

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PRÉSENTÉE À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DU DOCTORAT EN GÉNIE  
Ph.D

PAR  
BOUTANA, Mohammed Nabil

MODÉLISATION MICROSTRUCTURALE EN FATIGUE/FLUAGE À FROID DES  
ALLIAGES DE TITANE QUASI ALPHA PAR LE MODÈLE DES AUTOMATES  
CELLULAIRES

MONTRÉAL, LE 20 FÉVRIER 2009

© Boutana Mohammed Nabil, 2009

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Philippe Bocher, directeur de thèse  
Département de Génie Mécanique, École de technologie supérieure

M. Mohammad Jahaz, codirecteur de thèse  
Centre de Technologie et de Fabrication en Aérospatial (CTFA), Conseil National de la recherche du Canada.

M. Van-Ngan Le, Président du jury  
Département de Génie Mécanique, École de technologie supérieure

Mme Sophie Lerouge, membre du jury  
Département du Génie de la production automatisée, École de technologie supérieure

M. Jacques Lanteigne, examinateur externe  
Hydro-Québec

M. Laurent Briottet, examinateur externe  
Commissariat à l'Énergie Atomique, Grenoble, France

M. Frank Montheillet, membre invité  
Directeur de recherche au Centre National de Recherche Scientifique, Saint-Etienne, France

M. David Piot, membre invité  
Chercheur au Centre National de Recherche Scientifique, Saint-Etienne, France

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 2 DÉCEMBRE 2008

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

## REMERCIEMENTS

Aux professeurs Philippe Bocher, mon directeur de thèse et Mohammad Jahazi, mon codirecteur de thèse : les mots me manquent pour vous exprimer ma gratitude. Toutes ces années que j'ai passées à vos côtés m'ont permis d'acquérir un esprit critique mieux orienté, une analyse plus claire, une vision de la vie différente de celle que j'avais il y a quelques années. Du fond du cœur, je vous dis : Merci.

Je voudrais exprimer toute mon amitié et ma profonde reconnaissance à Monsieur Frank Montheillet directeur et Monsieur David Piot chercheur au CNRS de l'école des mines de St-Etienne (France) qui m'ont guidé, conseillé et aider à réaliser ce travail.

Je tiens à témoigner ma gratitude au professeur Van-Ngan Le d'avoir accepté la présidence du jury de ma soutenance de thèse. Aux membres de jury, le professeure Sophie Lerouge du département de Génie Mécanique d'avoir accepté de faire partie de ce comité, A Laurent Briottet du Commissariat à l'Énergie Atomique de Grenoble (France) et Jacque Lanteigne de l'institut de recherche d'hydro Québec, Merci d'avoir accepté de faire partie de ce jury en tant qu'examinateur externe.

À, tous mes collègues de l'école, mon Beau frère Tarik, Redouane, Lotfi Harabi, Barthelemy, Lyes, Fatima Zohra, Neila, je vous dis merci et bonne chance. Un merci particulier pour Florent Bridier pour ses conseils et sa disponibilité et Lotfi Toubal pour ses conseils sa disponibilité et son aide à la réalisation des essais expérimentaux pour l'accomplissement de ce travail.

Un merci particulier pour mon oncle le docteur Boutana Daoud pour ses conseils sa clairvoyance, son sens de l'analyse et sa disponibilité pour la révision de cette thèse.

À mon épouse Dina, aucun mot ne pourra traduire ce que j'aimerais te dire. Aucun acte ne sera assez explicite pour que tu saches la place que tu occupe dans mon cœur. J'espère et j'ose croire que tu seras toujours là pour moi quand le moment sera approprié.

À mon fils Anisse et ma fille Lilia aux visages angéliques que le tous puissant vous bénissent.

Cette thèse, je la dédie à ma mère, Farida et mon défunt père, Abderrahmane. Les principes qu'ils m'ont enseignés, l'humilité et l'honnêteté qui les caractérisent et qui sont la base de mon éducation qu'ils m'ont prodigué et dont j'essaie de montrer digne. Pour le sacrifice de toute une vie, Merci.

# **MODELISATION MICROSTRUCTURALE EN FATIGUE/FLUAGE A FROID DES ALLIAGES DE TITANE QUASI ALPHA PAR LE MODELE DES AUTOMATES CELLULAIRES**

BOUTANA, Mohammed Nabil

## **RÉSUMÉ**

Les alliages de titane quasi alpha combinent de bonnes propriétés en fluage et en fatigue à des températures relativement hautes. Cela a ainsi permis l'augmentation des températures de service des compresseurs à haute pression à environ 600°C. Cependant, des difficultés sont apparues, liées à l'utilisation de cet alliage et au contrôle difficile de l'évolution de sa microstructure pendant les étapes de mise en forme. Ces microstructures sont caractérisées par des hétérogénéités locales d'orientation qui compromettent leur utilisation sécuritaire. Afin de mieux comprendre leur comportement en service et apporter des réponses quant à leur utilisation sécuritaire, un modèle numérique original basé sur une nouvelle approche appelée automate cellulaire utilisant la mécanique d'inclusion d'Eshelby a été réalisé. Cette approche permettra de déterminer les propriétés mécaniques locales de ce type d'alliage lors de son utilisation en fatigue-fluage, à savoir les déformations, contraintes, vitesses de déformations, déformations et contraintes résiduelles. Dans cette optique, l'analyse microstructurale nous aide à mieux comprendre l'effet de l'orientation cristallographique et la distribution des grains sur le comportement mécanique global du matériau. A ce titre on a remarqué que les contraintes maximales sont localisées sur les grains avec module d'Young élevé et dont le module moyen du voisinage est élevé. Les déformations maximales ont été localisées sur des grains avec module d'Young faible et dont le module moyen du voisinage est élevé. D'autre part on a constaté que la contrainte locale de certains grains est fortement supérieure à la contrainte imposée à l'infini, d'où la possibilité que certains grains atteignent la contrainte de clivage, ce qui générera une fissure au niveau du grain. Au fur et à mesure que le nombre de cycles augmente, de nouveaux grains peuvent atteindre la contrainte de clivage, suggérant la possibilité d'activer plusieurs sites d'amorçage et ce à des moments différents des essais de fatigue-fluage. À l'échelle macroscopique on a démontré que des microstructures semblables du point de vue propriétés mécaniques moyenne mais différentes selon l'orientation et la distribution spatiale des grains peuvent avoir des comportements locaux et globaux très différents. La difficulté rencontrée à simuler les principales caractéristiques de la fatigue-fluage a permis de mettre en évidence le caractère complexe de ce mode d'endommagement.

**Mots-clés :** Automate cellulaire, fatigue/fluage, alliage de titane, inclusion d'Eshelby, modélisation,

# **MICROSTRUCTURAL MODELING OF CREEP/FATIGUE AT AMBIANT TEMPERATURE OF TITANIUM ALLOY USING CELLULAR AUTOMATA MODEL**

BOUTANA, Mohammed Nabil

## **ABSTRACT**

The quasi alpha titanium alloys combine good properties under creep and fatigue at relatively high temperatures. He allowed an increase in operating temperatures of high pressure compressors at 600°C. However, difficulties arose, related to the use of this alloy and difficult to control the evolution of its microstructure during the forming process. These microstructures are characterized by local orientation heterogeneity that compromises their safe use. To better understand their behavior in service and provide answers for their safe use, an original model based on a new approach called cellular automata using mechanical inclusion of Eshelby was developed. This approach will help to calculate and analyze the local mechanical properties of this type of alloy during the fatigue-creep test, namely the strain, stress, strain rate and residual strain and stress. In this context microstructural analysis helps us to better understand the effect of crystallographic orientation and distribution of grains on the overall mechanical behavior of material. In fact we have observed that the maximum stresses are localized on the grains with high Young's modulus and high average Young's modulus value. The maximum strains are localized on the grains with low Young's modulus and high average Young's modulus value. On the other hand there has been noticed that the local stresses of certain grains are greater than the imposed stress at infinite. It is possible to imagine that some can achieve the threshold for cleavage, generating a crack at the grain. As the number of cycle's increases, new grain can reach the threshold for cleavage, suggesting the possibility of activating several initiation sites at different times from creep/fatigue test. At a macroscopic scale we have been demonstrated that microstructures similar in viewpoint of average mechanical properties but different regarding the crystallographic orientation and spatial distribution of grains may have a different local and global mechanical behavior. The difficulty meet to simulate the main features of creep/fatigue phenomena has revealed the complex nature of this mode of damage.

