

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PRÉSENTÉE À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
L'UNIVERSITÉ D'ORLÉANS

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DU  
DOCTORAT EN GÉNIE  
Ph.D.

COTUTELLE FRANCE-QUÉBEC

PAR  
Yann-Aël MULLER

ÉTUDE DU MÉANDREMENT DU SILLAGE ÉOLIEN LOINTAIN DANS DIFFÉRENTES  
CONDITIONS DE RUGOSITÉ

MONTREAL, LE 5 FÉVRIER 2015

© Tous droits réservés, Yann-Aël Muller, 2015



Yann-Aël Muller, 2015



**ÉCOLE DOCTORALE  
ÉNERGIE, MATÉRIAUX, SCIENCES DE LA TERRE ET DE  
L'UNIVERS**

**Laboratoire PRISME / ÉTS Montréal - AEMN**

**THÈSE** Présentée par :

**Yann-Aël MULLER**

Soutenue le : **10 décembre 2014**

Pour obtenir le grade de :  
**Docteur de l'Université d'Orléans**  
et

**Docteur en génie, Ph.D.**  
**École de Technologie Supérieure, Université du Québec**  
(cotutelle)

Discipline : Mécanique des fluides

**Étude du méandrement du sillage éolien  
lointain dans différentes conditions de  
rugosité**

**THÈSE DIRIGÉE PAR :**

**Sandrine AUBRUN**  
**Christian MASSON**

Maitre de conférences, HDR, Université d'Orléans/PRISME  
Professeur, École de Technologie Supérieure de Montréal

**RAPPORTEURS :**

**Pascal HÉMON**  
**Jens N. SØRENSEN**

Ingénieur de recherche CNRS, HDR, LadHyX  
Professeur, Université Technique du Danemark

**JURY :**

**Sandrine AUBRUN**  
**Philippe DEVINANT**  
**Pascal HÉMON**  
**Christian MASSON**  
**Jens N. SØRENSEN**  
**Julien WEISS**

Maitre de conférences, HDR, Université d'Orléans/PRISME  
Professeur, Université d'Orléans/PRISME, Président du jury  
Ingénieur de recherche CNRS, HDR, LadHyX  
Professeur, École de Technologie Supérieure de Montréal  
Professeur, Université Technique du Danemark  
Professeur, École de Technologie Supérieure de Montréal



*« La vraie science est une ignorance qui se sait. »*

Montaigne



# REMERCIEMENTS

Les trois années consacrées à ce travail de recherche ont été pour moi une excellente expérience. Comme d'autres, j'avais initialement quelques hésitations à m'engager dans une pareille aventure. Faire une thèse, n'est-ce pas une entreprise longue, incertaine et ingrate ? Heureusement ces doutes ont rapidement été dissipés en cours de route. Je retiens de ces trois années qu'elles ont été l'occasion de me consacrer pleinement à l'étude d'un sujet intellectuellement passionnant, suffisamment peu exploré pour permettre des approches créatives et avec de réelles applications pratiques.

A ce titre, je tiens tout d'abord à remercier mes codirecteurs de thèse, Sandrine et Christian, qui m'ont accordé cette opportunité de travailler avec eux pendant trois ans. Je les félicite tous deux d'avoir proposé un si bon sujet, avec la possibilité de partager mon temps entre Orléans et Montréal dans de bonnes conditions. Merci de m'avoir guidé sur la bonne voie tout en me laissant la liberté d'aborder les problèmes à ma manière.

Merci aux rapporteurs et aux autres membres du jury de thèse pour le temps qu'ils ont dédié à la lecture de ce manuscrit ainsi que pour leurs commentaires.

Merci à mes financeurs, l'ADEME et la région Centre, qui m'ont permis de me consacrer pleinement à ce travail de recherche pendant trois ans. Je remercie en particulier M. Bellini et Mme Pineau de l'ADEME pour le temps qu'ils m'ont accordé.

Merci à mes collègues et amis doctorants, postdocs et ATER, anciens et actuels (pour quelques jours encore) pour leur agréable compagnie et tous les joyeux moments partagés ensemble. Merci à ceux de Montréal (dans l'ordre alphabétique) : Alex, Chérif, Eric, Fayçal, Hajer, Hugo, Jonathan, Jonathon, Jörn, Mary, Nico, Oscar et Pascal. A Orléans, je salue mes équipiers de la team ESA : Adrien, Arnaud, Audrey, Boris, Francesco, Guillaume, Kevin, Raffaele et Romain ; ainsi que ceux de l'équipes ECM : Antonio, Amine, Charles, Guillaume, JB, Jérémy, Mehdi, Pierre et Pierre, Ricardo, Salim et Shadi ; et ceux de l'équipe MMH : Camille, Christophe et Jean-Émile.

Merci aux permanents du laboratoire PRISME, pour leur accueil et leur bonne humeur : Annie, Azzedine, Benoit et Benoit, Bruno, Camille, Christine, Fabrice, Guillaume, Nicolas, Philippe, Pierre, Régine, Sylvie et Yahia. Merci à Stéphane pour sa disponibilité et son aide indispensable à la réalisation des montages expérimentaux.

Merci à ma mère, qui m'a soutenu pendant ces longues années d'études, à mon père qui m'a transmis sa passion pour la physique et la technologie, à ma sœur, mes grands parents, ma famille élargie et mes amis pour leurs encouragements constants. Merci à Solenn, chère à mon cœur, pour son amour et sa patience.





# INTRODUCTION

Le développement de la production d'électricité d'origine éolienne passe par l'augmentation de la taille et du nombre d'éoliennes dans les parcs éoliens. Il existe un intérêt croissant pour le développement de parcs offshore ou dans des milieux forestiers, où les caractéristiques turbulentes de l'écoulement atmosphérique peuvent être très différentes.

La transition entre des tarifs subventionnés de rachat de la production d'électricité vers une tarification plus conforme aux prix du marché combinée avec la raréfaction des sites les plus propices impose aux investisseurs et aux constructeurs de parcs de prévoir la rentabilité des nouveaux projets de parcs éoliens avec précision afin de minimiser le risque financier. Or, la prévision à long terme de la production des installations éoliennes s'avère complexe, d'une part en raison de l'incertitude météorologique d'une année à l'autre, mais également en raison de la complexité des relations entre la turbulence atmosphérique, la topographie, et les interactions des sillages éoliens au sein du parc.

La prévision à court-terme de la production électrique d'un parc avec un horizon de quelques heures est également un enjeu qui prend de l'importance avec la progression de la part de l'énergie éolienne dans la production globale d'électricité. Ces prévisions sont cruciales pour assurer l'équilibre entre la production et la demande sur les réseaux de distribution d'électricité. Une prévision avancée de meilleure précision permet une meilleure gestion des moyens de production alternatifs à réponse rapide tels que les turbines à gaz ou les réservoirs hydroélectriques.

Une tendance actuelle est d'envisager le contrôle en temps réel des paramètres opérationnels des turbines au sein d'un parc. Les paramètres variables peuvent être par exemple l'orientation des turbines, l'angle d'incidence des pales (*pitch*), ou encore d'autres moyens d'actionnement tels que des volets. Le développement des dispositifs LiDAR, moyen optique de mesure de l'écoulement atmosphérique à distance, permet de mesurer la vitesse de l'écoulement directement en amont du rotor, ce qui ouvre des possibilités nouvelles pour le contrôle actif du rotor en temps réel. De tels procédés pourraient également intégrer des modèles de comportement du sillage éolien afin d'optimiser l'écoulement au sein des parcs.

Les coûts de maintenance des parcs éoliens représentent également un poste important pour les exploitants. L'estimation des sollicitations mécaniques s'exerçant sur les turbines est donc un paramètre important lors de la conception des champs. A ce titre, l'étude des caractéristiques de la turbulence atmosphérique et des interactions de sillage est nécessaire pour estimer les efforts aérodynamiques sur les turbines et fournir des données d'entrée pour des études d'aéroélasticité sur les structures mécaniques.

Toutefois, la mesure de l'écoulement atmosphérique et des sillages des turbines à l'in-

térieur des parcs est pour l'instant limitée par les moyens techniques existants. Les mesures spatialement résolues ou multi-composantes sont encore rares, malgré le développement de nouveaux moyens de mesure. Pour palier à ce déficit, la mesure expérimentale sur modèles réduits en soufflerie donne accès à des données permettant une meilleure compréhension des phénomènes en jeu.

L'autre moyen à disposition est la simulation numérique d'écoulement. Il a toutefois été constaté que les modélisations stationnaires classiques ont tendance à fortement surestimer la dissipation du sillage en aval des éoliennes. De plus, ce type de modélisation ne permet pas d'étudier les phénomènes instationnaires qui apparaissent au sein des parcs éoliens. Pour ces raisons la modélisation instationnaire par une méthode LES semble être une approche prometteuse pour l'étude des sillages éoliens. Toutefois ce type de modélisation présente des contraintes bien spécifiques.

Ce travail propose d'appliquer ces deux moyens d'étude, la modélisation expérimentale en soufflerie ainsi que la simulation numérique instationnaire pour tenter de mieux comprendre le comportement du sillage d'une éolienne, afin que celui-ci puisse être mieux pris en compte dans la conception et l'exploitation des parcs éoliens.

La problématique est traitée en deux parties. La première porte sur la modélisation de l'écoulement de couche limite atmosphérique, avec une attention particulière portée à la modélisation des grandes échelles de la turbulence atmosphérique. La seconde partie porte sur l'étude du sillage d'un disque actuateur soumis à un écoulement atmosphérique.

Chacune de ces parties comporte un volet expérimental et un volet numérique. La modélisation numérique instationnaire de l'écoulement atmosphérique fait intervenir une technique de génération stochastique de champs de vitesse turbulent avec évolution temporelle, spécialement développée au cours de la présente thèse, à laquelle un chapitre spécifique est dédié.

Le développement du travail effectué est précédé d'une revue bibliographique qui reprend certains aspects théoriques de l'étude statistique de la turbulence dont certaines relations sont utilisées par la suite. Cette revue détaille également certaines techniques de modélisation de la couche limite atmosphérique et de l'aérodynamique du rotor d'une éolienne.





# TABLE DES MATIÈRES

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Revue de littérature</b>	<b>23</b>
1.1 Éléments d'étude statistique de la turbulence . . . . .	23
1.2 Écoulements de couche limite atmosphérique . . . . .	30
1.2.1 Modèle statistique . . . . .	30
1.2.2 Modélisation d'écoulements de couche limite atmosphérique en soufflerie . . . . .	33
1.2.3 Simulation numérique aux grandes échelles d'écoulements de couche limite atmosphérique . . . . .	34
1.2.4 Modélisation stochastique de la turbulence et applications . . . . .	37
1.3 Aérodynamique d'une éolienne à axe horizontal . . . . .	40
1.3.1 Théorie de Froude . . . . .	41
1.3.2 Modélisation aérodynamique du rotor . . . . .	43
1.3.3 Dynamique du sillage d'une éolienne . . . . .	44
<b>I Modélisation de la couche limite atmosphérique</b>	<b>49</b>
<b>2 Caractérisation de la couche limite atmosphérique modélisée en soufflerie</b>	<b>51</b>
2.1 Présentation de l'installation . . . . .	51
2.2 Caractérisation . . . . .	54
2.3 Conclusion . . . . .	57
<b>3 Proposition d'une méthode de génération stochastique de turbulence de couche limite atmosphérique</b>	<b>59</b>
3.1 Limitations des modèles existants pour la réalisation de simulations LES imbriquées dans un écoulement turbulent cisailé . . . . .	60
3.2 La transformée par ondelette continue . . . . .	61
3.3 Génération stochastique de champs aléatoires cohérents . . . . .	65

3.4	Reconstruction du signal temporel . . . . .	67
3.4.1	Filtrage temporel avec compensation de mouvement et application locale de l'hypothèse de Taylor . . . . .	67
3.4.2	Génération distribuée de séries de nombres pseudo-aléatoires sans partage d'informations . . . . .	72
3.4.3	Implémentation et discrétisation . . . . .	73
3.5	Conclusion . . . . .	75
<b>4</b>	<b>Simulation aux grandes échelles de couche limite atmosphérique avec conditions aux frontières stochastiques</b> . . . . .	<b>77</b>
4.1	Génération stochastique de couche limite atmosphérique . . . . .	78
4.1.1	Paramétrage du générateur stochastique . . . . .	78
4.1.2	Formulation empirique des profils caractéristiques de CLA selon la seule hauteur de rugosité . . . . .	82
4.1.3	CLA synthétisées à partir de profils prédéfinis . . . . .	85
4.2	Équations LES et modèle numérique . . . . .	87
4.3	Introduction des séries de vitesse stochastiques au moyen de conditions aux frontières adaptées . . . . .	90
4.4	Résultats . . . . .	94
4.5	Conclusion . . . . .	100
<b>II</b>	<b>Étude instationnaire du sillage d'un disque actuateur soumis à un écoulement de couche limite atmosphérique</b> . . . . .	<b>103</b>
<b>5</b>	<b>Étude expérimentale</b> . . . . .	<b>105</b>
5.1	Disques actuateurs . . . . .	106
5.2	Proposition d'une méthode expérimentale de suivi temporel du sillage . . . . .	107
5.2.1	Validation de la méthode de suivi temporel de sillage à l'aide de mesures combinées PIV/fil chaud . . . . .	107
5.2.2	Spectres et cohérences pour le cas modérément rugueux avec disque de diamètre $D=10\text{cm}$ . . . . .	110
5.2.3	Étude paramétrique portant sur l'effet de la rugosité et de la taille du disque sur la position du sillage . . . . .	113
5.3	Mesures combinées de position du sillage et efforts aérodynamiques . . . . .	117
5.4	Conclusion . . . . .	121
<b>6</b>	<b>Étude numérique</b> . . . . .	<b>125</b>
6.1	Paramètres de simulation . . . . .	126
6.2	Présentation du cas avec rotor $D = 80m$ dans une CLA modérément rugueuse . . . . .	128

6.2.1	Profils moyens horizontaux . . . . .	128
6.2.2	Profils moyens verticaux . . . . .	134
6.2.3	Méandrement . . . . .	137
6.3	Validation . . . . .	144
6.4	Étude paramétrique . . . . .	145
6.5	Conclusion . . . . .	152
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>155</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>164</b>





# TABLE DES FIGURES

1.1	Représentation schématique du spectre de Von Karman en 1D . . . . .	29
1.2	Décomposition de la couche limite atmosphérique. Les rapports d'échelles des différentes couches sont des ordres de grandeur. . . . .	30
1.3	Exemple de turbulence aléatoire obtenue par inversion du tenseur spectral avec coefficients aléatoires, similaire aux méthodes de Davidson [19] ou Mann [54] dans le cas isotrope . . . . .	39
1.4	Éolienne à axe horizontal . . . . .	40
1.5	Schéma décrivant la théorie de Froude (España [23]) . . . . .	41
1.6	Déficit de vitesse type en aval d'une éolienne . . . . .	45
1.7	profils type d'intensité turbulente en aval d'une éolienne . . . . .	45
1.8	Représentation schématique des lignes tourbillonnaires bout de pales dans le sillage d'un rotor. D'après [23] . . . . .	46
1.9	distribution de vitesse instantanée en aval d'un modèle d'éolienne en soufflerie, d'après [24]. . . . .	47
2.1	Plan de la soufflerie . . . . .	52
2.2	Photographie de la veine secondaire de la soufflerie . . . . .	52
2.3	Photographie des éléments de rugosité disposés au sol . . . . .	53
2.4	Photographie du modèle de couvert forestier poreux . . . . .	53
2.5	Profils de vitesse pour les deux CLA modélisées avec les paramètres du fit de la loi logarithmique . . . . .	54
2.6	Profils d'intensité turbulente de la CLA expérimentale modérément rugueuse . . . . .	55
2.7	Profils d'intensité turbulente de la CLA expérimentale très rugueuse . . . . .	55
2.8	Profils d'échelle intégrale longitudinale des composantes $u$ et $v$ de la vitesse de la CLA expérimentale modérément rugueuse . . . . .	56
2.9	Profils d'échelle intégrale longitudinale des composantes $u$ et $v$ de la vitesse de la CLA expérimentale très rugueuse . . . . .	56
2.10	Profil d'énergie cinétique turbulente de la CLA expérimentale modérément rugueuse . . . . .	56
2.11	Profils de corrélations croisées de la vitesse de la CLA expérimentale modérément rugueuse . . . . .	56

2.12	Densité spectrale de puissance de la vitesse de la CLA modérément rugueuse	57
2.13	Densité spectrale de puissance de la vitesse de la CLA très rugueuse . . . . .	57
3.1	Le chapeau mexicain 1D et sa transformée de Fourier pour différentes dilatations . . . . .	64
3.2	Filtrage temporel par convolution . . . . .	68
4.1	Comparaison entre les spectres longitudinaux expérimentaux (en pleine échelle) mesurés dans la CLA à une altitude équivalente $z = 80m$ et le spectre du champ synthétique correspondant . . . . .	81
4.2	Abaques présentant les paramètres $C$ et $1/n$ servant à calculer $L_{ux}$ en fonction de $z_0$ d'après [18] . . . . .	84
4.3	Mesures expérimentales de vitesse mises à l'échelle réelle, loi de vitesse en puissance obtenue par régression, vitesse moyenne des séries temporelles synthétiques correspondantes . . . . .	85
4.4	champs instantanés des composantes $u$ , $v$ et $w$ de vitesse dans le plan vertical $(x, z)$ . . . . .	86
4.5	Profil d'énergie cinétique turbulente $k$ du champ synthétique . . . . .	87
4.6	Profils des corrélations croisées du champ de vitesse stochastique . . . . .	87
4.7	Schéma du domaine de simulation . . . . .	89
4.8	Profils verticaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage <b>fin</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	94
4.9	Profils verticaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	94
4.10	Profils verticaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	94
4.11	Profils verticaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	94
4.12	Profils longitudinaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage <b>fin</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	95
4.13	Profils longitudinaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	95
4.14	Profils longitudinaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	95
4.15	Profils longitudinaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	95
4.16	Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale pour le cas avec maillage <b>fin</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	96
4.17	Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	96

4.18	Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	96
4.19	Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	96
4.20	Profils longitudinaux de $Iu$ pour le cas avec maillage <b>fin</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	97
4.21	Profils longitudinaux de $Iu$ pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	97
4.22	Profils longitudinaux de $Iu$ pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	97
4.23	Profils longitudinaux de $Iu$ pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	97
4.24	Contours de la norme de la vitesse instantanée dans le plan vertical médian du domaine pour le cas modérément rugueux . . . . .	98
4.25	Profils de Profils verticaux de $\overline{u'w'}$ pour le cas haute résolution . . . . .	99
4.26	Spectres temporels de la vitesse longitudinale à différentes positions dans le domaine, à une altitude $z = 40m$ pour le cas avec maillage <b>fin</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	100
4.27	Spectres temporels de la vitesse longitudinale à différentes positions dans le domaine, à une altitude $z = 40m$ pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	100
4.28	Spectres temporels de la vitesse longitudinale à différentes positions dans le domaine, à une altitude $z = 40m$ pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	100
4.29	Spectres temporels de la vitesse longitudinale à différentes positions dans le domaine, à une altitude $z = 40m$ pour le cas avec maillage <b>normal</b> et couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	100
5.1	Les deux disques actuateurs poreux utilisés, de diamètres $D = 10cm$ et $D = 20cm$ . . . . .	106
5.2	Image PIV du méandrement en aval d'un disque actuateur poreux, d'après España [23] . . . . .	107
5.3	Schéma du montage expérimental destiné à valider la mesure de position instantanée du sillage . . . . .	108
5.4	Photographie du peigne de fils chauds . . . . .	108
5.5	Profils de vitesse instantanée mesurés dans le sillage du disque actuateur par les deux moyens de mesure, et représentation des déficits de vitesse calculés à partir de valeurs de vitesse mesurées par les fils chauds . . . . .	109
5.6	Séries temporelles de position du sillage mesurées à partir des données PIV et fil chaud . . . . .	110
5.7	Schéma de montage pour l'étude de corrélation entre la vitesse turbulente amont et la position du sillage en aval . . . . .	111

5.8	Densités spectrales de puissance de la vitesse transverse amont et aval, ainsi que de la position horizontale du sillage . . . . .	112
5.9	Cohérences entre les séries temporelles de vitesse transverse amont, de vitesse transverse aval et de position transverse du sillage . . . . .	113
5.10	Schéma du montage pour l'étude paramétrique avec CLA modérément rugueuse . . . . .	114
5.11	Schéma du montage pour l'étude paramétrique avec CLA très rugueuse . . . . .	115
5.12	Densités spectrales de puissance des séries temporelles de position du sillage mesurées à une distance $d = 4D$ du rotor pour chaque cas testé . . . . .	116
5.13	Cohérences des séries temporelles de position du sillage à $d = 4D$ du rotor avec la vitesse transverse amont pour chaque cas testé . . . . .	117
5.14	Schéma expérimental des mesures combinées fil chaud et balance, avec un seul disque actuateur . . . . .	118
5.15	Schéma expérimental des mesures combinées fil chaud et balance, avec deux disques actuateurs . . . . .	118
5.16	Densités spectrales de puissance de la position horizontale du sillage en aval du disque actuateur. Dans le cas où les deux disques sont présents, la position du sillage est celle mesurée en aval du deuxième disque . . . . .	119
5.17	Cohérences entre la position horizontale du sillage, les efforts et la vitesse transverse en amont du disque pour le cas avec <b>un disque unique</b> . . . . .	119
5.18	Cohérences entre la position horizontale du sillage et les efforts mesurés sur le disque aval pour le cas avec <b>deux disques</b> . . . . .	119
5.19	Cohérences entre la position verticale du sillage, les efforts et la vitesse verticale en amont du disque pour le cas avec <b>un disque unique</b> . . . . .	120
5.20	Cohérences entre la position verticale du sillage et les efforts mesurés sur le disque aval pour le cas avec <b>deux disques</b> . . . . .	120
6.1	Schéma du domaine de simulation . . . . .	127
6.2	Profils horizontaux de vitesse moyenne longitudinale à différentes positions sur l'axe $x$ , pour la CLA modérément rugueuse . . . . .	129
6.3	Profils horizontaux d'énergie cinétique turbulente résolue à différentes positions sur l'axe $x$ . . . . .	131
6.4	Profils horizontaux d'intensité turbulente longitudinale résolue à différentes positions sur l'axe $x$ . . . . .	132
6.5	Profils horizontaux de corrélation croisée $u'v'$ résolue à différents éloignements $d$ du rotor sur l'axe $x$ . . . . .	133
6.6	Profils horizontaux d'énergie cinétique turbulente sous maille à différentes positions sur l'axe $x$ . . . . .	133
6.7	Profils verticaux de vitesse moyenne longitudinale à différentes positions sur l'axe $x$ . . . . .	134

6.8	Profils verticaux d'énergie cinétique turbulente à différentes positions sur l'axe $x$ . . . . .	135
6.9	Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale à différentes positions sur l'axe $x$ . . . . .	135
6.10	Profils verticaux de corrélations croisées $u'w'$ à différentes positions sur l'axe $x$	136
6.11	Profils verticaux d'énergie cinétique turbulente sous maille à différentes positions sur l'axe $x$ . . . . .	137
6.12	Champ de vitesse instantanée dans le plan vertical médian du domaine de simulation . . . . .	138
6.13	Champ de vitesse instantanée dans le plan horizontal médian du domaine de simulation à hauteur de moyeu mettant en évidence le phénomène de méandrement . . . . .	138
6.14	Série temporelle de la position transversale du sillage à 4 diamètres en aval du disque actuateur . . . . .	139
6.15	Série temporelle de la position verticale du sillage à 4 diamètres en aval du disque actuateur . . . . .	139
6.16	Densités spectrales de puissance de la vitesse longitudinale à plusieurs positions dans le domaine de simulation dans l'axe du moyeu en amont et en aval du rotor, ainsi que pour la vitesse synthétique . . . . .	140
6.17	Densités spectrales de puissance de la position transverse du sillage à différentes positions dans l'axe du moyeu en aval du disque actuateur . . . . .	140
6.18	Écart type de la position transverse du sillage à différentes distances $d$ du rotor	141
6.19	Écart type de la position verticale du sillage à différentes distances $d$ du rotor	141
6.20	Cohérence entre la position horizontale du sillage en aval du disque et la moyenne sur le segment de l'axe $y$ passant à travers le rotor de la vitesse transversale $v$ . . . . .	142
6.21	Corrélation entre la vitesse moyennée au niveau du moyeu et la position sur l'axe $y$ du sillage non-filtrée et filtrée au moyen d'un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est ajustée de sorte à correspondre à une longueur d'onde $\lambda_c = 4D$ selon l'hypothèse de Taylor . . . . .	143
6.22	Corrélation entre la vitesse moyennée au niveau du moyeu et la position sur l'axe $z$ du sillage non-filtrée et filtrée au moyen d'un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est ajustée de sorte à correspondre à une longueur d'onde $\lambda_c = 4D$ selon l'hypothèse de Taylor . . . . .	143
6.23	Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe $y$ , pour différents écartements $\Delta x$ du rotor . . . . .	144
6.24	Profils de vitesse verticaux pour le cas <b>D=40m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	146
6.25	Profils de vitesse verticaux pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	146

6.26 Profils de vitesse verticaux pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	146
6.27 Profils de vitesse verticaux pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	146
6.28 Profils verticaux d'intensité turbulente pour le cas <b>D=40m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	148
6.29 Profils verticaux d'intensité turbulente pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	148
6.30 Profils verticaux d'intensité turbulente pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	148
6.31 Profils verticaux d'intensité turbulente pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	148
6.32 Écart type de la position horizontale du sillage pour le cas <b>D=40m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	149
6.33 Écart type de la position horizontale du sillage pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	149
6.34 Écart type de la position horizontale du sillage pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	149
6.35 Écart type de la position horizontale du sillage pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	149
6.36 Écart type de la position verticale du sillage pour le cas <b>D=40m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	150
6.37 Écart type de la position verticale du sillage pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	150
6.38 Écart type de la position verticale du sillage pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	150
6.39 Écart type de la position verticale du sillage pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	150
6.40 Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe $y$ , pour différents écartements $d$ du rotor pour le cas <b>D=40m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	151
6.41 Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe $y$ , pour différents écartements $d$ du rotor pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>modérément</b> rugueuse . . . . .	151
6.42 Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe $y$ , pour différents écartements $d$ du rotor pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>faiblement</b> rugueuse . . . . .	151

6.43 Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe $y$ , pour différents écartements $d$ du rotor pour le cas <b>D=80m</b> avec couche limite <b>fortement</b> rugueuse . . . . .	151
---	-----





# LISTE DES TABLEAUX

1.1	Coefficients de la loi de de densité spectrale de puissance de Kaimal pour la turbulence atmosphérique, d'après [16] . . . . .	33
4.1	Paramètres des couches limites simulées . . . . .	85
4.2	Dimension et résolution des maillages utilisés avec le pas de temps utilisé pour les simulation . . . . .	90
5.1	Paramètres des deux disques actuateurs . . . . .	106
5.2	Caractéristiques des séries temporelles mesurées par les fils chauds et le système PIV . . . . .	110
5.3	Caractéristiques comparées des deux types de CLA à hauteur de moyeu . . .	114
5.4	Tableau récapitulatif des cas étudiés . . . . .	115
5.5	Écarts types de la position horizontale et verticale du sillage avec un disque et avec deux disques . . . . .	121
6.1	Maillages pour les cas avec disque actuateur . . . . .	128
6.2	Tableau comparatif des valeurs de déficit de vitesse et d'écart type de méandrement obtenues à partir de différentes simulations avec les valeurs expérimentales . . . . .	145
6.3	Cas considérés dans le cadre de l'étude paramétrique . . . . .	146



# NOMENCLATURE

## Abréviations

Abréviation	Description
CLA	Couche limite atmosphérique
CF	Conditions aux frontières
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes
LES	Large Eddy Simulation
DNS	Direct Numerical Simulation
THI	Turbulence Homogène Isotrope

## Symboles

Symbole	Description
$\mathbf{x}$	Vecteur position
$\mathbf{u}$	Vecteur vitesse instantanée
$u, v, w$	Composante longitudinale, transversale et verticale de la vitesse instantanée de l'écoulement
$u_i$	idem en notation indicielle avec $i \in \{1, 2, 3\}$
$p$	La pression ( $Pa$ )
$\nu$	Viscosité cinématique ( $m^2.s^{-1}$ )
$\mu$	Viscosité dynamique ( $Pa.s$ )
$g$	constante d'accélération gravitationnelle ( $m.s^{-2}$ )
$U, V, W$ ou $\bar{u}_i$	Composante longitudinale, transversale et verticale de la vitesse moyenne de l'écoulement
$U(\mathbf{x})$	Vitesse moyenne locale dans la direction principale (longitudinale)
$I_u, I_v, I_w$	Intensité turbulente locale de la vitesse longitudinale, transversale et verticale

$U_\infty$	La vitesse moyenne de l'écoulement au niveau du moyeu à l'infini amont
$\lambda$	Vecteur des longueurs d'ondes
$D$	Diamètre du rotor
$F_x, F_y, F_z$	Forces exercées par le fluide sur la turbine selon les axes $(x, y, z)$ ( $N$ )
$F_x$	La trainée de la turbine ( $N$ )
$P$	Puissance exercée par le fluide sur la turbine ( $W$ )
$v_{amont}$ et $v_{aval}$	vitesse transversale instantanée en amont et en aval du rotor
$y_{sillage}$	Position instantanée (centrée sur 0) horizontale du sillage sur un profil transversal en aval de la turbine
$a$	Coefficient d'induction de la turbine
$k$	Énergie cinétique turbulente
$\nu_t$	Viscosité turbulente (Smagorinsky) ( $m^2.s^{-1}$ )
$k_{sgs}$	Énergie cinétique turbulente sous-maille
$L_x, L_y, L_z$	longueur, largeur et hauteur du domaine de simulation
$N_x, N_y, N_z$	Nombre de mailles dans la longueur, largeur et hauteur du domaine de simulation
$\Delta$	Longueur de côté d'une maille cubique (m)
$\Delta_t$	Pas de temps de la simulation LES (s)
$u^*$	Vitesse de frottement pariétale définie par Kaimal dans la loi logarithmique de couche limite atmosphérique
$\kappa$	Constante de Von Karman $\approx 0.4$
$z_0$	Longueur équivalente de rugosité dans la loi logarithmique de couche limite atmosphérique
$z_{ref}$	Altitude de référence dans la loi de couche limite atmosphérique en "puissance"
$U_{ref}$	Vitesse moyenne de référence prise à l'altitude $z_{ref}$ dans la loi de CLA en puissance
$\alpha$	Exposant déterminant l'aspect du profil de vitesse dans la loi de CLA en puissance
$f$	La fréquence
$\kappa$	Le vecteur nombre d'onde
$\sigma_u, \sigma_v$ et $\sigma_w$	L'écart type des composantes $u$ , $v$ et $w$
$L_u, L_v, L_w$	L'échelle intégrale des composantes longitudinale, transversale et verticale de l'écoulement
$A$ et $B$	Coefficients du modèle empirique de la densité spectrale de puissance de Kaimal dont les valeurs changent pour chaque composante. Plusieurs jeux de coefficients existent.

$R_{ij}(\mathbf{r}, t)$	Tenseur des corrélations (covariances) spatiales à un instant $t$
$\phi_{ij}(\kappa)$	Le tenseur spectrale de la turbulence
$\kappa$	Le vecteur des nombres d'onde ( $m^{-1}$ )
$E(\kappa)$	La densité spectrale de puissance 3D d'un écoulement turbulent (THI)
$F(\kappa_1)$	La densité spectrale de puissance 1D d'un écoulement turbulent
$\epsilon$	La dissipation turbulente

---



# CHAPITRE 1

## REVUE DE LITTÉRATURE

La revue bibliographique ici proposée présente quelques bases relatives à l'étude statistique de la turbulence. Si le sujet peut paraître quelque peu théorique pour un premier chapitre de revue de littérature, il est parfaitement transversal à tout le contenu de la thèse ce qui en fait une introduction toute indiquée.

Les autres aspects traités dans la revue de littérature concernent plus spécifiquement la couche limite atmosphérique et l'aérodynamique des rotors d'éoliennes. Ceux-ci, bien que reprenant par endroits certains résultats de la théorie statistique de la turbulence, sont plus appliqués et répondent ainsi à des intérêts plus pratiques.

### 1.1 Éléments d'étude statistique de la turbulence

La turbulence est le phénomène qui conduit à observer dans certains mouvements de fluides des variations aléatoires de la vitesse mesurée en un même point. Ces variations sont distinctes du mouvement principal de l'écoulement, que l'on peut désigner comme étant la part "reproductible" de l'écoulement de fluide dans des conditions identiques.

La turbulence se manifeste dans de nombreux phénomènes naturels tels que le vent, les cours d'eau, ou encore la circulation du flux sanguin. La présence de la turbulence n'est toutefois pas systématique et dépend d'une part de la viscosité du fluide et d'autre part du cisaillement auquel celui-ci est soumis. Un écoulement non turbulent est dit laminaire. Il existe également un régime intermédiaire dit transitoire.

L'expérience classique pour mettre en évidence les différents régimes d'écoulements est le tube de Reynolds [68], où un réservoir se vide à travers une canalisation. Le fluide à l'entrée de la canalisation est initialement dans un état laminaire et celui-ci transitionne vers un régime turbulent après une certaine distance qui dépend du diamètre de la canalisation, de son état de surface, ainsi que de la vitesse et de la viscosité du fluide. Le critère pour déterminer le régime de l'écoulement est le nombre de Reynolds, détaillé dans la partie 1.2.2, pour lequel on peut trouver différentes valeurs caractéristiques en fonction du type d'écoulement étudié dans la littérature.

La formulation des équations de Navier-Stokes dans le cas général nécessite de prendre en compte les éventuelles variations de la densité du fluide. Cependant, dans bon nombre

de situations ces variations peuvent être considérées comme négligeables. Le critère pour déterminer l'importance de la compressibilité du fluide dans l'écoulement étudié est le nombre de Mach, qui est le ratio de la vitesse de l'écoulement sur la vitesse du son dans le fluide.

En ce qui concerne les écoulements de couche limite atmosphérique (CLA), les vitesses relèvent strictement du domaine des écoulements incompressibles. Dans ce cas les équations de Navier-Stokes qui gouvernent la vitesse du fluide en fonction de la position et du temps, en ignorant l'accélération de Coriolis et en considérant un fluide isotherme, s'écrivent en notation indicielle :

$$u_i = u_i(x) \text{ vecteur vitesse} \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{continuité}) \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (1.3)$$

Ce système d'équations différentielles, pour un écoulement laminaire et dans la mesure où les conditions aux limites et les conditions initiales sont entièrement spécifiées est analytiquement solvable grâce à la disparition du terme inertiel. Dans le cas d'un écoulement turbulent en revanche, ces équations ne connaissent pas de solution analytique et ne peuvent être résolues que par une méthode numérique (approche DNS *Direct Numerical Simulation*).

La turbulence est un phénomène qui recouvre une large gamme d'échelles, celle-ci est dite être un phénomène auto-similaire. Cela signifie que les variations de petite taille ("microscopiques") sont comparable dans leur dynamique aux variations de plus grande taille, qui sont elle mêmes comparables aux variations d'échelle encore supérieures ("macroscopique") et ainsi de suite.

Les plus petites échelles présentes dans un écoulement turbulent dépendent de la viscosité, plus celle-ci est élevée, plus la taille des plus petites structures turbulentes sera grande. Cette taille minimale des échelles turbulentes dans un écoulement est désignée sous le nom d'échelle de Kolmogorov. A l'opposé, la taille des plus grandes structures dans un écoulement turbulent dépend de la géométrie de celui-ci. Une taille caractéristique peut être déterminée en fonction du type d'écoulement, par exemple le diamètre d'une conduite pour un écoulement interne, la section d'un obstacle pour la turbulence de sillage, ou encore l'éloignement à la paroi pour un écoulement de couche limite.

La solution directe numérique des équations de Navier Stokes nécessite une discrétisation de l'espace suffisamment résolue pour résoudre toutes les échelles de la turbulence d'un écoulement, ce qui limite son application à des domaines très réduits (ou à des fluides très visqueux), pour des raisons de coût de calcul. L'utilisation de la méthode directe n'est pas une solution réaliste pour la grande majorité des problèmes impliquant des écoulements turbulents.

Les fluctuations les plus infimes de la turbulence ne sont toutefois pas nécessairement d'intérêt et dans de nombreuses situations où l'intention est de résoudre seulement l'écoulement moyen (approche RANS, *Reynolds Averaged Navier Stokes*), ou encore seulement les grandes échelles de l'écoulement en négligeant les plus petites variations (approche LES,



*Large Eddy Simulation*). Ce type d'approche nécessite d'appliquer un opérateur de filtrage (ou de moyenne) aux équations de Navier Stokes, en prenant en compte l'effet des petites échelles dans un modèle de turbulence, cette procédure est détaillée dans la partie 4.2.

La solution des équations de Navier-Stokes, dépend d'une spécification exacte des conditions aux frontières (CF) et des conditions initiales (CI). Au delà de la résolution numérique des équations dynamiques, une autre approche est possible pour l'étude de la turbulence. Il est possible de travailler à partir de CF définies en termes de lois de distribution statistique de la vitesse turbulente. Dans ce cas, l'évolution du champ initial est également déterminée en des termes statistiques.

Taylor [86], le premier propose d'étudier la turbulence par des mesures de corrélation statistique entre les vitesses relevées en deux points distincts de l'espace dont les coordonnées peuvent être notées  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x} + \mathbf{r}$ , le vecteur  $\mathbf{r}$  étant l'écartement des deux positions. La corrélation spatiale  $R_{ij}(\mathbf{r}, t)$  est la moyenne sur  $\mathbf{x}$  du produit des vitesses à une distance  $\mathbf{r}$  et à un instant  $t$ . Cette corrélation s'exprime donc de la façon suivante, avec l'opérateur de moyenne spatiale représenté par une barre horizontale :

$$R_{ij}(\mathbf{r}, t) = \overline{u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t)} \quad (1.4)$$

La corrélation en statistiques se calcule d'une façon générale par une moyenne d'ensemble, appliquée à de multiples réalisations d'un phénomène. La substitution d'une moyenne spatiale à la moyenne d'ensemble repose sur l'hypothèse d'ergodicité du phénomène mesuré. Cette hypothèse suppose que la région sur laquelle le produit des vitesses est moyenné est homogène pour les valeurs d'espacement  $\mathbf{r}$  considérées.

La corrélation peut-être normalisée en la divisant par sa valeur en  $\mathbf{r} = 0$ . Le terme de covariance est également utilisé pour désigner une corrélation non normalisée.

Varier l'espacement permet de mesurer les coefficients de corrélation relatifs aux différentes échelles de l'écoulement. Ce type de résultats apporte certaines informations sur la turbulence, parmi lesquelles on peut mentionner l'échelle intégrale de Taylor, également appelée macro-échelle. Cette échelle intégrale représente la taille caractéristique des plus grandes échelles de la turbulence en présence. Celle-ci peut être calculée dans une direction donnée en intégrant la courbe de corrélation normalisée de la vitesse dans cette direction. L'échelle intégrale est indicative d'une longueur de cohérence du champ de vitesse.

Une alternative à la mesure des corrélations instantanées en deux points avec espacement variable est la mesure temporelle de la vitesse en un point unique dans un écoulement à vitesse moyenne non nulle. La corrélation du signal avec lui-même pour tout décalage temporel  $\tau$  est appelée autocorrélation.

Taylor émet l'hypothèse que la vitesse fluctuante d'une particule fluide dans un écoulement turbulent advectée par une vitesse moyenne quelconque peut être considérée comme inchangée pour tout laps de temps suffisamment court, en fonction du niveau d'intensité turbulente et du taux de cisaillement. Cette hypothèse est également appelée de façon imagée l'hypothèse de la "turbulence gelée". D'après cette hypothèse, la mesure par une sonde statique d'une série temporelle dans cet écoulement turbulent donne un résultat équivalent à la mesure d'un profil de vitesse instantané dans l'axe de déplacement principal de l'écoulement. Cette hypothèse est très souvent utilisée pour l'interprétation de mesures expérimentales où il est plus facile de mesurer des séries temporelles que des séries spa-

tiales. Si l'on s'intéresse simplement aux statistiques de la vitesse de l'écoulement dans des conditions d'écoulement longitudinalement homogène et stationnaire, on peut étendre l'application de cette hypothèse à des durées arbitrairement longues.

L'application de l'hypothèse de Taylor revient donc à confondre une dimension spatiale, celle de la direction principale de l'écoulement avec la dimension temporelle au motif que celles-ci sont fortement couplées dans le cadre d'une observation Eulérienne du champ de vitesse, c'est à dire lorsque l'écoulement est observé d'un point de vue statique. En appliquant l'hypothèse de Taylor, pour tout  $\mathbf{r}$  aligné avec la direction principale de la vitesse, et pour un écoulement homogène et stationnaire on a l'égalité suivante, où la corrélation ne dépend ni de  $\mathbf{x}$  ni de  $t$  :

$$(1.4) = R_{ij}(\tau) = \overline{u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x}, t + \tau_t)} \quad (1.5)$$

Il est également possible d'étudier l'évolution temporelle des statistiques du champ turbulent en plus de son évolution spatiale, cet aspect est évoqué dans la partie 3.4.1. Dans ce chapitre toutefois, seule l'évolution spatiale d'un champ de vitesse statique est abordée, sans préjuger de son évolution temporelle.

La mesure des corrélations peut être effectuée pour une même composante de la vitesse (cas  $i = j$ ), ou pour les différentes composantes de la vitesse entre elles ( $i \neq j$ ). Pour un décalage donné dans l'espace, on peut donc potentiellement calculer pour chaque composante de la vitesse mesurée en un point trois corrélations avec les trois composantes de la vitesse mesurée à l'autre point. L'ensemble des corrélations possibles pour des mesures des trois composantes de la vitesse en 2-points regroupe donc  $3 * 3 = 9$  coefficients, qui forment le tenseur des corrélations, également appelé tenseur de covariance ou encore tenseur de Reynolds. La valeur des coefficients de ce tenseur est spécifique à la position des deux points de mesure, c'est donc un champ tensoriel. La position de chaque point est un vecteur de l'espace dont les composantes sont la projection de la position sur les axes de la base orthogonale ( $x$ ,  $y$  et  $z$ ). D'un point de vue mathématique, le tenseur des corrélations est une forme bilinéaire qui, à toute paire de vecteurs vitesse ( $u_a(x_a)$ ,  $u_b(x_b)$ ) dans  $\mathcal{R}^3 \times \mathcal{R}^3$  associe un scalaire, le coefficient de corrélation dans  $\mathcal{R}$ . Cette forme bilinéaire peut être exprimée sous la forme d'un tenseur de rang 2, c'est à dire d'une matrice (de la même manière qu'une forme n-linéaire peut être exprimée sous la forme d'un tenseur de rang  $n$ ).

Il faut noter que cette interprétation d'une forme bilinéaire en tant que matrice est distincte de l'interprétation d'une application (1-)linéaire en matrice qui, à un vecteur d'inconnues de  $\mathcal{R}^n$  associe un vecteur de solutions (système linéaire) de  $\mathcal{R}^n$ .

La corrélation est donc calculée pour une paire de vecteurs donnée, chacun étant mesuré à deux positions distinctes. Ces vecteurs étant défini sur un espace de dimension 3, le tenseur des corrélations est lui défini sur un support de dimension 6. La position de l'une des deux mesures de vitesse peut être interprétée comme un écartement par rapport à la position de la première mesure.

L'hypothèse d'une isotropie<sup>1</sup> de la turbulence permet de simplifier encore l'expression du tenseur, qui ne dépend alors plus que de la distance absolue entre les deux sondes et aucunement de l'orientation de l'écartement entre les sondes :

$$R_{ij}(\mathbf{r}, t) = R_{ij}(|\mathbf{r}|) \quad (1.6)$$

Il ne suffit alors plus que de mesurer les corrélations des différentes composantes de la vitesse selon une seule direction. L'application de l'hypothèse de Taylor permet de mesurer l'intégralité du champ du tenseur des corrélations à l'aide d'une seule mesure de série temporelle, grâce à la symétrie sphérique que présente celui-ci (sur  $\mathbf{r}$ ). Cette hypothèse revient à étudier le comportement d'une cellule de fluide contenue dans un milieu infini en déplacement uniforme. Dans le cas où la turbulence n'est pas isotrope il est très difficile de mesurer expérimentalement le champ des corrélations, en particulier dans les directions orthogonales à la direction principale de l'écoulement et pour toutes les composantes de la vitesse.

Si cette hypothèse de turbulence homogène isotrope (THI) ne s'applique pas strictement à la plupart des écoulements réels, il n'en reste pas moins que certaines portions de la plupart des ces écoulements peuvent être assimilés à une THI. Par exemple, pour un élément de fluide quelconque, on trouvera toujours une échelle d'étude suffisamment petite pour que la turbulence à cette échelle puisse raisonnablement être considérée comme stationnaire pour tout écartement inférieur à cette échelle. Dans le cas isotrope, la valeur du tenseur des corrélations ne dépend que de la norme de  $\mathbf{r}$  :

Il est toutefois possible de recréer expérimentalement un écoulement présentant des conditions proches d'une turbulence homogène isotrope. Une configurations parmi les plus simples à réaliser consiste à faire passer un écoulement entraîné par un ventilateur à travers une grille constituée de barreaux de largeur uniforme et régulièrement espacés. Une telle grille est appelée "grille de turbulence" et est très souvent utilisée dans les souffleries pour homogénéiser l'écoulement en amont de la veine de mesure. La turbulence produite par un tel dispositif est très proche d'un cas idéal de turbulence homogène isotrope. C'est la méthode employée par Taylor dans [86].

Lorsque l'écartement  $\mathbf{r}$  est nul, les termes diagonaux du tenseur des corrélations sont les variances des différents composantes de la vitesse, la demi trace du tenseur pour  $\mathbf{r} = 0$  est alors égale à l'énergie cinétique turbulente. Les termes croisés donnent les corrélations croisées, également appelées tensions de Reynolds. Ces statistiques sont dites "en 1-point", elles sont donc directement déductibles des statistiques 2-points (les corrélations).

Le tenseur des corrélations peut également être étudié du point de vue de sa transformée de Fourier. Dans ce cas on écrit  $\phi_{ij}$  la transformée de Fourier de  $R_{ij}$  en fonction du

---

1. L'isotropie telle que définie ici ne concerne que l'invariance des corrélations selon la direction de  $\mathbf{r}$ , et ne dit rien des différentes composantes de la vitesse. Nombre de références de la littérature assimilent des variances inégales (par ex.  $\overline{u'^2} \neq \overline{v'^2}$ ) et des covariances non nulle à une turbulence anisotrope, ce qui ne correspond pas au critère de l'isotropie telle que présentée ici, la turbulence isotrope définie dans l'équation (1.6) pouvant parfaitement présenter des variances différentes pour ses différentes *composantes*. En pratique toutefois, un écoulement réel présentant des variances inégales et des corrélations croisées non nulles est généralement également anisotrope au sens formel.

vecteur nombre d'onde  $\boldsymbol{\kappa}$  ( $= (\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$ ) tel que :

$$R_{ij}(\mathbf{r}) = \iiint \phi_{ij} e^{i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}} d\kappa_1 d\kappa_2 d\kappa_3 \quad (1.7)$$

Et la transformation inverse associée :

$$\phi_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{8\pi^3} \iiint R_{ij} e^{-i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{r}} dr_1 dr_2 dr_3 \quad (1.8)$$

$\phi_{ij}$  est alors désigné sous l'appellation de tenseur d'énergie spectral, ou tenseur spectral de la turbulence. Cette valeur est d'un intérêt particulier car la connaissance des ses coefficients est suffisante pour connaître l'énergie associée aux différents modes de Fourier de la turbulence, en vertu du théorème de Wiener-Khintchine[96], selon lequel la densité spectrale de puissance d'un processus stochastique stationnaire est analogue à la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation.

L'équation de la continuité permet de déterminer une forme fonctionnelle du tenseur spectral. Le raisonnement mathématique a été décrit par Kampé de Fériet, celui-ci est repris dans le livre de Batchelor[7]. Le tenseur spectral incompressible s'écrit alors de la façon suivante, avec  $E(\boldsymbol{\kappa})$  un scalaire :

$$\phi_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{E(\boldsymbol{\kappa})}{4\pi|\boldsymbol{\kappa}|^4} (\delta_{ij}|\boldsymbol{\kappa}|^2 - \kappa_i \kappa_j) \quad (1.9)$$

Cette relation exprime en quelque sorte les contraintes purement cinématiques entre les différentes composantes du tenseur spectral résultant de l'équation de continuité, mais la spécification complète du tenseur dépend d'une fonction scalaire non spécifiée :  $E(\boldsymbol{\kappa})$  la fonction d'énergie spectrale. L'intégration de  $\phi_{ii}(\boldsymbol{\kappa})$  permet de calculer la variance de chaque composante<sup>2</sup>.

L'expression quasi universelle pour la forme asymptotique de  $E(\boldsymbol{\kappa})$  a été déterminée par Kolmogorov[46] comme variant avec  $|\boldsymbol{\kappa}|^{-5/3}$ , à partir de l'hypothèse que la turbulence est la superposition d'une multitude de tourbillons de différentes tailles, où s'opère un transfert d'énergie des grandes échelles vers les petites échelles selon un processus décrit comme une cascade énergétique, où les grands tourbillons se divisent pour en former de plus petits et ainsi de suite jusqu'à dissipation visqueuse. Cette formulation ne tient pas compte de la taille maximale des échelles turbulentes, au delà de laquelle l'équilibre stochastique sur lequel repose le comportement asymptotique de Kolmogorov ne s'applique plus. Pour remédier à cela, Von Karman propose une forme empirique du spectre [95] qui prend en compte la taille caractéristique des plus grands tourbillons de l'écoulement (l'échelle intégrale de Taylor), et généralise ainsi l'expression proposée par Kolmogorov. L'expression du spectre tridimensionnel s'écrit alors :

$$E(\boldsymbol{\kappa}) = \alpha \epsilon^{2/3} L_{iso}^{5/3} \frac{(L_{iso}|\boldsymbol{\kappa}|)^4}{(1 + (L_{iso}|\boldsymbol{\kappa}|)^2)^{17/4}} \quad (1.10)$$

---

2. Par le théorème de Parseval. Il faut toutefois noter que l'expression du spectre de Von Karman (1.10) ne tient pas compte de la région de dissipation visqueuse du spectre de turbulence, où la densité spectrale de puissance de vitesse chute fortement. Le résultat de l'intégration à l'infini de ce spectre n'est pas bornée, il faudra lui préférer une expression tenant compte de l'existence de la zone de dissipation.

Comportement asymptotique pour  $|\kappa| \gg 1/L_{iso}$  :

$$E(\kappa) \propto |\kappa|^{-5/3} \quad (1.11)$$

Avec  $\propto$  la relation de proportionnalité,  $\alpha$  une constante empirique valant approximativement 1.7,  $\epsilon$  la dissipation de l'énergie cinétique turbulente,  $L_{iso}$  l'échelle caractéristique de la turbulence.

L'intégration de  $\phi_{ij}(\kappa)$  sur deux directions orthogonales de l'espace des nombres d'onde  $\kappa$  donne le spectre unidimensionnel, qui décroît lui aussi en  $-5/3$  du nombre d'onde  $\kappa_i$  :

$$F_{11}(\kappa_1) = \iint \phi_{ij}(\kappa) \delta\kappa_2 \delta\kappa_3 \quad (1.12)$$

Le spectre de Von Karman unidimensionnel  $F_{11}(\kappa_1)$  est schématisé sur la figure 1.1. Celui ci est également parfois représenté sous la forme  $F_{11}(\kappa_1) \times \kappa_1$ , dont le maximum correspond à  $1/L_{ux}$ , avec  $L_{ux}$  l'échelle intégrale de Taylor pour la composante  $u$  dans la direction  $x$ .<sup>3</sup> Cette échelle intégrale est liée à la valeur de l'échelle de la turbulence isotrope  $L_{iso}$ , mais ne lui est pas égale. Le rapport exact entre les deux échelles ne peut être calculé que par intégration du tenseur spectral.

