d'un élément de référence sur la pièce. Afin de mieux comprendre l'origine des erreurs radiales, la Figure 5.5 présente, sur deux graphiques différents, les erreurs calculées dans l'axe X et dans l'axe Y en fonction de la position en X de la MOCN. Sur le même graphique, les variations dans la direction Y entre les différentes lignes de production ne sont pas visibles à l'échelle actuelle. Ces variations ne sont pas significatives par rapport aux tolérances de la pièce.

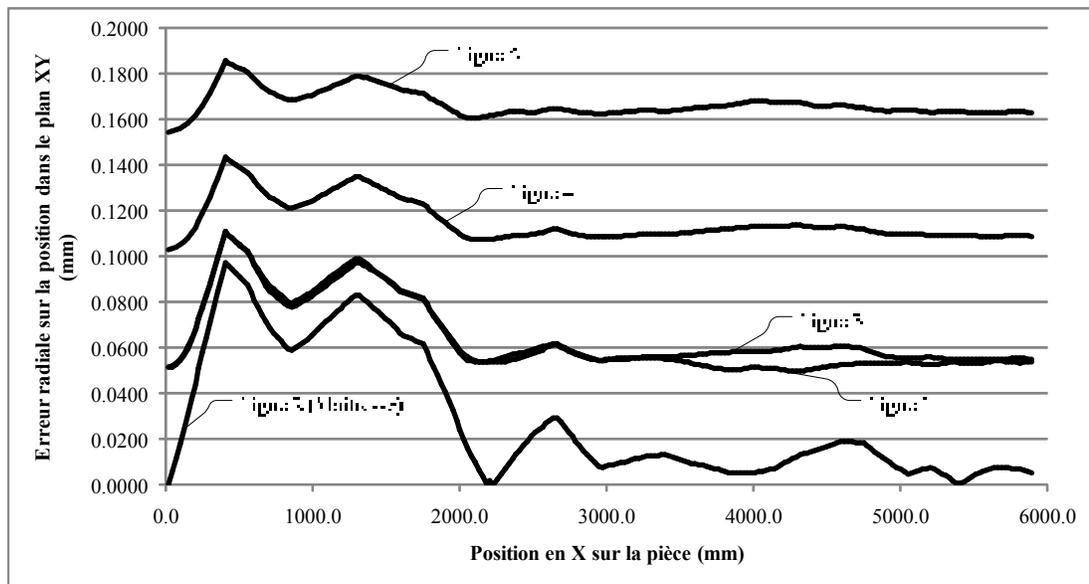


Figure 5.4 Erreurs radiales générées par la MOCN sur la position dans le plan XY.

Une fois les déviations dans l'axe X et Y connues, le comportement des variables μ_X, μ_Y, σ_X et σ_Y est évalué. Les valeurs de μ_X et de μ_Y sont estimées à l'aide de la moyenne des erreurs dans chacun des axes respectifs :

$$\mu_X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{X_i}, \quad \mu_Y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_{Y_i} \quad (5.1)$$

où δ_j représente la déviation dans l'axe j pour chaque élément i , et n représente le nombre total d'éléments. L'estimation de σ_X et σ_Y pour chacune des lignes de production est représentée ainsi :

$$\sigma_X^2 = \sigma_{\delta_X}^2 + \left(\frac{R_X \updownarrow}{4} \right)^2 \quad \sigma_Y^2 = \sigma_{\delta_Y}^2 + \left(\frac{R_Y \updownarrow}{4} \right)^2 \quad (5.2)$$

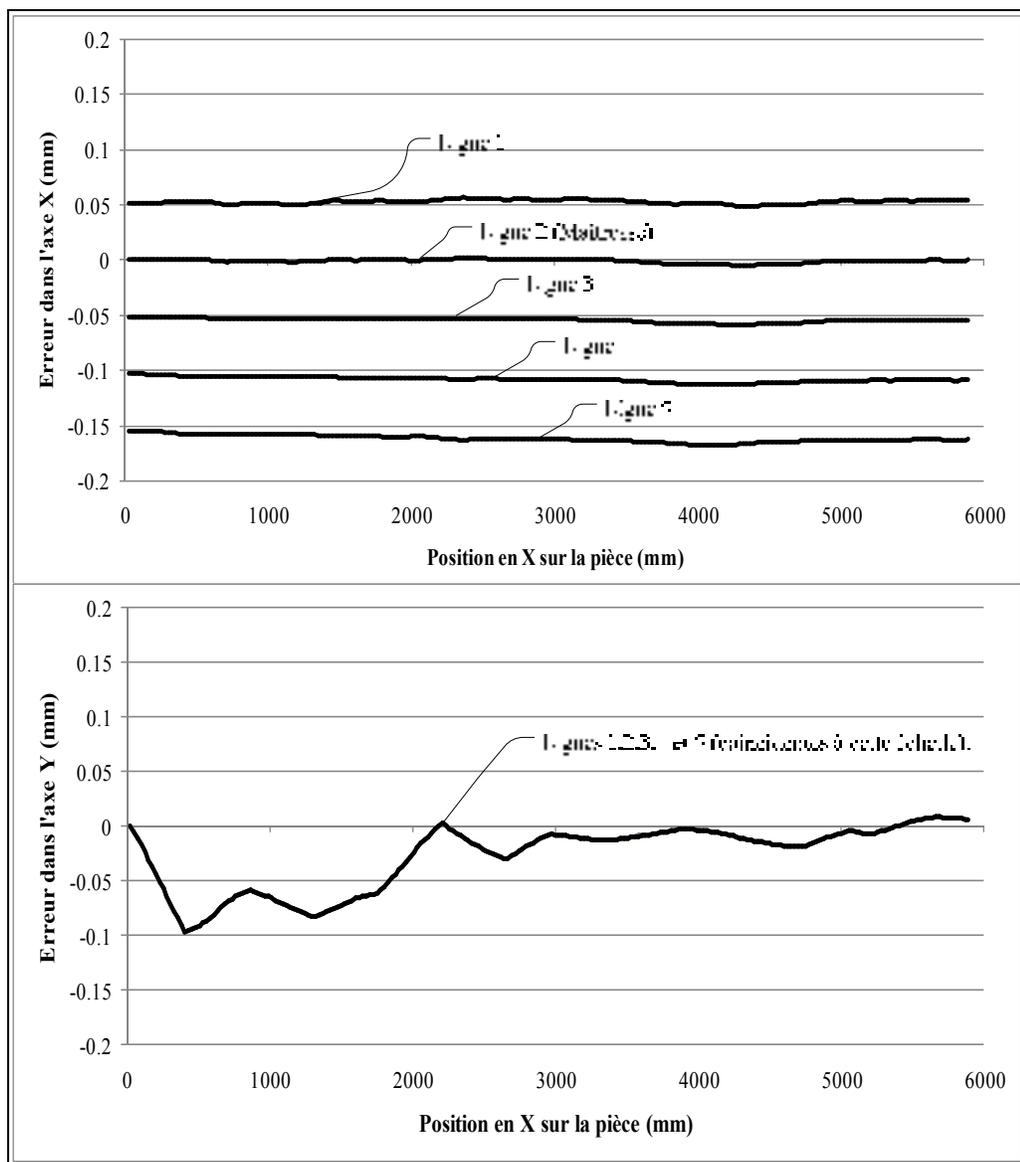


Figure 5.5 Erreurs dans l'axe X et dans l'axe Y en fonction de la position.

où $R_X \updownarrow$ et $R_Y \updownarrow$ représentent les estimateurs de répétitivité bidirectionnelle de l'axe X et de l'axe Y , tels que présentés par l'ISO (Organisation internationale de normalisation, 2006a). Les valeurs numériques sont extraites à partir des mesures effectuées sur la MOCN à l'aide du laser interféromètre. Pour sa part, l'estimation de σ_R est aussi faite à l'aide des mesures effectuées *in situ* à l'aide de ce même appareil, mais est obtenue à l'aide des résultats présentés à la Figure 5.4. Cet estimateur est calculé par l'équation suivante.

$$\sigma_{\delta_j} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^N (\delta_j - \mu_j)^2} \quad (5.3)$$

Le Tableau 5.7 présente les résultats de chacune des lignes de production. Ces résultats sont issus du modèle cinématique et de la dernière certification de la MOCN (hiver 2011).

Tableau 5.7 Comportement de position d'un élément R_i théorique

Source	Paramètres	Lignes de production				
		1	2	3	4	5
Modèle Cinématique	μ_X	0,053	-0,001	-0,054	-0,108	-0,162
	μ_Y	-0,033	-0,033	-0,033	-0,033	-0,033
	σ_{δ_x}	0,002	0,002	0,002	0,002	0,003
	σ_{δ_y}	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030
ISO 230-7 :2006	R_X	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084
	R_Y	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160
Procédé total	σ_X	0,006	0,005	0,006	0,006	0,006
	σ_Y	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031

Tout comme pour les mesures expérimentales du procédé, aucun cas général ne peut être remarqué ($\mu_r \neq 0, \sigma_X \neq \sigma_Y$).

5.2.2 Estimation de β_1 et de β_2 à partir du modèle cinématique

Dans le cas présent, la simulation porte seulement sur le comportement du procédé qui localise les éléments d'une PLTZF. Cette simulation ne tient pas compte du diamètre des éléments percés. De plus, lors de l'analyse du comportement expérimental du procédé, aucune déviation n'a pu être estimée (à l'échelle *PPM*). Les valeurs de β_1 et de β_2 peuvent être donc estimées comme largement supérieures à β_3 et, par conséquent, ne risquent pas d'être la principale cause des non-conformités. Les valeurs obtenues au Tableau 5.3 seront utilisées.

5.2.3 Estimation de β_3 à partir du modèle cinématique

Comme expliqué précédemment, il n'est pas possible d'assimiler le comportement de la MOCN à aucun des deux cas présentés à la section 4.4. Comme pour l'estimation de la capabilité des données expérimentales du procédé, le calcul complet de μ_r^* et de σ_r^* doit être effectué numériquement. Le Tableau 5.8 et le Tableau 5.9 présentent, respectivement, les valeurs de μ_r^* et de σ_r^* pour chaque ligne de production pour différentes valeurs de n éléments contenus dans une PLTZF.

Tableau 5.8 Valeurs calculées de μ_r^* pour chaque ligne de production

μ_r^* (mm)	Nombre d'éléments n											
	2	3	4	5	6	8	10	20	30	50	100	200
Ligne 1	0,077	0,082	0,086	0,089	0,091	0,095	0,098	0,106	0,111	0,116	0,123	0,13
Ligne 2	0,052	0,060	0,065	0,069	0,072	0,077	0,081	0,090	0,095	0,100	0,105	0,107
Ligne 3	0,078	0,083	0,087	0,089	0,092	0,096	0,098	0,107	0,111	0,117	0,124	0,130
Ligne 4	0,123	0,126	0,129	0,131	0,132	0,135	0,137	0,143	0,146	0,151	0,156	0,161
Ligne 5	0,173	0,176	0,178	0,179	0,18	0,182	0,184	0,188	0,191	0,194	0,199	0,203

Tableau 5.9 Valeurs calculées de σ_r^* pour chaque ligne de production

σ_r^* (mm)	Nombre d'éléments n											
	2	3	4	5	6	8	10	20	30	50	100	200
Ligne 1	0,017	0,016	0,016	0,016	0,016	0,015	0,015	0,014	0,013	0,013	0,012	0,011
Ligne 2	0,024	0,022	0,021	0,02	0,02	0,019	0,018	0,016	0,015	0,014	0,014	0,013
Ligne 3	0,016	0,016	0,016	0,016	0,016	0,015	0,015	0,014	0,013	0,013	0,012	0,011
Ligne 4	0,011	0,011	0,011	0,011	0,011	0,011	0,011	0,011	0,010	0,010	0,010	0,009
Ligne 5	0,009	0,009	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,008	0,007

En utilisant ces valeurs avec l'équation (4.12), la capabilité associée au positionnement des éléments d'une PLTZF (β_3) est obtenue. Le Tableau 5.10 présente ces valeurs.