**Keywords:** Cellular Automata, Creep/Fatigue, Titanium Alloys, Eshelby inclusion, modelisation.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION .....	1
<b>CHAPITRE 1 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES ALLIAGES DE TITANES .....</b>	<b>3</b>
1.1 Titane et alliages de titane.....	3
1.1.1 Titane pur .....	4
1.1.2 Alliages de Titane .....	4
1.1.3 Caractéristique des microstructures .....	6
1.1.3.1 Microstructure lamellaire.....	6
1.1.3.2 Microstructure martensitique .....	7
1.1.3.3 Microstructure equiaxe .....	7
1.1.3.4 Microstructure bimodale.....	8
1.1.4 L'alliage de titane IMI 834 .....	8
1.1.4.1 Première étape : déformation à chaud.....	10
1.1.4.2 Deuxième étape : forgeage biphasé .....	11
1.1.4.3 Troisième étape : déformation finale en domaine biphasé .....	13
1.1.5 Caractéristique mécanique des alliages de titane .....	14
1.2 Le fluage .....	15
1.2.1 Le modèle descriptif du fluage .....	15
1.2.2 Les différentes étapes de fluage .....	16
1.2.3 Mécanisme du fluage .....	17
1.2.4 Comportement mécanique des alliages de titane en fluage à .....	20
1.2.5 Effet de la microstructure sur la réponse en fluage.....	22
1.3 La fatigue .....	23
1.3.1 Essais de fatigue.....	23
1.3.2 Estimation de la fatigue .....	25
1.3.3 Mécanisme de rupture en fatigue .....	26
1.4 Effet de la fatigue-fluage sur le comportement mécanique des alliages de titane .....	27
1.4.1 Rôle du temps de Dwell et de la texture sur le comportement mécanique ....	34
des alliages de titane .....	34
1.4.2 Mécanisme d'endommagement en fatigue des alliages de titane .....	35
1.4.2.1 Systèmes de glissement.....	35
1.4.2.2 Mécanisme d'amorçage des fissures.....	37
1.4.2.3 Évolution de la contrainte au cours de la durée de vie en fatigue....	39
1.5 Conclusion .....	41
<b>CHAPITRE 2 MODÈLE DE SIMULATION NUMÉRIQUE .....</b>	<b>42</b>
2.1 Matériaux et technique de simulation.....	42
2.1.1 Modèles de type Monte-Carlo .....	43
2.1.2 Modèles de type auto-cohérent .....	44
2.1.3 Modèles de type éléments finis.....	46

2.1.4	Modèles de type Automate cellulaire .....	48
2.2	Vue historique .....	50
2.2.1	Principe des automates cellulaires .....	51
2.2.2	Terminologie utilisée pour les automates cellulaires.....	52
2.2.3	Problème de voisinage .....	53
2.2.4	Évolution de l'état des cellules .....	53
2.3	Application des automates cellulaires pour la simulation de la fatigue-fluage .....	54
<b>CHAPITRE 3 MODÈLE MATHÉMATIQUE.....</b>		<b>56</b>
3.1	Modèle mathématique.....	57
3.1.1	Forme des domaines homogènes .....	57
3.1.2	Mécanique de l'inclusion d'Eshelby .....	59
3.1.2.1	Méthode d'Eshelby .....	60
3.1.3	Modèle mathématique de fatigue-fluage .....	62
3.1.3.1	Chargement élastique à contrainte imposée.....	63
3.1.3.2	Étape du fluage (maintien en charge) .....	68
3.1.3.3	Étape de retour élastique.....	70
<b>CHAPITRE 4 ÉTUDE EXPÉRIMENTALE.....</b>		<b>79</b>
4.1	Caractéristique du matériau .....	79
4.2	Éprouvettes d'essai en fluage et fatigue-fluage .....	81
4.3	Analyse ultrasonore .....	82
4.4	Essai de fluage .....	84
4.4.1	Résultats de fluage .....	85
4.5	Essai de fatigue-fluage .....	86
4.5.1	Résultats de fatigue-fluage.....	88
4.5.1.1	Variation de la durée de vie .....	88
4.5.1.2	Variation de la déformation .....	88
4.5.1.3	Variation de l'endommagement.....	90
4.6	Comparaison entre le fluage et la fatigue-fluage .....	93
4.7	Conclusion .....	94
<b>CHAPITRE 5 ÉTUDE NUMÉRIQUE .....</b>		<b>95</b>
5.1	Description des microstructures.....	96
5.2	Calcul du module d'Young en fonction de l'orientation cristalline.....	99
5.3	Propriétés mécaniques des microstructures .....	104
5.3.1	Hypothèse de glissement cristallographique I .....	105
5.3.2	Hypothèse de glissement cristallographique II .....	107
5.3.3	Calcul numérique des paramètres définissant $\kappa^c$ .....	108
5.4	Simulation du comportement mécanique en fluage simple .....	111
5.4.1	Résultats des simulations .....	112
5.4.1.1	Analyse macroscopique de la déformation .....	112
5.4.1.2	Analyse microstructurale des déformations et contraintes .....	115

5.4.2	Influence des paramètres définissant le paramètre de résistance « $\kappa$ » sur le comportement en fluage.....	118
5.4.3	Influence des paramètres $m$ et $n$ de la loi de puissance sur le comportement en fluage.....	119
5.5	Simulation du comportement mécanique en fatigue fluage.....	120
5.5.1	Approche mécanique .....	120
5.5.1.1	Résultats et discussion .....	121
5.5.1.2	Conclusion .....	128
5.5.2	Approche métallurgique.....	129
5.5.2.1	Résultats et discussion .....	130
5.5.2.2	Amélioration de l'approche métallurgique .....	153
5.5.2.3	Conclusion .....	168
	CONCLUSION.....	170
	RECOMMENDATIONS .....	174
	BIBLIOGRAPHIE .....	175

## LISTE DES TABLEAUX

	Page	
Tableau 1.1	Composition de l'alliage de titane IMI834 .....	9
Tableau 1.2	Sommaire des données en Fatigue et en Dwell fatigue. ....	34
Tableau 4.1	Dimensions initiales des blocs du titane extraits des pièces forgées .....	81
Tableau 4.2	Dimensions des éprouvettes.....	82
Tableau 4.3	Évolution de la durée de vie pour les 6 éprouvettes .....	88
Tableau 4.4	Comparaison du Module d'Young initial et final pour les six éprouvettes .....	92
Tableau 4.5	Classement des éprouvettes .....	92
Tableau 5.1	Paramètres mécaniques des microstructures (hypothèse I).....	110
Tableau 5.2	Paramètres mécaniques des microstructures (hypothèse II) .....	111
Tableau 5.3	Comparaison des paramètres «m» et «n» du titane avec les alliages conventionnel.....	142
Tableau 5.4	Principaux paramètres mécaniques du matériau.....	155

## LISTE DES FIGURES

	Page	
Figure 1.1	<i>Évolution du rapport résistance/densité en fonction .....</i>	4
Figure 1.2	<i>Exemple de microstructure lamellaire (alliage de titane IMI 685). ....</i>	6
Figure 1.3	<i>Exemple de microstructure équiaxe. (Tiré de Weiss et al, 1986, p1935) .....</i>	7
Figure 1.4	<i>Exemple de microstructure bimodale. (Tiré de Weiss et al, 1984, p 1503) .....</i>	8
Figure 1.5	<i>Application de l'IMI 834 dans les moteurs d'avion. (Tiré de Germain, 2005) .....</i>	9
Figure 1.6	<i>Chronologie de la mise en forme de l'IMI834 par traitements..... thermomécaniques. (Tiré de Jahazi et Yue, 2001).....</i>	10
Figure 1.7	<i>Structure martensitique (gr. 1400). (Tiré de Jahazi et Yue, 2001).....</i>	11
Figure 1.8	<i>Évolutions possibles de la microstructure de l'alliage .....</i>	12
Figure 1.9	<i>Microstructure duplex de la billette d'IMI 834. (Tiré de Jahazi et Yue, 2001) ....</i>	13
Figure 1.10	<i>Observation des macrozones dans une billette .....</i>	14
Figure 1.11	<i>Résistance à la fatigue. (Tiré de Germain, 2005) .....</i>	15
Figure 1.12	<i>Courbe de fluage (<math>\sigma</math>: contrainte; <math>\varepsilon</math> : déformation; t :temps; <math>\varepsilon_0</math> :déformation..... en fin de mise en charge; t0 : début du fluage).(Tiré de Saint-Antonin, 1999)....</i>	16
Figure 1.13	<i>Différents stades de Fluage rupture; <math>\varepsilon</math> : déformation; t :temps; .....</i>	17
Figure 1.14	<i>Schéma d'une structure cellulaire.(Tiré de Saint-Antonin, 1999) .....</i>	18
Figure 1.15	<i>Courbe de fluage a température ambiante de l'alliage .....</i>	19
Figure 1.16	<i>Courbe contrainte-déformation des différents type d'alliage de titane..... (Tiré de Tomoyasu et al, 2004, p 720).....</i>	20
Figure 1.17	<i>Courbe de fluage pour un alliage quasi a. .....</i>	21
Figure 1.18	<i>Courbe de déformation en fluage du Ti 6242 à 293°K et à une..... contrainte de 950 MPa. (Tiré de Brandes et al, 2007).....</i>	22
Figure 1.19	<i>Différents cas de sollicitation par fatigue .....</i>	24

Figure 1.20	<i>Sollicitation répétée (fatigue-fluage).</i> .....	25
Figure 1.21	<i>Courbe de Wöhler. (Tiré de Rabbe et al, 1999)</i> .....	26
Figure 1.22	<i>Carte EBSD montrant les zones d'orientation cristallographique.....</i> <i>Les grains avec les mêmes orientations cristallographiques.....</i> <i>(même module d'Young) vont se rassembler les un a coté des autres.....</i> <i>pour former les macrozones (gros grains). (Philippe Bocher)</i> .....	28
Figure 1.23	<i>a) Charge subie par un moteur d'avion au cours d'un vol,.....</i> <i>b) cycle Dwell fatigue (fatigue-fluage). (Tiré de Bach, 2003)</i> .....	29
Figure 1.24	<i>Définition du débit : a): essai de fatigue classique,</i> .....	29
Figure 1.25	<i>Réponse en fatigue (cyclique) et en « Dwell » fatigue (fatigue-fluage)</i> .....	30
Figure 1.26	<i>Réponse en fatigue (cyclique) et en « Dwell » fatigue (fatigue-fluage)</i> .....	31
Figure 1.27	<i>Réponse en fatigue (cyclique) et en « Dwell » fatigue (fatigue-fluage) d'un.....</i> <i>disque et d'une barre forgée de l'IMI 834. (Tiré de Bach, 2003, 1081)</i> .....	31
Figure 1.28	<i>Observation des faciès de rupture dans la barre de l'IMI 834.</i> .....	32
Figure 1.29	<i>Observation des faciès de rupture dans le disque de l'IMI834.</i> .....	33
Figure 1.30	<i>Projection de l'orientation des grains clivés sous forme de figure de.....</i> <i>pôles inverse cas IMI 834. (Tiré de Bach et al, 1997, p 87)</i> .....	33
Figure 1.31	<i>Identification des systèmes de glissement activés sur des nodules <math>\alpha_p</math>.....</i> <i>a) image de la microstructure avant l'essai de traction, b) Identification.....</i> <i>des bandes de glissement et valeur du facteur de Schmid <math>\mu</math> calculé:.....</i> <i>systèmes prismatiques (1010) [1-210] ; systèmes basals (0001) [1-210]......</i> <i>(Tiré de Bridier, 2006, p 114)</i> .....	36
Figure 1.32	<i>Comparaissant de la globularisation des grains alpha avec le facteur.....</i> <i>Taylor selon l'inclinaison de l'axe c par rapport à l'axe vertical.....</i> <i>de compression. (Tiré de Bieler et Semiatin, 2002)</i> .....	36
Figure 1.33	<i>a) Distributions des pôles des nodules présentant des sites d'amorçage de.....</i> <i>fissures secondaire et fatales basal sur les triangles standard par rapport à la.....</i> <i>direction de sollicitation; b) Triangle standard [0001] cartographié en.....</i> <i>courbes d'iso-module d'Young. (Tiré de Bridier, 2006, p165)</i> .....	38

