

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA MAÎTRISE EN  
GÉNIE DE LA PRODUCTION AUTOMATISÉE  
M. Ing.

PAR  
Benjamin RICHARD

APPLICATION D'UN ALGORITHME DE CONTRÔLE PAR APPRENTISSAGE  
ITÉRATIF À UN FOUR DE THERMOFORMAGE

MONTRÉAL, LE 20 DÉCEMBRE 2012

©Tous droits réservés, Benjamin Richard, 2012

©Tous droits réservés

Cette licence signifie qu'il est interdit de reproduire, d'enregistrer ou de diffuser en tout ou en partie, le présent document. Le lecteur qui désire imprimer ou conserver sur un autre media une partie importante de ce document, doit obligatoirement en demander l'autorisation à l'auteur.

**PRÉSENTATION DU JURY**

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Guy Gauthier, directeur de mémoire  
Département de Génie de production automatisée à l'École de Technologie Supérieure

M. Pascal Bigras, président du jury  
Département de Génie de la production automatisée à l'École de Technologie Supérieure

M. Maarouf Saad  
Doyen des études et Département de Génie électrique à l'École de Technologie Supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 22 NOVEMBRE 2012

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE



## **REMERCIEMENTS**

Je désire remercier le professeur Guy Gauthier de l'École de Technologie Supérieure, pour ses conseils, sa disponibilité ainsi que sa patience à mon égard.

Ce mémoire n'aurait pas été possible sans le support financier du fond de recherche sur la nature et la technologie (FQRNT) ainsi que de l'École de technologie supérieure.

Je veux tout particulièrement remercier ma fiancée pour avoir supporté mes sautes d'humeur et pour m'avoir toujours poussé dans la bonne direction.



# **APPLICATION D'UN ALGORITHME DE CONTRÔLE PAR APPRENTISSAGE ITÉRATIF À UN FOUR DE THERMOFORMAGE ET IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES ASSURANT L'UNIFORMITÉ DE TEMPÉRATURE**

Benjamin RICHARD

## **RÉSUMÉ**

Le thermoformage est un procédé industriel qui consiste à chauffer une feuille de plastique jusqu'à ce que celle-ci soit ductile pour ensuite la mouler à sa forme finale. Actuellement en industrie, les consignes des éléments chauffants des fours sont ajustées par un opérateur. Celui-ci doit constamment ajuster les commandes pour palier aux différentes perturbations affligeant le système. Une erreur de sa part engendre des pièces de mauvaise qualité, ce qui amène une baisse de la productivité et une hausse des coûts.

Dans ce mémoire nous tenterons d'appliquer une technique de contrôle dite par apprentissage itératif pour faire le contrôle en temps réel d'un four de thermoformage radiant. Cette stratégie de contrôle est simple et réagit bien aux différentes perturbations induites dans le système.

**Mots clés** : thermoformage, four, contrôle, itératif, apprentissage.





# **APPLICATION D'UN ALGORITHME DE CONTRÔLE PAR APPRENTISSAGE ITÉRATIF À UN FOUR DE THERMOFORMAGE ET IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES ASSURANT L'UNIFORMITÉ DE TEMPÉRATURE**

Benjamin RICHARD

## **ABSTRACT**

Thermoforming is an industrial process that involves heating a plastic sheet until it is ductile and then molding the final form. Currently in the industry, the set points of the oven heating elements are adjusted by an operator. He must constantly adjust the set points to compensate for various disturbances afflicting the system. A mistake on his part leads to poor quality parts, causing a decline in productivity and higher production costs.

In this paper we attempt to apply a control technique called iterative learning control to the real-time control of a radiant thermoforming oven. This control strategy is simple and responds well to different perturbations induced in the system.

**Keywords:** thermoforming, oven, control, iterative, learning.



## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE .....	3
1.1 Présentation du procédé de thermoformage.....	3
1.2 Le problème .....	5
1.2.1 Contrôle par apprentissage successif .....	5
1.2.2 Contrôle répétitif.....	6
1.3 Études précédentes.....	7
1.3.1 ILC pour les procédés de chauffe .....	9
1.3.2 ILC pour les erreurs sur les conditions initiales.....	11
CHAPITRE 2 MODÈLE DE SIMULATION .....	15
2.1 Modèle thermique .....	15
2.1.1 Liste des hypothèses .....	15
2.1.2 Le four.....	16
2.1.3 Capteurs .....	17
2.1.4 Discrétisation de la feuille .....	18
2.1.5 Transfert de chaleur .....	19
2.1.5.1 Échange par conduction.....	19
2.1.5.2 Échange par convection.....	21
2.1.5.3 Échange par radiation .....	21
2.1.6 Émissivité effective.....	23
2.1.7 Facteur de forme .....	24
2.2 Modèle complet .....	26
2.3 Programme Matlab™.....	27
CHAPITRE 3 LES ALGORITHMES ILC .....	29
3.1 Origine .....	29
3.2 Type P .....	30
3.3 Type D .....	30
3.4 Type PD .....	31
3.5 Type P avec CITE.....	31
3.6 Type D avec CITE .....	32
3.7 Type P avec délai .....	32
3.8 Type P avec ajustement des gains.....	33
CHAPITRE 4 SYSTÈME DE RÉFÉRENCE .....	35
4.1 Linéarisation .....	35
4.1.1 Équations d'état .....	35
4.2 État au temps final .....	41
4.3 Discrétisation .....	42

CHAPITRE 5 RÉSULTATS ET ANALYSES .....	47
5.1 Les paramètres .....	47
5.1.1 Le système .....	47
5.1.2 Paramètres de simulation .....	48
5.1.3 Les fours.....	49
5.1.4 La matrice de gains .....	51
5.1.5 Sans perturbation .....	53
5.1.6 Perturbations sur l'état initial.....	56
5.2 Type P .....	58
5.3 Type P et CITE de type P .....	60
5.4 D-type et CITE de type P.....	61
5.4.1 Perturbation sur les paramètres internes .....	63
5.5 Simulations du four réel.....	64
5.5.1 Nouvelle matrice de gains.....	65
5.6 Type P revisité .....	67
5.6.1 Type P avec délai .....	68
5.6.2 Type P avec réglage des gains .....	70
5.7 Type PD .....	73
5.8 Comparatif .....	75
5.9 Placement des capteurs .....	77
CONCLUSIO.....	83
ANNEXE I MATRICES DE GAINS .....	85
BIBLIOGRAPHIE.....	87

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 4.1	Paramètres physiques de la feuille simulée .....48
Tableau 4.2	Autres paramètres de simulation .....48
Tableau 4.3	Paramètres d'incertitude ajoutés à la simulation .....63
Tableau 4.4	Comparatif des résultats .....76



## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 2.1	Disposition des capteurs infrarouges.....18
Figure 2.2	Disposition des nœuds.....19
Figure 2.3	Position des variables de l'équation de facteur de forme.....25
Figure 3.1	Schéma bloc d'un ILC typique.....29
Figure 5.1	Vue de dessus du four symétrique 4x4.....50
Figure 5.2	Vue de dessus du four de la compagnie AAA.....51
Figure 5.3	Sortie vs Trajectoire Itération 30, algorithme de type D.....54
Figure 5.4	Erreur finale par itération pour l'algorithme de type D.....55
Figure 5.5	Erreur finale avec perturbations de la température initiale algorithme de type D.....57
Figure 5.6	Erreur d'un capteur pour toutes les itérations pour l'algorithme de type P.....59
Figure 5.7	Évolution de l'erreur d'un capteur pour chaque itération pour un algorithme de type P avec CITE.....60
Figure 5.8	Erreur finale pour chaque itération pour un algorithme de type D avec CITE de type P.....62
Figure 5.9	Erreur finale de chaque itération pour un algorithme de type D avec CITE de type P avec perturbations.....64
Figure 5.10	Erreur finale pour chaque itération pour un algorithme de type D avec CITE sur four réel.....66
Figure 5.11	Erreur finale de chaque itération pour un algorithme de type D avec CITE avec perturbations.....67
Figure 5.12	Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type P avec délai.....69
Figure 5.13	Erreur finale pour chaque itération pour un ILC de type P avec délai et perturbations.....70

Figure 5.14	Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type P avec réglage des gains.....	71
Figure 5.15	Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type P avec réglage des gains avec perturbations .....	72
Figure 5.16	Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type PD .....	73
Figure 5.17	Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type PD avec perturbations .....	75
Figure 5.18	Erreur de chaque capteur à l'itération 30.....	78
Figure 5.19	Erreur de chaque capteur à l'itération 30 pour l'algorithme .....	78
Figure 5.20	Température finale du sommet de la feuille pour l'itération 30 .....	79
Figure 5.21	Température finale pour l'itération 30 avec position des capteurs modifiés .....	80



## LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

BLQG	« Batch Linear Quadratic Gaussian » anglais pour : gaussienne linéaire quadratique d'un lot
CITE	« Currant Iteration Tracking Error » anglais pour : erreur de trajectoire pour l'itération courante
ILC	« Iterative Learning control » anglais pour : contrôle par apprentissage itératif
IR	Infrarouge
MPC	« Model Predictive Control » anglais pour : contrôle par suivi de modèle
PID	Proportionnel-Intégrale-Dérivé
RC	« Repetitive control » anglais pour : contrôle répétitif
RTP	« Rapid Thermal Process » anglais pour : procédé thermal rapide
TILC	« Terminal Itérative Learning Control » anglais pour : contrôle par apprentissage itératif en fin de cycle
TBC	« Two-stage Batch Control » anglais pour : contrôle en lot en deux étapes



## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

$k$	Indice d'une itération
$t$	Indice de temps
$t_f$	Temps final d'une itération
$j$	Indice d'un élément chauffant
$N$	Nombre de nœuds
$M$	Nombre d'éléments chauffants par côté de four
$T$	Température en °C
$\theta$	Température d'un élément chauffant en °K
$\rho$	Masse volumique en kg/m <sup>3</sup>
$C_p$	Capacité de chaleur spécifique en J/(kg*K)
$K$	Constante de conduction en W/(m*K)
$\Delta z$	Distance entre les nœuds en m
$A$	Aire d'une zone de la feuille en m <sup>2</sup>
$A_h$	Aire d'un élément chauffant en m <sup>2</sup>
$V$	Volume d'une section de la feuille en m <sup>3</sup>
$\sigma$	Constante de Stephan-Boltzmann en W/(m <sup>2</sup> *K <sup>4</sup> )
$\varepsilon_{eff}$	Émissivité effective
$T_{ext}$	Température d'un nœud extérieur en degré Kelvin (K)
$T_{int}$	Température d'un nœud intérieur en degré Kelvin (K)
$F$	Facteur de forme

$\beta_1$	Facteur d'absorption de la surface de la feuille
$\beta_2$	Facteur d'absorption de l'intérieur de la feuille
$Q^1$	Énergie totale sur le dessus de la feuille en joule (J)
$Q^N$	Énergie totale sur le dessous de la feuille en joule (J)
$\gamma$	Facteur de correction pour la matrice 1
$\gamma_2$	Facteur de correction pour la matrice 2
$K_1$	Matrice de gains 1
$K_2$	Matrice de gains 2
$u$	Commande du contrôleur
$e$	Erreur du système

## INTRODUCTION

Ce mémoire propose l'analyse de l'application d'un contrôleur à apprentissage itératif (ILC) pour un four de thermoformage. Les résultats analysés proviennent d'une simulation de chauffe d'une feuille de plastique par un four de thermoformage radiant. La plupart des familles d'algorithmes ILC, c'est-à-dire les types P, D, PD, type P avec CITE et type D avec CITE ont été comparées sur leurs performances face au problème du four de thermoformage. Les forces et faiblesses de chacune ont été mises de l'avant. Des recommandations sur le placement des capteurs seront formulées suite à l'analyse des résultats.

Le premier chapitre comprend une introduction sur le thermoformage ainsi qu'une revue de littérature des études précédentes du problème posé dans cet ouvrage. Le chapitre 2 décrit le modèle de transfert d'énergie utilisé pour simuler le four de thermoformage. Le chapitre 3 introduit les différents algorithmes ILC utilisés lors de la recherche. Le chapitre 4 présente des manipulations mathématiques de la formulation du système pour faciliter le design des algorithmes ILC. Dans le chapitre 5, les simulations effectuées sont décrites et une analyse des résultats est effectuée. Vous y retrouverez aussi l'analyse du placement des capteurs. Dans le chapitre 6, vous pouvez lire nos recommandations sur l'utilisation des algorithmes ILC pour le problème du contrôle du four de thermoformage, un énoncé des travaux futurs ainsi qu'un retour sur ce qui a été présenté dans ce document.



## CHAPITRE 1

### REVUE DE LITTÉRATURE

#### 1.1 Présentation du procédé de thermoformage

Le thermoformage est un procédé industriel, qui consiste à étirer une feuille de plastique chauffée sur un moule, pour lui donner une forme particulière. On peut former de cette manière des produits divers, tels des contenants à comprimés pharmaceutiques, des gobelets de yogourt ou des pièces de carrosserie automobile.

Le thermoformage a connu une grande expansion au cours des années 80, alors que l'industrie du plastique commençait à produire des plastiques transparents et recyclables. L'industrie de l'emballage y a alors vu un moyen facile et économique de produire des produits d'emballage à peu de frais. Aujourd'hui, l'industrie du thermoformage s'est diversifiée et elle atteint maintenant des chiffres d'affaires de plus de 7 milliards de dollars annuellement en Amérique du Nord [Équipe éditorial (2003)].

Le procédé du thermoformage se compose de trois phases. La première consiste à chauffer la feuille de plastique jusqu'à sa zone de transition solide à liquide. Cela rend la feuille de plastique ductile, ce qui permet de la modeler en une forme différente. Plusieurs matériaux ont une large plage de température où le plastique reste ductile sans fondre, mais certains ne laissent que quelques degrés de marge de manœuvre. Aussi, certaines formes de pièces plus complexes demandent à ce que le profil de température ne soit pas uniforme sur toute la surface de la feuille. Il est important que les températures soient respectées pour assurer une bonne épaisseur de mur lors du moulage. En effet, plus le plastique est ductile et plus il peut être déformé sans être étiré et ainsi, conserver une certaine épaisseur une fois refroidi. Obtenir le bon profil de température est essentiel pour assurer la qualité du produit fini. La deuxième phase du procédé consiste à forcer la feuille de plastique chaude à prendre la forme d'un moule représentant la géométrie finale de la pièce. Il existe plusieurs façons d'effectuer cette opération, selon le type de matériel et son épaisseur. Une méthode commune pour les

plastiques minces est de créer un vacuum entre le plastique ductile et le moule [Throne (1996)]. Quand le plastique a pris la forme désirée, il est ensuite refroidi pour qu'il retourne en phase solide et qu'il conserve la forme du moule. Il est ensuite retiré du moule.

La troisième étape du procédé consiste à l'ébavurage de la pièce moulée. Comme plusieurs pièces sont souvent moulées sur une même feuille, il faut donc séparer les pièces les une des autres ou, quand il n'y a qu'une pièce par feuille, enlever l'excédent de plastique pour donner à la pièce sa forme finale.

Dans ce mémoire, nous nous intéresserons uniquement à la première phase de ce processus. Respecter le profil de température prescrit pour une pièce est essentiel pour assurer le succès des étapes suivantes. Cette étape demande aussi la plus grande dépense énergétique, ce qui en fait une étape importante pour la rentabilité de ce procédé de fabrication [Throne (1996)]. L'équipement utilisé pour chauffer les feuilles de plastique se nomme un four de thermoformage. Il existe en industrie deux types de four de thermoformage selon le modèle de produit fabriqué. Les feuilles de plastiques minces sont généralement chauffées par radiation, avec des radiateurs en céramique tandis que les feuilles plus épaisses sont chauffées par convection, par un système de souffleries et d'éléments chauffants. Cet ouvrage se consacre uniquement à la méthode par radiation. Les fours de thermoformage radiant sont constitués d'une série d'éléments chauffants, situés au-dessus et en dessous de la feuille de plastique. Ces derniers émettent de l'énergie radiante vers la feuille par l'entremise d'une base de céramique. D'autres technologies d'éléments radiants existent, comme les lampes au quartz. Chacun de ces éléments est amené à la température désirée par un contrôleur proportionnel-intégral-dérivé (PID). Ce contrôleur reçoit de l'information sur la température actuelle de l'élément chauffant par un thermocouple situé à l'intérieur de sa base de céramique. Ce système de contrôle fonctionne bien et n'est pas remis en question dans cet ouvrage. Par contre, il est important de savoir à quelle température amener chaque élément afin de permettre à la feuille d'atteindre le profil de température voulu.



## 1.2 Le problème

Auparavant, le point d'opération des éléments était choisi par un opérateur qui ajustait manuellement, par essais et erreurs, chaque élément, jusqu'à ce que la qualité de la pièce moulée soit satisfaisante. Les nouveaux fours de thermoformage permettent maintenant de préréglager des recettes, autrement dit le point d'opération de chaque élément, à l'intérieur de la machine. Cela ne change pas le fait que l'opérateur doit ajuster la consigne envoyée aux éléments pour pallier aux perturbations à l'intérieur du four. En effet, certains plastiques ont une zone de ductilité utile si petite, que le passage à l'air frais du matin à l'air plus chaud de la fin d'une journée de production résulte en une pièce finie de mauvaise qualité. C'est pourquoi un contrôleur doit dicter les points d'opérations des éléments pour compenser pour les perturbations induites dans le procédé.

Les contrôleurs conventionnels PID pourraient faire un travail acceptable dans une telle situation. Ils sont employés dans un nombre exceptionnel d'applications industrielles. Par contre, le problème posé ici est particulier. En effet, il s'agit de faire suivre à un élément chauffant une trajectoire croissante, en d'autres termes, chauffer une feuille de plastique, jusqu'à une température désirée. De plus, ce processus doit être répété encore et encore. Les contrôleurs conventionnels appliqués à ce type de problème ont la fâcheuse caractéristique de répéter la même erreur cycle après cycle. Ici, il est par ailleurs possible d'utiliser les informations des cycles passés pour réduire au minimum l'erreur sur la trajectoire. Plusieurs méthodes ont été développées au cours des années pour répondre à ce type de problème.

### 1.2.1 Contrôle par apprentissage successif

Une méthode qui a connu une croissance de popularité importante au cours des deux dernières décennies est la méthode du contrôle par apprentissages successifs, ou « Iterative Learning Control » (ILC). L'idée derrière cette méthode est que l'on peut utiliser les connaissances du cycle précédent, dénoté  $k$ , pour améliorer le cycle courant, dénoté  $k+1$ . Cela est réalisé en enregistrant l'erreur et la commande du ou des cycles précédents et ensuite

utiliser cette connaissance, pour modifier la consigne du cycle courant dans le but de réduire l'erreur de trajectoire. En ce sens, l'ILC est une méthode dite, en action directe, ou « feedforward ». Cette méthode est apparue simultanément au Japon et en Amérique, mais le faible transfert de connaissance de l'époque n'a permis de réunir les deux branches de la méthode que plus tard. Le premier article formulant la définition traditionnelle de l'ILC est attribué à Uchiyama (1978). Certains travaux plus connus reviennent à Arimoto, Kawamura et Miyazaki (1986); (Arimoto, Kawamura et Miyazaki (1984) où l'idée d'utiliser l'erreur faite par un robot pour améliorer le cycle suivant est apportée. Un autre précurseur de l'ILC est Moore (1989); (1990).

La méthode de l'ILC est basée sur cinq hypothèses permettant l'analyse d'un tel algorithme. Les hypothèses sont :

1. Les conditions initiales du système demeurent constantes d'un cycle à l'autre;
2. La dynamique peut varier dans le temps, mais elle ne peut pas varier sur la base des cycles. Autrement dit, les mêmes variations du système doivent être observées d'un cycle à l'autre;
3. La sortie désirée doit être faisable, c'est-à-dire qu'il doit exister un profil de commande pour lequel l'erreur de trajectoire est nul;
4. La solution pour obtenir la sortie désirée doit être unique;
5. La durée du cycle doit être constante.

Nous verrons lors de sections subséquentes que nous pouvons diminuer les exigences de plusieurs de ces hypothèses sans affecter la stabilité ni la capacité d'analyse de l'ILC.

### **1.2.2 Contrôle répétitif**

Une autre méthode est le contrôle répétitif, ou « Repetitive Control » (RC) qui ressemble beaucoup à l'ILC dans le sens où tous deux utilisent l'information du cycle précédent pour réduire l'erreur sur la trajectoire. La différence provient de la manière dont chacun traite les conditions initiales d'un système. Pour l'ILC, le système est remis à ses conditions initiales

au début de chaque itération. Ce qui fait en sorte que chaque itération débute dans les mêmes conditions. Le RC quant à lui considère que les conditions initiales du système correspondent aux conditions finales du cycle précédent. Le RC pourrait être employé pour tenter de répondre au problème posé dans cet ouvrage. Il ne suffirait que d'inclure la période de refroidissement des éléments chauffants dans la boucle de contrôle. Cette méthode n'a pas été utilisée au cours de cet ouvrage, mais mériterait qu'on en fasse l'analyse pour l'utiliser dans le cas des fours de thermoformage.

### 1.3 Études précédentes

La section suivante dresse un aperçu des ouvrages existants portant sur le contrôle des fours de thermoformage ou de l'utilisation des algorithmes ILC.

L'intérêt pour le contrôle des fours de thermoformage est récent. Cela explique le faible nombre d'analyses présentées ici. Une étude d'envergure a été réalisée par Gauthier (2008). Son étude porte sur la théorie du contrôle en fin de cycle par apprentissage successif, ou « Terminal Iterative Learning Control » (TILC). Cette technique ne prend qu'une seule mesure à la fin du cycle de chauffe, comme il est courant de le faire en industrie. Aucune donnée n'est donc disponible durant la chauffe. C'est pourquoi la consigne des éléments chauffants reste constante tout au long du cycle. De plus, comme une seule valeur par cycle est disponible, il est plus facile de faire une analyse cyclique du problème. Pour cette raison, tout son travail est effectué dans le domaine cyclique «  $z$  ». Il introduit d'abord une technique pour concevoir un contrôleur pour un système SISO linéaire invariant où la température initiale du procédé est considérée comme une perturbation. Par la suite, cette analyse est étendue pour les systèmes MIMO avec incertitude. Il utilise alors la méthode  $H_\infty$  et  $\mu$ -analyse, pour faire le design de son contrôleur et en analyser les performances. La méthode consiste à comparer la représentation du système à une matrice de spécification, pour vérifier si son algorithme respecte toutes les contraintes de robustesse et de performance. Par la suite, on peut poser un problème de minimisation pour déterminer le paramètre qui maximise la robustesse et la performance. Les résultats de l'auteur sont satisfaisants, mais ne regardent

que l'erreur finale. Nous essaierons pour notre part de contrôler le four sur l'ensemble de la trajectoire.

Dans sa thèse, Moore (2002) présente les premiers résultats d'un contrôleur en temps réel pour les fours de thermoformage. Il utilise la technique  $H_\infty$  pour déterminer les valeurs optimales du contrôleur. Selon ses résultats, il semblerait que la technique soit prompte à répondre au niveau d'incertitude insérée dans le calcul. Il utilise aussi la méthode traditionnelle du contrôle par modèle prédictif ou, « Model predictive control » (MPC). Ces algorithmes fonctionnent bien pour un système complètement défini, mais ils réagissent mal aux incertitudes.

Dans leur article, Meunier, Gauthier et Boulet (2008) présentent le point culminant de la recherche sur le contrôle en thermoformage. Il utilise la technique développée par Gauthier (2008) pour ajuster le point de consigne des éléments, ainsi qu'une série de contrôleurs PD pour compenser les perturbations durant le cycle.

Yang et Boulet (2008) présentent un contrôleur permettant d'assurer que tous les éléments d'un four de thermoformage retournent à la valeur initiale en début de cycle. Il s'agit d'un contrôleur bimodal qui applique une procédure d'ajustement lorsqu'il détecte que certains éléments ne sont plus à l'intérieur d'une zone de température acceptable.

Une autre équipe s'est plutôt concentrée sur le contrôle des fours de thermoformage en continu. Cette technique de fabrication a la particularité d'utiliser un rouleau de pellicule plastique plutôt que des feuilles discrètes. Dans leur série d'articles, Duarte (1997); (2002); (2003) utilise les équations de transfert d'énergie pour déterminer à quel point de contrôle positionner leurs éléments pour obtenir la température finale désirée à la sortie du four.

Girard (2005) propose un contrôleur très sophistiqué qui tente de caractériser certains paramètres du modèle de transfert d'énergie, permettant ainsi de modéliser en temps réel le processus de chauffe d'une feuille de plastique. Ainsi, il est possible d'ajuster les éléments

chauffants aux caractéristiques de la feuille utilisée lors de chaque cycle. Il s'agit de l'étude la plus semblable à celle présentée dans ce document. Par contre, nous ne chercherons pas à trouver les caractéristiques de chaque feuille, mais seulement de compenser pour leurs variations.

Une approche nouvelle est décrite dans Beauchemin Turcotte (2010). L'auteur propose un contrôleur TILC où le point de contrôle est déterminé par un algorithme flou.

