

# Intégration de la dynamique de l'humain dans la planification de la production d'un système manufacturier

Par

Ness Gracia SAMBA

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE  
LA MAITRISE AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE MÉCANIQUE  
M. Sc. A.

MONTRÉAL, LE 09 FÉVRIER 2017

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Ness Gracia Samba, 2016



Cette licence [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

**PRÉSENTATION DU JURY**  
CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ  
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Jean-Pierre Kenné, directeur de mémoire  
Génie Mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Jean-Arteau, président du jury  
Génie Mécanique à l'École de technologie supérieure

Yvan Beauregard, membre du jury  
Génie Mécanique à l'École de technologie supérieure

IL FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 26 JANVIER 2017

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE



## REMERCIEMENTS

Je remercie mon directeur de mémoire M. Jean Pierre Kenné pour ses conseils et toute l'aide académique et financière qu'il m'a accordée.

J'adresse mes remerciements à M. Jean-Arteau qui m'a fait l'honneur de présider le jury et à M. Yvan Beauregard qui a accepté de participer au jury de la soutenance. Je tiens à remercier du fond de mon cœur M. Vladimir Polotski, pour ses conseils, son aide et sa disponibilité.

Je témoigne toute ma profonde gratitude à mon grand-père Mpungu Tu Lendo et à mon très cher père Théophile Samba de m'avoir toujours soutenu dans toutes les épreuves que j'ai endurées depuis le début de mes études jusqu'à lors.

Je dédie ce mémoire à ma fille Kerry-Ann Nesiah Florence Samba, ma très chère mère Nkoussou Florence, mon petit frère, mes sœurs, ma fiancée Laetitia Bang Eva qui ont su me faire une place honorable dans leurs cœurs et qui m'ont toujours soutenu durant la réalisation de ce projet de recherche.



# INTÉGRATION DE LA PERFORMANCE DE L'HUMAIN DANS LA PLANIFICATION DE LA PRODUCTION ET DE LA MAINTENANCE D'UN SYSTÈME MANUFACTURIER

Ness Gracia SAMBA

## RÉSUMÉ

Cette étude traite le problème de planification conjointe de la production et de la maintenance corrective dans un système de production manufacturière sujet à des pannes et réparations aléatoires. Le but de cette recherche est de mettre en place une politique conjointe pour contrôler la production et la maintenance corrective d'un système manufacturier en considérant l'humain dans les activités de réparation de la machine. Le critère de performance considéré dans ce travail est le coût total de production. Ce coût est constitué des coûts de mise en inventaire, de rupture de stock et de maintenance corrective. La demande des produits finis est déterministe et définie par un taux constant.

Les modèles proposés représentent une extension du modèle classique d'Akella et Kumar (1986) appliqué sur un système constitué d'une machine produisant un seul type de produit (M1P1). En effet, les modèles développés au cours de cette étude prennent en considération la dégradation de la performance (augmentation du temps de réparation) dans le processus de planification de la production et de la maintenance corrective. L'approche proposée est basée sur la commande optimale stochastique appliquée à un système de production modélisé par un processus markovien à temps continu et à états discrets. Le principe du maximum en programmation dynamique est utilisé par un coût actualisé sur un horizon infini.

Les conditions d'optimum obtenues sont décrites par des équations aux dérivées partielles couplées sous la forme d'équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). Ces équations étant difficiles à résoudre, nous proposons une résolution numérique en utilisant l'approche de Kushner. Cette résolution numérique nous a permis de déterminer les lois de commande conjointe (taux de production de la machine et du remplacement du technicien de réparation) du système de production considéré. Une analyse détaillée des résultats obtenus et une analyse de sensibilité ont permis de décrire le plan de production (outil d'aide à la décision) et de valider les modèles proposés pour différents scénarios associés à la dégradation de la performance du technicien de réparation.

**Mots clés :** Augmentation du temps de réparation, commande optimale, maintenance corrective, système manufacturier, planification de production, processus stochastiques





# **INTEGRATION OF THE HUMAN'S PERFORMANCE IN THE PLANNING OF THE PRODUCTION AND THE MAINTENANCE OF A MANUFACTURING SYSTEM**

Ness Gracia SAMBA

## **ABSTRACT**

This study addresses the issue of joint planning of production and corrective maintenance in a manufacturing system subject to random failures and repairs. The purpose of this research is to develop a joint policy to control production and corrective maintenance of a manufacturing system by taking in account of the human in the machine repair activities. The performance criteria considered in this work is the total cost of production. This cost consists of inventory and commissioning costs, stock-out and corrective maintenance. The demand for finished products is deterministic and defined by a constant rate.

The models developed in this study are an extension of the classical model of Akella and Kumar (1986) applied to a system consisting of a machine producing one type of product (M1P1). In fact, those models consider the degradation of the repair technician's performance (increased repair time) in the planning process of the production and corrective maintenance. The proposed approach is based on stochastic optimal control applied to a production system modelled by a Markov process continuous-time dynamic programming is used by a discounted cost over an infinite horizon.

The optimum conditions obtained are described by partial differential equations coupled in the form of the Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equations. These equations are difficult to solve. Therefore, we propose a numerical solution using the approach of Kushner. This numerical solution has allowed us to identify joint control laws (production rate of the machine and replacing the repair technician) considered the production system. A detailed analysis of the results and sensitivity analysis provided a description of the production plan (support tool for decision) and to validate the proposed models for different scenarios associated with degradation of the performance of the repair technician.

**Key words:** Increased repair time, optimal control, corrective maintenance, manufacturing system, production planning, stochastic processes.



## TABLE DES MATIÈRES

	Page
REMRCIEMENTS.....	V
RESUMÉ.....	VII
ABSTRACT.....	IX
TABLE DES MATIERES.....	XI
LISTE DES TABLEAU.....	XIII
LISTE DES FIGURES.....	XV
LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES.....	XIX
1.1 Introduction.....	5
1.2 Problématique et objectifs de recherche .....	5
1.3 Revue de littérature .....	9
1.3.1 Fiabilité humaine et Maintenabilité .....	10
1.3.2 Maintenabilité et disponibilité de machines .....	13
1.3.3 Optimisation conjointe de la planification de la production et de la maintenance.....	17
1.4 Revue critique de la littérature et contributions.....	19
1.5 Méthodologie .....	22
1.6 Conclusion .....	24
2.1 Introduction.....	25
2.2 Problème de base .....	25
2.2.1 Formulation du problème M1P1 .....	26
2.2.2 Conditions d’optimum et méthodes numériques .....	30
2.2.3 Méthode numérique .....	31
2.2.4 Algorithme de résolution des équations d’HJB .....	33
2.2.5 Approche analytique.....	38
2.2.6 Observation générale sur le cas de base M1P1 .....	38
2.2.7 Conclusion .....	40
2.3 Contrôle du taux de maintenance corrective et planification de la production.....	40
2.3.1 Formulation du problème : Machine et technicien de réparation.....	41
2.3.2 L’analyse de sensibilité.....	51
2.3.3 Variation du coût de l’inventaire .....	52
2.3.4 Variation du coût de rupture de stock.....	53
2.3.5 Variation du coût de remplacement d’un technicien de réparation.....	54
2.3.6 Variation du taux minimal .....	55

2.3.7	Observation générale sur l'étude du deuxième système manufacturier MIP1 .....	56
2.4	Intégration de la baisse de performance d'un technicien de réparation dans la planification de la production .....	56
2.4.1	Formulation du problème.....	56
2.4.2	Conditions d'optimum et méthodes numériques .....	61
2.4.3	Comparaison des seuils critiques.....	67
2.4.4	L'analyse de sensibilité.....	68
2.4.5	Variation du coût de l'inventaire .....	68
2.4.6	Variation du coût de rupture de stock.....	69
2.4.7	Variation du coût de remplacement du technicien de réparation.....	70
2.4.8	Variation du taux minimal de réparation de la machine.....	72
2.4.9	Observation générale sur l'étude du troisième système manufacturier MIP1 .....	73
2.4.10	Conclusion .....	74
3.1	Introduction.....	75
3.2	Formulation du problème (premier cas) .....	76
3.2.1	L'analyse de sensibilité du système MIP1 étudié .....	85
3.2.2	Variation du coût de l'inventaire .....	85
3.2.3	Variation du coût de pénurie de stock.....	86
3.2.4	Variation du coût de réparation de la panne de la machine de production au mode 3 .....	87
3.2.5	Variation du coût de remplacement de technicien de réparation.....	89
3.2.6	Observation générale sur l'étude de ce système manufacturier .....	90
3.3	Limite de la dégradation de la performance de technicien (nombre de réparation de la machine) et planification de la production.....	91
3.3.1	Formulation du problème.....	91
3.3.2	La variation de la capacité du système manufacturier étudié en fonction de $n$ .....	97
3.3.3	La variation du temps de réparation en fonction de $n$ .....	98
3.3.4	Conditions d'optimum .....	99
3.3.5	Résolution numérique et analyse des résultats.....	100
3.3.6	Application conjointe des politiques de production et de maintenance corrective.....	105
3.3.7	Remplacement de technicien par rapport au niveau de stock.....	106
3.3.8	Conclusion .....	107

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1 Variables et paramètres du premier exemple numérique.....	35
Tableau 2.2 Variables stochastiques de la machine et du technicien .....	42
Tableau 2.3 Valeurs et paramètres du deuxième exemple numérique étudié.....	47
Tableau 2.4 Valeurs numériques du système M1P1 .....	48
Tableau 2.5 Variables stochastiques de la machine et du technicien .....	58
Tableau 2.6 Variables et paramètres du troisième exemple numérique .....	62
Tableau 2.7 Variables et paramètres du troisième exemple numérique (suite) .....	63
Tableau 3.1 Variables et paramètres de l'exemple numérique .....	81
Tableau 3.2 Valeurs numériques du système M1P1 .....	82
Tableau 3.3 Variables et paramètres de l'exemple numérique .....	96



## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1 Chaîne d’approvisionnement et système manufacturier.....	7
Figure 1.2 Flux de valeurs d’un système manufacturier (Rother et Shook, 2003) .....	10
Figure 1.3 Chronogramme d’un système manufacturier constitué de machines réparables (Xavier Zwingmann, (2005)).....	14
Figure 1.4 Variation du temps de réparation d'une panne de machine (Ness et al. 2016).....	16
Figure 1.5 Diagramme d’Ishikawa .....	21
Figure 2.1 Structure du système manufacturier .....	26
Figure 2.2 Diagramme de transition d’états de la machine de production .....	26
Figure 2.3 : Taux de production de la machine au mode 1 .....	36
Figure 2.4 La courbe de la fonction valeur au mode 1 .....	37
Figure 2.5 La courbe de la fonction valeur au mode 2 .....	37
Figure 2.6 Diagramme de transition d’états du deuxième exemple numérique .....	41
Figure 2.7 Structure du système manufacturier .....	43
Figure 2.8 Taux de production de la machine au mode 1 .....	48
Figure 2.9 Taux de remplacement de technicien au mode 3.....	49
Figure 2.10 Fonction valeur au mode 1 .....	51
Figure 2.11 Courbes des variations de $x^*$ (stock de sécurité et seuil de remplacement) en fonction de $c^+$ .....	52
Figure 2.12 Courbe des variations de $x^*$ (stock de sécurité et seuil de remplacement) en fonction de $c^-$ .....	53
Figure 2.13 Courbes des variations de $x^*$ (stock de sécurité et seuil de remplacement) en fonction de $C_{tech\_m3}$ .....	54

Figure 2.14 Courbe des variations de  $x^*$  (stock de sécurité et seuil de remplacement) quand  $q_3^{1\min}$  .....55

Figure 2.15 Diagramme de transition d'états de la machine de production .....57

Figure 2.16 Taux de production de la machine au mode 1 .....65

Figure 2.17 Taux de remplacement du technicien au mode 4 .....66

Figure 2.18 Coût de production des pièces au mode 1 .....67

Figure 2.19 Courbes de variations de  $x_1^*$  (niveau de stock de sécurité) et  $x_2^*$  (niveau de seuil de remplacement de technicien) quand  $c^+$  augmente .....69

Figure 2.20 Courbes de variations de  $x_1^*$  et  $x_2^*$  quand  $c^-$  change.....70

Figure 2.21 Courbe de variation du niveau de stock de sécurité en fonction coût de remplacement d'un technicien de réparation .....71

Figure 2.22 Courbes de variation entre  $x_1^*$  ;  $x_2^*$  et  $q_4^{1\min}$  .....72

Figure 3.1 Diagramme de transition .....77

Figure 3.2 Taux de production de la machine au mode 1 .....83

Figure 3.3 Taux de remplacement du technicien au mode 4 .....84

Figure 3.4 Courbes de variations de niveau de stock de sécurité ( $x_1^*$ ) et le niveau de stock de remplacement de technicien ( $x_2^*$ ) quand  $c^+$  augmente .....86

Figure 3.5 Courbes de variations de niveau de stock de sécurité ( $x_1^*$ ) et le niveau de stock de remplacement de technicien ( $x_2^*$ ) quand  $c^-$  augmente.....87

Figure 3.6 Courbes de variations de niveau de stock de sécurité ( $x_1^*$ ) et le niveau de stock de remplacement de technicien ( $x_2^*$ ) quand le coût de réparation de la machine au mode 3 augmente.....88

Figure 3.7 Courbes de variations de niveau de stock de sécurité ( $x_1^*$ ) et le niveau de stock de remplacement de technicien ( $x_2^*$ ) quand le coût de remplacement du technicien augmente.....89

Figure 3.8 Diagramme de transition d'états du système manufacturier étudié.....92



Figure 3.9 Faisabilité du système manufacturier vs Nombre de fois où le technicien répare lentement ( $n$ ).....	97
Figure 3.10 Temps de réparation vs Nombre de fois où le technicien peut réparer lentement ( $n$ ).....	98
Figure 3.11 Taux de production vs Niveau de stock pour différentes valeurs de $n$ .....	101
Figure 3.12 Niveau de stock de sécurité vs Nombre de fois où le technicien répare lentement la machine .....	102
Figure 3.13 Taux de réparation de la machine vs Niveau de stock .....	103
Figure 3.14 Niveau de remplacement vs Nombre de fois où le technicien peut réparer lentement .....	104
Figure 3.15 Combinaison de deux politiques de seuil critique (en production et en remplacement).....	105
Figure 3.16 Combinaison de la politique seuil critique (production) et celle du niveau de stock de remplacement de technicien de réparation.....	106



## LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

$t$	Temps
$d$	Demande des produits finis
$\rho$	Taux d'actualisation
$u_{max}$	Taux de production maximal de la machine de production
$u(\bullet)$	Taux de production de la machine
$\omega(\bullet)$	Taux de remplacement d'un technicien de réparation
$\alpha(t)$	Processus stochastique qui décrit la dynamique de la machine de production à l'instant $t$
$\xi(t)$	Processus stochastique qui décrit la dynamique de l'état de physique du technicien de réparation à l'instant $t$
$\gamma(t)$	Processus stochastique qui décrit la dynamique de la machine de production et du technicien de réparation
$\phi$	État de la machine de production
$\beta$	Prochain état de la machine après l'état $\phi$
$x(t)$	Stock des produits finis au temps $t$
$x^+$	Le niveau de stock mis en inventaire
$x^-$	Le niveau de stock en rupture
$x^*$	Seuil critique du stock
$q_{ij}$	Taux de production du mode $i$ au mode $j$
$C^+$	Coût de mise en inventaire
$C^-$	Coût de pénurie (rupture de stock)
MTTF	Temps moyen entre les pannes ( <i>Mean Time To Failure</i> )
MTTR	Temps moyen de la réparation ( <i>Mean Time To Repair</i> )
P	Mesure de probabilité



## INTRODUCTION

Dans le secteur manufacturier, les tendances actuelles indiquent que les systèmes performants doivent s'adapter rapidement aux fluctuations du marché et aux défaillances internes (pannes des machines). Les machines doivent pouvoir fabriquer des produits de bonne qualité et satisfaire les demandes des clients de manière efficace. Le développement des systèmes de production performants constitue donc un important défi sur les plans économique, environnemental et social, au sein d'une chaîne d'approvisionnement et dans un contexte de globalisation du marché. Faire face à ce défi contribue de façon significative à l'accroissement de la performance et de la compétitivité des systèmes de production du futur et de l'économie en général. Dans un tel contexte, la planification optimale des activités de production et de maintenance devient de plus en plus préoccupante, tant pour les investisseurs et producteurs que pour les consommateurs.

Cependant, la performance d'un système de production dépend non seulement de la disponibilité d'une technologie de pointe, mais aussi de l'utilisation d'un outil de prise de décisions efficace intégrant des facteurs organisationnels et humains aux niveaux de l'usine et du système global (chaîne d'approvisionnement). Au niveau de l'usine, les outils de décision existants de planification des activités de production et de maintenance doivent être étendus aux cas plus réalistes pour faire face à de nouveaux défis de l'industrie manufacturière. Ces défis intègrent des facteurs humains tels que le travail physiquement exigeant, les heures de travail excessives, la sécurité au travail, les accidents de travail, les maladies, la protection des machines (Herrmann et al., 2014) et (Mota et al., 2015).

Ce projet de recherche porte sur l'élaboration des stratégies optimales conjointes de production et de maintenance des systèmes de production dans un contexte dynamique et stochastique intégrant des facteurs humains. Il s'agit principalement du développement des modèles d'optimisation spécifiques en considérant l'impact des facteurs tels que ceux présentés par Herrmann et al., (2014) et Mota et al., (2015) sur les performances de l'humain œuvrant au sein du système manufacturier considéré. L'objectif du problème est d'obtenir

une loi de commande conjointe de production et de maintenance des machines qui permettrait de minimiser les coûts de stockage, de rupture de stocks, de production et de maintenance. Compte tenu de sa nature stochastique et de l'impact des facteurs humains sur la performance globale du système, la modélisation du problème et la détermination de la politique optimale conjointe constituent la principale contribution de ce mémoire.

Le problème à résoudre et une revue de littérature sont présentés dans le premier chapitre. Les principaux volets du sujet de recherche sont par la suite présentés dans les chapitres subséquents :

- Le chapitre 2 présente l'étude et l'optimisation d'un système de production qui intègre l'impact des facteurs humains sur les activités de réparation de la machine (maintenance corrective). Le système de production considéré dans ce chapitre est constitué d'une machine traitant un type de pièces, et sujette à des pannes et réparations aléatoires. Nous modélisons cet impact par le contrôle du taux de réparation et présentons une approche numérique de résolution des conditions d'optimum obtenues dans le cas des processus markoviens non homogènes. Le modèle développé dans ce chapitre est une extension du modèle d' Akella et Kumar (1986) qui se limite au cas des processus markoviens homogènes (taux de transition constants) ;
- Le chapitre 3 présente une extension des modèles développés dans le chapitre 2. Ce chapitre illustre deux méthodes distinctes de remplacement de technicien de réparation. La première méthode présente la possibilité d'améliorer les conditions de travail d'un technicien ayant une baisse de performance en vue de le ramener à un état physique où il répare plus vite. Ensuite, il pourra être remplacé par un nouveau technicien dans le cas d'une baisse de sa performance pour laquelle le système tend vers sa limite de faisabilité. Par contre la seconde méthode consiste à remplacer un technicien soumis à des conditions réglementaires (normes) de travail et qui, malgré tout, connaît une baisse de performance pouvant causer une situation de non

faisabilité du système. La détérioration de sa performance est liée, dans ce chapitre, au nombre de réparations faites par le technicien, et son remplacement se fait après un nombre spécifique de réparations.





# CHAPITRE 1

## PROBLÉMATIQUE ET REVUE DE LITTÉRATURE

### 1.1 Introduction

L'optimisation de la planification des stratégies de production et de maintenance des systèmes manufacturiers fait l'objet des préoccupations de plusieurs chercheurs et industriels depuis plusieurs décennies. Des approches systématiques, combinant la théorie de commande optimale stochastique et les méthodes numériques basées sur l'approche de Kushner (Dupuis et Kushner, 1992), ont été développées pour certaines structures de systèmes manufacturiers. Ce mémoire étudie l'optimisation de la production d'une structure de système manufacturier intégrant les impacts des mauvaises conditions de travail de l'humain sur les activités de maintenance des équipements. La problématique de recherche de ce mémoire est présentée dans la première partie de ce chapitre. La deuxième partie du chapitre présente une revue critique de la littérature axée sur les aspects généraux en fiabilité, maintenabilité, production d'un système manufacturier et sur le contrôle conjoint des activités de production et de maintenance corrective. La méthodologie adoptée, les contributions et la structure du mémoire sont présentées aux sections subséquentes.

### 1.2 Problématique et objectifs de recherche

Cette recherche traite de la commande optimale stochastique des systèmes de production manufacturière à dynamique dépendant des performances de l'humain en maintenance corrective. La nature stochastique du système découle du fait que les machines sont sujettes à des pannes et à des réparations aléatoires. Depuis les travaux pionniers d'(Older et Suri, 1980) et des extensions qui ont suivi en commande stochastique, plusieurs modèles d'optimisation de la production et d'intégration des stratégies de maintenance ont été développés et publiés. Ces modèles ne tiennent pas compte des aspects stochastiques de dégradation du système de production liés aux activités de maintenance corrective.

Face à la nature stochastique du problème d'optimisation considéré (pannes et réparations aléatoires des machines), les activités de maintenance corrective sont déterminantes pour l'atteinte des objectifs globaux de l'entreprise (satisfaire la demande des consommateurs à moindre coût). La recherche d'une bonne qualité de service et la minimisation du coût total de production permettront de mettre sur pied une loi de commande axée sur l'atteinte de ces objectifs. Cette loi de commande dépendra des caractéristiques du système manufacturier telles que la disponibilité des machines, la maintenabilité des équipements et la flexibilité en production (particulièrement dans le cas des systèmes produisant plusieurs types de pièces). De ce fait, l'intervention de l'humain en tant que technicien de maintenance corrective a une influence sur la disponibilité et la maintenabilité d'un système de production. Bien qu'il existe déjà des contributions liées aux problèmes d'optimisation stochastique de la production et de la maintenance dans le domaine manufacturier, l'étude faite dans ce mémoire se distingue des travaux déjà réalisés par l'intégration des aspects humains dans le modèle. L'impact des mauvaises conditions de travail d'un technicien de réparation de machine en panne se traduit dans cette recherche par une augmentation progressive du temps de réparation. Cette hypothèse nous permettra de développer des politiques de production et de maintenance corrective relatives à cette augmentation et aux perturbations aléatoires (pannes et réparations des machines).

Le système de production considéré dans chaque cas étudié dans ce mémoire est constitué d'une machine qui produit un seul type de produit (M1P1). La dynamique de ce système de production est décrite par un état hybride constitué d'une composante continue (stocks des pièces produites) et une composante discrète (modes de la machine). La composante continue est constituée des variables continues qui sont le stock des produits finis tandis qu'une machine peut être soit dans un mode opérationnel, soit dans un mode de panne. Le problème à résoudre consiste à planifier la production et les opérations de maintenance corrective, de manière à satisfaire le client tout en maximisant le profit de l'entreprise. Pour résoudre ce problème, nous allons répondre aux questions suivantes dans ce mémoire :

- 1) Quel est le rythme (taux) de fabrication des produits finis en fonction du mode de la machine et de la demande des clients ?
- 2) Comment optimiser les stratégies de maintenance corrective lorsque le technicien est soumis à un environnement de travail contraignant (mauvaises conditions de travail) ?
- 3) Quelles sont les politiques de production et les stratégies de maintenance qui permettent de minimiser le coût total du système de production sur un horizon infini ?

Les hypothèses suivantes permettent de décrire et de limiter la structure globale du système de production au sein de la chaîne d'approvisionnement. Une telle structure est illustrée à la figure 1.

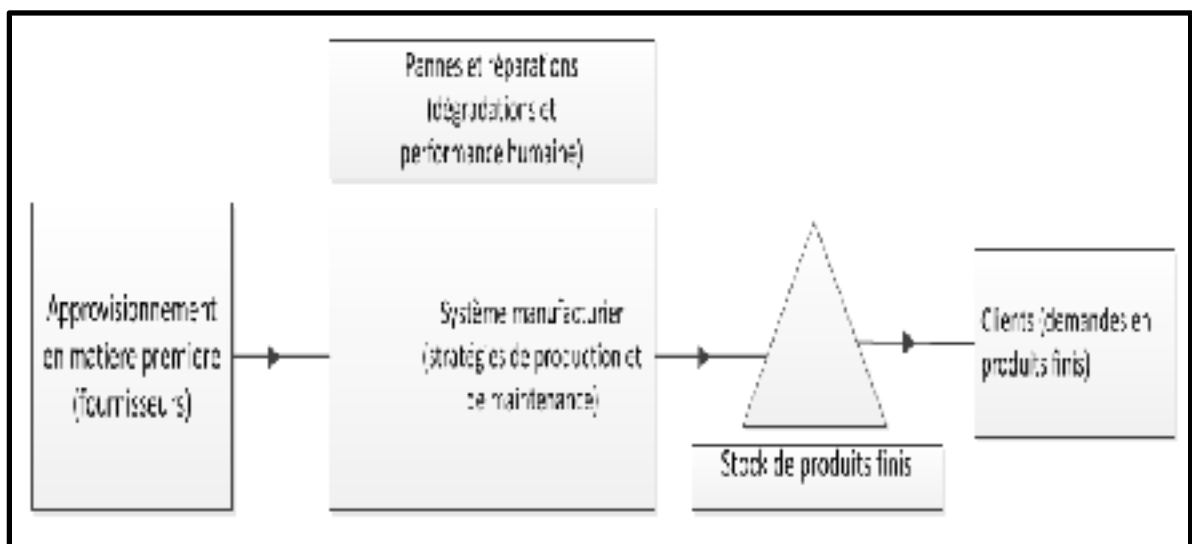


Figure 1.1 Chaîne d'approvisionnement et système manufacturier

**Hypothèse 1 :** Les sites de localisation des fournisseurs, des usines de production manufacturière, des entrepôts et des centres de distribution des produits finis aux clients existent et sont connus ;

**Hypothèse 2 :** Les demandes des clients en produits finis sont déterministes et connues ;

**Hypothèse 3 :** Les coûts de stockage, de pénuries et de maintenance des machines sont connus ;

**Hypothèse 4 :** Les coûts de remplacement de technicien de réparation sont connus ;

**Hypothèse 5 :** Les coûts de stockage dépendent de la quantité de produits stockés ;

**Hypothèse 6 :** Le coût des pénuries dépend de la quantité de produits manquants et est supérieur au coût des stocks ;

**Hypothèse 7 :** Les taux maximums de production sont connus ;

**Hypothèse 8 :** Les pannes de la machine de production sont de même nature.

Ces hypothèses sont détaillées et utilisées dans les modèles développés aux chapitres 2 et 3. Dans ce mémoire, nous visons spécifiquement les trois objectifs suivants :

- Proposer une structure de système manufacturier en se basant sur la représentation de la figure 1 et qui intègre les stratégies de production et de maintenance des machines en présence des contraintes associées à l'humain ;
- Modéliser le système de production dans le domaine de la commande optimale stochastique et étudier l'impact de ses paramètres sur le critère de performance afin de déterminer le plan de production et de maintenance de l'entreprise ;
- Analyser la performance du système de production soumis aux stratégies obtenues (outil d'aide à la décision proposée aux manufacturiers).

### 1.3 Revue de littérature

L'amélioration de la performance d'un système manufacturier s'évalue à partir de sa stratégie de production et de la gestion de ses ressources (les machines, les matières premières, les humains). Quelques outils de gestion ont été mis en place pour répondre efficacement à la demande des clients. Ces outils permettent aux compagnies d'être compétitives sur un marché de consommation dont les enjeux économiques sont très dynamiques. Parmi les outils les plus utilisés en industrie, nous pouvons citer la cartographie du flux de valeurs (*Value Stream Mapping*) représenté dans la figure 1.2 (Rother et Shook, 2003). En effet, la cartographie du flux de valeurs décrit l'ensemble d'actions (avec ou sans valeurs ajoutées) nécessaires pour transformer la matière première en produits finis livrés aux clients (Rother et Shook, 2003). De plus, la cartographie du flux de valeurs décrit non seulement les différentes étapes d'une usine de transformation, mais il montre également avec précision le temps que prend chaque activité ou chaque étape qu'il présente.

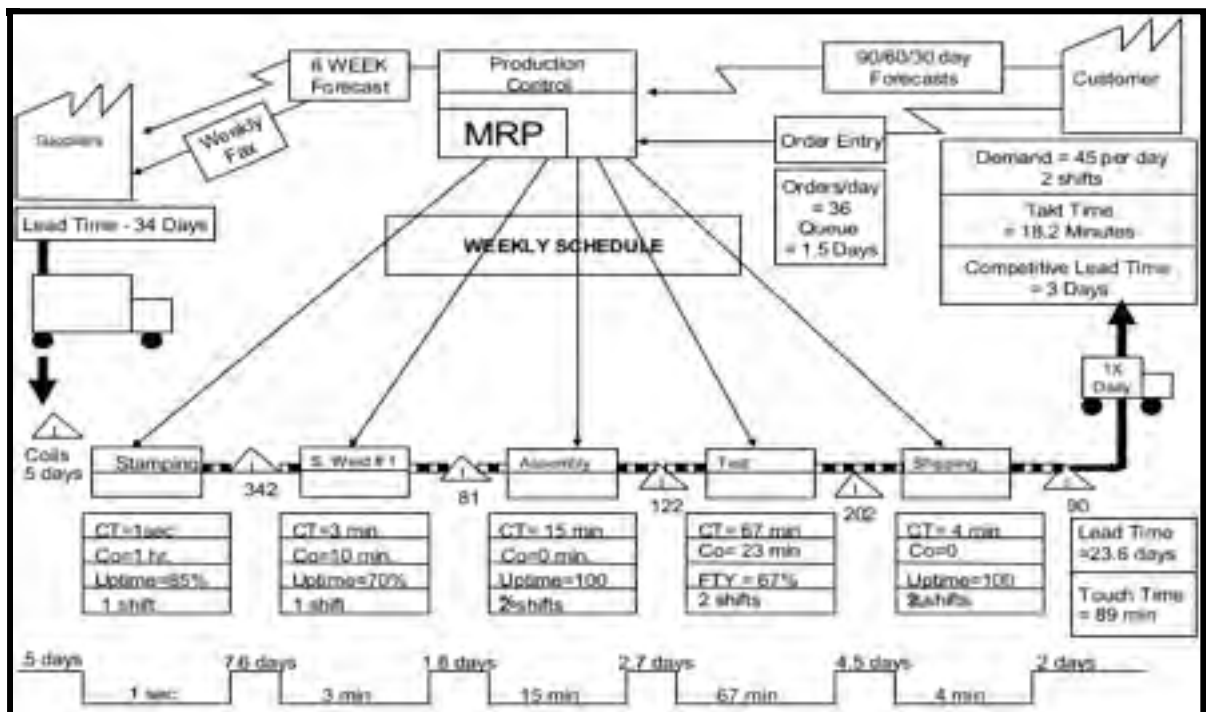


Figure 1.2 Flux de valeurs d'un système manufacturier (Rother et Shook, 2003)

Dans le contexte de la production manufacturière, la cartographie du flux de valeurs permet de calculer le temps total écoulé (*TLT: Total Lead Time*) entre la commande de matières premières et la livraison des produits finis aux clients (chaîne d'approvisionnement tel qu'illustré à la figure 1.2). Il permet également de calculer le temps passé dans le processus de transformation (*MLT: Manufacturing Lead Time*). Le but de la cartographie du flux de valeurs est de réduire le temps total de transformation de la matière première en produits finis et de réorganiser la séquence de certaines activités associées à la production et à la logistique (interne et externe) en vue de réduire le coût total de production. Pour y parvenir, il faut soit éliminer, soit réduire le temps des activités ou des étapes qui n'ajoutent aucune valeur aux produits finis. Parmi ces activités, il y a le transport, le temps de mise en course (*set up time*) et le temps de réparation de pannes de machine de production. Pour améliorer le temps de réparation de pannes de machines, il serait important d'intégrer la maintenabilité des équipements de production dans la planification de production et de maintenance dans un système sujet à des pannes et réparations aléatoires. Dans le cadre de ce mémoire, un lien est établi entre cette maintenabilité et l'humain (techniciens de réparation).

### 1.3.1 Fiabilité humaine et Maintenabilité

L'étude de la fiabilité humaine dans un système manufacturier est un sujet de recherche qui a permis à plusieurs chercheurs de montrer que l'évaluation de la fiabilité d'un système manufacturier est incomplète si la performance de l'humain est négligée. Williams, (1950), montre que pour avoir une bonne prévision globale de la fiabilité d'un système de production, il faut tenir compte de la fiabilité de l'humain, qui y opère ou répare l'équipement (maintenabilité), sinon une telle prévision n'est pas réaliste. Par exemple Dhillon et Yang (1994) ont réalisé des études dans lesquelles ils ont montré l'importance de tenir compte des erreurs humaines dans le processus production manufacturière. En effet, ils présentent un cas d'étude où ils montrent qu'en réalité, les systèmes manufacturiers tombent

plus en panne à cause d'erreurs humaines qu'à cause du mauvais fonctionnement du matériel ou du logiciel. Cette observation s'applique à plusieurs systèmes manufacturiers. De plus (Kirwan, 1992) affirme que l'identification de l'erreur humaine à son plus haut niveau considère simplement que le technicien ou l'opérateur peut échouer à atteindre l'objectif de son projet avec un énorme retard. Il peut complètement échouer de réaliser tout le projet, ou effectuer une tâche inappropriée à la place de celle qui lui a été confiée.

