

Accélération du temps de simulation des structures  
électromagnétiques planaires et tridimensionnelles à très  
hautes fréquences

par

Mohamed JEMAI

THÈSE PRÉSENTÉE À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DU  
DOCTORAT EN GÉNIE  
Ph. D.

MONTREAL, LE 17 AOÛT 2017

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Mohamed JEMAI, 2017



Cette licence [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

**PRÉSENTATION DU JURY**

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Ammar Kouki, directeur de thèse  
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Roger Champagne, président du jury  
Département de génie logiciel et des TI à l'École de technologie supérieure

M. Pierre Jean Lagacé, membre du jury  
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Tayeb A. Denidni, examinateur externe  
Centre Énergie Matériaux Télécommunications à l'INRS

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 23 MAI 2017

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE



## REMERCIEMENTS

Au terme de ces longues années de travail acharné...j'adresse ma profonde gratitude à mon directeur de thèse monsieur Ammar Kouki, professeur à l'École de Technologie Supérieure (ETS) et directeur du laboratoire LTCC@ÉTS, d'avoir accepté d'encadrer mes recherches dans le cadre de cette thèse de doctorat. Je le remercie également pour son aide, sa disponibilité, ses précieux conseils avisés, ses encouragements et surtout pour sa patience.

Je tiens également à remercier sincèrement monsieur Ahmed Khebir, directeur général d'EMWORKS pour m'avoir accepté au sein de sa compagnie dans le cadre d'un stage longue durée ainsi que toute l'équipe et en particulier : Adam, Basheer, Chiheb, et Kousseil leurs sympathies et leurs encouragements.

Un remerciement spécial pour mes collègues et mes amis du Laboratoire de communications et d'intégration de la microélectronique (LACIME) à l'ÉTS : Riadh, Taher, Ahmed et Normand.

Mes remerciements chaleureux vont à mon père Saad et ma Mère Sarah pour avoir enraciné en moi le sens du sacrifice ainsi que pour ma sœur Hajer et mon beau-frère Mohamed, mon frère Amine et ma belle-sœur Khaoula qui ont toujours cru en mes capacités de venir à termes de ce grand chapitre de ma vie.

Les mots me manquent pour remercier, à leurs justes valeurs, ma femme, Nesrine et ma petite fille Salma pour leur soutien moral et psychologique et pour leur amour indispensable sans quoi je n'aurais jamais pu trouver force et inspiration afin de maintenir le cap au travers des aléas de la vie et pour qui je dédie cette thèse de doctorat.

Un remerciement particulier à mon beau-père Ferjani, ma belle-mère Monia ainsi que pour Rim et Omar pour leurs encouragements.

Un merci spécial à Walid Hamdane et Said Aliouane que j'ai rencontré à mon arrivée au laboratoire LACIME et avec qui j'ai développé une très forte amitié.

# **ACCÉLÉRATION DU TEMPS DE SIMULATION DES STRUCTURES ÉLECTROMAGNÉTIQUES PLANAIRE ET TRIDIMENSIONNELLES À TRÈS HAUTES FRÉQUENCES**

Mohamed JEMAI

## **RÉSUMÉ**

La conquête de nouvelles bandes de fréquences de plus en plus hautes et la complexité des circuits sans-fil modernes allant jusqu'à incorporer des blocs radio entier avec des taux d'intégrations élevés dans de très petits volumes a imposé des défis de taille aux fabricants de circuits électroniques. Face à ces nouveaux défis, le recours à la simulation électromagnétique basée sur les méthodes numériques comme la méthode des éléments finies (FEM), la méthode des différences finies (FDTD) et la méthode des Moments (MoM) est la solution indispensable. Dans ce cadre, prédire les performances électriques avec précision vient avec un coût élevé en temps de calcul et ressources matérielles malgré les grandes avancées en puissances de calcul durant ces deux dernières décennies. Ainsi, le développement de nouveaux algorithmes et méthodes qui permettent d'accélérer la simulation électromagnétique avec ces méthodes reste toujours un sujet d'actualité.

Dans ce contexte, les travaux qui ont été réalisés dans le cadre de cette thèse de doctorat se divisent en deux grandes parties. Dans la première partie, les recherches se sont focalisées sur le balayage fréquentiel rapide basé sur les techniques de réduction de l'ordre des modèles électromagnétiques (MORE) appliquées à la méthode FEM. Ces techniques permettent d'approximer la solution FEM sur des bandes de fréquences à partir d'une seule solution exacte à une fréquence centrale appelée fréquence d'expansion. Ces techniques souffrent de deux problèmes majeurs à savoir (i) L'absence de méthode fiable et efficace permettant de déterminer la taille du modèle réduit (ii) L'utilisation des MORE multipoint reposent sur des estimations de l'erreur d'approximation qui sont gourmandes en temps de calcul. Deux contributions sont proposées pour résoudre (i). La première contribution consiste à incrémenter la taille du modèle réduit d'une manière adaptative en se basant sur une estimation de l'erreur d'approximation à chaque fréquence. La deuxième contribution est une nouvelle approche qui permet de calculer la taille du modèle réduit a priori en se basant sur une estimation de l'accélération escomptée en temps de calcul du balayage fréquentiel rapide par rapport au balayage fréquentiel régulier. La dernière contribution dans cette partie est une tentative de trouver une solution au point (ii) en considérant un critère de décision basé sur la condition de passivité pour les circuits microondes passifs multiports sans pertes pour l'ajout de fréquences d'expansion. Toutes ces méthodes ont été validées pour la technique MORE « well-conditioned asymptotic waveform evaluation » (WCAWE) et ont montré de bonnes performances en termes de temps de calcul.

La deuxième partie de cette thèse a été consacrée à la MoM et se divise en deux volets. Dans le premier volet une technique de génération rapide des interactions entre fonctions de test et fonctions de base de la matrice MoM que nous avons appelé FMG-MP a été proposée. Cette

## VIII

technique utilise les points de l'intégration en quadrature de Gauss pour l'évaluation de la fonction de Green afin de réduire deux intégrales doubles bidimensionnelles en une somme de produits simples et faciles à calculer. Le deuxième volet de cette partie a été consacré à la modélisation de l'excitation pour l'extraction des paramètres S généralisés des structures planaires en général et « microstrip » en particulier avec la MoM.

**Mots clés :** Simulation électromagnétique, méthodes des éléments finis, méthode des moments, MORE, WCAWE.



# **ACCELERATION OF THE SIMULATION TIME FOR PLANAR AND THREE-DIMENSIONAL ELECTROMAGNETIC STRUCTURES AT VERY HIGH FREQUENCY**

Mohamed JEMAI

## **ABSTRACT**

With the conquest of new high frequency bands and the increasing complexity of modern wireless circuits capable of fitting an entire front-end radio with high integration level within tiny volumes, the use of electromagnetic simulation based on numerical methods such as the finite-element method (FEM), the finite difference method (FDTD) method and the method of Moments (MoM) is an essential solution for challenges mitigation. In this context, an accurate prediction of the electrical performance comes at the cost of high execution time and hardware resources despite the great advances in computational power over the past two decades. Thus, the development of new algorithms and methods in order to accelerate electromagnetic simulation with these methods is still relevant.

In this context, researches that have been carried out in connection with this PhD thesis were divided into two main parts. During the first part, the focus was on fast frequency sweep based on the order model reduction techniques (MORE) applied to the FEM method. These techniques start with one complete FEM solution only at given frequency, usually called expansion frequency, in order to approximate all FEM solutions at frequencies surrounding this expansion frequency. These techniques suffer from two major issues, namely (i) The lack of reliable and efficient method for determining the size of the reduced model (ii) Multipoint MORE techniques estimate approximation error for additional expansion frequencies through computationally inefficient algorithms. Two contributions have been proposed to solve issue (i). The idea behind the first contribution is to increment the size of the reduced model in an adaptive manner based on an estimate of the approximation error at each frequency. The second contribution is a new approach that determines the size of the reduced model a priori based on an estimation of the expected acceleration time of the rapid frequency sweep solution in comparison with the regular frequency sweep. The last contribution in the first part of this thesis, is an attempt to find a solution to issue (ii) by considering a decision criterion for adding extra expansion frequencies based on the passivity condition for lossless multiport circuits. All these methods have been validated by application to the "well-conditioned asymptotic waveform evaluation" (WCAWE) and have shown good performances in terms of computation time.

The second part of this thesis concerns the MoM. In the first section, a fast generation technique of the MoM interaction matrix between test functions and basis functions called FMG-MP has been proposed. This technique uses the Gauss points of the quadrature integral as evaluation points for the Green's function and reduces two-dimensional double integrals into a sum of simple and easy to calculate products. The second section of this part was devoted to excitation

X

source modeling for generalized S parameters extraction of planar structures in general and "microstrip" particularly with the MoM.

**Keywords :** electromagnetic simulation, finite elements method, method of moments, MORE, WCAWE.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1    FONDEMENTS MATHÉMATIQUES DES MÉTHODES NUMÉRIQUES .....	7
1.1    Introduction .....	7
1.2    Circuits passifs RF et technologies de fabrication .....	8
1.3    Modélisation électromagnétique des circuits passifs .....	12
1.3.1    Modélisation circuit et paramètres S .....	12
1.3.2    Modélisation numérique .....	15
1.3.3    Architecture des plateformes modernes .....	16
1.4    Théorie des champs électromagnétiques .....	18
1.4.1    Les équations de Maxwell .....	18
1.4.2    Le champ électromagnétique dans la matière .....	20
1.4.3    Les conditions aux limites .....	22
1.5    Classification des problèmes électromagnétiques .....	23
1.5.1    Nature de l'équation décrivant le problème électromagnétique .....	23
1.5.1.1    Formulation différentielle .....	23
1.5.1.2    Formulation intégrale .....	25
1.5.2    Propriétés du domaine de la solution et conditions aux limites .....	27
1.6    Les méthodes numériques «full-wave» .....	28
1.6.1    La méthode des éléments finis (FEM) .....	29
1.6.1.1    Formulation généralisée de la FEM pour le cas d'un problème de valeurs limites variationnelles (VBVP) .....	31
1.6.1.2    Méthode des éléments transfinis (trans-FEM) .....	33
1.6.2    La méthode des moments (MoM) .....	35
1.7    Résolution du système linéaire .....	39
1.7.1    La résolution du système linéaire $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ .....	40
1.7.2    Le remplissage de la matrice d'interaction $\mathbf{A}$ et l'excitation $\mathbf{b}$ .....	42
1.8    Problématique, objectifs et méthodologie .....	42
1.8.1    Problématique de recherche .....	43
1.8.2    Objectifs .....	44
1.8.3    Méthodologie .....	45
1.9    Conclusion .....	46
CHAPITRE 2    MÉTHODES DE CALCUL DE LA TAILLE DU MODÈLE RÉDUIT POUR LES TECHNIQUES MORE AVEC APPLICATION À LA WCAWE .....	47
2.1    Introduction .....	47

2.2	Les techniques de réduction de l'ordre des modèles électromagnétiques (MORE) appliquées à la FEM.....	48
2.2.1	Adaptation du système linéaire de la Trans-FEM pour l'application des techniques MORE.....	48
2.2.2	Techniques de projection dans un sous-espace de Krylov .....	50
2.2.3	Techniques MORE basées sur la correspondance des moments .....	52
2.3	Limitations de la technique WCAWE standard.....	54
2.4	Méthode 1 : Construction adaptative du modèle réduit en se basant sur une estimation de l'erreur de l'approximation.....	57
2.4.1	Algorithme de la technique AWCAWE adaptative .....	58
2.4.2	Complexité de l'approche adaptative .....	63
2.5	Méthode 2 : Construction adaptative du modèle réduit en se basant sur l'estimation du temps de calcul.....	64
2.5.1	Estimation de l'accélération en temps de calcul de la WCAWE par rapport au balayage fréquentiel discret .....	64
2.5.2	Algorithme.....	66
2.6	Résultats et validation.....	66
2.6.1	Validation de la méthode 1 : Construction adaptative du modèle réduit en se basant sur une estimation de l'erreur d'approximation.....	67
2.6.2	Validation de la méthode 2 : Construction adaptative du modèle réduit en se basant sur l'estimation du temps de calcul .....	73
2.7	Conclusion .....	78
 CHAPITRE 3 APPROCHES MULTI-POINTS POUR LES TECHNIQUES MORE AVEC APPLICATION À LA TECHNIQUE WCAWE .....		
3.1	Introduction.....	81
3.2	État de l'art des méthodes à fréquences d'expansion multiples pour les techniques MORE.....	82
3.3	Limites des techniques MORE à fréquence d'expansion unique et l'estimation de l'erreur d'approximation .....	83
3.4	Nouveau critère de décision pour les dispositifs sans pertes .....	85
3.5	Algorithme de la technique WCAWE à fréquence d'expansions multiples.....	86
3.6	Nouveau critère de décision pour les circuits avec pertes .....	89
3.7	Résultats et validation.....	92
3.7.1	Critère de décision pour le cas des dispositifs sans perte.....	92
3.7.1.1	Validation de la corrélation entre l'erreur exacte d'approximation et la condition de passivité.....	92
3.7.1.2	Validation de la MP-WCAWE .....	93
3.7.1.3	Comparaison avec la technique WCAWE à une seule fréquence d'expansion (SP-WCAWE) .....	99
3.7.1.4	Comparaison avec la technique AMP.....	100
3.7.1.5	Tableau 3.3 Comparaison avec le logiciel commercial HFSS..	101
3.7.2	Critère de décision pour les circuits avec pertes .....	103
3.8	Conclusion .....	107

CHAPITRE 4	MÉTHODE MULTIPOINTS POUR LA GÉNÉRATION RAPIDE DE LA MATRICE DES MOMENTS ET NOUVELLE APPROCHE POUR L'ÉXCITATION DES PORTS .....	109
4.1	Introduction.....	109
4.2	La MoM dans la modélisation des circuits planaires (2.5D) .....	110
4.2.1	Fonction de Green pour les structures planaires .....	111
4.2.2	Génération de la matrice d'interaction .....	115
4.2.3	Modélisation de l'excitation pour le calcul des paramètres S .....	116
4.3	Fonction de Green spatiale pour les structures planaire de type « Microstrip ».....	117
4.3.1	Fonction de Green dans le domaine spectral.....	118
4.3.2	Fonction de Green dans le domaine spatial.....	120
4.4	Évaluation analytique des interactions entre fonction de test et fonction de base dans la matrice MoM .....	122
4.5	Technique de génération rapide multipoints des intégrales d'interactions.....	126
4.6	Méthode d'excitation multimodes pour la Méthode des Moments (trans-MoM).....	129
4.6.1	Propagation le long d'une ligne de transmission.....	130
4.6.2	Expressions multimodes du courant électrique sur les ports d'un circuit RF.....	131
4.6.3	Solution 2D avec la méthode « Spectral Domain Approach » (SDA) .....	134
4.6.3.1	Méthode de la solution.....	136
4.6.3.2	Choix des fonctions de base.....	137
4.6.4	Présentation de la méthode Trans-MoM .....	138
4.7	Résultats et validation .....	145
4.7.1	Génération rapide la matrice des Moments MP-FMG .....	145
4.7.1.1	Comparaison de la technique FMG originale avec la nouvelle technique MP-FMG.....	146
4.7.1.2	Temps de calcul .....	154
4.7.2	Méthode d'excitation multimodes pour la Méthode des Moments (trans-MoM) .....	156
4.8	Conclusion .....	159
CONCLUSION.....		161
RECOMMANDATIONS .....		165
ANNEXE I	IDENTITÉS VECTORIELLES.....	167
ANNEXE II	INTÉGRATION NUMÉRIQUE EN QUADRATURE DE GAUSS.....	169
ANNEXE III	DÉVELOPPEMENT EN SÉRIE DE TAYLOR .....	171
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....		173



## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1.1	Comparaison des défis entre la MoM et la FEM .....43
Tableau 2.1	Simulation 1 – $f_0 = 2$ GHz, $Bvec = 5$ .....70
Tableau 2.2	Simulation 2 – $f_0 = 5$ GHz, $Bvec = 5$ .....70
Tableau 2.3	Simulation 3 – $f_0 = 8$ GHz, $Bvec = 5$ .....70
Tableau 2.4	Données statistiques sur l’erreur d’approximation pour $f_0 = 8$ GHz et $Bvec = 5$ .....72
Tableau 2.5	Résultats des simulations pour la technique AWCAWE-2 .....76
Tableau 3.1	Données sur l’erreur relative du paramètre $S_{11}$ pour différentes valeurs de $tol$ .....97
Tableau 3.2	Données sur l’erreur relative du paramètre $S_{11}$ pour différentes tailles du modèle réduit .....98
Tableau 3.3	Comparaison du temps d’exécution entre la MP_WCAWE et la technique AMP .....102
Tableau 3.4	Comparaison du temps de calcul entre HFSS et la méthode MP-WCAWE .....103
Tableau 4.1	Temps de simulation en Seconde en fonction du nombre d’interaction pour l’intégration numérique, analytique avec un développement en série de Taylor à l’ordre 5, analytique et MP-FMG(2), analytique et MP-FMG(3) et analytique et MP-FMG(4) .....154
Tableau 4.2	Constante de propagation $\beta$ obtenue avec les techniques : SDA utilisant 2 fonctions de base, SDA utilisant 4 fonctions de base et le logiciel HFSS. ....157





## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Chaîne de transmission-réception typique.....8
Figure 1.2	Exemples de circuits passifs tridimensionnels en technologie guide d'onde...11
Figure 1.3	Exemples de circuits en technologie planaires HMIC et MMIC .....12
Figure 1.4	Organigramme de la modélisation analytique.....13
Figure 1.5	Schéma général d'un circuit ayant P ports d'entrées sorties .....14
Figure 1.6	Organigramme de la modélisation numérique .....15
Figure 1.7	Structure générale d'un réseau multiport .....34
Figure 1.8	Structure typique d'un circuit planaire .....37
Figure 1.9	Diagramme des différentes étapes d'une simulation électromagnétique .....40
Figure 2.1	Organigramme de la technique WCAWE standard.....56
Figure 2.2	Organigramme de la technique WCAWE adaptative.....62
Figure 2.3	Organigramme des différentes étapes de la validation.....67
Figure 2.4	Guide d'onde rectangulaire WR159 (Les dimensions sont en mm) .....69
Figure 2.5	Paramètres S du guide d'onde ER159 obtenus avec le balayage fréquentiel régulier.....69
Figure 2.6	Erreur exacte d'approximation $Er_{S11}$ pour $Er_{threshold}=10^{-2}, 10^{-4}$ et $10^{-6}$ ( $f_0 = 8$ GHz et $Bvec = 5$ ).....71
Figure 2.7	Jonction $50\Omega$ de trois lignes coaxiales (Les dimensions sont en mm) .....74
Figure 2.8	Paramètres S de la jonction coax- $50\Omega$ obtenus avec le balayage fréquentiel régulier.....75
Figure 2.9	$tSP$ et $rSP$ en fonction de la taille de la base réduite $Nvec$ .....76
Figure 2.10	Erreur d'approximation relative du paramètre S11 pour différentes valeurs de tSP .....77

Figure 3.1	Corrélation entre $\epsilon_{norm}$ et $\epsilon_r$ pour : Simulation 1 - $f_c=10$ GHz $\epsilon_{norm}(\text{---})$ $\epsilon_r(\text{---})$ , simulation 2 - $f_c=20$ GHz $\epsilon_{norm}(\text{---})$ $\epsilon_r(\text{---})$ et Simulation 3 : $f_c=30$ GHz $\epsilon_{norm}(\text{---})$ $\epsilon_r(\text{---})$ .....	93
Figure 3.2	Filtre à deux résonateurs diélectriques en forme cylindriques .....	94
Figure 3.3	Paramètres-S du filtre à deux résonateurs diélectriques.....	94
Figure 3.4	Erreur relative de $S_{11}$ pour différentes valeurs de $tol$ .....	96
Figure 3.5	Erreur relative de $S_{21}$ pour différentes valeurs de $tol$ .....	96
Figure 3.6	Distribution des fréquences d'expansions pour : Simu 1 ( $tol = 10 - 4$ ), Simu 2 ( $tol = 10 - 8$ ) et Simu 3 ( $tol = 10 - 10$ ).....	97
Figure 3.7	Erreur relative du paramètre $S_{11}$ pour différentes tailles du modèle réduit pour $tol = 10 - 10$ .....	98
Figure 3.8	Comparaison entre MP-WCAWE et SP-WCAWE.....	99
Figure 3.9	Comparaison entre MP-WCAWE et la technique AMP pour 19 fréquences pour 19 fréquences d'expansion .....	101
Figure 3.10	Erreur d'approximation relative pour le paramètre $S_{11}$ : HFSS Fast Sweep (—), HFSS Interpolating Sweep avec $error=10^{-8}$ (----) et MP-WCAWE avec $tol=10^{-10}$ et $q=30$ (----).....	102
Figure 3.11	Perte totale de puissance à l'intérieur de la jonction coaxiale à 3 sections contenant des pertes diélectriques obtenue avec $Sp_{PL}$ et $F_{PL}$ .....	105
Figure 3.12	Perte totale de puissance à l'intérieur de la jonction coaxiale à 3 sections contenant des conducteurs imparfaits obtenue avec $Sp_{PL}$ et $F_{PL}$ .....	106
Figure 3.13	L'écart relatif $\alpha$ pour la jonction coaxiale à 3 sections contenant des pertes diélectriques .....	106
Figure 3.14	L'écart relatif $\alpha$ pour la jonction coaxiale à 3 sections contenant des conducteurs imparfaits.....	107
Figure 4.1	Structure générale d'un circuit planaire multicouche.....	110
Figure 4.2	Structure planaire de type « Microstrip » avec HED situé à l'interface entre l'air et le diélectrique .....	118
Figure 4.3	Fonction de base de type RoofTop .....	124

Figure 4.4	Subdivision des domaines d'intégration des fonctions de Base et de Test Rooftop pour la génération rapide de la matrice des Moments.....	129
Figure 4.5	Modèle d'une ligne de transmission terminée sur une charge $Z_L$ .....	130
Figure 4.6	Coupe transversale d'une ligne « Microstrip » avec couvercle.....	134
Figure 4.7	Courant longitudinal $J_x(y)$ du premier mode sur une ligne « Microstrip »...	139
Figure 4.8	Courant transversal $J_y(y)$ du premier mode sur une ligne « Microstrip ».....	139
Figure 4.9	Distribution des fonctions de base Rooftop selon X.....	140
Figure 4.10	Distribution des fonctions de base Rooftop selon Y.....	140
Figure 4.11	Assemblage du système linéaire de la trans-MoM.....	143
Figure 4.12	Algorithme de la Trans-MoM .....	144
Figure 4.13	$I_{Am}'_{mxx}$ pour FMG, MP-FMG(2) et la forme analytique avec un développement de Taylor a l'ordre 5 pour 5 GHz et $\epsilon_r = 2.2$ .....	147
Figure 4.14	$I_{Am}'_{mxx}$ pour FMG, MP-FMG(2) et la forme analytique avec un développement de Taylor a l'ordre 5 pour 20 GHz et $\epsilon_r = 2.2$ .....	148
Figure 4.15	$I_{Am}'_{mxx}$ pour FMG, MP-FMG(2) et la forme analytique avec un développement de Taylor a l'ordre 5 pour 40 GHz et $\epsilon_r = 2.2$ .....	148
Figure 4.16	$I_{Am}'_{mxx}$ pour MP-FMG(2), MP-FMG(3), MP-FMG(4) et la forme analytique avec un développement de Taylor a l'ordre 5 pour 40GHz et $\epsilon_r = 2.2$ .....	149
Figure 4.17	Erreur relative d'approximation de $I_{Am}'_{mxx}$ entre la MP-FMG originale, MP-FMG(2), MP-FMG(3), MP-FMG(4) et l'intégration numérique pour 40GHz et $\epsilon_r = 6.15$ .....	150
Figure 4.18	Erreur relative d'approximation de $I_{Am}'_{mxx}$ entre la MP-FMG originale, MP-FMG(2), MP-FMG(3), MP-FMG(4) et l'intégration numérique pour 80GHz et $\epsilon_r = 6.15$ .....	151
Figure 4.19	$I_{Am}'_{mxx}$ avec MP-FMG(3), MP-FMG(4), la forme analytique avec un développement de Taylor a l'ordre 5 et l'intégration numérique pour 40GHz et $\epsilon_r = 2.2$ .....	151

Figure 4.20	$JX$ sur une ligne ouverte de longueur $1.0\lambda$ à la fréquence 5.0 GHz avec l'intégration analytique et la technique hybride : analytique+MP-FMG(3) .....	153
Figure 4.21	$JX$ sur une ligne ouverte de longueur $2.5\lambda$ à la fréquence 5.0 GHz avec l'intégration analytique et la technique hybride : analytique+MP-FMG(3) .....	153
Figure 4.22	Temps de simulation analytique avec un développement en série de Taylor à l'ordre 5, analytique et MP-FMG(2), analytique et MP-FMG(3) et analytique et MP-FMG(4) pour 60 et 120 interactions. ....	155
Figure 4.23	Accélération par rapport à la solution numérique pour les approches analytique avec un développement en série de Taylor à l'ordre 5, analytique et MP-FMG(2), analytique et MP-FMG(3) et analytique et MP-FMG(4) pour 60 et 120 interactions .....	155
Figure 4.24	Réel ( $Jx$ ) pour le mode fondamental sur une ligne infinie de largeur $W=6D$ .....	158
Figure 4.25	Réel ( $Jy$ ) pour le mode fondamental sur une ligne infinie de largeur $W=6D$ .....	158

## LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

4G	4 <sup>th</sup> Generation
5G	5 <sup>th</sup> Generation
ABC	Absorbing Boundary Condition
AMP	Adaptive Multi-Point
ALPS	Adaptive Lanczos Padé Spectral solution
AWE	Asymptotic Waveform Evaluation
BSS	Broadcasting Satellite Services
CAO	Conception Assistée par Ordinateur
CPW	Coplanar Waveguide
FDTD	Finite Difference Time domain
FEM	Finite Elements Method
FMG	Fast Matrix Generation
GaAs	Gallium Arsenide
GAWE	Galerkin Asymptotic Waveform Evaluation
Gbps	Giga bits par seconde
HED	Horizontal Electric Dipole
Iot	Internet-of-Things
LNA	Low Noise Amplifier
LTCC	Low Temperature Co-Fired Ceramic
Mbps	Megabits per second
MIMD	Multiple instruction, multiple data
MMIC	Monolithic Microwave Integrated Circuit,
MISD	Multiple instruction, single data
MoM	Method of Moments
MORe	Model Order Reduction
MPIE	Mixed Potentials Integral equation
MPVL	Matrix-Padé Via Lanczos

MSS	Mobile satellite services
PA	Power Amplifier
PEC	Perfect Electric Conductor
PML	Perfectly Matched Layer
PVA	Padé via Lanczos
RF	Radio Frequency
RNSS	Radionavigation Satellite Service
RWG	Rao Wilton Glisson
SISD	Single Instruction Single Data
SIMD	Single Instruction Multiple Data
SMD	Surface Mount Device
TEM	Transverse Electromagnetic
VED	Vertical Electric Dipole
WCAWE	Well-Conditioned Waveform Evaluation

## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

$\varepsilon$	Intensité du champ électrique (Volt/mètre)
$\mathcal{H}$	Intensité du champ magnétique (Ampère/ mètre)
$\mathcal{D}$	Densité du flux électrique (Coulomb/ mètre <sup>2</sup> )
$\mathcal{B}$	Densité du flux magnétique (Weber/ mètre <sup>2</sup> )
$\mathcal{J}$	Densité du courant électrique (Ampère/ mètre <sup>2</sup> )
$\mathcal{M}$	Densité du courant magnétique (Volt/ mètre <sup>2</sup> )
$\rho_e$	Densité de charge électrique (Coulomb/ mètre <sup>3</sup> )
$\varepsilon_0$	Permittivité électrique du vide (Farad/ mètre)
$\varepsilon_r$	Permittivité électrique relative
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide (Henry/ mètre)
$\mu_r$	Perméabilité magnétique relative
$\sigma$	Conductivité électrique (Siemens/ mètre)
$\chi_e$	La susceptibilité électrique
$\chi_m$	La susceptibilité magnétique
$k_0$	Nombre d'onde dans le vide (Radians/ mètre)
$\mathbf{A}$	Potentiel vecteur du champ magnétique
$\phi$	Potentiel scalaire du champ électrique
$\bar{\mathbf{G}}^E$	Fonction de Green dyadique du champ électrique
$\bar{\mathbf{G}}^A$	Fonction de Green dyadique du potentiel vecteur
$G^\phi$	Fonction de Green du potentiel scalaire
$\omega$	Fréquence angulaire (Radians/seconde)
$\lambda$	Longueur d'onde (Mètre)





## INTRODUCTION

Depuis la première expérience de G. Marconi en 1900 (Sarkar et al., 2006), les communications sans-fil ont complètement transformé notre mode de vie. Cet essor ne cesse d'augmenter de jour en jour, multipliant les applications et les services offerts dans plusieurs domaines. Dans ce contexte, les communications par satellites et les réseaux cellulaires terrestres constituent sans doute les mises en œuvre les plus spectaculaires des communications sans-fil. Pour le cas de la téléphonie cellulaire terrestre, les services offerts de nos jours ne se limitent plus à la simple transmission de la voix. En effet, les nouveaux téléphones intelligents, bien que relativement petits de taille, permettent l'échange de fichiers multimédias, la localisation géographique par satellite, la tenue de vidéo-conférences, la navigation sur internet et le visionnement de vidéos haute-définition en temps réel. Cela est rendu possible grâce aux débits assez élevés atteignant les 100 Mbps à haute mobilité voir 1 Gbps pour les communications à faible mobilité tels que spécifié par la ITU-R pour les standards de téléphonie mobile de 4<sup>ième</sup> génération (4G) (Korhonen, 2014). Bien que le déploiement de la 4G n'ait même pas commencé dans certains pays à travers le monde, la course vers la 5<sup>ième</sup> génération (5G) (Calum Dewar, 2014) est déjà lancée avec des objectifs assez ambitieux : débit réel de 1-10 Gbps, des temps de latence sous 1 ms, 1000x de bande passante par unité de surface, entre 10-100x de nombre de terminaux simultanément interconnectés et une perception qui approche la 100% couverture et disponibilité réseau. Tout cela bien sûr dans le cadre du tout connecté tel que défini par la nouvelle tendance de « Internet of Things » (IoT) (Greengard, 2015). Bien que les spécifications de la 5G ne soient pas définitives jusqu'à présent, plusieurs sont de l'avis que l'impact d'un tel chamboulement sur les fabricants des terminaux mobiles ainsi que sur l'infrastructure radio existante sera considérable. Pour les communications par satellites, les applications sont diverses allant de la diffusion audiovisuelle (BSS), la radionavigation (RNSS) et la téléphonie mobile (MSS) dans leurs dimension commerciale et civile jusqu'aux applications de nature militaire. Pour la téléphonie mobile, bien que les réseaux cellulaires terrestre soient plus convoités dans les zones peuplées, la téléphonie satellitaire reste néanmoins la solution unique pour les navires, les avions et pour les communications de très longue portée. Entre toutes ces applications commerciales, le

marché de la diffusion audiovisuelle est certainement le marché le plus prometteur pour les communications par satellites dans les années à venir. Tout comme pour la téléphonie mobile terrestre les nouvelles spécifications et régulations ainsi que les attentes des consommateurs sont assez hautes et rien ne pourra freiner la conquête de nouvelles bandes de fréquences afin de satisfaire cette gourmandise en ressources. Cette tendance de conquérir les hautes fréquences tout en exigeant des circuits RF plus performants avec un niveau d'intégration élevé rend la tâche encore plus difficile pour les concepteurs. En effet, la conception de circuits passifs comme les antennes, les filtres et les coupleurs devient plus difficile sans mentionner les phénomènes électromagnétiques indésirables qui s'amplifient avec la montée en fréquence comme le couplage électromagnétique entre les lignes de transmission dans les circuits numériques à haute vitesse d'où la nécessité d'analyser l'intégrité des signaux entre autres avant de passer à la fabrication ce qui peut ralentir le « time-to-market » global et augmenter les coûts.

Afin de satisfaire cette forte demande d'innovations à moindre coûts, les fabricants d'équipements de télécommunication dans la bande RF et microonde n'auront le choix que de se doter des outils appropriés. Parmi ces outils, la simulation électromagnétique est devenue un outil incontournable grâce entre autres à la disponibilité de ressources de calcul assez performantes. Actuellement on peut trouver sur le marché plusieurs éditeurs (ANSYS, KeySight, AWR, CST, EMworks, etc.) de logiciels de conception assistée par ordinateur (CAO) offrant une large gamme de produits allant du simple calcul d'impédance caractéristique pour les lignes de transmission jusqu'aux noyaux de résolution électromagnétique 2.5D et 3D souvent appelés logiciel de simulation « Full-Wave ». Bien que leurs coûts soient relativement élevés, ces outils constituent le choix par excellence pour les fabricants de circuits RF et microondes pour plusieurs raisons : (i) il s'agit de solutions versatiles mettant œuvre des méthodes numériques qui ne dépendent pas du problème traité; (ii) presque tous les phénomènes physiques importants dans la bande RF et microonde sont pris en compte durant la résolution ce qui contribue à la réduction des erreurs de modélisation; (iii) toute autre quantité d'intérêt peut être obtenue facilement du moment où les quantités

électromagnétiques primaire (champ électrique, champ magnétique et courant électrique) sont disponibles.

Les méthodes numériques comme la méthode des éléments finis (Zienkiewicz, Taylor et Zhu, 2013) et la méthode des moments (Gibson, 2014) employées par les outils de simulation sont malheureusement connues pour être très gourmandes en temps de calcul et ressources matérielles en général. Cette demande en ressources augmente pour les circuits et structures de grande taille électrique où la précision de calcul constitue un facteur important. En effet, ces méthodes aboutissent généralement à des systèmes linéaires de grande taille qu'il faut résoudre sur de larges bandes de fréquences avec une haute résolution fréquentielle afin de capter le comportement électrique avec précision surtout pour les structures résonnantes à facteur de qualité élevé. Le temps de calcul associé à de telles simulations peut être très long et peut devenir exorbitant si plusieurs simulations sont nécessaires comme dans le processus d'optimisation souvent utilisé par l'ingénieur concepteur. Il est donc important, voire essentiel, de rendre accessible au concepteur la précision de calcul associée aux méthodes « Full-Wave » avec des vitesses de calcul se rapprochant de celles des simulateurs circuit. C'est cette problématique précise de comment accélérer le temps de calcul des méthodes « Full-Wave » lors de la simulation des circuits RF et microondes à plusieurs points de fréquence ou sur des larges bandes fréquentielles qui fait l'objet principal de cette thèse. Notre objectif dans ce contexte est de développer les techniques et les algorithmes susceptibles de réduire le temps de calcul des méthodes « Full-Wave » tout en préservant une précision acceptable, de les implémenter et de les valider. Les techniques « Full-Wave » accélérées serviront comme technologie habilitante pour le développement de divers systèmes radio et autres et aideront l'ingénieur concepteur à travailler plus efficacement.

### **Contribution de la thèse**

Il est important de noter que nos travaux ont touché principalement les méthodes FEM et MoM puisque ces deux méthodes permettent d'analyser un spectre très large de circuits RF et microondes. D'ailleurs, plusieurs éditeurs de logiciels de simulation électromagnétique offrent souvent des solutions qui mettent en œuvre ces deux méthodes pour subvenir aux besoins des

concepteurs. Les principales contributions de cette thèse se situent aux niveaux de : (i) les techniques de réduction de la taille des modèles électromagnétique connues dans la littérature sous le nom de technique MORE et qui permettent d'estimer très rapidement la réponse fréquentielle d'une structure donnée sur une très large bande en utilisant le modèle réduit; (ii) l'évaluation des intégrales d'interactions dans la matrice des Moments ainsi que l'amélioration de la technique d'excitation des structures électromagnétiques dans la méthode MoM. Plus précisément, les contributions de la thèse sont les suivantes :

- résolution des problèmes de sous-dimensionnement et de surdimensionnement des modèles électromagnétiques réduits «Model Order Reduction » (MORE) en proposant une technique adaptative de génération de la base réduite. Cette technique procède par l'incrémentation itérative de la base réduite en se basant sur une estimation de l'erreur d'approximation pour chaque fréquence de la bande de simulation. Cette contribution a été implémentée dans le logiciel de simulation électromagnétique commercial HFWorks (version 2009-2010) dans le cadre d'un stage en milieu professionnel financé par l'organisme MITACS et effectué au sein de la compagnie EMWorks ;
- une nouvelle méthode de calcul de la taille de la base réduite pour les techniques MORE en général à partir de l'accélération voulue en temps de calcul de la solution approximée en comparaison avec le temps de calcul de la solution discrète. Cette contribution a fait l'objet d'un article de conférence intitulé « A new computational speed-up based criterion for accelerating the WCAWE MORE technique » publié en 2015 à «IEEE MTT-S International Conference on Numerical Electromagnetic and Multiphysics Modeling and Optimization» (NEMO) ;
- une nouvelle approche multipoint d'expansion pour les techniques MORE. La nouvelle approche utilise la condition de passivité dans les circuits passifs sans pertes comme critère de décision pour l'ajout de nouvelles fréquences d'expansion. Dans le même contexte, une approche similaire pour le cas des circuits passif avec pertes a été également développée. Cette contribution a été implémentée dans le logiciel de simulation commercial HFWorks

depuis la version 2012 et a fait l'objet d'un article de revue intitulé « New Adaptive Multi-Expansion Frequencies Approach for SP-MORE Techniques with application to the WCAWE » resoumis après une troisième révision en Février 2017 pour publication dans le journal «IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques»;

- développement d'une technique multipoints de génération rapide de la matrice d'interaction dans la méthode des Moments (MoM). Cette méthode contourne le long calcul des intégrales d'interactions en les transformant en une somme de produits entre quantités scalaires qui sera facile à calculer. L'évaluation des intégrales se fait en un nombre de points choisi selon la distribution des points de l'intégrale en quadrature de Gauss. Cette contribution a fait l'objet d'un manuscrit soumis pour publication dans le journal «IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters»;
- proposition d'une nouvelle approche pour l'excitation bidimensionnelle des ports dans la méthode des Moments (MoM) permettant l'extraction des paramètres S généralisés. Il s'agit de travaux de bases mettant l'accent sur la formulation et la faisabilité de cette nouvelle approche dont une extension serait nécessaire afin d'obtenir une contribution substantielle.

### **Organisation de la thèse**

Cette thèse est organisée en quatre chapitres plus une conclusion générale :

#### **Chapitre 1**

Ce chapitre commence par un court rappel de la théorie générale des champs électromagnétiques en se basant sur les équations de Maxwell et introduit les principaux fondements mathématiques des méthodes numériques « Full-wave » à savoir la méthode des éléments finis (FEM) et la méthode des moments (MoM). Dans ce même chapitre, l'état de l'art des principales contributions qui ont permis d'améliorer les performances de ces méthodes et qui ont rendu leur utilisation dans les logiciels de CAO possibles sont revues. La

problématique de recherche, les objectifs et la méthodologie de recherche sont explicitement présentées dans la dernière section de ce chapitre.

## **Chapitre 2**

Dans ce chapitre les techniques de réduction de l'ordre des modèles électromagnétiques MORE sont introduites. Ensuite, deux approches pour un choix optimal de la taille du modèle réduit obtenu suite à l'application de la FEM dans le cadre d'un balayage fréquentiel rapide sont présentées. La validation de ces deux approches a été réalisée avec la technique de réduction de l'ordre des modèles électromagnétiques WCAWE.

## **Chapitre 3**

Dans ce chapitre une nouvelle technique pour le choix des fréquences d'expansion multiples dans un balayage fréquentiel rapide utilisant une technique MORE est présentée. La validation est effectuée avec la même technique employée dans le chapitre 3 à savoir la WCAWE.

## **Chapitre 4**

Dans la première partie de ce chapitre une nouvelle méthode pour la génération rapide de la matrice des Moments est présentée. Cette méthode utilise les points de l'intégrale en quadrature de Gauss afin de réduire deux intégrales doubles bidimensionnelles en une somme simple et facile à calculer. Dans la deuxième partie une approche améliorée de l'excitation des ports dans le cadre de la MoM est introduite. Cette nouvelle approche s'inspire de la méthode Trans-FEM et a pour effet de réduire le temps de calcul supplémentaire que certains modèles d'excitation introduisent et permet de simplifier la caractérisation des structures électromagnétiques.

Avant de conclure, des recommandations et des perspectives pour des travaux et des recherches futures sont présentées.

## CHAPITRE 1

### FONDEMENTS MATHÉMATIQUES DES MÉTHODES NUMÉRIQUES

#### 1.1 Introduction

La théorie de l'électromagnétisme par le biais des équations de Maxwell, constitue le fondement des fréquences RF et microondes en génie électrique. Ces équations permettent d'expliquer de nombreux phénomènes ondulatoires comme la propagation, la réflexion, la réfraction, la diffraction et la diffusion. Les méthodes numériques permettent de transformer ces équations du domaine continu vers un domaine discret facilitant ainsi leur mise en œuvre pour résoudre des problèmes plus compliqués à l'aide d'ordinateurs et de calculateurs qui n'ont cessé d'évoluer durant ces deux dernières décennies. Malgré, ces avancées considérables, les concepteurs de circuits RF et microondes sont toujours confrontés aux mêmes défis et compromis qui ont existé depuis les premières simulations sur ordinateurs bien que les problèmes qu'on voulait résoudre à ce moment-là étaient plus simples que les problèmes auxquels les concepteurs doivent faire face aujourd'hui. Le compromis majeur se résume depuis toujours en besoins de rapidité et de précision. Dans ce chapitre, les différentes formes de circuits passifs usuels qu'il est possible de rencontrer dans diverses applications ainsi que leurs technologies de fabrication sont exposées brièvement. Ensuite, les aspects fondamentaux de la théorie des champs électromagnétiques sont présentés. Les différentes formulations mathématiques des problèmes électromagnétiques dans leurs formes différentielles et intégrales en se basant sur les équations de Maxwell sont aussi exposées. La théorie derrière les méthodes numériques est également présentée avec une attention particulière à la Méthode des Éléments Finis (FEM) et à la Méthode des Moments (MoM). À la fin de ce chapitre, les enjeux liés à la résolution des systèmes linéaires obtenus suite à l'application des méthodes numériques, particulièrement la FEM et la MoM, sont analysés.

## 1.2 Circuits passifs RF et technologies de fabrication

Les termes circuits RF et microonde sont largement employés dans la littérature pour désigner les dispositifs actifs et passifs qui permettent de réaliser une fonction bien définie dans les bandes de fréquences radio et microondes (Baudin, 2014; Li, 2012). La partie radio d'un transmetteur RF pour les télécommunications mobiles est schématisé sur la Figure 1.1. Ce transmetteur peut fonctionner d'une manière transparente dans les systèmes GSM(GPRS), TDMA et AMPS et dans les bandes de fréquences 800MHz et 1900MHz PCS.

Les circuits actifs les plus utilisés dans ce genre de systèmes sont : les amplificateurs de puissance (PA), les amplificateurs à faible niveau de bruit (LNA), les oscillateurs et les

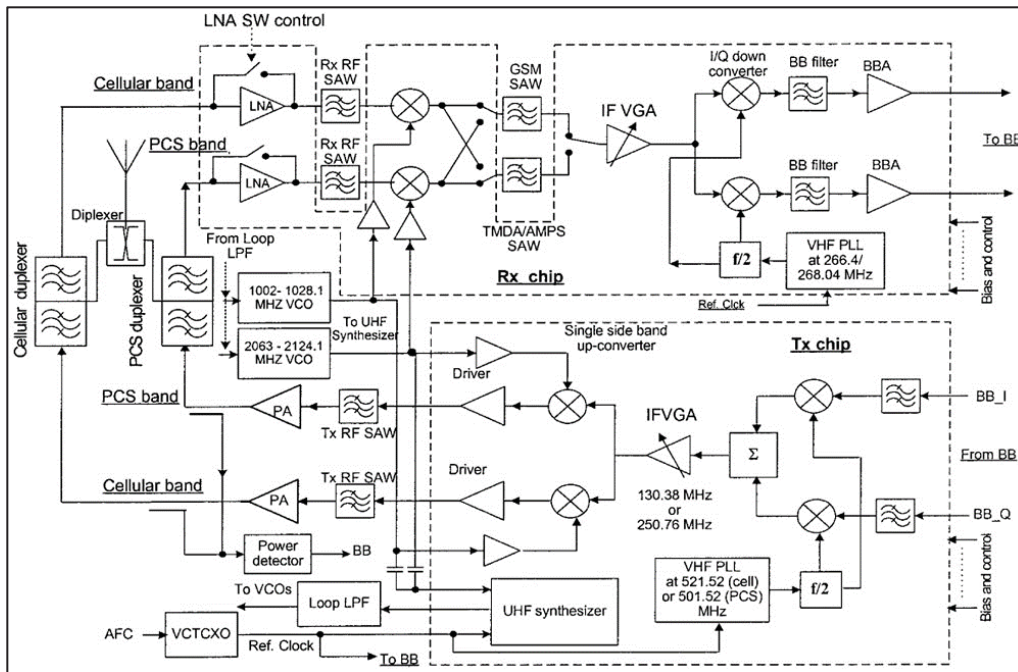


Figure 1.1 Chaîne de transmission-réception typique  
Tirée de Qizhen Gu (2005, p. 388)

mélangeurs de fréquences (Poole et Darwazeh, 2015). Rappelons que les circuits actifs sont généralement des circuits composés qui renferment des éléments actifs de base comme les transistors et les jonctions semi-conducteurs. La catégorie des circuits passifs renferme un grand nombre de composants et de dispositifs allant d'une simple ligne de transmission et



d'éléments distribués de base comme les résistances, les capacités et les inductances... jusqu'aux antennes en passant par les filtres, les duplexeurs, les coupleurs, les diviseurs de puissance, etc. (Nguyen, 2015).

Afin de concevoir un tel système, les spécifications électriques globales comme les pertes totales de toute la chaîne, la bande passante, le niveau de puissance à l'entrée, le niveau du bruit, la sensibilité, etc. doivent se traduire en spécifications pour chaque sous-bloc (circuit) de la chaîne. Pour un filtre passe bande par exemple, les spécifications les plus importantes sont la largeur de la bande passante et le facteur de qualité  $Q$ . D'autres spécifications comme les contraintes environnementales et mécaniques ne doivent pas être négligées puisqu'elles peuvent favoriser le choix d'une technologie de réalisation sur une autre. D'un point de vue pratique, il est possible de classifier les circuits selon le type de lignes de transmission employées en deux grandes catégories à savoir les guides d'ondes qui ont généralement une architecture tridimensionnelle et les structures planaires souvent appelées 2.5D. Sous la pression de la très forte demande en circuits performants, les circuits passifs peuvent avoir, de nos jours, des formes géométriques compliquées et regroupent souvent des milieux hétérogènes voir des technologies hétérogènes. Quatre exemples simples sont montrés par La Figure 1.2 : (a) un filtre passe bande en technologie guide d'onde appelé aussi filtre « combline » utilisé dans les stations de base pour la téléphonie mobile (b) une antenne cornet torsadée utilisée dans des applications radar (c) un coupleur large bande (350-2700MHz) utilisé dans la téléphonie mobile et (d) un amplificateur-duplexeur TMA dans la bande des 1800 MHz pour les stations de base LTE/4G. À part, les antennes, on remarque bien que pour le cas des circuits passifs tridimensionnelles en guide d'onde, l'énergie électromagnétique reste confinée à l'intérieur de la structure. La réception ou la transmission de cette énergie se produit à travers les ports d'entrées sorties. Avec le grand développement des machines-outils à commande numérique (machine CNC) et la maîtrise de techniques de fabrications plus économiques pour des productions à grande échelle, il est désormais possible de réaliser des formes tridimensionnelles plus compliquées que celle montrées par la Figure 1.2. Contrôlées par ordinateur, ces machines acceptent des fichiers décrivant la géométrie des dispositifs à

fabriquer qu'il est possible d'exporter directement à partir des logiciels de CAO électromagnétique modernes.

Pour les circuits planaires ou 2.5D, le niveau de complexité est encore plus élevé. Cela est rendu possible grâce à deux raisons principales : (i) La maîtrise de nouveaux procédés de fabrication permettant de réaliser des circuits intégrés microondes (MIC) en multicouches avec des taux d'intégration élevés et l'intégration de circuits actifs (ii) L'utilisation de matériaux ayant des permittivités électriques élevées donnant des circuits de plus petites tailles. En effet, les circuits intégrés microondes (MIC) deviennent de plus en plus petit de taille. Les MIC se divisent en trois grandes catégories : les circuits intégrés microondes hybrides (HMIC) (Boles, 2011), les circuits intégrés microondes monolithiques (MMIC) (Robertson, Lucyszyn et Engineers, 2001) et une combinaison des deux technologies précédentes connue sous le nom de HMMIC. Dans la technologie HMIC, les composants actifs et passifs sont montés ensemble sur un diélectrique ou un substrat en ferrite interconnectés entre eux par des lignes de transmission planaires déposées sur ce même substrat. Dans la technologie MMIC, les composants actifs et passifs sont déposés sur un substrat en semi-conducteur commun. La Figure 1.3-a, montre un mélangeur de fréquence réalisé à partir de lignes « microstrip » en technologie HMIC. Bien que sa taille ne dépasse pas les quelques  $\text{cm}^2$ , ce circuit renferme trois filtres passe bande, des lignes pour l'adaptation d'impédance ainsi que des blocs de diodes interconnectées à la surface par des lignes de transmission. L'utilisation de la technologie MMIC pour ce même circuit aurait pu réduire d'avantage la taille de ce mélangeur. La Figure 1.3-b nous montre un amplificateur faible bruit en technologie MMIC dont la taille ne dépasse pas  $1 \text{ mm}^2$  sur un substrat en GaAs. Actuellement, il est possible de trouver sur le marché des circuits intégrés renfermant toute la partie radio d'un système sans-fil à très hautes fréquences. Il est parfois très difficile de réaliser des mesures sur ce type de circuit que dire de la détection et la réparation (« tuning ») des problèmes qui peuvent exister sur les premiers prototypes. Cela impose une analyse électromagnétique rigoureuse avec les outils appropriés avant de passer à la fabrication pour réduire le plus possible la probabilité d'avoir des problèmes post-fabrication. Dans le paragraphe suivant, les trois différentes approches

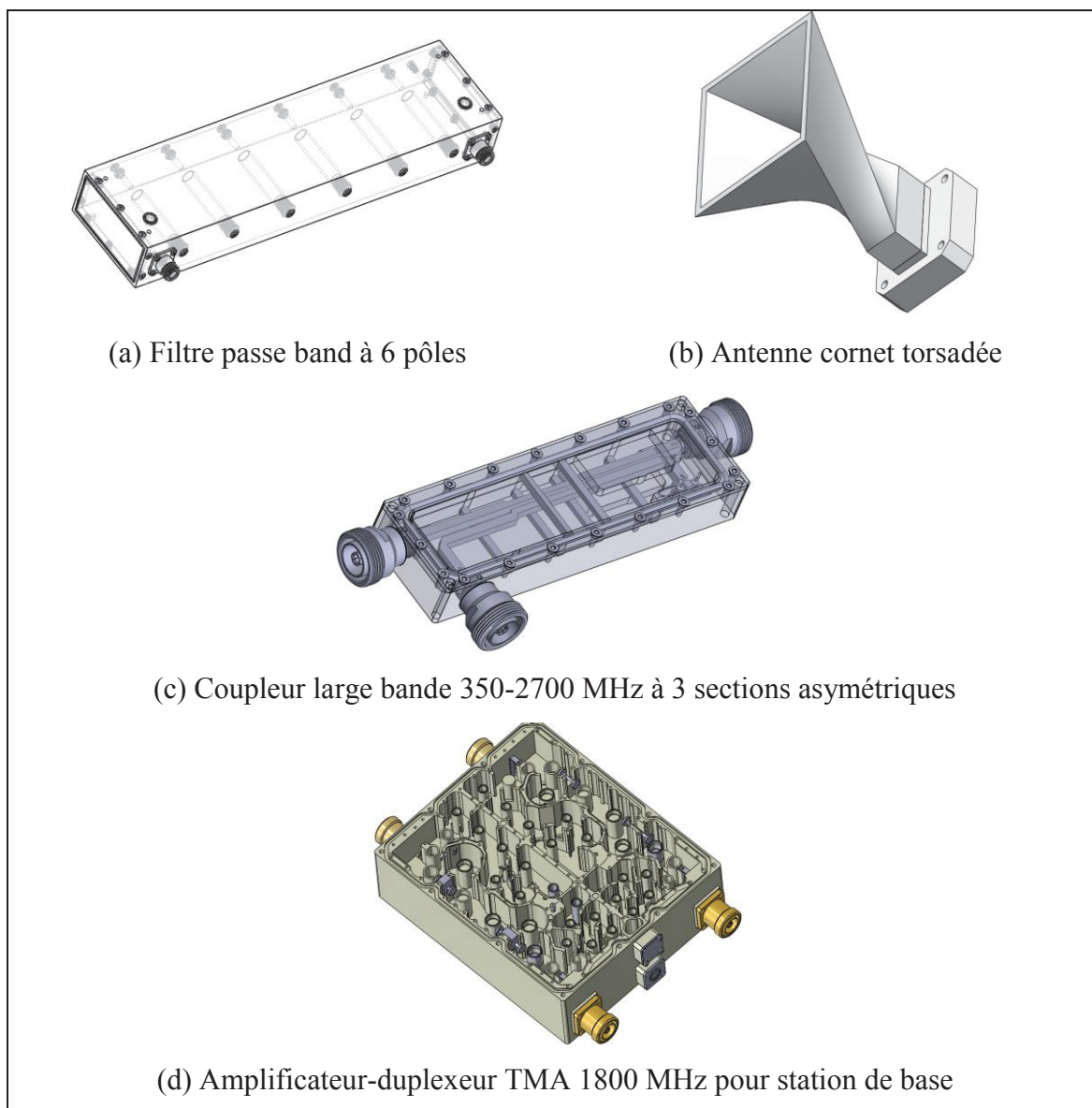


Figure 1.2 Exemples de circuits passifs tridimensionnels en technologie guide d'onde

d'analyse et de modélisation électromagnétique qui permettent de caractériser et d'optimiser ces circuits passifs avant de passer à la réalisation physique sont présentées.

