

# Optimisation de l'allocation des tolérances pour les gabarits d'usinage

par

Mondher SOUILAH

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE LA MAÎTRISE  
AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE MÉCANIQUE  
M.Sc.A

MONTRÉAL, LE 19 MAI 2020

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

©Tous droits réservés, Mondher Souilah 2020

©Tous droits réservés

Cette licence signifie qu'il est interdit de reproduire, d'enregistrer ou de diffuser en tout ou en partie, le présent document. Le lecteur qui désire imprimer ou conserver sur un autre média une partie importante de ce document, doit obligatoirement en demander l'autorisation à l'auteur.

**PRÉSENTATION DU JURY**

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Antoine Tahan, directeur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Nabil Abacha, codirecteur de mémoire  
ARCONIC

M. Jean-François Chatelain, président du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Alain Desrochers, membre du jury  
Département de génie mécanique à L'Université de Sherbrooke

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 8 MAI 2020

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE



*À mes parents et à Bannour  
Merci infiniment !*



## REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mon directeur de mémoire, Pr Antoine Tahan. Je le remercie pour son encadrement, son aide financière, ses conseils et la confiance qu'il m'a accordée. Je remercie également M. Nabil Abacha, codirecteur de ce mémoire, pour ses conseils, sa disponibilité et son soutien durant mon séjour à ARCONIC à Laval. Je tiens également à remercier les membres de jury M. Jean-François Chatelain et M. Alain Desrochers qui m'ont honoré en faisant partie du jury de soutenance de mon mémoire.

J'adresse aussi mes sincères remerciements au Consortium de recherche et d'innovation en aérospatiale au Québec (CRIAQ), au programme MITACS Accélération, ainsi que la Mission Universitaire de Tunisie à Montréal pour le support financier durant l'élaboration du projet.

Je suis aussi reconnaissant à M. Xingyu Yan, qui durant son stage postdoctoral à l'École de technologie supérieure, m'a introduit aux notions essentielles dans l'élaboration de la méthodologie proposée.

J'aimerais finalement exprimer ma gratitude envers mes parents et mes frères pour le soutien inconditionnel durant tout mon parcours. Un grand merci à mon frère Bannour pour m'avoir supporté et aidé lors de mon arrivée à Montréal. Sans eux, ce travail n'aurait pas été possible.



# Optimisation de l'allocation des tolérances pour les gabarits d'usinage

Mondher SOUILAH

## RÉSUMÉ

Ce mémoire présente le travail réalisé sous une thématique rattachée à un projet de recherche dans un milieu industriel, CRIAQ MANU-1707\_TRL4+ intitulé '*Création de stratégies démonstratrices de conception et de fabrication hybrides pour l'outillage aérospatial*'. L'objectif du projet est la réduction des coûts de conception et de fabrication des gabarits d'usinage des composants aéronautiques. Dans ce projet, plusieurs thématiques sont abordées par les différentes équipes de recherche participantes. Ainsi, les procédures de conception, les matériaux employés et la manière de fabriquer l'outillage aérospatial sont étudiés. Plus spécifiquement, dans le cadre de la thématique rattachée à la conception, l'optimisation de l'allocation des tolérances des gabarits d'usinage est un enjeu économique important. Par conséquent, le développement d'un outil permettant de synthétiser et d'optimiser l'allocation des tolérances pour les gabarits présentera un avantage décisif lors de la conception de ces derniers. C'est précisément le sujet du présent mémoire.

Un modèle qui permettra aux concepteurs d'estimer, en amont du processus manufacturier, les erreurs géométriques des éléments à usiner en tenant compte des effets des variations dimensionnelles et géométriques des éléments de localisation du gabarit d'usinage est présenté. Dans ce modèle, on incorpore, en plus des erreurs propres au gabarit, deux autres sources d'erreurs : les défauts géométriques de l'élément géométrique (*Feature*) du composant qui est en contact avec le gabarit et les erreurs géométriques de l'outil qui sera employée lors de l'usinage. Le travail est basé sur la théorie du torseur des petits déplacements et sur le concept de calcul des variations géométriques selon les normes ASME Y14.5-2018 et ASME Y14.5.1M-1994. Le modèle est validé sur plusieurs études de cas fournies par le partenaire industriel du projet. La solution finale est livrée sous forme d'une application *GUI* (*Graphical User Interface*) facilitant l'utilisation de la solution proposée.

**Mots clés :** Gabarit d'usinage, Tolérancement géométrique et dimensionnel, Usinage, Analyse et synthèse des tolérances.



## Optimization of Tolerance Allocation for Machining Fixtures

Mondher SOUILAH

### ABSTRACT

This Master's thesis presents a wrap-up of an industrial research project under a theme related to the project CRIAQ MANU-1707\_TRL4+ entitled: ' *Creation of demonstrating strategies of hybrid conception and manufacturing for aerospace tooling*'. The main objective of the project is to reduce the costs of tool designing and manufacturing for aeronautical components. Several themes are addressed by the different participating industrial partners. Thus, the design procedures, the materials used and the manner of manufacturing the tooling are studied. More specifically, within the framework of the machining fixture design, optimizing the allocation of tolerances for machining fixtures has an important economic impact. Therefore, a decision support tool for the machining fixture designer will have a significant advantage during the design phase. This is precisely the subject of this research project. A model that allows the fixture designer to estimate the geometric errors of the features to be machined, upstream of machining process, is presented. The machining accuracy of datum-related toleranced features under the effect of locating errors (which are influenced by the tolerances assigned to locators and by the irregularities of the workpiece feature which mates with the fixture) and the rotational and translational errors of the tooltip is evaluated.

The work is based on the theory of the Small Displacement Torsor (SDT) and on the concept of the calculation of the geometric variations according to the standards ASME Y14.5 and Y14.5.1M. The model is validated on several case studies provided by the industrial partner of the project. The final solution is delivered in the form of a GUI (Graphical User Interface) application facilitating the use of the proposed solution.

**Keywords:** Machining Fixture, Geometric Dimensioning and Tolerancing, Machining, Tolerance analysis and synthesis.



## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE.....	5
1.1 Introduction.....	5
1.2 Le tolérancement dimensionnel et géométrique .....	5
1.2.1 Méthodes d'allocation des tolérances .....	7
1.2.2 Méthodes d'analyse des tolérances .....	10
1.2.2.1 Méthode des limites .....	11
1.2.2.2 Méthode probabiliste .....	12
1.2.2.3 Méthode probabiliste modifiée .....	16
1.2.3 Exemple d'application .....	17
1.2.4 Analyse des tolérances par simulation du type Monte-Carlo .....	19
1.3 La conception des gabarits d'usinage .....	22
1.3.1 Rôles et éléments d'un gabarit d'usinage .....	22
1.3.2 Contraintes à considérer lors de la conception d'un gabarit d'usinage ....	23
1.4 Erreurs affectant la qualité finale du composant.....	25
1.4.1 Disposition nominale optimale des éléments d'un gabarit d'usinage.....	26
1.4.2 Compensation des erreurs géométriques et thermiques de la machine-outil .....	28
1.4.3 Tolérancement des gabarits d'usinage .....	29
1.4.4 Les gabarits intelligents .....	30
1.4.5 Incertitudes des mesures à l'inspection.....	32
1.5 Conclusion du Chapitre 1.....	32
CHAPITRE 2 MÉTHODOLOGIE.....	35
2.1 Introduction.....	35
2.2 Théorie du torseur des petits déplacements .....	35
2.3 Modélisation géométrique du système [gabarit - composant - machine-outil].....	38
2.3.1 Modélisation de la relation [gabarit - composant] .....	38
2.3.2 Modélisation de la relation [composant - machine-outil] .....	41
2.4 Évaluation des erreurs géométriques des éléments tolérancés .....	42
2.4.1 Évaluation de l'erreur d'orientation et de position d'un axe .....	42
2.4.2 Évaluation de l'erreur d'orientation d'une surface plane .....	43
2.4.3 Évaluation de l'erreur de profil de ligne ou de surface.....	45
2.5 Expression des contraintes des variations maximales admissibles.....	46
2.6 Modèles d'analyse et de synthèse des tolérances adoptés .....	48
2.6.1 Analyse de conformité .....	49
2.6.2 Synthèse des tolérances.....	49
2.7 Conclusion du Chapitre 2.....	51
CHAPITRE 3 APPLICATION DU MODÈLE SUR DES CAS RÉELS.....	53

3.1	Introduction.....	53
3.2	Étude de cas #1 .....	53
	3.2.1 Analyse de conformité .....	55
	3.2.2 Synthèse des tolérances.....	57
3.3	Étude de cas #2 .....	58
	3.3.1 Synthèse des tolérances.....	59
	3.3.2 Discussion des résultats pour le cas #2.....	63
3.4	Étude de cas #3 .....	65
	3.4.1 Synthèse des tolérances.....	65
	3.4.2 Discussion des résultats pour le cas #3 .....	67
	CONCLUSION.....	69
	RECOMMANDATIONS .....	71
	ANNEXE I INTERFACE GRAPHIQUE DÉVELOPPÉ.....	75
	LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	79

## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 1-1	Les 5 familles des tolérances géométriques selon la norme ASME Y14.5, adapté de ( <a href="https://www.gd-t.com/">https://www.gd-t.com/</a> ) .....6
Tableau 1-2	Exemples de modèles tolérances ( $T_i$ ) - coûts ( $C_i$ ) proposés.....10
Tableau 1-3	Calcul des variations du requis $Y$ par les trois méthodes.....18
Tableau 1-4	Contraintes influençant le choix à prendre sur la position d'un élément du gabarit, adapté de (Nee & Whybrew, 2012).....25
Tableau 2-1	Formulation du problème d'analyse des tolérances.....49
Tableau 3-1	Coordonnées des localisateurs pour les deux dispositions .....55
Tableau 3-2	Récapitulation des résultats de simulations .....57
Tableau 3-3	Les sensibilités données à chaque localisateur .....58
Tableau 3-4	Les tolérances générées pour chaque localisateur @95% .....58
Tableau 3-5	Les tolérances générées pour chaque localisateur @99% .....61
Tableau 3-6	Les tolérances générées @95% .....67



## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Sens #1: Synthèse des tolérances / Sens #2 : Analyse des tolérances .....7
Figure 1.2	Procédure de synthèse des tolérances optimisée, adaptée de (Lee & Woo, 1990) .....9
Figure 1.3	Effet du décalage de la moyenne de $1.5\sigma$ .....14
Figure 1.4	Effet du décalage de la moyenne de $1.5\sigma$ dans le cas <i>six-sigma</i> .....15
Figure 1.5	Assemblage dont le requis fonctionnel est $Y$ .....18
Figure 1.6	Méthode de Monte-Carlo appliquée au tolérancement .....20
Figure 1.7	Analyse de tolérances avec la méthode de Monte-Carlo .....21
Figure 1.8	Test de normalité d'Anderson-Darling sur la réponse $Y$ .....21
Figure 1.9	Définition de la planification des configurations, adaptée de (Rong & Huang, 2005) .....24
Figure 1.10	Cartographie des erreurs affectant la qualité finale d'un élément usiné ....26
Figure 1.11	Instrument prototype utilisé dans un gabarit asservi, tirée de (Yingguang Li et al., 2015) .....31
Figure 2.1	Déplacement d'un point $M$ d'un solide indéformable en $M'$ .....36
Figure 2.2	Fixation isostatique 3-2-1 .....38
Figure 2.3	$A_i$ and $P_i$ are in contact .....39
Figure 2.4	Relocalisation du composant après déviation .....39
Figure 2.5	Effet de l'erreur de la machine-outil .....42
Figure 2.6	Déviation d'un axe .....43
Figure 2.7	Déviation d'un plan .....44
Figure 2.8	Déviation d'un profil .....45
Figure 2.9	Types de tolérances de profil selon ASME Y14.5 .....45

Figure 2.10	Modèle 3D d'un composant.....	47
Figure 2.11	1-Sens analyse de conformité / 2-Sens synthèse des tolérances.....	48
Figure 3.1	Modèle 3D du composant étudié – Étude de cas #1 .....	53
Figure 3.2	Disposition <i>D1</i> à gauche – Disposition <i>D2</i> à droite .....	54
Figure 3.3	Résultats de l'analyse de conformité pour les deux dispositions: <i>D1</i> en haut – <i>D2</i> en bas.....	56
Figure 3.4	Modèle 3D du composant de l'étude de cas #2 .....	59
Figure 3.5	Gabarit d'usinage utilisé pour le cas #2.....	60
Figure 3.6	Distribution des tolérances pour LP2.....	62
Figure 3.7	Distribution des tolérances pour LP4.....	63
Figure 3.8	Solution optée par le partenaire : usinage des 3 surfaces de localisation à $\pm.001''$ .....	64
Figure 3.9	Solution optée par le partenaire : Inspection des variations de LP4, LP5 et LP6 à $\pm.002''$ .....	64
Figure 3.10	Localisation du composant du cas #3 .....	66
Figure 3.11	Modèle 3D du composant du cas #3 .....	66
Figure 3.12	Tolérance de profil assignée à la surface courbée du gabarit par rapport au référentiel de la machine-outil.....	67

## LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

TPD ( <i>SDT</i> )	Torseur des petits déplacements ( <i>Small Displacement Torsor</i> )
<i>FEM</i>	<i>Finite Element Method</i>
CAO ( <i>CAD</i> )	Conception Assistée par Ordinateur ( <i>Computer Aided Design</i> )
ASME	La Société Américaine des Ingénieurs Mécaniciens ( <i>The American Society of Mechanical Engineers</i> )
ISO	Organisation Internationale de Standardisation ( <i>International Standard Organisation</i> )
GPS	Spécifications géométriques de produit ( <i>Geometric Product Specifications</i> )
MMC	Condition de maximum de matière ( <i>Maximum Material Condition</i> )
LMC	Condition de minimum de matière ( <i>Least Material Condition</i> )
<i>WC</i>	Méthode des limites pour l'analyse de tolérances ( <i>Worst-Case</i> )
<i>RSS</i>	Méthode probabiliste pour l'analyse des tolérances ( <i>Root Sum Square</i> )
PID	Régulateur Proportionnel, Intégrateur, Dérivateur
MMT ( <i>CMM</i> )	Machine à mesurer tridimensionnelle ( <i>Coordinate Measuring Machine</i> )
CDF	Fonction de distribution cumulative ( <i>Cumulative Distribution Function</i> )
<i>GD&amp;T</i>	Tolérancement géométrique et dimensionnel ( <i>Geometric Dimensioning and Tolerancing</i> )



## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

mm	Millimètres
po	Pouces
$\mu$	Moyenne
$\sigma$	Écart-type
$C_p, C_{pk}$	Indice de capabilité
$N(\mu, \sigma)$	Distribution aléatoire normale de moyenne $\mu$ et d'écart-type $\sigma$
$\delta$	Variation, déviation, écart par rapport à la valeur nominale
$E( )$	Espérance statistique
$var( )$	Variance statistique



## INTRODUCTION

Le mémoire résume les travaux d'une maîtrise (profil recherche en génie mécanique) qui s'est déroulée dans le cadre du projet CRIAQ MANU-1707\_TRL4+ intitulé '*Création de stratégies démonstratrices de conception et de fabrication hybrides pour l'outillage aérospatial*', réalisé en partenariat avec la compagnie ARCONIC qui opère à Laval (Québec). Le partenaire industriel est un leader mondial dans l'usinage de précision de composants en alliage de titane et d'autres métaux comme l'aluminium et l'acier inoxydable. Il produit aussi des sous-assemblages complexes à haute valeur ajoutée en intégrant des composantes structurales et mécaniques pour des grands donneurs d'ordre dans l'industrie aéronautique tels que Boeing®, Airbus® et Bombardier Aéronautique®.

Dans différents secteurs, tels que l'automobile et aéronautique, et pour la fabrication de leurs composants, les manufacturiers ont besoin de les fixer et de les brider sur des plateformes, appelées **gabarits d'usinage** (ou gabarits de fabrication ou *fixtures*). Ce qui leur permet d'assurer une meilleure productivité. Néanmoins, la fabrication et la maintenance de ces plateformes coûtent très chers.

On note aussi qu'à cause des variations inhérentes aux procédés de fabrication, il est trivial de mentionner que ce n'est pas possible d'atteindre les dimensions cibles. C'est pour cela qu'une certaine variation (marge d'erreur) par rapport à la dimension ou à la géométrie nominale, telle que définie dans la maquette numérique (modèle CAO), est acceptée. Le tolérancement dimensionnel et géométrique (*GD&T*) permet de définir les limites d'acceptation des produits dans le but de garantir la satisfaction du client (requis fonctionnels) qui s'exprime au moment de l'assemblage des composants et par le bon fonctionnement tout au long de sa durée de vie. Le tolérancement intervient dans différentes étapes du cycle du produit, de la conception puis à la fabrication et enfin, à l'inspection. C'est ici que réside l'importance du choix des tolérances. Le choix des valeurs des tolérances allouées possède une incidence directe sur la qualité du produit final, sur les coûts et sur les délais. Ces trois critères sont cruciaux dans l'industrie moderne et permettent de maintenir l'avantage compétitif et de conquérir le marché.

On constate ici que le principal dilemme du tolérancement des gabarits consiste à répondre à ces exigences sans imposer des tolérances trop sévères pour les moyens disponibles, et sans ‘trop’ les augmenter (relaxer), ce qui crée un risque important d’obtenir du rebut.

Pour notre cas, un **gabarit d’usinage** est fabriqué à très petit volume (souvent, la taille du lot est unitaire). Il est donc courant que les concepteurs de tels gabarits allouent des tolérances de fabrication en retenant des règles simples à appliquer mais dont les conséquences économiques sont lourdes. À titre d’exemple, on peut citer la règle d’allouer systématiquement une tolérance au gabarit variant entre 10 à 20% de la tolérance permise du composant à fabriquer. Ces méthodes d’allocation des tolérances sont commodes (faciles à appliquer). Par contre, ce qui est reproché à ces méthodes d’allocation est, bien évidemment, le seuil qu’elles définissent et qui ne tient pas compte des coûts qui se rattachent à sa réalisation, ni de l’incidence directe sur les requis fonctionnels tel qu’exigé par le dessin de définition. Un seuil légèrement plus grand que 20%, sera-t-il capable de respecter les requis exigés sur le composant? C’est ici que réside notre problématique.

Le principal objectif de ce mémoire est de développer un outil **d’aide à la décision** pour le concepteur des gabarits. Cet outil doit permettre de prévoir les effets (dans le sens *variationnel*) des tolérances allouées aux différents éléments fonctionnels employés pour la localisation d’un composant sur un gabarit d’usinage sur la qualité finale du composant. Plus précisément, le projet porte sur l’élaboration d’un outil de simulation permettant l’analyse des choix réalisés *a priori* par le concepteur et l’estimation des variations anticipées sur un élément (*Feature*) à usiner (ex. alésage, profil...) sur un composant. En d’autres termes, avoir une capacité de prédiction de la conformité finale.

Dans le Chapitre 1, une *Revue de la littérature* est réalisée pour traiter les éléments clés autour desquels l’étude est basée et pour dresser un bilan succinct de l’*État de l’Art* du domaine. Plus spécifiquement trois sujets seront analysés :

- Le tolérancement géométrique et dimensionnel.
- La conception d’un gabarit d’usinage comme une étape majeure dans le processus de planification d’un processus d’usinage.
- Les erreurs affectant la qualité finale d’un élément usiné (*Feature*) du composant.

Dans le Chapitre 2, les objectifs tactiques du projet sont recadrés et la méthodologie y est présentée ainsi que les bases théoriques de l'approche. Le modèle géométrique variationnel du système [gabarit-composant-machine] y est élaboré en se basant sur le concept du Torseur des Petits Déplacements (TPD). Puis, la manière d'évaluer les erreurs géométriques des éléments à usiner est exposée. Finalement, les modèles d'analyse et de synthèse des tolérances pour les éléments de localisation d'un gabarit d'usinage y sont présentés.

Dans le Chapitre 3, des applications sur des cas (académiques et industriels) sont étudiées. Ces études permettent de valider la méthodologie proposée et d'illustrer les gains qu'on peut y obtenir.

Finalement, une conclusion qui récapitule les points essentiels de cette étude, nos principales contributions et des recommandations pour des travaux futurs sont présentées.



# CHAPITRE 1

## REVUE DE LITTÉRATURE

### 1.1 Introduction

La revue de littérature décrit les principaux domaines nécessaires à la bonne compréhension du travail accompli et qui sont : le tolérancement géométrique et dimensionnel, la conception des gabarits d'usinage en tant qu'une phase majeure dans la planification d'un processus d'usinage pour la fabrication d'un composant et les erreurs intervenant dans une opération d'usinage et qui affectent la qualité finale d'un composant.

### 1.2 Le tolérancement dimensionnel et géométrique

Le tolérancement dimensionnel et géométrique (*GD&T: Geometric Dimensioning and Tolerancing*) est un langage graphique qui définit, à travers des symboles et des règles, les limites d'acceptation des variations dimensionnelles et géométriques d'un élément géométrique (ex. une ligne d'axe, un plan, un plan médian, une surface libre, etc.). Le tolérancement est géré par deux grandes familles de normes, les normes ISO-GPS (ex. ISO 8015-2011 (ISO, 2011), ISO 1101-2017 (ISO, 2017) etc...) et la norme ASME Y14.5-2018 (ASME, 2018). Ces normes sont des outils de communication qui établissent des requis et qui imposent un symbolisme pour définir et interpréter les variations permises et qui recommandent aussi des pratiques pour les requis sur les dessins de définition.

En bref, le **tolérancement dimensionnel** contrôle la variation linéaire ou angulaire d'un élément géométrique simple en définissant une limite inférieure et une limite supérieure. Le **tolérancement géométrique** quant à lui, permet de contrôler les variations géométriques d'un élément tolérancé par rapport à sa géométrie nominale. L'élément tolérancé peut être unique ou un groupe d'éléments. La norme ASME Y14.5-2018 (ASME, 2018) définit cinq (5) familles de tolérances géométriques. Ces tolérances doivent être utilisées par rapport à une ou plusieurs

références (*Datums*) (sauf pour les tolérances de forme) et peuvent être jumelées ou pas avec des modificateurs dépendamment de leur nature (élément de taille ou pas). Le Tableau 1-1 récapitule les notions de base reliées à ce type de tolérancement.

Tableau 1-1 Les 5 familles des tolérances géométriques selon la norme ASME Y14.5, adapté de (<https://www.gd-t.com/>)

Famille	Tolérance	Symbole	Référence	Modificateur	Zone de tolérance
Forme	Planéité		Jamais	Oui <sup>3</sup>	B
	Circularité		Jamais	Oui <sup>3</sup>	D
	Rectitude		Jamais	Non	A ou C
	Cylindricité		Jamais	Non	E
Profil	Profil de ligne		Toujours <sup>1</sup>	Non <sup>4</sup>	A ou D ou F
	Profil de surface		Toujours <sup>1</sup>	Non <sup>4</sup>	B ou E ou G
Localisation	Position		Toujours <sup>2</sup>	Oui	B ou C ou H
	Concentricité		Toujours	Oui	C
	Symétrie		Toujours	Oui	B
Orientation	Angularité		Toujours	Oui <sup>3</sup>	A ou B ou C
	Parallélisme		Toujours	Oui <sup>3</sup>	A ou B ou C
	Perpendicularité		Toujours	Oui <sup>3</sup>	A ou B ou C
Alignement	Alignement circulaire		Toujours	Non	D
	Alignement circulaire total		Toujours	Non	E
<b>Légende</b>					
1: Sauf lorsque utilisée comme une tolérance de forme					
2: Sauf lorsque appliquée à des trous coaxiaux					
3: Lorsqu'il s'agit d'un élément de taille					
4: Le modificateur peut être appliqué à la référence lorsqu'il s'agit d'un élément de taille					
A: 2 lignes parallèles					
B: 2 plans parallèles					
C: Cylindre					
D: 2 cercles coaxiaux					
E: 2 cylindres coaxiaux					
F: 2 profils de lignes					
E: 2 profils de surfaces					
G: Sphère					

Les concepteurs se trouvent plus fréquemment face à un problème d'une **allocation** des tolérances plus qu'un problème d'**analyse** des tolérances. En effet, la différence entre ces deux problèmes est que: dans l'analyse de tolérances, les tolérances des composants sont connues ou spécifiées et la déviation (variation) sur la résultante de l'assemblage est calculée (Chase, 1999). Cependant, pour l'allocation des tolérances, le requis final est déjà connu et imposé

depuis la phase de conception alors que les tolérances sur les composants qui vont respecter ce requis ne le sont pas et doivent être spécifiées (Figure 1.1). Notons que pour le sens #1, il existe une infinité de solutions possibles et que pour le sens #2, la solution est univoque.

