ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE
M.Ing.

PAR
Djamel GUESSOUM

DÉVELOPPEMENT D'UN BANC D'ESSAI POUR LA VALIDATION D'UN ALGORITHME D'IDENTIFICATION DU MODÈLE DE FROTTEMENT DE MAXWELL GÉNÉRALISÉ

MONTRÉAL, LE 19 FÉVRIER 2010

© Djamel Guessoum, 2010

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Pascal Bigras, directeur de mémoire
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Karim Khayati, codirecteur de mémoire
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Saad Maarouf, président du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Guy Gauthier, membre du jury
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 12 FEVRIER 2010

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer mes remerciements à mon directeur de mémoire M. Pascal Bigras pour l'aide qu'il m'a apportée tout au long de ce travail ainsi que ses précieux conseils et sa disponibilité qui ont permis la bonne conduite de ce travail.

Je tiens à remercier les membres de jury qui ont accepté de juger cet humble travail que j'espère aura un impact réel sur la recherche future dans ce domaine, Ainsi que tout mes collègues au laboratoire CoRo de L'ÉTS.

Je dédie ce travail à la mémoire de mon cher père, à ma chère mère et à toute ma famille.

DÉVELOPPEMENT D'UN BANC D'ESSAI POUR LA VALIDATION D'UN ALGORITHME D'IDENTIFICATION DU MODÈLE DE FROTTEMENT DE MAXWELL GÉNÉRALISÉ

Djamel GUESSOUM

RÉSUMÉ

Le modèle de frottement dynamique GMS , proposé récemment (Vincent Lampaert 2003), décrit le frottement avec une plus grande précision que les autres modèles dynamiques. Il décrit tous les phénomènes physiques présents dans les deux phases du frottement à savoir le pré-glissement et le glissement. Ce modèle de complexité réduite peut être particulièrement utile pour compenser la force de frottement dans les systèmes de commande de position. Plusieurs études ont été faites pour identifier les paramètres de ce modèle. Mais dans la plupart d'entre elles, l'estimation des paramètres est appliquée hors ligne. Une étude récente sur une nouvelle formulation, dédiée à l'estimation non linéaire en ligne des paramètres du modèle GMS, a été réalisée au sein de notre laboratoire. Néanmoins, cette approche n'a pas été validée expérimentalement.

Le travail de ce mémoire consiste à valider cet estimateur à l'aide d'un banc d'essai constitué d'un moteur linéaire, d'un frottement ajouté et d'un capteur de force pour mesurer le frottement. D'abord, le modèle de frottement GMS ainsi que le nouvel algorithme d'identification en ligne sont présentés. Ensuite, tous les éléments du système expérimental sont modélisés, puis caractérisés par un ensemble d'essais expérimentaux. Cette caractérisation permet la conception d'une loi de commande linéarisante et l'étalonnage du groupe amplificateur, moteur, conditionneur et capteur de force. L'algorithme d'identification est finalement validé à partir des données obtenues du dispositif. Les résultats obtenus montrent le bon fonctionnement de l'estimateur, mais la convergence de l'algorithme est lente et l'ajustement des gains de l'estimateur est fastidieux.

Mots clés : Modèle GMS, Frottement, Identification, Validation.

DEVELOPMENT OF A TEST BED FOR THE VALIDATION OF AN IDENTIFICATION ALGORITHM OF THE GENERALIZED MAXWELL FRICTION MODEL

Djamel GUESSOUM

ABSTRACT

The dynamic GMS friction model proposed recently (Vincent Lampaert 2003) describes the friction with a higher precision than the other dynamic models. It describes all the physical phenomena present in the two phases of the friction namely the presliding and the sliding. This model with a reduced complexity might be very useful to compensate the friction force in the position control systems. Many studies were done to identify the parameters of this model. But most of them were done off-line. A recent study on a new formulation, dedicated to the on-line nonlinear estimation of the parameters of the GMS model, has been developed in our laboratory, but has not been validated experimentally.

This research work consists in validating this estimator by a test bed formed by a linear motor, an additional friction and a force sensor. First, the GMS friction model and the new on-line identification algorithm are presented. Then, all the system elements are modeled and characterized experimentally. This characterization allows the design of a linearizing control law and the calibration of the amplifier, the linear motor, the conditioner and the force sensor. Finally, the identification algorithm is validated by the obtained data from the test bench. The obtained results show a good performance of the estimator. But the convergence of the algorithm is slow and the adjustment of its gains remains difficult.

Keywords: GMS model, Friction, Identification, Validation

TABLE DES MATIÈRES

Page

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE 3

1.1 Introduction 3

1.2 Modèles de frottement 3

1.3 Les tribomètres 5

1.4 Identification des paramètres du modèle de frottement GMS 6

CHAPITRE 2 LES MODÈLES DE FROTTEMENT 8

2.1 Introduction 8

2.2 Le frottement 9

2.2.1 Le préglissement 9

2.2.2 Le glissement 10

2.2.3 Illustration des caractéristiques du frottement 11

2.3 Modèles de frottement statique 12

2.3.1 Frottement de Coulomb 12

2.3.2 Le frottement visqueux 13

2.3.3 Le frottement d'adhérence 14

2.3.4 Le frottement de Stribeck 15

2.4 Le modèle de glissement généralisé de Maxwell (ou GMS) 16

2.4.1 Introduction 16

2.4.2 Phase de pré-glissement 17

2.4.3 Phase de glissement 18

2.5 Conclusion 19

CHAPITRE 3 IDENTIFICATION DES PARAMÉTRES DU MODÈLE GMS 20

3.1 Algorithme d'estimation des paramètres du modèle GMS 20

3.1.1 Fondement de l'estimateur 20

3.1.2 Représentation d'états des deux phases du modèle GMS 21

3.2 Description du filtrage et de la commutation 24

3.2.1 La commutation 24
3.2.2 Le filtrage 27
3.2.3 Reconstruction de la force de frottement filtrée 29
3.3 Conclusion 33
CHAPITRE 4 VALIDATION DE L'ESTIMATEUR À L'AIDE D'UN BANC D'ESSAI 34
4.1 Introduction 34
4.2 Description du banc d'essai 34
4.2.1 Partie opérative 34
4.2.2 Partie commande 36
4.3 Modélisation du banc d'essai 39
4.3.1 Modèle idéal du système 39
4.3.2 Modèle du moteur linéaire et linéarisation de la force motrice 40
4.3.3 Modèle de l'ensemble capteur-conditionneur 51
4.4 Conception d'un contrôleur de position par placement de pôles 55
4.5 Mise en œuvre de l'algorithme d'identification 58
4.5.1 Introduction 58
4.5.2 Les données expérimentales 60
4.5.3 Première étape 61
4.5.4 Deuxième étape 63
4.6 Conclusion 71
CONCLUSION 73
ANNEXE I Schémas *Simulink* des différents blocs de l'estimateur 75
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES 77

LISTE DES TABLEAUX

Page

Tableau 4.1 Caractéristiques du banc d'essai 38

Tableau 4.2 Erreur MSE en fonction de la fréquence de la force appliquée sur le capteur 55

LISTE DES FIGURES

Page

Figure 2.1 Hystérésis avec mémoire non locale dans le régime de pré-glissement. 9

Figure 2.2 Force de frottement en fonction de la vitesse. 10

Figure 2.3 Force de frottement réel en fonction de la vitesse (sinusoïdale).....11

Figure 2.4 Masse en mouvement.....12

Figure 2.5 Modèle de Coulomb.....13

Figure 2.6 Modèle de frottement visqueux 14

Figure 2.7 Modèle du frottement d'adhérence. 14

Figure 2.8 Courbe de Stribeck.....15

Figure 2.9 Représentation du modèle GMS à N étages élémentaires. 17

Figure 2.10 Force de frottement en fonction de la vitesse avec le modèle GMS.....19

Figure 3.1 Commutation idéale *vs.* Commutation approximée.....27

Figure 3.2 Filtrage de la commutation. 28

Figure 3.3 La force de frottement F_f reconstruite pour le vecteur de régression. 32

Figure 3.4 La force de frottement F_f reconstruite à l'entrée de l'estimateur.....32

Figure 4.1 Le banc d'essai.....35

Figure 4.2 Dispositif de commande 37

Figure 4.3 Schéma fonctionnel du banc d'essai. 39

Figure 4.4 Modèle du moteur linéaire. 42

Figure 4.5 Dispositif pour la détermination du gain du moteur linéaire. 43

Figure 4.6 Gain du moteur dans le sens positif du mouvement. 44

Figure 4.7 Gain du moteur dans le sens inverse du mouvement. 45

Figure 4.8 Position (a) et accélération (b) pour la linéarisation de la force motrice. ..49

Figure 4.9 Masse du translateur 50

Figure 4.10 Force motrice mesurée (en pointillé) et force motrice estimée par le modèle (en ligne continue) pour une accélération $a = 0.8m/s^2$ 51

Figure 4.11 Calibrage de l'ensemble capteur-conditionneur 52

Figure 4.12 Gain de l'ensemble capteur-conditionneur 53

Figure 4.13 Validation dynamique de l'ensemble capteur-conditionneur. 54

Figure 4.14 Force désirée sinusoïdale *vs.* force mesurée $\omega=\pi rd/s$ 55

Figure 4.15 Schéma du contrôle de position. 56

Figure 4.16 Algorithme d'identification de la force de frottement à l'aide du modèle GMS. 59

Figure 4.17 Position désirée *vs.* Position mesurée (a) et vitesse (b). 61

Figure 4.18 Force de frottement mesurée en fonction de la vitesse du translateur. 62

Figure 4.19 Force de frottement mesurée par rapport à la position du translateur 63

Figure 4.20 Vitesse en m/s et Commutation. 66

Figure 4.21 Les paramètres θ_1, θ_2 et θ_3 67

Figure 4.22 Les paramètres θ_4, θ_5 68

Figure 4.23 Force de frottement estimée *vs.* Force de frottement mesurée 69

Figure 4.24 Force de frottement construite avec les paramètres estimés *vs.* Force de frottement mesurée 70

Figure 4.25 Erreur d'estimation entre le frottement estimé et le frottement mesuré. ... 71

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

GMS	Glissement généralisé de Maxwell
MSE	Erreur quadratique moyenne
m	Masse du translateur, Kg
M	Masse immobile, Kg
F_N	Force normale, N
x	Position, m
$\dot{x}$, v	Vitesse, m/s
$\dot{v}$	Accélération, m/s^2
u	Force motrice ou force d'excitation, N
F_c	Coefficient du frottement de Coulomb, N
F_v	Coefficient de frottement visqueux, Ns/m
F_s	Coefficient du frottement Statique, N
k_i	Rigidité d'un élément du modèle GMS, N/m
F_i	Force de frottement d'un élément du modèle GMS, N
k_1	Coefficient de rigidité des surfaces en contacts, N/m
F	Force de frottement, N
F_m	Approximation de la force de Stribeck
F_{rip}	Force d'ondulations, N
p	Poids de la masse étalonnée, N
$s(v)$	Courbe de Stribeck
α_i	Facteur de pondération
$sign$	La fonction signe
C	Facteur qui caractérise la variation dynamique autour de la courbe de Stribeck
$\boldsymbol{\psi}(y,v)$	Vecteur régresseur ($\boldsymbol{\psi}_d(y,v)$ en préglissement, $\boldsymbol{\psi}_s(y,v)$ en glissement)
$\boldsymbol{\psi}_F(y,v)$	Vecteur régresseur filtré

$\mathbf{S}(t)$	Vecteur régresseur ($\mathbf{S}_1(t)$ en préglissement, $\mathbf{S}_2(t)$ en glissement)
$\boldsymbol{\theta}$	Vecteur des paramètres
$\hat{\boldsymbol{\theta}}$	Vecteur des paramètres estimés
$\omega(t)$	Perturbations
ω_c	Fréquence de coupure, rad/s
$\psi_0(y,v)$	Fonction connue
K et $\boldsymbol{\Gamma}$	Gains de l'estimateur
θ_s	Coefficient de Stribeck, s^2/m^2
θ_{sn}	Coefficient de Stribeck normalisé, s^2/m^2
$Q(t)$	La fonction de commutation
$K(x)$	Gain du moteur linéaire, N/V
V	Tension de la commande du moteur linéaire, V
$V_0(x)$	Offset de la tension commande du moteur linéaire,V
$h(t)$	Réponse impulsionnelle du filtre de premier ordre
A_c, C_c	Matrice du modèle d'état du système
$\mathbf{W}_f$	Vecteur des mesures filtrées
G_c	Gain de l'ensemble capteur conditionneur, N/V
E	Tension à la sortie du conditionneur, V
ω	Fréquence, (rad/s)
K_p, K_v, K_i	Gains (proportionnel, dérivée et intégral) du contrôleur PID
λ	Solution de l'équation caractéristique du système
T_r	Temps de réponse, s

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

Temps

s	seconde
min	minute

Fréquence

hz	hertz
rad/s	radian par seconde

Tension électrique

v	volts

Longueur

m	mètre
mm	millimètre
μm	micromètre

Masse

kg	kilogramme
g	gramme

Force

N	newton

Accélération

m / s^2	mètre par seconde carré

Vitesse

m/s	mètre par seconde
$\mu m / s$	micromètre par seconde

Gain

N/v	newton par volt

Rigidité

N/m	newton par mètre

INTRODUCTION

Le frottement est un phénomène physique complexe qui agit comme une perturbation dans les systèmes de contrôle. Il peut sérieusement compromettre les performances d'un positionnement lorsque la précision requise est importante.

Les modèles utilisés pour caractériser le frottement peuvent être divisés en deux catégories :

i) Les modèles statiques qui sont simples, linéaires et qui ne sont définis que lorsque la vitesse relative entre les surfaces en contact est différente de zéro. Dans cette catégorie, on distingue le modèle de frottement visqueux, valable en présence de lubrifiant, qui suppose que la force de frottement est proportionnelle à la vitesse relative entre les deux surfaces en contact. Le frottement de Coulomb, quant à lui, considère que la force de frottement dépend seulement du signe de la vitesse. Ces modèles sont peu précis à très basse vitesse.

ii) Les modèles dynamiques tels que le modèle de LuGre et de Leuven sont plus précis que les modèles statiques, particulièrement dans la phase de préglissement qui n'est pas représentée par les modèles statiques. La phase de préglissement est caractérisée par un déplacement microscopique qui induit une déformation élastique entre les surfaces en contact. Lorsqu'elle se brise, le frottement transite de la phase de préglissement à la phase de glissement. Contrairement aux modèles statiques, les modèles dynamiques sont basés sur des équations différentielles qui permettent, entre autre, de caractériser l'élasticité du contact pendant la phase de préglissement.

Récemment, un nouveau modèle dynamique relativement simple a été proposé afin d'exploiter les avantages de ses prédécesseurs et de combler certaines de leurs lacunes. On le nomme modèle de glissement généralisé de Maxwell (ou plus simplement, modèle GMS). Le modèle GMS décrit particulièrement bien les phénomènes physiques du frottement tels que

i) l'hystérésis dans la phase de préglissement; ii) l'hystérésis dans la phase de glissement; et iii) le phénomène de Stribeck. Ces phénomènes seront décrits en détails dans les chapitres suivants.

Plusieurs études ont été faites pour identifier les paramètres du modèle de frottement GMS, mais la plupart d'entre elles s'appuient sur des algorithmes hors ligne. Une étude récente sur une nouvelle formulation, dédiée à l'estimation non linéaire en ligne des paramètres du modèle GMS, a été réalisée au sein de notre laboratoire, mais n'était pas encore validée expérimentalement. Ce mémoire est principalement dédié à la validation expérimentale de l'algorithme d'estimation à l'aide d'un banc d'essai.

Le premier chapitre est une revue bibliographique des études réalisées sur la modélisation du frottement ; en particulier le modèle GMS, les tribomètres et l'identification des paramètres du modèle GMS. Le deuxième chapitre est consacré à l'introduction du frottement et ses caractéristiques, puis la présentation des modèles statiques de frottement et les aspects théoriques du modèle GMS avant de conclure par une comparaison sur l'efficacité de ceux-ci à représenter un frottement réel. Dans le troisième chapitre, l'algorithme d'estimation des paramètres du modèle GMS ainsi que le mécanisme de son fonctionnement sont décrits. Une étude détaillée des fonctions de commutations qui modélisent les passages du régime de préglissement au régime de glissement et inversement dans le modèle GMS est présentée. Le filtrage utilisé pour éliminer toutes les discontinuités du modèle GMS est également abordé. Le quatrième chapitre est dédié à la validation de l'estimateur à l'aide du banc d'essai. D'abord, tous les composants du banc d'essai sont décrits, modélisés puis caractérisés afin d'éliminer toutes les sources d'erreurs. Une loi de commande linéarisante est également proposée pour rendre le modèle du système le plus conforme possible aux prémisses de l'algorithme d'identification. Ensuite, l'algorithme d'identification est mis en œuvre à l'aide du logiciel SIMULINK. La validation consiste à simuler le système d'identification à l'aide des signaux de position, vitesse et frottement récoltés sur le banc d'essai. Les gains de l'estimateur ainsi que les conditions de commutation du modèle sont ajustés par une série d'essais et erreurs. Les résultats sont ensuite présentés et brièvement analysés.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTERATURE

1.1 Introduction

Dans cette partie, les différentes études qui ont été faites sur les modèles de frottement classiques (statiques) et les modèles dynamiques de frottement seront passées en revue. Cette revue se limitera aux travaux qui concernent les modèles qui sont à notre avis les plus pertinents pour cette étude. Par la suite, un aperçu sur les tribomètres qui ont été utilisés pour l'identification de ces modèles sera présenté. Finalement, les méthodes d'identification des paramètres du modèle de Glissement Généralisé de Maxwell (GMS) seront revues.

1.2 Modèles de frottement

Les modèles classiques (statiques) comme le modèle de Coulomb et le modèle de frottement visqueux décrivent une relation statique entre la force de frottement et la vitesse, et ce, sans avoir recourt à des équations différentielles. De façon générale, ces modèles ne peuvent que décrire le régime de glissement[1]. Ils ne comportent alors aucun régime dynamique qui sert en grande partie à décrire le pré-glissement[2]. Les modèles statiques peuvent dans certaines conditions suffire pour décrire le frottement avec une précision adéquate dans le régime de glissement, mais pour la description précise du pré-glissement, des modèles dynamiques sont requis (Al-Bender Farid 2005).

Le modèle de Dahl (Dahl 1968), a permis de répondre au problème de représentation du régime de pré-glissement qui était jusqu'alors négligé par le modèle de Coulomb. Ce modèle a permis d'approximer la force de frottement dans le régime de pré-glissement par une

[1] Le glissement : à partir d'une force seuil (force statique), tous les contacts microscopiques entre les surfaces sont brisés de façon à engendrer un mouvement relatif significatif (Al-Bender Farid 2004).
[2] Le pré-glissement : régime dans lequel il y a un déplacement relatif qui est suffisamment petit pour ne pas briser les contacts microscopiques de façon à préserver le phénomène de déformation entre les surfaces de contact (Al-Bender Farid 2004).

équation différentielle du premier ordre par rapport à la force et au déplacement. Cette dynamique ajoutée a permis d'introduire une courbe d'hystérésis qui caractérise en grande partie le régime de pré-glissement lors de déplacements microscopiques. Ce modèle n'inclut cependant pas l'effet de Stribeck[3] ni le phénomène d'adhérence[4]. Il reste cependant convenable pour certaines analyses comme celles de mouvements périodiques en régime permanent (Al-Bender Farid 2005).

Le modèle de LuGre a été présenté pour la première fois par C. Canudas de Wit et al. (1995). Il repose sur l'étude d'aspérités[5] entre les surfaces de contact des deux corps soumis aux forces de frottement. Ces aspérités sont modélisées par un très grand nombre de lamelles élastiques de dimensions microscopiques. La force de frottement est décrite par la moyenne des forces de déflexion des lamelles. Ce modèle décrit la plupart des phénomènes physiques associés au frottement. Il prédit le phénomène d'hystérésis en pré-glissement et les cycles limites résultant du phénomène de collage-décollage, et donne une force de décrochage variable dépendamment du taux de changement de la force appliquée. Tous ces phénomènes sont décrits par la modélisation de la force d'aspérité moyenne qui prend la forme d'une équation différentielle non linéaire du premier ordre.

Le modèle de Leuven, présenté par Jan Swevers et al. (2000), a été proposé pour améliorer la précision du modèle de LuGre dans le régime de pré-glissement, en incluant une force d'hystérésis avec mémoire non locale dans ses équations. En plus d'améliorer la précision de l'hystérésis de pré-glissement, le modèle de Leuven englobe tous les phénomènes décrits par le modèle LuGre.

Par la suite, Vincent Lampaert et al. (2004) ont proposé un modèle de frottement générique qui simule les interactions de larges populations d'aspérités idéalisées, aléatoirement distribuées avec un choix ajustable de propriétés géométriques et élastiques. Ce modèle peut

---

[3] Effet de Stribeck : diminution de la force de frottement avec l'augmentation de la vitesse en régime permanent (Al-Bender Farid 2004).

[4] L'adhérence : dûe aux forces tangentielles qui résistent au mouvement des surfaces en contact (Al-Bender Farid 2004).

[5] Aspérités : éléments de surface, flexibles agissant comme un ressort (Vincent Lampaert 2003)

servir pour simuler toutes les propriétés physiques du frottement à basses vitesses. Il permet en particulier de modéliser adéquatement le phénomène d'hystérésis pendant le régime de glissement. Un phénomène mal représenté par les autres modèles. Le désavantage du modèle générique est qu'il demande un volume de calcul très important; ce qui le rend pratiquement inutilisable pour des applications en temps réel comme la commande de position. Le modèle générique peut néanmoins servir de référence pour la validation d'autres modèles plus simple à l'aide de simulation. Il a d'ailleurs été à l'origine du développement du modèle GMS introduit pour la première fois par Vincent Lampaert et al. (2003). Quoique basé sur le modèle générique décrit dans (Al-Bender Farid 2004), le modèle GMS est beaucoup plus simple, ce qui le rend utilisable pour des simulations rapides et pour la commande de position en temps réel. Malgré sa simplicité il permet de modéliser avec une meilleure précision l'ensemble des phénomènes statiques et dynamiques incluant l'hystérésis de glissement. Compte tenu qu'il est utilisable en temps réel, ce modèle est, à notre connaissance, le plus précis qui existe actuellement.

1.3 Les tribomètres

Les instruments de mesure du frottement (tribomètres), ont plusieurs points en communs. Ils permettent : (i) d'agencer deux corps en contact de façon à créer un frottement lors de mouvements relatifs, actionnés par un système électromécanique; (ii) de contrôler le mouvement relatif entre ces deux corps; (iii) d'appliquer une force permettant d'ajuster la pression entre les deux surfaces des corps en contact, et (iv) de mesurer l'amplitude de la force de frottement (Vincent Lampaert 2004).

Blau (P.J. Blau New York 1996) a divisé les tribomètres existants en huit différents types caractérisés par la nature du mouvement relatif des deux corps en contact. Les deux configurations les plus rencontrées sont : (i) mouvement linéaire et (ii) mouvement rotatif. L'avantage du mouvement linéaire est d'avoir le même déplacement relatif pour chaque point de la surface de contact tandis que son désavantage est la restriction de la vitesse qui peut être mise en jeu (10mm/s). Le mouvement rotatif permet de plus grandes vitesses

relatives et est utilisé en général si une vitesse constante est désirée (Vincent Lampaert 2004).

Vincent Lampaert et al. (2003) ont construit un tribomètre pour l'identification et la validation d'un modèle de frottement entre deux corps dans la phase de pré-glissement. Les deux corps sont composés d'un spécimen d'une matière quelconque en contact avec la surface de la partie mobile d'un moteur linéaire dont on peut commander la position.

Ils ont ensuite amélioré ce tribomètre dans l'objectif spécifique d'identification des modèles de frottements à basses vitesses (Vincent Lampaert 2004). Cet appareil permet entre autre de fournir des mesures précises pour l'observation de plusieurs aspects connus dans les systèmes en présence de frottement comme : (i) la dépendance de la force avec la position (hystérésis) dans le régime de pré-glissement; (ii) le retard entre le frottement et la vitesse dans le régime de glissement; (iii) la dépendance de la force avec l'accélération (hystérésis) dans le régime de glissement; et (iv) le phénomène de la force de décrochage et la transition collage/décollage. Ce tribomètre utilise une surface ayant une géométrie qui permet un meilleur contact sans nécessiter un alignement précis entre les surfaces de contacts.

