

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE

M. Ing.

PAR  
FRANÇOIS BERTHIAUME

RADIOLOGIE EN SUPER RÉSOLUTION ET À DOUBLE ÉNERGIE

MONTRÉAL, LE 28 MAI 2007

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ  
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Jacques de Guise, directeur du mémoire  
Département du génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Pierre Gravel, codirecteur du mémoire  
Département du génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Jean-François Boland, président du jury  
Département du génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Sylvain Deschênes, examinateur externe  
CHU Sainte-Justine

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 26 AVRIL 2007

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

## RADIOGRAPHIE EN SUPER RÉSOLUTION ET À DOUBLE ÉNERGIE

François Berthiaume

### SOMMAIRE

Les rayons X sont depuis longtemps employés dans le diagnostic médical afin de produire une représentation du contenu interne d'un corps. Il a été récemment découvert que les rayons X peuvent également engendrer des mutations cellulaires et provoquer des effets secondaires tel le cancer chez des patients régulièrement exposés. Une solution serait alors d'employer un imageur à rayons X de faible dose tel le système EOS™ développé par la compagnie française Biospace Med pour les patients nécessitant un suivi médical régulier. Grâce à ce système, il est maintenant possible de prendre des radiographies de grande qualité et à faible dose de patients. Cependant l'emploi d'un détecteur à micro-chambres à gaz dans cet imageur présente une perte en résolution de l'image.

Deux méthodes sont combinées dans cet ouvrage pour automatiser le rehaussement des radiographies en super résolution et à double énergie. La première méthode, la populaire déconvolution de Lucy-Richardson, peut être optimisée s'il est possible de soustraire du signal original une information *a priori* tel le signal de fond. Ce signal peut être déduit par la seconde méthode qui consiste à produire une image synthétique constituée des tissus mous et de l'air présents dans la radiographie. Cette image synthétique est le fruit d'une nouvelle combinaison des images d'épaisseurs équivalentes d'aluminium et de méthacrylate de polyméthyle (Lucite) produites par la méthode de double énergie classique. En combinant les deux méthodes, une optimisation de la déconvolution en super résolution des images radiologiques est possible.

## **ENHANCED RESOLUTION DUAL ENERGY RADIOGRAPHIES**

François Berthiaume

### **ABSTRACT**

X-rays have been used in medical diagnosis over many years to produce an inner representation of a body. It was recently found that X-rays may induce mutations in living cells, leading to cancer for regularly exposed patients. A solution may be the use of a low-dose imager for patients with regular follow-ups. The EOS™ imager, developed by the French company Biospace Med, has the capability to produce low-dose high-quality X-ray images. However the use of a gas-chamber detector leads to lower image resolutions.

Two methods were combined in this work to produce automated enhanced resolution radiographs from dual-energy images. The performance of the first one, the well-known Lucy-Richardson deconvolution algorithm, can be improved if *a priori* knowledge such as the background signal is subtracted from the radiograph image. This background image can be produced by the second method which consists in creating a synthetic background image representing soft tissues and air in the image. This synthetic image is computed from a new combination of information contained in equivalent aluminum and polymethyl methacrylate (Lucite) thicknesses calculated from well-known dual-energy algorithms. By combining both methods, optimized super-resolution deconvolutions are achieved.

## **REMERCIEMENTS**

J'aimerais en tout premier lieu dire un grand merci à mon co-directeur, M. Pierre Gravel, pour l'attention et la générosité témoignées à mon égard tout au long de ce parcours. Grâce à ses précieux enseignements et son support, j'ai pu cheminer avec confiance à travers les différentes étapes de ce travail. Pierre a également su me transmettre sa passion pour le traitement des images et les différentes disciplines qui y sont associées. J'espère que d'autres étudiants auront comme moi, la chance de profiter de ses grandes qualités de mentor.

Je veux également remercier mon directeur, M. Jacques de Guise, pour son support et sa confiance à mon égard ainsi que pour la grande latitude qu'il m'a accordée tout au long de cette expérience. Je crois que le laboratoire d'imagerie et d'orthopédie est un modèle à suivre pour favoriser l'échange et stimuler la création scientifique. Je souhaite de tout cœur une longue vie au laboratoire et du succès dans tous les projets à venir.

Je veux remercier ma famille de toujours avoir été derrière moi pour m'encourager depuis mes tous premiers pas. C'est grâce à vous si je peux faire ces remerciements aujourd'hui et je vous en serai toujours reconnaissant. Merci également à un grand ami et collègue, David Bélanger, pour avoir partagé avec moi toutes ces aventures.

Je voudrais terminer ces remerciements avec un merci tout spécial à mon amour, Catherine, pour sa patience et ses encouragements précieux qui m'ont permis de mener ce projet à bon port. Merci d'avoir cru en moi depuis nos débuts et de m'avoir supporté lorsque j'en avais le plus besoin.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE .....	i
ABSTRACT .....	ii
REMERCIEMENTS.....	iii
LISTE DES FIGURES .....	viii
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES .....	x
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 DÉCONVOLUTION, RADIOGRAPHIES DOUBLE ÉNERGIE : ÉTAT DE L'ART .....	3
1.1 Introduction .....	3
1.2 Déconvolution .....	6
1.2.1 Méthodes Linéaires .....	10
1.2.2 Méthode non-linéaires .....	11
1.2.3 Entropie Maximale.....	19
1.3 Double Énergie .....	22
1.3.1 Principe Général.....	22
1.3.2 Théorie de la double énergie.....	23
1.3.3 Calibrage .....	28
1.3.4 Soustraction double énergie.....	29
1.3.5 Inspection des bagages.....	31
1.4 Super résolution et double énergie.....	32
1.4.1 Estimation de la PSF .....	33
1.4.2 Caractérisation du bruit.....	34
1.4.3 Estimation du signal de fond.....	34
1.4.4 Déconvolution.....	35
1.4.5 Filtrage par ondelettes stationnaires.....	35
1.4.6 Rehaussement des images.....	35
1.5 Améliorations à apporter à la méthode .....	36
1.6 Contributions apportées à la méthode .....	37
1.6.1 Définition de l'image de fond .....	37
1.6.2 Interpolation des images de fond et détection des pixels erronés .....	39
1.6.3 Déconvolution et critère d'arrêt .....	40
1.6.4 Présentation des articles .....	40

<b>CHAPITRE 2</b>	<b>A METHOD FOR BONE ENHANCEMENT IN DIGITAL DUAL ENERGY RADIOGRAPHS PART I: BONE CONTRAST ENHANCEMENT FROM AUTOMATED BACKGROUND NORMALIZATION OF RADIOLOGICAL IMAGES .....</b>	<b>42</b>
2.1	Introduction.....	42
2.2	Materials and Methods.....	47
2.2.1	Theoretical Concepts .....	47
2.2.2	Image Acquisition Protocol .....	60
2.3	Results and Discussion .....	61
2.3.1	Soft -Tissue Background Estimation .....	61
2.3.2	Bone Contrast Enhancement Results.....	63
2.4	Conclusion .....	67
2.5	Appendix.....	67
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>A METHOD FOR BONE ENHANCEMENT IN DIGITAL DUAL ENERGY RADIOGRAPHS PART II: OPTIMIZED DECONVOLUTION FROM AUTOMATED BACKGROUND SUBTRACTION OF RADIOLOGICAL IMAGES.....</b>	<b>70</b>
3.1	Introduction.....	70
3.2	Materials and Methods.....	72
3.2.1	Materials .....	72
3.2.2	Methods.....	73
3.3	Results and Discussion .....	79
3.3.1	Lower Torso Section.....	79
3.3.2	Hand Image .....	82
3.4	Conclusion .....	85
3.5	Acknowledgement .....	86
3.6	Appendix.....	86
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>SOUSTRACTION DOUBLE ÉNERGIE.....</b>	<b>88</b>
4.1	Introduction.....	88
4.2	Equations générales .....	89
4.3	Calcifications .....	89
4.4	Tissus mous remplis.....	92
4.5	Interface utilisateur .....	93
	<b>DISCUSSION ET RECOMMANDATIONS .....</b>	<b>95</b>

CONCLUSION .....	99
ANNEXE I      Détection des pixels erronés.....	100
ANNEXE II      Déconvolution et entropie.....	104
BIBLIOGRAPHIE.....	111
Tableau I      Material constants for aluminum and lucite .....	52
Tableau II      List of images analyzed in this work.....	61
Tableau III      List of original images and ROI analyzed in this work.....	73

## LISTE DES FIGURES

	Page	
Figure 1	Représentation du détecteur employé dans l'imageur EOS .....	4
Figure 2	Source ponctuelle et réponse à l'impulsion .....	8
Figure 3	Signal convolué et bruité .....	9
Figure 4	Déconvolution de l'image synthétique de la figure 3a .....	16
Figure 5	Exemple de double énergie .....	27
Figure 6	Vue de perspective, de face et image radiologique .....	29
Figure 7	Fantôme radiologique et profil .....	32
Figure 8	Schéma bloc: conception du signal de fond .....	38
Figure 9	Schéma bloc: déconvolution et rehaussement.....	39
Figure 10	Dual energy imaging .....	45
Figure 11	Cross section of the equivalent aluminum thickness.....	46
Figure 12	Equivalent Pl and Al thickness of materials.....	48
Figure 13	Stack bar graph of the original thickness sums .....	51
Figure 14	Stack bar graphs of the estimated Pl and Al equivalent thicknesses .....	56
Figure 15	Example of a mean-atomic-number image interpolation .....	58
Figure 16	Correction and combination of equivalent thickness images .....	59
Figure 17	Examples of Plastic-equivalent-thickness images.....	62
Figure 18	Modeling of the soft-tissue distribution .....	63
Figure 19	Example of bone enhancement for the phantom thorax image .....	64
Figure 20	Intensity cross section through the bone enhanced chest image .....	65
Figure 21	Example of bone enhancement for the phantom thigh image .....	66
Figure 22	Example of bone enhancement for the phantom hand image.....	66
Figure 23	Original and synthetic background images comparaison .....	75
Figure 24	Lower torso high-energy image (140 kV <sub>p</sub> ) showing two zones .....	79
Figure 25	Original image and interpolated background comparison.....	80
Figure 26	Deconvolution and enhancement .....	81

Figure 27	Greater trochanter restoration results .....	82
Figure 28	Zones of the hand image.....	83
Figure 29	Restoration of the Palm zone.....	84
Figure 30	Restoration of the fingers area.....	85
Figure 31	Image originale et image des calcifications.....	91
Figure 32	Image Os soustrait (tissus mous remplis).....	92
Figure 33	Interface utilisateur .....	94
Figure 34	Détection des colonnes défectueuses.....	102
Figure 35	Somme, filtre médian et masque .....	102
Figure 36	Itérations et entropie .....	107
Figure 37	Itérations finales et courbe d'entropie (clavicule).....	108
Figure 38	Image vertèbre: déconvolution et entropie .....	110

## LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

$\otimes$	Opérateur de convolution
$A$	Masse atomique
$A_{al}, A_{pl}$	Vecteur de base épaisseur équivalente d'aluminium, de plastique
BO	Bone
$C$	Image composite
$E_1, E_2$	Basse énergie (1) , haute énergie (2)
$F(\ ), F^{-1}(\ )$	Transformée de Fourier, Transformée de Fourier inverse
FFT	Fast Fourier Transform
ICRU	International Commission on Radiation Units and Measurements
$I_b, I_h$	Image basse énergie, image haute énergie
$I_0$	Intensité de référence
$I_1, I_2$	Intensités transmises basse énergie, haute énergie
$i_{back}$	Image de fond (background)
$i, i(x)$	Image observée
$i^{(k)}, o^{(k)}$	k ième itération des estimations de $i$ , de $o$
kVp	Kilovolt peak
LR	Lucy-Richardson
MEM	Maximum entropy method
MTF	Modulation transfer function
$N_A$	Nombre d'Avogadro
$N_g$	Densité électronique
NIST	National Institute of Standards and Technology
$n(x)$	Bruit additif
$O(\omega), P(\omega), I(\omega)$	Transformées de Fourier de $o, p, i$

$o, o(x)$	Objet (ou image) original
$\hat{o}(x)$	Estimé de l'objet original
PSF	Point spread function
$p, p(x, y), p_{xy}$	Réponse impulsionale
ST	Soft tissue
TF	Transformée de Fourier
$w, W$	Matrice de poids, matrice de poids (domaine de Fourier)
$Z$	Numéro atomique moyen
$\rho$	Masse volumique
$\sigma_n, \sigma_i$	Variance du bruit de lecture, variance de l'image observée
$\tau_{pl}, \tau_{al}$	Épaisseur équivalente de plastique, d'aluminium
$\tau_{plbo}, \tau_{albo}$	Épaisseur équivalente de plastique pour les os, d'aluminium pour les os
$\tau_{plst}, \tau_{alst}$	Épaisseur équivalente de plastique pour les tissus mous, d'aluminium pour les tissus mous
$\tau^*_{plst}, \tau^{**}_{plst}$	Epaisseur équivalente modifiée de plastique pour les tissus mous
$\mu_{pl}, \mu_{al}$	Coefficients d'atténuation linéaire du plastique, de l'aluminium
$\mu(E), \mu(x, y, z, E)$	Coefficient d'atténuation linéaire

## INTRODUCTION

La qualité d'acquisition d'un signal est toujours dépendante des contraintes physiques de l'appareil de lecture. Les astronomes, en observant les étoiles, font souvent face à ce type de problème: la lumière entrant dans le télescope est, entre autres, réfractée dans le système de lentilles et bruitée par les capteurs électroniques. Pour parvenir à retrouver le signal d'origine, les astronomes ont souvent recours à un outil mathématique nommé déconvolution. En effet, celui-ci permet de retrouver la forme originale la plus probable d'un signal flou et bruité. Plusieurs disciplines scientifiques telle que la spectroscopie et la microscopie font maintenant usage de cet outil.

Tout récemment, une nouvelle méthode de rehaussement des images employant la déconvolution a été appliquée aux images radiologiques obtenues par le système EOS™. Ce système révolutionnaire permet la prise de radiographies du corps en entier à très faibles doses et à haute résolution. Une des applications courantes de l'imageur consiste à prendre deux radiographies de face et de profil d'un sujet pour procéder ensuite à la reconstruction tridimensionnelle des os. Un aspect important de la reconstruction est la détection efficace des arêtes des os. Grâce à la déconvolution, il est possible de rehausser le contraste et la résolution des arêtes, facilitant ainsi la détection de celles-ci dans les radiographies.

Le présent travail s'inscrit dans le cadre de ce projet de rehaussement des images radiologiques intitulé "Radiographie en super résolution et à double énergie". Il s'agit d'un travail exploratoire sur la possibilité d'automatiser le rehaussement des radiographies. Les travaux de départ montrèrent l'efficacité de l'application du rehaussement sur les images radiologiques et furent prometteurs. Cependant il apparut que la méthode ne pouvait fonctionner que sur des images présentant des objets relativement simples et répondant à des critères précis. Elle était également basée sur plusieurs phases manuelles, rendant impossible l'automatisation. Un obstacle majeur à la

méthode résidait dans l'incapacité à produire automatiquement une image appelée "image de fond" qui permet d'optimiser le processus.

Dans le présent ouvrage, une méthode automatisée de rehaussement des radiographies en super résolution est présentée. La clef du présent travail réside dans la nouvelle stratégie de création d'une image de fond basée sur l'emploi de la double énergie. Cette méthode est le point central du nouveau traitement. De nouveaux algorithmes sont également proposés tout au long de l'ouvrage pour permettre l'automatisation complète du procédé.

Ce mémoire est présenté sous le format du « Mémoire par articles ». Une revue de littérature sur la déconvolution et la double énergie est d'abord présentée au chapitre 1. La méthode de création du signal de fond est ensuite exposée dans un premier article au chapitre 2. Le chapitre 3 présente, sous la forme d'un second article, les traitements nécessaires au signal de fond pour assurer le bon fonctionnement de la déconvolution. Les résultats finaux de la méthode y sont également exposés. Au chapitre 4, on retrouve un complément d'information sur une méthode en double énergie permettant un rehaussement rapide des os. Un survol de l'interface utilisateur employée dans ce projet y est également présenté. Ce chapitre est suivi d'une conclusion et de recommandations pour les travaux futurs.

## CHAPITRE 1

### DÉCONVOLUTION, RADIOGRAPHIES DOUBLE ÉNERGIE : ÉTAT DE L'ART

#### 1.1 Introduction

Les rayons X sont des ondes électromagnétiques de longueurs d'onde inférieures ou égales à 10 nm et supérieures ou égales à 10 pm. Comme toute onde électromagnétique, elles possèdent une nature discrète composée de paquets de photons (quanta). L'énergie du photon est décrite dans la relation :

$$E = \hbar\nu \quad (1.1)$$

où  $\hbar$  est la constante de Planck et  $\nu$  est la fréquence du photon. L'unité d'énergie est l'électron-volt (eV). Les rayons X sont souvent employés pour leur propriété à traverser la matière et les équations décrivant cette propriété sont connues. Il a été démontré que la relation entre l'intensité de départ  $I_0$  (photons /( $\text{cm}^2 \cdot \text{sec}$ )) et le signal transmis  $I$  à travers une épaisseur  $\tau$  (cm) d'un matériau exposé à des rayons X possédant une énergie  $E$  est reliée au coefficient d'atténuation linéaire  $\mu(E)$  du matériau traversé, par :

$$I = I_0 e^{-\mu(E)\tau} \quad (1.2)$$

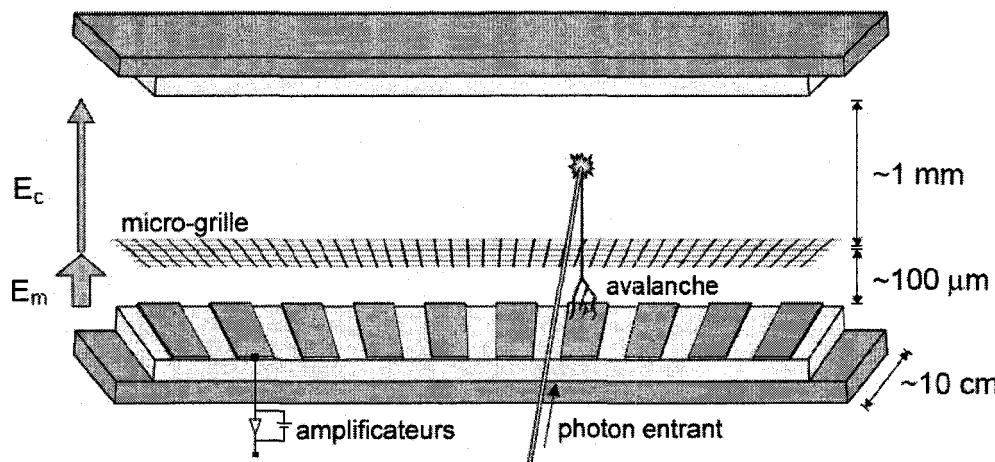
On définit alors une quantité sans dimension, la transmission logarithmique, comme étant :

$$T(E) = \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\mu(E)\tau \quad (1.3)$$

Cette propriété des rayons X à traverser la matière est employée depuis longtemps en médecine pour sonder l'intérieur du corps humain. Les rayons X sont aujourd'hui observés à l'aide de détecteurs numériques de différentes natures. Les différentes technologies employées sont tout de même basées sur un principe commun: l'intégration

d'un signal électrique produit par l'interaction photoélectrique entre les photons et la matière.

L'imageur numérique à rayons X EOS™ (BioSpace Med.) [1] est basé sur les travaux de Pr. Georges Charpak, prix Nobel de physique 1992. Le détecteur de ce système est composé de micro-chambres à gaz au Xénon. Une représentation [1] simplifiée de ce dernier est reproduite à la figure 1.



**Figure 1. Représentation du détecteur employé dans l'imageur EOS [1]. Le photoélectron émis par l'interaction entre le photon et l'atome est attiré vers la micro-grille. Une avalanche électronique se produit au passage du photoélectron et le signal est amplifié.**

Le détecteur est composé de deux portions différentes: la première est la chambre à gaz où il y a interaction entre les photons entrants et les atomes du gaz. La chambre, mesurant 10 cm de long, permet aux photons d'interagir sur toute sa longueur. Le xénon comprimé additionné de 5% d'éthane offre un environnement riche au niveau photoélectrique pour le spectre des rayons X utilisés par l'imageur.

Lorsqu'un photon entre dans la chambre et frappe un atome du gaz, un photoélectron est éjecté et sa trajectoire est déviée par le champ électrique  $E_c$ . Le photoélectron se dirige alors vers le bas et atteint la micro-grille. Un champ électrique  $E_m$  est appliqué entre cette dernière et les «micro-bandes» (*microstrips*) métalliques (bandes grises). Ce

champ permet de garder les micro-grilles tout juste sous la tension de claquage. Lorsqu'un photoélectron parvient à la grille, une avalanche électronique se produit et le signal est ainsi amplifié.

Les imageurs rayons X à gaz tel le système EOS™ ont la capacité de produire des images rayons X à très faibles doses. Cependant ceux-ci possèdent une plus faible résolution qu'un imageur avec détecteur à CCD. Néanmoins la résolution du système EOS™ est suffisante pour une utilisation médicale.

Le bruit dominant du système EOS™ dans des images rayons X à basse énergie est celui dit de Poisson. Ce bruit provient du phénomène naturel de « comptage ». Ce bruit est fonction de la moyenne de l'intensité et est plus important à basse énergie. À haute énergie les photons peuvent parcourir une plus grande distance dans le détecteur avant d'interagir avec le gaz. Il y a alors une plus grande dispersion des photoélectrons et ceux-ci provoqueront alors des avalanches sur les micro-bandes voisines. Une image à basse énergie est alors plus nette, mais également plus bruitée. Une image à haute énergie est légèrement plus floue mais moins bruitée.

Les astronomes emploient depuis plusieurs années des détecteurs de photons. Pour diminuer l'effet de la dispersion du signal, un outil mathématique nommé déconvolution est depuis longtemps employé avec succès sur le signal numérisé. Cet outil, présenté en détail à la section 1.2 de ce chapitre, a été appliqué dans [2] afin de rehausser les radiographies provenant du système EOS™.

Il est possible de combiner l'information provenant de 2 images radiologiques pour produire des images séparées d'os et de tissus mous. Cette technique, nommée double énergie, est utilisée dans le cadre de ce projet. L'information complémentaire de la double énergie sera combinée aux caractéristiques de l'imageur pour produire des

images à double énergie rehaussées. La technique de double énergie est présentée à la section 1.3.

La méthode de Gravel *et al.* [2] employant la déconvolution et la double énergie sur les images EOS™ est introduite à la section 1.4. Cette section est suivie d'une description des améliorations à apporter à cette méthode ainsi qu'une introduction aux contributions apportées par l'auteur sur le sujet.

## 1.2 Déconvolution

La déconvolution est une technique employée dans plusieurs branches de la science telles que l'astronomie [3], la spectroscopie [4] et la microscopie 3D [5]. Son but demeure toujours le même, soit de retrouver la forme originale d'un signal modifié par un processus linéaire connu ou inconnu et dégradé par un bruit naturel et/ou instrumental.

La déconvolution est l'inverse de la convolution, mieux connue du domaine du traitement de signal et généralement donnée sous la forme suivante :

$$i = p \otimes o \quad (1.4)$$

où  $o$  représente le signal d'entrée,  $p$  la réponse impulsionnelle,  $i$  représente le signal de sortie du système et  $\otimes$  symbolise l'opérateur de convolution. Une propriété de la transformée de Fourier (TF) nous dicte que la convolution est équivalente à la multiplication des TF des fonctions dans le domaine de Fourier soit:

$$I(\omega) = P(\omega)O(\omega) \quad (1.5)$$

La majuscule à l'équation (1.5) dénote la fonction dans le domaine de Fourier. Dans le cas de fonctions discrètes, la convolution est souvent donnée sous la forme:

$$i_x = \sum_{y=1}^N p_{xy} o_y \quad (1.6)$$

$N$  correspond aux nombres de points échantillonnés et  $p_{xy}$  correspond à la valeur de la fonction de transfert au point  $y$  lorsque cette dernière est centrée sur à la position  $x$ .

En optique, on utilise le terme *point spread function* (PSF) ou fonction d'étalement pour indiquer la façon dont la lumière est diffusée par un système d'acquisition. À l'origine le faisceau est une source ponctuelle de lumière composée de photons. Lorsque ce dernier traverse un système de lentilles, une diffraction inhérente au système optique est introduite. Le médium de transmission dans lequel le signal est propagé diffuse le faisceau lumineux et le détecteur lui-même ajoute un bruit de lecture au signal.

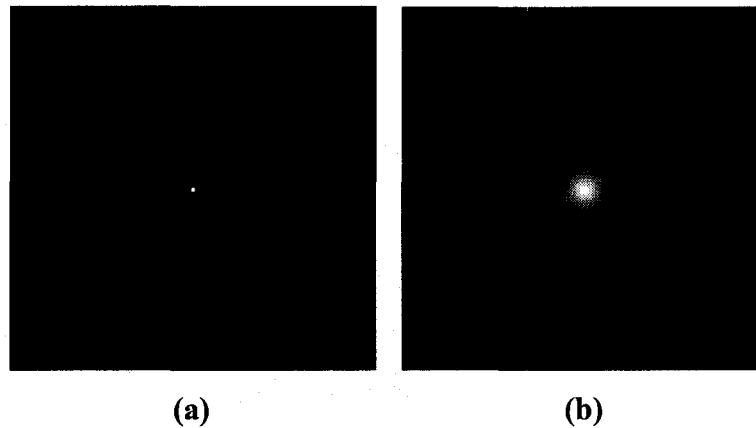
Lorsqu'on veut formuler ce dernier de façon réelle, on doit tenir compte à la fois de la PSF et du bruit:

$$i_x = \sum_{y=1}^N p_{xy} o_y + n_x \quad (1.7)$$

Le signal de sortie est alors donné par la convolution du signal original par la PSF suivie d'une addition d'un bruit de nature gaussienne. Normalement, un compte de photons engendre un bruit poissonien mais on peut considérer que le bruit est de nature gaussienne lorsque l'intensité du signal original est suffisamment élevée. Cependant la variance du bruit n'est pas constante mais varie alors avec l'intensité locale.

En astronomie la PSF est mesurée en utilisant une étoile isolée dans l'image. Puisqu'une étoile est considérée comme une source ponctuelle, l'image acquise de celle-ci nous donne directement la PSF du système.

À la figure 2, un exemple de source ponctuelle et de réponse à l'impulsion générées par ordinateur est illustré. On pourrait imaginer que le point en 2a représente la lumière provenant d'une étoile et que l'image en 2b serait la lecture obtenue par le système pour une image non bruitée. Nous obtenons alors les figures suivantes :

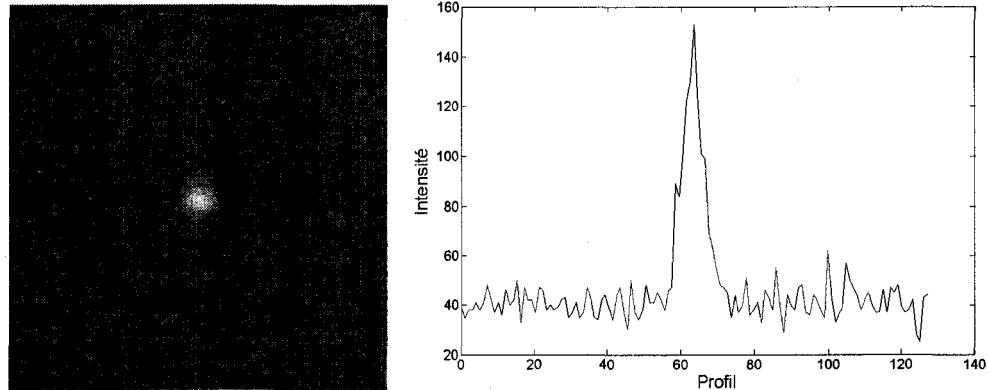


**Figure 2. Source ponctuelle et réponse à l'impulsion.** Dans (a) une source ponctuelle est représentée au centre par un pixel ayant une valeur non nulle. L'image est convoluée en (b) par une PSF gaussienne de taille 25 et d'écart type de 3.5.

