

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE
M. Ing.

PAR
GUIDINI, Aude

DÉTECTION DES VARIATIONS DE SYNCHRONIES : APPLICATION AUX SIGNAUX
ÉLECTROENCÉPHALOGRAPHIQUES EN ÉPILEPSIE

MONTRÉAL, LE 18 AOÛT 2008

© Guidini, 2008

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Jean-Marc Lina, directeur de mémoire
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Gheorghe Marcel Gabrea, président du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

Mme Rita Noumeir, membre du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 11 AOÛT 2008

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Je remercie mon directeur de maîtrise, Jean-Marc Lina, professeur au département de génie électrique, pour m'avoir donné la chance de travailler sur ce projet très enrichissant. Un grand merci pour son aide, ses conseils et son encadrement. Il m'a assuré un soutien financier auprès du conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) et de l'institut de recherche en santé du Canada (IRSC). C'est l'un des meilleurs directeur à souhaiter !

Je remercie Jean Gotman, professeur à l'institut neurologique de Montréal de l'université de McGill ainsi qu'à son équipe pour leur collaboration et leur contribution au projet. Merci à ceux qui ont participé de près ou de loin à cette recherche.

Je remercie Rita Noumeir et Gheorghe Marcel Gabrea, professeurs au département de génie électrique, qui ont accepté de participer au jury. Merci pour leurs commentaires lors de leur révision du mémoire.

Je remercie la "Brain Team" composée de Yann, Carl, François, Anne-Sophie, Etienne, Samuel, et Mathieu pour leur agréable sympathie et leur participation à cette recherche lors des rencontres animées de suivi de projet. Je n'oublie pas non plus les autres membres du laboratoire "LATIS".

Je remercie tous mes amis qui de part et d'autre de l'océan m'ont accompagné durant ces années d'études au Canada. Et je fais un clin d'œil à Sofienne qui le premier m'a donné envie d'étudier à Montréal.

Enfin, je remercie ma famille et je dédie ce travail à mes parents qui m'ont soutenu tout au long de mes études.

DÉTECTION DES VARIATIONS DE SYNCHRONIES: APPLICATION AUX SIGNAUX ÉLECTROENCÉPHALOGRAPHIQUES EN ÉPILEPSIE

GUIDINI, Aude

RÉSUMÉ

Ce projet de recherche a pour principal objectif l'étude des signaux bioélectriques cérébraux chez les patients souffrant d'épilepsie, dans le but d'extraire des informations qui permettent de détecter et prédire les crises sur une fenêtre de temps raisonnable, de l'ordre de quelques minutes avant la crise. Les signaux électroencéphalographiques (ou EEG) sont des mesures de potentiel électrique acquises généralement à la surface du scalp ou dans le cerveau grâce à des électrodes intracrâniennes, dans une investigation clinique préopératoire chez certains patients épileptiques. Au cours des 5 dernières années, plusieurs approches du domaine du traitement du signal (et de l'information) ont été développées pour analyser le contenu informationnel des EEG durant la période précédant la crise. La prédiction fiable et robuste d'une crise à partir de ces signaux demeure un problème non-résolu dont on propose ici un élément de solution basé sur les systèmes dynamiques non linéaires. La prédiction des crises d'épilepsie permet d'envisager des interventions médicamenteuses ou comportementales qui enrayerent la progression vers la crise. Il est donc nécessaire de bâtir un système de traitement du signal pour extraire, dans une fenêtre de temps inférieure à une heure, les signes avant-coureurs d'une crise. Après une recherche bibliographique sur les travaux les plus récents dans le domaine, on propose d'analyser les signaux EEG dans leur représentation temps-fréquence obtenue par une transformée en ondelettes analytiques. On met ici l'accent sur les variations de synchronies inter-électrodes en développant une approche globale sur l'ensemble de tous les canaux. La méthodologie suivie pour mesurer les synchronies consiste à les détecter dans le plan temps-fréquence et à les quantifier avec un indice de 'phase-locking'. Après validation, la méthode est appliquée aux données réelles: des signaux EEG intracrâniens chez 5 patients. Pour quantifier les variations de synchronies entre les électrodes, plusieurs mesures ont été étudiées. Ces mesures de variations de synchronies sont mises en correspondance avec les signes cliniques du décours temporel des signaux EEG. Nous avons trouvé que certains signes cliniques correspondent à des variations de synchronies. En particulier, nous avons trouvé que 'l'Énergie de crêtes' permet de détecter le début de la crise avec une grande précision. Nous avons également trouvé que la synchronie permet de mesurer des variations pré-ictale mais qu'elle ne constitue pas un indice suffisant pour prédire la crise. L'évaluation est faite en collaboration avec des neuro-cliniciens spécialistes en épilepsie au Montreal Neurological Institute (MNI).

DÉTECTION DES VARIATIONS DE SYNCHRONIES : APPLICATION AUX SIGNAUX ÉLECTRO ÉLECTROENCÉPHALORAPHIQUES EN ÉPILEPSIE

GUIDINI, Aude

ABSTRACT

This project has for main objective the study of cerebral bioelectric signal with patient suffers from epilepsy, in the goal to extract information which will allow detecting and predicting crisis on a reasonable time window, in the order of a few minutes before the crisis. Electroencephalographic (EEG) signals are measures of electric potential generally acquired at the surface of scalp or in the brain by dint of intracranial electrodes, in a preoperative clinical investigation with some epileptic patient. During the 5 last years, several approaches of the field of signal treatment (and information) are been developed for analyze the informational content of EEG during the period preceding crisis). The reliable and hardy prediction of crisis from this signals remain no-resolute problem of which we propose here an element of solution based on no linear dynamic systems. The epilepsy crisis prediction allows foreseeing medicinal or behavioral interventions which stop progression toward crisis. It is also necessary to build a system of signal treatment for extract, in a temporal window inferior to one hour, forerunners of crisis. After a bibliographic research of most recent work of researcher in the field, we propose to analyze EEG signals in their temporal-frequency representation get by an analytic wavelet transformation. We will emphasize on inter-electrodes synchrony variations by developed a global approach on the set of all channels. The methodology sustained to measure synchrony consists in detecting them in the temporal-frequency plane and to quantify them with an index of 'phase-locking' index. After validation, the method is applied to real data: intracranial EEG signals with five patients. To quantify variations of synchrony inter electrodes, several measure have been investigated. This synchrony variations measures are put in correspondance with clinical sign of time domain of EEG signal. We have found certain clinical signs synchrony variations. In particular, we have found the 'Energy of ridges' allows detecting the beginning of the crisis with a large accuracy. We have found too the synchrony allows measure variations pre-ictal but it doesn't account for a sufficient index to predict crisis. The valuation is made in collaboration with neuron-clinician expert in epilepsy to Montreal Neurological Institute (MNI). Results of this analysis are introduced in this memoir.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 DÉTECTION DE LA SYNCHRONIE DANS LE PLAN TEMPS-FRÉQUENCE	9
1.1 L'analyse de Fourier	9
1.2 La représentation Temps-fréquence du signal	11
1.3 La transformée en ondelette	13
1.4 Atome temps-fréquence et ondelettes	14
1.5 Ondelettes analytiques	16
1.6 Les fréquences instantanées	20
1.7 Les crêtes d'ondelettes (ridges)	21
1.8 Détection de la synchronie de phase	24
CHAPITRE 2 ETAT DE L'ART DES INDICES DE SYNCHRONIE	26
2.1 Le phase-locking	26
2.2 Les synchronies inter-canaux	30
2.3 La synchronie de phase partielle	31
2.4 L'indice ρ	33
CHAPITRE 3 SIMULATIONS, VALIDATION ET APPLICATION AUX POINTES-ONDES	36
3.1 Les oscillateurs de Rossler	36
3.2 Mesure de synchronies sur une paire d'oscillateurs de Rossler	40
3.3 Les synchronies induites	45
3.4 Mesure de synchronies dans un réseau d'oscillateur de Rossler	46
3.5 Les pointes-ondes épileptiques	50
CHAPITRE 4 MESURE DES VARIATIONS DE SYNCHRONIES EN PHASE PRÉICTALE POUR L'ÉPILEPSIE	54
4.1 La base de données des EEG intra-crâniens	54
4.2 Algorithme de détection des variations de synchronies	56
4.3 Énergie des crêtes	57
4.4 Discussion des résultats d'énergie de crêtes	62
4.5 Autres métriques de variations de synchronies	64
4.5.1 Entropie des crêtes	64
4.5.2 Énergie relative des crêtes	66
4.5.3 Énergie relative de crêtes de canaux synchrones	67
4.5.4 Distance des synchronies multicanaux	68
4.5.5 Distance entre les synchronies multi-canaux	69
CHAPITRE 5 SYNCHRONIES SPÉCIFIQUES AUX SIGNAUX EEG DE SCALP	71
5.1 La séparation de sources dans le cadre de l'EEG de scalp	71

5.2	La fausse synchronie.....	74
CONCLUSION		
	ANNEXE I L'ANALYSE EN COMPOSANTE PRINCIPALE.....	82
	ANNEXE II L'ANALYSE EN COMPOSANTE INDÉPENDANTE.....	84
	ANNEXE III LA TDSEP.....	89
	BIBLIOGRAPHIE.....	91

LISTE DES TABLEAUX

		Page
Tableau 4.1	Données EEG intracrâniennes.	55
Tableau 4.2	Récapitulatif des résultats d'énergies des crêtes.	63

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Spectre cosinus 5 Hz..... 10
Figure 1.2	Le plan temps-échelle. 12
Figure 1.3	Plan temps-fréquence d'un sinus local. 13
Figure 1.4	Le 'chapeau Mexicain'. 15
Figure 1.5	Détection d'une discontinuité par ondelette réelle. 16
Figure 1.6	Puissance en ondelette d'un cosinus. 19
Figure 1.7	Plan temps-fréquence d'un signal chaotique. 20
Figure 1.8	Scalogramme et crêtes d'un signal synthétique. 23
Figure 1.9	Détection de la synchronie dans le plan TF. 25
Figure 2.1	Le Phase-Locking. 27
Figure 2.2	Représentation temps-fréquence du Phase-Locking..... 28
Figure 2.3	Synchronies dans le plan temps-fréquence et synchronies dans le temps 29
Figure 2.4	La synchronie de phase partielle. 31
Figure 2.5	Les matrices R et U. 33
Figure 2.6	L'indice de synchronie ρ 34
Figure 3.1	Représentation tridimensionnelle d'un oscillateur simple. 37
Figure 3.2	Représentation tridimensionnelle d'un oscillateur de Rossler. 37
Figure 3.3	Décours temporel de la composante $x(t)$ d'un oscillateur de Rossler. 38
Figure 3.4	Synchronies temporaires entre 2 oscillations de Rossler. 38
Figure 3.5	Les couplages variables. 39
Figure 3.6	Mesure de synchronies sur une paire d'oscillateur de Rossler non couplés. 40

Figure 3.7	Deux oscillations de Rossler couplées par couplage progressif.	42
Figure 3.8	Mesure du PL sur une paire d'oscillateurs de Rossler couplés par un couplage progressif.	42
Figure 3.9	Mesure de synchronie par ondelettes analytiques sur une paire d'oscillateur de Rossler couplés par couplage progressif.	43
Figure 3.10	Mesure de synchronies en hautes fréquences.	44
Figure 3.11	Comparaison des synchronies en termes de R et en termes de U.	45
Figure 3.12	Réseau du cerveau et réseau de 6 oscillateurs de Rossler.	46
Figure 3.13	Superposition des crêtes d'un réseau de 6 oscillateurs de rossler.	49
Figure 3.14	Traitement temps-fréquence d'une pointe-onde présente sur 1 canal.	50
Figure 3.15	Crêtes d'ondelette d'une pointe-onde sur 5 canaux.	51
Figure 3.16	Crêtes d'une pointe-onde sur 56 canaux.	52
Figure 4.1	Énergie de crêtes.	58
Figure 4.2	Énergie sur les crêtes de crise.	60
Figure 4.3	Énergie sur les crêtes de baseline.	61
Figure 4.4	Variations de l'énergie de crêtes autour de la crise.	64
Figure 4.5	Comparaison énergie/entropie des crêtes.	65
Figure 4.6	Énergie relative de crêtes.	66
Figure 4.7	Énergie relative des crêtes de canaux synchrones [4-12 Hz].	68
Figure 4.8	Énergie relative des crêtes de canaux synchrones [30-50 Hz].	68
Figure 4.9	Distance des synchronies multicanaux [4-12 Hz].	69
Figure 4.10	Distance entre les synchronies multicanaux [4-12 Hz].	70
Figure 5.1	Configuration des oscillateurs de Rossler utilisée pour la simulation des fausses synchronies.	75
Figure 5.2	Génération des signaux de la simulation des fausses synchronies.	76
Figure 5.3	La fausse synchronie.	77

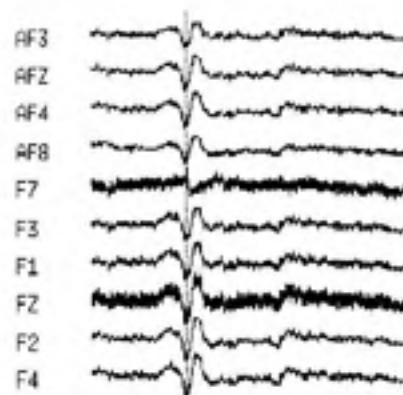
LISTE DES ABRÉVIATIONS

BSS	Blind Separation Sources
EEG	ÉlectroEncéphaloGraphique
ICA	Independent Component Analysis
MNI	Montreal Neurological Institut
PCA	Principal Component Analysis
PL	Phase-Locking
SVD	Singular Value Decomposition
TDSEP	Temporal Decorrelation Separation
TF	Temps Fréquence

INTRODUCTION

L'épilepsie est une maladie du système nerveux qui se traduit par un dysfonctionnement électro-physiologique du cerveau. La vie des personnes qui en sont affectées est perturbée par des crises soudaines, récurrentes et apparemment imprévisibles. Les crises les plus spectaculaires (crises motrices) se manifestent par une perte de connaissance brutale accompagnée de divers mouvements désordonnés du corps dus à des contractures, des raidissements et des convulsions involontaires. Il existe aussi d'autres types de crises : visuelles, olfactives, auditives, sensorielles. Les symptômes sont très variés et seules les crises motrices sont visibles, spectaculaires et parfois dangereuses. Les crises auditives ou olfactives, par exemple sont invisibles. L'épilepsie est généralement due à une lésion de la couche corticale du cerveau pouvant apparaître suite à un traumatisme crânien, une infection, une tumeur cérébrale, un abcès, etc. Cependant, l'origine et les causes de cette maladie ne sont pas bien identifiées et il n'existe pas de traitements efficaces pour empêcher le déclenchement des crises chez certains patients. Afin d'améliorer les conditions de vie des personnes épileptiques, les neurologues cherchent à localiser (par des examens parfois invasifs) les zones du cerveau responsables des crises (soit les foyers épileptiques) pour leur exérèse lors d'une intervention chirurgicale. Ce genre d'opération reste très complexe et n'est pas sans risque. Ainsi, la recherche de traitements non invasifs s'est développée avec des médicaments divers, mais il reste néanmoins que les crises sont imprévisibles, et que les médicaments arrivent trop tard. C'est pourquoi, une autre approche est actuellement l'objet de nombreux travaux: c'est la prédiction des crises d'épilepsie à partir des signaux électroencéphalographiques (EEG). C'est une alternative qui permet d'envisager des interventions médicamenteuses ou comportementales pour enrayer la progression vers la crise. Par exemple, la prise d'un médicament 'anti-crise' quelques minutes avant que la crise se déclenche serait un formidable moyen pour améliorer les conditions de vie des personnes souffrant d'épilepsie. Il arrive parfois qu'un simple calcul mental quelques minutes avant la crise suffise à la désamorcer (encore faut-il que le patient soit capable de sentir sa venue, ce qui arrive dans certain cas). Cette nouvelle approche fait une large part à l'étude de la physiologie du cerveau. La physiologie du cerveau s'accompagne d'une activité électrique

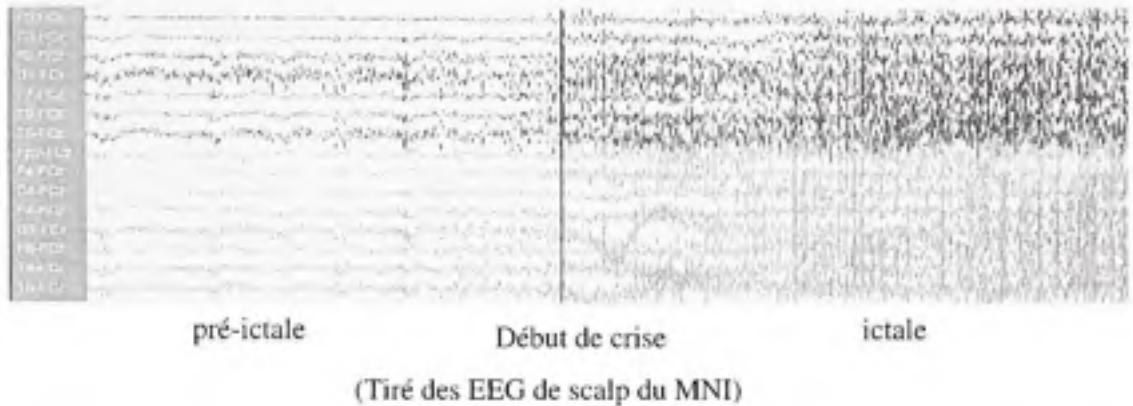
En épilepsie, l'EEG révèle un tracé particulier, où en plus de nombreux signaux d'interprétation toujours délicate, on observe des tracés particulier assez facilement reconnaissables par la présence de formes très caractéristiques appelées 'pointes-ondes'.



Une pointe-Onde en EEG de scalp
(Tiré des EEG de scalp du MNI)

Les rythmes cérébraux sont de faibles amplitudes de l'ordre du microvolt et ne sont observables qu'après amplification. Ils ont été classés en onde Delta (0.5-4 Hz), Theta (4-8 Hz), Alpha (8-13 Hz), Beta (13-22 Hz), Gamma (22-30 Hz). Ces ondes résultent de l'activité cohérente d'un ensemble de neurones. Les rythmes cérébraux et les pointes-ondes sont identifiables par des spécialistes experts dans la lecture des EEG.

Les enregistrements EEG sont réalisés à l'hôpital et durent plusieurs heures, plusieurs jours, voire plusieurs semaines. (Les données EEG sont très coûteuses en espace mémoire et sont sauvegardées sur des serveurs puis enregistrées sur CD). Durant les enregistrements, on rencontre des périodes de crises et des périodes d'activité normale (activité de repos). La figure suivante présente l'enregistrement d'un début de crise avec des électrodes de scalp.



La période pré-ictale correspond à la période avant le début de la crise. La période ictale correspond à la période de crise. On voit clairement que l'allure des signaux électroencéphalographiques pendant la période pré-ictale diffère de celle pendant la période ictale. Durant cette dernière, l'activité normale est devenue chaotique.

Qu'elle est l'origine de l'activité bioélectrique du cerveau ? Le cerveau est constitué de plus de 100 milliard de cellules nerveuses appelées 'neurone' à travers lesquels se propagent des impulsions bioélectriques. La propagation de ces impulsions produit des déplacements d'ions intracellulaire et extracellulaire, soit des courants qui circulent à travers le cerveau et forment des circuits comme le montre la figure suivante.



Le cerveau câblé

(Tiré du site 'www.lecerveau.mcgill.ca')

Ces courants sollicitent des zones éloignées du cerveau et sont responsables de l'activité coordonnée du cerveau. En effet, les neurones se répartissent dans des structures distinctes ayant des fonctions particulières. Par exemple, le cortex cérébral correspond à la couche externe des deux hémisphères (droit et gauche) du cerveau. Épais de quelques millimètres et replié en de nombreuses circonvolutions, il présente des bosses et des creux, appelés respectivement 'gyri' et 'sillons'. Représentant près de 70% des neurones du cerveau, le cortex est le lieu principal utilisé pour le traitement des informations reçus via les nerfs du système nerveux. Il est responsable des fonctions telles que le langage, la mémoire, la motricité, la sensibilité ...La contribution d'un neurone dans la génération du courant est infime et un regroupement de neurone est nécessaire pour modéliser un dipôle de courant comme le montre la figure suivante.

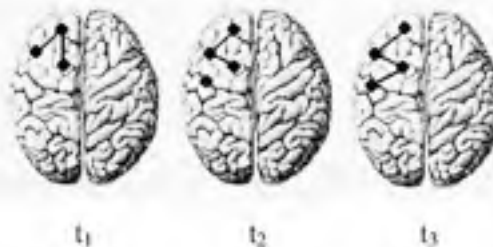


Dipôle de courant
(Tiré de [21], page 20)

Le dipôle de courant induit un champ électrique mesurable et enregistrable. En réalité, ce sont davantage les courants extracellulaires qui produisent les potentiels mesurables en EEG [21]. Au point d'enregistrement, la valeur des potentiels résulte de la sommation des décharges neuronales. En position intracrânienne, les électrodes enregistrent de l'activité locale. En surface, il y a sommation de l'activité bioélectrique du cerveau et l'ensemble des électrodes rend compte de l'activité globale du cerveau. (L'activité en profondeur est moins visible que l'activité située dans les zones superficielles du cortex).

L'activation de plusieurs milliers de neurones adjacents (soit une colonne corticale), déclenche des mécanismes de synchronies locales et les neurones déchargent simultanément: c'est la ségrégation. Leur comportement est comparable à celui d'individus qui applaudissent. Les applaudissements chaotiques deviennent des battements synchrones lorsque les individus s'écoutent mutuellement. Un autre type de comportement est semblable à celui de musiciens qui se synchronisent en écoutant leur chef d'orchestre. De même les neurones groupés peuvent obéir à un pacemaker (ou stimulateur interne). Dans ce mémoire on ne s'intéresse pas aux synchronies locales mais aux synchronies à grande échelle.

Les zones éloignées du cerveau qui sont sollicitées par les courants neuronaux ont des activités qui peuvent se synchroniser et se désynchroniser au cours du temps. L'image suivante schématise l'évolution de l'activité de zones éloignées au cours du temps. Les zones sollicitées sont représentées par des ronds noirs. Les traits qui relient les ronds noirs représentent la synchronie sur un réseau.



Évolution de la synchronie à grande échelle, sur un réseau.

Ainsi, au cours du temps, on voit bien que les activités des zones éloignées présentent des synchronies temporaires. La synchronie à grande échelle évolue dans le temps. De nombreux travaux ont montrés qu'elle peut être induite par des tâches cognitives [10] [22] [25] [27] [28]. Ainsi, l'activité normale présente des synchronies. Dans l'épilepsie, le foyer épileptique décharge anormalement (pointes-ondes) et produit une activité épileptique qui présente aussi des synchronies. L'activité épileptique désorganise l'activité normale du cerveau et produit des crises localisées ou généralisées (tout le cerveau peut être affecté par la crise).

L'identification des périodes pré-ictales est un sujet controversé par les experts neurologues. Cependant, plusieurs travaux de recherche ont montré l'existence de changements caractéristiques pendant la période pré-ictale [11] [12] [17]. Plusieurs mesures pour caractériser ces changements ont été étudiées et comparées [3] [9] [12][16] [18]. L'analyse de ces changements a pour objectif d'anticiper la crise. La synchronie (à grande échelle) est une mesure qui permet de caractériser ces changements pré-ictaux [11] [17]. Le problème que l'on se pose est donc: Peut-on prédire la crise à partir des synchronies et des variations de synchronie ? Pour répondre à cette question, on suppose qu'il existe des changements caractéristiques de la période pré-ictale. Pour quantifier la synchronie, il existe des mesures statistiques telles que la 'cohérence de phase'. Dans ce mémoire, on mesure la synchronie en la détectant dans le plan temps-fréquence et en la quantifiant avec l'indice de 'phase-locking'. Plusieurs mesures sont ensuite développées pour quantifier les variations de synchronies dans le plan temps-fréquence.

Les contributions originales apportées par le travail présenté dans ce mémoire sont les suivantes:

- Mise au point d'un algorithme de détection des synchronies de phase par ondelettes analytiques et mesure quantitative de la synchronie détectée avec un indice de 'phase-locking'[13][14][15]. Dans la littérature, la détection des synchronies est faite avec des ondelettes réelles ou complexes qui ne sont pas analytiques.
- Validation de la mesure de synchronie de phase sur des signaux synthétiques et des oscillateurs de Rossler [4]. Nous considérons cette validation sur des réseaux d'oscillateurs d'oscillateur avec des couplages qui dépendent du temps [24]. Étude des synchronies induites par des connectivités de réseau et par des mélanges.
- Définition de mesures de variations de synchronies sur les crêtes du plan temps-fréquence et application aux signaux EEG intracrâniens (Il n'existe pas dans la littérature des mesures pour quantifier les variations de synchronies dans le plan temps-fréquence).