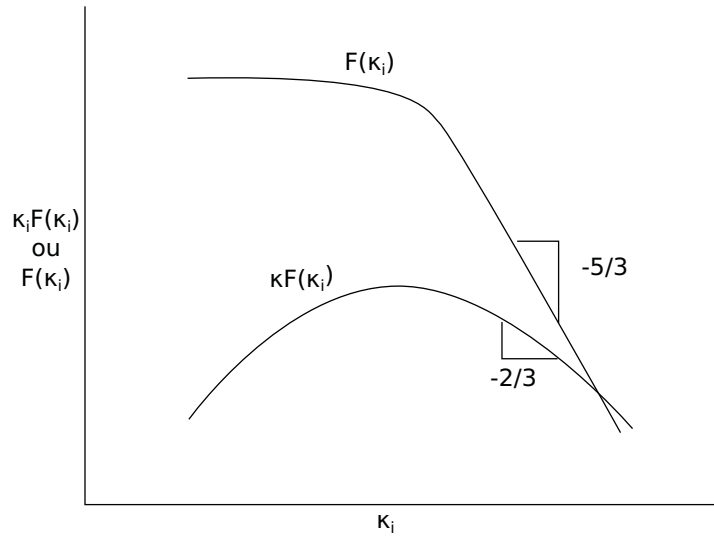


FIGURE 1.1 – Représentation schématique du spectre de Von Karman en 1D

Lorsque la turbulence n'est pas isotrope, il faut différencier les spectres longitudinaux dans les différentes directions ( $F_{ii}(\kappa_1), F_{ii}(\kappa_2), F_{ii}(\kappa_3)$ ). En turbulence isotrope il suffit de distinguer les spectres longitudinaux  $F_{ii}(\kappa_i)$  et les spectres orthogonaux  $F_{ij}(\kappa_j)$ .

$$\phi_{ij}(\kappa) = \frac{E(\kappa)}{4\pi|\kappa|^4} (\delta_{ij}|\kappa|^2 - \kappa_i \kappa_j) \quad (1.13)$$

3.  $1/L_{ux}$  et non pas  $2\pi/L_{ux}$ , bien que  $\kappa_i = 2\pi/\lambda_i$ .

## 1.2 Écoulements de couche limite atmosphérique

La couche limite atmosphérique est la zone de l'atmosphère comprise entre le sol et l'atmosphère libre dominée par les vents géostrophiques (sur lesquels le sol n'a plus d'influence). Les vents géostrophiques sont principalement entraînés par les gradients de pression atmosphériques conjugués à la force de Coriolis. L'épaisseur de la couche limite atmosphérique varie en fonction du relief et des conditions thermiques, elle peut varier d'environ 0,5 à 2km.

La couche limite atmosphérique est essentiellement une couche limite turbulente (par opposition à une couche limite laminaire). Cette turbulence a plusieurs origines.

Le relief du sol joue un grand rôle dans la dynamique de la couche limite. En effet la turbulence de l'écoulement est essentiellement produite par le cisaillement. L'intensité du frottement au niveau du sol est fortement dépendante de l'état de surface de la paroi, dans le cas d'une couche limite atmosphérique comme dans le cas d'une couche limite classique. La surface terrestre peut présenter un état de surface très hétérogène en raison de la présence de végétation, d'habitations ou du relief géologique.

Les conditions thermiques peuvent avoir un fort impact sur les caractéristiques de la couche limite atmosphérique, autant sur les profils de valeurs moyennes (vitesse, turbulence etc...) que sur les échelles de la turbulence. Les conditions thermiques varient en fonction de l'heure de la journée, du couvert nuageux et de l'albédo du sol. Dans cette étude seul le cas d'une stratification neutre est considéré. Cette situation correspond aux conditions communément reproduites en soufflerie et simplifie la simulation numérique.

### 1.2.1 Modèle statistique

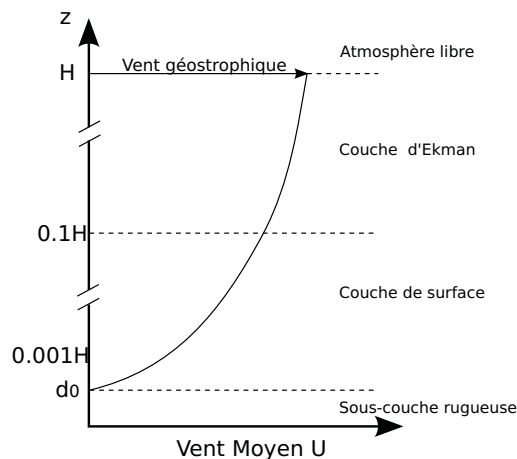


FIGURE 1.2 – Décomposition de la couche limite atmosphérique. Les rapports d'échelles des différentes couches sont des ordres de grandeur.

On peut séparer la couche limite atmosphérique en plusieurs régions, schématisées sur la figure 1.2. A proximité immédiate de la surface terrestre, on trouve la sous-couche

rugueuse de hauteur  $d_0$  où la vitesse moyenne est nulle. Elle est suivie par la sous couche visqueuse, très fine, qui présente un profil de vitesse linéaire, dont la pente dépend de la rugosité du terrain. Ensuite vient la couche dite “de surface” pour laquelle il est possible à partir d’un raisonnement basé sur une analyse dimensionnelle de déterminer que le profil de vitesse prend une forme logarithmique, ainsi que décrit par Kaimal [38], qui s’applique universellement à tous types de couche limite adiabatique :

$$U(z) = \frac{u^*}{K} \ln \left( \frac{z}{z_0} \right) \quad (1.14)$$

Sutton [83], propose une variante qui prend en compte la longueur de déplacement  $d_0$  du plan de vitesse nulle dans le cas d’une forte rugosité :

$$U(z) = \frac{u^*}{K} \ln \left( \frac{z - d_0}{z_0} \right) \quad (1.15)$$

avec :

- $U(z)$  : moyenne temporelle de la composante longitudinale de la vitesse
- $u^*$  : constante de vitesse de frottement pariétal
- $K$  : constante de Von Karman  $\approx 0.4$
- $z_0$  : longueur équivalente de rugosité

Cette loi logarithmique ne s’applique strictement que dans le cas d’une couche limite dite neutre, c’est à dire sans effets thermiques. Lorsque le sol transmet de la chaleur à l’écoulement sous l’effet du rayonnement solaire, la couche limite est alors dite instable. Dans ce cas des mouvements de convection thermique, causés par les variations de densité de l’air qui accompagnent les variations de température viennent s’ajouter à la turbulence de la couche limite et en changeant la dynamique, celle-ci gagne alors en hauteur. A l’inverse, lorsque le sol a un effet de refroidissement sur l’écoulement atmosphérique, l’épaisseur de la couche limite diminue. Cette configuration se retrouve en général pendant la nuit. La condition de stratification neutre, quand à elle, est intermédiaire entre ces deux états, elle correspond à une absence d’échange de chaleur entre la paroi et la couche limite, ce qui est le cas lorsque les températures sont à l’équilibre, généralement à l’aube et au crépuscule. Ce régime d’écoulement est celui qui représente la durée la plus courte par rapport aux deux autres, il est toutefois le plus simple à étudier et représente en quelques sortes un compromis entre les différents états de la couche limite.

Une loi de couche limite alternative pour modéliser le profil de vitesse moyenne de la CLA est la loi dite “en puissance”, proposée par Sverdrup [84].

$$U(z) = U_{ref} \left( \frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha \quad (1.16)$$

avec :

- $z_{ref}$  : altitude de référence
- $U_{ref}$  : vitesse moyenne de référence prise à l’altitude  $z_{ref}$

- $\alpha$  : exposant déterminant l'aspect du profil de vitesse, indicatif du niveau de turbulence et de la rugosité de la CLA

Cette loi s'applique à la presque totalité de la couche limite, en incluant la région logarithmique ainsi qu'à une partie de la couche externe en négligeant la force de Coriolis.

La couche de surface est surmontée par la couche d'Ekman qui est soumise à l'équilibre de trois forces : les forces de pression, la force de Coriolis ainsi qu'une contrainte de cisaillement vertical qui augmente à l'approche de la couche de surface. Ce nouvel équilibre résulte en la formation d'un profil de vitesse où la direction du vent varie avec l'altitude en formant une spirale autour de l'axe vertical, que l'on désigne sous le nom de spirale d'Ekman. Ce changement d'orientation avec l'altitude est relativement peu marqué et peut être ignoré lors de l'étude de domaines de taille réduite.

La répartition spectrale de la turbulence atmosphérique est analogue au contenu spectral d'une couche limite "classique" telles que celles communément étudiées en soufflerie ou par simulation numérique. Le spectre de la vitesse présente une zone de production, une zone inertielle et une zone de dissipation, en accord avec la théorie de la cascade énergétique de Kolmogorov [46]. La turbulence d'une couche limite n'est toutefois pas isotrope. Kaimal [38, 39] propose une fonction de densité spectrale de puissance empirique de la turbulence atmosphérique en fonction de la vitesse moyenne, de l'intensité turbulente et de l'échelle intégrale de l'écoulement à une altitude donnée. Cette fonction a la même forme que le spectre de Von Karman en 1D :

$$\frac{f F_{ii}(f)}{\sigma_u^2} = \frac{A \frac{f L_i}{\bar{U}}}{(1 + B \frac{f L_i}{\bar{U}})^{\frac{5}{3}}} \quad (1.17)$$

avec :

- $f$  la fréquence
- $\sigma_i$  l'écart type de la composante  $i$
- $L_i$  l'échelle intégrale de la composante  $i$ , dans la direction longitudinale
- $\bar{U}$  la vitesse moyenne de l'écoulement à hauteur du moyeu
- $A$  et  $B$  sont des coefficients dont les valeurs changent pour chaque composante. Plusieurs jeux de coefficients existent, comme ceux proposés dans le tableau 1.1.

C'est une loi empirique déterminée à partir de mesures anémométriques effectuées sur mât météorologique. Cette fonction est représentative des variations temporelles de l'écoulement correspondant à des périodes inférieures à l'heure. Un écoulement de couche limite atmosphérique connaît également des variations de plus large échelle, par exemple journalières ou saisonnières qui ne sont pas prises en compte dans cette expression.

Les coefficients  $A$  et  $B$  sont déterminés empiriquement. Les valeurs standard présentées dans le tableau 1.1 sont celles spécifiées par la norme IEC61400-v3 [16]. D'autres expressions existent pour des conditions thermiques non neutres.

D'autres méthodes d'estimation du spectre de la turbulence atmosphérique existent, en particulier la méthode de Mann [53] également décrite dans le standard IEC [16].



composante	coefficients	
	A	B
$S_{11}(k_1) (u)$	32,4	48,6
$S_{22}(k_1) (v)$	6,912	16,2
$S_{33}(k_1) (w)$	0,66	3,96

Tableau 1.1 – Coefficients de la loi de densité spectrale de puissance de Kaimal pour la turbulence atmosphérique, d’après [16]

### 1.2.2 Modélisation d’écoulements de couche limite atmosphérique en soufflerie

Certaines études expérimentales sont menées en soufflerie, elles permettent de reproduire les écoulements réels en échelle réduite dans des conditions contrôlées. Les observations sont souvent utilisées en conjonction avec des modèles numériques. Certaines souffleries dites “atmosphériques” permettent de reproduire un écoulement de couche limite atmosphérique sur divers types de terrains[3].

La modélisation de couche limite pleinement développée en soufflerie présente une difficulté relative à la taille limitée des longueurs de développement (*fetch*) qui, si elle est trop faible empêche d’obtenir une couche limite longitudinalement homogène pleinement développée. La longueur de la veine d’essais doit donc être suffisante pour permettre l’obtention d’une couche limite dont le profil vertical est longitudinalement homogène. La section de la soufflerie est également importante car elle joue un rôle dans le développement des grandes échelles turbulentes.

L’étude expérimentale d’écoulements en échelle réduite n’est valide que dans la mesure où un certain nombre de critères de similitude d’échelle sont respectés. Ces critères sont traduits par des nombres adimensionnels qui expriment des ratios de quantités physiques qui doivent être invariants (ou proches) entre les cas en échelle réelle et en échelle réduite afin de conserver la même dynamique entre les différents phénomènes physiques intervenant dans l’écoulement étudié.

Les nombres aérodynamiques adimensionnels principaux sont les suivants :

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad \text{Reynolds} \quad (1.18)$$

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL \frac{\partial T}{T_0}}} \quad \text{Froude} \quad (1.19)$$

$$Pe = \frac{UL}{D_f} \quad \text{Péclet} \quad (1.20)$$

$$Ro = U/L\Omega \quad \text{Rossby} \quad (1.21)$$

Avec :  $\rho$  la masse volumique du fluide,  $\mu$  la viscosité,  $g$  l’accélération gravitationnelle,  $L$  une échelle géométrique caractéristique dépendant du cas étudié,  $D_f$  la diffusivité thermique et  $\Omega$  la vitesse angulaire de rotation de la Terre.

- Le nombre de Froude au carré représente le ratio d'énergie cinétique sur les forces gravitationnelles. Il représente une estimation de l'importance de la poussée d'Archimède dans l'écoulement. Dans le cas d'une CLA neutre, il y a absence d'échanges thermiques, la similitude est toujours respectée quelque soit l'échelle.
- Le nombre de Rossby est le ratio de l'accélération de Coriolis avec l'accélération locale. Lorsque le nombre est grand, on considère que le rôle de l'accélération de Coriolis est négligeable et cette similitude peut ainsi être ignorée. Pour que  $Ro$  soit grand il faut que la valeur de  $L$  soit faible. Différents auteurs préconisent différents critères, on retiendra que Snyder [78] recommande de négliger l'accélération de Coriolis pour des domaines inférieurs à 5km, ce qui est toujours le cas dans ce travail.
- Le nombre de Péclet est le produit du nombre de Reynolds avec le nombre de Prandtl. Le nombre de Prandtl est le ratio de la diffusivité thermique du fluide avec sa diffusivité moléculaire (la viscosité). Ce nombre est propre au fluide employé. Si le fluide employé dans le modèle expérimental reste identique, seule la similitude en nombre de Reynolds importe.
- Le nombre de Reynolds est lui le ratio des forces d'inertie sur les forces de viscosité dans le fluide. Le changement d'échelle pour un fluide donné entraîne nécessairement un changement de la valeur du nombre de Reynolds. L'hypothèse invoquée pour se dispenser de respecter la similitude pour les effets visqueux est celle de l'indépendance au nombre de Reynolds, proposée par Townsend [87]. Dans le cas d'écoulements à Reynolds élevé la diffusion turbulente (le terme inertiel) devient très majoritaire face à la diffusion visqueuse. La viscosité a alors peu d'effet sur la structure à grande échelle de l'écoulement et peut alors être ignorée. En effet les statistiques dans le fluide qui ne traitent pas des très petites échelles ne dépendent pas des effets visqueux, et il n'est pas nécessaire de respecter cette similitude pourvu que l'écoulement soit en régime uniformément turbulent. Afin d'éviter toute relaminarisation de l'écoulement il est nécessaire de veiller à ce que les modèles employés présentent des surfaces entièrement rugueuses avec des arêtes vives. Snyder [78] suggère un nombre de Reynolds minimal défini en fonction de la hauteur d'un obstacle  $H$ ,  $Re_H \geq 11000$ , avec une échelle de réduction supérieure à 1/1000.

### 1.2.3 Simulation numérique aux grandes échelles d'écoulements de couche limite atmosphérique

Les domaines de taille réduite ( $\approx 1km$ ) dans la CLA relèvent de l'étude dite micro-échelle. Les simulations numériques de tels domaines utilisent souvent une approche de type RANS (*Reynolds Averaged Navier Stokes*) qui consiste à calculer l'écoulement moyen en modélisant l'effet de la turbulence à l'aide du concept de la viscosité turbulente selon l'hypothèse de Boussinesq, comme dans le modèle  $k-\epsilon$  ou  $k-\omega$ . Il existe de nombreuses études sur le sujet [12, 33, 64, 81, 82].

D'autres types de simulations qui se concentrent sur des domaines de plus grande taille sont plutôt liés au domaine de la météorologie, elles emploient des modèles de simulation par volumes finis traitant de problèmes relevant de la méso- et macro-échelle. Elles tiennent généralement compte de paramètres tels que la force de Coriolis, les couplages avec les

effets thermiques et le taux d'humidité mais ne résolvent pas la partie inférieure de la couche cisailée. Steppeler [80] propose une revue des différentes méthodes existantes pour la prévision numérique du temps.

Le principe de base de la simulation numérique par la technique LES (*Large Eddy Simulation*) a été élaboré à partir du milieu des années 60 à partir des travaux de Smagorinsky [76, 77], Lilly [50] et Deardorff [20]. Le cœur de la technique est de résoudre les équations instantanées de Navier-Stokes, à l'instar de la technique DNS, mais autorise l'utilisation d'un maillage plus grossier que celui qui serait nécessaire en DNS pour la résolution des plus petites échelles de la turbulence, dont la taille est liée à l'échelle de dissipation qui dépend entre autres de la viscosité du fluide. L'influence de ces plus petites échelles sur l'écoulement résolu est alors modélisée à l'aide d'un modèle de turbulence.

Le modèle de turbulence le plus classique en LES est le modèle de Smagorinsky [76, 77], qui emploie l'hypothèse de viscosité turbulente qui implique que la turbulence peut être modélisée à l'aide d'un terme dont la forme mathématique est analogue à celle du terme de viscosité dans l'équation de quantité de mouvement. Le modèle de Smagorinsky définit la viscosité turbulente modélisant la turbulence comme étant proportionnelle au cisaillement local de l'écoulement d'une part et à la longueur caractéristique de la cellule du maillage de l'autre. Cette modélisation repose sur deux hypothèses notables : premièrement la turbulence modélisée doit être isotrope<sup>4</sup>, et deuxièmement la production et la dissipation de la turbulence modélisée est en équilibre partout dans le maillage, il n'y a donc pas d'équations de transport attachées au modèle de turbulence. On dit alors que la turbulence modélisée est universelle. Le modèle fait intervenir une constante qui détermine l'amplitude finale de la viscosité

La distinction entre petites et grandes échelles se fait sur la base d'une taille caractéristique de la turbulence, qui dépend entièrement du type d'écoulement. On peut déterminer une telle échelle caractéristique locale de la turbulence d'un écoulement en mesurant par exemple la valeur de l'échelle intégrale de Taylor, qui correspond à une longueur de cohérence au delà de laquelle on ne retrouve plus de corrélation significative entre les vitesses mesurées entre deux points donnés.

Les écoulements atmosphériques, où les nombres de Reynolds sont très élevés et où les échelles caractéristiques sont très grandes peuvent apparaître comme une application idéale de la technique LES. L'hypothèse de la viscosité turbulente sur laquelle reposent les modèles de turbulence LES les plus classiques (type Smagorinsky) entraînent des difficultés dans la simulation des écoulements à haut Reynolds dans les régions où les échelles de la turbulence sont très réduites, tels les écoulement en transition et les écoulements en proche paroi.

Cette situation impose l'utilisation de lois de parois pour traiter les couches limites dans une LES standard, le problème de l'introduction de la turbulence résolue à proximité des frontières se pose alors. Une revue des techniques pour modéliser les écoulements en proche paroi en LES a été réalisée par Piomelli [63]. Une autre difficulté est que la LES nécessite des maillages cartésiens relativement uniformes, ce qui rend complexe le

---

4. Si les petites échelles modélisées doivent être isotropes, les grandes échelles simulées ne le doivent pas nécessairement. Même dans une turbulence globalement anisotrope, les petites échelles ont tendance à être tout de même isotropes.

raffinement du modèle dans les zones de forts gradients. Sagaut [69] recense certaines techniques pour effectuer des simulations LES dites “multirésolutions”, avec des maillage non uniformes et des pas de temps découplés pour les différents domaines.

De nombreux modèles de turbulence LES sont construits sur la base du modèle de Smagorinsky, tel le modèle “Smagorinsky Dynamique” décrit par Germano [32] et amélioré par Lilly [51], qui définit une méthode servant à ajuster dynamiquement l’amplitude de la constante du modèle de Smagorinsky à partir de la turbulence résolue. Le modèle Smagorinsky dynamique Lagrangien par Meneveau [58] est une variante du précédent modèle qui ajuste cette même constante de manière mieux localisée et permet l’application du modèle à des géométries plus complexes.

Un autre modèle notable est le modèle à viscosité turbulente avec rétrodiffusion (*backscatter*) stochastique proposé par Mason [55], qui améliore le développement de la turbulence résolue à proximité de la paroi en forçant le déclenchement de la turbulence à l’aide de perturbations aléatoires dont l’amplitude est dictée par l’intensité de la turbulence sous-maille. Un autre modèle a été introduit plus récemment par Porté-Agel [67], celui-ci est basé sur une formulation de type Smagorinsky dynamique qui vise également à en améliorer le comportement à proximité des parois. Une revue synthétique un peu plus approfondie de ces différents modèles peut être trouvée dans la thèse de N. Gasset [31].

Une approche alternative à la modélisation de la turbulence en proche paroi en LES est l’application d’une méthode “hybride” ou DES (*Detached Eddy Simulation*), à l’instar de Bechmann [8, 9] ou Deck [21]. Cette approche a été proposée par Spalart [79], avec un modèle de turbulence de type RANS pour la région proche paroi et dont le comportement transitionne vers une dynamique LES dans les régions où la turbulence est plus développée. Cette hybridation est facilitée par la proximité de certains modèles de turbulence RANS ( $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ ) et LES (Smagorinsky) qui modélisent la turbulence par une viscosité turbulente. Cette viscosité turbulente dans les modèles RANS dépend toutefois d’équations de transport, alors que celle-ci est simplement liée à la taille de maille locale dans le cas du modèle de Smagorinsky.

Même avec une telle approche des difficultés persistent malgré tout avec les zones de transition turbulente et le développement de la turbulence résolue avec l’éloignement à la paroi. Ce type de méthode est particulièrement adaptée à la simulation de couches limites sur terrain complexe. La simulation de couches limites en LES avec des modèles hybrides est un sujet de recherche active.

Les conditions aux limites des simulations de couche limite stationnaires doivent être ajustées de façon à entrainer l’écoulement afin qu’il atteigne une vitesse constante. Plusieurs stratégies existent. Les frontières d’entrée et de sorties sont souvent cycliques pour la vitesse de façon à permettre un développement puis un maintien de la turbulence à l’intérieur du domaine. L’entrainement de l’écoulement peut alors être assuré par un cisaillement imposé à la frontière supérieure de l’écoulement, qui est la manière la plus physique de procéder. Une alternative est d’imposer un gradient de pression longitudinal entre les parois amont et aval du domaine afin d’obtenir une vitesse cible déterminée à l’avance. La frontière supérieure peut alors être définie comme paroi glissante.

On peut définir un certain nombre de critères pour s’assurer de la pertinence d’une modélisation LES. Ces critères sont énumérés par Wood [97] dans son historique des

techniques de modélisation de la CLA :

- La simulation doit être tridimensionnelle pour représenter la turbulence de façon réaliste
- Le maillage doit être proche de l'isotropie. Certains travaux mentionnent une tolérance pour le ratio d'étirement jusqu'à une valeur de 2 : 1, généralement avec élongation dans la direction longitudinale.
- Le domaine doit être suffisamment grand pour contenir les plus grandes échelles de la turbulence
- La résolution du maillage doit être suffisamment élevée pour que la turbulence modélisée soit dans la région inertielle du spectre (=isotrope)
- La première maille doit être suffisamment proche de la paroi en fonction de la loi de paroi utilisée.

Pope [66] contient une bonne introduction à la simulation LES et Sagaut [69] contient une revue extensive<sup>5</sup> de l'état de l'art en la matière.

### 1.2.4 Modélisation stochastique de la turbulence et applications

La génération stochastique de séries de vitesse turbulente est une alternative à la simulation numérique de CLA basée sur les équations de Navier-Stokes dans les cas où le coût de calcul d'une telle simulation est prohibitif. Celles-ci ont principalement deux applications, la première est la génération de séries temporelles d'entrée pour des calculs d'aéroélasticité, la seconde est la génération de conditions aux limites instationnaire pour des simulation numériques d'écoulements par volumes finis.

Les champs de vitesse turbulente de CLA peuvent être décomposés en un champ de vitesse moyenne et un champ de vitesse fluctuante. Les méthodes stochastiques se focalisent sur la génération du champ turbulent, le champ de vitesse moyenne devant être connu à l'avance.

La méthode simpliste basée sur la reproduction des seules statistiques dites en 1-point (comme la variance), génère un signal aléatoire sans cohérence spatiale ou temporelle (type "bruit blanc") et ne permettent pas de reproduire une distribution spectrale réaliste de la turbulence atmosphérique. Les méthodes les plus pertinentes sont plutôt basées sur les statistiques en 2-points, en particulier les corrélations spatiales  $R_{ij}(\mathbf{r})$ , évoquées précédemment ainsi que leur projection dans l'espace de Fourier,  $\phi_{ij}(\kappa)$ .

Citons ici quelques une des méthodes de génération stochastique les plus notables.

La méthode de Veers [93] améliorée par Kelley [42] propose de modéliser la variation temporelle des trois composantes du champ de vitesse dans un plan orthogonal à la direction principale de l'écoulement. La méthode est celle utilisée par le code Turbsim (du *National Renewable Energy Laboratory*) qui est utilisé pour des codes de calcul d'aéroélasticité.

L'une des premières applications de génération de champ stochastique à un calcul CFD est probablement celle de Lee [49], qui utilise un champ stochastique en entrée

---

5. ...et intensive

d'une simulation DNS de l'évolution d'une turbulence homogène isotrope compressible. Les champs générés sont constitués d'une superposition de modes aléatoires dont l'amplitude est déterminée sur la base d'une expression particulière du tenseur spectral  $\phi_{ij}(\kappa)$ .

Une autre méthode initialement dédiée à l'interfaçage avec des codes de calcul d'aé-roélasticité est la méthode de Mann [53, 54] qui est utilisée entre autres, dans le code commercial HAWC. Cette méthode a depuis été appliquée à la génération de turbulence pour des calculs LES [89, 88, 41]. La méthode est également basée sur l'inversion de séries de Fourier aléatoires, elle prend en compte l'expression complète du tenseur spectral cisailé de couche limite au moyen d'une application de la théorie de la distorsion rapide (RDT, *Rapid Distortion Theory*).

Klein [45] propose une méthode basée sur l'application de filtres convolutionnels sur des champs aléatoires uniformément distribués (bruit blanc). Le filtrage est effectué par convolution avec un noyau gaussien dont la déviation standard est basée sur l'échelle de cohérence de la turbulence. Il faut noter que cette méthode, si elle ne fait pas intervenir explicitement de transformation de Fourier, pourrait être formulée d'une façon équivalente à l'aide du théorème de convolution<sup>6</sup>.

Il est également utile de citer le travail de Davidson [19] qui utilise lui aussi une technique basée sur la transformée de Fourier inverse pour générer des plans 2D indépendants de vitesse turbulente qui sont par la suite convolués temporellement afin d'obtenir l'expression d'un champ variant dans le temps.

Les méthodes précédentes reposent sur la décomposition du signal spatio-temporel en séries de Fourier. Les coefficients spectraux sont alors déterminés de manière partiellement aléatoire de sorte à imposer certaines statistiques de la turbulence à modéliser, en particulier le tenseur spectral  $\phi_{ij}$  (et la fonction spectrale scalaire associée  $E(\kappa)$ ) et les statistiques 1-point qui en découlent telles que les variances et les corrélations croisées. Cette méthode de synthèse d'un processus stochastique multidimensionnel et multivarié est due à Shinozuka [74, 72, 73].

Ces méthodes sont souvent réductibles à une relation entre le tenseur spectral et la vitesse stochastique qui est ici explicitée, en complément des équations (1.7) et (1.4). Il est possible de décomposer le tenseur spectral en un produit de tenseurs triangulaires supérieur droit  $C_{jk}(\kappa)$  et inférieur gauche  $C_{ik}^*(\kappa)$  au moyen de la décomposition de Cholesky (1.22), opération qui peut être vue comme une sorte de "racine carrée" matricielle :

$$C_{ik}^*(\kappa)C_{jk}(\kappa) = \phi_{ij}(\kappa) \quad (1.22)$$

$$\widehat{u}_i(\kappa) = C_{ij}(\kappa) * n_j(\kappa) \quad (\widehat{u}_i \text{ la vitesse dans l'espace de Fourier}) \quad (1.23)$$

Avec  $\mathbf{n}(\kappa)$  un vecteur aléatoire complexe normalement distribué. La vitesse est obtenue par application de la transformée de Fourier inverse :

$$u_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{8\pi^3} \iiint \widehat{u}_i(\kappa) e^{i\kappa \cdot \mathbf{x}} d\kappa_1 d\kappa_2 d\kappa_3 \quad (1.24)$$

---

6. Théorème pouvant être résumé ainsi : la convolution de deux signaux dans le domaine spatial est équivalente à un multiplication de leurs transformées de Fourier dans le domaine spectral. Rappelons que la corrélation de deux signaux est aussi leur convolution.



Un exemple de champ de vitesse généré par une méthode stochastique basée sur une transformée de Fourier inverse est présenté sur la figure 1.3.

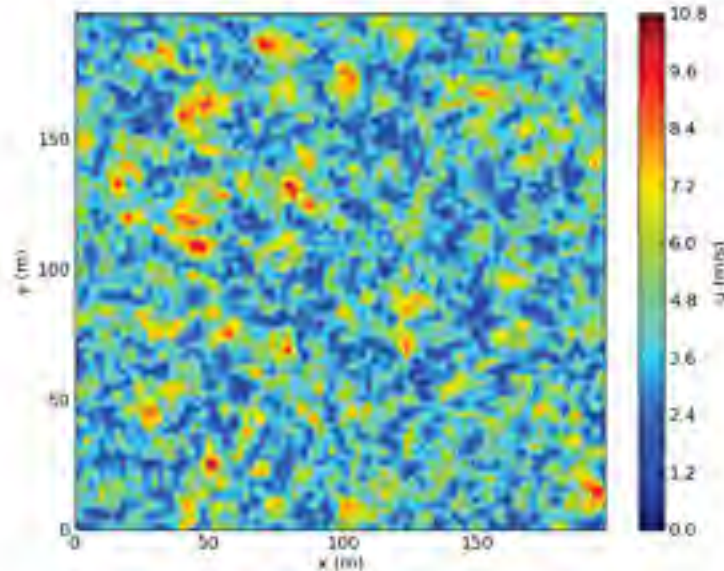


FIGURE 1.3 – Exemple de turbulence aléatoire obtenue par inversion du tenseur spectral avec coefficients aléatoires, similaire aux méthodes de Davidson [19] ou Mann [54] dans le cas isotrope

Une autre application intéressante des méthodes stochastiques est la simulation d'écoulements fluides turbulents pour les effets spéciaux cinématographiques. Une référence intéressante est le travail de Selle [70] qui propose une méthode intitulée *vortex particle method* qui permet de synthétiser visuellement la turbulence haute fréquence d'une simulation instationnaire par volumes finis basse résolution en essaimant le fluide simulé de particules lagrangiennes qui génèrent une circulation du fluide autour de leur position. Un autre technique intéressante par Kim [44] est la méthode intitulée *wavelet turbulence*<sup>7</sup> qui consiste à superposer une turbulence stochastique haute résolution sur une simulation CFD instationnaire basse résolution, la turbulence haute résolution étant calculée à l'aide d'une forme de transformée par ondelette discrète dont l'amplitude est ajustée selon le cisaillement local de la vitesse.

Certaines méthodes cherchent à permettre la reconstruction d'un signal spatio-temporel. La méthode de Hémon [34] utilise une décomposition bi-orthogonale à cette fin. Plus spécifiquement adaptée à la simulation par volumes finis est la méthode proposée par Jarrin [37], intitulée *Synthetic eddy method*, améliorée par Poletto [65] repose sur une méthode semi lagrangienne similaire à la méthode de Selle mais qui est spécifiquement étudiée pour la

7. De façon intéressante, la technique a été récompensée par un Academy Award et est utilisée pour les effets spéciaux de nombreux films grand public tels que "Shrek Forever After" (2010) ou encore "The Amazing Spider Man" (2012).

génération de conditions aux limites pour simulation LES. Une autre méthode similaire, mais antérieure est présentée dans la thèse de Sergent [71]. Ces méthodes sont les seules qui, à la connaissance de l'auteur<sup>8</sup>, permettent de produire des champs à trois dimensions spatiales avec une évolution temporelle sans utilisation de l'hypothèse de Taylor.

Parmi les méthodes présentées, certaines permettent la génération d'une turbulence isotrope alors que d'autres permettent de reproduire certaines caractéristiques d'une turbulence anisotrope, comme la covariance des différentes composantes, où encore l'étirement des structures cohérentes. De plus, certaines de ces méthodes respectent la condition de continuité, d'autres non. Cet aspect est discuté plus avant dans la partie 3.3.

Une large part du travail effectué au cours de cette thèse est lié au développement d'une telle méthode, avec pour objectif d'employer les séries de vitesse générées pour guider les simulations numériques des grandes échelles de la turbulence appliquées à l'étude du sillage éolien.

Sagaut [69] présente quelques méthodes additionnelles dans son livre qui ne sont pas mentionnées ici.

### 1.3 Aérodynamique d'une éolienne à axe horizontal

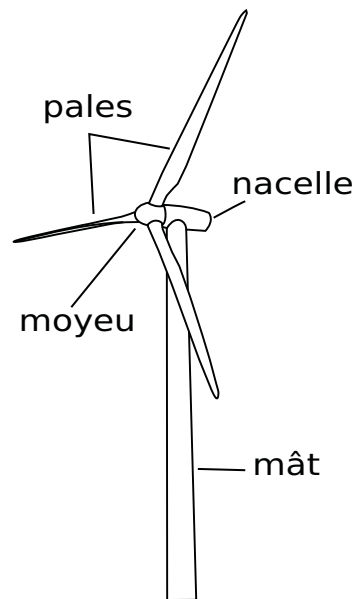


FIGURE 1.4 – Éolienne à axe horizontal

La forme la plus répandue d'éolienne exploitée commercialement est l'éolienne à axe

---

8. Afin de dissiper toute confusion, il est bon de préciser que ce document est rédigé en accord avec la pratique voulant que les auteurs d'écrits scientifiques s'autodésignent par des formes impersonnelles. D'aucuns estiment qu'un tel choix stylistique confère au texte un certain détachement critique et à l'auteur une certaine dignité distante dont l'appréciation est laissée au lecteur.



horizontal à trois pales, schématisée sur la figure 1.4. Les pales d'éoliennes modernes sont fabriquées en matériaux composites, comprenant le plus souvent un tissu en fibres de verre dans une matrice époxyde ou polyester. Le mât est généralement en acier ou en béton. La configuration à trois pales est la plus commune car elle permet de limiter le coût en matériaux tout en limitant les contraintes cycliques inhérentes aux systèmes bipales de grande taille en écoulement fortement cisailé.

### 1.3.1 Théorie de Froude

La théorie de Froude permet de modéliser le comportement d'une hélice propulsive ou d'une turbine.

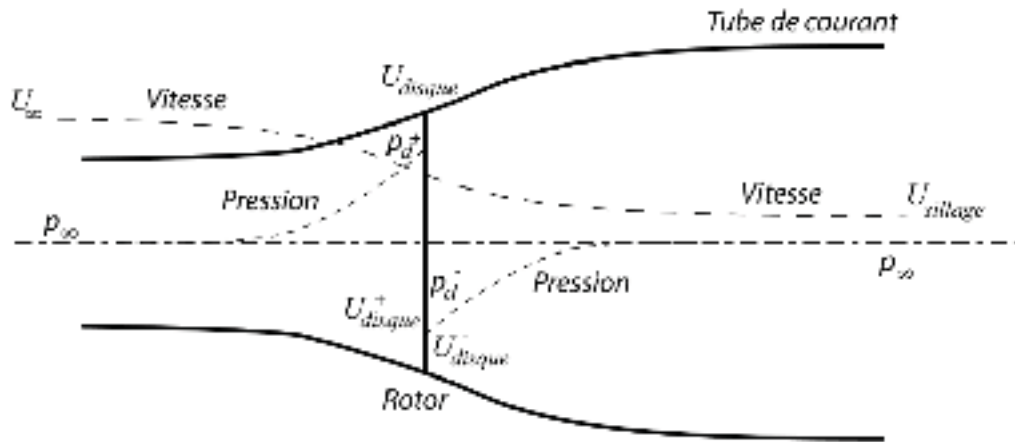


FIGURE 1.5 – Schéma décrivant la théorie de Froude (España [23])

Le raisonnement consiste à appliquer la conservation de la quantité de mouvement à un tube de courant tel que représenté sur la figure 1.5, en considérant que l'hélice applique un saut de pression  $\Delta p = p_d^+ - p_d^-$  discret au niveau du disque. Le raisonnement s'appuie sur une formulation irrotationnelle de la quantité de mouvement et considère que la vitesse aval  $U_{sillage}$  tend vers une valeur asymptotique à l'infini aval qui est différente de la vitesse amont  $U_\infty$  (inférieure pour une turbine, supérieure pour une hélice propulsive), ce qui n'est pas conforme au comportement réel d'un écoulement turbulent. Il existe toutefois une région "non perturbée" par l'écoulement externe dans le sillage à deux ou trois diamètres en aval du rotor d'une éolienne où la valeur de la vitesse est proche de la valeur prédite par la théorie de Froude. La méthode permet ainsi de lier les valeurs  $\Delta U = U_\infty - U_{sillage}$  avec le saut de pression  $\Delta p$ , l'expansion de la section du tube de courant, ainsi qu'un certain nombre de coefficients adimensionnels, tels que le facteur d'induction axial  $a$ , le coefficient de poussée  $C_T$ , et le coefficient de puissance  $C_P$ .

On définit le coefficient d'induction axial  $a$  tel que :

$$U_{disque} = (1 - a)U_\infty \quad (1.25)$$

En notant  $A_d$  la section du disque, la variation de quantité de mouvement entre l'amont et l'aval du disque donne la relation :

$$(U_\infty - U_{sillage})\rho A_d U_{disque} = (p_d^+ - p_d^-)A_d \quad (1.26)$$

En appliquant la relation de Bernoulli entre l'amont et le disque actuateur, ainsi qu'entre le disque actuateur et l'aval et à l'aide de la relation (1.26) on peut déduire :

$$\frac{1}{2}\rho A_d(U_\infty^2 - U_{sillage}^2) = \rho A_d U_\infty(1-a)(U_\infty - U_{sillage}) \quad (1.27)$$

Ce qui permet d'écrire :

$$U_{sillage} = (1-2a)U_\infty \quad (1.28)$$

Il s'en suit la relation suivante :

$$U_\infty - U_{disque} = U_{disque} - U_{sillage} = \frac{1}{2}(U_\infty - U_{sillage}) \quad (1.29)$$

La poussée du fluide sur le disque (poussée) s'écrit :

$$F_x = 2\rho A_d U_\infty^2 a(1-a) \quad (1.30)$$

On peut alors exprimer la puissance prélevée au fluide à partir de la force de poussée et de la vitesse au niveau du disque :

$$P = F_x U_{disque} = 2\rho A_d U_\infty^3 a(1-a)^2 \quad (1.31)$$

Pour finir on peut exprimer ces deux dernière valeurs en tant que coefficients adimensionnels, le coefficient de poussée  $C_T$  et le coefficient de puissance  $C_P$  :

$$C_T = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho A_d U_\infty^2} = 4a(1-a) \quad (1.32)$$

$$C_P = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho A_d U_\infty^3} = 4a(1-a)^2 \quad (1.33)$$

Un résultat intéressant de la théorie de Froude est le coefficient de puissance maximal qu'il est possible d'atteindre pour une turbine (où une hélice) dans un écoulement idéal. Ce résultat a été démontré par Betz [10], il a été obtenu en dérivant l'expression du coefficient de puissance  $C_P$  afin d'en chercher le maximum :

$$\frac{dC_P}{da} = 4(1-a)(1-3a) \quad (1.34)$$

Cette expression s'annule en  $a = 1/3$ , ce qui conduit à :

$$\max(C_P) = \frac{16}{27} \quad (1.35)$$

Le maximum théorique de puissance extraite d'un écoulement représente environ 60% de l'énergie de celui-ci. En réalité les éoliennes modernes atteignent un rendement aérodynamique d'environ 40% [48].

### 1.3.2 Modélisation aérodynamique du rotor

La détermination de l'emplacement et la conception d'un site éolien passe généralement par l'étude de données météorologiques à grande échelle. Les sites présentant un profil intéressant sont par la suite équipés de mats de mesure anémométrique afin de récolter des données plus précises sur des durées pouvant aller jusqu'à une année ou plus. Les données ainsi récoltées sont consécutivement employées en conjonction avec des modèles numériques afin de cartographier les vents dans la zone d'intérêt à une résolution bien supérieure aux modèles météorologiques. Le placement et le dimensionnement des éoliennes sont élaborés à partir de ces données. La simulation numérique à partir des données de vent nécessite de modéliser le rotor éolien, différentes stratégies sont possibles pour cela.

Au delà de la simulation d'un seul rotor, l'organisation de plusieurs machines en parc éolien nécessite une étude du positionnement relatif optimal des génératrices les unes par rapport aux autres. L'organisation générale du parc éolien est donc déterminée en tenant compte de l'influence du sillage des éoliennes en amont sur les éoliennes en aval en fonction des directions de vent dominantes. Les éoliennes sont généralement placées de sorte à ce qu'il y ait le moins d'interactions de sillage possibles dans les configurations de vent les plus fréquentes. Le comportement des sillages d'éoliennes est donc un sujet qui présente une application directe pour la conception de parcs éoliens.

L'étude des contraintes aérodynamiques sur le rotor et l'étude du sillage des éoliennes sont les deux applications majeures des techniques de modélisation du rotor. A ce titre, différentes modélisations peuvent répondre à différentes priorités. Les modélisations de rotor qui peuvent être utilisées en échelle réduite en soufflerie ou en simulation numérique reposent sur des bases physiques similaires mais répondent également à différentes contraintes. Ces divergences rendent difficile la classification des différentes techniques, néanmoins les principales d'entre elles sont ici présentées.

La modélisation la plus simple du rotor est celle du disque actuateur, où la turbine est modélisée par un disque prélevant de la quantité de mouvement à l'écoulement. Le comportement de la turbine dans ce cas est assez conforme à la théorie de Froude. La force du fluide sur le disque peut être répartie uniformément, ou bien varier avec l'altitude en fonction de la vitesse moyenne ou en fonction du temps.

Une variation de la modélisation du disque actuateur consiste à modéliser un disque avec un coefficient d'induction axial uniforme, la force exercée par le disque sur le fluide (et le saut de pression) varie alors localement avec la vitesse moyenne de l'écoulement en fonction de l'altitude. Ce comportement est analogue à celui d'un milieu poreux, qui obéit à la loi de Darcy :

$$Q = \frac{K}{\mu} \frac{A_d}{L} (p_d^+ - p_d^-) \quad (1.36)$$

Où  $Q$  est le débit volumique,  $K$  la perméabilité du milieu liée à la porosité,  $A_d$  la section du disque, et  $L$  l'épaisseur du disque poreux.

L'implémentation d'un disque actuateur dans une simulation numérique peut être effectuée principalement de deux manières différentes : imposer un saut de pression à l'in-

térieur du domaine simulé, où modéliser l'effet de la turbine sur le fluide par l'introduction de forces volumiques dans le domaine simulé reproduisant l'action du disque.

Le modèle de disque actuateur utilisé en soufflerie se présente sous la forme d'un disque poreux. Ce type de modèle est particulièrement avantageux pour l'étude de modèles réduits car il permet de s'affranchir des problèmes de similitude qui apparaissent avec le changement d'échelle entre le coefficient d'induction axial et le ratio entre la vitesse d'extrémité de pale et la vitesse moyenne de l'écoulement (*tip speed ratio*). Ce type de modèle donne une bonne approximation du sillage lointain d'une éolienne, qui est assez comparable au sillage d'un modèle tournant [5].

Dans un calcul numérique ce type de disque actuateur peut être modélisé par un saut de pression discret ou encore par l'ajout de termes sources.

Une autre technique de modélisation numérique plus évoluée basée sur le disque actuateur pour le dimensionnement des génératrices repose sur la théorie des éléments de pales (*Blade Element Momentum theory*). Celle-ci définit une discrétisation du rotor en une série d'éléments annulaires, sur lesquels on calcule le bilan des forces aérodynamiques à partir de données tabulées préexistantes ce qui permet de faire des calculs de rendement et de contraintes précis à partir d'une modélisation relativement simple[59, 85].

D'autres modèles numériques encore plus fidèles sont également utilisés, on citera en particulier les modèles basés sur la théorie de la ligne actuatrice. Troldborg et Sørensen [88, 89] proposent ainsi de modéliser séparément chaque pale du rotor d'une éolienne. La méthode est liée à la théorie de la ligne portante de Prandtl. Chaque pale est discrétisée en une série de segments qui entraînent chacun une circulation autour de leur axe et qui modélise l'action de la pale sur l'écoulement. Les valeurs de la circulation appliquées peuvent ici aussi être calculées à partir de données tabulées des coefficients de trainée et de portance en fonction de l'angle d'incidence.

On peut également citer la technique de la surface actuatrice où la pale est représentée par sa surface médiane, à laquelle on applique un saut de pression (Sibuet-Watter et al [75]).

Finalement il est également envisageable de résoudre totalement les couches limites sur la surface des pales, le plus souvent ce type de calcul applique l'hypothèse d'un écoulement axisymétrique sur le rotor ce qui permet de ne simuler qu'une seule pale.

### 1.3.3 Dynamique du sillage d'une éolienne

L'étude de l'aérodynamique des éoliennes porte également sur l'étude de la structure et de la dynamique du sillage. Une revue exhaustive des études portant sur les sillages d'éoliennes a été publiée par Vermeer et al. [94]. On distingue généralement le sillage proche et le sillage lointain. Le sillage lointain est caractérisé par la présence d'un déficit de vitesse dû à l'extraction de quantité de mouvement opérée par la turbine comme représenté sur la figure 1.6. Le déficit de vitesse reste présent très loin en aval de l'éolienne, la distance de récupération pouvant être de l'ordre d'une dizaine de diamètres du rotor. Cette distance dépend fortement de l'intensité turbulente de l'écoulement.

Le déficit de vitesse provoque l'apparition d'une zone de cisaillement annulaire entre

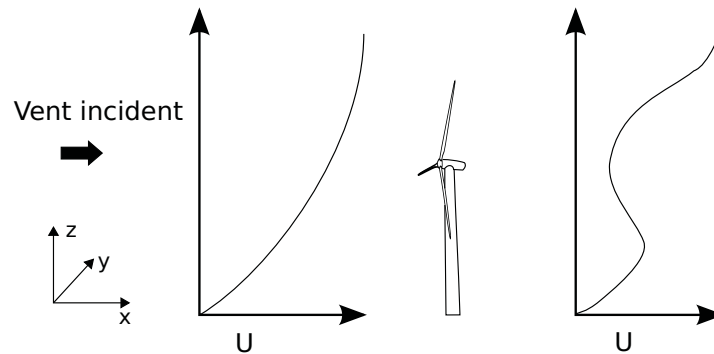


FIGURE 1.6 – Déficit de vitesse type en aval d'une éolienne

la zone de déficit et l'écoulement extérieur non perturbé. Ce cisaillement se traduit par une production turbulente comme schématisé sur la figure 1.7. La diffusion turbulente entraîne une expansion progressive du diamètre du sillage qui accompagne la réduction de l'amplitude du déficit de vitesse. Ainslie [2], de même que Jensen [40], fournissent des modèles linéaires permettant d'estimer les caractéristiques géométriques moyennes des sillages lointains d'éoliennes pour la conception de parcs.

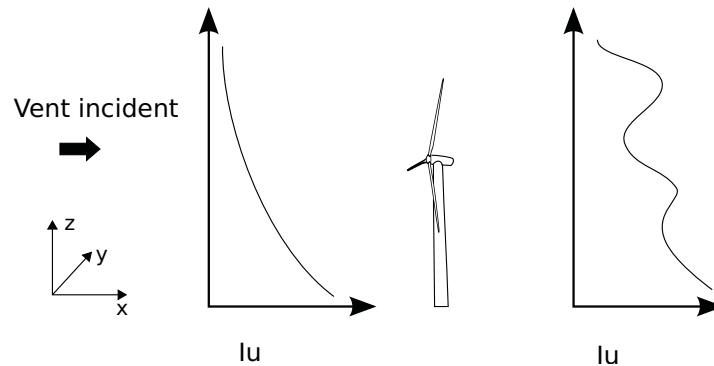


FIGURE 1.7 – profils type d'intensité turbulente en aval d'une éolienne

Le sillage proche se distingue du sillage lointain par la présence de perturbations spécifiques. On peut mentionner ici le swirl, les tourbillons d'extrémité de pale, ainsi que les instationnarités dues au passage des pales. Le swirl a pour origine la déflexion de l'écoulement par les pales du rotor, qui se communique au sillage. Les tourbillons d'extrémité de pale sont occasionnés par la circulation du fluide autour des pales de longueur finie, dont un aperçu est donné sur la figure 1.8. Ces perturbations forment des structures hélicoïdales qui viennent s'ajouter à la turbulence créée par le cisaillement moyen dans cette région. D'autres perturbations incluses dans le sillage proche sont également occasionnées par la présence de la nacelle et du mât, ainsi que par le passage des pales du rotor. Ces perturbations sont diffusées après que le sillage a parcouru une distance équivalente à quelques diamètres du rotor, en fonction de l'intensité turbulente de l'écoulement atmosphérique (typiquement  $\approx 3D$ ). De nombreuses études se consacrent à l'étude du sillage proche[13, 57].

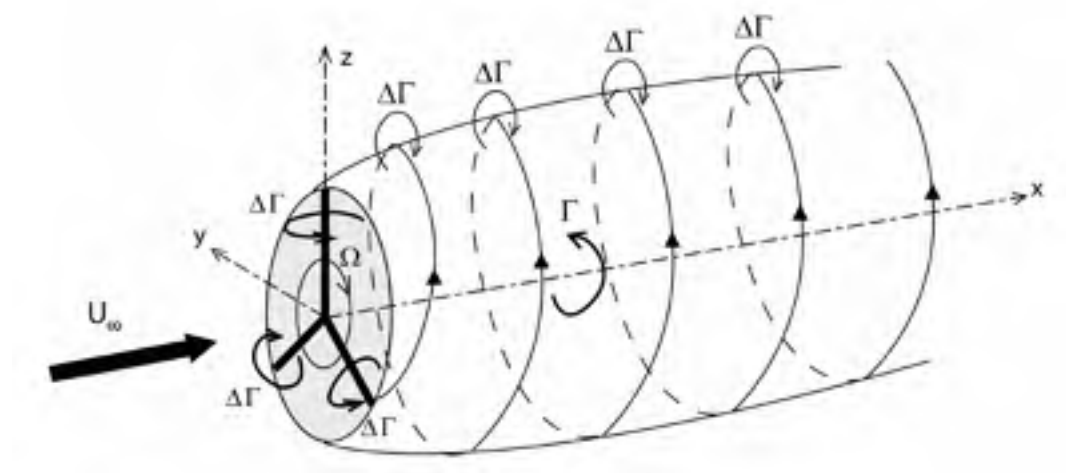


FIGURE 1.8 – Représentation schématisée des lignes tourbillonnaires bout de pales dans le sillage d'un rotor. D'après [23]

Les exploitants de parcs ont constaté que les éoliennes situées à l'intérieur des parcs éoliens rencontrent plus de problèmes de fiabilité que celles qui se trouvent en bordure des parcs. Cette baisse de fiabilité est due à la turbulence qui subsiste dans le sillage lointain des éoliennes situées en amont des éoliennes affectées. Parmi les différents mécanismes de la turbulence dans le sillage d'une éolienne, le méandrement peut avoir un effet très significatif en raison des conditions transitoires de basse fréquence mais de forte amplitude qu'il peut exercer sur les éoliennes situées en aval.

Il a été observé que le sillage d'une éolienne connaît une évolution temporelle basse fréquence dans la plupart des configurations atmosphériques, pour peu que l'échelle des tourbillons dans l'écoulement soit significativement supérieure au diamètre rotor. En pratique on observe que la trajectoire du sillage en aval d'une éolienne n'est pas rectiligne mais présente des variations aléatoires. Ce comportement est appelé méandrement (*meandering*) du sillage et recouvre en réalité plusieurs phénomènes distincts.