Figure 1.34	<i>Image montrant l'orientation des grains au plan basal calculé selon le.....</i>	39
Figure 1.35	<i>Évolution de la contrainte cyclique moyenne en fonction du nombre de cycle..... pour un alliage IMI 834 à température ambiante.....</i>	40
Figure 2.1	<i>représentation des différents types de voisinages; a) type de réseau hexagonal,.... b)environnement de Von Neumann, c) environnement de Moore.....</i>	51
Figure 2.2	<i>Structure d'un automate cellulaire : Conditions aux extrémités périodiques. ....</i>	53
Figure 3.1	<i>Représentation géométrique de la forme des grains.....</i>	58
Figure 3.2	<i>Schéma de l'inclusion d'Eshelby plongée dans une matrice infinie. ....</i>	59
Figure 3.3	<i>représentation géométrique des directions principales des déformations à..... l'infini.....</i>	63
Figure 4.1	<i>Carte des orientations des grains dans une microstructure typique d'alliage..... IMI 834 (Analyse par EBSD). ....</i>	80
Figure 4.2	<i>Distribution des modules d'Young dans la microstructure. ....</i>	80
Figure 4.3	<i>Éprouvette de fluage. ....</i>	81
Figure 4.4	<i>Bain ultrasonore. ....</i>	82
Figure 4.5	<i>Variation du bruit ultrasonore sur une face d'une éprouvette. ....</i>	83
Figure 4.6	<i>Sollicitation en fluage. ....</i>	85
Figure 4.7	<i>Courbe de déformation en fluage VS le temps de fluage. ....</i>	86
Figure 4.8	<i>Essai en fatigue-fluage. ....</i>	87
Figure 4.9	<i>Procédure de calcul de la rigidité lors d'un essai de fatigue-fluage. ....</i>	87
Figure 4.10	<i>Évolution de la déformation maximale en fonction du nombre de cycle de vie..... en fatigue-fluage.....</i>	89
Figure 4.11	<i>Évolution de la rigidité en fonction du nombre de cycle de vie en fatigue. ....</i>	90
Figure 4.12	<i>Évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycle de vie..... en fatigue.....</i>	91

Figure 4.13	<i>Courbe de comparaison entre la déformation en fluage et en.....</i>	93
Figure 5.1	<i>Distribution spatiale des grains dans les microstructures : les différentes couleurs correspondent aux différentes valeurs du module Young (GPa).....</i>	97
Figure 5.2	<i>Distribution du module d'Young dans les microstructures de la figure 5.1; le..... module d'Young moyen de la microstructure 1 (<math>E_1=119,225 \text{ GPa}</math>),..... microstructure 2 (<math>E_1=119,320 \text{ GPa}</math>), microstructure 3 (<math>E_1=121,446 \text{ GPa}</math>),..... microstructure 4 (<math>E_1=121,223 \text{ GPa}</math>), microstructure 5 (<math>E_1=120,213 \text{ GPa}</math>),..... microstructure 6 (<math>E_1=120,457 \text{ GPa}</math>).....</i>	98
Figure 5.3	<i>Cellule élémentaire hexagonale compacte. ....</i>	99
Figure 5.4	<i>Évolution du module d'Young <math>E</math> de la phase <math>\alpha</math> du TA6Al4V en fonction..... de l'angle d'inclinaison <math>\theta</math> entre l'axe <math>c</math> et l'axe de sollicitation.....</i>	101
Figure 5.5	<i>Représentation de la rotation des angles d'Euler (<math>\phi_1, \phi, \phi_2</math>); (<math>e_1^C, e_2^C, e_3^C</math>) axes... du cristal et (<math>e_{1S}, e_{2S}, e_{3S}</math>) axes de l'échantillon.(Tiré de Bridier, 2006).....</i>	102
Figure 5.6	<i>Plans de glissements de la cellule élémentaire hexagonale compacte. ....</i>	105
Figure 5.7	<i>Évolution du paramètre de résistance <math>\kappa^C</math> en fonction du module d'Young..... (Hypothèse I: glissement basal). ....</i>	106
Figure 5.8	<i>Évolution du paramètre de résistance <math>\kappa^C</math> en fonction du module d'Young..... (Hypothèse II: glissement prismatique et basal). ....</i>	107
Figure 5.9	<i>Courbe de déformation en fluage versus le temps de fluage: comparaison..... entre l'éprouvette 8 (voir chapitre 4) et la microstructure 1..... (Hypothèse I, glissement basal). ....</i>	109
Figure 5.10	<i>Courbe de déformation en fluage versus le temps de fluage: comparaison..... entre l'éprouvette 8 (voir chapitre 4) et la microstructure 1..... (Hypothèse II, glissement prismatique et basal). ....</i>	109
Figure 5.11	<i>représentation des directions de sollicitation dans l'hexagone d'un AC .....</i>	112
Figure 5.12	<i>Courbe de déformation versus le temps de fluage pour les six microstructures..... de la figure 5.2 (Cas de l'hypothèse I). ....</i>	113
Figure 5.13	<i>Courbe de déformation versus le temps de fluage pour les six microstructures..... de la figure 5.2 (Cas de l'hypothèse II). ....</i>	113

Figure 5.14	<i>Courbe de vitesse de déformation moyenne versus le temps de fluage pour la..... microstructure 1 et microstructure 5 (Cas de l'hypothèse II).....</i>	114
Figure 5.15	<i>Évolution des déformations maximale locales en fonction du module d'Young..... (cas de l'hypothèse I). .....</i>	115
Figure 5.16	<i>Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young..... (cas de l'hypothèse I). .....</i>	116
Figure 5.17	<i>(a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la déformation et contrainte..... maximale après fluage. ....</i>	116
Figure 5.18	<i>(a) microstructure 5 ; (b) zoom sur la position de la déformation et contrainte..... maximale après fluage. ....</i>	117
Figure 5.19	<i>Courbe de déformation en fluage versus le temps de fluage de la..... microstructure 1; effet du paramètre «<math>\kappa</math> » (cas de l'hypothèse II). ....</i>	118
Figure 5.20	<i>Courbe de déformation en fluage versus le temps de fluage de la..... microstructure 1; effet des paramètres «<math>m</math>» et «<math>n</math>» (cas de l'hypothèse II). ....</i>	119
Figure 5.21	<i>Courbes de la déformation totale versus le nombre de cycles de vie en fatigue-.... fluage (Cas hypothèse I). ....</i>	122
Figure 5.22	<i>Courbes de la déformation totale versus le nombre de cycles de vie..... en fatigue-fluage (Cas hypothèse II). ....</i>	123
Figure 5.23	<i>(a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la contrainte maximale..... après le 1iere cycle, (Cas hypothèse II). ....</i>	124
Figure 5.24	<i>(a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la contrainte maximale..... après 6000 cycles, (Cas hypothèse II). ....</i>	124
Figure 5.25	<i>(a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la déformation maximale..... après le 1iere cycle, (Cas hypothèse II). ....</i>	125
Figure 5.26	<i>(a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la déformation maximale..... après 6000 cycles, (Cas hypothèse II). ....</i>	125
Figure 5.27	<i>Évolution des contraintes locales en fonction du nombre de cycle de vie..... Courbe 1:grain ayant la contrainte maximale atteinte après 6000 cycles; ..... courbe 2: grain ayant le module d'Young maximum; courbe 3:..... grain ayant la contrainte maximale atteinte après 1 cycle. ....</i>	126

Figure 5.28	<i>Courbes de la déformation totale VS le temps équivalent en durée de vie.</i> .....	127
Figure 5.29	<i>Détails de mise au point d'un calcul avec la méthode du temps fictif.</i> .....	129
Figure 5.30	<i>Courbes des déformations totales versus le nombre de cycle de vie en fatigue..... (Cas hypothèse I).</i> .....	131
Figure 5.31	<i>Courbes des déformations totales versus le nombre de cycle de vie en fatigue..... (Cas hypothèse II).</i> .....	132
Figure 5.32	<i>Courbes de déformation totale versus le temps équivalent en durée de vie.</i> .....	133
Figure 5.33	<i>(a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la contrainte maximale et..... minimale après 6000 cycles pour l'hypothèse I et II.</i> .....	134
Figure 5.34	<i>(a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la déformation maximale..... et minimale après 6000 cycles pour l'hypothèse I.</i> .....	135
Figure 5.35	<i>(a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la déformation maximale..... et minimale après 6000 cycles pour l'hypothèse II.</i> .....	136
Figure 5.36	<i>Évolution des Contraintes maximales locales en fonction du module d'Young..... du grain et du module d'Young moyen du voisinage (cas de l'hypothèse I).</i> .....	138
Figure 5.37	<i>Évolution des Contraintes maximales locales en fonction du module d'Young..... du grain et du module d'Young moyen du voisinage (cas de l'hypothèse II).</i> .....	138
Figure 5.38	<i>Évolution des déformations maximales locales en fonction du module d'Young.... du grain et du module d'Young moyen du voisinage (cas de l'hypothèse I).</i> .....	139
Figure 5.39	<i>Évolution des déformations maximales locales en fonction du module d'Young.... du grain et du module d'Young moyen du voisinage (cas de l'hypothèse II).</i> .....	139
Figure 5.40	<i>Évolution des déformations maximales locales en fonction du module..... d'Young, comparaison entre le premier et le 6000ieme cycle.</i> .....	140
Figure 5.41	<i>Évolution des déformations maximales locales en fonction du module..... d'Young,comparaison entre le premier et le 6000ieme cycle.</i> .....	141
Figure 5.42	<i>Évolution des déformations élastique maximales locales en fonction du..... module d'Young, comparaison entre le premier et le 6000ieme cycle.</i> .....	141