On peut donner un niveau de réalisme supérieur au résultat synthétique si on lui ajoute un signal de fond et un bruit poissonien (figure 3). Le signal de fond pourrait représenter un fond lumineux créé par une ville avoisinante à l'observatoire. Le bruit est quant à lui typique d'une lecture d'un compte de photons et est abordé plus loin dans cet ouvrage.

On utilise souvent également la notation matricielle de la convolution sans bruit additionné:

$$i = po \quad (1.8)$$



**Figure 3.** Signal convolué et bruité. Un signal de fond est additionné à l'image et le tout est bruité en accord avec la statistique de Poisson. On observe à droite une coupe de profil horizontale passant au centre de l'image. Les effets de la convolution, du bruit et du signal de fond y sont bien visibles.

Dans cette notation,  $i$  et  $o$  sont des vecteurs colonnes et  $p$  est une matrice. Dans le cas où la PSF est invariante, on retrouve alors sur chaque ligne une version identique et décalée de celle-ci. En ajustant les indices, on peut faire en sorte que la valeur maximale de la fonction d'étalement (souvent sa valeur centrale) soit toujours sur la diagonale. On lui donne alors le nom de matrice de Toeplitz.

La déconvolution a pour but de procéder à l'inverse de la convolution. Si l'on connaît la PSF  $p$  de notre système, on pourrait tenter de résoudre de façon naïve l'équation 1.8 en posant :

$$\hat{o} = [p]^{-1} i \quad (1.9)$$

La variable  $\hat{o}$  représenterait alors un estimé du signal original. On doit donc tenter d'inverser la matrice  $p$  et multiplier ce résultat par le vecteur colonne, composé de notre signal connu  $i$ . Dans le cas d'une image à déconvoluer, on voit tout de suite qu'un problème de temps de calcul et d'espace mémoire est associé à la taille de la matrice à inverser. Un problème encore plus important vient du fait que chaque ligne est une copie

transposée de ses lignes voisines. Très peu d'information est alors disponible pour l'inversion, si cette matrice est réellement inversible.

Pour pallier à ces difficultés, plusieurs méthodes de déconvolution utilisant des approches différentes furent proposées. Elles sont classées de façon générale en terme de méthodes linéaires et non linéaires.

### 1.2.1 Méthodes Linéaires

Les méthodes linéaires [6] sont appelées ainsi car si  $y_1 = f(x_1)$  et  $y_2 = f(x_2)$  alors  $ay_1 + by_2 = f(ax_1 + bx_2)$ . Ces méthodes font souvent appel à des stratégies de simplification de matrice utilisant les propriétés matricielles telle que la dominance de la diagonale pour effectuer l'inversion. On retrouve entre autres la méthode de « point simultaneous » ou « point Jacobi » [6] qui utilise cette propriété. Ces méthodes sont le plus souvent employées lorsqu'une contrainte de temps demande d'effectuer une déconvolution en temps réel. Les méthodes linéaires sont très souvent surclassées en résultats par les méthodes non linéaires.

#### 1.2.1.1 Filtres Inverses

Une méthode linéaire populaire est celle du filtre inverse. Tel que montré au préalable, l'équation 1.8 est pratiquement impossible à résoudre pour un cas réel. Cependant, en passant par le domaine de Fourier, on voit tout de suite que le problème semble moins complexe à résoudre puisque de l'équation 1.5 on déduit:

$$O(\omega) = \frac{1}{P(\omega)} I(\omega) \quad (1.10)$$

On pratique alors la transformée de Fourier inverse sur le facteur  $\frac{1}{P(\omega)}$  pour produire notre "filtre inverse". Cependant, dans un cas réel, le spectre de notre fonction de transfert est fini et présente des valeurs nulles. L'inversion du facteur est alors indéterminée.

### 1.2.1.2 Filtre de Wiener

La méthode du filtre de Wiener permet d'appliquer le principe du filtre inverse, à condition d'ajouter un terme au dénominateur. Le filtre est optimal [7] lorsque ce dernier prend la valeur du ratio signal sur bruit inverse. Le filtre de Wiener a la forme suivante:

$$L_{wiener} = \frac{P^*(\omega)}{|P(\omega)|^2 + \frac{\sigma^2}{E}} \quad (1.11)$$

Où  $E = \|O(\omega)\|^2$  et  $\sigma^2 = \|N(\omega)\|^2$ . La variable  $E$  représente la puissance du spectre de notre image recherchée,  $\sigma^2$  représente la puissance du spectre du bruit et  $*$  dénote le complexe conjugué. On voit que lorsque le rapport signal sur bruit est fort, le ratio au dénominateur tend vers 0 et le filtre de Wiener se rapproche de la forme du filtre inverse. Ce filtre ne peut être employé que lorsque le bruit est gaussien, additif et stationnaire.

### 1.2.2 Méthode non-linéaires

Autant en imagerie qu'en spectroscopie, on retrouve une contrainte majeure, celle de la positivité des données, qui empêche les méthodes linéaires de fonctionner. Par exemple pour une image astronomique, il est impossible de retrouver une valeur négative d'un compte de photons pour un pixel.

La méthode développée par Gold [8] permet de pallier à ce problème. L'équation (1.4) est remplacée par l'approximation suivante:

$$\hat{i}^{(k)} = p \otimes \hat{o}^{(k)} \quad (1.12)$$

Où  $\hat{o}$  représente une estimation de l'image originale. La valeur de  $\hat{o}$  est itérée de la façon suivante,

$$\hat{o}^{(k+1)} = \hat{o}^{(k)} \left[ \frac{i}{\hat{i}^{(k)}} \right] \quad (1.13)$$

L'algorithme itératif peut être donné en une équation avec :

$$\hat{o}^{(k+1)} = \hat{o}^{(k)} \frac{i}{p \otimes \hat{o}^{(k)}} \quad (1.14)$$

Une bonne approximation de départ est d'utiliser  $\hat{o}^{(0)} = i$ . On remarque que les itérations successives ne peuvent être négatives si  $p$  et  $i$  sont positifs. Par contre, l'algorithme ne peut pas assurer la convergence vers une solution acceptable. Gold prouva alors qu'il était possible de garantir la convergence si on reformule (1.8) de la façon suivante:

$$p^T i = p^T p o \quad (1.15)$$

En employant la méthode de la multiplication par la transposée (1.15), il reformula (1.14) sous la forme itérative suivante :

$$\hat{o}^{(k+1)} = \hat{o}^{(k)} \frac{p(-x) \otimes i}{p(-x) \otimes p(x) \otimes \hat{o}^{(k)}} \quad (1.16)$$

### 1.2.2.1 Lucy-Richardson

De façon indépendante, Lucy [9] et Richardson [10] ont trouvé un ratio ressemblant beaucoup à l'équation de Gold (1.16) en le déduisant des lois de la probabilité conditionnelle, du maximum *a posteriori*, combiné à la statistique de Poisson pour une image.

L'équation de Lucy-Richardson peut être démontrée de la façon suivante: l'équation de départ est celle de la convolution (1.6) discrète présentée comme suit,

$$i(x) = \sum_y p(x | y)o(y) \quad (1.17)$$

$o(y)$  représente l'objet original recherché et  $p(x | y)$  représente la PSF sous la forme conditionnelle. On peut interpréter la forme conditionnelle de la PSF comme représentant la fraction (ou probabilité) de lumière provenant de l'endroit  $y$  et transmise sur le pixel  $x$ .

Pour une image astronomique ou radiographique, l'acquisition est effectuée par comptage photonique. Le nombre de photons obéit à la distribution statistique de Poisson :

$$p(i(x) | \hat{i}(x)) = \frac{e^{-\hat{i}(x)} \hat{i}(x)^{i(x)}}{i(x)!} \quad (1.18)$$

L'équation nous donne plus précisément la probabilité *a posteriori* d'avoir observé un compte  $i(x)$  de photons pour le pixel  $x$  si on croit que le compte théorique est en fait  $\hat{i}(x)$ . Si on cherche à maximiser cette relation sur l'ensemble des  $x$  pixels, on peut débuter par prendre le logarithme du produit des probabilités.

On emploi alors le terme de *log-likelihood*:

$$\ln\left(\prod_x p(i(x) | \hat{i}(x))\right) = \sum_x i(x) \ln(\hat{i}(x)) - \hat{i}(x) - \ln(i(x)!) \quad (1.19)$$

Pour trouver le maximum, on calcule la dérivée par rapport à l'objet qu'on cherche à obtenir soit  $o(y)$  et on pose le résultat comme étant nul :

$$\frac{\partial \ln\left(\prod_x p(i(x) | \hat{i}(x))\right)}{\partial o(y)} = \sum_x p(x | y) \frac{i(x)}{\hat{i}(x)} - p(x | y) = 0 \quad (1.20)$$

Nous pouvons alors construire la forme itérative suivante:

$$\hat{o}^{k+1} = \hat{o}^{(k)} \frac{\sum_x p(x | y) \frac{i(x)}{\hat{i}^{(k)}(x)}}{\sum_x p(x | y)} \quad (1.21)$$

Ceci est la forme classique de l'équation de Lucy-Richardson (LR). À chaque itération on calcule un nouveau  $\hat{o}$  et un nouveau  $\hat{i}$ . Il est souvent recommandé de prendre une image d'intensité constante comme valeur de départ pour  $\hat{o}^{(0)}$ . Comme l'équation de Gold en (1.16), la déconvolution LR impose une contrainte de positivité qui garantit un nombre positif du compte de photons. Dans le cas où la PSF ne varie pas dans l'image, l'algorithme LR peut être accéléré en employant la transformée de Fourier.

L'équation (1.17) peut alors s'exprimer comme

$$\hat{i}^{(k)} = F^{-1}(\tau \hat{O}^{(k)}) \quad (1.22)$$

Avec  $\tau = F(p)$ , la transformée de Fourier pour la PSF et  $F^{-1}$  représentant la transformée de Fourier inverse. L'équation (1.21) peut alors s'écrire :

$$\hat{o}^{(k+1)} = \hat{o}^{(k)} \frac{F^{-1}[F(i / \hat{i}^{(k)})\tau^*]}{F^{-1}(\tau U)} \quad (1.23)$$

La variable  $U$  représente une fonction delta et l'astérisque dénote le complexe conjugué de la transformée. La déconvolution ne possède pas de critère d'arrêt implicite. Normalement le nombre d'itérations est trouvé par essais et erreurs. Puisque la déconvolution tente de trouver la meilleure solution possible, elle tente également d'appliquer cette solution au bruit présent dans l'image. Appliquer trop d'itérations sur une image bruitée entraîne une amplification du bruit et nuit à la qualité de la restauration de l'image.

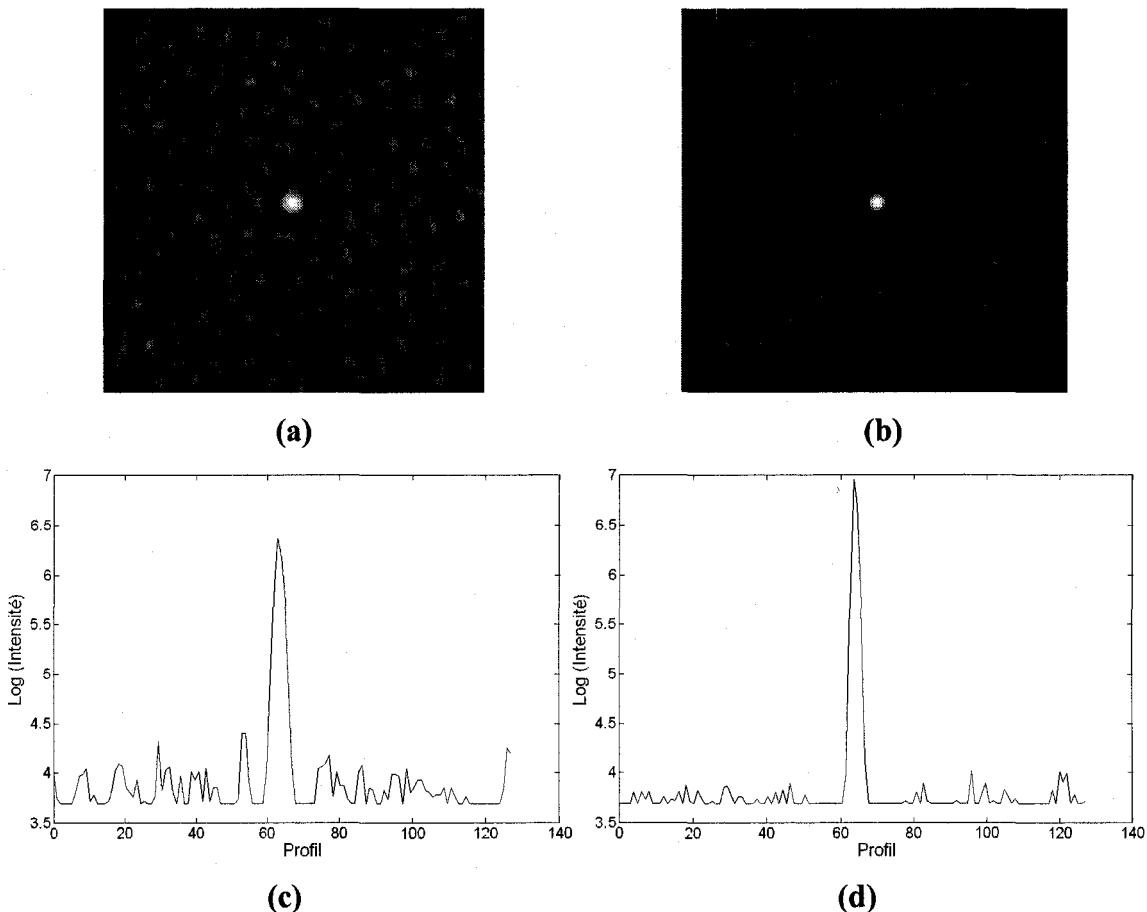
Si l'on peut échantillonner suffisamment la PSF d'un système, il est alors possible de connaître celle-ci avec une précision de l'ordre du "sous-pixel". Grâce à cette connaissance, il est possible de déconvoluer une image en super résolution. La taille de l'image obtenue est donc agrandie par un facteur égal à celui du sur-échantillonnage de la PSF.

### 1.2.2.2 Poids, Signal de fond et bruit de lecture

Il arrive très souvent dans une application qu'une partie de l'information de départ soit faussée par un processus quelconque et nuise au bon fonctionnement de la déconvolution. Il est alors avantageux de masquer cette information avant de procéder à cette dernière.

Dans le cas d'une image, si on peut détecter des mauvaises lignes / colonnes de pixels ou des mauvais pixels isolés au départ, on peut alors injecter cette information *a priori* dans l'équation sous forme d'une matrice de poids qui donne la forme suivante :

$$\hat{o}^{(k+1)} = \hat{o}^{(k)} \frac{F^{-1}[F(wi/\hat{i}^{(k)})\tau^*]}{F^{-1}(W\tau)} \quad (1.24)$$



**Figure 4.** Déconvolution de l'image synthétique de la figure 3a. En (a) on voit le résultat de la déconvolution sur l'image contenant un signal de fond. En (b) la déconvolution est appliquée sur l'image originale à laquelle le signal de fond a été soustrait. Les coupes de profil horizontales pour les images (a) et (b) sont montrées en (c) et (d) respectivement.

La matrice de poids  $w$  et sa version dans le domaine de Fourier,  $W$ , multiplient respectivement l'image observée  $i$  et la transformée de la PSF,  $\tau$ . Une autre information *a priori* importante à utiliser si disponible, est celle du signal de fond.

Le signal de fond est un signal basse fréquence superposé au signal d'intérêt. En soustrayant ce signal à l'image de départ, on réduit l'apparence du phénomène nommé « ringing » qui est provoqué par l'oscillation du signal déconvolué au-dessus et au-dessous du signal de fond [11]. Grâce à la contrainte de positivité de la méthode LR, le signal ayant subit une soustraction de son signal de fond ne peut pas osciller au-dessus et au-dessous de zéro. On peut comparer l'effet de la soustraction du signal de fond sur le résultat de la déconvolution LR appliquée à l'exemple synthétique de la figure 3.

Un nombre égal d'itérations de la méthode LR est appliqué aux images avec et sans signal de fond. Un seuil égal à ce dernier a été appliqué à l'image 4a pour mieux voir l'oscillation de la déconvolution. On voit tout de suite la texture caractéristique du "speckle" dans l'image 4a et son profil dans 4c. En comparant avec 4b et 4d on voit que la soustraction du signal de fond permet également à l'algorithme de s'approcher plus efficacement de la vraie solution.

Dans le cas d'images astronomiques, une méthode simple de soustraction du signal de fond consiste à employer un filtre gaussien de grande taille qu'on applique sur l'image observée. Puisque les étoiles sont des sources ponctuelles, elles n'apparaissent pas dans l'image filtrée et le signal de fond peut alors être soustrait. Cette méthode a déjà été utilisée dans le cadre de la déconvolution par entropie maximum (présentée plus loin) pour des mammographies dans [12]. Il est possible de recourir à cette pratique dans ce cas car les objets d'intérêt sont des filaments et des particules.

Lorsque l'image présente des objets non ponctuels (nébuleuse, os etc.), il devient difficile d'utiliser cette méthode. Le lissage de l'image par un filtre de grande taille

entraîne un résidu non désiré lors de la soustraction au niveau des arêtes qui dégrade la suppression du signal de fond. Des méthodes plus évoluées consistent alors à soustraire un modèle du signal de fond. Par exemple, en astronomie, ce modèle peut être constitué d'un simple gradient de luminosité tenant compte de l'effet du soleil à l'horizon ou de la proximité d'une ville. Il peut également être constitué d'un modèle précis de la forme du gaz constituant une galaxie selon un profil de De Vaucouleurs [13]. L'utilisation d'un modèle implique que l'image traitée soit très bien connue. La méthode est bien sûr manuelle, et demande beaucoup de préparation.

En spectroscopie, le signal de fond peut être soustrait en interpolant le spectre par des filtres polynomiaux [4]. Les filtres peuvent être employés car les spectres sont théoriquement composés d'informations ponctuelles. Encore une fois, un problème se présente si une portion du spectre présente des pics trop rapprochés, car le filtre risque de soustraire de l'information utile et ainsi nuire à la déconvolution.

Une autre information *a priori* utilisée est le bruit de lecture ou *read-out noise*. Ce bruit a normalement une distribution gaussienne et est additionné au nombre de photons détectés avant d'être converti par le convertisseur analogique/numérique.

Le signal de fond et le bruit de lecture s'additionnent au signal convolué  $i$  et sont inclus dans l'équation de Lucy-Richardson de la façon suivante:

$$\hat{o}^{(k+1)} = \hat{o}^{(k)} \frac{F^{-1} \left\{ F \left[ W \left( \frac{i + \sigma^2_N + i_{backg}}{\hat{i} + \sigma^2_N + i_{backg}} \right) \right] \tau^* \right\}}{F^{-1}(W\tau)} \quad (1.25)$$

Puisque le bruit de lecture est négligeable dans la grande majorité des images du système EOS [2], on peut le négliger et on obtient la forme finale suivante:

$$\hat{o}^{(k+1)} = \hat{o}^{(k)} \frac{F^{-1} \left\{ F \left[ w \left( \frac{i + i_{backg}}{\hat{i} + i_{backg}} \right) \right] \tau^* \right\}}{F^{-1}(W\tau)} \quad (1.26)$$

Cette forme est employée pour la déconvolution des images radiologiques dans le présent ouvrage.

### 1.2.3 Entropie Maximale

On retrouve une très grande quantité d'algorithmes non linéaires dans la littérature mais deux algorithmes se démarquent en popularité. La première est la méthode LR présentée précédemment et la deuxième est la *maximum entropy method* (MEM) [14]. Elle est aussi puissante que la déconvolution LR mais demande généralement plus de calculs [15]. Ses résultats sont parfois supérieurs à ceux de LR, mais elle est considérée comme étant également moins robuste. La MEM repose sur la même base que celle de LR, puisqu'elle s'appuie sur la recherche d'un maximum *a posteriori* des données. Elle cherche cependant à trouver le signal déconvolué le plus lisse possible (faible entropie) qui soit consistant avec l'image trouvée lorsqu'on le convolute avec la PSF. La soustraction entre le signal théorique et l'image originale doit idéalement résulter en un bruit pur (entropie maximale). Les nouvelles méthodes pour la MEM prennent généralement en entrée 3 images, soit l'image à déconvoluer, la PSF du système et un modèle de l'image. Ce modèle correspond à l'image de fond tel que discuté auparavant [16]. Les équations de base ressemblent beaucoup à celles de la méthode LR, en ce sens qu'elles maximisent le *log-likelihood* mais cette fois-ci le bruit a une nature gaussienne et non poissonnienne. On peut démontrer les équations de base en débutant avec l'équation générale de la probabilité *a posteriori* de Bayes (*likelyhood*):

$$p(o | i) = \frac{p(i | o) p(o)}{p(i)} \quad (1.27)$$

On pose que l'image observée est convoluée par une PSF connue et que le bruit additionné à l'image est cette fois-ci gaussien:

$$i = (p \otimes o) + n \quad (1.28)$$

L'équivalent de la formule (1.17) de la méthode LR se pose ici comme:

$$P(i | o) = \exp\left(-\sum \frac{(i - p \otimes o)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (1.29)$$

Puisqu'on ne connaît pas au départ une approximation de  $o$ , on ne peut fournir une approximation de la probabilité  $p(o)$  dans la formule (1.27). La variance  $\sigma_i^2$  dépend de l'intensité locale, mais elle est souvent approximée par une constante si elle est inconnue.

Le principe d'entropie maximum suggère d'employer:

$$P(o) = \exp(\alpha S(o)) \quad (1.30)$$

Où  $S(o)$  est la mesure d'entropie de l'image. Pour maximiser la probabilité *a posteriori*, on prend le logarithme de la multiplication des équations (1.29) et (1.30), ce qui donne:

$$\ln(P(o | i)) = \alpha S(o) - \sum \frac{(i - p \otimes o)^2}{2\sigma_i^2} \quad (1.31)$$

La constante  $\log(p(i))$  est généralement exclue du calcul car elle ne dépend pas de  $o$  et est éliminée lors de la dérivée.

On cherche alors à trouver le minimum pour,

$$J(o) = \alpha S(o) - \chi^2 \quad (1.32)$$

$$\text{Où } \chi^2 = \sum \frac{(i - po)^2}{2\sigma_i^2} \quad (1.33)$$

Le  $\chi^2$  correspond à une mesure de l'écart entre les données et la convolution par la PSF de l'image hypothétique. Le paramètre  $\alpha$  peut être vu comme un paramètre régularisant la justesse de l'approximation entre le  $\chi^2$  et l'entropie. Normalement la valeur de  $\alpha$  est fixée lors de la recherche.

Pour ce qui est de la mesure de l'entropie, plusieurs formules ont déjà été proposées, dont le critère de Frieden (1975). Celui-ci est donné à la formule suivante :

$$S(o) = -\sum o \ln(o) \quad (1.34)$$

Ce critère est directement relié à la mesure d'entropie introduite par Shannon [16]. Le plus récent, celui de Skilling est le suivant [17]:

$$S(o) = \sum o - m - o \ln\left(\frac{o}{m}\right) \quad (1.35)$$

Où  $m$  représente le signal de fond. La MEM est affectée du même problème que la méthode LR en ce qui a trait au "ringing" causé par un signal de fond. Des solutions comme l'emploi d'ondelettes multi-résolutions [18] ou un échantillonnage adaptatif de la

PSF [19] ont déjà été proposées pour pallier à ce problème. L'emploi de la distribution gaussienne peut se justifier pour approximer un compte de photons lorsque ce dernier est suffisamment élevé.

La MEM fut également présentée dans ce chapitre afin d'introduire le critère de Frieden. Ce dernier sera utilisé dans la formulation d'un critère d'arrêt pour la méthode LR en annexe II de cet ouvrage.

### 1.3 Double Énergie

#### 1.3.1 Principe Général

Une limitation de la radiographie conventionnelle est la superposition inévitable des structures dans l'image. Par exemple, des tissus mous superposés à un os viendront obscurcir ce dernier dans la radiographie et diminueront le contraste dans cette région, empêchant l'observation de micro structures sur celui-ci. Ceci est dû au fait qu'une image radiologique conventionnelle représente une image d'intensité basée sur l'intégration du spectre complet d'une source de rayons X. La transmission logarithmique représente alors une projection planaire du coefficient d'atténuation linéaire des matériaux exposés à l'énergie moyenne du spectre.

La dépendance du coefficient d'atténuation par rapport à l'énergie fut utilisée par Alvarez et Makovski pour des travaux sur la tomographie axiale [20]. Elle consiste en la combinaison d'une paire d'images radiologiques à deux niveaux d'énergies différents. Ils démontrent que la décomposition en image os et tissus mous est possible, grâce au fait que les quantités d'absorption photoélectrique et de diffraction par effet Compton sont différentes pour les tissus mous et les os. Pour le calcium, principal élément constituant les os, l'effet photoélectrique est dominant dans l'atténuation. En effet, l'absorption photoélectrique est proportionnelle au numéro atomique de la matière élevé

à la puissance 4. On retrouve dans les os une quantité importante de calcium, un élément possédant un numéro atomique de 20. Par comparaison les tissus mous ont des numéros atomiques moyens s'apparentant à 7,6. L'effet Compton est quand à lui fonction de la densité électronique et est plus prononcé lorsque la densité traversée est élevée. En connaissant ces propriétés il nous est alors possible de faire la distinction entre un amas dense de tissus mous et un os même s'ils ont la même représentation en intensité au niveau de l'énergie moyenne. En utilisant une énergie plus basse où l'effet photoélectrique est dominant, les os absorberaient d'avantage que l'amas de tissus mous et vice-versa pour l'image haute énergie lorsque l'effet Compton est dominant.

### 1.3.2 Théorie de la double énergie

Selon Alvarez et Macovski [20], le coefficient d'atténuation linéaire  $\mu(E)$  d'un matériau peut être représenté par un ensemble de fonctions de base  $f_i(E)$ ,  $i = 1,2..n$  afin que  $\mu(E)$  puisse être exprimé comme une combinaison linéaire de ces fonctions :

$$\mu(E) = a_1 f_1(E) + a_2 f_2(E) + \dots + a_n f_n(E) \quad (1.36)$$

Les fonctions de base sont des fonctions d'atténuation et les coefficients  $a_i$  sont propres à chaque matériau. Il existe donc une seule combinaison de coefficients pour représenter le coefficient d'atténuation linéaire d'un élément.

Le coefficient d'atténuation varie en fonction de l'état de la matière, selon qu'elle soit sous forme liquide, solide ou gazeuse. Pour éviter cette variation on exprime l'épaisseur du matériau ou de l'élément en masse par unité de surface, en divisant l'équation d'atténuation par la masse volumique de l'élément. On appelle cette forme le coefficient d'atténuation massique :

$$\frac{\mu(E)}{\rho} = \left( \frac{1}{cm} \right) * \left( \frac{g}{cm^3} \right)^{-1} = \frac{cm^2}{g} \quad (1.37)$$

Pour employer ces équations dans le cas de la radiographie par « projection » [21], on doit faire en sorte de calculer les coefficients  $a_i$  à partir d'observations plutôt que de les calculer au moyen d'intégrales de ligne. On utilise deux coefficients, car pour la plage des énergies utilisées en radiologie (30-200 kV<sub>p</sub>), deux effets sont dominants: l'absorption photoélectrique et l'effet Compton. On représente de façon spatiale le coefficient d'atténuation par :

$$\mu(x, y, z, E) = a_1(x, y, z)f_1(E) + a_2(x, y, z)f_2(E) \quad (1.38)$$

En radiographie par projection, l'intensité transmise est définie par:

$$\frac{I}{I_0} = \int S(E)Q(E) \exp^{-\int \mu(x, y, z, E)ds} dE \quad (1.39)$$

Les variables  $S(E)$  et  $Q(E)$  représentent respectivement le spectre du faisceau rayons X et l'efficacité quantique (*quantum efficiency*) du détecteur. L'intensité transmise est donnée par l'intégrale de ligne du coefficient d'atténuation pondéré par le spectre du rayon incident.

