

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE, CONCENTRATION AÉROSPATIAL
M. Ing.

PAR
Maxim LEUCA

DÉVELOPPEMENT ET IMPLÉMENTATION D'UNE MÉTHODE POUR RÉSOUDRE
LES ÉQUATIONS DE LA COUCHE LIMITE LAMINAIRE ET TURBULENTE

MONTRÉAL, LE 30 JUIN 2015

© Tous droits réservés, Maxim Leuca, 2015

©Tous droits réservés

Cette licence signifie qu'il est interdit de reproduire, d'enregistrer ou de diffuser en tout ou en partie, le présent document. Le lecteur qui désire imprimer ou conserver sur un autre media une partie importante de ce document, doit obligatoirement en demander l'autorisation à l'auteur.

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE:

Mme Ruxandra Botez, directrice de mémoire

Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Louis Dufresne, président du jury

Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Tony Wong, membre du jury

Département de génie de la production automatisé à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 1^{ER} JUIN 2015

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Ce mémoire s'est déroulé au Laboratoire de recherche en commande active, avionique et en aéroserveoélasticité (LARCASE) de l'École de Technologie Supérieure de Montréal. Je tiens, à exprimer ma gratitude envers Madame Ruxandra BOTEZ, directrice, qui a bien voulu m'accueillir dans son laboratoire et qui a assuré la direction scientifique de ce travail. Je remercie son attention, sa patience, ses précieux conseils, ainsi que la confiance qu'elle m'a toujours témoignée, je voudrais qu'elle trouve ici l'expression de toute ma sympathie.

Je remercie aux étudiants Nicoleta Anton, Paul Silisteanu, Dumitru Popescu, Andreea Koreanski et Oliviu Sugar pour leur implication dans le projet et leur bonne humeur au quotidien. Je suis également reconnaissant à tous les autres étudiants du laboratoire LARCASE dont l'amitié m'a été souvent témoignée.

Enfin, j'exprime ma reconnaissance à mon épouse à mes enfants et à mes parents, pour m'avoir encouragé et surtout pour avoir été toujours auprès de moi-même.

DÉVELOPPEMENT ET IMPLÉMENTATION D'UNE MÉTHODE POUR RÉSOLVRE LES ÉQUATIONS DE LA COUCHE LIMITE LAMINAIRE ET TURBULENTE

Maxim LEUCA

RÉSUMÉ

La CFD (Computational Fluid Dynamics) est un outil de calcul destiné à étudier les écoulements en science et technologie. L'industrie aéronautique et aérospatiale utilise de plus en plus la CFD en phase de conception et modélisation des avions, donc, la précision avec laquelle les phénomènes de la couche limite sont simulés est très importante.

Les efforts de la recherche sont aujourd'hui concentrés sur l'optimisation des performances aérodynamiques des surfaces portantes, prédire la trainée et pour retarder la transition laminaire-turbulente.

Pour les études des écoulements aérodynamiques, les codes CFD doivent être rapides et efficaces afin de modéliser des géométries complexes. Pour les écoulements visqueux, la résolution des équations de la couche limite a besoin d'une quantité importante de ressources en calcul. Les codes CFD, couramment utilisés pour simuler les écoulements aérodynamiques, nécessitent de maillages normaux au mur, extrêmement fins, et par conséquent, les calculs sont très coûteux.

Ce mémoire propose une nouvelle approche pour solutionner les équations de calcul de la couche limite dans les conditions des écoulements laminaires et turbulents en utilisant une démarche basée sur la méthode des différences finies. Intégré dans un code de panneaux, cette méthode permet l'analyse des profils aérodynamiques en évitant l'utilisation d'algorithmes itératifs, généralement gourmands en temps de calcul et impliquant souvent des problèmes de convergence. Les principaux avantages des méthodes de panneaux sont leur simplicité et leur capacité à obtenir, avec un minimum d'effort de calcul, des solutions dans des conditions d'écoulement complexes et au sein de configurations compliquées.

Pour vérifier et valider le programme développé, des données expérimentales, obtenues en souffleries aérodynamiques et des données obtenues avec le code *Xfoil*, sont utilisées comme références. *Xfoil* est un programme qui s'est avéré être précis et peu coûteux en ressources de calcul. Développé par Drela (1985) ce programme utilise la méthode avec deux intégrales pour concevoir et analyser des profils d'ailerons à basse vitesse (Drela et Youngren, 2014).

L'écoulement aérodynamique autour des profils *NACA 0012*, *NACA 4412* et *ATR-42* a été simulé. Pour les profils *NACA 0012* et *NACA 4412* les calculs sont faits à un nombre de Mach $M = 0.17$ et nombre de Reynolds $Re = 6 \times 10^6$, les mêmes conditions du livre *Theory of Wing Sections* de Ira Abbott et Von Doenhoff. Pour le profil *ATR-42* les calculs sont faits à

VIII

un nombre de Mach $M = 0.1$ et nombre de Reynolds $Re = 536450$ car il a été analysé dans la soufflerie Price-Païdoussis à LARCASE pour ces conditions.

Mots-clés: couche limite, méthode directe, épaisseur de déplacement, différences finies, code Xfoil.

DÉVELOPPEMENT ET IMPLÉMENTATION D'UNE MÉTHODE POUR RÉSOLVRE LES ÉQUATIONS DE LA COUCHE LIMITE LAMINAIRE ET TURBULENTE

Maxim LEUCA

ABSTRACT

CFD (Computational Fluid Dynamics) is a computational tool for studying flow in science and technology. The Aerospace Industry uses increasingly the CFD modeling and design phase of the aircraft, so the precision with which phenomena are simulated boundary layer is very important.

The research efforts are focused on optimizing the aerodynamic performance of airfoils to predict the drag and delay the laminar-turbulent transition. CFD codes must be fast and efficient to model complex geometries for aerodynamic flows. The resolution of the boundary layer equations requires a large amount of computing resources for viscous flows. CFD codes are commonly used to simulate aerodynamic flows, require normal meshes to the wall, extremely fine, and, by consequence, the calculations are very expensive. http://en.wikipedia.org/wiki/Computational_fluid_dynamics.

This thesis proposes a new approach to solve the equations of boundary layer for laminar and turbulent flows using an approach based on the finite difference method. Integrated into a code of panels, this concept allows to solve airfoils avoiding the use of iterative algorithms, usually computing time and often involving convergence problems. The main advantages of panels methods are their simplicity and ability to obtain, with minimal computational effort, solutions in complex flow conditions for relatively complicated configurations.

To verify and validate the developed program, experimental data are used as references when available. Xfoil code is used to obtain data as a pseudo references. Pseudo-reference, as in the absence of experimental data, we cannot really compare two software together. Xfoil is a program that has proven to be accurate and inexpensive computing resources. Developed by Drela (1985), this program uses the method with two integral to design and analyze profiles of wings at low speed (Drela et Youngren, 2014), (Drela, 2003).

NACA 0012, *NACA 4412*, and *ATR-42* airfoils have been used for this study. For the airfoils *NACA 0012* and *NACA 4412* the calculations are made using the Mach number $M = 0.17$ and Reynolds number $Re = 6 \times 10^6$ conditions for which we have experimental results. For the airfoil *ATR-42* the calculations are made using the Mach number $M = 0.1$ and Reynolds number $Re = 536450$ as it was analysed in LARCASE's Price-Paidoussis wind tunnel.

Keywords: boundary layer, direct method, displacement thickness, finite differences, Xfoil code.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 COUCHE LIMITE LAMINAIRE ET TURBULENT	7
1.1 Méthodes de modélisation de la couche limite	7
1.1.1 Méthodes pour modéliser l'écoulement visqueux	9
1.1.1.1 Les solutions de similarité	10
1.1.1.2 Les solutions numériques	11
1.1.2 Méthodes pour modéliser l'écoulement non visqueux	12
1.2 Les équations de Navier-Stokes	14
1.3 Les équations du mouvement moyen	17
1.3.1 Grandeurs moyennes et fluctuations turbulentes	18
1.3.1.1 Moyennes statistiques	18
1.3.1.2 Moyennes temporelles (Reynolds)	20
1.3.1.3 Moyennes pondérées par la masse (Favre)	20
1.3.2 Les équations moyennes de Reynolds	21
CHAPITRE 2 LES ÉQUATIONS DE LA COUCHE LIMITE	25
2.1 Couche limite laminaire incompressible	25
2.2 Couche limite turbulente incompressible	27
2.2.1 Les caractéristiques des écoulements turbulents	28
2.2.2 Les équations de l'écoulement turbulent	31
2.3 Les équations de l'écoulement non-visqueux	33
2.4 Les équations de quantité de mouvement sous la forme intégrale	34
2.5 Conditions limites et initiales	37
CHAPITRE 3 MÉTHODES DES PANNEAUX POUR LE CALCUL DE PROFILS	39
3.1 Introduction	39
3.2 Méthode de Hess et Smith	40
3.3 Méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse	42
CHAPITRE 4 MÉTHODE NUMÉRIQUE AVEC DIFFÉRENCES FINIES POUR LE CALCUL DE LA COUCHE LIMITE	47
4.1 Équation de Falkner-Skan. Conditions initiales et aux limites	47
4.2 Méthodes avec des différences finies pour résoudre la couche limite laminaire	51
4.3 Méthodes avec des différences finies pour résoudre la couche limite turbulent	53
4.4 Prédiction de la transition	55
4.5 Description du programme	56
CHAPITRE 5 LA SOUFFLERIE PRICE-PAÏDOUSSIS	59
5.1 Introduction	59
5.2 Description de la soufflerie Price-Païdoussis	59
5.2.1 Unité de puissance	60

5.2.2	Unité de conduite	61
5.2.3	Buse convergente	63
5.2.4	Chambres d'expérience	64
5.2.5	Salle mécanique	65
5.3	Instruments	66
5.3.1	Profil ATR-42	66
5.3.2	Le tube de Pitot	68
5.3.3	Système de mesure de la pression	68
CHAPITRE 6 VÉRIFICATION ET VALIDATION DES RÉSULTATS		71
6.1	Introduction	71
6.2	Analyse des résultats pour le profil <i>NACA 4412</i>	73
6.2.1	Variation des coefficients aérodynamiques pour le profil <i>NACA 4412</i> avec l'angle d'attaque α	73
6.2.2	Analyse des paramètres de la couche limite pour le profil <i>NACA 4412</i> pour l'angle d'attaque de 4 degrés	77
6.2.3	Analyse des paramètres de la couche limite pour le profil <i>NACA 4412</i> pour l'angle d'attaque de 0 degrés	86
6.3	Analyse des résultats pour le profil <i>NACA 0012</i>	90
6.3.1	Variation des coefficients aérodynamiques pour le profil <i>NACA 0012</i> avec l'angle d'attaque α	90
6.3.2	Analyse des paramètres de la couche limite pour le profil <i>NACA 0012</i> pour l'angle d'attaque de -4 degrés	93
6.4	Les coefficients de pression du profil <i>ATR-42</i>	98
CONCLUSION		101
SUGGESTIONS FUTURES		105
BIBLIOGRAPHIE		107

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 5.1	Les positions des prises de pression sur l'extrados du profil <i>ATR-4</i>65
Tableau 5.2	Les positions des prises de pression sur l'intrados du profil <i>ATR-4</i> 65
Tableau 6.1	Les valeurs des coefficients de portance du profil <i>NACA 4412</i> calculés expérimentalement et numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>73
Tableau 6.2	Les valeurs des coefficients de traînée du profil <i>NACA 4412</i> calculée numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>75
Tableau 6.3	Les valeurs des coefficients de moment du profil <i>NACA 4412</i> calculées expérimentalement et numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>76
Tableau 6.4	Les points de transition du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>78
Tableau 6.5	Les valeurs de δ^* sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>79
Tableau 6.6	Les valeurs de θ sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>80
Tableau 6.7	Les valeurs de H sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>81
Tableau 6.8	Les valeurs de C_f sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>82
Tableau 6.9	Les valeurs de δ^* sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>83
Tableau 6.10	Les valeurs de θ sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>84
Tableau 6.11	Les valeurs de H sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>85

Tableau 6.12	Les valeurs de δ^* sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 0^\circ$ calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>	90
Tableau 6.13	Les valeurs des coefficients de portance du profil <i>NACA 0012</i> calculées expérimentalement et numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>	91
Tableau 6.14	Les valeurs des coefficients de portance du profil <i>NACA 0012</i> calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>	93
Tableau 6.15	Les valeurs des coefficients de portance du profil <i>NACA 0012</i> calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>	93
Tableau 6.16	Les valeurs des coefficients de portance du profil <i>NACA 0012</i> calculées numériquement par le code Xfoil et le code <i>BL</i>	94

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Le système de coordonnées, la distribution des vitesses et de la température dans la couche limite.....8
Figure 1.2	Définitions des composantes visqueuses des tensions qui agissent sur les surfaces du volume de contrôle16
Figure 2.1	Domaine de calcul des équations de la couche limite pour l'écoulement externe37
Figure 3.1	Définition de s , r et θ41
Figure 3.2	Notation des panneaux sur le profil41
Figure 3.3	Notation sur un panneau44
Figure 4.1	Graphique avec les solutions du système.....49
Figure 4.2	L'écoulement de la couche limite.....51
Figure 4.3	Variation du modèle de turbulence composite de viscosité tourbillonnaire sur la couche limite.54
Figure 5. 1	Le moteur de la soufflerie.....57
Figure 5. 2	Le ventilateur.....58
Figure 5. 3	Diffuseur à grand angle.....59
Figure 5. 4	Dessin du filtre en treillis.....59
Figure 5. 5	Filtres redresseurs.....60
Figure 5. 6	Buse convergente61
Figure 5. 7	Chambre d'essai numéro 1.....61
Figure 5. 8	Chambre d'essai numéro 2.....62
Figure 5. 9	Filtres de la salle mécanique.....63
Figure 5. 10	Schéma de la soufflerie Price-Paidoussis.....63

Figure 5. 11	Mesures de la soufflerie Price-Païdoussis.....	64
Figure 5. 12	Les tubes de Pitot.....	66
Figure 6.1	Variation du coefficient de portance avec l'angle d'attaque $C_l = f(\alpha)$ du profil <i>NACA 4412</i> obtenu avec Xfoil, avec notre code <i>BL</i> et expérimentalement	74
Figure 6.2	Variation du coefficient de traînée avec l'angle d'attaque $C_d = f(\alpha)$ du profil <i>NACA 4412</i> obtenu avec Xfoil, avec notre code <i>BL</i> et expérimentalement.....	74
Figure 6.3	Variation du coefficient de moment avec l'angle d'attaque $C_m = f(\alpha)$ du profil <i>NACA 4412</i> obtenu avec Xfoil, avec notre code <i>BL</i> et expérimentalement	76
Figure 6.4	Variation du coefficient de traînée versus le coefficient de portance $C_d = f(C_l)$ du profil <i>NACA 4412</i> obtenu avec Xfoil, avec notre code <i>BL</i> et expérimentalement	77
Figure 6.5	Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	78
Figure 6.6	Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	79
Figure 6.7	Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	80
Figure 6.8	Variation de H avec x , $H = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil.....	81
Figure 6.9	Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	82
Figure 6.10	Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	83
Figure 6.11	Figure 1.1 Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil.....	84
Figure 6.12	Variation de H avec x , $H = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	85

Figure 6.13	Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	83
Figure 6.14	Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	83
Figure 6.15	Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	83
Figure 6.16	Variation de H avec x , $H = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	83
Figure 6.17	Variation du coefficient de frottement avec x , de $C_f = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil.....	83
Figure 6.18	Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	83
Figure 6.19	Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	83
Figure 6.20	Variation de H avec x , $H = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 4412</i> à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	90
Figure 6.21	Variation du coefficient de portance avec l'angle d'attaque $C_l = f(\alpha)$ du profil <i>NACA 0012</i> obtenu avec Xfoil, avec notre code <i>BL</i> et expérimentalement.....	91
Figure 6.22	Variation du coefficient de moment avec l'angle d'attaque $C_m = f(\alpha)$ du profil <i>NACA 0012</i> obtenu expérimentalement, avec Xfoil et avec notre code <i>BL</i>	92
Figure 6.23	Variation du coefficient de traînée versus le coefficient de portance $C_d = f(C_l)$ du profil <i>NACA 0012</i> obtenu expérimentalement et avec Xfoil et avec notre code <i>BL</i>	92
Figure 6.24	Variation du coefficient de traînée avec l'angle d'attaque $C_l = f(\alpha)$ du profil <i>NACA 0012</i> obtenu avec Xfoil, avec notre code <i>BL</i> et expérimentalement.....	83
Figure 6.25	Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 0012</i> à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code Xfoil	94

Figure 6.26	Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 0012</i> à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code <i>Xfoil</i>	95
Figure 6.27	Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 0012</i> à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code <i>Xfoil</i>	95
Figure 6.28	Variation de H avec x , $H = f(x)$ sur l'extrados du profil <i>NACA 0012</i> à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code <i>Xfoil</i>	96
Figure 6.29	Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 0012</i> à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code <i>Xfoil</i>	96
Figure 6.30	Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 0012</i> à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code <i>Xfoil</i>	97
Figure 6.31	Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'intrados du profil <i>NACA 0012</i> à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code <i>BL</i> et le code <i>Xfoil</i>	97
Figure 6.32	Variation du coefficient de pression avec x , $C_p = f(x)$ du profil <i>ATR-42</i> à $\alpha = -2^\circ$ obtenu avec <i>Xfoil</i> , avec notre code <i>BL</i> et expérimentalement.....	99
Figure 6.33	Variation du coefficient de pression avec x , $C_p = f(x)$ du profil <i>ATR-42</i> à $\alpha = 0^\circ$ obtenu avec <i>Xfoil</i> , avec notre code <i>BL</i> et expérimentalement.....	99
Figure 6.34	Variation du coefficient de pression avec x , $C_p = f(x)$ du profil <i>ATR-42</i> à $\alpha = 2^\circ$ obtenu avec <i>Xfoil</i> , avec notre code <i>BL</i> et expérimentalement.....	100

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

2D	2 dimensions
3D	3 dimensions
BL	Boundary Layer (Couche Limite)
CFD	Computational Fluid Dynamics, Dynamique Computationnelle des Fluides
DM	Design Modeler
ETS	Ecole de Technologie Supérieure
LARCASE	Laboratoire de Recherche en Commande Active, Avionique et Aéroserveoélasticité
LES	Large Eddy Simulation (Simulation des Grandes Échelles)
LLT	Lifting Line Theory
NLF	Natural Laminar Flow
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes

LISTE DES SYMBOLES

A	Coefficient d'influence
C_d	Coefficient de traînée
C_f	Coefficient de frottement pariétal
C_l	Coefficient de portance
C_m	Coefficient de moment
C_p	Coefficient de pression
g	Fonction générale de x et y
H	Facteur de forme
Kn	Nombre de Knudsen
k	Énergie cinétique de turbulence [$\text{m}^2.\text{s}^{-2}$]
k_T	Conductivité thermique [$\text{W}.\text{m}^{-1}.\text{K}^{-1}$]
L	Échelle de longueur parallèle au mur [m]
M	Nombre de Mach
p	Pression statique [Pa]
P	Nombre de Prandtl
q	Intensité des sources
Re	Nombre de Reynolds
S_B	Surface du corps [m^2]
t_c	Temps de convection [s]
t_v	Temps d'écoulement visqueux [s]
u, v, w	Composantes de la vitesse sur les axes des x, y, z [$\text{m}.\text{s}^{-1}$]
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}$	Valeurs moyennes des composantes de la vitesse et de la pression [$\text{m}.\text{s}^{-1}$]
u', v', w', p'	Valeurs fluctuantes des composantes de la vitesse et de la pression [$\text{m}.\text{s}^{-1}$]
u_e	Vitesse caractéristique de l'écoulement [$\text{m}.\text{s}^{-1}$]
u_i	L'échantillon
V	Vitesse [$\text{m}.\text{s}^{-1}$]
α	Angle d'attaque [°]

β	Gradient de pression adimensionnel
γ	Intensité des tourbillons sur la surface
θ	Épaisseur de quantité de mouvement [m]
δ	Épaisseur conventionnelle de couche limite [m]
δ^*	Épaisseur de déplacement [m]
η	Variable de similarité
η_e	Échelle de longueur des petites structures [m]
ε	Taux de dissipation [$\text{m}^2.\text{s}^{-2}$]
σ	Tenseur des contraintes [N.m^{-2}]
Φ_∞	Potentiel de l'écoulement uniforme
Φ_s	Potentiel d'une distribution de sources
Φ_v	Potentiel d'une distribution des tourbillons
ψ	Fonction d'écoulement
μ	Viscosité dynamique [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}$]
μ_T	Coefficient de viscosité turbulente [$\text{kg.m}^{-1}.\text{s}$]
ρ	Masse volumique [kg.m^{-3}]
Δ	La différence
ω	Vitesse radiale [rad.m^{-1}]
τ	Contrainte totale [N.m^{-2}]
τ_p	Contrainte pariétale [N.m^{-2}]
ν	Viscosité cinématique [$\text{m}^2.\text{s}^{-1}$]
∇	L'opérateur nabla
∇^2	L'opérateur Laplace
$\langle \rangle$	Moyenne statistique

INTRODUCTION

La *Computational Fluid Dynamics* (CFD) a pour but de calculer des solutions numériques pour des équations de mouvements des fluides en interaction avec des corps solides. De nos jours, la CFD utilise des logiciels qui permettent des simulations précises des écoulements laminaires, transitoires et turbulents. Les codes modernes de CFD sont de précieux atouts et sont de plus en plus souvent utilisés pour la conception dans différents domaines de la science. Depuis 1970, les codes de CFD ont été utilisés dans l'industrie aérospatiale pour servir à la conception et l'optimisation des performances des avions et de leurs moteurs. La CFD a révolutionné la conception et l'analyse des profils aérodynamiques et a servi à optimiser leurs formes aux exigences spécifiées (Cebeci et Cousteix, 2005). Comparées aux essais expérimentaux, les méthodes numériques permettent de faire plus de simulations, de faire varier plus de paramètres et ainsi tester de multiples configurations à moindre coût. Également, même si des essais expérimentaux sont toujours nécessaires pour valider les simulations numériques, la CFD a permis d'en réduire leur nombre.

Comme indiqué par l'augmentation spectaculaire du nombre d'articles publiés partout dans le monde, lors de conférences et dans les journaux (Cebeci et Cousteix, 2005), l'utilisation de la CFD pour étudier les écoulements complexes a connu une expansion rapide au cours des dernières années.

Un aspect important de l'écoulement d'un fluide est son comportement au voisinage d'un corps solide. Sur la surface du corps, à cause de la rugosité de la paroi, l'écoulement est visqueux et complètement irrotationnel. Plus on s'éloigne de la surface, les effets visqueux diminuent, jusqu'à devenir nulle. Ce changement se produit au voisinage immédiat de la paroi, où existent des forces, normales et tangentielles, entre le fluide et la surface du solide mais aussi entre les différentes couches du fluide. La propriété physique du fluide responsable de ces forces est la viscosité (Cebeci et Cousteix, 2005), (Popov *et al.*, 2009).

La couche limite doit être résolue avec précision, afin de prédire les effets comme la traînée, l'écoulement inverse et la séparation. La couche limite est importante pour déterminer les formes appropriées afin de minimiser la traînée à travers le fuselage et éviter la séparation mais aussi pour simuler l'écoulement dans les pales en cascades des compresseurs et des turbines. La prédiction de la traînée est importante dans l'industrie aérospatiale pour des raisons économiques car elle influence la consommation de combustible (Anderson, 2007), (Laurendeau et Boudreau, 2003).

Ces phénomènes sont généralement résolus en utilisant les équations de Navier-Stokes. Pour les écoulements visqueux, l'analyse de la couche limite prend une grande quantité de ressources de calcul. Afin de faciliter l'analyse, différentes simplifications sont appliquées.

La faible épaisseur de la couche limite, très courante dans le cas d'un nombre de Reynolds élevé et pour des angles d'attaque modérés, permet d'apporter certaines approximations dans le calcul de la couche limite. Tout d'abord, la variation de la pression normale à la paroi est négligeable. Ensuite, la variation de la vitesse sur la longueur du mur tout comme la variation de la vitesse normale à la paroi est minime (Cebeci et Cousteix, 2005).

Divers chercheurs ont obtenus des résultats remarquables dans une variété de scénarios pertinents pour l'industrie. Riziotis et Voutsinas ont amélioré les prédictions des performances aérodynamiques des profils en conditions de décrochage (Riziotis et Voutsinas, 2008). Jie et Zhou (2008) ont modélisé l'écoulement transsonique sur une configuration d'avion complexe en trois dimensions. Sekar et Laschka (2005) ont déterminé la vitesse de frottement minimale de l'écoulement transsonique et Szmelter (2001) a optimisé les analyses des ailes transsoniques (Smith, 2011).

Le modèle de la couche limite se base sur la décomposition du domaine de l'écoulement en deux sous-domaines:

- un sous-domaine situé dans le voisinage immédiat du corps où les forces de frottement sont du même ordre de grandeur que les forces d'inertie.

- un sous-domaine du mouvement visqueux, situé à une certaine distance du corps, en dehors du champ de mouvement, où les forces d'inertie sont dominantes par rapport aux forces de frottement qui sont considérées négligeables (Cebeci et Cousteix, 2005).

La méthode développée pour calculer l'écoulement incompressible laminaire et turbulent, utilise "la méthode de panneaux" pour l'écoulement extérieur non-visqueux et "la méthode avec différences finies" pour calculer les équations de la couche limite pour l'écoulement visqueux dans la zone intérieure.

1. Objectif

Cette étude vise à développer un code en *Matlab*, souvent appelé code *Boundary Layer*, (*BL*) pour résoudre la couche limite dans les conditions décrites ci-dessus. Les objectifs suivants ont été envisagés:

- 1- l'implémentation de la "méthode de panneaux" pour calculer les vitesses des écoulements et les coefficients de pression pour un angle d'attaque, un nombre de Mach et de Reynolds spécifiés;
- 2- l'implémentation de la "méthode avec différences finies" pour calculer le coefficient de frottement, l'épaisseur de déplacement, l'épaisseur de quantité de mouvement et le facteur de forme;
- 3- la résolution des équations du mouvement du fluide autour d'un corps solide, des conditions limites et initiales associées;
- 4- l'implémentation du modèle mathématique en *Matlab* afin d'obtenir des résultats numériques valides et précises;
- 5- la validation des résultats numériques avec les résultats expérimentaux et également avec les résultats obtenus avec le code *Xfoil*.

Le code *Matlab* est un code interprété qui est différent par rapport à d'autres langages plus puissants comme C++, Fortran qui sont des langages compilés. Les modèles de turbulence implémentés sont des modèles algébriques simples, facile à implémenter.

2. Structure du mémoire

Les modèles de couche limite sont tous basés sur les équations de conservation de Navier-Stokes. Leur précision et leur complexité varient selon le caractère laminaire ou turbulent et incompressible ou compressible de l'écoulement. Le premier chapitre du mémoire est dédié à la présentation de ces modèles, en utilisant un volume de contrôle infinitésimal. Les "grandeurs moyennes" et les "équations moyennes" de Reynolds sont aussi présentées.

Le Chapitre 2 présente les équations de la couche limite laminaire et turbulente et les façons dont ces équations sont obtenues. Les équations de la quantité de mouvement sous la forme intégrale, les équations du mouvement non-visqueux, les conditions limites et initiales et les caractéristiques des écoulements turbulents sont également présentées.

Le troisième chapitre est réservé au principe général à l'origine des codes de panneaux et aux détails concernant son application dans deux méthodes : "la méthode de Hess et Smith", qui est, depuis sa publication en 1966, une des approches les plus simples et prolifique pour solutionner les analyses des profils aérodynamiques et une méthode dérivée plus robuste, "la méthode des panneaux avec tourbillons par formulation de vitesse", que nous avons choisi pour être intégrée dans notre code.

Les méthodes avec différences finies pour résoudre la couche limite laminaire et turbulente ainsi que la description du programme de calcul sont présentées dans le Chapitre 4.

Le Chapitre 5 est dédié à la présentation de la soufflerie Price-Païdoussis de LARCASE. Les instruments et le système d'acquisition de données utilisés pour l'analyse d'écoulement sur le profil *ATR-42* sont aussi présentés dans ce chapitre.

Dans le dernier chapitre, numéro 6, la vérification et validation de résultats obtenus avec le code développé, sont comparés avec les données expérimentales ou avec les données calculées par le code Xfoil.

Les données expérimentales utilisées comme références sont les coefficients de pression et les coefficients aérodynamiques, de portance de traînée et de moment. Les coefficients de pression sont obtenus sur le profil *ATR-42* dans la soufflerie Price-Païdoussis de LARCASE, et les coefficients aérodynamiques, sur les profils *NACA 0012* et *NACA 4412* dans les souffleries de *NASA* et détaillés dans le livre *Theory of Wing Sections* d'Ira H. Abbott et A. E. von Doenhoff.