Figure 5.43	<i>Évolution des déformations minimales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier cycle et le 6000ième cycle.</i>	142
Figure 5.44	<i>Évolution des déformations minimales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier cycle et le 6000ième cycle.</i>	142
Figure 5.45	<i>Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier et le 6000ième cycle (microstructure 1, Cas hypothèse I).</i>	144
Figure 5.46	<i>Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier et le 6000ième cycle (microstructure 1; Cas hypothèse II).</i>	144
Figure 5.47	<i>Évolution des contraintes minimales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier et le 6000ième cycle (microstructure 1; Cas hypothèse I).</i>	145
Figure 5.48	<i>Évolution des contraintes minimales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le 1<sup>er</sup> cycle et le 6000ième cycle (microstructure 1; Cas hypothèse II).</i>	145
Figure 5.49	<i>Évolution des contraintes résiduelles maximales et minimales locales en fonction du module d'Young, cmoparaison entre le 1<sup>er</sup> cycle et 6000 cycle. (microstructure 1; cas hypothèse II).</i>	146
Figure 5.50	<i>Courbe de déformation en fatigue-fluage versus le nombre de cycle; effet du paramètre « <math>\kappa</math> » (microstructure1; cas de l'hypothèse II).</i>	148
Figure 5.51	<i>Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le cas Kmax 2000 Kmin 1080 et le cas Kmax 2000 Kmin 1100 après 6000 cycles. (microstructure 1; Cas hypothèse II).</i>	149
Figure 5.52	<i>Courbe de déformation en fatigue-fluage versus le nombre de cycle; effet des paramètres « <math>n</math> » et « <math>m</math> » (microstructure1; cas de l'hypothèse II).</i>	150
Figure 5.53	<i>Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le cas (n 0.02 m 0.01) et le cas (n 0.025 m 0.015) après 6000ième cycle. (microstructure 1; Cas hypothèse II).</i>	151
Figure 5.54	<i>Évolution des déformations totales en fonction du temps, comparaison entre le fluage et la fatigue-fluage (Cas hypothèse I et hypothèse II).</i>	153

Figure 5.55	<i>Évolution des déformations totales en fonction du temps pour la microstructure... 1; Comparaison entre le fluage et la fatigue-fluage (Cas hypothèse II).....</i>	156
Figure 5.56	<i>Évolution de la limite d'élasticité maximale locale en fonction du module d'Young; comparaison entre 1 cycle, 100 cycle et 6000 cycles; microstructure 1(Cas hypothèse II).....</i>	157
Figure 5.57	<i>Évolution de la limite élastique maximale locale en fonction du module d'Young du grain et celui du voisinage pour la microstructure 1 pour 6000 cycles;(Cas hypothèse II).....</i>	158
Figure 5.58	<i>Évolution des déformations plastique maximales locales en fonction du module d'Young du grain et celui du voisinage pour la microstructure 1..... pour 6000 cycles;(Cas hypothèse II).....</i>	159
Figure 5.59	<i>Comparaison des déformations globales pour un essai de fatigue simple..... et un essai de fatigue-fluage (Cas hypothèse II).....</i>	160
Figure 5.60	<i>Comparaison des déformations plastiques et de maintien maximales et minimales locales en fonction du module d'Young; microstructure 1;..... après 6000 cycles (cas hypothèse II).....</i>	161
Figure 5.61	<i>Comparaison des déformations totales (élastique+plastique dechargement+..... fluage) maximale locale pour la fatigue-fluage et la fatigue simple..... en fonction du module d'Young; microstructure 1; pour 6000 cycles..... (Cas hypothèse II).....</i>	162
Figure 5.62	<i>Comparaison des déformations totale (élastique+plastique de chargement+..... fluage) minimale locale pour la fatigue-fluage et la fatigue simple..... en fonction du module d'Young; microstructure 1 pour 6000 cycles..... (Cas hypothèse II).....</i>	162
Figure 5.63	<i>Comparaison des contraintes maximale locale pour la fatigue-fluage..... et la fatigue simple en fonction du module d'Young; microstructure 1;..... après 1, 100 et 6000 cycles (cas hypothèse II).....</i>	163
Figure 5.64	<i>Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module..... d'Young du grain et celui du voisinage pour la microstructure 1 après..... 6000 cycles en fatigue simple;(Cas hypothèse II).....</i>	164
Figure 5.65	<i>Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module..... d'Young du grain et celui du voisinage après 6000 cycles;.....(microstructure 1, cas hypothèse II).....</i>	165

Figure 5.66	<i>Comparaison des contraintes et limites élastiques maximale locale pour..... la fatigue-fluage et la fatigue simple en fonction du module d'Young..... après 6000 cycles; (microstructure 1, cas hypothèse II).....</i>	165
Figure 5.67	<i>Microstructures montrant les endroits d'apparition des contraintes de..... clivage (1300 MPa) après 6000 cycle ; (Cas hypothèse II); a) fatigue-fluage,..... b) fatigue simple. Sans critère lié à la limite d'élasticité.....</i>	166
Figure 5.68	<i>Microstructures montrant les endroits d'apparition des contraintes de..... clivage (1300 MPa) après 6000 cycle ; (Cas hypothèse II); a) fatigue-fluage,..... b) fatigue simple. Avec critère lié à la limite d'élasticité.....</i>	167
Figure 5.69	<i>Microstructures montrant les endroits d'apparition des contraintes ....., de clivage (1300 MPa) dont le voisinage possède une orientation..... proche de celle du grain clivé après 300 cycles; (cas hypothèse II); ....., a) fatigues-fluage, b) fatigue-simple.....</i>	168

## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

$\beta_{kl}$	Tenseur de la transformation libre de contrainte.
$C_{ijkl}^I$	Tenseur de constante d'élasticité de l'inclusion.
D	Endommagement.
$\delta$	Delta de Kronecker
$\Delta_{ijkl}^C$	Tenseur de localisation des déformations dans la cellule.
$\Delta t$	Temps de maintien en fluage, (s).
$E$	Module d'Young, (GPa).
$E_0$	Module d'Young initial, (GPa).
$\langle E \rangle$	Module d'Young moyen, (GPa).
$\varepsilon_{rr}^*$	Déformation propre.
$\varepsilon^I$	Tenseur de déformation dans l'inclusion,
$\varepsilon_{rr}^\infty$	Déformation radiale imposée à l'infini.
$\tilde{\varepsilon}_{rr}^I$	Déformation radiale dans l'inclusion.
$\tilde{\varepsilon}_{\theta\theta}^I$	Déformation transversale de l'inclusion.
$\tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi}^I$	Déformation longitudinale de l'inclusion.
$\varepsilon_{ij}^\infty$	Tenseur de déformation à l'infini, (mm/mm).
$\dot{\varepsilon}$	Vitesse de déformation, (/s).
$\varepsilon_{ij}^C$	Tenseur de déformation dans une cellule de AC, (mm/mm).
$\varepsilon_{ij}^f$	Tenseur de déformation de maintien en fluage, (mm/mm).
$\varepsilon_y^P$	Tenseur de la déformation plastique dans l'inclusion
$\varepsilon_{fij}^I$	Tenseur de la déformation en fluage dans l'inclusion
$\langle \varepsilon_{fij} \rangle$	Moyenne de la déformation en fluage du voisinage de l'inclusion
$\varepsilon_*^y$	Tenseur de la transformation libre de contraintes supplémentaires.
$fw^C$	Fonction d'Avrami de l'énergie accumulée dans la cellule.

$G$	Matrice de rotation.
$\Gamma^C$	Constante de plasticité de la cellule dépendant du matériau, (MPa).
$\Gamma_{\max}$	Constantes de plasticité maximale, (MPa).
$\Gamma_{\min}$	Constantes de plasticité minimale, (MPa).
$\lambda$	Rapport de forme des domaines homogènes
$\varphi$	Angle d'Euler.
$k_M$	Module de compressibilité de la matrice (modèle d'Eshleby).
$k_I$	Module de compressibilité de l'inclusion (modèle d'Eshleby).
$K_V$	Module de compressibilité du voisinage de l'automate cellulaire.
$K_C$	Module de compressibilité de la cellule de l'automate cellulaire.
$K_1^C(K_{C1})$	Paramètre lié au module de compressibilité de la cellule
$K_2^C(K_{C2})$	Paramètre lié au module de compressibilité de la cellule
$\kappa$	Paramètre de résistance du matériau, (MPa).
$\kappa^C$	Paramètre de résistance de la cellule, (MPa).
$\kappa_{\min}$	Paramètre de résistance du matériau minimale, (MPa).
$\kappa_{\max}$	Paramètre de résistance du matériau maximale, (MPa).
$\kappa_{\text{int}}$	Paramètre de résistance du matériau intermédiaire, (MPa).
$\langle \kappa \rangle$	Paramètre de résistance moyen du matériau, (MPa).
$K$	Constante (équation d'avrami).
$L$	Longueur finale de l'éprouvette
$L_0$	Longueur initiale de l'éprouvette
$m$	Sensibilité à la vitesse.
$n$	Coefficient d'écrouissage.
$np$	Constante de plasticité dépendant du matériau.
$N$	Constante (équation d'avrami).

