

# Optimisation et étalonnage d'un Robot Sériel pour l'Impression 3D

par

Evan ROLLAND

MÉMOIRE PAR ARTICLES PRÉSENTÉ À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE  
SUPÉRIEURE  
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE LA MAÎTRISE  
AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE DE LA PRODUCTION AUTOMATISÉE  
M. Sc. A.

MONTRÉAL, LE 14 NOVEMBRE 2025

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Evan Rolland, 2025



Cette licence Creative Commons signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette oeuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'oeuvre n'ait pas été modifié.

**PRÉSENTATION DU JURY**

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE:

M. Ilian Bonev, directeur de mémoire  
Département de génie des systèmes, École de technologie supérieure

M. Zhaoheng Liu, président du jury  
Département de génie mécanique, École de technologie supérieure

M. Jean-Philippe Roberge, membre du jury  
Département de génie des systèmes, École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 13 NOVEMBRE 2025

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE



## AVANT-PROPOS

Ce mémoire a été réalisé dans le cadre d'une maîtrise en génie de la production automatisée au sein du CoRo, le laboratoire de robotique de l'École de Technologie Supérieure. Il a été financé par *Nissan North America* et Mitacs. Mon intérêt pour la fabrication additive et la robotique — deux domaines que j'ai découverts lors d'un stage en recherche et développement mécanique en robotique agricole — m'a conduit à choisir ce sujet.

J'y ai vu l'opportunité de contribuer à l'innovation en impression 3D tout en explorant des problématiques qui me passionnent : la modélisation mathématique dans l'espace (repères, matrices homogènes, cinématique des robots), la programmation et l'expérimentation sur un robot réel.

L'objectif était de participer à l'avancée des procédés d'impression 3D, de satisfaire ma curiosité quant aux limites des robots actuels et de renforcer mes compétences en robotique de précision.



## **REMERCIEMENTS**

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à Ilian Bonev pour son encadrement et ses précieux conseils tout au long de ce travail. Je remercie également Yasser Krim, Ahmed Joubair, Guillaume Dupoiron, Victor Dang, Ali Chokre, Jonathan Boutin et Jean-Philippe Roberge pour leur aide, leurs discussions et leur disponibilité.

Ma reconnaissance s'étend à Nissan North America et Mitacs pour la confiance et le soutien matériel, technique ou financier qui a rendu cette recherche possible.

Je souhaite aussi remercier Laurent Patrouix, dont les cours de mécanique et de fabrication additive suivis à l'École Centrale de Lille ont éveillé mon intérêt pour ces domaines, et ont indirectement contribué au choix de ce sujet.

Enfin, j'adresse mes remerciements à ma famille et mes proches, pour leur patience, leur compréhension et leur encouragement constant.



# Optimisation et étalonnage d'un Robot Sériel pour l'Impression 3D

Evan ROLLAND

## RÉSUMÉ

Ce mémoire présente une approche pour augmenter les capacités de l'impression 3D par photopolymérisation de cuve (VPP) à l'aide d'un bras robot sériel.

Le premier volet présente un dispositif d'étalonnage fondé sur une sonde TriCal (trois comparateurs linéaires orthogonaux) fixée sur le bac de résine via un couplage cinématique positionnable en trois orientations répétables. Un outil d'étalonnage monté sur le robot porte trois billes de précision servant de référence pour la mesure. Par un recentrage itératif automatique, le robot aligne successivement chacune des billes sur l'origine de la sonde, pour un ensemble de postures (bras + rail) choisies soigneusement. Le modèle géométrique s'appuie sur la convention MDH modifiée et un terme de compliance articulaire pour tenir compte des effets de la gravité sur le bras robot. Sur environ 3 300 configurations mesurables simulées, 40 sont sélectionnées par analyse d'observabilité (indice  $O_1$ ) et algorithme DetMax, puis enchaînées par résolution d'un TSP et planification sans collision. L'identification itérative (moindres carrés linéarisés) porte sur 34 paramètres (bras, rail, pose du bac). Une validation indépendante par laser tracker montre une amélioration de l'exactitude relative dans le repère du bac de 1,272 mm à 0,271 mm sur des poses aléatoires, et à 0,220 mm en moyenne le long d'un chemin d'impression représentatif, comparable à des épaisseurs de couche de l'ordre de quelques dizaines de micromètres.

Le second volet traite l'optimisation de l'étape d'impression. La chaîne cinématique est inversée : la bride est fixée au monde et le « TCP » est la zone de polymérisation au fond du bac. Un degré de liberté virtuel de rotation d'écran (SLA) est ajouté, portant le système à 8 DDL. La cinématique inverse est résolue sous contraintes (tolérance de pose, butées, non-collision, continuité) et évaluée par des métriques multi-objectifs : manipulabilité, marge normalisée aux butées, et sensibilité. L'algorithme suit une stratégie déterministe : balayage discret de l'orientation globale de la pièce, échantillonnage initial par séquences de Halton, filtrage de faisabilité sur trajectoire raréfiée, puis raffinement et classement multi-critères. Cette chaîne permet d'éliminer rapidement les orientations non faisables et de retenir des trajectoires d'impression offrant une bonne faisabilité et robustesse des trajectoires d'impression, en tirant partie de la redondance du robot.

Les contributions majeures sont : une méthode de calibration adaptée à la VPP robotisée validée expérimentalement ; un cadre d'optimisation multi-objectifs reproductible, compatible avec un modèle calibré ; et des perspectives concrètes (augmentation des capacités de l'impression VPP, résolution de redondance privilégiant le rail, recalibrations périodiques) pour un déploiement industriel.

**Mots-clés:** impression 3D, photopolymérisation de cuve, robot sériel, calibration robot, optimisation multi-objectif, cinématique inverse, planification de trajectoire



# Calibration and optimization of a Serial Robot for 3D printing

Evan ROLLAND

## ABSTRACT

This thesis presents an approach to extend the capabilities of vat photopolymerization (VPP) 3D printing using a serial robotic arm.

The study is structured in two parts. The first introduces a semi-automated, low-cost, and portable calibration method. A TriCal probe (three orthogonal dial indicators) is mounted on the resin vat through a kinematic coupling that can be repositioned in three repeatable orientations. A calibration tool carried by the robot holds three precision spheres serving as measurement references. Through iterative automatic recentering, the robot successively aligns each sphere with the probe origin across a carefully chosen set of joint-rail postures. The geometric model relies on the modified Denavit–Hartenberg convention and incorporates a joint compliance term to account for gravity effects on the robot. From roughly 3,300 measurable configurations in simulation, 40 poses are selected using observability analysis (index  $O_1$ ) and a DetMax algorithm, then sequenced via a Traveling Salesman Problem solver and collision-free planning. Iterative parameter identification (linearized least squares) covers 34 parameters (arm, rail, vat pose). Independent validation with a laser tracker shows an improvement in relative accuracy in the vat frame from 1.272 mm to 0.271 mm on random poses, and to 0.220 mm on average along a representative printing path.

The second part addresses optimization of the printing stage. The kinematic chain is inverted : the robot flange is fixed to the world, and the “TCP” corresponds to the polymerization zone at the vat bottom. A virtual degree of freedom for screen rotation (SLA) is introduced, bringing the system to 8 DOFs. Inverse kinematics is solved under constraints (pose tolerance, joint limits, collision avoidance, continuity) and evaluated through multi-objective metrics : translational and rotational manipulability, normalized joint-limit margin, and positional/angular sensitivity. The algorithm follows a deterministic coarse-to-fine strategy : discrete sweeping of global part orientations, initial sampling via Halton sequences, feasibility filtering on a sparsified trajectory, then refinement and multi-criteria ranking. This pipeline rapidly eliminates infeasible orientations and selects printing trajectories with wide joint margins and low error amplification at the contact point.

The main contributions are : a calibration method tailored to robotized VPP and validated experimentally ; a reproducible multi-objective optimization framework consistent with a calibrated model ; and concrete perspectives (enhanced VPP capabilities, redundancy resolution favoring the rail axis, periodic recalibration) toward industrial deployment.

**Keywords:** 3D printing, vat photopolymerization, serial robot, robot calibration, multi-objective optimization, inverse kinematics, trajectory planning



## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE .....	5
1.1 Aperçu de la revue de littérature .....	5
1.2 Fondements de la robotique industrielle .....	5
1.2.1 Classification des robots et cinématiques .....	5
1.2.2 Applications des bras sériels en fabrication avancée .....	7
1.3 Impression 3D VPP .....	8
1.3.1 Évolutions récentes et limites des procédés VPP .....	8
1.3.2 Intégration robotique dans les cellules d'impression .....	9
1.4 Etalonnage de bras industriel .....	12
1.4.1 Modélisation du robot .....	12
1.4.1.1 Paramètres de Denavit-Hartenberg (DH) .....	13
1.4.1.2 DH modifiés (MDH) .....	14
1.4.1.3 Modèle par produit exponentiel .....	15
1.4.1.4 S model .....	15
1.4.1.5 Modèle complet et paramétriquement continu .....	15
1.4.2 Types d'erreurs et niveaux d'etalonnage .....	16
1.4.2.1 Erreurs géométriques .....	16
1.4.2.2 Erreurs non géométriques .....	16
1.4.2.3 Étalonnage de niveau 1 .....	17
1.4.2.4 Étalonnage de niveau 2 .....	17
1.4.2.5 Étalonnage de niveau 3 .....	18
1.4.3 Techniques de mesure et dispositifs .....	18
1.4.3.1 Méthodologie d'etalonnage : boucle ouverte ou boucle fermée .....	19
1.4.3.2 Outils de mesure .....	20
1.4.4 Identification et correction des paramètres du modèle .....	22
1.4.4.1 Méthodes d'identification .....	22
1.4.5 Mesure .....	23
1.4.5.1 Sélection des positions de mesure .....	23
1.4.5.2 Création d'une trajectoire optimale .....	25
1.5 Optimisation de la configuration d'impression .....	26
1.5.1 Modélisation .....	26
1.5.2 Calculs cinématiques inverse et directs .....	28
1.5.3 Décisions globales avant impression (configuration initiale) .....	30
1.5.4 Exécution et continuité le long de la trajectoire (pose par pose) .....	32
1.5.5 Cadre multi-objectif pour l'optimisation .....	32
1.5.6 Critères d'optimisation et métriques utilisée .....	33
1.5.7 Algorithmes pour l'optimisation multi-critères .....	36

1.5.7.1	Approches évolutionnaires .....	36
1.5.7.2	Stratégies hybrides déterministes (coarse-to-fine) .....	36
<b>CHAPITRE 2</b>	<b>MÉTHODOLOGIE ET DÉMARCHE DE TRAVAIL</b> .....	<b>41</b>
2.1	Présentation des deux axes : calibration du système et optimisation de l'impression	41
2.1.1	Etalonnage géométrique et d'alignement (Article 1) .....	41
2.1.2	Optimisation de la configuration d'impression .....	42
2.2	Structure du document .....	43
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>NOVEL CALIBRATION METHOD</b> .....	<b>45</b>
3.1	Introduction .....	45
3.2	Hardware and Measurement Procedure .....	49
3.2.1	3D probe and kinematic coupling between device and resin tank .....	50
3.2.2	Calibration end-effector .....	53
3.2.3	Communication .....	54
3.2.4	Measurement strategy .....	54
3.2.5	Measurement uncertainties .....	55
3.3	Robot modeling .....	56
3.4	Calibration method .....	60
3.4.1	Obtaining measurable robot joint positions .....	60
3.4.2	Selecting the optimal measurable joint positions .....	60
3.4.3	Measurement process .....	62
3.4.4	Identification of the 34 error parameters .....	62
3.5	Validation using a laser tracker .....	65
3.6	Conclusions .....	69
3.7	Acknowledgments .....	69
<b>CHAPITRE 4</b>	<b>OPTIMISATION DE LA CONFIGURATION D'IMPRESSION</b> .....	<b>71</b>
4.1	Introduction .....	71
4.2	Méthodologie .....	72
4.2.1	Modélisation de la chaîne cinématique inversée .....	72
4.2.2	Pièces de référence .....	74
4.2.3	Planification cinématique inverse .....	76
4.2.3.1	Formulation rapide .....	76
4.2.3.2	Contraintes dures .....	76
4.2.3.3	Régularisations et préférences (coûts) .....	79
4.2.3.4	Schéma compact du problème (un point de trajectoire) .....	80
4.2.4	Métriques d'évaluation et score multi-objectif .....	81
4.2.4.1	Manipulabilité .....	81
4.2.4.2	Marge aux butées articulaires .....	82
4.2.4.3	Sensibilité .....	83
4.2.5	Optimisation en deux temps : grossière puis rafinée .....	84
4.3	Résultats .....	86
4.3.1	Objectif premier : faisabilité et coût .....	87

4.3.2 Raffinement et évaluation multi-critères .....	90
4.4 Conclusion du chapitre .....	92
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS .....	
5.1 Bilan et contributions .....	93
5.1.1 Étape de calibration bras+rail+outil. ....	93
5.1.2 Étape d'optimisation de la configuration d'impression .....	93
5.2 Résultats clés et mise en perspective .....	94
5.3 Limites observées .....	94
5.4 Recommandations et perspectives .....	95
5.5 Conclusion générale .....	96
ANNEXE I TABLEAU DES RÉSULTATS DU PROCESSUS D'ÉTALONNAGE ....	97
ANNEXE II TABLEAUX DE SYNTHÈSE DE L'OPTIMISATION DE CONFIGURATION D'IMPRESSION .....	99
BIBLIOGRAPHIE .....	105



## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 3.1	Valeurs numériques des positions du TriCal .....
Tableau 3.2	Valeurs numériques des positions des sphères de calibration .....
Tableau 3.3	Paramètres du modèle Denavit–Hartenberg Modifié .....
Tableau 3.4	Paramètres des repères de référence de la base du robot et des origines des sphères de calibration .....
Tableau 3.5	Paramètres cinématiques et statiques du modèle .....
Tableau 4.1	Résumé des pièces de référence pour l'optimisation .....
Tableau 4.2	Configurations d'impression retenues .....



## LISTE DES FIGURES

	Page	
Figure 0.1	Schéma 3D photopolymérisation volumique .....	1
Figure 1.1	Schéma 3D classification des robots .....	6
Figure 1.2	Robot CEAD Flexbot .....	8
Figure 1.3	Schéma 3D systèmes d'impression VPP .....	10
Figure 1.4	Schéma cinématique directe/inverse .....	13
Figure 1.5	Schéma méthode DH .....	14
Figure 1.6	Schéma méthode DH pour le Meca500 .....	15
Figure 1.7	Schéma Etalonnage en boucle fermée/ouverte .....	19
Figure 1.8	Exemple de pièce à imprimer .....	31
Figure 1.9	Comparaison séquences quasi-aléatoires et pseudo-aléatoires .....	38
Figure 2.1	Système expérimental .....	42
Figure 3.1	Schéma 3D du système d'impression en développement .....	48
Figure 3.2	Photo de l'installation expérimentale pendant la mesure .....	50
Figure 3.3	Schéma du bain de résine .....	51
Figure 3.4	Photos des trois positions de l'artefact de mesure .....	52
Figure 3.5	Photos de la mesure des outils de calibration à la CMM .....	52
Figure 3.6	Schéma des repères de référence utilisant la norme MDH .....	57
Figure 3.7	Photo du processus de vérification par suiveur laser .....	66
Figure 3.8	Fréquence des erreurs de position .....	67
Figure 3.9	Graphique 3D des erreurs de position .....	68
Figure 3.10	Fréquence des erreurs de position pour une trajectoire d'impression .....	68
Figure 4.1	Image de synthèse de l'écran SLA .....	74

Figure 4.2	Schéma des liens de la chaîne inversée .....	75
Figure 4.3	Aperçu global des pièces P1–P4 .....	77
Figure 4.4	Visuel et formes primitives de collision .....	80
Figure 4.5	Exemples de rotations globale de la pièce .....	85
Figure 4.6	Exemples de postures initiales .....	85
Figure 4.7	Cartes de faisabilité comparées à l'angle de rotation pour les 4 pièce ....	88
Figure 4.8	Carte de faisabilité comparées à l'angle de rotation de la pièce 4 .....	89
Figure 4.9	Graphique des temps de recherche pour les 4 pièces .....	90

## LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

ETS	École de Technologie Supérieure
VPP	<i>Vat Photopolymerization</i> (photopolymérisation de cuve)
SLA	Stéréolithographie
TFF	<i>Task Frame Formalism</i> (spécification orientée tâche)
1D , 2D, 3D	Une, deux ou trois dimension
TriCal	outil innovant composé de trois comparateurs mécaniques numériques linéaires orthogonaux
SCARA	<i>Selective Compliance Assembly Robot Arm</i> - architecture de robot
DDL	degrés de liberté
DLP	<i>Digital Light Processing</i> - type d'impression 3D par photopolymérisation de cuve
DH	Denavit-Hartenberg
MDH	<i>Modified Denavit-Hartenberg</i> - Denavit-Hartenberg modifié
POE	<i>product of exponential</i> - produit exponentiel
CPC	complet et paramétriquement continu
VJM	<i>virtual Joint Modeling</i>
CMM	<i>coordinate-measuring machine</i> - machines à mesurer tridimensionnelle
TCP	<i>Tool Center Point</i> (repère de l'outil au niveau de l'application de la tâche)
SVD	<i>singular values decomposition</i> - décomposition en valeurs singulières
DETMAX	Algorithme de sélection optimale
TSP	<i>Travelling Salesman Problem</i> - problème du voyageur de commerce
RRT*	<i>Rapidly-exploring Random Tree Optimal</i> - arbres de recherche aléatoire optimal
PRM*	cartes de faisabilité paresseuse
SBL	planificateur paresseux bidirectionnel à requête unique
TFF	<i>Task Frame Formalism</i> - spécification orientée tâche
FK	<i>Forward Kinematic</i> - cinématique directe

IK	<i>Inverse Kinematic</i> - cinématique inverse
MOEA	algorithmes évolutionnaires multi-objectif
NSGA-II	<i>Non-dominated Sorting Genetic Algorithm</i> - Algorithme génétique par tri non dominé
DOF	<i>degrees-of-freedom</i> - degrés de liberté
MRI	<i>magnetic resonance imaging</i> - imagerie par résonance magnétique
CAD	<i>Computer assisted design</i> - dessin assistée par ordinateur
G-code	code géométrique
SMR	<i>Spherically Mounted Retroreflector</i> - réflecteur sphérique utilisé par le suiveur laser
s.c.	sous contrainte

## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

$m, \text{mm}, \mu\text{m}$	mètres, millimètre, micromètre
$\text{kg}$	kilogramme
$O_i$	origine de l'articulation $i$ de la chaîne cinématique du robot
$X_i$	axe $X$ associé à l'articulation $i$ de la chaîne cinématique du robot
$Y_i$	axe $Y$ associé à l'articulation $i$ de la chaîne cinématique du robot
$Z_i$	axe $Z$ associé à l'articulation $i$ de la chaîne cinématique du robot
$\alpha_i$	rotation entre l'axe $Z_{i-1}$ et $Z_i$
$\theta_i$	rotation entre l'axe $X_{i-1}$ et $X_i$
$a_i$	translation selon l'axe $X_i$ entre $O_i$ et $O_{i+1}$
$d_i$	translation selon l'axe $Z_i$ entre $O_{i-1}$ et $O_i$
$\beta_i$	angle de correction d'alignement
$O_1$	indice d'observabilité
$T_k$	matrice homogène de transformation
$R_k$	composante de rotation de la matrice homogène $T_k$
$p_k$	composante de translation de la matrice homogène $T_k$
$SE(3)$	groupe euclidien
$\delta x$	petite variation de $x$
$J(q)$	Jacobienne au TCP évaluée pour les valeurs angulaires $q = \{q_i\}_0^k$
$\Sigma_q$	matrice diagonale d'erreur articulaire minimes
$tr()$	fonction trace
$H_i^{i-1}$	matrice homogène de transformation DH entre les articulations $i-1$ et $i$
$H_W^0$	matrice homogène de transformation entre le repère du monde et la base
$R_x(), R_y(), R_z()$	matrices homogène de rotation pure autour de $x$ , $y$ et $z$
$T_{xyz}$	matrice homogène de translation pure le long de $x$ , $y$ et $z$
$\theta_{\text{OFS},i}$	décalage angulaire entre le zéro mathématique et la position initiale de l'articulation rotative $i$

$d_{\text{OFS},i}$	décalage linéaire entre le zéro mathématique et la position initiale de l’articulation prismatique $i$
$p_{i,x}, p_{i,z}, p_{i,z}$	coordonnées de translation de la bille de calibration $i$ exprimés dans le monde $W$
$\tau_i$	couple exercé sur l’articulation rotative $i$
$\Gamma_0$	jacobienne d’observabilité initiale
$x_0^W, y_0^W, z_0^W$	coordonnées de translation de la base du robot exprimés dans le repère du monde
$\alpha_0^W, \beta_0^W, \gamma_0^W$	coordonnées de rotation de la base du robot exprimés dans le repère du monde
$x_{T_i}^7, y_{T_i}^7, z_{T_i}^7$	coordonnées du TCP de la bille de calibration $i$ exprimé dans le repère de la bride du robot
$q_i$	variable articulaire de l’articulation $i$
$\mathbf{x}_{\text{meas}}$	vecteur des erreurs cartésiennes
$d_{x,i}, d_{y,i}, d_{z,i}$	composantes de l’erreur cartésienne de la mesure $i$
$\rho_k$	vecteur des paramètres identifiables, évalué à l’itération $k$ de l’algorithme d’étalonnage
$c_i$	composantes de déformabilité due aux couple sur l’articulation $i$
${}^k R_{k+1}(q)$	composante de rotation du lien $k$ exprimé dans le repère du lien $k + 1$ pour la posture articulaire $q$
${}^k \mathbf{p}_{(k+1)}(q)$	composante de translation du lien $k$ exprimé dans le repère de $k + 1$ pour la posture articulaire $q$
$F_k(q)$	vecteur de force de gravité, exprimé dans le repère du lien $k$
$m_k$	masse du lien $k$
$g^{(k)}$	vecteur gravitationnel exprimé dans le repère du lien $k$
${}^k f_j(q)$	force total sur le lien $k$ , exprimé dans le repère du lien $j$ pour la posture articulaire $q$
${}^k n_j(q)$	moment total sur le lien $k$ , exprimé dans le repère du lien $j$ pour la posture articulaire $q$

$W$	matrice de pondération diagonale
$w_1, \dots, w_n$	coefficients de la matrice de pondération $W$
$w_t(q), w_t(q)$	manipulabilité translationnelle et rotationnelle de Yoshikawa
$O_{print}$	point de contact pièce-bain (origine d'impression)
$m_i(q)$	marge aux butées articulaires
$\Sigma_x, \Sigma_\omega$	sensibilité (propagation d'erreur articulaire) translationnelle et rotationnelle
$\Sigma_t, \Sigma_w$	sensibilité (propagation d'erreur articulaire) translationnelle et rotationnelle
$s_t, s_w$	traces des sensibilités translationnelles et rotationnelles



## INTRODUCTION

L'impression 3D par photopolymérisation de cuve, en anglais *Vat Photopolymerization* (VPP), est apparue dans les années 1980. Ce procédé, détaillé pour la première fois dans les travaux de Kodama (1981), et breveté par Hull (1986) repose sur la polymérisation d'une résine liquide sous l'effet d'un rayonnement lumineux projeté sous le bain de résine. Il permet, couche après couche, de créer des pièces tridimensionnelles d'une grande fidélité géométrique, avec des épaisseurs typiques de l'ordre de quelques dizaines de micromètres. Une impression VPP conventionnelle schématisée à la Figure 0.1 se construit selon un seul axe linéaire (1D). Le degré de mouvement limité du plateau d'impression garantie une résolution micrométrique, mais limite la flexibilité de positionnement et l'accès aux géométries complexes.

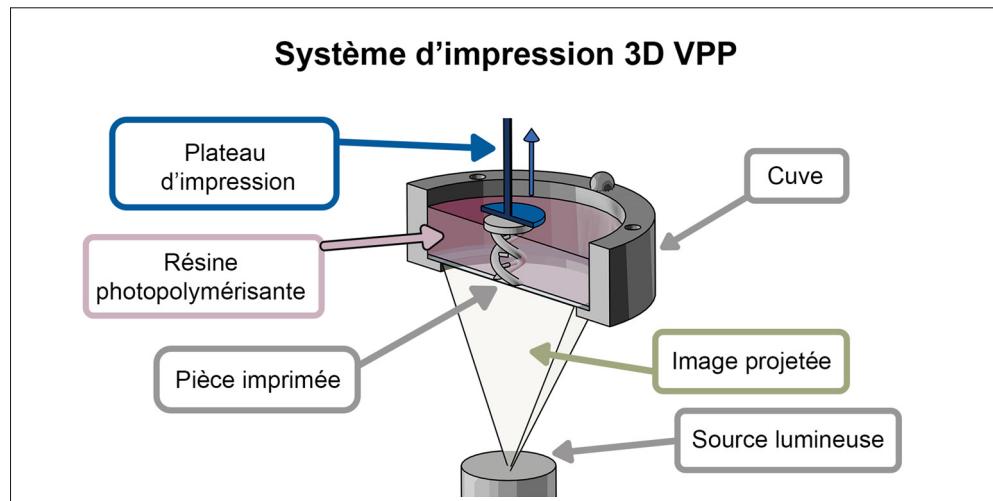


Figure 0.1 Schéma explicatif de l'impression 3D par photopolymérisation volumique

L'utilisation d'un bras robotisé sériel pour réaliser l'impression par résine liquide présente plusieurs atouts. Il offre d'une part une flexibilité spatiale inédite en permettant d'orienter et de positionner chaque couche selon six degrés de liberté, ouvrant la voie à la fabrication de formes organiques et de structures conformes à des géométries avancées. D'autre part le mouvement curviligne continu du robot réduit l'effet d'escalier, ce qui améliore la qualité

de surface et l'homogénéité des matériaux. Enfin, la présence de changeurs d'outils facilite l'intégration des phases de post-traitement et augmente la productivité globale du procédé. Cependant, l'utilisation d'un robot sériel introduit un ensemble de défis inédits. En effet, la cinématique articulée du robot entraîne des erreurs de positionnement, des jeux mécaniques et des déformations structurelles sous l'effet de la gravité, susceptibles de dégrader la précision de positionnement requise pour la polymérisation des couches successives. Aussi, la configuration spatiale de la pièce — sa position et son orientation dans l'espace de travail robotique — influe directement sur la répartition des efforts moteurs, les longueurs de trajectoire et, par conséquent, sur la qualité finale, le temps de cycle et la robustesse du processus. L'étalonnage du robot et l'optimisation de ses configurations deviennent ainsi essentielles pour garantir une impression fiable et performante.

Le mémoire poursuit deux objectifs principaux. Le premier consiste à développer et valider une méthode d'étalonnage semi-automatisée du bras robotisé, fondée sur un dispositif nommé TriCal, consistant en un outil de mesure tridimensionnel couplé cinématiquement au bac de résine, permettant d'identifier les paramètres d'écart du modèle nominal et ainsi améliorer la précision de positionnement et de rotation du robot. Le second vise à formuler et résoudre un problème d'optimisation multi-objectifs — combinant précision géométrique, temps de cycle et sollicitation articulaire — au moyen d'une d'exploration hiérarchique et d'un classement multi-critères, afin d'identifier des compromis exploitables pour la préparation automatique des impressions.

La présentation de ce travail s'articule en cinq chapitres. Le chapitre 1 propose une revue de l'état de l'art couvrant l'impression 3D par polymérisation, les approches d'étalonnage robotique et les méthodes d'optimisation de configuration. Le chapitre 2 décrit la démarche de travail, les outils mobilisés et l'organisation générale du document. Les chapitres 3 et 4 présentent respectivement l'article original sur la nouvelle méthode d'étalonnage par TriCal (Chapitre

3) et l'article consacré à l'optimisation multi-objectifs (Chapitre 4), incluant modélisation, algorithmes et résultats expérimentaux. Enfin, le chapitre 5 discute des contributions, des limites et des perspectives ouvertes par cette recherche, avant de conclure et de formuler des recommandations pour des développements futurs.



# **CHAPITRE 1**

## **REVUE DE LITTÉRATURE**

### **1.1 Aperçu de la revue de littérature**

Dans une volonté d'automatiser et d'accélérer les processus de fabrication, l'utilisation des robots pour la réalisation de pièces de précision a augmenté et avec cela une demande pour des robots de plus en plus précis, dans des domaines de plus en plus variés. La recherche s'est orientée sur la création de nouvelles techniques de modélisation des robots plus réalistes, sur le développement de nouvelles méthodes de calcul des ces modèles et sur l'implémentation de moyens de mesure innovants. Dans une volonté de simplifier et d'automatiser le processus d'étalonnage, certaines recherches se sont axées sur des méthodes à bas coût qui peuvent s'intégrer dans les cellules de fabrication. D'autre part, les méthodes d'optimisation de fabrication à l'aide de robot sont sujet à de nombreuses recherches. La complexité de planification des processus augmente avec le nombre de degrés de liberté de l'outil de fabrication, qui est significativement plus élevé sur les robots que sur les outils traditionnels.

Dans ce chapitre, les types de robot et leur cinématique seront présentés. Leur application dans la fabrication et particulièrement par ajout de matière, ainsi que les moyens de modélisation seront passés en revue. Enfin, les moyens d'optimisation de la planification du processus de fabrication seront abordés.

### **1.2 Fondements de la robotique industrielle**

#### **1.2.1 Classification des robots et cinématiques**

Les robots industriels se classent avant tout selon leur architecture cinématique et la position des actuateurs, ce qui dicte leur aptitude à accomplir des tâches variées en termes de précision, de vitesse et de charge utile (Craig, 2017). On distingue principalement les robots parallèles (Delta,

Stewart) et les robots sériels : cartésiens, SCARA (*Selective Compliance Assembly Robot Arm*) et les robots anthropomorphes. La Figure 1.1 montre un exemple de chacun de ces robots.

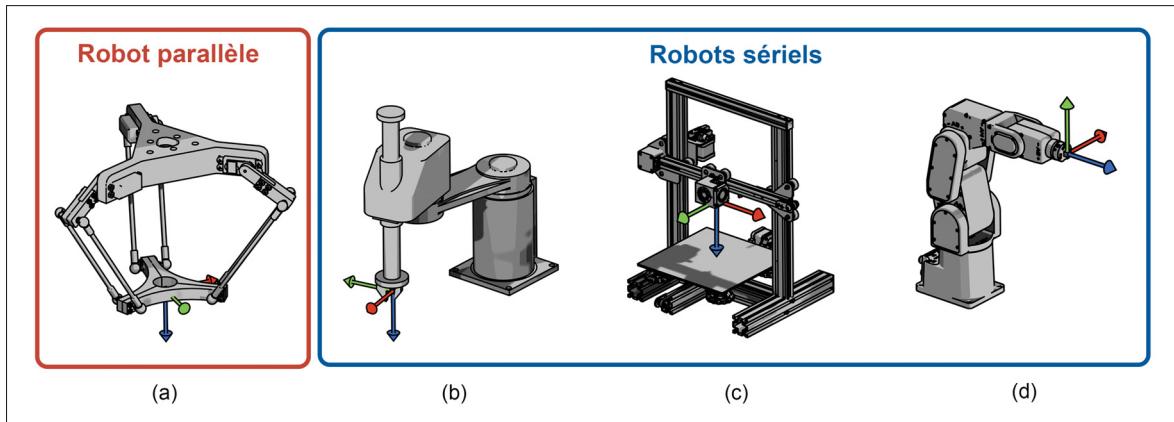


Figure 1.1 Schéma illustratif de la classification des robots avec 4 exemples : (a) un robot Delta, (b) un robot SCARA, (c) un robot cartésien et (d) un bras anthropomorphique

Les **robots parallèles** se caractérisent par une structure fermée. Leur cinématique complexe assure des mouvements très rapides et une grande précision statique, au prix d'une faible amplitude de rotation de l'effecteur et de diminution de la précision lors du suivi de trajectoire (Merlet, 2010). Ils sont parfois utilisés pour l'impression 3D par dépôt de filament (imprimante de type DELTA), mais leur cinématique contraignante limite les possibilités d'innovation et ils sont de moins en moins fréquents sur le marché.

Les **robots sériels** sont classés en plusieurs catégories ; les **robots SCARA** ont généralement 4 DDL (degrés de liberté), avec deux articulations pour le plan horizontal, et un axe rotatif et linéaire vertical, optimisant la rapidité et la rigidité dans le plan XY. Le volume de leur espace de travail dans l'axe Z est cependant limité (Shariatee *et al.*, 2014) c'est pourquoi ils ne sont pas intéressants pour l'impression 3D. Les **robots cartésiens** sont composés de trois axes orthogonaux linéaires (X, Y, Z). Leur grande précision, leur charge utile élevée et la simplicité de modélisation convient aux applications d'impression par dépôt de matière. Ils sont cependant limités dans les mouvements de rotation de leur outil de travail (Mehmood *et al.*, 2025). Les **bras anthropomorphes** comportent 6 à 7 DDL. Ils reproduisent la cinématique du bras humain,

offrant flexibilité d'orientation de l'effecteur et grande étendue de travail. Ils sont omniprésents en soudage, peinture, et plus récemment en usinage et en fabrication additive robotisée (Tsai, 1999).