Le coefficient d'atténuation est alors exprimé par

$$U(E) = A_1f_1(E) + A_2f_2(E) \quad (1.40)$$

Les coefficients  $A_i$  sont donnés par :

$$A_i = \int a_i(x, y, z)ds \quad i = 1, 2 \quad (1.41)$$

Brody *et al.* [21] suggèrent alors d'employer comme fonctions de base les coefficients d'atténuation linéaire de l'eau (ou du plastique) et de l'aluminium qui sont fonctions de l'énergie. En effet, l'aluminium possède des propriétés atomiques semblables aux os

tandis que les tissus mous sont semblables à l'eau ou la Lucite. Ils proposent alors la formulation suivante :

$$U(E) = t_{pl}\mu_{pl}(E) + t_{al}\mu_{al}(E) \quad (1.42)$$

où  $t_{pl}, t_{al}$  représentent les épaisseurs équivalentes de plastique et d'aluminium et où  $\mu_{pl}, \mu_{al}$  sont les coefficients d'atténuation linéaires du plastique et de l'aluminium.

Pour un rayonnement monochromatique ( $S(E) = \delta(E - E_0)$ ) nous pouvons formuler les équations suivantes : à partir des relations (1.39) et (1.42),

$$\ln\left(\frac{I_{01}}{I_1}\right) = t_{pl}\mu_{pl}(E_1) + t_{al}\mu_{al}(E_1) \quad (1.43)$$

$$\ln\left(\frac{I_{02}}{I_2}\right) = t_{pl}\mu_{pl}(E_2) + t_{al}\mu_{al}(E_2) \quad (1.44)$$

Pour déduire les épaisseurs équivalentes, nous pouvons résoudre le système à deux équations précédent. De (1.43) nous déduisons,

$$t_{pl} = \ln\left(\frac{I_{01}}{I_1}\right) \cdot \frac{1}{\mu_{pl}(E_1)} - t_{al}\mu_{al}(E_1) \cdot \frac{1}{\mu_{pl}(E_1)} \quad (1.45)$$

Nous effectuons le remplacement dans la seconde équation:

$$\ln\left(\frac{I_{02}}{I_2}\right) = \ln\left(\frac{I_{01}}{I_1}\right) \cdot \frac{\mu_{pl}(E_2)}{\mu_{pl}(E_1)} - t_{al}\left(\frac{\mu_{al}(E_1)\mu_{pl}(E_2) - \mu_{al}(E_2)\mu_{pl}(E_1)}{\mu_{pl}(E_1)}\right) \quad (1.46)$$

En réarrangeant, on trouve:

$$t_{al} = \ln\left(\frac{I_{01}}{I_1}\right) \cdot \left( \frac{\mu_{pl}(E_2)}{\mu_{al}(E_1) \mu_{pl}(E_2) - \mu_{al}(E_2) \mu_{pl}(E_1)} \right) - \ln\left(\frac{I_{02}}{I_2}\right) \left( \frac{\mu_{pl}(E_1)}{\mu_{al}(E_1) \mu_{pl}(E_2) - \mu_{al}(E_2) \mu_{pl}(E_1)} \right) \quad (1.47)$$

On peut simplifier la représentation en posant

$$t_{al} = \ln\left(\frac{I_1}{I_{01}}\right) c_{11} + \ln\left(\frac{I_2}{I_{02}}\right) c_{12} = c_{11} Y_1 + c_{12} Y_2 \quad (1.48)$$

On trouve également:

$$t_{pl} = \ln\left(\frac{I_1}{I_{01}}\right) c_{21} + \ln\left(\frac{I_2}{I_{02}}\right) c_{22} = c_{21} Y_1 + c_{22} Y_2 \quad (1.49)$$

$$\text{avec } Y_1 = \ln\left(\frac{I_1}{I_{01}}\right) \text{ et } Y_2 = \ln\left(\frac{I_2}{I_{02}}\right) \text{ pour les deux équations.} \quad (1.50)$$

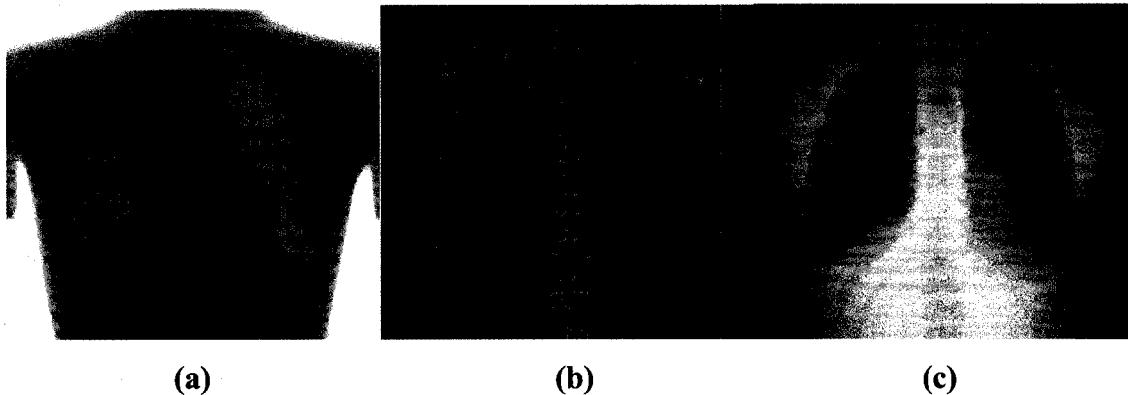
Ces équations ne peuvent être employées que pour un système constitué d'une source hautement monochromatique. Une source de rayons X possède un spectre étendu et on doit plutôt tenter de représenter de façon non linéaire la relation entre les épaisseurs et le logarithme de l'intensité en rayons X. On fait appel alors à un polynôme de degré 3 pour calculer les épaisseurs équivalentes. On trouve les épaisseurs de plastique et d'aluminium, en utilisant les relations suivantes:

$$t_{pl} = c_{11} + c_{12}Y_1 + c_{13}Y_2 + c_{14}Y_1^2 + c_{15}Y_2^2 + c_{16}Y_1Y_2 + c_{17}Y_1^3 + c_{18}Y_2^2 \quad (1.51)$$

$$t_{al} = c_{21} + c_{22}Y_1 + c_{23}Y_2 + c_{24}Y_1^2 + c_{25}Y_2^2 + c_{26}Y_1Y_2 + c_{27}Y_1^3 + c_{28}Y_2^2 \quad (1.52)$$

Les approximations linéaires données sous les formes (1.48) et (1.49) constituent en fait les premiers termes des séries de Taylor pour les équations (1.51) et (1.52).

Voici un exemple d'application de la double énergie sur une image d'un fantôme radiologique.



**Figure 5. Exemple de double énergie.** En (a) on voit l'image haute énergie. L'image d'épaisseurs équivalentes d'aluminium est présentée en (b). En (c) on voit l'image d'épaisseurs équivalentes de plastique.

À la figure 5 on peut voir en (a) l'image haute énergie du fantôme. L'image basse énergie est pratiquement identique à l'image (a) mais présente une échelle d'intensités différente. La combinaison de ces images par la méthode de double énergie produit les images d'épaisseurs équivalentes d'aluminium et de plastique présentées en (b) et (c) respectivement. On voit tout de suite que l'image d'épaisseur équivalente d'aluminium peut nous servir à observer les os sans la présence des tissus mous. Le contraire s'observe dans l'image d'épaisseur équivalente de plastique. Ce qui semble être des os

dans l'image plastique correspond en fait aux trous laissés par les os dans les tissus mous.

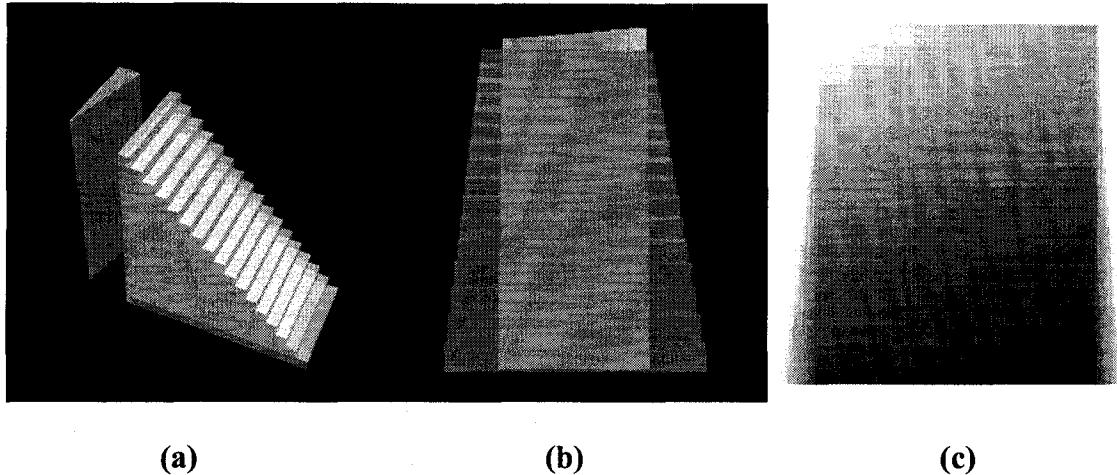
### 1.3.3 Calibrage

Les coefficients des équations (1.51) et (1.52) sont déduits par une étape de calibrage employant l'imageur. Celle-ci s'effectue en radiographiant à deux énergies différentes deux matériaux ne possédant pas les mêmes propriétés atomiques. Les numéros atomiques que nous désirons observer dans l'application courante doivent être inclus entre les valeurs des numéros atomiques des matériaux de calibrage. En employant la lucite ( $Z = 6.6$ ) et l'aluminium ( $Z = 20$ ), nous pouvons donc visualiser les os ( $Z \approx 13$ ) et les tissus mous ( $Z \approx 7.6$ ).

Nous employons des blocs de calibrage en escalier que nous exposons à deux énergies différentes: à la figure 6, des modèles de blocs vus de perspective et de face ainsi qu'une radiographie haute énergie réelle de blocs de calibrage sont montrés. On remarque dans la figure de perspective que chaque bloc est constitué de plusieurs niveaux d'épaisseur différents.

Lorsqu'on regarde l'ensemble de face, on observe alors toutes les combinaisons possibles d'épaisseurs entre les blocs d'aluminium et de plastique. Pour extraire les coefficients, on échantillonne un ensemble de carrés dans les deux radiographies (basse et haute énergie) et on résout ensuite les équations données par (1.51) et (1.52).

On trouve également la relation inverse nous permettant de déduire les valeurs d'intensité haute et basse énergies pour un couple d'épaisseurs équivalentes de plastique et d'aluminium et ce en trouvant deux nouvelles séries de coefficients. Ceux-ci sont déduits en inversant les variables du polynôme et en appliquant la même méthode de résolution.



**Figure 6. Vue de perspective, de face et image radiologique.** Les images (a) et (b) représentent les blocs de calibrage tel que positionnés lors de la radiographie. L'image (c) présente une radiographie haute énergie réelle de blocs de calibrage prise de face.

#### 1.3.4 Soustraction double énergie

Cette méthode décrite dans [22], suggère l'emploi des images radiologiques haute et basse énergies directement sans calibrage pour produire des images os et tissus mous. Elle est employée pour détecter les nodules, tumeurs et calcifications du poumon [23] et est également employée pour les mammographies [24][25]. Cette méthode est devenue rapidement plus populaire que la méthode classique car elle est rapide et facile à utiliser. Elle suppose néanmoins que la source de rayons X est hautement monochromatique puisque ses équations sont dérivées des relations linéaires présentées à la section précédente.

Pour démontrer les équations de base, on pose dans l'équation (1.46)

$$Q = \frac{\mu_{al}(E_1) \mu_{pl}(E_2) - \mu_{al}(E_2) \mu_{pl}(E_1)}{\mu_{pl}(E_1)} \quad (1.53)$$

On obtient alors:

$$Q \cdot t_{al} = \ln\left(\frac{I_{01}}{I_1}\right) \cdot \frac{\mu_{pl}(E_2)}{\mu_{pl}(E_1)} - \ln\left(\frac{I_{02}}{I_2}\right) \quad (1.54)$$

On peut réarranger l'équation (1.54) pour obtenir:

$$Q \cdot t_{al} = \ln(I_2) - \frac{\mu_{pl}(E_2)}{\mu_{pl}(E_1)} \cdot \ln(I_1) + C \quad (1.55)$$

$$\text{Avec } C = \frac{\mu_{pl}(E_2)}{\mu_{pl}(E_1)} \ln(I_{01}) - \ln(I_{02}) \quad (1.56)$$

L'équation (1.55) est employée lorsqu'on désire "soustraire" les tissus mous de l'image, ce qui revient à visualiser une image des os uniquement.

En solutionnant pour trouver l'épaisseur équivalente de tissus mous seulement, on trouve la forme suivante:

$$Q \cdot t_{pl} = \ln(I_2) - \frac{\mu_{al}(E_2)}{\mu_{al}(E_1)} \cdot \ln(I_1) + C \quad (1.57)$$

La méthode est rapide car elle consiste en l'addition directe des logarithmes des images. L'image basse énergie doit être pondérée par un facteur donné par les coefficients d'atténuation linéaire à haute et basse énergie de la structure qu'on désire soustraire de l'image. On peut trouver ces derniers dans la base NIST [26].

La constante C de l'équation (1.57) ne sert qu'à l'affichage et est négligeable si ce dernier est adapté au contenu.

Cette méthode est souvent accompagnée d'une stratégie de filtrage intermédiaire [27] pour éviter l'addition directe du bruit provenant des deux radiographies. Pour une élimination optimale des tissus mous dans l'image, les coefficients d'atténuation linéaires doivent être modifiés selon le type de tissu traversé. Une stratégie de segmentation et de reconnaissance des différents organes du corps doit alors être employée. La méthode de base est montrée avec des exemples au chapitre 4 de ce présent ouvrage.

### 1.3.5 Inspection des bagages

La double énergie est également employée pour inspecter les bagages dans les aéroports, édifices gouvernementaux, etc. Les méthodes sont souvent basées sur les travaux de la double énergie classique avec utilisation du calibrage aluminium et plastique car celle-ci permet de reconnaître le numéro atomique des explosifs plastiques et des drogues de contrebande [28]. Dans l'article précédent, la stéréoradiographie est également utilisée comme donnée supplémentaire à l'inspection.

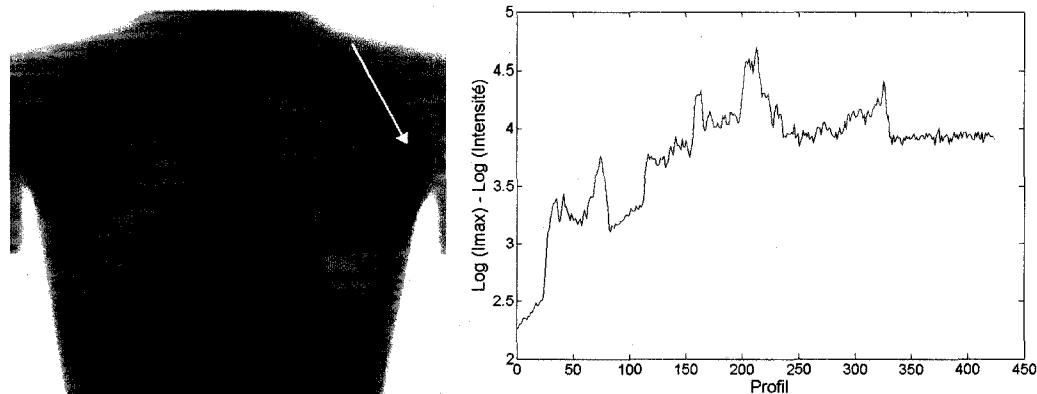
Plusieurs stratégies ont été développées pour rehausser le contenu des radiographies et faciliter la détection. La fusion d'information au niveau des arêtes est traitée dans [29] ainsi que la coloration des images selon le numéro atomique moyen traversé en chaque point. Cette coloration, identifiant les zones organiques, inorganiques et mixtes [30], permet une meilleure compréhension du contenu des bagages par l'inspecteur. Le contraste et la coloration des images sont généralement adaptés aux limites de la vision humaine.

La fusion d'information par coefficients de la transformée en ondelettes est traitée dans [31]. La méthode permet de rehausser les arêtes tout en soutirant le bruit dans l'image. Une méthode de soustraction du signal de fond employant l'histogramme est également décrite. La méthode emploie l'hypothèse que l'image contient toujours un bagage

entouré de vide. Elle utilise un échantillon d'un coin de l'image comme représentation du signal de fond quelle extrapole à toute l'image. Cette méthode ne permet donc pas d'inclure le contenant extérieur (la valise elle-même) ou les vêtements qui produisent une baisse de contraste.

#### 1.4 Super résolution et double énergie

Dans l'article de Gravel *et al.* [2], une méthode de rehaussement des radiographies en super résolution et à double énergie est proposée. Un parallèle entre les images astronomiques et les images radiologiques est démontré. On peut comparer par exemple, le profil de notre étoile synthétique à la figure 3, avec une coupe de profil effectuée sur l'image du fantôme radiologique montrée précédemment (fig.7). Pour obtenir une représentation similaire au signal de la figure 3, les données de la coupe sont inversées par la relation donnée en ordonnée du graphique.



**Figure 7. Fantôme radiologique et profil.** À gauche on voit l'image haute énergie d'un fantôme radiologique et une flèche indiquant le parcours du profil. Celui-ci est illustré dans le tableau de droite. On voit la superposition de signaux hautes fréquences appartenant aux os, à un signal basse fréquence attribuable aux tissus mous.

On voit dans la figure 7 que les signaux produits par les os peuvent être vus comme étant superposés à un signal basse fréquence produit par les tissus mous dans l'image.

Les images radiologiques du fantôme sont acquises par un prototype du système EOS [1]. La source de rayons X du système est mesurée au niveau du détecteur comme un faisceau horizontal de  $254 \mu\text{m}$  d'épaisseur. L'image est enregistrée ligne par ligne sous forme d'une rangée horizontale de 1764 pixels ayant une échelle de résolution de 16 bits. L'image est acquise pendant que l'objet observé par l'imageur se déplace à une vitesse uniforme entre la source de rayons X et le détecteur.

Gravel *et al.* [2] proposent une méthode en 6 étapes menant à la génération d'images radiologiques déconvoluées et rehaussées. Les étapes sont les suivantes :

1. Estimation de la PSF
2. Caractérisation du bruit
3. Estimation de l'image de fond
4. Déconvolution des images
5. Filtrage par ondelettes stationnaires
6. Rehaussement du contraste

Voici une brève explication de chacune des étapes.

#### **1.4.1      Estimation de la PSF**

L'imageur EOS procède à une acquisition d'image ligne par ligne grâce à un détecteur horizontal se déplaçant verticalement durant l'acquisition, ce qui lui confère deux LSF (*line spread function*) distinctes selon  $\text{PSF}(x, y) = \text{LSF}_x * \text{LSF}_y$ , où  $\text{LSF}_x$  représente la composante horizontale et  $\text{LSF}_y$  est la composante verticale de la PSF. Ces composantes sont trouvées grâce à l'acquisition d'images de fentes obliques, i.e. orientées à  $5\text{-}6^\circ$  de l'horizontale et de la verticale. On utilise l'obliquité de la fente pour sur-échantillonner chaque pixel, car les LSF ne mesurent que quelques pixels de long. Un facteur de super

résolution de la PSF est ainsi produit. Un facteur de super résolution de 3 est employé dans [2] et la PSF est montrée à différentes résolutions.

Il fut démontré qu'il était possible dans le cas de EOS de représenter la composante  $LSF_x$  par un profil de Voigt [32] tandis que la composante  $LSF_y$  est modélisée par un profil de Sinc tronqué. La PSF ainsi composée est employée dans la déconvolution des images. À des fins de simplification, cette dernière est considérée comme invariante dans l'espace ce qui permet d'accélérer la déconvolution tel que vu précédemment.

#### **1.4.2 Caractérisation du bruit**

Pour maximiser la performance de la déconvolution, une estimation de la variance du bruit pour chaque pixel de l'image peut être employée. La méthode exposée dans Gravel *et al.* [33] permet d'y parvenir. Elle consiste à classer chaque pixel de l'image selon la valeur moyenne de l'intensité trouvée dans son voisinage. Une image de bruit est ensuite produite en soustrayant à chaque pixel sa valeur moyenne trouvée. Les pixels formant les arêtes, ou dans le voisinage de celles-ci, sont éliminés. Une estimation robuste de la variance du bruit dans l'image est effectuée avec les pixels valides.

Il fut démontré que la relation entre l'intensité et la variance est linéaire dans le cas de EOS et cette relation serait probablement déductible de la tension et de la dose de radiation utilisée pour la radiographie.

#### **1.4.3 Estimation du signal de fond**

Les performances en déconvolution peuvent être grandement améliorées s'il est possible de soustraire le signal de fond présent dans l'image tel que vu précédemment. Deux méthodes sont suggérées dans l'article: la première consiste en la segmentation manuelle des zones contenant des tissus mous uniquement. La deuxième consiste à

employer la double énergie pour segmenter de façon automatique les zones contenant les os et les tissus mous. Pour les deux méthodes, on procède alors au positionnement aléatoire des points de contrôle sur les zones de tissus mous identifiées et une interpolation de l'intensité de l'image est effectuée. Les zones non sélectionnées ou segmentées comme étant de l'os sont masquées lors de l'interpolation. L'image interpolée est soustraite de l'image initiale et la déconvolution est effectuée.

#### 1.4.4 Déconvolution

La méthode de Lucy-Richardson[9][10] présentée précédemment est employée par l'entremise du *Image Processing Toolbox* de Matlab [34]. Le nombre d'itérations est trouvé par essais et erreurs. Un facteur de super-résolution de 3 est employé lors de celle-ci. Les informations *a priori* présentées précédemment sont calculées et fournies pour chacune des déconvolutions des images basse et haute énergie.

#### 1.4.5 Filtrage par ondelettes stationnaires

L'approche utilisée dans l'article consiste ensuite à filtrer les images par ondelettes stationnaires (wavelets) [35], ce qui a pour effet de réduire le bruit de déconvolution tout en préservant les structures fines. La méthode est basée sur la troncation des coefficients afin de filtrer les composantes hautes fréquences de la transformée. Elle utilise des ondelettes splines bi-orthogonales avec un filtre de décomposition d'ordre 5 et un filtre de reconstruction d'ordre 1.

#### 1.4.6 Rehaussement des images

L'image de fond est agrandie à la taille de l'image déconvolue en effectuant une interpolation bilinéaire des intensités. Elle est ensuite additionnée à cette dernière. La dernière opération consiste à diviser le résultat précédent par l'image de fond extrapolée.

Il en résulte une image où les os sont fortement contrastés et où les tissus mous sont normalisés.

### 1.5 Améliorations à apporter à la méthode

La méthode complète telle que présentée par Gravel *et al.* [2] nécessite plusieurs interventions manuelles à travers les différentes étapes. Une des étapes les plus importantes de l'algorithme, celle consistant à extraire le signal de fond, est plutôt laborieuse lorsque effectuée manuellement. De plus, le signal de fond trouvé ne correspond pas au véritable signal de fond dans les régions superposées aux os. Il en résulte une perte de qualité dans celle-ci. Le rehaussement des images est également diminué par un manque de précision dans l'extraction du signal de fond. La méthode ne permet donc pas de traiter des images complexes, comme lorsqu'il y a peu d'information sur les tissus mous ou simplement lorsqu'il y a des variations importantes dans l'épaisseurs et la nature des organes ou tissus mous en superposition avec les os.

La méthode ne propose pas de définition claire de ce que devrait contenir le signal de fond et ne donne donc pas toujours les mêmes résultats puisqu'elle emploie une sélection aléatoire des points de contrôle de l'interpolation. Le positionnement aléatoire des points affecte le contenu fréquentiel car il permet d'introduire des signaux de fréquences élevées indésirables dans le signal de fond si les points de contrôle sont trop rapprochés.

Les pixels erronés dans l'image ne sont pas masqués de façon automatisée lors de la déconvolution et celle-ci ne possède pas de stratégie d'arrêt. Enfin, les différentes étapes ne sont pas regroupées en un seul programme et l'enchaînement des opérations est effectué de façon manuelle. Il n'y a pas d'interface usager pour faire fonctionner le traitement.

## 1.6 Contributions apportées à la méthode

Les contributions présentées dans les prochaines sections permettent une automatisation complète du procédé de rehaussement des images. La nouvelle méthode permet de rehausser des zones auparavant impossibles à traiter. Le tout est intégré à travers une interface usager simple et fonctionnelle.

Le travail est présenté sous forme d'un article publié en deux parties. La première partie, résumée dans la section 1.6.1, est présentée au chapitre 2 du mémoire. La deuxième partie regroupe les éléments introduits en 1.6.2 et 1.6.3 et constitue le chapitre 3 du présent ouvrage. L'interface est décrite au chapitre 4.

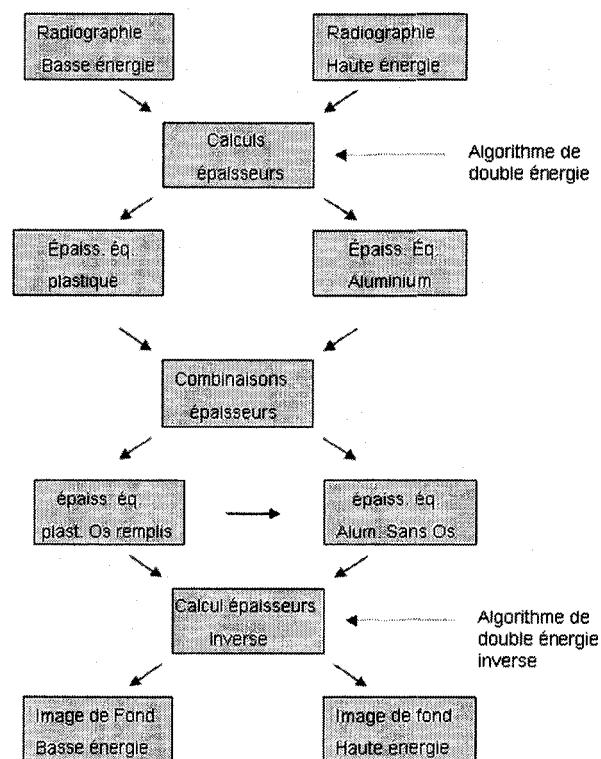
### 1.6.1 Définition de l'image de fond

La première partie de ce mémoire présente une nouvelle définition des images de fond et une méthode automatique d'extraction pour celles-ci. La méthode proposée se base sur la double énergie. Ces images de fond sont composées du signal basse fréquence engendré par l'atténuation des tissus mous et de l'air présent dans ces derniers. Dans une image de fond, les os du sujet radiographié ne sont plus visibles, comme s'ils avaient été remplis par du tissu mou équivalent en composition atomique moyenne aux tissus voisins de ces os. Les étapes menant à la production de ces images sont décrites dans le chapitre 2 du présent ouvrage.

Le schéma bloc de la figure 8 fournit un résumé des opérations menant à la production des images de fond synthétiques. On voit dans celui-ci que les images haute et basse énergie complètes sont fournies en entrée du processus et sont combinées par la méthode classique de calcul des épaisseurs équivalentes. Il sera montré au chapitre 2 qu'il est possible de produire une image du numéro atomique moyen en chaque point en combinant les images d'épaisseurs de façon non linéaire. En combinant ensemble les

images d'épaisseurs et l'image du numéro atomique moyen, il est possible d'en déduire une image équivalente de plastique où les trous laissés normalement par les os sont remplis. L'image d'épaisseur équivalente d'aluminium est ajustée en conséquence et ne contient plus d'information provenant des tissus osseux.

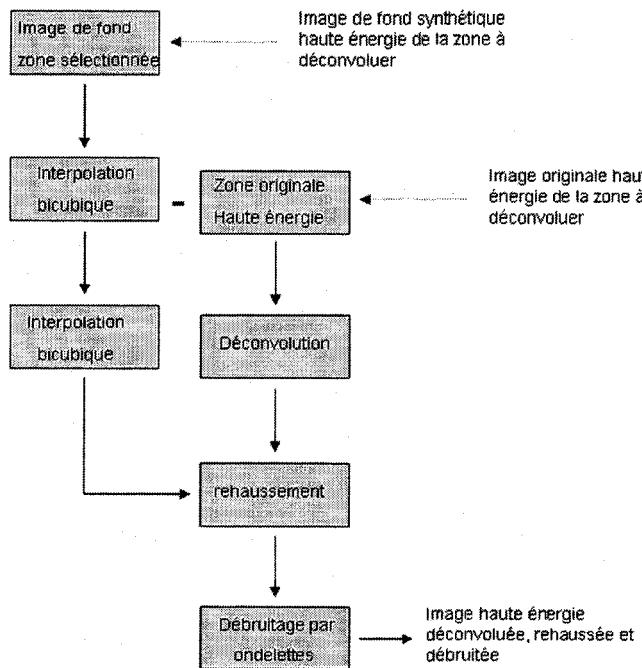
Ces images sont alors employées dans la transformation inverse du calcul des épaisseurs pour produire de nouvelles images d'intensité basse et haute énergie. Ces images synthétiques contiennent maintenant une représentation hypothétique de ce qui aurait été observé si les os du patient avaient été remplacés par du tissu mou équivalent aux tissus environnants.