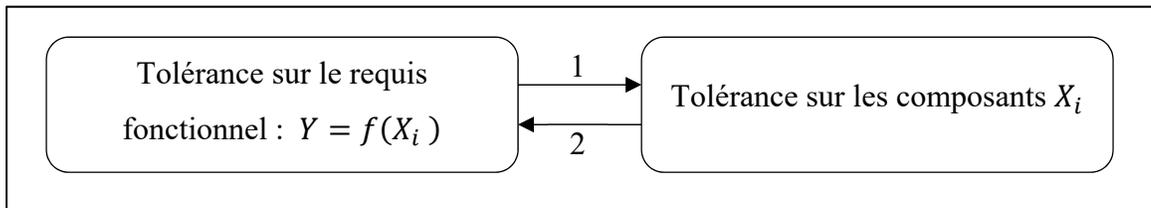


Figure 1.1 Sens #1: Synthèse des tolérances / Sens #2 : Analyse des tolérances

### 1.2.1 Méthodes d'allocation des tolérances

Dans (Chase & Greenwood, 1988), différentes méthodes de synthèse des tolérances habituelles sont traitées.

- **Allocation proportionnelle**

Le concepteur débute par allouer des tolérances raisonnables selon son expérience. Ensuite, la somme est calculée pour voir si le requis fonctionnel sera respecté. Sinon, les tolérances seront divisées par un facteur d'échelle proportionnel à la taille de l'élément analysé. Ainsi, l'effet d'échelle sur les tolérances est conservé.

- **Allocation à l'aide d'un facteur de poids**

Une autre méthode est d'utiliser un facteur de poids (pondération). Le concepteur assigne des facteurs de poids pour chaque tolérance dans la chaîne de cotes et il distribue une fraction du requis final à chaque composant d'une manière proportionnelle au poids relatif de chaque composant. Un facteur plus grand assigné à un composant indique qu'une plus grande partie de la tolérance totale lui sera allouée. Cette approche permet de tenir compte des différences économiques induites par le choix du procédé de fabrication.

- **Allocation à l'aide d'un facteur de précision constant**

Les composants usinés à la même précision (IT) auront des tolérances égales s'ils ont les mêmes dimensions. Si la dimension augmente, la tolérance augmente approximativement à la racine cubique de la dimension représentative de l'élément tolérancé.

$$T_i = P \cdot (D_i)^{1/3} \quad (1.1)$$

Avec  $D_i$  est la dimension du composant et  $P$  est le facteur de précision.

Toutes les méthodes citées précédemment sont basées sur une modélisation simple de la variation dimensionnelle. Plusieurs recherches se sont penchées sur l'établissement des relations entre les valeurs des tolérances et les coûts correspondants. Ainsi, des méthodes d'allocation des tolérances optimisées ont été élaborées et dont la fonction-objectif est le coût de fabrication. Ainsi, une allocation dite optimale est une distribution qui minimise le coût de fabrication, pas d'un composant, mais de l'ensemble. Des telles approches nécessitent la connaissance *a priori* des fonctions  $\text{Coût} = f(T_i)$  pour chaque procédé. Cette information n'est, malheureusement, pas toujours disponible.

Pour résumer, l'allocation des tolérances est toujours réalisée sur la base de méthodes relativement simples. L'approche est généralement basée sur l'expérience du concepteur et le retour d'expérience. Les requis sont ainsi vérifiés en analysant les tolérances et des modifications sont faites si les contraintes ne sont pas respectées. Cette approche produit des tolérances consistantes et assure l'assemblage des composants. Cependant, la combinaison qui assure des coûts minimaux correspondant aux valeurs de tolérances idéales, ne pourra être obtenue.

Un schéma basique d'optimisation de l'allocation des tolérances a été proposé par (Lee & Woo, 1990) et est présenté dans la Figure 1.2.

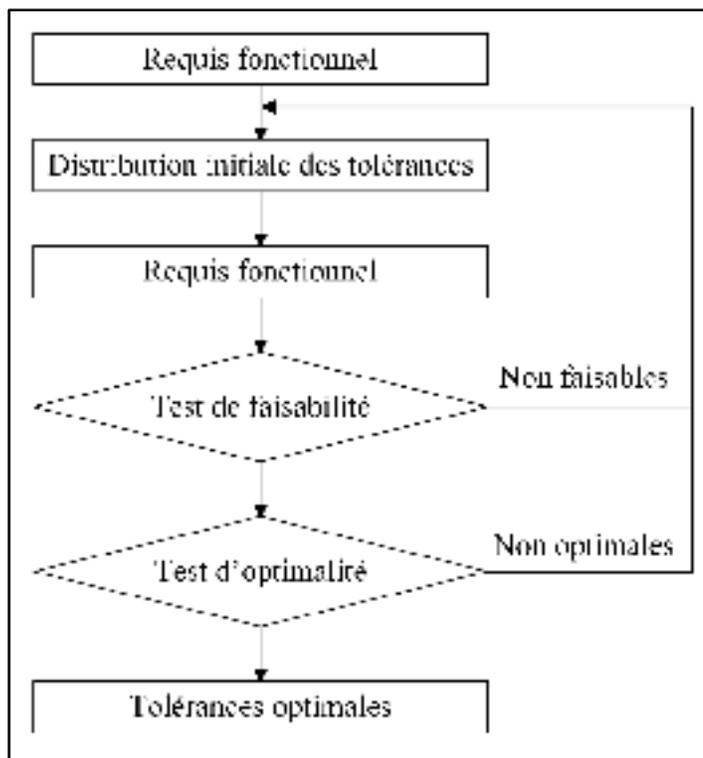


Figure 1.2 Procédure de synthèse des tolérances optimisée, adaptée de (Lee & Woo, 1990)

Depuis une cinquantaine d'années, plusieurs recherches se sont concentrées sur une modélisation mathématique qui relie les tolérances aux coûts dans le but d'optimiser la synthèse des tolérances (dont la fonction objective est le coût de fabrication).

On note que la synthèse des tolérances, faisables et optimales, passera donc en premier lieu par une analyse des tolérances puis par un test de faisabilité à la recherche d'un coût minimal en utilisant un algorithme approprié. Le choix d'un algorithme d'optimisation est influencé par le modèle mathématique d'analyse des tolérances qui sera considéré. Le choix d'un modèle coût-tolérances est, lui aussi, un point à considérer.

Parmi plusieurs modèles coûts-tolérances qui ont été élaborés, on mentionne dans le Tableau 1-2 les plus cités dans la littérature.

Tableau 1-2 Exemples de modèles tolérances ( $T_i$ ) - coûts ( $C_i$ ) proposés

	<b>Modèle</b>	<b>Référence</b>
Linéaire	$C_i = A - B.T_i$	(Edel, 1964)
Inversement proportionnel	$C_i = A + \frac{B}{T_i}$	(Chase & Greenwood, 1988)
Carré inverse	$C_i = A + \frac{B}{T_i^2}$	(Spotts, 1973)
Puissance inverse	$C_i = A + \frac{B}{T_i^k}$	(Sutherland & Roth, 1975)
Exponentiel décroissant	$C_i = B e^{-mT_i}$	(Speckhart, 1972)
Exponentiel/puissance inverse	$C_i = \frac{B e^{-mT_i}}{T_i^k}$	(Michael & Siddall, 1981)

Une étude compréhensive de ces modèles et les techniques d'optimisation qui y sont associées a été élaborée dans (Z. Wu, Elmaraghy, & Elmaraghy, 1988).

### 1.2.2 Méthodes d'analyse des tolérances

L'analyse des tolérances est un outil de décision dont l'information obtenue aidera à répondre à plusieurs questions concernant une conception particulière. Cette information est de type numérique et est presque toujours une dimension minimale ou maximale. L'information obtenue va déterminer si un changement devra être effectué sur les valeurs des dimensions ou des tolérances pour les composants étudiés formant l'assemblage final.

Pour analyser le cumul des tolérances, il existe deux grandes approches: la méthode des limites ( $WC$ ) et la méthode probabiliste ( $RSS$ ). Une description complète des deux approches définissant toutes les étapes pour effectuer l'analyse avec les deux approches dans le cas unidimensionnel a été traitée dans (Fischer, 2011).

### 1.2.2.1 Méthode des limites

La relation entre les variables d'entrée (les cotes  $X_i$ ) et la variable de sortie (le requis fonctionnel  $Y$ ) peut être écrit (une fois linéarisé) comme une somme, soit :

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \approx \sum_{i=1}^{i=n} p_i X_i \quad (1.2)$$

Avec  $p_i$  est un facteur de pondération. Dans le cas unidimensionnel linéaire, on a  $p_i = 1$  ou  $p_i = -1$ , selon le sens considéré.

La méthode des limites (*Worst Case*) représente la plus grande variation possible sur le requis  $Y$ . Cette méthode considère que tous les entrants dans la chaîne des cotes :  $X_1, X_2, \dots, X_n$  considérés dans l'analyse sont dans leurs pire cas, sans considérer une improbabilité éventuelle de cette hypothèse. Les deux cas extrêmes qui peuvent se présenter sont : lorsque les  $X_i$  sont, soit à la condition maximum de matière (*MMC*), soit à la condition au minimum de matière (*LMC*).

La dimension nominale du requis  $Y$  est la somme algébrique des dimensions nominales des variables  $X_i$ . C'est-à-dire :

$$Y = \sum_{i=1}^{i=n} p_i X_i^{nom} \quad (1.3)$$

La tolérance résultante est ainsi égale à la somme de toutes les tolérances des  $X_i$ .

$$Tol_Y = |Y_{MMC} - Y_{LMC}| = \sum_{i=1}^{i=n} |p_i T_{X_i}| \quad (1.4)$$

Si on utilise une iso-répartition des tolérances comme technique d'allocation des tolérances, on aura pour chaque cote de la chaîne de dimensions une tolérance :

$$T_{X_i} = \frac{ToI_Y}{n} \quad (1.5)$$

### 1.2.2.2 Méthode probabiliste

Pour éviter la sur-qualité engendrée par la méthode des limites, et en tenant compte de la nature aléatoire des procédés de fabrication, la méthode probabiliste considère que les entrants (cotes)  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sont des variables aléatoires. On rappelle que si  $X$  est une variable aléatoire de fonction de densité  $h_X$  et de fonction de répartition  $H_X$  telle que :

$$H_X(x) = \int_{-\infty}^x h_X(t) dt \quad (1.6)$$

Alors, la moyenne  $\mu_X$  est donnée par l'espérance mathématique :

$$\mu_X = E(X) = \int_{-\infty}^x t \cdot h_X(t) dt \quad (1.7)$$

La variance (moment centré d'ordre 2)  $\sigma_X^2$  est donnée par :

$$\sigma_X^2 = var(X) = E[(X - E(X))^2] = \int_{-\infty}^x (t - \mu)^2 h_X(t) dt \quad (1.8)$$

L'écart type est donné par :

$$\sigma_X = \sqrt{var(X)} \quad (1.9)$$

La moyenne  $\mu_Y$ , une fois la linéarisation effectuée, est approximée par:

$$\mu_Y \approx \sum p_i \mu_{X_i} \quad (1.10)$$

La variance  $\sigma_Y^2$  est donnée par :

$$\sigma_Y^2 = E[(Y - E(Y))^2] \quad (1.11)$$

Soit :

$$\sigma_Y^2 \approx \sum p_i^2 \text{var}(X_i) + 2 \sum_{1 \leq i < j \leq n} \text{cov}(X_i, X_j) \quad (1.12)$$

Avec :

$$\text{cov}(X_i, X_j) = \rho \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \quad (1.13)$$

Où  $\rho$  est le coefficient de corrélation entre les deux variables. Si les variables aléatoires  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sont indépendantes, on aura :  $\text{cov}(X_i, X_j) = 0$  et la variance devient :

$$\sigma_Y^2 \approx \sum p_i^2 \sigma_{X_i}^2 \quad (1.14)$$

Cependant, il est à noter que, parfois, il devient très important de ne pas négliger la dépendance des variables dans l'analyse des tolérances. Il faudra ainsi prendre en considération l'effet des corrélations lorsqu'elles sont significatives (par exemple, c'est le cas si  $X_i$  et  $X_j$  sont issues du même composant).

L'écart-type du requis  $Y$  est tel que :

$$\sigma_Y = \sqrt{\text{var}(Y)} \quad (1.15)$$

On définit des indices de capabilité comme des métriques sans unités qui donnent une idée sur l'aptitude d'un procédé de fabrication à respecter les exigences. Dans le cas où les variables suivent une loi normale, on définit :

$$C_p = \frac{IT}{6\sigma_p} \quad (1.16)$$

Avec  $IT$  est l'intervalle de tolérance et  $\sigma_p$  est l'écart type du procédé de la dimension étudiée.

Le processus de production est souvent considéré comme suffisamment satisfaisant au niveau  $3\sigma_p$  : c'est-à-dire  $C_p = 1$ . Ce qui signifie que la limite supérieure et la limite inférieure de la dimension résultante sont à une distance de  $3\sigma_p$  de la valeur moyenne.

On considère alors :

$$IT = Y_{max} - Y_{min} = \pm Tol_Y = \pm 3\sigma_Y @99.73\% \quad (1.17)$$

Ceci veut dire que le nombre de rejets sera égal à 2700 sur un million d'assemblages produits (ppm) à un niveau de confiance de 99.73% ce qui est considéré dans une majorité des industries comme très bon.

Si aussi on considère que les variables  $X_i$  sont centrés c'est-à-dire  $E(X_i) = 0$ , on tombe sur la formule  $RSS$ , qui est la méthode probabiliste la plus utilisée :

$$Tol_Y \approx T_{RSS} = \sqrt{\sum (p_i Tol_i)^2} \quad (1.18)$$

Néanmoins, au long terme, il est très difficile, de maintenir la valeur moyenne d'un procédé de fabrication exactement sur sa valeur cible. Typiquement, on considère que la valeur moyenne peut être décalée d'une valeur de  $1.5\sigma$  de la valeur idéale (Ehrlich, 2002). Comme montré dans la Figure 1.3, dans le cas de l'approche d'une dispersion de  $3\sigma$  à gauche et à droite de la valeur moyenne, le décalage conduira à un équivalent de 66800 ppm de rebuts.

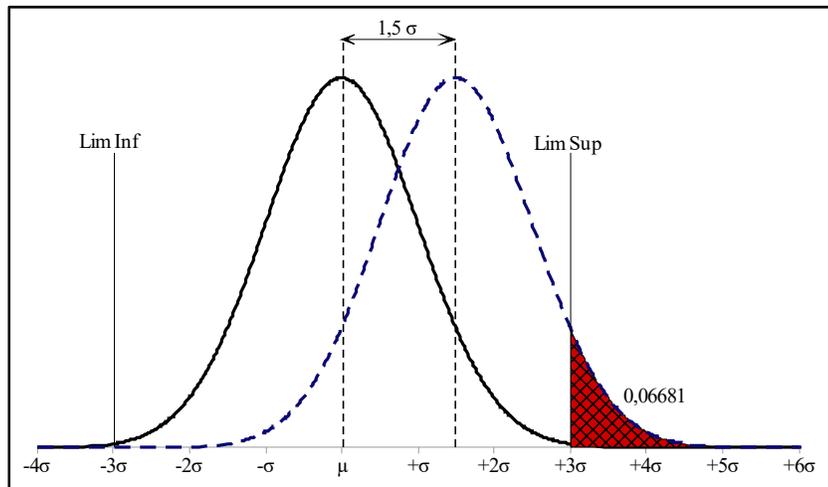


Figure 1.3 Effet du décalage de la moyenne de  $1.5\sigma$

Pour remédier à ce problème de décalage de la valeur moyenne et être plus exigeant sur le taux de non-conformité, la méthode *Six Sigma*®, est adoptée par certaines industries. Cette méthode a été déployée premièrement par *Motorola*® au début de années 90. La méthode consiste à considérer une dispersion égale à  $6\sigma$  à gauche et à droite de la valeur moyenne. La Figure 1.4 montre que le nombre de rebuts sera ainsi réduit à 3.4 ppm même avec un décalage de  $1.5\sigma$  à long terme.

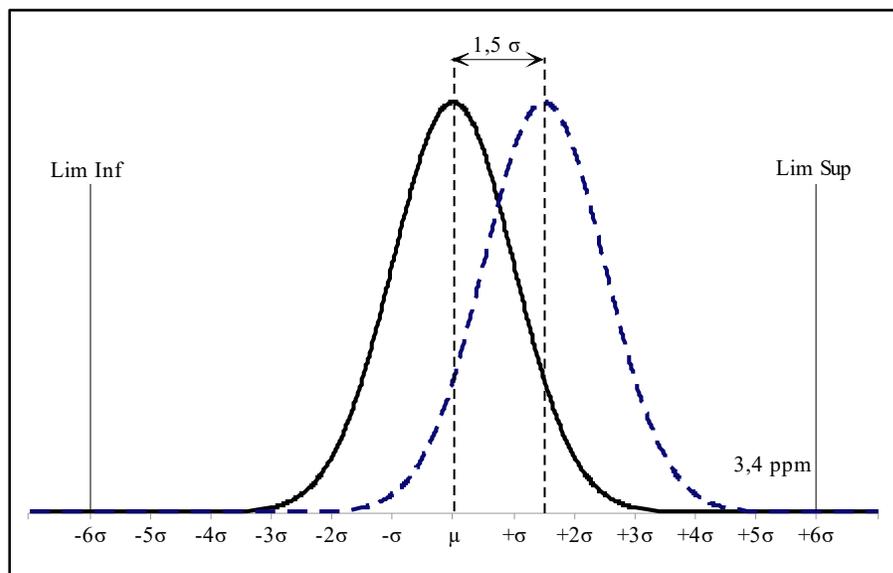


Figure 1.4 Effet du décalage de la moyenne de  $1.5\sigma$  dans le cas *six-sigma*

Un autre indice de capabilité noté  $C_{pk}$  vient pour tenir compte de ce décalage et est défini tel que :

$$C_{pk} = \frac{\frac{IT}{2} - |\delta|}{3\sigma} = (1 - k) C_p \quad (1.19)$$

Avec  $\delta$  est le décalage de la moyenne par rapport à la cible et  $k$  est le facteur de décalage de la moyenne,  $k \in [0, 1]$ . Le nouvel écart type du procédé est obtenu tel que :

$$\sigma_e = \frac{IT}{6 C_{pk}} \quad (1.20)$$

Après l'application de ces deux indices de capabilité pour chaque cote  $X_i$  de la chaîne de cotes qui découle d'un procédé de fabrication défini par  $\sigma_{ei}$ , le requis fonctionnel  $Y$  peut être défini par sa valeur moyenne  $\mu_Y$  et son écart type  $\sigma_Y$  tel que :

$$\sigma_Y = \sqrt{\sum \sigma_{ei}^2} \quad (1.21)$$

### 1.2.2.3 Méthode probabiliste modifiée

Pour tenir compte des inconvénients que portent les hypothèses prises dans l'analyse des tolérances avec l'approche probabiliste, d'autres solutions ont été proposées. Ces inconvénients sont discutés en détails dans (Graves & Bisgaard, 2001).

Les solutions proposées se situent à mi-chemin entre les deux approches (*WC* et *RSS*) et ce, en introduisant un facteur de correction  $C_f$  tel que :

$$\mu_Y = \sum p_i \mu_{X_i} \quad (1.22)$$

$$\sigma_Y^2 = C_f^2 \sum p_i^2 \sigma_{X_i}^2 \quad (1.23)$$

Par exemple, (Crofts, 1958), propose une valeur de  $C_f$  comprise entre 1.1 et 1.6. (Bender, 1962), en se basant sur ses expériences, propose une valeur de 1.5 ou 1.6. (Gladman, 1980), suggère quant à lui, un intervalle de 1.4 à 1.8. (Wolff, 1961), voulait introduire le nombre des variables dans son estimation du facteur de correction.

$$C_f = \sqrt{0.66 n} \quad (1.24)$$

Une autre approximation de la valeur de  $C_f$  pourra être obtenue par la formule semi-empirique :

$$C_f = \frac{0.5(Tol_{wc} - Tol_{RSS})}{Tol_{RSS}(\sqrt{n} - 1)} + 1 \quad (1.25)$$

La valeur de la tolérance est calculée comme suit :

$$Tol_{Y_{RSS\ Modifiée}} = C_f \sqrt{\sum (p_i Tol_i)^2} \quad (1.26)$$

Toutefois, il faut dire que les propositions précédentes, peuvent parfois donner des résultats d'analyse qui dépassent celles de l'approche des limites. Ceci est dû à l'absence d'une signification physique de ce facteur et à l'aspect expérimental de ces propositions.

Il est ainsi toujours conseillé de conduire l'analyse avec les différentes approches et comparer les résultats obtenus pour choisir celle qui coûtera le moins cher.

### 1.2.3 Exemple d'application

Dans cette section, on étudie un cas simple d'une chaîne de cotes unidimensionnelle pour montrer l'application des différentes méthodes d'analyse des tolérances citées précédemment. Soit l'exemple dans la Figure 1.5 où le requis  $Y$  est un jeu fonctionnel résultant de l'assemblage des 3 composants. Le but est de calculer les variations  $Tol_Y$  de ce requis par les 3 méthodes d'analyse des tolérances traitées dans la section précédente. Les résultats sont mentionnés dans le Tableau 1-3.

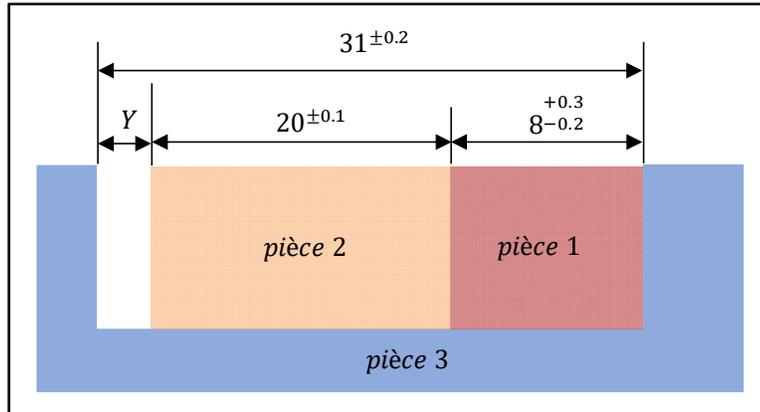


Figure 1.5 Assemblage dont le requis fonctionnel est Y

Tableau 1-3 Calcul des variations du requis Y par les trois méthodes

Méthode des limites (WC)	De l'équation (1.4), on déduit : $Tol_{Y_{WC}} =  +1 \times 0.4  +  -1 \times 0.5  +  -1 \times 0.2 $ Soit : $Tol_{Y_{WC}} = 1.1$
Méthode probabiliste (RSS)	1- Conversion des tolérances en des tolérances en format bilatéral : $8^{-0.2} \Rightarrow 8^{\pm 0.25}$ 2- De l'équation (1.18), on déduit : $\pm Tol_{Y_{RSS}} = \pm \sqrt{(+1 \times 0.2)^2 + (-1 \times 0.25)^2 + (-1 \times 0.1)^2}$ Soit : $\pm Tol_{Y_{RSS}} = \pm 0.34 = 0.68$
Méthode probabiliste modifiée (RSS Modifiée)	1- De l'équation (1.25) : $C_f = \frac{0.5 \times (1.1 - 0.68)}{0.68 \times (\sqrt{3} - 1)} + 1 = 1.42$ 2- Ce qui donne de l'équation (1.26) $\pm Tol_{Y_{RSS \text{ Modifiée}}} = \pm (1.42 \times Tol_{Y_{RSS}}) = 0.97$

**Remarque :** Si on utilise une iso-répartition des tolérances comme technique d'allocation des tolérances, on aura pour chaque cote de la chaîne de dimensions une tolérance par la méthode des limites:

$$T_{X_i} = \frac{Tol_Y}{n} \quad (1.27)$$

Et par la méthode probabiliste, on aura :

$$T_{X_i} = \frac{Tol_Y}{\sqrt{n}} \quad (1.28)$$

Il est donc clair que lorsque  $n$  est grand, les tolérances allouées par la méthode des limites deviennent de plus en plus sévères, d'où une difficulté à respecter ces tolérances durant la production et les coûts élevés qui s'y rattachent (pour la fabrication et l'inspection).