### **1.3.1 ILC pour les procédés de chauffe**

Nous conviendrons que la littérature sur les algorithmes ILC en thermoformage est limitée. Heureusement, un procédé similaire au thermoformage s'est vu décerner beaucoup d'attention par la communauté du contrôle. Il s'agit du processus thermal rapide (RTP). Ces deux procédés sont similaires, car l'objectif de contrôle est de suivre le plus près possible, une trajectoire de température et ce malgré des paramètres de système changeant. De plus, le RTP est considéré comme un procédé cyclique, car le processus de chauffe est effectué pour chaque gaufrette. De plus, Lee et al. (2001) décrit ce procédé comme hautement inter relié, non linéaire et multi variable, tout comme l'est le problème du cycle de chauffe du thermoformage. Les premières publications sur le sujet se rapportaient au principe de contrôle cycle à cycle ou à l'apprentissage itératif en fin de cycle, car les équipements de l'époque ne comportaient pas de capteurs à l'intérieur du four. Depuis 1999, un petit nombre de publications ont pris en compte l'utilisation de capteurs en temps réel pour améliorer le procédé. Ces publications peuvent être directement reliées au problème de contrôle présenté dans cet ouvrage. Nous présenterons ici, seulement les publications utilisant les algorithmes ILC.

Lee et al. (2001) semblent la première tentative d'utilisation d'un algorithme de type ILC pour le RTP. Ces travaux ont servi de base pour les travaux subséquents. Lee et al. propose une technique d'identification de modèle basée sur l'identification par sous-ensemble « N4SID ». Il introduit aussi une méthode de contrôle qu'il appelle BLQG dérivée du critère

gaussien linéaire. De plus, il ajoute un filtre de Kalman pour compenser pour les incertitudes dans le modèle. Il s'agit plus d'un problème d'optimisation entre les cycles que d'un ILC classique.

Basé sur les travaux de Lee et al, In Sik et al. (2001) et DaeRyook et al. (2003) ont implémenté avec succès le BLQG sur un four de RTP expérimental.

Cho et al. (2003) présentent un nouvel algorithme ILC appelé TBC. Celui-ci, utilise un ILC standard de type P augmenté d'une matrice de gains utilisant les informations de l'itération courante. Ils utilisent un modèle linéarisé des équations de transfert d'énergie.

Durant les mêmes années, Jin Young et Hyun Min (2001) ont développé un algorithme où la sortie de l'ILC alimente en information un système de réseaux de neurones. Les réseaux de neurones étant difficiles à analyser, ils n'ont pas été considérés dans le cadre de l'étude présentée dans cet ouvrage.

Nous venons de présenter plusieurs publications sur le sujet du contrôle d'un four de thermoformage ou le contrôle de four de « procédé thermal rapide ». La littérature sur les ILC en général est beaucoup plus vaste que ce qui peut être résumé en un seul mémoire. Nous présenterons toutefois la publication principalement utilisée au cours de la réalisation de ce mémoire.

Saab (1999) démontre que sous certaines conditions, un système non linéaire discret de degré relatif 1 contrôlé par un algorithme ILC de type D voit son erreur converger vers zéro si la composition des matrices d'état CB est de plein rang. Nous verrons dans les sections subséquentes qu'il nous est possible de transformer notre système pour répondre aux exigences de ce théorème.

### 1.3.2 ILC pour les erreurs sur les conditions initiales

Comme nous l'avons vu précédemment, une des hypothèses de base des algorithmes ILC est que les conditions initiales du système doivent rester les mêmes à chaque itération. Or en pratique, les feuilles de plastiques insérées dans les fours varient de température au cours de la journée, modifiant ainsi les conditions initiales. L'incertitude sur les conditions initiales d'un système fut longtemps un facteur limitant l'utilisation des algorithmes ILC. Heinzinger et al. (1992) disent que la limite de l'erreur finale de l'algorithme est fonction de la limite de l'incertitude sur la condition initiale, le bruit à la sortie et l'erreur du système. Depuis quelques années certains travaux ont démontré qu'il est possible d'obtenir une erreur nulle même avec des conditions initiales changeantes.

Les premiers efforts en ce sens viennent de Porter et Mohamed (1990). Ces derniers démontrent qu'il est possible de contrôler un système où les conditions initiales sont changeantes, si celui-ci respecte certaines conditions.

Par la suite, Mei et Bing (1992) démontrent qu'un algorithme ILC de type D permet d'assurer que l'erreur finale soit bornée en présence d'un système où les conditions initiales sont changeantes.

Dans leurs travaux, Chen et al. (1999); Chen, Wen et Sun (1997); Chen et al. (1996); Sun, Chen et Huang (1994) indiquent que l'erreur finale de trajectoire est indépendante de l'erreur sur les conditions initiales, mais limitée par l'incertitude du système ainsi que l'amplitude des perturbations. Ils prouvent qu'un algorithme ILC de type D couplé avec un algorithme d'apprentissage des conditions initiales permet de borner uniformément l'erreur finale de trajectoire.

Chen, Jian-Xin et Tong Heng (1996) augmentent la portée de l'ouvrage précédant, en ajoutant à leur algorithme un système de poursuite de l'erreur de l'itération en cours (CITE). Cela permet d'ajouter une latitude à l'hypothèse selon laquelle il est possible de borner

uniformément l'erreur finale de trajectoire, vers celle-ci : il est possible de borner uniformément l'erreur de trajectoire.

Lucibello (2002) rapporte que les deux algorithmes précédents, imputés à Chen et al., ne prennent pas en compte les systèmes possédants des dynamiques internes. Ces derniers ont la caractéristique de pouvoir posséder plus d'une combinaison d'état initial pour obtenir une erreur finale de trajectoire bornée. Il indique qu'une procédure pour cerner la bonne configuration est présentée dans Lucibello (1991).

Kuc, Lee et Nam (1992); Yan, Chen et Lam (2001); Zhang et Lin (2006) donnent un résultat similaire à Chen, Jian-Xin et Tong Heng (1996), pour certains types de systèmes non linéaires.

Park (1999); (2005); Park et Bien (2000) proposent un contrôleur ILC non linéaire. Celui-ci prend la forme d'un opérateur. Ainsi, il est possible de contrôler les performances de l'algorithme. L'auteur démontre la robustesse de son algorithme contre les perturbations de l'état initial du système. Par contre, il reste à démontrer la robustesse contre les délais du système et des saturations sur les actionneurs.

Jinxue et al. (2004) propose un contrôleur de troisième ordre utilisant entre autres l'itération courante (CITE), couplé d'un estimateur de l'état initial. L'auteur démontre la supériorité de son algorithme sur celui de deux prédécesseurs. Dans son article, l'auteur fait seulement des simulations sur un système linéaire invariant dans le temps et sans incertitude.

Sun et Wang (2003) présente des résultats similaires aux travaux déjà répertoriés, mais cette fois pour les systèmes discrets.

Dans ces ouvrages Owens (1992); Owens et Munde (1996); (2000); Owens (1994); Owens et Munde (1998), les auteurs développent un algorithme d'ILC adaptatif. Cela signifie que les gains varient avec chaque l'itération.



Comme indiqué précédemment, une bonne façon de palier à une perturbation des conditions initiales est d'utiliser, en plus de l'ILC courant, les informations de l'itération en cours. Nous pouvons qualifier cette technique de contrôle en boucle fermée. Dans la littérature, cette méthode est nommée poursuite de l'erreur de l'itération en cours (CITE).

Le présent mémoire propose de faire l'étude de l'utilisation des algorithmes ILC pour contrôler en temps réel un four de thermoformage. Nous avons tout d'abord conçu puis optimisé un modèle de simulation d'un four de thermoformage avec lequel nous réaliserons toutes nos études. Nous avons fait le design, employé et analysé des algorithmes ILC pour déterminer lesquels seraient les meilleurs candidats à utiliser pour le contrôle d'un four de thermoformage. Ces derniers seront décrits en détails dans le chapitre suivant. De plus, nous avons dressé la liste des forces et faiblesses de chaque algorithme. Nous avons identifié que la position des capteurs a des effets considérables sur les performances des algorithmes, surtout sur le plan de l'uniformité de la chaleur à travers la surface de la feuille de plastique.



## CHAPITRE 2

### MODÈLE DE SIMULATION

#### 2.1 Modèle thermique

Pour des raisons de temps et de disponibilité de matériel, il est impossible d'effectuer tous les tests sur un four de thermoformage réel. C'est pourquoi nous utilisons un modèle de simulation. Ce dernier est plus flexible, plus rapide et nécessite moins de ressources. Par contre, un modèle doit être représentatif de la réalité pour être d'une quelconque utilité. Le présent chapitre explique les phénomènes physiques inclus dans le modèle de simulation, il présente le résultat Matlab™ et dresse la liste des hypothèses à considérer lors de l'utilisation de ce modèle.

Un bon modèle thermique doit représenter le plus fidèlement possible les phénomènes physiques de transfert de chaleur du procédé réel, dans notre cas, la chauffe d'une feuille de plastique par un four de thermoformage.

##### 2.1.1 Liste des hypothèses

Comme mentionné précédemment, un modèle de simulation doit, pour être valide, s'approcher le plus possible de la réalité. Malheureusement, il est impossible de calculer toutes les interactions entre le four, la feuille et l'environnement. C'est pourquoi il est nécessaire de définir quelques hypothèses pour adoucir les calculs requis. Voici une liste de toutes les hypothèses prise en compte dans cet ouvrage :

1. La feuille de plastique ne change pas de forme au cours de la chauffe;
2. Les éléments chauffants et la feuille de plastique sont considérés parallèles, c'est-à-dire que leurs surfaces extérieures sont planes et positionnées dans des plans parallèle;
3. Les paramètres caractérisant la feuille restent constants au cours de la chauffe;

Nous verrons au cours de ce chapitre comment ces hypothèses simplifient le modèle mathématique du phénomène de transfert d'énergie. Nous avons aussi défini des limitations à notre programme informatique pour alléger son implémentation.

1. L'air de chaque côté de la feuille peut avoir une température différente d'un côté à l'autre et celle-ci est égale à la moyenne de température de la surface de toutes les zones et des éléments;
2. La température initiale de la feuille de plastique subit une perturbation selon une fonction linéaire ou sinusoïdale.

### **2.1.2 Le four**

Le four de référence utilisé pour construire notre modèle est produit par la compagnie AAA. Il utilise une série d'éléments chauffants électriques. Chaque élément n'est rien de plus qu'un fil résistif recouvert de céramique. Le contrôle de la puissance est fait à l'aide de la technique de modulation d'impulsion en durée (PWM). Un thermocouple à l'intérieur de la céramique permet le contrôle en boucle fermée. Dans la machine AAA, les éléments chauffants sont regroupés par trois. Chaque groupe ne possède qu'un contrôleur. La machine qui a été modélisée pour effectuer nos simulations contient 12 groupes de trois éléments, 6 sur le dessus, identifiés T1 à T6, ainsi que 6 sur le dessous, identifiés B1, à B6.

La masse de céramique qui entoure chaque élément agit comme radiateur et comme masse thermique dans ce système. C'est pourquoi nous avons défini une saturation dynamique sur la variation de température de chaque groupe d'élément. Comme seulement l'air ambiant sert à refroidir les éléments, il est beaucoup plus long de refroidir un élément que de le chauffer. Les équations suivantes représentent la variation de température supérieure et inférieure de l'élément «  $j$  » au temps discret «  $t$  » représentant :

$$T \text{ sup}_{j,t} = 0.9903 * T_{j,t-1} + 5.5 \Delta t \quad (2.1)$$

$$T \text{ inf}_{j,t} = 0.9982 * T_{j,t-1} - 0.12 * \Delta t \quad (2.2)$$

Où :

- $T$  est la température en °C;
- $\Delta t$  est la variation de temps discret, dans notre cas, 1 seconde.

Ces équations proviennent de Meunier, Gauthier et Boulet (2008). Elles ont été ajustées empiriquement pour refléter les performances des éléments chauffants décrites dans Throne (1996). Il s'agit donc d'un modèle général d'élément chauffant et non des éléments chauffants spécifiques à la machine AAA.

### 2.1.3 Capteurs

La température de la feuille de plastique est mesurée à l'aide de capteurs de température infrarouges (IR). Ces capteurs lisent la température d'une partie de la surface de la feuille. Dans cet ouvrage, il est assumé que le signal de sortie de chaque capteur est proportionnel à la moyenne de température de la surface vue par ce dernier. Dans la machine AAA, les capteurs sont positionnés tel que sur la figure 2.1. Pour chaque capteur, un autre est installé à la même position, mais cette fois en dessous de la feuille.

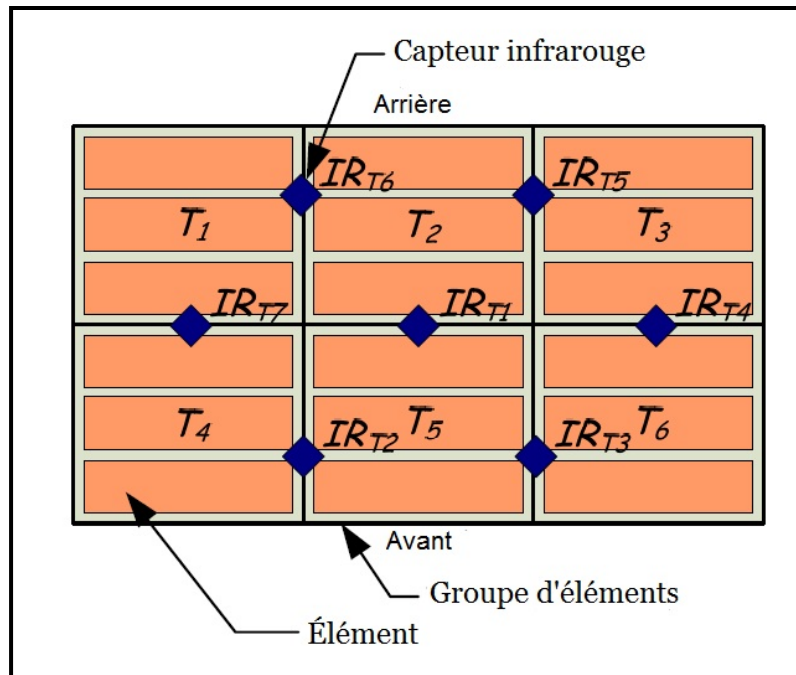


Figure 2.1 Disposition des capteurs infrarouges  
Tirée de Gauthier (2008, p. 32)

#### 2.1.4 Discrétisation de la feuille

Pour effectuer l'analyse des fluctuations de température à l'intérieur de la feuille, nous avons divisé cette dernière en rectangles de dimensions identiques que nous appellerons « zone ». De plus, pour analyser les variations à l'intérieur de chaque zone, nous les avons divisées dans le sens de l'épaisseur, en parties égales. Le point milieu de chacune de ces couches se nomme un « nœud ». Comme les surfaces extérieures sont des points significatifs pour les transferts thermiques, il y a aussi un nœud sur le dessus et le dessous de chaque zone. De ce fait, nous constatons que l'épaisseur des zones extérieures est la moitié de celle des autres zones; comme le montre la figure 2.2. Les nœuds sur les surfaces sont appelés « nœuds de surface » tandis que les autres sont désignés comme « nœuds internes ». C'est à chacun de ces nœuds que nous analyserons les échanges thermiques.

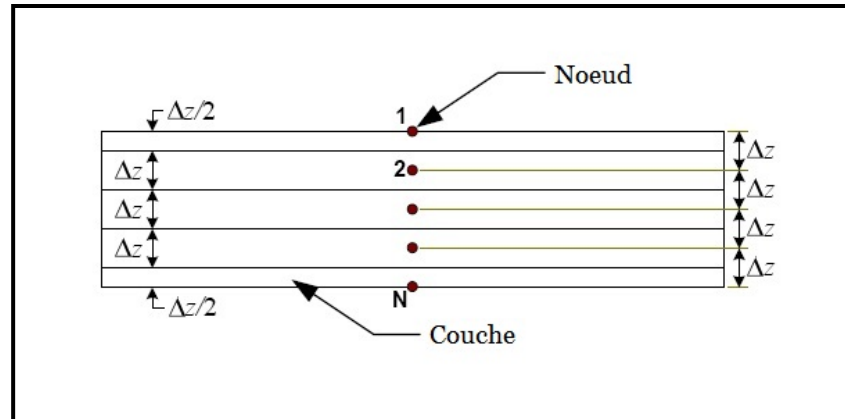


Figure 2.2 Disposition des nœuds  
Tirée de Gauthier (2008, p. 33)

## 2.1.5 Transfert de chaleur

Il y a trois façons par lesquelles il est possible d'échanger de la chaleur. La convection réfère au transfert de chaleur entre l'air et les matériaux qui lui sont en contact. Cette méthode ne s'applique qu'aux nœuds de surface. La conduction est l'échange de chaleur entre deux matériaux en contact. Cela s'applique entre chaque nœud de la feuille. La dernière méthode, la radiation, est l'échange d'énergie entre les éléments chauffants et les nœuds de la feuille.

### 2.1.5.1 Échange par conduction

La conduction est le passage de la chaleur à travers un corps solide par l'action moléculaire<sup>1</sup>. Ici, l'énergie est transférée d'un nœud à l'autre à l'intérieur de la feuille de polymère par diffusion. Puisque la feuille est beaucoup plus longue qu'épaisse, nous n'assumerons que la conduction ne se fait qu'entre les nœuds d'une même zone. L'échange entre les nœuds des zones adjacentes sera négligé.

<sup>1</sup> Référence : Grand dictionnaire terminologique

L'équation de la conduction entre un nœud extérieur et un nœud intérieur est tirée de Gauthier (2008) :

$$\frac{dT_{ext}}{dt} = \left( \frac{2}{\rho V C_p} \right) \left( \frac{KA}{\Delta z} \right) \{T_{int} - T_{ext}\} \quad (2.3)$$

Où les paramètres sont les suivants :

- $\rho$  est la masse volumique en  $kg/m^3$ ;
- $C_p$  est la capacité de chaleur spécifique en  $J/(kg * K)$ ;
- $K$  est la constante de conduction en  $W/(m * K)$ ;
- $\Delta z$  est la distance entre deux nœuds en m;
- $A$  est l'aire de la zone en  $m^2$ ;
- $V=A \Delta z$  est le volume de l'épaisseur en  $m^3$ ;
- $T_{ext}$  est la température du nœud extérieur en Kelvin (pour le nœud du dessus  $ext = 1$ , pour le nœud du dessous  $ext = N$ );
- $T_{int}$  est la température du nœud intérieur en Kelvin (pour le nœud du dessus  $int = 2$ , pour le nœud du dessous  $int = N-1$ ).

Comme les nœuds intérieurs ont deux nœuds adjacents, la dernière équation devient, pour le nœud  $i$  :

$$\frac{dT_i}{dt} = \left( \frac{1}{\rho V C_p} \right) \left( \frac{KA}{\Delta z} \right) \{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}\} \quad (2.4)$$

Remarquons que ces équations utilisent la capacité de chaleur spécifique et la masse volumique dans leur calcul. Ces deux paramètres varient en fonction de la température. Pour simplifier leur calcul, nous avons posé l'hypothèse que les paramètres physiques restent invariants lors de la chauffe.



### 2.1.5.2 Échange par convection

La convection est le phénomène par lequel un fluide en déplacement véhicule de la chaleur. Le déplacement peut être provoqué par les différences de densité résultante des différences de température<sup>2</sup>. Ici, la convection n'est présente qu'aux nœuds extérieurs. L'équation suivante décrit ce phénomène. Elle est tirée de Gauthier (2008) :

$$\frac{dT_{ext}}{dt} = \left( \frac{2}{\rho V C_p} \right) (Ah) \{T_{\infty} - T_{ext}\} \quad (2.5)$$

Où les nouveaux paramètres sont définis comme :

- $h$  est le coefficient de convection en  $W / (m^2 * K)$  ;
- $T_{ext}$  est la température du nœud extérieur en Kelvin (pour le nœud du dessus  $ext = 1$ , pour le nœud du dessous  $ext = N$ );
- $T_{\infty}$  est la température de l'air au dessus de la zone pour  $ext=1$  et en dessous pour  $ext=N$ .

### 2.1.5.3 Échange par radiation

La radiation est le transfert de chaleur par des ondes électromagnétiques d'un corps à plus haute température vers un corps à plus basse température<sup>3</sup>. Dans le contexte de cet ouvrage, il s'agit de l'échange entre les éléments chauffants et l'ensemble des nœuds. La feuille de plastique n'étant pas complètement opaque, l'énergie pénètre à l'intérieur de la feuille pour rejoindre tous les nœuds de la feuille. Nous aurons donc une équation pour l'énergie provenant des éléments du haut et une autre pour l'énergie provenant des éléments du bas.

---

<sup>2</sup> Référence : Grand dictionnaire terminologique

<sup>3</sup> Référence : Grand dictionnaire terminologique

Pour l'énergie provenant des éléments du haut pour la zone «  $k$  » et le nœud du haut  $i=1$

$$\frac{dT_{k,i}}{dt} = \left( \frac{2}{\rho V C_p} \right) (\beta_1) \sigma A_h \sum_{j=1}^M F_{kj} \varepsilon_{effkj} \{ \theta_j^4 - T_i^4 \} \quad (2.6)$$

Où les nouveaux paramètres sont définis comme :

1.  $\sigma$  est la constante de Stephan Boltzmann qui est de  $5.669 * 10^{-8} W / (m^2 * K^4)$ ;
2.  $\varepsilon_{effkj}$  est l'émissivité effective;
3.  $A_h$  est l'aire d'un élément chauffant qui est considéré comme constant, en  $m^2$ ;
4.  $F_{kj}$  est le facteur de forme entre la zone  $k$  et l'élément  $j$ ;
5.  $\theta_j$  est la température de l'élément  $j$  en Kelvin;
6.  $\beta_1$  est le facteur d'absorption pour les nœuds extérieur, égale à  $1 - e^{-\frac{A * \Delta z}{2}}$ .

Pour tous autres nœuds (2 à N) l'équation sera :

$$\frac{dT_{k,i}}{dt} = \left( \frac{2}{\rho V C_p} \right) (\beta_2 (1 - \beta_1) (1 - \beta_2)^i) \sigma A_h \sum_{j=1}^M F_{kj} \varepsilon_{effkj} \{ \theta_j^4 - T_i^4 \} \quad (2.7)$$

Où les nouveaux paramètres sont :

- $\beta_2$  est le facteur d'absorption pour les nœuds intérieurs, égal à  $1 - e^{-A * \Delta z}$ .

Inversement pour l'énergie provenant des éléments du bas, nous aurons pour le nœud le plus bas ( $i=N$ ) :

$$\frac{dT_{k,i}}{dt} = \left( \frac{2}{\rho V C_p} \right) (\beta_1) \sigma A_h \sum_{j=M+1}^{2M} F_{kj} \varepsilon_{effkj} \{ \theta_j^4 - T_i^4 \} \quad (2.8)$$

Et pour tous les autres nœuds (1 à N-1) :

$$\frac{dT_{k,i}}{dt} = \left( \frac{2}{\rho V C_p} \right) \left( \beta_2 (1 - \beta_1) (1 - \beta_2)^{N-i} \right) \sigma A_h \sum_{j=M+1}^{2M} F_{kj} \varepsilon_{effkj} \{ \theta_j^4 - T_N^4 \} \quad (2.9)$$

L'énergie que reçoivent les nœuds internes n'est qu'une fraction de l'énergie totale frappant la feuille. Cette énergie totale (pour la zone « k ») est :

$$Q_k^1 = \sum_{j=1}^M F_{kj} \varepsilon_{effkj} \{ \theta_j^4 - T_1^4 \} \quad (2.10)$$

pour l'énergie des éléments du haut et :

$$Q_k^N = \sum_{j=M+1}^{2M} F_{kj} \varepsilon_{effkj} \{ \theta_j^4 - T_N^4 \} \quad (2.11)$$

pour l'énergie provenant des éléments du bas.

Au cours de la dernière section, nous avons introduit plusieurs paramètres qui influencent le taux d'énergie transférée entre les éléments et la feuille de plastique. Les deux sous sections suivantes apportent des précisions sur l'émissivité effective et le facteur de forme.

### 2.1.6 Émissivité effective

L'émissivité est la propriété de la surface d'un corps d'émettre de la chaleur par radiation, exprimée par le rapport entre la radiation émise par cette surface et celle émise par un corps qui absorbe et transmet toute la radiation qui l'atteint (appelé corps noir); les deux corps étant

à la même température<sup>4</sup>. Pour ce modèle, les éléments et la feuille de plastique ne sont pas des corps noirs parfaits et ne sont pas à la même température. Comme nous avons posé l'hypothèse que les surfaces extérieures de la feuille et des éléments chauffants sont parallèles, nous utilisons la formule de l'émissivité effective entre deux corps parallèles;

$$\mathcal{E}_{eff} = \left( \frac{1}{\mathcal{E}_{élément}} + \frac{1}{\mathcal{E}_{feuille}} \right)^{-1} \quad (2.12)$$

### 2.1.7 Facteur de forme

Le facteur de forme est utilisé en physique pour déterminer quelle partie des radiations d'un corps atteint réellement un deuxième corps, selon les dimensions et l'orientation de chacun. Autrement dit, quelle fraction du deuxième corps, le premier corps voit-il? Dans cet ouvrage, nous considérons que les éléments du four et la feuille de polymère sont parallèles. Dans ce cas, l'équation pour le facteur de forme tirée de Gauthier (2008), est calculée de la façon suivante :

$$F_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 (-1)^{(i+j+k+l)} G(x_i, y_j, \eta_k, \xi_l, z) \quad (2.13)$$

---

<sup>4</sup> Référence : Grand dictionnaire terminologique

Où  $G(x_i, y_j, \eta_k, \xi_l, z)$  est calculé comme suit :

$$\begin{aligned}
 G = & \frac{1}{2\pi} \left\{ (y-\eta) \sqrt{(x-\xi)^2 + z^2} \tan^{-1} \left( \frac{y-\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + z^2}} \right) \right\} \\
 & + \frac{1}{2\pi} \left\{ (x-\xi) \sqrt{(y-\eta)^2 + z^2} \tan^{-1} \left( \frac{x-\xi}{\sqrt{(y-\eta)^2 + z^2}} \right) \right\} \\
 & - \frac{z^2}{4\pi} \ln \left( (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2 \right)
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

$F_{1 \rightarrow 2}$  réfère au fait qu'il s'agit de la fraction du corps 1 vers le corps 2. De plus, les variables de position sont disposées selon la figure 2.3.

