

Simulation de trajectoires 3D de plaques planes avec  
introduction d'un modèle de moment dynamique

par

Kevin IGNATOWICZ

MÉMOIRE PAR ARTICLES PRÉSENTÉ À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE  
SUPÉRIEURE COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE  
LA MAÎTRISE AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE AÉROSPATIAL  
M. Sc. A.

MONTRÉAL, LE 24 AVRIL 2018

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

©Tous droits réservés, Kevin Ignatowicz, 2018

©Tous droits réservés

Cette licence signifie qu'il est interdit de reproduire, d'enregistrer ou de diffuser en tout ou en partie, le présent document. Le lecteur qui désire imprimer ou conserver sur un autre media une partie importante de ce document, doit obligatoirement en demander l'autorisation à l'auteur.

**PRÉSENTATION DU JURY**

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. François Morency, directeur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Romain Lemaire, président du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Christian Masson, membre du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 16 AVRIL 2018

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE



## **REMERCIEMENTS**

Ce mémoire est un travail de plus de deux ans pour lequel je tiens à remercier mon Directeur de Recherche, le Professeur François MORENCY, pour l'encadrement très efficace et sa sympathie durant toute la Maîtrise. Merci également à tous les membres du laboratoire TFT pour la relation de travail très amicale et les conseils pour permettre de sans cesse améliorer mon travail et mes présentations orales. Mention spéciale à Oliverio pour son accompagnement depuis mes tout débuts dans le projet pour la prise en main des outils, ainsi qu'à Saleh et Gitsuzo pour leur présence appréciée lors de ma présentation à la conférence CASI à Toronto en mai 2017. Merci également à mes amis de l'ENSMA qui ont également fait un échange à l'ÉTS, et avec qui nous avons pu découvrir le Canada. Merci à l'ISAE-ENSMA pour l'opportunité d'avoir pu effectuer ce double diplôme au Canada.

Cette expérience au Canada a été ma première hors de France, je tiens à remercier ma famille pour le soutien et leurs messages tout au long de ce programme : mon petit frère Nigel qui va bientôt lui aussi entrer dans le monde du Génie, mon père pour le soutien continu, et bien sûr ma mère, qui doit être très fière du chemin parcouru depuis ce premier jour à l'école maternelle en septembre 1996, que je remercie également pour sa venue à Montréal pour m'aider à m'installer il y a deux ans.



# **SIMULATION DE TRAJECTOIRES 3D DE PLAQUES PLANES AVEC INTRODUCTION D'UN MODÈLE DE MOMENT DYNAMIQUE**

Kevin IGNATOWICZ

## **RÉSUMÉ**

Les phénomènes de givrage sur les surfaces d'un avion en vol peuvent provoquer des dysfonctionnements de capteurs ou de commandes de vol, en plus de détériorer les performances aérodynamiques de l'appareil. Des systèmes antigivrages, destinés à prévenir la formation de givre, et de dégivrage, qui délogeant de la glace déjà formée, sont ainsi montés sur les avions pour lutter face à cette accrétion de glace parasite. Néanmoins, le dégivrage est à l'origine d'une nouvelle menace pour la sécurité de l'appareil en générant des débris de glace qui peuvent impacter la carlingue ou être ingérés par les moteurs. Il est ainsi nécessaire en phase de conception d'un avion de pouvoir estimer la trajectoire des débris potentiels, pour éviter de placer un élément vital de l'appareil, tel qu'un moteur, dans une zone fortement soumise au passage de débris de glace. L'objectif du présent projet de recherche est de développer un outil de simulation numérique de trajectoires 3D de débris de glace de formes sphériques et de plaques planes dans un écoulement CFD. La contribution majeure dans l'implémentation de cet outil est l'introduction d'un modèle de moment dynamique pour la plaque plane en rotation, basé sur une extrapolation 3D d'un modèle bidimensionnel tiré de la littérature. Une approche lagrangienne sera retenue pour étudier les trajectoires des débris de glace. Pour y parvenir, la détermination des efforts aérodynamiques sur le débris en tout point du domaine fluide nécessitera une interpolation dans la solution CFD de l'écoulement ainsi que la détermination à chaque itération de l'orientation du débris dans le cas de la plaque plane en rotation. Après validation vis-à-vis de la littérature pour les deux types de débris, à savoir sphériques et plaques planes, le code de trajectoire sera mis en application dans des champs de vitesse aéronautiques 3D pour simuler des charriages de débris de glace autour, notamment, d'un avion blended-wing-body. Dans le cas de la plaque plane, l'accent sera mis sur la comparaison entre le modèle de moment dynamique développé et un modèle préexistant de la littérature pour comparer le comportement obtenu via le nouveau modèle. Les résultats autour du blended-wing-body serviront à visualiser dans un plan transverse à l'arrière de l'appareil les empreintes des trajectoires des débris, en vue d'un futur travail de placement des moteurs sur l'avion.

**Mots-clefs :** dégivrage, trajectoires 3D, aérodynamique, plaque plane, moment dynamique.



# **SIMULATION OF 3D FLAT PLATES TRAJECTORIES WITH INTRODUCTION OF A DYNAMIC MOMENT MODEL**

Kevin IGNATOWICZ

## **ABSTRACT**

Ice accretion on an airplane's surfaces in flight may cause sensors failures or block mobile aerodynamic devices, in addition to decrease the aerodynamic performance of the aircraft. Anti-icing systems, designed to prevent ice formation, and de-icing systems, which remove already accreted ice, are mounted on airplanes to fight this ice accretion. Nevertheless, de-icing causes a new threat to the safety of the aircraft by generating ice debris that can impact the aircraft components or be ingested by the engines. It is thus necessary during the design phase of an aircraft to be able to estimate the trajectory of the potential debris, in order to avoid placing a vital component, such as an engine, in an area highly subject to the passage of ice debris. The objective of this research project is to develop a numerical tool for 3D simulation of ice debris with spherical shapes and flat plates in a CFD flow. The major contribution in the implementation of this tool is the introduction of a dynamic moment model for the rotating flat plate, based on a 3D extrapolation of a two-dimensional model taken from the literature. A Lagrangian approach will be used to study the trajectories of ice debris. To achieve this, the determination of the aerodynamic forces on the debris at any location in the fluid domain will require an interpolation in the CFD solution and the determination of the orientation of the debris at each time step in the case of the plane plate. After validation against the literature for both types of debris, namely spherical and flat plates, the trajectory code will be applied in 3D aeronautical velocity fields to simulate ice paths around, in particular, a blended-wing-body airplane geometry. In the case of the flat plate, the focus will be on the comparison between the dynamic moment model developed and a pre-existing model from the literature to emphasize the best behavior obtained via the new model. The results around the blended-wing-body will be used to visualize in a cross plane near the rear of the aircraft the footprints of the trajectories of the debris, to prepare a future work on engine placement.

**Keywords :** de-icing, ice shedding, 3D trajectories, aerodynamics, flat plate, dynamic moment.



## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE .....	5
1.1 La géométrie Blended-Wing-Body (BWB) .....	5
1.2 Calculs de trajectoire de particules dans un milieu fluide .....	7
CHAPITRE 2 MODÈLES MATHÉMATIQUES ET MÉTHODOLOGIE .....	15
2.1 Principes théoriques pour le calcul de trajectoires .....	15
2.1.1 Modèles pour la plaque plane .....	17
2.1.2 Modèles pour la sphère .....	21
2.2 Méthodologie .....	24
2.2.1 Géométrie et domaine de calcul .....	24
2.2.2 Mise en place du code de trajectoires .....	29
CHAPITRE 3 DYNAMIC MOMENT MODEL FOR NUMERICAL SIMULATION OF A 6 DOF PLATE TRAJECTORY AROUND AN AIRCRAFT .....	33
3.1 Introduction .....	33
3.2 Methodology .....	36
3.2.1 Geometry and set up .....	36
3.2.2 Trajectory code .....	38
3.3 Theory and calculation .....	38
3.3.1 Interpolation Module .....	39
3.3.2 Plate .....	39
3.3.3 Sphere .....	46
3.4 Results and discussion .....	47
3.4.1 Validation .....	47
3.4.1.1 Plate .....	47
3.4.1.2 Sphere .....	53
3.4.2 Trajectories around the BWB .....	54
3.4.2.1 Plate .....	54
3.4.2.2 Sphere .....	55
3.4.2.3 Footprints in a transverse plane .....	57
3.5 Conclusions .....	59
CHAPITRE 4 RETOUR SUR LES RÉSULTATS .....	61
4.1 Validation .....	61
4.1.1 Plaque plane .....	61
4.1.1.1 Modèle avec moment dynamique de Richards et al. (2008) .....	61
4.1.1.2 Modèle avec moment dynamique de Tachikawa (1983) .....	67
4.1.2 Sphère .....	68
4.2 Trajectoires autour de géométries 3D .....	70

4.2.1	Trajectoires autour d'un profil d'aile .....	70
4.2.2	Trajectoires autour du BWB .....	73
CONCLUSION .....	77	
RECOMMANDATIONS .....	79	
ANNEXE I	COEFFICIENT NORMAL DE RICHARDS POUR LA PLAQUE PLANE.....	81
ANNEXE II	FICHIER DE CONFIGURATION SU2 CFD AUTOUR DU BWB .....	83
ANNEXE III	DONNÉES NUMÉRISÉES DES GRAPHES DE RICHARDS ET AL. (2008).....	93
ANNEXE IV	DONNÉES POUR LE CAS TEST DE VALIDATION DE LA PLAQUE PLANE- RICHARDS ET AL. (2008) .....	99
ANNEXE V	DONNÉES POUR LE CAS TEST DE VALIDATION DE LA SPHÈRE- HOLMES (2004) .....	103
ANNEXE VI	DONNÉES POUR LE CAS TEST DE VALIDATION DE LA PLAQUE PLANE- TACHIKAWA (1983) .....	107
ANNEXE VII	TRAJECTOIRES DE SPHERES AUTOUR DU BWB .....	109
ANNEXE VIII	TRAJECTOIRES DE PLAQUES PLANES AUTOUR DU BWB .....	111
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	113	

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1	Coefficient de trainée de la sphère (Clift et al., 1978).....
Tableau 3.1	Initial conditions of the sphere simulations .....
Tableau 4.1	Erreurs relatives maximales par rapport à Richards et al. (2008).....
Tableau 4.2	Taux d'impact des blocs de glace sur l'avion .....



## LISTE DES FIGURES

	Page	
Figure 0.1	Aile présentant une accrétion de glace Tirée de Ourairspace (2015) .....	1
Figure 1.1	Démonstrateur Boeing/NASA X-48B Tirée de NASA (2010).....	6
Figure 1.2	Vue 3D de l'avion Blended-Wing-Body .....	6
Figure 1.3	Illustration du blocage de cardan Adaptée de Fauvel (2012) .....	10
Figure 1.4	Vol d'essai grandeur nature avec buse givrante Tirée de FAA, 2016 .....	12
Figure 2.1	Définition de l'orientation de la plaque plane .....	17
Figure 2.2	Traînée subie par une sphère.....	22
Figure 2.3	Vue du dessus du BWB avec les principales dimensions.....	25
Figure 2.4	Domaine CFD utilisé pour obtenir l'écoulement .....	26
Figure 2.5	Domaine restreint dans lequel seront effectués les calculs de trajectoire.	27
Figure 2.6	Représentation du BWB par nuage de points .....	27
Figure 2.7	Représentation du BWB par <i>AlphaShape</i> .....	28
Figure 2.8	Algorithme de la fonction d'interpolation .....	30
Figure 2.9	Organisation modulaire du code de calcul de trajectoires .....	31
Figure 3.1	Different views of the BWB geometry .....	36
Figure 3.2	Mesh of the CFD model (left) and streamlines around the geometry (right) .....	37
Figure 3.3	Algorithm of the trajectory code.....	38
Figure 3.4	Representation of the plate motion .....	39
Figure 3.5	Angle of attack $\alpha$ and side slip angle $\beta$ .....	40
Figure 3.6	C <sub>N</sub> for a plate of SR =1, from a digitized version of Richards et al. (2008) graph.....	41

Figure 3.7	Dynamic moment coefficient as a function of $\omega/\omega_0$ adapted from Tachikawa (1983) .....	44
Figure 3.8	Comparison with the trajectory of Richards et al. ....	48
Figure 3.9	Comparison with Tachikawa results, with initial pitching angle of 45° and 75° .....	49
Figure 3.10	Side view comparison, with a Y-unidirectional wind.....	50
Figure 3.11	Side view comparison between the two dynamic moment models .....	51
Figure 3.12	Dynamic moment value (top) and angular velocity (bottom) comparison.....	52
Figure 3.13	Comparison of sphere velocity and displacement with Holmes results ..	53
Figure 3.14	Trajectory comparison in XZ plane with Holmes results .....	54
Figure 3.15	Trajectories of plates around the BWB: 3D view (top) and top view (bottom).....	55
Figure 3.16	Comparison between the streamlines (top) and the spheres trajectories (bottom).....	57
Figure 3.17	Plates footprints using Richards et al. model (top) and the 3D-linear model (bottom).....	58
Figure 4.1	Extremums d'écart (points rouges) avec les résultats de Richards et al. (2008).....	62
Figure 4.2	Influence du $C_N$ sur la trajectoire de la plaque plane .....	63
Figure 4.3	Empreintes des trajectoires dans un plan transverse 50 m en aval .....	65
Figure 4.4	Trajectoire spécifique d'étude autour du BWB .....	66
Figure 4.5	Angles d'Euler en fonction du temps de la plaque plane de la figure 4.4.	66
Figure 4.6	Influence de la méthode d'interpolation sur les trajectoires.....	69
Figure 4.7	Simulation de 300 trajectoires aléatoires autour de l'ONERA M6 .....	71
Figure 4.8	Dispersion dans des plans transverses des trajectoires pour trois vitesses d'écoulement différentes .....	72
Figure 4.9	Trajectoires de sphères vues de dessus autour du BWB .....	74

Figure 4.10 Trajectoire contournant l'avion (bleue) et impactant l'avion (violette).....75



## **LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES**

2D	Bidimensionnel
3D	Tridimensionnel
BWB	Blended-wing-body
CFD	Computational fluid dynamics, mécanique des fluides assistée par ordinateur
CG	Centre de gravité
CP	Centre de pression
DOF	Degrees of freedom, i.e. degrés de liberté
ÉTS	École de Technologie Supérieure
FAA	Federal Aviation Administration, autorité de certification américaine
I.A.T.A.	International Air Transport Association
MATLAB	Matrix Laboratory, langage de programmation
NASA	National Aeronautics and Space Administration
ONERA	Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
ONERA M6	Profil d'aile de référence développé par l'ONERA
PFD	Principe Fondamental de la Dynamique
SR	Surface ratio, ou rapport de longueurs des côtés d'une plaque plane
SU2	Stanford University Unstructured, logiciel de CFD
TAW	Tube-And-Wings
TFT	Laboratoire de Thermofluide pour le Transport



## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

c	Corde apparente pour le calcul de la position du centre de pression (m)
$C_{dm}$	Coefficient de moment dynamique du modèle non linéaire
$C_{mr}$	Coefficient de moment dynamique du modèle linéaire 2D
$C_{mr3D}$	Coefficient de moment dynamique du modèle linéaire 3D
$C_{mrx}, C_{mry}, C_{mrz}$	Composantes de $C_{mr3D}$
$C_N$	Coefficient de force aérodynamique normale
$C_x$	Coefficient de traînée
D	Trainée de la sphère (N)
F	Résultante aérodynamique dans le repère fixe (N)
$F_p$	Résultante aérodynamique dans le repère local (N)
$F_x, F_y$ et $F_z$	Composantes de F (N)
$F_{xp}, F_{yp}$ et $F_{zp}$	Composantes de $F_p$ (N)
g	Accélération du champ de pesanteur terrestre ( $m/s^2$ )
$h_n$	Pas de temps de la méthode de Runge-Kutta (s)
I	Matrice d'inertie de la plaque plane ( $kg \cdot m^2$ )
K	Paramètre adimensionnel de Tachikawa
$k_1, k_2, k_3$ et $k_4$	Pentes intermédiaires dans une itération de Runge-Kutta
L, l et e	Respectivement longueur, largeur et épaisseur de la plaque plane (m)
M	Masse du débris de glace (kg)
$M_t, M_p$ et $M_d$	Respectivement moment total, statique et dynamique ( $N \cdot m$ )
P, Q et R	Vitesses angulaires du débris de glace selon ses trois axes (rad/s)
$P_0$ et $Q_0$	Vitesses angulaires maximales admissibles par la plaque plane (rad/s)

$q_1, q_2, q_3$ et $q_4$	Quaternions
r et d	Respectivement rayon et diamètre du débris sphérique (m)
Re	Nombre de Reynolds
$R_q(q)$	Matrice de transformation associée aux quaternions
S	Surface frontale du débris sphérique ( $m^2$ )
$t_n$	Instant à l'itération n dans la méthode de Runge-Kutta (s)
U, V et W	Composantes de vitesse de l'écoulement dans le repère fixe (m/s)
u, v et w	Composantes de vitesse du débris dans le repère fixe (m/s)
$U_q, V_q$ et $W_q$	Composantes de vitesse fluide dans le repère fixe au point d'interpolation (m/s)
$u_{rm}, v_{rm}$ et $w_{rm}$	Composantes de la vitesse relative du débris dans le repère local (m/s)
$V_{relm}$	Vitesse relative du débris dans le repère local (m/s)
$V_{rg}$ et $V_l$	Vecteur générique dans le repère fixe et dans le repère local respectivement
X, Y et Z	Coordonnées/axes dans le repère fixe (m)
$X_{CP}$ et $Y_{CP}$	Coordonnées du centre de pression dans le repère local (m)
$X_p, Y_p$ et $Z_p$	Coordonnées/axes dans le repère local (m)
$X_q, Y_q$ et $Z_q$	Coordonnées du point d'interpolation (m)
$y_n$	Solution à l'instant $t_n$ dans la méthode de Runge-Kutta
$\alpha$	Angle d'attaque de l'écoulement sur le débris ( $^\circ$ )
$\beta$	Angle d'inclinaison de l'écoulement sur le débris ( $^\circ$ )
$\zeta$	Angle de dérapage relatif dans le plan de la plaque plane ( $^\circ$ )
$\Phi, \theta$ et $\Psi$	Respectivement roulis, tangage et lacet de la plaque plane ( $^\circ$ )
$\theta_0$	Angle de tangage initial de la plaque plane ( $^\circ$ )
$\lambda$	Coefficient correctif de calcul des dérivées de quaternions

$\mu$	Viscosité dynamique de l'air (kg/m·s)
$\rho$	Masse volumique de l'air (kg/m <sup>3</sup> )
$\Omega$	Vecteur rotation de la plaque plane (rad/s)
$\omega$	Vitesse angulaire générique (rad/s)
$\omega_0$	Vitesse angulaire générique maximale admissible par la plaque plane (rad/s)



## INTRODUCTION

Les conditions givrantes lors du vol d'un avion ont pour conséquences une accrétion plus ou moins importante de glace sur la surface de l'appareil. Cette accrétion peut avoir de lourdes conséquences en termes d'efficacité aérodynamique, de mobilité des commandes de vol ou encore provoquer l'obstruction de certains capteurs comme les sondes Pitot (Mirzaei, Ardekani, & Doosttalab, 2009). Ainsi, le givrage serait responsable de près de 17% des pertes de contrôle en vol d'après l'International Air Transport Association (I.A.T.A., 2016). Certains cas de givrage peuvent mener à de catastrophes de grande ampleur comme la tragédie du vol Rio-Paris en 2009 (Conversy, Chatty, Gaspard-Boulinc, & Vinot, 2014). La Figure 0.1 présente l'aspect d'une aile touchée par le givrage.



Figure 0.1 Aile présentant une accrétion de glace  
Tirée de Ourairspace (2015)

Pour remédier à ce phénomène de givrage, plusieurs types de systèmes sont de nos jours installés sur les avions. Ils se distinguent en deux grandes catégories : les systèmes antigivrage et les systèmes de dégivrage (FAA, 2006). La première catégorie consiste à effectuer un

traitement préventif pour éviter la formation de glace sur l'appareil via, par exemple, des traitements de surface chimiques ou encore des zones chauffantes. La seconde catégorie, les systèmes de dégivrage, a pour but de retirer et déloger la glace déjà accrétée sur l'appareil. Leur mise en œuvre se fait avec des zones chauffantes mises en action de manière périodique ou bien par des boudins gonflables qui brisent les blocs de glace, par exemple au niveau du bord d'attaque d'une aile (FAA, 2006). Cependant, cette mise en fonctionnement des systèmes de dégivrage présente un risque potentiel que les blocs de glace délogés entrent en collision avec des éléments vitaux de l'avion, tels que l'empennage horizontal, ou soient ingérés par les moteurs (Papadakis, Yeong, & Suárez, 2007). Lors de la phase préliminaire de conception d'un avion, il est ainsi capital de placer les moteurs dans une zone minimisant les risques d'ingestion de blocs de glace.

Le présent projet de recherche s'insère dans celui plus global de conception d'un avion à géométrie novatrice de type Blended-Wing-Body (BWB). Au début de la présente recherche, le positionnement des moteurs n'avait pas été défini de façon précise et était dépendant, entre autres, des résultats de trajectoires des blocs de glace. Le champ de vitesse autour de l'avion sans ses moteurs a déjà été déterminé grâce à la CFD (Velázquez Salazar, Weiss, & Morency, 2015). L'objectif principal est de développer un outil de simulation 3D de trajectoires de blocs de glace de formes sphérique et de plaque plane dans un écoulement non uniforme, en proposant un nouveau modèle de moment dynamique pour la plaque plane en rotation. Ce moment dynamique sera une extension 3D d'un modèle 2D proposé dans les années 1980 (Tachikawa, 1983). Pour simuler la trajectoire d'une particule dans un écoulement, l'étude de la littérature permet de retenir un modèle Lagrangien pour décrire le mouvement d'une particule de glace dans un champ de vitesse fluide. Ce dernier étant non uniforme, la création d'un module d'interpolation de vitesse sera nécessaire pour déterminer les trois composantes de vitesse en tout point à l'intérieur du domaine fluide. Le choix de corrélations permettant de définir les coefficients aérodynamiques et l'implémentation des quaternions pour définir l'orientation de la particule dans le cas d'une plaque plane seront les étapes majeures de l'implémentation numérique du modèle. Ces coefficients permettent de déterminer les forces aérodynamiques subies par la particule de glace et ainsi obtenir les équations de mouvement.

Par la suite, la résolution des équations du mouvement se fera sous MATLAB par une méthode Runge-Kutta. Tous les concepts énoncés dans cette introduction seront passés en revue de façon détaillée dans les chapitres suivants. Après validation des codes avec les travaux déjà effectués dans la littérature pour le calcul de la trajectoire 3D d'une sphère (Holmes, 2004) et d'une plaque plane (Richards, Williams, Laing, McCarty, & Pond, 2008), la comparaison du nouveau modèle de moment dynamique sera effectuée vis-à-vis du modèle proposé par Richards et al. (2008). La comparaison se fera sur des cas tests de la littérature avant de passer à une confrontation des modèles dans le cadre de l'application autour du BWB. Les résultats présenteront les trajectoires 3D autour du BWB dans une phase de vol à basse vitesse ainsi que des cartographies présentant les empreintes des trajectoires dans un plan transversal à l'arrière de l'appareil, 20 m en aval du nez de l'avion.

Dans un premier chapitre sera effectuée une étude de la littérature passant en revue le concept de l'avion BWB et l'état de l'art en ce qui concerne les méthodes numériques et expérimentales de calculs de trajectoires appliquées à l'aéronautique. Cette phase de recherche bibliographique permettra d'identifier quels modèles doivent être mis en œuvre pour atteindre l'objectif d'effectuer des simulations de trajectoires 3D. La méthodologie sera au cœur du chapitre suivant, mais de façon non détaillée pour ne pas être redondante avec le CHAPITRE 3. Ce dernier, sous forme d'article, traitera des modèles mathématiques et de la méthodologie employée et détaillera le travail mené conjointement avec les outils numériques de CFD et MATLAB, pour obtenir les trajectoires 3D dans un écoulement non uniforme. Ce chapitre aura pour but de détailler les modèles ainsi que de justifier leur choix, et présentera en détail l'implémentation de la principale contribution scientifique de ce travail qui est le modèle de moment dynamique de la plaque plane en rotation. Par la suite, et toujours dans le même chapitre, la phase de validation sera présentée en vue d'établir la cohérence du code vis-à-vis de la littérature, ce qui fera office de validation externe pour les modèles développés. L'article présentera également les résultats obtenus autour du BWB avec la comparaison entre les modèles de la littérature et le modèle tout juste développé.

Pour terminer, un retour sur les résultats et leur analyse sera menée dans le dernier chapitre pour étoffer davantage le contenu de l'article et suggérer, mais de façon non définitive, les endroits les plus sécuritaires pour placer les moteurs vis-à-vis du danger dû à l'ingestion des blocs de glace issus du dégivrage. Ce chapitre sera également l'occasion d'approfondir la compréhension du comportement des blocs de glace dans un écoulement en fonction de leur forme (i.e. sphérique compacte ou plaque plane), ce domaine étant assez peu fourni en données expérimentales et numériques à l'heure actuelle. Des recommandations pour un travail futur seront également formulées.

## CHAPITRE 1

### REVUE DE LITTÉRATURE

#### 1.1 La géométrie Blended-Wing-Body (BWB)

Les passagers aériens sont particulièrement habitués à voir et à voyager dans des avions à géométrie conventionnelle de type ailes-fuselage, ou TAW pour Tube-And-Wings en anglais. Néanmoins des études menées par Boeing à la fin des années 1980 ont montré que la géométrie TAW n'était pas la plus efficace d'un point de vue finesse aérodynamique, à savoir le rapport portance sur traînée, et consommation de carburant (Liebeck, 2004). L'idée est alors venue de mettre à l'étude une géométrie novatrice qui permettrait d'atteindre les objectifs de réduction de consommation : la géométrie Blended-Wing-Body (BWB), ou Fuselage Intégré en français. En effet, toujours d'après Liebeck, les études préliminaires sur une géométrie BWB ont montré une potentielle réduction de 15% de la masse au décollage et une réduction de 27% de la consommation par siège passager et par mile. Ces études, menées conjointement avec la NASA, ont donné naissance au projet X-48B qui a effectué son premier vol test au début de l'année 2007 (Figure 1.1). McDonnell Douglas était à l'origine du projet d'aile volante avant sa fusion avec Boeing et les résultats préliminaires donnaient déjà des chiffres similaires en termes de réduction de consommation et présentaient des améliorations de 12% sur la masse à vide en ordre d'exploitation (Potsdam, Page, & Liebeck, 1997). Ces progrès en matière de consommation sont en lien avec les caractéristiques aérodynamiques de la configuration BWB avec, notamment, l'absence de l'empennage horizontal arrière. Ainsi une configuration BWB confère une augmentation de la finesse maximale de l'ordre de 20% par rapport à une géométrie conventionnelle (Qin et al., 2004), ce qui se traduit par une diminution de la traînée à portance équivalente.



Figure 1.1 Démonstrateur Boeing/NASA X-48B  
Tirée de NASA (2010)

Au sein du Laboratoire de Thermofluide pour le Transport (TFT) de l'ÉTS, un avion de type BWB régional d'une capacité d'une centaine de passagers est en cours de développement numérique (Velázquez Salazar et al., 2015). La forme générale de l'appareil est déjà à un stade avancé, et est présentée sur la Figure 1.2. L'aperçu visuel a été obtenu avec le logiciel Paraview.

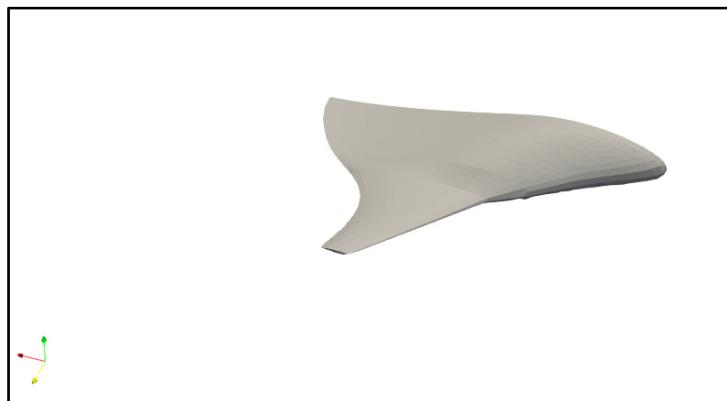


Figure 1.2 Vue 3D de l'avion Blended-Wing-Body

À ce stade du développement, la stabilité de l'appareil a été profondément étudiée pour déterminer la configuration géométrique optimale (Delecroix & Morency, 2016). Pour l'heure, le choix de la motorisation ainsi que son emplacement sur l'appareil sont en cours de définition. L'emplacement des moteurs dépend grandement des risques d'ingestion de blocs de glace en phase de dégivrage. Il conviendra ainsi de bien choisir cet emplacement qui devra se situer dans une zone à faible risque de passage de blocs de glace. Cette étude des trajectoires de blocs de glace autour de l'appareil n'est pas propre au BWB et certains scientifiques, Papadakis et Suares en tête, se sont penchés sur la simulation de trajectoires de blocs de glace (Papadakis, Yeong, & Suares, 2007), comme décrit dans le paragraphe qui suit.

## 1.2 Calculs de trajectoire de particules dans un milieu fluide

Le calcul de la trajectoire de débris dans un fluide est un sujet relativement peu documenté dans la littérature encore aujourd'hui. Certains auteurs ont néanmoins effectué des recherches pour tenter de caractériser ce phénomène. Les forces et moments aérodynamiques influençant la trajectoire d'un débris de forme quelconque donné sont complexes à caractériser. Le domaine offrant le plus de résultats de recherches en ce qui concerne la trajectoire d'objets dans un écoulement est le génie civil. En effet, l'étude des dégâts causés par des vents violents ou des tornades ont poussé les chercheurs à étudier la trajectoire de débris comme des tuiles de toit par situation de grand vent. Des modèles bidimensionnels ont été proposés, pour caractériser par exemple la trajectoire de débris compacts et de plaques planes (Baker, 2007). Baker arrive à la conclusion que les paramètres capitaux caractérisant la trajectoire d'un débris exposé à un vent relatif sont les ratios du poids par la traînée et les caractéristiques inertielles du débris considéré. Holmes a quant à lui investigué sur les vitesses d'impact au sol de débris en forme de sphères ainsi que la distance que pouvait parcourir un débris avant de toucher le sol, concluant que la composante de traînée verticale induite (i.e. parallèle à la composante verticale de vitesse relative) par la chute d'un débris n'était pas à négliger et causait un rallongement du temps de vol (Holmes, 2004). Ainsi, même dans le cas d'un vent unidirectionnel horizontal, la chute de l'objet sous l'effet de la gravité induira des phénomènes aérodynamiques verticaux. Néanmoins, les études 2D sont assez limitées par le fait que la

plupart des phénomènes atmosphériques tels que les vents présentent des structures 3D. C'est ainsi que Richards a étudié les caractéristiques en 3D du vol de débris, notamment d'objets en forme de plaques planes ou de cylindres (Richards, 2010). Dans une autre étude, Richards et al. ont mené conjointement des études expérimentales en soufflerie et des études numériques pour montrer que, dans le cas d'une plaque plane, le rapport longueur sur largeur, appelé *Surface Ratio* (SR) et l'orientation par rapport au vent relatif étaient des facteurs-clés influençant la trajectoire du débris de forme plane (Richards et al., 2008). L'hypothèse principale dans l'étude des plaques planes par Richards et al. est de ne considérer uniquement que la composante de force aérodynamique normale à la plaque. Ceci simplifie la modélisation aérodynamique de la plaque plane car il y a un seul coefficient à déterminer : le coefficient de force normal, qui est appelé  $C_N$ . Ce coefficient a été déterminé par Richards de façon expérimentale, et il s'avère qu'il ne dépend que de l'angle d'attaque  $\alpha$  et de l'angle d'inclinaison  $\beta$  que forme l'écoulement par rapport à la plaque, et ce pour un SR donné. Richards a ainsi créé une base de données et a publié les graphes qui seront digitalisés pour recréer la base de données et ainsi injecter les coefficients dans la modélisation. Richards et al. sont parmi les rares auteurs à présenter un résultat de trajectoire 3D pour une plaque plane, modèle qui servira plus loin pour valider le code de trajectoire développé dans ce mémoire (Richards et al., 2008). L'implémentation du code de trajectoire pour une sphère est plus directe car l'orientation de la sphère n'entre pas en jeu de par la rotation négligée. La seule force aérodynamique sur la sphère est ainsi uniquement la trainée.