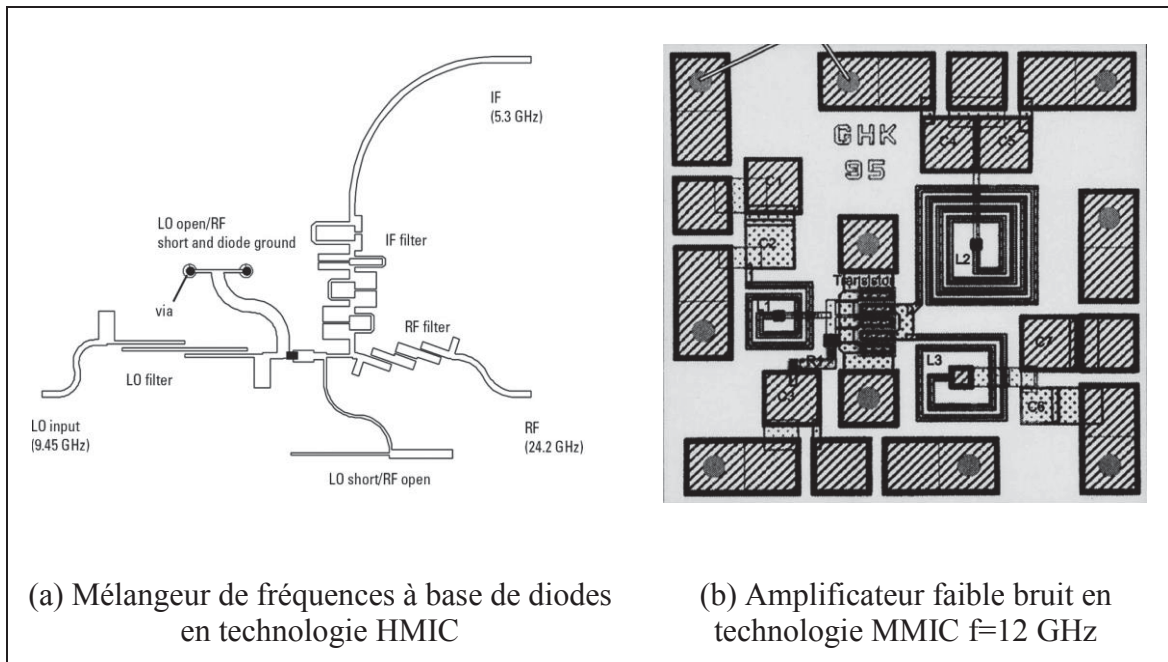


Figure 1.3 Exemples de circuits en technologie planaires HMIC et MMIC

### 1.3 Modélisation électromagnétique des circuits passifs

Il existe trois différentes approches pour résoudre un problème de champ électromagnétique. La première est une approche purement expérimentale et consiste à faire des mesures directement sur des prototypes physiques. Il s'agit d'une approche peu efficace et extrêmement coûteuse en argent et en temps et manque de flexibilité. Cette approche n'est pratiquement plus d'usage de nos jours et à céder la place à deux approches qui permettent de modéliser le comportement électrique jusqu'à un certain niveau de fidélité à savoir la modélisation circuit et la modélisation numérique.

#### 1.3.1 Modélisation circuit et paramètres S

La deuxième approche est l'approche analytique. Cette approche consiste à résoudre analytiquement un problème de champ. Le modèle mathématique peut être formulé à partir de certaines considérations et hypothèses physiques visant à réduire l'espace de la solution afin

de faciliter la résolution. Par exemple, le champ électrique modal sur une section d'un guide d'onde rectangulaire peut être calculé analytiquement avec la théorie des modes de propagations. Il est également possible de calculer l'impédance de certaines lignes de transmission à partir de formules préétablies. Les étapes de la résolution analytique sont schématisées par la Figure 1.4. Le programme dans ce cas n'est utilisé que pour l'automatisation du calcul de la solution. La modélisation circuit constitue la forme la plus élaborée des outils de modélisation qui s'inscrivent dans cette approche (McCalla, 2012). Les grandeurs d'intérêts dans cette catégorie sont appelées paramètres circuits. Il s'agit des paramètres électriques secondaires comme l'impédance caractéristique ainsi que les paramètres réseaux comme les paramètres de diffraction (Paramètres S).

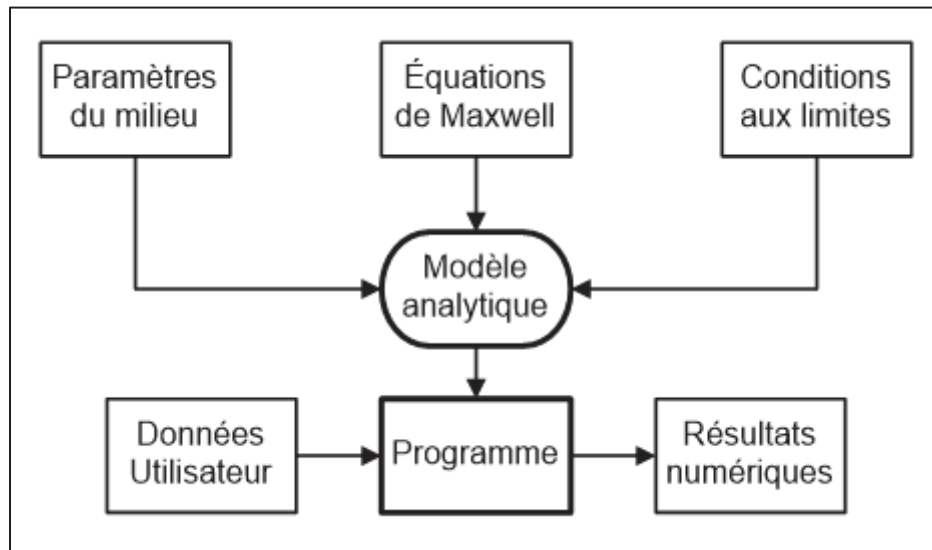


Figure 1.4 Organigramme de la modélisation analytique

En pratique il est souvent difficile d'interpréter quantitativement les valeurs des champs directement. Ainsi dépendamment de l'application en question, des grandeurs dérivées peuvent aider à faciliter l'interprétation et la prise de décision. Dans ce contexte les paramètres S sont largement utilisés dans la caractérisation des circuits électroniques dans les bandes RF et microondes. Le schéma général d'un tel circuit avec P ports d'entrées sorties est représenté dans la Figure 1.5. Ce circuit peut être entièrement caractérisé à une fréquence donnée  $f_i$  à

l'aide de la matrice S généralisée (1.1) où  $S_{ij}$  désigne le rapport entre l'onde transmise au port  $i$  et l'onde incidente au port  $j$  tout en terminant les autres ports  $k \neq j$  par leurs impédances caractéristiques.

$$S_{(f_i)} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1P} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2P} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{P1} & S_{P2} & \cdots & S_{PP} \end{bmatrix} \quad \text{with} \quad s_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_k=0; k \neq j} \quad (1.1)$$

La modélisation circuit est la solution par excellence pour analyser des systèmes composés de plusieurs circuit RF et microondes du moment où leurs matrices S ou toute autre matrices équivalentes sont connues comme la matrice ABCD (Pozar, 2011). A défaut de solutions analytiques bien définies, ces matrices peuvent être obtenues en faisant recours à la modélisation numérique.

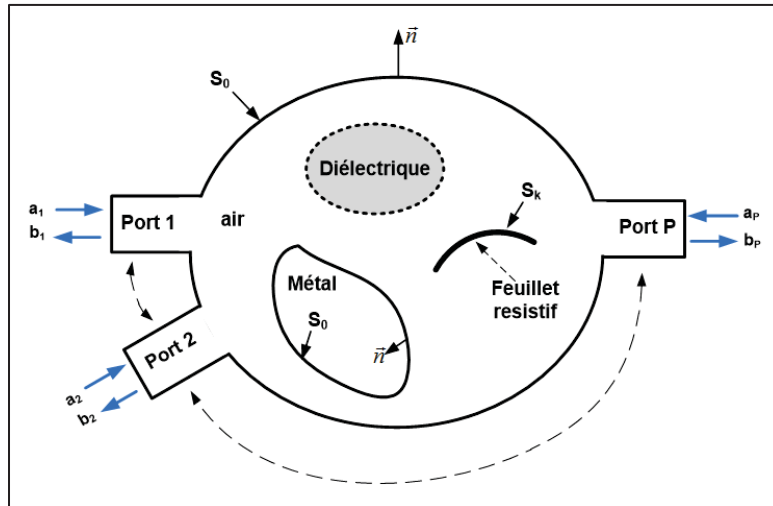


Figure 1.5 Schéma général d'un circuit ayant P ports d'entrées sorties

### 1.3.2 Modélisation numérique

Cette troisième approche consiste à modéliser et résoudre numériquement les problèmes pour déterminer la distribution du champ électromagnétique. En effet, il est quasi impossible de modéliser analytiquement les problèmes électromagnétiques pratiques, d'où la nécessité de trouver des modèles numériques. Cette approche est la plus utilisée de nos jours grâce entre autres à l'apparition de calculateurs et d'ordinateurs assez performants. Plusieurs méthodes s'inscrivent dans cette catégorie, cependant, dans ce paragraphe nous allons nous limiter à introduire les principales méthodes numériques dites méthodes «full-wave» (Mittra, 2013). Cette désignation concerne les méthodes qui s'appliquent directement aux équations de Maxwell ainsi qu'aux différentes formulations dérivées sans approximations visant à réduire le domaine de la solution. L'organigramme de cette approche est représenté par la Figure 1.6.

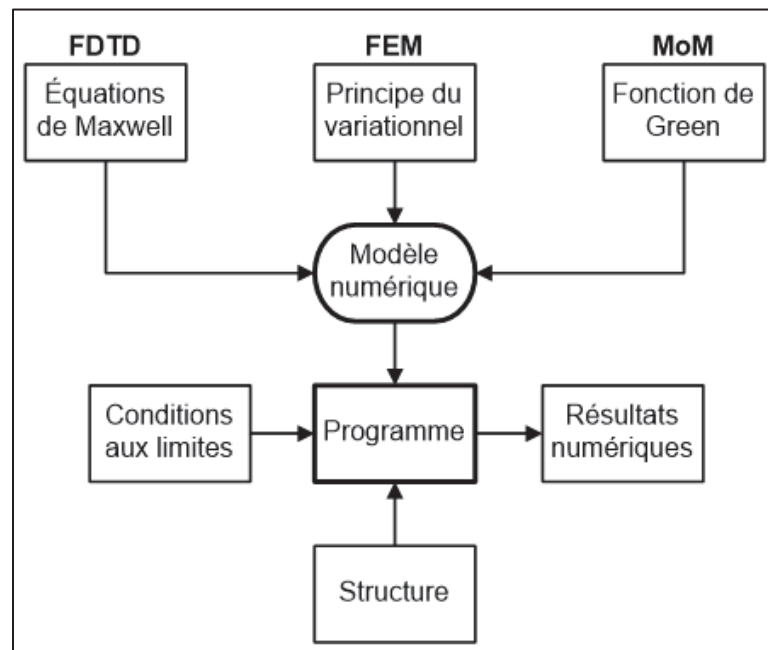


Figure 1.6 Organigramme de la modélisation numérique

Il est important de noter que toutes les méthodes numériques qui sont assimilées à cette approche résultent toujours en une solution approchée du problème. Cette solution est souvent

suffisamment précise pour des applications d'ingénierie. Dans ce cadre, la méthode des différences finies (FDTD) est basée sur des approximations qui permettent de remplacer une équation différentielle avec une équation en différences finies (Sullivan, 2013). Le domaine de la solution doit être subdivisé en une grille de nœuds spatio-temporelle. La solution de l'équation à un nœud est ainsi obtenue à l'aide des valeurs de la même solution aux nœuds avoisinants. La précision de la solution dépend essentiellement de la qualité de la grille ainsi que du schéma des différences mis en œuvre. La FDTD peut s'appliquer directement aux équations de Maxwell (1.2) à (1.5) ainsi qu'aux équations d'onde dérivées. Comme la FDTD, la FEM permet de résoudre numériquement une équation différentielle. Cependant, la différence entre les deux méthodes réside dans le domaine de la solution ainsi que dans la nature de la discrétisation. D'autres parts il y a presque un consensus sur la supériorité de la FEM par rapport à la FDTD, surtout lorsqu'il est question de caractériser la réponse harmonique (paramètres S) des dispositifs électroniques dans la bande RF et microondes.

Dans le cadre de cette thèse, seule la méthode FEM est considérée pour le cas des équations différentielles et la MoM pour le cas des équations intégrales. De plus amples détails sur ces méthodes sont donnés un peu plus loin dans ce chapitre.

Les performances des méthodes numériques sont étroitement liées aux moyens de calcul disponibles puisque leurs implémentations résultent dans la majorité des cas en un flux d'instructions et de données considérables. Dans le paragraphe suivant une classification en termes de flux d'instructions et de données des ordinateurs modernes est brièvement présentée.

### **1.3.3 Architecture des plateformes modernes**

La simulation électromagnétique est rendue accessible de nos jours à un public plus large grâce aux grandes avancées et développements que les ordinateurs et calculateurs modernes (Null et Lobur, 2015) ont connus durant ces deux dernière décennies. L'avènement des architectures multi-cœurs et les accélérateurs matériels ont beaucoup contribué à cela et ont également posé de nouveaux défis aux programmeurs des applications scientifiques de hautes performances :



Comment exploiter au mieux ce nouveau type de parallélisme? En réalité, la programmation parallèle a toujours constitué un aspect important du calcul scientifique de haute performance en tant que sous ensemble au sein d'un domaine plus large qui est l'informatique en général. De nos jours, le parallélisme est devenu le courant dominant dans le développement des logiciels en raison du changement radical dans les nouvelles technologies matérielles. En effet plusieurs fabricants, forcés par des limitations physiques, ont commencé à produire des processeurs comportant plusieurs unités de calcul (cœurs) dans le même circuit intégré avec différents niveaux de mémoire cache. Ainsi, un simple ordinateur devient un petit système parallèle. La taxonomie de Flynn (Null et Lobur, 2015) offre un modèle simple et compréhensible qui permet de classer les différentes architectures parallèles. Cette taxonomie caractérise les architectures parallèles selon les flux de données et des instructions. Nous distinguons quatre catégories :

- instruction-unique, donnée-unique (SISD) : Un seul élément de traitement qui a accès à un seul enregistrement du programme et des données. À chaque étape, l'élément de traitement charge une seule instruction ainsi que les données correspondantes et exécute l'instruction. Le modèle SISD est l'ordinateur séquentiel conventionnel selon le modèle de Von-Neumann;
- instruction-multiple, donnée-unique (MISD) : Contient des éléments de traitement multiples. Chaque élément a une mémoire de programme privée avec un accès commun à une seule mémoire de données globale. À chaque étape, les éléments de traitement obtiennent les mêmes données de la mémoire de données et chargent une instruction de leurs mémoires de programme privée. Ces instructions sont alors exécutées en parallèle par les éléments de traitement en utilisant les données obtenues précédemment comme opérande. Ce modèle d'exécution est très restrictif et aucun ordinateur commercial de ce type n'a jamais été construit;
- instruction-unique, donnée-multiple (SIMD) : Contient des éléments de traitement multiples dont chacun a un accès privé à une mémoire de données (partagée ou distribuée) avec une seule mémoire de programme. À chaque étape, les éléments de traitement reçoivent la même instruction et chargent des données différentes. Ainsi, l'instruction est

exécutée parallèlement d'une manière synchrone par plusieurs éléments de traitement. Ce modèle s'applique parfaitement aux applications ayant un degré de parallélisme de données très élevé. C'est le cas des applications multimédia et les applications de simulations;

- instruction-multiple, donnée-multiple (MIMD) : Contient des éléments de traitement multiples où chaque élément est muni d'un accès séparé aux instructions et aux données. À chaque étape, chaque élément charge une instruction et des données différentes des autres éléments. Le traitement peut se faire d'une manière asynchrone. Les processeurs multi-coeurs ou systèmes de cluster sont des exemples pour le modèle MIMD.

## 1.4 Théorie des champs électromagnétiques

Depuis longtemps, les scientifiques ont essayé d'établir des relations mathématiques pour décrire le comportement des grandeurs électriques et magnétiques ainsi que leurs interactions avec la matière. Bien que plusieurs travaux aient énormément contribué à démystifier certains phénomènes, l'électricité et le magnétisme restèrent deux domaines physiques relativement distincts. C'est grâce aux travaux de James Clerk Maxwell (Pozar, 2011) que toutes les observations et les lois de ces deux domaines ont été unifiées dans une théorie simple et consistante. Avec cette nouvelle théorie, l'appellation : champ électromagnétique a été utilisée pour décrire les différentes manifestations des phénomènes électriques, magnétiques et même optiques. De nos jours, la théorie des champs électromagnétiques s'est montrée encore plus utile. En effet, elle est considérée comme la brique de base pour comprendre et expliquer plusieurs phénomènes surtout dans la bande des fréquences RF et microondes.

### 1.4.1 Les équations de Maxwell

Les équations de Maxwell telles que reformuler par le mathématicien Heaviside (Pozar, 2011) sont données par les équations (1.2), (1.3), (1.4) et (1.5) sous leurs formes différentielles de premier ordre pour un champ électromagnétique quelconque à l'instant  $t$  et pour tout point  $\mathbf{r} = c_x\mathbf{x} + c_y\mathbf{y} + c_z\mathbf{z}$  de l'espace. Il s'agit de la forme généralisée des équations de Maxwell.

$$\nabla \times \mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{d}{dt} \mathcal{B}(\mathbf{r}, t) - \mathcal{M}_{total}(\mathbf{r}, t) \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \mathcal{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{d}{dt} \mathcal{D}(\mathbf{r}, t) + \mathcal{J}_{total}(\mathbf{r}, t) \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{D}(\mathbf{r}, t) = \rho_e(\mathbf{r}, t) \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (1.5)$$

où  $\mathcal{E}(\mathbf{r}, t)$  désigne le champ électrique,  $\mathcal{H}(\mathbf{r}, t)$  désigne le champ magnétique,  $\mathcal{D}(\mathbf{r}, t)$  désigne le flux du champ électrique,  $\mathcal{B}(\mathbf{r}, t)$  désigne le flux du champ magnétique,  $\mathcal{J}(\mathbf{r}, t)$  et  $\mathcal{M}(\mathbf{r}, t)$  désignent respectivement le courant électrique et magnétique et  $\rho_e(\mathbf{r}, t)$  désigne la charge électrique. Lors de la conception des systèmes électriques en général, il est plus judicieux de travailler avec des signaux périodiques dans le temps, généralement des harmoniques comme la fonction cosinus afin d'être en cohérence avec la nature oscillatoire de ces systèmes. Cela nous permet de réduire la complexité des équations et de pouvoir reproduire la solution pour des signaux quelconques en les décomposant sous une somme d'harmoniques à l'aide de la transformée de Fourier (Felder, Felder et Felder, 2015). Cela est rendu possible grâce à une propriété importante des équations de Maxwell (Poazar, 2011) en l'occurrence : la linéarité. En considérant des sources harmoniques dans le temps, le champ électromagnétique, les courants et les charges auront le même comportement temporel. Ainsi, un champ électrique sinusoïdal prend la forme d'une fonction exponentielle complexe telle que donnée par l'équation (1.6).

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \cos[\omega t + \phi(\mathbf{r})] = \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}] \quad (1.6)$$

Avec :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) e^{j\phi(\mathbf{r})} \quad (1.7)$$

Dans l'équation (1.7) le champ électrique est représenté sous une forme complexe dite «*phaseur*» puisque seule l'amplitude du champ ainsi que la phase y figurent. Il s'agit d'une représentation spatiale du champ électrique. En remplaçant toutes les grandeurs par leurs formes complexes dans les équations de Maxwell (1.2), (1.3), (1.4) et (1.5), nous obtenons les équations de Maxwell pour le cas des signaux harmoniques dans le temps (1.8), (1.9), (1.10) et (1.11). Il s'agit aussi de la forme spectrale des équations de Maxwell. Dans la suite de ce document, nous allons nous référer à cette forme des équations de Maxwell (Pozar, 2011).

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{B}(\mathbf{r}) - \mathbf{M}_{total}(\mathbf{r}) \quad (1.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = j\omega \mathbf{D}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}_{total}(\mathbf{r}) \quad (1.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho_e(\mathbf{r}) \quad (1.10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \quad (1.11)$$

#### 1.4.2 Le champ électromagnétique dans la matière

Il est important de souligner le fait que le système d'équations (1.8) à (1.11) reste valide pour tout type de milieu. Cependant, la matière réagit différemment en présence d'un champ électromagnétique ou d'une excitation. Principalement, trois phénomènes peuvent se manifester suite à l'interaction entre la matière et un champ électromagnétique à savoir : La polarisation électrique, la polarisation magnétique et la conduction électrique. Pour comprendre ces phénomènes il faut descendre à l'échelle microscopique au niveau atomique et moléculaire. En effet, une molécule est soit neutre électriquement, soit bipolaire. On parle alors de dipôle. Dans les deux cas et en absence d'un champ électrique, la matière est à l'état neutre macroscopiquement. En présence d'un champ électrique, les dipôles vont s'aligner avec les lignes du champ donnant naissance à un vecteur de polarisation. Dans la plupart des diélectriques, l'intensité de la polarisation est proportionnelle à l'intensité du champ électrique

appliqué. Il s'agit de la polarisation électrique. La relation entre la densité du flux électrique et le champ électrique pour ce cas est donnée par l'équation (1.12).

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \varepsilon_0(1 + \chi_e)\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \varepsilon\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (1.12)$$

Avec,  $\varepsilon$  désigne la permittivité totale et  $\chi_e$  la susceptibilité électrique du milieu (nulle dans le vide). Dans la suite nous utiliserons aussi le terme permittivité relative  $\varepsilon_r$  définie par  $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ . La polarisation magnétique peut se définir par analogie à la polarisation électrique. Ainsi, la relation entre la densité du flux magnétique et le champ magnétique est donnée par l'équation (1.13).

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0(1 + \chi_m)\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (1.13)$$

Dans ce cas,  $\mu$  désigne la perméabilité totale du milieu.  $\chi_m$  La susceptibilité magnétique (généralement nulle pour les diélectriques) et  $\mu_r = 1 + \chi_m$  représente la perméabilité relative. Le troisième phénomène se manifeste dans les milieux qui renferment des charges libres et qui, lorsque soumises à un champ électrique, forment un courant électrique proportionnel à l'intensité du champ comme le montre l'équation (1.14).  $\sigma$  Désigne la conductivité électrique du milieu.

$$\mathbf{J}_c(\mathbf{r}) = \sigma\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (1.14)$$

Les relations (1.12), (1.13) et (1.14) sont aussi appelées relations constitutives parce qu'elles décrivent le comportement du champ électromagnétique dans un milieu donné à travers ses propriétés électriques :  $\varepsilon$ ,  $\mu$  et  $\sigma$ . C'est sur cette base que les matériaux sont souvent classés. Ces propriétés peuvent dépendre du vecteur espace  $\mathbf{r}$ , dans ce cas on parle de milieux hétérogènes. Certains matériaux ont des propriétés électriques qui dépendent de la direction du champ appliqué. Il s'agit dans ce cas de milieu anisotrope.

Jusqu'ici, nous avons présenté les lois qui régissent le champ électromagnétique dans un point de l'espace et dans un milieu infini et sans discontinuités. Malheureusement, la réalité est un peu plus compliquée que cela. En effet, les systèmes que nous concevons sont souvent composés de plusieurs matériaux avec des propriétés électriques distinctes et des formes géométriques assez complexes. Il est donc primordial de comprendre le comportement du champ aux interfaces afin de pouvoir le décrire dans tout le système. Dans la section suivante, nous allons présenter les relations qui définissent le comportement du champ électrique et magnétique entre des milieux différents.

### 1.4.3 Les conditions aux limites

Les conditions aux limites permettent de décrire les relations entre les champs dans deux milieux différents 1 et 2 au niveau de l'interface qui les sépare. Ces relations sont résumées mathématiquement par les équations (1.15) à (1.18) où  $\vec{n}$  désigne la normale à l'interface pointant vers le milieu 2.

$$\vec{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \rho_{es} \quad (1.15)$$

$$\vec{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad (1.16)$$

$$\vec{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = -\mathbf{M}_s \quad (1.17)$$

$$\vec{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{J}_s \quad (1.18)$$

$\rho_{es}$  désigne la densité de charge surfacique,  $\mathbf{M}_s$  la densité du courant magnétique à la surface et  $\mathbf{J}_s$  la densité du courant électrique à la même surface. Le courant magnétique n'a pas de signification physique réelle et peut être omis. Dans ce cas nous pouvons conclure par exemple que la composante tangentielle du champ électrique est toujours continue à l'interface entre deux milieux différents.

Les équations de Maxwell, les relations constitutives et les conditions aux limites avec d'autres relations qui en découlent, tels que la relation de continuité et le théorème de Poynting (Pozar, 2011), constituent la base pour la compréhension de tout phénomène électromagnétique. Dans la suite les différentes approches de résolution possibles de ces équations sont présentées.

## 1.5 Classification des problèmes électromagnétiques

Il existe plusieurs approches pour catégoriser un problème électromagnétique dépendamment de la perception. Par exemple, un simple utilisateur de logiciel de simulation électromagnétique pensera à classifier son problème selon le type de résultats qu'il veut avoir (champ électrique, courant électrique, diagramme de rayonnement...). Il s'agit là d'une catégorisation par application. Dans notre cas, la classification a pour objectif de déterminer l'approche de résolution optimale pour un problème donné. Dans ce sens, le type de l'équation à résoudre pour le problème établit constitue naturellement le premier aspect de cette classification. Il est important de noter que les propriétés électriques des matériaux (isotrope ou anisotrope, linéaire ou non linéaire, homogène ou hétérogène) peuvent influencer cette catégorisation ainsi que certaines conditions aux limites de la structure concernée.

### 1.5.1 Nature de l'équation décrivant le problème électromagnétique

L'expression générale de l'équation à résoudre pour tout problème électromagnétique est donnée par l'équation (1.19), où  $L$  désigne l'opérateur qui peut être différentiel, intégral ou les deux ensembles,  $\Phi$  représente l'inconnu du problème et  $g$  l'excitation ou la source.

$$L\Phi = g \quad (1.19)$$

#### 1.5.1.1 Formulation différentielle

Pour résoudre les équations de Maxwell, il est plus judicieux de formuler une seule équation mettant en œuvre un seul inconnu à la fois :  $\mathbf{E}$  ou  $\mathbf{H}$ . Dans ce cas de figure le résultat est une équation différentielle du second ordre appelée aussi équation d'onde. Si on assume la présence

de milieux linéaires, isotropes et hétérogènes, l'équation d'onde sous sa forme générale pour les signaux harmoniques peut être formulée à partir des équations de Maxwell ((1.8) à (1.11)) en exploitant certaines identités vectorielles (ANNEXE I). Le résultat est donné par l'équation (1.20) pour le champ électrique  $\mathbf{E}$  et l'équation (1.21) pour le cas où le champ magnétique  $\mathbf{H}$  serait l'inconnu.

$$\frac{1}{\mu_r} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) - k_0^2 \varepsilon_r \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \left[ \nabla \left( \frac{1}{\mu_r} \right) \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \right] = -j\omega\mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r}) - \nabla \times \left( \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r})}{\mu_r} \right) \quad (1.20)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_r} \nabla \times \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) - k_0^2 \mu_r \mathbf{H}(\mathbf{r}) + \left[ \nabla \left( \frac{1}{\varepsilon_r} \right) \times \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right] = -j\omega\varepsilon_0 \mathbf{M}(\mathbf{r}) + \nabla \times \left( \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r})}{\varepsilon_r} \right) \quad (1.21)$$

$k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$  désigne le nombre d'onde dans le vide. Si on considère la présence de milieux homogènes seulement, l'expression qui se trouve entre crochets dans les deux équations précédentes s'annule et l'équation d'onde pour un milieu linéaire, isotrope et homogène prend la forme des équations (1.22) et (1.23) pour  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  respectivement.

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = j\omega\mu \left[ \bar{\mathbf{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k^2} \right] \mathbf{J}(\mathbf{r}) + \nabla \times \mathbf{M}(\mathbf{r}) \quad (1.22)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = j\omega\varepsilon \mathbf{M}(\mathbf{r}) - \nabla \times \mathbf{J}(\mathbf{r}) \quad (1.23)$$

où  $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ . En absence de sources, l'équation d'onde prend la forme des relations (1.24) et (1.25) pour  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  respectivement.

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (1.24)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{0} \quad (1.25)$$



Rappelons que le champ électrique  $\mathbf{E}$  est une quantité vectorielle qui peut s'écrire dans le système cartésien par :  $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_x(\mathbf{r})\vec{x} + E_y(\mathbf{r})\vec{y} + E_z(\mathbf{r})\vec{z}$ . Ainsi, l'équation (1.24) donnera trois équations scalaires ayant la forme de l'équation (1.26) pour chaque composante. Il s'agit de l'équation de Helmholtz ou l'équation d'onde scalaire.

$$\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \quad (1.26)$$

En présence de sources, la résolution des équations d'ondes (1.22) et (1.23) s'impose. Malheureusement ces équations sont difficiles à résoudre à cause de la nature du second membre. Il est toutefois possible de réduire cette complexité en introduisant le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  et le potentiel scalaire  $\phi$ . Ainsi, au lieu de résoudre directement les équations d'ondes où les inconnus sont les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$ , il est possible de résoudre les équations d'ondes pour le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  (1.27) ou l'équation (1.28) pour le potentiel scalaire  $\phi$ . Les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  peuvent être déduits par la suite à partir des équations (1.29) et (1.30).

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) = -\mu \mathbf{J}(\mathbf{r}) \quad (1.27)$$

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = -\frac{\rho_e}{\epsilon} \quad (1.28)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{A}(\mathbf{r}) - \nabla \phi(\mathbf{r}) \quad (1.29)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}) \quad (1.30)$$

### 1.5.1.2 Formulation intégrale

On parle de formulation intégrale lorsque l'opérateur dans l'équation (1.19) est une intégrale. Dans ce cas de figure, l'inconnu se trouve généralement sous le signe de cette intégrale. Ce type de formulation s'obtient à partir d'une équation différentielle en considérant une fonction auxiliaire appelée fonction de Green (Kinayman et Aksun, 2005). Le concept de la fonction de Green en électromagnétisme est équivalent au concept de la réponse impulsionnelle dans

l'analyse des circuits et des systèmes linéaires. Reprenant le cas de l'équation d'onde (1.22) pour le champ électrique tout en considérant que le milieu en question est homogène. En ignorant le courant magnétique  $\mathbf{M}$  et en supposant que nous sommes en présence d'une source de courant ponctuelle ou infinitésimale  $\delta(\mathbf{r})$ , la fonction de Green pour le champ électrique  $\mathbf{E}$  serait la solution de l'équation (1.31). À cause du rotationnel,  $\bar{\mathbf{G}}^E(\mathbf{r})$  aura la forme d'un tenseur ou dyadique comme représentée par la relation (1.32).

$$\nabla \times \nabla \times \bar{\mathbf{G}}^E(\mathbf{r}) - k^2 \bar{\mathbf{G}}^E(\mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r}) \vec{\alpha} \quad (1.31)$$

$$\bar{\mathbf{G}}^E(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} G_{xx}^E & G_{xy}^E & G_{xz}^E \\ G_{yx}^E & G_{yy}^E & G_{yz}^E \\ G_{zx}^E & G_{zy}^E & G_{zz}^E \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Le champ électrique total peut être calculé en exploitant le principe de superposition donné dans ce cas par l'intégrale (1.33). Cette intégrale peut être interprétée comme un produit de convolution sur le domaine de la source.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = j\omega\mu \int_v \bar{\mathbf{G}}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (1.33)$$

En suivant le même principe, il aurait été possible de calculer la fonction de Green à partir de l'équation d'onde (1.22). Cette fonction serait différente de celle obtenue à partir de l'équation (1.31) mais le champ électrique total serait le même pour les deux cas. Il est possible aussi de calculer la fonction de Green pour le champ magnétique  $\bar{\mathbf{G}}^H(\mathbf{r})$  de la même manière en utilisant les équations d'onde mettant en œuvre le champ magnétique  $\mathbf{H}$ .

Il est important de rappeler que l'objectif est de trouver le champ électromagnétique relatif à un problème donné peu importe l'équation adoptée ou la procédure suivie pourvue qu'elle nous mène au résultat attendu. Cela nous amène bien évidemment à choisir les équations où la procédure la moins compliquée d'un point de vue mathématique. Comme pour le cas des

équations différentielles, il serait plus facile de calculer les fonctions de Green pour les potentiels vecteur  $\bar{\mathbf{G}}^A(\mathbf{r})$  et scalaire  $\bar{\mathbf{G}}^\phi(\mathbf{r})$  à partir des équations (1.27) et (1.28). Le champ électrique  $\mathbf{E}$  peut être calculé en utilisant la relation (1.29). Cette formulation est connue sous le nom de : Équation intégrale aux potentiels mixtes (MPIE) (Kinayman et Aksun, 2005) et donnée par l'équation suivante :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -j\omega\mu \int_{V'} \bar{\mathbf{G}}^A(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{J}(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' - \frac{\nabla}{\epsilon} \int_{V'} G^\phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \phi(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' \quad (1.34)$$

### 1.5.2 Propriétés du domaine de la solution et conditions aux limites

Cette classification considère les propriétés géométriques du problème électromagnétique ainsi que les propriétés électriques de ses composants. Une structure où le champ électromagnétique est confiné à l'intérieur donne lieu à un problème électromagnétique interne ou fermé. Dans cette classe nous pouvons citer par exemple les guides d'onde, les résonateurs, les filtres, etc. La deuxième catégorie concerne tout problème où il est question de propagation et de radiation dans l'espace libre. Dans cette catégorie nous pouvons citer les antennes. Les matériaux qui forment le domaine de la solution, peuvent aussi influencer la catégorisation du problème ainsi que le choix de l'équation d'onde adéquate à résoudre. Comme il a été mentionné dans la Section 1.4.2, ces paramètres sont essentiellement la conductivité électrique, la permittivité électrique et la perméabilité magnétique. Ces paramètres peuvent varier spatialement à l'intérieur du domaine, on parle alors de milieux hétérogènes. Ces paramètres peuvent également varier selon la direction, dans ce cas de figure il s'agit de milieux anisotropes. Dans les cas où les matériaux dépendent de leurs états antérieurs, on parle alors de matériaux non linéaires.

Pour que l'équation (1.19) sous sa forme différentielle ait une solution unique, il faut spécifier des indications sur les valeurs et le comportement de l'inconnu aux frontières du domaine. Pour la formulation intégrale, ces conditions aux frontières sont présentes implicitement dans la fonction de Green. Il existe trois types de conditions aux limites à savoir :

### Condition aux limites de type *Dirichlet*

$$\Phi(\mathbf{r}) = p(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in \Gamma \quad (1.35)$$

### Condition aux limites de type *Neuman*

$$\frac{\partial \Phi(\mathbf{r})}{\partial n} = q(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in \Gamma \quad (1.36)$$

### Condition aux limites mixte

$$\frac{\partial \Phi(\mathbf{r})}{\partial n} + h(\mathbf{r})\Phi(\mathbf{r}) = w(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in \Gamma \quad (1.37)$$

Avec  $p(\mathbf{r})$ ,  $q(\mathbf{r})$ ,  $h(\mathbf{r})$  et  $w(\mathbf{r})$  sont des fonctions connues à l'interface  $\Gamma$ . Ces conditions sont dites conditions aux limites hétérogènes. Dans le cas où les fonctions  $p(\mathbf{r})$ ,  $q(\mathbf{r})$  et  $w(\mathbf{r})$  sont nulles, on parle de conditions aux limites homogènes.

## 1.6 Les méthodes numériques «full-wave»

Afin de mieux comprendre les méthodes numériques dites «full-wave », il est possible de les assimiler à des procédures qui permettent la transformation des équations de Maxwell pour une structure donnée avec des propriétés géométriques et physiques bien définies en une forme matricielle adaptée au traitement numérique par ordinateurs. La FEM (Volakis, Chatterjee et Kempel, 1998), la MoM (Harrington, Antennas et Society, 1996) et la FDTD (Sullivan, 2013) sont les méthodes numériques « full-wave » les plus utilisées. Ces méthodes sont connues pour leurs versatilités et leurs précisions. La discrétisation de l'inconnu du problème est une étape centrale et commune à toutes ces méthodes. Cette étape est appelée maillage du domaine de la solution et consiste à subdiviser la géométrie du problème en petits éléments unidimensionnels, bidimensionnels ou tridimensionnels dépendamment de la complexité requise. Une fonction de base est ensuite définie sur chaque élément du maillage. L'idée est qu'on arrive à approximer

l'inconnu avec ces fonctions de bases. La précision de ces méthodes dépend généralement de la taille et de la qualité du maillage. La taille du maillage dépend indirectement aussi des ressources de calcul disponibles. Dans la bande RF et microonde, la contrainte sur le maillage est qu'on arrive à reproduire adéquatement la phase de l'inconnu. Depuis plusieurs années, un consensus d'ordre pratique d'utiliser un minimum de 10 éléments (segments) par longueur d'onde a été adopté. Bien que ces méthodes partagent le même principe du maillage, les défis diffèrent d'une méthode à l'autre et d'un problème électromagnétique à l'autre et cela a été l'idée derrière la nouvelle tendance de formuler des hybridations entre ces méthodes numériques de base afin d'optimiser la résolution de certains problèmes de nature hétérogène en combinant les avantages des différentes méthodes numériques. Tout cela se fait d'une manière complètement transparente dans les logiciels de simulation électromagnétique modernes qui offrent plusieurs niveaux de modélisation dans un seul outil et pour le même problème ainsi les concepteurs peuvent commencer par une modélisation circuit de tout un système formé par des éléments localisés et distribués en technologie planaires ou guide d'onde et optimiser chaque bloc du système en utilisant une modélisation basée sur les méthodes numériques « full-wave » en toute fluidité. Certains noyaux de résolution « full-wave » permettent l'intégration d'éléments localisés comme les résistances, les inductances et les capacités. Dans la suite nous allons introduire avec plus de détails les méthodes numériques FEM et MoM tout en mettant l'accent sur les formulations et les variantes pratiques de ces deux méthodes. Puisque que la FDTD ne constitue pas l'objet de cette thèse, nous allons nous limiter à présenter le principe de base de cette méthode. Cependant il est possible de consulter (Sullivan, 2013) pour de plus amples détails sur cette méthode.

### **1.6.1 La méthode des éléments finis (FEM)**

La méthode des éléments finis FEM a été largement utilisée en mécanique et thermodynamique dès les années 50 (Zienkiewicz, Taylor et Zhu, 2013). La première utilisation pour résoudre des problèmes électromagnétique remonte aux années 60 (Silvester et Ferrari, 1996). L'avantage majeure de la FEM est qu'elle permet de traiter des structures en 3D peu importe leurs complexités et en présence de matériaux inhomogènes. La formulation FEM peut être

obtenue en utilisant deux approches (i) Analyse variationnelle (ii) Approches des résidus pondérés. L'approche variationnelle est connue dans la littérature sous le nom de problème de valeur limite variationnelle (VBVP). On parle aussi de la méthode de Ritz ou plus précisément la méthode Rayleigh-Ritz. En gros, cette approche permet de transformer une équation différentielle ou intégrale en un problème de minimisation. La première étape consiste à trouver ce qu'on appelle la fonctionnelle généralement une fonction d'un sous ensemble de fonctions. La minimisation de cette fonctionnelle permet de trouver la solution lors de la deuxième étape de cette approche. Plusieurs techniques permettent de déduire la fonctionnelle relative à la forme générale de l'équation (1.19). L'approche des résidus pondérés introduit une erreur pondérée dans l'équation différentielle directement. En utilisant le théorème de Green, ces résidus peuvent être transformés ensuite en fonctions pondérées. L'avantage de cette méthode est qu'elle peut s'appliquer directement à l'équation générale (1.19) sans avoir à formuler une fonctionnelle. Dans la majorité des cas les deux approches aboutissent à la même formulation.

Dans le cadre de cette thèse, nous allons considérer l'approche des résidus pondérés pour sa simplicité. La première étape consiste à projeter l'inconnu du problème ( $\Phi$  dans ce cas) dans une base de fonctions appelées fonctions d'expansion ou fonctions de base  $\mathbf{u}_n$  comme le montre l'équation (1.38). Les  $\mathbf{a}_n$  sont des coefficients scalaires.

$$\Phi \approx \tilde{\Phi} = \sum_{n=1}^N \mathbf{a}_n \mathbf{u}_n \quad (1.38)$$

Un autre ensemble de fonctions appelées fonctions de pondérations ou fonctions de test que nous allons noter  $\mathbf{w}_m$  est choisi de manière à annuler le résidu obtenu suite à l'introduction de (1.38). Le résultat est le système d'équations linéaires (1.39).

$$\sum_{n=1}^N \mathbf{a}_n \langle \mathbf{w}_m, L\mathbf{u}_n \rangle = \langle \mathbf{w}_m, \mathbf{g} \rangle, \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (1.39)$$

Ce système se met généralement sous la forme matricielle suivante pour le cas déterministe :

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (1.40)$$

Avec  $A_{mn} = \langle w_m, Lu_n \rangle$ ,  $b_m = \langle w_m, g \rangle$  et  $x_n = a_n$ . Il existe plusieurs approches pour le choix des fonctions de bases et des fonctions de test. Ce choix est particulièrement important puisqu'il aura une répercussion directe sur la qualité de l'approximation obtenue après résolution du système (1.40). Ce choix va définir également le type de la méthode numérique. Un choix particulier connu sous le nom de la méthode de Galerkin consiste à considérer  $u_n = w_m$ . Dans ce cas de figure, la matrice  $\mathbf{A}$  devient une matrice symétrique. Il est important de noter ici qu'il s'agit de la même approche qui est utilisée pour la MoM dans le paragraphe suivant.

#### 1.6.1.1 Formulation généralisée de la FEM pour le cas d'un problème de valeurs limites variationnelles (VBVP)

Si on reconsidère la structure générale d'un circuit RF montrée par la Figure 1.7 et en assumant qu'il n'existe pas des ports d'excitations, le problème de valeurs limites à résoudre sur le domaine  $V$  de la solution pour le champ électrique  $\mathbf{E}$  n'est autre que l'équation d'onde (1.20) sujet aux conditions aux limites appropriées de types *Dirichlet* ( $S_D$ ) ou *Neumann*  $S_N$  sur l'interface externe  $S_0$  tel que données par les équations suivantes :

$$\vec{n} \times \mathbf{E} = 0 \quad \text{Sur } S_D \quad (1.41)$$

$$\vec{n} \times \vec{\nabla} \times \mathbf{E} = 0 \quad \text{Sur } S_N \quad (1.42)$$

En appliquant l'approche des résidus pondérés avec la procédure de Galerkin on obtient la forme faible du problème aux valeurs limites. Cette expression est donnée par l'équation (1.43).

$$\int_V \left[ \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - k_0^2 \epsilon_r \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \right] dV + \int_{S_0} [\mathbf{E} \cdot (\vec{n} \times \nabla \times \mathbf{E})] dS + \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{f}^i = 0 \quad (1.43)$$

Avec  $\mathbf{f}^i = j\omega\mu_0\mathbf{J}(\mathbf{r}) + \nabla \times (\mathbf{M}(\mathbf{r})/\mu_r)$ ,  $V$  désigne le domaine de la solution et  $\vec{n}$  la normale à la surface externe. Les éléments finis obtenus suite à l'étape de maillage serviront de support pour les fonctions de base ou de forme. Ces éléments peuvent avoir plusieurs formes, cependant le choix d'éléments triangulaires en 2D ou tétraèdres en 3D permet de mailler efficacement des géométries arbitraires (Volakis, Chatterjee et Kempel, 1998). Pour les fonctions de forme, un choix particulier permet de garantir la continuité tangentielle du champ à la frontière entre les éléments lorsque l'inconnu est une quantité vectorielle et prévient ainsi l'obtention de solutions non-physiques. Ces fonctions sont connues dans la littérature sous le nom de «Edge-based finite elements» et sont représentées mathématiquement par l'expression (1.44).

$$H(\text{curl}; \Omega) = \left\{ \mathbf{u} \in (L^2(\Omega))^3 \mid \nabla \times \mathbf{u} \in (L^2(\Omega))^3 \right\} \quad (1.44)$$

Ainsi, sur un élément donné  $e$ , le champ électrique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}^e(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^n E_k^e \mathbf{W}_k^e(\mathbf{r}) \quad (1.45)$$

où  $\mathbf{W}_k^e(\mathbf{r}) \in H(\text{curl}; \Omega)$  sont les fonctions de formes et  $E_k^e$  les coefficients de pondérations et les inconnus à résoudre. L'équation (1.43) est ensuite évaluée pour chaque élément fini en tenant compte des propriétés électriques locales. On obtient alors un sous-système local d'ordre  $n$ . L'avant dernière étape consiste à rajouter la contribution de chaque sous-système local pour former le système global final. C'est à cette étape aussi que les différentes conditions aux limites sont prises en compte. Le résultat est le système linéaire final (1.40) pour le cas déterministe (présence de sources). Pour le cas où il n'y a pas de sources ou d'excitations, le



résultat serait un problème de valeurs propres. La dernière étape renferme toutes les méthodes et les techniques qui permettent de résoudre le système obtenu.

### 1.6.1.2 Méthode des éléments transfinis (trans-FEM)

Il s'agit d'une variante de la FEM. Elle a été introduite par Cendes et Lee (Cendes et Jin-Fa, 1988) afin de permettre la modélisation des sources externes (ports extérieurs) telles que schématisées par la Figure 1.7. D'autres parts, cette variante de la FEM permet de modéliser une excitation multimodale et récupérer les paramètres  $S$  directement du vecteur inconnu et sans passer par d'autres opérations de «post-processing». En assumant que les ports du dispositif de la Figure 1.7 s'étendent à l'infinie, et que seulement le port 1 soit excité avec son mode fondamental, le champ électrique  $\mathbf{E}$  qui se trouve dans les régions  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_P$  peut prendre la forme d'une superposition de champs provenant d'une infinité de modes comme le montre l'équation (1.46).

$$\begin{aligned}
 E^{(\Omega_1)} &= M_{11} e^{-\vec{k}_{1j} \cdot \vec{r}} + \sum_{j=1}^{\infty} a_{1j} M_{1j} e^{\vec{k}_{1j} \cdot \vec{r}} \\
 &\vdots \\
 E^{(\Omega_P)} &= \sum_{j=1}^{\infty} a_{pj} M_{pj} e^{-\vec{k}_{pj} \cdot \vec{r}}
 \end{aligned} \tag{1.46}$$

Avec  $M_{ij}$  désigne la distribution transversale du mode  $j$  au port  $i$ ,  $\vec{k}_{ij}$  la constante de propagation du mode  $j$  au port  $i$  et  $a_{ij}$  le coefficient de transmission.

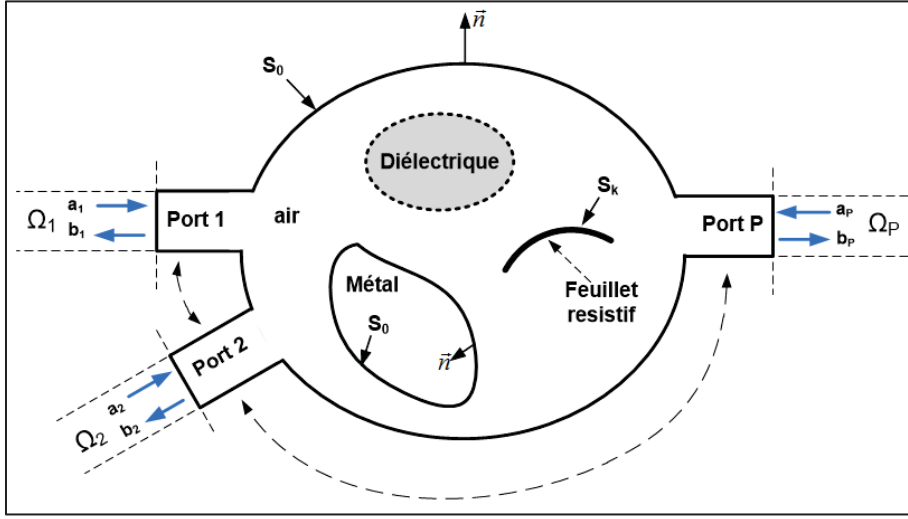


Figure 1.7 Structure générale d'un réseau multiport

Le système résultant est le suivant (Cendes et Jin-Fa, 1988):

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12}M \\ M^T Z_{21} & M^T Z_{22}M + j\omega\mu I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{12}M \\ M^T Z_{22}M + j\omega\mu I \end{bmatrix} \quad (1.47)$$

Avec  $M \in \mathbb{C}^{N \times P}$  ( $N$  étant le nombre d'inconnus) est une matrice qui renferme les solutions modales aux différents ports.  $E \in \mathbb{C}^{N \times P}$  est également une matrice qui renferme les solutions du champ électrique dans la structure.  $S \in \mathbb{C}^{P \times P}$  n'est autre que la matrice  $S$  de la structure schématisée par la Figure 1.7.  $Z_{kl}$  ;  $k, l = 1, 2$  sont des sous-matrices données par l'équation suivante :

$$Z_{kl} = A_{kl} - k_0^2 B_{kl} - k_0 C_{kl} \quad (1.48)$$

Avec  $A_{kl}$ ,  $B_{kl}$  et  $C_{kl} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  désignent les matrices de la FEM pour un élément de maillage (e). Ces matrices sont données par les équations (1.49). (1.50) et (1.51).

$$A_{ij}^e = \int_{V^e} (\Delta \times W_i^e) \cdot (\Delta \times W_j^e) dv \quad (1.49)$$

$$B_{ij}^e = \int_{V^e} \epsilon_r W_i^e \cdot W_j^e dv \quad (1.50)$$

$$C_i^e = jZ_0 \left[ \begin{array}{c} \oint_{S^e} W_i^e \cdot (\vec{n} \times \mathbf{H}) ds \quad - \\ \int_{S_k^e} \frac{1}{K} (\vec{n} \times W_i^e) \cdot (\vec{n} \times W_j^e) ds \end{array} \right] \quad (1.51)$$

Le système (1.47) est un système linéaire qui dépend de la fréquence en premier lieu si on considère que le reste des paramètres géométriques et physiques sont invariants. Ce système prend la forme générale de l'équation (1.52).

$$Z(f) \cdot X(f) = Y(f) \quad (1.52)$$

Avec  $X(f), Y(f) \in \mathbb{C}^{(N+P) \times P}$  et  $Z(f) \in \mathbb{C}^{(N+P) \times (N+P)}$  est une matrice creuse. L'avantage majeur de la trans-FEM est qu'elle permet d'extraire directement la matrice  $S$  à une fréquence donnée  $f_i$  sans traitement supplémentaire après la résolution du système linéaire (1.52). Cette méthode est également implémentée dans le logiciel commercial ANSYS HFSS (Ansoft).

### 1.6.2 La méthode des moments (MoM)

La MoM permet de transformer une équation fonctionnelle en une équation matricielle. Elle est généralement employée avec des formulations intégrales présentées plus haut dans ce chapitre. Les premières applications de la Méthode des Moments (MoM, « Mather of all Methods », comme aiment l'appeler certains) étaient dans la mécanique et le génie civil jusqu'à ce que R. Harrington (Harrington, Antennas et Society, 1996) a démontré que cette méthode peut être utilisée pour résoudre des problèmes d'électromagnétisme. La MoM offre une base assez solide et efficace pour l'étude de la diffraction du champ électromagnétique en présence d'obstacle homogène dans un environnement ouvert. Mais le plus grand succès qu'a connu La MoM reste dans l'analyse des circuits planaires (2.5D) comme les antennes « microstrip ».

D'une manière générale, la MoM permet de résoudre les équations ayant la forme de (1.19) où l'opérateur  $L$  est une intégrale linéaire,  $\Phi$  l'inconnu du problème à déterminer et  $g$  désigne l'excitation. Comme pour le cas des résidus pondérés, les étapes nécessaires afin de résoudre cette équation sont les suivantes :

1. Exprimer l'inconnu  $\Phi$  sous forme d'une somme de fonctions de bases connues et pondérées. Les coefficients de pondération sont désormais les inconnus du problème :

$$\Phi = \sum_{n=1}^N a_n B_n \quad (1.53)$$

En exploitant la linéarité de l'opérateur  $L$ , l'équation (1.19) peut se mettre sous la forme suivante :

$$\sum_{n=1}^N a_n L B_n = g \quad (1.54)$$

2. Choisir un ensemble de fonctions de test et calculer le produit scalaire de ces fonctions avec l'équation (1.54) :

$$\sum_{n=1}^N a_n \langle T_m, L B_n \rangle = \langle T_m, g \rangle \quad m = 1, 2, \dots, N \quad (1.55)$$

Cela a pour effet de produire un système d'équations linéaires similaire à celui de l'équation (1.55). Afin de différencier entre le système obtenu avec la FEM de celui obtenu avec la MoM nous allons réécrire ce dernier. Le système linéaire de la MoM est ainsi donné par l'équation suivante :

$$Z I = V \quad (1.56)$$

Avec  $Z_{ij} = \langle T_i, L B_j \rangle$ ,  $V_i = \langle T_i, g \rangle$  et  $I_j = a_j$

3. Résoudre l'équation linéaire (1.56) pour trouver l'inconnu  $\mathbf{I}$ .

Comme nous l'avons déjà mentionné dans ce chapitre, la simulation électromagnétique avec la MoM est souvent associée aux structures planaires 2.5D. En effet, si on considère la structure typique d'un circuit « microstrip » montrée par la Figure 1.8, les conditions aux limites du champ électrique sur la surface métallique peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\vec{n} \times [\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^s(\mathbf{r})] = 0 \quad \mathbf{r} \in \mathbf{r}' \quad (1.57)$$

Où  $\mathbf{E}^i$  désigne le champ électrique incident,  $\mathbf{E}^s$  désigne le champ électrique éparpillée et  $\vec{n} = \vec{z}$  la normale unitaire a la surface métallique.