Tableau 5.10 Valeur de β_3 pour chaque ligne de production selon le modèle cinématique

β_3	Nombre d'éléments n			
	2	5	10	50
Ligne 1	19.539	19.415	20.006	21.991
Ligne 2	14.710	16.175	17.567	20.651
Ligne 3	19.589	19.441	20.011	21.959
Ligne 4	23.842	23.264	23.178	23.846
Ligne 5	24.905	24.856	24.692	24.669

Le dernier tableau illustre bien l'évolution de la capabilité en fonction des différentes lignes de production. Même si la valeur de μ_r^* augmente en s'éloignant de la liste maîtresse (la ligne n° 2 dans le cas actuel), ce n'est pas cette valeur qui influence principalement la valeur de β_3 , car la capabilité augmente. Par contre, en ce qui concerne la valeur de σ_r^* , elle diminue en s'éloignant de la ligne maîtresse. La valeur de la variance est sensiblement augmentée lorsque la position de référence (le zéro) est localisée sur la ligne à l'étude. Dans le cas étudié, c'est précisément cette valeur qui aura l'impact principal sur la capabilité d'une ligne de production. Même si, selon nos estimations, il s'agit pratiquement d'un effet négligeable (valeurs de β_3 supérieure à 14). Le même phénomène est observable sur le nombre d'éléments n . Augmenter la valeur de n a pour effet d'augmenter la valeur de μ_r^* .

tout en diminuant la valeur de σ_r^* . Cette diminution a un plus grand impact sur la capabilité que l'augmentation de μ_r^* . Il est important de rappeler au lecteur que ceci est valide uniquement dans le cas actuel où le système à l'étude est le comportement cinématique qui inclut seulement les erreurs géométriques d'une MOCN. Dans le cas où le procédé complet est à l'étude, les résultats ressembleront à la situation illustrée à la section 5.1. À cette dernière section, l'impact d'augmenter la variable n est de diminuer la capabilité.

5.3 Comparaison du comportement expérimental du procédé et du comportement issu du modèle cinématique

Dans les deux sous-sections précédentes, la capabilité expérimentale associée au procédé à l'étude (modèle empirique) et la capabilité associée aux erreurs géométriques de la MOCN qui fabrique ces éléments (modèle cinématique théorique) ont été estimées. Il est judicieux de comparer ces deux estimations. Le Tableau 5.11 reprend la capabilité de chaque indice β_3 , tant estimés à partir des données expérimentales du procédé que du modèle cinématique établi, mais en les exprimant sous la forme de *parts per million* (PPM).

Dans ce même tableau, afin de valider les résultats obtenus, pour chacune des situations, une simulation *Monte-Carlo* (M-C) est effectuée avec plus de 1×10^6 itérations²⁵ afin de confirmer les valeurs obtenues par la méthode d'estimation de la capabilité proposée dans ce mémoire.

5.3.1 Validation de l'indice β_3

Dans le Tableau 5.11, des écarts apparents entre la méthode proposée (H-L pour Hasofer – Lind) et les simulations *Monte-Carlo* peuvent être constatés. *À priori*, les résultats ne concordent pas, cela impose une plus grande validation de la méthode proposée.

²⁵ Le nombre de simulations a été identifié pour assurer une stabilité du comportement des moments d'ordre 1 et d'ordre 2.

Tableau 5.11 Résultats en PPM de la capabilité du procédé et de la MOCN

	Procédé		MOCN		Procédé		MOCN	
	<i>n</i> = 2 (PPM)				<i>n</i> = 5 (PPM)			
	H-L	M-C	H-L	M-C	H-L	M-C	H-L	M-C
Ligne 1	9	92	0	0	11	223	0	0
Ligne 2	0	4	0	0	0	11	0	0
Ligne 3	0	1	0	0	0	0	0	0
Ligne 4	27	263	0	0	60	650	0	0
Ligne 5	1	19	0	0	1	43	0	0
	Procédé		MOCN		Procédé		MOCN	
	<i>n</i> = 10 (PPM)				<i>n</i> = 50 (PPM)			
	H-L	M-C	H-L	M-C	H-L	M-C	H-L	M-C
Ligne 1	17	433	0	0	124	2000	0	0
Ligne 2	0	23	0	0	0	150	0	0
Ligne 3	0	0	0	0	0	0	0	0
Ligne 4	120	1293	0	0	1174	6700	0	0
Ligne 5	1	74	0	0	3	410	0	0

Afin de démontrer l'exactitude de cette méthode, des simulations sont produites avec des comportements simulés qui permettent de générer un plus grand pourcentage de déviations afin de se retrouver sur des portions différentes des courbes probabilistiques. Le Tableau 5.12 montre les comportements simulés. Pour sa part, le Tableau 5.13 présente les tolérances utilisées pour les simulations.

Tableau 5.12 Comportements simulés

	Comportement				
	1	2	3	4	5
μ_s (mm)	11,050	11,110	11,101	11,200	11,040
σ_s (mm)	0,010	0,030	0,021	0,010	0,015
μ_x (mm)	0,200	0,200	0,040	0,094	0,100
μ_y (mm)	-0,150	0,100	0,015	-0,019	-0,120
σ_x (mm)	0,072	0,100	0,150	0,200	0,100
σ_y (mm)	0,057	0,050	0,054	0,069	0,080

Tableau 5.13 Tolérances utilisées pour la simulation

Tolérance	Valeur
\varnothing_{MMC}	10,960 mm
\varnothing_{LMC}	11,260 mm
r_0	0,381 mm

De ces comportements, les calculs nécessaires à l'obtention des valeurs de μ_r^* et de σ_r^* sont effectués, et ce, pour plusieurs valeurs de n . Les valeurs de β_3 obtenues sont présentées²⁶ sous la forme de $\text{Log}_{10}(ppm)$ au Tableau 5.14 par substitution dans l'équation (4.10). Cette présentation est privilégiée afin de faciliter la comparaison entre les méthodes. Ce tableau vient confirmer nos hypothèses et démontrer la validité de la méthode proposée dans ce mémoire.

Tableau 5.14 Comparaison entre la méthode H-L et les simulations *Monte-Carlo*

$\log_{10}(\text{PPM})$		Nombre d'éléments			
		2	5	10	50
Comportement 1	H-L	3,934	4,332	4,685	5,453
	M-C	4,076	4,474	4,767	5,413
Comportement 2	H-L	4,088	4,540	4,890	5,581
	M-C	4,248	4,638	4,930	5,542
Comportement 3	H-L	3,157	3,930	4,395	5,275
	M-C	3,892	4,286	4,598	5,252
Comportement 4	H-L	4,436	4,994	5,320	5,810
	M-C	4,679	5,058	5,334	5,846
Comportement 5	H-L	3,496	3,925	4,302	5,173
	M-C	3,803	4,190	4,492	5,165

L'écart le plus grand entre les deux méthodes a été évalué à environ $\log_{10}(PPM) = 0,73$. Cet écart est très acceptable compte tenu que les résultats sont exprimés sous la forme de défauts

²⁶ Les valeurs de β_1 et de β_2 sont jugées comme non influentes par rapport au nombre de défauts par million générés par les comportements fictifs.

par million (PPM). Afin de mieux visualiser l'interaction des variations formant l'indice de capabilité, la Figure 5.6 présente le comportement des cinq différentes simulations. Sur cette figure, des zones sont positionnées afin de représenter la performance d'un procédé par rapport au domaine de conformité. La position du centre des zones indique les composantes systématiques et la taille de chaque zone correspond à une probabilité égale à $\pm\sigma$, comme l'indique la légende de la figure.

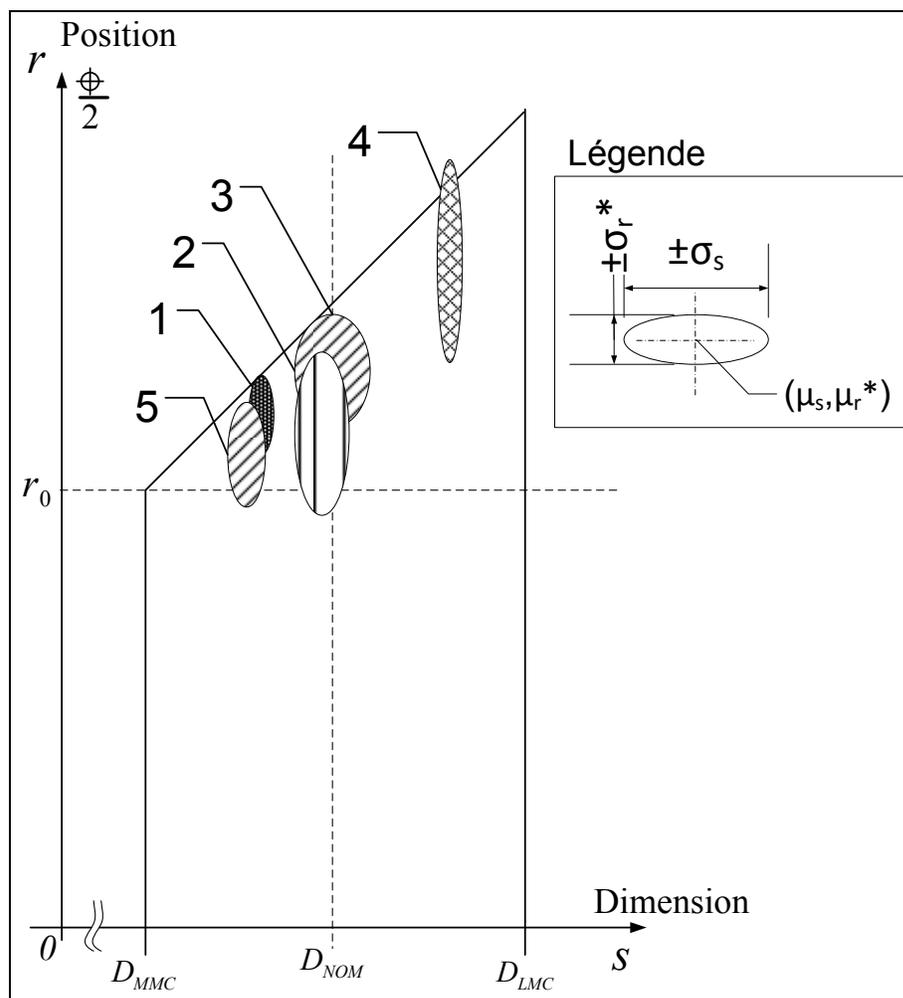


Figure 5.6 Présentation visuelle des comportements simulés.

Si on revient au Tableau 5.11, les écarts non négligeables entre les estimations de la capabilité et les simulations *Monte-Carlo* proviennent, majoritairement, d'instabilités

mathématiques. Lorsque $\beta_3 > 5$, le point de fonctionnement se trouve à l'extrême droite des courbes CDF. Par contre, bien que ces écarts semblent, à première vue, grands, il est important de rappeler que les défauts sont exprimés en défauts par million. Un écart de quelques centaines de défauts n'a pas un grand impact sur l'estimation de la capabilité. Un industriel qui obtient un tel niveau sera entièrement satisfait du résultat. De plus, la validation par des comportements simulés montre bien la performance de la méthode à estimer la capabilité d'un procédé lorsque le procédé génère un nombre significatif de défauts²⁷.