L'approche probabiliste alloue donc des tolérances plus grandes par rapport à l'approche des limites et donc permet une réduction des coûts liés à la production mais elle engendre plus de rebuts.

#### 1.2.4 Analyse des tolérances par simulation du type Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo est une méthode de simulation employée pour effectuer l'analyse des tolérances. La méthode de Monte-Carlo consiste à simuler l'assemblage en connaissant le comportement statistique *a priori* des entrants dans le requis fonctionnel. Le principal avantage est que la méthode nous affranchie de la linéarisation et de l'hypothèse de normalité (comportement gaussien) des variables en jeu. En effet, des valeurs aléatoires sont générées pour les dimensions des composants  $X_i$  en connaissant leurs comportements statistiques. Ces valeurs sont utilisées pour calculer ensuite la réponse  $Y = f(X_i)$ . Ainsi, des valeurs sont générées pour  $Y$  et sont utilisées pour estimer les moments de cette population (Figure 1.6)

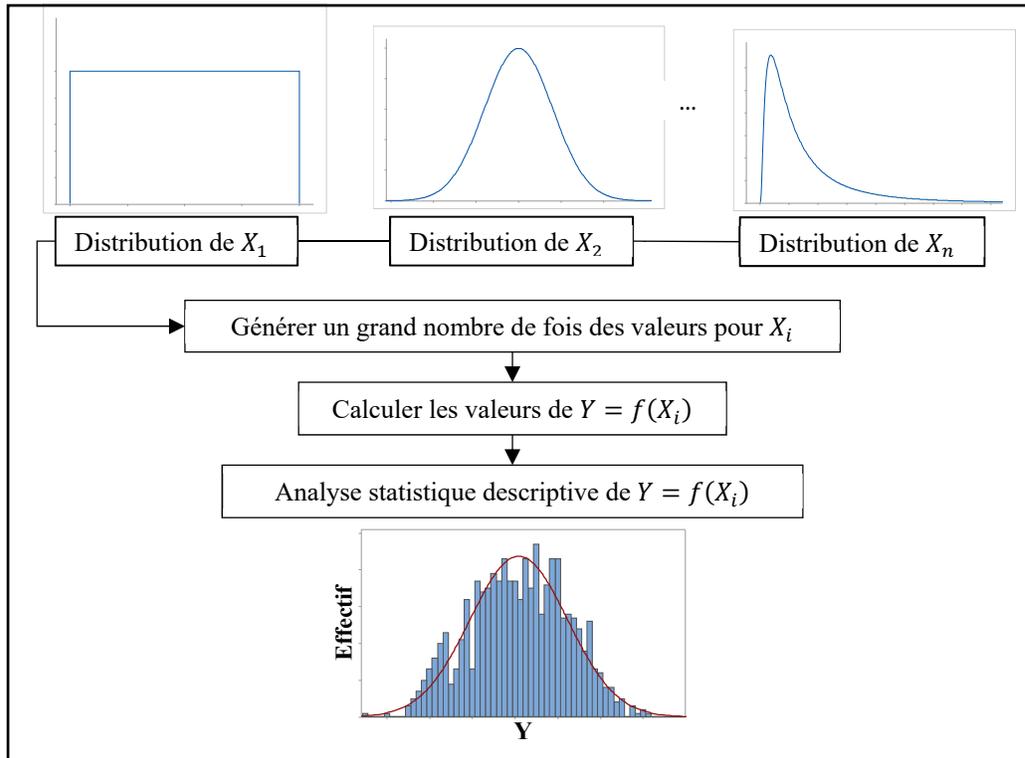


Figure 1.6 Méthode de Monte-Carlo appliquée au tolérancement

Par exemple, si on considère que, dans le cas du même exemple dans la Figure 1.5, les distributions statistiques des trois intervenants dans la chaîne de cotes sont connues et telles que :

- Pour la pièce 1 :  $X_1 \sim \text{Exponentielle}(x_1; \lambda = 0.03)$
- Pour la pièce 2 :  $X_2 \sim \text{Uniforme}(x_2; a = 18.80, b = 19.20)$
- Pour la pièce 3 :  $X_3 \sim N(x_3; \mu = 30.91, \sigma = 0.03)$

On génère  $N$  (nombre très grand) valeurs pour chaque variable  $X_i$  et on calcule la résultante  $Y$  telle que montrée dans la Figure 1.7.

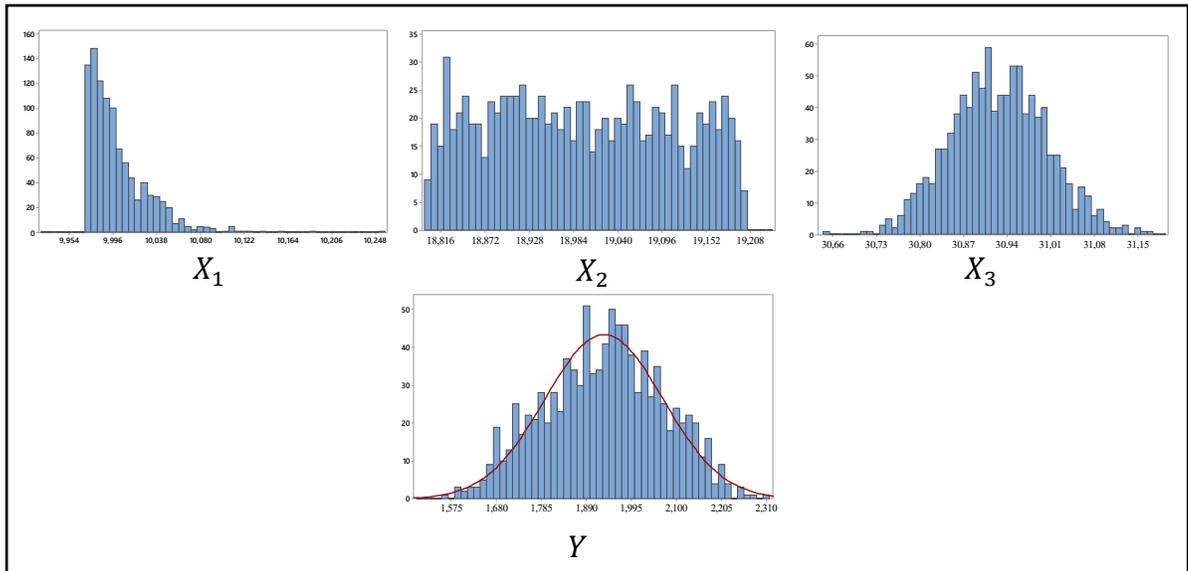


Figure 1.7 Analyse de tolérances avec la méthode de Monte-Carlo

L'histogramme de  $Y$  semble avoir la forme d'une distribution gaussienne. Ceci est confirmé par le test d'adéquation d'Anderson Darling (Figure 1.8). Soit donc, à 95% de niveau de confiance :  $Y \sim N(\mu = 1.931, \sigma = 0.138)$ .

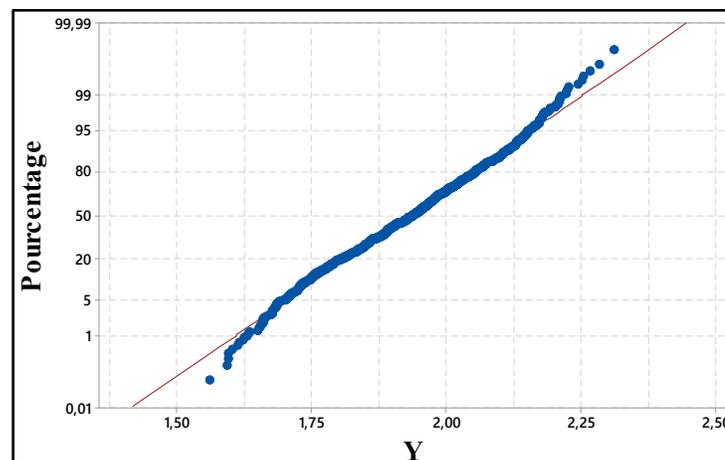


Figure 1.8 Test de normalité d'Anderson-Darling sur la réponse  $Y$

### 1.3 La conception des gabarits d'usinage

La conception d'un gabarit d'usinage est une phase majeure dans l'élaboration de la planification d'un processus d'usinage qui est définie comme étant : '*les phases préparatoires advenant la fabrication d'un composant et déterminant toutes les instructions nécessaires pour sa production.*' (Swamidass, 2000)

Cette tâche de conception repose principalement sur l'expertise du concepteur et du programmeur de la machine-outil (département des méthodes). Plusieurs défis entrent en jeu lors de son exécution, ce qui la rend parfois une activité très complexe mais toujours cruciale pour assurer la bonne productivité, surtout avec les exigences croissantes des clients et la compétitivité sur le marché.

L'interprétation du design du composant à produire, la sélection des étapes d'usinage et des procédés, la définition des opérations, le séquençement des opérations à chaque étape, la définition des référentiels (*Datums*) d'usinage, l'interprétation et la conversion des tolérances dimensionnelles et géométriques en des dimensions de travail, sont toutes, des tâches à prendre en considération lors de la planification du processus de fabrication d'un composant. Le concepteur et le programmeur se basent généralement sur les années d'expérience cumulées dans le domaine pour bien achever cette tâche. Ils sont parfois amenés à faire des choix heuristiques surtout lorsque les composants à produire sont morphologiquement complexes. Ce choix affecte directement le coût, la qualité et le temps de production.

#### 1.3.1 Rôles et éléments d'un gabarit d'usinage

Un ***gabarit d'usinage*** est défini en tant qu'un outillage employé principalement pour localiser et brider un composant pour qu'il soit usiné dans ses limites dimensionnelles et géométriques définies par son concepteur (Hoffman, 1985).

Un gabarit vient, en général, avec des éléments de localisation, de support et de serrage du composant. Aussi, il peut contenir des éléments pour guider l'outil durant l'opération, c'est le cas ici pour les gabarits de perçage où des bagues sont utilisées pour guider le foret (canon de

perçage). Typiquement, un gabarit d'usinage contient les éléments suivants qui peuvent être des équipements standards (provenant des fournisseurs spécialisés) ou spécifiques (spécialement conçus pour un composant individuel):

- **Localisateurs** : Un localisateur est utilisé pour établir et maintenir la position d'un composant sur un gabarit en bloquant les mouvements du composant (on parle de blocage de degrés de liberté). Un localisateur peut être à géométrie fixe ou ajustable.
- **Éléments de serrage (bridage)** : Un élément de serrage sert à appliquer une force pour maintenir la position du composant sur le gabarit contre les forces externes induites par les opérations d'usinage.
- **Supports** : Les déformations du composant, sous l'effet des actions des forces de serrage et d'usinage, sont inévitables à cause de sa nature élastique. C'est le rôle des supports de réduire le plus possible ces déformations. Ils peuvent être fixes ou ajustables selon la forme du composant et l'état de surface avec laquelle ils sont en contact.
- **Base du gabarit** : C'est l'élément rigide du gabarit qui reçoit les éléments constitutifs du gabarit. Il établit la relation spatiale entre les éléments du gabarit et la machine-outil.

En plus de sa principale fonction (localiser et fixer un composant dans une position précise par rapport au référentiel de la machine-outil), un gabarit d'usinage doit assurer d'autres fonctions notamment, la commodité, la sécurité et la productivité (Rong, 1999).

### **1.3.2 Contraintes à considérer lors de la conception d'un gabarit d'usinage**

À partir des dessins de définition du composant à fabriquer, le concepteur et le programmeur doivent décider sur le nombre de configurations nécessaires pour la fabrication du composant et identifier dans chacune des configurations l'orientation du composant, les éléments à machiner, les machines à utiliser et l'ordre d'usinage. Cette étape telle qu'illustrée par la Figure 1.9 donne en résultat les instructions et les informations nécessaires pour la conception du gabarit d'usinage.

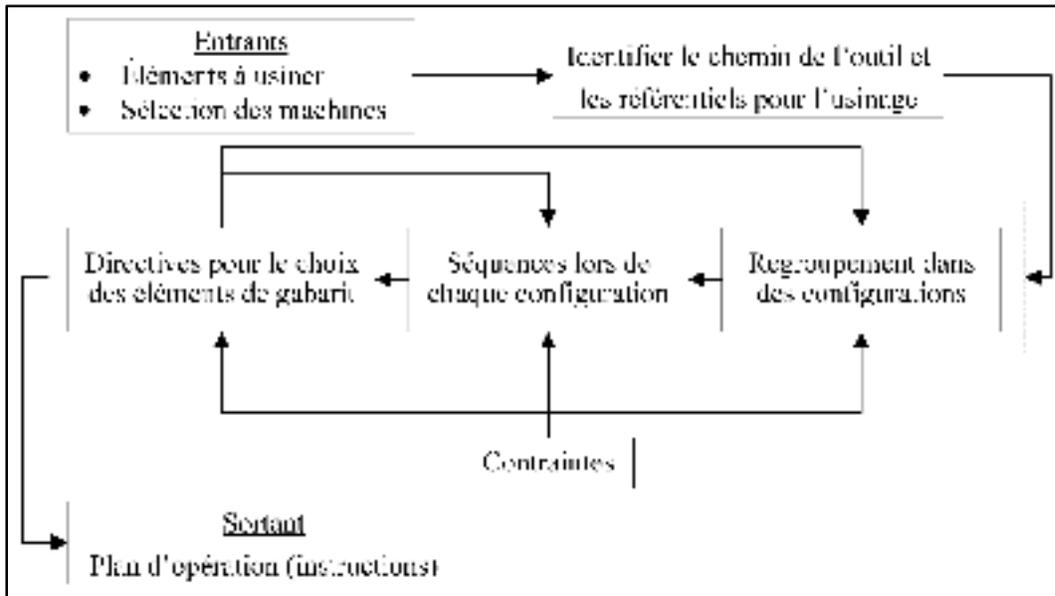


Figure 1.9 Définition de la planification des configurations, adaptée de (Rong & Huang, 2005)

Une fois le nombre de configurations nécessaires sélectionné, l'expert est amené à effectuer les deux tâches suivantes (pour chaque configuration):

- Concevoir et/ou sélectionner (selon le type du gabarit utilisé : modulable ou dédié) les éléments nécessaires (ex. localisateurs, éléments de serrage, supports et corps de gabarit).
- Définir le positionnement nominal de ces éléments vis-à-vis du composant.

Plusieurs contraintes se conjuguent lors de ces deux dernières tâches. Le Tableau 1-4 les résume.

Tableau 1-4 Contraintes influençant le choix à prendre sur la position d'un élément du gabarit, adapté de (Nee & Whybrew, 2012)

<b>Position des éléments du gabarit</b>	<b>Points influents</b>
Positions des localisateurs	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La forme et la taille du composant</li> <li>• La topologie de surface obtenue à la dernière opération</li> <li>• Les efforts et les directions de coupe</li> <li>• La taille et la forme des localisateurs eux-mêmes</li> <li>• Le type de localisateur utilisé</li> </ul>
Positions des éléments de serrage	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Direction et chemin d'usinage</li> <li>• Efforts d'usinage</li> <li>• Surfaces possibles pour le serrage</li> <li>• Rigidité du composant</li> <li>• Facilité d'opération</li> <li>• Dégagement de copeaux</li> <li>• Application du fluide de coupe</li> </ul>
Positions des supports	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Positions des localisateurs</li> <li>• Les tolérances mentionnées sur le composant</li> <li>• Forces de serrage</li> <li>• Dégagement de copeaux</li> <li>• Topographie du composant</li> </ul>

#### 1.4 Erreurs affectant la qualité finale du composant

Il est essentiel de bien identifier les sources des variations (erreurs) qui interviennent dans le processus d'usinage avant de pouvoir l'optimiser. La Figure 1.10 illustre une cartographie de ces erreurs où un gabarit d'usinage est employé pour localiser et brider le composant dans le référentiel de la machine-outil. On note aussi que la conformité finale du composant est fonction des choix et décisions qui viennent avant (à la phase de conception du gabarit et l'élaboration d'un plan de fabrication), durant et après l'usinage du composant (à la phase d'inspection du composant).

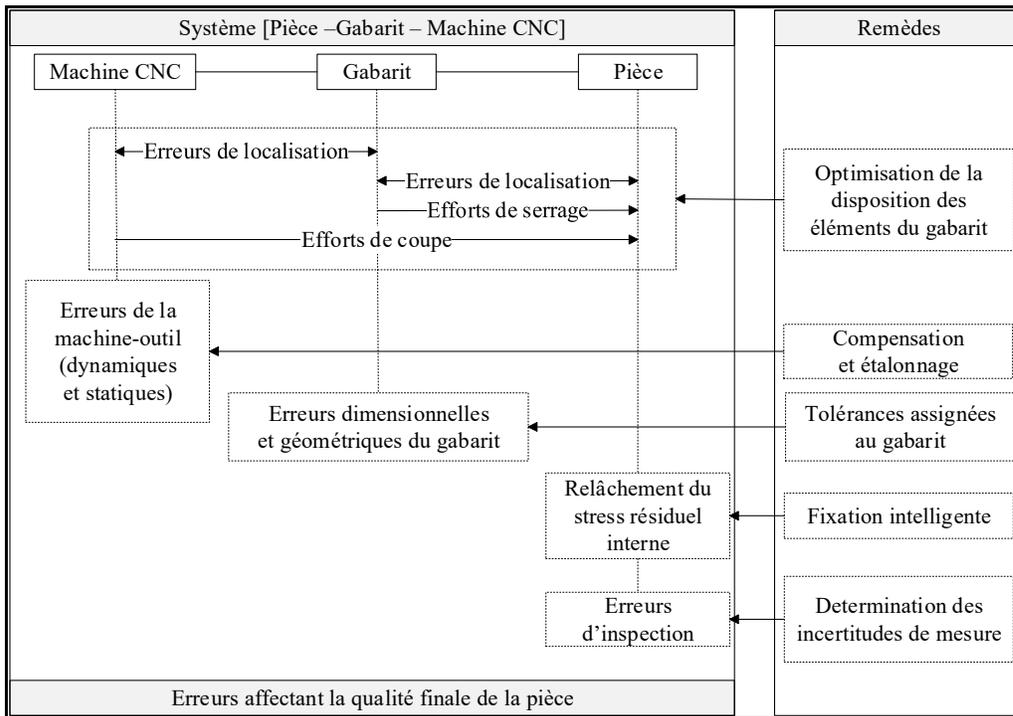


Figure 1.10 Cartographie des erreurs affectant la qualité finale d'un élément usiné

#### 1.4.1 Disposition nominale optimale des éléments d'un gabarit d'usinage

Pour réduire les effets des erreurs de localisation qui se définissent comme un désalignement entre le composant à usiner et le référentiel de la machine-outil, le concepteur commence par définir les positions nominales des éléments qui le constituent. Le positionnement nominal des éléments de localisation et les tolérances qui y sont assignées sont des points cruciaux dans l'assurance d'une bonne précision des éléments à usiner sur le composant. D'une façon générale, une meilleure disposition est celle qui :

- Minimise les erreurs de localisation qui sont définis comme un désalignement entre le composant et la machine-outil et qui sont fonction des positions nominales définies pour les localisateurs et des tolérances (variations) qui y sont assignées.
- Optimise les séquences et les efforts de serrage.
- Maximise la stabilité du composant et assure un bon niveau de répétitivité.

- Minimise la déformation du composant sous les efforts de serrage et les efforts de coupe.

Le problème d'optimisation lié à ces objectifs est assez complexe à modéliser. Principalement, les recherches l'ont traité avec deux approches distinctes : *i*) Le composant est considéré comme un solide non déformable (parfaitement rigide) et, par conséquent, la relation composant-gabarit est modélisable géométriquement dans la plupart des cas en considérant le principe de localisation 3-2-1. (Cai, Hu, & Yuan, 1997) ont proposé une méthode variationnelle pour estimer la robustesse d'une disposition des éléments de localisation d'un gabarit a été proposée. (Wang & Nee, 2011) ont proposé une approche d'optimisation multi-objective pour des pièces prismatiques et rigides en se basant sur l'algorithme génétique. (Jiang, Zhou, Li, & Kong, 2013) ont proposé un algorithme de recherche continu et optimisé pour obtenir une disposition plus robuste en termes de stabilité et de précision. *ii*) Le composant est considéré comme déformable pour simuler les effets de serrage et de coupe. Dans ce cas, des simulations par éléments finis (*FEM*) sont employées pour tenir compte de la déformation du composant. (Selvakumar, Arulshri, Padmanaban, & Sasikumar, 2013) ont proposé une méthode optimisée utilisant les réseaux de neurones, la méthode *FEM* et les plans d'expériences pour réduire la déformation élastique maximale du composant à usiner sous les efforts de bridage et d'usinage. (Liu, Wang, Wang, & Mei, 2013) ont proposé un modèle géométrique qui considère la forme d'un localisateur pour mesurer la performance de localisation avec la méthode *FEM* qui sert à calculer les déplacements des nœuds sous les efforts de bridage. L'optimisation de la disposition nominale est aussi faite avec l'algorithme génétique.

On note que la plupart des études reliées à cette optimisation sont basées sur l'utilisation des métaheuristiques. Les algorithmes évolutionnaires ou stochastiques sont les plus utilisés. Ces algorithmes se basent sur des solutions *faisables* et les font évoluer afin de trouver de meilleures solutions, se rapprochant ainsi vers un optimum global. On réfère le lecteur à (Vasundara & Padmanaban, 2014) où, une revue exhaustive et critique de l'état de l'art sur la synthèse d'une disposition nominale optimale des gabarits d'usinage, a été réalisée. Dans cette étude, les auteurs mettent en exergue :

- Les différentes approches de modélisation du montage [composant-gabarit] : modèle rigide et modèles élastique.

- Les théories populaires avec lesquelles la plupart des études ont été conduites : Théorie du torseur et la méthode des éléments finis.
- Les algorithmes d'optimisation de la disposition nominale d'un gabarit d'usinage : algorithme génétique et algorithme de colonies de fourmis.

#### 1.4.2 Compensation des erreurs géométriques et thermiques de la machine-outil

Pour les erreurs géométriques de l'outil, deux approches peuvent être identifiées pour leurs compensations : La première est une méthode directe basée sur une mesure périodique de l'erreur par des instruments de mesure (Laser de poursuite ou bras de mesure 3D). La réalisation des mesures périodiques nécessite cependant des arrêts des opérations d'usinage ce qui réduit l'efficacité de cette méthode.