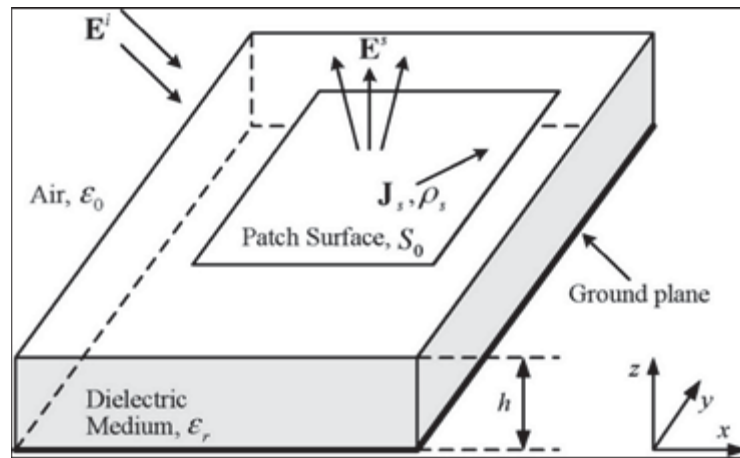


Figure 1.8 Structure typique d'un circuit planaire  
Tirée de Kinayman et Aksun (2005, p. 279)

Puisque le champ électrique incident  $\mathbf{E}^i$  est connu et qu'il est possible d'utiliser (1.33) pour exprimer  $\mathbf{E}^s$  à partir du courant électrique induit sur la surface métallique  $\mathbf{J}_s$ . L'équation (1.57) devient alors :

$$\vec{n} \times \iint_{D(\mathbf{J}_s)} \vec{G}^E(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_s(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' = -\vec{n} \times \mathbf{E}^i(\mathbf{r}) \quad \mathbf{r} \in \mathbf{r}' \quad (1.58)$$

Cette équation est connue sous le nom de l'équation intégrale du champ électrique (EFIE) (Davidson, 2010) puisqu'elle couple le champ électrique  $\mathbf{E}$  directement au courant électrique  $\mathbf{J}$ . Il existe aussi une autre formulation qui couple le champ magnétique  $\mathbf{E}$  et le courant électrique connue sous le nom d'équation intégrale du champ magnétique  $\mathbf{H}$  (MFIE) (Davidson, 2010). Dans la suite nous allons utiliser la formulation MPIE (1.34) qui a été présentée plus haut de ce chapitre. Cette formulation est la plus employée parce que les fonctions de Green des potentiels scalaire et vecteur présentent moins de singularités que les autres formulations. Si maintenant on considère qu'il existe un maillage bidimensionnel sur la surface métallique de la structure planaire de la Figure 1.8, le courant électrique  $\mathbf{J}_x$  et  $\mathbf{J}_y$  peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} J_x(x, y) &= \sum_{m=1}^M I_x^m B_x^m(x, y) \\ J_y(x, y) &= \sum_{n=1}^N I_y^n B_y^n(x, y) \end{aligned} \quad (1.59)$$

$\mathbf{B}_x^m$  et  $\mathbf{B}_y^n$  sont les fonctions de base ayant pour support le maillage en question.  $I_x^m$  et  $I_y^n$  sont les inconnus à déterminer. Le système résultant est le suivant :

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} \quad (1.60)$$

Avec :

$$Z_{xx} = \left\langle T_x^{m'} \left| G_{xx}^A * B_x^m \right. \right\rangle - \frac{1}{k_0^2} \left\langle \frac{\partial T_x^{m'}}{\partial x} \left| G_x^{q_e} * \frac{\partial B_x^m}{\partial x} \right. \right\rangle \quad (1.61)$$

$$Z_{xy} = -\frac{1}{k_0^2} \left\langle \frac{\partial T_x^{m'}}{\partial x} \left| G_y^{q_e} * \frac{\partial B_y^n}{\partial y} \right. \right\rangle \quad (1.62)$$

$$Z_{xx} = -\frac{1}{k_0^2} \left\langle \frac{\partial T_y^{n'}}{\partial y} \left| G_x^{q_e} * \frac{\partial B_x^m}{\partial x} \right. \right\rangle \quad (1.63)$$

$$Z_{yy} = \langle T_y^{n'} | G_{yy}^A * B_y^n \rangle - \frac{1}{k_0^2} \left\langle \frac{\partial T_y^{n'}}{\partial y} \left| G_y^{q_e} * \frac{\partial B_y^n}{\partial y} \right. \right\rangle \quad (1.64)$$

$$V_x = -\langle T_x^{m'} | G_{xx}^A * B_{xs} \rangle + \frac{1}{k_0^2} \left\langle \frac{\partial T_x^{m'}}{\partial x} \left| G_x^{q_e} * \left( \frac{\partial B_{xs}}{\partial x} + \frac{\partial B_{ys}}{\partial y} \right) \right. \right\rangle \quad (1.65)$$

$$V_y = -\langle T_y^{n'} | G_{yy}^A * B_{ys} \rangle + \frac{1}{k_0^2} \left\langle \frac{\partial T_y^{n'}}{\partial y} \left| G_y^{q_e} * \left( \frac{\partial B_{xs}}{\partial x} + \frac{\partial B_{ys}}{\partial y} \right) \right. \right\rangle \quad (1.66)$$

À la différence de la matrice FEM qui est une matrice creuse, la matrice des moments (1.60) est une matrice dense.

## 1.7 Résolution du système linéaire

Malgré les avancées énormes qui ont été réalisés depuis les premières applications de la FEM et la MoM en électromagnétisme, les défis sont nombreux et divers. En effet, bien que les logiciels de simulations électromagnétiques disponibles sur le marché aujourd'hui permettent d'analyser un spectre très large de structures usuelles avec un niveau de complexité assez élevé, parler de défis et de compromis est toujours d'actualité. Ces défis sont soit (i) d'ordre scientifique dues à la difficulté ou à l'impossibilité même de modéliser certains phénomènes physiques et ont un impact direct sur la précision voire l'exactitude des résultats (ii) d'ordre matériel liées principalement aux ressources de calcul qui ont pour effet direct de ralentir les simulations.

Dans certains cas, les limitations d'ordre scientifique peuvent affecter le temps de calcul. En général, les utilisateurs ont tendance à faire le compromis de réduire la taille des problèmes en réduisant le maillage comme pour les structures de grande taille électrique afin d'accélérer relativement le temps de calcul aux dépens de la précision. La Figure 1.9 montre les différentes étapes d'une simulation électromagnétique « full-wave » sur une bande de fréquences.

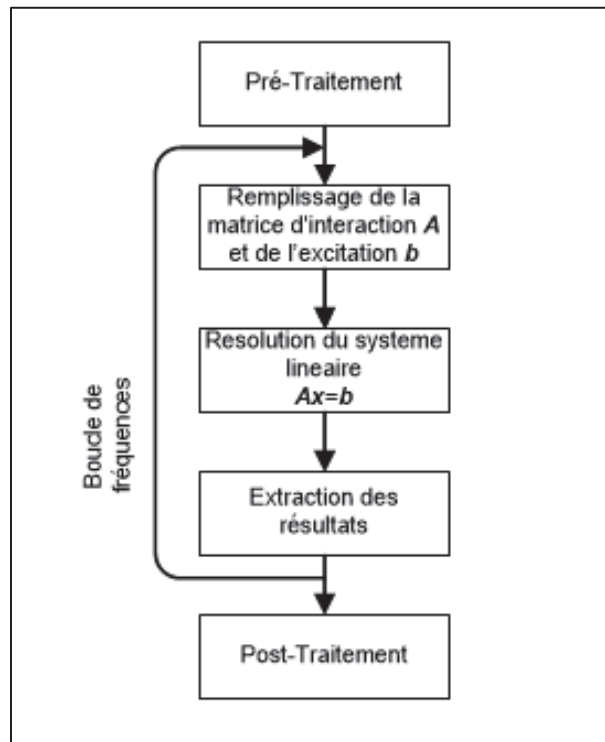


Figure 1.9 Diagramme des différentes étapes d'une simulation électromagnétique

Indépendamment de la méthode numérique employée, les étapes qui vont monopoliser le plus les ressources de calcul pour les structures de grandes tailles électriques sont :

### 1.7.1 La résolution du système linéaire $Ax = b$

La résolution du système linéaire commence généralement par une factorisation de la matrice originale  $A$  en un produit de matrices (2 ou 3 matrices) ayant des structures simples comme les



matrices diagonales et les matrices triangulaires. La factorisation la plus connue est la factorisation LU (Golub et Van Loan, 2013). La résolution devient ainsi plus simple et peut se faire avec des opérations qui ne consomment pas beaucoup de ressources. Un grand avantage de la factorisation est qu'il est possible de résoudre le même système pour plusieurs vecteurs excitation ou source  $\mathbf{b}$  sans avoir à recommencer la factorisation. Cela est très utile dans le cas de la Trans-FEM par exemple où il est question de résoudre le même système pour plusieurs excitations. Le coût de la factorisation domine le coût total de la résolution du système linéaire. L'algorithme (2.1) résume les principales étapes de la résolution du système  $Ax = b$  ainsi que le coût en nombre d'opérations en virgule flottante (*flops*) pour le cas où la matrice  $A$  est une matrice pleine comme celle produite par la méthode des moments.

Algorithme 1.1 Résolution de  $Ax = b$   
par factorisation LU

- 1 Factorisation LU :  $A = PLU$   $((2/3) n^3 \text{ flops})$
- 2 Permutation : Résoudre  $Pz_1 = b$   $(0 \text{ flops})$
- 3 Substitution avant : Résoudre  $Lz_2 = z_1$   $(n^2 \text{ flops})$
- 4 Substitution arrière : Résoudre  $Ux = z_2$   $(n^2 \text{ flops})$

Toutes les matrices carrées et inversibles ont une factorisation LU. Les matrices obtenues suite à l'application des méthodes numériques en électromagnétisme sont généralement des matrices définies positives et symétriques. Cela permet de réduire le coût de la factorisation en utilisant la factorisation de Cholesky  $LL^T$  et la factorisation  $LDL^T$  et de passer de  $(2/3) n^3 \text{ flops}$  à  $(1/3) n^3 \text{ flops}$ . Pour les matrices creuses, dépendamment du nombre des éléments non nul et leur distribution spatiale dans la matrice ce coût peut être nettement inférieur à  $(1/3) n^3 \text{ flops}$  (Saad, 2003).

Pour les structures de grande taille électrique  $n$  devient très grand et le temps de calcul pour résoudre le système linéaire devient considérable ainsi que la mémoire requise pour réaliser

l'opération de factorisation. Dans ce cas de figure, l'emploi des méthodes de résolution itératives devient indispensable (Saad, 2003). Parmi les méthodes itératives les plus connues on peut citer la méthode des gradients conjugués qui est l'une des méthodes les plus simples et les plus utilisées. Les méthodes itératives ne permettent pas d'obtenir la solution exacte, mais plutôt une solution rapprochée en définissant un certain seuil d'erreur relative entre les différentes itérations. Toutes les méthodes itératives mettent en œuvre des opérations matrice-vecteur et vecteur-vecteur simples. La multiplication matrice-vecteur est l'opération qui consomme le plus le temps de calcul pour une seule itération. Il est important de noter que lorsqu'on parle de structures de grandes tailles électriques, le nombre d'inconnu qui résulte suite à l'application de la MoM pour une structure planaire est très inférieur au nombre d'inconnu obtenu si on appliquait la méthode Trans-FEM pour la même structure. Cela est dû au fait que l'inconnu du problème dans le premier cas est le courant électrique alors que dans le second il s'agit du champ électrique. Aussi rappelons que la MoM produit une matrice pleine alors que la Trans-FEM produit une matrice creuse.

### **1.7.2 Le remplissage de la matrice d'interaction $A$ et l'excitation $b$**

Le remplissage de la matrice d'interaction pour la MoM consiste à calculer les équations (1.61), (1.62), (1.63) et (1.64) pour l'ensemble des fonctions de bases et de tests. Il s'agit d'une intégrale double bidirectionnelle dont la complexité dépend de la fonction de Green. Le remplissage de la matrice de la FEM est beaucoup moins compliqué et consiste à calculer numériquement (ANNEXE II) les équations (1.49), (1.53) et (1.54) pour l'ensemble des fonctions de base.

## **1.8 Problématique, objectifs et méthodologie**

Avant de présenter les objectifs de recherche, il est important de souligner les défis et les constats qui ont été mis en évidence le long de ce chapitre et qui sont en relation avec la simulation électromagnétique à l'aide des méthodes FEM et MoM.

### 1.8.1 Problématique de recherche

D'une manière générale, la problématique de recherche abordée dans ce travail est centrée sur la simulation électromagnétique précise et dans les plus courts délais des dispositifs et circuits RF et Microondes sur des larges bandes de fréquence en exploitant le plus efficacement les ressources matérielles disponibles. Cette problématique relève de la nature des défis posés par la simulation électromagnétique et qui sont en partie communs aux techniques MoM et FEM et en partie différents pour les deux. Le tableau suivant résume la nature de ces défis vis-à-vis des deux méthodes.

Tableau 1.1 Comparaison des défis entre la MoM et la FEM

Nature du défi	MoM	FEM
Quand la taille électrique (taille physique mesurée en longueur d'onde) augmente, le besoin en ressources de calcul augmente considérablement dû à l'augmentation du nombre d'inconnues.	✓	✓
Le temps de calcul nécessaire augmente proportionnellement au nombre de points de fréquence à simuler et devient prohibitif pour des larges bandes de fréquence.	✓	✓
La taille typique du système linéaire à résoudre augmente au fur et à mesure que la taille électrique (taille mesurée en longueur d'onde) augmente.	✓ Matrice pleine de milliers d'inconnus	✓ Matrice poreuse de centaines de milliers d'inconnus
Le temps nécessaire pour la préparation (remplissage) de la matrice relatif au temps total de simulation :	Important	Faible

Le temps de simulation nécessaire pour l'inversion de la matrice relatif au temps total de simulation :	Faible à moyen	Important
---	----------------	-----------

Dans le cas de la simulation électromagnétique large bande avec la méthode FEM, l'utilisation de l'interpolation permet de réduire relativement le temps de calcul pour les simulations des structures de grande taille électrique pourvu que le comportement électrique présente une certaine monotonie sur la bande en question. Mais dans la pratique, les dispositifs étudiés sont plus compliqués que même avec des schémas d'interpolations avancés il est quasiment impossible de réduire substantiellement le temps de calcul. Une alternative efficace consiste à employer les méthodes de réduction de l'ordre des modèles (MORE). Ces techniques permettent d'éviter la résolution du système linéaire pour toutes les fréquences de la bande comme dans le cas d'un balayage discret ou pour un grand ensemble de fréquences dans le cas de l'interpolation. Les techniques MORE offrent un rayon de convergence plus large que l'interpolation classique. Bien que plusieurs logiciels de simulation électromagnétique offrent cette fonctionnalité sous l'appellation balayage fréquentiel rapide, beaucoup de défis liés à l'automatisation des techniques MORE n'ont pas été adressés. Ces défis seront relatés dans les deux prochains chapitres (Chapitre 2 et Chapitre 3) dans le cadre d'une revue de littérature dédiée à ces techniques.

### 1.8.2 Objectifs

Sur la base de la problématique de recherche présentée, les objectifs de recherche de cette thèse se déclinent en deux groupes visant les techniques FEM et MoM.

**Technique FEM :** l'objectif principal de ce volet de la recherche consiste à proposer des méthodes pour l'automatisation des techniques MORE en vue d'augmenter leur efficacité. L'automatisation des techniques MORE revient principalement à trouver des solutions aux deux points suivants qui constituent les deux sous-objectifs de volet :

- le choix de la taille du modèle réduit pour les technique MORE;

- le choix des fréquences pour les solutions complètes dans le cadre d'une approche MORE multipoints.

**Technique MoM** : l'objectif principal de volet de la recherche consiste à réduire le temps de génération du système linéaire. Dans ce cadre, le premier sous-objectif consiste à trouver des méthodes pour l'accélération du calcul des éléments de la matrice MoM tout en gardant un niveau de précision acceptable. Le deuxième sous-objectif, consiste à proposer une méthode d'excitation multimodales des ports pour les circuits RF et microondes planaires. Ces deux objectifs ont fait l'objet du chapitre 4.

### 1.8.3 Méthodologie

Tout comme nos objectifs, la méthodologie proposée est adaptée à chacune des techniques FEM et MoM.

**Technique FEM** : Étant donné que le choix de la taille du modèle réduit et les fréquences de solutions complètes sont indépendantes de la technique MORE utilisée, une seule méthode MORE sera considérée pour le développement et l'implémentation de nouveaux algorithmes. La technique MORE retenue sera présentée dans le chapitre prochain et ce choix sera justifié également. Comme les solutions qui seront étudiées dépassent le cadre académique et seront faciles à implémenter dans un cadre pratique, un noyau de simulation électromagnétique commercial employant la FEM sera utilisé pour implémenter et tester les nouveaux algorithmes. Il s'agit de l'environnement de simulation commercial HFWorks qui se greffe sur le logiciel de DAO SOLIDWORKS et met en œuvre la méthode numérique Trans-FEM. Afin de faciliter la phase d'expérimentation, le système linéaire (matrices et parties droites) résultant seront directement exporté du logiciel HFWorks et importé dans l'environnement MATLAB pour la validation des algorithmes développés. Les résultats obtenus à savoir : temps de calcul et précision, seront comparés avec des approches et méthodes publiées ainsi que des résultats obtenus avec un logiciel de simulation électromagnétique commercial.

**Technique MoM :** l'outil MATLAB sera utilisé pour implémenter la méthode des MoM spatiale 2D. Ce code permet la simulation des structures planaires de type «microstrip». Nous implémenterons les méthodes classiques de calcul des intégrales de réaction (par intégration numérique) ainsi que les nouvelles techniques qui seront proposées pour accélérer le temps de calcul. La validation des résultats obtenus sera réalisée en comparant le temps de calcul et la précision des méthodes proposées avec les contributions les plus importantes qui ont touché ce sujet dans la littérature.

## 1.9 Conclusion

Dans ce chapitre, la théorie des champs électromagnétiques, les équations de Maxwell ainsi que les fondements mathématiques des méthodes FEM et MoM ont été revues. Ces deux méthodes sont ciblées par cette thèse et les notions présentées dans ce chapitre formeront la base des développements dans les chapitres subséquents. La cause de la « mauvaise réputation » de ces méthodes en termes de temps de calcul et de ressources de calcul d'une manière générale a également été brièvement exposée. Finalement, les objectifs et la méthodologie de recherche ont été explicitement exposés. Dans le chapitre prochain, nous allons introduire les techniques de réduction de l'ordre des modèles électromagnétiques (MORE) et présenter deux approches (en relation avec le premier objectif de la thèse) pour le choix de la taille des modèles réduits.

## CHAPITRE 2

### MÉTHODES DE CALCUL DE LA TAILLE DU MODÈLE RÉDUIT POUR LES TECHNIQUES MORE AVEC APPLICATION À LA WCAWE

#### 2.1 Introduction

Les principales étapes de la résolution du système linéaire obtenu suite à l'application de la FEM (Finite Element Method) ou la Trans-FEM (Trans-Finite Element Method) ont été énumérées dans le chapitre précédent. La factorisation LU est la principale cause de la lenteur du temps de simulation pour les circuits RF et Microondes de grande taille électrique. En effet, afin de réaliser une simulation avec la FEM sur une bande de fréquence bien définie, l'opération de factorisation doit se faire à chaque point de fréquence augmentant ainsi considérablement le temps de calcul. Les techniques de réduction de l'ordre des modèles électromagnétique connues sous le nom de techniques MORE (Model Order Reduction), permettent de réduire considérablement ce temps de simulation en utilisant une seule factorisation LU à une fréquence donnée appelée fréquence d'expansion. Par conséquent elles offrent une option importante pour remédier à notre problématique de réduction du temps de calcul. Malheureusement, des questions relatives à l'automatisation de ces techniques demeurent ouvertes et d'actualité. Il s'agit notamment de questions essentielles telles que (i) Comment choisir la fréquence d'expansion d'une manière optimale ? (ii) Quel est l'impact d'un modèle réduit sous dimensionné ou sur dimensionné sur la précision et l'efficacité de ces techniques ? (iii) Comment déterminer la taille du modèle réduit d'une manière efficace ? Dans ce chapitre nous tentons d'adresser ces questions et nous présentons les travaux de recherche que nous avons mené dans ce cadre en relation avec le premier objectif de la thèse qui consiste à trouver des méthodes pour le choix de la taille du modèle réduit. La méthodologie suivie commence par une revue de l'état de l'art des différentes techniques MORE appliquées à la FEM. Seule la technique WCAWE (Well-Conditioned Asymptotic Waveform Evaluation) sera choisie pour la validation des algorithmes. Ce choix sera justifié dans la même section. Ensuite, deux méthodes différentes pour le choix de la taille du modèle réduit sont présentées. Dans la première approche la base réduite est incrémentée d'une manière adaptative suivant une estimation de l'erreur d'approximation. La deuxième approche se base sur l'accélération

voulue en temps de calcul du balayage fréquentiel rapide par rapport au balayage fréquentiel discret pour le calcul de la taille maximale du modèle réduit. Des algorithmes implémentant ces approches sont également introduits. La validation et l'interprétation de l'apport en temps de calcul et en précision par rapport au balayage fréquentiel discret sont enfin présentées.

## **2.2 Les techniques de réduction de l'ordre des modèles électromagnétiques (MORE) appliquées à la FEM**

La réduction de l'ordre des modèles est une procédure qui consiste à réduire le nombre d'inconnu d'un modèle mathématique (Schilders, van der Vorst et Rommes, 2008). Le nouveau modèle est appelé modèle réduit. Cette approche a été largement utilisée dans la simulation circuit dans le but de réduire le temps de calcul global. En électromagnétisme, cette approche est souvent employée afin d'obtenir un balayage paramétrique rapide pour des problèmes où il est question de varier un des paramètres du modèle original afin d'observer son comportement. Il est important de noter que le modèle réduit doit absolument capturer les caractéristiques fondamentales du modèle original afin de pouvoir reproduire le comportement de ce dernier en variant ce paramètre. Dans le cas où ce paramètre est la fréquence d'opération  $f$ , on parle de balayage fréquentiel rapide. Le balayage fréquentiel rapide constitue une des fonctions les plus utiles dans les logiciels de simulation « full-wave » modernes. En effet, il est important de rappeler que les concepteurs des circuits RF sont souvent amenés à faire des simulations sur des bandes de fréquences entre deux fréquences  $f_{min}$  et  $f_{max}$  (Figure 1.9) souvent avec une résolution fréquentielle assez élevée. Cela a pour effet d'augmenter linéairement le temps de calcul global en fonction du nombre de fréquences dans la bande. L'utilisation du balayage fréquentiel rapide basée sur les techniques MORE permet de réduire considérablement ce temps de calcul.

### **2.2.1 Adaptation du système linéaire de la Trans-FEM pour l'application des techniques MORE**

Une représentation mathématique possible de la bande de simulation est donnée par l'expression suivante.



$$B_{f_{\min}}^{f_{\max}} = \{[f_{\min}, f_{\max}] : \forall f_{\min} \in \mathbb{R}^+ \wedge f_{\max} \in \mathbb{R}^+ \mid f_{\min} < f_{\max}\} \quad (2.1)$$

L'adaptation du système linéaire obtenue suite à l'application de la FEM ou de la Trans-FEM est une étape préliminaire importante pour la mise en œuvre des techniques MORE. Cette étape consiste à transformer le système matriciel (1.52) afin d'en extraire la dépendance par rapport à la variable en question, la fréquence d'opération dans notre cas. Cette étape peut se faire analytiquement en appliquant un développement en série de Taylor (ANNEXE III) autour d'une fréquence complexe  $s_0 = j2\pi f_0$  appelée fréquence d'expansion (Wittig, Schuhmann et Weiland, 2006). Cette fréquence doit appartenir impérativement à la bande de fréquence  $B_{f_{\min}}^{f_{\max}}$ . Remarquons qu'il est possible de réécrire l'équation (1.52) sous une nouvelle forme faisant apparaître la fréquence complexe de Laplace  $s = j2\pi f$ . Cette nouvelle forme est donnée par l'équation suivante :

$$\left( \sum_{i=0}^{n1} s^i Z_i \right) X(s) = \sum_{j=0}^{n2} s^j Y_j \quad (2.2)$$

où  $Y_j$  désigne une matrice qui regroupe les vecteurs excitations aux différents ports de la structure objet de l'analyse. En appliquant un développement en série Taylor (ANNEXE III) autour de  $s_0$ , le nouveau système prend la forme suivante :

$$\left( \sum_{i=0}^{n1} \sigma_{s_0}^i \tilde{Z}_i \right) X(s) = \sum_{j=0}^{n2} \sigma_{s_0}^j \tilde{Y}_j \quad (2.3)$$

où  $\tilde{Z}_i \in \mathbb{C}^{(N+P) \times (N+P)}$  est une matrice creuse qui dépend seulement de la fréquence d'expansion  $f_0$ , la matrice  $\tilde{Y}_j \in \mathbb{C}^{(N+P) \times P}$  dépend également de la même fréquence d'expansion et finalement  $\sigma_{s_0} = s - s_0$  représente la fréquence complexe décalée par rapport à la fréquence d'expansion  $f_0$ . L'ordre des sommes  $n1$  et  $n2$  dépendent de la formulation initiale du problème. La présence de certaines conditions aux limites, comme la condition d'absorption aux frontières ABC et PML (Volakis, Chatterjee et Kempel, 1998) pour le cas des

antennes et l'inclusion de circuits passifs localisés (résistances, capacités et inductances) peut rendre le développement en série de Taylor un peu laborieux. Pour le cas particulier de la formulation Trans-FEM nous avons :  $n1 = 2, n2 = 2$ . Les matrices  $\tilde{Z}_i$  et  $\tilde{Y}_j$  sont données par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\tilde{Z}_0 &= Z_0 + s_0 Z_1 + s_0^2 Z_2 \\ \tilde{Z}_1 &= Z_1 + 2s_0 Z_2 \\ \tilde{Z}_2 &= Z_2\end{aligned}\tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_0 &= Y_0 + s_0 Y_1 + s_0^2 Y_2 \\ \tilde{Y}_1 &= Y_1 + 2s_0 Y_2 \\ \tilde{Y}_2 &= Y_2\end{aligned}\tag{2.5}$$

Il existe deux grandes catégories de techniques MORE dans la littérature. Dans la première catégorie, le système réduit est obtenu suite à une projection dans un sous espace de Krylov alors que dans la deuxième catégorie, le système réduit est obtenu en faisant correspondre les moments qui apparaissent suite à l'application du développement en série Taylor.

### 2.2.2 Techniques de projection dans un sous-espace de Krylov

Cette catégorie n'est applicable que lorsque le système (1.52) est linéaire par rapport au paramètre  $\sigma$  et que la partie droite (RHS) du système est constante par rapport au même paramètre. Plus précisément, il faut que  $n1 = 1$  et  $n2 = 0$  dans l'équation (2.19). Il existe plusieurs méthodes qui permettent de faire la linéarisation d'un tel système comme celle présentée dans (Slone et lee 2000). Dans la suite nous allons considérer la méthode définie dans (Cullum, Ruehli et Zhang, 2000). Après transformation, le nouveau système peut se mettre sous la forme suivante :

$$(C - \sigma_{s_0} D)z(f) = y_p\tag{2.6}$$

Avec :

$$C, D \in \mathbb{R}^{(c_1-1)(N+1) \times (c_1-1)(N+1)}, \quad c_1 = \max(n_1, n_2)$$

$$z = [\tilde{x} \quad \cdots \quad z((c_1-1)(N+1))]^t$$

$$y = [e_{N+1} \quad \cdots \quad 0]^t$$

Il est important de noter que les matrices  $C$  et  $D$  ne sont pas supposées poser problème quant à leur stockage puisqu'il s'agit de matrices creuses formées par des blocs les sous matrices  $\tilde{Z}_0, \tilde{Z}_1, \dots, \tilde{Z}_{n_1}$ .

Plusieurs techniques s'inscrivent dans cette catégorie et les plus connues d'entre elles sont : (i) La Projection via Arnoldi (PVA) (Cullum, Rughli et al. 2000) (ii) matrice de Padé via Lanczos (MPVL) (Freund 1998) et (iii) la technique ALPS (Sun et Cendes 2001).

La technique (PVA) utilise la méthode de projection classique d'Arnoldi (Ford, 2014) pour former une base réduite  $V$  permettant l'approximation de la solution. Si on considère le système matriciel linéaire donnée par l'équation (2.6), l'approximation est alors donnée par l'équation suivante :

$$z(f) \approx V_q g_q(f) \quad (2.7)$$

où  $V_q \in \mathbb{C}^{N \times q}$  est une base orthonormée de dimension  $q$  pour le sous espace de Krylov.  $g_q(f) \in \mathbb{C}^{q \times 1}$  est la solution du système réduit à la fréquence  $f$ . Le système réduit s'obtient en appliquant un test du type Petrov-Galerkin sur (2.22) avec la base  $V_q$ . Le résultat est le système suivant :

$$V_q^H (I - \sigma_{s_0} C^{-1} D) V_q g_q(f) = V_q^H C^{-1} y_p \quad (2.8)$$

### 2.2.3 Techniques MORE basées sur la correspondance des moments

Contrairement aux techniques MORE adoptant une projection dans un sous-espace de Krylov, les techniques MORE basées sur la correspondance des moments peuvent s'appliquer directement à un système d'équations ayant la forme générale donnée par (2.2) (Slone, Lee et Lee, 2002). Dans cette catégorie, le problème est de trouver une base réduite  $V$  qui permet de minimiser l'erreur résiduelle donnée par l'équation suivante :

$$\mathbf{r}_q(\sigma_{s_0}) = \left( \sum_{i=0}^{n1} \sigma_{s_0}^i \tilde{Z}_i \right) \left( \sum_{k=0}^q \sigma_{s_0}^k \mathbf{v}_k \right) - \sum_{j=0}^{n2} \sigma_{s_0}^j \tilde{\mathbf{y}}_j \quad (2.9)$$

Si  $\mathbf{r}_q$  est exprimée en une série de Taylor, alors l'annulation des moments  $\mathbf{r}_l$  dans (2.9) pour  $l = 0 \dots q - 1$  permet de déterminer les moments  $\mathbf{v}_k$  jusqu'à l'ordre  $q$ . Ces moments sont ainsi donnés par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_1 &= \tilde{Z}_0^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_0 \\ \mathbf{v}_2 &= \tilde{Z}_0^{-1} (\tilde{\mathbf{y}}_1 - \tilde{Z}_1 \mathbf{v}_1) \\ \mathbf{v}_2 &= \tilde{Z}_0^{-1} (\tilde{\mathbf{y}}_2 - \tilde{Z}_1 \mathbf{v}_2 - \tilde{Z}_2 \mathbf{v}_1) \\ &\vdots \\ \mathbf{v}_q &= \tilde{Z}_0^{-1} \left( \tilde{\mathbf{y}}_{q-1} - \sum_{m=1}^{\min(n1, q-1)} \tilde{Z}_m \mathbf{v}_{q-m} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Toutes les techniques MORE basées sur la correspondance des moments utilisent cette formulation comme point de départ. Les méthodes qui s'inscrivent dans cette catégorie sont : la technique Asymptotic Waveform Evaluation (AWE) (Pillage et Rohrer, 1990) (Bracken, Sun et Cendes, 1999), la Galerkin AWE (Slone, Lee et Lee, 2002) et la Well-conditioned AWE (WCAWE) (Slone, Lee et Jin-Fa, 2003).

La technique AWE ((Zhang et Jin, 1998)) part de (2.3) pour produire une approximation de Padé pour chaque inconnu ou pour chaque ensemble réduit d'inconnus. Pour obtenir une

approximation de Padé d'ordre  $q$ ,  $2q$  moments doivent être générés dans (2.26). Ainsi, une approximation du  $r^{\text{ieme}}$  élément de  $x(\sigma)$  est donnée par l'équation suivante :

$$\frac{\sum_{t=0}^{q-1} \sigma_{s_0}^t c_t^r}{1 + \sum_{u=1}^q \sigma_{s_0}^u d_u^r} = \sum_{t=0}^{2q-1} \sigma_{s_0}^t v_t^r \quad (2.11)$$

Avec  $v_t^r$  désigne le  $r^{\text{ieme}}$  élément de  $v_t$  obtenues par (2.10). Les  $d_t^r$  sont alors calculés les premiers en solvant le système linéaire (2.12).

$$\begin{bmatrix} v_0^r & v_1^r & \cdots & v_{q-1}^r \\ v_1^r & v_2^r & \cdots & v_q^r \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{q-1}^r & v_q^r & \cdots & v_{2q-2}^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_q^r \\ d_{q-1}^r \\ \vdots \\ d_1^r \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} v_q^r \\ v_{q+1}^r \\ \vdots \\ v_{2q-1}^r \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Ensuite les  $c_t^r$  sont calculés par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} c_0^r &= v_0^r \\ c_1^r &= v_1^r + d_1^r v_0^r \\ &\vdots \\ c_{q-1}^r &= v_{q-1}^r + \sum_{i=1}^{q-1} d_{q-i}^r v_{i-1}^r \end{aligned} \quad (2.13)$$

Le  $r^{\text{iem}}$  élément de  $x(\sigma)$  est alors approximé par l'équation suivante :

$$x_r(\sigma) \approx \frac{\sum_{t=0}^{q-1} \sigma_{s_0}^t c_t^r}{1 + \sum_{u=1}^q \sigma_{s_0}^u d_u^r} \quad (2.14)$$

La technique Gawe (Slone, Jin-Fa et Lee, 2001) part de (2.10) tout en considérant qu'il existe un ensemble de vecteur linéairement indépendant  $\bar{V}_q$  permettant de mettre l'inconnu du problème sous la même expression que dans (2.7) soit  $x(\sigma) \approx \bar{V}_q g_q(\sigma)$ . La différence avec la technique AWE est que pour former la base  $\bar{V}_q = [v_1 v_q \dots v_q]$ , chaque vecteur  $v_i$  doit être orthogonalisé par rapport à ses prédécesseurs. La solution est obtenue en appliquant la condition d'orthogonalité (2.15).

$$r_q \perp \bar{V}_q \quad (2.15)$$

où  $r_q$  désigne le vecteur résidu défini dans (2.9). Une manière de mettre en œuvre cette condition est d'utiliser le test de Petrov-Galerkin.  $g_q(\sigma)$  serait alors donnée par l'équation suivante :

$$g_q(\sigma) = \left( \sum_{i=0}^{n1} \sigma_{s_0}^i \bar{V}_q^H \tilde{Z}_i \bar{V}_q \right)^{-1} \left( \sum_{j=0}^{n2} \sigma_{s_0}^j \bar{V}_q^H \tilde{Y}_j \right) \quad (2.16)$$

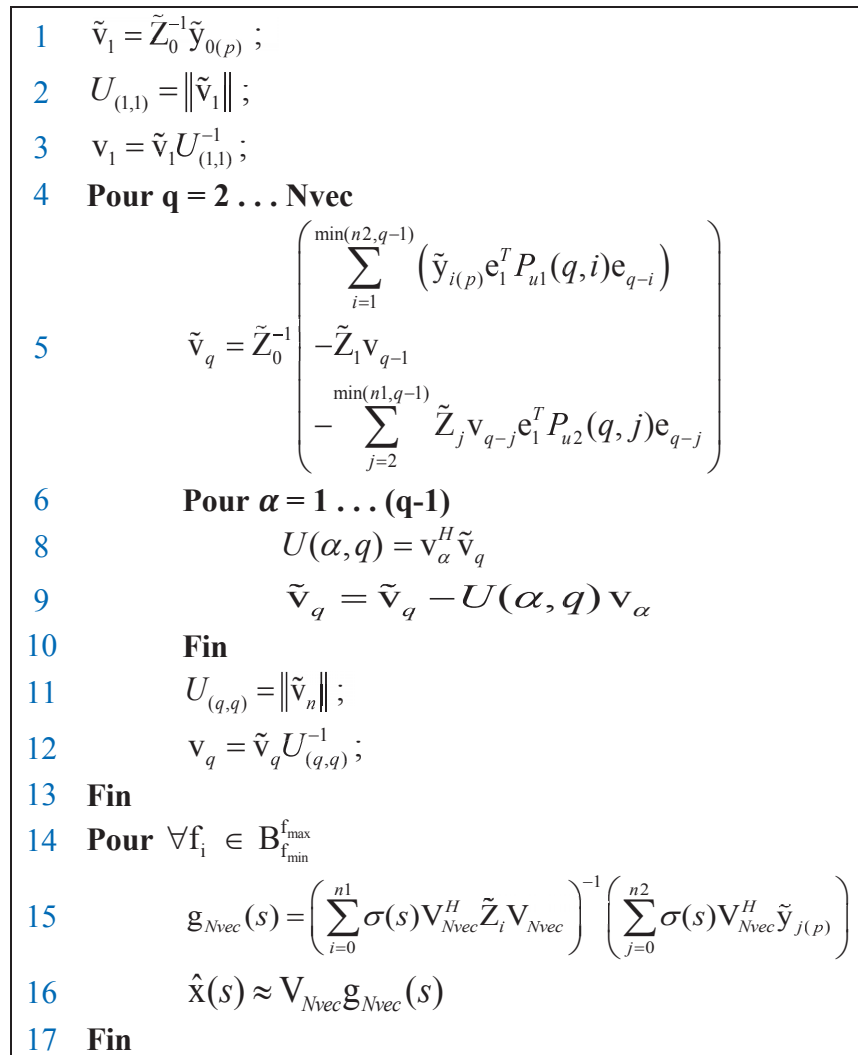
La technique WCAWE (Slone, Lee et Jin-Fa, 2003) est similaire à la technique Gawe tout en modifiant la procédure de génération (2.26) afin d'obtenir une base réduite mieux conditionnée. Cela a pour effet d'améliorer l'approximation sur de larges bandes de fréquences. La technique WCAWE est donnée par l'algorithme (2.1). Dans la suite nous allons présenter les limitations de la technique WCAWE en relation avec l'utilisation d'une taille fixe définie apriori pour le modèle réduit. Il est important de noter que ces limitations sont les mêmes pour toutes les techniques MORE présentées plus haut et que les solutions qui sont envisagées peuvent être appliquer à toutes ces techniques.

### 2.3 Limitations de la technique WCAWE standard

L'algorithme standard de la technique WCAWE est donné par l'algorithme (2.1). Cet algorithme considère les excitations aux différents ports de la structure représentées par la

matrice  $\mathbf{Y}_j$  une par une. Ceci dit, afin d'avoir un balayage fréquentiel rapide sur la bande  $B_{f_{min}}^{f_{max}}$  pour une structure ayant  $P$  ports, la technique WCAWE devra être appliquée  $P$  fois de suite. Une représentation sous forme d'organigramme de cet algorithme est donnée par la Figure 2.1. Rappelons que cet organigramme s'applique aussi à toutes les techniques MORE présentées plus haut dans ce chapitre dans le cadre de la revue de littérature.

Algorithme 2.1 Algorithme de la technique WCAWE



Comme on peut le remarquer, il n'y a pas de rétroaction entre l'étape « calcul du modèle réduit » où il est question de générer la base d'approximation réduite et la boucle de fréquence pour le

calcul de la solution aux fréquences  $f_i$ . Ainsi, il n'existe aucun lien entre la largeur de la bande  $B_{f_{min}}^{f_{max}}$  et le nombre de vecteurs  $Nvec$  qui sont générées. D'autres parts, il a été observé que la technique WCAWE permet d'avoir une bonne approximation de la solution sur de larges bandes dépendamment de la taille de la base réduite et cela grâce au bon conditionnement de la matrice du système réduit (Slone, Lee et Jin-Fa, 2003). Le fait de fixer la taille de la base réduite a priori, peut être une source d'inefficacité dans certains cas (pour des simulations sur des bandes étroites) ou une source d'erreurs dans d'autres cas (pour des simulations sur des larges bandes). En effet, en supposant qu'il est possible de connaître d'une manière ou d'une autre le nombre de vecteurs minimal  $\hat{Nvec}$  qui nous permettra de rester au-dessous d'un certain seuil d'erreur  $Etol$  sur toute la bande, l'inefficacité peut se produire lorsque le modèle réduit est surdimensionné. Ce cas se produit lorsque  $Nvec \gg \hat{Nvec}$ . Un tel modèle monopolisera inutilement les ressources de calcul et décroîtra les performances en termes de temps de calcul. D'autres parts, un modèle réduit sous-dimensionné où  $Nvec \ll \hat{Nvec}$  peut conduire à une mauvaise approximation. Dans le dernier cas l'erreur d'approximation a tendance à s'amplifier au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la fréquence d'expansion.

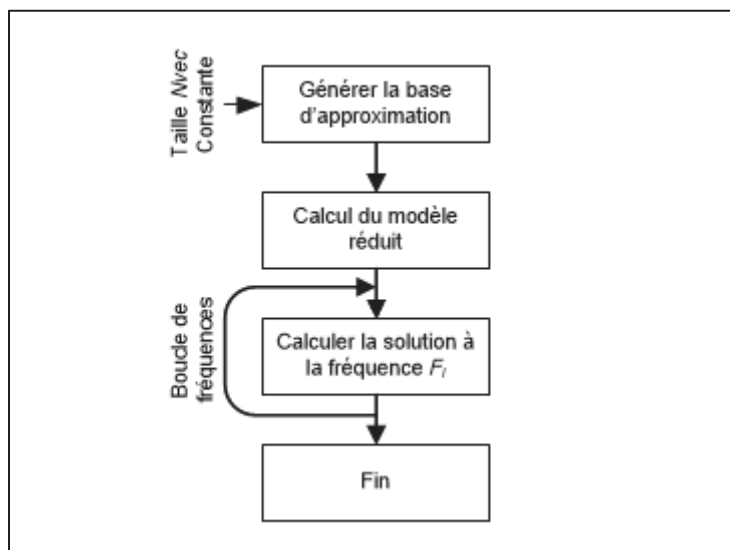


Figure 2.1 Organigramme de la technique WCAWE standard



D'un autre point de vue, il a été observé que toutes les techniques MORE et en particulier la WCAWE standard sont très sensibles au choix de la fréquence d'expansion  $f_0$ . En effet, il faut attendre la fin de la simulation pour vérifier si le choix du couple  $(f_0, N_{vec})$  satisfait ou non les critères de convergence exigés. Une solution consiste à reconstruire un nouveau système réduit plus grand que le précédent et calculer de nouveau la solution sur toute la bande et ainsi de suite. Malheureusement, cette démarche augmentera considérablement le temps de calcul, et si nous rajoutons à cela le fait que les concepteurs de circuits RF et microondes en général sont amenés à exécuter des dizaines de simulations pour optimiser leurs produits, cette solution est loin de présenter une solution pratique. Dans la suite nous proposons deux approches différentes qui permettent de résoudre ces problèmes. Dans la première méthode la base réduite est générée d'une manière adaptative. La deuxième méthode procède par une estimation de l'accélération obtenue suite à application de la technique MORE afin de calculer la taille de modèle réduit a priori.

#### 2.4 Méthode 1 : Construction adaptative du modèle réduit en se basant sur une estimation de l'erreur de l'approximation

En réexaminant l'algorithme (2.1) de nouveau, nous remarquons que le premier vecteur  $v_1$  de la base  $V_{Nvec}$  n'est autre que la solution exacte du système linéaire au point d'expansion  $f_0$ . Par conséquent, il est possible d'obtenir des solutions respectant le niveau d'erreur souhaité aux fréquences  $f_i \in B_{f_{min}}^{f_{max}}$  autour de la fréquence  $f_0$ , et cela avec une base formée par un petit nombre de vecteur  $v_q$ . Cependant, au fur et à mesure que la fréquence  $f_i$  s'éloigne de la fréquence d'expansion  $f_0$ , une base avec un plus grand nombre de vecteurs est nécessaire pour maintenir le même seuil d'erreur de la solution approchée. En effet, le nombre de vecteurs  $v_q$  nécessaires, à une distance donnée de la fréquence d'extension  $f_0$ , dépend du choix de cette dernière. Par conséquent, fixer le nombre de vecteurs a priori n'est pas la meilleure solution en termes d'efficacité et de précision, car cette démarche peut produire des problèmes de surdimensionnement ou de sous-dimensionnement comme nous l'avons évoqué au début de ce chapitre. En outre, d'un point de vue utilisateur, il n'existe aucune indication claire sur la

qualité de l'approximation donnée par la combinaison  $(f_0, Nvec)$  dans la technique WCAWE standard.

#### 2.4.1 Algorithme de la technique AWCWE adaptative

Pour contourner ces limitations, nous proposons une nouvelle approche où la base d'approximation  $V_{Nvec}$  est construite d'une manière adaptative. Cette nouvelle approche est basée sur la technique WCAWE standard où le nombre de vecteurs générés croît d'une manière adaptative. Le choix d'augmenter la taille de la base se fera automatiquement afin de se conformer aux exigences de précision. Le grand avantage de cette approche est qu'elle permettra de rester au-dessous du seuil d'erreur tout en utilisant un nombre minimum de vecteurs pour former la base d'approximation. Cette approche améliorera impérativement l'efficacité de la technique, et cela indépendamment du choix de la fréquence d'expansion  $f_0$ . Les performances du nouvel algorithme adaptatif reposent sur sa capacité à évaluer l'erreur d'approximation aux points de fréquences  $f_i \in B_{f_{min}}^{f_{max}}$ . Cela nécessite le choix d'une méthode pour l'estimation de l'erreur d'approximation. Cette erreur que nous appellerons  $E_r(s)$  n'est autre qu'une approximation de l'erreur relative réelle à la fréquence  $s = j2\pi f_i$  et donnée par l'équation suivante :

$$E_r(s) = \frac{\|\hat{\mathbf{e}}_r(s)\|}{\left\| \sum_{j=0}^m \sigma^j \tilde{\mathbf{y}}_{j(p)} \right\|} \quad (2.17)$$

où  $\hat{\mathbf{e}}_r(s)$  est le vecteur erreur absolue de l'approximation est donné par l'équation suivante :

$$\hat{\mathbf{e}}_r(s) = \left( \sum_{i=0}^{n1} \sigma^i \tilde{\mathbf{Z}}_i \right) \hat{\mathbf{x}}(s) - \sum_{j=0}^{n2} \sigma^j \tilde{\mathbf{y}}_{j(p)} \quad (2.18)$$

$\hat{\mathbf{x}}(s)$  Est la solution rapprochée définie dans l'algorithme (2.1). Cet algorithme introduit aussi un nouveau paramètre que nous appellerons  $Bvec$ . Ce paramètre est utilisé pour incrémenter

le nombre de vecteurs de la base réduite lorsque l'erreur observée devient supérieure à la valeur prescrite par  $\mathbf{E}_{r\_threshold}$ . Cette nouvelle approche adaptative est donnée ci-dessous par l'algorithme (2.2) dans une version allégée.

Algorithme 2.2 Algorithme de la technique WCAWE adaptative

```

1   $\tilde{\mathbf{v}}_1 = \tilde{\mathbf{Z}}_0^{-1} \tilde{\mathbf{y}}_{0(p)}$ 
2   $Nvec = 1$ 
3  calcul_solution( $\tilde{\mathbf{v}}_1, f_0$ )
4   $\mathbf{V}_{(:,1)} = \mathbf{v}_1$ 
5  Tant que ( $!(convergence\_droite) \parallel !(convergence\_gauche)$ )
6       $Nvec = Nvec + Bvec$ 
7
8       $\mathbf{V}_{(:,Nvec-Bvec:Nvec)} = \mathbf{wcawe}(Nvec)$ 
9      mise_à_jour_modele_reduit()
10     Tant que ( $!sous\_bande\_droite\_vide \ \&\& \ convergence\_droite$ )
11         Si ( $nouvelle\_frequence$ )
12              $\mathbf{g}_{(1:Nvec,1)}^{droite} = \left( \sum_{i=0}^{n1} \sigma^i \tilde{\mathbf{Q}}_i \right)^{-1} \left( \sum_{j=0}^{n2} \sigma^j \tilde{\mathbf{t}}_{j(p)} \right)$ 
13              $\hat{\mathbf{x}}^{droite} = \mathbf{V}_{(:,1:Nvec)} \cdot \mathbf{g}_{(1:Nvec,1)}^{droite}$ 
14              $E_r^{droite} = \left\| \left( \sum_{i=0}^{n1} \sigma^i \tilde{\mathbf{Z}}_i \right) \hat{\mathbf{x}}^{droite} - \sum_{j=0}^{n2} \sigma^j \tilde{\mathbf{y}}_{j(p)} \right\| / \left\| \sum_{j=0}^{n2} \sigma^j \tilde{\mathbf{y}}_{j(p)} \right\|$ 
15         Sinon
16              $\mathbf{g}_{(1:Nvec,1)}^{droite} = \left( \sum_{i=0}^{n1} \sigma^i \tilde{\mathbf{Q}}_i \right)^{-1} \left( \sum_{j=0}^{n2} \sigma^j \tilde{\mathbf{t}}_{j(p)} \right)$ 
17              $\hat{\mathbf{x}}^{droite\_c} = \mathbf{V}_{(:,Nvec-Bvec:Nvec)} \cdot \mathbf{g}_{(Nvec-Bvec:Nvec,1)}^{droite}$ 
18              $\hat{\mathbf{x}}^{droite} = \hat{\mathbf{x}}^{droite} + \hat{\mathbf{x}}^{droite\_c}$ 
19              $E_r^{droite\_c} = \left\| \left( \sum_{i=0}^{n1} \sigma^i \tilde{\mathbf{Z}}_i \right) \hat{\mathbf{x}}^{droite\_c} - \sum_{j=0}^{n2} \sigma^j \tilde{\mathbf{y}}_{j(p)} \right\| / \left\| \sum_{j=0}^{n2} \sigma^j \tilde{\mathbf{y}}_{j(p)} \right\|$ 
20              $E_r^{droite} = E_r^{droite} + E_r^{droite\_c}$ 
21         Fin
22         Si ( $E_r^{droite} \geq E_{r\_threshold}$ )
23              $convergence\_droite = faux$ 
24              $nouvelle\_frequence = faux$ 
25         Sinon
26              $nouvelle\_frequence = vrai$ 
27     Fin

```

28	<b>Fin</b>
29	<b>Tant que</b> (!sous_bande_gauche_vide && convergence_gauche )
30	<i>//même chose que sous bande droite</i>
31	<b>Fin</b>
32	<b>Fin</b>

Une notation *Matlab* et *C++* a été utilisée pour une meilleure compréhension. Une représentation graphique sous forme d'organigramme de l'algorithme (2.2) est donnée aussi par la Figure 2.2. Dans le nouvel algorithme la bande de fréquence  $B_{f_{min}}^{f_{max}}$  est divisée en deux sous-bandes autour de la fréquence  $f_0$  : (i) Une sous-bande droite  $B_{f_0}^{f_{max}}$  (ii) Une sous-bande gauche  $B_{f_{min}}^{f_0}$ . Dans chaque sous-bande, les fréquences les plus proches de la fréquence d'expansion  $f_0$  sont les premières à être prises en considération. La grande boucle «**Tant que**» extérieure (ligne 5) commence par ajouter *Bvec* nouveaux vecteurs à la base réduite **V** avec la fonction «**wcawe(Nvec)**» (ligne 8). Cette fonction est détaillée dans l'algorithme (2.3). Le modèle réduit, constitué par les matrices réduites  $\tilde{\mathbf{Q}}_i$  et les vecteurs excitations réduits  $\tilde{\mathbf{t}}_{j(p)}$ , est donné par les deux expressions dans suivantes :

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{Q}}_i &= \mathbf{V}^T \tilde{\mathbf{Z}}_i \mathbf{V} \\ \tilde{\mathbf{t}}_{j(p)} &= \mathbf{V}^T \tilde{\mathbf{y}}_{j(p)}\end{aligned}\tag{2.19}$$

La mise à jour du modèle réduit, se fait avec la fonction «**mise\_à\_jour\_modele\_reduit()**» (ligne 9). Cette fonction sert à mettre à jour les entrées vides dans les matrices  $\tilde{\mathbf{Q}}_i$  et le vecteur  $\tilde{\mathbf{t}}_{j(p)}$  sans recalculer celles qui ont été remplies dans l'itération précédente. La première boucle «**Tant que**» (ligne 10) couvre la sous-bande gauche  $B_{f_{min}}^{f_0}$  et la deuxième boucle «**Tant que**» (ligne 29) couvre la sous-bande droite  $B_{f_0}^{f_{max}}$ . Le balayage des fréquences dans les deux boucles se fait de manière naturelle de la fréquence d'expansion vers les limites de chaque sous-bande. Pour chaque sous-bande, une solution approchée de la fréquence concernée est calculée en utilisant le modèle réduit. Ensuite, un test permet de vérifier si les résultats obtenus respectent les critères de convergences. Dans le cas où une fréquence  $f_i \in B_{f_{min}}^{f_0}$ , par exemple, n'a pas convergée, la base d'approximation **V** ne sera incrémenter de *Bvec* nouveau vecteurs

que si la sous-bande  $B_{f_0}^{f_{max}}$  contient des fréquences dont le test de convergence était négatif ou dans le cas où toutes les fréquences de cette sous-bandes ont présentées des résultats convergents.

Algorithme 2.3 Algorithme de la fonction wcauwe(Mvec)

1	<b>Pour</b> $q = \text{Nvec-Bvec}$ jusqu'à $\text{Nvec}$
2	$\tilde{\mathbf{v}}_q = \tilde{\mathbf{Z}}_0^{-1} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{\min(n2, q-1)} \left( \tilde{y}_{i(p)} \mathbf{e}_1^T P_{u1}(q, i) \mathbf{e}_{q-i} \right) \\ -\tilde{\mathbf{Z}}_1 \mathbf{v}_{q-1} \\ - \sum_{j=2}^{\min(n1, q-1)} \tilde{\mathbf{Z}}_j \mathbf{v}_{q-j} \mathbf{e}_1^T P_{u2}(q, j) \mathbf{e}_{q-j} \end{pmatrix}$
3	<b>Pour</b> $\alpha = 1 \dots (q-1)$
4	$U(\alpha, q) = \mathbf{v}_\alpha^H \tilde{\mathbf{v}}_q$
5	$\tilde{\mathbf{v}}_q = \tilde{\mathbf{v}}_q - U(\alpha, q) \mathbf{v}_\alpha$
6	<b>Fin</b>
7	$U_{(q,q)} = \ \tilde{\mathbf{v}}_q\ $ ;
8	$\mathbf{v}_q = \tilde{\mathbf{v}}_q U_{(q,q)}^{-1}$ ;
9	<b>Fin</b>

Dans le paragraphe suivant, la complexité du nouvel algorithme sera étudié afin de démontrer qu'en plus de avantages par rapport à l'algorithme standard de la technique WCAWE, cette approche ne présente pas une charge de calcul supplémentaire considérable.