Les avantages de ce tribomètre par rapport aux autres rencontrés jusqu'alors sont : (i) l'application de différents types de forces ou déplacements désirés au bloc mobile; (ii) la séparation entre la partie de l'actionneur et la partie frottement; (iii) la séparation entre la charge normale et la charge tangentielle; (iv) la séparation entre la mesure de la force et la mesure du déplacement relatif.

1.4 Identification des paramètres du modèle de frottement GMS

La structure hybride[6] du modèle de frottement GMS, ainsi que la non-linéarité de ses équations par rapport à ses paramètres rendent le problème d'identification particulièrement complexe. Pour cette raison, la plupart des approches s'appuient sur des techniques

[6] Structure hybride: Structure composée de deux phases distinctes à savoir le pré-glissement et le glissement.

d'optimisation non linéaires hors ligne. Dans (I.Nilkhamhang 2006), la force est estimée à l'aide de la technique PSO (ou Particle Swarm Optimization). Cette approche est une méthode efficace pour la résolution de problèmes d'optimisation multidimensionnels et discontinus qui ne nécessitent pas d'informations sur le modèle du système à identifier. Cette identification est réalisée par un processus hors ligne.

Une autre méthode d'identification du modèle GMS est proposée dans (Worden K. 2005). La force de frottement et le déplacement sont mesurés par un tribomètre et un nombre suffisant d'échantillons est enregistré pour être traités hors-ligne. L'identification se fait alors par un algorithme d'optimisation, qui produit un modèle prédictif de la force, basé sur le signal de position en pré-glissement et sur le signal de vitesse en glissement. Un certain nombre d'échantillons est utilisé pour l'entrainement et la validation et le reste pour les tests de validation du modèle identifié.

Une méthode d'identification en ligne, a été récemment proposée au sein de notre laboratoire (Said Grami 2008). Cette approche se base cependant sur la mesure de la force de frottement. Bien qu'elle a été validée expérimentalement, son utilité reste limitée du fait que la force de frottement n'est généralement pas mesurée, entre autre, parce qu'elle entraine des coûts de mise ne œuvre additionnels. Une autre version qui nécessite seulement la mesure de la vitesse et de la force d'excitation a été également proposée par le même groupe, mais n'a pas encore été validée expérimentalement.

CHAPITRE 2

LES MODÉLES DE FROTTEMENT

2.1 Introduction

L'étude du frottement est très importante dans le domaine du contrôle, par exemple dans la conception des systèmes d'entrainements, les servo-systèmes de haute précision, les robots ainsi que les systèmes pneumatiques et hydrauliques. Le frottement est un phénomène non linéaire qui peut provoquer de mauvaises performances des systèmes de commande comme des erreurs de poursuite et des cycles limites. Il est donc très important de comprendre le phénomène du frottement pour essayer de le réduire au maximum. Pour ce faire, il faut décrire les phénomènes présents dans le frottement à l'aide de modèles adéquats qui peuvent servir à la conception d'algorithme de commande permettant des positionnements plus précis.

En général, les modèles de frottement sont divisés en deux types : les modèles statiques et les modèles dynamiques. Les modèles statiques tels que le modèle de Coulomb et le modèle de frottement visqueux, décrivent chacun un aspect particulier de la force de frottement comme une fonction statique de la vitesse. Les modèles dynamiques tels que le modèle de LuGre ou le modèle GMS tiennent compte de plus d'aspects physiques présents dans le phénomène du frottement et sont exprimés à l'aide d'équations différentielles. Le GMS, introduit pour la première fois en 2003 par V. Lampaert et al. (2003), se veut le modèle heuristique le plus complet jamais proposé. Ce modèle va être étudié en détail dans la deuxième partie de ce chapitre.

2.2 Le frottement

Le frottement est un phénomène complexe qui met en jeu plusieurs propriétés physiques simultanément. Il faut distinguer deux régimes distincts qui composent ce frottement afin de le caractériser d'une manière plus précise. Le régime de pré-glissement se caractérise par la dépendance de la force de frottement au déplacement microscopique tandis que le régime de glissement dépend essentiellement de la vitesse. Le passage d'un régime à l'autre se fait essentiellement en fonction d'une force de seuil appelée force statique et aussi en fonction de l'état de la vitesse relative des surfaces en contact.

2.2.1 Le pré-glissement

Il a été constaté que pour des déplacements microscopiques, la force de frottement dépend uniquement du déplacement (Al-Bender Farid 2004). Cette dépendance est une forme d'hystérésis avec mémoire non locale[7] (voir la figure 2.1). Elle peut être interprétée comme une forme d'élasticité non linéaire causée par la déformation entre les surfaces de contact.

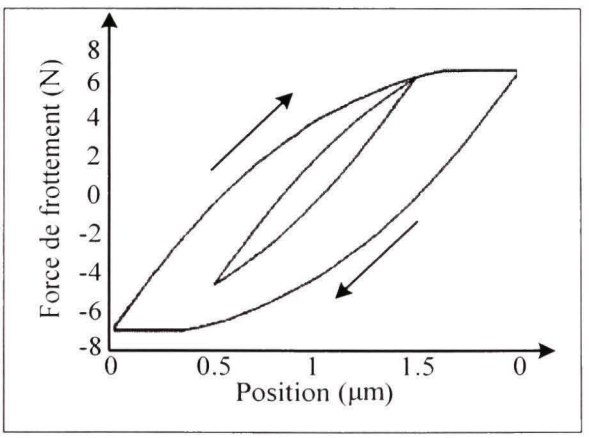


Figure 2.1 Hystérésis avec mémoire non locale dans le régime de pré-glissement.
Adaptée de Al-Bender (2005, p. 1885)

[7] Fonction à mémoire non locale : relation d'entrée-sortie dans laquelle la sortie, à un instant donné, dépend non seulement de l'entrée et de la sortie aux instants passés, mais également de leurs extremums.

2.2.2 Le glissement

Le régime de glissement se caractérise essentiellement par le fait que la force de frottement est une fonction de la vitesse et de ses dérivées (Al-Bender Farid 2004). Cette dépendance fait également intervenir un phénomène d'hystérésis : la force de frottement lorsque la vitesse augmente est supérieure à celle lorsque la vitesse diminue. Cette hystérésis de glissement dépend essentiellement du taux de variation de la vitesse. Par conséquent, cet effet disparaît lorsque la vitesse est constante. Comme l'indique la figure 2.2, la force de frottement en fonction de la vitesse tend alors à suivre une courbe de Stribeck qui décrit le phénomène de la diminution de la force de frottement avec l'augmentation de la vitesse (Al-Bender Farid 2004).

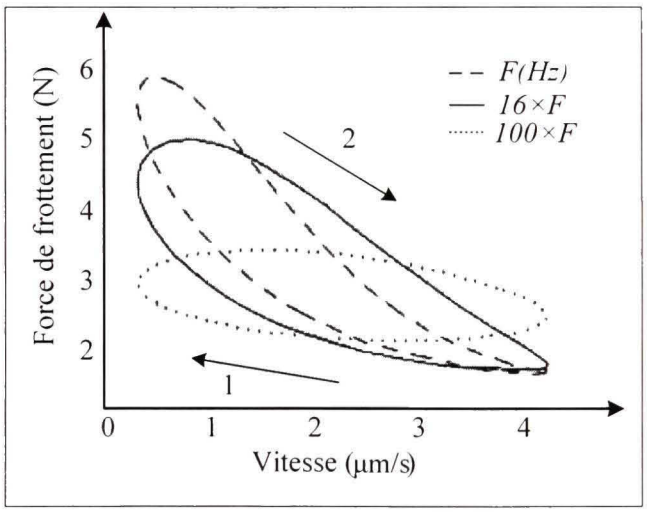


Figure 2.2 Force de frottement en fonction de la vitesse.
Adaptée de Al-Bender (2005, p. 1885)

Le mouvement de collage-décollage est un autre phénomène qui caractérise la phase de glissement. C'est un mouvement oscillatoire causé par le fait que le frottement est plus grand au repos qu'en mouvement. Il peut affecter la stabilité d'un système en présence de frottement en créant des cycles limites (Armstrong-Hélouvry 1994).

2.2.3 Illustration des caractéristiques du frottement

Le tribomètre, conçu par Vincent Lampaert et al. (2004), permet de valider avec un seul montage la plupart des caractéristiques du frottement comme la force de décrochage[8], l'hystérésis de pré-glissement, l'hystérésis de la vitesse dans le régime de glissement et le phénomène de collage-décollage. La figure 2.3 montre une force de frottement en fonction d'une vitesse sinusoïdale obtenue à partir de ce tribomètre.

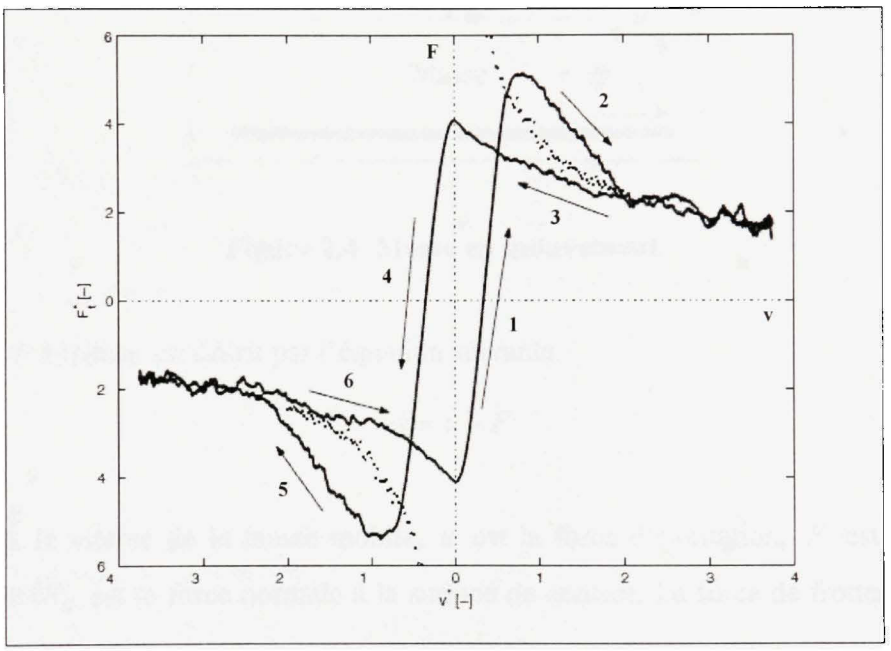


Figure 2.3 Force de frottement réel en fonction de la vitesse (sinusoïdale).
Adaptée de Al-Bender (2004, p. 91)

L'ensemble des caractéristiques qui peuvent être illustrées par cette figure sont :

i) L'hystérésis de la vitesse dans le régime de glissement où la force de frottement lorsque la vitesse augmente est plus grande que celle lorsque la vitesse diminue (courbes 2-3 et 5-6).

ii) La force de frottement dans le régime de glissement tend vers la courbe de Stribeck lorsque la vitesse est constante (courbes en pointillé).

[8] Force de décrochage : force minimale qui doit être exercée sur un corps pour qu'il commence à se mouvoir, Autrement c'est la force qui sert à vaincre le frottement statique (H. Olsson 1997).

iii) L'hystérésis dans le régime de pré-glissement (courbes 1 et 4).

2.3 Modèles de frottement statique

Soit le système décrit par la figure 2.4.

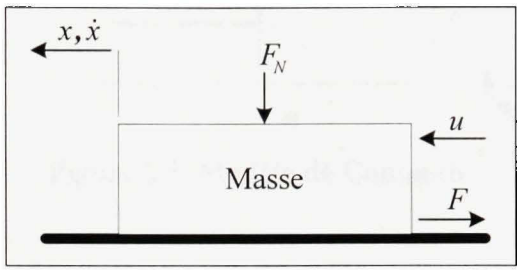


Figure 2.4 Masse en mouvement.

Le modèle du système est décrit par l'équation suivante:

$$m\dot{v} = u - F \tag{2.1}$$

où $v = \dot{x}$ est la vitesse de la masse mobile, u est la force d'excitation, F est la force de frottement et F_N est la force normale à la surface de contact. La force de frottement F peut être représentée par différents modèles. Les modèles statiques sont formés de plusieurs composantes qui décrivent chacune un aspect particulier du frottement.

2.3.1 Frottement de Coulomb

Le frottement de Coulomb, décrit la force de frottement comme étant dépendante seulement du signe de la vitesse et de la force normale F_N (H. Olsson 1997):

$$F = F_C.sign(v) \tag{2.2}$$

où $F_C = \mu F_N$ est la force de Coulomb, μ est le coefficient de Coulomb et F_N est la force normale.

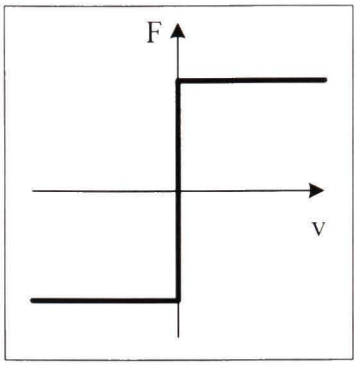


Figure 2.5 Modèle de Coulomb.

Comme le montre la figure 2.5, le modèle de Coulomb peut être représenté par une fonction relais qui a l'inconvénient de ne pas décrire la force de frottement quand la vitesse est nulle. À ce point spécifique, la force peut prendre n'importe quelle valeur dans l'intervalle $[-F_C, +F_C]$. Malgré cette discontinuité lorsque la vitesse est nulle, ce modèle a été utilisé pour compenser le frottement dans de nombreuses applications, principalement en raison de sa simplicité.

2.3.2 Le frottement visqueux

Le modèle de frottement visqueux a été introduit pour la première fois au XIXème siècle avec le développement de la théorie de l'hydrodynamique. Il a permis d'exprimer la force de frottement en présence de lubrifiants. Ce modèle prévoit une force de frottement qui dépend seulement de la vitesse relative entre les surfaces en contact et s'exprime comme suit (H. Olsson 1997):

$$F = F_v.v \tag{2.3}$$

où F_v est le coefficient de frottement visqueux.

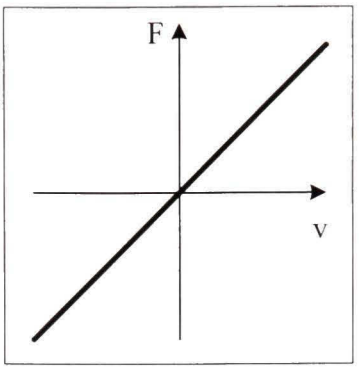


Figure 2.6 Modèle de frottement visqueux.

2.3.3 Le frottement d'adhérence

Le frottement d'adhérence ou frottement statique, dont la caractéristique est illustrée par la figure 2.7, est défini pour une vitesse nulle et s'oppose au mouvement du corps. Il est généralement supérieur à la force de Coulomb et est fonction de la vitesse, de la force normale et de la force d'excitation (H. Olsson 1997):

$$F = \begin{cases} u & si \quad v = 0 \quad et \quad |u| < F_s \\ F_s sign(u) & si \quad v = 0 \quad et \quad |u| \geq F_s \\ 0 & si \quad v \neq 0 \end{cases} \tag{2.4}$$

où F_s est le coefficient de frottement statique et u est la force d'excitation.

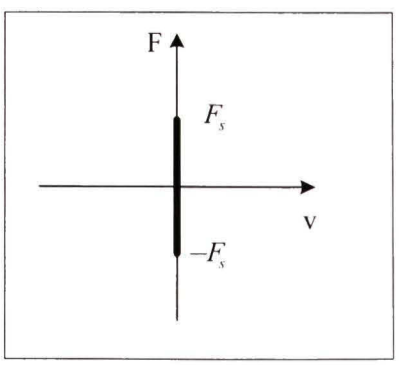


Figure 2.7 Modèle du frottement d'adhérence.

2.3.4 Le frottement de Stribeck

Le frottement de Stribeck permet d'assurer la continuité lors du passage du modèle d'adhérence au modèle de Coulomb à basses vitesses (voir la figure 2.8). Une relation décrivant le frottement de Stribeck est donnée par (Said Grami 2008):

$$s(v) = F_C \,.\, sign(v) + (F_s - F_c).sign(v).e^{-\theta_s v^2} \tag{2.5}$$

où F_c et F_s sont respectivement le coefficient de Coulomb et le coefficient de frottement statique tandis que θ_s est le coefficient de Stribeck. La Figure 2.8 illustre le frottement de Stribeck en fonction de la vitesse.

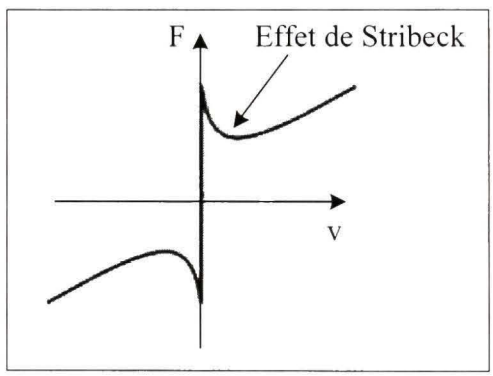


Figure 2.8 Courbe de Stribeck.

En général, la modélisation statique du frottement peut faire intervenir plusieurs modèles présentés dans cette section, par exemple, une combinaison des modèles de Stribeck, visqueux et d'adhérence. Malgré que cette combinaison permette de représenter, en partie, le phénomène de glissement, elle ne représente en aucun cas le phénomène de pré-glissement. Elle ne permet pas non plus de représenter le phénomène d'hystérésis de glissement. Ces phénomènes nécessitent une modélisation dynamique pour être représentés.

2.4 Le modèle de glissement généralisé de Maxwell (ou GMS)

2.4.1 Introduction

Les modèles dynamiques de LuGre, elasto-plastique et de Leuven (Vincent Lampaert 2003) sont tous des modèles empiriques destinés à représenter les propriétés statiques et dynamiques du frottement. Ces modèles comportent cependant certaines limitations. En particulier, les deux équations dynamiques du modèle de LuGre et du modèle elasto-plastique (Vincent Lampaert 2003) donnent une approximation du comportement de la force de frottement dans les régimes de glissement et de pré-glissement. Les caractéristiques d'hystérésis de ces deux régimes sont cependant représentées avec peu de précision. Le modèle de Leuven permet d'améliorer significativement la précision de l'hystérésis de pré-glissement mais n'apporte pas de changement significatif à l'hystérésis de glissement. Ce modèle consiste en la combinaison de plusieurs étages élémentaires de Maxwell (tel qu'illustré par la figure 2.9) utilisés pour améliorer la modélisation de la fonction d'hystérésis dans le régime de pré-glissement.

Le modèle GMS (Jan Swevers 2000) reprend la modélisation par étage du modèle de Leuven mais améliore la précision de l'hystérésis de glissement en incorporant une partie statique à chacun des étages. Les sections suivantes décrivent en détail les caractéristiques du modèle GMS dans les régimes de glissement et de pré-glissement.

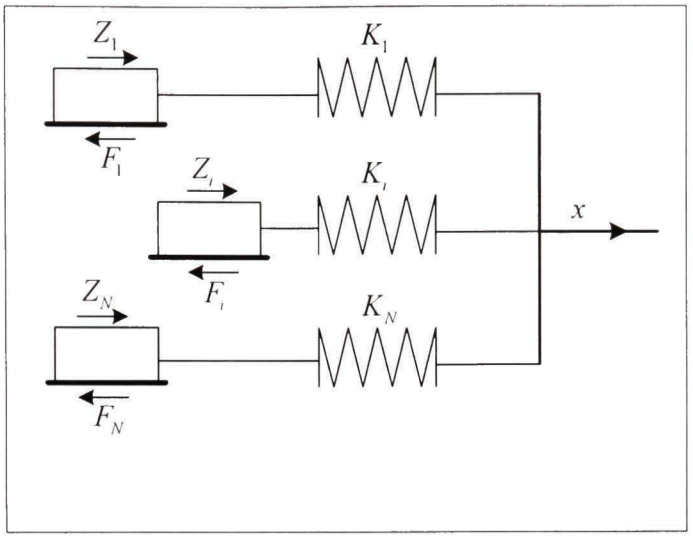


Figure 2.9 Représentation du modèle GMS à N étages élémentaires.

2.4.2 Phase de pré-glissement

Comme il a été mentionné auparavant, le régime de pré-glissement est modélisé par N blocs élémentaires en parallèle. Chaque bloc correspond à un groupe d'aspérités qui peut glisser ou non. Si le groupe d'aspérité i ne glisse pas, la force de frottement élémentaire F_i est proportionnelle à la déflection moyenne des aspérités. Ainsi, le modèle de la force de frottement dans le régime de pré-glissement est donné par :

$$\frac{dF_i}{dt} = k_i v \tag{2.6}$$

où k_i est le coefficient de rigidité de l'élément i qui reste dans cette phase jusqu'à ce que : $F_i = \alpha_i . s_i(v)$, α_i est une pondération associée à l'étage i et $s_i(v)$ sa fonction de Stribeck, donnée sous la forme (2.5).

2.4.3 Phase de glissement

Dans la phase de glissement, le modèle de la force de frottement élémentaire F_i est donné par l'équation (2.7), en supposant l'hypothèse simplificatrice : $s_i(v)=s(v)$, proposée dans (Al-Bender Farid 2004).

$$\frac{dF_i}{dt} = sign(v).\alpha_i.C(1-\frac{F_i}{\alpha_i.s(v)}) \tag{2.7}$$

où C est une constante qui paramétrise l'hystérésis de glissement. L'élément i reste dans cette phase de glissement jusqu'à ce que sa vitesse passe par zéro. Cette formulation du modèle GMS est directement inspirée du modèle générique (Al-Bender Farid 2004), qui est très précis, mais en contrepartie, trop complexe pour être utilisé en temps réel. En pratique, pour faciliter l'identification du modèle GMS, on assume que les courbes de Stribeck pour tous les éléments sont identiques et que la contrainte de pondération suivante est respectée:

$$\sum_{i=1}^{N} \alpha_i = 1 \tag{2.8}$$

L'équation (2.7) peut être donc réécrite sous la forme suivante:

$$\frac{|s(v)|}{C}\frac{dF_i}{dt} + F_i = s(v) \tag{2.9}$$

Cette équation différentielle de premier ordre a comme entrée la courbe de Stribeck $s(v)$ et une « constante de temps » variable donnée par $\frac{|s(v)|}{C}$. De cette façon, la force de frottement dans le régime de glissement subit une variation dynamique autour de la courbe de Stribeck $s(v)$ et c'est le paramètre C qui caractérise cette dynamique. À titre indicatif, la figure 2.10 illustre une fonction hystérésis de glissement obtenue à partir de la simulation d'un modèle GMS. En comparant cette figure avec la figure 2.3, on peut constater la similitude de la forme hystérésis en régime de glissement avec celle du frottement réel.

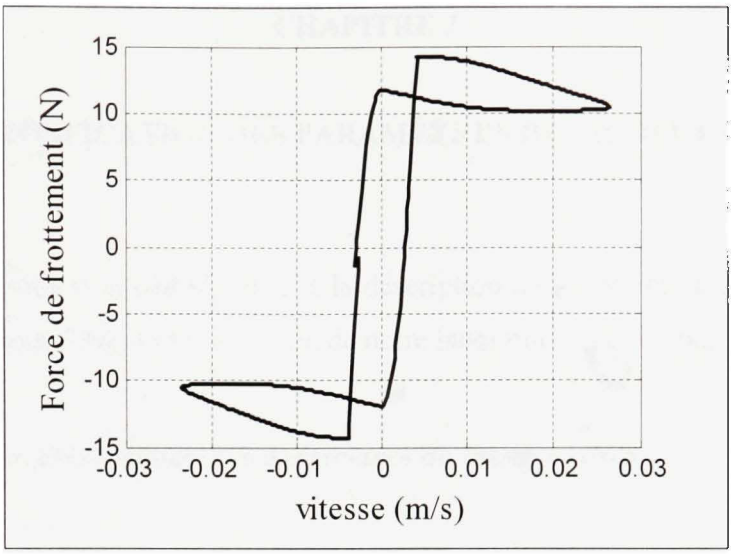


Figure 2.10 Force de frottement en fonction de la vitesse avec le modèle GMS.