### 1.2.2 Applications des bras sériels en fabrication avancée

L'utilisation de robots sériels en fabrication avancée est relativement récente. Les avancées en matière de précision des encodeurs, compacité des moteurs, fiabilité des réducteurs et réalisme des modèles de cinématique inverse ont permis d'augmenter la rigidité et la répétabilité de ces robots (Gao *et al.*, 2025). Grâce à cela, de plus en plus de processus de fabrication évoluent depuis des robots cartésiens vers des robots anthropomorphiques, pour des questions d'automatisation et d'adaptabilité, mais aussi pour permettre la création de nouvelles formes innovantes (Bhatt *et al.*, 2020b).

Dans la littérature récente dans le domaine de l'impression par dépôt de fil fondu, Bhatt *et al.* (2020b) et Ji *et al.* (2023) soulignent que l'utilisation d'un bras robotique permet de bénéficier d'une liberté de trajectoire accrue, d'assurer l'impression *in situ* sur des géométries complexes, de produire des composants multi-matériaux et de coordonner plusieurs robots pour accélérer significativement le débit de fabrication, tout en intégrant directement des opérations d'usinage en ligne.

De leur côté, De Marzi *et al.* (2023) ont créé une cellule robotique équipée d'un robot sériel et d'un outil innovant hybride, qui regroupe dépôt de filament et polymérisation par UV, permettant de créer des structures complexes sans les contraintes de l'impression couche par couche. Cela rend possible la réduction de l'effet d'escalier et une plus grande maîtrise des propriétés mécaniques. Dans son article de revue, Marsh (2011) détaille l'intérêt du dépôt de fibre grâce à un bras anthropomorphique, qui ouvre la voie à l'automatisation de la production dans le domaine de l'aérospatial.

On peut aussi trouver des solutions commerciales d'impression à très grand volume par l'utilisation d'un bras sériel comme le Flexbot proposé par l'entreprise CEAD, illustré sur la

Figure 1.2. L'utilisation d'un robot sériel à outil interchangeable permet l'impression par dépôt de matière et l'usinage de la pièce, combinant deux procédé complémentaires en une seule plateforme. Enfin, on pourra aussi citer le robot FBR Hadrian X, qui utilise le très grand volume de travail des bras anthropomorphiques dans le domaine de la construction (FBR Ltd., 2025).



Figure 1.2 Photo du robot CEAD Flexbot, robot anthropomorphique multi-procédé (image provenant de [ceadgroup.com](http://ceadgroup.com))

Cette polyvalence dans le domaine de l'impression par dépôt de matière ouvre naturellement la voie à l'application des robots sériels aux procédés d'impression 3D par photopolymérisation volumique (VPP).

### 1.3 Impression 3D VPP

#### 1.3.1 Évolutions récentes et limites des procédés VPP

La photopolymérisation en cuve (VPP) se distingue par sa capacité à produire des pièces complexes avec une résolution très élevée, ce qui en fait un procédé prisé pour des applications avancées telles que l'intégration de matériaux conducteurs et de nanocomposites pour l'électronique

flexible et les capteurs intelligents (Tilve-Martinez & Poulin, 2025). D'autres travaux ont montré des avancées dans l'impression en céramique pour l'aérospatial et pour des implants biomédicaux (Wang *et al.*, 2025) et dans l'impression haute vitesse (Paral *et al.*, 2023). Par ailleurs, l'intérêt croissant pour les processus VPP multi-matériaux (Subedi *et al.*, 2024; Shaukat *et al.*, 2022) soulève des défis majeurs, notamment des interruptions fréquentes nécessaires au changement de résine, qui entraînent une perte potentielle de précision ainsi qu'une prolongation des temps d'impression.

Ces développements soulignent la nécessité d'une flexibilité accrue du procédé, motivant l'utilisation de bras robotisés pour automatiser les changements de résine et les phases de post-traitement pour limiter les interruptions, et étendre la diversité ainsi que la complexité des géométries imprimées.

### 1.3.2 Intégration robotique dans les cellules d'impression

Face à la complexité croissante des géométries imprimées et aux interruptions dues aux procédés multi-matériaux, l'automatisation des cellules VPP devient une piste privilégiée d'innovation. L'intégration de la robotique dans les systèmes d'impression par photopolymérisation en cuve (VPP) vise à améliorer la flexibilité, la précision et l'automatisation du processus d'impression.

Dans l'étude de Huang *et al.* (2022), la source de projection (de type DLP) est montée sur une plateforme robotique parallèle tandis que le plateau d'impression effectue un mouvement linéaire. Cette configuration, illustrée sur l'image (b) de la Figure 1.3, permet une flexibilité géométrique importante, notamment pour l'impression sur des surfaces complexes ou inclinées. La source de lumière peut ainsi être orientée dynamiquement pour exposer la résine sous différents angles, ouvrant la voie à des impressions conformes (non planes). Cependant, cette configuration impose une contrainte majeure : la stabilité de l'alignement optique entre la source et la surface de la résine. Des erreurs d'orientation ou de position peuvent induire des distorsions dans l'image projetée et donc des défauts dimensionnels dans la pièce imprimée. L'étude montre la faisabilité

du procédé, mais souligne également les limites actuelles en matière de précision d'exposition et de contrôle de la polymérisation dans des géométries complexes.

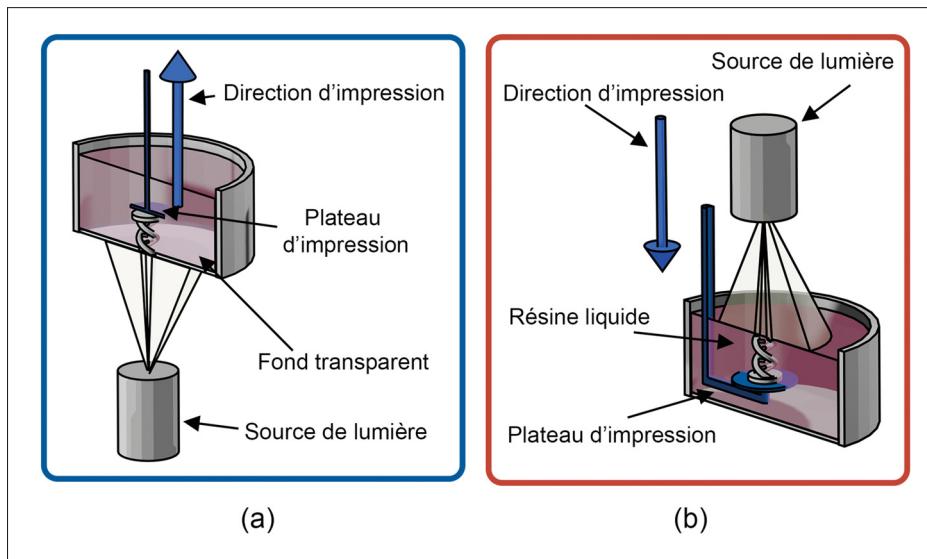


Figure 1.3 Schéma illustratif des deux types d'impression VPP : (a) impression par mouvement ascendant et (b) par mouvement descendant

Une autre approche consiste à monter le plateau d'impression sur la partie mobile, la source de lumière reste fixe. Ce système est illustré à la Figure 1.3(a) et permet notamment d'envisager l'impression de pièces avec des surfaces inclinées, concaves ou convexes, en adaptant l'orientation du plateau à chaque couche, dans une logique d'impression non plan-parallèle. Cette stratégie est particulièrement prometteuse pour des applications biomédicales ou industrielles où la géométrie de la pièce impose une adaptation locale du plan d'impression. Les travaux de Wu *et al.* (2016) utilisent une plateforme robotique parallèle pour les mouvements du plateau ce qui permet une plus grande liberté que les systèmes à un axe, mais l'architecture Delta limite la surface d'impression à des mouvements de translation. L'approche de Huang *et al.* (2021) répond à cette restriction par l'utilisation d'un bras robotisé à 6 degrés de liberté. Cependant, comme le notent les auteurs, le système reste limité par l'absence d'étalonnage automatique entre le bras robotisé et la zone de projection. Cette étape est cruciale pour garantir une correspondance parfaite entre le plan d'impression et le volume projeté, condition nécessaire à une polymérisation

précise. L'absence de cet étalonnage limite aujourd'hui la précision du système, en particulier pour les pièces de petite taille ou à haute résolution.

Bien qu'utile pour l'automatisation et la création de pièces innovantes, l'intégration de mouvements robotisés dans les systèmes VPP induit une exigence accrue en matière de synchronisation et de précision. Le bon déroulement de l'impression repose sur un alignement spatial rigoureux entre les trajectoires du robot et le volume de projection optique. C'est dans ce contexte que la question de l'étalonnage devient centrale, car toute imprécision entre le référentiel du robot et celui du système optique peut compromettre la fidélité dimensionnelle et la qualité de la polymérisation.

Pour les pièces mécaniques comme des structures en latice avec des paroies de  $500\ \mu\text{m}$  détaillées dans les travaux de Yu *et al.* (2019), une erreur de positionnement de quelques dizaines de micromètres suffisent à provoquer des défauts d'empilement ou de perte de détail, particulièrement critiques pour des géométries réfléchies pour leurs propriétés mécaniques.

Concernant les pièces de précision, ce procédé de fabrication est capable de produire des hauteurs de couche (épaisseur des détails horizontaux à la surface d'impression) pouvant atteindre  $50$  à  $25\ \mu\text{m}$  selon les résines et la technologie optique utilisée (Paral *et al.*, 2023; Tilve-Martinez & Poulin, 2025). Les travaux de Nohut & Schwentenwein (2022) décrivent des pièces ayant des paroies (épaisseur des détails perpendiculaires à la surface d'impression) allant de  $50$  à  $150\ \mu\text{m}$ . Cette précision requiert un alignement rigoureux entre le plan de polymérisation et la pièce en cours d'impression.

La précision d'un robot série non étalonné varie énormément et dépend de la répétabilité du robot, de la précision de positionnement de la base du robot dans l'espace ou de la taille du robot. L'erreur typique d'un robot série non étalonné est de l'ordre du millimètre. Par exemple, Gaudreault *et al.* (2018) donnent une précision de positionnement absolue moyenne de  $2.628\ \text{mm}$  pour un bras ABB IRB 120 non étalonné, He *et al.* (2019) obtiennent  $0.9509\ \text{mm}$  avec le même modèle de robot. De leurs côtés, Nubiola & Bonev (2013) obtiennent  $0.968\ \text{mm}$  avec un robot

ABB IRB 1600 et Rolland *et al.* (2026) obtiennent 1.272 mm avec un robot Mecademic Meca500 non étalonné.

De telles erreurs de positionnement ne sont pas acceptables dans le contexte d'impression par photopolymérisation volumique ; c'est pourquoi il est crucial d'étalonner le bras robot afin de compenser ces erreurs.

## 1.4 Etalonnage de bras industriel

Dans le domaine de la robotique, la précision du positionnement de l'effecteur (ie. de l'outil du robot) est souvent confondue avec sa répétabilité de positionnement. La répétabilité décrit la capacité d'un robot à revenir exactement à la même position après avoir effectué un mouvement. Tandis que la précision définit l'écart entre le positionnement souhaité et le positionnement réel (Conrad *et al.*, 2000). Par exemple dans le cas de l'impression VPP d'une série de plusieurs pièces par une plateforme robotique, une bonne répétabilité entraînera des pièces présentant toujours les mêmes défauts. À l'inverse, l'utilisation d'un bras robotique précis permettra de réduire ces défauts, assurant une meilleure fidélité géométrique des pièces imprimées.

L'amélioration de la précision d'un bras robotique passe par son étalonnage, c'est-à-dire par la modélisation de ses défauts réels afin de les prendre en compte lors du pilotage. Pour lier les paramètres à la réalité physique du robot, il est important de construire un modèle complet du manipulateur.

### 1.4.1 Modélisation du robot

La modélisation du robot détaille sa géométrie cinématique complète, ce qui constitue une étape indispensable pour garantir un étalonnage précis. En effet, comme schématisé dans la Figure 1.4, l'étalonnage nécessite non seulement d'ajuster les calculs permettant de déterminer la position de l'effecteur à partir des angles moteurs (cinématique directe), mais également de corriger le calcul inverse, c'est-à-dire la détermination des valeurs articulaires permettant d'atteindre une position cible de l'effecteur (cinématique inverse).

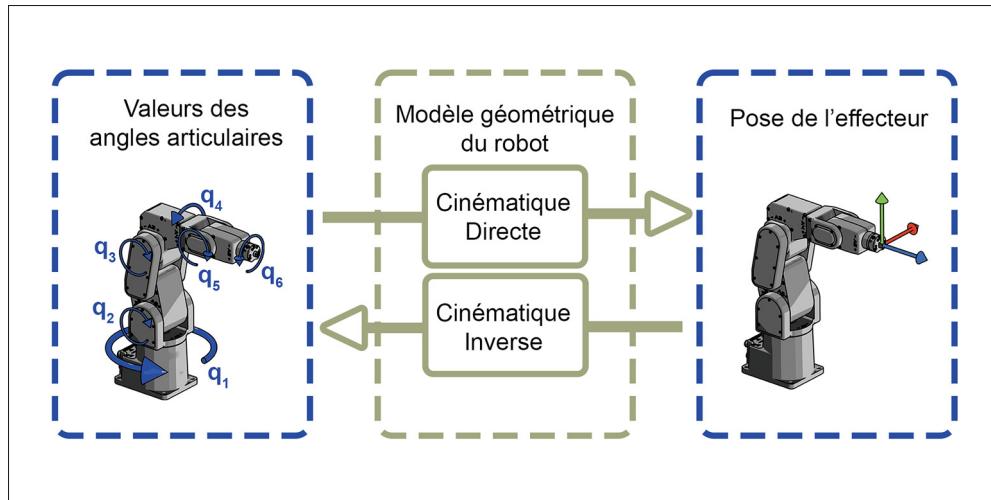


Figure 1.4 Schéma explicatif de la conversion entre les valeurs angulaires et la Pose de l'effecteur par la cinématique directe et inverse

Cela est principalement dû à la redondance des bras robotiques dans leur positionnement, c'est-à-dire à leur capacité à placer leur effecteur à la même position et orientation (pose) dans l'espace, mais avec des combinaisons d'angles articulaires différentes. Ainsi, le fait de mesurer seulement quelques positions pour ensuite appliquer un simple décalage spatial—approche couramment employée en impression 3D sur robots cartésiens—n'est pas suffisant dans le cas d'un bras articulé. Cette section détaillera les techniques de modélisation les plus couramment utilisées.

#### 1.4.1.1 Paramètres de Denavit-Hartenberg (DH)

Crée par Denavit & Hartenberg (1955), c'est la méthode de modélisation la plus courante en robotique. Cette approche est abondamment utilisée dans la littérature : par exemple, Zhu *et al.* (2025), Santolaria *et al.* (2013) et Judd & Knasinski (1987) l'emploient pour modéliser des manipulateurs dans le cadre de leurs travaux. Elle repose sur la création d'une chaîne de repères partant de la base du robot jusqu'à l'effecteur. La position et orientation de chaque repère de cette chaîne est définie par rapport au repère précédent grâce à 4 paramètres. Ces paramètres permettent de construire une matrice homogène de taille  $4 \times 4$  qui décrit précisément la pose d'un

repère par rapport à un autre. Cependant, comme le soulignent Hayati & Mirmirani (1985) dans leurs travaux, cette modélisation classique présente certaines limitations, notamment l'incapacité à représenter correctement les défauts d'alignement sur les manipulateurs comportant deux axes parallèles.

#### 1.4.1.2 DH modifiés (MDH)

La convention MDH a été créée par Featherstone (1982) et popularisée par Craig (2017) dans son manuel de référence. Elle utilise les mêmes paramètres que la méthode DH, mais modifie simplement l'ordre d'application des transformations homogènes et l'orientation des repères de référence. La Figure 1.5 présente une transformation pour un seul lien du robot, tandis que la Figure 1.6 illustre une chaîne de repère créée par la convention MDH pour modéliser un système robotique. Les deux méthodes sont comparées dans les travaux de Lipkin (2008). Une adaptation proposée par Hayati *et al.* (1988b) ajoute un paramètre  $\beta$  pour prendre en compte les défauts d'alignement de deux axes parallèles. Dans ce mémoire, la modélisation géométrique du système robotisé reposera sur la convention MDH, incluant l'ajout du paramètre  $\beta$ .

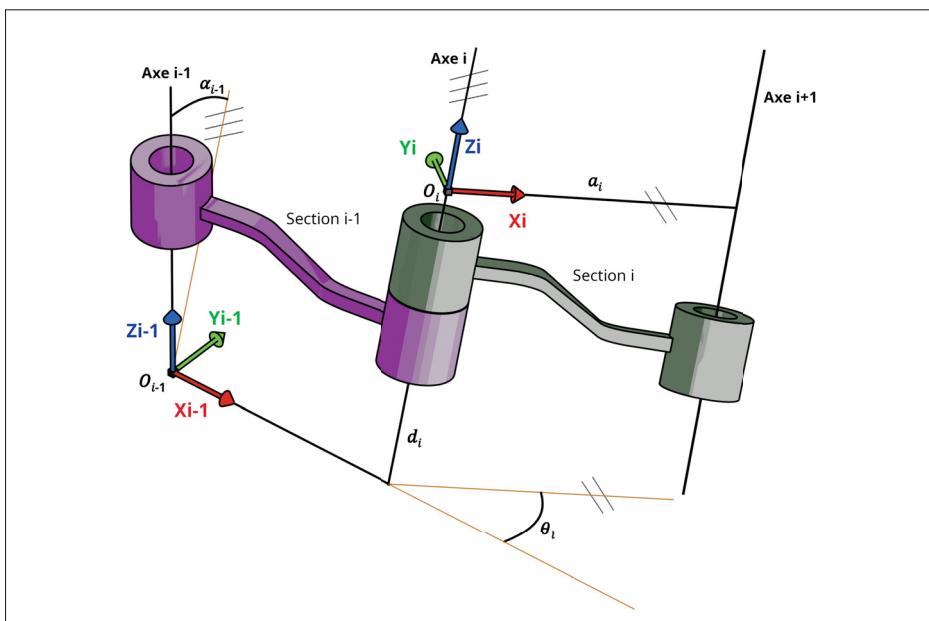


Figure 1.5 Schéma illustratif de la méthode Denavit-Hartenberg Modifiée sur un seul lien

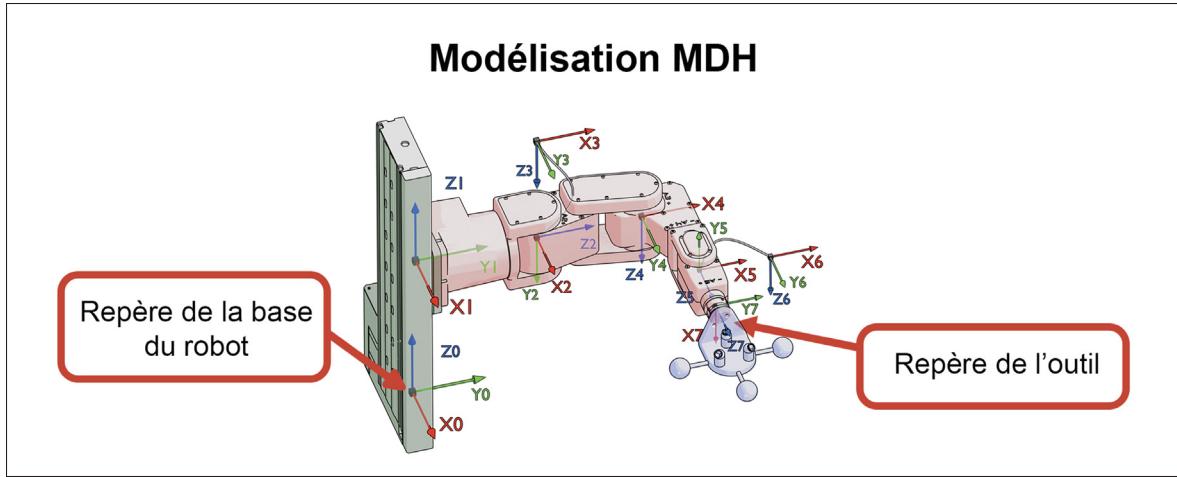


Figure 1.6 Schéma illustratif de la méthode Denavit-Hartenberg Modifiée pour modéliser un robot Meca500 fixé sur une plateforme linéaire Zaber

#### 1.4.1.3 Modèle par produit exponentiel

Le modèle par produit exponentiel ou *product of exponential* (POE), apparut pour la première fois dans les travaux de Brockett (1984), est plus facile à mettre en place que les autres méthodes et permet de modéliser la cinématique du robot avec une plus grande flexibilité. Cependant, un inconvénient majeur de cette méthode est la difficulté d'associer directement ses paramètres à des dimensions physiques du robot, ce qui complique l'identification et la correction des erreurs lors de l'étalonnage.

#### 1.4.1.4 S model

Proposé par Stone *et al.* (1986), ce modèle utilise des transformations à six paramètres ce qui en fait une option moins restrictive.

#### 1.4.1.5 Modèle complet et paramétriquement continu

Le CPC, ou modèle complet et paramétriquement continu, a été introduit par Zhuang *et al.* (1992). Il permet de décrire la géométrie d'un robot de manière compacte, tout en évitant les

singularités associées aux autres modèles paramétriques. Ce modèle fut d'ailleurs créé avec l'étalonnage de bras robotiques comme cas d'usage premier.

### 1.4.2 Types d'erreurs et niveaux d'étalonnage

L'étalonnage d'un robot est la détermination des valeurs pour les paramètres du robot différentes de celles définies nominalement, afin de réduire son erreur de positionnement (Roth *et al.*, 1987).

L'étalonnage peut être classé en trois niveaux, en fonction du type de propriété modélisée par les paramètres (Roth *et al.*, 1987; Nof, 1999). L'étalonnage de **niveau 1** consiste à corriger les paramètres d'angle de chaque moteur du robot, en identifiant la relation entre le signal des encodeurs et le mouvement réel des articulations. Au **niveau 2**, toutes les erreurs géométriques du modèle sont prises en compte, en incluant, en plus des erreurs du niveau 1, l'ensemble des paramètres décrivant la géométrie de la chaîne cinématique du robot. Enfin, l'étalonnage de **niveau 3** prend en compte les défauts non géométriques, tels que la flexion et la friction dans les axes du robot.

#### 1.4.2.1 Erreurs géométriques

Les erreurs géométriques regroupent les défauts liés à la fabrication du robot : erreurs sur le zéro des moteurs, écarts dans les longueurs réelles des sections du bras, ou encore désalignements entre les axes des moteurs. Ces erreurs incluent également les décalages dans la position ou l'orientation de la base du robot par rapport à son référentiel théorique.

#### 1.4.2.2 Erreurs non géométriques

Les erreurs non géométriques désignent toutes les autres variables qui ont un impact sur le positionnement de l'effecteur. Parmi celles-ci, la plus fréquente est la faible rigidité des réducteurs des moteurs. D'autres sources d'erreurs peuvent également avoir un effet significatif, bien que leur prise en compte soit plus rare. On peut notamment citer la flexibilité des liens mécaniques

du robot ou encore les variations de température, qui influencent le comportement global du système.

#### 1.4.2.3 Étalonnage de niveau 1

L'étalonnage de niveau 1 vise à garantir que l'information renvoyée par les encodeurs des moteurs correspond fidèlement à l'angle réel des articulations du robot. Cette opération est parfois effectuée par les constructeurs de bras robot ; dans d'autres cas, l'utilisateur doit répéter cette procédure à l'allumage du manipulateur. Cette procédure, généralement automatisée, est similaire à la procédure de recherche des butées (ou *homing*) utilisée dans la majorité des systèmes d'impression 3D. Dans le cas du robot Meca500, par exemple, les encodeurs permettent au robot de détecter leur position zéro grâce à un mouvement de quelques degrés de chaque articulation. Toutefois, un décalage de cette référence est possible et nécessite alors un processus plus complet que la routine automatisée (Roth *et al.*, 1987).

#### 1.4.2.4 Étalonnage de niveau 2

L'étalonnage de niveau 2 rassemble la correction de tous les paramètres géométriques du modèle de cinématique du bras robotisé. À ce niveau, les sections du bras sont considérées comme indéformables, et dans la plupart des modèles, les articulations sont modélisées comme des liaisons sphériques ou glissières parfaites. Ce niveau inclut un étalonnage de niveau 1, auquel s'ajoute une correction de tout décalage entre le modèle théorique fourni par le constructeur et le modèle réel, notamment des défauts d'axes ou de longueurs. Par exemple, les travaux de Park *et al.* (2012) et de Bettahar *et al.* (2022) présentent de bons résultats en matière de positionnement absolu de l'effecteur grâce à l'utilisation d'un modèle étalonné de niveau 2, avec des hypothèses de liaison simple.

Dans leurs travaux, Everett *et al.* (1987) présentent d'autres types de modèles plus complets, qui ajoutent des degrés de liberté supplémentaires aux articulations du robot. Ces modèles, détaillés dans le livre de Mooring *et al.* (1991), sont plus précis, mais introduisent un nombre significatif

de variables supplémentaires à identifier. Ce mémoire utilisera donc l'hypothèse de liaisons purement sphériques et glissières.

#### 1.4.2.5 Étalonnage de niveau 3

A ce niveau, la position de l'effecteur n'est plus seulement une fonction de la géométrie du robot. L'étalonnage de niveau 3 utilise une approche plus complète dans laquelle les sections du robot sont considérées comme déformables et/ou les actionneurs des articulations présentent une certaine flexibilité.

Parmi les méthodes existantes présentées dans la publication de Klimchik *et al.* (2014b), la plus courante est la modélisation d'articulation virtuelle, ou *Virtual Joint Modeling* (VJM), introduite par Salisbury (1980). Cette méthode considère que les sections du robot sont indéformables, et que l'essentiel de la déformation se situe dans les articulations du manipulateur. Cela revient alors à modéliser chaque actionneur comme s'il comportait un angle articulaire fictif. Afin de modéliser la flexibilité des articulations, la méthode la plus simple consiste à représenter chaque articulation par un ressort à un seul degré de liberté. Bien que certaines publications récentes aient implémenté des articulations virtuelles jusqu'à six degrés de liberté (Klimchik *et al.*, 2013; Jang *et al.*, 2001), cette modélisation ajoute un nombre très élevé d'inconnues et complexifie le processus d'étalonnage. Les articles de Nubiola & Bonev (2013) et de Gaudreault *et al.* (2018) démontrent qu'une modélisation simplifiée par ressorts unidimensionnels suffit à obtenir une précision élevée. Cette approche sera donc retenue dans les travaux présentés dans ce mémoire.

#### 1.4.3 Techniques de mesure et dispositifs

La mesure de la position de l'effecteur est essentielle pour l'étalonnage du robot ; il est donc crucial d'assurer une méthode de mesure avec un haut niveau de précision afin de garantir la fiabilité du processus (Craig, 2017). Les méthodes de mesures et outils utilisés sont variés et seront présentés dans cette partie.

### 1.4.3.1 Méthodologie d'étalonnage : boucle ouverte ou boucle fermée

Les méthodes d'étalonnage peuvent être classées en deux catégories, dépendamment de la logique utilisée pour la mesure de la position de leur effecteur. Les deux méthodes sont présentées sur la Figure 1.7.

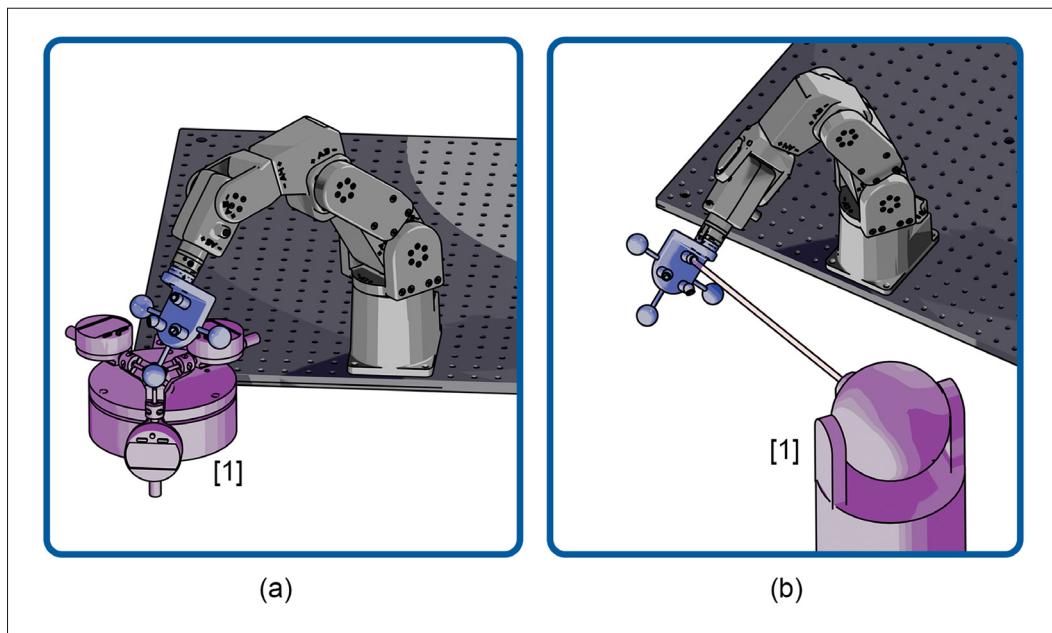


Figure 1.7 Schéma illustratif de l'étalonnage en boucle fermée avec l'instrument de mesure [1] (a) intégré au système et (b) en boucle ouverte avec l'instrument de mesure indépendant du système

Dans l'étalonnage en **boucle ouverte**, un instrument externe et indépendant du robot est utilisé. La mesure est effectuée par rapport à un repère fixé dans l'atelier où se trouve le robot. Cette méthode est souvent utilisée pour son grand volume de travail et sa grande précision. Elle est cependant plus difficile à mettre en place et donc difficile à automatiser, en plus d'un coût plus élevé. Elle est particulièrement adaptée aux robots de grande taille ou aux applications industrielles nécessitant une précision absolue sur l'ensemble du volume de travail.

À l'inverse, il est possible d'intégrer l'outil de mesure directement au système robotique. Cette méthodologie, dite en **boucle fermée** — ou auto-étalonnage — repose sur l'utilisation de capteurs embarqués, fixés au robot lui-même. Ce type d'approche, généralement moins coûteux,

est spécifiquement conçu pour faciliter l’automatisation du processus d’étalonnage. Elle permet notamment de répéter les étalonnages plus fréquemment, ce qui en fait une solution avantageuse pour les cellules flexibles ou soumises à de nombreux changements d’outils.

Il convient toutefois de souligner que, bien que les méthodes en boucle fermée donnent d’excellents résultats en pratique, la littérature privilégie encore très souvent des dispositifs en boucle ouverte, comme les systèmes de poursuite laser, pour la validation expérimentale. Ces derniers permettent d’évaluer objectivement l’efficacité de la procédure d’étalonnage à l’aide d’une instrumentation indépendante et à haute précision (Icli *et al.*, 2020; Gaudreault *et al.*, 2018).

#### 1.4.3.2 Outils de mesure

L’étalonnage dépend en très grande partie de la précision des outils de mesure utilisés. Ces derniers sont généralement choisis en fonction du type de robot et de l’environnement dans lequel il travaille. Cette section présente les principaux outils rencontrés dans la littérature scientifique, en distinguant leurs avantages, leurs limitations et les contextes d’application.

##### (i) Système de poursuite laser

La mesure par poursuite laser (*laser tracker*) est l’un des moyens les plus répandus et les plus précis pour l’étalonnage absolu de robots industriels. Le principe repose sur le suivi, via interférométrie ou photogrammétrie, d’un réflecteur sphérique monté sur l’effecteur du robot. Grâce à leur haute précision (typiquement inférieure à 20  $\mu\text{m}$ ), ces systèmes permettent de capturer la position absolue de l’outil dans un référentiel fixe, indépendamment des capteurs internes du robot. Les travaux de Nubiola *et al.* (2014), de Santolaria *et al.* (2013) et de Zhu *et al.* (2014) utilisent un système de poursuite laser comme référence pour leur processus d’étalonnage. Bien qu’extrêmement fiables, ces instruments sont sensibles aux conditions extérieures, leur coût élevé et leur mise en œuvre complexe limitent leur adoption hors des environnements industriels ou académiques spécialisés.