D'une manière générale, les erreurs humaines sont citées parmi les causes principales des accidents, de baisse de fiabilité humaine et de celle de machines de production. Dhillon (1986) a montré que les causes des erreurs de maintenance qui se produisent dans les opérations de missiles se répartissent comme suit : 28% de la mauvaise installation faite par l'humain, 38% de la mauvaise lecture des cadrans et des contrôles, 3% de l'inaccessibilité, 14% des écrous et des raccords, et 17% divers Dhillon, B.S., (1986). Ces problèmes causés par les erreurs humaines provoquent des pertes de vies humaines, telle que la mort de 272 personnes dans un crash d'avion en 1979 à cause des procédures de maintenance incorrectes (Christensen, J.M. and Howard, J.M., (1981)).

L'occurrence des erreurs humaines en industries manufacturières peut affecter les opérateurs de machines (département de production), ainsi que les techniciens de maintenance (département de maintenance). Dans ce dernier cas de figure, ces erreurs influent sur la maintenabilité globale du système manufacturier. D'où l'intérêt porté sur les études faites sur la corrélation entre les erreurs, la fiabilité humaine et la fiabilité globale d'un système de production. En effet, ces études contribuent à l'amélioration continue de la production et à celle de la maintenabilité des équipements. Charlot., (2005) affirme que le risque d'un accident en milieu industriel a trois composantes principales : sa probabilité d'occurrence, sa gravité, l'exposition de personnes et des équipements au risque. L'occurrence et la gravité des accidents peuvent affecter l'état physique de l'humain (technicien de réparation). C'est dans la même optique que Sylvie Nadeau et al. (2010) montrent que le fait d'ignorer ou de mal gérer les activités liées à la santé et à la sécurité en milieu industriels expose les travailleurs à des sérieux risques d'accidents qui affectent leurs performances.

Pour faire face à cette problématique, plusieurs chercheurs ont développé différentes méthodes qui permettent d'effectuer une analyse de fiabilité humaine pour réduire le taux d'accidents en milieux industriels. Par exemple, Hao Rong et al. (2015) proposent une méthode d'analyse de fiabilité. Cette méthode est nommée processus et modèles d'accidents de systèmes théoriques (*systeme-theoretic accident model and processes* : *STAMP*). STAMP permet de contrôler l'ensemble de facteurs qui contribuent aux accidents aléatoires causés par l'humain ainsi que les facteurs d'amélioration de la performance d'un système sociotechnique (un système sociotechnique est caractérisé par une forte interaction entre l'humain et les machines). L'approche de STAMP est soutenue par d'autres méthodes d'évaluation de la fiabilité humaine. Parmi ces méthodes, il y a l'évaluation de la fiabilité humaine (*Human reliability assessment ou HRA*), évaluation probabiliste de la fiabilité (*probabilistic reliability assessment ou PRA*), Identification des erreurs humaines (*human errors identification ou HEI*). De plus, (Kirwan, 1992) a développé une évaluation probabiliste du risque et une évaluation de la fiabilité humaine pour identifier et quantifier les erreurs humaines, afin de réduire la probabilité de leur occurrence en industrie. Selon (Parry et al., 1992) l'application de ces méthodes de fiabilité humaine permet de répondre à la demande des clients à partir d'un système de production où les humains (les opérateurs, les techniciens) sont en sécurité et l'équipement manufacturier est fiable. Un tel système manufacturier serait dit efficace, si ses ressources sont performantes.

L'efficacité et la performance d'un système manufacturier sujet à des pannes et réparations aléatoires (processus stochastiques) dépendent non seulement de la fiabilité de leurs équipements de fabrication, mais aussi de leur maintenabilité. Lie et al. (1977) affirment que la mesure de l'efficacité d'un système manufacturier serait incomplète si elle ne tient compte que de la fiabilité et fait abstraction de la maintenabilité de ses ressources (machines de production). Par définition, la maintenabilité est la probabilité qu'un matériel, lorsqu'il nécessite une intervention de maintenance, soit remis dans un état de fonctionnement donné, dans des limites de temps spécifiées, lorsque le travail est effectué selon des procédures et des conditions données (AFNOR (1991), norme NF x 60-010 ; B.S DHILLON, (2006)).



(Zwingmann, 2005), soutient que la maintenabilité d'un système manufacturier peut se mesurer par des études statistiques sur la durée des opérations de maintenance. Ces opérations de maintenance sont effectuées sur des installations qui sont en service depuis un certain temps. Selon Xavier Zwingmann, (2005), l'étude de la maintenabilité peut passer par l'analyse historique des pannes. De ce fait, des indices de maintenabilité ont été mis en place pour quantifier ou mesurer la maintenabilité dans un système manufacturier.

### **1.3.2 Maintenabilité et disponibilité de machines**

Dans le contexte de la production manufacturière, Zwingmann (2005) définit la disponibilité de machines réparables comme étant, la probabilité que ces machines soient en opération au temps  $t$  si, à chaque panne, une action de maintenance corrective est entreprise pour les remettre en état de fonctionnement. Pour ce chercheur, la durée de l'exécution de la maintenance corrective est une variable aléatoire. La figure 1.3 (Zwingmann, (2005)) illustre les variations d'états d'une machine. Cette figure utilisée par Zwingmann, (2005), présente le chronogramme d'une machine sujette à des pannes et réparations aléatoires (processus stochastique). Les durées d'opération de la machine étant désignées par  $X_1, X_2, X_3, \dots$ , et les durées de réparation par  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$ , tel qu'illustré dans la figure 1.3.

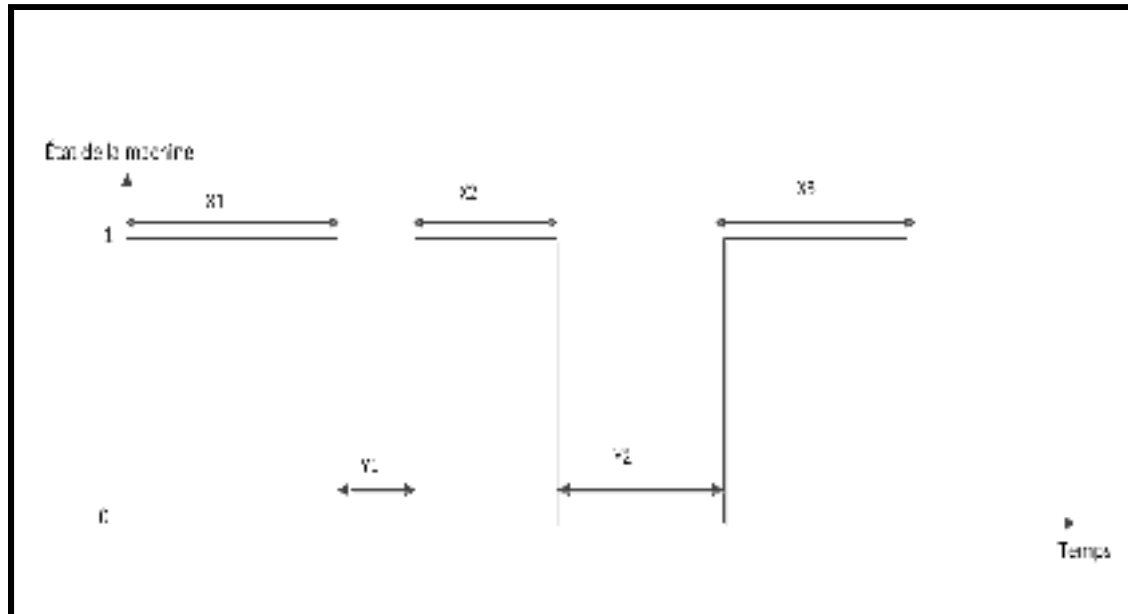


Figure 1.3 Chronogramme d'un système manufacturier constitué de machines réparables (Xavier Zwingmann, (2005))

La variation du temps de réparation peut être causée par diverses causes. En milieu industriel, le temps de réparation d'une panne par un technicien peut être influencé par diverses causes, telles que (Xavier Zwingmann, (2005)) :

- Les conditions de travail d'un technicien de maintenance corrective (environnement non ergonomique) ;
- L'état physique (fatigue physique) ou mentale (fatigue mentale) ;
- Les erreurs humaines ;
- Main d'œuvre dégradée ou non qualifiée ;
- Absence ou manque d'épanouissement professionnel des travailleurs ;
- Problèmes personnels (problèmes familiaux) ;
- Une mauvaise alternance travail/repos.

L'étude faite dans ce mémoire s'appuie sur ces arguments, particulièrement sur celui de la mauvaise alternance travail/repos auquel les techniciens de réparation sont soumis pour justifier l'augmentation de temps de réparation d'une machine en panne.

L'alternance travail/repos en milieu industriel influence l'aspect temporel et l'état physique et mental d'un technicien. Le concept de l'alternance travail/repos dérive de la loi de huit heures de travail. Cette loi fut adoptée le 23 Avril 1919 en France par les socialistes et la confédération générale du travail (CGT). Cette loi a été rendue universelle, car celle-ci est sensée être appliquée par toutes les entreprises qui emploient les humains. Au Québec, par exemple, cette loi est soutenue par la commission des normes de l'équité, de la santé et de la sécurité du travail (CNESST).

La loi sur les normes du travail au Québec stipule que les employés peuvent avoir huit heures de travail par jour et un maximum de huit heures de temps supplémentaire par semaine si nécessaire. Par exemple, en milieux manufacturier, le temps supplémentaire est réparti de telle sorte qu'un employé ait au maximum quatre heures de plus après huit heures de travail.

L'un des objectifs de cette loi de huit heures de travail par jour est de permettre d'avoir des travailleurs qui ont une bonne performance à long terme. Pour corroborer cette loi, la CNESST recommande que les employés aient droit chaque semaine à un repos d'au moins trente-deux heures consécutives (Gravel, 2016). En milieux industriels, il a été remarqué qu'un travailleur qui respecte la loi des huit heures de travail par jour, prend moins de temps à faire son travail que celui qui ne la respecte pas. Par exemple, le diagramme de la figure 1.4 représente la variation du temps de réparation d'une panne de machine par un technicien en fonction du nombre d'heures de travail par jour:

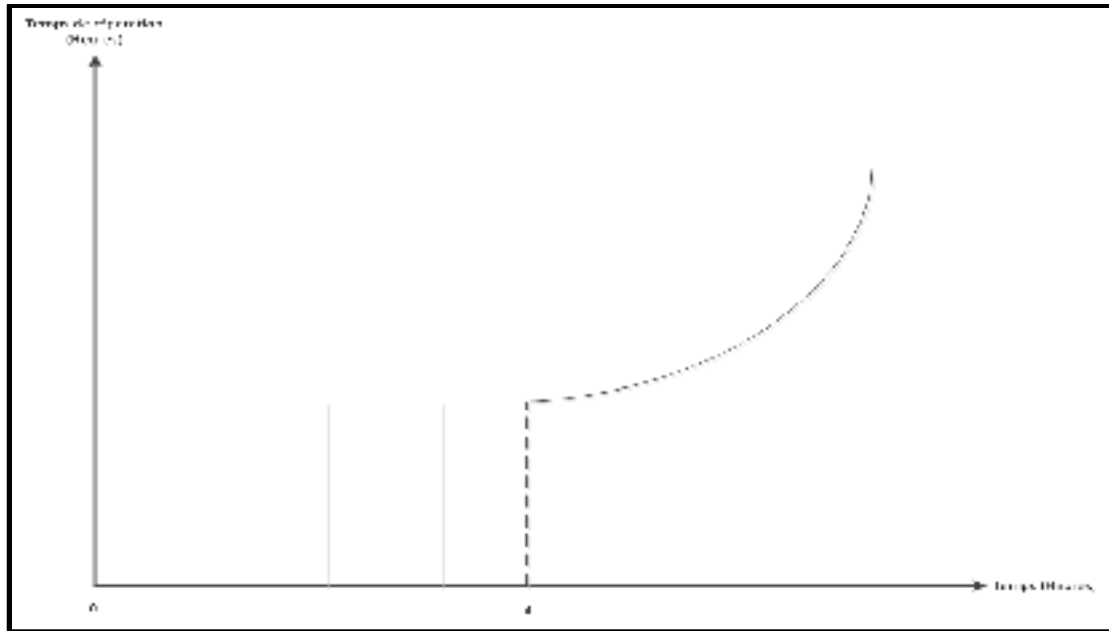


Figure 1.4 Variation du temps de réparation d'une panne de machine (Ness et al. 2016)

En considérant que la machine de fabrication ne connaisse qu'un seul type de panne, le diagramme de la figure 1.4 montre différents temps de réparation de cette panne. En effet, la figure 1.4 montre que le temps de réparation d'un technicien qui respecte les huit heures de travail par jour est constant. Par contre, un technicien de réparation qui, après huit heures de travail continue à réparer (en temps supplémentaire) une machine en panne présente un temps de réparation qui augmente graduellement. Cette dernière observation permet de déduire qu'une machine réparée par ce dernier technicien est moins disponible que celle réparée par un technicien, qui respecte la loi de huit heures de travail par jour.

Pour augmenter la disponibilité des équipements manufacturiers et réduire la probabilité qu'un système manufacturier connaisse une pénurie de stock, il faut que les techniciens de réparation soient en mesure de restaurer (en un temps bref) les machines en panne à leur état d'opération en un temps raisonnable. En conclusion, la disponibilité d'une machine de fabrication dépend étroitement de la performance (temps de réparation) du technicien qui la répare en cas de panne.

### **1.3.3 Optimisation conjointe de la planification de la production et de la maintenance**

Différentes politiques de commande optimales ont déjà été développées et explorées pour planifier la production et la maintenance dans un milieu manufacturier en minimisant le coût total de production. Parmi les chercheurs qui ont fait des études dans ce domaine il y a Boukas, (1998); Kenne, et al., (1997) qui ont développé des politiques de commande optimale qui permettent de contrôler la maintenance corrective et de réduire considérablement le coût total encouru de la production.

Dans le but d'optimiser la production et la maintenance d'un système manufacturier réaliste, certains chercheurs ont introduit la notion de l'âge de la machine dans le processus de modélisation et d'optimisation. En effet, (Boukas et Haurie, 1990) ont modélisé un système où l'âge de la machine influence ses transitions d'un état (mode) à un autre. Dans ses études basées sur la maintenance préventive, Boukas et Haurie (1990) estiment que la machine redevient neuve (rajeunie) après réparation. De façon plus réaliste, Dehayem et al., (2011), Dehayem Nodem et al., (2009) ont exploré la notion de l'âge de la machine en partant de l'hypothèse qu'une machine ne redevient pas neuve après la maintenance. Le fait de montrer que l'âge de la machine a une influence sur sa fiabilité et sur le nombre de produits qu'elle fabrique par unité de temps, a permis aux chercheurs Boukas et Haurie (1990), Dehayem et al., (2011), Dehayem Nodem et al., (2009), (Boukas, Liu et Liu, 2001) d'aborder les problèmes liés à la fiabilité, la production et la maintenance d'un système sous une perspective réaliste. Dans leur approche ces auteurs visent également à minimiser les coûts associés à la production et à la maintenance. Le type de maintenance utilisé par les chercheurs qui ont introduit la notion de l'âge de la machine dans l'optimisation de la planification de la production, fait intervenir la notion de remplacement de ces machines. Boukas et Communal, (2002) ont introduit la maintenance corrective à l'approche hiérarchisée. C'est dans la même perspective que cette étude adapte ces différentes méthodes de remplacement à la maintenance corrective.

Actuellement le milieu industriel dispose de deux types de maintenance analysées par Barlow et Hunter, (1965). Ces deux types de maintenance ont déjà été intégrés dans la maintenance préventive par plusieurs chercheurs. Le premier type de maintenance consiste à maintenir la machine par rapport à son âge. Le second permet d'effectuer une maintenance par bloc. La maintenance de type âge tient compte du taux de production d'une machine avant toute information sur la machine. Plus le nombre de production des pièces fabriquées par une machine augmente, plus la machine est considérée comme vieille. Dehayem et al., (2011), Dehayem Nodem et al., (2009) ont utilisé la méthode de maintenance de machines par rapport à leur âge. Leurs recherches ont permis à Rivera-Gomez et al (2013) d'aborder le problème de maintenance de machine de fabrication sujette aux pannes et réparations aléatoires sous un autre angle. En effet, Rivera-Gomez et al (2013) utilisent la qualité de produits fabriqués pour faire la maintenance sur la machine qui les fabrique. Rivera-Gomez et al (2013) ont montré que plus la machine de fabrication est sujette à des pannes et réparations aléatoires, plus la qualité de ses produits se dégrade. Ce type de maintenance concerne uniquement les machines et non les humains (employés).

A ce jour, les deux types de maintenance développés par Barlow et HUNTER (1965) sont couramment appliquées de façon connexe avec la maintenance préventive, tel que Dehayem et al. (2011), Dehayem Nodem et al., (2009) l'ont fait dans leurs recherches. Par contre, cette étude utilise ces deux types de maintenance (de type âge et de type bloc) dans un contexte de maintenance corrective appliquée dans un système markovien (sans mémoire) et hybride (états discrets, temps continus). Selon la problématique de cette étude, l'âge du technicien est évalué par rapport à la vitesse ou la lenteur avec laquelle il répare la machine. Plus il répare lentement (le temps de réparation est grand), plus il est âgé, c'est-à-dire physiquement ou mentalement fatigué. Dehayem et al. (2011), Dehayem Nodem et al., (2009) ont abordé ce même type de problématique sous la perspective de réparations imparfaites qui ne permettent pas à une machine déjà réparée de redevenir neuve. Par contre dans leurs études ils n'ont pas tenu compte de l'état physique ou mental du technicien qui effectue ces réparations, dites imparfaites.

#### 1.4 Revue critique de la littérature et contributions

Pour réaliser une contribution majeure dans ce domaine d'optimisation de la planification de production et de la maintenance, où plusieurs chercheurs ont déjà apporté beaucoup de solutions face aux multiples problèmes qui existent dans l'industrie manufacturière, il est nécessaire de modéliser et d'optimiser des systèmes plus réalistes que ceux qui sont déjà exploités. Charlot, (2005) et Emami-Mehrgani et al, (2012), ainsi que Dhillon, (2006) sont parmi ceux qui se sont intéressés à ce domaine. En effet, ils ont respectivement tenu compte des erreurs humaines et des accidents (causés par une machine en marche lors de la maintenance corrective), l'absence de conditions ergonomiques en milieu de travail pour modéliser un système réaliste et résoudre des problèmes liés à la fois à la fiabilité humaine et la fiabilité de l'équipement manufacturier. En revanche, ils n'ont pas tenu compte de la maintenabilité des systèmes manufacturiers qu'ils ont étudiés.

L'étude faite dans ce mémoire vise à améliorer la disponibilité et à contrôler le taux d'utilisation de machines en tenant compte de la performance du technicien de réparation. Pour améliorer la disponibilité des équipements d'un système manufacturier, Xavier Zwingmann, (2005) ont développé une méthode de prévision de maintenabilité. Cette prévision se fait à partir d'un nouvel indice de maintenabilité. Certes au cours de sa thèse, Xavier Zwingmann, (2005) souligne l'importance de la durée de la maintenabilité qui influe considérablement sur la disponibilité des équipements d'un système manufacturier de production en citant le manuel militaire (*Military Handbook – 472 (1966)*) ou (*Military Handbook – 472 (1984)*). Mais, il ne tient pas compte de la possibilité de l'occurrence de baisse de performance (augmentation de temps de réparation) du technicien de maintenance corrective pouvant affecter la maintenabilité global d'un système manufacturier. La méthode de prévision de maintenabilité qu'il propose dans sa thèse, est certes systématique et moins subjective, mais elle est plus lourde à mettre en œuvre.

Dans ce mémoire, nous nous focalisons sur la performance du technicien qui est susceptible de varier à cause de la mauvaise alternance travail/repos. Le modèle de système de production considéré dans cette étude ne fait pas abstraction de l'aspect humain du technicien de réparation. Donc, une nouvelle politique de commande optimale sera mise en place. Cette politique consistera à traiter le technicien comme un humain, et non comme une machine dont la performance (le temps de réparation) est supposée toujours constante. En cas de baisse de performance du technicien (la performance devient de plus en plus mauvaise), ce technicien sera remplacé par un nouveau technicien en fonction de l'état du système.

Fondamentalement, la présente recherche est une extension du cas classique MIP1 étudié par Akella et Kumar, (1986). Pour bien illustrer cette extension de ce cas de base, une comparaison entre deux modèles de système de production est faite. Le premier système est constitué d'une machine fabriquant un seul type de produit (MIP1) étudié par Akella et Kumar (1986) où le temps de réparation d'une panne par un technicien est constant. Le second est structurellement identique au premier, c'est-à-dire (MIP1), mais intègre la variation du temps de réparation d'une panne par un technicien dans la planification de la production.

De plus, cette recherche corrobore l'argument de certains chercheurs cités dans la revue qui montrent que l'état physique ou mental d'un technicien de réparation peut influencer sa performance et la disponibilité des équipements manufacturiers sujets à des pannes et des réparations aléatoires (processus stochastique). En effet, dans cette étude, le technicien de réparation est traité comme un sujet important au sein d'un système de production manufacturière. Cependant, la performance (temps de réparation, maintenabilité) de ce dernier est sous l'influence de son état physique ou mental.

Certains modèles des systèmes cités dans la revue de littérature sont certes réalistes, mais ils sont aussi incomplets ou limités. En effet, ces modèles considèrent que les erreurs humaines, des accidents ainsi que l'absence de conditions ergonomiques en milieux de travail, sont les seuls facteurs qui influencent la disponibilité et la maintenabilité d'un système manufacturier.



Donc, ces chercheurs n'abordent pas les problèmes liés à l'optimisation de la production et de la maintenance sous l'angle de l'intégration de la variation du temps de maintenance (réparation d'une panne) par un technicien (humain) susceptible de connaître une baisse de performance, due aux conditions de travail (à la fatigue physique ou mentale en cas de mauvaise alternance travail/repos).

La contribution faite dans ce mémoire se traduit par l'optimisation conjointe de deux politiques (production et maintenance corrective) dans un contexte stochastique intégrant la variation du temps de réparation.

La figure 1.5 représente un diagramme d'Ishikawa qui décrit la relation de cause à effet adaptée à la problématique de cette recherche. Parmi les quatre principales causes représentées dans ce diagramme d'Ishikawa, cette étude joint les causes d'ordre humains (variation aléatoire de la performance d'un technicien de réparation) et celles d'ordre matériels (pannes et réparations aléatoires) pour développer deux politiques (production et maintenance corrective) qui sont conjointement utilisées pour optimiser de façon connexe la planification de la production ainsi que celle de la maintenance dans un système manufacturier.

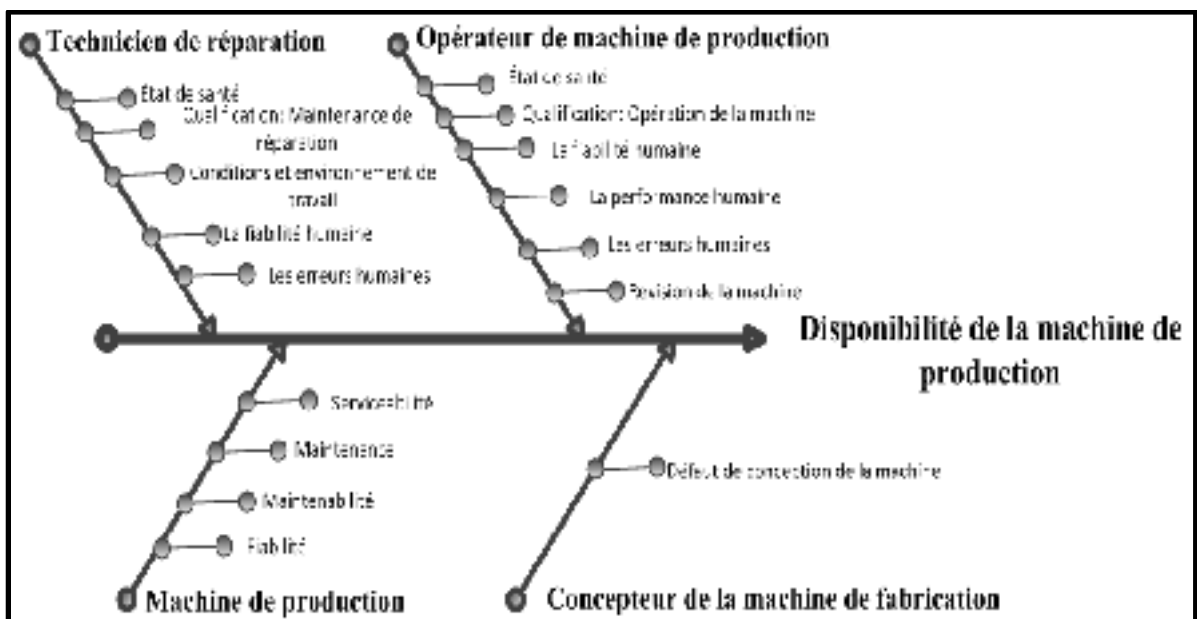


Figure 1.5 Diagramme d'Ishikawa

## **1.5 Méthodologie**

Nous présentons dans cette section la méthodologie adoptée pour résoudre le problème d'optimisation conjointe de la production et de la maintenance corrective lorsque la fiabilité humaine est intégrée dans la maintenabilité du système. Nous avons adopté une méthodologie en cinq étapes séquentielles en nous basant sur des travaux pionniers et des travaux récents publiés dans le domaine. Nous détaillons ci-après ces étapes en précisant les outils nécessaires pour les réaliser.

### **Étape 1 Revue critique de littérature**

Nous avons commencé par une revue de littérature sur les problèmes d'optimisation conjointe de la production et de maintenance dans un contexte de chaîne d'approvisionnement et en présence des aspects humains en maintenance corrective. Cette étape a permis de situer le travail par rapport aux travaux existants et définir le cadre de notre travail.

### **Étape 2 Formulation du problème et modélisation**

Cette étape détaille la structure du système manufacturier considéré et présente le développement du modèle d'optimisation basé sur la théorie de programmation dynamique stochastique (Boukas, (1998); Akella et Kumar, (1986)).

### **Étape 3 Conditions d'optimum et résolution numérique**

Suite à la formulation du problème, nous montrons dans cette étape que les conditions d'optimum sont de type Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) difficiles à résoudre

analytiquement. Nous utilisons l'approche numérique de Kushner pour les résoudre en implantant un algorithme d'itérations récursives dans un domaine d'états (grilles des variables d'états) spécifique.

#### **Étape 4 Structure de la politique conjointe et analyse des résultats**

Suite à la résolution numérique des équations d'HJB, nous présentons dans cette étape les structures des politiques de production et de maintenance corrective dans les différents modes de la machine et pour différents scénarios associés à l'humain. Nous analysons par la suite les résultats obtenus en présentant et en commentant les graphiques des politiques obtenues.

#### **Étape 5 Analyse de sensibilité et validation des modèles proposés**

Des analyses de sensibilité sont faites dans cette étape en faisant varier les paramètres du système afin de vérifier si les résultats obtenus confirment les tendances attendues en contexte de production industrielle. Comme les données du problème sont tirées des cas génériques publiés dans la littérature (et non d'un projet industriel), cette variation nous a permis de couvrir des larges plages de paramètres et de montrer ainsi que les modèles proposés et les résultats obtenus sont applicables à une large gamme de systèmes manufacturiers. Cette étude nous a permis également de valider nos modèles lorsque les résultats obtenus sont en adéquation avec la variation des paramètres du système.

Le reste du mémoire est constitué des deux chapitres suivants :

- Au chapitre 2, nous appliquons la méthodologie proposée pour planifier la production et la maintenance corrective dans un système manufacturier ;
- Au chapitre 3, nous étendons les modèles du chapitre 2 au cas des systèmes de production dans lesquels le remplacement du technicien de réparation s'effectue de deux façons distinctes.

## **1.6 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté la problématique et les objectifs de la recherche réalisée dans le cadre de ce mémoire. Nous avons illustré et discuté des enjeux économiques et des impacts des aspects humains (en maintenance corrective) dans les performances des systèmes manufacturiers. Une revue de littérature a par la suite permis de montrer la pertinence du projet et de détailler la méthodologie adoptée. La problématique de recherche entreprise dans ce mémoire est basée sur l'intégration de la dynamique d'un technicien de réparation (variation du temps de réparation en fonction des conditions de travail) dans la planification de la production d'un système manufacturier. Les modèles proposés et les résultats obtenus sont présentés aux chapitres suivants.

## **CHAPITRE 2**

### **PLANIFICATION DE LA PRODUCTION ET DE LA MAINTENANCE CORRECTIVE DANS UN SYSTÈME MANUFACTURIER**

#### **2.1 Introduction**

Le premier système manufacturier étudié dans ce chapitre et considéré comme le cas de base (ou cas classique). Ce cas de base est constitué d'une machine de fabrication qui produit un seul type de produit. Un tel système est désigné M1P1. Ce cas avait été étudié par Akella et Kumar, (1986). Dans ce chapitre, deux nouvelles modélisations de ce système manufacturier sont faites à partir du cas de base. Chaque modèle représente un système M1P1 réparti en deux départements : le département de production et le département de maintenance. Ces deux nouveaux cas traités dans ce chapitre se focalisent sur l'intégration de l'augmentation du temps de réparation d'une machine en panne dans la planification de la production lorsque le technicien travaille dans un environnement contraignant.

#### **2.2 Problème de base**

Dans cette section, nous considérons M1P1 soumis à des pannes et réparations aléatoires (processus stochastique). Cette étude suppose que la performance d'un technicien de réparation lors de la maintenance corrective est toujours constante (temps de réparation constant).

Le problème de commande optimale étudié dans ce cas de base consiste à déterminer un taux de production qui permet de répondre aux exigences de clients exprimées sous la forme d'un taux de demande constant. La mesure de performance considérée dans ce problème est le coût total encouru. Ce coût inclus les coûts de stockage et les coûts de pénurie de stock.

### 2.2.1 Formulation du problème M1P1

La structure du système manufacturier est représentée par la figure 2.1, où MP désigne la matière première,  $x(t)$  le niveau de stock au temps  $t$ ,  $d$  la demande :

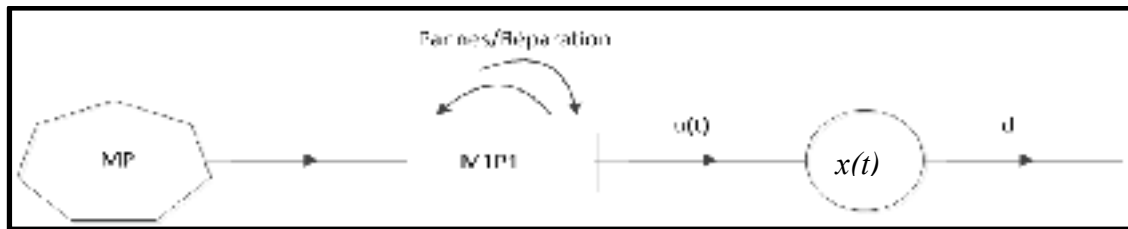


Figure 2.1 Structure du système manufacturier

La figure 2.2 illustre le diagramme de transition d'états de la machine de production. La machine de production peut aléatoirement partir d'un état opération à un état panne. Dans ce diagramme  $q_{12}$  désigne le taux de transition du mode 1 au mode 2 et  $q_{21}$  le taux de transition du mode 2 au mode 1.

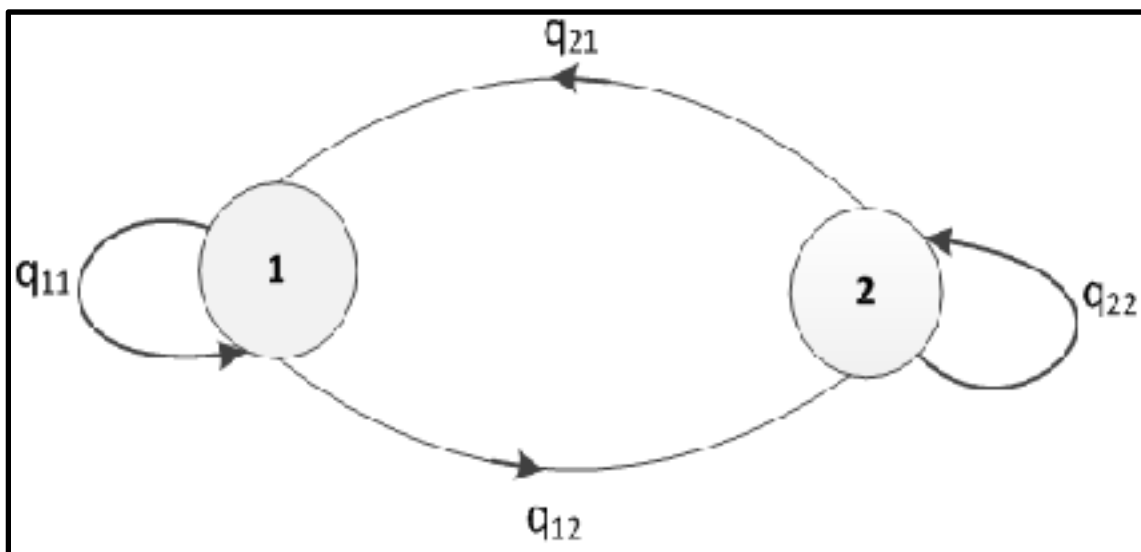


Figure 2.2 Diagramme de transition d'états de la machine de production

La dynamique de la machine de production est décrite par un processus stochastique qui s'écrit comme suit :  $\{\alpha(t), t \geq 0\}$ .  $\alpha(t) \in M = \{1, 2\}$  :

Lorsque  $\alpha(t) = 1$ , la machine est en opération. Le taux de production de cette machine varie entre zéro et le niveau maximal de la production désigné par  $u_{max}$ .