Les données numériques utilisées comme références sont le coefficient de frottement C_f , l'épaisseur de déplacement δ^* , l'épaisseur de quantité de mouvement θ et le facteur de forme H . Ces données sont obtenus avec le code *Xfoil* sur le profil *NACA 0012* et le profil *NACA 4412*.

CHAPITRE 1

COUCHE LIMITE LAMINAIRE ET TURBULENTE

Dans ce chapitre on présente le modèle de couche limite et les équations utilisées pour chaque sous-domaine: visqueux et non-visqueux. Ensuite, en utilisant un volume de contrôle infinitésimal qui se déplace sur une ligne aérodynamique, nous avons obtenu les équations de Navier-Stokes sous forme différentielle. Les "grandeurs moyennes" et les "équations moyennes de Reynolds" sont ensuite abordées. Finalement, ceci nous permet de présenter les équations de la couche limite laminaire et turbulente dans le chapitre suivant 2.

1.1 Méthodes de modélisation de la couche limite

La notion de *couche limite* a été introduite par Ludwig Prandtl en 1904 (Schetz et Bowersox, 2012), qui a observé, après expérimentation, que, pour un nombre de Reynolds suffisamment élevé, de l'ordre 10^6 , il existe une mince région à proximité de la paroi où les effets visqueux sont au moins aussi importants que les effets d'inertie, peu importe la grandeur de la viscosité du fluide. La grande réussite de Prandtl a été de démontrer l'importance de la partie visqueuse de l'écoulement dans la résolution de la couche limite, partie qui avait été négligée jusqu'à ce moment là, pour simplifier les équations de Navier-Stokes. Prandtl a aussi déduit que les équations réduites de Navier-Stokes pouvaient être utilisées dans certaines conditions. Il a dérivé les équations de la couche limite en tenant compte des hypothèses suivantes :

1. "L'hypothèse géométrique", selon laquelle l'épaisseur de la couche visqueuse est beaucoup plus petite par rapport à la longueur de la surface de propagation de l'écoulement. L et δ sont les échelles de longueur, normales et respectivement parallèles à la paroi ; en effet δ est l'épaisseur de la couche limite et L est la longueur de référence sur le long du mur.
2. La taille du terme visqueux le plus important doit avoir le même ordre de grandeur que le terme d'inertie (Schetz et Bowersox, 2012),

Prandtl a développé un modèle simplifié de la couche limite, qui était basé sur la décomposition du domaine de l'écoulement en deux sous-domaines:

1. Le "sous-domaine de la couche limite", situé dans le voisinage immédiat du corps où les forces de frottement sont de même ordre de grandeur que les forces d'inertie;
2. Le "sous-domaine du mouvement visqueux", en dehors du champ de mouvement, situé à une distance du corps telle que les forces de frottements sont considérées négligeables par rapport aux forces d'inertie.

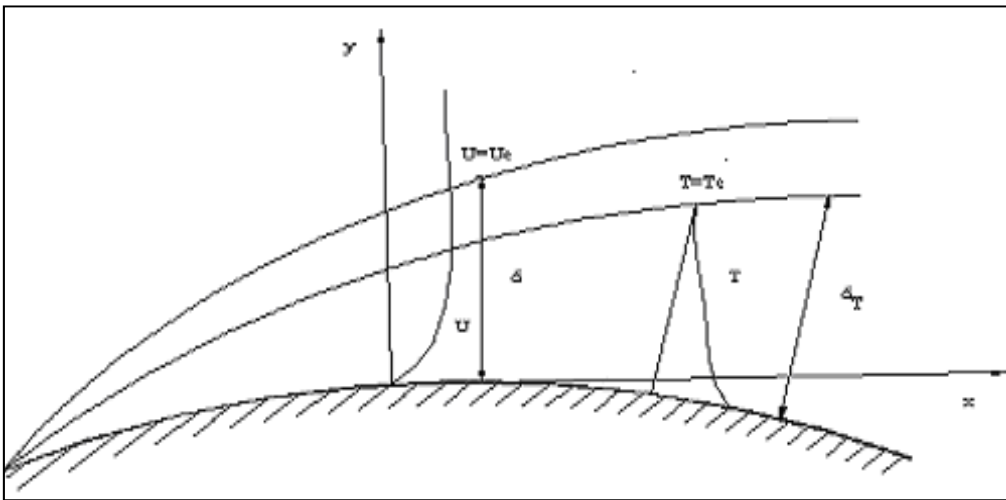


Figure 1.1 Le système de coordonnées, la distribution des vitesses et de la température dans la couche limite

Le mouvement dans chaque sous-domaine est décrit par différents modèles mathématiques, mais, avec des conditions limites pour leur connexion dans l'interface commune.

Dans la zone extérieure de la couche limite, les équations qui décrivent le mouvement des fluides sont des équations du fluide parfait qui sont exprimées par le système d'Euler ou l'équation du potentiel, selon le modèle adopté. Le système d'Euler est un système d'équations différentielles non-linéaires avec des dérivées partielles du premier ordre et peut être obtenu à partir des équations de Navier-Stokes en supprimant les termes visqueux et la conduction thermique. L'équation du potentiel est obtenue en introduisant une troisième hypothèse: première, l'hypothèse géométrique", selon laquelle l'épaisseur de la couche visqueuse est beaucoup plus petite par rapport à la longueur de la surface de propagation de

l'écoulement, deuxième, la taille du terme visqueux le plus important doit avoir le même ordre de grandeur que le terme d'inertie et la troisième, le champ de vitesses est non-rotationnel. Dans ce cas, une simplification considérable peut être faite en remplaçant trois inconnues, les composantes de la vitesse $V:(u, v, w)$ par le potentiel de vitesses ϕ . Ainsi $\vec{V} = \nabla \phi$ car $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = 0$.

Dans la zone intérieure, les équations simplifiées de Navier-Stokes sont utilisées. Elles sont simplifiées selon les hypothèses de Prandtl ci-haut mentionnées et sont appelées les équations de la couche limite.

Les méthodes qui ont été utilisées pour modéliser ces deux régions, ainsi que le couplage entre eux, sont discutées dans la section suivante.

1.1.1 Méthodes pour modéliser l'écoulement visqueux

Prandtl a démontré que les équations de Navier-Stokes peuvent être simplifiées pour leur application dans les analyses des couches limites. En comparant l'ordre de grandeur des différents termes de ces équations, il a montré que plusieurs termes peuvent être négligés. Dans les sections 2.1 et 2.2, ces termes seront discutés ainsi que les effets de leur simplification sur les équations de Navier-Stokes, pour obtenir les équations de couche limite. Le frottement joue un rôle important dans la couche limite, alors les termes de frottement ne peuvent pas être négligés (Cebeci *et al.*, 2005).

Les deux équations obtenues sont bidimensionnelles et sont appliquées en régime incompressible. Elles peuvent être résolues soit avec les solutions de similarité, soit numériquement.

Les solutions numériques peuvent être obtenues en utilisant la méthode différentielle ou la méthode intégrale.

1.1.1.1 Les solutions de similarité

En 1908, Blasius fut le premier scientifique à utiliser les équations simplifiées de la couche limite de Prandtl, pour analyser l'écoulement sur une plaque plane mince (Smith, 2011).

Basé sur le principe que les profils de vitesse locale ont tous la même forme adimensionnelle sur la plaque, il a introduit une nouvelle variable indépendante qui a été appelée, "variable de similarité". En utilisant cette variable il a résolu les équations de continuité et de quantité de mouvement en transformant les deux équations aux dérivées partielles, en une seule équation différentielle ordinaire. Cette méthode a été développée par Hiemenz et Howarth (Schlichting et Gersten, 2000). Hiemenz a étendu la solution pour inclure le point de stagnation de l'écoulement. Howarth a étendu la série de Blasius en utilisant le développement en série de puissance. L'inconvénient de la série de Blasius est qu'elle ne peut pas résoudre l'écoulement au moment de sa séparation, où le tenseur de cisaillement au mur, tend vers zéro. Cette singularité a été caractérisée par Goldstein en 1947 (Cebeci et Cousteix, 2005). En 1931, Falkner et Skan (White, 2006) ont étendu la solution de similarité de Blasius pour le cas, où, la distribution de la vitesse de l'écoulement non visqueux est exprimée par une loi de puissance $U_\infty = x_l^m$ où m est le gradient de pression.

La solution de similarité de Falkner-Skan peut être utilisée pour calculer l'écoulement sur un coin, et aussi, au moment de sa séparation sur le profil. Elle fournit des solutions pour différents profils de vitesse en fonction de valeur de $\beta = \frac{2m}{m+1}$ et inclut la solution de Blasius ($\beta = m = 0$), l'extension de Hiemenz pour le point de stagnation ($\beta = m = 1$) et détermine aussi le point de séparation de l'écoulement ($\beta = -0.199$) (Schlichting et Gersten, 2000).

Les différentes solutions de Falkner-Skan ont été numériquement examinées par Hartree et sont appelées profils Hartree. En 1974, Hartree et Stewartson ont souligné que pour les valeurs négatives de β ($-0.199 \leq \beta \leq 0$), l'écoulement inverse apparaisse, car il existe au moins deux solutions pour chaque valeur de β . Pour des valeurs $\beta \leq -0.199$, plusieurs

solutions existent pour chaque valeur du gradient, donnant une famille de profils de séparation calculés par Libby et Liu (White, 2006).

Les investigations numériques de Hartree, Leigh et Terrill montrent que l'intégration ne peut pas être effectuée après le point de séparation. En plus tous les travaux ci-dessus sont généralement limités, alors appliquées à des surfaces non-courbées. Dans le cas de profils aérodynamiques, par exemple, les méthodes numériques doivent être utilisées.

1.1.1.2 Les solutions numériques

- ***La méthode intégrale***

Dans la pratique, une solution approximative des équations de la couche limite est généralement suffisante. Les méthodes intégrales offrent une telle approximation et ont été introduite pour la première fois par Von Karman et Pohlhausen (Katz et Plotkin, 2001). Von Karman a obtenu l'équation intégrale de la quantité de mouvement, en l'intégrant à travers de la couche limite. Pohlhausen a appliqué cette méthode, en utilisant un polynôme du quatrième ordre pour exprimer la distribution de vitesses afin d'élaborer un ensemble de solutions comprenant l'effet du gradient de pression à l'intérieur de la couche limite.

L'approche de Pohlhausen donne des résultats moins satisfaisants dans les régions proches du bord de fuite de l'écoulement. Thwaites a suggéré une méthode différente d'intégration de l'équation de quantité de mouvement. Cette méthode améliore l'idée originale de Holstein et Bohlen de réécrire l'équation de quantité de mouvement en fonction d'un meilleur paramètre (Ryhming, 2004). Thwaites a regardé toute la collection des résultats analytiques et expérimentaux connus, pour le relier à un ensemble de fonctions moyennes à un paramètre (Katz et Plotkin, 2001).

- ***La méthode différentielle***

Il existe plusieurs méthodes numériques pour résoudre les équations de la couche limite sous forme différentielle. La méthode Crank-Nicolson (Burden et Faires, 2011), la méthode de

Keller (Cebeci et Cousteix, 2005), la méthode avec différences finies (Fletcher, 1991) sont les méthodes les plus pratiques et connues.

La méthode de Keller est une méthode implicite qui transforme l'équation de quantité de mouvement. Au lieu de résoudre l'équation aux dérivées partielles du second ordre, cette équation est transformée en deux équations aux dérivées partielles du premier ordre. Cela permet à toutes les dérivées dans les équations de la couche limite d'être approximées par de simples différences centrées, en utilisant uniquement la moyenne entre deux points situés aux coins de la boîte. Cette méthode est une méthode numérique flexible qui peut résoudre, avec précision, l'écoulement inverse, ainsi que la séparation.

La méthode avec différences finies, résout directement les équations de la couche limite sous la forme différentielle. Les dérivées sont calculées par de différences implicites entre les deux points consécutifs sur des normales à la paroi. Plus l'intervalle entre ces points sur la normale et entre les normales à la paroi est petit, plus la précision de calcul est grande.

La méthode avec différences finies est utilisée dans le code développé dans ce mémoire, pour calculer l'écoulement visqueux. Cette question est abordée dans la section 4.2. Les équations de la couche limite sont plus simples à résoudre que les équations complètes de Navier-Stokes, mais sont non-linéaires et posent ainsi des difficultés numériques. Une attention particulière est nécessaire dans les régions où les singularités se produisent, comme dans le voisinage du bord de fuite et dans la région de séparation de l'écoulement.

1.1.2 Méthodes pour modéliser l'écoulement non visqueux

L'écoulement non visqueux est caractérisé par le fait qu'il existe seulement des forces de pression normales, mais pas de forces de cisaillement tangentielles entre lui et l'écoulement visqueux. L'écoulement non-visqueux se trouve loin du mur; ce qui ne signifie toutefois pas qu'il n'y a pas de viscosité dans ces régions - cela signifie simplement que les effets de viscosité sont négligeables. Ces effets sont faibles parce que le gradient de la vitesse est

faible, ce qui rend les forces visqueuses négligeables par rapport aux forces d'inertie (Smith, 2011).

Quelques approches numériques pour résoudre les équations d'écoulement non-visqueux sont présentées par la suite:

- ***Les équations de Navier-Stokes***

Le système complet des équations de Navier-Stokes fournit la description la plus générale des écoulements, mais il nécessite une grande quantité de ressources de calcul.

- ***Les équations d'Euler***

Les équations d'Euler décrivent la version simplifiée la plus générale des équations de Navier-Stokes, où tous les termes de cisaillement et de la conduction thermique, sont négligés. L'analyse de Prandtl montre que cela est une approximation valide pour les écoulements à des nombres de Reynolds élevés, en dehors des régions visqueuses, qui se développent à la proximité des surfaces solides. Les effets de convection sont dominants pour les écoulements non-visqueux (Cebeci et Cousteix, 2005).

Les codes d'Euler sont bien établis et peuvent être complétés par un couplage, aux solutions de la couche limite visqueuse. Szmelter (2001) utilise un tel couplage entre l'écoulement visqueux et l'écoulement non-visqueux pour optimiser des ailes aérodynamiques dans l'écoulement visqueux. Les codes d'Euler ont été utilisés également par Jie et Zhou (2007) pour calculer l'écoulement transsonique sur des configurations d'avions complexes tridimensionnelles (Smith, 2011).

- ***Les équations de potentiel***

La plus simple approximation de l'écoulement non visqueux est celle du modèle de potentiel développée par Laplace et Green (Paraschivoiu, 1998), qui a été basée sur l'hypothèse suivante: le champ des vitesses est irrotationnel ce qui permet une simplification considérable en remplaçant les trois composantes de la vitesse avec le potentiel de vitesses.

Le modèle du potentiel peut prédire avec précision la région visqueuse lorsqu'il est couplé aux équations de couche limite, en utilisant une approche couplée. Ce modèle est utilisé dans les régimes subsoniques, bas-transsoniques et entièrement supersoniques, mais en dehors de cette gamme, les équations d'Euler donnent de meilleurs résultats.

Il existe des approches qui utilisent le modèle de potentiel telles que celles mentionnées par Veldman (1981), Drela (1985), Wolles et Hoeijmakers (1998), Sekar et Laschka (2005) et Riziotis et Voutsinas (2008) pour ne citer que quelques-uns. Chacun de ces chercheurs ont utilisé ce modèle afin d'évaluer divers aspects de l'écoulement aérodynamique, par exemple, l'écoulement visqueux autour d'un profil avec séparation, le décrochage dynamique et l'écoulement en régime transsonique sur les profils (Smith, 2011).

1.2 Les équations de Navier-Stokes

Les équations de conservation de l'écoulement d'un fluide sont basées sur les principes de conservation de la masse de mouvement et d'énergie et sont appelées équations de Navier-Stokes. Elles peuvent être représentées sous deux formes: intégrales et différentielles. Nous supposons que l'écoulement est incompressible et que les différences de température entre la surface et l'écoulement sont négligeables. Ainsi les propriétés des fluides comme la masse volumique ρ et la viscosité dynamique μ ne sont pas influencées par la température.

Le mouvement d'un fluide visqueux autour des corps est un phénomène complexe où les forces d'inertie, les forces de friction et les forces de pression sont en équilibre, sans pouvoir négliger aucun de leur effets.

Puisque la plupart des écoulements sont turbulents avec des fluctuations de vitesses sur une grande plage de fréquences, l'obtention de solutions pour ces équations constitue un formidable défi. Il est d'ailleurs peu probable d'en trouver les solutions dans un avenir proche. Pour cette raison, on applique couramment "la décomposition de Reynolds" dans les équations de Navier Stokes afin d'en simplifier leur résolution. En effet, ceci nous permet de

faire disparaître les fluctuations de périodes et d'amplitudes courtes. Les équations résultantes sont appelées équations de Reynolds (en anglais - *Reynolds-Averaged Navier Stokes equations*) (Cebeci et Cousteix, 2005).

Les équations de Navier-Stokes peuvent être obtenues, sous forme différentielle ou intégrale, en utilisant l'approche du volume de contrôle infinitésimal ou fini.

Nous allons présenter l'obtention des équations de Navier-Stokes sous forme différentielle, en utilisant un volume de contrôle infinitésimal se déplaçant sur une ligne aérodynamique selon un vecteur de vitesse $\vec{V}(u, v, w)$ égal à la vitesse de l'écoulement en chaque point.

○ *L'équation de continuité*

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.1)$$

○ *L'équation de quantité de mouvement*

$$\text{-sur l'axe des } x: \rho \frac{D_u}{D_t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) + \rho f_x \quad (1.2)$$

$$\text{-sur l'axe des } y: \rho \frac{D_v}{D_t} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) + \rho f_y \quad (1.3)$$

$$\text{-sur l'axe des } z: \rho \frac{D_w}{D_t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \left(\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right) + \rho f_z \quad (1.4)$$

où D/Dt représente la dérivée substantielle donnée par l'équation

$$\frac{D(\quad)}{Dt} = \frac{\partial(\quad)}{\partial t} + u \frac{\partial(\quad)}{\partial x} + v \frac{\partial(\quad)}{\partial y} + w \frac{\partial(\quad)}{\partial z} = \frac{\partial(\quad)}{\partial t} + \vec{V} \bullet \nabla(\quad) \quad (1.5)$$

où ρ est la masse volumique, p est la pression statique et σ est le tenseur des contraintes.

Les équations de quantité de mouvement sont données par la deuxième loi de Newton pour calculer le mouvement. Selon celle-ci, l'accélération d'une particule fluide est due aux forces de pression et de viscosité. Les termes de gauche représentent l'accélération de masse par unité de volume et les termes de droite représentent la somme des forces par unité de volume qui agissent sur le fluide. (Cebeci et Cousteix, 2005).

Le premier terme de droite des équations (1.2) à (1.4) représente la force de pression par unité de volume et le signe moins (-) est appliqué par définition - une pression positive agit vers l'intérieur. Le deuxième troisième et quatrième terme représentent les forces visqueuses de l'unité de volume et sont dues aux différentes composantes des tensions normales et tangentiels (de cisaillement) montrées sur la Figure 1.2. Le premier indice de σ représente la direction de la tension et le deuxième indice représente la direction de la normale par rapport à la surface.

Par convention, une tension normale qui agit sur le fluide vers l'extérieur du volume de contrôle est positive et une tension tangentielle est prise comme positive si elle agit vers la face la plus éloignée de l'origine: par exemple σ_{xx} , et σ_{yx} sont positives.

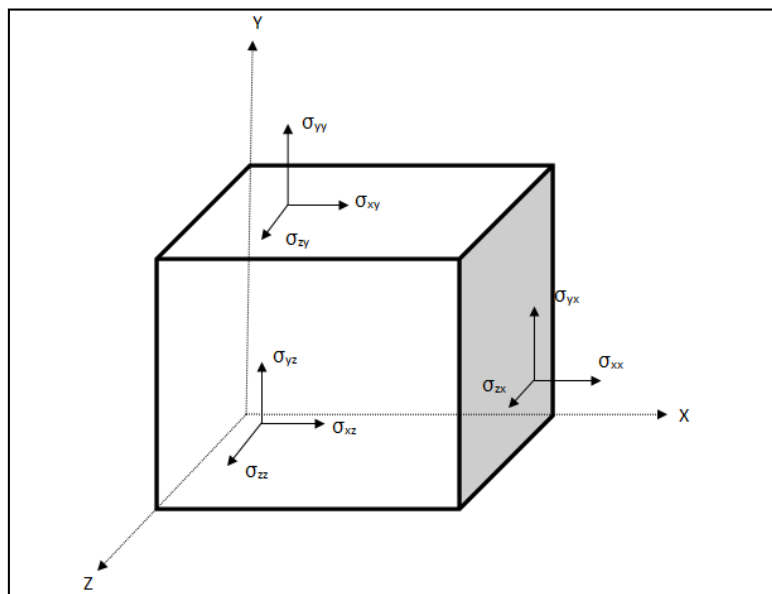


Figure 1.2 Définitions des composantes visqueuses des tensions sur les surfaces du volume de contrôle

Parfois il est plus convenable d'écrire les termes visqueux dans les équations de mouvement,

$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$ selon une notation indicielle, avec $i, j = 1, 2, 3$ pour un écoulement tridimensionnel. Par exemple, dans l'équation (1.2), $i = 1, j = 1, 2, 3$. Pour un fluide newtonien les tensions visqueuses normales σ_{ij} ($i = j$), et les tensions tangentielles σ_{ij} ($i \neq j$) sont obtenues avec l'équation suivante :

$$\sigma_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.6)$$

Les équations de Navier-Stokes peuvent être considérablement simplifiées. Par exemple l'équation (1.2) sera écrite sous la forme suivante :

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u + f_x \quad (1.7)$$

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (1.8)$$

où ∇^2 est l'opérateur de Laplace et il est défini par l'équation (1.8).

1.3 Les équations du mouvement moyen

Les équations de la couche limite sont écrites pour un mouvement instantané ; implicitement on suppose que le mouvement turbulent s'effectue dans un milieu continu et que l'écoulement est incompressible. On peut utiliser la décomposition des vitesses et de la pression suivant le procédé classique de moyenne d'ensemble (Cebeci et Cousteix, 2005).

Les équations de mouvement s'obtiennent par la décomposition des valeurs instantanées (la valeur instantanée d'un paramètre du fluide est écrite comme la somme de la moyenne avec

la fluctuation) dans les équations de Navier-Stokes. En prenant la moyenne (des vitesses et de la pression) nous obtenons les équations de Reynolds.

1.3.1 Grandeurs moyennes et fluctuations turbulentes

Pour calculer les équations de Navier-Stokes non-stationnaires, on arrive très rapidement à des volumes de stockage nécessaires très importants. Si le nombre de Reynolds augmente car la taille des plus petites échelles diminue, la difficulté s'accroît et il est clair que des outils (logiciels) plus performants sont nécessaires.

Les approches pratiques de calcul des écoulements font appel à des *grandeurs moyennes*. Au lieu de chercher à déterminer l'évolution spatiale et temporelle des grandeurs instantanées, on fait appel à des grandeurs moyennes et on s'intéresse à leur comportement. Trois moyennes très couramment utilisées en aérodynamique sont présentées dans les sous-sections suivantes (Cousteix, 1989).

1.3.1.1 Moyennes statistiques

La moyenne couramment utilisée en écoulement incompressible est la moyenne statistique notée par le signe $\langle \rangle$. Soit $a_k (k = 1, n)$ les valeurs prises par une fonction aléatoire a , au cours de n réalisations indépendantes du même phénomène. La moyenne d'ensemble $\langle a \rangle$ ou espérance mathématique est définie par :

$$\langle a \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n} \quad (1.9)$$

Cette moyenne permet d'analyser des écoulements qui ne sont pas stationnaires en moyenne, c'est-à-dire pour lesquels $\langle a \rangle$ est une fonction du temps.

On définit la fluctuation turbulente a' par la différence entre la valeur prise à une réalisation donnée et la valeur moyenne :

$$a' = a_k - \langle a \rangle \quad (1.10)$$

avec $\langle a' \rangle = 0$, mais l'écart-type σ ou la valeur quadratique moyenne n'est pas nul ; il est donné par :

$$\sigma^2 = \langle a'^2 \rangle = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum (a_k - \langle a \rangle)^2}{n} \quad (1.11)$$

On définit la moyenne pour deux fonctions aléatoires indépendantes par:

$$\langle ab \rangle = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum a_k b_k}{n} \quad (1.12)$$

La moyenne $\langle ab \rangle$ est appelée covariance ou corrélation. Si a et b ne sont pas prises au même point ni au même instant, il s'agit d'une corrélation spatio-temporelle. Si a et b sont prises en un même point, alors la moyenne est temporelle. De plus, si $a = b$, on parle d'auto corrélation.

Si a et b sont des fonctions aléatoires les moyennes d'ensemble obéissent aux règles suivantes :

$$\langle a + b \rangle = \langle a \rangle + \langle b \rangle \quad (1.13)$$

$$\langle a \cdot b \rangle \neq \langle a \rangle \cdot \langle b \rangle \quad (1.14)$$

$$\langle \langle a \rangle b \rangle = \langle a \rangle \langle b \rangle \quad (1.15)$$

$$\frac{d}{dt} \langle a \rangle = \left\langle \frac{da}{dt} \right\rangle \quad (1.16)$$

Dans le cas où a n'est pas une fonction aléatoire, alors :

$$\langle ac \rangle = c \langle a \rangle \quad (1.17)$$

$$\int \langle a \rangle dx = \left\langle \int a dx \right\rangle \quad (1.18)$$

Les "moyennes statistiques" sont évaluées à l'aide de techniques d'échantillonnage parfaitement adaptées à l'utilisation des systèmes d'acquisition de données modernes (Cousteix, 1989).

1.3.1.2 Moyennes temporelles (Reynolds)

Les "moyennes temporelles" sont utilisées lorsque la fonction aléatoire est stationnaire (la fonction est indépendante du temps) et sont définies par des intégrales par rapport au temps. On note ces moyennes par un surlignage, et on a :

$$\bar{a} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a(t') dt' \quad (1.19)$$

On suppose que les moyennes $\bar{a}$ et $\langle a \rangle$ sont identiques à l'exception que $\bar{a}$ ne dépend pas du temps. L'opération de moyenne temporelle a les mêmes propriétés que celle de moyenne statistique mais la dérivée de $\bar{a}$ par rapport au temps est zéro car $\bar{a}$ est indépendante du temps (Cousteix, 1989).

1.3.1.3 Moyennes pondérées par la masse (Favre)

C'est une moyenne utilisée pour les écoulements compressible où la même décomposition décrit aux paragraphes 1.3.1.1 et 1.3.1.2 pourrait être appliquée à la masse volumique. Les moyennes pondérées par la masse sont notées avec le signe $\sim$. Par définition on a :

$$a = \tilde{a} + a' \quad (1.20)$$

avec a - valeur instantanée, $\tilde{a}$ - valeur moyenne et a' la fluctuation.

$$\tilde{a} = \frac{\langle \rho \cdot a \rangle}{\langle \rho \rangle} \quad (1.21)$$

où les signes $\langle \rangle$ indiquent moyenne statistique.

La décomposition de ρ s'opère avec la moyenne statistique classique:

$$\rho = \langle \rho \rangle + \rho' \quad (1.22)$$

On a donc:

$$\langle a' \rangle \neq 0, \langle \rho a' \rangle = 0, \langle a \rangle = -\frac{\langle \rho' a' \rangle}{\rho} \quad (1.23)$$

Avec cette méthode, on peut simplifier la forme des termes de transport dans les équations et en clarifier la signification physique (Cousteix, 1989).

1.3.2 Les équations moyennes de Reynolds

Les valeurs instantanées des vitesses u, v, w et de la pression p peuvent être exprimées comme des sommes de leurs moyennes $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{p}$ et de leurs fluctuations u', v', w', p' .

$$u = \bar{u} + u', v = \bar{v} + v', w = \bar{w} + w', p = \bar{p} + p' \quad (1.24)$$

où $\bar{u}$, est la moyenne d'ensemble de u définie par :

$$\bar{u} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u_i \quad (1.25)$$

où u_i est l'échantillon i et N le nombre d'échantillons.