- Détection des crises d'épilepsie et d'événements pré-ictaux. (les systèmes numériques pour détecter les crises dans les hôpitaux ainsi que les yeux d'un expert en lecture d'EEG ne sont pas fiables à 100 %.)
- Simulation des synchronies spécifiques aux signaux EEG de scalp par couplage progressif [19] et filtrage par séparation de sources 'ICA' (TDSEP)[29].

Le premier chapitre de ce mémoire présente les concepts du traitement du signal utilisés pour la détection de la synchronie. Le second chapitre expose l'état de l'art des indices de synchronie. Dans le troisième chapitre, des simulations valident et illustrent les mesures qualitatives et quantitatives de la synchronie. Une application de la détection des synchronies est également réalisée sur les pointes épileptiques. Le quatrième chapitre applique la mesure de synchronie au problème de la prédiction de crises d'épilepsie. Enfin, le cinquième chapitre montre les spécificités de la mesure de synchronie appliquées aux EEG du scalp.

CHAPITRE 1

DÉTECTION DE LA SYNCHRONIE DANS LE PLAN TEMPS-FRÉQUENCE

Avant de présenter la méthodologie pour mesurer la synchronie, il faut commencer par la définir. Qu'est-ce que la synchronie ? On peut facilement visualiser ce phénomène en prenant deux signaux qui oscillent simultanément. Un signal écrit sous forme complexe contient une information d'amplitude et une information de phase. Deux signaux sont synchrones si leur différence de phase est constante au cours du temps. Autrement dit, la synchronie correspond au déphasage constant au cours du temps. Dans la littérature, il est possible de trouver des descriptions mathématiques de la synchronie se basant sur les amplitudes et admettant des décalages d'amplitude [17]. Mais si les amplitudes des signaux évoluent simultanément à un décalage près, c'est que leur différence de phase est constante au cours du temps. L'amplitude est un critère supplémentaire et les définitions de la synchronie se basant sur les amplitudes impliquent la synchronie de phase. La méthodologie pour mesurer la synchronie de phase consiste dans un premier temps à la détecter dans le plan temps-fréquence et dans un second temps à la quantifier. Ce chapitre présente les outils mathématiques qui permettent d'obtenir les phases instantanées des signaux pour détecter la synchronie de phase dans le plan temps-fréquence.

1.1 L'analyse de Fourier

Un bref rappel sur l'analyse de Fourier est proposé afin d'introduire l'analyse temps-fréquence. Fourier a montré que tout signal infini est décomposable en une somme d'exponentielle (soit des sinus et des cosinus correspondant à des composantes fréquentielles).

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(t) e^{j\omega t} dt \quad (1.1)$$

L'amplitude d'une composante fréquentielle est calculée avec la transformée de Fourier continue de $f(t)$:

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (1.2)$$

La figure 4 présente le spectre fréquentiel d'un cosinus de 5 Hz obtenu par une transformée de Fourier (FFT).

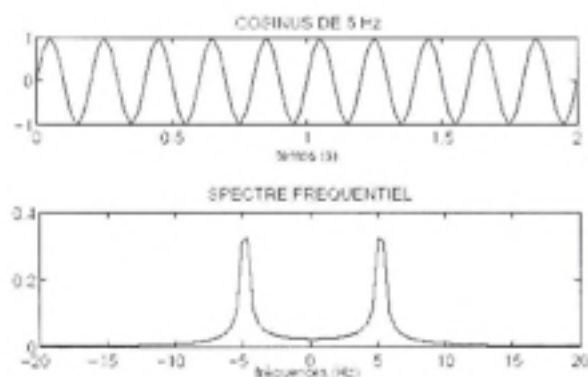


Figure 1.1 Spectre cosinus 5 Hz.

La série de Fourier est un cas particulier de la transformée de Fourier. Elle décompose un signal périodique $f(t)$ en une somme discrète de sinus et de cosinus.

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{f}(n) e^{-jn\frac{2\pi}{T}t} \quad (1.3)$$

Les coefficients de la série de Fourier s'écrivent:

$$\hat{f}(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) e^{jn\frac{2\pi}{T}t} dt \quad (1.4)$$

La discrétisation d'un signal permet de définir des fenêtres fini du signal sur lesquelles on souhaite calculer la transformé de Fourier: c'est la transformé de Fourier à fenêtre. Celle-ci décompose en fréquence des morceaux (fenêtre) du signal. Les fréquences issues de cette décomposition fréquentielle dépend de la taille de la fenêtre d'analyse. Une fenêtre étroite contient les périodes des hautes fréquences. Une large fenêtre contient les basses fréquences. Gabor a défini une fenêtre 'la fenêtre de Gabor', réelle et symétrique. Elle est de largeur variable (modulée à la fréquence f_0) et translaté de t_0 :

$$G_{t_0, f_0}(t) = g(t - t_0)e^{j2\pi f_0 t} \quad (1.5)$$

La transformée de Fourier à fenêtre de $f(t)$ avec la fenêtre de Gabor s'écrit :

$$\hat{f}(t_0, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t - t_0)e^{-j\omega t} dt \quad (1.6)$$

L'avantage de la transformée de Fourier à fenêtre par rapport à la série de Fourier c'est que la fenêtre glisse le long du signal et on peut connaitre la composition fréquentielle sur des fenêtres du signal. Ainsi, on peut mesurer des variations fréquentielles.

1.2 La représentation Temps-fréquence du signal

La représentation temps-fréquence d'un signal est comparable à une partition de musique. L'axe vertical de la portée représente les fréquences et l'axe horizontal le temps. Les notes représentent les fréquences instantanées qui composent la musique et que l'on peut entendre. L'analyse temps-fréquence permet de décomposer un signal sur des fonctions concentrées en temps et en fréquence, soit 'les ondelettes' (défini au paragraphe 1.4). Un point du plan temps-fréquence caractérise une oscillation du signal. Les oscillations basses fréquences sont caractérisées par des ondelettes ayant un large support temporel (pour recouvrir la largeur de la période de l'oscillation) tandis que les oscillations hautes fréquences sont caractérisées avec des ondelettes ayant un support temporel étroit. La résolution fréquentielle est moins

fine dans les hautes fréquences que dans les basses fréquences (plus la période de l'oscillation analysée est grande, plus elle contient d'échantillon et meilleur est la résolution spectral). La résolution fréquentielle dépend donc de la fréquence d'échantillonnage du signal. La boîte d'Heisenberg' illustrée à la figure 1.2 représente l'ondelette dont l'étalement spectral σ_f et temporel σ_t dépendent de la fréquence de l'oscillation analysée.

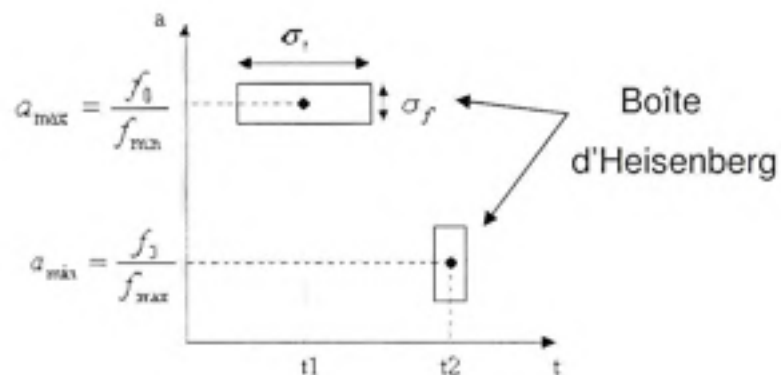


Figure 1.2 Le plan temps-échelle.

Les grandes échelles correspondent aux basses fréquences, les petites échelles aux hautes fréquences.

Pour obtenir le plan temps-fréquence du signal, la boîte d'Heisenberg glisse en temps et en fréquence. L'information contenue en chaque point du plan temps-fréquence correspond à la corrélation du signal avec une ondelette. Afin d'illustrer, on utilise le menu 'wavemenu' de Matlab pour obtenir la représentation temps-échelle d'un sinus local de 8Hz.

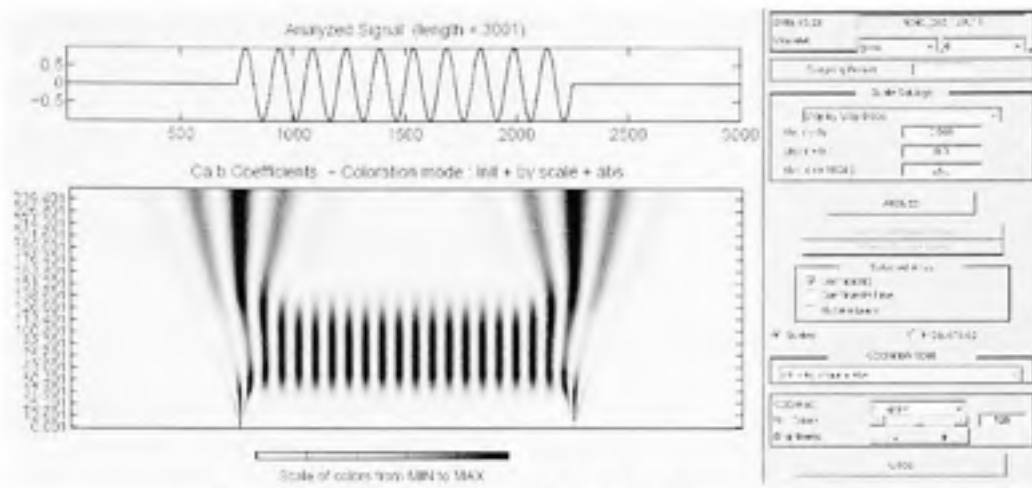


Figure 1.3 Plan temps-échelle d'un sinus local.

L'ondelette utilisée est la dérivée d'une gaussienne. Le signal est mis en correspondance avec sa représentation temps-échelle. On voit clairement que le sinus correspond à un mode dans le plan temps-échelle. Avec un plan temps-fréquence, on verrait le mode apparaître à la fréquence 8Hz. La représentation temps-échelle permet de détecter les variations du signal. Les maximums et les minimums correspondent aux modes discontinus. Les cônes apparaissant aux extrémités du sinus sont dus aux discontinuités du signal (voir paragraphe 1.5). Pour projeter le signal sur le temps et la fréquence, on utilise la transformée en ondelette.

1.3 La transformée en ondelette

La transformée en ondelette est utilisée pour analyser les composantes transitoires d'un signal, soit représenter l'évolution temporelle du contenu fréquentiel d'un signal. Pour cela, elle décompose le signal sur une famille d'ondelettes dilatées et translatées. La transformée en ondelette d'un signal $s(t)$ à l'échelle de fréquence 'a' et à l'instant b s'écrit:

$$Ws(b, a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \Psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt \quad a > 0, b \in \mathfrak{R} \quad (1.7)$$

Le coefficient d'ondelette $W_S(b,a)$ correspond à la corrélation du signal avec une ondelette $\psi(b,a)$. Cet indice mesure une quantité d'oscillation (fréquence) locales (temps) dans le signal.

1.4 Atome temps-fréquence et ondelettes

Un atome temps-fréquence $\psi(b,a)$ est une oscillation obtenue par contraction/dilatation 'a' et translation b d'une ondelette mère $\Psi(t)$:

$$\psi(b,a) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1.8)$$

b: position centrale sur l'axe temporel.

a: coefficient de compression/dilatation.

L'ondelette mère $\Psi(t)$ est une oscillation de moyenne nulle:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi(t) dt = 0 \quad (1.9)$$

Elle est normalisée à $\|\Psi\|=1$ et est centrée à $t=0$.

Les atomes temps-fréquence appelés aussi 'ondelettes' ont des énergies localisées dans le temps et leur contenu fréquentiel se concentrent dans un intervalle de fréquence relativement étroit. Un atome temps-fréquence se représente par une boîte 'd'Heisenberg' dans le plan TF dont la largeur dépend de son étalement dans le temps σ_t et la hauteur dépend de son étalement en fréquence σ_f .

$$\sigma_t = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt \quad (1.10)$$

$$\sigma_f = \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{\psi}(f)|^2 df \quad (1.11)$$

$\hat{\Psi}$: Transformée de Fourier de Ψ .

Le 'chapeau Mexicain' illustré à la figure 1.4 et obtenu avec Matlab est une ondelette couramment utilisée. Il est obtenu par double dérivation d'une gaussienne.

Son expression temporelle est :

$$\Psi(t) = \frac{2}{\pi^{1/2}\sqrt{3}}(t^2 - 1)e^{-\frac{|t|}{2}} \quad (1.12)$$

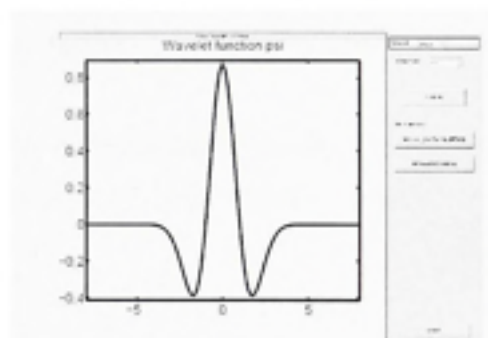


Figure 1.4 Le 'Chapeau Mexicain'.

Les ondelettes réelles permettent de détecter les transitions rapides et les discontinuités d'un signal. La figure 1.5 présente les coefficients d'ondelette d'un signal contenant une discontinuité très marquée (échantillon 720).

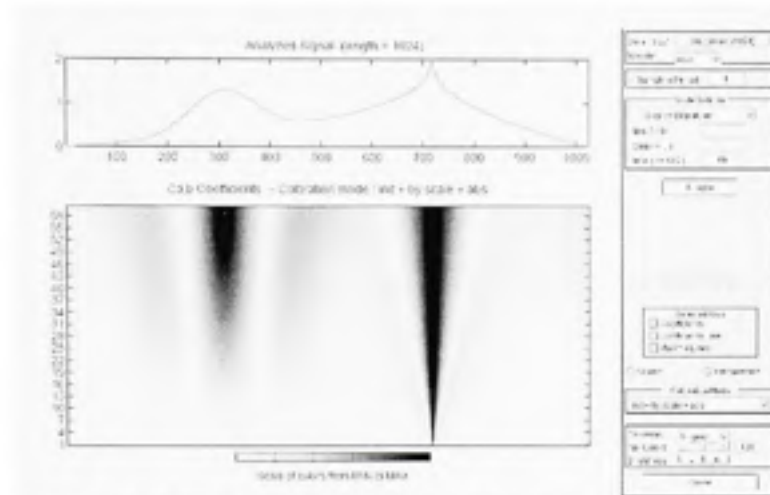


Figure 1.5 Détection d'une discontinuité par ondelette réelle.

Dans le plan temps-échelle, la discontinuité est détectée par un cône très fin. Différentes catégories d'ondelettes existent et sont utilisées suivant la nature des informations recherchées.

Quelles ondelettes devons-nous utiliser pour connaître les phases instantanées des signaux ? Les ondelettes réelles ne permettent pas de caractériser les phases des oscillations qui composent le signal. Afin de connaître les phases instantanées des signaux pour la mesure de la synchronie, il faut décomposer les signaux avec des ondelettes qui contiennent une information de phase: ce sont les ondelettes analytiques.

1.5 Ondelettes analytiques

Qu'est-ce que la représentation analytique d'un signal ? Un rappel sur la transformée de Hilbert permet d'introduire la représentation analytique d'un signal. La transformée de Hilbert, notée H , d'une fonction réelle $f(t)$ est obtenue par convolution du signal $f(t)$

avec $h(t) = \frac{1}{\pi t}$.

$$Hf(t) = (f * h)(t) \quad (1.13)$$

$$Hf(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad (1.14)$$

$$Hf(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t-\tau}d\tau \quad (1.15)$$

La représentation analytique (complexe) d'un signal réel $s(t)$ est défini à l'aide de la transformée de Hilbert :

$$s_a(t) = s(t) + i \circ Hs(t) \quad (1.16)$$

$$s_a(t) = A(t)e^{j\phi(t)} \quad (1.17)$$

La transformée de Hilbert permet de décrire l'enveloppe complexe d'un signal réelle. Dans le domaine fréquentiel, les composantes d'un signal réel sont positives et négatives tandis que les composantes d'un signal analytique sont positives. La transformée de Hilbert est une opération complexe qui enlève les composantes de fréquence négative de $A(t)$. Un signal est dit analytique si sa transformée de Fourier est nulle pour les fréquences négatives.

Pour connaître les phases instantanées d'un signal réel, la première méthode qui a été utilisée appliquait au signal réel une transformée de Hilbert puis une transformée en ondelette réelle. Cependant, la transformé de Hilbert d'un signal contenant plusieurs composantes spectrales est instable et la représentation temps-fréquence analytique ainsi obtenue n'est pas optimale. La méthode qui permet de remédier à ce problème est la transformée en ondelette analytique du signal réel.

La transformée de Hilbert d'une ondelette réelle permet d'avoir une ondelette analytique et par conséquent complexe [15]. La transformée en ondelette analytique permet de décomposer le signal avec des ondelettes qui contiennent une information de phase. Les coefficients d'ondelette analytique sont complexes et s'écrivent:

$$W_a s(b, a) = |W_a s(b, a)| e^{j\phi(b, a)} \quad (1.18)$$

L'énergie en un point du plan temps-fréquence est:

$$E(b, a) = |W_{\rho} s(b, a)|^2 \quad (1.19)$$

Dans ce mémoire, l'ondelette analytique utilisée est l'ondelette de Lusin (appelée aussi ondelette de Morse ou de Cauchy, 1939).

Son expression fréquentielle est:

$$\begin{aligned} \Psi(\omega) &= \omega^n e^{-\omega}, \omega > 0 \\ \Psi(\omega) &= 0, \omega \leq 0 \end{aligned} \quad (1.20)$$

Son expression temporelle est:

$$\Psi(t) = \frac{n!}{2\pi} (1-it)^{-n-1} \quad (1.21)$$

La simplicité de la définition de cette ondelette (dans Fourier) justifie son choix. C'est une simple exponentielle. De plus, son degré 'n' qui doit être supérieur à 1 permet d'éliminer les termes polynomiaux du signal analysé qui correspondent à du bruit.

La figure 1.6 présente l'énergie dans le plan TF d'un cosinus de 8 Hz calculé avec l'ondelette de Lusin.

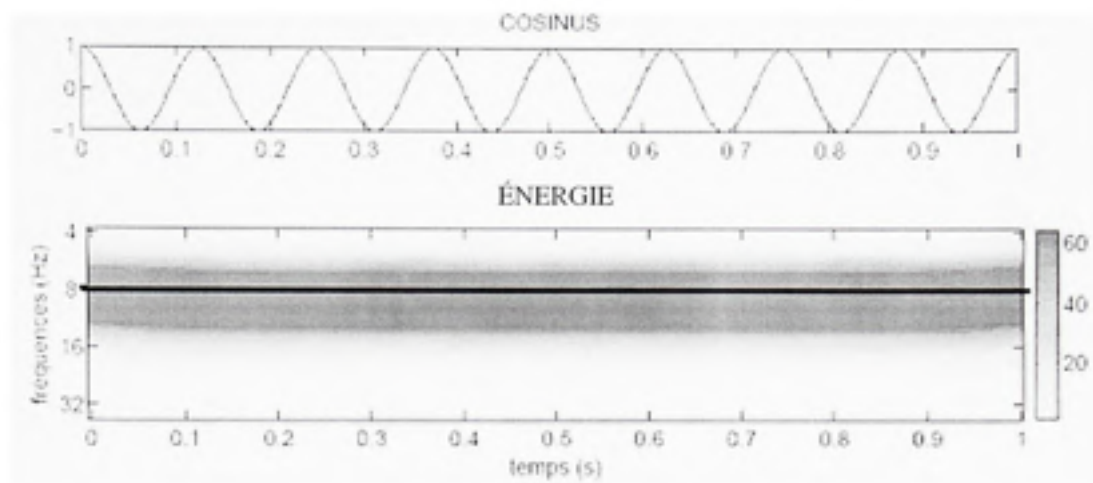


Figure 1.6 Puissance en ondelette d'un cosinus.

L'énergie présente un mode à la fréquence fondamentale. Les coefficients de puissance sont maximums à 8Hz. Si à chaque instant on garde la trace des maximums locaux sur la fenêtre spectrale [4-40Hz] (qui est verticale), on obtient une droite horizontale de maximums locaux à 8 Hz. C'est une crête d'ondelette qui permet de détecter les fréquences instantanées du signal analysé. (Ici, on l'a représentée manuellement).

La figure 1.7 visualise l'énergie des modes d'un signal chaotique (non périodique) de fréquence fondamentale 16Hz (soit une oscillation de Rossler définie au chapitre 3).

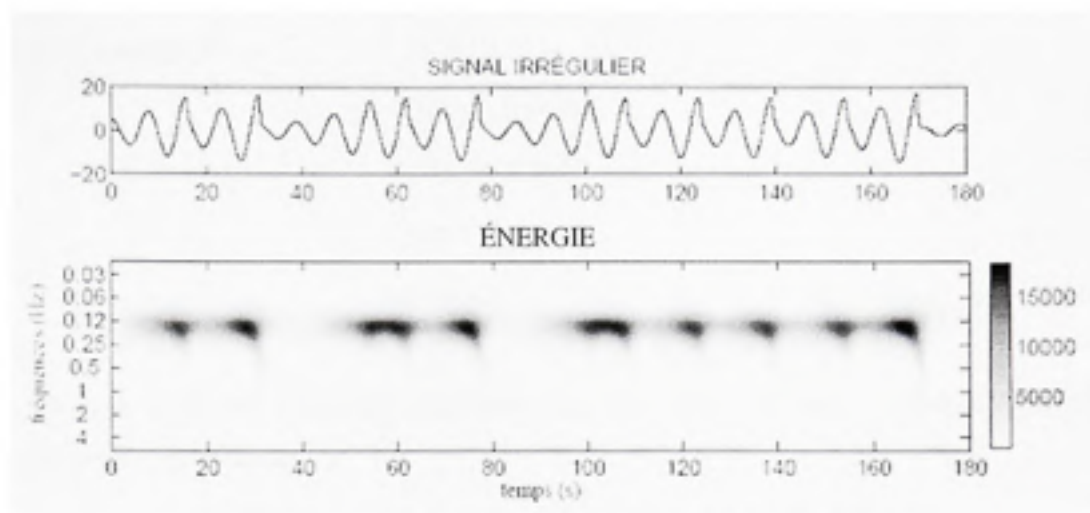


Figure 1.7 Plan temps-fréquence d'un signal chaotique.

Les modes discontinus de la représentation temps-fréquence par ondelette analytique permet de détecter les variations de fréquence du signal chaotique.

1.6 Les fréquences instantanées

Soit un signal analytique $s_a(t)$:

$$s_a(t) = A(t)e^{j\varphi(t)} \quad (1.21)$$

La fréquence instantanée se définit comme la dérivée de phase ([15], page 91):

$$f(t) = \dot{\varphi}(t) \quad (1.22)$$

La démonstration suivante montre qu'il existe de la synchronie de phase entre 2 signaux lorsque leurs fréquences instantanées sont identiques.

Soit 2 signaux analytiques:

$$s_1(t) = A_1(t)e^{j\varphi_1(t)} \quad (1.23)$$

$$s_2(t) = A_2(t)e^{j\varphi_2(t)} \quad (1.24)$$

Ils sont synchrones si:

$$\varphi_1(t) - \varphi_2(t) = cst \quad (1.25)$$

$$\varphi_1'(t) - \varphi_2'(t) = 0 \quad (1.26)$$

$$f_1(t) - f_2(t) = 0 \quad (1.27)$$

$$f_1(t) = f_2(t) \quad (1.28)$$

A partir du coefficient d'ondelette analytique on peut en extraire la phase instantanée et donc la fréquence instantanée:

$$Ws(b, a) = |Ws(b, a)| e^{i\varphi(b, a)} \quad (1.29)$$

1.7 Les crêtes d'ondelettes (ridges)

Les crêtes d'ondelette ou 'wavelet ridges' en anglais sont introduite par Delprat et al. [15].

Elles localisent avec précision dans le plan TF, les fréquences instantanées variables qui composent le signal. La méthode d'extraction des crêtes est issue du résultat suivant.