Lorsque  $\alpha(t) = 2$ , la machine est en panne. Dans ce mode, la machine est réparée par un technicien dont la performance est constante.

Ces taux de transition sont définis par les équations suivantes :

$$P[\alpha(t + \delta t) = 2] / \alpha(t) = 1 = q_{12} \delta t + o(\delta t) \quad (2.1)$$

$$P[\alpha(t + \delta t) = 1] / \alpha(t) = 2 = q_{21} \delta t + o(\delta t) \quad (2.2)$$

La machine de production effectue des sauts aléatoires entre le mode opération (mode 1) et le mode panne (mode 2), tel que le diagramme de transition le montre dans la figure 2.2.

La matrice des taux de transition associée au processus stochastique  $\alpha(t)$  est donnée par :

$$Q(\bullet) = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Où  $q_{11} = -q_{12}$  et  $q_{22} = -q_{21}$

La dynamique du stock des produits finis est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{dx(t)}{dt} = u(t) - d; \quad x(0) = 0 \quad (2.4)$$

Où  $x(t)$  désigne le stock au temps  $t$ ,  $u(t)$  le taux de production et  $d$  désigne la demande de produits finis.

Dans ce cas de base, nous considérons que le coût total de production est exprimée par la somme des coûts de l'inventaire et de pénurie de stock:

$$g(x, \alpha, \phi, u) = c^+ x^- + c^- x^+ \quad (2.5)$$

Où  $x^-$  représente le niveau de stock en rupture : ( $x^- = \max(0, -x(t))$ ),  $x^+$  le niveau de stock mis en inventaire ( $x^+ = \max(0, x)$ ),  $c^+$  le coût de mise en inventaire ;  $c^-$  le coût de pénurie de stock.

L'équation ci-dessous représente le coût total du système manufacturier étudié sur un horizon fini :

$$J(\phi, x, u) = E \left\{ \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g(x, \alpha, \phi, u) dt / x(0) = 0, \alpha(0) = \phi \right\}; \forall \alpha \in M\{1,2\} \quad (2.6)$$

Où  $\rho$  désigne le taux d'actualisation.

La fonction valeur correspond à la valeur de la fonction coût lorsque la politique optimale est appliquée. A l'optimum, elle représente la valeur du critère de performance en fonction des variables d'état à l'origine (conditions initiales).

Le domaine de commande admissible  $\Gamma(\phi)$  pour ce problème est donné par l'expression suivante :



$$\Gamma(\phi) = \{u/0 \leq u(\cdot) \leq u_{max}\} \quad (2.7)$$

Le problème à résoudre consiste à minimiser le coût total actualisé (2.6). La fonction valeur associée à ce problème est donnée par l'expression suivante :

$$v(\phi, x) = \underset{u \in \Gamma(\phi)}{\text{Inf}} J(\phi, x, u) \quad \phi \in M \quad (2.8)$$

### Condition de faisabilité

Le système est faisable (satisfaction de la demande sur horizon infini) si  $u_{max} \times \pi_1 > d$  où  $\pi_1$  désigne la probabilité limite du système au mode 1.

Les probabilités limites  $\pi_1$  et  $\pi_2$  sont déterminées à partir des équations stationnaires suivantes :

$$\begin{cases} \pi Q = 0 \\ \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases}$$

Où  $\pi = (\pi_1, \pi_2)$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} -\pi_1 q_{12} + \pi_2 q_{21} = 0 \\ \pi_1 q_{12} - \pi_2 q_{21} = 0 \\ \pi_1 + \pi_2 = 1 \end{cases} \quad (2.9)$$

La résolution de ces équations (2.9) donne :

$$\pi_1 = \frac{q_{21}}{q_{21} + q_{12}} \quad (2.10)$$

$$\pi_2 = \frac{q_{12}}{q_{21} + q_{12}} \quad (2.11)$$

Le système est donc faisable si :

$$\frac{u_{max} q_{21}}{q_{21} + q_{12}} > d$$

$$\pi \times u_{max} > d \quad (2.12)$$

### 2.2.2 Conditions d'optimum et méthodes numériques

Il est établi dans Akela et Kumar (1986) que les équations de la programmation dynamique ou d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) associées au problème formulé à la section précédente sont données par :

$$\rho v(x, \phi) = \min_{u(\phi) \in \Gamma(\phi)} \left\{ g(x, \alpha, \phi, u) + \sum_{\beta \in M} q_{\phi\beta} v(x, \beta) + \frac{\partial v(x, \phi)}{\partial x} \times (u - d) \right\} \quad (2.13)$$

La résolution analytique de ce système d'équations aux dérivées partielles a été obtenue par Akella et Kumar (1986) et Bielecki et Kumar (1988) dans le cas de base étudié dans cette section. Cependant, dans la littérature (Boukas et Haurie (1990), Kenne et al. (2003), Dehayem et al. (2010), Rivera Gomez et al. (2013)) ont montré qu'à défaut de résoudre analytiquement ces équations (développées dans ce cas de base), ils peuvent aussi les résoudre numériquement. De ce fait, bien qu'il existe une solution analytique pour ce cas de base, nous allons tout de même le résoudre numériquement pour valider l'approche numérique avant de l'appliquer aux cas où la dynamique du technicien est considérée.

### 2.2.3 Méthode numérique

Notons par  $h_j, j = 1 \dots n$ , le pas de discrétisation de la variable  $x_j$ .

La fonction valeur  $v_i(x, \alpha)$  est donc approximée par  $v_i^h(x, \alpha)$  et la dérivée partielle de la fonction valeur  $(v_i)_{x_j}(x, \alpha)$  par :

$$\frac{\partial v^h}{\partial x}(x, \phi) = \begin{cases} \frac{1}{h}[(x+h, \phi) - v^h(x, \phi)] & \text{si } u - d > 0 \\ \frac{1}{h}[(x, \phi) - v^h(x-h, \phi)] & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.14)$$

Quand cette expression est multipliée par  $(u - d)$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v^h}{\partial x}(x, \phi)(u - d) & \quad (2.15) \\ & = \begin{cases} \frac{1}{h}[(x+h, \phi) - v^h(x, \phi)](u - d) & \text{si } (u - d) > 0 \\ \frac{1}{h}[(x, \phi) - v^h(x-h, \phi)](u - d) & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

En injectant la dernière équation dans l'équation d'HJB, cette dernière s'écrit comme suit :

$$\rho v(x, \varphi) = \min_{u(\varphi) \in \Gamma(\varphi)} \left\{ g(x, \varphi, u) + q_{\varphi\varphi} v(x, \varphi) + \sum q_{\varphi\beta} v^h(x, \beta) + \frac{(u-d)}{h} \left[ v^h(x-h, \varphi) \text{Ind}\{u-d < 0\} + v^h(x+h, \varphi) \text{Ind}\{u-d \geq 0\} \right] - \frac{(u-d)}{h} v^h(x, \varphi) \right\} \quad (2.16)$$

$$\text{Avec } \text{Ind}\{\theta(\bullet)\} = \begin{cases} 1, & \text{si } \theta(\bullet) \text{ est vrai} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Le fait d'isoler les termes  $v(x, \phi)$  donne l'équation subséquente :

$$\left( \rho + \frac{(u-d)}{h} + |q_{\phi\phi}| \right) v^h(x, \phi) = \min_{u(\phi) \in \Gamma(\phi)} \left[ g(x, \phi, u) + \sum q_{\phi\beta} v^h(x, \beta) + \frac{(u-d)}{h} \left[ v^h(x+h, \phi) \text{Ind}\{u-d \geq 0\} + v^h(x-h, \phi) \text{Ind}\{u-d < 0\} \right] \right] \quad (2.17)$$

D'où :

$$v^h(x, \phi) = \min_{u(\phi) \in \Gamma(\phi)} \left[ \frac{g(x, \phi, u) + \sum q_{\phi\beta} v^h(x, \beta) + \frac{(u-d)}{h} \left[ v^h(x+h, \phi) \text{Ind}\{u-d \geq 0\} + v^h(x-h, \phi) \text{Ind}\{u-d < 0\} \right]}{\left( \rho + \frac{(u-d)}{h} + |q_{\phi\phi}| \right)} \right] \quad (2.18)$$

Pour simplifier l'écriture de cette équation, il peut être posé :

$$\Omega_h^\phi = |q_{\phi\phi}| + \frac{|u-d|}{h}$$

$$P_x^+(\phi) = \begin{cases} \frac{u-d}{h\Omega_h^\phi}, & \text{si } u-d > 0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} ;$$

$$P_x^-(\phi) = \begin{cases} \frac{d-u}{h\Omega_h^\phi}, & \text{si } u-d \leq 0 \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} ;$$

$$p^\beta(\phi) = \frac{q_{\phi\beta}}{\Omega_h^\phi}$$

Ainsi l'équation pourra être réécrite comme suit :

$$v^h(x, \phi) = \min_{u(\phi) \in \Gamma(\phi)} \left[ \frac{g(x, \alpha(t), \phi, u)}{\Omega_k^h \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_k^h} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_k^h} \right)} \left( p_x^\pm(x, \phi) v^h(x \pm h, \phi) + \sum_{\beta \neq \phi} p^\beta(\phi) v^h(x, \beta) \right) \right] \quad (2.19)$$

En tenant compte des deux modes de notre système nous avons :

$$v^h(x, 1) = \min_{u(\phi) \in \Gamma(\phi)} \left[ \frac{g(x, 1)}{\Omega_h^1 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^1} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^1} \right)} \left( p_x^\pm(x, 1) v^h(x \pm h, 1) + p^2(1) v^h(x, 2) \right) \right] \quad (2.20)$$

$$v^h(x, 2) = \min_{u(\phi) \in \Gamma(\phi)} \left[ \frac{g(x, 2)}{\Omega_h^2 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right)} \left( p_x^-(x, 2) v^h(x - h, 2) + p^1(2) v^h(x, 1) \right) \right] \quad (2.21)$$

#### 2.2.4 Algorithme de résolution des équations d'HJB

Un théorème est associé à l'algorithme de résolution numérique des équations d'HJB développées dans cette étude. Ce théorème s'écrit comme suit :

Soit  $v^h(x, \alpha)$  la solution de l'équation d'HJB. Supposons les constantes  $C_g$  et  $K_g$  telles que :

$$0 \leq v^h(x, \phi) \leq C_g(1 + |x|^{K_g})$$

Nous avons :

$$\lim_{h \rightarrow 0} v^h(x, \phi) = v(x, \alpha) \quad (2.22)$$

La preuve de ce théorème est similaire à celle présentée dans Yan et Zhang (1997).

L'algorithme de calcul développé par Kushner, (1990) est adapté à cette étude. Cet algorithme se présente comme suit :

- Étape 1 : initialisation

$$\text{Choisir } \delta \in R^+, \text{ poser } m = 1, (v^h(x, \phi))^m := 0 \forall \phi \in M; \quad (2.23)$$

- Étape 2 : Calculer

$$(v^h(x, \phi))^{m-1} := (v^h(x, \phi))^m; \quad (2.24)$$

- Étape 3 : Calculer la fonction valeur pour obtenir la politique de commande

$$T\left((v^h(x, \phi))^{m-1} = (v^h(x, \phi))^m\right) = T^*(v^h(x, \alpha))^{m-1} \quad (2.25)$$

- Étape 4 : Test de convergence

$$\bar{c} := \min_x \left\{ (v^h(x, \phi))^m - (v^h(x, \phi))^{m-1} \right\} \quad (2.26)$$

$$\underline{c} := \max_x \left\{ (v^h(x, \phi))^m - (v^h(x, \phi))^{m-1} \right\} \quad (2.27)$$

$$c_{\min} := \frac{\rho}{1 - \rho} \bar{c} \quad (2.28)$$

$$c_{\max} := \frac{\rho}{1 - \rho} c \quad (2.29)$$

$$\begin{cases} \text{Si } |c_{\min} - c_{\max}| \leq \delta, & \text{alors stop} \\ \text{Sinon } m := 1 \text{ et aller à l'étape 2} \end{cases} \quad (2.30)$$

Les données de l'exemple numérique traité dans ce premier cas de base sont présentées dans le tableau 2.1 :

Tableau 2.1 Variables et paramètres du premier exemple numérique

Notation	Désignation	Valeur
$u_{\max}$	Taux de production maximale de la machine	0.75 produits/ (Unité de Temps(UT))
$d$	Demande des produits finis	0.5 produits/UT
MTTF	Temps Moyen entre les pannes de la machine de production	100UT
MTTR	Temps Moyen de Réparation	10UT (UT)
$C^+$	Coût de mise en inventaire	1\$/ (Produit×UT)
$C^-$	Coût de pénurie (rupture de stock)	100\$/ (Produit×UT)
$\rho$	Taux d'actualisation	0.01

Pour les données du tableau 2.1, on trouve  $\pi_1 = 0.68$ , ce qui correspond à une disponibilité de 68%. Le système est faisable puis que  $\pi_1 \times u_{\max} > d$ .

La résolution du système d'équation (2.20) - (2.21) en considérant un pas de discrétisation de  $h = 0.2$  et les données du tableau 2.1 et une grille  $D = \{x / -5 \leq x \leq 25\}$  donne le taux de production au mode 1 présenté par la figure 2.3.

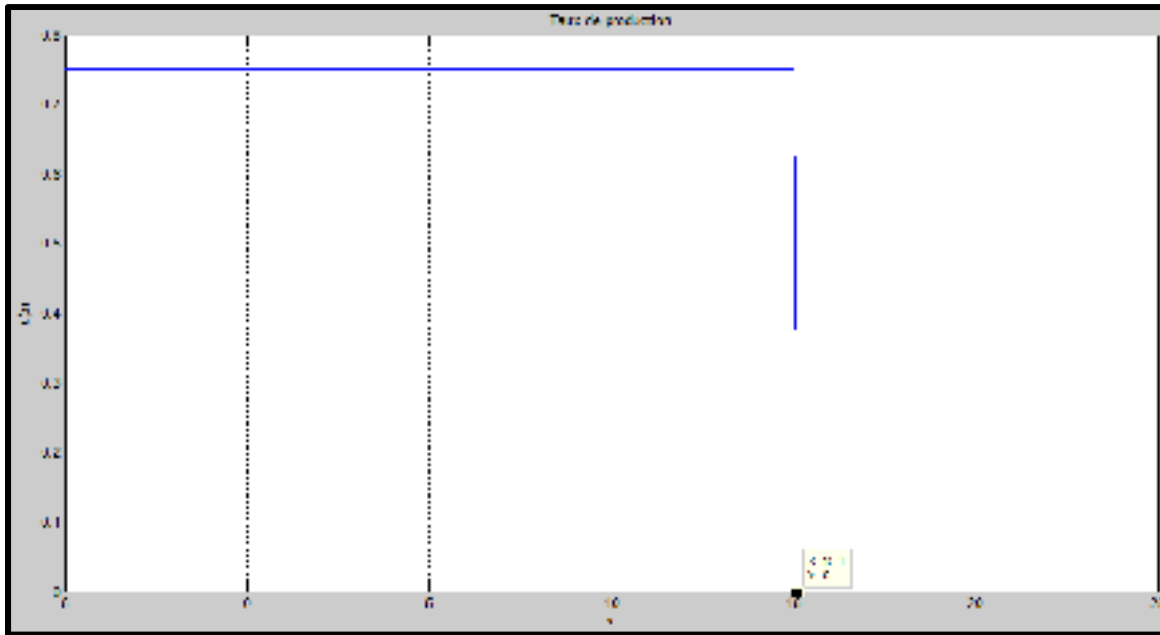


Figure 2.3 : Taux de production de la machine au mode 1

La politique de production obtenue dans cette étude s'appelle seuil critique de stock. Elle permet de déterminer le niveau de stock de sécurité des produits fabriqués. En l'occurrence, le niveau de stock de sécurité est égal à  $x^* = 15$ . Cette politique de production stipule que lorsque le niveau de stock est inférieur au seuil critique, la production doit se faire au taux maximal. Si le niveau de stock est égal au seuil critique, la production doit se faire au taux de la demande. Dans le cas contraire, arrêter la production.

Cette politique se résume de la manière suivante :

$$u(t) = \begin{cases} u_{max} & \text{si } x(t) < x^* \\ d & \text{si } x(t) = x^* \\ 0 & \text{si } x(t) > x^* \end{cases} \quad (2.31)$$

Où  $x^* = 15$

Les fonctions valeurs au mode 1 et au mode 2 sont représentées par les figure 2.4 et 2.5.



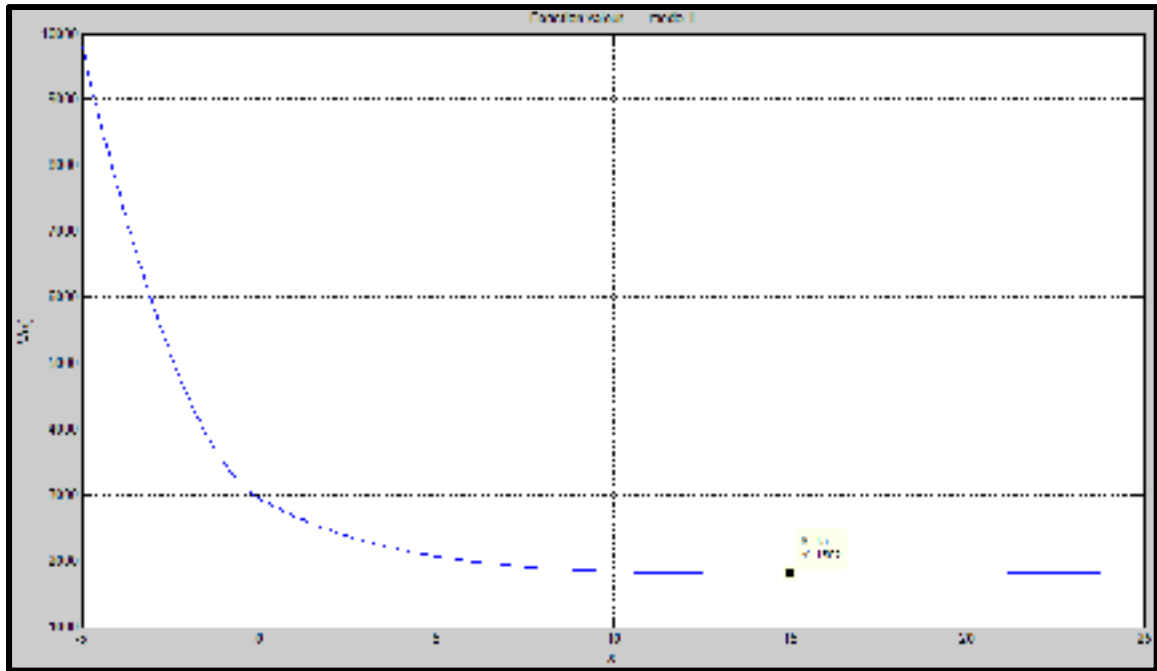


Figure 2.4 La courbe de la fonction valeur au mode 1

Le coût optimal de production est représenté par la fonction valeur qui est égal, à l'optimum à \$1802 au mode 1.

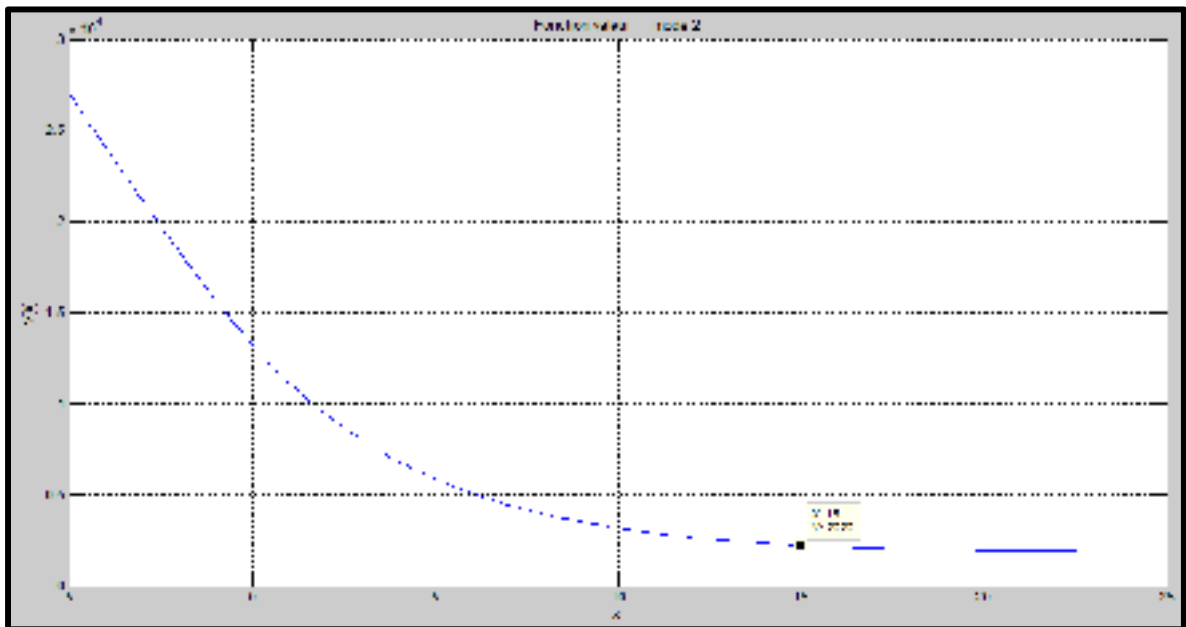


Figure 2.5 La courbe de la fonction valeur au mode 2

Le coût total optimal qui correspond au mode où la machine est en panne (mode 2) est \$2222.

### 2.2.5 Approche analytique

La résolution analytique des équations des équations d'HJB par Akella et Kumar (1986) pour le cas M1P1 a donné l'expression suivante pour le seuil critique de stock (2.27) :

$$x^* = \max \left\{ 0, \frac{1}{\lambda_-} \log \left[ \frac{c^+}{c^+ + c^-} \left( 1 + \frac{\tau d}{q_{12}d - (\rho + q_{21} + d\lambda_-)(u_{max} - d)} \right) \right] \right\} \quad (2.32)$$

Où  $\lambda_-$  est la valeur négative propre de la matrice  $A_1$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \frac{\rho + q_{12}}{r - d} & \frac{-q_{12}}{r - d} \\ \frac{q_{21}}{d} & -\left(\frac{q_{21} + \rho}{d}\right) \end{bmatrix}$$

En utilisant les données du tableau 2.1 nous obtenons un niveau de stock de sécurité de :  $x^* = 15$ . Ce niveau de stock de sécurité valide la résolution numérique proposée dans cette étude qui a aussi donné un niveau de stock de sécurité de 15.

### 2.2.6 Observation générale sur le cas de base M1P1

Les méthodes numériques en production manufacturières se rapprochent des approches analytiques lorsque les pas de discrétisation sont faibles, d'après le théorème ci-après (Kenné et al. (2003))

- ✓ Si une fonction coût instantanée  $g(x, \alpha, \phi, u)$  est conjointement convexe, alors la fonction valeur  $v(x, \phi)$  est convexe pour tout  $\phi \in M$ ;
- ✓ La fonction  $v(x, \phi)$  est continue, différentiable et satisfait les conditions des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman.

Une fonction peut être super différentiable ou sous différentiable. Par exemple une fonction  $f(x)$  super différentiable est identifiée comme suit :  $D^+ f(x)$ ; une fonction sous différentiable est identifiée par  $D^- f(x)$ .

Soit  $h$  le pas sur, alors  $D^+ f(x)$  et  $D^- f(x)$  sont définies comme suit :

$$D^+ f(x) = \left\{ r \in R : \liminf_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x) - hr}{|h|} \leq 0 \right\} \quad (2.33)$$

$h$ : le pas sur l'axe des abscisses

$$D^- f(x) = \left\{ r \in R : \liminf_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x) - hr}{|h|} \geq 0 \right\} \quad (2.34)$$

$h$ : le pas sur l'axe des abscisses

La dimension du problème à résoudre en méthode numérique dépend du pas de discrétisation et des variables d'état et de décision. Pour M1P1, cette dimension est raisonnable et les modèles développés dans ce mémoire se résolvent bien.

### **2.2.7 Conclusion**

La validation de l'approche numérique par le biais de la comparaison du résultat obtenu avec celui de l'approche analytique est une étape très importante dans cette recherche. Elle nous donne la possibilité de résoudre les conditions d'optimum à développer dans la suite de ce mémoire par des méthodes numériques et d'analyser les résultats sans avoir à les valider au préalable car les solutions analytiques pour ces problèmes n'existent pas. Toutes fois, par l'intermédiaire des analyses de sensibilité nous montrerons la viabilité de nos modèles illustreront l'applicabilité de nos résultats en production manufacturière.

## **2.3 Contrôle du taux de maintenance corrective et planification de la production**

Le cas étudié dans cette section intègre la dynamique de la performance d'un technicien de réparation dans la planification de la production et de la maintenance corrective d'un système de production M1P1.

La dynamique de ce système manufacturier est décrite par un processus stochastique pour lequel l'état de la machine de production varie aléatoirement entre un état de production et un état de panne. Ce processus stochastique fait intervenir le technicien de réparation. Cependant, ce technicien est sujet à une variation aléatoire de performance. La performance de ce technicien varie entre une bonne performance (réparation rapide) et une mauvaise performance (réparation lente).

Les variables de décision de cette étude sont : le taux de production de la machine et le taux de remplacement du technicien de réparation.

### 2.3.1 Formulation du problème : Machine et technicien de réparation

La figure 2.6 illustre le diagramme de transition d'états du système. La machine varie aléatoirement entre le mode opération et le mode panne (mode 2 et mode 3). La performance du technicien de réparation varie aussi aléatoirement entre le mode 2 (réparation rapide) et le mode 3 (réparation lente).  $q_{12}$  désigne le taux de transition du mode 1 au mode 2,  $q_{21}$  le taux de transition du mode 2 au mode 1,  $q_{13}$  désigne le taux de transition du mode 1 au mode 3 et  $q_{31}$  désigne le taux de transition du mode 3 au mode 1.

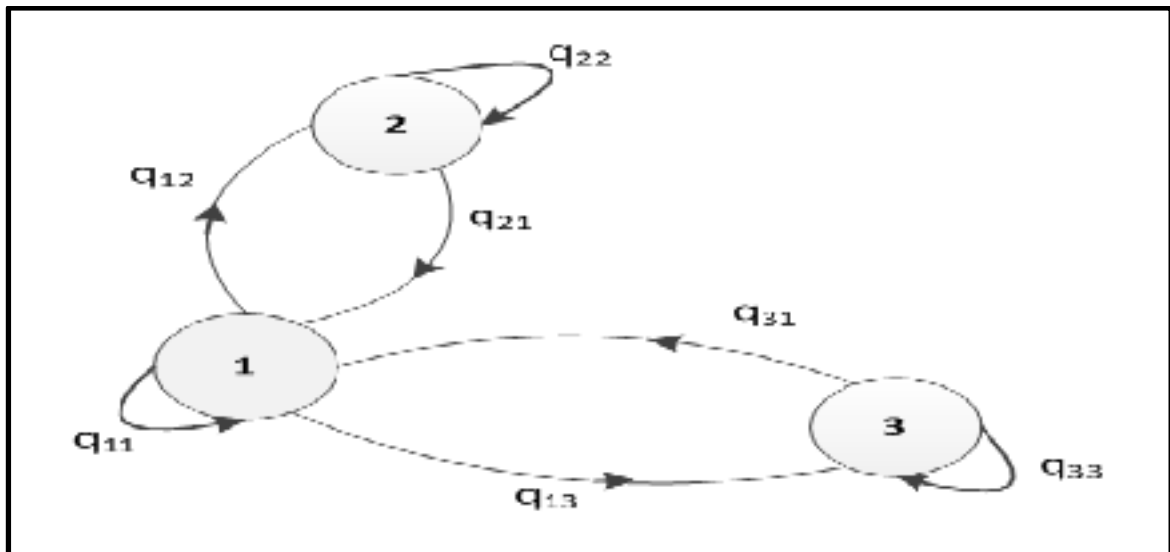


Figure 2.6 Diagramme de transition d'états du deuxième exemple numérique

La dynamique du système de production est décrite par un processus stochastique  $\gamma(t)$  qui est une combinaison des processus stochastiques de la machine de production et du technicien de réparation :  $\alpha(t)$  et  $\xi(t)$  respectivement. Le tableau 2.2 illustre la dynamique du système :

Tableau 2.2 Variables stochastiques de la machine et du technicien

	Modes			
Machine ( $\alpha(t)$ )	1		2	
Technicien ( $\xi(t)$ )	1	2	1	2
Système manufacturier $\gamma(t)$	1		2	3

Tel qu'illustré au tableau 2.2 lorsque la machine est en opération au mode 1, peu importe l'état du technicien, le système global est au mode 1 ( $\gamma(t) = 1$ ). Par contre, lorsque la machine est en panne ( $\alpha(t) = 2$ ), en fonction de l'état du technicien, on peut avoir deux modes du système global ( $\gamma(t) = 2$  lorsque la machine est en panne et le technicien est au mode 1;  $\gamma(t) = 3$  lorsque la machine est en panne et le technicien est au mode 2).

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si la machine est opération} \\ 2 & \text{Si la machine est en panne et le technicien est au mode 1} \\ 3 & \text{Si la machine est en panne et le technicien est au mode 2} \end{cases}$$

La dynamique du technicien de réparation est décrite par un processus qui se résume comme suit :  $\xi(t) \in M' = \{2,3\}$  où  $M' \in M = \{1,2,3\}$

Les taux de transition sont définis par les équations suivantes :

$$P[(\gamma(t + \delta t) = 2)/\gamma(t) = 1] = q_{12}\delta(t) + 0(\delta t) \quad (2.35)$$

$$P[(\gamma(t + \delta t) = 1)/\gamma(t) = 2] = q_{21}\delta(t) + 0(\delta t) \quad (2.36)$$

$$P[(\gamma(t + \delta t) = 3)/\gamma(t) = 1] = q_{13}\delta(t) + 0(\delta t) \quad (2.37)$$

$$P[(\gamma(t + \delta t) = 1)/\gamma(t) = 3] = q_{31}\delta(t) + 0(\delta t) \quad (2.38)$$

La machine de production effectue des sauts aléatoires entre le mode où elle est en opération mode 1 et les modes où elle est en panne : mode 2 et le mode 3.

La matrice des taux de transition associé au processus stochastique  $\gamma(t)$  est donnée par

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

Où  $q_{32} = q_{23} = 0$  d'après la figure 2.6.

La structure du système manufacturier étudié dans ce cas est représentée par la figure 2.7

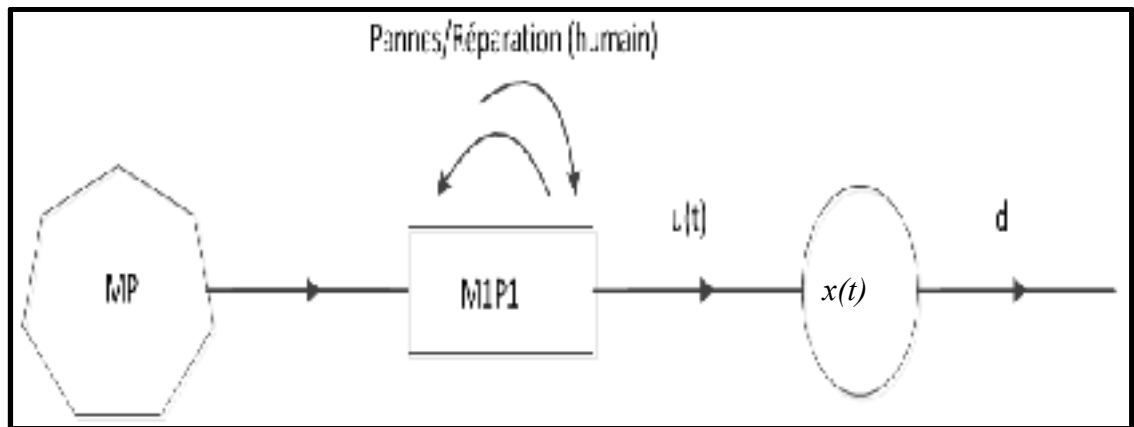


Figure 2.7 Structure du système manufacturier

La dynamique du stock de produits finis est aussi donnée par l'équation (2.4)

Le coût est donné par l'expression suivante :

$$g(x, \gamma) = c^+ x^+ + c^- x^- + Ctech\_m3 \times \omega \times Ind\{\gamma = 3\} \quad (2.40)$$

$Ctech\_m3$  représente le coût de remplacement du technicien au mode 3. Le taux de remplacement de technicien est désigné par  $\omega$ .

$$\text{Avec} \quad Ind\{\theta(\bullet)\} = \begin{cases} 1, & \text{si } \theta(\bullet) \text{ est vrai} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

L'équation (2.41) représente le coût total du système manufacturier étudié sur horizon infini.

$$J(x, \gamma, \phi, u, \omega) = E \left\{ \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g(x, \gamma) dt \mid x(0) = 0, \gamma(0) = \phi \right\}; \forall \gamma \in M = \{1, 2, 3\} \quad (2.41)$$

Le domaine de commande admissible  $\Gamma(\gamma)$  de ce système manufacturier est donné par l'expression suivante :

$$\Gamma(\gamma) = \left\{ \begin{array}{l} u/0 \leq u(\gamma) \leq u_{\max}; \\ \omega_{\min} \leq \omega(\gamma) \leq \omega_{\max} \end{array} \right\} \quad (2.42)$$

Où  $\omega_{\min}$  et  $\omega_{\max}$  désignent respectivement le taux réparation minimal et maximal de la machine par le technicien.