Initialement, il a été suspecté que ces variations pouvaient être dues à un phénomène périodique de type lâcher tourbillonnaire périodique de Von Karman. Cannon et al. [14] montrent que la présence ou l'absence de lâcher tourbillonnaire en aval d'un disque poreux en soufflerie dépend de la porosité du disque. Les niveaux de porosité entraînant pour lesquelles des lâchers périodiques sont observés correspondent à des coefficients de poussée typiquement supérieurs à ceux d'une éolienne en fonctionnement. Le méandrement ne s'explique donc pas par ce phénomène.

D'autres explications au phénomène du méandrement font intervenir des instabilités dans la dynamique des lignes de vortex de bout de pales avec différents modes de couplage entre elles [27]. Le moyeu d'une turbine donne également lieu à l'apparition d'une ligne de vortex au centre du sillage qui présente elle-même certaines instabilités [36]. Ces phénomènes ont été observés expérimentalement dans des conditions de turbulence faible, et ont une signature très marquée dans les spectres de vitesse mesurés en aval de la turbine.

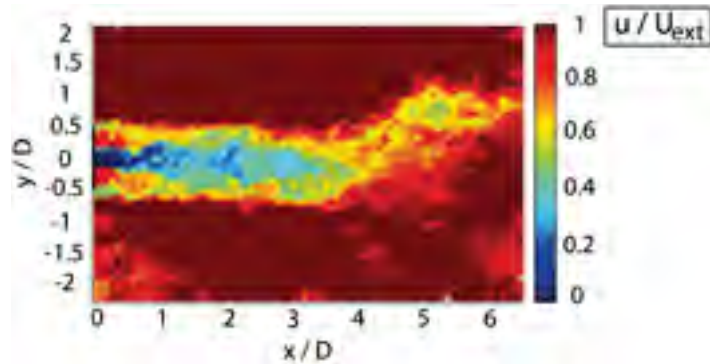


FIGURE 1.9 – distribution de vitesse instantanée en aval d'un modèle d'éolienne en soufflerie, d'après [24].

Le méandrement d'un disque poreux en soufflerie [24, 25] en conditions de turbulence élevée en aval d'une éolienne ne présente généralement pas de signature spectrale aussi marquée [6], bien qu'une manifestation de méandrement puisse être observée dans un tel cas. La figure 1.9 présente un exemple de mesure de vitesse dans le sillage d'un disque actuateur poreux en soufflerie réalisée par España [23] qui met en évidence une variation de trajectoire due au méandrement. Ce type de méandrement est causé par les grandes échelles de la turbulence atmosphérique incidente. Une manière de présenter le phénomène consiste à dire que ces fluctuations turbulentes de l'écoulement incident sont responsables de variations momentanées de l'angle d'incidence de l'écoulement sur l'éolienne, ce qui se traduit par une déflexion du sillage en aval.

L'étude de ce phénomène présente donc un intérêt direct pour la conception de champs éoliens. Des modèles linéaires simplifiés ont été développés afin de permettre la prise en compte du méandrement dans les outils d'ingénierie pour la conception de parcs éoliens [91, 47]. Des mesures de sillage en vue d'étudier le méandrement ont été effectuées par le laboratoire Risø en situation réelle au moyen d'un LIDAR afin d'établir et de tester ces modèles [11, 90].

Afin d'améliorer ce type de modèles, des efforts de modélisation expérimentale et numérique ont été menés pour étudier les interactions de sillage dans les parcs éoliens. Dans ce cadre, l'éolienne est généralement modélisée par un disque actuateur équivalent dont l'impact sur l'écoulement est représentatif de celui d'une génératrice éolienne selon le principe de la théorie de Froude, précédemment décrite.





**Première partie**

**Modélisation de la couche limite  
atmosphérique**



## CHAPITRE 2

# CARACTÉRISATION DE LA COUCHE LIMITE ATMOSPHÉRIQUE MODÉLISÉE EN SOUFFLERIE

### 2.1 Présentation de l'installation

Les essais expérimentaux sont réalisés dans la soufflerie à circuit fermé Lucien Malavard au Laboratoire PRISME de l'Université d'Orléans. Les essais de modélisation atmosphérique sont conduits dans la veine secondaire dont la section est d'environ  $4 \times 4$  m pour une longueur utile d'environ 16 m. La veine principale, utilisée pour des essais non atmosphériques a une section de  $2 \times 2$  m pour 5 m de longueur. La longueur de développement supérieure de la veine secondaire permet d'obtenir une couche limite dont les caractéristiques sont plus cohérentes avec celles d'une couche limite atmosphérique (CLA), qui dispose naturellement d'une longueur de développement très grande ce qui se traduit par la présence de très larges structures turbulentes.

Des aubes disposées dans le virage de la soufflerie en amont de la veine secondaire permettent d'homogénéiser l'écoulement. Une structure en nid d'abeille en sortie de virage contribue également à cette homogénéisation. La structure nid d'abeille est suivie d'une grille de turbulence qui génère une turbulence adéquate dans l'écoulement ce qui permet à la couche limite d'atteindre un état stationnaire plus rapidement. Le sol de la soufflerie est constitué de tôle perforée qui garantit le maintien du régime turbulent de la couche limite en tous points de la veine secondaire, ce qui est une condition de l'indépendance de l'écoulement au nombre de Reynolds.

Certaines modifications ont été apportées depuis les mesures effectuées par Espana [23] dans cette soufflerie. En particulier des panneaux latéraux ont été ajoutés pour rétrécir la section efficace de la soufflerie à proximité du sol, et la grille de turbulence a été modifiée afin d'obtenir un écoulement plus homogène dans la direction transversale. Les caractéristiques de la CLA modélisée respectent ainsi plus rigoureusement les valeurs proposées par le VDI [92], elles mêmes issues des travaux de Counihan [18]. La grille de turbulence a été modifiée également dans ce même but, par l'ajout de traverses verticales

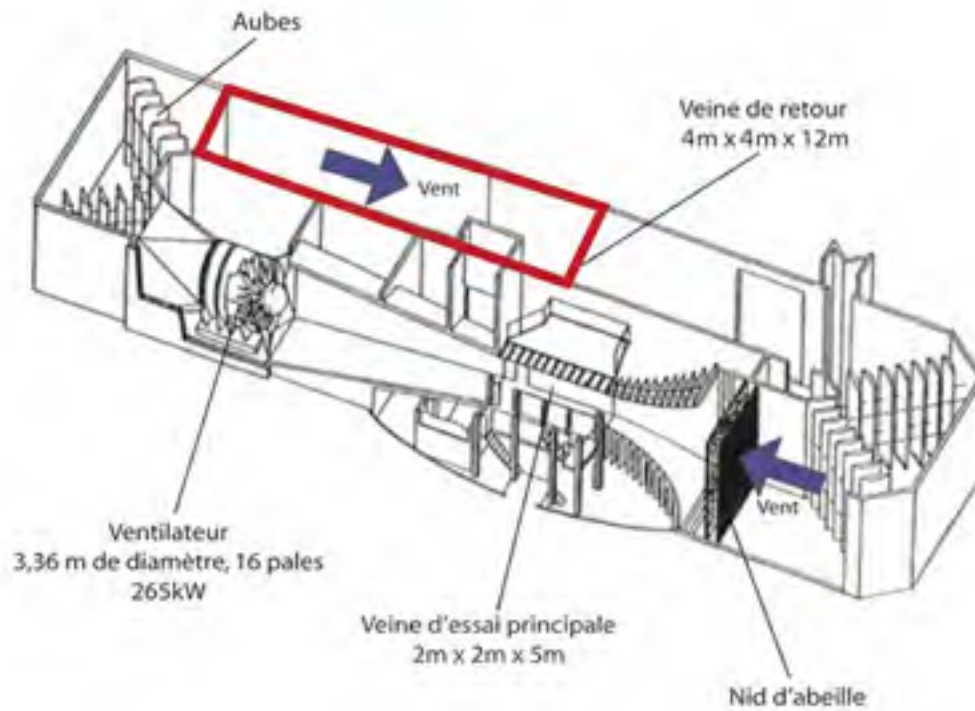


FIGURE 2.1 – Plan de la soufflerie



FIGURE 2.2 – Photographie de la veine secondaire de la soufflerie

et le repositionnement des générateurs de turbulence, qui sont des panneaux triangulaires accolés à la grille de turbulence au niveau du sol.

Deux CLAs sont modélisées dans la soufflerie : une CLA rugueuse, représentative d'un terrain ouvert avec peu d'obstacles, ainsi qu'une CLA similaire à celle que l'on peut mesurer au dessus d'une forêt. La CLA modérément rugueuse est la CLA obtenue simplement avec la rugosité de la tôle perforée recouvrant le sol de la soufflerie.

La CLA très rugueuse est obtenue grâce à l'ajout d'éléments de rugosité et d'un modèle de couvert forestier poreux, qui sont représentés sur les figures 2.3 et 2.4. Les éléments de rugosité ont pour dimensions 5cm de large et 3cm de haut, ils sont disposés en quinconce avec un écartement transversal et longitudinal de 50cm. Le couvert forestier est une plaque de 3m par 1m sur laquelle sont disposés côte à côte des cylindres de grillage de 5cm de haut par 2.5cm de diamètre. Le début de la plaque se trouve à une distance de 12m de la grille de turbulence. La mesure des profils verticaux est réalisée à 2m du bord d'attaque de la plaque. Pour cet essai les mesure sont effectuées au moyen d'une sonde double composante disposée de sorte à mesurer la composante longitudinale et transversale de la vitesse.



FIGURE 2.3 – Photographie des éléments de rugosité disposés au sol



FIGURE 2.4 – Photographie du modèle de couvert forestier poreux

La caractérisation de la CLA obtenue en soufflerie passe par la mesure de séries temporelles de vitesse par anémométrie au fil chaud. Pour la configuration de la CLA modérément rugueuse, les mesures sont effectuées au moyen d'une sonde triple composante Dantec 55P91, avec une fréquence d'acquisition de 6kHz. Pour le montage de CLA très rugueuse, la sonde utilisée est une sonde double composante Dantec 55P61 avec une fréquence d'acquisition de 20kHz, la sonde triple composante n'étant alors pas disponible. Dans les deux cas le nombre d'échantillons relevés en chaque point du profil est de 524288.

Les sondes sont montées sur un système de traverse à 3 degrés de liberté qui permet de réaliser la mesure de séries temporelles à différents points de l'espace de façon automatisée.

Cette instrumentation permet la mesure et le calcul de statistiques sur des profils dans toutes les directions. Sont ici présentés les profils verticaux mesurés avec une telle sonde, au milieu de la veine et à une distance de 14m de la grille de turbulence.

## 2.2 Caractérisation

Les résultats des mesures sont présentés en échelle réelle équivalente, c'est à dire que les dimensions ainsi que le temps sont multipliés par 400.

Les deux configuration de la soufflerie sont caractérisées par des mesures au fil chaud. Les paramètres de la loi logarithmique de couche limite correspondant sont déterminés par régression. La loi de couche limite logarithmique, équation (1.14), n'est adaptée à la couche limite mesurée que pour une altitude  $z$  inférieure à environ 100m, en pleine échelle. La régression n'est donc opérée que sur les positions en dessous de cette valeur. Les profils de vitesse mesurés ainsi que les fits correspondant sont présentés sur la figure 2.5. Les profils de vitesse sont également fités par la loi en puissance (1.16), l'exposant  $\alpha$  obtenu pour la CLA modérément rugueuse vaut  $\alpha = 0.14$ , la valeur pour la CLA très rugueuse est de  $\alpha = 0.31$ .

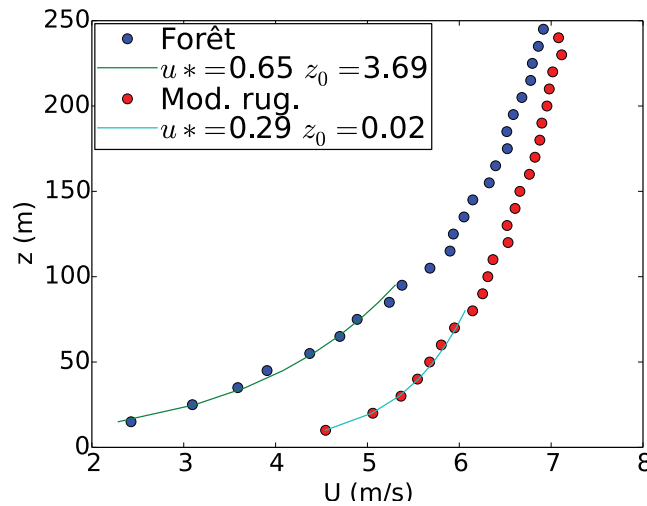


FIGURE 2.5 – Profils de vitesse pour les deux CLA modélisées avec les paramètres du fit de la loi logarithmique

Les profils d'intensité turbulente des cas modérément rugueux et très rugueux sont présentés sur les figures 2.6 et 2.7. Les intervalles d'intensité turbulente attendues pour la classe de rugosité de chaque CLA selon le VDI [92] sont également présentés. La CLA modérément rugueuse correspond à la classe 2, la CLA très rugueuse correspond à la classe 4. Si la CLA modérément rugueuse respecte bien l'intervalle de référence, la CLA très rugueuse présente une intensité turbulente comprise dans l'intervalle de référence seulement dans sa partie inférieure, pour  $z < 50m$ . Cela est du à la faible longueur de développement du modèle de couvert forestier, qui entraîne une transition entre le régime turbulent de la couche limite en amont du couvert forestier et de la couche limite très rugueuse qui se développe au dessus du modèle de couvert forestier. Seule la partie inférieure de la CLA, la couche limite interne, est représentative de la CLA très rugueuse.

Il est possible de calculer la valeur de l'échelle intégrale à une position de l'écoulement

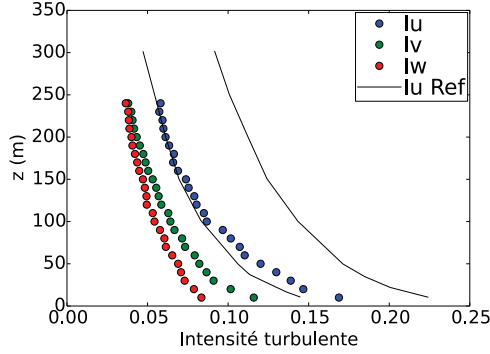


FIGURE 2.6 – Profils d'intensité turbulente de la CLA expérimentale modérément rugueuse

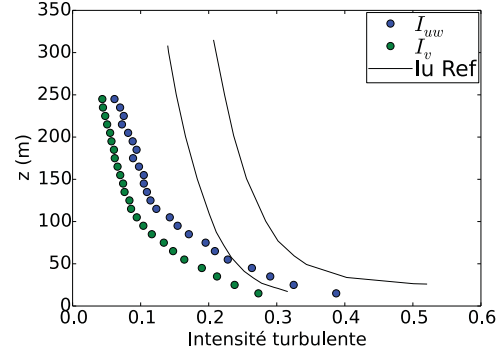


FIGURE 2.7 – Profils d'intensité turbulente de la CLA expérimentale très rugueuse

à l'aide de la fonction d'autocorrélation des séries temporelles mesurées à différentes positions dans la CLA. Le calcul de l'échelle intégrale est effectué en relevant le décalage temporel pour lequel la fonction d'autocorrélation (normalisée) atteint la valeur de  $1/\exp(1)$ , cette valeur du décalage temporel donne alors l'échelle intégrale temporelle. L'échelle intégrale spatiale peut être déduite de l'échelle intégrale temporelle par l'intermédiaire de la vitesse de convection moyenne. Les profils d'échelle intégrale spatiale calculés selon cette méthode à partir des séries temporelles mesurées à différentes altitudes dans les deux CLA sont présentés sur les figures 2.6 et 2.7. Le profil d'échelle intégrale longitudinale de la composante  $u$  calculé selon la loi de Counihan à partir de la rugosité  $z_0$  de chaque CLA est représenté pour comparaison. La procédure proposée par Counihan pour calculer les profils d'échelle intégrale longitudinale ainsi que d'autres caractéristiques de la turbulence de CLA sont exposés plus en détails dans la partie 4.1.2.

Il apparait que les échelles intégrales de la CLA modérément rugueuse correspondent bien au profil prévu par la méthode de Counihan.

Les échelles intégrales dans le cas de la CLA très rugueuses sont moins élevées que dans le rugueux jusqu'à une altitude de  $z = 100m$ . Au dessus de  $z = 100m$  les valeurs obtenues sont identiques à celle dans la CLA modérément rugueuse, ce qui correspond approximativement à la zone de transition entre la CLA interne fortement rugueuse et la CLA externe modérément rugueuse.

Dans le cas de la turbulence modérément rugueuse, les valeurs d'échelle intégrale obtenues par la méthode de Counihan sont très largement surestimées au dessus de  $z = 60m$ , y compris par rapport aux données que Counihan présente lui même dans son article [18]. Cette forte surestimation des profils d'échelle intégrale est apparent pour tout  $z_0 > 2m$ .

Dans le cas de la CLA modérément rugueuse la mesure des trois composantes de la vitesse turbulente permet de calculer l'énergie cinétique turbulente  $k$  de l'écoulement, selon l'expression  $k = 0.5 \times (\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2)$ . Celle-ci est présentée sur la figure 2.10.

Il est également possible de mesurer les profils des corrélations croisées  $\overline{u'w'}$ , c'est à dire les corrélations de différentes composantes de la vitesse entre elles. Dans une couche limite seule la corrélation croisée de la vitesse longitudinale et de la vitesse orthogonale à

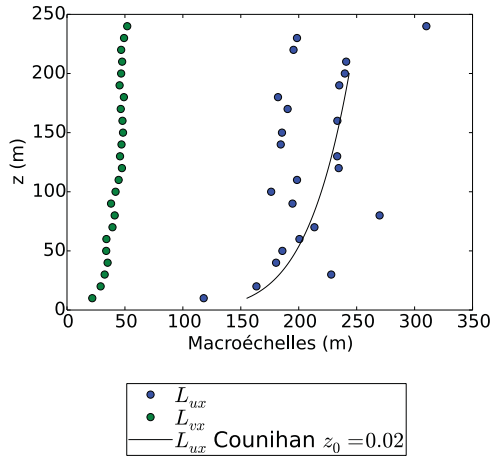


FIGURE 2.8 – Profils d'échelle intégrale longitudinale des composantes  $u$  et  $v$  de la vitesse de la CLA expérimentale modérément rugueuse

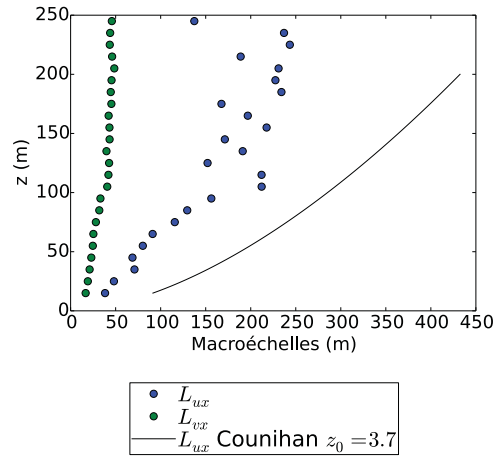


FIGURE 2.9 – Profils d'échelle intégrale longitudinale des composantes  $u$  et  $v$  de la vitesse de la CLA expérimentale très rugueuse

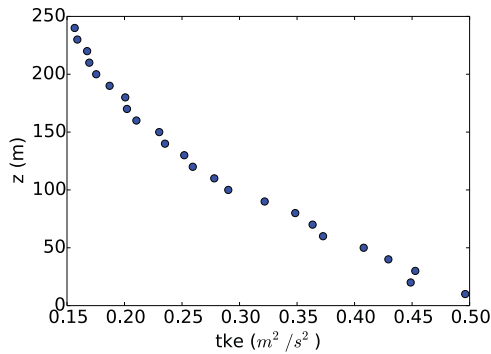


FIGURE 2.10 – Profil d'énergie cinétique turbulente de la CLA expérimentale modérément rugueuse

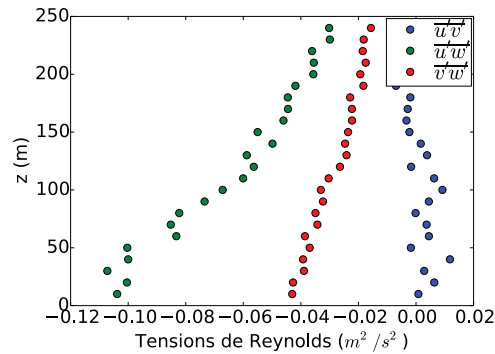


FIGURE 2.11 – Profils de corrélations croisées de la vitesse de la CLA expérimentale modérément rugueuse

la paroi est significativement non nulle. Le profil est représenté sur la figure 2.11.

La densité spectrale de puissance (DSP) des trois composantes à  $z = 80m$  sont données pour le cas modérément rugueux sur la figure 2.12. Pour le cas modérément rugueux, seuls les spectres des deux composantes mesurées sont donnés sur la figure 2.13.

Ces DSPs sont représentées sous la forme  $f \times F$ , ce qui permet de mettre en évidence la position en abscisse du changement de la pente de la DSP, qui correspond alors également au maximum de la DSP. Les coefficients sont moyennés selon la méthode de Welch. Le spectre est adimensionné par la vitesse moyenne au carré, la valeur des coefficients du spectre ainsi adimensionné devrait rester similaire pour toute valeur de vitesse moyenne



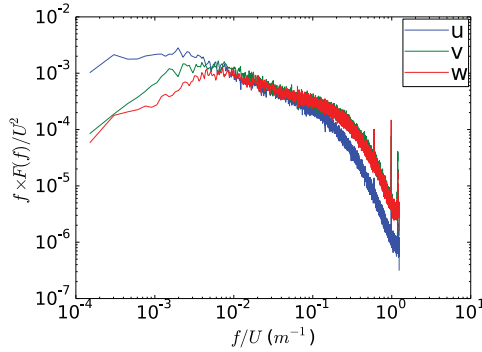


FIGURE 2.12 – Densité spectrale de puissance de la vitesse de la CLA modérément rugueuse

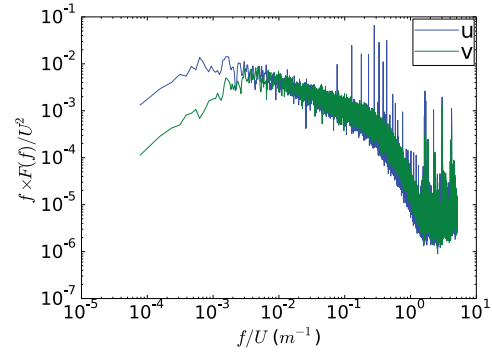


FIGURE 2.13 – Densité spectrale de puissance de la vitesse de la CLA très rugueuse

dans la gamme préservant l'indépendance au Reynolds de l'écoulement.

La valeur de l'échelle intégrale peut également être estimée en localisant la position du maximum du spectre. La relation permettant d'obtenir l'échelle intégrale à partir de cette valeur est  $L_{ux} = U / (2\pi f_{max}(F_{uu}))$ . La valeur de l'échelle intégrale mesurée par cette méthode est toutefois assez variable, en particulier si le spectre est bruité.

## 2.3 Conclusion

Deux couches limites atmosphériques sont modélisées en soufflerie avec deux rugosités différentes, l'une représentative d'une CLA modérément rugueuse et l'autre d'une CLA fortement rugueuse. On constate que le changement de rugosité entraîne un épaississement de la CLA et une augmentation de l'intensité turbulente.

La caractérisation des écoulements obtenus expérimentalement permet de vérifier que les CLA produites sont bien représentatives d'écoulements réels. C'est le cas pour la CLA modérément rugueuse, dont les caractéristiques sont conformes aux directives fournies par le VDI [92] et Counihan [18]. En revanche, la CLA fortement rugueuse n'est représentative d'une CLA réelle que jusqu'à une altitude limitée, mais elle permettra tout de même d'étudier le rôle d'une variation du niveau d'intensité turbulente sur le sillage éolien dans le chapitre 5.



## CHAPITRE 3

# PROPOSITION D'UNE MÉTHODE DE GÉNÉRATION STOCHASTIQUE DE TURBULENCE DE COUCHE LIMITE ATMOSPHÉRIQUE

Ce chapitre traite de la technique de génération stochastique de séries de vitesse turbulente qui a été élaborée au cours de cette thèse pour modéliser une large gamme d'échelles cohérentes de la turbulence atmosphérique, et utiliser les séries synthétiques en tant que conditions aux limites de simulations LES.

Le choix de développer un code spécifique plutôt que de réutiliser les applications existantes permet d'opter pour des compromis spécifiques à l'application envisagée, avec une introduction de la turbulence stochastique, aux frontières d'un domaine LES qui est totalement imbriqué dans le champ de vitesse stochastique (*nesting*).

D'autre part, il semble intéressant d'intégrer le générateur de turbulence avec le code de simulation LES OpenFoam, ce qui ne serait pas aisé avec les méthodes existantes pour celles dont le code source est disponible. Ceci permet une génération du champ turbulent de façon synchrone à la simulation LES, ce qui évite d'avoir à gérer le volume de données conséquent d'un champ précurseur et simplifie la mise en place du cas.

Dans ce but, le générateur est développé en C++ comme une bibliothèque partagée avec interface ANSI C. Une extension à la suite OpenFoam fournissant un ensemble de conditions aux limites spécialisées utilisation le générateur a également été développée, de même qu'une interface en langage python permettant le post-traitement des champs synthétiques.

### 3.1 Limitations des modèles existants pour la réalisation de simulations LES imbriquées dans un écoulement turbulent cisailé

Les méthodes de génération stochastique de séries de vitesse turbulente existantes, présentées dans la partie 1.2.4 utilisent pour beaucoup d'entre elles une transformée de Fourier inverse d'un champ partiellement aléatoire calculé à partir de l'expression du tenseur spectral  $\phi_{ij}(\kappa)$ . Ces méthodes présentent comme intérêt d'être parfaitement définies dans le domaine spectral, et de reproduire exactement les statistiques en 2-points de la turbulence, telles qu'elles sont spécifiées par l'utilisateur.

De nombreuses méthodes existantes dans la littérature reproduisent uniquement la répartition spatiale de la turbulence et ne considère aucunement son évolution temporelle. L'hypothèse de la turbulence gelée de Taylor consiste à assimiler l'une des dimensions spatiales d'un champ instantané à la dimension temporelle. Il est ainsi possible de substituer un champ bidimensionnel variant dans le temps à un champ instantané tridimensionnel. Cela revient à considérer que le champ turbulent instantané est uniformément advecté par la vitesse moyenne au cours du temps. Cependant l'hypothèse de Taylor ne s'applique strictement que dans le cas d'un champ de vitesse moyenne uniforme ne présentant aucun cisaillement, et pour des durées suffisamment courtes.

Les simulations CFD utilisant un champ stochastique "statique" fonctionnent en échantillonnant les valeurs de vitesse synthétique dans un unique plan orthogonal au vecteur vitesse moyenne pour chaque pas de temps, les valeurs étant par la suite injectées dans un plan inclus dans le domaine pour Troldborg [89], ou encore directement à une frontière du domaine pour Davidson [19]. Dans une telle configuration il est possible de contourner le problème de l'applicabilité de l'hypothèse de Taylor à un champ cisailé, ainsi que le fait Klein [45], en supposant une vitesse de convection constante du champ synthétique.

Toutefois, cette vitesse ne correspondant pas à la vitesse locale moyenne, il se produit une déformation des structures turbulentes synthétiques lors de leur translation dans le domaine de simulation, cette déformation étant directement proportionnelle à la différence entre la vitesse moyenne locale "réelle" et la vitesse de convection. Par exemple si la vitesse de convection du champ synthétique est supérieure à la vitesse moyenne locale de l'écoulement, alors les structures seront artificiellement comprimées dans la direction principale de l'écoulement du fait du raccourcissement de leur temps de passage sur le plan d'introduction. Ce compromis peut être acceptable, spécialement dans le cas d'un différentiel de vitesse moyenne faible.

La transformée de Fourier est une projection du signal spatial (ou temporel) sur une base constituée d'une série de modes sinusoïdaux. Ce type de fonction n'est pas naturellement borné et conserve une énergie<sup>1</sup> constante sur  $[-\infty; +\infty]$ , ce qui explique le caractère global de la transformée de Fourier.

Cela signifie que la transformée de Fourier ne permet que l'étude de signaux stationnaires dans le temps (ou homogènes dans l'espace). Il n'est donc pas possible d'avoir une variation spatiale des échelles caractéristique ou de la variance du signal.

---

1. Dans le sens d'un écart à la moyenne, ou d'une "variance locale"

Un effet collatéral du caractère global de la transformée de Fourier sur un signal est que la transformation doit être calculée en une seule passe, aussi bien pour les petites échelles que pour les grandes échelles. Cela signifie que le résultat de la transformation pour une partie du signal n'est disponible que lorsque la totalité de celui-ci est connu, ce qui rend difficile une génération de turbulence synthétique synchrone avec la simulation LES.

Pour contourner cette limitation, une possibilité est de diviser le signal en le convoluant avec une série de fonctions fenêtres gaussiennes (*windowing*), avec un certain recouvrement. Chaque tronçon du signal original est alors transformé indépendamment par une transformée de Fourier ce qui permet d'accéder aux caractéristiques spectrales de chaque tronçon, associées à la position de celui-ci, définie comme l'axe de symétrie de la fenêtre correspondante. Lorsque la fonction de fenêtrage est une fonction gaussienne, la transformée est appelée transformée de Gabor [29]. Une application de la transformée de Gabor inverse comme méthode de génération stochastique a également été développée au cours de cette thèse et a donné lieu à un article de conférence [60].

En comparaison d'une simple transformée de Fourier, ce type de transformée implique un certain compromis entre sa "localité" et la plus basse fréquence mesurée par chacun des spectres, qui dépendent directement de la largeur de la fonction de fenêtrage.

La transformée de Gabor est une représentante de la grande famille des transformées dites "temps-fréquence", qui regroupe de nombreuses transformations mathématiques dont les applications vont du traitement d'image à la métrologie géophysique en passant par la compression vidéo.

Une autre transformée temps-fréquence notable est la transformée par ondelette, dont il existe plusieurs variantes. Celle-ci permet une séparation des différentes échelles du signal et traite la localisation de celles-ci de manière indépendante tout en conservant la localité dans l'espace transformé. Cela permet de tirer avantage du fait que par nature les petites échelles peuvent varier sur des distances plus courtes que les échelles de plus grande taille, en conséquence de leur longueur d'onde plus courte.

## 3.2 La transformée par ondelette continue

Si le calcul effectif de la transformée par ondelette est finalement réalisé par des moyens numérique, les relations présentées ici le sont sous forme continue dans un souci de simplicité. Les aspects spécifiques à la discrétisation sont développés dans la partie 3.4.3.

Au contraire de la transformée de Fourier, la transformée par ondelette propose une décomposition du signal sur une base de fonctions appelées ondelettes dont la représentation spatiale ainsi que la représentation spectrale sont dites localisées. Ces fonctions, parfois appelées "ondelette filles" sont dérivées d'une fonction "ondelette mère" (le "modèle") par une combinaison de translations, dilatations, et éventuellement de rotations (pour les espaces de dimension supérieure à 1).

La fonction mère doit respecter les critères d'admissibilité suivants, énoncés dans le livre d'Addison [1], qui traduisent les contraintes de localité :

- La fonction mère  $\psi(x)$  doit posséder une énergie finie ( $x$  peut être un scalaire où un

vecteur en dimensions multiples) :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx < \infty \quad (3.1)$$

- La transformée de Fourier  $\hat{\psi}(\kappa)$  de la fonction mère doit respecter la condition suivante en 1D :

$$C_g = \int_0^{\infty} |\hat{\psi}(\kappa)|^2 \frac{d\kappa}{\kappa} < \infty \quad (3.2)$$

En dimensions multiples, le vecteur des nombres d'onde  $\kappa$  a la même dimensionnalité que  $x$ . En 3D on a :

$$C_g = \iiint_0^{\infty} |\hat{\psi}(\kappa)|^2 \frac{d\kappa_1 d\kappa_2 d\kappa_3}{|\kappa|^3} < \infty \quad (3.3)$$

Ceci implique que la transformée de l'ondelette a un coefficient nul au nombre d'onde 0, c'est à dire que la moyenne de l'ondelette est nulle.

Il est possible d'illustrer ces critères par deux contre-exemples : la fonction sinus ne présente pas une énergie finie (sur un nombre de périodes infinies), elle n'est pas localisée spatialement, bien qu'elle soit parfaitement localisée spectralement (sa transformée de Fourier n'est non nulle que pour la fréquence correspondant à la pulsation du sinus). A l'opposé, la fonction impulsion de Dirac (fonction  $f$  nulle pour tout  $x \neq 0$ , et  $f(0) = \infty$ ) est parfaitement localisée spatialement mais sa transformée de Fourier vaut uniformément 1 pour tous  $\kappa$  dans le domaine spectral et ainsi ne respecte pas le second critère. Les fonctions ondelettes (ou fonctions mères) sont des intermédiaires entre ces deux extrêmes, les ondelettes les plus communes sont la seconde dérivée de la gaussienne, également appelée "chapeau mexicain" ainsi que l'ondelette de Morlet, qui est un sinus fenêtré par une gaussienne.

Le choix de la fonction mère dépend de l'application visée. Pour de la reconnaissance d'image la fonction mère devra si possible présenter des caractéristiques similaires aux motifs à identifier, par exemple l'ondelette de Morlet (dans le domaine complexe) est utilisée pour la détection de contours en traitement d'image en raison de sa dissymétrie.

Dans le cas d'une transformée par ondelette multidimensionnelle il est également possible de faire varier l'orientation de la fonction ondelette mère<sup>2</sup>. Dans ce cas l'intégration ne se fait pas seulement sur  $a$  et  $b$  mais également sur tous les paramètres de l'ondelette mère. Dans ce travail on considère seulement une dilatation isotrope et la translation. La rotation de l'ondelette n'a d'intérêt que si la fonction ondelette utilisée est anisotrope. Il est possible de créer une ondelette anisotrope à partir d'une fonction d'ondelette isotrope en la dilatant différemment selon certaines de ses dimensions[30].

Dans tous les cas la transformation est inversible, ce qui signifie que le signal une fois transformé peut être intégralement reconstitué. Dans le cadre d'une transformée discrétisée la réversibilité stricte dépend également de l'échantillonnage en translations et en dilatations des ondelettes. De nombreuses combinaisons de forme d'ondelette et de discrétisation des dilatations et translations sont possibles.

---

2. En 3D on peut distinguer l'orientation azimutale et l'orientation verticale

La fonction ondelette mère choisie est le chapeau mexicain, qui est une fonction du domaine réel, isotrope qui est assez compacte spatialement et dont la transformée de Fourier en conséquence est significative sur une bande assez large<sup>3</sup>. Celle-ci peut être étendue au domaine 3D de façon triviale.

L'expression de la fonction mère "chapeau mexicain" en 1D (3.4), peut être étendue à une dimensionnalité supérieure en remplaçant simplement la variable scalaire de position dans le domaine spatial (ici notée  $x$ , mais ne désignant pas nécessairement le temps) par la norme du vecteur position  $\mathbf{x}$  en 3D (3.5).

1D :

$$\psi(x) = (1 - x^2)e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (3.4)$$

3D :

$$\psi(\mathbf{x}) = (1 - |\mathbf{x}|^2)e^{-\frac{|\mathbf{x}|^2}{2}} \quad (3.5)$$

La fonction mère étant définie, il est nécessaire de lui adjoindre deux paramètres afin de produire une ondelette. Ces deux paramètres sont la dilatation  $a$  et la localisation  $b$ . La localisation  $\mathbf{b}$  est vectorielle dans le cas tridimensionnel. Ces deux valeurs sont le pendant dans l'espace des ondelettes de la longueur d'onde  $\lambda$  et de la position  $\mathbf{x}$ , et ont donc la même dimensionnalité. Le chapeau mexicain est une ondelette isotrope, les ondelettes filles  $\psi_{a,b}(t)$  sont calculées à partir de l'ondelette mère  $\psi(x)$  de la façon suivante :

1D :

$$\psi_{a,b}(x) = a^{-1/2}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right) = a^{-1/2}\left(1 - \left(\frac{x-b}{a}\right)^2\right)e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-b}{a}\right)^2} \quad (3.6)$$

3D isotrope :

$$\psi_{a,\mathbf{b}}(\mathbf{x}) = a^{-3/2}\psi\left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{b}}{a}\right) = a^{-3/2}\left(1 - \left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{b}}{a}\right)^2\right)e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\mathbf{x}-\mathbf{b}}{a}\right)^2} \quad (3.7)$$

Les courbes de la fonction chapeau mexicain en dimension 1 ainsi que leurs transformées de Fourier pour diverses valeurs de dilatation sont représentées sur la figure 3.1. On constate qu'une diminution de la dilatation dans le domaine spatial déplace le maximum de la transformée de Fourier vers les petites échelles ( $\lambda$  réduit).

Les expressions de la transformée par ondelette  $\tilde{s}(a, b)$  d'un signal  $s(x)$  quelconque sont données en 1D (3.8) ou en 3D (3.10). La transformée étant inversible, on donne également les transformées inverses (3.9) et (3.11). Le champ  $\tilde{s}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  est le pendant dans l'espace transformé du signal  $s(\mathbf{x})$ . Pour illustrer la signification du champ  $\tilde{s}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ , on peut parler du cas de la transformée discrète où chaque valeur de  $\tilde{s}(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  correspond au coefficient

3. Selon le principe d'incertitude d'Heisenberg

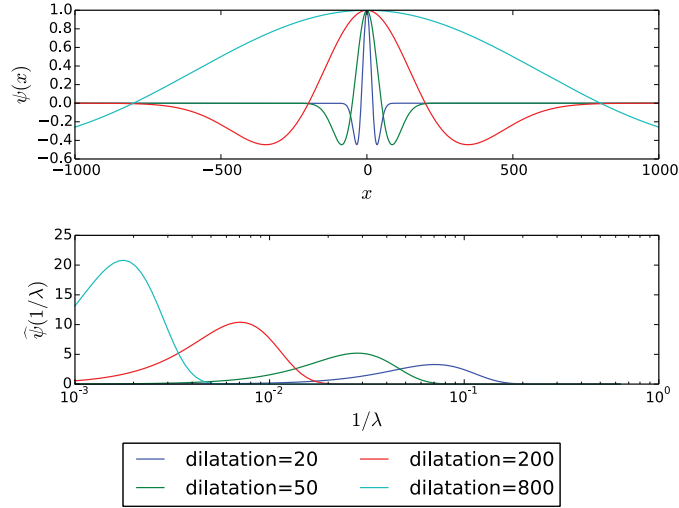


FIGURE 3.1 – Le chapeau mexicain 1D et sa transformée de Fourier pour différentes dilatations

amplificateur d'une ondelette, l'ensemble des ondelettes étant sommées pour reconstituer le signal initial.

Transformée 1D (la position  $x$ , dilatation  $a$  et position en translation  $b$  de l'ondelette sont scalaires) :

$$\tilde{s}(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} s(x) \psi_{a,b}^*(x) dx \quad (3.8)$$

$$s(x) = \frac{1}{C_g} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \tilde{s}(a, b) \psi_{a,b}(x) \frac{da db}{a^2} \quad (3.9)$$

Transformée 3D ( $x$ ,  $a$  et  $b$  sont des vecteurs) :

$$\tilde{s}(a, \mathbf{b}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} s(\mathbf{x}) \psi_{a,\mathbf{b}}^*(\mathbf{x}) d\mathbf{x}_1 d\mathbf{x}_2 d\mathbf{x}_3 \quad (3.10)$$

$$s(\mathbf{x}) = \frac{4\pi^2}{9C_g} \iiint_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \tilde{s}(a, \mathbf{b}) \psi_{a,\mathbf{b}}(\mathbf{x}) da \frac{db_1 db_2 db_3}{|a|^4} \quad (3.11)$$

Avec le conjugué complexe de la fonction ondelette  $\psi_{a,b}$  noté  $\psi_{a,b}^*$ . Dans le cas de la fonction chapeau mexicain la relation  $\psi^* = \psi$  est vérifiée, celle-ci étant une fonction purement réelle.

La représentation des modes de la transformée par ondelette en fonction de  $a$  et  $\mathbf{b}$  s'appelle un scalogramme, par analogie avec le periodogramme de la transformée de Fourier. Il y a une correspondance entre la transformée de Fourier de la vitesse  $\hat{u}(\boldsymbol{\kappa})$  et



les valeurs de  $\tilde{u}(a, \mathbf{b})$ , pour  $\mathbf{b}$  fixé, cependant les deux valeurs ne sont pas tout à fait équivalentes. La contribution spectrale de chaque niveau de dilatation des ondelettes ne correspond pas à une fréquence précise mais à une bande de fréquences, ainsi que le montre la transformée de Fourier de la fonction ondelette sur la figure 3.1, contrairement aux modes de la transformée de Fourier.

Une bonne introduction à la transformée par ondelette peut être trouvée dans le livre d'Addison [1], une revue de la transformée par ondelettes appliquée à la turbulence a également été présentée par Farge [26].

### 3.3 Génération stochastique de champs aléatoires cohérents

Dans ce travail, seule la transformée par ondelette inverse est utilisée, le signal aléatoire étant généré directement dans l'espace transformé sous la forme du champ  $\tilde{\mathbf{u}}(a, \mathbf{b})$  à partir de la densité spectrale de puissance, au sens de Fourier, de la turbulence que l'on désire modéliser.

Shinozuka [74, 72, 73] a montré de quelle manière il est possible de synthétiser un signal multidimensionnel et multi-composantes avec un champ tensoriel de corrélations en 2-points prédéterminé, selon le formalisme décrit par les relations (1.22), (1.23), (1.24) dans l'espace de Fourier. La décomposition dans l'espace de Fourier implique que les statistiques du signal synthétisé sont homogènes. Shinozuka propose également de décomposer le signal à l'aide d'une somme de cosinus modulés dans le domaine spatial ce qui permet potentiellement de synthétiser des signaux non homogènes.

Un tel calcul est toutefois assez coûteux étant donné qu'il implique de réévaluer la somme de tous les modes sinusoïdaux et du tenseur de corrélation spectral (potentiellement non stationnaire) pour chaque point du résultat. L'obtention d'un spectre suffisamment résolu nécessite le calcul d'un nombre de modes sinusoïdaux assez conséquent. Un mode (une dilatation) de la transformée par ondelette avec le chapeau mexicain présente un spectre à large bande dans l'espace de Fourier qui permet de reproduire un spectre plus large avec un nombre de modes réduit.

La méthode ici présentée est basée sur la méthode de Shinozuka et consiste à calculer la transformée par ondelette de la vitesse  $\tilde{\mathbf{u}}(a, \mathbf{b})$  (3.12) comme étant le produit tensoriel de  $\tilde{C}_{ij}$ , obtenu à partir de la transformée par ondelette du tenseur spectral  $\tilde{\phi}_{ij}(\boldsymbol{\kappa})$  et d'un vecteur aléatoire, puis d'effectuer la transformation par ondelette inverse pour obtenir la vitesse  $\mathbf{u}$  dans le domaine spatial.

$$\tilde{u}_i(a, \mathbf{b}) = \tilde{C}_{ij}(a, \mathbf{b}) n_j(a, \mathbf{b}) \quad (3.12)$$

$$\tilde{C}_{ik}^*(a, \mathbf{b}) \tilde{C}_{jk}(a, \mathbf{b}) = \tilde{\phi}_{ij}(a, \mathbf{b}) \quad (3.13)$$

$$u_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{C_g} \iiint_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \tilde{u}_i(a, \mathbf{b}) \psi_{a, \mathbf{b}}(\mathbf{x}) \frac{da db_1 db_2 db_3}{|a|^4} \quad (3.14)$$

Le vecteur  $\mathbf{n}$  est un vecteur aléatoire dont toutes les composantes sont distribuées selon une loi normale de moyenne 0 et d'écart-type 1.

Il est possible de calculer les coefficients de la transformée par ondelette d'un signal dont on connaît la transformée de Fourier, ici  $\phi_{ij}(\boldsymbol{\kappa})$  qui est la transformée de Fourier du tenseur de covariance. Afin de déterminer l'amplitude des coefficients de la transformée par ondelette pour une dilatation donnée à partir de la transformée de Fourier du signal il est nécessaire d'agréger la contribution de tous les modes du spectre de Fourier qui sont recouverts par la transformée de Fourier de l'ondelette elle-même, par le biais d'une convolution ainsi définie :

$$\tilde{\phi}_{ij}(a, \mathbf{b}) = 4\pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{ij}(\boldsymbol{\kappa}) \hat{\psi}_{a,\mathbf{b}}^*(|\boldsymbol{\kappa}|) e^{i|\boldsymbol{\kappa}|\mathbf{b}} |\boldsymbol{\kappa}|^2 d|\boldsymbol{\kappa}| \quad (3.15)$$

On définit la transformée de Fourier  $\hat{\psi}_{a,\mathbf{b}}(\boldsymbol{\kappa})$  de l'ondelette  $\psi_{a,\mathbf{b}}(\mathbf{x})$  telle que :

$$\hat{\psi}_{a,\mathbf{b}}(|\boldsymbol{\kappa}|) = a^{3/2} \hat{\psi}^*(a|\boldsymbol{\kappa}|) e^{i|\boldsymbol{\kappa}|\mathbf{b}} \quad (3.16)$$

Il faut noter que la vitesse reconstituée à l'aide de la relation (3.14) ne possède les caractéristiques du tenseur spectral cible que dans la mesure où la forme de l'ondelette utilisée permet de capturer les modes désirés, c'est à dire que sa transformée de Fourier, dans toutes ses versions dilatées et/ou orientées a un résultat de convolution avec le tenseur spectral non nul.

En effet, bien que les deux transformations que sont la somme de fonctions sinusoïdales et la transformée par ondelette contiennent potentiellement la même information, il faut noter que dans le cas de la transformée par ondelette l'information est répartie dans deux dimensions, avec d'une part la distribution de  $\tilde{u}$  sur le champ  $\mathbf{b}$  et d'autre part la dilatation de l'ondelette. Les modes qui ne sont pas reproductibles par l'ondelette se trouvent être décrits par la variation de la transformée sur le champ  $\mathbf{b}$ , et n'entraînent aucune variation de la transformée sur  $a$ . Le facteur  $\tilde{\phi}_{ij}$  à partir duquel  $\tilde{C}_{i,j}$  est déduit, n'est calculé que par convolution avec toutes les formes des ondelettes filles d'après l'équation (3.15). La distribution spatiale de  $\tilde{u}(\mathbf{b}, a)$  sur  $\mathbf{b}$  est entièrement dépendante de la distribution de  $n_i(a, \mathbf{b})$ , elle est donc totalement aléatoire. Ainsi les modes non reproductibles par l'ondelette ne seront présents dans le résultat que de manière aléatoire.

Le choix de la forme d'ondelette et de l'échantillonnage est donc déterminant quant à la capacité de la transformée à reproduire les caractéristiques spectrales désirées, comme l'intervalle de fréquence utile du spectre ainsi que les caractéristiques d'anisotropie.

Le tenseur spectral utilisé dans ce travail est basé sur le spectre de Von Karman. Chacun des termes diagonaux du tenseur s'exprime de la façon suivante :

$$\phi_{ii}(\boldsymbol{\kappa}) = \alpha \epsilon^{2/3} L_i^{5/3} \frac{(L_i |\boldsymbol{\kappa}|)^4}{(1 + (L_i |\boldsymbol{\kappa}|)^2)^{17/4}} \quad (3.17)$$

$$\phi_{ij} = \overline{u_i u_j} \quad \text{pour } i \neq j \quad (3.18)$$

La valeur de  $L_i$  l'échelle de la turbulence est spécifique à chaque composante de la vitesse. Les termes croisés du tenseur prennent une valeur constante correspondant à la valeur de la corrélation croisée définie par l'utilisateur.

Cette forme pour le tenseur spectral permet de spécifier indépendamment les échelles des différentes composantes de la vitesse ainsi que les corrélations croisées. La continuité du champ résultant est entièrement dépendante de l'expression du tenseur spectral. La condition de continuité dans le domaine spatial (3.19) peut aisément être exprimée dans le domaine de Fourier (3.20), grâce à la propriété de la transformée de Fourier qui linéarise l'opérateur de dérivation :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (3.19)$$

$$\kappa \cdot \hat{\mathbf{u}} = 0 \quad (3.20)$$

La relation (3.20) est toujours respectée par l'expression du tenseur spectral isotrope incompressible (1.9). Le tenseur spectral défini par l'expression (3.17) lui ne respecte pas strictement la condition de continuité.

Dans les faits cette situation est mitigée par le fait que le champ stochastique respecte la continuité en moyenne à défaut de la respecter localement. Cela s'explique par le fait que les ondelettes sont distribuées aléatoirement autour de 0. Le calcul de la divergence du flux dans un volume de contrôle suffisamment grand donnera une valeur proche de 0.

## 3.4 Reconstruction du signal temporel

### 3.4.1 Filtrage temporel avec compensation de mouvement et application locale de l'hypothèse de Taylor

La section précédente décrit la distribution spatiale du champ stochastique, mais l'évolution temporelle du champ n'est pas évoquée. Pour permettre une génération stochastique de champs aléatoires utilisables en tant que conditions aux limites d'un calcul LES, il est également nécessaire de modéliser cette évolution temporelle.

Plusieurs méthodes sont envisageables pour représenter l'évolution temporelle du champ de turbulence. La première passe par l'ajout d'une dimension à la transformée par ondelettes, c'est à dire de travailler dans un espace 4D, avec une ondelette possédant également quatre dimensions. Cette quatrième dimension pourrait alors être intégrée dans le calcul de la norme de la position  $|\mathbf{x} - \mathbf{b}|/a$  lors du calcul de  $\psi_{a,b}$ . Le paramètre de dilatation conditionnerait alors également la durée de vie de l'ondelette. Le problème avec cette approche est que la durée de vie d'une ondelette dépend non seulement de son échelle spectrale mais également de la dissipation turbulente locale. Cela nécessiterait une variation indépendante de la dilatation et de la durée de vie de l'ondelette, mais cela entraînerait une forte augmentation du coût de calcul.

L'autre possibilité est l'utilisation d'un filtrage par convolution de champs spatiaux aléatoires, à la manière proposée par Klein [45]. Cette méthode consiste à générer plusieurs champs spatiaux indépendants  $\mathbf{u}_p$  (dont le paramètre  $x$  est omis pour alléger l'écriture) représentant l'état (partiel) du champ de vitesse à des temps consécutifs et de les combiner par une convolution avec une fenêtre gaussienne qui se déplace avec le temps pour reconstituer le champ final selon les équation (3.21) et (3.22), à la manière d'un filtrage

par moyenne mobile pondérée.

$$w_j(t) = \frac{1}{\sigma_t} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{t - t_j}{\sigma_t}\right)^2\right) \quad (3.21)$$

$$\mathbf{u}(t) = \sum_j w_j(t) \times \mathbf{u}_p^j \quad (3.22)$$

Avec  $\mathbf{u}^j$  un champ spatial vectoriel indépendant généré selon la méthode décrite dans la partie 3.3. Dans ce cas l'exposant  $j$  ne désigne pas une composante de la vitesse mais plutôt la réalisation d'un champ instantané quelconque qui entre en jeu dans le calcul final du champ temporel.  $\sigma_t$  est l'écart-type (la largeur) de la fenêtre gaussienne et  $w^j$  le poids affecté à chaque champ  $\mathbf{u}_p^j$  dans le résultat final.

Une représentation schématique du procédé est présenté sur la figure 3.2.