5.3.2 Comparaison des capabilités

Le Tableau 5.11 présente une synthèse des résultats en comparant l'estimation de la capabilité par données expérimentales du procédé total à l'estimation de la capabilité à partir des erreurs géométriques de la MOCN par un modèle cinématique. Il est possible de conclure que, dans l'état où se trouvait la machine au moment de la prise de mesures, une déviation observable sur une pièce à l'inspection finale ne peut pas être reliée aux erreurs géométriques du centre d'usinage. Cette observation est valide pour le tolérancement qui a été étudié. Pour un tolérancement plus restrictif, donc avec un nombre de non-conformités plus significatif, le calcul des nouveaux indices β devient une option très intéressante. Si de la non-qualité est observée sur des pièces produites, cette non-qualité provient d'une autre source de variations que les erreurs géométriques de la machine.

Cette source peut quand même provenir de la MOCN, car nous n'avons pas considéré les erreurs thermiques, dynamiques dans ce modèle. Après analyse du procédé, la principale source de variations du procédé semble provenir du système de brides d'usinage et de l'opération de revirement mentionnée à la Figure 1 de l'introduction de ce mémoire.

²⁷ $C_{pk} \leq 1,67$.

5.4 Conclusion

Dans ce dernier chapitre, l'utilisation de la méthode proposée a été vérifiée et testée. Premièrement, l'estimation de la capabilité des données expérimentales représentant le procédé dans son ensemble est effectuée. Cette estimation démontre que le procédé actuel du PI est amplement capable de respecter la PLTZF exigée dans cette étude. En second lieu, la même estimation est effectuée avec les mêmes caractéristiques, mais seulement en tenant compte des résultats obtenus dans le CHAPITRE 2 de ce mémoire. Ces résultats ont clairement démontré que, si des déviations survenaient dans le procédé, le comportement cinématique des erreurs géométriques de la MOCN ne peut être mis en cause, sous la condition que la calibration de la machine soit toujours valide. Ces déviations doivent provenir nécessairement de d'autres sources, comme les effets thermiques sur la structure de la MOCN et sur les composantes usinées, la qualité du positionnement des brides d'usinage ou bien des différents jeux observables à travers les différentes opérations de fabrication.

À cause d'un niveau de capabilité très élevé ($\beta > 5$ ou $C_{pk} \geq 1,67$), une validation de la précision de la méthode de mesure de la capabilité est produite avec des comportements simulés générant ainsi des capabilités de l'ordre de $\beta \in [1.0, 4.0]$. Cette validation est faite en comparant les résultats de la méthode que nous proposons (indice de Hasofer-Lind) à des résultats obtenus avec des simulations *Monte-Carlo*. La conclusion de cette étude est que l'estimation de la capabilité d'une PLTZF, à l'aide de l'indice H-L, est représentative du procédé utilisé. Cet indice est donc une piste intéressante et pratique pour un usage industriel.

CONCLUSION

Le premier objectif de ce mémoire était de développer un outil d'analyse statistique pour prédire la capabilité d'un procédé à produire un ensemble d'éléments positionnés par une tolérance géométrique de positionnement référencées. À l'aide de cet outil, il sera possible, si la stabilité du comportement statistique de la machine utilisée est maîtrisée, d'estimer rapidement l'amplitude des variations anticipées et de prédire le niveau de qualité s'y rattachant. De plus, ce même outil devrait offrir, pour un usage industriel, une physionomie visuelle simple qui permet de suivre l'évolution du procédé et qui permet de cibler rapidement la principale source de déviations ou les tendances qui risquent de produire des non-conformités.

Nous avons créé un modèle cinématique de la machine-outil à commandes numériques utilisée par le partenaire industriel. Ce modèle permet d'obtenir les positions théoriques des différents axes de la machine nécessaires pour produire les caractéristiques étudiées (position d'un ensemble de trous). Les intrants de ce modèle sont les défauts géométriques d'orientation et de forme, tels qu'identifiés par une opération d'étalonnage par interférométrie. Ainsi, le comportement variationnel du centre d'usinage a pu être produit. Seulement les sources de variations de nature géométrique ont été incluses au modèle. Nous avons donc négligé les erreurs du type hystérésis, vibrations, etc. Des matrices de transformations homogènes ont été utilisées pour inclure l'influence de chaque degré de liberté associé à un déplacement, à une erreur géométrique dépendante de la position ou à une erreur géométrique indépendante de la position. Une fois le comportement intégré au modèle, une réduction de plusieurs paramètres d'erreurs sur le bout d'outil a été également accomplie.

Parallèlement à l'élaboration du modèle cinématique, une étude de la stabilité (dans le sens ergodique) entre les différentes lignes de production (cinq lignes montées en parallèle) du centre d'usinage a été menée. Avant d'utiliser les données recueillies par le centre d'inspection du partenaire industriel, une étude sur la stabilité des résultats d'inspection a été

nécessaire. Cette étude a démontré que la flexibilité des composantes, en raison de leur longueur, augmentait de façon significative l'incertitude attribuable aux résultats d'inspection. Le bridage sur de telles structures souples a pour conséquence des manques de répétitivité entre la position de la pièce lors de l'inspection par rapport à sa position lors de sa fabrication. Pour contrer cette problématique, une méthode de compensation numérique des résultats a été élaborée afin de retirer le comportement de flexion des pièces lors de leur inspection. Cette compensation a permis de rendre les résultats d'inspection répétables, donc exploitables. À partir de ces résultats, nous avons prouvé, par des méthodes statistiques, que les différentes pièces produites sur les différentes lignes de production en parallèle ne pouvaient pas être jugées comme provenant d'une même population. La notion de « lot de production » a dû être écartée. Par contre, nous avons pu constater que les niveaux de variations entre les lignes de production n'étaient pas significatifs par rapport aux tolérances de la pièce.

Afin de pouvoir exprimer, avec un bon niveau de fidélité, la capabilité des différentes lignes de production, un modèle mathématique original multivariable a été proposé. Ce modèle a abouti à la définition d'un indice de capabilité. Ce modèle multivariable permet de tenir compte, à la fois, du comportement des deux axes positionnant les caractéristiques, de la dimension des caractéristiques qui permettent d'exploiter la condition de matière et du nombre d'éléments contenus dans le patron à fabriquer (complexité). À l'aide de l'indice de *Hasofer-Lind*, notre modèle a permis d'estimer la capabilité d'un procédé à maintenir une tolérance géométrique de localisation référencée, tout en tenant compte du bonus alloué à la tolérance par le modificateur de matière. Le développement effectué nous a incité à soumettre un article à la revue scientifique *Journal of Manufacturing Science and Engineering* de l'*American society of mechanical engineers*. L'article, *Capability Estimation of Geometrical Tolerance With a Material Modifier by a Hasofer-Lind Index* est présentement en cours d'évaluation par le journal.

Pour terminer, pour faire le lien entre tous les éléments de ce mémoire et pour connaître l'incertitude liée à chaque élément, la capabilité de chacune des lignes de production a été

calculée selon notre méthodologie, et ce, pour deux situations de fonctionnement. La première situation a été d'obtenir la capabilité pour le procédé de fabrication dans son ensemble ; la seconde a été d'obtenir la capabilité de la MOCN en tenant compte uniquement des erreurs géométriques qui l'accompagnaient. Ces erreurs ont pu être obtenues grâce au modèle cinématique mentionné plus tôt. Par la suite, une comparaison des deux situations a été faite dans le but de déterminer si la MOCN de production en parallèle était apte, ou non, à produire le type de pièces fabriquées par le partenaire industriel.

RECOMMANDATIONS

Une analyse plus approfondie du comportement de la machine-outil à commandes numériques serait un apport important pour la compréhension de la source des variations. L'introduction du comportement cinématique des axes rotatifs serait à explorer et probablement un ajout judicieux au modèle déjà établi. De plus, une tête à angles est utilisée pour le perçage de certains patrons de trous PLTZF dans un plan autre que le plan XY . Il est évident que chacune de ces têtes à angles possède son propre comportement variationnel qu'il faudrait ajouter également au modèle déjà existant. De plus, en ajoutant le comportement thermique de la MOCN à ce modèle amélioré, il serait possible de confirmer, ou non, que le comportement de la MOCN n'est pas en cause lorsqu'on observe un manque de capabilité du procédé. Ce modèle pourrait être utilisé pour les PLTZF, mais aussi pour tout autre type de caractéristiques fabriquées sur cette machine (profil, contour, requis d'orientation, etc.)

Pour ce qui est de l'estimation de la capabilité par l'indice de Hoesfer-Lind, le modèle offre une bonne fidélité, mais n'est pas très convivial lorsqu'il n'est pas possible de l'assimiler aux cas d'un niveau de variance quasi égal dans les axes cinématiques de la machine. Dans ce dernier cas, des abaques ont été proposées et leur usage peut être facilement envisageable pour un usage industriel. Néanmoins, dans le cas échéant, le calcul numérique est lourd pour obtenir les valeurs de μ_r^* et de σ_r^* . Peu importe le comportement observé, il sera toujours possible d'estimer rapidement les valeurs à partir du Tableau 4.4 et du Tableau 4.5. Il suffit de faire le calcul de μ_r^* et de σ_r^* en considérant que $\mu_r = 0$. Une fois les valeurs obtenues, il suffit d'augmenter la valeur de μ_r^* par la valeur de μ_r . Cette augmentation a pour effet de décaler les courbes *PDF* et *CDF* du comportement d'une PLTZF de n éléments. Cette approximation permet de rendre la méthode d'estimation de la capabilité très simple, et ce, à partir de tables déjà obtenues.

Nous croyons que le partenaire industriel doit compléter cette étude par une analyse exhaustive pour identifier la provenance des principales sources de variations dans le procédé

de fabrication des PLTZF. Bien que cette étude n'ait pas relevé une problématique qualité au niveau de la capabilité, des PLTZF avec des tolérances réduites autres que celles à l'étude comportent des risques non négligeables de non-conformités. Cette analyse devra porter sur l'optimisation du procédé d'inspection dans le but de contrer l'effet de la flexibilité des pièces. La flexibilité inhérente des pièces augmente sensiblement le temps de montage des pièces lors de leur inspection. De plus, si un inspecteur ne porte pas une attention particulière à l'alignement et à la séquence de bridage, un fort risque de rejet d'une pièce conforme est envisageable. Également, les brides d'usinage devraient être étudiées. Bien que la machine ait été alignée par un étalonnage avec un laser interféromètre, il serait important de vérifier l'alignement des brides d'usinage. L'industriel devrait considérer l'option de faire l'alignement de ses brides à l'aide d'une technologie laser, telle que le laser de poursuite. Cet alignement aura pour impact de réduire les composantes systématiques de l'erreur de position. Finalement, l'opération de retournement des composantes entre les séquences d'usinage devrait aussi être étudiée et améliorée. Un jeu dans le revirement pourrait expliquer l'existence du paramètre σ_y du procédé de perçage. Le paramètre σ_x semble provenir majoritairement des variations causées par l'effet thermique entre les différentes opérations.

