

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAITRISE EN GÉNIE,
CONCENTRATION ÉNERGIES RENOUVELABLES
ET EFFICACITÉ ÉNERGÉTIQUE
M. Sc. A.

PAR
Ahmed DALHOUM

DÉVELOPPEMENT D'UNE NOUVELLE SOLUTION ANALYTIQUE POUR LA
MODÉLISATION D'UN ÉCHANGEUR GÉOTHERMIQUE HÉLICOÏDAL
À BOUCLE HORIZONTALE

MONTREAL, LE 8 SEPTEMBRE 2016

©Tous droits réservés, Dalhoum Ahmed, 2016

©Tous droits réservés

Cette licence signifie qu'il est interdit de reproduire, d'enregistrer ou de diffuser en tout ou en partie, le présent document. Le lecteur qui désire imprimer ou conserver sur un autre media une partie importante de ce document, doit obligatoirement en demander l'autorisation à l'auteur.

PRÉSENTATION DU JURY
CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Louis Lamarche, directeur de mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Christian Masson, président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Stéphane Hallé, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 29 AOÛT 2016

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

J'adresse mes sincères remerciements à monsieur Louis Lamarche, mon directeur de recherche, pour son soutien et son aide tout au long de ce projet. Je le remercie également pour sa disponibilité, ses conseils judicieux qui m'ont permis d'accomplir ce travail.

Je tiens à exprimer ma gratitude aux membres du jury qui m'ont fait l'honneur de participer à l'évaluation de ce mémoire.

Je dédie ce modeste travail à mes chers parents en témoignage de ma reconnaissance pour leur amour, leur affection ainsi que leurs sacrifices qu'ils ont consentis pour mon éducation et ma formation, à mes frères, mes sœurs et ma fiancée pour leurs soutiens continus, à toute ma famille et à mes meilleurs amis, qu'ils gardent de bons souvenirs du bon temps qu'on a passé ensemble.

En fin, j'espère que toutes personnes ayant aidé de près ou de loin dans la réussite de ce travail, trouver ici l'expression de ma reconnaissance.

DÉVELOPPEMENT D'UNE NOUVELLE SOLUTION ANALYTIQUE POUR LA MODÉLISATION D'UN ÉCHANGEUR GÉOTHERMIQUE HÉLICOÏDAL À BOUCLE HORIZONTALE

Ahmed DALHOUM

RÉSUMÉ

La méthode analytique est considérée comme une solution rapide, pertinente, très pratique pour la modélisation des échangeurs géothermiques. Elle présente une alternative aux calculs numériques, complexes très coûteux en temps et en ressources matérielles.

Concernant les systèmes géothermiques verticaux plusieurs modèles existent et sont prêts à être utilisés pour n'importe quelles géométries que le tuyau de l'échangeur peut prendre (rectiligne, hélice, spirale...)

Cependant, l'intérêt pour l'étude théorique des systèmes géothermiques horizontaux est moins important, et ainsi peu de travaux de recherches existent dans la littérature sur ce type d'installation. Généralement, ils portent sur la modélisation de quelques conduites de forme assez simples, à travers des essais expérimentaux ou des simulations numériques.

C'est dans ce contexte que se présente ce travail : le développement d'une nouvelle solution analytique pour la caractérisation d'un échangeur géothermique horizontal dont sa géométrie est de forme hélice.

La réponse de la source de chaleur hélicoïdale est déterminée en utilisant la méthode de Green adaptée à notre géométrie et en fonction des caractéristiques thermiques du milieu géothermique.

Une fois le modèle mathématique élaboré, une phase de validation a été menée en comparant ses résultats avec ceux donnés par la résolution numérique, effectuée à l'aide du logiciel Comsol basé sur la méthode d'éléments finis.

Des simulations sur une période d'un an ont été réalisées avec des sollicitations thermiques de chauffage et de climatisation, tout en considérant l'effet saisonnier de la température à la surface du sol. L'erreur maximale déterminée entre les résultats des deux modèles ne dépasse pas le 1,8°C. Ce qui laisse conclure sur la validité de cette nouvelle solution analytique pour un système géothermique horizontal d'échangeur hélicoïdal.

Mots-clés: Géothermie horizontale, Échangeur hélicoïdal, Modélisation analytique, Résolution numérique, Effets saisonniers.

DEVELOPMENT OF NEW ANALYTICAL SOLUTION TO MODELING HORIZONTAL GROUND HEAT EXCHANGER WITH HELICAL COILS

Ahmed DALHOUM

ABSTRACT

The analytical method is considered as a relevant and convenient method for modeling geothermal exchangers. It is an alternative to numerical calculations, which seem to be very complex and costly in time and resources.

Regarding vertical geothermal systems, several models exist and are suitable for any geometry that the pipe could take (helix, spiral, straight, etc.).

However, the interest in the theoretical study of horizontal geothermal systems is less important, and so little research works exist in the literature on this type of system. Generally, they carry on modeling some fairly simple form of pipes, through experimental tests or numerical simulations.

The response of the helical heat source is determined using the method of Green adapted to our geometry and depending on the thermal characteristics of the geothermal domain.

It is in this context that this research, entitled “Development of new analytical solution to modeling horizontal ground heat exchanger with helical coils”, has been conducted.

Once the mathematical model is developed, a validation phase was conducted by comparing the results with those given by the numerical solution, made using Comsol software based on finite element method.

Simulations on a one-year period were performed with thermal solicitations of heating and cooling, while considering seasonal effect of temperature on the surface of soil. The error range determined from the results of both models does not exceed 1,8°C, concluding the validity of this new analytical solution for horizontal helical exchanger geothermal system.

Keywords: Horizontal geothermal, Helical heat exchanger, Analytical modeling, Numerical simulation, Seasonal effects.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE REVUE DE LITTÉRATURE	7
1.1 Généralités	7
1.2 Les modèles analytiques des puits géothermiques.....	9
1.2.1 Source linéique infinie	9
1.2.2 Source linéique finie	11
1.2.3 Source cylindrique infinie.....	12
1.3 Les échangeurs géothermiques horizontaux	14
1.3.1 Principes.....	14
1.3.2 Les modèles analytiques existants	15
1.3.3 Les modèles numériques existants.....	16
1.4 Les échangeurs géothermiques hélicoïdaux.....	17
1.4.1 Description et utilité.....	17
1.4.2 Modélisation de transfert de chaleur avec le sol	19
1.4.2.1 Modèle de source cylindrique solide	20
1.4.2.2 Modèle de source en anneaux superposés	21
1.4.2.3 Modèle de source spirale	22
1.4.1 Les études existants sur les échangeurs géothermiques hélicoïdaux à boucle horizontale	23
1.5 Température du sol	25
CHAPITRE 2 MODÉLISATION ANALYTIQUE ET SIMULATION NUMÉRIQUE	29
2.1 Modélisation analytique.....	29
2.1.1 Fonction de Green.....	29
2.1.2 Description et hypothèses	30
2.1.3 Présentation du modèle analytique	33
2.1.4 Le profil adimensionnel de la température	35
2.1.5 Température du fluide circulant dans l'installation	36
2.1.5.1 Distribution de la température sur la paroi	38
2.1.5.2 Température moyenne de la périphérie d'une section transversal de la conduite	40
2.1.5.3 Température moyenne de la paroi.....	40
2.1.5.4 Température du fluide (entrée/sortie)	41
2.1.5.5 Simplification des équations	42
2.1.6 Régime d'écoulement et résistance thermique globale.....	43
2.1.7 Superposition temporelle	45
2.2 Modèle de la simulation numérique.....	46
2.2.1 Méthodologie et hypothèses	46
2.2.2 Les équations du modèle.....	49
2.2.2.1 Les équations CFD.....	49

2.2.2.2	Loi de Fourier	51
2.2.2.3	Conditions aux limites et initiales.....	51
2.2.3	Configuration multi-physique du modèle sur Comsol.....	52
2.2.4	Résolution numérique	53
2.2.4.1	Étapes et sources d'erreurs.....	53
2.2.4.2	Maillage	53
2.2.4.3	Solveur	56
CHAPITRE 3	RÉSULTATS ET VALIDATION	57
3.1	La réponse thermique du modèle analytique de source spirale finie (SSF).....	57
3.1.1	Comparaison avec d'autres modèles.....	58
3.1.2	Variation spatio-temporelle de la température du sol	59
3.2	Résultats numériques et validation	64
3.2.1	Variation de la température du sol	64
3.2.2	Température d'entrée/sortie du fluide.....	65
CHAPITRE 4	ÉVALUATION D'INFLUENCE DE DIVERS PARAMÈTRES SUR LE SYSTÈME GÉOTHERMIQUE HÉLICOÏDAL	69
4.1	Pas entre spires, longueur de l'échangeur et longueur de la conduite	69
4.2	Rayon de l'hélice	71
4.3	Humidité et type de sol	72
4.4	Matériau de remblai	74
4.5	Effets saisonniers	78
4.5.1	Température à la surface	78
4.5.2	Charges variables	78
4.5.3	Application des changements	79
4.5.4	Résultats	80
4.6	Profondeur de l'installation.....	82
CONCLUSION		85
RECOMMANDATIONS		87
ANNEXE I	DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE ANALYTIQUE DE L'ÉCHANGEUR HÉLICOÏDAL	89
ANNEXE II	ÉQUATION SIMPLIFIÉE DE LA TEMPÉRATURE MOYENNE DE LA PAROI.....	95
ANNEXE III	LES OPÉRATEURS DIFFÉRENTIELS.....	97
ANNEXE IV	CLASSIFICATION DE MAILLAGES PRÉDÉFINIS SUR COMSOL	99
ANNEXE V	PROGRAMME MATLAB SIMULANT LES EFFETS SAISONNIERS SUR LA RÉPONSE THERMIQUE DE L'ÉCHANGEUR GÉOTHERMIQUE HÉLICOÏDAL	101

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	105
---	-----

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1	Valeurs utilisées pour la simulation numérique.....48
Tableau 3.1	Valeurs utilisées pour la géométrie de l'échangeur57
Tableau 4.1	Valeurs utilisées pour simuler le changement du pas70
Tableau 4.2	Caractéristiques thermiques pour les différents types de sols utilisés73
Tableau 4.3	Caractéristiques thermiques de l'eau glycolée80

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 0.1	Pompe à chaleur couplée à un capteur géothermique horizontal.....2
Figure 1.1	Schéma de principe du modèle SLI10
Figure 1.2	Schéma de principe du modèle SLF11
Figure 1.3	Schéma de principe du modèle SCI13
Figure 1.4	Exemple d'un système géothermique à boucle.....14
Figure 1.5	Échangeurs géothermiques hélicoïdaux couplés à PCG19
Figure 1.6	Les différentes techniques de modélisation d'un échangeur hélicoïdal20
Figure 1.7	Système géothermique horizontal en slinky22
Figure 1.8	Variation spatio-temporelle de la température du sol27
Figure 1.9	Profil de la température du sol en fonction de la profondeur pour les mois : janvier, avril, juillet et octobre28
Figure 2.1	Disposition d'un échangeur hélicoïdal dans le milieu géothermique31
Figure 2.2	Principe de la SSF par la méthode des images32
Figure 2.3	Schéma du modèle de la source spirale dans un milieu géothermique semi- fini33
Figure 2.4	Organigramme décrivant les étapes de calcul de la température du fluide (entrée/sortie)37
Figure 2.5	Coupe transversale de l'échangeur géothermique hélicoïdal.....38
Figure 2.6	Emplacement des points sur la section transversale du tube géothermique hélicoïdal.....43
Figure 2.7	Incrément de pulses de chaleur sur 3 heures.....46
Figure 2.8	Géométrie du modèle numérique sur Comsol47
Figure 2.9	Qualité de maillage du modèle utilisant la conduite cylindrique.....55

Figure 2.10	Qualité de maillage du modèle utilisant la conduite linéique	55
Figure 3.1	Comparaison de la variation de température en utilisant différents modèles analytiques : LSF, SSI, SSF.....	58
Figure 3.2	Localisation d'un point de contrôle M.....	59
Figure 3.3	Réponse thermique axiale en fonction de F_0	60
Figure 3.4	Réponse thermique axiale en fonction de la distance radiale R.....	61
Figure 3.5	Température adimensionnelle radiale en fonction du temps F_0	62
Figure 3.6	Variation radiale de la température adimensionnelle en fonction de F_0	62
Figure 3.7	Variation de la température du sol en fonction de la profondeur	63
Figure 3.8	Champs de température du sol au voisinage de l'échangeur hélicoïdal par le modèle analytique et la résolution numérique	65
Figure 3.9	Température du fluide : moyenne, d'entrée et de sortie	66
Figure 3.10	Evolution de la température d'entrée du fluide en utilisant le modèle analytique et la résolution numérique	67
Figure 3.11	Evolution de la température de sortie du fluide en utilisant le modèle analytique et la résolution numérique	67
Figure 4.1	Température de sortie du fluide pour différents pas entre spires de l'échangeur hélicoïdal	70
Figure 4.2	Température de sortie du fluide pour différents rayon r_0 de l'échangeur hélicoïdal.....	72
Figure 4.3	Température de sortie du fluide pour différents types de sols	74
Figure 4.4	Schéma de la nouvelle configuration avec la superposition du bloc en béton	75
Figure 4.5	Évolution radiale de la température dans le domaine géothermique sans béton (a) et avec béton (b) selon le plan (xy).....	76
Figure 4.6	Température de sortie du fluide avec/sans le bloc de béton	77
Figure 4.7	Profil des taux transfert de chaleur par unité de longueur utilisés pour la simulation sur un an	79
Figure 4.8	Variation annuelle de la température de retour du fluide en fonction des effets saisonniers	81

Figure 4.9 Variation annuelle de la température de retour du fluide pour différentes
profondeurs82

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

Abréviations

ADEME	Agence de l'environnement et de la maîtrise de l'énergie
ASHRAE	American Society of Heating, Refrigerating and Air Conditioning Engineers
BRGM	Bureau de Recherches Géologiques et Minières
CFD	Computational fluid dynamics
COP	Coefficient de performance de la pompe à chaleur
CVC	Chauffage, ventilation et climatisation
E.R.M	Energy Mines and Resources Canada
GES	Gaz à effet de serres
IEA	International Energy Agency
Mtep	Mégatonne équivalent pétrole
MWt	Mégawatt thermique
SCI	Source cylindrique infinie
SLF	Source linéique finie
SLI (LSF)	Source linéique infinie (Ligne de source finie)
SSF	Source spirale finie
SSI	Source spirale infinie
TJ	Térajoule

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

A	Demi-amplitude de la variation de la température saisonnière	°C
C _p	Capacité thermique massique à pression constante	J/kg.K
De	Nombre de Dean	-
D _h	Diamètre hydraulique	m
e	Épaisseur du tuyau	m
E	Effusivité thermique	J/(K.m ² .s ^{1/2})
erfc	Fonction d'erreur complémentaire	-
F ₀	Nombre de Fourier	-
G	Fonction de Green	-
h= h ₂ -h ₁	Longueur de l'échangeur	m
h _f	Coefficient d'échange thermique par convection	W/(m ² K)
J _n et Y _n	Fonctions de Bessel d'ordre n	-
k	Conductivité thermique	W/(m.K)
l	Longueur d'une spire	m
L	Longueur totale du tuyau formant l'échangeur hélicoïdal	m
ṁ	Débit massique	kg/s
N	Nombre de spires	-
Nu	Nombre de Nusselt	-
p	Pas entre spires	m
P et P'	Deux points quelconques du milieu géothermique	-
Pr	Nombre de Prandtl	-
Q	Puissance thermique puisée/émise dans le sol	W
q'	Taux de transfert de chaleur par unité de longueur	W/m
r	Distance radiale	m
r ₀	Rayon de l'hélice	m
r _{int}	Rayon interne de la conduite	m
r _{ext}	Rayon externe de la conduite	m
Re	Nombre de Reynolds	-
R _{th}	Résistance thermique	m.K/W
t, t'	Temps	s
t _j	Jour de l'année	-
t _{shift}	Jour le plus froid de l'année	-
T	Température	°C
T ₀	Température non perturbée du sol	°C
u	Champ de vitesse	m/s
V	Vitesse moyenne du fluide	m/s
w	Pulsation temporelle (2π/365)	rad/jour
x, y, z	Coordonnées cartésiennes	m
z ₀	Profondeur de l'échangeur hélicoïdal	m

Lettres grecques

α	Diffusivité thermique	m ² /s
β	Paramètre angulaire	rad
δ	Fonction impulsion de Dirac	
ε	Espacement dans le sol par rapport à l'échangeur hélicoïdal	m
θ	Variation de la température par rapport à la température initiale T_0	°C
Θ	Variation adimensionnelle de la température par rapport à la température initiale T_0	-
μ	Viscosité dynamique du fluide	Pa.s
ν	Viscosité cinématique du fluide	m ² /s
ρ	Masse volumique	kg/m ³
φ, φ'	Coordonnées angulaires	rad
ω	Pulsation spatiale	rad/m

Indices

c	Contour de la section transversale
cond	Transfert de chaleur par conduction
conv	Transfert de chaleur par convection
f	Fluide
i	Indice d'itération
in	Fluide entrant dans l'échangeur
0	Instant initial
out	Fluide sortant dans l'échangeur
p	Paroi externe de la conduite
<p>	Moyenne sur la paroi de la conduite
s	Sol

INTRODUCTION

Mise en contexte

La demande mondiale en matière d'énergie ne cesse d'augmenter. Spécialement avec l'augmentation de la population mondiale et l'apparition de plusieurs pays émergents (Brésil, Inde, Chine, etc.) qui ont besoin de ressources énergétiques énormes pour le développement de leurs industries.

Selon l'Agence Internationale de l'Énergie IEA (IEA, 2015), la consommation totale mondiale d'énergie finale est passée de 4667 Mtep en 1971 à 9301 Mtep en 2013. Si aucune politique de gestion et d'économie n'est prise, la consommation pourra dépasser les 12 000 Mtep en 2040.

L'agence estime aussi que plus de 80% de l'énergie consommée provient des combustibles fossiles. Les énergies fossiles (charbon, pétrole, gaz, etc.) sont connues par leurs effets néfastes sur l'environnement, essentiellement les émissions de GES dans l'atmosphère. En plus, ce sont des sources d'énergies non renouvelables et non durables.

Plusieurs mesures ont été envisagées pour assurer notre sécurité énergétique (efficacité énergétique, stockage de l'énergie, transport en commun, etc.) mais le plus important c'est de chercher des alternatives pour réduire la production et la consommation des hydrocarbures. C'est le défi actuel de tous les nations afin de protéger la terre et son climat du réchauffement climatique causé par les émissions de GES.

L'intérêt porté pour les énergies propres et renouvelables est en forte croissance ces dernières années et les investissements mondiaux dans ce secteur se multiplient pour atteindre les 266 milliards de dollars américain en 2015, d'après Bloomberg New Energy Finance (2015).

Ces flux d'énergies vertes, prennent différentes formes. On distingue essentiellement l'énergie éolienne, l'hydroélectricité, le solaire thermique et photovoltaïque, la biomasse et la géothermie. C'est sur la géothermie que ce travail va porter.

La géothermie consiste à utiliser la chaleur stockée sous la surface de la terre pour produire de l'électricité ou chauffer et refroidir les bâtiments. Le premier type d'exploitation est appelé la géothermie à haute température et la deuxième est la géothermie à basse température.

Les installations géothermiques avec pompes à chaleur, géothermie peu profonde, pour le chauffage et la climatisation sont les plus utilisés en basse température.

Le Canada compte 120 000 unités installées avec une capacité totale de 1,458 MWt et une production annuelle d'énergie de 11,338 TJ/an vers la fin de l'année 2014. Le secteur résidentiel représente 60% de la capacité installée, dont 56% des systèmes géothermiques fermés installés sont à boucles horizontales et 24% pour les sondes verticales (Boyd et al., 2015).

Le principe de fonctionnement du système géothermique à boucle fermée consiste à un échange thermique entre le fluide frigorigère de la pompe à chaleur et le liquide circulant dans l'échangeur géothermique horizontal ou vertical (figure 0.1).

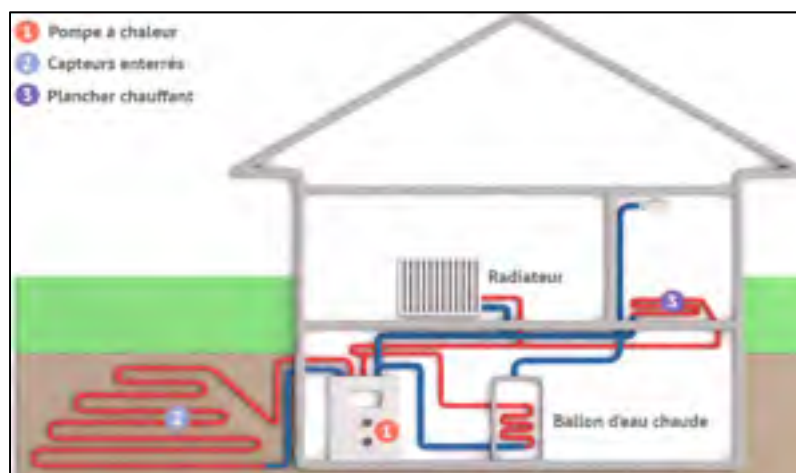


Figure 0.1 Pompe à chaleur couplée à un capteur géothermique horizontal¹

¹ <http://www.lenergiesoutcompris.fr/travaux-chauffage/pompe-a-chaleur-geothermique/comment-ca-marche>
consulté le 14 mai 2016

Problématique

Pour dimensionner un système CVC (chauffage, ventilation et climatisation) utilisant la technologie géothermique, il faut tout d'abord commencer par évaluer les besoins du bâtiment à desservir. À partir du rendement de la pompe à chaleur, on peut déterminer la quantité des charges au sol qui répond à notre demande en connaissant la température à l'entrée de la pompe à chaleur.

Pour déterminer cette température, il existe plusieurs modèles mathématiques qui permettent ce calcul en fonction de la géométrie de l'échangeur, sa configuration et sa disposition dans le sol.

Dans la littérature plusieurs méthodes ont été développées pour modéliser les systèmes géothermiques verticaux, pour n'importe quelle géométrie (tube en U, double tube en U, coaxial, hélicoïdale, spirale, etc.).

Mais comme il sera discuté au cours du premier chapitre, peu d'études qui s'intéressent aux échangeurs géothermiques horizontaux et en particulier la géométrie qui sera étudiée dans ce travail, un échangeur en forme d'hélice.

En absence d'une solution analytique appropriée, l'évaluation du potentiel thermique de l'installation géothermique devient difficile et son bon dimensionnement, pour répondre aux besoins du bâtiment s'avère ainsi impossible. La résolution numérique dans ce cas est nécessaire mais elle très coûteuse en temps et en ressources de calcul.

Ce travail propose un nouvel outil analytique adapté pour modéliser un échangeur géothermique hélicoïdal à boucle horizontale.

Objectifs

Le principal objectif de ce travail est de développer un nouveau modèle analytique pour un échangeur géothermique hélicoïdal à boucle horizontale. Un ensemble d'outils mathématiques, qui réagit le transfert thermique dans le sous-sol, sera utilisé pour cette fin.

Une étape de validation numérique des résultats analytiques sera nécessaire pour conclure sur la pertinence et la justesse de la solution ainsi développée.

Organisation du mémoire

Le présent travail sera divisé en quatre chapitres :

- Le premier chapitre commence par une étude générale sur les systèmes géothermiques.

Ensuite une présentation des différents modèles analytiques existant dans la littérature : les approches de bases pour les systèmes verticaux puis leurs extensions vers d'autres géométries et pour les installations horizontales. Cette partie va fournir les fondements de notre modèle à développer.

Enfin, il est nécessaire d'étudier la variation saisonnière de la température à la surface du sol, qui représente le facteur le plus influant sur la performance des systèmes géothermique horizontaux.

- Le deuxième chapitre sera divisé en deux parties. La première partie fournit la méthodologie et les approches théoriques utilisées lors de l'élaboration du modèle souhaité. De plus, le régime d'écoulement du fluide dans l'échangeur sera étudié pour déduire en fin la température recherchée à l'entrée de la pompe à chaleur.

La deuxième partie consiste à établir le modèle numérique de comparaison des résultats, qui sera par la suite implémenté sur le logiciel Comsol.

- Dans le chapitre 3, les résultats du modèle analytique seront présentés et discutés pour déterminer le comportement thermique d'un échangeur hélicoïdal dans le sol. La comparaison avec les résultats numériques rapporte l'atteinte des objectifs.
- Évaluer la réponse thermique du modèle analytique en variant les paramètres d'entrée, la géométrie de l'hélice, les propriétés thermiques du sol et les effets saisonniers de la température ambiante. Ces changements seront aussi simulés numériquement pour renforcer la validation des résultats analytiques. C'est le but du dernier chapitre de ce rapport.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

Ce premier chapitre présente un rappel sur les systèmes géothermiques et les différentes techniques de modélisation analytiques en géothermie. Une étude bibliographique plus détaillée sera faite sur les systèmes géothermiques à boucles horizontales en particulier les collecteurs de forme géométrique en hélice. Cette étude va nous permettre de conclure sur l'importance de tels systèmes et va nous fournir le bagage mathématique nécessaire pour entamer, dans le chapitre qui suit, la modélisation analytique d'un système géothermique horizontal à échangeur hélicoïdal. Une dernière section sera consacrée pour la caractérisation thermique du sol et son impact sur les systèmes géothermiques horizontaux.

1.1 Généralités

L'énergie géothermique est l'énergie calorifique emmagasinée sous la surface de la Terre. C'est une énorme quantité de chaleur interne produite par la radioactivité naturelle des roches par la désintégration de l'uranium, du thorium et du potassium (Orange, 1995).

La géothermie fait partie des énergies renouvelables et présente le plus large spectre d'activités. Son exploitation consiste à extraire de l'énergie contenue dans le sol pour l'utiliser sous forme de chauffage ou pour générer de l'électricité. Le rejet de chaleur dans le sol, en été, permet la climatisation des locaux, on parle aussi du stockage thermique saisonnier.

Le soleil aussi joue un rôle important dans l'alimentation des systèmes géothermiques peu profonds. En tenant compte des éventuelles pertes (par dispersion dans l'atmosphère et réflexion par les nuages et la surface de la Terre), 46 % de l'énergie solaire est absorbée par le sol. Ce qui constitue une source abondante d'énergie facile à exploiter pour répondre aux besoins énergétiques des bâtiments (RETScreen, 2006).

L'échelle de variation de la température du sol décide sur la manière dont on pourra utiliser cette source d'énergie. ASHRAE (2007) définit les ressources géothermiques comme suit:

- Les hautes températures ($>150^{\circ}\text{C}$) utiles pour la production électrique.
- Les moyennes températures ($<150^{\circ}\text{C}$) pour des applications thermiques directes.
- Les basses températures ($<32^{\circ}\text{C}$) pour des applications à travers les pompes à chaleur.

BRGM-ADEME (2010) recense les différentes techniques pour l'extraction de chaleur au moyen des échangeurs géothermiques :

- Les sondes verticales ou les capteurs horizontaux, couplés à des pompes à chaleur (système fermé) pour le chauffage des bâtiments.
- Au moyen de forages d'eau pour capter des aquifères à faible profondeur ($< 200\text{ m}$) ou profonde (jusqu'à environ 2000 m) où la chaleur récupérée peut être utilisée directement dans le chauffage des locaux.
- Un échangeur air-sol (également un puits canadien), son principe consiste à chauffer ou rafraîchir l'air circulant d'une conduite enterrée, pour assurer la ventilation dans un local.

Moch (2013) a classé les techniques décrites ci-dessus selon le type d'échange thermique : la première méthode (sonde verticale et capteur horizontal) appartient à la géothermie sèche, l'utilisation des aquifères dans l'aquathermie et les puits canadiens dans l'aérothermie.

La géothermie sèche en mode chauffage utilise un fluide caloporteur, pour transporter la chaleur extraite du sol vers l'environnement à chauffer, et le cycle est inversé en climatisation.

Le fonctionnement ici est en boucle fermée, ainsi aucun transfert de matière ne se produit. Tandis que l'aquathermie se sert de l'eau souterraine pour le transport de la chaleur en exécutant ainsi un circuit ouvert avec transfert de matière.

Exploiter la chaleur du sol pour répondre aux besoins énergétiques de nos bâtiments d'une façon propre et renouvelable c'est très recommandable et à encourager. Toutefois, la façon dont on utilise le champ géothermique détermine s'il s'agit d'une source d'énergie renouvelable ou non (Lamarche, 2013). En effet, pendant l'été, le rejet de chaleur dans le sol permet à la fois la climatisation des locaux et la recharge des forages, ce qui constitue ainsi une source renouvelable en basse température. Mais, ce n'est pas toujours le cas, en géothermie profonde, on soustrait de la chaleur afin de produire l'électricité, et on ne réinjecte pas de la chaleur dans le puits. Ainsi le gisement est épuisable sur le long terme.

1.2 Les modèles analytiques des puits géothermiques

Dans la littérature, trois principaux modèles montrent leurs pertinences pour l'évaluation du champ de température du sol autour de l'échangeur géothermique. On distingue, la méthode de source linéique infinie de Kelvin (SLI), la source linéique finie (SLF) et la source cylindrique infinie (SCI).