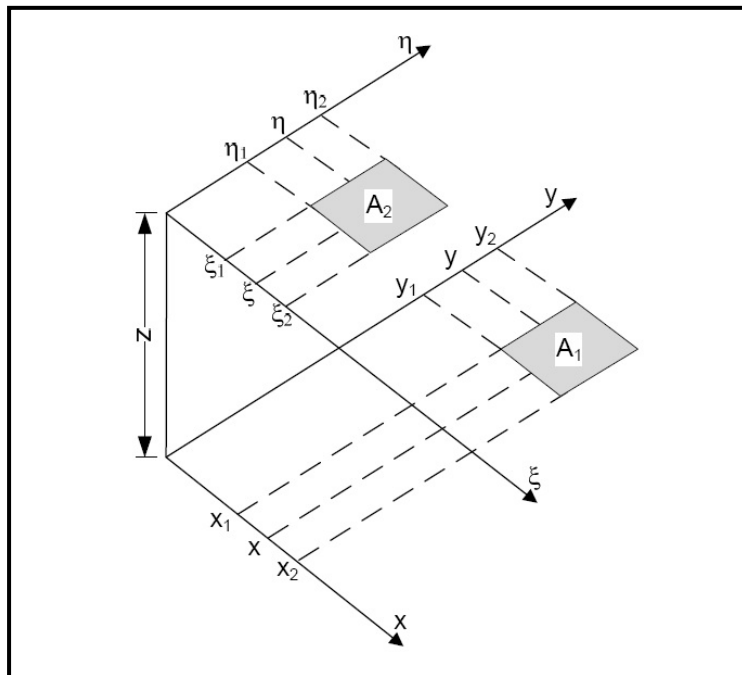


Figure 2.3 Position des variables de l'équation de facteur de forme  
Tirée de Gauthier (2008, p. 38)

## 2.2 Modèle complet

Lorsque nous combinons tous les modes de transfert de chaleur, nous obtenons le modèle complet du four de thermoformage chauffant les nœuds de la zone «  $k$  » d'une feuille de plastique. Si nous prenons pour exemple un four comportant  $M$  groupes d'éléments chauffants par côté,  $Z$  zones et  $N$  nœuds, nous aurons l'équation suivante pour le premier nœud « 1 » de la zone «  $k$  » :

$$\frac{dT_{k,1}}{dt} = \left( \frac{2}{\rho V C_p} \right) \left\{ \beta_1 \sigma A_h \left\{ Q_k^1 + \left( (1-\beta_1)(1-\beta_2)^{N-2} \right) Q_k^N \right\} \right. \\ \left. + (Ah) \{ T_{\infty,k} - T_{k,1} \} + \left( \frac{kA}{\Delta z} \right) \{ T_{k,2} - T_{k,1} \} \right\} \quad (2.15)$$

Pour le dernier nœud «  $N$  » nous aurons l'équation :

$$\frac{dT_{k,N}}{dt} = \left( \frac{2}{\rho V C_p} \right) \left\{ \beta_1 \sigma A_h \left\{ \left( (1-\beta_1)(1-\beta_2)^{N-2} \right) Q_k^1 + Q_k^N \right\} \right. \\ \left. + (Ah) \{ T_{\infty,k} - T_{k,N} \} + \left( \frac{kA}{\Delta z} \right) \{ T_{k,N-1} - T_{k,N} \} \right\} \quad (2.16)$$

Tandis que pour les nœuds intérieurs nous aurons :

$$\frac{dT_{k,i}}{dt} = \left( \frac{1}{\rho V C_p} \right) \left\{ \beta_2 (1-\beta_1) \sigma A_h \left\{ (1-\beta_2)^{i-2} Q_k^1 + (1-\beta_2)^{N-i-1} Q_k^N \right\} \right. \\ \left. + \left( \frac{KA}{\Delta z} \right) \{ T_{k,i-1} - 2T_{k,i} + T_{k,i+1} \} \right\} \quad (2.17)$$

Remarquons que la masse volumique, le volume et la chaleur spécifique sont considérés comme constants pour toutes les zones et ce peu importe la température. Aussi, l'émissivité de chaque élément et zone peut être variable selon les différentes configurations de la simulation. De plus, la température de l'air au-dessus et en dessous de chaque zone peut varier.

### **2.3 Programme Matlab™**

Pour effectuer les simulations, nous avons programmé ce modèle à l'aide du logiciel Matlab™. En utilisant les concepts de la programmation orientée objet, nous avons simulé efficacement différentes combinaisons de fours et d'algorithmes. Le script développé nous permet de modifier tous les paramètres entrants dans le modèle thermique, d'ajouter une incertitude sur chacun des paramètres, de sélectionner différents profils de chauffe.





## CHAPITRE 3

### LES ALGORITHMES ILC

#### 3.1 Origine

Lorsque l'on cherche à faire le design d'un contrôleur, nous avons comme but de garder le système donné sous contrôle avec une erreur en régime permanent acceptable et une réponse transitoire acceptable. Faire le design en fonction de la réponse transitoire est difficile si l'on considère l'incertitude du modèle, la variation des paramètres et les perturbations. D'autre part, beaucoup de systèmes dans le monde industriel sont de nature répétitive. Les algorithmes ILC ont été créés dans le but d'améliorer les réponses transitoires pour les systèmes répétitifs [Moore (2006)]. Dans le contrôle traditionnel, un système répétitif donné produira la même erreur de trajectoire cycle après cycle pour une trajectoire donnée, puisque l'erreur et la commande seront les mêmes. Les algorithmes ILC tentent d'améliorer ce phénomène en changeant la commande en entrée du cycle suivant, en se basant sur l'erreur du cycle précédent. Cette technique a l'avantage qu'elle peut être utilisée sans connaissance poussée du système à contrôler.

Un algorithme ILC typique aura le schéma bloc suivant :

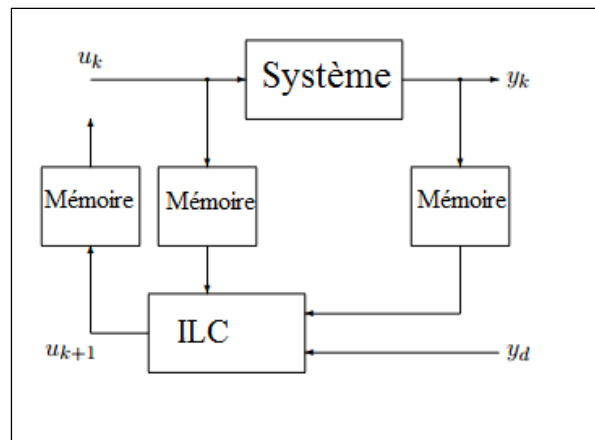


Figure 3.1 Schéma bloc d'un ILC typique

L'équation de ce schéma bloc est la suivante :

$$u(t, k + 1) = u(t, k) + K * (e(t + 1, k)) \quad (3.1)$$

Dans cette équation, la commande du cycle suivant :  $u(t, k + 1)$ , est déterminé par la commande du cycle précédent :  $u(t, k)$  et de l'erreur du cycle précédent :  $e(t + 1, k)$  multipliée par un gain. Notez que cette équation utilise l'erreur au temps  $t + 1$ , cela est possible, puisqu'il s'agit du cycle passé et par conséquent nous connaissons cette valeur. Voyons maintenant les algorithmes ILC utilisés lors de nos simulations.

### 3.2 Type P

Les algorithmes ILC sont souvent décrits d'une lettre selon le type d'erreur qu'ils utilisent : « P » pour proportionnel à l'erreur, « D » pour dérivée de l'erreur et ainsi de suite. L'algorithme de type P, cherche donc à éliminer l'erreur entre la trajectoire désirée et la sortie du système. Un gain  $K$  peut être utilisé pour faire varier la vitesse de convergence de l'algorithme. Par contre, un gain trop agressif peut provoquer des oscillations voire même rendre le système instable.

L'équation de la commande est :

$$u(t, k + 1) = u(t, k) + K * e(t, k) \quad (3.2)$$

Où  $K(\cdot)$ , est la matrice de gains, et  $e(\cdot)$ , est l'erreur de sortie définie comme suit  $e(t, k) = y_d(t) - y(t, k)$  avec  $y_d$ , représentant la trajectoire désirée.

### 3.3 Type D

L'algorithme ILC de type D est un ILC classique qui utilise la dérivée de l'erreur plutôt que l'erreur elle-même. Ce qui signifie que l'ILC cherche à suivre parfaitement la courbure de la

trajectoire et non la trajectoire elle-même. Dès que la trajectoire est calquée, la dérivée de l'erreur tombe à zéro et l'algorithme est en attente d'une perturbation qui ferait dévier le système de la trajectoire désirée. L'erreur de trajectoire est donc fonction de l'erreur initiale, puisque l'algorithme ne compense pas pour cette dernière. Il s'en suivra que plus l'erreur initiale est importante, plus l'erreur finale le sera également.

La loi d'apprentissage de type D est la suivante :

$$u(t, k+1) = u(t, k) + K * (e(t+1, k) - e(t, k)) \quad (3.3)$$

### 3.4 Type PD

Parfois, il peut être avantageux de combiner les approches « P » et « D » pour obtenir les caractéristiques de chacun. Il est possible de faire varier les gains de façon à donner plus de priorité à une partie de l'algorithme. De plus, il est important de le faire puisque l'échelle de grandeur de l'erreur et de sa dérivée peut être complètement hors de proportion.

L'équation de la commande pour un tel algorithme est la suivante :

$$u(t, k+1) = u(t, k) + K_1 e(t, k) + K_2 (e(t+1, k) - e(t, k)) \quad (3.4)$$

### 3.5 Type P avec CITE

Les algorithmes ILC peuvent être considérés comme des contrôleurs de type « feedforward », puisqu'il cherche à suivre une trajectoire. Toutefois, ils ne peuvent compensés pour une variation ponctuelle qui arriverait durant le cycle courant. C'est pourquoi on peut utiliser le CITE ou Current Iteration Trajectory Error. Ce dernier est une partie du contrôleur qui prend en compte l'erreur courante plutôt que l'erreur des itérations passées. L'idée de combiner

deux parties de contrôleur est encore une fois dans le but de tirer partie des avantages de chacun. Ici, la partie CITE est utilisée pour tenter de compenser pour la dynamique des éléments chauffants, qui est différente à la chauffe et au refroidissement.

L'équation de la commande sera :

$$u(t, k+1) = u(t, k) + K_1 * e(t, k) + K_2 * e(t, k+1) \quad (3.5)$$

### 3.6 Type D avec CITE

L'algorithme de type D avec CITE est celui qui s'apparente le plus au contrôleur classique de style « feedforward - feedback ». Contrairement à ce dernier, ce n'est pas la trajectoire désirée qui est utilisée pour reproduire la trajectoire, mais bien l'erreur de l'itération précédente. Cela a l'avantage qu'aucune connaissance du système n'est à priori nécessaire.

L'équation de la commande pour un tel algorithme est la suivante :

$$u(t, k+1) = u(t, k) + K_1 * (e(t+1, k) - e(t, k)) + K_2 * (e(t, k+1)) \quad (3.6)$$

### 3.7 Type P avec délai

Rappelons-nous que l'ILC typique utilisait l'erreur du cycle passé, mais pas pour le même moment du cycle. En effet, comme le cycle précédent s'est déjà produit, il est possible d'accéder à l'erreur à n'importe quel moment au cours de ce dernier. Nous utiliserons cet avantage pour encore une fois tenter de compenser pour la dynamique des éléments chauffants.

Voici l'équation de la loi de contrôle :

$$u(t, k+1) = u(t, k) + K_1 e(t+d, k) \quad (3.7)$$

Où :

- $d$  est le délai en seconde.

### 3.8 Type P avec ajustement des gains

L'algorithme de type P avec ajustement des gains est une tentative non orthodoxe pour compenser les dynamiques de nos éléments chauffants. Le but est de réduire le gain lorsque les éléments sont en chauffe et le diminuer lorsqu'ils sont en refroidissement afin d'obtenir un comportement plus uniforme du système.

Une telle loi de contrôle est définie :

$$u(t, k+1) = u(t, k) + K_1 e(t, k) \quad (3.8)$$

$$K_1 = \gamma M \begin{cases} \bar{x}_e \geq 0, \gamma = \gamma_+ \\ \bar{x}_e < 0, \gamma = \gamma_- \end{cases}$$

Où:

- $\bar{x}_e$  est la moyenne, sur l'ensemble des capteurs, de l'erreur de trajectoire à l'instant  $t$  du cycle  $k$ .



## CHAPITRE 4

### SYSTÈME DE RÉFÉRENCE

#### 4.1 Linéarisation

Pour être capable d'utiliser certaines des méthodes de contrôle que nous avons retenues, il est essentiel d'avoir le modèle d'état du procédé. Ajersch (2005) et Gauthier (2008) ont déjà fait l'exercice dans leur thèse. Il ne nous suffira que d'adapter le système à notre problème. Le prochain chapitre montre une façon de linéariser le système ainsi qu'une façon de discrétiser le système et rendre la sortie linéaire et de degré relatif 1.

Un modèle d'état prend habituellement la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}x + \mathbf{D}u\end{aligned}\tag{4.1}$$

Où  $x$  représente la variable d'état du système,  $u$  l'entrée et  $y$  la sortie. Dans notre cas,  $x$  représente la température de chaque nœud du système,  $u$  la commande envoyée aux éléments et  $y$  le signal de sortie des capteurs infrarouges.

##### 4.1.1 Équations d'état

Dans cette section, nous transformerons les équations différentielles (2.15), (2.16) et (2.17) en forme matricielle. Complétons d'abord l'exercice pour une zone avec l'indice «  $k$  ». Supposons que cette zone à 5 nœuds, nous aurons les équations simplifiées suivantes :

$$\frac{dT_{k,1}}{dt} = 2a \left\{ \frac{A_h}{A} \{c_1 Q_k^I + c_5 Q_k^N\} + h \{T_{\infty,k} - T_{k,1}\} + b \{T_{k,2} - T_{k,1}\} \right\}\tag{4.2}$$

$$\frac{dT_{k,2}}{dt} = a \left\{ \frac{A_h}{A} \{c_2 Q_k^1 + c_4 Q_k^N\} + b \{T_{k,1} - 2T_{k,2} + T_{k,3}\} \right\} \quad (4.3)$$

$$\frac{dT_{k,3}}{dt} = a \left\{ \frac{A_h}{A} \{c_3 Q_k^1 + c_3 Q_k^N\} + b \{T_{k,2} - 2T_{k,3} + T_{k,4}\} \right\} \quad (4.4)$$

$$\frac{dT_{k,4}}{dt} = a \left\{ \frac{A_h}{A} \{c_4 Q_k^1 + c_2 Q_k^N\} + b \{T_{k,3} - 2T_{k,4} + T_{k,5}\} \right\} \quad (4.5)$$

$$\frac{dT_{k,5}}{dt} = 2a \left\{ \frac{A_h}{A} \{c_5 Q_k^1 + c_1 Q_k^N\} + h \{T_{\infty,k} - T_{k,5}\} + b \{T_{k,1} - T_{k,5}\} \right\} \quad (4.6)$$

Où :

$$a = \frac{1}{\rho C_p \Delta z} \quad (4.7)$$

$$b = \frac{K}{\Delta z} \quad (4.8)$$

$$c_1 = \sigma \beta_1 \quad (4.9)$$

$$c_2 = \sigma \beta_1 (1 - \beta_2) \quad (4.10)$$

$$c_4 = \sigma \beta_2 (1 - \beta_1) (1 - \beta_2)^2 \quad (4.11)$$

$$c_5 = \sigma \beta_2 (1 - \beta_1) (1 - \beta_2)^3 \quad (4.12)$$



Ces équations présentées sous une forme matricielle nous donnent :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_1^k \\ \dot{x}_2^k \\ \dot{x}_3^k \\ \dot{x}_4^k \\ \dot{x}_5^k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2a(h+b) & 2ab & 0 & 0 & 0 \\ ab & -2ab & ab & 0 & 0 \\ 0 & ab & -2ab & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ab & -2ab & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2ab & -2a(h+b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ x_3^k \\ x_4^k \\ x_5^k \end{bmatrix} \\
 +a \frac{A_h}{A} \begin{bmatrix} 2c_1 & 2c_5 \\ c_2 & c_4 \\ c_3 & c_3 \\ c_4 & c_2 \\ 2c_5 & 2c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_k^1 \\ Q_k^N \end{bmatrix} &+ \begin{bmatrix} 2ah & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2ah \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\infty Top} \\ T_{\infty Bottom} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Ce qui donne le système :

$$\dot{\mathbf{X}}^k = \mathbf{A}\mathbf{X}^k + \mathbf{B}\mathbf{Q}^k + \mathbf{B}_{\infty}\mathbf{T}_{\infty} \tag{4.14}$$

Rappelons que les formules composant la matrice  $\mathbf{Q}^k$  sont composées de deux variables :

$(\theta_j)^4$  et  $(T_i)^4$ , respectivement la température du four et la température du nœud de surface.

Tous deux élevés à la puissance 4. Manipulons la partie  $\mathbf{B}\mathbf{Q}^k$  de l'équation (3.14) pour séparer ses deux variables. Supposons que le four compte « M » éléments en haut et le même nombre en bas.

$$\begin{aligned}
& a \frac{A_h}{A} \begin{bmatrix} 2c_1 & 2c_5 \\ c_2 & c_4 \\ c_3 & c_3 \\ c_4 & c_2 \\ 2c_5 & 2c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} \{ \theta_j^4 - T_1^4 \} \\ \sum_{j=M+1}^{2M} F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} \{ \theta_j^4 - T_N^4 \} \end{bmatrix} \tag{4.15} \\
& = a \frac{A_h}{A} \begin{bmatrix} 2c_1 & 2c_5 \\ c_2 & c_4 \\ c_3 & c_3 \\ c_4 & c_2 \\ 2c_5 & 2c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} \theta_j^4 \\ \sum_{j=M+1}^{2M} F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} \theta_j^4 \end{bmatrix} - a \frac{A_h}{A} \begin{bmatrix} 2c_1 F_1^k & 2c_5 F_N^k \\ c_2 F_1^k & c_4 F_N^k \\ c_3 F_1^k & c_3 F_N^k \\ c_4 F_1^k & c_2 F_N^k \\ 2c_5 F_1^k & 2c_1 F_N^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x_1^k)^4 \\ (x_5^k)^4 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Où :

$$\begin{aligned}
F_1^k &= \sum_{j=1}^M F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} \\
F_N^k &= \sum_{j=M+1}^{2M} F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} \\
x_1^k &= T_1 \\
x_5^k &= T_N
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Ce qui nous donne le système :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_1^k \\ \dot{x}_2^k \\ \dot{x}_3^k \\ \dot{x}_4^k \\ \dot{x}_5^k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2a(h+b) & 2ab & 0 & 0 & 0 \\ ab & -2ab & ab & 0 & 0 \\ 0 & ab & -2ab & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ab & -2ab & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2ab & -2a(h+b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ x_3^k \\ x_4^k \\ x_5^k \end{bmatrix} \\
 &- a \frac{A_h}{A} \begin{bmatrix} 2c_1 F_1^k & 2c_5 F_N^k \\ c_2 F_1^k & c_4 F_N^k \\ c_3 F_1^k & c_3 F_N^k \\ c_4 F_1^k & c_2 F_N^k \\ 2c_5 F_1^k & 2c_1 F_N^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x_1^k)^4 \\ (x_5^k)^4 \end{bmatrix} \\
 &+ a \frac{A_h}{A} \begin{bmatrix} 2c_1 & 2c_5 \\ c_2 & c_4 \\ c_3 & c_3 \\ c_4 & c_2 \\ 2c_5 & 2c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} (\theta_j^k)^4 \\ \sum_{j=M+1}^{2M} F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} (\theta_j^k)^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2ah & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2ah \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\infty Top} \\ T_{\infty Bottom} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Nous voyons bien que ce système n'est pas linéaire par l'équation de transfert d'énergie radiante. Par contre, nous pouvons facilement linéariser cet équation grâce aux séries de Taylor. Pour ce faire nous devons manipuler l'entrée du système pour être :

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1 \quad \dots \quad \theta_M \quad \theta_{M+1} \quad \dots \quad \theta_{2M}]^T \tag{4.18}$$

Nous aurons alors le système linéarisé suivant :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{x}_1^k \\ \dot{x}_2^k \\ \dot{x}_3^k \\ \dot{x}_4^k \\ \dot{x}_5^k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -2a(h+b) - 8c_1 F_1^k (x_1^{*k})^3 & 2ab & 0 & 0 & -8c_5 F_5^k (x_5^{*k})^3 \\ ab - 4c_2 F_1^k (x_1^{*k})^3 & -2ab & ab & 0 & -4c_4 F_5^k (x_5^{*k})^3 \\ -4c_3 F_1^k (x_1^{*k})^3 & ab & -2ab & 0 & -4c_3 F_5^k (x_5^{*k})^3 \\ -4c_4 F_1^k (x_1^{*k})^3 & 0 & ab & -2ab & -4c_2 F_5^k (x_5^{*k})^3 \\ -8c_1 c_5 F_1^k (x_1^{*k})^3 & 0 & 0 & 2ab & -2a(h+b) - 8c_1 F_5^k (x_5^{*k})^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ x_3^k \\ x_4^k \\ x_5^k \end{bmatrix} \quad (4.19) \\
 + a \frac{A_h}{A} & \begin{bmatrix} 2c_1 F_{k,1} (\theta_1^*)^3 & \dots & 2c_1 F_{k,M} (\theta_M^*)^3 & 2c_5 F_{k,M+1} (\theta_{M+1}^*)^3 & \dots & 2c_5 F_{k,2M} (\theta_{2M}^*)^3 \\ c_2 F_{k,1} (\theta_1^*)^3 & \dots & c_2 F_{k,M} (\theta_M^*)^3 & c_4 F_{k,M+1} (\theta_{M+1}^*)^3 & \dots & c_4 F_{k,2M} (\theta_{2M}^*)^3 \\ c_3 F_{k,1} (\theta_1^*)^3 & \dots & c_3 F_{k,M} (\theta_M^*)^3 & c_3 F_{k,M+1} (\theta_{M+1}^*)^3 & \dots & c_3 F_{k,2M} (\theta_{2M}^*)^3 \\ c_4 F_{k,1} (\theta_1^*)^3 & \dots & c_4 F_{k,M} (\theta_M^*)^3 & c_2 F_{k,M+1} (\theta_{M+1}^*)^3 & \dots & c_2 F_{k,2M} (\theta_{2M}^*)^3 \\ 2c_5 F_{k,1} (\theta_1^*)^3 & \dots & 2c_5 F_{k,M} (\theta_M^*)^3 & 2c_1 F_{k,M+1} (\theta_{M+1}^*)^3 & \dots & 2c_1 F_{k,2M} (\theta_{2M}^*)^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dots \\ \theta_M \\ \theta_{M+1} \\ \dots \\ \theta_{2M} \end{bmatrix} \\
 + \begin{bmatrix} 2ah & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2ah \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} T_{\infty Top} \\ T_{\infty Bottom} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Où les variables d'état et les entrées sont linéarisées autour des points d'indice « \* ».

Le système complet regroupe toutes les zones de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^1 \\ \dot{\mathbf{X}}^1 \\ \dots \\ \dot{\mathbf{X}}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{A}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}^1 \\ \mathbf{X}^2 \\ \dots \\ \mathbf{X}^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \\ \dots \\ \mathbf{B}_k \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\infty 1} \\ \mathbf{B}_{\infty 2} \\ \dots \\ \mathbf{B}_{\infty k} \end{bmatrix} \mathbf{T}_{\infty} \quad (4.20)$$

Nous aurons besoin de ce modèle linéaire pour faire certaines analyses plus loin dans cet ouvrage. Nous aurons aussi besoin du système discrétisé où la sortie est linéaire et de degré relatif de 1. Complétons cette transformation tout de suite.

## 4.2 État au temps final

Puisque nous avons maintenant un système linéaire, il nous est possible d'utiliser la théorie de l'état final pour analyser plus en détail les algorithmes ILC et leur critère de convergence et de stabilité. En utilisant la théorie des systèmes linéaires, nous pouvons déterminer l'état du système au temps  $t = t_f$  :

$$x_k(t_f) = e^{A t_f} x_k(0) + \left\{ \int_0^{t_f} e^{A(t_f-s)} \mathbf{B} ds \right\} u_k \quad (4.21)$$

Pour cet état, les valeurs de sortie correspondantes peuvent être trouvées avec cette équation :

$$y_k(t_f) = \left\{ \mathbf{C} e^{A t_f} \right\} x_k(0) + \left\{ \mathbf{C} \int_0^{t_f} e^{A(t_f-s)} \mathbf{B} ds \right\} u_k \quad (4.22)$$

Le premier terme de l'équation (3.22) correspond à la réponse à une entrée nulle et est dénotée par la matrice  $\mathbf{\Gamma} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ , de la façon suivante [Gauthier (2008)] :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{C} e^{A t_f} \quad (4.23)$$

Le deuxième terme correspond à la réponse à un état nul et est dénoté par la matrice  $\mathbf{\Psi} \in \mathbb{R}^{p \times m}$ , comme suit :

$$\Psi = \mathbf{C} \int_0^{t_f} e^{\mathbf{A}(t_f-s)} \mathbf{B} ds \quad (4.24)$$

Ces deux matrices nous serviront pour le design de la matrice de gains de certains des algorithmes présentés dans ce mémoire.