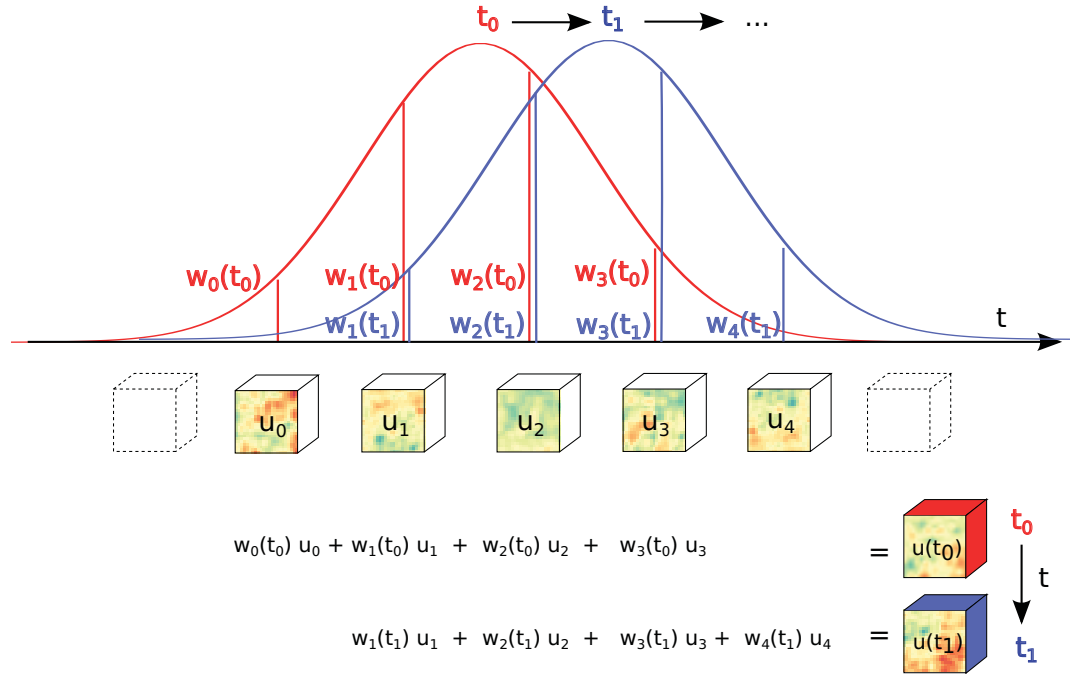


FIGURE 3.2 – Filtrage temporel par convolution

Il est possible de faire varier la largeur de la fenêtre gaussienne afin de modifier localement la durée de cohérence du signal. De plus, cette opération peut être réalisée directement sur les coefficients  $\tilde{u}$  de la transformée par ondelette de la vitesse, ce qui permet de faire varier la largeur de fenêtre en fonction du niveau de l'échelle des ondelettes. Dans ce cas l'équation (3.14) devient<sup>4</sup> :

$$u_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{C_g} \iiint_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(a, \mathbf{b}, t) \tilde{u}_{p,i}(a, \mathbf{b}, t) dt \psi_{a,\mathbf{b}}(\mathbf{x}) \frac{da db_1 db_2 db_3}{|a|^4} \quad (3.23)$$

4. En écriture continue les indices supérieurs  $j$  disparaissent et  $w$  et  $u_p$  deviennent fonction du temps.

La technique permet donc de reconstituer un signal temporel continu à partir de champs indépendants. La distribution spatiale de la vitesse du champ final est représentative de la distribution des champs partiels qui la composent. C'est cette méthode qui est adoptée dans ce travail, avec toutefois une addition notable, qui consiste à introduire une compensation de mouvement des champs  $\tilde{u}_{p,i}$  pour tenir compte de l'advection des structures.

Dans un cas réel d'écoulement turbulent la dimension temporelle n'étant pas indépendante des dimensions spatiales, celle-ci peut avantageusement être traitée d'une manière spécifique.

On peut en effet considérer que le déplacement sur l'axe temporel s'accompagne d'une déformation du champ spatial qui évolue par le phénomène d'advection. L'hypothèse de turbulence gelée de Taylor est une manière de reconnaître cette dépendance en considérant que le champ turbulent est translaté par la vitesse moyenne de l'écoulement, ce qui revient à assimiler totalement la dimension temporelle à la dimension spatiale correspondant à la direction principale de l'écoulement.

L'hypothèse de Taylor en revanche est limitée dans son application à des champs de vitesse moyenne uniforme pour des durées suffisamment courtes pendant lesquelles le champ turbulent connaît une évolution négligeable. Dans le cadre de la génération stochastique de séries temporelles il est pratique d'ignorer la seconde condition et d'appliquer l'hypothèse de Taylor pour de longues durées de temps, lorsque les corrélations spatio-temporelles n'ont pas besoin d'être reproduites de façon entièrement réaliste.

Toutefois dans le cadre d'un écoulement avec vitesse moyenne non uniforme, il est tentant d'appliquer l'hypothèse de Taylor localement en utilisant la vitesse de convection locale. La limitation de cette approche est que celle-ci ne peut être appliquée que sur une durée assez courte, car plus le temps d'advection non uniforme du champ de vitesse est long plus le champ sera déformé en résultat du cisaillement.

En réalité le champ de turbulence est constamment renouvelé par la production et la dissipation des structures turbulentes ce qui limite l'effet de déformation par le cisaillement de la vitesse moyenne. Le taux de déformation final relève de l'équilibre entre le taux de cisaillement et le taux de dissipation<sup>5</sup> de la turbulence.

Le cisaillement du champ moyen par la vitesse moyenne non uniforme peut-être combiné avec le renouvellement des structures turbulentes résultant de l'application du filtrage temporel de l'équation (3.23), où les champs partiels advectés  $\mathbf{u}_p^j$ , alors dépendants du temps et notés  $\mathbf{u}_{pa}^j(t)$ , sont déformés par la vitesse moyenne de l'écoulement selon une transformation décrite par les équations (3.24) et (3.25). Chaque champ de vitesse partiel advecté  $\mathbf{u}_{pa}^j(t)$ , se voit affecter une origine temporelle  $t_{up}^j$ , qui correspond à l'instant où la déformation du champ par la vitesse moyenne est nulle. Cette origine peut par exemple être choisie comme étant l'instant où le fenêtrage temporel affecte au champ partiel advecté  $\mathbf{u}_{pa}^j(t)$  en question un poids  $w^j(t)$  significatif. De façon alternative il est possible de définir l'origine temporelle comme étant l'instant où le poids du champ est à son maximum. Dans ce cas, le champ concerné se voit affecté un poids non nul pour un temps  $t$  inférieur à son origine temporelle. Dans ce cas le champ de vitesse peut également être déformé "à

5. A l'état stationnaire le taux de production est égal au taux de dissipation

rebours”.

Chaque champ partiel advecté  $\mathbf{u}_{pa}^j(t)$  est évalué en calculant le déplacement des coordonnées originales par la vitesse moyenne en fonction de l'écart entre le temps  $t$  et l'origine temporelle  $t_{up}^j$  du champ.

$$\mathbf{u}_{pa}^j(t, \mathbf{x}) = \mathbf{u}_p^j(\mathbf{x}') \quad (3.24)$$

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \int_{t_{up}^j}^t \mathbf{u}_p^j(\mathbf{x} + d\mathbf{x}(t)) dt \quad (3.25)$$

On peut alors réécrire l'équation (3.23) en substituant  $\mathbf{u}_{pa}^j(t, \mathbf{x})$  :

$$u_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{C_g} \iiint_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w(a, \mathbf{b}, t) \tilde{u}_{pa,i}(a, \mathbf{b}, t) dt \psi_{a,\mathbf{b}}(\mathbf{x}) \frac{da db_1 db_2 db_3}{a^4} \quad (3.26)$$

La déformation du champ dépend des paramètres suivants :

- L'origine temporelle des champs par rapport à l'instant où le poids du champ est maximal
- La largeur de la fenêtre temporelle qui traduit la durée de cohérence “Lagrangienne” de la turbulence
- Le taux de cisaillement local de la vitesse moyenne
- L'anisotropie locale du tenseur spectral

En fonction de ces paramètres le champ synthétisé présentera un taux de déformation moyen variable. Il est notable que dans ce cas l'anisotropie du champ synthétique ne dépend plus seulement de l'anisotropie du tenseur spectral, mais également du cisaillement par la vitesse moyenne. A ce titre, il est possible d'obtenir en résultat un champ turbulent anisotrope malgré l'utilisation d'un tenseur spectral isotrope. Il peut donc y avoir une certaine redondance si le tenseur spectral utilisé prend déjà en compte le cisaillement par la vitesse moyenne, dans ce cas il peut être préférable d'ajuster l'origine temporelle des champs de façon à ce que la déformation moyenne du résultat soit nulle, c'est à dire de positionner l'origine temporelle au moment où le champ partiel advecté est à mi-vie.

La largeur de la fenêtre temporelle est liée au temps de vie de la turbulence, qui est propre à chaque échelle, les grandes structures plus énergétiques possédant nécessairement un temps de vie plus long. Ce temps caractéristique dépend également de la turbulence de l'écoulement. Plusieurs auteurs proposent des méthodes pour estimer le temps caractéristique en fonction de certains paramètres de l'écoulement, par exemple Comte-Bellot et Corrsin [17], ou encore Panofsky et Dutton [61]. L'article de Mann [53] comporte une discussion à ce sujet. Kim [44] propose de renouveler le champ turbulent après qu'un taux de déformation prédéterminé soit atteint. Tous ces auteurs définissent la relation entre le temps de vie Lagrangien de la turbulence, noté  $\tau$ , et les différentes caractéristiques de la turbulence en termes de lois de proportionnalité, il est en effet difficile d'apporter une estimation quantitative à ce sujet car une telle modélisation simpliste de l'évolution de la

turbulence ne saisit pas la complexité du phénomène physique. La relation adoptée dans ce travail, est celle donnée par Panofsky [61] pour les grandes échelles de la turbulence atmosphérique :

$$\tau(|\kappa|) = \frac{A}{\sigma_u \times |\kappa|} \quad (3.27)$$

Avec A une constante. En l'absence de mesures de l'anisotropie de la turbulence il est difficile d'estimer une valeur adéquate de cette constante. Celle-ci est donc ajustée de sorte à obtenir un ratio d'aspect maximal des structures cisailées du champ turbulent de l'ordre de 1/2 qui est un ratio proche des mesures rapportées par Counihan [18] dans la couche limite atmosphérique.

Additionnellement, il est possible de modéliser non seulement l'action de la vitesse moyenne sur la turbulence de l'écoulement, mais également l'action des grandes échelles de la turbulence sur les plus petites échelles. Dans ce cadre la décomposition en ondelettes des différentes échelles de l'écoulement permet d'ajouter trivialement la contribution des grandes échelles de l'écoulement lors du calcul de la déformation. Le ratio des longueurs d'ondes pour que cet effet soit pris en compte est fixé arbitrairement à 10. En pratique, cet effet est toutefois peu visible pour les niveaux de turbulence des CLA modélisées dans la partie 4.

Pour finir, il faut mentionner une possibilité alternative pour la compensation spectrale de mouvement qui consiste à appliquer la déformation des champs de vitesse par le champ de vitesse basse fréquence non pas à champ spatial mais aux champ de coordonnées  $\mathbf{b}$  dans l'espace transformé. Ceci a pour résultat de permettre une évolution spatiale du champ adaptée à une vitesse moyenne cisailée sans modifier l'anisotropie de chaque champ partiel avec la déformation. De ce fait il n'est pas nécessaire d'appliquer un renouvellement de la turbulence par filtrage spatial, car la réorganisation spatiale des différentes ondelettes entraine une décohérence temporelle.

Bien que la possibilité d'appliquer un tel procédé soit un avantage de l'application de la transformée par ondelette, cette méthode n'a pas été appliquée dans ce travail. La raison en est que la méthode nécessite de calculer les positions en translation  $\mathbf{b}$  de toutes les ondelettes de façon explicite, ce qui empêche l'application de la méthode à un domaine non borné qui est un des objectifs de ce travail. Une conséquence collatérale de cette limitation est qu'il est potentiellement difficile de modéliser un signal très large bande, car le nombre d'ondelettes de petite échelle dans un domaine de grande taille en trois dimensions devient rapidement prohibitif.

La méthode de Jarrin [37], décrit dans la partie 1.2.4, est remarquablement proche conceptuellement d'une application de la compensation de mouvement à une transformée par ondelette à échantillonnage irrégulier, bien que celle-ci ne soit pas présentée sous cet angle.



### 3.4.2 Génération distribuée de séries de nombres pseudo-aléatoires sans partage d'informations

L'obtention de la vitesse par l'intermédiaire de (3.14) fait intervenir trois nombres aléatoires (le vecteur  $\mathbf{n}$ ) pour chaque coefficient de la transformée par ondelette. L'obtention de nombres aléatoires se fait au moyen d'un générateur de nombres pseudo-aléatoires (PRNG) qui doit d'abord être initialisé par un nombre d'amorçage, et qui ensuite permet d'obtenir une série déterministe de nombres aléatoires.

Il est généralement souhaité que l'algorithme de génération stochastique soit utilisable de manière distribuée (en parallèle), particulièrement dans le cadre d'une application à un calcul CFD où le domaine est partagé entre les différents processus qui résolvent l'écoulement de manière synchrone.

La difficulté est que le champ stochastique doit être cohérent à l'interface des domaines des différents processus. Le champ de nombres aléatoires doit également être parfaitement décorrélés. Le problème de la cohérence est causé par le fait que l'interface entre les domaines des différents processus "traverse" certaines ondelettes en raison de leur recouvrement. Le nombre aléatoire qui est affecté à une même ondelette par différents processus doit être identique pour répondre à cette condition de cohérence. Le problème est que les nombres issus du générateur de nombres aléatoires sont dépendant de l'ordre dans lequel ceux-ci sont tirés, et que les différents PRNG ne calculent pas les mêmes suites de coefficients.

De même, si deux PRNG sont initialisés avec le même nombre d'amorçage pour tirer des coefficients différents dans chaque domaine, ceux-ci vont présenter une corrélation non physique.

Plusieurs solutions sont possibles pour répondre à cette problématique. La première est de n'utiliser qu'un seul processus pour générer les nombres aléatoires, qui sont ensuite transmis aux autres processus. Une autre méthode est de faire calculer l'ensemble des coefficients dans le même ordre à tous les processus, même ceux qui ne sont pas utiles localement. Ces deux méthodes sont peu efficaces.

La méthode présentée ici permet de répondre aux problématiques précédemment citées. Ces méthodes sont similaires à celle utilisée par Perlin [62] pour la génération de textures procédurales.

Elle consiste à partitionner le domaine en maillage cartésien régulier dont chaque cellule est identifiée par un triplet d'indices en fonction de son éloignement à l'origine spatiale du maillage. Étant donné que la simulation dépend également du temps et des différentes échelles, on dispose également d'un indice pour chacune de ces variables. Le domaine est donc partitionné de manière connue par tous les processus, pour lesquels l'origine est commune. Lors du calcul des coefficients  $n_i$  d'ondelette par le PRNG, le quintuplet d'indice auquel la cellule appartient est réduit à un scalaire par une fonction de hachage<sup>6</sup> dont la valeur est utilisée comme nombre d'amorce pour toutes les ondelettes présentes dans la cellule.

---

6. Une fonction de hachage est une fonction qui à partir de plusieurs nombres passés en paramètre va calculer un nombre unique. Tout changement même mineur des paramètres d'entrée entraîne l'obtention d'un résultat différent



Cette manière de procéder présente plusieurs avantages :

- la valeur des ondelettes de chaque cellule peut être calculée indépendamment des valeurs des cellules voisines
- Les coefficients générés par plusieurs processus pour une même cellule auront la valeur sans nécessiter de communications
- Il n'est pas nécessaire de définir les limites du domaine pour calculer une partie de celui-ci.
- Il est possible de prolonger une simulation stochastique interrompue sans tout recalculer, il suffit de réamorcer les PRNG avec les quintuplets d'indice courants pour chaque cellule

L'algorithme de génération de nombres aléatoires utilisé est le "Mersenne twister" par Matsumoto [56], largement répandu, qui a pour avantage de générer des séries non significativement corrélées pour tout changement du nombre d'amorçage tout en ayant de bonnes performances.

#### 3.4.3 Implémentation et discrétisation

Cette partie décrit la discrétisation utilisée pour la transformée par ondelette continue discrétisée, dont l'intitulé souligne la distinction avec la transformée par ondelette discrète avec ondelettes orthogonales. Les choix de discrétisation discutés ici ont été déterminés en fonction de l'application envisagée de la méthode qui est une génération de valeurs stochastique couplées avec un calcul CFD.

La transformée discrète (et non continue discrétisée) a pour intérêt d'être directement définie en termes de séries discrètes ce qui élimine le problème de la discrétisation de fonctions continues. Il existe des algorithmes de transformation rapide [52] qui pourraient potentiellement permettre la génération de signaux stochastiques avec un plus grand nombre de modes spectraux tout en conservant des performances suffisantes pour l'application visée.

La transformée par ondelette continue discrétisée utilisée dans ce travail est plus directement reliée à la description mathématique de la transformée par ondelette et est à ce titre conceptuellement plus simple. En revanche le calcul numérique de cette transformée entraîne certaines contraintes sur la discrétisation nécessaire pour obtenir un résultat adéquat. A terme il serait intéressant d'appliquer une transformée purement discrète à la méthode ici présentée.

Le choix de l'ondelette a pour intérêt de permettre une meilleure correspondance à certains motifs du signal original et permet leur discrimination dans l'espace transformé, l'ondelette possède alors une bonne sélectivité.

L'ondelette utilisée dans ce travail est le chapeau mexicain discrétisé sur une grille de 16 coefficients dans chaque direction. Cette résolution est assez faible et ne permet qu'une reproduction grossière de la forme originale du chapeau mexicain. Pour cette raison il est attendu que la transformée de Fourier de l'ondelette discrétisée soit significativement différente de sa valeur analytique. La transformée de Fourier de l'ondelette utilisée dans

l'équation (3.15) est donc calculée numériquement à partir des coefficients de l'ondelette discrétisée. L'ondelette discrète n'est pas corrigée pour respecter la condition d'admissibilité (3.1) et (3.3) car il n'a été constaté d'effet sur les statistiques du champ généré. Le coefficient de Fourier de l'ondelette correspondant à la fréquence 0 est artificiellement ajusté à 0 afin de permettre la convolution avec  $E(\kappa)$ .

L'échantillonnage des positions des ondelettes, le champ  $\mathbf{b}$ , correspond pour chaque échelle considérée à l'échantillonnage de l'ondelette elle même, c'est à dire que le taux de recouvrement des ondelettes les unes par rapport aux autres est de 15/16. Il a été constaté que le taux d'échantillonnage relativement faible du champ  $\mathbf{b}$  entraîne une certaine irrégularité de la variance du champ généré, mais ce défaut est considéré comme acceptable pour maintenir la vitesse d'exécution du calcul des conditions aux limites par rapport au calcul CFD.

Les valeurs de dilatation des différentes échelles d'ondelettes sont calculées selon une suite géométrique, en fonction du nombre d'échelles et de l'amplitude entre la plus grande et la plus faible demandées.

Le champ de vitesse continu est reconstitué à partir du champ de vitesse discret par interpolation. La simple interpolation linéaire n'est pas adaptée car celle-ci occasionne des discontinuités du gradient de vitesse, ce qui perturbe excessivement la divergence du champ de vitesse et entraîne des problèmes numériques. La procédure d'interpolation idéale pour préserver les caractéristiques spectrales du champ synthétique consiste à utiliser une convolution avec un noyau sinus cardinal. Toutefois la fonction sinus cardinal est significativement différente de 0 sur une plage très étendue. En pratique ce type d'interpolation est effectuée à l'aide d'un noyau artificiellement réduit, à la manière de la technique de rééchantillonnage de Lanczos [22]. Cette technique reste toutefois relativement coûteuse à cause de l'évaluation de la fonction sinus cardinal. Afin de permettre un calcul suffisamment rapide tout en préservant la dérivabilité du signal, la technique utilisée dans ce travail est basée sur une convolution par un noyau polynomial proposé par Keys [43] comme une approximation de l'interpolation par splines cubiques :

$$W(\mathbf{x}) = (a+2)|x|^3 - (a+3)|x|^2 + 1 \quad \text{pour } |x| \leq 1 \quad (3.28)$$

$$W(\mathbf{x}) = a|x|^3 - 5a|x|^2 + 8a|x| - 4a \quad \text{pour } 1 < |x| \leq 2 \quad (3.29)$$

$$W(\mathbf{x}) = 0 \quad \text{sinon} \quad (3.30)$$

Le calcul de la déformation des champs pour la compensation de mouvement est effectuée par une méthode Runge-Kutta 4.

L'algorithme numérique final peut être résumé de la façon suivante.

Les paramètres sont : la position  $\mathbf{x}$ , le tenseur spectral  $\phi_{ij}(\mathbf{x}, \kappa, L_u, L_v, L_w, k)$ , le nombre d'amorce global et le champ de vitesse moyenne  $U(\mathbf{x}, t)$ .

pour chaque position où la vitesse synthétique est calculée, la valeur est obtenue par intégration sur la dilatation  $a$ , le champ de translations d'ondelettes  $\mathbf{b}$  et l'indice temporel qui correspond à la convolution des différents champs partiels advectés  $u_{pa}^j(t)$ , ce qui se traduit par autant de boucles imbriquées. La séquence des calculs est la suivante :

— Calcul du déplacement du à la déformation par la vitesse moyenne de la position  $\mathbf{x}$

dans le champ  $u_{pa}^j(t)$  par une méthode Runge Kutta d'ordre 4

- Calcul du nombre d'amorçage par la fonction de hachage à partir de l'indice de dilatation, le triplet d'indice correspondant
- Tirage des nombres aléatoires  $n_{ij}$  pour chaque ondelette avec le nouveau nombre d'amorçage obtenu par hachage.
- Calcul de  $w(a, \mathbf{b}, t) \tilde{u}_{p,i}(a, \mathbf{b}, t)$ .
- Le résultat  $u(x, t)$  est le résultat de la sommation du terme précédent pour chaque itération des boucles imbriquées.

Les champs synthétiques générés sont présentés dans la partie 4.1.3.

### 3.5 Conclusion

La méthode de génération stochastique présentée permet de synthétiser des champs de vitesse aléatoires avec une variation temporelle réaliste. Les paramètres d'entrée de la méthode sont le tenseur spectral, qui détermine la variance ainsi que la cohérence spatiale du champ de vitesse. Le champ moyen est également un paramètre d'entrée. La variation temporelle du champ de vitesse résulte de la procédure de filtrage temporel par convolution, qui tient compte de l'advection du champ de vitesse par la vitesse moyenne locale, qui peut ne pas être uniforme et résulter en cisaillement du champ.

Le chapitre suivant détaille le paramétrage du générateur pour reproduire des champs de vitesse représentatifs de plusieurs types de couches limites atmosphériques et de l'utilisation des séries générées.



## CHAPITRE 4

# SIMULATION AUX GRANDES ÉCHELLES DE COUCHE LIMITE ATMOSPHÉRIQUE AVEC CONDITIONS AUX FRONTIÈRES STOCHASTIQUES

La réalisation d'une simulation numérique aux grandes échelles (LES) implique que la majeure partie des échelles turbulentes soit résolue, et que seule la turbulence de petite échelle soit modélisée. Les modèles de turbulence les plus classiques, de type Smagorinsky, impliquent que la turbulence modélisée possède un caractère isotrope et universel, ce qui est une bonne approximation dans le cas des petites échelles d'une turbulence pleinement développée.

Cette limitation du modèle aux petites échelles de la turbulence implique donc qu'une grande part des échelles turbulentes soient modélisées. La simulation par la technique LES de la turbulence proche de la paroi est rendue difficile par le fait que les échelles caractéristiques de la turbulence diminuent avec la réduction de l'altitude, et imposent donc l'emploi de maillages de haute résolution. La simulation de CLA a déjà été abordée dans la partie 1.2.3

Certains types de problèmes ne nécessitent toutefois pas une résolution complète de la couche limite. Dans de telles conditions, l'utilisation d'une méthode stochastique pour générer des conditions aux frontières turbulentes est une approche qui présente certains avantages. L'attractivité de ces méthodes est qu'il est aisé de contrôler les paramètres de la turbulence au niveau des frontières, selon des valeurs prédéterminées. La contrepartie est qu'il est nécessaire d'avoir une connaissance préalable de ces caractéristiques turbulentes, ce qui n'est pas le cas, par exemple, avec une simulation de couche limite utilisant des frontières cycliques pour simuler une CLA pleinement développée, où dans ce cas la turbulence peut être considérée comme un résultat plutôt qu'un paramètre.

Ce chapitre montre une manière dont le générateur stochastique présenté dans le chapitre 3 peut être utilisé pour reproduire différents types d'écoulements de CLA à partir de mesures expérimentales, ou encore à partir de la seule longueur de rugosité et de

quelques relations empiriques pour la génération de séries de vitesse synthétiques qui sont appliquées aux frontières d'une simulation LES. Bien que ces simulations de CLA servent de base aux simulations de sillage de disque actuateur présentées dans la partie 6, toutes sortes d'applications relevant de la micrométéorologie sont envisageables en plus de la production éolienne, comme les ouvrages civils ou les transports. Il est également possible de modéliser des écoulements sur terrain complexe non longitudinalement homogènes.

## 4.1 Génération stochastique de couche limite atmosphérique

### 4.1.1 Paramétrage du générateur stochastique

L'implémentation du générateur stochastique de CLA turbulente présenté dans la partie 3 nécessite un certain nombre de paramètres relatifs à la discrétisation de la transformée. Bien que l'application présentée ici concerne une CLA sur terrain plat, le générateur est conçu de sorte à ne pas être spécifique à ce problème particulier et peut potentiellement servir à la génération de toute sorte d'écoulements turbulents en changeant les paramètres d'entrée.

La liste suivante détaille les différents paramètres du générateur et les valeurs qui leurs sont affectées pour le cas d'une couche limite atmosphérique.

- le champ de vitesse moyenne comme une fonction de la position  $(x, y, z)$
- Champs d'échelle intégrale pour chaque composante de la vitesse ( $L_u$ ,  $L_v$  et  $L_w$ ) comme une fonction de la position  $(x, y, z)$ . L'échelle intégrale d'une composante peut être calculée selon les trois directions de l'espace. Dans le cas présenté on suppose que les différentes échelles ont une symétrie sphérique ( $L_{ux} = L_{uy} = L_{uz} = L_u$ ). Il faut noter que malgré cette symétrie, le champ généré n'est pas nécessairement isotrope au sens usuel, car d'une part les différentes composantes de la vitesse n'ont pas nécessairement la même échelle, et d'autre part la déformation du champ turbulent par la vitesse moyenne crée une anisotropie. Pour générer un champ strictement isotrope il faut que  $L_u = L_v = L_w$ , et que  $U$  soit uniforme.
- Un champ proportionnel à l'énergie cinétique turbulente  $k$  de l'intervalle inertiel, qui est elle même proportionnelle à l'énergie cinétique totale si les champs d'échelles  $L_u$ ,  $L_v$ ,  $L_w$  sont constants. La valeur absolue de ce coefficient n'est pas significative, étant donné que les séries générées ne sont pas normalisées et doivent ensuite être ajustées à l'aide d'un coefficient correcteur. L'importance du paramètre réside dans la distribution spatiale du champ. L'auteur recommande d'utiliser la valeur du champ d'énergie cinétique turbulente  $k$  cible et d'ajuster ensuite le coefficient correcteur pour obtenir effectivement la valeur cible. En réalité ce paramètre correspond au terme  $\alpha\epsilon$  dans l'expression du spectre de Kolmogorov, dont la relation avec  $k$  est détaillé plus loin dans cette section (4.1).
- Le coefficient correcteur de la variance des séries générées. Ce coefficient doit être ajusté manuellement, et doit être réajusté si les paramètres ayant trait à l'échantillonnage des ondelettes est modifié, en particulier le nombre d'échelles. Les échelles min/max peuvent être changées sans modification du coefficient correcteur.

#### 4.1. GÉNÉRATION STOCHASTIQUE DE COUCHE LIMITE ATMOSPHERIQUE

- Les extréma du champ d'énergie cinétique turbulente  $k$  (dans le domaine d'intérêt), nécessaire pour déterminer en avance l'échantillonnage temporel des séries générées qui dépend du temps de renouvellement de la turbulence. Un intervalle excessif entraîne des calculs inutiles, un intervalle trop étroit entraîne selon la borne concernée : un échantillonnage trop espacé ce qui résulte en une variation périodique de la variance, ou encore une durée de vie trop courte des ondelettes par rapport aux fenêtres temporelles qui provoque l'apparition de discontinuités temporelles dans le signal généré. Les valeurs ici utilisées sont les valeurs de  $k$  en bas et en haut du domaine.
- Le nombre d'échelles d'ondelettes, ainsi que les échelles minimum et maximum qui définissent l'échantillonnage fréquentiel. La valeur utilisée ici est de 10 échelles, échelle minimum de 5m et maximum de 1500m. Ces valeurs assurent une bonne résolution fréquentielle. Le nombre d'échelles minimum pour obtenir un spectre correct dépend du ratio de l'échelle la plus grande sur l'échelle la plus petite que l'on désire générer.
- Champs de covariance normalisés de la façon suivante  $\overline{u'v'}/\sqrt{\overline{u'^2}\overline{v'^2}}$ ,  $\overline{u'w'}/\sqrt{\overline{u'^2}\overline{w'^2}}$ ,  $\overline{v'w'}/\sqrt{\overline{v'^2}\overline{w'^2}}$ . Pour les CLAs "empiriques" le champ spécifié est nul, pour la CLA expérimentale, la valeur choisie est la valeur mesurée.
- Le nombre d'amorce (*seed*) du générateur de nombre aléatoire. C'est ce seul paramètre qui détermine la réalisation du champ de vitesse aléatoire généré pour une combinaison de paramètres donnée. Le générateur exécuté de multiples fois, éventuellement sur des machines différentes, avec les mêmes paramètres donne toujours le même résultat pour une position  $(x, y, z \text{ et } t)$  unique, ce qui permet une utilisation distribuée et répétable sans communication entre les processus et dont les résultats sont cohérents entre eux. Cela permet de s'affranchir de la prégénération des séries stochastiques, ce qui peut poser des problèmes de stockage avec un grand nombre d'échantillons.

Les paramètres qui doivent formuler l'expression de champs, sont fournies sous la forme de fonctions de  $(x, y \text{ et } z)$ , ce qui permet de paramétrer le générateur sans connaissance préalable des positions  $(x, y, z \text{ et } t)$  pour lesquelles les valeurs de vitesse seront générées. Une restriction est qu'un intervalle des valeurs de  $k$  extrêmes pour les positions calculées doit être précisé, car la durée de vie de la turbulence et donc l'échantillonnage temporel des ondelettes en dépend et celui-ci doit être déterminé à l'initialisation pour permettre un calcul direct des indices temporels. Un changement des valeurs extrêmes de  $k$  entraîne un changement de la réalisation du champ simulé.

Le champ de  $\alpha\epsilon$  dans l'expression du spectre de Von Karman (1.10), peut être défini comme une fonction de la position  $(x, y, z)$ . Ce paramètre correspond à l'amplitude des coefficients spectraux dans la région inertielle du spectre. La variation de ce paramètre, pour une échelle intégrale fixée peut être interprétée comme une variation de l'énergie cinétique turbulente de la série générée en accord avec le théorème de Parseval. L'application de ce théorème à l'expression du spectre de Von Karman donne :

$$\sigma_i^2 = \iiint_0^\infty E(\boldsymbol{\kappa}) \partial \kappa_1 \partial \kappa_2 \partial \kappa_3 \quad (4.1)$$

$$\sigma_i^2 = \alpha \epsilon \iiint_0^\infty L_{iso}^{5/3} \frac{(L_{iso} |\boldsymbol{\kappa}|)^4}{(1 + (L_{iso} |\boldsymbol{\kappa}|)^2)^{17/4}} \partial \kappa_1 \partial \kappa_2 \partial \kappa_3 \quad (4.2)$$

$$k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sigma_i^2 \quad (4.3)$$

$$\Rightarrow k \propto \alpha \epsilon \text{ (avec } \propto \text{ signifiant la proportionnalité)} \quad (4.4)$$

$k$  est donc effectivement proportionnel à la variance pour  $L_i$  constante. Il est notable que l'expression (4.1) est intégrable, mais l'expression est complexe et n'est pas reproduite ici. Cette expression ne tient pas compte de l'existence de la zone de dissipation, dont l'introduction nécessite la connaissance l'échelle de dissipation de Kolmogorov. Sans cette zone de dissipation, l'intégration de (4.1) entre 0 et  $\infty$  n'est pas bornée, l'expression du spectre de Von Karman, n'est en vérité pas valide pour les échelles très petites approchant l'échelle de dissipation visqueuse (échelle de Kolmogorov). Dans une LES toutefois les échelles résolues sont généralement significativement plus grandes que l'échelle de Kolmogorov.

Le critère pour ajuster le coefficient correcteur ne peut toutefois généralement pas reposer sur l'unique valeur de variance "cible" (ou de  $k$  pour une valeur intégrant toutes les composantes) et la valeur effectivement obtenue. En effet celle-ci est dépendante de la bande passante portant le signal servant au calcul de la variance, comme suggéré par la relation de Parseval (4.1). Ainsi les valeurs de variances mesurée en soufflerie ne peuvent en théorie pas être comparées directement aux valeur calculées numériquement, en raison des différences de résolution fréquentielle des mesures. Une possibilité est de filtrer de manière identique deux séries temporelles, par exemple à l'aide d'un filtre de Fourier, avant de calculer et de comparer les variances des signaux filtrés. Dans ce travail la méthode employée consiste à comparer directement l'amplitude des coefficients spectraux de la zone inertielle des DSP des séries temporelles mesurées et générées, ce qui permet également d'estimer l'adéquation des distribution de l'énergie turbulente.

La figure 4.1 présente la comparaison entre le spectre obtenu par l'intermédiaire du générateur de turbulence et le spectre mesuré expérimentalement, après ajustement du coefficient de correction.

La valeur de l'échelle intégrale  $L_u$  mesurée dans une couche limite réelle est variable selon l'altitude. D'après l'équation (4.19), la forme du profil suit une loi en puissance à croissance rapide avec  $z$ .

La norme IEC-64000 [15] propose une estimation différente de l'échelle intégrale longitudinale de l'écoulement qui est indépendante de la rugosité  $z_0$ , contrairement à Counihan ainsi qu'aux valeurs relevées expérimentalement. La valeur proposée donne toutefois une approximation raisonnable de l'échelle intégrale d'une CLA en l'absence d'information sur la rugosité. Cette estimation est exprimée de la façon suivante :



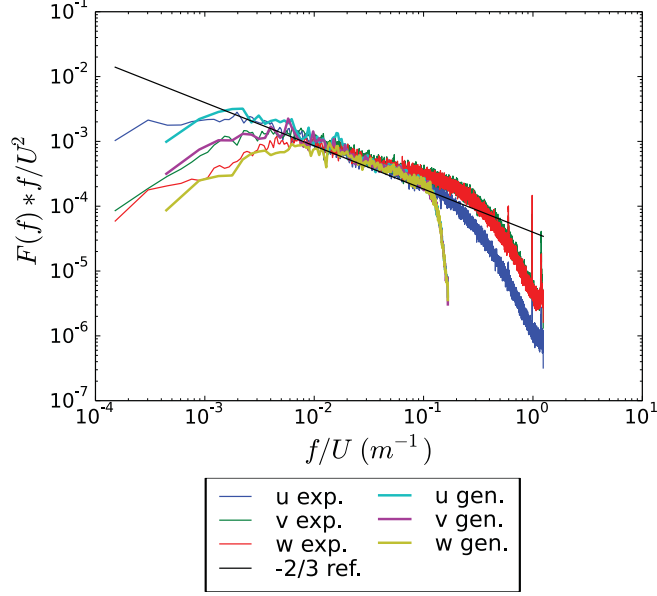


FIGURE 4.1 – Comparaison entre les spectres longitudinaux expérimentaux (en pleine échelle) mesurés dans la CLA à une altitude équivalente  $z = 80m$  et le spectre du champ synthétique correspondant

Si  $0m < z < 40m$

$$L_{ux} = z \quad (4.5)$$

Si  $z \geq 40m$  :

$$L_{ux} = 40m \quad (4.6)$$

Rappelons que avec  $k_{L_{ux}}$  t.q.

$$k_{L_{ux}} * P_{ux}\left(\frac{1}{L_{ux}}\right) = \max(k_x * P_{ux}(k)) \quad (4.7)$$

On a :

$$k_{L_{ux}} = \frac{1}{L_{ux}} = \frac{2\pi}{\lambda_{L_{ux}}} \quad (4.8)$$

la valeur de  $L_{ux} = 40m$  correspond dans ce cas à à une longueur d'onde  $\lambda$  :

$$\lambda_{L_{ux}}(z = 40m) \approx 250m \quad (4.9)$$

Une variation de  $\Delta L_{ux} = 40m$  entraîne une variation de la longueur d'onde équivalente de  $\Delta \lambda = 250m$  pour  $z$  passant de 0 à 40m. Une telle évolution des longueurs d'ondes caractéristiques sur une distance si faible est difficile à concevoir dans le cadre de l'approximation

de symétrie sphérique des échelles turbulentes. En effet plus les échelles sont grandes et moins les variations spatiales de ces échelles sont localisées, pour reprendre la terminologie de l'analyse par ondelette. L'un des éléments pour expliquer cette contradiction apparente est que l'extension des structures turbulentes cohérentes dans une couche limite atmosphérique est plus grande dans la direction longitudinale que dans la direction transversale. L'étirement transversal est lui-même plus grand que l'étirement vertical des structures. En réalité la localité de la variation verticale des échelles longitudinales est liée à la taille des échelles verticales qui n'est pas égale à l'échelle longitudinale en dehors de toute hypothèse de symétrie sphérique. L'hypothèse de la symétrie sphérique utilisée pour la génération synthétique rencontre ici l'une de ses limites. Cette hypothèse pour le tenseur spectral est toutefois justifiable car d'une part il est difficile de mesurer ou d'estimer les valeurs des coefficients du tenseur spectral dans le cas non symétrique, d'autre part l'hypothèse de symétrie permet également une simplification significative de l'algorithme en autorisant la réduction des trois dimensions d'échelle (dilatation selon  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) en une seule (dilatation sphérique).

Notons que la théorie de la distorsion rapide peut permettre de calculer l'expression d'un tenseur spectral cisailé à partir de considérations théoriques. Le résultat d'une telle analyse s'accorde bien avec des mesures réelles, ainsi que montré par Mann [53]. Notons que l'application courante de la méthode dite "de Mann" reposant sur une transformée de Fourier, son résultat est nécessairement homogène dans l'espace. Le cisaillement du champ turbulent par la vitesse moyenne est également problématique en l'absence de formulation d'une évolution temporelle de la turbulence indépendante de l'hypothèse de Taylor, qui suppose une vitesse de convection uniforme.

Bien que l'abandon complet de toute hypothèse de symétrie pour la génération stochastique par ondelette appliquée à la simulation numérique telle que présentée ici paraisse délicat pour des raisons de coût de calcul, il serait envisageable de la remplacer par une autre hypothèse de symétrie de type ellipsoïde à coût de calcul constant, où la dilatation des ondelette pourrait différer entre  $x$ ,  $y$  et  $z$  (avec  $L_x \neq L_y \neq L_z$  pour chacune des composantes de la vitesse) tout en restant fonction d'un seul paramètre commun. Cette éventualité n'est pas abordée dans ce travail.

#### 4.1.2 Formulation empirique des profils caractéristiques de CLA selon la seule hauteur de rugosité

L'utilisation du générateur stochastique de conditions d'entrée nécessite une connaissance des caractéristiques des couches limites simulées. Trois types de couches limites sont simulées, l'une d'entre elles correspond en échelle réelle à la couche limite obtenue expérimentalement en soufflerie et décrite dans la partie 2.1. Les deux autres couches limites simulées sont basées sur les relations empiriques données par Counihan [18], qui permettent de déduire les profils verticaux de différentes statistiques d'une couche limite dont on ne connaît que la longueur de rugosité et la vitesse moyenne à une altitude donnée.

En raison de l'indépendance au nombre de Reynolds de la CLA turbulente, le choix de la vitesse de référence n'entre pas en compte dans le calcul des statistiques adimensionnées de l'écoulement, la seule variable dont dépendent les profils d'intensité turbulente, d'échelles

#### 4.1. GÉNÉRATION STOCHASTIQUE DE COUCHE LIMITE ATMOSPHÉRIQUE

intégrales, ainsi que l'exposant de la loi de vitesse est donc la seule longueur de rugosité  $z_0$ .

Les lois empiriques dérivées par Counihan sont basées sur une revue extensive des données de mesure d'écoulements atmosphérique disponibles dans la littérature. Les références pour ces mesures de terrain sont nombreuses et concernent un grand nombre de sites réels, cependant la quantité de données disponibles pour chaque site est limitée, en particulier en ce qui concerne l'altitude de mesure, en raison des limitations inhérentes à l'utilisation de mats météorologiques avec anémomètre à coupelles<sup>1</sup>. L'étude couvre toutefois une large gamme de longueurs de rugosité.

Les longueurs de rugosités pour les couches limites empiriques simulées sont choisies dans un but de complémentarité avec la couche limite expérimentale, avec pour l'une une valeur faible représentative d'une CLA offshore, et pour l'autre une valeur élevée représentative d'une CLA sur terrain très rugueux de type forêt, tout en restant dans l'intervalle proposé par Counihan.

La loi de profil de vitesse proposée par Counihan est la loi de couche limite "en puissance" (4.10), qui bien qu'elle ne soit pas dérivée de relations théoriques à l'instar de la loi logarithmique, a le mérite d'être applicable à toute la hauteur de la couche limite, en incluant la zone logarithmique avec une marge d'erreur minime. Counihan propose la relation (4.11) pour calculer l'exposant de la loi de vitesse  $1/\alpha$  en fonction de la longueur de rugosité de la loi logarithmique (1.15).

$$U(z) = u_{ref} \left( \frac{z}{z_{ref}} \right)^{1/\alpha} \quad (4.10)$$

$$1/\alpha = 0.096 * \log_{10}(z_0) + 0.016 * \log_{10}(z_0) + 0.24 \quad (4.11)$$

La relation suivante (4.12) peut être utilisée pour estimer l'intensité turbulente longitudinale en fonction de l'altitude.

$$Iu_{nc}(z) = 1/\ln(z/z_0) \quad (4.12)$$

Cependant Counihan mentionne que cette relation entraîne une forte surestimation de l'intensité turbulente pour les longueurs de rugosités  $z_0 > 0.1m$ . Il propose donc une relation alternative pour calculer l'intensité turbulente, mais seulement à  $z = 30m$  :

$$Iu(z = 30) = \log_{10}(z_0) * (0.096 + 0.016 * \log_{10}(z_0)) + 0.24 \quad (4.13)$$

Il est possible de combiner les deux relations précédentes pour dériver une loi de profil vertical de l'intensité turbulente qui ne surestime pas  $Iu$  pour  $z_0 > 0.1m$  au moyen d'une simple règle de 3 :

$$Iu(z) = Iu_{nc}(z) * Iu(z = 30) / Iu_{nc}(z = 30) \quad (4.14)$$

---

1. Les LIDARs (Light Detection and Ranging)) n'existaient pas en 1975, date de la publication, et les SODARs (Sonic Detection And Ranging) n'en étaient qu'à leurs débuts

## CHAPITRE 4. SIMULATION AUX GRANDES ÉCHELLES DE COUCHE LIMITE ATMOSPHÉRIQUE AVEC CONDITIONS AUX FRONTIÈRES STOCHASTIQUES

A partir de la valeur de  $Iu$  et des rapports entre l'écart type des fluctuations des différentes composantes de la vitesse proposés par Counihan, il est possible de déterminer une relation pour le profil turbulent d'énergie cinétique turbulente (4.18)

$$\sigma_u(z) = Iu(z) * U(z) \quad (4.15)$$

$$\sigma_v(z) = 0.75\sigma_u \quad (4.16)$$

$$\sigma_w(z) = 0.5\sigma_u \quad (4.17)$$

$$k(z) = 0.5 * (1 + 0.75^2 + 0.5^2) * \sigma_u(z)^2 \quad (4.18)$$

Pour terminer, Counihan propose également une estimation de l'échelle intégrale de turbulence en fonction de la rugosité de la CLA. Cette échelle diminue en fonction de la rugosité, elle évolue donc en sens contraire de l'intensité turbulente avec une variation de  $z_0$  :

$$L_{ux}(z) = C(z_0) * z^{1/n(z_0)} \quad (4.19)$$

Où  $C(z_0)$  et  $1/n(z_0)$  sont tirés des abaques reproduites sur la figure 4.2.

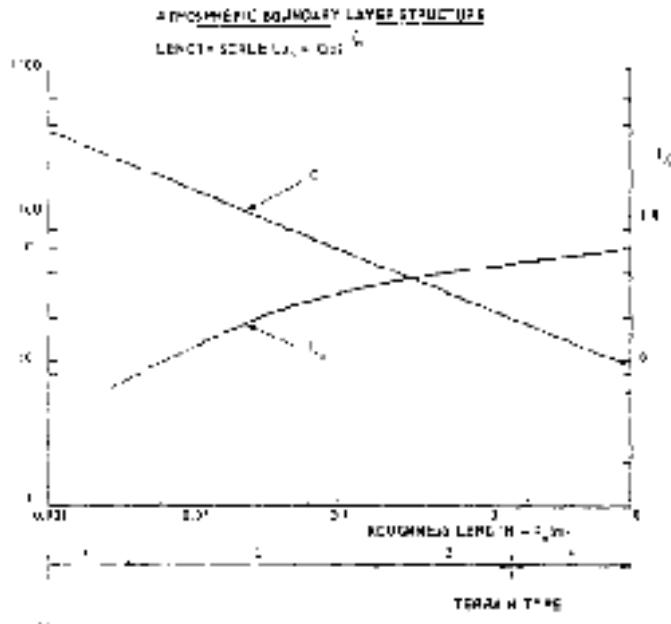


FIGURE 4.2 – Abaques présentant les paramètres  $C$  et  $1/n$  servant à calculer  $L_{ux}$  en fonction de  $z_0$  d'après [18]

Pour les valeurs d'échelle intégrales des autres composantes de la vitesse, Counihan propose une simple relation de proportionnalité avec  $L_{ux}$  telles que :

$$L_{vx} = 0.4L_{ux} \quad (4.20)$$

$$L_{wx} = 0.2L_{ux} \quad (4.21)$$

### 4.1.3 CLA synthétisées à partir de profils prédéfinis

À partir des valeurs  $z_0 = 3 \cdot 10^{-3} m$  pour la couche limite faiblement rugueuse et  $z_0 = 1 m$  pour la couche limite fortement rugueuse, on détermine les profils de  $U(z)$ ,  $Iu(z)$  et  $L_{ux}(z)$  de la CLA empirique, qui sont reportés dans le tableau 4.1 aux côtés des paramètres de la couche limite expérimentale obtenus par régression.

La CLA très rugueuse modélisée expérimentalement, décrite dans la partie 2, aurait également pu servir de base à une modélisation du générateur stochastique, il a été estimé que celle-ci était insuffisamment développée pour permettre une détermination de profils adéquats étant donné la présence de la transition entre deux régimes de CLA. Le choix a donc été fait d'employer les relations empiriques de Counihan pour reproduire une CLA très rugueuse.

CLA	$z_0$	$1/\alpha$	$u_{ref}$	$z_{ref}$	$1/n$	C	$L_{ux}(z = 80m)$
faiblement rug.	$3 \cdot 10^{-3}$	0.1	5.44	40	0.07	250	340
mod. rug. (exp.)	$2 \cdot 10^{-2}$	0.153	5.44	40	x	x	180
fortement rug.	1	0.24	5.44	40	0.44	11.7	80

Tableau 4.1 – Paramètres des couches limites simulées

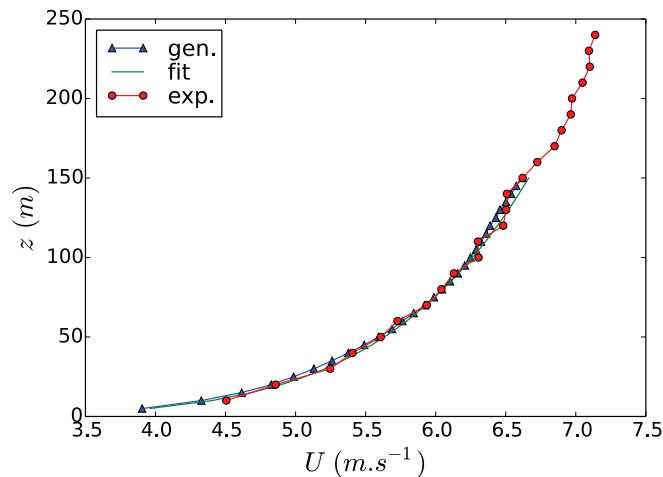


FIGURE 4.3 – Mesures expérimentales de vitesse mises à l'échelle réelle, loi de vitesse en puissance obtenue par régression, vitesse moyenne des séries temporelles synthétiques correspondantes

La figure 4.3 présente le profil de vitesse moyenne longitudinale obtenue au moyen du générateur stochastique, aux cotés de la loi en puissance obtenue par régression sur les mesures expérimentales après mise à l'échelle réelle. Le résultat est conforme aux paramètres spécifiés, toute déviation entre les valeurs obtenues au moyen du générateur

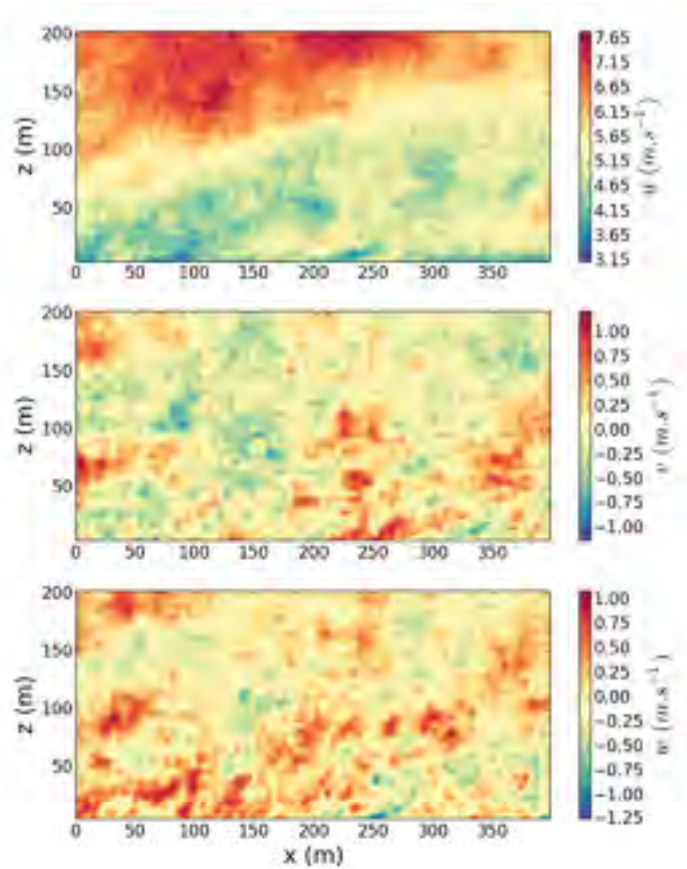


FIGURE 4.4 – champs instantanés des composantes  $u$ ,  $v$  et  $w$  de vitesse dans le plan vertical  $(x, z)$

stochastique est due à un manque de convergence statistique, en particulier si les échelles de la turbulence sont très grandes, il est alors nécessaire de générer des séries très longues afin d'obtenir un nombre suffisant d'échantillons décorrés.

La figure 4.4 présente des contours instantanés des composantes  $u$ ,  $v$  et  $w$  de la vitesse synthétique. La déformation de la turbulence dans la partie basse de la couche limite par le cisaillement moyen est ici visible dans l'intervalle  $0 < z < 50m$ . La figure montre que la turbulence générée présente une large gamme d'échelles turbulentes.

La figure 4.5 montre le profil d'énergie cinétique turbulente du champ synthétique basé sur la CLA expérimentale. L'erreur dans la partie inférieure du spectre est due en partie au fait que l'échelle de turbulence dans la CLA expérimentale est très réduite, et ne peut pas être correctement reproduite avec la taille minimale d'ondelette générée. D'autre part la méthode stochastique connaît certaines difficultés à reproduire les zones de gradient élevé en raison de l'étendue des ondelettes par rapport à leur échelle caractéristique (qui est liée à la localité de la transformée).