2.5 Conclusion

En comparant les figures 2.5, 2.6, 2.7 et 2.8 montrant la force de frottement donnée par les modèles statiques, avec la figure 2.3 qui représente un frottement réel, il devient clair que les modèles statiques, même combinés ensemble, ne donnent qu'une approximation grossière de la forme réelle de la force de frottement. Quand la vitesse est nulle, la force de frottement prévue par le modèle de Coulomb ou d'adhérence peut prendre n'importe quelle valeur entre deux seuils qui sont respectivement F_c et F_s. Quand la vitesse est différente de zéro, le modèle de Coulomb prévoit une force de frottement constante et le modèle de frottement visqueux prévoit une force de frottement proportionnelle à la vitesse.

La figure 2.10 générée par la simulation du modèle GMS pour une vitesse sinusoïdale décrit fidèlement l'allure du frottement réel montré dans la figure 2.3. En particulier, l'hystérésis de la force par rapport au déplacement en pré-glissement et l'hystérésis de la force en fonction de la vitesse en régime de glissement sont bien reproduits par le modèle GMS. Cette capacité de bien représenter à la fois les hystérésis de glissement et de pré-glissement en fait le modèle heuristique le plus précis proposé jusqu'à maintenant.

CHAPITRE 3

IDENTIFICATION DES PARAMÉTRES DU MODÉLE GMS

Ce chapitre est consacré essentiellement à la description de l'algorithme d'identification du modèle de frottement GMS élaboré au sein de notre laboratoire (Said Grami 2008).

3.1 Algorithme d'estimation des paramètres du modèle GMS

Dans ce chapitre, l'algorithme d'identification du modèle de frottement GMS, proposé par notre groupe dans (Said Grami 2008), est brièvement présenté. Cet algorithme s'applique au système de masse en mouvement de la figure 2.4 qui est décrit par l'équation dynamique (2.1). Tel que noté dans (Said Grami 2008), l'algorithme s'appuie sur l'hypothèse simplificatrice suivante : la force de frottement F est décrite par le modèle GMS composé d'un seul étage (N = 1). Conséquemment, d'après l'équation (2.8), le seul coefficient de pondération α_1 est égal à 1 de sorte que le modèle GMS prend la forme simplifiée suivante :

$$\dot{F} = kv \qquad \text{(Pré-glissement)} \qquad (3.1)$$

$$\dot{F} = sign(v)C\left(1-\frac{F}{s(v)}\right) \qquad \text{(Glissement)} \qquad (3.2)$$

L'algorithme proposé dans (Said Grami 2008) permet alors d'estimer l'ensemble des paramètres du modèle à partir du signal de vitesse v et du signal de la force d'excitation u.

3.1.1 Fondement de l'estimateur

L'estimateur proposé dans (Said Grami 2008) est fondé sur deux approximations; qui seront discutées plus loin dans ce chapitre; permettant d'exprimer le modèle GMS décrit par (3.1)-(3.2) sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x} = A_c x + \psi_0(y,\overline{u}) + \boldsymbol{\psi}(y,\overline{u})\boldsymbol{\theta} + \omega(t) \\ y = C_c x \end{cases} \tag{3.3}$$

où θ représente le vecteur des paramètres inconnus, $\psi_0(y,\overline{u})$ est une fonction connue, $\boldsymbol{\psi}(y,\overline{u})$ est le vecteur de régression défini par une fonction dérivable par rapport à $\overline{u}$ et y, et finalement, $\omega(t)$ représente l'ensemble des perturbations qui sont supposées bornées.

L'avantage d'exprimer le modèle sous la forme (3.3) est que si le couple (A_c, C_c) est observable, alors, l'observateur suivant permet d'estimer de façon robuste les variables d'état ainsi que les paramètres du système (Riccardo Marino 2001) :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A_c - KC_c)\hat{x} + \psi_0(y,\overline{u}) + \boldsymbol{\psi}(y,\overline{u})\hat{\boldsymbol{\theta}} + Ky \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} &= \boldsymbol{\Gamma}\boldsymbol{\psi}(y,\overline{u})^T (y - C_c\hat{x}) \end{aligned} \tag{3.4}$$

où K et $\boldsymbol{\Gamma}$ sont les gains de l'estimateur, $\hat{x}$ et $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ sont les valeurs estimées du vecteur d'état x et du vecteur des paramètres $\boldsymbol{\theta}$.

Il a été démontré dans (Riccardo Marino 2001), que si la condition de persistance d 'excitation[9] est satisfaite et que le régresseur $\boldsymbol{\psi}$ ainsi que sa dérivée sont bornés et continus, alors l'observateur (3.4) permet de garantir que les erreurs d'estimation convergent à l'intérieur d'une hyper sphère dont le rayon est directement lié à l'amplitude de la perturbation $\omega(t)$.

3.1.2 Représentation d'états des deux phases du modèle GMS

Voyons maintenant comment le modèle GMS décrit par (3.1)-(3.2) peut être réécrit sous la forme dictée par l'équation (3.3). D'abord, pour exprimer la représentation d'états des deux

---

[9] Persistance de l'excitation (Riccardo Marino 2001): le signal multidimensionnel $\boldsymbol{\psi}(t)$ excite avec persistance un système, s'il existe deux réels positifs, *k* et *T*, tel que : $\int_t^{t+T} \boldsymbol{\psi}^T(\tau)\boldsymbol{\psi}(\tau)d\tau \geq \mathbf{I}k \quad \forall\, t \geq 0$

phases du modèle GMS, la vitesse v a été choisie comme entrée $\bar{u}$ alors que la force de frottement a été choisie comme variable d'état et comme variable de sortie :

$$y = x = F \quad , \quad \bar{u} = v \tag{3.5}$$

a) Représentation d'états de la phase de pré-glissement

L'équation (3.1) qui décrit la phase de pré-glissement dans le modèle GMS peut être réécrite sous la forme (3.3). En effet,

$$\dot{F} = \dot{x} = kv \tag{3.6}$$

De sorte que

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_c x + \psi_0(y,\bar{u}) + \psi_d(y,\bar{u})k \\ y &= C_c x \end{aligned} \tag{3.7}$$

où $\psi_0(y,\bar{u}) = 0$, $\psi_d(y,\bar{u}) = v$, $A_c = 0$, $C_c = 1$.

b) Représentation d'états de la phase de glissement

Étant donné que le modèle de la phase de glissement décrit par l'équation (3.2) est non linéaire par rapport aux paramètres, il ne s'exprime pas directement sous la forme (3.3). Pour palier à ce problème, deux approximations sont proposées dans (Said Grami 2008). D'abord, la fonction $\text{sign}(v)/s(v)$ est approximée par $1/F_m$ où F_m est une constante qui approxime la courbe de Stribeck et qui appartient à l'intervalle $[F_c, F_s]$. Cette approximation est justifiée, puis validée dans (Said Grami 2008). L'équation (3.2) peut alors être réécrite sous la forme suivante

$$\dot{F} = \frac{sign(v)}{s(v)} C\left(s(v) - F\right)$$

Puis, comme suit:

$$\dot{F} = \frac{1}{F_m} C\left(s(v) - F\right) + \omega_1(t) \tag{3.8}$$

où $\omega_1(t)$ est l'erreur d'approximation qui peut être considérée comme une perturbation. Dans (Said Grami 2008), il est démontré que cette erreur est toujours bornée. En remplaçant la fonction $s(v)$ donnée par l'équation (2.5), on obtient :

$$\dot{F} = -\frac{C}{F_m} F + \frac{C}{F_m} F_c sign(v) + \frac{C}{F_m}(F_s - F_c) sign(v) e^{-\theta_s v^2} + \omega_1(t) \tag{3.9}$$

En posant $\theta_1 = C / F_m$, $\theta_2 = (C / F_m) F_c$ et $\theta_3 = (C / F_m)(F_s - F_c)$, l'équation (3.9) devient:

$$\dot{x} = -x\theta_1 + \text{sign}(v)\theta_2 + \text{sign}(v) e^{-\theta_s v^2} \theta_3 + \omega_1(t) \tag{3.10}$$

Pour éliminer le dernier terme non linéaire de la formulation, une deuxième approximation est considérée. Il s'agit de la linéarisation de la fonction $e^{-\theta_s v^2}$ autour d'une valeur nominale θ_{sn} (Said Grami 2008). Grâce à cette linéarisation, le terme non linéaire de l'équation (3.10) peut être réécrit sous la forme suivante:

$$e^{-\theta_s v^2} = e^{-\theta_{sn} v^2} - v^2 e^{-\theta_{sn} v^2} (\theta_s - \theta_{sn}) + \omega_2(t) \tag{3.11}$$

où $\omega_2(t)$ est l'erreur d'approximation qui peut être considérée comme une perturbation bornée lorsque la vitesse est supposée bornée. Ainsi, en remplaçant le terme de droite de l'équation (3.11) dans l'équation (3.10), on obtient :

$$\dot{x} = -x\theta_1 + sign(v)\theta_2 + sign(v) e^{-\theta_{sn} v^2} (1 + v^2 \theta_{sn})\theta_3 - sign(v) v^2 e^{-\theta_{sn} v^2} \theta_3 \theta_s + \omega_0(t) \tag{3.12}$$

où $\omega_0(t)$ est une perturbation bornée qui dépend de $\omega_1(t)$ et $\omega_2(t)$. Finalement, en posant $\theta_4 = \theta_3 \theta_s$, l'équation (3.12) devient :

$$\dot{x} = -x\theta_1 + sign(v)\theta_2 + sign(v) e^{-\theta_{sn} v^2} (1 + v^2 \theta_{sn})\theta_3 - sign(v) v^2 e^{-\theta_{sn} v^2} \theta_4 + \omega_0(t) \tag{3.13}$$

L'équation (3.13) peut alors être réécrite sous la forme (3.3), soit

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_c x + \psi_0(y,\bar{u}) + \boldsymbol{\psi}_s(y,\bar{u})\boldsymbol{\theta}_s + \omega_0(t) \\ y &= C_c x \end{aligned} \tag{3.14}$$

où $\psi_0(y,\bar{u}) = 0$, $A_c = 0$, $C_c = 1$, $\boldsymbol{\theta}_s = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \end{bmatrix}^T$ et où le vecteur de régression est

$$\boldsymbol{\psi}_s(y,\bar{u}) = [-F \quad sign(v) \quad sign(v)e^{-\theta_{sn}v^2}(1+v^2\theta_{sn}) \quad -sign(v)v^2e^{-\theta_{sn}v^2}]$$

3.2 Description du filtrage et de la commutation

Les équations des phases de pré-glissement et de glissement du modèle GMS (3.1)-(3.2) ont été exprimées sous la forme (3.3). Ces équations doivent maintenant être incorporées dans une seule formulation qui doit également tenir compte des passages d'une phase à l'autre. Ces passages peuvent être désignés par une commutation puisqu'ils se font de façon discrète selon des conditions précises qui ont été décrites au chapitre 2. Cette commutation engendre des discontinuités qui seront éliminées grâce à l'introduction d'un filtre fréquentiel. La commutation ainsi que le filtre sont l'objet des paragraphes suivants.

3.2.1 La commutation

Pour combiner les deux équations des phases du modèle GMS, la variable de commutation $Q(t)$ est définie de la façon suivante :

$$Q(t) = \begin{cases} 0 & Glissement \\ 1 & Préglissement \end{cases} \tag{3.15}$$

Les équations des phases de pré-glissement et de glissement (3.7) et (3.14) peuvent alors être combinées dans une seule formulation:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_c x + \psi_0(y,\bar{u}) + \boldsymbol{\psi}(y,\bar{u})\boldsymbol{\theta} + \omega(t) \\ y &= C_c x \end{aligned} \tag{3.16}$$

où

$$\boldsymbol{\psi}(y,\bar{u}) = \mathbf{S}(t) = (1-Q(t))\mathbf{S}_1(t) + Q(t)\mathbf{S}_2(t) \tag{3.17}$$

$$\begin{cases} \mathbf{S}_1(t) = \begin{bmatrix} -F & sign(v) & sign(v)e^{-\theta_{sn}v^2}(1+v^2\theta_{sn}) & -sign(v)v^2e^{-\theta_{sn}v^2} & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{S}_2(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & v \end{bmatrix} \end{cases} \tag{3.18}$$

$$\omega(t) = (1-Q(t))\omega_0(t) \tag{3.19}$$

et

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 & k \end{bmatrix}^T \tag{3.20}$$

Comme le couple $(A_c, C_c) = (0,1)$ du système (3.16) est observable, l'observateur robuste décrit par l'équation (3.4) peut être utilisé pour estimer la variable d'état du système ainsi que le vecteur des paramètres. Cependant, la convergence de l'observateur nécessite que la fonction de régression $\boldsymbol{\psi}(y,\bar{u})$ ainsi que sa dérivée soient bornées et continues par rapport au temps. Malheureusement, la fonction signe présente dans le modèle et la fonction de commutation rendent la condition de continuité invalide. Au paragraphe 3.2.2, un filtre sera utilisé pour rétablir la condition de continuité, mais voyons d'abord les conditions de commutation entre les phases de glissement et de pré-glissement.

Les conditions de commutation représentées par la variable $Q(t)$ sont décrites au chapitre 2. En fait, le frottement passe de la phase de glissement à la phase de pré-glissement lorsque la vitesse passe par zéro alors qu'il passe de la phase de pré-glissement à la phase de glissement lorsque $|F| = s(v)$. La condition de passage de la vitesse par zéro est facilement détectable. Par contre, la condition $|F| = s(v)$ ne l'est pas puisque la fonction de Stribeck $s(v)$ dépend des paramètres du système qui ne sont pas connus a priori. Dans les paragraphes suivants, cette condition de commutation ainsi qu'une approximation proposée dans (Said Grami 2008) sont expliquées.

a) La commutation idéale

La condition idéale du passage de la phase de pré-glissement à la phase de glissement est $|F| = s(v)$. Parce que la mise en œuvre d'une condition d'égalité est souvent difficile à cause de la quantification numérique, cette condition peut être remplacée par la forme équivalente suivante :

$$|F| \geq s(v) \tag{3.21}$$

où F est la force de frottement et $s(v)$ représente la courbe de Stribeck. Pour une meilleure compréhension, la figure 3.1 illustre les commutations entre les phases de pré-glissement et de glissement.

b) La commutation approximée

Lors de la mise en œuvre, la courbe de Stribeck est considérée inconnue a priori puisqu'elle dépend des paramètres à estimer. Pour palier à ce problème, une condition de commutation approximative est proposée dans (Said Grami 2008) et illustrée dans l'annexe 1. Cette approximation est basée sur la force de frottement de Coulomb et le paramètre de rigidité du modèle GMS. Elle s'exprime de la façon suivante :

$$\left| \int_{t_l}^{t} \breve{k}.v.dv + \breve{F}_c sign(v(t_l^-)) \right| > F_c^+ \tag{3.22}$$

où $\breve{k}$ et $\breve{F}_c$ sont les valeurs estimées a priori du coefficient de rigidité k et du frottement de Coulomb F_c. Dans (Said Grami 2008), on explique comment ces coefficients peuvent être estimés a priori. Dans (3.22), le terme $sign(v(t_l^-))$ représente le signe de la vitesse dans la phase de glissement qui précède la phase de pré-glissement actuelle. Le terme $\breve{F}_c sign(v(t_l^-))$ désigne donc une approximation du frottement de Coulomb au début de la phase de pré-glissement actuelle (autrement, il s'agit d'une approximation de la force initiale de la phase de pré-glissement) alors que $\int_{t_l}^{t} \breve{k}.v.dv$ représente l'approximation de l'évolution de la force

de frottement durant le reste de la phase de pré-glissement actuelle. Pour ce qui est de l'approximation du terme de droite, la quantité $F_c^+ = \bar{F}_c + \varepsilon$ est utilisée pour approximer la fonction de Stribeck. Dans cette expression, le terme ε est un nombre très petit qui sert à éviter une commutation prématurée qui pourrait être provoquée par l'effet de quantification.

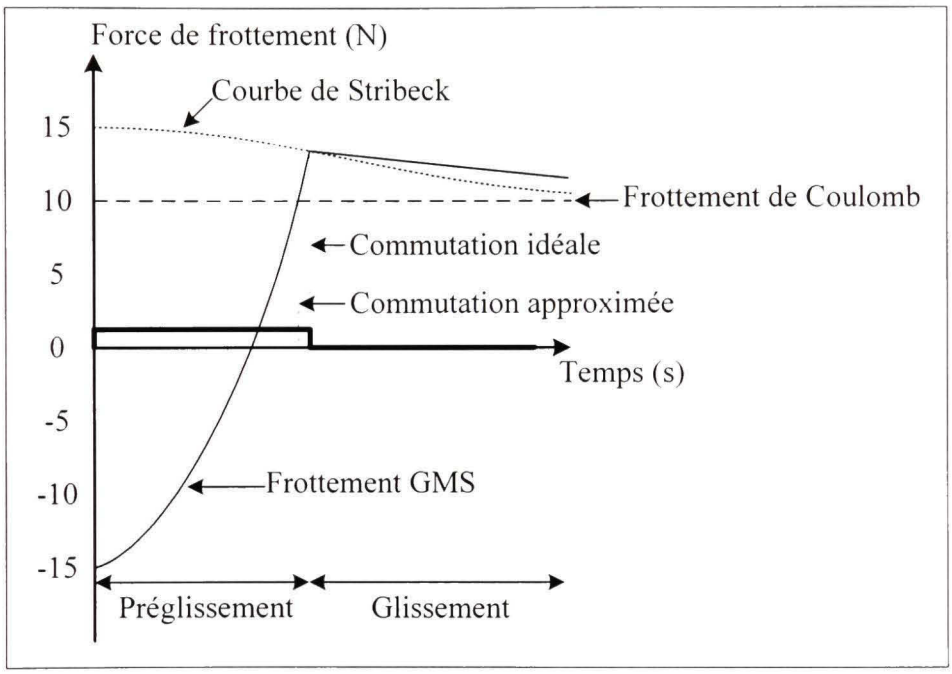


Figure 3.1 Commutation idéale *vs.* Commutation approximée.

3.2.2 Le filtrage

Pour éliminer les discontinuités de la fonction $\psi(y,\bar{u})$ et de sa dérivée, les deux côtés de l'équations (3.16) sont filtrés à l'aide d'un filtre de deuxième ordre de façon à adoucir l'ensemble des signaux impliqués ainsi que leurs dérivées tout en préservant la relation d'égalité de l'équation. Cette pratique est souvent utilisée pour éliminer les mesures de dérivées de signaux lors de l'identification des systèmes (K. J. Åström 1995). Par commodité, le filtre est décomposé en deux filtres de premier ordre en cascade caractérisés par des réponses impulsionelles $h_1(t)$ et $h_2(t)$.

Dans la formulation (3.16), le terme $\mathbf{S}(t)$ de l'équation (3.17) est composé par la somme des deux signaux multidimensionnels $\mathbf{S}_1(t)$ et $\mathbf{S}_2(t)$ décrits par l'équation (3.18). La commutation puis le filtrage se font terme par terme comme illustré par la figure 3.2.

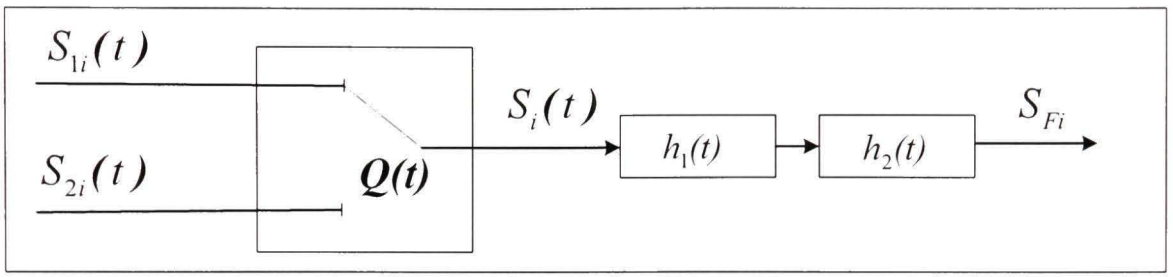


Figure 3.2 Filtrage de la commutation.

L'application du filtre est alors définie par la convolution suivante :

$$s_{Fi}(t) = h_2(t) \otimes \left(h_1(t) \otimes s_i(t)\right) \tag{3.23}$$

Où $\otimes$ est l'opérateur de convolution tandis que $h_j(t)$ pour j = 1,2 est la réponse impulsionnelle d'un étage du filtre donnée par:

$$h_j(t) = \omega_{cj} e^{-\omega_{cj} t} \tag{3.24}$$

où ω_{cj} est la fréquence de coupure du filtre. En appliquant le filtre décrit par l'équation (3.23) de part et d'autre de l'égalité de la formulation (3.16), une nouvelle formulation « filtrée » est obtenue :

$$\begin{aligned} \dot{x}_F &= A_c x_F + \psi_{0F}(y,\overline{u}) + \boldsymbol{\psi}_F(y,\overline{u})\boldsymbol{\theta} + \omega_F(t) \\ y_F &= C_c x_F \end{aligned} \tag{3.25}$$

Grâce au filtre, la condition de continuité du vecteur de régression $\boldsymbol{\psi}_F(y,\overline{u})$ et de sa dérivée

est maintenant vérifiée de sorte que l'observateur suivant peut être utilisé pour estimer l'ensemble des paramètres du modèle:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_F &= (A_c - KC_c)\hat{x}_F + \psi_{0F}(y,\bar{u}) + \boldsymbol{\psi}_F(y,\bar{u})\hat{\boldsymbol{\theta}} + Ky_F \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\theta}}} &= \Gamma \boldsymbol{\psi}_F(y,\bar{u})^T (y_F - C_c\hat{x}_F)\end{aligned} \tag{3.26}$$

Il subsiste cependant un autre problème. En effet, l'observateur nécessite la connaissance du signal de sortie y_F en l'occurrence la force de frottement filtrée. La mise en œuvre de cet estimateur requiert donc un capteur pour mesurer la force de frottement. Non seulement cette solution engendre des coûts additionnels mais elle est souvent irréalisable à cause de contraintes physiques. Pour cette raison, la section suivante sera consacrée à l'explication d'une méthode de reconstruction de la force de frottement filtré ainsi que celle du vecteur de régression filtré à partir des signaux de vitesse v et de la force d'excitation u du système décrit par l'équation (2.1) et en utilisant le vecteur de régression décrit par les équations (3.17)-(3.18). Cette méthode est décrite en détail dans (Said Grami 2008).

3.2.3 Reconstruction de la force de frottement filtrée

Comme il a été mentionné auparavant, pour construire l'estimateur décrit par l'équation (3.26), on a besoin de la force de frottement filtrée F_f représentée par x_F pour estimer y_F et pour construire le vecteur de régression $\boldsymbol{\psi}_F(y,\bar{u})$. Cette force sera reconstruite à partir de la vitesse v et de la force d'excitation u (qui serait normalement générée par un contrôleur).