**Figure 8.** Schéma bloc: conception du signal de fond. Le schéma bloc décrit le déroulement des opérations permettant de produire des images synthétiques représentant le signal de fond à partir des images double énergie originales.

### 1.6.2 Interpolation des images de fond et détection des pixels erronés

La deuxième portion de cet ouvrage, présentée au chapitre 3, porte sur le traitement de l'image de fond avant déconvolution et sur les résultats obtenus avec la méthode complète. Les traitements ont pour but de limiter le contenu fréquentiel de l'image de fond avant soustraction à l'image originale. La détection automatique des pixels erronés de l'image est également employée avant la déconvolution. Le nouvel algorithme est présenté en annexe I. Celui-ci permet de masquer les pixels contenant de l'information erronée pouvant nuire à la déconvolution. Il s'agit de la matrice de poids  $w$  présentée à la section 1.2.5. Le schéma bloc de la figure 9 représente les différentes opérations menant aux images rehaussées et déconvoluées. Une zone d'une image haute énergie est utilisée en exemple. Les opérations sont les mêmes pour traiter une image basse énergie. Voici les étapes:



**Figure 9. Schéma bloc: déconvolution et rehaussement. L'exemple du traitement d'une zone de l'image haute énergie est donné.**

Dans le schéma bloc de la figure 9, l'image d'entrée correspond à une des deux images de fond synthétiques sortantes du schéma bloc précédent. L'image est dans un premier temps interpolée, puis l'image originale est ensuite soustraite du résultat.

La déconvolution est alors pratiquée sur l'image soustraite. L'image de fond est ensuite interpolée pour que son format soit identique à l'image déconvoluée, puisque celle-ci est redimensionnée par le facteur de super résolution. L'image déconvoluée est ensuite soustraite de l'image de fond interpolée pour retrouver la représentation naturelle de l'image d'origine et le résultat est divisé par l'image de fond. Cette division a pour effet de normaliser tous les tissus mous et de pleinement contraster les os dans l'image.

### 1.6.3 Déconvolution et critère d'arrêt

Un critère d'arrêt pour la déconvolution est également proposé et présenté en annexe II. Il est basé sur l'hypothèse qu'il est possible de mesurer le bruit de déconvolution en observant la déviation de l'entropie de l'image par rapport à son entropie originale. Lorsque le critère est atteint la déconvolution est stoppée et les traitements subséquents sont appliqués.

### 1.6.4 Présentation des articles

Les articles présentés aux chapitres 2 et 3 constituent les parties un et deux de l'article intitulé «*A Method For Bone Enhancement in Digital Dual Energy Radiographs*». Au chapitre 2, la première partie appelée «*Background Image Synthesis from Dual Energy Radiographs*» présente une nouvelle méthode permettant la génération d'une image de fond à partir de radiographies à double énergie.

Au chapitre 3, la partie intitulée «*Automated Background Subtraction in Deconvolution of Radiological Images*» expose les étapes permettant un rehaussement en résolution et

en contraste des images double énergie. Enfin, des informations supplémentaires permettant de compléter le mémoire sont présentées au chapitre 4.

## **CHAPITRE 2**

### **A METHOD FOR BONE ENHANCEMENT IN DIGITAL DUAL ENERGY RADIOGRAPHS PART I: BONE CONTRAST ENHANCEMENT FROM AUTOMATED BACKGROUND NORMALIZATION OF RADIOLOGICAL IMAGES**

*Abstract* -We have developed a method to enhance bone contrast in dual X-ray images. The method is based on the creation of a synthetic background image representing soft tissues and air in the image. The original image is normalized with this background image, thus enhancing bone contrast and eliminating soft tissues and air holes. This background image can also serve as *a priori* knowledge to a deconvolution algorithm and further enhance small bone features. The central idea of the method resides in the proper combination of information contained in equivalent aluminum and plastic thicknesses, calculated from well-known dual-energy algorithms.

Index terms: — X-ray; image processing; contrast enhancement, deconvolution, dual energy

#### **2.1        Introduction**

Soft tissues and air cavities often interfere with the interpretation and the digital signal processing of bones from radiographs. Dense organs or air cavities reduce bone visibility when superposed to them. The bone boundaries are therefore harder to locate using common edge detectors and thus bone features are missed. Segmentation algorithms can also be misled by false edges produced by soft tissues. Indeed, it is not possible, from a single radiograph, to differentiate attenuation produced by calcification from attenuation produced by dense soft tissues. To address this issue Alvarez and Makovski [20] showed that it is possible to extract separate information on bones and soft tissues by combining

information from two radiographs, one with a low-energy beam (e.g. 70 kV<sub>p</sub>) and one with a high-energy beam (e.g. 140 kV<sub>p</sub>). In the case of medical imaging, the method usually employs a calibration step based on two materials; aluminum and Lucite (plastic). These materials are chosen because the X-ray absorption of bones is very close to aluminum whereas soft tissues are very close to plastic from an atomic-number point of view. The method produces two images: the equivalent-aluminum-thickness image and the equivalent-plastic-thickness image. These images are noisier than the originals because Poisson noise from the original images is compounded in the thicknesses images. This noise is responsible for the pastel-like grain appearance of the thickness images which can be confusing at first inspection. These images are also odd-looking since they present thickness information rather than absorption and are thus unusual to radiologists.

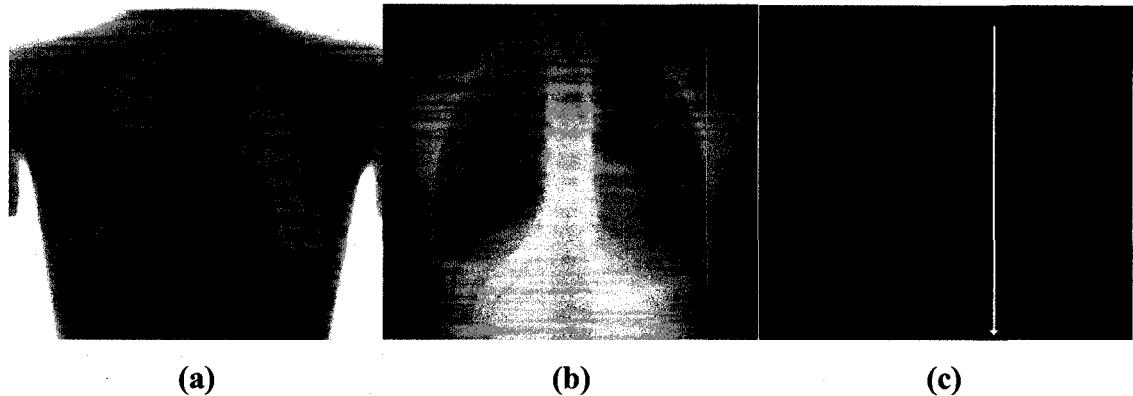
A more recent and popular method called dual-energy subtraction technique [22] is widely used to detect metastases and pulmonary nodules in chest image [23]. It is also employed for detection of tumors and micro-calcifications in mammography [24][25]. The method is based on a weighted combination of the low- and high-energy images. The weighting coefficient is the ratio of the high- and low-energies linear absorption coefficient for the particular material we wish to eliminate from the composite image. The method can produce bone-only images, soft-tissue-only images or eliminate whatever component we wish to subtract given a proper linear absorption ratio. The resulting image is also noisier since it is created from the direct combination of two images. Methods were developed to reduce noise with intermediary adaptive filtering steps while preserving edges in the process [27]. The subtraction method is usually employed to eliminate one particular tissue from an image (lung tissue, breast tissue), and requires segmentation algorithms to separate and attenuate effects of different tissue combinations.

Gravel *et al.* [2] recently proposed a method to enhance bone contrast in a radiological image. The method gives better contrast while preserving noise statistics over soft-tissue and bone areas. This later fact is crucial to obtain positive results with enhancement methods such as deconvolution. The original image is normalized with another image reproducing the soft-tissue distribution in it. To produce this image, the bones in the original image are segmented using either manual or automatic operations. In the latter case, the method uses dual energy and the aluminum image to perform segmentation. Regions containing bones are masked out and an interpolation is performed over the entire area using the information in the soft-tissue regions. The original image is then divided by this background image. As a result the soft tissues have constant intensity and the bones-soft tissue contrast is enhanced. The authors also perform deconvolution algorithms to obtain enhanced-resolution results.

The method does not however take into account the variations of soft tissues superposed to bones. The segmentation of bones with the aluminum image alone is also not efficient, because the dual-energy method cannot perfectly separate bones from soft tissues in the images. So in the case where we want to use the aluminum-equivalent image to perform segmentation of the bones, we must be aware that features from soft tissues are still present in the image.

Fig. 10 shows an example of dual-energy imaging applied to the chest section of a humanoid radiological phantom. The high-energy image is shown in Fig. 10a; the low-energy version looks similar is thus not shown. The plastic and aluminum images appear in the next two panels ( (b) and (c) respectively). The arrow in Fig. 10c shows the region in the ribcage where a cross section is taken; the corresponding profile of equivalent aluminum thickness is shown in Fig. 11a. This figure shows a mixed signal composed of a low-frequency component created by the soft tissues and a high-frequency component corresponding to the bones. Soft tissues cannot be entirely described by the plastic

equivalent thickness and possess non-zero values in the aluminum image. These values are proportional to the local thickness.

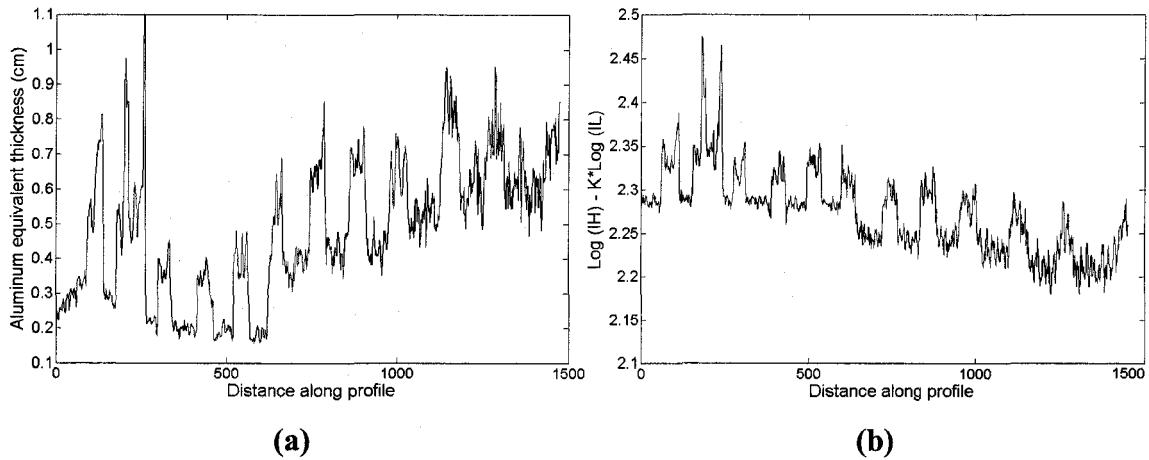


**Figure 10. Dual energy imaging.** This method combines a low- and a high-energy images (a) of a radiological chest phantom into separate images of equivalent thicknesses of plastic (b) and aluminum (c) along the line of sight. In the clinical energy range, plastic behaves like soft tissues in X-rays whereas aluminum behaves like bone tissues. Bones and air create empty regions, or holes, at their respective locations in the soft-tissue image (b). The soft- and bone-tissue separation is not perfect however as can be seen by the “ghost soft-tissue features” in the bone image (c). This is particularly visible in the armpits and the abdomen regions. The arrow in (c) indicates the cross-section path used for the profile shown in Fig. 11.

We can compare this cross-section with the one produced by the dual-energy subtraction method with soft-tissue (ICRU-44) linear absorption coefficients. We observe smaller variations caused by the soft-tissues presence in Fig. 11b. These are produced by changes in tissues natures and superposition (lung, heart and abdomen) since each combination possesses a different mean absorption coefficient. Segmentation algorithms would be needed to select appropriate coefficients for the different regions in order to eliminate soft-tissues variations.

It is possible to evaluate the mean atomic number, or  $Z$ , at all points based on the plastic and aluminum images [2]. In terms of segmentation, the  $Z$  image has the advantage over the bone image that no variation is observed for regions containing same material but different thicknesses. However, in the case of composite regions,  $Z$  will vary along the

thicknesses ratio of the materials present, so regions where soft tissues are thicker and bones are thinner complicate the segmentation. This problem is somewhat similar to problem of segmenting the aluminum image only. The key observation here is to realize that aluminum, plastic, and Z images all contain intertwined information from soft tissues and bones. Our goal is to be able to separate these information in order to retrieve bone-only features.



**Figure 11.** Cross section of the equivalent aluminum thickness (a) and from the dual-energy subtraction technique (b) for the path shown in Fig. 10c. The main sharp features correspond to the thoracic cage but there is also a low-frequency component mostly visible between the rib peaks which originates in the soft-tissue distribution in both images.

One way to fully extract bone-only features would be to normalize the original intensity image with a synthetic “background” image containing the best representation possible of all soft tissues and air gaps in the image. This is equivalent to a radiological image of a subject whose bones are replaced by soft tissues having the same atomic properties than the soft tissues surrounding those bones. The original image would then be divided by this synthetic image, producing a bone-enhanced image.

In part II of this article, it will be shown that this synthetic background image can serve as *a priori* background information for performing deconvolution. The principle is the

same; the deconvolution, just like reconstruction, performs better if information in the image can be reduced to the signal of interest only. The method presented in this first part shows that by judiciously combining information from plastic, aluminum, and Z images, it is possible to produce a suitable synthetic background signal for our original low- and high-energy images.

The imaging protocol used in this work is described in section 2.2 as well as the multi-step implementation of the bone-enhancement method. Enhancement results on images of a radiological humanoid phantom are presented in section 2.3. A brief conclusion follows in section 2.4.

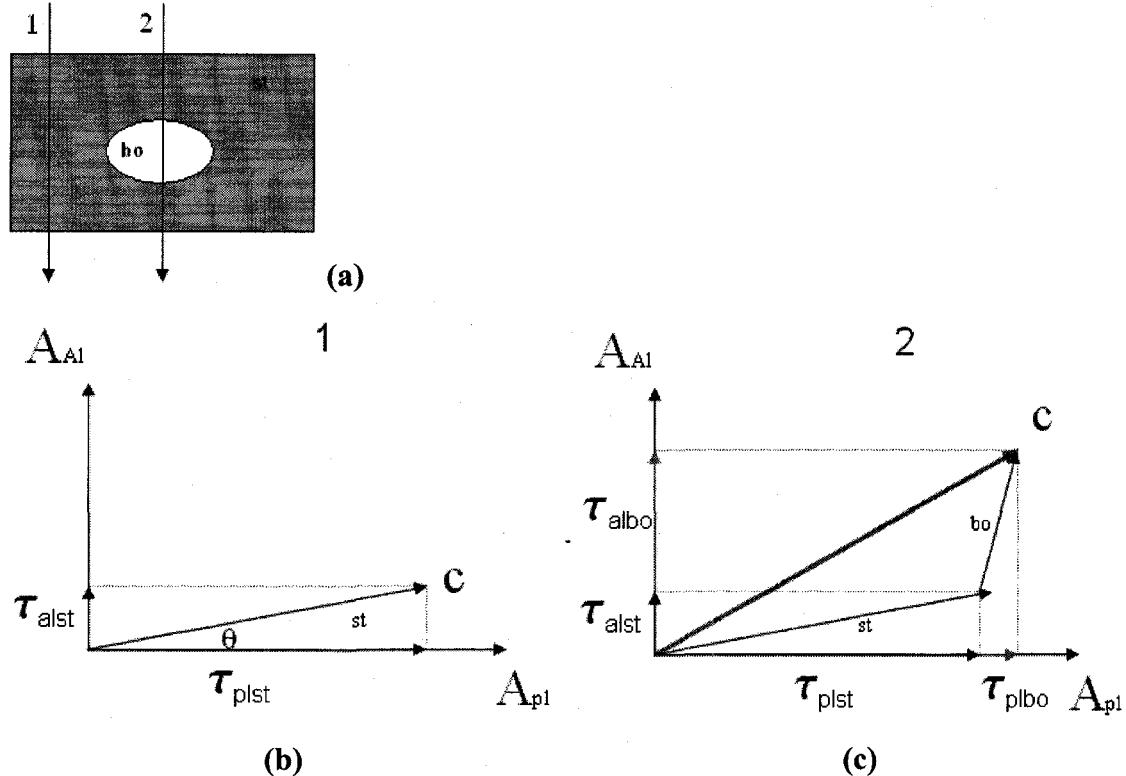
## **2.2 Materials and Methods**

### **2.2.1 Theoretical Concepts**

For a given X-ray imaging system, we perform the standard dual-energy calibration procedure using staircases of plastic- and aluminum-equivalent thicknesses. Coefficients for transformations are computed as described in [21]. Let us suppose that we take dual-energy radiographs (e.g 70 and 140 kV<sub>p</sub>) of the block in Fig. 12a. This block is composed of soft tissue (st) and bone (bo). Total thicknesses encountered along paths 1 and 2 do need not to be equal. We intent to produce two synthetic “background” images that simulate the low- and high-energy radiographs of a block looking exactly like the original one, but where the bone is replaced by tissues having the same atomic properties than the surrounding ones.

#### **2.2.1.1 Vector representation of the Pl and Al equivalent thicknesses for a given material**

As a first step we use the dual-energy algorithm (appendix) to produce equivalent plastic and aluminum images. We can use the classic vector representation [21] in Fig. 12b and Fig. 12c to represent vectors 1 and 2.



**Figure 12. Equivalent PI and Al thickness of materials.** The attenuation of X-rays through a given material can be modeled as the result of successive attenuations through superimposed layers of PI and Al. This information can be used to generate, for a material of a given thickness, a vectorial representation of its equivalent thicknesses in (Al, PI) space. The two arrows in (a) show different paths throughout an object made of bone (bo) and soft tissues (st). Path #1 intersects only soft tissues and has the simple vector diagram shown in (b). Path #2 intersects two types of tissues, bone and soft tissues; its vector diagram shows the sum of two vectors, one for each tissue (c).

In Fig. 12b and 12c,  $\tau_{plst}$  is the plastic equivalent thickness of the soft tissues;  $\tau_{alst}$  is the aluminum equivalent thickness of soft tissues;  $\tau_{albo}$  represents the aluminum equivalent thickness of bone; and  $\tau_{plbo}$  is the plastic equivalent thickness of bone. We see in Fig.

12b that  $\tau_{plst}$  and  $\tau_{alst}$  are related to an angle  $\theta$  which depends on the type of material encountered along the path but not on the material thickness itself. In the general case, where we have a plastic-aluminum calibration, the equivalent thicknesses of a material are related to  $\theta$  according to

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\tau_{al}}{\tau_{pl}} \right) \quad (2.1)$$

The vector representation is usually used in conjunction with the “composite” equation,

$$C = \tau_{pl} \cos(\theta) + \tau_{al} \sin(\theta) \quad (2.2)$$

Formula (2.2) enables us to project equivalent thicknesses  $\tau_{pl}$  and  $\tau_{al}$  on a vector C, representing the equivalent thickness at all point for a material having the characteristic angle  $\theta$ . If we want to represent the aluminum equivalent image, we set:

$\theta = \frac{\pi}{2}$ , so we immediately get  $C = \tau_{al}$ . Setting theta to zero leads to the plastic-equivalent image.

### 2.2.1.2 Refinement of the Al and Pl Equivalent -Thicknesses Computation

After calculating the plastic- and aluminum-equivalent-thickness images for our block from the dual-energy algorithm, we want to produce a pair of equivalent-thickness images that would represent what would have been observed, had we performed the dual-energy algorithm on the bone-filled version of our block. What we need to do is to fill the holes in the plastic-equivalent image by combining information from both equivalent-thickness images. We also need to modify the aluminum image at the bone

location in accord with the plastic-equivalent thickness and the material angle surrounding the bone.

To our knowledge, the idea of replacing one material with another one in dual-energy radiography was first introduced in [36]. The basic replacement method was often used in dual-energy mammography, and refined methods were eventually proposed [37], [38]. These methods cannot be applied here, first because in our case we cannot assume that our subject has constant total thickness over the entire image. Secondly, we do not wish to observe a compound C, but to create two different aluminum and plastic images that will be used together to get back in the intensity domain to create synthetic background images.

To illustrate further manipulations and methods for the block example, we perform a dual X-ray simulation based on a simple radiological model of the EOS™ radiographic imager [1] (Biospace Med, France). The simulation is based on the mathematical relation,

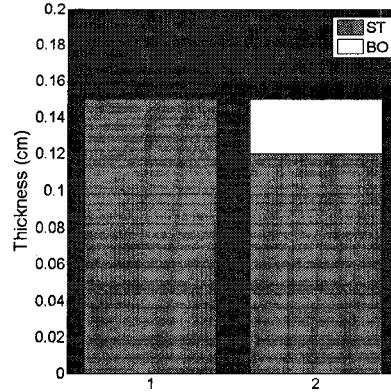
$$I = \int S(E) \cdot Q(E) \cdot \exp(-[\mu_{Al}(E) \cdot \tau_{Al} + \mu_{Pl}(E) \cdot \tau_{Pl}]) dE \quad (2.3)$$

where  $S(E)$  is the EOS imager X-ray spectrum,  $E$  is the energy value, and  $Q(E)$  is the detector's quantum efficiency. The material under study has linear absorption coefficients  $\mu_{Al}(E)$  and  $\mu_{Pl}(E)$  and equivalent Aluminum and Plastic thicknesses  $\tau_{Al}$  and  $\tau_{Pl}$ . The relative transmitted intensity  $I_r$  is obtained from:

$$I_r = \frac{I}{I_0} \quad \text{where } I_0 = \int S(E) \cdot Q(E) \cdot dE \quad (2.4)$$

$I_0$  represents the transmitted intensity without absorption. The simulation is performed for a 15-cm-thick soft-tissue block with a 3-cm-thick bone in the center; Fig. 13a

presents the tissue thicknesses along each path shown in Fig. 12a. Dual-energy simulation results for vectors 1 and 2 are displayed in Fig. 14a.



**Figure 13. Stack bar graph of the original thickness sums. Soft tissues (ST) and bone (BO) thicknesses are summed along path #1 and #2 from fig 12a.**

Fig. 14a shows that adding equivalent plastic and aluminum components for vectors 1 and 2 does not produce equal total thicknesses along both paths. We want the total thicknesses along paths 1 and 2 to be equal as if the bone traversed by vector 2 had been replaced by soft tissues.

We found that a good approximation to the original total thicknesses can be obtained for both vectors if we can deduce and sum the quantities  $\tau_{plst}$  and  $\tau_{albo}$  over each vector. If we go back to fig. 12b and fig. 12c, we see for vector 1 that  $\tau_{plst}$  is known and  $\tau_{albo} = 0$ . For vector 2, these quantities are unknown and we must evaluate them. To do so, we use the fact that equation (2.1) can also be expressed in the following way [36],

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\tau_{al}}{\tau_{pl}} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{\rho_{pl} N g_{pl} (Z_{pl}^{3.8} - Z_c^{3.8})}{\rho_{al} N g_{al} (Z_c^{3.8} - Z_{al}^{3.8})} \right) \quad (2.5)$$

where  $\rho_{al}$ ,  $\rho_{pl}$  are volumic masses and  $Ng_{al}$ ,  $Ng_{pl}$  are electronic densities for aluminum and plastic respectively.  $Z_c$  is the mean atomic number of the traversed compound along the line of sight.

We can use the general equation,

$$Ng = \frac{Z}{A} Na \quad (2.6)$$

where  $Na$  is the Avogadro number and  $A$  is the atomic weight. These characteristic values [26] for the aluminum and plastic (Polymethyl Methacrylate (PMMA)) are listed in table I.

Table I  
Material constants for Aluminum and Lucite

Material	Atomic Weight A (u)	Atomic Mean Number Z	Volumic Mass $\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )
Aluminum	26.98	13	2.7
PMMA	11.57	6.24	1.19

Using the data in table I with equation (2.5) and (2.6) we can calculate vector 1 mean atomic number  $Z_1$ ,

$$Z_1 = \left( \frac{0.4936 \cdot \tau_{pl_1} Z_{pl}^{3.8} + \tau_{al_1} Z_{al}^{3.8}}{0.4936 \cdot \tau_{pl_1} + \tau_{al_1}} \right)^{\frac{1}{3.8}} \quad (2.7)$$

where  $\tau_{pl_1}$ ,  $\tau_{al_1}$  are the total plastic thickness and total aluminum thickness of vector 1 respectively.  $Z_{pl}$  and  $Z_{al}$  are the plastic (Lucite) and Al mean atomic numbers. Since we intend to fill the bone cavity with the surrounding material, we set  $Z_2 = Z_1$  given that vector 1 only contains soft tissues and is a neighbor of vector 2.

As a first step, we seek to calculate  $\tau_{alst_i}$  for both vectors. From the rightmost equation of (2.5) we have:

$$\frac{\tau_{al}}{\tau_{pl}} = \frac{\rho_{pl} Ng_{pl} (Z_{pl}^{3.8} - Z_c^{3.8})}{\rho_{al} Ng_{al} (Z_c^{3.8} - Z_{al}^{3.8})} \quad (2.8)$$

As previously stated, we set  $Z_c = Z_1$  for vector 1 and 2, and from (2.8) we calculate,

$$\hat{\tau}_{alst_i} = \hat{\tau}_{plst_i} \left( \frac{\rho_{pl} Ng_{pl} (Z_{pl}^{3.8} - Z_1^{3.8})}{\rho_{al} Ng_{al} (Z_1^{3.8} - Z_{al}^{3.8})} \right) \quad i=1,2 \quad (2.9)$$

$$\text{With } \hat{\tau}_{plst_i} = \tau_{plst_i} + \tau_{plbo_i} = \tau_{pl_i} \quad (2.10)$$

If we follow equations (2.9) and (2.10) for vector 1, we have:

$$\hat{\tau}_{alst_1} = \tau_{pl_1} \left( \frac{\rho_{pl} Ng_{pl} (Z_{pl}^{3.8} - Z_1^{3.8})}{\rho_{al} Ng_{al} (Z_1^{3.8} - Z_{al}^{3.8})} \right)$$

since  $\hat{\tau}_{plst_1} = \tau_{plst_1} + 0 = \tau_{pl_1}$  and  $\tau_{plbo_1} = 0$ , given that vector 1 does not intersect any bone. The situation is different for vector 2 which does encounter bone.

Hence, equations (2.9) and (2.10) become:

$$\hat{\tau}_{alst_2} = \hat{\tau}_{plst_2} \left( \frac{\rho_{pl} N g_{pl} (Z_{pl}^{3.8} - Z_1^{3.8})}{\rho_{al} N g_{al} (Z_1^{3.8} - Z_{al}^{3.8})} \right), \text{ with } \hat{\tau}_{plst_2} = \tau_{plst_2} + \tau_{plbo_2} = \tau_{pl_2}.$$

The thickness component  $\hat{\tau}_{alst_2}$  is thus approximated from the atomic number  $Z_1$  and from the addition of  $\tau_{plst_2}$  and  $\tau_{plbo_2}$ . We shall assume that  $\tau_{plst_2} \gg \tau_{plbo_2}$  for this approximation to hold, as it is the case for humans and most mammals.

With both  $\hat{\tau}_{alst_i}$  values now known, it is possible to calculate:

$$\hat{\tau}_{albo_i} = \tau_{al_i} - \hat{\tau}_{alst_i} \quad (2.11)$$

By definition, this quantity is zero for vector 1.

In theory, by having a very good insight about the bone's Z number, it may be possible with vector 2 to use  $\hat{\tau}_{albo_2}$  and deduce a new  $\tau_{plbo_2}$ . It could then be employed back in (2.10) to refine the solution. However we have to work with the fact that we can find soft tissues without bones, but bones always come superposed with soft tissues.