ANNEXE I

MODÈLE VARIATIONNEL DE LA MOCN

L'ANNEXE I présente les calculs effectués pour obtenir le modèle cinématique variationnel de la MOCN. La première étape est la création des matrices D_{1s} . Ces matrices représentent les déplacements théoriques et rigides de la structure de la machine. Le Tableau A I-1 présente les translations entre chaque membrane de la structure de la machine. Ces déplacements sont intégrés dans les matrices D_{1s} de chaque articulation. Dans ce tableau, l'indice * représente des sections de la structure qui sont en parallèle et l_i représente la longueur d'outil utilisée.

Tableau A I-1 Valeur des déplacements ${}^R d_N$ des repères de la structure

Du repère N	Vers le repère R	Déplacement (mm) $[X \ Y \ Z]^T$	Du repère N	Vers le repère R	Déplacement (mm) $[X \ Y \ Z]^T$	
W_1^*	F	$[0 \ 2 \ 032 \ 0]^T$	B	Z	B	$[635 \ 0 \ -1 \ 439,926]^T$
W_2^*		$[0 \ 1 \ 016 \ 0]^T$		A_1^*	$[0 \ -2 \ 032 \ 0]^T$	
W_3^*		$[0 \ 0 \ 0]^T$		A_2^*	$[0 \ -1 \ 016 \ 0]^T$	
W_4^*		$[0 \ -1 \ 016 \ 0]^T$		A_3^*	$[0 \ 0 \ 0]^T$	
W_5^*		$[0 \ -2 \ 032 \ 0]^T$		A_4^*	$[0 \ 1 \ 016 \ 0]^T$	
F	X	$[-1 \ 663,7 \ 0 \ 0]^T$	A_5^*	$[0 \ 2 \ 032 \ 0]^T$		
X	Y	$[596,9 \ 0 \ 1 \ 816,1]^T$	A_i^*	t_i^*	$[0 \ 0 \ -(254+l_i)]^T$	
Y	Z	$[431,8 \ 0 \ 55,626]^T$				

Ces translations de repères permettent de présenter la machine lorsque les positions des différentes articulations sont à leur position de référence (zéro de chaque articulation). À cette position, la translation en W_i et en t_i est de $[0 \ 0 \ 177,8]^T$ mm. Afin de mieux comprendre ces valeurs, le lecteur est invité à se référer à la Figure 2.1 du texte principal.

Pour obtenir la valeur de la MTH D_{1S} de l'articulation désirée, il suffit de combiner la matrice ${}^R D_N$ dans la MTH suivante.

$$D_{1S} = \begin{bmatrix} [{}^R R_N]_{3 \times 3} & [{}^R D_N]_{3 \times 1} \\ [0]_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-1})$$

où

$${}^R R_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A I-2})$$

L'intégration des déplacements des différentes articulations s'effectue avec D2S. La MTH se divise en deux portions : une première, D_{2S-T} , qui constitue le déplacement le long du vecteur théorique de déplacement puis, une seconde portion, D_{2S-R} , qui modifie l'orientation du vecteur pour représenter les PEGID.

Afin de développer ces MTH, le Tableau A I-2 présente les orientations théoriques du vecteur de déplacement de chaque articulation lorsque chacune d'elles se trouvent à sa position zéro.

Tableau A I-2 Orientation des différentes articulations

Articulation	Type	Vecteur	Variable	Course	Unité
X	Linéaire	$[1 \ 0 \ 0]^T$	Jx	62 484	Millimètre (mm)
Y	Linéaire	$[0 \ 1 \ 0]^T$	Jy	3 683	
Z	Linéaire	$[0 \ 0 \ 1]^T$	Jz	711,2	
B	Rotative	$[0 \ 1 \ 0]^T$	Jb	$\pm 30,0^\circ$	Degré ($^\circ$)
A^*	Rotative	$[1 \ 0 \ 0]^T$	Ja	$\pm 30,0^\circ$	

En combinant les MTH obtenues, à l'aide des équations (A I-3) et (A I-4), à ce moment-ci, on obtient les équations (2.4) et (2.5), soit la valeur de ${}^F T_{I_i}$ et de ${}^F T_{W_i}$ respectivement.

$$D_{S-T} = D_{1S} \cdot D_{2S-T} \quad (\text{A I-3})$$

$${}^F T_{I_i} = D_{X-T} D_{Y-T} D_{Z-T} D_{B-T} D_{A_i-T} \quad (\text{A I-4})$$

À partir de ce point, la cinématique obtenue est la cinématique directe de la MOCN et elle ne tient pas compte du comportement cinématique variationnel. Pour tenir compte de ce comportement, D_{2S-R} et D_{3S} doivent être calculées.

La portion variationnelle de D_{2S} , soit D_{2S-R} , permet de simuler les PEGIP. Dans notre cas, il s'agit des erreurs d'équerrage entre les différentes articulations linéaires. Le Tableau A I-3 présente les trois erreurs d'équerrage prises en compte dans la modélisation du comportement variationnel de la MOCN.

Tableau A I-3 Erreurs d'équerrage

Équerrage entre	Vecteur de rotation	Appliqué sur l'articulation	Paramètre (°)
X - Y	$[0 \ 0 \ 1]^T$	Y	γ
X - Z	$[0 \ 1 \ 0]^T$	Z	τ
Y - Z	$[1 \ 0 \ 0]^T$	Z	φ

La MTH D_{2S} est obtenue en multipliant les portions ensemble, comme l'indique l'équation (A I-5). Les MTH de D2Y et de D2Z sont obtenues par les équations (A I-6) et (A I-7).

$$D_{2S} = D_{2S-R} \cdot D_{2S-T} \quad (\text{A I-5})$$

$$D_{2Y} = \begin{bmatrix} C\gamma & -S\gamma & 0 & 0 \\ S\gamma & C\gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [D_{2Y-T}]_{4 \times 4} \quad (\text{A I-6})$$

$$D_{2Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\varphi & -S\varphi & 0 \\ 0 & S\varphi & C\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C\tau & 0 & S\tau & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\tau & 0 & C\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [D_{2Z-T}]_{4 \times 4} \quad (\text{A I-7})$$

L'intégration des PEGDP se fait par le biais des MTH D_{3S} . Cette MTH est tout simplement le résultat d'un déplacement, qui est en fait une erreur, pour chaque DDL de l'articulation à l'étude. Les équations (A I-8), (A I-9) et (A I-10) représentent, respectivement, les MTH des PEGDP pour les articulations X , Y et Z où $R_i(J)$ représente une matrice de rotation autour de l'axe de rotation i d'une erreur J (en °).

$$D_{3X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & EXX \\ 0 & 1 & 0 & EYX \\ 0 & 0 & 1 & EZX \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [R_X(EAX)]_{4 \times 4} \cdot [R_Y(EBX)]_{4 \times 4} \cdot [R_Z(ECX)]_{4 \times 4} \quad (\text{A I-8})$$

$$D_{3Y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & EXY \\ 0 & 1 & 0 & EYY \\ 0 & 0 & 1 & EZY \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [R_Y(EBY)]_{4 \times 4} \cdot [R_X(EAY)]_{4 \times 4} \cdot [R_Z(ECY)]_{4 \times 4} \quad (\text{A I-9})$$

$$D_{3Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & EXZ \\ 0 & 1 & 0 & EYZ \\ 0 & 0 & 1 & EZZ \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot [R_Z(ECZ)]_{4 \times 4} \cdot [R_Y(EBZ)]_{4 \times 4} \cdot [R_X(EAZ)]_{4 \times 4} \quad (\text{A I-10})$$

L'équation (A I-11) présente la MTH D_{3S} complète pour l'articulation X .

$$D_{3X} = \begin{bmatrix} C(EBX) \cdot C(ECX) & -C(EBX) \cdot S(ECX) \\ C(EAX) \cdot S(ECX) + S(EAX) \cdot S(EBX) \cdot C(ECX) & C(EAX) \cdot C(ECX) - S(EAX) \cdot S(EBX) \cdot S(ECX) \\ S(EAX) \cdot S(ECX) - C(EAX) \cdot S(EBX) \cdot C(ECX) & C(EAX) \cdot S(EBX) \cdot S(ECX) + S(EAX) \cdot C(ECX) \end{bmatrix} \dots$$

$$\begin{bmatrix} S(EBX) & EXX \\ -S(EAX) \cdot C(EBX) & EYX \\ \dots & C(EAX) \cdot C(EBX) & EZX \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{(A I-11)}$$

Pour obtenir le comportement total de la MOCN, il reste seulement à mettre ensemble les différentes valeurs des MHT D_S , comme illustré à l'équation (A I-12).

$${}^F T_{t_i} = D_X \cdot D_Y \cdot D_Z \cdot D_B \cdot D_{A_i} \quad \text{(A I-12)}$$

Finalement, nous signalons au lecteur que ce comportement ne tient pas compte de l'outil qui est installé ainsi que du comportement de la bride d'usinage.