Le processus de reconstruction de la force filtrée est le même, que cette force soit utilisée dans le vecteur de régression ou à l'entrée de l'estimateur. Ce processus est basé sur l'équation dynamique (2.1) du système de masse en mouvement de la figure 2.4. La seule différence qui existe est que, d'une part, lorsque la force de frottement filtrée est utilisée à l'entrée de l'estimateur de l'équation (3.26), elle se reconstruit naturellement d'une manière continue. Les conditions initiales s'appliquent alors une seule fois, au début de l'intégration. D'autre part, lorsque cette force filtrée est utilisée pour construire le vecteur de régression

$\psi_F(y,\overline{u})$, les conditions initiales doivent être recalculées à chaque commutation. Cette réinitialisation des conditions initiales est nécessaire parce que le filtrage de $\psi(y,\overline{u})$ ne peut pas être identique dans les phases de glissement et de pré-glissement (Said Grami 2008). En effet, comme indiqué par l'équation (3.18), dans une des phases, le premier terme du vecteur est F alors qu'il est 0 dans l'autre. Or, l'application du filtre sur le 0 peut être obtenue par une mise en œuvre directe tandis que pour le signal F, elle doit être obtenue par une mise en œuvre particulière tenant compte du fait que F peut seulement être déduit des signaux u et $\dot{v}$ alors que c'est seulement les signaux u et v qui sont supposés connus. Comme l'application du filtre est différente à chaque commutation de la phase de glissement à celle de pré-glissement et vice-versa, la seule façon d'assurer le fonctionnement continu du filtre est d'ajuster les conditions initiales à chaque commutation. Dans le paragraphe suivant, la mise en œuvre du filtre du signal de frottement F est expliquée en détail pour le premier filtre, puis pour le deuxième (3.23)-(3.24).

a) Reconstruction de la force de frottement filtrée

Pour reconstruire la force de frottement filtrée par le premier étage du filtre (3.23)- (3.24), l'équation (2.1) est filtrée des deux côtés à l'aide du filtre de premier ordre ayant une fréquence de coupure ω_{c1}. L'égalité reste valide de façon à ce que la force filtrée F_{f1} puisse être exprimée en fonction du filtrage des signaux u et v et du paramètre constant m (masse de la partie mobile du moteur linéaire). En effet,

$$m\dot{v} = u - F \quad \Leftrightarrow -F = m\dot{v} - u$$

En appliquant le premier étage du filtre de l'équation (3.24), on obtient :

$$L(m\dot{v}-u).(\frac{\omega_{c1}}{s+\omega_{c1}}) = -F_{f1}(s) \quad \Leftrightarrow -F_{f1}(s) = \frac{m\omega_{c1}}{s+\omega_{c1}} L(\dot{v}) - \frac{\omega_{c1}}{s+\omega_{c1}} L(u)$$

où $L()$ est l'oppérateur de la transformée de Laplace. En supposant a priori que les conditions initiales sont nulles :

$$-F_{f1}(s) = \frac{m\omega_{c1} s v(s)}{s+\omega_{c1}} - \frac{\omega_{c1}}{s+\omega_{c1}} u(s) = m\omega_{c1} v(s) - \frac{\omega_{c1} u(s) + \omega_{c1}^2 m v(s)}{s+\omega_{c1}} \qquad (3.27)$$

En choisissant la variable d'état suivante dans le domaine de Laplace :

$$X(s) = \frac{-\omega_{c1} u(s) - \omega_{c1}^2 mv(s)}{s + \omega_{c1}}$$

on obtient alors dans le domaine du temps

$$\dot{X} + \omega_{c1} X = -\omega_{c1} u - \omega_{c1}^2 mv$$

de sorte que l'équation d'état du filtre avec comme entrées les signaux u et v devient

$$\dot{X} = -\omega_{c1} X - \omega_{c1} u - \omega_{c1}^2 mv$$

L'équation de sortie est alors donnée par

$$-F_{f1} = y = X + \omega_{c1} mv$$

La condition initiale de la sortie peut donc s'exprimer comme suit

$$y_0 = X_0 + \omega_c mv_0$$

De sorte que lors du passage du mode de pré-glissement au mode de glissement, la condition finale de la sortie du filtre en mode de pré-glissement sera utilisée pour calculer la condition initiale du filtre en mode de glissement grâce à la relation suivante :

$$X_0 = y_0 - \omega_c mv_0$$

En résumé, le filtrage des quatre derniers termes du vecteur de régression se fait à l'aide d'une mise en œuvre directe selon le schéma de la figure 3.2. Par contre, le premier terme de ce vecteur contient la forme filtrée de la force de frottement qui commute avec le signal nul. Cette forme nécessite la commutation entre une mise en œuvre directe et la mise en œuvre particulière décrite à l'instant. Pour préserver la continuité dans le signal de sortie lors du passage d'une mise en œuvre à l'autre, les conditions initiales sont prises en compte. Ce schéma particulier est illustré par la figure 3.3.

Une fois que le premier étage du filtre est obtenu, le deuxième étage peut être mis en œuvre de façon directe pour tous les signaux. Les blocs SIMULINK de la reconstruction et du filtrage sont montrés à l'annexe 1. À titre d'exemple, la figure 3.4 illustre la force de frottement mesurée à l'aide du capteur de force comparée à celle reconstruite à l'aide du filtrage et des signaux u et v pour une consigne de position formée par une séquence

périodique de deux trajectoires polynomiales de degré 5 avec des vitesses et des accélérations initiales et finales nulles (John J. Craig 2005).

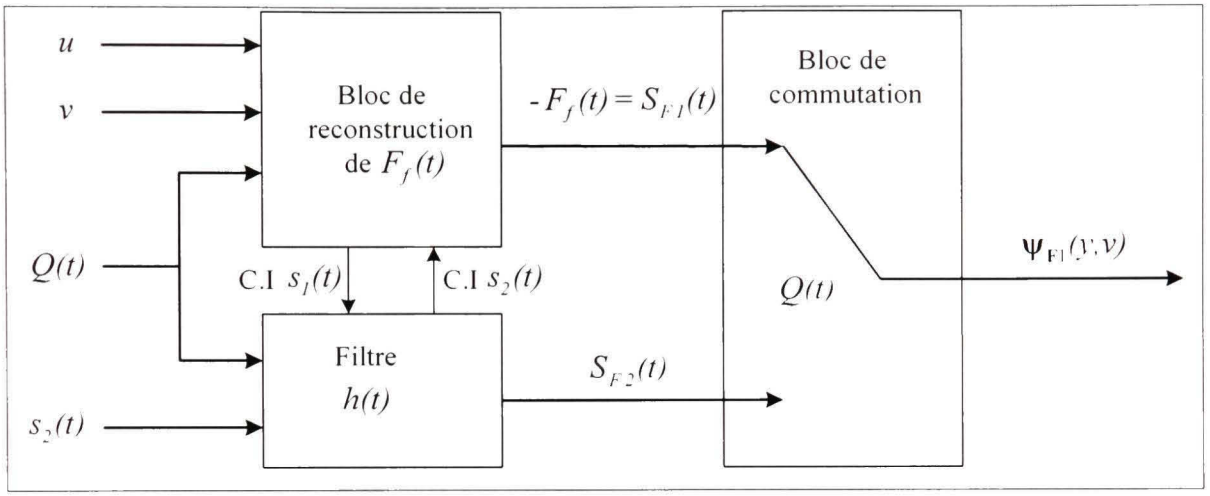


Figure 3.3 La force de frottement F_f reconstruite pour le vecteur de régression.

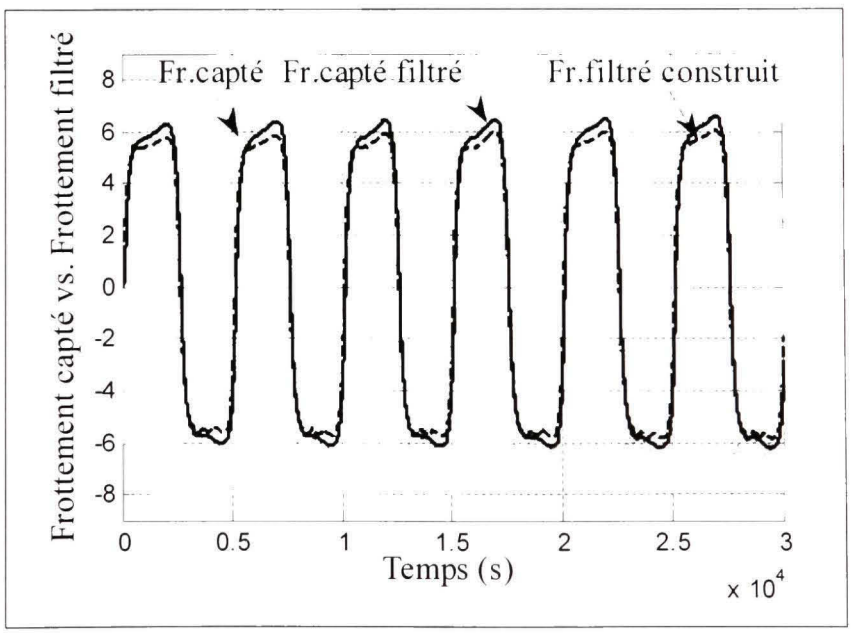


Figure 3.4 La force de frottement F_f reconstruite à l'entrée de l'estimateur.

Sur cette figure, la force de frottement reconstruite est comparée à la force de frottement mesurée filtrée par le filtre décrit par les équations (3.23)-(3.24) avec $\omega_{c1} = 5rad/s$ et $\omega_{c2} = 50rad/s$. Cette simulation a été réalisée à l'aide de signaux de vitesse et de force obtenue du banc d'essai dans des conditions comparables à celles de la validation expérimentale présentée au chapitre 4.

3.3 Conclusion

Dans ce chapitre l'estimateur des paramètres du modèle de frottement GMS proposé par notre groupe (Said Grami 2008) a été expliqué en détails. En particulier, les approximations qui ont permis d'exprimer le modèle GMS sous une forme linéaire perturbée ont été décrites puis appliquées de façon à rendre le système compatible avec l'estimateur de Marino (Riccardo Marino 2001). L'approximation de la fonction de commutation du modèle a ensuite été présentée. Pour éviter les discontinuités du modèle et la mesure de la force de frottement, une approche de filtrage a finalement été incorporée dans la formulation. Le prochain chapitre présente une validation expérimentale de cet estimateur.

CHAPITRE 4

VALIDATION DE L'ESTIMATEUR Á L'AIDE D'UN BANC D'ESSAI

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, l'estimateur du modèle de frottement GMS présenté au chapitre 3 sera validé à l'aide d'un banc d'essai. Le banc d'essai sera d'abord décrit en détails. Puis la modélisation et la caractérisation de ce système seront présentées. Ces caractérisations seront utilisées pour corriger les effets indésirables du système grâce à une commande linéarisante. Puis une validation de cette correction sera effectuée et une commande linéaire conçue à l'aide de la méthode de placement des pôles sera présentée. Finalement l'algorithme de l'estimation des paramètres du modèle GMS sera mis en œuvre pour en évaluer la performance.

4.2 Description du banc d'essai

4.2.1 Partie opérative

Le banc d'essai consiste en un moteur linéaire dont la partie mobile (ou translateur) est commandée en position par un dispositif qui sera décrit plus loin. Le translateur, formant un corps de masse m, possède une surface qui est en contact avec la surface d'une autre pièce de masse M. Le mouvement de cette pièce est contraint par une butée pour empêcher son déplacement dans la direction du mouvement du translateur du moteur. La pression engendrée par la masse de cette pièce sous l'action de la gravité est appliquée à la surface de contact du translateur de façon à engendrer une force de frottement. En modifiant la masse M, on peut donc ajuster l'amplitude de la force de frottement. Un capteur de force est également installé entre la pièce de masse M et la butée de façon à pouvoir mesurer la force de frottement. Ce système, illustré par la figure 4.1, est communément appelé tribomètre

parce qu'il permet de modifier et de mesurer la force de frottement en fonction de la vitesse relative des deux surfaces en contact.

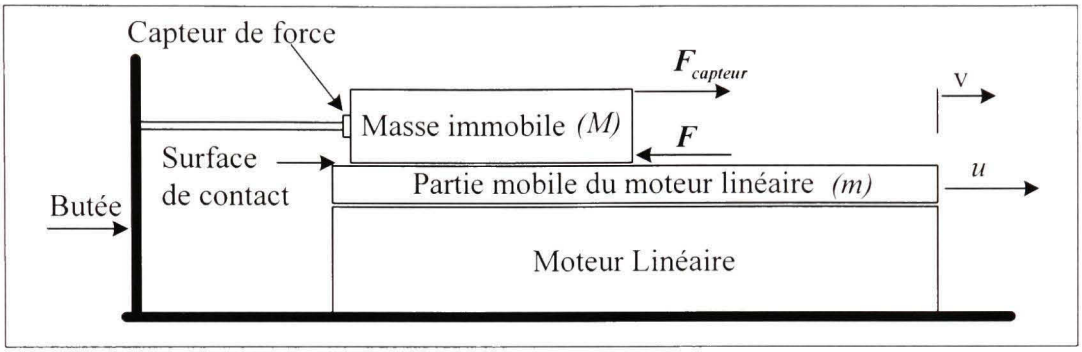


Figure 4.1 Le banc d'essai.

En théorie, ce dispositif permet de mesurer tous les signaux nécessaires à l'identification de la force de frottement F. En effet, selon la deuxième loi de Newton (Rothen 1999) et une modélisation idéalisée du moteur linéaire (C.M. Liaw 2001), les forces agissant sur le partie mobile du moteur peuvent être décrites par les équations suivantes :

$$m\dot{v} - u + F = 0 \tag{4.1}$$

où $\dot{v}$ est l'accélération, F est la force de frottement et u est la force motrice du moteur donnée par

$$u = K i \tag{4.2}$$

où i est le courant qui traverse les enroulements du moteur et K est la constante de force du moteur. Les équations (4.1)-(4.2) établissent donc une correspondance exacte avec l'équation (2.1) sur laquelle repose la formulation de l'estimateur présenté au chapitre 3. Cependant, la précision de cette correspondance repose sur la validité de l'équation (4.2) qui est souvent imprécise à cause notamment des non linéarités du moteur. Dans ce chapitre, la linéarisation de cette relation sera réalisée à l'aide d'une loi de commande non linéaire.

Le schéma de la figure 4.1 permet également la mesure de la force de frottement. En effet, parce que le corps de masse M est immobilisée par la butée dans la direction du mouvement du translateur, l'équilibre des force sur ce corps est donnée par

$$F - F_{Capteur} = 0 \tag{4.3}$$

À condition que le capteur mesure bien la force de réaction de la butée, ce qui dépends de la calibration du capteur et de son conditionneur.

4.2.2 Partie commande

L'ensemble pilote matériel et le dispositif de commande du moteur linéaire sont illustrés à la figure 4.2. Un ordinateur temps-réel (ou « PC-cible ») équipé de cartes d'acquisition permet l'interface avec le conditionneur de signal du capteur de force, le capteur de position et le pilote matériel du moteur linéaire. Grâce à cette interface, l'ordinateur temps-réel permet la mise en œuvre d'algorithme de commande et/ou d'identification en temps réel. Pour faciliter cette mise en œuvre, le logiciel SIMULINK ainsi que son module xPC sont installés dans un deuxième ordinateur fonctionnant sous le système d'exploitation WINDOWS (ou «PC-hôte »). Ce système logiciel permet l'édition de l'algorithme dans l'environnement SIMULINK, sa compilation croisée ainsi que son transfert vers l'ordinateur temps-réel grâce à un lien TCP/IP entre les deux ordinateurs.

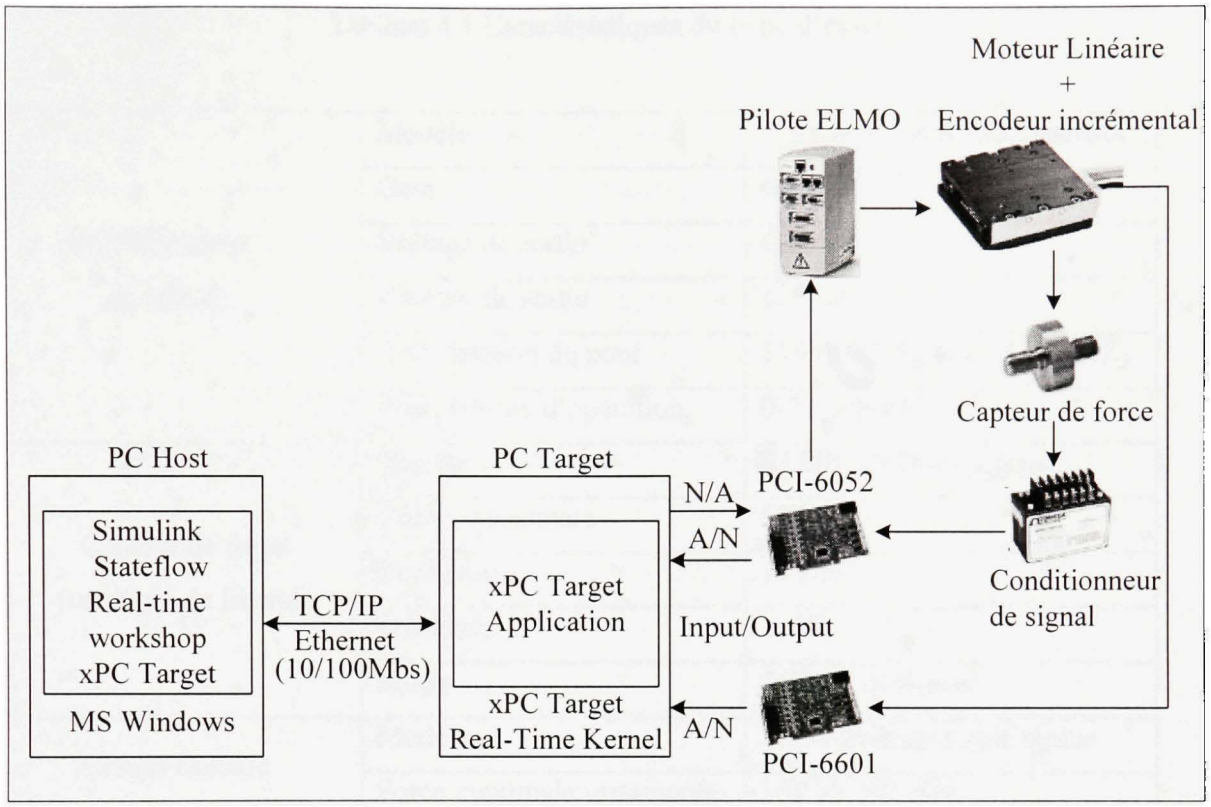


Figure 4.2 Dispositif de commande.

Selon la figure 4.2, les signaux de commande sont envoyés de l'ordinateur temps réel vers le pilote matériel ELMO par l'entremise d'un des convertisseurs N/A de la carte d'acquisition PCI-6052 de la compagnie National Instruments. Un des convertisseurs A/N de cette carte est également utilisé pour transmettre les signaux du conditionneur de signal de force DMD-465WB de la compagnie OMÉGA vers l'ordinateur temps-réel. Les signaux de position de l'encodeur du moteur linéaire sont quant à eux transmis vers l'ordinateur temps réel grâce à un des compteurs de la carte d'acquisition PCI-6601 également fabriquée par National Instruments. Les caractéristiques de chacune des composantes matérielles du banc d'essai sont résumées dans le tableau 4.1 ainsi que dans les paragraphes suivants.

Tableau 4.1 Caractéristiques du banc d'essai

Conditionneur de signal	Modèle	DMD- 465WB Bridgesensor
	Gain	40-250
	Voltage de sortie	4-15V
	Courant de sortie	120mA
	Alimentation du pont	115V AC ± 10% (50/ 60HZ)
	Température d'opération	0-70 degré C
Capteur de force (un degré de liberté)	Modèle	LC201-50 Omegadyne
	Charge maximale	50lb
	Excitation	10Vdc
	Précision	± 1%
	Sortie	2mV/V nominale
Moteur linéaire	Modèle	110-1 Trilogy linear motor
	Force maximale instantanée	108.5N (24.4lb)
	Force continue	24.5N (5.5lb)
Encodeur incrémental	Modèle	Renishaw RGH22 Readhead
	Résolution	0.1 μm
	Alimentation	5v ± 5%, 120mA
	Accélération	500 m/s^2
Contrôleur ELMO	Modèle	CORNET
	Alimentation	230V
	Alimentation auxiliaire	24Vdc
	Communication	RS232

La carte d'acquisition de position PCI-6601 est composée de 4 compteurs de 32bits chacun et est utilisée pour l'acquisition de la position du translateur du moteur linéaire à l'aide de l'encodeur incrémental RGH22 Readhead de Renishaw avec une précision de 0.1 μm .La vitesse de celui-ci est obtenue par dérivation et filtrage de sa position.

La carte d'acquisition PCI-6052E comprend 16 convertisseurs A/N de 16 bits et 8 convertisseurs N/A de 16 bits. La carte comporte aussi deux compteurs de 24 bits chacun. Les plages de tension des entrées et des sorties analogiques de la carte sont réglées à [-10 volts, +10 volts]. Cette carte est utilisée pour envoyer les signaux de commande au pilote ELMO et pour acquérir le signal du capteur de force à travers le conditionneur de signal.
Le pilote matériel ELMO est utilisé pour assurer la commutation des phases du moteur linéaire sans balais ainsi que pour lui fournir la puissance électrique requise. Dans notre application, le pilote permet également d'asservir le courant fourni au moteur. Il est configuré à l'aide du logiciel Composer de ELMO.

4.3 Modélisation du banc d'essai

4.3.1 Modèle idéal du système

Idéalement, le processus d'identification du modèle de frottement GMS devrait reposer sur la modélisation du banc d'essai donnée par les équations (4.1)-(4.3). Malheureusement, cette modélisation idéale ne correspond pas à la réalité et doit être bonifiée et corrigée. La figure 4.3 représente un schéma fonctionnel du dispositif expérimental.

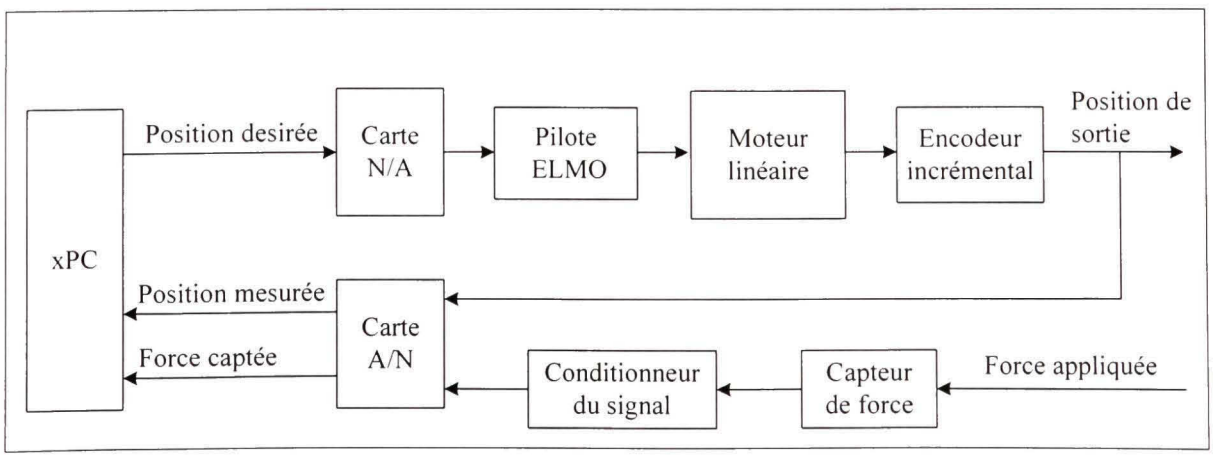


Figure 4.3 Schéma fonctionnel du banc d'essai.

D'abord, le pilote ELMO en mode contrôle de courant pourrait, en théorie, être modélisé par un simple gain ajustable à l'aide du logiciel COMPOSER fourni avec le pilote. Ce gain exprime le courant généré à la sortie du contrôleur en fonction de la tension de commande à son entrée. Il a été fixé à 0.4A/V. L'encodeur incrémental combiné au compteur de la carte PCI-6601 peut également être modélisé par un gain 1/(4N) où $N = 2.5 \times 10^6$ est le nombre d'impulsions de l'encodeur linéaire par mètre. La modélisation réaliste de l'ensemble capteur-conditionneur ainsi que celle du moteur n'est pas aussi simple. Elle nécessite en effet des calibrages et des linéarisations par contrôle qui seront présentés dans les prochaines sections.

4.3.2 Modèle du moteur linéaire et linéarisation de la force motrice

a) Description des forces mises en jeu dans un moteur linéaire

Le moteur linéaire est un moteur électrique dont la partie mobile effectue une translation. Il est composé de deux parties: i) un stator formé par un certain nombre d'aimants permanents et ii) un translateur formé par des bobines électriques ayant un noyau en fer. En appliquant un courant triphasé à trois bobines adjacentes du translateur, on crée une force motrice proportionnelle à ce courant en plus d'une force d'ondulation qui est le résultat de deux phénomènes physiques qui apparaissent lors du déplacement du translateur à travers le champ magnétique discontinu et irrégulier (Gerco Otten 1997). Le premier phénomène est lié à la présence de dentition dans les pôles du moteur linéaire. Il fait apparaître la force de dentition qui n'est pas liée à l'attraction magnétique de l'inductance et de ce fait qui ne dépend pas du courant qui traverse les enroulements mais seulement de la position du translateur. Le deuxième phénomène apparaît lorsque l'inductance des enroulements varie par le fait du déplacement de ces enroulements par rapport aux aimants permanents de la partie immobile du moteur. Il fait apparaître la force de reluctance qui dépend de la position du translateur ainsi que du courant qui parcourt ces enroulements.