Soit le signal $s(t)$:

$$s(t) = A(t) \cos(\varphi(t)) \quad (1.30)$$

Son scalogramme normalisé est défini à partir des coefficients d'ondelette analytiques:

$$S(b, a) = \frac{|Ws(b, a)|^2}{a} = \frac{1}{4} A^2(b) \left| \hat{g} \left(f_0 \left[1 - \frac{\varphi'(b)}{f} \right] \right) + \varepsilon(b, a) \right|^2 \quad \text{avec} \quad f = \frac{f_0}{a} \quad (1.31)$$

\hat{g} : Enveloppe dans Fourier de l'ondelette $\psi(t) = g(t)e^{j\omega t}$

La transformée de Fourier $\hat{g}(\omega)$ de l'enveloppe de l'ondelette analytique est maximum en $\omega = 0$. En négligeant le terme $\varepsilon(b, a)$, le scalogramme est maximum si:

$$\left[1 - \frac{\varphi'(b)}{f}\right] = 0 \quad (1.32)$$

$$f = \varphi'(b) \quad (1.33)$$

Le maximum correspond à une fréquence instantanée localisée par un point de crête.

D'un point de vue algorithmique, l'extraction des crêtes est réalisée en gardant la trace des maximums locaux à chaque instant du scalogramme. Autrement dit, on regarde les maximums locaux sur une fenêtre verticale du scalogramme contenant toute la bande spectrale. Chaque maximum correspond à un point de crête. Les points de crête successifs forment une crête. Le plan TF contenant les crêtes d'ondelette est semblable à un masque binaire.

Illustration

Soit un signal synthétique résultant d'une somme de deux composantes dont l'expression est:

$$s(t) = A_1 e^{-\frac{t-t_1}{2\sigma_1}} \sin\left(2\pi\left(f_1 t + 40(t-t_1)^3\right)\right) + A_2 e^{-\frac{t-t_2}{2\sigma_2}} \sin\left(2\pi\left(f_2 t + \sin(4t)\right)\right) \quad (1.34)$$

$$A_1 = 1.5, \quad t_1 = 2.5 \text{ s}, \quad \sigma_1 = 1, \quad f_1 = 70 \text{ Hz} \quad \text{avec} \quad 2 < t < 3$$

$$A_2 = 1, \quad t_2 = 2 \text{ s}, \quad \sigma_2 = 1.5, \quad f_2 = 20 \text{ Hz} \quad \text{avec} \quad 0.5 < t < 4.5$$

Le dérouls temporel du signal synthétique est mis en correspondance avec son scalogramme et son masque binaire (plan TF contenant les crêtes) à la figure 1.8.

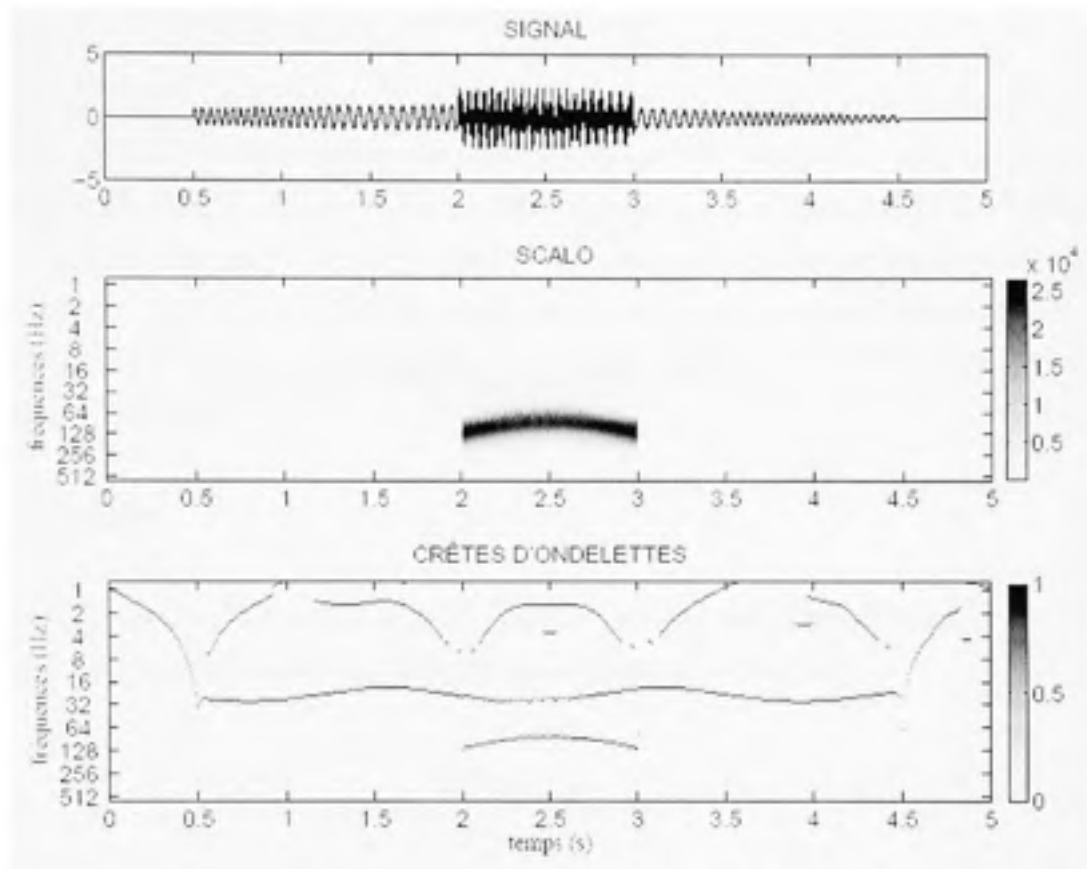


Figure 1.8 Scalogramme et crêtes d'un signal synthétique.

Les fréquences principales f_1 et f_2 du signal synthétique correspondent aux deux crêtes situées aux alentours de 20 Hz et 70 Hz. La phase de la composante 1, $\varphi_1(t) = 2\pi(f_1 t + 40(t-t_1)^3)$ contient une puissance cubique. Sa dérivée est une puissance carrée représentée par la parabole localisée aux alentours de 70 Hz. De même, la phase de la composante 2, $\varphi_2(t) = 2\pi(f_2 t + \sin(4t))$ contient un sinus. Sa dérivée est un cosinus localisé aux alentours de 20 Hz. Ces deux crêtes sont des modes de fréquence variables qui correspondent aux fréquences instantanées du signal synthétique. Dans la bande de fréquence [0.1-8 Hz], les crêtes observées correspondent à des interférences dues à la somme des deux composantes fréquentielles.

1.8 Détection de la synchronie de phase

Au paragraphe 1.6, nous avons montré qu'il existe de la synchronie de phase entre 2 signaux lorsque leurs fréquences instantanées sont identiques. Pour détecter la synchronie de phase dans le plan temps-fréquence, il faut localiser les phases instantanées (et donc les fréquences instantanées) communes aux deux signaux. Pour cela, on effectue la superposition des crêtes d'ondelette des deux signaux. Autrement dit, on additionne les deux masques binaires de crête des deux signaux et les fréquences instantanées communes sont détectées par les points qui se superposent.

Illustration

Les expressions générales des deux composantes du signal synthétique défini ci-dessus sont désormais utilisées pour définir deux signaux indépendants $s_1(t)$ et $s_2(t)$:

$$s_1(t) = A_1 e^{-\frac{t-t_1}{2\sigma_1^2}} \sin\left(2\pi\left(f_1 t + 40(t-t_1)^3\right)\right) \quad (1.35)$$

$$s_2(t) = A_2 e^{-\frac{t-t_2}{2\sigma_2^2}} \sin\left(2\pi\left(f_2 t + \sin(4t)\right)\right) \quad (1.36)$$

$$A_1 = 1.5, \quad t_1 = 2.5 \text{ s}, \quad \sigma_1 = 1, \quad f_1 = 42 \text{ Hz} \quad \text{avec} \quad 2 < t < 3$$

$$A_2 = 1, \quad t_2 = 2 \text{ s}, \quad \sigma_2 = 1.5, \quad f_2 = 40 \text{ Hz} \quad \text{avec} \quad 0.5 < t < 4.5$$

Les deux premiers plans de la figure 1.9 présente les crêtes indépendantes des signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$. Le troisième plan présente la superposition des crêtes des deux signaux.

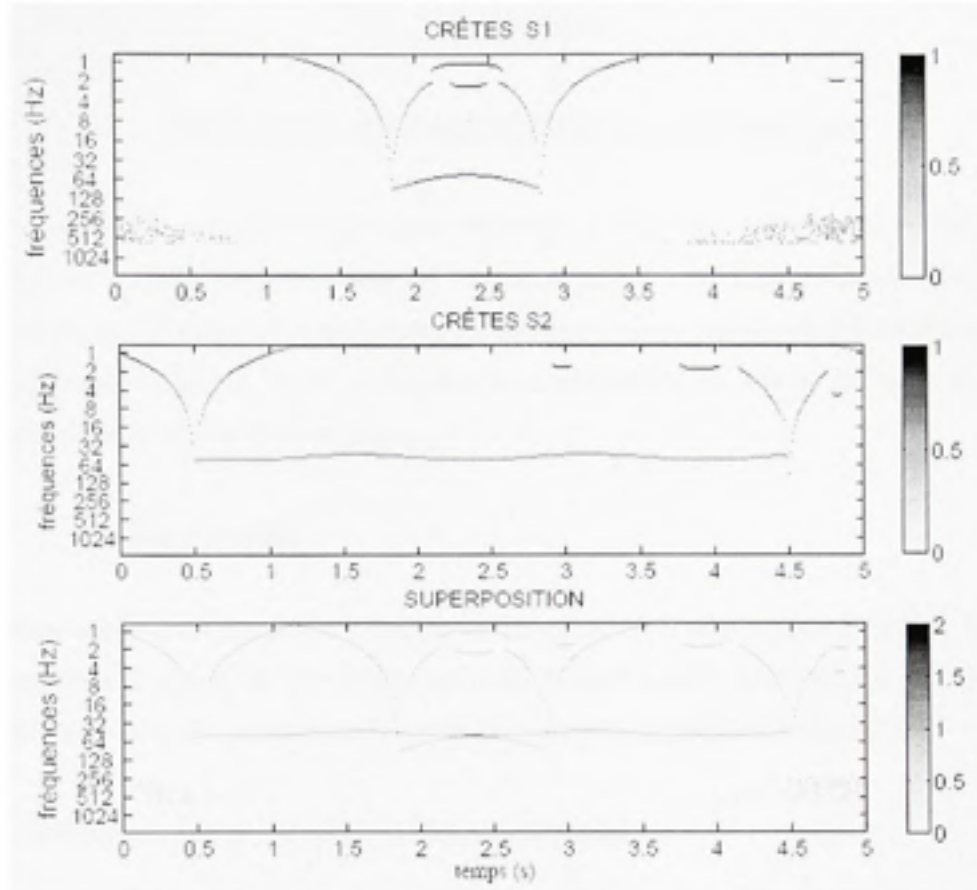


Figure 1.9 Détection de la synchronie dans le plan TF.

A la fréquence $f = 41$ Hz et à l'instant $t = 2.35$ s, la superposition des deux crêtes indépendantes permet de détecter un point commun (une fréquence instantanée commune), soit de la synchronie de phase. Pour un ensemble de N signaux, la superposition des crêtes des N signaux permet de détecter leurs fréquences instantanées communes et donc la synchronie de phase.

CHAPITRE 2

ETAT DE L'ART DES INDICES DE SYNCHRONIE

Dans le chapitre précédent nous avons présenté la première partie de la méthode pour mesurer la synchronie (soit l'étape de la détection des synchronies dans le plan temps-fréquence). La seconde partie de la méthode consiste à quantifier la synchronie détectée dans le plan temps-fréquence. Dans ce chapitre nous présentons les indices de la littérature qui permettent de quantifier la synchronie.

2.1 Le phase-locking

Le phase-locking est un indice introduit par Lachaux, Tass et Mormann [10][22]. Il permet de quantifier le niveau de synchronie de phase entre 2 canaux. Il correspond à la moyenne des différences de phase instantanées entre 2 canaux sur une fenêtre d'observation.

Soit deux canaux $x(t)$ et $y(t)$ écrit sous forme analytique:

$$x(t) = A_x e^{j\varphi_x(t)} \quad (2.1)$$

$$y(t) = A_y e^{j\varphi_y(t)} \quad (2.2)$$

Le Phase-locking calculé sur une fenêtre d'observation $[t_i, t_f]$, s'écrit:

$$R_{x,y} = \frac{1}{N} \left| \sum_{t=t_i}^{t_f} e^{j(\varphi_x(t) - \varphi_y(t))} \right| \quad (2.3)$$

N : Nombre d'instant sur la fenêtre d'observation.

Le concept du phase-locking est explicité à la figure 2.1.

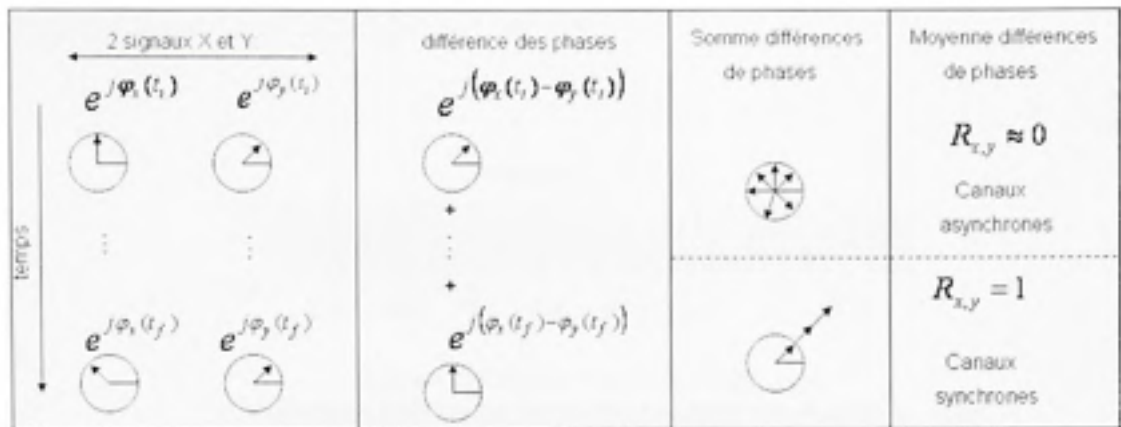


Figure 2.1 Le Phase-Locking.

La valeur absolue permet de sommer des différences de phase positives qui sont ensuite moyennées. Le phase-locking vaut 1 pour des signaux parfaitement synchrones durant la période d'observation. Il vaut environ 0 pour des signaux asynchrones.

La représentation temps-fréquence par ondelette analytique des signaux $x(t)$ et $y(t)$ s'écrit:

$$Wx(b, a) = |Wx(b, a)| e^{j\varphi_x(b, a)} \quad (2.4)$$

$$Wy(b, a) = |Wy(b, a)| e^{j\varphi_y(b, a)} \quad (2.5)$$

On peut extraire la phase des signaux $x(t)$ et $y(t)$:

$$e^{j\varphi_x(b, a)} = \frac{Wx(b, a)}{|Wx(b, a)|} \quad (2.6)$$

$$e^{j\varphi_y(b, a)} = \frac{Wy(b, a)}{|Wy(b, a)|} \quad (2.7)$$

A titre d'exemple, la figure 2.2 présente le phase-locking de deux oscillations de Rossler (vu au chapitre 3) dans le plan temps-fréquence. Ces deux oscillations sont asynchrones et leurs fréquences propres sont $f_1=0.18\text{Hz}$ et $f_2=0.23\text{Hz}$.

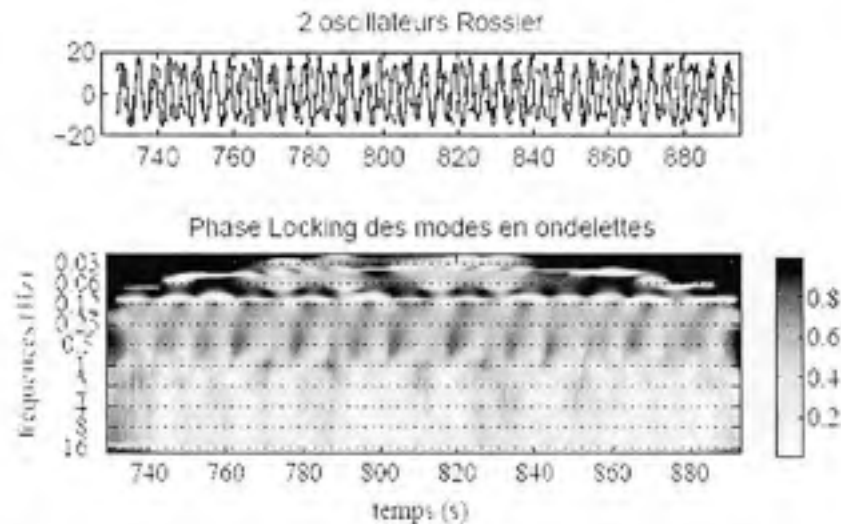


Figure 2.2 Représentation temps-fréquence du Phase-Locking.

A chaque fréquence, le phase-locking est calculé avec une fenêtre temporelle glissante de 10 secondes. Cette fenêtre est la même pour toutes les fréquences visitées. Le phase-locking calculé avec une fenêtre bien moins large que la période de la fréquence analysée tend vers 1. C'est ce que l'on observe dans les basses fréquences. Inversement, le phase-locking calculé avec une fenêtre beaucoup plus large que la période de la fréquence analysée tend vers 0. C'est ce que l'on observe dans les hautes fréquences. L'idéal serait d'opter pour une fenêtre de taille variable selon les fréquences analysées. Des effets de bords sont observables aux deux extrémités temporelles de la représentation TF du phase-locking. La fenêtre d'observation étant centrée sur les instants du décours temporel, à chaque extrémité temporelle du signal, seul un morceau de la fenêtre d'observation recouvre l'extrémité du signal. Ces effets locaux sont d'autant plus faibles que la taille de la fenêtre d'observation est petite. On les retrouve donc dans les basses fréquences.

Pour s'affranchir des effets de bord dus à la taille fixe de la fenêtre d'observation, on s'intéresse à la bande de fréquence $[0.12-1\text{Hz}]$, soit la plus significative (elle contient les fréquences propres des oscillations). Pour étudier les variations de synchronies, on peut extraire une fonction temporelle de la représentation temps-fréquence du PL. Par exemple, on peut calculer la moyenne des PL à chaque instant sur la bande de fréquence la plus significative. On peut aussi prendre le maximum des PL à chaque instant dans la bande de fréquence la plus significative.

Dans le chapitre précédent, nous avons vu que les points de superposition correspondent à de la synchronie de phase. Il est donc légitime de faire la somme du phase-locking là où il y a de la synchronie, c'est-à-dire sur les points de superposition de crêtes.

On peut alors caractériser la synchronie dans le plan temps-fréquence (soit $R_{\tau,\nu}(a,b)$) ou alors simplement dans le temps (soit $R_{\tau,\nu}(t)$), tel qu'illustré à la figure 2.3. Les différences de phase sont sommées sur les points de superposition du plan TF (voir chapitre 1) contenus dans une région définie par une boîte de largeur ΔT (soit l'intervalle $[t_i, t_f]$) et de hauteur ΔF (soit une bande de fréquence).

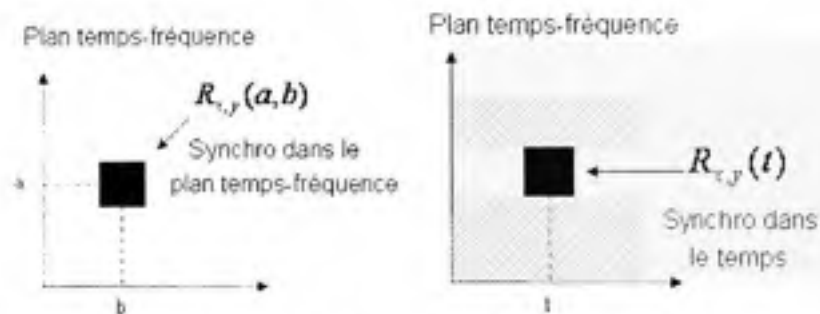


Figure 2.3 Synchronies dans le plan temps-fréquence et synchronies dans le temps.

Le carré noir représente la région analysée pour faire la somme sur les points de superpositions. Dans la figure de gauche, la région balaie le temps et la fréquence. Dans la figure de droite, elle balaie seulement le temps.

Le phase-locking calculé sur les points de superposition (u,v) contenu dans une région du plan TF s'écrit:

$$R_{u,v} = \frac{1}{N_{points}} \left| \sum_{points} e^{j(\varphi_u(u,v) - \varphi_v(u,v))} \right| \quad (2.9)$$

Le résultat du phase-locking est placé au centre de la boîte. Une fonction temporelle est obtenue en considérant une seule bande de fréquence ΔF dans laquelle une boîte de hauteur ΔF glisse le long du décours temporel. Ainsi, on peut étudier les variations de synchronies dans une bande spectrale.

2.2 Les synchronies inter-canaux

Pour un ensemble de N canaux on définit la matrice R(t) à deux dimensions (N, N).

$$R(t) = \begin{bmatrix} 1 & R_{1,2}(t) & \dots & R_{1,N}(t) \\ R_{2,1}(t) & 1 & \dots & R_{2,N}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{N,1}(t) & R_{N,2}(t) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Les éléments de la matrice correspondent aux "phase-locking" calculés sur les paires d'un ensemble de N canaux. La matrice est symétrique et les éléments de sa diagonale sont toujours à 1 car un canal est synchrone avec lui-même. Cette matrice permet de mettre en évidence les synchronies entre toutes les combinaisons possibles de paires d'électrodes.

La matrice R_0 modélisant l'absence de synchronies sur les paires d'un ensemble de N canaux est égale à la matrice identité:

$$R_0(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

2.3 La synchronie de phase partielle

Un ensemble d'oscillateurs non linéaire peut présenter des paires d'oscillateurs qui se synchronisent avec des couplages ne serait-ce que pendant un temps limité et des paires d'oscillateurs indépendantes qui ne se synchronisent pas avec des couplages (voir le chapitre 3). Le concept de la 'synchronie induite' se présente dans le cas de figure suivant: deux oscillateurs sont couplés à un troisième oscillateur. Le lien via le troisième oscillateur engendre une synchronie induite entre les deux oscillateurs non couplés. Cette synchronie est induite puisqu'elle ne dépend que de la présence du troisième oscillateur. La figure 2.4 modélise la synchronie induite entre les oscillateurs 2 et 3 par des pointillés.

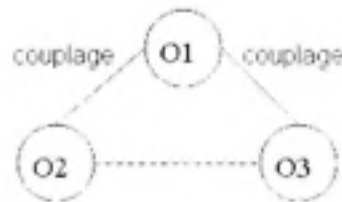


Figure 2.4 La synchronie de phase partielle.

Si on enlève le troisième oscillateur, il n'y a plus de synchronie induite (celle-ci est conditionnelle au lien via le troisième oscillateur). La synchronie induite entre 2 oscillateurs i et j se quantifie avec l'indice de synchronisation de phase partielle $U_{i,j}$ [24].

$$U_{i,j} = \frac{|R_{i,j}^{-1}|}{\sqrt{R_{i,i}^{-1} R_{j,j}^{-1}}} \quad (2.11)$$

$R_{i,j}$ correspond à la synchronie de phase instantanée entre les canaux i et j . C'est un élément de la matrice de synchronies inter-canaux R :

$$R = \begin{bmatrix} 1 & R_{1,2} & \dots & R_{1,N} \\ R_{2,1} & 1 & \dots & R_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{N,1} & R_{N,2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Ainsi, l'expression de la matrice de synchronie induite U est:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & U_{1,2} & \dots & U_{1,N} \\ U_{2,1} & 1 & \dots & U_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{N,1} & U_{N,2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

La figure suivante permet de comparer la matrice de synchronie de phase R avec la matrice de synchronie induite U à un instant t calculée avec une base de données de 56 canaux EEG de scalp. L'indice de phase-locking instantané correspond au phase-locking moyenné dans la bande de fréquence [4-20Hz].

La discrimination entre les matrices R et U permet d'identifier les paires de canaux présentant de la synchronie induite. En effet, si $R_{i,j} > U_{i,j}$ avec $U_{i,j} \geq 0$, alors il existe de la synchronie induite entre les canaux i et j . Ici, les six points blanc de la matrice U , également présent dans la matrice R indiquent les paires de canaux qui présente la vrai synchronie de phase.

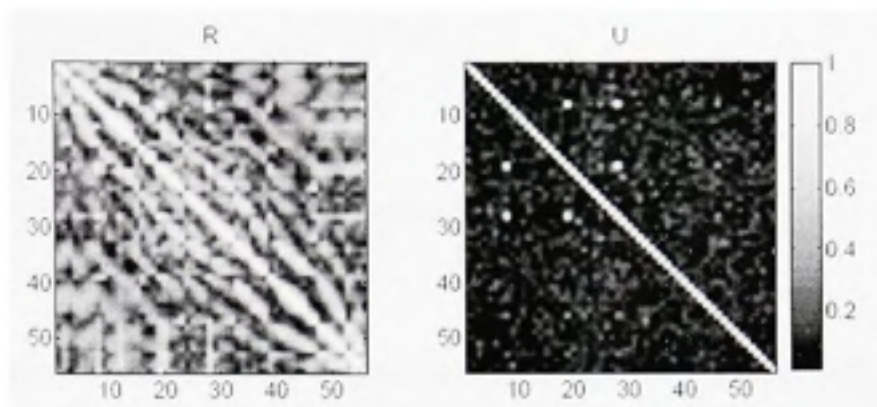


Figure 2.5 Les matrices R et U.