La seconde méthode consiste à modéliser mathématiquement ces erreurs, de les simuler et compenser les programmes d'usinage. Plusieurs modèles ont été proposés et améliorés au fil du temps. Dans (B. Wu, Yin, Zhang, & Luo, 2018), et en se basant sur les matrices de transformation homogènes, des algorithmes de compensation ont été développés et simulés sur un cas réel pour une machine à trois axes en utilisant le logiciel *VERICUT*®. La précision d'usinage est donc améliorée. Aussi, dans (Xiang, Deng, Li, Du, & Yang, 2019), un modèle volumétrique de compensation de ces erreurs pour des machines à 5 axes a été établi, toujours en se basant sur la notion de transformation homogène des matrices inspirée de la robotique.

Pour les erreurs thermiques de l'outil, elles se présentent comme des déformations de l'outil dues à la chaleur générée par des sources internes (rotation de broche, friction des paliers, etc.) et externes (variation cyclique de la température ambiante, inertie thermique de la machine, etc.). Selon (Mayr et al., 2012), les erreurs thermiques peuvent être à l'origine de 75% des défauts engendrés sur les composants usinés. Ce problème s'avère très important à ce que des normes internationales ont apparues pour l'évaluation et la détermination de ces erreurs telles que les normes : ISO 10791-10 (ISO, 2007b) , ISO 13041-8 (ISO, 2004) et ISO 230-3 (ISO, 2007a). Pour les techniques de compensation de ces erreurs, des méthodes directes et indirectes sont d'usage. Les techniques directes se basent sur une mesure des déplacements entre l'outil

et le composant à l'aide d'une inspection. Ceci n'est pas toujours efficace à cause de la rapidité des changements thermiques qui peuvent avoir lieu. Le suivi et la correction de ces erreurs nécessitent des mesures fréquentes qui vont nécessiter un arrêt de l'opération d'usinage. Pour les techniques de compensation indirectes, plusieurs approches ont été étudiées dans la littérature et elles peuvent être classifiées en trois familles: (i) méthodes numériques basées sur des simulations à éléments finis, (ii) des méthodes expérimentales servant à élaborer un modèle empirique (en utilisant des régressions) et, (iii) des méthodes basées sur l'intelligence artificielle dont l'efficacité est de plus en plus démontrée par les récentes études (Abdulshahed, Longstaff, & Fletcher, 2015). Aussi, on réfère le lecteur à (Yang Li et al., 2015) où une revue critique de toutes ces techniques a été réalisée.

### 1.4.3 Tolérancement des gabarits d'usinage

Les déviations permises d'un point de contact entre un localisateur et le composant de sa position nominale sont à l'origine des erreurs géométriques des éléments (*Features*) qui seront usinés. Ceci justifie l'utilisation des tolérances très réduites pour les éléments de localisation du gabarit. Historiquement, la règle du 10 à 20% de la tolérance permise de l'élément du composant est employée. Ces règles *ad hoc* ont montré leur efficacité mais elles ne se basent pas sur une approche scientifique et systémique. On peut leur reprocher une sur-qualité qui occasionne des coûts.

Le problème d'analyse des tolérances est bien étudié dans la littérature. (Choudhuri & De Meter, 1999) ont étudié l'effet de la variation de la géométrie des localisateurs sphériques sur l'erreur de localisation engendrée et par la suite sur les défauts géométriques des éléments plans qui seront usinés. (Yu Wang, 2002) a étudié l'effet de la disposition nominale optimale et des tolérances assignées aux localisateurs sur la conformité des éléments à usiner sur le composant. Ce modèle a été ensuite appliqué sur un cas d'étude en 2D. (Moroni, Petró, & Polini, 2014) ont ajouté l'effet des défauts de forme de la surface du composant qui est en contact avec le localisateur et qui sont eux aussi source de l'erreur de localisation. Un modèle stochastique ARMA (modèle autorégressif de moyenne mobile) a été utilisé pour modéliser les défauts de forme. La précision de perçage d'un trou dans le cas 2D a été étudiée par le

modèle proposé pour évaluer la performance de la disposition nominale à choisir pour positionner les éléments de localisation du gabarit.

Quant au problème d'allocation des tolérances pour les éléments de localisation d'un gabarit d'usinage, il a été traité, au mieux de notre connaissance, seulement par (Kang, Rong, & Yang, 2002). L'idée consiste à donner une sensibilité, à chaque localisateur du gabarit dans le cas de localisation isostatique 3-2-1, reliée à l'erreur que sa variation engendre sur l'erreur géométrique de l'élément à usiner. Les détails derrière cette méthode seront repris dans le chapitre suivant.

#### 1.4.4 Les gabarits intelligents

Pour les erreurs qui sont dues au stress interne du composant et qui se manifestent par des déformations lors du démontage du composant du gabarit, le problème est plus complexe surtout lorsque les composants à produire seront d'une rigidité réduite. La déformation engendrée augmente avec la quantité de matière enlevée qui, pour des composants de grande taille ou des composants à parois minces, peut aller jusqu'à 90% du brut. Une recherche effectuée à l'université de Nanjing (Chine) en collaboration avec les universités de Bath et Greenwich (Royaume Uni) a démontré que le taux de réussite du premier coup lors de la fabrication des composants d'aéronautique de grande taille ne dépasse pas 50% à cause de ces erreurs (Li, Liu, Hao, Gao, & Maropoulos, 2015). Récemment, la notion des gabarits intelligents est apparue. Ces derniers permettent un certain contrôle de ces déformations. Ce sont des gabarits asservis, mieux connus sous le nom de, en anglais: *Intelligent Fixtures*, *Responsive Fixtures*, *Actuated Fixtures* ou aussi *Adaptive Fixtures*.

Afin d'usiner un composant à parois minces, (Möhring & Wiederkehr, 2016) ont proposé l'emploi des pinces flottantes pour adapter la position de chaque point de serrage à la déformation du composant et ce, en utilisant des pistons hydrauliques qui agissent afin d'augmenter l'amortissement du gabarit.

Dans (Yingguang Li et al., 2015), une solution qui se base sur la surveillance et l'inspection de la déformation au cours de l'usinage du composant a été proposée. Le composant est fixé

par des outils asservis qui ajustent la position du composant selon ses forces de réaction dues au relâchement de son stress résiduel interne. Des capteurs de pression piézoélectriques servent à calculer ses forces de pression et des capteurs de déplacements à courant de Foucault sont intégrés dans le gabarit. Une chaîne de régulation PID (Proportionnel, Intégrateur, Dérivateur) contrôle les mouvements de ces outils asservis tels que dans la Figure 1.11.

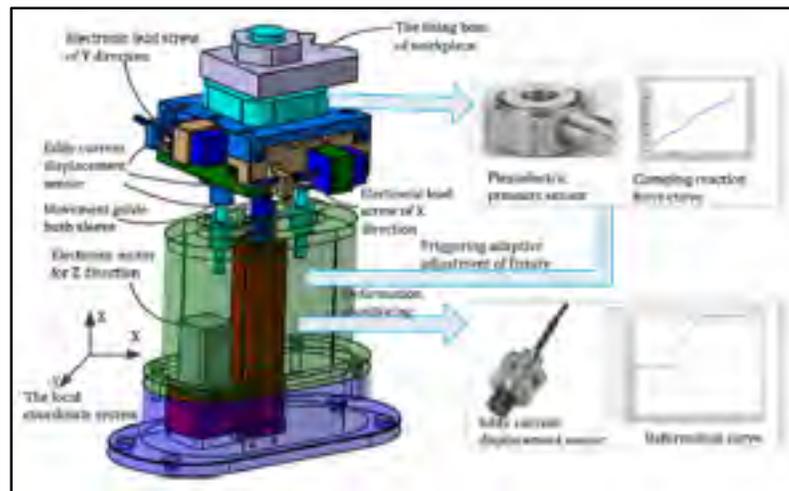


Figure 1.11 Instrument prototype utilisé dans un gabarit asservi, tirée de (Yingguang Li et al., 2015)

Une étude de cas d'un composant de dimensions  $1205 \times 306 \times 52 \text{ mm}$  avec des parois minces de  $2 \text{ mm}$  a démontré l'efficacité de cette méthode. Les déformations finales ont été de  $0,04 \text{ mm}$  alors qu'avec une méthode de fixation ordinaire, cela aurait pu dépasser  $1,08 \text{ mm}$ .

Finalement, dans l'étude de (Hao, Li, Chen, & Liu, 2018), une nouvelle technique de fixation appelée  $6 + x$  a été introduite dans ce même cadre. Le composant est divisé en deux parties, une partie fixe dont les degrés de liberté sont restreints par six points non colinéaires (pour les 6 degrés de liberté) et une partie flottante supportée par  $x$  autres points ajustables pour maintenir la stabilité du composant et pour relaxer la déformation du composant due à son stress interne. Une étude de cas a été réalisée pour comparer la déformation finale du composant après avoir été usiné. Avec cette technique, la déformation finale était de  $0,04 \text{ mm}$  alors qu'avec une technique de fixation traditionnelle 3-2-1, elle était de  $0,21 \text{ mm}$ .

#### 1.4.5 Incertitudes des mesures à l'inspection

Habituellement, une machine à mesurer tridimensionnelle (MMT ou *CMM*) est employée lors de l'inspection finale du composant. Bien que les MMT sont des équipements de mesure très précis (de l'ordre de quelques microns), les mesures prises sont affectées par d'autres facteurs notamment : des erreurs algorithmiques, erreurs associées à l'opérateur et les méthodes d'échantillonnage. Des études récentes comme, (Cheng et al., 2019; Feng, Saal, Salsbury, Ness, & Lin, 2007; Fu et al., 2019) ont traité la modélisation et l'évaluation de l'incertitude de mesure associée aux MMT. On note aussi l'apparition de normes pour l'évaluation des performances métrologiques des instruments de mesure modernes. La série des normes ASME B89 gère les méthodes d'évaluation des performances métrologiques et l'évaluation des incertitudes de mesure des instruments de mesures modernes tels que les lasers de poursuite, des machines à mesurer à bras articulés et les MMT.

### 1.5 Conclusion du Chapitre 1

Dans ce premier chapitre, les domaines clés du projet ont été analysés. Les erreurs intervenant dans une opération d'usinage et qui affectent la qualité finale d'un composant sont multiples. Cependant, notre recherche bibliographique nous a permis de constater qu'il existe plusieurs études (et approches) qui ont traité individuellement chaque source d'erreur pour réduire son effet sur le bilan des variations. Mais que rarement, plusieurs sources d'erreurs ont été combinées dans un même modèle et qu'il existe encore une amélioration possible (et souhaitable) pour produire un outil de simulation/optimisation offrant aux concepteurs une aide à la décision lors de l'étape de conception de gabarit.

Cet outil doit permettre de prévoir les effets (dans le sens *variationnel*) des sources d'erreurs sur la précision d'un élément (Feature) usiné sur le composant. Spécifiquement, dans cette étude, on s'intéresse à étudier l'effet de 3 sources d'erreurs, soient : la précision dimensionnelle et géométrique du gabarit comme telle, les défauts des éléments (*Features*) du composant qui sont en contact avec le gabarit et les erreurs géométriques (en translation et en rotation) de l'outil. Plus précisément, le projet porte sur l'élaboration d'un outil de simulation permettant

l'analyse des choix réalisés *a priori* par le concepteur et l'estimation des variations anticipées sur un élément (*Feature*) à usiner (ex. alésage, profil...) sur un composant.

Pour y parvenir quatre (4) problématiques importantes doivent être résolues :

- Comment peut-on inclure les sources de variations dans un même modèle qui permettra d'estimer la variation possible d'un élément usiné à partir des trois sources d'erreurs ?
- Comment calculer la variation (l'erreur) de l'élément géométrique tolérancé qu'il soit un plan, un axe ou une surface quelconque selon le type de tolérance qui lui est associée (localisation, orientation, profil de ligne, profil de surface)?
- Comment estimer le taux de conformité finale de l'élément usiné en tenant compte des trois sources d'erreurs citées précédemment?
- Comment parvenir à alléger les tolérances qui sont allouées aux éléments de localisation d'un gabarit d'usinage?

Ces questions de recherche fournissent les fondements sur lesquels notre projet est mené.

Les hypothèses suivantes ont été retenues pour l'élaboration de ce travail :

- Le composant à usiner est considéré comme un corps rigide. C'est-à-dire que sa déformation finale sous les efforts de bridage peut être négligée. Cette hypothèse est nécessaire pour pouvoir appliquer la théorie du torseur des petits déplacements qui sera introduite dans le chapitre suivant.
- Le contact entre le composant et le gabarit est ponctuel. Ceci ne veut pas forcément dire qu'on traite toujours le cas où le composant est localisé par six points. Par exemple : la localisation de type plan – 2 trous – 2 pignes peut être aussi considérée comme une localisation de type 3-2-1 (Le plan est converti en 3 points, la pigne en rond en 2 points et celle en diamant en 1 point). En d'autres termes : c'est le nombre de degré de liberté bloqués.
- On suppose que les tolérances qui sont assignées aux éléments du gabarit suivent des lois normales et qu'elles sont bilatérales et égales à  $\pm 3 \sigma_{Tot}$ . Ceci considère que l'indice de capabilité  $C_{pk} = 1$ .

- On s'intéresse aux erreurs géométriques (de rotation et translation de l'outil). C'est l'erreur à la fin de la chaîne cinématique de la machine-outil. Les erreurs de nature dynamique (charge, forces etc..) et les facteurs environnementaux ne sont pas prises en considération.
- L'effet de flexibilité de la pièce ainsi que l'effet de sa déformation lors du relâchement du stress résiduel interne à la fin de l'usinage sont négligés.

## CHAPITRE 2

### MÉTHODOLOGIE

#### 2.1 Introduction

Le modèle mathématique proposé dans ce travail incorpore dans le bilan variationnel trois (3) sources d'erreurs qui affectent la qualité finale du composant, soient :

- Les erreurs de localisation du composant à usiner dans le gabarit et qui sont eux-mêmes fonction :
  - Des tolérances assignées aux localisateurs du gabarit d'usinage.
  - Des tolérances de l'élément géométrique du composant qui vient en contact avec les localisateurs du gabarit.
- Les erreurs de translation et de rotation de la machine-outil.

La modélisation de la relation spatiale entre les éléments du système machine-outil, composant-gabarit est établie en se basant sur la théorie et le concept du torseur des petits déplacements. Pour l'application de cette théorie, on tient comme principale hypothèse que le composant est parfaitement rigide.

#### 2.2 Théorie du torseur des petits déplacements

Le concept du torseur des petits déplacements (TPD) a été proposé pour la première fois en 1976 par Boudet et Clément (Pierre Bourdet & Clément, 1976). À l'origine, c'était pour associer un nuage de points à une surface théorique que ce concept a été introduit. Ensuite, il a été utilisé dans plusieurs domaines notamment dans la métrologie et le tolérancement (P. Bourdet, 1996).

Le petit déplacement d'un point  $M$  dans un espace euclidien tridimensionnel est exprimé par un torseur qui superpose l'effet de la translation à celui de la rotation et qui est donné par la formule :

$$\overline{\mathbf{D}}_M = \overline{\mathbf{D}}_A + \overline{\mathbf{R}} \wedge \overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{M}} \quad (2.1)$$

Où  $\overline{\mathbf{D}}_A$  est le vecteur de la translation du point A et  $\overline{\mathbf{R}}$  est la résultante du torseur (matrice de rotation).

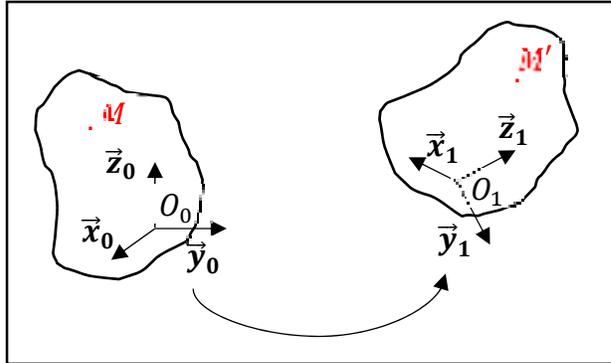


Figure 2.1 Déplacement d'un point  $M$  d'un solide indéformable en  $M'$

**Démonstration** : Si on considère le repère :  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , le déplacement d'un point  $M(x, y, z)$  en  $M'(x', y', z')$  dans l'espace tridimensionnel est exprimé par une **rotation**  $(\alpha, \beta, \gamma)$  et une **translation**  $(u, v, w)$  :

Pour modéliser le déplacement lié à la rotation  $(\alpha, \beta, \gamma)$  du point  $M$  en  $M'$ , on considère que le point  $M$  subit une petite rotation triple  $(\alpha, \beta, \gamma)$ , d'où :

$$\overline{\mathbf{O}}\overline{\mathbf{M}}' = \mathbf{R}'_{3 \times 3} \cdot \overline{\mathbf{O}}\overline{\mathbf{M}} \quad (2.2)$$

Avec :

$$\mathbf{R}'_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} c\gamma \cdot c\beta & -s\gamma \cdot c\beta & s\beta \\ s\gamma \cdot c\alpha + c\gamma \cdot s\beta \cdot s\alpha & c\gamma \cdot c\alpha - s\gamma \cdot s\beta \cdot s\alpha & -c\beta \cdot s\alpha \\ s\gamma \cdot s\alpha - c\gamma \cdot s\beta \cdot c\alpha & c\gamma \cdot s\alpha + s\gamma \cdot s\beta \cdot c\alpha & c\beta \cdot c\alpha \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Où  $s$  désigne la fonction *sinus* et  $c$  désigne la fonction *cosinus*.

En considérant le développement limité de  $\mathbf{R}'_{3 \times 3}$  au premier ordre, on trouve :

$$\mathbf{R}'_{3 \times 3} \approx \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 1 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Ainsi le déplacement  $\overline{\mathbf{MM}'}$  s'écrit :

$$\overline{\mathbf{MM}'} = \overline{\mathbf{OM}'} - \overline{\mathbf{OM}} = \mathbf{R}'_{3 \times 3} \cdot \overline{\mathbf{OM}} - \overline{\mathbf{OM}} = (\mathbf{R}'_{3 \times 3} - \mathbf{I}_3) \cdot \overline{\mathbf{OM}} \quad (2.5)$$

Posons :

$$\mathbf{R}_{3 \times 3} = \mathbf{R}'_{3 \times 3} - \mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 0 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Et le déplacement de  $M$  en  $M'$  dû à la rotation est tel que :

$$\vec{\mathbf{D}}_M = \overline{\mathbf{MM}'} = \mathbf{R}_{3 \times 3} \cdot \overline{\mathbf{OM}} \quad (2.7)$$

Le déplacement du point  $M$  noté  $\vec{\mathbf{D}}_M$  lié à la rotation  $\vec{\mathbf{\Omega}} (\alpha, \beta, \gamma)$  au point  $O$  et aussi à la petite translation au point  $O$  notée  $\vec{\mathbf{D}}_O (u, v, w)$ , s'écrit comme suit:

$$\vec{\mathbf{D}}_M = \vec{\mathbf{D}}_O + \mathbf{R}_{3 \times 3} \cdot \overline{\mathbf{OM}} \quad (2.8)$$

Soit :

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{D}}_M &= \vec{\mathbf{D}}_O + \begin{bmatrix} 0 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 0 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \\ &= \vec{\mathbf{D}}_O + \begin{bmatrix} -\gamma x + \beta z \\ \gamma x - \alpha z \\ -\beta x + \alpha y \end{bmatrix} \\ &= \vec{\mathbf{D}}_O + \vec{\mathbf{\Omega}} \wedge \overline{\mathbf{OM}} \end{aligned} \quad (2.9)$$

En conclusion, un petit déplacement  $\vec{\mathbf{D}}_M$  d'un point  $M$  d'un solide non-déformable est déduit du déplacement  $\vec{\mathbf{D}}_O$  du point  $O$  par la relation :

$$\vec{D}_M = \vec{D}_O + \vec{\Omega} \wedge \overline{OM} \quad (2.10)$$

Le champ des vecteurs  $\{\vec{D}_O, \vec{\Omega}\}$  constitue donc un torseur appelé torseur des petits déplacements dont  $\vec{\Omega}$  est sa résultante.

## 2.3 Modélisation géométrique du système [gabarit - composant - machine-outil]

### 2.3.1 Modélisation de la relation [gabarit - composant]

On considère une localisation isostatique 3-2-1 du gabarit telle qu'illustrée dans la Figure 2.2. Les six (6) degrés de liberté du composant sont bloqués par les localisateurs  $P_1$  à  $P_6$  et par les éléments de serrage  $C_1$ ,  $C_2$  et  $C_3$ .

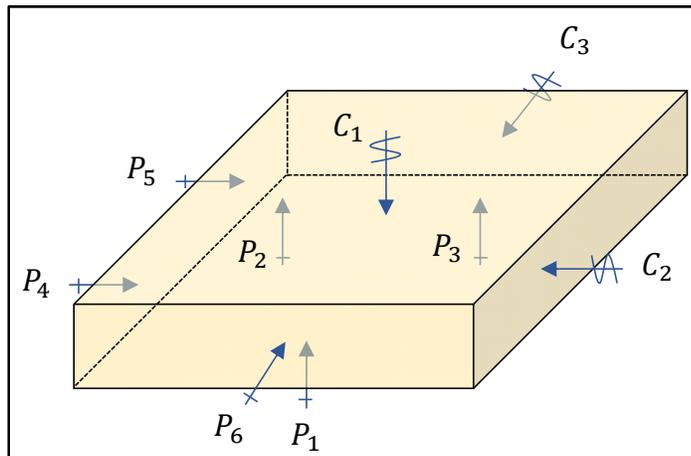
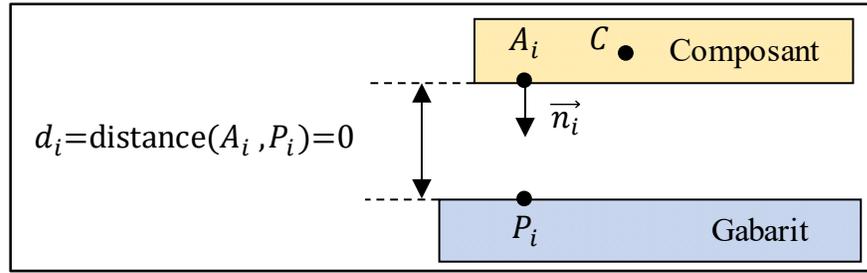


Figure 2.2 Fixation isostatique 3-2-1

Le positionnement du composant sur le gabarit est considéré comme un assemblage de deux composants. Les 6 localisateurs  $P_1$  à  $P_6$  du gabarit sont toujours en contact avec les points du composant qui y correspondent, soient :  $A_1$  à  $A_6$ . Le point  $C$  est un point appartenant au composant qui va servir comme un point de transfert du champ de torseur (Figure 2.3). La distance  $d_i = d(A_i, P_i) = 0$ .

Figure 2.3  $A_i$  and  $P_i$  are in contact

L'idée consiste à faire simuler la variation d'un point de contact en injectant une déviation  $\delta$  et calculer la nouvelle position du composant. La distance  $d_i = d(A_i, P_i)$  n'est plus nulle comme le montre la Figure 2.4, et le composant est relocalisé pour que la nouvelle distance  $d'_i$  devienne nulle. La nouvelle distance est calculée en utilisant le concept du torseur des petits déplacements.