À l'aide de l'équation de continuité(1.1), les termes de gauche des équations de quantité de mouvement s'écrivent sous forme conservative. On introduit les relations (1.24) dans l'équation de continuité (1.1) et de quantités de mouvement. En prenant la moyenne donnée par l'équation (1.24) et à l'aide de la dérivée substantielle exprimée par l'équation on obtient les équations de Reynolds pour un écoulement tridimensionnel incompressible :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (1.26)$$

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \nabla^2 \bar{u} + \rho f_x - \rho \frac{\partial}{\partial x} (\overline{u'^2}) - \rho \frac{\partial}{\partial y} (\overline{u'v'}) - \rho \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'}) \quad (1.27)$$

$$\rho \frac{D\bar{v}}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \nabla^2 \bar{v} + \rho f_y - \rho \frac{\partial}{\partial x} (\overline{v'u'}) - \rho \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'^2}) - \rho \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'w'}) \quad (1.28)$$

$$\rho \frac{D\bar{w}}{Dt} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \nabla^2 \bar{w} + \rho f_z - \rho \frac{\partial}{\partial x} (\overline{w'u'}) - \rho \frac{\partial}{\partial y} (\overline{w'v'}) - \rho \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w'^2}) \quad (1.29)$$

En enlevant les barres des valeurs moyennes, il est évident que l'équation (1.26) est identique à l'équation(1.1). De même, les termes de gauche des équations (1.27) à (1.29) sont identiques aux termes de gauche des équations d'écoulement laminaire (1.2) à (1.4). Les termes de droite des équations (1.27) à (1.29) contiennent, par rapport aux équations (1.2) à (1.4) les termes des tensions normales et tangentiels de Reynolds. Ces termes traduisent l'influence de la turbulence sur les contraintes σ_{xx} , σ_{xy} et σ_{xz} . Les équations (1.2) à (1.4) s'appliquent donc aux écoulements laminaires et turbulents et fournissent un tenseur σ_{ij} , appelé tenseur de contraintes qui s'écrit comme suit:

$$\sigma_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.30)$$

où

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^t + \sigma_{ij}^l \quad (1.31)$$

Pour un écoulement tridimensionnel, le terme σ_{ij}^t , connu sous le nom de "tenseur de Reynolds", prend la forme matricielle suivante:

$$\sigma_{ij}^t = \begin{bmatrix} -\rho \langle u'^2 \rangle & -\rho \langle u'v' \rangle & -\rho \langle u'w' \rangle \\ -\rho \langle v'u' \rangle & -\rho \langle v'^2 \rangle & -\rho \langle v'w' \rangle \\ -\rho \langle w'u' \rangle & -\rho \langle w'v' \rangle & -\rho \langle w'^2 \rangle \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Les "tenseurs de Reynolds" proviennent de la non-linéarité des équations de Navier-Stokes. Ils apparaissent comme des inconnues supplémentaires qui font en sorte que le système (1.26) avec (1.27), (1.28) ou (1.29) est ouvert. Les équations (1.27) à (1.29) associées à l'équation de continuité (1.26) ne suffisent pas pour calculer l'écoulement moyen.

Les techniques qui permettent de résoudre ce problème font appel à des "hypothèses de fermeture" pour obtenir un système comportant un nombre d'équations égal au nombre d'inconnues. Ces hypothèses sont appelées des "modèles de turbulences" et seront abordées dans la section 4.3 (Cebeci et Cousteix, 2005).

CHAPITRE 2

LES ÉQUATIONS DE LA COUCHE LIMITE

Les équations de la couche limite laminaire et turbulente et les façons dont ces équations sont obtenues sont présentées dans ce chapitre. Les équations de quantité de mouvement sous la forme intégrale, les équations du mouvement non-visqueux, les conditions limites et initiales et les caractéristiques des écoulements sont également abordées.

2.1 Couche limite laminaire incompressible

Dans le but de réduire les équations de Navier-Stokes aux équations de la couche limite, on effectue les analyses des ordres des grandeurs dans lesquelles le gradient de la composante u de la vitesse sur la direction principale d'écoulement, l'axe des x , est supposé d'être au moins d'un ordre de grandeur plus grand que les autres gradients sur x . Cette hypothèse permet de négliger certains termes des équations de quantité de mouvement et d'énergie.

Les applications de toutes ces approximations de la couche limite peuvent être démontrées en différentes manières. Nous allons commencer par la présentation des équations de continuité et de mouvement pour un écoulement laminaire sur une surface plane. Alors on peut écrire:

$$x \sim L, y \sim \delta, u \sim u_e, \text{ et } p \sim \rho u_e^2 \quad (2.1)$$

où x - la direction principale de l'écoulement, L - échelle de longueur parallèle au mur (sur x), y - l'axe normale au mur, δ - l'échelle de longueur normale au mur (sur l'axe des y), u_e - la vitesse caractéristique de l'écoulement sur les échelles de longueur L et δ , p - la pression et ρ - la densité du fluide.

Pour un écoulement bidimensionnel $w = 0$, l'équation de continuité s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.2)$$

Si on examine la composante de la vitesse normale à la surface v , en utilisant l'équation (1.4) on obtient :

$$v = \frac{u_e \delta}{L} \quad (2.3)$$

car $\frac{\partial u}{\partial x}$ est d'ordre $\frac{u_e}{L}$.

L'ordre de grandeur des différents termes dans l'équation du mouvement sur l'axe x pour un écoulement bidimensionnel est :

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{u_e^2}{L} \quad \frac{u_e^2}{L} \quad \frac{u_e^2}{L} \quad \nu \left(\frac{u_e}{L^2} \quad \frac{u_e}{\delta^2} \right) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Dans l'équation (2.4) les termes d'inertie et de pression ont le même ordre de grandeur que le terme u_e^2/L . La composante normale de la tension du terme visqueux, $\partial^2 u / \partial x^2$ est faible par rapport à la composante de cisaillement $\partial^2 u / \partial y^2$, alors elle peut être négligée. On peut exprimer le terme visqueux par l'équation suivante:

$$\nu \frac{u_e}{\delta^2} = \frac{\nu}{u_e L} \frac{u_e^2}{L} \frac{1}{\left(\frac{\delta}{L} \right)^2} \quad (2.5)$$

Le terme visqueux $\partial^2 u / \partial y^2$ a le même ordre de grandeur que la force de pression et d'inertie a condition que:

$$\frac{\delta}{L} \ll \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \quad (2.6)$$

où

$$\text{Re} = \frac{u_e L}{\nu} \quad (2.7)$$

Un autre moyen utile pour comparer l'ordre de grandeur des différents termes des équations de Navier-Stokes est l'utilisation des échelles de temps. On définit le temps de convection $t_c = L/u_e$ et le temps visqueux $t_v = \delta^2/\nu$, et ensuite, on définit le rapport entre les deux échelles de temps :

$$\frac{t_v}{t_c} = \frac{\delta^2}{\nu} \frac{u_e}{L} = \frac{\delta^2}{L^2} \frac{u_e L}{\nu} \quad (2.8)$$

Si on réalise la même analyse de l'équation de quantité de mouvement sur l'axe des y (1.3), on trouve que le premier et le deuxième terme du côté gauche ont l'ordre de grandeur équivalent à $u_e^2 \delta / L^2$. Le plus grand terme de la contrainte visqueuse, $\partial^2 v / \partial y^2$ est également d'ordre, $u_e^2 \delta / L^2$ ce qui donne que le terme de pression $\left(\frac{-1}{\rho} \right) \frac{\partial p}{\partial y}$ est d'ordre de grandeur équivalent à $u_e^2 \delta / L^2$ et le changement de pression à travers l'axe des y a l'ordre de grandeur $\rho u_e^2 \left(\frac{\delta}{L} \right)^2$. Finalement, l'équation du mouvement sur l'axe des y peut être approximée à

$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$. On peut exprimer alors l'équation du mouvement sur l'axe des x par la relation (2.9)

(Cebeci et Cousteix, 2005).

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.9)$$

2.2 Couche limite turbulente incompressible

Il n'existe pas une définition de la turbulence car il est faux de dire que l'écoulement n'est plus laminaire dès qu'il est non-stationnaire et on ne peut pas dire non plus qu'il est

pleinement turbulent dès qu'il n'est plus laminaire. La définition ne peut être alors précisée que si l'on convient de définir la turbulence par ses caractéristiques (Cousteix, 1989). Ces caractéristiques sont définies dans la section suivante.

2.2.1 Les caractéristiques des écoulements turbulent

La plupart des écoulements rencontrés en pratique ne présentent pas les propriétés des écoulements idéales laminaires. En 1883, O. Reynolds a étudié l'écoulement dans des conduites rectilignes de sections circulaires et ses observations avaient été réalisées à l'aide d'un procédé de visualisation par filets colorés. Une telle expérience a montrée déjà comment il était difficile de faire la distinction entre les divers régimes d'écoulements (Cousteix, 1989)

1. La turbulence n'est pas une propriété du fluide

Dans le cas de la turbulence il s'agit d'un régime turbulent d'écoulement. Il n'y a aucune analogie entre la théorie cinétique moléculaire du gaz en thermodynamique et la turbulence, ou entre le mouvement brownien et la turbulence. Alors que la turbulence disparaît quand le mouvement cesse, la viscosité subsiste même si le fluide est au repos.

2. Le nombre de Reynolds est grand

Le paramètre qui décrit le mieux l'apparition de la turbulence est le nombre de Reynolds. La théorie et l'expérience montrent que l'écoulement devient turbulent, alors instable quand le nombre de Reynolds dépasse une certaine valeur. Bien qu'il y ait d'autres paramètres qui déterminent la transition vers le régime turbulent tels que le gradient de pression ou la rugosité des surfaces, le nombre de Reynolds est essentiel.

3. La turbulence est un phénomène quasi aléatoire

Tous les paramètres du mouvement dans un écoulement turbulent ont les caractéristiques des variables aléatoires. Pour la caractérisation de ces variables il est plus pratique et raisonnable d'utiliser leurs moyennes. Le caractère aléatoire impose que les réalisations indépendantes du même phénomène conduisent à obtenir des variables indépendantes. Leur propriété est leur "indépendance statistique" lorsque la distance qui sépare deux points d'observation tend vers l'infini ou lorsque l'intervalle de temps entre les observations au même point tend aussi vers l'infini.

Cette fonctionnalité élimine de la catégorie des écoulements turbulents toute une série de mouvements organisés dans les tourbillons et qui ont été considérés comme des mouvements turbulents (type Görtler tourbillons ou Taylor, cylindre de Karman).

4. Le champ de vitesses est tridimensionnel et rotationnel

Les écoulements turbulents étudiés seront supposés tridimensionnels, donc le champ de vitesse a des fluctuations dans toutes les directions spatiales. Ils ont le même ordre de grandeur dans les trois directions, ce qui exclut l'existence d'un mouvement bidimensionnel. On devrait cependant parler de "l'écoulement bidimensionnel" ce qui signifie que statistiquement l'écoulement est bidimensionnel, mais il existe toujours des fluctuations des trois composantes de la vitesse. L'une d'elles aura des variations autour d'une moyenne nulle. Le champ tridimensionnel de vitesses implique aussi un comportement de rotation élevée du modèle. Dans l'écoulement purement bidimensionnel, les tourbillons n'évoluent que sous l'influence des phénomènes de "diffusion" et de "convection". Au contraire, dans l'écoulement tridimensionnel un phénomène de création (ou de destruction) de tourbillons est effectué par l'action du champ des vitesses de déformation.

5. La turbulence est un phénomène non linéaire

Le caractère non-linéaire des termes de convection des équations de Navier-Stokes rend difficile à résoudre le problème de turbulence. Le mouvement turbulent peut être vu comme se superposant à l'écoulement moyen et formé par la coexistence d'une grande gamme de

mouvements définis par leurs amplitudes et vitesses. Ces structures peuvent être imaginées comme des tubes tourbillons qui ne sont pas rectilignes, mais extrêmement compliqués. La turbulence est alors représentée par un enchevêtrement de ces tubes.

Pour la caractérisation d'un mouvement turbulent on utilise la notion d'échelle de turbulence : de longueur de vitesse et de temps. "L'échelle de longueur" représente la taille du mouvement. Une "échelle de longueur immédiate" représente donc l'épaisseur de la couche limite : le diamètre du tube tourbillon associé, le diamètre d'une cheminée d'usine qui laisse échapper la fumée, etc. Un autre paramètre qui peut caractériser un mouvement turbulent est l'énergie qui lui est attribuée ou son temps caractéristique. Si u et L représentent respectivement la vitesse et la longueur, alors le temps caractéristique est u/L et l'énergie est u^2 .

Les écoulements turbulents ne peuvent pas être caractérisés par un seul mouvement. Il existe toute une gamme de mouvements qui résultent de la non-linéarité des équations qui les régissent et de la dynamique du tourbillon.

6. La turbulence est un phénomène imprévisible

Il est impossible de connaître l'évolution exacte de la vitesse en fonction du temps quel que soit le soin apporté à la définition des conditions initiales du calcul, même si on savait parfaitement résoudre les équations de Navier-Stokes. Une perturbation et une erreur introduite en un point, affecterait, en temps, le champ turbulent dans son ensemble. L'erreur s'accroît quand l'intervalle de temps augmente par rapport au temps initial. En effet, dans ce cas, on s'intéresse plus généralement à des grandeurs moyennes qui ne sont pas sensibles en détail à la répartition exacte des vitesses en fonction du point dans l'espace et le temps. (Cousteix, 1989)

7. Capacité de mélange

Dans l'écoulement turbulent, l'agitation importante des vitesses de l'écoulement dans les trois directions assure un mélange plus efficace par rapport à l'écoulement laminaire ou le

transport de quantité de mouvement, de chaleur ou de contaminants se fait par convection et par diffusion. La diffusion assure notamment la propagation dans la direction transversale.

8. La turbulence est un phénomène dissipatif.

Les déformations des tensions visqueuses qui existent même en régime turbulent, entraînent une dissipation de l'énergie cinétique en chaleur. Or les vitesses de déformation, liées au champ rotationnel, sont considérablement augmentées en écoulement turbulent, et donc, le taux de dissipation augmente lui aussi. La dissipation est associée aux mouvements pour lesquels la viscosité est la plus efficace, c'est-à-dire, pour ceux qui ont un nombre de Reynolds de l'ordre de l'unité. Si le nombre de Reynolds est plus élevé, l'action de la viscosité est très atténuée, alors les responsables de la dissipation sont les mouvements dont l'échelle de longueur est la plus petite. (Cousteix, 1989).

2.2.2 Les équations de l'écoulement turbulent

Dans le but d'approximer la couche limite à l'aide des équations moyennes de Reynolds, nous allons utiliser les mêmes estimations de l'écoulement moyen données par les équations (2.1) et (2.3). Nous supposons que les termes de fluctuation $\overline{u'^2}$ et $\overline{u'v'}$ de l'équation de quantité de mouvement sur l'axe des x et les termes de fluctuation $\overline{v'^2}$ et $\overline{v'u'}$ de l'équation de quantité de mouvement sur l'axe des y ont le même ordre de grandeur: $\overline{u'^2} \sim \overline{v'^2} \sim \overline{u'v'}$.

Si on regarde les deux termes de l'équation (1.27) $-\rho \frac{\partial}{\partial x}(\overline{u'^2}) - \rho \frac{\partial}{\partial y}(\overline{u'v'})$ le premier terme

contenant la dérivée partielle $\frac{\partial}{\partial x}$ est d'ordre $(1/L)$ et il est plus petit que le deuxième terme

celui concernant la dérivée partielle $\frac{\partial}{\partial y}$ qui est d'ordre $(1/\delta)$, alors il peut être négligé. De la

même manière, sur les deux termes $-\rho \frac{\partial}{\partial x}(\overline{v'u'}) - \rho \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'^2})$ de l'équation (1.28), le premier

terme peut être négligé, car il est plus petit que le deuxième terme. Comme les termes

d'inertie du côté gauche de l'équation (1.28) et le terme visqueux $\mu(\partial^2 v / \partial y^2)$ sont comparables avec δ on obtient:

$$-\frac{\partial p}{\partial y} - \rho \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'^2}) = 0 \quad (2.10)$$

Par conséquence, la variation de pression à travers la couche limite est comparable avec δ et peut être négligée car elle est petite par rapport à la variation de pression sur la direction d'écoulement.

Alors, pour un écoulement bidimensionnel laminaire et turbulentes les équations de Navier-Stokes se réduisent à :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.11)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial y}(\overline{u'v'}) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (2.13)$$

Pour les écoulements laminaire le terme de tension tangentielle de Reynolds $-\rho \overline{u'v'}$ est égal à zéro.

Une comparaison des équations (2.12) et (2.13) avec les équations de quantité de mouvement sur les axes des x (1.2) et des y (1.3) montre que suite aux approximations de la couche limite, certains des termes visqueux sont réduits dans l'équation de quantité de mouvement sur l'axe des x (1.2) et la variation de la pression est négligée sur l'axe des y (1.3). Mais contrairement aux équations de Navier-Stokes, p n'est plus une inconnue. Elle est calculée sur l'axe des x avec l'équation l'équation de Bernoulli:

$$\frac{dp}{dx} = -\rho u_e \frac{du_e}{dx} \quad (2.14)$$

Les équations de la couche limite (2.11) et (2.12), incluent les deux variables u et v et s'appliquent aux écoulements laminaires bidimensionnelles. Ces équations sont paraboliques avec des propagations des perturbations exclusivement vers l'intérieur et pas vers l'extérieur. Les variables u et v sont calculées sans le terme de tension tangentielle de Reynolds, en tenant compte des simplifications introduites par l'équation (2.13).

Les trois équations de Navier-Stokes incluent les trois variables u , v et p . Ces équations sont elliptiques avec des propagations des perturbations vers l'intérieur ainsi que vers l'extérieur.

Le changement est causé par l'élimination de p en négligeant le terme $\partial^2 u / \partial x^2$ (Cebeci et Cousteix, 2005).

2.3 Les équations de l'écoulement non-visqueux

Ces équations sont utilisées pour analyser l'écoulement non-visqueux dans le sous-domaine extérieur de la couche limite où les forces d'inertie sont dominantes par rapport aux forces de frottement qui sont considérées négligeables.

En considérant négligeables les tensions σ des équations de Navier-Stokes on se réfère au mouvement non-visqueux. Alors, en tenant compte de l'équation (1.6), les équations de Navier-Stokes deviennent:

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f} \quad (2.15)$$

Cette équation est connue comme l'équation d'Euler. Pour un écoulement constant dans lequel les forces intérieures sont nulles, l'équation d'Euler se réduit à :

$$(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} \quad (2.16)$$

Si on considère le produit scalaire donné par le terme de gauche de l'équation (2.16) avec une longueur différentielle $\vec{ds}$, sur laquelle se propage un écoulement aérodynamique avec la densité constante et si on intègre l'équation d'Euler sur cette longueur, on obtient :

$$p + \frac{1}{2} \rho V^2 = \text{const.} \quad (2.17)$$

où $V^2 = u^2 + v^2 + w^2$. Cette équation est connue comme l'équation de Bernoulli (Cebeci et Cousteix, 2005).

2.4 Les équations de quantité de mouvement sous la forme intégrale

Les équations obtenues suite à l'intégration des équations de continuité et de quantité de mouvement à travers la couche limite de $y=0$ à $y=\delta$ sont utiles dans des méthodes simplifiées de calcul appelées "méthodes intégrales".

Dans l'équation (2.12) on remplace la tension tangentielle totale $\mu(\partial u / \partial y) - \rho \overline{u'v'}$ par le symbole τ , et le terme $-(1/\rho)(dp/dx)$ par le terme $u_e(du_e/dx)$, en tenant compte de l'équation (2.14). On dérive le résultat sur la surface $y=0$ et on obtient:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u_e \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (2.18)$$

L'équation (2.11) multipliée par u est le terme de gauche de l'équation (2.18).

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = u_e \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (2.19)$$

On intègre l'équation (2.19) de $y=0$ à $y=\delta$ et on obtient :

$$\int_0^\delta \frac{\partial u^2}{\partial x} dy + u_e v_e = \int_0^\delta u_e \frac{du_e}{dx} dy - \frac{\tau_w}{\rho} \quad (2.20)$$

où τ_w est la tension tangentielle de surface, l'indice e dénote la bordure (*edge* en anglais) de la couche limite. A partir de l'équation (2.11) on obtient v_e .

$$v_e = - \int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x} dy \quad (2.21)$$

On remplace v_e dans l'équation (2.20) et on obtient:

$$\int_0^\delta \left(\frac{\partial u^2}{\partial x} - u_e \frac{\partial u}{\partial x} - u_e \frac{du_e}{dx} \right) dy = - \frac{\tau_w}{\rho} \quad (2.22)$$

L'équation (2.23) est l'équation (2.22) avec les termes réarrangés.

$$\int_0^\infty \left\{ - \frac{\partial}{\partial x} [u(u_e - u)] - \frac{du_e}{dx} (u_e - u) \right\} dy = - \frac{\tau_w}{\rho} \quad (2.23)$$

Pour $y \geq \delta$, $u_e - u = 0$ et les deux parties de l'intégrale sont égales à zéro. Par conséquent, on fait l'analyse seulement pour $y < \delta$. La première partie peut être écrite comme la suite:

$$- \frac{d}{dx} \int_0^\delta u(u_e - u) dy \quad (2.24)$$

Le dérivé de x est ordinaire plutôt que partielle car l'intégrale est indépendante de y . On réarrange le terme, on change le signe et on obtient:

$$\frac{d}{dx} \left[u_e^2 \int_0^\delta \frac{u(u_e - u)}{u_e^2} dy \right] + u_e \frac{du_e}{dx} \int_0^\delta \left(\frac{u_e - u}{u_e} \right) dy = \frac{\tau_w}{\rho} \quad (2.25)$$

On va introduire la définition d'épaisseur de déplacement δ^* qui représente la distance sur laquelle "les lignes de courant d'écoulement" sont déplacées dans la direction de y . Généralement δ est la valeur de y pour laquelle $u / u_e = 0.99$ (Cousteix, 1989).

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dy \quad (2.26)$$

L'épaisseur de quantité de mouvement θ ,

$$\theta = \int_0^\delta \frac{u}{u_e} \left(1 - \frac{u}{u_e} \right) dy \quad (2.27)$$

Le facteur de forme H est le rapport entre l'épaisseur de déplacement et l'épaisseur de quantité de mouvement.

$$H = \frac{\delta^*}{\theta} \quad (2.28)$$

Maintenant on va introduire les définitions de δ^* et θ dans l'équation (2.25) et on va obtenir :

$$\frac{d}{dx} (u_e^2 \theta) + \delta^* u_e \frac{du_e}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho} \quad (2.29)$$

$$\frac{d\theta}{dx} + (H + 2) \frac{\theta}{u_e} \frac{du_e}{dx} = \frac{c_f}{2}$$

C_f est le coefficient de frottement défini par:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho u_e^2} \quad (2.30)$$

L'équation (2.29) représente l'équation de quantité de mouvement pour les écoulements bidimensionnels, incompressibles, laminares et turbulents (Cebeci et Cousteix, 2005)

2.5 Conditions limites et initiales

Les équations de la couche limite discutées dans les sous chapitre 2.1 et 2.2 sont des équations différentielles paraboliques partielles et sont plus facile à résoudre que les équations de Navier-Stokes qui sont elliptiques. Elles sont également associées aux équations de l'écoulement non-visqueux du sous chapitre 1.3. Les équations de la couche limite sont utilisées près de la surface du corps et dans le sillage qui se forme en arrière du corps. Les équations de l'écoulement non-visqueux sont utilisées à l'extérieur de la couche limite.

Pour les écoulements externes, le comportement des équations de la couche limite est similaire au comportement des équations de conduction thermique. Une petite perturbation introduite dans la couche limite se diffuse instantanément sur une direction normale à la paroi vers l'intérieur. L'influence du point P dans le domaine est limitée par la normale à la surface qui contient ce point, par la surface et par le bord de la couche limite (Fig.2.1).

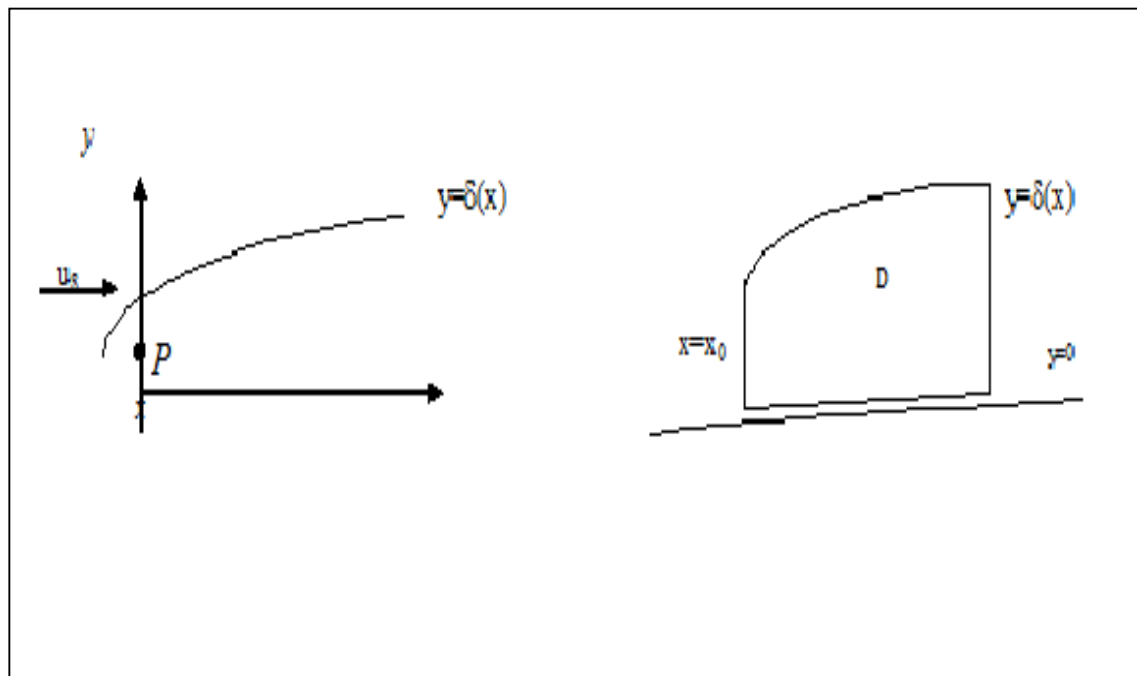


Figure 2.1 Domaine de calcul des équations de la couche limite pour l'écoulement externe

Alors, pour calculer la couche limite dans le domaine D , on a besoin des conditions limites et initiales pour la bordure extérieure de la couche limite, sur le long de la paroi et pour l'extrémité de la normale à la paroi; c'est-à-dire qu'il faut spécifier les valeurs de y , u et v à la paroi et à l'extrémité de la couche limite (Cebeci et Cousteix, 2005). Ces conditions limites et initiales seront utilisées dans le Chapitre 4 pour résoudre les équations de la couche limite.

CHAPITRE 3

MÉTHODES DES PANNEAUX POUR LE CALCUL DE PROFILS

3.1 Introduction

Ce chapitre est dédié à la présentation des "méthodes de panneaux". Pour la première fois, une telle méthode a été élaborée par Hess et Smith en 1966, méthode qui consiste à diviser le profil aérodynamique en un nombre fini de panneaux pour approcher son contour. La "méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse", la "méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de ligne de courant", la "méthode des panneaux avec doublets par formulation du potentiel" et la "méthode des panneaux avec doublets linéaires par formulation de potentiel" sont toutes dérivées de la "méthode des panneaux de Hess et Smith" et utilisent aussi la division d'un profil aérodynamique en un nombre fini de panneaux pour approcher son contour. Les principales différences entre les cinq méthodes sont sur le plan de la complexité des coefficients d'influence, et de la forme de la condition de *Kutta* (Paraschivoiu, 1998).

La méthode de Hess et Smith est détaillée dans la section 3.1. Par la suite, la section 3.2 présente la "méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse", (Paraschivoiu, 1998) méthode implémentée dans le code développé pour analyser l'écoulement non visqueux. Les autres trois méthodes ne sont pas présentées car elles ne sont pas utilisées dans ce mémoire.

Les méthodes des panneaux sont basées sur la distribution de singularités (sources, tourbillons, doublets) sur un nombre fini de panneaux qui approchent le mieux possible le contour d'un profil aérodynamique (Paraschivoiu, 1998). Comme chacune des singularités est une solution particulière de l'équation de Laplace, il en résulte que la combinaison linéaire des singularités utilisées dans la distribution est aussi une solution. En ajoutant, pour chacun

des panneaux, une condition de tangence de l'écoulement dans un point spécifique, appelé point de contrôle, le procédé abouti à un système linéaire d'équations dont les inconnues sont les paramètres décrivant les. Les détails concernant le type de singularité choisie et la manière de formuler le problème à résoudre individualisent, en effet, chacune des méthodes des panneaux.