La force de dentition et la force de réluctance font apparaître des ondulations dans la force motrice et créent une dépendance de celle-ci avec la position du translateur. Afin d'éliminer ces ondulations dans la force motrice, deux approches sont généralement appliquées : i) Faire une conception spatiale adéquate des aimants permanents par rapport au courant qui traverse les enroulements, et choisir un matériau autre que le fer pour construire le noyau des enroulements. Malheureusement cette approche réduit l'amplitude de la force motrice et affecte l'efficacité du moteur, ii) Utiliser, soit une commande par rétroaction pour modifier le courant d'alimentation du moteur en ligne à l'aide des évaluations hors ligne de la force contre électromotrice du moteur, soit la commande par action directe pour ajouter une approximation expérimentale de la force d'ondulation (Gerco Otten 1997).

Dans ce mémoire une approche similaire à celle décrite au point ii) a été utilisée pour compenser non seulement la variation indésirable de la force motrice en fonction de la position mais également les non linéarités de la force motrice en fonction du courant. Cette compensation est expliquée en détail dans la section suivante.

b) Modèle réel du moteur linéaire

Le modèle réel du moteur linéaire prend en compte la force motrice et les forces d'ondulations, en plus de la force de frottement entre le translateur et la partie immobile du moteur qu'on choisit de modéliser par un frottement visqueux combiné à un frottement de Coulomb. Si on considère en plus que la partie mobile peut être soumise à une force externe p, le modèle peut-être donné par l'équation suivante :

$$F(x) - p - F_v v - F_c \, sign(v) = m\dot{v} \tag{4.4}$$

où $F(x)$ représente la force motrice résultante qui est donnée par la force motrice proportionnelle au courant Ki moins la force d'ondulation F_{rip} qui est fonction de la position de la partie mobile x. La force appliquée sur la partie mobile de masse m est également affectée par la force de frottement visqueux $F_v \, v$ et la force de frottement de Coulomb $F_c \, sign(v)$. La figure 4.4 montre une représentation schématique de ces forces.

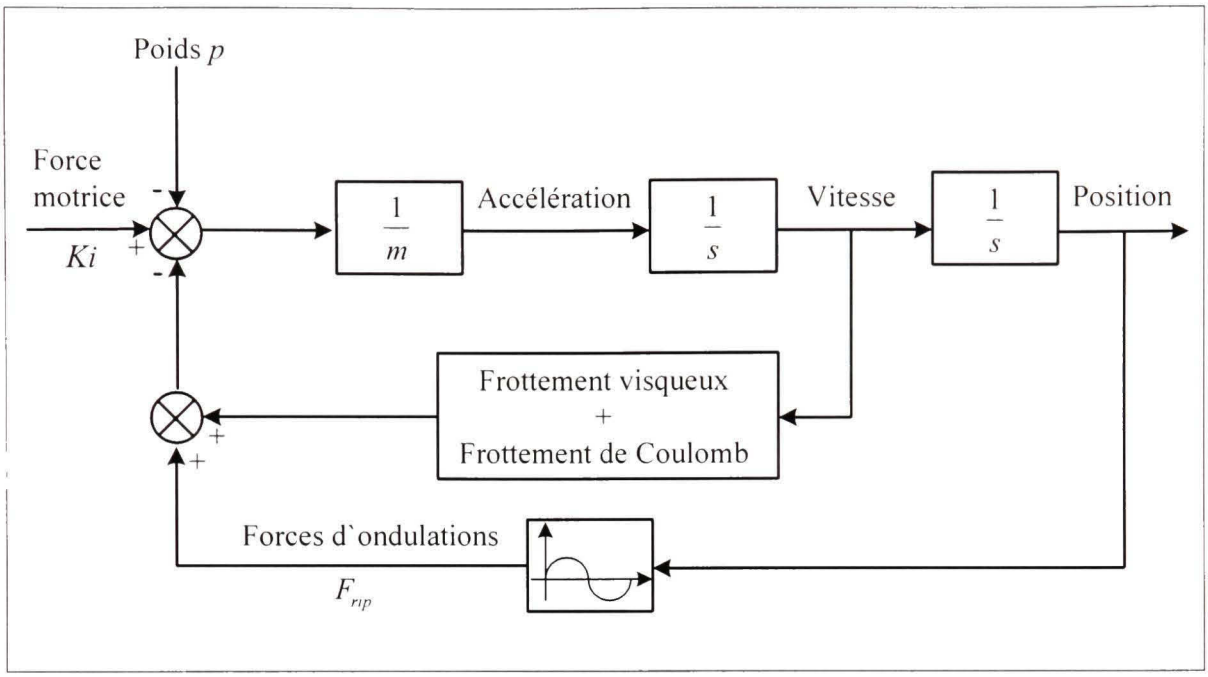


Figure 4.4 Modèle du moteur linéaire.

Étant donné que l'algorithme d'identification du modèle de frottement GMS s'appuie sur le modèle idéal décrit par l'équation (2.1), il est nécessaire de rendre le modèle de l'actionneur du banc d'essai linéaire et complètement indépendant de la position pour l'étape de validation. Pour atteindre cet objectif, le gain du moteur exprimant la force générée en fonction de la tension fournie au pilote ELMO sera d'abord déterminé de façon expérimentale pour chaque position du translateur. Ensuite, ce gain qui tiendra compte des forces mise en jeu servira à rendre le système linéaire et indépendant de la position grâce à une commande linéarisante.

c) Gain du moteur dans le sens positif du mouvement

Pour évaluer le gain du moteur dans le sens positif du mouvement (selon la direction de la flèche associée à v sur la figure 4.5), nous avons choisi de retirer la masse immobile et d'ajouter une force externe connue qui s'applique à la partie mobile du système. Telle

qu'illustrée par la figure 4.5, cette force est obtenue grâce à une masse connue sous l'effet de la gravité.

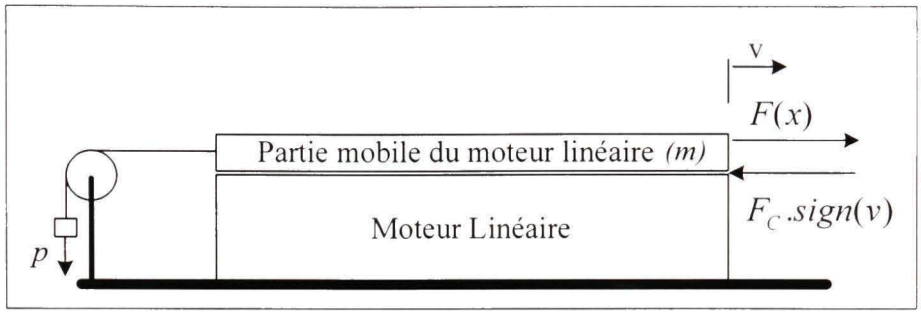


Figure 4.5 Dispositif pour la détermination du gain du moteur linéaire.

Le gain du moteur linéaire dans le sens positif du mouvement du translateur est alors déterminé en utilisant un contrôle de position dont la consigne est une rampe de très faible amplitude de façon à rendre les forces inertielles et de frottement visqueux négligeables. Pour simplifier la présentation de cette partie, l'algorithme de commande de position n'est pas présenté ici (il sera introduit plus loin dans le mémoire). Le modèle de l'équation (4.4) devient :

$$F(x) - F_c \, sign(v) = p \tag{4.5}$$

où p est la force externe obtenue par le poids connu. Pour lisser le signal de tension qui commande le mouvement du moteur, une approximation polynomiale est obtenue à l'aide de la fonction *polyfit* du logiciel *Matlab*. Une approximation polynomiale du gain moyen du moteur par rapport à la position est illustrée par la figure 4.6. La moyenne est obtenue en répétant l'expérience à 9 reprises.

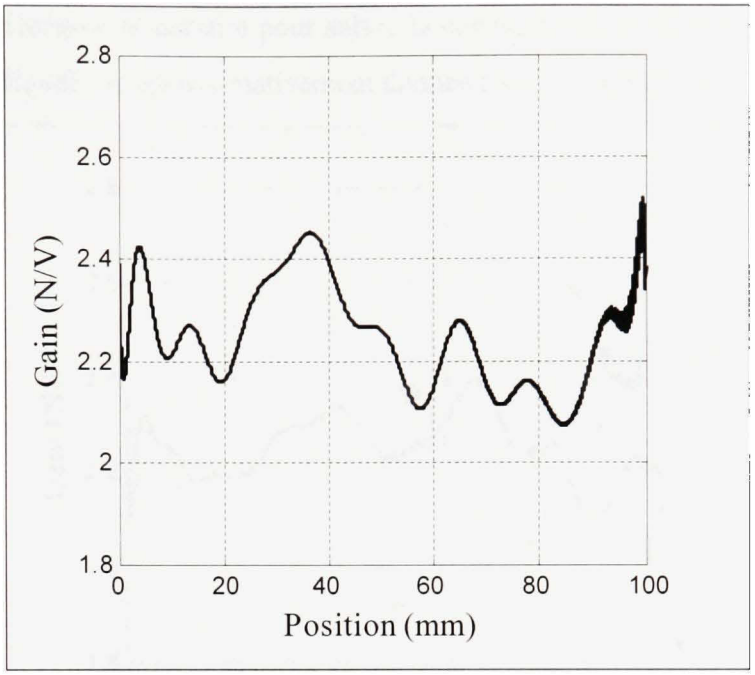


Figure 4.6 Gain du moteur dans le sens positif du mouvement.

Cette approximation polynomiale de la caractéristique force/tension en fonction de la position a déjà été considérée dans la littérature (M.K. Jain 2003). D'autres approximations peuvent également être utilisées en s'appuyant notamment sur les réseaux de neurone (R. Rastko 2002), les splines (Dierckx 1993) et les courbes de Bézier (Stewart 2001).

Pour déterminer la composante constante de la caractéristique, la tension nécessaire pour suivre la consigne de position lorsqu'aucune force externe n'est appliquée est déterminée. Cette tension de commande est approximativement donnée par V_0=0.420 volt.

d) Gain du moteur dans le sens négatif du mouvement

Le gain du moteur linéaire dans le sens négatif est déterminé de façon similaire à celui du sens positif. L'approximation polynomiale de ce gain est illustrée par la figure 4.7. Dans

cette direction, la tension nécessaire pour suivre la consigne de position lorsqu'aucune force externe n'est appliquée est approximativement donnée par V_0=-0.420 volt.

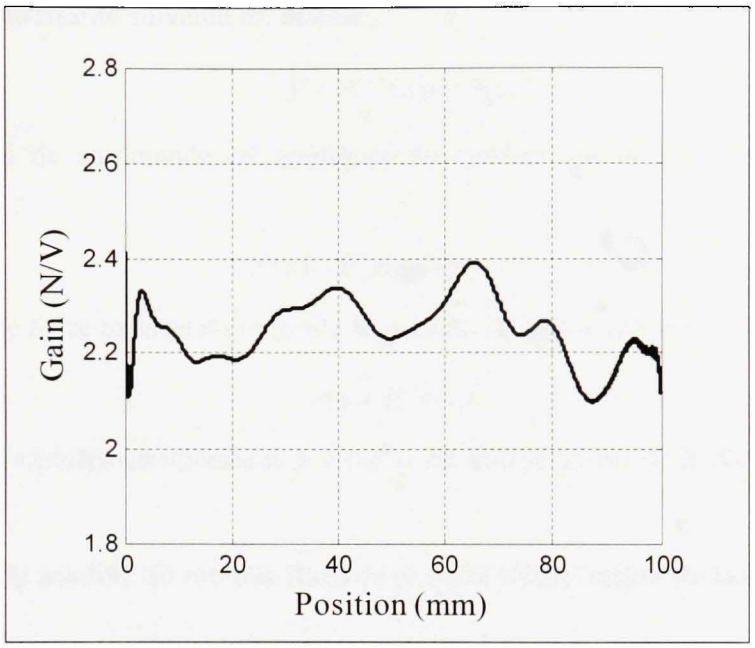


Figure 4.7 Gain du moteur dans le sens inverse du mouvement.

e) Linéarisation

Les deux paragraphes précédents ont permis d'établir que la force motrice du moteur linéaire peut être approximée par la forme non-linéaire suivante pour de très faibles vitesses :

$$F(x) - F_c\, sign(v) = K(x)\left(V - V_0(x)\right) \tag{4.6}$$

Où V est la tension appliquée à l'entrée du pilote matériel du moteur linéaire et K(x) est le gain de l'actionneur donné par la courbe illustrée par la figure 4.6 lorsque la direction du mouvement est positive et par la courbe illustrée par la figure 4.7 lorsque la direction est négative. La tension $V_o(x)$ nécessaire pour faire mouvoir le translateur lorsqu'aucune force

extérieure n'est appliquée dépend de la position de celui-ci et est égale à 0.420 volt pour les deux sens du mouvement. À partir du modèle expérimental décrit par la relation (4.6), la loi de commande linéarisante suivante est établie :

$$V = K^{-1}(x)u + V_0(x) \tag{4.7}$$

Lorsque cette loi de commande est appliquée au système décrit par l'équation (4.6), on obtient

$$F(x) - F_c\, sign(v) = u$$

Si on suppose une force externe nulle (p=0), le modèle (4.4) devient alors :

$$m\dot{v} + F_V\, v = u \tag{4.8}$$

Cette relation est maintenant linéaire et la force u est indépendante de la position x.

f) Validation du modèle du moteur linéaire et de la linéarisation de la force motrice

La validation du modèle linéarisé du moteur linéaire consiste à estimer les coefficients de l'équation (4.8) et comparer la force motrice réelle générée par le contrôleur avec la force motrice reconstruite à partir de ces coefficients estimés. Si l'erreur entre ces deux courbes est acceptable, on conclura que le modèle du moteur linéaire peut être exprimé par cette équation.

i) Identification

En accord avec les principes classiques d'identification des systèmes (Rik Pintelon 2001), un filtre passe-bas est appliqué de part et d'autre de l'égalité de l'équation (4.8) pour éviter les dérivées des signaux de mesure. L'équation filtrée est alors donnée par

$$m\dot{v}_f + F_V.v_f = u_f \tag{4.9}$$

où $\dot{v}_f$ représente l'accélération filtrée, v_f la vitesse filtrée, u_f est la force motrice filtrée et F_v est le coefficient de frottement visqueux. En choisissant un filtre passe-bas de premier ordre, l'accélération filtrée $\dot{v}_f$ peut être calculée à partir de la mesure de vitesse sans avoir

recourt à la mesure de l'accélération. En effet, dans le domaine de Laplace, si on suppose que les conditions initiales sont nulles

$$L(\dot{v}_f) = \frac{\omega_c}{s+\omega_c} L(\dot{v}) = \frac{s\omega_c}{s+\omega_c} v(s)$$

où ω_c est la fréquence de coupure du filtre. De la même façon,

$$v_f(s) = \frac{\omega_c}{s+\omega_c} v(s)$$

et

$$u_f(s) = \frac{\omega_c}{s+\omega_c} u(s)$$

Pour un échantillon de mesure k, l'équation (4.9) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$u_f(k) = \begin{bmatrix} \dot{v}_f(k) & v_f(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ F_v \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

En considérant que l'identification est réalisée à partir d'un nombre suffisant d'échantillon N, l'expression (4.10) peut être vectorisée de la façon suivante :

$$u_f = \mathbf{W}_f \begin{bmatrix} m \\ F_v \end{bmatrix} \tag{4.11}$$

où

$$\mathbf{u}_f = \begin{bmatrix} u_f(1) \\ \vdots \\ u_f(N) \end{bmatrix}$$

et

$$\mathbf{W}_f = \begin{bmatrix} \dot{v}_f(1) & v_f(1) \\ \vdots & \vdots \\ \dot{v}_f(N) & v_f(N) \end{bmatrix}$$

Alors les valeurs estimées de la masse m du translateur du moteur linéaire et le coefficient de frottement visqueux F_v peuvent être identifiées par la méthode standard des moindres

carrées (Radhakrishna Rao C. 1999) :

$$\begin{bmatrix} \hat{m} \\ \hat{F}_v \end{bmatrix} = \left(\mathbf{W}_f{}^T . \mathbf{W}_f \right)^{-1} . \mathbf{W}_f{}^T . \mathbf{u}_f \tag{4.12}$$

Pour pouvoir calculer la force motrice u_f en appliquant le gain du moteur qui est déterminé à basses vitesses, les tests de validation du modèle du moteur seront faits aussi à basses vitesses. Pour cette raison, la force de frottement visqueux est négligée et la seule force de frottement entre le translateur et la partie immobile du moteur est la force du frottement de Coulomb. Dans ce cas, l'identification par moindres carrés devient :

$$\hat{m} = \left(\bar{\mathbf{W}}_f{}^T . \bar{\mathbf{W}}_f \right)^{-1} . \bar{\mathbf{W}}_f{}^T . \mathbf{u}_f \tag{4.13}$$

où

$$\bar{\mathbf{W}}_f = \begin{bmatrix} \dot{v}_f(1) \\ \vdots \\ \dot{v}_f(N) \end{bmatrix}$$

Les tests de validation sont basés sur une commande de position en boucle fermée du translateur suivant une trajectoire telle qu'illustrée dans la figure 4.8 (a) et (b) qui se répète trois fois, avec sept accélérations appartenant à l'intervalle [0.1 m/s2 1.3 m/s2]. Cette trajectoire est construite à partir de quatre trajectoires élémentaires ayant la forme suivante: $x(t) = a\frac{t^2}{2} + v_0 t + x_0$, où a est l'accélération, v_0 et x_0 représentent respectivement la vitesse et la position initiale de chaque phase. Le nombre d'échantillons N utilisé dans l'estimation, varie de $N = 3*10^4$ à $N = 6*10^4$ dépendamment du temps de simulation qui est en relation directe avec la vitesse du translateur. La période d'échantillonnage est $T = 10^{-4} s$.

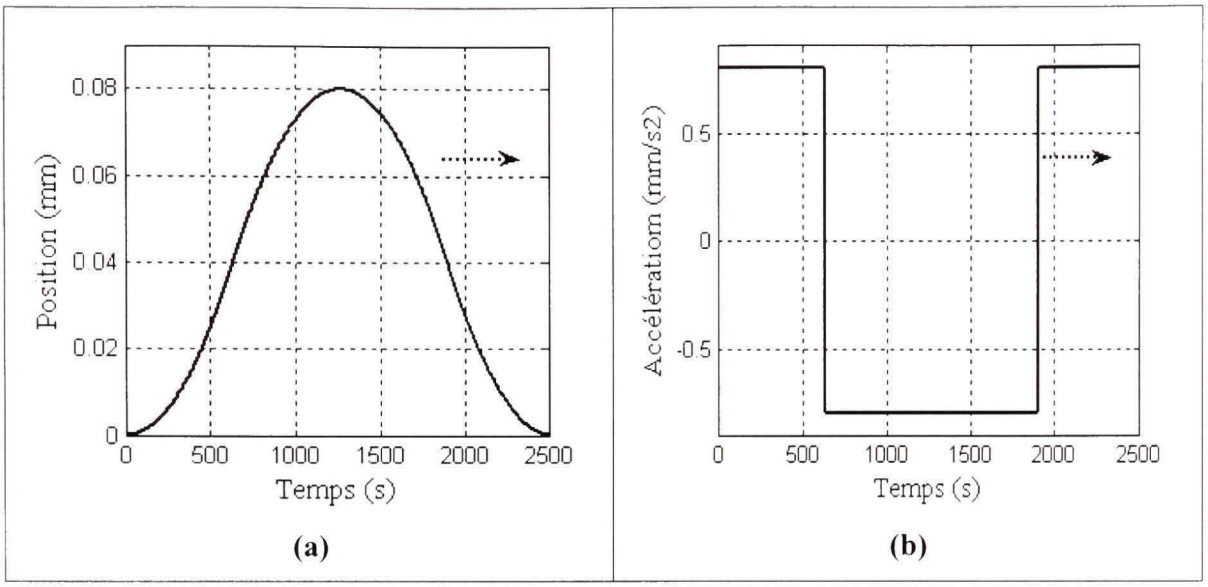


Figure 4.8 Position (a) et accélération (b) pour la linéarisation de la force motrice.

La fréquence de coupure du filtre passe-bas utilisé pour filtrer les signaux $\dot{v}_f$ et u_f est $\omega_c = 10\,\text{rad/s}$.

La valeur de la masse m estimée par l'équation (4.13) à partir des sept tests, est donnée par la figure 4.9. La valeur moyenne de cette masse est de 4.269kg. Sachant que la masse mobile totale utilisée dans les tests est de 4.483 kg, composée de la masse du translateur, égale à 2.483 kg, à laquelle on a ajouté une masse additionnelle de 2kg, l'erreur d'estimation est de 4.77%.

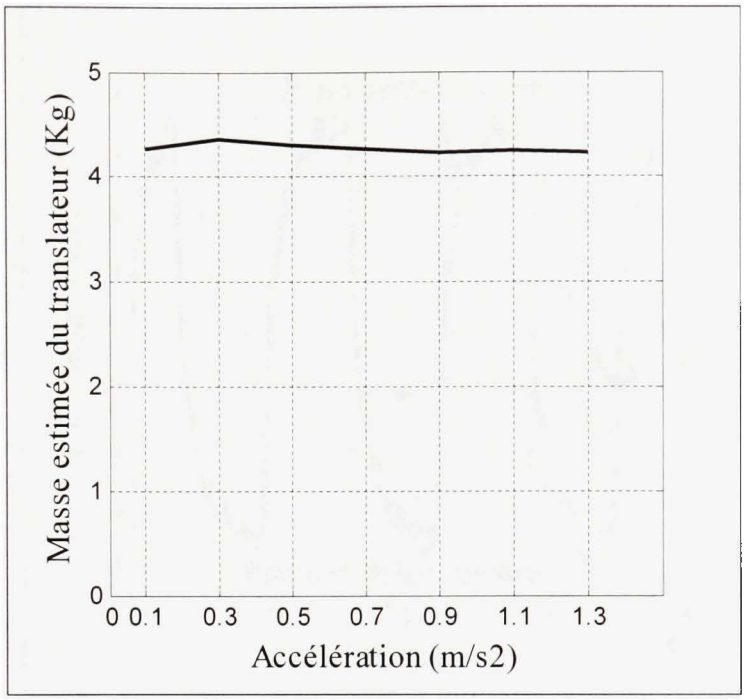


Figure 4.9 Masse du translateur.

Maintenant que l'identification des paramètres du modèle est établie, considérons la validation du modèle.

ii) Validation avec une trajectoire exclue de l'ensemble d'identification

Pour valider l'identification de la masse m de façon croisée, nous avons choisi d'utiliser une accélération a qui n'a pas été utilisée lors de l'identification mais qui appartient toujours à l'intervalle [0.1m/s2, 1.3m/s2]. Nous avons refait le test de comparaison avec une accélération $a = 0.8 m/s^2$ en utilisant la valeur moyenne estimée de la masse du translateur déterminée auparavant. Les résultats sont illustrés par la figure 4.10.

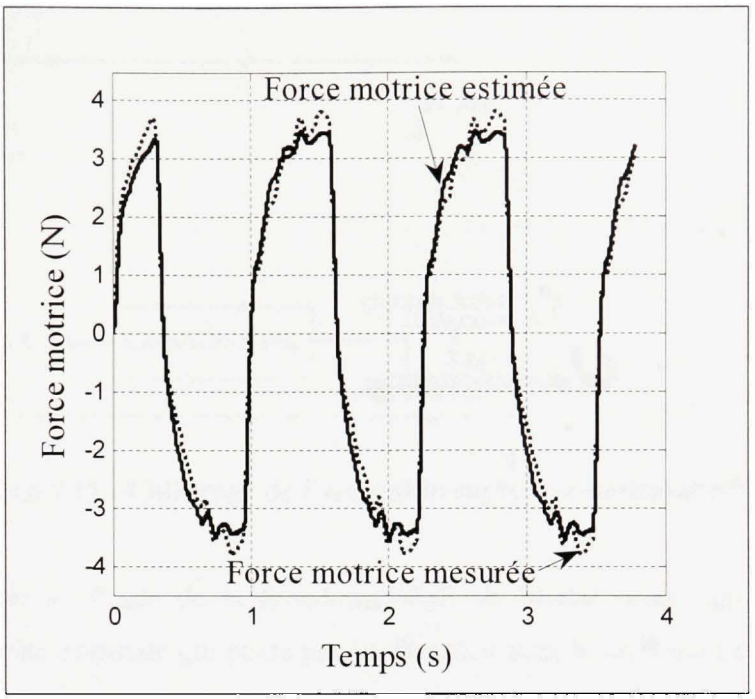


Figure 4.10 Force motrice mesurée (en pointillé) et force motrice estimée par le modèle (en ligne continue) pour une accélération $a = 0.8m/s^2$.