ANNEXE II

PROGRAMME DE CALCUL DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE VARIATIONNEL DE LA MOCN

Voici le code utilisé afin d'obtenir les valeurs reliées au positionnement de chaque outil de la MOCN en fonction des positions des différents joints et des erreurs associées (PEGDP et PEGIP).

```
-----  
%Cinématique MOCN - Jason Cauvier - 2010  
-----  
%Ce programme calcule la position réelle de l'outil d'usinage dans le cadre  
%de la réalisation du présent mémoire. Ce code est fonctionnel sous le lo-  
%giciel MATLAB 7.10.0 (R2010a).  
-----  
%Le système d'unités anglais (pouces) est utilisé pour ce code.  
-----  
%Initialisation  
clear  
clc  
format long  
-----  
%Initialisation de la position des joints  
Jx = 200;      % Jx = [0 , 2800] po.  
Jy = 0;        % Jy = [0 , 145] po.  
Jz = 10.236;   % Jz = [0 , 35] po.  
Jb = 0;        % Jb = [-30 , 30] degrés  
Ja = 0;        % Ja = [-30 , 30] degrés  
-----  
%Initialisation des erreurs de squareness (Degrés)  
Sqrt_XY = 0.0029; % Équerrage entre X et Y  
Sqrt_XZ = -0.0032; % Équerrage entre X et Z  
Sqrt_YZ = 0;      % Équerrage entre Y et Z  
-----  
%Longueur d'outil  
Tt = 5;          % Longueur entre la face de la broche et le bout d'outil  
-----  
%Établissement du repère fondation 'F'  
F = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1]; % Matrice identité  
-----  
%Erreur du joint X  
EXX = 0; % Positionnement X (po)  
EYX = 0; % Rectitude Y (po)  
EZX = 0; % Rectitude Z (po)  
EAX = 0; % Roll (degrés)  
EBX = 0; % Pitch (degrés)  
ECX = 0; % Yaw (degrés)  
-----  
%Erreur du joint Y  
EXY = 0; % Positionnement X (po)  
EYY = 0; % Rectitude Y (po)  
EZY = 0; % Rectitude Z (po)  
EAY = 0; % Roll (degrés)  
EBY = 0; % Pitch (degrés)  
ECY = 0; % Yaw (degrés)  
-----  
%Erreur du joint Z  
EXZ = 0; % Positionnement X (po)  
EYZ = 0; % Rectitude Y (po)
```

```

EZZ = 0;    % Rectitude Z (po)
EAZ = 0;    % Roll (degrés)
EBZ = 0;    % Pitch (degrés)
ECZ = 0;    % Yaw (degrés)
%-----
%Comportement du joint X
%-----
%MTH D1Sx
D1_x = [1,0,0,-65.5;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];    % MTH D1Sx (-65.5,0,0)
%MTH D2Sx
suarreness = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];    % PEGIP
MVM = [1,0,0,Jx;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];    % Déplacement théorique
D2_x = suarreness * MVM;    % MTH D2Sx
clear suarreness MVM
%MTH D3Sx
D3_x = comp_var_J(EEX,EYX,EZX,EAX,EBX,ECX);    % PEGDP
%MTH DSx
D_x = D1_x*D2_x*D3_x;
%-----
%Position après le joint X
F_x = F * D_x;
%-----
%Comportement du joint Y
%-----
%MTH D1Sy
D1_y = [1,0,0,23.5;0,1,0,0;0,0,1,71.5;0,0,0,1];    % MTH D1Sy(23.5,0,71.5)
%MTH D2Sy
suarreness = rotzd(Sqrt_XY);    % PEGID
MVM = [1,0,0,0;0,1,0,Jy;0,0,1,0;0,0,0,1];    % Déplacement théorique
D2_y = suarreness * MVM;    % MTH D2Sy
clear suarreness MVM
%MTH D3Sy
D3_y = comp_var_J(EXY,EYY,EZY,EAY,EBY,ECY);    % PEGDP
%MTH DSy
D_y = D1_y*D2_y*D3_y;
%-----
%Position après le joint Y
F_y = F_x * D_y;
%-----
%Comportement du joint Z
%-----
%MTH D1Sz
D1_z = [1,0,0,17;0,1,0,0;0,0,1,2.19;0,0,0,1];    % MTH D1Sz (17,0,2.19)
%MTH D2Sz
suarreness = rotxd(Sqrt_XZ)*rotyd(Sqrt_YZ);    % PEGID
MVM = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,Jz;0,0,0,1];    % Déplacement théorique
D2_z = suarreness * MVM;    % MTH D2Sz
clear suarreness MVM
%MTH D3Sz
D3_z = comp_var_J(EXZ,EYZ,EZZ,EAZ,EBZ,ECZ);    % PEGDP
%MTH DSz
D_z = D1_z*D2_z*D3_z;
%-----
%Position après le joint Z
F_z = F_y * D_z;
%-----
%Comportement du joint B (non variationnel)
%-----
%MTH D1Sb
D1_b = [1,0,0,25;0,1,0,0;0,0,1,-56.69;0,0,0,1];    % MTH D1Sb (17,0,2.19)
%MTH D2Sb
suarreness = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];    % PEGIP = 0
MVM = rotyd(Jb);    % Déplacement théorique
D2_b = suarreness * MVM;    % MTH D2Sb
clear suarreness MVM
%MTH D3Sb
D3_b = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];    % PEGDP = 0
%MTH DSb
D_b = D1_b*D2_b*D3_b;

```

```

%-----
%Position après le joint B
F_b = F_z * D_b;
%-----
% DÉBUT DE LA PRODUCTION EN PARALLÈLE
%-----
% Matrice de structure (Joint B vers Joint A#)
Struc_JB_JA1 = [1,0,0,0;0,1,0,-80;0,0,1,0;0,0,0,1];
Struc_JB_JA2 = [1,0,0,0;0,1,0,-40;0,0,1,0;0,0,0,1];
Struc_JB_JA3 = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];
Struc_JB_JA4 = [1,0,0,0;0,1,0,40;0,0,1,0;0,0,0,1];
Struc_JB_JA5 = [1,0,0,0;0,1,0,80;0,0,1,0;0,0,0,1];
%-----
%Point de pivot du joint A#
Fb_a1 = F_b * Struc_JB_JA1;
Fb_a2 = F_b * Struc_JB_JA2;
Fb_a3 = F_b * Struc_JB_JA3;
Fb_a4 = F_b * Struc_JB_JA4;
Fb_a5 = F_b * Struc_JB_JA5;
%-----
% Comportement du joint A
%-----
%MTH D1Sa
D1_a = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];           % MTH D1S (17,0,2.19)
%MTH D2Sa
squarreness = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];   % PEGIP = 0
MVM = rotxd(Ja);                                     % Déplacement théorique
D2_a = squarreness * MVM;                             % MTH D2Sa
clear squarreness MVM
%MTH D3Sa
D3_a = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,0;0,0,0,1];           % PEGDP = 0
%MTH DSA
D_a = D1_a*D2_a*D3_a;
%Position après le joint A (parallèle)
F_a1 = Fb_a1 * D_a;
F_a2 = Fb_a2 * D_a;
F_a3 = Fb_a3 * D_a;
F_a4 = Fb_a4 * D_a;
F_a5 = Fb_a5 * D_a;
%-----
%Vers bout d'outil
%-----
d_zz = [1,0,0,0;0,1,0,0;0,0,1,-10-Tt;0,0,0,1];     % Vers bout d'outil
%Position réelle des outils
F_ss1 = F_a1 * d_zz;   % Ligne 1
F_ss2 = F_a2 * d_zz;   % Ligne 2
F_ss3 = F_a3 * d_zz;   % Ligne 3
F_ss4 = F_a4 * d_zz;   % Ligne 4
F_ss5 = F_a5 * d_zz;   % Ligne 5
%-----
end
%-----
function D3S = comp_var_J(EX, EY, EZ, EA, EB, EC)
%-----
% Fonction assemblant la MTH D3S
%-----

% Matrice de translation des défauts du joint
trans_J = [1,0,0,EX;0,1,0,EY;0,0,1,EZ;0,0,0,1];

% Matrice de rotation des défauts du joint
Rot_J = rotxd(EA) * rotyd(EB) * rotzd(EC);

% Matrice de défauts
D3S = trans_J*Rot_J;

end
%-----

```

ANNEXE III

CERTIFICAT D'ÉTALONNAGE DE LA MOCN À CINQ AXES (GÉOMÉTRIE PARTIEL)

Voici un extrait du certificat d'étalonnage (géométrie partielle) obtenu à la suite d'une cartographie effectuée par un sous-traitant le 16 décembre 2010. Les informations communiquées par ce rapport sont utilisées dans le modèle cinématique variationnel de la machine, tel que présenté au CHAPITRE 2 de ce mémoire. Seulement les informations se rapportant à l'articulation X sont présentées. De plus, certaines informations, non pertinentes en ce qui concerne le comportement de la MOCN, ont été censurées dans le but de maintenir l'anonymat du PI.

CERTIFICAT

Géométrie partielle / Étalonnage 5 axes

Dossier :

Fraiseuse de type gantry 5 axes

Information :

Tél:

Courriel[SIC] :

Montage installés[SIC] sur l'équipement : N/A

Date des derniers travaux : N/A

Date de validité : 2010-12-16

Date dû[SIC] : 2012-12-16

Pour tout renseignement supplémentaire [SIC] n'hésitez pas à nous
joindre aux numéros suivant[SIC]:

Cel[SIC] : -----

Fax : -----

[...]

Équipements utilisés

Équipement	modèle	no de série
Tête laser (1)	5519B	US4522 0202
Carte d'étalonnage	10887B	US4028 1877
Carte de compensation	10886A	US4027 2038
Analyseur d'atmosphère	10751A	2452A01122
Capteur de température	10757A	2416A00749
Capteur de température	10757C	2416A01446
Interféromètre linéaire	10766A	1A02043
Rétro réflecteur	10767A	1A03812
Rétro réflecteur	10767A	1A03804
Interféromètre angulaire	10777A	1A00388
Réflecteur angulaire	10771A	1A00404
Miroir 90 dg	10772A	1A01375
Miroir de planéité	10773A	1A00446
Miroir de planéité	10773A	1A00389
Rétro réflecteur 90 dg	10776A	2216A02330
Réflecteur équerre	10777A	2216A00922
Rétro réflecteur L.R	10775A	1A01557
Interféromètre L.R	10775A	1A01557
Rétro réflecteur S.R.	10774A	US402 63320
Interféromètre S.R.	10775A	US402 63320
Laser head (2)	5519B	US4522 0299
USB axis modul	E1735A	CN0828 0102
USB sensor	E1736A	CN0828 0105
Material sensor	E1737A	CN0828 0108
Air sensor	E1738A	CN0828 0106
Linear interferometer	10766A	US4807 0207
Rotary axis measurement	55290B	NL0801 0106
Niveau optique	Wild, NA 3003	94481
Marbre[SIC]équerre	Starret 24x18x3po	000666
Fréquence d'étalonnage Laser	2 ans	
Fréquence d'étalonnage Optiques :	2 ans	

Certificat d'étalonnage du laser disponible sur demande

Norme de référence :

ISO 8636-2 Ed 02 : 2007-12-15

[...]

Sommaire

Les résultats obtenus lors des vérifications est[SIC] indiqué[SIC] sur la première page de chaque section dans la colonnes[SIC] « Vérifié » pour chacune des « caractéristiques » applicables. Lorsque des corrections ont été nécessaires, les résultats sont inscrits dans la colonne « Corrigé ».

Après que les ajustements mécaniques ont été effectués, et que les paramètres de positions ont été modifiés, toutes les caractéristiques proposées par la norme applicable sont satisfaites, à l'intérieur des tolérances proposées.