3.2 Méthode de Hess et Smith.

Élaborée par Hess et Smith en 1966, la méthode consiste, tout d'abord, à diviser le profil aérodynamique en un nombre fini de panneaux pour approcher son contour. Ensuite, des sources et des tourbillons sont distribués sur chaque panneau afin de modéliser l'écoulement de l'air. L'intensité des singularités est déterminée grâce aux conditions de Kutta. Par conséquent on peut calculer la vitesse et le coefficient de pression, C_p , en tout point de la surface et la distribution de coefficient de portance en fonction de l'angle d'attaque.

Conditions aux limites. Pour un écoulement irrotationnel, le potentiel autour du profil correspond à l'équation :

$$\Phi = \Phi_{\infty} + \Phi_s + \Phi_v \quad (3.1)$$

Φ_{∞} - le potentiel de l'écoulement uniforme;

Φ_s - le potentiel d'une distribution de sources $q(s)$ par unité de longueur;

Φ_v - le potentiel d'une distribution des tourbillons d'intensité $\gamma(s)$.

On doit intégrer les équations de Φ_s et Φ_v sur toute la surface du corps.

$$\begin{aligned} \Phi_{\infty} &= V_{\infty} (x \cos \alpha + y \sin \alpha) \\ \Phi_s &= \int \frac{q(s)}{2\pi} \ln r \, ds \\ \Phi_v &= - \int \frac{\gamma(s)}{2\pi} \theta \, ds \end{aligned} \quad (3.2)$$

En raison du principe de superposition des écoulements, le potentiel total Φ satisfait automatiquement l'équation de Laplace :

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (3.3)$$

De plus, il satisfait à la condition limite à l'infini, $r \rightarrow \infty$, $\Phi \rightarrow \Phi_\infty$. Il reste à déterminer les valeurs des intensités $q(s)$ et $\gamma(s)$ qui satisferont la condition de l'écoulement tangent et à celle de Kutta.

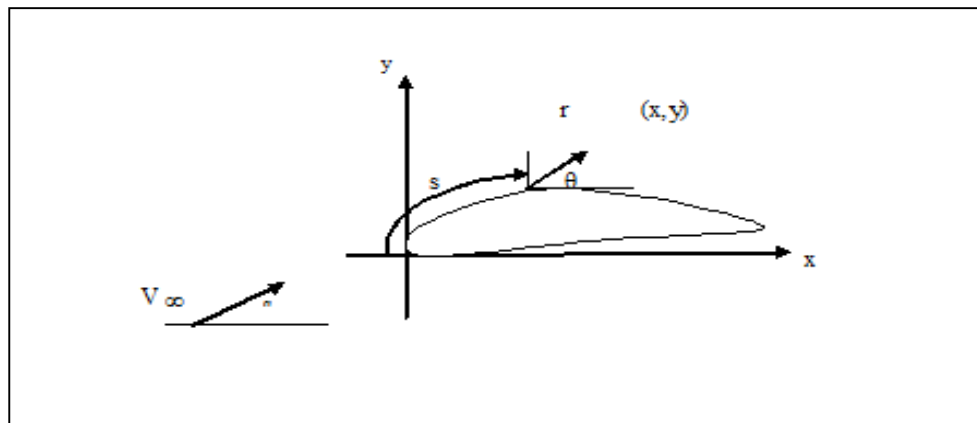


Figure 3.1 Définition de s , r et θ

Discretisation du profil. La discrétisation consiste à remplacer le profil par un polygone à N cotés. On doit diviser la surface du profil en un certain nombre de panneaux, en commençant par le bord de fuite. (Fig. 3.1) On obtient une précision suffisante avec une soixantaine de panneaux.

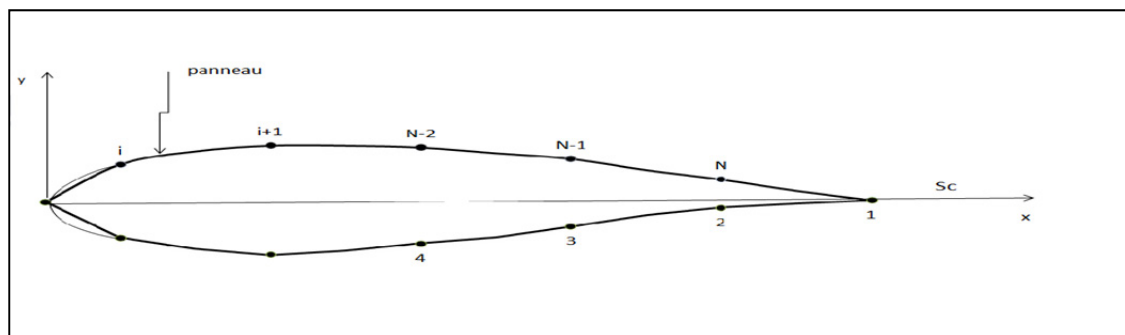


Figure 3.2 Notation des panneaux sur le profil

Pour très bien représenter le profil aérodynamique, il faut utiliser un grand nombre de panneaux au bord d'attaque et au bord de fuite, les endroits où la courbure est importante. Le numéro de ces panneaux est en fonction de la géométrie des profils. A cet effet, le code développé dans ce mémoire utilise la fonction *cosDistribution.m*. Cette fonction est conçue exclusivement pour créer plus de panneaux sur le profil là où la courbe est importante en utilisant une distribution cosinusoidale des panneaux où $x_i = c / 2(1 - \cos \theta_i)$ avec $\theta_i = i\Delta\theta$. (c est la corde profil aérodynamique et $\Delta\theta$ est fonction du nombre de panneaux $\Delta\theta = 2\pi / N$). Il en résulte un système de N équations à N inconnues, ce qui laisse la possibilité de choisir arbitrairement les distributions de sources et de tourbillons. Selon l'hypothèse de la méthode de Hess et Smith, l'intensité de la source est constante sur chaque panneau, mais elle varie d'un panneau à l'autre. De la même manière, $q(s) = q_i$ sur le panneau i , $i = 1, 2, \dots, N$. Par contre, l'intensité tourbillonnaire est constante sur tous les panneaux du profil: $\gamma(s) = \gamma$. Les inconnues du problème sont les suivantes :

- $q_i = N$ valeurs pour les intensités des sources aux points de contrôle;
- γ – la valeur du tourbillon aux points de contrôle (Paraschivoiu, 1998).

3.3 Méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse

La "méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse", est implémentée dans le code développé pour analyser l'écoulement non visqueux. Cette méthode a été présentée par Mavriplis en 1971 et consiste à distribuer des tourbillons sur la surface des corps à analyser (Mavriplis, 1971). Une approximation du profil est faite à l'aide d'un ensemble de lignes droites nommées panneaux. La solution est ensuite déterminée en distribuant des tourbillons sur la surface d'un corps qui se trouve dans un écoulement uniforme et circulaire. La condition de vitesse tangentielle nulle sur la surface interne du corps est équivalente à la "condition de tangence" et donc la vitesse tangentielle sur la surface externe du corps est égale à l'intensité des tourbillons. Alors on peut exprimer la vitesse tangentielle en un point intérieur de la surface du corps de la façon suivante:

$$V_{tP} = \vec{V}_\infty \cdot \vec{t} + \frac{\omega}{2} + \int_{S_B} \gamma \vec{t} \cdot \nabla \Phi_v dS \quad (3.4)$$

$\frac{\omega}{2}$ - vitesse induite par l'écoulement circulaire;

γ - intensité des tourbillons sur la surface;

$\vec{t}$ - tangente au point P ;

S_B - surface du corps;

$(\vec{t} \cdot \nabla \Phi_v)$ - taux de changement de Φ_v selon la direction $\vec{t}$.

Puisque le point P se trouve sur la surface interne du corps, la vitesse tangentielle est égale à zéro et l'équation (3.4) devient :

$$0 = \vec{V}_\infty \cdot \vec{t} + \frac{\omega}{2} + \int_{S_B} \gamma \vec{t} \cdot \nabla \Phi_v dS \quad (3.5)$$

On cherche γ et $\frac{\omega}{2}$ qui satisfont l'équation (3.5) pour tous les points de la surface du profil.

Une fois qu'on connaît la distribution γ on sait que la vitesse tangentielle notée par V_t en un point P de la surface externe du corps est égale à l'intensité du tourbillon à cet endroit.

Discretisation (Paraschivoiu, 1998). La discrétisation dans cette méthode s'effectue de la même façon qu'avec la méthode de Hess et Smith. La distribution de tourbillons $\gamma(s)$ est constante sur chaque panneau, mais elle varie d'un panneau à l'autre. Si on a N panneaux, on obtient $(N+1)$ inconnues, soit les N valeurs de γ_i et la valeur de ω . On applique l'équation (3.5) aux N points de contrôle qui sont situés au centre de chaque panneau. L'équation (3.5) devient :

$$0 = \vec{V}_\infty \cdot \vec{t} + \frac{\omega}{2} + \sum_{j=1}^N \gamma_j \int_0^{l_j} \vec{t} \cdot \nabla \Phi_v dS \quad (3.6)$$

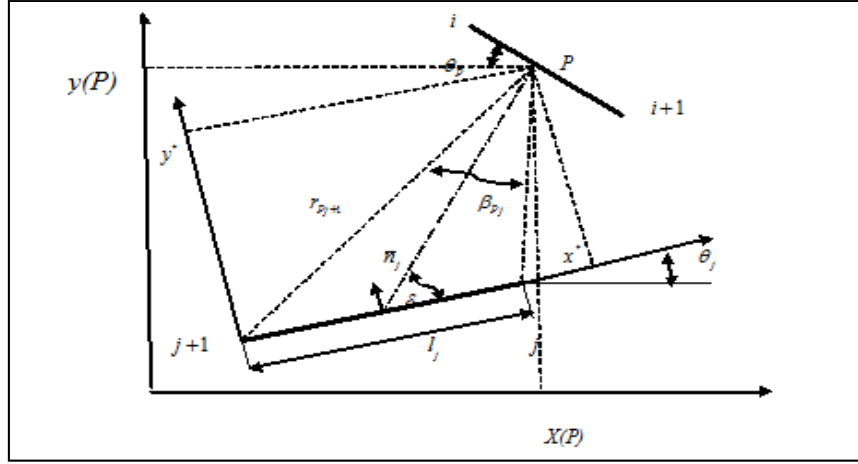


Figure 3.3 Notation sur un panneau

Une fois trouvée la valeur de l'intégrale, on obtient:

$$0 = \vec{V}_\infty \cdot \vec{t} + \frac{\omega}{2} + \sum_{j=1}^N \gamma_i A_{P,j} \quad (3.7)$$

A_{Pj} représente la valeur de l'intégrale au point de contrôle P qui est situé au centre de panneau j .

$$A_{Pj} = \frac{1}{2\pi} \left[\beta_{P,j} (\cos \theta_p \cos \theta_j + \sin \theta_p \sin \theta_j) + \ln \frac{r_{P,j+1}}{r_{P,j}} (\sin \theta_p \cos \theta_j - \cos \theta_p \sin \theta_j) \right] \quad (3.8)$$

$$r_{P,j} = \sqrt{(\bar{x}_P - x_j)^2 + (\bar{y}_P - y_j)^2} \quad (3.9)$$

$$\beta_{P,j} = \arctg \left[\frac{(\bar{y}_P - y_j)(x_{j+1} - \bar{x}_P) - (\bar{y}_P - y_{j+1})(x_j - \bar{x}_P)}{(\bar{y}_P - y_j)(\bar{y}_P - y_{j+1}) - (x_j - \bar{x}_P)(x_{j+1} - \bar{x}_P)} \right] \quad (3.10)$$

L'équation (3.7) devient un système d'équations algébriques linéaires lorsqu'on l'applique aux points de contrôle i situé au centre du panneau. On obtient un système de N équations à $(N+1)$ inconnues :

$$-\vec{t} \cdot \vec{V}_\infty = \frac{\omega}{2} + \sum_{j=1}^N \gamma_j A_{i,j}, \quad i=1,2,3,\dots,N \quad (3.11)$$

Lorsque $i=j$, l'équation (3.8) n'est plus valide car le coefficient $A_{i,j}=1/2$. Pour pouvoir résoudre le système il manque une seule équation. On obtient cette équation en appliquant la condition de Kutta au bord de fuite: c'est-à-dire que les vitesses tangentielles sont égales aux points de contrôle adjacents au bord de fuite alors aux points $i=1$ et $i=N$. Comme ces vitesses tangentielles sont égales à l'intensité des tourbillons dans ces points, la condition de Kutta s'exprime par l'équation (3.12).

$$\gamma_1 + \gamma_N = 0 \quad (3.12)$$

Les équations (3.11) et (3.12) forment un système de $N+1$ équations et $N+1$ inconnues écrit sous la forme matricielle suivante :

$$[A]\{x\} = \{b\} \quad (3.13)$$

où $[A]$ est une matrice carrée de dimension $N+1$ contenant les coefficients d'influence. On trouve les coefficients d'influence de $[A]$ avec l'équation (3.8). Les autres coefficients sont :

$$A_{i,i} = -1/2;$$

$$A_{i,N+1} = 1/2;$$

$$A_{N+1,j} = 0 \text{ sauf } A_{N+1,1} = A_{N+1,N} = 1.$$

Le vecteur $\{x\}$ est inconnu. Il a la dimension $N+1$ et il contient les coefficients suivantes:

$$x_i = \gamma_i \quad i=1, 2, \dots, N-1, N \quad x_{N+1} = \omega.$$

Le vecteur $\{b\}$ est constant. Ces coefficients sont déterminés par l'équation (3.14).

$$\begin{aligned} b_i &= -V_\infty \cos(\alpha - \theta_i) \quad i=1,2,3,\dots,N-1,N \\ b_{N+1} &= 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

On résout le système (3.13) et on peut déterminer les vitesses tangentielles aux points de contrôle de la façon suivante:

$$V_{t,i} = \gamma_i \quad (3.15)$$

En utilisant la vitesse tangentielle sur chaque panneau on peut déterminer le coefficient de pression C_p au point $(\bar{x}_i, \bar{y}_i)$ avec l'équation suivante:

$$C_p(\bar{x}_i, \bar{y}_i) = 1 - \left(\frac{V_{ti}}{V_\infty} \right)^2 \quad (3.16)$$

Lorsqu'on connaît les valeurs de C_p sur chaque panneau on peut tracer les courbes de distribution de pression en fonction de la corde pour un angle d'attaque α donné.

Avec la "méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse" implémentée, le code aérodynamique calcule les vitesses des écoulements et les coefficients de pression sur les profils à analyser. Les vitesses sont nécessaires pour solutionner les équation de la couche limite afin de calculer les coefficients de frottement C_f , l'épaisseur de déplacement δ^* , l'épaisseur de quantité de mouvement θ et le facteur de forme H . Les coefficients de pression du profil *ATR-42* sont comparés avec ceux obtenus avec Xfoil et en soufflerie Price-Païdoussis, dans le sous chapitre 6.4. Les coefficients de pression sont nécessaires aussi pour obtenir les coefficients aérodynamiques de portance de traînée et de moment. Après leurs l'analyse on peut conclure que la "méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse" est parfaitement intégrée dans le programme de calcul car les trois méthodes donne des résultats presque identiques.

CHAPITRE 4

MÉTHODE NUMÉRIQUE AVEC DIFFÉRENCES FINIES POUR LE CALCUL DE LA COUCHE LIMITE

Premièrement, ce chapitre présente la résolution de l'équation de Falkner-Skan. Ces solutions sont utilisées comme des conditions initiales pour la méthode numérique avec des différences finies. Ensuite, la méthode avec de différences finies a été abordée. Cette méthode est implémentée dans le code aérodynamique développé pour résoudre les équations de la couche limite pour les écoulements laminaires et turbulentes. Par la suite, la transition entre l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent est présentée. La dernière section du chapitre 4 est dédiée à la description générale du code aérodynamique développé dans ce mémoire.

4.1 Équation de Falkner-Skan. Conditions initiales et aux limites

Les équations de la couche limite, laminaire et turbulente, peuvent être résolues en tenant compte des conditions limites et initiales présentées dans le sous-chapitre 2.5. Il existe deux méthodes pour résoudre l'écoulement laminaire et turbulent. Première méthode appelée la méthode différentielle utilise les équations différentielles aux dérivées partielles (2.2) et (2.12). La deuxième méthode appelée la méthode intégrale, utilise l'équation (2.29). Le programme de calcul que nous avons développé dans ce mémoire utilise la méthode différentielle, méthode détaillée dans cette section.

En général, pour un écoulement laminaire, la solution des équations (2.2) et (2.13) pour v et $u_e(x)$ connues est :

$$\frac{u}{u_e} = g(x, y) \quad (4.1)$$

où g est une fonction générale de x et y . Il existe des situations dans lesquelles

$$\frac{u}{u_e} = g(\eta) \quad (4.2)$$

La variable de similarité, η est en fonction de x et y . Dans ces situations, le nombre de variables indépendantes est réduit de deux variables (x et y) à une seule (η). Alors, pour l'écoulement laminaire, les équations (2.2) et (2.12) deviennent des équations ordinaires différentielles pour u et v dont la variable de similarité η est définie par:

$$\eta = \sqrt{\frac{u_e}{\nu x y}} \quad (4.3)$$

Une fonction adimensionnelle $f(\eta)$ est reliée à la fonction d'écoulement $\psi(x, y)$ par l'équation (4.4) (Cebeci, 1999).

$$f(\eta) = \frac{\psi(x, y)}{\sqrt{u_e \nu x}} \quad (4.4)$$

Alors les équations (2.2) et (2.12) peuvent être exprimées comme des équations ordinaires différentielles d'ordre trois, en η et sont connues comme les équations de Falkner-Skan

$$f''' + \frac{m+1}{2} f f'' + m [1 - (f')^2] = 0 \quad (4.5)$$

où m est un paramètre adimensionnel, gradient de pression, défini par :

$$m = \frac{x}{u_e} \frac{du_e}{dx} \quad (4.6)$$

L'équation (4.5) a été étudiée en détail par Hartree qui élimine le paramètre m en utilisant les transformations linéaires suivantes :

$$Y = \left(\frac{m+1}{2} \right)^{1/2} \eta, \quad F = \left(\frac{m+1}{2} \right)^{1/2} f \quad (4.7)$$

L'équation (4.5) devient:

$$F''' + FF'' + \beta[1 - (F')^2] = 0 \quad (4.8)$$

où β est défini par (Cebeci, 1999):

$$\beta = \frac{2m}{m+1} \quad (4.9)$$

On peut exprimer η par la relation suivante:

$$\eta = y \sqrt{\frac{(m+1)u_e(x)}{2\nu x}} \quad (4.10)$$

L'équation (4.8) est une équation différentielle d'ordre 3 qui ne peut pas être résolue en *Matlab*. Nous allons la transformer dans un système de 4 équations de premier ordre. Selon les conditions limites et initiales (Cebeci et Cousteix, 2005) on obtient:

$$\begin{aligned} F(0) &= F'(0) = 0, \\ F'(\infty) &= 1 \end{aligned} \quad (4.11)$$

Puisqu'on ne connaît pas $F''(0)$ on utilise la fonction *ODE45* de *Matlab* afin de trouver la valeur de $F''(0)$ pour laquelle $F'(\infty) = 1$ (Bergman, 2003).

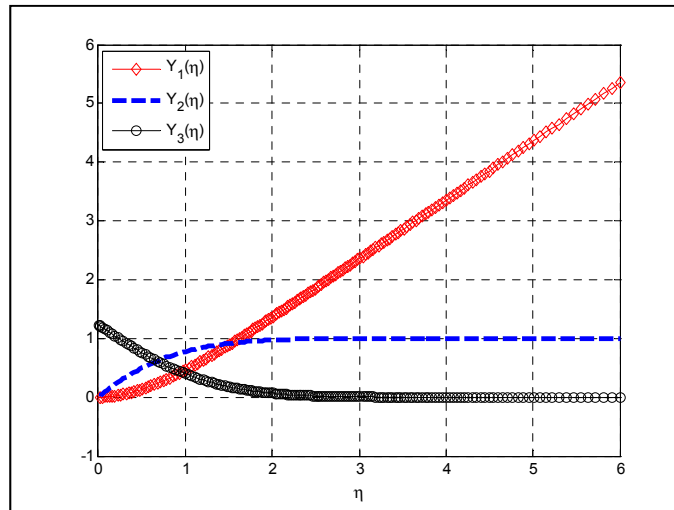


Figure 4.1 Graphique avec les solutions du système

La fonction *ODE45* résout les équations différentielles de premier ordre ayant la forme $y' = f(t, y)$ où t est une variable indépendante et y est un vecteur de variables dépendantes à trouver. Elle intègre le système d'équations différentielles de $t = t_0$ à $t = t_{final}$ avec la condition $y = 0$ (Matlab, 2010). On trouve que pour $F''(0) = 1.23259$, $F'(\infty) = 1$. (Voir la Figure 4.1 la courbe pointillés) (Oroveanu, 1967).

Par la suite, on peut créer un système de quatre équations différentielles de premier ordre.

$$\begin{cases} F = y_1 \\ F' = y_2 \\ F'' = y_3 \\ F''' = -y_1 y_3 - \beta(1 - y_2^2) \end{cases} \quad (4.12)$$

Finalement, on résout le système en tenant compte des relations suivantes:

$$u = u_e F';$$

$$v = \frac{-u_e}{2\sqrt{\text{Re}_x}} \left[(m-1)\eta F' + (m+1)F \right];$$

$$\text{pour } m=1 \quad \eta = y \sqrt{\frac{u_e(x)}{\nu x}};$$

$$\nu = -\frac{Fu_e}{\sqrt{\text{Re}_x}};$$

$$\text{Re}_x = \frac{u_e x}{\nu};$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Les solutions du système sont les solutions des équations de Falkner-Skan et sont utilisées comme conditions initiales pour le calcul des équations de la couche limite.

4.2 Méthodes avec des différences finies pour résoudre la couche limite laminaire

Dans le code développé, la résolution des équations de la couche limite (2.11) et (2.12) pour un écoulement laminaire et turbulent, utilise la méthode avec de différences finies. Dans cette méthode, les dérivées partielles de ces deux équations de la couche limite sont remplacées avec les formules de différences finies (4.13) (Fletcher, 1991), (Burden et Faires, 2011). Ensuite, ces différences finies sont calculées directement sur les normales à la surface à l'aide d'une grille uniforme affichée dans la Figure 4.2. Le calcul commence avec la normale qui se trouve dans le point de vitesses nulles. Sur cette normale on connaît les valeurs des vitesses car elles sont calculées avec l'équation de Falkner-Skan et sont utilisées comme des conditions initiales. La façon dont les calculs sont faits est présentée par la suite.

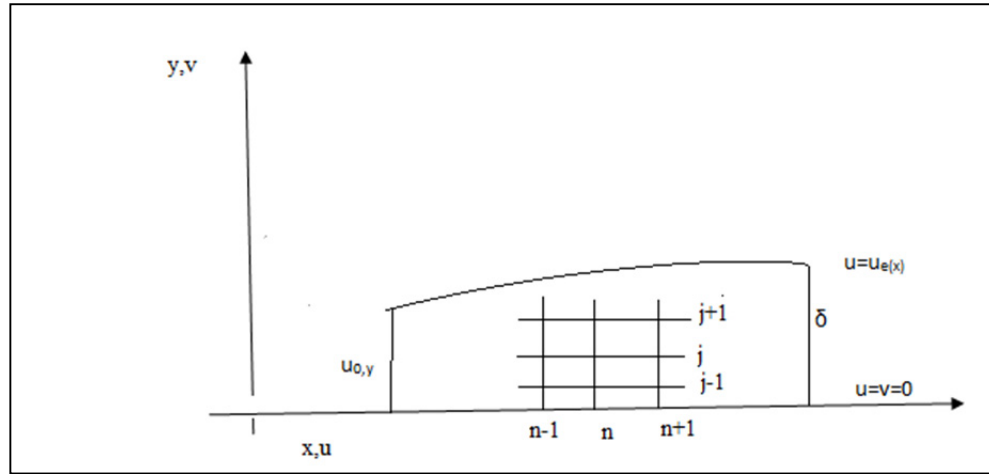


Figure 4.2 L'écoulement de la couche limite

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{(1.5u_j^{n+1} - 2u_j^n + 0.5u_j^{n-1})}{\Delta x} + o(\Delta x^2), \\
 \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{(u_{j+1}^{n+1} - u_{j-1}^{n+1})}{2\Delta y} + o(\Delta y^2), \\
 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{(u_{j-1}^{n+1} - 2u_j^{n+1} + u_{j+1}^{n+1})}{\Delta y^2} + o(\Delta y^2).
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

Dans le but d'obtenir un système linéaire d'équations pour u^{n+1} , les composantes de la vitesse u et v qui se trouvent du côté gauche de l'équation (2.12) ont été extrapolées en utilisant les relations suivantes :

$$\begin{aligned} u_j^{n+1} &= 2u_j^n - u_j^{n-1} + o(\Delta x^2) \\ v_j^{n+1} &= 2v_j^n - v_j^{n-1} + o(\Delta x^2) \end{aligned} \quad (4.14)$$

En substituant les deux équations (4.14) dans l'équation (2.12) et après leur réarrangement, on obtient un système tri diagonal d'équations, associé aux lignes de la grille $n + 1$ sur la couche limite (Fletcher, 1991).

$$\begin{aligned} a_j u_{j-1}^{n+1} + b u_j^{n+1} + c u_{j+1}^{n+1} &= d_j, \\ a_j &= -\frac{\Delta x}{2\Delta y} (2v_j^n - v_j^{n-1}) - v \frac{\Delta x}{\Delta y^2}, \\ b_j &= 1.5(2u_j^n - u_j^{n-1}) + 2v \frac{\Delta x}{\Delta y^2}, \\ c_j &= \frac{\Delta x}{2\Delta y} (2v_j^n - v_j^{n-1}) - v \frac{\Delta x}{\Delta y^2}, \\ d_j &= (2u_j^n - u_j^{n-1})(2u_j^n - 0.5u_j^{n-1}) + \Delta x(u_e \frac{du_e}{dx})^{n+1}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

L'équation (4.15) ne s'applique pas à $j=1(y=0)$ où à $j=jMAX(y=y_{\max})$. Quand $j = jMAX - 1$, $u_{jMAX} = u_e$, alors d_j est remplacé par $d_j - c_j u_e^{n+1}$ et $c_j = 0$.

Dès que u_j^{n+1} est trouvé on peut obtenir v_j^{n+1} dans l'équation (2.2), $v_j^{n+1} = v_{j-1}^{n+1}$.

$$-0.5 \frac{\Delta y}{\Delta x} \left[(1.5u_j^{n+1} - 2u_j^n + 0.5u_j^{n-1}) + (1.5u_{j-1}^{n+1} - 2u_{j-1}^n + 0.5u_{j-1}^{n-1}) \right] \quad (4.16)$$

avec $v_1^{n+1} = 0$. Les solutions obtenues avec les équations (4.15) et (4.16) sont précises et stables mais il faut appliquer les conditions limites et initiales trouvées avec les équations de Falkner-Skan dans le sous-chapitre 4.1. Dès que les solutions itératives $u^{k+1} v^{k+1}$ sont

obtenues, elles sont utilisées pour remplacer les équations (4.14). Les équations (4.15) et (4.16) sont résolues à nouveau. Au début de l'itération $u^k = u^n$ et $v^k = v^n$ mais l'itération se termine quand $u^{n+1} = u^{k+1}$ et $v^{n+1} = v^{k+1}$. Plus le pas Δx est petit, plus la précision est bonne (Fletcher, 1991).

4.3 Méthodes avec des différences finies pour résoudre la couche limite turbulente

Pour le calcul de l'écoulement turbulent on utilise la même méthode, avec des différences finies, qui a été utilisée pour l'écoulement laminaire, dans le sous-chapitre 4.2. Après la transition laminaire - turbulente la viscosité du fluide change. Elle n'est plus laminaire. Pour calculer la viscosité turbulente on utilise de modèles de turbulences, modèles qui sont présentés par la suite.

Deux modèles de turbulences sont implémentés: un modèle pour déterminer la viscosité turbulente dans la région intérieure de l'écoulement, et un autre modèle pour déterminer la viscosité turbulente dans la région extérieure. Ce sont des "modèles composites de viscosité tourbillonnaire".

Le modèle Reichardt, spécifique pour les surfaces solides et lisse, est implémenté pour la région intérieure. Selon lui, la viscosité turbulente est définie par l'équation (4.17).

$$\mu_T = k\rho\nu \left[\left(\frac{yu_*}{\nu} \right) - y_a^+ \tanh \left(\frac{yu_*}{\nu y_a^+} \right) \right] \quad (4.17)$$

μ_T - viscosité turbulente;

k - conductivité thermique;

ρ - densité;

ν - viscosité cinématique laminaire;

u_* - vitesse de friction;

y^+ - coordonnée transversale du mur $\equiv yu_* / \nu$.