As previously stated, a good approximation of the original distribution of the total thicknesses can be obtained for both vectors if we can estimate and sum the theoretical quantities  $\tau_{plst}$  and  $\tau_{albo}$  over each vector. Since we now possess approximated values of these quantities for both vectors, we compute:

$$\hat{\tau}_{pl_i} = \hat{\tau}_{plst_i} + \hat{\tau}_{albo_i} \quad (2.12)$$

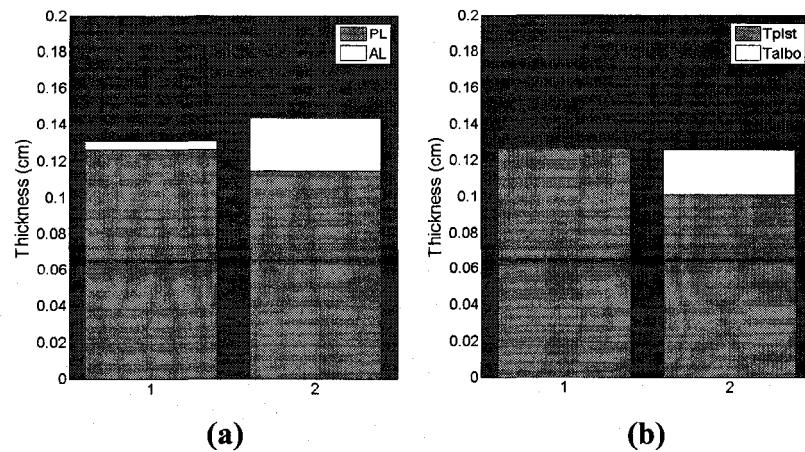
For vector 2, equation (2.12) is “filling” the hole created by the bone in the equivalent-plastic-thickness component. For vector 1 we have  $\hat{\tau}_{pl_1} = \tau_{plst_1}$  since no bone is present.

$\hat{\tau}_{pl_1}$  and  $\hat{\tau}_{pl_2}$  are important results. They are a very good approximation of what would have been observed for  $\tau_{pl_1}$  and  $\tau_{pl_2}$  had we previously replaced the bone in our synthetic block of Fig. 12a with soft tissues prior to the radiographic process.

As a last step we will compute two new  $\hat{\tau}_{al}$  for vector 1 and 2 by reusing (2.8).

$$\hat{\tau}_{al_i} = \hat{\tau}_{pl_i} \left( \frac{\rho_{pl} N g_{pl} (Z_{pl}^{3.8} - Z_1^{3.8})}{\rho_{al} N g_{al} (Z_1^{3.8} - Z_{al}^{3.8})} \right) \quad i=1,2 \quad (2.13)$$

Fig. 14b shows our simulation results with the synthetic block. Since we began with equal total thicknesses for vector 1 and 2, we now have  $\hat{\tau}_{pl_1} \cong \hat{\tau}_{pl_2}$ . Consequently we also have  $\hat{\tau}_{al_1} \cong \hat{\tau}_{al_2}$ .



**Figure 14. (last page)** Stack bar graphs of the estimated Pl and Al equivalent thicknesses of the material encountered along path #1 and path #2. The left panel shows the sum of Al and Pl thicknesses for the two paths. The right panel shows the estimated sums of Al and Pl thicknesses by our method. Comparison with the true values shown in Figure 4 indicates that the sums of thicknesses for vector 1 and 2 produced by the method (b) are morphologically comparable to the sums of original values, while this is not true for equivalent plastic-aluminum equivalent thicknesses (a).

Performing the inverse transformation from the dual energy algorithm with these values will result in the desired background images. It is important to understand that vector 2 use the Z value of vector 1, since it is its closest neighbor. This example makes use of two vectors, but in the complete algorithm, each point is evaluated to see if it is part of a bone-soft tissue composite or not. If it is the case, its Z value should be interpolated from the surrounding soft-tissue Z distribution.

### 2.2.1.3 3) Multi-step Implementation of the Background-Image Computation Method

The method is presented in five steps. They are presented in processing order.

a) Plastic, aluminum and mean atomic number image generation

Images of equivalent thicknesses in Pl and Al and of the mean atomic number Z are generated, from a low- and high-energy images, using the dual-energy algorithm described in Appendix.

b) Segmentation and Interpolation of the Mean Atomic Number Image

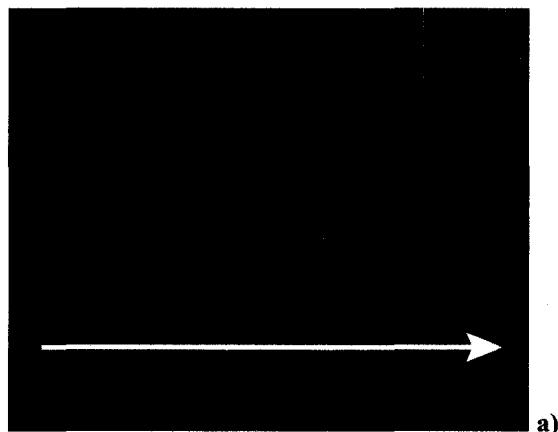
At this point we perform a simple segmentation to separate areas potentially containing bones from other area. This is done by applying a threshold to the mean-atomic-number image. The threshold was determined experimentally and its value is close to what is

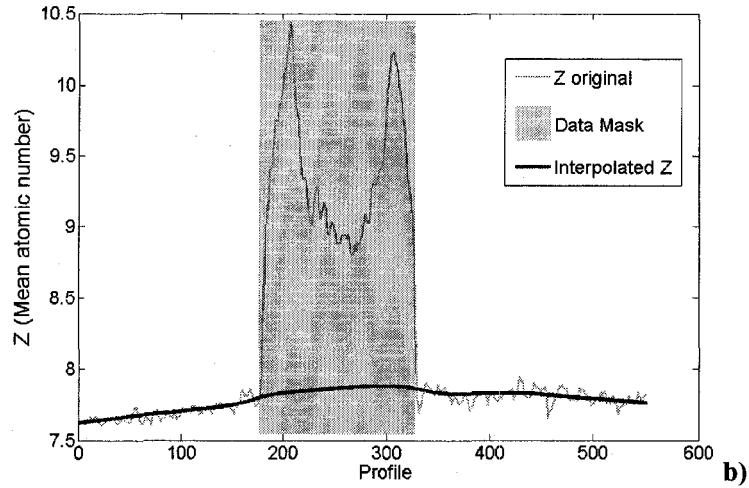
found in soft tissues, i.e.  $Z=7.6$ . Not surprisingly, this is also the atomic number of the polyurethane encasing the bones in the phantom [39]. We use  $Z=7.8$  to account for noise and to maximize the performance of our algorithm.

Based on this threshold value, we generate a mask enclosing all the bones and extending beyond their boundaries. It is better to mask more regions potentially containing bones than missing any such region. The reason is that soft tissues rarely present fast variations in  $Z$  over small scales; this eases the interpolation operations. Morphological operations (opening and closing) are then applied to the binary image.

The soft-tissue regions identified by the mask are then used to interpolate  $Z$  across the image with a multigrid technique described in [40]. The result is an overall smoother image of  $Z$  that fills up the gaps where the bones were. The segmentation and interpolation step corresponds to the replacement step of  $Z_2$  by  $Z_1$  described in section 2.2.

An example of a  $Z$  image is shown in Fig. 15a. In Fig. 15b we can see the masked zone and the interpolation result.





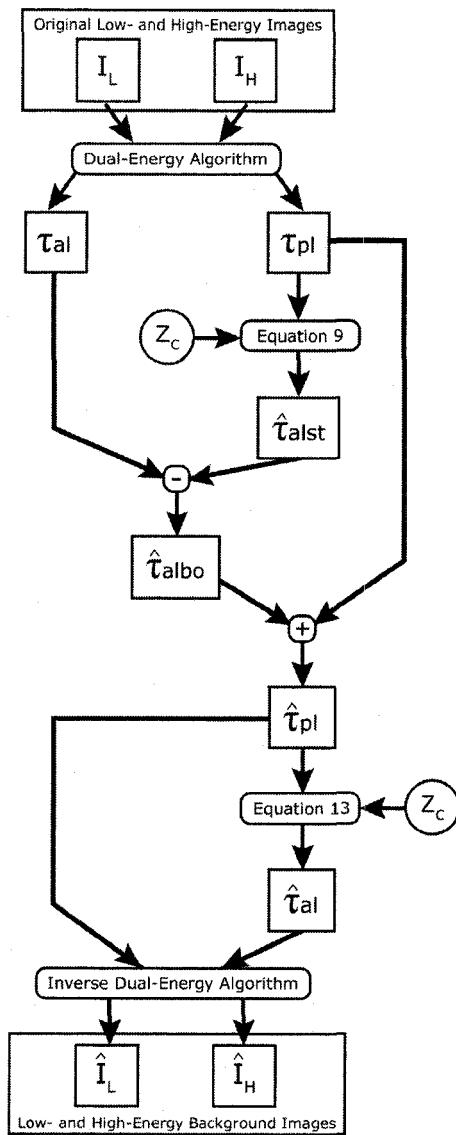
**Figure 15.** Example of a mean-atomic-number image interpolation. The arrow in (a) indicates the cross-section path used for the profile shown in (b). Pixels with a  $Z$  value higher than 7.8 are masked from the interpolation. The masked zone is interpolated with the surrounding soft tissues  $Z$  values.

c) Correction and Combination of Equivalent Thicknesses

The original thicknesses of aluminum and plastic are computed from equation (2.26) and (2.27) found in the appendix. From these we compute  $\hat{\tau}_{pl_i}$  and  $\hat{\tau}_{al_i}$  by using equations (2.9) to (2.13). These operations are illustrated at the Fig. 16.

d) Low- and High-Energy Synthetic Images Calculations

In Fig. 16 we see that the last step is the inverse dual-energy combination of modified equivalent-thicknesses images. By using the inverse procedure of step a) using [(2.22) and (2.23)], we get the background images for the low- and high-energy images.



**Figure 16. Correction and combination of equivalent thickness images.** The diagram shows the different steps in order to produce low- and high- energy background images.  $Z_c$  is the interpolated mean atomic number.

e) Contrast Enhancement

The original low- and high-energy images are divided with their respective synthetic background images to normalize the soft-tissue background and enhance the appearance of the bones. Filtering of the synthetic-background images with a median filter is performed for visualization of the enhanced images in the results section. Optimal resampling prior interpolation of the synthetic-background images will be explained in part II of the present article. Proper interpolation insures that noise statistics of the original images remains intact prior to deconvolution and prevents the creation of artificial high-frequency components in the interpolated image, coming from the aliasing phenomenon.

### **2.2.2 Image Acquisition Protocol**

The radiographs are taken with a micro-strip gas chamber with an amplifier grid [1]. The EOS testing bed (Biospace Med, France), installed at the École de technologie supérieure (ÉTS) in Montreal, has a horizontal fan-beam geometry which allows the direct detection of x-rays using a 6-bar Xenon-gas chamber. The beam is 254  $\mu\text{m}$  thick and is recorded on a 1764 pixel grid. The 16-bit images are acquired line-by-line as the object moves vertically at a uniform speed between the source and the detector.

Three sets of dual-energy radiography pairs (Table II) are taken from parts of a sectional phantom (sectional Phantom, The Phantom Laboratory, Salem, NY). Hand, thorax and lower torso sections are used. Low- and high-energy images are taken at 70 kV<sub>p</sub> and 140 kV<sub>p</sub> respectively. Dual-energy images of a calibration block (Lucite and aluminum) have already been taken. Coefficients for equivalent thicknesses calculations [21] are pre-computed. Table II gives the image sizes and corresponding fields of view.

Table II

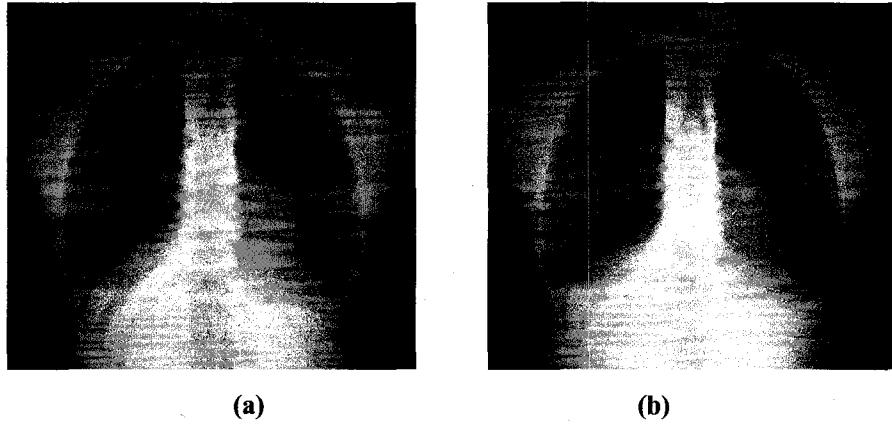
List of images analyzed in this work. For each anatomical region, a low- and a high-energy images were acquired on the EOS™ system. The images were then cropped to isolate the section of interest; the dimensions and the corresponding fields of view are listed in the last two columns

Images	Dimensions (height x width)	Field of view (height x width)
Thorax	1575x1764	0.4 x 0.45 m <sup>2</sup>
Lower torso	1497x1764	0.39 x 0.45 m <sup>2</sup>
Hand	1063x1764	0.28 x 0.45 m <sup>2</sup>

## 2.3 Results and Discussion

### 2.3.1 Soft -Tissue Background Estimation

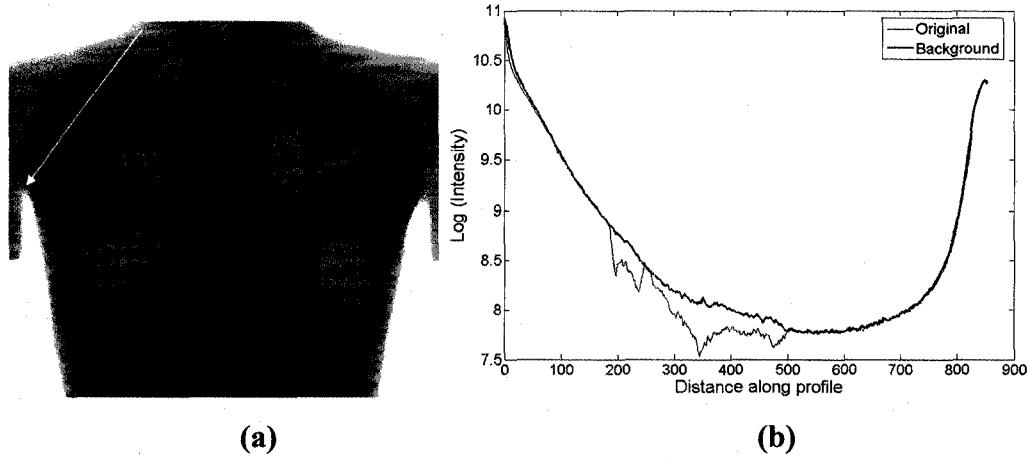
Fig. 17a and 17b show the  $\tau_{pl}$  and  $\hat{\tau}_{pl}$  images for the phantom thorax. When comparing both images, we can still see darker regions at some bone locations in the right panel; these are created by air in bones. This is due to the fact that the phantom bones are degreased and filled with polyurethane but unfortunately the filling process is not perfect and air holes are forming at some points. These holes are not filled by the algorithm and should not be. We also observe that lung and trachea are not filled.



**Figure 17. Examples of Plastic-equivalent-thickness images before (a) and after (b) filling of the bone cavities. Remaining bone features in (b) are produced by air in the phantom bones.**

By applying the inverse procedure of step a) with the results of step c), we get the background images for the low- and high-energy images. To enhance the original low- and high-energy images, we simply need to divide them by their respective filtered synthetic background. Fig. 18a shows the high-energy background image produced using our method. Note the smooth background surface; the bones cavities are now filled with soft tissues. Some bright regions still remain in the vertebral and clavicle regions due to air holes as previously discussed.

We can compare the original high-energy image (Fig. 10a) with its background image using intensity cross sections along the path shown in Fig. 18a. Cross-sections are compared in Fig. 18b. By dividing the original signal by the background signal, we automatically increase contrast for the bones, since soft tissues are now normalized everywhere and cannot influence contrast in the image. Contrast enhancement results are displayed in the next section.

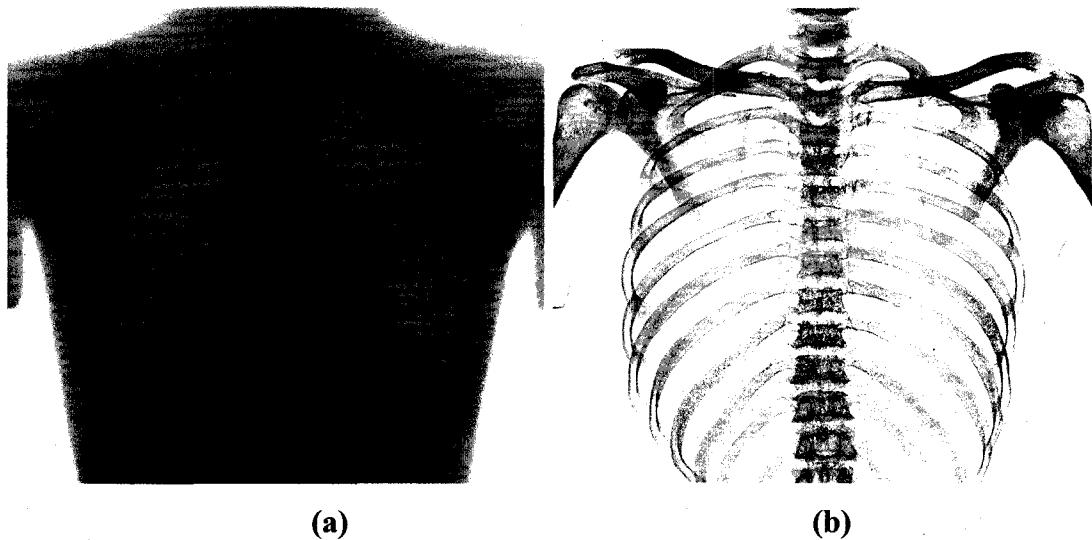


**Figure 18. Modeling of the soft-tissue distribution.** The synthetic background image of the phantom thorax (a) shows what would have been observed if bones in the original image had been replaced by soft-tissue-like material. The arrow indicates the line along which intensity profiles are measured in the original and the soft-tissue background images. The profiles are shown superposed in (b). The background image is similar to the original one in the soft tissue regions and the intensity “gaps” produced by the bones (the “hanging” curve) are smoothly filled out by the synthetic signal.

### 2.3.2 Bone Contrast Enhancement Results

#### 2.3.2.1 Thorax Image

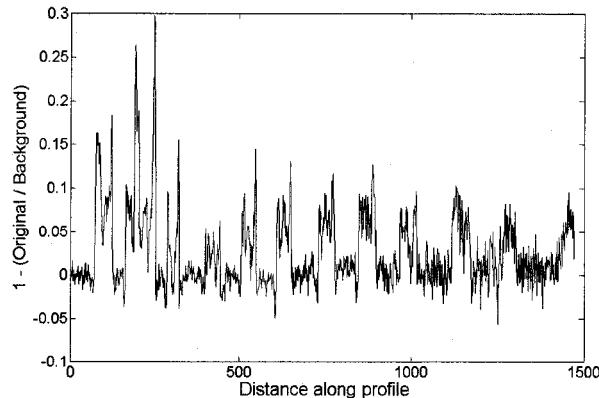
Results for low- and high-energy images are very similar; only high-energy images will be shown in this section. We can compare the original high-energy image (with a logarithmic intensity compression) of the thorax with the bone-enhanced image in Fig. 19. We readily see that the soft-tissues boundaries have almost disappeared in the enhanced image and bones are really contrasted. Edges from lungs and heart are almost completely removed.



**Figure 19. Example of bone enhancement for the phantom thorax image. The bones have a low contrast in the original high-energy image (a) but are revealed in the enhanced image (b) where the soft-tissues zones are flattened out by the intensity normalization and the remaining contrast is located on the bones.**

We can also compare the bone-enhanced image with the classical dual-energy and dual-energy subtraction methods of Fig. 11 by using the same cross-section path. The intensity profile along the ribcage of Fig. 19b is displayed in Fig. 20. A comparison of Fig. 11 with Fig. 20 reveals that the new profile does not exhibits low-frequency parasite signal from soft tissues. Bones are therefore easier to segment with simple thresholding methods.

In the second step of the complete algorithm, it should be noted that a more precise segmentation of the Z image could be used, but in our case a simple method gave us satisfactory results. The radiological phantom is composed of homogeneous soft tissues and it gives us the possibility to perform a very good segmentation of bones based on the atomic number. However, the soft tissues in real patients present different properties and in different combinations. Bone segmentation will then be more difficult and an adaptive algorithm should be employed.



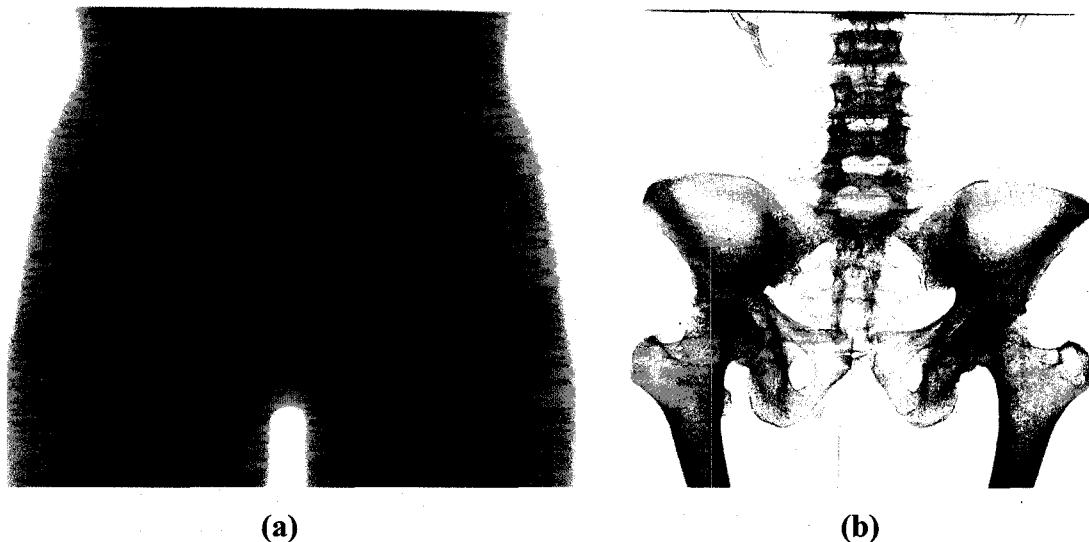
**Figure 20.** Intensity cross section through the bone enhanced chest image (Fig. 19b) along the path shown in Fig. 10c. Signals from soft tissues are no longer apparent.

### 2.3.2.2 Lower-Torso Image Results

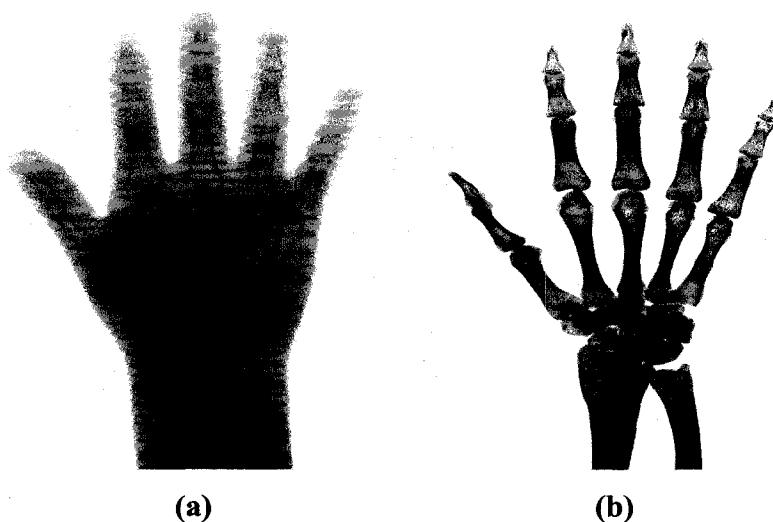
Fig. 21 compares the original lower-torso image with the bone-enhanced image obtained using our bone enhancement method. We can see in Fig. 21b that the colon is now normalized along with soft tissues in the enhanced image and bone surface details are more readily visible in the coccyx area. Ribs in the higher portion of the torso are also much more visible than before. This image displays the important ability of the method to take into account soft tissues variations over bone area.

### 2.3.2.3 Hand Image

We also get a very good result with the hand image (Fig. 22). Tiny air bubbles visible over lower bones and soft tissues in the original image no longer appear in the enhanced image. Fingertips are much more visible and reveal more details.



**Figure 21.** Example of bone enhancement for the phantom thigh image. The colon creates unwanted edges and reduces the contrast over the coccyx region in the original high-energy image (a). The intensity normalization creates a better contrast over the bones in the processed image (b).



**Figure 22.** Example of bone enhancement for the phantom hand image. The details of the bone joints in the carpal region are washed out by the soft-tissue "glare" in the original high-energy image (a). The fine details along the bone outlines are revealed in the processed image (b).

## 2.4 Conclusion

The key of the method presented here resides in combining information from the equivalent thicknesses and the atomic number together. The background image has an intensity profile equivalent to the original image in soft-tissue areas and the signal from the bone areas is effectively removed. The method was developed with limited data and would surely be helpful in a large number of problem involving dual X-ray images.

Part II of this article demonstrates the use of background images as *a priori* information for optimum deconvolution and enhancement of radiological images. The background image could also possibly serve in the case of suppression of *in vivo* surgical instruments (rod, screw etc.) in images by being the best approximation available at the instrument's site.

## 2.5 Appendix

Alvarez and Makovski [20] demonstrated that it is possible to express the linear attenuation coefficient  $\mu(E)$  of a material by a linear combination of basis functions :

$$\mu(E) = a_1 f_1(E) + a_2 f_2(E) + \dots + a_n f_n(E) \quad (2.14)$$

At clinical X-ray energy range (30-200 kV<sub>p</sub>), photoelectric effect and Compton scattering are dominant. These two effects can be expressed with two basis functions [21] representing spatial absorption:

$$\mu(x, y, z, E) = a_1(x, y, z) f_1(E) + a_2(x, y, z) f_2(E) \quad (2.15)$$

In projection radiography, the transmitted intensity is defined by:

$$\frac{I}{I_0} = \int S(E) Q(E) \exp^{-\int \mu(x, y, z, E) ds} dE \quad (2.16)$$

Where  $S(E)$  is the X-ray beam spectrum and  $Q(E)$  is the detector's quantum efficiency. The transmitted intensity is a line integral of the attenuation coefficient weighted by the incident X-ray spectrum. The attenuation coefficient can therefore be expressed as:

$$U(E) = A_1 f_1(E) + A_2 f_2(E) \quad (2.17)$$

With

$$A_i = \int a_i(x, y, z) ds \quad i = 1, 2 \quad (2.18)$$

Because aluminum behaves like calcium (bones) to X-rays whereas plastic behaves like soft tissues, energy dependence for these two materials can be used for the two basis functions  $f_1(E)$  and  $f_2(E)$  in (2.17). Equation (2.17) is re-written as,

$$U(E) = t_{pl} \mu_{pl}(E) + t_{al} \mu_{al}(E) \quad (2.19)$$

where  $t_{pl}$  and  $t_{al}$  are equivalent thicknesses of plastic and aluminum. When monochromatic X-ray beams ( $S(E) = \delta(E - E_0)$ ) are used at two different energies, equations (2.16) and (2.19) can be expressed in the following system:

$$\ln\left(\frac{I_{01}}{I_1}\right) = t_{pl} \mu_{pl}(E_1) + t_{al} \mu_{al}(E_1) \quad (2.20)$$

$$\ln\left(\frac{I_{02}}{I_2}\right) = t_{pl} \mu_{pl}(E_2) + t_{al} \mu_{al}(E_2) \quad (2.21)$$

where  $I_1$  and  $I_2$  are the measured intensities for low- and high-energy X-ray beams respectively.  $I_{01}$  and  $I_{02}$  are the reference intensities. In the more general case where the X-ray spectrum is extended, or polychromatic, we use the approximations

$$\ln\left(\frac{I_{01}}{I_1}\right) \approx a_{11} + a_{12}t_{pl} + a_{13}t_{al} + a_{14}t_{pl}^2 + a_{15}t_{al}^2 + a_{16}t_{al}t_{pl} + a_{17}t_{pl}^3 + a_{18}t_{al}^3 \quad (2.22)$$

$$\ln\left(\frac{I_{02}}{I_2}\right) \approx a_{21} + a_{22}t_{pl} + a_{23}t_{al} + a_{24}t_{pl}^2 + a_{25}t_{al}^2 + a_{26}t_{al}t_{pl} + a_{27}t_{pl}^3 + a_{28}t_{al}^3 \quad (2.23)$$

Equations (2.20) and (2.21) can be inverted to

$$t_{pl} = c_{12}Y_1 + c_{13}Y_2 \quad (2.24)$$

$$t_{al} = c_{22}Y_1 + c_{23}Y_2 \quad (2.25)$$

where  $Y_1 = \ln\left(\frac{I_1}{I_{01}}\right)$  and  $Y_2 = \ln\left(\frac{I_2}{I_{02}}\right)$ . The  $c$  coefficients are functions of the attenuation coefficients  $t_{pl}$  and  $t_{al}$ . As it was the case for (2.20) and (2.21), the last two equations are only valid for monochromatic X-ray beams. In the more general case we use the approximations similar to (2.22) and (2.23) i.e.

$$t_{pl} \approx c_{11} + c_{12}Y_1 + c_{13}Y_2 + c_{14}Y_2^2 + c_{16}Y_1Y_2 + c_{17}Y_1^3 + c_{18}Y_2^3 \quad (2.26)$$

$$t_{al} \approx c_{21} + c_{22}Y_1 + c_{23}Y_2 + c_{24}Y_2^2 + c_{26}Y_1Y_2 + c_{27}Y_1^3 + c_{28}Y_2^3 \quad (2.27)$$

The  $a$  and  $c$  coefficients in (2.22), (2.23), (2.26), and (2.27) are evaluated using a calibration block made of aluminum and plastic staircases as explained in [21].