Selon les résultats de la figure 4.10, nous concluons que le modèle linéaire identifié représente bien les données considérées pour la validation. Néanmoins d'autres tests de validation qui incluront aussi la calibration du capteur de force seront considérés dans la prochaine section.

En observant les résultats de la figure 4.10, on peut conclure que le modèle décrit par l'équation (4.8), en négligeant le coefficient de frottement visqueux F_v est linéaire par rapport à son coefficient m pour l'intervalle des accélérations [0.1m/s2, 1.3m/s2].

4.3.3 Modèle de l'ensemble capteur-conditionneur

Le modèle de l'ensemble capteur-conditionneur est un gain exprimant le rapport d'un poids connu appliqué sur l'axe du capteur sur la tension recueillie à la sortie du conditionneur. La figure 4.11 illustre le montage correspondant.

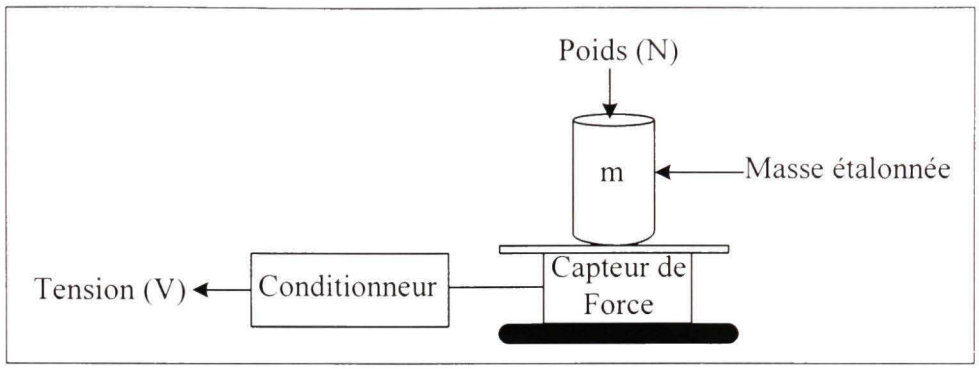


Figure 4.11 Calibrage de l'ensemble capteur-conditionneur.

Ce gain est calculé à l'aide de la fonction *polyfit* de Matlab avec laquelle on génère l'équation de la droite optimale qui passe par les données avec le minimum d'erreurs; ce qui équivaut à calculer une régression linéaire. La droite de régression obtenue est donnée par :

$$E = 0.0221.p + 0.0747 \tag{4.14}$$

où E représente la tension à la sortie du conditionneur et p est la force appliquée sur le capteur par l'entremise d'un poids connu. Les données et la droite estimée sont illustrés par la figure 4.12 et le gain G_c de l'ensemble capteur-conditionneur en (N/V), est donné par la pente de cette droite:

$$G_c = \frac{1}{0.0221} = 45.2488 \text{ N/V}$$

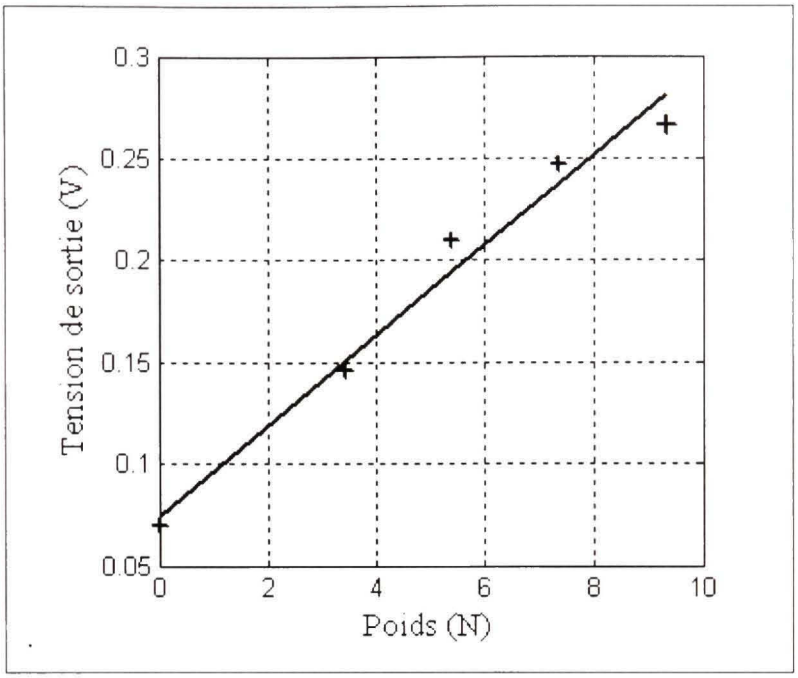


Figure 4.12 Gain de l'ensemble capteur-conditionneur.

Cette approche a permis de minimiser les incertitudes liées au fait des variations du voltage à la sortie du conditionneur et de l'offset du capteur à vide. Ces quantités peuvent varier de façon non négligeable avec la température. Ce qui nous incite à refaire cet étalonnage sur une base régulièrement.

a) Validation du gain de l'ensemble capteur-conditionneur dans des conditions dynamiques

Le gain de l'ensemble capteur-conditionneur a été déterminé dans des conditions statiques. Ces conditions ne représentent pas l'environnement réel où la force qui agit sur le capteur peut varier en fréquence. Pour valider le gain de l'ensemble capteur-conditionneur combiné avec l'actionneur linéarisé, nous avons couplé mécaniquement le capteur de force avec la partie mobile du moteur linéaire. La figure 4.12 illustre le montage correspondant. Puis, une force sinusoïdale incluant un décalage a été imposée à l'entrée linéarisée (u) du moteur linéaire.

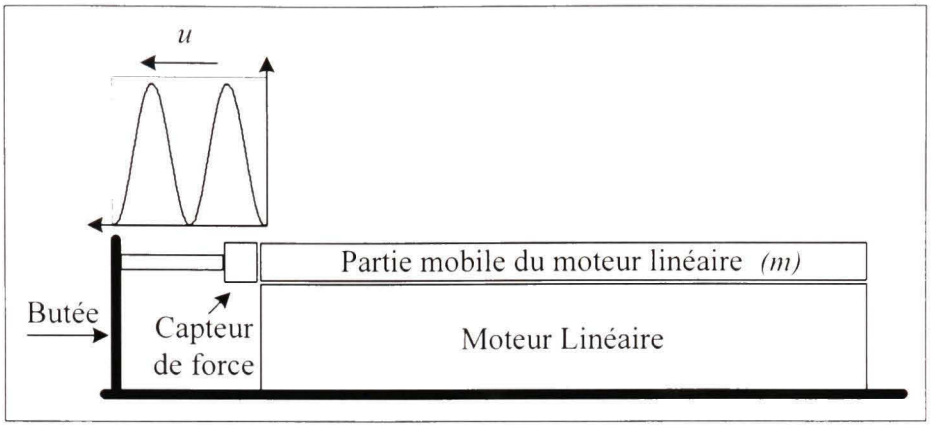


Figure 4.13 Validation dynamique de l'ensemble capteur-conditionneur.

Le test de validation a été considéré pour plusieurs fréquences de la trajectoire sinusoïdale de façon à établir la limite fréquentielle de la validité du gain de l'ensemble actionneur-capteur-conditionneur. L'erreur quadratique moyenne MSE entre la force désirée et la force mesurée pour chaque fréquence a été calculée à l'aide de l'expression suivante :

$$MSE = \frac{1}{N}\sum_{1}^{N}(u - Force_captée)^2$$

La figure 4.14 montre la force désirée en fonction de la force mesurée pour une fréquence de $\omega = \pi \ \ rad/s$. On peut remarquer que les deux courbes sont presque superposées.

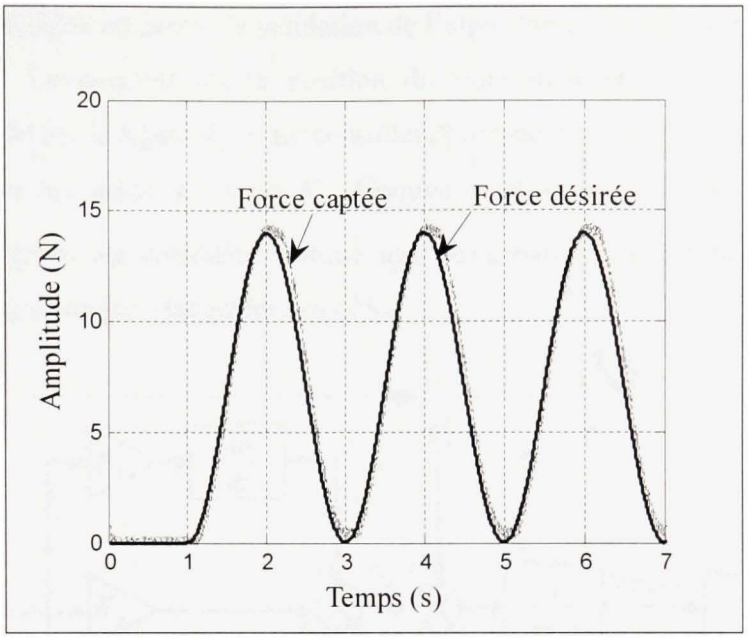


Figure 4.14 Force désirée sinusoïdale *vs.* force mesurée $\omega=\pi rd/s$.

Le tableau 4.2 montre l'erreur quadratique moyenne MSE en fonction de la fréquence. On remarque que cette erreur augmente peu jusqu'à la fréquence de $f = \pi \ \ rad/s$; ce qui valide les résultats des tests de la validation dynamique du gain de l'ensemble capteur-conditionneur qui ont été faits avec une fréquence $\omega = 0.4 * \pi$ rad/s.

Tableau 4.2 Erreur MSE en fonction de la fréquence de la force appliquée sur le capteur

Fréquence (rad/s)	$\pi/4$	$\pi/2$	π	2π	3π	4π	8π
MSE	0.5761	0.4408	0.5667	1.5702	1.9407	1.4969	2.0523

4.4 Conception d'un contrôleur de position par placement de pôles

Maintenant que les modèles de l'actionneur et du capteur de force ont été linéarisés et validés, une loi de commande de position sera conçue comme étape préalable à l'atteinte de

l'objectif principal de ce chapitre : la validation de l'algorithme d'identification du modèle de frottement GMS. Le contrôle de la position du translateur est basé sur la boucle de commande illustrée par la figure 4.15. Le contrôleur considéré est du type PID. Ce contrôleur est caractérisé par les gains K_i, K_p et K_v. Comme c'est souvent le cas pour ce type de système, le frottement est considéré comme une perturbation qui est négligée lors de la procédure de conception par placement des pôles.

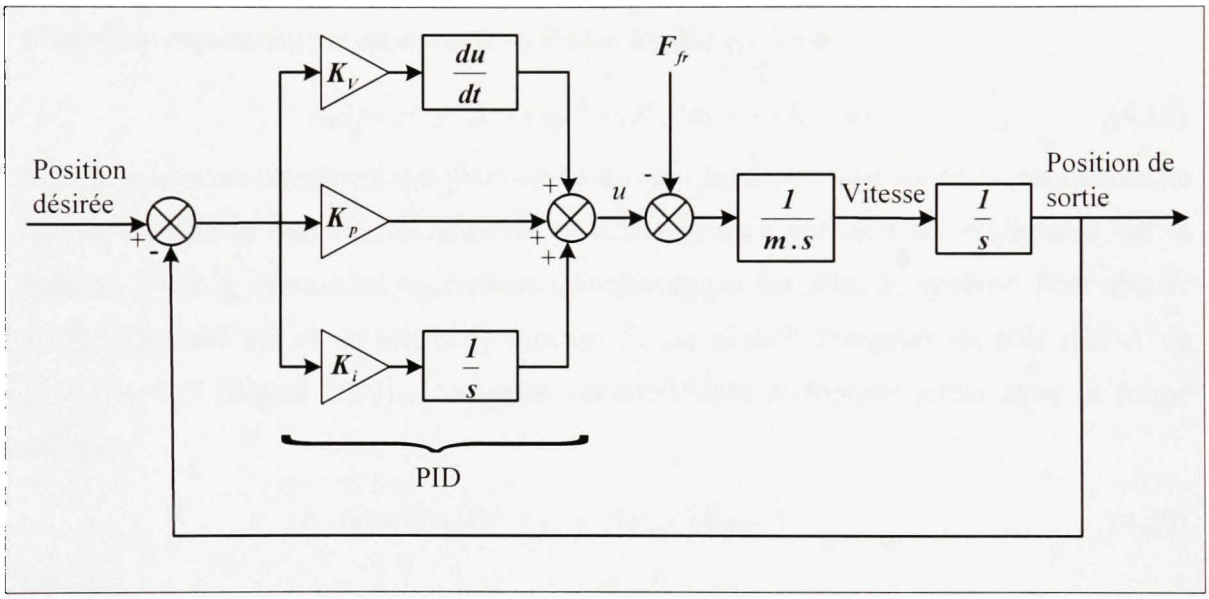


Figure 4.15 Schéma du contrôle de position.

Ainsi, puisque le frottement est négligé, la force u en fonction de la position x s'exprime de la façon suivante dans le domaine de Laplace :

$$m.s^2.X(s) = U(s) \tag{4.15}$$

La fonction de transfert du modèle linéarisé du moteur linéaire est donc donnée par :

$$\frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{m.s^2} \tag{4.16}$$

La fonction de transfert du système en boucle ouverte est alors donnée par :

$$G_o(s) = (K_p + \frac{K_i}{s} + s.K_v).\frac{1}{m.s^2} \tag{4.17}$$

La fonction de transfert du système en boucle fermée devient:

$$\frac{X(s)}{X_d(s)} = \frac{G_o(s)}{1+G_o(s)} = \frac{(K_v/m).s^2 + (K_p/m).s + (K_i/m)}{s^3 + (K_v/m).s^2 + (K_p/m).s + (K_i/m)} \tag{4.18}$$

L'équation caractéristique du système en chaîne fermée est donc :

$$\Delta(s) = s^3 + (K_v/m).s^2 + (K_p/m).s + (K_i/m) \tag{4.19}$$

La conception par placement des pôles est basée sur l'hypothèse que les zéros (les racines du numérateur) de la fonction de transfert en chaîne fermée ont un effet négligeable sur la réponse. Donc la réponse est entièrement caractérisée par les pôles du système. Pour obtenir un dépassement nul et un temps de réponse T_r, on choisit d'imposer un pôle réel λ de multiplicité 3 (Bigras 2008). L'équation caractéristique à imposer prend alors la forme suivante:

$$\Delta_d(s) = (s+\lambda)^3 = s^3 + 3\lambda s^2 + 3\lambda^2 s + \lambda^3 \tag{4.20}$$

où

$$\lambda = \frac{6.27}{T_r} \tag{4.21}$$

Les gains du PID sont alors déterminés en identifiant terme à terme l'égalité entre les équations (4.19) et (4.20) :

$$\begin{cases} K_v = 3.m.\lambda \\ K_p = 3.m.\lambda^2 \\ K_i = m.\lambda^3 \end{cases} \tag{4.22}$$

D'après l'équation (4.21), les gains du contrôleur PID sont inversement proportionnels au temps de réponse T_r. Pour être acceptables, ces gains sont conditionnés par le fait qu'ils doivent fournir la commande nécessaire au mouvement du translateur et ne doivent pas être

trop grands pour éviter d'amplifier le bruit du processus. En tenant compte de ces considérations, le temps de réponse a été fixé à $T_r = 0.15s$. Les gains correspondants sont:

$$\begin{cases} K_v = 311.3682 \\ K_p = 1.3015e4 \\ K_i = 1.8134e5 \end{cases}$$

4.5 Mise en œuvre de l'algorithme d'identification

4.5.1 Introduction

Les étapes décrites dans les sections précédentes permettent la mise en œuvre et la validation de l'algorithme d'identification des paramètres du modèle de frottement GMS par le biais des données expérimentales récoltées sur le banc d'essai illustré par la figure 4.1. Ces étapes ont permis de caractériser toutes les composantes du banc d'essai. Le gain non-linéaire du moteur a été déterminé et les effets indésirables de la force d'ondulations et du frottement de Coulomb du translateur ont été identifiés et compensés par une loi de commande linéarisante. Le gain de l'ensemble capteur-de-force-conditionneur a été également identifié. La réponse fréquentielle du groupe moteur-capteur de force-conditionneur a été aussi déterminée en dernier lieu pour établir les vitesses avec lesquelles les tests expérimentaux peuvent être effectués. Ces étapes ont permis de réduire toutes les imprécisions qui peuvent affecter la mise en œuvre de l'algorithme d'identification afin d'assurer une meilleure précision de l'estimation de la force de frottement.

Dans cette section, l'estimation de la force de frottement est obtenue en identifiant d'abord les paramètres du modèle GMS qui permettent ensuite, en étant combinés au modèle, de calculer la force de frottement estimée. Cependant, une étape préalable est nécessaire. Il s'agit de l'identification a priori des deux paramètres du modèle qui permettent d'approximer la fonction de commutation du modèle GMS. Cette commutation est utilisée pour déterminer le régime du modèle, soit le glissement ou le pré-glissement à un instant donné. Les deux paramètres nécessaires à l'estimation de cette commutation sont le frottement de Coulomb

F_c et le coefficient de rigidité k_1 . La figure 4.16 illustre l'ensemble du processus; c'est à dire l'estimation a priori des paramètres F_c et k_1, le calcul de la fonction de commutation, l'identification de l'ensemble des paramètres du modèle et le calcul de la force de frottement estimée. Cette dernière sera ensuite comparée à la force de frottement mesurée par le capteur de force afin de valider les résultats.

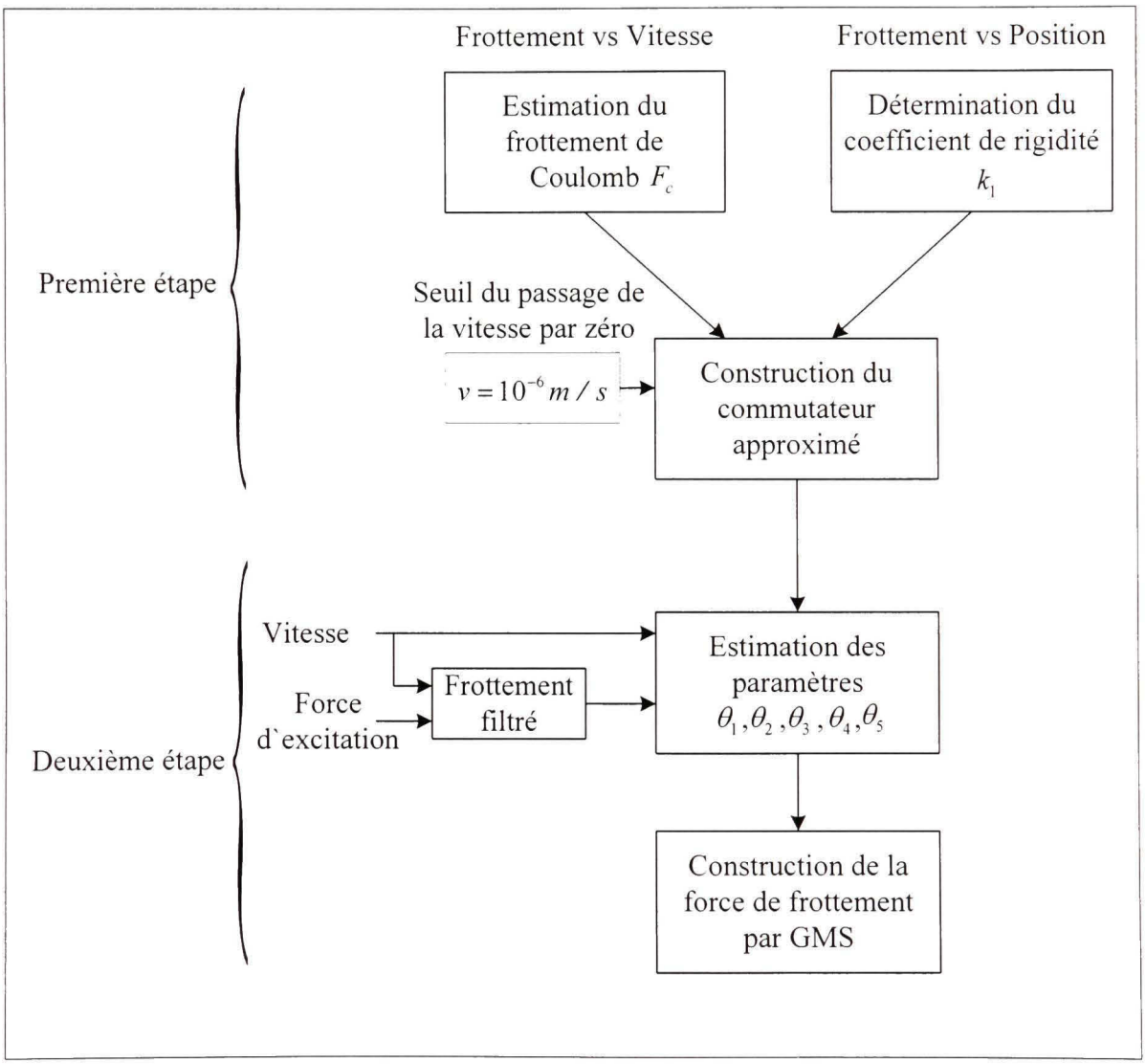


Figure 4.16 Algorithme d'identification de la force de frottement à l'aide du modèle GMS.

4.5.2 Les données expérimentales

Pour réaliser les étapes d'estimation de la Figure 4.16, des signaux de position, de vitesse et de force sont d'abord récoltés du banc d'essai. Ces signaux, illustrés par les figures 4.17 et 4.18, sont obtenus à l'aide de la boucle de contrôle de position illustrée par la figure 4.15. Les gains du PID ont été calculés dans la section 4.4 tandis que la consigne de position $x_d(t)$ a été choisie comme une séquence périodique de deux trajectoires polynomiales de degré 5 avec des vitesses et des accélérations initiales et finales nulles (John J. Craig 2005). La force de frottement résultante entre la surface du translateur en aluminium et la masse M = 1.246kg recouverte d'une mince couche de polymère a été mesurée à l'aide du capteur de force. La couche de polymère a été ajoutée pour permettre d'obtenir une bonne définition de la caractéristique d'hystérésis de glissement qui est particulièrement bien représentée par le modèle de frottement GMS. Les mesures de vitesse , de position et d'effort de commande récoltées durant l'essai expérimental seront utilisées pour d'abord identifier les paramètres de Coulomb et de rigidité, puis identifier les paramètres du modèle GMS nécessaires au calcul de la force de frottement estimée. Finalement, les forces mesurées par le capteur seront utilisées pour valider le processus d'estimation.

Les données de la trajectoire désirée et mesurée de la position du translateur sont illustrées par la figure 4.17 (a) tandis que la vitesse correspondante est illustrée par la figure 4.17 (b). Le frottement n'est pas compensé dans la boucle de commande de position; ce qui explique les variations brusques et le mouvement irrégulier de la vitesse obtenue. Ce phénomène est généralement désigné par le principe de collage-décollage. La trajectoire désirée, de type polynôme de degré 5, est choisie de très faible amplitude pour réduire au minimum la variabilité du frottement causée par les imperfections mécaniques du banc d'essai.