## (ii) CMM

Les machines à mesurer tridimensionnelles, ou *Coordinate-measuring machine* (CMM) sont également employées pour l'étalonnage, notamment des petits robots ou des dispositifs de calibration. Leur précision submicronique et leur stabilité les rendent particulièrement adaptées à l'inspection des positions de référence, telles que les outils utilisés pour la calibration à boucle fermée. Elles ont été utilisées avec succès dans plusieurs travaux, en complément ou en comparaison directe avec les systèmes de poursuite laser. Dans leurs travaux, Lightcap *et al.* (2008) ou Dumas *et al.* (2010) utilisent une CMM mécanique comme outils de calibration primaire, tandis que Nubiola *et al.* (2014) utilisent une CMM optique comme moyen de modéliser très précisément les outils de calibration. Leur principal inconvénient réside dans leur encombrement et leur incapacité à s'adapter aux grandes enveloppes de travail.

## (iii) Autre outils utilisés dans la littérature

Ces systèmes sont composés d'un artefact et d'un outil de mesure qui peuvent prendre différentes formes. Par exemple, Wang *et al.* (2020) utilisent une bille en céramique et une caméra pour mesurer un point et une distance dans l'espace du robot. Une méthode similaire et plus précise, présentée par Joubair & Bonev (2015), utilise un palpeur pour mesurer la position de billes de référence. Ces approches requièrent un grand nombre de mesures afin de déterminer avec précision les centres des billes, car elles ne permettent de mesurer qu'un seul degré de liberté, ce qui se traduit par une procédure d'étalonnage lente.

De son côté, Gaudreault *et al.* (2018) utilise un outil innovant composé de trois comparateurs mécaniques numériques (TriCal) qui permet au robot de centrer son TCP automatiquement au centre d'une bille de référence. Cette méthode permet de mesurer trois degrés de liberté, réduisant ainsi significativement le nombre de mesures nécessaires. Cet outil, peu adapté à un usage industriel, est amélioré dans les travaux de (Icli *et al.*, 2020). Cependant, dans ces systèmes, la position des billes de référence doit rester fixe une fois mesurée avec précision, afin de garantir un étalonnage fiable. Cela contraint l'espace de travail libre restant pour la tâche du

robot. De plus, le TriCal étant monté sur la bride du robot pendant l'étalonnage, sa présence encombrante limite les positions mesurables, en particulier sur de petits robots.

L'article présenté au chapitre 3 traitera d'une proposition d'amélioration de ce procédé d'étalonnage. Ce principe, illustré à la Figure 1.7(a), repose sur le montage de l'artefact sur la bride du robot, associé à une plateforme amovible sur laquelle est fixé le TriCal. Comme il sera présenté ultérieurement, cette approche, bien que très proche des précédentes, corrige les principales limitations identifiées, notamment en termes de compacité et de flexibilité de l'espace de travail libre une fois l'étalonnage terminé.

#### 1.4.4 Identification et correction des paramètres du modèle

L'identification des erreurs géométriques d'un robot industriel repose, dans la majorité des cas, sur une modélisation paramétrique de sa cinématique, dont les paramètres sont ajustés à partir des écarts mesurés entre les positions théoriques et réelles.

Cette phase utilise un algorithme itératif visant à faire converger le modèle initial du robot vers un modèle corrigé, plus représentatif de sa géométrie réelle. Ce modèle mis à jour est ensuite intégré dans le calcul de positionnement du bras robotisé, afin d'améliorer la précision du guidage de l'outil dans l'espace.

##### 1.4.4.1 Méthodes d'identification

Les méthodes d'identification des erreurs ont fait l'objet de nombreuses recherches. Le critère d'optimisation du modèle étalonné le plus couramment utilisé est la méthode des moindres carrés, qui vise à minimiser la somme des carrés des écarts mesurés.

Afin de déterminer de manière itérative la valeur des paramètres modélisant au mieux les erreurs, certaines approches s'appuient sur une linéarisation du problème. Par exemple, Icli *et al.* (2020) utilise une approximation au premier ordre du gradient de chaque paramètre. Cette approche a été largement diffusée dans les années 1980 avec les travaux fondateurs de Hayati *et al.* (1988b)

et de Menq *et al.* (1989) sur la calibration géométrique à l'aide de transformations homogènes et d'un modèle différentiel localisé. L'efficacité de cette approche repose toutefois sur deux éléments cruciaux : (1) la sélection rigoureuse des configurations de mesure pour garantir une bonne condition d'observabilité du système (Borm & Meng, 1991a; Joubair & Bonev, 2013) ; et (2) une linéarisation valide dans la plage d'erreurs rencontrées, ce qui impose souvent plusieurs itérations successives pour la convergence des paramètres.

Des approches non linéaires ont également été proposées dans la littérature récente. Parmi elles, la méthode de Gauss-Newton (G-N) est l'une des plus couramment employées (Xu *et al.*, 2016). D'autres travaux, tels que ceux de Zhu *et al.* (2014), exploitent l'algorithme de Levenberg–Marquardt (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963). Enfin, l'usage de filtres de Kalman en étalonnage robotique permet, plus récemment, de prendre explicitement en compte le bruit de mesure et d'en réduire significativement l'impact sur la précision du modèle final (Nguyen *et al.*, 2013; Du & Zhang, 2014).

Dans le cadre de ce mémoire, la méthode des moindres carrés linéaires a été retenue en raison de sa simplicité de mise en œuvre, de sa rapidité de calcul et de sa compatibilité avec une procédure d'étalonnage répétable. Ce choix se justifie par l'amplitude modérée des erreurs à corriger et par la volonté de maintenir un processus robuste et automatisable.

#### 1.4.5 Mesure

L'étape de mesure est cruciale pour l'identification des paramètres d'un robot. La précision des paramètres estimés, tout comme la durée nécessaire aux acquisitions, dépend directement du choix des configurations articulaires explorées. Diverses approches ont ainsi été proposées dans la littérature pour optimiser cette étape.

##### 1.4.5.1 Sélection des positions de mesure

L'étalonnage géométrique d'un robot nécessite de collecter un ensemble de configurations articulaires et de mesures associées. En pratique, un grand nombre de configurations de mesure

possibles  $N$  peuvent être générées par simulation, mais seules  $n$  d'entre elles seront effectivement utilisées en raison de contraintes de temps et de complexité de manipulation. Il convient donc de sélectionner un sous-ensemble optimal de  $n \leq N$  positions, de manière à maximiser la qualité de l'étalonnage.

### (i) Mesure de l'observabilité

Dans ses travaux, Menq *et al.* (1989) propose l'utilisation de l'indice d'observabilité pour quantifier la capacité d'un sous-ensemble  $n$  à donner un étalonnage optimal. Cet indice, fondé sur la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice jacobienne d'observation, permet d'estimer la sensibilité de l'identification des paramètres aux erreurs de mesure et de modélisation. Les travaux de Borm & Meng (1991a) ont d'ailleurs montré l'existence d'une corrélation directe entre cet indice et l'erreur résiduelle post-étalonnage. Il en conclut que plus l'indice est élevé, plus les paramètres du modèle sont identifiables avec précision, et plus l'impact des erreurs non modélisées est réduit.

Depuis cette formulation initiale, plusieurs variantes de l'indice ont été proposées. Sun & Hollerbach (2008) en évaluent cinq, tandis que Joubair *et al.* (2016) approfondissent leur comparaison dans un contexte expérimental. Ce dernier article conclut que l'indice  $O_1$  – la variante originale de Menq *et al.* (1989) – s'avère particulièrement adaptée aux robots sériels à six degrés de liberté, et aux cas où les paramètres à estimer sont exprimés dans des unités hétérogènes, ce qui rend leur normalisation délicate. Dans le cadre de cette étude, l'indice  $O_1$  sera donc retenu comme critère de sélection.

### (ii) Algorithme de sélection optimale

Une fois l'indice d'observabilité choisi, se pose la question du choix des  $n$  configurations optimales parmi  $N$ . Une recherche exhaustive étant impossible en pratique (le nombre de combinaisons étant de l'ordre de  $\binom{N}{n}$ ), des méthodes d'optimisation sélective doivent être employées. L'algorithme DETMAX, proposé par Mitchell (2000) et adapté à la robotique par

Daney (2002), offre une solution efficace à ce problème. Il repose sur une stratégie itérative de type « ajout-retrait », visant à maximiser un critère d’information (en l’occurrence, l’indice d’observabilité  $O_1$ ) à chaque étape. Cet algorithme est notamment utilisé dans les travaux d’étalonnage de Daney (2002), de Nubiola *et al.* (2014) ou encore de Icli *et al.* (2020).

#### 1.4.5.2 Crédit d’une trajectoire optimale

Une fois que les  $n$  positions à mesurer sont sélectionnées, il est possible d’ajouter une étape pour accélérer le processus de mesure. Le problème détaillé par Lawler (1985), appelé problème du voyageur de commerce (en anglais Travelling Salesman Problem ou TSP), décrit la difficulté à déterminer l’ordre dans lequel exécuter une séquence lorsque chaque élément est séparé par une durée différente. Dans notre cas, il s’agit de définir l’ordre des mesures, chacune étant associée à un temps de déplacement articulaire distinct.

Cette étape supplémentaire est présentée dans les travaux de Nedjatia & Vizvárib (2020), ou encore dans ceux de Mehmood *et al.* (2022) qui l’utilisent pour diminuer le temps non-productif (déplacement) de moitié lors de perçages multiples.

La résolution d’un TSP est rarement utilisée lors de l’étalonnage d’un robot car en général le processus fait l’objet d’une routine spécialisée qui interrompt la production. Or pour rendre viable l’ajout d’une étape d’étalonnage robotique dans une cellule de production, il est primordial de réduire son temps d’exécution.

La cellule robotique étant encombrée du support du robot, d’un bassin de résine photopolymérisante ou encore d’un autre robot, il est essentiel pour la séquence choisie de pouvoir s’effectuer sans collision avec les éléments environnants. Plusieurs approches ont été proposées dans la littérature pour garantir cette contrainte. On retrouve notamment des avancées récentes en matière de **recherche de trajectoire optimale**, telles que les arbres de recherche aléatoire optimal (en anglais *Rapidly-exploring Random Tree Optimal*, ou RRT\* (Karaman & Frazzoli, 2011)), ou encore les cartes de faisabilité paresseuses, « Lazy » PRM\* (Hauser, 2015). Bien que leur efficacité soit largement démontrée, leur mise en œuvre reste coûteuse en temps de calcul et

sensible au choix des paramètres. C'est pourquoi ce mémoire s'appuiera sur une méthode de **recherche de trajectoire faisable** (par opposition à optimale), plus adaptée à une exécution rapide dans un environnement contraint : le planificateur paresseux bidirectionnel à requête unique (SBL), introduit par les travaux de Sánchez & Latombe (2003).

## 1.5 Optimisation de la configuration d'impression

### 1.5.1 Modélisation

#### Modèle géométrique du robot sériel

Dans la modélisation cinématique des manipulateurs sériels, l'approche standard exprime la pose de l'effecteur par rapport à la base (Craig, 2017), typiquement via DH/MDH (voir Section 1.4.1.2), avec un TCP fixé à la bride et des contraintes imposées dans le repère de l'atelier (Craig, 2017). Pour des tâches dites inversées — quand l'environnement joue le rôle d'outil et que la pièce est portée par le robot (cas fréquent en usinage, ébavurage, polissage, voire en placement/assemblage) — la littérature recommande une spécification orientée tâche via le *Task Frame Formalism* (TFF). Le TFF définit explicitement un repère de tâche et exprime les contraintes cinématiques/interaction dans ce repère, éventuellement évolutif, ce qui réduit la charge de coordination entre commande cartésienne et contrainte sur l'outil (Bruyninckx & De Schutter, 1996).

Dans ce cadre, une pratique classique consiste à inverser conceptuellement la chaîne : on considère la bride fixée au monde et l'environnement comme un TCP mobile dans le repère de tâche. Cette vue simplifie les calculs de FK/IK et l'analyse de sensibilités par rapport au repère de tâche (p. ex. jacobiens projetés, manipulabilité locale), tout en restant compatible avec une modélisation paramétrée MDH de la chaîne nominale. Historiquement, le TFF s'inscrit dans la famille des approches « position/force » au niveau tâche (Raibert & Craig, 1981; Khatib, 1987) qui motivent l'expression des contraintes dans un espace opérationnel adapté (Craig, 2017). Il est largement utilisé dans l'usinage robotisé (ébavurage, meulage, polissage pour exprimer, au point

de contact, quelles directions sont contraintes en position et lesquelles en force, et pour suivre un repère de tâche qui évolue le long de la trajectoire) (Zhang *et al.*, 2006; Baeten *et al.*, 2003).

Appliquée à l'impression par photopolymérisation volumique (environnement « outil » fixe, pièce portée par le robot), cette logique justifie (i) l'usage d'un repère de tâche défini sur l'optique/projection qui évolue au fil du procédé, et (ii) l'inversion conceptuelle de la chaîne pour simplifier FK/IK et l'analyse des sensibilités autour du repère de tâche. Comme dans l'étape d'étalonnage, la chaîne nominale est décrite en MDH (voir Sec. 1.4.1.2), tandis que les contraintes sont posées dans le repère TFF—cadre qui s'est imposé historiquement pour les tâches de contact/contraintes directionnelles et qui reste une référence méthodologique pour modéliser des tâches « inversées » en robotique.

### Représentation du chemin d'impression

Dans la littérature, un chemin d'outil (par couche ou par volume) est classiquement représenté comme une suite de poses  $\{T_k\}_{k=1}^N$  (voir l'équation (1.1)), définissant la position et l'orientation de l'effecteur le long des courbes à suivre (Murray *et al.*, 2017).

$$T_k = \begin{bmatrix} R_k & p_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \in SE(3), \quad R_k \in SO(3), p_k \in \mathbb{R}^3. \quad (1.1)$$

Dans le cas de la fabrication additive, l'étape de *tranchage* échantillonne la pièce continue en couches de hauteurs croissantes et, selon le procédé, produit soit des contours/trajectoires (p. ex. dépôt de matière), soit — comme en stéréolithographie par projection — des images 2D (masques d'exposition) à projeter couche par couche (Liu *et al.*, 2020; Ye *et al.*, 2017). Lors de la conception 3D d'une pièce destinée à l'impression, le choix de l'orientation des plans de couche et la géométrie de la pièce sont deux aspects étroitement liés. Comme pour tout procédé de fabrication, la conception doit intégrer les contraintes propres à la technologie employée. Dans le cas de l'impression 3D par photopolymérisation de cuve (VPP), certaines formes sont

difficilement réalisables : ces limitations doivent être anticipées dès la phase de conception afin de garantir la fabricabilité de la pièce.

Dans notre contexte, la géométrie des trajectoires est donc déjà fixée par la conception 3D et le tranchage ; l'enjeu n'est pas de les générer mais de les *rendre réalisables* par un bras sériel. *Du côté du robot*, la faisabilité est d'abord conditionnée par les limitations cinématiques — atteignabilité, marges aux butées et évitements des singularités — ainsi que par les risques de collision, notamment avec le bain de résine et l'environnement proche (Siciliano *et al.*, 2009; Latombe, 1991). Ces contraintes déterminent l'ensemble des poses réalisables et, par conséquent, les orientations admissibles au cours du suivi de couche. *Du côté de la pièce*, elles se traduisent par des restrictions sur les rotations internes (par exemple l'angle autour de la normale au plan de couche) et par une sensibilité à la complexité géométrique locale, lorsque la courbure est forte ou que les changements d'orientation sont rapprochés (Sustarevas *et al.*, 2021). En pratique, les contraintes applicables à la pièce découlent en grande partie de celles du robot, qui bornent l'espace des trajectoires effectivement exécutables. Ainsi, remplacer un déplacement linéaire standard par un manipulateur à plusieurs degrés de liberté conduit à modéliser et ordonner des trajectoires en trois dimensions comme une suite de poses  $T_k \in SE(3)$ , sous ces contraintes de faisabilité robot.

### 1.5.2 Calculs cinématiques inverse et directs

Lors de l'étape d'étalonnage, le modèle cinématique utilisé était volontairement simplifié, ce qui, une fois la hauteur du guide linéaire fixée, autorisait une résolution analytique de la cinématique inverse. En effet, les architectures sérielles classiques à « poignet à axes concourants (souvent appelé poignet sphérique) » admettent des solutions fermées bien connues, voir (Craig, 2017; Pieper, 1968). Après calibration, le modèle identifié comporte toutefois des décalages et couplages non nuls (géométrie non idéale), de sorte qu'il invalide les hypothèses structurelles qui rendent l'analytique simple. Il devient préférable d'employer des formulations plus générales de cinématique inverse.

Dans la littérature, on distingue trois grandes familles de méthodes pour la cinématique inverse :

### **(i) Solutions analytiques fermées**

Elles exploitent l'architecture (par exemple un poignet sphérique) et l'algèbre symbolique ou l'élimination polynomiale. Dans ses travaux, Pieper (1968) formalise la solution fermée pour des manipulateurs à six articulations avec poignet sphérique, tandis que Raghavan & Roth (1993) étendent l'analyse au cas général à six articulations par une résolution polynomiale, ce qui illustre le lien fort entre structure géométrique et existence de solutions fermées. Les méthodes de ce type sont très rapides et donnent l'ensemble des solutions, mais ne s'appliquent qu'à des classes de robots spécifiques ou au prix d'un traitement algébrique lourd.

### **(ii) Méthodes numériques à base jacobienne**

Elles utilisent une résolution locale par pseudo-inverse ou variantes amorties de type L–M (Levenberg, 1944; Marquardt, 1963), avec gestion de la redondance par projection dans l'espace nul. Dans ses travaux, Liegeois (1977) introduit l'usage systématique de la projection dans l'espace nul pour optimiser un critère secondaire, Nakamura & Hanafusa (1986) proposent une pseudo-inverse robuste aux singularités, et Wampler (1986) formalisent l'approche des moindres carrés amortis afin de stabiliser le calcul près des configurations mal conditionnées. Elles sont très utilisées en commande temps réel et en téléopération, car elles permettent d'optimiser des critères secondaires, mais elles traitent moins directement les contraintes d'inégalités strictes comme les butées articulaires ou les marges de distance.

### **(iii) Cinématique inverse par optimisation sous contraintes**

Ces méthodes demandent de formuler un problème mathématique non linéaire avec contraintes d'égalité (pose) et contraintes d'inégalité (butées, marges de distance, proximités), éventuellement des coûts quadratiques (proximité d'une posture, lissage), et on résout numériquement. Dans leurs travaux, Schulman *et al.* (2013) montrent que l'optimisation séquentielle convexe permet

de faire respecter explicitement des contraintes de non-collision le long d'une trajectoire, et Beeson & Ames (2015) présentent la bibliothèque *\*TRAC-IK\**, qui combine deux solveurs numériques pour améliorer la fiabilité et le respect des limites articulaires. Cette approche est devenue un standard dans les bibliothèques modernes en raison de sa flexibilité (contraintes de collision, biais d'espace nul, régularisation).

Dans le cadre considéré, les solutions analytiques fermées ne sont pas retenues, car le modèle calibré introduit des décalages et des couplages qui rompent les hypothèses structurelles permettant ces fermetures (poignet sphérique, axes concourants, etc.). Les méthodes purement jacobienes ne sont pas privilégiées non plus, dès lors qu'il s'agit de traiter directement des contraintes d'inégalités strictes, en particulier les limites articulaires et les distances de sécurité vis-à-vis de l'environnement.

Nous adoptons donc une cinématique inverse par optimisation sous contraintes, qui impose la pose (position et orientation), respecte explicitement les butées articulaires, garantit une marge de distance minimale aux obstacles et autorise l'ajout de coûts de proximité à une configuration de référence (continuité le long d'une trajectoire), ainsi que de biais d'espace nul, c'est-à-dire des préférences douces qui orientent les degrés de liberté redondants vers une posture de référence (recentrage articulaire, maintien de la glissière en zone médiane, limitation de la rotation interne de l'écran), tout en préservant la pose imposée. Comparée aux approches analytiques, cette formulation s'affranchit des hypothèses géométriques mises en défaut par l'identification ; comparée aux approches jacobienes, elle offre une prise directe sur les contraintes d'inégalité et s'intègre naturellement à une évaluation ultérieure multi-critères.

### 1.5.3 Décisions globales avant impression (configuration initiale)

La littérature en fabrication additive montre que la géométrie imprimable résulte d'un tranchage et de choix d'orientation et de position de la pièce (Liu *et al.*, 2020; Ye *et al.*, 2017). Ce mémoire ne traitera pas du choix des géométries ou des paramètres de tranchages, qui font

l'objet de recherche dans le cadre du partenariat avec *Nissan North America Inc.* et l'*Université Northwestern* (Huang *et al.*, 2021).

Nous considérons donc la pièce à imprimer comme déjà tranchée, ce qui fixe la trajectoire d'impression. Un exemple de pièce est montré à la Figure 1.8(a), et sa trajectoire d'impression à la Figure 1.8(b). Pour la suite, plusieurs exemples de pièces seront choisis arbitrairement ; les courbes représenteront ainsi un ensemble de trajectoires suffisamment différentes pour tester la stratégie d'optimisation.

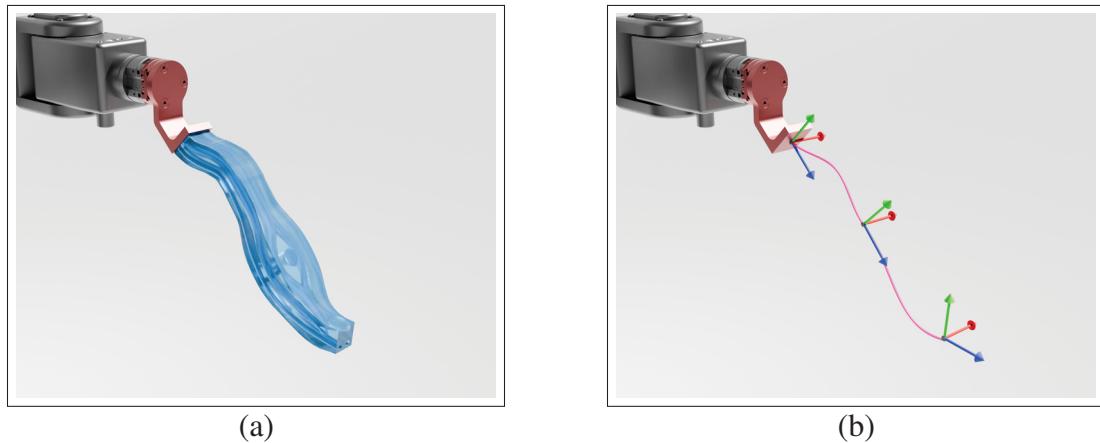


Figure 1.8 Visuel montrant (a) un exemple de pièce et (b) sa trajectoire d'impression

Dans notre cas, les décisions en amont du processus d'impression portent sur (i) une sélection discrète du plateau parmi quelques variantes, (ii) l'orientation globale de la pièce sur le plateau (donc la rotation de trajectoire dans l'axe normal au plateau d'impression, paramètre qui est appliqué dès la première couche), (iii) l'angle de rotation de la première image sur l'écran, donc l'angle de “première couche” entre plateau et écran, et (iv) la posture initiale du robot servant d'initialisation à la suite de la trajectoire. Pour éviter de faire un choix arbitraire de la posture initiale, les recherches recommandent d'utiliser des stratégies d'échantillonnage initial déterministes et robustes. Par exemple, des séquences couvrant uniformément l'espace, appelées séquences à faible discrépance, comme celles de Halton et van der Corput sont utilisées et limitent le nombre d'essais nécessaires Halton (1960); Wang & Hickernell (2000). Ces choix

initiaux influencent la première résolution de la cinématique inverse et affectent la faisabilité de l'ensemble du processus.

#### 1.5.4 Exécution et continuité le long de la trajectoire (pose par pose)

Une fois la configuration fixée, le bon déroulement de l'impression impose de faire, à chaque pose issue du tranchage, les contraintes de faisabilité usuelles en robotique : pose atteignable par le robot, marges aux butées, évitement des singularités, et non-collision avec l'environnement (bain de résine, pièce en cours d'impression, atelier) (Siciliano *et al.*, 2009; Latombe, 1991). Suivant le procédé, des contraintes partielles d'orientation (p. ex. rotation interne admissible autour d'une normale de couche ou d'écran) peuvent également être imposées et sont classiquement exprimées dans un repère orienté-tâche (Bruyninckx & De Schutter, 1996). Le suivi sur une trajectoire discrète (plusieurs centaines de poses) est résolu de manière incrémentale : chaque cinématique inverse est initialisée par la solution de la pose précédente, avec un terme de proximité en espace des joints pour stabiliser et lisser l'enchaînement sans compromettre les contraintes de faisabilité locales (Schulman *et al.*, 2013; Wampler, 1986). Cette combinaison “initialisation + proximité douce” est largement utilisée pour garantir un comportement régulier lorsque la géométrie des trajectoires est imposée par la pièce.

#### 1.5.5 Cadre multi-objectif pour l'optimisation

Les huit degrés de libertés et les trois décisions avant l'impression forment un problème d'optimisation dans un espace redondant, avec des critères multiples non corrélés. La résolution de ce type de problème demande une optimisation multi-objectif. Il est important de poser les bases de ce type d'algorithme avant de continuer.

##### (i) Agrégation (avec faisabilité au premier plan)

Dans un problème multi-objectif, on distingue d'abord les *contraintes de faisabilité* (égalités et inégalités), qui doivent être satisfaites pour qu'une solution soit admissible, des *métriques*

(objectifs) qui servent à comparer les solutions admissibles. L'*agrégation* consiste à transformer le vecteur de métriques en un *score scalaire* après normalisation (pour rendre comparables les échelles) puis par une somme pondérée ou une fonction de compromis, afin de classer des configurations globales concurrentes (Miettinen, 1998). Les contraintes de faisabilité (pose, butées, distances) sont imposées localement lors de la résolution de la cinématique inverse, tandis que les métriques agrégées servent au choix global.

### **(ii) Analyse de Pareto (sans pondération a priori)**

Plutôt que d'agréger, l'*analyse de Pareto* retient les solutions *non dominées* : aucune métrique ne peut y être améliorée sans en dégrader au moins une autre. L'ensemble de ces solutions forme le *front de Pareto*, qui matérialise les compromis entre objectifs et laisse la sélection finale au décideur (ou à un critère secondaire) (Miettinen, 1998). Cette lecture est utile lorsque l'on souhaite éviter de fixer des poids *a priori* ou explorer explicitement les compromis entre, par exemple, la manipulabilité et la longueur du chemin dans l'espace articulaire.

### **(iii) Non-convexité et évaluation a posteriori**

Certaines métriques usuelles en robotique (par exemple la *manipulabilité*, détaillée par Yoshikawa (1985) et basée sur le jacobien) sont *non convexes* : leur paysage peut présenter plusieurs minima locaux, des “vallées” et “crêtes” qui rendent délicate l'optimisation directe (Boyd & Vandenberghe, 2023). En pratique, ces quantités sont souvent évaluées *a posteriori* sur des trajectoires déjà faisables (issues de la cinématique inverse sous contraintes), puis agrégées afin de comparer des décisions globales. À l'inverse, les contraintes de sécurité et de faisabilité (pose, limites, absence de collision, continuité) demeurent imposées au niveau local.

## **1.5.6 Critères d'optimisation et métriques utilisées**

Plusieurs grandeurs interviennent à deux niveaux : (1) localement comme contraintes opérationnelles dans la cinématique inverse (marge normalisée aux butées, distance minimale aux obstacles,

rotation interne admissible) (voir la section 1.5.2), puis (2) globalement comme critères agrégés sur l'ensemble de la trajectoire (minimum, moyenne, quantiles) pour comparer les décisions prises avant impression. En pratique, les priorités fixées au niveau des critères d'évaluation déterminent quelles contraintes et pénalités sont activées lors de l'exécution (seuils de marge, tolérances), tandis que les valeurs mesurées posées par la pose alimentent l'agrégation finale.

Pour départager des configurations globales concurrentes (orientation, plateau, seed), la littérature s'appuie sur des métriques standards :

### **(i) la maximisation de la manipulabilité de Yoshikawa**

La manipulabilité de Yoshikawa (positionnelle et rotationnelle) représente la capacité du robot à positionner et orienter son effecteur à partir d'une position articulaire donnée, ainsi que la distance aux singularités, à une constante près (Yoshikawa, 1985). Dans ses travaux, Yoshikawa conclut que « *les meilleures postures obtenues présentent une certaine ressemblance avec celles adoptées par le bras humain* ».

### **(ii) la marge normalisée aux butées articulaires**

La marge aux butées articulaires mesure la distance relative entre la configuration courante et les limites articulaires du robot, en tenant compte de l'amplitude de chaque articulation (Siciliano *et al.*, 2009). Cette métrique permet d'éviter les configurations proches des butées, sources de perte de mobilité et de contraintes mécaniques accrues.

### **(iii) Indicateurs de sensibilité de la pose aux perturbations articulaires**

La sensibilité d'une configuration désigne l'amplification, dans l'espace tâche, de petites incertitudes présentes au niveau des articulations. Pour de telles « petites erreurs », la cinématique différentielle fournit l'approximation locale  $\delta x \simeq J(q) \delta q$ . En modélisant les erreurs articulaires par une matrice diagonale  $\Sigma_q = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2)$  (écart-types fixés par hypothèse), leur

projection dans l'espace opérationnel s'écrit :

$$\Sigma_x(q) \approx J(q) \Sigma_q J(q)^\top \quad (1.2)$$

Cette règle correspond au cas linéarisé de la propagation d'incertitudes sur  $SE(3)$  : Yunfeng Wang & Chirikjian (2006) montrent que, pour des erreurs faibles, cette approximation donne des résultats cohérents avec des modèles plus complets. La réduction scalaire retenue ici est la *trace* de  $\Sigma_x$  (et, pour la partie angulaire, de  $\Sigma_\omega = J_\omega \Sigma_q J_\omega^\top$ ), qui correspond à la somme des variances projetées dans les trois directions cartésiennes :

$$\text{tr}(\Sigma_x) = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2. \quad (1.3)$$

Elle fournit une mesure simple de l'impact de potentielles incertitudes articulaires sur la position et rotation du TCP : plus cette valeur est faible, moins les imprécisions se répercutent au TCP. Minimiser cette sensibilité pénalise naturellement les configurations qui s'appuient trop sur les articulations *proximales* (grand bras de levier, colonnes de  $J$  de grande norme) et encourage les micro-ajustements par les articulations *distales*, plus proches de la tâche. Cette métrique complète la manipulabilité (distance aux singularités) en ciblant l'amplification des erreurs même loin des singularités.

L'agrégation des métriques se fait classiquement par une pondération après normalisation (somme pondérée), par approches de compromis (par exemple min–max de type Tchebychev qui met l'accent sur le critère le plus défavorable) ou via une analyse de dominance de Pareto lorsque l'on souhaite conserver plusieurs objectifs sans imposer de pondération *a priori* (Miettinen, 1998). Ces méthodes sont étudiées dans les travaux de Marler & Arora (2004). Dans un contexte où la faisabilité locale est impérative, il est fréquent de réserver à l'évaluation globale les métriques potentiellement non convexes (p. ex. manipulabilité) et d'inclure dans l'exécution uniquement les contraintes de sécurité et de continuité.

### 1.5.7 Algorithmes pour l'optimisation multi-critères

#### 1.5.7.1 Approches évolutionnaires

Les algorithmes évolutionnaires multi-objectifs (MOEA) comme NSGA-II (Deb *et al.*, 2002) opèrent sur une population de solutions, appliquent sélection / croisement / mutation, et maintiennent un front de Pareto approximé (classement par non-domination et diversité). Dans leurs travaux, Yusoff *et al.* (2011) illustrent l'adaptabilité de l'algorithme NSGA-II pour le domaine de l'usinage. Ils sont très utilisés quand le paysage d'optimisation est non convexe et multi-modal (il existe plusieurs solutions valides mais aucune n'est meilleure que l'autre) car ils permettent de découvrir des compromis de Pareto (multiple solution qui ne favorise pas un critère en dépit d'un autre)

Cependant, ces méthodes sont limitées par leur coût de calcul élevé, sont peu reproductible car utilisent souvent l'aléatoire pour leur population initiale et les mutations, et demandent un réglage fin de nombreux hyper-paramètres (taille de population, taux de mutation, etc.).

#### 1.5.7.2 Stratégies hybrides déterministes (coarse-to-fine)

Dans la littérature, de nombreux travaux structurent la recherche multi-critères en chaînes déterministes qui ne font pas apparaître d'aléatoire : une exploration globale réduit d'abord l'espace de décision, un échantillonnage déterministe assure une couverture sans biais, un filtrage local vérifie rapidement la faisabilité sous contraintes, puis un raffinement permet de classer des solutions admissibles selon plusieurs métriques.