## **CHAPITRE 3**

### **A METHOD FOR BONE ENHANCEMENT IN DIGITAL DUAL ENERGY RADIOGRAPHS PART II: OPTIMIZED DECONVOLUTION FROM AUTOMATED BACKGROUND SUBTRACTION OF RADIOLOGICAL IMAGES**

*Abstract*-Two methods were combined to produce super-resolution radiographs from dual-energy images. The performance of the first one, the well-known Lucy-Richardson deconvolution algorithm [3], can be improved if a background signal is subtracted from the radiograph. This background image can be produced using the second method which generates a synthetic background image representing soft tissues and air present in a radiograph. By combining both methods, optimized super-resolution deconvolutions are achieved.

#### **3.1 Introduction**

Image deconvolution is a well-known technique used by many scientists to enhance image resolution and contrast. Deconvolution techniques are widely used by astronomers and spectroscopists and more recently employed by biologists to enhance confocal 3D microscopic images [5][41]. Non-linear deconvolution methods, like the Lucy-Richardson algorithm [9][10], often require *a priori* knowledge about the nature of noise and information contained in the image in order to produce useful results [8].

When a signal of interest is superposed on a low-frequency signal, "ringing" artifacts around isolated signal peaks are often observed in the deconvolved image. These artifacts originate in the algorithm producing oscillations above and below the background signal while recovering the high-frequency information mostly found at the image edges. By providing *a priori* knowledge about the image's background, it is

possible to subtract this quantity from the original image and significantly improve performance of deconvolution algorithms. In the case of stellar images, astronomers using ground-based telescope often perform sky subtractions from their data to ensure that no “DC” or low-frequency signal remains [13]. Scientists working with spectroscopy are also using low-order polynomials and other strategies to interpolate the continuous background in their spectra [4].

Image deconvolution is rarely applied to digital radiographs but has been recently used by Gravel *et al.* [2] to produce enhanced-resolution radiographs. *A priori* knowledge such as the point spread function (PSF), noise statistics and the underlying background signal were used conjointly with the Lucy-Richardson deconvolution algorithm to enhance images. In X-ray images, soft tissues such as muscles, organs and fat, produce low-frequency signals comparable to the faint light-scattering clouds lying in the field of view of astronomers. In astronomy and radiology, the underlying background signal interferes with the sharp features of interest. These soft tissues in radiographs are superposed to bones and, as such, create a “DC” signal that can be seen as a background signal for deconvolution. Two methods are used to extract such signal. The first one consists in a manual selection by the user of regions defined as part of the background while the second one uses dual-energy algorithms to separate bones and soft tissues present in the image. Regions identified as containing bones in both methods are masked and zones containing soft tissues are interpolated to produce a background image. Unfortunately, these methods do not take into account variations in soft tissues superposed to bones. It also becomes difficult to provide background information when the region of interest contains large bones and few, if any, soft tissue areas.

To overcome these limitations, a new method was proposed in part I of this paper to produce automated synthetic background images from dual-energy radiographs. The method uses well-known dual-energy algorithms and some proper manipulations to create two synthetic background images for the low- and high-energy radiographs. These

background images can be used as *a priori* information for deconvolution but their frequency contents need to be adjusted. Processing of these images is detailed in this paper along with the complete method leading to resolution-enhanced radiographs. The imaging protocol is described in the first part of section 3.2. The second part describes the background subtraction method prior to deconvolution in details. The results are shown in section 3.3.

## 3.2 Materials and Methods

### 3.2.1 Materials

The radiographs are taken with a micro-strip gas chamber with an amplifier grid [1]. The EOS testing bed (Biospace Med, France), installed at the École de technologie supérieure (ÉTS) in Montreal, has a horizontal fan-beam geometry which allows the direct detection of x-rays using a 6-bar Xenon-gas chamber. The beam is 254  $\mu\text{m}$  thick and is recorded on a 1764 pixel grid. The 16-bit images are acquired line-by-line as the object moves vertically at a uniform speed between the source and the detector.

Dual-energy pairs of radiographs (Table III) are taken from parts of a sectional phantom (sectional Phantom, The Phantom Laboratory, Salem, NY). Lower torso and hand sections are used. Low- and high-energy images are taken at 70  $\text{kV}_p$  and 140  $\text{kV}_p$  respectively. Dual-energy images of a calibration block, made of staircases of Lucite and aluminum, have already been taken. Coefficients for equivalent thicknesses calculations are pre-computed [21]. Two regions of interest per image are manually chosen to show results.

Table III

List of original images and ROI analyzed in this work. For each anatomical region, a low- and a high-energy image were acquired on the EOS system. The images were then cropped to isolate the regions of interest (ROI); the dimensions and the corresponding fields of view are listed in the last two columns

Original Images	Dimensions (height x width)	Field of view (height x width)
Lower Torso	1497x1764	0.39 x 0.45 m <sup>2</sup>
Hand	1063x1764	0.28 x 0.45 m <sup>2</sup>
Lower Torso ROI		
Sacrum/Coccyx	277x288	7 x 7.3 cm <sup>2</sup>
Greater Trochanter	394x336	10 x 8.5 cm <sup>2</sup>
Hand ROI		
Fingers	374x590	9.5 x 14.9 cm <sup>2</sup>
palm	276x234	7 x 6.9 cm <sup>2</sup>

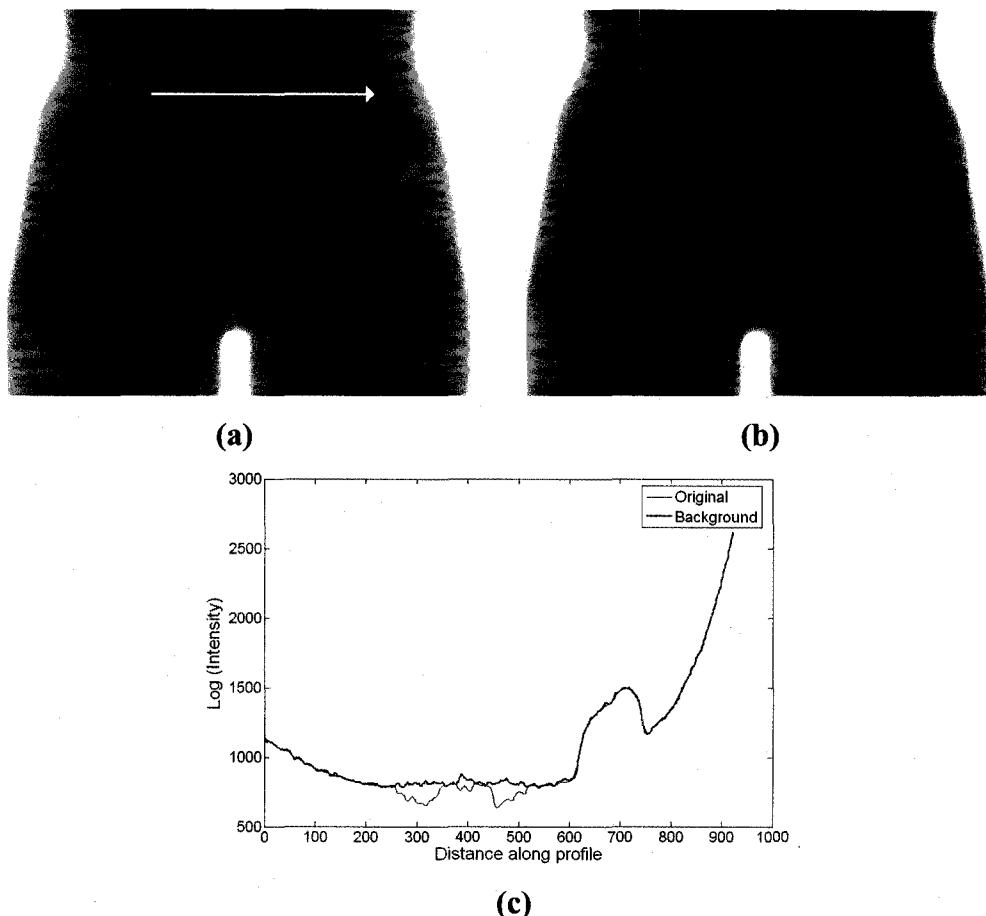
### 3.2.2 Methods

The following sections present a method to produce adequate *a priori* knowledge about the background signal in dual-energy radiographs. It is followed by a description of the subsequent steps leading to a complete deconvolution procedure.

### 3.2.2.1 Background Image Modeling

After selection of a region of interest in the original radiograph, the background image representing soft-tissues in this region is created in either from manual or automatic segmentation of the original image followed by interpolation [2]. The segmentation is used to separate soft-tissues areas from bone areas such that the former are masked out prior to interpolation. In the simplest cases, the bones are well surrounded by large soft tissues areas and the soft tissue interpolation is easy to perform. A more subtle one to tackle is when little information from soft tissues is available in the surrounding area. The method must also deal with soft tissues having important variations over bone areas since these are not taken into account in [2].

These problems are overcome by the method introduced in part I of this paper. The method models the background image as the equivalent of a radiological image of a subject whose bones are replaced by soft tissues having the same atomic properties has the soft tissues surrounding the bones. To illustrate this concept, Fig. 23a presents a high-energy radiological image of a radiological phantom lower torso (Sectional Phantom, Salem Laboratory NY) along its synthetic background image (23b).



**Figure 23. Original and synthetic background images comparison.** Panel (a) shows the original high-energy image of a radiological phantom lower torso. Panel (b) shows the synthetic high energy background image computed from (a). The arrow in (a) indicates the line along which intensity profiles are measured in the original and the soft-tissue background images. The profiles are shown superposed in (c). The background image is similar to the original one in the soft tissue regions and the intensity “gaps” produced by the bones (the “hanging” curve) are filled out by the synthetic signal.

This method produces a synthetic image that mimics the more plausible background by combining dual-energy information from the high- and low-energy images. Bone features can still be seen in Fig. 23b. They actually reveal the presence of air in the bones due to the bone-filling process. This can be observed in the original image since air cavities in bones appear brighter compared to their surrounding area. Fig. 23c shows

that this background signal has a very similar profile to the original signal in soft-tissue areas. It also displays “filled” profiles over bone areas which are consistent with the nearest soft tissues. Organs, like the colon traversing the original image, must also appear in the background image. The later can be seen in the right portion of both curves.

This synthetic background signal is well behaved everywhere but still presents high-frequency components. Median filters were applied to the images in part I for displaying purpose only; in what follows, the frequency contents of the background signal must be properly handled to efficiently deconvolve the image.

### **3.2.2.2 Background image interpolation**

Stellar deconvolutions in astronomy as well as spectral deconvolutions in spectroscopy imply working with point sources often superposed on slowly changing background signals. Since the background maximum frequency is often well below the minimum frequency of the signal of interest, mentions about the background sampling rate in articles are few. In this work, we are dealing with extended structures having more continuous frequency spectra; background sampling must be carefully done to insure that no component in the PSF frequency range is subtracted from the original image before deconvolution.

In [2], a resolution grid image is taken at 140 kV<sub>p</sub> with the EOS imager. The image is deconvolved and analyzed, and a plot (Fig. 8) showing both transfer functions (MTF) before and after deconvolution is displayed. The fig. 8 reveals that the deconvolution has negligible effect on signals with frequencies lower than 0.2 mm<sup>-1</sup>. Given that the EOS imager uses a detector with 254  $\mu\text{m}$  pixels, we can consider signals having periods greater or equal to 21 pixels to be part of the background. From sampling theory, a rate of twice the maximum frequency is needed to avoid aliasing; as a result, the background

image is sampled with a minimum spatial period of about 11 pixels. The image is filtered first with a FIR low-pass filter with a cutoff frequency set to half the sampling rate. The filtered image is then sampled and interpolated back to its initial format using the bicubic method. This treatment prevents the creation of artificial high-frequency components in the interpolated image, coming from the aliasing phenomenon.

### 3.2.2.3 Background subtraction

The interpolated background image is then subtracted from the original image prior to deconvolution and a small offset is added, setting the minimum negative value to zero.

### 3.2.2.4 Deconvolution

The interpolated background image is used as *a priori* information along the PSF and noise statistics for the Lucy-Richardson [9][10] deconvolution algorithm. We use a version of the RL algorithm which accommodates read-out noise of variance  $\sigma^2_N$ , a background signal  $i_{backg}$ , and a weight array  $w$  while retaining the validity of the maximum-likelihood derivation of the LR iteration [3].

The RL iteration with a spatially invariant PSF  $h$  is given by

$$\hat{i}^{(k)} = F^{-1}(H\hat{O}^{(k)}) \quad (3.1)$$

$$\hat{o}^{(k+1)} = \hat{o}^{(k)} \frac{F^{-1}\left\{F\left[w\left(\frac{i + \sigma^2_N + i_{backg}}{\hat{i} + \sigma^2_N + i_{backg}}\right)\right]H^*\right\}}{F^{-1}(WH)} \quad (3.2)$$

where  $\hat{o}^{(k)}$  is the kth estimate of the true image,  $\hat{i}^{(k)}$  is the reblurred version of  $\hat{o}^{(k)}$ ,  $i$  is the input image (minus the interpolated background image  $i_{backg}$ ),  $F()$  represents the FFT,  $F^{-1}()$  is the inverse FFT,  $*$  is the complex conjugate operator and upper-case symbols correspond to the FFTs of the same variables shown in lower case. Read-out noise variance is expressed as  $\sigma^2_N$  and  $W$  represents a weight array for the pixels. It was found in [2] that the read out-noise variance is negligible when compared to Poisson noise variance and can thus be omitted in the iteration. The last equation can be simplified to:

$$\hat{o}^{(k+1)} = \hat{o}^{(k)} \frac{F^{-1} \left\{ F \left[ W \left( \frac{i + i_{backg}}{\hat{i} + i_{backg}} \right) \right] H * \right\}}{F^{-1}(WH)} \quad (3.3)$$

The number of deconvolution iterations is found by computing a local entropy ratio between the last output image and the first input image. We found that stopping the deconvolution process when reaching a ratio of about 1.4 gave very good results. All deconvolution results presented in this article were obtained with this criterion. The entropy ratio method is detailed in appendix.

The interpolated background image is added after deconvolution to restore the image appearance without affecting the high-frequency content. Since the PSF is known with sub-pixel accuracy, it is possible to restore the image on a finer grid than the original. A super resolution factor of 3 is employed in this work.

### 3.2.2.5 Denoising and Enhancement

The resulting image is denoised using five levels of decomposition with a bi-orthogonal spline wavelet of order 5 for the decomposition filter and 1 for the reconstruction filter.

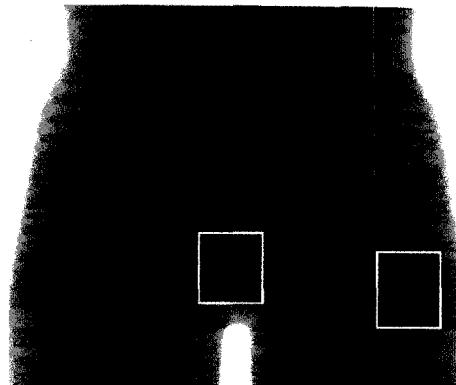
It is then divided by the background image to enhance bone contrast. The background image is rescaled using bicubic interpolation to suit the super resolution format of the deconvolved image.

### 3.3 Results and Discussion

The first part of this section presents results for the humanoid phantom lower torso. The next section presents results for a humanoid phantom hand.

#### 3.3.1 Lower Torso Section

Fig. 24 shows the original lower torso image and the zones that have been processed using our method. These zones present different challenges to the method and are presented in the following sections.



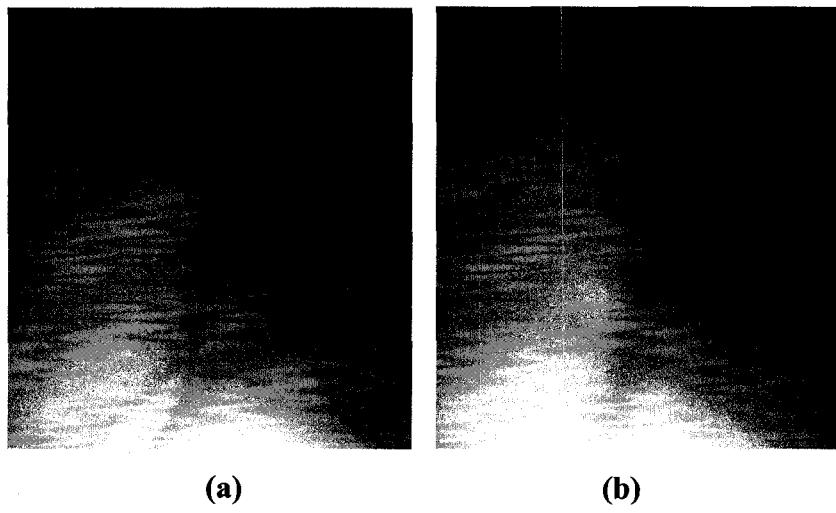
**Figure 24.** Lower torso high-energy image (140 kV<sub>p</sub>) showing two zones where the complete algorithm is applied. The center zone shows the sacrum and coccyx area, whereas the right one identifies the greater trochanter area.

We use the sacrum image zone to show the results for the different steps involved in the method.

### 3.3.1.1 Sacrum and Coccyx Zone

#### *Background Image Sampling and Interpolation*

Fig. 25a shows the original high-energy image ( $140 \text{ kV}_p$ ) of the humanoid coccyx zone. Fig. 25b presents the resulting background image produced by the synthetic background method.



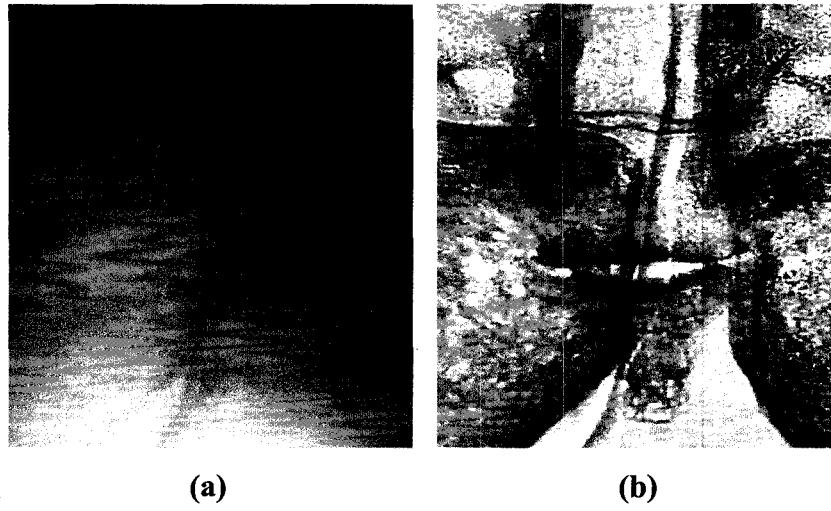
**Figure 25. Original image and interpolated background comparison.** The original high-energy coccyx image (a) with logarithmic compression shows the colon traversing the image along with an intensity gradient from top to bottom. The corresponding interpolated background image for this region is shown in (b).

#### *Subtraction, Deconvolution and Enhancement*

From the original image we subtract the interpolated background image and perform 15 deconvolution iterations. The background image is interpolated to match the deconvolved image format, and added to the deconvolved image as shown in Fig. 26a. The deconvolved image is denoised by wavelet filtering and divided by the interpolated background image. The result is displayed in Fig. 26b. If we compare the original image

in Fig. 25a with the final result in Fig. 26b, we can see that the overall contrast for the sacrum is greatly enhanced from soft-tissues normalization by the synthetic background. From deconvolution and enhancement, micro-structures on the coccyx and the pubis are revealed in the final image.

We can also observe that the colon edges are sharper and easier to follow.



**Figure 26. Deconvolution and enhancement.** The background image is interpolated to fit the deconvolved image format after deconvolution, and added to it as shown in (a). The deconvolved image is denoised by wavelet filtering and enhanced by background normalization (b).

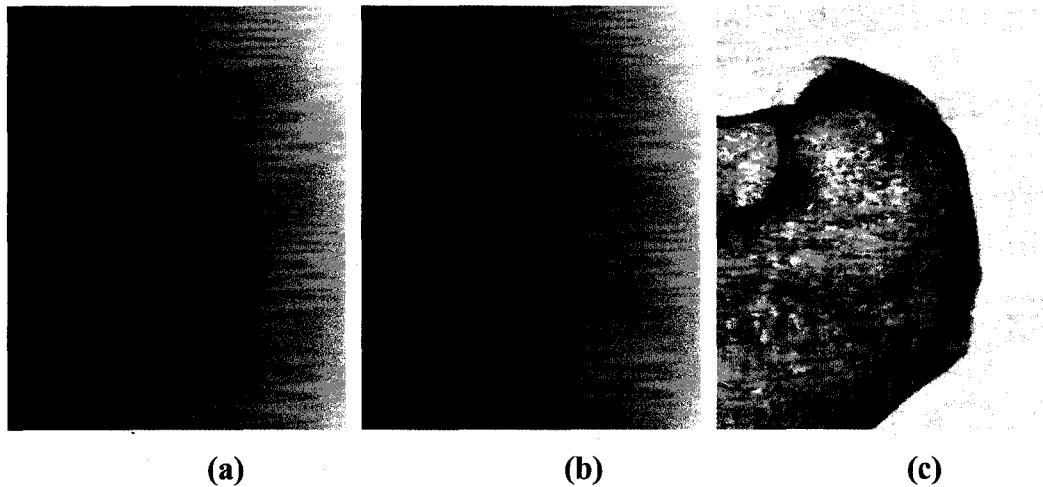
### 3.3.1.2 Greater Trochanter Area

This zone possesses a high gradient of soft tissues thickness that greatly reduces the intensity contrast on the bone. The gradient originates in the changes of thickness along the roundness of the leg.

It is important to understand that both the deconvolution and the soft-tissue normalization processes have specific effects on the image. The restoration power lies in

the combination of the two. If we compare Fig. 27a and 27c, we see that soft-tissue normalization reveals more details. We also observe that deconvolution sharpens details, giving the impression that the image is now “in focus”.

Without soft-tissues normalization, enhanced-resolution details are much less visible.



**Figure 27. Greater trochanter restoration results.** The original high-energy image zone is presented in (a). The calculated synthetic background image is shown in (b). The combination of soft tissues normalization, deconvolution and denoising produces the resolution-enhanced image in (c).

### 3.3.2 Hand Image

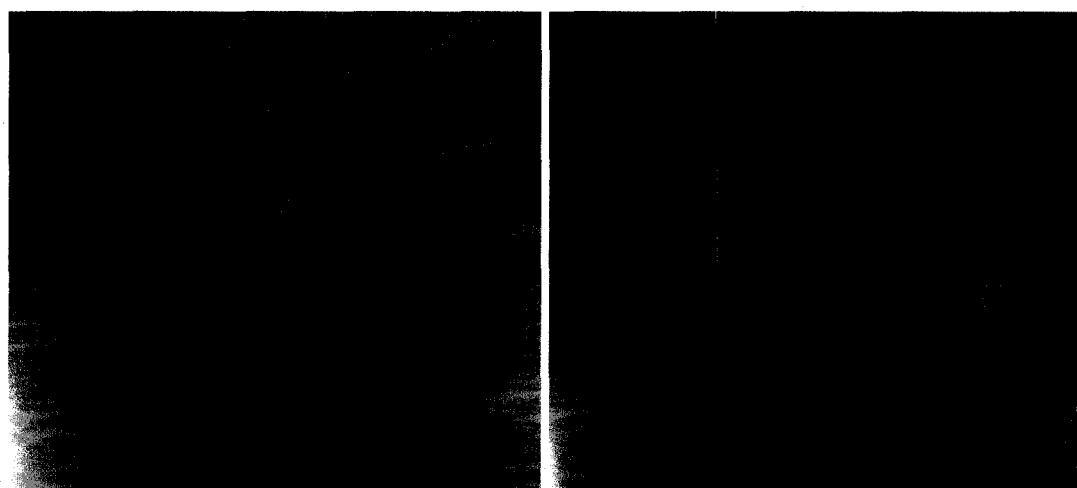
This section present results for the hand image. This image can be separated in two distinct zones: the palm and the fingers zones. Fig. 28 shows the hand image and the zone locations.



**Figure 28. Zones of the hand image. Fingers and palm zones are illustrated on the high-energy image ( $140 \text{ kV}_p$ ) of the radiological phantom hand.**

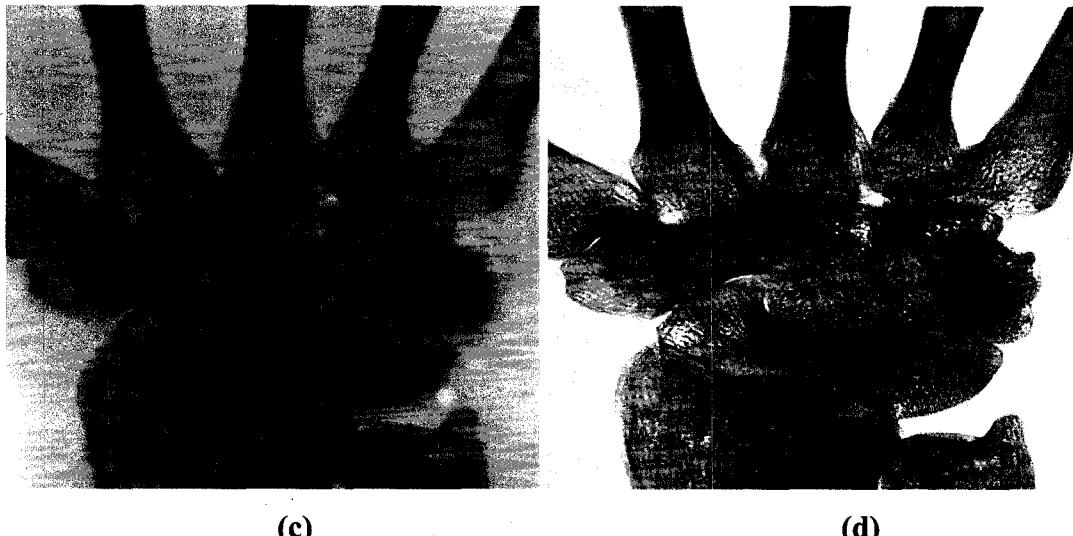
### 3.3.2.1 Palm Area

The palm area contains many soft-tissue variations originating in the bone thickness variations along with air pockets in the wrist and metacarpal bones. These variations are more apparent in the original high-energy image of Fig. 29a and the synthetic background image of Fig. 29b.