Le problème à résoudre consiste à minimiser le coût total (2.41). La fonction valeur associée à ce problème est donnée par l'expression suivante :

$$v(x, \gamma) = \underset{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}}{\text{Inf} J(x, \gamma, u, \omega)} \quad \phi \in M = \{1, 2, 3\} \quad (2.43)$$

La condition de faisabilité de ce système manufacturier est la même que celle du cas de base qui correspond à l'équation (2.12). Les probabilités limites  $\pi_1$ ,  $\pi_2$  et  $\pi_3$ , sont déterminées à partir des équations stationnaires suivantes :

$$\begin{cases} \pi Q = 0 \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 = 1 \end{cases}$$



Où  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3)$

Ce qui donne un système de 4 équations et 3 inconnues tel que :

$$\begin{cases} \pi_1(-q_{12}-q_{13}) & +\pi_2q_{21} & +\pi_3q_{31} & = 0 \\ \pi_1q_{12} & -\pi_2q_{21} & +\pi_3q_{32} & = 0 \\ \pi_1q_{13} & +\pi_2q_{23} & -\pi_3q_{33} & = 0 \\ \pi_1 & +\pi_2 & +\pi_3 & = 1 \end{cases} \quad (2.44)$$

Les équations de la programmation dynamique associées au problème formulé dans ce cas sont données par :

$$\rho v(x, \gamma) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left\{ g(x, \gamma) + \sum_{\beta \in M} q_{\phi\beta} v(x, \beta) + \frac{\partial v(x, \gamma)}{\partial x} (u - d) \right\} \quad (2.45)$$

En appliquant l'approche de Kushner (2001) nous réécrivons l'équation (2.45) comme suit :

$$\rho v(x, \gamma) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left\{ g(x, \gamma) + q_{\gamma\gamma} v(x, \gamma) + \sum q_{\gamma\beta} v^h(x, \beta) + \frac{(u-d)}{h} \left[ v^h(x-h, \gamma) \text{Ind}\{u-d < 0\} + v^h(x+h, \gamma) \text{Ind}\{u-d \geq 0\} \right] - \frac{(u-d)}{h} v^h(x, \gamma) \right\} \quad (2.46)$$

Posons :

$$P_x^+(\gamma) = \begin{cases} \frac{u-d}{h\Omega_h^\gamma}, \text{ si } u-d > 0; & \Omega_h^\gamma = |q_{\gamma\gamma}| + \frac{|u-d|}{h} \\ 0, & \text{ sinon} \end{cases}$$

$$P_x^-(\gamma) = \begin{cases} \frac{d-u}{h\Omega_h^\gamma}, \text{ si } u-d \leq 0 \\ 0, & \text{ sinon} \end{cases} ; \quad p^\beta(\phi) = \frac{q_{\gamma\beta}}{\Omega_h^\gamma}$$

Ainsi nous pouvons réécrire l'équation (2.46) comme suit :

$$v^h(x, \gamma) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, \gamma)}{\Omega_h^\gamma \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^\gamma} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^\gamma} \right)} + p_x^+(x, \gamma) v^h(x \pm h, \gamma) + \sum_{\beta \neq \gamma} p^\beta(\gamma) v^h(x, \gamma) \right] \quad (2.47)$$

En tenant compte des 3 modes de notre système, nous avons :

$$v^h(x, 1) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 1)}{\Omega_h^1 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^1} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^1} \right)} + p_x^+(x, 1) v^h(x + h, 1) + p^2(1) v^h(x, 2) \right] \quad (2.48)$$

$$v^h(x, 2) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 2)}{\Omega_h^2 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right)} + p_x^-(x, 2) v^h(x - h, 2) + p^1(2) v^h(x, 1) \right] \quad (2.49)$$

$$v^h(x, 3) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \gamma \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 3)}{\Omega_h^3 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^3} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^3} \right)} + p_x^-(x, 3) v^h(x - h, 3) + p^1(3) v^h(x, 1) \right] \quad (2.50)$$

Les données de l'exemple numérique traité dans ce cas sont présentées dans le tableau 2.3 :

Tableau 2.3 Valeurs et paramètres du deuxième exemple numérique étudié

Notation	Désignation	Valeur
$u_{\max}$	Taux de production maximale de la machine	0.75 produits/UT
$d$	Demande des produits finis	0.5 produits/UT
$MTTF_{(mode\ 1 \rightarrow mode\ 2)} = \frac{1}{q_{12}}$	Temps Moyen entre les pannes : (mode 1 $\rightarrow$ mode 2)	100UT
$MTTF_{(mode\ 1 \rightarrow mode\ 3)} = \frac{1}{q_{13}}$	Temps Moyen entre les pannes :(mode 1 $\rightarrow$ mode 3)	100UT
$MTTR_{(mode\ 2 \rightarrow mode\ 1)} = \frac{1}{q_{21}}$	Temps Moyen de Réparation : (mode 2 $\rightarrow$ mode 1)	10UT
$MTTR_{(mode\ 3 \rightarrow mode\ 1)} \max = \frac{1}{\omega_{\max}}$	Temps Moyen de Réparation : (mode 3 $\rightarrow$ mode 1)	1.025UT
$MTTR_{(mode\ 3 \rightarrow mode\ 1)} \min = \frac{1}{\omega_{\min}}$	Temps Moyen de Réparation : (mode 3 $\rightarrow$ mode 1)	39UT

Pour les données du tableau 2.3, on trouve les probabilités limites présentées dans l'équation (2.44) :

$$\begin{cases} \pi_1 = 67,36\%; \\ \pi_2 = 06,74\%; \\ \pi_3 = 25,91\%; \end{cases} \quad (2.51)$$

On trouve  $\pi_1 = 0.6736$ , ce qui correspond à une disponibilité de 67%, le système est faisable puisque  $\pi_1 \times u_{\max} > d$ .

En appliquant l’algorithme de résolution, nous avons résolu le système d’équation (2.48). (2.49). (2.50). De plus, nous avons considéré un pas de discrétisation de  $h = 0.1$  ainsi que les données des tableaux 2.3 et 2.4 et une grille  $D = \{x / -20 \leq x \leq 160\}$  pour donner le taux de production et le taux de remplacement de technicien respectivement représenté par les figure 2.8 et figure 2.9.

Tableau 2.4 Valeurs numériques du système M1P1

$h$	$C^+$	$C^-$	$\rho$	$C_{tech\_m3}$
0.2	1	100	0.01	50

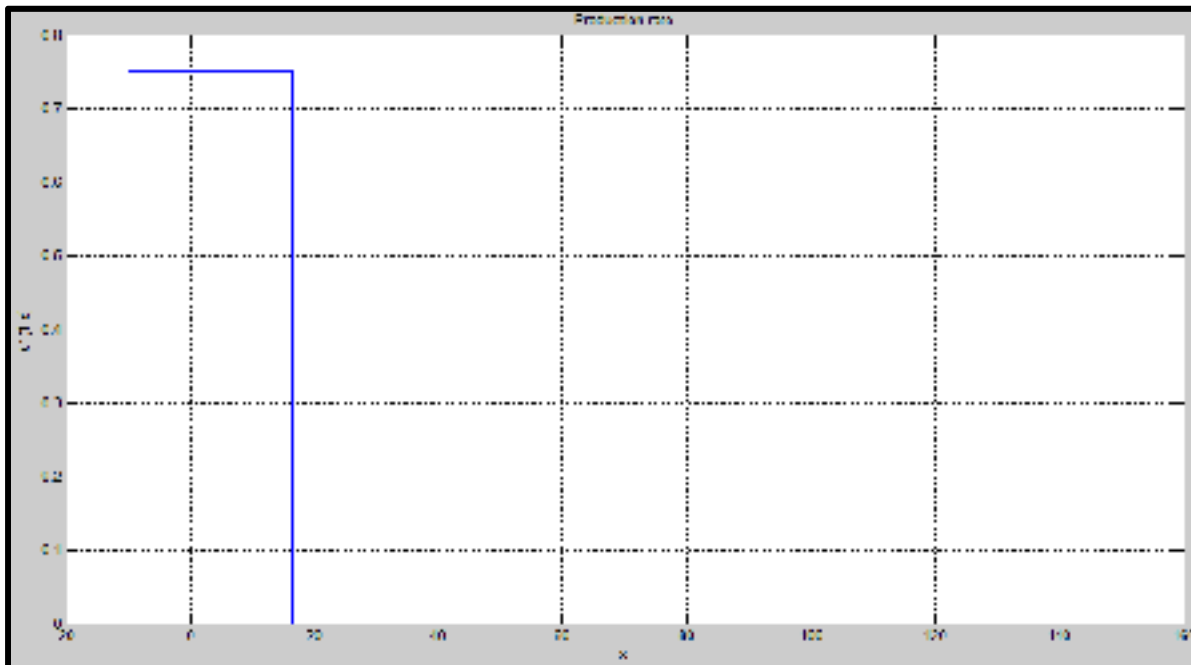


Figure 2.8 Taux de production de la machine au mode 1

Une politique de type seuil critique (*hedging point*) est obtenue sur un espace de points. Le niveau de stock de sécurité obtenu est égal à  $x_1^* = 16$ .

Cette politique se résume de la manière suivante :

$$u(t, 1) = \begin{cases} u_{max} & \text{si } x(t) < x_1^* \\ d & \text{si } x(t) = x_1^* \\ 0 & \text{si } x(t) > x_1^* \end{cases} \quad (2.52)$$

Où  $x_1^* = 16$

Dans l'équation (2.27), si nous remplaçons la valeur de  $q_{21}$  du cas de base par 0.025 (qui correspond à  $MTTR_{(mode\ 3 \rightarrow mode\ 1)\ min}$ ), nous obtenons un niveau de sécurité de  $x^* = 65.06$ . Cela signifie que le niveau de stock de sécurité serait plus élevé dans un système manufacturier qui ne remplace pas le technicien soumis à une mauvaise performance.

A l'instar de la politique de production proposée dans l'étude du cas de base, cette politique de production stipule également que lorsque le niveau de stock est inférieur au seuil critique, la production doit se faire au taux maximal. Si le stock est égal au seuil critique la production doit se faire au taux de la demande. Dans le cas contraire, arrêter la production.

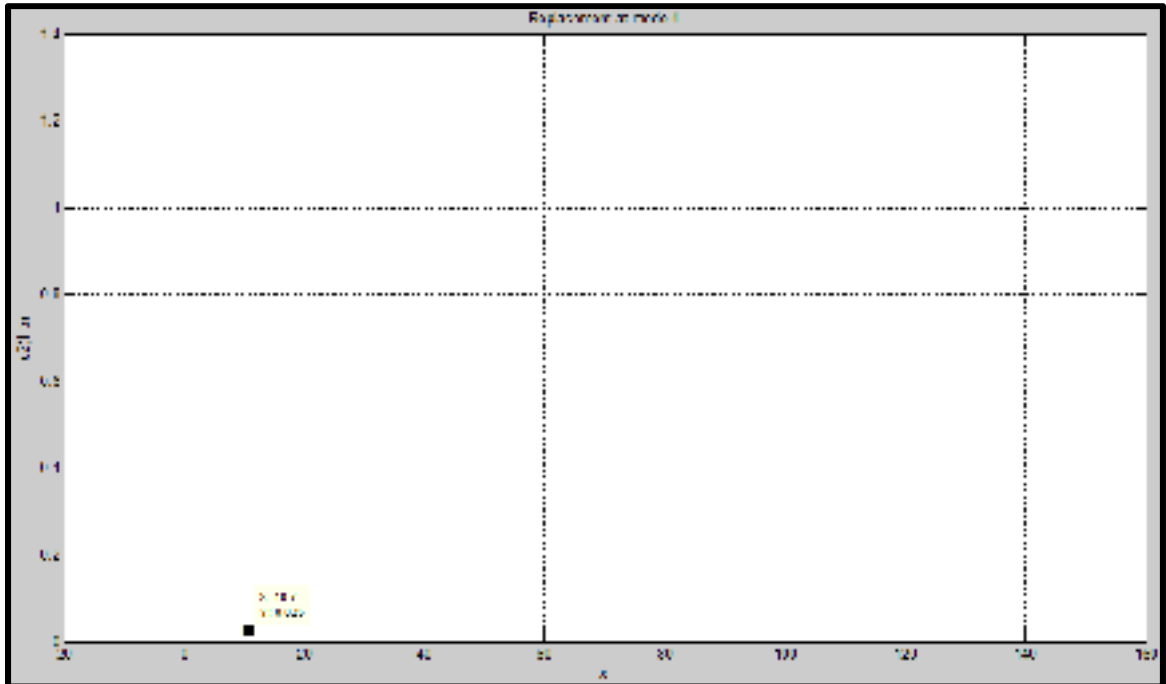


Figure 2.9 Taux de remplacement de technicien au mode 3

La politique de remplacement de technicien est de type seuil critique mais modifiée. Elle est mise en place pour remplacer le technicien de réparation. Le niveau de stock à partir duquel le remplacement se fait est égal à  $x_2^* = 11$ . La politique de remplacement de technicien de réparation proposée stipule que lorsque le niveau de stock est inférieur au seuil de remplacement (commutation)  $x_2^*$ , le remplacement doit avoir lieu. Par contre, si le stock est supérieur au seuil de remplacement  $x_2^*$  le remplacement ne doit pas avoir lieu.

Cette politique se résume de la manière suivante :

$$w(x, 3) = \begin{cases} w_{max} & \text{si } x_2^* < x_2^* \\ w_{min} & \text{si } x_2^* > x_2^* \end{cases} \quad (2.53)$$

Où :

$w_{max}$  : Le taux de réparation maximal

$w_{min}$  : Le taux de réparation minimal ;

$x_2^* = 11$ : Le niveau de stock de remplacement (commutation) au mode 3.

La fonction valeur au mode 1 est représentée par la figure 2.10. Cette illustration montre bien la convexité du coût et l'existence de l'optimum au mode 1 ( $x_1^* = 16$ ).

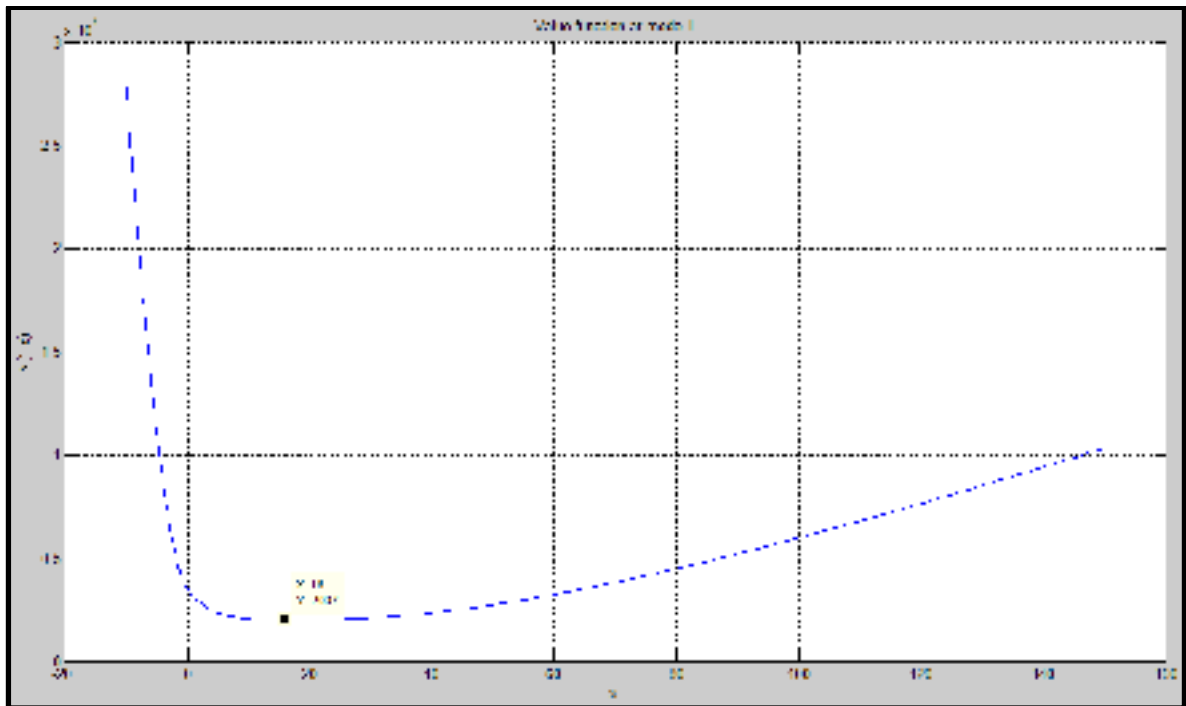


Figure 2.10 Fonction valeur au mode 1

Le coût optimal de production est représenté par la fonction valeur qui est égal à l'optimum à \$2007 au mode 1.

### 2.3.2 L'analyse de sensibilité

Dans cette section l'analyse de sensibilité consiste à varier les valeurs suivantes une par une :

- Le coût de mise en inventaire :  $c^+$  ;
- Le coût de la pénurie :  $c^-$  ;
- Le coût de remplacement du technicien de réparation au mode 3 :  $C_{tech\_m3}$  ;
- Le taux de transition minimal :  $q_{31}^{min}$

### 2.3.3 Variation du coût de l'inventaire

Nous avons augmenté le coût de mise en inventaire de 1 à 60. Le coût de pénurie et le coût de remplacement du technicien de réparation étant fixes respectivement à 100 et 50.

Les différentes valeurs de niveau de stock de sécurité obtenues au cours de cette analyse de sensibilité permettent de tracer la figure 2.11 :

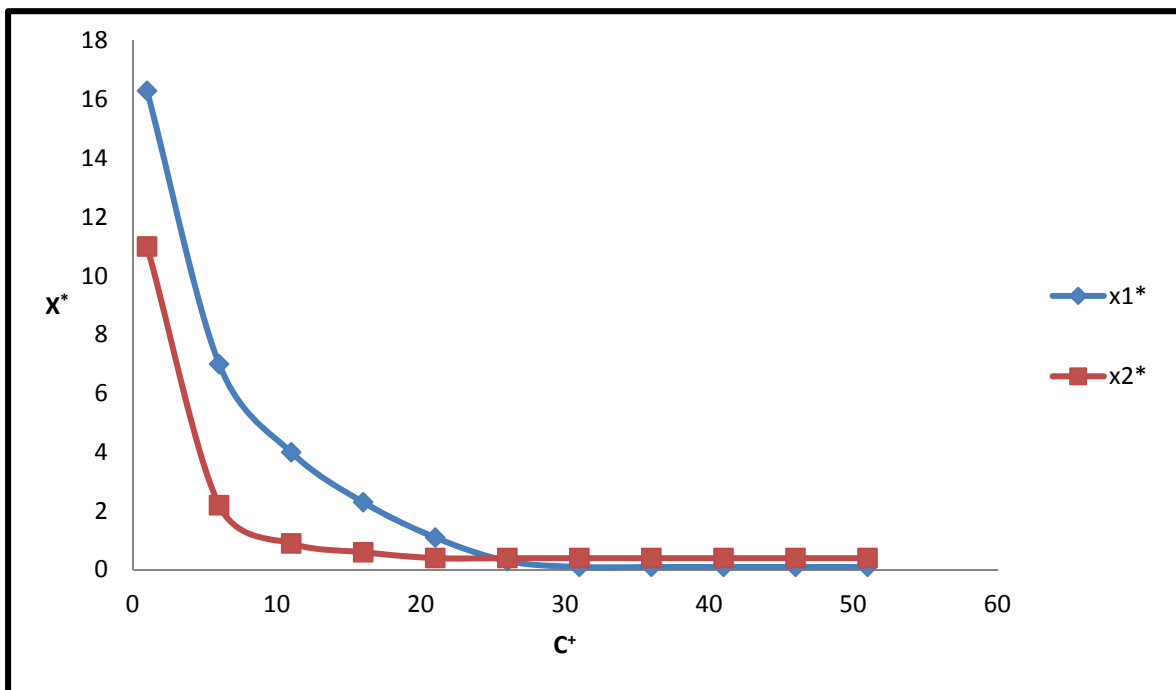


Figure 2.11 Courbes des variations de  $x^*$  (stock de sécurité et seuil de remplacement) en fonction de  $c^+$

L'observation faite sur l'allure de la courbe de la Figure 2.11 montre que plus le coût de mise en inventaire augmente, plus le niveau de stock de sécurité diminue. Cette observation confirme l'influence du coût prix de mise en inventaire sur la politique de commande optimale développée au cours de cette étude. Pour minimiser le coût total de production, le système doit baisser le niveau de stock lorsque les coûts de mise en inventaire sont élevés.



### 2.3.4 Variation du coût de rupture de stock

Au cours de cette deuxième analyse de sensibilité, le coût de pénurie augmente de 100 à 200, le coût de mise en inventaire et le coût de remplacement du technicien sont fixés à 1 et 50 respectivement. Les valeurs de niveau de stock de sécurité et celles du niveau du seuil (stock) de remplacement obtenues au cours de cette analyse de sensibilité permettent de tracer la figure 2.12 :

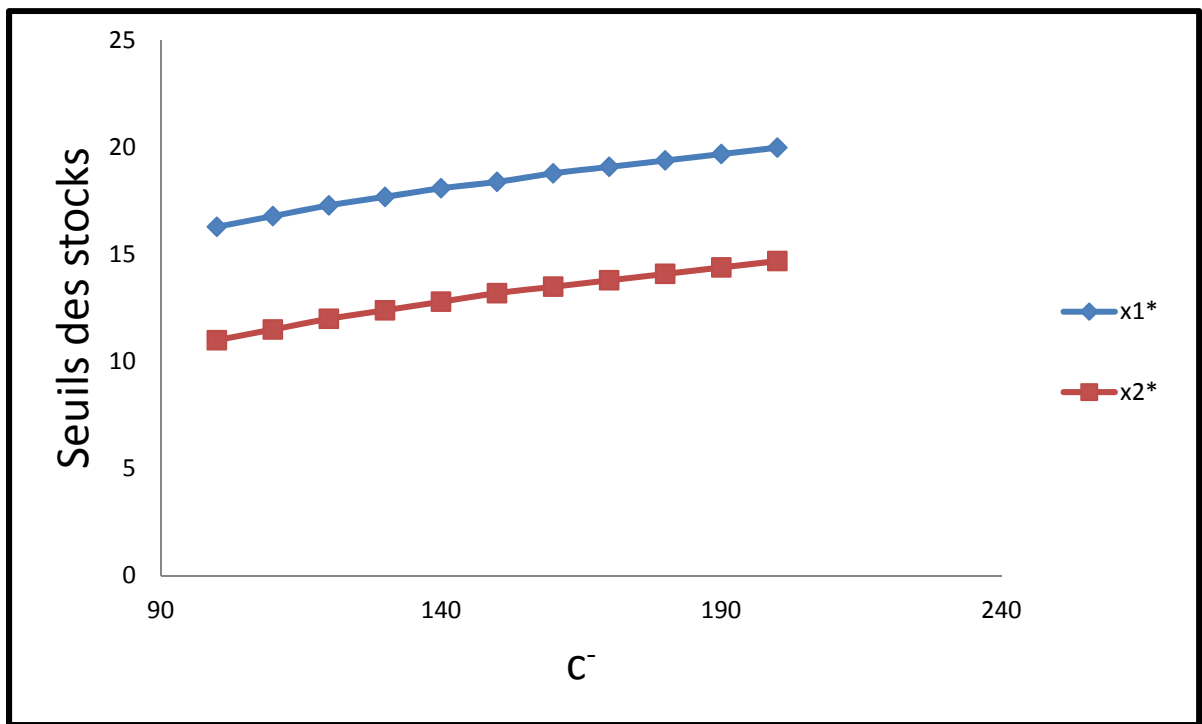


Figure 2.12 Courbe des variations de  $x^*$  (stock de sécurité et seuil de remplacement) en fonction de  $c^-$

Cette analyse de sensibilité montre que plus le coût de pénurie augmente, plus le niveau de stock de sécurité de ce système manufacturier augmente. Cette observation confirme l'influence du coût de pénurie de stock sur la politique de commande optimale développée au cours de cette étude. Pour minimiser le coût total de production, le système doit augmenter le niveau de stock lorsque le coût de rupture de stock augmente.

### 2.3.5 Variation du coût de remplacement d'un technicien de réparation

Au cours de cette analyse de sensibilité, le coût de mise en inventaire et le coût de pénurie de stock sont fixés à 1 et 100 respectivement.

La figure ci-dessous décrit la variation du niveau de stock de sécurité en fonction du coût de remplacement d'un technicien de réparation.

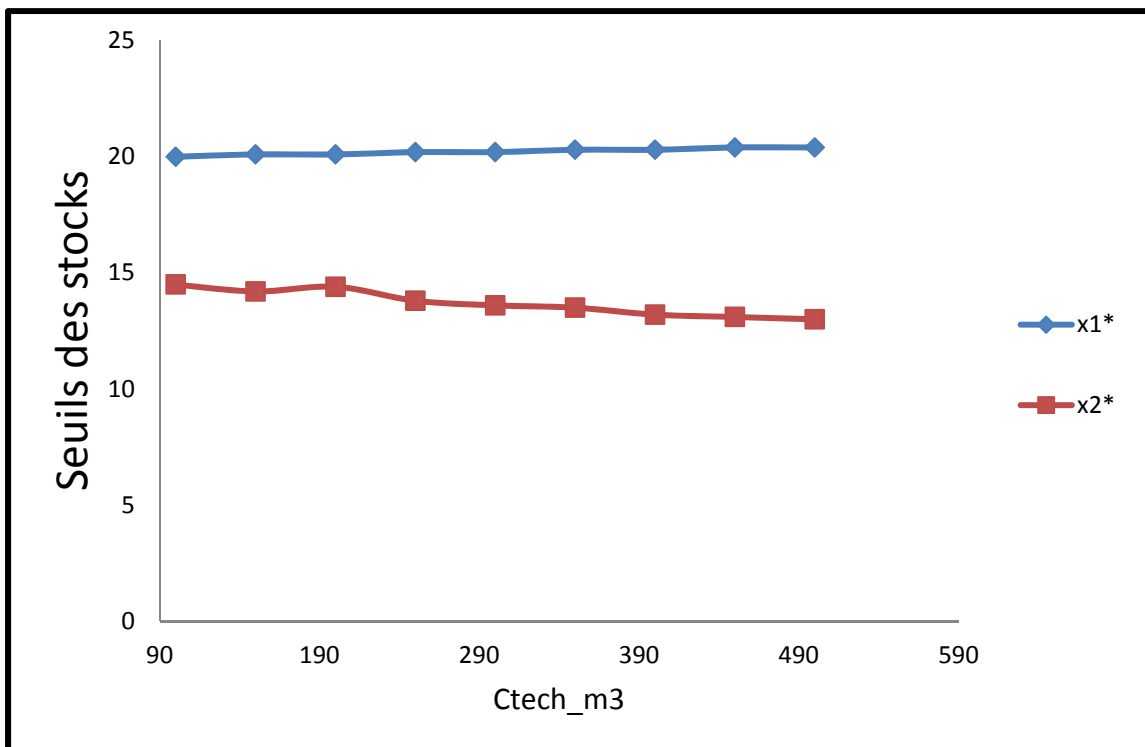


Figure 2.13 Courbes des variations de  $x^*$  (stock de sécurité et seuil de remplacement) en fonction de  $C_{tech\_m3}$

Il est à remarquer que l'augmentation du coût de remplacement de technicien de réparation n'a aucune influence sur le niveau de stock de sécurité du système manufacturier lorsque la machine est en opération (mode 1). Cela peut s'expliquer à partir du fait que le technicien de réparation n'intervient pas lorsque la machine est en opération, bien que les équations de la fonction valeur soient couplées. Pour minimiser le coût total de production lorsque le coût de remplacement augmente, le système ne doit ni augmenter, ni diminuer le niveau de stock.

Par ailleurs, l'augmentation du coût de remplacement de technicien de réparation a une influence sur le niveau de seuil de remplacement au mode 3. En l'occurrence, lorsque la machine est en panne au mode 3. Il est à remarquer que plus, le coût de remplacement de technicien de réparation augmente, plus le niveau du seuil de sécurité au mode 3 ( $x_2^*$ ) diminue. Cela signifie que pour minimiser le coût total de production, le système doit baisser le niveau de stock de remplacement lorsque le coût de remplacement de technicien augmente.

### 2.3.6 Variation du taux minimal

Au cours de cette analyse de sensibilité, seule le taux de transition  $q_{31}^{min}$  varie tandis que tous les autres taux de transition restent fixes.

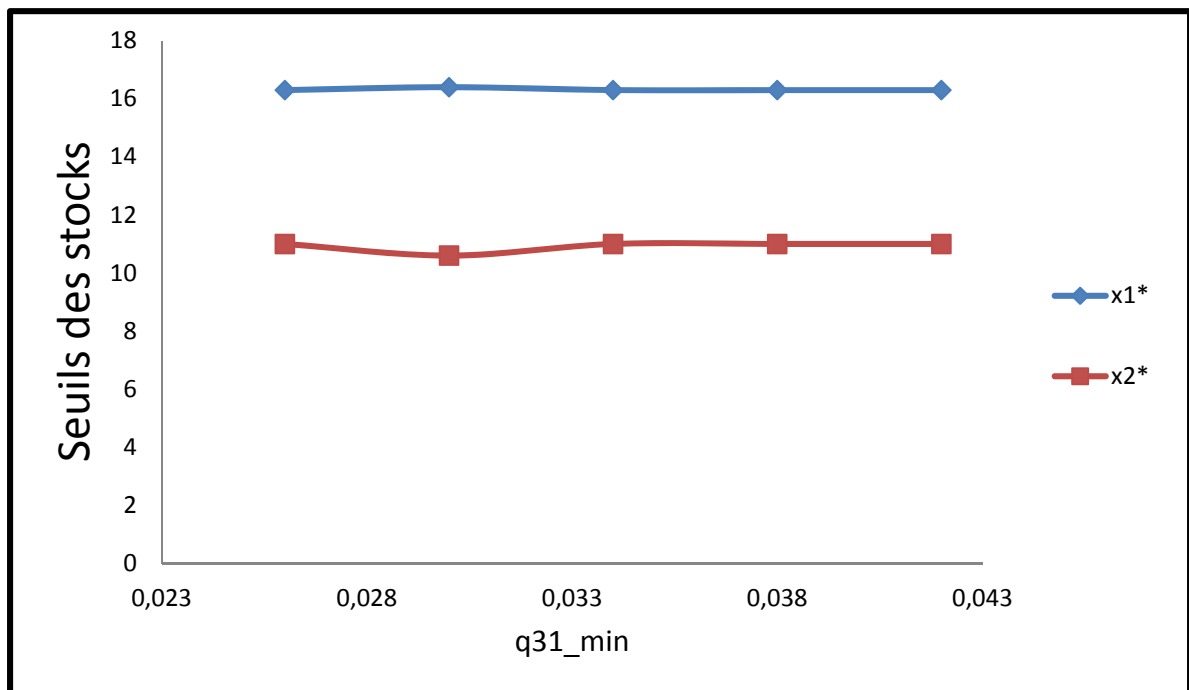


Figure 2.14 Courbe des variations de  $x^*$  (stock de sécurité et seuil de remplacement) quand  $q_{31}^{min}$

La diminution du taux minimal de transition  $q_{31}^{min}$  n'améliore pas le niveau de stock de sécurité. En effet, la courbe du niveau de stock de sécurité reste constante quel que soit le taux de transition du mode 3 au mode 1.

La courbe ( $x_2^*$ ) qui décrit la variation de niveau du seuil de remplacement du système en fonction du taux minimal de transition  $q_{31}^{min}$  est influencée par la variation du taux de transition de l'état de la machine de production du mode 3 vers le mode 1. Il est à remarquer que l'augmentation du taux minimal de transition d'état, n'influence pas le niveau de stock de remplacement de technicien. En conclusion, le système ne devrait ni diminuer, ni augmenter le niveau de seuil de sécurité lorsque le taux de transition d'états  $q_{31}^{min}$  augmente.