##### (i) Balayage global par orientation discrète

Cette étape consiste à énumérer un petit ensemble d'orientations candidates en discréétisant un ou plusieurs paramètres globaux, afin de réduire l'espace de recherche avant toute optimisation locale. Ce schéma est courant en fabrication additive : on compare des orientations discrètes au regard de métriques comme le volume de supports, le temps de fabrication ou la qualité de

surface, puis on retient les plus prometteuses. Par exemple, l'article de García Galicia & Benes (2018) détaille une recherche itérative sur un échantillon discrétréisé d'orientation de pièce dans le cas d'impression 3D par dépôt de fil fondu. Cette étape rétrécit l'espace des décisions globales à un sous-ensemble. Côté robotique, l'orientation globale sur le plateau conditionne fortement la capacité du robot à suivre la trajectoire : une rotation du modèle déplace l'ensemble des poses cibles dans l'espace, modifiant leur atteignabilité (et donc l'existence d'une solution de cinématique inverse (IK)) ainsi que les marges de collision. Mathématiquement, la cinématique directe et la distance aux obstacles varient de façon continue tant que l'on reste à l'écart des contacts, des singularités et des butées articulaires. Les ruptures (collision, franchissement d'une singularité, atteinte d'une butée) apparaissent sur des frontières très fines et difficiles à caractériser analytiquement. Une discrétrisation modérée des orientations, associée à un filtrage de faisabilité (IK + collision + limites articulaires), constitue alors une stratégie pragmatique : elle ne prétend pas décrire précisément les frontières, mais suffit à repérer les régions stables de l'espace de recherche et à écarter efficacement les configurations invalides.

## (ii) Échantillonnage déterministe à faible discrépance

Pour couvrir l'espace des candidats sans biais et avec peu d'essais, il est courant d'utiliser des suites à faible discrépance (Halton, van der Corput). Ces quasi-séquences répartissent les points de façon plus uniforme que des tirages aléatoires ou quasi-aléatoires, ce qui réduit les « trous » et les amas ; c'est l'idée classique de Halton (1960), illustrée sur la Figure 1.9. Côté robotique, des travaux montrent que des séquences à faible dispersion (propriété liée à la discrépance) donnent de meilleures garanties et des performances supérieures pour les planificateurs par échantillonnage (PRM/RRT), tout en étant déterministes et reproductibles, comme le montre les travaux de Janson *et al.* (2016). Dans notre contexte, employer Halton pour générer les postures initiales à tester (pour chaque orientation candidate) fournit une couverture homogène de l'espace articulaire, alimente efficacement le filtre de faisabilité locale et évite de dépendre du hasard des tirages, ce qui est souhaitable pour un algorithme reproductible.

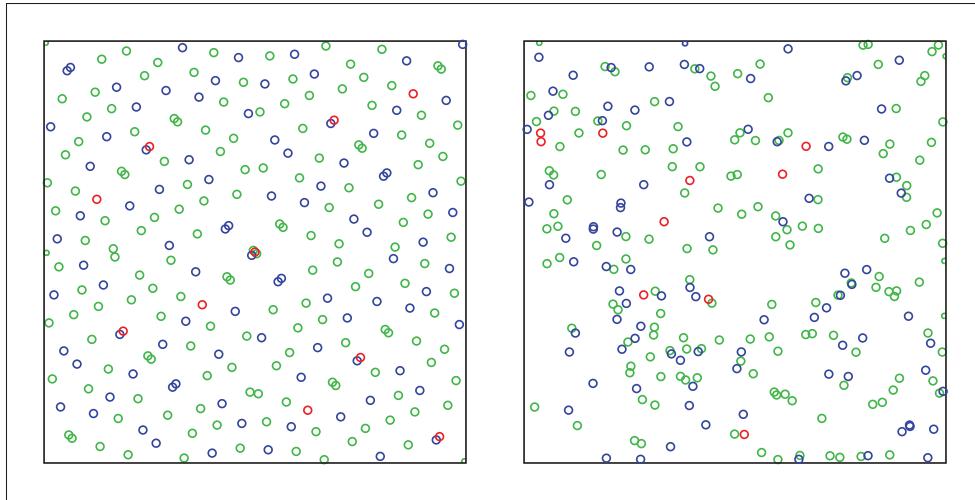


Figure 1.9 Répartition de points en 2D selon une séquence quasi-aléatoire de Halton(gauche) et une séquence pseudo-aléatoire uniforme (droite). *Credit : Jheald, Wikimedia Commons, CC BY-SA 3.0, image non modifiée.*

### (iii) Filtrage de faisabilité locale sous contraintes

Dans les méthodes hiérarchiques, il est fréquent d'introduire un filtrage rapide avant d'investir le coût d'une vérification complète. Une stratégie courante consiste à ne vérifier qu'un sous-échantillon clairsemé de la trajectoire : si l'IK échoue déjà sur ces poses espacées, le candidat peut être rejeté sans évaluer toute la séquence. Cette logique est proche des approches de planification “coarse-to-fine” décrites par Schulman *et al.* (2013), où des collisions sont d'abord pénalisées sur une trajectoire discrète réduite avant raffinement.

### (iv) Raffinement et classement multi-critères

Une fois les trajectoires conservées après filtrage, il est courant de procéder à une évaluation plus dense et de combiner plusieurs métriques (manipulabilité, marges articulaires, distance des obstacles). Dans l'optimisation multi-objectif, différentes méthodes de mise à l'échelle et agrégation en un seul score (scalarisation) sont utilisées : la somme pondérée (après normalisation) permet d'intégrer des priorités explicites, le min–max de type Tchebychev garantit qu'aucun critère ne soit fortement dégradé, tandis que l'analyse de Pareto conserve un

ensemble de solutions non dominées sans pondération *a priori* (Miettinen, 1998). Ces approches sont largement documentées en génie mécanique et en robotique : par exemple, Yoshikawa (1985) et Siciliano *et al.* (2009) montrent comment agréger des mesures de manipulabilité et de conditionnement articulaire, tandis que Vahrenkamp *et al.* (2013) utilisent des indicateurs multicritères (atteignabilité, isotropie, distance aux butées) dans un contexte de repère orienté tâche pour classer des poses de base avant exécution. Le raffinement suivi d'un classement global offre ainsi une décision argumentée : il permet soit de sélectionner une solution unique selon des pondérations, soit de conserver un ensemble de compromis lorsque la décision finale doit rester ouverte.

Dans ce travail, nous adoptons ce schéma général sous une forme minimaliste et reproductible : (i) un balayage discret de l'orientation globale de la pièce sur le plateau pour réduire l'espace des décisions ; (ii), pour chaque orientation, un choix des postures initiales par séquences de Halton afin de couvrir les possibilités sans biais ; (iii) un filtrage rapide de faisabilité par IK/planification sous contraintes ; (iv) un classement global par agrégation des métriques le long de la trajectoire. Ce choix s'appuie directement sur les pratiques de l'orientation par alternatives finies en fabrication additive, ainsi que sur l'usage établi des séquences à faible discrépance, permettant une exploration parcimonieuse largement employée pour garantir la faisabilité avant la comparaison multi-critères.



## CHAPITRE 2

### MÉTHODOLOGIE ET DÉMARCHE DE TRAVAIL

#### 2.1 Présentation des deux axes : calibration du système et optimisation de l'impression

Ce mémoire s'articule autour de deux axes complémentaires. Le premier (Chap. 3) introduit une **méthode de calibration innovante d'un système robotique 7DDL** dédiée à la photopolymérisation de cuve (VPP). Le second (Chap. 4) propose une **optimisation de la configuration d'impression et planification de trajectoire** sous contraintes robotiques. La présente section résume la démarche, en soulignant le rôle clé de la calibration et l'importance de l'optimisation de trajectoire dans le contexte de l'impression VPP.

##### 2.1.1 Etalonnage géométrique et d'alignement (Article 1)

Nous considérons un système 7DDL présenté à la Figure 2.1) et constitué d'un robot Mecademic MECA500 à 6 axes monté sur un guide linéaire Zaber X-LRQ300AP, équipé d'un changeur d'outil pneumatique sur lequel est monté un plateau dédié à la VPP.

La méthode proposée associe trois éléments métrologiques : **(i)** un outil de étalonnage muni de trois billes de précision au TCP, **(ii)** une sonde TriCal composée de trois comparateurs linéaires orthogonaux, et **(iii)** un couplage cinématique permettant de repositionner précisément la sonde en **trois** emplacements répétables sur la cuve de résine. Le protocole consiste à aligner automatiquement le centre de chacune des trois billes avec l'origine de la sonde, pour un ensemble varié de postures articulaires (bras+rail) et pour les trois configurations de la sonde. Les données ainsi acquises permettent d'identifier les paramètres géométriques pertinents (bras, rail, outil, repères de cuve). Une validation indépendante par laser tracker montre une amélioration de l'exactitude relative de l'outil dans le repère de la cuve de **1.272 mm à 0.271 mm**, comparable à des solutions bien plus coûteuses Rolland *et al.* (2026).

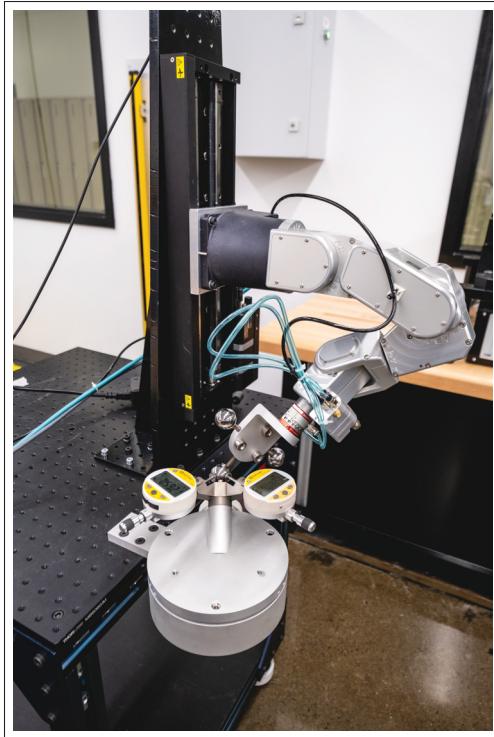


Figure 2.1 Système expérimental composé d'un Meca500 et d'un Zaber X-LRQ300AP.

## Positionnement dans l'état de l'art

La démarche s'inspire du concept *TriCal* (sonde à trois comparateurs et artéfact à billes) proposé pour l'étalonnage de robots industriels dans les travaux de Icli *et al.* (2020), que nous adaptons ici à la VPP en inversant les rôles : billes sur l'outil, sonde *TriCal* fixée à la cuve via couplage cinématique répétable. Cette inversion rend la méthode *portable*, *semi-automatisée* et *économique* en métrologie, tout en gardant une observabilité satisfaisante grâce à une planification judicieuse des postures de mesure (*voir Chapitre 3*).

### 2.1.2 Optimisation de la configuration d'impression

Sur la base d'un modèle calibré, nous optimisons l'orientation de la pièce et la trajectoire de l'effecteur pour une tâche d'impression VPP. La stratégie suit une logique déterministe *coarse-to-*

*fine* : (i) **balayage global** d'orientations candidates (réduction de l'espace) ; (ii) **échantillonnage déterministe** de conditions initiales (séquences de Halton) ; (iii) **filtrage de faisabilité locale** par IK sous contraintes (butées, collisions, tolérances de pose) et gestion d'espace nul, en s'appuyant sur le modèle calibré ; (iv) **raffinement et classement multi-critères** (manipulabilité, marges aux butées, sensibilité positionnelle/angulaire, longueur et lissage du chemin). Cette chaîne tire parti d'une représentation en poses le long de la trajectoire et d'un évaluateur multi-critères normalisé pour comparer des solutions admissibles (*voir Article 2*).

**Pourquoi l'étalonnage précède l'optimisation ?** Parce que l'étalonnage réduit l'erreur de modèle au niveau du système complet (bras+rail+outil+cuve). Un planificateur résout l'IK et vérifie les collisions *sur un modèle géométrique*. S'il existe un décalage systématique entre le modèle et le système réel (bras, rail, outil, cuve), il peut satisfaire toutes les tolérances *sur le modèle* et pourtant avoir des erreurs sur la cible *physique*. Le Chap. 3 fixe ce socle expérimental, que le Chap. 4 exploite ensuite pour optimiser, de façon fiable, la configuration d'impression et la planification de trajectoire sous *contraintes robotiques et procédé*.

## 2.2 Structure du document

Le manuscrit est organisé comme suit.

- **Chapitre 1 — Revue de littérature** : synthèse des travaux sur l'étalonnage robotique (niveaux 1 à 4), la VPP et l'optimisation multi-objectif pour trajectoires sous contraintes (niveaux 5 à 7).
- **Chapitre 2 — Démarche de travail et organisation** : *présent chapitre*.
- **Chapitre 3 — Article 1 (Calibration 7 DDL pour VPP)** : description complète du matériel, protocole de mesure, modèle direct étendu, sélection de postures (DetMax), identification et validation laser-tracker avec amélioration d'exactitude  $1.272\text{ mm} \rightarrow 0.271\text{ mm}$ .
- **Chapitre 4 — Optimisation de configuration d'impression** : formulation du problème, planification IK avec gestion d'espace nul, métriques multicritères et comparaison expérimentale / simulation.

- **Chapitre 5 — Discussion** : mise en perspective, limites (dérives temporelles, erreurs non-modélisées), et pistes (recalibration périodique, différent modèle plus complet).
- **Conclusion et recommandations** : synthèse des apports et recommandations pour le déploiement en FA robotisée.

## CHAPITRE 3

### NOVEL CALIBRATION METHOD FOR ROBOTIC BOTTOM-UP VAT POLYMERIZATION ADDITIVE MANUFACTURING SYSTEMS

Evan Rolland<sup>1</sup>, Ahmed Joubair<sup>1</sup>, Ilian A. Bonev<sup>1</sup>, Evan Jones<sup>2</sup>, Pengpeng Zhang<sup>2</sup>, Cheng Sun<sup>2</sup>, Nanzhu Zhao<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Département de Génie Mécanique, École de Technologie Supérieure,  
1100 Notre-Dame Ouest, Montréal, Québec, Canada H3C 1K3

<sup>2</sup> Department of Mechanical Engineering, Northwestern University,  
Evanston, 60208, IL, USA

<sup>3</sup> Nissan Technical Center North America, 39001 Sunrise Dr.,  
Farmington Hills, 48331, MI, USA

Article publié dans  
« Robotics and Computer-Integrated Manufacturing », Juin 2025.

#### 3.1 Introduction

Industrial robots are playing an increasingly important role in additive manufacturing, offering substantial advantages in terms of flexibility, scalability, and efficiency. A six-axis industrial robot arm, in particular, enables the production of complex, curved geometries that are challenging or unattainable with conventional 3D printers Bhatt *et al.* (2020a); De Marzi *et al.* (2023). Printing with six degrees of freedom also reduces the stair-stepping effect, resulting in smoother surfaces and higher-quality prints. Additionally, robots can not only print parts but also handle them for further processing and storage, thanks to the use of tool changers.

In particular, we have recently developed an innovative 3D printing system that integrates a high-precision, 6-axis robot arm with a bottom-up projection vat polymerization system Huang *et al.* (2021). This approach offers substantial advantages over traditional 3D printing, which relies on rectilinear Z-axis motion, by enabling full degrees-of-freedom (DOF) transformations—translation, rotation, and scaling—of each individual layer, creating 3D structures through the continuous curvilinear motion of the robot arm. This approach dynamically transforms individual building layers on-the-fly, eliminating time-consuming recoating steps inherent to conventional sequential manufacturing processes, thereby enhancing surface smoothness and material homogeneity. By

localizing transformations to each layer, our method achieves discrete conformal transformations, allowing for the customized fabrication of complex structures, such as vascular scaffolds, that precisely fit patient-specific anatomies derived from magnetic resonance imaging (MRI) data. Additionally, this layer-by-layer orientation control expands the process into multimaterial, multiaxis 3D printing, enabling the integration of functional components made from varied materials. Despite its promising potential, the production of high-quality 3D-printed parts still depends critically on the robotic arm's motion accuracy that matches with the desired voxel resolution at the micrometer scale.

Accuracy is critical in additive manufacturing, as the goal is to produce a printed part that closely matches the source CAD model. While off-the-shelf industrial robots are highly precise, with some achieving repeatability of up to 5 micrometers, their accuracy remains relatively poor. Accuracy, often confused with precision, refers to the robot's ability to move its end-effector to a specified position and orientation (pose) defined by Cartesian coordinates, such as those from the G-code. Even in the most precise robots, the error between the desired and actual positions of the end-effector can reach up to 1 mm.

Improving a robot's accuracy is known as robot calibration Nubiola & Bonev (2013). This process involves using metrology equipment, performing time-consuming measurements, developing a complex mathematical model of the robot, and using optimization methods to identify the parameters of that model. Many industrial robots can be purchased with factory calibration for an additional cost, typically a few thousand dollars Mecademic (2025). However, this calibration only addresses one source of errors : the robot alone. The entire system must also be calibrated, including the specific end-effector, any linear guides, rotary tables, or other components in the cell. Additionally, calibration is not permanent due to wear and collisions, and periodic recalibration may be required to maintain accuracy over time. As a result, developing an on-site robot calibration procedure is often more cost-effective and, in many cases, unavoidable.

There are various methods for calibrating a robot arm or an entire robotic system, each distinguished primarily by the metrology equipment employed. The best results are typically

achieved with a laser tracker Nubiola & Bonev (2013) or a CMM (coordinate measuring machine), tools commonly used by robot manufacturers. However, a laser tracker costs more than US\$80,000, while a CMM can only be used on very small robot arms (e.g., Mecademic (2025)). In an attempt to reduce calibration costs, methods based on the use of much more affordable metrology tools have been proposed, depending on the robotic application.

In this paper, we focus on a desktop robotic projection vat polymerization additive manufacturing system, such as the one shown in Fig. 3.1. The system includes a six-axis robot arm, which can be optionally mounted on a vertical linear guide. An angled build plate is attached to the robot's flange, via a tool changer. Potentially, the resin tank can be further mounted on a hexapod or another alignment device, providing additional degrees of freedom for localized manipulation of the curing interface in the additive manufacturing process. The alignment of the transparent bottom of the resin tank relative to the projector is not addressed in this paper. Instead, we focus on enhancing the accuracy of the robotic system in positioning the build plate with respect the resin tank.

For a relatively small robot system used in vat polymerization additive manufacturing (e.g., Huang *et al.* (2021)), such as the one we are focused on, there are only a few cost-effective tools available for robot calibration. One option involves attaching a telescoping ballbar between a magnetic mount on the build plate and another on the resin tank, as described in Nubiola & Bonev (2014). However, this method requires extensive manual manipulation, making it impractical. Another possibility is to use a touch probe attached to the robot's tool flange to probe precision artifacts (e.g., balls) mounted on the resin tank, similar to the approach in Joubair & Bonev (2015). Unfortunately, this method is not very effective, especially if the artifacts are not sufficiently spaced apart, because each measurement provides a single constraint equation. A third approach involves the use of six linear gauges and a cube artifact Liu *et al.* (2022), but it allows measurement in a very small zone. A fourth, more effective approach involves the use of only three linear gauges along with precision balls. One such method, described in Icli *et al.* (2020), introduces the TriCal—a cost-effective 3D probe. However, TriCal was designed to be

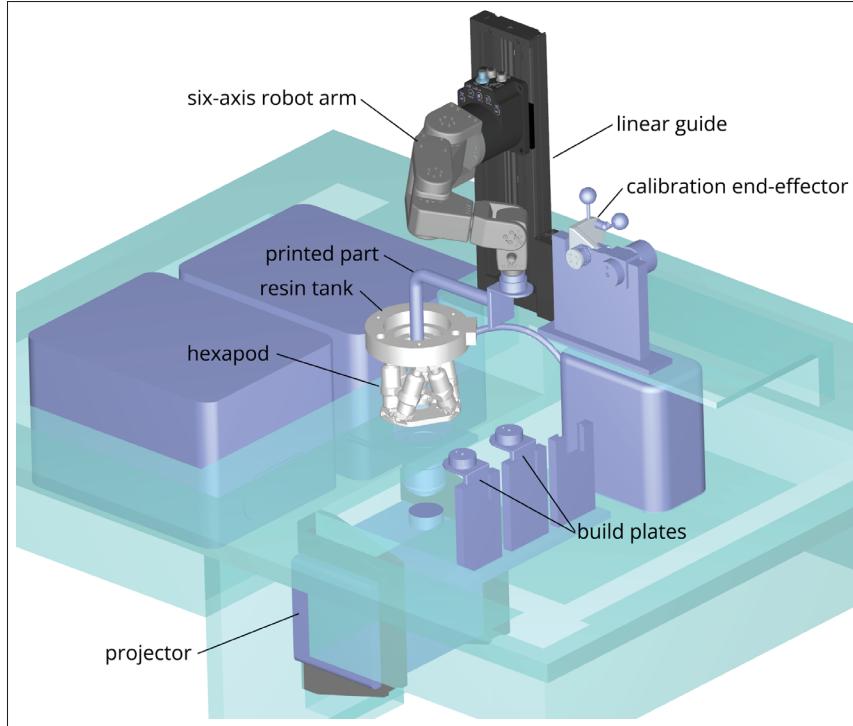


Figure 3.1 Overview of the robotic projection vat polymerization additive manufacturing system under development.

mounted on a robot end-effector and used to probe a series of balls on a large calibration artifact (see <https://youtu.be/O2vGkOy08h>).

In this work, we propose a novel calibration method inspired by the approach described in Icli *et al.* (2020) and tailored specifically for vat polymerization additive manufacturing, where attaching a large calibrated artifact to the resin tank is impractical. Our method uses a specialized calibration end-effector equipped with three precision balls, while the TriCal is mounted on the resin tank via a kinematic coupling and positioned in three distinct ways. This novel, patent-pending procedure is both cost-effective and semi-automated, requiring minimal human intervention.

In the following section, we describe the hardware and measurement procedure used in our experimental setup. Section 3 details the nominal direct kinematic model of the 7-DOF robotic

system used in this work. In Section 4, we outline the calibration method, including the comprehensive mathematical model with parameters to be identified, the selection process for measurement joint positions, and the identification process itself. To validate our method’s performance, Section 5 presents several measurement results obtained with a laser tracker. Finally, conclusions are discussed in Section 6.

### 3.2 Hardware and Measurement Procedure

In this section, we will describe the hardware of our experimental setup, shown in Fig. 3.2 during three of many self-measurements, that was used for developing and validating the calibration procedure.

In Huang *et al.* (2021), a small, high-precision six-axis robot arm, the Meca500 from Mecademic, was utilized for vat polymerization additive manufacturing. To enable the production of larger parts while maintaining a compact system, the team opted to mount the robot arm on a high-accuracy linear guide, the X-LRQ300AP from Zaber Technologies. (Both the robot and the linear guide feature integrated controllers.) Our calibration method remains essentially unchanged even if a larger six-axis robot arm is used alone. Additionally, our preliminary layout optimization indicated that the robot should be mounted as shown in Figs. 3.1 and 3.2, and a 90° build plate should be used. However, the calibration procedure is not dependent on the specific cell layout. Finally, in order to automate the calibration procedure but also the process of printing multiple parts, we used a highly-repeatable, pneumatic tool changer, SWR0010 from Kosmek.

In the vat polymerization process, the optical image projected into the resin dictates the shape of each building layer via photo-polymerization reactions. The 3D structures are created by sequentially adding these layers, making precise alignment between the projected images, resin tank, and build platform essential. This alignment can be achieved by establishing a reference frame attached to the resin tank, allowing independent alignment of the build plate and projected images.

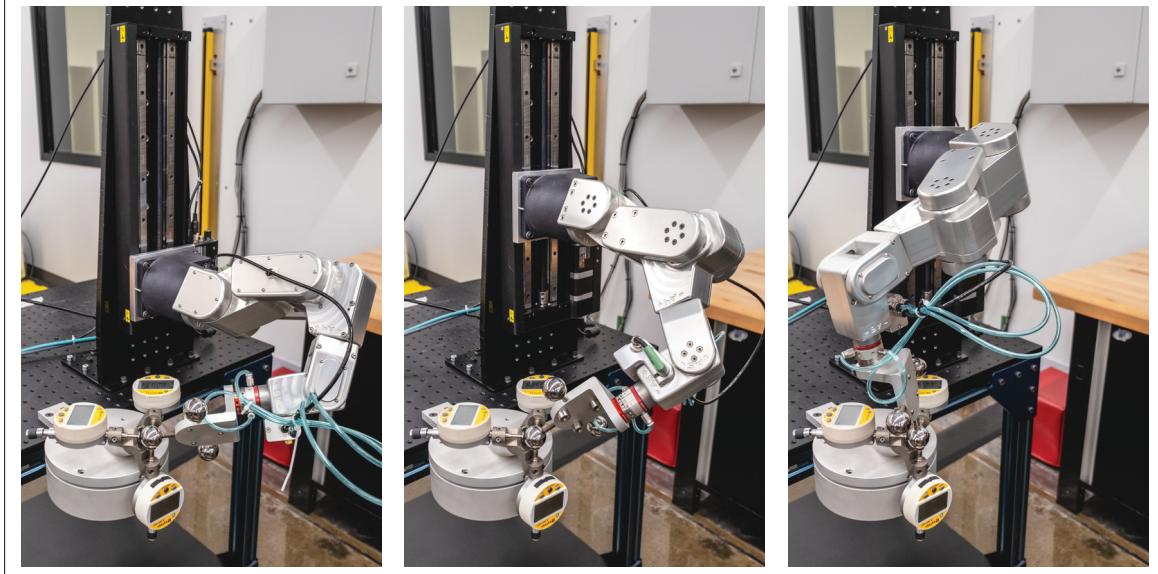


Figure 3.2 The experimental setup shown during three different measurements with one calibration TCP at one calibration position.

This work focuses on accurately positioning the build plate, mounted on the robot, with respect to the resin tank. A subsequent study will develop a methodology for aligning the projected image with the resin tank. In our experimental setup, the resin tank is rigidly attached to the same base plate as the linear guide. However, in the final configuration, the tank would need to be mounted on a multi-axis positioning stage for alignment with the projected images. This would require executing the calibration procedure proposed in this paper after the tank has been aligned and secured.

### 3.2.1 3D probe and kinematic coupling between device and resin tank

The novel measurement device comprises (1) a custom-designed 3D probe called TriCal *Icli et al. (2020)* mounted on a circular *kinematic plate* and precisely positioned atop the cylindrical resin tank via (2) a Maxwell kinematic coupling. As shown in Fig. 3.3a, three truncated precision balls (from Bal-Tec) are equidistantly attached to the flange of the resin tank, while three pairs of parallel, high-strength alloy steel Dowel pins are embedded at the bottom of the TriCal plate. The Maxwell coupling ensures affordable, precise positioning of the TriCal plate by establishing

a stable six-point contact interface, preventing over-constraint while maintaining rigidity. Three pairs of neodymium magnets are incorporated into the two components to ensure that the TriCal plate stays in constant contact with the resin tank, during measurements (Fig. 3.3b).

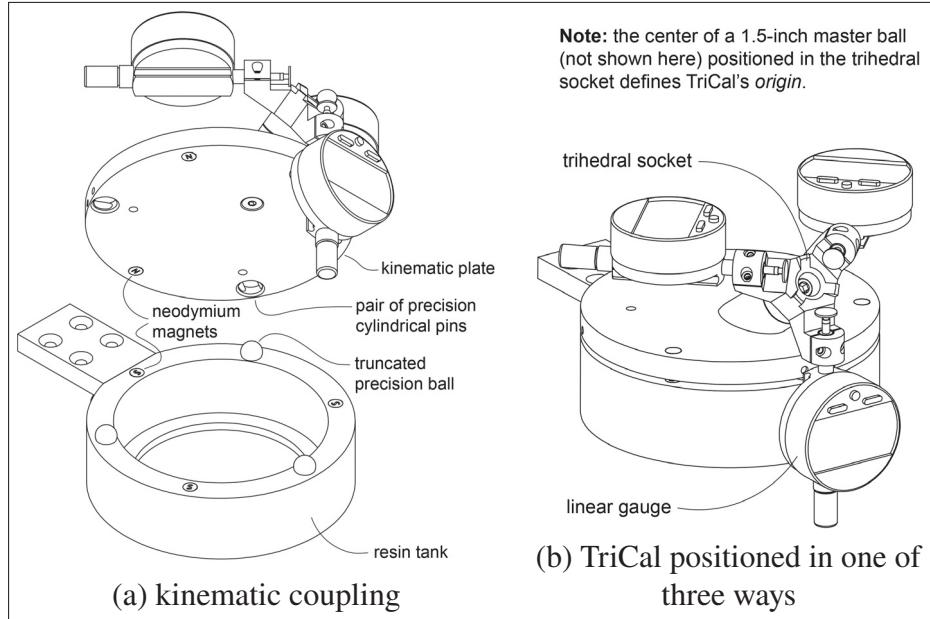


Figure 3.3 The kinematic coupling between the resin tank and the kinematic plate allows TriCal to be precisely positioned in three ways.

This kinematic coupling ensures not only highly repeatable positioning of the TriCal on the resin tank but also allows it to be mounted in three distinct orientations, as shown in Fig. 3.4. This capability is a key aspect of the novel calibration method.

TriCal was introduced in Icli *et al.* (2020), where it was used to calibrate an industrial robot in a different setup than ours. As shown in Figs. 3.3b and 3.4, the device is composed of an aluminum fixture holding three linear gauges, the axes of which are (theoretically) orthogonal to each other and intersect at one point—*the origin*. A flat disc-shaped tip is mounted at the end of each of the linear gauges to ensure a plane-sphere contact with a precision ball. Therefore, TriCal can measure the 3D coordinates of the center of a properly-sized precision ball in the vicinity of TriCal's origin.

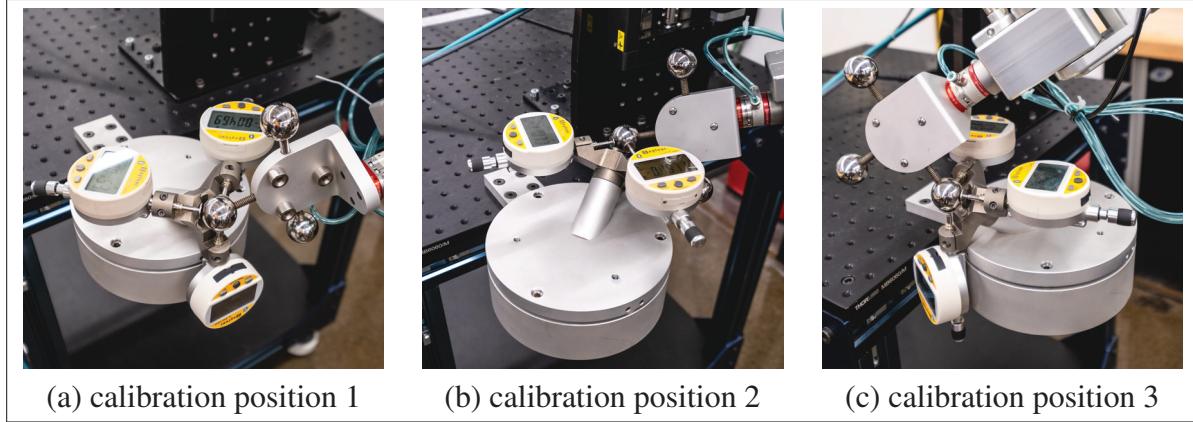


Figure 3.4 The three possible ways to place the kinematic plate yield three distinct positions for TriCal’s origin, which are called calibration positions.

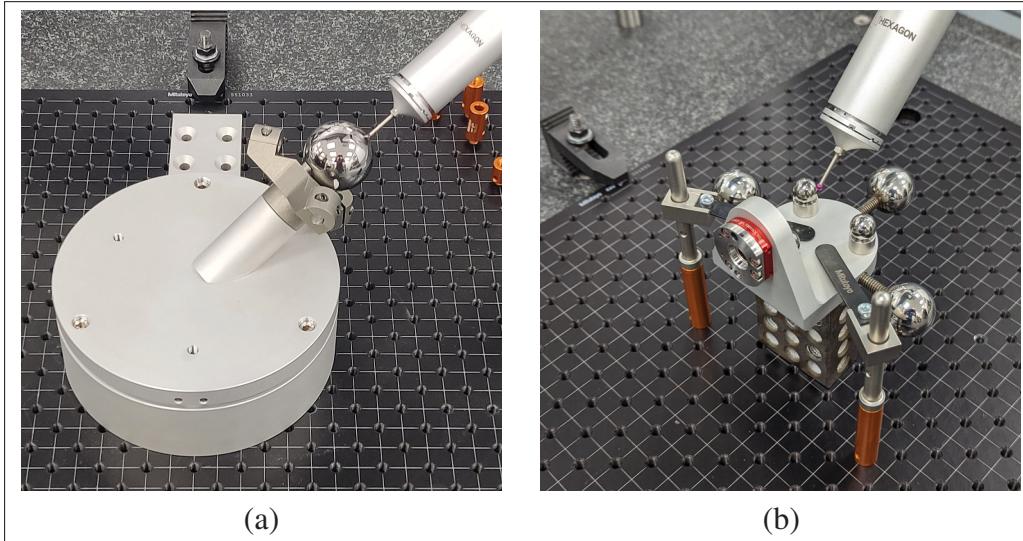


Figure 3.5 Measuring on a CMM (a) TriCal’s origin in each of three positions (only one shown here) with respect to the resin tank’s reference frame defined by the truncated balls, and (b) the centers of the six precision balls on the calibration end-effector with respect to the tool-changer reference frame.