$\mu_M$	Module de cisaillement de la matrice (modèle d'Eshleby).
$\mu_I$	Module de cisaillement de l'inclusion (modèle d'Eshleby).
$\mu_V$	Module de cisaillement du voisinage de l'automate cellulaire.
$\mu_C$	Module de cisaillement de la cellule de l'automate cellulaire.
$\theta$	Angle d'inclinaison du grain par rapport à l'axe de sollicitation, (degré).
$\Theta$	Constante d'ajustement qui varie entre 0 et 1.
$R$	Rapport des contraintes
$S_{ij}^C$	Déviateur des contraintes dans la cellule, (MPa).
$S_{kl}^y$	Tenseur d'Eshelby
$S_{ijkl}$	Tenseur de souplesse
$\sigma_{rr}^I$	Contrainte radiale dans l'inclusion.
$\sigma_{ij}^\infty$	Tenseur de contrainte préétablie, (MPa).
$\sigma_{ij}^C$	Tenseur de contrainte dans une cellule de AC, (MPa).
$\sigma_{yr}^C$	Tenseur des contraintes résiduelles dans une cellule de AC, (MPa).
$\sigma_{ij}^M$	Tenseur de contrainte de la matrice (voisinage de la cellule de AC), (MPa).
$\bar{\sigma}^C$	Contrainte équivalente de Von Mises dans la cellule, (MPa).
$\sigma_{ij}'$	Tenseur des contraintes résiduelles de l'inclusion
$\sigma_e^C$	Tenseur de la limite élastique, (MPa).
$\Sigma^C$	Paramètre de plasticité de la cellule dépendant du matériau, (MPa).
$\Sigma_{\max}$	Paramètre de plasticité maximale, (MPa).
$\Sigma_{\min}$	Paramètre de plasticité minimale, (MPa).
$t_f^C$	Temps fictif de la cellule, (s).
$w_C$	Énergie fournie par la déformation plastique dans la cellule, (J).
$x'_t$	État de la cellule d'un automate cellulaire unidimensionnel à l'instant $t$

$x_i^{t+1}$	État de la cellule d'un automate cellulaire unidimensionnel à l'instant $t + 1$ .
$x_{i,j}^t$	État de la cellule d'un automate cellulaire bidimensionnel à l'instant $t$ .
$x_{i,j}^{t+1}$	État de la cellule d'un automate cellulaire bidimensionnel à l'instant $t + 1$ .
$w_C$	Énergie fournie par la déformation plastique dans la cellule, (J).

## INTRODUCTION

Pour être en mesure d'utiliser un alliage de façon rationnelle, le fabricant utilise souvent des procédés de mise en forme spécifiques de manière à donner aux pièces fabriquées des propriétés optimums. Les pièces ainsi développées ne sont pas homogènes, et souvent de fortes hétérogénéités sont présentes dans la microstructure. Dans les alliages de titane, des grains de même module d'Young se trouvent parfois disposés les uns à côté des autres, générant ainsi de fortes hétérogénéités locales d'orientation. Il semblerait que ces hétérogénéités induisent un comportement défavorable lors de la fatigue-fluage à froid. En effet lorsqu'ils sont soumis à des sollicitations cycliques avec maintien de la charge, certains alliages subissent un endommagement plus tôt que prévu par les théories classiques de la fatigue. Cela est d'autant plus vrai si de fortes hétérogénéités de texture sont présentes. C'est particulièrement problématique dans des domaines comme l'aérospatial où certaines pièces critiques de moteur d'avion, telles que les disques de compresseurs et les pales, fonctionnent dans un environnement extrêmement complexe en terme de contraintes, températures et modes de chargement. Dans ce secteur de pointe où la prise de risque n'est pas permise, beaucoup de pièces sont retirées du service prématurément, par mesure de précaution. Les coûts liés au retrait de ces pièces étant importants, il serait intéressant de mieux comprendre l'effet des hétérogénéités de texture sur le comportement mécanique afin d'affiner la fabrication et optimiser les microstructures. Le développement d'un modèle numérique basé sur les automates cellulaires qui permettra d'expliquer les raisons des ruptures prématurées dans les pièces forgées présentant des hétérogénéités d'orientation est notre objectif principal. L'avantage de ces modèles est qu'ils permettent de donner des informations précises sur le comportement local des matériaux à savoir; les déformations, contraintes, vitesses de déformation, etc..., choses qu'il n'est pas possible d'obtenir par la plupart des modèles existants.

La présente thèse fait tout d'abord état de la littérature actuelle sur la problématique du comportement mécanique autour des hétérogénéités locales d'orientations qui sera présentée au chapitre I. Les principaux modèles numériques généralement utilisés dans le domaine du matériau seront exposés au chapitre II. Bien sur, l'accent sera mis sur l'approche des

automates cellulaires qui fait l'objet de notre thème de recherche. Le modèle mathématique qui régit les lois de comportement sera développé au chapitre III et une étude expérimentale qui servira de point de référence pour nos résultats au chapitre IV. Le Chapitre V sera entièrement consacré à la présentation et l'interprétation des résultats numériques obtenus à l'aide des modèles automates cellulaires. Enfin une conclusion et des perspectives concernant la suite de ce travail seront présentées à la fin de ce rapport.

## **CHAPITRE 1**

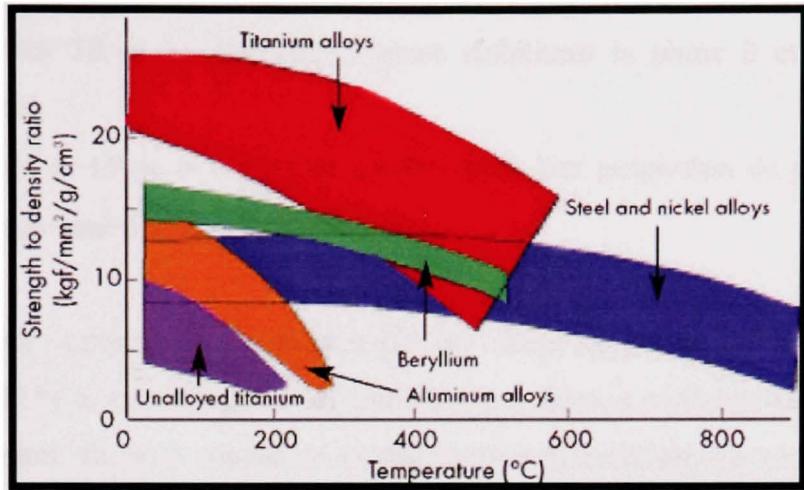
### **ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LES ALLIAGES DE TITANES**

#### **Introduction**

Une recherche bibliographique a été effectuée afin de poser la problématique du travail de recherche et permettre au lecteur de situer le travail dans l'ensemble des travaux accomplis à ce jour. La revue de la littérature porte sur le comportement particulier des alliages de titane en fatigue-fluage. L'exposé s'articule plus particulièrement autour des caractéristiques mécaniques des alliages de titane ainsi que des deux phénomènes de fluage et de fatigue. L'un provoquant des déformations, l'autre avec ses effets sur la fissuration et la rupture.

#### **1.1 Titane et alliages de titane**

Le titane et ses alliages présentent des caractéristiques attrayantes. En effet leur densité est égale à environ 60% de celle de l'acier ( $\rho = 4.5 \text{ g/cm}^3$ ), leur tenue à la corrosion est exceptionnelle dans de nombreux milieux tels que l'eau de mer ou l'organisme humain. Les caractéristiques mécaniques restent élevées jusqu'à une température d'environ 600°C et elles restent excellentes jusqu'aux températures cryogéniques. Ces alliages sont amagnétiques, leur coefficient de dilatation est légèrement inférieur à celui de l'acier et est égal à 50% de celui de l'aluminium. Les caractéristiques tout à fait particulières du titane et de ses alliages en font un métal de choix pour de nombreuses utilisations notamment dans l'industrie chimique grâce à son excellente résistance à la corrosion et leur facilité de mise en œuvre, et dans l'industrie aéronautique grâce à ses propriétés mécaniques élevées (Drolet et al, 1995). En particulier, le rapport résistance mécanique/masse volumique aux températures entre 0 et 600°C est supérieur à celui des autres métaux (Figure 1.1).



**Figure 1.1** Évolution du rapport résistance/densité en fonction de la température pour quelques métaux.  
(Tiré de Brian E. Hurles et F. H. Fores, 2002)

### 1.1.1 Titane pur

L'élément titane a été découvert en 1790 par le moine anglais Grégor et ce n'est qu'en 1940 que les exploitations industrielles ont été possibles. Son utilisation sous forme métallique à l'état pur ou allié n'a commencé que vers 1950 (Drolet et al, 1995).

Le titane pur peut se présenter sous deux structures cristallographiques différentes :

- la phase  $\alpha$  stable à basse température, caractérisée par un réseau hexagonal compact
- la phase  $\beta$ , stable à des températures supérieures à la température de transus caractérisée par un réseau cubique centré.

### 1.1.2 Alliages de Titane

Le titane est souvent utilisé sous forme d'alliages. L'addition d'éléments d'alliage modifie l'équilibre thermodynamique des deux phases, notamment, les paramètres de mailles et les cinétiques de transformation  $\beta \leftrightarrow \alpha$ . Ces éléments peuvent se classer dans deux catégories : les éléments  $\alpha$ -gènes et  $\beta$ -gènes. Ainsi les éléments d'addition stabilisent soit la phase  $\alpha$  (éléments  $\alpha$ -gènes), soit la phase  $\beta$  (éléments  $\beta$ -gènes). Les éléments  $\alpha$ -gènes augmentent la

température de transus  $T\beta$  et les éléments  $\beta$ -gènes stabilisent la phase  $\beta$  et abaissent la température de transus.