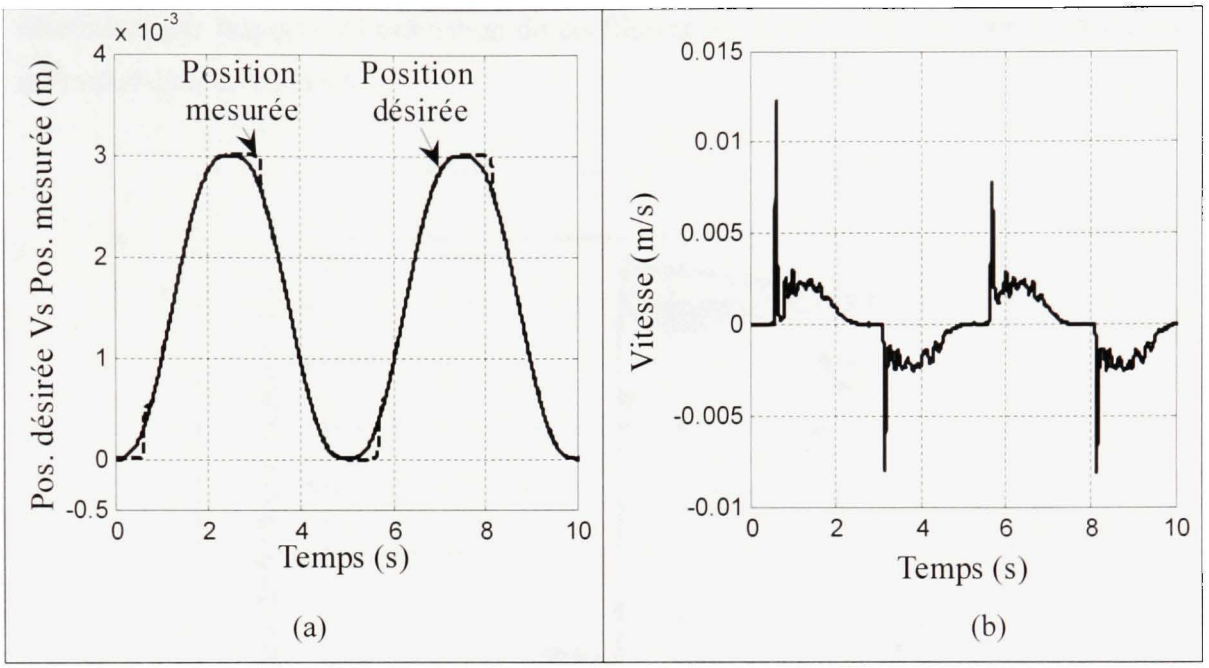


Figure 4.17 Position désirée *vs.* Position mesurée (a) et vitesse (b).

4.5.3 Première étape

Dans cette section, l'estimation a priori du frottement de Coulomb et du coefficient de rigidité est présentée en détails.

a) Estimation du frottement de Coulomb

Cette étape est la première dans le processus d'identification des paramètres car elle permet d'estimer le seuil en dessous duquel le système est en régime de pré-glissement; un critère nécessaire pour établir l'approximation de la fonction de commutation du modèle. Le coefficient de frottement de Coulomb peut être déterminé par plusieurs méthodes telles que l'utilisation d'un estimateur réduit (T.L. Liao 2000) ou simplement à partir de la courbe caractéristique de la force de frottement en fonction de la vitesse du translateur. Cette courbe obtenue à partir des données expérimentales est illustrée par la figure 4.18. Elle permet de

déterminer par inspection l'estimation du coefficient de frottement de Coulomb estimé qui est évalué dans ce cas à 6N.

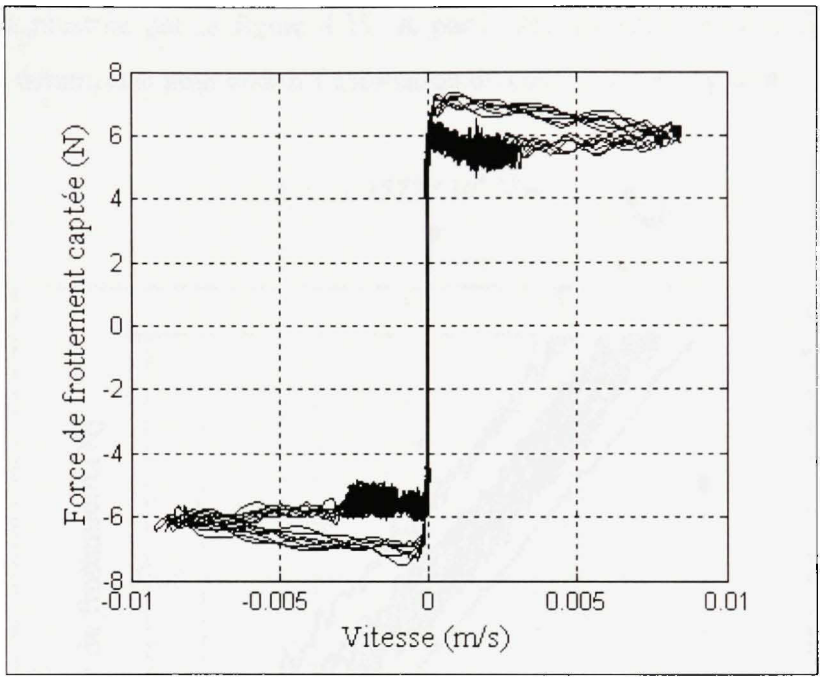


Figure 4.18 Force de frottement mesurée en fonction de la vitesse du translateur.

b) Calcul du coefficient de rigidité

Le coefficient de rigidité k_t est une caractéristique de la phase de pré-glissement. Il caractérise la force de rappel en fonction du déplacement relatif entre les deux surfaces en contacts. Il peut être déterminé par deux méthodes : i) En traçant la courbe d'hystérésis de la force de frottement en fonction du déplacement pour un très faible déplacement pour assurer que le système est en régime de pré-glissement; ce qui peut être difficile à réaliser. ii) En traçant la courbe de la force de frottement en fonction du déplacement et en éliminant par la suite les données qui sont caractérisées par une force de frottement supérieure au frottement de Coulomb puisque ces données représentent normalement le régime de glissement. Que les données soient obtenues par la méthode i) ou ii), elles devront être utilisées pour estimer le

coefficient de rigidité en calculant la pente de la caractéristique force-déplacement en régime de pré-glissement. Dans ce mémoire, les données ont été obtenues par la méthode ii) grâce aux signaux de position, vitesse et force récoltés sur le banc d'essai. La caractéristique force vs position est illustrée par la figure 4.19. À partir des données de cette figure, la pente moyenne a été déterminée pour établir l'estimation du coefficient de rigidité :

$$k_1 = 1.3572 * 10^6 \, N/m$$

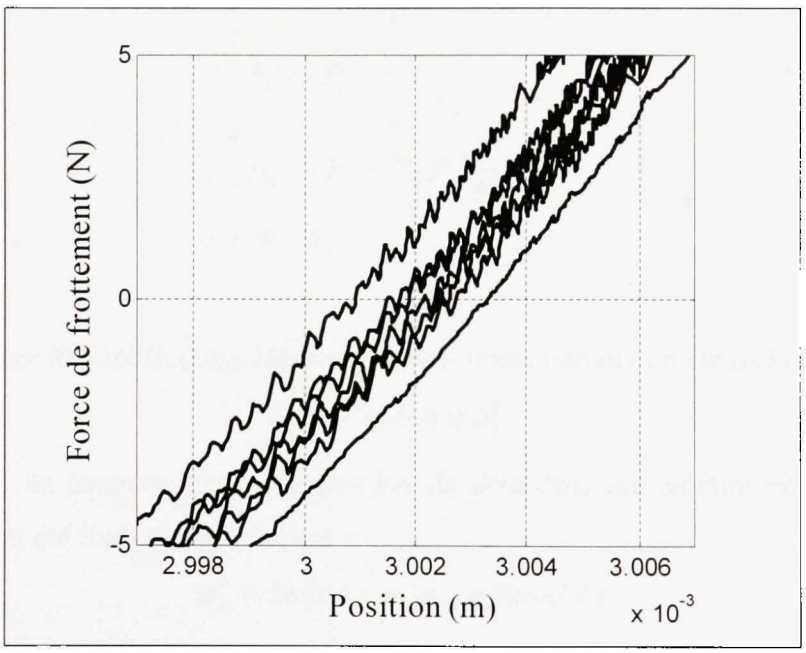


Figure 4.19 Force de frottement mesurée par rapport à la position du translateur.

4.5.4 Deuxième étape

Cette étape permet enfin de valider l'algorithme d'identification des paramètres du modèle GMS. Pour ce faire, les données expérimentales de vitesse et d'effort de commande sont injectées dans un modèle *Simulink* qui permet d'identifier les paramètres et de reconstruire la force de frottement. Les données ont été échantillonnées avec une période d'échantillonnage de 0.001 s durant seulement 50s pour prévenir notamment l'usure des surfaces de contact

causée par le frottement lui-même. Cette usure pourrait modifier les caractéristiques de frottement et fausser le processus de validation. Ces données sont ensuite utilisées pour identifier les paramètres du modèle. Les paramètres à identifier sont désignés par $\boldsymbol{\theta}_i$ et sont liés aux constantes qui caractérisent le modèle par l'entremise de l'équation (3.20) du chapitre 3. Ces liens sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \theta_1 = \dfrac{C}{F_m} \\ \theta_2 = F_C \cdot \dfrac{C}{F_m} \\ \theta_3 = (F_s - F_c) \cdot \dfrac{C}{F_m} \\ \theta_4 = (F_s - F_c) \cdot \theta_s \cdot \dfrac{C}{F_m} \\ \theta_5 = k_1 \end{cases}$$

Pour la procédure d'identification, les paramètres estimés initiaux on été fixés à zéro, donc :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 = [0,0,0,0,0]$$

Les fréquences de coupure du filtre passe-bas de deuxième ordre défini par les équations (3.23)-(3.24) ont été fixés respectivement à :

$$\omega_{f1} = 5 rad/s \text{ et } \omega_{f2} = 50 rad/s$$

Les matrices A_c, C_c définies par les équations 3.4 et la matrice A_s, sont données par :

$$A_c = 0 \; ; \; C_c = [1] \; ; \; A_s = A_c - K * C_c$$

Aussi, le coefficient de Stribeck nominal de la linéarisation décrite par l'équation (3.11) a été fixé à :

$$\theta_{sn} = 0.8 * \frac{1}{v_s^2}$$

où v_s est la vitesse de Stribeck que nous avons choisie de fixer à $10^{-2} m/s$.(une valeur souvent utilisée dans la littérature (Said Grami 2008). Le commutateur approximé à l'aide des paramètres F_C et k_1, identifiés a priori (section 4.5.3), combinés à l'équation 3.22 est configuré de façon à ce que sa sortie indique « 1 » lorsque la vitesse du translateur passe par

zéro pour désigner le régime de pré-glissement et de façon à ce que sa sortie indique zéro « 0 » lorsque la condition de glissement est vérifiée. Comme le montre la figure 4.20, la détection du passage par zéro se fait lorsque la vitesse est inférieure à 10^{-6} m/s. Cette mesure est prise pour palier aux problèmes de bruit de mesure. La détection du passage du régime de pré-glissement au régime de glissement est considérée lorsque la force estimée dépasse la force de Coulomb estimée. Le problème qui peut alors surgir est causé par le bruit présent dans le signal de la vitesse qui peut faire que le commutateur change d'état à chaque fois que ce bruit est significatif. Pour remédier à ce problème, un coefficient déterminé par essai et erreur est ajouté à la force de Coulomb pour assurer la commutation vers zéro seulement lorsqu'il y a un passage réel au régime de glissement (ce coefficient est expliqué à la page 27). Il a été fixé à $0{,}13F_c$. Les différentes mesures prises pour assurer le bon fonctionnement de la fonction de commutation approximée peuvent nécessiter plusieurs ajustements par essai et erreur. Ces ajustements sont un désavantage important de cette méthodologie.

Les gains de l'estimateur $\boldsymbol{\Gamma}$ et K défini par les équations 3.4 et dont l'ordre de grandeur est lié à l'amplitude des signaux mis en jeu, ont été également déterminés par essais et erreurs. Ils sont donnés par :

$$\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}([2e9\ 4e10\ 2e10\ 25e19\ 5e19]) \quad \text{et} \quad K = 5e10$$

L'ajustement de ces gains influence de façon importante le comportement de l'estimateur et en particulier la convergence des paramètres estimés. Il est à notre avis un des principaux désavantages de cette approche.

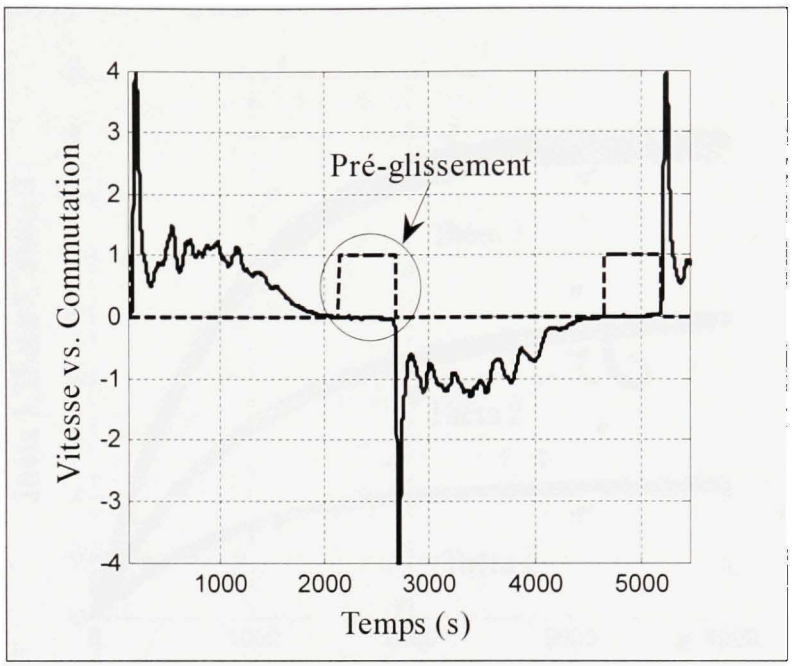


Figure 4.20 Vitesse en m/s et Commutation.

L'évolution des paramètres $\hat{\theta}_i$ estimés par l'algorithme est illustrée par les figures 4.21 et 4.22. Ces figures nous montrent que la convergence des paramètres est très lente. Cette convergence lente est souvent observée avec l'observateur de Marino (Said Grami 2008). On remarque aussi que le bruit présent dans les paramètres n'est pas significatif; ce qui indique une bonne qualité de l'identification.

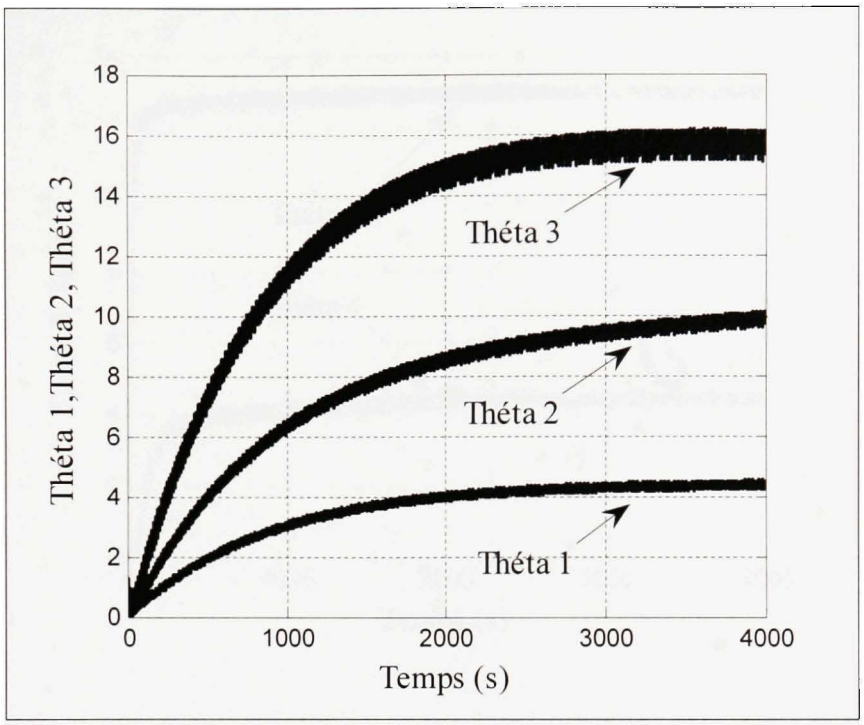


Figure 4.21 Les paramètres θ_1, θ_2 et θ_3.

Les valeurs finales moyennes (calculées durant les 500 dernières secondes) des paramètres θ_1, θ_2 et θ_3 sont donnés respectivement par:

$$\theta_1 = 4.35,\ \theta_2 = 15.65 \quad \text{et} \quad \theta_3 = 9.80$$

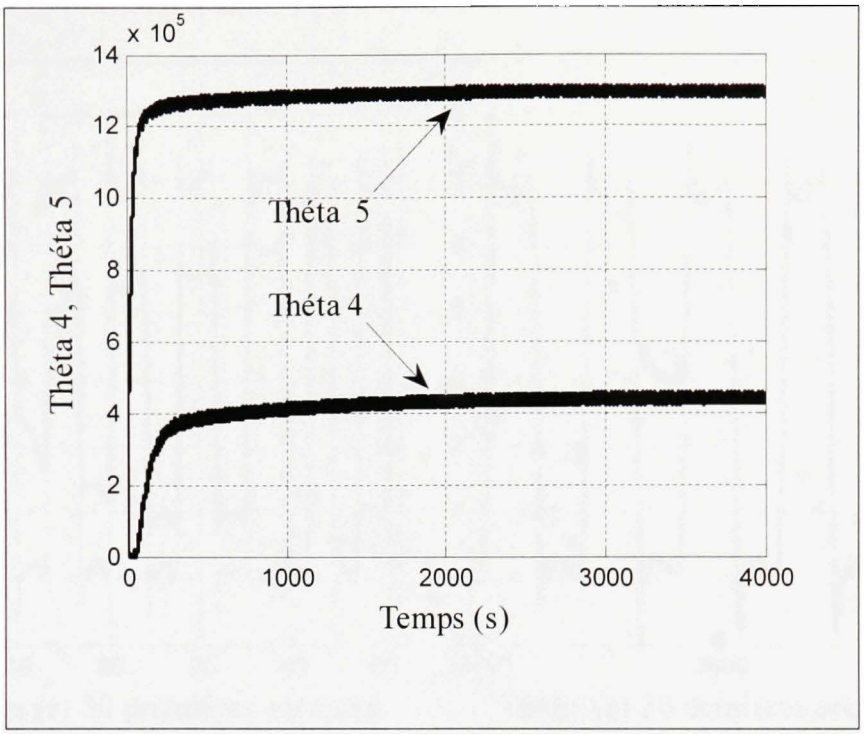


Figure 4.22 Les paramètres θ_4, θ_5.

Les valeurs finales moyennes (calculées durant les 500 dernières secondes) des paramètres θ_4 , et θ_5 sont, pour leur part, données par :

$$\theta_4 = 4.3760 * 10^5 \quad , \quad \theta_5 = 1.2949 * 10^6$$

Sachant que $\theta_4 = \theta_3 . \theta_s$, alors, le coefficient de Stribeck θ_s est $\theta_s = 4.4517 * 10^4$ et la vitesse de Stribeck qui est donnée par $v_s = \frac{1}{\sqrt{\theta_s}}$ est $v_s = 0.0047 m/s$.

Le paramètre θ_5 qui est égal au coefficient de rigidité k_1 est presque égal au coefficient de rigidité calculé durant la première étape ($k_1 = 1.3572 * 10^6$). Rappelons que cette estimation a priori a servi pour construire le commutateur approximé.

La figure 4.23 montre l'estimateur en œuvre durant 4000 secondes de simulations où on montre la force de frottement estimée et la force de frottement mesurée durant les 50 premières secondes et les 20 dernières secondes de la simulation.

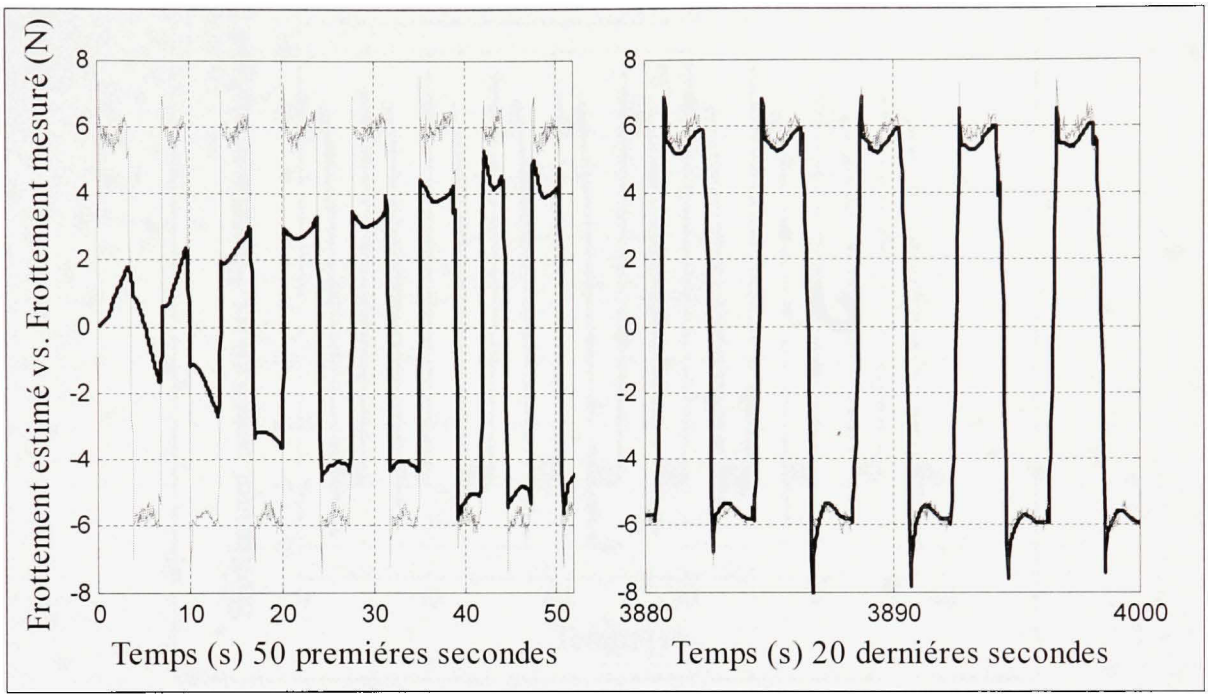


Figure 4.23 Force de frottement estimée *vs.* Force de frottement mesurée.

La force de frottement calculée à partir du modèle et des paramètres identifiés θ_i (valeur moyenne des 500 dernières secondes) ainsi que du commutateur approximé est comparée à la force de frottement mesurée par le capteur de force. Cette comparaison est illustrée par la figure 4.24 où on peut voir une reproduction assez fidèle de la force de frottement réelle sans pour autant reproduire le bruit engendré par le capteur de force.

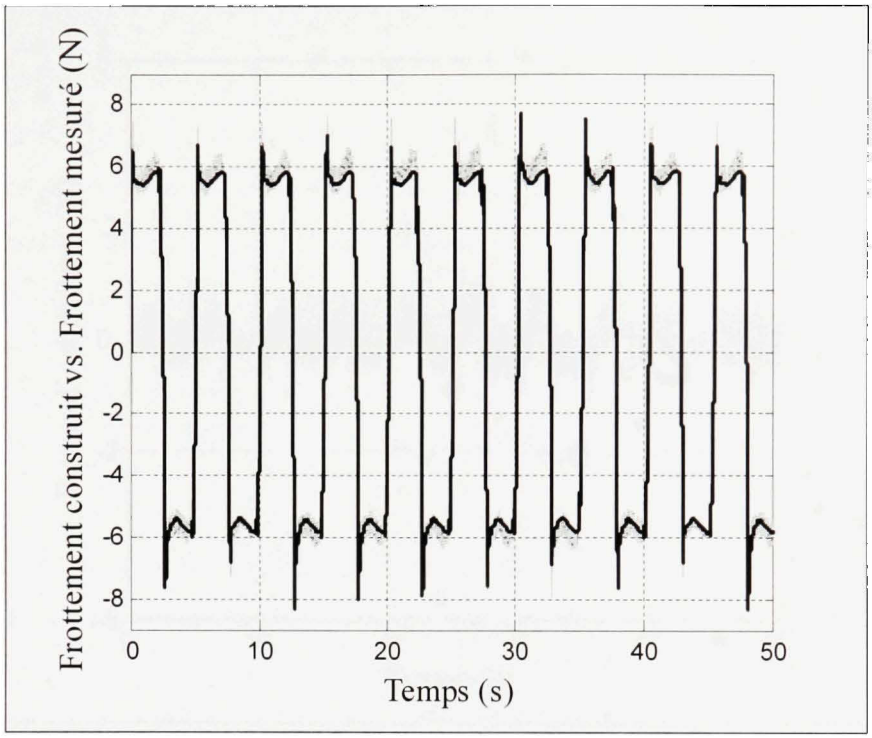


Figure 4.24 Force de frottement construite avec les paramètres estimés *vs.* Force de frottement mesurée.