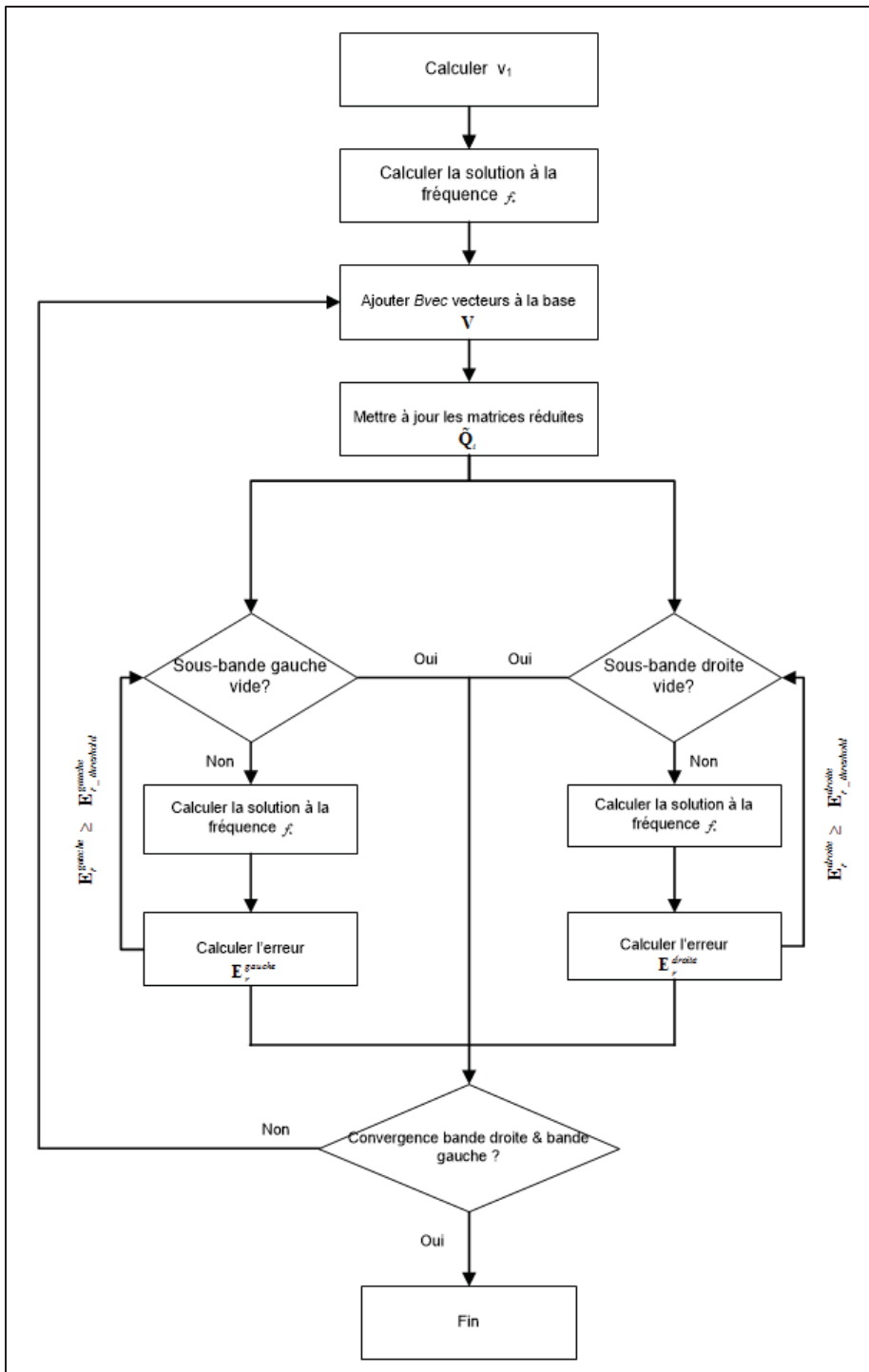


Figure 2.2 Organigramme de la technique WCAWE adaptative

### 2.4.2 Complexité de l'approche adaptative

Le temps de calcul total de la technique WCAWE adaptative est donné par l'équation suivante (2.20) :

$$\begin{aligned} T_{a\_wcawe} &= T_{\text{calcul\_base\_réduite}} + T_{\text{calcul\_solution}} + T_{\text{calcul\_erreur}} \\ &\approx T_{\text{calcul\_base\_réduite}} + T_{\text{calcul\_erreur}} \end{aligned} \quad (2.20)$$

où  $T_{\text{calcul\_base\_réduite}}$  et  $T_{\text{calcul\_erreur}}$  désignent, respectivement, le temps de calcul total passé dans la construction de la base adaptative et le temps total écoulé dans l'estimation de l'erreur d'approximation,  $T_{\text{calcul\_solution}}$  désigne le temps total écoulé dans le calcul de la solution à partir du modèle réduit et sera donc négligée pour les larges problèmes.  $T_{\text{calcul\_base\_réduite}}$  et  $T_{\text{calcul\_erreur}}$  sont donnés respectivement par les équations (2.21) et (2.22).

$$T_{\text{calcul\_base\_réduite}} \approx T_{\text{fact}} + N_{\text{vec}} \cdot (T_{\text{sol}} + n_1 \cdot T_{\text{MxVp}}) \quad (2.21)$$

$$T_{\text{calcul\_erreur}} \approx n_1 \cdot T_{\text{MxVp}} \cdot (N_{\text{freq}} + N_{\text{freq\_échouée}}) \quad (2.22)$$

où  $T_{\text{sol}}$  et  $T_{\text{MxVp}}$  désignent respectivement, le temps nécessaire pour calculer une solution du système linéaire à partir de sa factorisation LU et le temps d'une multiplication matrice vecteur. La complexité de ces deux temps de calcul pour le cas d'un système linéaire creux est de l'ordre de  $O(nnz)$ .  $nnz$  étant le nombre d'élément non nuls dans la matrice.  $N_{\text{freq}}$  est le nombre de points de fréquences dans la bande  $B_{f_{\min}}^{f_{\max}}$  et  $N_{\text{freq\_échouée}}$  désigne le nombre total de fréquences dont la solution n'a pas convergée. L'efficacité de l'algorithme adaptatif est sans doute meilleure lorsque le temps écoulé dans le calcul de l'erreur d'approximation est le plus bas possible.

## 2.5 Méthode 2 : Construction adaptative du modèle réduit en se basant sur l'estimation du temps de calcul

Il s'agit d'une nouvelle approche où la taille de la base  $N_{vec}$  est déterminée à partir de la rapidité avec laquelle on veut avoir une solution approximative. En effet, par définition le balayage fréquentiel rapide est censé donner une solution rapprochée de la solution exacte avec un temps de calcul inférieur à celui qu'on aurait pu avoir avec un balayage régulier. Il est ainsi possible de tacler le problème différemment en considérant le temps de calcul comme critère à partir duquel il est possible de déterminer la taille de la base  $N_{vec}$ . Dans le paragraphe suivant nous allons présenter une estimation de l'accélération donnée par application de la technique MORE WCAWE en fonction de plusieurs variables dont la taille  $N_{vec}$ .

### 2.5.1 Estimation de l'accélération en temps de calcul de la WCAWE par rapport au balayage fréquentiel discret

En réexaminant l'algorithme de la technique WCAWE standard, et pour des problèmes de grandes tailles électriques, il est possible de faire une liste des opérations qui vont se partager pratiquement la totalité du temps de calcul. Par ordre décroissant, ces opérations sont :

1. Factorisation LU :  $T_{LU}$ ;
2. Résolution du système  $LUx=b$  :  $T_{FWBkSubs}$ ;
3. Multiplication Matrice-Vecteur :  $T_{MxVMp}$ ;
4. Produit scalaire Vecteur-Vecteur :  $T_{V'xV}$ .

En additionnant toutes les tâches qui mettent en œuvre ces opérations dans l'algorithme de la technique WCAWE standard, il est possible d'estimer le temps d'exécution total de la technique WCAWE pour des structures de grandes tailles électriques. Ce temps de calcul est donné par l'équation suivante :

$$T_{wcawe} \approx T_{LU} + N_{port} \left[ N_{vec}^2 \left( n_1 + \frac{3}{2} \right) T_{V' \times V'} + N_{vec} \left( T_{FWBkSubs} + (2n_1 + 1) T_{MxVMp} - \frac{1}{2} T_{V' \times V'} \right) \right] \quad (2.23)$$



D'autres parts le temps de calcul du balayage fréquentiel discret pour  $N_{freq}$  point de fréquence dans la bande  $B_{fmin}^{fmax}$  peut être estimé par l'équation suivante :

$$T_{discret} \approx N_{freq} \left[ T_{LU} + N_{port} \cdot T_{FwBkSubs} \right] \quad (2.24)$$

Pour que l'appellation balayage fréquentiel rapide reste valide, il faut que  $T_{wcawe} < T_{discret}$  autrement il serait plus logique de faire un balayage fréquentiel régulier. Il est important de rappeler ici que la question de l'accélération en temps de simulation donnée par les techniques MORE n'a pas été trop étudiée dans la littérature puisque pour des structures de grandes tailles électriques (maillage dense) et un modèle réduit de taille entre 20 et 40 vecteurs, il était évident que l'accélération serait relativement considérable. Avec la technique WCAWE il est possible de générer des modèles réduits encore plus grands permettant ainsi d'avoir une bonne approximation sur de plus larges bandes. Il est ainsi possible de définir une accélération minimale  $tSP$  au-dessous de laquelle la technique WCAWE perd sa vocation de technique de balayage fréquentiel rapide. Cela est traduit par l'équation (2.25).

$$tSP \leq \frac{T_{discret}}{T_{WCAWE}} \quad (2.25)$$

En remplaçant  $T_{discret}$  et  $T_{WCAWE}$  par leurs expressions respectives (2.23) et (2.24) dans (2.25), on obtient l'inéquation du deuxième degré (2.26) avec  $N_{vec}$  comme inconnu.

$$aN_{vec}^2 + bN_{vec} + c \leq 0 \quad (2.26)$$

Les paramètres a, b, et c sont donnés respectivement par les équations suivante :

$$a = \left( n_1 + \frac{3}{2} \right) \cdot T_{V' \times V'} \cdot tSP \cdot N_{port} \quad (2.27)$$

$$b = tSP \cdot N_{port} \cdot \left( T_{FwBkSubs} + (2n_1 + 1)T_{MxVMp} - \frac{1}{2}T_{V' \times V} \right) \quad (2.28)$$

$$c = tSP \cdot T_{LU} - N_{freq} \left( T_{LU} + N_{port} \cdot T_{FwBkSubs} \right) \quad (2.29)$$

L'équation (2.26) admet un discriminant  $\Delta$  positif et aura ainsi deux solutions réelles  $R_1$  et  $R_2$ . Supposons que  $R_1 > R_2$ , dans ce cas le plus grand entier  $N_{vec}$  tel que  $N_{vec} \leq R_1$  représente la taille optimale du modèle réduit avec laquelle il est possible de réaliser une accélération réelle en temps de calcul  $rSP$  tel que  $rSP \geq tSP$ .

### 2.5.2 Algorithme

L'algorithme de cette nouvelle approche est composé de trois étapes à savoir :

1. Déterminer le temps de calcul des différentes opérations listées dans la section précédente. Cela peut se faire en exécutant l'algorithme standard de la technique WCAWE tout en sauvegardant le temps d'exécution des opérations  $T_{FwBkSubs}$ ,  $T_{MxVMp}$  et  $T_{V' \times V}$ . Afin d'avoir une bonne mesure, il est possible de générer un petit nombre de vecteurs  $B_{vec}$  et faire la moyenne des trois différents temps d'exécution.  $T_{LU}$  sera sauvegarder au moment de la factorisation du système linéaire à la fréquence d'expansion  $f_0$ ;
2. Calculer  $N_{vec}$  à partir de  $tSP$ . Lors de cette étape il est question de résoudre l'inéquation du second degré (2.26) pour trouver la taille finale du modèle réduit  $N_{vec}$ ;
3. Ajouter  $N_{vec} - B_{vec}$  à la base réduite ;
4. Formuler le modèle réduit et calculer les solutions aux fréquences  $f_i \in B_{fmin}^{fmax}$ .

## 2.6 Résultats et validation

Dans cette section nous allons appliquer les deux méthodes adaptatives présentées plus haut dans ce chapitre pour simuler deux structures microondes usuelles et analyser les résultats. Les simulations ont été effectuées sur une plateforme Windows dotée d'un processeur Intel Core

i7 cadencé à 2.8 GHz et de 8GB de mémoire vive. Les différents algorithmes ont été implémentés dans l'environnement de développement *MATLAB*. La modélisation 3D des composants a été réalisée avec le logiciel *SolidWorks*. Le maillage et la formulation FEM ont été effectués avec le logiciel de simulation électromagnétique *HFworks* (EMworks, 2014). L'organigramme de la Figure 2.3 montre les différentes étapes mises en œuvre lors de la validation ainsi que les différents logiciels utilisés.

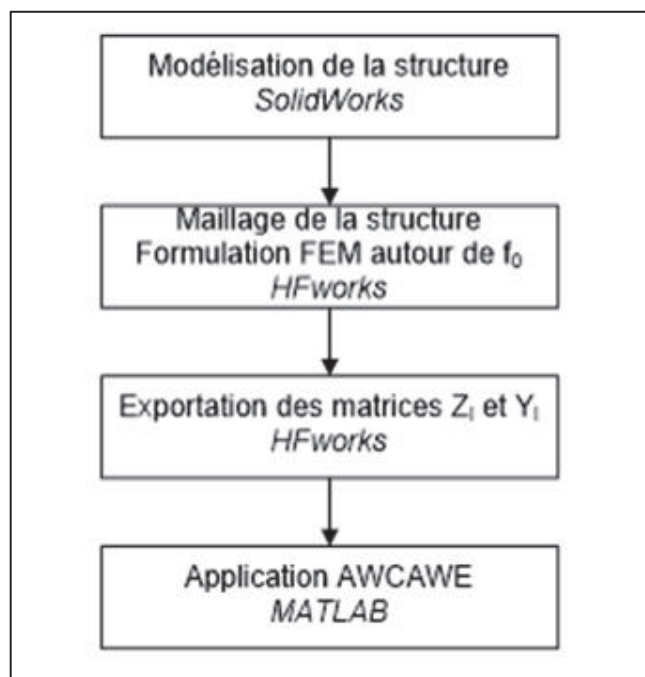


Figure 2.3 Organigramme des différentes étapes de la validation

### 2.6.1 Validation de la méthode 1 : Construction adaptative du modèle réduit en se basant sur une estimation de l'erreur d'approximation

La structure que nous allons considérer pour la validation de la méthode 1 est le guide d'onde rectangulaire WR-159 de la Figure 2.4. La fréquence de coupure du mode fondamental TE<sub>01</sub> de ce guide est autour de 4.9 GHz. Une première simulation avec un balayage fréquentiel régulier de cette structure a été réalisée. Les paramètres de cette simulation ainsi que le temps d'exécution sont résumés ici :

### Simulation discrète du guide d'onde WR-159

- nombre d'inconnus : 32246 inconnus;
- bande de simulation : de 0 à 10 GHz avec 1001 points de fréquence;
- temps de calcul total du balayage fréquentiel régulier ( $T_{régulier}$ ) = 4904.9 Secondes.

Les paramètres S obtenus avec le balayage fréquentiel régulier sont donnés par la Figure 2.5. La présence de plusieurs piques (pôles) sur la courbe du paramètre S11 constitue un challenge pour toute technique MORE et en particulier la WCAWE. Plusieurs groupes de simulations de cette même structure ont été réalisées avec l'approche de la méthode 1 afin d'observer le comportement de l'algorithme en fonction des paramètres  $f_0$  et  $\mathbf{E}_{r\_threshold}$ .

Pour chaque groupe de simulations, une différente fréquence d'expansion a été choisie en l'occurrence :  $f_0 = 2GHz$ ,  $f_0 = 5GHz$  et  $f_0 = 8GHz$  et pour chaque fréquence d'expansion trois simulations ont été réalisées pour différentes valeurs de l'erreur  $\mathbf{E}_{r\_threshold}$  en l'occurrence  $10^{-2}$ ,  $10^{-4}$  et  $10^{-6}$ . Le paramètre  $Bvec$  a été fixé à 5 vecteurs. Pour toutes ces simulations nous avons suivi le temps d'exécution global du balayage fréquentiel rapide avec la méthode 1 ( $T_{awcawe}$ ), la taille finale de la base réduite générée, le nombre de fréquences échouées (rappelons ici que les fréquences échouées sont les fréquences pour lesquelles le test de convergence a retourné une valeur négative impliquant l'incrément de la base réduite) ainsi que l'accélération en temps de calcul de la méthode 1 par rapport au balayage fréquentiel régulier.

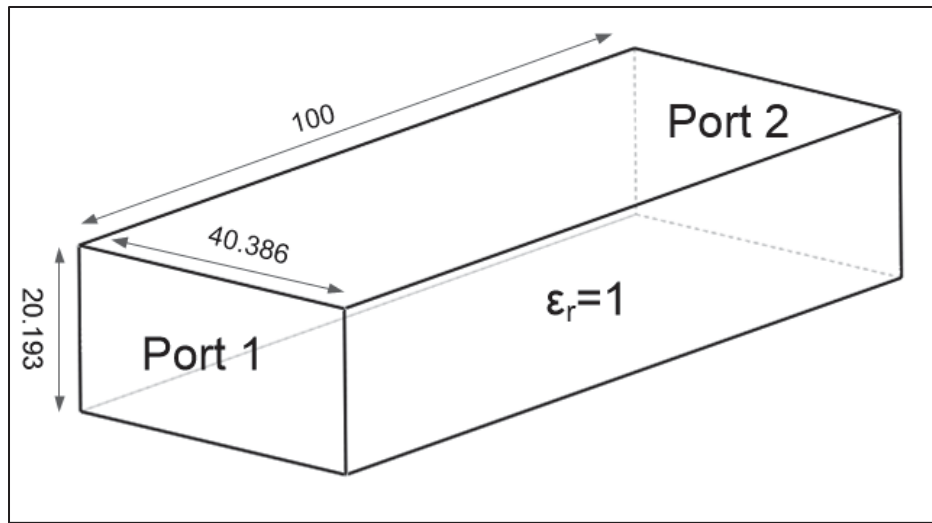


Figure 2.4 Guide d'onde rectangulaire WR159  
(Les dimensions sont en mm)

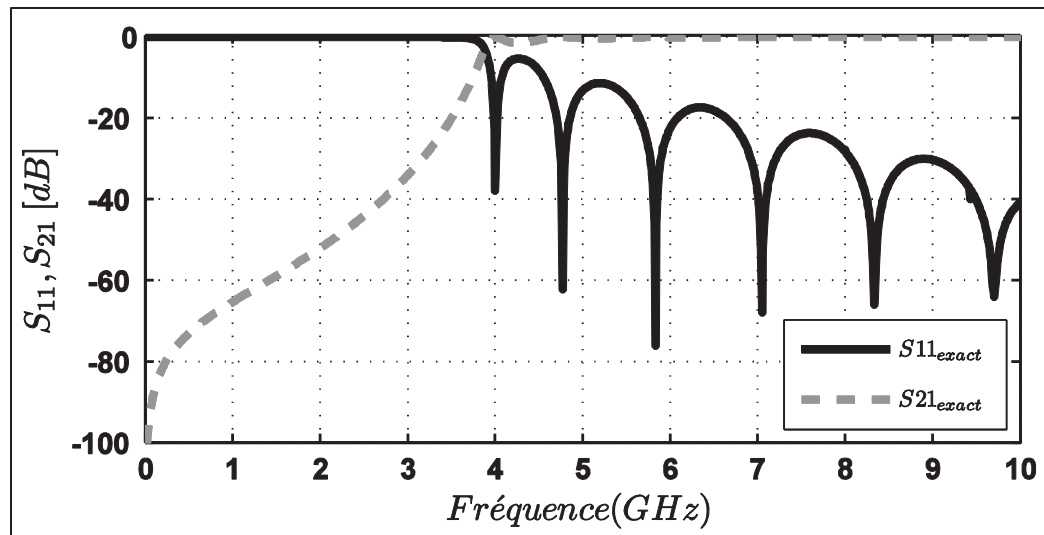


Figure 2.5 Parametres S du guide d'onde ER159 obtenus  
avec le balayage frequentiel régulierer

Le Tableau 2.1, le Tableau 2.2 et le Tableau 2.3 résument les résultats de ces trois groupes de simulations.

Tableau 2.1 Simulation 1 –  $f_0 = 2$  GHz,  $Bvec = 5$ 

$E_{r\_threshold}$	$10^{-2}$	$10^{-4}$	$10^{-6}$
<b>Temps de calcul (<math>T_{awcawe}</math> en Secondes)</b>	109.86	833.91	1002.5
<b>Taille finale de la base</b>	21	266	296
<b>Nombre de fréquence échouée</b>	3	52	61
<b>Accélération (<math>T_{régulier}/T_{awcawe}</math>)</b>	44.64	5.88	4.89

Tableau 2.2 Simulation 2 –  $f_0 = 5$  GHz,  $Bvec = 5$ 

$E_{r\_threshold}$	$10^{-2}$	$10^{-4}$	$10^{-6}$
<b>Temps de calcul (<math>T_{awcawe}</math> en Secondes)</b>	104.28	912.56	986.12
<b>Taille finale de la base</b>	11	281	296
<b>Nombre de fréquence échouée</b>	2	56	62
<b>Accélération (<math>T_{régulier}/T_{awcawe}</math>)</b>	47.03	5.37	4.97

Tableau 2.3 Simulation 3 –  $f_0 = 8$  GHz,  $Bvec = 5$ 

$E_{r\_threshold}$	$10^{-2}$	$10^{-4}$	$10^{-6}$
<b>Temps de calcul (<math>T_{awcawe}</math> en Secondes)</b>	111.75	129	134.00
<b>Taille finale de la base</b>	21	41	46
<b>Nombre de fréquence échouée</b>	6	12	15
<b>Accélération (<math>T_{régulier}/T_{awcawe}</math>)</b>	43.89	38.02	36.6

En comparant les résultats des trois simulations pour la même tolérance  $E_{r\_threshold}$ , on remarque que pour  $E_{r\_threshold} = 10^{-4}$  et  $10^{-6}$ , la meilleure accélération est obtenue pour  $f_0 =$

8 GHz. Pour  $E_{r\_threshold} = 10^{-2}$ , l'accélération est presque la même pour les trois cas avec une base réduite minimale de taille 11 pour  $f_0 = 5$  GHz. Le nombre de fréquence dont le test de convergence a échoué croît avec  $E_{r\_threshold}$ . Pour  $E_{r\_threshold} = 10^{-6}$ , le minimum de fréquences échouées est obtenu pour  $f_0 = 8$  GHz.

Il est important de souligner que cette méthode offre une solution pour déterminer d'une manière adaptative la taille optimale de la base réduite pour un seuil d'erreur bien déterminée. Remarquons que même pour une taille de la base réduite de 296 vecteurs, le temps d'exécution est 5 fois meilleur que le temps de calcul de la solution régulière. Cette accélération aurait été encore plus grande si le nombre de fréquences dans la bande  $B_{fmin}^{fmax}$ , pour le même nombre d'inconnus, était supérieur à 1001. L'erreur exacte d'approximation de  $S_{11}$  pour le groupe de simulations 3 est représentée sur la Figure 2.6 pour les différents  $E_{r\_threshold}$ .

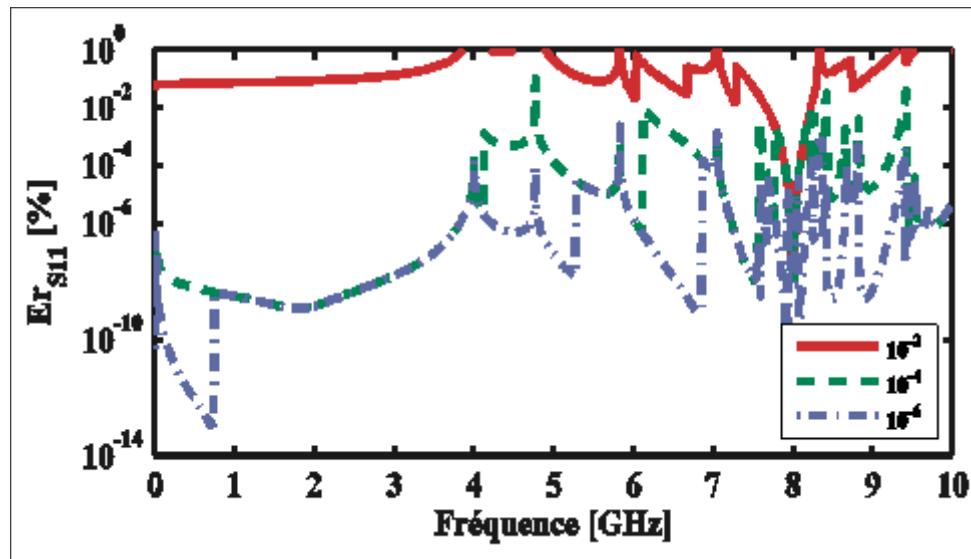


Figure 2.6 Erreur exacte d'approximation  $Er_{S11}$  pour  $E_{r\_threshold} = 10^{-2}, 10^{-4}$  et  $10^{-6}$  ( $f_0 = 8$  GHz et  $B_{vec} = 5$ )

L'erreur d'approximation minimale pour les trois cas est obtenue bien évidemment à la fréquence d'expansion  $f_0 = 8$  GHz. Cependant, et comme on peut le remarquer sur la Figure 2.6, la qualité de l'approximation n'est pas la même pour les trois  $E_{r\_threshold}$ . Le tableau suivant

nous donne une idée sur la qualité de l'estimation d'erreur. Pour  $\mathbf{E}_{r\_threshold} = 10^{-2}$ , la valeur moyenne de l'erreur exacte est de 1.035 avec seulement 5.69% des fréquences sur toute la bande ont réellement une erreur inférieure à  $10^{-2}$ . Pour  $\mathbf{E}_{r\_threshold} = 10^{-4}$  et  $10^{-6}$ , le pourcentage des fréquences qui ont convergé sur la bande est supérieur à 70%.

Tableau 2.4 Données statistiques sur l'erreur d'approximation  
pour  $f_0 = 8$  GHz et  $Bvec = 5$

$\mathbf{E}_{r\_threshold}$	$10^{-2}$	$10^{-4}$	$10^{-6}$
<b>Moyenne (<math>\mu</math>)</b>	1.035	$567.17 \cdot 10^{-6}$	$15.07 \cdot 10^{-6}$
<b>Écart type (<math>\sigma</math>)</b>	9.059	$3.8 \cdot 10^{-3}$	$105.7 \cdot 10^{-6}$
<b>% de la bande dont l'erreur <math>\leq \mathbf{E}_{r\_threshold}</math></b>	5.69	72.92	75.8

Pour résumer, il est important de rappeler que cette méthode offre une solution pratique pour résoudre les incertitudes liées à la taille de la base du modèle réduit pour les méthodes MORE. Nous avons choisi d'appliquer cette méthode avec la technique WCAWE parce qu'elle permet d'avoir une bonne approximation sur de larges bandes de fréquences. L'idée était de déterminer la taille de la base réduite d'une manière adaptative. Malgré que la méthode employée pour l'estimation de l'erreur d'approximation ne soit assez précise, ces résultats valident les points suivants :

- gain en temps de calcul : Bien qu'il n'existe pas de règle générale pour le choix de la fréquence d'expansion, cette méthode offre une meilleure accélération en temps de calcul lorsque la fréquence d'expansion est choisie parmi les hautes fréquences de la bande  $B_{fmin}^{fmax}$ ,
- précision des approximations : Cette méthode permet de donner de meilleures approximations, pour des faibles valeurs de  $\mathbf{E}_{r\_threshold}$ . Ce paramètre peut être ajusté en fonction de l'application;



- le gain en temps de calcul qu'offre cette méthode augmente avec la taille électrique de la structure étudiée (maillage dense) ainsi que le nombre de fréquence sur la bande en question;
- sur la base de ces résultats, il est possible de définir une figure de mérite pour le choix du couple optimal : fréquence d'expansion et  $E_{r\_threshold}$ .

### 2.6.2 Validation de la méthode 2 : Construction adaptative du modèle réduit en se basant sur l'estimation du temps de calcul

La jonction de trois lignes coaxiales de la Figure 2.7 a été considérée pour la validation de la méthode 2. Chaque section de cette jonction a une impédance caractéristique de  $50\Omega$ .

Une première simulation avec un balayage fréquentiel régulier de cette structure a été réalisée. Les paramètres de cette simulation ainsi que le temps d'exécution sont résumés ici :

#### Simulation discrète de la jonction de trois lignes coaxiales

- nombre d'inconnu = 69397 inconnus;
- bande de simulation : De 0 à 40 GHz, 1001 points de fréquences;
- temps de calcul total du balayage fréquentiel régulier ( $T_{régulier}$ ) = 14516.18 secondes.

Les paramètres S obtenus avec le balayage fréquentiel régulier sont donnés par la Figure 2.8. Les courbes S11 et S21 qui apparaissent sur cette figure, ont un comportement oscillatoire significatif surtout pour les hautes fréquences ce qui constitue un challenge pour toute les technique MORE et non seulement la technique WCAWE.

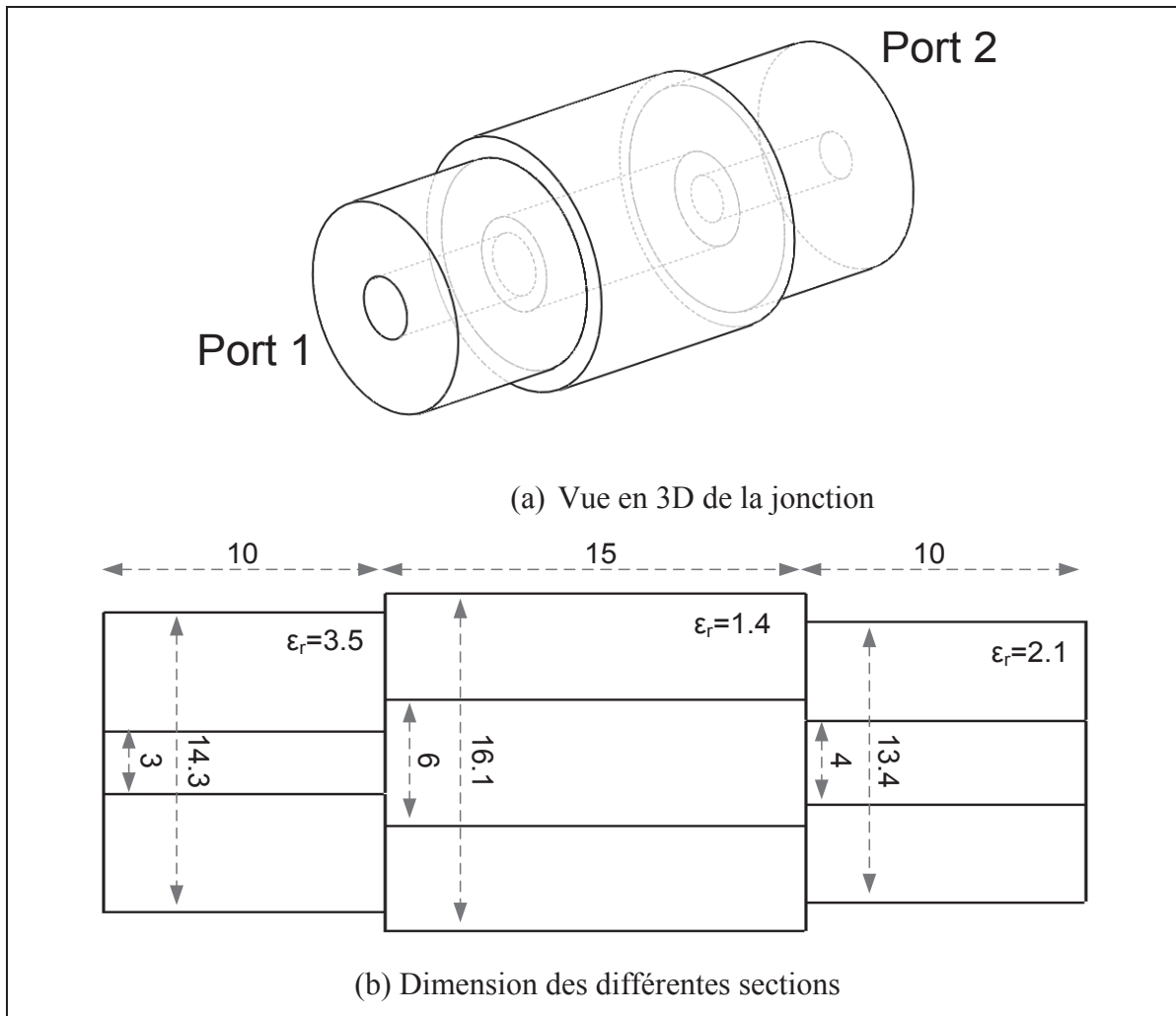


Figure 2.7 Jonction 50 $\Omega$  de trois lignes coaxiales (Les dimensions sont en mm)

Dans la suite, un total de 15 simulations a été réalisé avec différentes valeurs de  $tSP$  (Accélération théorique) allant de 10 à 600. Les résultats obtenus sont résumés dans le Tableau 2.5. L'accélération réelle  $rSP$  et l'accélération théorique  $tSP$  sont représentées graphiquement en fonction de la taille de la base  $Nvec$  sur la Figure 2.9. Ces résultats montrent que  $tSP$  et  $rSP$  sont très proches sans que  $tSP$  dépasse  $rSP$ . En réalité, cela est dû au temps de remplissage du système linéaire à résoudre à chaque fréquence dans le balayage fréquentiel régulier et qui n'a pas été comptabilisé. Il est tout fois possible d'inclure ce temps pour une meilleure estimation. Un autre fait important est que, l'erreur absolue entre  $tSP$  et  $rSP$  a tendances à

augmenter avec les grandes valeurs de  $tSP$ . La Figure 2.10, montre l'erreur relative d'approximation pour différentes valeurs de l'accélération théorique  $tSP$  en l'occurrence  $tSP = 20, 100, 300$  et  $500$ . L'erreur la moins bonne est associée comme attendue avec l'accélération la plus importante. Ces résultats montrent bien l'utilité de cette méthode et comment elle peut être utilisée pour une meilleure efficacité et une meilleure utilisation des ressources disponibles. En effet la différence entre la taille de la base réduite est considérable entre  $tSP = 20$  et  $tSP = 500$  et l'erreur d'approximation aussi. En utilisant cette méthode, le balayage fréquentiel raide peut se définir par rapport à l'accélération qu'on veut avoir par rapport au balayage fréquentiel régulier.

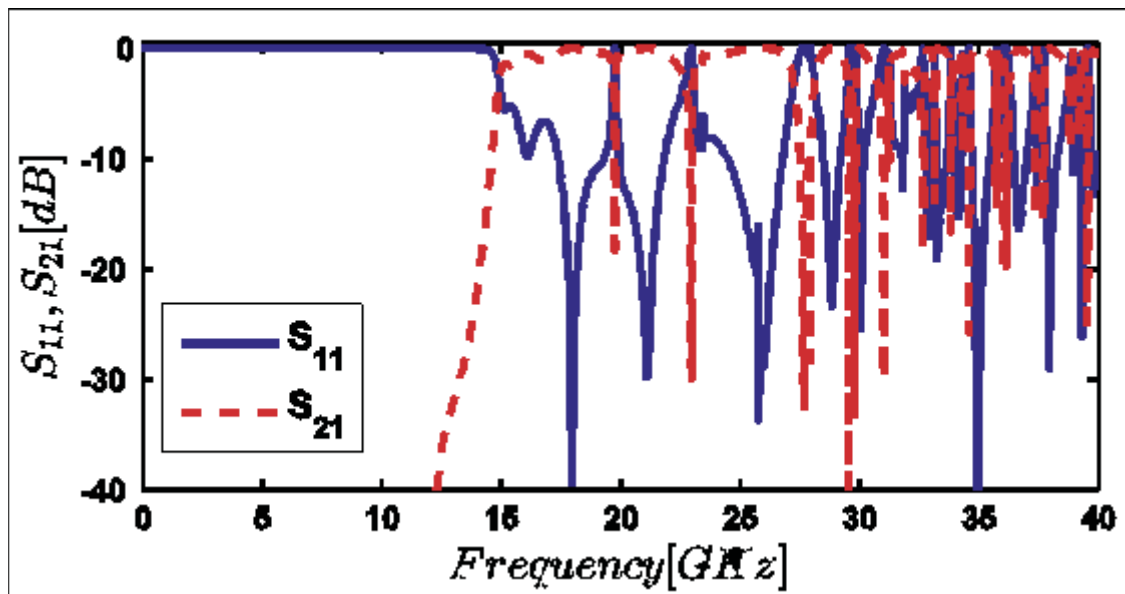


Figure 2.8 Paramètres S de la jonction coax-50 $\Omega$  obtenus avec le balayage fréquentiel régulier

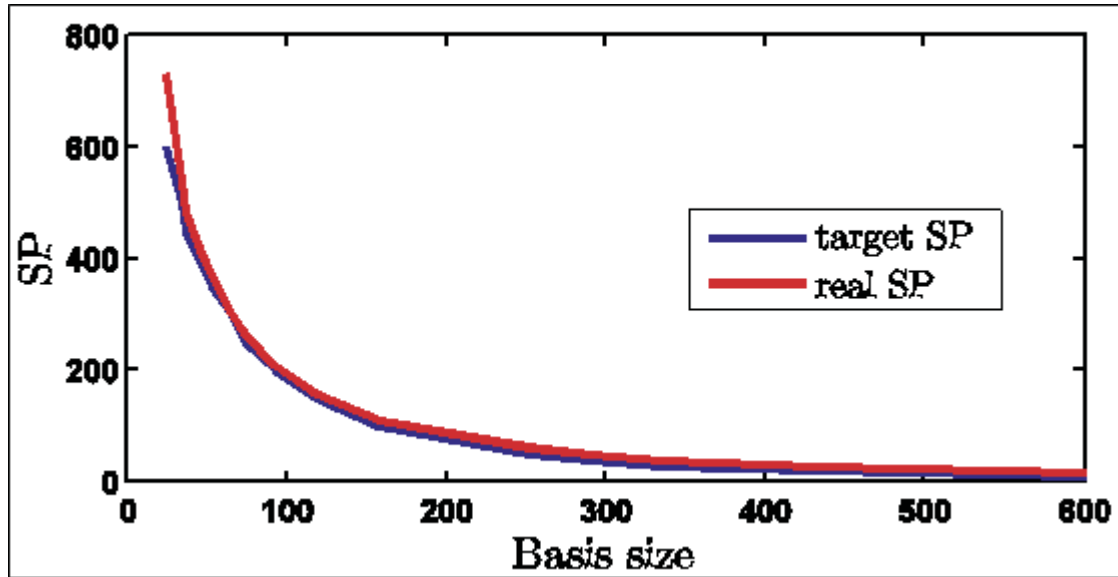


Figure 2.9  $tSP$  et  $rSP$  en fonction de la taille de la base réduite  $Nvec$

Tableau 2.5 Résultats des simulations pour la technique AWCAWE-2

$tSP$	$Nvec$	WCAWE (s)	$rSP$
10	608	896,097192	16,19934011
20	433	509,998346	28,46319659
30	335	385,928652	37,61364466
40	291	295,836565	49,0682522
50	252	235,081392	61,74960535
100	158	1,31E+02	111,2238444
150	119	92,821204	156,3886543
200	92	69,283813	209,5176716
250	74	55,036278	263,7566294
300	65	48,27488	300,698483

$tSP$	$Nvec$	WCAWE (s)	$rSP$
350	53	39,36325	368,7750168
400	45	34,866424	416,3370233
450	36	30,041173	483,2095998
500	34	26,875553	540,1259346
600	24	19,855979	731,073657

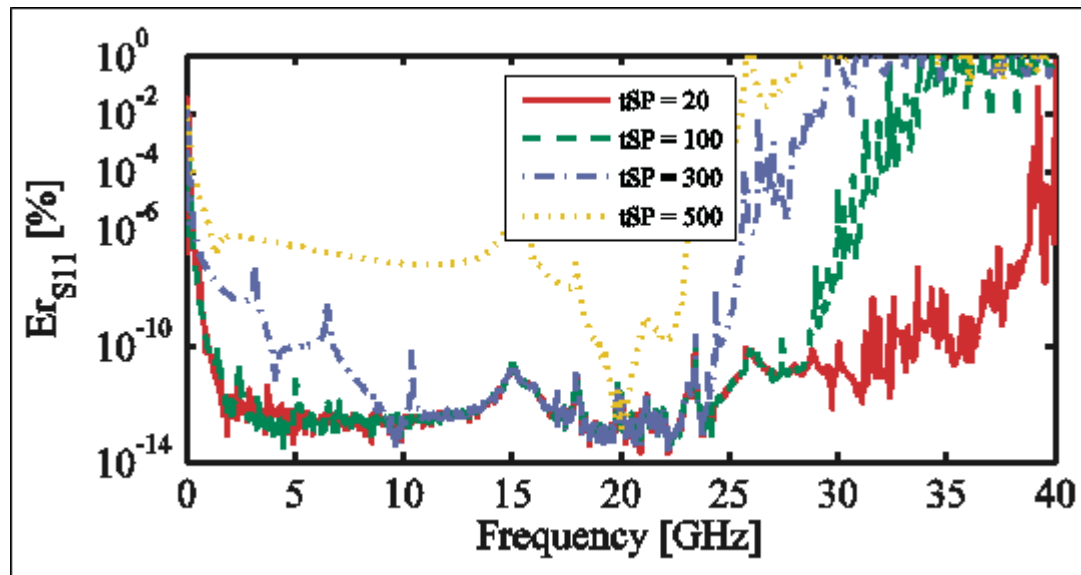


Figure 2.10 Erreur d'approximation relative du paramètre S11 pour différentes valeurs de  $tSP$

Pour résumer, comme la méthode 1, la méthode 2 apporte une solution au problème de la taille du modèle réduit pour les méthodes MORE en général en l'occurrence :

- il s'agit d'une méthode originale puisque ce problème est traité d'une manière inverse. En d'autres termes, la taille de la base réduite est calculée à partir de l'accélération qu'on aimerait avoir par rapport au temps de calcul qu'aurait pris le balayage fréquentiel régulier;

- cette méthode élimine le recours à l'estimation de l'erreur d'approximation, principal problème dans tous les travaux qui ont pour but l'automatisation des techniques MORE en général;
- il s'agit d'une méthode assez flexible puisqu'il est possible d'ajuster les formules utilisées pour l'estimation du temps de calcul de la technique WCAWE et d'y ajouter des facteurs de corrections.

## 2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, les travaux en relation avec le premier objectif de la thèse qui consiste à trouver des méthodes pour le choix de la taille du modèle réduit ont été présentés. Il s'agit de la principale limitation qui empêche l'automatisation des techniques MORE en général. Cette limitation est liée à l'impossibilité de déterminer a priori la taille optimale de la base du modèle réduit en relation avec la largeur de la bande de simulation conduisant dans la plupart des cas à un modèle réduit surdimensionné ou bien à un modèle sous-dimensionné. La première étape de la méthodologie de recherche qui a été suivie consiste à justifier le choix d'une seule technique MORE pour l'application des méthodes qui ont été développées puisque la taille du modèle réduit est indépendante de la technique MORE utilisée. Les deux contraintes qui ont été retenues durant le développement de ces méthodes sont (i) la méthode doit être indépendante de la technique MORE adoptée (ii) la méthode ne doit pas introduire une charge de calcul supplémentaire considérable. Dans ce cadre, deux méthodes employant deux approches totalement différentes ont été introduites. Durant la phase d'expérimentation, le système linéaire (matrices et parties droites) résultant a été directement exporté du logiciel HFWorks et importé dans l'environnement MATLAB pour la validation des algorithmes développés.

La validation des performances de ces deux méthodes en termes de précision et temps de calcul a été réalisée en comparant les résultats de simulations de circuits RF et microondes usuels utilisant les algorithmes proposés avec les résultats de simulations obtenues avec le balayage fréquentiel discret.

La méthode 1, permet de construire le modèle réduit d'une manière adaptative (incrémentation de la taille de la base réduite au besoin) en se basant sur une estimation de l'erreur d'approximation. Bien que cette estimation n'est pas très précise pour des approximations dont l'erreur relative est au-dessous de  $10^{-4}$ , cette méthode offre une solution pratique à ce problème pour des erreurs d'approximation au-dessus de  $10^{-4}$ . Les performances de cette méthode sont étroitement liées à sa capacité d'estimer cette erreur d'approximation sans ajouter un temps de calcul supplémentaire considérable. Cette méthode a été intégrée dans le logiciel de simulation électromagnétique commercial HFWorks depuis la version 2010.

La méthode 2, permet de construire la base du modèle réduit en se basant sur l'estimation du temps de calcul que le balayage fréquentiel rapide ne doit pas dépasser afin de garder sa vocation autrement il serait plus logique de réaliser un balayage fréquentiel régulier. Il s'agit d'une méthode originale et pratique parce que le problème a été inversé et peut facilement être intégrée dans des noyaux de simulation électromagnétique commerciaux.





## **CHAPITRE 3**

### **APPROCHES MULTI-POINTS POUR LES TECHNIQUES MORE AVEC APPLICATION À LA TECHNIQUE WCAWE**

#### **3.1 Introduction**

Les deux méthodes qui ont été présentées dans le chapitre précédent offrent une solution aux problèmes liés à la taille du modèle réduit pour les techniques MORE (Model Order Reduction) qui ne considèrent qu'une seule fréquence d'expansion. La mise en œuvre de ces deux méthodes a montré aussi l'existence d'autres limitations liées essentiellement à l'utilisation d'une seule fréquence d'expansion pour des simulations sur de larges bandes de fréquences. En effet, même si l'augmentation adaptative de la taille du modèle réduit permet d'offrir une meilleure approximation du comportement électrique sur des bandes relativement larges, cela n'est pas le cas pour les circuits RF et microondes ayant un facteur de qualité élevé et un comportement oscillatoire important. Cette problématique a été mise en évidence dans le chapitre précédent. Ainsi, l'idée de subdiviser une large bande de fréquences en plusieurs sous-bandes et de définir une fréquence d'expansion pour chaque sous-bande s'impose. Bien que cette idée a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche, le choix optimal des fréquences d'expansion reste un défi majeur. Ainsi, l'objectif dans ce chapitre est de proposer une nouvelle approche pour le choix des fréquences d'expansion multiples pour les techniques MORE. Cette approche est indépendante de la technique MORE utilisée. La méthodologie suivie commence par une revue de littérature des principales contributions qui ont traité la même problématique. Puisque la majorité de ces contributions s'appuient sur une estimation de l'erreur d'approximation réelle comme critère pour le choix des fréquences d'expansion, les limites de cette approche sont analysées et exposées. Ensuite, une nouvelle approche de décision s'appuyant sur la condition de passivité pour le cas des circuits RF et microondes sans pertes est exposée. L'algorithme de cette nouvelle approche est présenté pour le cas de la technique WCAWE (Well-conditioned Asymptotic Waveform Evaluation). Une approche similaire est également présentée pour le cas des dispositifs avec pertes. La validation des performances de ces deux approches est réalisée en comparant la précision et le temps de calcul

des résultats obtenus avec des méthodes similaires déjà publiées ainsi que des résultats obtenus avec le logiciel de simulation électromagnétique commercial HFSS.

### **3.2 État de l'art des méthodes à fréquences d'expansion multiples pour les techniques MORE**

L'idée d'utiliser plusieurs points d'expansions avec les techniques MORE n'a pas été trop étudiée dans la littérature. Dans (Slone, Lee et Jin-Fa, 2001), une technique GAWE (Galerkin Asymptotic Waveform Evaluation) multipoint a été présentée afin de trouver une approximation de l'impédance d'une antenne «Horn» sur une bande de 1GHz avec un nombre de fréquences d'expansion défini au préalable. Les mêmes auteurs dans (Slone, Jin-Fa et Lee, 2002) ont présenté une approche automatique basée sur le calcul de l'erreur résiduelle relative pour définir les fréquences d'expansion avec la technique GAWE. Une nouvelle technique de balayage fréquentiel rapide pour les structures de grandes tailles électrique intitulée AMP a été présentée par (Schultschik, Farle et Dyczij-Edlinger, 2009). Dans cette technique, les auteurs ont utilisé un estimateur d'erreur afin d'ajouter de façon adaptative les nouvelles fréquences d'expansion. L'ordre de la base réduite est alors directement incrémenté par des vecteurs solutions. Malgré que l'AMP offre des résultats assez précis, elle a un inconvénient majeur. En effet, au moins trois solutions complètes à différentes fréquences sont nécessaires pour démarrer l'algorithme. La base réduite est alors remplie de façon adaptative avec de nouveaux vecteurs solution jusqu'à la convergence. Cela rend l'approche AMP très lente et comparable à une interpolation. Dans (Rubia, Razafison et Maday, 2009), les auteurs ont présenté une technique de balayage fréquentielle rapide où les solutions complètes qui consomment un temps de calcul considérable ne sont effectuées que pendant une étape particulière épelée étape hors ligne. Le calcul de la solution du balayage fréquentiel rapide se fait dans une étape appelée étape en ligne où aucune opération qui consomme un temps de calcul long n'est permise. Un estimateur d'erreur à posteriori avec une complexité de  $O(N^2)$  où  $N$  est la taille du modèle réduit a été utilisé dans ce travail. Malgré que les auteurs aient réussi à démontrer la fiabilité de cette méthode et de l'estimateur d'erreur utilisé, ils ont suggéré d'utiliser plusieurs solutions complètes uniformément espacées pour construire la base réduite qui n'est certainement pas la meilleure solution en termes de temps de calcul. Dans (Konkel et al., 2014), une majoration de

l'erreur d'approximation a posteriori pour les techniques MORE basées sur le développement d'un sous espace de Krylov a été présentée sous l'hypothèse que dans la bande de fréquence d'intérêt, les valeurs propres d'un modèle réduit convergeant coïncident avec celles du système original. Dans (Patera et Rozza, 2006) and (Casenave, Ern et Lelièvre, 2014), les auteurs ont proposé un estimateur d'erreur à posteriori en utilisant des quantités obtenues lors de la construction du modèle réduit. Cette estimation est alors utilisée pour le choix des fréquences d'expansion. Les résultats de validation ont montré la fiabilité de ces techniques.

Tous les travaux présentés dans le cadre de cette revue de littérature partagent le même point de départ qui consiste à trouver une estimation de l'erreur d'approximation réelle pour le choix des fréquences d'expansion multiples. Dans la prochaine section, les limites de ce choix seront présentées.

### 3.3 Limites des techniques MORE à fréquence d'expansion unique et l'estimation de l'erreur d'approximation

D'une manière générale, les techniques MORE qui mettent en œuvre une fréquence d'expansion unique, et que nous appellerons dans la suite : méthodes de réduction de l'ordre des modèles avec un seul point d'expansion SP-MORE, permettent de réduire considérablement le temps de simulation et cela en considérant une seule solution complète à la fréquence d'expansion  $f_0$  sur toute la bande d'intérêt  $B_{f_{min}}^{f_{max}}$  dont l'expression mathématique a été donnée par (2.1). Afin de capturer la dépendance fréquentielle autour de la fréquence d'expansion  $s^{f_0} = j2\pi f_0$ , le système d'équations (2.2) a été réécrit dans le chapitre 2 sous la forme suivante :

$$\left( \sum_{a=0}^{n1} (\sigma_{f_0}^{f_i})^a \tilde{Z}_a \right) X(f_i) = \sum_{b=0}^{n2} (\sigma_{f_0}^{f_i})^b \tilde{Y}_b \quad (3.1)$$

Comme nous l'avons mentionné dans le chapitre précédent, toutes les techniques SP-MORE et en particulier la WCAWE peuvent être décomposées en deux grandes étapes comme suit :

- **étape 1** : Utiliser la solution à la fréquence d'expansion  $X(f_0)$  pour générer la base réduite  $V \in \mathbb{R}^{P \times N \times q}$   $V \in \mathbb{C}^{P \times N \times q}$ .  $q$  étant la taille de du modèle réduit;
- **étape 2** : Appliquer la procédure de Galerkin (Wittig, Schuhmann et Weiland, 2006) pour calculer les solutions  $\hat{X}([f_{\min}, f_{\max}]) = \{\hat{X}(f_{\min}) \cdots \hat{X}(f_i) \cdots \hat{X}(f_{\max})\}$  approximation de  $X(f_i)$ ,  $\forall f_i \in B_{f_{\min}}^{f_{\max}}$  et  $f_i \neq f_0$ .

L'erreur d'approximation absolue pour toutes les fréquences  $f_i$  appartenant à la bande  $B_{f_{\min}}^{f_{\max}}$  est donnée par l'équation (3.2).

$$e_{abs}(f_i) = X(f_i) - \hat{X}(f_i) \quad (3.2)$$

où  $X(f_i)$  désigne la solution exacte à la fréquence  $f_i$ . Rappelons que la solution exacte n'est disponible qu'à la fréquence d'expansion  $f_0$ . L'erreur résiduelle adopté par Slone dans (Slone, Lee et Jin-Fa, 2001) afin d'automatiser la technique Gawe et que nous avons utilisé également dans le chapitre précédent, est donnée par l'équation suivante :

$$er(f_i) = \frac{\|r(f_i)\|_{\infty}}{\left\| \sum_{b=0}^{n2} (\sigma_{f_0}^{f_i})^b \tilde{Y}_b \right\|_{\infty}} \quad (3.3)$$

Avec  $r(f_i)$  donnée par :

$$r(f_i) = \sum_{a=0}^{n1} (\sigma_{f_0}^{f_i})^a \tilde{Z}_a \cdot \hat{X}(f_i) - \sum_{b=0}^{n2} (\sigma_{f_0}^{f_i})^b \tilde{Y}_b \quad (3.4)$$

En combinant ces équations, la relation entre l'erreur exacte d'approximation (3.2) et l'erreur résiduelle (3.4) est donnée par le système linéaire suivant :

$$\left( \sum_{a=0}^{n1} (\sigma_{f_0}^{f_i})^a \tilde{Z}_a \right) \mathbf{e}_{abs}(f_i) = \mathbf{r}(f_i) \quad (3.5)$$

Puisque le principe même derrière l'utilisation des MORE en général est d'éviter la résolution du système original pour toutes les fréquences  $f_i$ , penser à résoudre le système (3.5) pour trouver l'erreur exacte d'approximation serait tout simplement un réflexe absurde. D'autres parts, calculer  $\mathbf{r}(f_i)$  constitue une opération coûteuse en temps de calcul puisqu'elle met en œuvre  $n1$  multiplications matrice-vecteur pour chaque fréquence de la bande. Ainsi, la nécessité de trouver une nouvelle méthode peut coûteuse en temps de calcul s'impose.

### 3.4 Nouveau critère de décision pour les dispositifs sans pertes

Afin de faciliter l'analyse des circuits RF et microondes avec des méthodes numériques, plusieurs considérations et approximations peuvent être adoptées. L'une des approximations les plus courantes dans la simulation électromagnétique est de considérer des matériaux sans pertes afin de simplifier le système linéaire final à résoudre. Cela se traduit par une conductivité infinie pour les métaux et une permittivité  $\epsilon_r$  et une perméabilité  $\mu_r$  purement réelle pour les diélectriques. D'autres parts, puisque les techniques MORE en général ne sont rien d'autres que des approches mathématiques qui permettent de donner une approximation d'une base réduite à partir de laquelle il est possible de calculer une estimation de la solution réelle, nous pensons qu'au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la fréquence d'expansion  $f_0$ , la solution approximée pourrait rompre certaines lois physiques comme la condition de passivité pour les dispositifs sans pertes. Ainsi, il est possible de trouver un moyen pour quantifier le niveau de cohérence des approximations obtenues avec les techniques MORE en utilisant cette condition. Mathématiquement la condition de passivité peut se mettre sous cette forme (Pozar, 2009):

$$\sum_{k=1}^P s_{ki}(f_i) s_{kj}^*(f_i) = \delta_{ij} \quad i, j = 1 \dots P \quad (3.6)$$

où  $S_{ki}$  désignent les paramètres  $S$  du dispositif,  $P$  désigne le nombre des ports externes sur la structure comme le montre la Figure 1.7,  $\delta_{ij} = 1, i = j$  est le symbole de Kronecker. L'équation (3.6) peut être écrite sous une forme matricielle telle que donnée par l'équation suivante :

$$S_{(f_i)}^t S_{(f_i)}^* = I \quad (3.7)$$

où  $S^t$  désigne la transposée de la matrice  $S$ ,  $S^*$  la matrice  $S$  conjuguée et  $I$  la matrice identité. Dans la suite nous allons introduire la matrice de déviation définie comme suit :

$$\xi_{(f_i)} = I - \hat{S}_{(f_i)}^t \hat{S}_{(f_i)}^* \quad (3.8)$$

Où  $\hat{S}$  désigne la matrice  $S$  du balayage fréquentiel rapide (matrice  $S$  approximée). La matrice déviation est une mesure du niveau de déviation de la solution approximée par rapport à la condition de passivité. Une quantification scalaire simple et facile à calculer serait la  $m$ -norme définie par l'équation suivante :

$$\varepsilon(f_i) = \|\xi_{(f_i)}\|_m \quad (3.9)$$

Une solution  $\hat{X}$  à une fréquence  $f_i$  donnée est considérée comme étant inconsistante si la norme  $\varepsilon(f_i) \geq tol$  avec  $tol \in \mathbb{R}_+^*$  un petit nombre. Il est possible aussi de calculer le déterminant de la matrice de déviation et de l'utiliser comme critère de décision, cependant afin de réduire la complexité nous suggérons d'utiliser (3.9).