2.4 L'indice ρ

La synchronie de phase entre plusieurs canaux existe lorsqu'ils présentent des fréquences instantanées communes. L'indice ρ mesure la présence de synchronies dans le plan TF entre plusieurs canaux. Il décrit la tendance de l'ensemble des canaux à se superposer dans une région donnée du plan TF [23], soit une boîte dont la taille est défini par:

$$\Delta f = \frac{1}{4\pi\Delta t} \quad (2.13)$$

$$\Delta t = n_{\text{crêtes}} \frac{1}{f} \quad (2.14)$$

La parcelle du plan TF contenant les crêtes d'un canal i délimitées par la boîte s'écrit x_i . Cette parcelle est un masque binaire.

L'indice ρ s'écrit:

$$\rho = \frac{1}{n_c (n_c - 1)} \left[\frac{\left| \sum_i x_i \right|^2 - \sum_i |x_i|^2}{n_r} \right] \quad (2.15)$$

n_c : Nombre de canaux.

n_T : Largeur ΔT en nombre d'échantillon.

ρ vaut 1 lorsque tous les éléments binaires de la boîte sont à 1. Il est nul dans le cas contraire.

Dans le plan TF, l'indice ρ calculé est placé au centre de la boîte. Une boîte localisée sur une superposition de crêtes produit un indice non nul.

La figure 2.6 met en correspondance la superposition des crêtes de 2 signaux synthétiques (voir chapitre 1) avec la mesure de synchronie ρ .

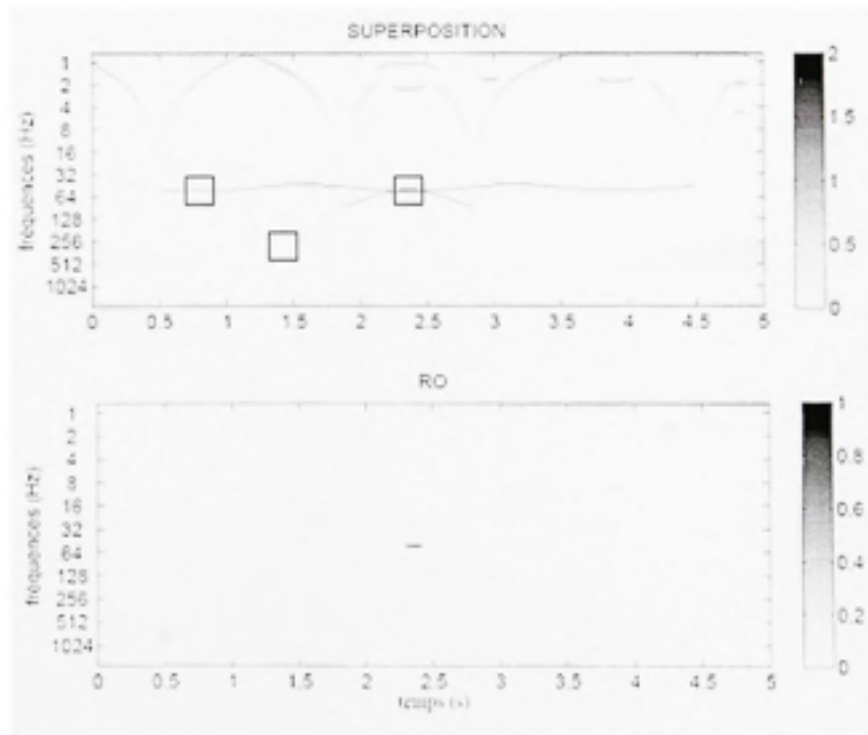


Figure 2.6 L'indice de synchronie ρ .

Les crêtes du plan TF sont binaires (leurs valeurs vaut 1). La superposition est obtenue par sommation des crêtes des 2 canaux. La superposition vaut 2 lorsque les crêtes se superposent. L'indice ρ localise la synchronie là où il y a des fréquences instantanées communes. Cependant, il ne donne pas d'information sur les synchronies entre les paires de canaux. En effet, il est impossible de savoir quel canal est synchrone avec quel autre canal. L'indice ρ est une mesure globale.

CHAPITRE 3

SIMULATIONS, VALIDATION ET APPLICATION AUX POINTES-ONDES

Pour valider la méthode présentée dans le chapitre précédent, nous présentons ici des simulations numériques avec des signaux qui peuvent se synchroniser temporairement. Pour générer ces signaux (ou oscillations) nous avons besoin d'utiliser des oscillateurs. Le modèle d'oscillateur le plus simple qui est utilisé en neurosciences pour modéliser l'activité non linéaire des signaux bioélectriques est l'oscillateur de Rossler [19][24]. Dans ce chapitre nous validons la méthode permettant de mesurer les synchronies avec des oscillations de Rossler. La mesure de synchronie est ensuite appliquée aux pointes épileptiques.

3.1 Les oscillateurs de Rossler

Un oscillateur simple (comme celui de la figure 3.1) est défini par le système d'équation différentiel suivant:

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\omega y(t) \quad (3.1)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\omega x(t) \quad (3.2)$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = z_0 \quad (\text{par exemple : } z_0 = 0.2) \quad (3.3)$$

Où ω est la pulsation de l'oscillateur en rad/s.

Les solutions $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$ de ce système d'équations différentielles correspondent aux composantes 3D de l'oscillateur.

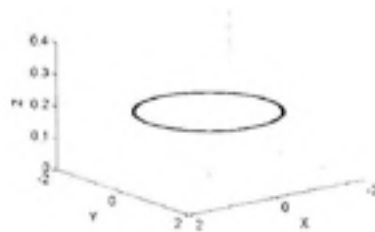


Figure 3.1 Représentation tridimensionnelle d'un oscillateur simple.

Un oscillateur de Rossler (comme celui de la figure 3.2) est un système dynamique non linéaire décrit par le système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{dx(t)}{dt} = -\omega y(t) - z(t) \quad (3.4)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} = -\omega x(t) + 0.15y(t) \quad (3.5)$$

$$\frac{dz(t)}{dt} = 0.2 + (x(t) - 10)z(t) \quad (3.6)$$

La composante $z(t)$ permet d'introduire de la non linéarité.

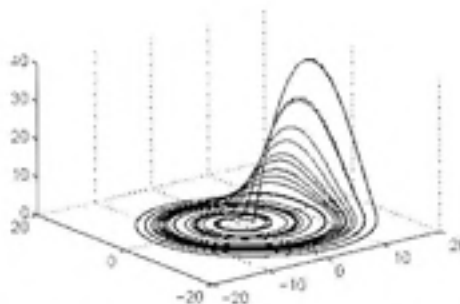


Figure 3.2 Représentation tridimensionnelle d'un oscillateur de Rossler.

Les décours temporels des composantes $x(t)$ et $y(t)$ correspondent à des oscillations non linéaire. Pour simuler des signaux ayant des phases instantanées variables, on utilise la composante $x(t)$ des oscillateurs de Rossler tel qu'illustré à la figure 3.3.



Figure 3.3 Décours temporel de la composante $x(t)$ d'un oscillateur de Rossler.

Deux oscillateurs de Rossler se synchronisent en ajoutant un terme de couplage C :

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1(t)}{dt} &= -\omega_1 y_1(t) - z_1(t) + C(x_2(t) - x_1(t)) & \frac{dx_2(t)}{dt} &= -\omega_2 y_2(t) - z_2(t) + C(x_1(t) - x_2(t)) \\
 \frac{dy_1(t)}{dt} &= -\omega x_1(t) + 0.15 y_1(t) & \frac{dy_2(t)}{dt} &= -\omega_2 x_2(t) + 0.15 y_2(t) \\
 \frac{dz_1(t)}{dt} &= 0.2 + (x_1(t) - 10) z_1(t) & \frac{dz_2(t)}{dt} &= 0.2 + (x_2(t) - 10) z_2(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Le couplage fait apparaître de la synchronie entre les différentes composantes des 2 oscillateurs. Ici, on s'intéresse aux synchronies entre les oscillations $x_1(t)$ et $x_2(t)$. Le couplage C et les pulsations ω_1 et ω_2 sont des paramètres ajustables pouvant produire des synchronies temporaires entre $x_1(t)$ et $x_2(t)$ comme le montre la figure 3.4.

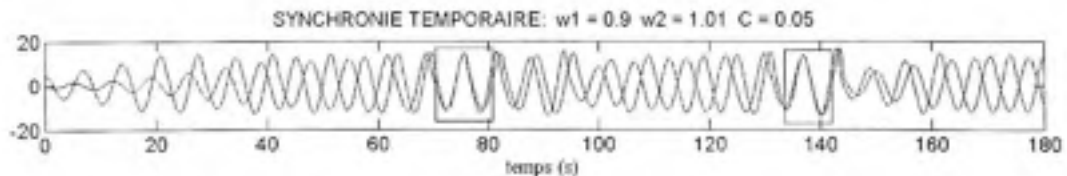


Figure 3.4 Synchronies temporaires entre 2 oscillations de Rossler.

Si la synchronie perdure sur plusieurs périodes d'oscillations, on parle de blocage de phase. Mais ceci est relatif à la fréquence propre des oscillations. Un gros écart de fréquence entre ω_1 et ω_2 et un couplage C entre deux oscillateurs produisent le comportement suivant: l'oscillateur ayant la plus petite fréquence augmente sa pulsation alors que l'autre diminue la

sienne jusqu'à ce que les deux pulsations prennent la même valeur. Ainsi, sur la figure 3.4, on a l'impression que chaque oscillation essaie de rattraper l'autre. On observe une augmentation du déphasage menant à la synchronie de phase. La pulsation de la synchronie de phase est trop lointaine des deux pulsations d'origines et les oscillateurs ne peuvent pas rester à cette même pulsation: ils retournent à leurs pulsations d'origines et la synchronie disparaît. Le couplage toujours présent force les oscillateurs à retourner dans l'état instable de synchronie temporaire et ainsi de suite.

L'oscillateur de Rossler est un oscillateur chaotique permettant de jouer avec la phase. Il est utilisé dans cette étude pour simuler des signaux présentant des variations de phase et des variations de synchronies. Le couplage peut être une constante ou une fonction du temps. La figure 3.5 présente à titre d'exemple trois fonctions de couplage.

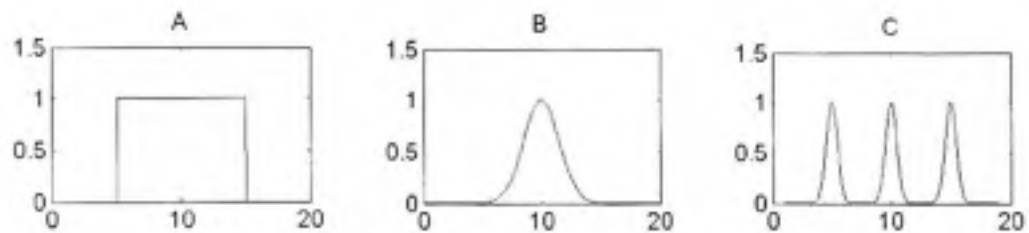


Figure 3.5 Les couplages variables.

Le graphe A présente un couplage créneaux, soit au cours du temps, un couplage nul ou constant. Le graphe B correspond à un couplage progressif sous forme de gaussienne: $C(t) = e^{-\frac{(t-10)^2}{2 \cdot 0.3}}$. Il permet de simuler des variations de phase progressives. Le graphe C présente un couplage correspondant à une suite de 3 gaussienne. Dans ce dernier cas, les oscillateurs de Rossler sont tels des systèmes qui se connectent (se synchronisent) et se déconnectent (se désynchronisent) dynamiquement.

3.2 Mesure de synchronies sur une paire d'oscillateurs de Rossler

Pour valider la méthode, on applique dans un premier temps, les outils pour mesurer la synchronie sur une paire d'oscillateur de Rossler non couplés. La simulation 3.6 présente les décours temporels de deux oscillations de Rossler non couplées de fréquences $f_1=0.23$ Hz et $f_2 =0.55$ Hz (soit $\omega_1=1.5$ rad/s et $\omega_2=3.5$ rad/s). Ils sont mis en correspondance avec le phase-locking et la superposition des crêtes d'ondelette. La fréquence d'échantillonnage vaut 10Hz. La fenêtre d'analyse du phase-locking est fixée à 10 s et la résolution temporelle du phase-locking à 0.1 s.

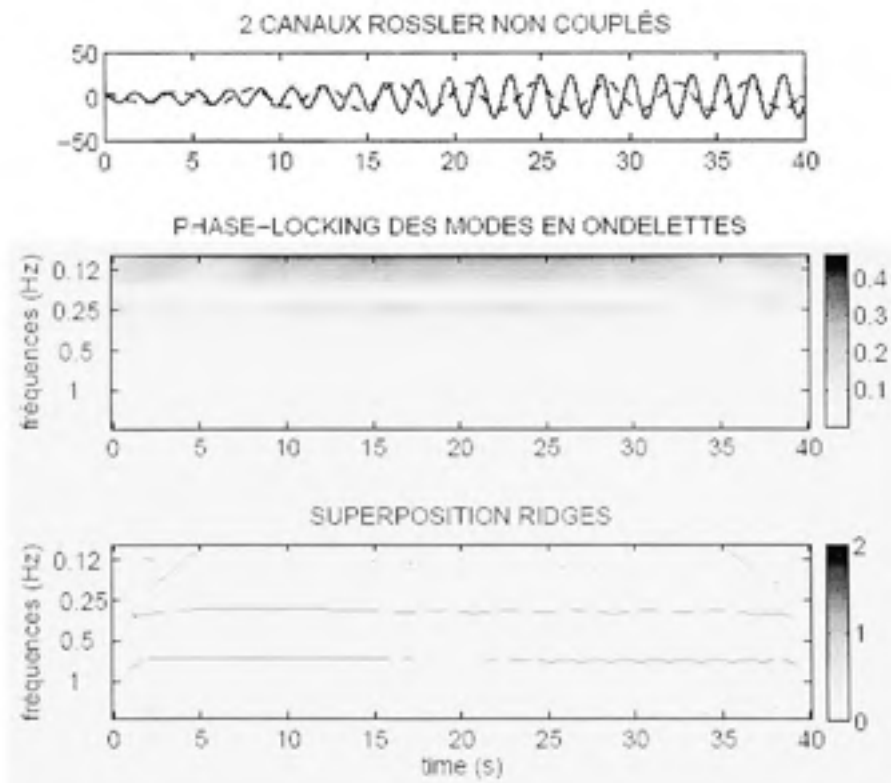


Figure 3.6 Mesures de synchronies sur une paire d'oscillateurs de Rossler non couplés.

Les signaux sont asynchrones. Le faible niveau des indices du phase-locking montre qu'il n'y a pas de synchronie. En basse fréquence, le phase-locking est au plus haut niveau tandis qu'en haute fréquence, il est au plus bas. Ceci est dû aux effets de taille fixe de la fenêtre d'observation du phase-locking. Le plan de superposition des crêtes montre que les crêtes sont localisées aux fréquences propres des oscillateurs de Rossler (0.23 Hz et 0.55 Hz). Les crêtes sont toutefois légèrement décalées par rapport aux vraies fréquences. Ceci est dû aux interférences qui apparaissent dans les basses fréquences. On voit que les crêtes ne se superposent pas en des points du plan TF car les oscillations non couplées ne présentent pas de synchronies.

Maintenant on s'intéresse à la mesure de synchronies sur une paire d'oscillateur de Rossler couplées et illustrée à la figure 3.7. Les fréquences propres sont $f_1=0.19$ Hz et $f_2 =0.23$ Hz (soit $\omega_1=1.2$ rad/s et $\omega_2=1.5$ rad/s) et le couplage $C(t)$ est progressif. Soit:

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_1(t)}{dt} &= -\omega_1 y_1(t) - z_1(t) + C(x_2(t) - x_1(t)) & \frac{dx_2(t)}{dt} &= -\omega_2 y_2(t) - z_2(t) + C(x_1(t) - x_2(t)) \\
 \frac{dy_1(t)}{dt} &= -\omega_1 x_1(t) + 0.15 y_1(t) & \frac{dy_2(t)}{dt} &= -\omega_2 x_2(t) + 0.15 y_2(t) \\
 \frac{dz_1(t)}{dt} &= 0.2 + (x_1(t) - 10) z_1(t) & \frac{dz_2(t)}{dt} &= 0.2 + (x_2(t) - 10) z_2(t)
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

Où. $C(t) = 75 * e^{-\frac{(t-50)^2}{2*100}}$

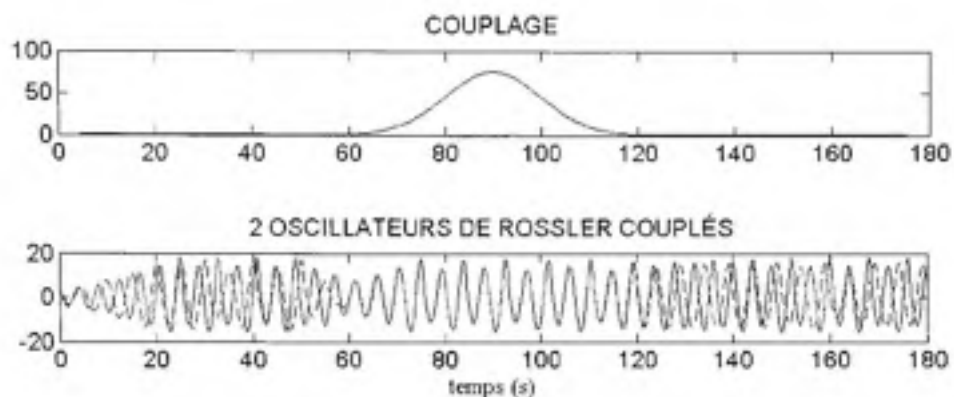


Figure 3.7 Deux oscillations de Rossler couplées par un couplage progressif.

La fréquence d'échantillonnage est $f_c=30\text{Hz}$. Sur la figure 3.8, la mesure de synchronie avec l'indice de phase-locking montre clairement que les 2 oscillations sont parfaitement synchrones lorsque le couplage est maximum. La fenêtre d'analyse du PL est fixée à 30s et la résolution temporelle vaut 1 s. Une fonction 'phase-locking maximum' est extraite du plan TF en prenant le maximum du PL dans la bande spectrale $[0.12-0.25\text{Hz}]$. Cette dernière est choisie de façon à inclure les fréquences propres. C'est une simple astuce pour obtenir les variations de synchronie dans le temps.

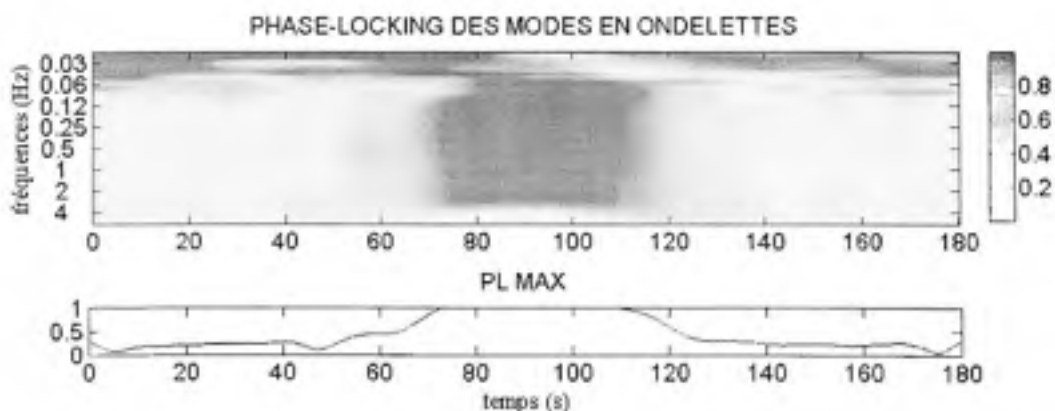


Figure 3.8 Mesure du PL sur une paire d'oscillateur de Rossler couplées par un couplage progressif.

Le 'nuage foncé' du PL indique la présence de la synchronie locale. La figure 3.9 présente la mesure de synchronie par ondelette analytique. La méthodologie suivie calcule le PL là où il y a de la synchronie détectée (sur les points de superposition) dans une fenêtre d'analyse de 5 s. La bande spectrale visitée est [0.0625-1Hz]. La résolution temporelle est de 1 s.

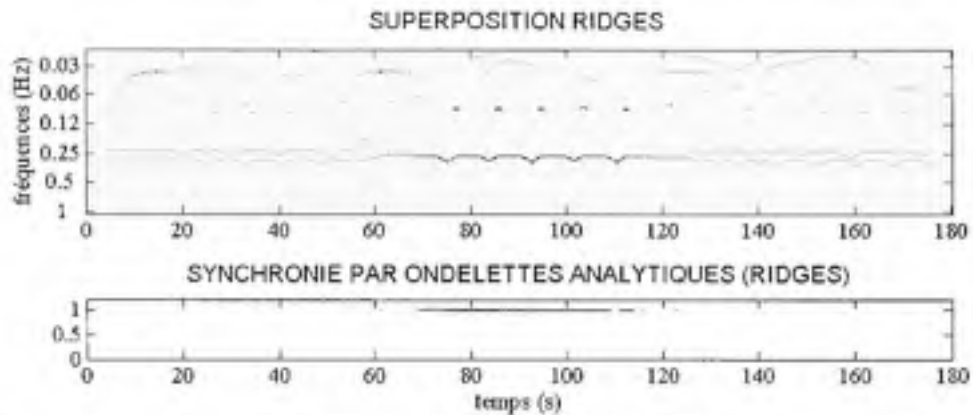


Figure 3.9 Mesure de la synchronie par ondelettes analytiques sur une paire d'oscillateurs de Rossler couplés par couplage progressif.

Le calcul du PL sur les points de superposition des crêtes est maximal dans l'intervalle de la synchronie temporaire. Notre méthode pour mesurer la synchronie est validée ici.

Une dernière simulation est réalisée dans les hautes fréquences. La figure 3.10 compare les crêtes de deux oscillations de Rossler de fréquence propre $f_1=020$ Hz et $f_2 =30$ Hz dans un cas de non couplage et dans un cas de couplage progressif $C(t) = 25 * e^{-\frac{(t-10)^2}{2}}$. La fréquence d'échantillonnage est $f_s=500$ Hz. La mesure de synchronies par ondelette analytique sur les oscillations couplées est également présentée. La fenêtre d'analyse du PL est 0.4 s. La résolution temporelle du PL est 0.2 s. La bande spectrale visitée est [15-40 Hz]. La mesure de synchronie par ondelette analytique est validée par l'indice d qui mesure la distance entre la matrice de synchronie R et la matrice 'Absence de synchronie' R_0 . L'indice d correspond à la distance de Kullback-Leibler entre R et R_0 , soit:

$$d(R, R_0) = \frac{1}{2} \left[\log \left(\frac{\det(R_0)}{\det(R)} \right) + \text{trace}(R^{-1}R_0) - N \right] \quad (3.9)$$

La distance est nulle lorsque R est identique à R_0 . Elle est positive sinon.