### 4.3 Discrétisation

Nous dresserons maintenant une méthode de discrétisation du système. Supposons que nous avons le système continu non linéaire suivant :

$$\dot{x}_k(t) = \left( (v_k)^4 - (x_k)^4 \right) = \mathbf{g}(x_k(t), v_k) \quad (4.25)$$

Ce système peut être discrétisé par les séries de Taylor, qui nous donnera les deux premiers termes suivant :

$$\begin{aligned} x_k[t + \partial t] &= x_k[t] + \partial t \frac{d}{dt} x_k[t] \\ x_k[t + \partial t] &= x_k[t] + \partial t \mathbf{g}(x_k(t), v_k) \\ x_k[t + \partial t] &= x_k[t] + \partial t \left( (v_k)^4 - (x_k)^4 \right) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Un système discrétisé prend la forme générale suivante :

$$x_k[t + \partial t] = f(x_k[t], t) + \mathbf{B}(x_k[t], t) u_k[t] \quad (4.27)$$

En comparant (3.23) avec (3.22) nous obtenons les égalités suivantes :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{f}(x_k[t], t) &= x_k[t] - \partial t (x_k[t])^4 \\
 \mathbf{B}(x_k[t], t) &= \partial t \\
 u_k[t] &= (v_k[t])^4
 \end{aligned}
 \tag{4.28}$$

Si le système original avait la sortie suivante :

$$y_k(t) = \mathbf{C}(t) x_k(t) \tag{4.29}$$

Alors, la version discrète sera :

$$y_k[t] = \mathbf{C}[t] x_k[t] \tag{4.30}$$

Si la matrice  $\mathbf{C}[t]$  n'est constituée que d'équations linéaires alors la sortie du système sera linéaire. Appliquons maintenant ce résultat à notre système de thermoformage. Si nous comparons l'équation (4.19) au système suivant :

$$x(t+1, k) = f(x(t, k), t) + \mathbf{B}(x(t, k), t)u(t, k) + w(t, k) \tag{4.31}$$

Nous obtiendrons les égalités suivantes :

$$\mathbf{x}(t+1, k) = \begin{bmatrix} \dot{x}_1^k \\ \dot{x}_2^k \\ \dot{x}_3^k \\ \dot{x}_4^k \\ \dot{x}_5^k \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

$$f(x(t, k), t) = \begin{bmatrix} -2a(h+b) & 2ab & 0 & 0 & 0 \\ ab & -2ab & ab & 0 & 0 \\ 0 & ab & -2ab & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ab & -2ab & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2ab & -2a(h+b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ x_3^k \\ x_4^k \\ x_5^k \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

$$-a \frac{A_h}{A} \begin{bmatrix} 2c_1 F_1^k & 2c_5 F_N^k \\ c_2 F_1^k & c_4 F_N^k \\ c_3 F_1^k & c_3 F_N^k \\ c_4 F_1^k & c_2 F_N^k \\ 2c_5 F_1^k & 2c_1 F_N^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (x_1^k)^4 \\ (x_5^k)^4 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(x(t, k), t) = a \frac{A_h}{A} \begin{bmatrix} 2c_1 & 2c_5 \\ c_2 & c_4 \\ c_3 & c_3 \\ c_4 & c_2 \\ 2c_5 & 2c_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} \\ \sum_{j=M+1}^{2M} F_{kj} \varepsilon_{eff_{kj}} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$u(t, k) = \begin{bmatrix} (\theta_1^k)^4 \\ \dots \\ (\theta_m^k)^4 \\ (\theta_{m+1}^k)^4 \\ \dots \\ (\theta_{2m}^k)^4 \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$w(t, k) = \begin{bmatrix} 2ah & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2ah \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\infty Top} \\ T_{\infty Bottom} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$



Si nous ajoutons la transformation suivante :  $u_j^k = (\theta_j^k)^4$ , nous obtenons un système où la sortie est linéaire et de degré relatif 1.

Le présent chapitre nous montre deux façons de transformer le système. La première linéarise le système, ce qui en facilite l'analyse, tandis que la seconde façon rend le système compatible avec les analyses de Saab (1999). Le prochain chapitre nous présente les résultats des différentes techniques que nous avons utilisées pour trouver le meilleur contrôleur pour notre four de thermoformage.



## CHAPITRE 5

### RÉSULTATS ET ANALYSES

Dans ce chapitre, nous présenterons les différents tests que nous avons réalisés afin de déterminer le meilleur type d'algorithme ILC à utiliser pour contrôler un four de thermoformage. Nous avons parcouru la littérature afin de trouver les algorithmes ILC pouvant répondre au problème du contrôle d'un four de thermoformage. Nous avons appliqué l'algorithme présenté dans Saab (1999) qui est un algorithme de type D. Puis, nous avons tenté l'utilisation d'un algorithme de type P. Nous avons combiné les deux approches pour créer un algorithme de type PD. Par la suite, nous ferons le test des algorithmes ILC de type P et de type D avec CITE.

#### 5.1 Les paramètres

Avant de présenter nos résultats, nous discuterons d'abord des paramètres de simulation utilisés lors de nos tests.

##### 5.1.1 Le système

L'analyse de Saab a été faite sur un système discret non linéaire de la forme suivante :

$$\begin{aligned}x(t+1, k) &= f(x(t, k), t) + \mathbf{B}(x(t, k))u(t, k) + w(t, k) \\ y(t, k) &= \mathbf{C}(t)x(t, k) + v(t, k) + v_b(k)\end{aligned}\tag{5.1}$$

Où  $k$  représente l'indice des itérations,  $t \in [0, N]$  le temps discret,  $f(\cdot)$ , est une fonction non linéaire dans  $\mathbb{R}^n$ .  $\mathbf{C}(\cdot) \in \mathbb{R}^{q \times n}$ ,  $1 \leq q \leq n$  et  $\mathbf{B}(\cdot) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ , tandis que  $w(\cdot)$  représente les perturbations d'état,  $v(\cdot)$  le bruit d'entrée et  $v_b(\cdot)$  est un vecteur de biais.

### 5.1.2 Paramètres de simulation

Nous devons trouver, pour effectuer nos simulations, un matériel qui représenterait bien les chauffes de thermoformage. Nous avons choisi pour ce faire, le Polyéthylène téréphtalate (PET). Nous avons tenté de réunir les paramètres physiques les plus réalistes sur ce matériel. Il s'est avéré difficile de déterminer avec certitude les spécifications physiques réelles de ce plastique. Après avoir recueilli, aux quatre coins de l'Internet et de la littérature, des informations contradictoires ou partielles, nous avons décidé d'utiliser les paramètres décrits dans le tableau 5.1. Ces paramètres reflètent au meilleur de nos connaissances la réalité du monde manufacturier.

Tableau 5.1 Paramètres physiques de la feuille simulée

Paramètre	Valeur (unité)
Masse volumique	1455 (kg/m <sup>3</sup> )
Chaleur spécifique	1500 (J/(kg*K))
Émissivité	0.9
Conductivité	0.2 (W/(m*K))
Absorptivité	-300
Coefficient de convection	10 (W/(m <sup>2</sup> *K))

D'autres paramètres ne découlant pas du matériel sont indiqués dans le tableau ci-dessous.

Tableau 5.2 Autres paramètres de simulation

Paramètre	Valeur (unité)
Émissivité des éléments	0.8
Température initiale des éléments	125 (°C)
Durée de chaque itération	300(s)
Discretisation	1(s)

Nombre d'itérations	30
Nombre de nœuds par zone	5
Distance entre les nœuds (z)	0.001 (m)
Épaisseur total de la feuille	0.005 (m)

Un aspect important à considérer lors de toutes chauffes de thermoformage, est le profil de température désirée ainsi que la trajectoire pour obtenir ce dernier. Dans cet ouvrage, le profil de température sera uniforme à travers toute la surface de la feuille. La température finale désirée est de 150 °C. La trajectoire utilisée est tirée des travaux de Meunier, Gauthier et Boulet (2008) et a la forme suivante :

$$T_{ref}(t) = \frac{-p_c(T_f - T_0)}{t_f^2} t^2 + \frac{(1 - p_c)(T_f - T_0)}{t_f} t + T_0 \quad (5.2)$$

Ici,  $T_f = 150^\circ$ ,  $T_0 = 0^\circ$ ,  $t_f = 300s$  et  $p_c$  est arbitrairement placé à 0.4 pour obtenir une trajectoire réalisable, tenant compte de la constante de temps élevée du système. Le fait d'utiliser zéro comme valeur de départ pour la trajectoire désirée introduira une erreur importante au début de chaque cycle, car la température initiale moyenne sera de 22°C. La théorie sur les algorithmes ILC veut que la valeur initiale de la trajectoire désirée soit le plus proche possible de la valeur initiale réelle pour accélérer la convergence de l'algorithme et assurer sa stabilité. Cette erreur introduite volontairement mettra à l'épreuve la vitesse de convergence ainsi que la robustesse des algorithmes.

### 5.1.3 Les fours

Nous devons aussi paramétrer le four utilisé pour nos simulations. Nous avons utilisé deux types de four, un de forme carré, symétrique en tout point et un autre de forme rectangulaire

représentant le four AAA utilisé à l'université McGill<sup>5</sup> pour des expériences réelles. Vous trouverez plus de détails sur ce four dans les travaux de Gauthier (2008). Le premier nous permet de tester les algorithmes ILC sur un système simple avant de les transposer à un modèle plus complexe. Les figures 5.1 et 5.2 représentent la vue de dessus de chacun des fours. On peut y voir la position des éléments chauffants (carrés), des zones (petite croix), ainsi que le champ de détection effectif des capteurs infrarouges (cercles). Les axes X et Y donnent les coordonnées de chacun des composants et sont exprimés en mètres. Notez que le champ de détection des capteurs infrarouges a été augmenté par rapport à sa valeur réelle pour les besoins de la simulation.

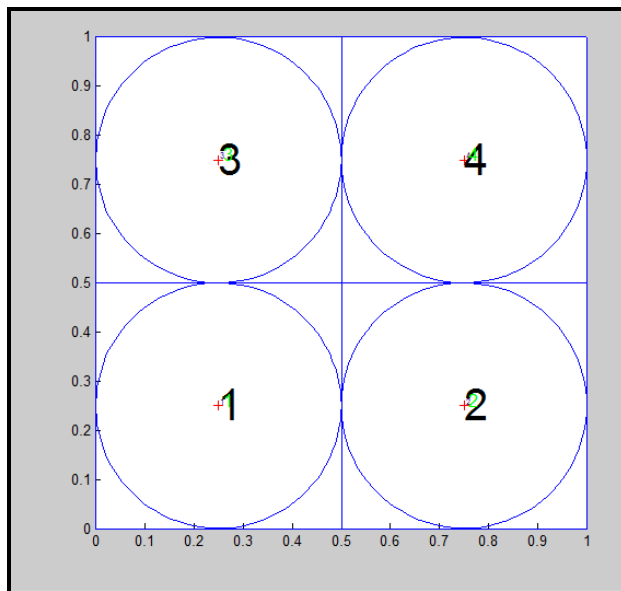


Figure 5.1 Vue de dessus du four symétrique 4x4

---

<sup>5</sup> McGill University General Information James Administration Building  
845 Sherbrooke Street West  
Montreal, Quebec H3A 3R1

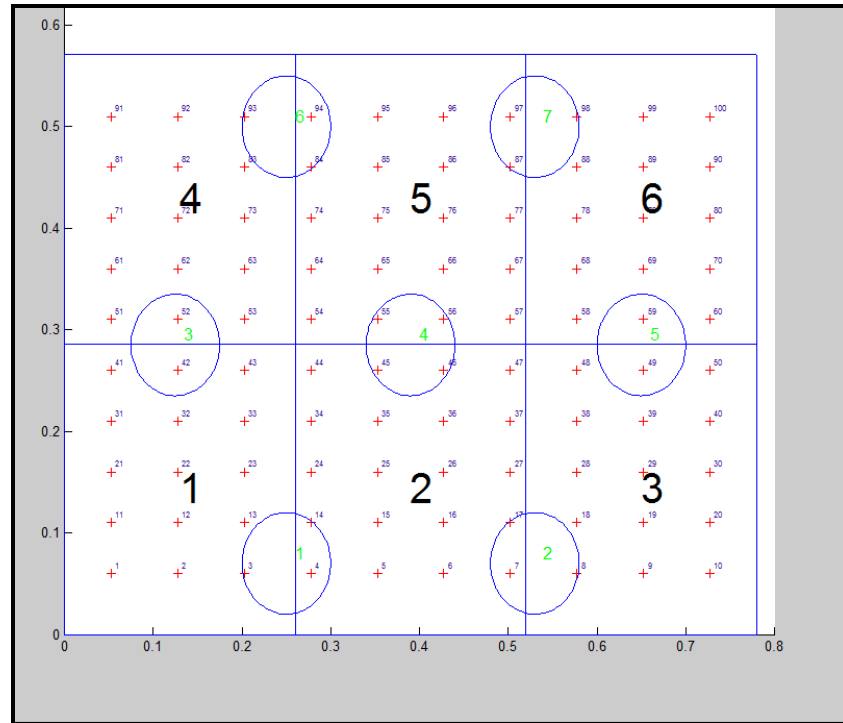


Figure 5.2 Vue de dessus du four de la compagnie AAA

#### 5.1.4 La matrice de gains

Saab (1999) démontre dans son article que sous certaines conditions, une matrice de gains sous la forme du pseudo inverse de  $\mathbf{C}(t+1)\mathbf{B}_{t,k}$  tel que  $\mathbf{K} = [\mathbf{C}(t+1)\mathbf{B}_{t,k}]^+$  garantie :

1. Que toutes les trajectoires sont bornées pour tous  $k$  et  $t \in [0, N]$  en présence de perturbations;
2. Que le système converge uniformément en  $[0, N]$ , en l'absence de perturbations;
3. Que le système converge uniformément en un nombre fini d'itérations, en l'absence de perturbation.

Les conditions garantissant les affirmations précédentes, sont les suivantes :

1. Les conditions initiales  $x_d(0)$  et la trajectoire désirée sont données et assumées réalisables;
2. Les perturbations d'états  $w(t, k)$  et le bruit à l'entrée  $v(t, k)$  sont bornés en tout temps. Ce qui est le cas pour tout système thermique réel;
3. Le domaine de l'opérateur  $\mathbf{B}(\cdot)$  est borné en tout temps. Ce qui est aussi le cas pour tout système thermique réel. Aussi, il existe une constante positive  $\varepsilon_{CB} > 0$  telle que  $\forall k$  et  $t \in [0, N]$ ,

$$\min_{1 \leq i \leq r} \left( \lambda_i \left[ \left( \mathbf{C}(t+1) \mathbf{B}_{t,k} \right)^T \mathbf{C}(t+1) \mathbf{B}_{t,k} \right] \right) \geq \varepsilon_{CB} \quad (5.3)$$

La deuxième partie de cette hypothèse sous entend que le nombre de sorties du système est supérieur ou égal au nombre d'entrées. Ce qui n'est pas le cas pour le four réel, puisque nous avons 14 capteurs (entrées) et 12 groupes d'élément chauffant (sorties);

4. Les fonctions  $f(\cdot)$  et  $\mathbf{B}(\cdot)$  sont uniformément globalement Lipchitz en  $x$ . Ce qui est aussi le cas pour tout système thermique réel.

Dans notre problème, nous avons choisi une température de zéro comme valeur initiale de la trajectoire désirée. Comme la température initiale  $x_d(0)$  se situe autour de 22 degrés il est évident que nous ne rencontrons pas la première condition des travaux de Saab. Il est à noter que sans mécanisme d'apprentissage de l'état initial dans notre algorithme ILC nous devons placer la valeur initiale de la trajectoire désirée à la même valeur que notre état initial pour satisfaire cette condition. Donc notre système ne rencontre pas toutes les exigences pour garantir la convergence et la stabilité. Nous espérons tout de même que la solution de Saab (1999) apporte de bons résultats lorsque utilisée dans un four de thermoformage.



En pratique, nous pouvons calculer le gain  $\mathbf{K}$  de la façon suivante :

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_k &= \mathbf{C}(t+1)\mathbf{B}_{t,k} \\ \mathbf{K}(t,k) &= \gamma(\mathbf{M}_k^T \mathbf{M}_k)^{-1} \mathbf{M}_k^T\end{aligned}\tag{5.4}$$

Où  $\gamma$ , est un facteur d'ajustement.

### 5.1.5 Sans perturbation

Nous effectuerons une première série d'essais sur le four symétrique et ce, sans perturbation. Le gain d'ajustement pour cet essai sera de  $\gamma = 8 * 10^{-10}$ . Ce facteur paraît minime, mais rappelons-nous que les équations de transfert d'énergie utilisées pour former la matrice de gains, comprennent la constante de Stephan Boltzmann qui est de  $5.669 * 10^{-8} W / (m^2 * K^4)$  et que l'émissivité effective est environ de  $10^{-2}$ , tandis que l'erreur est en  $^{\circ}C$ . La matrice  $\mathbf{CB}$  est inversée, c'est pourquoi le gain d'ajustement est de cet ordre de grandeur.

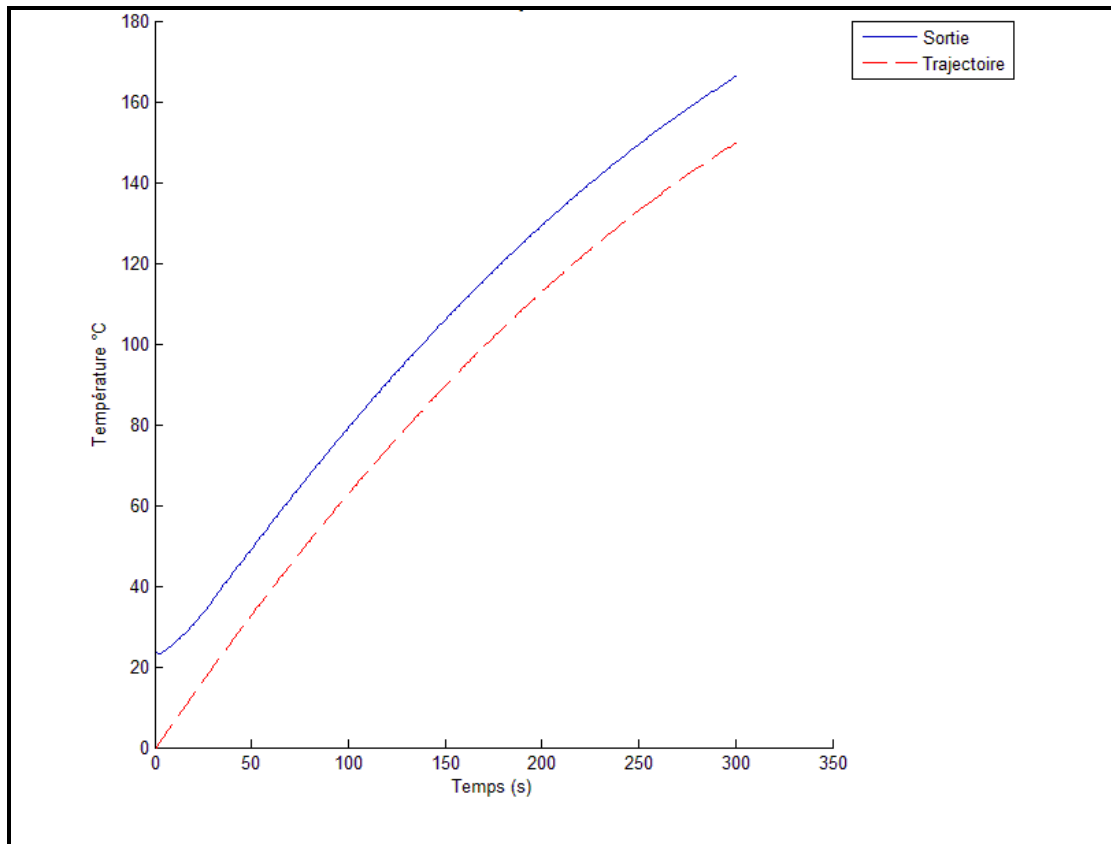


Figure 5.3 Sortie vs Trajectoire Itération 30, algorithme de type D

La figure 5.3, présente le profil de la sortie d'un des capteurs à la dernière itération (30). Comme le système est parfaitement symétrique, tous les autres capteurs démontrent le même résultat. Nous observons que l'erreur se stabilise à environ  $-20^{\circ}\text{C}$  et y reste pour la durée de l'itération.

La figure 5.4 montre l'évolution de l'erreur pour chaque cycle. Cette erreur est définie comme la norme euclidienne du vecteur de l'erreur finale. Nous utiliserons cette mesure pour comparer les résultats des algorithmes entre eux. Nous utilisons seulement cette valeur, car le but du four de thermoformage est d'amener la feuille de plastique à une température donnée, à la fin du cycle. Nous voulons aussi que la température soit uniforme au travers de la surface de la feuille. Tant que les variations de température au cours du cycle ne sont pas trop élevées, l'erreur de suivi de trajectoire n'a de valeur que pour l'algorithme, c'est pourquoi seulement l'erreur au temps final est prise en compte.

Cette mesure est définie comme suit :

$$\|E_k\|_2 = \sqrt{\sum_i^M e_i(N, k)^2} \quad (5.5)$$

Où :

1.  $k$  représente le cycle courant;
2.  $M$  représente le nombre total de capteurs dans le système;
3.  $N$  représente le temps final d'un cycle;

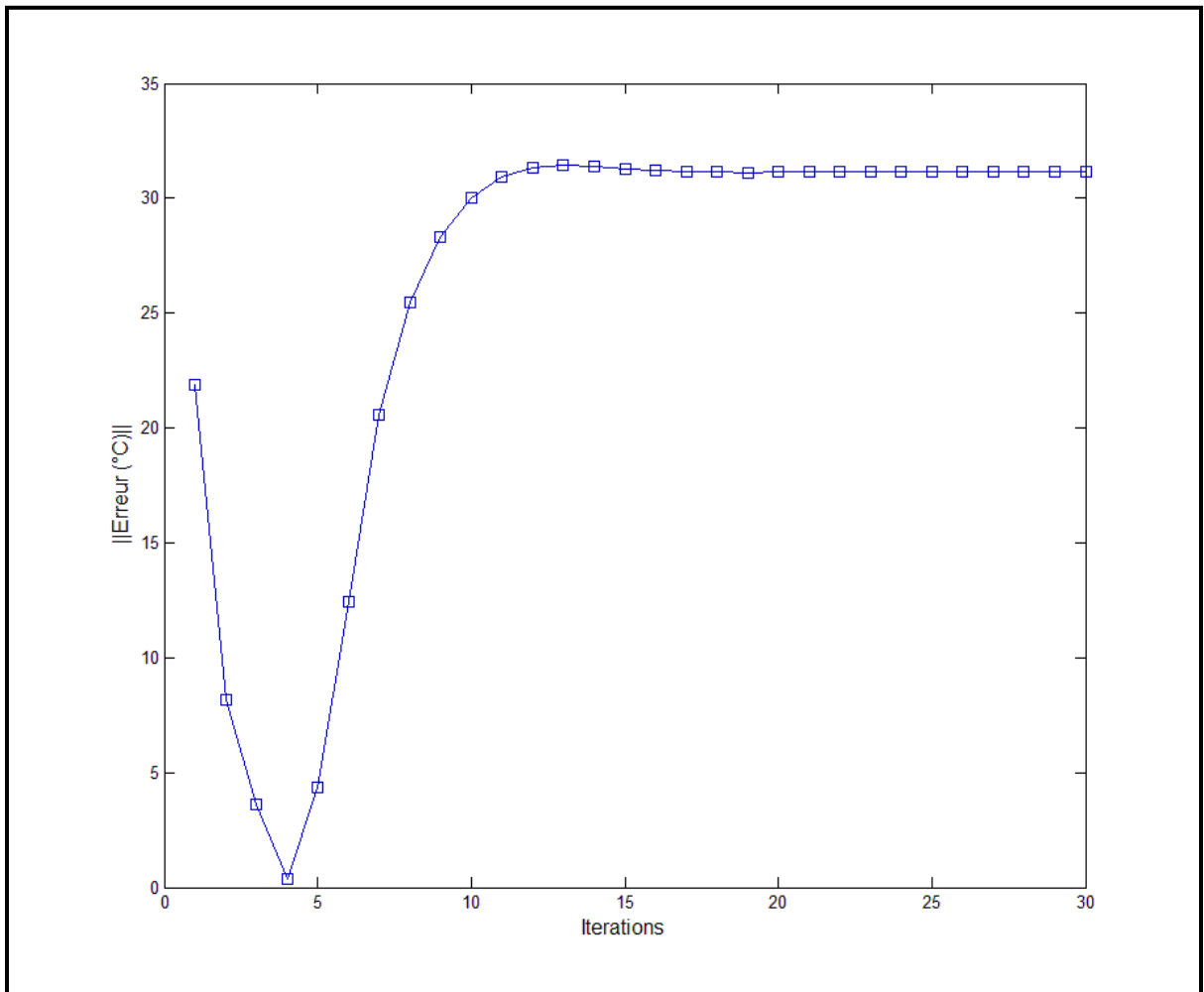


Figure 5.4 Erreur finale par itération pour l'algorithme de type D

Observons que le système prend 8 cycles pour se stabiliser à  $\pm 2^\circ\text{C}$  de la valeur stable de l'erreur finale. Si l'on compare ces résultats à ceux de Gauthier (2008), qui convergent en 4-5 cycles, nous constatons que cet algorithme est relativement lent à converger. Ne connaissant pas en détail tous les éléments entrants dans la simulation de Gauthier (2008), cette comparaison reste relative et ne reflète pas nécessairement la réalité. C'est pourquoi nous ne tiendrons pas compte outre mesure du taux de convergence. En industrie, la rapidité de convergence est importante, car les feuilles utilisées dans ces itérations sont perdues dans la majorité des occasions. Nous pourrions améliorer le taux de convergence en augmentant les gains, mais n'ayant pas effectué d'analyse de robustesse sur notre système nous ne voulions pas le rendre trop agressif et par le fait même plus sensible aux perturbations. D'autres facteurs contribuent à expliquer la convergence « lente » de l'algorithme, l'erreur initiale importante est en partie responsable, ainsi que la dynamique des éléments chauffants.