### 3.5 Algorithme de la technique WCAWE à fréquence d'expansions multiples

Il est important de rappeler que le nouveau critère de décision peut être utilisé avec n'importe quelle technique MORE. Dans la suite nous allons considérer seulement la technique WCAWE pour les raisons que nous avons évoquées dans les chapitres précédents. Le nouvel algorithme

commence par la résolution du système linéaire original pour une fréquence  $f_{s1} \in B_{f_{min}}^{f_{max}}$ , ensuite les résultats pour toutes les autres fréquences  $f_i \in B_{f_{min}}^{f_{max}}$  sont générés en utilisant une technique SP-MORE (La technique WCAWE dans ce cas). Ensuite, l'équation (3.9) est utilisée pour quantifier le degré de déviation par rapport à la condition de passivité pour toutes les fréquences  $f_i \in B_{f_{min}}^{f_{max}}$ . Le premier point de fréquence sur la droite de la fréquence d'expansion  $f_{s1}$  dont le degré de déviation dépasse un certain seuil  $\varepsilon(f_i) \geq tol$  provoque la génération d'une sous-bande qu'on appellera sous-bande invalide droite à partir de ce point jusqu'à la fin de la bande de fréquence  $rightB_{f_i}^{f_{max}} = [f_r \dots f_{max}]$ . La même procédure est répétée pour les fréquences qui se trouvent à gauche de la fréquence d'expansion  $f_{s1}$  et la sous-bande invalide est notée  $leftB_{f_i}^{f_{max}} = [f_{min} \dots f_l]$ . Pour chaque sous-bande, la fréquence ayant la norme de déviation maximale sera la nouvelle fréquence d'extension de la sous-bande en question. Ces mêmes étapes sont répétées pour les sous-bandes récemment créées et ainsi de suite. L'algorithme se termine lorsque la liste des sous-bandes invalides générées est vide ou bien dans le cas où un nombre maximal de fréquences d'expansion a été atteint.

L'algorithme de la technique WCAWE adaptative à fréquences d'expansions multiples est donné par l'algorithme (3.1). La pile FIFO *linkedlist* (liste chaînée) est utilisée pour stocker les informations concernant les différentes sous-bandes qui sont générées. Le premier élément de liste chaînée est initialisé avec les données relatives à la bande originale  $B_{f_{min}}^{f_{max}}$ .

Malgré que l'approximation qui consiste à négliger les pertes dans les circuits RF et microondes est une pratique très courante qui permet de couvrir un large spectre d'applications sans perte de généralité, ce travail ne serait pas complet sans le traitement des dispositifs sans pertes. Dans la section suivante, un nouveau critère de décision pour le choix des fréquences d'expansions multiples pour les dispositifs sans pertes sera présenté. Ce nouveau critère s'inscrit dans la même approche qui consiste à quantifier le degré de non consistance physique de la solution MORE.

Algorithme 3.1 Algorithme de la technique WCAWE  
à fréquences d'expansion multiples

```

1  Tant que (LinkedList est vide && nbExpansion <
   maxExpansion) Faire
2       $B_{f_{\min}}^{f_{\max}} \leftarrow \text{LinkedList}[0].\text{Band}$ 
3       $f_c \leftarrow \text{LinkedList}[0].\text{ExpansionFrequency}$ 
4      Enlever : LinkedList[0]
5      Résoudre :  $Z(f_c) \cdot X(f_c) = Y(f_c)$ 
6      Générer la base réduite à partir de  $X(f_c)$  (Étape 1)
7      Calculer les approximations pour tout  $f_i \in B_{f_{\min}}^{f_{\max}}$ 
8      (Étape 2)
9      Évaluer  $\varepsilon(f_i)$  en utilisant (3.9) Pour tout  $f_i \in B_{f_{\min}}^{f_{\max}}$ 
10     Pour ( $f_i \in B_{f_c}^{f_{\max}}$ ) Faire
11         Si ( $\varepsilon(f_i)_m \geq tol$ )
12              $rightB_{f_i}^{f_{\max}} = [f_i, f_{\max}]$ 
13             Ajouter  $rightB_{f_i}^{f_{\max}}$  à LinkedList
14             Break
15         Sinon
16             Sauvegarder  $\hat{X}(f_i)$ 
17         Fin Si
18     Fin pour
19     Pour ( $f_i \in B_{f_{\min}}^{f_c}$ ) Faire
20         Si ( $\varepsilon(f_i)_m \geq tol$ )
21              $leftB_{f_{\min}}^{f_i} = [f_{\min}, f_i]$ 
22             Ajouter  $leftB_{f_{\min}}^{f_i}$  à LikendList
23             Break
24         Sinon
25             Sauvegarder  $\hat{X}(f_i)$ 
26         Fin Si
27     Fin Pour
28 Fin Tant que

```



### 3.6 Nouveau critère de décision pour les circuits avec pertes

Les pertes électriques dans les dispositifs et les circuits RF et microondes sont dues principalement à l'interaction du champ électromagnétique avec des matériaux non idéaux à l'intérieur de la structure. Cela se traduit par une permittivité électrique complexe ( $\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$ ) pour les diélectriques, une conductivité ( $\sigma$ ) finie pour les conducteurs et une perméabilité magnétique complexe  $\mu = \mu' - j\mu''$  pour les matériaux magnétiques. Le bilan énergétique à l'intérieur des circuits RF et microondes est régi par le théorème de Poynting (3.10). Ce théorème stipule que la puissance  $P_s$  délivrée par la source est égale à la somme de la puissance rayonnée  $P_o$ , la puissance perdue sous forme de chaleur à l'intérieur du dispositif  $P_l$  et deux fois  $\omega$  l'énergie nette réactive stockée à l'intérieur (Pozar, 2011).

$$P_s = P_o + P_l + 2j\omega(W_m - W_e) \quad (3.10)$$

La puissance perdue par effet Joule  $P_l$  à l'intérieur du composant est donnée par l'équation (3.11). Dans cette équation les pertes dues à une perméabilité magnétique complexe ont été omises.  $Nc$  et  $Nd$  designent respectivement le nombre de conducteurs et de diélectriques dans le composant et  $Rs$  la résistance de surface du conducteur  $k$  (Pozar, 2011).

$$P_l = \sum_{k=1}^{Nc} \frac{Rs_k}{2} \oint_{s_k} |H_k|^2 ds_k + \sum_{l=1}^{Nd} \frac{s_l + w \times e_l^{\#}}{2} \oint_{v_l} |E_l|^2 dv_l \quad (3.11)$$

Les pertes peuvent également être calculées avec les paramètres S. En effet, dans le cas des circuits RF et microondes avec pertes, la condition de passivité peut être réécrite sous la forme suivante :

$$Sp\_PL_i = 1 - \sum_{k=1}^P |s_{ki}(f_n)|^2 \quad For \quad i = 1 \dots P \quad (3.12)$$

Dans (3.12),  $Sp\_PL_i$  est le pourcentage de puissance perdue lorsque le port  $i$  est excité.

Lorsque le balayage fréquentiel discret est effectué pour résoudre le système linéaire à chaque fréquence de la bande, on peut s'attendre à ce que les relations (3.11) et (3.12) donnent les mêmes résultats lorsque le port  $i$  est excité avec une puissance de 1 Watt. Suivant le même raisonnement que pour le cas sans perte, la solution du balayage fréquentiel rapide avec les techniques MORE peut donner des résultats non physiques (résultats incohérents) en s'éloignant de la fréquence d'expansion. Un moyen de quantifier cette incohérence pour le cas avec perte est de calculer l'écart relatif  $\alpha$  donnée par l'équation (3.11) entre les pertes obtenues avec la relation (3.12) et les pertes obtenues avec la relation (3.13). Dans la suite nous appellerons les pertes données par la relation (3.11)  $F_{PL_i}$ . Lorsque  $\alpha$  se rapproche de zéro avec  $F_{PL_i} \in ]0,1[$  et  $Sp_{PL_i} \in ]0,1[$  pour une fréquence donnée, la solution est cohérente à cette fréquence et la probabilité d'avoir une erreur d'approximation minimale est élevée. Cependant, l'incohérence devient significative lorsque  $\alpha$  augmente. Par conséquent,  $\alpha$  peut être utilisée comme critère de décision lorsque  $F_{PL_i} \in ]0,1[$  et  $Sp_{PL_i} \in ]0,1[$  pour le choix des fréquences d'expansion supplémentaires dans le contexte des techniques MP-MORE pour les circuits RF et microondes avec pertes.

$$\alpha = \frac{|F_{PL_i} - Sp_{PL_i}|}{|Sp_{PL_i}|} \quad (3.13)$$

L'algorithme 3.1 peut être utilisé pour le cas avec perte. Cependant, quelques ajustements doivent être apportés au processus de décision qui comprend maintenant trois étapes séquentielles:

1. la première étape consiste à calculer  $Sp_{PL_i}$  pour toutes les fréquences de la bande. Pour les sous-bandes où  $Sp_{PL_i} \notin ]0,1[$ , un autre point d'expansion est ajouté à la fréquence  $\max|Sp_{PL_i}|$  de la sous-bande en question. Le processus est répété jusqu'à ce que  $Sp_{PL_i} \in ]0,1[$  pour toutes les sous-bandes;
2. la deuxième étape consiste à calculer  $F_{PL_i}$  pour toutes les fréquences de la bande. Pour les sous-bandes où  $F_{PL_i} \notin ]0,1[$ , un autre point d'expansion est ajouté à la fréquence  $\max|F_{PL_i}|$  de la sous-bande en question. Le processus est répété jusqu'à ce que  $F_{PL_i} \in ]0,1[$  pour toutes les sous-bandes;

3. l'étape finale consiste à calculer l'écart relatif  $\alpha$  entre  $Sp\_PL_i$  et  $F\_PL_i$ . Des fréquences d'expansion supplémentaires sont alors ajoutées lorsque  $\alpha > tol$ .

Il est important de noter que les relations (3.12) et (3.13) n'introduisent pas une charge de calcul supplémentaire considérable puisqu'elles mettent en œuvre un nombre fini d'opérations algébriques simples. Cependant, même si la complexité de la relation (3.11) reste incomparable à celle de la solution discrète, elle nécessite l'évaluation d'intégrales surfaciques et d'intégrales volumiques impliquant les valeurs de champs  $E$  et  $H$ . Pour contourner ce problème, il est toujours possible d'approximer les intégrales dans (3.11) sans avoir à parcourir le maillage de chaque élément. Une méthode simple consiste à considérer le calcul de la moyenne arithmétique  $E_{avg}$  pour tous les diélectriques et  $H_{avg}$  pour tous les conducteurs. Ainsi, l'équation (3.14) peut être approximée comme suit:

$$F\_PL_i @ \mathring{a} \sum_{k=1}^{Nc} \frac{Rs_k}{2} \times |H_k^{avg}|^2 \times DS_k + \mathring{a} \sum_{l=1}^{Nd} \frac{s_l + w \times e_{pl}^{\#}}{2} \times |E_l^{avg}|^2 \times DV_l \quad (3.14)$$

où  $\Delta S_k$  et  $\Delta V_l$  désignent respectivement la surface du conducteur  $k$  et le volume du diélectrique  $l$ . Ces quantités peuvent être calculées facilement puisque les logiciels de simulation électromagnétique modernes sont souvent équipés de fonctions pour le calcul géométrique. Il est important de souligner l'originalité de l'approche présentée dans cette section et qui consiste à comparer les pertes obtenues avec les paramètres  $S$  et les pertes obtenues avec les valeurs du champ électromagnétique dans les circuits RF et microondes. Cette comparaison permet de détecter les solutions non physiques dans le contexte des techniques MP-MORE. Cette approche constitue une bonne base pour le développement d'un critère de décision fiable pour la sélection des fréquences d'expansion multiples dans le balayage fréquentiel rapide. Cependant, il est nécessaire d'approfondir les recherches afin de trouver une meilleure approximation pour (3.11). Dans la section suivante, les deux approches présentées jusqu'ici pour le cas des dispositifs sans pertes et les dispositifs avec pertes seront validées. La validation se fera en comparant les résultats obtenus suite à l'application de ces approches pour la simulation de circuits RF et microondes usuels avec les résultats du balayage fréquentiel

régulier, d'autres approches publiées traitant du même sujet et les résultats obtenus avec le logiciel commercial HFSS. Une attention particulière sera donnée au temps de calcul pour le cas de l'approche sans pertes.

### 3.7 Résultats et validation

Afin de valider les performances de la nouvelle approche pour le cas des dispositifs sans perte, le filtre à deux résonateurs diélectriques en forme cylindriques (Brauer et Lizalek, 1997) utilisé par les auteurs pour valider l'approche AMP dans (Schultschik, Farle et Dyczij-Edlinger, 2009) est considérée ici. Mais d'abord, nous allons valider la relation observée entre la magnitude de la déviation par rapport à la condition de passivité définie en (3.9) et l'erreur relative exacte de l'approximation  $e_r(f_i)$  pour le cas de la Jonction  $50\Omega$  de trois lignes coaxiales de la Figure 2.7. Dans la suite nous allons nous référer au nouvel algorithme de la WCAWE à fréquences d'expansion multiples par MP-WCAWE. La technique WCAWE conventionnelle avec une seule fréquence d'expansion sera nommer SP-WCAWE.

#### 3.7.1 Critère de décision pour le cas des dispositifs sans perte

##### 3.7.1.1 Validation de la corrélation entre l'erreur exacte d'approximation et la condition de passivité

Afin de calculer l'erreur d'approximation exacte, une simulation avec un balayage fréquentiel régulier de la jonction  $50\Omega$  (Figure 2.7) jusqu'à 40 GHz a été réalisée avec la méthode trans-FEM. Ensuite, trois simulations avec un balayage fréquentiel rapide utilisant la technique SP-WCAWE ont également été réalisées à différentes fréquences d'expansion :

- simulation 1 :  $f_c = 10$  GHz;
- simulation 2 :  $f_c = 20$  GHz;
- simulation 3 :  $f_c = 30$  GHz.

Pour ces trois simulations, la déviation (3.9) a été évaluée pour toutes les fréquences de la bande. L'erreur relative exacte des approximations a également été calculée. Les résultats correspondants sont présentés sur la Figure 3.1. Ces résultats montrent clairement l'existence

d'une corrélation entre la norme de déviation par rapport à la condition de passivité et l'erreur d'approximation exacte en particulier pour des valeurs de magnitude inférieures à 1.0 (100%).

### 3.7.1.2 Validation de la MP-WCAWE

Le filtre à deux résonateurs diélectriques en forme cylindriques est représenté par la Figure 3.2. Comme nous l'avons mentionné dans ce manuscrit, les résultats références pour les approximations obtenues suite à la réalisation d'un balayage fréquentiel rapide, ne sont autres que les solutions obtenues par le balayage fréquentiel régulier. En d'autres termes, nous comparerons toujours nos résultats par rapport à ceux obtenues par le balayage fréquentiel régulier. Ces résultats ont été obtenus pour ce filtre en résolvant le système linéaire  $Ax = b$  pour tous les 2001 points de fréquences sur la bande allant de 4 à 12 GHz. Le nombre d'inconnus (taille de la matrice) est de 117559. Les paramètres-S de ce balayage fréquentiel régulier sont montrés par la Figure 3.3. À cause de la nature oscillatoire des paramètres S, ces résultats constituent un très bon repère pour la validation des techniques MORE en général.

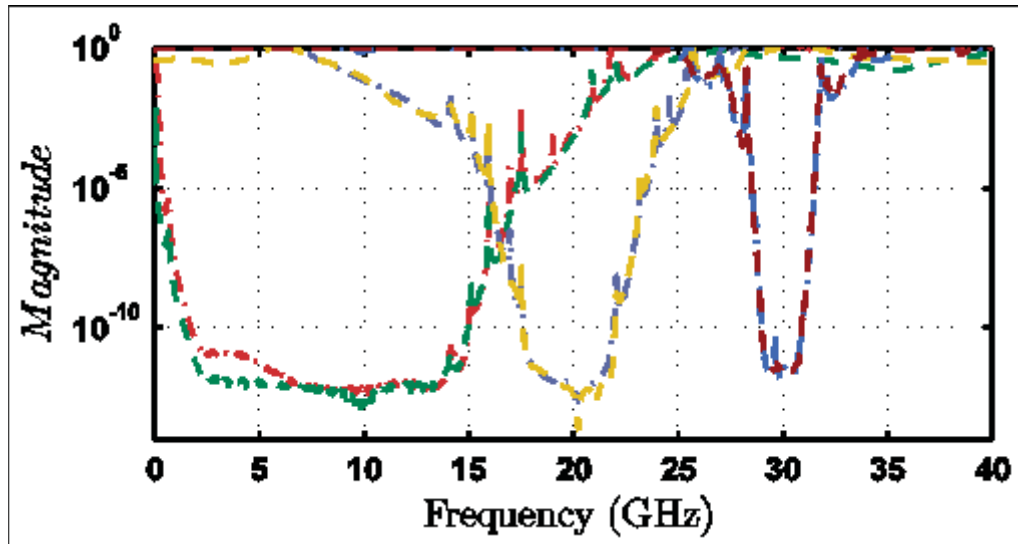


Figure 3.1 Corrélation entre  $\varepsilon_{norm}$  et  $e_r$  pour : Simulation 1 -  $f_c=10$  GHz  
 $\varepsilon_{norm}$ (—)  $e_r$ (---), simulation 2 -  $f_c=20$  GHz  $\varepsilon_{norm}$ (—)  $e_r$ (---)  
 et Simulation 3 :  $f_c=30$  GHz  $\varepsilon_{norm}$ (—)  $e_r$ (---)

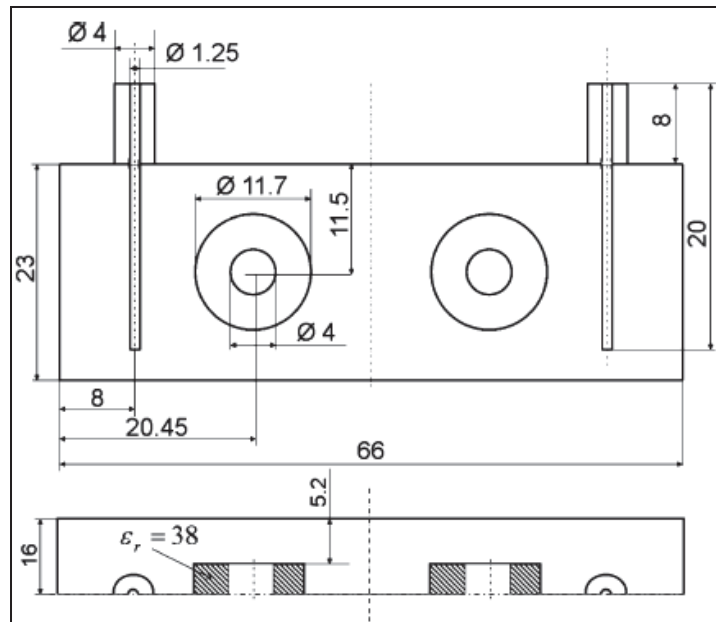


Figure 3.2 Filtre à deux résonateurs diélectriques en forme cylindriques

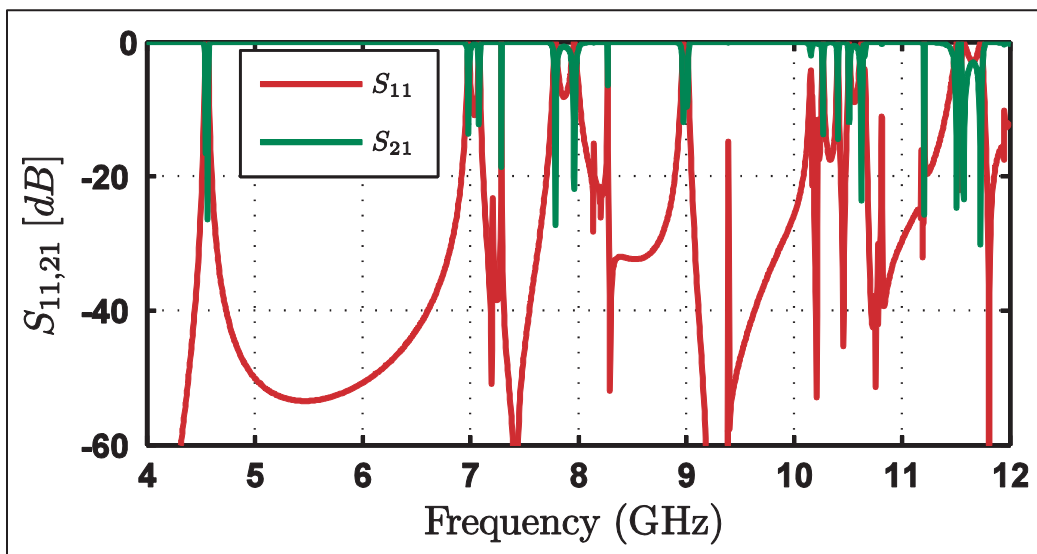


Figure 3.3 Paramètres-S du filtre à deux résonateurs diélectriques

La première étape de validation consiste à vérifier la correspondance entre l'erreur relative exacte de l'approximation et le paramètre *tol* utilisé dans l'Algorithme (3.1). Cinq simulations

de balayage fréquentiel rapide en utilisant la technique MP-WCAWE ont été effectuées dans ce contexte avec différentes valeurs du paramètre  $tol$ . Le deuxième paramètre, qui est taille du modèle réduit  $q$ , est resté inchangé et fixé à 30. Rappelons que l'erreur relative exacte de l'approximation est donnée par l'équation suivante :

$$Er_{S_{ij}}(f) = \frac{\|\hat{S}_{ij}(f_k) - S_{ij}(f_k)\|}{\|S_{ij}(f_k)\|} \quad (3.15)$$

La Figure 3.4 et la Figure 3.5 montrent respectivement l'erreur d'approximation relative pour les paramètres S11 et S21 pour  $tol = \{10^{-4}, 10^{-8}, 10^{-10}\}$ . Ces figures montrent la bonne corrélation qui existe entre l'erreur d'approximation et le paramètre  $tol$ , et ce en dépit de la présence de certaines valeurs qui se trouvent au-dessus du seuil prescrit en raison du comportement oscillatoire du filtre dans certaines régions. Les distributions des fréquences d'expansions pour les trois simulations qui ont été effectuées sont montrées par la Figure 3.6. On voit clairement que les fréquences d'expansions coïncident avec les sommets sur les courbes de S11 et S21 ce qui s'explique par le fait que le degré de déviation par rapport à la condition de passivité et à son maximum à ces fréquences. Il est possible de noter aussi que dans la sous bande de 4 to 8 GHz, un seul point d'expansion autour de 3.5GHz a été considéré pour les simulations 1 et 2, ce qui coïncide avec la seule pointe sur la courbe de S11 et S21 dans la sous-bande en question. Dans la simulation 3, deux points d'expansion ont été utilisés, le premier autour de 3.5GHz et le deuxième à 7 GHz. Ce fait est étroitement lié à la nature de notre critère de décision qui permet de garantir l'utilisation d'un nombre minimum de points d'expansion en comparaison à la méthode utilisée dans (Slone, Lee et Jin-Fa, 2001). Les valeurs moyennes de l'erreur résiduelle  $Er$  du paramètre S11 ainsi que les valeurs maximales sur la bande de fréquence sont résumées dans le Tableau 3.1 pour plusieurs valeurs du paramètre  $tol = \{10^{-2}, 10^{-4}, 10^{-6}, 10^{-8}, 10^{-10}\}$ . Ces résultats confirment numériquement ce que nous avons souligné précédemment concernant l'excellente correspondance entre le nouveau critère de décision et l'erreur d'approximation exacte. Sur 2001 point de fréquences et pour une précision de  $10^{-10}$ , seulement 19 fréquences d'expansions ont été nécessaires.

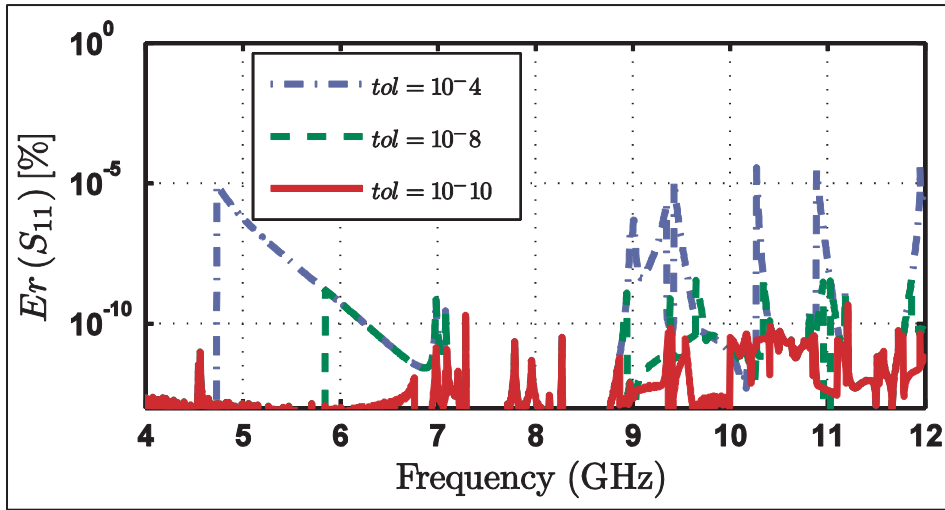


Figure 3.4 Erreur relative de  $S_{11}$  pour différentes valeurs de  $tol$

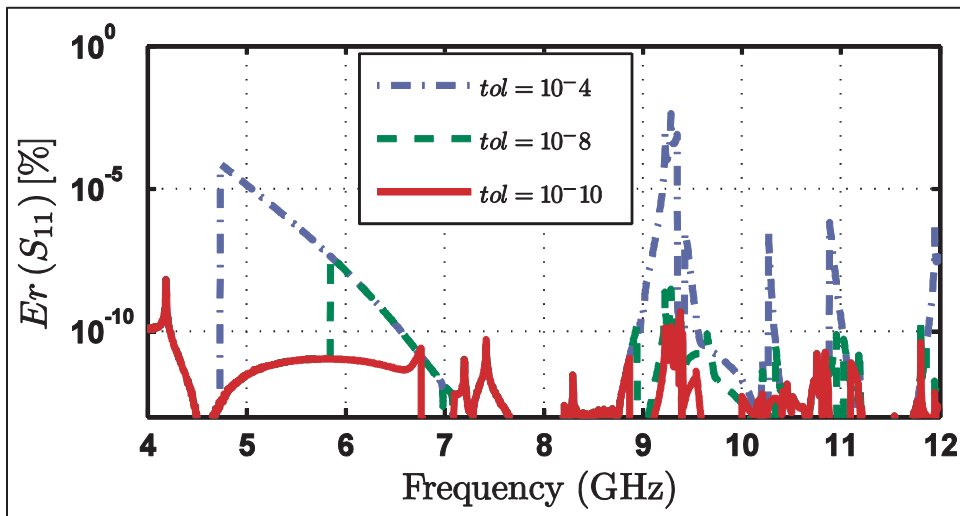


Figure 3.5 Erreur relative de  $S_{21}$  pour différentes valeurs de  $tol$



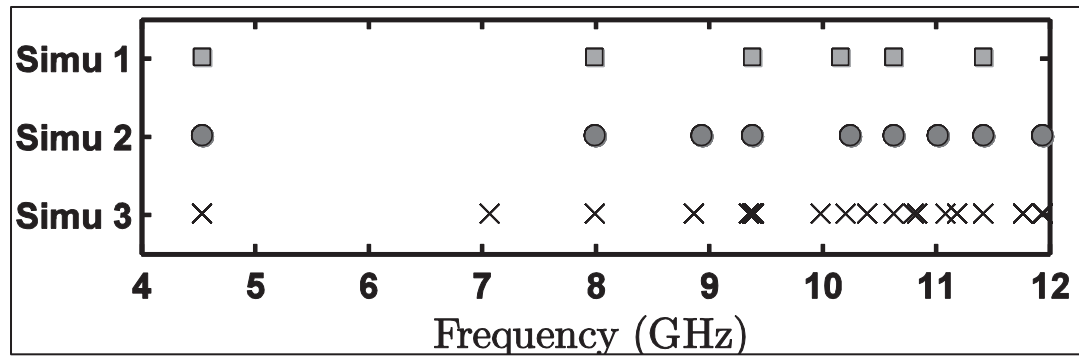


Figure 3.6 Distribution des fréquences d'expansions pour : Simu 1 ( $tol = 10^{-4}$ ), Simu 2 ( $tol = 10^{-8}$ ) et Simu 3 ( $tol = 10^{-10}$ )

Tableau 3.1 Données sur l'erreur relative du paramètre  $S_{11}$  pour différentes valeurs de  $tol$

	Tolérance ( $tol$ )				
	$10^{-2}$	$10^{-4}$	$10^{-6}$	$10^{-8}$	$10^{-10}$
<b>Moyenne de <math>Er(S_{11})</math></b>	$10^{-5}$	$10^{-7}$	$10^{-9}$	$10^{-11}$	$10^{-12}$
<b>Valeur maximale de <math>Er(S_{11})</math></b>	$5*1e10^{-3}$	$3*1e10^{-5}$	$1*1e10^{-6}$	$4*1e10^{-9}$	$4*1e10^{-10}$
<b>Nombre de fréquences</b>	5	6	7	9	19

Le deuxième paramètre dans l'Algorithme (4.1) est la taille de la base réduite  $q$ . La Figure 3.7 montre l'erreur d'approximation résiduelle  $Er$  pour différentes valeurs de la taille du modèle réduit  $q = \{20, 30, 40\}$ . Le paramètre  $tol$  a été fixé à  $10^{-10}$  pour ces trois simulations.

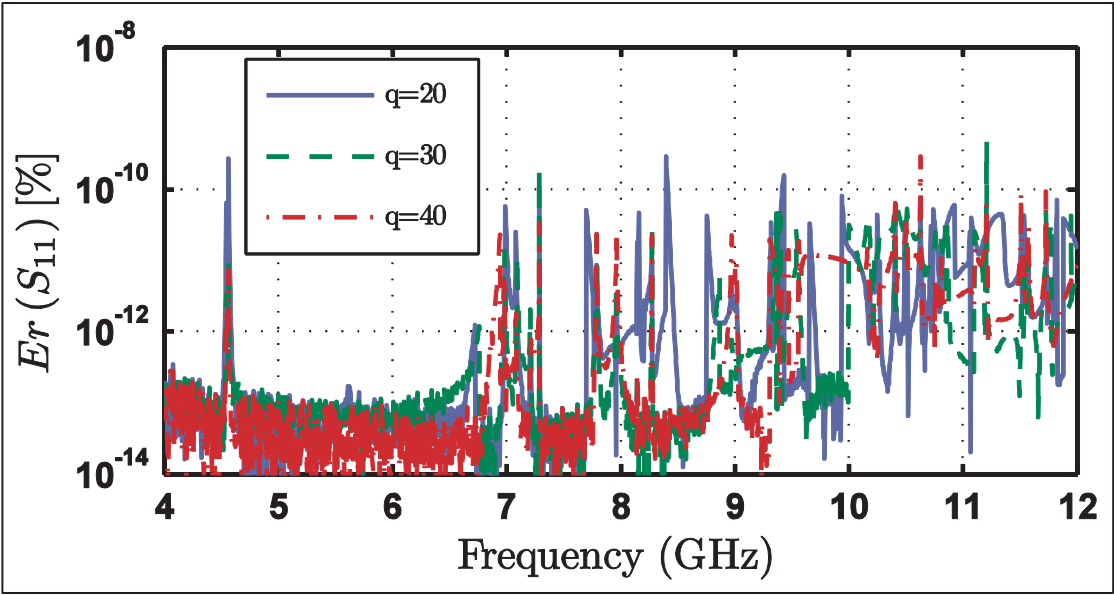


Figure 3.7 Erreur relative du paramètre  $S_{11}$  pour différentes tailles du modèle réduit pour  $tol = 10^{-10}$

Comme on peut le remarquer, l'erreur d'Approximation résiduelle  $Er$  ne montre pas une sensibilité notable à ce paramètre. Les résultats de ces trois simulations sont résumés dans le Tableau 3.2 et comme suggérer par la figure précédente seul le nombre total de fréquences d'expansion diffère.

Tableau 3.2 Données sur l'erreur relative du paramètre  $S_{11}$  pour différentes tailles du modèle réduit

	Taille du modèle réduit ( $q$ )		
	20	30	40
Moyenne de $Er(S_{11})$	5.5*1e-012	3.6*1e-012	2.8*1e-012
Valeur maximale de $Er(S_{11})$	287.9*1e-012	470*1e-012	289.2*1e-012
Nombre de fréquences	27	19	11

### 3.7.1.3 Comparaison avec la technique WCAWE à une seule fréquence d'expansion (SP-WCAWE)

Avec un seul point d'expansion, la technique WCAWE est bien connu pour être une technique qui offre une bonne approximation sur de larges bandes de fréquences en comparaison à d'autres techniques comme la GAWE. Cependant, pour une réponse en fréquence avec un comportement oscillatoire accentué comme pour le filtre à résonateur diélectrique considéré ici, la convergence peut échouer. À cet effet, deux simulations ont été réalisées avec la technique SP-WCAWE. Dans les deux simulations, la fréquence d'expansion a été fixée à 8GHz ce qui coïncide avec le milieu de la bande. Cependant, la taille du modèle réduit a été fixée à 70 vecteurs pour la première simulation et 120 dans la deuxième simulation. La Figure 3.8 montre l'erreur d'approximation résiduelle  $Er$  pour le paramètre  $S_{11}$  pour ces deux simulations ainsi que celle de la technique MP-WCAWE pour une taille du modèle réduit de 30 vecteurs avec  $tol = 10^{-10}$ . Cette figure montre clairement que la technique SP-WCAWE peine à converger dans la sous bande entre 10GHz et 12 GHz.

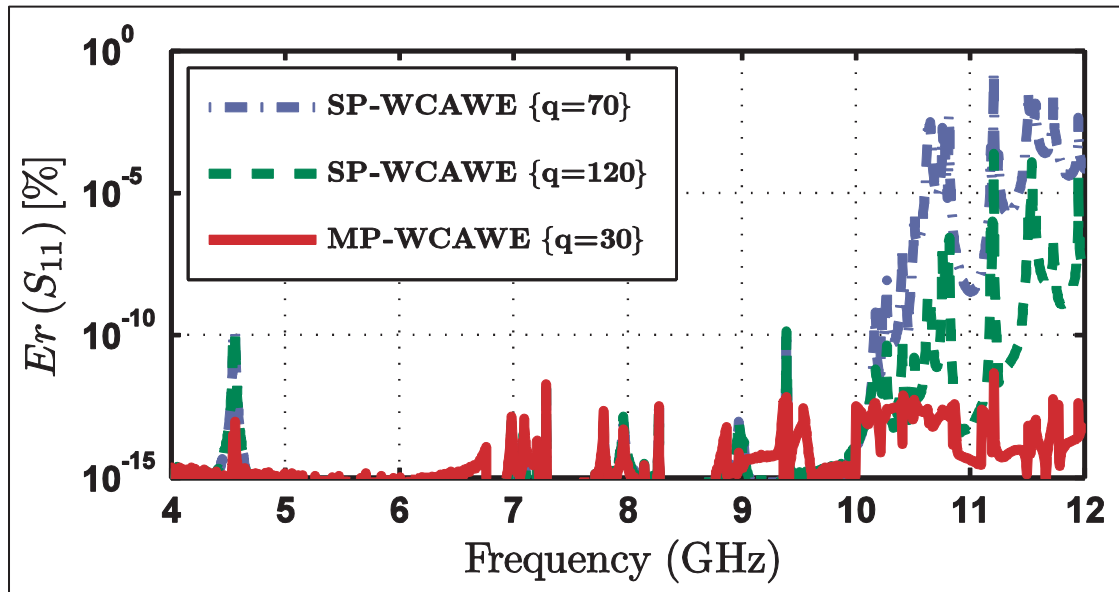


Figure 3.8 Comparaison entre MP-WCAWE et SP-WCAWE

#### 3.7.1.4 Comparaison avec la technique AMP

Afin de comparer la nouvelle approche à la méthode AMP (Schultschik, Farle et Dyczij-Edlinger, 2009), le même filtre de la Figure 3.2 a été simulé avec cette technique en limitant le nombre maximum de solution complète que l'algorithme de la méthode AMP détermine d'une manière adaptative à 19 solutions. La Figure 3.9 montre l'erreur d'approximation résiduelle  $Er$  du paramètre S11 obtenue avec les deux méthodes. On peut clairement observer la différence entre les deux courbes. En effet, après 19 fréquences d'expansions, la valeur moyenne de l'erreur résiduelle sur toute la bande est d'environ 0,7% pour la méthode AMP alors qu'il a déjà atteint  $10^{-10}$  pour la méthode MP-WCAWE. D'après (Schultschik, Farle et Dyczij-Edlinger, 2009), la méthode AMP a besoin de plus de 70 solutions complètes pour que la valeur moyenne de l'erreur atteigne le niveau de  $10^{-10}$  ce qui donnera lieu à un temps de simulation très long en comparaison avec le temps d'exécution que la méthode MP-WCAWE mettra pour atteindre le même niveau d'erreur. Afin de confirmer la supériorité de la MP-WCAWE en termes de temps de calcul, trois simulations ont été réalisées avec la méthode AMP pour trois valeurs de  $Er$  à savoir  $10^{-6}$ ,  $10^{-8}$ ,  $10^{-10}$ . Des simulations avec la méthode MP-WCAWE ont été réalisées pour les mêmes valeurs de  $Er$  en variant la taille de la base réduite entre 20, 30 et 40 vecteurs. Les résultats de ces simulations sont résumés dans le Tableau 3.3. Ces résultats montrent clairement que la méthode MP-WCAWE est plus rapide que la méthode AMP et donc nettement plus efficace.

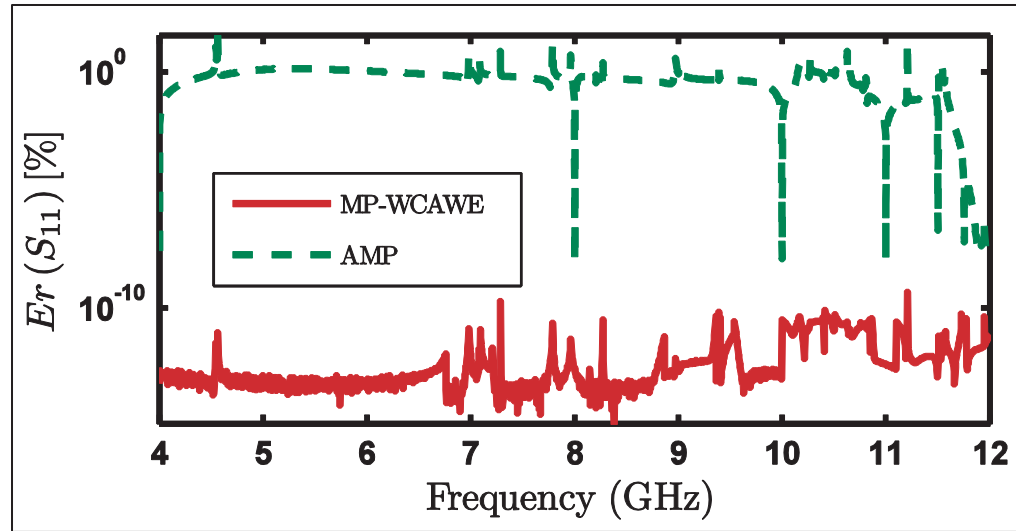


Figure 3.9 Comparaison entre MP-WCAWE et la technique AMP pour 19 fréquences pour 19 fréquences d'expansion

### 3.7.1.5 Comparaison avec le logiciel commercial HFSS

D'un point de vue pratique, il est important de comparer la MP-WCAWE avec le logiciel de CAO électromagnétique ANSYS HFSS 3D, l'un des outils de simulation électromagnétique le plus connus. Ce logiciel implémente la méthode trans-FEM. Dans ce contexte, le même filtre de la Figure 3.2 a été analysé avec HFSS en utilisant l'option « Fast frequency sweep » et l'option « Interpolating sweep ». La Figure 3.10 montre l'erreur d'approximation relative du paramètre S11 entre la solution HFSS obtenue avec l'option « Fast frequency sweep » et la solution discrète obtenue avec le même logiciel, l'erreur d'approximation relative du paramètre S11 entre la solution HFSS obtenue avec l'option « Interpolating sweep » et une erreur d'approximation de  $10^{-8}$  et la solution discrète de HFSS. Sur cette même figure, l'erreur relative donnée par MP-WCAWE est également représentée pour le cas d'une base réduite de taille 30 vecteurs et une tolérance de  $10^{-10}$ .

La première conclusion est que les résultats obtenus par l'option « Fast frequency sweep » de HFSS ont une erreur relative élevée. Cela était attendu car cette option utilise un point d'expansion unique à 8GHz dans ce cas.

Tableau 3.3 Comparaison du temps d'exécution entre la MP\_WCAWE  
et la technique AMP

	$Er=10^{-6}$		$Er=10^{-8}$		$Er=10^{-10}$	
	Freq	Temps(s)	Freq	Temps(s)	Freq	Temps(s)
AMP	67	1742	72	1872	75	1950
MP_wcawe-20	13	556.4	19	813.2	27	1155.6
MP_wcawe-30	7	358.4	9	460.8	19	972.8
MP_wcawe-40	6	357.6	6	357.6	11	655.6

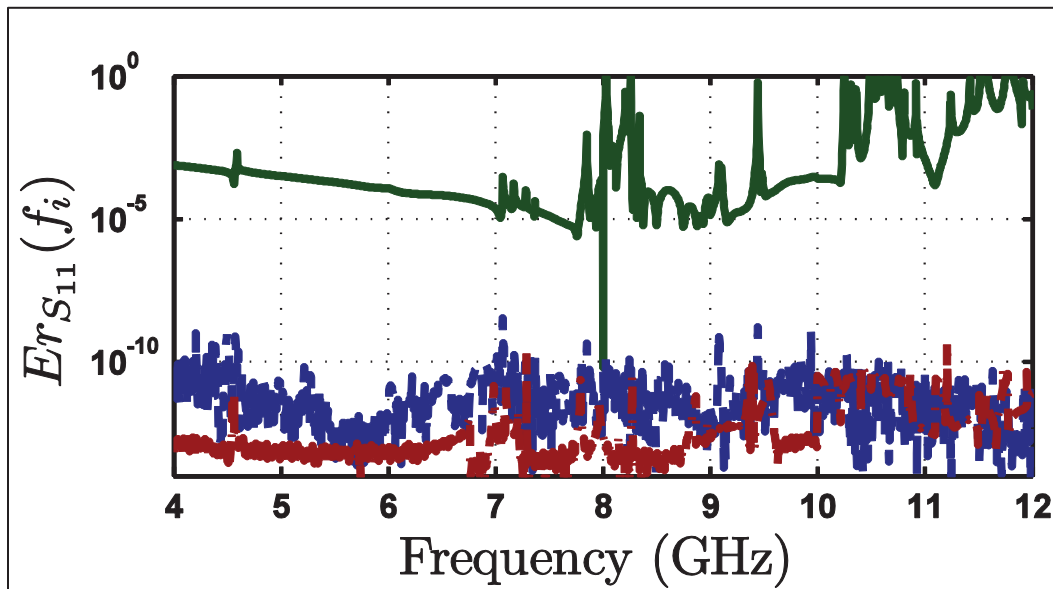


Figure 3.10 Erreur d'approximation relative pour le paramètre S11 : HFSS  
Fast Sweep (—), HFSS Interpolating Sweep avec  $error=10^{-8}$  (---)  
et MP-WCAWE avec  $tol=10^{-10}$  et  $q=30$  (.....)

Le Tableau 3.4 résume le nombre de solutions complètes (factorisation LU) qui ont été réalisées pour chaque simulation ainsi que l'accélération en temps de calcul en comparaison avec solution discrète de HFSS. Malgré que l'accélération donnée par la solution « Fast Frequency Sweep » de HFSS est nettement meilleure, l'erreur relative était considérable et les résultats ne sont pas fiables.

Le nombre de factorisations LU réalisés avec l'option « Interpolating sweep » est 365 solutions. Cela a réduit l'accélération à 7x. Pour 19 factorisations seulement la solution MP-WCAWE a donné une accélération de 105x avec la meilleure erreur relative de 10-10. Ces résultats confirment la supériorité de la technique MP-WCAWE par rapport aux options « Fast Frequency Sweep » et « Interpolating sweep » du logiciel HFSS pour la simulation de circuits ayant un facteur de qualité élevé sur de larges bandes de fréquences.

Tableau 3.4 Comparaison du temps de calcul entre HFSS et la méthode MP-WCAWE

	<b>NB de Solution Complete</b>	<b>Accélération</b>
<b>HFSS « Fast frequency sweep »</b>	1	210
<b>HFSS « Interpolating sweep » (tol=10<sup>-8</sup>)</b>	365	7
<b>MP-WCAWE (tol=10<sup>-10</sup>, q=30)</b>	19	105

### 3.7.2 Critère de décision pour les circuits avec pertes

Afin de valider le critère de décision pour les dispositifs avec pertes, la jonction 50Ω de la Figure 2.7 a été simulée avec le logiciel commercial HFSS en utilisant un balayage fréquentiel discret. Ces résultats serviront comme résultats références. Plusieurs simulations ont également été effectuées avec le balayage fréquentiel rapide. La bande de fréquence s'étend de 1GHz à 40GHz pour toutes les simulations. La fréquence d'expansion a été fixée à 20GHz pour les simulations avec le balayage fréquentiel rapide.

Dans la première expérience, une tangente de perte  $\tan\delta$  de 0,05 a été ajoutée au matériau de la jonction coaxiale centrale. Dans la deuxième expérience, les pertes diélectriques ont été supprimées et le cuivre jaune ( $\sigma = 15,9 \times 10^6$ ) a été appliqué comme conducteur électrique sur les surfaces intérieures et extérieures de la jonction. La puissance de l'excitation au port 1 et au port 2 a été fixée à 1 Watt. Le calcul des pertes  $Sp_{PL}$  et  $F_{PL}$  a été réalisé à l'aide de l'outil de calcul du champ disponible avec le logiciel HFSS pour toutes les simulations.

Sans surprise, les valeurs de  $Sp_{PL}$  sont les mêmes que  $F_{PL}$  pour toutes les fréquences de la bande dans le cas du balayage fréquentiel discret. Cependant, et comme prévu, dans le cas du balayage fréquentiel rapide, les courbes de  $Sp_{PL}$  et de  $F_{PL}$  divergent rapidement les unes des autres lorsque on s'éloigne de la fréquence d'expansion  $f_0$  située au centre de la bande. La Figure 3.11 montre les courbes des pertes  $Sp_{PL}$  et  $F_{PL}$  obtenues dans la première expérience pour le cas des pertes diélectriques.

Alors que  $Sp_{FL}$  reste à l'intérieur de la fenêtre admissible ] 0,1 [ montrée par les lignes de limites supérieures et inférieures,  $F_{PL}$  montre des régions qui dépassent la limite physique supérieure autour des fréquences 39GHz et 34.5GHz. Ces fréquences seraient les meilleures candidates pour le choix du prochain point d'expansion avant de considérer le facteur  $\alpha$  comme stipulé par les trois étapes énoncées dans la section précédente.

La Figure 3.12 montre les courbes des pertes  $Sp_{PL}$  et  $F_{PL}$  obtenues dans la deuxième expérience pour le cas d'un conducteur électrique imparfait. Cette expérience prouve que  $Sp_{PL}$  peut également présenter un comportement non physique. La courbe  $F_{PL}$  confirme les résultats non physiques dans la même région. La fréquence où  $Sp_{PL}$  montre l'excursion maximale de la limite physique inférieure sera choisie comme la prochaine fréquence d'expansion si on applique l'algorithme de la section précédente.

Les Figures 3.13 et 3.14 montrent l'écart  $\alpha$  respectivement pour le cas des pertes diélectriques et le cas du conducteur électrique imparfait. Comme prévu, l'écart  $\alpha$  est au minimum dans la région proche de la fréquence d'expansion et augmente en s'approchant de la limite gauche et



droite de la bande. On remarque bien aussi que les pointes sur les courbes de l'écart  $\alpha$  se trouvent dans la même région où un comportement non-physique a été décelé pour les courbes de  $Sp_{PL}$  et  $F_{PL}$ .

Sur la base de ces résultats, le choix du paramètre  $tol$  est d'une grande importance car il affectera l'efficacité et la précision des résultats obtenus. En effet, un petit  $tol$  entraînera l'algorithme à utiliser un grand nombre de fréquences d'expansions. Cela augmentera la précision aux dépens du temps de calcul. Un grand  $tol$  par contre entraînera l'algorithme à n'utiliser qu'un nombre réduit de fréquences d'expansions. Puisqu'il n'existe aucun lien entre l'erreur d'approximation réelle et l'écart  $\alpha$ , nous proposons de fixer le ce paramètre d'une manière heuristique.