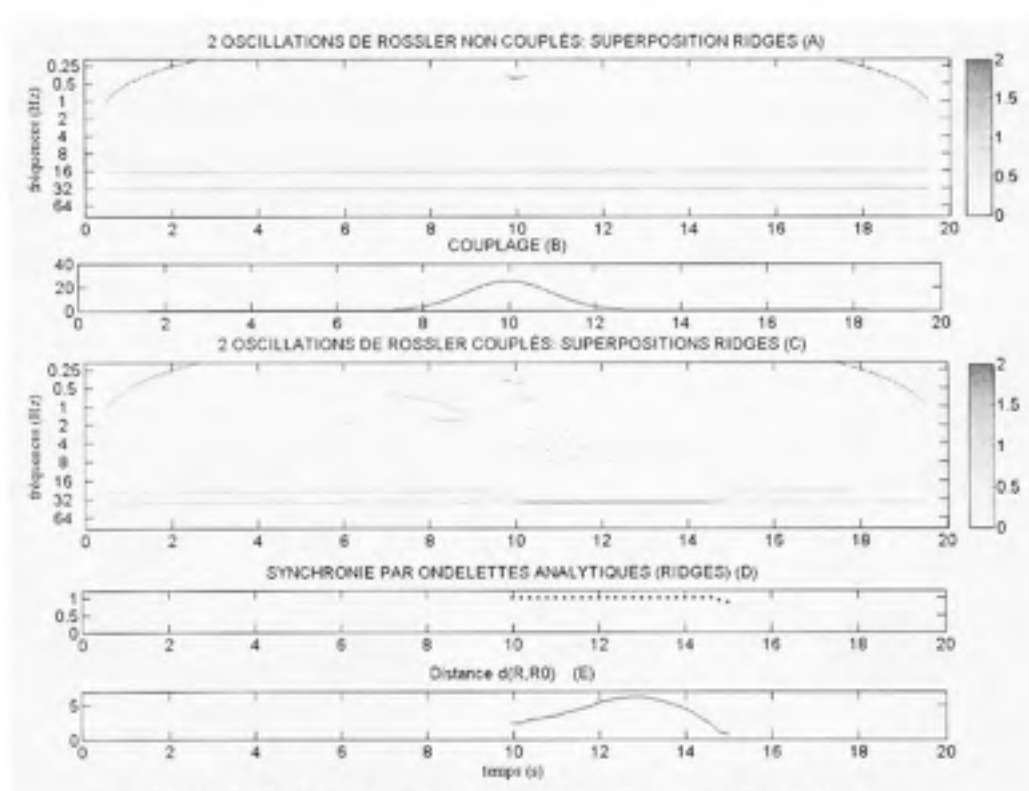


Figure 3.10 Mesure de synchronie en hautes fréquences.

En haute fréquence, on voit clairement avec la superposition des crêtes que le couplage produit de la synchronie de phase (graphes A, B, C). Sur le graphe D, chacun des points correspond au phase-locking calculé sur les points de crêtes superposées contenus dans une fenêtre d'observation. Sur ce graphe, on voit bien la résolution temporelle de 0.2 s. L'allure de la distance est semblable à celle du couplage progressif à un décalage près. Le système dynamique non-linéaire réagit au couplage avec un délai de 3 s. Dans ce cas ci, la synchronie est un phénomène à retardement. Elle se manifeste alors que le couplage n'existe plus.

3.3 Les synchronies induites

Dans cette section, on valide la mesure de la synchronie induite. Pour cela, on simule trois oscillateurs de Rossler couplés suivant le modèle de la synchronie de phase partielle (figure 2.4). Les 2 couplages choisis sont $C(t) = 0.15 * e^{-\frac{(t-10^4)^2}{2*10^4}}$. Les pulsations sont $\omega_1 = 0.51$ rad/s, $\omega_2 = 0.5$ rad/s et $\omega_3 = 0.49$ rad/s (soit $f_1 = 0.0812$ Hz, $f_2 = 0.079$ Hz et $f_3 = 0.078$ Hz). La fréquence d'échantillonnage est 2 Hz. La synchronie de phase R et la synchronie induite U sont mesurées sur les 3 paires d'oscillateur de Rossler et présentées à la figure 3.11. La synchronie R correspond au PL moyen calculé sur une fenêtre d'analyse de 300 s et dans la bande spectrale [0.0021-0.118 Hz]. La résolution temporelle est de 12.5 s.

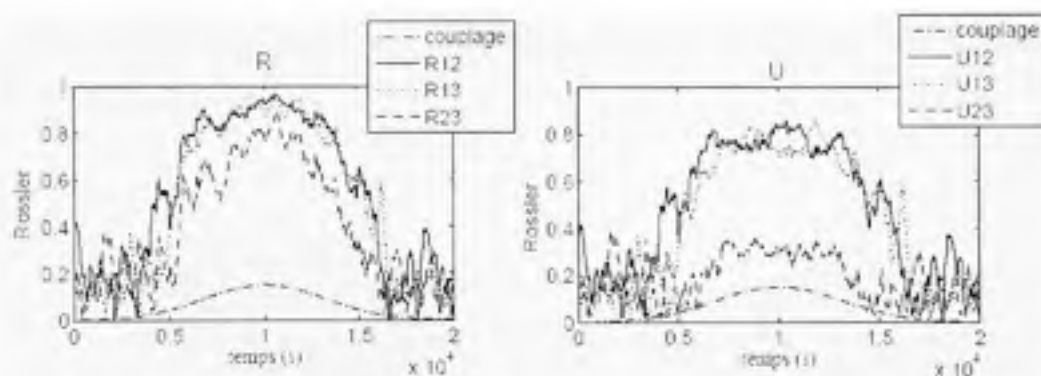


Figure 3.11 Comparaison des synchronies en termes de R et en termes de U.

Les synchronies de phase R12, R13, R23 sont mesurées respectivement entre les paires oscillateurs 1-2, 1-3 et 2-3. On voit que les 3 fonctions du temps R suivent le couplage progressif et sont assez similaires entre elles. La mesure de synchronie en termes de U montre que la synchronie entre les oscillateurs 2-3 est beaucoup plus faible que les synchronies entre les paires d'oscillateurs 1-2 et 1-3. La différenciation entre R23 et U23 permet de détecter la synchronie induite entre les oscillateurs 2-3. Autrement dit, la synchronie peut être induite par les connectivités du réseau [24].

Ce concept appliqué à des signaux EEG nous amène à penser que certaines zones éloignées du cerveau qui physiologiquement n'interagissent pas ensemble peuvent présenter de la synchronie induite si elles interagissent via d'autres zones. Le concept de la synchronie induite peut s'étendre à un vaste réseau de régions éloignées. Cependant, les mesures de synchronie induite réalisées sur des EEG n'ont pas été pertinentes car les interactions directes et indirectes d'un point de vu physiologique sont discutables.

3.4 Mesure de synchronies dans un réseau d'oscillateur de Rossler

Dans l'introduction, nous avons montré que les activités des zones éloignées du cerveau présentent des synchronies temporaires. Autrement dit, elles se synchronisent et se désynchronisent. Ici, on choisit de modéliser les zones du cerveau qui interagissent par un réseau d'oscillateur de Rossler. La configuration choisit du réseau d'oscillateur est arbitraire. Ni trop simple, ni trop compliqué, elle permet de modéliser des activités qui présentent des synchronies temporaires.

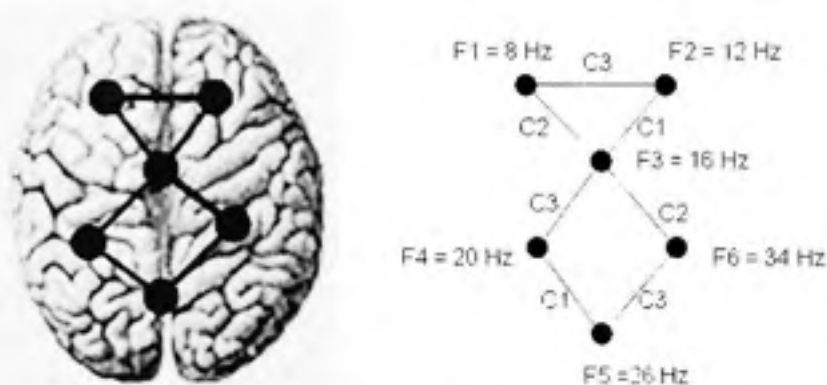


Figure 3.12 Réseau du cerveau et réseau de 6 oscillateurs de Rossler.

Chaque nœud correspond à un oscillateur dont on précise la fréquence. Les couplages C1, C2 et C3 sont des gaussiennes distribuées dans le temps tel qu'indiqué à la figure 3.13.

Les systèmes d'équations différentielles de chaque oscillateur sont:

Le premier oscillateur:

$$\frac{dx_1(t)}{dt} = -\omega_1 y_1(t) - z_1(t) + C_2(t)(x_3(t) - x_1(t)) + C_3(t)(x_2(t) - x_1(t)) \quad (3.10)$$

$$\frac{dy_1(t)}{dt} = -\omega x_1(t) + 0.15 y_1(t) \quad (3.11)$$

$$\frac{dz_1(t)}{dt} = 0.2 + (x_1(t) - 10) z_1(t) \quad (3.12)$$

Le deuxième oscillateur:

$$\frac{dx_2(t)}{dt} = -\omega_2 y_2(t) - z_2(t) + C_1(t)(x_3(t) - x_2(t)) + C_3(t)(x_1(t) - x_2(t)) \quad (3.13)$$

$$\frac{dy_2(t)}{dt} = -\omega_2 x_2(t) + 0.15 y_2(t) \quad (3.14)$$

$$\frac{dz_2(t)}{dt} = 0.2 + (x_2(t) - 10) z_2(t) \quad (3.15)$$

Le troisième oscillateur:

$$\begin{aligned} \frac{dx_3(t)}{dt} = & -\omega_3 y_3(t) - z_3(t) + C_1(t)(x_2(t) - x_3(t)) + C_2(t)(x_1(t) - x_3(t)) \\ & + C_2(t)(x_6(t) - x_3(t)) + C_3(t)(x_4(t) - x_3(t)) \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\frac{dy_3(t)}{dt} = -\omega_3 x_3(t) + 0.15 y_3(t) \quad (3.17)$$

$$\frac{dz_3(t)}{dt} = 0.2 + (x_3(t) - 10) z_3(t) \quad (3.18)$$

Le quatrième oscillateur:

$$\begin{aligned} \frac{dx_4(t)}{dt} = & -\omega_4 y_4(t) - z_4(t) + C_1(t)(x_5(t) - x_4(t)) + C_3(t)(x_3(t) - x_4(t)) \\ & + C_3(t)(x_3(t) - x_4(t)) \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\frac{dy_4(t)}{dt} = -\omega_4 x_4(t) + 0.15 y_4(t) \quad (3.20)$$

$$\frac{dz_4(t)}{dt} = 0.2 + (x_4(t) - 10)z_4(t) \quad (3.21)$$

Le cinquième oscillateur:

$$\begin{aligned} \frac{dx_5(t)}{dt} = & -\omega_5 y_5(t) - z_5(t) + C_1(t)(x_4(t) - x_5(t)) + C_3(t)(x_6(t) - x_5(t)) \\ & + C_3(t)(x_6(t) - x_5(t)) \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\frac{dy_5(t)}{dt} = -\omega_5 x_5(t) + 0.15 y_5(t) \quad (3.23)$$

$$\frac{dz_5(t)}{dt} = 0.2 + (x_5(t) - 10)z_5(t) \quad (3.24)$$

Le sixième oscillateur:

$$\frac{dx_6(t)}{dt} = -\omega_6 y_6(t) - z_6(t) + C_2(t)(x_5(t) - x_6(t)) + C_3(t)(x_5(t) - x_6(t)) \quad (3.25)$$

$$\frac{dy_6(t)}{dt} = -\omega_6 x_6(t) + 0.15 y_6(t) \quad (3.26)$$

$$\frac{dz_6(t)}{dt} = 0.2 + (x_6(t) - 10)z_6(t) \quad (3.27)$$

La détection des synchronies de phase dans le plan temps-fréquence entre les paires d'oscillateurs est illustrée à la figure 3.12.

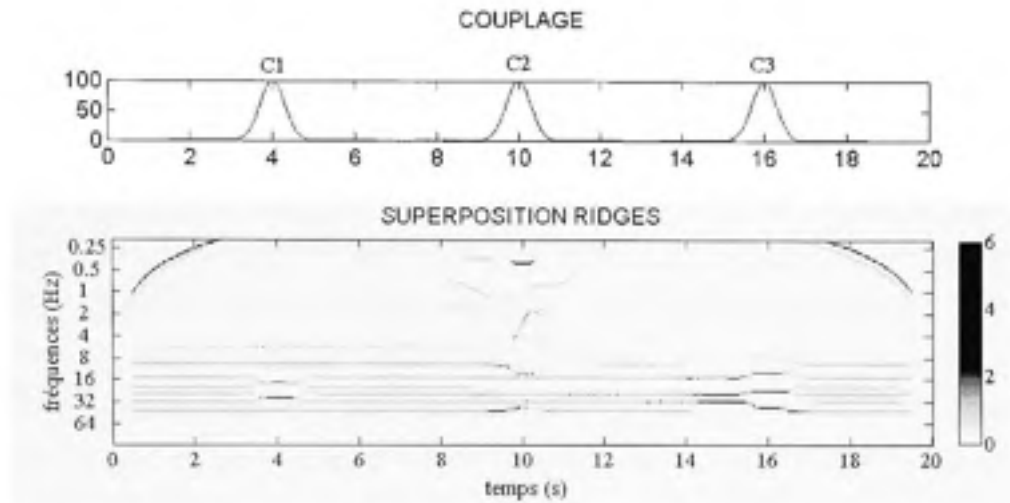


Figure 3.13 Superposition des crêtes d'un réseau de 6 oscillateurs de Rossler.

On voit bien sur le graphe de superposition que le couplage C1 produit de la synchronie de phase entre les paires d'oscillateurs 2-3 et 4-5 (Les crêtes se superposent). De même le couplage C2 produit de la synchronie de phase entre les paires 1-3 et 3-6. Le couplage C3 entre les paires 1-2, 3-4 et 5-6.

Le phase-locking est ensuite calculé sur les points du plan TF si au moins 2 crêtes se superposent. La boîte du phase-locking visite la bande spectrale [8-40Hz] et son support temporel vaut 1.5 s. La résolution temporelle du PL est de 0.5 s. Autrement dit, on a une matrice de synchronie R toutes les 0.5 s. A titre d'exemple, on montre la matrice R à l'instant $t = 4s$.

$$R(t = 4s) = \begin{bmatrix} 1 & 0.0369 & 0.0441 & 0.0531 & 0.0112 & 0.0248 \\ 0.0369 & 1 & 0.9840 & 0.0496 & 0.0734 & 0.0236 \\ 0.0441 & 0.9840 & 1 & 0.0583 & 0.0719 & 0.0257 \\ 0.0531 & 0.0496 & 0.0583 & 1 & 0.9464 & 0.0196 \\ 0.0112 & 0.0734 & 0.0719 & 0.9464 & 1 & 0.0455 \\ 0.0248 & 0.0236 & 0.0257 & 0.0196 & 0.0455 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

La matrice $R(t = 4s)$ présente des indices de PL très proche de 1 (soit de la synchronie de phase) entre les canaux 2-3 et 4-5. Ceci se confirme en ce reportant à la figure 3.12.

3.5 Les pointes-ondes épileptiques

Les pointes-ondes sont les oscillations caractéristiques de l'épilepsie. Elles sont produites par le foyer épileptique et apparaissent pendant les périodes inter-ictale (période entre deux crises) [20]. Elles s'étalent sur un intervalle d'environ 200 ms. Les pointes ondes utilisées pour nos simulations sont extraites d'un électroencéphalogramme de scalp de 56 canaux. Une pointe est donc enregistrée par 56 électrodes de scalp. Dans un premier temps, on applique à une pointe-onde les outils d'analyse temps-fréquence développés pour détecter les synchronies de phase. La figure 3.14 présente les étapes successives du traitement temps-fréquence d'une pointe (Soit, la puissance en ondelette, le scalogramme et les crêtes d'ondelette).

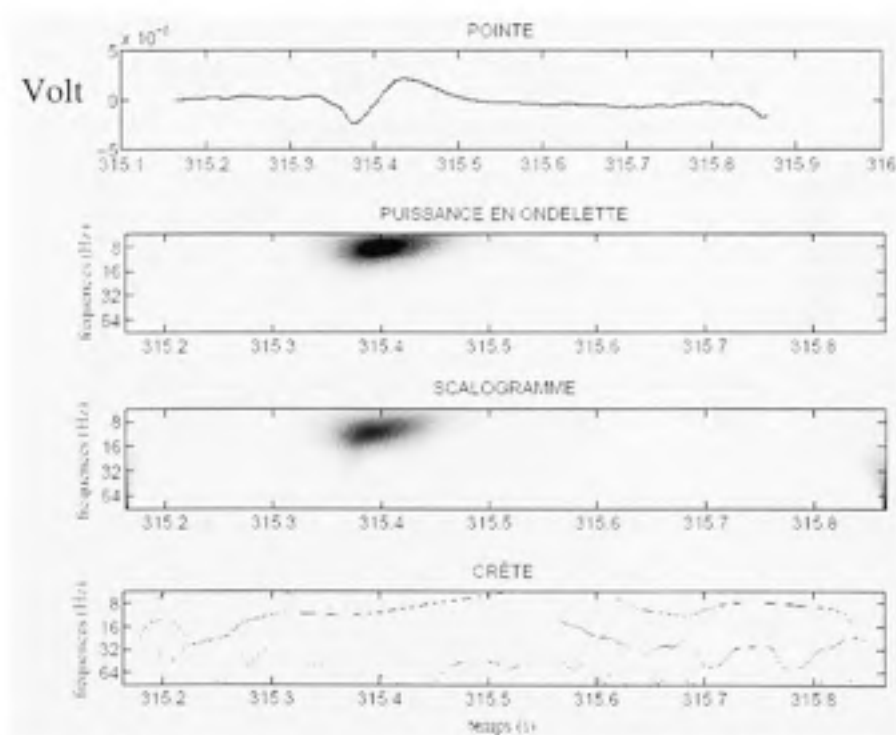


Figure 3.14 Traitement temps-fréquence d'une pointe-onde présente sur 1 canal.

Désormais, on considère toujours 1 pointe mais on sélectionne les 5 canaux sur lesquels la pointe se manifeste avec l'amplitude la plus élevée. Le décours temporel des 5 canaux est mis en correspondance avec la superposition des crêtes.

La superposition des crêtes d'une pointe-onde présentée à la figure 3.15 est très intéressante. Elle oscille dans la bande spectrale [4-12Hz] contrairement à celle des oscillations de Rossler qui sont horizontales. Ainsi, dans le plan temps-fréquence, on peut maintenant caractériser une pointe-onde par ses crêtes qui oscillent et qui correspondent aux variations de fréquences instantanées.

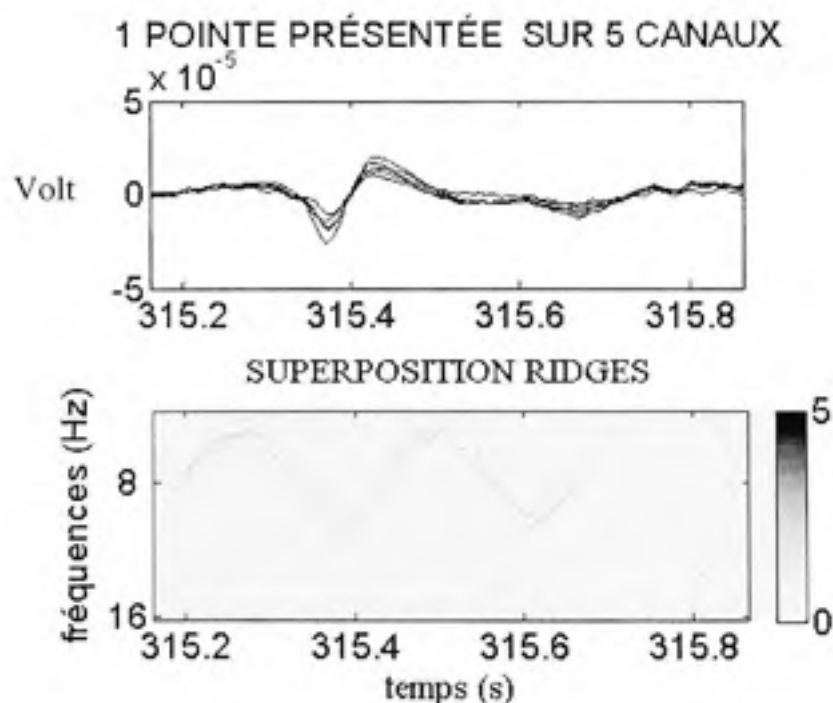


Figure 3.15 Crêtes d'ondelette d'une pointe-onde sur 5 canaux.

Dans notre base de données, soit l'EEG de scalp sur 56 canaux, les pointes-ondes épileptiques peuvent être espacées de quelques centaines de ms à quelques secondes. Aussi, on s'est posé la question de savoir si des patterns de crêtes révélateurs de la préparation d'une pointe-onde pouvaient émerger. Des enregistrements de 6 secondes commençant 5 secondes

avant la pointe et se terminant une seconde après ont été investigués. D'autre part, dans la simulation précédente, la sélection des 5 meilleurs canaux parmi 56 est un peu trop rigide et il est plus réaliste de garder les 56 canaux. Dans la prochaine simulation illustrée à la figure 3.16, on a choisit d'afficher la superposition des crêtes non pas comme la somme des crêtes des canaux mais en attribuant la valeur '1' aux points du plan TF qui localisent la superposition d'au moins 4 crêtes parmi 56. Sinon, la valeur des points du plan TF est nulle.

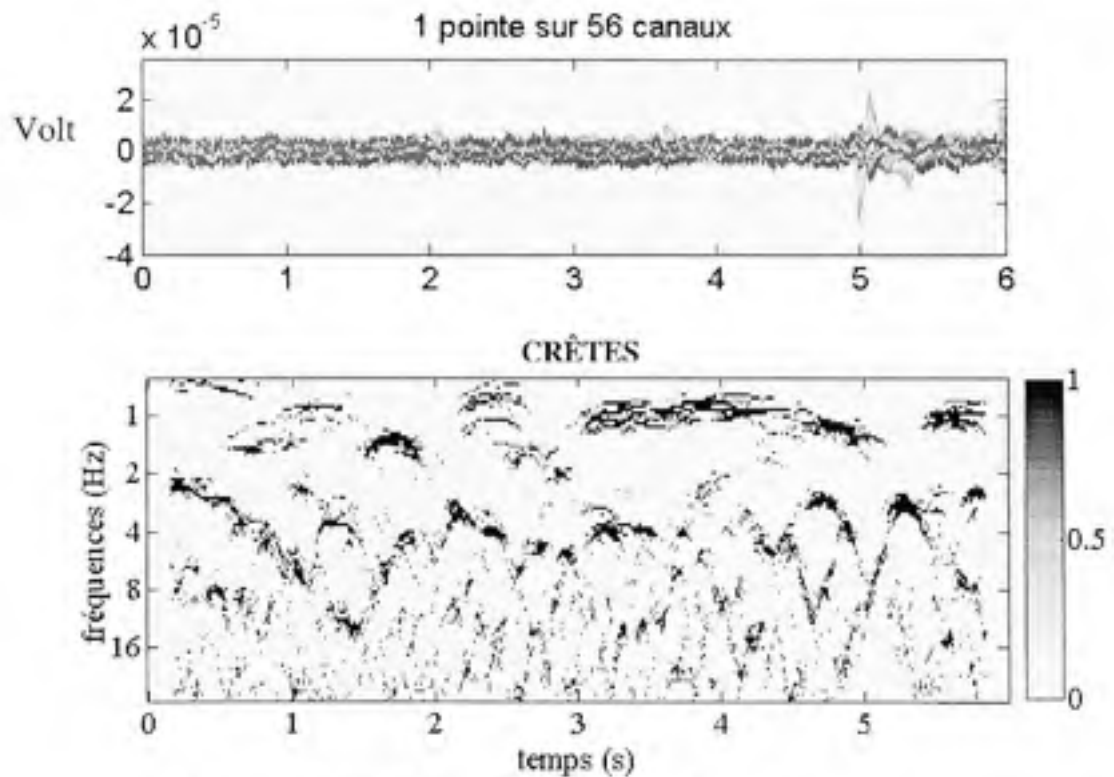


Figure 3.16 Crêtes d'une pointe-onde sur 56 canaux.

A $t = 5s$ et dans la bande spectrale [2-8Hz], on retrouve l'oscillation des fréquences instantanées communes. Autrement dit, on détecte bien de la synchronie de phase entre les canaux au moment où se produit la pointe. L'oscillation en termes de crêtes révèle une augmentation suivie d'une diminution des fréquences instantanées de la pointe, ce qui est normale puisque la pointe est une oscillation de courte période dans le signal EEG. D'autres pointes ont été analysées et les 'patterns' de crêtes sont semblables à ceux de la figure 3.16.

Durant les 5 secondes précédant la pointe, aucun signe précurseur de la pointe n'ont été identifiés. Les pointes épileptiques correspondent à des décharges d'énergie apparemment imprévisible du foyer épileptique. Il n'a pas été jugé nécessaire d'effectuer des mesures quantitatives de la synchronie car la superposition des crêtes dues à la pointe reste assez difficile à voir. Elle est noyée par l'ensemble des crêtes

CHAPITRE 4

MESURE DES VARIATIONS DE SYNCHRONIES EN PHASE PRÉICTALE POUR L'ÉPILEPSIE

La validation de la méthode pour mesurer les synchronies permet d'appliquer cette méthode à des enregistrements intracrâniens. Ensuite, nous définissons des mesures qui permettent de quantifier les variations de synchronies afin de détecter la crise et de mettre en évidence les variations de synchronies qui caractérisent la période préictale, ou mieux des signes avant-coureurs d'une crise. La définition de la période préictale est assez controversée par les chercheurs-neurologue. Bien qu'elle ne soit pas réellement identifiable, les travaux de Le Van Quyen et al.[11] ont montrés l'existence de variations de synchronies de l'activité bioélectrique du cerveau quelques heures avant la crise. Ils montrent des augmentations et des diminutions du niveau de synchronies localisées dans la zone épileptogène de plusieurs patients affectés par des crises du lobe temporal. Ici, dans tous les résultats d'investigation sur les variations de synchronie, on cherche à identifier des changements typiques de la préparation d'une crise: augmentations, diminutions, transitions brutales qui perdurent, pics, événements de préparation de crise qui avortent ... Pour des raisons pratiques d'intervention, on se place aussi très près de la crise (1 heure maximum avant le début de la crise). En effet, le moment optimal pour intervenir et soigner le patient épileptique serait quelques minutes avant que la crise se déclenche.