Cependant, la revue de littérature sur la modélisation de la trajectoire d'une plaque plane dans un écoulement laisse apparaître un facteur sensible dont la forme mathématique générale est loin de faire l'unanimité parmi les chercheurs : le moment dynamique de la plaque plane en rotation. Plus généralement, les effets dynamiques et la compréhension de ceux-ci mobilisent encore beaucoup de chercheurs (Omoware, Maher, & Azimov, 2014; Xi & Mohseni, 2013). Le moment dynamique, qui résulte de la combinaison d'effets aérodynamiques et inertIELS lorsque la plaque plane est mise en rotation, a été modélisé différemment suivant les études :

- moment dynamique constant (Suarez, 2005);

- moment dynamique 2D dont le coefficient est linéaire avec la vitesse de rotation, et qui admet une valeur maximale limitant la vitesse de rotation (Tachikawa, 1983);
- moment hybride, de forme non conventionnelle, faisant intervenir la vitesse relative du fluide et un terme pseudo-quadratique pour la vitesse de rotation (Richards et al., 2008).

Dans le cadre du présent travail de recherche, le moment dynamique hybride a été dans un premier temps retenu pour valider le code de trajectoire avant de passer à l'extension 3D du modèle linéaire décrit par Tachikawa (1983). Ce développement du modèle 3D-linéaire (cette dénomination sera utilisée par la suite pour désigner le modèle développé dans ce mémoire) a été motivé par certains aspects incohérents avec le comportement physique attendu résultant de l'application du modèle hybride, comme par exemple un arrêt de la rotation de la plaque plane lors de son mouvement. Cet aspect et les comparaisons entre le modèle hybride (Richards et al., 2008) et le modèle 3D-linéaire seront détaillés dans la suite de ce mémoire.

Pour pouvoir précisément déterminer les efforts aérodynamiques sur une plaque plane, il faut connaître son orientation par rapport au vent relatif. Généralement, l'orientation en 3D d'un corps est caractérisée par trois angles que l'on appelle les angles d'Euler :  $\Psi$ ,  $\theta$  et  $\Phi$ . Dans le jargon aéronautique, ces angles sont assimilés respectivement au lacet (autour de Z), au tangage (autour de Y) et au roulis (autour de X). Dans le cas d'études du vol de plaques planes, Fu et al. proposent de caractériser l'orientation de la plaque plane par une méthode plus complexe que les angles d'Euler : les quaternions (Fu, Huang, & Gu, 2013). Cette méthode, qui paraît lourde au premier abord, permet de pouvoir couvrir toute la plage d'orientations possibles autour des trois axes sans risquer d'être bloqué par des valeurs singulières, phénomène appelé le blocage de cardan. Ce phénomène intervient lorsque deux axes parmi ceux de roulis, tangage et lacet se retrouvent alignés, ce qui se traduit par la perte d'un degré de liberté et donc un mouvement restreint en 2D. Le blocage de cardan est illustré à la Figure 1.3. Historiquement parlant, la mission lunaire Apollo 11 a été victime de ce blocage de cardan lorsque sa centrale inertie, composée de cardans, s'est retrouvée en condition de blocage. Cela a valu à la NASA d'être plus précautionneuse pour les missions suivantes (Hoag, 1963).

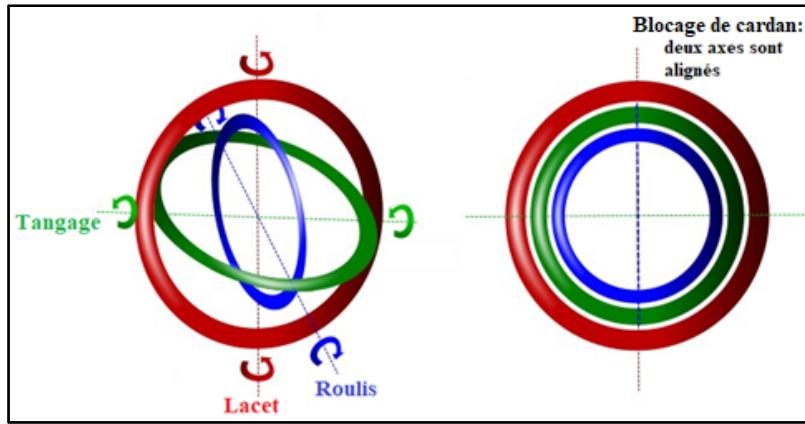


Figure 1.3 Illustration du blocage de cardan  
Adaptée de Fauvel (2012)

La figure précédente permet ainsi de mieux visualiser ce phénomène qui risquerait de bloquer la plaque plane dans des rotations bidimensionnelles si au cours de son mouvement elle était amenée à passer par ce genre de configurations. L'emploi des quaternions, qui ensemble forment un vecteur de dimension quatre, permet de s'affranchir de ce problème. En effet, la modélisation de la rotation ne se fait plus directement autour des axes des angles d'Euler mais autour d'un axe dirigé par un vecteur unitaire quelconque. Ainsi pour une orientation donnée, une seule rotation autour de cet axe quelconque est effectuée plutôt que trois rotations successives. Les quaternions sont quatre scalaires définis à partir des angles d'Euler (Suares, 2005) caractérisant l'orientation à un moment donné, comme présentés par l'équation (1.1).

$$\begin{aligned}
 q_1 &= \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\Psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right) \\
 q_2 &= \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\Psi}{2}\right) \\
 q_3 &= -\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\Psi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right) \\
 q_4 &= \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\Psi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

L'utilisation des quaternions ainsi que les équations complémentaires qui en découlent pour caractériser une plaque plane en rotation seront davantage détaillées dans le chapitre suivant traitant de l'implémentation mathématique du code de trajectoire.

Le calcul de trajectoires de débris a également été repris dans le domaine aéronautique, notamment dans le cas du dégivrage. C'est ainsi que Papadakis et al. se sont attachés à étudier la trajectoire de débris de glace autour d'avions. La difficulté pour ce type de simulation numérique est le caractère aléatoire de la forme, de la position initiale et des coefficients aérodynamiques des blocs de glace rencontrés (Papadakis, Yeong, & Shimo, 2007). C'est ainsi que la plupart du temps, comme dans le cas du génie civil, les études se font sur des formes géométriques élémentaires telles que des sphères, plaques planes ou cylindres. De même il est relativement difficile, voire impossible de prévoir si un morceau de glace va ou non se briser en plein vol, ce qui bien entendu affectera sa trajectoire. Le détachement d'un bloc de glace est également un phénomène qui est sujet à des recherches pour déterminer quelles conditions provoquent un décollement de glace (Bennani, Villedieu, Salaun, & Trontin, 2014; Scavuzzo, Chu, & Ananthaswamy, 1994). Ces inconnues en termes de formes ou conditions de détachement font que des études expérimentales sont souvent couplées au travail informatique dans le cadre de la recherche scientifique. Pour parer au caractère aléatoire de la forme et de la taille d'un bloc de glace susceptible d'être charrié, des expériences menées en soufflerie permettent, suite à des études statistiques et des moyens d'imagerie avancée, de créer des bases de données sur les géométries de blocs de glace les plus à-mêmes d'être rencontrées (Broughton, Owens, & Sims, 1996).

Dans le cas des travaux de Papadakis et al., une étude paramétrique autour d'un jet d'affaires a été menée pour déterminer les situations où les plaques de glace avaient une plus forte probabilité de frapper le fuselage en aval ou d'être ingéré par les moteurs. Ainsi les risques d'impact avec le fuselage sont accrus lorsque la vitesse de vol de l'avion diminue (Papadakis, Yeong, & Shimo, 2007). Cette constatation est également soutenue par Widhalm, qui mentionne que l'influence de la rotation d'une particule sur l'étendue de la zone possible d'impacts est négligeable à haute vitesse mais croît lorsque la vitesse diminue (Widhalm,

2015). Cela est accentué également lorsque la circulation autour d'un profil augmente, ce qui peut être le cas en phase de décollage avec des dispositifs hypersustentateurs. Dans tous les cas d'études de blocs de glace de forme non conventionnelle, les caractéristiques géométriques et aérodynamiques des blocs sont issues d'une base de données provenant de résultats expérimentaux. À ce jour, les formes géométriques les plus courantes et répertoriées dans ces bases de données sont les plaques planes, disques et cornes entre autres (Papadakis et al., 2007).

Ces incertitudes dans la capacité d'une simulation numérique à reproduire le phénomène de charriage de blocs de glace rendent les vols d'essais prépondérants sur les simulations chez les constructeurs. Par ailleurs, les autorités de certifications américaines comme la FAA stipulent que « Unpredicted ice shedding paths from forward areas such as radomes and forward wings (canards) have been found to negate the results of [numerical] analysis. For this reason, flight tests should be conducted to supplement trajectory and impingement analysis » (FAA, 2007). Ainsi s'ajoute une obligation de démontrer la sécurité de l'appareil vis-à-vis des risques de givrage et/ou d'impacts de glace par un vol test (Vukits, 2002), car de plus, une simulation peut difficilement prédire les dégâts causés par l'impact d'un bloc de glace sur la carlingue (FAA, 2007). Les vols d'essais se font directement en conditions givrantes, ou bien en plaçant l'avion à tester dans le sillage d'un appareil équipé d'une buse qui vaporise des gouttelettes d'eau sur l'avion testé (FAA, 2016). Ce genre de vol d'essai est illustré à la Figure 1.4.



Figure 1.4 Vol d'essai grandeur nature avec buse givrante  
Tirée de FAA, 2016

Dans le cadre de l'étude menée dans ce mémoire, l'implémentation se fera exclusivement de façon numérique, avec, comme mentionné plus haut, des formes géométriques élémentaires pour simplifier la modélisation des blocs de glace : sphères et plaques planes.

La recherche documentaire au sujet de la simulation numérique de trajectoires permet de voir que le domaine est relativement peu étayé. Néanmoins, un regroupement des informations, tirées des lectures dans le domaine de l'ingénierie éolienne et aérospatial permet de dégager une méthodologie qui permettra de réaliser des simulations. Les éléments de base sont :

- un module de résolution des équations du mouvement;
- un module de détermination des coefficients aérodynamiques;
- le champ de vitesse de l'écoulement;
- dans le cas d'un écoulement non uniforme, un module d'interpolation des vitesses;
- une implémentation des quaternions pour la plaque plane.

Dans le cas présent, une architecture similaire sera considérée pour le programme de calcul de trajectoires. Les mouvements de particules de type sphères et plaques planes seront simulés. Les coefficients aérodynamiques, qui sont les seuls éléments de l'énumération ci-dessus pour lesquels des corrélations de la littérature seront choisies, ainsi que la méthodologie vont être décrits dans le chapitre qui suit.



## CHAPITRE 2

### MODÈLES MATHÉMATIQUES ET MÉTHODOLOGIE

Ce chapitre traite de la théorie du calcul numérique de trajectoires et de son implémentation sous MATLAB, sans toutefois être trop exhaustif dans la mesure où le CHAPITRE 3 sera l'article complet soumis au Journal of Aerospace Engineering, qui reprendra une bonne partie des notions théoriques et méthodologiques de ce projet de recherche.

#### 2.1 Principes théoriques pour le calcul de trajectoires

Pour étudier le mouvement d'une particule dans un écoulement il convient tout d'abord de définir les systèmes d'axes utilisés. Le repère général fixe ( $X, Y, Z$ ) sera celui dans lequel la trajectoire sera étudiée tandis qu'un repère local ( $X_p, Y_p, Z_p$ ) solidaire de la particule servira pour l'étude des forces, ainsi que des moments dans le cas de la plaque plane. Pour la suite de ce chapitre, les notations suivantes sont en vigueur :

- $u, v$  et  $w$  les composantes de vitesse du débris selon  $X, Y$  et  $Z$  dans le repère général fixe;
- $U, V$  et  $W$  les composantes de vitesse de l'écoulement selon  $X, Y$  et  $Z$  dans le repère général fixe;
- $V_{relm} = [U-u; V-v; W-w]$  la vitesse relative de la particule par rapport à la vitesse du fluide, exprimée dans le repère local;
- pour plus de concision, la notation suivante est employée :  $V_{relm} = [u_{rm}, v_{rm}, w_{rm}]$ .

Le calcul de trajectoire fait intervenir un des principes fondamentaux de la mécanique : le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD), également appelé seconde loi de Newton (2.1).

$$\begin{aligned} M\dot{u} &= F_X \\ M\dot{v} &= F_Y \\ M\dot{w} &= F_Z - Mg \end{aligned} \tag{2.1}$$

Dans ce système d'équations, les variables sont :

- M la masse de l'objet (kg);
- le point désigne la dérivée temporelle de u, v et w et donc l'accélération selon X, Y et Z ( $\text{m/s}^2$ );
- $F_x$ ,  $F_y$  et  $F_z$  les résultantes des forces aérodynamiques appliquées respectivement selon X, Y et Z (N);
- g la composante selon Z du champ de pesanteur, prise comme étant égale à  $9.81 \text{ m/s}^2$ .

L'accélération étant la dérivée seconde de la position, intégrer deux fois ce système d'équations donne la position de la particule au cours du temps et permet ainsi d'obtenir la trajectoire. Dans le cas d'étude de trajectoires de débris, les forces appliquées sont les forces aérodynamiques et la gravité. Les moments et l'orientation de l'objet par rapport à l'écoulement interviennent sur la dynamique de la particule. Ainsi, la rotation de l'objet doit être prise en compte dans la résolution, ce qui se matérialise par l'équation de moment (2.2).

$$I \begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_t - \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \wedge I \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Cette expression fait intervenir les termes suivants :

- $I$  la matrice d'inertie de la plaque plane ( $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ );
- $\Omega = \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix}$  la vitesse angulaire, sous forme vectorielle, de la plaque plane dans le repère local (rad/s);
- $\mathbf{M}_t$  le moment total de la plaque plane dans le repère local ( $\text{N}\cdot\text{m}$ );
- $\wedge$  est l'opérateur produit vectoriel.

Les équations précédentes constituent le modèle complet du PFD : équations de quantité de mouvement (2.1) et équations de moments (2.2). Il est temps de détailler maintenant les spécificités propres à la plaque plane et à la sphère respectivement.

### 2.1.1 Modèles pour la plaque plane

La plaque plane exposée à un écoulement est soumise à une force de trainée et à une force de portance. Ces forces, et notamment leurs directions, dépendent directement de l'orientation de la plaque. Ainsi, il est primordial de définir l'orientation de la plaque plane à chaque instant. Pour repérer cette orientation, un repère local à la plaque plane ( $X_p, Y_p, Z_p$ ) est défini, dont les axes sont fixes par rapport à la plaque. Il suit ainsi ses mouvements et rotations à tout instant. L'orientation de la plaque plane est connue grâce aux angles d'Euler  $\Psi$ ,  $\theta$  et  $\Phi$  qui correspondent respectivement au lacet, tangage et roulis, définis par rapport au repère général ( $X, Y, Z$ ) fixe. L'illustration en est faite à la Figure 2.1.

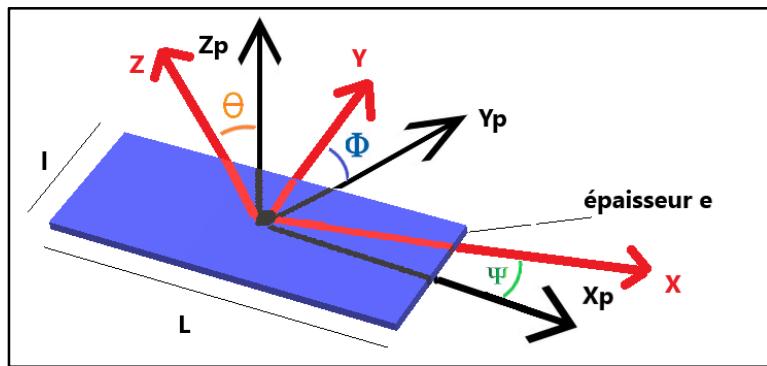


Figure 2.1 Définition de l'orientation de la plaque plane

Sur la figure précédente, le repère de la plaque plane et le repère général ont été représentés avec la même origine, le centre de gravité de la plaque, pour faciliter l'illustration des angles. Néanmoins, l'emploi des angles d'Euler présente des soucis de pertes de degrés de liberté pour certaines valeurs particulières rencontrées. Ce phénomène, appelé blocage de cardan, a été décrit dans la revue de littérature du CHAPITRE 1.

Pour offrir un modèle robuste qui évitera de se retrouver en situation de blocage de cardan, le modèle des quaternions (1.1) a été retenu. La combinaison des quatre quaternions permet de connaître, à partir des trois angles d'Euler de la plaque, son orientation globale en combinant les trois rotations d'Euler en une seule. Les quaternions permettent également de définir la

matrice de passage  $R_q$  qui permet de transposer un vecteur entre le repère de la plaque plane et le repère général, et vice-versa en inversant la matrice. L'expression de cette matrice (Suares, 2005) est donnée par l'équation (2.3), où les quaternions ont été définis par l'équation (1.1).

$$R_q(q) = \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2q_2q_3 + 2q_1q_4 & 2q_2q_4 - 2q_1q_3 \\ 2q_2q_3 - 2q_1q_4 & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2q_3q_4 + 2q_1q_2 \\ 2q_2q_4 + 2q_1q_3 & 2q_3q_4 - 2q_1q_2 & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Cette matrice va ainsi permettre d'exprimer la vitesse du fluide dans le repère local pour pouvoir déterminer les forces aérodynamiques sur la plaque. De manière générale, l'expression  $\mathbf{V}_{rg}$  d'un vecteur dans le repère général fixe et son expression  $\mathbf{V}_l$  dans le repère local de la particule sont reliées par la relation donnée par l'équation (2.4).

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_l &= R_q(q)\mathbf{V}_{rg} \\ \mathbf{V}_{rg} &= R_q(q)^{-1}\mathbf{V}_l \end{aligned} \quad (2.4)$$

La résolution dynamique du système fera également intervenir les quaternions. En effet, les quaternions étant redéfinis à chaque itération, leur variation est également caractérisée par un système d'équations différentielles, comme décrit par Suares (2005). Ce système est donné par l'équation (2.5).

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= -0.5(Pq_2 + Qq_3 + Rq_4) + \lambda q_1 \\ \dot{q}_2 &= 0.5(Pq_1 - Qq_4 + Rq_3) + \lambda q_2 \\ \dot{q}_3 &= 0.5(Pq_4 + Qq_1 - Rq_2) + \lambda q_3 \\ \dot{q}_4 &= 0.5(-Pq_3 + Qq_2 + Rq_1) + \lambda q_4 \\ \text{avec } \lambda &= 1 - (q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Les dix équations différentielles formées par les systèmes (2.1), (2.2) et (2.5) forment l'ensemble des équations à résoudre pour calculer une trajectoire 3D. Les forces nécessaires à l'équation (2.1) se basent sur l'hypothèse que l'unique force aérodynamique appliquée sur la plaque plane est la force normale, qui s'applique en un point appelé le centre de pression

(Richards et al., 2008). Ainsi, dans le repère local de la plaque, la résultante aérodynamique  $\mathbf{F}_P$  ne contient qu'une composante de force, celle selon  $Z_p$ , qui est notée  $F_{ZP}$ . L'expression de cette force normale est donnée par l'équation (2.6).

$$F_{ZP} = \frac{1}{2} \rho |\mathbf{V}_{relm}|^2 L l C_N \quad (2.6)$$

avec:

- $\rho$  masse volumique de l'air ( $\text{kg/m}^3$ );
- $\mathbf{V}_{relm}$  vitesse relative de l'air dans le repère de la plaque plane ( $\text{m/s}$ );
- $L$  et  $l$  respectivement la longueur et la largeur de la plaque plane ( $\text{m}$ );
- $C_N$  le coefficient de force normal.

La force  $\mathbf{F}_P$  ainsi que la position du centre de pression sont dictées par l'orientation tridimensionnelle de la plaque plane par rapport à la direction de l'écoulement. Cette orientation est définie par deux angles : l'angle d'attaque  $\alpha$  et l'angle d'inclinaison  $\beta$ . Ces angles sont définis par l'équation (2.7) et la Figure 3.5 dans le chapitre suivant.

$$\begin{aligned} \alpha &= \arcsin\left(\frac{w_{rm}}{|\mathbf{V}_{relm}|}\right) \\ \beta &= \arcsin\left(\frac{v_{rm}}{|\mathbf{V}_{relm}| \cos(\alpha)}\right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

Suite à des études expérimentales en soufflerie, Richards a conclu que le coefficient de force normal était une fonction des angles d'attaque et d'inclinaison, et du *Surface Ratio* de la plaque. Les graphes donnant le  $C_N$  en fonction des angles relatifs de la vitesse et du *Surface Ratio* sont donnés dans l'ANNEXE I. Une fois  $\mathbf{F}_P$  déterminée, la relation (2.4) permet de transposer cette force dans le repère général fixe et ainsi, la résolution de (2.1) est possible.

La résolution de la partie « moment » (2.2) du PFD nécessite la connaissance des coordonnées du centre de pression. La position du centre de pression est définie à partir de l'angle que forme

la vitesse dans le plan de la plaque plane par rapport à l'axe  $X_P$ , que l'on note  $\zeta$ , et par la corde apparente de la plaque, que l'on note  $c$  (Richards et al., 2008). Les expressions de  $\zeta$  et  $c$  sont données par l'équation (2.8).

$$\tan(\zeta) = \frac{\tan(\beta)}{\frac{L}{l}} \quad (2.8)$$

$$c = \frac{Ll}{L|\cos(\beta)| + l|\sin(\beta)|}$$

Enfin, pour finir la définition de la position du centre de pression, ses coordonnées ( $X_{CP}$ ,  $Y_{CP}$ ) sont données par l'équation (2.9), toujours d'après Richards et al. (2008).

$$X_{CP} = \frac{c}{4} \frac{90 - |\alpha|}{90} \cos(\zeta) \quad (2.9)$$

$$Y_{CP} = \frac{c}{4} \frac{90 - |\alpha|}{90} \sin(\zeta)$$

La connaissance de la force  $\mathbf{F}$ , qui est  $\mathbf{F}_P$  exprimée dans le repère général fixe, et de la position du centre de pression permet de pouvoir résoudre l'équation de moment (2.2). En effet le moment statique résultant est dû au fait que le centre de pression ( $C_P$ ) et le centre de gravité ( $C_G$ ) de la plaque plane sont distincts dans la plupart des cas, ce qui mettra la plaque plane en rotation par le bras de levier. Le moment statique  $\mathbf{M}_P$  de la plaque plane est le produit vectoriel du bras de levier et de la résultante de force aérodynamique  $\mathbf{F}$  appliquée.

$$\mathbf{M}_P = \overrightarrow{C_G C_P} \wedge \mathbf{F} \quad (2.10)$$

Pour éviter que la plaque plane ne se mette à tourner à des vitesses non bornées, Richards et al. (2008) proposent d'ajouter un moment dynamique  $\mathbf{M}_d$  au moment statique. Ce moment dynamique est donné dans le CHAPITRE 3 et ne sera pas détaillé ici pour éviter une redondance. Le moment total obtenu permet ainsi de finaliser la résolution de l'équation de moment.

Cependant et comme décrit de façon détaillée dans le CHAPITRE 3, le moment dynamique proposé par Richards et al. (2008) agit comme un amortissement permanent qui à terme provoque une immobilisation des rotations de la plaque. Les relevés vidéo effectués par Tachikawa (1983) montrent que le cas d'une plaque plane en rotation n'évolue jamais vers un état de translation pure (i.e. sans la moindre rotation). Il a été ainsi convenu de repenser la modélisation du moment dynamique, ce qui constitue la principale contribution de ce mémoire. Ce moment dynamique, explicité en détail dans le CHAPITRE 3 est une extension en 3D du modèle linéaire 2D proposé par Tachikawa (1983). Ce moment dynamique 3D-linéaire présente une amélioration par rapport à la littérature car, comme la section résultats le présentera, la plaque plane se trouve être libre en rotation durant la totalité de son mouvement. Par ailleurs, la mise en application autour du BWB montrera de grandes variations de trajectoires suivant que le modèle de Richards et al. ou le moment 3D-linéaire est employé dans le code de trajectoire.

Tous les termes et expressions nécessaires pour résoudre le Principe Fondamental de la Dynamique complet pour la plaque plane sont ainsi posés. L'implémentation se fait de façon modulaire comme décrit dans la sous-section 2.2. Les spécificités dans le cas de la sphère sont l'objet du paragraphe suivant.

### **2.1.2 Modèles pour la sphère**

Le cas de la sphère est une simplification du modèle de la plaque plane décrit précédemment. En effet, le fait de négliger, dans le cas présent, la rotation de la sphère permet de s'affranchir de l'utilisation des quaternions. La sphère ayant des angles d'Euler toujours tous nuls, le repère local possède à tout instant ses axes alignés avec ceux du repère général fixe. La résolution du PFD passe ainsi uniquement par l'équation de quantité de mouvement (2.1).

Dans le cas de la sphère, la seule force aérodynamique qui s'applique est la traînée, qui se trouve être parallèle à la vitesse relative et dans le même sens (Figure 2.2).

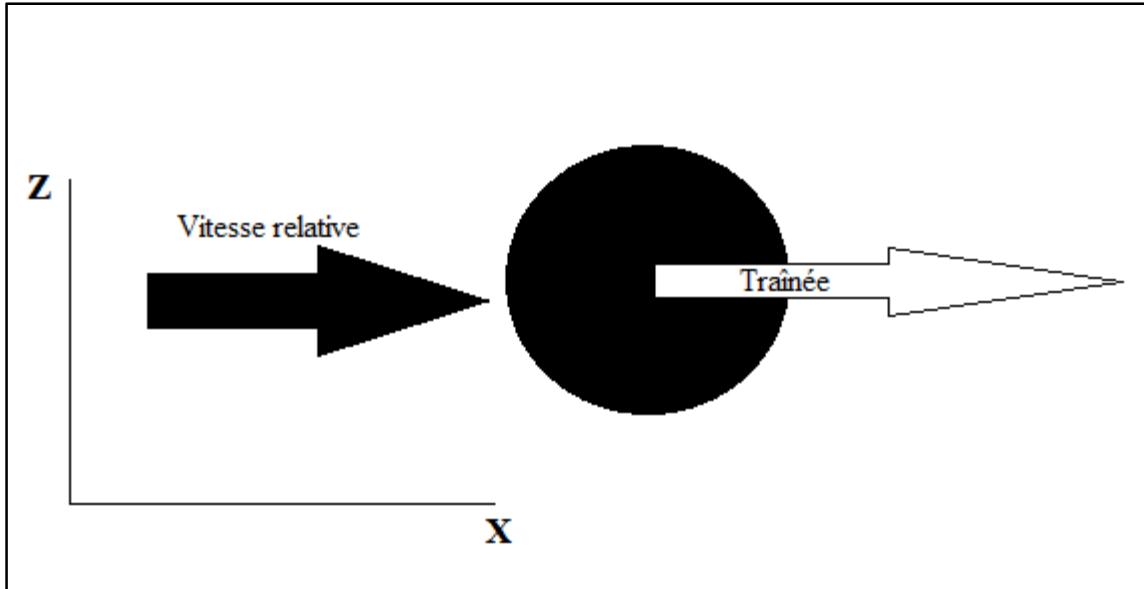


Figure 2.2 Traînée subie par une sphère

Cette force de traînée une fois projetée sur les trois axes du repère général fixe présente les trois composantes suivantes :

$$\begin{aligned}
 F_x &= sign(u_{rm})0.5\rho|V_{relm}|^2S(Cx)\cos(\alpha)\cos(\beta) \\
 F_y &= 0.5\rho|V_{relm}|^2S(Cx)\cos(\alpha)\sin(\beta) \\
 F_z &= 0.5\rho|V_{relm}|^2S(Cx)\sin(\alpha)
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Les notations employées dans l'équation (2.11) sont les mêmes que dans le cas de la plaque plane, à l'exception de :

- $S$  surface frontale de la sphère, soit  $\pi \cdot r^2$  avec  $r$  le rayon (m) de la sphère;
- $Cx$  le coefficient de traînée de la sphère.

L'emploi du *sign* pour la première composante de traînée se justifie par la nécessité d'accorder le signe de cette composante avec le signe de la première composante de vitesse relative. En effet, les cosinus des angles  $\alpha$  et  $\beta$  étant toujours positifs (car les angles sont entre  $-90^\circ$  et  $+90^\circ$ ), le signe n'apparaît pas dans l'expression.

Le coefficient  $Cx$  a été déterminé par la corrélation donnée par Clift et al. (1978). Cette corrélation permet de couvrir une large plage de vitesses relatives, ce qui est adapté dans le cas d'une application aéronautique où les vitesses air varient entre 0 et Mach 0.3 (dans le cas présent). Elle est basée sur des relations empiriques dépendant du nombre de Reynolds relatif de l'écoulement. Ce nombre adimensionnel, noté  $Re$ , caractéristique du rapport entre forces d'inertie et forces visqueuses est donné par l'équation (2.12).

$$Re = \frac{|V_{relm}| \rho d}{\mu} \quad (2.12)$$

Dans cette expression, les paramètres intervenant sont :

- $V_{relm}$  vitesse relative du fluide dans le référentiel de la particule (m/s);
- $\rho$  masse volumique de l'air ( $\text{kg}/\text{m}^3$ );
- $d$  diamètre de la sphère (m);
- $\mu$  viscosité dynamique de l'air, prise comme étant  $1 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La corrélation employée pour déterminer le coefficient de trainée de la sphère en fonction du nombre de Reynolds est donnée dans le tableau suivant.