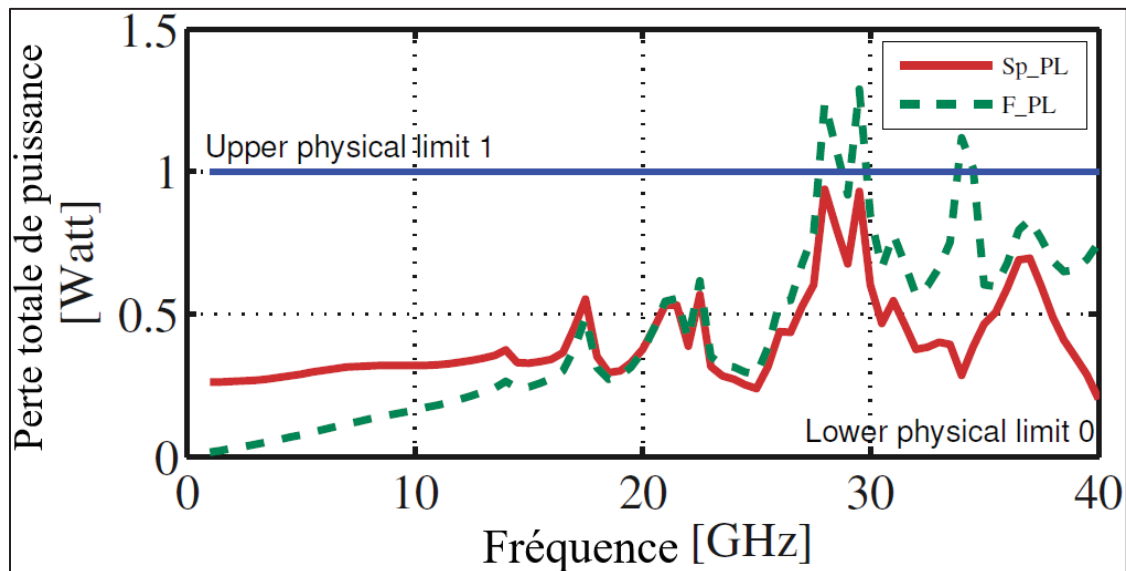


Figure 3.11 Perte totale de puissance à l'intérieur de la jonction coaxiale à 3 sections contenant des pertes diélectriques obtenue avec  $Sp_{PL}$  et  $F_{PL}$

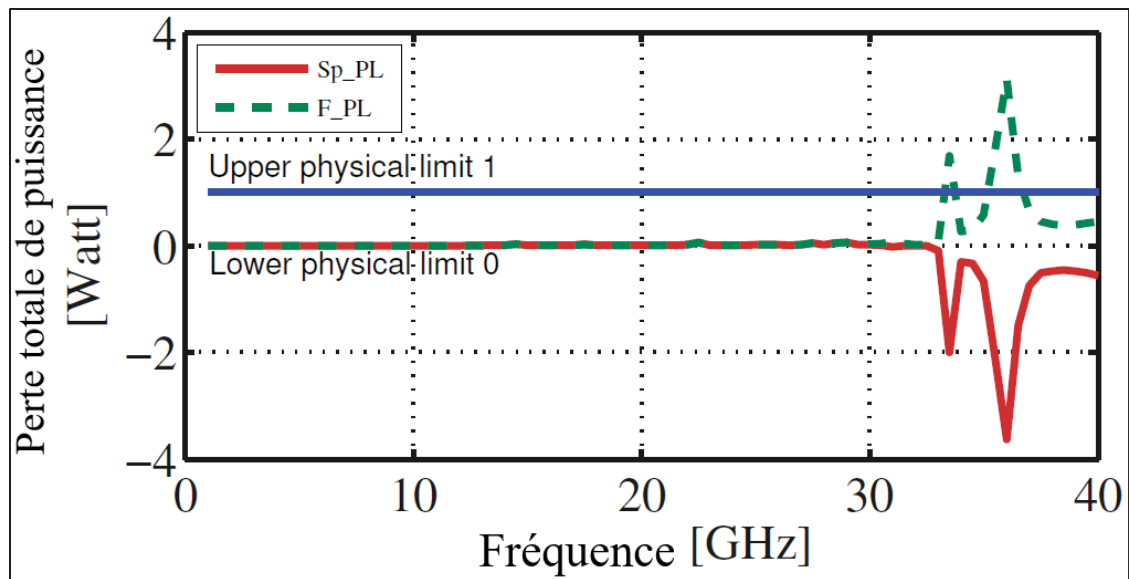


Figure 3.12 Perte totale de puissance à l'intérieur de la jonction coaxiale à 3 sections contenant des conducteurs imparfaits obtenue avec  $Sp\_PL$  et  $F\_PL$

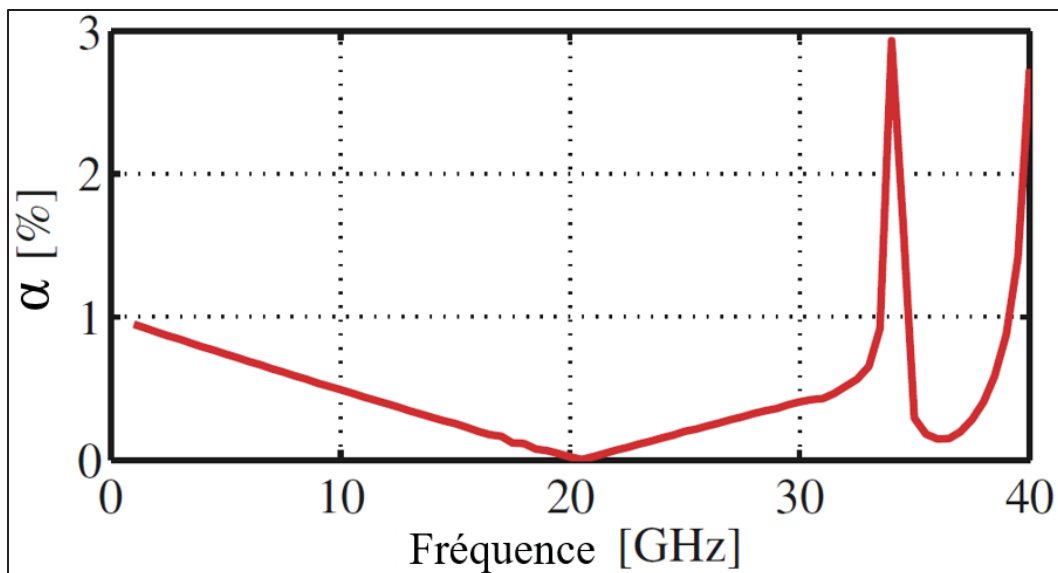


Figure 3.13 L'écart relatif  $\alpha$  pour la jonction coaxiale à 3 sections contenant des pertes diélectriques

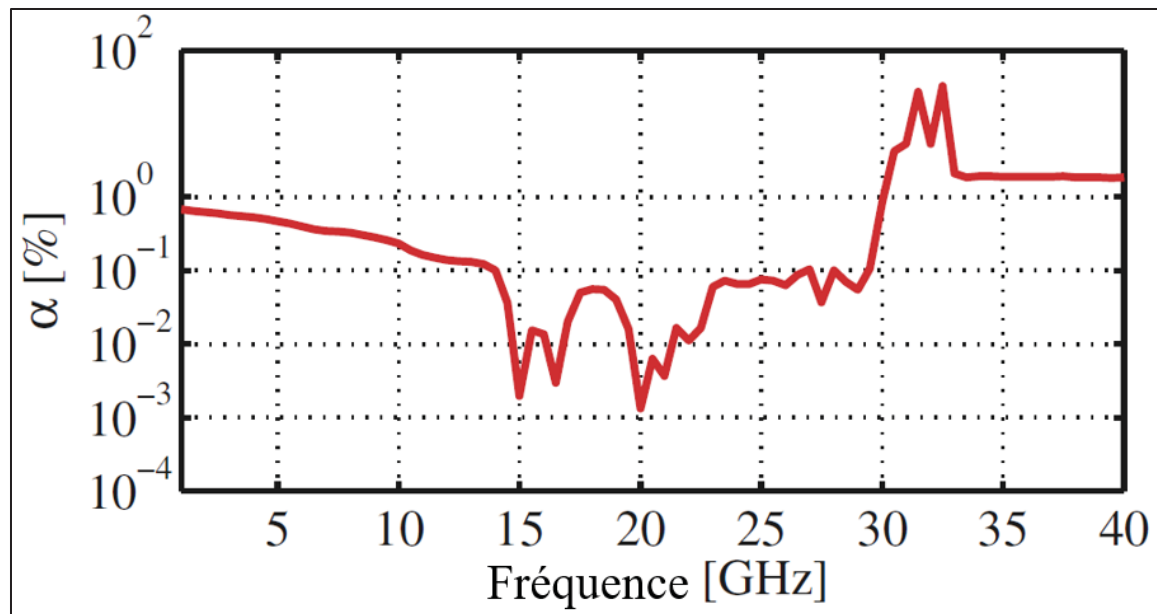


Figure 3.14 L'écart relatif  $\alpha$  pour la jonction coaxiale à 3 sections contenant des conducteurs imparfaits

### 3.8 Conclusion

Dans ce chapitre, les travaux en relation avec le deuxième objectif de la thèse et qui consiste à trouver de nouvelles méthodes pour le choix des fréquences d'expansions dans le cadre d'une approche MORE multipoints. La méthodologie suivie a commencé par une critique des travaux publiés qui ont été menés dans ce même cadre. Cette critique, nous a permis de constater que la focalisation sur l'estimation de l'erreur d'approximation réelle en utilisant des éléments du système original ou du modèle réduit n'est pas forcément la meilleure solution à cause de la charge supplémentaire considérable en temps de calcul. Ainsi, une nouvelle approche pour le choix des fréquences d'expansion a été introduite. Cette approche utilise les règles et les lois physiques qui peuvent être altérées suite à une mauvaise approximation et les traduit en critères de choix pour les fréquences d'expansion. Pour les circuits RF et microondes sans pertes, une méthode utilisant la condition de passivité a été présentée. Pour les circuits avec pertes, une méthode qui compare les pertes obtenues par calcul impliquant les paramètres S avec les pertes obtenues en considérant les valeurs du champ électrique et magnétique à l'intérieur du circuit

a été présentée. Puisque ces méthodes sont indépendantes de la technique MORE employée, seule la WCAWE a été choisie dans le développement des algorithmes proposés. Pour le cas sans pertes, l'application à la WCAWE a donné la méthode nommée MP-WCAWE.

Durant la phase d'expérimentation, le système linéaire (matrices et parties droites) résultant a été directement exporté du logiciel HFWorks et importé dans l'environnement MATLAB pour la validation de la méthode du cas sans pertes. Pour la méthode traitant le cas avec pertes, l'outil calculateur du champ du logiciel commercial HFSS a été utilisée pour l'implémentation des critères proposées.

Pour la méthode qui traite le cas des circuits sans pertes, la validation des performances en termes de précision et temps de calcul a été réalisé en comparant les résultats de simulation obtenus avec cette méthode à des résultats de méthodes publiées comme technique AMP. Une comparaison avec le logiciel commercial HFSS a démontré que cette approche permet d'obtenir de meilleures performances en termes de précision et rapidité pour des simulations sur de larges bandes de fréquences et pour des structures ayant un facteur de qualité élevé.

Pour la méthode qui traite le cas des circuits avec pertes, les résultats de simulation ont montré qu'il s'agit d'une méthode fiable pour l'identification des fréquences présentant des résultats non cohérents. Cependant, la réduction de la charge supplémentaire en temps de calcul pour l'évaluation des pertes en utilisant les valeurs du champ électromagnétique à l'intérieur du circuit nécessite plus d'investigation.

## CHAPITRE 4

### **MÉTHODE MULTIPOINTS POUR LA GÉNÉRATION RAPIDE DE LA MATRICE DES MOMENTS ET NOUVELLE APPROCHE POUR L'ÉXCITATION DES PORTS**

#### **4.1 Introduction**

Ce chapitre est dédié à la présentation des travaux qui ont été menés en relation avec l'objectif global de volet qui consiste à réduire le temps de génération du système linéaire dans la simulation électromagnétique avec la méthode des Moments (MoM). La première section du chapitre est consacrée à une revue de littérature des principaux travaux qui ont permis de rendre l'analyse des circuits planaires avec la MoM possible d'un point de vue pratique. Nous présentons également les principaux défis qui entravent l'implémentation de la MoM ainsi que les différentes approches qui ont permis de contourner ces problèmes. Les travaux qui ont touché le premier sous-objectif et qui consiste à trouver des méthodes pour l'accélération du calcul des éléments de la matrice MoM tout en gardant un niveau de précision acceptable font l'objet de la première partie de ce chapitre. Dans ce cadre, une approche multipoints pour la génération rapide de la matrice MoM est présentée. Cette approche contourne le calcul des intégrales d'interaction entre fonctions de base et fonctions de test en évaluant les expressions des intégrales en un nombre fini de points choisis selon la distribution des points de l'intégration en quadrature de Gauss. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous exposons les travaux en relation avec le deuxième sous-objectif et qui consiste à proposer une méthode d'excitation multimodales des ports pour les circuits RF et microondes planaires. Dans ce cadre également, une nouvelle technique pour l'excitation 2D des ports d'entrées et de sorties dans les circuits planaires est présentée. Cette nouvelle technique s'inspire de la Trans-FEM afin d'exciter les modes d'ordres supérieurs et d'extraire les paramètres S généralisés directement de la solution sans opérations de post-traitement. Les phases d'expérimentation et de validation ont été réalisées dans l'environnement MATLAB sur un code implémentant la MOM spatiale 2D. La validation et l'interprétation des résultats obtenus sont présentées dans la dernière section de ce chapitre en comparant le temps de calcul et la précision des méthodes proposées

avec les contributions les plus importantes qui ont touché ce sujet dans la littérature pour le circuits RF et microondes de type «microstrip».

## 4.2 La MoM dans la modélisation des circuits planaires (2.5D)

La MoM est considérée comme une technique très efficace pour l'étude des circuits RF et microondes en technologie planaire (2.5D) montré par la Figure 4.1. La majorité des logiciels de simulation électromagnétiques connus sur le marché, offrent des noyaux de résolution 2.5D qui utilisent la MoM. Il est important de noter qu'il existe plusieurs formulations de la MoM pour l'étude des structures planaires. La résolution de la formulation intégrale aux potentiels mixtes (MPIE) (1.34) avec la MoM dans le domaine spatial a été réalisée pour la première fois avec succès par Mosig et Gardiol dans (Mosig et Gardiol, 1985). Dans la suite nous allons nous limiter à une revue de littérature des contributions majeures qui ont rendues l'analyse de ce type de circuits possible avec la MoM en commençant par la fonction de Green puisqu'elle représente le cœur de la méthode MoM. Nous présenterons également les travaux qui ont permis d'alléger la complexité de l'étape de remplissage de la matrice MoM dans la cadre de la formulation MPIE ainsi que la modélisation de l'excitation.

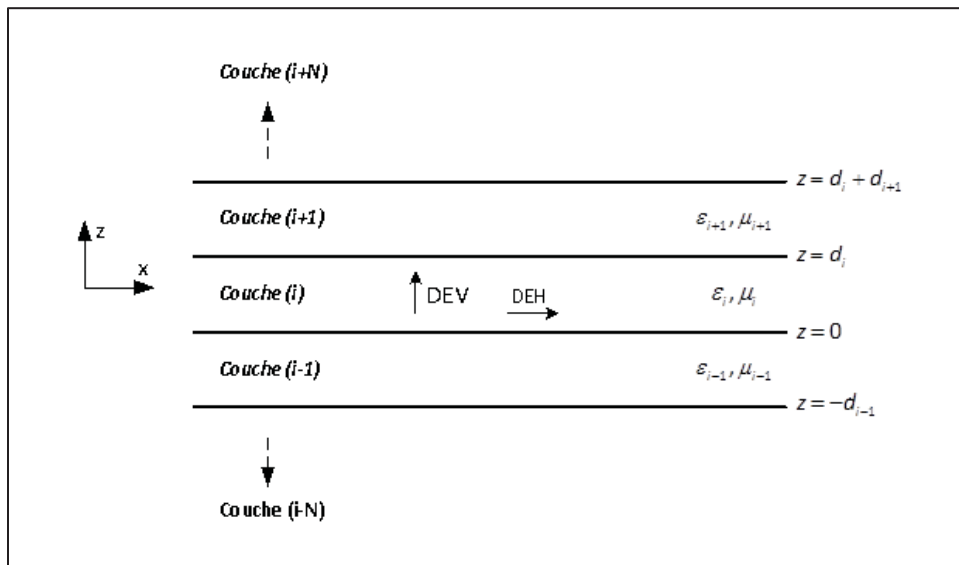


Figure 4.1 Structure générale d'un circuit planaire multicouche

### 4.2.1 Fonction de Green pour les structures planaires

L'idée centrale derrière la MoM est l'utilisation des fonctions de Green. Bien que les fonctions de Green dans les milieux homogènes soient relativement faciles à calculer, celles dans les structures planaires sont très difficiles à déterminer et requièrent des connaissances théoriques très avancées en électromagnétisme. À cause de cette complexité entre autres, les premiers travaux ont considéré des formulations statiques et quasi-statiques dans le domaine spectral de la fonction de Green (Yamashita et Mittra, 1968) (Booton, 1992) et (Schwinger, Deraad et Milton, 1998). Malheureusement le calcul de la variante spatiale de la fonction de Green à l'aide de la transformée de Fourier constitue une opération très couteuse en temps de calcul puisqu'une intégration numérique est requise. Les fonctions de Green du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  et scalaire  $\Phi$  pour la structure planaire de la Figure 4.1 ont été présentées en détails dans (Kinayman et Aksun, 2005) et (Davidson, 2005) dans le domaine spectral et pour le cas de sources élémentaires horizontales et verticales. Ces fonctions sont données par les équations (4.1), (4.2) et (4.3) pour le cas d'un dipôle électrique horizontal (DEH) dirigé vers l'axe des  $x$ . Il est important de noter que ces fonctions sont données pour le cas où la source et le point d'observation se situent dans la même couche.

$$\tilde{G}_{xx}^A = \frac{\mu_i}{j2k_{zi}} \left[ e^{-jk_{zi}|z-z'|} + A_h^e e^{jk_{zi}(z-z')} + C_h^e e^{-jk_{zi}(z-z')} \right] \quad (4.1)$$

$$\tilde{G}_{zx}^A = \frac{j\mu_i k_x}{2(k_i^2 - k_{zi}^2)} \left[ (A_h^e + B_h^e) e^{jk_{zi}(z-z')} + (D_h^e - C_h^e) e^{-jk_{zi}(z-z')} \right] \quad (4.2)$$

$$\tilde{G}_x^q = \frac{1}{j2\varepsilon_i k_{zi}} \left[ e^{-jk_{zi}|z-z'|} + \frac{k_i^2 A_h^e + k_{zi}^2 B_h^e}{k_\rho^2} e^{jk_{zi}(z-z')} + \frac{k_i^2 C_h^e - k_{zi}^2 D_h^e}{k_\rho^2} e^{-jk_{zi}(z-z')} \right] \quad (4.3)$$

avec  $k_i = \omega\sqrt{\mu_i\varepsilon_i}$ ,  $k_{zi} = \sqrt{k_i^2 - k_x^2}$ .

$A_h^e$ ,  $B_h^e$ ,  $C_h^e$  et  $D_h^e$  sont fonctions des coefficients de réflexions généralisés  $\tilde{R}_{TE}^{i,i-1}$ ,  $\tilde{R}_{TE}^{i,i+1}$ ,  $\tilde{R}_{TM}^{i,i-1}$  et  $\tilde{R}_{TM}^{i,i+1}$  aux deux interfaces de la couche  $i$  (Kinayman et Aksun, 2005). Dans le cas d'un dipôle électrique vertical DEV toujours situé dans la couche  $i$ , les fonctions du Green sont données par les équations (4.4) et (4.5).

$$\tilde{G}_{zz}^A = \frac{\mu_i}{j2k_{zi}} \left[ \pm e^{-jk_{zi}|z-z'|} + B_v^e e^{jk_{zi}(z-z')} + D_v^e e^{-jk_{zi}(z-z')} \right] \quad (4.4)$$

$$\tilde{G}_z^q = \frac{1}{j2\varepsilon_i k_{zi}} \left[ e^{-jk_{zi}|z-z'|} + C_v^e e^{jk_{zi}(z-z')} + D_v^e e^{-jk_{zi}(z-z')} \right] \quad (4.5)$$

La contrepartie spatiale de ces fonctions peut être obtenue à l'aide de la transformée de Fourier où la transformée de Hankel souvent appelée aussi l'intégrale de Sommerfeld (Chew, 1995).

$$G(\rho) = \frac{1}{4\pi} \int_{SIP} dk_\rho k_\rho H_2^{(2)}(k_\rho \rho) \tilde{G}(k_\rho) \quad (4.6)$$

Malheureusement, l'inversion est très coûteuse en temps de calcul à cause de la nature oscillatoire et la convergence lente de ces fonctions et c'est pour cette raison que la formulation spatiale de la MoM n'était pas trop populaire. En général, il y a eu deux grandes approches pour l'évaluation de la fonction de Green dans le domaine spatial. La première approche consiste à évaluer numériquement (4.6) en considérant des techniques de transformation afin d'accélérer le processus d'approximation. Les principaux travaux qui ont été publiés dans ce cadre sont (Golubovic, Polimeridis et Mosig, 2012), (Michalski, 1998) et (Kinayman et Aksun, 1995). La deuxième approche consiste à trouver une approximation analytique de l'intégrale de Sommerfeld. Cette forme est connue sous le nom de forme approchée de la fonction de Green. Il s'agit de l'approche qui a attiré le plus l'intérêt des chercheurs dans le domaine du calcul électromagnétique en général. L'un des premiers travaux qui a été publié dans ce cadre est celui de Fang et al. dans (Fang, Yang et Delisle, 1988). L'idée était d'écrire la fonction de Green spectrale sous la forme d'une somme d'exponentielles complexes pour en déduire la contrepartie spatiale en utilisant l'identité de Sommerfeld. Malheureusement la précision



obtenue à l'aide de cette méthode n'était pas acceptable pour les moyennes et larges séparations entre la source et le point d'observation. D'autres parts, la méthode de Prony utilisée dans l'approximation de la fonction de Green spectrale en somme d'exponentielle souffrait aussi d'instabilité. Afin d'éviter ces problèmes, les auteurs ont suggéré d'utiliser l'approximation jusqu'à une certaine distance définie en fonction du problème traité. Au-delà de cette distance, la contribution des ondes de surface doit être considérée afin d'améliorer la précision. Les travaux qui ont suivi ont eu pour objectif de trouver une expression unifiée de la fonction de Green peu importe la séparation entre la source et le point d'observation comme dans (Chow et al., 1991). La méthode proposée commence par l'extraction du terme quasi-statique et de la contribution des ondes de surface avant d'utiliser la méthode de Prony pour approximer le reste de la fonction de Green spectrale. L'approximation analytique de la fonction de Green approchée dans le domaine spatial devient ainsi plus facile et reste valide sur de larges distances de séparations. Les inconvénients de cette méthode sont : (i) Le terme quasi-statique dépend étroitement de la géométrie et ne peut pas être généralisé (ii) La méthode de Prony reste très sensible au bruit numérique (iii) La méthode de Prony nécessite un grand nombre d'échantillons afin d'obtenir une approximation en somme d'exponentielles complexes. Plusieurs travaux ont ensuite pris la relève afin d'améliorer la stabilité et augmenter l'efficacité de cette approche puisqu'elle constituait une bonne alternative à l'évaluation numérique des intégrales dans les logiciels de simulation qui implémentent la MoM. Dans ce même cadre, l'introduction de la méthode d'échantillonnage à deux niveaux dans (Aksun, 1996) avec l'utilisation de la méthode GPOF (Dural et Aksun, 1995; Hua et Sarkar, 1989) à la place de la méthode Prony a permis d'améliorer la précision et l'efficacité de cette approche. Cette contribution a rendu l'utilisation de la forme approchée de la fonction de Green dans le domaine spatial dans les codes de simulation basés sur la MoM pour la simulation des antennes et des structures « microstrip » possible. Les auteurs ont même démontré que l'extraction des ondes de surfaces (les ondes cylindriques) avant l'application de la GPOF ou l'utilisation d'un plus grand nombre d'exponentielles dans l'approximation permet d'offrir une excellente approximation de la fonction de Green sur des distances qui peuvent atteindre  $3\sim 4\lambda$  entre la source et le point d'observation (Aksun et Dural, 2005; Mengtao, Sarkar et Salazar-Palma, 2006). Il y a eu également plusieurs autres idées pour l'approximation analytique de la fonction

de Green dans le domaine spatial. Parmi ces travaux, l'utilisation de la méthode des fonctions d'ajustement rationnel a été explorée avec succès (Kourkoulos et Cangellaris, 2006; Mesa, Boix et Medina, 2008; Okhmatovski et Cangellaris, 2002). Au départ, l'algorithme proposé souffrait de problèmes de précision dans la région du champ proche à cause de la singularité de la fonction de Hankel au voisinage de l'origine. Ces problèmes ont été résolus avec succès grâce à l'expression de la fonction de Green en somme de sa partie asymptotique et d'une fonction rationnelle et par la combinaison d'une approximation en exponentielles complexe et d'une fonction rationnelle pour approximer la fonction de Green dans le domaine spatial par une somme d'ondes sphériques et cylindrique dans les régions du champ proche et lointain (Polimeridis, Yioultsis et Tsiboukis, 2007). Bien que ces travaux ont permis d'avoir des résultats assez précis sur de larges distances, le champ lointain au voisinage des interfaces entre les couches n'était pas assez précis pour certaines structures à cause des ondes latérales qui peuvent exister et qui ne sont pas prises en compte. Bien que Medina et al. a ajouté ce terme dans (Mesa, Boix et Medina, 2008) et qu'une meilleure approximation a été proposée dans (Kaifas, 2012; Torabi, Shishegar et Faraji-Dana, 2014), ce type d'approche est très laborieux et son implémentation demande un effort considérable. Dans (Alparslan, Aksun et Michalski, 2010) Aksun et Michalski proposent une extension de la technique originale d'échantillonnage à deux niveaux de la méthode de Green spectrale en une technique d'échantillonnage à trois niveaux. Cette technique s'applique aux structures planaires dont la pile des couches qui les constituent repose sur un plan de masse de type conducteur électrique parfait (PEC) ou les structures qui ont les mêmes couches extérieures. Les travaux les plus récents dans ce cadre ont eu pour objectif de résoudre les problèmes liés à la nature oscillatoire de la fonction de Green spectrale dans la zone de convergence et qui empêche l'évaluation de l'intégrale (4.6) pour certaines structures comme dans (Karabulut et Aksun, 2015) ainsi que la détermination automatique des paramètres d'approximation en somme d'exponentielles complexes (Karabulut, Erdogan et Aksun, 2011a; 2011b).

#### 4.2.2 Génération de la matrice d'interaction

Le remplissage de la matrice de la MoM pour l'analyse des structures planaires de la Figure 4.1 dans le cas de la formulation MPIE revient à évaluer (1.61), (1.62), (1.63) et (1.64) pour l'ensemble des fonctions de base et fonctions de test. Bien qu'une forme approchée analytique de la fonction de Green spatiale existe grâce aux travaux qui ont été énumérés, chaque élément nécessite au moins le calcul de deux intégrales doubles (une intégrale de convolution et un produit scalaire). Puisque le temps du processeur ainsi que la demande en mémoire augmentent en  $O(N^2)$  ou  $N$  désigne le nombre d'inconnus, une partie considérable du temps de résolution globale est destinée au remplissage de la matrice de la MoM. Plusieurs travaux ont contribué à l'accélération de ce temps de remplissage. Il est possible de classer ces travaux en trois grands axes (i) L'évaluation rigoureuse des intégrales en utilisant des transformations algébriques (ii) L'approximation des éléments de la matrice en s'appuyant sur certaines considérations (iii) L'utilisation des réseaux de neurones. Un des travaux pionniers dans la première catégorie est celui de Alatan et Aksun dans (Alatan, Aksun et Birand, 1994). Les auteurs ont pu réduire l'intégrale quadruple en une intégrale double par un changement de l'ordre des intégrales faisant apparaître une intégrale d'autocorrélation qui a été évaluée analytiquement. L'intégrale double restante a été réduite par la suite en une seule intégrale en utilisant un calcul analytique. Cette technique de calcul analytique a été améliorée davantage dans (Alatan et al., 1996) et (Latiri, Samet et Bouallegue) en utilisant une approximation en série de Taylor des fonctions de Green dans le domaine spatial suivi d'un calcul analytique. Pour la deuxième catégorie, dans (Kinayman et Aksun, 2000) les fonctions de Green au-delà d'un certain seuil ont été approximées par des polynômes en fonctions de la distance radiale entre la source et le point d'observation. Les auteurs ont aussi utilisé des fonctions de base et de test de type RoofTop (Kinayman et Aksun, 2000). Cela a permis de calculer les éléments de la matrice de la MoM par de simples opérations algébriques. Dans (Kipp et Chan, 1993) la possibilité de remplacer les intégrales par le produits de ses constituants aux centres des fonctions de base et test de type RWG (Wei et al., 2001) pour de larges distances a été exploré. Dans, (Naishadham, Nuteson et Mittra, 1999) l'intégrale du champ électrique pour chaque cellule du maillage a été remplacée par la valeur du potentiel aux centres de ces cellules en les multipliant par son aire.

Les entrées de la matrice ont été ensuite calculées en utilisant une interpolation paramétrique. Know et Mittra proposent dans (Kwon et Mittra, 2009) une nouvelle technique pour l'application de ce qu'ils ont appelé génération rapide de la matrice impédance (FMG). L'idée était d'approximer les intégrales pour le champ lointain par de simples opérations algébriques et d'utiliser la procédure rigoureuse pour le calcul du champ proche accélérant ainsi la génération de la matrice. Une technique d'interpolation en fonction de la fréquence a été présentée dans (Junho et Mittra, 2003). Cette dernière tient compte du comportement de la fonction de Green du potentiel vecteur et scalaire et procède par la subdivision de chaque élément de la matrice des moments en trois éléments facilitant ainsi l'approximation avec les techniques d'interpolation. Une technique de balayage fréquentiel rapide (RFS) a été présentée dans (Soliman, 2004). Dans cette technique, un ensemble de matrices d'interactions entre fonctions de base et test calculées à des fréquences bien définies ont servi pour le calcul des autres matrices à chaque fréquence sur toute la bande de simulation. Cette technique a permis d'accélérer la génération de la matrice des moments sur des bandes de fréquences relativement large tout en gardant un niveau de précision acceptable. La troisième catégorie consiste à utiliser les réseaux de neurones pour la génération rapide des éléments de la matrice des moments. Bien que cette méthode permet d'accélérer la génération de la matrice des moments, son utilisation dans les logiciels de simulation reste très limitée puisqu'elle dépend étroitement des paramètres géométriques et électriques de la structure étudiée. Pour cette raison nous n'allons pas considérer cette catégorie dans la revue de littérature. Pour plus de détails sur l'utilisation des réseaux de neurones dans la simulation électromagnétique avec la MoM, nous suggérons de se référer à ces travaux (Aneesh et al., 2012; Kushwah et Tomar, 2009; Pascual-García et al., 2010).

#### **4.2.3 Modélisation de l'excitation pour le calcul des paramètres S**

Dans ce paragraphe, les principales techniques qui ont permis de modéliser les ports dans l'analyse des structures planaires ainsi que l'extraction des paramètres S sont revues. Dans (Park, Mittra et Aksun, 1995) les paramètres S de la structure étudiée ont été extraits à partir du courant électrique obtenu suite à la résolution de la formulation MPIE avec la MoM. Le

courant aux terminaux a été modélisé par des demi RoofTop et en adaptant les terminaisons. Dans (Eleftheriades et Mosig, 1996) les auteurs ont étudié la caractérisation des structures planaires multiports en utilisant le modèle d'excitation avec une source de tension localisée de type « delta-gap » et le modèle du courant imposé. L'utilisation d'une source de tension « delta-gap » permet d'obtenir la matrice admittance de la structure directement après la résolution du système linéaire. Les paramètres S pourront ainsi être calculés directement en utilisant la théorie circuit. Dans le même travail, les auteurs ont pu démontrer l'équivalence qui existe entre les deux modèles d'excitation. Bien que les expressions des fonctions de Green existent pour des structures planaires multicouches, nous allons dans la suite considérer des structures à couche unique appelée « Microstrip » sans réduction de la généralité des approches qui vont être présentées.

#### **4.3 Fonction de Green spatiale pour les structures planaire de type « Microstrip »**

La fonction de Green constitue l'élément le plus important dans le cadre de la formulation intégrale en général. L'analogie est souvent faite dans cette perspective avec la réponse impulsionnelle dans le domaine des systèmes linéaire. En effet, pour un signal aléatoire à l'entrée d'un système linéaire invariant dans le temps, la réponse où le signal à la sortie peut s'obtenir par un simple produit de convolution entre le signal d'entrée et la réponse impulsionnelle. Le produit de convolution peut se transformer en une simple multiplication dans le domaine fréquentiel (spectral) si les transformées de Fourier de ces deux fonctions sont connues. Dans l'analyse des systèmes linéaires, le signal impulsion  $\delta(t)$  à l'entrée est une fonction temporelle. Dans l'analyse électromagnétique, il est souvent question de trouver la distribution des champs électromagnétiques dans l'espace pour une source distribuée arbitrairement dans l'espace. Ainsi, le signal impulsion dans l'espace ( $\sim \delta(x, y, z)$ ) sera la source de la fonction de Green. Il est important de noter que les équations de Maxwell sont linéaires (si on considère seulement des milieux linéaires) par définition puisque le rotationnel, la divergence et les dérivées temporelles sont des opérateurs linéaires.

### 4.3.1 Fonction de Green dans le domaine spectral

Bien que l'expression de la fonction de Green dans des milieux homogènes ne soit pas trop difficile à calculer, les fonctions de Green du champ électrique  $\mathbf{E}$  et du champ magnétique  $\mathbf{H}$  pour des structures plus réalistes comme les circuits planaires sont des fonctions très compliquées et requièrent une attention particulière. La formulation intégrale MPIE de l'équation (1.34) et qui met en œuvre les potentiels vecteur  $\mathbf{A}$  et scalaire  $\Phi$  est souvent préférée à d'autres formulations comme la EFIE et la MFIE parce que ses fonctions de Green ont moins de singularités. Il est possible de déterminer les fonctions de Green des potentiels vecteur  $\mathbf{A}$  et scalaire  $\Phi$  partir de celles du champ électrique et magnétique. Les fonctions de Green du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  et scalaire  $\Phi$  ont été données dans le domaine spectral par les équations (4.1), (4.2) et (4.3) dans le cas d'un dipôle électrique élémentaire horizontal (HED) dirigé vers l'axe des  $x$  (sans perte de généralité) et par les équations (4.4) et (4.5) dans le cas d'un dipôle électrique vertical (VED). Il est important de rappeler que ces équations sont données aussi pour le cas où la source et le point d'observation sont situés dans la même couche. Ces expressions peuvent être utilisées pour en déduire l'expression des fonctions de Green pour le cas des structures planaires de type « Microstrip » tel que montrée par la Figure 4.2.

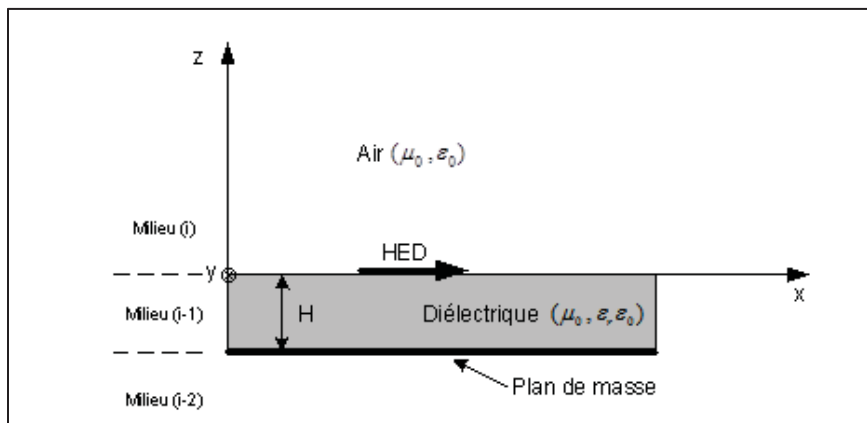


Figure 4.2 Structure planaire de type « Microstrip » avec HED situé à l'interface entre l'air et le diélectrique

Cette configuration montre que la source se trouve à l'interface entre l'air et le diélectrique ( $z=0$ ). Théoriquement il est possible de considérer la source dans l'un des deux milieux (l'air ou le diélectrique) mais dans la réalité la trace métallique est souvent déposé sur le diélectrique.

Nous allons donc considérer que le HED se trouve dans l'air (Milieu i) et dirigé vers l'axe  $x$  avec la source située au point  $(x', y', z' = 0)$  et l'observation se fait au point  $(x, y, z = 0)$ . Les fonctions de Green sont ainsi données par les équations suivantes :

$$\tilde{G}_{xx}^A(k_x, k_y, z - z' = 0) = \frac{\mu_0}{j2k_{z0}} [1 + C_h^e] \quad (4.7)$$

$$\tilde{G}_{zx}^A(k_x, k_y, 0) = \frac{j\mu_0 k_x}{2(k_0^2 - k_{z0}^2)} [D_h^e - C_h^e] \quad (4.8)$$

$$\tilde{G}_x^q = \frac{1}{j2\varepsilon_0 k_{z0}} \left[ 1 + \frac{k_0^2 C_h^e - k_{z0}^2 D_h^e}{k_\rho^2} \right] \quad (4.9)$$

$C_h^e$  et  $D_h^e$  sont des coefficients de réflexion généralisés entre le milieu  $(i - 1)$  et  $(i - 2)$  et sont données par les équations (4.10) et (4.11).

$$C_h^e = \frac{R_{i,i-1}^{TE} - e^{-jk_{z(i-1)}2H}}{1 - R_{i,i-1}^{TE} e^{-jk_{z(i-1)}2H}} \quad (4.10)$$

$$D_h^e = \frac{-R_{i,i-1}^{TM} - e^{-jk_{z(i-1)}2H}}{1 + R_{i,i-1}^{TM} e^{-jk_{z(i-1)}2H}} \quad (4.11)$$

$R_{i,i-1}^{TE}$  et  $R_{i,i-1}^{TM}$  sont les coefficient de réflexion de Fresnel du mode TE et TM respectivement et sont donnés par les deux équation suivante :

$$R_{i,i-1}^{TE} = \frac{\mu_{i-1}k_{zi} - \mu_i k_{z(i-1)}}{\mu_{i-1}k_{zi} + \mu_i k_{z(i-1)}} \quad (4.12)$$

$$R_{i,i-1}^{TM} = \frac{\varepsilon_{i-1}k_{zi} - \varepsilon_i k_{z(i-1)}}{\varepsilon_{i-1}k_{zi} + \varepsilon_i k_{z(i-1)}} \quad (4.13)$$

### 4.3.2 Fonction de Green dans le domaine spatial

La contrepartie spatiale s'obtient en appliquant une transformée de Fourier (4.14) ou la transformé de Hankel (4.15) ou  $H_0^{(2)}$  désigne la fonction de Hankel de deuxième espèce et  $SIP$  désigne le chemin d'intégration de Sommerfeld.

$$G_{xx}^A(x, y, 0) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xx}^A(k_x, k_y, 0) e^{-j(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (4.14)$$

$$G_{xx}^A(\rho, 0) = \frac{1}{4\pi} \int_{SIP} \tilde{G}_{xx}^A(k_\rho, 0) H_0^{(2)}(\rho k_\rho) k_\rho dk_\rho \quad (4.15)$$

L'évaluation de ces intégrales entraîne un long calcul numérique contraignant causé par les singularités et la nature oscillatoire de l'intégrale de Sommerfeld. Ces problèmes s'amplifient davantage en ajoutant d'autres couches à la structure. Dans le premier chapitre nous avons énuméré les principaux travaux qui ont permis de contourner le calcul numérique de l'intégrale (4.15). Nous allons considérer dans la suite la technique présentée par Chew dans (Chew, 1995) et amélioré à plusieurs reprises par Aksun et al (Alparslan, Aksun et Michalski, 2010). Cette technique consiste à approximer la fonction de Green dans le domaine spectral par une somme de fonctions exponentielles et l'exploitation de l'identité de Sommerfeld (4.16) afin de trouver la contrepartie spatiale. Cette technique est aussi connue sous le nom de forme approchée de la fonction de Green (CFGF).



$$\frac{e^{-jk_i r}}{r} = \int_{SIP} \frac{e^{-jk_{zi}|z|}}{j2k_{zi}} H_0^{(2)}(\rho k_\rho) k_\rho dk_\rho \quad (4.16)$$

Dans ce cadre, la procédure que nous allons utiliser pour le calcul de la CFGF dans la suite est la suivante :

### 1. Échantillonner les fonctions de Green spectrale

Il s'agit d'échantillonner directement les termes entres crochet dans les fonctions de Green spectrales (4.7) à (4.9) sans extraction des contributions de la partie quasi-statique et des ondes de surfaces selon le chemin paramétrique de l'équation (4.17).

$$k_{z0} = k_0 \left[ -jt + \left(1 - \frac{t}{T_{01}}\right) \right], \quad 0 \leq t \leq T_{01} \quad (4.17)$$

### 2. Écrire la fonction de Green en une somme d'exponentielles complexes

La technique GPOF est utilisée pour cette fin à partir des échantillons obtenus dans l'étape précédente. Ainsi, la fonction de Green spectrale (4.7) par exemple pourra s'écrire sous la forme suivante :

$$\tilde{G}_{xx}^A \cong \frac{\mu_0}{j2k_{z0}} \left[ 1 + \sum_{n=1}^N \alpha_n e^{-\beta_n k_{z0}} \right] \quad (4.18)$$

$\alpha_n$  et  $\beta_n$  sont les coefficients complexes obtenues suite à l'application de la technique GPOF. Il est important de noter ici que dans ses plus récent travaux sur l'approximation de la fonction de Green dans le domaine spatial (Karabulut et Aksun, 2015), Aksun et al. ont précisé qu'un seul niveau d'échantillonnage n'est pas suffisant pour des structures plus complexes ainsi que pour la bonne détection des ondes latérales et de la contribution quasi-statique de la fonction de Green. Dans ce contexte une approximation en somme d'exponentielles complexes en trois niveaux a été proposée. Ceci a pour effet d'augmenter l'ordre  $N$  et le temps de calcul.

### 3. Utiliser l'identité de Sommerfeld (4.16) pour le calcul de la fonction de Green spatiale

À l'issue de cette étape la fonction de Green spatiale (4.7) peut se mettre sous cette forme :

$$G_{xx}^A(x, y, 0) \cong \frac{1}{4\pi} \left[ \frac{1}{r} + \sum_{n=1}^N \alpha_n \frac{e^{-jk_0 r_n}}{r_n} \right] = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=1}^{N+1} \alpha_n \frac{e^{-jk_0 r_n}}{r_n} \quad (4.19)$$

Avec  $r_n = \sqrt{x^2 + y^2 - \beta_n^2}$

La contrepartie spatiale des fonctions de Green (4.8) et (4.9) s'obtient en suivant la même procédure.

#### 4.4 Évaluation analytique des interactions entre fonction de test et fonction de base dans la matrice MoM

La CFGF a permis d'approximer les fonctions de Green dans le domaine spatial en une somme de fonctions exponentielles ce qui a permis de réduire le nombre d'intégrale total à calculer pour chaque élément de la matrice MoM. Remplir cette matrice revient à calculer les équations (1.61), (1.62), (1.63), (1.64) donnés dans le chapitre 1 si l'on considère que la structure étudiée est subdivisée en fonctions de bases selon l'axe x et y. Ces équations sont réécrites si dessous en une forme plus compacte afin de distinguer les intégrales à calculer.

$$Z_{xx} = IA^{xx} - \frac{1}{k_0^2} IQ^{xx} \quad (4.20)$$

$$Z_{xy} = -\frac{1}{k_0^2} IQ_{xy} \quad (4.21)$$

$$Z_{yx} = -\frac{1}{k_0^2} IQ_{yx} \quad (4.22)$$

$$Z_{yy} = IA^{yy} - \frac{1}{k_0^2} IQ^{yy} \quad (4.23)$$

Si les fonctions de bases considérées ont des formes régulières sur un support spatial (maillage) régulier alors dans ce cas on aura  $IA^{xx} = IA^{yy}$ ,  $IQ^{xx} = IQ^{yy}$  et  $IQ^{xy} = IQ^{yx}$  en inter-changeant x et y. Ainsi le calcul de éléments de la matrice revient à évaluer  $IA^{xx}$ ,  $IQ^{xx}$  et  $IQ^{xy}$  données par les équation (4.24), (4.25) et (4.26). Dans ces expressions, l'intégrale interne représente une intégrale de convolution bidimensionnelle de la fonction de Green avec la source et l'intégrale externe représente un produit scalaire.

$$IA_{m'm}^{xx} = \int_{DT_{x1}^{m'}} \int_{DT_{y1}^{m'}} T_x^{m'}(x, y) \left[ \int_{DB_{x1}^m} \int_{DB_{y1}^m} G_{xx}^A(x-x', y-y') B_x^m(x', y') dx' dy' \right] dx dy \quad (4.24)$$

$$IQ_{m'm}^{xx} = \int_{DT_{x1}^{m'}} \int_{DT_{y1}^{m'}} \frac{\partial T_x^{m'}(x, y)}{\partial x} \left[ \int_{DB_{x1}^m} \int_{DB_{y1}^m} G_x^q(x-x', y-y') \frac{\partial B_x^m(x', y')}{\partial x'} dx' dy' \right] dx dy \quad (4.25)$$

$$IQ_{m'm}^{xy} = \int_{DT_{x1}^{m'}} \int_{DT_{y1}^{m'}} \frac{\partial T_x^{m'}(x, y)}{\partial x} \left[ \int_{DB_{x1}^n} \int_{DB_{y1}^n} G_x^q(x-x', y-y') \frac{\partial B_y^n(x', y')}{\partial y'} dx' dy' \right] dx dy \quad (4.26)$$

Avec  $DT$  et  $DB$  désignent le domaine des fonctions de test et de base respectivement. Rappelons que le courant  $J_x$  et  $J_y$  en relation avec les fonctions de base sur la structure objet de l'analyse est donné par les équations (4.27) et (4.28).

$$J_x(x, y) = \sum_{m=1}^M I_x^m B_x^m(x, y) \quad (4.27)$$

$$J_y(x, y) = \sum_{n=1}^N I_y^n B_y^n(x, y) \quad (4.28)$$

L'évaluation analytique commence par la modification de l'ordre des intégrales par un simple changement de variable dans chaque produit d'interaction entre fonction de base et test. Cela nous amène à obtenir un produit de corrélation entre fonction de base et test comme montré par l'équation (4.29) dans le cas de l'intégrale  $IA_{m'm}^{xx}$ . Ce produit de corrélation peut être évalué analytiquement pour différents types de fonctions et en particulier pour les cas des fonctions Roof-Top comme représenté dans la Figure 4.3.

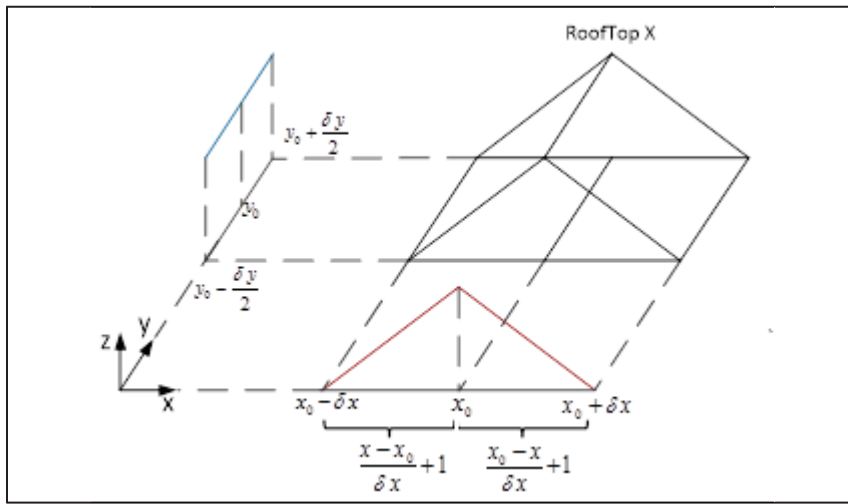


Figure 4.3 Fonction de base de type RoofTop

Dans le cas du maillage rectangulaire non uniforme les fonctions Roof-Top deviennent non symétrique selon les tailles géométriques des cellules ce qui entraîne une certaine complexité dans l'évaluation analytique de l'intégrale de corrélation. Dans la suite nous allons employer la procédure de Galerkin qui revient à considérer les mêmes fonctions de bases  $B_x^m$  et  $B_y^n$  et de test  $T_x^{m'}$  et  $T_y^{n'}$ . Nous allons aussi considérer les fonctions de type RoofTop comme fonctions de base et de test.

$$IA_{m'm}^{xx} = \int_{DT_{x1}^{m'}-DB_{x2}^m}^{DT_{x2}^{m'}-DB_{x1}^m} \int_{DT_{y1}^{m'}-DB_{y2}^m}^{DT_{y2}^{m'}-DB_{y1}^m} G_{xx}^A(u, v) \underbrace{\left[ \int_{DT_{x1}^{m'}}^{DT_{x2}^{m'}} \int_{DT_{y1}^{m'}}^{DT_{y2}^{m'}} T_x^{m'}(x, y) \cdot B_x^m(x-u, y-v) dx dy \right]}_{\text{Auto corrélation : } T_x^{m'}(x, y) \otimes B_x^m(x, y)} dudv \quad (4.29)$$

Il est possible de calculer le produit d'autocorrélation dans (4.29) analytiquement pour le cas des fonctions de base et de test RoofTop. Le résultat est un polynôme en  $u$  et  $v$  et défini par morceaux sur le domaine d'intégration selon les distances  $u$  et  $v$ .

$$T_x^{m'}(x, y) \otimes B_x^m(x, y) = \sum_i^a k_i u^i \sum_j^b l_j v^j \quad (4.30)$$

L'intégrale d'interaction  $IA^{xx}$  (4.24) devient ainsi :

$$IA_{m'm}^{xx} = \int_{DT_{x1}^{m'}-DB_{x2}^m}^{DT_{x2}^{m'}-DB_{x1}^m} \int_{DT_{y1}^{m'}-DB_{y2}^m}^{DT_{y2}^{m'}-DB_{y1}^m} G_{xx}^A(u, v) \sum_i^a k_i u^i \sum_j^b l_j v^j dudv \quad (4.31)$$

En remplaçant la fonction de Green par son expression spatiale (4.32) dans (4.31) on obtient l'expression suivante :

$$IA_{m'm}^{xx} = \frac{1}{4\pi} \int_{DT_{x1}^{m'}-DB_{x2}^m}^{DT_{x2}^{m'}-DB_{x1}^m} \int_{DT_{y1}^{m'}-DB_{y2}^m}^{DT_{y2}^{m'}-DB_{y1}^m} \sum_{n=1}^{N+1} \alpha_n \frac{e^{-jk_0 r_n}}{r_n} \sum_i^a k_i u^i \sum_j^b l_j v^j dudv \quad (4.32)$$

Deux méthodes qui ont été présentées dans la revue de littérature reposent les deux sur un développement en série de Taylor. La première méthode proposée par Aksun et al (Alatan et al., 1996) du terme exponentiel  $e^{-jk_0 r_n}$  autour  $r_{n0} = \sqrt{u_0^2 + v_0^2 - \beta_n^2}$  de avec  $u_0 = x_0^{m'} - x_0^m$  et  $v_0 = y_0^{m'} - y_0^m$  jusqu'à un certain ordre. La deuxième méthode connue sous l'appellation AS-MoM considère un développement en série de Taylor de l'expression

$e^{-jk_0 r_n}/r_n$  au-delà d'une certaine distance entre fonction de base et de test. Dans le premier cas, les intégrales sont définies par morceaux et ont la forme suivante :

$$\sum_{p=0}^{N+1} \iint_p \left[ \sum_{i=0}^a \sum_{j=0}^b r^p u^i v^j dudv \right] \quad (4.33)$$

Ainsi le calcul des intégrales d'interactions  $IA_{m'm}^{xx}$ ,  $IQ_{m'm}^{xx}$  et  $IQ_{m'n}^{xy}$  revient à évaluer analytiquement des intégrales qui ont la forme de l'équation (4.33) pour différents ordres.

#### 4.5 Technique de génération rapide multipoints des intégrales d'interactions

Bien qu'une forme analytique des intégrales (4.24), (4.25) et (4.26) a été proposée évitant ainsi un calcul intégral numérique long et fastidieux, son évaluation pour l'ensemble des fonctions de base et de test reste une opération relativement lente surtout lorsqu'on augmente l'ordre d'approximation de la fonction de Green à la recherche d'une meilleure précision pour des structures plus compliquées. Et puisque la matrice des Moments est une matrice dense, l'étape de remplissage de cette matrice reste une étape à ne pas négliger dans le cas de la MoM. Dans ce contexte, la technique FMG (Kwon et Mittra, 2009) permet d'approximer directement les intégrales d'interactions à partir d'une certaine distance  $d_r$  entre fonction de base et de test en considérant que la fonction de Green en question reste constante sur tout le domaine de base et de test. Cela a permis de réduire considérablement le temps de calcul au dépend de la précision.

En suivant la même approche, nous estimons qu'il est possible de réduire la distance  $d_r$  en considérant que la fonction de Green est constante par morceaux sur le support de la fonction de base et que le produit de convolution est lui aussi constant par morceaux sur le domaine de la fonction de test. Cela aura pour effet d'améliorer la précision tout en réduisant la complexité de la forme analytique des intégrales (4.33). D'autres parts plusieurs options s'offrent quant au choix de la distribution des points d'évaluation. Dans ce cadre nous proposons ici deux options à savoir :

**Option 1 :**

Un choix simple consiste à subdiviser les deux mailles de chaque fonction de test et de base en plusieurs petits rectangles distribués d'une manière uniforme. Les centres des rectangles seraient dans ce cas les points d'évaluation.

**Option 2 :**

Un deuxième choix consiste à subdiviser les mailles en petites régions entourant les points de l'intégration en quadrature de Gauss (ANNEXE II). Ce choix peut se justifier par le fait que cette idée s'inspire en quelques sortes de l'intégration numérique. Ainsi on sait que  $n$  points d'évaluations permettent de trouver l'intégrale exacte d'un polynôme de degré  $2n - 1$ .

Cette approche est schématisée sur la Figure 4.4 pour le cas de l'option 1. On remarque bien la subdivision des domaines des fonctions de base et de test en petits sous domaines centrés autour des points d'évaluations. En considérant l'une ou l'autre option, l'intégrale (4.24) peut s'écrire sous la forme de l'équation (4.34).

$$IA_{m'm}^{xx} \approx \sum_{i=1}^{n\Omega T^+} Gb(r_{ci}^{\Omega T^+}) \int_{\Omega T_i^+} T_x^{m'}(r) dr + \sum_{j=1}^{n\Omega T^-} Gb(r_{cj}^{\Omega T^-}) \int_{\Omega T_j^-} T_x^{m'}(r) dr \quad (4.34)$$

$Gb(r_{ci}^{\Omega T^+})$  et  $Gb(r_{cj}^{\Omega T^-})$  sont données respectivement par les équations (4.35) et (4.36).

$$Gb(r_{ci}^{\Omega T^+}) \approx \sum_{k=1}^{n\Omega B^+} G_{xx}^A(r_{ci}^{\Omega T^+} - r_{ck}^{\Omega B^+}) \int_{\Omega B_k^+} B_x^m(r) dr + \sum_{l=1}^{n\Omega B^-} G_{xx}^A(r_{ci}^{\Omega T^+} - r_{cl}^{\Omega B^-}) \int_{\Omega B_l^-} B_x^m(r) dr \quad (4.35)$$

$$Gb(r_{cj}^{\Omega T^-}) \approx \sum_{k=1}^{n\Omega B^+} G_{xx}^A(r_{cj}^{\Omega T^-} - r_{ck}^{\Omega B^+}) \int_{\Omega B_k^+} B_x^m(r) dr + \sum_{l=1}^{n\Omega B^-} G_{xx}^A(r_{cj}^{\Omega T^-} - r_{cl}^{\Omega B^-}) \int_{\Omega B_l^-} B_x^m(r) dr \quad (4.36)$$

avec :

- $n\Omega T^+$  : désigne le nombre de sous-domaine sur le premier rectangle de la fonction de test et  $r_{ci}^{\Omega T^+}$  les points d'évaluation de la fonction de Green ;

- $n\Omega T^-$  : désigne le nombre de sous-domaine sur le deuxième rectangle de la fonction de test et  $r_{cj}^{\Omega T^-}$  les points d'évaluation de la fonction de Green ;
- $n\Omega B^+$  : désigne le nombre de sous-domaine sur le premier rectangle de la fonction de base et  $r_{ck}^{\Omega B^+}$  les points d'évaluation de la fonction de Green ;
- $n\Omega BT^-$  : désigne le nombre de sous-domaine sur le deuxième rectangle de la fonction de base et  $r_{cl}^{\Omega B^+}$  les points d'évaluation de la fonction de Green.

En réexaminant les équations (4.34), (4.35) et (4.36) on remarque bien qu'il s'agit de simple sommes et produits d'ordre variable en fonction du niveau de précision prescrit à la différence des fonctions mises en œuvre pour le calcul des intégrales (4.33) suite au développement en série de Taylor de la fonction de Green. En fonction de la distance  $d_r$  entre fonction de test et fonction de base, il est ainsi possible de calculer l'intégrale d'interaction selon la méthode adéquate.

Dans le cas où l'option 1 est utilisée avec  $n\Omega T^\pm = 1$  et  $n\Omega B^\pm = 1$  on obtient la technique FMG standard. Rappelons que la technique FMG standard utilise les centres des rectangles comme points d'évaluations des fonctions de Green.