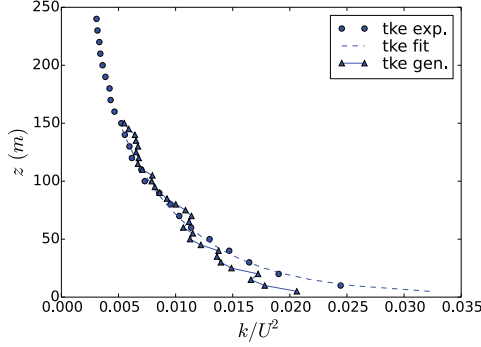
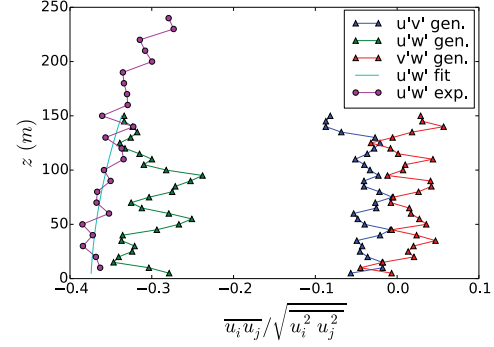

 FIGURE 4.5 – Profil d'énergie cinétique turbulente  $k$  du champ synthétique


FIGURE 4.6 – Profils des corrélations croisées du champ de vitesse stochastique

Pour le cas de la couche limite expérimentale, on impose le profil de corrélations croisées  $\overline{u'w'}/\sqrt{\overline{u'^2}\overline{w'^2}}$  sous forme d'un polynôme dont les coefficients sont obtenus par régression sur les données expérimentales. Les profils des corrélations croisées du champ stochastiques basé sur la CLA expérimentale sont présentés sur la figure 4.6.

Les irrégularités des profils de  $k$  et  $\overline{u'w'}$  sont dues aux erreurs d'interpolations causées par la discrétisation utilisée dans la méthode de génération, auxquelles ces statistiques sont particulièrement sensible.

Counihan fournit également une relation permettant de déterminer un profil de corrélation croisée (covariance)  $\overline{u'w'}$  en fonction de  $z$  pour tout  $z_0$ , cependant le profil  $\overline{u'w'}$  spécifié pour les CLA empiriques est choisi comme nul pour tout  $z$ . Ce choix est discuté en relation avec les résultats du cas expérimental dans la partie 4.4.

La plus petite échelle générée est ici de 5m.

## 4.2 Équations LES et modèle numérique

Les simulations sont réalisées à l'aide de la suite logicielle dédiée à la simulation numérique OpenFoam [28]. L'approche employée ici est la simulation instationnaire des grandes échelles de la turbulence.

Les équations résolues numériquement sont les équations de Navier-Stokes qui lient la vitesse locale du fluide avec la pression ainsi que la viscosité. Les forces de volumes telles que la gravité, ainsi que l'accélération de Coriolis sont ici négligées. Rappelons l'écriture des équations de Navier-Stokes instantanées :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (4.23)$$

La solution de ces équations par simulation des grandes échelles implique de ne résoudre qu'une seule part des variations de  $u$ , en modélisant la part non résolue. La séparation de  $u$  en une part modélisée et une part simulée dans une simulation LES relève d'un filtrage implicite qui dépend de la taille du maillage qui supporte le calcul. La décomposition de la vitesse en une partie filtrée et une partie non filtrée peut être exprimée mathématiquement de la façon suivante :

$$u_i = \overline{u_i} + u'_i \quad (4.24)$$

La forme filtrée des équations de Navier-Stokes s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} &= 0 \quad (\text{continuité}) \\ \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial t} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Avec le tenseur des contraintes sous maille  $\tau_{ij}$  tel que :

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \overline{u_i} \overline{u_j} \quad (4.26)$$

Le terme  $\overline{u_i u_j}$  qui apparait dans la décomposition des équations représente l'influence des variations sous maille sur la solution filtrée et nécessite d'être modélisé. De nombreux modèles de turbulence se basent sur l'introduction d'un terme de viscosité turbulente, selon l'hypothèse de Boussinesq, ainsi dénommé en raison de la forme de son expression qui est analogue à celle d'un second terme de viscosité. La part déviatorique du tenseur des contraintes sous mailles peut ainsi être écrite telle que :

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2\nu_t \overline{S_{ij}} \quad (4.27)$$

avec le tenseur de vitesse de déformation  $S_{ij}$  tel que :

$$\overline{S_{ij}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \quad (4.28)$$

Pour déterminer la valeur du coefficient de viscosité turbulente  $\nu_t$ , le modèle de turbulence de Smagorinsky traditionnel est ici utilisé :

$$\nu_t = (C_s \Delta_g)^2 \sqrt{2 \overline{S_{ij} S_{ij}}} = (C_s \Delta_g)^2 |S| \quad (4.29)$$

Où  $\Delta_g$  (m) représente la taille caractéristique locale de la grille. Celle-ci est calculée comme étant la racine cubique du volume d'une maille. Pour la valeur de  $C_s$ , on utilise la valeur commune  $C_s = 0.167$ , calibrée pour reproduire la décroissance d'une turbulence homogène isotrope.

Les autres paramètres de simulation sont les suivants :



- La vitesse et la pression sont interdépendantes. L'avancement temporelle de la vitesse peut être découplé de celle de la pression au moyen de l'algorithme numérique PISO *Pressure Implicit Split Operator*, qui est un algorithme incompressible à pas de temps court décrit dans [35]. Cet algorithme de résolution est fourni par OpenFoam sous la forme de l'exécutable  *pisoFoam*.
- Le solveur linéaire sélectionné pour l'équation de vitesse est *smoothSolver*. Le solveur pour l'équation de pression est *GAMG*.
- Le schéma d'interpolation spatial pour le gradient est linéaire d'ordre deux. Pour la divergence le schéma de base est également linéaire d'ordre deux, mais peut-être hybridé dynamiquement avec jusqu'à 20% d'un schéma *upwind* au premier ordre pour amortir d'éventuelles oscillations locales de la solution (*filteredLinear* dans OpenFoam).
- Le schéma d'avancement temporel choisi est Euler implicite.

Le domaine de simulation est schématisé sur la figure 4.7. La limite inférieure du maillage se situe au dessus du sol, où la turbulence est supposée être pleinement développée. La hauteur du domaine est adaptée pour l'étude de l'aérodynamique d'un disque actuateur dans la couche limite atmosphérique présentée de la partie 6, la hauteur simulée ne recouvre donc pas toute la hauteur de la couche limite.

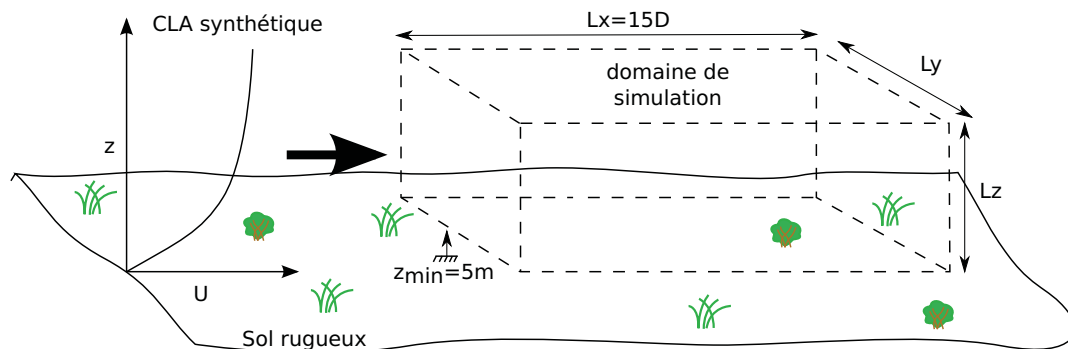


FIGURE 4.7 – Schéma du domaine de simulation

Différents maillages sont testés, avec des dimensions et des résolutions variables. Les différentes dimensions sont déterminées de sorte à convenir aux simulations avec disque actuateur présentées dans la partie 6. Une synthèse des dimensions et résolutions utilisées peut être trouvée dans le tableau 4.2.

Les simulations sont effectuées sur la grappe de calcul "Guillimin" de Calcul Québec. Le coût de calcul est relativement réduit et les simulations les plus longues présentées nécessitent environ 24h sur huit cœurs Intel Xeon X5650.

Le générateur de turbulence utilise environ 50% du temps de calcul, mais le bénéfice reste largement positif car celui-ci permet de simplifier fortement les cas calculés. De plus il serait probablement tout à fait acceptable de diminuer le nombre d'échelles et la résolution des champs synthétiques générés.

Cas	$L_x(m)$	$L_y(m)$	$L_z(m)$	$\Delta(m)$	$N_x$	$N_y$	$N_z$	$N_{mailles}$	$\Delta t(s)$
smooth_mesh80	1200	400	265	5.02	238	79	52	977704	0.5
mesh40	600	200	175	2.75	217	72	63	984312	0.26
rough_mesh80	1200	400	265	5.02	238	79	52	977704	0.38
mesh80	1200	400	265	5.02	238	79	52	977704	0.45

Tableau 4.2 – Dimension et résolution des maillages utilisés avec le pas de temps utilisé pour les simulation

### 4.3 Introduction des séries de vitesse stochastiques au moyen de conditions aux frontières adaptées

La partie précédente présente la démarche permettant de déterminer un ensemble de paramètres réalistes pour la génération de séries de vitesse turbulente au moyen du générateur stochastique. Cette partie détaille de quelle manière les séries générées sont introduites dans la simulation numérique en terme de traitement des conditions aux limites du point de vue de la simulation par volumes finis.

Deux grands types de conditions aux frontières existent pour la résolution numérique de systèmes différentiels : la condition dite de Dirichlet, où la valeur de la variable est directement fixée sur les faces aux frontières, et la condition de Neumann où seule la valeur du gradient est fixée. Dans le cas d’une condition de Neumann, la valeur effective de la variable à la frontière est donc calculée à partir de la valeur de gradient et de la valeur de la variable dans la (ou les) cellule(s) directement adjacente(s) à cette même frontière.

Il est possible de combiner ces deux types de couche limite, ce qui résulte en une condition dite hybride qui peut s’exprimer selon la forme suivante, avec  $\mu$  une variable simulée quelconque telle la vitesse ou la pression,  $f$  la “fraction de valeur fixe” et les indices  $c$  et  $f$  signifiant les valeurs au centre d’une cellule ou à la frontière :

CL Dirichlet,  $\mu$  est prescrit :

$$\mu_{Dirichlet} = \mu \quad (4.30)$$

CL Neumann,  $\partial\mu/\partial x$  prescrit, avec  $x$  la position, :

$$\mu_{Neumann} = \mu_c + \underbrace{\frac{\partial\mu_f}{\partial x}}_{\text{spécifié}} * (x_c - x_f) \quad (4.31)$$

CL hybride combinant les deux :

$$\mu_{hybride} = f * \mu_{Dirichlet} + (1 - f) * \mu_{Neumann} \quad (4.32)$$

Différents types de conditions aux frontières hybrides peuvent ainsi être définies en déterminant les modalités de calcul de la fraction  $f$ . Dans le cas de conditions aux limites

#### 4.3. INTRODUCTION DES SÉRIES DE VITESSE STOCHASTIQUES AU MOYEN DE CONDITIONS AUX FRONTIÈRES ADAPTÉES

---

de type Neumann dans un domaine tridimensionnel, les valeurs du gradient selon les trois dimensions spatiales doivent être spécifiées.

Si la variable pour laquelle on définit les conditions aux frontières est un vecteur, alors toutes les composantes doivent également être spécifiées. Dans le cas d'une condition pour une valeur vectorielle telle que la vitesse, cela revient à définir une matrice de dimensions  $3 \times 3$  pour chaque face d'une frontière.

L'approche employée par [89, 41] est d'utiliser des conditions aux limites constantes, sans turbulence et d'introduire les fluctuations à l'intérieur du domaine au moyen de termes sources appliqués sur un plan vertical en amont du rotor.

Dans ce travail est proposée une méthode alternative pour l'introduction de la turbulence dans le domaine qui consiste à imposer les vitesses turbulentes directement sur les frontières du domaine, y compris les frontières tangentes à la direction principale de l'écoulement. Cette approche présente l'avantage de permettre l'obtention de valeurs de vitesse raisonnables dans l'intégralité du domaine simulé.

Un autre avantage est qu'il est ainsi possible d'étudier l'impact de fluctuations dont l'échelle peut être supérieure à la taille du domaine de simulation. En effet l'introduction de grandes structures turbulentes par l'intermédiaire d'un plan (où d'une face) d'une section inférieure à leur taille caractéristique est problématique étant donné que l'intégralité de l'énergie de telles structures cohérentes ne sera pas transmise à l'intérieur du domaine.

La spécification de conditions aux limites turbulentes sur les frontières tangentiels en addition de l'entrée principale permet d'assurer la cohérence entre les structures internes au domaine de simulation et la turbulence extérieure "englobant" celui-ci, ce qui permet le maintien des fluctuations de grande échelle à l'intérieur du domaine même si ce dernier présente une section réduite.

La vitesse synthétique est donc prescrite sur toutes les faces (sauf une) de la simulation, soit la face "d'entrée" orthogonale à la direction principale de l'écoulement est également aux faces tangentiels à la direction principale de l'écoulement. La vitesse sur la face de sortie est laissée en gradient nul afin de permettre à l'écoulement de sortir librement. Dans le cas des frontières tangentiels, le flux moyen de la vitesse à travers chacune des faces est de 0, mais en raison de la turbulence le flux instantané varie entre des valeurs positives et négatives.

Initialement, une condition limite de Dirichlet uniforme a été testée pour la frontière d'entrée aussi bien que pour les frontières tangentiels (fixedValue dans OpenFoam), où la valeur de vitesse est directement fournie par le générateur stochastique. Cette configuration a permis d'obtenir un résultat raisonnable, mais la solution en vitesse présentait des oscillations parasites importantes à proximité des surfaces connaissant un flux sortant, où l'on peut supposer que la vitesse (sortante) fixée à la frontière interfère avec la valeur incidente simulée provenant de l'intérieur du domaine. Si les fluctuations de grande échelle sont normalement cohérentes entre les valeurs aux frontières et la simulation, il est attendu que les fluctuations de petite échelle disposant d'un temps de cohérence plus court connaissent une évolution différente dans le domaine LES par rapport à la valeur "fantôme" dans le domaine synthétique.

Ce problème avec les frontières turbulentes en présence de flux sortant est résolu par la mise en place d'une condition hybride directionnelle, où la fraction de valeur

(variable  $f$  dans l'expression (4.32)) peut prendre une valeur comprise entre 1 (Dirichlet pure) ou 0 (Neumann pure) en fonction du signe du flux selon les expressions (4.33) et (4.34). Le caractère directionnel de la condition, résulte du fait que la fraction de valeur, précédemment notée  $f$ , peut adopter une valeur différente pour les différentes composantes de  $u$ . Le traitement appliqué ici repose sur l'orientation du vecteur vitesse instantané par rapport à la normale de la face pour laquelle la valeur limite est calculée. En effet on désire "relaxer" la spécification de la vitesse de l'écoulement à proximité des parois pour éviter l'apparition d'oscillations parasites, mais il reste nécessaire d'imposer la composante normale de la vitesse, ce qui revient à contraindre le flux à travers cette paroi. Dans le cas où la composante normale n'est pas imposée, il a été constaté un ralentissement de l'écoulement avec la progression dans le domaine en raison d'un flux sortant excessif de l'écoulement simulé.

On peut réécrire l'expression (4.32) comme une expression vectorielle, en remplaçant  $f$  la fraction de valeur par un tenseur  $F$  qui permet de différencier la fraction de valeur pour chaque composante de  $u$  en fonction de l'orientation du vecteur normal  $n$  d'une face donnée. L'expression prend alors, dans le cas où le flux  $\phi = u \cdot n$  (avec  $\cdot$  le produit scalaire) est sortant :

si le flux  $\phi < 0$

$$F = \underbrace{1 * n \wedge n}_{\perp} + \underbrace{(I - n \wedge n) * 0}_{//} \quad (4.33)$$

Avec  $n$  la normale de la face concernée orientée vers l'intérieur du domaine et  $I$  la matrice identité.  $F$  associe la valeur 1 à la composante normale de la vitesse et 0 aux composantes tangentielles. L'opérateur  $\wedge$  est le produit externe, qui résulte en un tenseur.

si  $\phi \geq 0$

$$F = I \quad (4.34)$$

L'expression (4.32) s'écrit alors :

$$u = F * u_{Dirichlet} + (I - F) * u_{Neumann} \quad (4.35)$$

Avec :

$$u_{Dirichlet} = u_{synthetique} \quad (4.36)$$

$$u_{Neumann} = u_c + \frac{\partial U_{CLA}}{\partial x} * (x_c - x_l) \quad (4.37)$$

$$(4.38)$$

Les valeurs de  $u_{Dirichlet}$  pour chaque face sont ici fournies par le générateur stochastique, et la valeur  $u_{Neumann}$  est déterminée à partir des valeurs du gradient de  $u$  qui est calculé à partir du champ de vitesse moyenne prescrit selon l'équation (4.10).

#### *4.3. INTRODUCTION DES SÉRIES DE VITESSE STOCHASTIQUES AU MOYEN DE CONDITIONS AUX FRONTIÈRES ADAPTÉES*

---

Cette combinaison permet de préserver le débit moyen à travers toutes les frontières tel qu'il est fourni par le générateur stochastique et donc de maintenir la vitesse moyenne dans le domaine. La méthode permet également d'éliminer totalement les oscillations parasites proches des parois connaissant un flux sortant instantané.

Les conditions aux frontières de la pression sont de type gradient nul. Un point de référence est fixé à un point quelconque du domaine.

## 4.4 Résultats

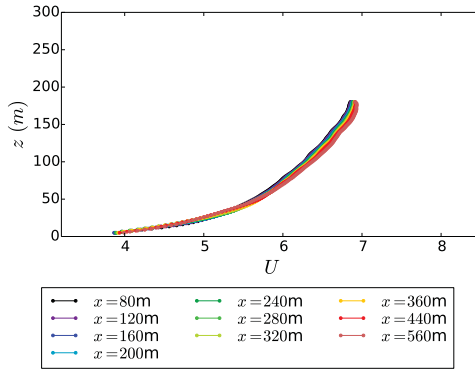


FIGURE 4.8 – Profils verticaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage **fin** et couche limite **modérément** rugueuse

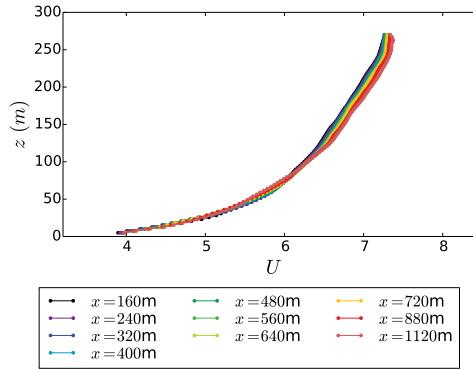


FIGURE 4.9 – Profils verticaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **modérément** rugueuse

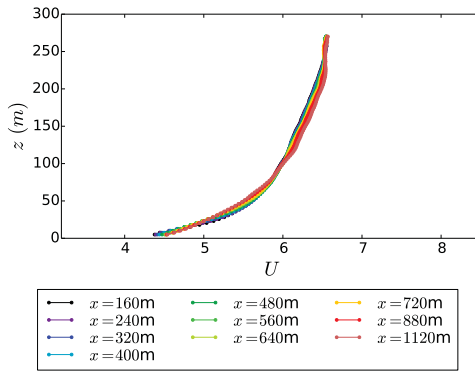


FIGURE 4.10 – Profils verticaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **faiblement** rugueuse

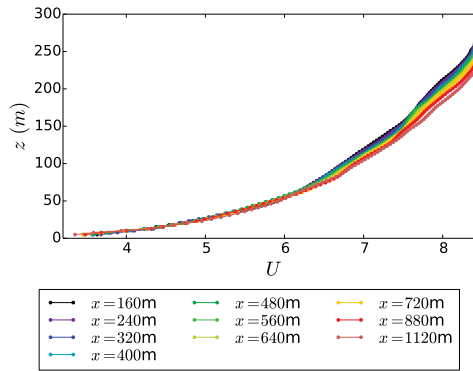


FIGURE 4.11 – Profils verticaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **fortement** rugueuse

Tous les profils présentés dans cette section recouvrent l'ensemble du domaine simulé, d'une frontière à l'autre.

Les figures 4.8, 4.9, 4.10 et 4.11 présentent l'évolution longitudinale des profils verticaux de vitesse moyenne. Ces profils montrent que la vitesse moyenne est stable pour tous les cas présentés, c'est à dire qu'elle ne présente pas d'évolution longitudinale de plus de quelques %. Cela peut s'expliquer par le fait que les conditions aux limites supérieures et inférieures se comportent de manière similaire à une vitesse imposée, et laissent peu de marge d'évolution au profil de vitesse. On peut toutefois constater une tendance constante entre les différents cas dans l'évolution longitudinale de la vitesse, avec une accélération par rapport au profil d'entrée dans la région basse, et une décélération dans la région haute, la limite entre ces deux régions se situant à environ 1/3 de la hauteur du domaine simulé

pour chaque cas. Pour la figure 4.9, le point d'inversion est situé à  $z = 80m$  environ. On peut également remarquer la présence plus ou moins marquée selon les cas d'une irrégularité dans la courbure du profil de vitesse au niveau de la frontière supérieure.

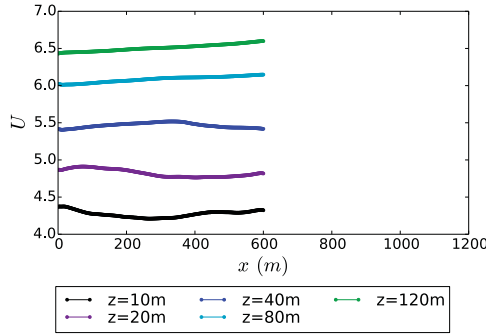


FIGURE 4.12 – Profils longitudinaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage **fin** et couche limite **modérément** rugueuse

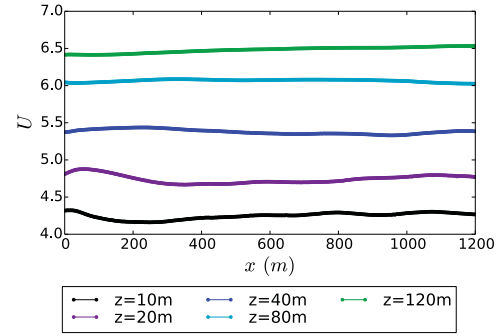


FIGURE 4.13 – Profils longitudinaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **modérément** rugueuse

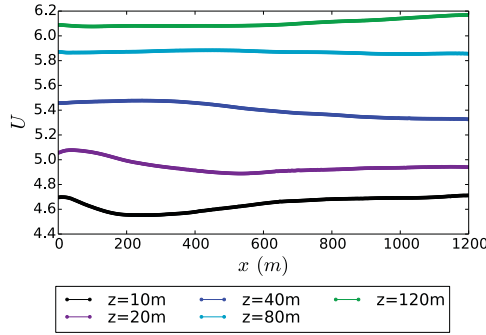


FIGURE 4.14 – Profils longitudinaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **faiblement** rugueuse

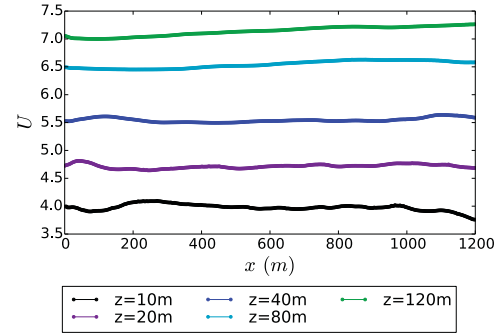


FIGURE 4.15 – Profils longitudinaux de vitesse moyenne pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **fortement** rugueuse

Une autre manière de visualiser l'évolution longitudinale de la vitesse est de présenter les profils longitudinaux de  $U$ , à différentes altitudes sur les figures 4.12, 4.13, 4.14 et 4.15. Les profils sont conformes aux observations faites précédemment. On peut observer une oscillation de la vitesse directement en aval de la frontière d'entrée avec une sur vitesse immédiatement suivie d'une sous-vitesse, en particulier pour les profils situés à  $z = 10m$  et  $z = 20m$ .

Ces variations s'expliquent par le fait que les caractéristiques de la couche limite synthétique ne sont pas en totale adéquation avec l'écoulement équivalent simulé, plus précisément on peut estimer que le transport engendré par la turbulence synthétique ne s'accorde pas parfaitement avec le profil de vitesse moyenne qui est lui aussi imposé, ce qui

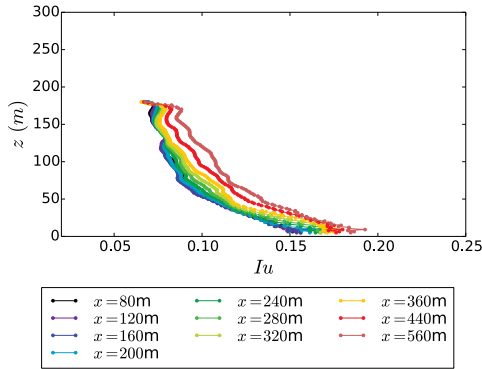


FIGURE 4.16 – Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale pour le cas avec maillage **fin** et couche limite **modérément** rugueuse

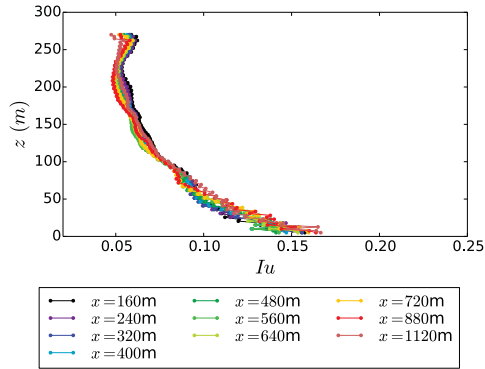


FIGURE 4.17 – Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **modérément** rugueuse

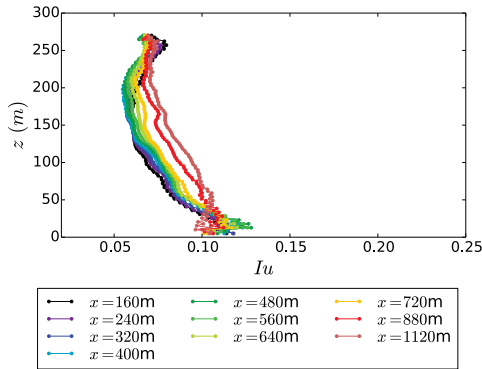


FIGURE 4.18 – Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **faiblement** rugueuse

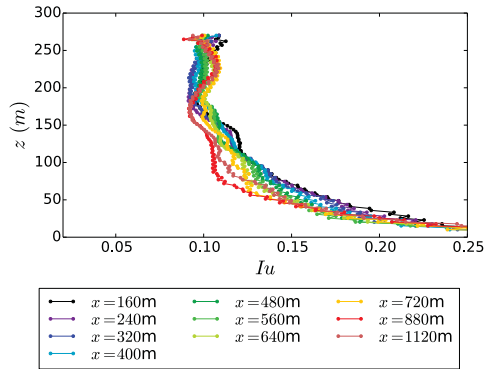


FIGURE 4.19 – Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **fortement** rugueuse

entraîne une certaine divergence de l'écoulement simulé dans le domaine par rapport à l'écoulement spécifié en entrée.

Les profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale, sur les figures 4.16, 4.17, 4.18 et 4.19 montrent que l'évolution longitudinale relative des profils de  $Iu$  est fortement dépendante du cas simulé.

On remarque que le cas faiblement rugueux, figure 4.18, présente clairement la plus forte inhomogénéité longitudinale de profils d'intensité turbulente, ce qui suggère que les paramètres de couche limite imposés pour celui-ci sont les moins réalistes.

L'évolution de l'intensité turbulente est également présentée sous forme de profils longitudinaux sur les figures 4.20, 4.21, 4.22 et 4.23. Pour les deux résolutions du cas modérément rugueux présentées sur les figures 4.20 et 4.21, on constate que l'évolution



du profil dans la direction longitudinale se fait en direction opposée, l'intensité turbulente augmente avec  $x$  dans le maillage haute résolution, alors que la turbulence diminue avec  $x$  dans le cas à résolution plus faible.

Certains profils d'intensité turbulente présentent des oscillations d'un point à l'autre, cela est dû à l'algorithme d'échantillonnage des valeurs de vitesse en cours de calcul d'OpenFoam qui retourne indifféremment des valeurs de cellules et des valeurs interpolées aux niveau des faces. Ces différences d'interpolation entraînent des irrégularités dans les profils d'intensité turbulente et de variance.

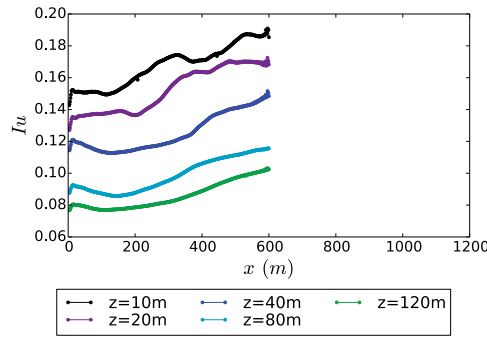


FIGURE 4.20 – Profils longitudinaux de  $I_u$  pour le cas avec maillage **fin** et couche limite **modérément** rugueuse

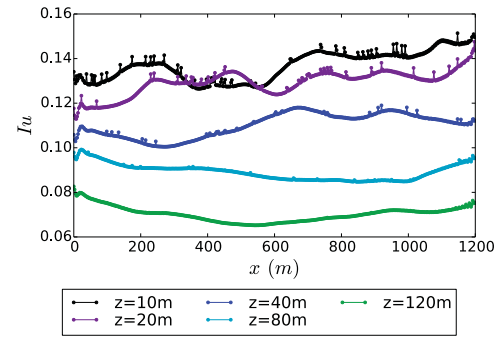


FIGURE 4.21 – Profils longitudinaux de  $I_u$  pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **modérément** rugueuse

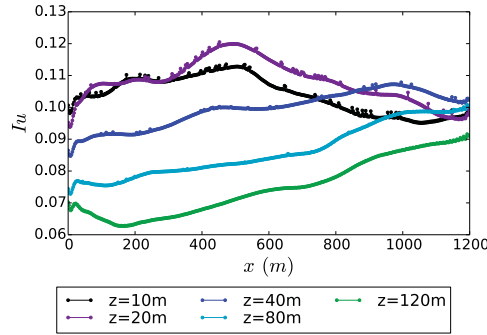


FIGURE 4.22 – Profils longitudinaux de  $I_u$  pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **faiblement** rugueuse

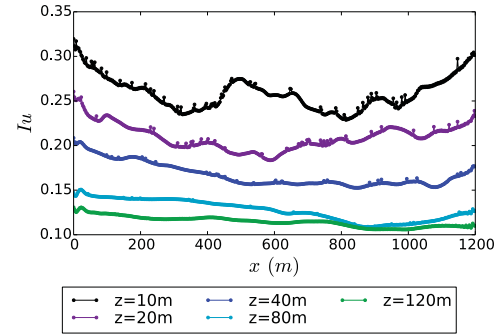


FIGURE 4.23 – Profils longitudinaux de  $I_u$  pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **fortement** rugueuse

Il est notable que le ratio entre la plus petite échelle présente dans le signal issu du générateur stochastique et la résolution du maillage varie entre ces deux cas, ce qui peut être la source des différences observées entre les cas.

La résolution des champs synthétiques est adaptée au maillage haute résolution selon le théorème de Shannon mais elle est supérieure à la résolution supportable par les autres

maillages, toujours selon ce même théorème, d'autant plus que la résolution fréquentielle effective des simulations est plus faible étant donné la dissipation numérique. En effet en raison des algorithmes et des schémas de différentiation utilisés, une simulation LES telle que présentée ici ne peut pas préserver les variations de vitesse jusqu'à la fréquence de Shannon, les fréquences les plus élevées sont dissipées.

En conséquence, des artefacts de repli de spectre (*aliasing*) pourraient être à craindre, cependant le faible niveau d'énergie turbulente dans les hautes fréquences et la dissipation numérique rendent minime l'importance de ce phénomène. Une valeur optimale de l'échelle minimale du champ de vitesse synthétique par rapport à la résolution du maillage est probablement de l'ordre de 1 ou 2 fois la fréquence de Shannon, et une résolution légèrement supérieure ne semble pas avoir d'effet notable.

Dans le cas basse résolution, la taille de chaque maille est double mais comme évoqué précédemment le choix a été fait de conserver le même intervalle d'échelles comme paramètre du générateur afin d'obtenir dans tous les cas une même réalisation des champs synthétiques aléatoires. La convergence statistique des résultats présentés est généralement bonne, mais les plus basses fréquences dans la turbulence introduite ( $\lambda = 1,5 km$ ) ne sont moyennées que sur une quinzaine d'événements, l'utilisation de champs d'entrée identiques permet de s'affranchir de l'incertitude statistique dans la comparaison des résultats bien que celle-ci soit en réalité assez faible.

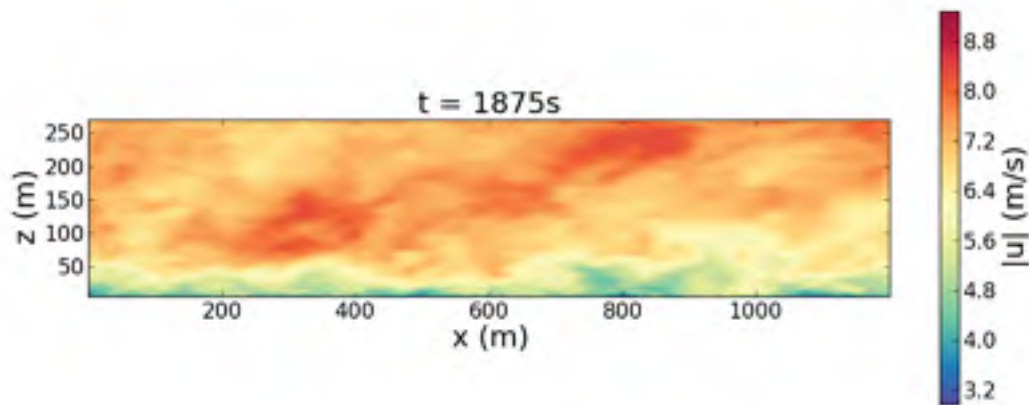
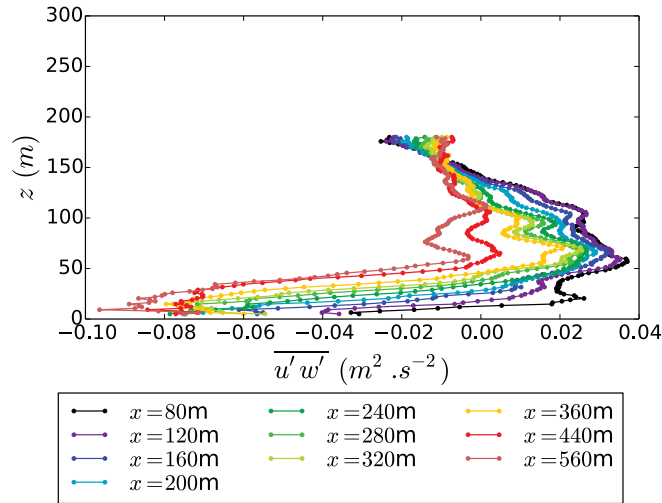


FIGURE 4.24 – Contours de la norme de la vitesse instantanée dans le plan vertical médian du domaine pour le cas modérément rugueux

La figure 4.24 montre un plan de coupe du domaine avec le contour de la norme de la vitesse instantanée. Le plan représenté montre la totalité du domaine simulé, on constate que le traitement spécifique des conditions aux frontières permet d'obtenir une vitesse turbulente sans artefacts à proximité des parois haute et basse.

La figure 4.25 présente les profils de corrélations croisées mesurés dans le domaine. Il apparaît immédiatement que les valeurs mesurées dans le domaine ne correspondent pas du tout aux valeurs produites par le générateur stochastique. Si il est difficile de pointer une raison précise à cette différence, on peut soupçonner des effets liés à la divergence des

FIGURE 4.25 – Profils de Profils verticaux de  $\overline{u'w'}$  pour le cas haute résolution

séries synthétiques, commentée dans la partie 3.3, ou d'une façon plus générale au fait que la turbulence d'entrée n'est pas directement une solution des équations de Navier-Stokes.

Dans le cadre de l'utilisation de séries stochastiques en tant que conditions aux frontières d'une simulation CFD, il est à noter que la divergence du champ n'est pas strictement définie pour les vitesses dans un plan mais seulement pour un volume. Toutefois certains ajustements non physiques de la vitesse surviennent à la paroi lors de l'advection du champ stochastique. Ces ajustements pourraient être responsables des problèmes avec les profils de corrélations croisées. Poletto [65] traite de certains problèmes rencontrés lors de l'utilisation de champs stochastiques d'entrée ne respectant pas la continuité avec une simulation CFD.

Les figures 4.26, 4.27, 4.28 et 4.29 montrent les spectres de vitesse longitudinaux, mesurés à différentes positions dans la simulation. Il faut noter sur tous les spectres une forte dissipation aux fréquences les plus élevées, causée par la dissipation numérique de la simulation pour les échelles approchant la résolution du maillage. Les coefficients mesurés dans cet intervalle ne sont pas représentatifs de la turbulence atmosphérique.

Les spectres donnent une indication de l'évolution respective des différentes échelles de la turbulence. Les spectres relevés ne montrent qu'une évolution longitudinale relativement faible dans le domaine, en particulier il apparaît que l'énergie turbulente des basses fréquences est essentiellement invariante. On distingue toutefois une certaine diminution des coefficients correspondant aux fréquences les plus élevées de la turbulence.

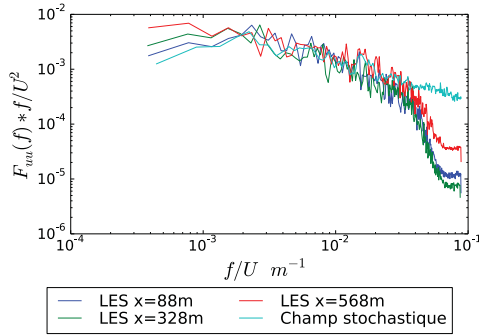


FIGURE 4.26 – Spectres temporels de la vitesse longitudinale à différentes positions dans le domaine, à une altitude  $z = 40m$  pour le cas avec maillage **fin** et couche limite **modérément** rugueuse

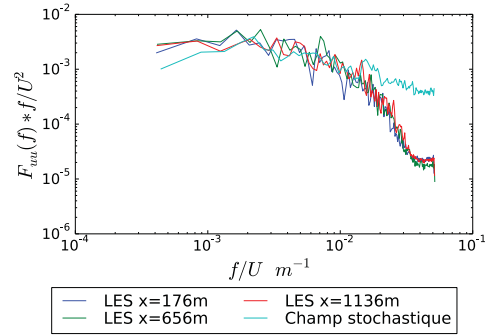


FIGURE 4.27 – Spectres temporels de la vitesse longitudinale à différentes positions dans le domaine, à une altitude  $z = 40m$  pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **modérément** rugueuse

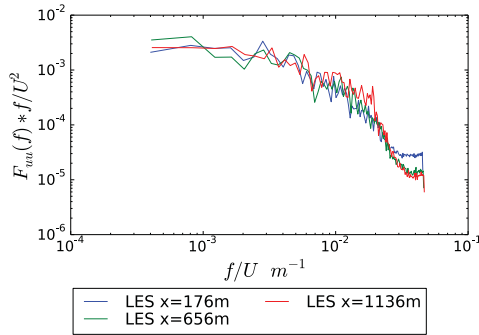


FIGURE 4.28 – Spectres temporels de la vitesse longitudinale à différentes positions dans le domaine, à une altitude  $z = 40m$  pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **faiblement** rugueuse

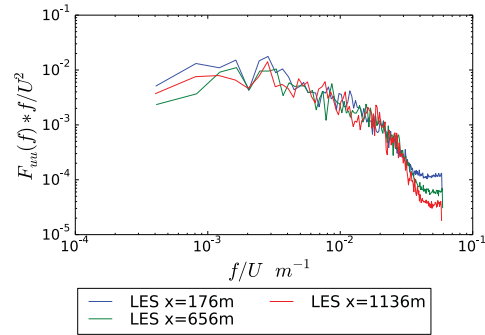


FIGURE 4.29 – Spectres temporels de la vitesse longitudinale à différentes positions dans le domaine, à une altitude  $z = 40m$  pour le cas avec maillage **normal** et couche limite **fortement** rugueuse

## 4.5 Conclusion

Cette partie présente une application du générateur stochastique pour la génération de séries temporelles d'entrée pour plusieurs simulations LES de couche limite atmosphérique.

Il a été vu de quelle manière il est possible de générer différents types de couches limites, soit sur la base de données expérimentales soit en extrapolant les profils de différentes caractéristiques de la CLA à partir seulement d'une valeur de rugosité et à l'aide des lois empiriques proposées par Counihan.

En plus des profils de couche limite, différentes considérations pratiques relatives au

paramétrage du générateur stochastique ont été discutées, ayant trait principalement à la discrétisation et à l'ajustement de la variance du signal généré.

Il a été montré de quelle manière le traitement particulier des frontières des simulations repose sur une condition limite de type hybride directionnelle, qui adopte le comportement d'une condition de Neumann ou de Dirichlet selon le sens du flux à la paroi et de la direction locale de la vitesse. Il est montré que ce type de CL permet dans le même temps de contraindre strictement l'écoulement dans le domaine LES, tout en limitant les oscillations parasites à proximité des parois connaissant un flux sortant.

L'étude des résultats montre que la méthode est efficace pour maintenir une vitesse moyenne cible dans tout le domaine de simulation. Les profils d'intensité turbulente sont également relativement établis, avec quelques différences selon les cas simulés. Il semble que l'évolution longitudinale des profils d'intensité turbulente soit relativement sensible à la cohérence des profils d'entrée.

La méthode proposée permet ainsi de modéliser un écoulement atmosphérique réaliste en LES, sans pour autant nécessiter la réalisation d'une simulation précurseur qui peut s'avérer coûteuse et exigeante à mettre en œuvre. Une telle méthode pourrait être utile à de multiples applications d'ingénierie dans la CLA.



## **Deuxième partie**

# **Étude instationnaire du sillage d'un disque actuateur soumis à un écoulement de couche limite atmosphérique**





## CHAPITRE 5

# ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Ce chapitre traite de l'étude instationnaire du sillage d'un disque actuateur, abordée par des moyens expérimentaux. L'attention est particulièrement portée sur le comportement du sillage lointain et le phénomène de méandrement.

La modélisation repose sur l'emploi d'un disque actuateur poreux en grillage métallique, dont les caractéristiques sont étudiées pour reproduire de façon réaliste le sillage d'une éolienne en opération. L'étude porte sur les deux configurations de CLA présentées dans la partie 2. Deux diamètres de disque actuateur sont envisagés.

La mesure expérimentale de position du sillage était jusqu'ici réalisée à partir de mesures de PIV (vélocimétrie par imagerie de particules), qui permettent de mesurer spatialement la trajectoire du sillage. Il est ainsi possible de calculer certaines statistiques sur la position du sillage telles que son écart type à différentes positions  $d$  en aval d'un disque actuateur, ainsi que montré par España [24]. La technique de la PIV a pour inconvénient de ne pas être résolue en temps. Ceci réduit son application à la mesure de champs temporellement décorrélés, ce qui empêche toute forme d'analyse spectrale du méandrement du sillage.

Une méthodologie de suivi temporel de la trajectoire du sillage est proposée, celle-ci est appliquée aux mesures expérimentales et numériques.

La méthode de suivi de position du sillage est appliquée à des mesures de vitesse expérimentales effectuée par le moyen d'un "peigne" de 5 fils chauds positionné dans le sillage du disque actuateur. Ces données ont une faible résolution spatiale mais possèdent une très bonne résolution temporelle. La position de sillage ainsi mesurée est validée à l'aide de mesures PIV simultanées.

Le travail effectué a pour but de vérifier l'hypothèse selon laquelle le méandrement est lié aux fluctuations de direction de l'écoulement incident. La vitesse transverse et les efforts de dérive sur le modèle sont de bons estimateurs de cette direction.

Le résultat majeur des mesures effectuées est que le méandrement tel que mesuré en aval du disque actuateur est fortement corrélé avec la turbulence de l'écoulement d'approche, ainsi qu'avec les efforts s'exerçant sur la turbine dont le sillage est mesuré ce qui montre la possibilité d'une prévision en temps réel du phénomène de méandrement.

## 5.1 Disques actuateurs

Les essais expérimentaux sont menés dans la soufflerie Lucien Malavard. Les configurations de CLA étudiées sont celles présentées dans la partie 2. Deux diamètres de disques actuateurs sont envisagés,  $D = 10\text{cm}$  et  $D = 20\text{cm}$ , ce qui est équivalent en pleine échelle à des rotors de  $D = 40\text{m}$  et  $D = 80\text{m}$ . Les modèles de disques actuateurs sont constitués de grillage métallique, dont les caractéristiques sont reproduites dans le tableau 5.1. Ces caractéristiques sont communes aux deux disques actuateurs, la seule différence étant le diamètre.



FIGURE 5.1 – Les deux disques actuateurs poreux utilisés, de diamètres  $D = 10\text{cm}$  et  $D = 20\text{cm}$

Caractéristique	Valeur
Largeur de maille	3.2mm
Diamètre du fil	1mm
Porosité	55%
Facteur d'induction mesuré	0.19
Coefficient de puissance déduit $C_P$	0.5
Coefficient de poussée déduit $C_T$	0.62

Tableau 5.1 – Paramètres des deux disques actuateurs

Le sillage du disque actuateur est représentatif du sillage lointain d'une éolienne, malgré l'absence de pales. Aubrun [4] présente une comparaison expérimentale favorable du sillage lointain du disque actuateur poreux en comparaison avec un modèle d'éolienne avec pales en rotation.

## 5.2 Proposition d'une méthode expérimentale de suivi temporel du sillage

Les mesures de PIV précédemment utilisées pour mesurer le méandrement du sillage permettent l'obtention de champs instantanés sur lesquels le méandrement peut être observé et mesuré. Un exemple de champ PIV présentant la mesure expérimentale du méandrement du sillage en aval d'un disque actuateur poreux est présenté sur la figure 5.2.

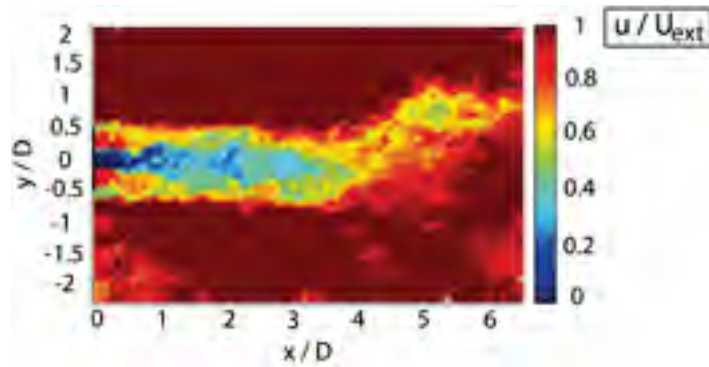


FIGURE 5.2 – Image PIV du méandrement en aval d'un disque actuateur poreux, d'après España [23]

Ce type de mesure est utilisé par España [24] pour calculer certaines statistiques de la trajectoire instantanée du sillage, comme son écart type à différentes distances en aval du rotor ou encore la largeur moyenne du sillage.

Le travail présenté ici se focalise plutôt sur l'étude instationnaire de la position du sillage, qui passe tout d'abord par la mesure temporelle de ce sillage, qui ne peut provenir de mesures PIV basse fréquence. L'utilisation d'une PIV à haute fréquence ne semble pas techniquement réalisable à l'échelle du montage présenté ici, car la puissance des lasers pulsés haute fréquence est plus limitée.

Afin de réaliser cette mesure instationnaire, une méthodologie spécifique est ici présentée.

### 5.2.1 Validation de la méthode de suivi temporel de sillage à l'aide de mesures combinées PIV/fil chaud

La solution retenue repose sur l'emploi d'un peigne de fils chauds disposé quatre diamètres en aval du disque actuateur dont le sillage est mesuré. Le montage permet de mesurer des séries temporelles de vitesse sur 5 positions de l'espace dans la région du sillage.

Un schéma du montage est présenté sur la figure 5.3. Une photographie du peigne de fil chaud est présentée sur la figure 5.4.

Les données ainsi obtenues constituent une série temporelle de profils de vitesse avec une très bonne résolution temporelle, et une résolution spatiale de 5 points. Afin d'assurer

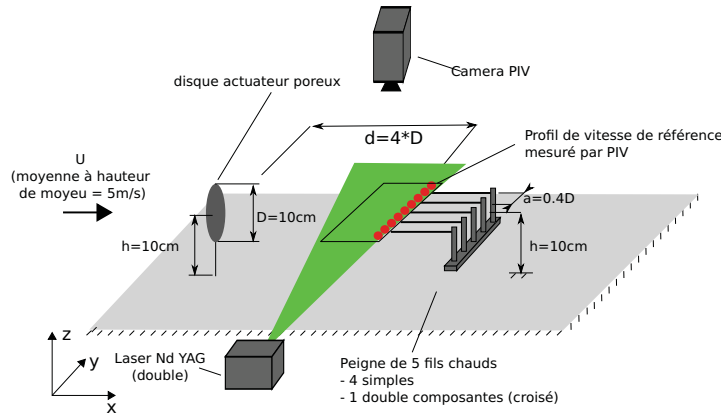


FIGURE 5.3 – Schéma du montage expérimental destiné à valider la mesure de position instantanée du sillage

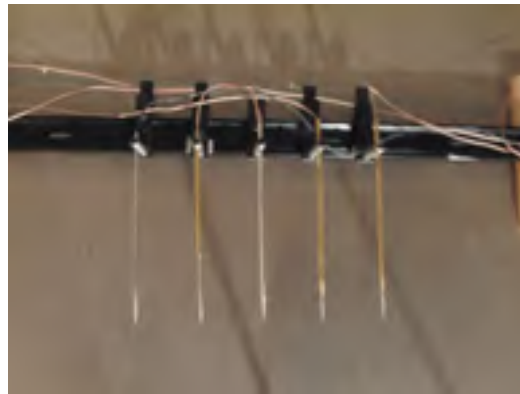


FIGURE 5.4 – Photographie du peigne de fils chauds

la validité de la position du sillage calculée à partir de ces profils, des mesures simultanées de PIV sont réalisées afin de comparer les positions instantanées du sillage provenant des deux modes de mesure.

Les essais de validation sont effectués dans la soufflerie en configuration de CLA modérément rugueuse.

La méthode proposée de calcul de la position instantanée du sillage se base sur des mesures de profil de vitesse horizontal en aval du disque actuateur dans l'axe du moyeu. Si la méthode est également applicable à la mesure du méandrement vertical, les essais de validation ne sont effectués que pour une configuration mesurant le méandrement horizontal.

La position instantanée du sillage  $y_{sillage}$  est calculée à partir du déficit de vitesse local  $D_{u_i}$  pour chaque point de mesure de la vitesse par le peigne de fils chauds selon la relation (5.1). La même méthode s'applique également aux profils mesurés par PIV, dans ce cas le nombre de points de mesure dans le profil pour le calcul de la position du sillage est

beaucoup plus important. Le déficit local  $D_{u_i}$  est défini comme étant la différence entre la vitesse locale et la vitesse maximale instantanée mesurée dans le profil. Cette relation est analogue au calcul d'une moyenne pondérée de la position des sondes, où le poids de chaque position est l'exponentielle du déficit de vitesse local, qui varie avec le temps. La fonction exponentielle est choisie empiriquement de sorte à maximiser la corrélation entre la position du sillage mesurée à partir des deux sources de données, PIV et fils chauds.

$$y_{sillage}(t) = \frac{\sum_{i=1}^5 \exp(D_{u_i}(t)) \times y_i}{\sum_{i=1}^5 \exp(D_{u_i}(t))} \quad (5.1)$$

La figure 5.5 montre une paire de profils mesurés simultanément par PIV et par le peigne de fil chaud. Les déficits de vitesse de chaque point mesuré par le peigne de fils chauds sont mis en évidence.