Tableau 2.1 Coefficient de trainée de la sphère (Clift et al., 1978)

Plage de nombre de Reynolds (Re)	Valeur empirique de $Cx$
$Re < 0.01$	$\frac{3}{16} + \frac{24}{Re}$
$Re \leq 20$	$\frac{24(1 + 0.1315Re^{0.82 - 0.05 \log(Re)})}{Re}$
$Re \leq 260$	$\frac{24(1 + 0.1935Re^{0.6305})}{Re}$
$Re \leq 1500$	$10^{1.6435 - 1.1242 \log(Re) + 0.1558 \log(Re)^2}$
$Re \leq 12000$	$10^{-2.4571 + 2.5558 \log(Re) - 0.9295 \log(Re)^2 + 0.1049 \log(Re)^3}$

Coefficient de traînée de la sphère (Clift et al., 1978) (suite)

Plage de nombre de Reynolds (Re)	Valeur empirique de $C_x$
$Re \leq 44000$	$10^{-1.9181+0.6370 \log(Re)-0.0636 \log(Re)^2}$
$Re \leq 338000$	$10^{-4.3390+1.5809 \log(Re)-0.1546 \log(Re)^2}$
$Re \leq 400000$	$29.78 - 5.3 \log(Re)$
$Re \leq 1 \cdot 10^6$	$0.1 \log(Re) - 0.49$
$Re > 1 \cdot 10^6$	$0.19 - \frac{8 \cdot 10^4}{Re}$

## 2.2 Méthodologie

Suite à l'explication théorique précédente, la mise en pratique est mise en avant dans ce paragraphe. La description du domaine physique utilisé sera suivie des grandes étapes d'implémentation du code de trajectoires sous MATLAB.

### 2.2.1 Géométrie et domaine de calcul

Tout le processus de calcul de trajectoires vise à faire des simulations dans un écoulement de fluide quelconque. Dans le cas présent, l'écoulement autour d'un BWB développé au TFT servira de mise en application (Velázquez Salazar et al., 2015). Le fichier CFD utilisé pour déterminer d'écoulement est celui du BWB en phase de basse vitesse (Mach 0.19) avec un angle d'attaque de 8°. Cette configuration a été choisie car dans le cadre de l'étude du givrage, les phases de basses vitesses (correspondant aux configurations décollage ou atterrissage) sont les plus propices à l'apparition de glace sur les parois de l'appareil. La géométrie de l'appareil, déjà illustrée sur la Figure 1.2, est présentée avec un angle différent sur la Figure 2.3.

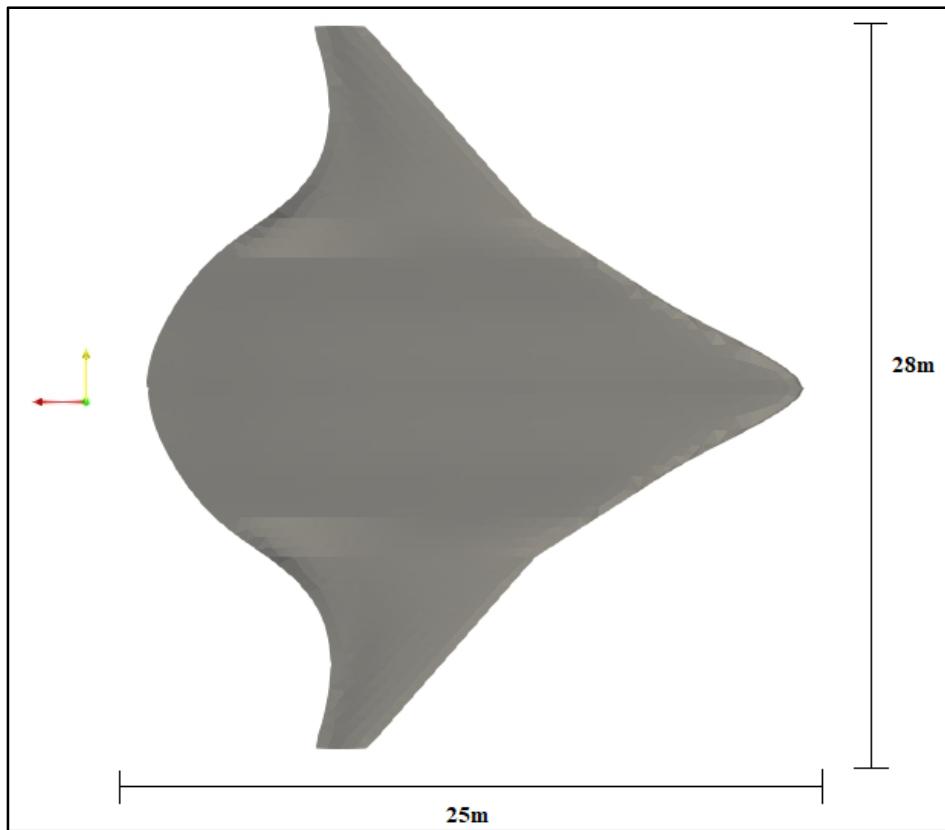


Figure 2.3 Vue du dessus du BWB avec les principales dimensions

Le domaine de calcul CFD est semi-sphérique de 2500 m de rayon et possède un million de cellules (Figure 2.4). La solution CFD n'est donc pas la plus fine qui soit, mais cette base est suffisante pour développer le code de calcul de trajectoire, qui lui, ne dépend pas du maillage CFD, dans la mesure où il fonctionne indépendamment du maillage. L'influence du maillage s'observera sur les sorties de trajectoires qui pourraient varier, mais la construction et l'implémentation du code en est indépendante. Le sujet du mémoire ne portant pas sur les calculs CFD, tous les paramètres de la simulation, sont donnés en ANNEXE II. Il est à noter que l'influence du bloc de glace sur l'écoulement est négligée. Le champ de vitesses dans lequel seront étudiées les trajectoires est donc celui de l'avion dans une configuration « propre » sans glace sur sa surface et sans aucun débris à proximité.

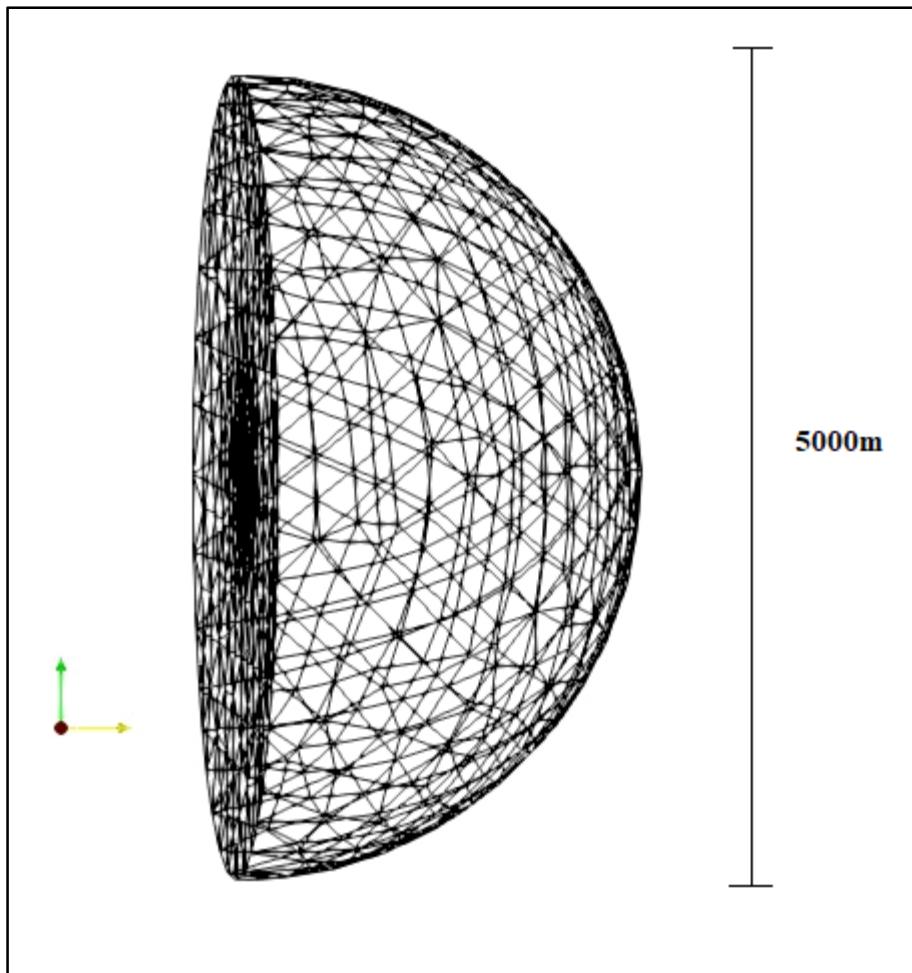


Figure 2.4 Domaine CFD utilisé pour obtenir l'écoulement

Les trajectoires de blocs de glace concernant une zone proche de l'avion, seul un domaine restreint du domaine semi-sphérique a été conservé pour servir d'entrée au code MATLAB de calcul de trajectoire. Il s'agit d'un pavé de 40 par 20 par 40 m composé de 360 000 cellules environ (Figure 2.5). Cette réduction permet également de gagner en temps de calcul, notamment au moment de la lecture du fichier CFD.

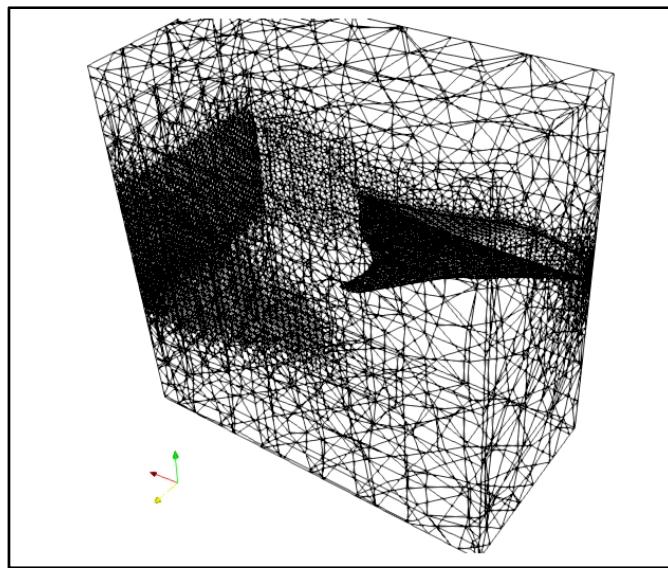


Figure 2.5 Domaine restreint dans lequel seront effectués les calculs de trajectoire

Lors de la simulation des trajectoires avec MATLAB, l'affichage graphique le plus sollicité est la vue 3D dans un graphe (X, Y, Z). Pour une meilleure interprétation, l'avion est bien entendu affiché sur le graphique, basé sur le nuage de points défini par le fichier CFD *Surface flow* contenant les coordonnées de la surface de l'avion. Cette visualisation du BWB est donnée sur la Figure 2.6.

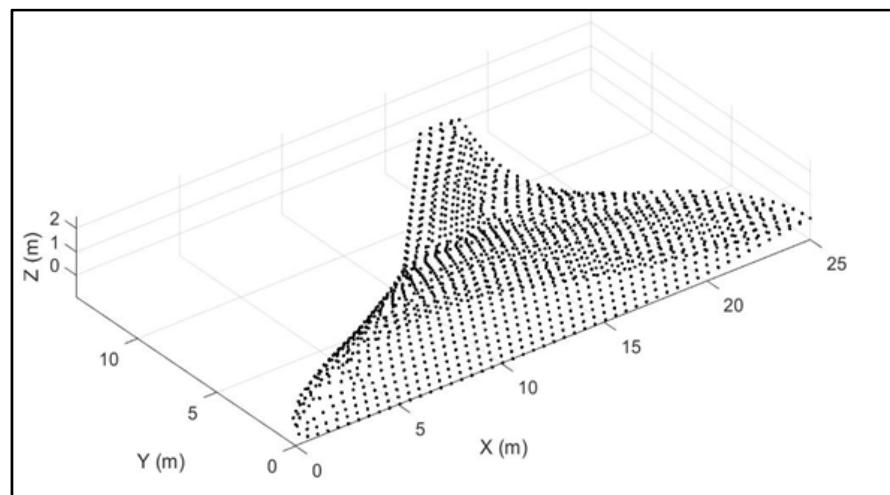


Figure 2.6 Représentation du BWB par nuage de points

Cette représentation n'est que purement visuelle et l'avion n'est pas physiquement matérialisé comme une frontière solide. Ainsi dans le cas où un débris de glace percute la surface du BWB, il passera au travers de l'avion de façon indifférente. Ce genre de situation peut porter préjudice au réalisme de la situation, notamment pour l'étude du passage des blocs de glace à l'arrière de l'avion. Pour contourner ce problème, il convient donc de matérialiser l'avion de façon à précisément l'identifier et le positionner dans l'espace pour déterminer à quel moment un bloc de glace est considéré comme étant en contact avec le BWB. Pour ce faire, MATLAB offre la possibilité d'utiliser la représentation *AlphaShape*. Cette définition de l'avion permet de définir un volume clos délimité par la surface de la voilure. Il est ainsi possible de connaître de façon exacte si une position donnée dans l'espace est dans ou en dehors de l'avion. Cette détection de position est offerte par la fonction *Inshape* qui renvoie de façon booléenne si un point donné est à l'intérieur du volume délimité par l'*AlphaShape*. À noter que se trouver exactement sur la surface de l'avion est considéré comme étant à l'intérieur. La représentation *AlphaShape* (Figure 2.7) permet par ailleurs d'avoir un visuel plus « surfacique » du BWB que le nuage de points illustré précédemment.

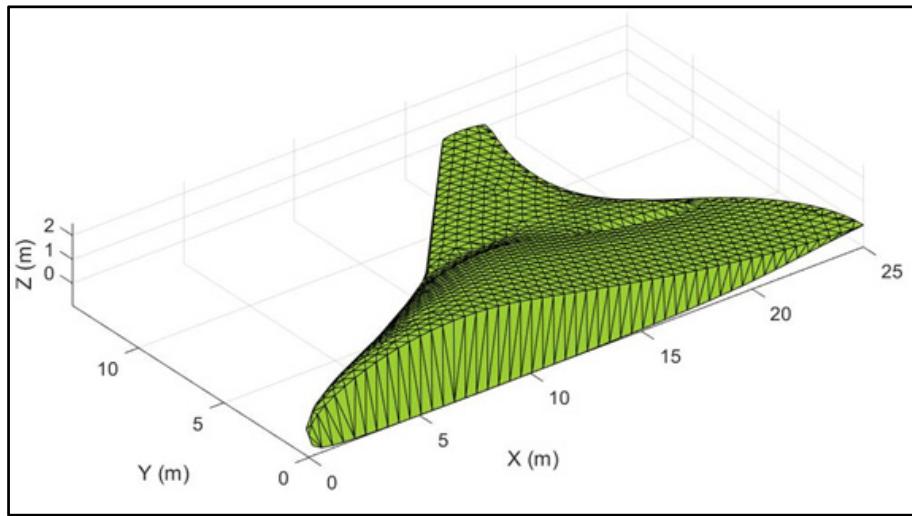


Figure 2.7 Représentation du BWB par *AlphaShape*

La représentation *AlphaShape* utilise une triangulation pour générer la forme. Cependant, zoomer ou tourner le graphe peut provoquer dans certains cas une distorsion visuelle des

triangles qui rend l’interprétation et la visualisation difficile. Pour la suite de l’étude, l’*AlphaShape* a donc été définie mais non affichée sur le graphique, la représentation nuage de points, quant à elle, est retenue pour l’affichage. Définir l’*AlphaShape* servira par la suite lors de l’affichage des trajectoires de blocs de glace. À la fin du calcul de la trajectoire, une analyse point par point permettra, via la fonction *InShape*, de déterminer si une trajectoire impacte la surface de l’avion. Le cas échéant, seule la portion de trajectoire antérieure à l’impact sera tracée sur le graphique, par souci de réalisme. Des illustrations seront données dans le CHAPITRE 4. Néanmoins il s’agit d’une simplification de la réalité où un rebond ou une dislocation du bloc de glace peuvent éventuellement survenir. Ces phénomènes sont ignorés dans la présente étude.

### 2.2.2 Mise en place du code de trajectoires

La mise en application de la théorie explicitée dans le paragraphe 2.1 est faite sous MATLAB. Comme souvent dans le cadre de programmes, l’approche modulaire a été privilégiée. La seule entrée externe à MATLAB est le fichier issu de la CFD que le programme va lire pour extraire les composantes de vitesse de l’écoulement aux points du maillage. Les principaux éléments composant le code de calcul de trajectoires sont les suivants :

- module de données physiques et autres constantes géométriques;
- module de lecture du fichier CFD avec fonction d’interpolation;
- module regroupant les systèmes d’équations différentielles (2.1) et (2.2) ainsi que les équations de quaternions (1.1) et leurs dérivées (2.5);
- module calculant les coefficients aérodynamiques;
- module de résolution des équations différentielles, basé sur *Ode23* de MATLAB (Shampine & Reichelt, 1997);
- module de mise en forme graphique des données désirées.

La fonction d’interpolation permet, à partir de la solution CFD discrétisée, d’obtenir par interpolation linéaire les trois composantes de vitesse de l’écoulement en tout point. L’organisation de ce module d’interpolation est donnée par la figure suivante. Le point auquel

la vitesse du fluide veut être évaluée à pour coordonnées ( $X_q, Y_q, Z_q$ ) et les composantes de vitesse du fluide interpolées par la méthode linéaire renvoyées sont, au choix,  $U_q, V_q$  ou  $W_q$ .

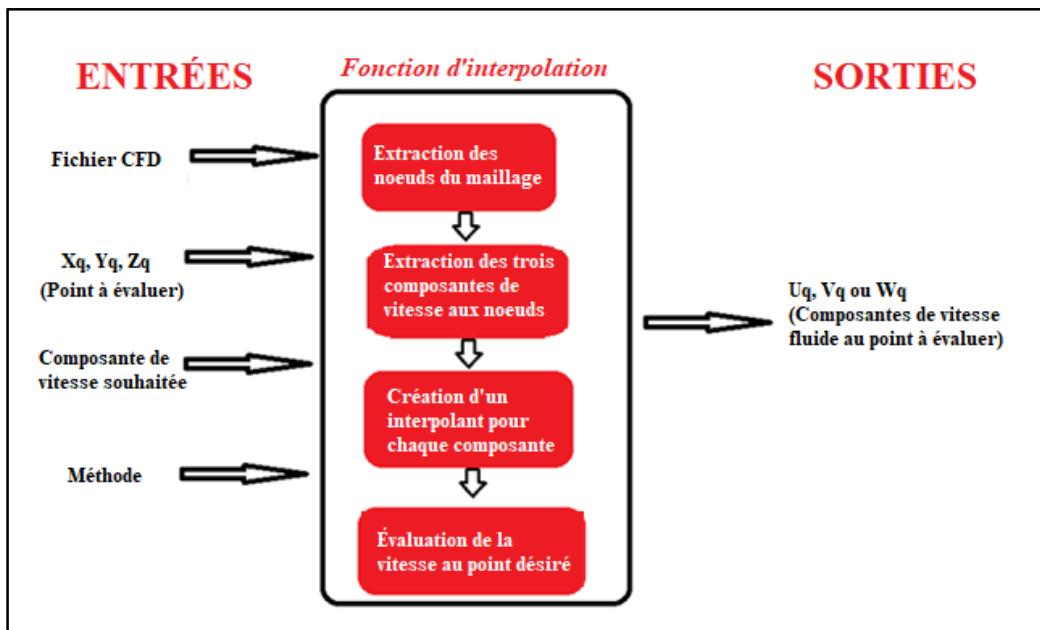


Figure 2.8 Algorithme de la fonction d'interpolation

Cette fonction d'interpolation est le cœur de la détermination des efforts aérodynamiques sur la particule dans la mesure où elle permet de passer d'une représentation discrète de la vitesse d'écoulement (i.e. solution CFD) à une représentation continue (i.e. vitesse évaluée en tout point). La relation entre les différents constituants du code listés plus haut est donnée par la figure suivante.

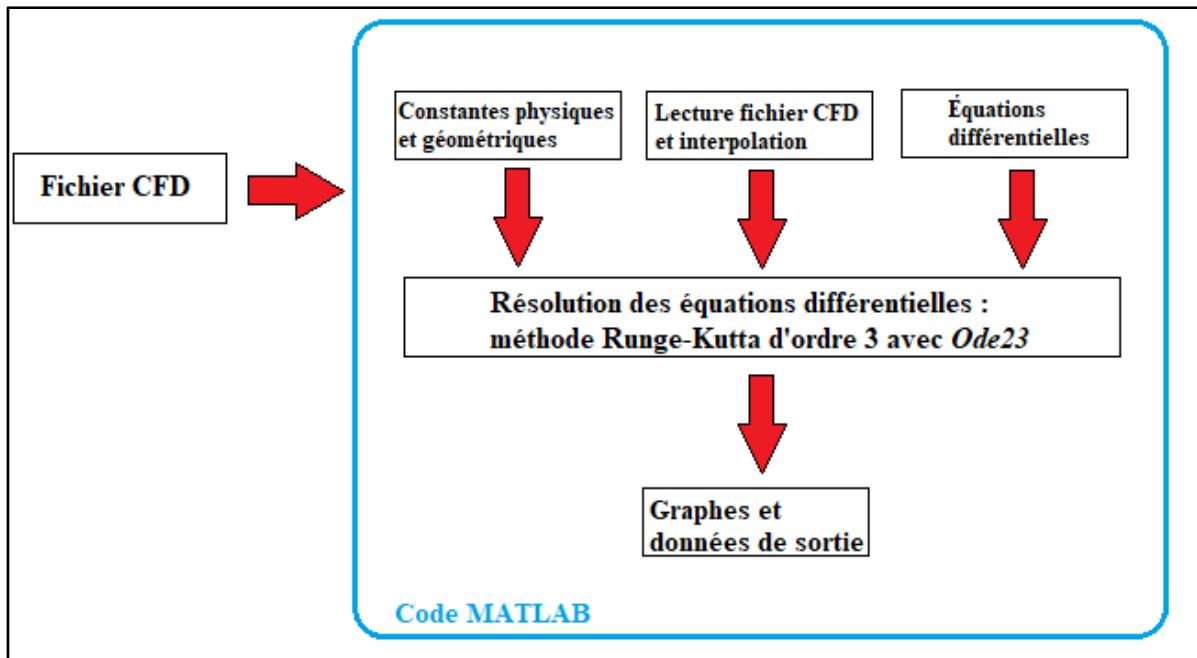


Figure 2.9 Organisation modulaire du code de calcul de trajectoires

Comme précisé précédemment, les coefficients aérodynamiques des débris sont déterminés de deux façons suivant qu'il s'agisse d'un bloc sphérique ou d'une plaque plane. Dans le cas de la sphère, la corrélation du Tableau 2.1 permet d'obtenir le coefficient de trainée par calcul direct. Pour ce qui est de la plaque plane, le coefficient normal est obtenu par interpolation dans les bases de données de Richards et al. (2008) qui ont été numérisées. Les tableaux de valeurs obtenus après numérisation sont donnés en ANNEXE III. Une sous-routine est ainsi chargée de déterminer le coefficient normal à chaque itération.

La résolution du système différentiel est ensuite confiée au solveur *Ode23* qui utilise la méthode de Bogacki-Shampine qui est une variante de la méthode Runge-Kutta d'ordre trois (Shampine & Reichelt, 1997). Il s'agit d'une méthode à quatre étapes pour chaque itération. Aucune modification à cette méthode n'est apportée et elle est utilisée telle quelle avec MATLAB. L'équation (2.13) explicite un pas de calcul où le système à résoudre est  $y' = f(t, y)$ , avec  $y_n$  la solution à l'instant  $t_n$ . Le pas de temps est quant à lui noté  $h_n$ , et  $Y_{n+1}$  est l'approximation au second ordre de la solution.

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(t_n, y_n) \\
k_2 &= f(t_n + \frac{1}{2}h_n, y_n + \frac{1}{2}h_n k_1) \\
k_3 &= f(t_n + \frac{3}{4}h_n, y_n + \frac{3}{4}h_n k_2) \\
y_{n+1} &= y_n + \frac{2}{9}h_n k_1 + \frac{1}{3}h_n k_2 + \frac{4}{9}h_n k_3 \\
k_4 &= f(t_n + h_n, y_{n+1}) \\
Y_{n+1} &= y_n + \frac{7}{24}h_n k_1 + \frac{1}{4}h_n k_2 + \frac{1}{3}h_n k_3 + \frac{1}{8}h_n k_4
\end{aligned} \tag{2.13}$$

Le chapitre suivant, constitué de l'intégralité de l'article soumis au Journal of Aerospace Engineering, reprend avec plus de détails l'implémentation numérique du code de trajectoire qui a ici été abrégée pour éviter les redondances trop prononcées au fil de ce mémoire.

## **CHAPITRE 3**

### **DYNAMIC MOMENT MODEL FOR NUMERICAL SIMULATION OF A 6 DOF PLATE TRAJECTORY AROUND AN AIRCRAFT**

Kevin Ignatowicz, François Morency, Pierre Lopez

École de Technologie Supérieure, 1100 rue Notre-Dame Ouest, Montréal H3C1K3, Québec, Canada.

Article soumis pour publication au Journal of Aerospace Engineering, mars 2018.

#### **ABSTRACT**

Ice shedding is a threat for aircraft safety since ice blocks can hit rear components or be ingested by the engines. Modeling ice pieces trajectories by numerical simulations is useful in the design phase of an aircraft to forecast ice block paths. To study the trajectories, the shed blocks can be modelled as sphere or 6 DOF plates. The objective of this paper is to propose a mathematical model for the plate dynamic moment and use it to forecast ice block paths. The results will be used in future work to determine possible engine location that minimize ice ingestion risks for a blended-wing-body aircraft. The equations of motion in a Lagrangian frame are presented together with the correlations to be used for the aerodynamic coefficients of the ice blocks. The plate model involves the quaternions and a dynamic moment coefficient function of the angular velocity. After model validation with the literature, the trajectories around the blended-wing-body will be displayed. The difference in trajectories and footprints caused by the dynamic moment model choice will be highlighted.

#### **3.1      Introduction**

In aeronautics, the number of weather-related accidents due to icing between 1967 and 2004 led the safety authorities to publish about 50% of their recommendations only on icing hazards (Skeen Jr & Reed, 2004). Ice accretion on the airplane can impact the aerodynamic

performance, the handling or obstruct sensors. This can lead to catastrophes as the Rio-Paris Air France accident in 2009, due to icing on the Pitot Tubes (Conversy et al., 2014). Recent statistics show that ice-related issues are the cause of 17% of loss of control in-flight according to the International Air Transport Association (I.A.T.A.) 2015 Safety Report (I.A.T.A., 2016). De-icing systems are mounted on airplanes to remove accreted ice, for example pneumatic boots. Nevertheless, removed ice particles are shed and can hit the airplane or can be ingested by the aft-mounted engines. Thus, taking into account icing hazards and trajectories of shed ice blocks in the design phase of an airplane is critical.

Shedding and trajectory simulations are a challenge in the study of de-icing phenomenon in aeronautics and flying debris in wind engineering. For the plate ice piece, Richards et al. (2008) give a methodology that couples experimental data and numerical simulations. While the static aerodynamic coefficients of a plate are well established (Hoerner, 1965), no consensus has emerged on the dynamic coefficients, which are in addition difficult to measure in wind tunnel experiments. The dynamic moment is one of the most sensitive dynamic coefficients for the rotating plate, and several models can be considered. Thus, previous works in the literature have been carried out with a constant dynamic (Papadakis, Yeong, & Suares, 2007), a dynamic linearly dependant by segment on the angular velocity (Tachikawa, 1983) or a hybrid model where the dynamic moment is depending on the relative flow velocity, and pseudo-quadratic with the angular velocity (Richards et al., 2008).

In wind engineering, the simulation of particle trajectories in a flow field has been frequently studied. 2D models have been developed, for example by Holmes (2004) but efforts are done to simulate 3D phenomenon for a more realistic prediction (Kordi & Kopp, 2009). In aeronautics, Papadakis et al. (2007) simulated ice shedding by coupling numerical simulations to experimental data. The aerodynamic behaviour of ice fragments was determined using a large data base of experimental data. Baker (2007) classifies the wind-borne debris in two main categories : compact objects and sheet objects. The present work will cover both of these categories by studying plates (i.e. sheet objects) and spheres (i.e. compact objects).

In a current blended-wing-body (BWB) designing phase (Delecroix, 2017), the determination of the engines location minimizing ice ingestion risks is a work in progress. Obtaining numerical 3D trajectories of spheres and plates ice pieces shed from the wing leading edge will permit to have an idea of the trajectories footprints, necessary to place the engines. Attention is paid to the footprints of theses trajectories in a transverse plane, near the rear of the airplane. The innovative part, and main objective of this paper, will be to propose a model for the dynamic moment acting on the rotating plate and implement it in a Lagrangian trajectory code. The dynamic moment model proposed in the present paper is a three-dimensional extension of a 2D model proposed in the 80's (Tachikawa, 1983), based on a limiting value for the angular velocity and a linear dependence regarding the angular velocity. By comparing the footprints obtained with the dynamic moment proposed by Richards et al. (2008) and the new dynamic moment model, it will be possible to estimate the impact of the dynamic moment model on the plate trajectory path and their footprints in a given cross plane.

The equations of motion of ice pieces use aerodynamic correlations to determine the drag coefficient for the sphere, and the normal force coefficient for the plate. The numerical method solves the equations of motion with a third order adaptive Runge-Kutta method. The methodology section focuses on the model and the modules needed to perform a trajectory simulation. The theory section gives more details about the equations and the mathematical concepts involved in the simulations. After a validation against the work of Richards et al. (2008) for the plate and Holmes (2004) for the sphere, a discussion will be done to compare the dynamic moment proposed by Richards et al. (2008) to the 3D-linear model based on the work of Tachikawa (1983). The BWB geometry will then be used to show the ability of the code to perform 3D simulations around a complete aircraft with 3D plots and footprints distribution displayed using both dynamic moment approaches to highlight the differences.

### 3.2 Methodology

This section exposes the steps required to perform a trajectory simulation in a flow field. After a look to the configuration layout used for the BWB studied in the present paper, the algorithm of the trajectory code will be detailed.

#### 3.2.1 Geometry and set up

This sub-section describe the geometry and set up used to conduct an ice particle trajectory simulation in a given flow field. The latter corresponds to the flow field around the BWB obtained by CFD (Velázquez Salazar, Weiss, & Morency, 2017). The BWB presents a length of 25 m and a half span of 14 m. Figure 3.1 presents the geometry used, where sub-figure a) is the top view, b) the side view, c) the rear view and d) highlights the location of the plane (rectangle) where the footprints of trajectories will be investigated.