L'analyse de ces trois modèles, dans les parties suivantes, utilise des puits géothermiques verticaux pour simplifier la présentation des principes de chaque solution.

Par convention, et pour le reste du rapport, on va considérer que le taux d'échange de chaleur par unité de longueur de l'échangeur géothermique q' , est négatif lorsque la chaleur est puisée (chauffage) et positif lorsque la chaleur est rejetée (climatisation).

1.2.1 Source linéique infinie

Historiquement, ç'a été le premier modèle fut développé, pour un échangeur géothermique. À partir des résultats des travaux effectués par Lord Kelvin, Ingersoll et Plass (1948) ont présenté les principes de la méthode SLI pour un puits géothermique vertical. Ceci est le modèle le plus simplifié puisqu'il suppose une ligne de source infinie, le puits, dans un milieu infini qui est le sol. La figure 1.1 explique cette solution.

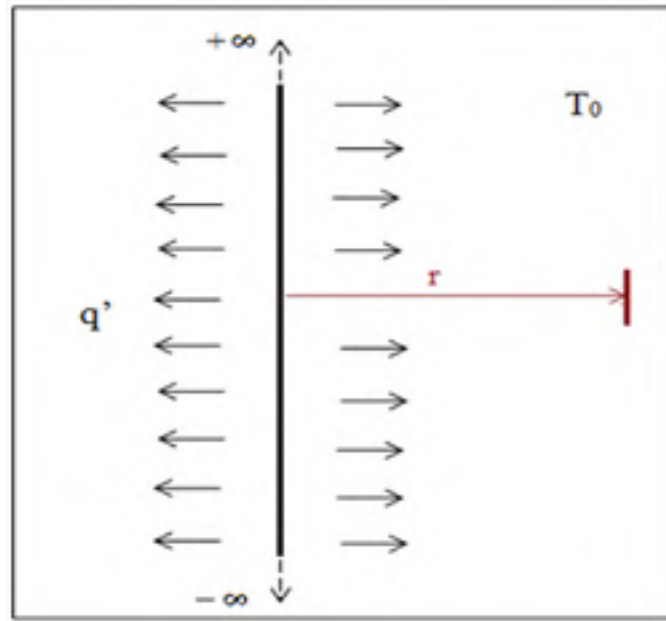


Figure 1.1 Schéma de principe du modèle SLI

Un ensemble d'hypothèses à considérer lors de l'utilisation de SLI. En effet, il faut assimiler l'homogénéité du milieu, la ligne source est définie comme étant la sommation d'une multitude de points alignés sur un axe infini et le transfert de chaleur qui se produit entre puits et sol est le même en chaque point source (Fontaine, 2010) et les échanges thermiques sont considérés comme radiaux, ainsi on néglige ceux qui s'orientent axialement à la source.

La variation de température, à l'instant t et sur une distance r de la source, avec la méthode SLI est donnée par l'expression (1.1).

$$T_s(r,t) - T_0 = \frac{q'}{2\pi k_s} \int_{r/2\sqrt{\alpha t}}^{\infty} \frac{e^{-u^2}}{u} du \quad (1.1)$$

1.2.2 Source linéique finie

Un modèle SLF pour une sonde verticale a été développé par Eskilson (1987). Cette méthode établit l'expression de la température en deux dimensions soit r radialement et z axialement.

Contrairement au modèle SLI, ce modèle suppose une source de longueur finie dans un milieu semi-fini. La température à la surface du sol T_0 est supposée constante tout au long de l'année. Cette condition découle du principe de cette méthode, en effet une ligne de source virtuelle symétrique, par rapport à la surface du sol, à celle réelle de même longueur et avec une puissance linéique de signe opposé, permet de supposer une température du sol non perturbée constante (Zeng et al., 2002).

La figure ci-dessous représente la géométrie du modèle SLF d'un puits vertical ainsi que son image opposée.

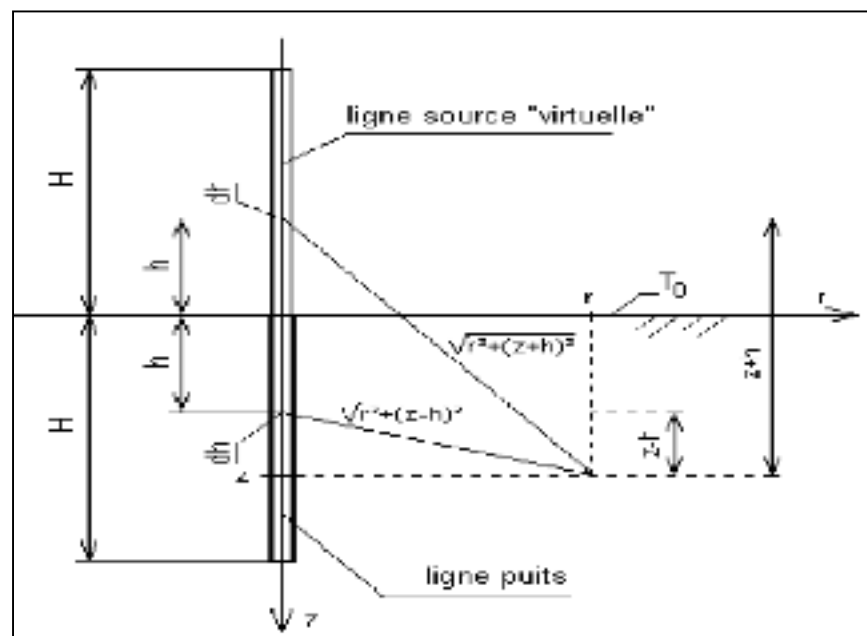


Figure 1.2 Schéma de principe du modèle SLF
Tirée de Bernier (2014)

L'équation (1.2) donne la solution du modèle SLF pour déterminer le champ de température autour d'une sonde géothermique.

$$T_s(r, z, t) - T_0 = \frac{q'}{4\pi k_s} \int_0^H \left[\frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2 + (z-h)^2}}{2\sqrt{\alpha_s t}}\right)}{\sqrt{r^2 + (z-h)^2}} - \frac{\operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{r^2 + (z+h)^2}}{2\sqrt{\alpha_s t}}\right)}{\sqrt{r^2 + (z+h)^2}} \right] dh \quad (1.2)$$

Le modèle SLF nécessite un temps de calcul assez important. Lamarche et Beauchamp (2007a) ont réduit ce temps en effectuant quelques modifications mathématiques pour améliorer cette méthode.

1.2.3 Source cylindrique infinie

Les travaux de Carslaw et Jaeger (1947) ainsi que ceux d'Ingersoll et al. (1954) ont permis de déterminer la solution du modèle SCI.

Cette méthode considère une source cylindrique de longueur infinie avec un échange thermique constant au niveau de la paroi entre le sol et le puits géothermique sur toute sa longueur. La figure 1.3 explique le principe de cette solution.

Pareil à SLI, cette solution néglige les effets aux extrémités et ne tient en compte que des variations radiales.

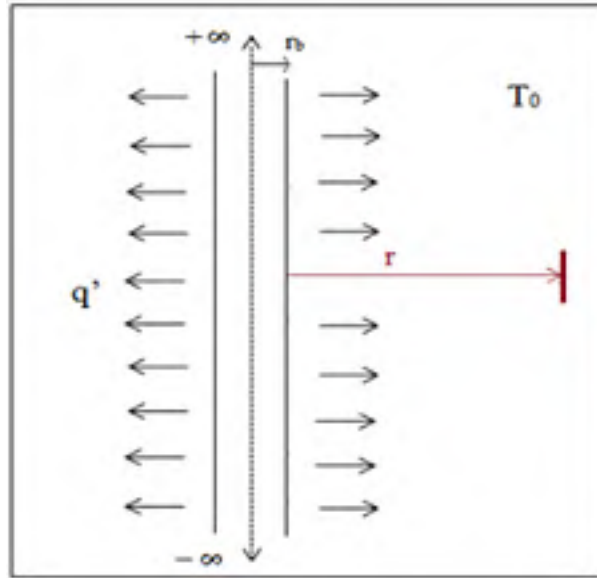


Figure 1.3 Schéma de principe du modèle SCI

La variation de la température du sol avec la méthode SCI, est évaluée par l'expression (1.3).

$$T_s(r,t) - T_0 = \frac{q'}{k_s \pi^2} \int_0^{\infty} \left(e^{\frac{-\beta^2 \alpha_s t}{r^2}} - 1 \right) \frac{J_0(\gamma \beta) Y_1(\beta) - Y_0(\gamma \beta) J_1(\beta)}{\beta^2 (J_1^2(\beta) - Y_1^2(\beta))} d\beta \quad (1.3)$$

$F_0 = \frac{\alpha_s t}{r_b^2}$ est le nombre de Fourier et $\gamma = r / r_b$ est le rayon adimensionné.

J_n et Y_n sont les fonctions de Bessel d'ordre n.

Le temps d'exécution du SCI est assez important. Quelques améliorations ont été apportées à ce modèle par Cooper (1976), Bernier (2000), afin de le rendre plus pratique.

Lamarche et Beauchamp (2007b) ont déterminé une solution SCI optimale pour des charges variantes dans le temps.

1.3 Les échangeurs géothermiques horizontaux

1.3.1 Principes

Un système géothermique à boucle horizontale, tel que schématisé à la Figure 1.4, utilise typiquement un échangeur à tube simple en polyéthylène. La tuyauterie se trouve à des faibles profondeurs sous la surface du sol de l'ordre de 1 à 2 m. La densité de puissance thermique récupérée aux alentours de cette profondeur peut aller de 15 à 20 Watts par mètre linéaire de tube installé (Moch, 2013).

Laporte (2004) suggère quelques recommandations pour bien mener son installation de réseau géothermique horizontal. En effet, la tuyauterie doit être loin de deux mètres des arbres, 1,5 m des réseaux enterrés non hydrauliques et 3 mètres des fondations et des fosses.



Figure 1.4 Exemple d'un système géothermique à boucle
Tirée de Manitoba Hydro(2015)

Le flux géothermique est négligeable sur une faible profondeur de la surface du sol, donc c'est l'énergie du soleil et les infiltrations de pluie qui alimente ce type de système. Par ailleurs, le terrain de l'installation doit être exposé totalement aux rayonnements solaires.

La surface de captation horizontale devrait être importante, typiquement c'est environ deux à trois fois la surface de l'espace à chauffer. L'E.M.R (1989) recommande une longueur de tuyau de 45 à 55 mètres par kilowatt de capacité de la pompe à chaleur utilisée.

Les systèmes à échangeur horizontal ne sont pas coûteux. Mais ils sont moins efficaces que les capteurs verticaux, qui se distinguent par un coût d'installation initial relativement élevé.

1.3.2 Les modèles analytiques existants

La modélisation analytique de transfert de chaleur entre le sol et l'échangeur géothermique à boucle horizontale reste un travail approximatif et assez compliqué vu le nombre des paramètres à considérer, essentiellement le comportement thermo-hydraulique variable du sol. Contrairement aux puits verticaux, la variation saisonnière de la température et l'écoulement de l'eau souterraine ont un effet important sur les échanges thermiques de ces systèmes enfouis à quelques mètres seulement de la surface du sol.

L'un des premiers modèles fut développé, est celui d'Ingersoll et Plass (1948). Une source linéique infinie est superposée horizontalement à une ligne virtuelle symétrique par rapport à la surface du sol avec une puissance opposée. Les auteurs utilisent ici les propriétés des deux modèles SLI et SLF, discutées précédemment.

Un modèle, en régime permanent, a été élaboré par Claesson et Dunand (1983) qui détermine la température du sol autour d'un tuyau ou d'une disposition parallèle d'un ensemble des tuyaux horizontaux, en utilisant le principe de la superposition et la technique Ingersoll et Plass (1948). Ce modèle permet la variation temporelle de la puissance échangée entre les tuyaux et le sol, et tient en compte l'effet de pénétration des ondes saisonnières de la température à la surface du sol.

Mei (1991) présente un modèle qui n'utilise pas les lignes de source, mais plutôt les équations d'équilibre énergétique en supposant que la température du fluide à l'entrée du

serpentin horizontal est connue à partir des données de la pompe à chaleur. Le modèle de Mei considère la variation saisonnière de la température, la nature thermique du matériau constituant les tuyaux et la propriété thermique du fluide caloporteur.

Cui et al. (2006) suggère un modèle de puits incliné qui peut servir en cas de disposition horizontale de l'échangeur en mettant les bons paramètres d'entrées au modèle. Marcotte et Pasquier (2009) ont amélioré ce travail en introduisant une nouvelle variable qui présente la profondeur du tuyau par rapport à la surface du sol.

Fontaine et al. (2011) ont développé un modèle basé sur la méthode SLF qui représente une extension au cas transitoire de la solution de Claesson et Dunand (1983). Son modèle permet de tenir en compte du changement de phase de l'eau souterraine.

Philippe et al. (2011) ont déterminé une approche qui permet de varier le taux d'échange de chaleur sur chaque partie de la conduite géothermique. Ce modèle est capable également de tenir compte des interactions thermiques des différentes portions de tuyaux entre elles.

1.3.3 Les modèles numériques existants

La résolution analytique des problèmes de géothermie à boucle horizontale est très complexe. Surtout en couplant le transfert de chaleur avec le transfert de masse, changement de phase dans le sol et l'effet de la pénétration de température saisonnière. Afin de parvenir à modéliser facilement ces systèmes, de nombreuses approches numériques ont été évaluées. On se limite ici sur quelques modèles types existants dans la littérature.

Esen et al. (2007) proposent un modèle bidimensionnel transitoire développé par la méthode de différence finie. Cette solution tient en compte la variation saisonnière et journalière de la température du sol, mais pas de l'humidité, d'écoulement d'eau et de gel. Ce modèle numérique a été testé et validé pour un échangeur horizontal de 16 mm de diamètre, 100 m de longueur et enfouis à une profondeur d'un mètre (Inalli et Esen, 2004).

Demir et al. (2009) ont également proposé un modèle numérique bidimensionnel transitoire par différence finie pour calculer la température du sol entourant le capteur horizontal. Ce modèle suppose l'uniformité des propriétés thermique du sol et néglige l'effet de transfert de masse sur le transfert de chaleur. Néanmoins, plusieurs effets météorologiques qui influencent le système géothermique horizontal ont été traités : radiations solaires, transfert latent et sensible, convection, couverture surfacique (par exemple la neige) et précipitations.

Afin de coupler le phénomène de transfert de masse avec celle de chaleur, Piechowski (1996) a développé dans le cadre de sa thèse un modèle bidimensionnel qui réagit l'effet d'écoulement d'eau sur la réponse de l'échangeur horizontal au flux thermique. L'impact du gel autour du serpentín n'a pas été traité dans ce travail.

Pour simplifier la modélisation, les hypothèses suivantes ont été prises : le sol est homogène, la température du sol varie seulement du fait de la pénétration des ondes saisonnières et journalières de température et le mouvement thermique à la surface est supposé seulement convectif. Piechowski a fait la résolution des trois équations: d'équilibre énergétique du fluide circulant dans les tuyaux et les deux autres expriment le transfert de chaleur et de masse dans le milieu d'échange. Le modèle a été validé expérimentalement par Piechowski (1998) sur deux échangeurs géothermiques horizontaux.

1.4 Les échangeurs géothermiques hélicoïdaux

1.4.1 Description et utilité

Comme mentionné précédemment, les sondes géothermiques demandent des investissements importants relatifs au coût élevé des forages et les capteurs géothermiques horizontaux nécessitent des grandes surfaces de sol bien dégagées.

Face à ces contraintes, d'autres géométries et formes ont été développées, principalement la forme hélice circulaire dite aussi spirale cylindrique. L'échangeur géothermique qui prend cette forme s'appelle généralement «une corbeille géothermique».

La hauteur utile de ces collecteurs est idéalement comprise entre 2 et 3 m pour une corbeille disposée verticalement (Moch, 2013). Donc, cette forme s'avère une bonne solution vis-à-vis les limites des formes rectilignes classiques.

Géométriquement, une hélice se caractérise par sa hauteur h , son rayon externe r_0 et le pas p entre les spires. L'équation paramétrique d'une hélice circulaire est définie par l'application Γ de l'équation (1.4).

Dans un repère cartésien et $\forall R, p, h \in \mathfrak{R}_+^*$ on a:

$$\begin{aligned} \Gamma &: \mathfrak{R} \longrightarrow \mathfrak{R}^3 \\ t &\longrightarrow \begin{cases} x(t) = r_0 \cos t \\ y(t) = r_0 \sin t \\ z(t) = (p / 2\pi)t \end{cases} \end{aligned} \quad (1.4)$$

La longueur d'une spire de l'hélice est calculée par la relation (1.5).

$$l = \sqrt{(2\pi r_0)^2 + p^2} \quad (1.5)$$

La longueur totale L du tuyau formant l'échangeur est déduite par l'expression (1.6) (Moch, 2013).

$$L = h \sqrt{1 + (2\pi r_0 / p)^2} \quad (1.6)$$

Le nombre de spires de l'hélice est donné par l'expression (1.7).

$$N = \text{int}[h / p] \quad (1.7)$$

1.4.2 Modélisation de transfert de chaleur avec le sol

La majorité des études sont faites sur des capteurs de forme spirale cylindrique à disposition verticale comme illustrée sur la figure 1.5(a). Concernant la disposition horizontale, figure 1.5 (b), peu d'études existent dans la littérature. Commenant d'abord par présenter les techniques de modélisation analytiques spécifiques à cette forme, puis on passe à leurs applications sur les échangeurs verticaux et horizontaux.

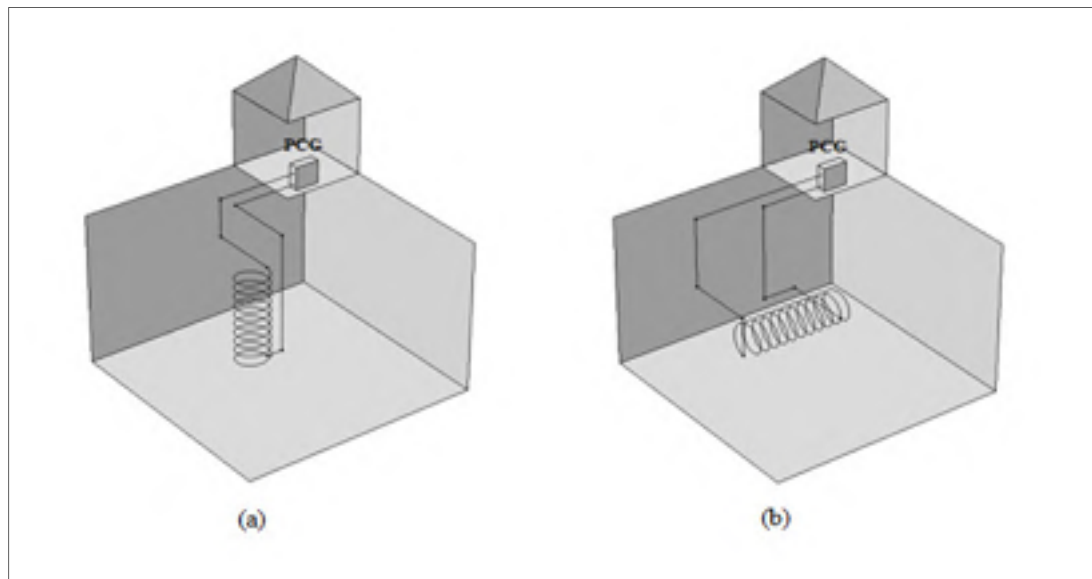


Figure 1.5 Échangeurs géothermiques hélicoïdaux couplées à PCG
(a) Système vertical (b) Système horizontal

On distingue principalement trois façons de modélisation:

- Le modèle de source cylindrique solide utilisé généralement pour évaluer l'échange thermique dans les pieux géothermiques à échangeurs hélicoïdaux.
- Le modèle en anneaux superposés (ring-coil).
- Le modèle de source de chaleur spirale (spiral heat source).

La figure 1.6 présente l'approche géométrique adoptée pour chaque modèle cité ci-dessus.

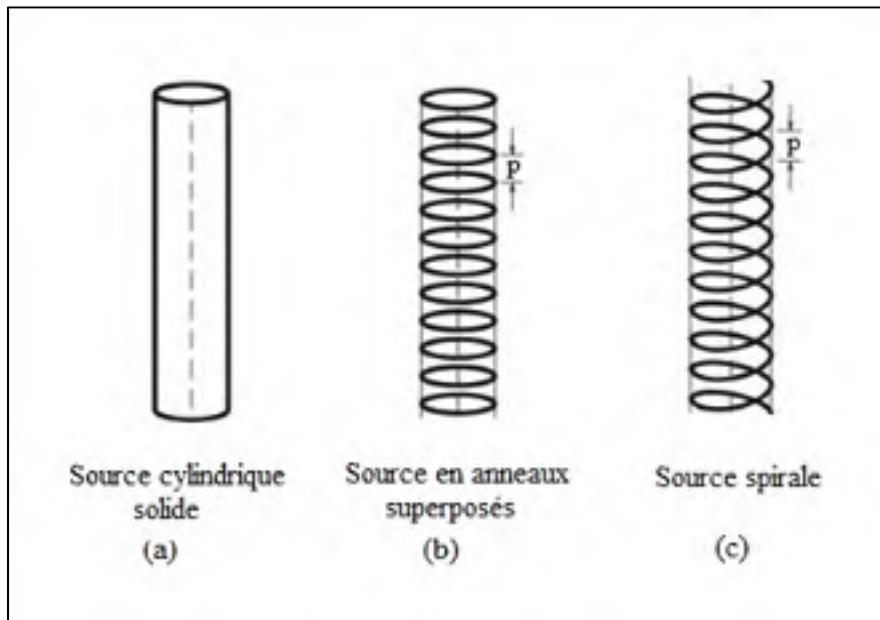


Figure 1.6 Les différentes techniques de modélisation
d'un échangeur hélicoïdal
Adaptée de Man et al. (2011)

1.4.2.1 Modèle de source cylindrique solide

Man et al. (2010) ont développé le modèle de source cylindrique solide pour résoudre les problèmes des échangeurs hélicoïdaux dans les pieux verticaux. Ils affirment que l'utilisation des modèles classiques de source linéique et cylindrique « creuse » n'aboutit pas à des résultats valides.

Park et al. (2012) combine cette approche avec la solution de ligne de source finie SLF pour estimer la variation de température d'un échangeur hélicoïdal avec un tuyau de retour qui passe par l'axe de l'échangeur.

Zhang et al. (2012) ont amélioré cette solution pour qu'elle tienne en compte des écoulements des eaux souterraines. À la fin de leurs études, ils ont montré la limite majeure de ce modèle qui néglige la discontinuité longitudinale de la source.

Ce modèle considère l'échangeur hélicoïdal comme étant une source cylindrique continue et le cylindre n'est pas creux, mais rempli avec la même matière que le cylindre. Donc cette méthode ne considère pas la spécificité géométrique de l'échangeur spiral cylindrique.

1.4.2.2 Modèle de source en anneaux superposés

Ce modèle est développé par Cui et al. (2011) en utilisant le modèle de source cylindrique sur une superposition des spires non jointives. Le milieu intérieur et extérieur du cylindre est composé d'un sol homogène.

La solution analytique établie va permettre de mieux considérer la fluctuation de température tout au long de l'échangeur et de voir l'influence du paramètre, pas entre les spires, sur le transfert de chaleur autour du capteur géothermique.

Zhang et al. (2012) ont comparé ce modèle avec celui de source cylindrique en considérant les modes de transferts dans le sol : conduction et d'advection. Un modèle en anneaux superposés donne des résultats plus précis et plus proche des conditions réelles.

Ce modèle a été repris également par Park et al. (2012). Ils ont refait la même étude réalisée avec le modèle de source cylindrique solide présenté dans le paragraphe précédent sur le modèle en anneaux. En effet, une combinaison de cette approche avec la méthode SLF pour estimer la variation de température d'un échangeur hélicoïdal avec un tuyau de retour qui passe par l'axe de l'échangeur. Une étude comparative entre les résultats des deux modèles n'a été pas faite dans ce travail, ils se sont limités à une validation numérique des différents résultats obtenus.

Dans la littérature la modélisation par anneaux est utilisée exclusivement pour les systèmes géothermiques slinky. La figure 1.7 illustre la configuration en slinky utilisé dans les boucles horizontales.

Ce modèle a été repris notamment par Li et al. (2012a), Li et al. (2012b) Xiong et al. (2015) dans d'autres travaux, non détaillés dans ce chapitre.

Bien que cette méthode présente une amélioration par rapport à celle de source cylindrique solide, mais elle reste une approximation des conditions réelles et de la vraie géométrie de l'échangeur en hélice, essentiellement les petites parties du tuyau qui relient les spires entre eux et qui sont négligées dans cette approche.

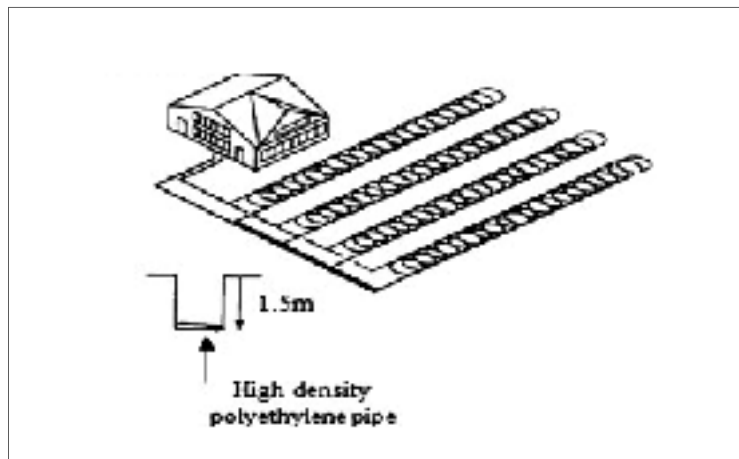


Figure 1.7 Système géothermique horizontal en slinky
Adaptée de Fujii et al.(2012)

1.4.2.3 Modèle de source spirale

Man et al. (2011) présente cette fois-ci un modèle analytique plus adapté à la géométrie spirale en utilisant une ligne de source spirale, infinie et finie, pour évaluer le champ de la température autour d'un capteur géothermique en hélice. Pour développer cette solution, les auteurs ont eu recours à la fonction de Green et comme entrée du modèle, un flux de chaleur par unité de longueur constant sur toute la ligne de source.

La simulation de cette solution donne des bons résultats en ce qui concerne le design des pieux géothermiques à échangeurs hélicoïdaux.

Des problèmes de singularité des intégrales du modèle de Man et al. (2011) peuvent parfois se présenter. La double intégration temps/ligne de source rend le temps de calcul trop long.

Park et al. (2013) ont élaboré une nouvelle solution plus pratique, en introduisant la fonction prédéfinie d'erreur complémentaire (erfc) pour alléger ainsi le calcul et éviter les problèmes de singularité. Ils ont validé ce modèle avec des mesures expérimentales.

Les deux approches citées précédemment considèrent un flux d'échange thermique constant sur toute la surface de l'échangeur géothermique. Ces suppositions ne reflètent pas la réalité, puisque le taux d'échange est de plus en plus important en allant dans la profondeur.

Récemment, Leroy et Bernier (2015) ont modifié cette solution en utilisant le principe de superposition spatiale sur la ligne de source spirale pour simuler les effets de la variation de taux de chaleur échangé suivant la direction verticale axiale. Cette approche a été validée pour des charges en chauffage constantes et variables dans le temps (superposition temporelle).

1.4.1 Les études existants sur les échangeurs géothermiques hélicoïdaux à boucle horizontale

Les travaux et les modèles analytiques qui sont discutés dans les paragraphes précédents concernent généralement des systèmes géothermiques hélicoïdaux à disposition verticale, pareil pour les simulations numériques et les essais expérimentaux : Rabin et Korin (1996), Moch et al. (2014), Bezyan et al. (2015).

Peu des études ont été réalisées pour les colleteurs géothermiques à disposition horizontale. Congedo et al. (2012) ont réalisé une étude comparative de différentes configurations d'échangeurs géothermiques horizontaux : un échangeur en tube linéaire, slinky et hélice. La longueur des échangeurs étant de 2 mètres. Les tuyaux sont en polyéthylène de diamètre 0,05 m. Pour les deux géométries non linéaires, le rayon externe des spires est de 0,4 m. L'idée des auteurs était de tester les différents types d'échangeurs en fonction des conditions d'opérations qui peuvent influencer l'efficacité de ces systèmes.

Quatre paramètres sont contrôlés : la conductivité du sol (1, 2 et 3) W/m.K), la profondeur (1m, 2m et 2,5m), le débit d'entre de l'eau (0,25 kg/s, 0,5kg/s et 1 kg/s) et la distance entre les spires (0,4m, 0,3m et 0,2m) pour les échangeurs slinky et hélice.