Les différents alliages de titane peuvent être classés selon leur proportion de phase  $\alpha$  et  $\beta$  retenue à la température ambiante (Combres, 1999).

**Les alliages  $\alpha$**  : Leur composition ne permet pas de retenir la phase  $\beta$  à la température ambiante ils sont 100 %  $\alpha$ . Les alliages  $\alpha$  ont une bonne résistance au fluage et peuvent être durcis par précipitation. Ils sont soudables et résistants à l'oxydation. Ils sont par contre moins ductiles que les alliages à plus forte teneur en éléments  $\beta$ -gène (Polmear, 1995).

**Les alliages quasi- $\alpha$**  : Ce sont des alliages qui sont obtenus en ajoutant une faible quantité d'éléments  $\beta$ -gènes aux éléments  $\alpha$ -gènes. Il y a élargissement du domaine  $\alpha/\beta$  et une faible fraction de la phase  $\beta$  peut être retenue à l'ambiente (de l'ordre de 4 à 5%). Ces alliages ont globalement les mêmes propriétés que les alliages  $\alpha$  avec une ductilité légèrement améliorée (Polmear, 1995).

**Les alliages  $\alpha/\beta$**  : Ce sont des alliages où les éléments  $\alpha$ -gènes et  $\beta$ -gènes sont présents en quantité suffisante pour obtenir un large domaine  $\alpha/\beta$ , la fraction volumique de la phase  $\beta$  varie de 4 à 40% (Leyens et Peters, 2003). Ils ont des caractéristiques mécaniques élevées et une assez bonne ductilité.

**Les alliages quasi- $\beta$ .** Ce type d'alliage est caractérisé par une forte concentration en éléments  $\beta$ -gènes suffisamment pour déplacer le point  $Mf$  de transformation martensitique en dessous de l'ambiente. La fraction volumique de la phase  $\alpha$  varie de 10 à 15 %.

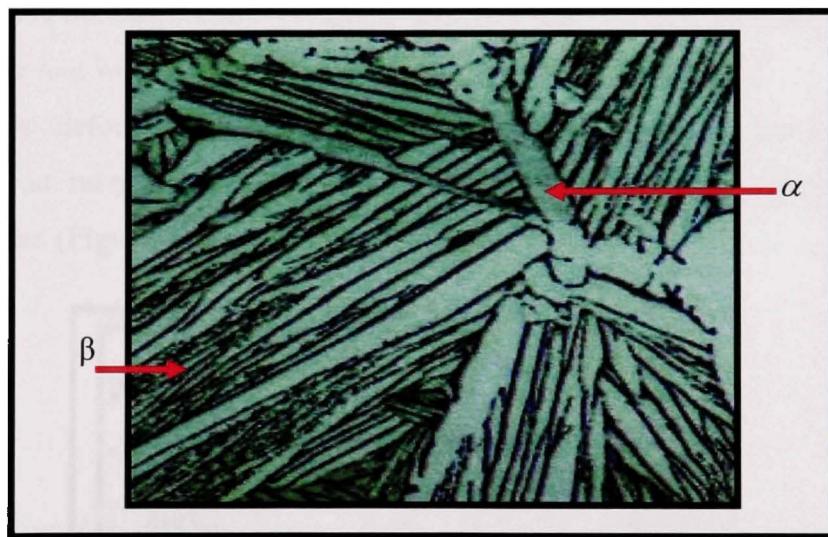
**Les alliages  $\beta$ .** Ce sont des alliages à forte concentration en éléments  $\beta$ -gènes telle que la phase  $\beta$  est stable thermodynamiquement ou faiblement métastable à température ambiante (ils sont à 100%  $\beta$ ). Des traitements ultérieurs n'entraînent plus sa décomposition (Leyens et Peters, 2003).

### 1.1.3 Caractéristique des microstructures

Au moins autant, sinon plus, que pour tout autre système d'alliage, les propriétés des alliages de titane sont extrêmement dépendantes de la microstructure. Ainsi différents type de microstructures sont obtenues selon le type d'application recherchée.

#### 1.1.3.1 Microstructure lamellaire

La microstructure de type lamellaire est obtenue suite à une mise en solution dans le domaine  $\beta$ , suivie d'un refroidissement à température ambiante. Au-dessus du transus  $\beta$ , les grains  $\beta$  connaissent une croissance rapide. Lors du refroidissement, la phase  $\alpha$  précipite préférentiellement aux joints de grains  $\beta$ . A partir de cette précipitation, se développent des colonies de lamelles  $\alpha$ . Simultanément, la phase  $\alpha$  se développe dans la matrice, formant des sous-colonies pour des vitesses de refroidissement rapides (Figure 1.2).



**Figure 1.2 Exemple de microstructure lamellaire (alliage de titane IMI 685).**  
*(Tiré de Jahazi et Yue, 2005)*

### 1.1.3.2 Microstructure martensitique

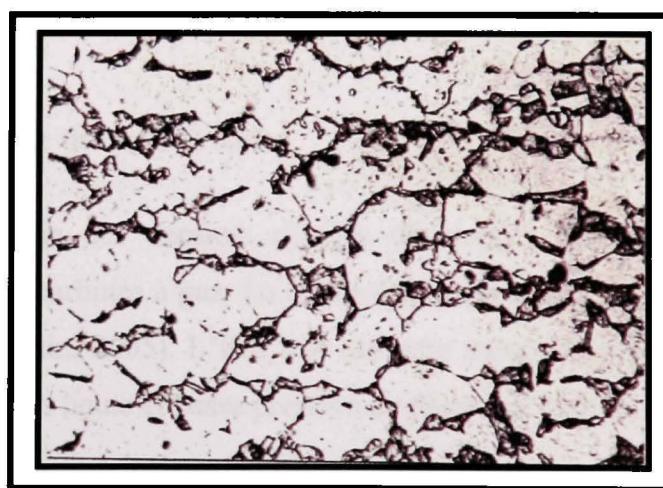
La transformation de type martensitique, se produit après trempe dans le domaine  $\beta$ , donnant naissance à la phase  $\alpha'$ . Elle se présente sous forme de très fines aiguilles qui ont précipité à partir des grains  $\beta$ . La composition de la phase  $\alpha'$  est la même que celle de la phase  $\beta$  mais sa structure correspond à celle de la phase  $\alpha$  hexagonale compacte (Blackburn, 1966), (Hammond, 1969).

### 1.1.3.3 Microstructure équiaxe

La microstructure équiaxe peut être obtenue par déformation d'une structure lamellaire ou martensitique dans le domaine  $\alpha/\beta$  proche  $\alpha$  suivi d'une mise en solution (Weiss et al, 1986). Les lamelles  $\alpha$  déformées dans le domaine  $\alpha/\beta$  se fractionnent. Deux mécanismes sont mis en évidence :

- la formation de sous-joints à l'intérieur des lamelles, si la déformation est homogène.
- le cisaillement local des lamelles, si la déformation est hétérogène.

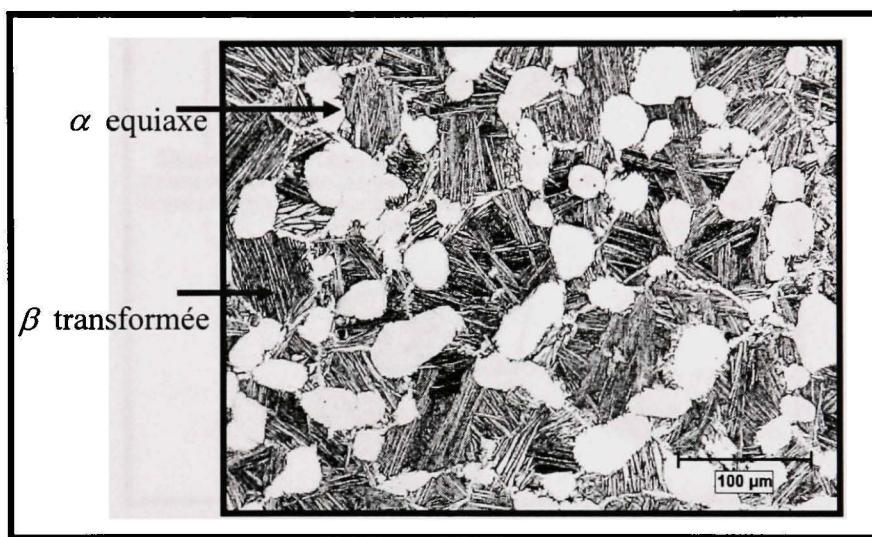
Un revenu après déformation assure la formation de la structure équiaxe. La structure prend l'allure d'un état recristallisé, cependant la taille des grains n'excède pas la largeur des lamelles initiales (Figure 1.3).



**Figure 1.3 Exemple de microstructure équiaxe.** (Tiré de Weiss et al, 1986, p1935)

#### 1.1.3.4 Microstructure bimodale

Soit une structure bimodale, caractérisée par des nodules de phase alpha séparés par des lamelles  $\alpha + \beta$ . Elle est obtenue après déformation d'une microstructure initialement lamellaire dans le domaine  $\alpha/\beta$ . Les lamelles  $\alpha$  présentes lors de la déformation dans le domaine  $\alpha/\beta$ , forment des globules  $\alpha$  équiaxes aussi appelés  $\alpha$  primaires. Les colonies, aussi appelées  $\alpha$  secondaires, sont héritées de la transformation de la phase  $\beta$  lors du refroidissement (Weiss et al, 1984) (Figure 1.4).