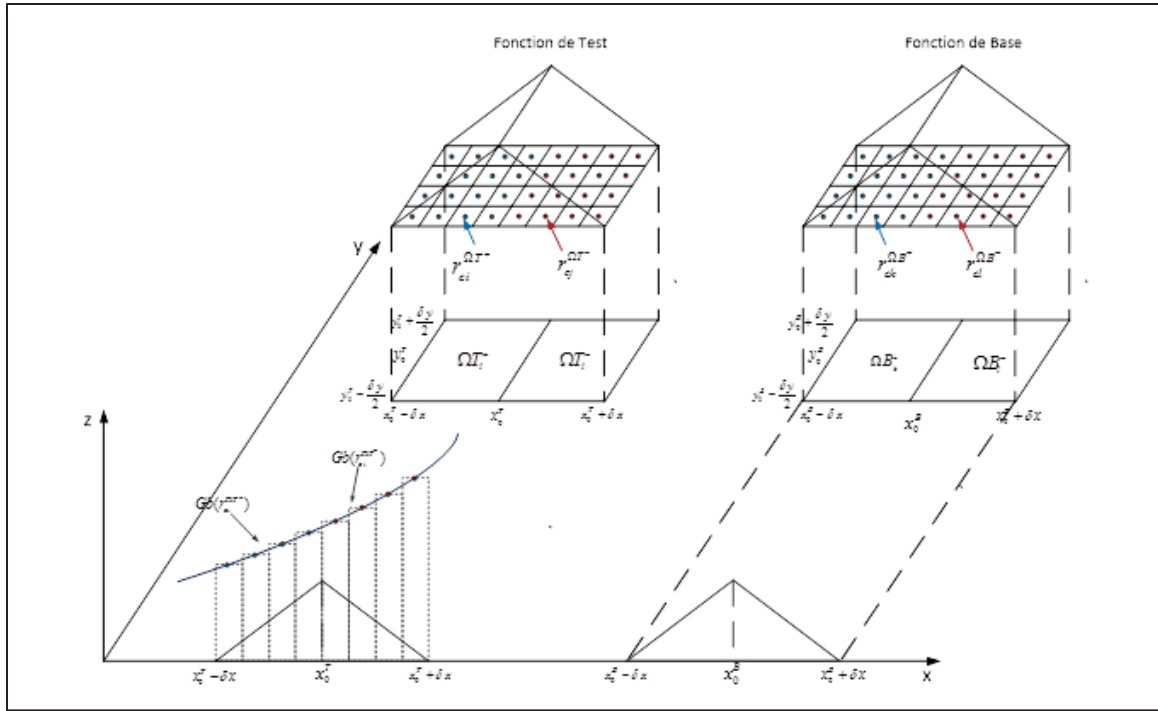


Figure 4.4 Subdivision des domaines d'intégration des fonctions de Base et de Test Rooftop pour la génération rapide de la matrice des Moments

#### 4.6 Méthode d'excitation multimodes pour la Méthode des Moments (trans-MoM)

Dans le paragraphe précédent, nous avons présenté une technique pour le remplissage rapide de la matrice des Moments. La dernière étape avant la résolution du fameux système linéaire  $Ax = b$  et l'application de l'excitation adéquate afin trouver la bonne distribution du courant électrique et d'en extraire éventuellement les paramètres  $S$  du réseau RF. Cela revient à remplir le vecteur  $b$ . Les deux techniques d'excitations connues jusqu'ici ont été présentées plus haut dans ce chapitre dans le cadre de la revue de littérature (i) L'excitation de type 'Delta-Voltage gap' et qui consiste à appliquer une tension locale idéale au niveau de la source (ii) L'excitation basée sur la technique de prolongement (« de-embedding ») des ports et de l'utilisation des fonctions de base fantômes. Bien que ces deux techniques permettent d'obtenir le courant électrique et les paramètres  $S$ , leur généralisation dans le cas d'un maillage bidimensionnel au niveau de la source de l'excitation reste ambiguë. D'autres parts, le courant transversal était

souvent négligé sur les lignes de transmission au niveau des ports puisque les longueurs d'ondes sur certaines bandes de fréquences ne justifiaient pas la considération de ce courant. Maintenant avec la conquête des ondes millimétriques, la considération du courant transversal et des modes de propagation d'ordres supérieurs s'impose.

#### 4.6.1 Propagation le long d'une ligne de transmission

Lorsque nous plaçons une charge  $Z_L$  en bout de ligne, à  $z = 0$ , le long de la ligne règne la superposition d'une onde progressive et d'une onde régressive comme montrée par la Figure 4.5. La tension et le courant électrique en tout point sur la ligne sont donnés par les deux équations suivantes :

$$V(z,t) = (V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{+\gamma z}) e^{j\omega t} \quad (4.37)$$

$$I(z,t) = \frac{V_0^+}{Z_C} e^{j\omega t} (e^{-\gamma z} - \Gamma_L e^{+\gamma z}) \quad (4.38)$$

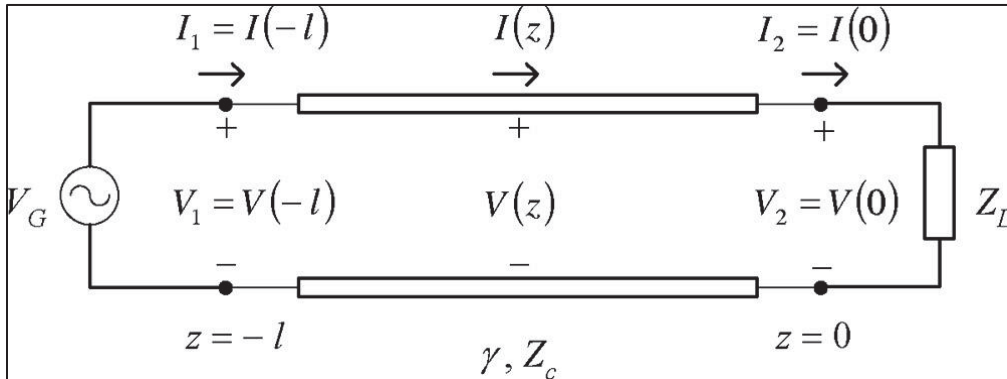


Figure 4.5 Modèle d'une ligne de transmission terminée sur une charge  $Z_L$

Avec  $\Gamma_L$  désigne le coefficient de réflexion au plan de la charge donnée également par (4.39) .  $Z_c$  désigne l'impédance caractéristique de la ligne de transmission et  $\gamma = \alpha + j\beta$  la constante de propagation.

$$\Gamma_L = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_L - Z_c}{Z_L + Z_c} \quad (4.39)$$

Pour les lignes sans pertes, (4.45) se met sous la forme suivante :

$$V(z) = V_0^+ e^{-j\beta z} + V_0^- e^{+j\beta z} \quad (4.40)$$

Le courant électrique peut également s'écrire sous la forme suivante :

$$I(z) = I_0^+ e^{-j\beta z} + I_0^- e^{+j\beta z} \quad (4.41)$$

Il s'agit bien d'ondes stationnaires, avec :

- des ventres de tensions  $(1 + |\Gamma_L|)|V_0^+|$  ;
- des nœuds de tensions  $(1 - |\Gamma_L|)|V_0^+|$  ;
- une période spatiale égale à  $\lambda/2$ .

#### 4.6.2 Expressions multimodes du courant électrique sur les ports d'un circuit RF

Les équations précédentes décrivent bien la propagation de la tension électrique et du courant électrique sur une ligne de transmission pour un seul mode de propagation. Des modes d'ordre supérieur peuvent se propager sur une ligne si la fréquence d'opération est supérieure à leur fréquence de coupure  $f_c$ . D'autres parts certains modes évanescents peuvent être excités localement à proximité de la charge  $Z_L$  (une discontinuité) et qu'il est important de les modéliser afin d'obtenir de meilleurs résultats. Ainsi, si on considère que le mode dominant 1 seulement soit excité sur le premier port de la structure de la Figure 1.7 et que tous les ports sont réalisés à partir de ligne « Microstrip » occupant le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$  avec propagation selon  $x$ ,

le courant électrique sur une ligne de transmission excitée peut se mettre sous la forme suivante :

$$\vec{I}_{Port}^1 = \vec{I}_{inc} + \sum_{j=1}^{\infty} \Gamma_{1j} \vec{I}_{1j} e^{-\gamma_{1j}x} \quad (4.42)$$

Avec :

- $\vec{I}_{Port}^1$  : Le courant total sur le port 1 ;
- $\vec{I}_{inc} = \vec{I}_{11} e^{-\gamma_{11}x}$  : Le courant incident du mode dominant 1 au port 1 ;
  - $\vec{I}_{11}$  : La distribution du mode excité au port 1 ;
  - $\gamma_{11}$  : La constante de propagation du mode 1 au port 1 ;
- $\vec{I}_{1j}$  : La distribution du mode  $j$  au port 1 ;
- $\Gamma_{1j}$  : Le coefficient de réflexion du mode 1 vers le mode  $j$  au port 1

L'expression du courant électrique sur les autres ports de la structure est donnée par l'équation (4.44).

$$\vec{I}_{Port}^i = \sum_{j=1}^{\infty} \Gamma_{ij} \vec{I}_{ij} e^{\gamma_{ij}x} \quad \text{Pour } i = 1 \dots P \quad (4.43)$$

avec :

- $\vec{I}_{Port}^i$  : le courant total sur le port  $i$  ;
- $\vec{I}_{ij}$  : La distribution du mode  $j$  au port  $i$  ;
- $\Gamma_{ij}$  : Le coefficient de transmission du mode 1 vers le mode  $j$  au port  $i$  ;
- $\gamma_{ij}$  : La constante de propagation du mode  $j$  au port  $i$ .

Pour enlever toute ambiguïté, rappelons que les distributions du courant électrique pour chaque port et chaque mode considèrent les contributions de la composante longitudinale et la composante transversale. Ainsi,  $\vec{I}_{11}$  peut se mettre sous la forme suivante :

$$\vec{I}_{11} = I_{11}^x(y)\vec{x} + I_{11}^y(y)\vec{y} \quad (4.44)$$

Cela nous amène à la définition des paramètres S généralisé pour le cas multimode. En effet, pour un circuit RF et microonde donné avec P ports d'entrées sorties, il est possible d'obtenir la matrice S en excitant chaque mode et chaque port de la structure. Cette matrice S est donnée par l'équation (4.45) où  $S_{ij}^{kl} = 20\log(\Gamma_{ij}^{kl})$  désigne le paramètre S du mode  $l$  au port  $j$  vers le mode  $k$  du port  $i$ . Peu importe la formulation ou la méthode que nous allons utiliser pour résoudre les paramètres S multimodes, Il est important de connaître la distribution des différents modes ainsi que la constante de propagation à l'avance.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} \text{Ports} \\ \updownarrow \\ 1 \quad P \end{array}
 \begin{array}{c} \text{Modes} \\ \leftarrow \quad \rightarrow \\ 1 \quad M \end{array}
 \begin{bmatrix}
 S_{11}^{11} & S_{11}^{1M} & S_{12}^{11} & S_{12}^{1M} & \cdots & S_{1P}^{11} & S_{1P}^{1M} \\
 S_{11}^{M1} & S_{11}^{MM} & S_{12}^{M1} & S_{12}^{MM} & \cdots & S_{1P}^{M1} & S_{1P}^{MM} \\
 S_{21}^{11} & S_{21}^{1M} & S_{22}^{11} & S_{22}^{1M} & \cdots & S_{2P}^{11} & S_{2P}^{1M} \\
 S_{21}^{M1} & S_{21}^{MM} & S_{22}^{M1} & S_{22}^{MM} & \cdots & S_{2P}^{M1} & S_{2P}^{MM} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 S_{P1}^{11} & S_{P1}^{1M} & S_{P2}^{11} & S_{P2}^{1M} & \cdots & S_{PP}^{11} & S_{PP}^{1M} \\
 S_{P1}^{M1} & S_{P1}^{MM} & S_{P2}^{M1} & S_{P2}^{MM} & \cdots & S_{PP}^{M1} & S_{PP}^{MM}
 \end{bmatrix}
 \end{array}
 \quad \text{Avec } S_{ij}^{kl} = \left. \frac{b_i^k}{a_j^l} \right|_{a_m^n=0 \text{ pour } m \neq j \text{ et } n \neq l} \quad (4.45)$$

Dans le paragraphe suivant nous allons présenter la méthode « Spectral Domain Approach » (SDA) (Itoh et Mittra, 1973). Cette méthode s'applique aux structures suivantes :

- toutes les structures planaires en simple couche et en multicouches comme les « Microstrip », les lignes coplanaires, les « stripline », etc ;
- les structures ouvertes et fermées (dans un boîtier).

#### 4.6.3 Solution 2D avec la méthode « Spectral Domain Approach » (SDA)

Comme son nom l'indique, la SDA (Itoh et Mittra, 1973) est une formulation dans le domaine spectral qui permet de déterminer la constante de propagation, l'amplitude du courant électrique ainsi que l'impédance caractéristique des lignes de transmission planaires. Dans la suite nous allons présenter les différentes étapes nécessaires à l'analyse d'une ligne « Microstrip » en utilisant l'approche en admittance de la méthode SDA. Cette approche est plus facile à dériver et à implémenter. La première étape consiste à formuler les équations à résoudre pour la structure 2D de la Figure 4.6.

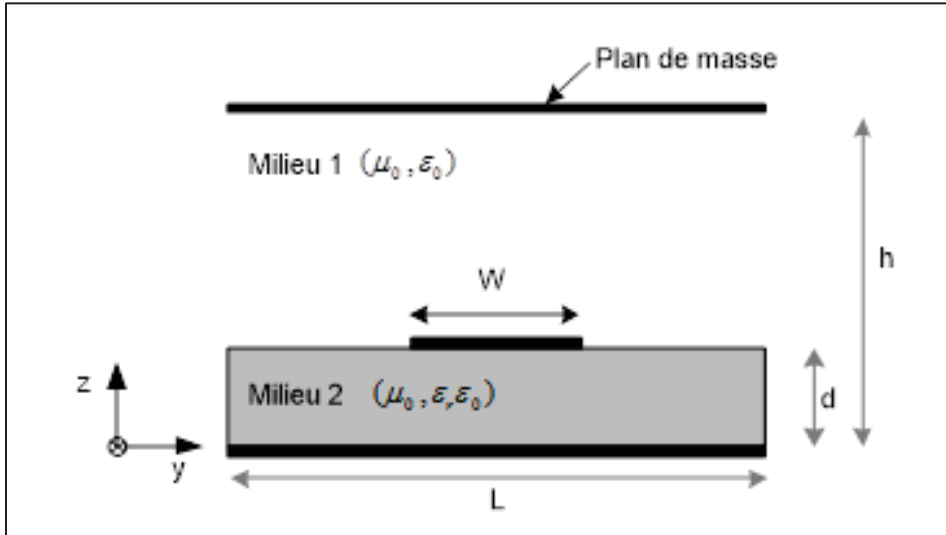


Figure 4.6 Coupe transversale d'une ligne « Microstrip » avec couvercle

Cette formulation est donnée par les deux équations suivantes :

$$\tilde{Z}_{xx}(k_y, d) \tilde{J}_x(k_y) + \tilde{Z}_{xy}(k_y, d) \tilde{J}_y(k_y) = \tilde{E}_x(k_y, d) \quad (4.46)$$

$$\tilde{Z}_{yx}(k_y, d) \tilde{J}_x(k_y) + \tilde{Z}_{yy}(k_y, d) \tilde{J}_y(k_y) = \tilde{E}_y(k_y, d) \quad (4.47)$$

Les  $\tilde{Z}$  sont appelées impédance de Green et sont données en fonction de  $k_y$  et  $\beta$  par les expressions suivantes :

$$\tilde{Z}_{xx} = -\frac{1}{k_y^2 + \beta^2} [\beta^2 \tilde{Z}_e + \alpha^2 \tilde{Z}_h] \quad (4.48)$$

$$\tilde{Z}_{xy} = -\frac{k_y \beta}{k_y^2 + \beta^2} [\tilde{Z}_e - \tilde{Z}_h] \quad (4.49)$$

$$\tilde{Z}_{yx} = \tilde{Z}_{xy} \quad (4.50)$$

$$\tilde{Z}_{yy} = -\frac{1}{k_y^2 + \beta^2} [k_y^2 \tilde{Z}_e + \beta^2 \tilde{Z}_h] \quad (4.51)$$

Avec :

$$\tilde{Z}_e = \frac{\gamma_{z1} \gamma_{z2}}{\gamma_{z1} C t_2 + \gamma_{z2} C t_1} \quad (4.52)$$

$$\tilde{Z}_h = \frac{1}{\gamma_{x1} C t_2 + \gamma_{x2} C t_1} \quad (4.53)$$

$$C t_1 = \coth \gamma_1 (h - d) \quad (4.54)$$

$$C t_2 = \coth \gamma_2 d \quad (4.55)$$

$\gamma_{zi} = \frac{\gamma_i}{j\omega\epsilon_i}$  et  $\gamma_{xi} = \frac{\gamma_i}{j\omega\mu_i}$  désignent les impédances caractéristiques de l'onde.

#### 4.6.3.1 Méthode de la solution

Comme pour le cas de la MoM, les inconnus  $\tilde{J}_x$  et  $\tilde{J}_y$  sont exprimé en une somme de fonction de bases  $\tilde{J}_{xm}$  et  $\tilde{J}_{ym}$  comme suit :

$$\begin{aligned}\tilde{J}_x &= \sum_{m=1}^N c_m \tilde{J}_{xm}(k_y) \\ \tilde{J}_y &= \sum_{m=1}^M d_m \tilde{J}_{ym}(k_y)\end{aligned}\tag{4.56}$$

Avec  $c_m$  et  $d_m$  des coefficients inconnus. Les fonctions de base doivent être choisies de manières à bien approximer les distributions inconnues sur la trace de largeur  $W$ . En remplaçant les fonctions de base (4.56) dans (4.48), (4.49), (4.50) et (4.51) et en considérant le produit scalaire avec les fonctions de test  $\tilde{J}_{xk}$  et  $\tilde{J}_{yl}$  il est possible d'obtenir la forme matricielle.

$$\sum_{m=1}^N K_{km}^{(1,1)} c_m + \sum_{m=1}^M K_{km}^{(1,2)} d_m = 0 \quad k = 1, 2, \dots, N\tag{4.57}$$

$$\sum_{m=1}^N K_{lm}^{(2,1)} c_m + \sum_{m=1}^M K_{lm}^{(2,2)} d_m = 0 \quad l = 1, 2, \dots, M\tag{4.58}$$

Avec :

$$K_{km}^{(1,1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(k_y) \tilde{Z}_{zz}(k_y, \beta) \tilde{J}_{xm}(k_y) dk_y\tag{4.59}$$

$$K_{km}^{(1,2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{xk}(k_y) \tilde{Z}_{zy}(k_y, \beta) \tilde{J}_{ym}(k_y) dk_y\tag{4.60}$$

$$K_{lm}^{(2,1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(k_y) \tilde{Z}_{yx}(k_y, \beta) \tilde{J}_{xm}(k_y) dk_y\tag{4.61}$$



$$K_{lm}^{(2,2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{yl}(k_y) \tilde{Z}_{yy}(k_y, \beta) \tilde{J}_{ym}(k_y) dk_y \quad (4.62)$$

Il s'agit d'un système d'équations homogène de la forme  $Kx = 0$ . Les inconnus de ce système sont les coefficients des fonctions de bases  $c_m$  et  $d_m$ . Pour que ce système ait une solution non nulle, il faut que le déterminant de la matrice  $K$  s'annule comme le montre l'équation suivante :

$$\det(K(\beta)) = 0 \quad (4.63)$$

Cela va permettre de déterminer la constante de propagation  $\beta$  à chaque fréquence et pour chaque mode de propagation en utilisant un algorithme de recherche de zéros comme la méthode de Newton. Il est possible d'éviter le calcul numérique des intégrales en exploitant le fait que la ligne « Microstrip » se trouve dans un boîtier de largeur  $L$ . Ainsi, il est possible de remplacer les intégrales de la matrice  $K$  par des sommes en  $k_y = n\pi/L$  avec  $n \in \mathbb{N}$ . Ainsi en considérant la partie des expressions qui se trouvent sous le signe de l'intégrale, (4.59) donne :

$$K_{km}^{(1,1)} = J\tilde{Z}J(0) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J\tilde{Z}J(n\pi/L) \quad (4.64)$$

#### 4.6.3.2 Choix des fonctions de base

Il existe un large spectre de fonctions qui peuvent être utilisées comme fonctions de base avec la SDA à condition qu'elles ne s'annulent pas sur la trace de largeur  $W$ . Par contre les performances de cette méthode vont dépendre de ce choix. Un choix particulier consiste à choisir des fonctions de bases dans le domaine spatial ayant la forme des différents modes qui peuvent se propager sur une ligne « Microstrip ». Ces fonctions sont données par les équations suivantes :

$$J_{xn}(y) = \frac{\cos[2(n-1)\pi x/W]}{\sqrt{1-(2y/3)^2}}, \quad n=1, 2, \dots \quad (4.65)$$

$$J_{yn}(y) = \frac{\sin[2n\pi x / W]}{\sqrt{1 - (2y/3)^2}}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (4.66)$$

La transformée de Fourier de ces fonctions permet d'obtenir les fonctions de bases dans le domaine spectral qui vont être utilisées pour le calcul de la fonction de propagation  $\beta$ . Ces dernières sont données par les équations suivantes :

$$J_{xn}(k_y) = \frac{\pi W}{4} \left[ J_0 \left( \left| \frac{Wk_y}{2} + (n-1)\pi \right| \right) + J_0 \left( \left| \frac{Wk_y}{2} - (n-1)\pi \right| \right) \right] \quad (4.67)$$

$$J_{yn}(k_y) = \frac{\pi W}{4j} \left[ J_0 \left( \left| \frac{Wk_y}{2} + n\pi \right| \right) - J_0 \left( \left| \frac{Wk_y}{2} - n\pi \right| \right) \right] \quad (4.68)$$

$J_0$  désigne la fonction de Bessel du premier type et d'ordre zéro. Il est important de noter que la constante de propagation  $\beta$  du premier mode peut être calculée facilement avec une seule fonction de base  $J_{xn}$  et  $J_{yn}$  grâce à ce choix.

Une fois la constante de propagation obtenue pour le mode recherché, il est possible de résoudre le système d'équations  $Kx = 0$  en fixant le premier inconnu  $c_1$ .

#### 4.6.4 Présentation de la méthode Trans-MoM

Il s'agit d'une nouvelle approche pour la modélisation de l'excitation des ports pour la MoM. Cette méthode s'inspire de la méthode Trans-FEM présentée dans le chapitre 1. La particularité de cette méthode réside dans le fait qu'elle permet d'extraire les paramètres S généralisés multimodes d'un circuit RF ayant  $P$  ports directement du vecteur solution. L'idée dans le cadre de la méthode des MoM est d'utiliser la technique SDA pour trouver la constante de propagation  $\beta$  et la distribution du courant longitudinal et transversal qui correspondent à ce mode de propagation. La Figure 4.7 et la Figure 4.8 montrent respectivement l'allure du courant longitudinal  $J_x(y)$  et le courant transversal  $J_y(y)$  sur un des ports du circuit RF, objet de l'étude pour le mode dominant. Cette solution sera utilisée pour l'excitation de ce port ainsi que pour la récupération de toute transmission d'énergie vers ce port. La Figure 4.9 montre la

distribution des fonctions de base RoofTop dirigées selon l'axe des  $x$  sur une structure simple ayant 2 ports. La Figure 4.10 montre la distribution des fonctions de base RoofTop dirigées selon l'axe  $y$  sur la même structure. Les deux figures montrent que les plans aux niveaux des deux ports ont été rallongés par une seule maille selon  $x$  afin de coupler les différentes solutions modales calculées préalablement. Dans le cas du premier mode par exemple, c'est les solutions de la Figure 4.7 et la Figure 4.8 qui doivent être imposées à ce niveau pour le cas du courant longitudinal.

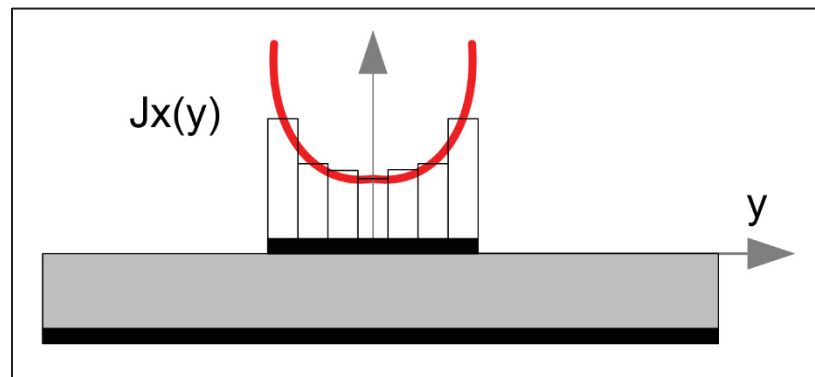


Figure 4.7 Courant longitudinal  $J_x(y)$  du premier mode sur une ligne « Microstrip »

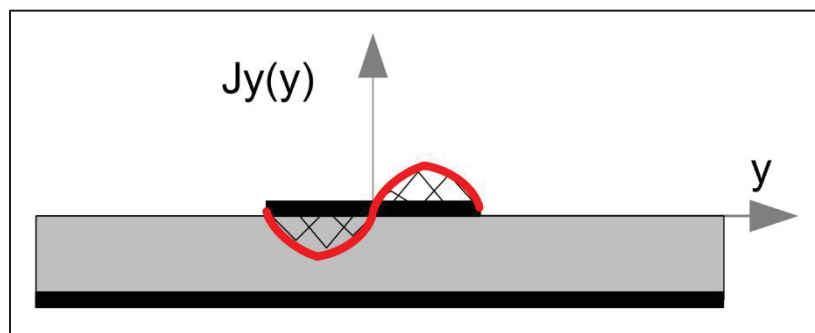


Figure 4.8 Courant transversal  $J_y(y)$  du premier mode sur une ligne « Microstrip »

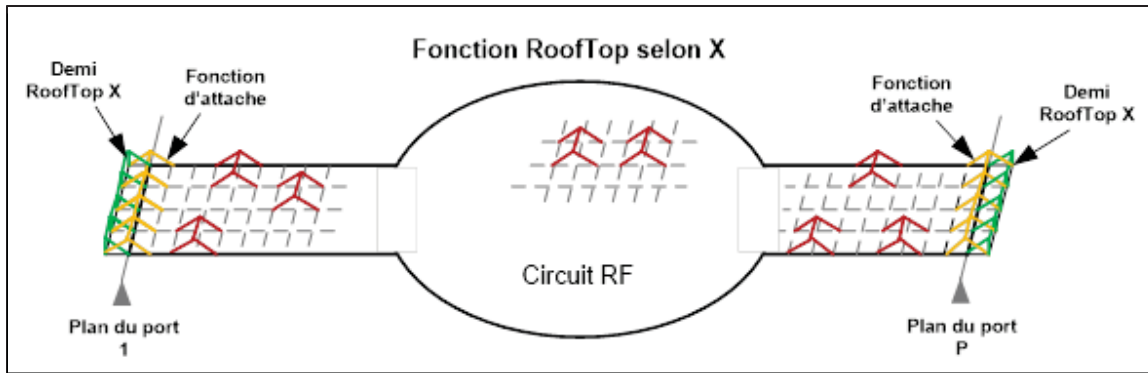


Figure 4.9 Distribution des fonctions de base Rooftop selon X

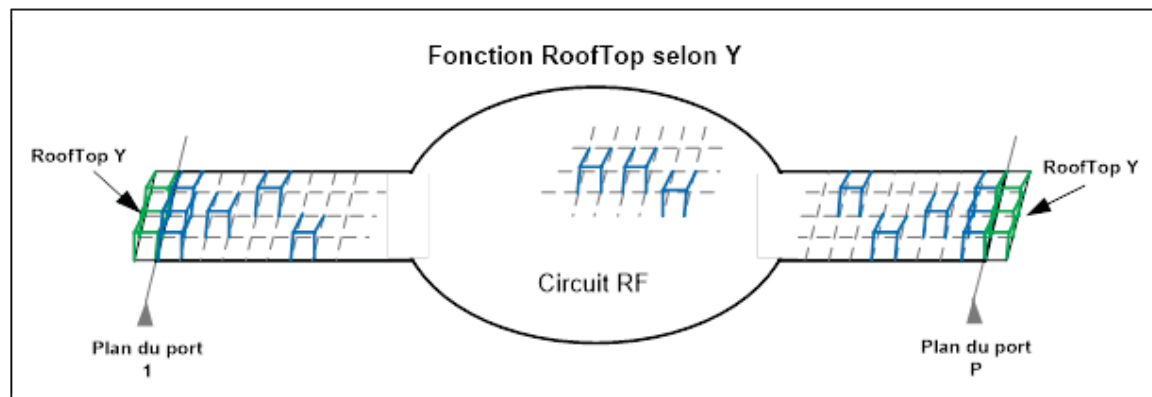


Figure 4.10 Distribution des fonctions de base Rooftop selon Y

Il est possible d'exprimer les différents courants électriques qui vont constituer la solution sur la structure. En effet, pour un port excité  $p_{ex}$ , un mode excité  $m_{ex}$  et un mode transmis  $m_{tr}$ , le courant électrique total à l'intérieur de la structure et les ports est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
J^{Tot}(x, y | p_{ex}, m_{ex}, m_{tr}) = & \sum_{i=1}^{Nx(\Omega)} I_i \cdot J_{x(\Omega)}^i(x, y) + \sum_{j=1}^{Ny(\Omega)} I_j \cdot J_{y(\Omega)}^j(x, y) \\
& + e^{-j\beta_{m_{ex}} x, y | p_{ex}} \left[ \sum_{k=1}^{Nx(p_{ex})} I_{k(m_{ex})} \cdot J_{x(p_{ex})}^k(x, y) + \sum_{l=1}^{Ny(p_{ex})} I_{l(m_{ex})} \cdot J_{y(p_{ex})}^l(x, y) \right] \\
& + \sum_{p_{tr}=1}^{Np} S_{p_{tr} p_{ex}}^{m_{tr} m_{ex}} \cdot e^{+j\beta_{m_{tr}} x, y | p_{tr}} \left[ \sum_{k=1}^{Nx(p_{tr})} I_{k(m_{tr})} \cdot J_{x(p_{tr})}^k(x, y) + \sum_{l=1}^{Ny(p_{tr})} I_{l(m_{tr})} \cdot J_{y(p_{tr})}^l(x, y) \right]
\end{aligned} \tag{4.69}$$

Avec :

- $I_i$  et  $I_j$  : Les coefficients des fonctions de base RoofTop selon x et y respectivement à l'intérieur de la structure;
- $J_{x(\Omega)}^i$  et  $J_{y(\Omega)}^j$  : Les fonctions de base RoofTop selon x et y à l'intérieur de la structure;
- $I_{k(m_{ex})}$  et  $I_{l(m_{ex})}$  : Les coefficients des fonctions de base demi-RoofTop selon x et RoofTop selon y au niveau du port excité et pour le mode excité;
- $J_{x(p_{ex})}^k$  et  $J_{y(p_{ex})}^l$  : Les fonctions de base demi-RoofTop selon x et RoofTop selon y au niveau du port excité;
- $I_{k(m_{tr})}$  et  $I_{l(m_{tr})}$  : Les coefficients des fonctions de base demi-RoofTop selon x et RoofTop selon y au niveau du port receveur et pour le mode receveur;
- $J_{x(p_{tr})}^k$  et  $J_{y(p_{tr})}^l$  : Les fonctions de base demi-RoofTop selon x et RoofTop selon y au niveau du port receveur ;
- $S_{p_{tr} p_{ex}}^{m_{tr} m_{ex}}$  : Le coefficient de réflexion ou de transmission ;
- $\beta_{m_{ex}}$  et  $\beta_{m_{tr}}$  : Constante de propagation du mode excitée et du mode transmis.

Les inconnus du problème sont  $I_i$ ,  $I_j$  et  $S_{p_{tr} p_{ex}}^{m_{tr} m_{ex}}$ . Les coefficients  $I_{k(m_{ex})}$ ,  $I_{l(m_{ex})}$ ,  $I_{k(m_{tr})}$  et  $I_{l(m_{tr})}$  ainsi que les constantes de propagation  $\beta_{m_{ex}}$  et  $\beta_{m_{tr}}$  sont obtenues à l'aide de la méthode SDA. En considérant les quantités présentes dans l'équation (4.69) comme fonction de base et en appliquant la procédure de la MoM comme elle a été décrite dans le paragraphe 1.6.2, on

obtient le système linéaire schématisé par la Figure 4.11. Sur cette figure, les fonctions de base sont alignées avec leurs colonnes respectives et les fonctions de test occupent les lignes. On remarque bien que le vecteur inconnu contient les coefficients des fonctions de bases à l'intérieur de la structure ainsi que les différents coefficients de réflexion et de transmission. L'utilisation de la formulation trans-MoM a beaucoup d'avantage. En effet, bien que la taille de la matrice ait augmenté de  $P$  colonnes et  $P$  lignes avec  $P$  le nombre total de ports sur la structure, les interactions (intégrales) entre les fonctions de base à l'intérieur de la structure et les fonctions de test ne changent pas en modifiant le port excité ou le mode excité. Cela permet de gagner en temps de calcul. Avec cette formulation il est ainsi possible de déterminer la matrice  $S$  généralisée multimodes (4.45) sans passer par aucun traitement post-résolution pour l'extraction de ces paramètres.

L'algorithme de la Trans-MoM est représenté par un diagramme sur la Figure 4.12. Il s'agit bien d'un algorithme simple à comprendre et facile à implémenter. Notons que rien n'a été changé quant au calcul des intégrales d'interactions entre fonctions de base et fonctions de test. Pour une meilleure efficacité l'approche MP-FMG peut être utilisée pour le remplissage de la matrice MoM.

Dans la section suivante nous allons essayer de valider l'approche MP-FGM et la trans-MoM pour le cas de simples lignes de transmission en technologie « Microstrip ».

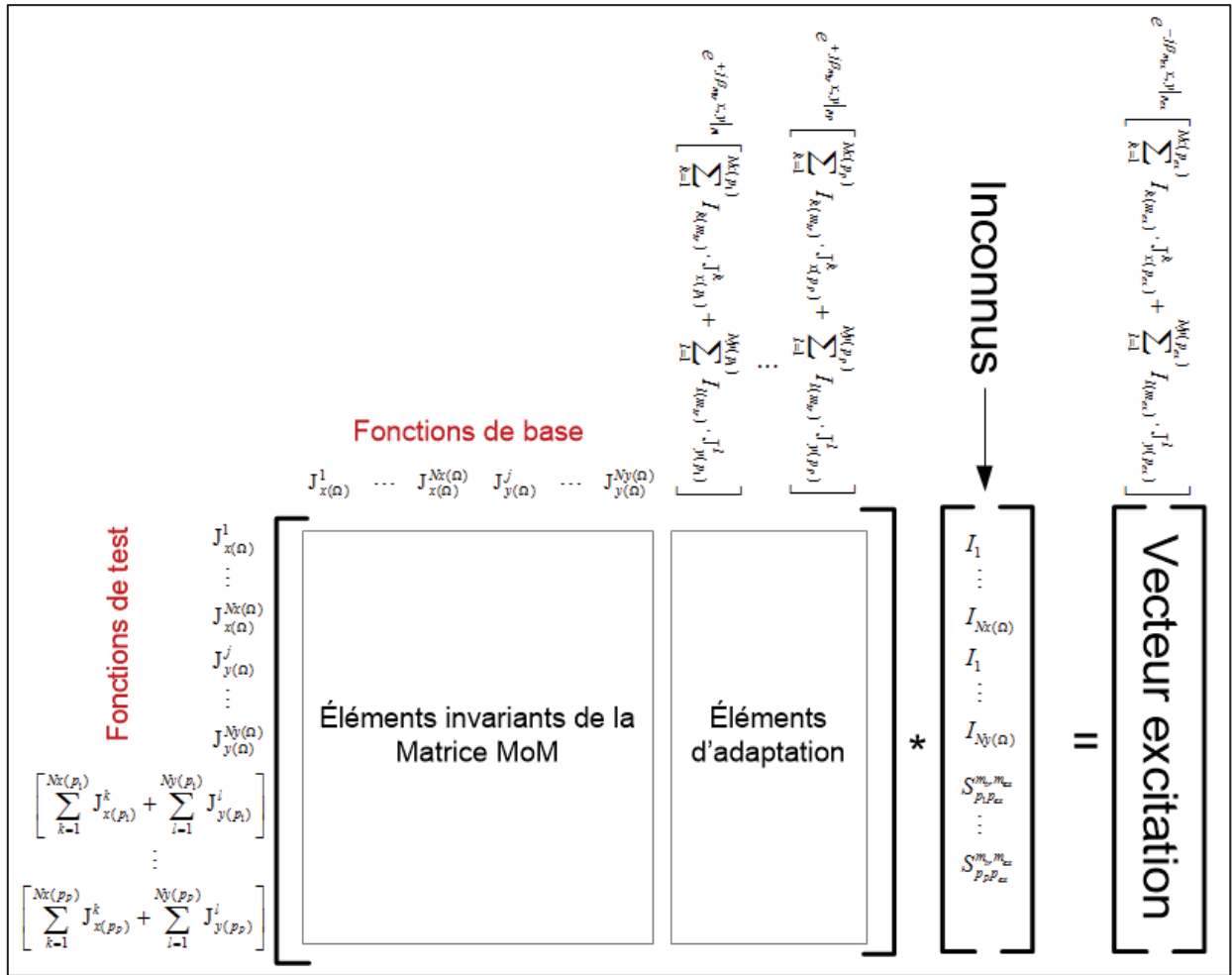


Figure 4.11 Assemblage du système linéaire de la trans-MoM

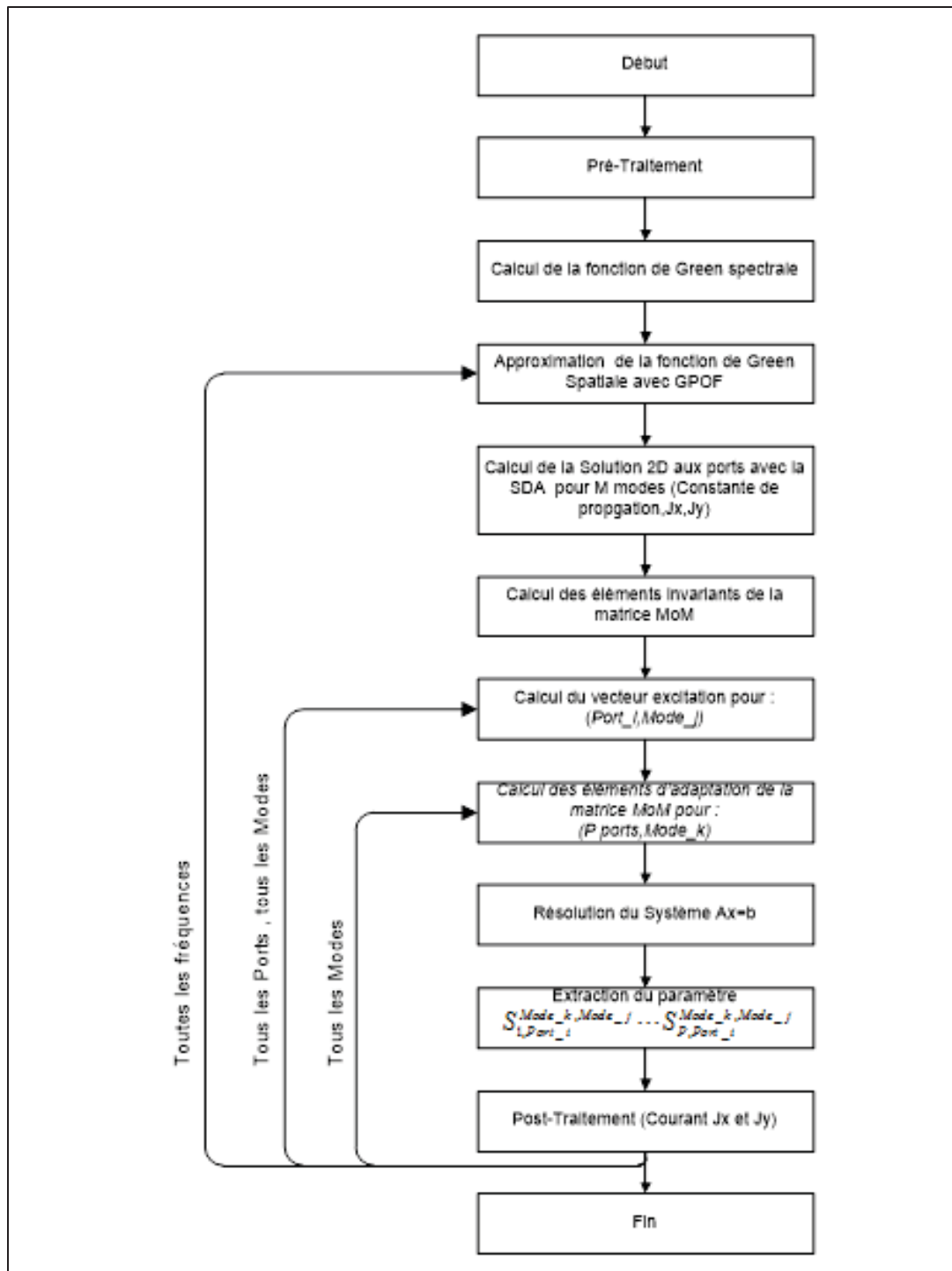


Figure 4.12 Algorithme de la Trans-MoM



## 4.7 Résultats et validation

### 4.7.1 Génération rapide la matrice des Moments MP-FMG

Dans cette section nous allons essayer de démontrer les performances en termes de précision de calcul et d'accélération de la nouvelle technique de génération des intégrales d'interactions pour la matrice MoM MP-FMG. Pour cela, une routine *Matlab* qui accepte comme entrées les paramètres des fonctions de test et de base ainsi que le nombre de points d'évaluations sur chaque maille du support a été développée. Nous avons choisi d'utiliser une distribution selon les points de Gauss (voir ANNEXE II) dans un contexte d'intégration en quadrature de Gauss. L'entête de cette routine *Matlab* est donné ci-dessous avec ses différents paramètres :

Interaction = mpFMG\_GAUSS(XT0 , YT0 , XB0 , YB0, nOmTp\_NX , nOmTm\_NX , nOmT\_NY , nOmBp\_NX , nOmBm\_NX , nOmB\_NY , WX , WY)

Avec :

- XT0 : centre de la fonction de test selon x ;
- YT0 : centre de la fonction de test selon y ;
- XB0 : centre de la fonction de base selon x ;
- YB0 : centre de la fonction de base selon y ;
- nOmTp\_NX : Nombre de point de Gauss selon x sur la maille 1 de la fonction de test ;
- nOmTm\_NX : Nombre de point de Gauss selon x sur la maille 2 de la fonction de test ;
- nOmT\_NY : Nombre de point de Gauss selon y de la fonction de test ;
- nOmBp\_NX : Nombre de point de Gauss selon x sur la maille 1 de la fonction de base ;
- nOmBm\_NX : Nombre de point de Gauss selon x sur la maille 2 de la fonction de base ;
- nOmB\_NY : Nombre de point de Gauss selon y de la fonction de base ;
- WX : Largeur des mailles selon x ;
- WY : Largeur des mailles selon y.

Dans cette section, nous allons nous référer à la technique MP-FMG en spécifiant le nombre de points utilisé entre parenthèses comme suit : MP-FMG(x). Cela signifie que la fonction

**mpFMG\_GAUSS** a été invoquée avec un nombre similaire de points pour tous les paramètres acceptant un entier. Cela revient à assigner les valeurs suivantes :  $nOmTp\_NX = x$ ,  $nOmTm\_NX = x$ ,  $nOmT\_NY = x$ ,  $nOmBp\_NX = x$ ,  $nOmBm\_NX = x$ ,  $nOmB\_NY = x$ . Ainsi, MP-FGM(2) utilise 4 points sur la première maille et 4 autres points sur la deuxième maille pour un total de 8 points d'évaluation sur l'ensemble de la fonction de base ou de test. De la même manière, MP-FGM(3) met en œuvre un total de 19 points d'évaluation et MP-FGM(4) 32 point d'évaluation. Dans la suite nous allons considérer le calcul de l'intégrale d'interaction  $IA_{m'm}^{xx}$  (4.24). Rappelons que les résultats et les interprétations que nous allons faire s'appliquent aussi pour les autres intégrales d'interactions puisqu'ils ont le même forme.

#### 4.7.1.1 Comparaison de la technique FMG originale avec la nouvelle technique MP-FMG

Afin de comparer les technique FMG originale avec la technique MP-FMG, nous allons considérer une ligne de transmission « Microstrip » avec le même substrat utilisé par Aksun dans (Kinayman et Aksun, 2005).

##### Paramètres du substrat :

- hauteur du substrat  $H = 10$  mil (0.254 mm) ;
- permittivité électrique  $\epsilon_r = 2.2$ .

##### Paramètres de l'approximation de la fonction de Green dans le domaine spatial avec la technique GPOF :

- $MGPOF = 4$  ;
- $T_{01} = 500$  ;
- nombre d'échantillons = 150.

**Simulation I :** Comparaison ente la MP-FMG(2) (rappelons que l'utilisation de 2 points de Gauss selon x et y pour chaque maille revient à utiliser un total de 8 point d'évaluation), la forme analytique avec un développement en série de Taylor jusqu'à l'ordre 5 et la FMG originale.

La largeur de la ligne « Microstrip » a été fixée à  $W = 2*H$ . Cela nous donne une impédance caractéristique autour de 66Ohm. 3 simulations ont été réalisées aux fréquences : 5GHz, 20 GHz et 40GHz. Pour chaque simulation, une fonction de test fixe au point ( $XT0=0.0$  ;  $YT0=0.0$ ) a été considérée. La fonction de base se déplace dans le champ proche entre  $0.04\lambda$  et  $0.16\lambda$ . Rappelons que la fonction de Green décroît très rapidement lorsque la fonction de test et la fonction de base sont assez proches. Le module de l'intégrale  $\|IA_{m'm}^{xx}\|$  est donné par les Figures Figure 4.13, Figure 4.14 et Figure 4.15 respectivement pour les fréquences 5GHz, 20GHz, et 40GHz. Ces résultats montrent qu'en augmentant la fréquence d'opération, la MP-FMG(2) colle à la courbe de l'intégrale analytique alors que la courbe de la FMG originale commence à s'écarter surtout pour des petites distances entre fonction de test et fonction de base.

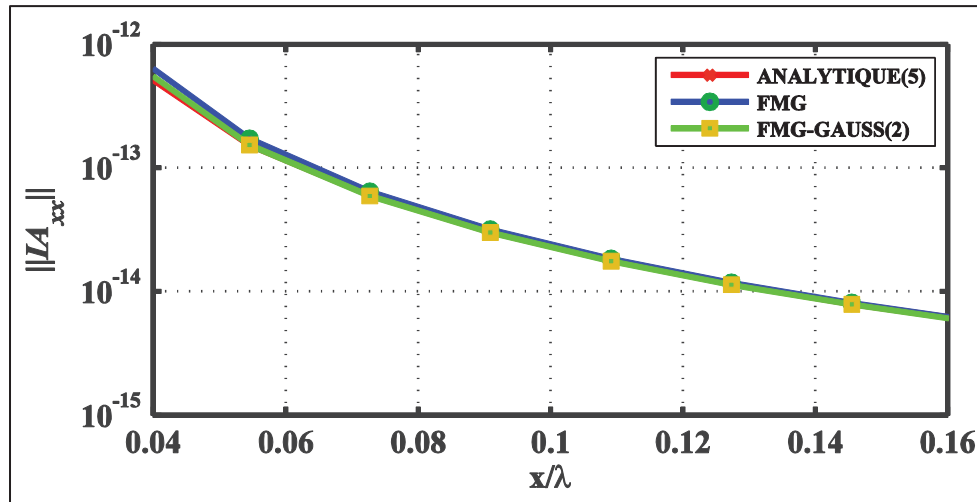


Figure 4.13  $\|IA_{m'm}^{xx}\|$  pour FMG, MP-FMG(2) et la forme analytique avec un développement de Taylor à l'ordre 5 pour 5 GHz et  $\epsilon_r = 2.2$

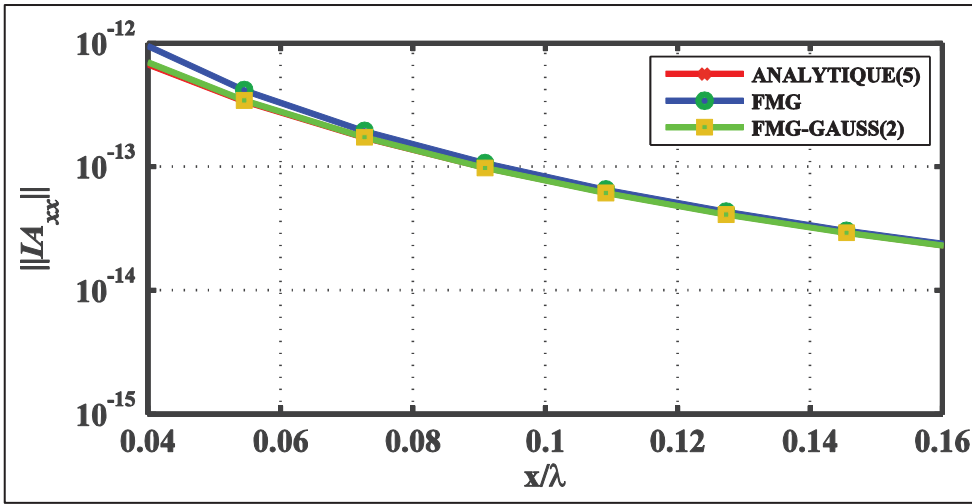


Figure 4.14  $\|IA_{m'm}^{xx}\|$  pour FMG, MP-FMG(2) et la forme analytique avec un développement de Taylor à l'ordre 5 pour 20 GHz et  $\epsilon_r = 2.2$

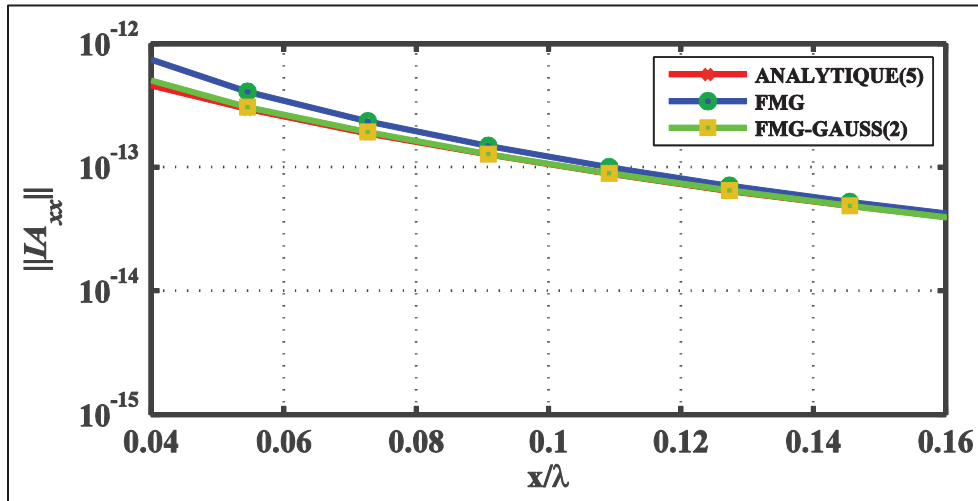


Figure 4.15  $\|IA_{m'm}^{xx}\|$  pour FMG, MP-FMG(2) et la forme analytique avec un développement de Taylor à l'ordre 5 pour 40 GHz et  $\epsilon_r = 2.2$

**Simulation II :** Comparaison entre la MP-FMG(2) (8 points d'évaluations), la MP-FMG(3) (18 points d'évaluations), la MP-FMG(4) (32 points d'évaluations) et la forme analytique avec un développement en série de Taylor jusqu'à l'ordre 5 pour à la fréquence 40GHz pour la même ligne de transmission « Microstrip ».

$\|IA_{m'm}^{xx}\|$  est montré par la Figure 4.16. Cette figure montre bien que les trois courbes MP-FMG(2), MP-FMG(3) et MP-FMG(4) collent à la courbe de la forme analytique.

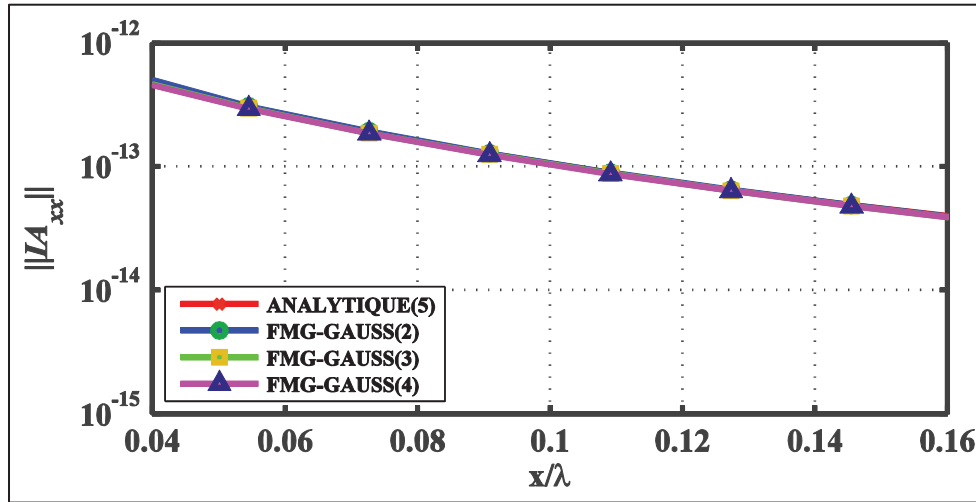


Figure 4.16  $\|IA_{m'm}^{xx}\|$  pour MP-FMG(2), MP-FMG(3), MP-FMG(4) et la forme analytique avec un développement de Taylor à l'ordre 5 pour 40GHz et  $\epsilon_r = 2.2$

**Simulation III :** Comparaison entre la solution numérique et les méthodes MP-FMG(2), MP-FMG(3) et MP-FMG(4) pour de faibles distances entre fonction de test et fonction de base. Pour cela l'erreur relative entre  $\|IA_{m'm}^{xx}\|$  obtenue numériquement et les MP-FMG sera calculée pour des hautes fréquences à savoir : 40 GHz et 80 GHz. La permittivité électrique du substrat sera fixée à  $\epsilon_r = 6.15$ . L'intégration numérique a été réalisée avec la routine d'intégration quadratique 2D «*integral2*» du logiciel Matlab. Ces paramètres ont également été spécifiés : «'Method','iterated','AbsTol',0.0,'RelTol',10-15».

Les résultats sont donnés par la Figure 4.17 et la Figure 4.18. Ces résultats montrent clairement la supériorité de la technique MP-FMG par rapport à la technique FMG originale. En effet la technique FMG descend sous la barre des 10% après une distance de  $0.15\lambda$  entre fonction de test et fonction de base à la fréquence 60GHz alors que la MP-FMG(4) a atteint la barre des 1% à une distance plus petite que  $0.05\lambda$  Pour la même fréquence. Les résultats pour la

fréquence 80GHz confirment encore une fois la supériorité de la MP-FMG. Dans ce cas la technique FMG originale n'a pas atteint la barre des 10% jusqu'à une distance de  $0.2\lambda$ .

**Simulation IV :** Comparaison entre la MP-FMG(3), la MP-FMG(4), l'intégration analytique avec un développement en série de Taylor jusqu'à l'ordre 5 et l'intégration numérique pour de larges distances entre fonction de test et fonction de base. La fréquence de simulation est 40 GHz. L'intégration numérique a été réalisée avec la routine d'intégration quadratique 2D *integral2* de *Matlab*. Ces paramètres ont également été spécifiés : «'Method','iterated','AbsTol',0.0,'RelTol',10-15».