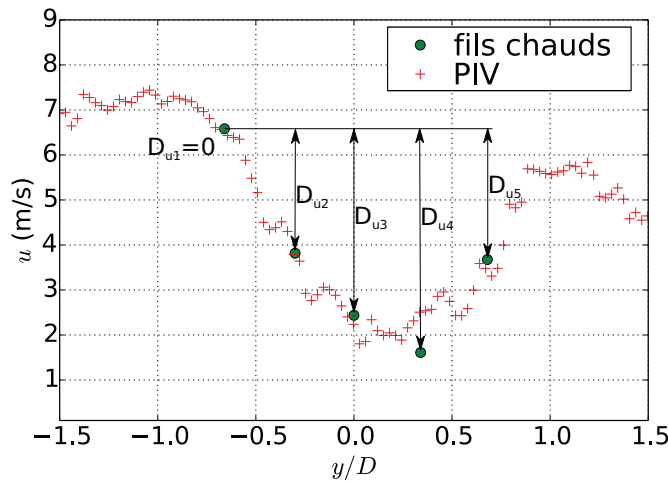


FIGURE 5.5 – Profils de vitesse instantanée mesurés dans le sillage du disque actuateur par les deux moyens de mesure, et représentation des déficits de vitesse calculés à partir de valeurs de vitesse mesurées par les fils chauds

Les positions  $y_{sillage}(t)$  obtenues par les deux sources de données sont comparées. La série temporelle issue des données fil chaud étant beaucoup plus résolue temporellement, seuls sont retenus les instants pour lesquels une mesure PIV synchrone est disponible. La série temporelle de position du sillage obtenue par les données PIV doit être considérée comme étant essentiellement discontinue du fait de la faible fréquence d'acquisition du système. Les caractéristiques des séries temporelles mesurées par les deux systèmes d'acquisition sont reportées dans le tableau 5.2.

La figure 5.6 montre les séries temporelles mesurées par PIV et par fil chaud. La concordance entre les données issues des deux sources est significative. Le coefficient de corrélation entre les deux mesures est de 0,85 sur 450 échantillons. La série temporelle de

Caractéristiques	Fil chaud	PIV
Résolution du profil	5 points	96 points
Durée d'acquisition	200s	200s
Fréquence d'acquisition	20kHz	2,4kHz
Nombre d'échantillons	4 000 000	450

Tableau 5.2 – Caractéristiques des séries temporelles mesurées par les fils chauds et le système PIV

position du sillage issue de la mesure par les fils chauds présente clairement des oscillations basse fréquence, avec en addition des variations de fréquences plus élevées, qui peuvent éventuellement être éliminées par l'utilisation d'un filtre passe bas, dont la fréquence de coupure peut être ajustée d'après les résultats de cohérences présentés dans la partie suivante.

De telles séries temporelles se prêtent bien à une étude par analyse spectrale.

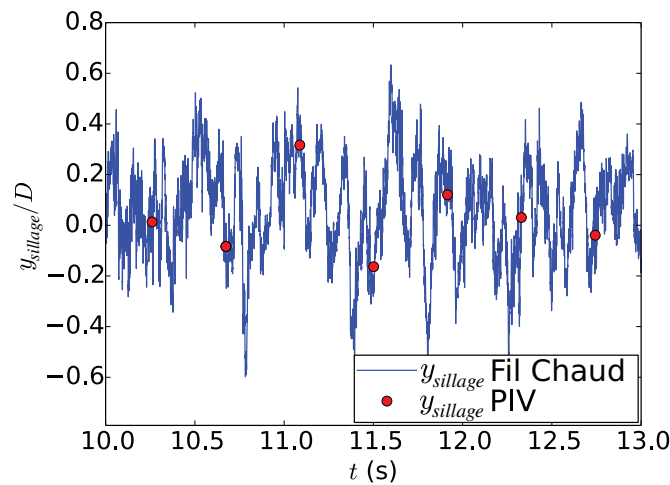


FIGURE 5.6 – Séries temporelles de position du sillage mesurées à partir des données PIV et fil chaud

### 5.2.2 Spectres et cohérences pour le cas modérément rugueux avec disque de diamètre $D=10\text{cm}$

En suivant la méthodologie proposée dans la partie précédente le peigne de fil chaud est maintenant utilisé en conjonction avec deux sondes croisées mesurant la vitesse turbulente longitudinale  $u$  et transverse  $v$ . L'une de ces sondes est positionnée à une distance de un diamètre en amont du disque, la seconde remplace la sonde centrale du peigne de fil chaud, qui est positionné quatre diamètres en aval du disque actuateur. Le schéma du montage

spécifique à cette partie est présenté sur la figure 5.7.

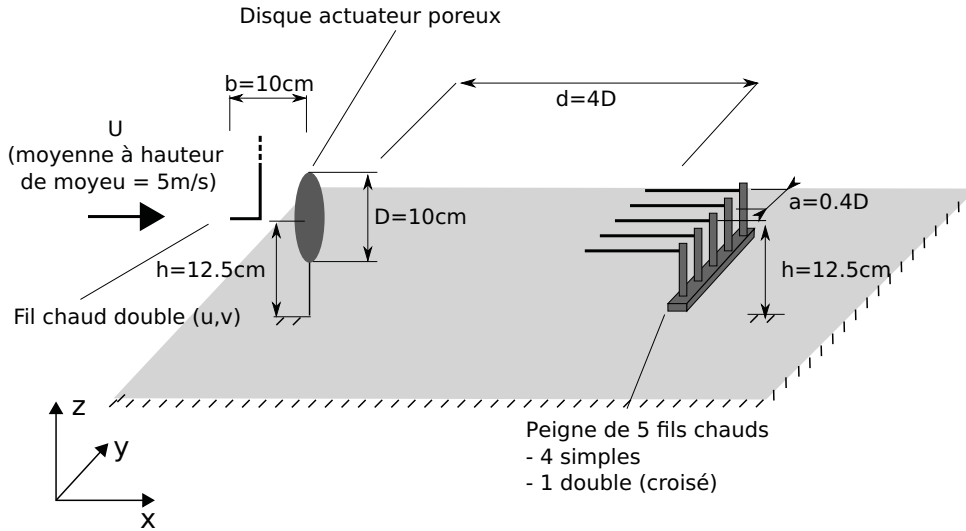


FIGURE 5.7 – Schéma de montage pour l'étude de corrélation entre la vitesse turbulente amont et la position du sillage en aval

Les trois séries temporelles étudiées dans ce chapitre sont la vitesse transverse amont  $v_{amont}$ , la vitesse transverse aval  $v_{aval}$  ainsi que la position horizontale du sillage  $y_{sillage}$ .

Les densités spectrales de puissance des vitesses transverses amont et aval sur la figure 5.8 montrent les caractéristiques habituelles d'un spectre de turbulence pleinement développée, avec une pente de  $-2/3$  dans la zone inertielle lorsque le spectre est adimensionné par  $f$ .

Le spectre de la position horizontale du sillage diffère des spectres de vitesse transverse de façon significative les basses fréquences, jusqu'à une limite de  $fD/U = 0,5$ , où la pente de la courbe de la DSP correspond à celle de la région inertielle d'un spectre de turbulence, avec  $f \times F \propto f^{-2/3}$ . Il semble que cette région basse fréquence dont la densité spectrale de puissance est accrue correspond aux variations de trajectoire caractéristiques du méandrement. La fréquence de  $fD/U = 0,5$  correspond à une échelle égale à environ deux fois le diamètre du rotor, qui correspond à la valeur suggérée par Larsen et al. [47] comme la limite des échelles les plus petites responsables du méandrement. Au dessus de cette fréquence, le spectre présente une distribution analogue à celle de spectre de la turbulence ambiante. Cela peut être imputé au fait que le dispositif de mesure de position du sillage présenté ici reste sensible à la turbulence de l'écoulement malgré le traitement de donnée opéré. En effet des variations de courte durée affectant une seule sonde sont mesurées et peuvent modifier légèrement la position de sillage résultant de l'opération (5.1). L'amplitude de ces variations est toutefois significativement plus faible que celle des variations relevant plus directement du méandrement. Il est possible de filtrer les variations de fréquence supérieure à  $fD/U = 0,5$  par un filtre passe-bas afin d'isoler plus précisément les variations liées au méandrement.

Afin de mieux évaluer la relation entre la turbulence de l'écoulement incident et la

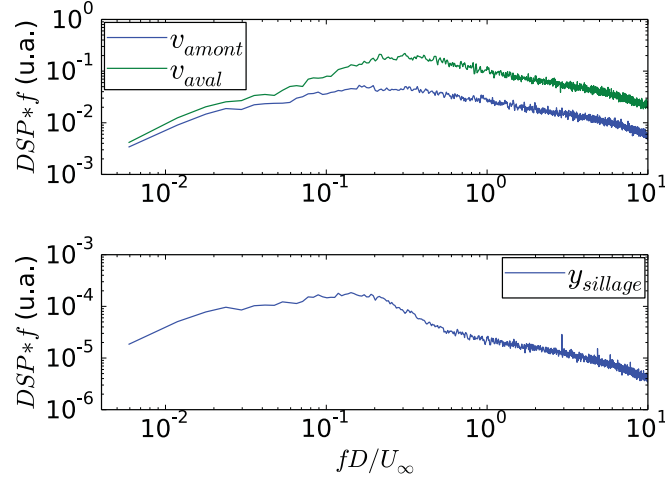


FIGURE 5.8 – Densités spectrales de puissance de la vitesse transverse amont et aval, ainsi que de la position horizontale du sillage

position du sillage, la cohérence des différentes séries temporelles est calculée. La cohérence correspond au spectre croisé normalisé entre deux séries temporelles, où chaque coefficient indique la corrélation entre les deux signaux pour une fréquence donnée. Ces cohérences sont représentées sur la figure 5.9

La cohérence entre la vitesse transverse amont et la position du sillage est très élevée pour toutes les fréquences inférieures à une valeur  $fD/U = 0,1$ . Entre  $fD/U = 0,1$  et  $fD/U = 0,35$ , la cohérence décroît jusqu'à s'approcher de 0. Au delà de la valeur de  $fD/U = 0,35$ , la cohérence devient inférieure à 5% de sa valeur initiale.

La cohérence est limitée par la non linéarité de la relation entre la vitesse turbulente et la déviation de la trajectoire du sillage, ainsi que l'erreur de mesure de la position du sillage.

L'évolution de phase en fonction de la fréquence entre la position du sillage et de la vitesse amont est linéaire, ce qui est la marque d'un phénomène convectif.

La cohérence entre  $v_{aval}$  et  $y_{sillage}$  est significative au delà de  $fD/U = 0,35$ , en opposition à la cohérence entre  $v_{amont}$  et  $y_{sillage}$ . Cette limitation de la cohérence est imputable au fait que la cohérence entre  $v_{amont}$  et  $v_{aval}$  elle même est réduite par les perturbations induites par le disque poreux.

La limite  $fD/U = 0,35$  entre l'intervalle partiellement corrélé et l'intervalle totalement décorrélé est significativement plus faible que la fréquence maximale du méandrement observée sur la figure 5.8, qui est elle de  $fD/U = 0,5$ . Cela suggère que certaines des variations de position du sillage caractéristiques du méandrement ne sont pas corrélées avec l'écoulement amont.

L'étude de la cohérence entre la vitesse transverse aval et la position du sillage supporte cette supposition en montrant une évolution similaire à celle de la cohérence entre



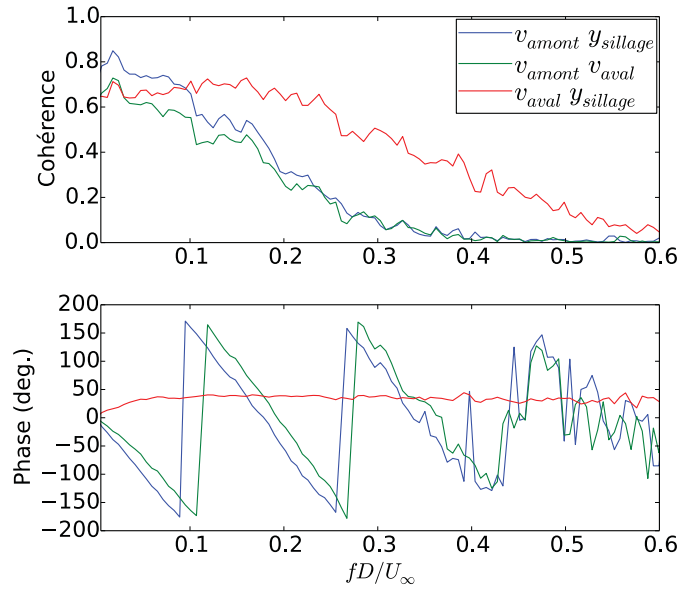


FIGURE 5.9 – Cohérences entre les séries temporelles de vitesse transverse amont, de vitesse transverse aval et de position transverse du sillage

$v_{amont}$  et  $y_{sillage}$ , avec toutefois une différence dans la position de la zone intermédiaire qui est légèrement décalée dans la direction  $fD/U$  croissant. La limite entre la région partiellement corrélée et la région totalement décorrélée de l'intervalle de fréquence est maintenant positionnée à une valeur de  $fD/U = 0,5$ , similairement à la limite observée sur la densité spectrale de puissance de la figure 5.8. Cela suggère que contrairement à la cohérence mesurée entre  $v_{amont}$  et  $y_{sillage}$ , la cohérence mesurée entre  $v_{aval}$  et  $y_{sillage}$  est représentative de toutes les fréquences relevant du méandrement de sillage.

### 5.2.3 Étude paramétrique portant sur l'effet de la rugosité et de la taille du disque sur la position du sillage

Afin de mieux comprendre la relation entre les grandes échelles de turbulence atmosphérique et le méandrement de sillage, l'influence de trois paramètres sur les caractéristiques spectrales du méandrement est étudiée. Ces paramètres sont le diamètre du rotor, la rugosité du terrain ainsi que la distance en aval du rotor où le méandrement est mesuré.

Deux diamètres de disque actuateur sont testés. En addition du disque de 10cm de diamètre utilisé dans la partie précédente, un second disque de diamètre  $D = 20cm$  est également testé. Ce diamètre de 20cm correspond à un rotor de 80m en échelle réelle. Pour les deux diamètres employés, la hauteur de moyeu est fixée à  $h = 12,5cm$  pour permettre la comparaison entre les deux cas, bien qu'une telle hauteur ne soit pas la plus représentative d'une éolienne réelle en particulier dans le cas du rotor de  $D = 20cm$ . Le choix de cette hauteur de moyeu est contraint par la hauteur limitée de la couche limite expérimentale

sur couvert forestier qui n'est satisfaisante que jusque à une altitude d'environ  $z = 25\text{cm}$  ( $z = 100\text{m}$  en échelle réelle) au dessus du sommet de la forêt ce qui limite la valeur acceptable de la côte  $h$ . La principale conséquence de l'augmentation de la taille du rotor est le changement de la valeur du ratio  $L_{ux}/D$ .

Différentes positions  $d$  de mesure en aval du disque actuateur sont testées, spécifiquement  $d = 3D$ ,  $d = 4D$  et  $d = 5D$ , de façon à évaluer la décroissance de la cohérence causée par la turbulence de l'écoulement.

La rugosité du terrain est également un paramètre variable, avec des essais sur la CLA modérément rugueuse de la partie précédente, ainsi que sur le modèle aérodynamique de couvert forestier qui permet de modéliser une CLA très rugueuse. La CLA très rugueuse est caractérisée dans la partie 2.2. Les différences les plus notables entre les deux types de CLA sont l'intensité turbulente et l'échelle intégrale. Les valeurs des différents paramètres sont reportées dans le tableau 5.3.

	CLA Modérément rugueuse (terrain ouvert, peu d'obstacles)	Très rugueuse (Forêt)
$U_{\infty}(z = h) (m.s^{-1})$	5,7	4,3
$I_u(z = h)$	0,12	0,235
$L_{ux}(z = h) (m)$	180	80

Tableau 5.3 – Caractéristiques comparées des deux types de CLA à hauteur de moyeu

Les figures 5.10 et 5.11 présentent les montages adaptés aux deux types de CLA.

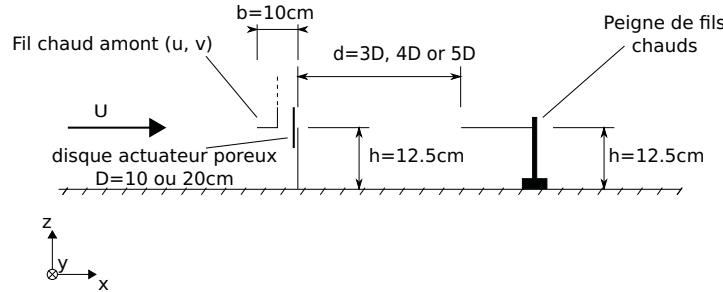


FIGURE 5.10 – Schéma du montage pour l'étude paramétrique avec CLA modérément rugueuse

Le tableau 5.4 résume les différents cas étudiés.

Les densités spectrales de puissance de la position du sillage sont mesurées de la même façon que dans la partie précédente, pour tous les cas étudiés. Celles-ci sont reportées sur la figure 5.12. Dans tous les cas testés le spectre présente les mêmes caractéristiques que celles observées précédemment, avec une région basse fréquence dont la densité spectrale est accrue, jusqu'à une fréquence caractéristique de valeur  $fD/U = 0,5$ , après laquelle le spectre affiche une pente en  $-2/3$ . Ce résultat indique que le méandrement est observé pour tous les cas étudiés, indépendamment de la taille du disque testé et de la rugosité de la CLA, pour des distances en aval du rotor comprises entre  $d = 3D$  et  $d = 5D$ .

## 5.2. PROPOSITION D'UNE MÉTHODE EXPÉRIMENTALE DE SUIVI TEMPOREL DU SILLAGE

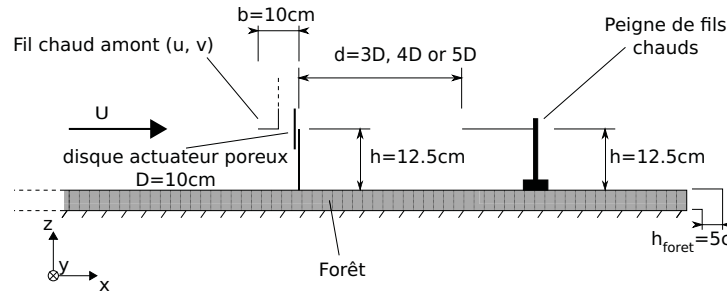


FIGURE 5.11 – Schéma du montage pour l'étude paramétrique avec CLA très rugueuse

	$D = 10\text{cm}$		$D = 20\text{cm}$
Distance rotor	CLA mod. rug.	CLA forêt	CLA mod. rug.
$d = 3D$	X	X	n/a
$d = 4D$	X	X	X
$d = 5D$	X	X	n/a

Tableau 5.4 – Tableau récapitulatif des cas étudiés

La cohérence entre la position du sillage mesurée et la vitesse turbulente amont est également mesurée pour les différents cas, les résultats sont présentés sur la figure 5.13. Une différence est observable entre les niveaux de turbulence des cas modérément rugueux et très rugueux, indépendamment de la taille du rotor ou de la distance au rotor. La cohérence est significativement plus faible dans le cas très rugueux, ce qui semble indiquer que l'influence des grandes échelles de turbulence incidentes sont moins bien corrélées avec le méandrement de sillage, ce qui peut être une conséquence de la réduction de l'échelle intégrale de la turbulence de l'écoulement.

Dans la plupart des cas mesurés, la cohérence atteint une valeur de 5% de son maximum pour une fréquence adimensionnée constante de  $fD/U = 0,35$ . Les cas très rugueux à distance  $d = 4D$  et  $d = 5D$  présentent une valeur légèrement plus faible de cette fréquence "de coupure" à 5% de la valeur maximale, qui est probablement une conséquence de la turbulence plus élevée et du niveau initial plus faible. Cette fréquence limite peut raisonnablement être considérée comme étant constante selon les différents cas.

De façon prévisible, l'augmentation de la distance aval  $d$  où la position du sillage est mesurée entraîne une diminution de la cohérence dans tous les cas, et cela indépendamment de la fréquence considérée. Cette diminution de la cohérence est relativement limitée dans le cas modérément rugueux, elle est plus significative dans le cas très rugueux. Cela peut être vu comme une conséquence de l'évolution temporelle plus marquée de la turbulence dans le cas d'une intensité turbulente plus élevée.

La cohérence du cas avec le disque de diamètre  $D = 0.2\text{m}$  est très semblable à celle mesurée avec le disque de diamètre inférieur. Celle-ci est légèrement plus réduite à une distance aval  $d/D$  équivalente, probablement en raison de la diminution du ratio  $L_{ux}/D$ .

La forme générale de la cohérence est assez semblable entre les différents cas mesurés,

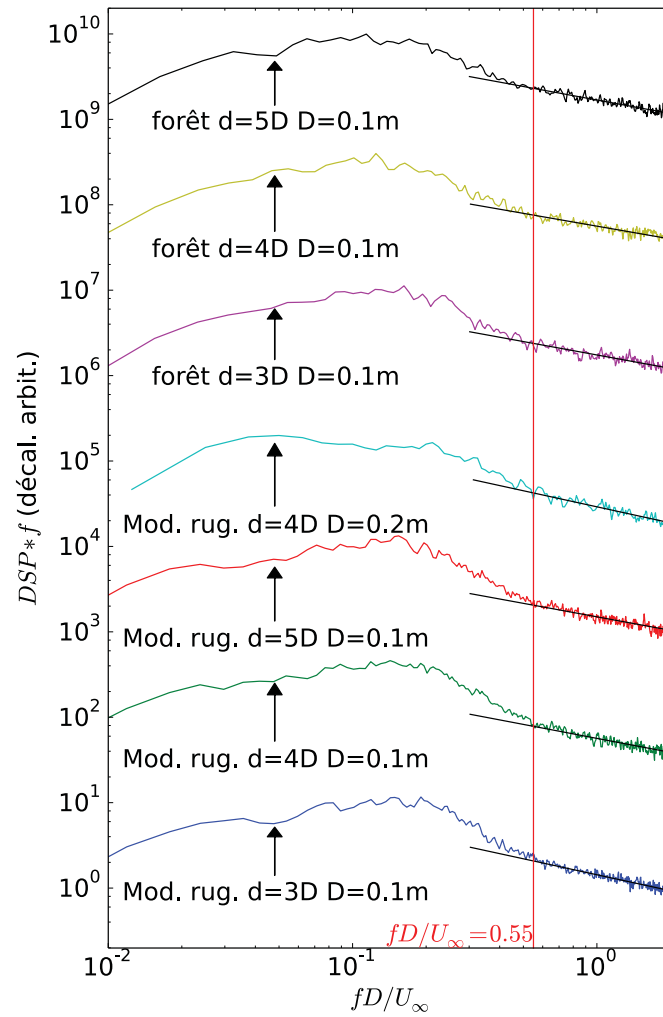


FIGURE 5.12 – Densités spectrales de puissance des séries temporelles de position du sillage mesurées à une distance  $d = 4D$  du rotor pour chaque cas testé

ce qui permet de supposer que ces observations sont généralisables à d'autres configurations de CLA.

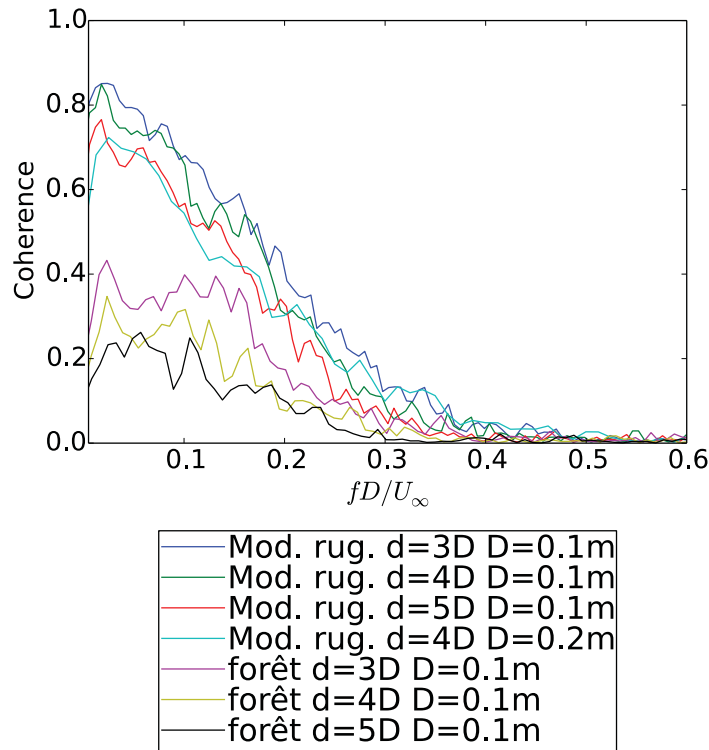


FIGURE 5.13 – Cohérences des séries temporelles de position du sillage à  $d = 4D$  du rotor avec la vitesse transverse amont pour chaque cas testé

### 5.3 Mesures combinées de position du sillage et efforts aérodynamiques

Même si mesurer la vitesse de l'écoulement incident directement en amont d'une éolienne réelle est envisageable grâce aux systèmes LiDAR, il est également potentiellement intéressant d'utiliser les efforts subis par la génératrice comme prédicteur de la position du sillage.

Dans cette optique le montage utilisé dans cette partie reprend le peigne de fil chaud et le disque actuateur poreux, en ajoutant toutefois une balance aérodynamique à 6 degrés de liberté pour mesurer les efforts aérodynamiques sur le disque actuateur.

Seuls deux cas sont testés avec la balance aérodynamique, avec un seul disque actuateur de  $D = 20m$  ou avec deux disques de même diamètre  $D = 20cm$ , dans une configuration de CLA modérément rugueuse. Dans les deux cas le peigne de fil chaud est placé à  $5D$  de distance du disque d'intérêt qui est fixé sur la balance aérodynamique. Dans le cas des essais avec le second disque, celui-ci est positionné en amont du disque d'intérêt, le reste du montage n'étant pas modifié. La hauteur de moyeu est fixée à  $h = 20cm = D$  ce qui diffère des essais présentés précédemment et empêche la comparaison directe avec les résultats déjà présentés. Les résultats obtenus sont toutefois similaires. Les schémas des

deux montages sont présentés sur les figures 5.14 et 5.15.

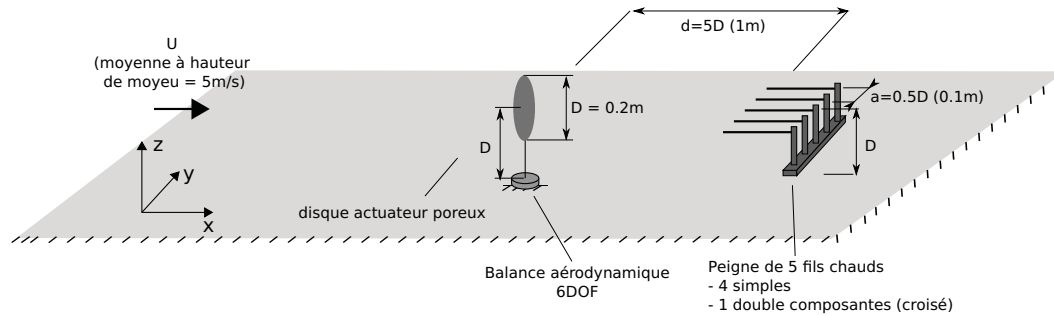


FIGURE 5.14 – Schéma expérimental des mesures combinées fil chaud et balance, avec un seul disque actuateur

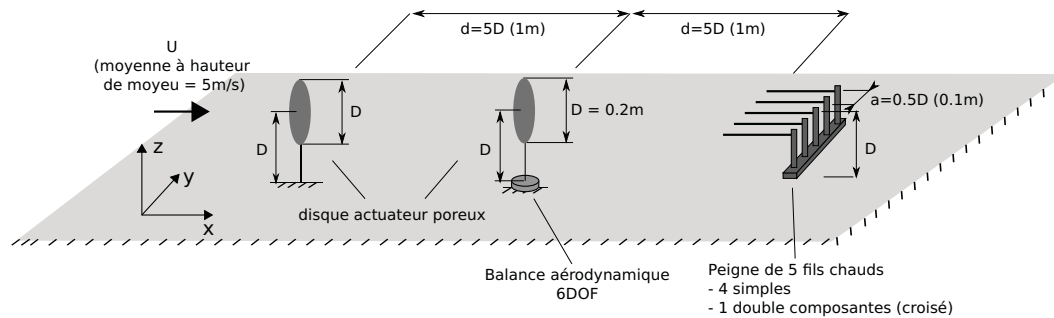


FIGURE 5.15 – Schéma expérimental des mesures combinées fil chaud et balance, avec deux disques actuateurs

Les spectres de position du sillage en aval du disque d'intérêt pour les cas avec un ou deux disques sont présentés sur la figure 5.16. La DSP de la position du sillage avec un unique disque est tout à fait similaire à celle déjà mesurée dans la partie précédente. Dans le cas où le montage comprend le second disque en amont du disque d'intérêt, le spectre de position du sillage est alors plus énergétique pour toutes les fréquences mesurées, avec une élévation encore plus significative pour la région correspondant au méandrement de fréquence inférieure à  $fD/U = 0,35$ . Dans le cas où le sillage combiné de deux disques actuateurs est mesuré, il semble que le méandrement est encore plus intense. C'est une observation intéressante, qui montre que les sillages combinés de multiples éoliennes se renforcent mutuellement par superposition. C'est un résultat intéressant car il aurait été envisageable que les interactions de sillage causent une désorganisation accélérée des structures turbulentes, ce qui n'est donc pas le cas ici.

Les efforts mesurés par la balance aérodynamique sont étudiés. Les efforts les plus significatifs pour le méandrement horizontal sont la poussée latérale  $F_y$  (dérive) et le couple vertical  $T_z$  (lacet). Les figures 5.17 et 5.18 montrent les cohérences entre ces efforts et la position horizontale du sillage pour les cas avec un et deux disques actuateurs. Pour

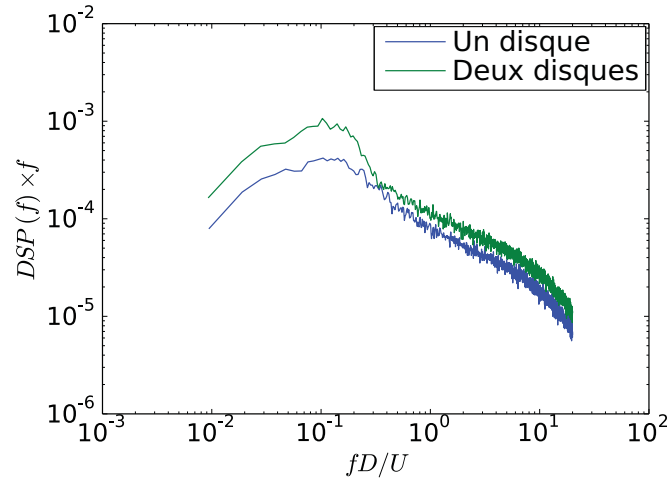


FIGURE 5.16 – Densités spectrales de puissance de la position horizontale du sillage en aval du disque actuateur. Dans le cas où les deux disques sont présents, la position du sillage est celle mesurée en aval du deuxième disque

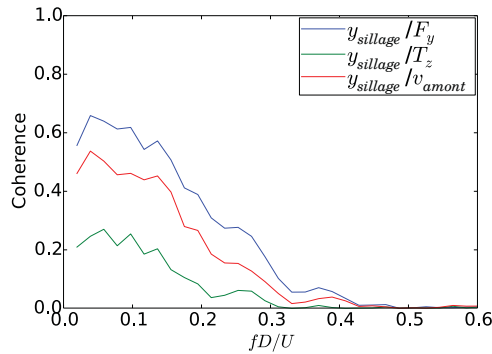


FIGURE 5.17 – Cohérences entre la position horizontale du sillage, les efforts et la vitesse transverse en amont du disque pour le cas avec **un disque unique**

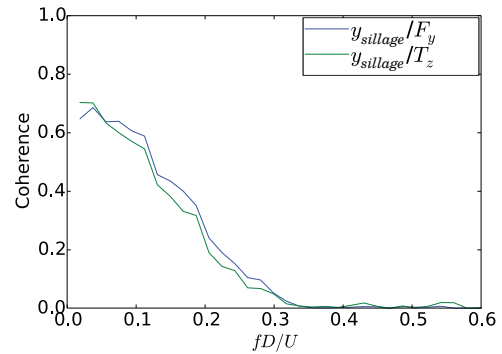


FIGURE 5.18 – Cohérences entre la position horizontale du sillage et les efforts mesurés sur le disque aval pour le cas avec **deux disques**

le cas avec un seul disque actuateur, la cohérence avec la vitesse transverse amont est également disponible.

On constate que dans les deux cas testés, avec un sillage simple comme avec un sillage double, le niveau de cohérence entre la dérive  $F_y$  et la position du sillage  $y_{sillage}$  est semblable, avec seulement une faible différence au niveau de la fréquence de coupure. L'intervalle de fréquences cohérent entre la position du sillage et l'effort de dérive est sensiblement plus étendu que la cohérence avec la vitesse mesurée en amont, avec une

limite en fréquence aux alentours de  $fD/U = 0,4$ . En conséquence, la dérive  $F_y$  sur la turbine pourrait s'avérer être un bon prédicteur du méandrement de sillage.

La cohérence de la position du sillage avec le couple vertical  $T_z$  relevée dans les deux cas est cette fois différente, avec un niveau faible dans le cas du sillage simple, mais un niveau tout à fait significatif dans le cas du sillage double. Le niveau de cohérence de l'effort en lacet  $T_z$  est alors égal au niveau mesuré avec l'effort de dérive  $F_y$ . Il semble que le couple vertical subi par le modèle d'intérêt (aval) est corrélé avec le méandrement du sillage de l'éolienne amont, ce qui confirme l'hypothèse selon laquelle les sillages respectifs des deux éoliennes se combinent. Le couple vertical  $T_z$  est donc un paramètre sensible à la présence de sillage avec méandrement dans l'écoulement incident.

On peut supposer que le sillage de l'éolienne amont occasionne une variation de la vitesse incidente sur le rotor de l'éolienne en aval, ces variations ayant un effet d'autant plus significatif sur la force résultante que leur échelle spatiale est du même ordre que celle du rotor impacté. Le sillage amont se déplace latéralement à cause du méandrement, ce qui entraîne un déséquilibre fluctuant de la charge aérodynamique sur l'éolienne aval et génère un couple vertical qui s'ajoute à l'effet de la turbulence ambiante. Ce couple étant lié au sillage de l'éolienne amont, il est lui même corrélé avec le double sillage en aval de la seconde éolienne.

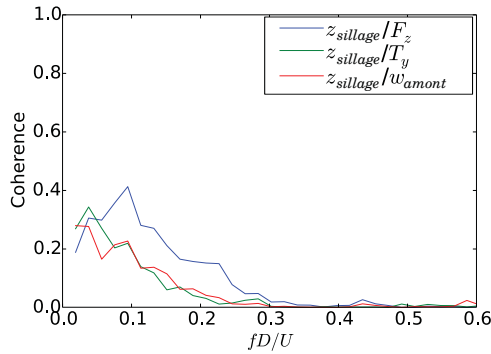


FIGURE 5.19 – Cohérences entre la position verticale du sillage, les efforts et la vitesse verticale en amont du disque pour le cas avec **un disque unique**

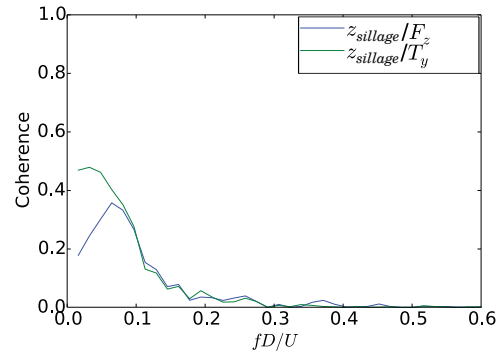


FIGURE 5.20 – Cohérences entre la position verticale du sillage et les efforts mesurés sur le disque aval pour le cas avec **deux disques**

Les montages avec un et deux disques 5.14 et 5.15 sont adaptés à la mesure du méandrement vertical. A cette fin, la vitesse mesurée en amont n'est plus la vitesse transverse  $v_{amont}$  mais la vitesse verticale  $w_{amont}$  et le peigne de fil chaud est positionné verticalement. Les sondes sur le peigne sont positionnées à hauteurs  $z/D = 0,25$  0,5 1 1,5 et 2. La position du sillage est à nouveau calculée à l'aide de la relation (5.1). Les déficits de vitesse locaux sont corrigés pour tenir compte de la présence du profil de vitesse moyenne dans la direction verticale (par proportionnalité).

Les figures 5.19 et 5.20 présentent des valeurs de cohérence du méandrement vertical. La cohérence relevée entre la position verticale du sillage et la vitesse verticale est



significativement plus faible que pour les mesures de méandrement horizontal. Les efforts correspondant au méandrement vertical sont le couple  $T_y$  et la force verticale  $F_z$ . La cohérence entre l'effort  $F_z$  et la position du sillage est plus élevée que celle de la vitesse verticale amont, mais reste inférieure aux valeurs équivalentes mesurées pour le méandrement horizontal. La cohérence entre le couple  $T_y$  et la position du sillage est faible dans le cas avec un seul disque, elle est plus significative dans le cas avec deux disques. À nouveau, on peut supposer que les sillages des deux disques actuateurs se combinent.

Les valeurs d'écart type de position horizontale et verticale du sillage sont présentées pour les deux cas testés dans le tableau 5.5. Les séries de position du sillage sont filtrées au moyen d'un filtre passe avec une fréquence de coupure de  $fD/U = 0,6$ , afin d'éliminer les variations de haute fréquence qui ne correspondent pas au méandrement. Cette fréquence de coupure est choisie d'après la forme de la DSP de la figure 5.16. Le filtrage entraîne une légère diminution de la valeur  $\sigma/D$  résultante (environ 3% de la valeur sans filtrage).

	un disque	deux disques
$\sigma_y/D$	0.17	0.25
$\sigma_z/D$	0.14	0.19

Tableau 5.5 – Écarts types de la position horizontale et verticale du sillage avec un disque et avec deux disques

## 5.4 Conclusion

Les résultats expérimentaux ici présentés montrent l'application d'une méthodologie de suivi temporel de position du sillage d'un disque actuateur, destinée à caractériser les fluctuations instationnaires à grande échelle de sa position sur un profil transverse ou vertical à une distance aval donnée.

Il est montré que la mesure de position horizontale du sillage est fortement corrélée avec d'une part la vitesse transverse mesurée en amont d'un disque actuateur et d'autre part les mesures d'efforts aérodynamique globaux sur le disque actuateur. Il est montré que le méandrement de sillage relève d'échelles turbulentes supérieures à deux diamètres de rotor. La cohérence obtenue n'affiche pas une coupure franche entre les fréquences corrélées au méandrement du sillage et celles qui ne le sont pas, la transition est progressive contrairement à l'hypothèse de Larsen [47].

Différentes configurations sont testées. La taille de rotor semble affecter de façon limitée le méandrement du sillage. L'augmentation de la rugosité et de l'intensité turbulente de la CLA a un effet plus marqué et diminue les niveaux de cohérence observés entre la position horizontale du sillage et la vitesse transverse amont. Cette cohérence diminue également avec l'éloignement au rotor.

Les mesures d'efforts réalisées montrent que la cohérence de la position du sillage et des efforts aérodynamiques de dérive est plus élevée que celle calculée avec une mesure de vitesse ponctuelle en amont du modèle d'éolienne, et que celle-ci s'étend sur un intervalle

de fréquence légèrement plus large.

Il a été observé que le sillage double d'une paire de modèles d'éoliennes alignés par rapport à la direction principale de l'écoulement résulte en une augmentation des coefficients de la densité spectrale de puissance dans la gamme de fréquence du méandrement.

Si les variations du couple vertical s'exerçant sur un modèle d'éolienne ne sont pas corrélées avec le méandrement du sillage dans le cas avec une seule éolienne, celui-ci semble en revanche être un bon indicateur de la présence d'un sillage avec méandrement dans l'écoulement incident.

Le méandrement vertical est également mesuré, l'écart type de la position verticale du sillage est légèrement plus faible que celui de la position horizontale. Les cohérences avec la vitesse amont et les efforts aérodynamiques sont également plus réduites tout en restant significatives. Le couple  $T_y$  est ici également fortement corrélé à la présence d'un sillage incident avec méandrement.

Ce chapitre a traité deux types de terrains, avec rugosité modérée et forte. L'étude instationnaire du sillage éolien par les moyens numériques dans le chapitre suivant étudie en complément le méandrement de sillage dans une configuration de CLA offshore.





## CHAPITRE 6

# ÉTUDE NUMÉRIQUE

L'étude numérique du sillage d'un disque actuateur modélisé par un saut de pression discret sur une face circulaire interne à l'écoulement. Trois CLA sont simulées avec des rugosités respectivement faible, modérée et forte, par simulation LES avec conditions aux limites stochastiques selon le procédé présenté dans la partie 4. La CLA modérément rugueuse modélisée correspond à la CLA mesurée expérimentalement.

L'étude instationnaire du sillage éolien par des moyens numériques est rendue complexe par l'étendue des échelles turbulentes dont il faut tenir compte. Classiquement les simulations numériques portant sur les rotors ou les pales d'éoliennes se focalisent plutôt sur la turbulence de petite échelle, dont la résolution (ou la modélisation) est déterminante pour le calcul de la vitesse à proximité des parois, dans l'environnement des pales et pour la diffusion du sillage proche.

L'étude à plus large échelle du sillage lointain d'une éolienne, ou encore d'un champ éolien comprenant plusieurs machines impose de simuler également de plus larges échelles qui influent sur le développement de la couche limite atmosphérique ainsi que, comme nous avons pu l'observer lors de l'étude expérimentale, sur le méandrement de sillage.

Dans le cas où l'on souhaiterait résoudre toute la gamme d'échelles turbulentes dans une seule simulation, cela nécessiterait à la fois une grande taille de domaine pour résoudre les grandes échelles atmosphériques, ainsi qu'une haute résolution du maillage pour résoudre les plus petites échelles de turbulence produites au niveau du rotor. De ce fait, il est souvent plus aisé de traiter séparément la résolution de la turbulence de CLA et la turbulence produite par les éléments de la turbine.

Il faut remarquer que pour une LES il est généralement recommandé d'éviter d'introduire dans le maillage des variations de résolution ou des ratios d'étirement élevés, ce qui limite la taille des domaines possibles pour une résolution et un nombre de mailles données<sup>1</sup>.

Parmi les approches communément utilisées pour découpler les deux problèmes, la plus commune consiste à réaliser deux simulations séparées, l'une étant dédiée à la simulation de la couche limite atmosphérique non perturbée et servant à fournir des

---

1. Ces recommandations sont toutefois respectées à divers degrés dans la littérature afin de limiter les coûts de calculs.

champs de vitesses qui sont échantillonnés à l'intérieur de son domaine pour être ensuite utilisés comme conditions d'entrées dans la simulation principale, à plus petite échelle. Le couplage entre les deux simulations est donc unidirectionnel. Ce type de méthode revêt deux inconvénients principaux : la réalisation de deux simulations potentiellement très différentes dans leur mise en œuvre est nécessaire, et de plus il existe nécessairement un important différentiel entre les résolutions de maillage entre la simulation principale et la simulation secondaire. Cette différence implique que la gamme d'échelles résolues varie d'une simulation à l'autre, résultant en un manque de turbulence à haute fréquence dans la turbulence introduite dans la simulation principale depuis la simulation secondaire. Il est donc nécessaire de prévoir une zone tampon dans la simulation principale suffisamment grande entre la limite du domaine et la zone d'intérêt pour permettre à la turbulence haute fréquence de se développer et d'atteindre un état quasi stationnaire.

Une alternative, celle qui est explorée ici, est d'utiliser des séries de vitesse turbulentes générées à l'aide de méthodes stochastiques en tant que conditions aux limites. Les séries de vitesse peuvent ainsi être obtenues à l'aide d'un nombre limité de paramètres et renferment une large gamme d'échelles turbulentes pour un coût de calcul raisonnable. Il est ainsi possible de se focaliser sur l'élaboration de la simulation principale.

## 6.1 Paramètres de simulation

Les simulations avec disque actuateur présentées ici sont des variantes des simulations de couche limite atmosphérique de la partie 4. Le paramétrage du solveur et des conditions d'entrées est strictement identique, la seule différence entre ces simulations réside dans la présence du disque actuateur. Le type de maillage utilisé reste inchangé par rapport aux simulations de couches limites non perturbées, le maillage est donc de type Cartésien uniforme avec des mailles quasi isotropes.

La turbine est modélisée au moyen d'un disque actuateur de diamètre  $D$  et de facteur d'induction axiale fixe  $a = 0.19$ . Le disque prélève une quantité de mouvement à l'écoulement et occasionne un ralentissement local de la vitesse de l'écoulement, qui constitue une approximation satisfaisante du sillage lointain d'une turbine en opération, conformément au mécanisme décrit par la théorie de Froude. En pratique le disque est introduit dans la simulation par une condition à la limite interne au domaine simulé où l'on impose un saut de pression calculé mais où la vitesse reste continue.

La face interne représentant le disque actuateur est déterminée en sélectionnant un plan vertical dans le maillage façon de façon à ce que celui-ci recouvre un plan de faces préexistant. On sélectionne ensuite toutes les faces dont le centre se situe à l'intérieur d'un cercle dont la position et le diamètre correspondent aux caractéristiques du rotor simulé. Cet ensemble de faces représente alors la surface supportant la nouvelle condition limite interne. En raison de la forme circulaire du disque actuateur, il est inévitable que celui-ci présente une erreur de quantification lorsqu'il est représenté sur un maillage Cartésien, qui se traduit par un contour "en escalier".

La valeur du saut de pression  $\Delta p$  imposé est calculée sur la base de la vitesse locale dans le plan du disque  $U_d$  et du coefficient d'induction axial  $a$  imposé.

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho (U_0^2 - U_1^2) \quad (6.1)$$

$$U_1 = (1 - 2a)U_0 \quad (6.2)$$

$$U_d = \frac{U_0 + U_1}{2} \quad (6.3)$$

Deux tailles de disques actuateur sont envisagées, avec pour l'une un diamètre  $D = 40 \text{ m}$  et pour l'autre un diamètre  $D = 80 \text{ m}$ , afin de pouvoir comparer les résultats à ceux obtenus en soufflerie. Dans les deux cas, les disques sont positionnés à une distance de quatre diamètres en aval de l'entrée du domaine. Ceci assure une distance suffisante pour que la turbulence d'entrée atteigne un état stationnaire. Il est probable qu'une distance plus faible eût été suffisante, particulièrement dans le cas du disque de 80m, celle-ci ayant été initialement ajustée pour le cas du disque  $D = 40 \text{ m}$ .

La hauteur du moyeu est choisie de sorte à être égale au diamètre de chaque rotor.

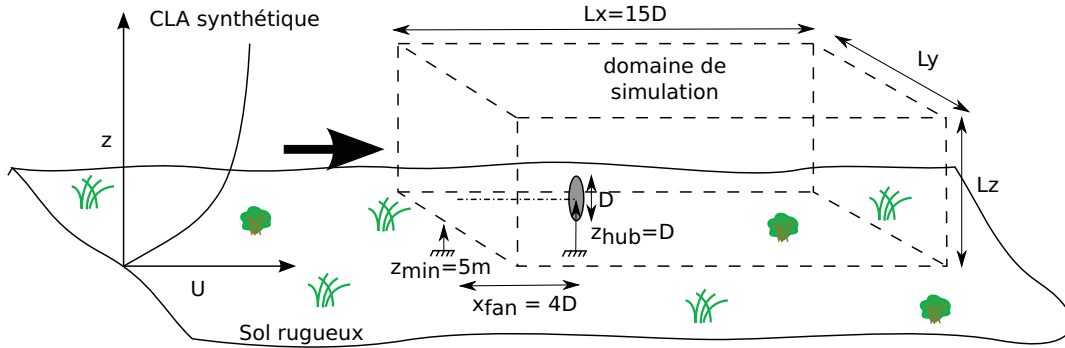


FIGURE 6.1 – Schéma du domaine de simulation

La figure 6.1 présente un schéma du domaine simulé avec le disque actuateur dans le contexte de la couche limite atmosphérique. Il est à noter que la limite inférieure du maillage se situe au dessus du sol, où la vitesse du fluide n'est pas nulle. Les paramètres que sont la largeur du domaine  $L_y$ , la hauteur du domaine  $L_z$ , le diamètre du rotor  $D$ , le nombre de mailles du domaine  $N_{mailles}$ , la résolution du maillage  $\Delta$  ainsi que les paramètres de la couche limite incidente sont variables selon les différents cas simulés, leurs valeurs sont reportées dans le tableau 6.1.

Le nombre de mailles des différents cas est ajusté de sorte à approcher la valeur de un million pour l'ensemble du domaine, de même que pour les simulation sans disque actuateur, à l'exception des cas D80\_700k et D80\_400k où la valeur cible du nombre de maille est de 700000 et 400000 respectivement afin de tester l'indépendance du résultat à la résolution du maillage. La résolution des cas D80 est deux fois plus faible que la résolution des cas D40 en raison de l'augmentation de la taille du domaine pour accommoder la taille supérieure du rotor. Le nombre de mailles contenues dans un diamètre de rotor reste toutefois constante.

Les simulations avec disque ont été effectuées pour les trois types de couches limites présentées dans la partie 4.

Cas	$Lx(m)$	$Ly(m)$	$Lz(m)$	$\Delta(m)$	$Nx$	$Ny$	$Nz$	$N_{mailles}$	$\Delta t(s)$
D80	1200	400	265	5.02	238	79	52	977704	0.45
D80_rough	1200	400	265	5.02	238	79	52	977704	0.38
D80_smooth	1200	400	265	5.02	238	79	52	977704	0.5
D40	600	200	175	2.75	217	72	63	984312	0.26
D80_700k	1200	400	265	5.66	211	70	46	679420	0.51
D80_400k	1200	400	265	6.82	175	58	38	385700	0.62
D80_0.8ly	1200	320	265	5.02	238	63	52	779688	0.45
D80_0.6ly	1200	240	265	5.02	238	47	52	581672	0.45

Tableau 6.1 – Maillages pour les cas avec disque actuateur

La durée simulée est de 3000 secondes pour tous les cas. Le pas de temps  $\Delta t$  utilisé pour chaque maillage est présenté dans la dernière colonne du tableau, il est ajusté de façon à maintenir le nombre de Courant<sup>2</sup> en dessous de 1 pour chaque cellule du maillage.

## 6.2 Présentation du cas avec rotor $D = 80m$ dans une CLA modérément rugueuse

La simulation numérique instationnaire permet d'étudier le méandrement avec une excellente résolution non seulement spatiale mais également temporelle contrairement aux mesures expérimentales par vélocimétrie par imagerie de particules. Ces caractéristiques permettent d'obtenir des statistiques plus étendues que les mesures expérimentales, en revanche le nombre d'échantillons reste limité par la puissance de calcul disponible.

Cette partie détaille les résultats obtenus dans le cas comprenant le disque actuateur de diamètre  $D = 80m$  avec couche limite modérément rugueuse. Le cas présenté est comparé aux résultats expérimentaux. Les résultats des autres cas font l'objet d'une comparaison synthétique dans la section suivante 6.4.

Tous les profils présentés s'étendent sur l'intégralité du domaine, et comprennent également les valeurs aux frontières. Les statistiques sont calculées à partir de l'instant où les conditions initiales à  $t = 0$  sont intégralement convectées en dehors du domaine, on considère ainsi que les conditions initiales n'ont pas d'influence sur les résultats statistiques du calcul.