4.1 La base de données des EEG intra-crâniens

La base de données des EEG intracrâniens utilisée pour les applications contient des enregistrements de crise et de 'repos' (ou baseline (BL)), i.e. de l'activité normale (sans crise identifiée) chez 5 patients. L'emplacement des électrodes pour chacun des patients dépend de l'implantation choisie par le neurochirurgien. Généralement, les électrodes sont implantées dans le foyer épileptique qui décharge anormalement ainsi que dans les zones suspectes. L'objectif étant de localiser la zone pathologique pour son exérèse. Les enregistrements contenant des crises commencent généralement 1 heure avant le début de la crise et se

terminent quelques secondes à quelques dizaines de minutes après le début de la crise. La durée des enregistrements de BL est environ une heure. La fréquence d'échantillonnage des enregistrements est 2000 Hz. Les enregistrements EEG sont organisés dans des fichiers '.mat' contenant 4000 échantillons directement utilisable par Matlab. Un fichier '.mat' correspond donc à 2 secondes d'enregistrement, pour toutes les électrodes. Un enregistrement d'une heure et demi correspond à 2700 fichier '.mat'. Cette base de données confidentielle provient de l'Institut Neurologique de Montréal (MNI). Le tableau 4.1 présente les nombres de canaux, crises et baselines pour chacun des patients.

Patients	Nombre de canaux	Nombre de crise	Nombre de baseline
001	44	3	8
002	54	3	6
003	62	3	6
004	58	8	5
005	64	3	6

Tableau 4.1 Données EEG intracrâniennes.

Après l'opération d'implantation des électrodes intracrâniennes, le patient est limité dans ses mouvements. Les électrodes intracrâniennes implantées sont vissées à la surface du scalp pour rester bien en place. Le patient reste quelques jours à l'hôpital avec un bandage qui protège de l'infection, sans trop pouvoir se déplacer. Cependant, durant les enregistrements, le patient bouge toujours un peu et les EEG présentent des artéfacts (musculaires, oculaires...), voire des interruptions brutales. Évidemment, pendant les crises tonico-cloniques, les mouvements incontrôlables ne sont pas interprétés comme des artéfacts. Il peut aussi arriver que l'enregistrement soit arrêté pour de multiples raisons. L'EEG présente alors une rupture du signal. Durant les enregistrements différents états de vigilance sont observable (le sommeil, l'éveil ...).

4.2 Algorithme de détection des variations de synchronies

Afin de mesurer les variations de synchronies sur les paires de canaux EEG de chaque enregistrement, on implémente l'algorithme suivant:

Pour chaque fenêtre d'enregistrement de 2 secondes:

1. Calcul des plans temps-fréquence de chaque canal par une transformé en ondelettes analytiques.
2. Scalogramme de chaque canal.
3. Extraction des crêtes de chaque canal.
4. Superposition des crêtes de tous les canaux.
5. Sélection des points du plan TF où il y a au moins 2 crêtes qui se superposent et masque binaire du plan TF (points du plan temps-fréquence sélectionnés)
6. Calcul de la matrice des synchronies R sur les points du plan TF sélectionnés (i.e. les crêtes du masque).

Cet algorithme appliqué à des enregistrements de plus d'une heure nécessite des coûts de calcul très importants (temps de calcul, espace mémoire). Selon la capacité des ordinateurs, il faut compter plusieurs heures de traitement pour un enregistrement EEG d'une heure et demi. Ainsi, pour réduire le temps de traitement, on choisit d'analyser 1 canal sur 2. Les 2700 plan TF de crêtes et les 2700 matrices de synchronies R correspondant à un enregistrement d'une heure, ne sont pas analysables par l'œil humain (quantité d'information trop importante). Des métriques sont développées à partir des masques binaires de crêtes et des matrices de synchronies R pour étudier les variations de synchronies. Les métriques sont des mesures globales. Elles rendent compte des variations de synchronies de l'ensemble des canaux. Autrement dit, elles ne permettent pas de distinguer les synchronies entre les paires de canaux individuelles. La définition des différentes métriques expérimentées ainsi que la méthodologie pour les calculer sont exposées dans les prochains paragraphes. Ces métriques

ont été appliqués à chacun des enregistrements et les résultats les plus pertinents sont présentés et récapitulés sous forme de tableau.

4.3 Énergie des crêtes

Le masque du plan TF (issus de la sélection des points où il y a au moins 2 crêtes qui se superposent) ne permet pas d'identifier quels sont les canaux qui participent à la synchronie de phase. On sait qu'il y a au moins 2 canaux qui produisent de la synchronie de phase mais il peut y en avoir davantage. Un moyen de quantifier globalement la synchronie de phase à partir du masque de crêtes (étapes 5 de l'algorithme du paragraphe 4.2) est de mesurer l'énergie des crêtes. L'énergie des crêtes correspond à la somme des énergies de tous les canaux localisées sur les points sélectionnés. L'énergie de crête est donc une métrique qui mesure globalement la synchronie de phase. La méthodologie pour calculer l'énergie des crêtes est explicitée dans ce qui suit et illustrée à la figure 4.1.

Soit un coefficient d'ondelette analytique d'un canal c :

$$Wc(b, a) = |Wc(b, a)| e^{j\phi_c(b, a)} \quad (4.1)$$

L'énergie du canal c au point (b, a) est :

$$E_c(b, a) = |Wc(b, a)|^2 \quad (4.2)$$

L'énergie des N canaux en un point (b, a) du plan temps-fréquence est donc:

$$E(b, a) = \sum_{c=1}^N |Wc_c(b, a)|^2 \quad (4.3)$$

L'indice d'énergie de crête E_c correspond à la moyenne de l'énergie sur les M points sélectionnés du plan TF analysé, soit:

$$E_c = \frac{\sum_{i=1}^M E(b_i, a_i)}{M} \quad (4.4)$$

Où (b_i, a_i) sont les points sélectionnés dans le plan TF.

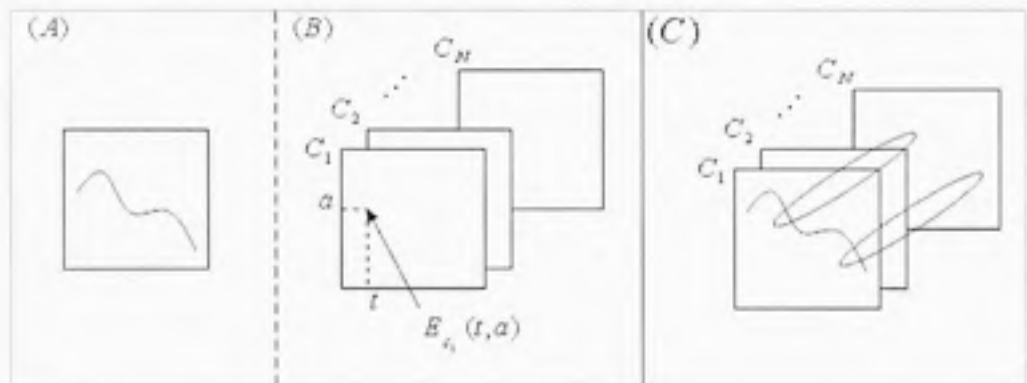


Figure 4.1 Énergie de crêtes.

(A): crête dans le plan TF issue de la sélection des points où il y a au moins 2 fréquences instantanées qui se superposent.

(B): Représentation temps-fréquence des canaux en termes d'énergie,

(C): Sélection des énergies de crêtes.

En pratique, l'énergie de crêtes est calculée sur chaque plan TF successif de 2 secondes. Pour réduire le nombre d'indice (soit 2700 indices d'énergie pour une heure et demi d'enregistrement), on moyenne les énergies E_c sur une fenêtre d'analyse glissante de 48 secondes. Le pas de glissement choisit est de 24 sec. Il reste alors $(5400/48)*2 = 223$ indices d'énergie que l'on peut afficher.

Les crêtes d'EEG sont généralement localisées dans la bande de fréquence 4-50 Hz. Pour des raisons de rapidité de calcul et de capacité de mémoire des ordinateurs, les mesures d'énergie

de crêtes sont réalisées dans deux bandes de fréquence distinctes: [4-12 Hz] et [30-50 Hz]. Les 51 enregistrements mentionnés au tableau 4.1 sont analysés et nous obtenons ainsi 102 graphes d'énergies de crêtes.

Les résultats représentatifs de cette investigation sont présentées aux figures 4.2 et 4.3. Pour des raisons de clarté, nous ne montrons pas tous les graphes similaires à ceux présentés dans les figures 4.2 et 4.3. La figure 4.2 présente l'énergie de crêtes des enregistrements de crise, la figure 4.3 montre l'énergie de crêtes des enregistrements de baseline. Sur les graphes, l'énergie de crêtes est affichée avec une échelle logarithmique en ordonnée afin de voir plus facilement les variations. Pour chaque patient, on présente 3 crises et 3 baselines. Par exemple, les nomenclatures des crises du patient 002 sont B1, B2 et C. Sur les graphes elles sont notées 2B1, 2B2, 2C.

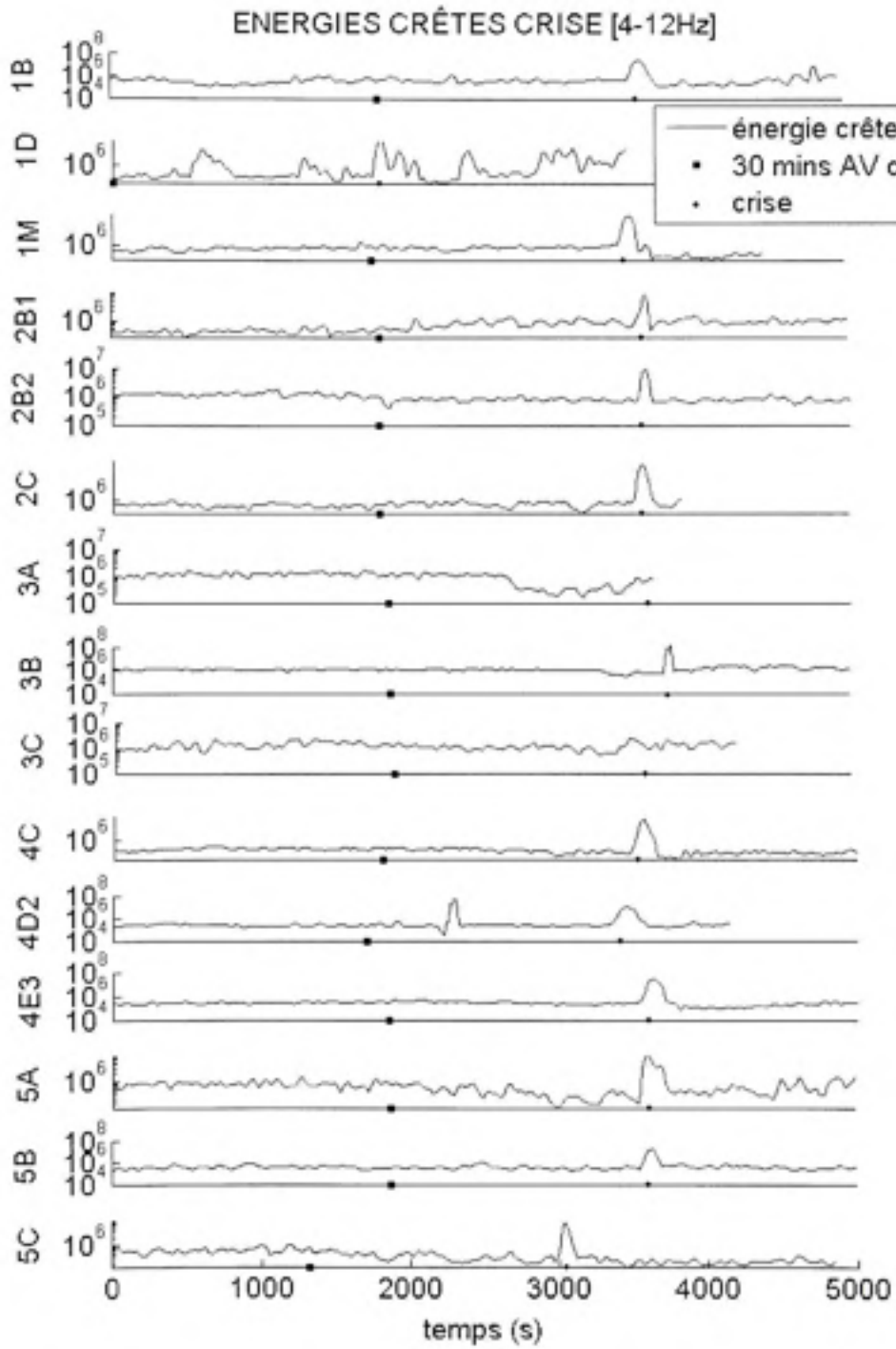


Figure 4.2 Énergie sur les crêtes de crise.

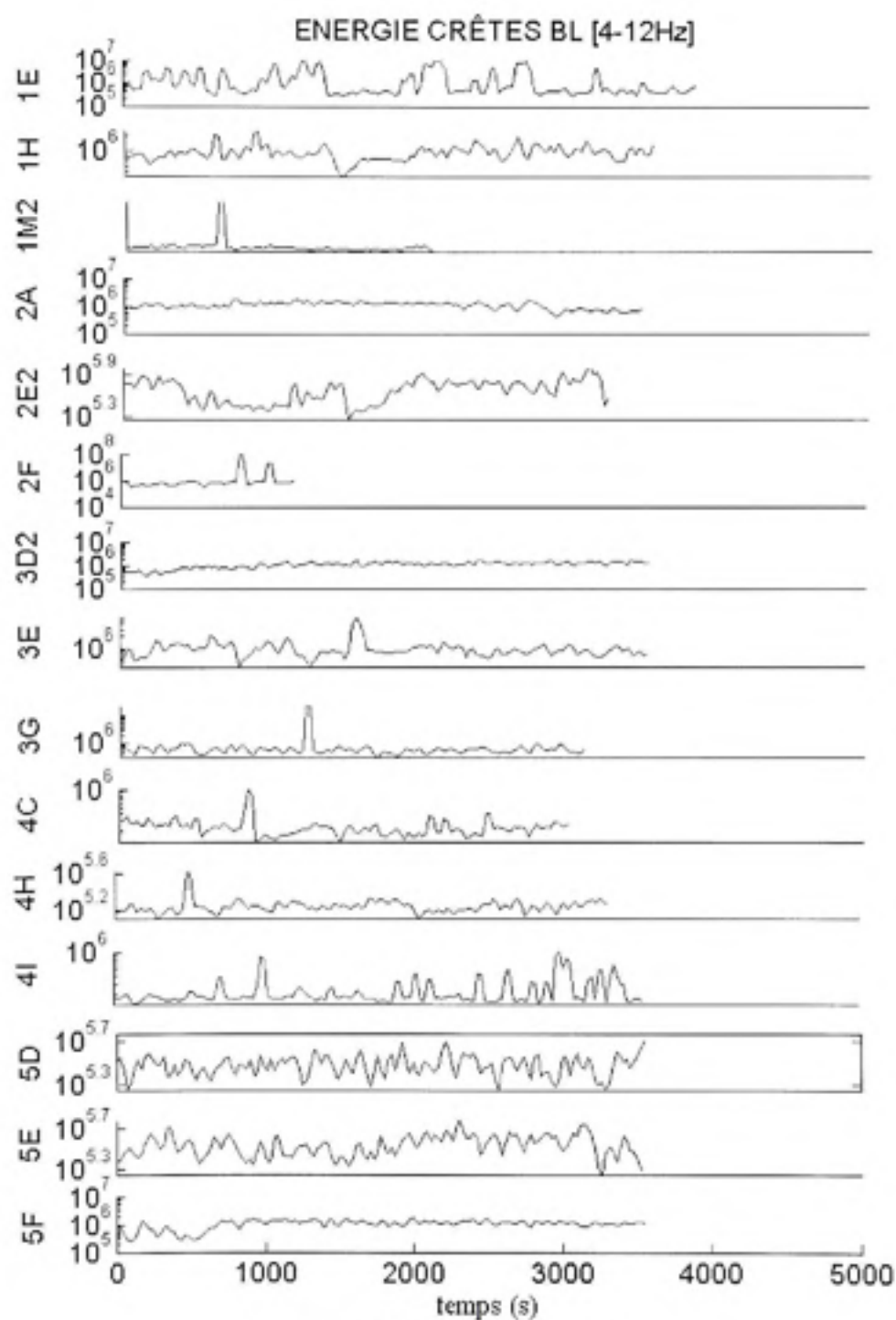


Figure 4.3 Énergie sur les crêtes de baseline.

4.4 Discussion des résultats d'énergie de crêtes

- A propos des crises

Les résultats des enregistrements de crises présentent toujours un pic au début de la crise. Ce pic peut s'interpréter comme une bouffée d'énergie qui se libère lorsque la crise survient. En regardant l'allure des signaux EEG au niveau du début de crise, on voit que l'amplitude des canaux transite vers un comportement chaotique. Le résultat de l'enregistrement 3C (signalé comme une crise dans la base de données) ne présente pas de pic. Après vérification avec des neurologues, il s'est avéré que cet enregistrement ne contient pas de crise. Par conséquent, on peut considérer que l'énergie de crête est capable de détecter les crises. Cependant, l'enregistrement 4D2 présentant 2 pics (1 au niveau de la crise et 1 qui apparaît 20 minutes avant le début de la crise) montre que les pics ne correspondent pas toujours à des crises. Le pic apparaissant 20 minutes avant le début de la crise correspond en fait à une coupure de l'enregistrement. Autrement dit, l'enregistrement a été arrêté et l'amplitude des canaux est nulle. La transition du signal engendrée par la coupure produit un pic d'énergie qui n'a rien avoir avec l'activité bioélectrique du patient. Le graphe 3A ne présente pas de pic de crise car l'enregistrement a été arrêté juste avant le début de la crise. Cependant, on observe une diminution de l'énergie de crête 15 minutes avant le début de la crise. Cette diminution visible aussi sur 5A et qui perdure jusqu'au début de la crise serait-elle un signe précurseur de la crise ? Il faudrait investiguer d'autres patients et davantage d'enregistrement EEG pour répondre à cette question.

- A propos des signaux inter-ictaux (BL) :

La plupart des pics observés dans les 'baseline' correspondent à des coupures d'enregistrement. Quelques un peuvent être identifiés comme pointe-onde. D'autres non pas été identifiés car l'interprétation des EEG n'a pu être confirmée par un expert. Enfin, l'enregistrement 3E (signalé comme une baseline dans la base de données) présente un pic. La relecture de l'EEG par un neurologue a montré que ce pic de 3E correspond en effet à un début de crise. Lors de l'interprétation initiale des EEG, les enregistrements 3C et 3E ont

prêtés à confusion. En effet, certain patient présente des EEG d'interprétation plus ou moins évidente. Pour le patient 5, chaque enregistrement de crise présente un pic de crise et les 6 enregistrements de baseline ne présentent aucun pic. La détection de la crise avec l'énergie de crête est par conséquent beaucoup plus fiable pour le patient 5 que pour le patient 3. Dépendamment des patients, on obtient des résultats différents. Les résultats dans la bande spectrale [30-50Hz] sont similaires à ceux de la bande spectrale [4-12Hz] qui sont illustrés dans les figures 4.2 et 4.3. La seule différence notée dans certains cas, c'est la présence de pics de crise ou de pointe-onde qui apparaissent en basse fréquence et qui ne sont plus visibles dans les hautes fréquences. Ceci paraît normal puisque les crêtes des pointes-ondes se retrouvent dans la bande spectrale [4-12Hz] (vu au chapitre 3). Les résultats sont récapitulés dans le tableau 4.2.

	Événements	Nombre d'événements [4-12 Hz]	Nombre d'événements [30-50 Hz]
20 EEG Crise	Pic de crise	18	17
	Pic de coupure	1 (4D2)	2 (4D2, 1B)
	Pic de pointe-onde	0	0
	Pic non-identifié	0	0
	Enregistrement stoppé avant crise	1 (3A)	1 (3A)
	Crise sans pic	0	1 (4D2)
	Pas de pic	1 (3C)	1 (3C)
31 EEG BL	Pic de crise	1 (3E)	1 (3E)
	Pic de coupure	6 (1M2, 2F, 3G, ...)	6
	Pic de pointe-onde	1 (4C)	0
	Pic non identifié	1 (4H)	1 (1E)

Tableau 4.2 Récapitulatif des résultats d'énergie des crêtes.

Dans les graphes précédents, l'amplitude élevée des pics de crise ne permet pas de visualiser les variations de synchronies avant le début de la crise. On a donc fait un zoom sur les

variations pour visualiser leurs évolutions. Aucun signe avant-coureur ou changement caractéristique de l'arrivée d'une crise tel par exemple une augmentation ou une diminution spécifique n'a été observée à mainte reprise. Les 'patterns' de variations sont variés. La figure 4.4 présente un exemple.

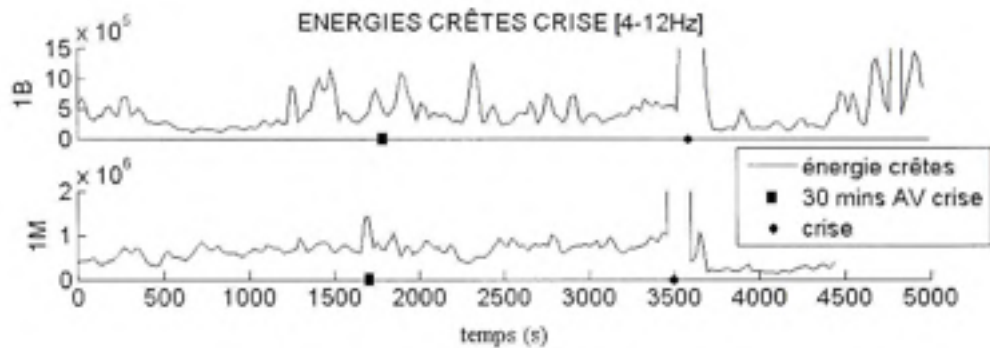


Figure 4.4 Variations de l'énergie de crêtes autour de la crise.

4.5 Autres métriques de variations de synchronies

4.5.1 Entropie des crêtes

L'entropie du canal c au point (b,a) est:

$$H_c(b,a) = E_c(b,a) * \log(E_c(b,a)) \quad (4.5)$$

L'entropie des N canaux en un point (b, a) du plan temps-fréquence est donc:

$$H(b,a) = \sum_{c=1}^N H_c(b,a) \quad (4.6)$$

L'indice d'entropie de crête H_c correspond à la moyenne de l'entropie sur les M points sélectionnés du plan TF analysé, soit:

$$H_c = \frac{\sum_{i=1}^M H(b_i, a_i)}{M} \quad (4.7)$$

Où (t_i, a_i) sont les points sélectionnés dans le plan TF.

La méthodologie de traitement des EEG est la même que celle proposée pour l'énergie de crête. La figure 4.5 montre que les résultats d'énergie et d'entropie de crêtes sont similaires à une échelle près.

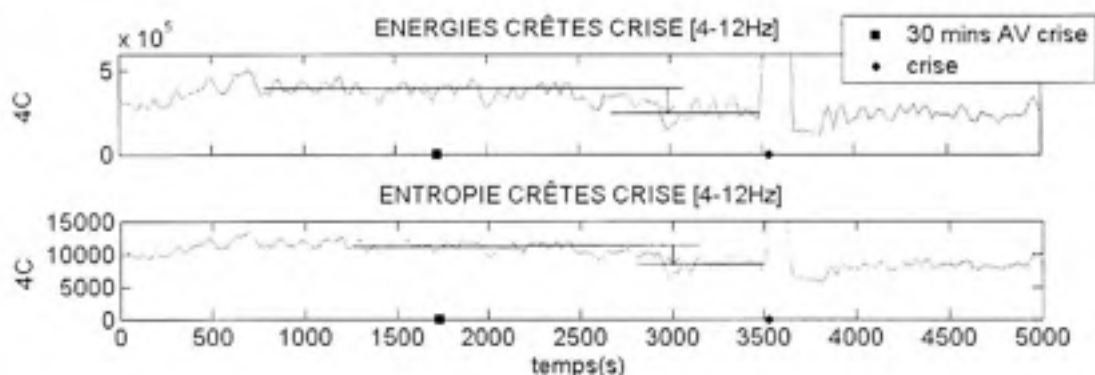


Figure 4.5 Comparaison énergie/entropie des crêtes.