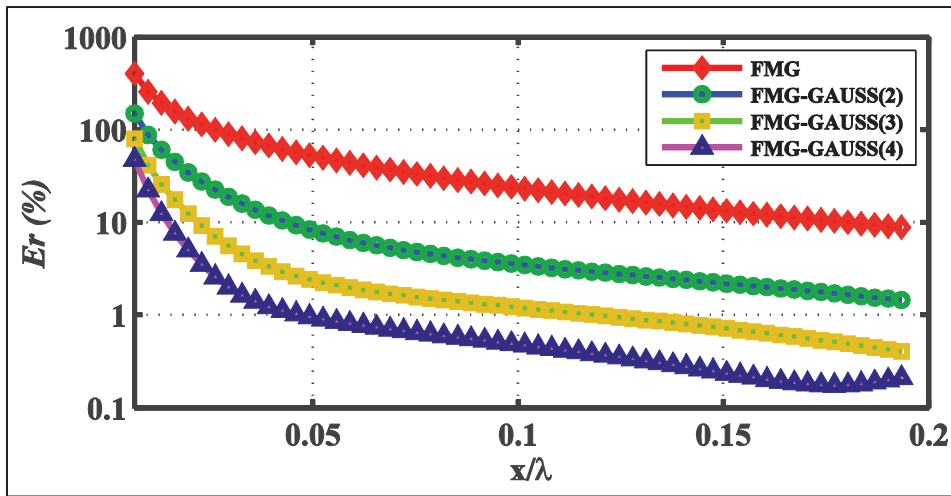


Figure 4.17 Erreur relative d'approximation de  $\|IA_{m',m}^{xx}\|$  entre la MP-FMG originale, MP-FMG(2), MP-FMG(3), MP-FMG(4) et l'intégration numérique pour 40GHz et  $\varepsilon_r = 6.15$

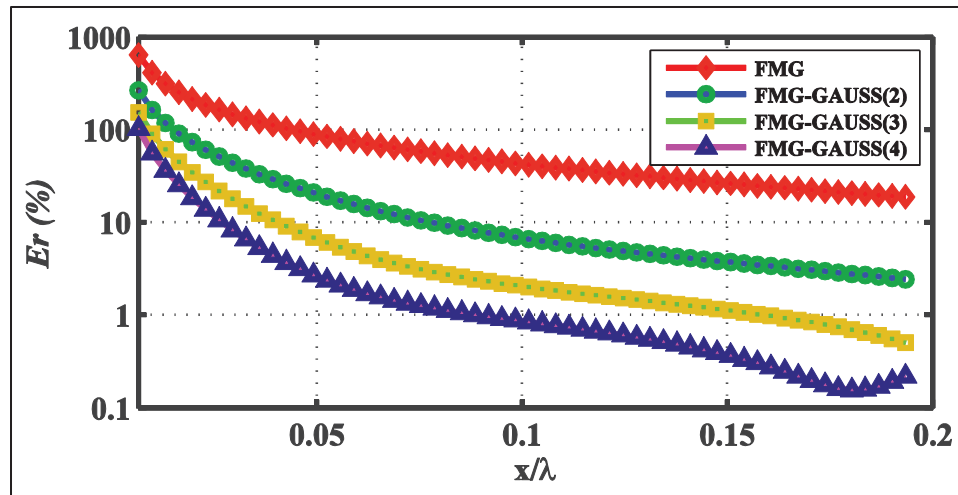


Figure 4.18 Erreur relative d'approximation de  $\|IA_{m'm}^{xx}\|$  entre la MP-FMG originale, MP-FMG(2), MP-FMG(3), MP-FMG(4) et l'intégration numérique pour 80GHz et  $\varepsilon_r = 6.15$

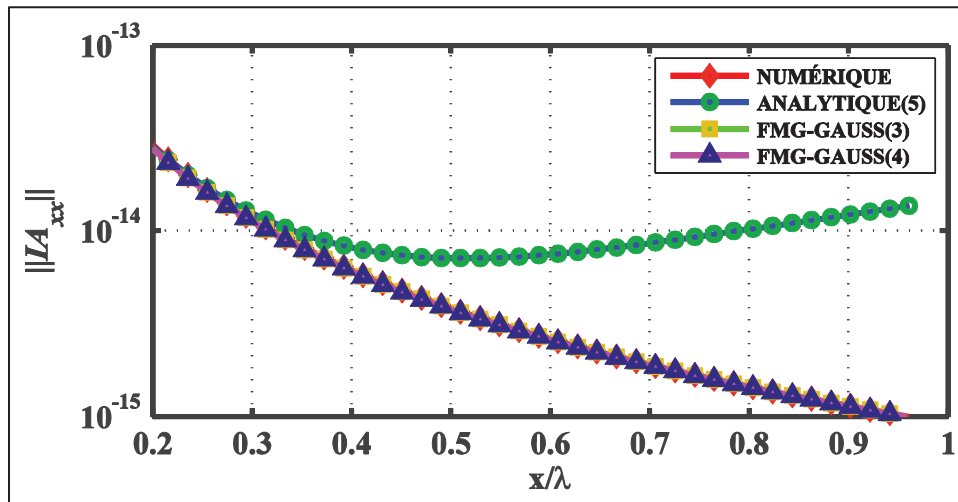


Figure 4.19  $\|IA_{m'm}^{xx}\|$  avec MP-FMG(3), MP-FMG(4), la forme analytique avec un développement de Taylor à l'ordre 5 et l'intégration numérique pour 40GHz et  $\varepsilon_r = 2.2$

Les résultats sont donnés par la Figure 4.19. On remarque qu'à partir d'une distance de  $0.5\lambda$  les résultats donnés par l'intégration analytique ne suivent plus les autres résultats. Plus que ça, ces valeurs n'ont pas de sens physique. Cela est dû à l'utilisation du développement de Taylor.

En effet, pour de faibles distances autour du point où le développement a été réalisé, l'erreur de convergence reste faible mais au fur et à mesure qu'on s'éloigne de ce point l'erreur commence à s'amplifier. Il s'agit d'une erreur considérable. Un moyen de réduire cette erreur est d'augmenter l'ordre de l'approximation en série de Taylor. Malheureusement cela va augmenter aussi le temps de calcul qui est déjà non négligeable pour l'ordre 5.

Sur la base de ces résultats, nous pouvons conclure à ce stade que la méthode analytique est incontournable pour les très faibles distances entre fonctions de test et fonction de base puisqu'elle offre un excellent niveau de précision. De plus, la MP-FMG et l'intégration numérique n'ont pas pu calculer l'interaction lorsque les supports de la fonction de base test se coupent. Ainsi, nous pensons qu'il est possible de considérer une approche hybride où l'intégration analytique est utilisée pour une distance ne dépassant pas  $2WX$  où  $WX$  désigne la largeur de la maille. Au-delà de cette distance on peut utiliser la technique MP-FMG.

**Simulation V :** Comparaison du courant électrique sur une ligne « Microstrip » ouverte de longueur  $1.0\lambda$  et  $2.5\lambda$  en utilisant la technique d'évaluation analytique ainsi que la technique hybride : analytique et MP-FMG(3). L'amplitude de l'excitation  $I_0 = 1A/m$ .

La Figure 4.20 montre  $\|J/X\|$  pour une ligne de longueur  $1.0\lambda$ . On remarque bien qu'il s'agit d'une onde stationnaire parfaite. Ce résultat s'accorde parfaitement avec la théorie des lignes de transmission pour les deux méthodes. En effet, il s'agit d'une ligne ouverte avec  $|\Gamma| = 1$ . Nous savons que pour une ligne ouverte le module de l'onde varie entre  $(1 + |\Gamma|)I_0 = 2$  et  $(1 - |\Gamma|)I_0 = 0$ . Dans ce cas les résultats des deux méthodes se superposent, ce qui est un peu surprenant pour la méthode purement analytique sur la base des résultats obtenus précédemment. La Figure 4.21 montre  $\|J/X\|$  pour une ligne de longueur  $2.5\lambda$ . Dans ce cas, on remarque que les résultats de la méthode purement analytique ne respectent pas la théorie. Les résultats obtenus avec la méthode hybride par contre s'accordent parfaitement avec la théorie.



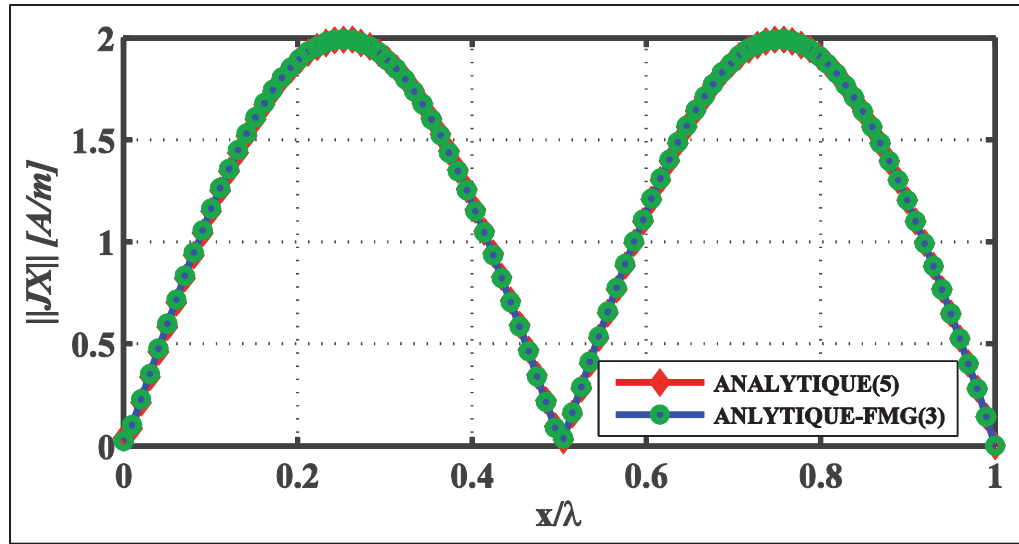


Figure 4.20  $\|JX\|$  sur une ligne ouverte de longueur  $1.0\lambda$  à la fréquence 5.0 GHz avec l'intégration analytique et la technique hybride : analytique+MP-FMG(3)

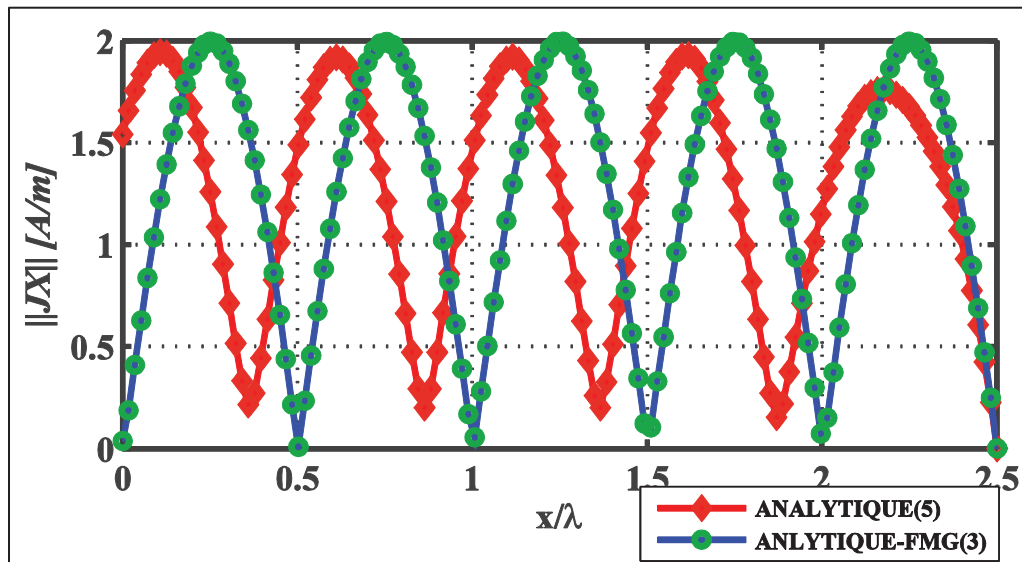


Figure 4.21  $\|JX\|$  sur une ligne ouverte de longueur  $2.5\lambda$  à la fréquence 5.0 GHz avec l'intégration analytique et la technique hybride : analytique+MP-FMG(3)

#### 4.7.1.2 Temps de calcul

Dans la section précédente, nous avons démontré la supériorité de la MP-FMG sur la FMG originale en termes de précision de calcul pour les faibles distances entre fonction de base et fonction de test (champ proche). Nous avons également démontré la supériorité de la MP-FMG par rapport à l'intégration analytique pour les grandes distances entre fonctions de base et test. Nous avons également proposé d'utiliser une méthode hybride : intégration analytique et MP-FMG. Dans cette section nous allons étudier les performances en termes de temps de calcul.

Plusieurs simulations ont été réalisées avec l'intégration numérique, l'intégration analytique, la MP-FGM(2), la MP-FMG(3) et la MP-FMG(4) pour un nombre de fonctions de base allant de 10 fonctions jusqu'à 120 fonctions de base. Les résultats de ces simulations sont résumés dans le Tableau 4.1. Les deux dernières lignes de ce tableau sont représentées graphiquement sur la Figure 4.22 pour l'intégration analytique, MP-FMG(2), MP-FMG(3), MP-FMG(4). Une représentation graphique de l'accélération en temps de calcul de l'intégration analytique, MP-FMG(2), MP-FMG(3) et MP-FMG(4) par rapport à l'intégration numérique est donnée dans la Figure 4.23.

Tableau 4.1 Temps de simulation en Seconde en fonction du nombre d'interaction pour l'intégration numérique, analytique avec un développement en série de Taylor à l'ordre 5, analytique et MP-FMG(2), analytique et MP-FMG(3) et analytique et MP-FMG(4)

NBF	Intégration numérique	Analytique	Analytique et MP-FMG(2)	Analytique et MP-FMG(3)	Analytique et MP-FMG(4)
10	341.247479	1.813639	0.047357	0.054270	0.169319
20	364.397434	2.749078	0.062851	0.118092	0.346080
40	428.148061	5.426756	0.081987	0.229971	0.596998
60	460.597113	7.819580	0.120897	0.349639	1.019722
120	672.732932	16.09384	0.197914	0.682305	1.985153

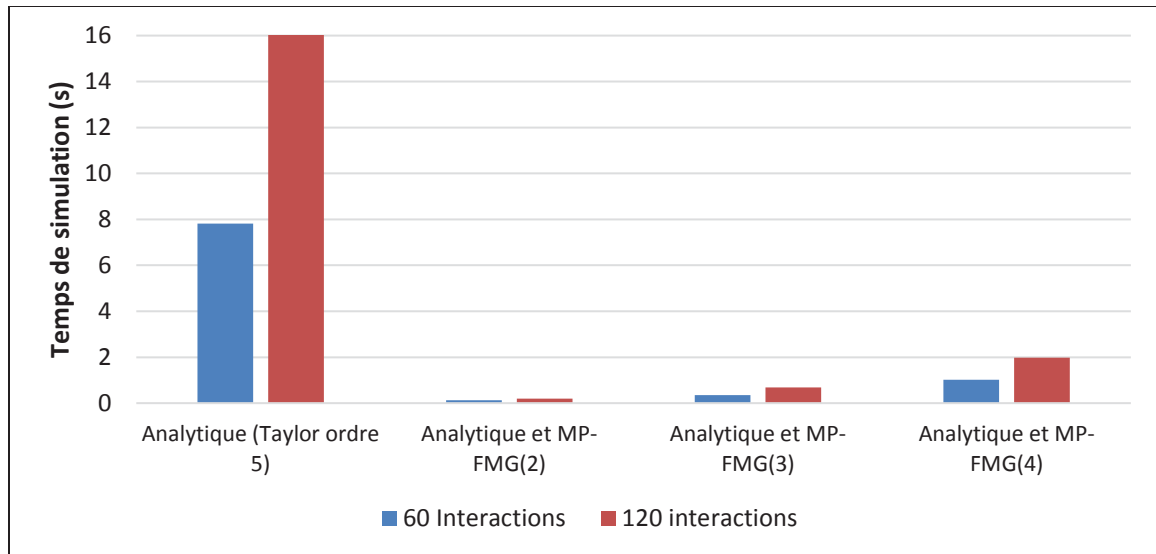


Figure 4.22 Temps de simulation analytique avec un développement en série de Taylor à l'ordre 5, analytique et MP-FMG(2), analytique et MP-FMG(3) et analytique et MP-FMG(4) pour 60 et 120 interactions.

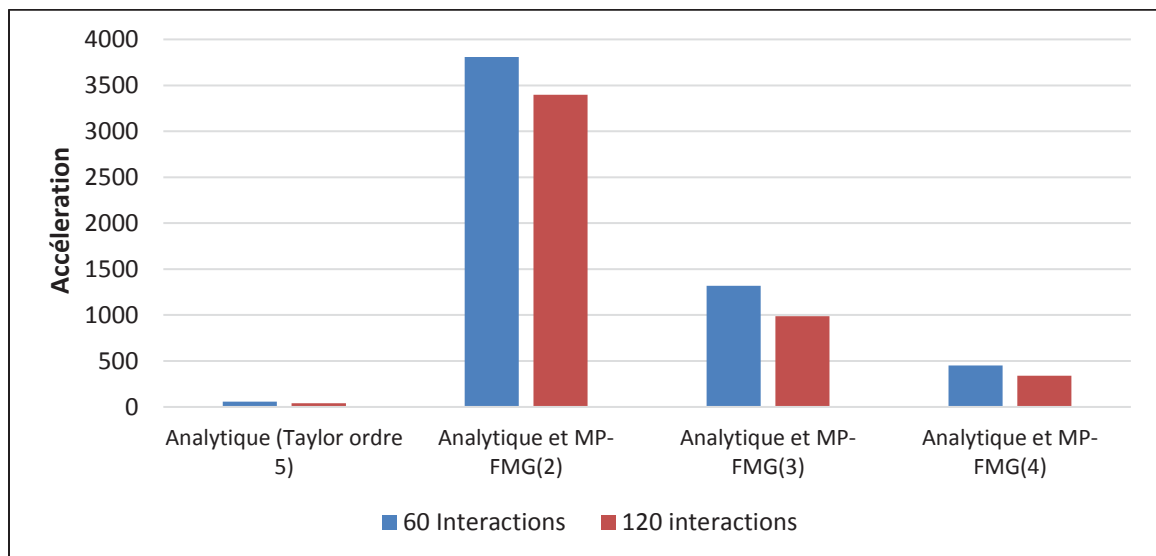


Figure 4.23 Accélération par rapport à la solution numérique pour les approches analytique avec un développement en série de Taylor à l'ordre 5, analytique et MP-FMG(2), analytique et MP-FMG(3) et analytique et MP-FMG(4) pour 60 et 120 interactions

Ces résultats montrent la supériorité de la technique hybride analytique et MP-FMG en termes de temps de calcul. Ces résultats ont démontré également que l'augmentation du nombre de point de Gauss dans la méthode MP-FMG réduit les performances en temps de calcul, qui reste malgré tout nettement meilleur que l'intégration analytique avec un développement de Taylor à l'ordre 5.

#### 4.7.2 Méthode d'excitation multimodes pour la Méthode des Moments (trans-MoM)

Dans cette section nous allons essayer de valider la technique SDA pour le calcul de la constante de propagation  $\beta$  et le courant longitudinal  $J_x$  et transversal  $J_y$ . Rappelons que les résultats obtenus par application de cette méthode représentent une étape essentielle pour l'application de la trans-MoM. Les étapes de cette méthode ont été présentées plus haut dans ce chapitre. L'implémentation a été réalisée avec le logiciel *Maltlab* pour le cas de la ligne « Microstrip » de la Figure 4.6. Dans la suite nous allons calculer la constante de propagation  $\beta$  pour le mode fondamental d'une ligne de transmission en faisant varier sa largeur  $W$ . Les résultats obtenus sont comparés avec le logiciel commercial ANSYS HFSS.

Les paramètres suivant sont fixés :

- $D = 0.254$  mm (hauteur du substrat) ;
- $\epsilon_r = 2.2$  ;
- $H = 150$  mm (hauteur de la boîte) ;
- $L = 50$  mm (largeur de la boîte) ;
- La fréquence = 5GHz.

Les résultats sont résumés dans le Tableau 4.2 pour des largeurs de la trace allant de  $1D$  jusqu'à  $10D$ . Pour chacune de ces valeurs, la constante de propagation du mode fondamental a été calculée en utilisant deux fonctions de base seulement. Ensuite, le calcul a été répété avec quatre fonctions de base. Pour le premier cas le rapport  $|J_x|/|J_y|$  est aussi calculé.

Tableau 4.2 Constante de propagation  $\beta$  obtenue avec les techniques : SDA utilisant 2 fonctions de base, SDA utilisant 4 fonctions de base et le logiciel HFSS.

<b>Largeur de la trace (mm)</b>	<b>1*D</b>	<b>2*D</b>	<b>4*D</b>	<b>6*D</b>	<b>8*D</b>	<b>10*D</b>
<b><math>\beta</math>-SDA (rad/m) (2 fonctions de base)</b>	139.71	142.069	145.45	147.99	150.04	151.74
<b><math>\beta</math>-SDA (rad/m) (4 fonctions de base)</b>	139.54	141.96	144.96	146.79	148.06	149.01
<b><math>\beta</math>-HFSS (rad/m)</b>	193.73	142.09	145.09	146.92	148.09	148.96
<b><math> J_x / J_y </math></b>	1771.3	1314.9	157.34	71.59	44.05	31.04

On remarque que la constante de propagation calculée avec la SDA en utilisant 2 fonctions de base seulement est très proche de  $\beta$  donnée par le logiciel HFSS pour les petites largeurs de la trace. Lorsque la largeur augmente les 2 fonctions de base ne suffisent plus pour avoir une bonne précision comme c'est le cas pour  $W=10D$ . Les Figures 4.24 et 4.25 montrent respectivement à quoi ressemble l'allure du courant  $J_x$  et le courant  $J_y$  sur une ligne de largeur  $W=6D$  sur une ligne infinie.

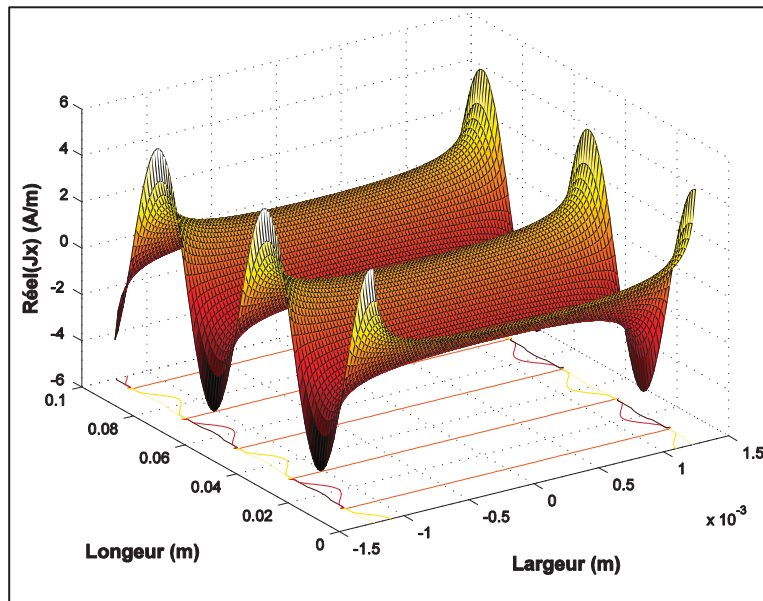


Figure 4.24 Réel ( $J_x$ ) pour le mode fondamental sur une ligne infinie de largeur  $W=6D$

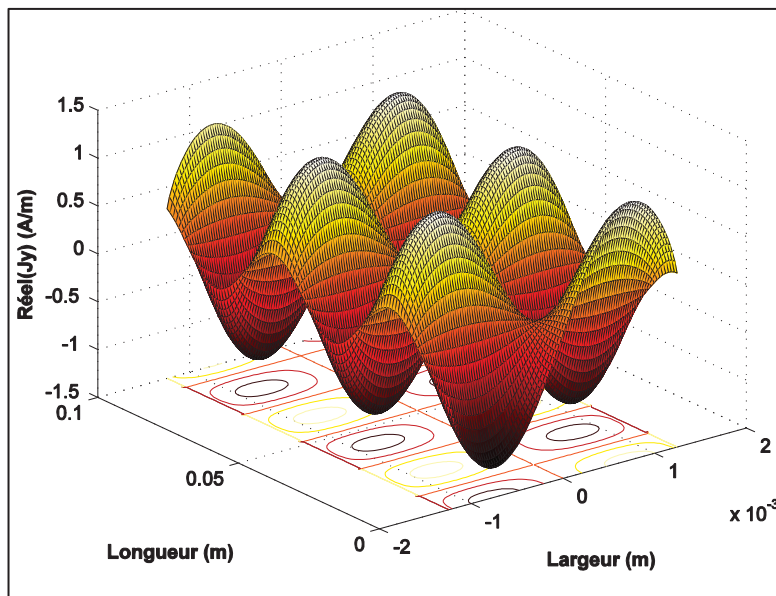


Figure 4.25 Réel ( $J_y$ ) pour le mode fondamental sur une ligne infinie de largeur  $W=6D$

## 4.8 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation des travaux qui ont touché le dernier objectif global de cette thèse et qui se devise en deux sous-objectifs à savoir (i) trouver des méthodes pour l'accélération du calcul des éléments de la matrice MoM tout en gardant un niveau de précision acceptable (ii) proposer une méthode d'excitation multimodales des ports pour les circuits RF et microondes planaires. La première partie du chapitre a été consacré au premier sous-objectif où une nouvelle méthode que nous avons appelé MP-FMG pour méthode multipoint de génération rapide de la matrice MoM a été présentée. Cette Méthode permet de contourner un calcul intégral long et fastidieux par une somme de produits scalaires évalués intelligemment suivant une distribution des points selon l'intégration en quadrature de Gauss. Les résultats de validation ont démontré que la MP-FMG est nettement supérieure à la FMG originale en termes de précision pour des petites distances entre fonctions de base et test. La comparaison de la MP-FMG avec l'intégration analytique et l'intégration numérique a démontré également la supériorité de cette méthode en termes de rapidité du temps de calcul. Sur la base de ces résultats une approche hybride a été implémentée et utilisée avec succès pour la simulation de lignes de transmission de type «microstrip ». Le deuxième partie de ce chapitre a été consacré au deuxième sous-objectif où une nouvelle approche pour l'excitation des ports dans les structures planaires multiports que nous avons appelé méthode trans-MoM a été présentée. Cette méthode utilise la technique SDA pour le calcul des constantes de propagation et la distribution du courant électrique longitudinal et transversal pour chaque mode. L'incorporation de ces solutions dans la formulation de la trans-MoM va permettre l'extraction des paramètres S directement à partir du vecteur solution sans traitement supplémentaire. La technique SDA a été validée en comparant les constantes de propagation du mode fondamental d'une simple ligne «microstrip » avec les résultats donnés par le logiciel commercial HFSS.





## CONCLUSION

Les travaux qui ont été menés dans le cadre de cette thèse ont touché un domaine qui est au cœur de l'innovation technologique : la simulation électromagnétique. En effet, les exigences en matière de performances pour les circuits RF et microondes modernes imposent de nouveaux défis de tailles aux éditeurs de logiciels de simulation CAO. Mais le plus grand défi reste lié à l'accélération de la modélisation électromagnétique qui met en œuvre des méthodes numériques « full-wave » comme la FEM et la MoM tout en gardant un niveau de précision acceptable afin d'aider les ingénieurs et les concepteurs à minimiser le temps de conception. Dans ce contexte, les objectifs qui ont été fixés se divisent en deux groupes visant les techniques FEM et MoM. Pour la FEM l'objectif principal de volet de la recherche consiste à proposer des méthodes pour l'automatisation des techniques MORE en vue d'augmenter leur efficacité. L'automatisation des techniques MORE revient principalement à trouver des solutions aux deux points suivants qui constituent les deux sous-objectifs de volet à savoir (i) le choix de la taille du modèle réduit pour les technique MORE (ii) le choix des fréquences pour les solutions complètes dans le cadre d'une approche MORE multipoints. Pour la MoM, l'objectif principal de volet de la recherche consiste à réduire le temps de génération du système linéaire. Dans ce cadre, le premier sous-objectif consiste à trouver des méthodes pour l'accélération du calcul des éléments de la matrice MoM tout en gardant un niveau de précision acceptable. Le deuxième sous-objectif, consiste à proposer une méthode d'excitation multimodales des ports pour les circuits RF et microondes planaires.

Dans le premier chapitre, nous avons commencé par la présentation de la nature des circuits RF et microondes modernes. Ensuite nous avons introduit la théorie des champs électromagnétiques, les équations de Maxwell ainsi que les fondements mathématiques des méthodes numériques FEM et MoM. Les particularités du système linéaire  $Ax = b$  obtenu suite à l'application de ces deux méthodes ont été relatées pointant les sources de la lenteur de calcul pour les deux méthodes et surtout pour des simulations sur de larges bandes de fréquences. Cela nous a permis de dégager la problématique de recherche dans la dernière

section de ce chapitre et de présenter explicitement les objectifs de recherche et la méthodologie globale pour chaque volet.

Dans le deuxième chapitre, deux approches qui permettent d'automatiser le calcul de la taille des modèles réduits pour les techniques MORE ont été présentées. La première approche, permet de construire le modèle réduit d'une manière adaptative en se basant sur une estimation de l'erreur d'approximation. Bien que l'estimation de l'erreur d'approximation ne soit pas très précise, pour des approximations dont l'erreur relative est au-dessous de  $10^{-4}$ , cette méthode offre une solution pratique aux problèmes de surdimensionnements et sous-dimensionnements. Les performances de cette méthode sont étroitement liées à sa capacité d'estimer cette erreur d'approximation sans pour autant ajouter un temps de calcul supplémentaire. Cependant, la deuxième méthode, permet de construire la base du modèle réduit de la technique WCAWE en considérant l'estimation du temps de calcul que le balayage fréquentiel rapide ne doit pas dépasser pour ne pas perdre sa vocation en comparaison avec le balayage fréquentiel régulier. Il s'agit d'une méthode originale et fiable puisque la taille du modèle réduit peut être calculé a priori sans ajouter un temps de calcul considérable. Cette méthode peut aussi être implémentée facilement dans des noyaux de simulation existants. Les deux méthodes présentées dans ce chapitre sont très flexibles et peuvent être appliquées avec d'autres techniques MORE.

Dans le troisième chapitre, une nouvelle approche pour le choix des fréquences d'expansion dans le cadre d'un balayage fréquentiel rapide multipoints basé sur les techniques MORE a été présentée. Deux méthodes ont été présentées sous cette approche. La première méthode se base sur la condition de passivité dans les circuits RF et microondes sans pertes pour le choix d'une nouvelle fréquence d'expansion dans les sous-bandes qui n'ont pas atteint le niveau de convergence prescrit. Cette nouvelle approche a été appliquée et validée pour le cas de la technique WCAWE. Le nouvel algorithme de la WCAWE a été appelé MP-WCAWE. La comparaison des résultats entre la MP-WCAWE, la technique AMP et le logiciel commercial HFSS a démontré que cette approche permet d'obtenir de meilleures performances en termes de précision et rapidité pour des simulations sur de larges bandes de fréquences ainsi que pour

des structures ayant un facteur de qualité élevé. La technique MP-WCAWE a été implémentée dans le noyau de simulation HF du logiciel de simulation électromagnétique HFworks développé par la compagnie EMworks. La deuxième méthode concerne les circuits RF et microondes avec pertes. L'idée est de comparer les pertes obtenues par un calcul impliquant les paramètres S aux pertes calculées avec les valeurs du champ électromagnétique à l'intérieur du circuit. Les fréquences montrant un désaccord entre les deux méthodes de calcul sont alors invalidées et des fréquences d'expansion additionnelles peuvent être choisies parmi ces fréquences. La validation des résultats a été faite avec l'outil de calcul du champ intégré dans le logiciel HFSS. Ces résultats ont montré que la méthode proposée peut être utilisée pour identifier les fréquences d'expansions.

Le dernier chapitre de cette thèse a été consacré à la présentation des travaux en relation avec les deux sous-objectifs qui concernent la MoM à savoir (i) trouver des méthodes pour l'accélération du calcul des éléments de la matrice MoM tout en gardant un niveau de précision acceptable (ii) proposer une méthode d'excitation multimodales des ports pour les circuits RF et microondes planaires. Dans la première partie, une nouvelle méthode que nous avons appelé MP-FMG (méthode multipoints de génération rapide de la matrice MoM) a été présentée. Cette Méthode permet de contourner un calcul intégral long et fastidieux par une somme de produits scalaires évalués sur la base d'une distribution des points selon l'intégration en quadrature de Gauss. Les résultats de validation ont démontré que la MP-FMG est nettement supérieure à la FMG originale en termes de précision. La comparaison de la MP-FMG avec l'intégration analytique et l'intégration numérique ont également démontré la supériorité de cette méthode en termes de rapidité du temps de calcul. Sur la base de ces résultats une approche hybride a été implémentée et utilisée avec succès pour la simulation de lignes de transmission « Microstrip ». La deuxième partie de ce chapitre a été consacré à la présentation d'une nouvelle approche pour l'excitation des ports dans les structures planaires multiports que nous avons appelé méthode Trans-MoM. Cette méthode utilise la technique SDA pour le calcul des constantes de propagation et la distribution du courant électrique longitudinal et transversal pour chaque mode. L'incorporation de ces solutions dans la formulation de la Trans-FEM va permettre l'extraction des paramètres S directement à partir du vecteur solution sans traitement

supplémentaire. La technique SDA a été validée en la comparant avec le logiciel commercial HFSS.

Il est important de noter que les contributions qui ont été réalisées dans le cadre de cette thèse de doctorat ont été réalisées en tenant compte de la faisabilité d'ordre pratique. En d'autres termes, les solutions qui ont été proposées peuvent facilement être incorporées dans des noyaux de simulation existants pour la résolution des problèmes de simulation électromagnétique liés à des circuits RF et microondes réels comme pour le cas de la MP-WCAWE, la MP-FMG et la Trans-MoM.

## RECOMMANDATIONS

À la fin de cette thèse, et à la lumière des résultats qui ont été obtenus, nous proposons ceci comme recommandations pour des travaux futures :

- il est possible d'améliorer les performances de la méthode 2 pour le choix de la taille optimale des modèles réduits présentée dans le chapitre 2 en développant des modèles plus précis pour l'estimation du temps de calcul des différentes techniques MORE afin d'avoir une meilleure estimation de la taille de la base réduite ;
- la technique des choix des fréquences d'expansion multiples employée avec la MP-WCAWE peut être appliquée avec d'autres techniques MORE. Malheureusement cette technique considère seulement des dispositifs passifs sans pertes. Ainsi la généralisation de cette dernière pour la considération des dispositifs avec pertes est une piste à explorer ;
- les deux contributions présentées dans le chapitre 4 constituent un point de départ pour le développement d'un noyau de simulation performant basé sur la MoM. Cependant, les performances de l'approximation de la fonction de Green pour des structures multicouches doit être explorée davantage en considérant l'application de la technique d'approximation multiniveaux introduite par (Karabulut et Aksun, 2015).



## ANNEXE I

### IDENTITÉS VECTORIELLES

#### Gradient

1.  $\nabla(f + g) = \nabla f + \nabla g$
2.  $\nabla(cf) = c\nabla f$ , Pour tout point  $c$
3.  $\nabla(fg) = f\nabla g + g\nabla f$
4.  $\nabla(f/g) = (g\nabla f - f\nabla g)/g^2$  En tout point  $x$  avec  $g(x) \neq 0$
5.  $\nabla(F \cdot G) = F \times (\nabla \times G) - (\nabla \times F) \times G + (G \cdot \nabla)F + (F \cdot \nabla)G$

#### Divergence

6.  $\nabla \cdot (F + G) = \nabla \cdot F + \nabla \cdot G$
7.  $\nabla \cdot (cF) = c\nabla \cdot F$ , Pour tout point  $c$
8.  $\nabla \cdot (gF) = g\nabla \cdot F + F \cdot \nabla g$
9.  $\nabla \cdot (F \times G) = G \cdot (\nabla \times F) - F \cdot (\nabla \times G)$

#### Rotationnel

10.  $\nabla \times (F + G) = \nabla \times F + \nabla \times G$
11.  $\nabla \times (cF) = c\nabla \times F$ , Pour tout point  $c$
12.  $\nabla \times (gF) = g\nabla \times F + \nabla g \times F$
13.  $\nabla \times (F \times G) = F(\nabla \cdot G) - (\nabla \cdot F)G + (G \cdot \nabla)F - (F \cdot \nabla)G$

#### Laplacian

14.  $\nabla^2(f + g) = \nabla^2 f + \nabla^2 g$
15.  $\nabla^2(cf) = c\nabla^2 f$ , Pour tout point  $c$
16.  $\nabla^2(fg) = f\nabla^2 g + 2\nabla f \cdot \nabla g + g\nabla^2 f$





## ANNEXE II

### INTÉGRATION NUMÉRIQUE EN QUADRATURE DE GAUSS

La méthode quadrature de Gauss est une méthode d'intégration numérique qui utilise un ordre d'interpolation plus grand que la méthode des trapèzes et la méthode Simpson. Si on considère une fonction  $f(\xi)$  alors il est possible de calculer son intégrale  $I$  sur le domaine canonique  $[-1,1] \in \mathbb{R}$  et cette intégrale serait donnée par l'équation 1.

$$1. \quad I = \int_{-1}^1 f(\xi) d\xi = \sum_{i=1}^n W_i f(\xi_i) + E$$

La quadrature de Gauss les coefficients de pondérations  $W_i$  ainsi que les points d'évaluation  $\xi_i$  sont choisis de manière à annuler le terme erreur  $E$ . Si on considère  $2n$  coefficients, alors il est possible d'obtenir la valeur exacte de l'intégrale  $I$  jusqu'à l'ordre  $2n - 1$ . Les points d'évaluation  $\xi_i, i = 1, 2, \dots, n$  sont les zéros d'un polynôme de Legendre d'ordre  $n$ . Les coefficients appelés aussi les coefficients de Christoffel et sont donnés dans le tableau suivant pour le cas unidimensionnel.

$n$	$\pm \xi_i$	$W_i$
1	0.00000 00000 00000	2.00000 00000 00000
2	0.57735 02691 89626	1.00000 00000 00000
3	0.00000 00000 00000 0.77459 66692 41483	0.88888 88888 88889 0.55555 55555 55556
4	0.33998 10435 84856 0.86113 63115 94053	0.65214 51548 62546 0.34785 48451 37454
5	0.00000 00000 00000 0.53846 93101 05683 0.90617 98459 38664	0.56888 88888 88889 0.47862 86704 99366 0.23692 68850 56189
6	0.23861 91860 83197 0.66120 93864 66265 0.93246 95142 03152	0.46791 39345 72691 0.36076 15730 48139 0.17132 44923 79170

Il est possible de généraliser l'équation 1 pour le cas multidimensionnel (2D et 3D). Pour le cas 2D l'intégrale de Gauss se met sous la forme suivante

$$2. \quad I = \int_{-1}^1 f(\xi, \eta) d\xi d\eta \approx \int_{-1}^1 \sum_{i=1}^n W_i f(\xi_i, \eta) d\eta = \sum_{i=1}^n W_i \int_{-1}^1 f(\xi_i, \eta) d\eta = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j f(\xi_i, \eta_j)$$

## ANNEXE III

### DÉVELOPPEMENT EN SÉRIE DE TAYLOR

#### Théorème 1 :

Si  $f(x)$  admet une représentation en série entière en  $a$ , en d'autres termes si :

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n (x-a)^n \quad \text{Avec} \quad |x-a| < R$$

Alors les coefficients  $c_n$  sont données par la formule suivante :

$$c_n = \frac{f^n(a)}{n!}$$

#### Théorème 2 :

Si  $f(x)$  admet un développement en série entière en  $a$ , alors il est de la forme :

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(a)}{n!} (x-a)^n \\ &= f(a) + \frac{f'(a)}{1!} (x-a) + \frac{f''(a)}{2!} (x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!} (x-a)^3 + \dots \end{aligned}$$

Cette expression s'appelle la série de Taylor de la fonction  $f(x)$  en  $a$  (autour de  $a$ , ou centrée en  $a$ ). Dans le cas particulier où  $a=0$ , la série de Taylor s'écrit :

$$\begin{aligned} f(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(0)}{n!} (x)^n \\ &= f(0) + \frac{f'(0)}{1!} (x) + \frac{f''(0)}{2!} (x)^2 + \frac{f'''(0)}{3!} (x)^3 + \dots \end{aligned}$$

Cette série s'appelle série de MacLaurin.



## LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Aksun, M. I. 1996. « A robust approach for the derivation of closed-form Green's functions ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 44, n° 5, p. 651-658.
- Aksun, M. I., et G. Dural. 2005. « Clarification of issues on the closed-form Green's functions in stratified media ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 53, n° 11, p. 3644-3653.
- Alatan, L., M. I. Aksun et T. Birand. 1994. « Improving the numerical efficiency of the method of moments for printed geometries ». In *Antennas and Propagation Society International Symposium, 1994. AP-S. Digest. (20-24 June 1994)* Vol. 3, p. 1698-1701 vol.3.
- Alatan, L., M. I. Aksun, K. Mahadevan et M. T. Birand. 1996. « Analytical evaluation of the MoM matrix elements ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 44, n° 4, p. 519-525.
- Alparslan, A., M. I. Aksun et K. A. Michalski. 2010. « Closed-Form Green's Functions in Planar Layered Media for All Ranges and Materials ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 58, n° 3, p. 602-613.
- Aneesh, M., J. A. Ansari, A. Singh, K. Kamakshi et S. Verma. 2012. « RBF Neural Network Modeling of Rectangular Microstrip Patch Antenna ». In *Computer and Communication Technology (ICCCCT), 2012 Third International Conference on. (23-25 Nov. 2012)*, p. 241-244.
- Ansoft. « ANSYS HFSS, 3D Full-wave Electromagnetic Field Simulation ».
- Baudin, P. 2014. *Wireless Transceiver Architecture: Bridging RF and Digital Communications*. Wiley.
- Boles, T. 2011. « HMIC the ultimate SOI microwave integrated circuit technology ». In *Microwaves, Communications, Antennas and Electronics Systems (COMCAS), 2011 IEEE International Conference on. (7-9 Nov. 2011)*, p. 1-6.
- Booton, R.C. 1992. *Computational Methods for Electromagnetics and Microwaves*. Wiley.
- Bracken, J. Eric, Din-Kow Sun et Zoltan Cendes. 1999. « Characterization of electromagnetic devices via reduced-order models ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 169, n° 3-4, p. 311-330.

- Brauer, John R., et G. C. Lizalek. 1997. « Microwave filter analysis using a new 3-D finite-element modal frequency method ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 45, n° 5, p. 810-818.
- Calum Dewar, Dan Warren. 2014. *Understanding 5G: Perspectives on future technological advancements in mobile*. Coll. « GSMA intelligence ».
- Casenave, Fabien, Alexandre Ern et Tony Lelièvre. 2014. « Accurate and online-efficient evaluation of the a posteriori error bound in the reduced basis method ». *ESAIM: M2AN*, vol. 48, n° 1, p. 207-229.
- Cendes, Z. J., et Lee Jin-Fa. 1988. « The transfinite element method for modeling MMIC devices ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 36, n° 12, p. 1639-1649.
- Chew, W.C. 1995. *Waves and Fields in Inhomogenous Media*. Wiley.
- Chow, Y. L., J. J. Yang, D. G. Fang et G. E. Howard. 1991. « A closed-form spatial Green's function for the thick microstrip substrate ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 39, n° 3, p. 588-592.
- Cullum, J., A. Ruehli et T. Zhang. 2000. « A method for reduced-order modeling and simulation of large interconnect circuits and its application to PEEC models with retardation ». *Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 47, n° 4, p. 261-273.
- Davidson, D.B. 2005. *Computational Electromagnetics for RF and Microwave Engineering*. Cambridge University Press.
- Davidson, D.B. 2010. *Computational Electromagnetics for RF and Microwave Engineering*. Cambridge University Press.
- Dural, G., et M. I. Aksun. 1995. « Closed-form Green's functions for general sources and stratified media ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 43, n° 7, p. 1545-1552.
- Eleftheriades, G. V., et J. R. Mosig. 1996. « On the network characterization of planar passive circuits using the method of moments ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 44, n° 3, p. 438-445.
- EMworks. 2014. « HFworks ». < <http://www.emworks.com/> >. Consulté le 2015.
- Fang, D. G., J. J. Yang et G. Y. Delisle. 1988. « Discrete image theory for horizontal electric dipoles in a multilayered medium ». *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings H*, vol. 135, n° 5, p. 297-303.

- Felder, G.N., K.M. Felder et K. Felder. 2015. *Mathematical Methods in Engineering and Physics*. Wiley.
- Ford, W. 2014. *Numerical Linear Algebra with Applications: Using MATLAB*. Elsevier Science.
- Gibson, W.C. 2014. *The Method of Moments in Electromagnetics, Second Edition*. CRC Press.
- Golub, G.H., et C.F. Van Loan. 2013. *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press.
- Golubovic, R., A. G. Polimeridis et J. R. Mosig. 2012. « Efficient Algorithms for Computing Sommerfeld Integral Tails ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 60, n° 5, p. 2409-2417.
- Greengard, S. 2015. *The Internet of Things*. MIT Press.
- Harrington, R.F., IEEE Antennas et Propagation Society. 1996. *Field Computation by Moment Methods*. IEEE.
- Hua, Y., et T. K. Sarkar. 1989. « Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an EM system from its transient response ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 37, n° 2, p. 229-234.
- Itoh, T., et R. Mittra. 1973. « Spectral-Domain Approach for Calculating the Dispersion Characteristics of Microstrip Lines (Short Papers) ». *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 21, n° 7, p. 496-499.
- Junho, Yeo, et R. Mittra. 2003. « An algorithm for interpolating the frequency variations of method-of-moments matrices arising in the analysis of planar microstrip structures ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 51, n° 3, p. 1018-1025.
- Kaifas, T. N. 2012. « Direct Rational Function Fitting Method for Accurate Evaluation of Sommerfeld Integrals in Stratified Media ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 60, n° 1, p. 282-291.
- Karabulut, E. P., et M. I. Aksun. 2015. « A novel approach for the efficient and accurate computation of sommerfeld integral tails ». In *Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA), 2015 International Conference on*. (7-11 Sept. 2015), p. 646-649.
- Karabulut, E. P., A. T. Erdogan et M. I. Aksun. 2011a. « Discrete Complex Image Method With Automatic Order Selection ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 59, n° 10, p. 2385-2393.

- Karabulut, E. P., A. T. Erdogan et M. I. Aksun. 2011b. « Discrete Complex Image Method With Spatial Error Criterion ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 59, n° 4, p. 793-802.
- Kinayman, N., et M. I. Aksun. 1995. « Comparative study of acceleration techniques for integrals and series in electromagnetic problems ». In *Antennas and Propagation Society International Symposium, 1995. AP-S. Digest. (18-23 June 1995) Vol. 2*, p. 1037-1040 vol.2.
- Kinayman, N., et M. I. Aksun. 2000. « Efficient evaluation of spatial-domain MoM matrix entries in the analysis of planar stratified geometries ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 48, n° 2, p. 309-312.
- Kinayman, N., et M.I. Aksun. 2005. *Modern microwave circuits*. Artech House.
- Kipp, R., et C. H. Chan. 1993. « Triangular-domain basis functions for full-wave analysis of microstrip discontinuities ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 41, n° 6, p. 1187-1194.
- Konkel, Y., O. Farle, A. Sommer, S. Burgard et R. Dyczij-Edlinger. 2014. « A Posteriori Error Bounds for Krylov-Based Fast Frequency Sweeps of Finite-Element Systems ». *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, n° 2, p. 441-444.
- Korhonen, J. 2014. *Introduction to 4G Mobile Communications*. Artech House.
- Kourkoulos, V. N., et A. C. Cangellaris. 2006. « Accurate approximation of Green's functions in planar stratified media in terms of a finite sum of spherical and cylindrical waves ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 54, n° 5, p. 1568-1576.
- Kushwah, Vivek Singh, et Geetam Singh Tomar. 2009. « Design of Microstrip Patch Antennas Using Neural Network ». In *Proceedings of the 2009 Third Asia International Conference on Modelling \& Simulation*. p. 720-724. 1578505: IEEE Computer Society.
- Kwon, Soon Jae, et Raj Mittra. 2009. « Impedance matrix generation by using the fast matrix generation technique ». *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 51, n° 1, p. 204-213.
- Latiri, Aline, Abdelaziz Samet et Amar Bouallegue. « Study of planar structures in very high frequencies using a new MoM formulation in the spatial domain ». *Annales des Télécommunications*, vol. 59, n° 9, p. 1189-1211.
- Li, R.C. 2012. *RF Circuit Design*. Wiley.
- McCalla, W.J. 2012. *Fundamentals of Computer-Aided Circuit Simulation*. Springer US.



- Mengtao, Yuan, T. K. Sarkar et M. Salazar-Palma. 2006. « A direct discrete complex image method from the closed-form Green's functions in multilayered media ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 54, n° 3, p. 1025-1032.
- Mesa, F., R. R. Boix et F. Medina. 2008. « Closed-Form Expressions of Multilayered Planar Green's Functions That Account for the Continuous Spectrum in the Far Field ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 56, n° 7, p. 1601-1614.
- Michalski, K. A. 1998. « Extrapolation methods for Sommerfeld integral tails ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 46, n° 10, p. 1405-1418.
- Mitra, R. 2013. *Computational Electromagnetics: Recent Advances and Engineering Applications*. Springer New York.
- Mosig, J. R., et F. E. Gardiol. 1985. « General integral equation formulation for microstrip antennas and scatterers ». *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings H*, vol. 132, n° 7, p. 424-432.
- Naishadham, Krishna, Todd W. Nuteson et Raj Mittra. 1999. « Parametric interpolation of the moment matrix in surface integral equation formulation ». *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 9, n° 6, p. 474-489.
- Nguyen, C. 2015. *Radio-Frequency Integrated-Circuit Engineering*. Wiley.
- Null, L., et J. Lobur. 2015. *Essentials of Computer Organization and Architecture*. Jones and Bartlett Publishers, Incorporated.
- Okhmatovski, V. I., et A. C. Cangellaris. 2002. « A new technique for the derivation of closed-form electromagnetic Green's functions for unbounded planar layered media ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 50, n° 7, p. 1005-1016.
- Park, I., R. Mittra et M. I. Aksun. 1995. « Numerically efficient analysis of planar microstrip configurations using closed-form Green's functions ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 43, n° 2, p. 394-400.
- Pascual-García, Juan, Fernando Quesada Pereira, David Cañete Rebenaque et Alejandro Álvarez Melcón. 2010. « An efficient multilayered shielded microwave circuit analysis method based on neural networks ». *International Journal of RF and Microwave Computer-Aided Engineering*, vol. 20, n° 6, p. 619-629.
- Patera, A.T., et G. Rozza. 2006. *Reduced Basis Approximation and A Posteriori Error Estimation for Parametrized Partial Differential Equations*, MIT Press. Coll. « Department of Mechanical Engineering ». Cambridge, MA, USA: M.I.T.

- Pillage, L. T., et R. A. Rohrer. 1990. « Asymptotic waveform evaluation for timing analysis ». *Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, vol. 9, n° 4, p. 352-366.
- Polimeridis, A. G., T. V. Yioultsis et T. D. Tsiboukis. 2007. « A Robust Method for the Computation of Green's Functions in Stratified Media ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 55, n° 7, p. 1963-1969.
- Poole, C., et I. Darwazeh. 2015. *Microwave Active Circuit Analysis and Design*. Elsevier Science Publishing Company Incorporated.
- Pozar, D.M. 2009. *Microwave Engineering, 3Rd Ed*. Wiley India Pvt. Limited.
- Pozar, D.M. 2011. *Microwave Engineering, 4th Edition*. Wiley.
- Robertson, I.D., S. Lucyszyn et Institution of Electrical Engineers. 2001. *RFIC and MMIC Design and Technology*. Institution of Engineering and Technology.
- Rubia, V. de la, U. Razafison et Y. Maday. 2009. « Reliable Fast Frequency Sweep for Microwave Devices via the Reduced-Basis Method ». *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 57, n° 12, p. 2923-2937.
- Saad, Y. 2003. *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Sarkar, T.K., R. Mailloux, A.A. Oliner, M. Salazar-Palma et D.L. Sengupta. 2006. *History of Wireless*. Wiley.
- Schilders, W.H., H.A. van der Vorst et J. Rommes. 2008. *Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications*. Springer.
- Schultschik, A., O. Farle et R. Dyczij-Edlinger. 2009. « An Adaptive Multi-Point Fast Frequency Sweep for Large-Scale Finite Element Models ». *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 45, n° 3, p. 1108-1111.
- Schwinger, J., L.L.J. Deraad et K.A. Milton. 1998. *Classical Electrodynamics*. Westview Press.
- Silvester, P.P., et R.L. Ferrari. 1996. *Finite Elements for Electrical Engineers*. Cambridge University Press.
- Slone, R. D., Lee Jin-Fa et R. Lee. 2001. « Terminating the iterative process for the Galerkin asymptotic waveform evaluation model order reduction technique ». In *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2001. IEEE*. (2001) Vol. 3, p. 200-203 vol.3.

- Slone, R. D., Lee Jin-Fa et R. Lee. 2002. « Automating multipoint Galerkin AWE for a FEM fast frequency sweep ». *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 38, n° 2, p. 637-640.
- Slone, R. D., R. Lee et Lee Jin-Fa. 2001. « Multipoint Galerkin asymptotic waveform evaluation for model order reduction of frequency domain FEM electromagnetic radiation problems ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 49, n° 10, p. 1504-1513.
- Slone, R. D., R. Lee et Lee Jin-Fa. 2003. « Well-conditioned asymptotic waveform evaluation for finite elements ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 51, n° 9, p. 2442-2447.
- Slone, Rodney D., Jin-Fa Lee et Robert Lee. 2002. « A Comparison of Some Model Order Reduction Techniques ». *Electromagnetics*, vol. 22, n° 4, p. 275-289.
- Soliman, E. A. 2004. « Rapid frequency sweep technique for MoM planar solvers ». *Microwaves, Antennas and Propagation, IEE Proceedings*, vol. 151, n° 4, p. 277-282.
- Sullivan, D.M. 2013. *Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method*. Wiley.
- Torabi, A., A. A. Shishegar et R. Faraji-Dana. 2014. « An Efficient Closed-Form Derivation of Spatial Green's Function for Finite Dielectric Structures Using Characteristic Green's Function-Rational Function Fitting Method ». *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 62, n° 3, p. 1282-1292.
- Volakis, J.L., A. Chatterjee et L.C. Kempel. 1998. *Finite element method for electromagnetics: antennas, microwave circuits, and scattering applications*. IEEE Press.
- Wei, Cai, Yu Tiejun, H. Wang et Y. Yu. 2001. « High-order mixed RWG basis functions for electromagnetic applications ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 49, n° 7, p. 1295-1303.
- Wittig, Tilmann, Rolf Schuhmann et Thomas Weiland. 2006. « Model order reduction for large systems in computational electromagnetics ». *Linear Algebra and its Applications*, vol. 415, n° 2-3, p. 499-530.
- Yamashita, E., et R. Mittra. 1968. « Variational Method for the Analysis of Microstrip Lines ». *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 16, n° 4, p. 251-256.
- Zhang, Jing-Ping, et Jian-Ming Jin. 1998. « Preliminary study of AWE method for FEM analysis of scattering problems ». *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 17, n° 1, p. 7-12.

Zienkiewicz, O.C., R.L. Taylor et J.Z. Zhu. 2013. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. Elsevier Science.