Le modèle Clauser est implémenté pour la région extérieure.

$$\mu_T = 0.018 \rho U_e \delta^* \quad (4.18)$$

Les modèles de turbulence composite sont relativement facilement à implémenter. Dans la région extérieure la viscosité turbulente est constante à travers la couche limite. Dans la région intérieure, la viscosité turbulente est calculée en fonction de y en commençant avec $y = 0$, vers l'extérieur, jusqu'à ce que μ_T soit inférieure à $\mu_{T_{extérieure}}$.

La Figure 4.3 représente la variation du "modèle de turbulence composite de viscosité tourbillonnaire" sur la couche limite. Le temps nécessaire pour effectuer ces calculs est très court. (Schetz, 2012)

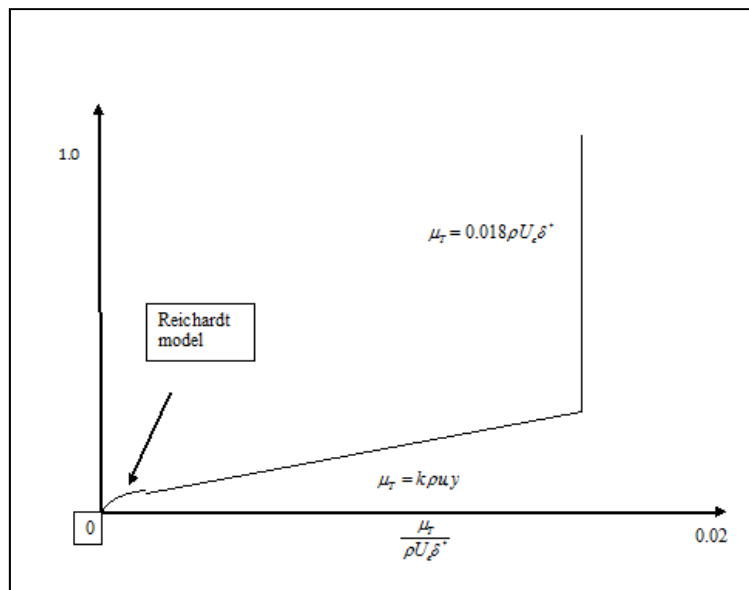


Figure 4.3 Variation du modèle de turbulence composite de viscosité tourbillonnaire sur la couche limite

4.4 Prédiction de la transition

La transition est un processus complexe qui survient pour un nombre de Reynolds élevé, entre l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent, quand des petites perturbations s'amplifient et des phénomènes instables et désordonnés apparaissent. Ces phénomènes sont connus sous le nom de turbulence (White, 2006).

Suite a plus d'un siècle de recherches sur la transition de l'écoulement, des progrès significatifs ont pu être observés, en particulier dans la visualisation des ondes instables, mais les mécanismes ne sont cependant pas encore complètement compris.

Il n'existe pas une théorie fondamentale de transition mais il existe des études basées sur des expérimentations et des corrélations de données essayant de prédire le nombre de Reynolds critique après lequel se déclenche la transition en fonction des paramètres suivantes: le gradient de pression, la rugosité de la paroi, le nombre de Mach, le refroidissement ou l'échauffement de la paroi, l'aspiration ou la rejection de l'écoulement. D'une manière générale, ces études prennent en compte un maximum de deux paramètres à la fois (Silisteanu, Botez, 2009), (Popov *et al.*, 2009).

En 1981, après un long travail expérimental débuté en 1979, Wazzan et son équipe (White, 2006) ont démontré qu'il existait une corrélation entre le nombre de Reynolds critique et le rapport entre la perte de débit massique de fluide et la perte de quantité de mouvement, au travers d'une section de la couche limite par rapport au cas de l'écoulement du fluide parfait; ce rapport était connu sous le nom de facteur de forme H . Ainsi, pour des valeurs de H comprises entre 2.1 et 2.8, Wazzan et son équipe ont proposé, comme critère pratique pour déterminer le point de transition, une expression mathématique décrivant le degré d'instabilité de la couche limite en fonction du facteur de forme H , définie par la relation suivante (White, 2006):

$$\log_{10}(\text{Re}_{x,tr}) \approx -40.4557 + 64.966H - 26.7538H^2 + 3.3819H^3 \quad (4.19)$$

L'équation a été retenue pour être intégrée dans notre code afin de déterminer le point de transition. On peut conclure que l'estimation est bonne car, après comparaison avec le point de transition estimé avec Xfoil, l'erreur relative est en bas de 10% (White, 2006).

4.5 Description du programme

La fonction centrale du programme est *Main*, fonction qui est aussi l'interface entre l'utilisateur et le programme de calcul. Les données d'entrées comme le type de profil, le nombre de Mach, le nombre de Reynolds et les angles d'attaque sont introduits dans le *Main*. Ces données d'entrées sont ensuite prises par les autres fonctions implémentées pour calculer l'écoulement autour du profil sélectionné. Toutes ces fonctions sont détaillées par la suite. Après que les calculs sont faits, *Main* centralise les résultats dans un fichier, *calculation.mat*.

Dès que les coordonnées du profil, le nombre de Mach, le nombre de Reynolds et les angles d'attaque sont introduits dans le *Main*, la fonction *VortexPanelMethod.m*, calcule la vitesse et le coefficient de pression de l'écoulement non visqueux en utilisant la méthode de panneaux avec tourbillons par formulation de vitesse. Par la suite, la fonction *geometry_data.m* trouve le point de stagnation (le point de vitesse nulle), et divise le profil, à partir de ce point en deux parties: l'intrados et l'extrados.

La fonction *get_falkner_skan_stagnation.m* résout l'équation bidimensionnelle de Falkner-Skan pour le point de stagnation. Les solutions de cette équation sont utilisées comme des conditions initiales pour les équations de la couche limite. Pour résoudre l'équation différentielle de troisième ordre de Falkner-Skan, le programme utilise la fonction *falkner_skan_eqs.m* qui transforme cette équation en un système de trois équations différentielles de premier ordre.

Pour le profil déjà divisé, la fonction *implicitLaminarTurbulentBoundaryLayer.m* est utilisée pour effectuer le calcul des équations de la couche limite avec la méthode des différences finies (Fletcher, 1991). Le programme commence les calculs à partir du point de vitesse nulle

et continue sur extrados du profil aérodynamique jusqu'à son bord de fuite. Cette fonction représente le cœur du code développé car les équations de la couche limite sont implémentées ici. C'est la partie plus difficile à faire pour créer un code aérodynamique. Cette fonction nécessite aussi, une grande quantité de ressources de calcul car elle calcule les coefficients de frottement C_f , l'épaisseur de déplacement δ^* , l'épaisseur de quantité de mouvement θ et les facteurs de forme H . Les calculs sont arrêtés sur le bord de fuite et sont repris de nouveau sur le point de vitesses nulles pour continuer sur l'intrados, jusqu'au bord de fuite. L'implémentation de cette fonction utilise la méthode directe de résolution des équations de la couche limite.

La transition entre l'écoulement laminaire et turbulent est estimée avec la corrélation de Wazzan (White, 2006). Pour calculer l'écoulement turbulent, le programme utilise le modèle de turbulence algébrique de tourbillons cohérents "eddy", qui est implémenté dans la fonction *EddyViscosity.m* (Schetz, 2012).

Finalement, la fonction *get_CLCDCM.m* calcule les coefficients aérodynamiques de portance de traînée et de moment en intégrant le coefficient de pression calculé avec la fonction *VortexPanelMethod.m* et le coefficient de frottement calculé avec la fonction *implicitLaminarTurbulentBoundaryLayer.m* sur la surface du profil. Le calcul commence aussi du bord d'attaque vers le bord de fuite.

Le programme nécessite que le profil soit déjà discrétisé en un certain nombre de points correspondants au nombre de panneaux utilisés par la méthode des panneaux. La fonction *NACA4.m* discrétise automatiquement tous les profils NACA à quatre chiffres. La fonction *cosDistribution.m* crée plus de panneaux sur le profil dans les endroits où la courbe est accentuée, c'est-à-dire au bord d'attaque et au bord de fuite.

CHAPITRE 5

LA SOUFFLERIE PRICE-PAÏDOUSSIS

5.1 Introduction

Une soufflerie aérodynamique est une installation d'essais, utilisée pour étudier les effets des écoulements d'air sur des corps, généralement sur modèles de dimensions réduites par rapport à leurs dimensions réelles. A l'aide des instruments spécifiques, on peut mesurer certains paramètres des écoulements comme la pression, la vitesse et aussi on peut visualiser les écoulements autour des corps.

L'utilisation des souffleries est encore omniprésente même à l'époque des ordinateurs et des modèles mathématiques performants. Les données obtenues en soufflerie seront toujours indispensables pour valider les simulations sur ordinateurs, même si l'atmosphère, les conditions de vol et la structure de l'objet peuvent être fidèlement reproduits.

Les profils des ailes à des petites échelles contiennent presque toutes les caractéristiques des ailes à des grandeurs réelles et sont suffisantes pour étudier les phénomènes qui ont lieu sur une aile d'avion.

5.2 Description de la soufflerie Price-Païdoussis

Cette soufflerie a été obtenue comme donation de la part des professeurs Dr. Stuart Price and Dr. Michael Païdoussis de l'Université McGill. Les composants de cette soufflerie ont été décrites dans le rapport techniques "*Coefficients de pression obtenus par expérimentation en soufflerie et par simulation avec le logiciel X-Foil*" (Manuel F. Salinas) et sont les suivantes:

5.2.1 Unité de puissance

Le moteur et le ventilateur font partie de l'unité de puissance. Le moteur de 40 chevaux et 67 ampères est fabriqué par la compagnie NorthWestern Electric Co. Il est couplé au ventilateur par 4 courroies et peut faire tourner le rotor à 1750 tours par minute.

La particularité de ce moteur est qu'il est de type Silicon-Controlled-Rectifier (SCR), ce qui permet de le brancher à une source de tension conventionnelle (120 V) et de rectifier cette tension alternative en tension continue.

L'énergie électrique est transformée en énergie mécanique grâce à la force-couple créée entre le rotor et le stator du moteur. Les courroies transmettent les vitesses contrôlées et constantes aux pâles du ventilateur, ce qui donne une différence de pression et par conséquent, accélère l'écoulement de l'air.



Figure 5.1 Le moteur de la soufflerie

Le ventilateur utilisé par la soufflerie Price-Païdoussis est un ventilateur centrifuge qui produit une pression statique élevée ce qui permet d'accélérer le fluide à de grandes vitesses. Il est conçu par la compagnie Canadian Buffalo, et comporte une double prise d'air et une double ouïe. Les prises d'air se trouvent de chaque côté de la centrifuge et les deux ouïes d'aspiration se trouvent à l'intérieur de la volute, la partie qui est en forme de spirale et qui aide à diriger l'écoulement d'air vers l'unité de conduite.

Les prises d'air ont des registres d'entrée avec 15 pales fixes qui permettent de créer un mouvement giratoire dans le fluide gazeux, qui est provoqué par le changement de direction des vitesses tangentielles et radiales à l'entrée du ventilateur. Les deux turbines placées à

l'intérieur de la volute ont chacune 24 aubes. En fonction de la configuration des aubes, les turbines peuvent être de quatre types :

- Les aubes inclinées vers l'arrière;
- Les aubes radiales;
- Les aubes inclinées vers l'avant;
- Les aubes de type ailes d'avion.

Les deux turbines possèdent des aubes inclinées vers l'avant dans la direction de l'écoulement. Ces aubes sont de plus petite taille que les trois autres types d'aubes et pour une même application, les ventilateurs à aubes inclinées vers l'avant tourneront à plus basse vitesse, que les aubes non-inclinées (normales).



Figure 5. 2 Le ventilateur

5.2.2 Unité de conduite

Diffuseur de transition

Ce diffuseur se trouve entre le ventilateur centrifuge et la buse convergente et il a une longueur de 770 cm. À son plus haut point, le diffuseur mesure 400 cm et comprend deux parties : 1. "un diffuseur à grand angle" et 2. "une section à filtres redresseurs".

Le diffuseur à grand angle

La principale caractéristique du diffuseur à grand angle concerne l'expansion de ses sections transversales, ce qui produit une décélération de l'écoulement. Dans cette partie conique du diffuseur, la séparation entre le fluide et la paroi du solide apparaît. Par conséquent, les fines

couches se décrochent de la paroi et interagissent fortement avec l'écoulement du fluide. Une des façons de limiter le phénomène de séparation de la couche limite est l'utilisation des "filtres en treillis".



Figure 5. 13 Diffuseur à grand angle

La soufflerie de LARCASE utilise un filtre en treillis de forme ovale, avec des motifs circulaires de 0.6 cm de diamètre, installé à 120 cm de la buse terminale de la centrifuge.

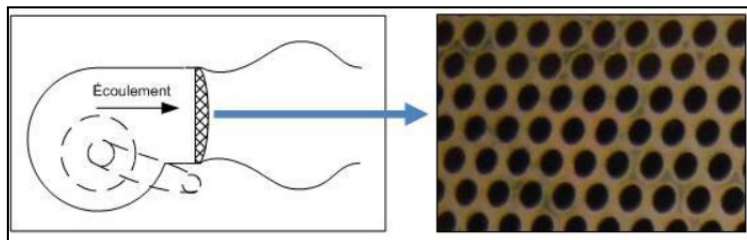


Figure 5. 4 Dessin du filtre en treillis

Les filtres redresseurs

La section des filtres redresseurs se trouve entre la section diffuseur à grand angle et la buse convergente et possède une longueur de 130 cm. La soufflerie Price-Païdoussis est équipée de deux types de filtres: un filtre de "type nid d'abeille" "Honeycombs" et quatre filtres "à motifs carrés faits en plastique".

La forme hexagonale du filtre 'nid d'abeille' réduit la composante longitudinale de la turbulence et la longueur des hexagones (chaque hexagone a une longueur de 6 fois son

diamètre) a pour le but, de réduire la composante latérale de la turbulence. En utilisant ces filtres, l'écoulement reste laminaire et empêche les tourbillons de se former et d'atteindre la chambre d'expérience.

Les quatre filtres de nylon se trouvent à une distance de 36 cm, 106 cm et à 176 cm du filtre nid d'abeille; le quatrième est situé à 30 cm de la buse convergente. Ils sont de forme carrée de 200 cm de côté, forés avec des motifs carrés de 4 mm².

Chaque filtre cause des perturbations de l'écoulement et par conséquent, une perte de pression. Les distances entre ces filtres de nylon permettent un rétablissement de la pression statique. Les filtres en nylon sont conçus pour des souffleries à basse vitesse car ils ne peuvent pas résister à des pressions trop élevées (Figure 5.5).

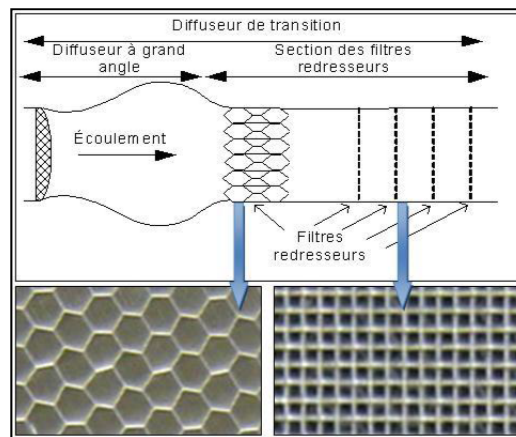


Figure 5. 5 Filtres redresseurs

5.2.3 Buse convergente

La buse convergente est située entre la section unité de conduite et la chambre d'expérience. L'objectif principal de la buse convergente est d'accélérer l'écoulement du fluide pour atteindre la vitesse maximale dans la chambre d'expériences. Les parois font en sorte que le déplacement latéral de l'écoulement et l'apparition de phénomènes turbulents soient évités.

La section reliée au diffuseur de transition a les dimension de 200 x 200 cm. La section reliée à la chambre d'expérience a les dimensions de 62,5 x 91,5 cm. Sa longueur est de 310 cm (Voir la Figure 5.6)

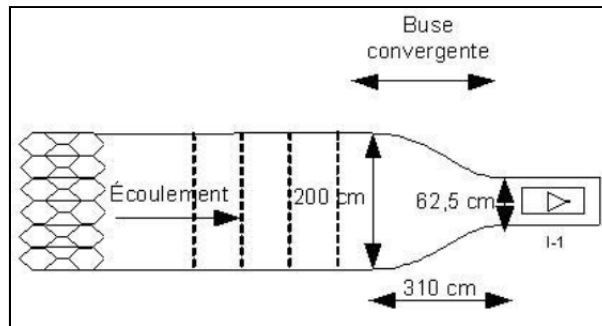


Figure 5. 6 Buse convergente

5.2.4 Chambres d'expérience

La soufflerie est équipée de deux chambres d'expérience, avec des dimensions différentes. Dans la chambre principale de 62.5 cm d'hauteur, 91.5 cm de largeur et 182.5 cm de longueur, l'écoulement peut atteindre une vitesse de 40 m/s, soit, l'équivalent de 0.12 Mach. De chaque côté, deux fenêtres en plexiglas, des dimensions 122 x 46 cm se trouvent et les parois supérieures et inférieures sont des planches en bois de 3 cm d'épaisseur.

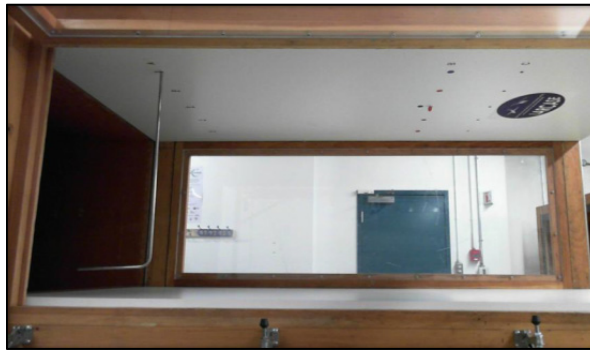


Figure 5. 7 Chambre d'essai numéro 1

La deuxième chambre d'expérience possède les dimensions suivantes : 50 cm d'hauteur, 50 cm de largeur et 120 cm de longueur. L'écoulement peut atteindre une vitesse de 61 m/s, équivalente à 0.18 Mach. Cette chambre en étant plus petite, elle possède, en amont, une buse convergente correspondante à la section en arrière de la soufflerie. Un diffuseur de forme rectangulaire de dimensions de 31 x 61 x 91 cm se trouve à l'autre côté avec une ouverture vers l'extérieur. Le diffuseur sert à ralentir l'écoulement avant de l'envoyer à l'extérieur. La

chambre est construite en bois et pour visualiser les expériences, de chaque côté, deux fenêtres en plexiglas se trouvent.



Figure 5. 8 Chambre d'essai numéro 2

5.2.5 Salle mécanique

Dans la salle mécanique, le panneau d'alimentation électrique, le moteur à courant continu et le ventilateur centrifuge se trouvent. Deux parois composées par de filtres montrés sur la Figure 5.9 se gonflent lorsque le ventilateur centrifuge est en marche.



Figure 5. 9 Filtres de la salle mécanique

Ces filtres servent à uniformiser et diminuer les tourbillons du fluide pour l'alimentation du ventilateur centrifuge, ainsi qu'à éviter que des particules de poussière entrent dans la soufflerie et à diminuer les niveaux sonores.

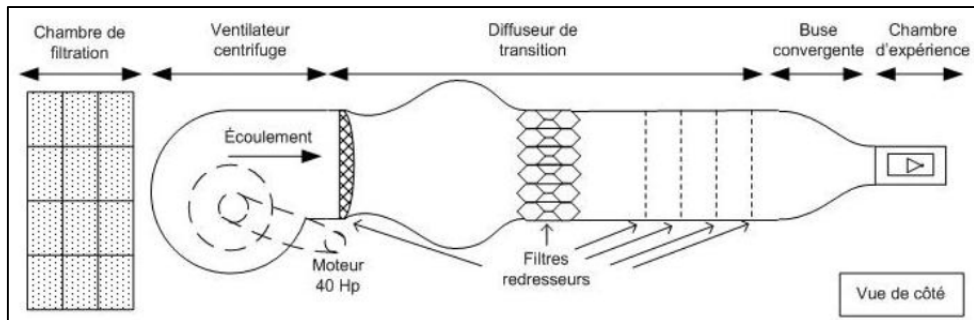


Figure 5. 10 Schéma de la soufflerie Price-Païdoussis

La configuration des différentes sections qui composent la soufflerie subsonique Price-Païdoussis est illustrée sur la figure 5.10 et ses dimensions sont présentées sur la figure 5.11.

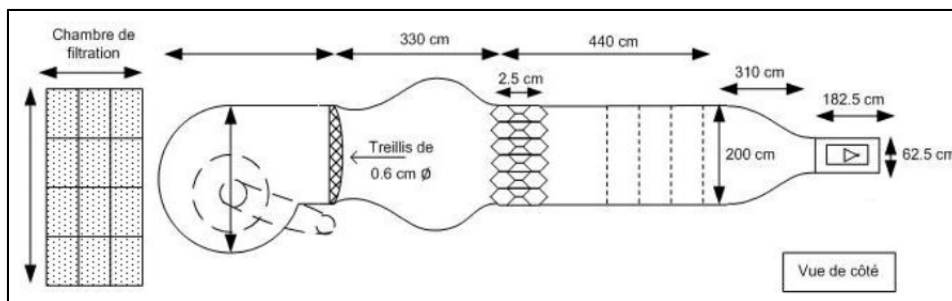


Figure 5. 11 Dimensions de la soufflerie Price-Païdoussis

5.3 Instruments

Dans le but d'étudier les écoulements du fluide sur les modèles aérodynamiques dans la soufflerie, on a besoin de certains instruments avec lesquels on peut mesurer la vitesse de l'écoulement, la pression sur la maquette et ainsi pour l'acquisition de données.

5.3.1 Profil ATR-42

Pour l'étude aérodynamique des ailes, des modèles réduits sont utilisés afin de faciliter les tests en soufflerie. Certains de ces modèles réduits sont achetés par le laboratoire LARCASE et certains sont conçus et fabriqués, sur place, par les étudiants. Le profil *ATR-42* a été

fabriqué dans le laboratoire, à partir de fibres de verre de type TG-18_U, et des matériaux composite-résine époxy (Koreanschi, Sugar-Gabor et Botez, 2014), (Mosbah *et al.*, 2014); Sur ce type de profil, qui reproduit la forme originale de profil *ATR-42* vingt prises de pression ont été installées: quatorze prises de pression ont été installées sur extrados et six autres prises sur intrados. Ces prises de pression statique permettent d'étudier le comportement de l'écoulement sur la surface de l'aile et de quantifier les pressions dans ces vingt prises (Calestreme, 2012).

Les trous sur extrados et intrados où les prises de pression sont installées doivent respecter un nombre d'hypothèses. Les ouvrages spécialisés (Shaw, 1960), (Tavoularis, 2005) indiquent que le diamètre doit être compris entre 0,5 et 3 millimètres. Le rapport entre le diamètre et la distance entre les trous doit être compris entre 5 et 15, tandis que le diamètre de la cavité pour le raccordement des boyaux doit être plus grand que celui du trou. Les tableaux 5.1 et 5.2 présentent la distribution de prises de pression sur l'extrados respectivement sur l'intrados du profil *ATR-42* (Koreanschi, Sugar-Gabor et Botez, 2014).

Tableau 5. 1 Les positions des prises de pression sur l'extrados du profil *ATR-42*

Position sur la corde %	5	10	15	20	25	30	32.5	35	37.5	40	45	50	60	70
Position corde(mm)	12.2	24.4	36.6	48.8	61.0	72.3	79.3	85.4	91.5	97.6	109.8	122.0	146.4	183.0
Longueur d'arc(mm)	19.6	33.1	45.6	57.9	70.1	82.3	88.4	94.5	100.7	106.8	119.0	131.3	155.9	193.0

Tableau 5. 2 Les positions des prises de pression sur l'intrados du profil *ATR-42*

Position sur la corde %	2.77	10	20	40	60	80
Position corde(mm)	6.8	24.4	48.8	97.6	146.4	195.2
Longueur d'arc(mm)	9.9	27.8	52.2	101	149.8	198.8

5.3.2 Le tube de Pitot

La vitesse du fluide dans la chambre d'expériences est mesurée avec les tubes de Pitot. Les tubes Pitot ont des orifices sur la surface, perpendiculaires à la direction de la vitesse, qui servent à mesurer la pression statique, et un orifice au point de stagnation (arrêt), pour calculer la pression totale. La vitesse est déterminée par l'équation de Bernoulli par la différence entre la pression totale et la pression statique du fluide. Ainsi cette vitesse est dépendante de la masse volumique du fluide.

Sur la figure 5.12 quatre tubes Pitot qui sont utilisés dans la soufflerie du LARCASE sont présentées.

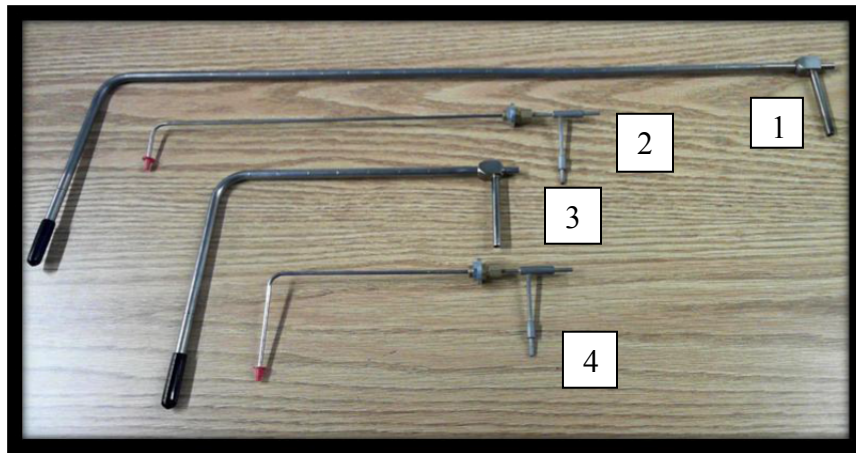


Figure 5. 12 Les tubes de Pitot

- 1 est utilisé pour l'étalonnage des deux chambres d'essais (Mosbah *et al.*, 2013);
- 2 et 4 servants pour la prise des pressions sur des modèles réduits;
- 3 est utilisé comme tube de Pitot de référence.

5.3.3 Système de mesure de la pression

La pression dans soufflerie est mesurée à l'aide de prises de pression, reliées à un système de mesure de pression, AeroLabPTA (Pressure TransducerArray).

Les prises de pression ont été choisies parce qu'elles sont utilisées dans les montages expérimentaux.

Le système *PTA* est un système adaptable et qui, au besoin, est équipé avec des capteurs de pression qui permettent de mesurer la pression atmosphérique absolue entre 800 et 1 200 mbar et la pression absolue de 0 à 10 bar avec une précision de $\pm 0,05\%$ < <http://www.aerolab.com/products/data-acquisition-systems> >.

Les prises de pression installées sur l'intrados et l'extrados de l'aile sont connectées au système *PTA* avec des boyaux de vinyle. Ce système inclut un logiciel exécutable et facile à utiliser nommé LabView (26). Ce logiciel très connu sert à l'acquisition et interprétation des données (Koreanschi, Sugar-Gabor et Botez, 2014).

Les résultats obtenus suite à ces expériences sont ensuite utilisés pour valider le code aérodynamique développé dans ce mémoire. En enregistrant les pressions en ces points où les prises sont placées, on peut ensuite tracer la courbe des coefficients de pression. Ces coefficients de pression expérimentaux sont comparés dans la section 6.4 avec les coefficients de pression obtenus avec notre code et avec Xfoil.

CHAPITRE 6

VÉRIFICATION ET VALIDATION DES RÉSULTATS

6.1 Introduction

Un nouveau code aérodynamique développé pour analyser les écoulements laminaires et turbulents est présenté dans ce mémoire. La création d'un tel programme de calcul est toujours un projet très ambitieux avec un niveau élevé de difficulté. En utilisant les 2 codes numériques, Xfoil et le code ici développé et appelé *BL*, ce chapitre présente l'analyse des résultats obtenus dans le but de le valider et de déterminer sa précision.

Dans le but de solutionner les équations de calcul de la couche limite dans les conditions des écoulements laminaires et turbulents, une démarche basée sur la méthode avec des différences finies a été utilisée. Cette méthode permet l'analyse des profils aérodynamiques en évitant l'utilisation d'algorithmes itératifs, gourmands en temps et ressources de calcul et impliquant souvent des problèmes de convergence.