Dans le prochain test, nous ferons varier la température initiale de la feuille. Les limitations d'un algorithme de type D seront encore plus évidentes.

### 5.1.6 Perturbations sur l'état initial

Pour ce test, la température initiale variera suivant une fonction sinusoïdale avec une amplitude de  $15^\circ\text{C}$ . La durée de la période de cette fonction est de 24 heures. Cela représente la variation de température de la feuille au cours d'une journée de production en industrie. La fonction de la température initiale de la feuille est la suivante :

$$T_0 = 15 * \sin(t_x) + T_{ini} \quad (5.6)$$

Où :

- $T_0$  est la température initiale en  $^\circ\text{C}$ ;
- $t_x$  est incrémenté à chaque itération de manière à ce que la valeur finale soit  $2\pi$  ;
- $T_{ini}$  est la température de base en  $^\circ\text{C}$ , ici de  $25^\circ\text{C}$ .

Le facteur d'ajustement sera le même que pour le test précédent, soit  $\gamma = 8 \cdot 10^{-10}$ .

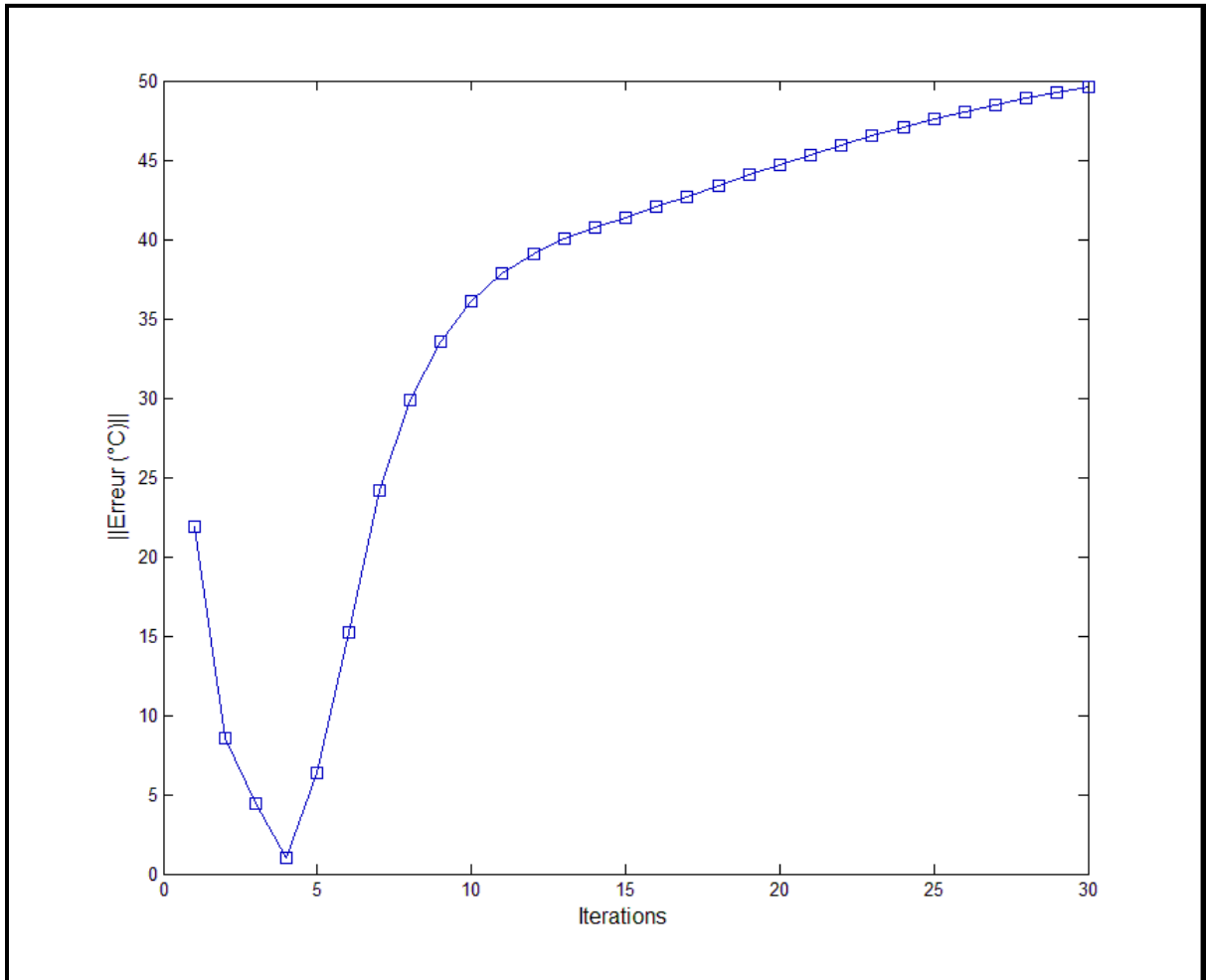


Figure 5.5 Erreur finale avec perturbations de la température initiale algorithme de type D

Les résultats de cette simulation sont les mêmes que pour la simulation précédente, par contre, nous observons un léger delta de l'erreur d'une itération à l'autre dû à la différence de température initiale. La figure 5.5 présente cette pente dans l'erreur finale. Nous pouvons l'observer dans les itérations 12 et suivantes.

À la suite de ces deux expérimentations, nous pouvons constater qu'un algorithme de type D ne nous permettra pas d'obtenir un résultat satisfaisant. Nous pourrions ajouter un algorithme

d'apprentissage d'état initial ce qui aurait pour effet de ramener la trajectoire de sortie sur la trajectoire désirée. Par contre, dans notre cas nous ne pouvons modifier l'état initial de notre système. Il serait possible de le faire si les feuilles étaient situées dans une chambre à température contrôlée jusqu'au moment d'entrer dans le four. Cette pratique serait coûteuse et peu commode. C'est pourquoi nous nous tournerons plutôt vers un autre type d'algorithme ILC.

## 5.2 Type P

Après avoir constaté les résultats de l'algorithme de type D, nous sommes en droit de nous demander ce qu'un algorithme de type P pourrait produire. C'est exactement ce que nous ferons dans cette section. Les paramètres de la simulation seront les mêmes que dans la section précédente. En premier lieu, aucune perturbation ne sera introduite dans le système. Le gain d'ajustement sera ici de  $\gamma = 5 * 10^{-12}$ .

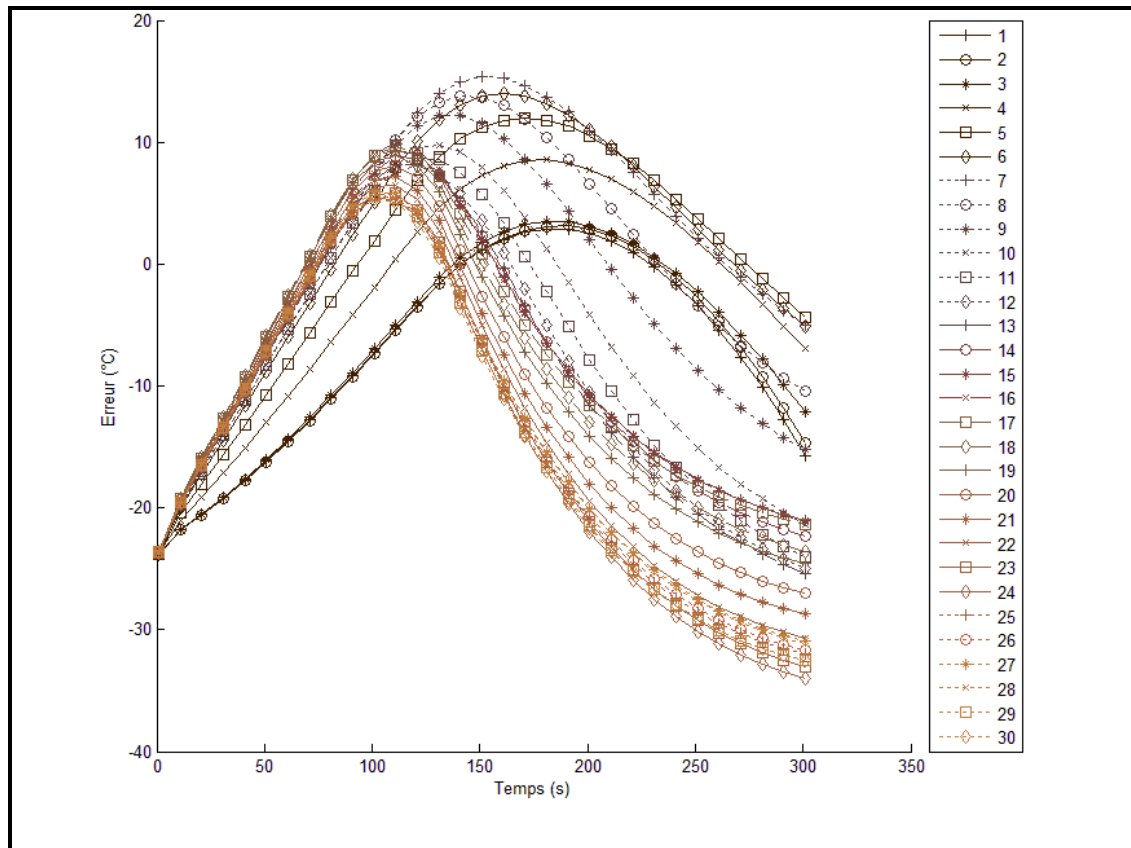


Figure 5.6 Erreur d'un capteur pour toutes les itérations pour l'algorithme de type P

La figure 5.6 nous montre qu'un algorithme de type P est plus actif qu'un algorithme de type D dans le sens où il cherche à éliminer l'erreur au sens propre. Dans notre cas, les constantes de temps des éléments chauffants sont différentes à la chauffe et au refroidissement. Il en résulte que toute erreur positive provoque une hausse rapide en température des éléments. Il s'en suit alors un dépassement important du fait que le refroidissement des éléments de céramiques soit long. De ce fait, il est évident qu'un algorithme de type P ne pourra être employé seul pour contrôler un four de thermoformage. Bien sûr, il existe plusieurs moyens pour pallier aux effets d'emballement de l'algorithme de type P. Une idée serait d'employer un gain différent si l'erreur est négative ou si elle est positive. Cette technique de planification des gains pourrait rendre l'algorithme ILC de type P utilisable pour le problème du contrôle d'un four de thermoformage. Une autre technique serait de coupler cet algorithme avec une partie de contrôle sur l'itération courante pour réduire l'effet d'emballement. C'est ce que nous présenterons dans la prochaine section.

### 5.3 Type P et CITE de type P

Cette section présentera les résultats obtenus en utilisant un algorithme de type P couplé avec une partie CITE de type P.

Les paramètres de la simulation restent inchangés, mais un nouveau facteur d'ajustement est ajouté pour accommoder la matrice de gains CITE, il s'agit de  $\gamma_2$ . Nous utiliserons la même matrice de gains pour les deux parties de l'équation de la commande. Pour cette simulation les gains seront de  $\gamma = 10^{-12}$  et  $\gamma_2 = 8 * 10^{-12}$ .

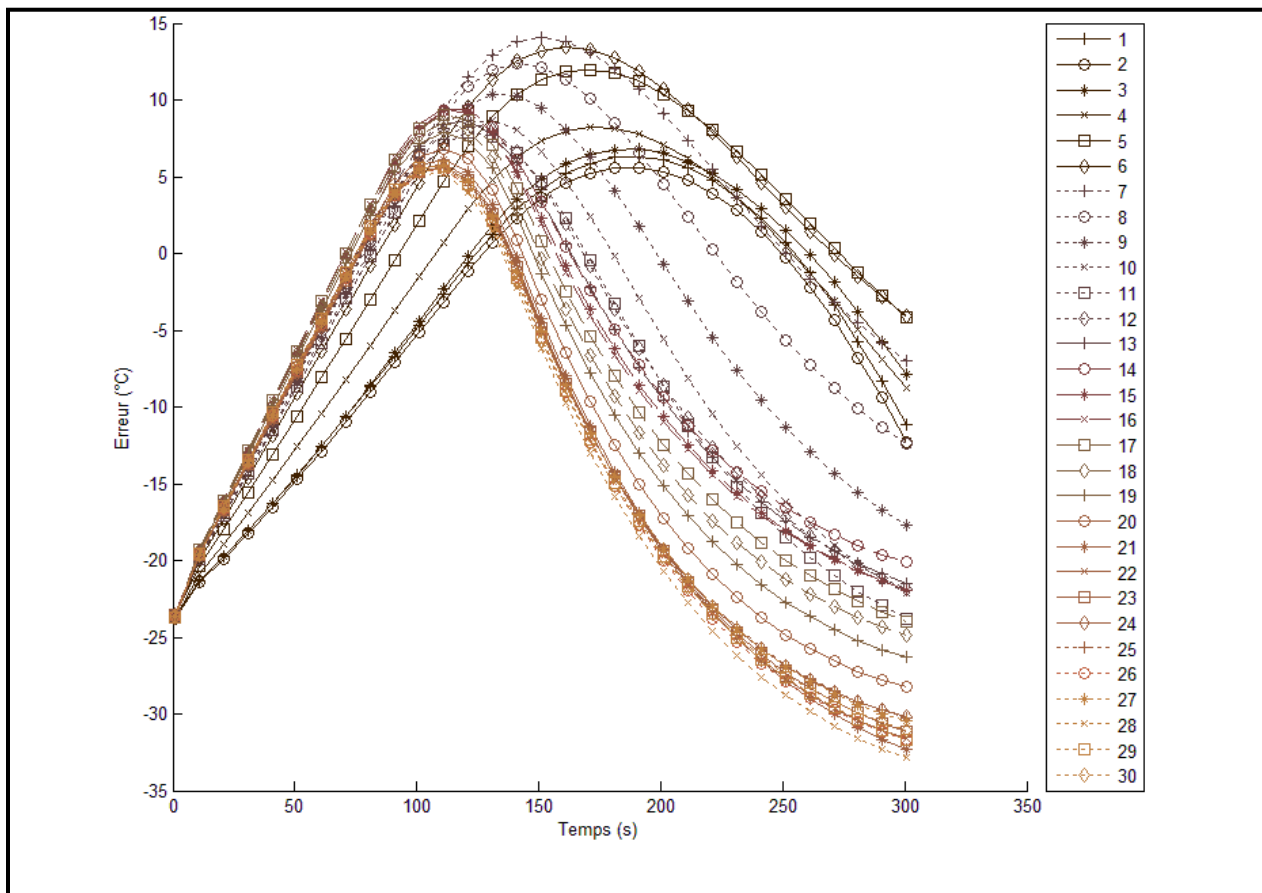


Figure 5.7 Évolution de l'erreur d'un capteur pour chaque itération pour un algorithme de type P avec CITE



Nous constatons dans la figure 5.7 que l'effet de la différence de dynamique entre la chauffe et le refroidissement est toujours présent malgré l'ajout d'une partie CITE. Cela nous indique déjà que nous ne pourrions utiliser ce type d'algorithme pour contrôler un four de thermoformage. La différence entre la dynamique de chauffe et de refroidissement est trop importante pour être corrigée par le simple ajout d'une solution en boucle fermée. Nous essaierons donc un autre type d'algorithme pour obtenir le meilleur contrôleur ILC pour le problème courant.

#### **5.4 D-type et CITE de type P**

L'algorithme présenté dans la section suivante est un ILC de type D avec une partie CITE de type P. Il contient donc une portion cherchant à reproduire la trajectoire désirée et une autre cherchant à compenser pour toutes perturbations introduites dans le système. Nous utilisons toujours les mêmes matrices de gains et les mêmes paramètres de simulation. Les facteurs d'ajustement sont les suivants :  $\gamma = 8 * 10^{-10}$  et  $\gamma_2 = 8 * 10^{-12}$  .

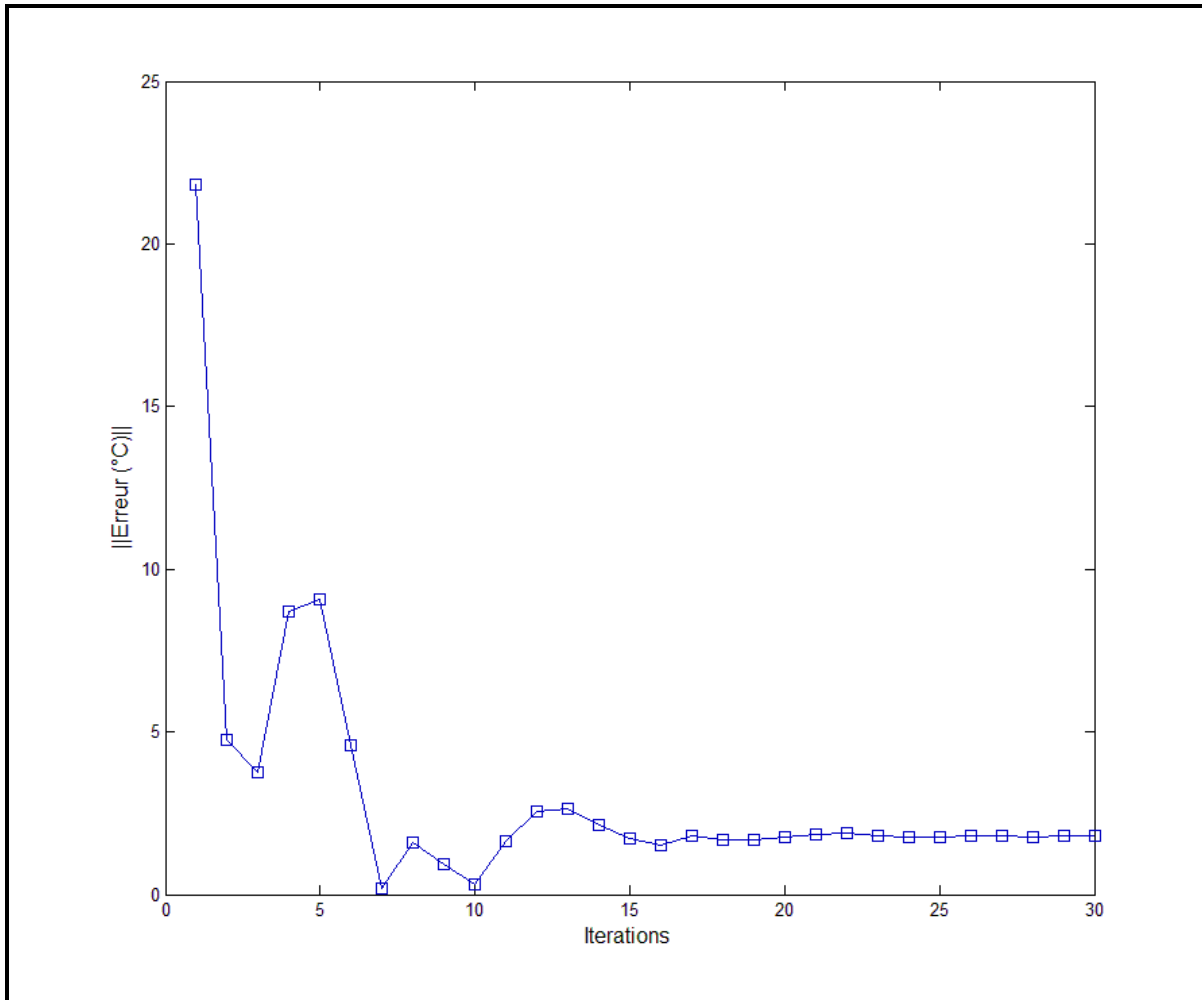


Figure 5.8 Erreur finale pour chaque itération pour un algorithme de type D avec CITE de type P

Nous observons sur la figure 5.8 qu'après la onzième itération, l'erreur finale du système se maintient à l'intérieur de  $\pm 2$  °C de la valeur stable de l'erreur. L'ILC de type D avec CITE démontre donc pour l'instant les meilleurs résultats pour le contrôle du four de thermoformage. L'erreur à l'itération 30 est d'environ 2 °C. Il s'agit du premier algorithme démontrant un comportement intéressant pour le four de thermoformage.

### 5.4.1 Perturbation sur les paramètres internes

Nous venons de démontrer qu'un algorithme ILC de type D avec partie CITE de type P employé sur un four de thermoformage symétrique donne de bons résultats. Nous répéterons maintenant l'expérience, mais avec une perturbation sur la température initiale de la feuille et une perturbation des paramètres physiques de la feuille. Ce qui veut dire qu'entre chaque itération les caractéristiques physiques de la feuille varieront. Cette perturbation est introduite dans le but d'imiter les différences d'uniformité entre les feuilles de plastique, inhérentes au procédé de formage des plastiques. Les valeurs ont été sélectionnées arbitrairement pour introduire une perturbation assez forte pour être observable sans toutefois rendre le système trop instable.

Tableau 5.3 Paramètres d'incertitude ajoutés à la simulation

Paramètre	Variation (%)
Masse volumique	5
Chaleur spécifique	5
Émissivité	2
Conductivité	2
Absorptivité	2
Coefficient de convection	2

La figure 5.9 nous démontre que l'algorithme présenté est capable de palier à des températures initiales changeantes ainsi que des paramètres internes variant. En effet, la température finale reste à l'intérieur de 5 °C. Ce qui est excellent.

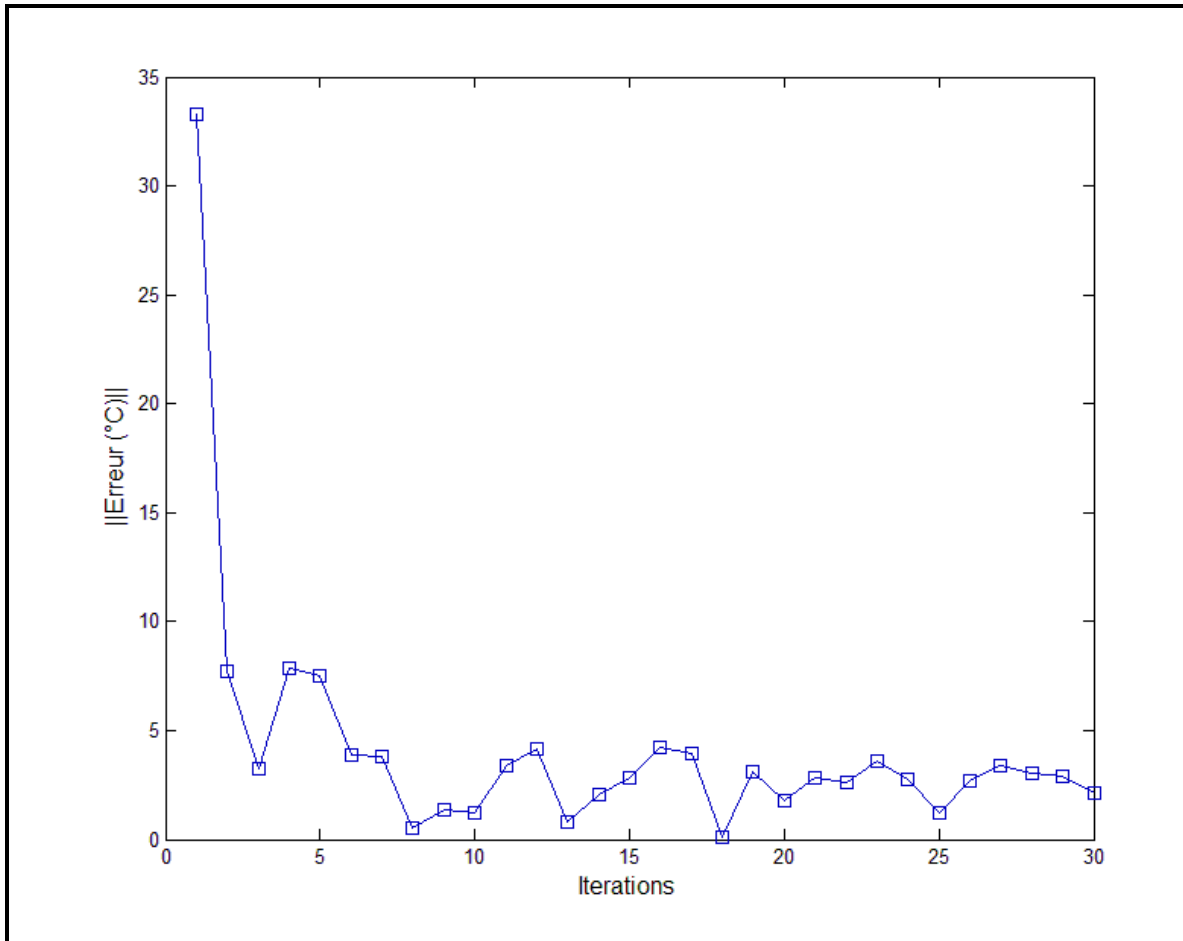


Figure 5.9 Erreur finale de chaque itération pour un algorithme de type D avec CITE de type P avec perturbations

## 5.5 Simulations du four réel

Nous avons trouvé un algorithme capable de contrôler un four de thermoformage malgré de fortes perturbations. Tentons maintenant d'utiliser cet algorithme avec cette matrice de gains à un four simulé aux dimensions réelles.