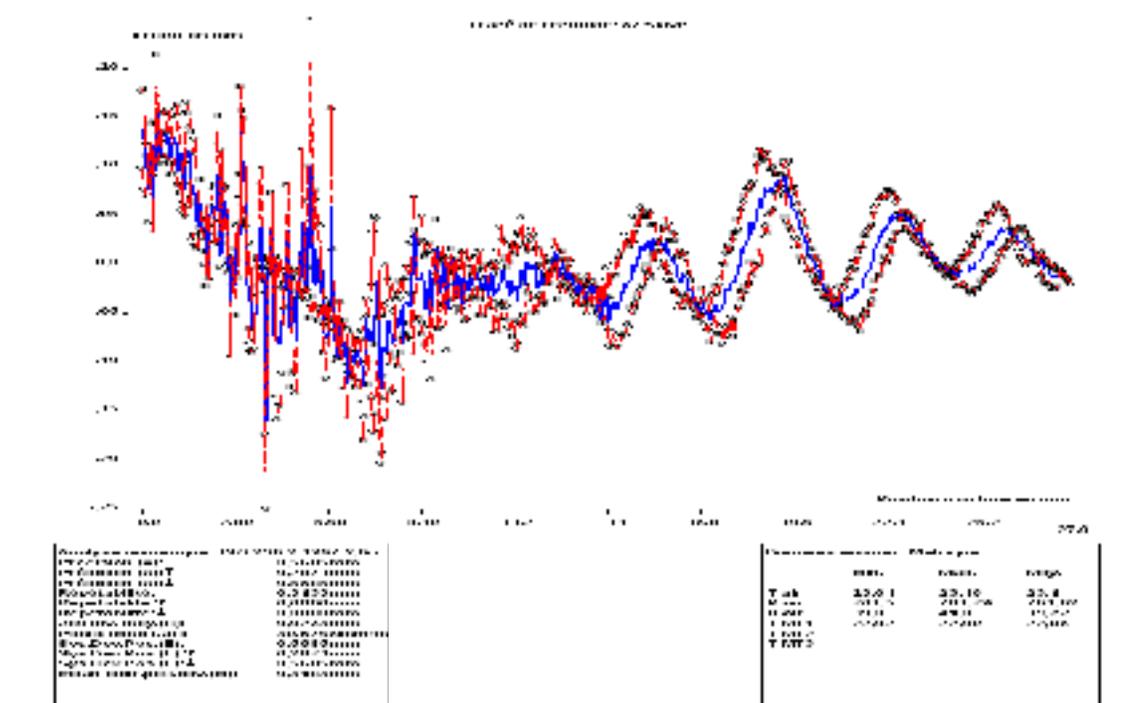
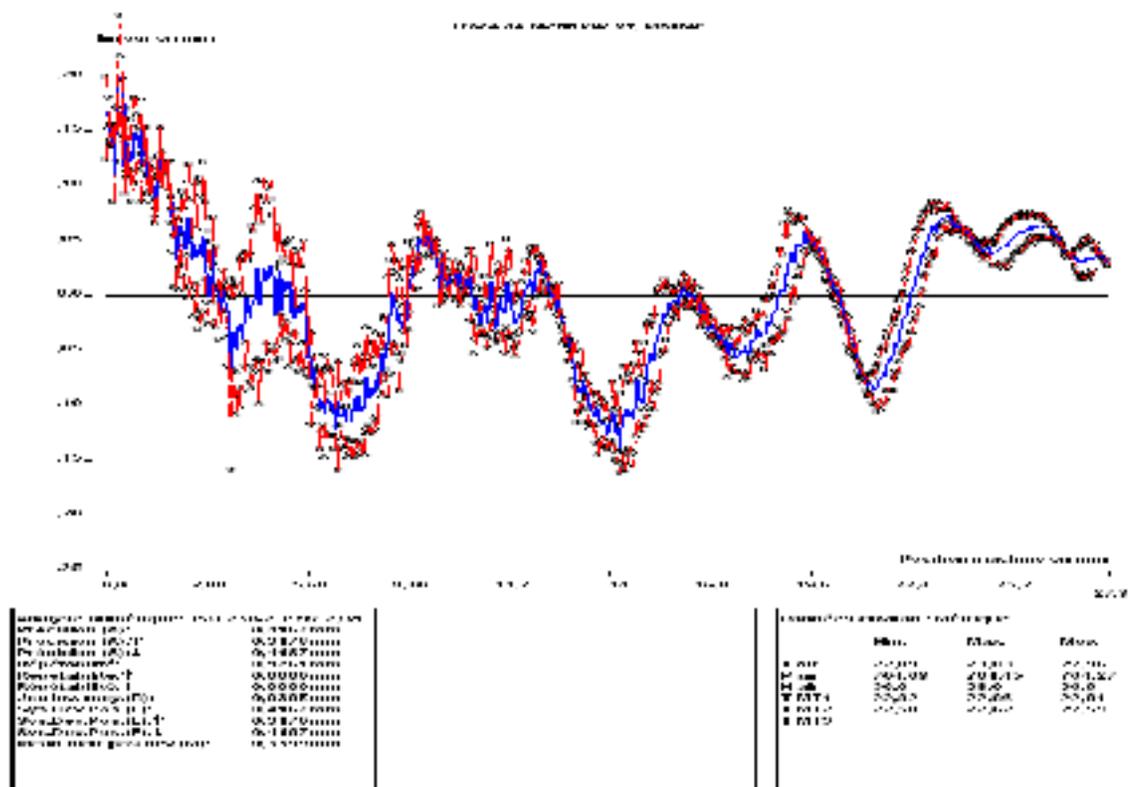
Toutes[SIC] fois, si les ajustements effectués ne sont pas suffisants pour rencontrer une exigence, les non-conformités sont alors décrites au bas de la première page de chaque section et reporté[SIC] dans le tableau suivant; pour plus de détails, voir la section concernée.

[...]

SECTION #1

Déplacement du montant sur l'axe (X) :

No de réf. Norme	Description	Requis	Obtenue tel que...	
			Vérifié	Corrigé
G1 a)	Rectitude linéaire horizontale (plan XY)	0.02 mm pour 2m +.01/m_0.10 max Loc : 0.01mm/m	0,100	
G2 a)	Mouvement angulaire TANGAGE (plan XZ)	0.04 mm/m (4m) +.01mm/m/m	0,160	
G2 b)	Mouvement angulaire ROULIS (plan YZ)	0.02 mm/m/ (4m) +0.005mm/m/m	---	
G2 c)	Mouvement angulaire LACET (plan XY)	0.04 mm/m (4m) +0.01mm/m/m	0,020	
P3	Exactitude et répétabilité du déplacement	0.020 mm<.5m 0.025mm<1m 0.032mm<2m	0,250	0,030



Tracé erreur linéaire - Axe X2_G1M			Tracé erreur linéaire - Axe X2_G1P		
Points (mm)	Bidirectionnel		Points (mm)	Bidirectionnel	
	Go (µm)	Back (µm)		Go (µm)	Back (µm)
0	-0,1	5,3	0	-1,2	2,5
150	3,9	3,4	150	8,4	3,0
300	3,2	3,8	300	7,1	6,3
450	2,9	3,5	450	7,2	7,3
600	3,9	5,0	600	6,8	3,2
750	4,3	5,1	750	6,3	4,5
900	10,4	9,9	900	0,8	-2,4
1 050	12,0	11,2	1 050	0,8	-4,1
1 200	3,8	4,9	1 200	3,3	4,2
1 350	6,0	6,3	1 350	3,1	2,5
1 500	5,7	5,4	1 500	4,3	3,3
1 650	5,6	6,4	1 650	2,1	2,2
1 800	6,2	5,4	1 800	2,1	2,0
1 950	13,3	13,1	1 950	-2,4	-4,6
2 100	12,0	13,4	2 100	-4,1	-3,6
2 250	12,7	12,6	2 250	-1,8	-2,6
2 400	12,1	14,9	2 400	-4,4	-3,9
2 550	11,2	12,6	2 550	-2,6	-2,4
2 700	16,8	17,5	2 700	-8,9	-8,7
2 850	21,1	21,9	2 850	-14,3	-13,5
3 000	18,4	19,0	3 000	-10,0	-9,2
3 150	17,9	19,0	3 150	-10,0	-9,9
3 300	18,3	18,5	3 300	-8,4	-9,5
3 450	18,9	18,8	3 450	-8,8	-8,9
3 600	21,3	20,9	3 600	-9,6	-10,3
3 750	20,7	20,0	3 750	-9,2	-10,3
3 900	20,3	18,8	3 900	-7,0	-9,3
4 050	20,3	19,4	4 050	-7,9	-10,4
4 200	17,9	18,7	4 200	-8,3	-10,1
4 350	18,3	18,5	4 350	-9,0	-10,2
4 500	21,5	22,6	4 500	-12,1	-12,9
4 650	21,5	22,1	4 650	-11,0	-12,3
4 800	16,6	16,6	4 800	-7,2	-9,0
4 950	16,4	15,6	4 950	-3,0	-4,8
5 100	17,2	16,7	5 100	-5,0	-7,4
5 250	15,8	16,6	5 250	-5,6	-2,0
5 400	18,3	19,2	5 400	-4,8	-3,9
5 550	20,7	22,7	5 550	-9,2	-6,9
5 700	17,1	19,6	5 700	-6,3	-3,5
5 850	19,6	22,5	5 850	-7,7	-7,4

Tracé erreur linéaire - Axe X2_G1M			Tracé erreur linéaire - Axe X2_G1P		
Points (mm)	Bidirectionnel		Points (mm)	Bidirectionnel	
	Go (µm)	Back (µm)		Go (µm)	Back (µm)
6 000	18,6	20,1	6 000	-6,7	-5,6
6 150	20,3	21,1	6 150	-7,3	-6,7
6 300	19,8	20,0	6 300	-7,7	-9,1
6 450	19,6	19,4	6 450	-5,9	-6,5
6 600	16,0	17,5	6 600	-4,9	-2,8
6 750	16,8	18,7	6 750	-6,3	-3,2
6 900	17,1	18,3	6 900	-5,7	-3,7
7 050	15,5	17,3	7 050	-4,8	-3,0
7 200	15,6	18,0	7 200	-5,7	-4,5
7 350	19,8	20,5	7 350	-6,9	-9,1
7 500	18,3	21,5	7 500	-11,2	-9,9
7 650	16,1	18,0	7 650	-6,4	-5,9
7 800	15,7	19,4	7 800	-6,5	-4,8
7 950	15,5	15,9	7 950	-4,4	-4,6
8 100	13,2	15,2	8 100	-0,6	-1,0
8 250	18,5	19,9	8 250	-6,7	-7,4
8 400	15,3	17,7	8 400	-2,0	-2,0
8 550	16,5	17,1	8 550	-2,2	-2,5
8 700	14,3	15,9	8 700	0,1	1,8
8 850	12,7	16,2	8 850	0,2	2,4
9 000	13,3	15,1	9 000	2,1	3,5
9 150	14,2	16,6	9 150	-1,0	0,7
9 300	14,2	14,7	9 300	-0,4	2,6
9 450	13,5	14,6	9 450	-0,8	-0,1
9 600	15,8	16,3	9 600	-3,1	0,1
9 750	14,8	15,9	9 750	-2,3	1,6
9 900	16,3	16,2	9 900	-4,0	-2,1
10 050	17,4	17,7	10 050	-3,4	-2,2
10 200	19,6	18,2	10 200	-4,5	-3,1
10 350	18,0	17,2	10 350	-3,4	-2,2
10 500	17,1	16,8	10 500	-4,8	-3,2
10 650	17,7	18,4	10 650	-6,8	-5,3
10 800	13,9	15,0	10 800	-4,9	-2,2

Tracé erreur linéaire - Axe X2_G1M			Tracé erreur linéaire - Axe X2_G1P		
Points (mm)	Bidirectionnel		Points (mm)	Bidirectionnel	
	Go (µm)	Back (µm)		Go (µm)	Back (µm)
10 950	17,5	17,5	10 950	-8,4	-6,1
11 100	16,6	17,2	11 100	-7,1	-7,0
11 250	13,9	14,7	11 250	-6,4	-3,7
11 400	14,3	15,3	11 400	-7,5	-3,8
11 550	15,3	16,6	11 550	-8,1	-3,7
11 700	16,9	16,5	11 700	-6,6	-3,8
11 850	22,3	22,7	11 850	-14,3	-13,1
12 000	21,6	22,0	12 000	-14,3	-11,9
12 150	19,1	19,6	12 150	-11,0	-9,2
12 300	22,0	21,4	12 300	-14,9	-10,6
12 450	21,3	21,0	12 450	-12,0	-8,7
12 600	22,9	22,7	12 600	-13,7	-11,3
12 750	18,4	18,1	12 750	-8,2	-5,0
12 900	20,8	20,7	12 900	-11,9	-8,5
13 050	16,5	17,2	13 050	-9,5	-6,0
13 200	15,7	16,9	13 200	-7,7	-5,7
13 350	17,1	18,7	13 350	-8,5	-9,0
13 500	17,4	19,3	13 500	-9,0	-6,7
13 650	20,8	21,0	13 650	-11,3	-11,6
13 800	19,6	21,4	13 800	-12,9	-11,3
13 950	19,8	22,5	13 950	-15,2	-10,9
14 100	21,9	22,6	14 100	-13,3	-9,9
14 250	20,2	21,3	14 250	-13,9	-10,1
14 400	19,8	19,8	14 400	-12,4	-11,4
14 550	17,9	19,6	14 550	-10,8	-10,5
14 700	21,9	21,5	14 700	-14,5	-14,5
14 850	19,9	19,2	14 850	-10,7	-9,6
15 000	18,7	18,8	15 000	-10,4	-10,7

[...]