TriCal also features a trihedral socket with a neodymium magnet (Fig. 3.3) used to hold a precision 1.5-inch master ball, allowing for the initialization of the three gauges. When the master ball is mounted, its center defines the origin of TriCal and the gauges are set to 6.350 mm.

This is done so that the gauges show a value of 0.000 mm when a 1-inch ball, mounted on the robot's end-effector, is placed at the origin of TriCal (as in Fig. 3.4).

Most importantly, while TriCal can measure the coordinates of a 1-inch ball positioned within 6 mm of the probe's origin, we use this measurement only to iteratively adjust the position of the ball with the robot until it is centered at TriCal's origin. In other words, *TriCal is not utilized as an absolute measurement tool, but rather to provide feedback to the robot until the robot aligns one of its 1-inch balls with TriCal's origin*. This distinction is crucial, as it eliminates the need for precise inspection of the gauge axis locations relative to each other and to the resin tank. In other words, minor deviations in orthogonality between the axes of the linear gauges and slight offsets between any two axes are acceptable.

The main innovation of our setup with respect to that of Icli *et al.* (2020) is that TriCal is fixed with respect to the robot's base instead of attached on the robot's flange, and the precision balls are fixed on the end-effector of the robot. Most importantly, as already mentioned, the kinematic coupling allows us to place TriCal's origin in three precisely known locations (Fig. 3.4).

With the 1.5-inch master ball mounted on TriCal, we are thus able to accurately probe the three locations of TriCal's origin with respect to a base reference frame defined by the centers of the three truncated balls of the resin tank. The three positions are shown in Table 3.1. They were inspected on a CMM (Fig. 3.5a). These three locations will be called the *calibration positions* (Fig. 3.4). We also validated the repeatability of the kinematic coupling and its rigidity (i.e., the coupling force of the three pairs of Neodymium magnets) during measurements with TriCal, and found it to be negligible and impossible to measure by the CMM.

### 3.2.2 Calibration end-effector

The calibration end-effector is essentially shaped similarly to the build plate that will be used in the printing process. The part consists of three 1-inch precision balls, to be probed by TriCal, and three magnetic nests for 0.5-inch SMRs (spherically-mounted reflectors), for validation measurements with a laser tracker. The centers of the three 1-inch precision balls define three

Tableau 3.1 The three possible positions of TriCal's origin, with respect to the world reference frame (defined by the centers of the three truncated balls on the resin tank).

Calibration Position	x [mm]	y [mm]	z [mm]
1	-87.384	-0.487	47.063
2	44.144	-75.562	47.047
3	43.397	75.882	47.054

*calibration TCPs* (tool center points). The centers of these three balls, the three magnetic nests, and the tool changer were inspected on a CMM (Fig. 3.5b). The coordinates of the 1-inch balls with respect to the tool-changer reference frame are presented in Table 3.2.

Tableau 3.2 Positions of the centers of the three 1-inch precision balls with respect to the robot tool-changer reference frame.

Calibration TCP	x [mm]	y [mm]	z [mm]
1	-56.780	30.515	67.113
2	0.214	30.189	124.590
3	56.855	30.647	66.726

### 3.2.3 Communication

The linear gauges used are S\_Dial WORK Nano Smart digital indicators from Sylvac. They are connected via Bluetooth to a PC that runs the control, measurement and calibration algorithms, coded in Python. The Meca500 robot is connected to the PC using an Ethernet cable and controlled using Mecademic's Python API. Finally, the Zaber linear guide is also connected to the PC using an Ethernet cable and controlled using Zaber's Python API.

### 3.2.4 Measurement strategy

The idea behind our measurement strategy is to program the 7-DOF robotic system (Meca500 robot and Zaber linear guide) to automatically position each of the three calibration TCPs at

the current calibration position (i.e., at the origin of TriCal in the calibration plate's current placement), with multiple joint positions. An example of three such measurement joint positions for one calibration TCP and one calibration position is shown in Fig. 3.2. A measurement is then taken using the linear gauges, yielding an error  $\{\Delta x, \Delta y, \Delta z\}$  along the axes of a reference frame aligned with the gauges. The robot is subsequently commanded to move its calibration TCP by  $\{-\Delta x, -\Delta y, -\Delta z\}$ . Another measurement is taken, followed by another corrective robot movement. This *auto-centering* process is repeated until the composite position error is less than 0.005 mm. Finally, once the calibration TCP is centered at TriCal's origin, the positions of the robot joints and the linear guide are recorded.

The theory behind the optimal choice of measurement joint positions for each placement of the TriCal calibration plate will be discussed later. Once these joint positions are determined, a simulation is performed to eliminate all measurements that lead to collisions, using the Klampt Python library Hauser & contributors (2024). Next, a probabilistic optimization algorithm Mulvad (2022) is applied to sequence the measurements, minimizing measurement times in a manner similar to solving the traveling salesman problem. Finally, the Klampt Python library was used to find optimal, collision-free paths between each two subsequent measurements. All of these steps are performed offline and do not have to be repeated for subsequent calibrations. The computational time for these steps is about 30 minutes.

The complete measurement procedure is fully automated, except for the three different placements of the TriCal calibration plate. The total duration for all measurements (40) is about 25 minutes. Ideally, the robot system must be warmed up for about 30 minutes, before measurements, by performing a warm-up motion.

### 3.2.5 Measurement uncertainties

The following are the main sources of errors :

- TriCal : The maximum error of each linear gauge is  $1.2 \mu\text{m}$ . The sphericity of the 1.5-inch master ball used for defining TriCal's origin and of the 1-inch balls of the calibration

end-effector is  $0.2 \mu\text{m}$ , while their diameter tolerance is  $2.5 \mu\text{m}$ . Finally, as we already mentioned, we stop the auto-centering procedure once the composite error is less than  $5 \mu\text{m}$ .

- CMM : The accuracy of the CMM we used for inspecting the calibration end-effector and the calibration positions (Hexagon Global S) is about  $1.5 \mu\text{m}$ .
- Tool changer : the repeatability of Kosmek's SWR0010 tool changer is  $5 \mu\text{m}$ .
- Robot arm : the position repeatability of the Meca500 is  $5 \mu\text{m}$ .
- Linear guide : the repeatability of Zaber's X-LRQ300AP linear guide is  $2.5 \mu\text{m}$ .

Thus, the total measurement error (less than ten micrometers) is smaller than the repeatability of the robotic system (linear guide, robot arm and tool changer), which itself is at least several times smaller than the desirable tolerance for printed parts.

### 3.3 Robot modeling

The 7-DOF robotic system, composed of the robot arm and linear guide, has been modeled using the modified Denavit-Hartenberg (MDH) convention Craig (2018). This method defines a reference frame for each robot link based on the multiplication of a series of parametric four-dimensional homogeneous matrices, each defined by four parameters. An additional parameter was introduced between the frames of the third and fourth joints to account for the misalignment between the two parallel joint axes of the robot Hayati *et al.* (1988a). The eight MDH reference frames, labeled from 0 (the base frame) to 7 (the tool-changer frame), along with the world reference frame, are shown in Fig. 3.6.

The nominal MDH parameters are detailed in Table 3.3, where  $d_{\text{OFS},1}$  and  $\theta_{\text{OFS},2}, \theta_{\text{OFS},3}, \dots, \theta_{\text{OFS},7}$  are the offsets to the active-joint variables,  $q_1, q_2, \dots, q_7$ . The homogeneous transformation matrices are defined as :

$$\mathbf{H}_i^{i-1} = \mathbf{R}_x(\alpha_{i-1}) \mathbf{T}_{xyz}(a_{i-1}, 0, 0) \mathbf{R}_y(\beta_{i-1}) \mathbf{R}_z(\theta_i) \mathbf{T}_{xyz}(0, 0, d_i), \quad (3.1)$$

where  $\alpha_{i-1}, a_{i-1}, d_i$  and  $\theta_i$ , for  $i = 1, 2, \dots, 7$ , are the DH parameters, and the misalignment angle  $\beta_{i-1}$  is used only for  $i = 4$ . The homogeneous matrices  $\mathbf{R}_x$ ,  $\mathbf{R}_y$  and  $\mathbf{R}_z$  describe, respectively, a

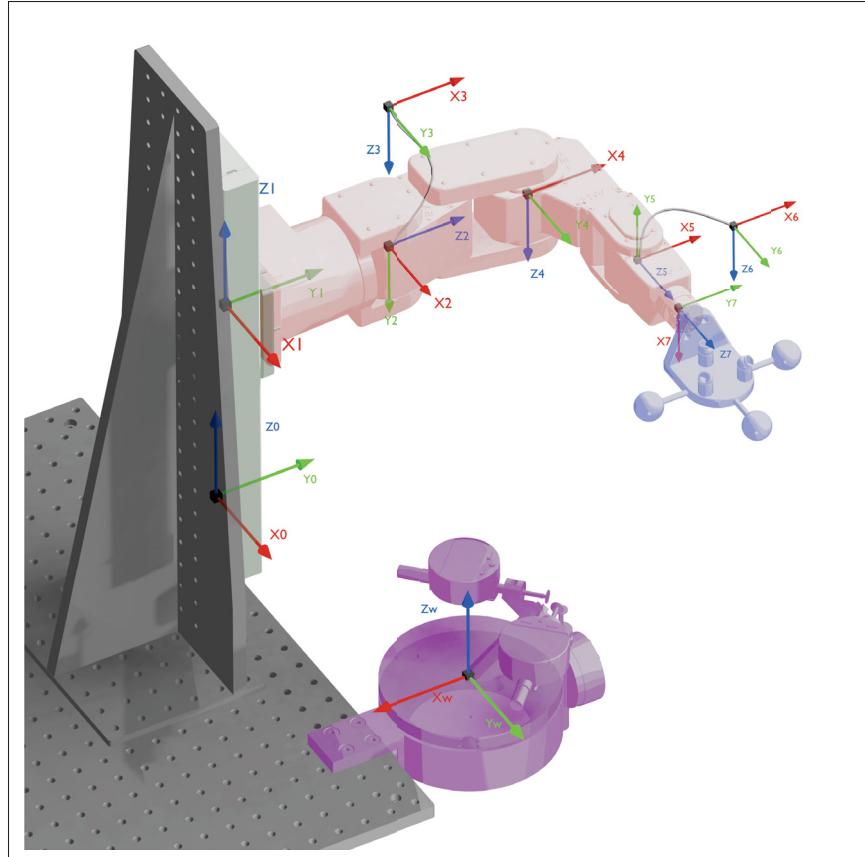


Figure 3.6 MDH reference frames and world reference frame.

rotation around the axis  $x$ ,  $y$  and  $z$ , and the matrix  $\mathbf{T}_{xyz}$  represents a translation along the axes  $x$ ,  $y$ , and  $z$ .

Tableau 3.3 Nominal Modified Denavit–Hartenberg parameters for the 7-DOF robotic system.

$i$	$\alpha_{i-1}$ [°]	$a_{i-1}$ [mm]	$d_i$ [mm]	$\theta_i$ [°]	$d_{OFS,i}$ [mm]	$\theta_{OFS,i}$ [°]	$\beta_{i-1}$ [°]
1	0	9.65	$q_1 + d_{OFS,1}$	0	0	n/a	n/a
2	-90	0	135	$q_2 + \theta_{OFS,2}$	n/a	0	n/a
3	-90	0	0	$q_3 + \theta_{OFS,3}$	n/a	-90	n/a
4	0	135	0	$q_4 + \theta_{OFS,4}$	n/a	0	0
5	-90	38	120	$q_5 + \theta_{OFS,5}$	n/a	0	n/a
6	90	0	0	$q_6 + \theta_{OFS,6}$	n/a	0	n/a
7	-90	0	70	$q_7 + \theta_{OFS,7}$	n/a	-180	n/a

The pose of the world reference frame with respect to the base reference frame is defined as :

$$\mathbf{H}_W^0 = \mathbf{T}_{xyz}(x, y, z) \mathbf{R}_x(\alpha) \mathbf{R}_y(\beta) \mathbf{R}_z(\gamma). \quad (3.2)$$

The complete system's geometrical model is made up of the MDH robot arm model, the pose of the world reference frame (at the resin tank) with respect to the base frame (frame 0), and the positions of the calibration TCPs with respect to the tool-changer frame. The position of the calibration TCPs with respect to the world reference frame (resin tank) is defined as :

$$\mathbf{H}_{T_i}^W = \mathbf{H}_0^W \mathbf{H}_1^0 \mathbf{H}_2^1 \mathbf{H}_3^2 \mathbf{H}_4^3 \mathbf{H}_5^4 \mathbf{H}_6^5 \mathbf{H}_7^6 \mathbf{H}_{T_i}^7 = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & p_{i,x} \\ \dots & \dots & \dots & p_{i,y} \\ \dots & \dots & \dots & p_{i,z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.3)$$

In addition, a stiffness parameter has been added to account for the effect of gravity on the Meca500 links. The mass of the robot links and the calibration tool is not negligible and exerts a torque on each of the robot's joints that is a function of the robot joint position. This parameter,  $c_i$ , is obtained by linearization of the effect of the torque on the angle of the  $i$ -th joint Craig (2018). In other words, we model each joint as a rotary spring, with  $c_i$  being the spring compliance. In the nominal model,  $c_i = 0$ , for all six joints.

The procedure for calculating the torque on each joint of the robot has been detailed in Icli *et al.* (2020) and Craig (2018). It consists of two iterating equations that must be computed. The first of these is an outward iteration, which proceeds from link 2 to link 7 (from the robot base to the tool changer) and is used to find the rotation of each link in space. The second is an inward iteration proceeding from link 7 to link 2, which is used to compute the effect of the mass of all the following links, held by the  $i$ -th joint, and result in six equations of this form :

$$\tau_i = f_i(\theta_2, \dots, \theta_7), \quad (3.4)$$

where  $\theta_j$  are the robot joint angles, and  $\tau_i$  is the torque applied by gravity on the  $i$ -th joint.

When modeling the errors in all of the nominal parameters (the pose of the world reference frame with respect to the base reference frame and the parameters in Table 3.3), it can be observed that some of these errors are redundant. These can be identified using a matrix rank analysis on the observability Jacobian  $\Gamma_0$  described in Eq. (3.12). The selected, identifiable parameters are shown in Tables 3.4 and 3.5. Each identifiable parameter is expressed as its nominal value plus an error component prefixed by  $\delta$ , as in  $\alpha_1 + \delta\alpha_1$ . Note that we do not need to identify the coordinates of the calibration TCPs with respect to the tool-changer frame, because these were inspected on a CMM. Thus, our calibration method must identify a total of 34 errors.

Tableau 3.4 Base reference frame pose with respect to (w.r.t.) world reference frame and positions of TCP  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) w.r.t. the tool-changer frame.

	$x$ [mm]	$y$ [mm]	$z$ [mm]	$\alpha$ [°]	$\beta$ [°]	$\gamma$ [°]
<b>Base frame w.r.t. world frame</b>	$x_0^W + \delta x_0^W$	$y_0^W + \delta y_0^W$	$z_0^W + \delta z_0^W$	$\alpha_0^W + \delta\alpha_0^W$	$\beta_0^W + \delta\beta_0^W$	$\gamma_0^W + \delta\gamma_0^W$
<b>TCPs w.r.t. tool-changer frame</b>	$x_{T_i}^7$	$y_{T_i}^7$	$z_{T_i}^7$	n/a	n/a	n/a

Tableau 3.5 Kinematic parameters and revolute joint stiffness parameters.

$i$	$\alpha_{i-1}$ [°]	$a_{i-1}$ [mm]	$d_i$ [mm]	$\theta_i$ [°]	$\beta_{i-1}$ [°]
1	$\alpha_0$	$a_0$	$q_1$	$\theta_1$	n/a
2	$\alpha_1 + \delta\alpha_1$	$a_1$	$d_2$	$q_2 + \theta_{OFS,2} + \delta\theta_{OFS,2} + (c_2 + \delta c_2) \tau_2$	n/a
3	$\alpha_2 + \delta\alpha_2$	$a_2 + \delta a_2$	$d_3$	$q_3 + \theta_{OFS,3} + \delta\theta_{OFS,3} + (c_3 + \delta c_3) \tau_3$	n/a
4	$\alpha_3 + \delta\alpha_3$	$a_3 + \delta a_3$	$d_4 + \delta d_4$	$q_4 + \theta_{OFS,4} + \delta\theta_{OFS,4} + (c_4 + \delta c_4) \tau_4$	$\beta_3 + \delta\beta_3$
5	$\alpha_4 + \delta\alpha_4$	$a_4 + \delta a_4$	$d_5 + \delta d_5$	$q_5 + \theta_{OFS,5} + \delta\theta_{OFS,5} + (c_5 + \delta c_5) \tau_5$	n/a
6	$\alpha_5 + \delta\alpha_5$	$a_5 + \delta a_5$	$d_6 + \delta d_6$	$q_6 + \theta_{OFS,6} + \delta\theta_{OFS,6} + (c_6 + \delta c_6) \tau_6$	n/a
7	$\alpha_6 + \delta\alpha_6$	$a_6 + \delta a_6$	$d_7 + \delta d_7$	$q_7 + \theta_{OFS,7} + \delta\theta_{OFS,7} + (c_7 + \delta c_7) \tau_7$	n/a

### 3.4 Calibration method

Once a new, comprehensive mathematical model is established, we will need measurement data to identify the parameters of this new model.

#### 3.4.1 Obtaining measurable robot joint positions

First, we generated a set of  $N$  random measurement joint positions  $\{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$ . This is done by calculating the inverse kinematics of the 7-DOF robot system for 500 random orientations of the robot's end-effector, for each of the three calibration TCPs at each of the three calibration positions, resulting in an initial set of 4,500 end-effector measurement poses.

Since the robotic system is redundant, each end-effector pose has infinitely many possible inverse kinematics solutions, i.e., infinitely many joint positions. To manage this, we discretized the range of the linear guide into ten positions. For each position of the linear guide, the 6-DOF robot arm has up to eight inverse kinematics solutions. Therefore, for each end-effector pose, we obtained up to 80 joint positions.

From the initial set of up to 80 times 4,500 candidates, we eliminated the pose without any IK solution, then the joint positions that resulted in mechanical interferences, leaving a total of  $N = 3,284$  measurable joint positions.

#### 3.4.2 Selecting the optimal measurable joint positions

An observability analysis was performed to reduce the number of measured joint positions, thereby minimizing calibration time while preserving the accuracy of parameter identification. The algorithm, previously described in the literature Borm & Meng (1991a); Joubair & Bonev (2013), selects a subset of  $n$  measurable joint positions from the master set of  $N$  positions, where  $n \ll N$ .

The algorithm used, called Detmax (Mitchell, 2000), iteratively maximizes a cost function that characterizes the quality of the  $n$  selected measurements. This approach avoids the need

to evaluate all possible configurations of  $n$  positions out of  $N$ . The cost function, known as the observability index Borm & Meng (1991a); Sun & Hollerbach (2008), is optimized by the Detmax algorithm, which is outlined in Table 3.1.

Algorithme 3.1 Detmax Algorithm for Observability Analysis

1 **Algorithme :** Detmax Algorithm

**Input :** An initial master set of  $N$  candidates, and an initial randomly selected subset of  $n$  candidates.

**Output :** An optimized subset of  $n$  candidates that maximizes the observability index.

2 **repeat**

3     **for** each of the remaining  $N - n$  candidates **do**  
4         | Evaluate its contribution to the observability index.;

5     **end for**

6     Add the candidate with the highest contribution to the current subset, yielding  $n + 1$  candidates.;

7     **for** each of the  $n + 1$  candidates **do**

8         | Evaluate its contribution to the observability index.;  
9     **end for**

10     Remove the candidate with the lowest contribution, returning to a subset of  $n$  candidates.;

11 **until** the candidate added in step 2 is the same as the one removed in step 3;

The optimal value of  $n$  was determined by calculating the number of equations required to describe the 34 calibrated parameters of the robot model presented in Section 3.3. Since each measured position provides three equations ( $x, y, z$ ), a minimum of 12 measurements is required. However, to reduce the impact of measurement noise while maintaining a fast calibration process, we selected  $n = 40$  measurements. By using the Detmax algorithm, we avoided having to compute  $\binom{4000}{40} \approx 10^{96}$  observability indices.

Note that removing one or two of the three calibration positions leads to a drastic decrease of the observability index and thus the quality of the calibration process. In fact, the value of the O1 observability index Joubair & Bonev (2013) varies from 0.5 with one position, to 4.6 for two positions, and 15.2 with three positions. This highlights the importance of having at least three calibration positions. Indeed, with fewer than three positions, it is impossible to identify all six

pose parameters of the world reference frame. Furthermore, although the calibration positions are in close proximity (each pair is only about 151 mm apart), each position enables the robot's end-effector to adopt a distinct set of orientations (recall Fig. 3.4), resulting in three sets of significantly different joint positions.

### 3.4.3 Measurement process

The measurement procedure involves moving the robot to each of the 40 selected joint positions and automatically centering the TCP position until the composite error measured by TriCal is less than 0.005 mm. Then, the robot's joint values are recorded and saved. (During the auto-centering procedure, only the robot is moved, and the linear guide is kept stationary, so the value of  $d_1$  does not change.) For each of the 40 measured positions, the Cartesian error is calculated by comparing the position from the direct kinematics of the initial joint position with that of the joint position after the TCP auto-centering.

### 3.4.4 Identification of the 34 error parameters

These 40 Cartesian error values are then saved in the vector  $\mathbf{x}_{\text{meas}}$  of size 120 :

$$\mathbf{x}_{\text{meas}} = (d_{x1} \ d_{y1} \ d_{z1} \ \dots \ d_{x40} \ d_{y40} \ d_{z40})^T. \quad (3.5)$$

The seven active-joint variables are represented by the following vector :

$$\mathbf{q} = (q_1 \ \dots \ q_7). \quad (3.6)$$

The 34 identifiable parameters listed in Tables 3.4 and 3.5 have been combined into a single vector :

$$\boldsymbol{\rho} = (\alpha \ \mathbf{a} \ \mathbf{d} \ \theta_{\text{OFS}} \ \beta_3 \ \mathbf{c} \ \chi_0), \quad (3.7)$$

where

$$\begin{aligned}
 \mathbf{a} &= \begin{pmatrix} \alpha_1 & \dots & \alpha_6 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{b} &= \begin{pmatrix} a_2 & \dots & a_6 \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{d} &= \begin{pmatrix} d_4 & \dots & d_7 \end{pmatrix}, \\
 \boldsymbol{\theta}_{\text{OFS}} &= \begin{pmatrix} \theta_{\text{OFS},2} & \dots & \theta_{\text{OFS},7} \end{pmatrix}, \\
 \mathbf{c} &= \begin{pmatrix} c_2 & \dots & c_7 \end{pmatrix}, \\
 \boldsymbol{x}_0 &= \begin{pmatrix} x_0^W & y_0^W & z_0^W & \alpha_0^W & \beta_0^W & \gamma_0^W \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Then, Eq. (3.3) has been computed using the variables of Tables and Table 3.4 and 3.5 with all  $\delta = 0$ . The three elements of the parametric position of the calibration TCP ( $p_x, p_y, p_z$ ) of this matrix have been partially derived with respect to each of the calibrated parameters  $\boldsymbol{\rho}$ , giving us the following matrix :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial \rho_1} & \frac{\partial p_x}{\partial \rho_2} & \dots & \frac{\partial p_x}{\partial \rho_{34}} \\ \frac{\partial p_y}{\partial \rho_1} & \frac{\partial p_y}{\partial \rho_2} & \dots & \frac{\partial p_y}{\partial \rho_{34}} \\ \frac{\partial p_z}{\partial \rho_1} & \frac{\partial p_z}{\partial \rho_2} & \dots & \frac{\partial p_z}{\partial \rho_{34}} \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

The resulting matrix is called the observability Jacobian, and is essentially quantifying the impact of each of the 34 parameters on the position of the tool with respect to the resin tank. This matrix is function of the robot joints  $\mathbf{q}$  and the calibrated values  $\boldsymbol{\rho}$ . The torque value on each of the robot's revolute joints,  $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1 \dots \tau_6)$ , has been expressed as a function of  $\mathbf{q}$  in Eq. (3.4) and is therefore not mentioned as a independent variable nor derived with respect to  $\mathbf{q}$ , due to computational time.

The linearized expression of a small position deviation  $\Delta\mathbf{P} = (\Delta p_x, \Delta p_y, \Delta p_z)$  as a function of a small parameter deviation  $\Delta\rho$  is given by :

$$\Delta\mathbf{P} = \mathbf{J}\Delta\rho. \quad (3.9)$$

To obtain a reverse expression of the impact of the tool position on the 34 identifiable parameters, the Moore–Penrose inverse has been used. In our case, the following equation gives the small parameter deviation  $\Delta\rho$  as a function of a small position deviation  $\Delta\mathbf{P}$  :

$$\Delta\rho = \left( \mathbf{J}^T \mathbf{J} \right)^{-1} \mathbf{J}^T \Delta\mathbf{P} = \mathbf{J}^+ \Delta\mathbf{P}. \quad (3.10)$$

Next, the pseudo inverse Jacobian,  $\mathbf{J}^+$ , can be evaluated with the nominal parameter values  $\rho_0$ , creating a function of the joint position,  $\mathbf{J}_0^+(\mathbf{q})$ , of size  $34 \times 3$  :

$$\mathbf{J}_0^+(\mathbf{q}) = \mathbf{J}^+(\mathbf{q}, \rho_0). \quad (3.11)$$

Using the values of the joints used for the 40 measures  $\mathbf{q}_{meas,k}$ ,  $k$  ranging from 1 to 40, we can build a correction matrix of size  $34 \times 120$  :

$$\boldsymbol{\Gamma}_0 = \left( \mathbf{J}_0^+(\mathbf{q}_{meas,1}) \ \dots \ \mathbf{J}_0^+(\mathbf{q}_{meas,40}) \right). \quad (3.12)$$

The values of the small parameter deviation can now be evaluated,

$$\Delta\rho_0 = \boldsymbol{\Gamma}_0 \mathbf{x}_{meas,0}, \quad (3.13)$$

and added to the calibrated parameter values,

$$\rho_1 = \rho_0 + \Delta\rho_0. \quad (3.14)$$

Then, the measured Cartesian errors  $\mathbf{x}_{\text{meas}}$  described in Eq. (3.5) are re-evaluated using the new MDH and stiffness parameter values  $\rho_1$ , giving us the vector  $\mathbf{x}_{\text{meas},1}$ . Equation (3.11) is repeated to build  $\mathbf{J}_1^+(\mathbf{q})$  using the values of  $\rho_1$ . This allows for the calculation of  $\mathbf{\Gamma}_1$ ,  $\Delta\rho_1$  and  $\rho_2$ .

Algorithme 3.2 Calibrated parameter evaluation algorithm for 40 measurements

**Input :** Initial parameter guess  $\rho_0$ , measurement pairs  $\{(\mathbf{q}_{\text{meas},k}, \mathbf{x}_{\text{meas},k})\}_{k=1}^{40}$   
**Output :** Calibrated parameter vector  $\rho$

```

1  $i \leftarrow 0;$ 
2 repeat
3   Evaluate the error  $\mathbf{x}_{\text{meas},i}$  using forward kinematics with  $\rho_i$ ;
4   Compute the observability matrix  $\mathbf{J}_i^+(\mathbf{q})$  using  $\rho_i$ ;
5   Construct  $\mathbf{\Gamma}_i$  by concatenating  $\mathbf{J}_i^+(\mathbf{q})$  on the measured joint targets
       $\mathbf{q}_{\text{meas},k}$ ,  $k \in [1, 40]$ ;
6   Compute the parameter correction  $\Delta\rho_i = \mathbf{\Gamma}_i \mathbf{x}_{\text{meas},i}$ ;
7   Update parameters  $\rho_{i+1} = \rho_i + \Delta\rho_i$ ;
8   Evaluate the error  $\mathbf{x}_{\text{meas},i+1}$  using forward kinematics with  $\rho_{i+1}$ ;
9   Calculate  $\epsilon_{i+1} = \text{mean}_k \left( \sqrt{d_{x,k}^2 + d_{y,k}^2 + d_{z,k}^2} \right)$ ,  $k \in [1, 40]$ ;
10   $i \leftarrow i + 1$ ;
11 until  $|\epsilon_{i+1} - \epsilon_i| \ll 0$ ;
12 return  $\rho_i$ ;
```

The process is described in Table 3.2. Ideally,  $\epsilon_{i+1}$  will converge to zero, meaning that the calibrated model is obtaining exactly the same Cartesian errors at the same joint values measured during the procedure described in Section 3.4.3. However, the mean of errors will always converge to a non-zero value, due to approximations made during the robot modeling.

### 3.5 Validation using a laser tracker

To evaluate the performance of the proposed calibration method, we used a brand-new FARO Vantage E laser tracker, as shown in Fig.3.7b. The distance accuracy according to its recent calibration is  $16 \mu\text{m}$  (in our measurement volume). We placed three brand-new 0.5-inch SMRs in the magnetic nests of the calibration end-effector, as shown in Fig. 3.7b. Recall that the centers of these nests were inspected on a CMM with respect to the same tool-changer reference frame that was used in the proposed calibration method (Fig. 3.5a). The vertex (the intersection of the three

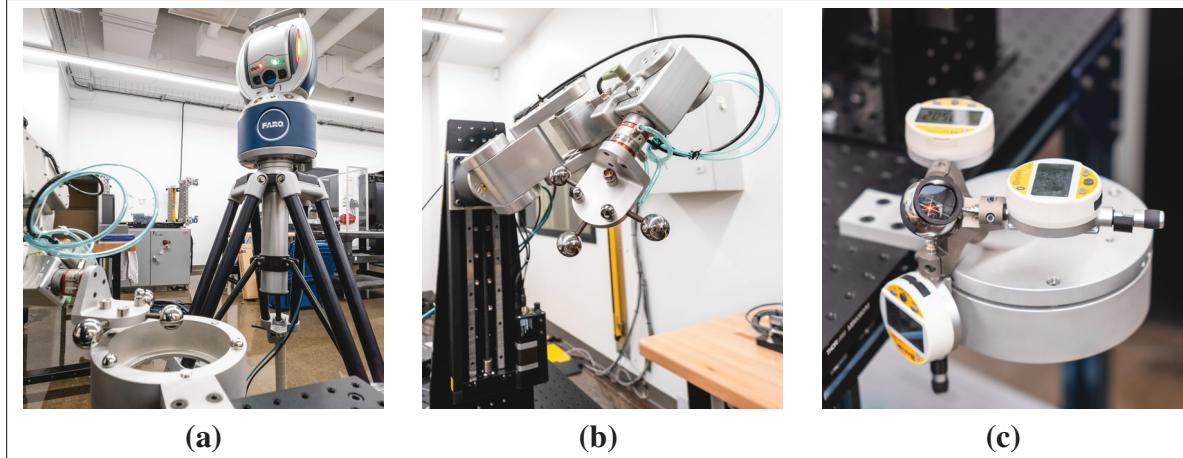


Figure 3.7 Using a FARO Vantage laser tracker to validate the positioning accuracy of the complete robot system after calibration. With the validation measurement setup (a), the three 0.5-in SMRs on end-effector (b) and 1.5-in SMR on TriCal (c)

mirrors) in each SMR is centered within  $\pm 13 \mu\text{m}$  of the center of the sphere. Thus, to reduce measurement errors, the SMRs were not reoriented inside their nests during measurements. However, this means that we can have as much as about  $20 \mu\text{m}$  of measurement errors.

Finally, we placed a 1-inch SMR in the TriCal trihedral nest and inspected the three calibration positions using the laser tracker (Fig.3.7c). Consequently, the measurements with the laser tracker were reported in the same world reference frame as in the proposed calibration procedure. However, as with the small SMRs, we have as much as  $20 \mu\text{m}$  of measurement errors in measuring the world reference frame.

We then simulated a large number of random joint positions, retaining only those where at least one of the three 0.5-inch SMRs was visible to the laser tracker and where no mechanical interferences occurred. During the actual measurements, some of these joint positions were not measurable due to SMR visibility issues. As a result, we measured the positions of one or another of the three SMRs in a total of 573 joint positions, corresponding to 573 end-effector poses distributed throughout the entire accessible workspace of the 7-DOF robotic system.

Figure 3.8 shows the histogram of the measured errors before calibration (i.e., using the nominal values for all parameters) and after calibration (i.e., using the values identified by the proposed calibration method). There is a significant improvement in the system's positioning performance, with the mean position error reduced from 1.272 mm to 0.271 mm.