Les vitesses et les coefficients de pression de l'écoulement non visqueux sont calculés avec la "méthode de panneaux avec tourbillons par formulation de vitesse". L'équation bidimensionnelle de Falkner-Skan est résolue par la suite ainsi ses solutions sont utilisées comme des conditions initiales pour calculer les équations de la couche limite. La "méthode avec des différences finies" a été utilisée pour résoudre ces équations avec lesquelles on a obtenu les paramètres de la couche limite soit le coefficient de frottement C_f , l'épaisseur de déplacement δ^* , l'épaisseur de quantité de mouvement θ et le facteur de forme H . Finalement, les coefficients aérodynamiques de portance de traînée et de moment sont obtenus, en intégrant, sur la longueur du profil, les coefficients de pression et les coefficients de frottement.

Les résultats obtenus avec le nouveau code développé sont comparés avec les résultats obtenus en utilisant le code Xfoil et avec les résultats expérimentaux.

Les concepts de vérification et de validation sont définis. La "vérification" signifie que les équations sont résolues correctement et la "validation" signifie que le code résout les bonnes équations et que la modélisation est correcte (Smith, 2011).

Les coefficients aérodynamiques de portance, de traînée et de moment, obtenus avec le code développé, sont comparés avec ceux obtenus en soufflerie et présentés dans le livre *Theory of Wing Sections* d'Ira Abbott et Albert Von Doenhoff et avec le code Xfoil. Les coefficients aérodynamiques du profil *NACA 4412* sont présentés dans le sous-chapitre 6.2.1 et ceux du profil *NACA 0012* dans le sous-chapitre 6.3.1

La comparaison des coefficients de pression pour le profil *ATR-42* est présentée dans le sous-chapitre 6.4. Ce profil a été analysé dans la soufflerie aérodynamique Price-Païdoussis de *LARCASE* et les coefficients de pression obtenus sont comparés avec ceux du code *BL* développé et ceux du Xfoil.

Les paramètres de la couche limite obtenus avec notre code sont comparés avec les paramètres obtenus avec le code Xfoil. Le sous chapitre 6.2.2 présente ces paramètres du profil *NACA 4412* pour un angle d'attaque de 4 degrés et le sous chapitre 6.2.3 présente les paramètres du même profil, mais à un angle d'attaque de 0 degrés. Ces angles d'attaque sont arbitrairement choisis. Dans le sous chapitre 6.3.1 les résultats de simulation du profil *NACA 0012* sont présentés pour l'angle d'attaque de -4 degrés. L'angle d'attaque de -4 degré a été choisi car le profil *NACA 0012* est un profil symétrique et à 0 degré, les résultats sur l'intrados et sur l'extrados sont les mêmes. Les profils sont simulés pour le nombre de Mach $M = 0.17$ et le nombre de Reynolds $Re = 6 \times 10^6$.

6.2 Analyse des résultats pour le profil *NACA 4412*

6.2.1 Variation des coefficients aérodynamiques pour le profil *NACA 4412* avec l'angle d'attaque α

Ce sous chapitre est dédié à la présentation des coefficients aérodynamiques de profil *NACA 4412*. Les Figures 6.1 à 6.4 montrent la comparaison entre les coefficients obtenus dans les conditions de simulation ci-haut mentionnées pour des angles d'attaque de -10 degrés à +10 degrés en utilisant notre code *BL*, les coefficients calculés par le code Xfoil et ceux obtenus expérimentalement (Abbott et Von Doenhoff, 1959).

La variation du coefficient de portance avec l'angle d'attaque est montrée sur la Figure 6.1 en utilisant les 2 codes numériques, Xfoil et le code ici développé et appelé *BL*. Leurs variations ont été ensuite comparées à celles trouvées expérimentalement (Abbott et Von Doenhoff, 1959). Pour des angles d'attaque négatifs et positifs jusqu'à 5 degrés, les trois courbes sont presque superposées. Pour des angles d'attaque plus grands que 5 degrés, notre code, de même que le code Xfoil, surévalue les valeurs obtenues expérimentalement. Pour des angles d'attaque supérieurs à 10 degrés, dans la zone de décrochage dynamique, les écarts s'amplifient et ainsi il n'est pas pertinent d'utiliser ces résultats ni avec notre code ni avec le code Xfoil.

Tableau 6.1 Les valeurs des coefficients de portance du profil *NACA 4412* calculées expérimentalement et numériquement par le code Xfoil et le code *BL*

Angle d'attaque($^{\circ}$)	C_L Exp.	C_L Xfoil	C_L BL
-10	-0.666	-0.677	-0.678
-6	-0.260	-0.211	-0.206
-2	0.233	0.256	0.268
0	0.450	0.490	0.506
2	0.701	0.723	0.743
6	1.014	1.157	1.217
10	1.388	1.544	1.687

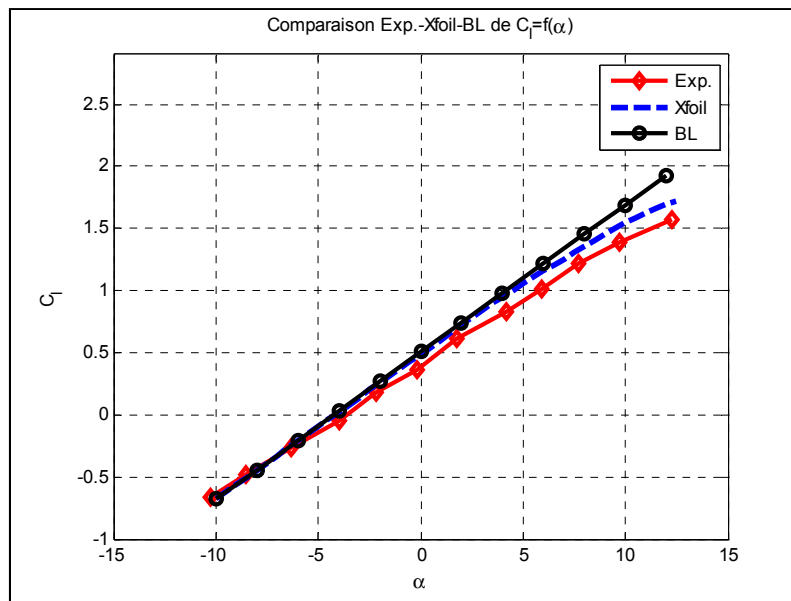


Figure 6.1 Variation du coefficient de portance avec l'angle d'attaque $C_l=f(\alpha)$ du profil *NACA 4412* obtenu avec Xfoil, avec notre code *BL* et expérimentalement

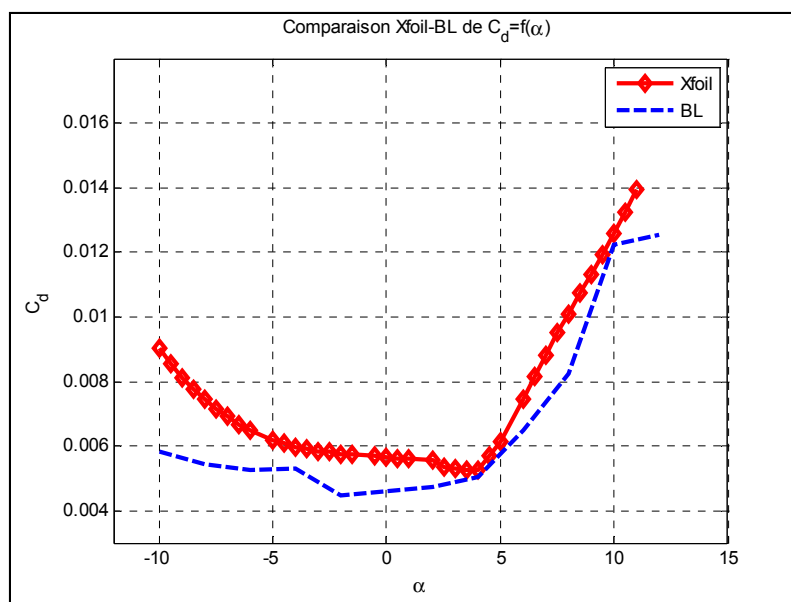


Figure 6.2 Variation du coefficient de traînée avec l'angle d'attaque $C_d=f(\alpha)$ du profil *NACA 4412* obtenu avec Xfoil, avec notre code *BL* et expérimentalement

Tableau 6.2 Les valeurs des coefficients de traînée du profil *NACA 4412* calculées numériquement par le code Xfoil et le code *BL*

Angle d'attaque($^{\circ}$)	C_d Xfoil	C_d BL
-10	0.0058	0.0093
-8	0.0054	0.0074
-6	0.0053	0.0065
-4	0.0053	0.0059
-2	0.0045	0.0057
0	0.0046	0.0056
2	0.0047	0.0055
4	0.005	0.0052
6	0.0065	0.0074
8	0.0082	0.0101
10	0.0122	0.0125

La Figure 6.2 montre la comparaison des coefficients de traînée obtenus numériquement par ces deux codes de calcul aérodynamique, et le Tableau 6.2 montre leurs valeurs. Il faut mentionner que le calcul du coefficient de traînée est toujours le calcul le plus difficile à faire et généralement, les codes ne donnent pas des valeurs précises, c'est-à-dire proches des valeurs expérimentales. Pour des angles d'attaque de -4 degré à $+7$ la courbe de valeurs de notre code suit la courbe de valeurs du code Xfoil. En dehors de cette marge les erreurs relatives dépassent le seuil de 20 %. Ils n'existent pas de résultats expérimentaux valides, pour le coefficient de traînée versus angle d'attaque dans (Abbott et Von Doenhoff, 1959).

Sur la Figure 6.3 sont présentés les coefficients de moment. En suivant la théorie de stabilité longitudinale, le coefficient de moment doit conserver son signe quand l'angle d'attaque augmente et sa progression doit être dans le même sens (Nelson, 1997). Ainsi on peut voir que la courbe générée à l'aide du code développé garde son signe et que les erreurs relatives entre les valeurs expérimentales et celles de notre code ne dépassent pas 20%.

Tableau 6.3 Les valeurs des coefficients de moment du profil *NACA 4412* calculées expérimentalement et numériquement par le code Xfoil et le code *BL*

Angle d'attaque($^{\circ}$)	C_m Exp.	C_m Xfoil	C_m BL
-10	-0.0728	-0.1056	-0.0995
-6	-0.0956	-0.1046	-0.0916
-2	-0.0896	-0.1056	-0.0856
0	-0.0862	-0.1065	-0.0822
2	-0.0900	-0.1077	-0.0789
6	-0.0925	-0.1041	-0.0738
10	-0.0754	-0.0921	-0.0714

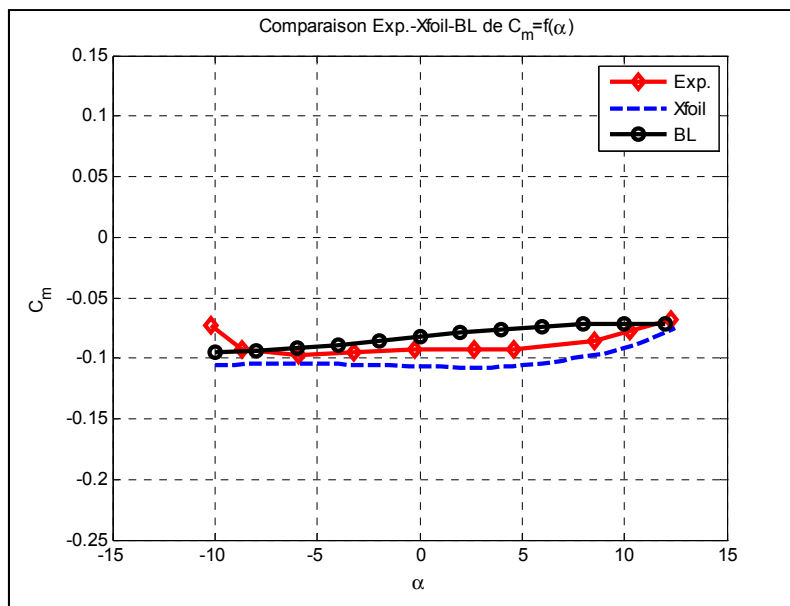


Figure 6.3 Variation du coefficient de moment avec l'angle d'attaque $C_m = f(\alpha)$ du profil *NACA 4412* obtenu avec Xfoil, avec notre code *BL* et expérimentalement

La Figure 6.4 représente la variation des coefficients de traînée en fonction des coefficients de portance. La courbe des résultats obtenus avec notre code *BL*, suit mais surévalue les courbes obtenues expérimentalement et par le code Xfoil.

Les coefficients aérodynamiques du profil *NACA 0012* ainsi que les tableaux avec leurs valeurs sont présentés dans le sous-chapitre 6.3.1.

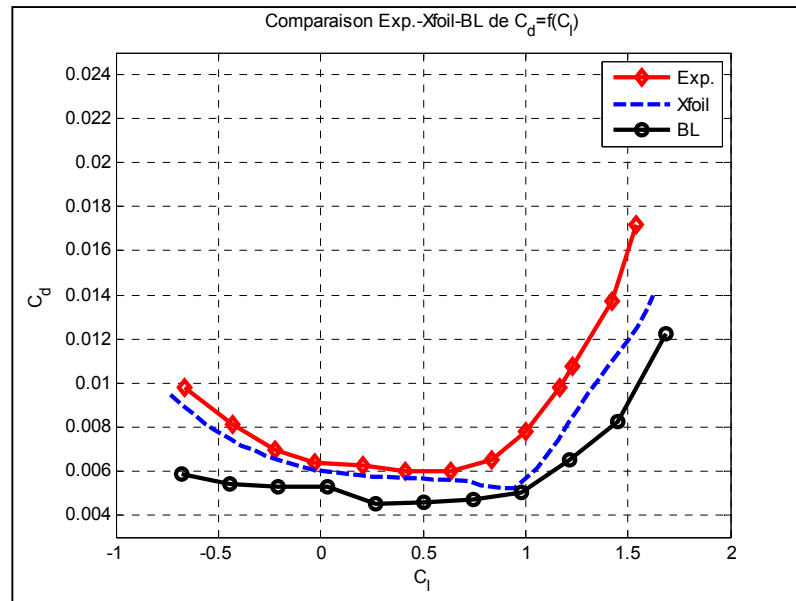


Figure 6.4 Variation du coefficient de traînée versus le coefficient de portance $C_d = f(C_l)$ du profil *NACA 4412* obtenu avec Xfoil, avec notre code *BL* et expérimentalement

6.2.2 Analyse des paramètres de la couche limite pour le profil *NACA 4412* pour l'angle d'attaque de 4 degrés

Le coefficient de frottement C_f , l'épaisseur de déplacement δ^* , l'épaisseur de quantité de mouvement θ et le facteur de forme H sont calculés avec le code *Xfoil* et avec le code développé.

Ce sous chapitre présente les paramètres obtenus sur le profil *NACA 4412* pour un angle d'attaque de 4 degrés. Sur les Figures 6.5 à 6.8, sont représentés les résultats obtenus sur l'extrados, et sur les Figures 6.9 à 6.12 sur l'intrados du profil *NACA 4412*. Les valeurs de ces paramètres sont présentées dans les Tableaux 6.5 à 6.10. Le Tableau 6.4 présente la position du point de transition du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ calculés par le code *Xfoil* et *BL*.

En étudiant les résultats de ces deux codes, on peut constater que les courbes sur les figures, dans beaucoup de cas, sont presque superposées. Il existe cependant des différences pour

l'écoulement laminaire très proche du bord d'attaque. Ces différences sont causées par le résultat d'équation de Falkner-Skan appliquée dans le point de vitesses nulles pour déterminer les conditions initiales. Après la transition, en régime turbulent, les résultats de notre code s'éloignent de ceux de *Xfoil*. Les points de transition estimés sur l'extrados et l'intrados, sont présentés et comparés dans le Tableau 6.4.

Tableau 6.4 Les points de transition du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ calculés numériquement par le code *Xfoil* et le code *BL*

x_{transition}	Xfoil	BL
L'intrados	0.328	0.318
L'extrados	0.99	0.884

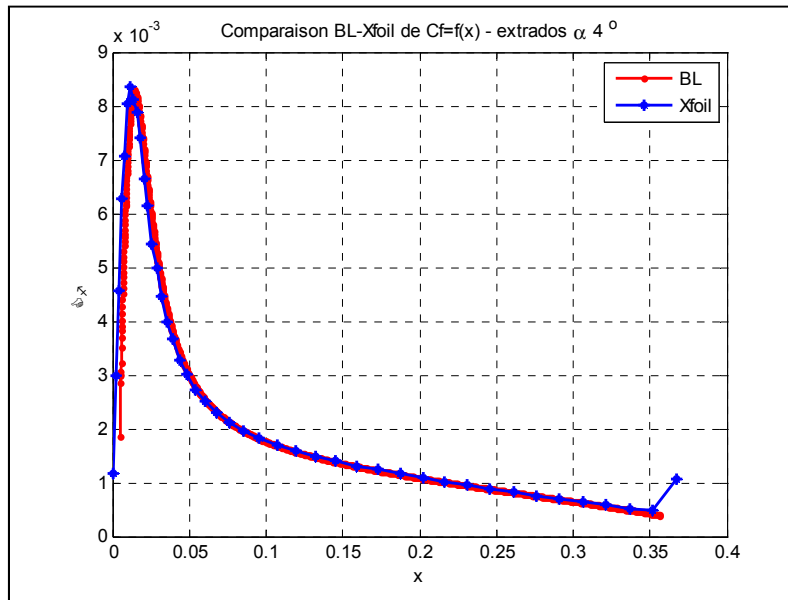


Figure 6.5 Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f = f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

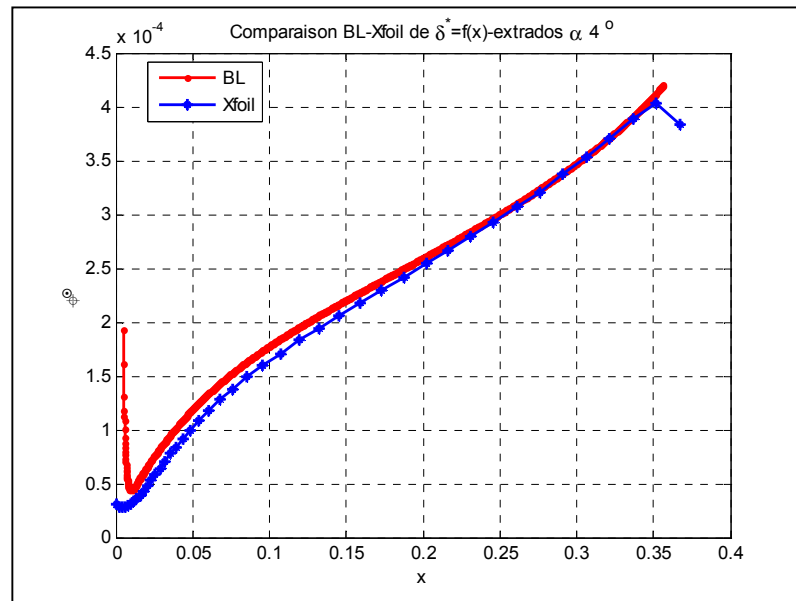


Figure 6.6 Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

Tableau 6.5 Les valeurs de δ^* sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code *Xfoil* et le code *BL*

Position sur la corde	δ^* Xfoil	δ^* BL
0.05	0.0001	0.00012
0.1	0.000171	0.000179
0.15	0.00021	0.00022
0.2	0.000254	0.000261
0.25	0.000293	0.000302
0.3	0.000401	0.00041

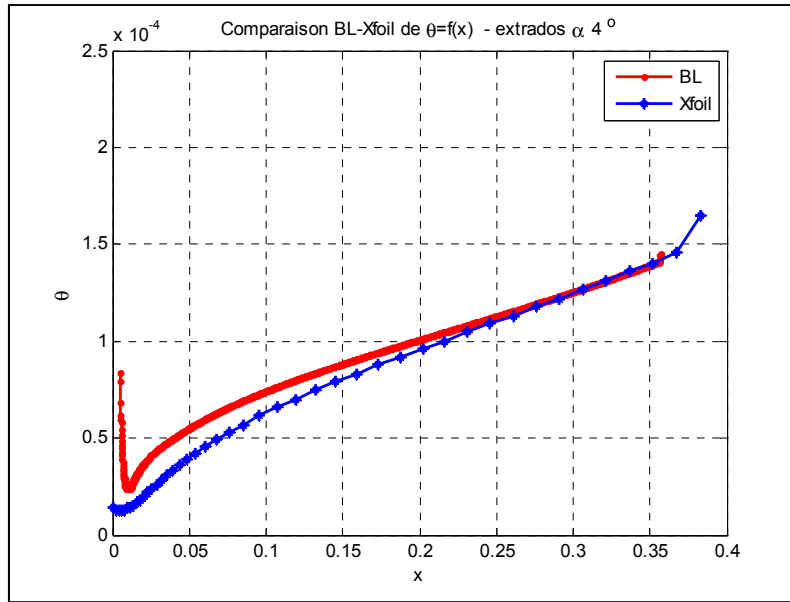


Figure 6.7 Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

Tableau 6.6 Les valeurs de θ sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code *Xfoil* et le code *BL*

Position sur la corde	θ Xfoil	θ BL
0.008	0.000013	0.0000254
0.05	0.000042	0.0000559
0.1	0.000062	0.0000746
0.15	0.000079	0.0000857
0.2	0.000096	0.000101
0.25	0.000109	0.000113
0.3	0.000127	0.000129
0.35	0.00014	0.00013

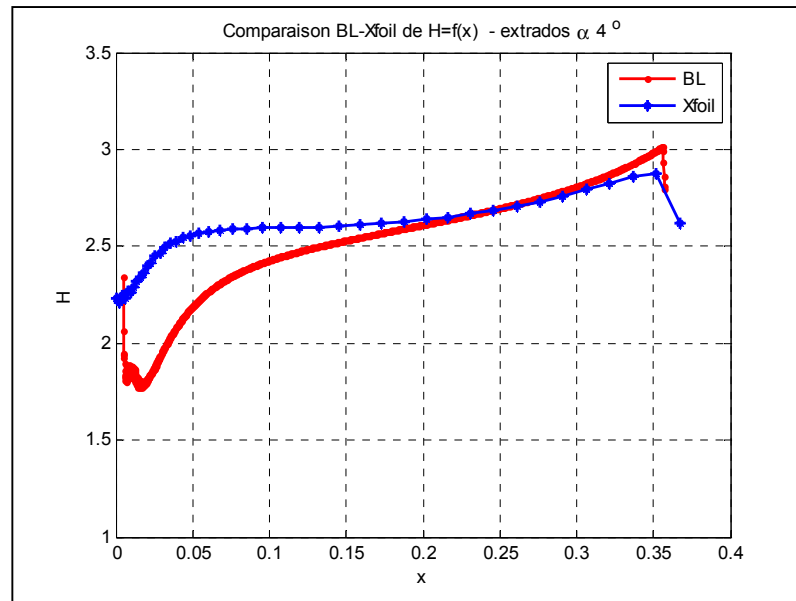


Figure 6.8 Variation de H avec x , $H=f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

Tableau 6.7 Les valeurs de H sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code *Xfoil* et le code *BL*

Position sur la corde	H_Xfoil	H_BL
0.008	2.268	1.85
0.05	2.555	2.201
0.1	2.594	2.431
0.15	2.606	2.529
0.2	2.64	2.61
0.25	2.686	2.67
0.3	2.791	2.798
0.35	2.877	2.991

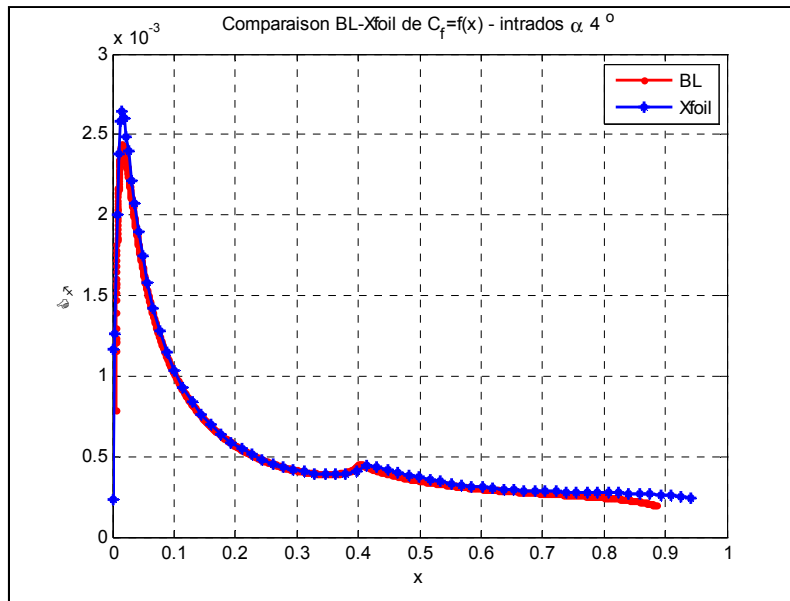


Figure 6.9 Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f = f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

Tableau 6.8 Les valeurs de C_f sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code *Xfoil* et le code *BL*

Position sur la corde	C_f Xfoil	C_f BL
0.02	0.0026	0.0024
0.1	0.00103	0.00092
0.4	0.000412	0.000443
0.5	0.00037	0.000346
0.6	0.000305	0.000309
0.7	0.000274	0.000246
0.8	0.000274	0.000246
0.884	0.000263	0.000196

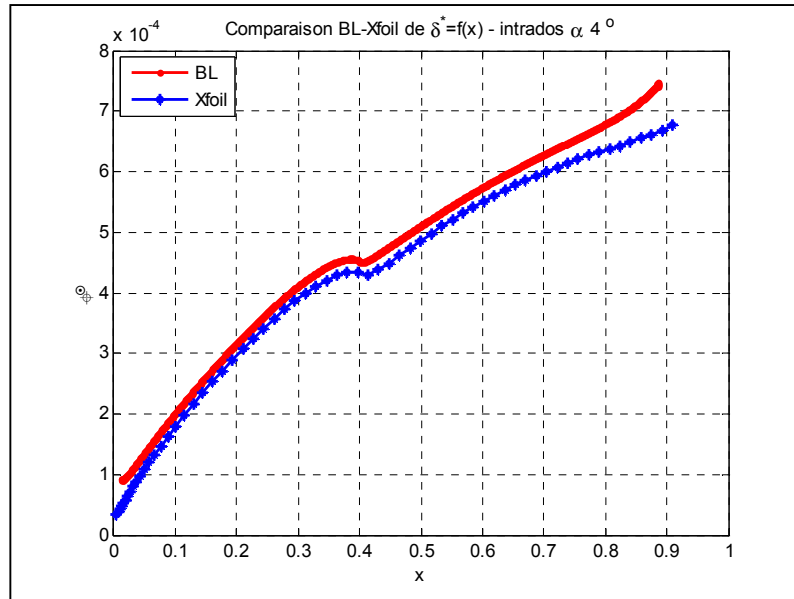


Figure 6.10 Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

Tableau 6.9 Les valeurs de δ^* sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code *Xfoil* et le code *BL*

Position sur la corde	δ^*_{Xfoil}	δ^*_{BL}
0.1	0.00018	0.0002
0.2	0.000289	0.000307
0.3	0.000387	0.000399
0.4	0.000435	0.000451
0.5	0.000486	0.000512
0.7	0.000601	0.000629
0.8	0.000638	0.000679
0.884	0.000638	0.000746

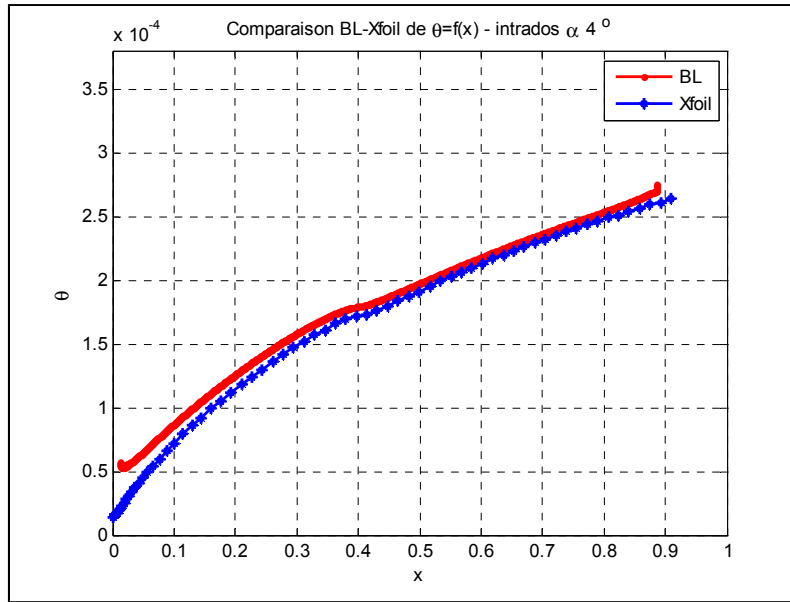


Figure 6.11 Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

Tableau 6.10 Les valeurs de θ sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code *Xfoil* et le code *BL*

Position sur la corde	θ_{Xfoil}	θ_{BL}
0.1	0.000072	0.00008762
0.2	0.000118	0.000127
0.3	0.000147	0.00016
0.4	0.000172	0.000179
0.5	0.000191	0.000198
0.6	0.000213	0.000217
0.7	0.000232	0.000236
0.8	0.000249	0.000254
0.884	0.000259	0.00027

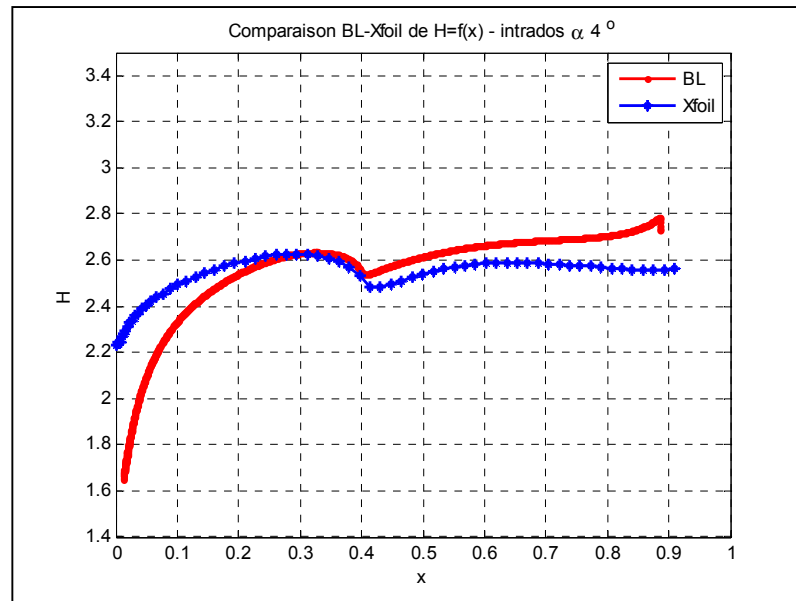


Figure 6.12 Variation de H avec x , $H = f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

Tableau 6.11 Les valeurs de H sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 4^\circ$ calculées numériquement par le code *Xfoil* et le code *BL*

Position sur la corde	H_Xfoil	H_BL
0.1	2.49	2.34
0.2	2.58	2.53
0.3	2.62	2.62
0.4	2.53	2.55
0.5	2.54	2.61
0.6	2.58	2.66
0.7	2.58	2.68
0.8	2.56	2.7
0.884	2.59	2.78

6.2.3 Analyse des paramètres de la couche limite pour le profil *NACA 4412* pour l'angle d'attaque de 0 degré

Ce sous chapitre présente le coefficient de frottement C_f , l'épaisseur de déplacement δ^* , l'épaisseur de quantité de mouvement θ et le facteur de forme H calculés avec le code *Xfoil* et avec notre code *BL* obtenus sur le profil *NACA 4412* pour un angle d'attaque de 0 degrés. Sur les Figures 6.13 à 6.16, sont représentés les résultats obtenus sur l'extrados, et sur les Figures 6.17 à 6.20 sur l'intrados du profil *NACA 4412*. Les valeurs de l'épaisseur de déplacement δ^* sont présentées dans les Tableaux 6.12. La valeur *NaN* de ce tableau est dû au fait que u_e de relation 2.26 est égale a zéro et l'intégrale ne peut pas être calculée.