(a)

(b)



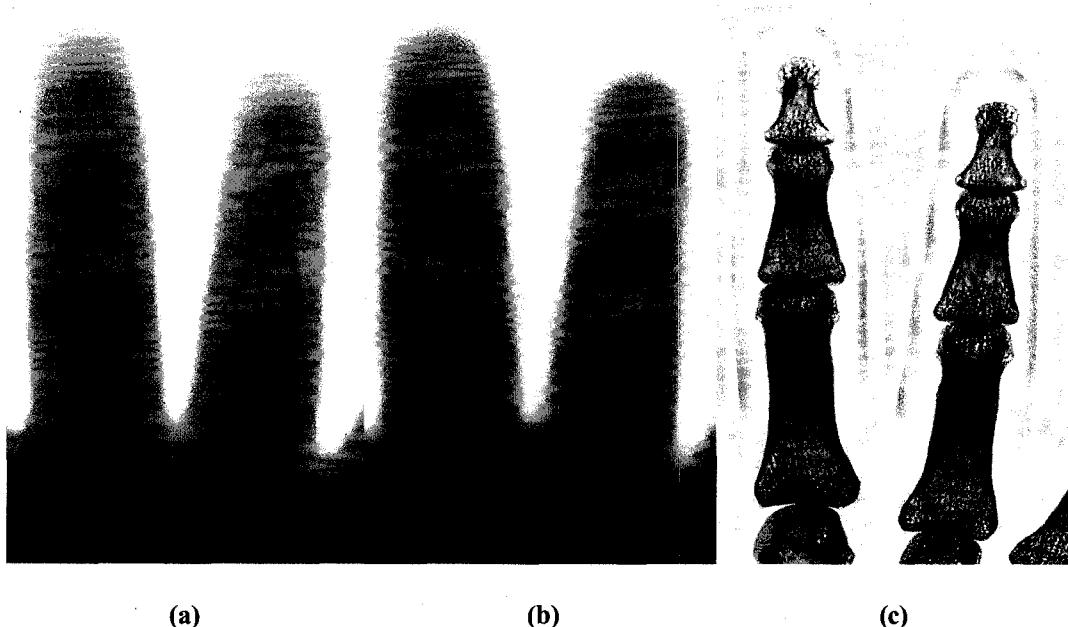
**Figure 29. Restoration of the Palm zone.** The original high-energy image with logarithmic compression is shown in (a). The interpolated synthetic background image is displayed in (b). The result of background normalization only is shown in (c). Final result from deconvolution and enhancement is presented in fig. (d).

Air pockets are easy to identify from the synthesized background image in Fig. 29b. We can see that the metacarpal bones are not completely filled along with the majority of wrist bones. Normalization of Fig. 29a has effects on darker regions such as upper fingers parts and sides of the wrist. Those regions are now much more contrasted in Fig 29c. Some air features are too small to be efficiently interpolated and still appear in the normalized image. This fact does not seem to reduce the deconvolution performance as seen in Fig. 29d. Minute grooves, edges and the overall texture are greatly enhanced. The deconvolution also has an effect on high-frequency components of soft tissues as witnessed by the edge sharpened air bubble at the lower right of the image.

### 3.3.2.2 Finger Area

Fig. 30 presents the original high-energy finger image. This region is interesting because it shows that the body contour is not an obstacle to the method. From Fig. 30a-c we see

that fingers details become much more visible and contrasted with normalization and deconvolution. It is really apparent for fingertips where micro-details are revealed. The final image displays excellent restoration and has a “photographic look” just like if it were photography of bare bones. This is due to the very good signal-to-noise ratio of the original image.



**Figure 30. Restoration of the fingers area.** Original high-energy image of the finger area is displayed in (a). The synthetic background image is shown in (b). Soft tissue normalization combined with deconvolution produce the excellent restoration shown in (c).

### 3.4 Conclusion

We have demonstrated the relevance of using synthetic background images, produced by an automated method, as *a priori* information for deconvolution. Proper sampling and interpolation of these background images leads to optimized image subtraction and deconvolution. Future researches on background images should focus on optimum interpolation and reduction of aliasing. More experiments in regards to the spatial sampling rate and the MTF should be done to insure that sampling is optimized, leading

to better *a priori* information for deconvolution. The method was demonstrated using dual-energy images of sections of a humanoid radiological phantom but radiological images of human bodies should be treated soon. The method could surely be adapted to other X-ray systems, or other modalities that use deconvolution or background normalization.

### 3.5 Acknowledgement

This study was supported in part by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, Valorisation-Recherche Québec, la Fondation canadienne pour l'innovation, la Chaire de recherche du Canada en imagerie 3D et ingénierie biomédicale, and Biospace Med Inc. Special thanks to Philippe Després who kindly provided us with the radiological phantom images analyzed in this work.

### 3.6 Appendix

Noise amplification is a generic problem with maximum likelihood methods such as Lucy-Richardson[9][10], which attempt to fit the data as closely as possible. When too many LR iterations are performed on an image containing an extended object (e.g. a lung), the extended structure usually develops a speckled appearance. The speckles are not representative of any real structure in the image, but instead are the result of fitting the noise in the data too closely. They create a particular texture that grows in amplitude with iterations. The usual practical approach to limit noise amplification is simply to stop the iteration when the restored image appears to become too noisy.

It has been shown previously that image entropy [16] can be useful in texture measurement [42]. Our hypothesis is that the speckle texture can be locally measured, summed, and compared with the original texture using entropy. By applying a simple

threshold over our entropy ratio, the deconvolution can be stopped when the output image reaches a desired texture.

To do so we use Shannon's entropy formula with a 256-partitions histogram:

$$E = -\sum_{i=0}^{255} p_i \ln(p_i) \quad (3.4)$$

$$\text{With } p_i = \frac{n_i}{N} \quad i = 0 \dots 255 \quad (3.5)$$

In eq. (3.5) each probability  $p_i$  is given by the ratio between the number  $n_i$  of pixels having an intensity value corresponding to the  $i^{\text{th}}$  bin and the total number of pixels  $N$ . The entropy is computed locally over each pixel's neighborhood. The height and width of the neighborhood is equal to the PSF width. The local entropies are summed over all pixels in the image. A ratio is then applied between the  $k^{\text{th}}$  output image and the input image:

$$R_k = \frac{\sum_{i,j} E_{k,i,j}}{\sum_{i,j} E_{0,i,j}} \quad (3.6)$$

In eq. (3.6),  $E_{k,i,j}$  represents the entropy computed over the neighborhood of the  $i,j$  pixel in the the  $k^{\text{th}}$  output image.

We observed that a ratio of 1.4 gave good results as a stopping criterion for deconvolution of dual energy X-ray images. The deconvolution results displayed in section 3.3 were all produced with this local entropy ratio method.

## **CHAPITRE 4**

### **SOUSTRACTION DOUBLE ÉNERGIE**

#### **4.1 Introduction**

Ce chapitre se veut un court complément d'information concernant l'utilisation de la méthode de soustraction double énergie. Celle-ci est présentée à titre d'information supplémentaire car tout comme la méthode de double énergie classique, elle permet de produire des images séparées d'os et de tissus mous. Cependant cette méthode requiert de connaître *a priori* les propriétés physiques des os et tissus mous observés. Par contre, elle nécessite peu de calculs et permet de générer rapidement les images voulues.

Dans ce chapitre, l'utilité de la méthode est démontrée dans le cadre du diagnostic des nodules pulmonaires. La méthode de soustraction double énergie est aujourd'hui plus populaire que la méthode classique car elle implique à la base une simple combinaison linéaire des logarithmes des images haute et basse énergie d'un sujet et ne nécessite aucun calibrage.

La section suivante présente un bref rappel de l'équation générale ainsi que des coefficients nécessaires à la production des images.

## 4.2 Equations générales

Dans la littérature [22], les équations (1.55) et (1.57) sont souvent données sous la forme générale suivante:

$$I_f = \log(Ih) - K \log(Ib) + C \quad (4.1)$$

La variable K correspondant à:

$$K = \frac{\mu_{H,C}}{\mu_{L,C}} \quad (4.2)$$

$Ih$ ,  $Ib$  sont les images haute et basse énergie et  $\mu_{H,C}$ ,  $\mu_{L,C}$  sont les coefficients d'atténuation linéaire à haute et basse énergie de la structure qu'on désire soustraire de l'image.

## 4.3 Calcifications

Tel que vu au chapitre 1, la double énergie nous permet de faire la différence entre une calcification (os, micro-calcification etc.) et un amas dense de tissus. Lorsqu'on veut observer si les nodules pulmonaires détectés sont calcifiés, on fait disparaître la contribution des tissus mous dans l'image.

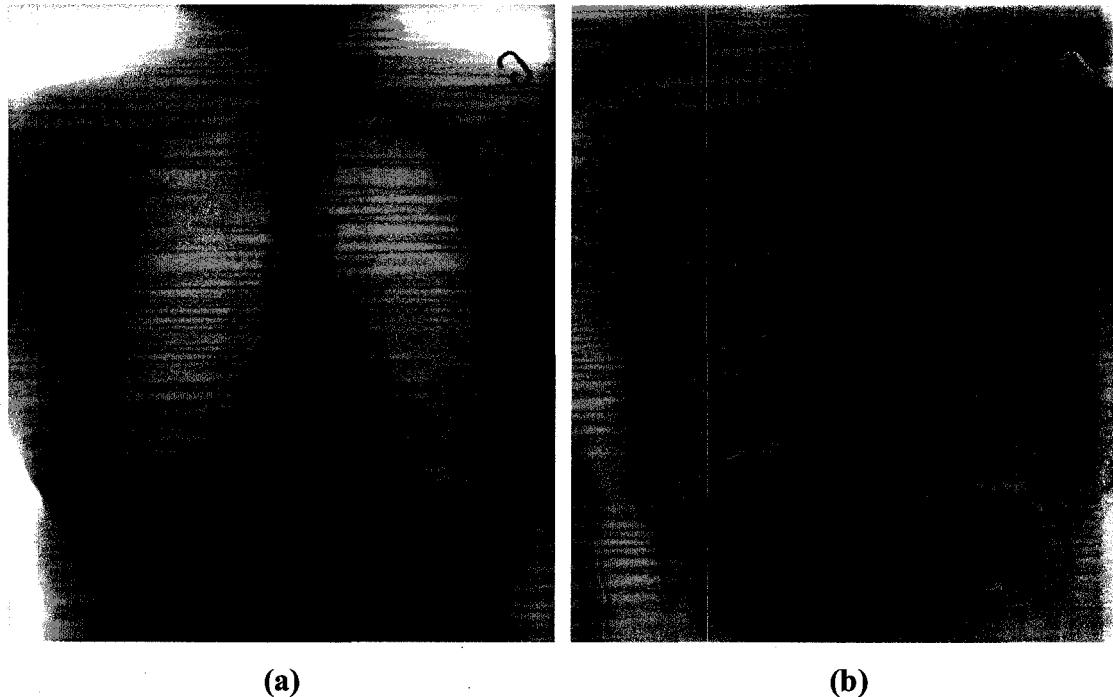
Avec la méthode de soustraction double énergie, on peut créer l'image de tissus mous soustraits en employant les coefficients d'absorption linéaires de ces derniers. Ceux-ci doivent être trouvés en fonction de la valeur moyenne du spectre de la source de rayons X. Dans notre exemple, il est cependant impossible de connaître avec précision cette information. Les coefficients sont calculés en supposant des spectres moyens de 70 et

130 kV<sub>p</sub>. On trouve les coefficients d'atténuation linéaire du tissu pulmonaire (lung tissue ICRU-44, base de données NIST [26]) suivants:

$$K = \frac{0.1573}{0.1939} = 0.8112 \quad (4.3)$$

La figure 31a montre l'image haute énergie avec compression logarithmique d'une patiente, tandis que la figure 31b montre l'image de calcification produite en utilisant (4.1) et (4.3). Dans celle-ci on voit des petits points sombres dans les poumons qui pourraient correspondre à des nodules calcifiés. Ces derniers ainsi que les os sont de façons générales, beaucoup plus apparents.

Pour réduire le bruit dû à l'addition des deux images, il est préférable d'adopter une stratégie de filtrage. Pour produire la figure 31b, les images haute et basse énergie ont été filtrées avec un filtre moyenneur de taille 5. Des stratégies de filtrage itératif ont été proposées pour réduire la perte d'information [27]. Un rehaussement adaptatif des arêtes devrait être envisagé pour contrecarrer l'effet du filtrage et augmenter les chances de détection pour les nodules de faibles tailles.



**Figure 31. Image originale et image des calcifications.** L'image (a) montre l'image haute énergie avec compression logarithmique. L'image (b) nous montre l'image de tissus mous soustraits, qui permet de rehausser la présence de calcifications.

On voit dans l'image 31b que le cœur et les intestins ne sont pas totalement soustraits de l'image. Cela s'explique par les différentes valeurs de coefficients qui devraient être utilisées pour rehausser ceux ci. Une méthode de segmentation automatique pourrait être envisagée pour optimiser la soustraction des organes dans l'image.

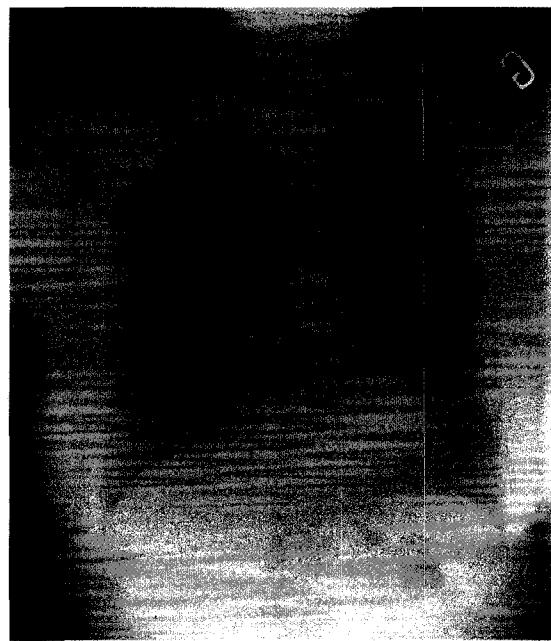
On voit également qu'il y a des légers artéfacts de mouvement dans l'image tissus mous soustraits. On peut en voir un sur l'arête du cœur près de l'aorte et un autre probablement causé par le diaphragme dans la partie inférieure du poumon droit. Un algorithme permettant de faire la correspondance entre les structures pourrait éventuellement corriger ce problème.

#### 4.4 Tissus mous remplis

Les radiologues utilisent également l'image remplie des tissus mous produite en "soustrayant" cette fois-ci la contribution des os. Cette image permet entre autre à un nodule non calcifié d'être plus facilement détectable si il est superposé à un os. Il permet également de contre vérifier la calcification car un nodule calcifié sera moins apparent dans cette image. Pour faire disparaître la contribution des os (cortical bone ICRU-44 [26]) à partir d'images 70 et 130 kV<sub>p</sub>, on pose :

$$K = \frac{0.1630}{0.2689} = 0.6062 \quad (4.4)$$

On obtient l'image de tissus mous remplis suivante:



**Figure 32. Image Os soustrait (tissus mous remplis).** Les os apparaissent comme ayant été remplis dans l'image, facilitant ainsi la détection de nodules pouvant être superposés à ces derniers.

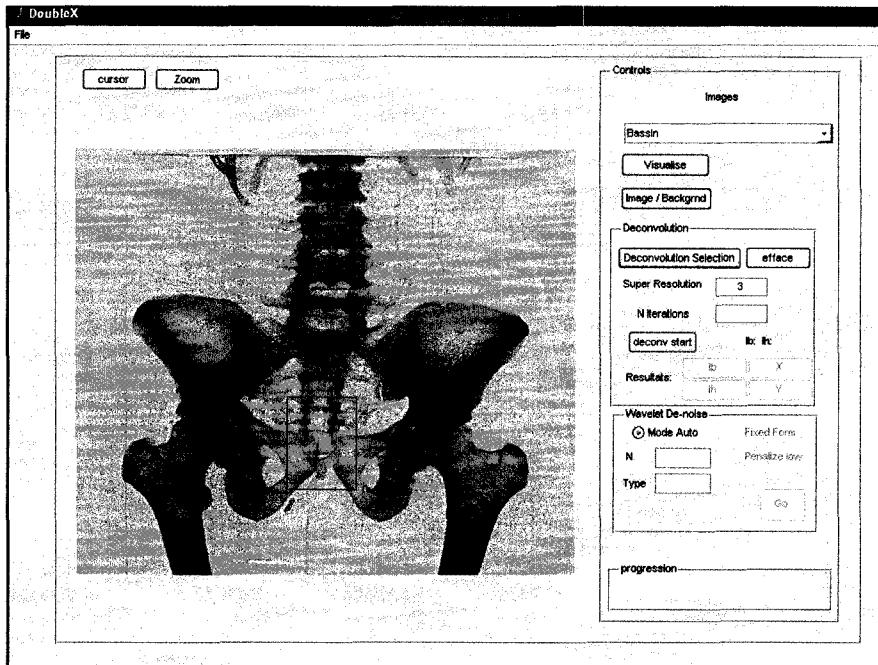
Les radiologues utilisent les images originales, l'image tissus mous soustraits et l'image os soustraits pour faire un diagnostic plus efficace. Il a également été démontré que ces images permettent aux radiologues résidents ayant moins d'expérience de mieux détecter les nodules [27].

La vitesse à laquelle les résultats sont produits combinée à la facilité à laquelle la méthode s'applique font en sorte que la plupart des publications de double énergie pour la recherche de nodules, tumeurs et calcifications utilisent la méthode de soustraction double énergie. Malheureusement, dans le cadre de ce travail, aucune relation n'a été trouvée afin de remplacer efficacement la méthode classique par la méthode de soustraction double énergie. Cependant cette dernière pourrait toujours constituer un outil complémentaire très intéressant pour la segmentation rapide des os dans un contexte d'imagerie en double énergie et de reconstruction 3D.

#### 4.5 Interface utilisateur

Une interface fut programmée sous MATLAB<sup>®</sup> pour permettre à un utilisateur d'appliquer facilement la méthode présentée aux chapitres 2 et 3 sur des radiographies double énergie.

Après avoir chargé l'image à traiter, il ne suffit que d'appuyer sur un bouton pour lancer l'algorithme de création de l'image de fond. L'image est automatiquement rehaussée par l'image de fond et le résultat est affiché à l'écran. La figure 33 présente le résultat obtenu avec les images double énergie du bassin.



**Figure 33. Interface utilisateur.** Un rehaussement de l'image double énergie du bassin a été effectué grâce à l'interface. La zone du coccyx est sélectionnée en vue d'effectuer la déconvolution sur celle-ci.

La seconde opération consiste alors à tracer un rectangle autour de la zone que l'on désire traiter par la déconvolution. À la figure 33, on voit que la région du coccyx a été sélectionnée et il serait donc possible de lancer la déconvolution sur cette région de l'image. Plusieurs options sont accessibles afin de modifier les paramètres du traitement, cependant toutes les opérations peuvent être effectuées en mode automatique. Le résultat final obtenu pour la zone sélectionnée est affiché dans une nouvelle fenêtre.

L'interface est très facile à opérer et requiert un minimum d'intervention par l'utilisateur. Elle permet d'explorer différentes combinaisons de valeurs de paramètres et de comparer les résultats obtenus.

## **DISCUSSION ET RECOMMANDATIONS**

### *Première partie*

Il serait important d'approfondir notre compréhension du fonctionnement exact de la méthode de création des images de fond car pour l'instant nous savons que l'addition de l'épaisseur équivalente de plastique pour les tissus mous à l'épaisseur équivalente d'aluminium pour les os donne le résultat souhaité. Il serait cependant souhaitable de pouvoir confirmer l'approche de façon théorique. Il serait également intéressant de pouvoir créer l'image de fond synthétique à partir de la méthode de soustraction double énergie mais aucune méthode n'a été trouvée jusqu'à maintenant. Ceci permettrait d'obtenir l'image de fond synthétique de façon plus rapide car les passages du domaine des intensités au domaine des épaisseurs (et vice-versa) ne seraient plus nécessaires. Il n'y aurait également plus de calibrage à effectuer à partir des blocs d'aluminium et de plastique.

Une portion importante de l'algorithme est celle de l'interpolation du numéro atomique moyen. L'emploi d'un seuil unique pour créer un masque dans la méthode actuelle fonctionne bien mais il est probable que cela ne donne pas de résultats aussi satisfaisants avec des images de sujets plus complexes. Pour la méthode actuelle, il faudra valider la mesure du numéro atomique moyen dans l'image. En effet, l'algorithme est dépendant de la justesse de ces valeurs, notamment au niveau de la segmentation des os avant interpolation. Pour celle-ci, une segmentation adaptative pourrait éventuellement améliorer la qualité du signal de fond. Il serait également envisageable d'employer une pondération inversement proportionnelle au numéro atomique pour les poids des pixels interpolés au lieu d'un simple masque binaire.

Dans la méthode actuelle on préfère masquer plus de surface pour éviter que du signal provenant des os vienne nuire au résultat de l'interpolation du numéro atomique des

tissus mous. Cependant une méthode différente d'interpolation pourrait peut-être nous éviter de perdre de l'information dans le contour des os tout en interpolant l'image de la façon désirée.

Dans le présent algorithme, l'image de fond est calculée dans l'image entière avant que l'utilisateur puisse choisir une zone d'intérêt à rehausser par la déconvolution. Dans le cas où l'on souhaiterait optimiser le temps de traitement, il serait possible de calculer l'image de fond après sélection par l'utilisateur d'une région d'intérêt à traiter. L'image de fond serait calculée seulement pour la zone légèrement plus grande que la région d'intérêt choisie.

#### *Seconde partie, annexe I et II*

L'échantillonnage employé lors de l'interpolation du signal de fond doit respecter les contraintes de fréquence de l'imageur. Des expériences supplémentaires devraient être exécutées à l'avenir pour connaître de façon plus précise les limites permises et leurs effets sur le résultat de déconvolution.

Il serait également bon de revoir la méthode d'ajout du biais après soustraction de l'image de fond à l'image originale. Dans le mémoire, une addition simple d'un biais permet d'assurer une valeur positive pour chaque pixel. Cependant la méthode n'est pas optimale car souvent le pixel ayant la valeur la plus négative après soustraction est un pixel ayant une valeur très différente de ses voisins. Cela peut par exemple provenir d'un bruit d'impulsion élevé (*shot noise*) qu'un pixel peut posséder. L'ajout d'un biais trop élevé aux pixels diminue la performance de la déconvolution. Il serait alors intéressant de trouver une méthode permettant d'éliminer les pixels trop bruités et trouver un biais optimal.

Un critère d'arrêt de la déconvolution basé sur un ratio d'entropie est également démontré. Cependant ce critère fonctionne bien lorsque le bruit ne contient pas de grandes variations d'intensités dans l'image. Le ratio d'entropie de Skilling [19] présenté précédemment pourrait peut-être apporter une solution car ce dernier tient compte du signal de fond. Ceci permettrait peut-être de pondérer d'une certaine façon le ratio puisque le bruit de Poisson est dépendant de l'intensité. Une autre solution pourrait être d'imposer un critère d'arrêt pour chaque pixel au lieu d'un critère global pour le nombre d'itérations. Ce critère pourrait être basé sur le ratio d'entropie produit dans l'entourage d'un pixel. Lorsque le ratio d'entropie du voisinage d'un pixel atteint le seuil critique, le pixel central de celui-ci n'est plus déconvolué.

Le critère d'arrêt pourrait probablement être employé lors de la déconvolution d'images de nature différentes avec la méthode LR. La méthode pourrait par exemple être testée en déconvoluant des images astronomiques.

La méthode employée pour détecter des colonnes de pixels erronés est simple, cependant elle masque un trop grand nombre de pixels. Une méthode permettant de discriminer les bons des mauvais pixels à l'intérieur d'une colonne défectueuse serait optimale. Dans l'état actuel du logiciel utilisé, l'information utile à la déconvolution est inutilement masquée.

### *Autres Méthodes*

La méthode de soustraction double énergie présentée au chapitre 4 pourrait faire le sujet de recherches futures. Il serait avantageux de considérer l'emploi de cette méthode simple et rapide pour une multitude de tâches. Bien quelle soit principalement employée dans la détection de nodules, calcifications etc., elle serait probablement un atout majeur dans un cadre de reconstruction 3D avec double énergie.

Il serait important de collaborer avec un radiologue afin de démontrer le rehaussement significatif des nodules calcifiés. Cette collaboration serait absolument nécessaire dans le cadre du développement d'outils permettant de faciliter la détection et le diagnostic des nodules.

Il serait également avantageux de considérer les méthodes employées dans l'inspection des bagages pour rehausser les arêtes. Des méthodes faisant appel à la fusion de l'information dans les images ont montré un rehaussement significatif des arêtes et pourraient être utiles.

## CONCLUSION

La déconvolution profite toujours d'un ajout d'information *a priori*. La double énergie apporte une contribution supplémentaire à la déconvolution, en nous permettant de produire une image de fond synthétique utile à celle-ci.

Grâce à la méthode présentée dans cet ouvrage, il est maintenant possible d'automatiser le rehaussement des images radiologiques en double énergie. L'idée maîtresse à la base de la méthode repose sur une combinaison appropriée des images d'épaisseurs équivalentes et du numéro atomique moyen des objets ou des structures. La nouvelle méthode permet également de rehausser des zones auparavant impossibles à traiter. Il est également envisageable d'employer la méthode du signal de fond synthétique pour supprimer la présence d'instruments *in vivo* (tiges, vis etc.) en autant que l'absorption des rayons X ne soit pas totale dans les images. Elle pourrait également servir dans le contexte d'inspection des bagages en apportant une stratégie de soustraction du signal de fond composé de la valise, des vêtements etc.

La méthode fût développée sur un nombre très limité d'images et il fut malheureusement impossible d'expérimenter sur des images de patients humains. Cependant il est fort probable que la méthode fonctionne tout aussi bien car la performance de l'algorithme est dépendante de la justesse du calcul des épaisseurs équivalentes et non de la variation dans la nature des tissus mous. Une interface a été construite pour le projet et permet de rehausser les images double énergie. Elle intègre toutes les opérations nécessaires au traitement des images en demeurant très simple à utiliser.

## **ANNEXE I**

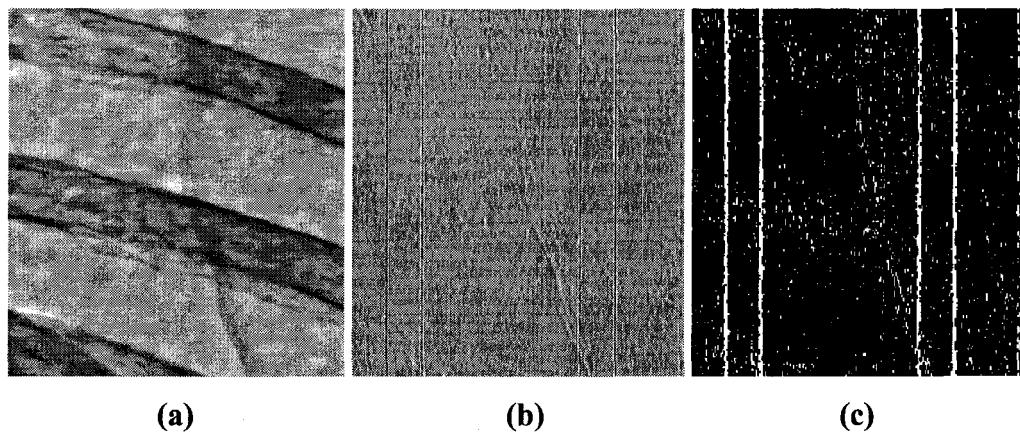
### **Détection des pixels erronés**

## DÉTECTION DES PIXELS ÉRRONÉS

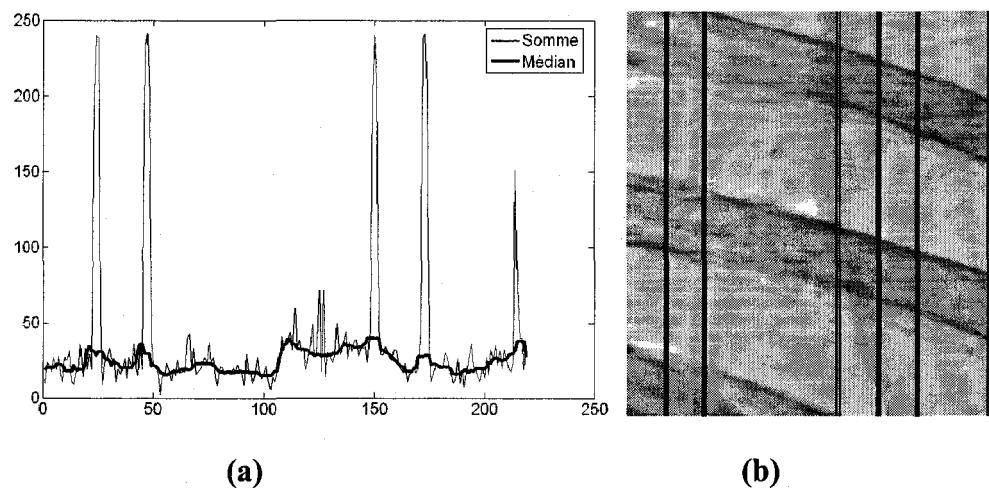
Tel que mentionné dans [2], le masquage des pixels erronés contribue à l'amélioration de la performance de la déconvolution. L'imageur EOS procède à une acquisition ligne par ligne des images et le détecteur est composé d'une rangée horizontale de 1764 pixels. Il a été observé que certains pixels semblent plus sensibles que d'autres à la sous-exposition lorsqu'il y a peu de rayonnement transmis. Ces pixels produisent alors une "colonne" de basse intensité par rapport aux voisines due à l'acquisition ligne par ligne. Voici une nouvelle méthode qui permet d'identifier les colonnes de sous exposition et de les masquer lors de la déconvolution.