L'erreur d'estimation de la force de frottement est donnée sur la figure 4.25. Comme on peut le voir cette erreur est essentiellement causée par le bruit présent dans le signal de la force mesurée.

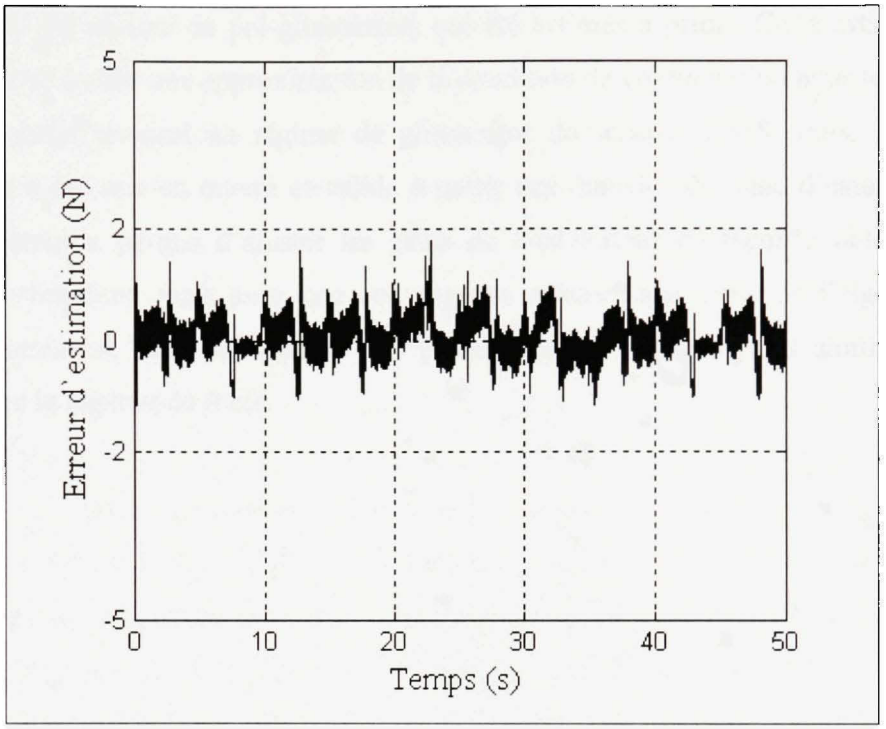


Figure 4.25 Erreur d'estimation entre le frottement estimé et le frottement mesuré.

4.6 Conclusion

Le présent chapitre a été consacré à la validation expérimentale d'un algorithme d'estimation du frottement, basé sur le modèle GMS. Un banc d'essai a été utilisé pour récolter les données qui ont servi à cette validation.

Dans la première partie, une loi de commande permettant de linéariser l'actionneur, a été développée, mise en œuvre, puis validée. Ensuite, le gain de l'ensemble capteur-conditionneur, qui permet de déterminer l'amplitude de la force de frottement mesurée, a été déterminé à l'aide d'une régression linéaire. Ce gain a permis d'étalonner ce système de mesure.

Dans la deuxième partie, la mise en œuvre et la validation de l'algorithme d'estimation ont été réalisées. D'abord, les coefficients du frottement de Coulomb (en régime de glissement)

et de rigidité (en régime de pré-glissement) ont été estimés a priori. Cette estimation était nécessaire pour établir une approximation de la condition de commutation pour le passage du régime de pré-glissement au régime de glissement du modèle GMS. Puis, l'algorithme d'estimation a été mis en œuvre et validé à partir des données du banc d'essai. Une série d'essai et erreur a permis d'ajuster les gains de l'estimateur de façon à obtenir de bon résultats d'estimation, mais avec une convergence relativement lente de l'algorithme. La force de frottement calculée à partir des paramètres estimés était très similaire à celle mesurée avec le capteur de force.

CONCLUSION

Ce mémoire présente une validation d'une nouvelle méthode d'estimation des paramètres du modèle de frottement dynamique GMS à l'aide de données expérimentales.

Dans la première partie, les modèles de frottements statiques les plus connus on été présentés. Ensuite le modèle GMS a été introduit et comparé à un frottement réel à l'aide de la caractéristique de la force de frottement en fonction de la vitesse. Cette comparaison a permis de montrer la fidélité de la caractéristique de ce modèle par rapport au frottement réel. La deuxième partie a été consacrée à la présentation du nouvel estimateur des paramètres du modèle GMS. Le modèle GMS ainsi que sa fonction de commutation entre les régimes de pré-glissement et de glissement ont été d'abord présentés. Cette condition de commutation ne pouvant pas être déterminée de façon exacte sans la connaissance a priori de l'ensemble des paramètres du modèle, une approximation a été établie. Cette approximation s'appuie seulement sur une estimation a priori de deux paramètres du modèle (les coefficients de Coulomb et de rigidité). Deux hypothèses simplificatrices ont permis alors de formuler le problème d'estimation à partir d'un observateur de Marino. Pour satisfaire les conditions de continuité de cet observateur, un filtre a été cependant incorporé dans la formulation.

La dernière partie a été consacrée à la validation de l'estimateur à l'aide du banc d'essai. Dans un premier temps, tous les éléments du banc d'essai ont été décrits, modélisés et identifiés. Ceci a permis, d'une part, de linéariser l'actionneur pour qu'il corresponde le plus fidèlement possible au modèle considéré, et d'autre part, d'étalonner le capteur de force qui servait justement à mesurer la force de frottement expérimentale afin de la comparer à celle de l'estimateur. Une réponse fréquentielle du système a également permis d'établir les limites de validité de cette caractérisation.

Les signaux expérimentaux nécessaires à la validation de l'estimateur ont été générés à l'aide d'une boucle de contrôle PID permettant d'asservir la position de l'actionneur sous frottement. Ces signaux ont été ensuite injectés dans le modèle de simulation de l'estimateur

afin de valider son fonctionnement. Pour obtenir de bons résultats, les gains de l'estimateur ont dû être ajustés par essais et erreurs. Les résultats ont montrés que l'estimateur est assez précis mais que la convergence de l'algorithme est lente.

Même si les résultats de cette étude sont convaincants quant au bon fonctionnement de l'estimateur, il serait pertinent de poursuivre le travail à plusieurs niveaux :

1) Le processus de validation présenté dans ce mémoire utilise des signaux expérimentaux du mouvement de l'actionneur sous frottement pour simuler l'estimateur en temps différé. Pour être utilisé en temps réel, la discrétisation de l'estimateur devrait être étudiée en détails. En particulier, la complexité temporelle de l'algorithme et l'effet de la discrétisation sur sa précision devraient être investigués.

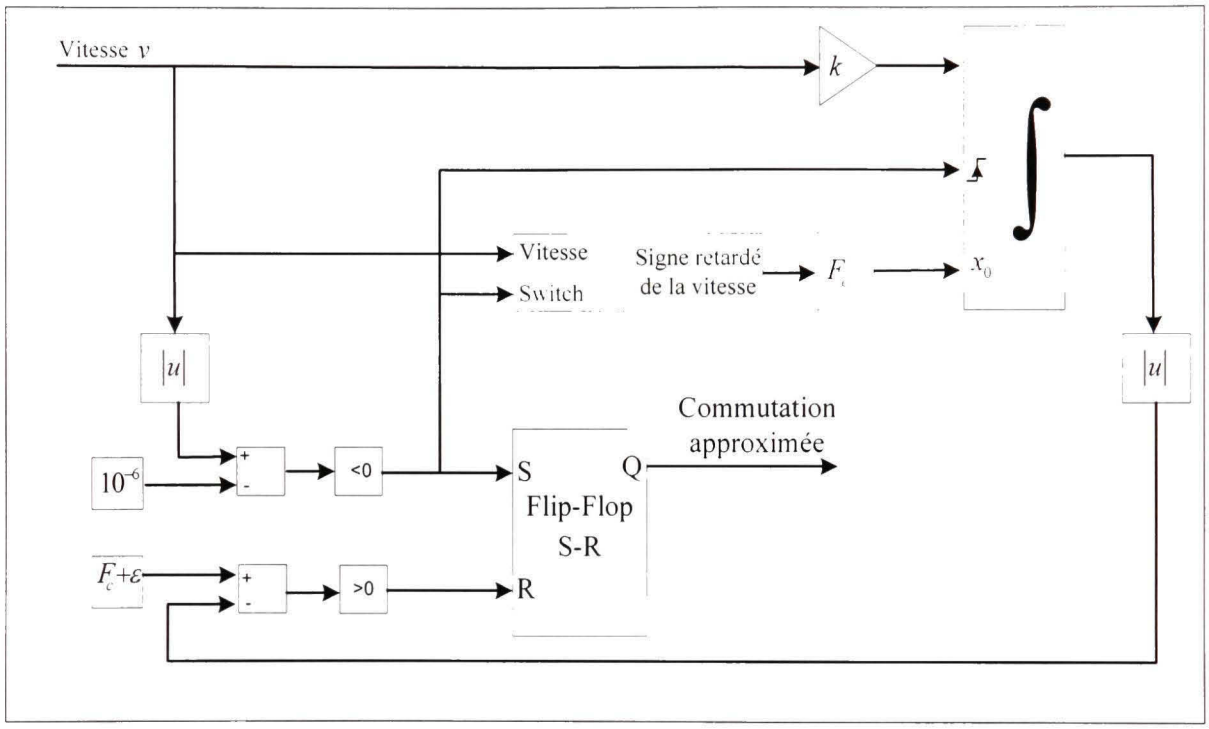
2) La validité de l'estimateur devrait être vérifiée pour différents frottements obtenus à partir de diverses surfaces en contact.

3) Grâce à des hypothèses simplificatrices, la formulation de l'estimateur utilisée dans ce mémoire se présente sous une forme linéaire perturbée. Même si l'observateur de Marino est d'un grand intérêt dans ce cas puisqu'il est robuste en regard des perturbations, il serait envisageable d'appliquer d'autres algorithmes d'estimation à cette formulation. D'autant plus que l'observateur de Marino implique un vaste ensemble de gains qui rend l'ajustement de l'estimateur difficile.

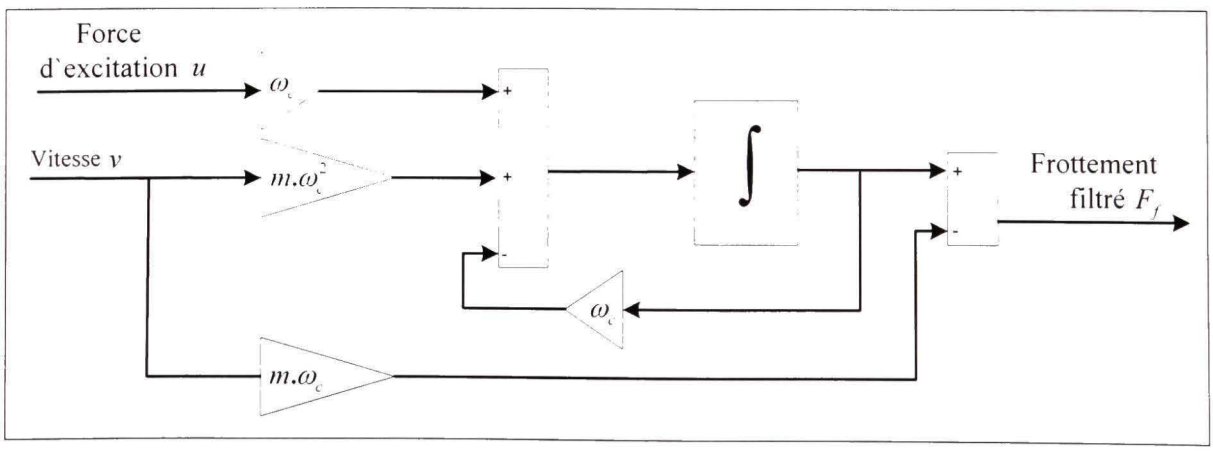
4) L'approximation de la fonction de commutation du régime de pré-glissement au régime de glissement devrait être étudiée plus en détails. Cette approximation contribue, en effet, de façon importante et selon son degré d'exactitude, à la précision ou à l'imprécision de l'estimateur. La commutation est de surcroît la principale difficulté envisagée pour une éventuelle généralisation de l'estimateur à un modèle GMS à plusieurs étages.

ANNEXE I

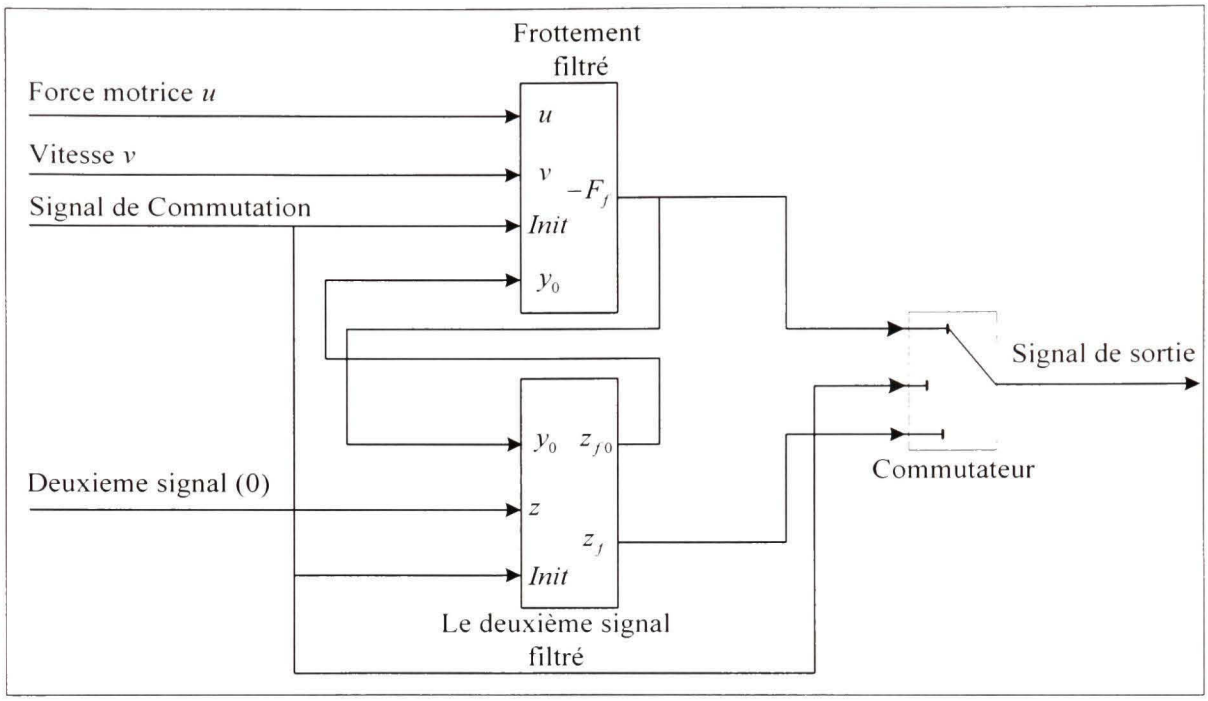
Schémas *Simulink* des différents blocs de l'estimateur



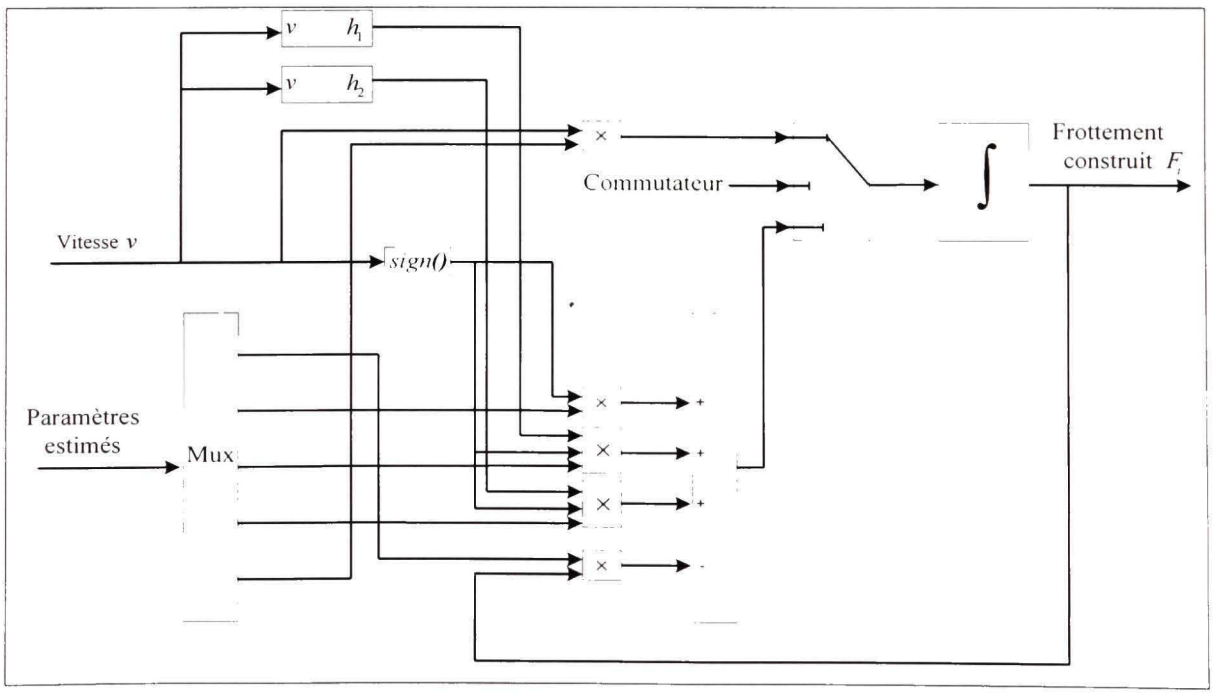
Le commutateur approximé.



Bloc de construction du frottement filtré F_f.



Le premier terme du vecteur régresseur filtré ψ_f.



Bloc de reconstruction de la force de frottement.

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Brian A. Hélouvry, Pierre Dupont et Carlos Canudas De Wit.1994. "A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction." Automatica, vol 30, n°7, p. 1083-1138.

Bigras Pascal. 2008. SYS-827 : *Systèmes robotiques en contact : notes du cours SYS8-27.* Programme de Maitrise en génie de la production automatisée, Montréal : École de Technologie Supérieure, Chap. IV, p. 6.

Canudas C. de Wit, Olsson H., Astrom K. J. et Lischinsky P. 1995. "A new model for control of systems with friction." IEEE Transactions on automatic control, vol.40, n° 3, p. 419-425.

Liaw C.M., Shue R. Y., Chen H.C. et Chen S.C. 2001. "Development of a linear brushless DC motor drive with robust position control." IEE, Proceedings-Electr. Power Apl., vol 148, no2, p. 45.

Dahl P. R. 1968. "A solid friction model." The Aerospace Corporation, .El-Segundo, CA, Technical Report TOR-0158(3107-18)-1, p. 1-24.

Paul Dierckx. 1993. *Curve and surface fitting with splines,* Oxford science publications, 285 p.

Al-Bender Farid, Vincent Lampaert et Jan Swevers. 2005. "The generalized Maxwell-slip model: a novel model for friction Simulation and compensation." IEEE Transactions on Automatic Control, vol.50, n°11, p. 1883-1887.

Al-Bender Farid, Vincent Lampaert, Jan Swevers. 2004. "A novel generic model at asperity level for dry friction force dynamics." Tribology letters, vol.15, n° 1-2, p. 81-93.

Al-Bender Farid, Vincent Lampaert, Jan Swevers. 2005. "The generalized Maxwell Slip model: a novel model for friction simulation and compensation." IEEE Transactions on automatic control, vol.50, n° 11, p. 1883-1887.

Al-Bender Farid, Vincent Lampaert, Jan Swevers. 2004. "Modeling of dry sliding friction dynamics: From heuristic models to physically motivated models and back ." Chaos, vol.14, n° 2, p. 446-460.

Al-Bender Farid, Vincent Lampaert, Fassois S.D., Rizos D. D., Worden K., Engster D., Hornstein A. et Parlitz U. 2003. "Measurement and identification of pre-sliding friction dynamics". Wiley-VCH, Non Linear Dynamics of Production Processes, p. 1-20.

Gerco Otten, Theo J. A. de Vries, Job Van Amerongen, Adrian M. Rankers et Erik W. Gaal. 1997. "Linear motor motion control using a learning feed forward controller." IEEE, ASME Transactions on mechatronics, vol 2, n° 3, p. 179-187.

Olsson H., Astrom K. J., Canudas C. de Wit, Gafvert M. et Lischinsky P. 1997. "Friction Models and Friction Compensation". p. 1-37.

Itthisek Nilkhamhang et Akira Sano. 2006. "Particle swarm optimization for identification of GMS friction model." SICE-ICASE international joint conference, Busan Korea, p. 5628-5633.

Jan Swevers, Al-Bender Farid, Chris G. Ganseman et Tutuko Prajogo. 2000. "An integrated model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation." IEEE Transactions on automatic control, vol.45, n° 4, p. 675-686.

Jain M.K., Iyengar S. R. K. et Jain R.K. 2003. *Numerical methods for scientific and engineering computation*, New age international publishers quatrième édition, p. 289-290.

Peter J. Blau .1996. *Friction Science and Technology : From concepts to applications*, Society of Tribologist and Lubrication Engineers, CRC press , deuxième édition, 420 p.

Rastko R., Selmic et Frank L. Lewis. 2002. "Neural network approximation of piecewise functions: Application to friction compensation." IEEE Transactions on Neural Networks, vol 13, n° 3, p. 745-751.

Radhakrishna Rao C., Helge Toutenberg. H. 1999. *Linear models, Least squares and alternatives,* Springer series in statistics, deuxième édition, p. 23-25.

Riccardo Marino, Giovanni L. Santusiosso et Patrizio Tomei. 2001. " Robust adaptive observers for nonlinear systems with bounded disturbances." IEEE transactions on automatic control, vol 46, n° 6, p. 967-972.

Rik Pintelon et Johan Schoukens.2001. *System identification, A frequency domain approach*, IEEE Press, 605 p.

Rothen, F. 1999. *Physique générale, la physique des sciences de la nature et de la vie,* Presses polytechniques et universitaires romandes première édition, p. 54-56.

Said Grami et Pascal. Bigras. 2008. "Identification of the GMS friction model based on a robust adaptive observer." Int. J. Modelling, Identification and Control, vol 5, n°14, p. 297-304.

Stewart, J. 2001. *Analyse: Concepts et Contextes, Volume 1 : Fonctions d'une variable*, De Boeck première édition, p. 237.

Teh-Lu Liao et Tsun-I Chien. 2000. "An Exponentially Stable Adaptive Friction Compensator." IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 45, n°5, p. 977-980.

Vincent Lampaert, Al-Bender Farid et Jan Swevers. 2003. "A generalized Maxwell-Slip friction model appropriate for control purposes." IEEE, Mechanical engineering departement Katholieke universiteit Leuven, p. 1170-1177.

Vincent Lampaert, Al-Bender Farid et Jan Swevers. 2004. "Experimental characterization of dry friction at low velocities on a developed tribometer setup for macroscopic measurements". Tribology letters, vol.16, n° 1-2, p. 95-105.

Worden K., Wong C. X., Parlitz U., Hornstein A., Engster D., Tjahjowidodo T., Al-Bender F., Rizos D. D. et Fassois S. D. 2005. "Identification of presliding and sliding dynamics: Grey box and Black box models." ELSEVIER, Mechanical systems and signal processing, p. 514-534.

Åström K. J. et Wittenmark B., 1995, *Adaptive control*, deuxième édition. Don Mills, Ontario: Addison-Wesley Longman, 592 p.

John J. Craig, 2005, *Introduction to Robotics: Mechanics and Control*, troisième édition. Prentice Hall, 408 p.