ANNEXE IV

PEGDP ET PEGIP

Pour compléter la portion d'erreurs PEGDP mesurée à l'annexe précédente, un interféromètre a été utilisé pour quantifier les défauts de la MOCN. Un interféromètre permet de mesurer tous les types de défauts d'une articulation, soit les défauts de positionnement, de rectitude (deux) et de rotation (sauf celui de rotation au tour de l'axe de déplacement, le roulis).

Cette annexe présente tous les résultats d'erreurs géométriques de la machine dans le cas des axes linéaires. Il est important de noter que les résultats d'erreurs de position (*EXX*, *EYY* et *EZZ*) sont compensés thermiquement avec un facteur de 11,7 ppm/ °C²⁸. De plus, il est important de noter que les mesures avec l'interféromètre ont été effectuées dans les mêmes conditions d'usinage habituellement rencontrées sur la machine, c'est-à-dire avec les compensations géométriques actives et avec une température de la machine stable (en fonctionnement).

²⁸ ppm : abréviation standard (partie par million)

Tableau A IV-1 PEGDP de l'articulation X

Position (mm)	EXX (μm)	EYX (μm)	EZX (μm)	EBX ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ECX ($\mu\text{m}/\text{m}$)	Position (mm)	EXX (μm)	EYX (μm)	EZX (μm)	EBX ($\mu\text{m}/\text{m}$)	ECX ($\mu\text{m}/\text{m}$)
0	1,6	-0,2	150,0	7,8	0,0	4650	5,1	8,2	-7,1	-77,9	3,9
150	4,7	5,1	152,2	3,0	-0,2	4800	4,3	4,1	-12,9	-79,0	2,9
300	5,1	21,8	143,1	-1,2	-0,3	4950	6,1	1,0	-24,2	-80,1	2,4
450	5,2	35,0	131,9	-4,8	-0,4	5100	5,4	-2,8	-32,2	-76,0	2,7
600	4,7	-0,1	126,8	-7,9	-0,3	5250	6,2	-1,8	-38,9	-71,1	2,5
750	5,1	-40,1	120,0	-12,2	0,0	5400	7,2	5,0	-45,2	-67,2	3,1
900	4,7	-80,1	115,2	-15,0	1,4	5550	6,8	10,1	-49,9	-64,8	3,8
1050	5,0	-70,2	104,8	-18,1	1,4	5700	6,7	8,2	-57,0	-63,2	2,8
1200	4,1	-49,8	102,0	-20,8	0,1	5850	6,8	12,8	-63,2	-60,2	3,7
1350	4,5	-40,0	100,2	-22,2	0,5	6000	6,6	19,9	-69,0	-58,0	3,1
1500	4,7	-47,2	121,1	-23,9	0,4	6150	6,9	23,2	-75,0	-55,2	3,3
1650	4,1	-56,8	131,9	-22,0	0,3	6300	5,8	22,2	-80,8	-53,2	3,4
1800	3,9	-65,2	118,9	-21,2	0,6	6450	6,7	19,8	-88,9	-51,1	3,2
1950	4,9	-59,1	101,9	-23,0	2,1	6600	6,5	7,8	-94,8	-49,9	2,4
2100	4,4	-49,1	91,9	-24,9	1,9	6750	6,5	2,1	-98,0	-60,1	2,7
2250	5,2	-45,0	81,0	-28,0	2,1	6900	6,5	-0,1	-100,2	-65,9	2,7
2400	4,7	-24,2	68,8	-29,2	2,4	7050	6,3	7,2	-97,2	-76,1	2,5
2550	4,7	0,9	58,0	-26,1	1,7	7200	5,9	15,1	-94,8	-86,9	2,5
2700	4,2	18,0	34,2	-23,2	3,1	7350	6,1	12,1	-80,9	-94,1	3,7
2850	3,8	3,1	24,8	-20,0	4,4	7500	4,7	7,2	-74,2	-98,8	3,7
3000	4,6	-7,2	11,9	-22,8	3,4	7650	5,5	4,8	-53,1	-107,1	2,8
3150	4,3	-15,1	0,9	-26,0	3,4	7800	6,0	1,8	-32,0	-115,0	2,7
3300	4,7	-2,9	-3,8	-29,1	3,5	7950	5,6	0,1	-13,0	-126,0	2,3
3450	5,0	7,9	-13,9	-35,1	3,2	8100	6,7	7,9	-0,2	-131,2	1,7
3600	5,6	4,9	-20,9	-40,2	3,8	8250	6,1	-15,2	-7,2	-134,2	3,2
3750	5,3	2,2	-28,1	-42,8	3,9	8400	7,3	-17,2	-14,8	-134,8	2,4
3900	5,7	1,9	-17,1	-47,1	3,4	8550	7,2	-19,0	-0,8	-133,1	2,2
4050	5,4	5,1	-5,1	-54,9	3,6	8700	8,0	-14,9	18,1	-127,0	1,7
4200	4,6	8,0	0,0	-60,0	3,3	8850	7,9	-3,1	36,2	-124,1	1,7
4350	4,4	12,1	12,0	-67,2	3,3	9000	8,5	25,1	49,9	-119,8	1,6
4500	4,8	10,2	2,9	-74,2	4,4						

Tableau A IV-2 PEGDP de l'articulation Y

Position (mm)	EYY (μm)	EXY (μm)	EZY (μm)	EAY ($\mu\text{m/m}$)	ECY ($\mu\text{m/m}$)	Position (mm)	EYY (μm)	EXY (μm)	EZY (μm)	EAY ($\mu\text{m/m}$)	ECY ($\mu\text{m/m}$)
-1800	-1,2	-3,6	1,7	6,6	-0,8	100	13,9	4,4	-5,1	-10,6	25,9
-1700	10,7	3,8	-1,0	6,6	1,2	200	21,1	7,1	2,3	-8,8	27,7
-1600	19,4	6,8	-2,7	7,0	2,6	300	30,2	7,8	7,0	-6,4	28,9
-1500	26,0	5,9	-4,5	7,1	4,0	400	39,2	4,3	5,0	-3,9	30,8
-1400	30,6	3,6	-1,5	6,6	6,1	500	44,1	4,5	8,8	-3,9	33,6
-1300	30,0	0,2	2,2	5,3	7,5	600	47,5	1,4	10,7	-4,0	36,2
-1200	31,9	-2,7	0,9	3,8	9,2	700	49,8	-2,6	11,0	-5,2	38,6
-1100	29,9	0,0	8,9	-0,3	12,1	800	50,4	-5,1	10,4	-5,4	40,0
-1000	22,9	-0,9	9,0	-3,7	13,9	900	57,8	-4,0	10,4	-5,3	41,7
-900	16,4	-2,3	2,8	-6,2	16,1	1000	65,7	-1,4	8,6	-3,6	43,1
-800	13,1	-4,4	-3,1	-7,4	17,4	1100	71,6	-0,5	3,7	-2,1	44,1
-700	12,4	-4,2	-5,7	-6,9	19,3	1200	79,1	1,1	1,1	-0,3	45,6
-600	12,5	-3,9	-5,6	-6,4	20,4	1300	84,6	0,9	-2,8	0,1	48,3
-500	14,5	-3,9	-5,4	-5,9	21,3	1400	89,1	1,4	-6,4	0,7	51,1
-400	13,7	-5	-3,3	-5,7	21,5	1500	83,1	1,0	-5,3	-2,3	52,4
-300	13,4	-6,3	-4,8	-6,4	22,5	1600	81,9		-6,0	-3,6	54,9
-200	10,9	-3,7	-7,9	-7,5	23,2	1700	83,4		-8,1	-5,1	58,9
-100	11,5	-1,2	-9,2	-8,1	23,5	1800	84,6		-8,2	-4,9	62,2
0	11,7	1,8	-7,8	-9,9	24,7						

Tableau A IV-3 PEGDP de l'articulation Z

Position (mm)	EZZ (μm)	EXZ (μm)	EYZ (μm)	EAZ ($\mu\text{m}/\text{m}$)	EBZ ($\mu\text{m}/\text{m}$)
10	-5,1	-1,7	4,8	-3,7	0,4
60	-0,9	-0,4	2,2	-2,9	-2,7
110	2,1	-0,5	1,6	-2,7	-4,6
160	4,6	0,3	-0,1	-2,9	-7,8
210	6,0	0,0	-1,7	-3,1	-11,1
260	7,6	0,1	-2,9	-3,7	-14,4
310	9,4	1,2	-5,0	-4,1	-18,7
360	7,9	0,9	-7,2	-4,5	-21,8
410	8,2	1,4	-9,8	-5,0	-26,2
460	7,4	1,5	-13,1	-5,2	-29,8
510	6,1	0,8	-15,4	-5,1	-32,7
560	7,4	0,3	-17,2	-5,5	-36,1
610	7,4	-1,3	-18,8	-5,8	-38,6
660	6,5	-2,7	-21,3	-5,2	-41,9

Tableau A IV-4 PEGIP d'équerrage

Équerrage entre	Vecteur de rotation	Paramètre	Erreur (10^{-3}°)
X - Y	$[0 \ 0 \ 1]^T$	γ	2,9
X - Z	$[0 \ 1 \ 0]^T$	τ	-3,2
Y - Z	$[1 \ 0 \ 0]^T$	φ	Non disponible

ANNEXE V

ARTICLE ACCOMPAGNANT LE DÉVELOPPEMENT DE L'INDICE DE CAPABILITÉ HASOFER-LIND

Cette annexe fait référence à l'article, *Capability Estimation of Geometrical Tolerance With a Material Modifier by a Hasofer-Lind Index*, qui a été soumis en octobre 2010 au *Journal of Manufacturing Science and Engineering* de l'*American society of mechanical engineers*. Cet article, écrit conjointement avec le directeur de ce mémoire et l'auteur de ce mémoire, traite de l'estimation de la capabilité d'une tolérance de position, accompagnée d'un modificateur de matière, par le calcul de l'indice Hasofer-Lind. Lors du dépôt de ce mémoire, l'article n'était toujours pas publié et n'a pu être mis en annexe à ce mémoire dû à certaines restrictions.