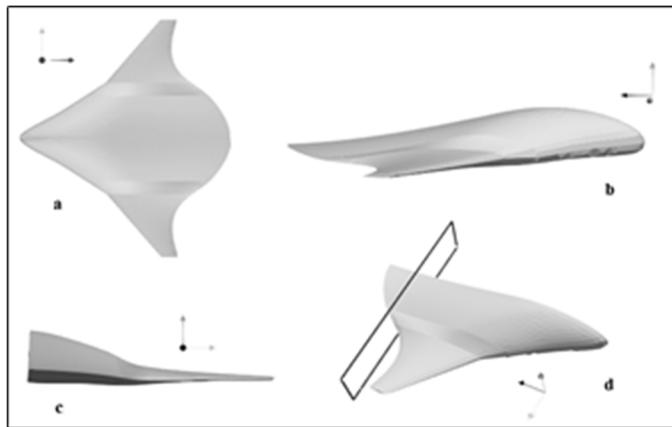


Figure 3.1 Different views of the BWB geometry

The CFD simulations were done considering a final approach at low speed, at 8 degrees of angle of attack. The freestream variables are the following:

- Mach number : 0.19;
- temperature : 288 K;

- Reynolds number: 73.7e6, based on freestream velocity and a reference length of 15.9m.

The domain used for the trajectory simulations is a box of 40 by 20 by 40 m clipped inside the original semi-spherical CFD domain of 1 million cells. The discretized clipped computation domain is an unstructured mesh composed of 357129 cells. Take note that to have a good prediction of the aerodynamic performances, a finer mesh with more cells is needed, especially near walls. Nevertheless, this coarse base is enough for the verification of the trajectory code, as ice trajectories are mostly outside of the boundary layer and wake areas. Figure 3.2 presents the mesh and the computed streamlines around the BWB model. Ice particles are inserted near the wing leading edge, at several locations.

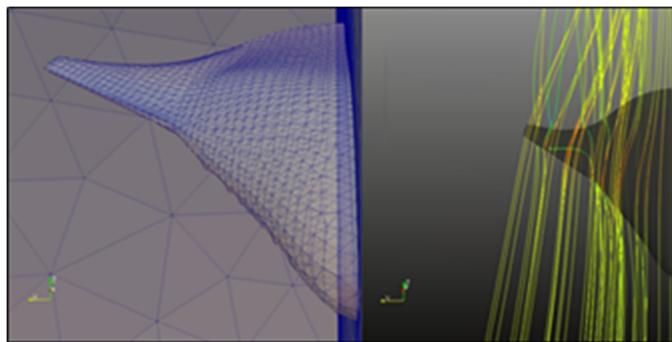


Figure 3.2 Mesh of the CFD model (left) and streamlines around the geometry (right)

The CFD data file is used as an input for the trajectory code. The following assumptions are made about the physics of the system:

- the CFD simulation was performed around a half aircraft;
- the flow field is calculated around the clean aircraft, without any ice accretion;
- the ice particle does not influence the flow field (one way coupling);
- ice particles are represented either as spheres or plates;
- the rotation of the spherical ice particle is not taken into account;
- only the normal force is taken into account for the plate.

### 3.2.2 Trajectory code

At first, a 2D trajectory code was developed (Védie, Morency, & Kubler, 2016). The present work extends its capabilities to 3D simulations with 6 DOF. The trajectory code is divided into modules. A first module regroups all the physical constants, variables and initial conditions, another one contains all the governing equations of motion, plus the quaternions and the moment equations in the case of the plate. A third module solves the system of equations using MATLAB *Ode23* (Shampine & Reichelt, 1997). At each time step, an interpolation module computes the local velocity components by interpolation in the CFD flow field. Finally, the last module performs the outputs and graphs. For the work presented in this paper, the outputs returned are 3D plots of ice blocks trajectories around the BWB, and a 2D footprints of trajectories in a X-normal plane located 20m downstream the front end of the geometry. The algorithm of the code is similar to the one used by Papadakis (2007). Figure 3.3 presents the structure of the trajectory code, where the main program (dashed zone) calls the other modules.

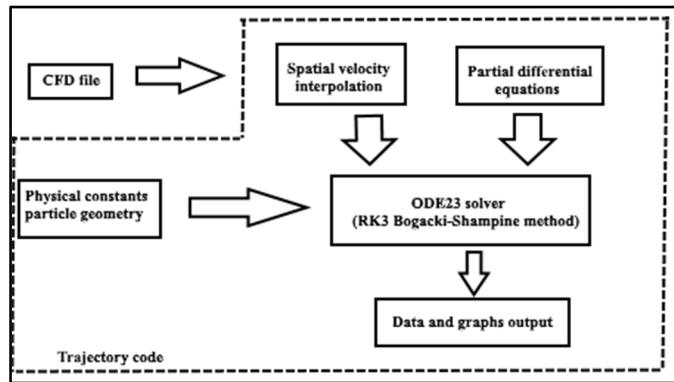


Figure 3.3 Algorithm of the trajectory code

### 3.3 Theory and calculation

In this section, the mathematical models used in each module described in section 2 are presented. The basis of a trajectory calculation is the Newton law of motion. The challenges in the present case were to model the aerodynamic forces and moments on the ice particle. Two different aerodynamic models are used, one for the plate and one for the sphere.

### 3.3.1 Interpolation Module

This module is common for the plate and the sphere codes. Its aim is to calculate the velocity components in all three directions at every location ( $X_q$ ,  $Y_q$ ,  $Z_q$ ) in the domain. To perform the interpolation, the *scatteredInterpolant* MATLAB function is used (Amidror, 2002). With the velocity computed at position ( $X_q$ ,  $Y_q$ ,  $Z_q$ ), it is possible to compute aerodynamic forces and moment using empirical correlations. A description of the interpolation module for 2D applications has been done in a previous paper (Ignatowicz & Morency, 2017).

### 3.3.2 Plate

The plate is in translation in all three X, Y and Z directions in the global reference axis and in rotation about its three local rotating axis  $X_p$ ,  $Y_p$  and  $Z_p$ . Its orientation at a given time is described by the three Euler angles  $\Psi$ ,  $\theta$  and  $\Phi$  corresponding to the  $Z_p$ ,  $Y_p$  and  $X_p$  rotations, see Figure 3.4. The plate has a dimension  $L$  in the  $X_p$  direction,  $l$  in the  $Y_p$  direction and a thickness  $e$ . The surface ratio is  $SR = L/l$ .

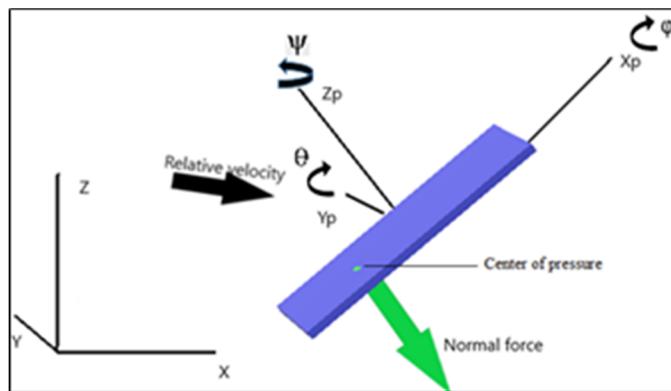


Figure 3.4 Representation of the plate motion

To describe the plate orientation, Min Fu et al. (2013) propose to use the quaternions instead of the raw Euler angles to avoid some situations with singular values, called Gimbal lock. The quaternions are four scalars  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  and  $q_4$  determined from the Euler angles.

These quaternions will also determine the matrix  $R_q$  that can transpose a vector from the global reference axis to the local reference axis. The expression of  $R_q$  is detailed in Min Fu et al. (2013) paper.

The motion and rotation of the plate are mainly due to the aerodynamic forces acting on it. At each query point  $P_q$ , the flow field has a velocity  $\mathbf{V} = [U_q; V_q; W_q]$  in the global reference axis and the plate itself has a velocity  $\mathbf{u} = [u; v; w]$  in the same global reference axis. To compute the aerodynamic forces acting on the particle, the relative velocity  $\mathbf{V}_{rel} = [u_r; v_r; w_r]$  is needed (3.1).

$$\mathbf{V}_{rel} = \mathbf{V} - \mathbf{u} \quad (3.1)$$

This relative velocity has to be transposed in the local rotating axis using the  $R_q$  matrix:

$$\mathbf{V}_{relm} = R_q(q)\mathbf{V}_{rel} = [u_{rm}; v_{rm}; w_{rm}] \quad (3.2)$$

To be able to calculate the aerodynamic forces from this relative velocity, the two angles describing the orientation of the relative velocity in the mobile axis are computed: the angle of attack  $\alpha$  and the side slip angle  $\beta$ . See Figure 3.5 and (3.3) for their definitions.

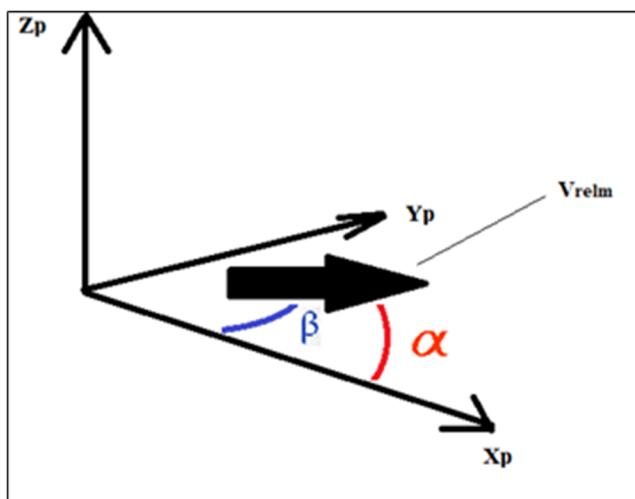


Figure 3.5 Angle of attack  $\alpha$  and side slip angle  $\beta$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{w_{rm}}{|V_{relm}|}\right) \quad (3.3)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{v_{rm}}{|V_{relm}| \cos(\alpha)}\right)$$

With these angles and the assumption of Richards et al. (2008) that the only aerodynamic force is the normal force acting on the center of pressure, in the mobile axis system, the components of the force  $\mathbf{F}_P$  are:

$$F_{XP} = 0$$

$$F_{YP} = 0 \quad (3.4)$$

$$F_{ZP} = 0.5\rho V_{relm}^2 Ll C_N$$

- $\rho$  density of the air ( $\text{kg/m}^3$ );
- $C_N$  the normal coefficient.

For a plate, Richards et al. (2008) determined the normal force coefficient as a function of  $\alpha$  and  $\beta$  by experimental tests in wind tunnel. These results are used to build a database. The normal coefficient is known for plates of surface ratio SR of 1, 2 or 4. Figure 3.6 illustrates the  $C_N$  for SR = 1. The coordinates of the center of pressure are also given in the paper of Richards et al. (2008).

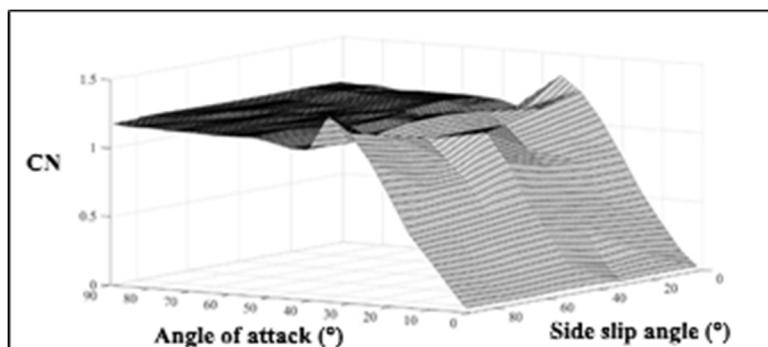


Figure 3.6  $C_N$  for a plate of SR = 1,  
from a digitized version of Richards et al. (2008) graph

To determine the translational motion of the plate in the reference axis, the force  $\mathbf{F}_P$  (3.4) is transposed in the global reference axis to solve the Newton equation of motion (3.5):

$$m\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{F} + mg$$

with:  $\mathbf{F} = R_q^{-1}(q)\mathbf{F}_P$  and  $\mathbf{g} = [0; 0; -9.81]$ . (3.5)

The dot stands for the temporal derivative, and  $m$  is the mass of the ice particle calculated with a density of 917 kg /m<sup>3</sup>.

The angular velocity vector, about X<sub>p</sub>, Y<sub>p</sub> and Z<sub>p</sub>, is  $\boldsymbol{\Omega} = [P; Q; R]$ . The static moment  $\mathbf{M}_p$  of the plate at the center of gravity results from the force applied at the center of pressure. To avoid an unlimited angular velocity for the plate, Richard et al. (2008) propose a dynamic moment  $\mathbf{M}_d$  added to the previous static moment:

$$\mathbf{M}_d = 0.5\rho C_{dm} \left( |V_{relm}| + |\boldsymbol{\Omega}| \frac{l}{2} \right) Ll^3 \boldsymbol{\Omega} \quad (3.6)$$

with  $C_{dm} = [-0.01; -0.185; -0.2]$ , the constant vector values selected to fit experimental results (Richards et al., 2008). The total moment  $\mathbf{Mt}$  is  $\mathbf{M}_p + \mathbf{M}_d$ . Once the total moment and the matrix of inertia of the plate I are known, the conservation of angular momentum equation, with  $\wedge$  standing for the cross product of two vectors is:

$$I\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{Mt} - \boldsymbol{\Omega} \wedge I\boldsymbol{\Omega} \quad (3.7)$$

The dynamic moment of (3.6) proposed by Richards et al. (2008) is constantly opposed to the angular velocity. As shown in section 3.4, this eventually stops the rotation of the plate in its flight and induces a translating motion. However, experimental video recordings of Tachikawa (1983) show that a plate in most cases either is totally in translation or in rotation or evolves from translation to rotation. The case where a rotating plate acquires a translation motion was not observed.

The dynamic moment proposed by Tachikawa (1983) was a 2D model. The fundamental aspect of this model is that the plate has a maximum angular velocity, depending on the flow relative velocity and the geometry. This angular velocity  $\omega_0$  is given by (3.8) :

$$\omega_0 = \frac{2|V_{relm}|K}{l} \quad (3.8)$$

- $\omega_0$  maximum angular velocity (rad/s);
- K parameter measured experimentally : 0.32 for a square plate, 0.45 and 0.48 for a e/l ratio of 5.3% and 2.9% respectively for a rectangle plate (Tachikawa 1983);
- l dimension of the plate perpendicular to the rotation axis (m).

The 2D dynamic moment proposed by Tachikawa (1983) has the generic expression given by (3.9), where  $C_{mr}$  is the dynamic moment coefficient, scalar since there is only one rotation (see Figure 3.7 for its definition).

$$M_d = \frac{1}{2} \rho |V_{relm}|^2 L l^2 C_{mr} \quad (3.9)$$

The precedent dynamic moment model of (3.9) was used for 2D motions involving only one rotation perpendicular to the flow direction. The present work proposes an extension to 3D models involving three rotations. In practice, the rotation about the  $Z_p$  axis presents a very small frontal area (i.e. le or Le) the dynamic moment coefficient can then be assumed to be 0 for that rotation. The 3D-adapted model proposes to define maximum angular velocity values for the two rotations about  $X_p$  and  $Y_p$  and dynamic moment coefficients for both of them. The expression of the 3D dynamic moment is given by (3.10):

$$M_d = \frac{1}{2} \rho |V_{relm}|^2 \begin{bmatrix} l^2 L C_{mrx} \\ L^2 l C_{mry} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

where  $C_{mr_x}$ ,  $C_{mr_y}$  and  $C_{mr_z} = 0$ , are the components of the 3D-extended dynamic moment coefficient  $C_{mr}$ . The 2D dynamic moment coefficient has been experimentally determined by Tachikawa (1983) as a function of the ratio  $\omega/\omega_0$ , where  $\omega$  is the angular velocity of the plate, see Figure 3.7.

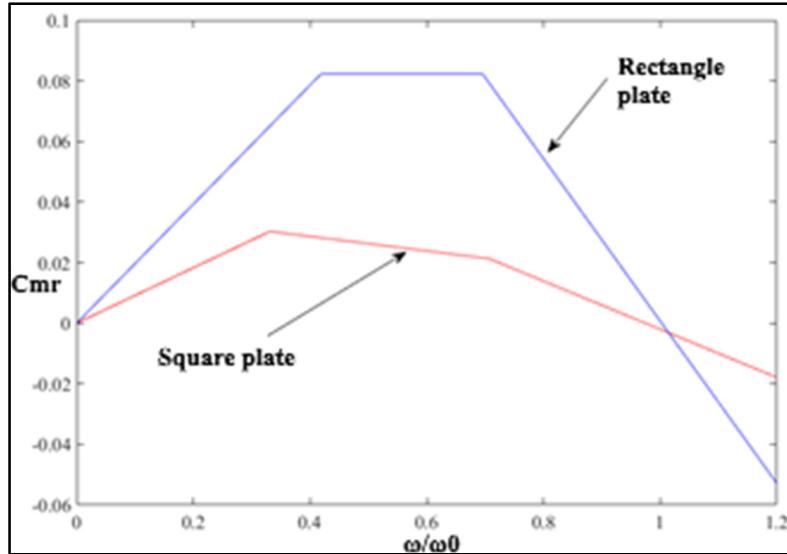


Figure 3.7 Dynamic moment coefficient as a function of  $\omega/\omega_0$   
adapted from Tachikawa (1983)

In the 3D adaptation, the  $C_{mr}$  will be considered to be the same for the two rotations of the plate, meaning that the  $\omega$  of Figure 3.7 stands for P or Q. Following that, the maximum angular velocity values will be denoted as  $P_0$ ,  $Q_0$ . The function describing the plot of Figure 3.7 will be denoted  $F_{DM}(\omega/\omega_0)$ . For the square plate, the value of 0.32 for K has been kept for the two rotations.

For the rectangle plate, the K values determined by Tachikawa (1983) are 0.45 and 0.48 depending on the e/l ratio as shown before. Tachikawa determined these values for a rotation about the longest axis of the plate,  $X_p$ . In the present 3D extension, K for the  $X_p$  rotation is chosen to be a linear function of the ratio e/l, matching the values of Tachikawa for ratios of 2.9 and 5.3%. This will allow the simulation of trajectories for plates with various thickness ratios. The K value for the rotation about the  $Y_p$  axis has been taken as 0.4 as the plate can

rotate faster than about the  $X_p$  direction due to a smaller length in the axis direction. This value of 0.4 is an hypothesis and is an extrapolated value, based on the criterion that  $K$  has to be superior in that case than in the square plate case. Finally the maximum angular velocities are given by (3.11), where the expressions are extrapolated from Tachikawa (1983):

$$\begin{aligned} \text{For a square plate : } P_o &= Q_o = 0.64 \frac{|\mathbf{V}_{relm}|}{L} \\ \text{For a rectangle plate : } P_o &= 2(-1.25 \frac{e}{l} + 0.516) \frac{|\mathbf{V}_{relm}|}{l} \\ Q_o &= 0.8 \frac{|\mathbf{V}_{relm}|}{L} \end{aligned} \quad (3.11)$$

and the dynamic moment coefficient is:

$$C_{mr3D} = \begin{bmatrix} sign(P)F_{DM}\left(\frac{|P|}{P_0}\right) \\ sign(Q)F_{DM}\left(\frac{|Q|}{Q_0}\right) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

The absolute values and the *sign* function are used to allow positive and negative rotations, since the graphs of Figure 3.7 have been experimentally obtained by Tachikawa for positive angular velocities. The assumption made in the present work is that for a negative rotation, the value of the dynamic moment coefficient is the same but of opposite sign.

By solving simultaneously the translation, the moment and the quaternions equations, the trajectory of the 6 DOF plate is computed in the flow field around the BWB. The six ordinary differential equations are solved with a Runge-Kutta integration scheme. The system solved is composed of (3.5), (3.7) and quaternions derivatives described by Suares (2005), forming a set of ten equations.

### 3.3.3 Sphere

As the sphere is symmetric, the only significant aerodynamic force is drag, since the rotation is not considered. Making calculations on a sphere can be a good approximation of a nearly symmetric ice fragment, which does not generate lift or side forces. The global reference axis (X, Y, Z) and the local sphere's axis are parallel to the global reference at any time. The definition of the relative velocity, of the angle of attack, and of the side slip angles are the same as in the plate case, see (3.2) and (3.3). The drag, acts at the center of gravity and parallel to the relative velocity. (3.13) gives the general expression of the drag.

$$D = 0.5\rho V_{rel}^2 S C_x \quad (3.13)$$

- $S$  the frontal area ( $\text{m}^2$ ) which is  $\pi \cdot r^2$  with  $r$  the sphere radius;
- $C_x$  the drag coefficient.

Clift, Grace and Weber (1978) give correlations to determine the  $C_x$  coefficient depending on the Reynolds number ( $Re$ ). Finally, the three aerodynamic forces acting on the sphere along each direction are (3.14) :

$$\begin{aligned} F_x &= sign(u_r) 0.5\rho V_{rel}^2 S(C_x) \cos(\alpha) \cos(\beta) \\ F_y &= 0.5\rho V_{rel}^2 S(C_x) \cos(\alpha) \sin(\beta) \\ F_z &= 0.5\rho V_{rel}^2 S(C_x) \sin(\alpha) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Because  $\alpha$  and  $\beta$  are defined as  $\sin^{-1}$ , their values are between  $-90^\circ$  and  $90^\circ$ . Thus,  $\cos(\alpha)$  and  $\cos(\beta)$  are always positive. To avoid an always positive  $F_x$ , the sign function is used to align the force with the relative velocity direction.

### 3.4 Results and discussion

In this section the models described in the previous section will perform trajectory simulations around the BWB. Trajectory patterns around the airplane geometry will be displayed as well as footprints of the trajectories in a transverse plane 20 m downstream the nose of the BWB. Prior to these simulations, the code results will be compared and validated with the results of Richards et al. (2008) and Tachikawa (1983) for the plate, and then Holmes (2004) for the sphere. Both dynamic moment models for the plate will be compared to see the differences in trajectories, and finally the difference in footprints distribution behind the BWB between the two methods will be highlighted.

#### 3.4.1 Validation

##### 3.4.1.1 Plate

- Trajectory code with hybrid dynamic moment (Richards et al., 2008)

Only few articles in the literature present detailed (X, Y, Z) coordinates for computed 3D trajectories of 6 DOF plates. The single trajectory pattern presented by Richards et al. (2008) is used for validation. For this test case, the conditions used are:

- plate of SR = 2, 0.0225 m<sup>2</sup> area, i.e. l = 0.1061 m and L = 0.2122 m, and e = 0.002 m;
- surface density of 0.340 kg/m<sup>2</sup>, corresponding to a density of 170 kg/m<sup>3</sup>;
- 10 m/s uniform flow field in X direction;
- initial orientation of the plate:  $\Psi = 30^\circ$ ,  $\theta = 20^\circ$ ,  $\Phi = 30^\circ$  (see Figure 3.4).

The comparisons are shown in Figure 3.8. These two graphs show the trajectory respectively in the XZ plane and XY plane. The trajectory code results are obtained with the model presented in the previous sections. The differences observed may be due to the uncertainty in the digitalisation of the Richards et al. data. The trajectory simulated is longer than the test case proposed by Richards et al. because the simulation time was taken large enough to completely cover the range of the reference trajectory. It also permits to have an idea of the

trend of the path after 3m in X, since the reference pattern is short. The dynamic moment used was the one proposed by Richards et al. (2008).

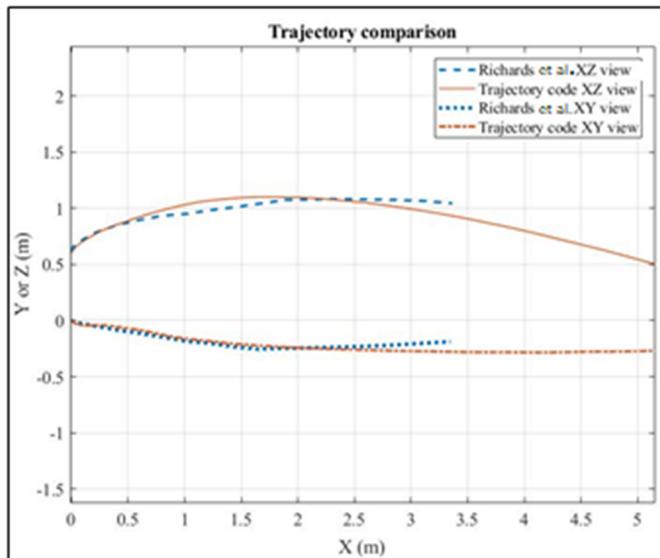


Figure 3.8 Comparison with the trajectory of Richards et al.

The 3D plate trajectory calculations compare well to the results from literature.

- Linear dependant dynamic moment based on Tachikawa (1983) model

A 3D extension of the 2D dynamic moment was developed based on the model proposed by Tachikawa (1983), in parallel to the implementation of Richards et al. (2008) model. The new model developed in this paper will be called the 3D-linear model. Since Tachikawa worked on 2D trajectories, results presented in his paper are 2D side views of trajectories in the XZ plane for different initial pitching angle of the plate. The conditions of the two test cases used to validate the 3D-linear model are:

- square plate of  $L = 0.04$  m side length, thickness  $e = 0.002$  m, density  $= 1120 \text{ kg/m}^3$ ;
- X-unidirectional horizontal wind at 9.2 m/s;
- initial pitching angles  $\theta_0 = 45^\circ$  and  $\theta_0 = 75^\circ$ .

The comparisons are given on the following figure, where the Tachikawa curves are digitized from his paper and result of his experimental tests.

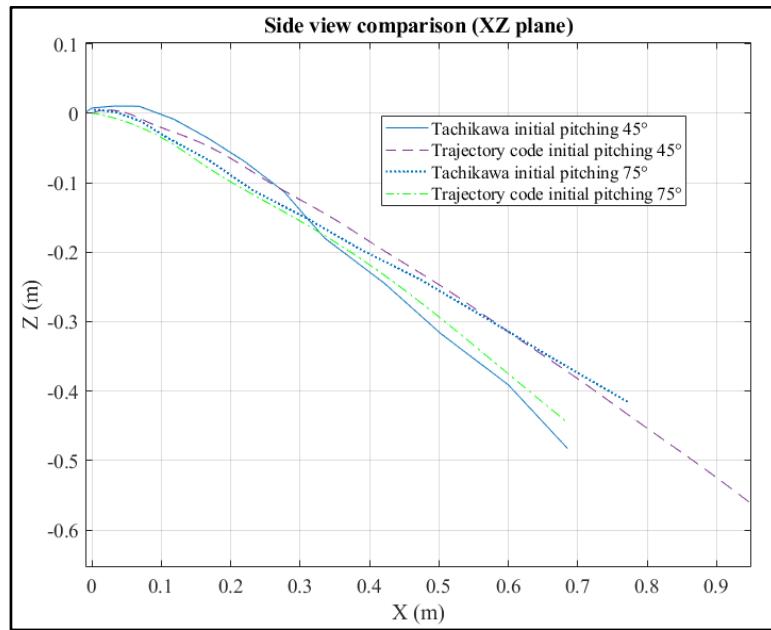


Figure 3.9 Comparison with Tachikawa results,  
with initial pitching angle of 45° and 75°

The maximum difference observed with respect to the horizontal distance travelled is between 13 and 15%. These differences are acceptable since the trajectory code model uses the correlation of Richards et al. (2008) for the aerodynamic normal coefficient. Tachikawa didn't use the same model for the aerodynamic coefficient and adapt them depending on the dynamic effects. In the present 3D-linear model, this dependence is neglected. To highlight the capability of the 3D code, the previous test case with an initial angle of 75° was reproduced with a Y-unidirectional wind. The initial angle of release was about the X<sub>p</sub> axis:

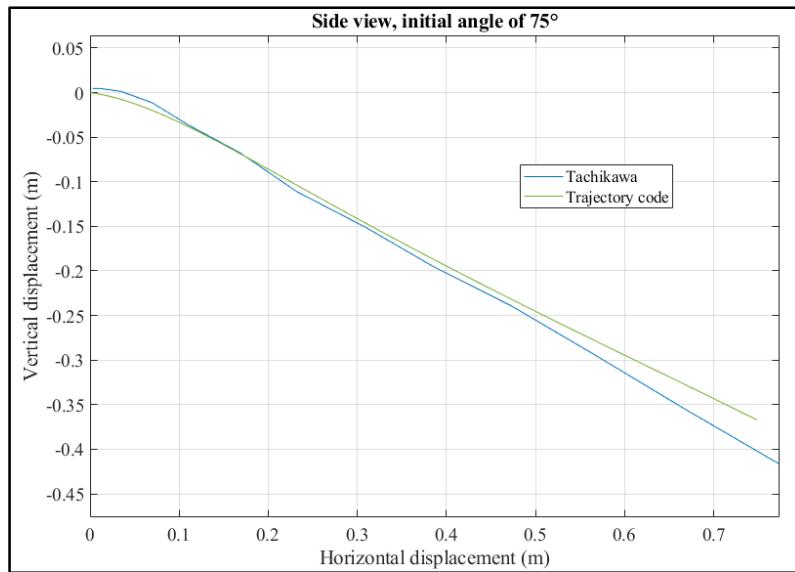


Figure 3.10 Side view comparison,  
with a Y-unidirectional wind

With a wind in Y direction, the pattern is still in accordance with the observations of Tachikawa. The code's trajectory is not exactly the same as the one in Figure 3.9 ( $75^\circ$  initial pitching case) since the angle of attack in Figure 3.10 is in reality a side slip angle, and the digitalization of Richards et al. results has not the same precision with respect to the side slip angle. Nevertheless, the pattern is similar and presents a good accordance with the literature, presenting less than 5% of differences with the graph of Tachikawa.

Now it is interesting to compare both dynamic moment models for the same test case. The following figures present the comparison for the test case used to validate the dynamic model of Richards et al. Figure 3.11 is comparisons of the trajectories while Figure 3.12 is a comparison for the dynamic moment value and the angular velocity.