### 6.2.1 Profils moyens horizontaux

On étudie en premier lieu les profils horizontaux de vitesse moyenne longitudinale mesurés à différentes positions  $x$ , présentés sur la figure 6.2. Les profils mesurés un diamètre en amont du disque poreux présente un ralentissement qui reste très limité. Le profil mesuré dans le plan du disque présente un déficit proche de la moitié du ralentissement maximal,

2. Également appelé nombre CFL, d'après Richard Courant, Kurt Friedrichs et Hans Lewy



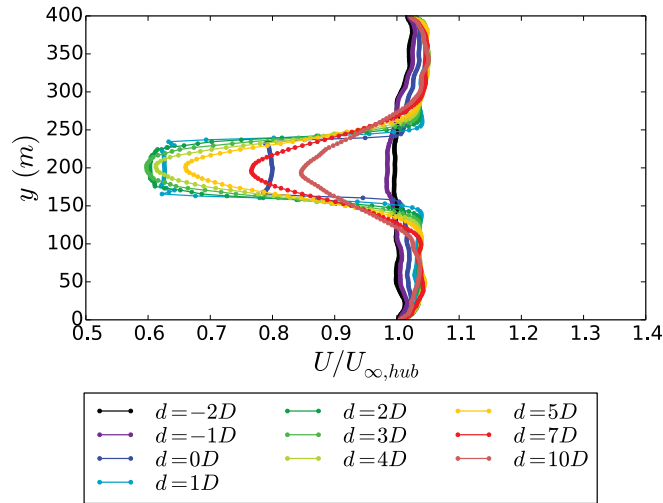


FIGURE 6.2 – Profils horizontaux de vitesse moyenne longitudinale à différentes positions sur l'axe  $x$ , pour la CLA modérément rugueuse

ce qui est conforme à la théorie de Froude. Le maximum de déficit de vitesse est atteint pour le profil situé à une distance  $d = 3D$  en aval du disque poreux.

On remarque une certaine accélération de l'écoulement extérieur au sillage, qui est une conséquence du blocage occasionné par le disque actuateur combiné à la relative petite taille du domaine simulé. Le phénomène du blocage peut généralement être limité dans une simulation numérique en augmentant la taille du domaine. Cette augmentation ne conduit pas nécessairement à l'augmentation du nombre de mailles dès lors que l'utilisation d'un maillage non uniforme est possible. Dans les simulations présentées ici, on s'attache en revanche à conserver un maillage uniforme ce qui occasionne une forte augmentation du coût de calcul avec l'augmentation de la section du domaine simulé à résolution constante. On estime que le phénomène de blocage est toutefois contenu dans son intensité et ne modifie pas les caractéristiques fondamentales de la simulation. Les cas D80\_0.6ly et D80\_0.8ly, présentés dans la partie 6.3, sont des variations du cas D80 avec différentes tailles de domaine à résolution égale et témoignent de l'influence minime du blocage sur les résultats. Dans le cas général le blocage est particulièrement problématique pour le calcul du rendement des turbines, mais n'est pas vraiment d'importance ici étant donné la modélisation qui en est faite par le saut de pression.

Étant donné que la vitesse moyenne prescrite aux frontières est entièrement laissée au choix de l'utilisateur, il serait possible d'ajuster le champ de vitesse moyenne prescrit pour compenser l'effet du blocage en en prenant en compte l'expansion de l'écoulement dans l'expression de la vitesse moyenne afin de permettre l'utilisation de domaines encore plus réduits. Cette technique n'a pas été employée ici par crainte d'interférences avec le phénomène de méandrement.

On note que les profils de déficit de vitesse mesurés en  $d = 0D$ ,  $1D$ , et  $2D$  revêtent une forme caractéristique avec la présence de discontinuités de la dérivée  $\partial U / \partial y$  qui délimitent

une région où la vitesse présente un profil quasi constant au centre du sillage. Cette région présente même un profil concave pour  $d = 0D$  et  $1D$ , ce qui pourrait être dû à l'utilisation d'un milieu poreux pour modéliser le disque actuateur.

Ces profils de vitesse transversaux se différencient nettement autour de la valeur  $d = 3D$ , après laquelle les vitesses mesurées plus en aval présentent des profils plus semblables à la courbe d'une loi normale. Cette évolution s'explique par la dynamique de mélange qui prend place dans la région du "tube de sillage" du disque poreux. Le disque prélève une certaine quantité de mouvement spatialement uniforme (en moyenne sur un profil horizontal) à l'écoulement incident, ce qui conduit initialement à la forme de profil particulière que l'on observe dans le sillage proche. Dans la proximité immédiate de la bordure du disque se trouve donc un gradient radial localement très élevé. Ce gradient entraîne une forte production turbulente qui participe à la diffusion de la vitesse entre la région interne du sillage et l'écoulement non perturbé. La diffusion de la couche de mélange annulaire vers l'intérieur du sillage entraîne une diminution progressive de la section non perturbée du sillage. Le phénomène est comparable dans son mécanisme à l'évolution longitudinale du profil de vitesse d'un jet circulaire, à cela près que la direction du gradient radial est inversée. La région non perturbée en aval du rotor est contenue dans un volume en forme de cône dont la base est confondue avec le disque actuateur, on peut désigner cette région du sillage par l'appellation "sillage interne", par opposition à la couche de mélange annulaire.

La forme du profil de vitesse, avec la présence ou non d'une section centrale à vitesse uniformément constante peut ainsi être un critère pour distinguer les régions proches et lointaines du sillage. Dans le cas étudié, il s'avère également que la position où la section non perturbée disparaît est coïncidente avec la position pour laquelle on relève le maximum de déficit de vitesse (ici  $d = 3D$ ). Selon la théorie de Betz, la vitesse en aval du disque actuateur devrait être strictement décroissante et asymptotique en une valeur inférieure à la vitesse amont, ce qui semble être le cas des valeurs obtenues si l'on se limite à la région non perturbée du sillage. Plus loin en aval en revanche, la perturbation du sillage interne par la couche de mélange annulaire a pour effet une accélération de la région interne, dont la vitesse axiale est finalement asymptotique à la vitesse  $U_\infty$  amont, contrairement à la théorie de Betz qui repose sur l'hypothèse d'un écoulement irrotationnel. La perturbation du sillage interne par la couche de mélange annulaire et l'évolution longitudinale de la vitesse axiale sont donc liées.

Même dans le cas d'une éolienne réelle on peut considérer que le développement de la couche de mélange externe devient le phénomène prépondérant dans le sillage lointain, c'est la base de l'hypothèse de validité du modèle du disque actuateur pour l'étude du sillage d'une turbine éolienne.

La récupération du déficit de vitesse à  $d = 10D$  n'est que de  $(U_{10D} - U_{min}) / (U_\infty - U_{min}) = 58\%$ , ce qui semble indiquer que la diffusion du sillage est assez lente, malheureusement il n'y a pas de résultats expérimentaux disponibles à une telle distance pour comparaison.

Les profils horizontaux d'énergie cinétique turbulente  $k$  résolue, sont présentés sur la figure 6.3. Les profils en amont du disque sont spatialement uniformes et ne présentent pas de variation significative entre les deux positions mesurées. Les précautions concernant l'interprétation des valeurs d'énergie cinétique turbulente à bande de fréquence limitée,

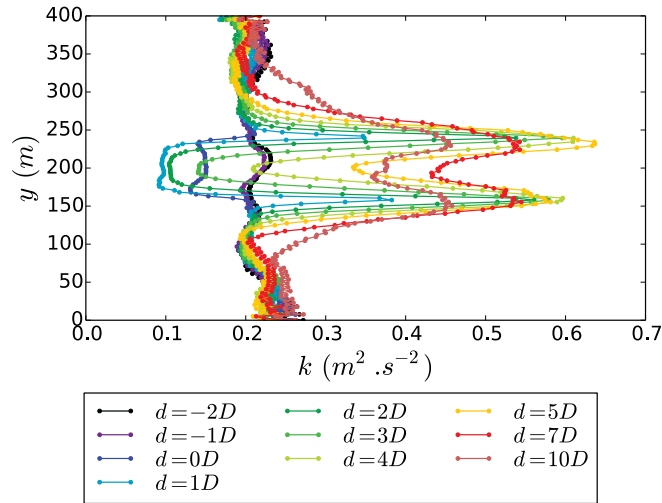


FIGURE 6.3 – Profils horizontaux d'énergie cinétique turbulente résolue à différentes positions sur l'axe  $x$

déjà évoquées dans la partie 4.1.1, s'appliquent également ici. Le profil directement en aval du disque à  $d = 1D$  présente deux caractéristiques marquantes. Premièrement on observe une augmentation significative de  $k$  sur une très faible distance à proximité directe du rebord du disque éolien. Ceci est directement causé par le gradient de vitesse élevé que l'on retrouve à cette position. L'autre caractéristique notable est que le niveau d'énergie turbulente diminue dans la partie interne du sillage directement à l'aval du disque. On peut supposer que cela puisse être lié à la méthode de modélisation du disque poreux par un saut de pression dont la valeur est calculée relativement à la vitesse locale relevée à chacune des faces du disque actuateur. La conséquence de cette approche est que à vitesse moyenne égale, une face soumise à une survitesse va imposer un saut de pression plus grand que celui d'une face mise en présence d'une sous-vitesse. Ce comportement peut contribuer à lisser les variations de vitesse, et en conséquence le niveau de turbulence dans le fluide. Notons que cette dynamique du saut de pression comme fonction de la valeur locale de la vitesse est cohérente avec la loi de Darcy (1.36), et donc avec les mesures expérimentales du chapitre 5.

Les profils d'énergie cinétique turbulente pour des positions longitudinales plus éloignées, témoignent d'une forte augmentation du niveau de turbulence avec le développement de la couche de mélange. On peut également ici distinguer la résorption de la région interne non perturbée du sillage, aux alentours de  $d = 3D$  en aval du disque. Le niveau de turbulence au centre du sillage reste assez faible, de l'ordre du niveau de turbulence de l'écoulement extérieur jusqu'à une distance  $d = 4D$  en aval du disque, il augmente significativement par la suite. Le niveau de turbulence même à  $d = 7D$  et  $d = 10D$  reste très élevé. La dissipation de l'excès de turbulence dans le sillage lointain est généralement plus lente que la diffusion du déficit de vitesse.

On peut également quantifier la turbulence par l'intermédiaire de l'intensité turbulente

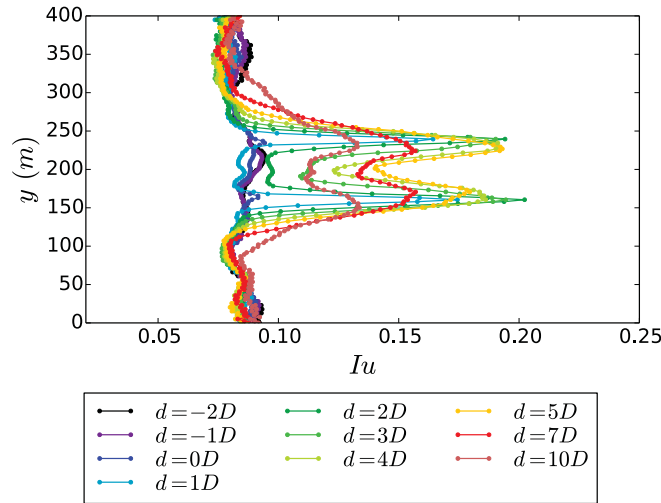


FIGURE 6.4 – Profils horizontaux d’intensité turbulente longitudinale résolue à différentes positions sur l’axe  $x$

de vitesse longitudinale  $Iu$ , sur la figure 6.4. Les profils sont ici semblables aux profils d’énergie cinétique turbulente. On remarque néanmoins que la région interne du sillage proche, où l’on a vu que l’énergie turbulente est plus faible que dans l’écoulement extérieur sur la figure 6.3 présente un niveau de d’intensité turbulente comparable à celui de l’écoulement extérieur. On en déduit que la diminution de l’énergie cinétique turbulente est directement proportionnelle à la diminution de vitesse (au carré) causée par la présence du disque actuateur.

L’étude des profils horizontaux de corrélation croisée  $\overline{u'v'}$  des vitesses longitudinales et transversales sur la figure 6.5 permet de mesurer la direction préférentielle de rotation des structures turbulentes, et donc de l’anisotropie de la turbulence. Cette valeur est un bon indicateur des zones de production de turbulence. Comme il a été vu précédemment la valeur de  $\overline{u'v'}$  est d’une façon générale nulle dans une couche limite plane en raison de l’absence de gradient moyen dans le plan  $(x, y)$ . Il n’est donc pas surprenant de constater que les valeurs sont entièrement liées à l’évolution du tube de mélange en aval du disque actuateur. Les profils sont antisymétriques par rapport au centre du sillage, en raison de l’inversion du signe du gradient  $\partial U / \partial y$ . On remarque sur ces profils la présence d’un excès de corrélation qui est axialement aligné sur la bordure du disque actuateur. On peut clairement distinguer ici également la région interne du sillage non perturbée par la couche de mélange. Les maxima de corrélation se trouve aux alentours de 4 ou 5 diamètres en aval du disque ce qui semble aller dans le sens d’une forte anisotropie de l’écoulement dans cette région, qui serait celle où les grandes structures turbulentes directement produites par le disque actuateur sont les plus développées.

On étudie les profils d’énergie cinétique turbulente sous maille (modélisée) sur la figure 6.6. On constate que la valeur maximale observable sur ces profils se trouve clairement sur le profil mesuré à un diamètre en aval du disque poreux, à la position où le gradient

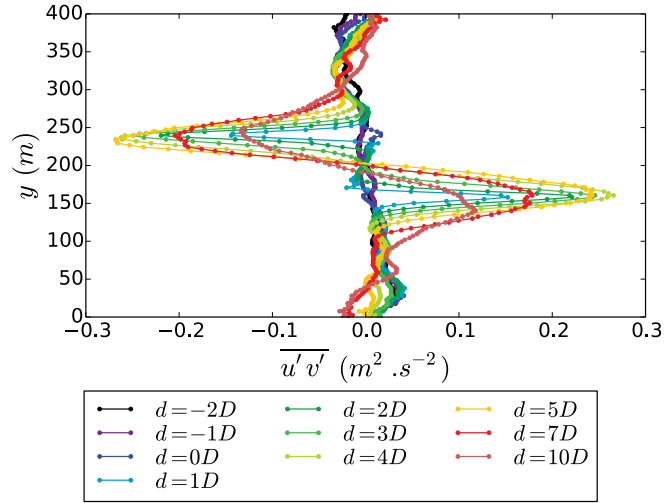


FIGURE 6.5 – Profils horizontaux de corrélation croisée  $u'v'$  résolue à différents éloignements  $d$  du rotor sur l'axe  $x$

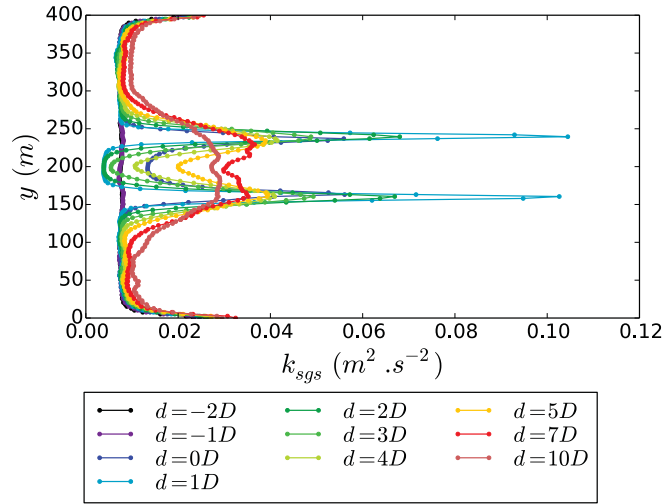


FIGURE 6.6 – Profils horizontaux d'énergie cinétique turbulente sous maille à différentes positions sur l'axe  $x$

de vitesse est le plus intense. A cette position, la turbulence sous maille atteint une valeur de 40% de la turbulence résolue, présentée sur la figure 6.3. La part de la turbulence sous maille est généralement beaucoup plus faible dans le reste du domaine même si elle reste d'une façon générale plus importante dans le sillage que dans l'écoulement extérieur.

On peut remarquer que l'on retrouve un fort gradient de turbulence sous-maille à proximité des parois, phénomène qui a déjà été observé dans les résultats de simulation

sans disque actuateur dans la partie 4 en raison de l'ajustement de la vitesse synthétique à l'entrée du domaine simulé.

### 6.2.2 Profils moyens verticaux

On présente ici les profils verticaux, qui combinent les caractéristiques du sillage du disque poreux combinées avec le profil de vitesse moyen de la couche limite atmosphérique. Les commentaires faits dans la partie précédente au sujet des profils horizontaux s'appliquent donc ici également, on se concentre plutôt sur l'influence du gradient de vitesse vertical.

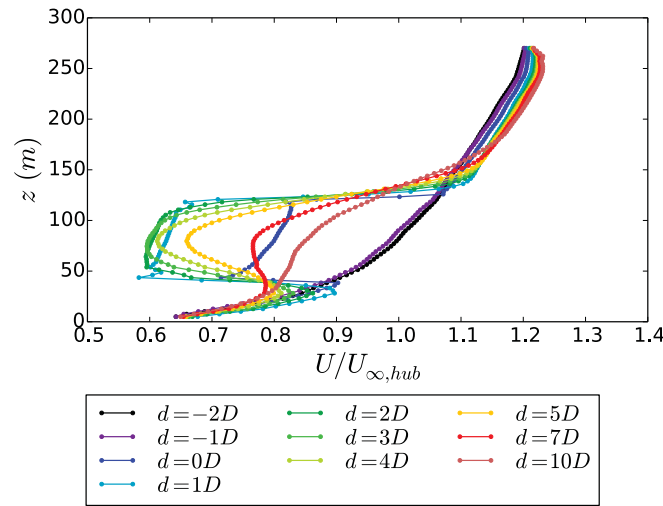


FIGURE 6.7 – Profils verticaux de vitesse moyenne longitudinale à différentes positions sur l'axe  $x$

On observe sur les profils verticaux une évolution du sillage cohérente avec les profils horizontaux précédemment présentés, avec une région interne non perturbée par la couche de mélange présente ici également jusqu'à une distance  $d = 4D$ . Si l'on observe la valeur relevée dans la première cellule à la position  $z = 5m$ , on constate que la différence entre tous les profils est assez minime. Cela est dû au traitement de la condition à la limite, qui si elle laisse flotter la valeur de la vitesse tangentielle lorsque le flux est sortant, fixe le vecteur vitesse lorsque le flux est entrant. La valeur de la vitesse longitudinale est donc effectivement fixée 50% du temps. En effet la densité de probabilité de la composante normale à la frontière inférieure de la vitesse synthétique est centrée sur la valeur nulle, car le vecteur de la vitesse moyenne est orienté tangentiellement à la paroi. Ce comportement va entraîner une convergence de la vitesse moyenne à la paroi vers la valeur moyenne du champ synthétique.

En effet la condition à la frontière agit de sorte que si l'écoulement est entrant, la valeur de la vitesse est fixée, alors que si l'écoulement est sortant la valeur tangentielle de la vitesse peut flotter légèrement, puisque dans cette situation c'est le gradient vertical

de la vitesse qui est fixé. Toutefois cette dérive de la valeur de la vitesse reste limitée car intermittente étant donné que le signe du flux de vitesse turbulente à travers les frontières tangentielles à la direction principale de l'écoulement varie significativement. Le choix de positionner la condition à la limite à  $z = 5m$  n'est alors pas sans conséquences. On justifie ce choix par le fait que d'une part, cette altitude est de l'ordre de grandeur de la résolution du maillage, d'autre part que la turbulence générée à la frontière fait l'hypothèse d'une turbulence pleinement développée qui n'est valide qu'à partir d'une certaine altitude, et finalement un traitement convenable de la simulation à la paroi en LES impose un maillage fin, des lois de parois spécifiques et enfin un modèle de turbulence capable de traiter la transition entre l'écoulement proche paroi et la région où la turbulence est pleinement développée ce qui complexifie grandement la simulation et ne permet pas l'emploi du modèle de Smagorinsky traditionnel seul.

L'utilisation ici d'un disque poreux modélisé par un saut de pression non uniforme calculé à partir de la vitesse locale n'est pas entièrement identique à un disque actuateur présentant un saut de pression uniforme, plus proche de la dynamique d'une turbine réelle, en ce que la vitesse moyenne incidente varie avec l'altitude ce qui entraîne une variation du saut de pression moyen au niveau du disque dans la direction verticale. Il est notable que la différence de vitesse entre le sommet et la partie basse du rotor est plus importante dans le cas du disque  $D = 40m$  par rapport au cas présenté ici. Ce comportement est toutefois en adéquation avec le modèle expérimental poreux utilisé précédemment.

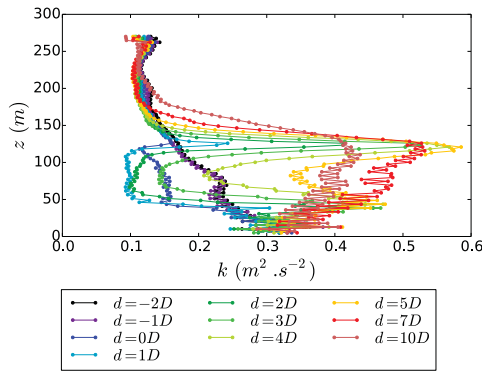


FIGURE 6.8 – Profils verticaux d'énergie cinétique turbulente à différentes positions sur l'axe  $x$

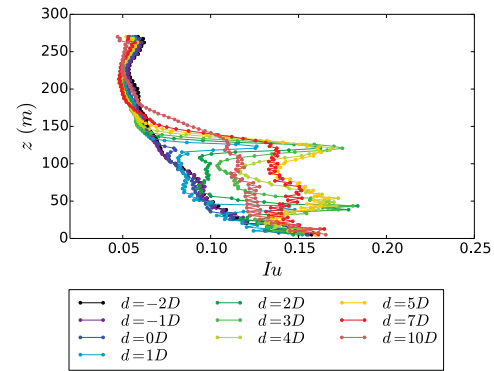


FIGURE 6.9 – Profils verticaux d'intensité turbulente longitudinale à différentes positions sur l'axe  $x$

Les profils d'énergie cinétique turbulente sur la figure 6.8 montrent que le niveau d'énergie est plus élevé au sommet du rotor que dans la partie basse, ce qui s'explique par la vitesse plus élevée de la couche limite avec l'altitude. La comparaison du niveau de turbulence entre l'amont et l'aval montre que le niveau de  $k$  est multiplié par un facteur  $> 3$  au sommet du rotor à  $z = 120m$  alors que l'augmentation relevée en bas du rotor est plus proche d'un facteur 2.

Les corrélations croisées verticales sur la figure 6.10 montrent une différence significative entre la partie haute et basse du sillage en aval du rotor. En effet le gradient de vitesse

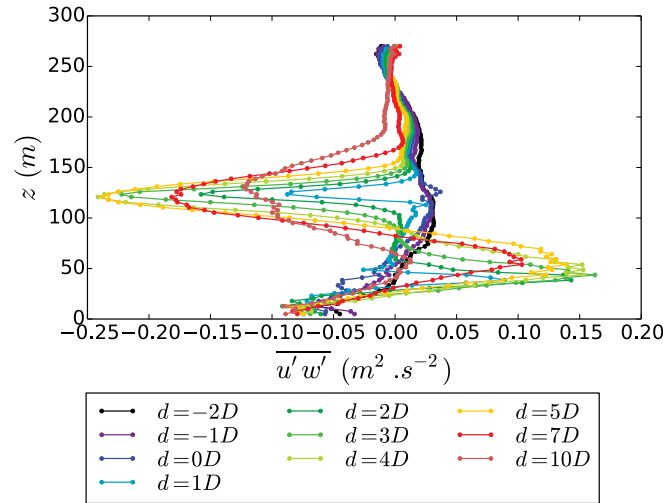


FIGURE 6.10 – Profils verticaux de corrélations croisées  $u'w'$  à différentes positions sur l'axe  $x$

induit par le rotor en partie basse est inversé par rapport au gradient naturel de la couche limite atmosphérique qui reste significatif à cette altitude. Cela explique, avec la différence de vitesse moyenne incidente, l'asymétrie du profil des corrélations croisées.

Le pic de corrélation dans la partie basse est quasiment entièrement diffusé à  $d = 10D$  alors qu'il se maintient à plus de 50% de la valeur maximale dans la partie haute. On peut également rapprocher cela de la plus forte dissipation turbulente qui s'exerce à proximité de la paroi.

Les profils d'énergie cinétique turbulente sous-maille sur la figure 6.11 montrent que le pic le plus fort d'énergie cinétique turbulente se trouve au niveau de la partie supérieure du rotor à une distance de  $d = 1D$  en aval. On constate également un niveau de turbulence sous maille élevé dans la région proche de la paroi qui est la région la plus cisailée de la couche limite.



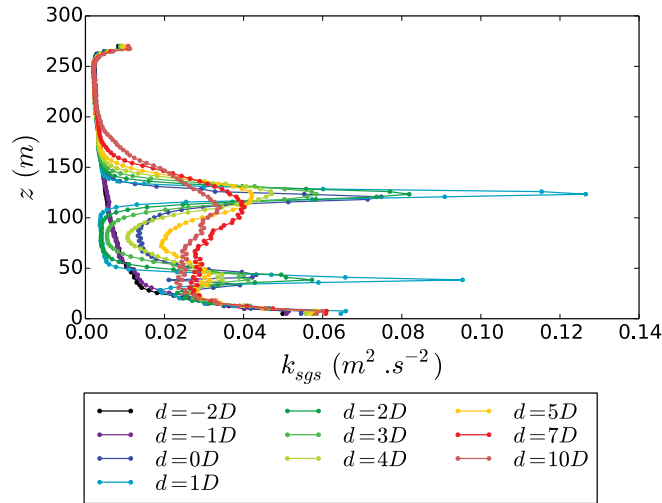


FIGURE 6.11 – Profils verticaux d'énergie cinétique turbulente sous maille à différentes positions sur l'axe  $x$

### 6.2.3 Méandrement

Il est utile de rappeler que le méandrement s'entend ici comme étant la variation temporelle de la position du centre du déficit de vitesse du sillage causée essentiellement par les grandes échelles de l'écoulement incident.

La simulation instationnaire du disque actuateur en présence d'un écoulement de couche limite atmosphérique permet de mettre en place un suivi temporel du sillage éolien. Les figures 6.12 et 6.13 montrent des champs de vitesse instantanés relevés dans des plans de coupe du domaine de simulation passant par l'axe du rotor. On peut percevoir une variation de la trajectoire du sillage lointain qui relève typiquement du méandrement tel que défini précédemment.

La méthode retenue pour déterminer une position instantanée du sillage est la même que celle présentée dans la partie concernant les résultats expérimentaux 5. Pour un profil de vitesse relevé dans le sillage, on calcule une moyenne pondérée de la position des points de mesure dont le poids est déterminé comme étant l'exponentielle du déficit de vitesse local. On limite l'étendue du profil utilisé pour le calcul de position du sillage à deux diamètres de largeur.

Le procédé permet de déterminer une série temporelle de position du sillage sur les axes  $y$  et  $z$ . Dans le cas du profil vertical les profils de vitesse sont débiaisés afin de tenir compte du profil de vitesse moyen de la couche limite atmosphérique. La méthode appliquée consiste à multiplier la vitesse instantanée mesurée localement par un coefficient local qui est pris comme étant le rapport de la vitesse moyenne maximale du profil sur la vitesse moyenne locale. Le choix d'un coefficient multiplicateur plutôt qu'un offset permet également de compenser le plus faible déficit de vitesse moyen dans la partie basse du sillage.

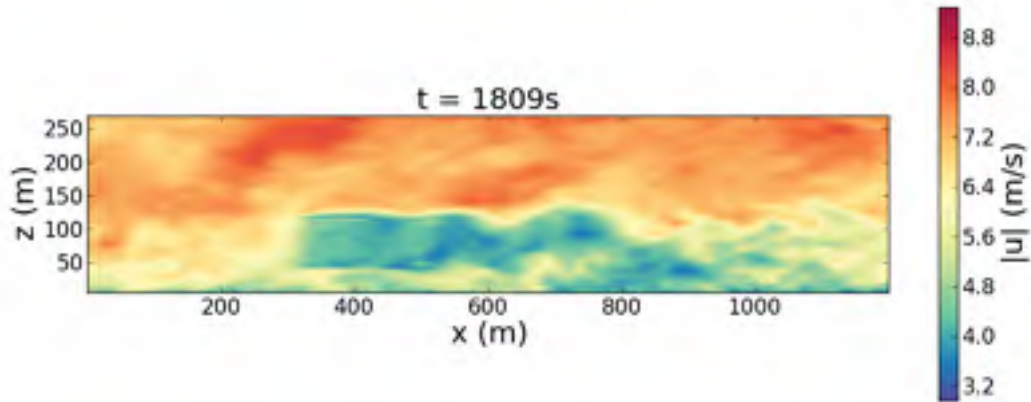


FIGURE 6.12 – Champ de vitesse instantanée dans le plan vertical médian du domaine de simulation

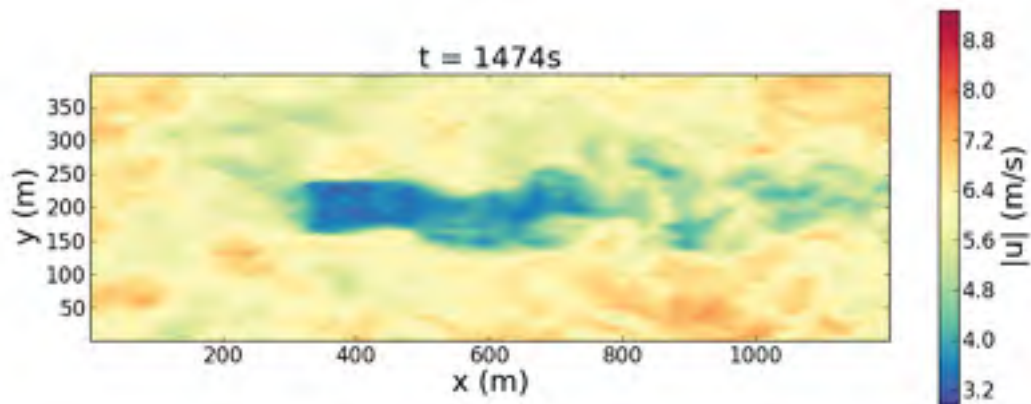


FIGURE 6.13 – Champ de vitesse instantanée dans le plan horizontal médian du domaine de simulation à hauteur de moyeu mettant en évidence le phénomène de méandrement

Il serait possible de mesurer la position du sillage en deux dimensions à partir de champs bidimensionnels orthogonaux au disque dans le sillage. Le parti pris ici est d'utiliser la mesure de la vitesse sur un simple profil unidimensionnel pour déterminer la position du sillage sur ce profil 1D. L'étude en 1D permet une analyse plus aisée, et on ne s'attend pas à trouver un biais particulier du déplacement du sillage dans les directions croisées. Une étude bidimensionnelle de la position du sillage pourrait se révéler intéressante sur des sillages de modèles rotatifs, en raison du mouvement de rotation du fluide dans le sillage (*swirl*), bien que celui-ci ne soit généralement pas discernable au delà de quelques diamètres en aval du rotor [94, 5].

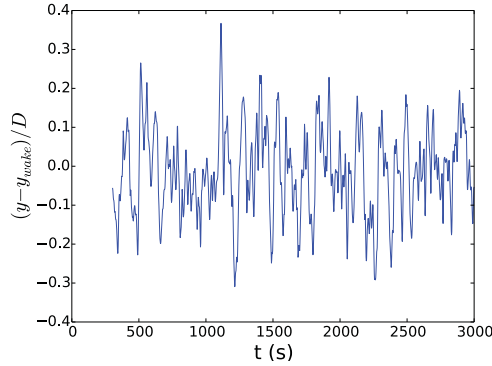


FIGURE 6.14 – Série temporelle de la position transversale du sillage à 4 diamètres en aval du disque actuateur

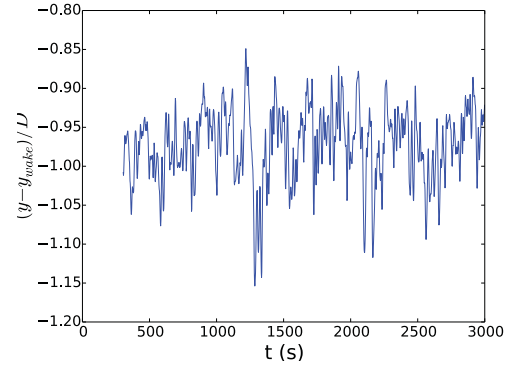


FIGURE 6.15 – Série temporelle de la position verticale du sillage à 4 diamètres en aval du disque actuateur

Les figures 6.14 et 6.15 présentent les séries temporelles de positions transversale et verticale du sillage pendant l'intégralité du temps simulé (moins le premier balayage des conditions initiales). On relève que les événements extrêmes du méandrement horizontal sur l'axe  $y$  présentent une amplitude proche de  $0.28D$ . L'amplitude du méandrement vertical sur l'axe  $z$  semble toutefois significativement plus faible, et présente vraisemblablement un biais dans la direction  $z$  négative. Ce biais pourrait être lié au phénomène d'enroulement de la couche limite dans le plan  $(x, z)$  en raison de la présence du gradient de vitesse principal et du profil vertical caractéristique des corrélations croisées  $\overline{u'w'}$ . Il faut toutefois rester prudent au sujet d'une telle interprétation, et la question de l'influence du procédé de correction appliqué aux profils de vitesse verticaux peut se poser.

Afin d'identifier les propriétés instationnaires du méandrement, le contenu spectral de l'écoulement est étudié. La densité spectrale de puissance de la vitesse longitudinale relevée à plusieurs positions sur l'axe  $x$  est présentée sur la figure 6.16, montrent une élévation du niveau d'énergie turbulente au passage du disque actuateur, du moins pour les positions présentées ici  $d = 4D$  et  $d = 10D$ , ceci conformément aux mesures d'énergie cinétique turbulente présentées sur les figures 6.3 et 6.8. Ces densités spectrales de puissance ne donnent pas d'information directe sur le méandrement.

Les densités spectrales de puissances des séries temporelles de position transverse du sillage à plusieurs distances  $d$  du disque actuateur sont présentée sur la figure 6.17. Les comparaisons avec les spectres de vitesse révèlent une plus grande importance des basses fréquences. Cela correspond à une évolution attendue étant donné que le traitement appliqué aux profils de vitesse pour déterminer la position du centre du sillage implique une forme de moyenne spatiale qui agit comme un filtre passe bas sur les fluctuations de vitesse. Il est notable que la longueur d'onde correspondant au maximum de DSP est identique à celle relevée sur les DSP de vitesse longitudinale, et correspond à la valeur mesurée de l'échelle intégrale de l'écoulement. L'activité à haute fréquence dans le spectre de position du sillage correspond à la signature de la turbulence haute fréquence de l'écoulement qui reste présente, bien qu'amoindrie, dans la série filtrée, ainsi que cela a été constaté sur les

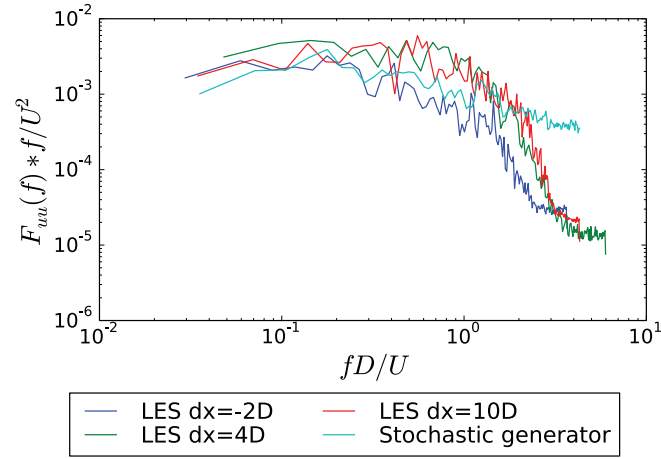


FIGURE 6.16 – Densités spectrales de puissance de la vitesse longitudinale à plusieurs positions dans le domaine de simulation dans l’axe du moyeu en amont et en aval du rotor, ainsi que pour la vitesse synthétique

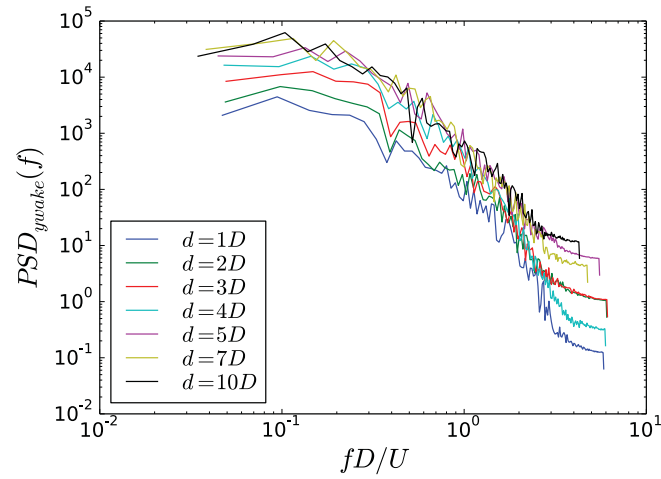


FIGURE 6.17 – Densités spectrales de puissance de la position transverse du sillage à différentes positions dans l’axe du moyeu en aval du disque actuateur

résultats expérimentaux de la partie 5.

Les figures 6.18 et 6.19 présentent l’écart type de la position transverse et verticale, respectivement, du sillage à différentes distances du rotor. D’une façon générale la moindre amplitude du méandrement vertical peut s’expliquer par la moindre intensité turbulente de la vitesse verticale qui entraîne le méandrement vertical comparativement à la vitesse

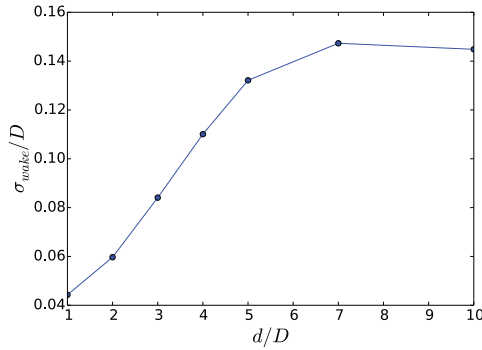


FIGURE 6.18 – Écart type de la position transverse du sillage à différentes distances  $d$  du rotor

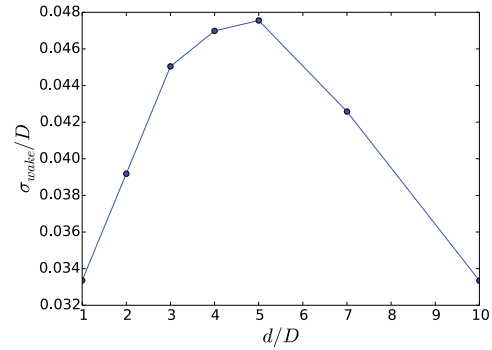


FIGURE 6.19 – Écart type de la position verticale du sillage à différentes distances  $d$  du rotor

transversale qui entraîne le méandrement horizontal. Les différences d'échelle intégrale des différentes composantes peuvent aussi jouer un rôle. La différence entre le méandrement horizontal et vertical est ici très significative, avec un facteur 3 entre les deux valeurs à  $d = 4D$ . Cette différence est plus importante ici que dans les mesures statistiques calculées dans [24], où l'écart type de la position verticale du sillage correspond à deux tiers de l'écart type du méandrement horizontal. Il est possible que cela soit dû à la position de la condition à la frontière inférieure, qui pourrait bloquer le développement vertical du méandrement comparativement au méandrement horizontal. Les écarts types présentés ici donnent une estimation de l'amplitude des variations de la position du sillage mais ne permettent cependant pas directement d'établir si le phénomène mesuré est lié ou non à la turbulence amont comme cela a été observé expérimentalement. En outre, l'écart type de position verticale du sillage décroît après cinq diamètres, au contraire de l'écart type de position horizontale, dont la croissance ralentit fortement autour de  $d = 7D$  sans pour autant décroître à l'intérieur de la plage mesurée.

Il pourrait être attendu que l'écartement du sillage par rapport à la ligne médiane ne fasse que s'amplifier avec la distance de convection sous l'influence de la vitesse transverse ou verticale locale. Cependant il a été vu que le déficit de vitesse diminue et se diffuse avec la distance de convection. La diffusion du déficit de vitesse peut ainsi nuire à la détection de position du sillage et ainsi résulter en un recentrage de la position effectivement mesurée.

Le calcul des cohérences entre l'écoulement amont et la position du sillage permet ici d'apporter des éléments de réponse. À la lumière des résultats expérimentaux de cohérence de la position du sillage obtenus avec d'une part la vitesse amont et d'autre part les mesures de balance aérodynamique, on choisit ici de corrélérer la position du sillage avec la moyenne de la vitesse transversale mesurée sur le profil médian passant à travers le disque tel que celui-ci soit parallèle et aligné axialement avec le profil utilisé dans le calcul de position du sillage. La valeur de vitesse ainsi obtenue est une forme spatialement moyennée sur la largeur du disque de la vitesse transverse, qui est comparable dans sa dynamique à la force latérale (de dérive) mesurée par la balance. Il aurait également été possible d'utiliser

une moyenne de la vitesse prise sur toute la surface du disque pour se rapprocher de la valeur mesurée expérimentalement, néanmoins on estime que la moyenne sur le profil unidimensionnel est un bon estimateur de la moyenne surfacique et celle-ci est cohérente avec la mesure de position du sillage à partir d'un profil unique.

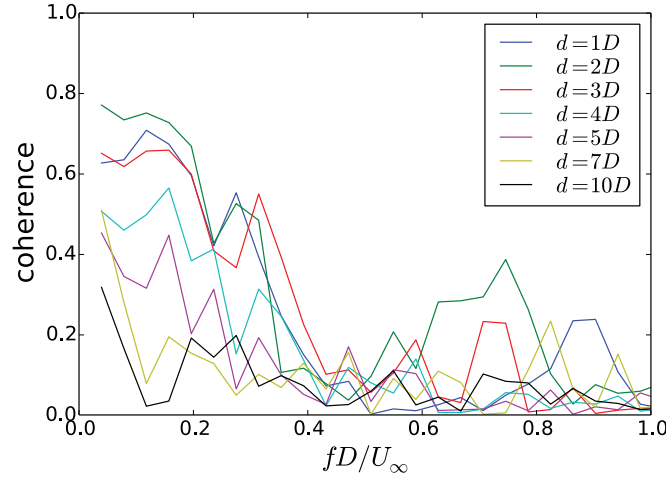


FIGURE 6.20 – Cohérence entre la position horizontale du sillage en aval du disque et la moyenne sur le segment de l'axe  $y$  passant à travers le rotor de la vitesse transversale  $v$

La figure 6.20 présente la cohérence calculée entre la position transverse du sillage à différentes distances en aval du disque et la moyenne sur le segment sur l'axe  $y$  passant à travers le rotor de la vitesse transversale  $v$ . La cohérence calculée est très semblable aux mesures expérimentales, avec un niveau très significatif dans les basses fréquences et se rapprochant de zéro dans les hautes fréquences. La fréquence de coupure se situe aux alentours de  $fD/U_\infty = 0,4$ , ce qui est similaire à la valeur relevée expérimentalement dans la partie 5.3. La cohérence décroît avec l'éloignement au disque. La courbe ici reproduite présente un bruit élevé en comparaison des résultats expérimentaux, cela est dû au nombre d'échantillons disponibles pour le calcul des spectres à partir des données de simulation qui est ici plus réduit. On emploie une technique similaire à la méthode de Welch pour le calcul des cohérences, celle-ci consiste à partitionner les signaux temporels en plusieurs signaux plus courts, avec possiblement un recouvrement entre les différentes sections dont les spectres de cohérence sont calculés puis moyennés. Cette méthode suppose que les signaux raccourcis restent représentatifs d'un processus aléatoire pseudo stationnaire, c'est à dire qu'il conservent un nombre suffisant d'échantillons pour englober toutes les échelles significativement cohérentes de l'écoulement. Cette contrainte limite effectivement le lissage qu'il est possible d'atteindre avec un nombre d'échantillon donné. De plus il n'est ici pas possible de faire une moyenne spatiale de la cohérence car il n'existe pas de dimension statistiquement invariante dans le problème simulé du fait de la présence du rotor et de la couche limite. Une meilleure convergence statistique pourrait être obtenue avec des simulations plus longues, mais le taux de convergence ne présente pas une relation

linéaire avec l'augmentation du nombre d'échantillons ce qui conduit rapidement à un coût prohibitif. La durée physique simulée étant ici proche de 1h, cela correspond à une durée déjà significative relativement aux échelles de la turbulence atmosphérique.

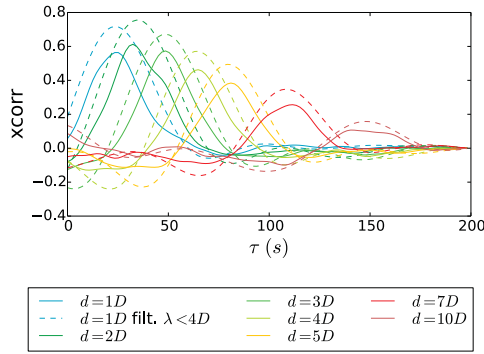


FIGURE 6.21 – Corrélation entre la vitesse moyennée au niveau du moyeu et la position sur l'axe  $y$  du sillage non-filtrée et filtrée au moyen d'un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est ajustée de sorte à correspondre à une longueur d'onde  $\lambda_c = 4D$  selon l'hypothèse de Taylor

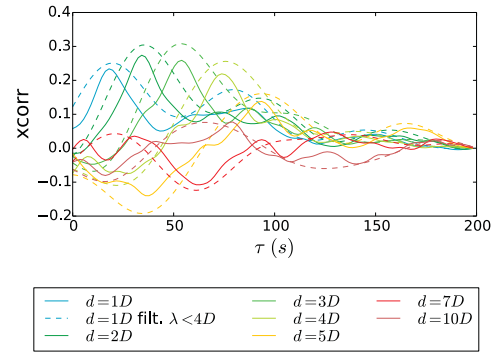


FIGURE 6.22 – Corrélation entre la vitesse moyennée au niveau du moyeu et la position sur l'axe  $z$  du sillage non-filtrée et filtrée au moyen d'un filtre passe bas dont la fréquence de coupure est ajustée de sorte à correspondre à une longueur d'onde  $\lambda_c = 4D$  selon l'hypothèse de Taylor

Les figures 6.21 et 6.22 montrent les corrélations temporelles entre les séries temporelles de la vitesse transverse et verticale au niveau du disque et la position horizontale et verticale du sillage. Sont également représentées les courbes de corrélation des mêmes signaux filtrés pour éliminer les variations de haute fréquence ne relevant pas du méandrement. Le filtrage est effectué au moyen d'un filtre de Fourier idéal à réponse impulsionnelle infinie qui n'entraîne pas de déphasage. Le décalage temporel du pic de corrélation pour chaque profil distant du rotor correspond au temps d'advection du fluide sur la distance  $d$ . Il est intéressant de comparer les valeurs maximales de la corrélation pour chaque profil où est relevée la position du sillage.

La figure 6.23 représente les maximum de corrélation en fonction de la distance  $d/D$  au rotor. Il apparaît que la corrélation entre position du sillage et maximale à une distance de  $d/D = 2$  du rotor, puis elle décroît régulièrement pour atteindre une valeur de 0.16 à  $d/D = 10$ .

Ainsi, il est montré que la position du sillage est très fortement corrélée à la la vitesse transverse amont moyennée sur un segment du disque actuateur passant par le moyeu et axialement aligné avec le profil sur lequel la position du sillage est mesurée. Le filtrage des séries temporelles pour isoler les fréquences caractéristiques du méandrement permet d'améliorer les valeurs de corrélation obtenues. Les mesures de cohérence et de corrélation ne quantifient que la relation affine entre les variables corrélées, il est envisageable qu'un modélisation plus élaborée de la relation entre position du sillage et vitesse amont, d'ordre supérieur à 1, permette d'obtenir une prévision encore supérieure.

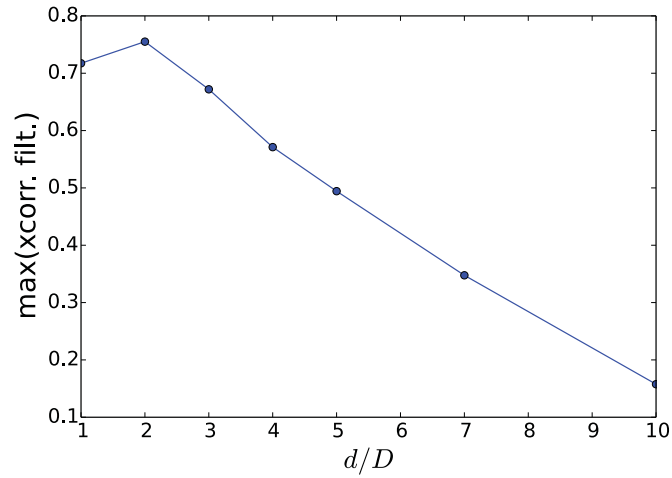


FIGURE 6.23 – Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe  $y$ , pour différents écartements  $\Delta x$  du rotor

### 6.3 Validation

Les résultats obtenus numériquement font l'objet d'une comparaison avec les résultats expérimentaux avec disque de diamètre équivalent  $D = 80m$  de la partie 5.3 (cas exp. D80). On évalue également la sensibilité de la simulation à la résolution du maillage ainsi qu'à la taille du domaine pour estimer l'effet du blocage. Le cas simulé avec disque de 40m est également ajouté à la comparaison, dans ce cas la différence rapportée n'est pas à strictement parler une erreur étant donné que les cas ne sont pas identiques, cependant cette comparaison est intéressante dans l'hypothèse où l'écart type de position du sillage et la récupération du déficit de vitesse sont des phénomènes adimensionnels.

Les valeurs qui font l'objet d'une comparaison entre les cas sont les suivantes :

- $U_{2D}/U_\infty$  : le ratio de vitesse moyenne au centre du sillage à deux diamètres en aval du rotor avec la vitesse amont infinie à hauteur de moyeu.
- $U_{5D}/U_\infty$  : le ratio de vitesse moyenne au centre du sillage à cinq diamètres en aval du rotor avec la vitesse amont infinie à hauteur de moyeu.
- $\sigma_{sillage,y}/D$  : l'écart type de position horizontale du sillage à cinq diamètres en aval du rotor
- $\sigma_{sillage,z}/D$  : l'écart type de position verticale du sillage à cinq diamètres en aval du rotor

Les valeurs relevées pour tous les cas testés sont reportées dans le tableau 6.2. Il apparaît que l'erreur de récupération du déficit de vitesse à deux diamètres en aval du rotor est négligeable partout sauf pour le cas avec le domaine le plus petit D80\_0.6ly où l'erreur est légèrement plus importante à hauteur de 3%.



Cas	$U_{2D}/U_\infty$	$U_{5D}/U_\infty$	$\sigma_{sillage_y,5D}/D$	$\sigma_{sillage_z,5D}/D$
exp. D80	0.604 (ref)	0.659 (ref)	0.17 (ref)	0.14 (ref)
D80	0.603 (0%err)	0.660 (0%err)	0.132 (22%err)	0.047 (66%err)
D80_400k	0.603 (0%err)	0.640 (2%err)	0.128 (24%err)	0.049 (65%err)
D80_700k	0.605 (0%err)	0.648 (1%err)	0.130 (23%err)	0.049 (65%err)
D80_0.6ly	0.627 (3%err)	0.687 (4%err)	0.131 (22%err)	0.052 (62%err)
D80_0.8ly	0.606 (0%err)	0.661 (0%err)	0.127 (25%err)	0.052 (62%err)
D40	0.603 (0%err)	0.721 (9%err)	0.161 (5%err)	0.148 (5%err)

Tableau 6.2 – Tableau comparatif des valeurs de déficit de vitesse et d'écart type de méandrement obtenues à partir de différentes simulations avec les valeurs expérimentales

L'erreur de la vitesse moyenne adimensionnée à une distance de  $d = 5D$  du rotor est négligeable pour le cas canonique D80, ainsi que pour le cas avec taille de domaine réduite D80\_0.8ly. Elle reste faible pour les cas à plus faible résolution D80\_400k et D80\_700k, ainsi que pour le cas avec le plus de blocage D80\_0.6ly. Le cas avec disque D40 présente pour cette variable une différence plus marquée (9% contre 0% pour  $U_{2D}/U_\infty$ ).

En ce qui concerne l'écart type de position du sillage tous les cas numériques avec disque D80 présentent une erreur comprise entre 20% et 25%. Bien que cette erreur soit significative, les résultats obtenus permettent de dire que le méandrement est qualitativement reproduit.

Le méandrement vertical simulé présente toutefois une erreur importante par rapport aux valeurs mesurée expérimentalement.