À partir des simulations numériques (CFD) réalisées sur les deux périodes d'hiver et d'été, les auteures ont conclu que le principal facteur qui influence la performance du transfert de chaleur avec le sol était, bien évidemment, la conductivité thermique du sol et de degré moindre le choix de la vitesse d'écoulement du fluide caloporteur dans les tuyaux. La profondeur joue un rôle moins important dans la performance des systèmes, les auteurs proposent de choisir 1,5 m de profondeur de l'installation comme un bon compromis entre coût et performance.

La comparaison entre les trois configurations, pour les mêmes conditions d'opération, donne que l'utilisation de l'échangeur hélicoïdal est 10 fois plus efficace que le tube linéaire et 5 fois plus efficace que le slinky en terme de performance. Ces résultats ont été validés par des essais expérimentaux.

Yoon et al. (2015) ont procédé à une étude comparative expérimentale similaire à celle présentée précédemment. En effet, ils ont montré qu'un choix minutieux du rapport pas entre les spires et le diamètre de l'hélice améliore énormément le taux de transfert de chaleur entre le sol et l'échangeur. Dans les cas étudiés, pour un rapport pas/diamètre égal à 1 (espace entre spires relativement élevé), le taux de transfert thermique est 100-150 % supérieur que dans le cas où ce rapport est égal seulement à 0,2 (espace entre spires relativement faible). En effet, si on diminue l'intervalle entre les spires, on augmente l'interférence thermique entre eux, ce qui réduit le taux de transfert de chaleur entre l'échangeur et le sol.

Neuberger et al. (2014) ont réalisé une étude théorique du comportement thermique du sol autour de l'échangeur hélicoïdal. Mais elle reste assez générale vu qu'elle ne tient pas de la forme géométrique spéciale du capteur en hélice.

Šedová et al. (2015) ont présenté une analyse expérimentale de la variation de température du sol autour de l'échangeur hélicoïdal horizontal relié à une pompe à chaleur géothermique. Ils ont conclu sur l'efficacité de ce système pour répondre à leur besoin annuel en chauffage.

Une étude techno-économique plus détaillée a été conduite par Go et al. (2015) sur échangeur hélicoïdal horizontal afin d'optimiser ses caractéristiques de design. Ils ont essayé de varier certains paramètres et testé leurs impacts sur la réponse thermique du système.

Cent soixante combinaisons ont été simulées, pour différentes valeurs de paramètres : pas entre spires, profondeur de l'installation et vitesse d'écoulement du fluide.

Une simulation numérique en 3D a été faite sur un échangeur hélicoïdal de longueur 4m, diamètre extérieur de 0,25m et diamètre de la conduite de 0,025m. Les résultats obtenus ont été validés expérimentalement. Pareil aux autres travaux, il n'a pas eu une modélisation analytique de l'échangeur hélicoïdal utilisé.

Les auteurs trouvent pour leur cas, qu'une configuration avec un pas entre spire de 5cm, vitesse de fluide de 0,9 m/s et une profondeur de 2,5m permettra de dégager un maximum annuel d'énergie de 1464,3kWh. Cependant, en tenant compte des investissements initiaux à faire pour tel système et les coûts d'opérations, ces valeurs changent. Pour leur installation, ils ont retrouvé : un pas en spires de 8 cm, une vitesse du fluide 0,7m/s et une profondeur optimale de 2,5 m.

Optimiser un système géothermique hélicoïdal à boucle horizontale fait intervenir un ensemble non exhaustif de paramètres; variant entre géométrique, thermique, hydraulique et même économique et financière. L'ingéniosité est de trouver la combinaison gagnante entre tous ces paramètres, en garantissant le meilleur ratio performance/coût.

D'où la nécessité d'un modèle analytique qui -va faciliter et accélérer les simulations par rapport à la résolution numérique et les essais expérimentaux.

1.5 Température du sol

La température du sol près de la surface du sol varie continuellement. On distingue deux types de variation : journalières et saisonnières. Dans l'étude des systèmes horizontaux, les variations thermiques quotidiennes peuvent être négligées puisque leurs effets ne dépassent pas quelques centimètres en profondeur (Fontaine, 2010).

La variation saisonnière de la température ambiante peut se sentir à une profondeur allant jusqu'à 10-15 mètres. À ce niveau, la température commence à se stabiliser, la valeur constante de la température notée est appelée: température non perturbée du sol.

Lamarche (2014) présente l'équation (1.8) qui réagit la variation annuelle de la température du sol en fonction de la profondeur.

$$T_s(z,t) = T_0 - A \exp\left(-z \sqrt{\frac{\pi}{365\alpha_s}}\right) \cos\left\{w\left(t_j - t_{shift} - \frac{z}{2} \sqrt{\frac{365}{\pi\alpha_s}}\right)\right\} \quad (1.8)$$

Où T_0 est température non perturbée du sol, A est la variation de température du sol pendant l'année, t_j est le jour de l'année, t_{shift} est le jour le plus froid de l'année et $w=2\pi/365$.

Comme c'est déjà mentionné, on a négligé le gradient de température horizontal dans cette expression puisqu'il n'a pas d'effet sur les systèmes géothermiques peu profond.

Cette solution est très pratique et largement utilisée. D'autres approches existent dans la littérature plus complexe, mais donnent des résultats plus précis : Mihalakakou et al. (1997), Chow(2011) et Badache et al. (2015).

L'évolution annuelle de la température du sol à différentes profondeurs est telle que représentée à la figure 1.8. La température du sol non perturbée est estimée à 6,78 °C et la variation de température du sol pendant l'année est de 14,42 °C et une diffusivité du sol α_s de 0,0414 m²/jour.

Ces valeurs ont été déterminées à partir de la base de données climatique de la ville de Montréal (Climat, 2015).

Les courbes montrent une diminution de la température du sol avec l'augmentation de la profondeur de pénétration. Le déphasage entre les ondes est dû à l'inertie thermique du sol (Philippe, 2010).

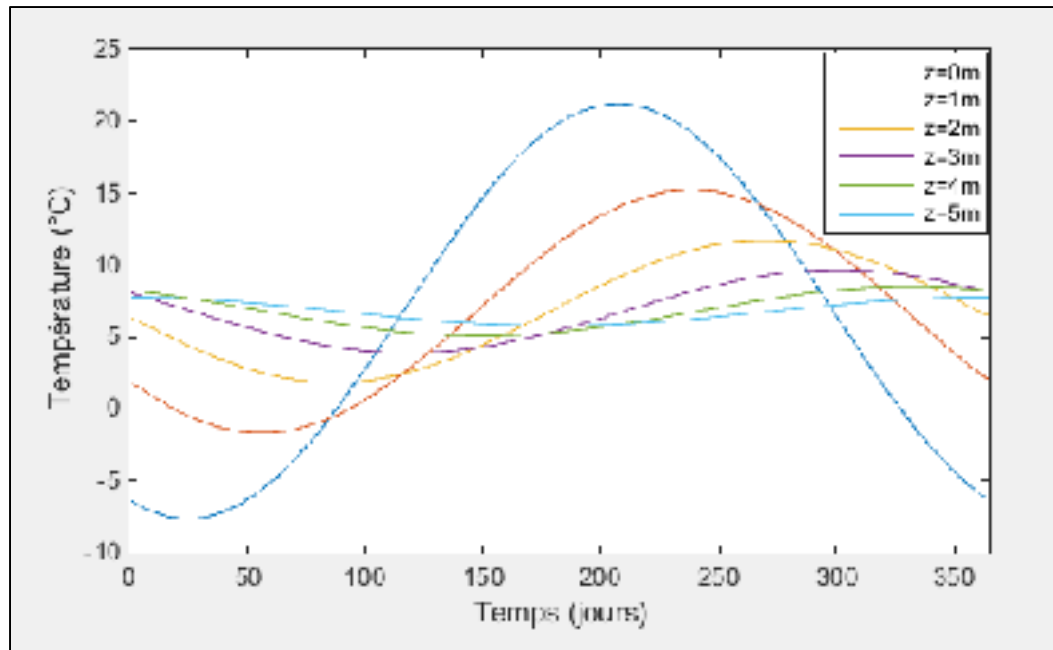


Figure 1.8 Variation spatio-temporelle de la température du sol

À cause des fluctuations thermiques surfaciques, il aura une variation annuelle du champ de température du sol autour de l'échangeur horizontal, qui se situe généralement à quelques mètres au-dessous de la surface du sol. Donc il est nécessaire de ne pas négliger l'influence du comportement thermique du sol dû à la variation de la température ambiante. Les tracés de la figure 1.9 montrent le profil de pénétration de la température dans le sol en fonction de la profondeur pour les quatre saisons de l'année.

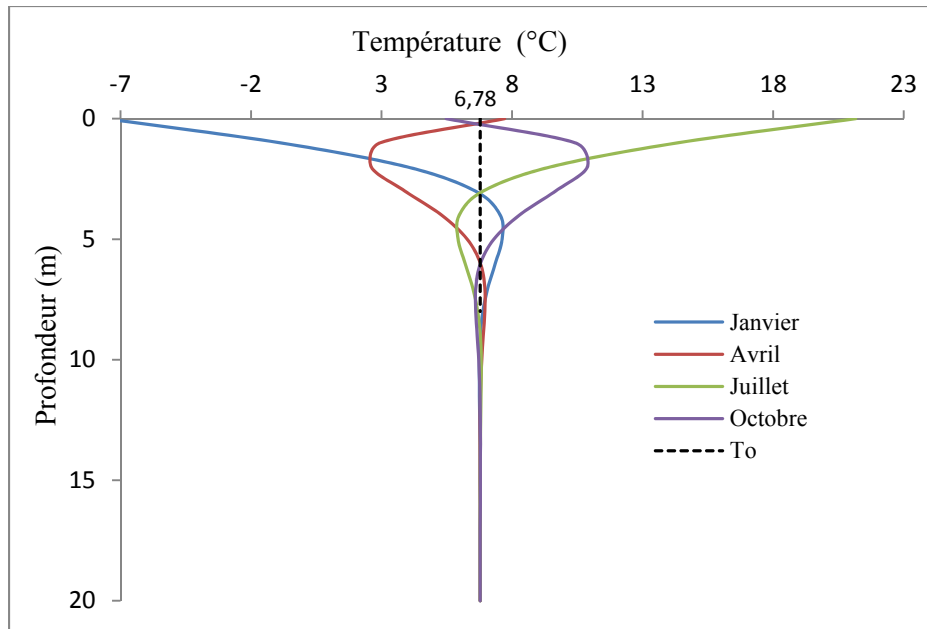


Figure 1.9 Profil de la température du sol en fonction de la profondeur pour les mois: janvier, avril, juillet et octobre

D'autres paramètres peuvent modifier le régime thermique du sol et qui ne seront pas étudiés dans ce travail : la radiation solaire, le régime hydrique (pluie, neige, précipitation...), afflux froid ou chaud, vent, l'évolution de la couverture végétale... (Musy et Soutter, 2009).

CHAPITRE 2

MODÉLISATION ANALYTIQUE ET SIMULATION NUMÉRIQUE

Au cours de ce deuxième chapitre, un modèle analytique sera élaboré afin de décrire le champ de température du sol autour dans un échangeur hélicoïdal en boucle horizontale. La suite de ce travail sera d'établir un algorithme qui va permettre de calculer les températures d'entrée et de sortie du fluide circulant dans le tuyau.

Ce modèle sera développé en utilisant la solution de la source spirale de Man et al. (2011). La littérature a montré la pertinence de cette méthode de modélisation. Contrairement aux modèles de source cylindrique solide et en anneaux superposés, cette technique permet de considérer la forme géométrique complexe du collecteur en hélice dans son milieu géothermique.

Par rapport aux méthodes classiques de modélisation analytique, la SLF sous-estime la réponse thermique d'un échangeur en forme hélicoïdal, alors que la méthode de la source cylindrique surestime les résultats de son comportement thermique (Park et al., 2012).

Désormais, l'approche de la source de chaleur spirale (SSF) semble bien un choix judicieux pour développer le modèle d'échange thermique souhaité.

La deuxième partie de ce chapitre sera consacré au développement du modèle numérique comparatif qui aura pour objectif de valider les résultats obtenus analytiquement.

2.1 Modélisation analytique

2.1.1 Fonction de Green

La fonction de Green est une solution assez puissante et pratiquement la plus utilisée pour la résolution analytique des problèmes de conduction de chaleur dans le domaine géothermique (Cole et al., 2010).

La formulation de Green désigne la réponse en température à une impulsion de chaleur instantanée émise d'un point définie à un instant donné. Autrement, c'est parler de l'effet activé en un point P à l'instant t dû à la cause au point P' à l'instant t', avec $t > t'$ (Saint-blanc et Fourcher, 2016).

En formulation mathématiquement, ça consiste à résoudre l'équation différentielle 2.1.

$$\alpha \Delta G - \frac{\partial G}{\partial t} = \delta(P - P') \delta(t - t') \quad (2.1)$$

Où $G(P, t / P', t')$ est la fonction de Green et δ est la fonction impulsion de Dirac et Δ c'est l'opérateur Laplacien (voir annexe III).

En trois dimensions, la solution de Green est donnée par l'expression 2.2 ci-dessous.

$$G(P, t / P', t') = \frac{1}{8 [\pi \alpha (t - t')]^{3/2}} \exp \left(-\frac{|P - P'|^2}{4 \alpha (t - t')} \right) \quad (2.2)$$

2.1.2 Description et hypothèses

Dans le modèle de source de chaleur spirale, un échangeur hélicoïdal, de longueur h, rayon r_0 et pas entre spires p, est disposée horizontalement dans le sous-sol à une profondeur z_0 , tel que schématisé à la figure 2.1. L'hélice est représentée par une ligne donc de rayon interne nul.

En vue de simplifier le modèle, le changement de phase du sol et l'écoulement d'eau souterraine seront négligés. En effet, ce travail consiste à évaluer la capacité thermique du système géothermique hélicoïdal à boucle horizontale indépendamment des facteurs

d'influence en relation avec le comportement hydro-thermique variable du sol. Par conséquent, l'étude porte seulement sur un problème de conduction pure.

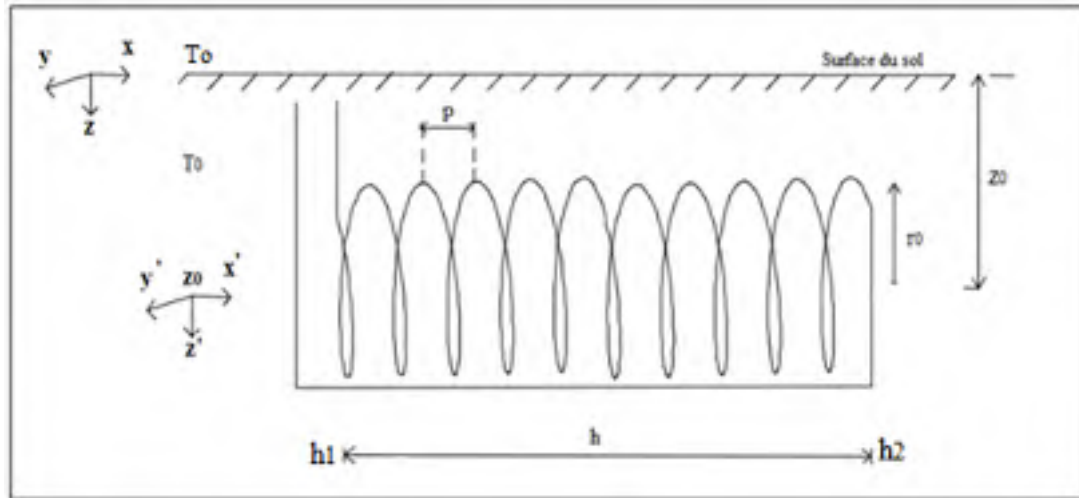


Figure 2.1 Disposition d'un échangeur hélicoïdal dans le milieu géothermique

L'équation de chaleur gouvernant le transfert dans le sol, en régime transitoire, et ses conditions aux limites sont données par le système d'équation (2.3), en coordonnées cartésiennes.

$$\begin{cases} \alpha_s \Delta \theta_s + q(P, t) = \frac{\partial \theta_s}{\partial t} \\ \theta_s(P, 0) = 0 \\ \theta_s(P, t) = 0 \\ q(P, t) = \frac{q'}{\rho_s C p_s} \delta(P - P') \end{cases} \begin{array}{l} \text{dans tout le domaine} \\ \text{pour } z = 0 \\ \text{pour } h_1 \leq x \leq h_2 \end{array} \quad (2.3)$$

Avec $\theta_s = T_s - T_0$.

Le modèle analytique développé considère, entre autres, l'ensemble des hypothèses suivantes :

- Le sol est un milieu homogène, isotrope et ses propriétés thermiques sont constantes et ne varient pas avec la variation de la température.
- La température initiale du sol T_0 est uniforme dans tout le domaine.
- Le gradient géothermique est négligé.
- Les boucles d'entrée et de retour du fluide caloporteur connectées à l'échangeur hélicoïdal ne seront pas considérées dans ce modèle.
- La puissance thermique par unité de longueur q' émise par l'échangeur est supposée constante à partir de l'instant $t=0$ et est uniforme sur toute la surface de l'échangeur.
- Les capacités thermiques du fluide et du tuyau seront négligées.
- Circuler un fluide caloporteur, au-dessus du niveau de gel, dans la conduite.

Le modèle de source spirale utilisera les propriétés de la méthode SLF pour tenir compte de la présence d'une frontière à température constante. La méthode des images va permettre aussi d'avoir l'effet thermique aux extrémités de l'échangeur hélicoïdal.

L'échangeur est de longueur finie ($h=h_2-h_1$) dans un milieu semi-fini avec une température limite à la surface constante. Pour cela une source spirale virtuelle identique à celle réelle, mais de taux d'échange de chaleur opposée $-q'$ placée d'une façon symétrique par rapport à la surface du sol. Ce principe est illustré à la figure 2.2.

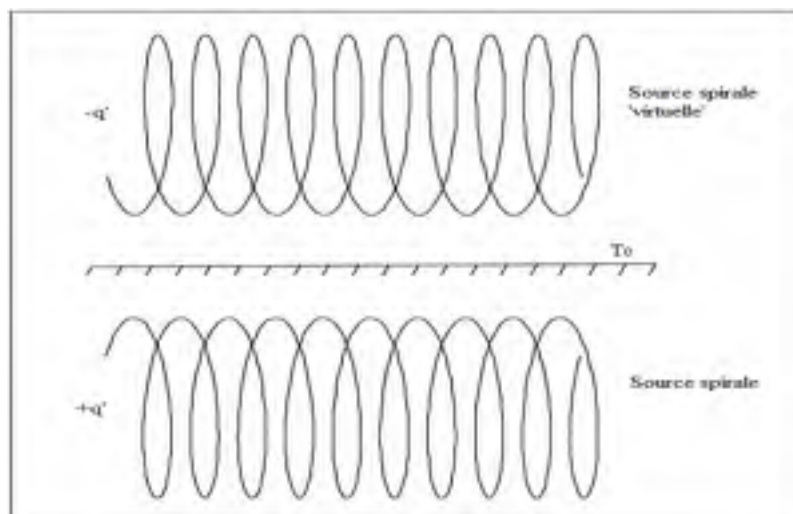


Figure 2.2 Principe de la SSF par la méthode des images

2.1.3 Présentation du modèle analytique

Le modèle analytique sera établi en coordonnées cylindriques. Pour un point de source de chaleur instantanée activé en $P'(r', \varphi', z')$ à l'instant t' , aura un effet en un point $P(r, \varphi, z)$ à l'instant t , avec $t > t'$, en tenant compte de l'effet symétrique localisé en $\bar{P}'$ sur la source virtuelle. La figure 2.3 explique le principe de la solution.

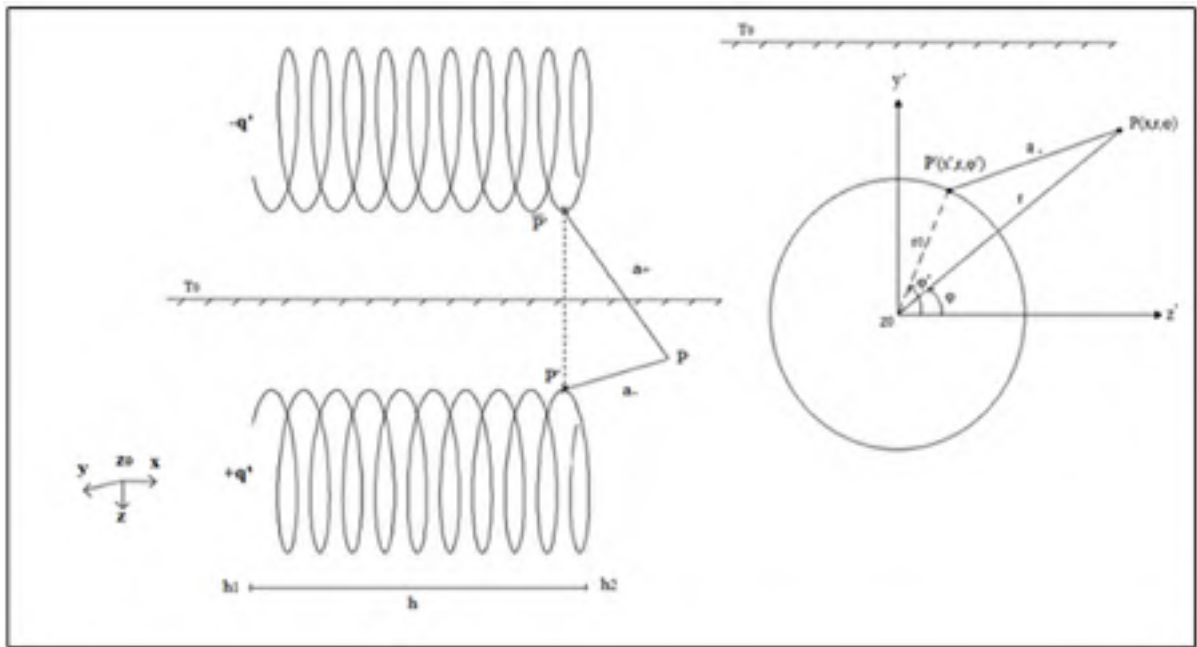


Figure 2.3 Schéma du modèle de la source spirale dans un milieu géothermique semi-fini

La source de chaleur spirale est la somme de l'ensemble des points de sources localisés sur la ligne formant la géométrie de l'échangeur hélicoïdal. La variation instantanée de la d'un point de source de chaleur est égale à $\frac{q'pd\varphi'dt'}{2\pi}$ et $r'=r_0$ (rayon de l'hélice).

La réponse thermique du milieu géothermique semi-fini dû à la source de chaleur spirale est donnée à l'aide de fonction de Green par la relation (2.4)

$$\theta_s = T_s(x, r, \varphi, t) - T_0 = \frac{q'p}{8k_s\pi^2} \int_{2\pi h_1/p}^{2\pi h_2/p} \left[\frac{1}{a_-} \operatorname{erfc}\left(\frac{a_-}{\sqrt{4\alpha_s t}}\right) - \frac{1}{a_+} \operatorname{erfc}\left(\frac{a_+}{\sqrt{4\alpha_s t}}\right) \right] d\varphi' \quad (2.4)$$

Où erfc est la fonction d'erreur complémentaire et les variables a_- et a_+ sont données par les équations (2.5) et (2.6).

$$a_-^2 = \left(x - \frac{\varphi'}{\omega}\right)^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\varphi - \varphi') \quad (2.5)$$

$$a_+^2 = \left(x - \frac{\varphi'}{\omega}\right)^2 + r^2 + r_0^2 + 2rr_0 \cos(\varphi + \varphi') + 4z_0^2 + 4z_0(r \cos \varphi + r_0 \cos \varphi') \quad (2.6)$$

En coordonnées cylindriques, la variation selon x' tout au long de l'hélice peut s'écrire suivant l'expression (2.7).

$$\varphi' = \frac{2\pi x'}{p} = \omega x' \quad (2.7)$$

Ce modèle analytique sera noté SSF: source de chaleur spirale finie.

La démonstration du modèle est présentée à l'annexe I. Toutefois, les étapes d'intégration de la fonction de Green ne sont pas détaillées, il existe déjà dans des différents ouvrages.

Les résultats de ce modèle seront présentés, analysés et discutés dans le troisième chapitre.

2.1.4 Le profil adimensionnel de la température

Une analyse adimensionnelle peut être faite afin de décrire la réponse thermique du système.

Considérant les variables adimensionnelles, par rapport au rayon de l'hélice r_0 , suivantes :

$$\Theta_s = \frac{k_s \theta_s}{q'}, \quad H_1 = \frac{h_1}{r_0}, \quad H_2 = \frac{h_2}{r_0}, \quad Z_0 = \frac{z_0}{r_0}, \quad R = \frac{r}{r_0}, \quad X = \frac{x}{r_0}, \quad P = \frac{p}{r_0} \quad \text{et} \quad F_0 = \frac{\alpha_s t}{r_0^2} \quad (2.8)$$

Avec F_0 est le temps adimensionnel.

Remplaçant ces variables dans l'équation (2.4), le champ de température adimensionnelle au voisinage d'un échangeur hélicoïdal est donné par l'expression (2.9).

$$\Theta_s(X, R, \varphi, F_0) = \frac{P}{8\pi^2} \int_{2\pi H_1/P}^{2\pi H_2/P} \left[\frac{1}{A_-} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_-}{2\sqrt{F_0}} \right) - \frac{1}{A_+} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_+}{2\sqrt{F_0}} \right) \right] d\varphi' \quad (2.9)$$

$$A_-^2 = \left(X - \frac{P\varphi'}{2\pi} \right)^2 + R^2 + 1 - 2R \cos(\varphi - \varphi') \quad (2.10)$$

$$A_+^2 = \left(X - \frac{P\varphi'}{2\pi} \right)^2 + R^2 + 1 + 2R \cos(\varphi + \varphi') + 4Z_0^2 + 4Z_0(R \cos \varphi + \cos \varphi') \quad (2.11)$$

2.1.5 Température du fluide circulant dans l'installation

L'équation du modèle analytique SSF donnée précédemment caractérise la variation de la température dans le sol. Cependant, ce qui est le plus important à déterminer, c'est la température du fluide caloporteur circulant dans l'installation. Plus spécifiquement les températures à l'entrée et à la sortie de l'échangeur hélicoïdal, notées respectivement T_{in} et T_{out} . T_{out} est la température à l'entrée de la pompe à chaleur et T_{in} sa température de sortie.

À partir de l'équation de la température adimensionnelle dans le sol (2.9) nous allons déterminer les expressions qui donnent ces températures pour n'importe quel échangeur géothermique horizontal et de forme hélicoïdale.

La démarche à suivre pour le développement des équations menant à déterminer les températures caractéristiques est donnée par l'organigramme de la figure 2.4.

Deux volets seront traités. Le premier consiste à modéliser l'interaction thermique entre le sol et la paroi externe de la conduite. Le modèle mathématique SSF sera projeté directement sur la source spirale mais en tenant compte également des dimensions réelles de l'échangeur au lieu de le considérer comme une ligne de rayon interne nul, comme ça été mentionné dans les hypothèses du modèle au paragraphe (2.1.2).

Le deuxième volet est une étude thermo-fluidique au sein de la tuyauterie. Un ensemble des paramètres et de corrélations vont permettre de calculer un coefficient d'échange thermique global sert à compléter les variables du premier volet et aboutir finalement à écrire les équations de températures d'entrée et de sortie du fluide.