Pour cet angle d'attaque on peut constater aussi que les courbes sur les figures, dans beaucoup de cas, sont presque superposées et qu'il existe des différences pour l'écoulement laminaire très proche du bord d'attaque. Après la transition, en régime turbulent, les résultats de notre code s'éloignent de ceux de *Xfoil*.

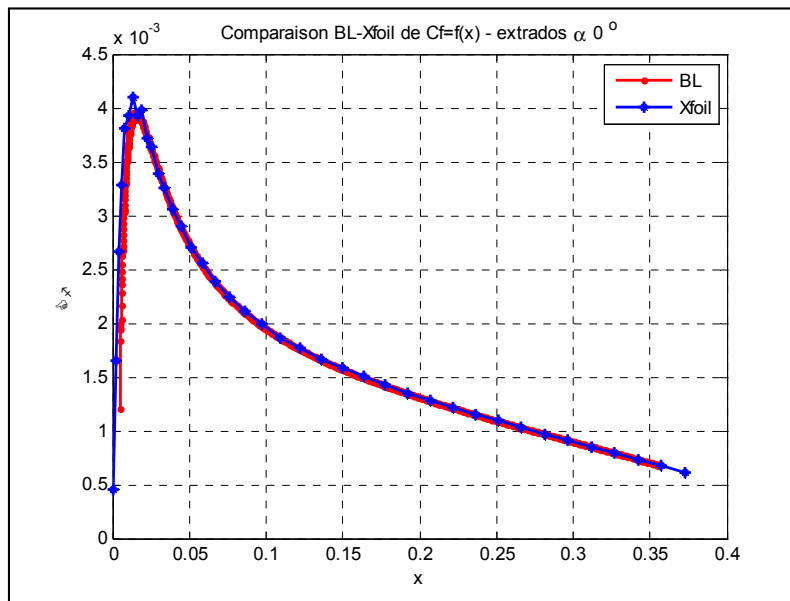


Figure 6. 13 Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f=f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

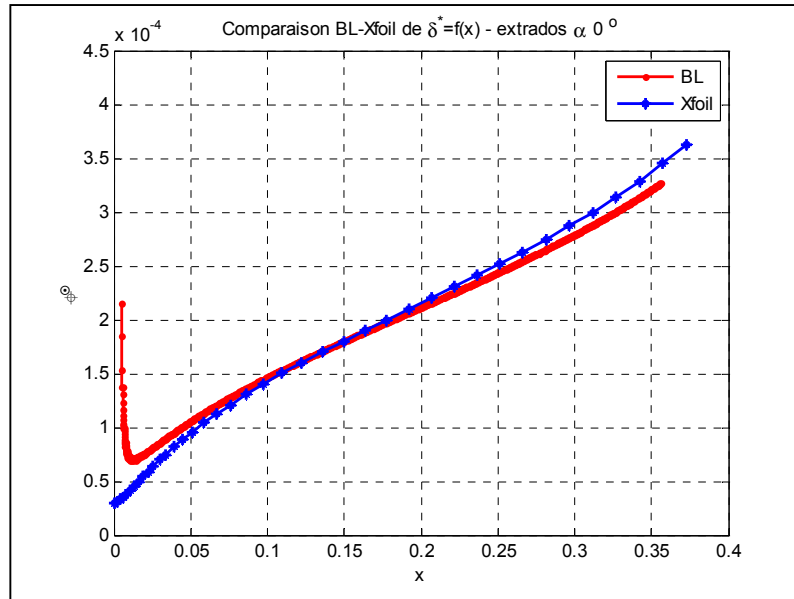


Figure 6.14 Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

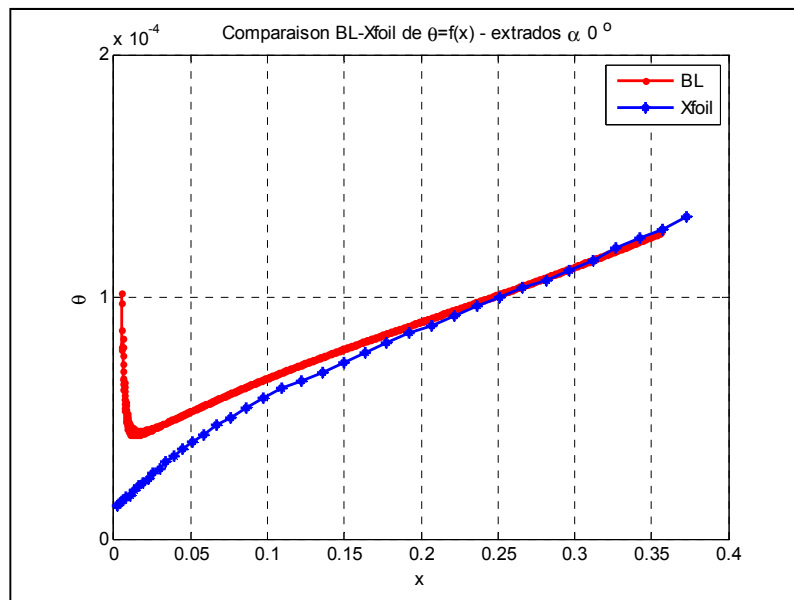


Figure 6.15 Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

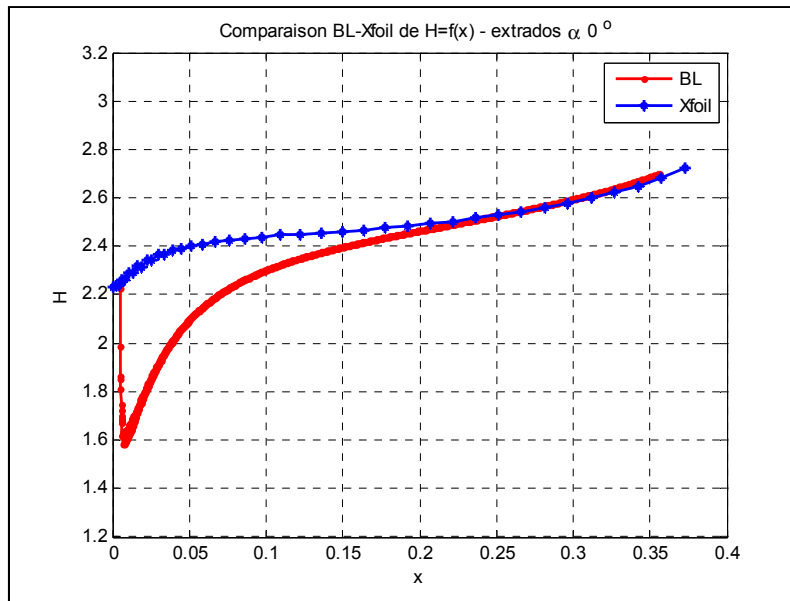


Figure 6.16 Variation de H avec x , $H = f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

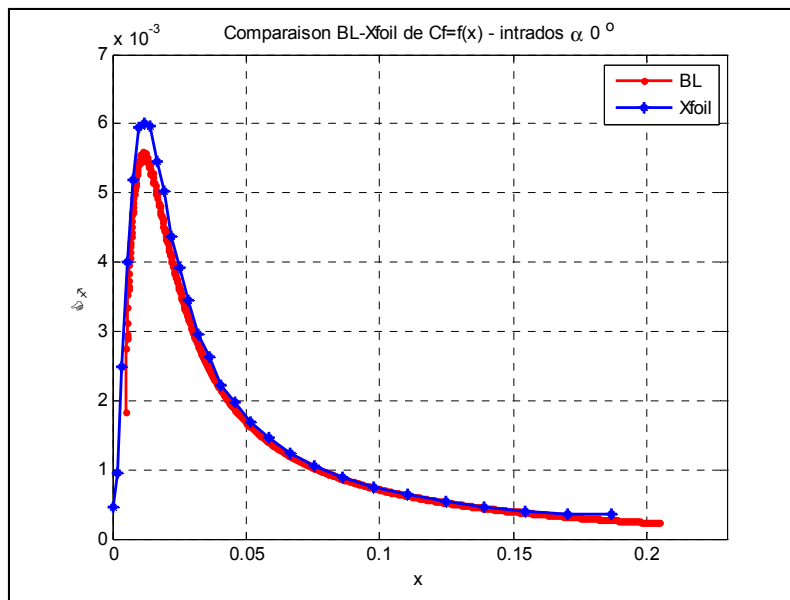


Figure 6.17 Variation du coefficient de frottement avec x , de $C_f = f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

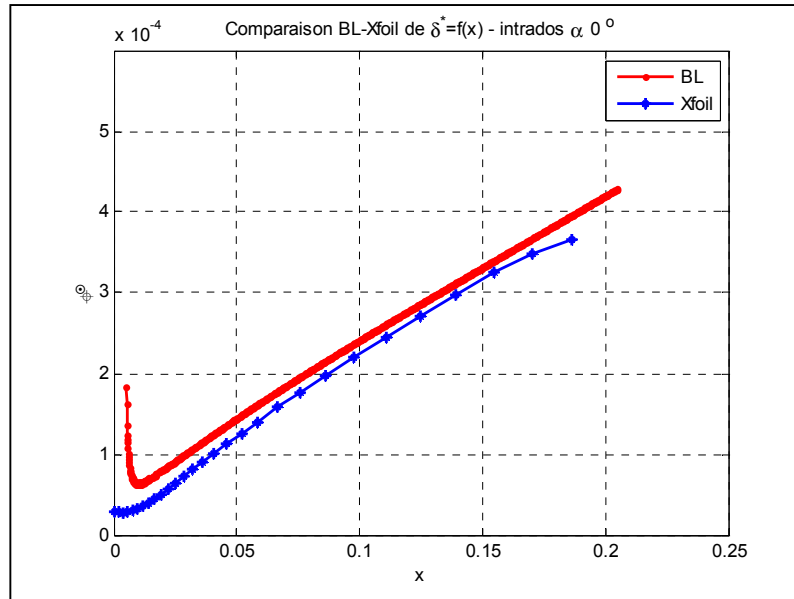


Figure 6.18 Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

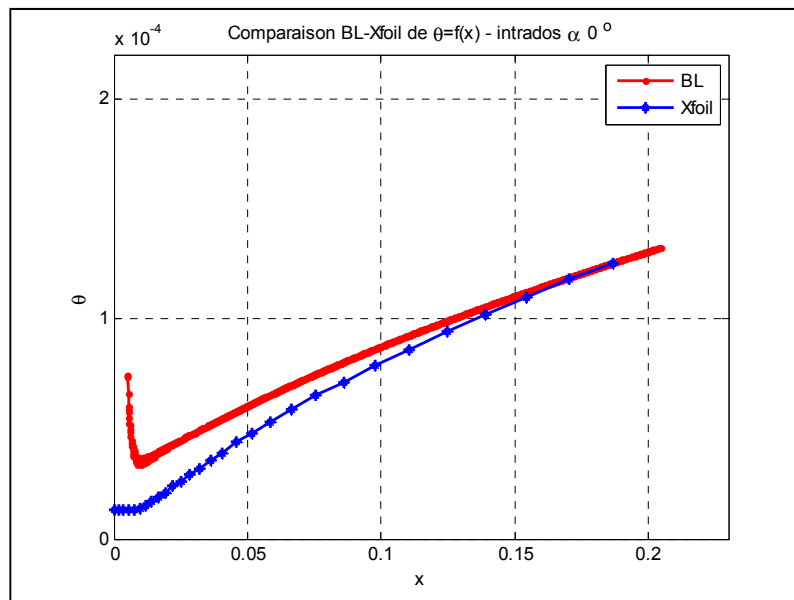


Figure 6.19 Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

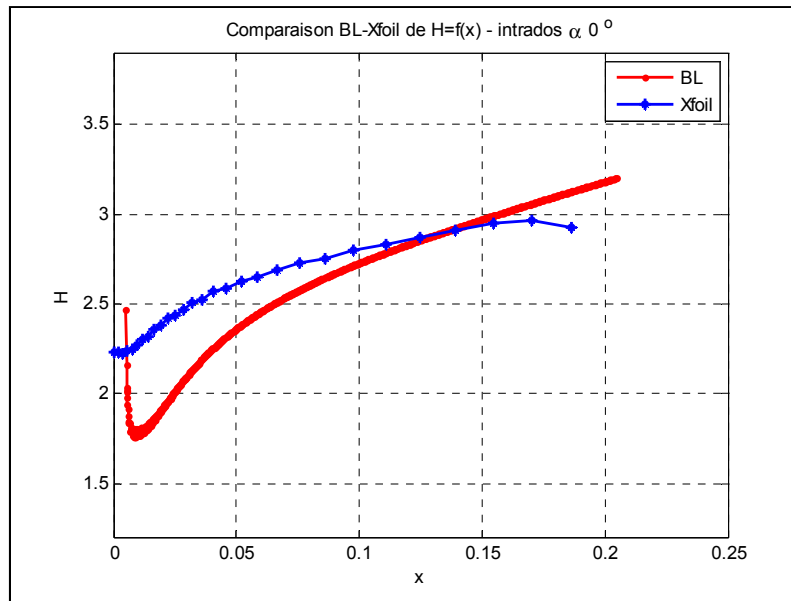


Figure 6.20 Variation de H avec x , $H = f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 0^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

Tableau 6.12 Les valeurs de δ^* sur l'extrados du profil *NACA 4412* à $\alpha = 0^\circ$ calculées numériquement par le code *Xfoil* et le code *BL*

Position sur la corde	δ^* <i>Xfoil</i>	δ^* <i>BL</i>
0	0.029	NaN
0.07	0.1161	0.1233
0.14	0.1732	0.1737
0.21	0.2232	0.2179
0.28	0.2739	0.2643
0.35	0.3366	0.321

6.3 Analyse des résultats pour le profil *NACA 0012*

6.3.1 Variation des coefficients aérodynamiques pour le profil *NACA 0012* avec l'angle d'attaque α

Ce sous chapitre est dédié à la présentation des coefficients aérodynamiques de portance, de traînée et de moment, du profil *NACA 0012*. Les Figures 6.21 à 6.24 montrent la

comparaison entre les coefficients obtenus pour des angles d'attaque de -10 degrés à +10 degrés en utilisant notre code *BL*, les coefficients calculés par le code Xfoil et ceux obtenus expérimentalement (Abbott et Von Doenhoff, 1959). Les valeurs des coefficients de portance et de traînée sont présentées dans le Tableau 6.13 respectivement le Tableau 6.14. Suite à leur analyse on constate que ces résultats varient selon la même loi comme pour le profil *NACA 4412*.

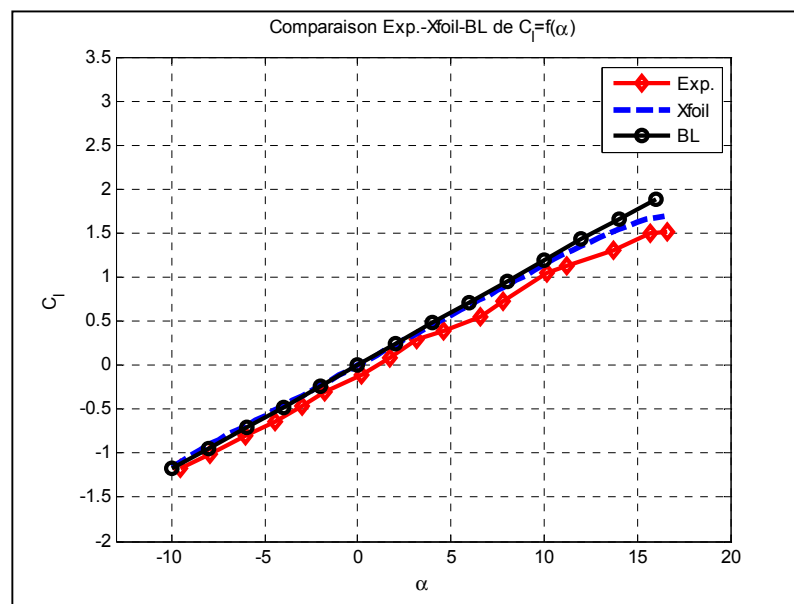


Figure 6.21 Variation du coefficient de portance avec l'angle d'attaque $C_l = f(\alpha)$ du profil *NACA 0012* obtenu avec Xfoil, avec notre code BL et expérimentalement

Tableau 6.13 Les valeurs des coefficients de portance du profil *NACA 0012* calculées expérimentalement et numériquement par le code Xfoil et le code *BL*

Angle d'attaque($^{\circ}$)	C_l Exp.	C_l Xfoil	C_l BL
-6	-0.6781	-0.6832	-0.7096
-2	-0.2145	-0.2297	-0.2367
2	0.2085	0.2297	0.2395
6	0.6161	0.6832	0.7162
10	1.0215	1.1481	1.1904
14	1.4362	1.5407	1.6592

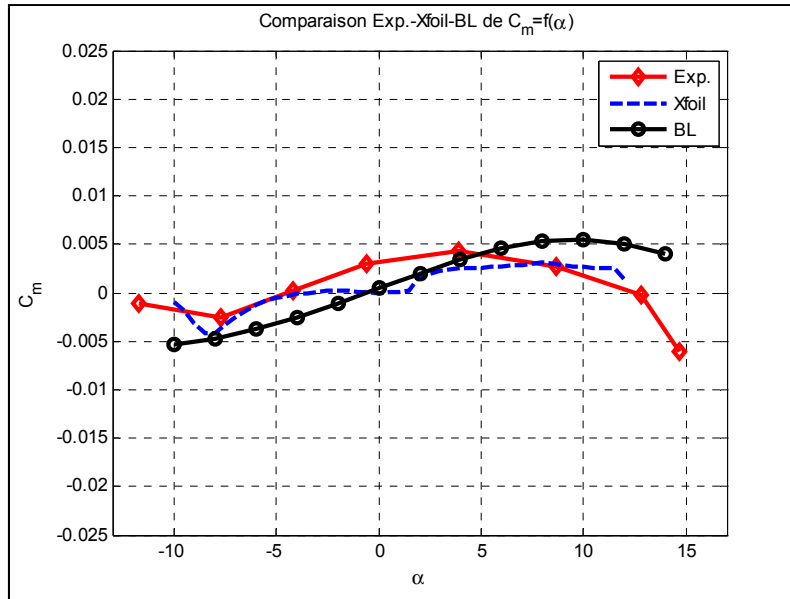


Figure 6.22 Variation du coefficient de moment avec l'angle d'attaque $C_m = f(\alpha)$ du profil *NACA 0012* obtenu expérimentalement, avec Xfoil et avec notre code BL

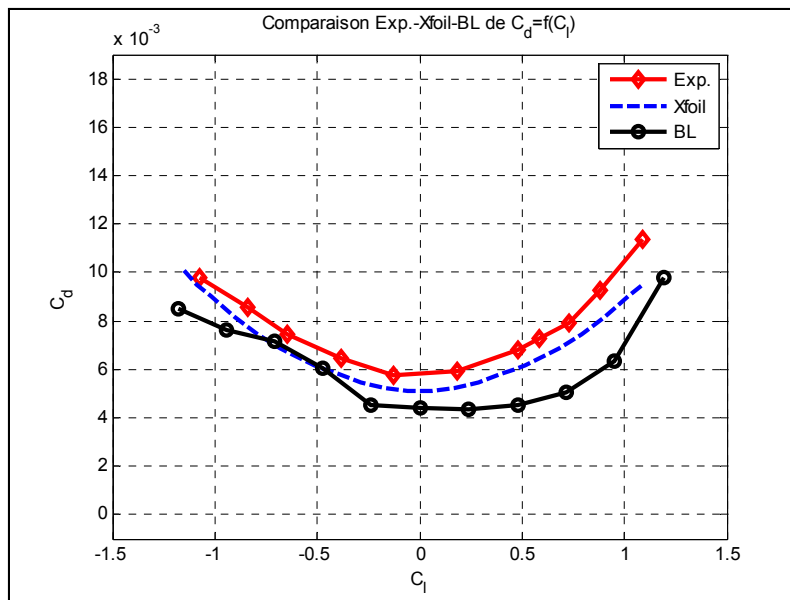


Figure 6.23 Variation du coefficient de traînée versus le coefficient de portance $C_d = f(C_l)$ du profil *NACA 0012* obtenu expérimentalement et avec Xfoil et avec notre code BL

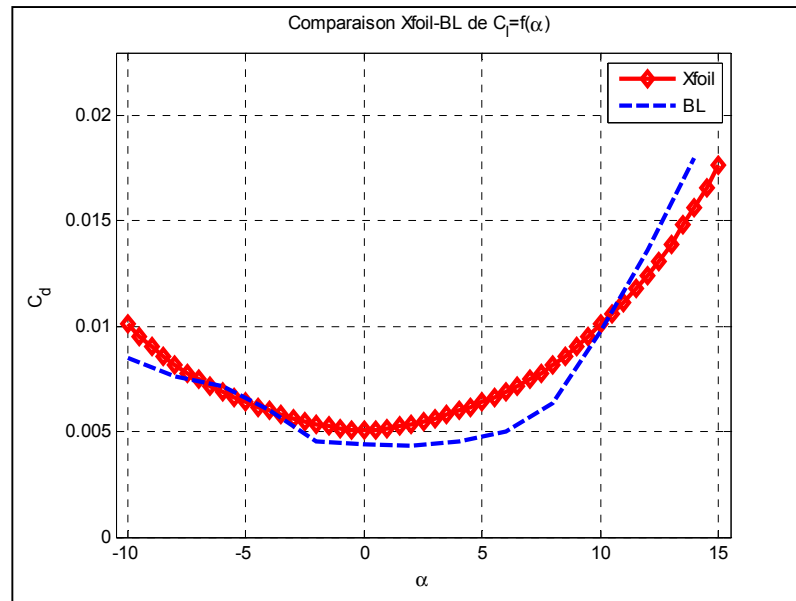


Figure 6.24 Variation du coefficient de traînée avec l'angle d'attaque $C_d = f(\alpha)$ du profil *NACA 0012* obtenu avec Xfoil, avec notre code BL et expérimentalement

Tableau 6.14 Les valeurs des coefficients de trainée du profil *NACA 0012* calculées numériquement par le code Xfoil et le code BL

Angle d'attaque($^\circ$)	C_d _Xfoil	C_d _BL
-10	0.0101	0.0085
-6	0.0069	0.0072
-2	0.0053	0.0045
2	0.0053	0.0044
6	0.0062	0.005
10	0.0101	0.0098
14	0.0156	0.018

6.3.2 Analyse des paramètres de la couche limite pour le profil *NACA 0012* pour l'angle d'attaque de -4 degrés

Ce sous chapitre présente le coefficient de frottement C_f , l'épaisseur de déplacement δ^* , l'épaisseur de quantité de mouvement θ et le facteur de forme H calculés avec le code *Xfoil*

et avec notre code *BL* obtenus sur le profil *NACA 0012* pour un angle d'attaque de -4 degrés. Sur les Figures 6.25 à 6.28, sont représentés les résultats obtenus sur l'extrados, et sur les Figures 6.29 à 6.31 sur l'intrados du profil *NACA 0012*. Les valeurs de l'épaisseur de déplacement δ^* sont présentées dans les Tableaux 6.14.