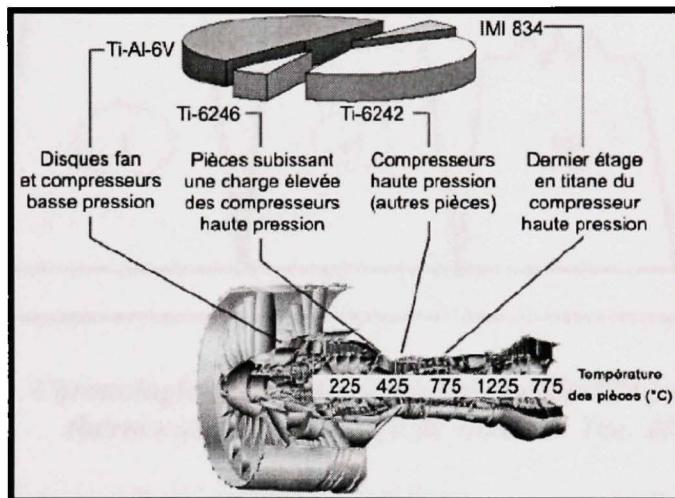
**Figure 1.4 Exemple de microstructure bimodale.** (Tiré de Weiss et al, 1984, p 1503)

#### 1.1.4 L'alliage de titane IMI 834

L'IMI 834 fait partie des derniers alliages développés pour des applications à haute température dans les turbines à gaz. La composition nominale de l'alliage est présentée dans le tableau 1.1 (Germain, 2005). L'IMI 834 est entre autre utilisé pour fabriquer des roues à aubes de compresseurs haute et basse pression de réacteurs d'avions (Figure. 1.5).

**Tableau 1.1**  
**Composition de l'alliage de titane IMI834**  
(tiré de Germain, 2005)

Élément	Al	Sn	Zr	Nb	Mo	Si	C	Ti
Proportion (%)	5.8	4	3.5	0.7	0.5	0.35	0.06	balance

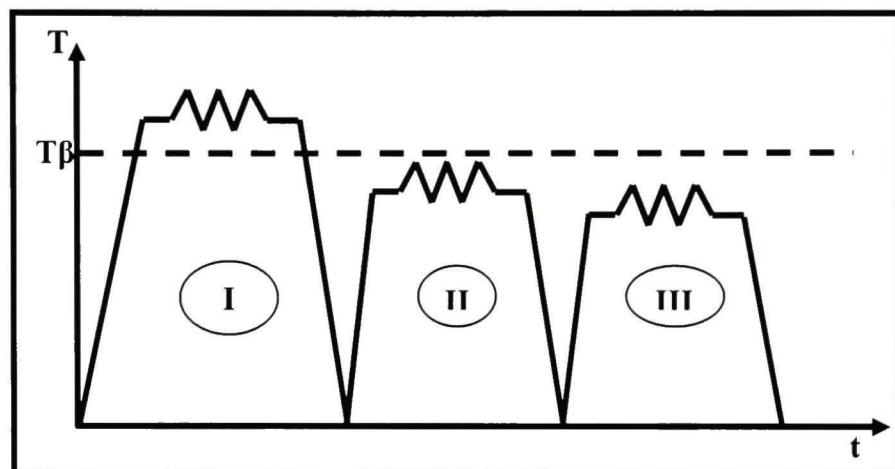


**Figure 1.5 Application de l'IMI 834 dans les moteurs d'avion.** (Tiré de Germain, 2005)

L'IMI 834 est un alliage de type quasi-alpha, c'est-à-dire qu'il est biphasé avec une proportion de phase bêta très faible, typiquement inférieure à 5%. Cet alliage peut donc être traité facilement dans le domaine  $\alpha/\beta$  (Germain, 2005), subir une grande variété de traitements thermomécaniques et par conséquent présenter une grande variété de microstructures.

Dans ce qui suit, on présentera les étapes de mise en forme de l'IMI 834. On s'intéresse principalement aux étapes de traitements thermomécaniques de l'alliage. On prend pour point

de départ le lingot d'alliage, d'environ un mètre de diamètre. Le traitement thermomécanique se décompose alors en trois grandes étapes que nous allons développées ci-après illustrées à la figure 1.6. Pour chacune de ces étapes, la déformation consiste en une compression par impacts consécutifs à la surface du cylindre, ce qui entraîne une diminution du diamètre et une augmentation de la longueur de la billette.



**Figure 1.6    Chronologie de la mise en forme de l'IMI834 par traitements thermomécaniques.** (Tiré de Jahazi et Yue, 2001)

#### 1.1.4.1    Première étape : déformation à chaud

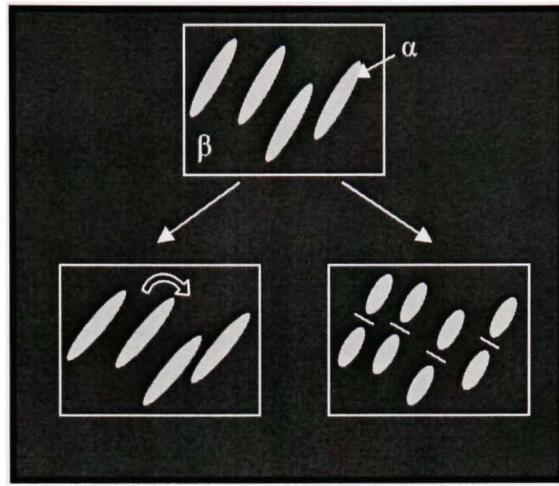
La structure initiale du matériau est dendritique et très grossière avec une taille moyenne de grains de l'ordre de 1500mm. Cette première étape a donc pour but la diminution de la taille des grains. Il s'agit de casser la structure grossière et inhomogène du brut de coulée. Lors de la trempe, les grains de  $\beta$  se transforment en une structure grossière de grains alpha lamellaires. L'épaisseur des lamelles ainsi formées dépend de la vitesse de trempe. En effet, plus la trempe est rapide, plus les lamelles seront fines. On obtient alors une microstructure du type martensitique alpha pour une trempe à l'eau (Figure 1.7) (Jahazi et Yue, 2001), c'est-à-dire de gros grains composés de lamelles fines de bêta transformées.



**Figure 1.7 Structure martensitique (gr. 1400).** (*Tiré de Jahazi et Yue, 2001*)

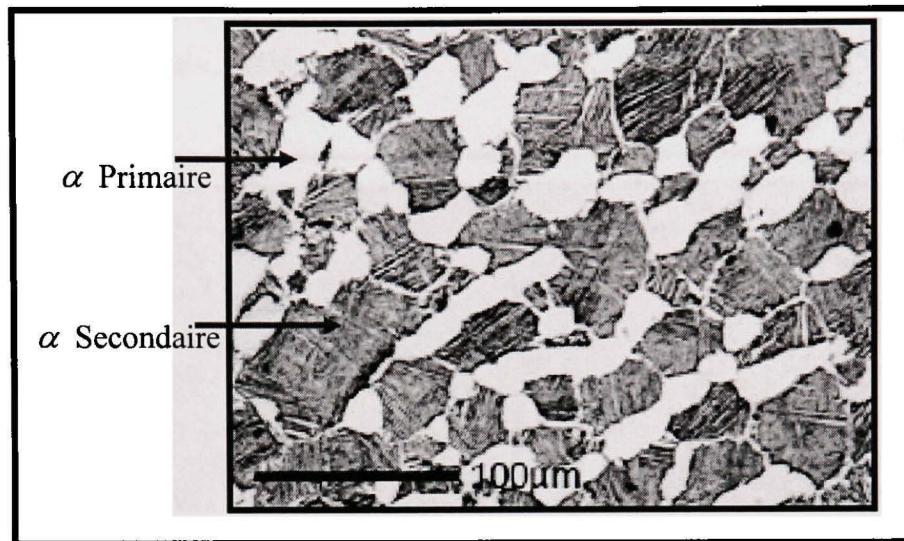
#### 1.1.4.2 Deuxième étape : forgeage biphasé

À partir de la microstructure ci-dessus, on réalise une étape de forgeage en domaine biphasé, c'est-à-dire qu'on se place juste en dessous du transus bêta (typiquement,  $T \approx T_\beta - 20^\circ\text{C}$ ). A cette température, le matériau se présente comme une matrice molle de phase bêta contenant 15% de grains  $\alpha$  allongés (du fait de la microstructure de départ). Durant cette étape de traitement, deux phénomènes peuvent se produire : la rotation ou la globularisation de phase alpha (Figure. 1.8). Durant cette étape comme dans les prochaines, les phénomènes ayant lieu sont difficilement contrôlables à cause du grand nombre de paramètres qui interviennent. Il serait pourtant intéressant de connaître le comportement de chacune des phases et leur influence mutuelle pour comprendre l'évolution des microstructures. On ne sait pas actuellement déterminer lequel des deux phénomènes ci-dessus, rotation ou globularisation, prédomine sur l'autre et dans quelles conditions.



**Figure 1.8** Évolutions possibles de la microstructure de l'alliage pendant le forgeage biphasé.

On sait que la globularisation est très hétérogène au sein du matériau, et que certains grains globularisent très vite alors que d'autres résistent fortement, mais on ne peut pas actuellement expliquer cette hétérogénéité. Dans cette deuxième étape comme dans la précédente, la vitesse de refroidissement joue un rôle important sur la microstructure, puisqu'elle va déterminer l'épaisseur des lamelles de  $\alpha$  qui se forment entre les globules d'alpha primaire; ces derniers provenant du faible pourcentage de lamelles  $\alpha$  qui ne se sont pas dissoutes lors de la montée en température. A la fin de ce traitement, on obtient la microstructure duplex (figure 1.9) caractérisée par la présence de colonies de larges lamelles  $\alpha_s$  et seulement une faible fraction de la phase  $\beta$  qui est retenue à température ambiante. En jouant sur les différents paramètres de forgeage (température, vitesse de déformation, vitesse de trempe...), on va pouvoir faire varier la microstructure finale (taille et texture des grains alpha primaires, fraction volumique et taille des colonies de lamelles, joints de grains,...).