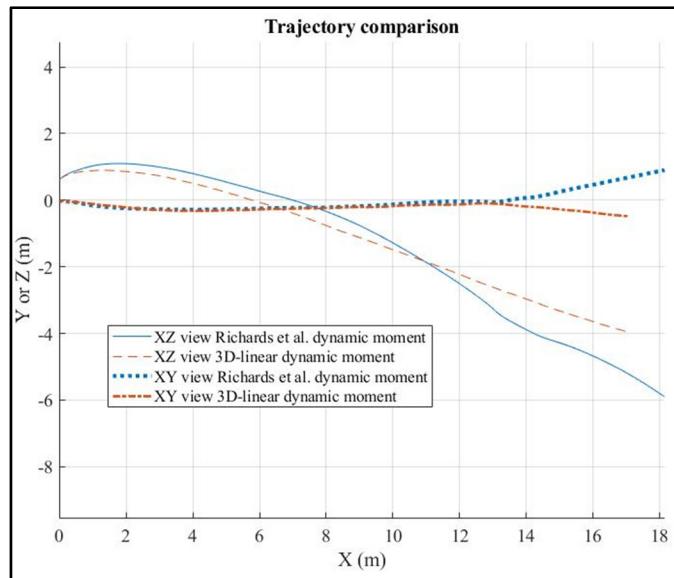


Figure 3.11 Side view comparison between  
the two dynamic moment models

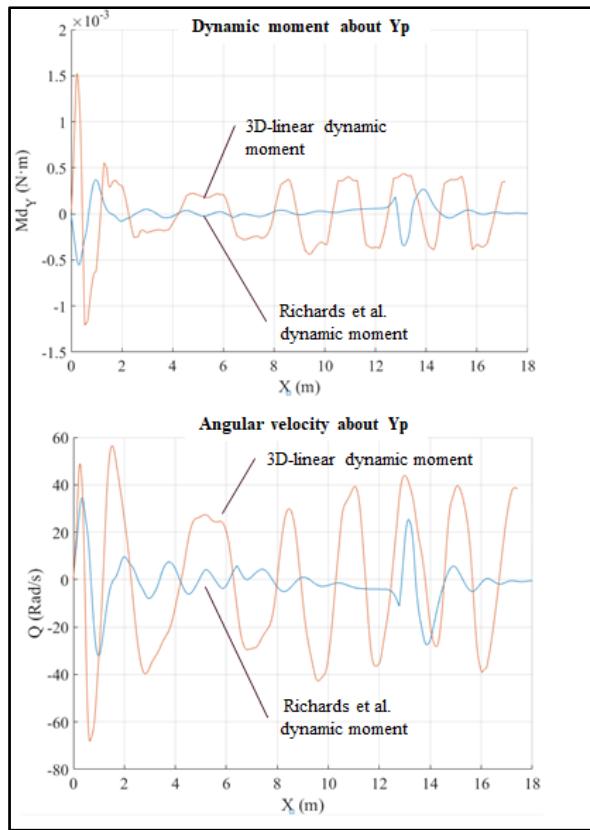


Figure 3.12 Dynamic moment value (top) and angular velocity (bottom) comparison

As expected with the definitions of the moments given in the theory section, the moment proposed by Richards et al. has a sign constantly opposed to the angular velocity, while the 3D-linear dynamic moment model presents a moment with the same sign as the angular velocity. These discrepancies lead the angular velocity to be 0 in the Richards et al. case and blocks the rotation of the plate after a while. The same observation was done for the two other rotations about  $X_p$  and  $Z_p$  axis. While the plate is rotating, both models give a similar trajectory. Once the plate stop rotating in the case of Richards et al. (around 16 m in  $X$  direction), it obviously leads to an increase in the differences between trajectories. Then it seems that the model of Richards et al. is adapted for short simulation time before the plate stop rotating. The 3D-linear model fits better for longer travelled distances, what is required for the aeronautics applications forecast.

### 3.4.1.2 Sphere

In the case of the sphere, past studies available show 2D results in uniform flow field. For verification of this paper 3D code, the uniform flow field is oriented in all three directions to make sure the results are consistent, prior to the comparison with the literature. The trajectory code results are compared to Holmes (2004) results for shed spheres in hurricanes. The test case from Holmes has the following conditions:

- 0.080 m diameter sphere;
- wooden sphere of 500 kg/m<sup>3</sup> density;
- constant unidirectional wind speed of 30.0 m/s;
- drag coefficient of the sphere constant at 0.5, but the correlation of the theory section has been kept in the trajectory code to ensure that the code developed for aeronautics applications is consistent.

The following figures present the comparison with Holmes (2004): Figure 3.13 is a plot of the horizontal displacement and the horizontal sphere speed versus time. Figure 3.14 is the side view of the trajectory seen in the XZ plane.

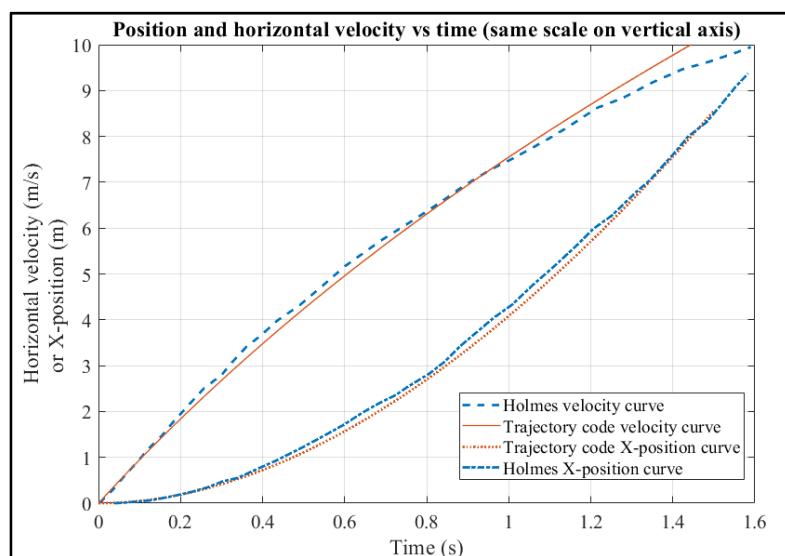


Figure 3.13 Comparison of sphere velocity and displacement with Holmes results

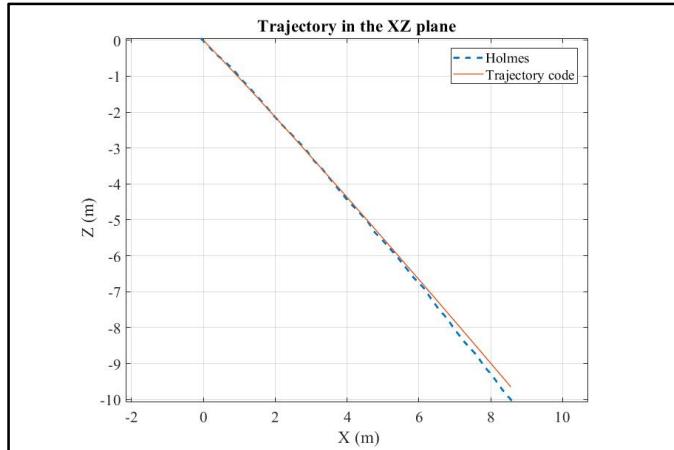


Figure 3.14 Trajectory comparison in XZ plane  
with Holmes results

The results compare well with the work of Holmes. The 3D sphere trajectory code works as expected, despite not having the same drag coefficient correlation. Holmes chose to keep it constant at 0.5, the trajectory code uses the correlation depicted in the 3.3 section (Clift et al., 1978). Nevertheless, the correlation used gives a drag coefficient around 0.5 for the Reynolds numbers reached in the validation test case. At  $t = 1.6\text{s}$ , the relative velocity is 9.4 m/s, which corresponds to a drag coefficient of 0.4674. This decreasing of the drag coefficient value along the trajectory can explain the little differences at the end of the graphs of Figure 3.13 and Figure 3.14.

### 3.4.2 Trajectories around the BWB

#### 3.4.2.1 Plate

Four trajectories calculation are done in the flow field described in section 3.2.1 to demonstrate the capability of the code in non-uniform aerodynamic flow. The plate is a square of 0.1 m side length. The results are presented as (X, Y, Z) plots in Figure 3.15. The initial conditions and location of the plate for each of the simulations presented were chosen randomly among 300

trajectories. For clarity, only four trajectories are shown on Figure 3.15. Note that the dynamic moment used for these simulations is the 3D-linear model.

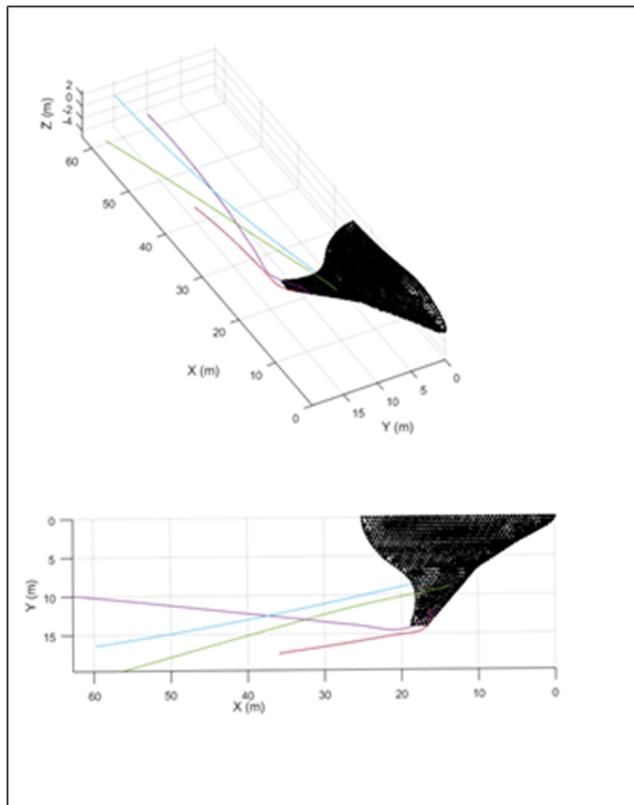


Figure 3.15 Trajectories of plates around the BWB:  
3D view (top) and top view (bottom)

The analysis of the flow field next to the wing show a higher Y component of the flow than a X component, so the fact that the plates on the wings have a higher Y translation is due to the aerodynamic forces. To highlight it, at the end of a trajectory calculation at  $t = 0.8\text{s}$ , the velocity of the plate in X direction was 7.5 m/s while it was 9.5 m/s in Y direction. The gravity has only a small effects on the trajectory.

### 3.4.2.2 Sphere

Other verification test cases are done with a 0.04 m diameter sphere in the same flow field. Tableau 3.1 presents the initial conditions of the trajectory patterns shown on the bottom half of Figure 3.16. The initial conditions differ from the plate case to avoid collisions with the

airplane surface. In such a situation, a treatment of the trajectories ensures to plot only the part of the path before the collision instead of going through the surface. Thus, the initial conditions presented in Tableau 3.1 are cases that ensure a trajectory without collisions against the BWB.

Tableau 3.1 Initial conditions of the sphere simulations

Simulation	Initial position X Y Z (m)	Initial velocity u v w (m/s)
Simu 1	15.07 12.05 0.0600	-0.200 0 0.200
Simu 2	16.70 13.89 0.143	-0.200 0 0.200
Simu 3	10.71 6.93 0.105	-0.200 0 0.500

In the case of the sphere, only the drag acts, parallel to the flow velocity. The sphere trajectory should then present a pattern close to the streamlines of the flow field, but not totally identical due to the inertia and gravity. Figure 3.16 presents a comparison between the trajectories and the streamlines, as seen from above the BWB. The top view shows the streamlines in the flow field near the initial location of the simulations 1 and 2.

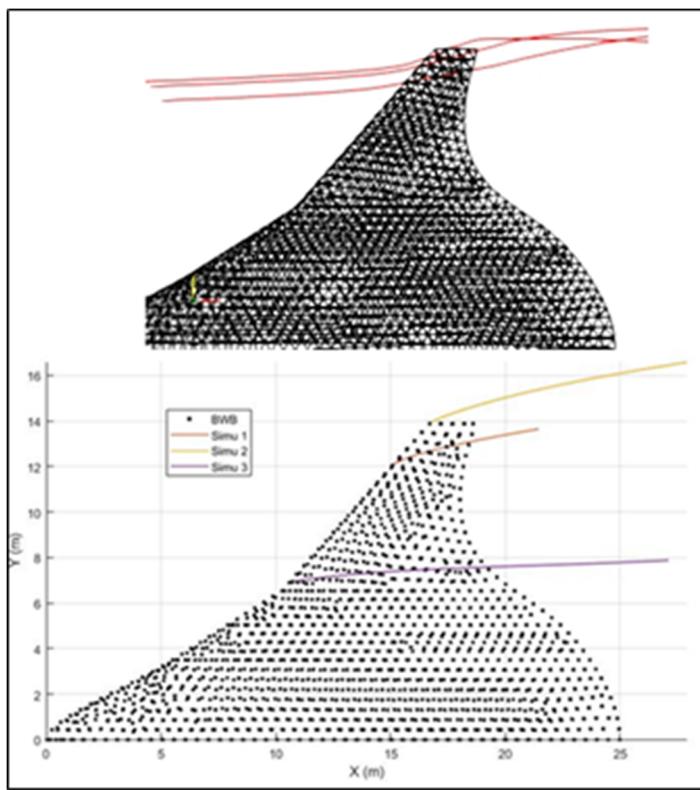


Figure 3.16 Comparison between the streamlines (top) and the spheres trajectories (bottom)

The Figure 3.16 shows that the trajectories of simulations 1 and 2 present a similar orientation compared to the streamlines passing around the end of the wing. This comparison allows verification of the trajectory code results. Trajectories for the sphere should be in accordance with the global flow field, and this is the case.

### 3.4.2.3 Footprints in a transverse plane

The objective of the future trajectory studies around the BWB is to place the engines of the airplane safely in regard of ice ingestion risks. It should be then interesting to see the footprints of the trajectories in a cross plane near the rear of the aircraft. Figure 3.17 shows footprints of ice blocks in the YZ cross plane located 20 m downstream the nose of the BWB for both dynamic moment models. Take note that the view of the airplane in Figure 3.17 is not the section by the cross plane but the global rear view of the BWB. All ice particles were released

on different locations on the wing, since these locations are more likely to present ice accretion in the real situation. The range of positions on the wing in Y-direction were between 6.0 and 13.9 m and between 9.5 and 16.7 m in X-direction. The simulations of Figure 3.17 were carried with plates of 0.1 m side length. All initial conditions were chosen randomly: position, orientation and initial velocity of the particle random between 0 and 0.5 m/s in both X and Z direction.

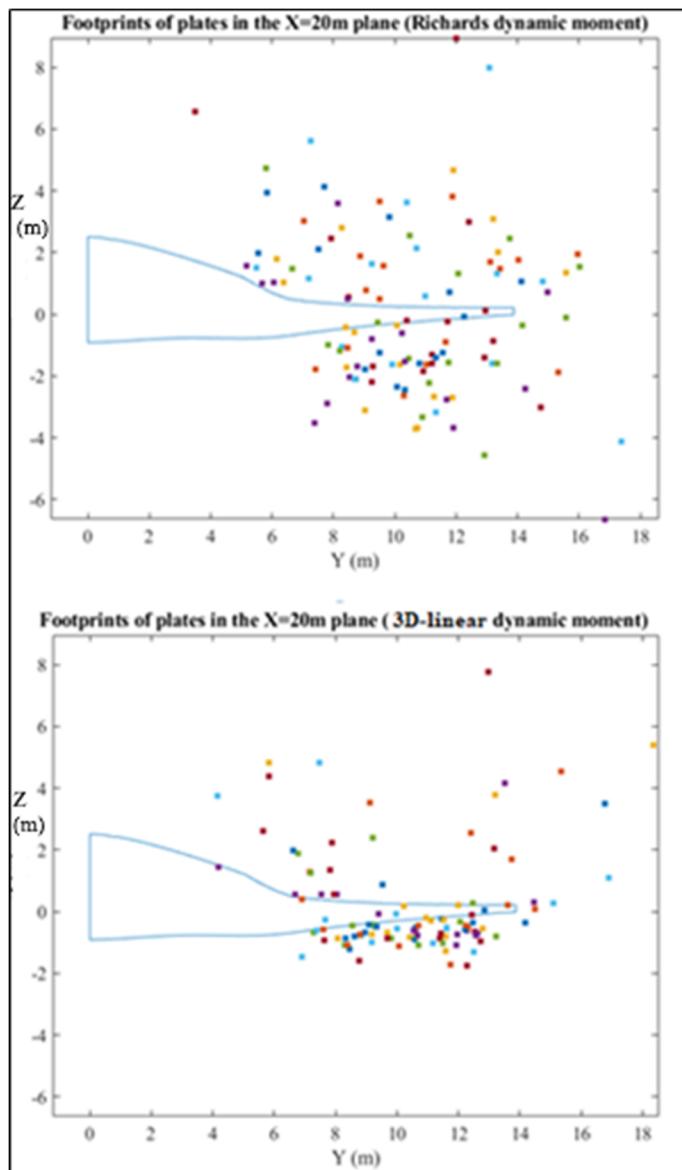


Figure 3.17 Plates footprints using Richards et al. model (top) and the 3D-linear model (bottom)

Differences are observed between the two dynamic moment models. The model of Richards et al., blocking the rotations as seen before, present a wider dispersion, especially in Z direction. It is explained by the fact that once blocked in rotation in the first case, the plate continue in a privileged direction depending on the final and fixed orientation. In the case of the proposed 3D model, the plate can rotate freely and adapt its orientation to the flow field and present trajectories more in accordance with the global structure of the flow field. Note that the percentage of ice blocks reaching the  $X = 20$  m plane is about 38 to 44%, the other ones hit the aircraft before. Further validation of the proposed dynamic model is needed for the rectangular plate, as the value of constant K is a hypothesis and has been deduced from 2D results.

The results shown demonstrate the ability of the code to generate footprints. These observations are not definitive and further work on probabilistic trajectories, with around  $10^4$  footprints, has to be carried out to obtain statistically valid conclusion about the footprints distribution and validate an engine location. CFD solutions on finer meshes should be used to validate engine location.

### **3.5 Conclusions**

During the development phase of an aircraft, anticipating ice ingestion and impacts by numerical trajectory simulation is useful. A three-dimensional 6 DOF Lagrangian approach models the trajectory of sphere and plate ice particles. The innovative part was to develop a 3D-linear dynamic moment model based on previous 2D work in order to allow the plate to rotate all the way long. The solution of the equations of motion and quaternions equations to model the particle motion and rotations implied the use of an interpolation module to compute the flow velocity at each point from a CFD solution. In a Lagrangian frame of reference, correlations from the literature determine the static aerodynamic coefficients. Finally the code presents a good conformity with previous works carried out in wind engineering. As a proof of concept, the code is used to study ice shedding around a blended-wing-body aircraft in a low speed phase. Future work will focus on statistical analysis of trajectory footprints to determine the safest engines location regarding ice ingestion risks.

### **Acknowledgements**

This work was supported by ISAE-ENSMA, Poitiers, France; AéroÉTS, Montréal, Canada; and Décanat des études, ÉTS, Montréal, Canada.

## **CHAPITRE 4**

### **RETOUR SUR LES RÉSULTATS**

Le chapitre précédent a exposé la globalité des résultats de ce mémoire. Cependant la concision et l'effort de synthèse exigé par les éditeurs ne permettent pas de développer tous les aspects dans les moindres détails. Ce chapitre va permettre de faire un retour sur la section 3.4 en détaillant certains points. Une analyse plus poussée des cas tests de validation va être menée, et le code de trajectoires sera mis en application autour d'une géométrie simple constituée d'un profil ONERA M6, ce qui constituera un complément à l'application autour du BWB qui était un cas particulier. Il sera ainsi possible de démontrer l'aptitude du code à simuler des trajectoires autour de n'importe quelle géométrie.

#### **4.1 Validation**

##### **4.1.1 Plaque plane**

###### **4.1.1.1 Modèle avec moment dynamique de Richards et al. (2008)**

La validation pour la trajectoire 3D de la plaque plane a été effectuée par comparaison avec les résultats de Richards et al. (2008). Les données des trajectoires de Richards et al. ainsi que les paramètres du cas test de validation sont présentés en ANNEXE IV. Les résultats présentent une bonne similitude et donnent satisfaction. La Figure 4.1 met en avant les écarts maximaux avec les graphes de Richards et al. (2008), les coordonnées des points en rouge sont reportés dans le Tableau 4.1.

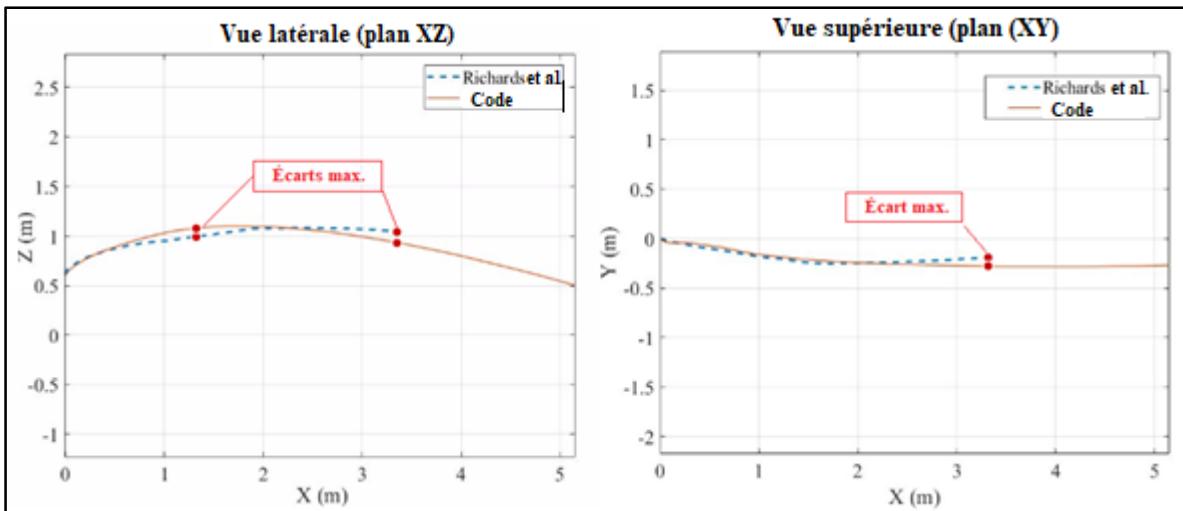


Figure 4.1 Extremums d'écart (points rouges) avec les résultats de Richards et al. (2008)

Tableau 4.1 Erreurs relatives maximales par rapport à Richards et al. (2008)

Vue latérale dans le plan XZ			
X (m)	Z Richards et al. (m)	Z code (m)	Erreur relative sur Z par rapport à X parcouru
1.32	1.00	1.09	6.81%
3.35	1.05	0.94	3.28%
Vue supérieure dans le plan XY			
X (m)	Y Richards et al. (m)	Y code (m)	Erreur relative sur Y par rapport à x parcouru
3.31	-0.18	-0.27	2.72%

Le tableau précédent permet de constater une erreur relative maximale de l'ordre de 2 à 7% avec les résultats obtenus par Richards et al. (2008). Cette valeur est acceptable. L'erreur calculée est l'écart en pourcentage par rapport à la distance linéaire parcourue en X, ainsi un écart de 3.28% se traduit par un écart de 3.28 cm en Z pour une trajectoire ayant parcouru 1m en X.

Les écarts peuvent être dus à plusieurs facteurs : d'une part, le papier de Richards et al. ne fournit pas l'épaisseur de la plaque plane employée et seulement sa largeur et sa longueur, ce qui peut causer des différences si l'épaisseur choisie est très différente de celle dans leur simulation. D'autre part, les graphiques de Richards et al. ont été digitalisés en deux étapes clés de la phase méthodologique : premièrement pour obtenir le  $C_N$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  (Figure 3.6) et ensuite pour obtenir les coordonnées des trajectoires à partir de la publication (Richards et al., 2008). Dans les deux cas, une certaine erreur de pointage peut s'immiscer dans le processus et peut mener à de sensibles différences. La figure suivante illustre l'influence de la valeur du  $C_N$  sur la trajectoire de la plaque plane : la courbe bleue est la trajectoire obtenue en utilisant le  $C_N$  tel que digitalisé, la courbe jaune utilise un  $C_N$  3% plus élevé et enfin la courbe violette un  $C_N$  3% plus faible. Dans les trois cas, les conditions de simulations étaient strictement les mêmes, et seul le  $C_N$  a été modifié d'une simulation à l'autre.

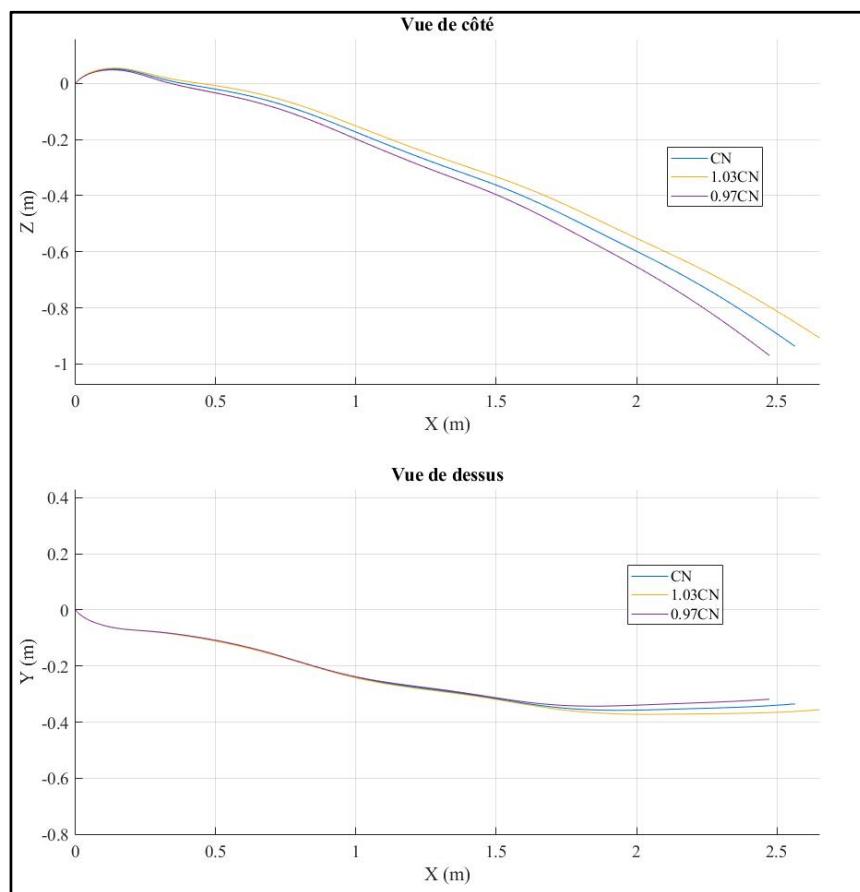


Figure 4.2 Influence du  $C_N$  sur la trajectoire de la plaque plane

La Figure 4.2 permet ainsi de constater que dans le plan XZ notamment, une différence de 3% sur la valeur de  $C_N$  se traduit par une différence de trajectoire entre 5 et 8% par rapport à la distance parcourue en X. Cependant les écarts restent plus faibles dans le plan XY, de la même façon que les écarts vis-à-vis de Richards et al. étaient plus faibles sur la vue de dessus. Ainsi, ce cas test permet de mettre en avant qu'une erreur a priori faible- de l'ordre de 1 à 5%- sur la prise de mesure du  $C_N$  peut modifier de façon non négligeable une simulation de trajectoire. Ce genre d'erreur peut intervenir lors de la digitalisation et peut ainsi modifier les résultats finaux. La validation ayant été faite principalement en digitalisant les données de la littérature, les écarts observés sont en partie dus à la sensibilité vis-à-vis du  $C_N$  de la trajectoire de la plaque plane.

Le cas test de validation présenté à la Figure 4.1 permet de comparer une trajectoire spécifique point par point avec une trajectoire de référence présentée par Richards et al. (2008). La trajectoire étant assez courte, de l'ordre de 3 m, cette comparaison permet une analyse durant la phase initiale de la trajectoire mais ne renseigne pas sur la validité de la simulation pour des simulations plus longues. Le papier de Richards et al. présente un deuxième cas test qui peut permettre de valider le code pour des distances plus longues. Ce cas test présente les empreintes d'un ensemble de trajectoires distinctes dans un plan transverse situé 50 m en aval du point de lâcher des plaques planes. Les conditions d'écoulement et géométriques sont les suivantes :

- plaques planes carrées de  $2.25 \text{ m}^2$ , soit  $L = 1 = 1.5 \text{ m}$ ,  $e = 0.01 \text{ m}$ ;
- densité surfacique de  $3.60 \text{ kg/m}^2$ , soit une masse volumique de  $360 \text{ kg/m}^3$ ;
- écoulement uniforme unidirectionnel en X avec  $U = 30 \text{ m/s}$ ;
- orientation initiale des plaques planes non donnée, mais variant par intervalles de  $30^\circ$ .

L'absence des conditions initiales d'orientation ne permet pas une comparaison points par points. Néanmoins, le nombre de trajectoires étant assez grand (de l'ordre de 40), une comparaison de la zone d'impact permet de déterminer si les empreintes se situent dans la même zone. Le graphe de Richards et al. (2008) permet d'observer une répartition des empreintes dans une zone d'impact rectangulaire comprise entre -15 m et 15 m en Y et entre -20 m et 2 m en Z. La Figure 4.3 présente les impacts obtenus lors de la simulation de ce cas

test avec le code de trajectoire. La zone en rouge correspond à l'enveloppe dans laquelle se trouve l'ensemble des empreintes obtenues par Richards et al. (2008)

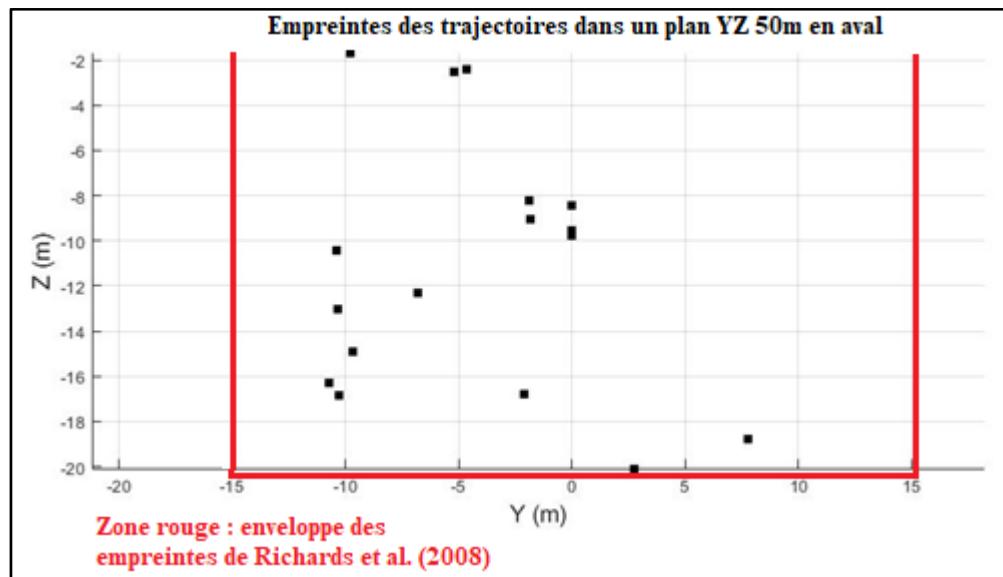


Figure 4.3 Empreintes des trajectoires dans un plan transverse 50 m en aval

La figure précédente permet de constater que les empreintes se situent dans la même zone que celle déterminée dans la littérature. Ce cas test est ainsi un complément au précédent, et permet ainsi de s'assurer de la cohérence du code vis-à-vis de la littérature lorsque les simulations sont comparées loin du point de départ de la plaque plane. Il est ainsi possible de voir que le code donne des résultats satisfaisants aussi bien en phase initiale de la trajectoire (Figure 4.1) que plus loin, 50 m après (Figure 4.3).

Cependant, et comme mentionné dans le chapitre précédent, ce modèle de moment dynamique tend à bloquer les rotations de la plaque. Les figures suivantes illustrent une trajectoire de plaque plane ainsi que le tracé en fonction du temps des trois angles d'Euler caractérisant l'orientation de la plaque, dans le cas du moment dynamique proposé par Richards et al. (2008). Cette trajectoire a été obtenue en utilisant des conditions initiales aléatoires, pour une plaque plane carrée de 0.1 m de côté.