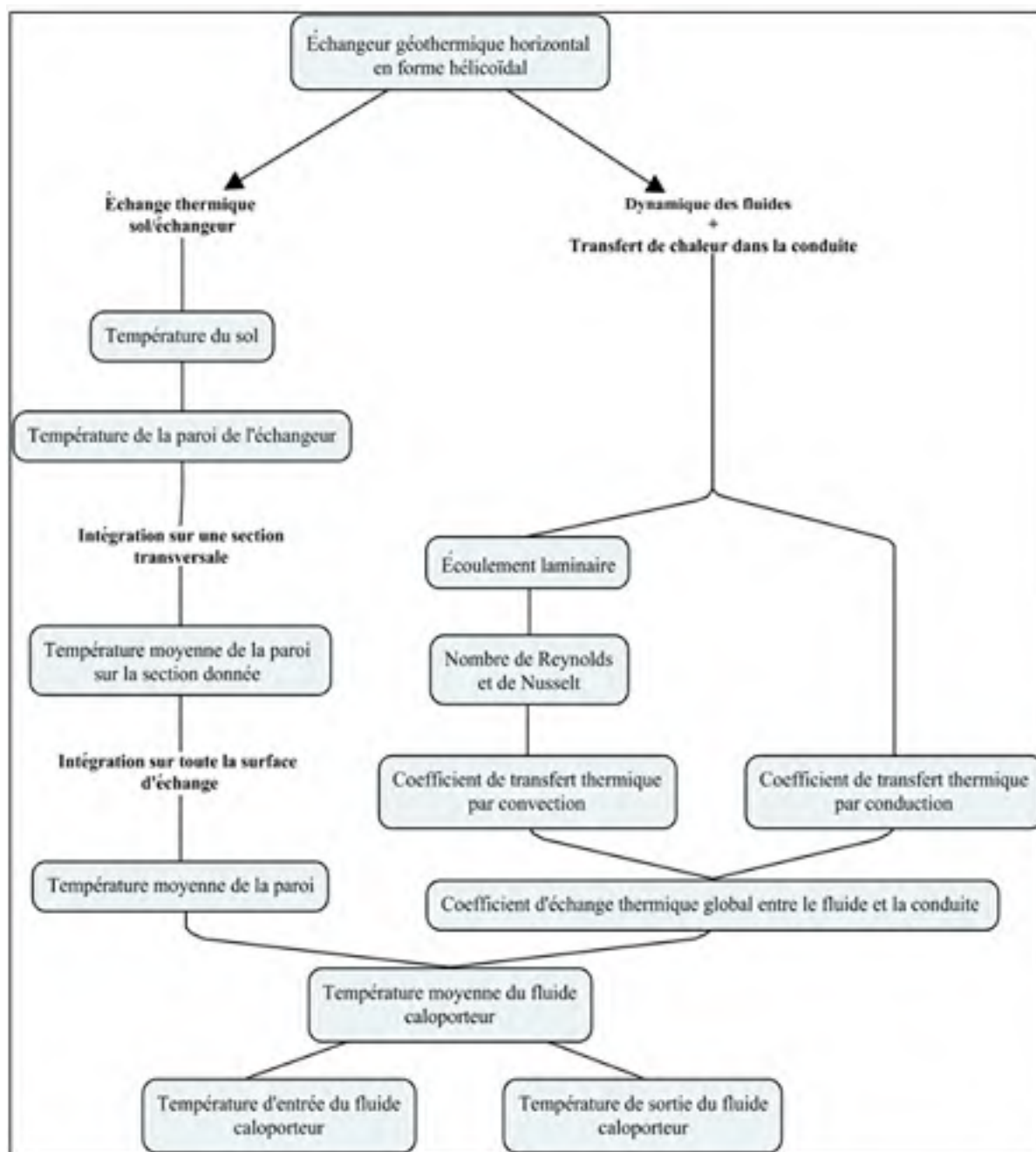


Figure 2.4 Organigramme décrivant les étapes de calcul de la température du fluide (entrée/sortie)

2.1.5.1 Distribution de la température sur la paroi

La première étape consiste à déterminer la variation de la température au niveau de la paroi extérieure de l'échangeur hélicoïdal, dans notre cas il s'agit d'une élévation de température. Il est donc nécessaire de considérer les dimensions réelles de la tuyauterie. Comme il est illustré à la figure 2.5, un point de l'échangeur est donné par son rayon $r=r_0$ et son angle φ . La coupe transversale permet de déterminer les coordonnées d'un point localisé sur la circonférence extérieure en ajoutant le rayon externe r_{ext} et l'angle β (figure 2.5). Ainsi, les coordonnées d'un point situé sur la circonférence extérieure d'un tube en forme hélicoïdal sont données par le système (2.12).

$$\begin{cases} x_M = x + r_{ext} \sin \beta = \frac{p\varphi}{2\pi} + r_{ext} \sin \beta \\ y_M = (r_0 + r_{ext} \cos \beta) \sin \varphi \\ z_M = (r_0 + r_{ext} \cos \beta) \cos \varphi \end{cases} \quad (2.12)$$

Avec : $\beta \in [0; 2\pi[$ et $2\pi h_1 / p \leq \varphi \leq 2\pi h_2 / p$

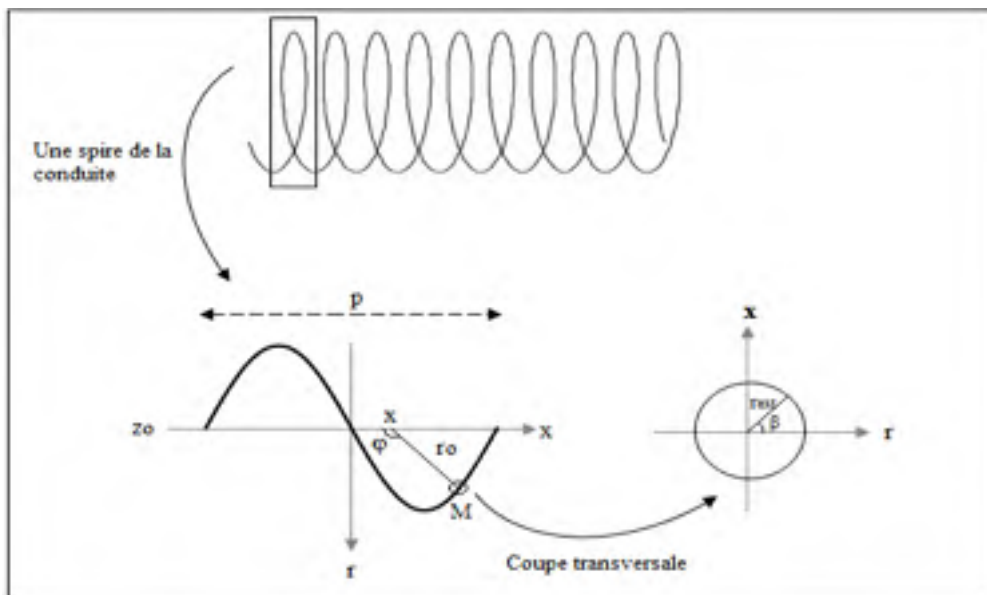


Figure 2.5 Coupe transversale de l'échangeur géothermique hélicoïdal

Introduisant les variables adimensionnées suivantes:

$$X = \frac{x}{r_0}; \quad R = \frac{r}{r_0}; \quad R_{ext} = \frac{r_{ext}}{r_0}; \quad P = \frac{p}{r_0}; \quad Z_0 = \frac{z_0}{r_0} \quad (2.13)$$

Le système des coordonnées présenté ci-dessus devient:

$$\begin{cases} X_M = \frac{P\varphi}{2\pi} + R_{ext} \sin \beta \\ Y_M = (1 + R_{ext} \cos \beta) \sin \varphi \\ Z_M = (1 + R_{ext} \cos \beta) \cos \varphi \end{cases} \quad (2.14)$$

Reprenant le modèle de SSF (2.9) mais en la projetant cette fois sur l'hélice en utilisant le système de coordonnées ci-dessus. La distribution de la température sur la paroi de l'échangeur hélicoïdal est déterminée comme suit :

$$\Theta_p(\varphi, \beta, F_0) = \frac{P}{8\pi^2} \int_{2\pi H_1/P}^{2\pi H_2/P} \left[\frac{1}{A_-} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_-}{2\sqrt{F_0}} \right) - \frac{1}{A_+} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_+}{2\sqrt{F_0}} \right) \right] d\varphi' \quad (2.15)$$

Avec :

$$A_{\pm}^2 = \left(\frac{P}{2\pi} (\varphi - \varphi') + R_{ext} \sin \beta \right)^2 + (1 + R_{ext} \cos \beta)^2 + 1 - 2(1 + R_{ext} \cos \beta) \cos(\varphi - \varphi') \quad (2.16)$$

$$A_+^2 = \left(\frac{P}{2\pi} (\varphi - \varphi') + R_{ext} \sin \beta \right)^2 + (1 + R_{ext} \cos \beta)^2 + 1 + 2(1 + Z_0 + R_{ext} \cos \beta) \cos(\varphi + \varphi') \\ + 4Z_0^2 + 4Z_0[(1 + R_{ext} \cos \beta) \cos \varphi + \cos \varphi'] \quad (2.17)$$

2.1.5.2 Température moyenne de la périphérie d'une section transversale

Cette variable est déterminée par l'intégration de l'équation de la température sur la paroi par rapport à la circonférence externe. Mathématiquement, il s'agit de calculer la moyenne de l'intégrale du contour, en variant β entre 0 et 2π . On obtient ainsi :

$$\Theta_c(\varphi, F_0) = \frac{P}{16\pi^3} \int_0^{2\pi} \int_{2\pi H_1/P}^{2\pi H_2/P} \left[\frac{1}{A_-} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_-}{2\sqrt{F_0}} \right) - \frac{1}{A_+} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_+}{2\sqrt{F_0}} \right) \right] d\varphi' d\beta \quad (2.18)$$

A_- et A_+ sont ceux de l'équation (2.16) et (2.17).

2.1.5.3 Température moyenne de la paroi

Une simple intégration moyenne par rapport à la variable caractéristique de la forme en hélice φ entre les deux extrémités ($2\pi h_1/p$) et ($2\pi h_2/p$) permet de déduire la valeur moyenne de la température sur toute la surface externe de l'échangeur en fonction du temps :

$$\Theta_{<p>}(F_0) = \frac{P^2}{32\pi^4 (H_2 - H_1)} \int_{2\pi H_1/P}^{2\pi H_2/P} \int_0^{2\pi} \int_{2\pi H_1/P}^{2\pi H_2/P} \left[\frac{1}{A_-} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_-}{2\sqrt{F_0}} \right) - \frac{1}{A_+} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_+}{2\sqrt{F_0}} \right) \right] d\varphi' d\beta d\varphi \quad (2.19)$$

A_- et A_+ sont ceux de l'équation (2.16) et (2.17).

Finalement, revenant à la dimension temps. La température moyenne de la paroi d'un échangeur horizontal hélicoïdal dans un sol de température initiale d'équilibre $T_{p,0}$ est donnée par la relation suivante :

$$T_{<p>} = \frac{q' \Theta_{<p>}}{k_s} + T_{p,0} \quad (2.20)$$

On supposera dans ce travail que $T_{p,0}$ sera égale à la température non perturbée du sol T_0 .

2.1.5.4 Température du fluide (entrée/sortie)

A partir de la température moyenne de la paroi et le taux de transfert thermique, la température du fluide circulant dans conduite sera facilement interprétée.

Toutefois, quelques approximations également seront nécessaires pour aboutir à notre objectif. En effet, Man et al. (2011) supposent que l'évolution de la température du fluide dans l'échangeur est typiquement lente, donc on peut se limiter sur une résolution en régime permanent. De plus, la capacité thermique de la paroi de l'échangeur sera négligée.

La température du fluide en régime permanent est obtenue par l'ajustement de la température moyenne de la paroi à la résistance thermique R_{th} de l'échangeur hélicoïdal, comme est décrit par l'équation (2.21).

$$T_f = \frac{T_{in} + T_{out}}{2} = \frac{q' p R_{th}}{\sqrt{(2\pi r_0)^2 + p^2}} + T_{<p>} \quad (2.21)$$

La variation de la température d'entrée et de sortie du fluide caloporteur est régie par l'expression suivante.

$$T_{in} - T_{out} = \frac{q'(h_2 - h_1)}{\dot{m}_f C p_f} \quad (2.22)$$

Arrangeant les équations ensembles, les températures d'entrée et de sortie sont déterminées par les relations ci-après :

$$T_{in} = \frac{q'(h_2 - h_1)}{2\dot{m}_f C p_f} + \frac{q' p R_{th}}{\sqrt{(2\pi r_0)^2 + p^2}} + T_{<p>} \quad (2.23)$$

$$T_{out} = -\frac{q'(h_2 - h_1)}{2\dot{m}_f C p_f} + \frac{q' p R_{th}}{\sqrt{(2\pi r_0)^2 + p^2}} + T_{<p>} \quad (2.24)$$

2.1.5.5 Simplification des équations

Le modèle analytique de la température moyenne de la paroi (équation 2.19) passe par le calcul d'une intégrale triple. Par conséquent, il aura un temps de calcul assez long lors la simulation du modèle analytique.

Cette solution n'est pas pratique, pour cela Man et al. (2011) proposent deux modifications possibles afin de l'optimiser.

En effet, la première solution consiste à choisir une section au milieu de l'échangeur, dont le but est d'éviter une intégration sur toute la surface. Autrement, c'est fixer la variable φ à une

valeur donnée, idéalement au milieu de la géométrie qui correspond bien, dans notre cas, à $\varphi = \pi \cdot (h_1 + h_2) / p$.

Man et al. (2011) montrent que cette méthode donnera des résultats exacts par rapport au modèle de base pour des durées de simulations courtes, et un écart de moins de 10% pour des périodes de plus de 5 ans.

La deuxième solution est d'agir sur la variable d'intégration β . Ainsi, au lieu de définir la valeur moyenne de la température sur toute la circonférence de la section transversale (c'est à dire $0 \leq \beta < 2\pi$) il suffit de calculer une moyenne arithmétique des quatre points A, B, C et D localisés comme le montre la figure 2.4. Man al. (2011) estiment que l'erreur de ce changement est minime et il ne dépasse pas 0,06%.

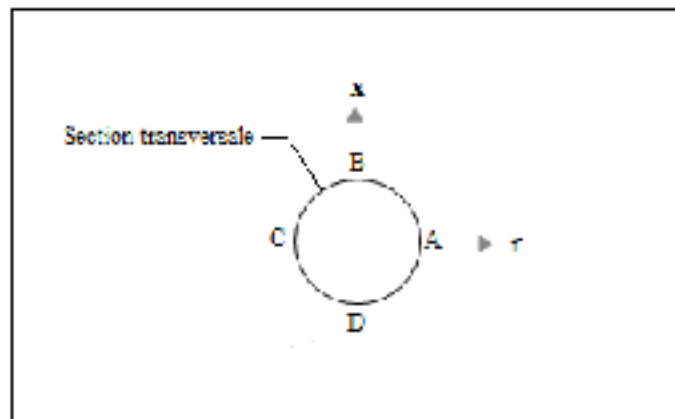


Figure 2.6 Emplacement des points sur la section transversale du tube géothermique hélicoïdal

L'équation simplifiée développée à partir de ces changements, ainsi que son implémentation sur Matlab sont donnée à l'Annexe II.

2.1.6 Régime d'écoulement et résistance thermique global

Le régime d'écoulement du fluide est supposé laminaire. Contrairement aux écoulements dans les conduites rectilignes, les tubes courbés induisent la génération d'une force

centrifuge responsable à l'apparition d'un écoulement secondaire. Ce phénomène améliore d'avantage l'échange thermique du fluide (Naphon et al., 2006).

Rohsenow et al. (1998) ont proposé une condition sur le nombre de Reynolds pour assurer un écoulement laminaire dans le tube hélicoïdal. Il est indispensable que le nombre de Reynolds calculé soit inférieur à celui critique donné par l'équation (2.25).

$$\text{Re}_{\text{critique}} = 2 \left(\frac{r_{\text{int}}}{r_0} \right)^{0,32} \times 10^4 \quad (2.25)$$

Dravid et al., (1971) ont développé une corrélation pour déterminer le nombre Nusselt moyen pour un écoulement laminaire dans une conduite hélicoïdale sous contrainte de taux de transfert thermique constant sur toute la paroi.

$$Nu = (0.65\sqrt{De} + 0.76) \text{Pr}^{0,175} \quad (2.26)$$

Où $\text{Pr} = \frac{\mu_f C_{p_f}}{k_f}$ est le nombre de Prandtl, comprise entre 5 et 175 pour que la corrélation reste valable.

Et $De = \text{Re} \sqrt{r_{\text{int}} / r_0}$ est le nombre de Dean, comprise entre 50 et 2000 pour que la corrélation reste valable.

Le coefficient d'échange interne du fluide est calculé selon l'équation (2.27).

$$h_f = Nu \frac{k_f}{2r_{int}} \quad (2.27)$$

La résistance thermique globale R_{th} de l'échangeur géothermique, se compose de deux termes : le premier est associé à la paroi de l'échangeur et le deuxième est d'origine convective :

$$R_{th} = R_{th,cond} + R_{th,conv} = \frac{\ln(r_{ext} / r_{int})}{2\pi k_p} + \frac{1}{2\pi r_{int} h_f} \quad (2.28)$$

2.1.7 Superposition temporelle

Les besoins d'un bâtiment varient en fonction du climat extérieur. Les charges au sol vont varier durant l'année. Le principe de la superposition temporelle consiste à modifier un modèle analytique qui suppose un échange constant pour pouvoir solliciter l'ensemble des charges variables dans le temps (Bernier, 2014).

La technique de superposition temporelle propose qu'on puisse remplacer une distribution arbitraire de chaleur dans le temps par une série d'échelon (Lamarche, 2013).

Une pulsation dans le temps t aura un impact sur l'évolution de la température du sol durant toute la période de calcul.

La figure 2.6 montre l'incrémentation de la charge sur 3 heures (avec $Q_0=0$), le résultant sera l'accumulation de la somme des différences pour chaque pas de temps.

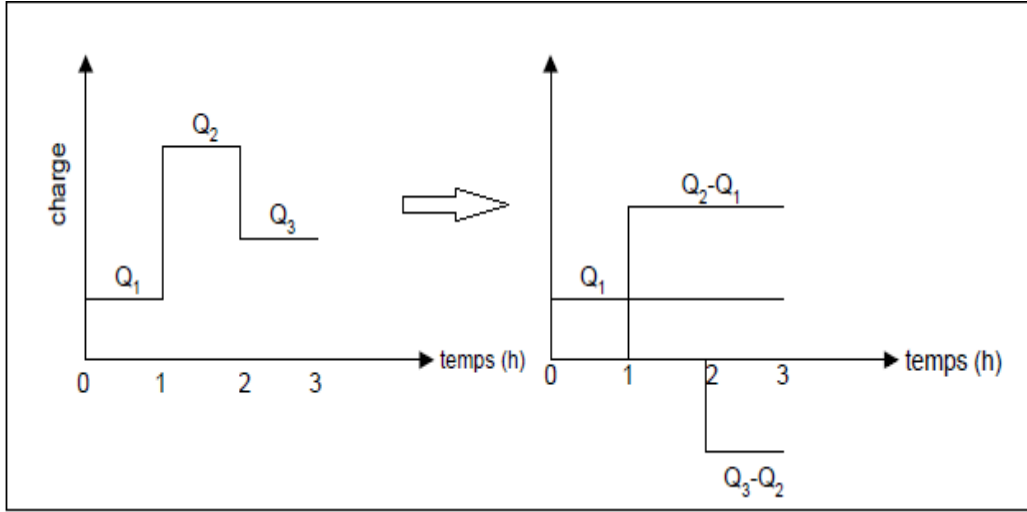


Figure 2.7 Incrément de pulses de chaleur sur 3 heures

L'application de la superposition temporelle sur le modèle SSF (équation 2.5) pour le calcul de l'écart de la température du sol, donne l'expression suivante :

$$\theta_s = \sum_{i, t_i < t} \frac{(q'_i - q'_{i-1})p}{8k_s \pi^2} \int_{2\pi h_1/p}^{2\pi h_2/p} \left[\frac{1}{a_-} \operatorname{erfc} \left(\frac{a_-}{\sqrt{4\alpha_s(t-t_i)}} \right) - \frac{1}{a_+} \operatorname{erfc} \left(\frac{a_+}{\sqrt{4\alpha_s(t-t_i)}} \right) \right] d\varphi' \quad (2.29)$$

Pour l'instant $t=0$, on suppose que $q'_0=0$.

Les termes a_+ et a_- sont donnés par les équations (2.5) et (2.6).

2.2 Modèle de la simulation numérique

2.2.1 Méthodologie et hypothèses

Un volet numérique dans ce mémoire sera développé afin de valider les résultats analytiques obtenus. Un modèle en trois dimensions utilisant la méthode d'éléments finis est adopté pour l'étude de l'échangeur géothermique hélicoïdal.

Le logiciel Comsol Multiphysics est l'environnement de résolution choisi pour dérouler la simulation. Ce logiciel fait la résolution d'équations aux dérivées partielles par éléments finis. Son avantage réside dans le couplage de différentes physiques d'une manière simple et efficace.

La figure 2.3 présente la géométrie du système géothermique hélicoïdal simulée. Il se compose d'un tube cylindrique hélicoïdal disposé dans un parallélépipède qui forme le milieu géothermique.

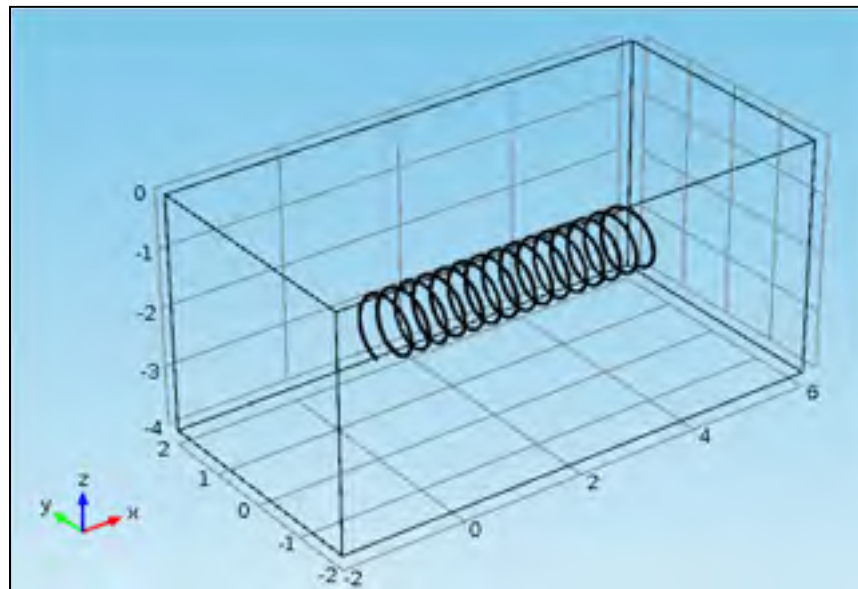


Figure 2.8 Géométrie du modèle numérique sur Comsol

Le domaine géothermique, figure 2.8, est de dimensions: 8m x 4m x 4m (longueur X largeur X hauteur). L'échangeur est de longueur totale $h=4,5$ m, de rayon externe de $r_0=0,5$ m et de pas entre les spires égal à $p=0,3$ m.

Dans le but de réduire le nombre d'éléments de maillage et d'optimiser le temps de la simulation, l'épaisseur de la paroi du tuyau peut être négligée conformément au modèle analytique.

Le tableau 2.1 résume les caractéristiques géométriques et les propriétés thermo-fluidiques utilisées pour la résolution numérique.

Tableau 2.1 Valeurs utilisées pour la simulation numérique²

Paramètres	Valeurs et unités
Rayon interne de l'échangeur hélicoïdal	1,9 [cm]
Résistance thermique de la paroi du tuyau	0 [m.°C/W]
Conductivité thermique du fluide	0,6 [W/m.°C]
Conductivité thermique du sol	0,58 [W/m.°C]
Capacité calorifique du fluide	4180 [J/kg.K]
Capacité calorifique du sol	1000 [J/kg.K]
Masse volumique du fluide	1000 [kg/m ³]
Masse volumique du sol	1750 [kg/m ³]
Viscosité dynamique du fluide	0,001 [Pa.s]
Débit massique du fluide	0,1 [kg/s]

Les propriétés thermiques du fluide et du sol (conductivité thermique, capacité thermique et masse volumique) sont invariant.

Comme dans le modèle analytique, à ce niveau on néglige l'effet d'écoulement d'eau souterraine et la variation saisonnière de la température à la surface.

Le fluide caloporteur utilisé ici est l'eau. On suppose un écoulement incompressible en régime transitoire d'un fluide newtonien visqueux.

² <http://www.celsius-process.com/pdf/MEG%2030.pdf>, consulté le 30 Mai 2016

Ce mémoire porte essentiellement sur le phénomène de transfert thermique entre le sol et l'échangeur hélicoïdal. Le type d'écoulement du fluide et son impact sur l'efficacité de l'échange ne sera pas détaillé dans ce travail.

Le régime d'écoulement choisi est laminaire. Et ceci pour minimiser le temps de calcul par rapport à l'utilisation d'un régime turbulent où la durée de simulation numérique peut prendre des centaines d'heures.

Avec les données du tableau 2.1, on peut vérifier qu'on travaille bien dans les limites du domaine de Reynolds pour un écoulement laminaire.

$$R_e = \frac{VD_h \rho_f}{\mu_f} = 3420 < Re_{critique} = 7024 \quad (2.30)$$

2.2.2 Les équations du modèle

2.2.2.1 Les équations CFD

Ces sont les équations de Navier-Stokes exprimant les lois de conservation en termes différentiels. Les équations qui gouvernent l'écoulement et le transfert de chaleur dans le fluide circulant dans le tuyau en hélice, en tenant compte des hypothèses mentionnées précédemment, s'expriment comme suit :

➤ Équation de continuité

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.31)$$

Or, le fluide est incompressible donc l'équation (2.31) devient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.32)$$

Où, $\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix}$ désigne le vecteur vitesse et $\vec{\nabla}$ est un opérateur de divergence. Cette équation

définie la loi de conservation de masse.

➤ Équation de quantité de mouvement

À partir de la seconde loi de Newton et en négligeant les forces extérieures, l'équation réagissant la conservation de quantité de mouvement s'exprime :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = -\frac{1}{\rho_f} \vec{\nabla} p + \nu_f \nabla^2 \vec{u} \quad (2.33)$$

Où ν_f est la viscosité cinématique du fluide et $(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}$ est le terme convection.

➤ Équation de conservation d'énergie

Ce principe découle de la première loi de la thermodynamique. L'équation gouvernante le transfert thermique dans le fluide.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \nabla T_f = \frac{k_f}{\rho_f C p_f} \nabla (\nabla T_f) \quad (2.34)$$

Les opérateurs différentiels utilisés dans ces équations sont explicités à l'annexe III.

2.2.2.2 Loi de Fourier

Les hypothèses du modèle analytique concernant la nature du sol, reste valable pour le volet numérique. Ainsi, le sol est un milieu homogène et ses propriétés thermiques sont constantes et ne varient pas avec la variation de température et la température initiale du sol est fixée à T_0 .

Le transfert de chaleur dans le sol en régime transitoire suivant la loi de Fourier décrite par la relation différentielle (2.35).

$$\rho_s C p_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_s \nabla (\nabla T_s) \quad (2.35)$$

2.2.2.3 Conditions aux limites et initiales

Le débit massique du fluide à l'entrée est égal à 0.1 kg/s et une pression de 1 atm est imposée à la sortie de l'échangeur.

Toutes les frontières du domaine géothermique présentent un flux de chaleur nul, seulement à la surface du sol où on impose une température est égale à T_0 .

À l'instant $t=0$, le sol et l'échangeur sont en état d'équilibre thermique, à la température non perturbée du sol T_0 .

La température d'entrée du fluide T_{in} dans le tuyau est en fonction de la température de sortie du fluide caloporteur T_{out} et la quantité de chaleur qui sera injectée dans le sol. Soit l'expression (2.36).

$$T_{in} = T_{out} + \frac{Q}{\dot{m}_f C_{p_f}} \quad (2.36)$$

2.2.3 Configuration multi-physique du modèle sur Comsol

Le logiciel de simulation numérique Comsol offre deux éventuelles méthodes pour modéliser un écoulement de fluide dans une conduite avec échange thermique.

La première, consiste à paramétrer les deux modules classiques de « *Transfert de chaleur dans les fluides* » et d'« *Écoulement des fluides* » et de les coupler ensemble à l'aide d'un module supplémentaire « *Écoulement non-isotherme* ».

Pour caractériser le transfert entre le fluide et sol, il suffit de conjuguer les deux modules de « *Transfert de chaleur dans les solides* » et « *Transfert de chaleur dans les fluides* » ensemble en un seul bloc. Pas de transformations mathématiques à faire dans les équations, puisque Comsol fera automatiquement le nécessaire.

La deuxième alternative est plus pratique, un seul module « *Pipe flow* » à configurer qui combine le transfert de chaleur dans le fluide et sa dynamique dans la conduite. Pour assurer l'échange entre l'échangeur et son milieu environnant, il suffit d'ajouter un module de « *Transfert de chaleur dans un solide* » qui va couvrir la surface externe de la géométrie de la conduite hélicoïdale fournit dans le menu du module « *Pipe flow* ».

L'avantage de « *Pipe flow* » est sa rapidité dans résolution des problèmes en question puisqu'il simplifie la géométrie cylindrique de la conduite en une ligne 2-D ce qui réduit énormément les éléments de maillage.

Il est à noter que le sol est pris comme un milieu solide et non poreux puisqu'on ne considère pas dans ce travail l'effet des écoulements d'eaux souterraines et le changement de phase du sol.

Deux simulations ont été réalisées en utilisant les deux méthodes décrites ci-dessus, dans le but de valider la précision des résultats numériques obtenus entre eux et de les comparer par la suite avec les résultats analytiques.

2.2.4 Résolution numérique

2.2.4.1 Étapes et sources d'erreurs

Comsol est basé sur la méthode des éléments finis. C'est une technique très répandue en résolution numérique. Les principales étapes de cette méthode consistent (Dhatt et al., 2005) :

- Décomposition du domaine spatial d'étude en petits éléments appelé maillage.
- Approximation nodale par sous-domaine.
- Représentation matricielle pour chaque élément. À ce niveau les conditions aux limites pour chaque élément sont inconnues.
- Construction de la matrice globale à partir des matrices élémentaires en tenant compte des conditions aux limites.
- Résolution du système d'équations développées.

Le but de la résolution numérique est d'obtenir une solution stable et fiable du système d'équations. Dans le cas idéal, c'est de trouver un résultat le plus proche possible de la solution réelle, analytique si elle existe. Les sources d'erreurs entre la solution approchée et exacte sont multiples. Les erreurs qui proviennent des hypothèses sur le modèle mathématique (travailler en 2D au lieu de 3D pour simplifier le problème...) et d'autres sont liées à la procédure d'intégration numérique et l'arrondissement des valeurs. La source d'erreur majeure en résolution numérique découle de la discrétisation spatiale et/ou temporelle (Kempeneers, 2006).