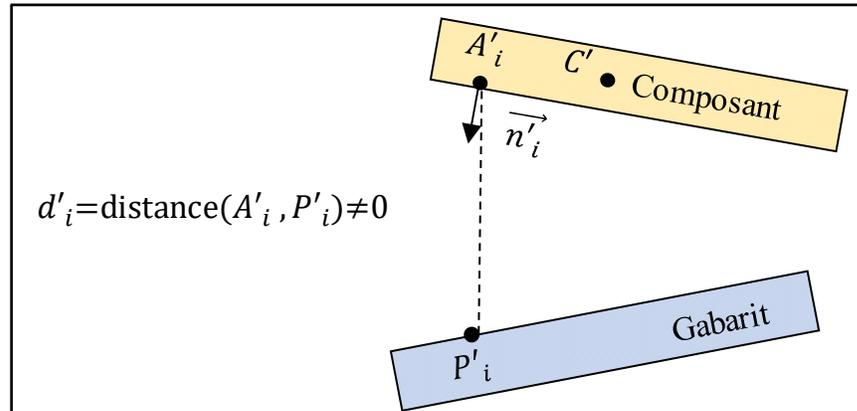


Figure 2.4 Relocalisation du composant après déviation

Le déplacement du point  $A$  est noté :  $\vec{t}_A = \overline{AA'}$ , du point  $C$  :  $\vec{t}_C = \overline{CC'}$  et la rotation du point  $C$  comme  $\vec{r}_C$ . La distance  $d'$  peut s'écrire :

$$\begin{aligned} d' &= \overline{A'P'} \cdot \vec{n}' = (\overline{A'A} + \overline{AP'}) \cdot (\vec{n} - \vec{n} \wedge \vec{r}_C) \\ &= (-\vec{t}_A + \overline{AP'}) \cdot (\vec{n} - \vec{n} \wedge \vec{r}_C) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Connaissant la relation fondamentale notée dans l'équation (2.1), on peut écrire :

$$\vec{\mathbf{t}}_A = \vec{\mathbf{t}}_C + \overline{\mathbf{A}\mathbf{C}} \wedge \vec{\mathbf{r}}_C \quad (2.12)$$

Ainsi :

$$d' = (-\vec{\mathbf{t}}_C + \overline{\mathbf{A}\mathbf{C}} \wedge \vec{\mathbf{r}}_C + \overline{\mathbf{A}\mathbf{P}'}) \cdot (\vec{\mathbf{n}} - \vec{\mathbf{n}} \wedge \vec{\mathbf{r}}_C) \quad (2.13)$$

En négligeant les termes de second ordre (très petits déplacements) :

$$d' \approx -\vec{\mathbf{t}}_C \cdot \vec{\mathbf{n}} + \overline{\mathbf{A}\mathbf{P}'} \cdot \vec{\mathbf{n}} - \overline{\mathbf{C}\mathbf{P}'} \cdot (\vec{\mathbf{n}} \wedge \vec{\mathbf{r}}_C) \quad (2.14)$$

Pour des raisons de commodité et de simplification, le déplacement d'un point  $P_i$ , est noté comme  $\overline{\delta\mathbf{P}} = \overline{\mathbf{P}\mathbf{P}'}$  dans l'équation (2.14) :

$$d' = -\vec{\mathbf{t}}_C \cdot \vec{\mathbf{n}} + (\overline{\mathbf{A}\mathbf{P}} + \overline{\delta\mathbf{P}}) \cdot \vec{\mathbf{n}} - (\overline{\mathbf{C}\mathbf{P}} + \overline{\delta\mathbf{P}}) \cdot (\vec{\mathbf{n}} \wedge \vec{\mathbf{r}}_C) \quad (2.15)$$

Le terme du second ordre  $\overline{\delta\mathbf{P}} \cdot (\vec{\mathbf{n}} \wedge \vec{\mathbf{r}}_C)$  est à négliger et la distance  $d'$  doit être nulle :

$$\overline{\mathbf{A}\mathbf{P}} \cdot \vec{\mathbf{n}} + \overline{\delta\mathbf{P}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{t}}_C \cdot \vec{\mathbf{n}} + \overline{\mathbf{C}\mathbf{P}} \cdot (\vec{\mathbf{n}} \wedge \vec{\mathbf{r}}_C) \quad (2.16)$$

Une écriture matricielle de l'équation (2.16) est la suivante :

$$\overline{\mathbf{A}\mathbf{P}} \cdot \vec{\mathbf{n}} + \overline{\delta\mathbf{P}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} (\overline{\mathbf{C}\mathbf{P}} \wedge \vec{\mathbf{n}})^T & \vec{\mathbf{n}}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\mathbf{r}}_C \\ \vec{\mathbf{t}}_C \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Finalement, la rotation et la translation du point  $C$  est :

$$\begin{bmatrix} \vec{\mathbf{r}}_C \\ \vec{\mathbf{t}}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\overline{\mathbf{C}\mathbf{P}} \wedge \vec{\mathbf{n}})^T & \vec{\mathbf{n}}^T \end{bmatrix}^{-1} \cdot \overline{\delta\mathbf{P}} \cdot \vec{\mathbf{n}} + \begin{bmatrix} (\overline{\mathbf{C}\mathbf{P}} \wedge \vec{\mathbf{n}})^T & \vec{\mathbf{n}}^T \end{bmatrix}^{-1} \cdot \overline{\mathbf{A}\mathbf{P}} \cdot \vec{\mathbf{n}} \quad (2.18)$$

Le premier terme indique l'influence de la variation des localisateurs sur la nouvelle position du composant et le second terme représente l'influence de la variation de l'élément géométrique du composant qui est en contact avec le gabarit. Le second terme est supposé être déjà connu dès la phase de conception du composant.

On note :

$$\mathbf{J} = [(\overline{\mathbf{CP}} \wedge \vec{\mathbf{n}})^T \quad \vec{\mathbf{n}}^T]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{n}_i \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Où  $\mathbf{J}$  est la matrice de localisation. Dans le cas d'une localisation isostatique 3-2-1 son rang est égal à 6. Finalement, La déviation de n'importe quel point  $F$  du composant peut être calculée comme suit :

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{r}}_F = \vec{\mathbf{r}}_C \\ \vec{\mathbf{t}}_F = \vec{\mathbf{t}}_C + \overline{\mathbf{FC}} \wedge \vec{\mathbf{r}}_C \end{cases} \quad (2.20)$$

### 2.3.2 Modélisation de la relation [composant - machine-outil]

Si on considère le système [composant - machine-outil], les erreurs de translation et de rotation de la machine-outil ( $\vec{\mathbf{r}}_{T'} \quad \vec{\mathbf{t}}_{T'}$ ) vont induire une erreur supplémentaire sur l'élément géométrique qui sera usiné sur le composant. La situation nominale (telle que définie par le fichier CAO) et la situation réelle (telle que fabriquée) incluant l'effet des erreurs de la machine-outil sont illustrées dans la Figure 2.5.  $C$  étant un point du composant,  $F$  un point caractérisant l'élément à usiner et  $T$  le point centre de la machine-outil.

La déviation du point  $F$  peut s'écrire :

$$\begin{cases} \vec{\mathbf{r}}_{F'/C} = \vec{\mathbf{r}}_{T'} \\ \vec{\mathbf{t}}_{F'/C} = \vec{\mathbf{t}}_{T'} + \overline{\mathbf{FT}'} \wedge \vec{\mathbf{r}}_{T'} \end{cases} \quad (2.21)$$

Les équations (2.20) et (2.21) peuvent être additionnées linéairement pour calculer la déviation d'un point  $F$  sous l'effet des trois sources d'erreurs.

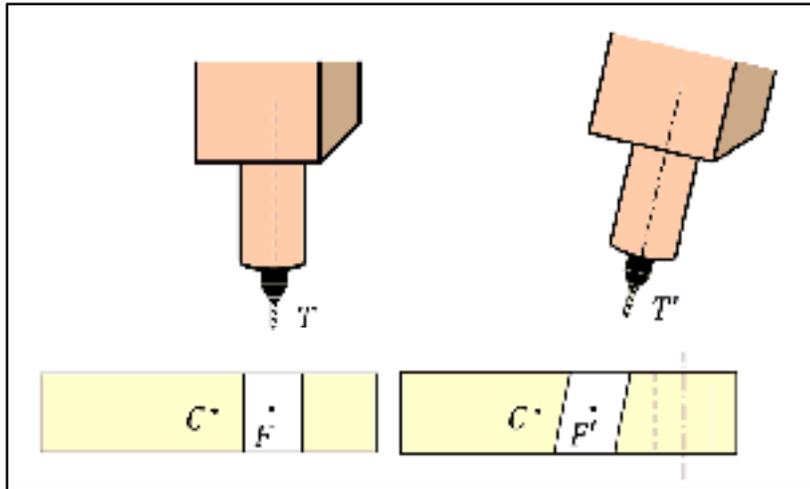


Figure 2.5 Effet de l'erreur de la machine-outil

## 2.4 Évaluation des erreurs géométriques des éléments tolérancés

Les requis d'ingénierie mentionnés sur les dessins de définition dans les boîtes de tolérances doivent être respectés à l'inspection des éléments usinés. Pour ce faire, ces spécifications doivent être converties en des contraintes analytiques.

Il est très important de rappeler que les erreurs de localisation ont seulement une influence sur certaines catégories de défauts géométriques, soient les défauts d'orientation, de localisation et de profil (lorsque la tolérance est géo référencée à un référentiel (*Datum*)). Les défauts de forme sont généralement reliés à : (i) la précision de la machine-outil utilisée en usinage car les zones de tolérances qui y correspondent sont libres dans l'espace 3D et aucun des 6 degrés de liberté n'est bloqué; (ii) effets thermiques et le relâchement des contraintes résiduelles que nous négligeons dans le cadre de notre projet.

### 2.4.1 Évaluation de l'erreur d'orientation et de position d'un axe

Pour contrôler l'orientation ou la position de l'axe d'un éléments cylindrique (ex. alésage), on considère ses deux points extrêmes. Soient  $F_1(\vec{n}_{F_1} \quad \vec{Pos}_{F_1})$  et  $F_2(\vec{n}_{F_2} \quad \vec{Pos}_{F_2})$  comme indiqués sur la Figure 2.6.

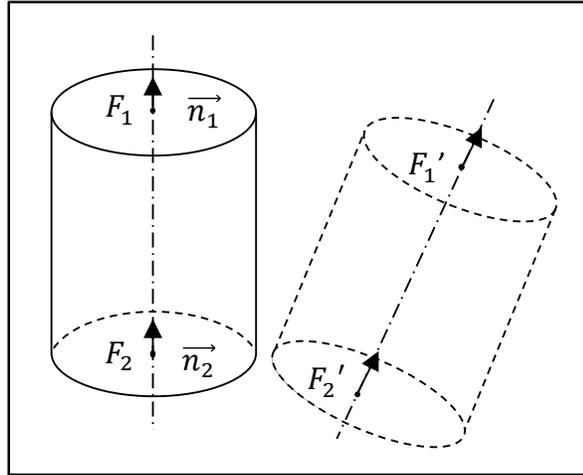


Figure 2.6 Déviation d'un axe

Après que les déviations  $\overrightarrow{\delta F_1}$  et  $\overrightarrow{\delta F_2}$  aient lieu (calculées toujours par rapport à la position nominale), les deux points  $F_1$  et  $F_2$  deviennent  $F'_1$  and  $F'_2$  telles que :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\delta F_1} &= (\delta\alpha_{F_1} \quad \delta\beta_{F_1} \quad \delta\gamma_{F_1} \quad \delta x_{F_1} \quad \delta y_{F_1} \quad \delta z_{F_1}) \\ \overrightarrow{\delta F_2} &= (\delta\alpha_{F_2} \quad \delta\beta_{F_2} \quad \delta\gamma_{F_2} \quad \delta x_{F_2} \quad \delta y_{F_2} \quad \delta z_{F_2}) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Selon la norme ASME Y14.5.1M (ASME, 1994), l'erreur de position de l'axe est calculée comme suit :

$$Position \text{ axe } erreur = 2 \times \max \left( \sqrt{\delta x_{F_1}^2 + \delta y_{F_1}^2}, \sqrt{\delta x_{F_2}^2 + \delta y_{F_2}^2} \right) \quad (2.23)$$

Quant à l'erreur d'orientation de l'axe, elle est calculée comme suit :

$$Orientation \text{ axe } erreur = \sqrt{(\delta x_{F_1} - \delta x_{F_2})^2 + (\delta y_{F_1} - \delta y_{F_2})^2} \quad (2.24)$$

#### 2.4.2 Évaluation de l'erreur d'orientation d'une surface plane

Pour contrôler l'orientation d'un élément plan, on considère ses points extrêmes du contour. Sous l'hypothèse du mouvement des corps rigides dans l'espace, il est clair que les déviations

maximales et minimales ont lieu dans ces points. Dans la Figure 2.7, les points de contrôle  $F_i(\overrightarrow{\mathbf{n}}_{F_i} \quad \overrightarrow{\mathbf{Pos}}_{F_i})$  sont considérés avec  $i = 1..m$  ( $m$  étant le nombre de points de contrôle).

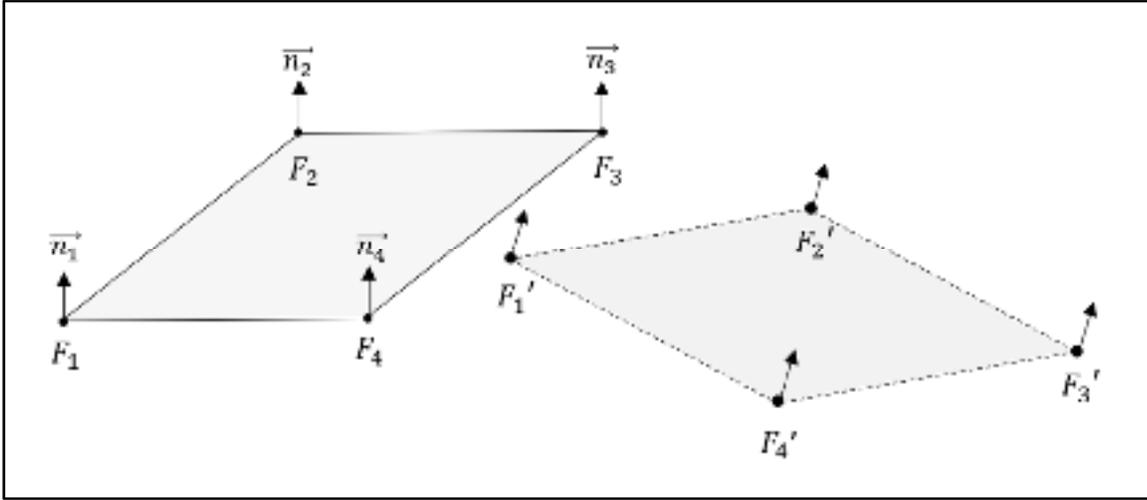


Figure 2.7 Déviation d'un plan

Après que les déviations  $\overrightarrow{\delta F_i}$  aient lieu, les points de contrôle  $F_i$  deviennent  $F'_i$  telles que :

$$\overrightarrow{\delta F_i} = (\delta\alpha_{F_i} \quad \delta\beta_{F_i} \quad \delta\gamma_{F_i} \quad \delta x_{F_i} \quad \delta y_{F_i} \quad \delta z_{F_i}) \quad (2.25)$$

Les déviations des points de contrôle  $F_i$  doivent être calculées dans le sens des directions normales  $\overrightarrow{\mathbf{n}}_{F_i}$ , telles que :

$$\delta F_i^N = [\delta x_{F_i} \quad \delta y_{F_i} \quad \delta z_{F_i}] \cdot \overrightarrow{\mathbf{n}}_i^T \quad (2.26)$$

On peut ainsi déduire le défaut d'orientation (ex. parallélisme, perpendicularité et angularité) qui correspond à la surface plane :

$$Orientation \ surface \ erreur = \max(\delta F_i^N) - \min(\delta F_i^N) \quad (2.27)$$

### 2.4.3 Évaluation de l'erreur de profil de ligne ou de surface

Pour les tolérances de profil, la zone de tolérance est définie en translatant chaque point du profil nominal dans la direction normale d'une distance égale à la moitié de la valeur de la tolérance. Comme mentionné dans la section précédente, nous considérons un échantillon de points de contrôle  $F_i(\overrightarrow{n_{F_i}} \quad \overrightarrow{\text{Pos}_{F_i}})$  représentant le profil (Figure 2.8). Puis, les déviations suivant la direction normale  $\delta F_i^N$  sont calculées telles que mentionnées dans l'équation (2.26).

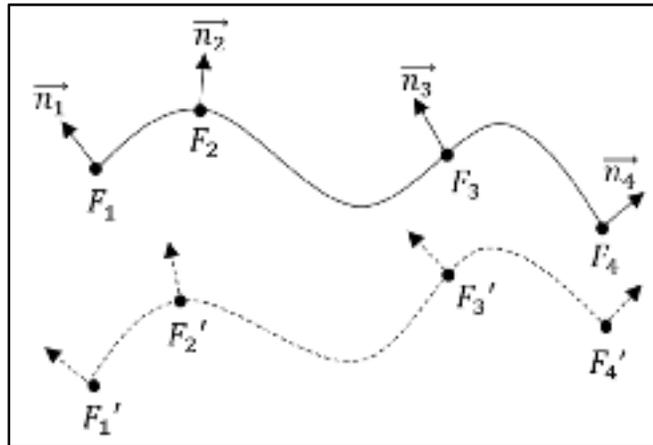


Figure 2.8 Déviation d'un profil

Il est à dire aussi, que dans le cas de ce type de tolérance, la norme ASME Y14.5 en définit typiquement trois (3) types tels qu'illustrés dans la Figure 2.9.

	.030	A	B	C	Type 1
	.020	A	B	C	Type 2
	.005				Type 3

Figure 2.9 Types de tolérances de profil  
selon ASME Y14.5

- La tolérance de profil type 1 contrôle le profil tel que géo référencé (position). Elle ne permet aucun degré de liberté possible de la zone de tolérance. Les 6 degrés de liberté de la zone de tolérance sont bloqués.
- La tolérance de profil type 2 contrôle l'erreur d'orientation. Les 3 degrés de liberté de translation sont bloqués, par contre la zone de tolérance possède 3 degrés de liberté pour les orientations (rotations libres).
- La tolérance de profil type 3 contrôle uniquement la dimension et la forme. La zone de tolérance n'est pas bloquée en mouvement. 6 degrés de liberté sont possibles. On rappelle que cette tolérance n'est fonction que de la capacité de la machine-outil et non pas des erreurs de localisation.

Dans le travail de (Lévesque, 2009), des modèles mathématiques pour l'identification et le calcul des erreurs de profil ont été établis. L'erreur de profil de type 1 est calculée comme suit :

$$Type\ 1\ erreur = 2 \times |\delta F_i^N| \quad (2.28)$$

Et celle du type 2 est calculée comme suit :

$$Type\ 2\ erreur = \max(\delta F_i^N) - \min(\delta F_i^N) \quad (2.29)$$

## 2.5 Expression des contraintes des variations maximales admissibles

Dans cette section, on traitera un exemple d'expression des contraintes *GD&T* qui doivent être respectées. Soit l'exemple du composant montré dans la Figure 2.10. On suppose que le composant est positionné sur un gabarit en utilisant la méthode de localisation 3-2-1.

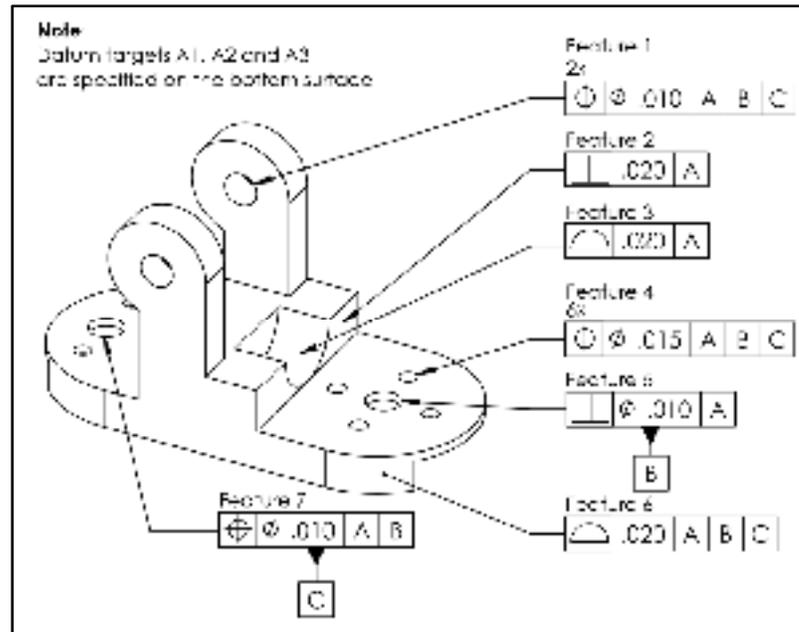


Figure 2.10 Modèle 3D d'un composant

On suppose que l'élément 6 est déjà usiné dans un stage précédent et que les autres éléments 1, 2, 3, 4, 5 et 7 seront usinés dans une même configuration. Comme les références *B* et *C* sont aussi à usiner dans cette configuration, la position relative entre 1, 4, 5 et 7 est seulement influencée par la capacité de la précision de la machine-outil et non pas par les erreurs de localisation. Ainsi, seulement l'orientation des trous par rapport à la référence *A* est à contrôler dans ce cas. Aussi, et comme l'élément 6 est déjà usiné, la position des autres éléments qui y sont reliés doivent être contrôlés par rapport à cet élément. Autrement dit, les tolérances de position se réduisent en des tolérances d'orientation par rapport à la référence *A* qui est simulée par trois points cibles dans ce cas.

Les contraintes à respecter s'écrivent comme un système d'inéquations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Feature 1: Orientation axe } erreur \leq .010 \\ \text{Feature 2: Surface orientation } erreur \leq .020 \\ \text{Feature 3: Type2 } erreur \leq .020 \\ \text{Feature 4: Orientation axe } erreur \leq .015 \\ \text{Feature 5: Orientation axe } erreur \leq .010 \\ \text{Feature 6: Type1 } erreur \leq .020 \\ \text{Feature 7: Orientation axe } erreur \leq .010 \end{array} \right. \quad (2.30)$$

## 2.6 Modèles d'analyse et de synthèse des tolérances adoptés

Le requis dans notre cas d'analyse et de synthèse des tolérances est la conformité d'un élément à usiner sur un composant positionné sur un gabarit en considérant trois (3) sources d'erreurs : celles qui sont dues à la localisation et celles de la machine-outil. La Figure 2.11 montre les deux processus.

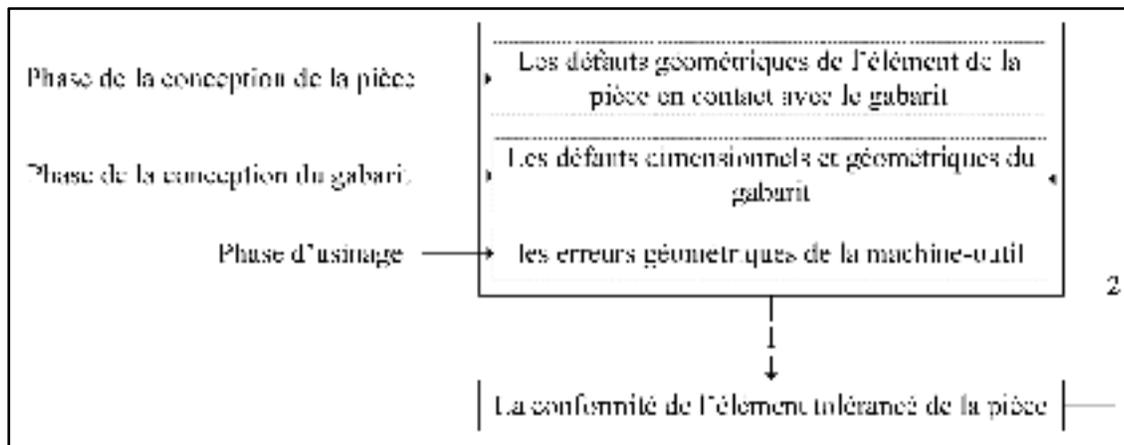


Figure 2.11 1-Sens analyse de conformité / 2-Sens synthèse des tolérances

### 2.6.1 Analyse de conformité

Le processus d'analyse des tolérances est formulé tel que mentionné dans le Tableau 2-1.