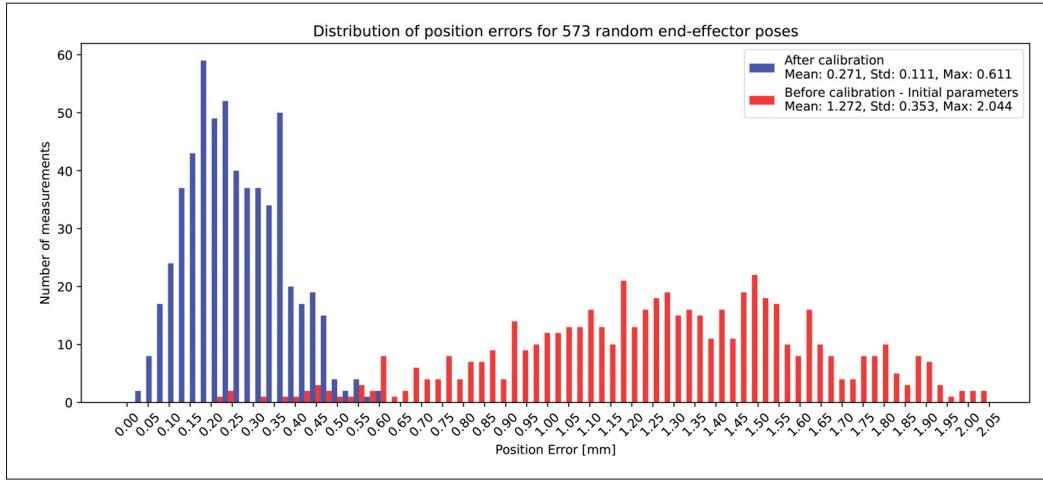


Figure 3.8 Frequency of position errors before and after calibration for random joint positions (i.e., random end-effector poses) as measured by a laser tracker.

On one hand, the 7-DOF robotic system is not intended to print parts throughout its entire accessible workspace, and accuracy will be higher near the resin tank. Recall that the larger workspace is essential not only for printing larger parts but also for automating subsequent processes and stacking multiple printed parts (Fig. 3.1). On the other hand, a limitation of robot-held part printing is that as printing progresses, the area requiring accuracy (in our case, the bottom of the resin tank) moves farther from the robot's end-effector (the build plate). This increasing distance can amplify small orientation errors in the build plate throughout the printing process (lever effect).

We therefore simulated a potential six-dimensional printing path and measured the position of the three SMRs in each of the 300 slices along the path. This allows us to compute the pose (position and orientation) of the end-effector, that we can then transform toward the end of the theoretical printed part (where the material is being added). The path and the position errors along the path (at the resin tank bottom) are shown in Fig. 3.9 and Fig. 3.10. The mean of

the positioning errors after calibration is now 0.220 mm, which is much better than the mean positioning error before calibration (1.192 mm).

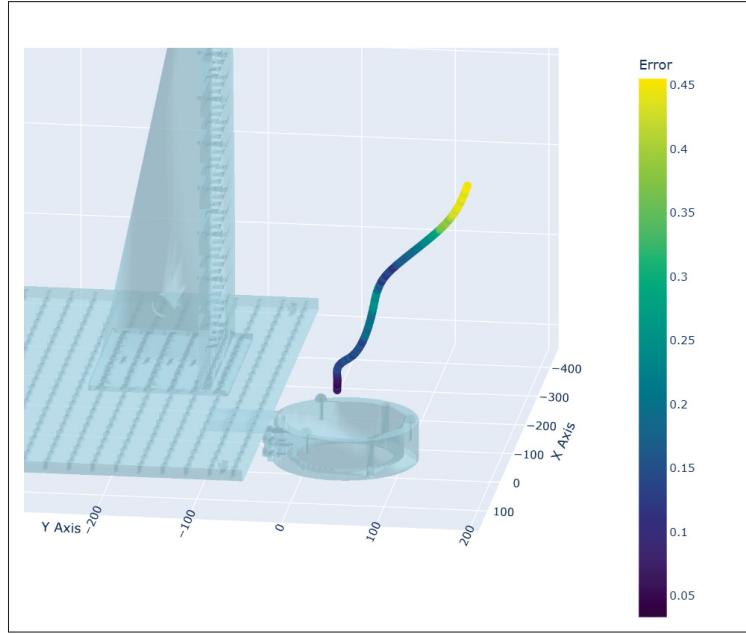


Figure 3.9 3D plot of positioning errors at resin tank for a sample printing path (all units are mm).

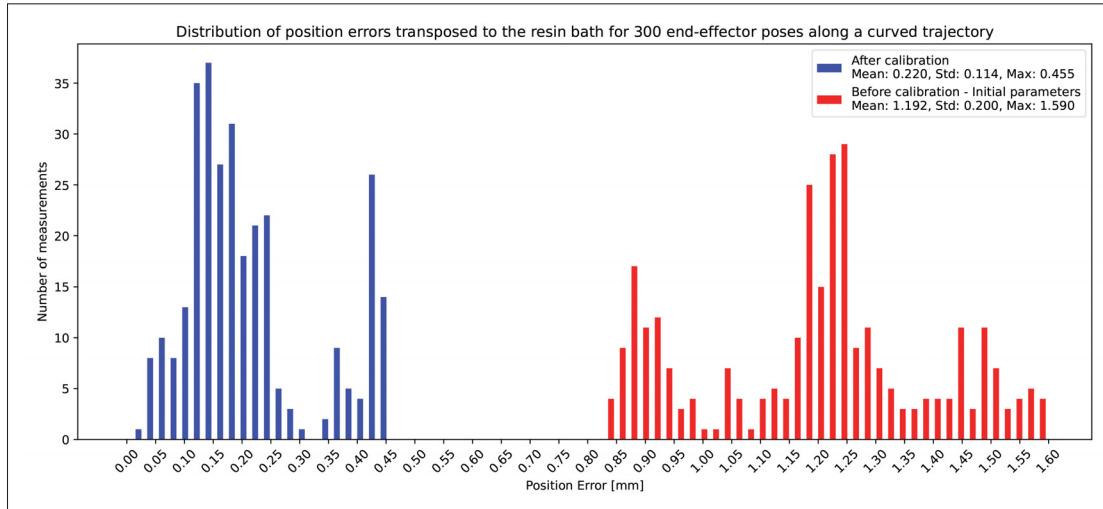


Figure 3.10 Graph of positioning errors for a sample printing path.

### 3.6 Conclusions

We proposed an innovative and cost-effective calibration method applicable to any robot-held part printing system. This method builds upon an established approach and 3D probe to automatically align points from a specialized calibration end-effector with points on the base. The key novelty lies in placing the probe on the base and employing a kinematic coupling to precisely position the probe in three distinct ways.

Measurements using a laser tracker demonstrated that this method could improve 3D printing accuracy by nearly fivefold. The calibration and validation phases are illustrated in the following video : <https://youtu.be/NO9TVD-Zv2k>.

The proposed method was specifically developed for very small, ultra-precise robot arms whose end-effectors cannot carry a 3D probe and for applications requiring high accuracy within a relatively small volume. It could also be beneficial for slightly larger robot arms, though the kinematic coupling would likely need to be modified to allow more than three probe locations, which would slightly increase the overall cost.

Future research will focus on developing redundancy resolution algorithms that prioritize displacement of the linear guide, due to its superior accuracy within the system. In parallel, the complete additive manufacturing setup will be assembled, along with a method and system for aligning the resin tank with the projected images. Successful implementation of this step will enable 3D printing of large structures along a curvilinear printing path, while maintaining dimensional accuracy and surface smoothness. Additionally, the use of a highly repeatable tool changer will provide the flexibility to multi-task the robot for post-processing steps, thereby improving overall throughput.

### 3.7 Acknowledgments

The authors would like to thank Nissan North America Inc. and Mitacs for funding this research work.



## CHAPITRE 4

### OPTIMISATION DE LA CONFIGURATION D'IMPRESSION

#### 4.1 Introduction

Le chapitre précédent a présenté l'étalonnage du robot et l'identification de ses paramètres géométriques et élastiques. Le modèle obtenu reflète désormais avec précision le comportement du système physique, en venant corriger les valeurs du modèle cinématique initial fourni par le constructeur. Les paramètres identifiés, rassemblés dans le Tableau I-1, servent de base à l'étape suivante.

Dans ce chapitre, nous exploitons ce modèle calibré pour aborder le problème de l'**optimisation de la configuration d'impression**. Cette étape est déterminante, car la faisabilité et la qualité du procédé dépendent directement :

- de l'**orientation** globale de la pièce sur le plateau d'impression,
- de la **posture initiale** adoptée par le robot,
- de la **rotation virtuelle de l'écran SLA**, qui constitue un degré de liberté supplémentaire,
- et du **déplacement articulaire du robot** lui permettant de suivre la trajectoire selon plusieurs critères.

Enfin, la modélisation de la chaîne cinématique du robot a été réalisée à partir d'une reconstruction complète du système dans le logiciel Blender (Blender Foundation, 2025), ce qui a permis de contrôler précisément les paramètres spécifiques liés à la chaîne inversée. Les calculs cinématiques ont été menés sur la base d'un modèle au format URDF, généré avec l'outil Phobos (von Szadkowski & Reichel, 2020). Ces logiciels ont été retenus car ils combinent, dans un même environnement, la modélisation de maillages visuels et de collision, le pilotage d'articulations cinématiques et le rendu réaliste, ce qui les rend particulièrement adaptés à la fois à la modélisation et à la validation qualitative des configurations générées par l'optimisation.

## 4.2 Méthodologie

### 4.2.1 Modélisation de la chaîne cinématique inversée

La modélisation cinématique dans cette étape d'optimisation diffère de l'étape de calibration (voir Equation 3.3). En effet, pour positionner le robot, il est habituel de placer l'outil (TCP) dans le repère de l'atelier. C'est la manière la plus intuitive pour modéliser une tâche appliquée sur un objet fixe par rapport à l'atelier, en utilisant un outil fixé sur la bride du robot.

Pour la suite, le robot est modélisé avec une chaîne cinématique inversée : la bride du robot est supposée fixe tandis que le bain de résine est le TCP du système robotique. Ce choix est justifié par plusieurs raisons.

#### (i) Expression de la trajectoire et calcul de la cinématique inverse

Dans le cas d'une impression SLA avec le plateau d'impression fixé à la bride du robot, l'outil (projecteur optique) est fixe par rapport à l'atelier (bain de résine) et l'objet ciblé par la tâche (pièce en cours d'impression) est fixé à la bride du robot, c'est l'inverse d'une tâche d'usinage classique. Ainsi, pour décrire la trajectoire à adopter pour imprimer une pièce, il faut exprimer le mouvement du bain de résine par rapport au plateau d'impression, et non l'inverse. Afin d'éviter des inversions de matrices à chaque étape, le système cinématique inversé permet de calculer la cinématique inverse directement à partir de la trajectoire de la pièce.

#### (ii) Calcul des critères à l'endroit le plus adapté

Dans la pratique courante, les critères de *manipulabilité* et de *sensibilité* sont évalués au niveau du TCP, car ils décrivent la capacité locale du robot à générer des translations et des rotations. Dans notre cas, le point réellement critique n'est pas le TCP nominal, mais la *zone de contact pièce–bain* (où la pièce se construit et où les contraintes cinématiques sont les plus fortes). C'est donc dans ce repère tâche que les critères doivent être calculés.

D'un point de vue cinématique, déplacer le point d'évaluation depuis un point de référence  $O$  (p. ex. le TCP nominal) vers un point  $P$  situé à un vecteur  $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$  modifie le jacobien de translation et de rotation, et donc les évaluations de la manipulabilité et de la sensibilité. Ainsi, une petite erreur angulaire  $\delta\theta$  au point  $O$  se traduit, au point  $P$ , par une erreur de position  $\delta\mathbf{p} \approx \delta\theta \times \mathbf{r}$  (dont la norme croît avec le bras de levier  $\|\mathbf{r}\|$ ). Par exemple, pour une pièce de hauteur  $h = 300$  mm, une micro-rotation  $\theta_s$  autour d'un axe latéral induit un déplacement linéaire d'ordre  $h\theta_s$  au sommet de la pièce.

En conséquence, si l'on évaluait les critères au niveau du plateau d'impression (ou du TCP nominal), on sous-estimerait l'amplification des erreurs au front de construction, en plus de faire dévier le critère de rotation vers un critère de position, et vice-versa. Un calcul de changement de repère de la jacobienne peut aussi modéliser cette différence, mais la *modélisation par chaîne cinématique inversée* positionne naturellement le repère d'évaluation sur la zone de contact ; elle est donc pertinente pour capturer correctement la manipulabilité et la sensibilité qui importent pour le procédé.

### (iii) Inclure un degré de liberté supplémentaire dans la chaîne

L'écran SLA peut faire pivoter l'image projetée autour de sa normale. Ce degré de liberté, bien que virtuel, est à prendre en compte dans les calculs de cinématique inverse le long de la trajectoire. Nous modélisons cette aptitude comme une *articulation rotative* supplémentaire située au centre du bain de résine. Cette articulation n'ajoute aucune inertie réelle et *porte* simplement l'angle utilisé par le projecteur ; à chaque pose  $t$  de la trajectoire, l'IK fournit directement l'angle d'écran  $q_{\text{screen}}(t)$ , que l'on réinjecte pour faire pivoter l'image projetée de manière cohérente avec la configuration optimisée. La Figure 4.1 illustre la position initiale de cette articulation d'écran, ainsi que son axe et son sens de rotation positif.

Le système robotique initial de 7 DDL (composé d'un robot Mecademic Meca500 monté sur un guide linéaire Zaber X-LRQ300AP) est ainsi augmenté à 8 DDL en ajoutant la rotation d'écran. Le système robotique complet est illustré dans sa position initiale sur la Figure 4.2.

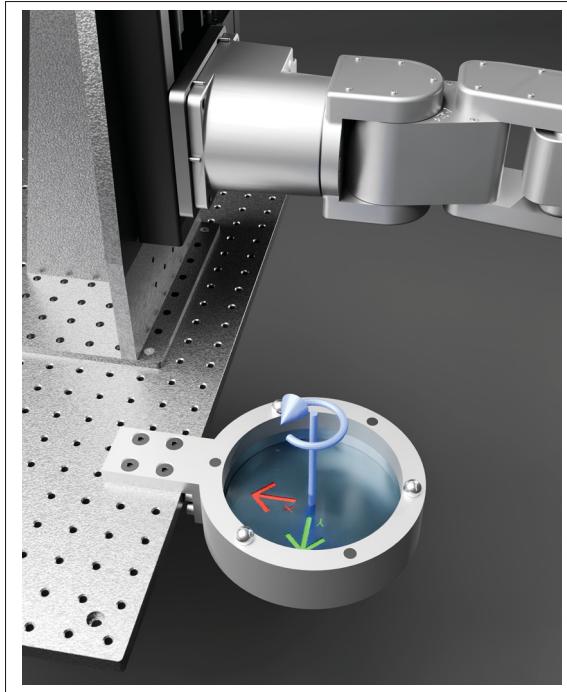


Figure 4.1 Image de synthèse 3D de l'écran SLA considéré comme articulation rotative autour de l'axe normal à l'écran (en bleu) et ses axes X et Y, respectivement en rouge et en vert

Cette redondance accrue facilite la satisfaction des contraintes (butées, évitement d'obstacles, marges aux singularités, manipulabilité), même si elle augmente l'ambiguïté de l'IK — gérée ici par un biais d'espace nul et des coûts quadratiques. Enfin, l'inversion de la chaîne permet d'utiliser *les outils classiques de la robotique serielle* : le 7e « lien » regroupe le bâti (bassin, table, base du guide ; en mauve sur la Figure 4.2), ancré au monde, et l'articulation de rotation d'écran est traitée comme une bride terminale standard (aux bornes angulaires larges, voire non bornées dans le modèle ; en rose sur l'image). On conserve ainsi un formalisme modélisation/Jacobien/cinématique inverse unifié tout en capturant la physique du procédé.

#### 4.2.2 Pièces de référence

Afin d'évaluer la méthodologie proposée, un ensemble de quatre pièces de référence a été constitué. Ces pièces présentent volontairement des géométries et des longueurs de trajectoires

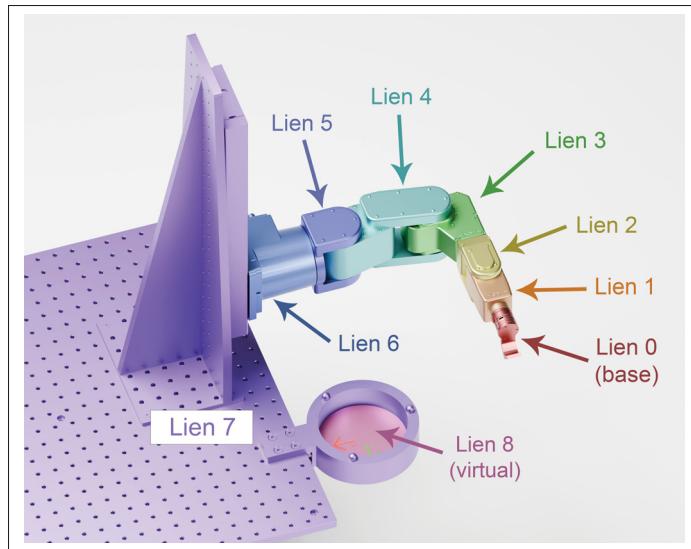


Figure 4.2 Image de synthèse montrant les liens du robot, avec notamment en rouge le plateau d'impression (lien 0), et en rose l'écran de photopolymérisation (lien 8)

variées, allant d'une courbe simple en deux dimensions à une trajectoire plus complexe avec une courbure en 3D. Les critères de sélection incluent : (i) diversité géométrique, (ii) couverture du volume de travail, (iii) sensibilité aux collisions (changement d'orientation nombreux au cours de la pièce).

Chaque cas illustre un niveau de difficulté croissant en termes de suivi de trajectoire et de gestion des collisions. Le Tableau 4.1 résume les dimensions principales, la longueur totale de trajectoire ainsi que la difficulté associée à chaque pièce. Les aperçus visuels correspondants sont présentés à la Figure 4.3, où l'on distingue pour chaque cas : (a, c, e, g) la géométrie de la pièce et (b, d, f, h) la trajectoire du trchange. Ce jeu d'essai sert de base commune pour comparer la faisabilité et la qualité des trajectoires optimisées.

Tableau 4.1 Résumé des quatre pièces de référence : dimensions, longueur de trajectoire et risque de collision.

Pièce	Dim. (mm)	Long. (mm)	Difficulté
P1 — Courbe simple 2D	32×38×157	170	Faible
P2 — Courbe longue 2D	25×100×125	200	Moyen
P3 — Courbe simple 3D	105×83×254	300	Moyen
P4 — Courbe complexe 2D	8×102×325	450	Élevé

### 4.2.3 Planification cinématique inverse

#### 4.2.3.1 Formulation rapide

On cherche une configuration articulaire  $q \in \mathbb{R}^8$  telle que la cinématique directe

$$T(q) = \begin{bmatrix} R(q) & p(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

coïncide (à tolérance près) avec une pose cible

$$T^* = \begin{bmatrix} R^* & p^* \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Le problème, résumé à l'Équation 4.3, est posé comme un programme d'optimisation non linéaire en  $q$  avec des **contraintes dures** (butées, précision de pose, non-collision, ou limiter le pas entre deux itérations). On peut y ajouter des **coûts souples** (quadratiques) qui expriment des préférences robotiques — par exemple stabiliser la posture, favoriser certains axes.

#### 4.2.3.2 Contraintes dures

Ces contraintes conditionnent la faisabilité d'une pause, si aucune solution ne respecte ces critères, la pose est définie comme non atteignable par le système robotique.

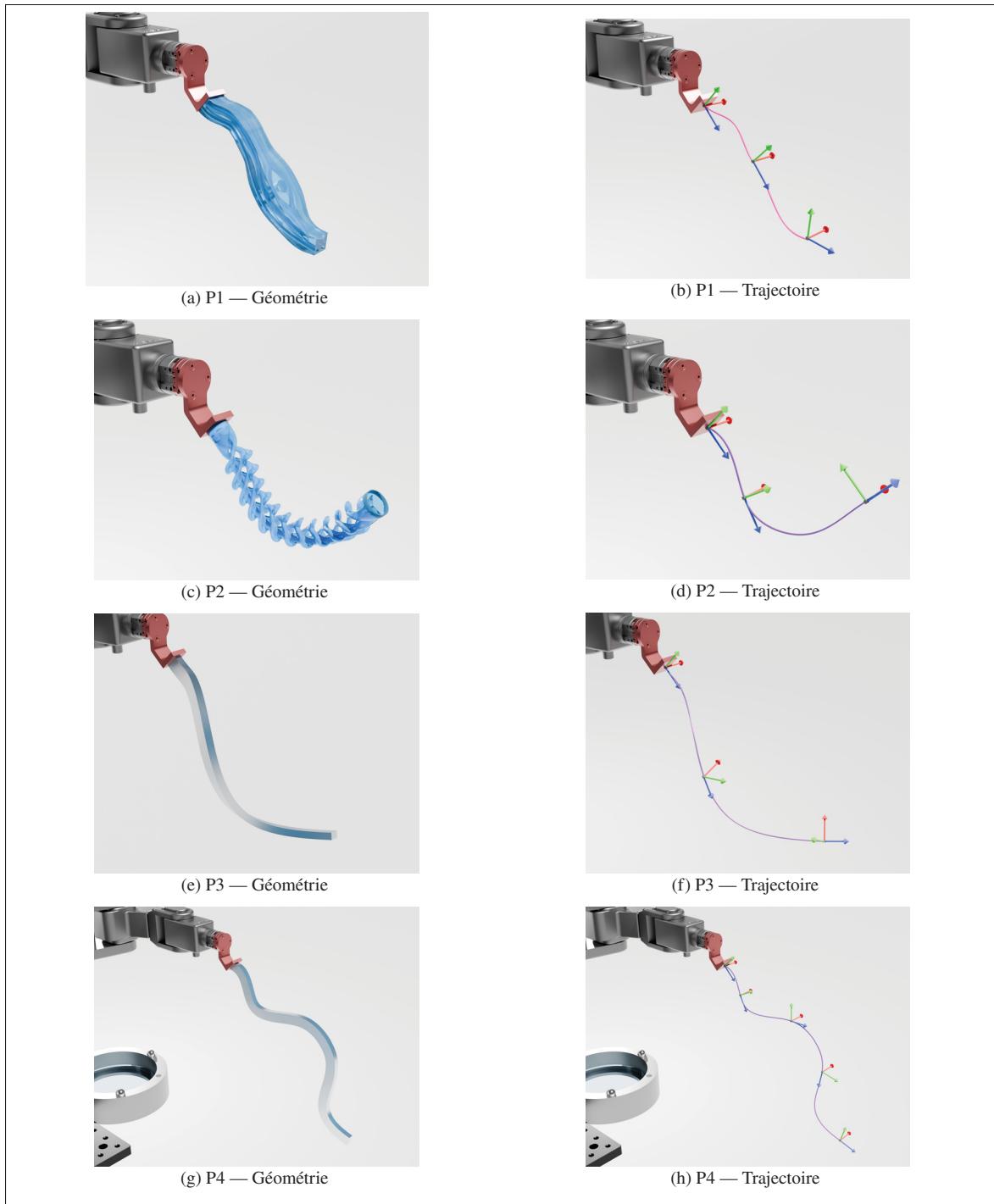


Figure 4.3 Aperçus visuels des quatre pièces (P1–P4). Chaque **ligne** correspond à une pièce ; **gauche** : géométrie, **droite** : trajectoire planifiée. Les labels (a)–(h) suivent l'ordre ligne par ligne.

### (i) Butées articulaires

Chaque articulation doit rester dans ses butées mécaniques. On impose des bornes composante par composante :

$$q_{\min} \leq q \leq q_{\max}.$$

### (ii) Précision de pose

On limite l'erreur de translation de l'effecteur autour de la cible :

$$\| p(q) - p^* \|_{\infty} \leq \varepsilon_p, \quad \theta(R(q), R^*) \leq \varepsilon_R.$$

Géométriquement, cela revient à exiger que  $p(q)$  appartienne à une *boîte* alignée sur les axes et centrée en  $p^*$ , et que l'orientation de l'outil doit rester à l'intérieur d'un *cone* d'ouverture  $\varepsilon_R$  autour de l'orientation cible. (Exemples stricts utilisés en évaluation, choisis avec un ordre de grandeur inférieur à la répétabilité du système robotique, afin de ne pas dégrader l'exactitude de positionnement réel :  $\varepsilon_p = 10^{-7}$  m,  $\varepsilon_R = 10^{-3}$  rad.)

### (iii) Évitement de collision (marge minimale)

On souhaite conserver un espace de sécurité entre les géométries pertinentes du robot et de l'environnement. Pour un ensemble ciblé de paires de géométries  $(i, j)$ ,

$$d_{ij}(q) \geq d_{\min},$$

où  $d_{ij}$  est la distance signée (positive hors contact, nulle au contact). Les paires internes évidentes (liens adjacents ou rigidement connectés) sont exclues. Exiger  $d_{ij}(q) \geq d_{\min}$  revient à entourer chaque liens et chaque élément de l'environnement par une « bulle » qui ne doivent pas rentrer en contact pour une posture donnée. En pratique, ces bulles sont créées autour de géométries simplifiées qui modélisent le robot grâce à des maillages primitifs (rectangles, cylindres ou

sphères). Illustré sur la Figure 4.4, le maillage simplifié permet d'accélérer le calcul tout en restant conservatif; typiquement  $d_{\min} = 10$  mm.

#### 4.2.3.3 Régularisations et préférences (coûts)

Ces coûts souples interviennent dans la résolution du problème de cinématique inverse sans empêcher la faisabilité, ils sont ajoutés afin de tirer parti des degrés de libertés redondants du robot.

##### (i) Proximité de la posture précédente

Ce *coût quadratique* pénalise l'écart entre la posture courante  $q$  et la précédente  $q_{i-1}$ , sans compromettre la faisabilité, mais en **biaisant** la solution dans l'espace nul de manière à lisser la trajectoire articulaire, éviter les « sauts de branche » de l'IK et stabiliser la résolution en présence de redondance :

$$\alpha \| q - q_{i-1} \|_W^2 = \alpha (q - q_{i-1})^\top W (q - q_{i-1}),$$

où :

- $\alpha$  est un **gain global** réglant le compromis entre « suivre strictement la pose cible » et « rester proche de  $q_{i-1}$  ». Un  $\alpha$  faible priorise la pose; un  $\alpha$  plus élevé impose davantage de lissage.
- $W = \text{diag}(w_1, \dots, w_n)$  est une **pondération par articulation** qui sert à homogénéiser les échelles (prismatique en mm vs rotatif en rad). Un choix pratique est  $w_i = 1/(\Delta q_{i,\text{ref}})^2$ , où  $\Delta q_{i,\text{ref}}$  est l'incrément « raisonnable » visé par pas.

Si besoin, on peut aussi utiliser la variante *dure* : la **bulle de confiance**  $(q - q_{i-1})^\top W (q - q_{i-1}) \leq r^2$ , où  $r$  est calé sur les incréments visés (dans notre cas, on règle :  $\approx 2\text{--}3$  mm et  $\sim 1^\circ$  en étude, puis 0,1–0,2 mm sur la trajectoire finale). Elle borne explicitement le pas articulaire, donc empêche les déplacements trop grands pour une itération

Enfin, les coefficients de la matrice de pondération ( $w_1, \dots, w_n$ ) peuvent aussi être réglés pour favoriser l'utilisation de certains axes.

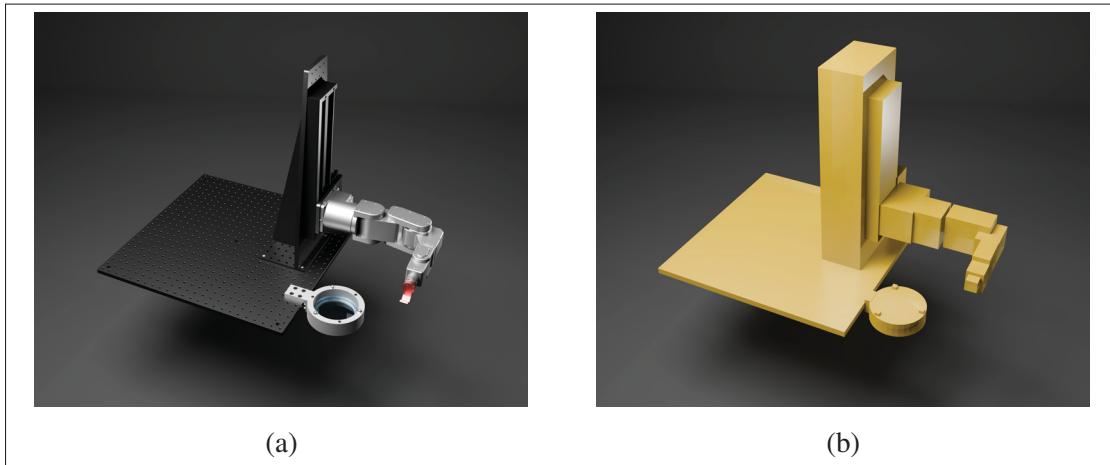


Figure 4.4 Image en synthèse (a) du maillage visuel du système robotique et (b) formes primitives de collision.

#### 4.2.3.4 Schéma compact du problème (un point de trajectoire)

Le problème mathématique de résolution de la cinématique inverse par recherche itérative avec cout quadratiques est résumé dans l'équation 4.3. Dans l'écriture ci-dessous, *s.c.* signifie « *sous*

contraintes » (anglais : *subject to*).

$$\begin{aligned}
 \min_q \quad & \underbrace{\alpha \|q - q_{i-1}\|_{W(q)}^2}_{\text{régularisation locale / biais d'espace nul (optionnelle)}} \\
 \text{s. c.} \quad & \underbrace{q_{\min} \leq q \leq q_{\max}}_{\text{respect des butées articulaires}} , \\
 & \underbrace{p^* - \varepsilon_p \leq p(q) \leq p^* + \varepsilon_p}_{\text{précision de position (boîte axis-aligned)}} , \\
 & \underbrace{\theta(R(q), R^*) \leq \varepsilon_R}_{\text{précision d'orientation (erreur angulaire} \leq \varepsilon_R)} , \\
 & \underbrace{d_{ij}(q) \geq d_{\min}}_{\text{marge de non-collision sur les paires pertinentes}} \quad , \\
 & \underbrace{(q - q_{i-1})^\top W (q - q_{i-1}) \leq r^2}_{\text{proximité autour de } q_{i-1}} .
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

#### 4.2.4 Métriques d'évaluation et score multi-objectif

Les critères ci-dessus définissent la faisabilité (contraintes) et guident la recherche d'IK pour une posture. À l'inverse, les *métriques*, détaillés dans la présente sous-section, servent à évaluer/classer des trajectoires déjà faisables : manipulabilité, marge normalisée aux butées, sensibilité, etc. Sauf mention contraire, les jacobiens sont évalués dans le *repère tâche* (au point de contact pièce–bain), noté  $O_{print}$ , ce qui est cohérent avec la chaîne cinématique inversée présentée plus haut.

##### 4.2.4.1 Manipulabilité

On utilise la manipulabilité translationnelle et rotationnelle de Yoshikawa (1985), qui représente la capacité du robot à positionner et orienter son effecteur autour d'une position articulaire, sont

définies respectivement par :

$$w_t(q) = \sqrt{\det(J_v(q) J_v(q)^\top)}, \quad w_r(q) = \sqrt{\det(J_\omega(q) J_\omega(q)^\top)}.$$

Où  $J_v(q) \in \mathbb{R}^{3 \times n}$  désigne le *jacobien de translation à l'origine d'impression*, c'est-à-dire la matrice qui relie les vitesses articulaires aux vitesses linéaires du point  $O_{print}$  :  $\mathbf{v}_{O_{print}} = J_v^{O_{print}}(q) \dot{\mathbf{q}}$ .

Et où  $J_\omega^{(O)}(q) \in \mathbb{R}^{3 \times n}$  est le jacobien angulaire évalué au point  $O_{print}$ , vérifiant  $\boldsymbol{\omega} = J_\omega^{O_{print}}(q) \dot{\mathbf{q}}$ .

Le score de trajectoire prend le pire cas, donc minimum le long de la trajectoire :

$$w_{t,\min} = \min_{t=1,\dots,N} w_t(q_t), \quad w_{r,\min} = \min_{t=1,\dots,N} w_r(q_t).$$

Choisir la trajectoire qui maximise  $w_{t,\min}$  et  $w_{r,\min}$  permet ainsi de sélectionner la trajectoire qui s'éloigne le plus des singularités, qui utilise des mouvements plus "naturel" (voir section 1.5.6), et s'assure que le robot garde une pose permettant des mouvements supplémentaires au cours de l'impression.

#### 4.2.4.2 Marge aux butées articulaires

Un autre critère de faisabilité concerne la distance aux limites articulaires. On définit, pour chaque articulation  $i$  de bornes  $[l_i, u_i]$ , une marge normalisée

$$m_i(q) = 1 - \left| \frac{q_i - c_i}{h_i} \right|, \quad c_i = \frac{l_i + u_i}{2}, \quad h_i = \frac{u_i - l_i}{2},$$

de sorte que  $m_i = 1$  au centre de l'intervalle et  $m_i = 0$  à la butée. La marge globale d'une configuration est alors

$$m(q) = \min_i m_i(q),$$

et le score de trajectoire retenu est le minimum le long des poses échantillonnées :

$$m_{\min} = \min_{t=1, \dots, N} m(q_t).$$

Physiquement, cette métrique reflète la *latitude de mouvement* restante : une valeur élevée signifie que le robot conserve des degrés de liberté pour s'adapter à des perturbations ou à des corrections, tandis qu'une valeur faible indique que l'on s'approche d'une saturation articulaire. Maximiser  $m_{\min}$  permet donc de sélectionner des trajectoires robustes, qui évitent les zones proches des butées et conservent une capacité de mouvement résiduelle au cours de l'impression. Dans notre cas, l'articulation qui modélise la rotation de l'image sur l'écran n'a pas de limite physique. Sa marge au butées est donc ignorée.