Suite à de nombreux essais, il nous a été impossible de trouver un facteur d'ajustement qui gardait le four de thermoformage sous contrôle. En regardant en détail la matrice de gains courante, nous avons constaté qu'elle n'était pas de plein rang. Ce qui veut dire que le système n'est pas indépendant, mais plutôt qu'il existe un fort couplage interne rendant impossible le contrôle précis de la température de la feuille. Rappelons-nous que les

conditions qui garantissaient la robustesse de cette matrice de gains, n'étaient pas démontrées pour cet algorithme. Le système du four réel lui aussi ne remplissait pas les conditions garantissant la robustesse.

### 5.5.1 Nouvelle matrice de gains

Une nouvelle matrice de gains devait être trouvée pour poursuivre les expérimentations des algorithmes ILC sur le four de thermoformage. Après nous être penché sur la question, nous avons tenté d'utiliser une matrice toute simple. Il s'agit d'utiliser la matrice de facteur de forme comme matrice de gains. Chaque facteur de forme liant la surface d'un élément chauffant à la zone vue par le capteur de température est mise en matrice. Le résultat nous servira de matrice de gains pour les expérimentations suivantes. Les matrices utilisées pour nos simulations se retrouvent dans l'annexe 1 de ce mémoire.

Nous tenterons à nouveau de contrôler le four réel avec la nouvelle matrice. Pour cette première expérimentation, aucune perturbation ne sera introduite. Les paramètres de la simulation restent identiques. Les facteurs d'ajustement sont les suivants :  $\gamma=2000$  et  $\gamma_2=20$ . Comme nous n'incluons plus la constante de Boltzmann dans la matrice et quelle n'est pas inversée, les facteurs d'ajustement ont grandement augmenté.

La figure 5.10 nous montre les résultats de cette simulation. L'algorithme prend encore une fois environ 8 itérations avant de converger à  $\pm 2^\circ\text{C}$  de sa valeur finale. L'erreur finale se stabilise à environ  $8^\circ\text{C}$ . C'est résultat ne sont pas aussi bon que pour le four symétrique, mais sont tout de même acceptable.

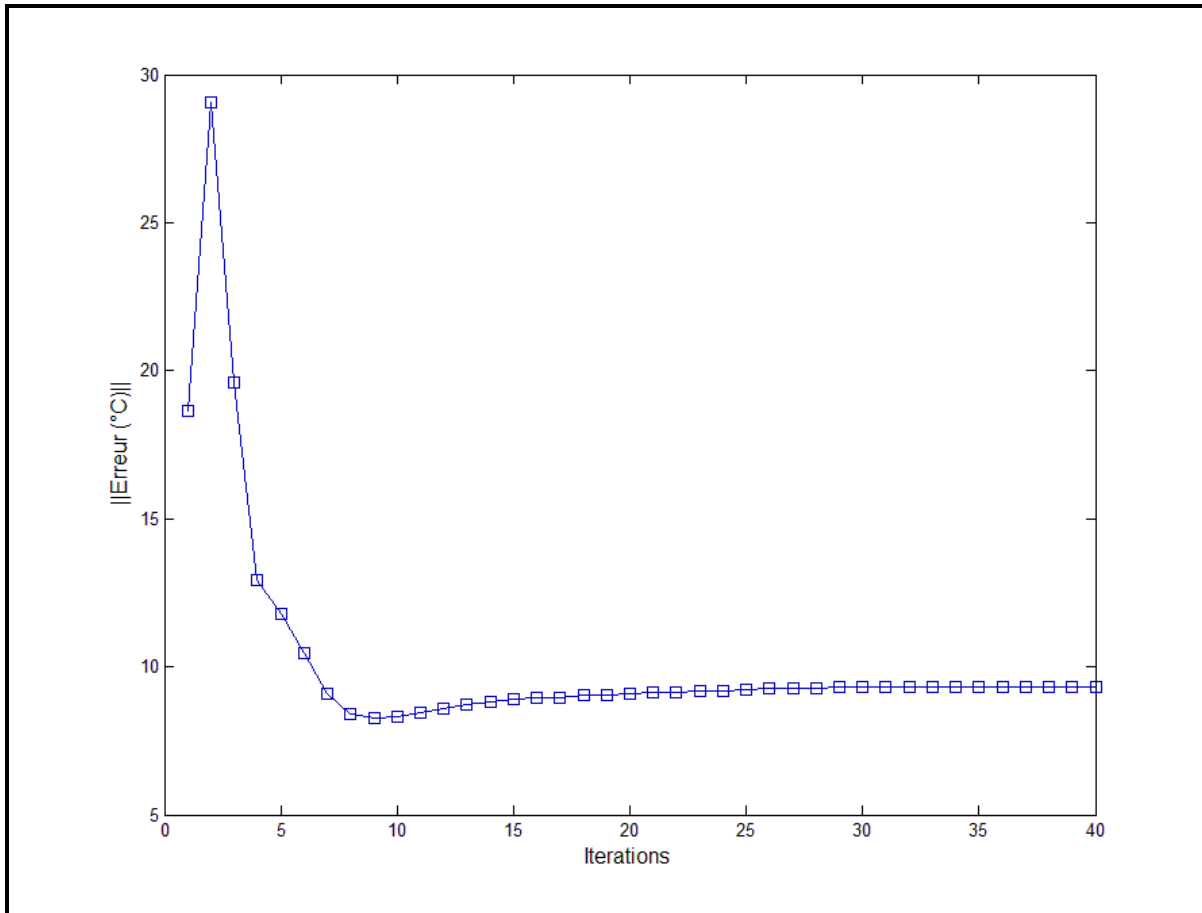


Figure 5.10 Erreur finale pour chaque itération pour un algorithme de type D avec CITE sur four réel

Poursuivant nos expérimentations, voyons maintenant comment l'algorithme réagit aux perturbations. Nous avons employé les mêmes perturbations sur les conditions initiales ainsi que sur les paramètres internes que dans les expérimentations précédentes. La figure 5.11 montre que l'algorithme réagit bien aux perturbations et garde l'erreur finale en dessous de 10°C. Sauf pour une itération où l'effet des perturbations a dû être plus important. Rappelons-nous que l'amplitude des perturbations sur les paramètres de la feuille est choisie aléatoirement à chaque itération. Avec cette matrice de gains, nous obtenons des résultats similaires, bien que l'erreur soit plus importante, à ceux enregistrés sur le four symétrique. Nous considérerons donc cette matrice comme adéquate pour contrôler le four.

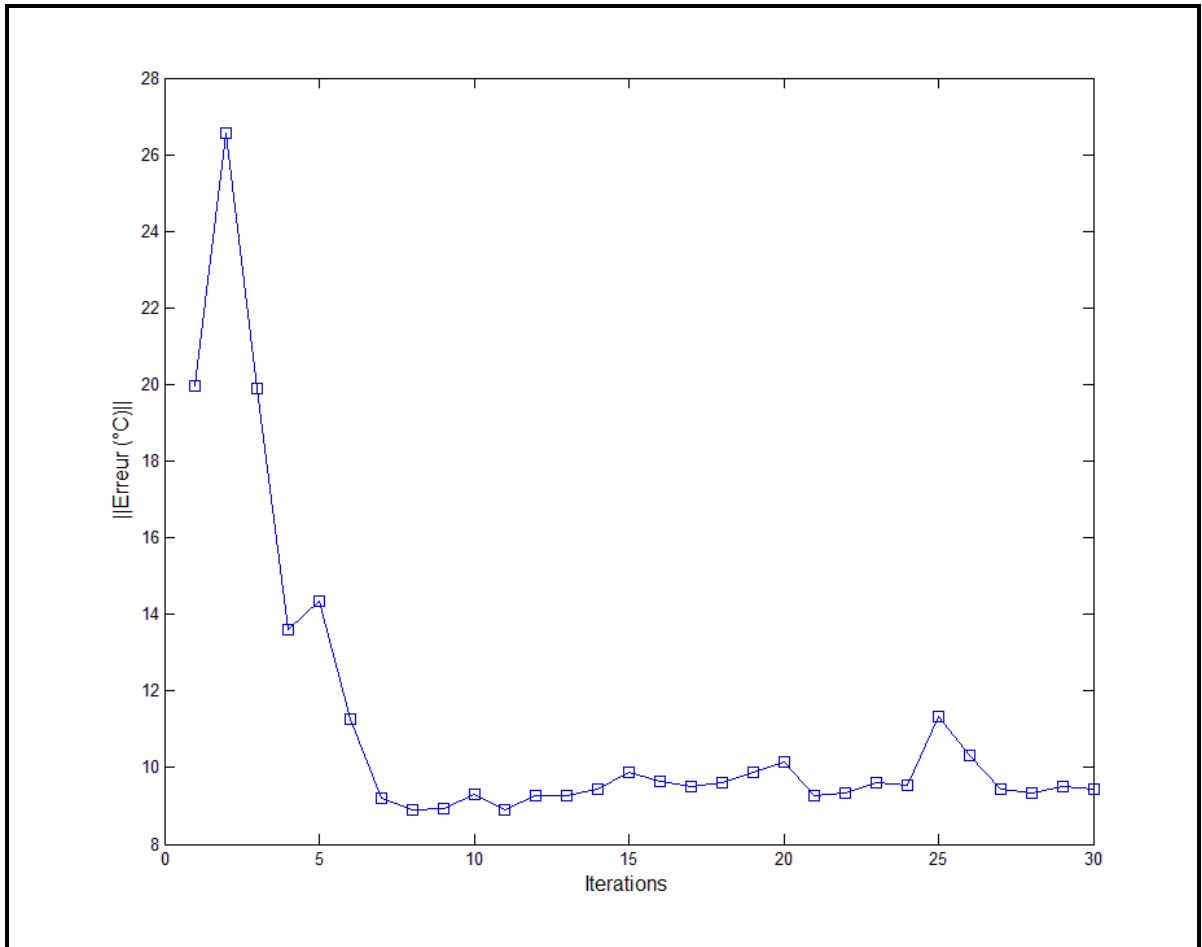


Figure 5.11 Erreur finale de chaque itération pour un algorithme de type D avec CITE avec perturbations

## 5.6 Type P revisité

Rappelons-nous qu'à la section 5.2 nous avons dit qu'un algorithme de type P pourrait produire de bons résultats si on le modifiait. Dans cette section nous présenterons les résultats obtenus par un algorithme ILC de type P avec délais ainsi qu'un algorithme de type P avec un gain différent pour l'erreur positive et l'erreur négative.

### 5.6.1 Type P avec délai

Pour cette expérience, nous avons ajouté un délai entre l'erreur et la commande, c'est-à-dire que la commande est ajustée par l'erreur qui s'est produite à la fin de la période de délai durant le cycle précédent. Vers la fin du cycle, lorsqu'il n'y a plus d'erreur enregistrée, la dernière valeur d'erreur connue est utilisée. Cela met plus d'emphasis sur l'importance d'obtenir la bonne température finale.

Lors des essais, nous avons observé qu'après s'être stabilisé, la valeur de l'erreur finale changeait. C'est pourquoi nous présenterons des résultats pour 50 itérations plutôt que 30 précédemment utilisées. Le délai utilisé est de 40 secondes. Le facteur d'ajustement est  $\gamma=15$ . La matrice de gains reste la même. La figure 5.12 montre les résultats obtenus lorsqu'aucune perturbation n'est insérée. Nous pouvons observer que le rythme de convergence est légèrement supérieur aux algorithmes précédents, mais que l'erreur ne reste pas stable. Nous croyons que cela est dû au fait que le délai, ainsi qu'un manque de contrôle en boucle fermée, provoque une absence de contrôle pour les dernières secondes du cycle. De ce fait, cet algorithme manque de finesse et ne peut qu'osciller près d'une erreur nulle sans jamais l'atteindre. De plus, cet algorithme semble peu robuste.



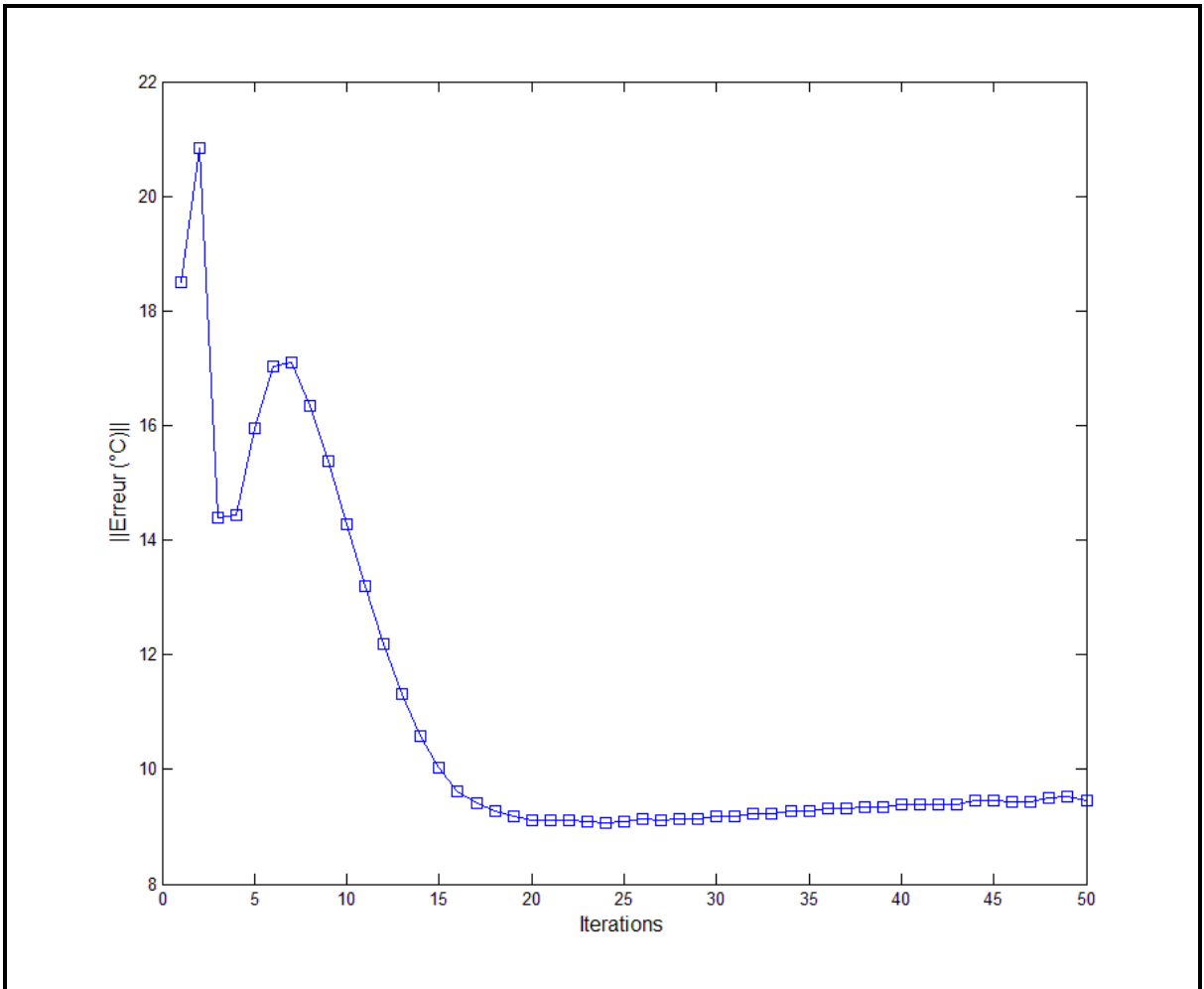


Figure 5.12 Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type P avec délai

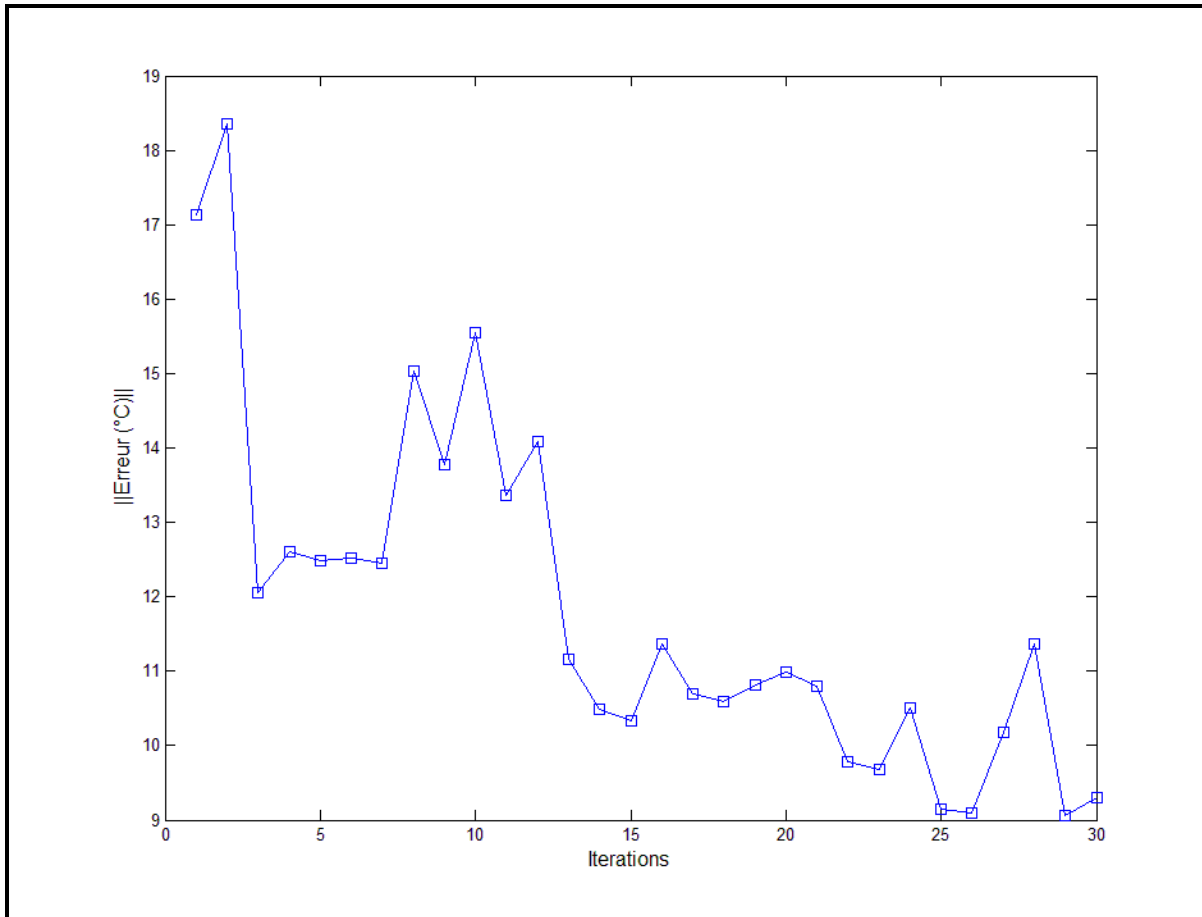


Figure 5.13 Erreur finale pour chaque itération pour un ILC de type P avec délai et perturbations

La figure 5.13 montre les performances de l'algorithme ILC de type P avec délai pour l'essai que nous avons fait avec perturbations. Il s'agit des mêmes perturbations que nous avons employées précédemment. Nous observons beaucoup de variations de l'erreur finale, ce qui vient renforcer notre pronostic que cet algorithme n'est pas très robuste. Pour cet essai, le facteur de gains était aussi de  $\gamma=15$ .

### 5.6.2 Type P avec réglage des gains

Tel que discuté à la section 5.2, nous avons tenté d'appliquer des gains différents lorsque l'erreur est négative et positive.

Pour cet essai, aucune perturbation n'est introduite. Les facteurs d'ajustement sont les suivants :  $\gamma_+ = 45$  et  $\gamma_- = 0.15$ .

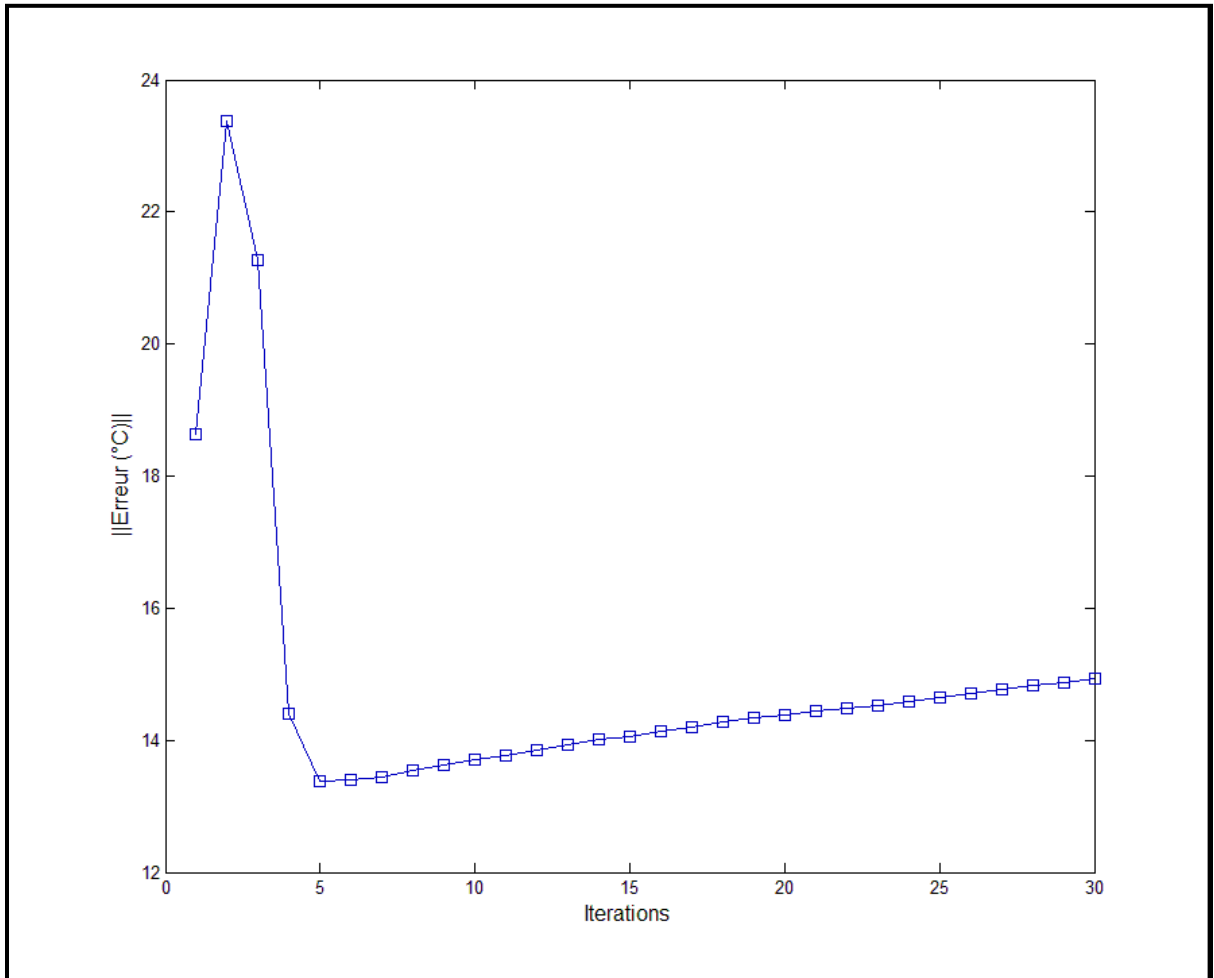


Figure 5.14 Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type P avec réglage des gains

La figure 5.14 présente l'erreur finale obtenue pour cet essai. Après l'itération 5, on observe que l'erreur finale augmente de façon monotone. Une analyse plus détaillée révèle qu'à partir de l'itération 5, la commande est pratiquement la même. Lorsque le signe de l'erreur passe de négatif à positif, les éléments montent en température quelques secondes plus tôt à chaque itération. Il en résulte une erreur finale légèrement supérieure à chaque itération.

Nous ferons maintenant un essai avec perturbations. Nous nous doutons fort que les performances seront médiocres, mais cette simulation nous permettra tout de même de mieux cerner le problème de cet algorithme.