Tableau 6.15 Les valeurs des coefficients de portance du profil *NACA 0012* calculées numériquement par le code Xfoil et le code *BL*

Position sur la corde	δ^* Xfoil	δ^* BL
0.1	0.1541	0.1662
0.15	0.1985	0.2091
0.2	0.2393	0.2493
0.3	0.3172	0.3264
0.4	0.3945	0.4031
0.45	0.4328	0.4421
0.5	0.4717	0.4818

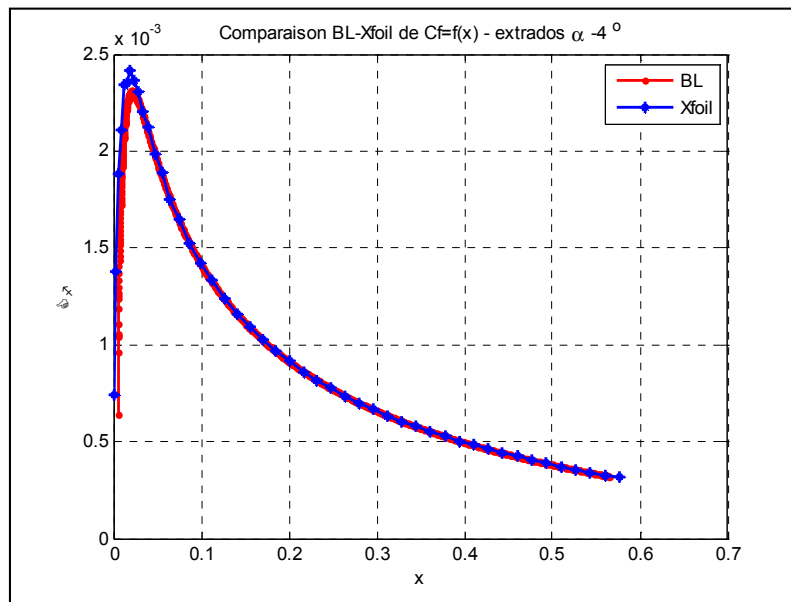


Figure 6.25 Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f = f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 0012* à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code Xfoil

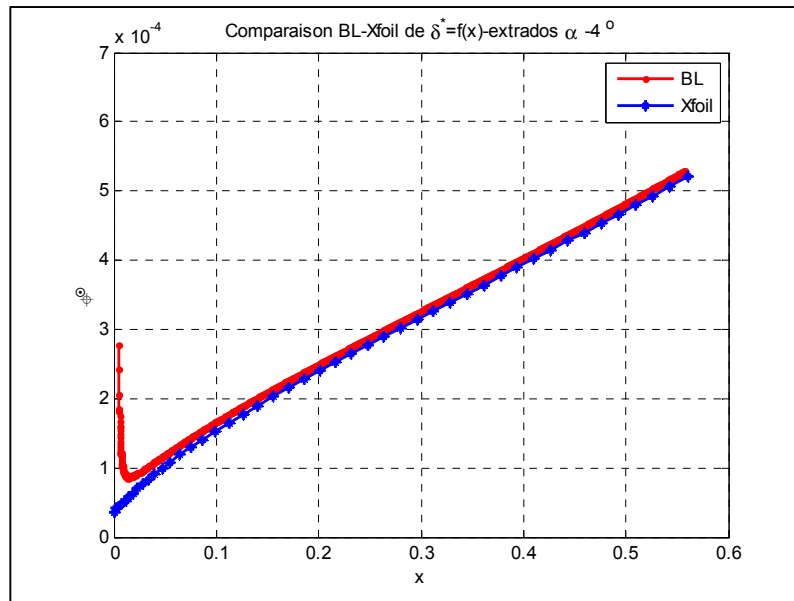


Figure 6.26 Variation de δ^* avec x , $\delta^* = f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 0012* à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

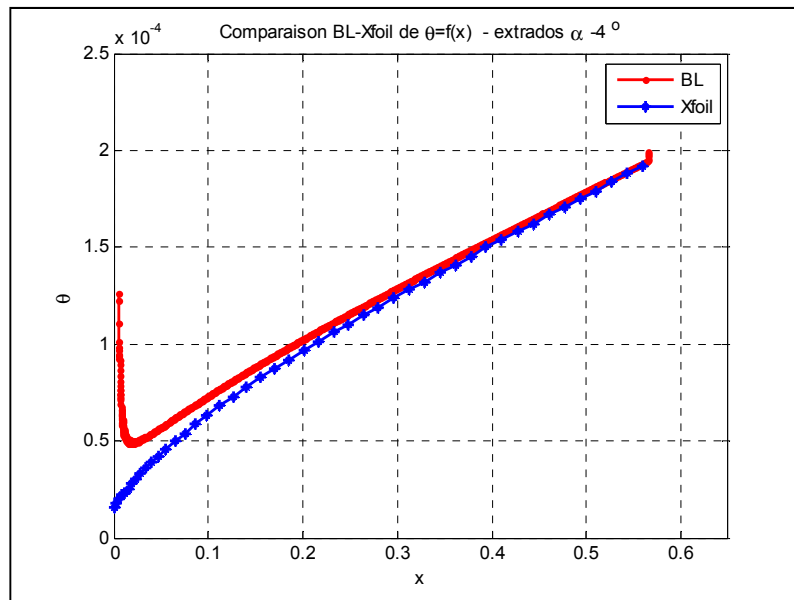


Figure 6.27 Variation de θ avec x , $\theta = f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 0012* à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

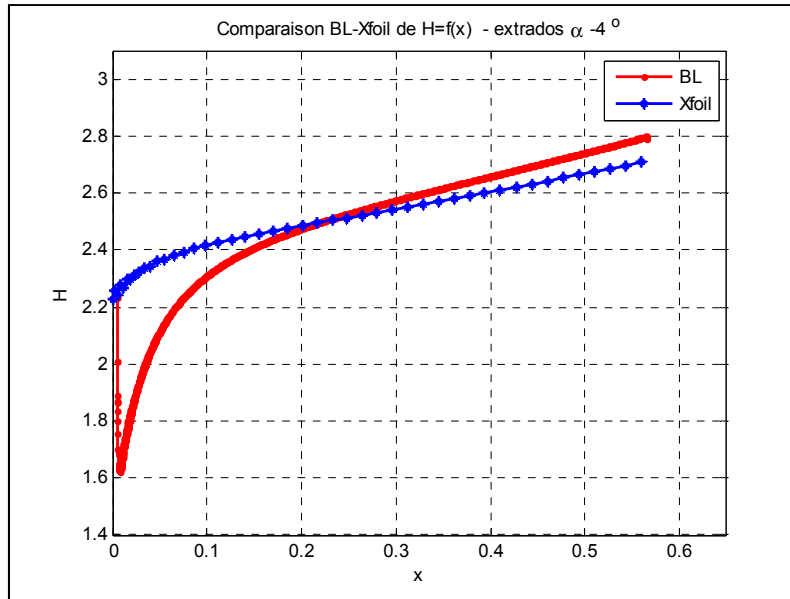


Figure 6.28 Variation de H avec x , $H=f(x)$ sur l'extrados du profil *NACA 0012* à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

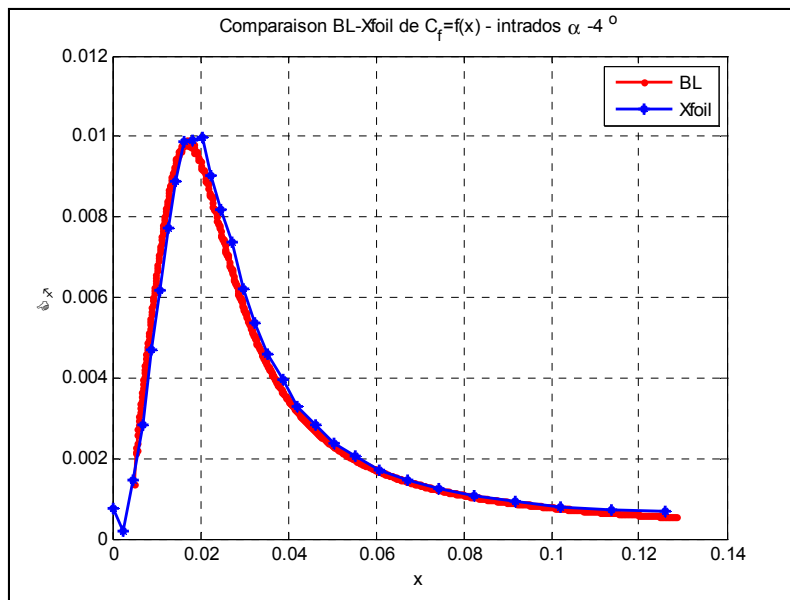


Figure 6.29 Variation du coefficient de frottement avec x , $C_f=f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 0012* à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

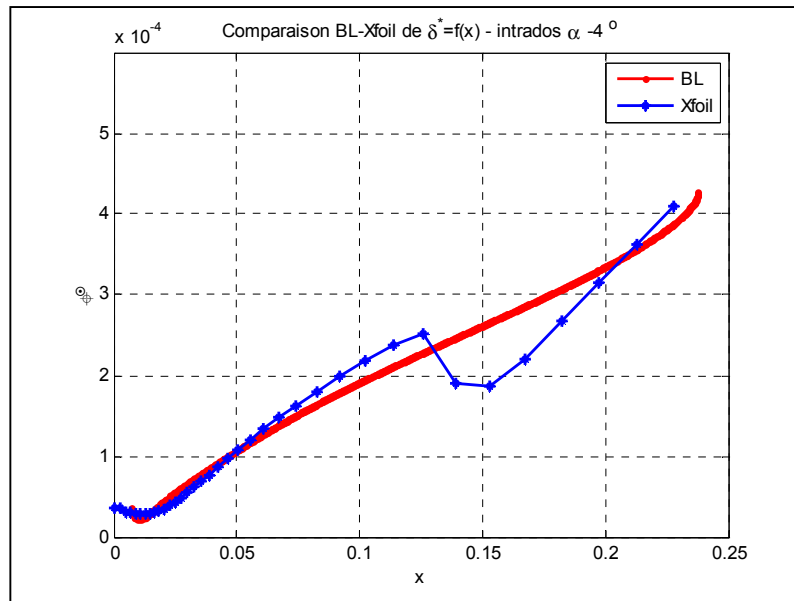


Figure 6.30 Variation de δ^* avec x , $\delta^*=f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 0012* à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

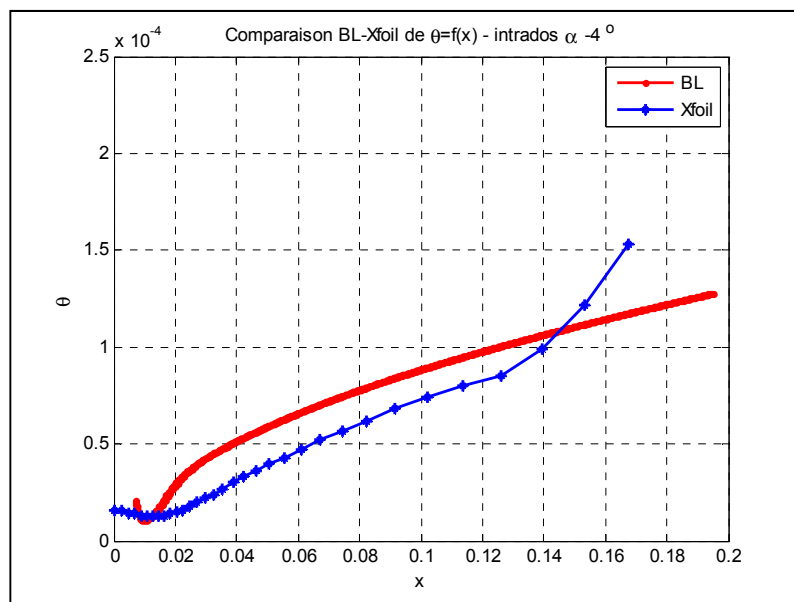


Figure 6.31 Variation de θ avec x , $\theta=f(x)$ sur l'intrados du profil *NACA 0012* à $\alpha = -4^\circ$ en utilisant notre code *BL* et le code *Xfoil*

Tableau 6.16 Les valeurs des coefficients de portance du profil *NACA 0012* calculées numériquement par le code Xfoil et le code *BL*

Position sur la corde	δ^*_{Xfoil}	δ^*_{BL}
0.05	0.1022	0.1185
0.1	0.1541	0.1662
0.15	0.1985	0.2091
0.2	0.2393	0.2493
0.25	0.2786	0.2881
0.3	0.3172	0.3264
0.35	0.3559	0.3647
0.4	0.3945	0.4031
0.45	0.4328	0.4421
0.5	0.4717	0.4818
0.55	0.5116	0.5228

6.4 Les coefficients de pression du profil *ATR-42*

Ce sous chapitre présente les coefficients de pression du profil *ATR-42* sur les figures 6.32 à 6.34, obtenu expérimentalement, par le code Xfoil et par notre code *BL*. On rappelle que les coefficients de pression sont utilisés pour calculer les coefficients aérodynamiques de portance de traînée et de moment. Après leur analyse on peut conclure que la "méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse" est parfaitement intégrée dans le programme de calcul car le code Xfoil et notre code *BL*, donnent des résultats identiques.

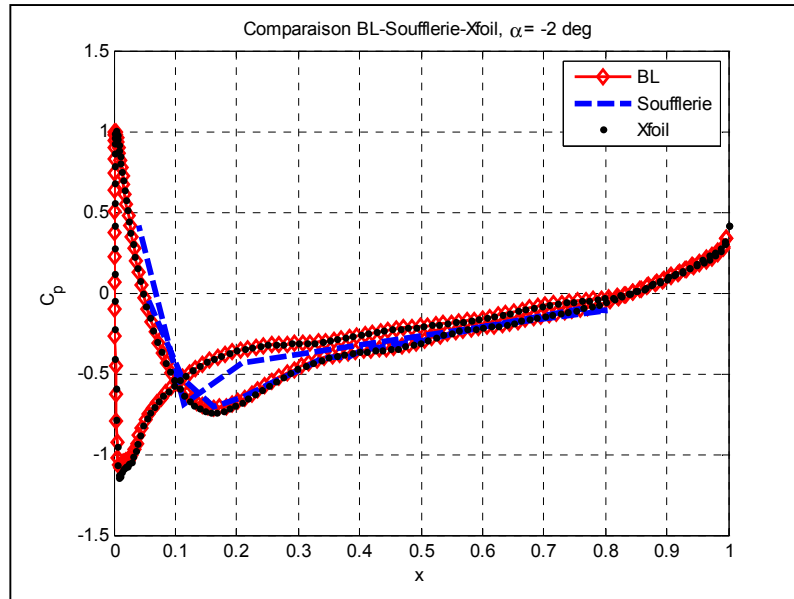


Figure 6.32 Variation du coefficient de pression avec x , $C_p = f(x)$ du profil *ATR-42* à $\alpha = -2^\circ$ obtenu avec Xfoil, avec notre code BL et expérimentalement

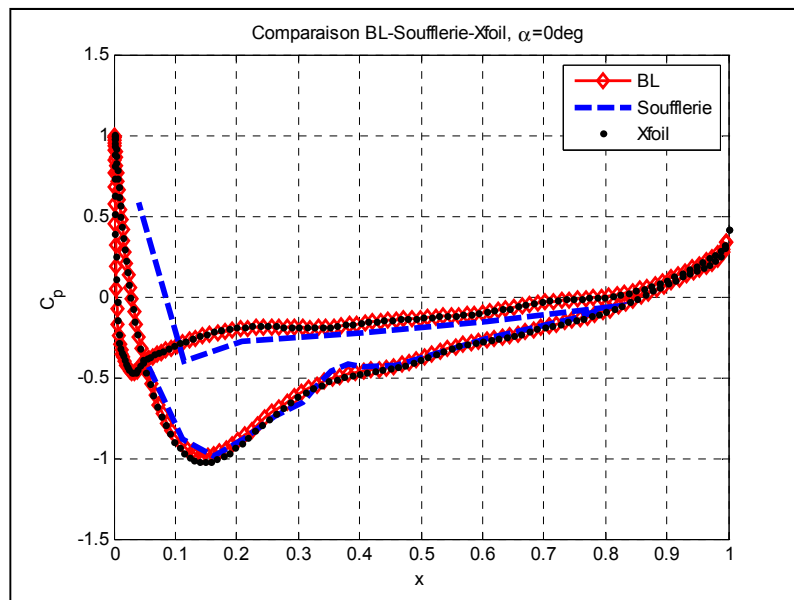


Figure 6.33 Variation du coefficient de pression avec x , $C_p = f(x)$ du profil *ATR-42* à $\alpha = 0^\circ$ obtenu avec Xfoil, avec notre code BL et expérimentalement

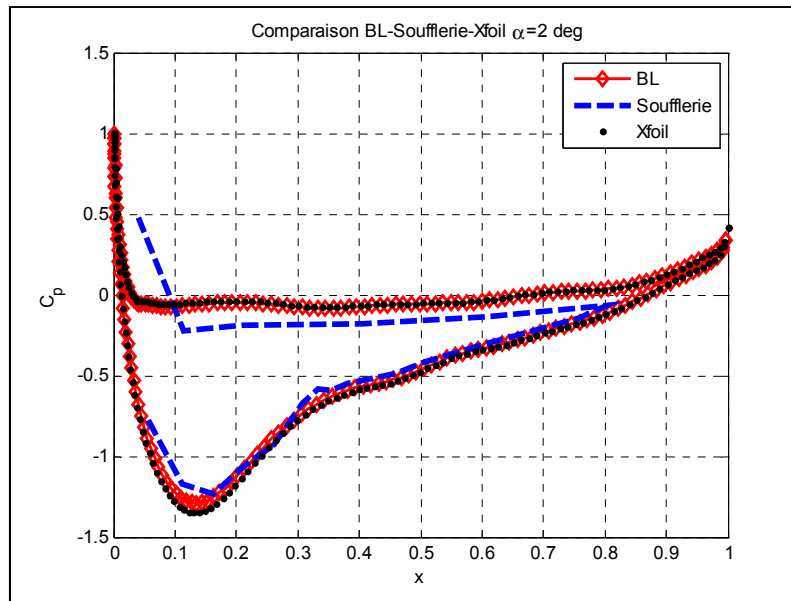


Figure 6.34 Variation du coefficient de pression avec x , $C_p = f(x)$ du profil *ATR-42* à $\alpha = 2^\circ$ obtenu avec Xfoil, avec notre code BL et expérimentalement

CONCLUSION

Les codes CFD sont des outils de calcul destinés à étudier les écoulements en science et technologie. L'industrie aéronautique et aérospatiale utilise de plus en plus les codes CFD en phase de conception et modélisation des avions. De ce fait, la précision avec laquelle les phénomènes de la couche limite sont simulés est très importante.

Pour les écoulements aérodynamiques, les codes CFD doivent être rapides et efficaces. Pour les écoulements visqueux, la résolution des équations de la couche limite a besoin d'une quantité importante de ressources de calcul. Les codes de CFD utilisés pour simuler les écoulements aérodynamiques, nécessitent de maillages normaux au mur, extrêmement fins, et, par conséquent, les calculs sont très coûteux en ressources.

Le modèle de la couche limite ici programmée se base sur la décomposition du domaine de l'écoulement en deux sous-domaines: un première sous-domaine situé dans le voisinage immédiat de la paroi où les forces de frottement sont du même ordre de grandeur que les forces d'inertie et un deuxième, sous-domaine, celui du mouvement visqueux, situé à une distance du corps, en dehors du champ de mouvement, tel que les forces d'inertie sont dominantes par rapport aux forces de frottement alors considérées négligeables.

Ce mémoire propose une nouvelle approche pour solutionner les équations de la couche limite dans les conditions d'écoulement laminaire et turbulente en les résolvant directement par une démarche basée sur la méthode des différences finies. Intégré dans un code de panneaux, cette approche permet de calculer les coefficients aérodynamiques et les paramètres de la couche limite tout en évitant l'utilisation d'algorithmes itératifs, généralement gourmands en temps de calcul et impliquant souvent des problèmes de convergence.

Deux modèles de turbulences ont été implémentés : un modèle pour déterminer la viscosité turbulente dans la région intérieure de l'écoulement, et un autre modèle pour déterminer la viscosité turbulente dans la région extérieure. Ces sont des "modèles composites de viscosité tourbillonnaire".

Pour déterminer le point de transition, un critère pratique a été implémenté qui est connu comme corrélation de Wazzan. La corrélation de Wazzan est une expression mathématique qui décrit le degré d'instabilité de la couche limite en fonction du facteur de forme H .

Pour valider et vérifier le code développé dans ce mémoire, le comportement des profils *NACA 0012*, *NACA 4412* et *ATR-42* est simulés. Les profils *NACA 0012* et *NACA 4412* sont simulés à un nombre de Mach, $M = 0.17$ et un nombre de Reynolds, $Re = 6 \times 10^6$. Pour le profil *ATR-42*, les calculs sont effectués à un nombre de Mach $M = 0.1$ et un nombre de Reynolds $Re = 536450$.

Suite a l'analyse des coefficients de pression, on peut conclure que la "méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse" est parfaitement intégrée dans le programme de calcul car, ce programme donne des résultats identiques à ceux expérimentaux et ceux obtenus par le code Xfoil.

Les coefficients aérodynamiques de portance de traînée et de moment calculés sur les profils *NACA 0012*, *NACA 4412* ont été comparés avec ceux obtenus en Xfoil et ceux expérimentaux (Abbott et Von Doenhoff, 1959). Les valeurs des résultats démontrent que le code développé est un outil fiable, rapide et relativement simple à utiliser pour la détermination des coefficients aérodynamiques sur les différents profils pour des angles d'attaque compris entre -10 et +10 degrés.

Les paramètres de la couche limite qui ont été calculés avec le code développé, ont été comparés avec ceux calculés avec le code Xfoil. Suite à leur comparaison on a déduit que les équations de la couche limite sont correctement implémentées dans le nouveau code BL

développé, ainsi ce code peut être utilisé pour calculer l'écoulement laminaire. Il existe des valeurs incongrues en bord d'attaque causées par l'implémentation d'équation de Falkner-Scan pour calculer les condition initiales. Pour l'écoulement turbulent, les écarts entre les résultats obtenus avec le code Xfoil et avec le code BL dépassent le seuil de 20%. Ainsi les modèles de turbulence implémentés ne permettent pas d'utiliser assez efficacement le code BL en régime turbulent.

SUGGESTIONS FUTURES

La méthode développée dans ce mémoire est une première étape vers le développement d'un code complet. Il est évident que pour étendre l'utilisation du code en régime d'écoulement turbulent, l'implémentation d'un modèle de turbulence plus performant est nécessaire. Cela signifie, qu'après la transition, non seulement les résultats obtenus seront pertinentes et utilisables, mais également, la singularité qui apparaît dans le point de séparation pourra être traitée. En ce moment, le code *BL* développé fonctionne bien jusqu'au point de transition.

L'implémentation d'un modèle de turbulence performant est très complexe et faite elle-même l'objet d'un sujet de recherche. Les calculs des équations de la couche limite pour les écoulements turbulents se font à partir des résultats obtenus avec la "méthode des panneaux avec tourbillon par formulation de vitesse" et à partir des résultats de ces équations obtenus en régime laminaire. Suite à leur analyse on a constaté qu'ils sont précis et valides et par conséquent, l'implémentation d'un modèle de turbulence performant peut se baser sur ces résultats. Une telle implémentation prend aussi des importantes ressources de calcul et il reste à voir si ce modèle pourrait être programmé efficacement en *Matlab*.

Pour améliorer les résultats des calculs itératifs peuvent être implémentés mais pour le faire un langage plus puissant de programmation doit être utilisé.

Un autre élément à envisager serait la facilité d'utilisation du code. Même si ce n'est pas difficile, l'utilisateur doit chercher les résultats dans le fichier *calculation.mat*, et les traiter à ces besoins. Il ne dispose pas d'une interface graphique, comme *Xfoil* par exemple, qui affiche automatiquement les graphiques avec les résultats.

BIBLIOGRAPHIE

- Anderson, J. D., 2007. *Fundamentals of Aerodynamics*, 4th ed. New York: McGraw-Hill, 1007p.
- Aerolab. En ligne.< <http://www.aerolab.com/products/data-acquisition-systems> > Consulté le 23-30 decembre 2014
- Abbott, I. H., Von Doenhoff, A. E., 1959. *Theory of Wing Sections*, Dover ed. New York: Dover Publications Inc., 705 p
- Burden, Ri., Faires D., 2011. *Numerical Analysis*, 9th ed. Boston: Brooks/Cole, 893 p.
- Calestreme, R., 2012. « Conception et fabrication de modeles d'aile en composite a fin de les tester dans la soufflerie Price- Païdoussis ». Mémoire de maîtrise en génie aérospatiale, Montreal, École de Technologie Supérieure
- Cebeci, T., Cousteix, J., 2005. *Modeling and Computation of Boundary-Layer Flows*, 2nd ed. Long Beach, California: Horizons Publishing, 502 p.
- Cebeci, T., 1999. *An Engineering Approach to the Calculation of Aerodynamic Flows*. Long Beach, California: Horizons Publishing, 391 p.
- Cebeci, T., Kafyeke, F., Laurendeau, E., Shao, J, P., 2005. *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. Long Beach, California: Horizons Publishing, 405 p.
- Cousteix, J., 1989. *Turbulence et couche limite*. Toulouse: Cepadues Editions, 627 p.
- Drela, M., 2003. « Implicit Implementation of the Full e^n transition criterion ». In *21st Applied Aerodynamics Conference*.(Orlando, Florida, Jun. 23-26 2003), p. 1-3. AIAA 2003-4066.
- Drela, M., Youngren, H., En ligne. <http://web.mit.edu/aeroutil_v1.0/xfoil_doc.txt> Consulté le 27-30 septembre 2014.
- École de technologie supérieure. En ligne. <<http://www.etsmtl.ca/Unites-de-recherche/LARCASE/Recherche-et-innovation/Projets>> Consulté septembre 2013.
- École de technologie supérieure. 2015. *Guide de rédaction d'un rapport de projet, d'un mémoire ou d'une thèse, Version 4.1*. Montreal (Qc): École de Technologie Supérieure, 82 p.
- Fletcher, C. A. J., 1991. *Computational Techniques For Fluid Dynamics*. New York: Springer-Verlag, 484 p.

- Flores Salinas, M., 2011. *Coefficients de pression obtenus par experimentation en soufflerie et par simulation avec le logiciel X-Foil*. Coll. « Rapport technique de l'ÉTS» Montreal (Qc): École de Technologie Supérieure, 51 p.
- Katz, J., Plotkin, A., 2001. *Low Speed Aerodynamic, 2nd edition, 2^{en} ed.* Cambridge: Cambridge University Press, 615 p.
- Koreanschi, A., Sugar-Gabor, O., Botez, R.M., 2014. « Experimental Validation of a Morphed Wing Geometry Using Small Wind Tunnel Testin ». In *AIAA Aviation 2015 conference*. (Dallas, July 2015), p. 5-17 Accepté pour publication, Juliet 2015.
- Gustavson, F., Bergman, N., 2003. *Matlab for Engineers Explained*. London: Springer-Verlag, 219 p.
- Laurendeau, E., Boudreau, J., 2003. « Drag Prediction Using the Euler/Navier-Stokes Code FANSC ». *SAE Technical Paper*, No. 2003-01-3022.
- Mavriplis, F. 1971. « Aerodynamic Research on High Lift Sistem ». *Canadian Aeronautics and Space Journal*, p. 176-182.
- Mosbah, B., Flores Salinas, M., Botez, R. M., Dao, T., 2013, « New Methodology for Wind Tunnel Calibration Using Neural Networks - EGD Approach». *SAE International Journal of Aerospace*, vol.6, n° 2, p 761-766.
- Mosbah, B., Botez, R. M., Dao, T., 2014, « New Methodology for the Prediction of the Aerodynamic Coefficients of an ATR-42 Scaled Wing Mode ». In *SAE 2014 Aerospace Systems and Technology Conference*, p. 3-5. SAE Technical Paper.
- Nelson, R. C., 1998. *Flight Stability and Automatic Control, 2nd ed.* Boston: McGraw-Hill, 441 p.
- Oroveanu, T., 1967. *Mecanica Fluidelor Vascoase*. Bucuresti: Editura Academica a RSR. 355 p.
- Paraschivoiu, I., 1998. *Aérodynamique subsonique*, Édition de L'École Polytechnique de Montréal. Montréal: École Polytechnique de Montréal, 573 p.
- Popov, A. V., Botez, R. M., Mamou, R. M., Mebarki, Y., Jahrhaus, B., Khalid, M., Grigorie, L., 2009. « Drag Reduction by Improving Laminar Flows Past Morphing Configurations ». In, *AVT168 NATO Symposium on the Morphing Vehicles*. (Evora, Portugal, avril 20-23 2009) p. 2-9.
- Popov, A. V., Botez, R. M., Labib, M., 2008. « Transition Point Detection from the Surface Pressure Distribution for Controller Design». In *Journal of Aircraft*, vol.45, no.1, January 2008, p. 23-28.

- Ryhming, I., 2004. *Dynamique des fluides*. Lausanne: Presses Polytechniques Et Universitaires Romandes Lausanne.
- Schetz, J. A., Bowersox, R. D., S. 2012. *Boundary Layer Analysis*, 2nd ed. Santa Clara, California: AIAA Education Series, 652 p.
- Schlichting, H., Gersten, K., 2000. *Boundary Layer Theory*, 8th ed. Berlin: Springer-Verlag, 769 p.
- Shaw, R., 1960. « The Influence of Hole Dimensions on Static Pressure Measurement ». *Journal of fluid mechanics*, vol. 7, issue, p554-560
- Silisteanu, P., Botez, R. M., 2009. « New Method for Transition Estimation for External Flows ». In *CASI Aerodynamics Symposium* (Kanata, Ontario, July 2009), p. 4-12. Montreal (Qc): École de Technologie Supérieure.
- Silisteanu, P., Botez, R. M., 2010. «Transition Flow Occurrence Estimation New Method ». *Jurnal of Aircraft*, vol. 47, n° 2, p. 703-708.
- Smith, L., 2011. « An Interactive Boundary Layer Modelling Methodology for Aerodynamic Flows ». Mémoire de maîtrise en génie aérospatiale, Pretoria, University of Pretoria, 75 p.
- Tavoularis, S., 2005. *Measurements in Fluid Mechanic*. Cambridge: Cambridge University Press. 355 p.
- White, F. M., 2006. *Viscous Fluid Flow Third Edition*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill. 629 p.
- Wikipedia.En ligne. <http://en.wikipedia.org/wiki/Computational_fluid_dynamics> Consulté le 27 décembre 2013.