### **2.3.7 Observation générale sur l'étude du deuxième système manufacturier M1P1**

La particularité du système manufacturier traité dans ce cas se traduit par l'intégration de la variation du temps de réparation d'une machine en panne par un technicien. Les conditions d'optimum du modèle illustré dans la figure 2.6 ont été développées. La méthode numérique validée dans l'étude de cas de base a été utilisée pour résoudre ces conditions d'optimum. Cette résolution a permis d'obtenir à la fois, le niveau de stock de sécurité et le niveau de seuil de remplacement de technicien (stock de commutation). En effet, le niveau de stock obtenu dans ce cas, est largement inférieur à celui que ce système aurait obtenu en utilisant la méthode analytique d'Akella et Khumar (1986) (de Belecki et khumar (1988)). De plus, l'analyse de sensibilité effectuée dans cette étude a montré la robustesse du système manufacturier étudié. Elle a aussi montré comment minimiser le coût total de production. Cela s'est fait en contrôlant de façon connexe le niveau de stock de sécurité et le niveau de seuil de remplacement en fonction du coût de mise en inventaire, de rupture de stock, de remplacement de technicien de réparation et du taux de transition du mode 3 au mode 1.

## **2.4 Intégration de la baisse de performance d'un technicien de réparation dans la planification de la production**

### **2.4.1 Formulation du problème**

L'étude faite dans cette section est basée sur un système de production constitué d'un technicien de réparation qui répare une machine qui fabrique un seul type de produit (M1P1).

Cependant le système manufacturier est également sujet à un processus stochastique. Ce processus stochastique est caractérisé par des pannes et des réparations aléatoires. Les réparations de la machine de production sont effectuées par un technicien dont la performance varie aléatoirement entre trois états distincts, à savoir une bonne performance (réparation rapide), une mauvaise performance (réparation lente) et une performance extrêmement mauvaise (réparation très lente).

La figure 2.15 présente le diagramme de transition d'états du système MIP1 étudié dans ce cas. Notons que  $q_{14}$  désigne le taux de transition du mode 1 au mode 4 (le technicien répare très lentement) et  $q_{41}$  désigne le taux de transition du mode 4 au mode 1. Les autres taux de transition étant définis tel qu'à la section précédente.

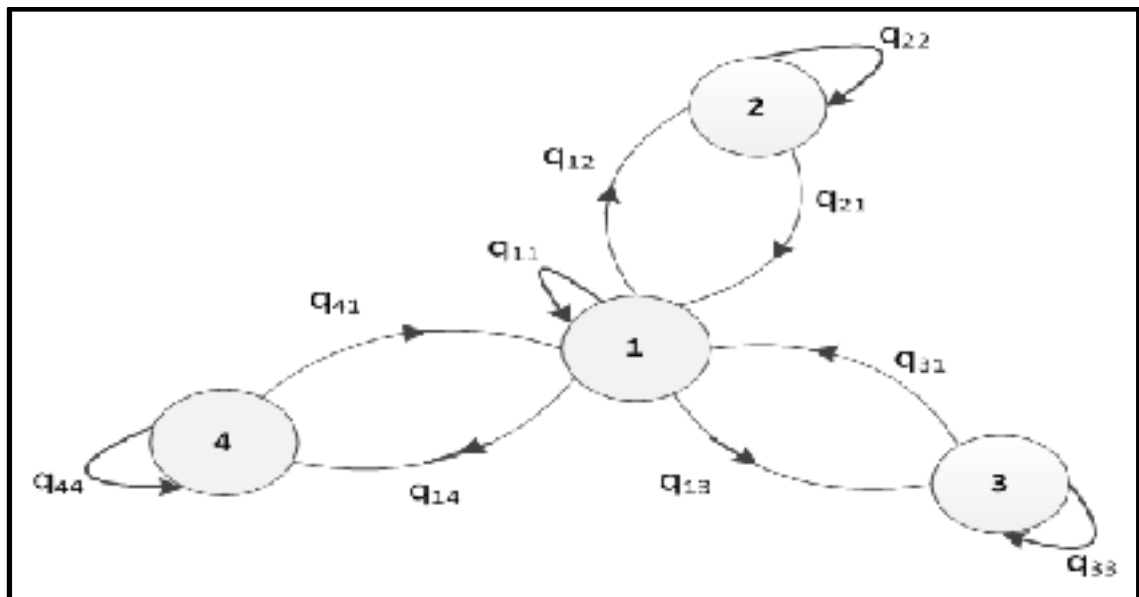


Figure 2.15 Diagramme de transition d'états de la machine de production

La dynamique du système de production est aussi décrite par un processus stochastique  $\gamma(t)$ .  $\gamma(t)$  représente la combinaison des processus stochastiques de la machine de production et du technicien de réparation :  $\alpha(t)$  et  $\xi(t)$  respectivement. Le tableau 2.5 illustre la dynamique du système :

Tableau 2.5 Variables stochastiques de la machine et du technicien

	Variables stochastiques	Modes					
Machine	$\alpha$	1			2		
Technicien	$\xi$	1	2	3	1	2	3
Combinaison des deux variables stochastiques	$\gamma$	1			2	3	4

Tel qu'illustré au tableau 2.5 lorsque la machine est en opération au mode 1, peu importe l'état du technicien, le système global est au mode 1 ( $\gamma(t) = 1$ ). Par contre, lorsque la machine est en panne ( $\alpha(t) = 2$ ), en fonction de l'état du technicien, on peut avoir trois modes du système global ( $\gamma(t) = 2$  lorsque la machine est en panne et le technicien est au mode 1;  $\gamma(t) = 3$  lorsque la machine est en panne et le technicien est au mode 2;  $\gamma(t) = 4$  lorsque la machine est en panne et le technicien est au mode 3).

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si la machine est opération} \\ 2 & \text{Si la machine est en panne et le technicien} \\ & \text{est au mode 1} \\ 3 & \text{Si la machine est en panne et le technicien} \\ & \text{est au mode 2} \\ 4 & \text{Si la machine est en panne et le technicien} \\ & \text{est au mode 3} \end{cases}$$

Les taux de transition de transition associés au mode 4 permettent d'écrire les équations suivantes

$$P[\gamma(t + \delta t) = 4 / \gamma(t) = 1] = q_{14} \delta(t) + 0 \delta(t) \quad (2.54)$$

$$P[\gamma(t + \delta t) = 1/\gamma(t) = 4] = q_{41}\delta(t) + 0\delta(t) \quad (2.55)$$

En tenant compte des autres taux de transition des équations (2.35). (2.36). (2.37). (2.38) et de (2.54). (2.55) la matrice associée au processus stochastique  $\gamma(t)$  est donnée par :

$$Q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{pmatrix} \quad (2.56)$$

Où  $q_{23} = q_{24} = q_{32} = q_{34} = q_{42} = q_{43} = 0$

La structure du système étudié dans ce cas est similaire à celui décrit par la figure 2.7

La dynamique du stock de ce système de production est donnée par l'équation (2.4)

Le coût instantané se calcule à partir de l'équation (2.57):

$$g(x, \gamma, \phi, u, \omega) = c^+ x^+ + c^- x^- + Ctech\_m4 \times \omega \times Ind\{\gamma = Mode\ 4\} \quad (2.57)$$

Où  $Ctech\_m4$  est le coût de remplacement de technicien au mode 4.

$$\text{Avec} \quad Ind\{\theta(\bullet)\} = \begin{cases} 1, & \text{si } \theta(\bullet) \text{ est vrai} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

L'équation (2.58) représente le coût total du système manufacturier sur un horizon infini :

$$J(x, \gamma, \phi, u, \omega) = E \left\{ \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g(x, \gamma) dt / x(0) = 0, \gamma(0) = \phi \right\}; \quad (2.58)$$

$$\forall \gamma \in M = \{1 \ 2 \ 3 \ 4\}$$

Le domaine de commande admissible ( $\Gamma(\gamma)$ ) de ce système manufacturier est aussi donné par l'équation (2.42).

Le problème à résoudre dans ce cas consiste également à minimiser le coût total actualisé (2.58), la fonction valeur associée à ce problème s'écrit comme suit :

$$v(x, \gamma) = \underset{\substack{u \in \Gamma(\phi) \\ \omega \in \Gamma(\phi)}}{\text{Inf}} J(x, \gamma, \phi, u, \omega) \quad (2.59)$$

$$\phi \in M \{1, 2, 3, 4\};$$

La condition de faisabilité de ce système manufacturier est la même que celle du cas de base. Elle est exprimée par l'équation (2.12).

Les probabilités limites  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  et  $\pi_4$  sont déterminées à partir des équations stationnaires suivantes :

$$\begin{cases} \pi Q = 0 \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Où } \pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$$

Ce qui donne un système d'équations (2.60) tel que :

$$\begin{cases} \pi_1(-q_{12} & -q_{13} & -q_{14}) & \pi_2 q_{21} & \pi_3 q_{31} & \pi_4 q_{41} & = & 0 \\ & \pi_1 q_{12} & & -\pi_2 q_{21} & 0 & 0 & = & 0 \\ & \pi_1 q_{13} & & 0 & -\pi_3 q_{31} & 0 & = & 0 \\ & \pi_1 q_{14} & & 0 & 0 & -\pi_4 q_{41} & = & 0 \\ & \pi_1 & & \pi_2 & \pi_3 & \pi_4 & = & 1 \end{cases} \quad (2.60)$$



## 2.4.2 Conditions d'optimum et méthodes numériques

Les équations d'HJB associées au problème formulé dans ce cas sont données par (2.45). En appliquant l'approche de Kushner (2001) nous obtenons (2.47). Ce qui nous permet d'écrire:

En tenant compte des 4 modes de notre système, nous avons :

$$v^h(x, 1) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 1)}{\Omega_h^1 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^1} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^1} \right)} + p_x^+(x, 1)v^h(x + h, 1) + p^2(1)v^h(x, 2) \right] \quad (2.61)$$

$$v^h(x, 2) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 2)}{\Omega_h^2 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right)} + p_x^-(x, 2)v^h(x - h, 2) + p^1(2)v^h(x, 1) \right] \quad (2.62)$$

$$v^h(x, 3) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \gamma \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 3)}{\Omega_h^3 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^3} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^3} \right)} + p_x^-(x, 3)v^h(x - h, 3) + p^1(3)v^h(x, 1) \right] \quad (2.63)$$

$$v^h(x, 4) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \gamma \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 4)}{\Omega_h^4 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^4} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^4} \right)} + p_x^-(x, 4)v^h(x+h, 4) + p^1(4)v^h(x, 1) \right] \quad (2.64)$$

Les données de l'exemple numérique sont présentées dans le tableau 2.6 :

Tableau 2.6 Variables et paramètres du troisième exemple numérique

Notation	Désignation	Valeur
$h$	Le pas sur l'axe des abscisses	0.1
$u_{\max}$	Taux de production maximale de la machine	0.75 produits/UT
$d$	Demande des produits finis	0.5 produits/UT
MTBF(mode 1 → mode 2) $= \frac{1}{q_{12}}$	Temps Moyen entre les pannes : mode 1 → mode 2	100 UT
MTBF(mode 1 → mode 3) $= \frac{1}{q_{13}}$	Temps Moyen entre les pannes : mode 1 → mode 3	100 UT
MTBF(mode 1 → mode 4) $= \frac{1}{q_{14}}$	Temps Moyen entre les pannes : mode 1 → mode 4	100 UT

Tableau 2.7 Variables et paramètres du troisième exemple numérique (suite)

Notation	Désignation	Valeur
$MTTR(mode\ 2 \rightarrow mode\ 1)$ $= \frac{1}{q_{21}}$	Temps Moyen de Réparation : mode 2 $\rightarrow$ mode 1	6.67 UT
$MTTR (mode\ 3 \rightarrow mode\ 1)$ $= \frac{1}{q_{31}}$	Temps Moyen de Réparation : mode 3 $\rightarrow$ mode 1	14.29 UT
$MTTR(mode\ 4 \rightarrow mode\ 1)_{max}$ $= \frac{1}{\omega_{max}}$	Temps Moyen de Réparation : mode 4 $\rightarrow$ mode 1	0.125 UT
$MTTR(mode\ 4 \rightarrow mode\ 1)_{min}$ $= \frac{1}{\omega_{min}}$	Temps Moyen de Réparation : mode 4 $\rightarrow$ mode 1	28.57 UT
$C^+$	Coût de mise en inventaire	1\$/ (Produit $\times$ UT)
$C^-$	Coût de pénurie (rupture de stock)	100\$/ (Produit $\times$ UT)
$C_{tech\_m4}$	Coût de remplacement du technicien au mode 4	100\$/ (Technicien $\times$ UT)
$\rho$	Taux d'actualisation	0.01

La résolution du problème MIP1 commence par celle du système d'équations ci-dessous :

$$\begin{cases}
 \pi_1(-0.03) + \pi_2(0.15) + \pi_3(0.07) + \pi_4(0.04) = 0 \\
 \pi_1(0.01) - \pi_2(0.15) + 0 + 0 = 0 \\
 \pi_1(0.01) + 0 - \pi_3(0.07) + 0 = 0 \\
 \pi_1(0.01) + 0 + 0 - \pi_4(0.04) = 0 \\
 \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 1
 \end{cases} \quad (2.65)$$

La résolution de ce système d'équation donne les probabilités limites suivantes :

$$\begin{cases} \pi_1 = 66,88\%; \\ \pi_2 = 04,46\%; \\ \pi_3 = 09,55\%; \\ \pi_4 = 19,11\%. \end{cases}$$

En tenant compte des données du tableau 2.6, nous trouvons  $\pi_1 = 67\%$ . Ce résultat correspond à une disponibilité de 67%. Donc le système manufacturier est faisable puisque la condition suivante est vraie :

$$\pi_1 \times u_{max} - d > 0$$

L'application de l'algorithme de résolution décrit dans le cas de base, nous permet de résoudre le système d'équations (2.61)-(2.62)-(2.63)-(2.64). Une fois de plus, nous avons considéré un pas de discrétisation  $h = 0.1$  ainsi que les données du tableau 2.6 et une grille  $D = \{x / -20 \leq x \leq 160\}$  pour donner le taux de production et le taux de remplacement de technicien représenté par les figure 2.16 et figure 2.17 respectivement.

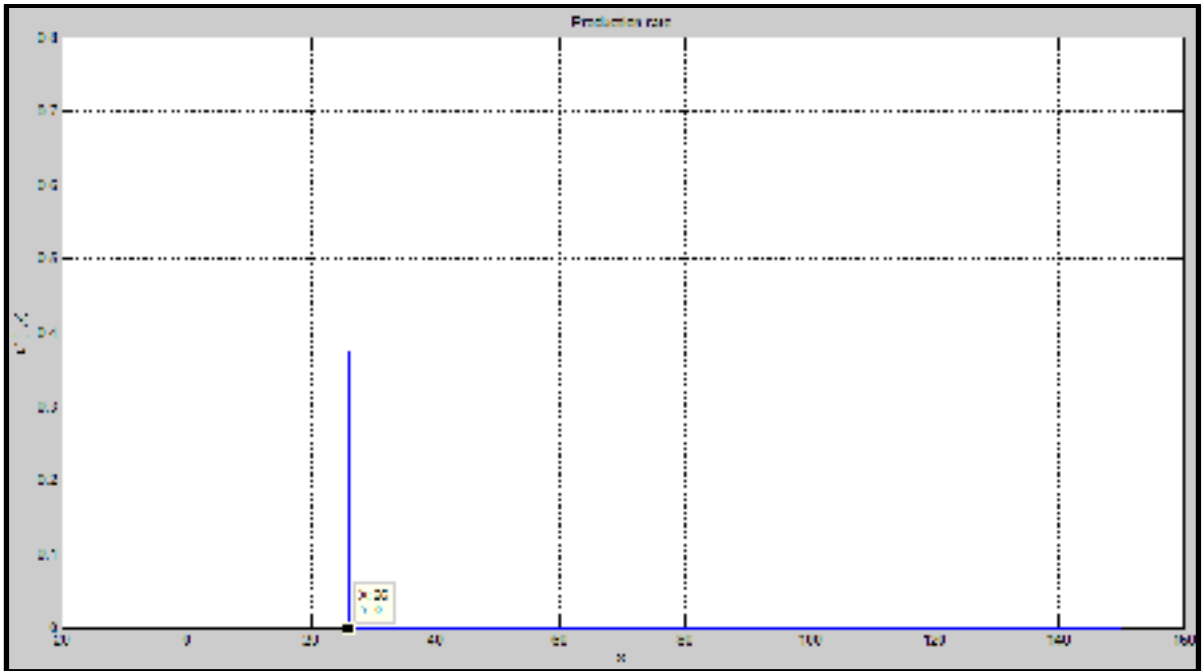


Figure 2.16 Taux de production de la machine au mode 1

La politique de production développée au cours de cette étude stipule que lorsque le niveau de stock est inférieur au seuil de sécurité obtenu, la production doit se faire au taux maximal. Si ce stock est égal au seuil critique, la production doit se faire au taux de la demande. Enfin, si ce stock est supérieur au seuil critique, la production doit être arrêtée.

Cette politique se résume de la manière suivante :

$$u(t, 1) = \begin{cases} u_{max} & \text{si } x(t) < x_1^* \\ d & \text{si } x(t) = x_1^* \\ 0 & \text{si } x(t) > x_1^* \end{cases} \quad (2.66)$$

Où  $x_1^* = 26$

Dans l'équation (2.32), si nous remplaçons la valeur de  $q_{21}$  du cas de base par 0.035 (qui correspond à  $MTTR_{(mode\ 4 \rightarrow mode\ 1)} \text{ min}$ ), nous obtenons un niveau de sécurité de  $x^* = 50$ . Une fois de plus, cela signifie que le niveau de stock de sécurité serait plus élevé dans un système manufacturier qui ne remplace pas le technicien soumis à une mauvaise performance.

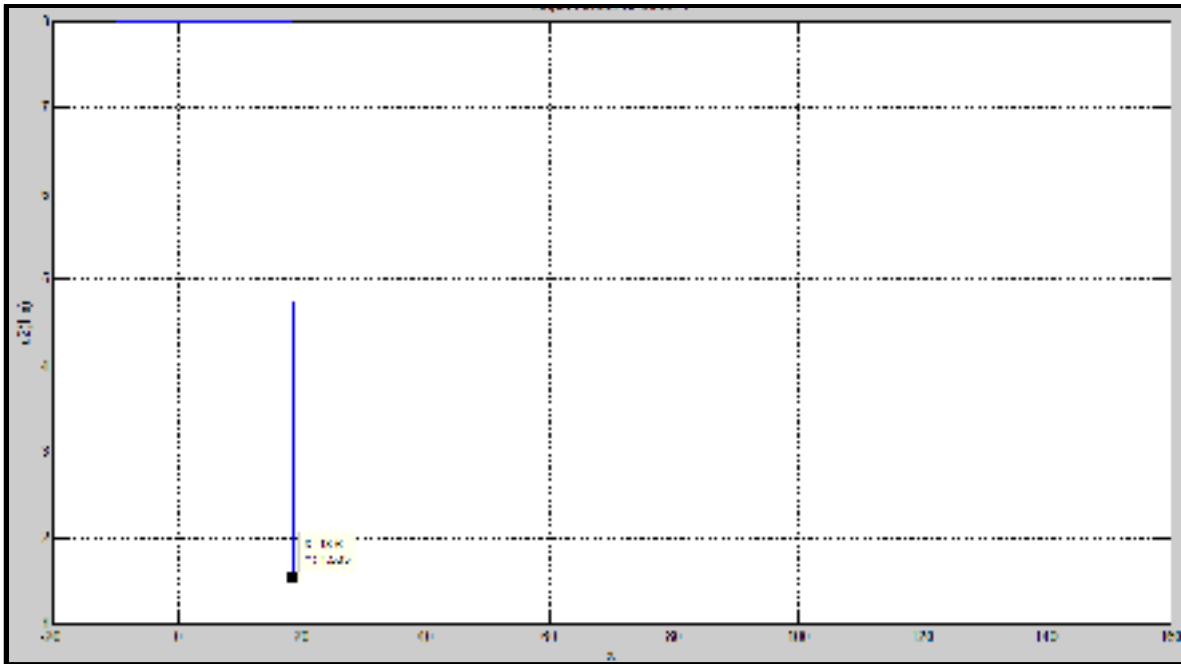


Figure 2.17 Taux de remplacement du technicien au mode 4

A l'instar de la politique de remplacement de technicien illustrée dans la figure 2.9. Cette politique est de type seuil critique (*hedging point*), mais modifiée. Elle permet de remplacer le technicien. Le niveau de stock de à partir duquel le remplacement se fait est égal à  $x_2^* = 19$ . Cette politique stipule que lorsque le niveau de stock du système est inférieur au seuil critique de remplacement  $x_2^*$ , le technicien doit être remplacé. Par contre si le niveau de stock du système est supérieur au seuil critique de remplacement  $x_2^*$  le technicien ne doit pas être remplacé.

Cette politique se résume de la manière suivante :

$$w(x, 3) = \begin{cases} w_{max} & \text{si } x(t) \leq x_2^* \\ w_{min} & \text{si } x(t) > x_2^* \end{cases}$$

Où  $x_2^* = 19$

La fonction valeur au mode 1 est représentée par la figure 2.18.

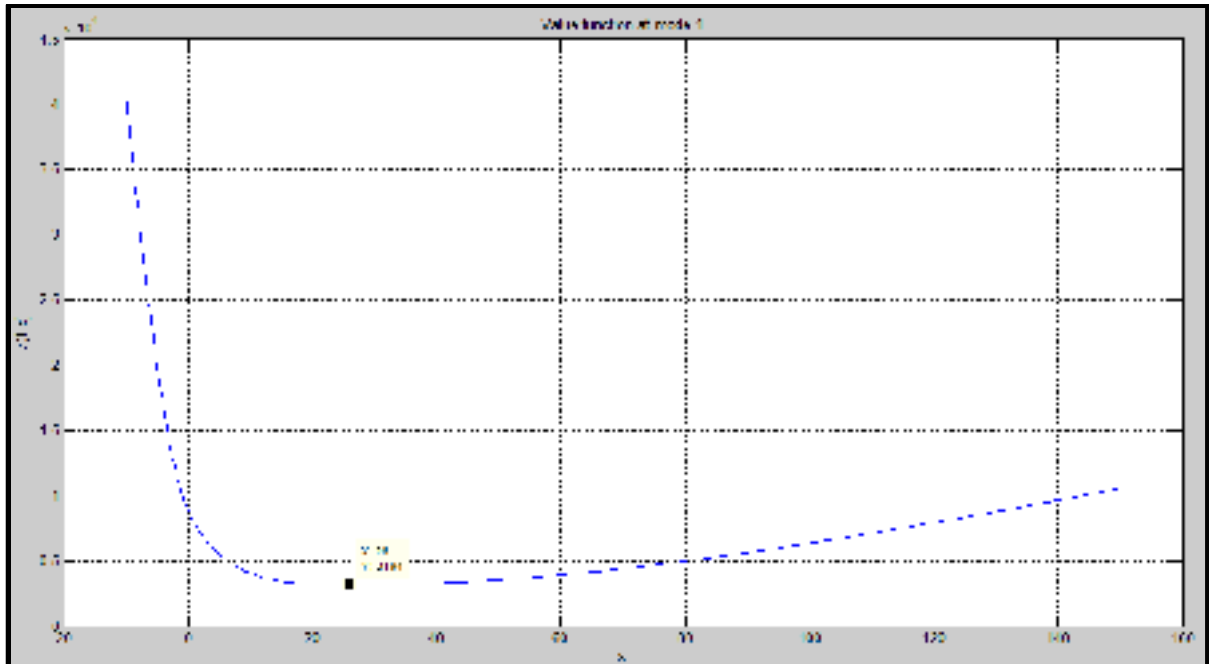


Figure 2.18 Coût de production des pièces au mode 1

Le coût optimal de production est représenté par la fonction valeur qui est égale à l'optimum à \$3154 au mode 1.

### 2.4.3 Comparaison des seuils critiques

L'étude faite dans ce dernier cas a donné un niveau de stock de sécurité (mode 1) égal à  $x_1 = 26$  et un niveau de stock de remplacement de technicien (mode 4) égal à  $x_2 = 19$ . Le niveau de stock de sécurité (mode 1) obtenu dans l'étude faite dans le cas précédent est égal à  $x_1 = 16$  et le niveau de stock de remplacement de technicien (mode 3) est égal à 11. La comparaison des niveaux de stock de sécurité ainsi que les niveaux de seuil de remplacement de technicien obtenus respectivement dans les deux cas d'étude, montre que les valeurs obtenues dans le dernier cas d'étude sont supérieures à celles obtenues dans le cas précédent. Par conséquent, le système étudié dans ce dernier cas présente un coût de production plus élevé que celui du cas précédent.

Par ailleurs, si dans l'équation (2.32), si nous remplaçons la valeur de  $q_{21}$  du cas de base par 0.035 (qui correspond à  $MTTR_{(mode\ 4 \rightarrow mode\ 1)\ min}$ ), nous obtenons un niveau de sécurité de  $x^* = 50$ . Cela signifie que le niveau de stock de sécurité serait plus élevé dans un système manufacturier qui ne remplace pas le technicien soumis à une très mauvaise performance. En conséquence, un tel système de production présenterait un coût total de production plus élevé que celui du dernier cas traité.

#### 2.4.4 L'analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité consiste à varier les différentes valeurs suivantes une par une :

- Le coût de mise en inventaire :  $c^+$  ;
- Le coût de la pénurie :  $c^-$  ;
- Le coût de remplacement du technicien de réparation au mode 4 :  $C_{tech\_m4}$ ;
- Le taux de transition minimal :  $q_{41}^{min}$

#### 2.4.5 Variation du coût de l'inventaire

Nous avons augmenté le coût de mise en inventaire de 1 à 60. Le coût de pénurie et le coût de remplacement du technicien de réparation étant fixes respectivement à 100 et 50. Les différentes valeurs de niveau de stock de sécurité obtenues au cours de cette analyse de sensibilité permettent de tracer la figure 2.19:



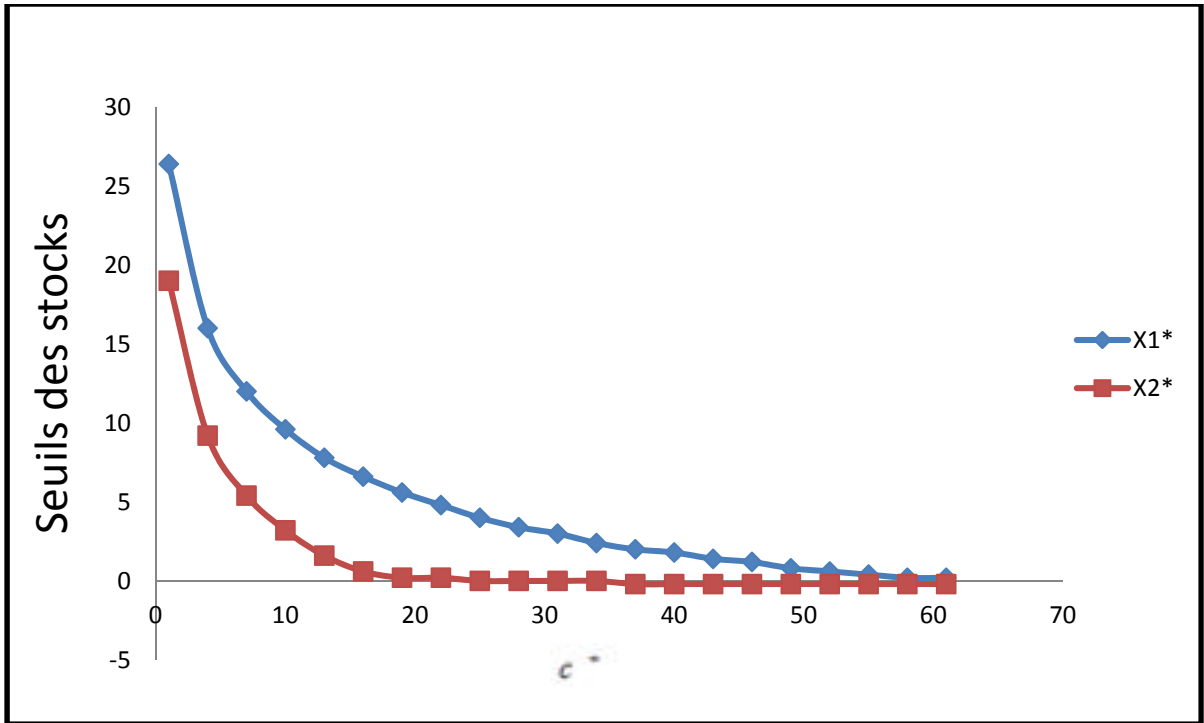


Figure 2.19 Courbes de variations de  $x1^*$  (niveau de stock de sécurité) et  $x2^*$  (niveau de seuil de remplacement de technicien) quand  $c+$  augmente

L'observation faite sur l'allure de la courbe de la Figure 2.19 montre que celle-ci est similaire à celle de la figure 2.11 présentée dans la section précédente.

#### 2.4.6 Variation du coût de rupture de stock

Cette analyse de sensibilité est identique à celle qui a permis de tracer la figure 2.12 dans l'étude du cas précédent.

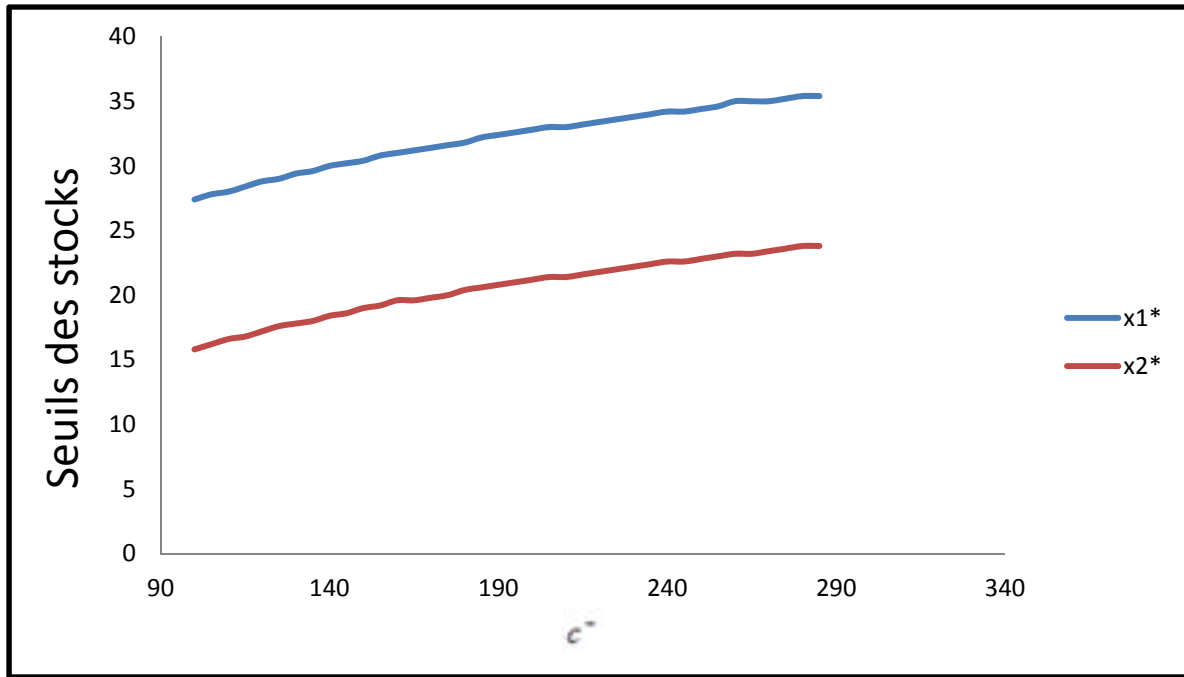


Figure 2.20 Courbes de variations de  $x1^*$  et  $x2^*$  quand  $c$ - change

#### 2.4.7 Variation du coût de remplacement du technicien de réparation

Cette analyse de sensibilité consiste à augmenter le coût de remplacement du technicien de réparation de 100 à 1000. Cependant, le coût de mise en inventaire et le coût de pénurie de stock sont fixés à 1 et 100 respectivement. La figure 2.21 décrit la variation du niveau de seuil de remplacement de technicien en fonction du coût de remplacement d'un technicien.