2.2.4.2 Maillage

Le maillage consiste donc à découper le milieu d'étude, où les équations aux dérivées partielles seront résolues, de manière aussi fiable que possible. Plus que le maillage est

raffiné plus les résultats sont précis, mais aussi plus la simulation sera coûteuse en terme de ressources de calcul. Afin de garantir une solution satisfaisante, un bon compromis entre la qualité de maillage et le temps de calcul sera nécessaire pour avoir les résultats désirés le plus rapidement possible.

Pour le modèle numérique qui utilise le module « *Transfert de chaleur dans les fluides* », le choix porte sur un maillage en tétraèdre pour la totalité du domaine. Tandis que pour le modèle avec « pipe flow », la conduite est découpée en éléments triangulaires et le reste du domaine sera tétraédrique. Ces deux types de maillages se distinguent par un algorithme de discrétisation très simple, assez rapide et très efficace (Comsol, 2015).

La discrétisation de la conduite est en éléments de taille « Extrêmement fine » et régulière sur tout le volume. Au niveau de la couche limite avec le sol, le maillage sera non régulier. En effet, il est de moins en moins serré en s'éloignant de la zone d'intérêt, il passe graduellement de la taille « Extrêmement fine » à la taille « plus fine ». Cette classification est préfinie sur Comsol pour faciliter la création de maillage, voir annexe IV. Ce modèle présente 296 234 éléments tétraédrique et 184 859 degrés de liberté résolue.

Le même principe de la configuration de maillage est appliqué pour le modèle avec « *Pipe flow* », mais de caractère moins raffiné vu que la conduite est une ligne. Le modèle possède 55 560 degrés de liberté.

Avant de procéder à la résolution du problème, une dernière étape consiste à vérifier la pertinence du maillage. Pour un intervalle d'évaluation entre 0 et 1, la figure 2.9 illustre les niveaux de qualité de la discrétisation établie par rapport au plan (O, x, y). On peut conclure ainsi le maillage est de bonne qualité et il permettra d'avoir des résultats fidèles et précis.

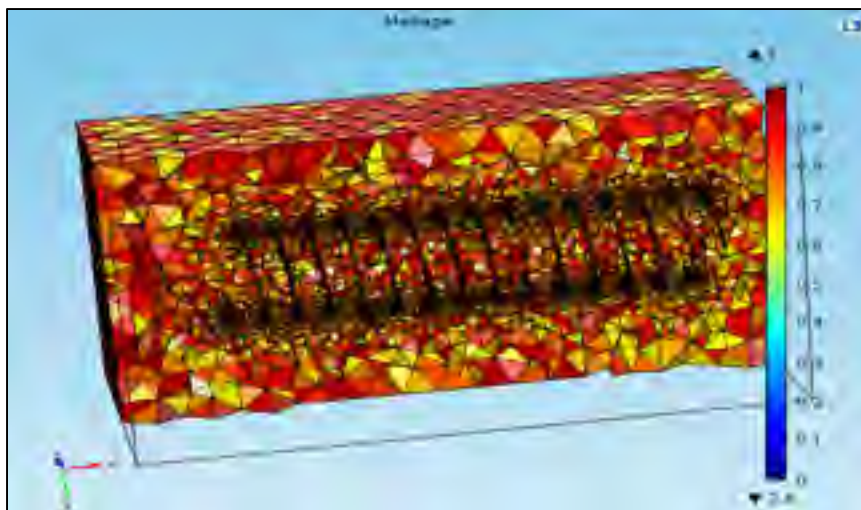


Figure 2.8 Qualité de maillage du modèle utilisant la conduite cylindrique

De même pour le maillage utilisant le module« *Pipe flow* », schématisé à la figure 2.10.

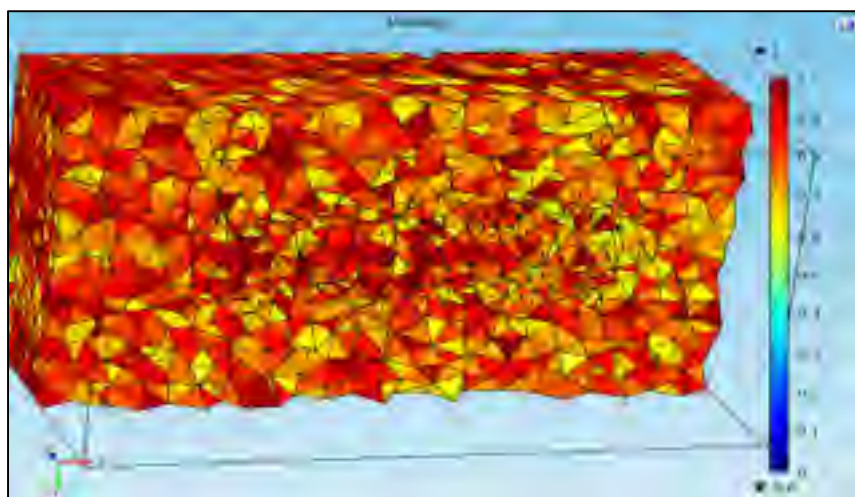


Figure 2.9 Qualité de maillage du modèle utilisant la conduite linéique

2.2.4.3 Solveur

La résolution numérique devrait garantir trois principaux critères :

- La stabilité de la solution.
- L'unicité de la solution.
- La convergence de la solution.

Le solveur itératif GMRES (Généralisation de la Méthode de Minimisation du Résidu) sur Comsol est utilisé pour la résolution du système d'équations des deux modèles numériques discutés précédemment.

CHAPITRE 3

RÉSULTATS ET VALIDATION

Ce chapitre présente les résultats du modèle analytique et de la simulation numérique. Tout d'abord la température adimensionnelle est interprétée pour voir le comportement thermique du sol autour de l'échangeur de forme hélicoïdal.

Ensuite, on présentera les résultats obtenus par les deux modèles numériques décrits dans le chapitre précédent.

Pour finir avec une comparaison entre le modèle analytique et la résolution numérique, et ainsi conclure sur la validité et la fiabilité de la nouvelle approche analytique développée, dans le cadre de ce mémoire, pour un échangeur hélicoïdal à boucle horizontale.

3.1 La réponse thermique du modèle analytique de source spirale finie (SSF)

Le modèle de source spirale finie définie par l'équation adimensionnelle (2.9), est utilisé dans cette partie pour déterminer la réponse thermique de l'échangeur hélicoïdal horizontal dans le sol.

Le tableau 3.1 résume les données de la géométrie du modèle. Ces valeurs avec celles données par le tableau 2.1 seront utilisées aussi dans les prochaines sections pour la simulation numérique.

Tableau 3.1 Valeurs utilisées pour la géométrie de l'échangeur

Paramètres	Symbole	Valeurs et unités
Longeur de l'échangeur	$h=h_2-h_1$	4,5 [m]
Rayon de l'hélice	r_0	0,5 [m]
Épaisseur du tuyau	$e= r_{\text{ext}}-r_{\text{int}}$	0 [m]
Profondeur de l'installation	z_0	1,5 [m]
Pas entes les spires	p	0,3m

3.1.1 Comparaison avec d'autres modèles

Trois réponses thermiques sont illustrées à la figure 3.1. L'échangeur hélicoïdal est modélisé par la solution de source linéique finie (LSF) puis par le principe de la méthode de source spirale mais pour une source de longueur infinie SSI dans un milieu infini, et le dernier en utilisant la nouvelle méthode de source spirale finie dans un milieu semi-fini.

On constate rapidement la différence entre les trois réponses. Comme c'était prévu la LSF sous-estime la variation de température au voisinage de l'échangeur.

La SSI donne des valeurs similaires à la SSF pour des simulations de courte durée (une trentaine de jour, $F_0=3,5$). Après ce temps, les valeurs divergent et l'effet aux extrémités de l'échangeur thermique sont négligés par la solution de source infinie.

Ainsi le nouveau modèle analytique SSF est plus approprié à la géométrie considérée et décrit au mieux l'interaction thermique entre le sol et l'échangeur.

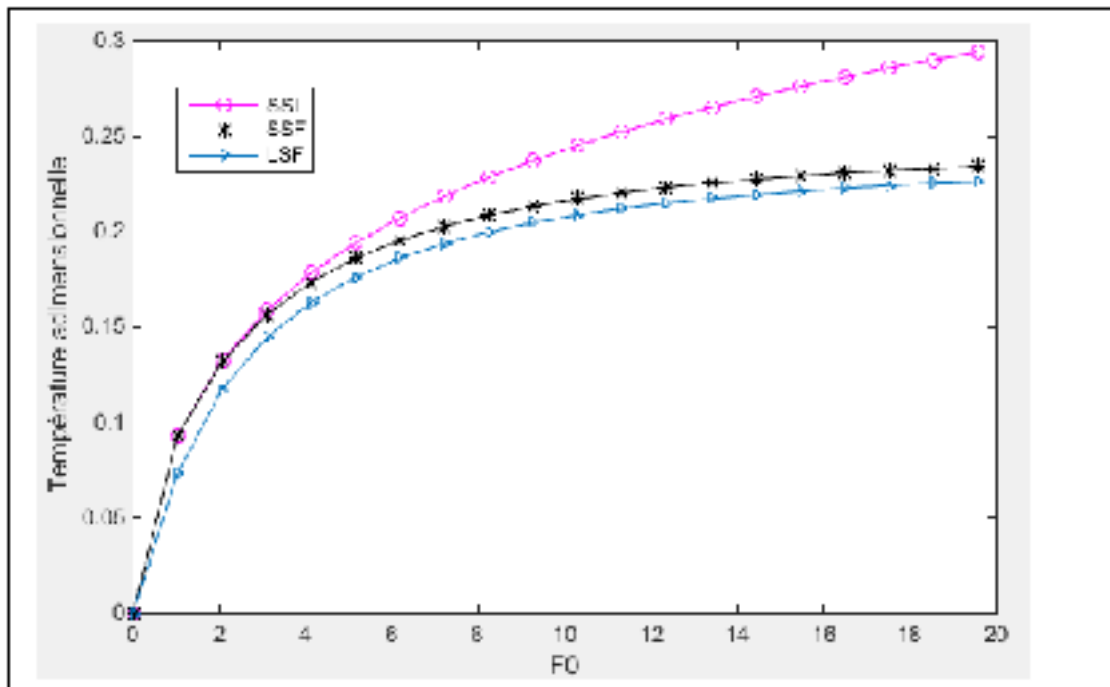


Figure 3.1 Comparaison de la variation de température en utilisant différents modèles analytiques : LSF, SSI, SSF

3.1.2 Variation spatio-temporelle de la température du sol

Dans le milieu géothermique, la température évolue dans les deux directions, radiale et axiale. Notre modèle analytique 3-D permet de se renseigner sur cette évolution en fonction du temps. Les résultats analytiques montrent un potentiel thermique assez important de la configuration hélicoïdale à boucle horizontale.

Pour obtenir les différents résultats on va définir la variable d'espacement ε . C'est la distance radiale entre l'échangeur et un point de contrôle M du sol où on veut mesurer l'évolution de la température, comme l'explique la figure 3.2. On a donc :

$$\varepsilon = r - r_0 \quad (3.1)$$

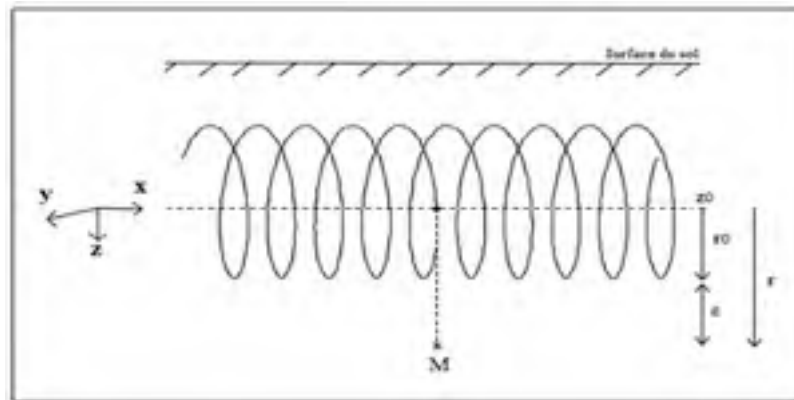


Figure 3.2 Localisation d'un point de contrôle M

Ainsi la distance radiale adimensionnelle est obtenue par l'expression (3.2) :

$$R = 1 + \frac{\varepsilon}{r_0} \quad (3.2)$$

L'évolution axiale de la température est déterminée selon l'axe X en fonction du temps adimensionnel F_0 . Pour une distance radiale $R=2$ et $\varphi=\pi(h_1+h_2)/p$, c'est à dire qu'on se positionne à une distance $\varepsilon=0,5$ m de l'échangeur, et $z_0=1,5$ m, on a déterminé la distribution de la température du sol autour de l'échangeur, illustrée à la figure 3.3.

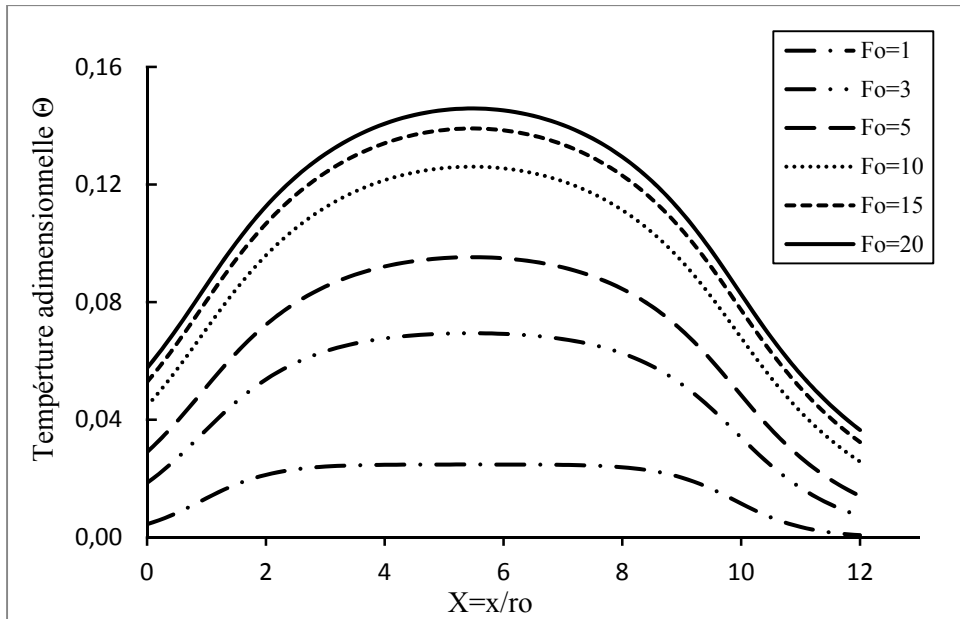


Figure 3.3 Réponse thermique axiale en fonction de F_0

Le rejet de chaleur dans le sol augmente graduellement la température du milieu géothermique.

Le modèle SFF montre bien l'effet aux extrémités. En effet, tout au long de l'échangeur la température montre des variations maximales, qui s'atténuent progressivement en allant aux extrémités de la source. On remarque que la variation au niveau des extrémités n'est pas la même dû à la forme géométrique de l'hélice : le point de début n'est pas symétrique au point de sortie (figure 3.2).

La variation de la température sol, après une centaine de jours, est six fois plus importante que les premières heures de simulation. Le système géothermique montre une bonne dynamique thermique.

La figure 3.4 montre en deux dimensions la pénétration des ondes thermiques dans le sol au voisinage de la source spirale. Ces valeurs sont obtenues pour $Fo=15$ (4 mois).

On remarque l'aspect sinusoïdal de la température tout proche de la source hélicoïdale ($R=1$), due à l'espace entre spires de l'hélice.

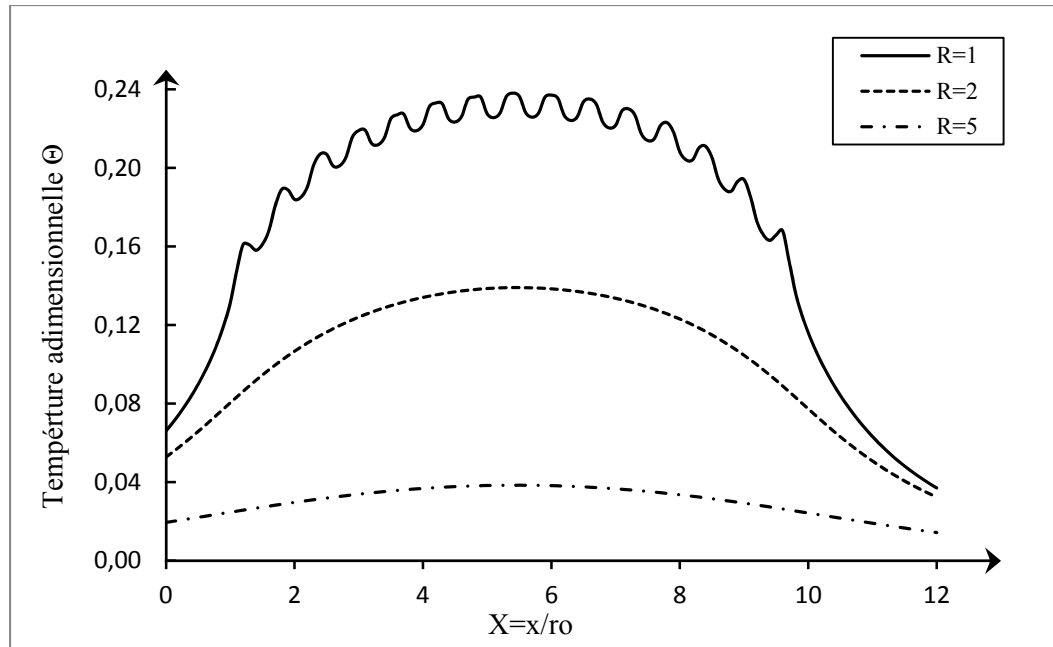


Figure 3.4 Réponse thermique axiale en fonction de la distance radiale R

L'amplitude de la pénétration augmente avec la durée de simulation, comme le montre la figure 3.5. Cependant, en s'éloignant de la source la propagation perd énormément d'ampleur (figure 3.6).

Par exemple, pour $Fo=10$, l'augmentation de la température est maximale pour $R=1$ puisque on se trouve très proche de la ligne de source spirale. Cette variation est de l'ordre de 0,23, et se décroît progressivement jusqu'à s'annuler au niveau de $R=7$.

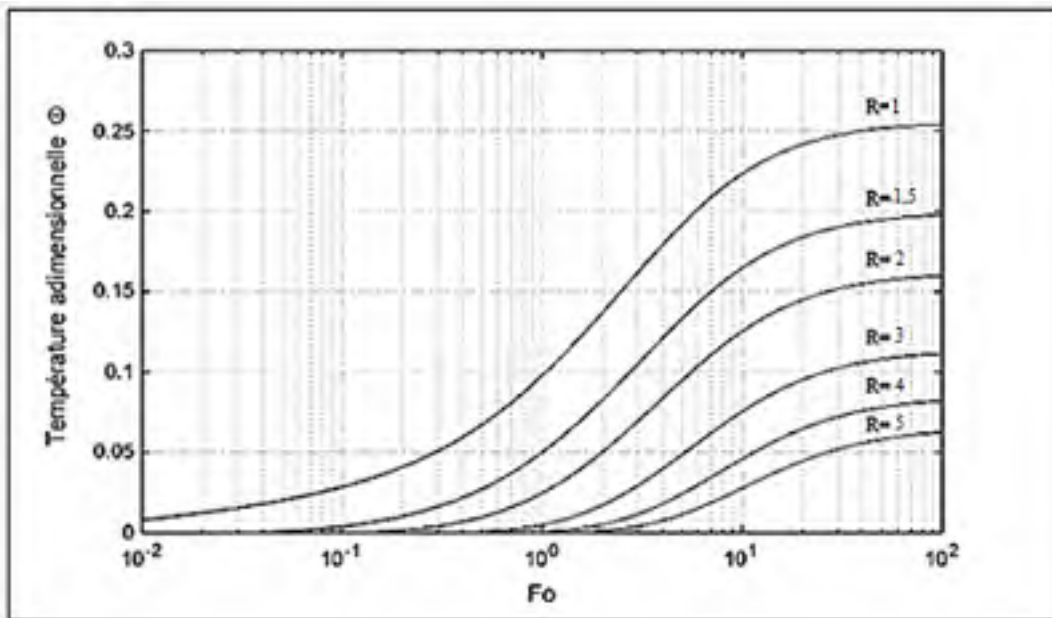


Figure 3.5 Température adimensionnelle radiale en fonction du temps Fo

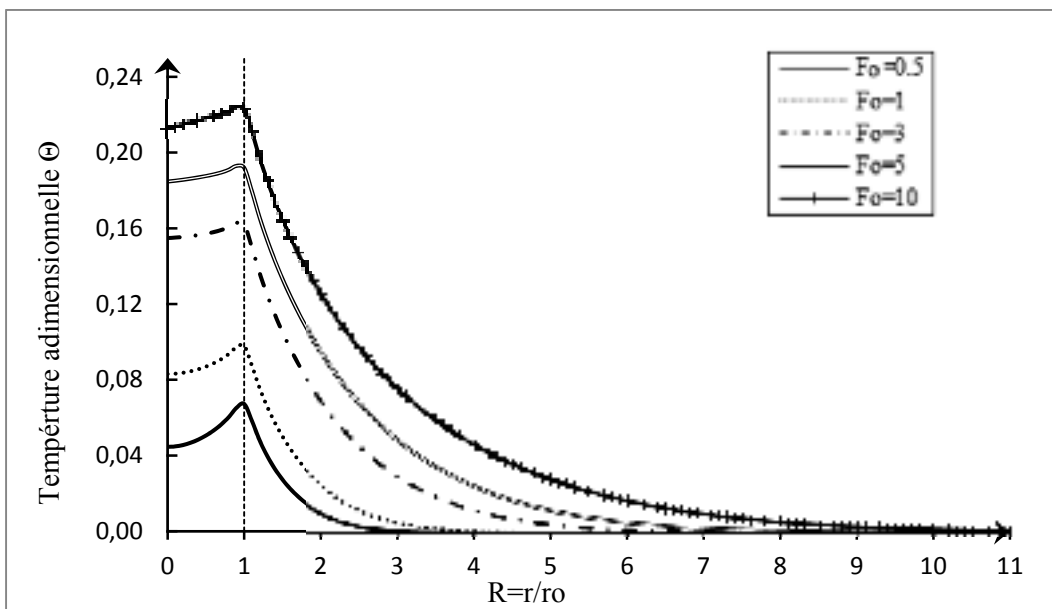


Figure 3.6 Variation radiale de la température adimensionnelle en fonction de Fo

La figure 3.7 représente la réponse thermique de la SSF pour trois différentes profondeurs à savoir : 1,5m (valeur référence), 2m et 3m. La quatrième courbe en pointillée mesure le pourcentage d'écart entre les valeurs associées à la profondeur 1,5m et celles de 3m.

Pendant les trois premiers mois ($F_0=10,5$), les réponses thermiques sont sensiblement identiques. La différence n'est très remarquable qu'après la première année d'opération du système ($F_0=42$).

On constate aussi que l'écart de variation de la température pour les différentes profondeurs demeure constant sur le long terme. Ceci est bien montrée par la courbe en pointillée de la figure 3.7, où l'écart entre les variations de la température entre les profondeurs 1,5m et 3m, ne dépasse pas le seuil de 16% après une dizaine d'années.

Sans les effets saisonniers de la température ambiante à la surface et la variation annuelle du comportement thermique du sol, on voit bien qu'en se rapprochant de la surface du sol la performance du système horizontal est meilleure, traduit par la diminution de la variation de température du sol comme le montre les courbes de la figure 3.7.

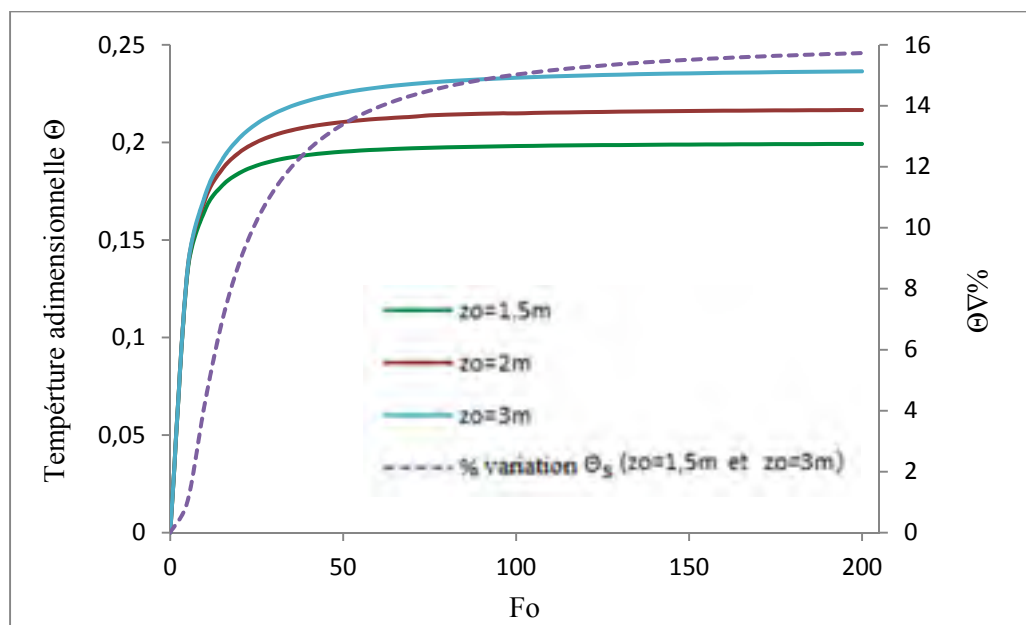


Figure 3.7 Variation de la température du sol en fonction de la profondeur

Il faut noter que les périodes de temps données en heure, mois et année dans l'analyse des résultats sont à titres indicatifs et dépend évidemment des paramètres du système géothermique à étudier.

Cette partie du rapport avait pour objectif de montrer le comportement thermique d'un échangeur hélicoïdal horizontal dans un milieu géothermique et conclure sur son potentiel pour des applications plus avancée (chauffage et climatisation avec pompe à chaleur géothermique).

3.2 Résultats numériques et validation

3.2.1 Variation de la température du sol

On considère trois emplacements dans le sol, avec des espacements ε par rapport à la source de chaleur spirale de 0,25m, 0,5m et 1 m et rappelant que la profondeur de l'installation est toujours $z_0=1,5\text{m}$. On a déterminé les champs de température axiaux associés à chacune des valeurs par la méthode analytique (équation 2.9) et les deux modèles de résolutions numériques sous Comsol, à savoir avec le module «*heat transfer*» et le module «*pipe flow*». Les résultats obtenus sont représentées à la figure 3.8 pour un temps adimensionnel $F_0=2,5$ (environ 500 heures pour notre cas).

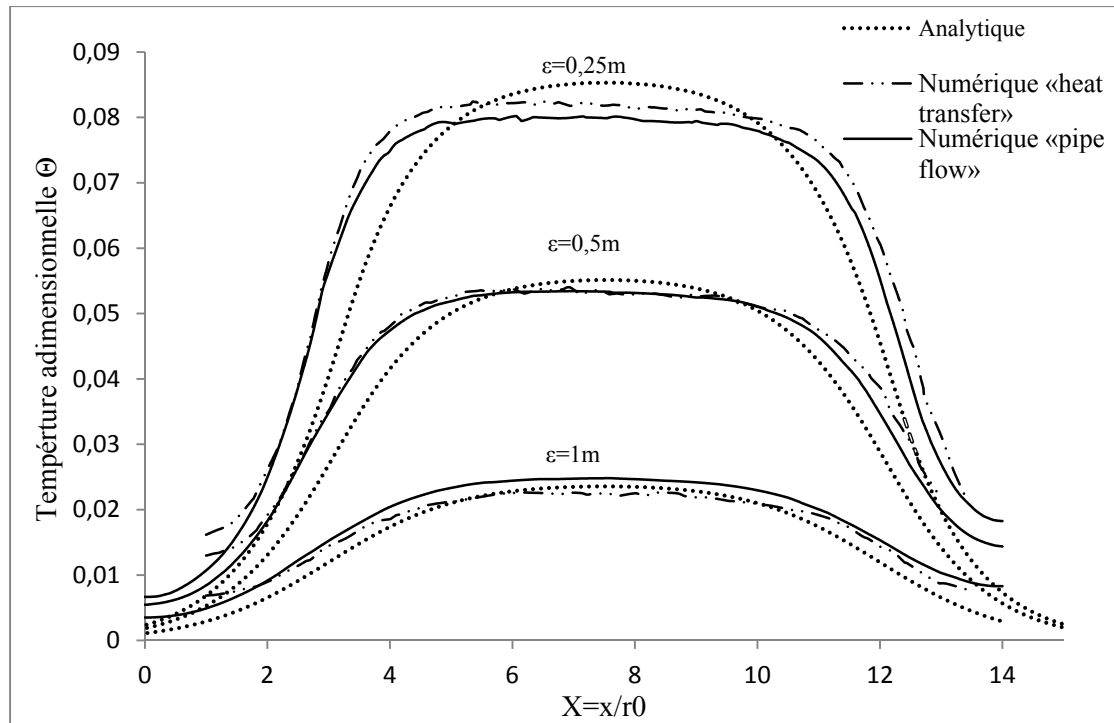


Figure 3.8 Champs de température du sol au voisinage de l'échangeur hélicoïdal par le modèle analytique et la résolution numérique

Les trois modèles utilisés donnent des réponses thermiques quasi-identiques pour les trois espacements concernés. On peut affirmer qu'à ce niveau-là le modèle analytique est valide et permet de caractériser correctement la distribution de la température du sol voisinant un échangeur en hélice.