#### 4.2.4.3 Sensibilité

La sensibilité caractérise la manière dont de petites erreurs articulaires se propagent jusqu'à l'effecteur. On modélise ces incertitudes par une matrice de covariance articulaire  $\Sigma_q$  diagonale, qui regroupe la variance typique d'erreur de chaque articulation. Par exemple, on considère pour les joints rotatifs une incertitude angulaire de l'ordre de quelques dixièmes de degré, et pour les joints prismatiques une incertitude de quelques centièmes de millimètre.

La propagation linéaire par le jacobien s'écrit :

$$\Sigma_t(q) = J_v(q) \Sigma_q J_v(q)^\top, \quad \Sigma_w(q) = J_\omega(q) \Sigma_q J_\omega(q)^\top,$$

où  $\Sigma_x$  et  $\Sigma_\omega$  représentent respectivement la covariance de position et d'orientation du TCP. On retient comme métriques scalaires la trace de ces matrices, c'est-à-dire la somme des variances projetées :

$$s_t(q) = \text{tr}(\Sigma_t(q)), \quad s_w(q) = \text{tr}(\Sigma_\omega(q)).$$

Le score de trajectoire correspond à la moyenne de ces valeurs le long des poses échantillonnées. Physiquement, cette métrique reflète la *robustesse aux incertitudes* : un score faible indique

que des imprécisions articulaires (issues de la calibration, du jeu mécanique ou du bruit de commande) se traduisent par de petites déviations de l'effecteur.

Enfin, la sensibilité pénalise particulièrement l'usage excessif des articulations proximales du robot, dont les mouvements ont un effet fortement amplifié au TCP du fait de leur bras de levier important. Dans la mesure où les trajectoires étudiées sont discrétisées très finement (de l'ordre de 0.1 mm entre poses), la variation de  $s_t(q)$  et  $s_w(q)$  le long du chemin est suffisamment bien échantillonnée pour que la moyenne fournit un indicateur fiable. Minimiser  $s_t$  et  $s_w$  incite donc le robot à utiliser préférentiellement ses articulations distales, plus adaptées aux ajustements fins et moins sensibles aux imprécisions.

#### 4.2.5 Optimisation en deux temps : grossière puis rafinée

L'objectif est de choisir une rotation globale de la trajectoire autour de l'axe Z du plateau (variable discrète) et une condition initiale pour l'IK de façon à obtenir une trajectoire articulaire faisable et bien notée selon des critères cinématiques. Pour limiter le coût, on suit une approche en deux temps : *exploration grossière* puis *raffinement ciblé*. Le processus d'optimisation au complet est résumé dans l'Algorithme 4.1.

Voici les étapes clefs de l'optimisation :

##### Étape 1 — Balayage angulaire

On discrétise  $\theta \in [-\pi, \pi]$  et on applique  $R_z(\theta)$  aux poses cartésiennes :  $T_i(\theta) = R_z(\theta) T_i$ . Ce balayage capture les grands changements de faisabilité (collisions, butées, singularités) induits par l'orientation de la pièce. Trois exemples de rotation sont illustrés sur la Figure 4.5.

##### Étape 2 — Échantillonnage déterministe des postures initiales

Pour chaque  $\theta$ , on génère  $n$  conditions initiales  $q_0$  par résolution d'IK itérative à partir d'une séquence quasi-aléatoire (p. ex. *Halton*) bornée par  $[q_{\min}, q_{\max}]$ . Cela permet d'obtenir un

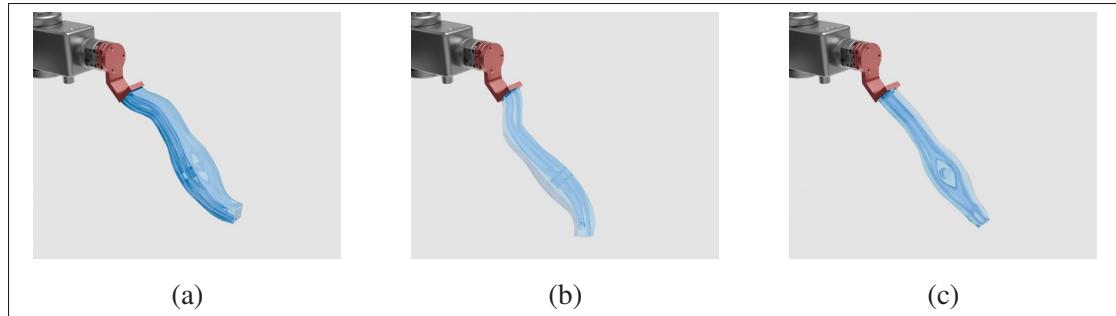


Figure 4.5 Exemples de rotations globale de la pièce P1, (a) 0, (b)  $+\frac{2\pi}{3}$  et (c)  $-\frac{2\pi}{3}$

échantillon répétable, bien réparti, et qui couvre mieux l'espace qu'un tirage aléatoire. Un exemple de 4 postures est présenté sur la Figure 4.6, on peut notamment y voir une variation importante de la hauteur du guide linéaire et de l'articulation virtuelle de l'écran.

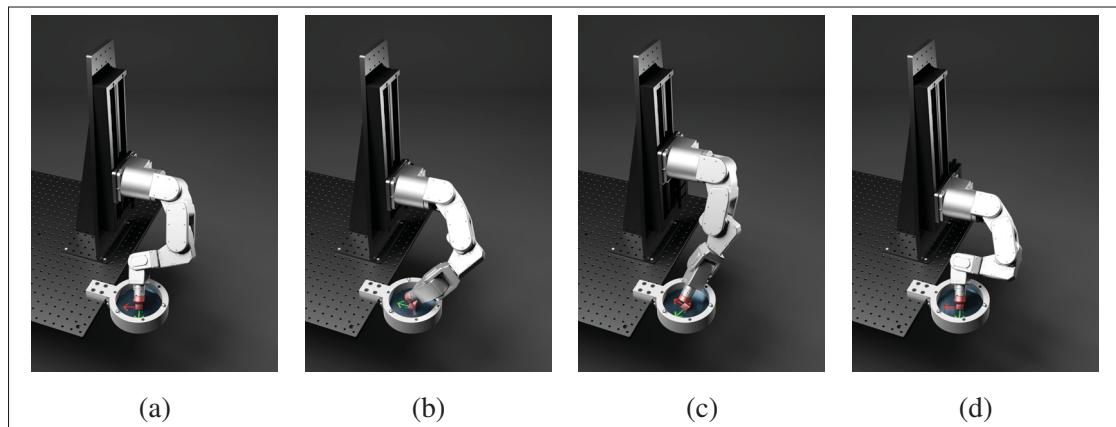


Figure 4.6 Exemples de 4 postures initiales d'impression, pour une rotation globale de la pièce de  $0^\circ$

### Étape 3 — Filtrage rapide sur trajectoire raréfiée

On ne garde qu'un sous-ensemble de poses  $\{T_{i_s}(\theta)\}$  avec un pas  $s$  (échantonnage clairsemé *stride*). Pour chaque seed, on planifie une trajectoire approximative en vérifiant uniquement les contraintes dures (IK, butées, collisions, tolérances). On arrête *dès la première* violation

(early-exit). On attribue un score grossier (somme pondérée de proximités/marges simples) et on ne conserve que les  $k$  meilleurs.

#### Étape 4 — Raffinement des top- $k$

Les  $k$  couples  $(\theta, q_0)$  retenus sont recalculés sur la trajectoire complète (pas  $s = 1$ ), avec régularisations (proximité  $\|q - q_{i-1}\|_W^2$ ) et toutes les vérifications.

Si aucune évaluation de renvoie de trajectoire valide, une deuxième passe est exécutée : on répète l'étape 1 à 4 avec une discréétisation sur un segment restreint  $\theta \in [-\phi, \phi]$ . C'est une recherche dans une fenêtre d'angle autour des résultats prometteur  $[\theta - \phi; \theta + \phi]$  avec  $\theta$  sélectionné par un calcul de densité de voisinage, et  $\phi = 15^\circ$  choisi arbitrairement.

#### Étape 5 — Évaluation multi-critères

Chaque trajectoire est évaluée par un jeu de métriques (manipulabilité, marge aux butées, marge de collision, sensibilités, longueur et lissage en espace articulaire, etc.). On normalise chaque métrique et on agrège (somme pondérée ou min-max de Tchebychev) avec pénalités fortes en cas de violation résiduelle.

#### Étape 6 — Sélection

On retourne  $\theta^*$  et  $\{q_i^*\}$  maximisant le score global. On journalise les variantes proches (top- $m$ ) pour analyse.

### 4.3 Résultats

Les trajectoires choisies sont présentées à la Figure 4.3, et leurs propriétés géométriques sont détaillées dans le Tableau 4.1.

Algorithme 4.1 Optimisation coarse-to-fine (avec rétrécissement conditionnel)

**Input :** Trajectoire  $\{T_i\}$ , grille angulaire  $\Theta$ , demi-fenêtre  $\phi$ , seeds  $n$ , stride  $s$ , top- $k$   
**Output :** Angle  $\theta^*$ , trajectoire  $\{q_i^*\}$

```

1 for pass = 1 to 2 do
2    $\mathcal{L} \leftarrow \emptyset$ ;                                // journal des solutions raffinées
3   foreach  $\theta \in \Theta$  do
4     // - Évaluation grossière (échantillonnage avec pas  $s$ ) -
5     // générer  $n$  seeds, filtrer par IK grossière avec early-exit;
6     // garder top- $k$  candidats;
7     // - Évaluation fine (raffiné stride=1) -
8     // raffiner chaque candidat; journaliser si faisable dans  $\mathcal{L}$ ;
9   end foreach
10  if  $\mathcal{L} \neq \emptyset$  then
11    break;                                         // au moins 1 solution trouvée
12  end if
13  else
14    // Sinon, réduire la fenêtre une seule fois
15     $\theta^\dagger \leftarrow$  angle le plus prometteur (plus de voisins faisables en évaluation grossière);
16     $\Theta \leftarrow [\theta^\dagger - \phi, \theta^\dagger + \phi]$ ;
17  end if
18 end for
19 if  $\mathcal{L} \neq \emptyset$  then
20    $(\theta^*, \{q_i^*\}) \leftarrow \arg \max score_{\text{fine}}$ ;
21 else
22   échec (aucune trajectoire faisable);
23 end if
```

### 4.3.1 Objectif premier : faisabilité et coût

#### (i) Carte de faisabilité angle $\times$ posture initiale

La priorité est d'explorer efficacement l'orientation globale de la pièce. La figure 4.7 détaille, par des cartes de faisabilité, la localisation des trajectoires qui respectent les critères lors de l'évaluation grossière (en turquoise) et lors de l'évaluation raffinée (en jaune). Le balayage d'angle discrétréisé est donné par l'axe des ordonnées, tandis que l'abscisse sépare les différentes postures de départ. On voit d'abord que ce type de carte reflète bien la difficulté d'impression

avancée dans le Tableau 4.1. En effet, la densité de point de la figure 4.7(a) dépasse largement celle de la figure 4.7(d). Ensuite, peut aussi valider l'hypothèse que l'orientation conditionne fortement la faisabilité : des *plages angulaires* entières sont vides, tandis que d'autres concentrent l'essentiel des solutions. C'est particulièrement visible pour P3 (Fig. 4.7c), où la faisabilité se concentre entre  $\sim 0^\circ$  et  $135^\circ$ . Enfin, aucune trajectoire entièrement validée n'a été trouvée pour P4 : la carte (Fig. 4.7d) ne présente aucun carré jaune, signe qu'aucun candidat n'a passé la vérification pose-par-pose. Une seconde passe, focalisée sur une fenêtre angulaire réduite (Fig. 4.8), a révélé de nouveaux *coarse OK* mais sans trajectoire raffinée concluante, vraisemblablement en raison de proximités de butées sur des segments critiques de la trajectoire, un manque de diversité dans l'exploration ou une pièce trop difficile à imprimer avec ce système robotique.

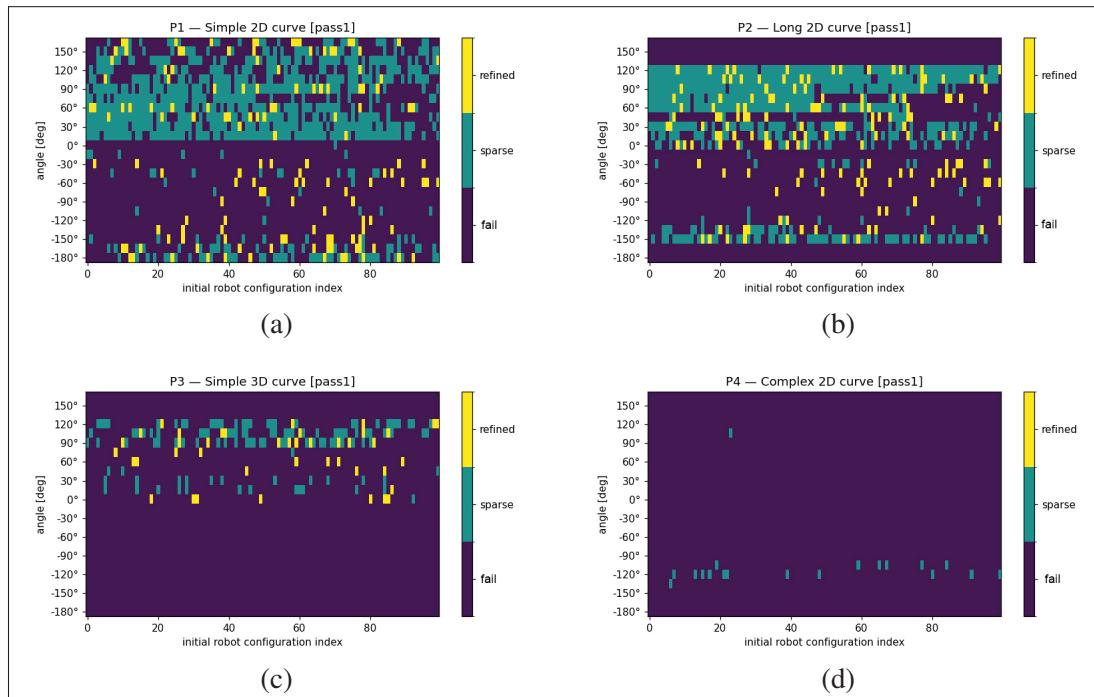


Figure 4.7 Cartes de faisabilité pour chacune des 4 pièces en fonction de l'angle de rotation de la pièce.

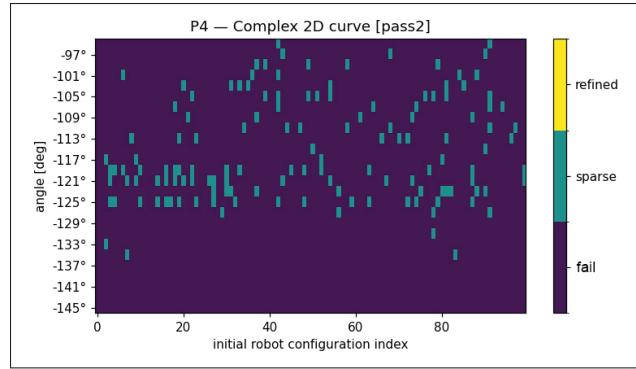


Figure 4.8 Carte de faisabilité sur fenêtre restreinte pour la pièce 4 en fonction de l'angle de rotation de la pièce.

#### (ii) Temps de calcul par angle (coarse + refine)

La Figure 4.9 présente le temps de calcul par angle sous forme de barres empilées (*coarse* en bas, *refine* en haut). On observe deux comportements typiques, cohérents avec les cartes de faisabilité (Fig. 4.7) :

- **Angles « stériles ».** Peu ou pas de seeds passent le filtrage *coarse*  $\Rightarrow$  barres courtes, quasi sans segment *refine*. Ces angles sont rapidement éliminés.
- **Angles « prometteurs ».** Plusieurs seeds atteignent le *raffinement*  $\Rightarrow$  segment *refine* dominant. Le coût augmente, mais il est *rentable* car il produit des trajectoires complètes validées.

En synthèse, la pré-recherche *coarse* réduit fortement le temps total en évitant d'investir dans le *raffinement* d'angles défavorables. Les angles denses en solutions (Fig. 4.7) induisent mécaniquement un segment *refine* plus élevé (Fig. 4.9), mais ce surcoût est justifié dès lors qu'il se traduit par au moins une trajectoire faisable et bien notée.

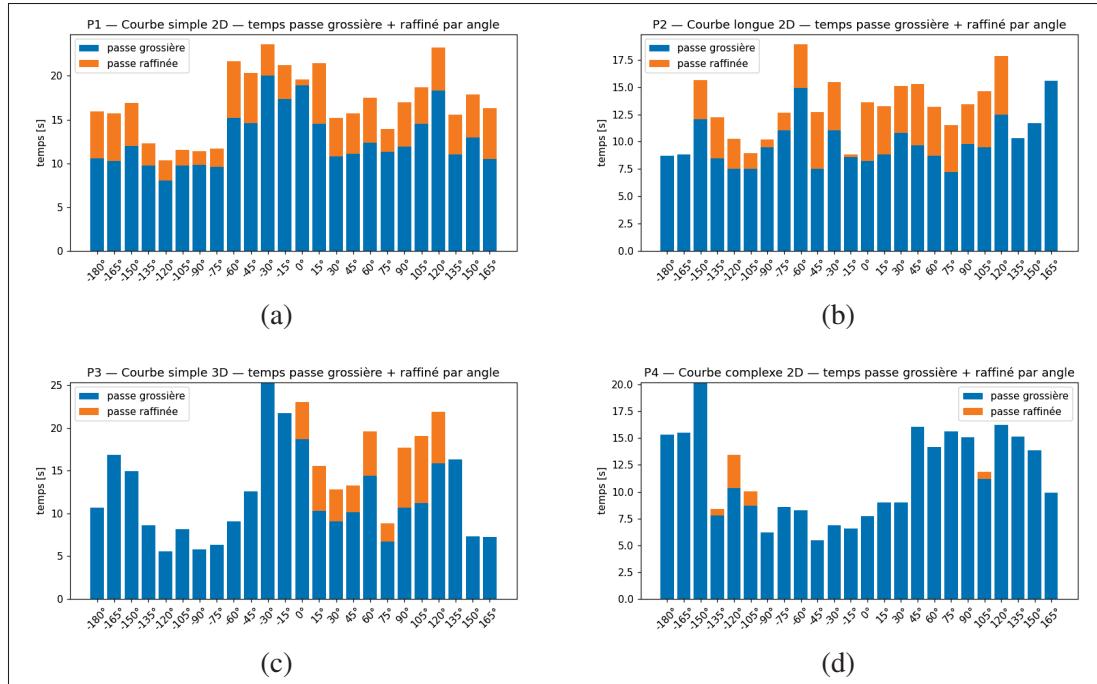


Figure 4.9 Graphique des temps de recherche pour chaque pièce, faisant apparaître l'angle de rotation de la pièce sur le plateau et distinguant les temps pour la passe grossière (bleu) et la passe raffinée (orange)

#### 4.3.2 Raffinement et évaluation multi-critères

Pour chaque angle nous retenons une shortlist de  $k=12$  seeds et recalculons la trajectoire complète sous contraintes (butées, non-collision, tolérances de pose). Les tableaux de synthèse en annexe (Tableaux II-1, II-2, II-3 et II-4) montrent que :

- **P1 (Courbe simple 2D)** : plusieurs angles atteignent `refine_ok` = 12 (p. ex.  $-180^\circ$ ,  $-165^\circ$ ,  $-135^\circ$ ,  $-60^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $165^\circ$ ), avec des `best_score` élevés autour de  $-45^\circ$  et  $45-60^\circ$ .
- **P2 (Courbe longue 2D)** : peu de solutions pour les angles négatifs ; une fenêtre dense pour  $[0^\circ, 120^\circ]$  avec des pics autour de  $45^\circ$  et une robustesse (`refine_ok`) maximale vers  $60^\circ$ .
- **P3 (Courbe simple 3D)** : aucune solution pour les angles négatifs ; une fenêtre active pour  $[0^\circ, 120^\circ]$  avec un pic de `best_score` vers  $60^\circ$  et un `refine_ok` maximal à  $90^\circ$ .
- **P4 (Courbe complexe 2D)** : pas de `refine_ok` à la passe 1 malgré quelques `seeds_ok` (p. ex.  $-135^\circ$ ,  $-120^\circ$ ,  $105^\circ$ ). La passe 2 ne confirme aucun succès (Tableau II-5).

D'autres observations peuvent être formulées à partir du Tableau 4.2 :

- Les configurations retenues correspondent toutes à des orientations identifiées comme prometteuses lors du raffinement (cf. Section 4.2.4), ce qui valide l'approche *coarse-to-fine*.
- La présence systématique d'une marge aux butées nulle ( $m_i = 0$ ) suggère que certaines articulations atteignent leur limite au moins une fois sur la trajectoire. Comme évoqué, il s'agit probablement du guide linéaire qui est souvent poussé à ses bornes. Cet effet reste tolérable si la configuration globale est maintenue, mais devra être surveillé en pratique pour éviter un vieillissement prématué de l'axe.
- Le score global permet de départager des configurations proches : la pièce P1 obtient la meilleure valeur (2.572), suivie par P3 (2.383) et P2 (2.091). Ces écarts restent modérés, ce qui montre que l'algorithme parvient à fournir plusieurs solutions de qualité comparable.

Tableau 4.2 Configurations retenues,  $w_t$  et  $w_r$  sont les manipulabilités de position et de rotation, et  $m_i$  la marge aux butées articulaires.

piece	theta_star	seed_star	score_best	min $w_r$	min $w_t$	$m_i$
P1 (Courbe simple 2D)	-45	43	2.572	0.073	2.868	0
P2 (Courbe longue 2D)	75	35	2.091	0.091	2.903	0
P3 (Courbe simple 3D)	60	89	2.383	0.078	2.596	0

En résumé, l'algorithme parvient, dans trois cas sur quatre, à identifier au moins une configuration réalisable et bien notée pour les pièces de référence. Les résultats mettent en évidence la robustesse du schéma déterministe adopté (balayage angulaire, séquence de Halton, filtrage et raffinement) et confirment sa capacité à extraire des solutions pertinentes même pour des trajectoires contraignantes. Toutefois, l'échec observé sur la pièce la plus complexe souligne que certaines géométries ou orientations restent hors de portée du cadre actuel, et qu'un traitement complémentaire (raffinement local, relâchement de contraintes, ou exploration plus fine) pourrait être nécessaire.

#### 4.4 Conclusion du chapitre

Ce chapitre a proposé et évalué une méthode déterministe pour l'optimisation de configuration d'impression sous contraintes robotiques. Les résultats montrent :

- **Robustesse et reproductibilité** : le balayage angulaire, l'échantillonnage déterministe (Halton), le filtrage rapide et le raffinement ciblé permettent d'isoler efficacement des configurations faisables et bien notées, en limitant les investissements de calcul sur les angles « stériles ».
- **Efficacité pratique** : la passe grossière réduit significativement le coût global en élaguant tôt les candidats défavorables ; la passe rafinée se concentre sur des fenêtres angulaires porteuses.
- **Limites observées** : dépendance à la *granularité* du balayage angulaire, temps de calcul croissant pour des trajectoires très longues, et marges aux butées pouvant atteindre 0 (souvent côté rail). Ces points motivent des améliorations : recherche locale adaptative autour des meilleurs angles, échantionnage clairsemé adaptatif le long de la trajectoire, biais d'espace nul favorisant des configurations « centrées » (rail en zone médiane), et relâchements contrôlés de certaines tolérances quand c'est physiquement acceptable.
- **Portée** : dans trois cas sur quatre, une solution « championne » est obtenue ; l'échec sur P4 met en évidence le besoin d'outils complémentaires pour des géométries très exigeantes (p. ex. méthodes d'exploration additionnelles, reformulation de contraintes, ou stratégie multi-démarrages resserrée).

Enfin, l'intérêt de cette optimisation repose sur la fiabilité du modèle calibré (Chap. 3) : l'alignement bras+rail+outil+cuve conditionne la validité des vérifications de pose et de collision.

## CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

### 5.1 Bilan et contributions

Ce mémoire s'est attaché à rendre *opérationnelle et fiable* l'impression 3D inversée par robot, où la pièce est tenue par le manipulateur et l'outil est "fixe" dans l'environnement (écran SLA). Deux contributions complémentaires ont structuré l'ensemble :

#### 5.1.1 Étape de calibration bras+rail+outil.

Nous avons proposé une méthode d'étalonnage *peu coûteuse et générique* pour des systèmes d'impression portés par robot : la sonde est posée sur la base via un couplage cinématique, ce qui permet d'aligner automatiquement un jeu de points de référence avec ceux de la bride robot. Mesures au laser tracker à l'appui, la calibration améliore l'exactitude 3D de manière substantielle (jusqu'à un facteur  $\sim \times 5$  selon les configurations), rendant le modèle numérique crédible pour la planification et la validation hors-ligne.

#### 5.1.2 Étape d'optimisation de la configuration d'impression

En *inversant la chaîne cinématique* et en introduisant un *DDL virtuel* (rotation de l'écran SLA), nous avons formulé un problème d'optimisation multi-critères (manipulabilité, marges aux butées, sensibilité, coûts de mouvement). L'algorithme développé combine balayage angulaire, échantillonnage déterministe (Halton), filtrage rapide sur trajectoire clairsemée, puis raffinement ciblé par IK le long de la trajectoire complète. Cette stratégie permet de sélectionner automatiquement des configurations *réalisables, robustes et reproductibles*, en concentrant le calcul sur les fenêtres prometteuses.

## 5.2 Résultats clés et mise en perspective

- **Fiabilité du modèle.** L'étalonnage réduit l'erreur de pose moyenne (de 1.272 mm à 0.271 mm), condition nécessaire pour que les tests de faisabilité et de collision reflètent le comportement réel.
- **Impact de l'orientation initiale.** Les expériences montrent que l'angle initial de la pièce (autour de Z du premier repère trajectoire) *conditionne* la faisabilité de bout en bout : de “bonnes” orientations ouvrent un couloir IK stable, quand d’autres rendent la trajectoire globalement stérile.
- **Robustesse et portée.** Le pipeline dégage de manière déterministe des trajectoires robustes dans la majorité des cas, tout en signalant explicitement les géométries excédant le domaine de faisabilité (nécessitant alors des stratégies d’exploration ou de reformulation supplémentaires).

## 5.3 Limites observées

- **Sensibilité aux hyper-paramètres.** La granularité du balayage angulaire, les tolérances IK et l’échantillonnage clairsemé influencent le taux de réussite et le temps de calcul.
- **Coût de calcul.** Le temps croît avec la longueur de trajectoire (nombre de poses) et le nombre de postures initiales retenus au raffinage.
- **Marge aux butées nulle.** Sur plusieurs trajectoires, la marge minimale aux butées atteint 0, souvent à cause de l’articulation prismatique du *guide linéaire* arrivant en butée basse. Cela suggère que l’implantation du rail dans la cellule n’est pas optimisée vis-à-vis des pièces étudiées.
- **Gestion des collisions.** Les contraintes de distance imposées dans l’IK garantissent l’absence d’interpénétration locale, mais rendent le système “myope” à l’échelle d’un chemin global si aucun *planificateur de mouvement* n’est mis en place.

## 5.4 Recommandations et perspectives

Au-delà de la validation numérique, plusieurs axes découlent directement des conclusions des chapitres d'étalonnage et d'optimisation :

- **Validation expérimentale complète.** Déployer la chaîne d'impression SLA robotisée et confronter trajectoires optimisées & robot étalonné aux contraintes réelles (mouvements, mouillage résine, décrochage des couche).
- **Résolution de redondance privilégiant le rail.** Concevoir un *biais d'espace nul* qui pousse prioritairement le guide linéaire (plus précis) avant les axes rotatifs, cohérent avec la recommandation issue de l'étalonnage.
- **Biais doux dans l'IK.** Réintroduire un réglage de *guidance par manipulabilité* (coûts dérivés de  $J$ ) pour éviter les configurations “à l'équerre”.
- **Recherche locale adaptative.** Autour des meilleurs angles, combiner l'optimisation déterministe avec une *exploration génétique locale* pour récupérer des fenêtres “manquées” par la discréétisation angulaire, par exemple du type NSGA-II.
- **Pondérations adaptatives** ( $w_1, \dots, w_n$ ). Faire évoluer les poids selon les phases d'impression (amorçage, montée, finition), afin d'exploiter différemment les axes en fonction des besoins d'accès et de rigidité.
- **Re-positionnement du rail.** Étudier l'*optimisation de placement* du guide linéaire dans la cellule (hauteur, recul, orientation) pour restaurer des marges positives sur la majorité des pièces, y compris autour et légèrement sous le bain.
- **Chemins sans collision.** Coupler l'IK à un planificateur global (p. ex. *RRT\**) pour générer des chemins *globalement* sans collision, plutôt que d'imposer uniquement des distances locales pose-à-pose.

- **Gestion du plateau et post-process.** Formaliser le *changement de plateau* comme une recherche de chemin sans collision entre la pose de fin d'impression et le support, et tirer parti d'un changeur d'outil répétable pour enchaîner des étapes de post-traitement.
- **Critère de délaminaison.** Ajouter un critère “*peel/délaminaison*” (effet dit “*stephen effect*”) garantissant une micro-cinématique réalisable pour décoller chaque couche du fond de cuve.

## 5.5 Conclusion générale

Pris ensemble, l'étalonnage (qui ancre la *vérité géométrique* du modèle) et l'optimisation (qui exploite la *redondance structurée* bras+rail+écran) constituent une chaîne cohérente pour la *fabrication additive inversée* à haute précision. La méthode proposée est déterministe, reproductible et suffisamment modulaire pour intégrer, à court terme, un biais d'espace nul orienté rail, des pondérations adaptatives et un planificateur global. À moyen terme, son industrialisation passera par la validation sur cellule complète, l'optimisation du layout (notamment du rail) et l'intégration de séquences de service (changement de plateau, post-process).

Au-delà du cas SLA étudié, l'approche se transpose à d'autres procédés “outil-fixe / pièce-portée” (usinage léger, polissage, dépose de matière hors plan), et ouvre la voie à l'impression de *grandes structures curvilignes* combinant précision dimensionnelle et surface de qualité.

## ANNEXE I

### TABLEAU DES RÉSULTATS DU PROCESSUS D'ÉTALONNAGE

Tableau-A I-1 Valeur initiale des 34 paramètres observés du MECA500 et guide linéaire, et leur valeur après identification.