Les paliers superposés manuellement aux courbes indiquent le niveau moyen des énergies et entropies de crête. La flèche montre une nette diminution de la synchronie 10 minutes avant la crise.

Comme dans les travaux de Le Van Quyen et al. [11], on montre une diminution de l'énergie et de l'entropie de crêtes 10 minutes avant le début de la crise par un agrandissement des variations. Les plateaux superposés aux courbes indiquent clairement cette diminution qui perdure jusqu'à la crise. La même question évoquée pour 3A se pose: la diminution serait-elle un signe avant-coureur de la crise ?

4.5.2 Énergie relative des crêtes

L'énergie relative des crêtes E_r est définie comme le rapport de l'énergie des crêtes avec l'énergie totale sur une fenêtre d'analyse, soit:

$$E_r = \frac{E_c}{E_t} \quad (4.8)$$

L'énergie totale E_t correspond à la somme des énergies des N canaux localisés sur les points de la fenêtre d'analyse temps-Fréquence :

$$E_t = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^F \sum_{l=1}^T E_{c_i}(b_i, a_j) \quad (4.9)$$

L'énergie relative de crête a été testée sur plusieurs enregistrements mais les variations observées diffèrent d'un cas à l'autre. La figure 4.6 présente l'énergie relative de crêtes de l'enregistrement de crise 1M.

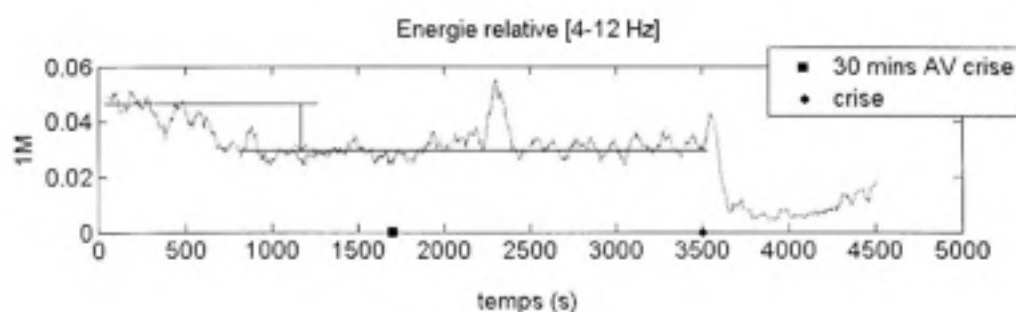


Figure 4.6 Énergie relative de crêtes.

Dans ce cas précis, on observe une chute de l'énergie juste après la crise. Cette métrique ne produit pas de pic permettant d'identifier des changements spécifiques. Ici aussi, on met en évidence une diminution 50 minutes avant le début de la crise et qui perdure jusqu'à la crise.

4.5.3 Énergie relative de crêtes de canaux synchrones

L'énergie relative des crêtes de canaux synchrones E_s , est défini comme le rapport de l'énergie des crêtes des canaux synchrones avec l'énergie totale, soit:

$$E_s = \frac{E_c}{E_t} \quad (4.10)$$

L'énergie de crêtes des canaux synchrones (i.e. seulement ceux qui participent à la synchronie de phase) en un point (b, a) du plan temps-fréquence est:

$$E_{syn_p}(b, a) = \sum_{c \in can(t)}^{can(X)} |W_{C_c}(b, a)|^2 \quad (4.11)$$

où can est un vecteur de X canaux synchrones dont la représentation temps-fréquence présente une crête au point (b,a).

L'indice d'énergie de crêtes des canaux synchrones E_s correspond à la moyenne de l'énergie de crêtes des canaux synchrones sur les M points sélectionnés du plan TF analysé, soit:

$$E_s = \frac{\sum_{i=1}^M E_{syn_p}(b, a)}{M} \quad (4.12)$$

Les figures 4.7 et 4.10 illustrent les résultats obtenus avec le signal de crise '5C' dans les bandes spectrales [4-12Hz] et [30-50Hz]. L'énergie relative de crêtes des canaux synchrones a été testée sur plusieurs enregistrements mais les variations observées diffèrent d'un cas à l'autre. Cependant, on observe assez souvent un pic descendant au début de la crise. Cette métrique n'est pas plus efficace que l'indice de l'énergie de crêtes.

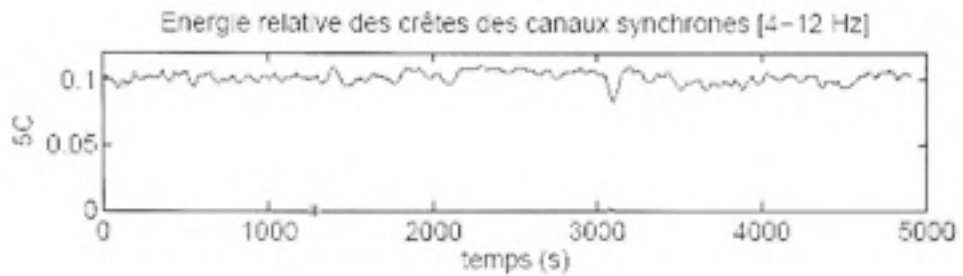


Figure 4.7 Énergie relative de crêtes de canaux synchrones [4-12 Hz].

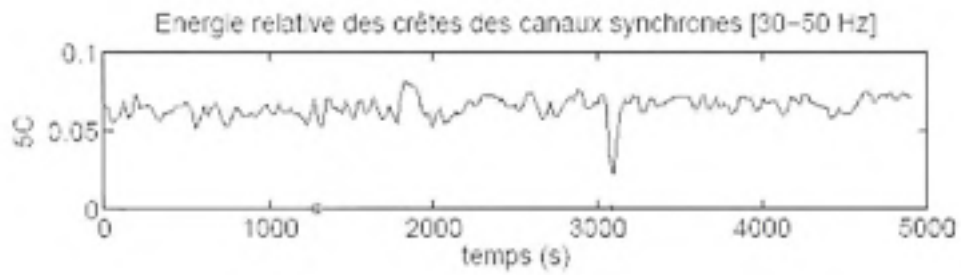


Figure 4.8 Énergie relative de crêtes de canaux synchrones [30-50 Hz].

4.5.4 Distance des synchronies multicanaux

La distance des synchronies multicanaux correspond à l'indice $d(R, R_0)$ défini au paragraphe 3.2 (Soit la distance de Kullback-Leibler utilisée pour mesurer la distance entre la matrice de synchronie R et la matrice 'Absence de synchronie' R_0). Cette métrique est testée sur tous les enregistrements présentés au paragraphe 4.3 et les résultats sont très variables. La figure 4.9 présente le résultat obtenu pour l'enregistrement '5B'.

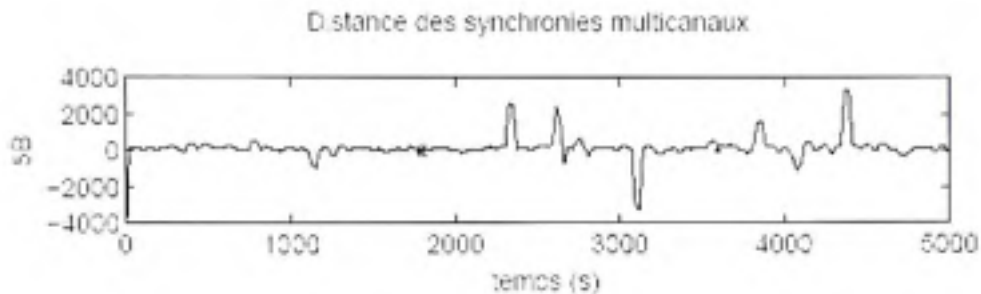


Figure 4.9 Distance des synchronies multicanaux [4-12 Hz].

4.5.5 Distance entre les synchronies multi-canaux

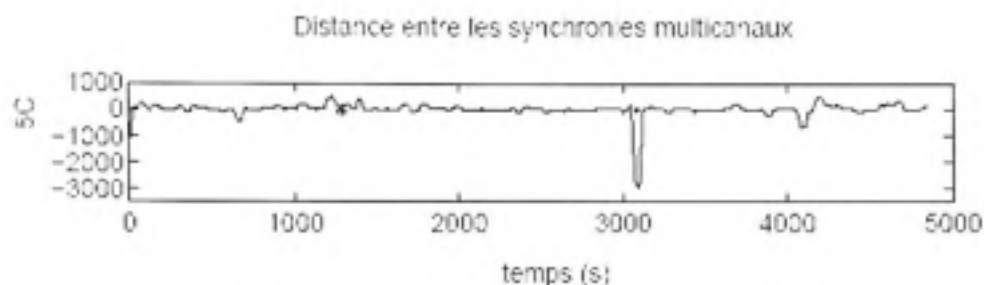
La distance entre les synchronies multicanaux correspond à la distance de Kullback-Leibler entre deux matrices de synchronies multicanaux, soit $d(R_i, R_j)$. La méthodologie pour la mesure de la distance entre les synchronies multicanaux est:

1. Calcul de la matrice de synchronie multicanaux sur chaque fenêtre de 2 secondes.
2. Distance Kullback-leibler entre toutes les paires de matrices de synchronie multicanaux contenu dans une fenêtre d'analyse de 48 secondes. Une fenêtre d'analyse de 48 secondes contient 24 fichiers de 2 secondes et donc 24 matrices de synchronies multicanaux: R_1, R_2, \dots, R_{24} . Les distances mesurées sont

$$d(R_1, R_2), d(R_1, R_3), \dots, d(R_1, R_{24}), d(R_2, R_3), \dots, d(R_2, R_{24}), \dots, d(R_{23}, R_{24}). \text{ Soit } \frac{(24 * 24) - 24}{2} = 276 \text{ distances pour une fenêtre de 48 secondes.}$$

3. Moyenne des 276 distances (1 distance moyenne/ 1 fenêtre de 48 secondes).
4. La fenêtre d'analyse de 48 secondes glisse d'un pas de 24 secondes.

La figure 4.10 présente la distance entre les synchronies multicanaux dans la bande spectrale [4-12Hz] mesurée sur la crise C du patient



5.

Figure 4.10 Distance entre les synchronies multicanaux [4-12 Hz].

Sur ce graphe, on voit un pic négatif au niveau de la crise. Cependant tous les autres enregistrements présentés au paragraphe 4.3 ont été testés et les résultats sont très variables.

L'ensemble des résultats obtenus et présentés dans ce chapitre montre qu'à l'heure actuelle, il n'existe pas de mesures unanimes pour détecter des événements particuliers tels que des signes avant-coureurs de la crise. Il est fortement probable que dépendamment des patients et du type de crise, soit des EEG et de la bande spectrale visitée, les indices soit plus ou moins révélateur d'événements précurseurs à la crise. Par exemple la diminution de la synchronie de phase quelques temps avant la crise et qui perdure jusqu'à la crise ne s'observe pas toujours. Mais cette diminution est-elle réellement un signe annonciateur ?

CHAPITRE 5

SYNCHRONIES SPÉCIFIQUES AUX SIGNAUX EEG DE SCALP

Dans le chapitre précédent, l'étude des variations de synchronies pour détecter et prédire la crise a été réalisée avec des EEG intracrâniens. Cependant tous les patients épileptiques ne vont pas en chirurgie et l'EEG de scalp est la seule mesure disponible. On s'intéresse donc ici à la mesure des synchronies sur les EEG de scalp. L'application de la mesure de synchronies à ce type d'EEG se distingue de celle faite avec des EEG intracrâniens. En effet, la nature de l'activité bioélectrique mesurée avec des électrodes de scalp diffère de celle mesurée avec des électrodes intracrâniennes. Ces dernières placées en profondeur mesurent de l'activité locale, tandis que les électrodes de scalp intègre l'ensemble de l'activité cérébrale. Nous pouvons alors nous poser une question: la synchronie mesurée en surface correspond-elle à la synchronie mesurée en profondeur (c'est-à-dire à celle dues à l'activité du cerveau) ?

5.1 La séparation de sources dans le cadre de l'EEG de scalp

La séparation de sources (ou blind separation sources (BSS)) est un concept introduit il y a une vingtaine d'années et qui intéresse la communauté des traiteurs de signaux [1][2][5][6][7][8][20][30]. C'est une technique d'analyse de données qui permet d'estimer n signaux (les sources) à partir de m mélanges inconnus de ces signaux. Cette technique est utilisée dans les problèmes où l'on s'intéresse à l'activité interne et inconnue d'un système que l'on peut écouter seulement en plaçant des capteurs à l'extérieur du système. En effet, la séparation de sources appliquée à l'activité enregistrée par les capteurs nous permet d'avoir de l'information sur l'activité interne du système (soit les sources et leurs mélanges). Ce problème est rencontré dans de nombreux domaines aussi variés que l'ingénierie biomédicale, la finance, les télécommunications, le traitement de la parole ... Le moyen pour bien comprendre le concept du mélange est de prendre le célèbre problème du 'cocktail party'. Lors d'un cocktail, une personne se trouve dans une salle entourée de personnes qui parlent en même temps. Elle entend donc un brouhaha qui correspond au mélange de toutes

les voix des personnes qui l'entourent. Si elle appliquait la séparation de source au signal sonore qu'elle entend, elle pourrait distinguer les voix les unes des autres. Autrement dit, dans cet exemple, les voix correspondent aux sources. La technique de séparation de sources la plus célèbre et la plus couramment utilisée est l'analyse en composantes indépendantes (ou Independent Component Analysis (ICA)). Celle-ci a pour particularité l'estimation de sources statistiquement indépendantes. Elle est souvent utilisée pour débruiter le signal analysé. En effet, l'ICA voit le bruit comme une composante indépendante que l'on peut filtrer une fois qu'elle a été estimée. Par exemple, l'ICA est utilisée dans les signaux EEG de scalp pour éliminer les artéfacts oculaires (ces derniers sont considérés comme du bruit). Pour plus d'information sur l'ICA, se référer aux annexes 1 et 2. Une autre technique également populaire que nous utilisons au prochain paragraphe est la séparation par décorrélation temporelle (ou temporal decorrelation separation (TDSEP)). Pour plus d'information sur la méthodologie de la TDSEP, se référer à l'annexe 3.

Maintenant que la séparation de source a été introduite, nous pouvons nous intéresser à la composition de l'activité bioélectrique du cerveau mesurée avec des électrodes de scalp. Pour faire le rapprochement de notre problème au modèle de la séparation de source, on considère l'activité bioélectrique du cerveau comme l'activité interne et inconnue d'un système. Les électrodes de scalp correspondent aux capteurs qui écoutent le système. Ainsi, par analogie, les enregistrements EEG de scalp résultent d'un mélange inconnu de sources inconnues. En réalité, les EEG de scalp résultent de l'intégration des signaux bioélectriques émis par l'ensemble des neurones du cerveau. Le potentiel électrique mesuré par une électrode de scalp correspond à la somme des contributions électriques des neurones du cerveau. La contribution d'un neurone est infinitésimale mais la somme des contributions d'un ensemble de neurones peut être significative et modélisée comme une source de décharge neuronale. Ainsi, l'activité bioélectrique mesurée par chaque électrode de scalp se décrit mathématiquement comme une combinaison linéaire de sources. L'ensemble des électrodes rend compte de l'activité du cerveau.

Un signal $c(t)$ mesuré par un capteur s'exprime comme une somme de N sources:

$$c(t) = \sum_{j=1}^N a_j s_j(t) \quad (5.1)$$

a_j : coefficient de contribution des sources.

Un vecteur C contenant N signaux captés de T échantillons s'écrit:

$$C_{1N \times T1} = A_{1N \times N1} S_{1N \times T1} \quad (5.2)$$

Où $A_{1N \times N1}$ est la matrice de mélange inconnue et $S_{1N \times T1}$ est le vecteur contenant N sources de T échantillons.

Pour des raisons de simplification, on suppose que le nombre de capteurs et de sources sont égaux. C'est pourquoi, la matrice de mélange est carrée.

Le développement de l'équation 5.2 s'écrit:

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1T} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N1} & c_{N2} & \dots & c_{NT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1T} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NT} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1T} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{N1} & s_{N2} & \dots & s_{NT} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Cette écriture permet de voir clairement que les N signaux captés sont une combinaison linéaire de N sources. La séparation de sources utilisée dans le cadre de l'EEG de scalp consiste à estimer les sources inconnues à partir des enregistrements EEG de scalp.

L'estimation d'un vecteur \hat{S} de N sources s'écrit:

$$\hat{S}_{[N \times T]} = W_{[N \times N]} C_{[N \times T]} \quad (5.4)$$

Où $W_{[N \times N]}$ est la matrice de démixage équivalente à l'inverse de la matrice de mélange, soit:

$$W = A^{-1} \quad (5.5)$$

Le développement de l'équation 5.4 s'écrit:

$$\begin{bmatrix} \hat{S}_{11} & \hat{S}_{12} & \dots & \hat{S}_{1T} \\ \hat{S}_{21} & \hat{S}_{22} & \dots & \hat{S}_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{S}_{N1} & \hat{S}_{N2} & \dots & \hat{S}_{NT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & \dots & W_{1T} \\ W_{21} & W_{22} & \dots & W_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_{N1} & W_{N2} & \dots & W_{NT} \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1T} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \dots & C_{NT} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Maintenant que nous avons caractérisé la mesure électro-encéphalographique de scalp, on s'intéresse à la mesure de synchronies de phase appliquée aux EEG de scalp. L'intégration des signaux bioélectriques (ou des sources) a-t-elle un effet particulier sur la mesure de la synchronie de phase ?

5.2 La fausse synchronie

Nous avons vu que les signaux EEG de scalp (soit les signaux captés) résulte de l'intégration des signaux bioélectriques du cerveau (soit les sources). Nous pouvons alors nous poser une question: la synchronie mesurée sur les signaux captés correspond-elle à celle mesurée sur les sources ? Afin de répondre à cette question, on effectue l'expérience suivante:

1. Simulation de signaux sources.
2. Mélange de signaux sources.
3. Application de la TDSEP aux signaux mélangés.

4. Mesure de la synchronie de phase appliquée aux signaux sources.
5. Mesure de la synchronie de phase appliquée aux signaux mélangés.
6. Mesure de la synchronie de phase appliquée aux signaux sources estimés.

Les 3 signaux sources illustrés à la figure 5.1 sont des oscillations de Rossler. Les pulsations des oscillateurs S1, S2 et S3 sont respectivement $f_1=0.164\text{Hz}$, $f_2=0.160\text{ Hz}$ et $f_3=0.157\text{Hz}$. Les oscillateurs 2 et 3 sont couplés à l'oscillateur 1 avec un couplage progressif $C(t) = 0.1 * e^{-\frac{(t-10)^2}{2*10^2}}$. La fréquence d'échantillonnage est $f_s=0.5\text{Hz}$.

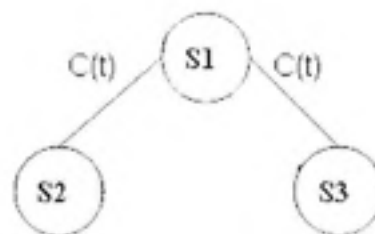


Figure 5.1 Configuration des oscillateurs de Rossler utilisée pour la simulation des fausses synchronies.

Les 3 oscillations de rossler S1, S2 et S3 sont mélangées avec la matrice de mélange A:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.95 & 0.9 \\ 0.95 & 1 & 0.95 \\ 0.9 & 0.95 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Les éléments de la matrice A sont choisis par l'utilisateur de manière à optimiser la simulation des fausses synchronies. Les contributions des 3 sources pour la composition d'un signal mélangé sont 90%, 95% et 100%.

On a:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.95 & 0.9 \\ 0.95 & 1 & 0.95 \\ 0.9 & 0.95 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Ensuite, on applique la TDSEP (la séparation de source) aux 3 oscillations mélangées M1, M2 et M3 et on obtient une estimation des oscillations sources, soit \hat{S}_1 , \hat{S}_2 et \hat{S}_3 . On utilise la TDSEP plutôt que l'ICA car les oscillations de Rossler couplées ne sont pas statistiquement indépendantes. Le modèle de l'ICA suppose que les sources soit statistiquement indépendantes et le couplage produit de la dépendance statistique (voir la définition de la dépendance statistique en annexe 2).

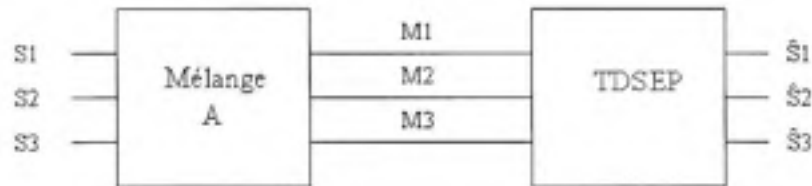


Figure 5.2 Génération des signaux de la simulation des fausses synchronies.

Maintenant que nous avons tous les signaux, on applique la mesure de synchronies de phase. L'indice de synchronie de phase R correspond au phase-locking moyen dans la bande spectrale [0.1:0.2Hz]. Celle-ci est choisie afin de contenir les fréquences propres. Le phase-locking est calculé avec une fenêtre d'analyse de 300 secondes. La résolution temporelle est 50 secondes. Pour chaque type de signaux (les sources, les signaux mélangés et les sources estimées), les synchronies sont mesurées sur les 3 combinaisons de paires possibles. Les résultats sont illustrés à la figure 5.3.

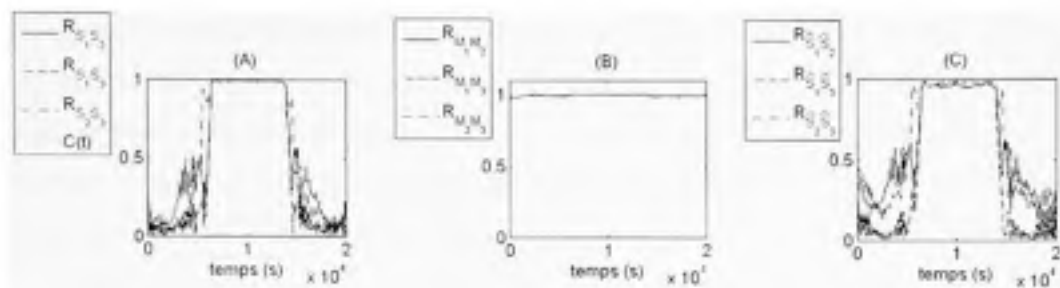


Figure 5.3 La fausse synchronie.

(A): $R_{O_1 O_2}$, $R_{O_1 O_3}$, $R_{O_2 O_3}$ correspondent respectivement aux synchronies de phase mesurées entre les oscillateurs 1-2, 1-3 et 2-3.

(B): $R_{M_1 M_2}$, $R_{M_1 M_3}$, $R_{M_2 M_3}$ correspondent respectivement aux synchronies de phase mesurées entre les oscillateurs mélangés 1-2, 1-3 et 2-3.

(C): $R_{S_1 S_2}$, $R_{S_1 S_3}$, $R_{S_2 S_3}$ correspondent respectivement aux synchronies de phase mesurées entre les sources estimées par TDSEP 1-2, 1-3 et 2-3.

La figure montre que le niveau de synchronie est beaucoup plus élevé sur les signaux mélangés. Il est constant et maximal (il est égal à 1) pour les 3 paires de signaux mélangés. Tandis que pour les signaux sources et les signaux sources estimés, la synchronie de phase suit le couplage progressif. Les niveaux de synchronies sont quasiment identiques sur les sources et les sources estimées. La séparation de sources a permis de retrouver à partir des signaux mélangés, les composantes initiales, soit les sources. Ainsi, on voit clairement que le mélange a généré de la synchronie.

Cette expérience montre que dans le cadre de l'EEG de scalp, la mesure de synchronies sur des signaux EEG de scalp peut contenir de la synchronie qui n'est pas due à l'activité du cerveau mais à son intégration. Cette fausse synchronie est appelée 'spurious synchrony' dans les travaux de Meineck et al.[19].

Cette expérience n'a malheureusement pas pu être réalisée sur de vrais signaux EEG car nous n'avons pas eu la possibilité d'avoir des EEG intracrâniens et des EEG de scalp enregistrés simultanément. Ce type de données est très rare car l'enregistrement simultané en surface et en profondeur comporte un risque d'infection pour le patient. Cette application au cas réel nécessite de faire la comparaison entre les synchronies en profondeur et les synchronies en surface pour vérifier si l'effet d'intégration génère de la fausse synchronie.