3.2.2 Température d'entrée/sortie du fluide

L'extension de notre modèle analytique SSF pour le calcul de température du fluide, discuté dans le paragraphe 2.1, permet de calculer la température moyenne du fluide caloporteur ainsi que les valeurs de la température d'entrée et de sortie de la conduite en fonction du temps.

Les équations (2.23) et (2.24) ont été utilisées pour la simulation en supposant un taux d'échange par unité de longueur constant de $111W/m$ (injection de chaleur dans le sol de

500W) pendant toute la période. Les valeurs des différentes quantités calculées sont fournies par les courbes de la figure 3.9.

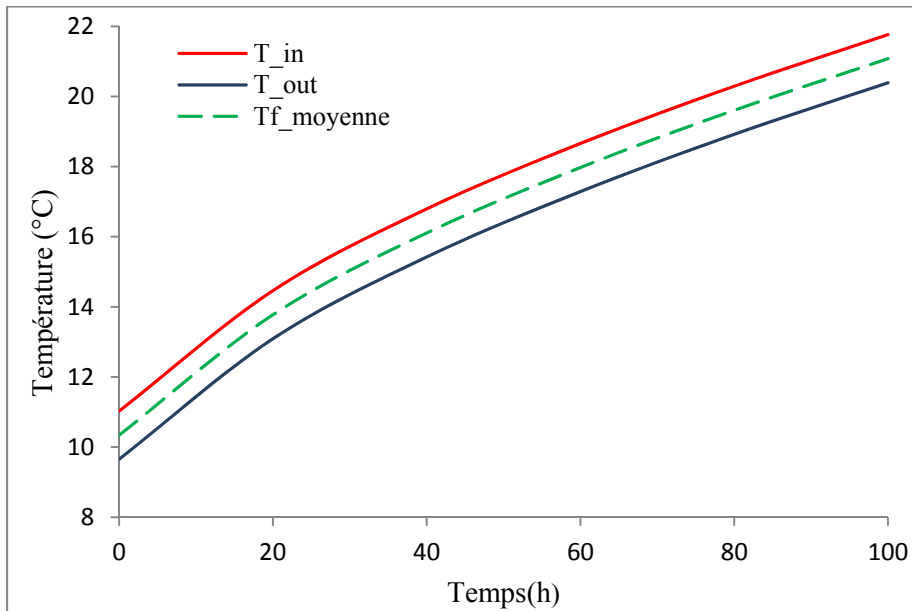


Figure 3.9 Température du fluide : moyenne, d'entrée et de sortie

Le débit de réinjection et de retour du fluide ayant été supposé constant (0,1 kg/s), ainsi les températures d'entrée de sortie s'évaluent de manière identique en fonction du temps. De même pour la moyenne.

Pour valider ces résultats, une comparaison avec la résolution numérique a été réalisée. La figure 3.10 donne la température d'entrée et la figure 3.11 celle de sortie du fluide caloporteur.

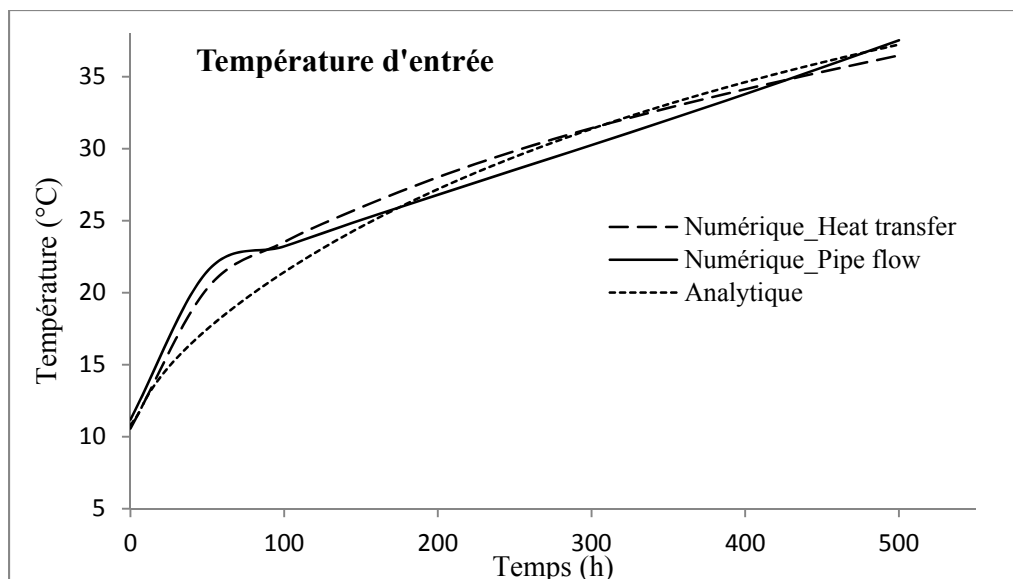


Figure 3.10 Evolution de la température d'entrée du fluide en utilisant le modèle analytique et la résolution numérique

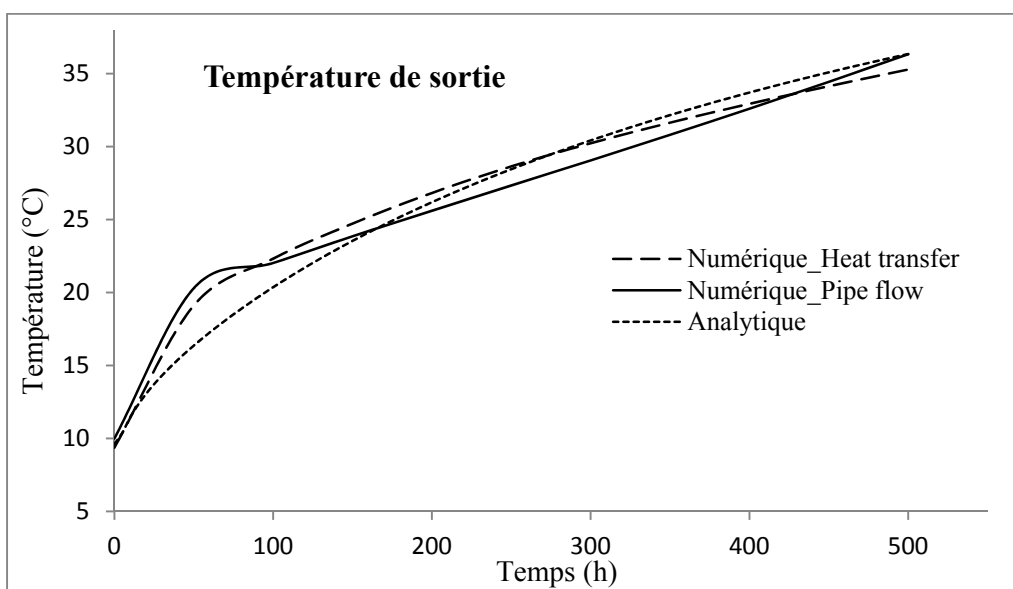


Figure 3.11 Evolution de la température de sortie du fluide en utilisant le modèle analytique et la résolution numérique

La première remarque à noter est que la variation de température instantanée entrée/sortie est petite et est de l'ordre de $\Delta T = 1,4^{\circ}\text{C}$, mais elle permet d'élever la température dans le sol de plusieurs degrés Celsius pendant quelques heures d'opération.

On constate aussi que les trois approches utilisées fournissent pratiquement les mêmes résultats avec des différences maximales ne dépassent pas $0,9^{\circ}\text{C}$ après les 150 premières heures de fonctionnement.

Pour les premières heures de simulation, la divergence entre les résultats, de l'approche analytique et des deux solutions numériques est bien remarquable. Cela s'explique le fait que le modèle numérique considère explicitement la capacité thermique du fluide et tient en compte de la durée de résidence du fluide dans la conduite bien que le modèle analytique suppose un échange instantané entre l'échangeur hélicoïdal et le sol (Fontaine, 2011).

Dans l'optique de toutes ces analyses réalisées tout au long de ce chapitre, on peut affirmer sur la validité et la fiabilité de la nouvelle approche analytique développée dans ce travail. Cette solution permet des calculs à la fois simples et rapides pour la modélisation d'un système géothermique hélicoïdal à boucle horizontale.

CHAPITRE 4

ÉVALUATION D'INFLUENCE DE DIVERS PARAMÈTRES SUR LE SYSTÈME GÉOTHERMIQUE HÉLICOÏDAL

Pendant l'étape de dimensionnement d'un système géothermique, beaucoup de paramètres peuvent changer d'une configuration à l'autre en fonction des objectifs et des attentes désirés du système.

Dans ce dernier chapitre nous allons nous focaliser sur l'étude de certains de ces paramètres indépendamment des exigences de dimensionnement qui peuvent influencer le choix des valeurs optimales de l'installation souhaitée. En effet, ce travail ne s'intéresse pas au design d'un système géothermique de chauffage/climatisation selon les besoins énergétiques d'un habitat, mais plutôt il fournit quelques réflexions qui peuvent être exploitées pour le design des échangeurs de telles configurations.

Cette partie du rapport sera donc, d'une part la suite de l'étape de validation de la méthode SSF par rapport au modèle numérique et d'autre part une évaluation de l'influence de quelques variables sur le comportement thermique de l'échangeur hélicoïdal dans le sol.

Les paramètres géométriques et thermo-hydrauliques intrinsèques à la conduite ne seront pas traités dans ce travail, on s'intéresse exclusivement aux variables régissant la forme hélicoïdale.

Tous les essais seront faits en utilisant les données des tableaux 2.1 et 3.1, sauf mention contraire.

4.1 Pas entre spires, longueur de l'échangeur et longueur de la conduite

Le pas entre spires pour le modèle de référence est $p=0,3\text{m}$. La diminution de l'espace entre les spires, tout en gardant la longueur de l'échangeur à $h=4,5\text{m}$, permet d'augmenter la longueur totale de la conduite (équation 1.6) et par conséquent la surface totale de l'échange avec le sol.

Autre observation possible, elle consiste à fixer la longueur L de la conduite et de faire varier le pas p et par conséquent la longueur h de l'échangeur hélicoïdal. Ce test va permettre de voir plus clairement l'impact de l'espacement entre les spires pour une taille fixe du tuyau. Trois valeurs de pas p ont été simulées suivant le tableau 4.1 ci-dessous.

Tableau 4.1 Valeurs utilisées pour simuler le changement du pas entre spires

	Pas entre spires p (m)	Longueur h (m)	Longueur L (m)
Cas 1	0,2	3	47,5
Cas 2	0,3	4,5	47,5
Cas 3	0,4	6	47,5

Pour un échange dans le sol constant de 500W, les résultats numériques et analytiques sont rapportés à la figure 4.1.

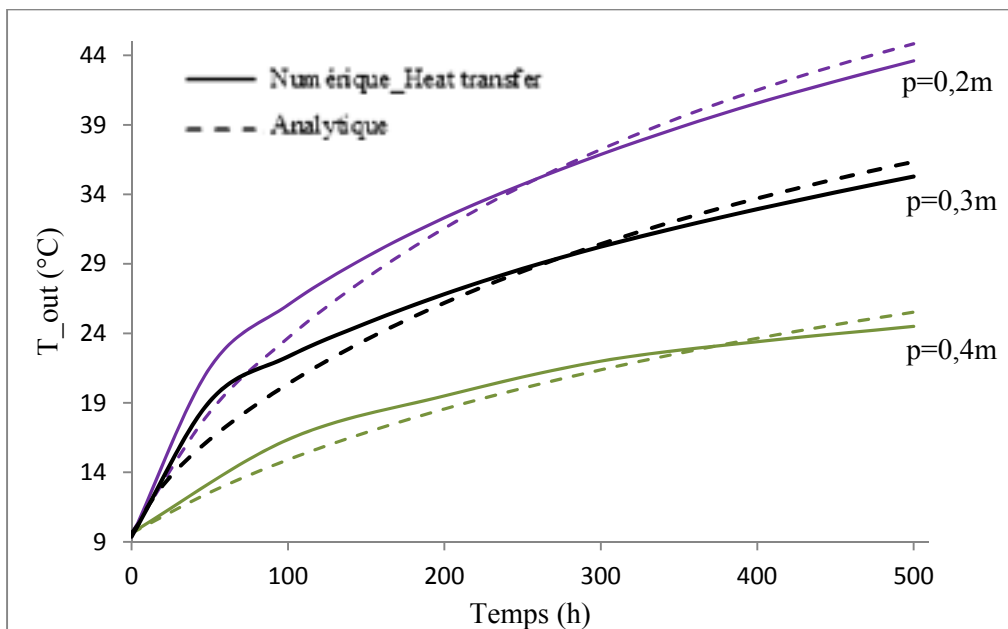


Figure 4.1 Température de sortie du fluide pour différents pas entre spires de l'échangeur hélicoïdal

Ces courbes confirment encore une fois la concordance des résultats numériques et analytiques.

Les trois pas présentent des réponses thermiques différentes. Plus les spires sont éloignées, plus l'échange avec le sol est meilleur. En effet l'échangeur couvre plus de volume dans le milieu géothermique, ce qui permet de mieux dissiper de la chaleur dans le sol.

Autre explication, c'est lorsque on diminue le pas p , le phénomène d'interférence thermique va apparaître entre les spires. En d'autres termes, si on considère chaque spire à part, elle ne pourra pas dissiper sa chaleur sur un rayon infini si une autre spire se trouve à côté. La chaleur accumulée augmente ainsi la température entre les spires et affaiblit l'efficacité de l'échangeur (Hudon, 2012). Cette analyse a été validée également par Yoon et al. (2015) et Go et al. (2016).

4.2 Rayon de l'hélice

Le changement du rayon de l'hélice r_0 implique un changement de la surface d'échange thermique entre le sol et le système géothermique. La figure 4.2 montre les températures de sortie du fluide pour deux valeurs différentes du rayon r_0 par rapport à celui de référence, $r_0=0,5\text{m}$.

L'augmentation du rayon de l'hélice favorise l'échange thermique entre le sol l'échangeur. L'exemple présenté montre, entre autres, que pour un rayon de 0,6 m la température du fluide qui circule dans l'installation est très moins élevée, ce qui prouve une performance meilleure lors de l'injection de la chaleur dans le sol (en mode climatisation).

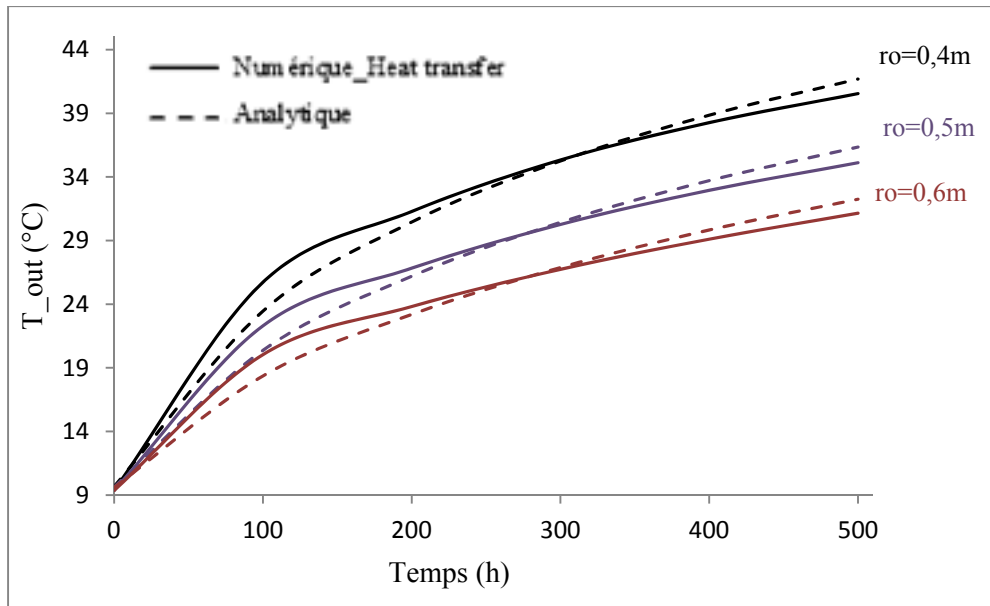


Figure 4.2 Température de sortie du fluide pour différents rayon r_0 de l'échangeur hélicoïdal

Néanmoins, cette augmentation admet des limites. En effet, dans la géothermie horizontale l'échangeur est tout près de la surface et augmenter son rayon demande plus de profondeur et plus de surface d'implantation. Sinon on risque de perdre en termes de rendement du système.

Donc, dans un champ géothermique, où il existe plusieurs échangeurs connectées les uns aux autres, une distance entre eux est nécessaire pour éviter la perturbation thermique. Pendant la phase de dimensionnement, il faut trouver la bonne combinaison du nombre des échangeurs à utiliser en fonction de cette distance et du rayon des échangeurs hélicoïdaux afin d'éviter ce problème qui influe énormément l'efficacité de l'installation géothermique.

4.3 Humidité et type de sol

L'humidité du sol est un facteur à rechercher dans la géothermie horizontale. Elle permet d'améliorer la conductivité du sol et aussi sa capacité calorifique. Elle dépend notamment de la circulation d'eau souterraine, pluie et glace. Ces variables sont généralement très difficiles à évaluer surtout analytiquement. Ceci n'est pas l'objectif de notre travail.

Toutefois, on a essayé de tester la réponse thermique de trois types de sol différents : le sol de référence (sol sableux sec), sol sableux saturé en eau et argile saturée en eau. Ses caractéristiques thermiques sont données par le tableau 4.2.

Tableau 4.2 Caractéristiques thermiques pour les différents types de sols utilisés ³

	Sable sec	Sable saturé	Argile saturée
Conductivité thermique (W/m.K)	0,58	2,3	1,4
Chaleur spécifique (J/kg.K)	1000	2400	2300
Masse volumique (kg/m ³)	1750	2000	1950

Les courbes de la solution analytique et la simulation numérique sont représentées à la figure 4.3 pour les trois types de sol.

On constate rapidement l'effet de la conductivité thermique et ainsi la diffusivité thermique sur le comportement thermique de l'échangeur. La température de sortie du fluide dépasse les 35°C pour le sol sableux sec après 500h d'opération, alors qu'il est de 17°C pour le sol de sable saturé. Ainsi le rejet de chaleur dans le sol se passe plus rapidement.

³ <http://www.energieplus-lesite.be>, consulté le 20 Mai 2016.

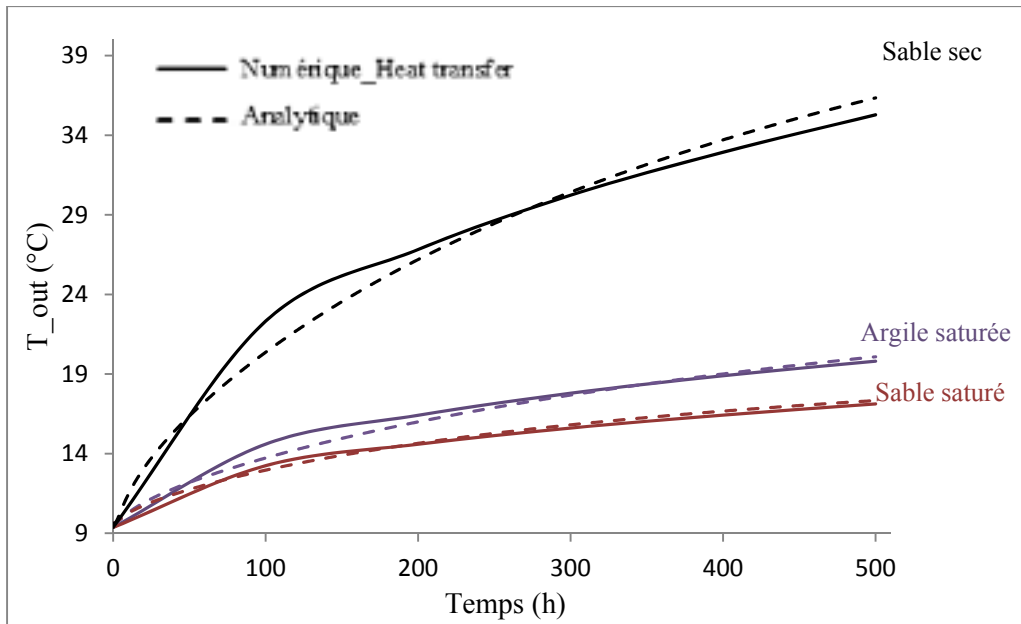


Figure 4.3 Température de sortie du fluide pour différents types de sols

4.4 Matériau de remblai

Le sol est un milieu généralement peu modulable, c'est-à-dire très difficile de contrôler ses propriétés thermiques et hydrauliques. Une solution consiste à utiliser un matériau de remblai pour améliorer l'effusivité thermique entre le sol et l'échangeur hélicoïdal. L'effusivité thermique E désigne la capacité d'un matériau à échanger de la chaleur avec son environnement, elle définit par l'équation (4.1).

$$E = \sqrt{k\rho C_p} \quad (4.1)$$

L'idée de l'ajout d'un matériau de remblai est inspirée principalement de la technique des pieux de fondation géothermiques pour les nouveaux bâtiments.

Dans ce paragraphe, on va se limiter sur une simulation numérique pour montrer l'avantage de cette mesure. En effet, notre modèle analytique ne permet pas ce type de calcul où on

caractérise une interaction thermique double; d'une part entre le bloc en béton le sol qui l'entoure et d'autre part entre le béton et la conduite.

Si le remblai a une extension radiale de deux à trois le diamètre de l'hélice, les propriétés du béton s'impose pour le calcul de l'écart de température, ce qui ne peut pas être le cas dans la géothermie horizontale vu la contrainte de la profondeur (Moch, 2011).

On a choisi dans notre cas d'utiliser le béton comme volume de remplissage dont sa conductivité thermique égale à $1,8 \text{ W/m.K}$, sa capacité calorifique égale à 880 J/kg.K et masse volumique de 2300 kg/m^3 .

La figure 4.4 montre la disposition de la masse en béton dans le sol tout en couvrant l'échangeur hélicoïdal. Il s'agit du petit bloc de dimension $5,2\text{m} \times 2,2\text{m} \times 2,2\text{m}$.

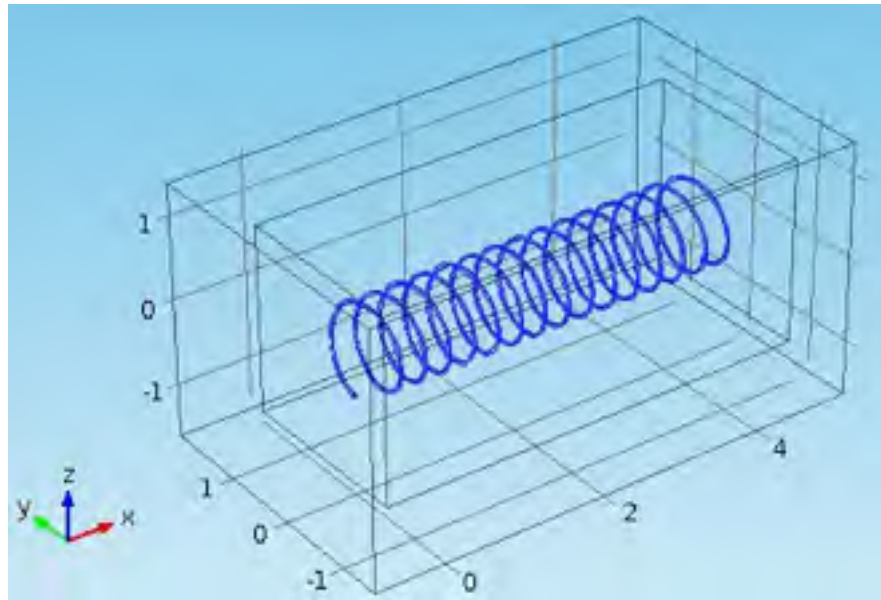


Figure 4.4 Schéma de la nouvelle configuration avec la superposition du bloc en béton

Avec un taux de rejet de chaleur constant dans le sol (111W/m pendant 200h), on a obtenu la distribution de température dans le domaine géothermique donnée à la figure 4.5, qui représente deux coupes transversales selon le plan (xy) associé aux deux domaines géothermiques : de référence sans béton (figure4.5-a) et celui avec la masse de béton (figure4.5-b).

Les variations de température à la sortie de l'échangeur hélicoïdal, pour les deux cas, sont aussi schématisées à la figure 4.6.

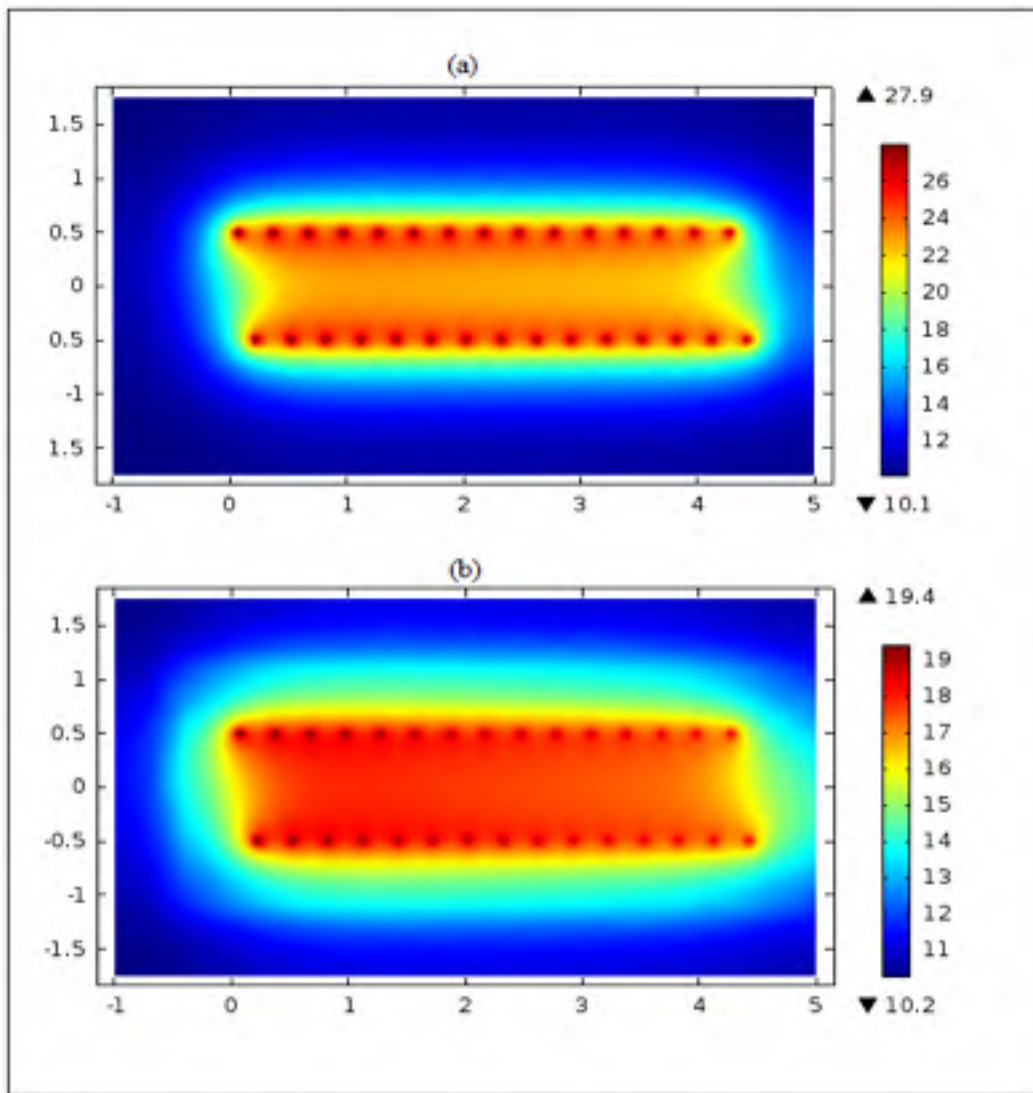


Figure 4.5 Évolution radiale de la température dans le domaine géothermique sans béton (a) et avec béton (b) selon le plan (xy)

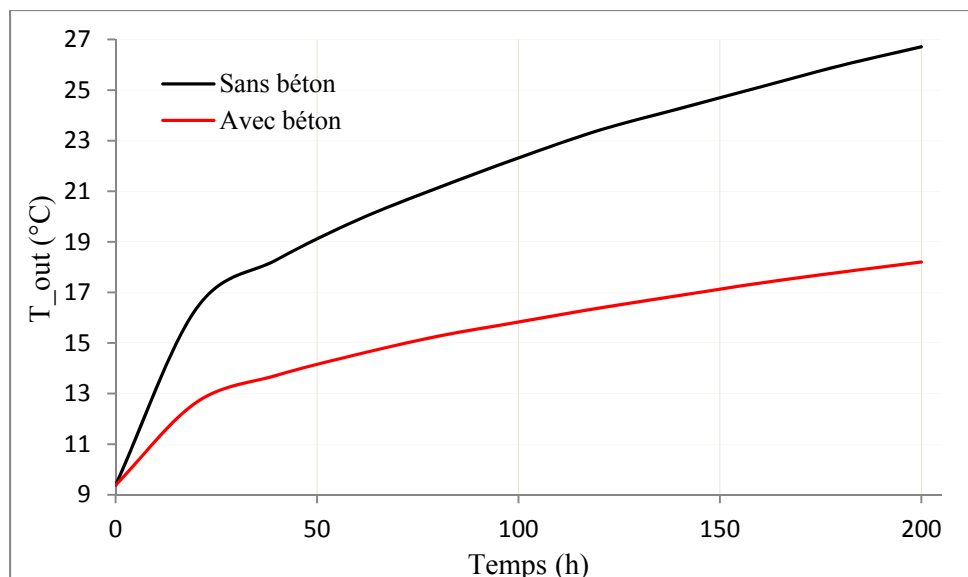


Figure 4.6 Température de sortie du fluide avec/sans le bloc de béton

Du point de vu température de sortie du fluide, un écart de 8,5°C, après 200h de simulation, a été noté entre les deux systèmes en faveur de la configuration en béton. Le rejet de chaleur dans le milieu géothermique s'effectue mieux par l'intermédiaire du béton que directement dans le sol. C'est tout à fait normal puisque la conductivité du béton est plus importante que le sol.