Tableau 2-1 Formulation du problème d'analyse des tolérances

<b>Si</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• La tolérance <math>Tol_i = \pm 3 \sigma_{Tol i}</math> est assignée au localisateur <math>P_i</math> sous l'hypothèse de normalité des variations.</li> <li>• La tolérance <math>Tol_{pièce} = \pm 3 \sigma_{Tol pièce}</math> est assignée à l'élément du composant en contact avec le gabarit sous l'hypothèse de normalité des variations.</li> <li>• Les erreurs de la machine-outil en translation (<math>\Delta x_{Machine}</math> <math>\Delta y_{Machine}</math> <math>\Delta z_{Machine}</math>) et en rotation (<math>\Delta \alpha_{Machine}</math> <math>\Delta \beta_{Machine}</math> <math>\Delta \gamma_{Machine}</math>) suivent une distribution normale :  <math>\Delta_i \sim N(0, \sigma_i)</math></li> </ul>
<b>Alors</b>
<p>En se basant sur les équations (2.20) et (2.21), la conformité d'un élément tolérancé du composant, sous les effets des erreurs de localisation et les erreurs de la machine-outil, peut être estimée statistiquement avec une analyse de type Monte-Carlo.</p>

### 2.6.2 Synthèse des tolérances

D'habitude, durant ce processus, le concepteur assigne des tolérances très serrées pour les éléments de localisation du gabarit d'usinage pour limiter le plus possible l'effet des erreurs de localisation. Dans ce qui suit, on présente une approche optimisée pour maximiser les tolérances qui seront assignées au gabarit. La méthode présentée dans le travail de (Kang , Rong, & Yang, 2003) est adaptée pour le cas de ce projet.

La méthode repose sur une étude de sensibilité. L'influence de la variation de la position des éléments de localisation du gabarit sur les éléments tolérancés du composant à machiner est étudiée. À partir de la relation (2.20), les influences de chaque déviation (trois déviations possibles par élément de fixture : suivant les axes ( $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ ) sur l'échantillon de points extraits

de l'élément tolérancé peuvent être calculées. On pourra les écrire dans une matrice de sensibilité qu'on notera :

$$S_{i,j} = \frac{dev_{ij}}{dev_{1,j} + dev_{2,j} + \dots + dev_{n,j}} \quad (2.31)$$

Avec  $i = 1..n$  identifie la direction de variation du point de localisation et  $j = 1..m$  identifie le point d'intérêt de l'élément tolérancé du composant.

Les tolérances allouées aux éléments de localisation qu'on notera  $t_{i,j}$  du gabarit seront donc inversement proportionnels à leur sensibilité  $S_{i,j}$ .

Notons  $w_{i,j}$  le poids qu'on va donner à chaque direction de variation  $i$  et qui est égal à  $S_{i,j}$ , mais pour éviter les zéros tolérances lorsque la sensibilité  $S_{i,j} = 1$ , on le pondère par un facteur  $(1 - k)$  tel que  $k$  est choisi proche de 1. Ainsi les tolérances générées pour chaque point des éléments tolérancés  $j$  et pour chaque direction  $i$  sont :

$$t_{i,j} = w_{i,j} \cdot t_0 = (1 - k \cdot S_{i,j}) \cdot t_0 \quad (2.32)$$

Il est évident de sélectionner la plus petite tolérance pour chaque groupe de tolérances générées pour une certaine direction, c'est-à-dire : on doit satisfaire à la condition que toutes les tolérances sur le composant devront être respectées lors de l'assignation des tolérances.

$$t_i = \min\{t_{i,j}\} \quad (2.33)$$

L'optimisation ici est faite par des itérations sur la variable  $t_0$ . Toujours, lorsque la condition est satisfaite, c'est-à-dire que les requis de tolérances sur le composant sont satisfaits, on augmente  $t_0$  par un pas, préalablement choisi. L'algorithme de synthèse des tolérances est ainsi conçu comme suit :

**Entrées :** Tolérance de l'élément à usiner ( $T_{\text{élément à usiner}}$ ), Choix de la contrainte GD&T (Position, orientation...), coordonnées nominales des localisateurs ( $P_i$ ), Coordonnées nominales de l'élément à usiner ( $F_i$ ), pourcentage de conformité recherché ( $CL$ ), Nombre de Monte-Carlo ( $MC$ )

**Sorties :** Valeurs des tolérances optimisées pour les localisateurs

Initialiser  $t_0$

Calculer la matrice de localisation  $J$

**Tant que** VRAI

$$t_0 = t_0 + pas$$

Calculer  $S_{i,j}$

Calculer  $t_{i,j}$

Calculer l'ensemble des tolérances pour les 6 localisateurs  $t_i = \min\{t_{i,j}\}$

**Pour**  $i$  de 1 à  $MC$

Calculer : Taux de conformité

**Si** : Taux de conformité  $< CL \times MC$

**Alors** : ARRÊTER

Il est très important de rappeler que les tolérances qui seront générées sont déjà fonction de la **disposition nominale** du gabarit. Il faut donc commencer par choisir la meilleure disposition qui est celle qui minimise les erreurs de localisation.

## 2.7 Conclusion du Chapitre 2

Dans ce chapitre, un modèle basé sur le concept du TPD est développé pour évaluer statistiquement la conformité d'un élément à usiner sur un composant. Le modèle permet aussi d'évaluer la robustesse géométrique de la disposition nominale des éléments du gabarit (*Fixture Layout*). Ce modèle linéarise les effets des tolérances appliquées sur les localisateurs d'un gabarit, les tolérances sur les éléments du composant en contact avec le composant et les erreurs de la machine-outil. Aussi, l'expression des contraintes *GD&T* pour l'application de ce

modèle est traitée à travers un exemple et les procédures pour effectuer l'étude dans les deux sens (Analyse de conformité et synthèse des tolérances) sont présentés.

## CHAPITRE 3

### APPLICATION DU MODÈLE SUR DES CAS RÉELS

#### 3.1 Introduction

Dans le Chapitre 3, trois études de cas (une académique et deux industrielles) sont étudiées pour démontrer la portée et l'applicabilité de la méthode proposée. Le premier cas d'étude est un exemple simple à travers duquel on illustre l'application de la méthodologie proposée. Les deux autres sont fournis du partenaire industriel du projet. Les composants montés sur les gabarits ont été modifiés puisque ce sont des propriétés des clients de notre partenaire. Les simulations ont été faites par l'application *GUI* qui a été développée (Voir l'ANNEXE I).

#### 3.2 Étude de cas #1

Soit le composant dans la Figure 3.1. On suppose que le but à cette étape de fabrication est de percer un alésage (trou) dont les coordonnées des deux points extrêmes sont :  $F_1((0,0,1); (80,20,40))$  et  $F_2((0,0,1); (80,20,32))$ . Le composant est localisé et bridé par un gabarit d'usinage en utilisant la méthode de localisation 3-2-1.

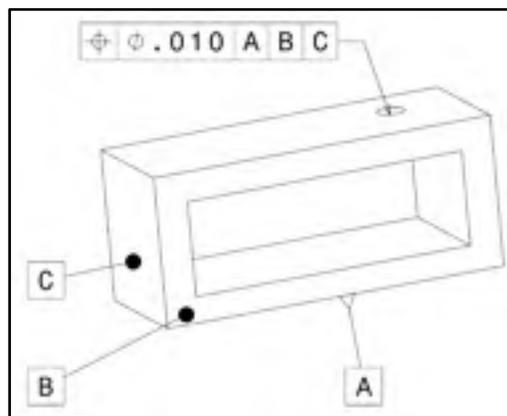


Figure 3.1 Modèle 3D du composant étudié – Étude de cas #1

On suppose que le concepteur décidera entre deux dispositions nominales possibles :  $D_1$  et  $D_2$  pour les localisateurs telles qu'illustrées dans la Figure 3.2. Les coordonnées des points de localisations sont mentionnées dans le Tableau 3-1.

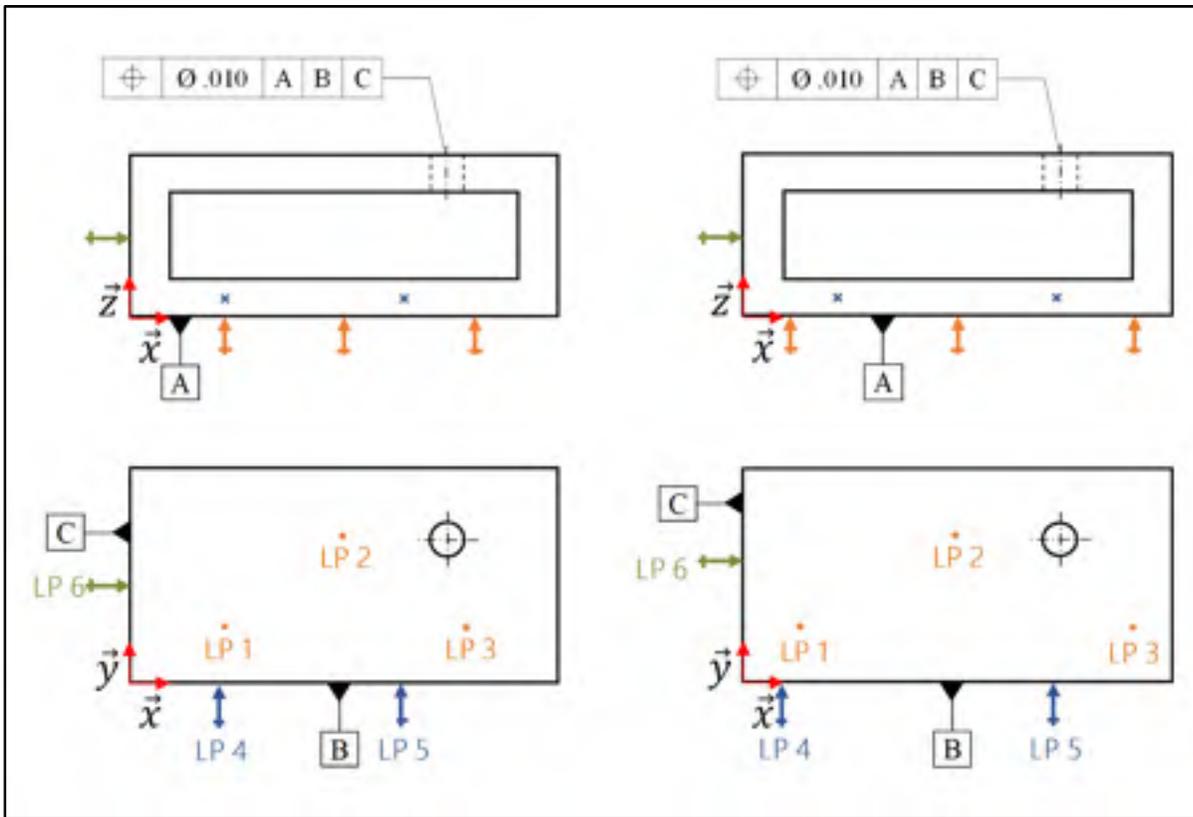


Figure 3.2 Disposition  $D_1$  à gauche – Disposition  $D_2$  à droite

Tableau 3-1 Coordonnées des localisateurs pour les deux dispositions

	$D_1$		$D_2$	
	$(n_x, n_y, n_z)$	$(x, y, z)$	$(n_x, n_y, n_z)$	$(x, y, z)$
$P_1$	(0, 0, 1)	(33, 15, 0)	(0, 0, 1)	(25, 10, 0)
$P_2$	(0, 0, 1)	(53, 30, 0)	(0, 0, 1)	(50, 30, 0)
$P_3$	(0, 0, 1)	(86, 15, 0)	(0, 0, 1)	(102, 10, 0)
$P_4$	(0, 1, 0)	(30, 0, 25)	(0, 1, 0)	(20, 0, 20)
$P_5$	(0, 1, 0)	(65, 0, 25)	(0, 1, 0)	(75, 0, 20)
$P_6$	(1, 0, 0)	(0, 20, 25)	(1, 0, 0)	(0, 30, 20)

### 3.2.1 Analyse de conformité

On suppose que les éléments de localisation  $P_1$  à  $P_6$  ont tous des tolérances de  $\pm .004''$ , les surfaces du composant qui sont en contact avec les localisateurs ont des tolérances de forme  $\leq .002''$  et les erreurs de translation et de rotation de la machine-outil sont telles que :  $\Delta_{rot} \sim N(0, \sigma_{rot} = .0001)$  et  $\Delta_{tra} \sim N(0, \sigma_{tra} = .001)$ .

En appliquant l'algorithme présenté au Tableau 2-1,  $10^4$  scénarios sont générés pour simuler l'effet combiné des trois sources d'erreurs sur la conformité de l'élément à usiner (alésage). La Figure 3.3 montre les résultats de cette simulation.

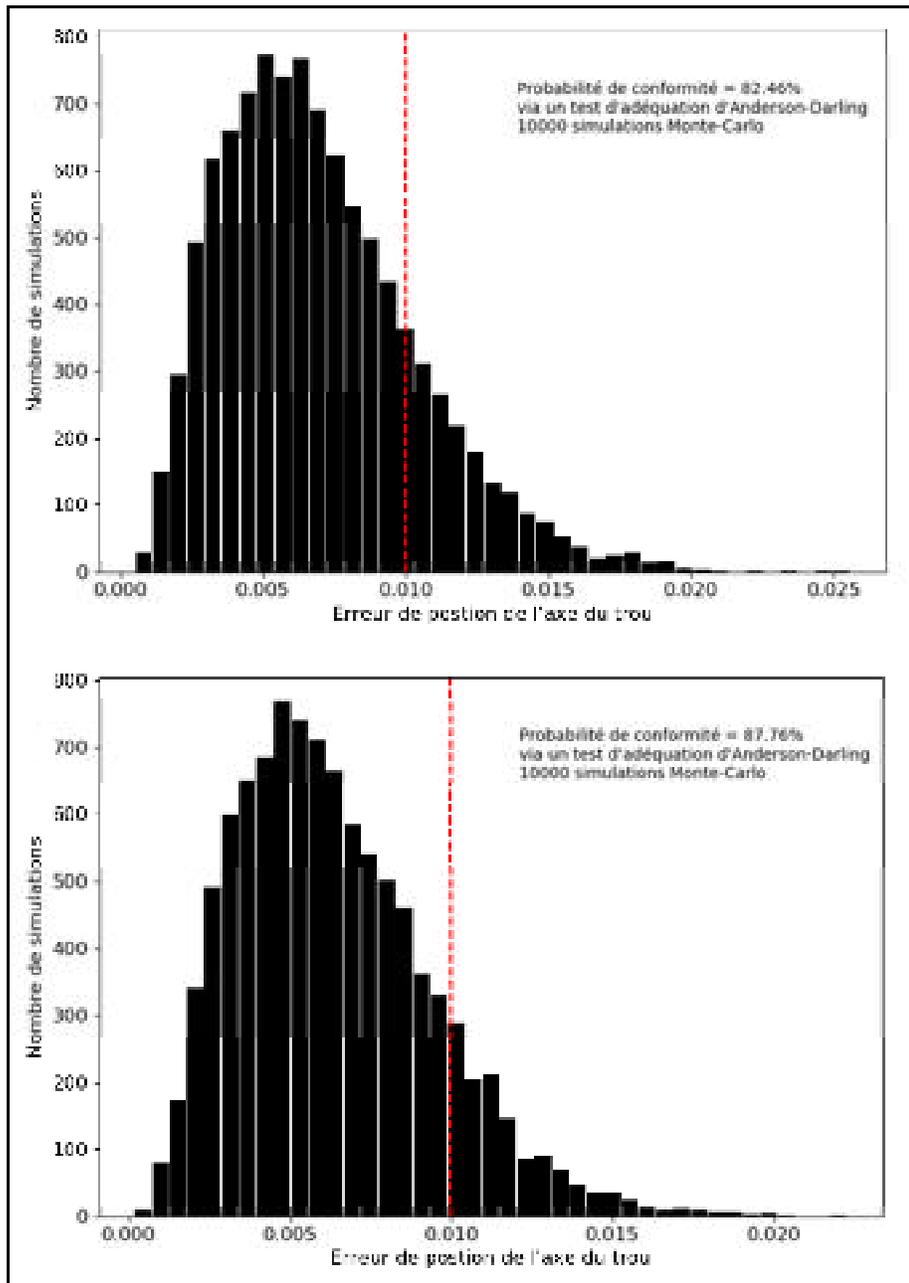


Figure 3.3 Résultats de l'analyse de conformité pour les deux dispositions:  $D_1$  en haut –  $D_2$  en bas

Dans le Tableau 3-2, on représente les effets individuels et combinés des tolérances assignées aux localisateurs ( $L$ ), des tolérances des éléments du composant qui sont en contact avec les

localisateurs ( $P$ ) et des erreurs de la machine-outil ( $M$ ) sur la conformité de l'élément tolérancé.

Tableau 3-2 Récapitulation des résultats de simulations

Influence	Probabilité de conformité avec $D_1$	Probabilité de conformité avec $D_2$
$L$	93,44	96,71
$P$	99,99	100
$M$	99,99	99,97
$L + P$	88,93	92,97
$L + M$	86,67	91,02
$P + M$	99,52	99,76
$L + P + M$	82,46	87,76

À partir des résultats de l'influence de ( $L$ ), on remarque que la disposition  $D_2$  assure une meilleure précision sur la position de l'alésage. En effet, le résultat est assez intuitif, les localisateurs sont plus espacés entre eux ce qui permet de réduire les effets de 'bras de levier' et donc une meilleure localisation du composant.

### 3.2.2 Synthèse des tolérances

En se basant sur les équations (2.31) et (2.32), on peut générer des tolérances optimisées (meilleure distribution) pour les localisateurs du gabarit utilisé. Dans le Tableau 3-3, la sensibilité  $S_{ij}$  de chaque localisateur est calculée suivant l'équation (2.31).

Tableau 3-3 Les sensibilités données à chaque localisateur

	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$
$n_x$	0	0	0	0	0	22.48%
$n_y$	0	0	0	4.58%	<b>24.85%</b>	0
$n_z$	16.25%	22.46%	9.2%	0	0	0

Ce qu'on peut interpréter de ce tableau est que la variation suivant  $n_y$  de  $P_5$  est la plus influente sur la position de l'axe du trou suivie de celle de  $P_6$  et  $P_2$ , ensuite  $P_1$ ,  $P_3$  et  $P_4$ .

Les tolérances sont ensuite synthétisées à un seuil de confiance de 95% en se basant sur l'équation (2.32) et en négligeant les effets des erreurs de la machine-outil ( $M$ ) ainsi que les erreurs de forme de la surface en contact avec le gabarit ( $P$ ) (on prend  $t_0 = 0.99$ ). Les résultats sont donnés au Tableau 3-4.

Tableau 3-4 Les tolérances générées pour chaque localisateur @95%

$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$	$t_6$
$\pm 0.0042''$	$\pm 0.0039''$	$\pm 0.0045''$	$\pm 0.0047''$	$\pm 0.0037''$	$\pm 0.0039''$

### 3.3 Étude de cas #2

On considère le composant illustré à la Figure 3.4. On suppose que quatre (4) trous (éléments : 1, 2, 3 et 5) sont percés dans une même opération d'usinage en ayant recours au gabarit de perçage illustré à la Figure 3.5. La localisation du composant est faite par les éléments  $LP1$  à  $LP6$ . Le référentiel (*Datum*)  $A$  du composant n'est pas illustré sur la Figure 3.4 et il est simulé par trois points cibles  $A1$ ,  $A2$  et  $A3$  sur la face inférieure. On note aussi que les référentiels (*Datums*)  $B$  et  $C$  sont à usiner dans cette opération et que les éléments 4 et 6 sont déjà finis dans une opération antérieure.

### 3.3.1 Synthèse des tolérances

Le système d'équations qui régit le problème de synthèse de tolérances est donc le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Feature 1: Orientation axe } \textit{erreur} \leq .002 \\ \text{Feature 2: Orientation axe } \textit{erreur} \leq .002 \\ \text{Feature 3: Orientation axe } \textit{erreur} \leq .002 \\ \text{Feature 4: Type1} \textit{erreur} \leq .010 \\ \text{Feature 5: Orientation axe } \textit{erreur} \leq .002 \\ \text{Feature 6: Type1} \textit{erreur} \leq .020 \end{array} \right. \quad (3.1)$$

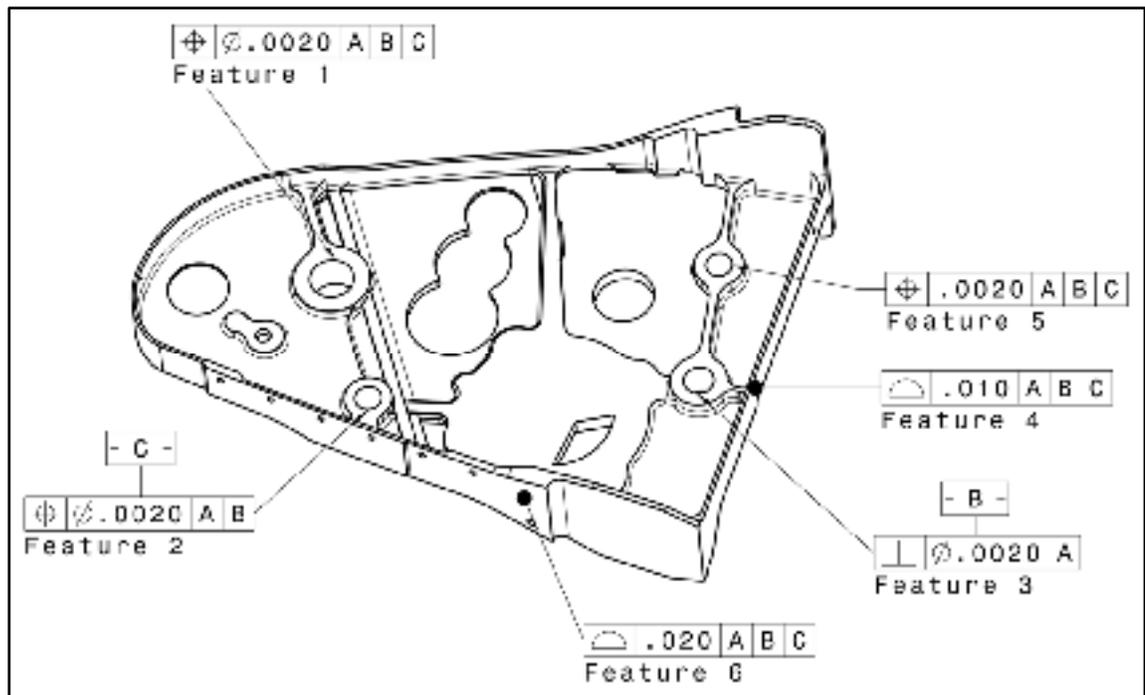


Figure 3.4 Modèle 3D du composant de l'étude de cas #2

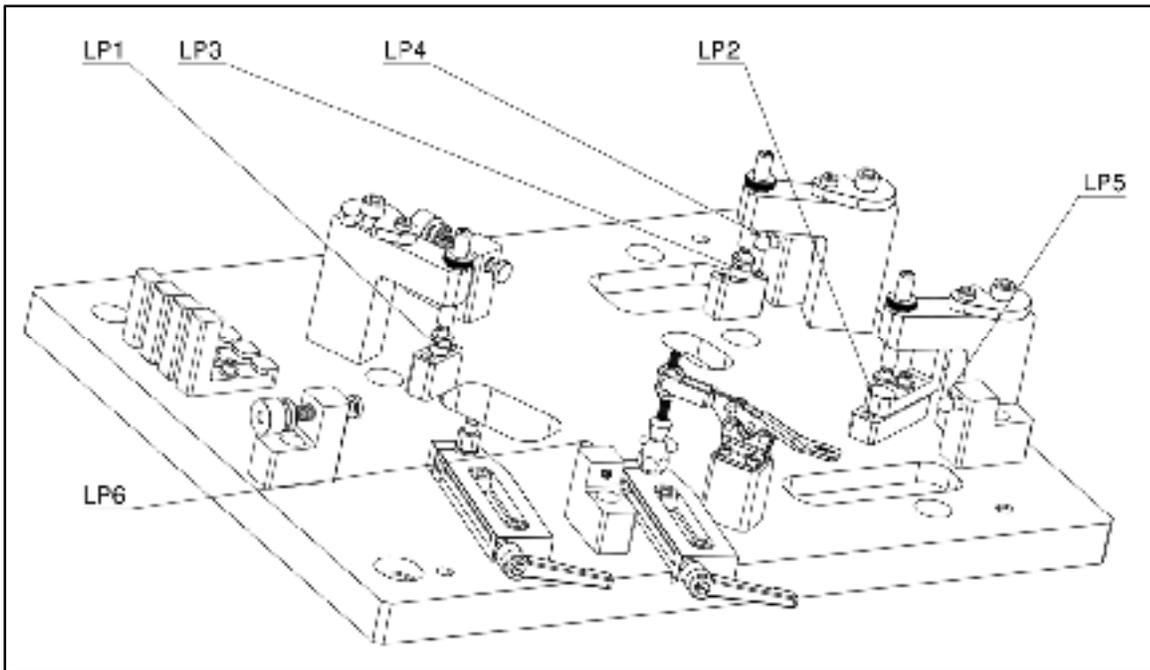


Figure 3.5 Gabarit d'usinage utilisé pour le cas #2

La synthèse des tolérances est réalisée à un seuil de confiance choisi a priori égal à 99%. L'utilisateur peut toujours modifier ce seuil et choisir un autre qui sera différent, dépendamment des valeurs des tolérances obtenues et le risque acceptable. Les résultats de la synthèse des tolérances sont indiqués dans le Tableau 3-5.