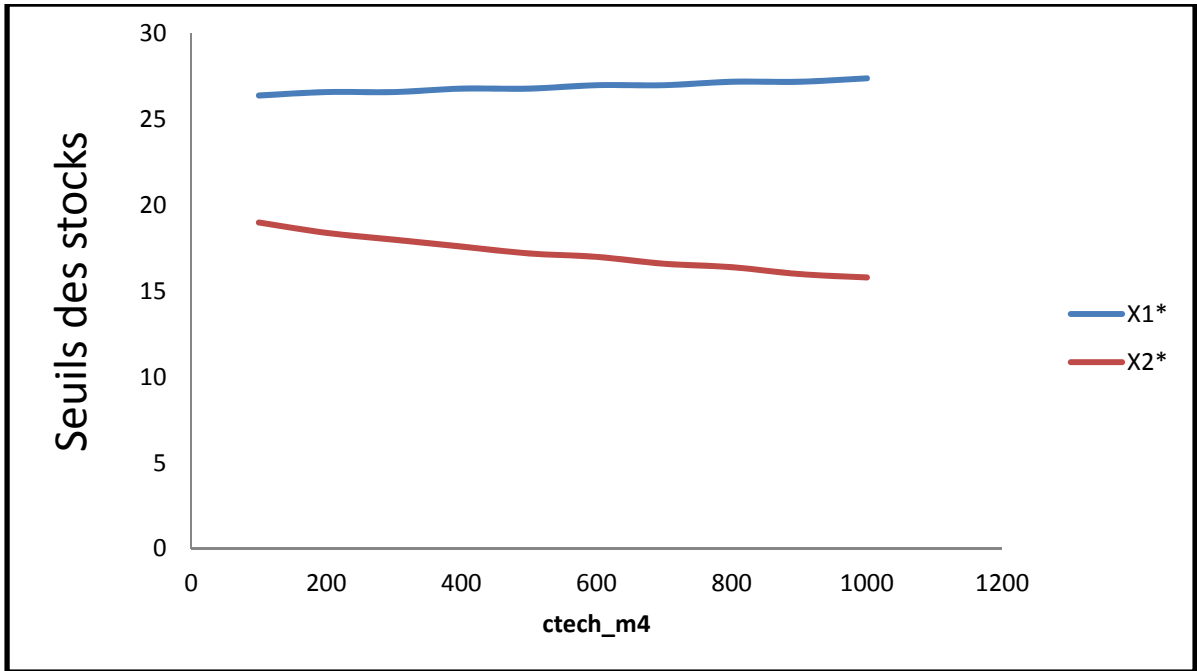


Figure 2.21 Courbe de variation du niveau de stock de sécurité en fonction coût de remplacement d'un technicien de réparation

Il est à remarquer que l'augmentation du coût de remplacement de technicien de réparation n'a aucune influence sur le niveau de stock de sécurité du système manufacturier lorsque la machine est en opération (mode 1). Cela peut s'expliquer à partir du fait que le technicien de réparation n'intervienne pas lorsque la machine est en opération.

En outre, l'augmentation du coût de remplacement de technicien de réparation a une influence sur le niveau de seuil de stock de sécurité lorsque la machine est au mode 4. Nous remarquons que plus, le coût de remplacement de technicien de réparation augmente, plus le niveau de stock de remplacement au mode 4 diminue. Donc pour minimiser le coût total de production il faut baisser le niveau de stock de remplacement de technicien lorsque le coût de remplacement de technicien augmente.

#### 2.4.8 Variation du taux minimal de réparation de la machine

Au cours de cette analyse de sensibilité, seule le taux de transition  $q_{41}^{min}$  est varié et tous les autres taux de transition restent fixes. En effet, cette analyse de sensibilité consiste à augmenter la transition minimale  $q_{41\_min}$  de 0.035 à 1.535. Les valeurs du niveau de stock de sécurité ( $x_1^*$ ) et du niveau de stock de remplacement de technicien ( $x_2^*$ ) obtenues sont représentées dans la figure 2.22.

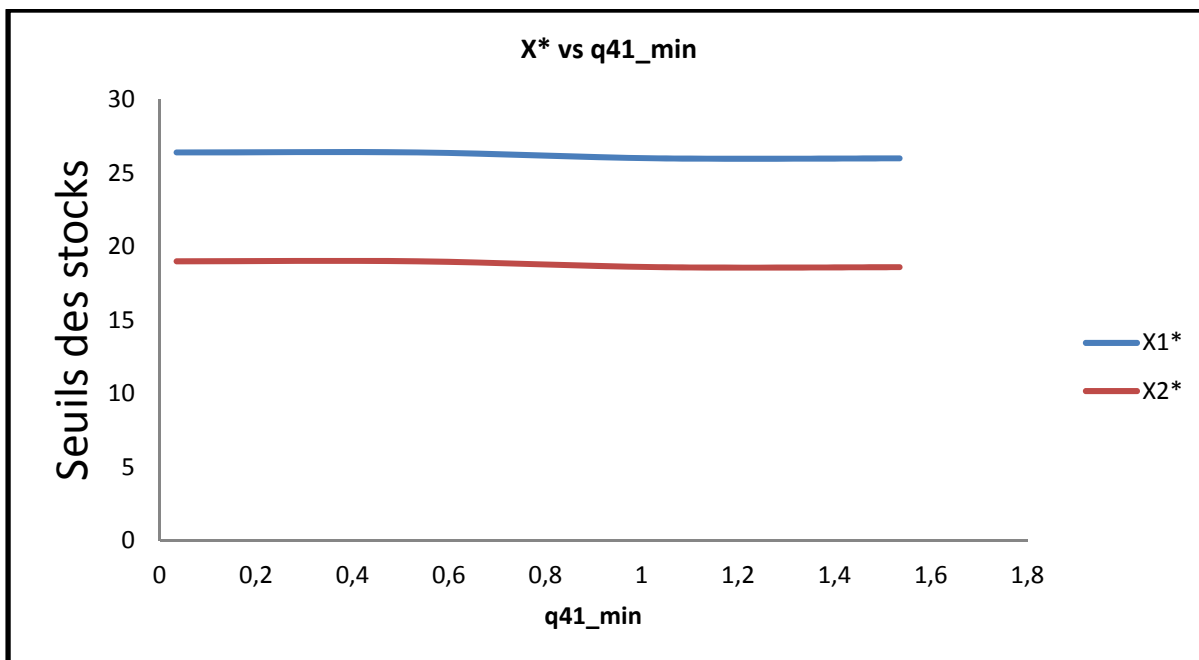


Figure 2.22 Courbes de variation entre ( $x_1^*$ ;  $x_2^*$ ) et  $q_{41}^{min}$

L'augmentation du taux minimal de réparation de la machine ( $q_{41}^{min}$ ) n'influence ni le niveau de stock de sécurité ( $x_1^*$ ), ni le stock de remplacement de technicien ( $x_2^*$ ). Lorsque le taux minimal de réparation augmente, il faut maintenir le niveau de stock du système pour minimiser le coût total de production.

#### 2.4.9 Observation générale sur l'étude du troisième système manufacturier M1P1

A l'instar du cas précédent, le système manufacturier modélisé dans ce dernier cas tient également compte de la performance du technicien de réparation. Dans ce cas présent, la performance de ce dernier varie aléatoirement entre une bonne performance (réparation rapide), une mauvaise performance (réparation lente) et une très mauvaise performance (réparation très lente). La modélisation faite dans ce cas se distingue du précédent cas par le fait de remplacer le technicien lorsque sa performance un peu plus tard (lorsque sa performance devient très mauvaise) que dans le cas précédent (lorsque sa performance devient mauvaise).

La résolution des conditions d'optimum établies dans ce dernier cas d'étude s'est faite à partir de l'approche numérique qui a été validée à partir du cas de base d'Akella et Khumar (1986). Les résultats obtenus montrent que le niveau de stock de sécurité et le seuil de remplacement de technicien sont plus élevés que ceux du cas précédent. Mais comparé au cas de base, le niveau de stock de sécurité obtenu dans ce dernier cas est moins élevé que celui que le cas d'Akella et Khumar (1986) aurait proposé si le taux de transition du mode 2 au mode 1 avait été remplacé par le taux minimal de réparation de la machine ( $q_{41}^{min}$ ). Donc ce dernier cas présente un coût total de production moins élevé que celui qu'aurait proposé le cas de base.

L'analyse de sensibilité a montré qu'en faisant varier le coût de mise en inventaire et le coût de rupture de stock, on obtiendrait un système manufacturier qui aurait un comportement similaire à celui observé dans le cas précédent. En revanche, en faisant varier le coût de remplacement de technicien, le système de production aurait uniquement une influence sur le niveau de stock de remplacement, tandis que la variation du taux minimal de réparation de la machine n'aurait aucune influence sur le niveau de stock de sécurité et sur le niveau de stock de remplacement de technicien. Une fois de plus, l'analyse de sensibilité a montré que le contrôle conjoint du niveau de stock de sécurité et celui du stock de remplacement de technicien est étroitement lié à la minimisation du coût total encouru.

#### 2.4.10 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons utilisé l'approche analytique d'Akella et Kumar (1986) pour valider l'approche numérique afin de l'appliquer dans ce mémoire. Les cas traités dans ce chapitre ont permis de formuler un problème associé à un système manufacturier (MIP1 soumis à processus stochastique) qui intègre la variation du temps de réparation dans la planification de la production et de la maintenance corrective. Pour illustrer le problème formulé, une modélisation du système a été faite à partir d'un diagramme de transition. Ensuite un algorithme de résolution numérique des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman a été utilisé pour déterminer les optimums du système manufacturier étudié. Ces optimums résultent de l'utilisation conjointe de la politique du seuil critique et de stock de commutation (remplacement de technicien). Ces deux politiques ont été conjointement utilisées pour contrôler le système manufacturier. De plus, une analyse de sensibilité a été faite dans chaque cas d'étude. Le but de cette analyse était de vérifier séparément l'influence du coût de mise en inventaire, coût de rupture de stock, coût de remplacement de technicien de réparation et du taux minimal de réparation de la machine sur le contrôle du système.

Le chapitre suivant est une extension des modèles étudiés dans le chapitre 2. L'étude faite dans le chapitre 3, se focalise sur les méthodes de remplacement du technicien de réparation dont la performance baisse considérablement. Dans l'une des méthodes de remplacement exploitées, nous modélisons un système dans lequel il est possible d'améliorer la performance d'un technicien avant de le remplacer. Par contre, dans l'autre modèle nous modéliserons un système qui limite le nombre de réparation d'un technicien dont la performance est mauvaise.

## **CHAPITRE 3**

### **PLANIFICATION DE LA PRODUCTION ET DE LA POLITIQUE DE MAINTENANCE CORRECTIVE D'UN SYSTÈME DÉGRADÉ**

#### **3.1 Introduction**

Les systèmes manufacturiers de type M1P1 étudiés dans le chapitre 2 ont permis de mettre en place une politique de commande optimale qui intègre la variation du temps de réparation d'une machine dans la planification de la production et de la maintenance. De façon complémentaire aux études faites au chapitre 2, le chapitre 3 a pour objectif de développer et d'explorer deux méthodes de remplacement de technicien de réparation. Ces deux méthodes de remplacement correspondent à des méthodes d'optimisation d'un système qui se dégrade en fonction de l'état du technicien de réparation. Ces méthodes sont basées sur des modèles associés à différents types de remplacement du technicien.

Dans cette étude, il est considéré que la réparation de la machine en panne s'effectue de façon aléatoire entre une bonne performance, une mauvaise performance et une très mauvaise performance. Cependant dans cette étude, la performance d'un technicien qui répare de plus en plus lentement peut être améliorée. Cela mène à la modélisation d'un système où l'état d'un technicien qui répare très lentement peut passer à un état où il répare lentement puis à un état où il répare rapidement. Selon les hypothèses faites au cours de cette étude il arrive rarement que la dernière transition prenne place. Ce cycle ne prend fin que lorsqu'il est jugé mieux de le remplacer par un nouveau technicien de réparation. A l'instar des études faites dans le chapitre 2, le but de ces études est aussi de satisfaire la demande des clients, de minimiser le coût total encouru de la production. Cela se fait en tenant compte des contraintes du système de production et de la variation (baisse et amélioration) de la performance de technicien de réparation dans la planification de la production.

### 3.2 Formulation du problème (premier cas)

Cette section traite de la formulation du problème d'un système de production constitué d'un technicien de réparation qui répare une machine qui fabrique les produits commandés. La performance du technicien varie aléatoirement entre trois états distincts, à savoir une bonne performance (réparation rapide), une mauvaise performance (réparation lente) et une très mauvaise performance (réparation très lente). Dans ce cas, la performance d'un technicien dont la performance est très mauvaise peut être améliorée. Cela nous permet de modéliser le diagramme de transition présenté dans la figure 3.1. Cette amélioration s'effectue de façon répétitive jusqu'à ce que le système juge mieux de le remplacer par un nouveau technicien.

Le tableau de variables stochastiques de la machine et du technicien est identique au tableau 2.5. En effet, la dynamique de la machine de production et celle de l'état du technicien de réparation est décrite par un processus stochastique qui s'écrit comme suit :  $\{\gamma(t), t \geq 0\}$ ,

$\gamma(t) \in M = \{1,2,3,4\}$ , tel que :

$$\gamma(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si la machine est opération} \\ 2 & \text{Si la machine est en panne et le technicien est au mode 1} \\ 3 & \text{Si la machine est en panne et le technicien est au mode 2} \\ 4 & \text{Si la machine est en panne et le technicien est au mode 3} \end{cases}$$

Connaissant déjà la définition des états de transition  $q_{12}$ ,  $q_{21}$ ,  $q_{13}$ ,  $q_{31}$ ,  $q_{14}$  nous pouvons lire de nouveaux taux de transition sur la figure 3.1 à savoir :  $q_{23}$  qui désigne le taux de transition du mode 2 au mode 3 (transition au cours de laquelle la performance du technicien se dégrade en partant d'une bonne performance à une mauvaise performance);  $q_{32}$  le taux de transition du mode 3 au mode 2 (transition au cours de laquelle la performance du technicien s'améliore en partant d'une mauvaise performance à une bonne performance) ;  $q_{34}$  le taux de transition du mode 3 au mode 4 (transition au cours de laquelle la performance du technicien se dégrade davantage en partant d'une mauvaise performance à une très mauvaise performance);  $q_{43}$  le taux de transition du mode 4 au mode 3 (transition au cours de laquelle



la performance du technicien s'améliore en partant d'une très mauvaise performance à une mauvaise performance);  $q_{42}$  le taux de transition du mode 4 au mode 2 (transition qui illustre le remplacement du technicien);  $q_{24}$  le taux de transition du mode 2 au mode 4 (transition au cours de laquelle la performance du technicien se dégrade drastiquement en partant d'une bonne performance à une très mauvaise performance).

La figure 3.1 illustre le diagramme de taux de transition d'états système MIP1 considéré dans cette étude :

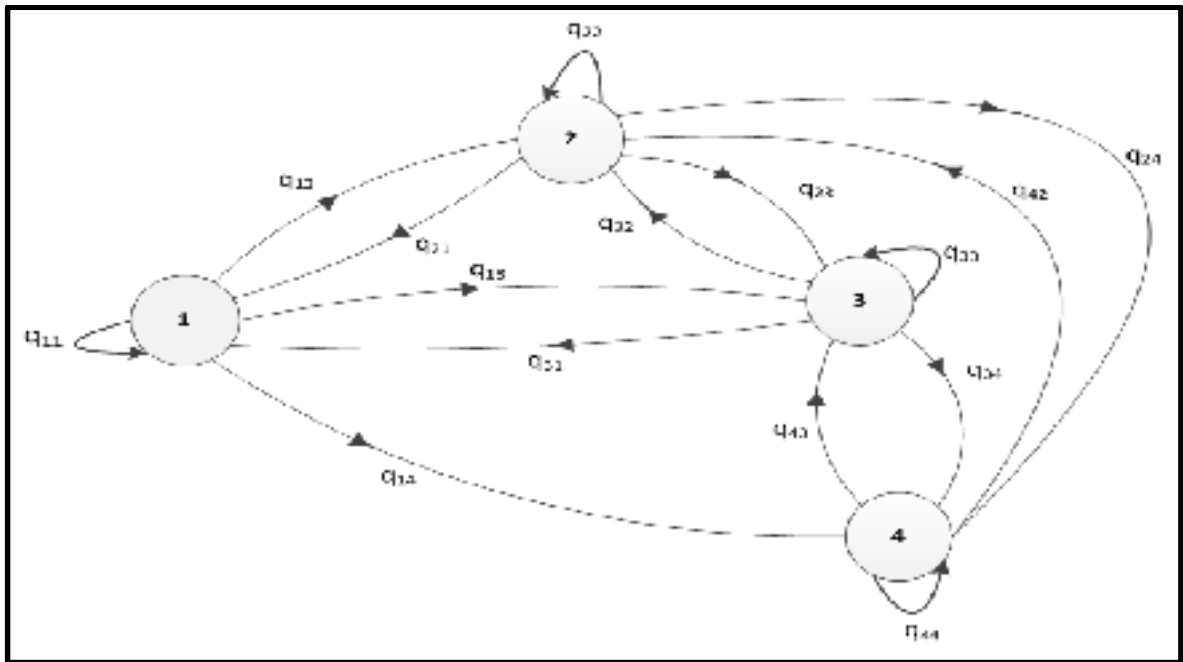


Figure 3.1 Diagramme de transition

Les équations des taux de transition (2.35), (2.36), (2.37), (2.38), (2.54) et (2.55) (déjà connues) qui représentent respectivement les taux de transition  $q_{12}$ ,  $q_{21}$ ,  $q_{13}$ ,  $q_{31}$ ,  $q_{14}$ ,  $q_{41}$  s'ajoutent aux équations de transition (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) et (3.5) pour représenter toutes les équations de transition écrites à partir de la figure 3.1. Celles-ci s'écrivent comme suit :

$$P[\gamma(t + \delta t) = 3/\gamma(t) = 2] = q_{23}\gamma(t) + 0(\delta t) \quad (3.1)$$

$$P[\gamma(t + \delta t) = 2/\gamma(t) = 3] = q_{32}\gamma(t) + 0(\delta t) \quad (3.2)$$

$$P[\gamma(t + \delta t) = 4/\gamma(t) = 3] = q_{34}\gamma(t) + 0(\delta t) \quad (3.3)$$

$$P[\gamma(t + \delta t) = 3/\gamma(t) = 4] = q_{43}\gamma(t) + 0(\delta t) \quad (3.4)$$

$$P[\gamma(t + \delta t) = 2/\gamma(t) = 4] = q_{42}\gamma(t) + 0(\delta t) \quad (3.5)$$

La matrice des taux de transition associée au processus stochastique  $\gamma(t)$  est donnée par :

$$Q(\bullet) = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Où  $q_{41} = 0$

La structure du système manufacturier demeure celle illustrée par la figure 2.7. La dynamique du stock des produits finis est donnée par l'équation (2.4).

Le coût instantané se calcule à partir de la somme des coûts de mise en inventaire, de pénurie de stock, le coût de réparation de la panne de la machine au mode 3 et le coût de remplacement de technicien de réparation au mode 4  $C_{tech\_m4}$ . Ce coût est donné par l'équation

$$g(x, \gamma, \phi, u, \omega) = c^+x^+ + c^-x^- + C_{tech\_m4} \times \omega(\cdot) \times Ind\{\gamma = Mode\ 4\} + C_{tech\_rm3} \times Ind\{\gamma = Mode\ 3\} \quad (3.7)$$

Où  $C_{tech\_rm3}$  est le coût de réparation de la panne de la machine au mode 3 et  $\omega(\cdot)$  désigne toujours le taux de remplacement comme à la section précédente.

L'équation représente également du coût total du système MIP1 étudié dans ce cas s'écrit comme l'équation (2.58). La fonction valeur associée à ce problème est donnée par l'équation (2.59). Le domaine de commande admissible pour ce problème est donné par l'équation (2.42). La condition de faisabilité de ce système est identique à celle développée dans les deux derniers cas étudiés dans le chapitre 2.

Les probabilités limites  $\pi_1; \pi_2; \pi_3; \pi_4$  sont déterminées à partir des équations stationnaires présentées dans les deux derniers cas d'étude faites dans le chapitre 2. Dans ce cas particulier, nous aurons :

$$\begin{cases} -\pi_1(q_{12} + q_{13} + q_{14}) & + \pi_2(q_{21}) & + \pi_3(q_{31}) & & 0 = 0 \\ \pi_1(q_{12}) & - \pi_2(q_{21} + q_{23} + q_{24}) & + \pi_3(q_{32}) & + \pi_4(q_{42}) & = 0 \\ \pi_1(q_{13}) & + \pi_2(q_{23}) & - \pi_3(q_{31} + q_{34} + q_{32}) & + \pi_4(q_{43}) & = 0 \\ \pi_1(q_{14}) & + \pi_2(q_{24}) & + \pi_3(q_{34}) & - \pi_4(q_{43} + q_{42}) & = 0 \\ \pi_1 & + \pi_2 & + \pi_3 & + \pi_4 & = 1 \end{cases} \quad (3.8)$$

En tenant compte des 4 modes de notre système, nous avons :

$$v^h(x,1) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x,1)}{\Omega^1_h \left[ 1 + \frac{1}{\Omega^1_h} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega^1_h} \right)} + p_x^+(x,1)v^h(x+h,1) + p^2(1)v^h(x,2) \right] \quad (3.9)$$

$$v^h(x, 2) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 2)}{\Omega_h^2 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right)} + p_x^-(x, 2) v^h(x-h, 2) + p^1(2) v^h(x, 1) \right] \quad (3.10)$$

$$v^h(x, 3) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \gamma \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 3)}{\Omega_h^3 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^3} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^3} \right)} + p_x^-(x, 3) v^h(x-h, 3) + p^1(3) v^h(x, 1) \right] \quad (3.11)$$

$$v^h(x, 4) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \gamma \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 4)}{\Omega_h^4 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^4} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^4} \right)} + p_x^-(x, 4) v^h(x+h, 4) + p^1(4) v^h(x, 1) \right] \quad (3.12)$$

Le tableau (2.5) représente également la combinaison de la variable stochastique de la machine et de celle du technicien considéré dans ce cas d'étude.

Les données de l'exemple numérique traité dans ce cas sont présentées dans le tableau 3.1

Tableau 3.1 Variables et paramètres de l'exemple numérique

Notations	Désignations	Valeurs
$MTTF_{(mode\ 1 \rightarrow mode\ 2)} = \frac{1}{q_{12}}$	Temps Moyen entre les pannes : mode 1 $\rightarrow$ mode 2	100 UT
$MTTF_{(mode\ 1 \rightarrow mode\ 3)} = \frac{1}{q_{13}}$	Temps Moyen entre les pannes : mode 1 $\rightarrow$ mode 3	100 UT
$MTTF_{(mode\ 1 \rightarrow mode\ 4)} = \frac{1}{q_{14}}$	Temps Moyen entre les pannes : mode 1 $\rightarrow$ mode 4	10000 UT
$MTTR_{(mode\ 2 \rightarrow mode\ 1)} = \frac{1}{q_{21}}$	Temps Moyen de Réparation : mode 2 $\rightarrow$ mode 1	10 UT
$MTTR_{(mode\ 3 \rightarrow mode\ 1)} = \frac{1}{q_{31}}$	Temps Moyen de Réparation : mode 3 $\rightarrow$ mode 1	20 UT
$MTTF_{tech}(2 \rightarrow 3) = \frac{1}{q_{23}}$	Temps moyen de transition de la performance d'un technicien de réparation du mode 2 $\rightarrow$ mode 3	50 UT
$MTTF_{tech}(2 \rightarrow 4) = \frac{1}{q_{24}}$	Temps moyen de transition de la performance d'un technicien de réparation du mode 2 $\rightarrow$ mode 4	2000 UT
$MTTF_{tech}(3 \rightarrow 2) = \frac{1}{q_{32}}$	Temps moyen de transition de la performance d'un technicien de réparation du mode 3 $\rightarrow$ mode 2	333.33 UT
$MTTF_{tech}(3 \rightarrow 4) = \frac{1}{q_{34}}$	Temps moyen de transition de la performance d'un technicien de réparation du mode 3 $\rightarrow$ mode 4	100 UT
$MTTF_{tech}(4 \rightarrow 3) = \frac{1}{q_{43}}$	Temps moyen de transition de la performance d'un technicien de réparation du mode 4 $\rightarrow$ mode 3	200 UT
$MTTF_{tech}(4 \rightarrow 2) = \frac{1}{q_{42}}$	Temps moyen de transition de la performance d'un technicien de réparation du mode 4 $\rightarrow$ mode 2	200 UT

Pour les données du tableau 3.1, nous trouvons  $\pi_1 = 76.75\%$ . Ce résultat correspond à une disponibilité de 76.75%. Le système est faisable puisque  $\pi_1 u_{max} - d > 0$ .

$$\begin{cases} \pi_1 & = & 76,75\%; \\ \pi_2 & = & 7,77\%; \\ \pi_3 & = & 15,32\%; \\ \pi_4 & = & 00,16\%. \end{cases}$$

La résolution numérique d'équations (3.9). (3.10). (3.11). (3.12) en considérant un pas de  $h = 0.1$  ainsi que le tableau 2.1 et une grille  $D = \{x/-10 \leq x \leq 30\}$  pour donner le taux de production au mode 1 est présenté par les figure 3.2 et un taux de remplacement au mode 4 est présenté par les figure 3.3.

Tableau 3.2 Valeurs numériques du système M1P1

$C^+$	$C^-$	$u_{max}$	$d$	$\rho$	$Ctech\_m3$	$Ctech\_m4$
1	100	0.75	0.5	0.01	70	150

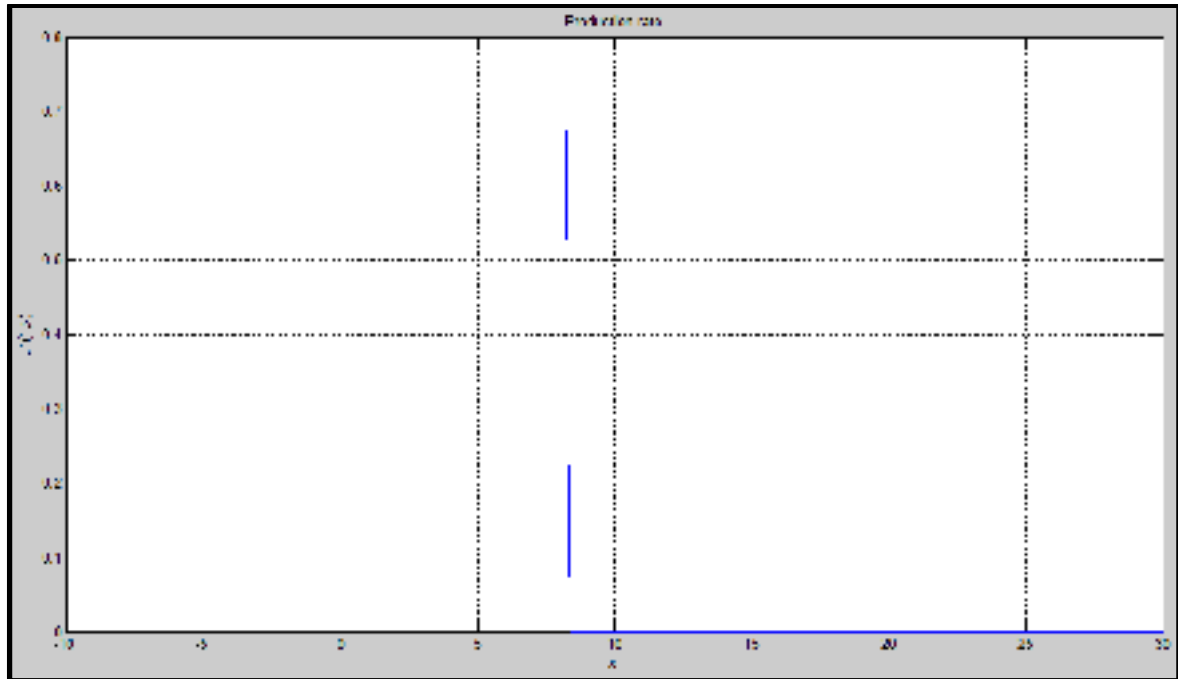


Figure 3.2 Taux de production de la machine au mode 1

La politique de production développée au cours de cette étude stipule que lorsque le niveau de stock est inférieur au seuil de sécurité obtenu ( $x_1^* = 8$ ), la production doit se faire au taux maximal. Si ce stock est égal au seuil critique ( $x_1^* = 8$ ), la production doit se faire au taux de la demande. Enfin, si ce stock est supérieur au seuil critique, la production doit être arrêter.

Cette politique se résume de la manière suivante :

$$u(t, 1) = \begin{cases} u_{max} & \text{si } x(t) < x_1^* \\ d & \text{si } x(t) = x_1^* \\ 0 & \text{si } x(t) > x_1^* \end{cases} \quad (3.13)$$

Où  $x_1^* = 8$

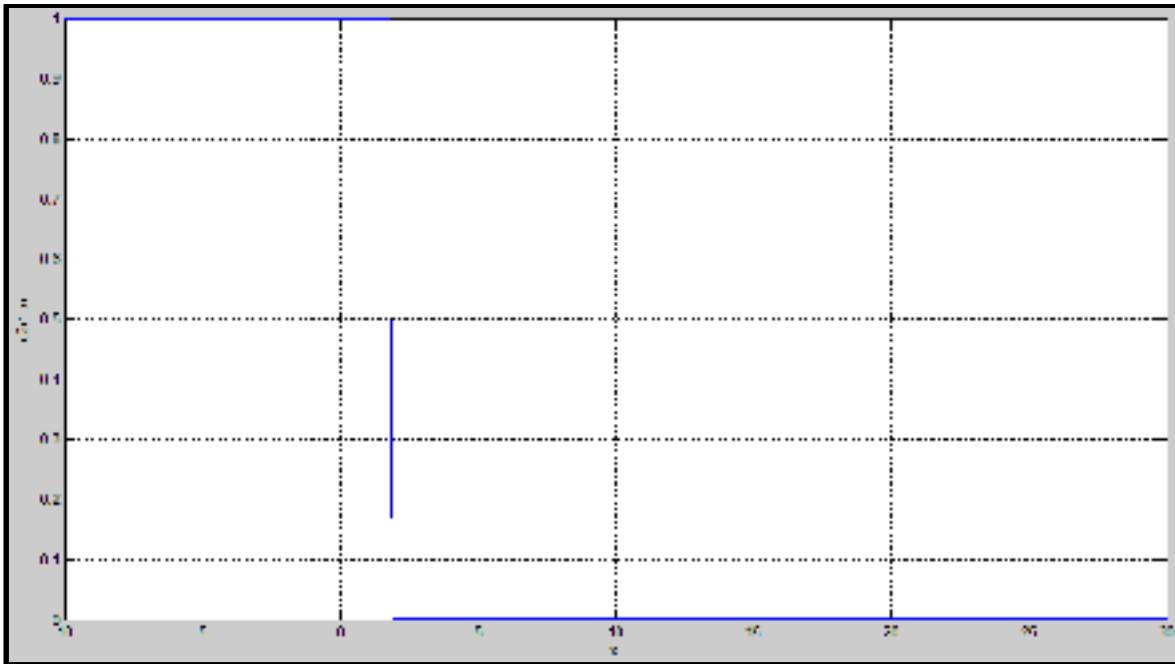


Figure 3.3 Taux de remplacement du technicien au mode 4

La politique de type seuil critique (*hedging point*) mise en place pour remplacer le technicien limite le niveau de stock de remplacement à  $x_2^* = 2$ . Elle stipule que lorsque le niveau de stock est inférieur au seuil de remplacement (commutation)  $x_2^*$ , le remplacement doit se faire rapidement (au taux de remplacement maximal). Si le stock est supérieur au seuil de remplacement (commutation)  $x_2^*$  le remplacement ne doit pas se faire lentement (au taux de remplacement minimal).

Cette politique se résume de la manière suivante :

$$w(x, 4) = \begin{cases} w_{max} & \text{si } x_2^*(t) \leq 2 \\ w_{min} & \text{si } x_2^*(t) > 2 \end{cases}$$

Comparé aux cas précédents, ces résultats présentent un niveau de sécurité et un niveau de stock de remplacement de technicien moins élevés. Cela signifie qu'en améliorant la performance du technicien, le coût total de production est moins élevé que dans les cas précédents (où la performance du technicien de réparation ne pouvait être améliorée).