Autre constatation, c'est au niveau de la distribution de la chaleur au voisinage de l'échangeur en hélice. La figure 4.6 montre que la température du domaine géothermique mesurée pour le modèle sans béton est plus élevée. Par rapport au modèle avec béton, la variation de température du sol autour de l'échangeur est moins rapide, ainsi que sa propagation radiale est plus limitée dans l'espace. Ce qui ralentit l'échange thermique et influe ainsi la performance générale du système.

Le béton avec une diffusivité et effusivité assez élevées ($E=1910 \text{ J}/(\text{K}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{1/2})$) permet d'améliorer la dynamique du transfert géothermique et il s'avère une solution quand le terrain de l'installation choisi n'est pas très favorable ou de faible inertie thermique.

4.5 Effets saisonniers

4.5.1 Température à la surface

Tout au long de ce rapport on a supposé dans notre modèle analytique et aussi pour la résolution numérique que la température sur la surface du sol est de valeur constante T_0 .

Pour la géothermie horizontale, cette hypothèse n'est pas toujours vraie et elle consiste juste à simplifier le calcul. Mais réellement les systèmes horizontaux peu profonds sont très dépendants de ce qui se passe au niveau de la surface.

Dans cette partie, on va considérer que tous les phénomènes susceptibles d'influencer notre système (radiation solaire, vent, évaporation...) se résument en une seule variable, c'est la variation saisonnière de la température sur la surface du sol réagit par l'équation (1.8). Les températures qui seront utilisées sont celles de la ville de Montréal et avec un sol de type sableux humide.

4.5.2 Charges variables

Jusqu'à maintenant toutes les simulations ont été réalisées sur une période de temps courte en considérant une puissance thermique échangée constante.

Les conditions réelles d'opérations sont tout à fait différentes, il existe des périodes de chauffage et de climatisation. C'est-à-dire une demande de charge fluctuante.

Cette fois-ci, on va considérer une période de fonctionnement d'un an, avec un taux d'échange par unité de longueur de l'échangeur constant sur chaque mois, comme le montre le tracé de la figure 4.7. Le profil des charges choisi est simple afin de faciliter l'implémentation du modèle analytique pour ses charges variables.

En effet le modèle à charges variables est cumulatif : superposition temporelle. Sur une période longue et charges très fluctuantes, la résolution de l'équation (2.29) de la température devient très coûteuse. Une solution alternative existe pour accélérer le calcul consiste à utiliser la transformée de Fourier, n'est pas utilisé dans ce travail. On a procédé alors à un choix simple et représentatif des charges variables à s'en servir pour la simulation.

Les valeurs données sont génériques et non issues de la phase de dimensionnement. Ils vont permettre principalement de monter l'évolution de la réponse de l'échangeur hélicoïdal et aussi la revalidation du modèle analytique pour les périodes de longues durées.

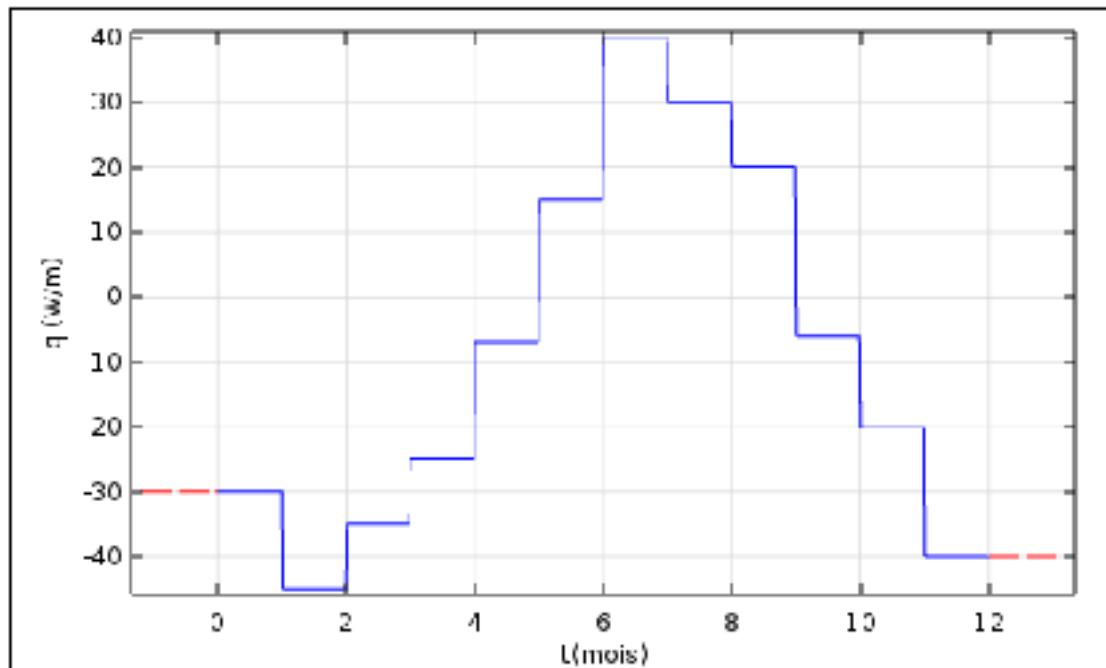


Figure 4.7 Profil des taux transfert de chaleur par unité de longueur utilisés pour la simulation sur un an

4.5.3 Application des changements

Ces changements décrits ci-dessus ont été réalisés sur le modèle analytique et numérique. Pour le modèle numérique, il suffit d'appliquer l'équation (1.8) pour $z=0$ sur la surface du sol et Comsol va déterminer l'évolution la pénétration de cette onde de température en profondeur ainsi que son impact sur l'échangeur hélicoïdal soumis bien sûr à des charges variables dans le temps de la figure 4.7.

Pour le modèle analytique, les charges variables vont être sollicitées par l'application de la superposition temporelle définie par l'équation (2.29).

Pour la variation de la température saisonnière sur la surface, on a utilisé l'équation (1.8) pour $z=1,5\text{m}$, la profondeur de l'installation. Cette température varie dans le temps et sera

appliquée sur tout le milieu géothermique remplaçant ainsi la valeur constante T_0 de l'équation (1.8). Cette valeur sera déterminée chaque heure sur toute la période de calcul (une année).

Cette mesure a été faite pour alléger le modèle. Si on veut plus de précision il faut diviser, suivant la profondeur du domaine géothermique en un ensemble de sous-domaines superposés et appliquer la température qui correspond à chaque sous domaine à l'aide de l'équation (1.8). Et la solution finale sera une superposition spatiale de toutes les solutions.

La superposition spatiale n'est pas faite dans ce cas et la simplification qu'on a faite donnera des résultats très proches de la solution numérique.

Pendant la période de chauffage, la température de l'eau utilisée pour toutes les simulations précédentes, passe au-dessous 0°C . Dans ce cas et pour éviter le gel de l'eau, on va utiliser de l'eau glycolée dont sa température de fusion est de -14.5°C . Ses caractéristiques thermiques sont données par le tableau 4.3.

Tableau 4.3 Caractéristiques thermiques de l'eau glycolée ⁴

	Eau glycolée à 30%
Conductivité thermique (W/m.K)	0,476
Chaleur spécifique (J/kg.K)	3650
Masse volumique (kg/m^3)	1050
Viscosité dynamique (Pa.s)	0,00186

Le code Matlab incluant toutes les modifications explicitées ci-haut, et qui va permettre la détermination de la température du fluide à la sortie de la conduite, est donné à l'annexe V.

4.5.4 Résultats

Les résultats de deux modèles, analytique et numérique, sont illustrés à la figure 4.7.

⁴<http://www.celsius-process.com/pdf/MEG%2030.pdf>, consulté le 30 Mai 2016

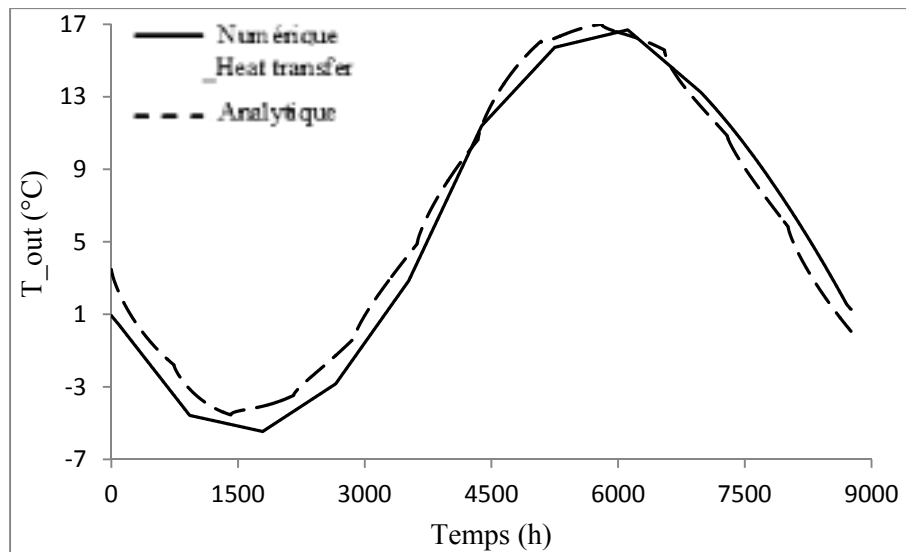


Figure 4.8 Variation annuelle de la température de retour du fluide en fonction des effets saisonniers de température et pour des charges variables dans le sol

L'écart entre les deux résultats ne dépasse pas $1,8^{\circ}\text{C}$ en après les premières heures de fonctionnement où l'erreur est plus grande. Ce qui renforce encore une fois la validité du modèle analytique développé.

Les températures T_{out} suivent les mêmes tendances que les températures du sol. Les distorsions observées au niveau des courbes sont dues aux variations cycliques des charges échangées dans le sol. La réponse thermique aux transitions entre les différentes charges considérées (figure 4.6), prend un certain retard causé par l'inertie thermique du sol.

Le modèle analytique supporte bien les effets saisonniers tout comme le modèle numérique. Avec ces modifications, la résolution numérique présente un temps de simulation assez élevé par rapport à l'analytique. Pour cet exemple simulé sur un an (avec un pas de 10 heures) le calcul a pris environ 45 minutes tandis que l'analytique n'a pris que 9 minutes avec un pas de temps d'une heure (Processeur de 4.5 Ghz x 4 Cores et RAM de 8Go).

4.6 Profondeur de l'installation

On a refait ici les mêmes simulations de la partie précédente, mais en faisant varier la profondeur de l'installation z_0 . Le cas référence est donnée pour la profondeur $z_0=1,5\text{m}$. Des profondeurs de 1m, 2,5m et 3m seront testées. Le but ici est de voir l'ampleur de l'influence de la température saisonnière sur l'échangeur hélicoïdal étudié. La figure 4.9 rapporte les résultats obtenus.

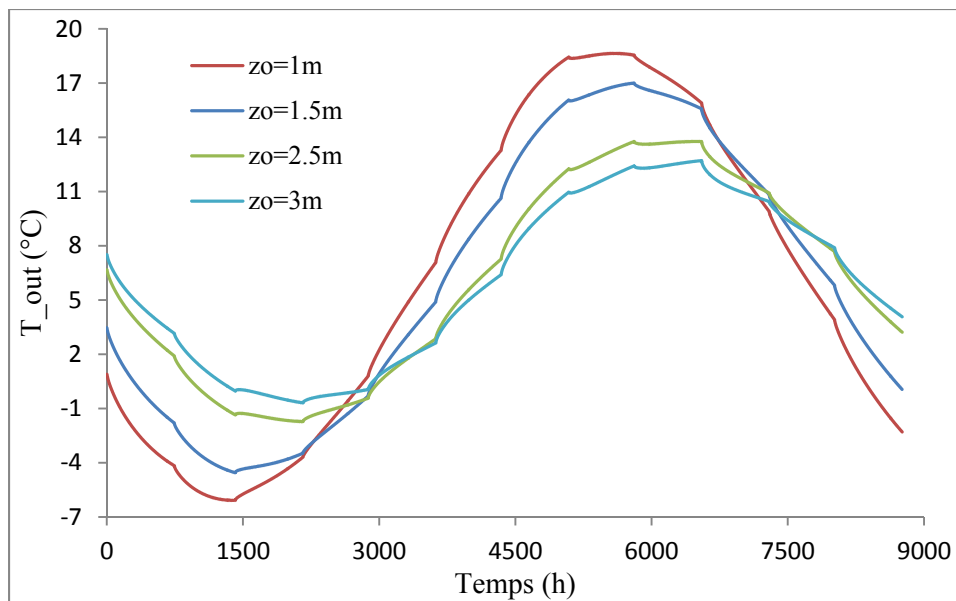


Figure 4.9 Variation annuelle de la température de retour du fluide pour différentes profondeurs

L'augmentation de la profondeur de l'installation a pour conséquence de réduire les écarts extrêmes de variation de la température de la sortie du fluide pour le chauffage et la climatisation. Pour une profondeur de 1m la valeur minimale est de $-6,03^{\circ}\text{C}$ en chauffage et s'élève à $18,63^{\circ}\text{C}$ en période de climatisation. Cependant, pour une profondeur de 3m ses valeurs sont respectivement de $-0,6^{\circ}\text{C}$ et $12,61^{\circ}\text{C}$.

Le fluide qui provient de l'échangeur souterrain, sera injecté dans une pompe à chaleur. Son COP est directement dépendant de sa température. Avec un écart saisonnier de température

moins élevé et plus stable en allant dans la profondeur, on aura une température du fluide plus chaude en hiver et plus froide en été, d'où une meilleure performance du système.

On remarque, à partir de la figure 4.9, plus clairement le déphasage dans le temps entre les différentes réponses créées par l'inertie thermique du sol. En augmentant la profondeur ce déphasage devient important.

D'une manière générale, la variation saisonnière de la température a un effet non négligeable sur le système géothermique horizontal. Pour garantir un échange maximal, un choix minutieux de la profondeur de l'installation jouera un rôle primordial lors du dimensionnement d'un système géothermique.

Comme mentionné dans la littérature, une profondeur d'installation de 2,5m est généralement recommandée pour un capteur géothermique hélicoïdal horizontal.

A partir de nos résultats, on remarque que la profondeur de 3m donne les meilleures températures mais elles sont très proches de celles associées à la profondeur de 2,5m (écart de 1,5°C entre eux). Tenant compte des coûts d'excavation, on suggère aussi une profondeur de 2,5m pour garantir un bon compromis entre coût/performance d'une installation horizontale à échangeurs hélicoïdaux.

CONCLUSION

Les systèmes géothermiques à boucles horizontales couplées à une pompe à chaleur, se montrent comme une option intéressante pour réduire les coûts d'investissement par rapport aux systèmes verticaux où les coûts de forage sont extrêmement élevés.

L'inconvénient des systèmes horizontaux, c'est qu'ils nécessitent une surface de captation très importante. Avec des échangeurs en serpentin, il faut couvrir deux à trois fois (selon le type du sol) la surface de l'espace à chauffer/refroidir. Une solution consiste à optimiser la forme géométrique de l'échangeur.

Ce travail a fait l'étude d'un échangeur géothermique horizontal de forme hélicoïdale. Tout d'abord, un modèle analytique SSF a été développé pour déterminer la réponse thermique de ce système avec le sol environnant. Ensuite, l'approche SSF a été utilisée pour déterminer la température du fluide, en particulier la température d'entrée de la pompe à chaleur.

La résolution numérique sur Comsol a permis de valider tous les résultats donnés par la solution analytique.

La méthode analytique a réduit énormément le temps calcul (5 fois plus rapide que le numérique pour notre cas), et permet de faciliter la modélisation d'un système complexe et en plus ne demande pas des ressources matérielles spécifiques (logiciels, connaissances en résolution numérique, ordinateurs très performants).

La dernière partie de ce travail était consacré pour donner quelques réflexions sur le comportement thermique de l'échangeur hélicoïdal, afin optimiser son rendement et ses paramètres de design; comme l'impact de la conductivité du sol, matériau de remblai et notamment l'influence de la variation de la température à la surface.

D'une manière générale cette géométrie a montré un potentiel thermique important à exploiter, et une possibilité de minimiser les coûts d'investissement en géothermie.

RECOMMANDATIONS

Le modèle analytique développé et validé tout au long ce mémoire, est une initiative pour pousser la recherche et le développement des systèmes géothermiques horizontaux et particulièrement de forme hélicoïdale.

Étant donné ses résultats intéressants et ses avantages dans la réduction du temps de calcul, ce modèle mérite d'autres investigations complémentaires pour élargir encore son utilisation et de l'adapter encore plus par rapport aux divers facteurs de son milieu instable (thermique et hydraulique).

On suggère ici des pistes à explorer pour des futurs travaux recherches dans ce domaine :

- Modifier les équations développées pour qu'elles tiennent en compte l'interaction thermique entre plusieurs échangeurs hélicoïdaux dans un champ géothermique (Voir Moch, 2013).
- Ajouter à cette solution l'effet de: l'écoulement de l'eau souterraine, le changement de phase dans le sol, l'ajout du matériau de remblai, etc.
- Analyse techno-économique des systèmes hélicoïdaux à boucles horizontales en utilisant notre méthode analytique, comme celle faite par Go et al. (2016) afin d'optimiser les paramètres de design de leurs système.
- Revalider le modèle analytique par des essais expérimentaux et qui simulent des conditions réelles d'opération (répondre à des besoins en charges horaires d'un bâtiment, le couplage avec une pompe à chaleur, les pertes de charges et thermiques dans les conduites, etc.).

ANNEXE I

DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE ANALYTIQUE DE L'ÉCHANGEUR HÉLICOÏDAL

Ce modèle se base sur les hypothèses déjà décrites dans la première section du deuxième chapitre. Les figures A I-1 et A I-2 expliquent le principe et la disposition géométrique de ce modèle, avec $P(x, r, \varphi)$ un point du milieu géothermique et $P(x', r' = r_0, \varphi')$ un point sur la source spirale.

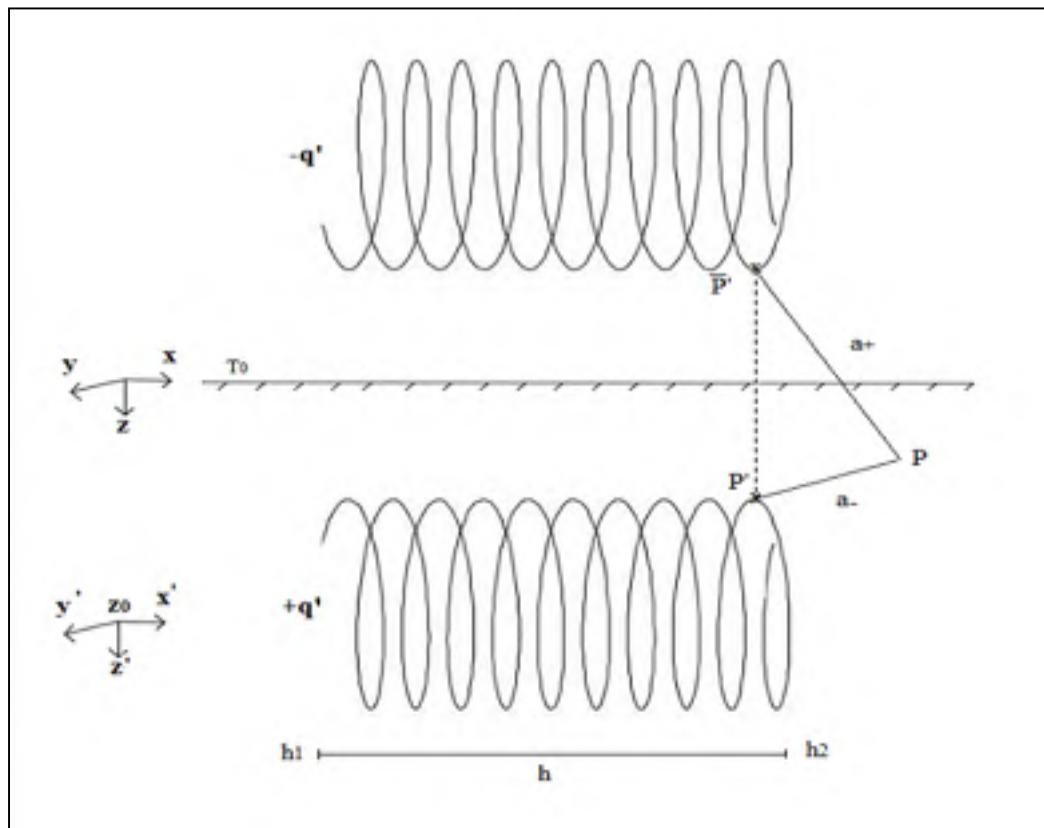


Figure-A I-1 Schéma du modèle de la source spirale
dans un milieu géothermique semi-fini

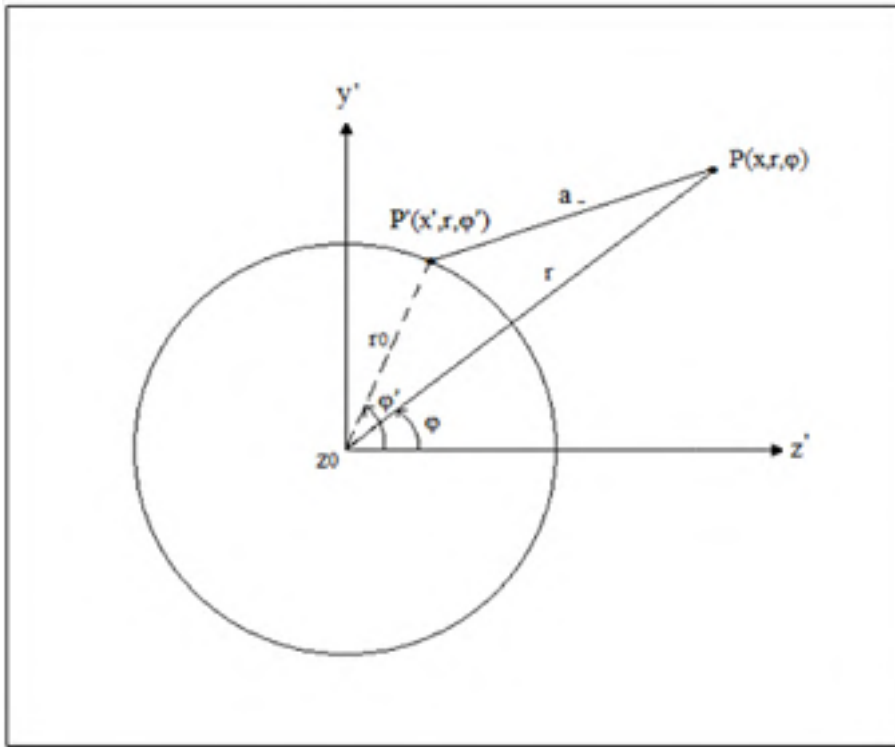


Figure-A I.2 Schéma représentative d'une spire de la source
Spirale réelle avec les distances associées

Il s'agit de résoudre l'équation de la conduction pure de la chaleur dans le sol, donnée par le système A-I-1.

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \Delta \theta + q(P, t) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ \theta(P, 0) = 0 \\ \theta(P, t) = 0 \\ q(P, t) = \frac{q'}{\rho c} \delta(P - P') \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \\ \\ \text{pour } z = 0 \\ \text{pour } h_1 \leq x \leq h_2 \end{array} \quad (\text{A-I-1})$$

Pour un point P quelconque dans le domaine, la projection dans le repère R' (z_0, x', y', z') donne :

$$\begin{cases} x = x \\ y = r \sin \varphi \\ z = r \cos \varphi \end{cases} \quad (\text{A-I-2})$$

Pour un point sur l'hélice, la projection sur le repère R' (z_0, x', y', z') donne :

$$\begin{cases} x' = \frac{p\varphi'}{2\pi} \\ y' = r_0 \sin \varphi' \\ z' = r_0 \cos \varphi' \end{cases} \quad (\text{A-I-3})$$

Le point $\bar{P}'$ image du point P' sur la source symétrique virtuelle est définie dans le repère R' (z_0, x', y', z') par :

$$\begin{cases} \bar{x}' = \frac{p\varphi'}{2\pi} \\ \bar{y}' = r_0 \sin \varphi' \\ \bar{z}' = -2z_0 - r_0 \cos \varphi' \end{cases} \quad (\text{A-I-3})$$

Le repère R' est une translation du repère R par rapport à l'axe z d'une distance z_0 qui désigne la profondeur.

Calculons les distances qui seront introduits dans la fonction de green, comme suit :

$$\begin{aligned}
a_-^2 &= |P - P'|^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2 \\
&= \left(x - \frac{p\phi'}{2\pi}\right)^2 + (r \sin \phi - r_0 \sin \phi')^2 + (r \cos \phi - r_0 \cos \phi')^2 \\
&= \left(x - \frac{p\phi'}{2\pi}\right)^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\phi - \phi')
\end{aligned} \tag{A-I-4}$$

$$\begin{aligned}
a_+^2 &= |P - \bar{P}'|^2 = (x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - \bar{z}')^2 \\
&= \left(x - \frac{p\phi'}{2\pi}\right)^2 + (r \sin \phi - r_0 \sin \phi')^2 + (r \cos \phi + 2z_0 + r_0 \cos \phi')^2 \\
&= \left(x - \frac{p\phi'}{2\pi}\right)^2 + r^2 + r_0^2 + 2rr_0 \cos(\phi + \phi') + 4z_0^2 + 4z_0 r \cos \phi + 4z_0 r_0 \cos \phi'
\end{aligned} \tag{A-I-5}$$

En utilisant la fonction de température de green associée à la source spirale, la variation de température autour de l'échangeur est donnée par l'équation A-I-6

$$\theta(P, t) = T_0 - T(P, t) = \int_0^l \int_{R^3} \tilde{G}(P, t / P', t') q(P', t') dx' dy' dz' dt' \tag{A-I-6}$$

Le milieu étant semi-fini à $z=0$, donc la fonction de green s'écrit :

$$\tilde{G}(P, t / P', t') = G(P, t / P', t') - G(P, t / \bar{P}', t') \tag{A-I-7}$$

Par définition, la fonction de green :

$$\tilde{G}(P, t / P', t') = \frac{1}{8[\pi\alpha(t-t')]^{3/2}} \left[\exp\left(-\frac{|P - P'|^2}{4\alpha(t-t')}\right) - \exp\left(-\frac{|P - \bar{P}'|^2}{4\alpha(t-t')}\right) \right] \tag{A-I-8}$$

La fonction de Dirac au point P' est:

$$q(P', t') = \frac{q'}{\rho C p} \delta(P' - P) = \frac{q'}{\rho C p}; \quad (h_1 \leq x \leq h_2) \quad (\text{A-I-9})$$

Ainsi l'équation en coordonnées cylindriques s'écrit :

$$\theta(x, r, \varphi, t) = \frac{q' p}{16 \pi \rho c (\pi \alpha)^{3/2}} \int_0^t \frac{1}{(t-t')^{3/2}} \int_{2\pi h_1/p}^{2\pi h_2/p} \left[\exp\left(-\frac{|P-P'|^2}{4\alpha(t-t')}\right) - \exp\left(-\frac{|P-\bar{P}'|^2}{4\alpha(t-t')}\right) \right] dt' d\varphi' \quad (\text{A-I-10})$$

Afin d'éviter le problème de singularité de l'intégrale causé par le terme $1/(t-t')^{3/2}$, la fonction erreur complémentaire a été utilisée, elle est définie par l'équation A-I-11.

$$\text{erfc}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\beta}^{\infty} \exp(-\mu^2) d\mu \quad (\text{A-I-11})$$

Effectuant un changement de variable sur l'équation en supposant $\beta^2 = \frac{a_{\pm}^2}{4\alpha(t-t')}$

$$\int_0^t \frac{1}{(t-t')^{3/2}} \exp\left(-\frac{a_{\pm}^2}{4\alpha(t-t')}\right) dt' = 2 \frac{\sqrt{\pi\alpha}}{a_{\pm}} \text{erfc}\left(\frac{a_{\pm}}{\sqrt{4\alpha t}}\right) \quad (\text{A-I-12})$$

Finalement,

$$\theta_s(x, r, \varphi, t) = \frac{q'p}{8k\pi^2} \int_{2\pi h_1/p}^{2\pi h_2/p} \left[\frac{1}{a_-} \operatorname{erfc} \left(\frac{a_-}{\sqrt{4\alpha t}} \right) - \frac{1}{a_+} \operatorname{erfc} \left(\frac{a_+}{\sqrt{4\alpha t}} \right) \right] d\varphi' \quad (\text{A-I-13})$$

Avec

$$a_-^2 = (x - x')^2 + r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos(\varphi - \varphi') \quad (\text{A-I-14})$$

$$a_+^2 = (x - x')^2 + r^2 + r_0^2 + 2rr_0 \cos(\varphi + \varphi') + 4z_0^2 + 4rz_0 \cos \varphi + 4r_0z_0 \cos \varphi' \quad (\text{A-I-15})$$

$$x' = \frac{p\varphi'}{2\pi} = \frac{\varphi'}{\omega} \quad (\text{A-I-16})$$

ANNEXE II

ÉQUATION SIMPLIFIÉE DE LA TEMPÉRATURE MOYENNE DE LA PAROI

Comme déjà mentionné, cette équation (2.9) est assez lourde et couteuse en termes de temps de calcul.