ANNEXE VI

DÉVELOPPEMENT MATHÉMATIQUE DU COMPORTEMENT DE POSITION D'UN ÉLÉMENT R_i

Si deux variables aléatoires et indépendantes x_i et y_i suivant des distributions normales $N(\mu_1, \sigma_1)$ et $N(\mu_2, \sigma_2)$ respectivement, une nouvelle variable $Z = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$ (représentant la déviation radiale R_i de la position d'un élément entre son centre réel et sa position nominal) suivra une distribution $f(x, y)$ en s'inspirant de l'équation (1.6) du type Papoulis (Papoulis, 1991) :

$$f(x, y) = f(x) \cdot f(y) = \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} \cdot \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(y-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} \quad (\text{A VI-1})$$

En effectuant à multiplication, on obtient :

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \cdot e^{-\left(\frac{\sigma_2^2(x-\mu_1)^2 + \sigma_1^2(y-\mu_2)^2}{2\sigma_1^2\sigma_2^2}\right)} \quad (\text{A VI-2})$$

La région ΔD_z ($z < \sqrt{x^2 + y^2} < z + dz$), illustrée à la Figure A VI.1, est un anneau circulaire où Z est égal au rayon. En passant en coordonnées polaires, on obtient les égalités suivantes :

$$x = z \cdot \cos(\theta); \quad y = z \cdot \sin(\theta) \quad (\text{A VI-3})$$

$$dx \, dy = z \, dz \, d\theta \quad (\text{A VI-4})$$

Donc :

$$dz \cdot f_R(r) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} \int_{z=0}^{z=r} e^{-\frac{\sigma_2^2 \cdot (z \cdot \cos(\theta) - \mu_1)^2 + (z \cdot \sin(\theta) - \mu_2)^2 \cdot \sigma_1^2}{2\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2}} \cdot z \cdot dz \cdot d\theta \quad (\text{A VI-5})$$

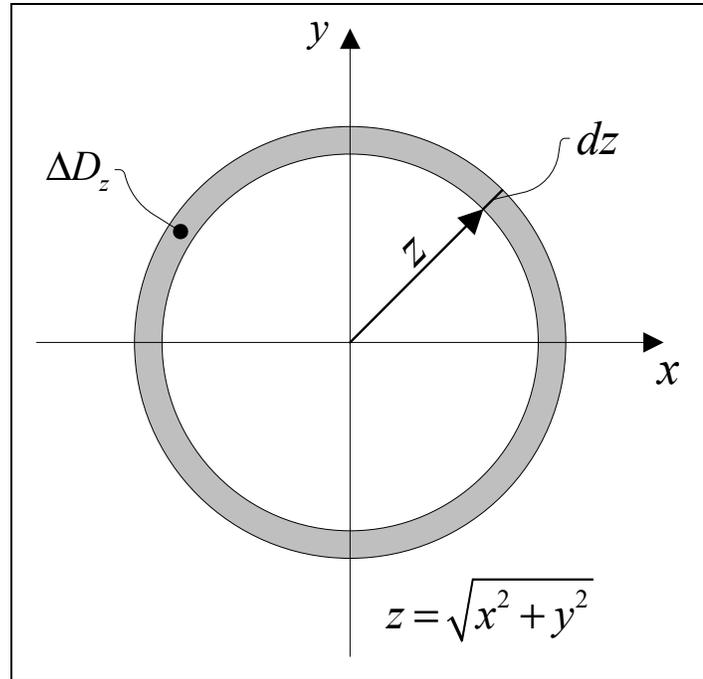


Figure A VI.1

En simplifiant dz de chaque côté de l'égalité, la PDF de $f_R(z)$ est obtenue.

$$f_R(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon\sigma_1\sigma_2} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} e^{-\frac{\sigma_2^2 \cdot (r \cdot \cos(\theta) - \mu_1)^2 + (r \cdot \sin(\theta) - \mu_2)^2 \cdot \sigma_1^2}{2\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2}} \cdot r \cdot d\theta \quad (\text{A VI-6})$$

BIBLIOGRAPHIE

- Abbaszadeh-Mir, Yousefali. 2001. « Étalonnage géométrique des machines-outils par barre à billes en vue de prédire leur performance ». Thèse de doctorat en génie mécanique, Montréal, Université de Montréal, 162 p.
- Abbaszadeh-Mir, Yousefali, René Mayer, Guy Cloutier et Clément Fortin. 2002. « Theory and simulation for the identification of the link geometric errors for a five-axis machine tool using a telescoping magnetic ball-bar ». *International Journal of Production Research*, vol. 40, n° 18, p. 4781-4797.
- American Society of Mechanical Engineers. 2009. *Dimensioning and Tolerancing : Engineering Drawing and Related Documentation Practices*, R2009. An International Standard, Y14.5M-2009. New York: American Society of Mechanical Engineers, 232 p.
- Bali, Turan G. 2003. « The generalized extreme value distribution ». *Economics Letters*, vol. 79, n° 3, p. 423-427.
- Bearee, Richard, Pierre-Jean Barre et Serge Bloch. 2004. « Influence of high-speed machine tool control parameters on the contouring accuracy - application to linear and circular interpolation ». *Journal of Intelligent and Robotic Systems: Theory and Applications*, vol. 40, n° 3, p. 321-42.
- Bohez, Erik L. J. 2002. « Five-axis milling machine tool kinematic chain design and analysis ». *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 42, n° 2, p. 505-520.
- Bohez, Erik L. J., Bancha Ariyajunya, Chanin Sinlapeecheewa, Tin Maung Maung Shein, Do Tien Lap et Gustavo Belforte. 2007. « Systematic geometric rigid body error identification of 5-axis milling machines ». *CAD Computer Aided Design*, vol. 39, n° 4, p. 229-244.
- Bothe, David R. 2006. « Assessing capability for hole location ». *Quality Engineering*, vol. 18, n° 3, p. 325-31.
- Bryan, J. B. 1979. « Abbe Principle Revisited: An Udated Interpretation ». *Precision Engineering*, vol. 1, n° 3, p. 129-132.
- Bryan, J. B. 1990. « International Status of Thermal Error Research (1990) ». *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 39, n° 2, p. 645-656.
- Chen, Hanfeng. 1994. « A multivariate process capability over a rectangular solid zone ». *Statistica Sinica*, vol. 4, n° 1, p. 749 - 758.

- Chih-Ching, Lo, et Hsiao Chao-Yin. 1998. « CNC machine tool interpolator with path compensation for repeated contour machining ». *Computer Aided Design*, vol. 30, n° 1, p. 55-62.
- Cox, N. D. 1979. « Tolerance Analysis by Computer ». *Journal of Quality Technology*, vol. 11, n° 2, p. 80-87.
- Dornfeld, David, et Dae-Eun Lee. 2008. *Precision Manufacturing*. Boston, MA: Springer Science+Business Media, 775 p.
- Foster, E. J., R. R. Barton, N. Gautam, L. T. Truss et J. D. Tew. 2005. « The process-oriented multivariate capability index ». *International Journal of Production Research*, vol. 43, n° 15, p. 2135-2148.
- Hasofer, Abraham M., et Niels C. Lind. 1974. « Exact And Invariant Second-Moment Code Format ». vol. 100, n° 1, p. 111-121.
- Inspurger, Tamas, Janez Gradisek, Martin Kalveram, Gabor Stepan, Klaus Winert et Edvard Govekar. 2006. « Machine tool chatter and surface location error in milling processes ». *Transactions of the ASME. Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 128, n° 4, p. 913-20.
- Kiridena, V., et P. M. Ferreira. 1993. « Mapping the effects of positioning errors on the volumetric accuracy of five-axis CNC machine tools ». *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 33, n° 3, p. 417-437.
- Lamikiz, A., L. N. L. de Lacalle, O. Ocerin, D. Diez et E. Maidagan. 2008. « The Denavit and Hartenberg approach applied to evaluate the consequences in the tool tip position of geometrical errors in five-axis milling centres ». *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 37, p. 122-139.
- Lebrun, Regis, et Anne Dutfoy. 2009. « A generalization of the Nataf transformation to distributions with elliptical copula ». *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol. 24, n° 2, p. 172-178.
- Organisation internationale de normalisation. 1974. *Numerical controls of machines - Axis and motion nomenclature*, First Ed. Norme internationale, ISO 841-1974. Genève: Organisation internationale de normalisation, 9 p.
- Organisation internationale de normalisation. 1996. *Test code for machine tools : Part 1 : Geometric accuracy of machines operating under no-load or finishing conditions*, 2nd Ed. British Standard, ISO 230-1:1996. Genève: Organisation internationale de normalisation, 63 p.

- Organisation internationale de normalisation. 1998. *Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure*, 1^{ère} éd. Norme internationale, ISO / TAG 4. Genève: Organisation internationale de normalisation, 105 p.
- Organisation internationale de normalisation. 2006a. *Test code for machine tools : Part 2 : Determination of accuracy and repeatability of positioning numerically controlled axes*, Third Ed. British Standard, ISO 230-2:2006. Genève: Organisation internationale de normalisation, 32 p.
- Organisation internationale de normalisation. 2006b. *Test code for machine tools : Part 7 : Geometric accuracy of axes of rotation*, First Ed. British Standard, ISO 230-7:2006. Genève: Organisation internationale de normalisation, 62 p.
- Organisation internationale de normalisation, International Electrotechnical Commission. 2004. *Information technology - Process assessment - Part 4: Guidance on use for process improvement and process capability determination*. Norme internationale, ISO/IEC 15504-4:2004. ISO/IEC, 33 p.
- Papoulis, Athanasios. 1991. *Probability, random variables, and stochastic processes*, 3rd. Coll. « McGraw-Hill series in electrical engineering. Communications and signal processing ». New York, N.Y.: McGraw-Hill, 666 p.
- Polansky, Alan M. 2001. « A smooth nonparametric approach to multivariate process capability ». *Technometrics*, vol. 43, n° Compendex, p. 199-211.
- Ramesh, R., M. A. Mannan et A. N. Poo. 2000a. « Error compensation in machine tools - a review. Part I: Geometric, cutting-force induced and fixture-dependent errors ». *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 40, n° 9, p. 1235-1256.
- Ramesh, R., M. A. Mannan et A. N. Poo. 2000b. « Error compensation in machine tools - a review. Part II: Thermal errors ». *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 40, n° 9, p. 1257-1284.
- Sakata, Koichi, et Hiroshi Fujimoto. 2009. « Master-slave synchronous position control for precision stages based on multirate control and dead-time compensation ». In *2009 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics* (Singapore, July 14-17 2009). p. 263-268. Singapore: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.
- Sata, Ameet. 2010. « Error measurement and calibration of five axis CNC machine using total ball bar device ». In *International Conference and Workshop on Emerging Trends in Technology 2010* (Mumbai, February 26-27 2010). p. 660-662. Mumbai, Maharashtra, India: Association for Computing Machinery.

- Shishebori, Davood, et Ali Zeinal Hamadani. 2008. « Multivariate capability index (MCp) with presence of gauge measurement errors ». In *2008 4th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing (WiCOM)*, (Dalian, October 12-14 2008). p. 4 pp. Piscataway, NJ, USA: IEEE.
- Slocum, A. H. 1992. « Precision machine design: macromachine design philosophy and its applicability to the design of micromachines ». In *IEEE Micro Electro Mechanical Systems. An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robots* (New-York, Feb. 4-7 1992). p. 37-42. New York, NY, USA: IEEE.
- Soons, J. A., F. C. Theuws et P. H. Schellekens. 1992. « Modeling the errors of multi-axis machines. A general methodology ». *Precision Engineering*, vol. 14, n° 1, p. 5-19.
- Taam, Winson, Perla Subbaiah et James W. Liddy. 1993. « A note on multivariate capability indices ». *Journal of Applied Statistics*, vol. 20, n° 3, p. 339 - 351.
- Tahan, S. Antoine, et Sylvain Lévesque. 2009. « Exploiting the process capability of position geometric tolerance according GDT ASME Y14.5M ». In *2009 International Conference on Computers* (Troyes, July 6-9 2009). p. 1267-1272. Piscataway, NJ, USA: IEEE.
- Thevenot, Vincent, Lionel Arnaud, Gilles Dessen et Gilles Cazenave-Larroche. 2006. « Integration of dynamic behaviour variations in the stability lobes method: 3D lobes construction and application to thin-walled structure milling ». *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 27, n° 6-7, p. 638-644.
- Tukey, John W. 1977. *Exploratory Data Analysis*, Reading. Coll. « Addison-Wesley Series in Behavioral Science. Quantitative Methods ». New York: Addison-Wesley, 688 p.
- Wang, Fu-Kwun, et Norma F. Hubele. 2001. « Quality evaluation of geometric tolerance regions in form and location ». *Quality Engineering*, vol. 14, n° 2, p. 205-211.
- Zhu, Jie. 2008. « Robust Thermal Error Modeling and Compensation for CNC Machine Tools ». Ann Arbor, The University Of Michigan, 182 p.