CONCLUSION

Les travaux de recherches présentés dans ce mémoire ont pour objet d'apporter des éléments de réponse au problème non résolu de la prédiction des crises d'épilepsie. Ici, on s'intéresse aux mesures de variations de synchronies et on les applique aux signaux EEG dans le but de détecter le début de crise et d'extraire, durant la période pré-ictale, des signes avant-coureurs de la crise. Pour cela, on définit dans un premier temps la synchronie de phase et on développe la méthodologie pour la mesurer. C'est la partie traitement de signal qui présente les outils mathématiques permettant de projeter le signal dans le temps et la fréquence, d'extraire les fréquences instantanées (et par conséquent les phases instantanées) et ainsi de détecter la synchronie de phase. Ensuite, on se penche sur la mesure quantitative de synchronies et on présente trois indices de synchronies issus de la littérature : le phase-locking, l'indice de synchronie de phase partielle et l'indice ρ ; le phase-locking étant le véritable indice pour quantifier la synchronie de phase entre plusieurs canaux. Les deux autres sont des variantes. L'indice de synchronies de phase partielle mesure de la synchronie induite tandis que l'indice ρ est un indice global qui estime la synchronie de phase entre plusieurs canaux. Ainsi, ce travail de recherche définit une nouvelle méthodologie pour caractériser la présence de synchronie dans le plan temps-fréquence obtenu avec des ondelettes analytiques pour s'affranchir de la transformée de Hilbert. L'originalité de cette méthode estime une matrice de synchronie en utilisant l'information des crêtes (l'indice de phase-locking est calculé sur les crêtes d'ondelette). La mesure de synchronie de phase est validée avec des signaux synthétiques et des oscillateurs de Rossler qui peuvent se synchroniser et se désynchroniser avec des couplages qui sont des fonctions du temps. Les pointes-ondes épileptiques apparaissent à l'EEG comme des oscillations synchrones de très courtes durées et une première application réelle de la détection des synchronies de phase est effectuée sur ces événements caractéristiques de la maladie. Ensuite, la mesure de la synchronie de phase est appliquée aux EEG intracrâniens. La quantité importante d'information de synchronies de phase nous amène à définir des métriques pour mesurer globalement les variations de synchronies de phase. La mesure 'd'énergie de crête' permet une très bonne détection du début de crise. Afin de détecter des signes avant-coureurs de la

crise, on compare pour chaque patient les résultats des signaux de crise avec ceux des signaux de repos. Les signaux de repos sont des enregistrements dans lesquels aucune crise n'a été observée sur le plan clinique. Néanmoins, il n'est pas impossible que les signaux de baseline contiennent des crises non-identifiées ou des épiphénomènes de crises qui avortent et qui ne sont pas identifiables. La période pré-ictale peut elle aussi contenir des épiphénomènes récurrents qui ne se manifestent pas complètement et cela jusqu'à ce que la crise se déclenche ? Sur les signaux intracrâniens, nous avons mesuré des variations de synchronies mais la difficulté réside dans leur interprétation. Certaines d'entre-elles pourraient correspondre effectivement à des signes précurseurs de la crise. Les épiphénomènes de crises sont-ils observés avec la mesure des variations de synchronies ? Il y a beaucoup de facteurs qui interviennent dans les résultats des mesures de variations de synchronies : le type de crise, l'emplacement des électrodes, la bande spectrale visitée ... Dans notre application, nous avons sélectionné une électrode sur deux de la base de données. Les capteurs sur les électrodes intracrâniennes sont espacés d'un centimètre. Seule la moitié de l'activité bioélectrique locale disponible a été analysée. Par conséquent, il est possible que les variations de synchronies obtenues avec la moitié de la base de données ne nous donnent pas autant d'informations que si nous avions utilisé toute la base de données. Ainsi, l'ensemble des résultats obtenus avec les signaux intracrâniens montre que la synchronie ne constitue pas un indice fiable et universel pour caractériser des changements typiques de l'arrivée d'une crise. Cependant, nous avons tout de même trouvé l'indice d'énergie de crête qui permet de détecter dans la bande spectral [4-12Hz] le début de crise dans les signaux intracrâniens identifiés comme des crises. Dans cette étude, on porte un intérêt marqué pour les EEG intracrâniens. Ces mesures locales permettent de se défaire des fausses synchronies qui sont dues aux effets d'intégration qui peuvent être observés dans les EEG de scalp. Ce mémoire présente deux approches pour se défaire des synchronies induite qui ne sont pas dues à l'activité cérébrale. La première considère la séparation de source pour retirer les synchronies dues aux mélanges (EEG de scalp). La seconde considère l'indice de synchronie de phase partielle pour s'affranchir des synchronies dues aux connectivités de réseau. La mesure des variations de synchronies appliquée au problème de la prédiction des crises d'épilepsie n'est pas une mesure valable à elle seule et il faut effectuer d'autres mesures. La

conjoncture de plusieurs mesures peut être considérée comme la solution au problème. Cette étude des variations de synchronies contribue à l'avancement du projet de développement d'un outil numérique de prédiction de crise d'épilepsie. Ces mesures peuvent être également appliquées à d'autres champs de recherches tels que par exemple le domaine du cognitif qui s'intéresse au phénomène de 'binding'. Ce phénomène observable dans l'activité bioélectrique spontanée du patient correspond au recrutement de signaux de neurones ayant une activité synchrone. Ce phénomène est mis en évidence lors d'un examen où l'on demande au patient d'effectuer une tâche répétitive (mouvements, calcul mental, mémorisation ...). Ce type de recherches est d'un intérêt évident en psychologie et en neurologie. Mais aussi dans le domaine de la finance où l'on étudie les différents facteurs responsables de la montée ou de la chute des cours de la bourse. L'activité financière, elle aussi, peut présenter des variations de synchronies caractérisant les signes avant-coureurs d'une crise financière.

ANNEXE I

L'ANALYSE EN COMPOSANTE PRINCIPALE

La PCA est une technique de séparation de source. Les composantes principales correspondent à des sources décorréées. La PCA requiert initialement une opération de centrage des données qui consiste à retrancher d'une variable sa moyenne. Ainsi, la moyenne de la variable obtenue après centrage est nulle.

1. La SVD

La matrice de covariance des observations s'exprime sous la forme:

$$C_x = E\{xx^T\}$$

x : matrice observation contenant n observations (lignes) de T échantillons (colonnes). Les observations de moyenne nulles sont décorréées et de variance unitaire si la matrice de covariance est égale à l'identité, soit:

$$C_x = I$$

La méthode utilisée pour obtenir une matrice de covariance identitaire est la décomposition en valeur singulière.

$$SVD(C_x) = EDE^T$$

E : Matrice carré dont les colonnes sont les vecteurs propres, soit les axes de la nouvelle base.

D : Matrice diagonale de valeur propre, soit les variances des composantes principales. Plus les valeurs propres sont maximisées (normalisée à 1), plus la décorrélation est forte.

Ainsi, l'objectif est de décomposer en maximisant les valeurs propres. Les valeurs propres insignifiantes peuvent être ignorées et la dimension de E est réduite.

2. Le blanchiment

Le blanchiment est le terme utilisé pour décrire l'étape de décorrélation des données. La matrice de blanchiment est déduite de la SVD et s'exprime sous la forme:

$$V = D^{-\frac{1}{2}} E^T$$

$$X' = V * X$$

X : Matrice d'observation.

X' : Matrice d'observation blanchie.

La PCA est utilisée comme prétraitement de l'ICA. Elle a pour effet de réduire la dimension des datas et d'éliminer le bruit.

ANNEXE II

L'ANALYSE EN COMPOSANTE INDÉPENDANTE

L'analyse en composante indépendante est une méthode d'analyse de données résultant des statistiques, des réseaux de neurones et du traitement du signal. C'est une méthode de séparation de source aveugle qui a pour particularité l'estimation de sources statistiquement indépendante.

1. L'indépendance statistique

Les variables aléatoires y_1, y_2, \dots, y_n sont statistiquement indépendantes si l'information sur y_i ne donne aucune information sur y_j pour $i \neq j$. Mathématiquement, l'indépendance s'exprime à l'aide des densités de probabilité des variables aléatoires. Il y a indépendance si la fonction de densité de probabilité jointe se factorise en fonctions des densités de probabilité marginales:

$$p(y_1, y_2, \dots, y_n) = p_1(y_1) p_2(y_2) p_3(y_3) \dots p_n(y_n).$$

2. Le modèle ICA

L'analyse en composante indépendante d'un vecteur aléatoire $X = [X_1, X_2, \dots, X_N]^T$ repose sur un modèle de mélange linéaire instantané non bruité de la forme:

$$X_{[N \times T]} = A_{[N \times N]} S_{[N \times T]}$$

$X_{[N \times T]}$: N observations de t échantillons connus.

$A_{[N \times N]}$: Matrice de mélange inconnu.

$S_{[N \times T]}$: N sources de T échantillons inconnus

Les conditions du modèle ICA :

- Les distributions des sources latentes doivent être non-gaussienne.
- Le nombre de sources est égal au nombre d'observation.

Les indétermination de l'ICA :

- Les sources ICA ne sont pas ordonnées (contrairement aux sources PCA qui sont ordonnées selon les valeurs propres de la matrice de covariance).
- L'amplitude et le signe des sources sont indéterminables. Les sources restent statistiquement indépendantes lorsqu'elles sont multipliées par une constante non nulle.

Le problème inverse :

Il correspond au modèle inverse de l'ICA, soit :

$$\hat{S}_{(N \times T)} = A_{(N \times N)} X_{(N \times T)}$$

$\hat{S}_{(N \times T)}$: N sources estimées de T échantillons.

$A_{(N \times N)}$: Matrice de démixage inconnu.

$X_{(N \times T)}$: N observation de T échantillons connus.

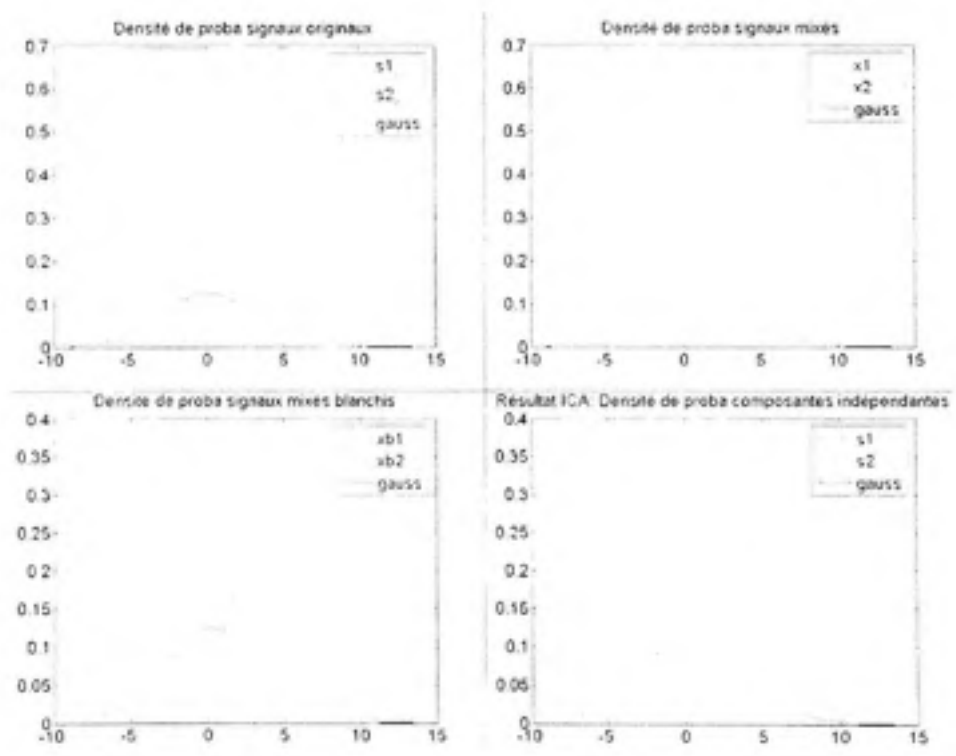
3. L'estimation du modèle ICA

Il existe plusieurs méthodes pour mesurer l'indépendance et ainsi estimer le modèle ICA: la maximisation de la non-gaussianité, l'estimation de la vraisemblance maximum, la minimisation de l'information mutuelle ... Ici, à titre d'exemple, on choisit d'introduire la première de ces méthodes. La maximisation de la non-gaussianité se justifie par le théorème de la limite centrale. Ce dernier stipule qu'une somme de distribution non-gaussienne (variables aléatoires indépendantes) tend vers une distribution gaussienne. Plus la non-gaussianité entre les signaux est maximum et plus les signaux sont indépendants. Il existe deux fonctions de coût pour mesurer la non-gaussianité d'un vecteur: le

kurtosis et la néguentropie. La minimisation de ces fonctions objectives permet de maximiser la non-gaussianité. La néguentropie est la différence entre l'entropie d'une variable gaussienne et l'entropie du vecteur mesuré. La résolution du modèle ICA consiste à optimiser la convergence des fonctions de coût à l'aide d'un algorithme. Des techniques telles que la descente de gradient et l'itération de Newton sont utilisées pour optimiser l'algorithme. De plus, pour éviter que les estimations convergent vers la même composante, il est nécessaire d'imposer l'orthogonalité des estimations. L'orthogonalisation par déflation estime itérativement les sources et utilise la procédure de Gram-Schmidt pour orthogonaliser chaque estimation. L'orthogonalisation symétrique orthogonalise simultanément toutes les estimations. FASTICA est un algorithme très connu, proposé par Hyvarinen et Oja, basé sur la maximisation de la non-gaussianité, l'itération de Newton et l'orthogonalisation. La littérature montre de nombreux algorithmes ICA basés sur d'autres méthodes.

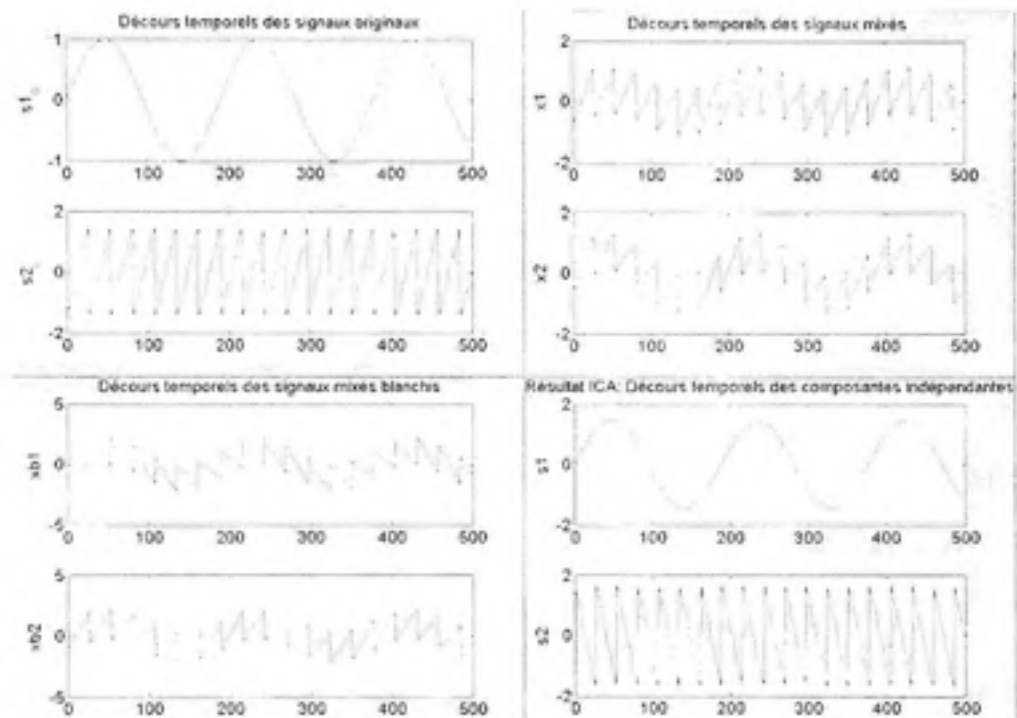
4. Illustration de l'ICA

- Densité de probabilité :

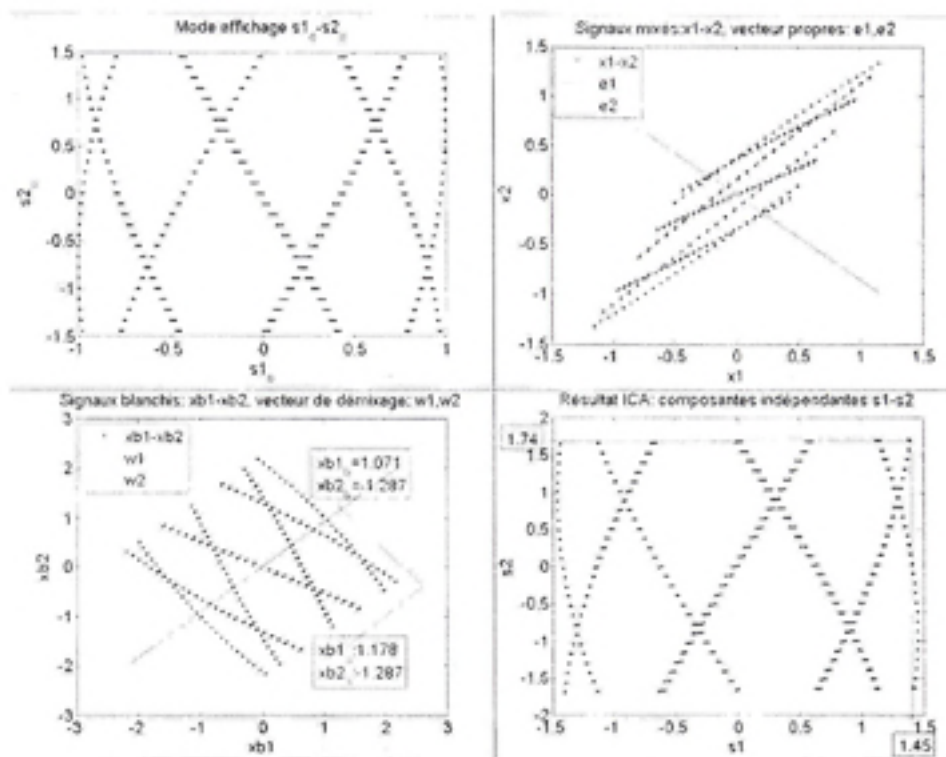


Les signaux originaux ont des densités de probabilité non gaussienne. Les densités de probabilité des signaux mélangés tendent vers des distributions gaussiennes (Théorème limite centrale). Les signaux blanchis ont une variance unitaire. L'ICA permet de retrouver les densités des signaux originaux.

- Décours temporel :



Dans le cas où les signaux seraient aléatoires (non-déterministe), les figures carrés et en losange se composeraient d'un nuage de points désordonnés. Les vecteurs propres $e1$, $e2$ maximise la variance et sont orthogonaux. Les échelles des axes étant différentes, la perpendicularité est déformée. La projection des signaux blanchis sur les vecteurs de la matrice de démixage fourni les nouvelles coordonnées. Celle-ci est présentée comme le résultat de l'ICA.



ANNEXE III

LA TDSEP

La corrélation croisée temporelle correspond à la corrélation d'un signal par rapport à une version décalée d'un autre signal. Elle s'écrit sous la forme d'une matrice de corrélation décalée. La décorrélation temporelle s'effectue en minimisant la fonction de coût suivante:

$$l_i(C_{ij}) = \sum_{i \neq j} \langle y_i(t) y_j(t) \rangle^2 + \sum_{k=1}^N \sum_{i \neq j} \langle y_i(t) y_j(t + \tau_k) \rangle^2$$

τ : Délai.

$\langle \rangle$: Moyenne temporelle.

1er terme: corrélation croisée instantanée

2ième terme : somme des matrices de corrélation croisée décalé

Méthode pour la minimisation de la fonction de coût:

1. Filtrage des corrélations linéaires instantanées (blanchiment par PCA)
2. Calcul des matrices de corrélation décalé (plusieurs délais)
3. Diagonalisation simultanée des matrices de corrélation décalées

Cas particulier: pour 2 matrices de corrélation retardées, la diagonalisation est effectuée par une SVD dont on déduit une matrice de rotation.

Pour plusieurs matrices de corrélation retardées, la matrice de rotation est approximée par des rotations élémentaires de Jacobi chacune essayant de minimiser les éléments de la diagonale de la matrice de corrélation décalée.

L'approximation de la matrice de mélange s'écrit:

$$\hat{A} = W^{-1}Q$$

\hat{A} : Matrice de mélange approximé.

W : Matrice de blanchiment.

Q : Matrice de rotation.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Anemüller, Sejnowski and Makeig, *Complex spectral-domain independent component analysis of electroencephalographic data*, ICA2003 (2003).
- [2] Anemüller and al., *Unraveling spatio-temporal dynamics in FMRI recordings using complex ICA*.
- [3] Attellis and al., *Prediction of epileptic seizures using accumulated energy in a multiresolution framework*, J. Neurosci. Methods 138 (2004) 107-111.
- [4] Buonviso and al., *A wavelet-based method for local phase extraction from a multifrequency oscillatory signal*, J. Neurosci. Methods 160 (2007) 135-143.
- [5] Comon, *Independent component analysis, A new concept?*, Signal processing 36 (1994) 287-314.
- [6] Hsieh and al., *ICA-based spatiotemporal approach for single-trial analysis of postmovement MEG beta synchronization*, NeuroImage 20 (2003) 2010-2030.
- [7] Hyvärinen and Oja, *Independent Component analysis: Algorithms and Applications*, Neural Networks, 13(4-5):411-430, 2000.
- [8] Hyvärinen, Karhunen, Oja, *Independent component analysis*, ISBN 0-471-40540-X, 2001.
- [9] Iasemidis and al., *Adaptive epileptic seizure prediction system*, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol.50, NO.5 (2003).
- [10] Lachaux and al., *Measuring phase synchrony in brain signals*, Human Brain Mapping 8, (1999) 194-208.
- [11] Le Van Quyen and al., *Precictal state identification by synchronization changes in long-term intracranial EEG recordings*, Clin. Neurophysiol. 116 (2005) 559-568.
- [12] Le Van Quyen, *Anticipating epileptic seizures: from mathematics to clinical applications*, Neuroscie. (2005).
- [13] Le Van Quyen, *Imaging brain synchrony at high spatio-temporal resolution: application to MEG signals during absence seizures*. Signal Processing 85 (2005) 2101-2111

- [14] Le Van Quyen, *Exploring the dynamics of collective synchronizations in large ensembles of brain signals*, Journal of Physiology 100 (2006) 194-200.
- [15] Mallat, *Une exploration des signaux en ondelettes*, ISBN 2-7302-0733-3 (2000).
- [16] McSharry and al., *Comparison of predictability of epileptic seizures by a linear and a nonlinear method*, IEEE Transactions on Biomedical Engineering, vol.50, NO.5 (2003).
- [17] Mormann, *Synchronization phenomena in the human epileptic brain* (2003).
- [18] Mormann and al., *On the predictability of epileptic seizures*, Clin. Neurophysiol 116 (2005) 569-587.
- [19] Meinecke and al., *Measuring phase synchronization of superimposed signals*, Phy. Rev. Lett. 94, 084102 (2005).
- [20] Ossadtchi and al., *Automated interictal spike detection and source localization in MEG using ICA and spatio-temporal clustering*, (2003).
- [21] Renault, *Imagerie cérébrale fonctionnelle électrique et magnétique*, ISBN 2-7462-0837-7 (2004).
- [22] Rodriguez and al., *Perception's shadow: long-distance synchronization of human brain activity*, Nature 397 (1999).
- [23] Rudrauf and al., *Frequency flows and the time-frequency dynamics of multivariate phase synchronisation in brain signals*, NeuroImage 31 (2006) 209-227.
- [24] Schelter and al., *Partial phase synchronization for multivariate synchronizing systems*, Phy. Rev. Lett. 96, 208103 (2006).
- [25] Tass and al., *Synchronization tomography: anatomical localization of synchronized brain rhythms with magnetoencephalography*, NIC Series 20 (2003) 377-386.
- [26] Thakor and Tong, *Advances in quantitative electroencephalogram analysis methods*, Annu. Rev. Biomed. Eng. 6 (2004) 453-495.
- [27] Trujillo and al., *EEG phase synchrony differences across visual perception conditions may depend on recording and analysis methods*, Clin. Neurophysiol 116 (2005) 172-189.
- [28] Varela and Thompson, *Neural Synchrony and the unity of mind: a neurophenomenological perspective*, (2001).

- [29] Ziehe and Müller, *TDSEP - an efficient algorithm for blind separation using time structure*, ICANN (1998) 675-680.
- [30] Zhukov and al., *Independent Component Analysis for EEG source localization in realistic head models*.