Une première transformation mathématique sera de remplacer l'intégrale sur la variable β de l'équation (2.19) par une simple moyenne arithmétique. On obtient ainsi :

$$\Theta_{c,s}(\varphi, F_0) = \frac{1}{4} \sum_{\beta=0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}} \left[\frac{P}{8\pi^2} \int_{2\pi H_1/P}^{2\pi H_2/P} \left[\frac{1}{A_-} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_-}{2\sqrt{F_0}} \right) - \frac{1}{A_+} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_+}{2\sqrt{F_0}} \right) \right] d\varphi' \right] \quad (\text{A-II-1})$$

Toujours avec A_- et A_+ respectivement des équations (2.16) et (2.17).

Une deuxième simplification est de choisir un contour au milieu de l'échangeur, autrement c'est appliqué l'équation précédente au point : $\varphi = \pi(h_1 + h_2)/p$.

Soit :

$$\Theta_{<p>,s}(F_0) = \sum_{\beta=0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}} \left[\frac{P}{32\pi^2} \int_{2\pi H_1/P}^{2\pi H_2/P} \left[\frac{1}{A_-} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_-}{2\sqrt{F_0}} \right) - \frac{1}{A_+} \operatorname{erfc} \left(\frac{A_+}{2\sqrt{F_0}} \right) \right] d\varphi' \right] \quad (\text{A-II-2})$$

Avec, cette fois-ci :

$$A_-^2 = \left(\frac{P}{2\pi} (\pi(H_1 + H_2) / P - \varphi') + R_{ext} \sin \beta \right)^2 + (1 + R_{ext} \cos \beta)^2 + 1 - 2(1 + R_{ext} \cos \beta) \cos(\pi(H_1 + H_2) / P - \varphi') \quad (\text{A-II-3})$$

$$\begin{aligned}
A_+^2 = & \left(\frac{P}{2\pi} (\pi(H_1 + H_2) / P - \phi') + R_{ext} \sin \beta \right)^2 + (1 + R_{ext} \cos \beta)^2 \\
& + 1 + 2(1 + R_{ext} \cos \beta) \cos(\pi(H_1 + H_2) / P + \phi') + 4Z_0^2 \\
& + 4Z_0 [(1 + R_{ext} \cos \beta) \cos(\pi(H_1 + H_2) / P) + \cos \phi']
\end{aligned} \tag{A-II-4}$$

Ces équations (A-II-2, 3, 4) ont été saisies dans une fonction sous Matlab donnée par le script suivant.

Algorithme-A II.1 Température moyenne adimensionnelle de la paroi de l'échangeur hélicoïdal

```

function teta_adi = temp_paroι(Fo,Zo,H1,H2,P,Rext,phi)

%Initialisation
cumul=0;
H11=(2*pi*H1)/P;
H22=(2*pi*H2)/P;
Phi=pi*(H11+H22)/P;

function y = fct(phiι)

am = sqrt((1+Rext*cos(B)).^2+1-2*(1+Rext*cos(B)).*cos(phi-phiι)+
((P*phi)/(2*pi)+Rext*sin(B))-(P*phiι)/(2*pi)).^2)

ap = sqrt((1+Rext*cos(B)).^2+1+2*(1+Rext*cos(B)).*cos(phi+phiι)+
((P*phi)/(2*pi)+Rext*sin(B))-(P*phiι)/(2*pi)).^2+4*Zo^2+ 4*Zo*(1+
Rext*cos(B))*cos(phi)+cos(phiι));

y = erfc(am/(2*sqrt(Fo)))./am - erfc(ap/(2*sqrt(Fo)))./ap;

end

for B=[0 0.5*pi pi 1.5*pi]

integ = integral(@fct,H11,H22);
teta=(P*integ)/(8*pi^2);
cumul=cumul+teta;

end

teta_adi =cumul/4;

end

```


ANNEXE III

LES OPÉRATEURS DIFFÉRENTIELS

En coordonnées cartésiennes, la divergence d'un vecteur $\vec{w}$ est le produit scalaire entre l'opérateur nabla $\vec{\nabla}$ et ce champ vectoriel :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{w} = \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \quad (\text{A-III-1})$$

Le Laplacien Δ d'un scalaire S est égal à la somme de ses dérivées secondes par rapport à chacune des variables :

$$\Delta S = \vec{\nabla}^2 S = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} S) = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \quad (\text{A-III-2})$$

Et le Laplacien d'un champ de vecteur w :

$$\vec{\Delta} \vec{w} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \end{bmatrix} \quad (\text{A-III-3})$$

ANNEXE IV

CLASSIFICATION DE MAILLAGES PRÉDÉFINIS SUR COMSOL

Pour l'étude des deux modèles, on a utilisé les propriétés de maillages prédéfinis sur le logiciel Comsol. Le transfert de chaleur dans le sol est calibré pour une physique générale et l'écoulement dans l'échangeur en utilisant le calibre de dynamique des fluides.

Le tableau-A IV-1 donne l'échelle de graduation de maillage et les tailles maximale et minimale associées à chaque élément.

Tableau-A IV-1 Échelle de maillage prédéfini sur Comsol

	Type de la physique étudiée			
	Générale		Dynamique des fluides	
Maillage	Taille max de l'élément	Taille min de l'élément	Taille max de l'élément	Taille min de l'élément
Extrêmement fin	0,12 m	0,0012 m	0,039 m	6E-4 m
Encore plus fin	0,21 m	0,009 m	0,069 m	0,0045 m
Plus fin	0,33 m	0,024 m	0,111 m	0,012 m
Fin	0,48 m	0,06 m	0,159 m	0,03 m
Normal	0,6 m	0,108 m	0,201 m	0,06 m
Grossier	0,9 m	0,168 m	0,3 m	0,09 m

ANNEXE V

PROGRAMME MATLAB SIMULANT LES EFFETS SAISONNIERS SUR LA RÉPONSE THERMIQUE DE L'ÉCHANGEUR GÉOTHERMIQUE HÉLICOÏDAL

```
clear
ro=0.5;           %rayon de l'hélice [m]
p=0.3;           %pas entre spires[m]
h=4.5;           %longueur de l'échangeur à partir de x=0 (h1=0,h2=h1) [m]
H=h/ro;
zo=1.5;           %profondeur de l'installation
Zo=zo/ro;
P=p/ro;
Ri=0.019;         %rayon de la conduite[m]
RR=Ri/ro;
phi=(pi*H)/P;
m=0.1;           %débit massique du fluide[kg/s]
Cp=3650;         %Capacité thermique du fluide[J/kg.K]
k=2.3;           %Conductivité thermique du sol [W/m.K]
alpha=0.48E-6;   %Diffusivité du sol
rho=1050;         %masse volumique [kg/m3]
mu=0.0019;       %dynamic viscosity of fluid [Pa.s]
kf=0.6;          %Conductivité thermique du sol [W/m.K]
v=m/(rho*pi*Ri*Ri); %Vitesse d'écoulement
Re=(2*Ri*rho*v)/mu; % Nombre de Reynolds
Pr=(Cp*mu)/kf;    %Prandtl number
De=Re*sqrt(Ri/ro); %Dean number
Nu=(0.65*sqrt(De)+0.76)*Pr^0.175; %Nusselt number
hf=(kf/(2*Ri))*Nu; %Coefficient d'échange thermique par convection
[W/m2.K]
Rcp=1/(2*pi*Ri*hf); % Résistance thermique [m2.K/W]
Ca=(p*Rcp)/sqrt((2*pi*ro)^2 + p^2);
Cb=h/(2*Cp*m);

w=2*pi/365;
Tinf=6.78; % Température du sol non perturbé [°C]
aljour=0.0414; % Diffusivité thermique du sol [m2/jour]
tsh=25; % Jour le plus froid de l'année
pp=sqrt(pi/(365*aljour));
qq=sqrt(365/(pi*aljour));
tt=[744,1416,2160,2880,3624,4344,5088,5808,6552,7296,8016,8760];
zz=1.5; %profondeur de l'application de la temperture
Foo=zeros(1,12);
for i=1:1:12
    Foo(i)=(alpha/(ro*ro))*(tt(i)*3600);
end

t=0:1:8760;
nt=length(t);
```

```

q=[-30,-45,-35,-25,-7,15,40,30,20,-6,-20,-40];%heating rate per lenght of
coil wall[w/m]
T_out=zeros(1,8760);

for i=1:1:nt
Fo=(alpha/(ro*ro))*(t(i)*3600);
To=Tinf-14.42*exp(-zz*pp)*cos(w*(i/24-tsh-zz*0.5*qq));

    if t(i)<tt(1)

T_out(i)=q(1)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi))/k;

        elseif t(i)<tt(2)

T_out(i)=q(2)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

            elseif t(i)<tt(3)

T_out(i)=q(3)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

                elseif t(i)<tt(4)

T_out(i)=q(4)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(4)-q(3))*temp_pari((Fo-
Foo(3)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

                    elseif t(i)<tt(5)

T_out(i)=q(5)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(4)-q(3))*temp_pari((Fo-
Foo(3)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(5)-q(4))*temp_pari((Fo-
Foo(4)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

                        elseif t(i)<tt(6)

T_out(i)=q(6)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(4)-q(3))*temp_pari((Fo-
Foo(3)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(5)-q(4))*temp_pari((Fo-
Foo(4)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(6)-q(5))*temp_pari((Fo-
Foo(5)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

                            elseif t(i)<tt(7)

T_out(i)=q(7)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(4)-q(3))*temp_pari((Fo-

```

```

Foo(3)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(5)-q(4))*temp_pari((Fo-
Foo(4)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(6)-q(5))*temp_pari((Fo-
Foo(5)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(7)-q(6))*temp_pari((Fo-
Foo(6)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

```

```

elseif t(i)<tt(8)

```

```

T_out(i)=q(8)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(4)-q(3))*temp_pari((Fo-
Foo(3)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(5)-q(4))*temp_pari((Fo-
Foo(4)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(6)-q(5))*temp_pari((Fo-
Foo(5)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(7)-q(6))*temp_pari((Fo-
Foo(6)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(8)-q(7))*temp_pari((Fo-
Foo(7)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

```

```

elseif t(i)<tt(9)

```

```

T_out(i)=q(9)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(4)-q(3))*temp_pari((Fo-
Foo(3)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(5)-q(4))*temp_pari((Fo-
Foo(4)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(6)-q(5))*temp_pari((Fo-
Foo(5)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(7)-q(6))*temp_pari((Fo-
Foo(6)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(8)-q(7))*temp_pari((Fo-
Foo(7)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(9)-q(8))*temp_pari((Fo-
Foo(8)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

```

```

elseif t(i)<tt(10)

```

```

T_out(i)=q(10)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(4)-q(3))*temp_pari((Fo-
Foo(3)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(5)-q(4))*temp_pari((Fo-
Foo(4)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(6)-q(5))*temp_pari((Fo-
Foo(5)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(7)-q(6))*temp_pari((Fo-
Foo(6)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(8)-q(7))*temp_pari((Fo-
Foo(7)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(9)-q(8))*temp_pari((Fo-
Foo(8)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(10)-q(9))*temp_pari((Fo-
Foo(9)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

```

```

elseif t(i)<tt(11)

```

```

T_out(i)=q(11)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(4)-q(3))*temp_pari((Fo-
Foo(3)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(5)-q(4))*temp_pari((Fo-
Foo(4)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(6)-q(5))*temp_pari((Fo-
Foo(5)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(7)-q(6))*temp_pari((Fo-
Foo(6)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(8)-q(7))*temp_pari((Fo-
Foo(7)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(9)-q(8))*temp_pari((Fo-
Foo(8)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(10)-q(9))*temp_pari((Fo-
Foo(9)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(11)-q(10))*temp_pari((Fo-
Foo(10)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

```

```

elseif t(i)<tt(12)

T_out(i)=q(12)*(Ca-Cb)+To+(q(1)*temp_pari(Fo,Zo,H,P,RR,phi)+(q(2)-
q(1))*temp_pari((Fo-Foo(1)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(3)-q(2))*temp_pari((Fo-
Foo(2)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(4)-q(3))*temp_pari((Fo-
Foo(3)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(5)-q(4))*temp_pari((Fo-
Foo(4)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(6)-q(5))*temp_pari((Fo-
Foo(5)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(7)-q(6))*temp_pari((Fo-
Foo(6)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(8)-q(7))*temp_pari((Fo-
Foo(7)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(9)-q(8))*temp_pari((Fo-
Foo(8)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(10)-q(9))*temp_pari((Fo-
Foo(9)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(11)-q(10))*temp_pari((Fo-
Foo(10)),Zo,H,P,RR,phi)+(q(12)-q(11))*temp_pari((Fo-
Foo(11)),Zo,H,P,RR,phi))/k;

end

end

```


LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- ASHRAE, Handbook. 2007. *HVAC Applications: Geothermal Energy (Chapter 32)*. Atlanta (United States).
- Badache, Messaoud, Parham Eslami-Nejad, Mohamed Ouzzane, Zine Aidoun et Louis Lamarche. 2016. « A new modeling approach for improved ground temperature profile determination ». *Renewable Energy*, vol. 85, p. 436-444.
- Bernier, Michel. 2000. « A Review of the Cylindrical Heat Source Method for the Design and Analysis of Vertical Ground-Coupled Heat Pump Systems ». In *4th International Conference on Heat Pumps in Cold Climates*. p. 1-44.
- Bernier, Michel. 2014. *MEC6216: Géothermie et applications-Pompes à chaleur : notes du cours MEC6216*. Programme de Maîtrise en génie mécanique Montréal: École polytechnique de Montréal, 46 p.
- Bezyan, Behrad, Soheil Porkhial et Abbasali Aboui Mehrizi. 2015. « 3-D simulation of heat transfer rate in geothermal pile-foundation heat exchangers with spiral pipe configuration ». *Applied Thermal Engineering*, vol. 87, p. 655-668.
- Bloomberg new energy finance. 2015. <<http://www.bloomberg.com/company/clean-energy-investment/>>. Consulté le 9 Juin 2016.
- Boyd, Tonya L., Sifford, Alex, and Lund, John W. 2015. « The United States of America Country Update 2015 ». In: *Proceedings of the World Geothermal Congress*. (Melbourne, 19-25 2015), p. 1-12.
- BRGM-ADEME. 2010. *Les acteurs du développement de la géothermie*. Paris La Défense (France): Journées techniques ADEME-CNIT, 13 p.
- Carslaw, John Conrad Jaeger. 1959. *Conduction of heat in solids*, 2 ed. Clarendon Press Oxford.
- Chow, Tin Tai, Hui Long, HY Mok et KW Li. 2011. « Estimation of soil temperature profile in Hong Kong from climatic variables ». *Energy and Buildings*, vol. 43, n° 12, p. 3568-3575.
- Claesson, Johan, et Alain Dunand 1983. « Heat extraction from the ground by horizontal pipes: mathematical analysis ». University of Lund Sweden. Stockholm (Sweden).
- Climat. [s.d]. Climat Rapport de données mensuelles. En ligne < <http://climat.meteo.gc.ca> > Consulté le 17 février 2015.

- Cole, Kevin D, James V Beck, A Haji-Sheikh et Bahman Litkouhi. 2010. *Heat conduction using Green's functions*. Taylor & Francis.
- COMSOL, Inc. 2014. *COMSOL Multiphysics*, version 5.0. Logiciel. Burlington, MA.
- Congedo, PM, G Colangelo et G Starace. 2012. « CFD simulations of horizontal ground heat exchangers: a comparison among different configurations ». *Applied Thermal Engineering*, vol. 33, p. 24-32
- Cooper, Leonard Y. 1976. « Heating of a cylindrical cavity ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 19, n° 5, p. 575-577.
- Cui, Ping, Hongxing Yang et Zhaohong Fang. 2006. « Heat transfer analysis of ground heat exchangers with inclined boreholes ». *Applied Thermal Engineering*, vol. 26, no 11, p. 1169-1175.
- Cui, Ping, Xin Li, Yi Man et Zhaohong Fang. 2011. « Heat transfer analysis of pile geothermal heat exchangers with spiral coils ». *Applied Energy*, vol. 88, no 11, p. 4113-4119
- Demir, Hakan, Ahmet Koyun et Galip Temir. 2009. « Heat transfer of horizontal parallel pipe ground heat exchanger and experimental verification ». *Applied Thermal Engineering*, vol. 29, n° 2, p. 224-233.
- Dhatt, Gouri, Gilbert Touzot et Emmanuel Lefrancois. 2005. *Méthode des éléments finis*. Lavoisier.
- DRAVID, Arun Nilkanth, SMITH, K. A., MERRILL, E. W. 1971. « Effect of secondary fluid motion on laminar flow heat transfer in helically coiled tubes ». *AIChE Journal*, 1971, vol. 17, n° 5, p. 1114-1122.
- E.M.R. 1989. *Energy Management Fact Sheet N°10*, *Energy Mines and Resources Canada*. . Ottawa, Canada
- Esen, Hikmet, Mustafa Inalli et Mehmet Esen. 2007. « Numerical and experimental analysis of a horizontal ground-coupled heat pump system ». *Building and environment*, vol. 42, n° 3, p. 1126-1134.
- Eskilson, Per. 1987. *Thermal analysis of heat extraction boreholes*. Lund University, 222 p.
- Fontaine, Pier-Olivier. 2010. « Modélisation des systèmes géothermiques à boucles horizontales pour chauffer les bâtiments et prévenir la fonte du pergélisol ». Mémoire de maîtrise en génie minéral, Montréal, Université de Montréal, 142 p.

- Fontaine, Pier-Olivier, Denis Marcotte, Philippe Pasquier et Denis Thibodeau. 2011. « Modeling of horizontal geexchange systems for building heating and permafrost stabilization ». *Geothermics*, vol. 40, no 3, p. 211-220.
- Fujii, Hikari, Keita Nishi, Yoshihito Komaniwa et Naokatsu Chou. 2012. « Numerical modeling of slinky-coil horizontal ground heat exchangers ». *Geothermics*, vol. 41, p. 55-62.
- GO, Gyu-Hyun, LEE, Seung-Rae, YOON, Seok, *et al* 2016. « Optimum design of horizontal ground-coupled heat pump systems using spiral-coil-loop heat exchangers ». *Applied Energy*, vol. 162, p.330-345.
- Hudon, Philipe. 2012. « Modélisation de puits géothermique par charges horaires ». Mémoire de maîtrise en génie, Montréal, Ecole de Technologie Supérieure, Université du Québec , 132 p.
- IEA, International Energy Agency. 2015 . Key world Energy statistics. < http://www.iea.org/publications/freepublications/publication/KeyWorld_Statistics_2015.pdf >. Consulté le 9 Juin 2016.
- Inalli, Mustafa, et Hikmet Esen. 2004. « Experimental thermal performance evaluation of a horizontal ground-source heat pump system ». *Applied thermal engineering*, vol. 24, n° 14, p. 2219-2232.
- Ingersoll, LR, et HJ Plass. 1948. « Theory of the ground pipe heat source for the heat pump ». *ASHVE transactions*, vol. 47, no 7, p. 339-348.
- Ingersoll, Leonard, Otto J Zobel et Alfred C Ingersoll. 1954. *Heat Conduction: With Engineering Geological And Other Applications*. Madison, Wisconsin: The University of Wisconsin Press, 325 p.
- Kempeneers, Martin. 2006. « Eléments finis statiquement admissibles et estimation d'erreur par analyse duale ». Mémoire de thèse doctorat, Université de Liège Faculté des Sciences Appliquées, p 213.
- Lamarche, Louis. 2013. *ENR 825: Thermique des énergies renouvelables – Introduction: notes du cours ENR825*. Programme de Maîtrise en génie. Montréal: École de Technologie Supérieure, 34 p.
- Lamarche, Louis, et Benoit Beauchamp. 2007a. « A new contribution to the finite line-source model for geothermal boreholes ». *Energy and Buildings*, vol. 39, n° 2, p. 188-198.
- Lamarche, Louis, et Benoit Beauchamp. 2007b. « A Fast Algorithm for the Simulation of GCHP Systems ». *ASHRAE Transactions*, vol. 113, n° 1.

- Laporthe, Stéphanie. 2004. *Petit guide des pompes à chaleur géothermales*. . Document de travail nDDD/ESE-04.010 OS du CSTB. Sophia-Antipolis (France): Centre Scientifique et Technique du Batiment 23 p.
- Leroy, Arny, et Michel Bernier. 2015. « Development of a novel spiral coil ground heat exchanger model considering axial effects ». *Applied Thermal Engineering*, vol. 84, p. 409-419.
- Li, Huai, Katsunori Nagano et Yuanxiang Lai. 2012a. « A new model and solutions for a spiral heat exchanger and its experimental validation ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, n° 15, p. 4404-4414.
- Li, Huai, Katsunori Nagano et Yuanxiang Lai. 2012b. « Heat transfer of a horizontal spiral heat exchanger under groundwater advection ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, n° 23, p. 6819-6831.
- Man, Yi, Hongxing Yang, Nairen Diao, Junhong Liu et Zhaohong Fang. 2010a. « A new model and analytical solutions for borehole and pile ground heat exchangers ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 53, no 13, p. 2593-2601.
- Man, Yi, Hongxing Yang, Nairen Diao, Ping Cui, Lin Lu et Zhaohong Fang. 2011. « Development of spiral heat source model for novel pile ground heat exchangers ». *Hvac&R Research*, vol. 17, n° 6, p. 1075-1088.
- ManitobaHydro. [s.d]. *Geothermal system components:Horizontal closed loop*. En ligne. <https://www.hydro.mb.ca/your_home/geothermal_heat_pumps/components.sh_ml>. Consulté le 11 février 2016.
- Marcotte, Denis, et Philippe Pasquier. 2009. « The effect of borehole inclination on fluid and ground temperature for GLHE systems ». *Geothermics*, vol. 38, no 4, p. 392-398.
- Mei, Viung C. 1991. « Heat transfer of buried pipe for heat pump application ». *Journal of solar energy engineering*, vol. 113, n° 1, p. 51-55.
- Mihalakakou, G, M Santamouris, JO Lewis et DN Asimakopoulos. 1997. « On the application of the energy balance equation to predict ground temperature profiles ». *Solar Energy*, vol. 60, n° 3, p. 181-190.
- Moch, Xavier. 2013. « Etude théorique et expérimentale d'échangeurs géothermiques hélicoïdaux: Production de chaud et de froid par pompe à chaleur, et dimensionnement d'installations ». Thèse de doctorat, Université de Grenoble, 169 p.

- Moch, Xavier, Marc Palomares, Fabrice Claudon, Bernard Souyri et Benoît Stutz. 2014. « Geothermal helical heat exchangers: comparison and use of two-dimensional axisymmetric models ». *Applied Thermal Engineering*, vol. 73, n° 1, p. 691-698.
- Musy, André, et Marc Soutter. 1991. *Physique du sol*, 6. Coll. « Gérer l'environnement ». Lausanne (Suisse): PPUR presses polytechniques, 335 p.
- Naphon, Paisarn et Wongwises, Somchai. 2006 « A review of flow and heat transfer characteristics in curved tubes ». *Renewable and sustainable energy reviews*, vol. 10, no 5, p. 463-490.
- Neuberger, Pavel, Radomír Adamovský et Michaela Šed'ová. 2014. « Temperatures and heat flows in a soil enclosing a slinky horizontal heat exchanger ». *Energies*, vol. 7, n° 2, p. 972-987.
- Orange, Christian. 1995. « Volcanisme et fonctionnement interne de la Terre ». In *représentations et obstacles en géologie*, sous la dir. de pédagogique, Institut national de recherche. p. 18 Lyon (France).
- Park, Hyunku, Seung-Rae Lee, Seok Yoon, Hosung Shin et Dae-Soo Lee. 2012. « Case study of heat transfer behavior of helical ground heat exchanger ». *Energy and Buildings*, vol. 53, p. 137-144.
- Park, SKhan, Seung-Rae Lee, Hyunku Park, Seok Yoon et Jaywan Chung. 2013. « Characteristics of an analytical solution for a spiral coil type ground heat exchanger ». *Computers and Geotechnics*, vol. 49, p. 18-24.
- Philippe, Mickaël. 2010. « Développement et validation expérimentale de modèles d'échangeurs géothermiques horizontaux et verticaux pour le chauffage de bâtiments résidentiels ». École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 149 p.
- Philippe, Mickael, Michel Bernier, Dominique Marchio et Simon Lopez. 2011. « A semi-analytical model for serpentine horizontal ground heat exchangers ». *HVAC&R Research*, vol. 17, n° 6, p. 1044-1058.
- Piechowski, Mirosław. 1996. « A ground coupled heat pump system with energy storage ». Thèse de doctorat. The University of Melbourne, 268 p.
- Piechowski, Mirek. 1998. « Heat and mass transfer model of a ground heat exchanger: validation and sensitivity analysis ». *International journal of energy research*, vol. 22, n° 11, p. 965-979.
- Rabin, Y, et E Korin. 1996. « Thermal analysis of a helical heat exchanger for ground thermal energy storage in arid zones ». *International journal of heat and mass transfer*, vol. 39, n° 5, p. 1051-1065.

- RETSscreen. 2006. *Analyse de projets de pompes à chaleur géothermique*. Coll. « Analyse de projets d'énergies propres : manuel d'ingénierie et d'études de cas retscreen », M39-111/2005F-PDF. Canada: Ressources naturelles Canada 76 p. <www.retscreen.net/download.php/fr/535/0/Manuel_PCG.pdf>. Consulté le 4 mars 2015
- Rohsenow, Warren M., Hartnett, James P, Cho, Young I. 1998 « Handbook of heat transfer » New York: McGraw-Hill.
- Saint-blancquet, Claude et Fourcher, Bernard. [s.d]. *Conduction de la chaleur*. En ligne. <<http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/claude-saint-blancquet/conducti/cddex.htm>> Consulté le 20 juillet 2015.
- Šed'ová, M, P Neuberger et R Adamovský. 2015. « Measurement and analysis of temperature changes of ground massif with Slinky heat exchanger ». *Agronomy Research*, vol. 13, n° 2, p. 533-538.
- Xiong, Zeyu, Daniel E Fisher et Jeffrey D Spitler. 2015. « Development and validation of a Slinky™ ground heat exchanger model ». *Applied Energy*, vol. 141, p. 57-69.
- Yoon, Seok, Seung-Rae Lee et Gyu-Hyun Go. 2015. « Evaluation of thermal efficiency in different types of horizontal ground heat exchangers ». *Energy and Buildings*, vol. 105, p. 100-105.
- Zeng, HY, NR Diao et ZH Fang. 2002. « A finite line source model for boreholes in geothermal heat exchangers ». *Heat Transfer—Asian Research*, vol. 31, n° 7, p. 558-567.
- Zhang, Wenke, Hongxing Yang, Lin Lu et Zhaohong Fang. 2012. « Investigation on heat transfer around buried coils of pile foundation heat exchangers for ground-coupled heat pump applications ». *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, no 21, p. 6023-6031.