Paramètre	Initial	Identifié
$x_0^W$ [mm]	110.000	110.625
$y_0^W$ [mm]	-190.000	-190.005
$z_0^W$ [mm]	145.000	144.875
$\alpha_0^W$ [°]	0.000	-0.066
$\beta_0^W$ [°]	0.000	0.192
$\gamma_0^W$ [°]	90.000	90.093
$\alpha_1$ [°]	-90.000	-90.077
$\alpha_2$ [°]	-90.000	-90.0491
$\alpha_3$ [°]	0.000	-0.039
$\alpha_4$ [°]	-90.000	-89.968
$\alpha_5$ [°]	90.000	89.992
$\alpha_6$ [°]	-90.000	-89.944
$a_2$ [mm]	0.000	0.041
$a_3$ [mm]	135.000	135.021
$a_4$ [mm]	38.000	38.043
$a_5$ [mm]	0.000	-0.082
$a_6$ [mm]	0.000	0.0381
$d_4$ [mm]	0.000	0.213
$d_5$ [mm]	120.000	119.893
$d_6$ [mm]	0.000	-0.068
$d_7$ [mm]	70.000	70.539
$\theta_{off,2}$ [°]	0.000	-0.280
$\theta_{off,3}$ [°]	-90.000	-90.033
$\theta_{off,4}$ [°]	0.000	-0.010
$\theta_{off,5}$ [°]	0.000	-0.111
$\theta_{off,6}$ [°]	0.000	0.089
$\theta_{off,7}$ [°]	-180.000	179.762
$\beta_3$ [°]	0.000	-0.009
$c_2$ [°/Nm $\times 10^{-3}$ ]	0.000	18.112
$c_3$ [°/Nm $\times 10^{-3}$ ]	0.000	14.623
$c_4$ [°/Nm $\times 10^{-3}$ ]	0.000	20.429
$c_5$ [°/Nm $\times 10^{-3}$ ]	0.000	145.231
$c_6$ [°/Nm $\times 10^{-3}$ ]	0.000	109.094
$c_7$ [°/Nm $\times 10^{-3}$ ]	0.000	500.007



## ANNEXE II

### TABLEAUX DE SYNTHÈSE DE L'OPTIMISATION DE CONFIGURATION D'IMPRESSION

#### 1. Annexes de la partie de l'optimisation

Tableau-A II-1 Résumé Pièce P1 - Courbe simple 2D : faisabilité par angle.

angle [deg]	coarse_ok	shortlist	refine_ok	best_score
-180	51	12	12	1.827
-165	37	12	12	1.700
-150	20	12	9	1.958
-135	6	6	6	2.508
-120	5	5	5	1.400
-105	5	5	4	0.800
-90	4	4	3	1.622
-75	5	5	5	1.400
-60	12	12	10	1.546
-45	17	12	5	2.572
-30	7	7	7	1.400
-15	6	6	0	—
0	1	1	0	—
15	82	12	12	1.400
30	78	12	10	0.800
45	70	12	9	2.543
60	69	12	12	2.571
75	51	12	0	—
90	73	12	10	1.807
105	0	12	7	2.200
120	49	12	12	1.510
135	61	12	3	1.700
150	45	12	11	1.699
165	36	12	12	1.700

Tableau-A II-2 Résumé Pièce P2 - Courbe longue 2D : faisabilité par angle.

angle [deg]	coarse_ok	shortlist	refine_ok	best_score
-180	0	0	0	—
-165	0	0	0	—
-150	66	12	8	2.045
-135	29	12	8	1.983
-120	9	9	4	1.750
-105	4	4	2	1.700
-90	2	2	1	0.800
-75	4	4	3	1.400
-60	10	10	9	1.589
-45	11	11	11	1.745
-30	17	12	6	1.912
-15	1	1	0	—
0	36	12	11	1.700
15	55	12	12	1.670
30	65	12	11	1.799
45	22	12	12	2.059
60	71	12	12	1.915
75	55	12	12	2.091
90	79	12	6	1.400
105	95	12	12	1.122
120	96	12	12	1.605
135	0	0	0	—
150	0	0	0	—
165	0	0	0	—

Tableau-A II-3 Résumé Pièce P3 - Courbe simple 3D : faisabilité par angle.

angle [deg]	coarse_ok	shortlist	refine_ok	best_score
-180	0	0	0	—
-165	0	0	0	—
-150	0	0	0	—
-135	0	0	0	—
-120	0	0	0	—
-105	0	0	0	—
-90	0	0	0	—
-75	0	0	0	—
-60	0	0	0	—
-45	0	0	0	—
-30	0	0	0	—
-15	0	0	0	—
0	8	8	7	1.794
15	13	12	1	0.800
30	11	11	0	—
45	6	6	3	2.014
60	6	6	6	2.383
75	4	4	3	1.454
90	38	12	10	1.582
105	39	12	7	1.700
120	35	12	5	1.700
135	0	0	0	—
150	0	0	0	—
165	0	0	0	—

Tableau-A II-4 Résumé Pièce P4 - Courbe complexe 3D - 1ère passe : faisabilité par angle.

angle [deg]	coarse_ok	shortlist	refine_ok	best_score
-180	0	0	0	—
-165	0	0	0	—
-150	0	0	0	—
-135	1	1	0	—
-120	11	11	0	—
-105	6	6	0	—
-90	0	0	0	—
-75	0	0	0	—
-60	0	0	0	—
-45	0	0	0	—
-30	0	0	0	—
-15	0	0	0	—
0	0	0	0	—
15	0	0	0	—
30	0	0	0	—
45	0	0	0	—
60	0	0	0	—
75	0	0	0	—
90	0	0	0	—
105	1	1	0	—
120	0	0	0	—
135	0	0	0	—
150	0	0	0	—
165	0	0	0	—

Tableau-A II-5 Résumé Pièce P4 - Courbe complexe 3D - 2ème passe : faisabilité par angle.

angle [deg]	seeds_ok	shortlist	refine_ok	best_score
-145	0	0	0	—
-143	0	0	0	—
-141	0	0	0	—
-139	0	0	0	—
-137	0	0	0	—
-135	2	2	0	—
-133	1	1	0	—
-131	1	1	0	—
-129	0	0	0	—
-127	4	4	0	—
-125	18	12	0	—
-123	11	11	0	—
-121	17	12	0	—
-119	17	12	0	—
-117	4	4	0	—
-115	2	2	0	—
-113	8	8	0	—
-111	7	7	0	—
-109	5	5	0	—
-107	6	6	0	—
-105	10	10	0	—
-103	7	7	0	—
-101	5	5	0	—
-99	5	5	0	—
-97	3	3	0	—
-95	2	2	0	—



## BIBLIOGRAPHIE

- Baeten, J., Bruyninckx, H. & De Schutter, J. (2003). Integrated Vision/Force Robotic Servoing in the Task Frame Formalism. *The International Journal of Robotics Research*, 22(10-11), 941–954. doi : 10.1177/027836490302210010. Publisher : SAGE Publications Ltd STM.
- Beeson, P. & Ames, B. (2015, nov). TRAC-IK : An open-source library for improved solving of generic inverse kinematics. *2015 IEEE-RAS 15th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)*, pp. 928–935. doi : 10.1109/HUMANOIDS.2015.7363472.
- Bettahar, H., Lehmann, O., Clévy, C., Courjal, N. & Lutz, P. (2022). 6-DoF Full Robotic Calibration Based on 1-D Interferometric Measurements for Microscale and Nanoscale Applications. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 19(1), 348–359. doi : 10.1109/TASE.2020.3031856. Conference Name : IEEE Transactions on Automation Science and Engineering.
- Bhatt, P. M., Malhan, R. K., Shembekar, A. V., Yoon, Y. J. & Gupta, S. K. (2020a). Expanding capabilities of additive manufacturing through use of robotics technologies : A survey. *Additive Manufacturing*, 31, 100933. doi : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.100933>.
- Bhatt, P. M., Malhan, R. K., Shembekar, A. V., Yoon, Y. J. & Gupta, S. K. (2020b). Expanding capabilities of additive manufacturing through use of robotics technologies : A survey. *Additive Manufacturing*, 31, 100933. doi : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2019.100933>.
- Blender Foundation. (2025). Blender (Version 4.5 LTS). Repéré à <https://www.blender.org>.
- Borm, J.-H. & Meng, C.-H. (1991a). Determination of Optimal Measurement Configurations for Robot Calibration Based on Observability Measure. *The International Journal of Robotics Research*, 10(1), 51-63. doi : 10.1177/027836499101000106.
- Borm, J.-H. & Meng, C.-H. (1991b). Determination of Optimal Measurement Configurations for Robot Calibration Based on Observability Measure. *The International Journal of Robotics Research*, 10(1), 51-63. doi : 10.1177/027836499101000106.
- Boyd, S. P. & Vandenberghe, L. (2023). *Convex optimization* (éd. Version 29). Cambridge New York Melbourne New Delhi Singapore : Cambridge University Press.
- Brockett, R. W. (1984). Robotic manipulators and the product of exponentials formula. *Mathematical Theory of Networks and Systems*, pp. 120–129. doi : 10.1007/BFb0031048.

- Bruyninckx, H. & De Schutter, J. (1996). Specification of force-controlled actions in the "task frame formalism"-a synthesis. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 12(4), 581–589. doi : 10.1109/70.508440.
- Conrad, K. L., Shiakolas, P. S. & Yih, T. (2000). Robotic calibration issues : Accuracy, repeatability and calibration. *Proceedings of the 8th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED2000)*, Rio, Patras, Greece, 1719, 0.
- Corke, P. & Haviland, J. (2021). The Robotics Toolbox reinvented for Python. *2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 11357–11363.
- Craig, J. J. (2017). *Introduction to Robotics : Mechanics and Control* (éd. 4th). Upper Saddle River, NJ, USA : Pearson. doi : 10.1007/978-3-319-62533-1.
- Craig, J. J. (2018). *Introduction to Robotics : Mechanics and Control* (éd. 4th). Upper Saddle River, NJ, USA : Pearson.
- Daney, D. (2002, may). Optimal measurement configurations for Gough platform calibration. *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292)*, 1, 147–152 vol.1. doi : 10.1109/ROBOT.2002.1013353.
- De Marzi, A., Vibrante, M., Bottin, M. & Franchin, G. (2023). Development of robot assisted hybrid additive manufacturing technology for the freeform fabrication of lattice structures. *Additive Manufacturing*, 66, 103456. doi : <https://doi.org/10.1016/j.addma.2023.103456>.
- De Marzi, A., Vibrante, M., Bottin, M. & Franchin, G. (2023). Development of robot assisted hybrid additive manufacturing technology for the freeform fabrication of lattice structures. *Additive Manufacturing*, 66, 103456. doi : 10.1016/j.addma.2023.103456.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. & Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm : NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182–197. doi : 10.1109/4235.996017.
- Denavit, J. & Hartenberg, R. S. (1955). A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices. *Journal of Applied Mechanics*, 22(2), 215–221. doi : 10.1115/1.4016721.
- Dong, J. & Trinkle, J. C. (2015, sep). Orientation-based reachability map for robot base placement. *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 1488–1493. doi : 10.1109/IROS.2015.7353564.
- Du, G. & Zhang, P. (2014). Online Serial Manipulator Calibration Based on Multisensory Process Via Extended Kalman and Particle Filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(12), 6852–6859. doi : 10.1109/TIE.2014.2314051.

- Dumas, C., Caro, S., Chérif, M., Garnier, S. & Furet, B. (2010, oct). A methodology for joint stiffness identification of serial robots. *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 464–469. doi : 10.1109/IROS.2010.5652140.
- Everett, L., Driels, M. & Mooring, B. (1987, mar). Kinematic modelling for robot calibration. *1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation Proceedings*, 4, 183–189. doi : 10.1109/ROBOT.1987.1087818.
- FBR Ltd. (2025). Hadrian X® : Outdoor Construction & Bricklaying Robot from FBR. Repéré le 2025-05-29 à <https://www.fbr.com.au/view/hadrian-x>.
- Featherstone, R. (1982). *A Program for Simulating Robot Dynamics* (Rapport n°Working Paper 155).
- Gao, Y., Qiu, T., Song, C., Ma, S., Liu, Z., Liang, Z. & Wang, X. (2025). Optimizing the performance of serial robots for milling tasks : A review. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 94, 102977. doi : <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2025.102977>.
- García Galicia, J. A. & Benes, B. (2018). Improving printing orientation for Fused Deposition Modeling printers by analyzing connected components. *Additive Manufacturing*, 22, 720–728. doi : 10.1016/j.addma.2018.06.007.
- Gaudreault, M., Joubair, A. & Bonev, I. (2018). Self-Calibration of an Industrial Robot Using a Novel Affordable 3D Measuring Device. *Sensors*, 18(10), 3380. doi : 10.3390/s18103380. Number : 10 Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- Gautier, M. (1990, may). Numerical calculation of the base inertial parameters of robots. , *IEEE International Conference on Robotics and Automation Proceedings*, pp. 1020–1025 vol.2. doi : 10.1109/ROBOT.1990.126126.
- Halton, J. H. (1960). On the efficiency of certain quasi-random sequences of points in evaluating multi-dimensional integrals. *Numerische Mathematik*, 2(1), 84–90. doi : 10.1007/BF01386213.
- Hauser, K. (2015, may). Lazy collision checking in asymptotically-optimal motion planning. *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pp. 2951–2957. doi : 10.1109/ICRA.2015.7139603.
- Hauser, K. & contributors. (2024). Klampt : Kris' Locomotion and Manipulation Planning Toolkit (Version 0.10.0) [Software]. <https://github.com/krishauser/Klampt> : GitHub repository.

- Hayati, S., Tso, K. & Roston, G. (1988a). Robot geometry calibration. *Proceedings. 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 947-951 vol.2. doi : 10.1109/ROBOT.1988.12181.
- Hayati, S., Tso, K. & Roston, G. (1988b). Robot geometry calibration. *Proceedings. 1988 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 947–951 vol.2. doi : 10.1109/ROBOT.1988.12181.
- Hayati, S. & Mirmirani, M. (1985). Improving the absolute positioning accuracy of robot manipulators. *Journal of robotic systems*, 2(4), 397–413.
- He, Z., Zhang, R., Zhang, X., Chen, Z., Huang, G. & Zhou, A. (2019, dec). Absolute Positioning Error Modeling and Compensation of a 6-DOF Industrial Robot. *2019 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, pp. 840–845. doi : 10.1109/ROBIO49542.2019.8961386.
- Huang, J., Ware, H. O. T., Hai, R., Shao, G. & Sun, C. (2021). Conformal Geometry and Multimaterial Additive Manufacturing through Freeform Transformation of Building Layers. *Advanced Materials*, 33(11), 2005672. doi : 10.1002/adma.202005672. \_eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/adma.202005672>.
- Huang, J., Zhang, B., Xiao, J. & Zhang, Q. (2022). An Approach to Improve the Resolution of DLP 3D Printing by Parallel Mechanism. *Applied Sciences*, 12(24), 12905. doi : 10.3390/app122412905. Number : 24 Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- Hull, C. W. (1986). *Patent n°US 4,575,330*.
- Icli, C., Stepanenko, O. & Bonev, I. (2020). New method and portable measurement device for the calibration of industrial robots. *Sensors (Switzerland)*, 20(20), 1–15. doi : 10.3390/s20205919. Publisher : MDPI AG.
- Jang, J. H., Kim, S. H. & Kwak, Y. K. (2001). Calibration of geometric and non-geometric errors of an industrial robot. *Robotica*, 19(3), 311–321. doi : 10.1017/S0263574700002976.
- Janson, L., Ichter, B. & Pavone, M. [arXiv :1505.00023 [cs]]. (2016, may). Deterministic Sampling-Based Motion Planning : Optimality, Complexity, and Performance. arXiv. Repéré le 2025-09-19 à <http://arxiv.org/abs/1505.00023>.
- Ji, Z., Brion, D. A. J., Samson, K. D. G. & Pattinson, S. W. (2023). Facile method for 3D printing conformally onto uneven surfaces and its application to face masks. *Scientific Reports*, 13(1), 21659. doi : 10.1038/s41598-023-48547-x. Publisher : Nature Publishing Group.

- Joubair, A., Tahan, A. & Bonev, I. (2016, oct). Performances of observability indices for industrial robot calibration. *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 2477–2484. doi : 10.1109/IROS.2016.7759386.
- Joubair, A. & Bonev, I. A. (2013). Comparison of the Efficiency of Five Observability Indices for Robot Calibration. *Mechanism and Machine Theory*, 70, 254–265. doi : 10.1016/j.mechmachtheory.2013.07.015.
- Joubair, A. & Bonev, I. A. (2015). Kinematic calibration of a six-axis serial robot using distance and sphere constraints. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 77(1), 515–523. doi : 10.1007/s00170-014-6448-5.
- Judd, R. & Knasinski, A. (1987, mar). A technique to calibrate industrial robots with experimental verification. *1987 IEEE International Conference on Robotics and Automation Proceedings*, 4, 351–357. doi : 10.1109/ROBOT.1987.1088010.
- Karaman, S. & Frazzoli, E. [arXiv :1105.1186 [cs]]. (2011, may). Sampling-based Algorithms for Optimal Motion Planning. arXiv. Repéré le 2025-06-11 à <http://arxiv.org/abs/1105.1186>.
- Khatib, O. (1987). A unified approach for motion and force control of robot manipulators : The operational space formulation. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 3(1), 43–53. doi : 10.1109/JRA.1987.1087068.
- Klimchik, A., Pashkevich, A. & Chablat, D. (2013). CAD-based approach for identification of elasto-static parameters of robotic manipulators. *Finite Elements in Analysis and Design*, 75, 19–30. doi : 10.1016/j.finel.2013.06.008.
- Klimchik, A., Caro, S., Furet, B. & Pashkevich, A. (2014a, sep). Complete stiffness model for a serial robot. *2014 11th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO)*, 02, 192–202. doi : 10.5220/0005098701920202.
- Klimchik, A., Chablat, D. & Pashkevich, A. (2014b). Stiffness modeling for perfect and non-perfect parallel manipulators under internal and external loadings. *Mechanism and Machine Theory*, 79, 1–28. doi : 10.1016/j.mechmachtheory.2014.04.002.
- Kodama, H. (1981). Automatic method for fabricating a three-dimensional plastic model with photo-hardening polymer. *Review of Scientific Instruments*, 52(11), 1770–1773. doi : 10.1063/1.1136492.
- Latombe, J.-C. (1991). *Robot Motion Planning*. Boston, MA : Springer US. doi : 10.1007/978-1-4615-4022-9.

- Lawler, E. L. (1985). The traveling salesman problem : a guided tour of combinatorial optimization. *Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics*, 0.
- Levenberg, K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2(2), 164–168. doi : 10.1090/qam/10666.
- Liegeois, A. (1977). Automatic Supervisory Control of the Configuration and Behavior of Multibody Mechanisms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 7(12), 868-871. doi : 10.1109/TSMC.1977.4309644.
- Lightcap, C., Hamner, S., Schmitz, T. & Banks, S. (2008). Improved Positioning Accuracy of the PA10-6CE Robot with Geometric and Flexibility Calibration. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(2), 452–456. doi : 10.1109/TRO.2007.914003.
- Lipkin, H. (2008, jun). A Note on Denavit-Hartenberg Notation in Robotics. *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, pp. 921–926. doi : 10.1115/DETC2005-85460.
- Liu, W., Chen, L., Mai, G. & Song, L. (2020). Toolpath planning for additive manufacturing using sliced model decomposition and metaheuristic algorithms. *Advances in Engineering Software*, 149, 102906. doi : 10.1016/j.advengsoft.2020.102906.
- Liu, Y., Zhuang, Z. & Li, Y. (2022). Closed-loop kinematic calibration of robots using a six-point measuring device. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 71, 1–12.
- Mao, C., Chen, Z., Li, S. & Zhang, X. (2021). Separable Nonlinear Least Squares Algorithm for Robust Kinematic Calibration of Serial Robots. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 101(1), 2. doi : 10.1007/s10846-020-01268-z.
- Marler, R. & Arora, J. (2004). Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 26(6), 369–395. doi : 10.1007/s00158-003-0368-6.
- Marquardt, D. W. (1963). An Algorithm for Least-Squares Estimation of Nonlinear Parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2), 431–441. Repéré à <https://www.jstor.org/stable/2098941>. Publisher : Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Marsh, G. (2011). Automating aerospace composites production with fibre placement. *Reinforced Plastics*, 55(3), 32–37. doi : 10.1016/S0034-3617(11)70075-3.

- Mecademic. [Accessed : 2024-09-30]. (2024a). Mecademic Robotics - Compact, precise, industrial robots for microautomation. Repéré à <https://mecademic.com/>.
- Mecademic. (2024b). Calibration Services. Repéré à <https://mecademic.com/services/calibration/>.
- Mecademic. [Accessed : 2025-06-13]. (2025, Juin). Calibration Services. Repéré à <https://mecademic.com/services/calibration/>.
- Mehmood, N., Umer, M. & Asgher, U. (2022). Multi-Hole Drilling Tool Path Planning and Cost Management through Hybrid SFLA-ACO Algorithm for Composites and Hybrid Materials. *Journal of Composites Science*, 6(12), 364. doi : 10.3390/jcs6120364. Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- Mehmood, Y., Cannella, F. & Cocuzza, S. (2025). Analytical Modeling, Virtual Prototyping, and Performance Optimization of Cartesian Robots : A Comprehensive Review. *Robotics*, 14(5), 62. doi : 10.3390/robotics14050062. Number : 5 Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- Menq, C.-H., Borm, J.-H. & Lai, J. Z. (1989). Identification and Observability Measure of a Basis Set of Error Parameters in Robot Calibration. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 111(4), 513–518. doi : 10.1115/1.3259031.
- Merlet, J. P. (2010). *Parallel Robots* (éd. 2nd). Springer Publishing Company, Incorporated.
- Miettinen, K. (1998). *Nonlinear Multiobjective Optimization*. Boston, MA : Springer US. doi : 10.1007/978-1-4615-5563-6.
- Mitchell, T. J. (2000). An Algorithm for the Construction of D-Optimal Experimental Designs. *Technometrics*, 42(1), 48–54. doi : 10.1080/00401706.2000.10485978.
- Mooring, B. W., Roth, Z. S. & Driels, M. R. (1991). *Fundamentals of manipulator calibration*. Wiley-interscience.
- Mulvad, S. H. (2022). fast-tsp : A fast TSP solver with Python bindings (Version 1.0) [Software]. <https://github.com/shmulvad/fast-tsp> : GitHub repository.
- Murray, R. M., Li, Z. & Sastry, S. S. (2017). *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation* (éd. 1). CRC Press. doi : 10.1201/9781315136370.
- Nakamura, Y. & Hanafusa, H. (1986). Inverse Kinematic Solutions With Singularity Robustness for Robot Manipulator Control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 108(3), 163–171. doi : 10.1115/1.3143764.

- Nedjatia, A. & Vizvárib, B. [arXiv :2003.06712 [math]]. (2020, mar). Robot Path Planning by Traveling Salesman Problem with Circle Neighborhood : modeling, algorithm, and applications. arXiv. Repéré le 2025-09-25 à <http://arxiv.org/abs/2003.06712>.
- Newman, W., Birkhimer, C., Horning, R. & Wilkey, A. (2000, apr). Calibration of a Motoman P8 robot based on laser tracking. *Proceedings 2000 ICRA. Millennium Conference. IEEE International Conference on Robotics and Automation. Symposia Proceedings (Cat. No.00CH37065)*, 4, 3597–3602 vol.4. doi : 10.1109/ROBOT.2000.845292.
- Nguyen, H.-N., Zhou, J., Kang, H.-J. & Ro, Y.-S. (2013). Robot Geometric Parameter Identification with Extended Kalman Filtering Algorithm. Dans Huang, D.-S., Gupta, P., Wang, L. & Gromiha, M. (Éds.), *Emerging Intelligent Computing Technology and Applications* (vol. 375, pp. 165–170). Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg. doi : 10.1007/978-3-642-39678-6\_28.
- Nguyen, H.-N., Zhou, J. & Kang, H.-J. (2015). A calibration method for enhancing robot accuracy through integration of an extended Kalman filter algorithm and an artificial neural network. *Neurocomputing*, 151, 996–1005. doi : 10.1016/j.neucom.2014.03.085.
- Nof, S. Y. (1999). *Handbook of Industrial Robotics*. John Wiley & Sons.
- Nohut, S. & Schwentenwein, M. (2022). Vat Photopolymerization Additive Manufacturing of Functionally Graded Materials : A Review. *Journal of Manufacturing and Materials Processing*, 6(1), 0. doi : 10.3390/jmmp6010017.
- Nubiola, A. & Bonev, I. A. (2013). Absolute calibration of an ABB IRB 1600 robot using a laser tracker. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 29(1), 236–245. doi : 10.1016/j.rcim.2012.06.004.
- Nubiola, A. & Bonev, I. A. (2014). Absolute robot calibration with a single telescoping ballbar. *Precision Engineering*, 38(3), 472–480. doi : 10.1016/j.precisioneng.2014.01.001.
- Nubiola, A., Slamani, M., Joubair, A. & Bonev, I. A. (2014). Comparison of two calibration methods for a small industrial robot based on an optical CMM and a laser tracker. *Robotica*, 32(3), 447–466. doi : 10.1017/S0263574713000714.
- Paral, S. K., Lin, D.-Z., Cheng, Y.-L., Lin, S.-C. & Jeng, J.-Y. (2023). A Review of Critical Issues in High-Speed Vat Photopolymerization. *Polymers*, 15(12), 2716. doi : 10.3390/polym15122716. Number : 12 Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute.

- Park, I.-W., Lee, B.-J., Cho, S.-H., Hong, Y.-D. & Kim, J.-H. (2012). Laser-Based Kinematic Calibration of Robot Manipulator Using Differential Kinematics. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 17(6), 1059–1067. doi : 10.1109/TMECH.2011.2158234.
- Paul, R. P. (1981). Robot Manipulators : Mathematics. *Programming and Control*-, 0.
- Pieper, D. L. (1968). *The Kinematics of Manipulators Under Computer Control*. Stanford University.
- Raghavan, M. & Roth, B. (1993). Inverse Kinematics of the General 6R Manipulator and Related Linkages. *Journal of Mechanical Design*, 115(3), 502–508. doi : 10.1115/1.2919218.
- Raibert, M. H. & Craig, J. J. (1981). Hybrid Position/Force Control of Manipulators. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 103(2), 126–133. doi : 10.1115/1.3139652.
- Rolland, E., Krim, Y., Joubair, A., Bonev, I. A., Jones, E., Zhang, P., Sun, C. & Zhao, N. (2026). Novel calibration method for robotic bottom-up vat polymerization additive manufacturing systems. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 97, 103059.
- Roth, Z., Mooring, B. & Ravani, B. (1987). An overview of robot calibration. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 3(5), 377-385. doi : 10.1109/JRA.1987.1087124.
- Salisbury, J. K. (1980, dec). Active stiffness control of a manipulator in cartesian coordinates. *1980 19th IEEE Conference on Decision and Control including the Symposium on Adaptive Processes*, pp. 95–100. doi : 10.1109/CDC.1980.272026.
- Santolaria, J., Conte, J. & Ginés, M. (2013). Laser tracker-based kinematic parameter calibration of industrial robots by improved CPA method and active retroreflector. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 66(9), 2087–2106. doi : 10.1007/s00170-012-4484-6.
- Schulman, J., Ho, J., Lee, A., Awwal, I., Bradlow, H. & Abbeel, P. (2013, jun). Finding Locally Optimal, Collision-Free Trajectories with Sequential Convex Optimization. *Robotics : Science and Systems IX*. doi : 10.15607/RSS.2013.IX.031.
- Shariatee, M., Akbarzadeh, A., Mousavi, A. & Alimardani, S. (2014). Design of an economical SCARA robot for industrial applications. *2014 Second RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM)*, pp. 534-539. doi : 10.1109/ICRoM.2014.6990957.

- Shaukat, U., Rossegger, E. & Schlägl, S. (2022). A Review of Multi-Material 3D Printing of Functional Materials via Vat Photopolymerization. *Polymers*, 14(12), 2449. doi : 10.3390/polym14122449. Number : 12 Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- Siciliano, B., Sciavicco, L., Villani, L. & Oriolo, G. (2009). *Robotics*. London : Springer. doi : 10.1007/978-1-84628-642-1.
- Spong, M. W., Hutchinson, S., Vidyasagar, M. et al. (2006). *Robot modeling and control*. Wiley New York.
- Stone, H., Sanderson, A. & Neuman, C. (1986, apr). Arm signature identification. *1986 IEEE International Conference on Robotics and Automation Proceedings*, 3, 41–48. doi : 10.1109/ROBOT.1986.1087664.
- Subedi, S., Liu, S., Wang, W., Naser Shovon, S. M. A., Chen, X. & Ware, H. O. T. (2024). Multi-material vat photopolymerization 3D printing : a review of mechanisms and applications. *npj Advanced Manufacturing*, 1(1), 1–17. doi : 10.1038/s44334-024-00005-w. Publisher : Nature Publishing Group.
- Sun, Y. & Hollerbach, J. M. (2008, may). Observability index selection for robot calibration. *2008 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 831–836. doi : 10.1109/ROBOT.2008.4543308.
- Sundaram, A. M., Budjakoski, N., Klodmann, J. & Roa, M. A. (2022). Task-specific robot base pose optimization for robot-assisted surgeries. *Frontiers in Robotics and AI*, 9, 0. doi : 10.3389/frobt.2022.899646. Publisher : Frontiers.
- Sustarevas, J., Kanoulas, D. & Julier, S. (2021, sep). Task-Consistent Path Planning for Mobile 3D Printing. *2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 2143–2150. doi : 10.1109/IROS51168.2021.9635916.
- Sánchez, G. & Latombe, J.-C. (2003). A Single-Query Bi-Directional Probabilistic Roadmap Planner with Lazy Collision Checking. *Robotics Research*, pp. 403–417. doi : 10.1007/3-540-36460-9\_27.
- Tedrake, R. & the Drake Development Team. [Version 1.45.0, accessed 2025-09-23]. (2025). Drake : Model-based design and verification for robotics. Repéré à <https://drake.mit.edu>.
- Tilve-Martinez, D. & Poulin, P. (2025). Vat Photopolymerization 3D Printing of Conductive Nanocomposites. *Accounts of Materials Research*, 0. doi : 10.1021/accountsmr.5c00060. Publisher : American Chemical Society.

- Tsai, L.-W. (1999). *Robot Analysis and Design : The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators* (éd. 1st). USA : John Wiley & Sons, Inc.
- Vahrenkamp, N., Asfour, T. & Dillmann, R. (2013, may). Robot placement based on reachability inversion. *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1970–1975. doi : 10.1109/ICRA.2013.6630839.
- von Szadkowski, K. & Reichel, S. (2020). Phobos : A tool for creating complex robot models. *Journal of Open Source Software*, 5(45), 1326.
- Wampler, C. W. (1986). Manipulator Inverse Kinematic Solutions Based on Vector Formulations and Damped Least-Squares Methods. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 16(1), 93–101. doi : 10.1109/TSMC.1986.289285.
- Wang, R., Wu, A., Chen, X. & Wang, J. (2020). A point and distance constraint based 6R robot calibration method through machine vision. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 65, 101959. doi : 10.1016/j.rcim.2020.101959.
- Wang, X. & Hickernell, F. J. (2000). Randomized Halton sequences. *Mathematical and Computer Modelling*, 32(7), 887–899. doi : 10.1016/S0895-7177(00)00178-3.
- Wang, Z.-H., Zhang, Y.-Z., Miao, W.-J., Wu, F.-B., Wang, S.-Q., Ouyang, J.-H., Wang, Y.-M. & Zou, Y.-C. (2025). Vat Photopolymerization-Based Additive Manufacturing of Si3N4 Ceramic Structures : Printing Optimization, Debinding/Sintering, and Applications. *Materials*, 18(7), 1556. doi : 10.3390/ma18071556. Number : 7 Publisher : Multidisciplinary Digital Publishing Institute.
- Wu, C., Yi, R., Liu, Y.-J., He, Y. & Wang, C. C. (2016, oct). Delta DLP 3D printing with large size. *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pp. 2155–2160. doi : 10.1109/IROS.2016.7759338.
- Xu, W., Dongsheng, L. & Mingming, W. (2016, dec). Complete calibration of industrial robot with limited parameters and neural network. *2016 IEEE International Symposium on Robotics and Intelligent Sensors (IRIS)*, pp. 103–108. doi : 10.1109/IRIS.2016.8066074.
- Ye, H., Zhou, C. & Xu, W. (2017). Image-Based Slicing and Tool Path Planning for Hybrid Stereolithography Additive Manufacturing. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 139(071006), 1–10. doi : 10.1115/1.4035795.
- Yoshikawa, T. (1985). Manipulability of Robotic Mechanisms. *The International Journal of Robotics Research*, 4(2), 3–9. doi : 10.1177/027836498500400201. Publisher : SAGE Publications Ltd STM.

- Yu, S., Sun, J. & Bai, J. (2019). Investigation of functionally graded TPMS structures fabricated by additive manufacturing. *Materials & Design*, 182, 108021. doi : 10.1016/j.matdes.2019.108021.
- Yue, X., Chen, Z., Xu, Z. & Liu, J. (2022). EDM milling based on a 6-DOF serial robot. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 123(5), 1905–1912. doi : 10.1007/s00170-022-10275-3.
- Yunfeng Wang & Chirikjian, G. (2006). Error propagation on the Euclidean group with applications to manipulator kinematics. *IEEE Transactions on Robotics*, 22(4), 591–602. doi : 10.1109/TRO.2006.878978.
- Yusoff, Y., Ngadiman, M. S. & Zain, A. M. (2011). Overview of NSGA-II for Optimizing Machining Process Parameters. *Procedia Engineering*, 15, 3978–3983. doi : 10.1016/j.proeng.2011.08.745.
- Zacharias, F., Borst, C. & Hirzinger, G. (2007, oct). Capturing robot workspace structure : representing robot capabilities. *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3229–3236. doi : 10.1109/IROS.2007.4399105.
- Zhang, H., Chen, H., Xi, N., Zhang, G. & He, J. (2006, oct). On-Line Path Generation for Robotic Deburring of Cast Aluminum Wheels. *2006 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2400–2405. doi : 10.1109/IROS.2006.281679.
- Zhu, S., Zhang, Y., Li, Z., Wang, J. & Yuan, S. (2025). Multi-objective optimal trajectory planning method for robot manipulator with real-time parameters monitoring. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 229, 112518. doi : 10.1016/j.ymssp.2025.112518.
- Zhu, W., Mei, B. & Ke, Y. (2014). Kinematic modeling and parameter identification of a new circumferential drilling machine for aircraft assembly. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 72(5), 1143–1158. doi : 10.1007/s00170-014-5786-7.
- Zhuang, H., Roth, Z. & Hamano, F. (1992). A complete and parametrically continuous kinematic model for robot manipulators. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 8(4), 451–463. doi : 10.1109/70.149944.