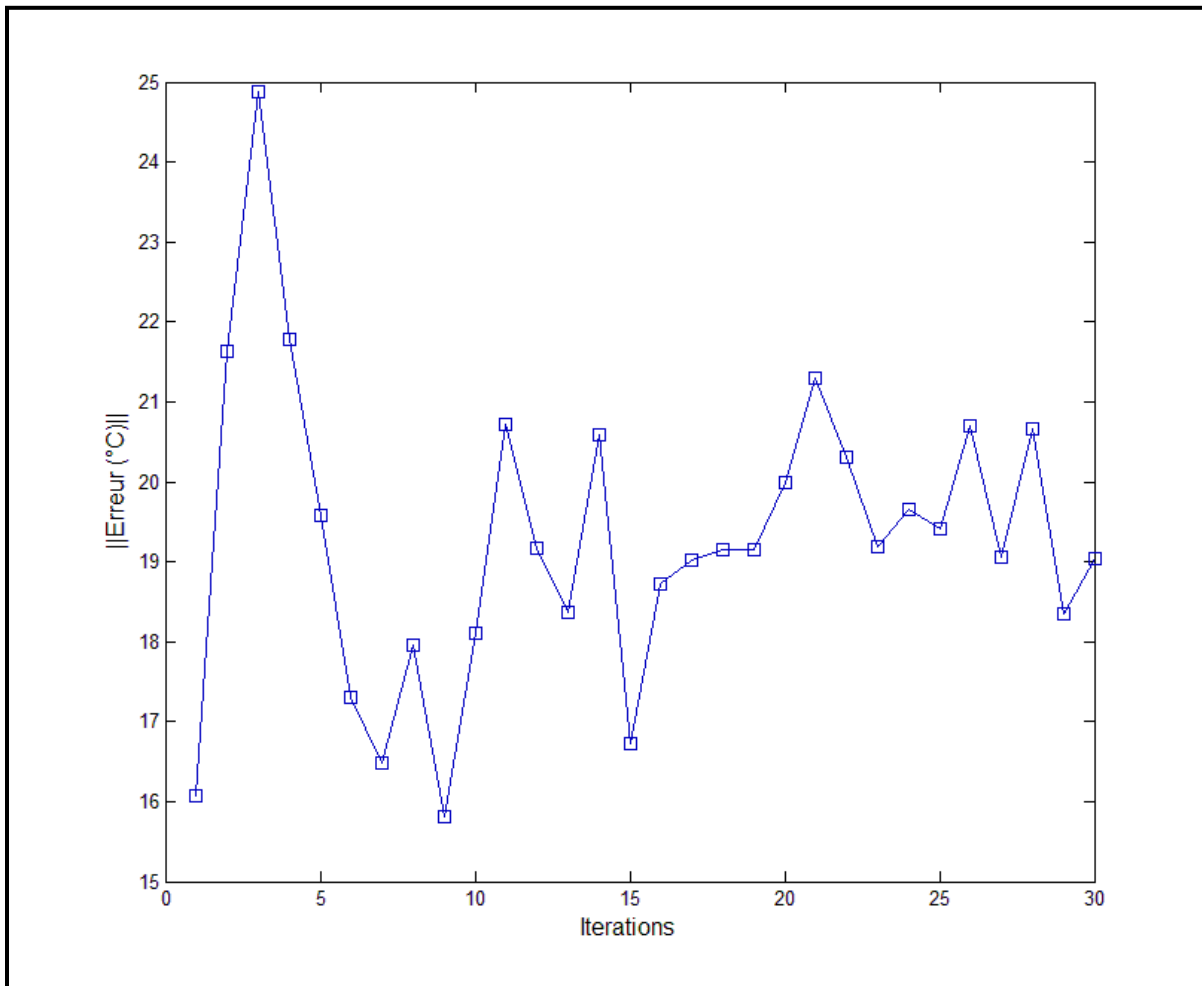


Figure 5.15 Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type P avec réglage des gains avec perturbations

Sur la figure 5.15, nous pouvons observer que l'erreur finale ne semble pas converger et que l'erreur est plus importante que pour les algorithmes précédents. De ces observations, nous pouvons dire que l'ILC de type P avec planification des gains fait une piètre performance pour contrôler le four. En fait, il est à la limite de diverger. Nous déconseillerons donc l'utilisation de cette méthode pour contrôler un four de thermoformage.

## 5.7 Type PD

Le dernier algorithme que nous présentons dans ce mémoire, est un ILC de type PD. Cet ILC combine l'erreur et la dérivée de l'erreur du cycle précédent et l'additionne à la commande précédente pour former la commande du cycle courant. La première simulation ne contient pas de perturbation. Les facteurs d'ajustement employés sont les suivants :  $\gamma_1 = 20$  et  $\gamma_2 = 2000$ .

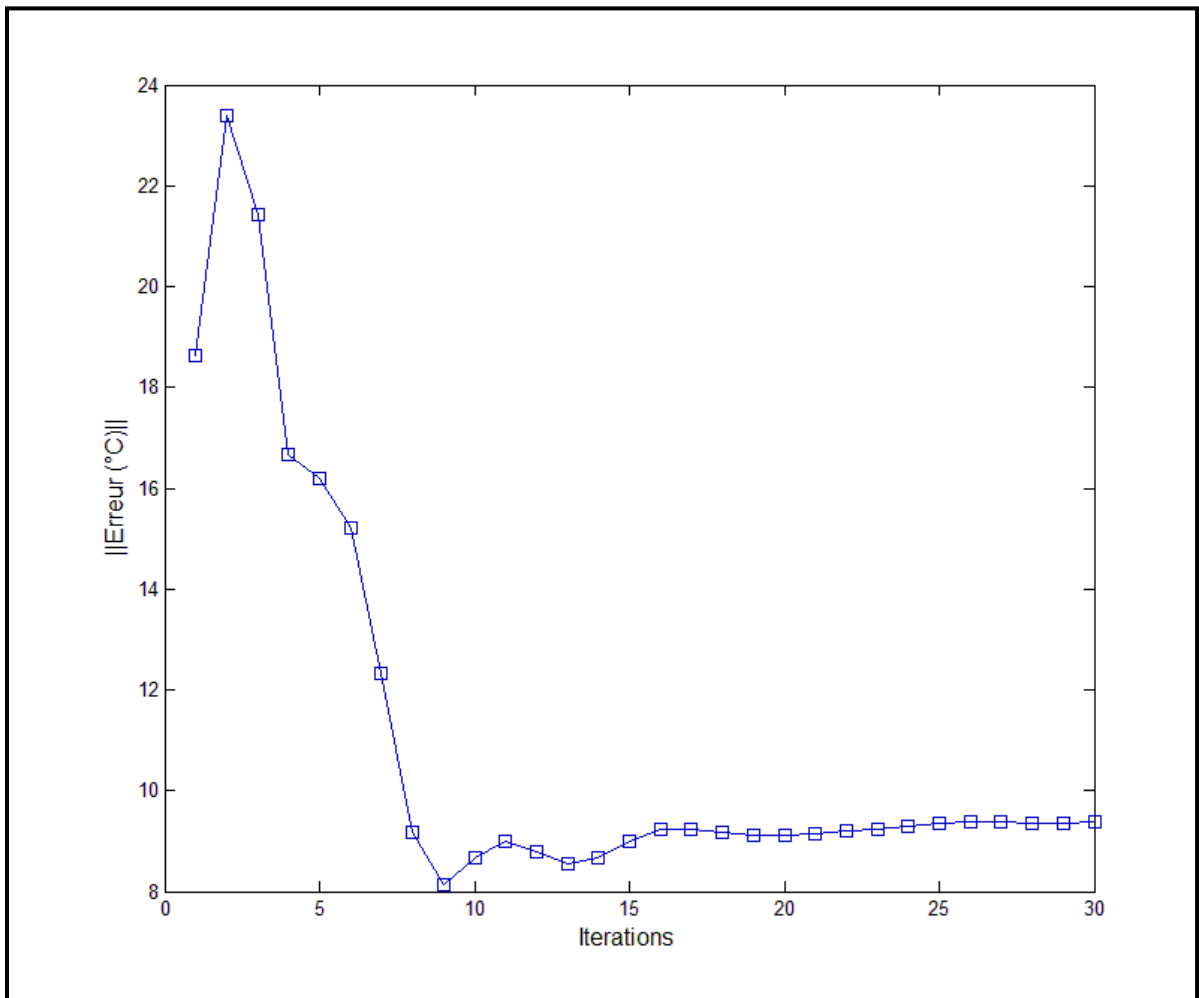


Figure 5.16 Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type PD

Sur la figure 5.16, nous observons un léger dépassement de l'erreur finale. À partir de l'itération 8, l'erreur finale est maintenue à l'intérieur de 8°C. Les performances de

l'algorithme sont similaires à celles de l'ILC de type D avec CITE, qui utilise lui aussi l'erreur ainsi que la dérivée de l'erreur dans son calcul. Cela pourrait être un facteur déterminant pour garantir la performance des algorithmes ILC appliqués au four de thermoformage. Notons que l'erreur n'est pas proche du zéro degré d'erreur désirée. Cela est dû en partie au fait que le centre de la feuille devient plus chaud que la périphérie. La majorité des capteurs de ce four étant placés aux abords de la feuille, seul le capteur du centre enregistre une chaleur excessive, ce qui fait monter la valeur de la norme. Nous verrons dans la prochaine section que cela peut être évité par un placement stratégique des capteurs.

Mais avant, regardons les performances de cet algorithme ILC face aux perturbations. Celles-ci seront les mêmes qu'aux sections précédentes, et les facteurs d'ajustement restent inchangés.

Sur la figure 5.17, nous pouvons observer le même dépassement qu'à l'essai précédent. L'erreur finale semble convergée cette fois vers  $11^{\circ}\text{C}$ . La variation de température induite par les perturbations se résume à  $\pm 1.2^{\circ}\text{C}$ , ce qui est légèrement plus que dans le cas de l'ILC de type D avec CITE. Somme toute, cet algorithme répond bien aux perturbations.

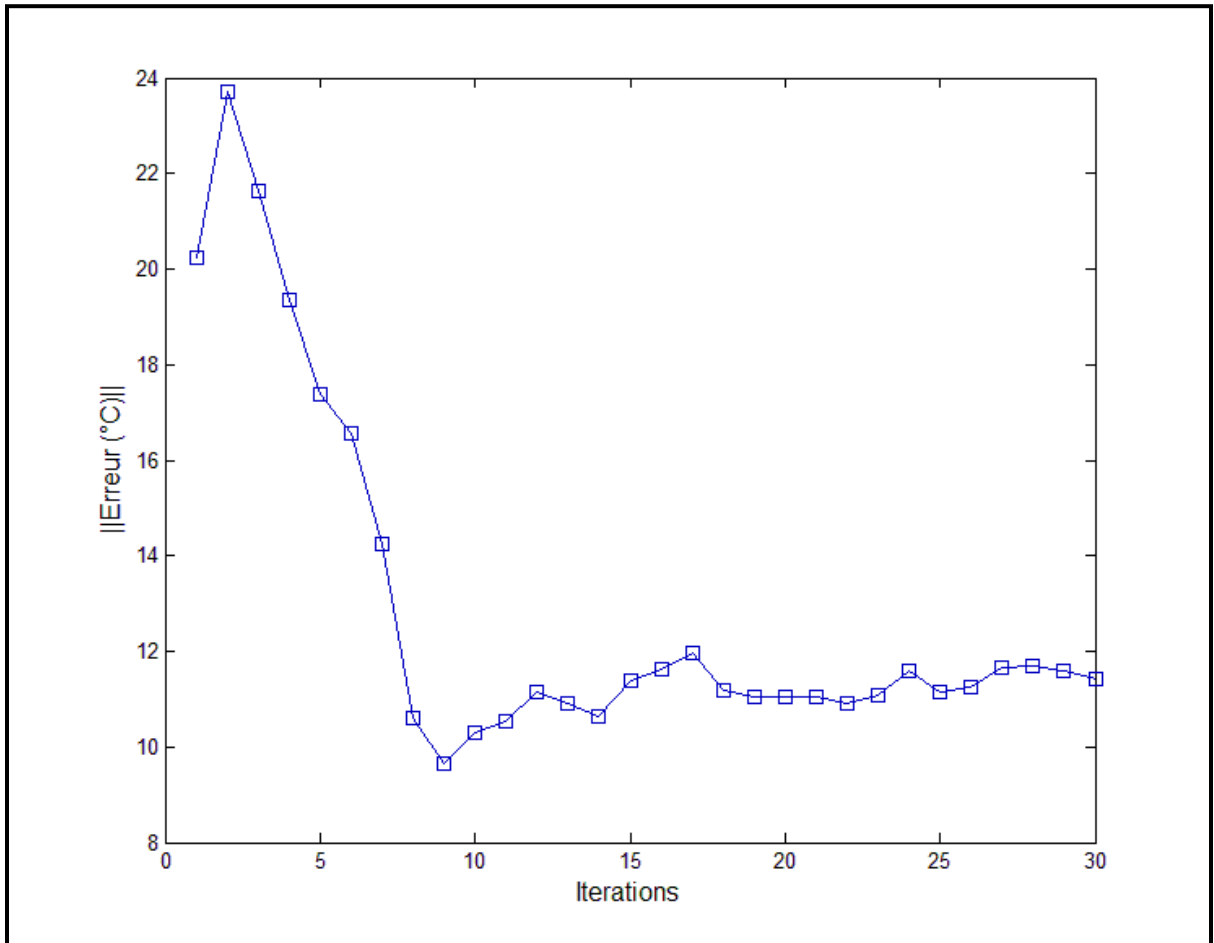


Figure 5.17 Erreur finale pour chaque itération d'un ILC de type PD avec perturbations

## 5.8 Comparatif

Nous avons présenté les résultats des simulations de la majorité des algorithmes ILC classiques. Certains n'ont pas performés comme espérés et d'autres ont donnés des résultats plus que satisfaisants lorsqu'employés au problème du four de thermoformage. Cette section présente un comparatif des différents algorithmes de ce mémoire. Le tableau 5.4 compare les différents résultats.

Tableau 5.4 Comparatif des résultats

Nom de l'algorithme	Erreur finale dernière itération	Convergence @ $\pm 5^{\circ}\text{C}$	Comportement avec perturbation	Recommandé?
Type D	31°C	Jamais	N/D	Non
Type P	30°C	Jamais	N/D	Non
Type D CITE	8°C	8 itérations	Bonne $\pm 2^{\circ}\text{C}$	Oui
Type P CITE	20°C	Jamais	N/D	Non
Type P et délai	8°C	15 itérations	Médiocre	Non
Type P et Gains variables	15°C	Jamais	Terrible	Non
Type PD	8°C	8 itérations	Bonne $\pm 2^{\circ}\text{C}$	Oui

Revenons maintenant sur les résultats dégagés dans cette partie du mémoire. L'algorithme de type D nécessite un contrôle sur la température initiale pour être employé efficacement. Ce qui est généralement non disponible en industrie. Les algorithmes de type P et P avec CITE ne conviennent pas dû à la dynamique des éléments chauffants. Si la méthode de chauffe était différente, si par exemple des lampes au quartz étaient utilisées plutôt que des éléments de céramique, il est fort probable que ces algorithmes donneraient de meilleurs résultats. L'algorithme de type P avec délai a démontré des performances satisfaisantes, mais sa réponse aux perturbations est plus détériorée que les meilleurs algorithmes. Il semble que la dynamique de la chauffe et du refroidissement des éléments de céramique est trop importante pour être palliée par une planification des gains, puisque l'ILC de type P avec gains variables n'a pas donné de résultats satisfaisants. Seulement deux de ces algorithmes ILC démontrent d'assez bonnes performances pour être employés au contrôle d'un four de thermoformage. L'ILC de type D avec CITE et l'ILC de type PD. Un fait intéressant est que ces deux algorithmes utilisent l'erreur et sa dérivée.



## 5.9 Placement des capteurs

À la section 5.7, nous avons identifié qu'il y avait une erreur induite par le placement des capteurs. En effet, la disposition des capteurs à l'intérieur du four réel peut capter les niveaux de chaleur inégale de la feuille de plastique. Au centre de la feuille la sommation des facteurs de forme de chaque élément est maximum. Cela veut dire que plus d'énergie radiante est transférée à cet endroit. Comme l'énergie radiante est la principale source de chaleur dans ce type de four, il est normal que la température soit plus élevée à cet endroit. Les figures 5.18 et 5.19 montrent les résultats de la dernière itération de la simulation sans perturbation et avec perturbations respectivement pour les expériences faites avec l'ILC de type D avec CITE. En comparant ces deux figures, nous observons que l'erreur pour les capteurs 3, 4 et 5 est plus grande que pour le reste des capteurs. En regardant de plus près la position de ces capteurs (Figure 5.2) nous pouvons expliquer ce phénomène. En effet, si l'on observe la figure 5.2 nous remarquons que ces capteurs (numéros 3, 4 et 5) se situent sur l'axe central de la feuille, là où la somme d'énergie radiante absorbée est plus élevée. Nous remarquons sur la figure 5.20 que la répartition de chaleur à travers la surface de la feuille n'est pas aussi uniforme que l'erreur finale pourrait nous le laisser croire.

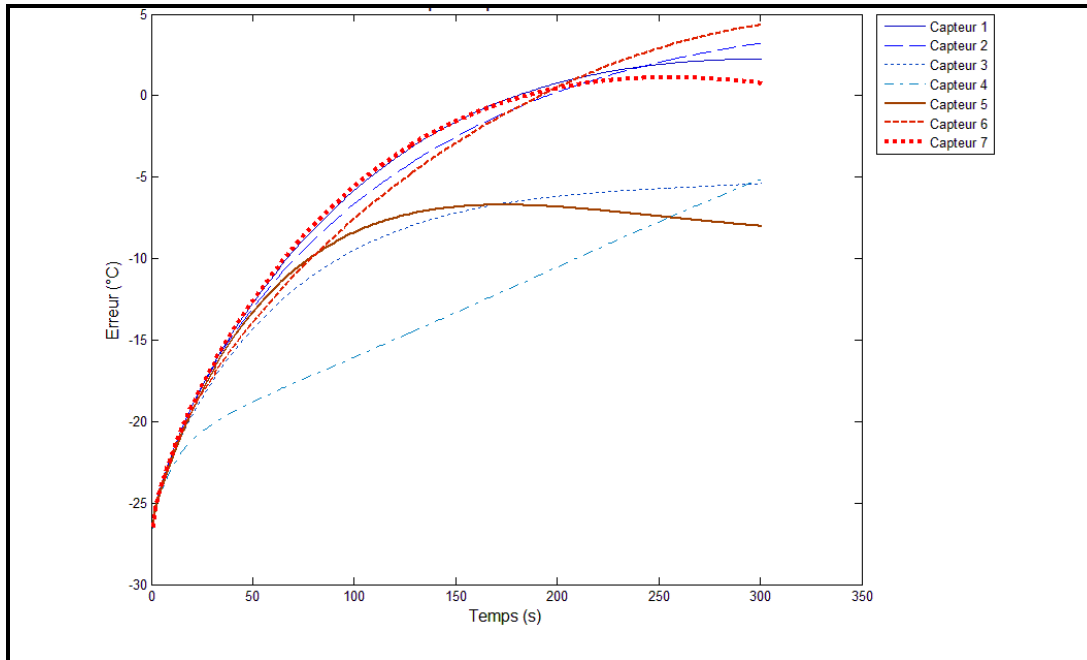


Figure 5.18 Erreur de chaque capteur à l'itération 30 pour l'algorithme de type D avec CITE sans perturbation

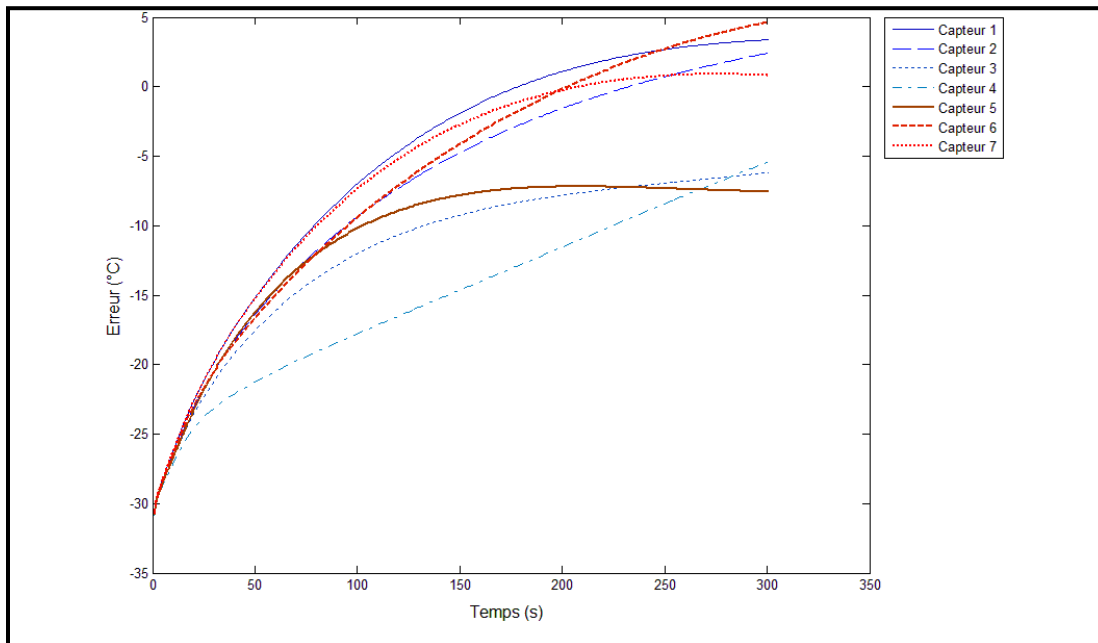


Figure 5.19 Erreur de chaque capteur à l'itération 30 pour l'algorithme de type D avec CITE et avec perturbations

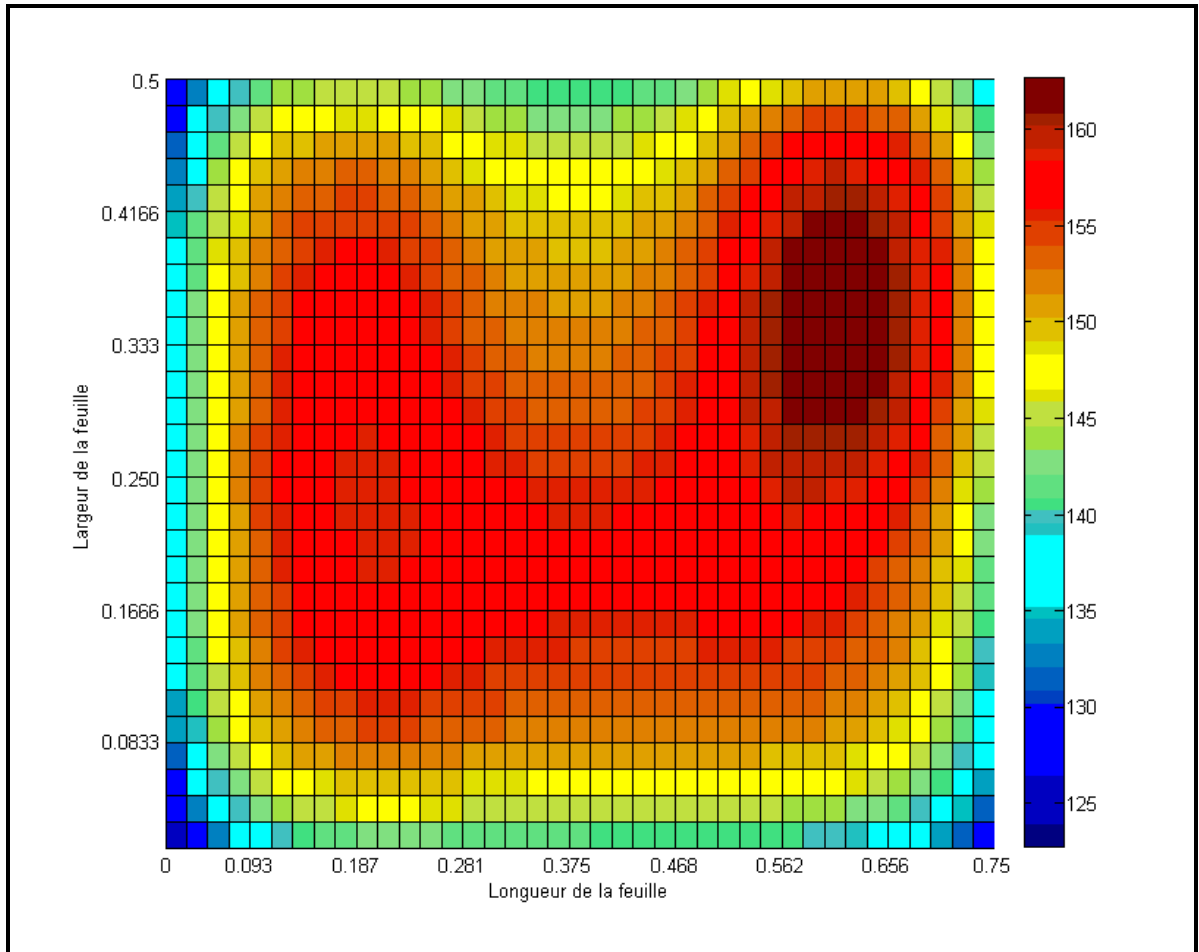


Figure 5.20 Température finale du sommet de la feuille pour l'itération 30

Suite aux observations précédentes, nous pouvons affirmer que le placement des capteurs joue un rôle primordial dans le succès d'une stratégie de contrôle pour un système hautement couplé. Nous avons observé que pour les capteurs extérieurs la température était significativement plus basse que pour les capteurs centraux. Vu l'interaction dans le système, pour compenser l'erreur des capteurs extérieurs, le contrôleur a réagi en augmentant la température de toute la feuille. Si les capteurs étaient redistribués pour qu'ils soient situés chacun dans une zone où la température est uniforme, nous serions en mesure de minimiser l'erreur globale et d'obtenir une température de feuille plus uniforme.

Dans la prochaine simulation, nous avons déplacé verticalement vers le centre du four les capteurs 1, 2, 6 et 7 de 0.1m. Comme nous ne pouvons placer les capteurs qu'entre les

éléments chauffants, nos options sont limitées. En utilisant les paramètres de la simulation précédente, nous avons obtenu une température de surface plus uniforme et globalement plus près de la valeur désirée.