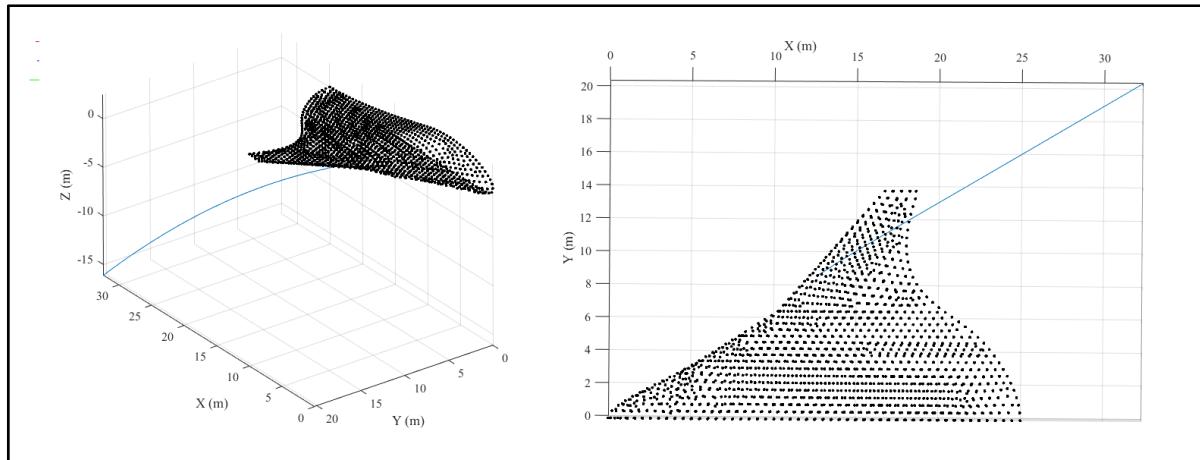


Figure 4.4 Trajectoire spécifique d'étude autour du BWB

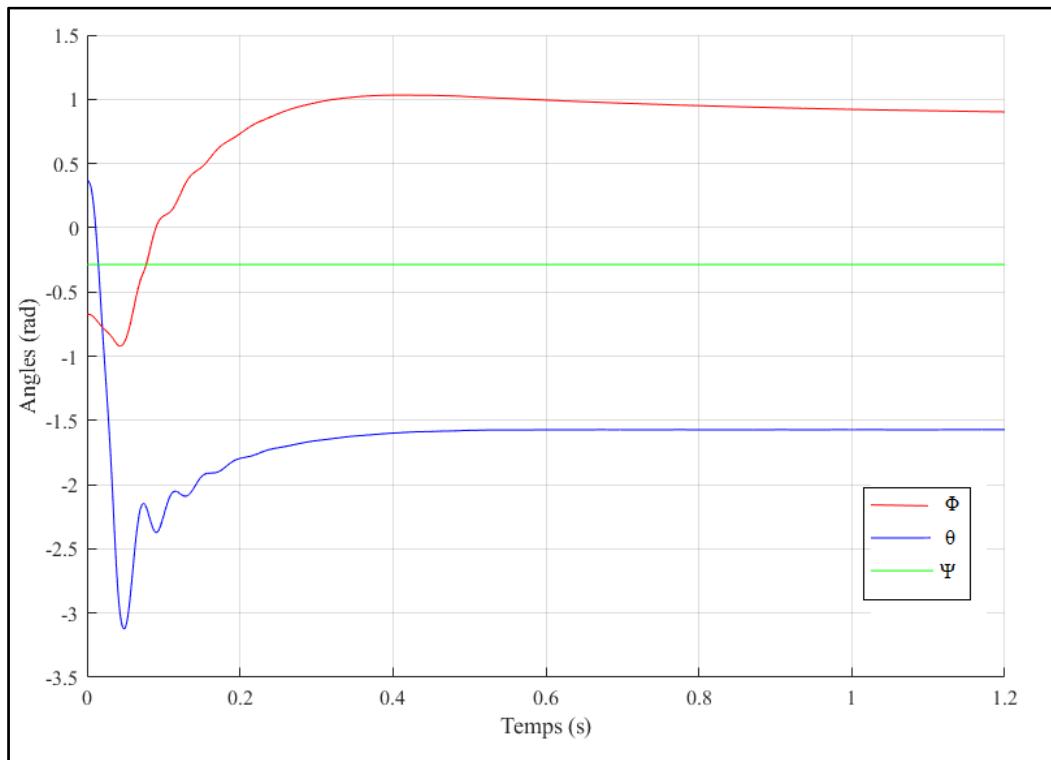


Figure 4.5 Angles d'Euler en fonction du temps de la plaque plane de la figure 4.4

Le constat est très clair : la plaque plane se retrouve figée en rotation à partir d'un certain moment. La combinaison des angles une fois qu'ils n'évoluent plus ( $\Phi = 0.9$  rad,  $\theta = -1.55$  rad,  $\Psi = -0.3$  rad) force ainsi la plaque plane à avoir la forte mobilité en direction Y comme illustré

sur la Figure 4.4, de par les efforts aérodynamiques imposés par l'orientation fixe. Cette incohérence de voir la plaque plane figée en rotation a ainsi poussé à revoir le modèle de moment dynamique.

#### **4.1.1.2 Modèle avec moment dynamique de Tachikawa (1983)**

Le modèle de moment dynamique proposé par Richards et al. a une tendance à freiner la plaque plane dans ses rotations et donc à l'empêcher de tourner au bout d'un certain moment comme le montre les Figure 3.12 et 4.4/4.5. Les observations faites par Tachikawa (1983) contredisent cette tendance. En effet, une plaque plane en mouvement peut passer d'un état de translation pure (sans rotations) à un état avec rotations, mais le cas d'un état de rotation évoluant en translation pure n'a jamais été observé lors des relevés expérimentaux (Tachikawa, 1983). Le développement du modèle de moment dynamique 3D-linéaire, issu du modèle 2D de Tachikawa et principale contribution du présent travail, a été détaillé intégralement dans le CHAPITRE 3. Il est à noter que la différence entre le code de trajectoire utilisé dans le cas de validation de Richards et al. et le cas de Tachikawa est seulement le moment dynamique. Le code de trajectoire de la plaque plane emploie les corrélations de coefficients aérodynamiques ainsi que la détermination du moment statique tels que présentés dans le papier de Richards et al. (2008), dont les expressions mathématiques ont été présentées dans le CHAPITRE 2. Les conditions du cas test sont données en ANNEXE VI. Les cas tests de validation présentés dans le chapitre précédent donnent satisfaction (Figure 3.9), dans la mesure où la différence entre la trajectoire obtenue et les résultats de Tachikawa n'excèdent pas 10%.

Comme mentionné précédemment, le modèle 3D-linéaire présente une meilleure satisfaction pour les applications aéronautiques employées ici, et comme illustré à la Figure 3.15. Le comportement plus physiquement réaliste des plaques planes dans le cas de l'utilisation du moment dynamique 3D-linéaire fait que ce modèle est retenu par la suite pour simuler des plaques planes.

#### 4.1.2 Sphère

Le cas de la sphère a été validé, comme dans le cas de la plaque plane, par des études menées en génie civil. Les travaux de Holmes (2004) avec une sphère de bois soumise à un vent unidirectionnel ont été retenus pour confronter le code. Les données de la littérature et les paramètres du cas test de validation sont présentés en ANNEXE V. Comme souvent dans le cas des études de trajectoires dans un écoulement, peu de résultats 3D sont disponibles dans la littérature. Les résultats ayant permis la validation sont des cas 2D, et la comparaison a été faite successivement dans les trois directions X, Y, et Z. Cette configuration est nécessaire pour vérifier que le comportement du code est rigoureusement le même dans les trois directions de l'espace pour ainsi justifier la caractéristique 3D développée ici.

Comme le montrent les figures 3.13 et 3.14, les résultats sont en grand accord avec la littérature. Les différences sont de l'ordre de 2 à 3% à l'exception de la toute fin de trajectoire, notamment pour la vitesse horizontale. Comme décrit dans le CHAPITRE 3, les résultats de la littérature ont été obtenus avec un coefficient de trainée constant égal à 0.5 tandis que la corrélation du Tableau 2.1 a été retenue dans le cas de l'implémentation du code de trajectoire. Cette corrélation donnant un  $C_x$  supérieur à 0.5 en début de simulation, il n'est ainsi pas étonnant de retrouver une vitesse horizontale plus importante en fin de trajectoire (Figure 3.13). Par ailleurs et comme dans le cas de la plaque plane, les courbes de la littérature ont été digitalisées ce qui peut impacter sur la précision des graphes.

Un autre paramètre qui a jusqu'ici été peu évoqué est la méthode d'interpolation utilisée dans le module d'interpolation de la vitesse de l'écoulement. Par défaut, la méthode *linear* est employée dans tout ce mémoire. La Figure 4.6 illustre les différences de trajectoires pour trois simulations de sphère où seule la méthode d'interpolation a été changée : *linear* pour la courbe bleue, *nearest* pour la courbe rouge et enfin *natural* pour la courbe jaune.

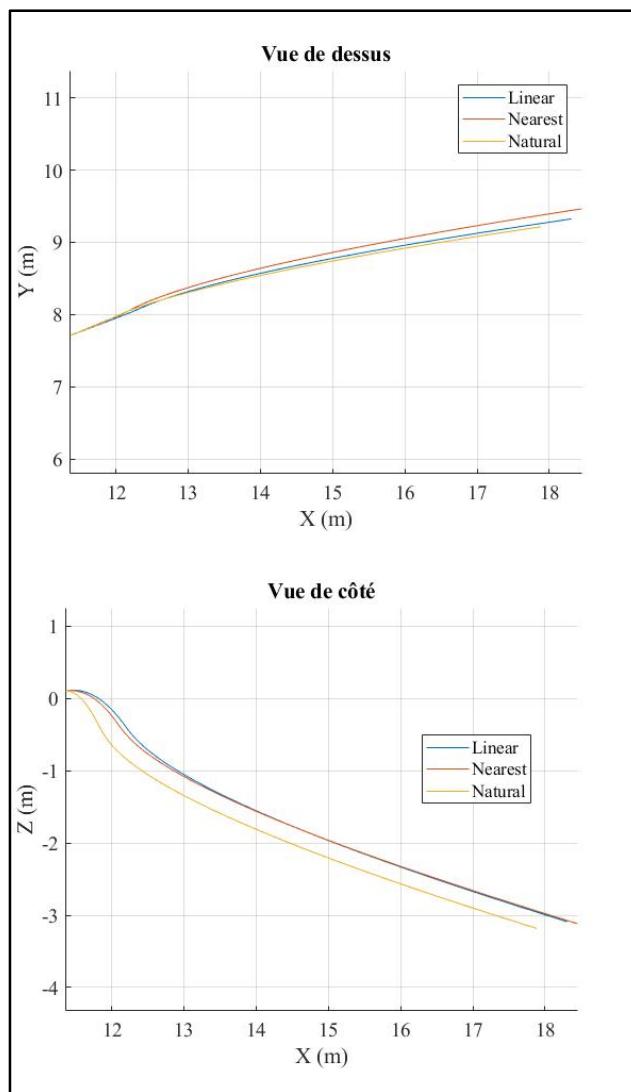


Figure 4.6 Influence de la méthode d'interpolation sur les trajectoires

Des différences sont observées notamment dans le plan XZ. En effet, les méthodes d'interpolation ne renvoient pas exactement les mêmes valeurs de vitesse pour un même point, ce qui modifie les efforts aérodynamiques sur la particule et ainsi sa trajectoire. La grande similitude entre les résultats obtenus et ceux de la littérature indiquent une méthode d'interpolation qui doit être similaire bien que non évoquée.

## 4.2 Trajectoires autour de géométries 3D

Maintenant que les validations sont effectuées, le code est apte à être mis en application autour de géométries 3D. Cette sous-section va présenter les résultats complémentaires permettant de mieux appréhender les résultats de trajectoires autour du BWB exposés dans le CHAPITRE 3. Avant de revenir sur le BWB, des résultats de trajectoires autour d'un profil d'aile simple, l'ONERA M6, vont être présentés.

### 4.2.1 Trajectoires autour d'un profil d'aile

Avant de passer à l'application autour du BWB, il peut être intéressant de visualiser les trajectoires de blocs de glace autour d'une géométrie plus simple comme un profil d'aile. Dans le cas présent, le profil ONERA M6 a été choisi. Pour obtenir les figures suivantes, le code de trajectoire pour la sphère a été utilisé de façon répétitive pour simuler 300 trajectoires. Lors de chaque simulation, les conditions initiales en position et vitesse de la sphère ont été choisies aléatoirement, étant en un point de la surface du profil et la vitesse comprise entre 0 et 0.5 m/s en X et Z. La Figure 4.7 présente l'aspect visuel obtenu par la simulation de 300 trajectoires autour du profil.

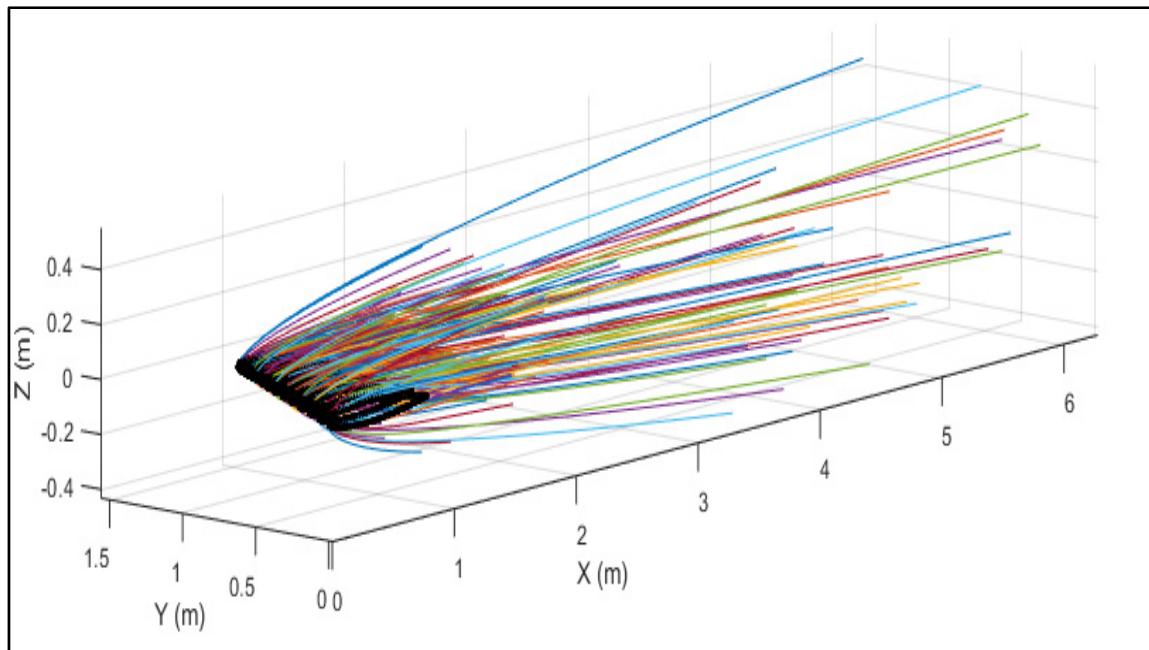


Figure 4.7 Simulation de 300 trajectoires aléatoires autour de l'ONERA M6

La figure ci-dessus permet de voir la tendance globale des trajectoires pour des blocs de glace partant de la surface de l'aile. La simulation a été faite à une vitesse d'écoulement de Mach 0.8, ce qui explique le peu d'influence de la gravité sur les trajectoires observées, étant donné la grande force de traînée- majoritairement de direction X- appliquée aux sphères. La gravité acquiert une importance plus grande lorsque la vitesse d'écoulement diminue. La figure suivante illustre ceci en montrant les empreintes des trajectoires dans deux plans transverses situé 1.4 et 2.8 m en aval respectivement, pour trois différentes vitesses d'écoulement : Mach 0.8, 0.5 et 0.2. L'angle d'attaque du profil est de 3.06°.

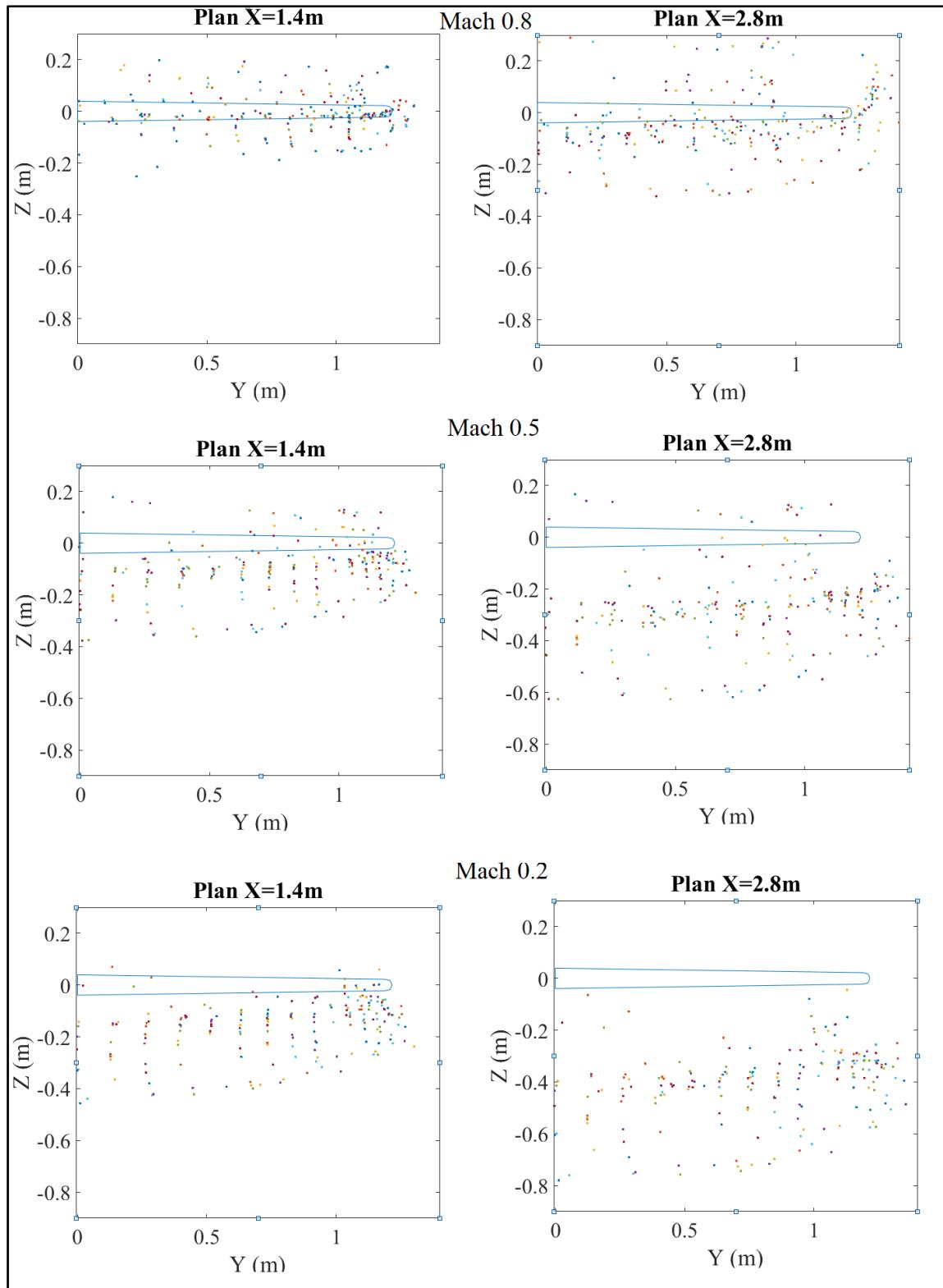


Figure 4.8 Dispersion dans des plans transverses des trajectoires pour trois vitesses d'écoulement différentes

Il est ainsi possible de constater que plus la vitesse d'écoulement est faible, et plus les débris de glace vont tomber rapidement : 2.8 m en aval, les sphères les plus basses sont seulement à  $Z = -0.3\text{m}$  à Mach 0.8 alors qu'elles sont à  $Z = -0.9\text{m}$  à Mach 0.2. Si ce constat est vérifié par d'autres études, il peut être intéressant dans le cadre du dégivrage et du risque d'ingestion de blocs de glace, en considérant les débris compacts qui génèrent peu de portance. Dans le cas de moteurs placés assez haut sur l'appareil, le dégivrage pourrait être fait à basse vitesse pour permettre aux débris de tomber avant d'atteindre les moteurs. Si les moteurs sont placés assez bas à l'arrière de l'appareil, dégivrer à plus haute vitesse permettrait aux débris de tomber moins rapidement et passer au-dessus de la nacelle du moteur. Tout cela n'est qu'une tendance observée à partir des trajectoires autour de l'ONERA M6 et nécessite d'autres simulations autour de géométries diverses pour être vérifié.

#### **4.2.2 Trajectoires autour du BWB**

Il est désormais possible d'exécuter le code de trajectoire dans n'importe quel écoulement. Dans le cas présent, il est mis en application pour calculer des trajectoires 3D autour du BWB. Les positions initiales des débris de glace ont été choisies sur le bord d'attaque de la voilure. Ces positions sont les plus susceptibles de voir de l'accrétion de glace s'y former en réalité. Les vitesses initiales données aux particules sont de l'ordre de 0.3 à 0.5 m/s vers l'avant de l'avion et vers le haut (si la particule est sur l'extrados, sinon vers le bas si elle est sur l'intrados) de façon à simuler une impulsion initiale comme par exemple la mise en action d'un boudin pneumatique de dégivrage. Par ailleurs, ces vitesses initiales éloignent la particule de l'avion aux instants initiaux, ce qui évite un impact aussitôt la simulation entamée.

La tendance globale suite à l'observation des trajectoires est de voir que les débris s'éloignent de l'avion dans la direction Y, suivant un chemin proche de ce que les lignes de courant forment. La Figure 4.9 illustre ce phénomène, où les trajectoires sont issues d'un échantillon de 300 simulations aux conditions initiales aléatoires, de façon analogue à l'échantillon autour du profil d'aile du paragraphe précédent. La visualisation complète de ces 300 trajectoires de

sphères autour du BWB avec une perspective 3D et leurs empreintes dans le plan  $X = 20\text{ m}$  sont présentées en ANNEXE VII.

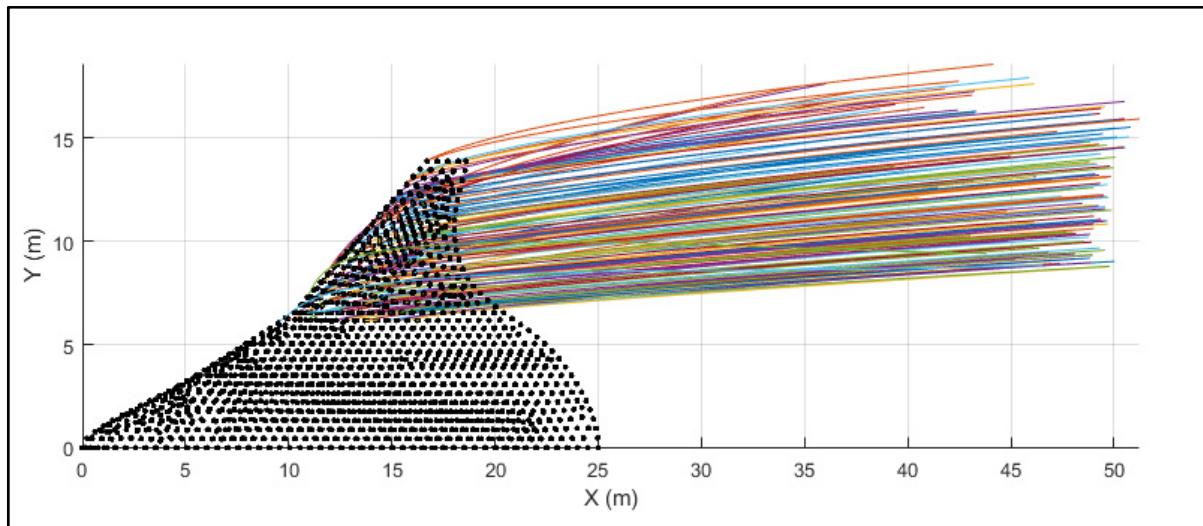


Figure 4.9 Trajectoires de sphères vues de dessus autour du BWB

La tendance de décalage vers les  $Y$  plus grands est également observée dans le cas de plaques planes, mais de façon moins prononcée du fait que la portance des plaques planes leur fait suivre une trajectoire qui peut fortement différer des lignes de courant (voir ANNEXE VIII). En considérant l'étude des trajectoires comme étant un outil permettant, à terme, de placer les moteurs sur le BWB, cette observation indique que les moteurs seraient plus à l'abri des impacts de glace en étant proches du plan  $Y = 0$ . Néanmoins, l'échantillon présenté de 300 trajectoires est insuffisant pour tirer des conclusions statistiques définitives.

L'ingestion de glace par les moteurs est un danger, mais les impacts des blocs sur la carlingue peuvent également porter préjudice à la sécurité de l'appareil. Comme évoqué dans le chapitre 2, les trajectoires impactant l'appareil sont traitées pour une mise en forme graphique qui n'affiche que la partie de trajectoire précédant la collision avec la carlingue. La Figure 4.10 illustre une trajectoire impactant l'avion. La vue supérieure est la vue globale et la vue inférieure un grossissement.

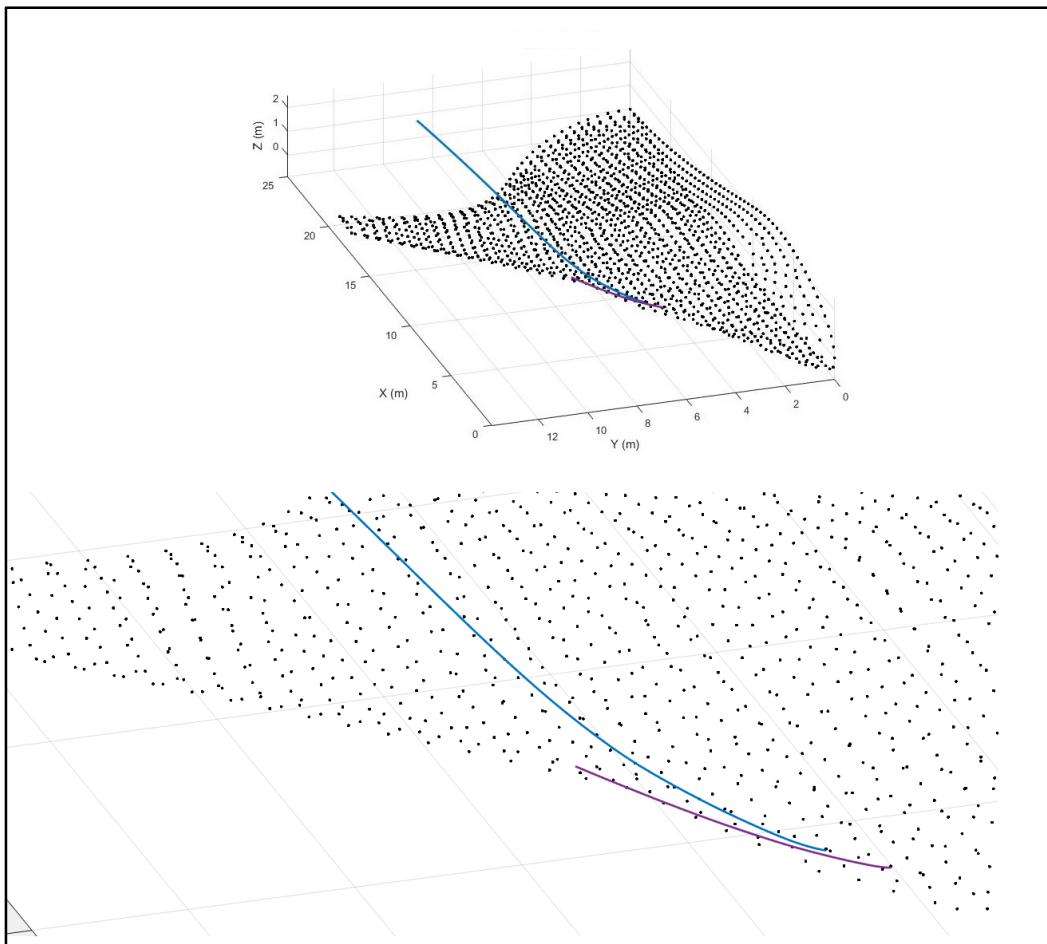


Figure 4.10 Trajectoire contournant l'avion (bleue) et impactant l'avion (violette)

L'impact des débris sur l'avion n'est pas un évènement rarissime, ce qui est confirmé par les présentes simulations. La Figure 3.17 illustre les empreintes des trajectoires dans un plan 20 m en aval du nez du BWB pour des plaques planes, et la Figure- A VII-1 de l'ANNEXE VII pour des sphères. Compter les trajectoires atteignant ce plan par rapport au nombre de trajectoires lancées peut permettre d'estimer le nombre de blocs de glace « perdus » en cours de route. Ces pertes correspondent aux impacts sur l'appareil. Le Tableau 4.2 recense le nombre de trajectoires impactant l'appareil pour les sphères et pour les plaques planes utilisant le moment dynamique 3D-linéaire, modèle retenu pour l'étude.

Tableau 4.2 Taux d'impact des blocs de glace sur l'avion

Forme de glace	Trajectoires lancées	Trajectoires perdues	% de pertes
Sphère	300	142	47.3%
Plaque	300	188	62.7%

Le constat est que plus de la moitié des blocs de glace heurtent l'avion avant d'avoir parcouru 20 m dans la direction principale de l'écoulement. Le plus haut taux d'impacts des plaques planes s'explique par les forces de portances verticales et horizontales qui peuvent les envoyer directement sur l'avion. Au contraire, les sphères uniquement poussées par la traînée auront une tendance naturelle à avoir des trajectoires proches des structures globales de l'écoulement et donc à majoritairement se déplacer dans la direction X. Cela met en avant que les collisions des blocs sur la surface de l'avion sont un dilemme aussi important que les risques d'ingestion par les moteurs. Bien entendu le danger n'est pas le même dans la mesure où un bloc de glace va la plupart du temps se briser au contact de l'avion. Cela renforce également le fait qu'un échantillon plus important de trajectoires est nécessaire pour mener une étude pertinente sur l'emplacement des futurs moteurs. Les recommandations à la fin de ce mémoire détailleront les éventuelles directions à prendre pour poursuivre l'étude du positionnement des moteurs.

Ce chapitre a ainsi permis de mener des études plus poussées sur les résultats présentés au chapitre précédent en mettant en avant les raisons qui peuvent faire différer les résultats lors des phases de validation, et appuyer davantage le choix du moment dynamique de la plaque plane. D'autre part un retour sur les résultats de simulations de trajectoires autour de géométries 3D permet d'avoir un aperçu des tendances générales des trajectoires de débris compacts (i.e. sphères) et minces (i.e. plaques planes) exposés à un écoulement aéronautique 3D.