Le méandrement relevé dans le cas D40 est significativement plus proche des mesures expérimentales. La différence entre le cas avec disque de 40m pourrait être due au ratio de l'échelle intégrale de la vitesse verticale  $w$  sur le diamètre du disque qui dépasse un seuil critique entre les cas avec disque de 40m et 80m.

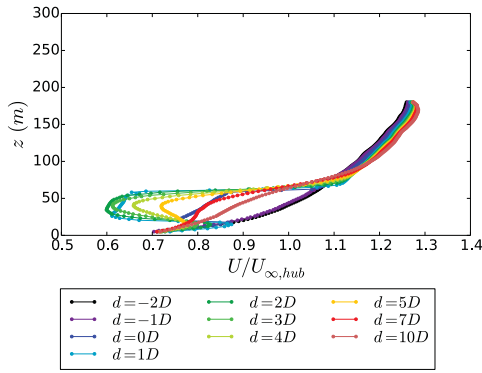
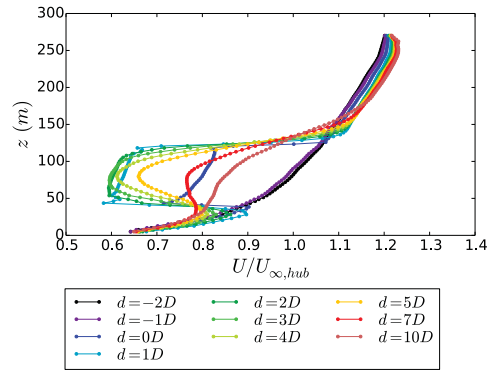
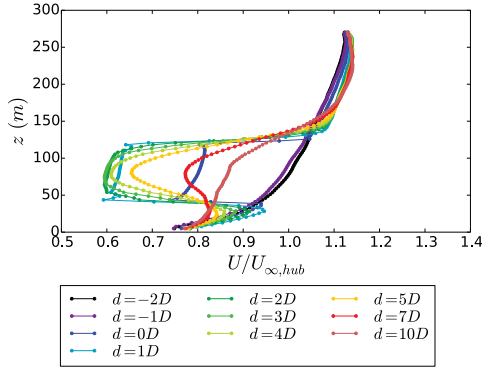
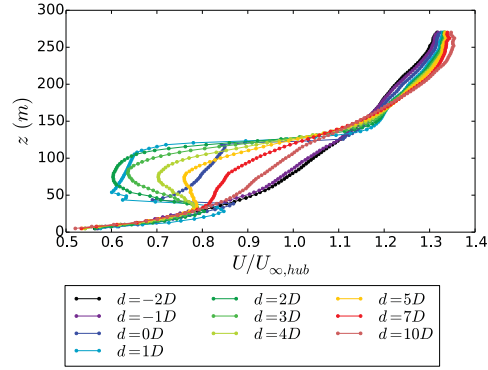
Une source des différences dans le méandrement observé entre le cas expérimental et les simulations peut être la turbulence de l'écoulement incident. En effet le tenseur spectral de la turbulence utilisé pour générer la turbulence stochastique est simpliste et ne permet pas de reproduire les toutes les caractéristiques d'anisotropie de la couche limite expérimentale. Une voie d'amélioration serait d'utiliser l'expression du tenseur spectral cisailé proposée par Mann [53].

## 6.4 Étude paramétrique

Sont présentés ici les résultats des cas issus de la variation du type de couche limite avec le disque de diamètre  $D = 80m$ , ainsi que le cas  $D = 40m$  avec couche limite modérément rugueuse pour comparer l'influence respective de ces paramètres. Tous ces cas présentent une seule variation par rapport au cas de référence  $D = 80m$  avec couche limite modérément rugueuse présenté dans la partie 6.2. Les figures du cas D80 présentées précédemment sont reproduites aux cotés des figures des autres cas pour comparaison.

Cas	$Lx(m)$	$Ly(m)$	$Lz(m)$	$\Delta(m)$	$Nx$	$Ny$	$Nz$	$N_{mailles}$	$\Delta t(s)$
D80_rough	1200	400	265	5.02	238	79	52	977704	0.38
D80	1200	400	265	5.02	238	79	52	977704	0.45
D80_smooth	1200	400	265	5.02	238	79	52	977704	0.5
D40	600	200	175	2.75	217	72	63	984312	0.26

Tableau 6.3 – Cas considérés dans le cadre de l'étude paramétrique


 FIGURE 6.24 – Profils de vitesse verticaux pour le cas  $D=40m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

 FIGURE 6.25 – Profils de vitesse verticaux pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

 FIGURE 6.26 – Profils de vitesse verticaux pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **faiblement** rugueuse

 FIGURE 6.27 – Profils de vitesse verticaux pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **fortement** rugueuse

Les profils de vitesse verticaux présentés sur les figures 6.24 et 6.25 montrent que l'évolution des profils de vitesse pour les rotors  $D = 40m$  et  $D = 80m$  avec couche limite modérément rugueuse est assez similaire, avec une récupération du déficit de vitesse légèrement plus rapide pour le disque  $D = 40m$ , particulièrement visible sur le profil  $d = 5D$ . Cela peut être imputable à l'altitude plus faible du rotor de  $40m$  qui implique une turbulence

atmosphérique plus intense qui conduit à une diffusion turbulente du sillage plus forte.

Les figures 6.25, 6.26 et 6.27 mettent en évidence la divergence du cas  $D = 80m$  avec couche limite fortement rugueuse par rapport aux cas faiblement et modérément rugueux, avec une récupération du déficit de vitesse significativement plus rapide dans le cas fortement rugueux en raison de la plus forte dissipation turbulente dans la couche limite rugueuse.

Dans tous les cas simulés le profil présentant le maximum de déficit de vitesse est le profil  $d = 3D$ , et la région interne du sillage identifiable sur les profils  $d = 0D$ ,  $1D$ , et  $2D$  ne semble pas présenter de variation significative. L'étendue de la région constituant le sillage interne ne semble pas dépendre de la rugosité de la CLA pour les cas étudiés.

Il est utile de rappeler que, comme vu dans la partie 4.4, les intensités turbulentes des couches limites faiblement et modérément rugueuse sont très proches. La différence entre les deux écoulements tient dans la répartition spectrale de la turbulence, avec une échelle intégrale plus grande dans le cas de la CLA faiblement rugueuse. Ceci peut constituer une explication au fait que la récupération du sillage dans le cas faiblement rugueux est légèrement plus rapide que dans le cas modérément rugueux.

Les figures 6.28, 6.29, 6.30 et 6.31 montrent les profils d'intensité turbulente longitudinale. Si ceux-ci ont des tendances semblables, ils affichent tout de même des valeurs absolues différentes dans le sillage, en particulier pour  $d = 4D$ . La comparaison entre les figures 6.29 et 6.30 montre que malgré les niveaux d'intensité turbulente similaires dans les deux couches limites, faiblement et modérément rugueuses, le niveau d'intensité turbulente mesuré dans le sillage est sensiblement plus élevé dans le cas faiblement rugueux. Cette différence pourrait trouver une explication dans les interactions des grandes échelles de la turbulence de CLA avec le rotor éolien qui se traduirait par un méandrement plus important. Les profils d'intensité turbulente longitudinale dans le cas fortement rugueux présentés sur la figure 6.31 montrent que le niveau de turbulence maximum dans le sillage lointain n'augmente que faiblement bien que le niveau de turbulence extérieur soit significativement plus élevé. Le niveau de turbulence dans le sillage proche à  $d = 2D$  est en revanche nettement plus élevé étant donné que ce dernier est contraint par l'intensité turbulente ambiante de la couche limite atmosphérique.

Pour chaque cas étudié, on calcule les séries temporelles de position horizontale du sillage à différents éloignements  $d$  du disque. À partir de ces séries on calcule l'écart type de position du sillage, qui est représenté pour tous les cas sur les figures 6.32, 6.33, 6.34 et 6.35.

La comparaison des figures 6.32 et 6.33 montre que la taille du rotor a une influence sur l'écart type de position horizontale du sillage, bien que celle-ci soit relativement réduite, avec une augmentation de  $\sigma_{wake}/D$  à  $d = 5D$  de 0.132 à 0.16 avec le passage de  $D = 40m$  à  $D = 80m$ . Il est utile de rappeler que les deux rotors ne se situant pas à la même altitude, ils ne sont pas sujets aux mêmes conditions de turbulence, en particulier l'intensité turbulente à hauteur de moyeu est différente.

Si l'on étudie exclusivement les cas avec le disque  $D = 80m$  sur les figures 6.33, 6.34 et 6.35 il est intéressant de constater que la valeur de l'écart type de position du sillage est plus faible avec la couche limite modérément rugueuse qu'avec les CLA faiblement et fortement rugueuses. Ce résultat est surprenant, une explication possible est qu'une grande

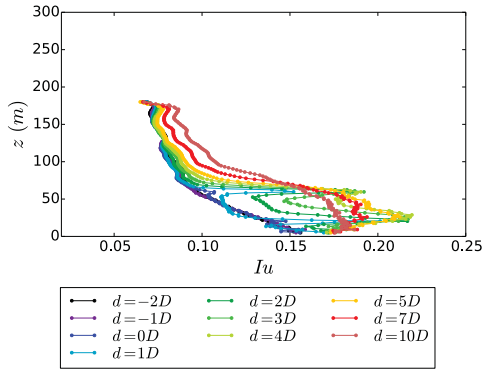


FIGURE 6.28 – Profils verticaux d'intensité turbulente pour le cas  $D=40m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

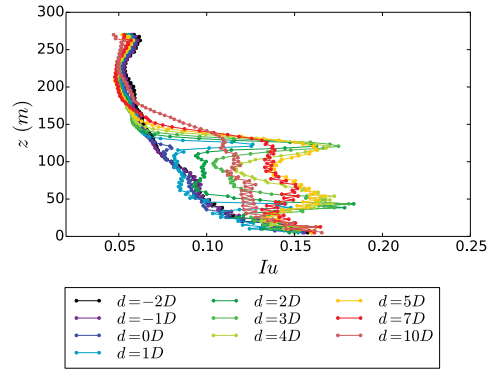


FIGURE 6.29 – Profils verticaux d'intensité turbulente pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

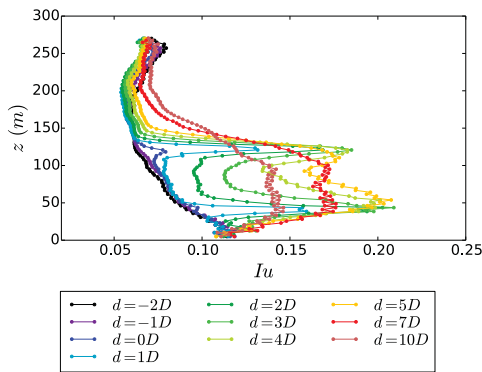


FIGURE 6.30 – Profils verticaux d'intensité turbulente pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **faiblement** rugueuse

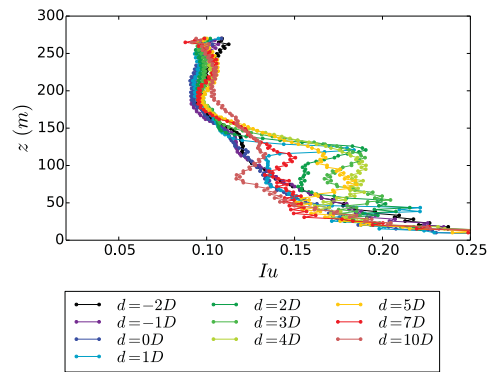


FIGURE 6.31 – Profils verticaux d'intensité turbulente pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **fortement** rugueuse

échelle intégrale et une intensité turbulente élevée renforcent toutes deux le méandrement, alors même que ces deux caractéristiques évoluent généralement de façon inverse avec la rugosité de la CLA. Ces résultats suggèrent que l'évolution du méandrement en fonction de la rugosité de la couche limite n'est pas simplement monotone.

Les figures 6.36, 6.37, 6.38 et 6.39 présentent l'écart type de la position verticale du sillage. La valeur de cet écart type présente une importante divergence entre les cas avec rotor  $D = 40m$  et  $D = 80m$  représentés sur les figures 6.36 et 6.37, avec un facteur 3 entre les deux valeurs. Il semble que cela soit la conséquence d'une influence plus prononcée de la vitesse synthétique à la frontière sur les fluctuations de la vitesse verticale  $w$ . En effet, dans le cas du rotor  $D = 40m$  la distance de la paroi inférieure au moyeu est de  $z_{moyeu} - z_{CL} = 40 - 5 = 35m$  alors que dans le cas du rotor  $D = 80m$  cette distance est de  $75m$ . La distance entre la partie inférieure du rotor et la CF est de  $15m$  dans le cas  $D = 40m$  contre  $35m$  dans le cas  $D = 80m$ .

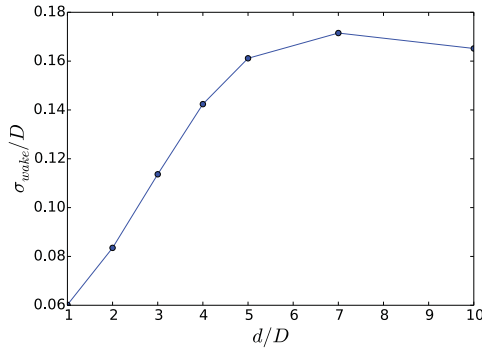


FIGURE 6.32 – Écart type de la position horizontale du sillage pour le cas  $D=40m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

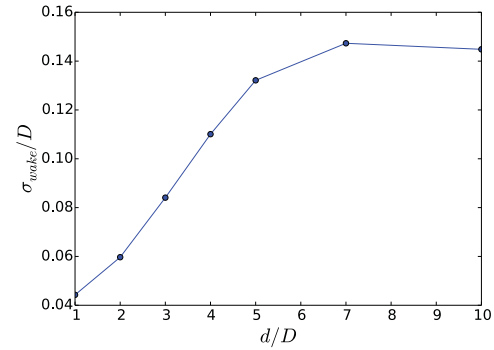


FIGURE 6.33 – Écart type de la position horizontale du sillage pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

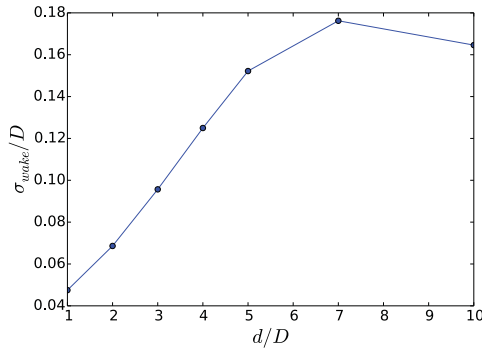


FIGURE 6.34 – Écart type de la position horizontale du sillage pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **faiblement** rugueuse

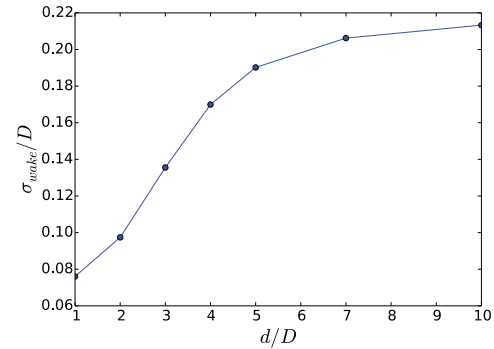


FIGURE 6.35 – Écart type de la position horizontale du sillage pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **fortement** rugueuse

Il est notable que les valeurs d'écart-type de position verticale diminuent significativement à partir de  $d > 4D$  ou  $5D$ . Cette diminution s'observe également sur les écarts type de la position horizontale mais reste beaucoup plus limitée.

Il apparait donc que dans le cas très rugueux l'écart type de position du sillage, aussi bien horizontale que verticale, est plus élevé que dans les deux autres cas faiblement et modérément rugueux.

La courbe du maximum de corrélation entre la position horizontale du sillage et la vitesse transverse au niveau du disque actuateur est présentée en fonction de la distance de mesure du profil pour chacun des cas sur les figures 6.40, 6.41, 6.42 et 6.43. Les résultats sont très semblables dans tous les cas, avec seulement pour le cas très rugueux une corrélation légèrement plus faible.

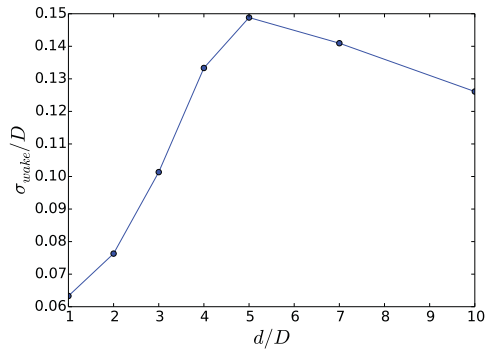


FIGURE 6.36 – Écart type de la position verticale du sillage pour le cas  $D=40m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

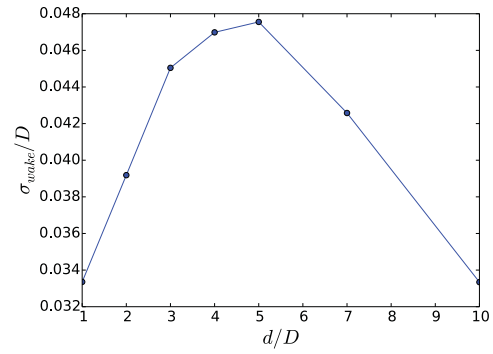


FIGURE 6.37 – Écart type de la position verticale du sillage pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

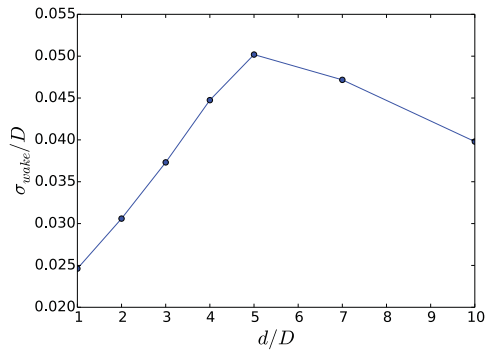


FIGURE 6.38 – Écart type de la position verticale du sillage pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **faiblement** rugueuse

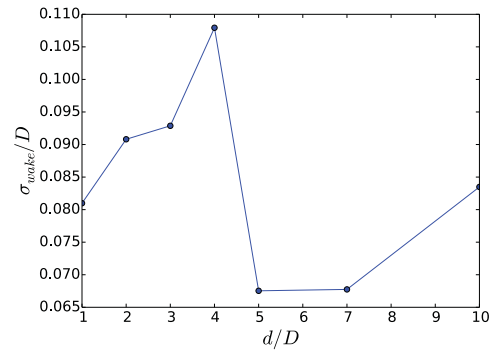


FIGURE 6.39 – Écart type de la position verticale du sillage pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **fortement** rugueuse

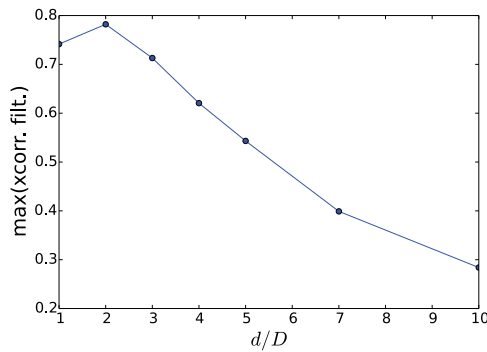


FIGURE 6.40 – Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe  $y$ , pour différents écarts  $d$  du rotor pour le cas  $D=40m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

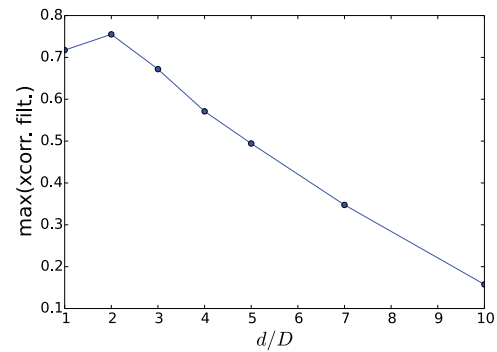


FIGURE 6.41 – Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe  $y$ , pour différents écarts  $d$  du rotor pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **modérément** rugueuse

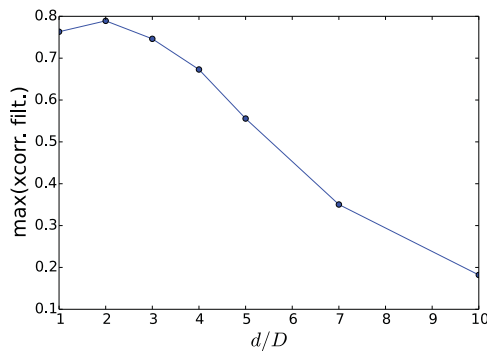


FIGURE 6.42 – Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe  $y$ , pour différents écarts  $d$  du rotor pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **faiblement** rugueuse

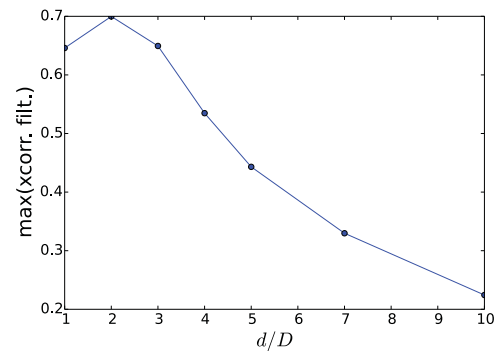


FIGURE 6.43 – Valeur maximum de la corrélation entre la vitesse moyennée sur un profil passant par le moyeu et la position filtrée du sillage sur l'axe  $y$ , pour différents écarts  $d$  du rotor pour le cas  $D=80m$  avec couche limite **fortement** rugueuse

## 6.5 Conclusion

La simulation aux grandes échelles d'un écoulement de couche limite atmosphérique avec conditions aux limites synthétiques a été appliquée à l'étude instationnaire du sillage d'un disque actuateur poreux. Une étude paramétrique sur l'influence de la taille du rotor et du type de couche limite a été conduite.

Le disque actuateur est modélisé au moyen d'un saut de pression dépendant de la vitesse locale selon le coefficient d'introduction prescrit, ce qui est similaire dans le principe à l'utilisation d'un disque poreux.

L'étude des cas simulés montre que le déficit de vitesse dans le sillage atteint son maximum environ trois diamètres en aval du rotor et que le déficit de vitesse n'est pas entièrement résorbé à une distance de dix diamètres en aval du rotor. Le déficit de vitesse dans le sillage s'accompagne d'une augmentation de la turbulence dans le sillage, dont la majeure partie semble provenir de la couche annulaire de mélange qui se forme entre la région en déficit de vitesse du sillage et l'écoulement extérieur. L'énergie cinétique turbulente dans le sillage du disque actuateur atteint son maximum environ 4 diamètres en aval du rotor et n'est pas totalement revenue à sa valeur asymptotique après dix diamètres en aval du rotor.

La position instantanée du sillage sur un profil transverse horizontal ou vertical est déterminée à partir du profil de déficit de vitesse instantané dont les valeurs sont utilisées afin de calculer un centre de gravité de la position du sillage. Le résultat est une série temporelle de la position du centre du sillage sur l'axe du profil mesuré. La cohérence entre cette série temporelle et la vitesse transverse amont révèle une très forte corrélation des basses fréquences qui décroît avec l'augmentation de la fréquence et rejoint une valeur non significative pour toute longueur d'onde inférieure à environ trois fois le diamètre du rotor.

On peut déduire des cohérences une bande de fréquence pertinente pour le filtrage des séries de vitesse et de position de sillage pour calculer des coefficients de corrélation représentatifs de la relation entre le méandrement et la vitesse transverse amont.

Les valeurs très significatives des coefficients de corrélation mesurés suggèrent que la prévision en temps réel du méandrement à partir de mesures de vent transversal amont est une perspective réaliste et pourrait être effectuée à partir de mesures de contraintes globales sur le mat ou le rotor de l'éolienne.

La comparaison avec les résultats expérimentaux montre que les résultats obtenus, du point de vue de l'évolution du déficit de vitesse est tout à fait satisfaisante. Le méandrement horizontal simulé reproduit qualitativement les méandrement observé sur les résultats expérimentaux. Le méandrement vertical fait lui l'objet d'une plus grande variabilité. Il est probable qu'une amélioration de la turbulence synthétique appliquée aux frontières du domaine permettrait une meilleure reproduction du méandrement.

Il est également intéressant de noter que l'étude de sensibilité des résultats à la taille de domaine ainsi qu'à la résolution du maillage n'a pas montré une très grande variabilité des résultats à ces paramètres, en dehors de la sur vitesse due à l'effet de blocage attendue, et ceci malgré la relative petite taille des maillages utilisés, ce qui permet de dire que la méthode ici présentée pourrait être adaptée simplement à des cas d'une plus grande complexité.



L'influence de la taille du rotor sur le méandrement pour une couche limite donnée combine en réalité la variation de deux paramètres : la hauteur du moyeu qui dépend nécessairement du diamètre du rotor, et le ratio entre l'échelle intégrale de la turbulence atmosphérique et le diamètre du rotor. Étant donné que l'influence de ces deux caractéristiques ne peuvent être découplées à partir des simulations présentées ici, on ne peut que constater que l'amplitude du méandrement relativement à la taille du rotor semble être plus élevée dans le cas du disque de plus petit diamètre.

L'étude paramétrique de l'influence de la rugosité de la couche limite met en évidence la dynamique complexe du méandrement relativement aux échelles et à l'intensité de la turbulence atmosphérique. Les résultats obtenus ne permettent pas de dire que le méandrement évolue avec la rugosité de la couche limite de façon monotone.

Finalement, il faut noter que la méthode de détection du sillage présentée n'est qu'une méthode parmi d'autres possibles, et que le choix de la méthode peut influencer sur les résultats obtenus. La méthode utilisée ici est choisie selon un critère de simplicité d'application et d'uniformité du traitement avec les mesures expérimentales. Il est également utile de mentionner que les relations empiriques de Counihan [18] utilisée pour déterminer les paramètres des couches limites faiblement et fortement rugueuses présentent une certaine incertitude quant à leur domaine de validité, en particulier pour les faibles altitudes et les valeurs de rugosités extrêmes. Idéalement les paramètres de couches limites simulées devraient provenir de mesures réelles représentatives d'un site particulier, avec des profils statistiques ainsi que des spectres de turbulence.



## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Les efforts de modélisation pour la conception de parcs éoliens rencontrent des difficultés dans l'estimation des interactions de sillage. Une part des différences observées entre les modèles et la réalité peut être attribuée aux phénomènes instationnaires complexes qui surviennent à l'intérieur des parcs. Le travail présenté propose d'étudier le sillage d'un modèle d'éolienne basé sur un disque actuateur en portant une attention particulière aux grandes échelles de l'écoulement atmosphérique incident. Les approches expérimentales et numériques ont été employées afin d'apporter de nouvelles informations sur le phénomène du méandrement de sillage.

Les essais expérimentaux ont été effectués dans la soufflerie atmosphérique de l'Université d'Orléans, dont les grandes dimensions permettent de reproduire à une échelle réduite un écoulement dont les statistiques sont conformes à celles d'une couche limite atmosphérique.

Il a également été vu comment générer des séries de vitesse spatio-temporelles avec des statistiques en 2-points et une distribution spectrale réaliste, en appliquant une méthode de génération stochastique spécifiquement développée utilisant une transformée par ondelette inverse couplée à un filtrage temporel avec compensation de mouvement.

Le modèle de tenseur spectral utilisé dans ce travail est un modèle de tenseur à symétrie sphérique, où chaque composante de la vitesse est traitée indépendamment et présente une variance et une échelle intégrale différente. La turbulence générée n'est donc pas strictement isotrope. La limite d'une telle approche est que le champ de vitesse ainsi obtenu ne permet pas le respect strict de la continuité, contrairement au tenseur spectral isotrope incompressible. Celui-ci n'est toutefois pas satisfaisant pour décrire la turbulence d'une couche limite. Le tenseur spectral cisailé dérivé par la théorie de la distorsion rapide [53] pourrait permettre de générer un champ préservant la continuité tout en présentant une anisotropie plus conforme à une turbulence de CLA.

Ces séries temporelles synthétiques sont utilisées en tant que conditions aux frontières de simulations aux grandes échelles de couche limite atmosphérique. Elles sont appliquées sur toutes les faces du domaine, à l'exception de la face de sortie, en évitant ainsi la résolution de la couche limite à proximité de la paroi. La spécification exacte du type de conditions aux frontières utilisées pour l'introduction des séries turbulentes dans le calcul est également abordée. Celle-ci repose sur une condition hybride dont le comportement change avec la direction du flux à la paroi. Il est montré que la CLA modérément rugueuse simulée est raisonnablement homogène dans la direction longitudinale du domaine.

Les variations de la rugosité entre différents types de terrains occasionnent des

différences dans les caractéristiques de la turbulence, en particulier des profils de vitesse, d'intensité turbulente et d'échelle intégrale. La raréfaction des sites éoliens onshore à fort potentiel encore inexploités et l'augmentation de la taille des turbines entraîne un intérêt croissant pour le développement de parcs offshore où dans les régions forestières. L'étude du comportement du sillage dans ces différents types de CLA est donc un sujet d'actualité.

Le sillage d'un disque actuateur est mesuré expérimentalement dans deux configurations de CLA, modérément et fortement rugueuses. La couche limite modérément rugueuse est obtenue dans la soufflerie après un développement de la CL sur une longueur de 14m, le sol de la soufflerie étant recouvert de tôle perforée. Cette CLA est représentative d'un terrain de plaine avec peu d'obstacles. La configuration fortement rugueuse est obtenue au moyen d'un modèle de couvert forestier poreux.

La modélisation stochastique de la CLA modérément rugueuse est basée sur les profils mesurés expérimentalement. Les CLAs faiblement et très rugueuses sont extrapolées à partir des lois empiriques proposées par Counihan [18]. Les simulations LES menées à partir des séries temporelles générées sur la base de ces CLAs "empiriques" présentent une moins bonne homogénéité dans la direction longitudinale du domaine de calcul par rapport à la simulation basée sur la CLA expérimentale. Cela suggère que les profils d'entrée des CLA empiriques sont moins réalistes et que les lois empiriques de Counihan ne sont pas adaptées à la modélisation de CLAs présentant des caractéristiques de rugosités extrêmes. Pour cette raison il serait préférable de mener ce type de simulations à partir de mesures de terrain représentatives d'un site spécifique.

Les mesures du sillage éolien effectuées visent à montrer que les fluctuations de trajectoire du sillage, le méandrement, sont influencées par la turbulence atmosphérique. Dans cette optique un procédé de suivi temporel de la position du sillage est développé.

Le comportement instationnaire du sillage d'un disque actuateur poreux en soufflerie est mesuré au moyen d'une nouvelle méthode faisant intervenir un peigne de fils chauds qui permet d'obtenir une série temporelle de la position de la ligne médiane du sillage sur un profil transverse ou vertical en aval d'un disque actuateur à partir des séries temporelles de profils de vitesse.

Le même procédé est appliqué aux résultats de la simulation aux grandes échelles d'un disque actuateur modélisé par un saut de pression discret, soumis à un écoulement de couche limite atmosphérique synthétique.

Ce type de mesures permet de calculer un certain nombre de statistiques relatives au comportement instationnaire du sillage. Le spectre de l'évolution de la position du sillage met en évidence une région basse fréquence propre au méandrement. Le calcul de la cohérence entre la vitesse transverse mesurée directement en amont du rotor et la position horizontale du sillage montre que les échelles cohérentes sont celles dont la taille est supérieure à trois diamètres de rotor. Les efforts latéraux mesurés sur le rotor présentent des niveaux de cohérence encore plus significatifs avec la position horizontale du sillage. Des mesures similaires aux mesures d'efforts sont obtenues numériquement en prenant la moyenne de la vitesse sur un profil passant par l'axe du disque actuateur. Les cohérences obtenues entre cette valeur et la position du sillage sont comparables à celles obtenues expérimentalement.

Les résultats présentés ici concernent le méandrement horizontal ainsi que le méan-

drement vertical. Dans le cas du méandrement vertical toutefois, les valeurs d'écart type relevées sont plus faibles que dans le cas du méandrement horizontal. Une partie de cette différence peut s'expliquer par la présence du sol qui limite l'amplitude des variations de la vitesse verticale, ce qui entraîne également une diminution de l'intensité turbulente et de l'échelle intégrale de la composante verticale de la vitesse. Il existe toutefois une incertitude relative à la sensibilité de la méthode de détection de position du sillage par estimation de la valeur locale de déficit de vitesse à la présence ou non d'un gradient de vitesse moyenne, celui-ci étant non nul dans le cas d'une mesure verticale.

Il faut mentionner que la modélisation de l'éolienne de type disque actuateur utilisée ici ne permet pas reproduire les phénomènes liés aux sillages de pales. Il serait donc intéressant d'opérer des mesures similaires sur des sillages générés par des modèles incorporant la rotation des pales.

Les résultats obtenus au cours de cette thèse permettent une meilleure compréhension des phénomènes liés au méandrement et aux interactions de sillages éoliens au sein des parcs, qui pourraient ainsi être mieux pris en compte lors de la conception.

Les résultats obtenus sur la cohérence entre l'écoulement amont et la position du sillage pourraient potentiellement permettre de prendre en compte les effets du méandrement non seulement en termes de production électrique mais également en termes de sollicitations mécaniques. La possibilité est ouverte, grâce à l'apport de nouvelles technologies permettant la mesure anticipée du vent de prévoir à très court terme le comportement du sillage et d'en limiter les effets par l'utilisation de systèmes de contrôle actif à l'échelle de la pale, du rotor ou même du parc entier.



# BIBLIOGRAPHIE

- [1] P.S. Addison. *The illustrated wavelet transform handbook : introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance*. CRC Press, 2010.
- [2] J.F. Ainslie. Calculating the flowfield in the wake of wind turbines. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 27(1–3) :213 – 224, 1988.
- [3] S. Aubrun and B. Leitl. Development of an improved physical modelling of a forest area in a wind tunnel. *Atmospheric Environment*, 38(18) :2797 – 2801, 2004.
- [4] S. Aubrun, S. Loyer, G. Espana, P. Hayden, and P. Hancock. Experimental study on the wind turbine wake meandering with the help of a non-rotating simplified model and of a rotating model. In *Proceedings of the 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting, Orlando, FL*, pages 4–7, 2011.
- [5] S. Aubrun, S. Loyer, P. Hancock, and P. Hayden. Wind turbine wake properties : Comparison between a non-rotating simplified wind turbine model and a rotating model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 120 :1–8, 2013.
- [6] S. Aubrun, F. Tchouaké, G. Espana, L. Gunnar, J. Mann, and F. Bingöl. Comparison between wind tunnel and field experiments on wind turbine wake meandering. In *Proceedings of the iTi conference in turbulence 2010*, 2010.
- [7] G.K. Batchelor. *The theory of homogeneous turbulence*. 1953.
- [8] A. Bechmann. *Large Eddy simulation of atmospheric flow over complex terrain*. PhD thesis, Technical University of Denmark, 2006.
- [9] A. Bechmann and N.N. Sørensen. Hybrid rans/les method for wind flow over complex terrain. *Wind Energy*, 13(1) :36–50, 2010.
- [10] A. Betz. Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust. mit einem Zusatz von L. Prandtl. *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, 1919 :193–217, 1919.
- [11] F. Bingöl, J. Mann, and G.C. Larsen. Light detection and ranging measurements of wake dynamics part I : one-dimensional scanning. *Wind Energy*, 13(1) :51–61, 2010.
- [12] B. Blocken, T. Stathopoulos, and J. Carmeliet. CFD simulation of the atmospheric boundary layer : wall function problems. *Atmospheric Environment*, 41 :238–252, 2007.
- [13] S.P. Breton, C. Sibuet Watters, C. Masson, S. Gomez-Iradi, and X. Mundate. On the prediction of tip vortices in the near wake of the MEXICO rotor using actuator surface method. *International Journal of Engineering Systems Modelling and Simulation*, 4 :11–26, 2012.

- [14] S. Cannon, F. Champagne, and A. Glezer. Observations of large-scale structures in wakes behind axisymmetric bodies. *Experiments in Fluids*, 14(6) :447–450, 1993.
- [15] International Electrotechnical Commission. IEC 61400-1-v3 wind turbines - part 1 : Design requirements, third edition. Août 2005.
- [16] International Electrotechnical Commission. IEC 61400-3 wind turbines - part 3 : Design requirements for offshore wind turbines. 2009.
- [17] G. Comte-Bellot and S. Corrsin. Simple Eulerian time correlation of full-and narrow-band velocity signals in grid-generated, ‘isotropic’ turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 48(02) :273–337, 1971.
- [18] J. Counihan. Adiabatic atmospheric boundary layers : A review and analysis of data from the period 1880–1972. *Atmospheric Environment*, 9(10) :871–905, 1967.
- [19] L. Davidson and M. Billson. Hybrid LES-RANS using synthesized turbulent fluctuations for forcing in the interface region. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 27(6) :1028–1042, 2006.
- [20] J.W. Deardorff. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 41(2) :453–480, 1970.
- [21] S. Deck. Zonal-Detached-Eddy simulation of the flow around a high-lift configuration. *AIAA Journal*, 43(11) :2372–2384, 2005.
- [22] C.E. Duchon. Lanczos filtering in one and two dimensions. *Journal of Applied Meteorology*, 18(8) :1016–1022, 1979.
- [23] G. Espana. *Etude expérimentale du sillage lointain des éoliennes à axe horizontal au moyen d’une modélisation simplifiée en couche limite atmosphérique*. PhD thesis, Université d’Orléans, 2009.
- [24] G. España, S. Aubrun, S. Loyer, and P. Devinant. Spatial study of the wake meandering using modelled wind turbines in a wind tunnel. *Wind Energy*, 14(7) :923–937, 2011.
- [25] G. España, S. Aubrun, S. Loyer, and P. Devinant. Wind tunnel study of the wake meandering downstream of a modelled wind turbine as an effect of large scale turbulent eddies. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 101 :24–33, 2012.
- [26] M. Farge. Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 24(1) :395–458, 1992.
- [27] M. Felli, R. Camussi, and F. Di Felice. Mechanisms of evolution of the propeller wake in the transition and far fields. *Journal of Fluid Mechanics*, 682 :5–53, 2011.
- [28] OpenFOAM Foundation. <http://www.openfoam.org/>.
- [29] D. Gabor. Theory of communication. Part 1 : the analysis of information. *Journal of the Institution of Electrical Engineers-Part III : Radio and Communication Engineering*, 93(26) :429–441, 1946.
- [30] P. Gaillot, J. Darrozes, M. de Saint Blanquat, and G. Ouillon. The normalized optimised anisotropic wavelet coefficient (NOAWC) method : An image processing tool for multi-scale analysis of rock fabric. *Geophysical Research Letters*, 1997.



- [31] N. Gasset. *Refinement of a mesoscale model for Large Eddy Simulation*. PhD thesis, Ecole de Technologie Supérieure, 2013.
- [32] M. Germano. Turbulence : the filtering approach. *Journal of Fluid Mechanics*, 238 :325–336, 1992.
- [33] D.M. Hargreaves and N.G. Wright. On the use of the k-epsilon model in commercial CFD software to model the neutral atmospheric boundary layer. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 95 :355–369, 2007.
- [34] P. Hémon and F. Santi. Simulation of a spatially correlated turbulent velocity field using biorthogonal decomposition. *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, 95(1) :21–29, 2007.
- [35] R.I Issa, A.D Gosman, and A.P Watkins. The computation of compressible and incompressible recirculating flows by a non-iterative implicit scheme. *Journal of Computational Physics*, 62(1) :66–82, 1986.
- [36] G.V. Iungo, F. Viola, S. Camarri, F. Porté-Agel, and F. Gallaire. Linear stability analysis of wind turbine wakes performed on wind tunnel measurements. *Journal of Fluid Mechanics*, 737 :499–526, 2013.
- [37] N. Jarrin, R. Prosser, J.-C. Uribe, S. Benhamadouche, and D. Laurence. Reconstruction of turbulent fluctuations for hybrid RANS/LES simulations using a synthetic-eddy method. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(3) :435–442, 2009.
- [38] J.J. Finnigan J.C. Kaimal. *Atmospheric Boundary Layer Flows, their structure and measurement*. 1994.
- [39] Y. Izumi J.C. Kaimal, J.C. Wyngaard and O.R. Coté. Spectral characteristics of surface layer turbulence. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 98 :563–589, 1972.
- [40] N.O. Jensen. A note on wind generator interaction. Technical report, RISØ, 1983.
- [41] R.E. Keck, R. Mikkelsen, N. Troldborg, M. de Maré, and K.S. Hansen. Synthetic atmospheric turbulence and wind shear in large eddy simulations of wind turbine wakes : Synthetic turbulence and wind shear in LES of turbine wakes. *Wind Energy*, 17(8) :1247–1267, 2013.
- [42] N.D. Kelley. Full vector (3-D) inflow simulation in natural and wind farm environments using an expanded version of the snlwind (Veers) turbulence code. 1993.
- [43] R. Keys. Cubic convolution interpolation for digital image processing. *IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing*, 29(6) :1153–1160, Dec 1981.
- [44] T. Kim, N. Thürey, D. James, and M. Gross. Wavelet turbulence for fluid simulation. In *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, volume 27, page 50. ACM, 2008.
- [45] M. Klein, A. Sadiki, and J. Janicka. A digital filter based generation of inflow data for spatially developing direct numerical or large eddy simulations. *Journal of Computational Physics*, 186(2) :652–665, 2003.
- [46] A.N. Kolmogorov. Dissipation of energy in locally isotropic turbulence. In *Doklady Akademii Nauk*, volume 32, pages 15–17, 1941.
- [47] G.C. Larsen, H.A. Madsen, K. Thomsen, and T.J. Larsen. Wake meandering : a pragmatic approach. *Wind Energy*, 11(4) :377–395, 2008.

- [48] P. Leconte, M. Rapin, and E. Szechenyi. Rapport éoliennes BM4640. Technical report, Techniques de l'ingénieur, 2009.
- [49] S. Lee, S.K. Lele, and P. Moin. Simulation of spatially evolving turbulence and the applicability of Taylor's hypothesis in compressible flow. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 4(7) :1521, 1992.
- [50] D.K. Lilly. The representation of small scale turbulence in numerical simulation experiments. In *IBM Scientific Computing Symposium on environmental sciences*, pages 195–210, Yorktown heights, 1967.
- [51] D.K. Lilly. A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, 4(3) :633, 1992.
- [52] S.G. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 11(7) :674–693, 1989.
- [53] J. Mann. The spatial structure of neutral atmospheric surface-layer turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 273 :141–168, 1994.
- [54] J. Mann. Wind field simulation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 13 :269–282, 1998.
- [55] P.J. Mason and D.J. Thomson. Stochastic backscatter in large-eddy simulations of boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, 242 :51–78, 1992.
- [56] M. Matsumoto and T. Nishimura. Mersenne twister : a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation (TOMACS)*, 8(1) :3–30, 1998.
- [57] D. Medici and P.H. Alfredsson. Measurement on a wind turbine wake : 3D effects and bluff body vortex shedding. *Wind Energy*, 2006.
- [58] C. Meneveau, T.S. Lund, and W.H. Cabot. A Lagrangian dynamic subgrid-scale model of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 319 :353–385, 1996.
- [59] R. Mikkelsen. *Actuator disc methods applied to wind turbines*. phdthesis, Technical University of Denmark, 2003.
- [60] Y.A. Muller, C. Masson, and S. Aubrun. Large eddy simulation of the meandering of a wind turbine wake with stochastically generated boundary conditions. In *Journal of Physics : Conference Series*, volume 524, page 012149. IOP Publishing, 2014.
- [61] H.A. Panofsky, D. Larko, R. Lipschutz, G. Stone, E.F. Bradley, A.J. Bowen, and J. Højstrup. Spectra of velocity components over complex terrain. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 108(455) :215–230, 1982.
- [62] K. Perlin. An image synthesizer. *ACM Siggraph Computer Graphics*, 19(3) :287–296, 1985.
- [63] U. Piomelli and E. Balaras. Wall-layer models for large-eddy simulations. *Annual review of fluid mechanics*, 34(1) :349–374, 2002.
- [64] R.P. Hoxey P.J. Richards. Appropriate boundary conditions for computational wind engineering models using the k-epsilon turbulent model. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 46-47 :145–153, 1993.

- [65] R. Poletto, T. Craft, and A. Revell. A new divergence free synthetic eddy method for the reproduction of inlet flow conditions for LES. *Flow, Turbulence and Combustion*, 91(3) :519–539, 2013.
- [66] S.B. Pope. *Turbulent flows*. Cambridge university press, 2000.
- [67] F. Porté-Agel, C. Meneveau, and M.B. Parlange. A scale-dependent dynamic model for large-eddy simulation : application to a neutral atmospheric boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, 415 :261–284, 2000.
- [68] O. Reynolds. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 174 :935, 1883.
- [69] P. Sagaut. *Large eddy simulation for incompressible flows*. Springer, 2002.
- [70] A. Selle, N. Rasmussen, and R. Fedkiw. A vortex particle method for smoke, water and explosions. In *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, volume 24, pages 910–914. ACM, 2005.
- [71] E. Sergent. *Vers une methodologie de couplage entre la Simulation des Grandes Echelles et les modeles statistiques*. PhD thesis, 2002.
- [72] M. Shinozuka and G. Deodatis. Simulation of stochastic processes by spectral representation. *Applied Mechanics Reviews*, 44(4) :191–204, 1991.
- [73] M. Shinozuka and G. Deodatis. Simulation of multi-dimensional gaussian stochastic fields by spectral representation. *Applied Mechanics Reviews*, 49(1) :29–53, 1996.
- [74] M. Shinozuka and C.M. Jan. Digital simulation of random processes and its applications. *Journal of sound and vibration*, 25(1) :111–128, 1972.
- [75] C. Sibuet Watters, S.P. Breton, and C. Masson. Application of the actuator surface concept to wind turbine rotor aerodynamics. *Wind Energy*, 13(5) :433–447, 2010.
- [76] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. I. The basic experiment. *Monthly Weather Review*, 91(3) :99–164, 1963.
- [77] J. Smagorinsky, S. Manabe, and L. Holloway. Numerical results from a nine-level general circulation model of the atmosphere. 93(12) :727–768, 1965.
- [78] W.H. Snyder. Guideline for fluid modeling of atmospheric diffusion. *U.S. Environmental Protection Agency*, 1981.
- [79] P.R. Spalart, W.H. Jou, M. Strelets, and S.R. Allmaras. Comments on the feasibility of LES for wings, and on a hybrid RANS/LES approach. *Advances in DNS/LES*, 1 :4–8, 1997.
- [80] J. Steppeler, R. Hess, U. Schättler, and L. Bonaventura. Review of numerical methods for nonhydrostatic weather prediction models. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 82(1-4) :287–301, 2003.
- [81] J. Sumner. A suite of boundary conditions for the simulation of atmospheric flows using a modifed RANS/k-epsilon closure. In *6th OpenFOAM Workshop Penn State*, Penn State, State College, USA, june 2011.
- [82] J. Sumner and C. Masson. The Apsley Castro Limited-Length-Scale  $k - \epsilon$  model revisited for improved performance in the atmospheric surface layer. *Boundary-Layer Meteorology*, 2012.

- [83] O.G. Sutton. The application to micrometeorology of the theory of turbulent flow over rough surfaces. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 75(326) :335–350, 1949.
- [84] H.U. Sverdrup. Momentum exchange and stability in the lowest air layers. *Meteorologische Zeitschrift*, 53, 1934.
- [85] J. Tangler and J.D. Kocurek. Wind turbine post-stall airfoil performance characteristics guidelines for blade-element momentum methods. In *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, pages 10–13. Reno, Nevada, 2005.
- [86] G.I. Taylor. Statistical theory of turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 151(873) :421–444, 1935.
- [87] A.A. Townsend. *The structure of turbulent shear flow*. Cambridge university press, 1980.
- [88] N. Troldborg. *Actuator Line modeling of wind turbine wakes*. PhD thesis, Technical University of Denmark, 2008.
- [89] N. Troldborg, J.N. Sørensen, and R. Mikkelsen. Actuator line simulation of wake of wind turbine operating in turbulent inflow. *Journal of Physics : Conference Series*, 75 :012063, 2007.
- [90] J.J. Trujillo, F. Bingöl, G.C. Larsen, J. Mann, and M. Kühn. Light detection and ranging measurements of wake dynamics. part II : two-dimensional scanning. *Wind Energy*, 14(1) :61–75, 2011.
- [91] J.J. Trujillo and M. Kühn. Adaptation of a lagrangian dispersion model for wind turbine wake meandering. 2009.
- [92] VDI. Richtlinie 3783 Blatt 12 Physikalische Modellierung von Strömungs- und Ausbreitungsvorgängen in der atmosphärischen Grenzschicht - Windkanalanwendungen. Technical report, Verein Deutscher Ingenieure, 2000.
- [93] P.S. Veers. Three dimensional wind simulation. Technical report, Sandia National Laboratories, Mars 1988.
- [94] L.J. Vermeer, J.N. Sørensen, and A. Crespo. Wind turbine wake aerodynamics. *Progress in aerospace sciences*, 39(6) :467–510, 2003.
- [95] T. Von Karman. Progress in the statistical theory of turbulence. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 34(11) :530, 1948.
- [96] N. Wiener and P. Masani. The prediction theory of multivariate stochastic processes. *Acta Mathematica*, 98(1-4) :111–150, 1957.
- [97] N. Wood. Wind flow over complex terrain : a historical perspective and the prospect for large-eddy modelling. *Boundary-Layer Meteorology*, 96(1) :11–32, 2000.



# Yann-Aël MULLER

## ÉTUDE DU MÉANDREMENT DU SILLAGE ÉOLIEN LOINTAIN DANS DIFFÉRENTES CONDITIONS DE RUGOSITÉ

### Résumé :

Le phénomène connu sous l'appellation "méandrement" (ou *meandering*) désigne les variations aléatoires de la trajectoire du sillage aérodynamique d'une éolienne. Ce phénomène est responsable de contraintes mécaniques particulières sur les éoliennes positionnées dans le sillage d'autres éoliennes et joue donc rôle dans la conception et dans la prévision de production des parcs éoliens.

Ce travail propose d'étudier le méandrement par des moyens expérimentaux et numériques. La problématique est traitée en deux parties, la première portant sur la modélisation de l'écoulement de couche limite atmosphérique, avec une attention particulière portée à la modélisation des grandes échelles de la turbulence atmosphérique. La seconde partie porte sur l'étude du sillage d'un disque actuateur soumis à un écoulement atmosphérique.

Chacune de ces parties comporte un volet expérimental et un volet numérique. La modélisation numérique instationnaire de l'écoulement atmosphérique fait intervenir une technique de génération stochastique de champs de vitesse turbulente avec évolution temporelle, spécialement développée au cours de la présente thèse et à laquelle un chapitre spécifique est dédié.

L'un des principaux résultats est que le méandrement du sillage est fortement corrélé avec les grandes échelles de la turbulence atmosphérique.

Mots clés : éolienne, soufflerie, expérimental, disque actuateur, sillage, couche limite atmosphérique, méandrement, simulation numérique en mécanique des fluides, simulation aux grandes échelles

## STUDY OF THE MEANDERING OF THE FAR WAKE OF A WIND TURBINE IN VARIOUS ROUGHNESS CONDITIONS

### Abstract :

The phenomenon known as meandering describes the unsteady trajectory variations of the wake of a wind turbine. This phenomenon is responsible for specific mechanical stresses on turbines positioned in the wake of other turbines. As such, this phenomenon must be accounted for in the design and operation of wind turbine plants.

This work uses numerical fluid simulation and wind tunnel testing in order to study the meandering of the wake of a wind turbine. The subject is discussed in two parts. The first part discusses the modeling of the atmospheric boundary layer, with a focus on the large scales of the atmospheric turbulence. The second part is a study of the behavior of the wake of an actuator disk model in atmospheric wind conditions.

Both parts include experimental and numerical work. The numerical simulation of the atmospheric boundary layer involves the generation of synthetic turbulent velocity time series by mean of a stochastic technique developed during this thesis, to which a chapter is dedicated.

One of the main results of this work is that the meandering is highly correlated with the large scales of the atmospheric turbulence.

Keywords : wind turbine, wind tunnel, experimental, actuator disk, wake, atmospheric boundary layer, meandering, numerical fluid simulation, large eddy simulation



Laboratoire PRISME  
8 rue Léonard de Vinci  
45072 Orléans Cedex 2