L'image haute énergie normalisée est utilisée au départ, car la division de l'image originale par l'image de fond correspondante rehausse les hautes fréquences. Les colonnes défectueuses deviennent donc plus distinctes et plus facilement détectables. Ces colonnes créent des « passages par zéro » autant négatifs que positifs qu'on détecte en convoluant l'image avec une matrice de dérivée seconde horizontale. Un seuil en valeur absolue est alors employé pour segmenter les pixels ayant la caractéristique d'un passage à zéro. Une représentation de ces opérations est montrée à la figure 34.

La figure 35 nous donne la somme de l'intensité des pixels pour chaque colonne de la figure 34c. Puisque le niveau de bruit dans chaque image est différent, on ne peut employer un seuil fixe de segmentation pour détecter les colonnes défectueuses. Cependant on voit bien que le niveau de bruit, qui devrait être uniforme dans une zone locale, crée un signal « basse fréquence » dans la somme. Or on peut extraire ce signal en filtrant le vecteur « somme » avec un filtre médian à une dimension de taille 10 (courbe médian).



**Figure 34. Détection des colonnes défectueuses.** L'image (a) nous montre l'image haute énergie normalisée. En convoluant cette image avec l'opérateur de dérivée seconde on obtient la figure en (b). Les colonnes défectueuses sont maintenant beaucoup plus visibles et facile à discriminer. Un seuil en valeur absolue est appliqué en (c) pour séparer les pixels susceptibles d'être des passages par zéros.



**Figure 35. Somme, filtre médian et masque.** On voit dans l'image (a) que la somme des colonnes de la fig. 34c est influencée par un signal basse fréquence qui empêche un seuillage direct. En utilisant un filtre médian on peut trouver ce signal et le soustraire du signal somme. L'image (b) nous montre la superposition du masque à l'image rehaussée. Les pixels masqués ne seront pas pris en compte lors de la déconvolution de l'image.

On emploie alors un seuil unique pour segmenter les mauvaises colonnes. On peut superposer le masque à l'image rehaussée pour visualiser le résultat tel que montré à la figure 35b.

Dans le présent ouvrage, le masque calculé à partir de l'image haute énergie sert également pour l'image basse énergie. La méthode fonctionne bien mais elle pourrait être améliorée si l'on pouvait masquer uniquement des sections de l'image au lieu de la colonne entière si celle-ci contient une portion correcte. Toute information utile à la déconvolution est bienvenue et masquer trop d'informations nuit également à sa performance.

## **ANNEXE II**

### **Déconvolution et entropie**

## DÉCONVOLUTION ET ENTROPIE

Tel que présenté au chapitre 1, la déconvolution de Lucy-Richardson ne nous fournit pas de critère d'arrêt implicite. On retrouve dans la littérature des stratégies basées sur des paramètres de régularisation *ad hoc* [43] souvent employées lorsqu'on possède une connaissance théorique de l'image originale. Ces méthodes fournissent également des critères d'arrêt pour une image ayant un sujet spécifique et ne démontrent pas l'efficacité de la méthode avec d'autres types d'images.

Dans l'article de Gravel *et al.* [2], le nombre optimal d'itérations pour chaque image a été déterminé visuellement. Après chaque itération, l'image est examinée pour déterminer si le niveau de bruit engendré par la déconvolution devient trop important. Le bruit de déconvolution donne une texture granuleuse souvent appelée "speckle" qui dégrade la qualité de l'image. Or il est possible de quantifier une texture si on considère la mesure appelée entropie de l'information [16][42] d'une image. Cette mesure, inspirée de la mesure d'entropie d'un système en thermodynamique, est également employée dans l'algorithme de déconvolution de l'entropie maximale [17] tel que présenté au chapitre 1. Nous avons émis l'hypothèse qu'il serait possible de poser un critère d'arrêt qui serait fonction de la déviation de la texture. Nous employons dans un premier temps la mesure d'entropie du *Image Processing Toolbox* de Matlab. Il se résume à calculer pour une image donnée, la quantité:

$$E = -\sum_{i=1}^N p_i \ln(p_i) \quad (\text{II.1})$$

$$p_i = \frac{n_i}{N} \quad i = 1 \dots N \quad (\text{II.2})$$

où  $p_i$  représente la probabilité qu'un pixel possède une valeur incluse dans la partition  $i$  d'un histogramme à  $N$  partitions. Nous employons 256 partitions dans ce travail. Les

partitions ne possédant pas de pixel dans l'image sont éliminées du calcul. Par exemple, si on possède une image ayant une valeur constante, la probabilité de la partition contenant cette valeur devient 1 et l'entropie totale est nulle.

Pour quantifier la déviation de la texture par rapport à l'image originale, le rapport suivant est proposé:

$$R_k = \frac{\sum_{i,j} E_{k i,j}}{\sum_{i,j} E_{0 i,j}} \quad (\text{II.3})$$

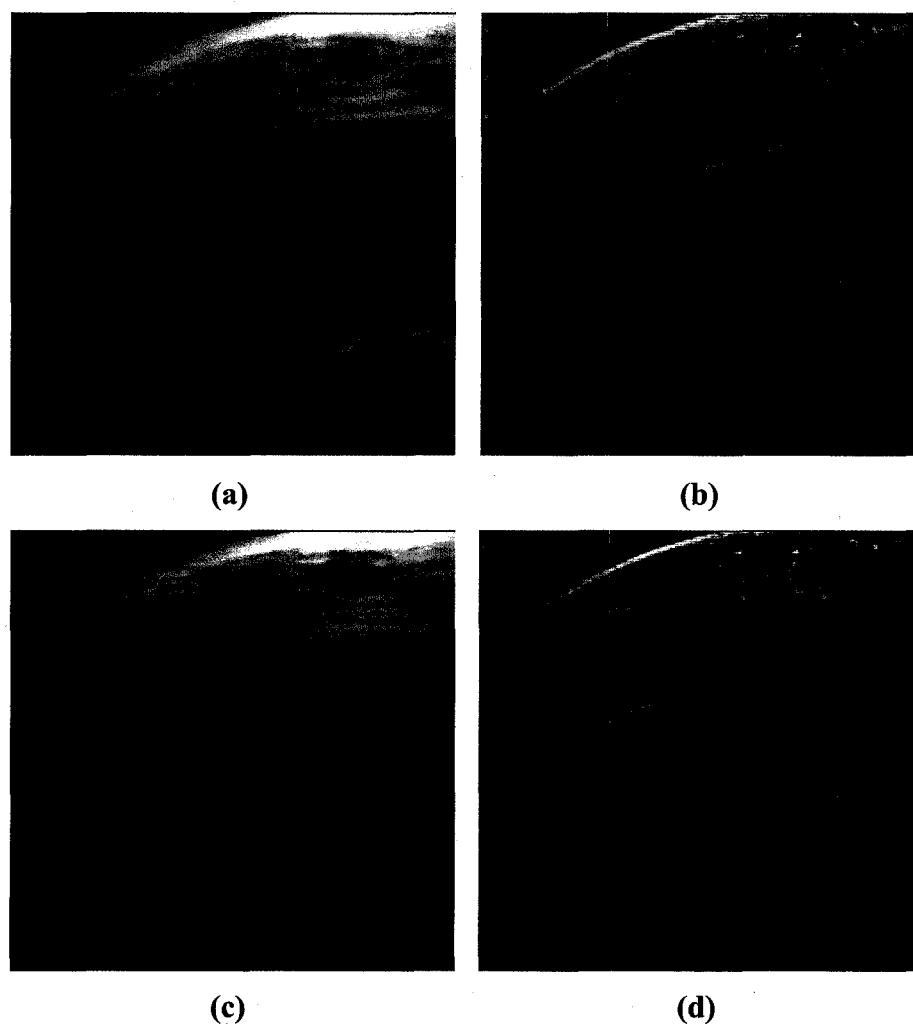
$E_{0 i,j}$  représente la valeur de l'entropie initiale pour le voisinage du pixel à la position  $i,j$  et  $E_k$  représente la valeur de l'entropie à la  $k$  ième itération de la déconvolution. Ici le calcul d'entropie est effectué pour chaque pixel dans un voisinage de la taille de la PSF et centré sur le pixel. L'image d'entropie résultante est par la suite sommée, contrairement au calcul de l'entropie totale pour une image où on obtient une seule valeur. Lors de la déconvolution, le rapport d'entropie augmente au fur et à mesure que la texture est amplifiée. La formule en (II.1) est employée dans un voisinage de taille équivalente à la PSF et ce pour chaque pixel de l'image.

En expérimentant avec cette mesure, il semble possible que le rapport d'entropie entre la texture originale et la texture voulue soit constant lorsque l'image présente un niveau de bruit assez uniforme. Un rapport d'entropie d'environ 1,4 à 1,5 pour les images basse et haute énergie semble donner de bons résultats. Il est important de comprendre que cette limite peut être modifiée selon la texture finale désirée. Elle indique simplement l'évolution d'une texture au départ plus douce et uniforme vers une texture plus bruitée ou bosselée. Cette mesure nous permet d'imposer un critère d'arrêt lors des itérations de la déconvolution. Le rapport d'entropie total pour une image à travers chaque déconvolution ne semble pas indiquer aussi efficacement l'évolution de la texture pour

des images différentes. C'est pourquoi l'entropie est mesurée avec la méthode locale. On peut comparer l'évolution de la texture et de l'entropie pour deux zones du buste, présentées dans l'article de Gravel *et al.* [2].

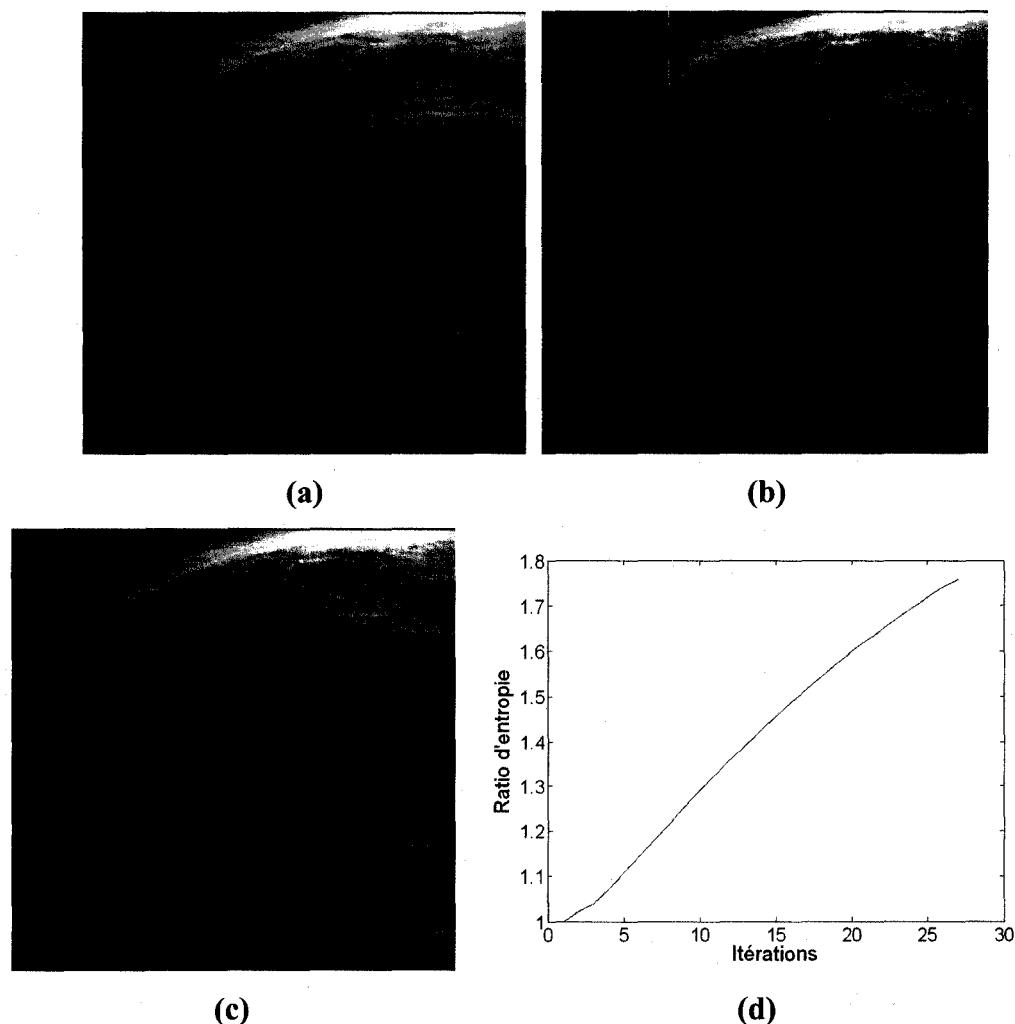
### *Clavicule*

Voici dans un premier temps l'image de la clavicule et le résultat de la mesure d'entropie celle-ci:



**Figure 36. Itérations et entropie.** L'image (a) présente le résultat de la première itération de l'algorithme de déconvolution. L'image (b) montre le résultat du calcul d'entropie pour l'image (a). La figure (c) présente le résultat obtenu à mi-parcours de la déconvolution et son image d'entropie est montrée en (d).

En comparant les images (b) et (d) de la figure 32 on voit que le processus de déconvolution augmente l'entropie. La prochaine figure présente l'image obtenue avec un rapport d'entropie de 1,4, 1,5 et 1,6. L'évolution du rapport d'entropie avec les itérations est également montrée:



**Figure 37.** Itérations finales et courbe d'entropie (clavicule). Les rapports d'entropie sont de 1,4, 1,5 et 1,6 respectivement pour les images (a) (b) (c). On voit que la résolution n'est pas meilleure lorsqu'on compare les images (a) et (b). On constate également que le bruit commence à s'amplifier à partir de 1,5 et est encore plus fort dans (c). Dans la figure (d) on peut observer la courbe du rapport d'entropie par rapport au nombre d'itérations de la déconvolution.

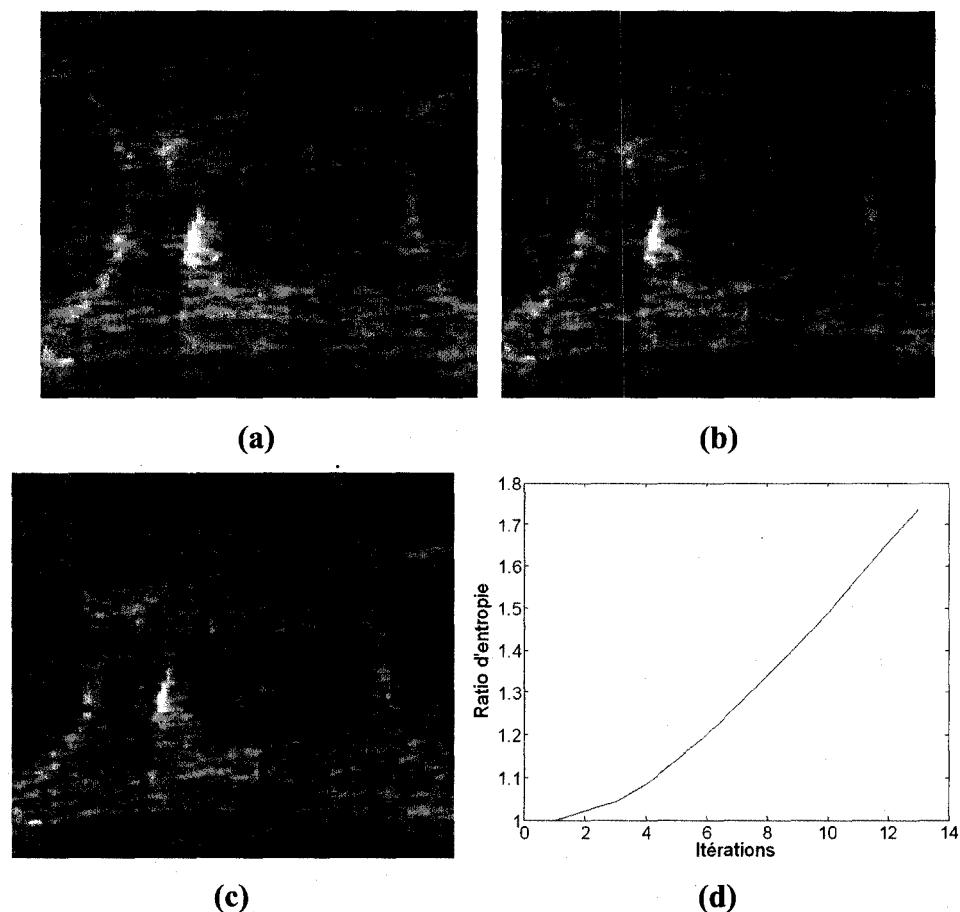
Les différences entre les images de la figure 37 sont plus visibles dans les zones de tissus mous. On peut également voir que le bruit s'amplifie sur les os; les speckles apparaissent sous forme de petites "bosses" de mieux en mieux définies. Or ces bosses ne sont pas des détails réels mais plutôt des artefacts de déconvolution. Elles sont le résultat du fait que la déconvolution cherche à maximiser la solution autour du bruit également. L'algorithme cherche à produire un lissage trop près des données initiales. Une valeur de 1,45 est atteinte après environ 20 itérations.

### *Vertèbres*

Le même exercice est montré pour la zone des vertèbres qui est beaucoup plus bruitée que la précédente. Le sujet présenté est également morphologiquement très différent. Une section de l'image a été choisie afin de montrer plus clairement l'effet du bruit. Encore une fois on voit qu'un rapport d'entropie entre 1,4 et 1,5 correspond au meilleur compromis entre la résolution et l'amplification du bruit de déconvolution.

On voit dans la figure 37d que la relation possède une forme plutôt logarithmique et que la courbe de la figure 38d atteint beaucoup plus rapidement le seuil établi, soit après environ 10 itérations. Avec plus d'itérations on aurait vu que le profil de la courbe 38d ressemble à celui de la figure 37d et provient de la convergence de l'algorithme de Lucy-Richardson.

Les images présentées au chapitre 3 de ce présent ouvrage ont tous été obtenues en mode "automatique" en appliquant la relation décrite dans cette annexe. Le seuil employé est de 1,45.



**Figure 38. Image vertèbre: déconvolution et entropie.** L'image (a) présente l'image déconvoluée lorsque son ratio d'entropie est de 1,2. L'image (b) correspond à un ratio de 1,4 tandis que (c) montre l'image avec un rapport de 1,6. En (d) est présentée la relation entre les itérations et le rapport d'entropie pour l'image de vertèbre.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Després, P., Gravel, P., Beaudoin, G. and De Guise, J. A. (2004). Evaluation of a Full-Scale Gas Microstrip Detector for Low-Dose X-ray Imaging. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, 536, 52-60.
- [2] Gravel, P., Després, P., Beaudoin, G., De Guise, J. A. (2006). Resolution Enhancement in Digital X-Ray Imaging. *Physics in Medicine and Biology*, 51, 2415-2439
- [3] Hanisch R.J., White R.L., Gilliland R.L. (1997). Deconvolutions of Hubble Space Telescope Images and Spectra. *Deconvolution of Images and Spectra*. New-York: Academic Press, 310-360.
- [4] Morháč M., Matoušek V. (2003). Analysis of Coincidence  $\gamma$ -Ray Spectra Using Advanced Background Elimination, Unfolding and Fitting Algorithms. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, 502, 784-786
- [5] Verveer P.J., Gemkow M.J., Jovin T.M. (1998). A Comparaison of Image Restoration Approaches Applied to Three-Dimensional Confocal and Wide-field Fluorescence Microscopy. *Journal of Microscopy*, 193, 50-61
- [6] Jansson P.A. (1997). Traditional Linear Deconvolution Methods. *Deconvolution of Images and Spectra*. New-York: Academic Press, 76-106.
- [7] Murli A., D'Amore L., De Simone V. (1999). The Wiener Filter and Regularization Methods for Image Restoration Problems. *10th International Conference on Image Analysis and Processing (ICIAP'99)*, 394.
- [8] Jansson P.A. (1997). Modern Constrained Nonlinear Methods. *Deconvolution of Images and Spectra*. New-York: Academic Press, 107-181.
- [9] Lucy L.B. (1974). An Iterative Technique for the Rectification of Observed Distribution. *Astronomical Journal*, 79, 745-754.
- [10] Richardson W.H. (1972). Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration. *Journal of the Optical Society of America*, 62, 55-59.
- [11] Blass W.E, Halsey G.H. (1997). Instrumental Considerations. *Deconvolution of Images and Spectra*. New-York: Academic Press, 200-235.

- [12] Jannetta A., Jackson J.C., Kotre C.J., Birch I.P., Robson K.J., Padgett R. (2004). Mammographic Image Restoration using maximum entropy Method. *Physics in Medicine and Biology*, 49, 4997-5010.
- [13] Burud I. *et al* (1998). High resolution optical and near IR imaging of the quadruple quasar RX J0911.4+05. *The astrophysical journal*, 501, 5-10.
- [14] Cornwell T.J., Evans K.F. (1985) A Simple Entropy Deconvolution Algorithm. *Astronomics and Astrophysics*, 143, 77-82.
- [15] Space Telescope Science Institute. Maximum entropy Method. *STSDAS User guide*, [En ligne]. [http://stsdas.stsci.edu/documents/SUG/UG\\_29.html](http://stsdas.stsci.edu/documents/SUG/UG_29.html)
- [16] Shannon C.E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. *The Bell System Technical Journal*, 27, 379-423 & 623-656.
- [17] Gull S.F., Skilling J. (1999) Quantified Maximum Entropy. *MemSys5 User's Manual*, MEDC.
- [18] Pantin E., Starck J.L. (1996). Deconvolution of Astronomical Images Using the Multiscale Maximum Entropy Method. *Astronomics and Astrophysics*, 118, 575-585.
- [19] Magain P., Courbin F., Sohy S. (1998). Deconvolution with correct sampling. *Astrophysical Journal*, 494, 472-477.
- [20] Alvarez R.E., Macovski A. (1976). Energy-selective reconstructions in X-ray computerized tomography. *Physics in Medicine and Biology*, 21, 733-744.
- [21] Brody W.R., Butt G., Hall A., Makovski A. (1981). A Method for Selective Tissue and Bone Visualization using Dual Energy Scanned Projection Radiography. *Medical physics*, 8, 353-357.
- [22] Ishigaki T., Sakuma S., Horikawa Y., Ikeda M., Yamagushi H. (1986) One-Shot Dual-Energy Subtraction imaging, *Radiology*, 161, 271-273.
- [23] Kruger R.A., Armstrong J.D., Sorenson J.A., Niklason L.T. (1981). Dual Energy Film Subtraction Technique for Detecting Calcification in Solitary Pulmonary Nodules. *Radiology*, 140, 213-219.

- [24] Asaga T., Shiyazu S., Mastuda S., Mastuura H., Kato H., Ishida M., Komaki T. (1987). Breast Imaging: Dual Energy Projection Radiography with Digital Radiography. *Radiology*, 164, 869-870.
- [25] Brettle D.S, Cowen A.R. (1994). Dual Energy Digital Mammography Utilizing Stimulated Phosphor Computed Radiography. *Physics in Medicine and Biology*, 39, 1989-2004.
- [26] Hubbell J.H, Seltzer S.M. *Tables of X-Ray Mass Attenuation Coefficients and Mass Energy-Absorption Coefficient*. National Institute of Standard and Technology, [en ligne]. <http://www.physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/cover.html>
- [27] Kido S., Ikezoe J., Naito H., Harisawa J., Tamura S., Kozuka T., Ito W., Shimura K., Kato H. (1995). Clinical Evaluation of Pulmonary Nodules with Single-Exposure Dual-Energy Subtraction Chest Radiography with an Iterative Noise-Reduction Algorithm. *Radiology*, 194, 407-412.
- [28] Wang T.W., Evans J.P.O. (2003). Stereoscopic dual-energy X-Ray Imaging for Target Materials Identification. *IEEE proceedings Vision, Image and Signal Processing*, 150(2), 122-130.
- [29] Eilbert R.F., Shi S. (2005). Improved Imaging for X-Ray Inspection Systems. *IEEE A&E Systems magazine*, 20(3), 23-28.
- [30] McDonald R. (1996). *Conception et mise au point d'une chaîne radiologique pour la détection de matières organiques en utilisant la technique de double énergie*. Mémoire de maîtrise, École de technologie supérieure.
- [31] Chen Z., Zheng Y., Abidi B.R., Page D.L, Abidi M.A. (2005). A Combinational Approach to the Fusion, De-Noising, and Enhancement of Dual-Energy X-Ray Luggage Images. *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 3, 2-10.
- [32] McLean A.B, Mitchell C.E.J, Swanston S.M. (2002). Implementation of an efficient analytical approximation to the Voigt function for photoemission line shape analysis. *Journal of electron microscopy and related phenomena*. 69, 125-132.
- [33] Gravel P., Beaudoin G., De Guise J.A. (2004). A method for Modeling Noise in Medical Images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 23(10), 1221-1232.
- [34] The MathWorks Inc. (2001). *Image Processing Toolbox User's Guide*, 3rd Ed.
- [35] The MathWorks Inc. (2000). *Wavelet Toolbox User's Guide* 2nd Ed.

- [36] Lehmann L.A., Alvarez R.E., Macovski A., Brody W.R. (1981). Generalized image combinations in dual kV<sub>p</sub> digital radiography, *Medical physics*, 8, 659-668.
- [37] Taibi A., Fabbri S., Baldelli P., Di Maggio C., Gennaro G., Marziani M., Tuffanelli A., Gambaccini M. (2003). Dual-energy imaging in full-field digital mammography: a phantom study. *Physics in Medicine and Biology*, 48, 1945-1956.
- [38] Kappadath S.C., Shaw C.C. (2004). Quantitative evaluation of dual-energy digital mammography for calcification imaging. *Physics in Medicine and Biology*, 49, 2563-2576.
- [39] The Phantom Laboratory, *RANDO® Elemental Composition*, Brochure.
- [40] Unser M. (1995). Multigrid adaptive image processing. *Proceedings of the 1995 IEEE international conference on image processing (ICIP'95)*, 1, 49-52.
- [41] Van Kempen G.M.P., Van der Voort H.T.M., Van Vliet L.J. (1996). A quantitative comparaison of two restoration methods as applied to confocal microscopy. *Proceeding of the 2<sup>nd</sup> annual conference of the advanced School for computing and Imaging*, 195-201.
- [42] Tuceryan M., Jain A.K. (1998). Texture Analysis, *The handbook of Pattern recognition and computer vision (2<sup>nd</sup> edition)*, World Scientific Publishing. 207-248.
- [43] Bratsolis E., Sigelle M. (2001) A special Regularization Method preserving Local Photometry for Richardson-Lucy Restoration. *Astronomy and Astrophysics*, 375, 1120-1128.