## CONCLUSION

Pour se prémunir des risques d'impacts ou d'ingestion de débris de glace par les moteurs lors du dégivrage d'un avion en vol, l'emploi d'un outil de simulation numérique en phase de conception peut aider à pré visualiser les trajectoires des débris. Hormis en aéronautique, le domaine offrant le plus de cas d'études numériques de trajectoires de débris 3D est le génie civil et éolien. L'objectif du présent projet de développer un code de trajectoire 3D à vocation aéronautique pour le calcul de trajectoires de débris de glace compacts et minces a été atteint. Tout comme dans le génie civil pour les études de débris lors de tornades, l'emploi d'une approche Lagrangienne utilisant des corrélations pour les coefficients aérodynamiques a été employée pour développer l'outil de calcul de trajectoires. Ce code permet de simuler des débris de glace aussi bien sphériques qu'en forme de plaque plane, avec comme innovation un moment dynamique 3D linéaire avec la vitesse de rotation. Ce moment dynamique, tranchant avec les modèles 3D constant et non linéaire disponibles dans la littérature, est issu d'une adaptation d'un modèle bidimensionnel proposé dans les années 1980. La détermination des forces aérodynamiques sur les débris fait intervenir les quaternions pour caractériser l'orientation tridimensionnelle de la plaque plane, dont seule la force normale a été considérée. Dans le cas de la sphère, seule la traînée est prise en compte, ce qui rend la détermination des efforts aérodynamiques plus analytique et directe. Les trajectoires de débris étant calculées au sein d'un écoulement CFD, une des étapes clé de la méthodologie est l'interpolation du champ de vitesse CFD pour passer d'une représentation discrète aux nœuds du maillage à une représentation continue dans le domaine. Cela permet ainsi de calculer les efforts aérodynamiques en tout point du domaine d'étude. Une fois les forces aérodynamiques déterminées, la résolution des équations du mouvement est faite via une méthode de type Runge-Kutta sous MATLAB.

La validation du code a été satisfaisante, présentant des écarts maximaux inférieurs à 7% par rapport aux simulations de référence tirées de la littérature, et l'emploi du nouveau modèle de moment dynamique de la plaque plane a été probant. En effet, le moment dynamique non linéaire issu de la littérature présente l'inconvénient de stopper la rotation de la plaque plane

lors de son mouvement et ainsi offrir un comportement non réaliste d'un point de vue physique. Le moment linéaire permet de conserver une dynamique de rotation lors du mouvement, ce qui induit un comportement physique plus adéquat.

Le code a par la suite été mis en application autour de la géométrie 3D d'un avion de type blended-wing-body (BWB) actuellement en phase de développement. Cette géométrie novatrice, contrastant avec les avions Tube-And-Wings actuels se pose en candidate idéale pour les avions de demain, offrant des performances aérodynamiques supérieures. Cette efficacité aérodynamique se traduit par une consommation de carburant moindre, ce qui est le cheval de bataille des industriels pour les décennies à venir. Le code de calcul de trajectoire de débris de glace est utilisé en vue de placer les moteurs du BWB en minimisant le risque d'ingestion de glace. Les résultats de trajectoires et d'empreintes dans un plan transverse permettent d'avoir une première idée des emplacements potentiels à considérer pour les moteurs. Une nouvelle fois, la modélisation proposée pour le moment dynamique de la plaque plane a présenté des résultats différents mais plus en adéquation avec le comportement attendu d'un point de vue physique par rapport au modèle non linéaire de la littérature. Ce dernier présente dans un plan transverse à 20 m du nez de l'avion une dispersion des trajectoires environ deux fois plus grande dans la direction verticale par rapport au modèle 3D-linéaire proposé dans ce mémoire. Néanmoins, l'outil de calcul de trajectoires devra être employé dans une étude statistique comptant plusieurs dizaines de milliers de trajectoires pour valider définitivement la localisation des moteurs via une étude probabiliste.

## **RECOMMANDATIONS**

Comme mentionné au cours de ce présent mémoire, l'effort a été porté sur le développement d'un outil de simulation numérique de trajectoires de sphères et plaques planes polyvalent qui peut s'adapter à n'importe quel écoulement CFD 3D. Néanmoins, le modèle de moment dynamique linéaire de la plaque plane nécessite une validation avec des résultats expérimentaux pour confirmer les valeurs de coefficients K retenues dans ce mémoire pour la plaque plane rectangulaire.

L'illustration de la mise en application autour du BWB avait pour principale mission de montrer l'utilisation qui peut en être faite pour déterminer l'emplacement des moteurs sur l'appareil. Ainsi, un futur travail de recherche serait de déterminer précisément les endroits où la glace est susceptible de se former sur le BWB de façon à employer des conditions initiales représentatives de la vraie position des débris de glace sur la voilure lorsque le code de trajectoire sera utilisé. Ce travail pourra faire intervenir des notions de transferts de chaleur entre la surface de l'avion, l'air et les gouttelettes d'eau pour modéliser la formation de la glace. Par la suite, l'utilisation de ces positions initiales combinée à une étude probabiliste, dite de Monte-Carlo, sur des dizaines voire centaines de milliers de trajectoires permettra de déterminer de façon optimale l'emplacement des moteurs sur le BWB.



## ANNEXE I

### COEFFICIENT NORMAL DE RICHARDS POUR LA PLAQUE PLANE

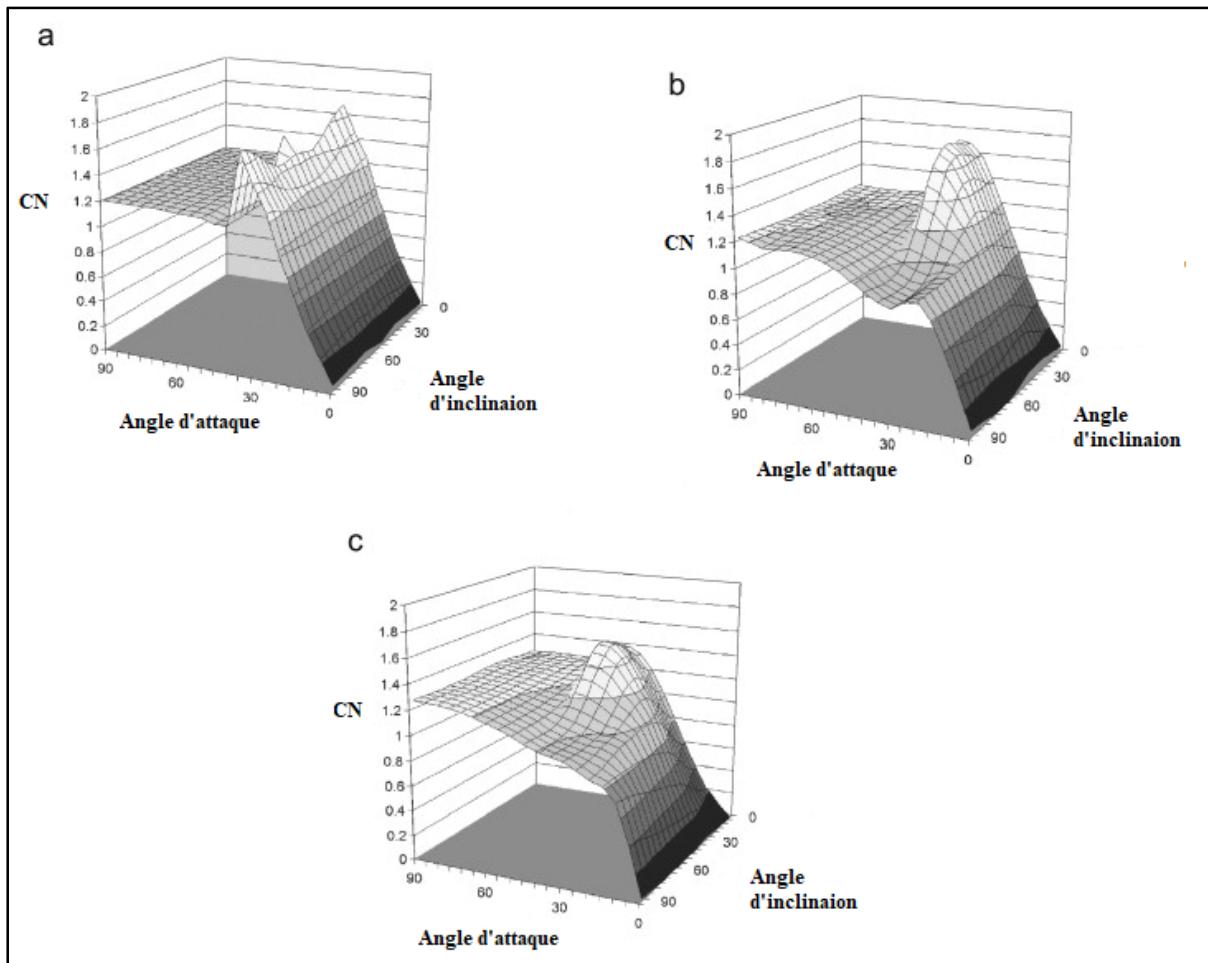


Figure-A I-1 Représentation graphique du  $C_N$  obtenu par Richards : (a) SR=1; (b) SR=2; (c) SR=4

Adapté de Richards et al. (2008)



## ANNEXE II

### FICHIER DE CONFIGURATION SU2 CFD AUTOUR DU BWB

Fichier de configuration utilisé pour l'écoulement CFD :

```
%%%%%%-%%%%%%-%%%%%-%%%%%-%%%%%-%%%%%-%%%%%-%%%%%-%%%%%-%%%%%-%%%%%
%
% SU2 configuration file
%
% Case description: Low Speed Turbulent flow past the simple BWB aircraft
% Author: Oliverio E. Velazquez
% Institution: Ecole de Technologie Superieure
% Date: 2017.01.03
% File Version 5.0.0
%
%----- DIRECT, ADJOINT, AND LINEARIZED PROBLEM DEFINITION -----
%
% Physical governing equations (EULER, NAVIER_STOKES,
%                                TNE2_EULER, TNE2_NAVIER_STOKES,
%                                WAVE_EQUATION, HEAT_EQUATION, LINEAR_ELASTICITY,
%                                POISSON_EQUATION)
PHYSICAL_PROBLEM= NAVIER_STOKES
%
% Specify turbulence model (NONE, SA, SA_NEG, SST)
KIND_TURB_MODEL= SA
%
% Mathematical problem (DIRECT, CONTINUOUS_ADJOINT)
MATH_PROBLEM= DIRECT
%
% Restart solution (NO, YES)
RESTART_SOL= NO
%
% Regime type (COMPRESSIBLE, INCOMPRESSIBLE)
REGIME_TYPE= COMPRESSIBLE
%
% System of measurements (SI, US)
% International system of units (SI): ( meters, kilograms, Kelvins,
%                                Newtons = kg m/s^2, Pascals = N/m^2,
%                                Density = kg/m^3, Speed = m/s,
%                                Equiv. Area = m^2 )
% United States customary units (US): ( inches, slug, Rankines, lbf = slug ft/s^2,
```

```
%           psf = lbf/ft^2, Density = slug/ft^3,
%           Speed = ft/s, Equiv. Area = ft^2 )
SYSTEM_MEASUREMENTS= SI

% ----- COMPRESSIBLE FREE-STREAM DEFINITION -----
%
% Mach number (non-dimensional, based on the free-stream values)
MACH_NUMBER= 0.191
%
% Angle of attack (degrees, only for compressible flows)
AoA= 8.0
%
% Side-slip angle (degrees, only for compressible flows)
SIDESLIP_ANGLE= 0.0
%
% Free-stream temperature (288.15 K by default)
FREESTREAM_TEMPERATURE= 288.15
%
% Reynolds number (non-dimensional, based on the free-stream values)
REYNOLDS_NUMBER= 73778409
%
% Reynolds length (1 m by default)
REYNOLDS_LENGTH= 15.9

% ----- REFERENCE VALUE DEFINITION -----
%
% Reference origin for moment computation (m or in)
REF_ORIGIN_MOMENT_X = 3.975
REF_ORIGIN_MOMENT_Y = 0.00
REF_ORIGIN_MOMENT_Z = 0.00
%
% Reference length for pitching, rolling, and yawing non-dimensional
% moment (m or in)
REF_LENGTH_MOMENT= 15.9
%
% Reference area for force coefficients (0 implies automatic
```

```
% calculation) (m^2 or in^2)
REF_AREA= 0
%
% Flow non-dimensionalization (DIMENSIONAL, FREESTREAM_PRESS_EQ_ONE,
% FREESTREAM_VEL_EQ_MACH, FREESTREAM_VEL_EQ_ONE)
REF_DIMENSIONALIZATION= DIMENSIONAL
%
% ----- IDEAL GAS, POLYTROPIC, VAN DER WAALS AND PENG ROBINSON CONSTANTS -----
%
% Different gas model (STANDARD_AIR, IDEAL_GAS, VW_GAS, PR_GAS)
FLUID_MODEL= STANDARD_AIR
%
% Ratio of specific heats (1.4 default and the value is hardcoded
% for the model STANDARD_AIR)
GAMMA_VALUE= 1.4
%
% Specific gas constant (287.058 J/kg*K default and this value is hardcoded
% for the model STANDARD_AIR)
GAS_CONSTANT= 287.058
%
% Critical Temperature (131.00 K by default)
CRITICAL_TEMPERATURE= 131.00
%
% Critical Pressure (3588550.0 N/m^2 by default)
CRITICAL_PRESSURE= 3588550.0
%
% Critical Density (263.0 Kg/m3 by default)
CRITICAL_DENSITY= 263.0
%
% Acentric factor (0.035 (air))
ACENTRIC_FACTOR= 0.035
```

```
% ----- VISCOSITY MODEL -----
%
% Viscosity model (SUTHERLAND, CONSTANT_VISCOSITY).
VISCOSITY_MODEL= SUTHERLAND
%
% Molecular Viscosity that would be constant (1.716E-5 by default)
MU_CONSTANT= 1.716E-5
%
% Sutherland Viscosity Ref (1.716E-5 default value for AIR SI)
MU_REF= 1.716E-5
%
% Sutherland Temperature Ref (273.15 K default value for AIR SI)
MU_T_REF= 273.15
%
% Sutherland constant (110.4 default value for AIR SI)
SUTHERLAND_CONSTANT= 110.4

% ----- BOUNDARY CONDITION DEFINITION -----
%
% Navier-Stokes wall boundary marker(s) (NONE = no marker)
MARKER_HEATFLUX= ( BWB, 0.0 )
%
% Far-field boundary marker(s) (NONE = no marker)
MARKER_FAR= ( FARFIELD )
%
% Symmetry boundary marker(s) (NONE = no marker)
MARKER_SYM= ( SYMMETRY )
%
% Internal boundary marker(s) e.g. no boundary condition (NONE = no marker)
MARKER_INTERNAL= ( INWALL )

% ----- SURFACES IDENTIFICATION -----
%
% Marker(s) of the surface to be plotted or designed
MARKER_PLOTTING= ( BWB )
```

```
% Marker(s) of the surface where the functional (Cd, Cl, etc.) will be evaluated
MARKER_MONITORING= ( BWB )

% ----- COMMON PARAMETERS DEFINING THE NUMERICAL METHOD -----
%
% Numerical method for spatial gradients (GREEN_GAUSS, WEIGHTED_LEAST_SQUARES)
NUM_METHOD_GRAD= GREEN_GAUSS
%
% Courant-Friedrichs-Lowy condition of the finest grid
CFL_NUMBER= 1.5
%
% Adaptive CFL number (NO, YES)
CFL_ADAPT= YES
%
% Parameters of the adaptive CFL number (factor down, factor up, CFL min value,
%                                         CFL max value )
CFL_ADAPT_PARAM= ( 1.5, 0.5, 1.0, 100.0 )
%
% Runge-Kutta alpha coefficients
RK_ALPHA_COEFF= ( 0.66667, 0.66667, 1.000000 )
%
% ----- SLOPE LIMITER DEFINITION -----
%
% Reference element length for computing the slope and sharp edges
% limiters (0.1 m, 5.0 in by default)
REF_ELEM_LENGTH= 0.1
%
% Coefficient for the limiter
LIMITER_COEFF= 0.3
%
% Freeze the value of the limiter after a number of iterations
LIMITER_ITER= 999999
%
% Coefficient for the sharp edges limiter
SHARP_EDGES_COEFF= 3.0
```

```
% Reference coefficient (sensitivity) for detecting sharp edges.  
REF_SHARP_EDGES= 3.0  
%  
% Remove sharp edges from the sensitivity evaluation (NO, YES)  
SENS_REMOVE_SHARP= NO  
  
% ----- LINEAR SOLVER DEFINITION -----%  
%  
% Linear solver for the implicit (or discrete adjoint) formulation (BCGSTAB, FGMRES)  
LINEAR_SOLVER= FGMRES  
%  
% Preconditioner of the Krylov linear solver (NONE, JACOBI, LINELET)  
LINEAR_SOLVER_PREC= LU_SGS  
%  
% Min error of the linear solver for the implicit formulation  
LINEAR_SOLVER_ERROR= 1E-6  
%  
% Max number of iterations of the linear solver for the implicit formulation  
LINEAR_SOLVER_ITER= 5  
  
% ----- MULTIGRID PARAMETERS -----%  
%  
% Multi-Grid Levels (0 = no multi-grid)  
MGLLEVEL= 0  
%  
% Multi-grid cycle (V_CYCLE, W_CYCLE, FULLMG_CYCLE)  
MGCYCLE= V_CYCLE  
%  
% Multi-grid pre-smoothing level  
MG_PRE_SMOOTH= ( 1, 2, 3, 3 )  
%  
% Multi-grid post-smoothing level  
MG_POST_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )  
%  
% Jacobi implicit smoothing of the correction
```

```
MG_CORRECTION_SMOOTH= ( 0, 0, 0, 0 )
%
% Damping factor for the residual restriction
MG_DAMP_RESTRICTION= 0.75
%
% Damping factor for the correction prolongation
MG_DAMP_PROLONGATION= 0.75

% ----- FLOW NUMERICAL METHOD DEFINITION -----
%
% Convective numerical method (JST, LAX-FRIEDRICH, CUSP, ROE, AUSM, HLLC,
% TURKEL_PREC, MSW)
CONV_NUM_METHOD_FLOW= JST
%
% Spatial numerical order integration (1ST_ORDER, 2ND_ORDER, 2ND_ORDER_LIMITER)
SPATIAL_ORDER_FLOW= 2ND_ORDER_LIMITER
%
% Slope limiter (VENKATAKRISHNAN, MINMOD)
SLOPE_LIMITER_FLOW= VENKATAKRISHNAN
%
% 1st, 2nd and 4th order artificial dissipation coefficients
AD_COEFF_FLOW= ( 0.15, 0.5, 0.02 )
%
% Time discretization (RUNGE-KUTTA_EXPLICIT, EULER_IMPLICIT, EULER_EXPLICIT)
TIME_DISCRE_FLOW= EULER_IMPLICIT
%
% Relaxation coefficient
RELAXATION_FACTOR_FLOW= 1.0
%
% ----- TURBULENT NUMERICAL METHOD DEFINITION -----
%
% Convective numerical method (SCALAR_UPWIND)
CONV_NUM_METHOD_TURB= SCALAR_UPWIND
%
% Spatial numerical order integration (1ST_ORDER, 2ND_ORDER, 2ND_ORDER_LIMITER)
SPATIAL_ORDER_TURB= 1ST ORDER
```

```
% Slope limiter (VENKATAKRISHNAN, MINMOD)
SLOPE_LIMITER_TURB= VENKATAKRISHNAN
%
% Time discretization (EULER_IMPLICIT)
TIME_DISCRE_TURB= EULER_IMPLICIT
%
% Reduction factor of the CFL coefficient in the turbulence problem
CFL_REDUCTION_TURB= 1.0
%
% Relaxation coefficient
RELAXATION_FACTOR_TURB= 1.0

% ----- CONVERGENCE PARAMETERS -----
%
% Number of total iterations
EXT_ITER= 150000

% Convergence criteria (CAUCHY, RESIDUAL)
%
CONV_CRITERIA= CAUCHY
%
% Residual reduction (order of magnitude with respect to the initial value)
RESIDUAL_REDUCTION= 4
%
% Min value of the residual (log10 of the residual)
RESIDUAL_MINVAL= -5
%
% Start convergence criteria at iteration number
STARTCONV_ITER= 10
%
% Number of elements to apply the criteria
CAUCHY_ELEMS= 4000
%
% Epsilon to control the series convergence
CAUCHY_EPS= 1E-4
```

```
% Function to apply the criteria (LIFT, DRAG, NEARFIELD_PRESS, SENS_GEOMETRY,
%                               SENS_MACH, DELTA_LIFT, DELTA_DRAG)
CAUCHY_FUNC_FLOW= LIFT
CAUCHY_FUNC_ADJFLOW= SENS_GEOMETRY

% ----- INPUT/OUTPUT INFORMATION -----
%
% Mesh input file
MESH_FILENAME= aiaa2017-00.cgns
%
% Mesh input file format (SU2, CGNS, NETCDF_ASCII)
MESH_FORMAT= CGNS
%
% Mesh output file
MESH_OUT_FILENAME= mesh_out.su2
%
% Restart flow input file
SOLUTION_FLOW_FILENAME= solution_flow.dat
%
% Restart adjoint input file
SOLUTION_ADJ_FILENAME= solution_adj.dat
%
% Output file format (PARAVIEW, TECPLOT, STL)
OUTPUT_FORMAT= PARAVIEW
%
% Output file convergence history (w/o extension)
CONV_FILENAME= history
%
% Output file with the forces breakdown
BREAKDOWN_FILENAME= forces_breakdown.dat

% Output file restart flow
RESTART_FLOW_FILENAME= restart_flow.dat
```

```

% Output file restart adjoint
RESTART_ADJ_FILENAME= restart_adj.dat
% Output file flow (w/o extension) variables
VOLUME_FLOW_FILENAME= flow
% Output file adjoint (w/o extension) variables
VOLUME_ADJ_FILENAME= adjoint
% Output objective function gradient (using continuous adjoint)
GRAD_OBJFUNC_FILENAME= of_grad.dat
% Output file surface flow coefficient (w/o extension)
SURFACE_FLOW_FILENAME= surface_flow
% Output file surface adjoint coefficient (w/o extension)
SURFACE_ADJ_FILENAME= surface_adjoint
% Writing solution file frequency
WRT_SOL_FREQ= 500
% Writing convergence history frequency
WRT_CON_FREQ= 1
%% Output residual values in the solution files
WRT_RESIDUALS= YES
% ----- OPTIMAL SHAPE DESIGN DEFINITION -----
%
% List of design variables (Design variables are separated by semicolons)
% From 1 to 99, Geometrical design variables.
- HICKS_HENNE ( 1, Scale | Mark. List | Lower(0)/Upper(1) side, x_Loc )
- NACA_4DIGITS ( 4, Scale | Mark. List | 1st digit, 2nd digit, 3rd and 4th digit )
- DISPLACEMENT ( 5, Scale | Mark. List | x_Displ, y_Displ, z_Displ )
- ROTATION ( 6, Scale | Mark. List | x_Axis, y_Axis, z_Axis, x_Turn, y_Turn, z_Turn )
- FFD_CONTROL_POINT ( 7, Scale | Mark. List | FFD_BoxTag, i_Ind, j_Ind, k_Ind, x_Mov, y_Mov, z_Mov )
- FFD_DIHEDRAL_ANGLE ( 8, Scale | Mark. List | FFD_BoxTag, x_Orig, y_Orig, z_Orig, x_End, y_End, z_End )
- FFD_TWIST_ANGLE ( 9, Scale | Mark. List | FFD_BoxTag, x_Orig, y_Orig, z_Orig, x_End, y_End, z_End )
- FFD_ROTATION ( 10, Scale | Mark. List | FFD_BoxTag, x_Orig, y_Orig, z_Orig, x_End, y_End, z_End )
- FFD_CAMBER ( 11, Scale | Mark. List | FFD_BoxTag, i_Ind, j_Ind )
- FFD_THICKNESS ( 12, Scale | Mark. List | FFD_BoxTag, i_Ind, j_Ind )
- FFD_VOLUME ( 13, Scale | Mark. List | FFD_BoxTag, i_Ind, j_Ind )
% From 100 to 199, Flow solver design variables.
- MACH_NUMBER ( 101, Scale | Markers List )
- AOA ( 102, Scale | Markers List )
DEFINITION DV= ( 1, 0.001 | airfoil | 0, 0.1 ); ( 1, 0.001 | airfoil | 0, 0.2 )

```

## ANNEXE III

### DONNÉES NUMÉRISÉES DES GRAPHS DE RICHARDS ET AL. (2008)

Tableau-A III-1  $C_N$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  (en degrés) pour  $SR = 1$

$\alpha$	$\beta$	$C_N$	$\alpha$	$\beta$	$C_N$
0,00	0	0,00	74,98	15	1,17
5,10	0	0,14	80,36	15	1,18
10,06	0	0,33	85,04	15	1,17
15,17	0	0,55	90,14	15	1,18
20,13	0	0,81	0,28	30	0,00
25,09	0	1,05	5,10	30	0,14
30,33	0	1,25	10,06	30	0,38
35,01	0	1,36	15,02	30	0,58
40,11	0	1,08	19,84	30	0,82
45,07	0	1,09	24,80	30	0,94
50,03	0	1,13	29,76	30	1,10
55,13	0	1,15	35,01	30	1,19
60,24	0	1,15	40,11	30	1,09
65,34	0	1,15	45,21	30	1,10
70,30	0	1,15	50,03	30	1,11
75,12	0	1,14	54,99	30	1,14
80,36	0	1,17	60,24	30	1,13
85,04	0	1,16	65,20	30	1,15
90,28	0	1,17	70,16	30	1,15
0,14	15	0,00	75,12	30	1,15
4,82	15	0,16	79,94	30	1,16
15,17	15	0,55	85,18	30	1,16
19,98	15	0,80	90,14	30	1,17
25,09	15	1,00	0,00	45	0,00
30,05	15	1,17	4,82	45	0,19
35,01	15	1,15	9,64	45	0,41
39,97	15	1,10	15,02	45	0,63
45,21	15	1,10	19,98	45	0,90
50,03	15	1,13	25,09	45	1,10
55,13	15	1,17	30,05	45	1,10
60,24	15	1,15	35,01	45	1,21
65,06	15	1,15	39,97	45	1,20
70,16	15	1,16	45,07	45	1,11

$C_N$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  (en degrés) pour  $SR = 1$  (suite)

$\alpha$	$\beta$	$C_N$	$\alpha$	$\beta$	$C_N$
50,03	45	1,15	25,13	75	1,00
54,99	45	1,13	29,74	75	1,17
60,09	45	1,15	34,85	75	1,16
65,20	45	1,15	39,96	75	1,10
69,87	45	1,14	44,95	75	1,10
75,26	45	1,16	49,94	75	1,14
80,08	45	1,17	54,92	75	1,16
85,32	45	1,16	60,04	75	1,15
90,00	45	1,17	64,89	75	1,16
0,00	60	0,00	69,75	75	1,17
5,00	60	0,18	75,00	75	1,17
9,74	60	0,39	80,11	75	1,17
15,00	60	0,59	84,97	75	1,18
20,13	60	0,82	89,96	75	1,19
25,00	60	0,95	0,00	90	0,00
30,12	60	1,10	4,74	90	0,17
34,99	60	1,20	9,73	90	0,36
40,10	60	1,13	15,13	90	0,54
45,21	60	1,10	20,13	90	0,81
50,59	60	1,14	25,00	90	1,05
55,32	60	1,15	30,27	90	1,25
60,04	60	1,15	35,39	90	1,36
65,03	60	1,15	40,36	90	1,10
70,01	60	1,16	44,82	90	1,10
75,13	60	1,16	50,72	90	1,14
80,12	60	1,18	54,79	90	1,16
85,23	60	1,17	60,17	90	1,15
90,09	60	1,18	64,89	90	1,16
0,00	75	0,00	70,54	90	1,16
4,87	75	0,16	74,87	90	1,16
9,87	75	0,36	79,98	90	1,17
14,87	75	0,56	85,10	90	1,17
20,13	75	0,80	89,96	90	1,18

Tableau-A III-2  $C_N$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  (en degrés) pour  $SR = 2$ 

$\alpha$	$\beta$	$C_N$	$\alpha$	$\beta$	$C_N$
0,00	0,00	0,00	69,91	15,00	1,20
5,02	0,00	0,09	75,07	15,00	1,21
10,19	0,00	0,22	80,09	15,00	1,20
15,07	0,00	0,39	85,26	15,00	1,18
20,09	0,00	0,63	90,00	15,00	1,17
24,98	0,00	0,90	0,00	30,00	0,00
30,14	0,00	1,14	5,02	30,00	0,16
35,16	0,00	1,36	10,05	30,00	0,37
40,05	0,00	1,53	14,93	30,00	0,56
45,07	0,00	1,62	20,09	30,00	0,80
50,09	0,00	1,58	25,26	30,00	1,03
55,12	0,00	1,27	29,86	30,00	1,27
60,14	0,00	1,21	35,02	30,00	1,45
65,16	0,00	1,21	40,05	30,00	1,57
70,19	0,00	1,21	45,07	30,00	1,60
75,21	0,00	1,21	50,09	30,00	1,18
80,23	0,00	1,20	54,98	30,00	1,15
85,26	0,00	1,18	60,00	30,00	1,18
90,00	0,00	1,18	65,02	30,00	1,19
0,14	15,00	0,01	70,05	30,00	1,19
5,16	15,00	0,12	75,07	30,00	1,21
10,05	15,00	0,28	80,23	30,00	1,19
15,07	15,00	0,46	85,26	30,00	1,18
20,09	15,00	0,71	90,00	30,00	1,18
24,98	15,00	0,96	0,00	45,00	0,00
30,14	15,00	1,17	5,02	45,00	0,22
35,02	15,00	1,37	10,05	45,00	0,43
40,05	15,00	1,51	14,93	45,00	0,60
44,93	15,00	1,58	19,95	45,00	0,84
49,95	15,00	1,57	25,12	45,00	1,05
54,98	15,00	1,19	30,00	45,00	1,04
60,14	15,00	1,19	35,02	45,00	1,03
65,16	15,00	1,20	40,05	45,00	1,06

$C_N$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  (en degrés) pour  $SR = 2$  (suite)

$\alpha$	$\beta$	$C_N$	$\alpha$	$\beta$	$C_N$
45,07	45,00	1,09	20,23	75,00	0,84
50,09	45,00	1,10	24,98	75,00	0,85
54,98	45,00	1,12	30,14	75,00	0,87
60,14	45,00	1,14	35,30	75,00	0,91
65,02	45,00	1,17	40,05	75,00	0,95
70,19	45,00	1,18	44,93	75,00	1,00
75,07	45,00	1,19	49,95	75,00	1,05
80,09	45,00	1,19	55,12	75,00	1,09
85,12	45,00	1,18	60,28	75,00	1,14
90,14	45,00	1,17	65,02	75,00	1,14
0,00	60,00	0,00	70,05	75,00	1,15
4,88	60,00	0,23	75,07	75,00	1,18
10,19	60,00	0,49	80,23	75,00	1,18
15,07	60,00	0,75	85,12	75,00	1,19
20,23	60,00	0,88	90,28	75,00	1,18
24,98	60,00	0,88	0,00	90,00	0,00
30,14	60,00	0,89	5,30	90,00	0,23
35,02	60,00	0,94	10,05	90,00	0,50
40,19	60,00	0,98	15,35	90,00	0,70
45,21	60,00	1,02	19,95	90,00	0,82
50,09	60,00	1,06	25,12	90,00	0,79
55,26	60,00	1,10	29,86	90,00	0,82
59,86	60,00	1,13	34,88	90,00	0,87
65,16	60,00	1,14	40,05	90,00	0,92
70,05	60,00	1,16	45,07	90,00	0,98
74,93	60,00	1,17	50,09	90,00	1,03
79,95	60,00	1,18	55,26	90,00	1,07
85,12	60,00	1,18	59,86	90,00	1,10
90,14	60,00	1,18	65,16	90,00	1,12
0,00	75,00	0,00	70,05	90,00	1,12
5,02	75,00	0,21	75,07	90,00	1,17
10,19	75,00	0,50	79,81	90,00	1,18
15,21	75,00	0,70	84,84	90,00	1,17
			89,72	90,00	1,18