Tableau 3-5 Les tolérances générées pour chaque localisateur @99%

	$Tol_i F_1$	$Tol_i F_2$	$Tol_i F_3$	$Tol_i F_4$	$Tol_i F_5$	$Tol_i F_6$	$Min(Tol_i)$
LP 1	$\pm.009$	$\pm.010$	$\pm.011$	$\pm.008$	$\pm.008$	$\pm.009$	$\pm.008$
LP 2	$\pm.007$	$\pm.008$	$\pm.008$	$\pm.008$	$\pm.006$	$\pm.009$	$\pm.006$
LP 3	$\pm.008$	$\pm.009$	$\pm.009$	$\pm.008$	$\pm.007$	$\pm.009$	$\pm.007$
LP 4	<i>N/A</i> <sup>1</sup>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	$\pm.005$	<i>N/A</i>	$\pm.007$	$\pm.005$
LP 5	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	$\pm.004$	<i>N/A</i>	$\pm.007$	$\pm.004$
LP 6	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	$\pm.009$	<i>N/A</i>	$\pm.008$	$\pm.008$

Les valeurs mentionnées dans le tableau à la dernière colonne  $Min(Tol_i)$  sont ‘les variations maximales’ à distribuer sur les composants intervenants dans la chaîne de cotes de chaque localisateur. Par exemple, si considérant que le tolérancement de LP2 est fait de telle sorte que l’assemblage des composants du bloc (LP2) est de type mécano, la chaîne de cotes correspondante est illustrée dans la Figure 3.6 et les tolérances sont assignées comme telles que dans l’équation (3.2). À noter que les défauts de forme sont négligés dans la distribution des tolérances.

$$Tol_2 = \pm.006 = \sum_{i=1}^3 p_i |t_i| ; p_i = \{-1 \text{ ou } 1\} \quad (3.2)$$

Pour le cas de LP4, LP5 et LP6, la localisation du bloc avec la base du gabarit est réalisée à l’aide de deux piges (*pins*) qui sont montés avec serrage avec le bloc et avec jeu avec la base (Figure 3.7). La variation du point de contact entre le composant et le gabarit qui est le point sur le contact sphérique est calculé pour LP4 par exemple, comme suit:

$$Tol_4 = \pm.005 = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 \quad (3.3)$$

---

<sup>1</sup> *N/A*: La variation dimensionnelle du LP4 n’a pas d’influence sur la tolérance de  $F_1$

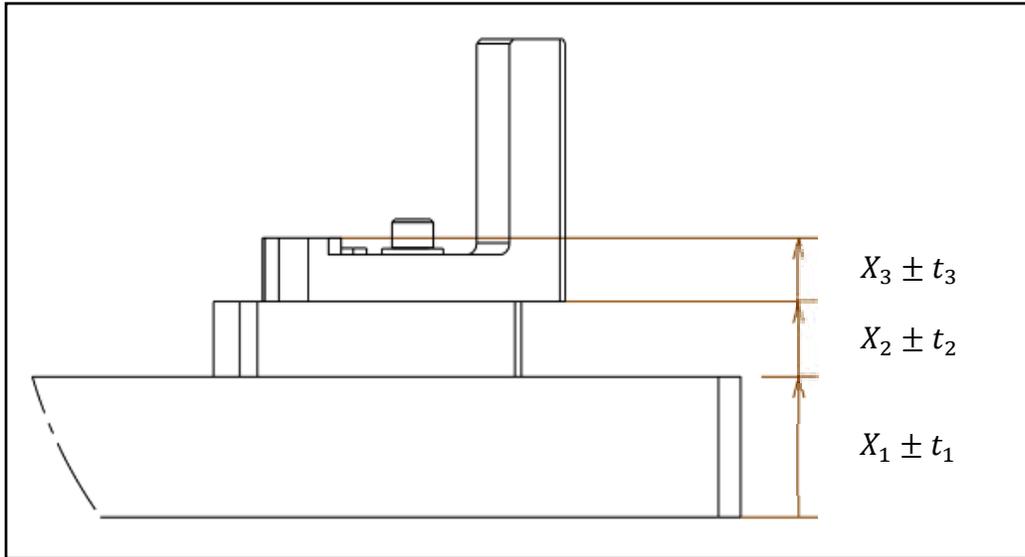


Figure 3.6 Distribution des tolérances pour LP2

Avec  $t_1$  qui est le jeu diamétral restant lors de de l'assemblage du bloc avec la base du gabarit,  $t_2$  est la tolérance de position des trous recevant les pins sur la base,  $t_3$  est la moitié de la tolérance de profil sur la face du bloc recevant la boule sphérique et  $t_4$  est la tolérance dimensionnelle de la boule sphérique (Figure 3.7).

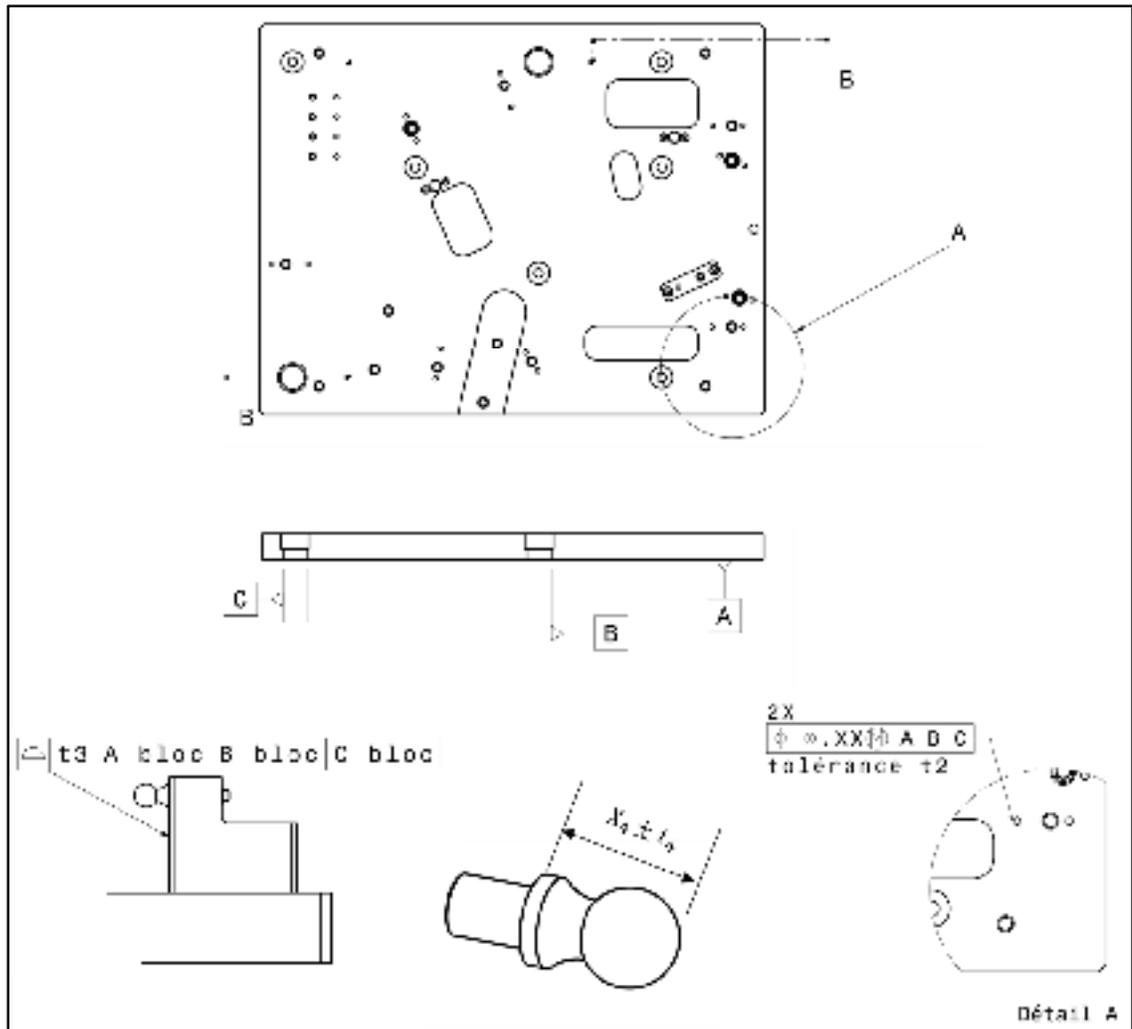


Figure 3.7 Distribution des tolérances pour LP4

### 3.3.2 Discussion des résultats pour le cas #2

Si on choisit d'alléger encore les tolérances pour les composants formant le sous-assemblage intervenant dans le requis pour LP2 (LP1 et LP3 aussi), on peut prévoir un usinage des trois (3) surfaces qui viennent en contact avec le composant lorsque le gabarit est monté sur la machine-outil en assurant une précision de  $\pm.006$  pour les trois localisateurs LP1, LP2 et LP3. C'est la méthode optée par notre partenaire mais la précision d'usinage choisie est de  $\pm.001''$  telle que montrée dans la Figure 3.8.

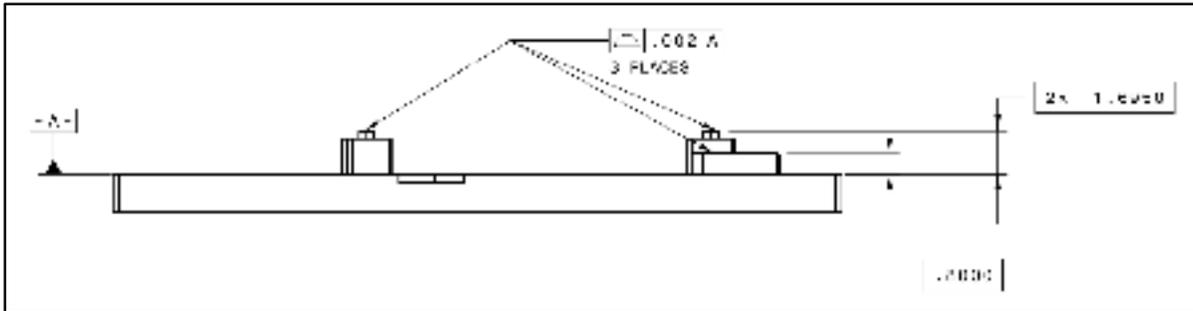


Figure 3.8 Solution optée par le partenaire : usinage des 3 surfaces de localisation à  $\pm .001''$

Pour le cas de LP4, LP5 et LP6, l'usinage des surfaces en contact avec le composant n'est pas possible. Notre partenaire opte alors à inspecter les variations des points des contacts (sur les têtes sphériques) à un niveau de précision de  $\pm .002''$  par rapport à l'origine du système de coordonnées de la machine-outil tel qu'illustré dans la Figure 3.9.

Si les variations sont plus que celles qui sont admissibles, l'opérateur doit aller recalibrer les sous assemblages (LP4 à LP5) et l'inspection sera faite de nouveau.

Avec la méthode développée dans ce travail, on suggère d'assigner les tolérances telles que dans la Figure 3.7 (assemblage mécano) et aller ensuite faire l'inspection à  $\pm .005''$  pour LP4, à  $\pm .004''$  pour LP5 et à  $\pm .008$  pour LP6.

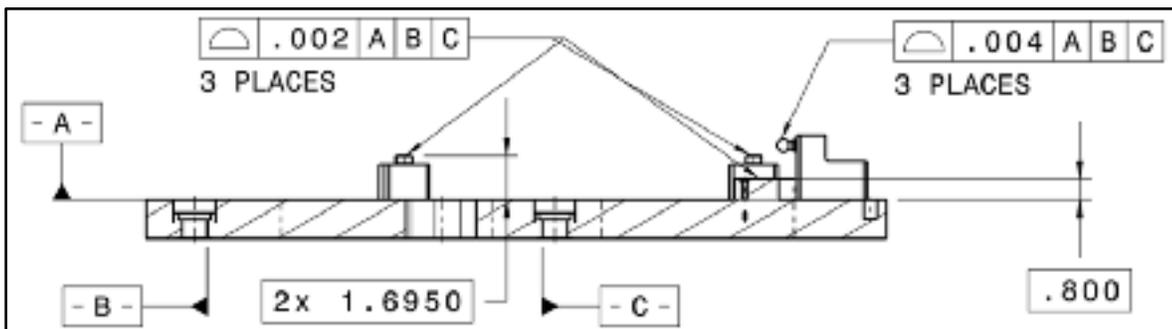


Figure 3.9 Solution optée par le partenaire : Inspection des variations de LP4, LP5 et LP6 à  $\pm .002''$

### 3.4 Étude de cas #3

Soit le composant dans la Figure 3.11. On suppose de percer cinq (5) trous (*Datums C, D et E*) dans une même opération d'usinage en ayant recours au gabarit de perçage illustré dans la Figure 3.10. La localisation du composant est réalisée par la méthode classique : Plan et 2 pignes de localisation (*pins*). Le plan bloque 3 degrés de liberté et donc simulé par LP1, LP2 et LP3, le pin rond en bloque 2 autres et donc simulé par LP4 et LP5 et le pin diamant bloque le dernier degré de liberté et donc simulé par LP6. Les directions normales pour les points de localisation doivent être choisies telles que mentionnées sur la Figure 3.11.

Le référentiel (*Datum*) A du composant n'est pas illustré et il est simulé par trois cibles A1, A2 et A3 sur sa face inférieure courbée. Le référentiel (*Datum*) B qui est un plan médian est simulé par quatre cibles B1, B2 et B3 et B4. Seulement le référentiel A est disponible avant l'opération d'usinage du reste des éléments.

#### 3.4.1 Synthèse des tolérances

Le système d'équations qui régit le problème de synthèse de tolérances est donc le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Datum C(trou1): Orientation axe erreur} \leq .003 \\ \text{Datum C (trou2): Orientation axe erreur} \leq .003 \\ \text{Datum D(trou1): Orientation axe erreur} \leq .003 \\ \text{DatumD(trou2): Orientation axe erreur} \leq .003 \\ \text{Datum E : Orientation axe erreur} \leq .010 \end{array} \right. \quad (3.4)$$

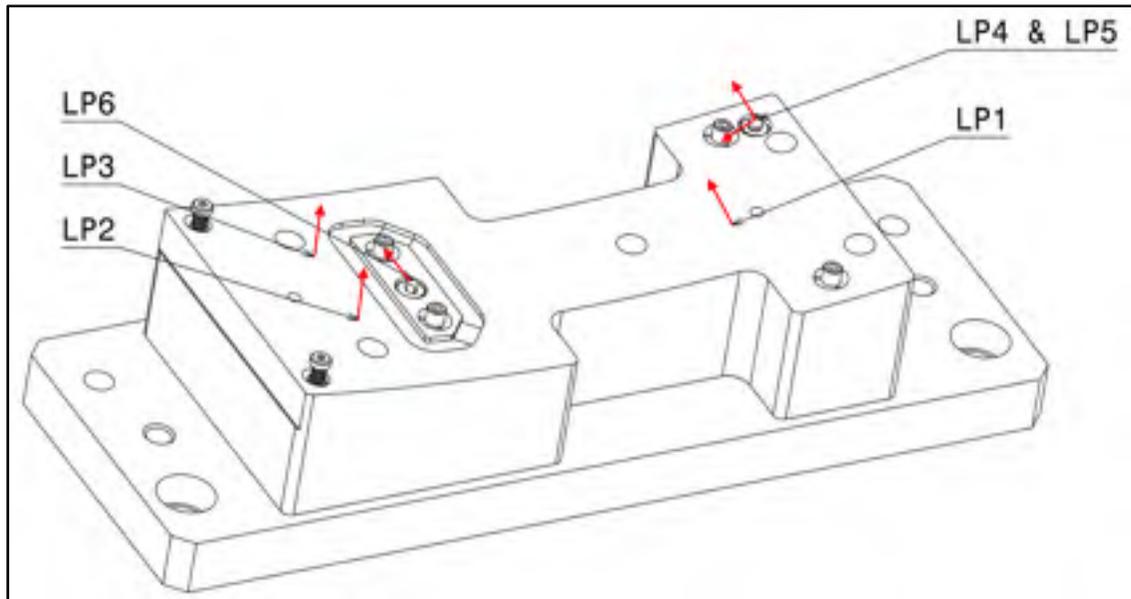


Figure 3.10 Localisation du composant du cas #3

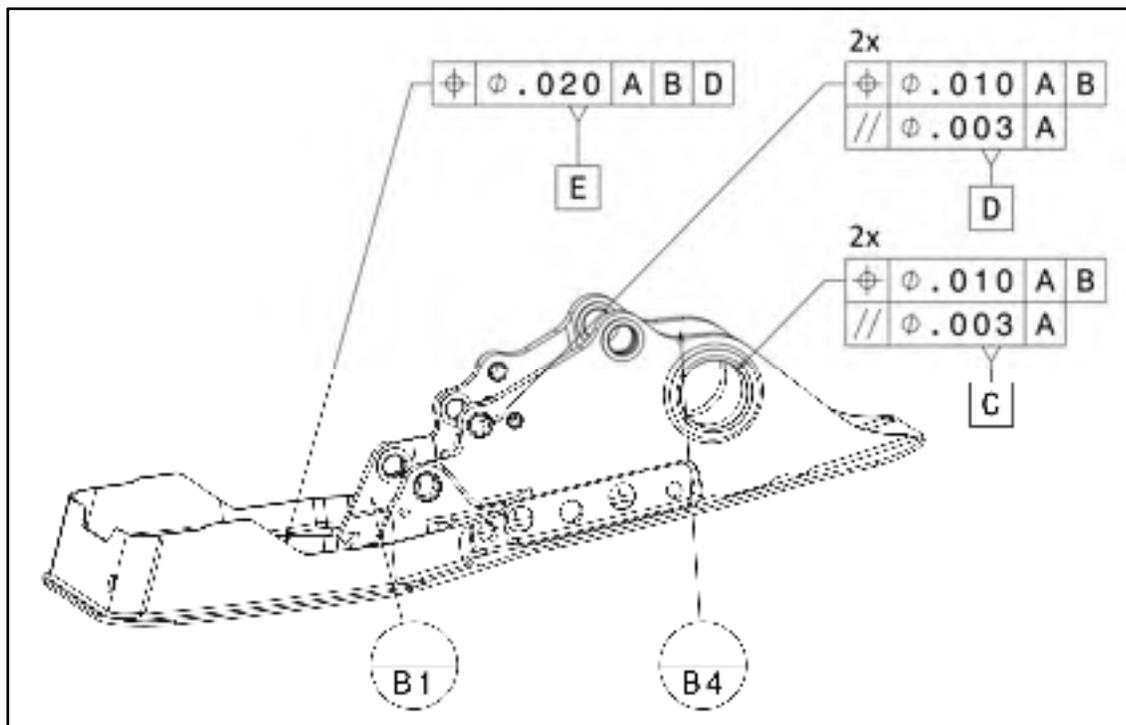


Figure 3.11 Modèle 3D du composant du cas #3

La synthèse des tolérances est réalisée à un seuil de confiance choisi à 95%. Les résultats de la synthèse des tolérances sont indiqués dans le Tableau 3-6.

Tableau 3-6 Les tolérances générées @95%

	<i>C (trou 1)</i>	<i>C (trou 2)</i>	<i>D (trou 1)</i>	<i>D (trou 2)</i>	<i>E</i>	<i>Min(Tol<sub>i</sub>)</i>
LP 1	±.010	±.010	±.013	±.016	±.45	±.010
LP 2	±.011	±.011	±.015	±.019	±.47	±.011
LP 3	±.011	±.012	±.015	±.019	±.47	±.011
LP 4	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>
LP 5	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>
LP 6	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>	<i>N/A</i>

Ainsi, la surface courbée du gabarit devrait avoir une tolérance de profil de valeur  $t_1 = \min(\text{Tol LP1}, \text{Tol LP2}, \text{Tol LP3}) = \pm.010''$  telle qu'illustrée à la Figure 3.12.

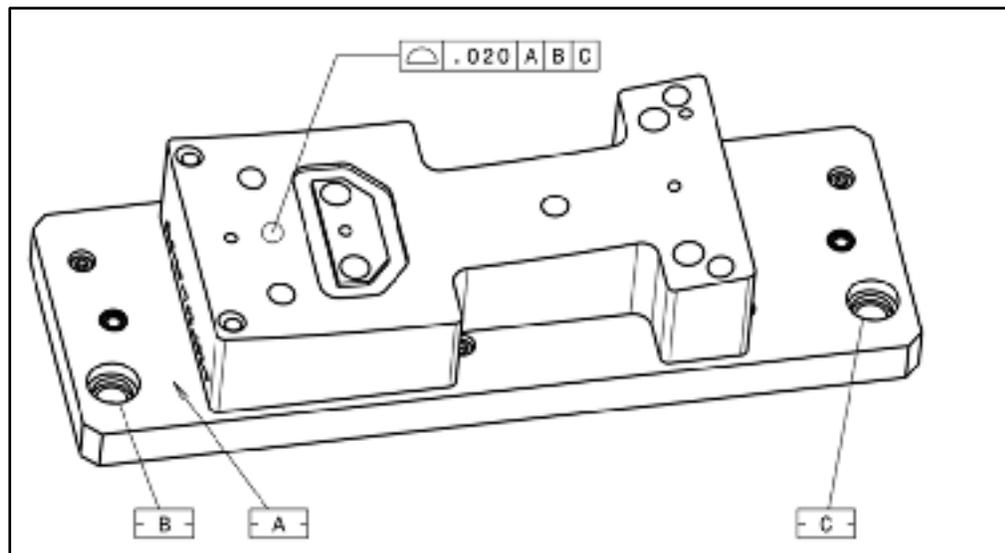


Figure 3.12 Tolérance de profil assignée à la surface courbée du gabarit par rapport au référentiel de la machine-outil

### 3.4.2 Discussion des résultats pour le cas #3

La meilleure façon de respecter les résultats donnés dans le Tableau 3-6 est l'usinage du profil directement lorsque le gabarit est monté sur la table de la machine-outil à une précision égale à la tolérance de profil donnée par la Figure 3.12.