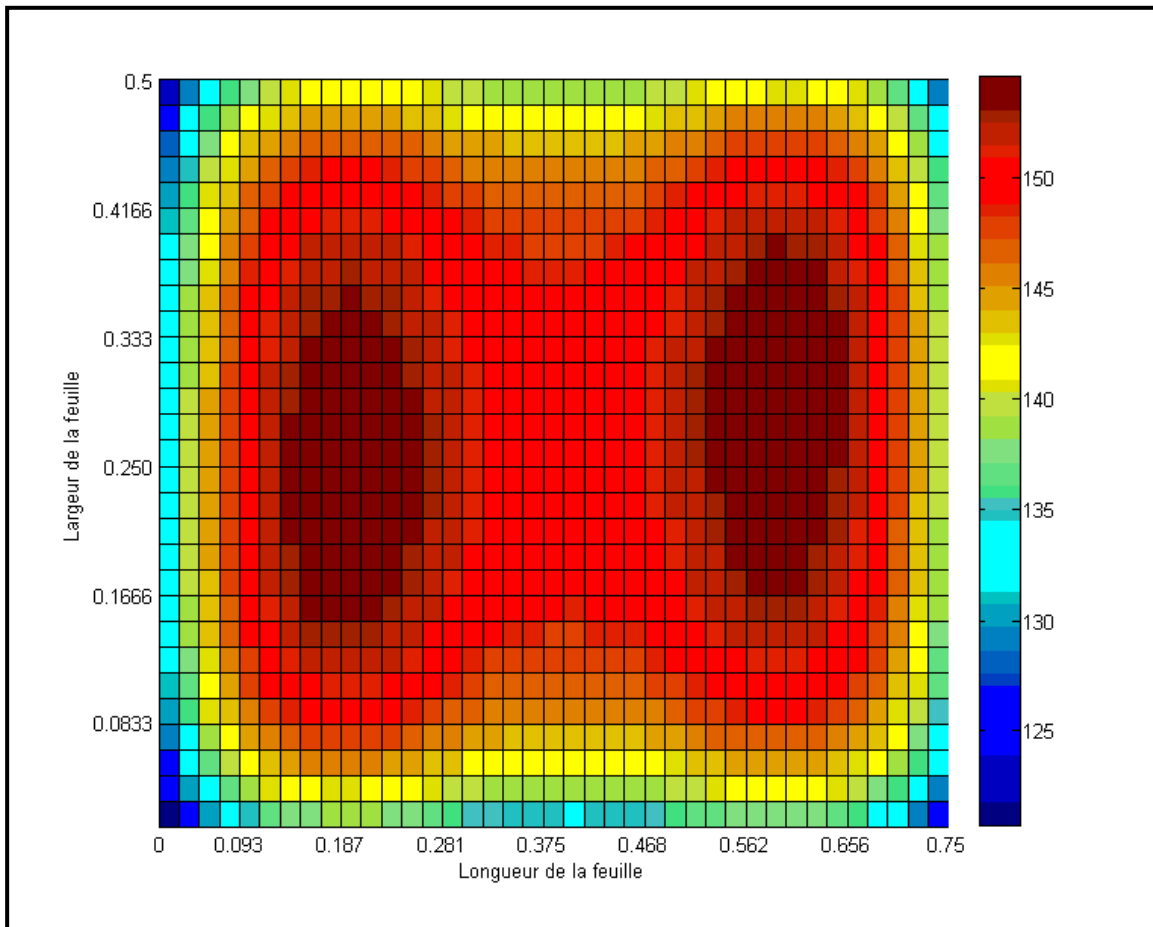


Figure 5.21 Température finale pour l'itération 30 avec position des capteurs modifiés

Sur la figure 5.21, nous pouvons remarquer que la température de la majorité de la feuille est précisément à 150°C, ce qui est la valeur désirée. Par contre, nous remarquons que les bordures de la feuille sont considérablement plus froides que le centre de la feuille. Cela est dû au fait que la concentration d'énergie radiante est plus faible à ces endroits. Normalement, les feuilles sont maintenues en place par des cadres qui ont nécessairement une épaisseur plus grande que celle de la feuille et par conséquent bloque une partie de l'énergie radiante. C'est pourquoi nous ne nous inquièterons pas outre mesure des cotés extrêmes de la feuille.

Toutefois, nous constatons que plus la température de la feuille est uniforme et plus la surface utilisable pour le formage des pièces sera grande. Par conséquent, plus de pièces de bonne qualité pourront être produites pour la même quantité de plastique.

En somme, pour qu'une stratégie de contrôle appliquée à un four de thermoformage soit performante, il est nécessaire que les capteurs se situent dans les régions les plus chaudes de la feuille. Cela minimisera le dépassement, ce qui à son tour permet d'obtenir une plus grande uniformité de la chaleur à travers la surface de la feuille.



## CONCLUSION

Dans cet ouvrage, nous avons tenté d'appliquer un algorithme d'apprentissage itératif en temps réel à un modèle de four de thermoformage radiant. La majorité des algorithmes ILC standards de premier ordre ont été appliqués à ce problème pour en vérifier les performances. Les algorithmes suivants ont été utilisés : type P, type D, type PD, type P avec CITE, type D avec CITE, type P avec délai et type P avec planification des gains. Une matrice de gains simple a été développée pour compenser pour le fort couplage qui existe à l'intérieur du four. Nous avons ensuite évalué l'impact du placement des capteurs de température infrarouges sur l'uniformité de la chauffe d'un four de thermoformage. Puis, la grandeur du four a été investiguée.

Revenons maintenant sur les résultats dégagés dans ce mémoire. Des algorithmes ILC standards, les seuls capables de performer lorsqu'ils sont appliqués à un four de thermoformage est le type D avec partie CITE de type P et le type PD. La partie type D traque la trajectoire tandis que la partie CITE compense pour toutes perturbations. La formule de contrôle de cet algorithme est la suivante :

$$u(t, k+1) = u(t, k) + K_1 * (e(t+1, k) - e(t, k)) + K_2 * e(t, k+1) \quad (5.1)$$

Tandis que la loi de contrôle pour l'algorithme de type PD est :

$$u(t, k+1) = u(t, k) + K_1 * (e(t+1, k) - e(t, k)) + K_2 * e(t, k) \quad (5.2)$$

Nous avons validé cette affirmation en appliquant cet algorithme sur une simulation d'un four réel et en insérant des perturbations importantes sur la température initiale des feuilles à chauffer ainsi que sur les paramètres physiques des feuilles. Nous avons élaboré, pour compenser pour le couplage à l'intérieur du système, une matrice de gains où chaque élément

est constitué par le facteur de forme entre la surface de l'élément chauffant et la surface de la feuille vu par le capteur infrarouge. Cette combinaison de lois de contrôle et de matrices de gains a démontré qu'il est possible d'utiliser un algorithme ILC sur un four de thermoformage avec précision et ce, malgré des perturbations importantes. Par la suite, nous avons établi qu'une bonne répartition des capteurs est essentielle pour assurer une plus grande uniformité de température à travers la feuille.

Cet ouvrage montre qu'il est possible d'obtenir de bons résultats sur le contrôle d'un four de thermoformage en utilisant un algorithme ILC. Toutefois, la robustesse de cet algorithme face aux perturbations n'a pas été démontrée mathématiquement. Sa performance de convergence n'a pas non plus été illustrée mathématiquement.

Il est évident que d'autres techniques de contrôle pourraient générer de bons résultats face au problème que pose le four de thermoformage. En particulier, la technique de contrôle répétitive qui a été présentée sommairement au début de cet ouvrage. Cette technique présente de nombreuses similitudes aux algorithmes ILC et il serait intéressant de comparer les performances de ces deux techniques.



## ANNEXE I

### MATRICES DE GAINS

Au cours des essais de ce mémoire, trois matrices de gains ont été utilisées. Elles sont présentées ici afin qu'elles puissent être analysées par le lecteur. La première est l'inverse de la matrice **CB** utilisée pour le four symétrique. La seconde est l'inverse de la matrice **CB** utilisée pour le four réel. La troisième est la matrice créée par l'auteur pour le four réel.

Tableau A I-1 Matrice de gains, pseudo inverse de **CB** pour le four symétrique

4,02E+11	-3,9E+10	-3,5E+10	8,87E+08	-2,6E+11	2,49E+10	2,26E+10	-5,7E+08
-3,6E+10	4,3E+11	8,54E+08	-3,7E+10	2,33E+10	-2,7E+11	-5,5E+08	2,34E+10
-3,6E+10	9,43E+08	3,89E+11	-3,7E+10	2,33E+10	-6E+08	-2,5E+11	2,34E+10
8,83E+08	-3,9E+10	-3,5E+10	4,04E+11	-5,6E+08	2,49E+10	2,26E+10	-2,6E+11
-2,6E+11	2,49E+10	2,26E+10	-5,7E+08	4,02E+11	-3,9E+10	-3,5E+10	8,87E+08
2,33E+10	-2,7E+11	-5,5E+08	2,34E+10	-3,6E+10	4,3E+11	8,54E+08	-3,7E+10
2,33E+10	-6E+08	-2,5E+11	2,34E+10	-3,6E+10	9,43E+08	3,89E+11	-3,7E+10
-5,6E+08	2,49E+10	2,26E+10	-2,6E+11	8,83E+08	-3,9E+10	-3,5E+10	4,04E+11

Tableau A I-2 Matrice de gains, pseudo inverse de **CB** pour le four réel

-2,06E+15	-2,34E+15	1,69E+15	3,82E+15	1,96E+15	-2,03E+15	-2,31E+15	1,34E+15	1,53E+15	-1,10E+15	-2,49E+15	-1,28E+15	1,32E+15	1,51E+15
2,31E+15	2,63E+15	-1,89E+15	-4,29E+15	-2,20E+15	2,28E+15	2,59E+15	-1,50E+15	-1,71E+15	1,23E+15	2,79E+15	1,43E+15	-1,48E+15	-1,69E+15
-2,06E+15	-2,34E+15	1,69E+15	3,82E+15	1,96E+15	-2,03E+15	-2,31E+15	1,34E+15	1,52E+15	-1,10E+15	-2,49E+15	-1,28E+15	1,32E+15	1,51E+15
2,08E+15	2,37E+15	-1,70E+15	-3,87E+15	-1,98E+15	2,05E+15	2,34E+15	-1,35E+15	-1,54E+15	1,11E+15	2,52E+15	1,29E+15	-1,34E+15	-1,52E+15
-2,33E+15	-2,66E+15	1,91E+15	4,34E+15	2,23E+15	-2,30E+15	-2,62E+15	1,52E+15	1,73E+15	-1,24E+15	-2,82E+15	-1,45E+15	1,50E+15	1,71E+15
2,08E+15	2,37E+15	-1,70E+15	-3,87E+15	-1,98E+15	2,05E+15	2,34E+15	-1,35E+15	-1,54E+15	1,11E+15	2,52E+15	1,29E+15	-1,34E+15	-1,52E+15
1,34E+15	1,53E+15	-1,10E+15	-2,49E+15	-1,28E+15	1,32E+15	1,51E+15	-2,06E+15	-2,34E+15	1,69E+15	3,82E+15	1,96E+15	-2,03E+15	-2,31E+15
-1,50E+15	-1,71E+15	1,23E+15	2,79E+15	1,43E+15	-1,48E+15	-1,69E+15	2,31E+15	2,63E+15	-1,89E+15	-4,29E+15	-2,20E+15	2,28E+15	2,59E+15
1,34E+15	1,52E+15	-1,10E+15	-2,49E+15	-1,28E+15	1,32E+15	1,51E+15	-2,06E+15	-2,34E+15	1,69E+15	3,82E+15	1,96E+15	-2,03E+15	-2,31E+15
-1,35E+15	-1,54E+15	1,11E+15	2,52E+15	1,29E+15	-1,34E+15	-1,52E+15	2,08E+15	2,37E+15	-1,70E+15	-3,87E+15	-1,98E+15	2,05E+15	2,34E+15
1,52E+15	1,73E+15	-1,24E+15	-2,82E+15	-1,45E+15	1,50E+15	1,71E+15	-2,33E+15	-2,66E+15	1,91E+15	4,34E+15	2,23E+15	-2,30E+15	-2,62E+15
-1,35E+15	-1,54E+15	1,11E+15	2,52E+15	1,29E+15	-1,34E+15	-1,52E+15	2,08E+15	2,37E+15	-1,70E+15	-3,87E+15	-1,98E+15	2,05E+15	2,34E+15

Tableau A I-3 Matrice de gains, développée par l'auteur

1,5E-02	4,2E-04	1,6E-02	1,7E-03	1,2E-04	5,2E-04	1,3E-04	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
1,3E-02	1,3E-02	1,4E-03	1,6E-02	1,4E-03	5,0E-04	5,0E-04	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
4,2E-04	1,5E-02	1,2E-07	1,7E-03	1,6E-02	1,3E-04	5,2E-04	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
5,2E-04	1,3E-04	1,6E-02	1,7E-03	1,2E-04	1,5E-02	4,2E-04	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
5,0E-04	5,0E-04	1,4E-03	1,6E-02	1,3E-02	1,3E-02	1,3E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
1,3E-04	5,2E-04	1,2E-04	1,7E-03	4,2E-04	4,2E-04	1,5E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,5E-02	4,2E-04	1,6E-02	1,7E-03	1,2E-04	5,2E-04	1,3E-04
0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,3E-02	1,3E-02	1,4E-03	1,6E-02	1,4E-03	5,0E-04	5,0E-04
0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	4,2E-04	1,5E-02	1,2E-07	1,7E-03	1,6E-02	1,3E-04	5,2E-04
0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	5,2E-04	1,3E-04	1,6E-02	1,7E-03	1,2E-04	1,5E-02	4,2E-04
0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	5,0E-04	5,0E-04	1,4E-03	1,6E-02	1,3E-02	1,3E-02	1,3E-02
0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,3E-04	5,2E-04	1,2E-04	1,7E-03	4,2E-04	4,2E-04	1,5E-02

## BIBLIOGRAPHIE

- Ajersch, Mark. 2005. « Modeling and real-time control of sheet reheat phase in thermoforming ». Maitrise en génie électrique et informatique, Montreal, Canada, McGill University.
- Arimoto, S, S Kawamura et F Miyazaki. 1986. « Convergence, stability and robustness of learning control schemes for robot manipulators ». In *Proceedings of the International Symposium on Robot Manipulators on Recent trends in robotics: modeling, control and education*. p. 307-316. Albuquerque, New Mexico, United States: Elsevier North-Holland, Inc.
- Arimoto, Suguru, Sadao Kawamura et Fumio Miyazaki. 1984. « Bettering operation of Robots by learning ». *Journal of Robotic Systems*, vol. 1, n° 2, p. 123-140.
- Beauchemin Turcotte, Mathieu. 2010. « Contrôle en fin de cycle par apprentissage itératif via la logique floue appliquée au contrôle en température d'un four de thermoformage ». Maitrise en génie de la production automatisée, Montréal, Canada, Ecole de Technologie Supérieure.
- Chen, Y., C. Wen, Z. Gong et M. Sun. 1999. « An iterative learning controller with initial state learning ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 44, n° 2, p. 371-376.
- Chen, Yangquan, Xu Jian-Xin et Lee Tong Heng. 1996. « An iterative learning controller using current iteration tracking error information and initial state learning ». In *Decision and Control, 1996., Proceedings of the 35th IEEE (11-13 Dec 1996)*. Vol. 3, p. 3064-3069 vol.3. <10.1109/CDC.1996.573593>.
- Chen, Yangquan, Changyun Wen et Mingxuan Sun. 1997. « Robust high-order P-type iterative learning controller using current iteration tracking error ». *International Journal of Control*, vol. 68, p. 331-342.
- Chen, Yangquan, Changyun Wen, Jian-Xin Xu et Mingxuan Sun. 1996. « Initial state learning method for iterative learning control of uncertain time-varying systems ». In *Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control. Part 4 (of 4), December 11, 1996 - December 13, 1996*. Vol. 4, p. 3996-4001. Coll. « Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control ». Kobe, Jpn.
- Cho, M., Y. Lee, S. Joo et K. S. Lee. 2003. « Sensor location, identification, and multivariable iterative learning control of an RTP process for maximum uniformity of wafer temperature distribution ». In *Advanced Thermal Processing of Semiconductors, 2003. RTP 2003. 11th IEEE International Conference on (23-26 Sept. 2003)*. p. 177-184. <10.1109/RTP.2003.1249145>.

- DaeRyook, Yang, Lee Kwang Soon, Ahn Hyo Jin et J. H. Lee. 2003. « Experimental application of a quadratic optimal iterative learning control method for control of wafer temperature uniformity in rapid thermal processing ». *Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on*, vol. 16, n° 1, p. 36-44.
- Duarte, F. M. 1997. « Heating thermoplastic sheets for thermoforming solution to direct and inverse problems ». *Plastics rubber and composites processing and applications*, vol. 26, n° 5, p. 213-221.
- Duarte, F. M. 2002. « IR sheet heating in roll fed thermoforming: Part 1-Solving direct and inverse heating problems ». *Plastics rubber and composites*, vol. 31, n° 7, p. 307.
- Duarte, F. M. 2003. « Infrared sheet heating in roll fed thermoforming: Part 2-Factors influencing inverse heating solution ». *Plastics rubber and composites*, vol. 32, n° 1, p. 32.
- Équipe éditorial. 2003. « Thermoforming : Industry overview ». *Plastic Engineering*. <[http://goliath.ecnext.com/coms2/gi\\_0199-2607822/Thermoforming.html](http://goliath.ecnext.com/coms2/gi_0199-2607822/Thermoforming.html)>.
- Gauthier, Guy. 2008. « Terminal iterative learning for cycle-to-cycle control of industrial processes ». Doctorat en génie électrique et informatique, Montreal, McGill, 201 p.
- Girard, DiRaddo, Thomson, Boulet. 2005. « Advanced On-Line Adaptive Control for Thermoforming Large Thermoplastic Sheets ». In *SAE World Congress (Detroit, 10-12 avril 2005)*.
- Heinzinger, G., D. Fenwick, B. Paden et F. Miyazaki. 1992. « Stability of learning control with disturbances and uncertain initial conditions ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 37, n° 1, p. 110-114.
- In Sik, Chin, Lee Jinho, Ahn Hyojin, Joo Sangrae, K. S. Lee et Yang Daeryook. 2001. « Optimal iterative learning control of wafer temperature uniformity in rapid thermal processing ». In *Industrial Electronics, 2001. Proceedings. ISIE 2001. IEEE International Symposium on (2001)*. Vol. 2, p. 1225-1230 vol.2. <10.1109/ISIE.2001.931654>.
- Jin Young, Choi, et Do Hyun Min. 2001. « A learning approach of wafer temperature control in a rapid thermal processing system ». *Semiconductor Manufacturing, IEEE Transactions on*, vol. 14, n° 1, p. 1-10.
- Jinxue, Xu, Sun Lili, Chai Tianyou et Tan Dalong. 2004. « High-order open and closed loop iterative learning control scheme with initial state learning ». In *Control, Automation, Robotics and Vision Conference, 2004. ICARCV 2004 8th (6-9 Dec. 2004)*. Vol. 1, p. 637-641 Vol. 1. <10.1109/ICARCV.2004.1468901>.

- Kuc, Tae-Yong, Jin S. Lee et Kwanghee Nam. 1992. « Iterative learning control theory for a class of nonlinear dynamic systems ». *Automatica*, vol. 28, p. 1215-1221.
- Lee, Kwang S., Jinho Lee, Insik Chin, Jinhoon Choi et Jay H. Lee. 2001. « Control of Wafer Temperature Uniformity in Rapid Thermal Processing Using an Optimal Iterative Learning Control Technique ». *Industrial & Engineering Chemistry Research*, vol. 40, n° 7, p. 1661-1672.
- Lucibello, P. 1991. « Inversion of linear square systems by learning ». In *Decision and Control, 1991., Proceedings of the 30th IEEE Conference on* (11-13 Dec 1991). p. 859-864 vol.1.
- Lucibello, P. 2002. « Comments on "An iterative learning controller with initial state learning" ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 47, n° 4, p. 703-704.
- Mei, Ren Xue, et Gao Wei Bing. 1992. « On the initial conditions in learning control ». In *Industrial Electronics, 1992., Proceedings of the IEEE International Symposium on* (25-29 May 1992). p. 182-185 vol.1. <10.1109/ISIE.1992.279592>.
- Meunier, Gabriel, Guy Gauthier et Benoit Boulet. 2008. « Control of the thermoforming reheat process using a combination of cycle-to-cycle and in-cycle control ». In *10th IASTED International Conference on Control and Applications, CA 2008, May 26, 2008 - May 28, 2008*. p. 205-211. Coll. « Proceedings of the 10th IASTED International Conference on Control and Applications, CA 2008 ». Quebec City, QC, United states: Acta Press.
- Moore, Ben. 2002. « In-Cycle Control of the Thermoforming Reheat Process ». Maitrise en génie électrique et informatique, Montreal, Canada, McGill University.
- Moore, K. L. 1989. « Iterative learning for trajectory control » *Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control*. 860 p.
- Moore, K. L. 1990. « Adaptive gain adjustment for a learning control method for robotics » *Proceedings IEEE International Conference on Robotics and Automation*. 2095 p.
- Moore, Kevin. 2006. « An Introduction to Iterative Learning Control ». Colorado School of Mines:
- Owens, D. H. 1992. « Iterative learning control-convergence using high gain feedback ». In *1992 Conference on Decision and Control, 16-18 Dec. 1992*. p. 2545-6. Coll. « Proceedings of the 31st IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No.92CH3229-2) ». New York, NY, USA: IEEE.

- Owens, D. H., et G. Munde. 1996. « Adaptive iterative learning control ». In *Proceedings of the 1996 IEE Colloquium on Adaptive Control, June 13, 1996 - June 13, 1996*, 139. p. 4pp-4pp. Coll. « IEE Colloquium (Digest) ». London, UK: IEE.
- Owens, D. H., et G. Munde. 2000. « Error convergence in an adaptive iterative learning controller ». *International Journal of Control*, vol. 73, n° Compendex, p. 851-857.
- Owens, David H. 1994. « Universal adaptive stabilization approaches to nonlinear control ». In *Proceedings of the IEE Colloquium on Non-Linear Control, May 24, 1994 - May 24, 1994*, 130. p. 3/1-3/2. Coll. « IEE Colloquium (Digest) ». London, UK: IEE.
- Owens, David H., et G. S. Munde. 1998. « Universal adaptive iterative learning control ». *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 1, n° Compendex, p. 181-185.
- Park, Kwang-Hyun. 1999. « A study on the robustness of a PID-type iterative learning controller against initial state error ». *International Journal of Systems Science*, vol. 30, n° 1, p. 49 - 59.
- Park, Kwang-Hyun. 2005. « An average operator-based PD-type iterative learning control for variable initial state error ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 50, n° 6, p. 865-869.
- Park, Kwang-Hyun, et Zeungnam Bien. 2000. « A generalized iterative learning controller against initial state error ». *International Journal of Control*, vol. 73, n° 10, p. 871 - 881.
- Porter, B., et S. S. Mohamed. 1990. « Iterative learning control of completely irregular plants with initial state shifting ». *Electronics Letters*, vol. 26, p. 106-107.
- Saab, Samer S. 1999. « Robustness and convergence rate of a discrete-time learning control algorithm for a class of nonlinear systems ». *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 9, n° 9, p. 559-571.
- Sun, Mingxuan, Yangquan Chen et Baojian Huang. 1994. « Robust higher order iterative learning control algorithm for tracking control of delayed repeated systems ». *Zidonghua Xuebao/Acta Automatica Sinica*, vol. 20, p. 360-365.
- Sun, Mingxuan, et D. Wang. 2003. « Initial shift issues on discrete-time iterative learning control with system relative degree ». *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 48, n° 1, p. 144-148.
- Throne, James L. 1996. *Technology of Thermoforming*. Hanser Publishers. <[http://www.knovel.com/web/portal/browse/display?\\_EXT\\_KNOVEL\\_DISPLAY\\_bookid=1191](http://www.knovel.com/web/portal/browse/display?_EXT_KNOVEL_DISPLAY_bookid=1191)>.

- Uchiyama, M. 1978. « Formation of high speed motion pattern of mechanical pattern by trial ». *Transactions of the Society of Instrumentation and Control Engineers*, vol. 19, n° 5, p. 709-712.
- Yan, X. G., I. M. Chen et J. Lam. 2001. « D-type learning control for nonlinear time-varying systems with unknown initial states and inputs ». *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 23, p. 69-82.
- Yang, Shuonan, et Benoit Boulet. 2008. « Improvement of controller and variable cycle design for a cycle-to-cycle plastic reheat system ». In *11th IASTED International Conference on Intelligent Systems and Control, ISC 2008, November 16, 2008 - November 18, 2008*. p. 105-113. Coll. « Proceedings of the IASTED International Conference on Intelligent Systems and Control ». Orlando, FL, United states: Acta Press.
- Zhang, Xing-Guo, et Hui Lin. 2006. « Robustness analysis of open-closed-loop D-type iterative learning control algorithm for nonlinear systems with deviations on initial state ». In *IMACS Multiconference on "Computational Engineering in Systems Applications", CESA, October 4, 2006 - October 6, 2006*. p. 1707-1711. Coll. « IMACS Multiconference on "Computational Engineering in Systems Applications", CESA ». Beijing, China: Inst. of Elec. and Elec. Eng. Computer Society. <<http://dx.doi.org/10.1109/CESA.2006.313587>>.