Tableau-A III-3  $C_N$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  (en degrés) pour  $SR = 4$ 

$\alpha$	$\beta$	$C_N$	$\alpha$	$\beta$	$C_N$
0,00	0,00	0,00	70,03	15,00	1,26
5,03	0,00	0,07	74,53	15,00	1,27
10,06	0,00	0,16	79,70	15,00	1,26
14,96	0,00	0,30	84,74	15,00	1,24
19,98	0,00	0,51	89,78	15,00	1,24
24,87	0,00	0,73	0,00	30,00	0,00
29,89	0,00	0,96	4,92	30,00	0,17
35,04	0,00	1,18	9,97	30,00	0,38
39,93	0,00	1,33	14,76	30,00	0,58
44,96	0,00	1,43	19,81	30,00	0,84
50,00	0,00	1,45	24,86	30,00	1,05
55,04	0,00	1,40	29,91	30,00	1,21
59,95	0,00	1,32	34,96	30,00	1,36
64,85	0,00	1,28	39,88	30,00	1,48
69,89	0,00	1,27	44,93	30,00	1,47
74,93	0,00	1,26	49,85	30,00	1,24
79,83	0,00	1,26	55,04	30,00	1,23
84,74	0,00	1,24	59,96	30,00	1,24
89,78	0,00	1,24	65,01	30,00	1,25
0,00	15,00	0,00	69,93	30,00	1,26
4,90	15,00	0,11	74,98	30,00	1,26
10,06	15,00	0,25	80,16	30,00	1,25
15,08	15,00	0,45	85,08	30,00	1,24
20,10	15,00	0,68	90,00	30,00	1,24
25,12	15,00	0,92	0,00	45,00	0,00
30,01	15,00	1,12	4,92	45,00	0,25
34,76	15,00	1,32	9,97	45,00	0,50
39,92	15,00	1,45	14,89	45,00	0,72
44,96	15,00	1,50	20,07	45,00	0,90
49,86	15,00	1,45	24,86	45,00	1,07
54,91	15,00	1,34	29,65	45,00	1,17
59,95	15,00	1,27	35,23	45,00	1,18
64,86	15,00	1,26	40,15	45,00	1,15

$C_N$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  (en degrés) pour  $SR = 4$  (suite)

$\alpha$	$\beta$	$C_N$	$\alpha$	$\beta$	$C_N$
44,93	45,00	1,15	19,94	75,00	0,83
49,99	45,00	1,16	24,99	75,00	0,85
55,04	45,00	1,19	29,78	75,00	0,90
59,96	45,00	1,21	34,83	75,00	0,97
65,14	45,00	1,23	40,15	75,00	1,01
70,06	45,00	1,25	44,93	75,00	1,06
74,84	45,00	1,24	49,85	75,00	1,10
80,30	45,00	1,25	55,04	75,00	1,14
85,21	45,00	1,24	60,09	75,00	1,17
90,00	45,00	1,25	65,14	75,00	1,20
0,00	60,00	0,00	70,19	75,00	1,22
4,92	60,00	0,31	75,11	75,00	1,24
10,10	60,00	0,57	80,30	75,00	1,24
14,89	60,00	0,78	85,21	75,00	1,25
19,94	60,00	0,87	89,60	75,00	1,24
24,99	60,00	0,93	0,00	90,00	0,00
30,31	60,00	0,96	4,92	90,00	0,31
35,23	60,00	1,01	9,97	90,00	0,56
40,01	60,00	1,06	15,02	90,00	0,70
44,93	60,00	1,10	19,94	90,00	0,78
49,99	60,00	1,14	24,99	90,00	0,82
55,30	60,00	1,17	29,91	90,00	0,88
60,09	60,00	1,18	34,96	90,00	0,93
65,01	60,00	1,21	40,01	90,00	0,98
70,19	60,00	1,23	45,07	90,00	1,03
75,24	60,00	1,24	50,12	90,00	1,07
80,03	60,00	1,25	55,04	90,00	1,11
85,08	60,00	1,24	60,22	90,00	1,15
90,00	60,00	1,26	65,01	90,00	1,17
0,00	75,00	0,00	70,06	90,00	1,20
5,05	75,00	0,31	75,24	90,00	1,21
10,10	75,00	0,58	79,90	90,00	1,23
15,16	75,00	0,75	85,08	90,00	1,24
			90,00	90,00	1,24

## ANNEXE IV

### DONNÉES POUR LE CAS TEST DE VALIDATION DE LA PLAQUE PLANE-RICHARDS ET AL. (2008)

```
% Cas test de validation pour la plaque plane Richards(2008)

%Vitesse de l'écoulement (air standard) en X, Y et Z (m/s)

U = 10
V = 0
W = 0

% Caractéristiques de la plaque

%Dimensions (m)
L = 0.2122
l = 0.1061
e = 0.002

%Masse volumique (kg/m3)
Rho = 170

%Orientation initiale (°)
Psi = 30
Theta = 20
Phi = 30

%Position initiale en X, Y et Z (m)
X0 = 0
Y0 = 0
Z0 = 0.6
```

Tableau-A IV-1  
Valeurs référence XZ  
pour la Figure 3.8

X (m)	Z (m)
-0,008	0,618
0,034	0,680
0,195	0,776
0,402	0,851
0,595	0,895
0,811	0,934
1,023	0,952
1,221	0,982
1,437	1,009
1,649	1,039
1,893	1,075
2,132	1,079
2,385	1,083
2,615	1,079
2,868	1,075
3,103	1,066
3,365	1,044

Tableau-A IV-2  
Valeurs référence XY  
pour la Figure 3.8

X (m)	Y (m)
-0,003	0,000
0,052	-0,019
0,217	-0,050
0,399	-0,085
0,610	-0,115
0,824	-0,150
1,016	-0,185
1,236	-0,204
1,437	-0,235
1,656	-0,254
1,885	-0,247
2,118	-0,244
2,369	-0,236
2,612	-0,229
2,854	-0,218
3,096	-0,203
3,347	-0,188



## ANNEXE V

### DONNÉES POUR LE CAS TEST DE VALIDATION DE LA SPHÈRE- HOLMES (2004)

```
% Cas test de validation pour la sphère Holmes (2004)

%Vitesse de l'écoulement (air standard) en X, Y et Z (m/s)

U = 30
V = 0
W = 0

% Caractéristiques de la sphère

%Diamètre d (m)
d = 0.08

%Masse volumique (kg/m3)
Rho = 500
```

Tableau-A V-1 Valeurs références pour la Figure 3.13 (Déplacement en X)

t (s)	X (m)	t (s)	X (m)
0,007	-0,017	0,881	3,422
0,059	0,009	0,922	3,733
0,125	0,060	0,963	4,043
0,173	0,138	1,008	4,328
0,225	0,241	1,057	4,741
0,265	0,345	1,112	5,181
0,302	0,474	1,168	5,647
0,339	0,552	1,206	5,983
0,384	0,733	1,251	6,267
0,436	0,940	1,280	6,526
0,499	1,224	1,310	6,784
0,547	1,457	1,344	7,043
0,599	1,716	1,378	7,379
0,643	1,974	1,404	7,638
0,684	2,181	1,438	8,000
0,725	2,362	1,482	8,310
0,755	2,543	1,516	8,672
0,807	2,828	1,553	9,086
0,844	3,086	1,583	9,371

Tableau-A V-2 Valeurs références pour la Figure 3.13 (Vitesse en X)

t (s)	u (m/s)	t (s)	u (m/s)
0,000	-0,017	0,602	5,174
0,036	0,296	0,689	5,732
0,065	0,610	0,763	6,150
0,094	0,889	0,834	6,568
0,120	1,167	0,889	6,916
0,155	1,481	0,954	7,265
0,184	1,794	1,015	7,544
0,220	2,143	1,093	7,927
0,256	2,491	1,145	8,206
0,301	2,805	1,216	8,624
0,327	3,084	1,277	8,833
0,359	3,397	1,351	9,181
0,398	3,676	1,422	9,460
0,437	3,990	1,490	9,634
0,488	4,303	1,548	9,808
0,543	4,721	1,590	9,948

Tableau-A V-3 Valeurs références pour  
la courbe de la Figure 3.13

X (m)	Z (m)	X (m)	Z (m)
-0,070	0,057	4,322	-4,774
0,141	-0,157	4,603	-5,084
0,329	-0,371	4,768	-5,345
0,540	-0,538	4,980	-5,559
0,845	-0,824	5,191	-5,797
1,033	-1,062	5,379	-6,012
1,245	-1,276	5,590	-6,273
1,432	-1,490	5,849	-6,606
1,691	-1,776	6,131	-6,892
1,949	-2,085	6,342	-7,201
2,184	-2,347	6,554	-7,486
2,348	-2,514	6,765	-7,724
2,607	-2,776	7,001	-8,057
2,865	-3,061	7,259	-8,390
3,077	-3,347	7,588	-8,747
3,311	-3,585	7,823	-9,080
3,593	-3,941	8,082	-9,389
3,805	-4,203	8,317	-9,722
4,040	-4,489	8,622	-10,079



## ANNEXE VI

### DONNÉES POUR LE CAS TEST DE VALIDATION DE LA PLAQUE PLANE-TACHIKAWA (1983)

```
% Cas test de validation pour la plaque plane Tachikawa (1983)

%Vitesse de l'écoulement (air standard) en X, Y et Z (m/s)

U = 9.2
V = 0
W = 0

% Caractéristiques de la plaque

%Dimesions (m)
L = 0.04
l = 0.04
e = 0.002

%Masse volumique (kg/m3)
Rho = 1120

%Orientation initiale (°)
Ψ = 0
θ = 45 ou 75
Φ = 0

%Position initiale en X, Y et Z (m)
X0 = 0
Y0 = 0
Z0 = 0
```

**Tableau-A VI-1**  
**Valeurs références**  
**(45° d'inclinaison) pour**  
**la courbe de la Figure 3.9**

X (m)	Z (m)
-0,00882	0,00154
0	0,00753
0,03235	0,01032
0,06765	0,01005
0,11765	-0,00851
0,16765	-0,03616
0,22059	-0,0699
0,27647	-0,11275
0,33529	-0,17986
0,42059	-0,24414
0,50294	-0,31749
0,6	-0,39095
0,68529	-0,48251

**Tableau-A VI-2**  
**Valeurs références**  
**(75° d'inclinaison) pour**  
**la courbe de la Figure 3.9**

X (m)	Z (m)
0,0029	0,00462
0,01159	0,00455
0,03478	0,00129
0,06957	-0,01128
0,11014	-0,03621
0,16812	-0,06742
0,23188	-0,11099
0,31014	-0,15159
0,38551	-0,19525
0,47246	-0,239
0,56812	-0,29512
0,66667	-0,35434
0,77391	-0,4167

## ANNEXE VII

### TRAJECTOIRES DE SPHERES AUTOUR DU BWB

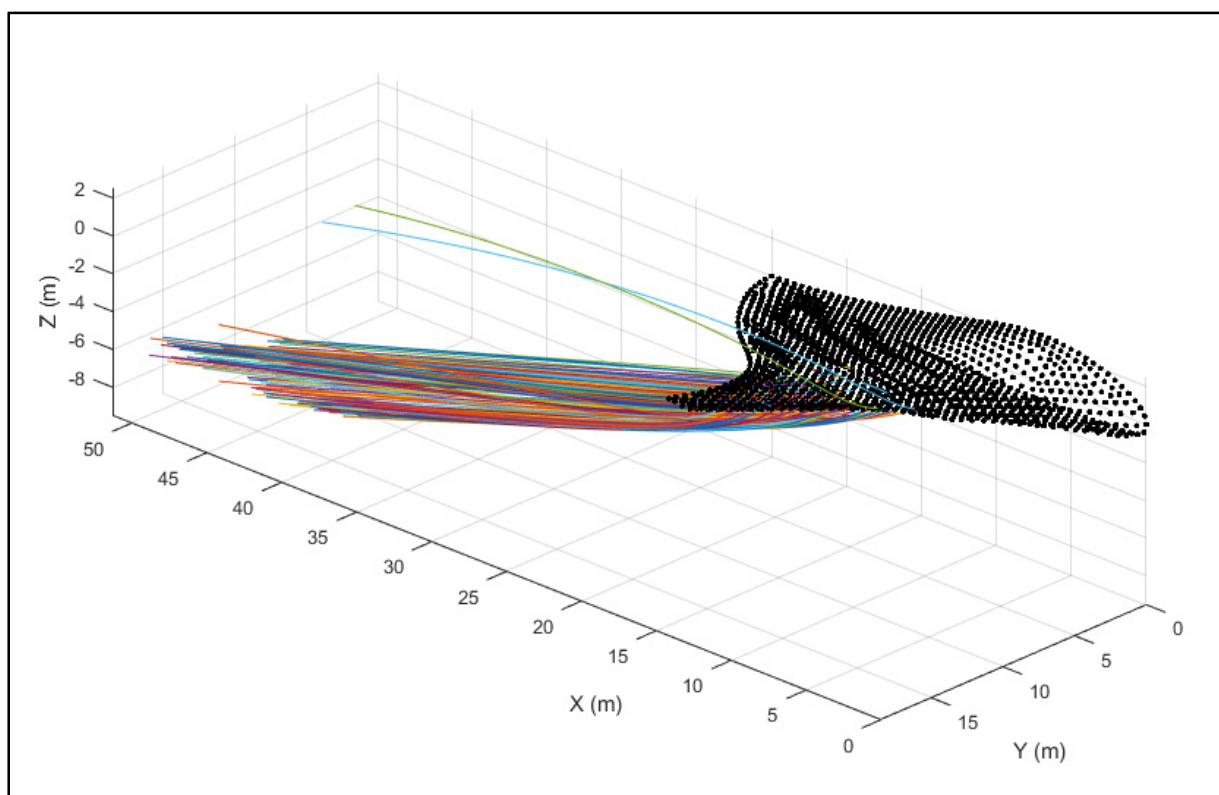


Figure- A VII-1 Vue en perspective 3D d'un échantillon de 300 trajectoires de sphères

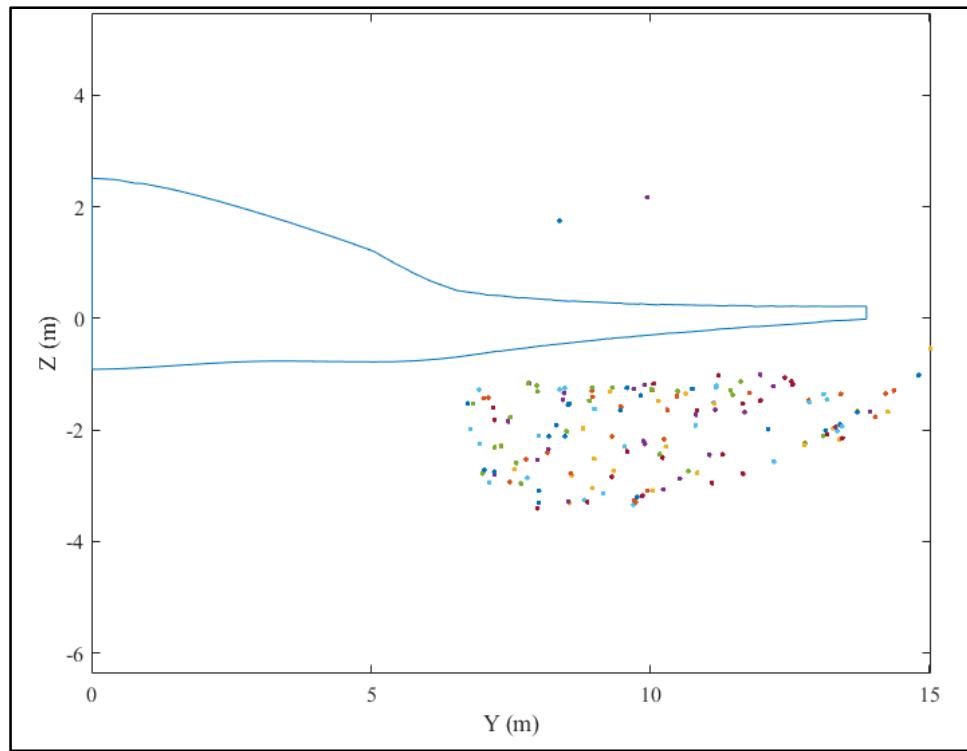


Figure- A VII-1 Empreintes d'un échantillon de 300 sphères  
dans le plan  $X = 20\text{m}$

## ANNEXE VIII

### TRAJECTOIRES DE PLAQUES PLANES AUTOUR DU BWB

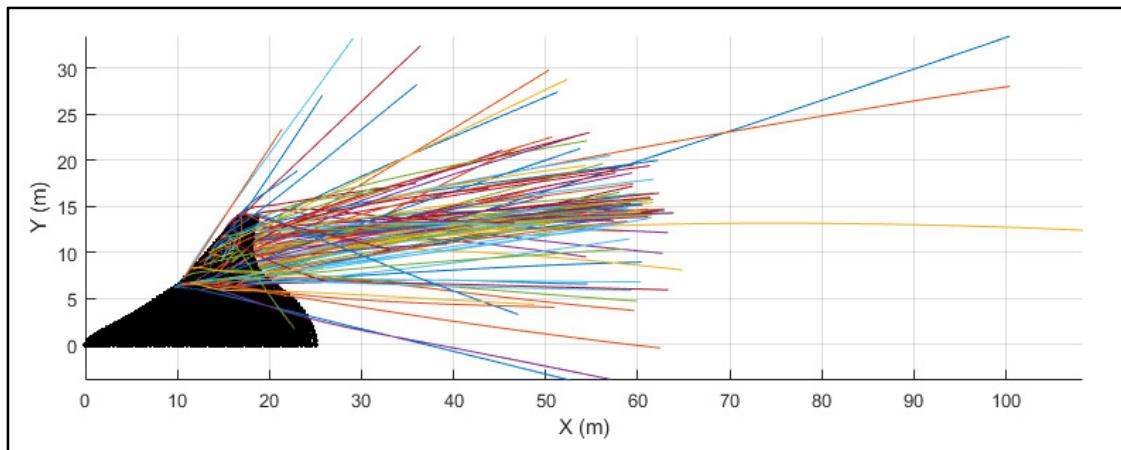


Figure- A VIII-1 Vue de dessus d'un échantillon de 300 trajectoires de plaques planes

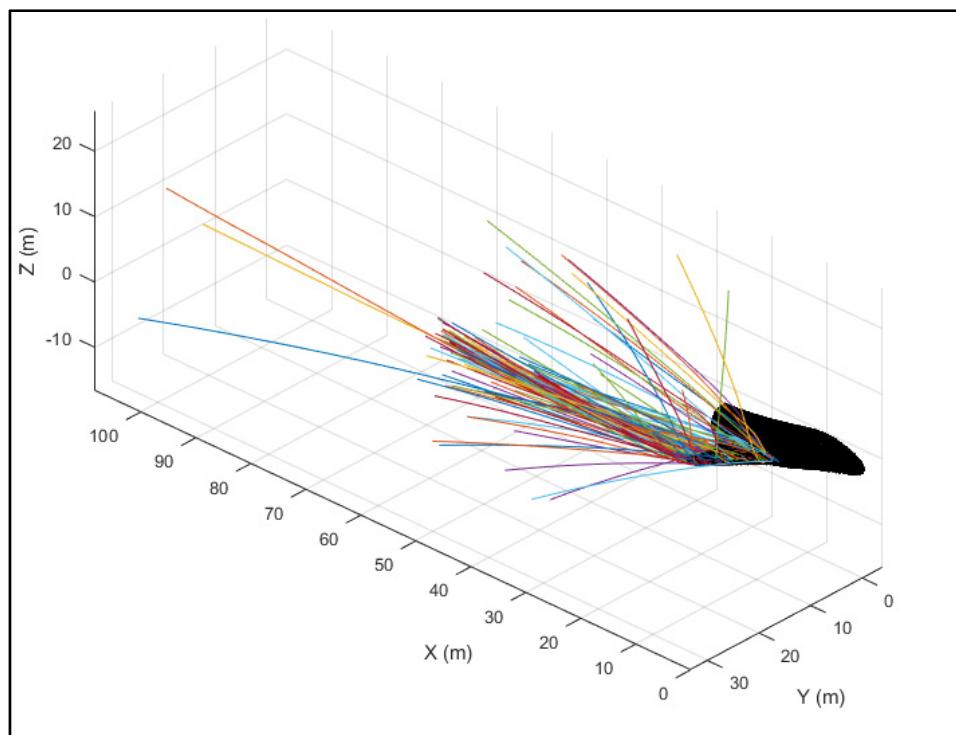


Figure- A VIII-2 Vue en perspective 3D d'un échantillon de 300 trajectoires de plaques planes



## LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Amidror, I. (2002). Scattered data interpolation methods for electronic imaging systems: a survey. *Journal of Electronic Imaging*, 11(2), 20.
- Baker, C. J. (2007). The debris flight equations. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 95(5), 329-353. doi: 10.1016/j.jweia.2006.08.001
- Bennani, L., Villedieu, P., Salaun, M., & Trontin, P. (2014). Numerical simulation and modeling of ice shedding: Process initiation. *Computers & Structures*, 142(Supplement C), 15-27. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2014.06.001>
- Broughton, H., Owens, J., & Sims, J. J. (1996). Determination of shed ice particle size using high speed digital imaging. Dans *Hybrid Image and Signal Processing V, 8 April 1996* (Vol. 2751, pp. 241-252). SPIE-Int. Soc. Opt. Eng. doi: 10.1117/12.242012
- Clift, R., Grace, J. R., & Weber, M. E. (1978). *Bubbles, Drops, and Particles*. Academic Press. Repéré à <https://books.google.ca/books?id=n8gRAQAAIAAJ>
- Conversy, S., Chatty, S., Gaspard-Boulinc, H., & Vinot, J.-L. (2014, 2014-10-28). *The Accident of Flight AF447 Rio-Paris: a Case Study for HCI Research* présentée à IHM'14, 26e conférence francophone sur l'Interaction Homme-Machine, Lille, France. Repéré à <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01089633>
- Delecroix, T. (2017). *Étude de stabilité statique et dynamique d'un avion Blended-Wing-Body de 100 passagers* (École de technologie supérieure, Montréal, QC, Canada). Repéré à [http://espace.etsmtl.ca/1909/1/DELECROIX\\_Thomas.pdf](http://espace.etsmtl.ca/1909/1/DELECROIX_Thomas.pdf)
- Delecroix, T., & Morency, F. (2016, 4-6 avril 2016). *Stability study of a regional blended-wing-body aircraft* Article de conférence présentée à 51<sup>e</sup> 3AF International Conference, Strasbourg.
- FAA. (2006). Introduction to Icing Certification. Repéré à [http://lessonslearned.faa.gov/AmericanEagle/Intro\\_to\\_Icing\\_Certification.pdf](http://lessonslearned.faa.gov/AmericanEagle/Intro_to_Icing_Certification.pdf)
- FAA. (2007). *Advisory Circular : Certification of part 23 airplanes for flight in icing conditions.* (23.1419-2D). Repéré à [https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory\\_Circular/AC\\_23.1419-2D\\_Incl\\_Chg\\_1.pdf](https://www.faa.gov/documentLibrary/media/Advisory_Circular/AC_23.1419-2D_Incl_Chg_1.pdf).
- FAA. (2016). Resulting Safety Initiatives. Repéré à [http://lessonslearned.faa.gov/l\\_main.cfm?TabID=3&LLID=37&LLTypeID=10](http://lessonslearned.faa.gov/l_main.cfm?TabID=3&LLID=37&LLTypeID=10)

- Fauvel, C. (2012). Avoid Gimbal Lock for Rotation/Direction Maya Manipulators. Repéré à <http://around-the-corner.typepad.com/adn/2012/08/avoid-gimbal-lock-for-rotationdirection-maya-manipulators.html>
- Fu, A. M., Huang, P., & Gu, M. (2013). *Numerical model of three-dimensional motion of plate-type wind-borne debris based on quaternions and its improvement in unsteady flow* présentée à 2nd International Conference on Civil, Architectural and Hydraulic Engineering, ICCAHE 2013, July 27, 2013 - July 28, 2013, Zhuhai, China. doi: 10.4028/www.scientific.net/AMM.405-408.2399
- Hoag, D. (1963). *Apollo Guidance and Navigation Considerations of Apollo IMU Gimbal Lock.* (E-1344). Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology.
- Hoerner, S. F. (1965). *Fluid-dynamic drag; practical information on aerodynamic drag and hydrodynamic resistance.* Midland Park, N.J.
- Holmes, J. D. (2004). Trajectories of spheres in strong winds with application to wind-borne debris. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 92(1), 9-22. doi: 10.1016/j.jweia.2003.09.031
- I.A.T.A. (2016). *Safety Report 2015.* Montreal, Quebec: International Air Transport Association.
- Ignatowicz, K., & Morency, F. (2017). *Numerical Study of Ice Particle Shedding: Interpolation Methods and 2D Trajectories* présenté à CASI AERO 2017, Toronto, ON, Canada. Repéré à [https://www.openconf.org/aero2017/modules/request.php?module=oc\\_proceedings&action=summary.php&id=184&a=Accept](https://www.openconf.org/aero2017/modules/request.php?module=oc_proceedings&action=summary.php&id=184&a=Accept)
- Kordi, B., & Kopp, G. A. (2009). Evaluation of Quasi-Steady Theory Applied to Windborne Flat Plates in Uniform Flow. *Journal of Engineering Mechanics*, 135(7), 657-668. doi: doi:10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0000008
- Liebeck, R. H. (2004). Design of the Blended Wing Body Subsonic Transport. *Journal of Aircraft*, 41(1), 10-25. doi: 10.2514/1.9084
- Mirzaei, M., Ardekani, M. A., & Doosttalab, M. (2009). Numerical and experimental study of flow field characteristics of an iced airfoil. *Aerospace Science and Technology*, 13(6), 267-276. doi: 10.1016/j.ast.2009.05.002
- NASA. (2010). Past Projects: X-48B Blended Wing Body. Repéré à <https://www.nasa.gov/centers/dryden/research/X-48B/index.html>
- Omoware, W. D., Maher, A., & Azimov, U. (2014). Aerodynamic analysis of flapping-pitching flat plates. Dans *3rd International Symposium on Environmental Friendly Energies and Applications (EFEA)* (pp. 1-5). doi: 10.1109/EFEA.2014.7059973

- Ourairspace. (2015). Risk of icing conditions to aviation. Repéré à [http://www.ourairspace.org/  
Risk-Icing.html](http://www.ourairspace.org/Risk-Icing.html)
- Papadakis, M., Yeong, H.-W., & Shimo, K. (2007, 24-27 septembre 2007). *Parametric Investigation of Ice Shedding from a Business Jet Aircraft* présentée à SAE Aircraft & Engine Icing International Conference, Seville, Espagne.
- Papadakis, M., Yeong, H.-W., & Suares, I. G. (2007, January 2007). *Simulation of Ice Shedding from a Business Jet Aircraft* présentée à 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit.
- Potsdam, M., Page, M., & Liebeck, R. (1997). Blended Wing Body analysis and design. Dans *15th Applied Aerodynamics Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.1997-2317
- Qin, N., Vavalle, A., Le Moigne, A., Laban, M., Hackett, K., & Weinerfelt, P. (2004). Aerodynamic considerations of blended wing body aircraft. *Progress in Aerospace Sciences*, 40(6), 321-343. doi: 10.1016/j.paerosci.2004.08.001
- Richards, P. J. (2010). Steady aerodynamics of rod and plate type debris. Dans *17th Australasian Fluid Mechanics Conference 2010, 17AFMC, December 5, 2010 - December 9, 2010* (pp. 222-225). University of Queensland.
- Richards, P. J., Williams, N., Laing, B., McCarty, M., & Pond, M. (2008). Numerical calculation of the three-dimensional motion of wind-borne debris. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 96(10), 2188-2202. doi: 10.1016/j.jweia.2008.02.060
- Scavuzzo, R. J., Chu, M. L., & Ananthaswamy, V. (1994). Influence of aerodynamic forces in ice shedding. *Journal of Aircraft*, 31(3), 526-530. doi: 10.2514/3.46525. Repéré à <http://dx.doi.org/10.2514/3.46525>
- Shampine, L. F., & Reichelt, M. W. (1997). The MATLAB ODE Suite. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 18(1), 1-22. doi: 10.1137/s1064827594276424
- Skeen Jr, J. T., & Reed, S. L. (2004). *Weather-related aviation accident investigations at the national transportation safety board* présentée à 11th Conference on Aviation, Range, and Aerospace Meterology, October 4, 2004 - October 8, 2004, Hyannis, MA, United states.
- Suarez, I. G. (2005). *Ice Particle Trajectory Simulation* (Wichita State University, Wichita).

- Tachikawa, M. (1983). Trajectories of flat plates in uniform flow with application to wind-generated missiles. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 14(1), 443-453. doi: [https://doi.org/10.1016/0167-6105\(83\)90045-4](https://doi.org/10.1016/0167-6105(83)90045-4)
- Védie, L., Morency, F., & Kubler, N. (2016). Sensitivity analysis of ice piece trajectory calculation. Dans *8th AIAA Atmospheric and Space Environments Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2016-4351
- Velázquez Salazar, O., Weiss, J., & Morency, F. (2015). *Development of blended wing body aircraft design* présentée à CASI 62nd Aeronautics Conference and AGM, Montréal. doi: 10.13140/RG.2.1.3878.9840
- Velázquez Salazar, O., Weiss, J., & Morency, F. (2017). *Preliminary investigation on stall characteristics of a Regional BWB for low speed approach* présentée à 35th AIAA Applied Aerodynamics Conference. doi: 10.2514/6.2017-3738
- Vukits, T. (2002). Overview and risk assessment of icing for transport category aircraft and components. Dans *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. doi: 10.2514/6.2002-811
- Widhalm, M. (2015). Lagrangian Trajectory Simulation of Rotating Regular Shaped Ice Particles. Dans *SAE International Conference on Icing of Aircraft, Engines, and Structures, ICE 2015, June 22, 2015 - June 25, 2015* (June éd., Vol. 2015-June). SAE International. doi: 10.4271/2015-01-2141
- Xi, X., & Mohseni, K. (2013). *2D Unsteady Motion of a Flat Plate: Implementation and Model Simplification* présentée à 31st AIAA Applied Aerodynamics Conference, 24 June 2013, Reston, VA, USA.