### 3.2.1 L'analyse de sensibilité du système M1P1 étudié

Cette analyse de sensibilité consiste à varier les différentes valeurs suivantes une par une :

- Le coût de mise en inventaire :  $c^+$  ;
- Le coût de la pénurie :  $c^-$  ;
- Le coût de réparation de la machine par un technicien dont la performance est lente au mode 3 ( $C_{tech\_rm3}$ );
- Le coût de remplacement du technicien dont la performance est très lente par un nouveau technicien au mode 4 ( $C_{tech\_m4}$ );
- Les différents taux de transition du diagramme de taux de transition étudié ;

### 3.2.2 Variation du coût de l'inventaire

Nous avons augmenté le coût de mise en inventaire de 1 à 51. Le coût de pénurie, le coût de remplacement, le coût de réparation de la panne de la machine au mode 3 et le coût de remplacement du technicien sont fixes respectivement à 100, 70 et 150. Les différentes valeurs de niveau de stock de sécurité obtenues au cours de cette analyse de sensibilité permettent de tracer la figure 3.4:

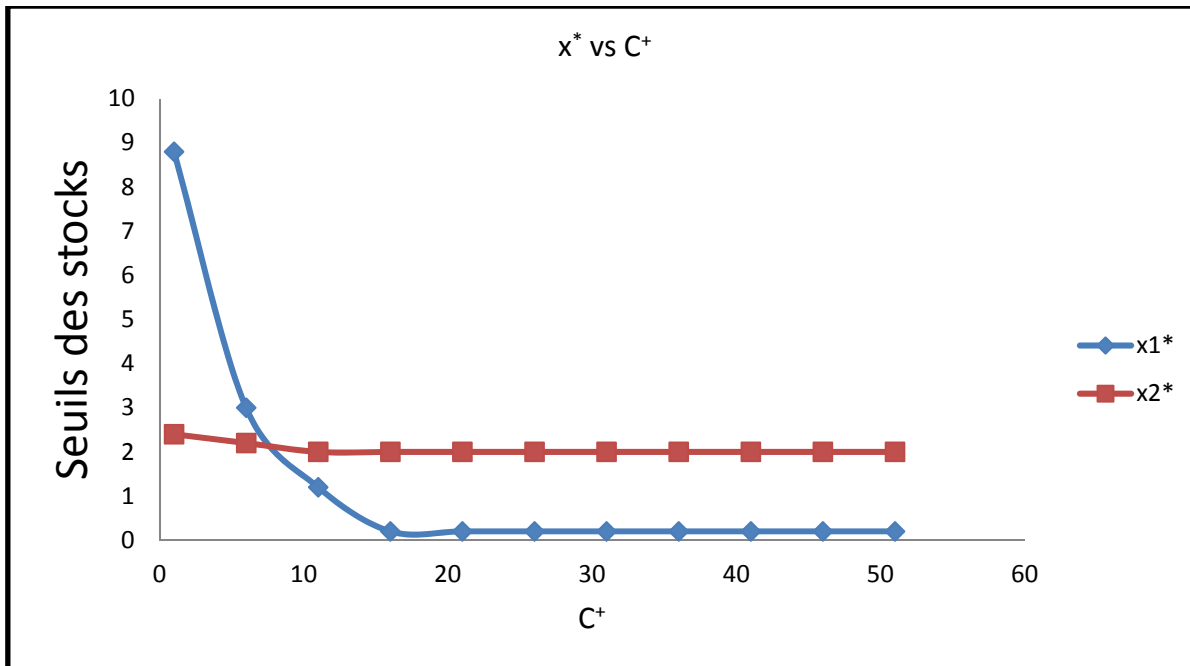


Figure 3.4 Courbes de variations de niveau de stock de sécurité ( $x1^*$ ) et le niveau de stock de remplacement de technicien ( $x2^*$ ) quand  $c^+$  augmente

La tendance obtenue à partir de la figure 2.19 se maintient. Donc les déductions faites sur le contrôle du système dans la section précédente s'appliquent aussi à la figure 3.4. Par contre, le fait que la courbe du niveau de sécurité se retrouve en dessous de celle du niveau de stock de remplacement se justifie par le fait que lorsque le coût de mise en inventaire est trop élevé nous nous retrouvons avec un système non faisable.

### 3.2.3 Variation du coût de pénurie de stock

Nous avons augmenté le coût de rupture de stock de 100 à 210. Le coût de mise en inventaire, le coût de remplacement, le coût de réparation de la machine au mode 3 et le coût de remplacement du technicien sont fixes respectivement à 1, 70 et 150. Les différentes valeurs de niveau de stock de sécurité obtenues au cours de cette analyse de sensibilité permettent de tracer la figure 3.5:

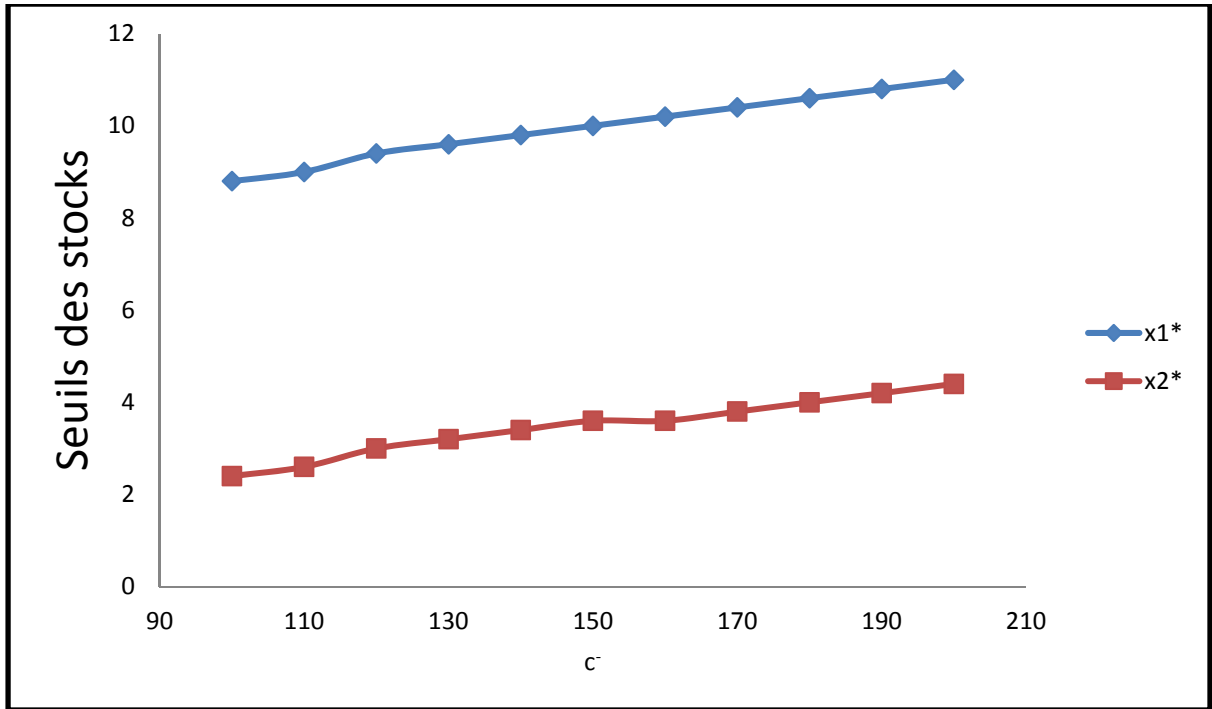


Figure 3.5 Courbes de variations de niveau de stock de sécurité ( $x1^*$ ) et le niveau de stock de remplacement de technicien ( $x2^*$ ) quand  $c$  augmente

La tendance obtenue à partir de la figure 2.20 se maintient. Donc les déductions faites sur le control du système dans la section précédente s'appliquent aussi à la figure 3.5.

### 3.2.4 Variation du coût de réparation de la panne de la machine de production au mode 3

Nous avons augmenté le coût de réparation de la machine de 70 à 150. Le coût de pénurie, le coût de mise en inventaire et le coût de remplacement du technicien sont fixes respectivement à 100, 1 et 150. Les différentes valeurs de niveau de stock de sécurité obtenues au cours de cette analyse de sensibilité permettent de tracer la figure 3.6:

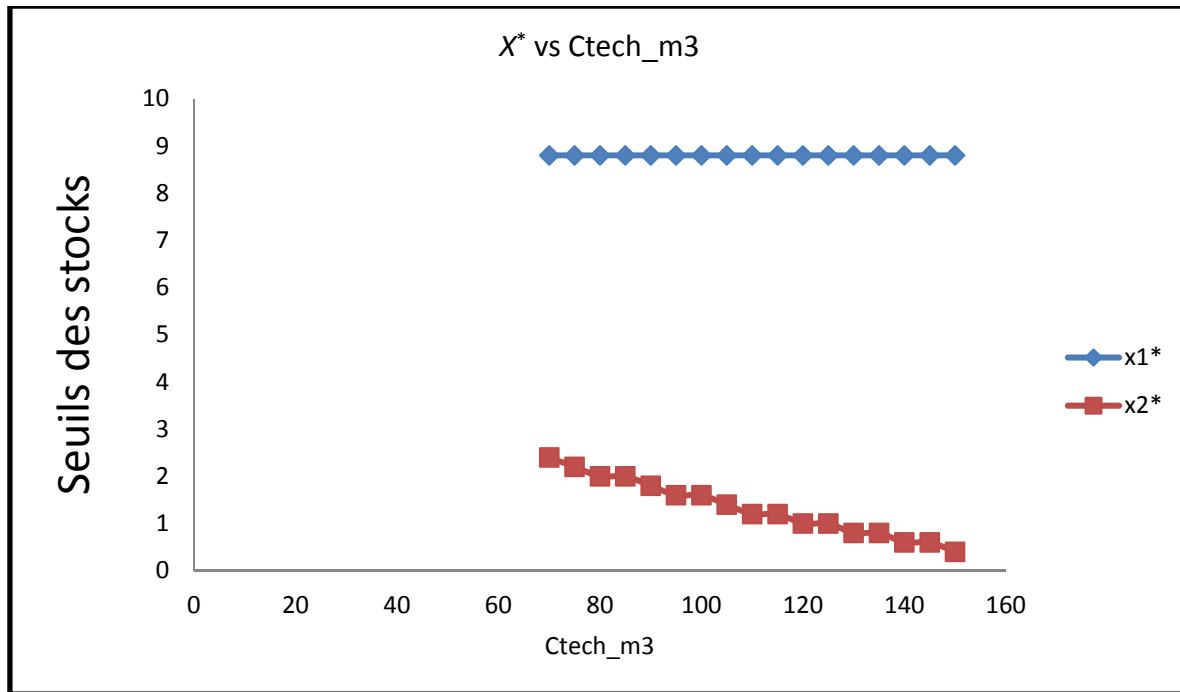


Figure 3.6 Courbes de variations de niveau de stock de sécurité ( $x1^*$ ) et le niveau de stock de remplacement de technicien ( $x2^*$ ) quand le coût de réparation de la machine au mode 3 augmente

Cette analyse de sensibilité montre que l'augmentation du coût de réparation de la machine de production par un technicien dont la performance est lente n'affecte que le niveau de stock de remplacement de technicien. En effet ; il est à remarquer que plus le niveau du coût de réparation de la machine de production au mode 3 augmente, plus le niveau de stock de sécurité obtenu au mode 4 est constant. Cela signifie que pour minimiser le coût total de production, il faudrait baisser le niveau de seuil de remplacement de technicien et maintenir le niveau de stock de sécurité lorsque le coût de réparation de la machine au mode 3 augmente.

### 3.2.5 Variation du coût de remplacement de technicien de réparation

Nous avons augmenté le coût de remplacement de technicien de la machine de 150 à 600. Le coût de mise en inventaire, le coût de pénurie de stock et le coût de réparation de la panne sont fixes respectivement à 1, 100 et 70. Les différentes valeurs de niveau de stock de sécurité obtenues au cours de cette analyse de sensibilité permettent de tracer la figure 3.7:

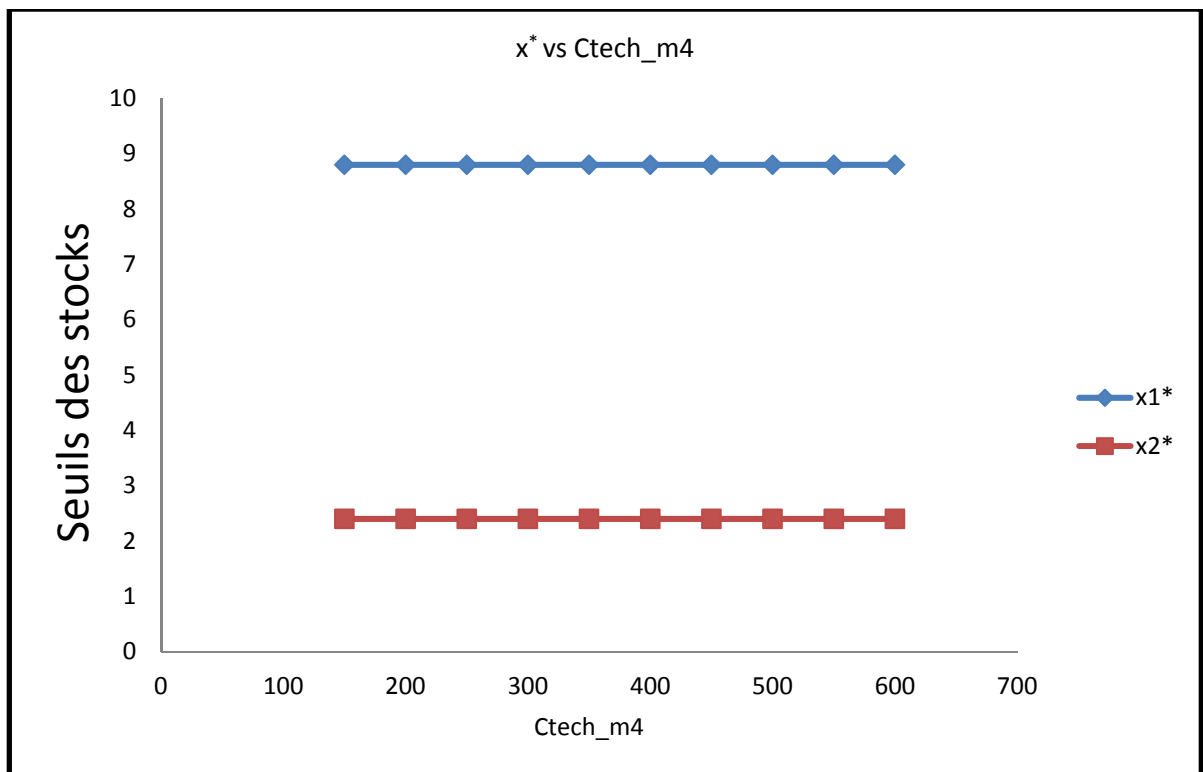


Figure 3.7 Courbes de variations de niveau de stock de sécurité ( $x1^*$ ) et le niveau de stock de remplacement de technicien ( $x2^*$ ) quand le coût de remplacement du technicien augmente

Cette analyse de sensibilité montre que, l'augmentation du coût de remplacement du technicien de réparation au mode 4 n'affecte ni le niveau de stock de sécurité au mode 1 ni celui du mode 4. Cela signifie que pour réduire le coût total de production, le système n'a ni besoin de réduire, ni d'augmenter le niveau de stock de sécurité ou le niveau de stock de remplacement lorsque le coût de remplacement du technicien augmente.

### **3.2.6 Observation générale sur l'étude de ce système manufacturier**

Une loi de commande en rétroaction en fonction de l'état du système manufacturier étudié a été développée. Cette loi de commande permet de contrôler la production de la machine et la maintenance corrective effectuée par un technicien sujet à une dynamique aléatoire de performance. Les deux variables de décision qui ont permis d'aboutir à cette loi de commande sont : le taux de production de la machine et le taux de remplacement du technicien. Le niveau de stock de sécurité et le niveau de stock de remplacement de technicien obtenus dans ce cas montrent que le système manufacturier étudié produit à un coût moins élevé que les précédents systèmes étudiés au chapitre 2. Une fois de plus l'analyse de sensibilité a permis de déterminer séparément l'influence du coût de mise en inventaire, de rupture de stock, de réparation de la machine et de remplacement de technicien sur le control du système (l'utilisation conjointe de la politique de stock de sécurité et de celle de stock de remplacement de technicien de réparation).

La prochaine section, traite le cas d'un système manufacturier MIP1 où nous limiterons le nombre de réparations effectuées par technicien dont la performance est très mauvaise.

### 3.3 Limite de la dégradation de la performance de technicien (nombre de réparation de la machine) et planification de la production

#### 3.3.1 Formulation du problème

Le système manufacturier M1P1 étudié dans ce cas est aussi sujet à des pannes et à une maintenance corrective effectuée par un technicien. La structure du système étudié dans ce cas est similaire à celle décrite dans la figure 2.7. A l'instar du technicien considéré dans l'étude précédente, la performance du technicien varie de façon aléatoire. L'étude faite dans cette section limite le nombre de fois où le technicien peut réparer la machine en étant moins performant (plus lent). Si malgré l'amélioration de la performance d'un technicien de réparation, sa performance demeure mauvaise ou très mauvaise, l'optimum du système déterminera le nombre de fois où ce dernier devra être remplacé par un nouveau technicien.

La figure 3.8 illustre le diagramme de transition d'états du système manufacturier étudié.

$q_{12}$  désigne le taux de transition du mode 1 (où la machine est en opération) au mode 2 (où la machine est en panne et le technicien est en train d'être diagnostiqué à partir de 2').  $q_{23}$  est le taux de transition du mode 2 au mode 3 (où le technicien répare la machine suite à un diagnostic l'ayant conduit du mode 2' au mode 3'(le technicien est jugé être en mesure de réparer)).  $q_{24}$  désigne le taux de transition du mode 2 au mode 4 (où un nouveau technicien répare la machine après que l'ancien technicien eut été diagnostiqué à 2', puis remplacer en envoyant le nouveau technicien à 4').  $q_{31}$  désigne le taux de transition du mode 3 au mode 1.  $q_{41}$  désigne le taux de transition du mode 4 au mode 1.

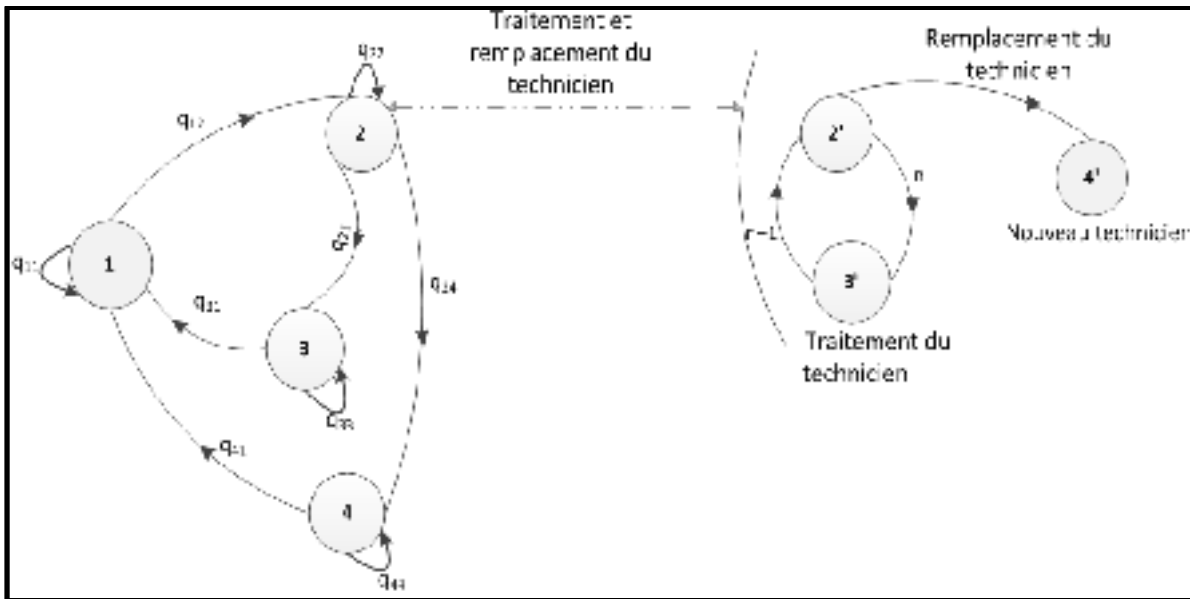


Figure 3.8 Diagramme de transition d'états du système manufacturier étudié

A l'instar du cas précédent, la dynamique du système de production est aussi décrite par un processus stochastique  $\gamma(t)$ .  $\gamma(t)$  représente aussi la combinaison des processus stochastiques de la machine de production et du technicien de réparation :  $\alpha(t)$  et  $\xi(t)$  respectivement. La dynamique du système est similaire à celle illustrée dans le tableau 2.5.

Tel qu'illustré au tableau 2.5 lorsque la machine est en opération au mode 1, peu importe l'état du technicien, le système global est au mode 1 ( $\gamma(t) = 1$ ). Par contre, lorsque la machine est en panne ( $\alpha(t) = 2$ ), un diagnostic de l'état du technicien est effectué. En fonction de l'état du technicien, on peut avoir deux modes du système global ( $\gamma(t) = 3$  lorsque la machine est en panne et le technicien (après le diagnostic au mode 2) est au mode 2 (mode 2 où s'effectue une itération qui permet de vérifier l'état du technicien (diagnostiqué) avant de décider soit de le remplacer, soit de le garder dans le système manufacturier, malgré sa mauvaise performance : 2', 3' ou n+1, n+2...);  $\gamma(t) = 4$  lorsque la machine est en panne et après le diagnostic au mode 2 l'ancien technicien est remplacé par un nouveau technicien (4') qui répare rapidement la machine au mode 4. Cela se résume comme suit :



$$\gamma(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si la machine est opération} \\ 2 & \text{Si la machine est en panne et le technicien est diagnostiqué (2', 3' ou 4')} \\ 3 & \text{Si la machine est en panne et le technicien est au mode 3} \\ 4 & \text{Si la machine est en panne et elle est réparée par un nouveau technicien} \end{cases}$$

La dynamique de la machine de production et celle de l'état du technicien de réparation est aussi décrite par un processus stochastique qui s'écrit comme suit :  $\{\gamma(t), t \geq 0\}$ ,

$$\gamma(t) \in M = \{1, 2, 3, 4\}.$$

Les taux de transition  $q_{12}$ ;  $q_{23}$ ;  $q_{24}$ ;  $q_{31}$ ;  $q_{41}$  désignent les différents sauts que la machine et le technicien effectuent de façon aléatoire dans le diagramme de transition présenté dans la figure 3.8.

Ces taux de transition sont définis par les équations (2.29), (2.32), (2.49), (3.1).

$$P[(\gamma(t + \delta t) = 2)/\gamma(t) = 1] = q_{12}\delta(t) + 0(\delta t) \quad (3.14)$$

$$P[(\gamma(t + \delta t) = 3)/\gamma(t) = 2] = q_{23}\delta(t) + 0(\delta t) \quad (3.15)$$

$$P[(\gamma(t + \delta t) = 1)/\gamma(t) = 3] = q_{31}\delta(t) + 0(\delta t) \quad (3.16)$$

$$P[(\gamma(t + \delta t) = 4)/\gamma(t) = 2] = q_{24}\delta(t) + 0(\delta t) \quad (3.17)$$

$$P[(\gamma(t + \delta t) = 1)/\gamma(t) = 4] = q_{41}\delta(t) + 0(\delta t) \quad (3.18)$$

Le taux de transition  $q_{31} = f(n)$  se calcule en fonction du nombre de réparations ( $n$ ) faite par le technicien avant qu'il ne soit remplacé. Le nombre de réparation ( $n$ ) est donné par l'optimum du système étudié. Le taux de transition du mode 3 au mode 1 se calcule à partir de la formule mise en plus par Hector-Rivera Gomez, (2013). En effet cette formule a

permis à Hector-Rivera Gomez, (2013) de prouver que plus la machine vieillie, plus la qualité de ses produits se dégrade. Cette formule est adaptée au problème de cette étude, elle s'écrit de la manière suivante :

$$q_{31}(n) = q_1 + q_2 \times \left(1 - e^{((-k_2) \times \theta \times n \times k_1)}\right) \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} q_1 &= 0.1 \\ q_2 &= 69.8 \\ k_1 &= 2.5 \\ k_2 &= 25 \times 10^{(-6)} \end{aligned}$$

$n$  : le nombre de réparation;

$\theta$ : Utilisé pour ajuster la tendance du taux de panne;

$0 \leq \theta \leq 1$ ;

$q_1 = q_{12}$ ;

$q_2$ : La limite considérée dans la baisse de performance du technicien;

$k_1$ : Constante donnée;

$k_2$ : Constante donnée.

La matrice des taux de transition associée au processus stochastique  $\gamma(t)$  est donnée par la (3.20) :

$$Q(\cdot) = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{31}(n) & q_{32} & q_{33} & q_{34} \\ q_{41} & q_{42} & q_{43} & q_{44} \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

La dynamique du stock des produits finis est donnée par l'équation (2.4).

Dans ce cas le coût instantané se calcule à partir de la somme des coûts de mise en inventaire, de pénurie de stock, le coût de remplacement du technicien  $C_{tech\_m2}$  au mode 2

et le coût de diagnostic  $Ctech\_diagno$  au mode 3. Ce coût est donné par l'expression suivante :

$$g(x, \gamma) = c^+ x^+ + c^- x^- + Ctech_{m2} \times \omega(\cdot) \times Ind\{\gamma = Mode\ 2\} + Ctech\_diagno \times Ind\{\gamma = Mode\ 3\}$$

Où  $\omega(\cdot)$  le taux de remplacement du technicien au mode 2.

$$\text{Avec} \quad Ind\{\theta(\bullet)\} = \begin{cases} 1, & \text{si } \theta(\bullet) \text{ est vrai} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Sur un horizon infini l'équation (2.58) représente aussi le coût total du système MIP1 étudié. La fonction valeur associée à ce problème est donnée par l'équation (2.59). Le domaine de commande admissible ( $\Gamma(\gamma)$ ) de ce système manufacturier est aussi donné par l'équation (2.42).

La condition de faisabilité de ce système est identique à celle développée représentée par l'équation (2.12). Mais dans ce cas, elle tient compte du nombre de réparation ( $n$ ). Les probabilités limites  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  et  $\pi_4$  sont déterminées à partir des équations stationnaires suivantes :

$$\begin{cases} \pi Q(n) = 0 \\ \pi_1 + \pi_2 + \pi_3 + \pi_4 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Où } \pi = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$$

Les probabilités limites  $\pi_1; \pi_2; \pi_3; \pi_4$  sont déterminées à partir des équations stationnaires présentées dans (3.21), nous écrirons un système d'équation comme suit :

$$\begin{cases} \pi_1(-q_{12}) & 0 & \pi_3 \times q_{31}(n) & \pi_4 \times q_{41} & = & 0 \\ \pi_1 \times q_{12} & -\pi_2(q_{23} + q_{24}) & 0 & 0 & = & 0 \\ 0 & \pi_2(q_{23}) & -\pi_3 \times q_{31}(n) & 0 & = & 0 \\ 0 & \pi_2(q_{24}) & 0 & -\pi_4(q_{41}) & = & 0 \\ \pi_1 & \pi_2 & \pi_3 & \pi_4 & = & 1 \end{cases} \quad (3.21)$$

Les données de l'exemple numérique traité dans ce cas sont présentées dans le tableau 3.3.

Tableau 3.3 Variables et paramètres de l'exemple numérique

Notations	Désignations	Valeurs
$MTBF (1 \rightarrow 2) = \frac{1}{q_{12}}$	Temps moyen avant la panne : <i>mode 1</i> → <i>mode 2</i>	100 UT (unité de temps)
$MTTR (3 \rightarrow 1) = \frac{1}{q_{31}(n)}$	Temps moyen de réparation varie en fonction du nombre de fois $n$ , où le technicien a déjà réparé la machine en étant amoindri physiquement (réparation lente) soigné au mode 2. Donc le $MTTR (3 \rightarrow 1)$ dépend de $n$ .	La valeur de $MTTR (3 \rightarrow 1)$ varie entre 0.20 UT (unité de temps) et 64.10 (unité de temps)
$MTTR_{tech} (2 \rightarrow 3) = \frac{1}{q_{23}}$	Temps moyen pour envoyer le technicien au mode 3 où il répare la machine après avoir été diagnostiqué au mode 2 : <i>mode 2</i> → <i>mode 3</i>	0.1 UT (unité de temps)

$MTTR_{tech\_min}$ $(2 \rightarrow 4) = \frac{1}{\omega_{min}}$	Temps moyen (minimal) de remplacement du technicien au mode 4 : <i>mode 2 → mode 4</i>	10000 UT (unité de temps)
$MTTR_{tech\_max}$ $(2 \rightarrow 4) = \frac{1}{\omega_{max}}$	Temps moyen (maximal) de remplacement du technicien au mode 4 : <i>mode 2 → mode 4</i>	1 UT (unité de temps)

**3.3.2 La variation de la capacité du système manufacturier étudié en fonction de n**

La figure 3.9 illustre la variation de la capacité du système manufacturier étudié en fonction de n.

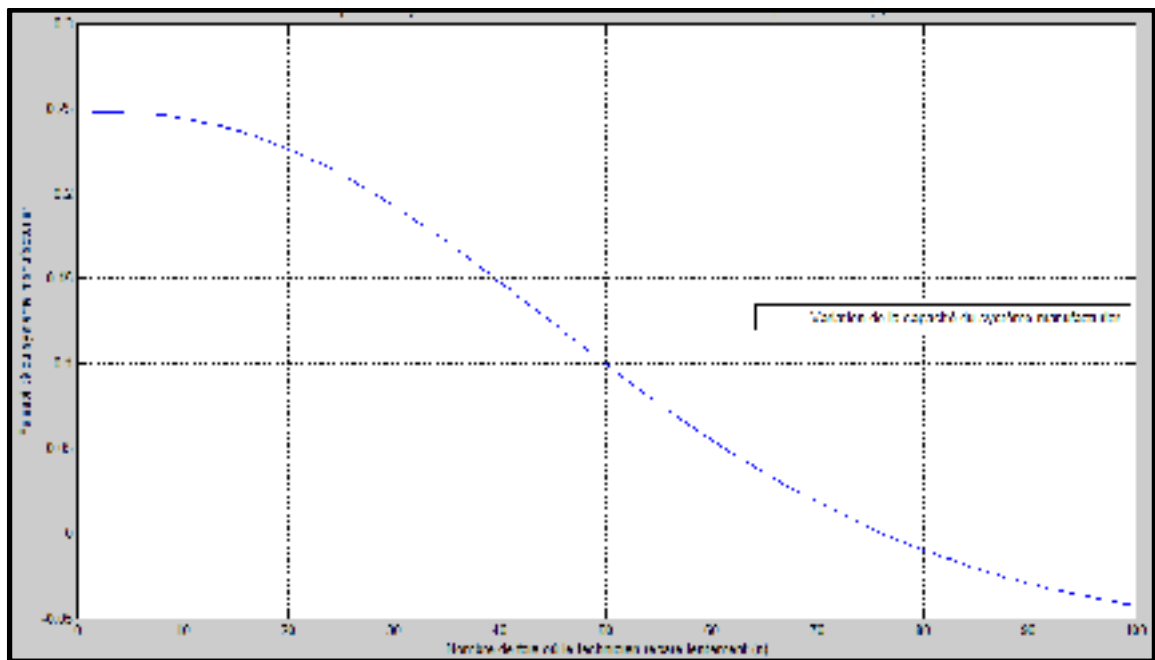


Figure 3.9  
 Faisabilité du système manufacturier vs Nombre de fois où le technicien répare lentement (n)

La figure 3.9 montre que plus la valeur de  $n$  augmente, plus la faisabilité du système de production diminue. Cela signifie que plus le nombre de fois où le technicien répare de plus en plus lentement la machine, plus le système manufacturier devient de moins en moins faisable.

### 3.3.3 La variation du temps de réparation en fonction de $n$

Une courbe est tracée pour étudier la variation du temps de réparation de la machine de production par un technicien en fonction de  $n$ .

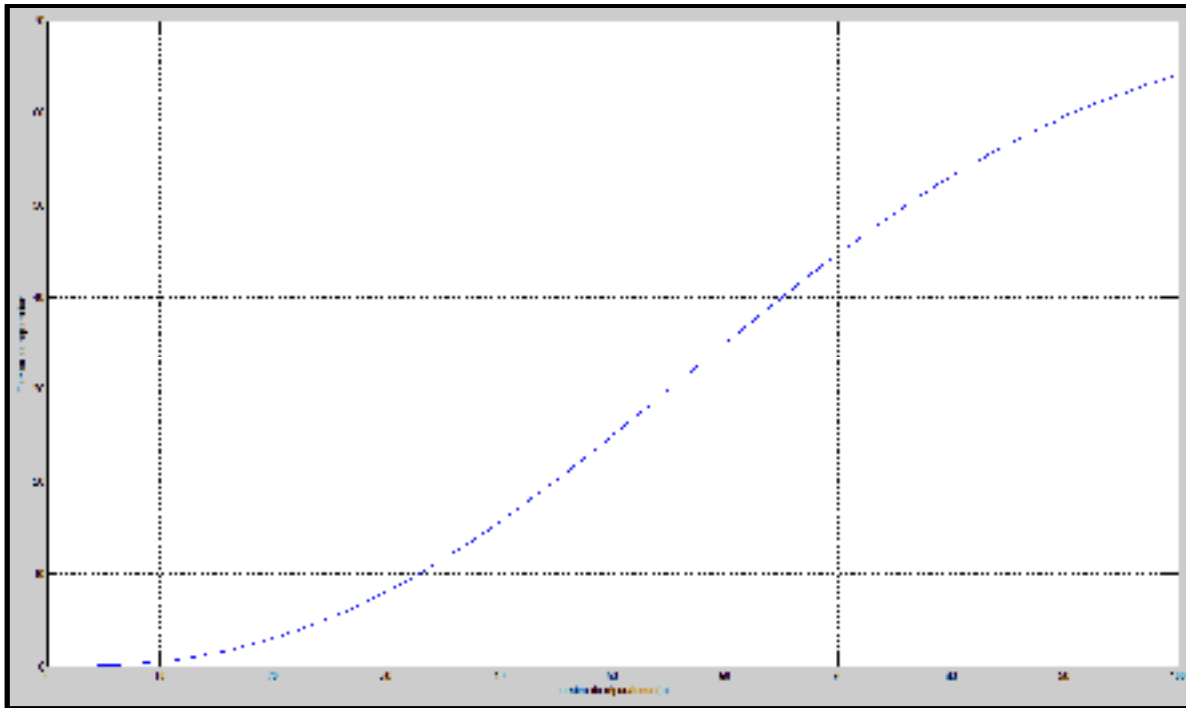


Figure 3.10 Temps de réparation vs Nombre de fois où le technicien peut réparer lentement ( $n$ )

La figure 3.10 montre que plus le nombre de réparation ( $n$ ) effectuées par un technicien lent augmente, plus le temps de réparation d'une machine en panne augmente. Lorsque le temps de réparation d'une machine augmente.