Notre partenaire a prévu une tolérance de profil de valeur égale à  $.002''$ , soit  $\pm.001''$ . Alors qu'avec notre méthode, on suggère d'alléger cette valeur et d'allouer  $.020''$ , soit  $\pm.010''$  de variation possible.

## CONCLUSION

L'objectif du départ de ce travail était de développer un outil d'aide à la décision pour le concepteur d'un gabarit d'usinage afin d'y optimiser l'allocation des tolérances. Nous estimons que nous avons répondu au cahier de charges tel que défini au début de notre projet.

En effet, le modèle élaboré permet d'estimer la conformité finale, dans un sens statistique (ou pas), d'un élément géométrique (*Feature*) à usiner sur un composant tout en tenant compte de trois (3) erreurs, soient : *i*) les tolérances assignées aux localisateurs du gabarit d'usinage, *ii*) les tolérances de l'élément géométrique du composant en contact avec les localisateurs et *iii*) les erreurs inhérentes (translation et rotation) de l'outil.

Le modèle proposé permet de réaliser l'étude dans les deux sens : le sens d'*analyse de conformité* (simuler la résultante sachant les entrants) et le sens de *synthèse de tolérances*. Le premier sens prend en considération les 3 sources d'erreurs mentionnées ci-haut, et permet de quantifier leurs influences, combinées ou individuelles, sur la conformité de l'élément qui sera usiné. Le deuxième sens permet de générer des valeurs optimisées pour les variations permises (tolérances) des points de localisation et qui permettront de garantir (dans un sens probabiliste) le respect du requis final sur les éléments à usiner et ce, selon un seuil de confiance prédéfini par l'utilisateur. Les valeurs générées sont ainsi les allocations de variations de chaque point de localisation par rapport au référentiel de la machine-outil. Ces allocations sont, *i*) soit à distribuer sur les intervenants dans la chaîne des cotes de chaque point de fixation (dans le cas où l'assemblage est de type mécano et aucune opération d'usinage postérieure n'est à faire), *ii*) soit à utiliser comme une limite permise pour la précision d'usinage de la surface considérée par rapport au zéro de la machine-outil.

Le modèle proposé permet au concepteur, en plus des deux points cités ci-haut, de décider entre différentes dispositions nominales des éléments d'un gabarit d'usinage et évaluer ainsi la robustesse de sa conception en termes de minimisation des erreurs de localisation.

Deux points essentiels doivent être considérés lors de l'établissement des contraintes pour le problème d'optimisation de la synthèse des tolérances : *i)* Considérer seulement les tolérances d'orientation, de localisation et de profil (lorsque la tolérance est géo référencée à un référentiel (*Datum*)) qui sont les seules familles des tolérances influencées par les erreurs de localisation et, *ii)* Voir si les références, par rapport auxquelles les éléments sont tolérancés, sont déjà usinées ou pas.

Le modèle est applicable quelle que soit l'opération d'usinage (perçage, fraisage, etc.) et le contrôle des déviations des éléments à usiner sur un composant est fait selon les recommandations de la norme ASME Y.14.5.1M (ASME, 1994).

## RECOMMANDATIONS

Les contraintes temporelles et académiques nous obligent à mettre un terme à notre projet. Nous estimons qu'il reste encore des pistes d'amélioration pour l'outil aide à la décision. Nous formulons ici quelques recommandations dictées par notre expérience et surtout par la portée des hypothèses qui ont été retenues au début du projet.

1) En effet, le modèle proposé dans cette étude suppose que le composant à usiner est parfaitement rigide (déformation nulle). Cependant, cette hypothèse n'est pas toujours vraie. Une analyse plus approfondie qui tient compte de l'effet de flexibilité du composant est donc recommandée. À priori, on peut dire que l'effet de flexibilité peut jouer un rôle favorable pour la conformité de la pièce dans certains cas. D'ailleurs, d'un point de vue industriel, il est souvent permis à l'inspecteur d'utiliser une certaine force pour conformer les éléments tolérancés. Par exemple, une spécification courante permet d'appliquer une force de  $x \text{ N/m}^2$ . Cette méthode est fréquemment employée avec les composants usinés de grandes dimensions dont le relâchement des contraintes (stress) résiduelles après usinage est responsable d'une déviation de sa forme nominale. Mis à part cette pratique courante, on note aussi que plusieurs travaux ont étudié l'effet de la flexibilité de la pièce. Les modèles proposés par (Kaya, 2006), (Krishnakumar & Melkote, 2000) étudient l'influence des efforts de bridage et d'usinage pour générer une disposition nominale optimale des éléments du gabarit afin de minimiser la déformation de la pièce et augmenter sa stabilité lors de l'usinage. Aussi, (Rai & Xirouchakis, 2008) ont élaboré un modèle qui étudie l'influence des paramètres d'usinage, du séquençement des opérations, des efforts d'usinage et du stress résiduel interne initial déjà présent dans le composant brut (avant usinage) sur la déformation du composant usiné. Cependant, une nouvelle approche pour la conception des gabarits d'usinage a apparu récemment : c'est 'les gabarits intelligents/asservis/adaptatifs'. Cette solution se base sur la surveillance, l'inspection et la compensation de la déformation au cours de l'usinage du composant. On recommande fortement de s'investir dans la recherche dans cette piste. Les travaux de (Möhring & Wiederkehr, 2016), (Yingguang Li et al., 2015) et (Hao et al., 2018) constituent sans doute un bon point de départ.

2) En ce qui concerne les défauts de forme, ils ont été pris partiellement en considération dans cette étude. En effet, pour simuler l'effet de la tolérance de forme d'une surface du composant qui vient en contact avec un localisateur du gabarit, on a considéré que cette variation suit une loi normale de moyenne  $\mu = 0$  et d'écart type  $\sigma$  égal à un tiers (1/3) de la tolérance de forme. Quant aux tolérances de forme des éléments du gabarit d'usinage, elles ont été négligées dans cette étude. On recommande donc d'investiguer sur la possibilité d'intégration du modèle de peau *SMS* (*Skin Model Shape*) qui viendra pour remédier à cet inconvénient et être ainsi totalement conforme avec les spécifications géométriques des produits. Le modèle *SMS* a été introduit et traité principalement dans (Schleich, Walter, Wartzack, Anwer, & Mathieu, 2012) et dans (Schleich, Anwer, Mathieu, & Wartzack, 2014). Avec ce modèle, il est possible de vérifier si les *SMS* générés se trouvent dans une zone de tolérance calculée ou pas. Aussi, les formes générées peuvent être assemblées virtuellement et les requis fonctionnels peuvent être ainsi montrés et analysés.

3) Pour estimer les variations inhérentes (erreurs de translation et de rotation) de la machine-outil (incluant la broche et le support-outil), l'approche exige un suivi régulier et des prises de mesure périodiques dans différentes conditions afin de collecter suffisamment de données qui permettront une bonne estimation statistique de ces paramètres. Aussi, en fonction des degrés de liberté permises par la machine-outil (3, 4 ou 5 axes), il est recommandé d'adapter le modèle proposé selon le type de la machine CNC. Les modèles géométriques, basés sur les matrices de transformation homogènes, proposés dans (B. Wu et al., 2018) pour une machine à 3 axes et dans (Xiang et al., 2019) pour une machine à 5 axes peuvent être un bon point de départ.

4) Aussi, dans le sens statistique de l'analyse des tolérances, on a considéré que les variations dimensionnelles et géométriques suivent des lois normales centrées sur la valeur moyenne (cible = valeur nominale) de la tolérance. Ainsi, l'utilisation des distributions statistiques réelles des différentes variables augmentera la précision du modèle développé. L'ajout des effets de corrélations entre plusieurs variables d'un même composant sera aussi très utile pour assurer une meilleure robustesse du modèle proposé.

5) Dernier point, mais non des moindres, on recommande d'examiner la possibilité de compenser les erreurs de localisation (du gabarit et qui seront identifiés suite à une opération d'inspection) par une transformation du code CNC. En effet, certaines machines à commande numérique permettent de générer à partir du code d'usinage 'nominal' des codes transformés (qui compensent les erreurs de localisation) en se basant sur les résultats d'inspection de la pièce qui est faite directement dans le référentiel de la machine en allant palper des *features*. Cependant, ceci est applicable lorsque les éléments palpés sont plutôt d'une faible complexité géométrique (Zhu, Ding, Ma, Yan, & Qin, 2013). Le calcul devient plus ardu lorsque les points palpés appartiennent à une surface de forme quelconque, chose qui est très fréquente dans l'industrie aéronautique.



## ANNEXE I

### INTERFACE GRAPHIQUE DÉVELOPPÉ

Tableau A Application *GUI* développée sous le langage *Python*



GD&T FIXTURES

Welcome to

GD&T ANALYSIS AND SYNTHESIS FOR MACHINING FIXTURES

This desktop application was developed in the context of the project CRIAQ MANU1707 TR14+ under the lead of ÉTS : École de technologie supérieure (Montreal, Quebec, Canada) and with the collaboration of ARCONIC (Laval, Quebec, Canada) and Pratt & Whitney Canada (Longueuil, Quebec, Canada)

Developed by: Mondher SOUILAH, M.Sc, ÉTS  
Contact info: mondher.souilah.1@ens.etsmtl.ca

Start

**Étape 1**

Entrée des coordonnées des points de localisation du gabarit



GD&T FIXTURES

Please enter the fixture coordinates

	Locating point 1	Locating point 2	Locating point 3	Locating point 4	Locating point 5	Locating point 6
X						
Y						
Z						

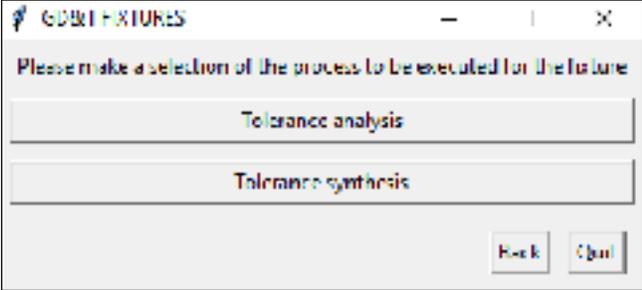
Please enter the coordinates of a locating point

X					
Y					
Z					

Next

**Étape 2**

Choix du processus à faire : Analyse ou synthèse des tolérances



GD&T FIXTURES

Please make a selection of the process to be executed for the fixture

Tolerance analysis

Tolerance synthesis

Back Next

**Étape 3-a**

Choix de la contrainte dans la synthèse des tolérances

**Étape 3-b**

Choix de la tolérance à analyser dans l'analyse des tolérances

**Étape 4-a**

Entrée des coordonnées de l'élément à contrôler, Valeur de la tolérance, Nombre de Monte-Carlo et le seuil de confiance.

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	x	y	z
Point 1						
Point 2						

### Étape 4-b

Entrée des coordonnées de l'élément à contrôler, Valeur de la tolérance, Nombre de Monte-Carlo le'sensemble des tolérances des points de localisation.

GD&T FEATURES

> Tolerance analysis selected  
> Orientation tolerance of a hole selected

Enter a number of Monte Carlo

Value of the hole orientation tolerance

Enter the coordinates of the two control points of the hole

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	x	y	z
Point 1						
Point 2						

Enter the values of the possible variations of the virtual locating points (VIPs) along their normal direction

VIP 1	VIP 2	VIP 3	VIP 4	VIP 5	VIP 6

Back Run

### Étape 5-a

Afficher les résultats de la synthèse

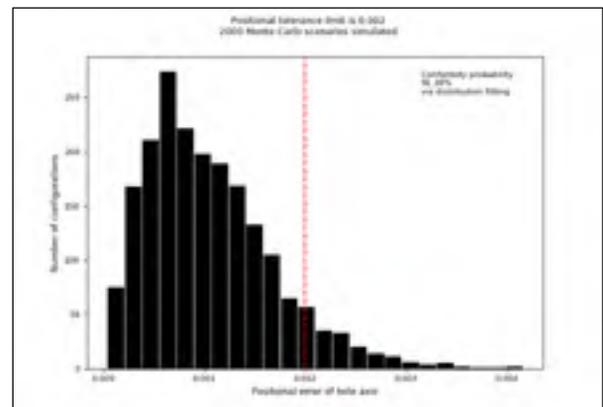
Results

The maximum allowed variations of the locating points along their normal directions are:

Locating point 1	0.0008
Locating point 2	0.00016
Locating point 3	0.00034
Locating point 4	0.001406
Locating point 5	0.00461
Locating point 6	0.00971

### Étape 5-b

Afficher les résultats de l'analyse





## LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abdulshahed, A. M., Longstaff, A. P., & Fletcher, S. (2015). The application of ANFIS prediction models for thermal error compensation on CNC machine tools. *Applied Soft Computing*, 27, 158-168.
- ASME. (1994). *Mathematical Definition of Dimensioning and Tolerancing Principles*. Norme ASME Y14.5.1.M. 345 East 47th Street, New York, USA: ASME.
- ASME. (2018). *Dimensioning and Tolerancing*. Norme ASME Y14.5. Two Park Avenue, New York, 10016, USA: ASME.
- Bender, A. (1962). Benderizing tolerances-a simple practical probability method of handling tolerances for limit-stack-ups. *Graphic Science*, 17.
- Bourdet, P. (1996). The concept of small displacement torsor in metrology. *Ser Adv Math Appl Sci*, 40, 110-122. Repéré à <https://ci.nii.ac.jp/naid/10029041529/en/>
- Bourdet, P., & Clément, A. (1976). Controlling a complex surface with a 3 axis measuring machine. *Annals of the CIRP*, 25(1), 359-361.
- Cai, W., Hu, S. J., & Yuan, J. (1997). A variational method of robust fixture configuration design for 3-D workpieces.
- Chase, K. W. (1999). *Tolerance allocation methods for designers* (99-6). Association for the Development of Computer-Aided Tolerancing Systems.
- Chase, K. W., & Greenwood, W. H. (1988). *Design issues in mechanical tolerance analysis* (87-5). Association for the Development of Computer-Aided Tolerancing Systems.
- Cheng, Y., Wang, Z., Chen, X., Li, Y., Li, H., Li, H., & Wang, H. (2019). Evaluation and Optimization of Task-oriented Measurement Uncertainty for Coordinate Measuring Machines Based on Geometrical Product Specifications. *Applied Sciences*, 9(1), 6.
- Choudhuri, S., & De Meter, E. (1999). Tolerance analysis of machining fixture locators. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 121(2), 273-281.
- Crofts, J. (1958). Assembly tolerance problem. *Engineer*, 206, 918-922.
- Edel, D. H. (1964). Determine the least cost combination for tolerance accumulations in a drive shaft seal assembly. *Gen Motors Eng J*, 37-38.
- Ehrlich, B. H. (2002). *Transactional six sigma and lean servicing: leveraging manufacturing concepts to achieve world-class service*. CRC Press.

- Feng, C. X. J., Saal, A. L., Salsbury, J. G., Ness, A. R., & Lin, G. C. (2007). Design and analysis of experiments in CMM measurement uncertainty study. *Precision Engineering*, 31(2), 94-101.
- Fischer, B. R. (2011). *Mechanical tolerance stackup and analysis*. CRC Press.
- Fu, H., Cheng, Y., Wang, Z., Li, H., Chen, X., & Lyu, J. (2019). Misjudgement probability estimation of product inspection based on uncertainty. *The Journal of Engineering*.
- Gladman, C. (1980). Applying probability in tolerance technology. *Transactions of the Institution of Engineers, Australia.*, (2), 82-88.
- Graves, S. B., & Bisgaard, S. (2001). Five ways statistical tolerancing can fail, and what to do about them. *Quality engineering*, 13(1), 73-82.
- Hao, X., Li, Y., Chen, G., & Liu, C. (2018). 6+X locating principle based on dynamic mass centers of structural parts machined by responsive fixtures. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 125, 112-122. Repéré à <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695517301608?via%3Dihub>
- Hoffman, E. G. (1985). *Jig and fixture design* (2nd ed. éd.). Albany, N.Y.: Delmar.
- ISO. (2004). *Test conditions for numerically controlled turning machines and turning centres Part 8: Evaluation of thermal distortions*. Norme ISO 13041-8. ISO.
- ISO. (2007a). *Test code for machine tools Part 3: Determination of thermal effects*. Norme ISO 230-3. ISO.
- ISO. (2007b). *Test conditions for machining centres Part 10: Evaluation of thermal distortions*. Norme ISO 10791-10. ISO.
- ISO. (2011). *Spécification géométrique des produits (GPS)-Principes fondamentaux-Concepts, principes et règles*. Norme ISO 8015. ISO.
- ISO. (2017). *Spécification géométrique des produits (GPS)-Tolérancement géométrique-Tolérancement de forme, orientation, position et battement*. Norme ISO 1101. ISO.
- Jiang, K., Zhou, X., Li, M., & Kong, X. (2013). A multi-objective optimization and decision algorithm for locator layout continuous searching in checking fixture design. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 67(1-4), 357-366.
- Kang, Y., Rong, Y., & Yang, J. A. (2003). Geometric and Kinetic Model Based Computer-Aided Fixture Design Verification. *Journal of Computing and Information*

- Science in Engineering*, 3(3), 187-199. doi: 10.1115/1.1607352. Repéré à <https://doi.org/10.1115/1.1607352>
- Kang, Y., Rong, Y., & Yang, J. C. (2002). Computer-Aided Fixture Design Verification: Part II — Tolerance Analysis. Dans *ASME 2002 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* (Vol. Volume 2: 28th Design Automation Conference, pp. 1031-1036). doi: 10.1115/detc2002/dac-34145. Repéré à <https://doi.org/10.1115/DETC2002/DAC-34145>
- Kaya, N. (2006). Machining fixture locating and clamping position optimization using genetic algorithms. *Computers in Industry*, 57(2), 112-120. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compind.2005.05.001>
- Krishnakumar, K., & Melkote, S. N. (2000). Machining fixture layout optimization using the genetic algorithm. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 40(4), 579-598. doi: [https://doi.org/10.1016/S0890-6955\(99\)00072-3](https://doi.org/10.1016/S0890-6955(99)00072-3)
- Lee, W.-J., & Woo, T. C. (1990). Tolerances: Their Analysis and Synthesis. *Journal of Engineering for Industry*, 112(2), 113-121. doi: 10.1115/1.2899553. Repéré à <http://dx.doi.org/10.1115/1.2899553>
- Lévesque, S. (2009). *Modélisation des variations dimensionnelles et géométriques d'une structure soudée dans le cas d'une structure d'autocar* (École de technologie supérieure).
- Li, Y., Liu, C., Hao, X., Gao, J. X., & Maropoulos, P. G. (2015). Responsive fixture design using dynamic product inspection and monitoring technologies for the precision machining of large-scale aerospace parts. *CIRP Annals*, 64(1), 173-176.
- Li, Y., Zhao, W., Lan, S., Ni, J., Wu, W., & Lu, B. (2015). A review on spindle thermal error compensation in machine tools. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 95, 20-38.
- Liu, Z., Wang, M. Y., Wang, K., & Mei, X. (2013). Multi-objective optimization design of a fixture layout considering locator displacement and force-deformation. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 67(5-8), 1267-1279.
- Mayr, J., Jedrzejewski, J., Uhlmann, E., Donmez, M. A., Knapp, W., Härtig, F., . . . Schmitt, R. (2012). Thermal issues in machine tools. *CIRP Annals*, 61(2), 771-791.
- Michael, W., & Siddall, J. (1981). The optimization problem with optimal tolerance assignment and full acceptance. *Journal of Mechanical Design*, 103(4), 842-848.

- Möhring, H.-C., & Wiederkehr, P. (2016). Intelligent Fixtures for High Performance Machining. *Procedia CIRP*, 46, 383-390. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procir.2016.04.042>
- Moroni, G., Petró, S., & Polini, W. (2014). Robust Design of Fixture Configuration. *Procedia CIRP*, 21, 189-194. doi: <https://doi.org/10.1016/j.procir.2014.03.120>
- Nee, A. Y. C., & Whybrew, K. (2012). *Advanced fixture design for FMS*. Springer Science & Business Media.
- Rai, J. K., & Xirouchakis, P. (2008). Finite element method based machining simulation environment for analyzing part errors induced during milling of thin-walled components. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48(6), 629-643. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2007.11.004>. Repéré à <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890695507002398>
- Rong, Y. K. (1999). *Computer-Aided Fixture Design: Manufacturing Engineering and Materials Processing Series/55*. CRC Press.
- Rong, Y. K., & Huang, S. (2005). *Advanced computer-aided fixture design*. Elsevier.
- Schleich, B., Anwer, N., Mathieu, L., & Wartzack, S. (2014). Skin model shapes: A new paradigm shift for geometric variations modelling in mechanical engineering. *Computer-Aided Design*, 50, 1-15.
- Schleich, B., Walter, M., Wartzack, S., Anwer, N., & Mathieu, L. (2012). A Comprehensive Framework for Skin Model Simulation. (44861), 567-576. doi: 10.1115/ESDA2012-82204. Repéré à <http://dx.doi.org/10.1115/ESDA2012-82204>
- Selvakumar, S., Arulshri, K., Padmanaban, K., & Sasikumar, K. (2013). Design and optimization of machining fixture layout using ANN and DOE. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 65(9-12), 1573-1586.
- Speckhart, F. H. (1972). Calculation of Tolerance Based on a Minimum Cost Approach. *Journal of Engineering for Industry*, 94(2), 447-453. doi: 10.1115/1.3428175. Repéré à <http://dx.doi.org/10.1115/1.3428175>
- Spotts, M. F. (1973). Allocation of Tolerances to Minimize Cost of Assembly. *Journal of Engineering for Industry*, 95(3), 762-764. doi: 10.1115/1.3438222. Repéré à <http://dx.doi.org/10.1115/1.3438222>
- Sutherland, G. H., & Roth, B. (1975). Mechanism Design: Accounting for Manufacturing Tolerances and Costs in Function Generating Problems. *Journal of Engineering for Industry*, 97(1), 283-286. doi: 10.1115/1.3438551. Repéré à <http://dx.doi.org/10.1115/1.3438551>

- Swamidass, P. M. (2000). *Encyclopedia of production and manufacturing management*. Springer Science & Business Media.
- Vasundara, M., & Padmanaban, K. (2014). Recent developments on machining fixture layout design, analysis, and optimization using finite element method and evolutionary techniques. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 70(1-4), 79-96.
- Wang, B., & Nee, A. (2011). Robust fixture layout with the multi-objective non-dominated ACO/GA approach. *CIRP Annals*, 60(1), 183-186.
- Wolff, E. R. (1961). Safe Tolerancing for Cumulative Dimensions. *Product Engineering*, 40-43.
- Wu, B., Yin, Y., Zhang, Y., & Luo, M. (2018). A new approach to geometric error modeling and compensation for a three-axis machine tool. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 1-8.
- Wu, Z., Elmaraghy, W., & Elmaraghy, H. (1988). Evaluation of cost-tolerance algorithms for design tolerance analysis and synthesis. *Manufacturing review*, 1(3), 168-179.
- Xiang, S., Deng, M., Li, H., Du, Z., & Yang, J. (2019). Volumetric error compensation model for five-axis machine tools considering effects of rotation tool center point. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 1-12.
- Yu Wang, M. (2002). Tolerance analysis for fixture layout design. *Assembly Automation*, 22(2), 153-162.
- Zhu, S. W., Ding, G. F., Ma, S. W., Yan, K. Y., & Qin, S. F. (2013). Workpiece locating error prediction and compensation in fixtures. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 67(5), 1423-1432. doi: 10.1007/s00170-012-4578-1