### 3.3.4 Conditions d'optimum

Les équations d'HJB associées au problème formulé dans ce cas sont données par (2.45). En appliquant l'approche de Kushner (2001) nous obtenons (2.47). Ce qui nous permet d'écrire:

En tenant compte du nombre de réparation ( $n$ ) et des 4 modes de notre système, nous avons :

$$v^h(x, 1) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 1)}{\Omega_h^1 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^1} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^1} \right)} + p_x^+(x, 1) v^h(x + h, 1) + p^2(1) v^h(x, 2) \right] \quad (3.22)$$

$$v^h(x, 2) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \omega \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 2)}{\Omega_h^2 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^2} \right)} + p_x^-(x, 2) v^h(x - h, 2) + p^1(2) v^h(x, 1) \right] \quad (3.23)$$

$$v^h(x, 3) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \gamma \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 3)}{\Omega_h^3 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^3} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^3} \right)} + p_x^-(x, 3)v^h(x-h, 3) + p^1(3)v^h(x, 1) \right] \quad (3.24)$$

$$v^h(x, 4) = \min_{\substack{u \in \Gamma(\gamma) \\ \gamma \in \Gamma(\gamma)}} \left[ \frac{g(x, 4)}{\Omega_h^4 \left[ 1 + \frac{1}{\Omega_h^4} \right]} + \frac{1}{\left( 1 + \frac{1}{\Omega_h^4} \right)} + p_x^-(x, 4)v^h(x+h, 4) + p^1(4)v^h(x, 1) \right] \quad (3.25)$$

### 3.3.5 Résolution numérique et analyse des résultats

La figure 3.12 montre la politique du seuil critique du système manufacturier où le technicien est sujet à une baisse de performance (le technicien répare de plus en plus lentement). Pour  $n=10, 20, 30, 50$  nous aurons les résultats présentés dans la figure 3.11.



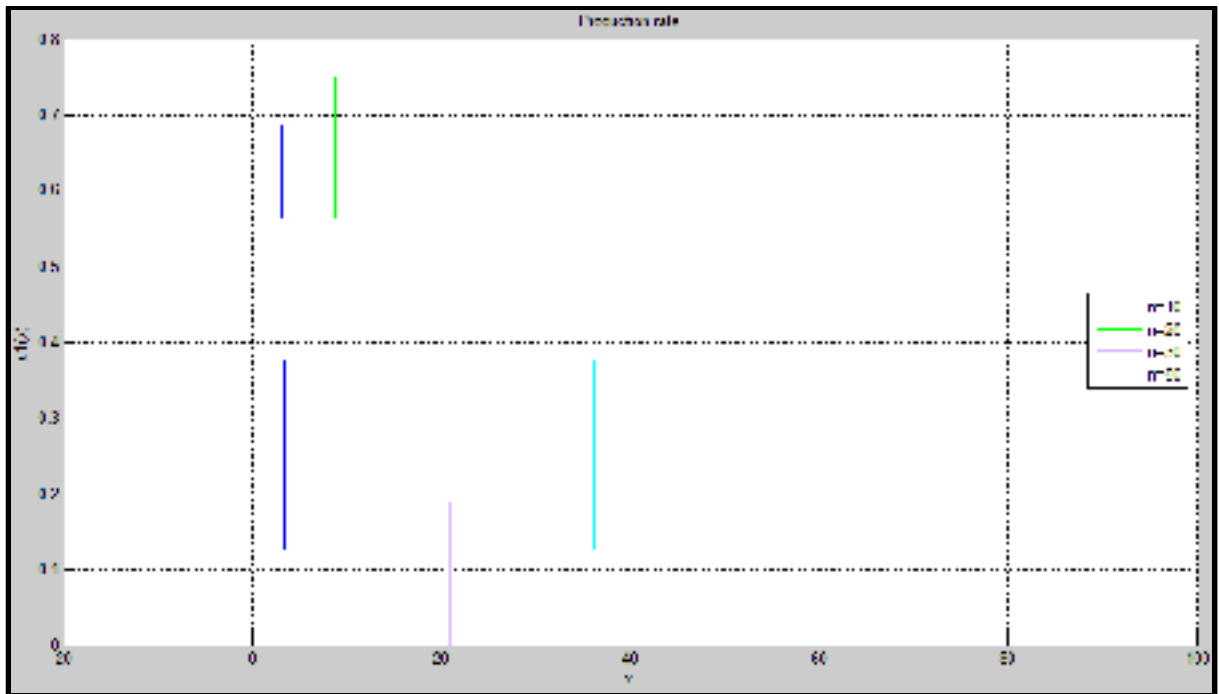


Figure 3.11 Taux de production vs Niveau de stock pour différentes valeurs de  $n$

La courbe tracée dans la figure 3.12 décrit la dynamique du niveau de stock de sécurité lorsque  $n$  varie. Dans le cas présent, chaque valeur de  $n$  correspond à un seuil critique de stock à partir duquel nous pouvons décider de produire au maximum, au minimum ou d'arrêter la production. En l'occurrence, nous remarquons que plus le nombre de fois où le technicien répare lentement augmente, plus le niveau de stock de sécurité augmente. Les différentes valeurs de niveau de stock présentées ci-dessous sont obtenues après avoir appliqué la nouvelle politique de commande optimale développée dans ce mémoire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Quand } n = 10, \text{ le niveau de stock de sécurité du système manufacturier est :} \\ \quad \quad \quad x_1^* = 3.5; \\ \text{Quand } n = 20, \text{ le niveau de stock de sécurité du système manufacturier est :} \\ \quad \quad \quad x_1^* = 9; \\ \text{Quand } n = 30, \text{ le niveau de stock de sécurité du système manufacturier est :} \\ \quad \quad \quad x_1^* = 21; \\ \text{Quand } n = 50, \text{ le niveau de stock de sécurité du système manufacturier est} \\ \quad \quad \quad x_1^* = 37; \end{array} \right.$$

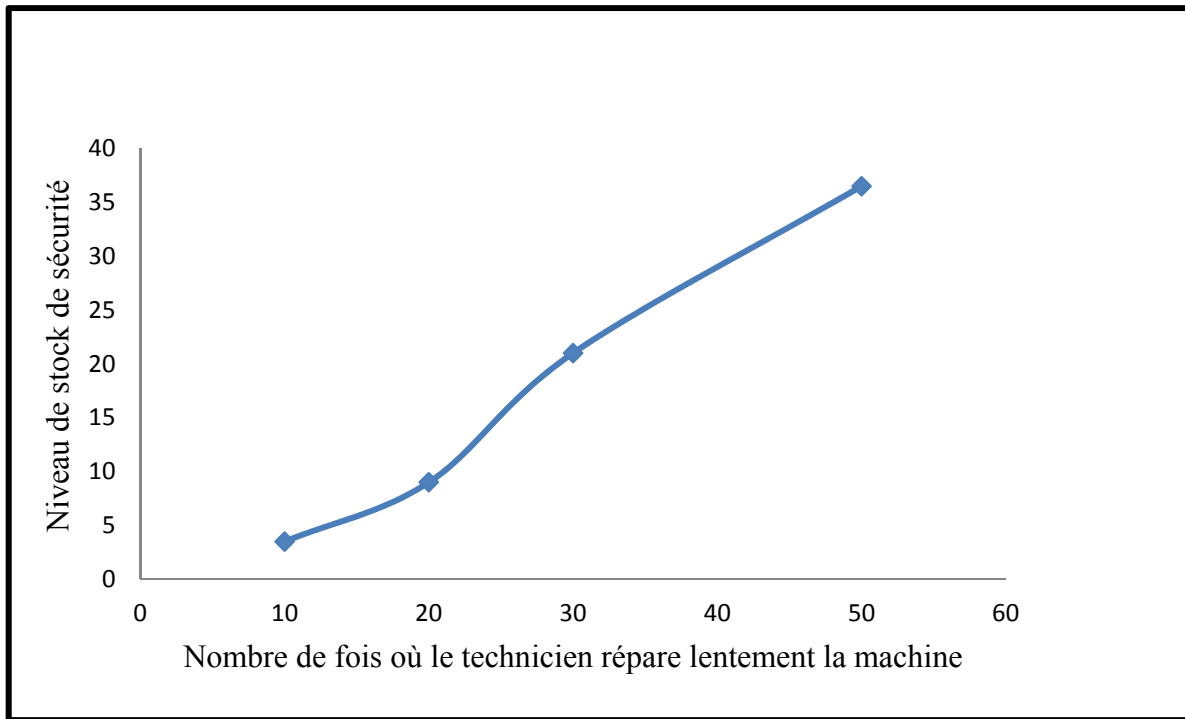


Figure 3.12 Niveau de stock de sécurité vs Nombre de fois où le technicien répare lentement la machine

Dans un système manufacturier où le technicien est sujet à une baisse progressive de performance (répare plus lentement la machine) le niveau de stock du système doit augmenter pour sa sécurité et surtout pour minimiser le coût total de production.

La figure 3.13 (ci-dessous) présente la politique du seuil critique associée au remplacement de technicien dans un système manufacturier. Les optimums du système étudié limitent le nombre de fois où un technicien peut réparer lentement la machine.

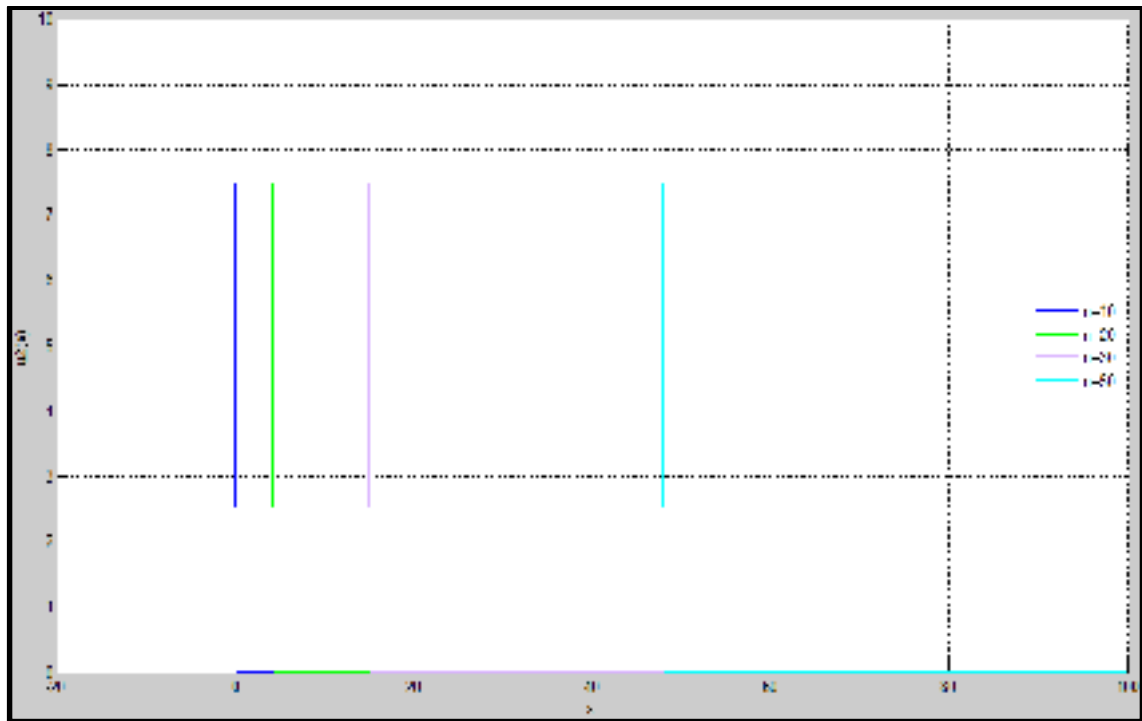


Figure 3.13 Taux de réparation de la machine vs Niveau de stock

La figure 3.13 décrit le comportement du niveau de stock de sécurité lorsque  $n$  varie. Chaque valeur de  $n$  correspond à un niveau de remplacement de technicien (commutation). Ce stock de commutation nous permet soit de remplacer le technicien moins performant, soit de le garder malgré sa performance qui se dégrade progressivement. En l'occurrence, nous remarquons que plus le nombre de fois où le technicien répare de plus en plus lentement la machine augmente, plus il est nécessaire d'augmenter le niveau de stock de remplacement. Les optimums de ce système obtenus, suite à l'application de la politique de commande optimale, nous permettent de résumer les différentes valeurs de niveau de stock présentées ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Quand } n = 10, \text{ le niveau de stock de remplacement est : } x_2^* = 0; \\ \text{Quand } n = 20, \text{ le niveau de stock de remplacement est : } x_2^* = 4.5; \\ \text{Quand } n = 30, \text{ le niveau de stock de remplacement est : } x_2^* = 15; \\ \text{Quand } n = 50, \text{ le niveau de stock de remplacement est : } x_2^* = 48; \end{array} \right.$$

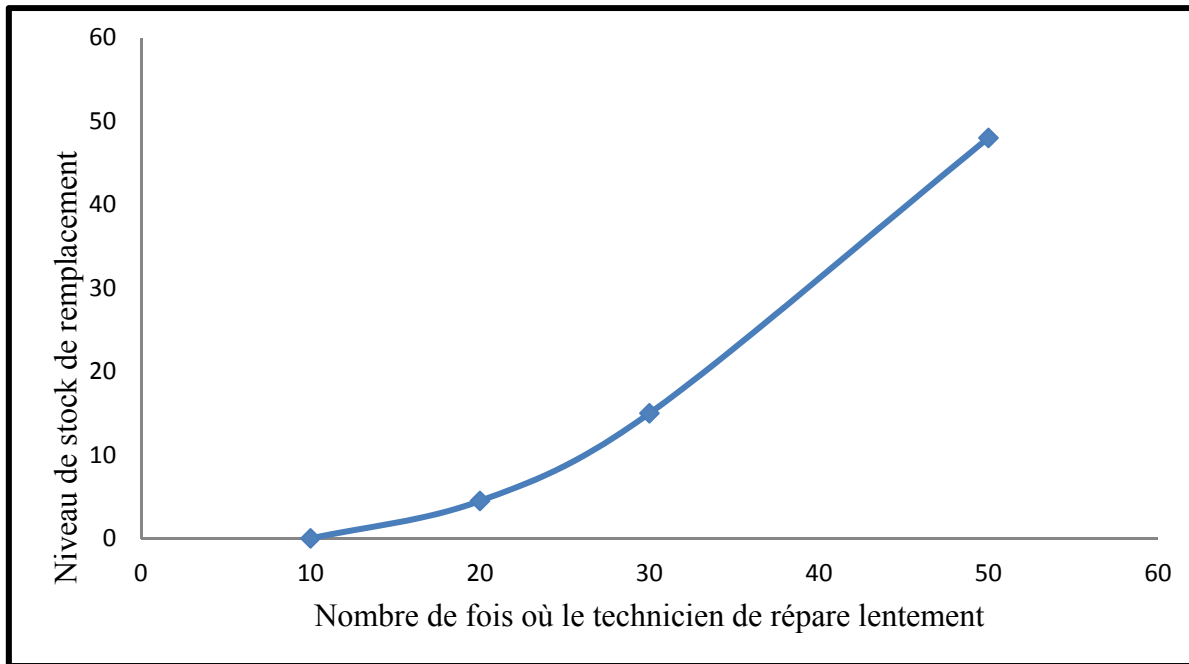


Figure 3.14 Niveau de remplacement vs Nombre de fois  
où le technicien peut réparer lentement

Pour minimiser le cout total d'un système de production manufacturière où le technicien est sujet à une baisse progressive de performance et la production est régi par une commande optimale stochastique, Il faudrait augmenter le niveau de stock optimal en fonction de la dégradation du nombre de réparations.

### 3.3.6 Application conjointe des politiques de production et de maintenance corrective

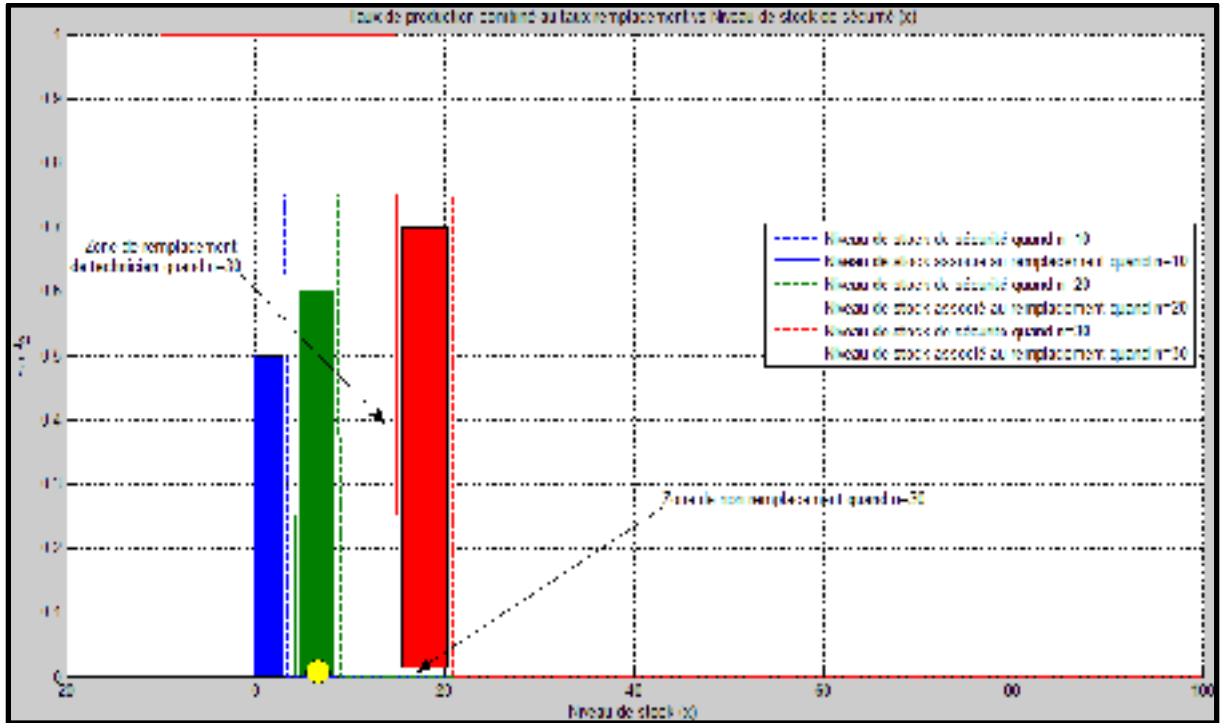


Figure 3.15 Combinaison de deux politiques de seuil critique  
(en production et en remplacement)

La figure 3.15 présente l'utilisation conjointe des politiques de seuil de sécurité et celle du seuil de remplacement de technicien développées dans cette étude. Les variables de décision utilisées sont : le taux de production et le taux de remplacement de technicien de réparation.

L'utilisation conjointe de ces deux politiques permet de contrôler la production et la maintenance dans un système où l'état du technicien ne peut être amélioré. La figure 3.15 présente un exemple qui explique comment contrôler la production et la maintenance du système étudié. Cet exemple illustre un point jaune qui représente le niveau de stock du système. En résumé :

Pour un niveau de stock localisé au point jaune sur la figure 3.15 :

- Le remplacement de technicien serait possible si  $n=30$ . Le niveau de stock du système (point jaune) est inférieur au niveau de stock de remplacement de technicien, et il se trouve dans une zone où le système est en opération (vit);
- Le remplacement de technicien de réparation ne serait pas possible si  $n=20$ . Le niveau de stock du système (localisé au point jaune) est certes inférieur au niveau de stock de sécurité, mais il est supérieur au niveau de stock de remplacement;
- Le remplacement de technicien de réparation ne serait même pas envisageable, si  $n=10$ . Car à ce niveau, le système ne produit plus.

### 3.3.7 Remplacement de technicien par rapport au niveau de stock

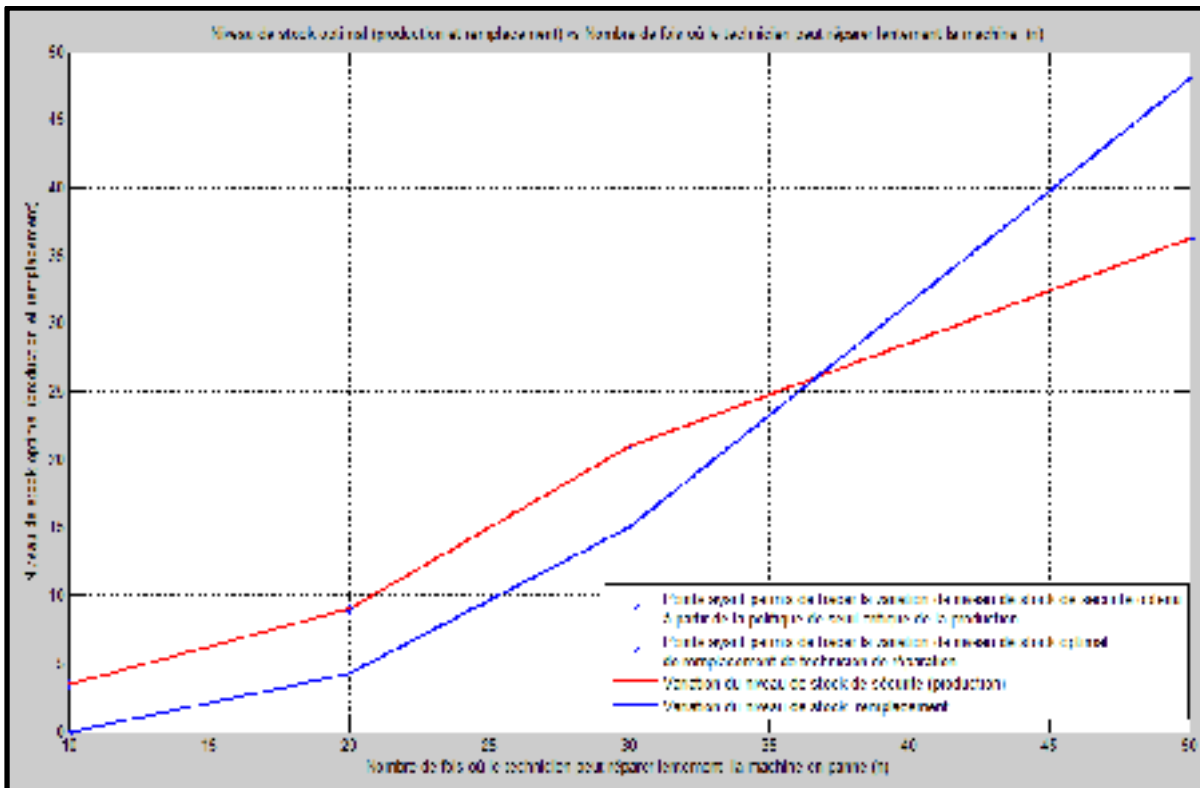


Figure 3.16 Combinaison de la politique seuil critique (production) et celle du niveau de stock de remplacement de technicien de réparation

La figure 3.16 permet de déterminer le niveau de stock optimal d'un système de production manufacturière sujet à un processus stochastique. Le niveau de stock dit optimal, tient compte de la possibilité qu'un technicien de réparation connaisse une mauvaise performance. La contribution de la combinaison des deux courbes tracées dans la figure 3.16, s'explique comme suit :

- La courbe rouge décrit la variation du stock de sécurité quand ( $n$ ) augmente. Le système produit pour tout niveau de stock localisé en dessous de cette courbe de la variation de stock de sécurité;
- La courbe bleue représente la variation du niveau de stock à partir duquel le technicien doit être remplacé. Lorsque le niveau de stock du système est en dessous de cette courbe, le remplacement du technicien serait envisageable;
- En utilisant conjointement les deux courbes, la zone de non remplacement est localisée entre les deux courbes (cette zone se présente comme l'air formée par ces deux courbes lorsque  $n$  varie entre 10 et 35);
- Si le niveau de stock d'un système de production manufacturière est dans la zone de non remplacement (décrite dans le précédent point), il serait optimal de ne pas remplacer le technicien quelle que soit la baisse de sa performance;
- La tendance inversée que nous remarquons à partir de la valeur de  $n = 37$  s'explique par le fait que le système ne soit plus faisable à ce niveau.

### 3.3.8 Conclusion

Dans la première section de ce chapitre, une politique de commande optimale de planification de la production et de la maintenance corrective de la machine de production a été développée sur un horizon infini. Le but de cette politique de commande optimale est de minimiser le coût total encouru de la production. Pour mettre en place cette politique de commande optimale, deux variables de décision ont été considérées, à savoir : le taux de production de la machine de fabrication et le taux de réparation (soit minimal, soit maximal). Par contre, en considérant les mêmes variables de décision (que celles choisies dans la

première section de ce chapitre 3) les optimums obtenus sur un horizon infini ont permis de déterminer le nombre de réparations qu'un technicien peut faire malgré la dégradation de son état. Cela a permis de montrer avec plus de précision l'influence de la baisse de la performance d'un technicien de réparation sur la capacité d'un système manufacturier, sur le taux de production ou sur le taux de réparation de la machine de production.



## CONCLUSION

L'étude faite dans ce mémoire a traité la commande optimale stochastique de différents systèmes de production manufacturière en intégrant la dynamique de performance d'un technicien de maintenance corrective dans la planification de la production et de la maintenance corrective de la machine de production. Le système manufacturier proposé dans chaque cas étudié dans ce mémoire était hybride (niveau de stock continu, états discrets de la machine) constitué d'une machine qui fabrique un seul type de produit (M1P1) et d'un technicien dont la baisse imprévisible de la performance a été prise en considération.

Une politique conjointe de commande optimale a été proposée pour contrôler la production et la maintenance d'un système manufacturier plus réaliste que celui du cas de base (d'Akella et Kumar (1986)). Cette politique consiste à utiliser de façon connexe la politique du niveau de stock de sécurité et la politique de niveau de stock de commutation (stock de remplacement). La résolution numérique de chaque problème formulé dans ce mémoire a donné des optimums de chaque système de production modélisé dans chaque cas. Ces conditions d'optimum proposent des coûts totaux de production plus faibles que ceux obtenus à partir du cas de base. En effet, le cas de base fait abstraction de la variation de la performance du technicien de réparation.

Par ailleurs, ce mémoire n'a pu traiter que le cas d'un système manufacturier muni d'une machine et d'un technicien de réparation. Sous une autre perspective, un autre sujet de recherche plus complexe, pourrait tenir compte de plus de paramètres fluctuants que celui qui a été traité dans ce mémoire. Par exemple, la suite de cette étude pourrait combiner et intégrer la dynamique de la performance d'un technicien de réparation et celle de la performance d'un opérateur de machines de fabrication dans la planification de la

production, de la maintenance corrective, préventive d'un système de production manufacturière. Le but de ce nouveau sujet serait d'optimiser la disponibilité d'un système manufacturier et d'améliorer la qualité de service tout en minimisant le coût total de production.

## BIBLIOGRAPHIE

- Aguayo. 1991 Aguayo, Rafael. 1991. *Dr. Deming: The American who taught the Japanese about quality*. Simon and Schuster.
- Akella, Ramakrishna, et P Kumar. 1986. « Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system ». *IEEE Transactions on Automatic control*, vol. 31, n° 2, p. 116-126.
- Barlow, RE, F Proschan et LC HUNTER. 1965. « Mathematical Theory of Reliability. John Willey & Sons ». *New York*.
- Bielecki, T, et PR Kumar. 1988. « Optimality of zero-inventory policies for unreliable manufacturing systems ». *Operations research*, vol. 36, n° 4, p. 532-541.
- Boukas, E-K, et Alain Haurie. 1990. « Manufacturing flow control and preventing maintenance: a stochastic control approach ». *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, n° 9, p. 1024-1031.
- Boukas, El-Kébir. 1998. « Hedging point policy improvement ». *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 97, n° 1, p. 47-70.
- Boukas, EK, ZK Liu et GX Liu. 2001. « Delay-dependent robust stability and H<sub>∞</sub> control of jump linear systems ». *International Journal of Control*, vol. 74, n° 4, p. 329-340.
- Boukas, EK, et A Communal. 2002. « Production and corrective maintenance planning control problem for failure-prone manufacturing systems ». In *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*. Vol. 3, p. 3561-3566. IEEE.
- Charlot, E., J. P. Kenné et S. Nadeau. 2007. « Optimal production, maintenance and lockout/tagout control policies in manufacturing systems ». *International Journal of Production Economics*, vol. 107, n° 2, p. 435-450.
- Dehayem Nodem, Fleur Ines. 2009. « Commande optimale stochastique appliquée à la gestion de capacité des systèmes dynamiques en environnement manufacturier ».
- Dhillon, Balbir S, et Nianfu Yang. 1994. « Human reliability: a literature survey and review ». *Microelectronics Reliability*, vol. 34, n° 5, p. 803-810.
- Dhilon, BS. 2006. « Maintainability ». *Maintenance, and Reliability for Engineers, Taylor and Francis*.
- Dupuis, P, et H Kushner. 1992. « Numerical methods for stochastic control problems in continuous time ». *Applications of Mathematics*, vol. 24.

- Emami-Mehrgani, Behnam, Sylvie Nadeau et Jean-Pierre Kenné. 2014. « Optimal lockout/tagout, preventive maintenance, human error and production policies of manufacturing systems with passive redundancy ». *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, vol. 20, n° 4, p. 453-470.
- Goldratt, Eliyahu M, et Jeff Cox. 1984. *The goal: excellence in manufacturing*. North River Press.
- Gravel, Sylvie. 2016. « Santé et sécurité des travailleurs qui cumulent des précarités: la lutte aux inégalités de santé attribuables au travail ».
- Groover, Mikell P. 2012. *Introduction to manufacturing processes* (2012). Hoboken, N.J.: Wiley, xiv, 700 p. p.
- Hamel, Jean-Francois. 1996. « LE DÉVELOPPEMENT DE LA GESTION DES PERSONNES DANS UN CONTEXTE D'AMÉLIORATION CONTINUE DE LA QUALITÉ ET DE CONFORMITÉ À LA NORME ISO-9000: ÉTUDE DU CAS D'UNE ENTREPRISE MANUFACTURIÈRE QUÉBÉCOISE ».
- Handbook, Military. 1988. *Electronic reliability design handbook*. MIL-HDBK-338, DoD.
- Herrmann, Christoph, Christopher Schmidt, Denis Kurle, Stefan Blume et Sebastian Thiede. 2014. « Sustainability in Manufacturing and Factories of the Future ». *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology*, vol. 1, n° 4, p. 283-292.
- Kenne, JP, A Gharbi et EK Boukas. 1997. « Control policy simulation based on machine age in a failure prone one-machine, one-product manufacturing system ». *International Journal of Production Research*, vol. 35, n° 5, p. 1431-1445.
- Kenne, J. P., et L. J. Nkeungoue. 2008. « Simultaneous control of production, preventive and corrective maintenance rates of a failure-prone manufacturing system ». *Applied Numerical Mathematics*, vol. 58, n° 2, p. 180-194.
- Kirwan, Barry. 1992. « Human error identification in human reliability assessment. Part 1: Overview of approaches ». *Applied ergonomics*, vol. 23, n° 5, p. 299-318.
- Mota, Bruna, Maria Isabel Gomes, Ana Carvalho et Ana Paula Barbosa-Povoa. 2015. « Towards supply chain sustainability: economic, environmental and social design and planning ». *Journal of Cleaner Production*, vol. 105, p. 14-27.
- Nodem, FI Dehayem, JP Kenné et A Gharbi. 2011. « Simultaneous control of production, repair/replacement and preventive maintenance of deteriorating manufacturing systems ». *International Journal of Production Economics*, vol. 134, n° 1, p. 271-282.

- Older, GJ, et R Suri. 1980. « Time operational part-routing in manufacturing system with failure prone machines ». In *Proc. 19th conf. decis. control, Albuquerque, NW*.
- Parry, G, BOY Lydell, AJ Spurgin, P Moieni et A Beare. 1992. « An approach to the analysis of operator actions in PRA ». *Electric Power Research Institute (EPRI), EPRI TR-100259*.
- Rivera-Gomez, Héctor, Ali Gharbi et Jean Pierre Kenné. 2013. « Joint control of production, overhaul, and preventive maintenance for a production system subject to quality and reliability deteriorations ». *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 69, n° 9-12, p. 2111-2130.
- Rong, Hao, et Jin Tian. 2015. « STAMP-Based HRA Considering Causality Within a Sociotechnical System A Case of Minuteman III Missile Accident ». *Human Factors: The Journal of the Human Factors and Ergonomics Society*, vol. 57, n° 3, p. 375-396.
- Rother, Mike, et John Shook. 2003. *Learning to see: value stream mapping to add value and eliminate muda*. Lean Enterprise Institute.
- Stevenson, William J, Claudio Benedetti et Hocine Bourenane. 2012. *La gestion des opérations: produits et services. Guide de l'étudiant*. Chenelière/McGraw-Hill.
- Williams, HL. 1958. « Reliability evaluation of the human component in man-machine systems ». *Electrical Manufacturing*, vol. 61, n° 4.
- Zwingmann, Xavier. 2005. « Modèle d'évaluation de la fiabilité et de la maintenabilité au stade de la conception ». UNIVERSITÉ LAVAL QUÉBEC.