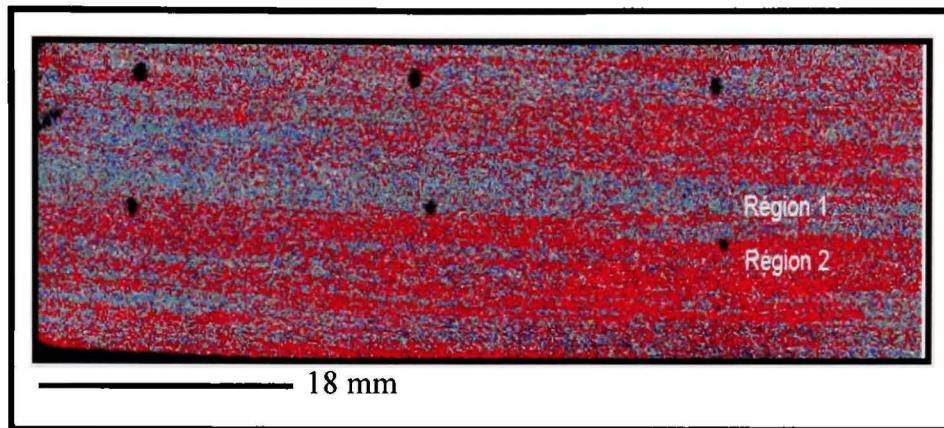


**Figure 1.9 Microstructure duplex de la billette d'IMI 834.** (Tiré de Jahazi et Yue, 2005)

#### 1.1.4.3 Troisième étape : déformation finale en domaine biphasé

Cette étape suit le même principe que la précédente. Le but ici est d'obtenir une microstructure de grains alpha équiaxes fins dans une matrice de bêta transformé. Ce traitement a lieu à plus basse température que le précédent et a pour but de forcer la globularisation, avec toujours pour optique, l'affinement de la microstructure. Sous l'effet de la déformation, la phase  $\alpha$ , initialement lamellaire et en relation de Burgers avec la phase  $\beta$  environnante, devient globulaire et forme les grains  $\alpha_p$  équiaxes. Lors du refroidissement, les grains  $\beta$  se transforment à nouveau en colonies  $\alpha_s$  et donnent ainsi, avec les grains  $\alpha_p$ , la microstructure bimodale (voire Figure. 1.3). Un traitement thermique additionnel est parfois requis pour ajuster la fraction volumique de phase  $\alpha_p$ . Cependant, lors du procédé de forgeage, la microstructure obtenue est caractérisée par la présence de régions avec une texture locale très marquée. Présence d'une alternance de bandes où les grains  $\alpha_p$  (primaire) peuvent être soit fortement allongés soit plutôt équiaxes. Les bandes fortement texturées mesurent environ un millimètre de large (Figure. 1.10) (Jahazi et Yue, 2001). Ces zones d'orientation préférentielles sont appelées macrozones. En effet elles sont le résultat des

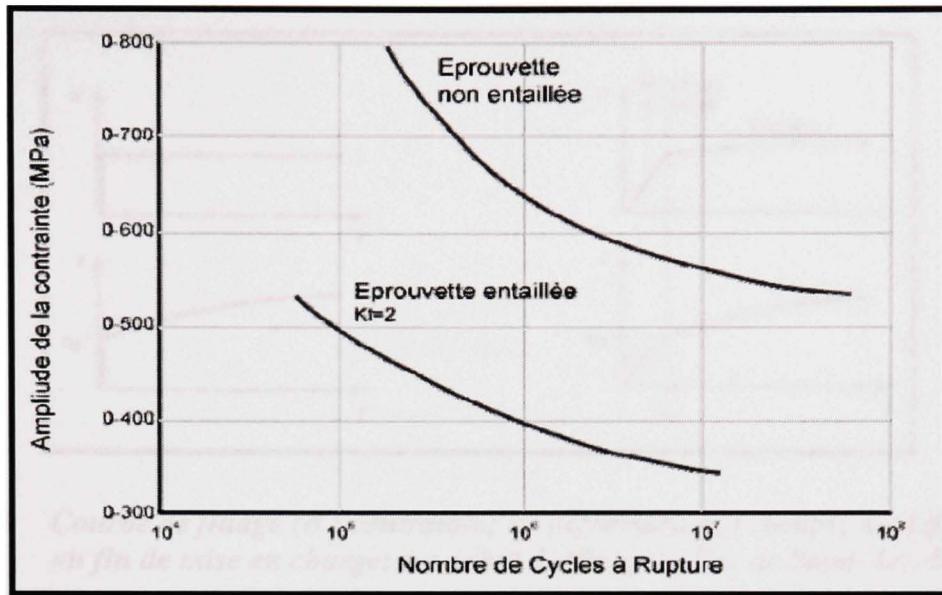
groupements les uns à côté des autres des grains  $\alpha_p$  ayant la même orientation cristallographique (Germain, 2005).



**Figure 1.10** *Observation des macrozones dans une billette d'alliage IMI 834.* (Tiré de Jahazi et Yue, 2001)

### 1.1.5 Caractéristique mécanique des alliages de titane

Les alliages de titane et particulièrement l'IMI 834 possèdent une bonne résistance au fluage et une bonne tenue en fatigue (Figure 1.11). Cependant ce type de matériau ainsi développé est sujet à des phénomènes de rupture prématuée lorsqu'il est soumis à des essais combinés de fatigue-fluage (Dwell fatigue). Le fluage se manifeste à froid (température ambiante) durant la période de maintien entre le chargement et la décharge de l'essai de fatigue.

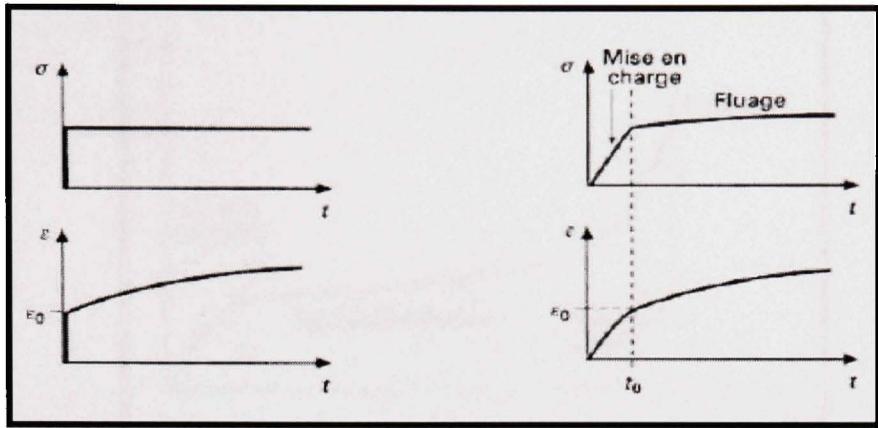


**Figure 1.11 Résistance à la fatigue. (Tiré de Germain, 2005)**

## 1.2 Le fluage

### 1.2.1 Le modèle descriptif du fluage

La déformation induite pendant le maintien constant de la contrainte à une température constante est appelée le fluage. Cette déformation peut être décrite par une loi viscoplastique dépendante du temps de maintien. En effet, le fluage est possible à toutes les températures au dessus du zéro absolu, et une faible variation de celle ci peut entraîner des variations importantes de la vitesse de déformation (Saint-Antonin, 1999). En pratique, un essai de fluage est décomposé en deux étapes (Figure 1.12): La mise en charge et le fluage proprement dit. Il n'est pas toujours facile de réaliser un essai à contrainte constante. En effet si l'essai est réalisé à force constante : la contrainte augmente lors de l'essai avec l'allongement du matériau et la réduction de section.



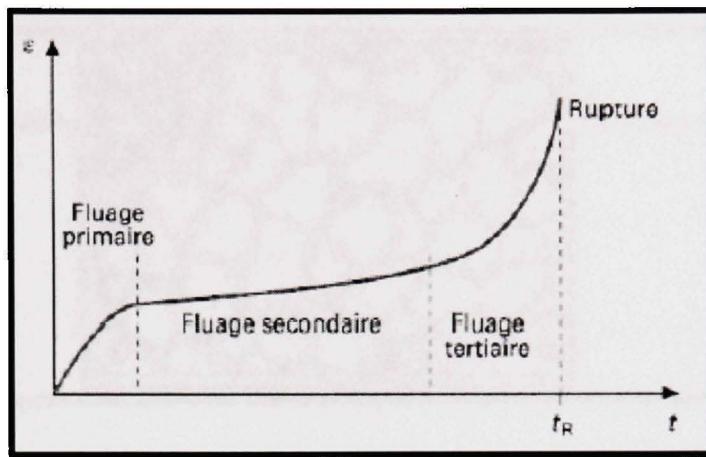
**Figure 1.12** Courbe de fluage ( $\sigma$  : contrainte;  $\varepsilon$  : déformation;  $t$  : temps;  $\varepsilon_0$  : déformation en fin de mise en charge;  $t_0$  : début du fluage). (Tiré de Saint-Antonin, 1999)

### 1.2.2 Les différentes étapes de fluage

Le graphe de déformation en fonction du temps pour un essai de fluage typique est présenté dans la figure 1.13 :

- **Le fluage primaire**, ou transitoire, pendant lequel la vitesse de fluage (ou vitesse de déformation) diminue avec le temps, ce qui correspond à une augmentation de la résistance du matériau ou encore à une consolidation.
- **Le fluage secondaire**, ou stationnaire, ou encore quasi visqueux, pendant lequel la vitesse de déformation est constante.
- **Le fluage tertiaire**, pendant lequel la vitesse de déformation croît jusqu'à la rupture, (un phénomène de striction pouvant apparaître au cours de ce stade).

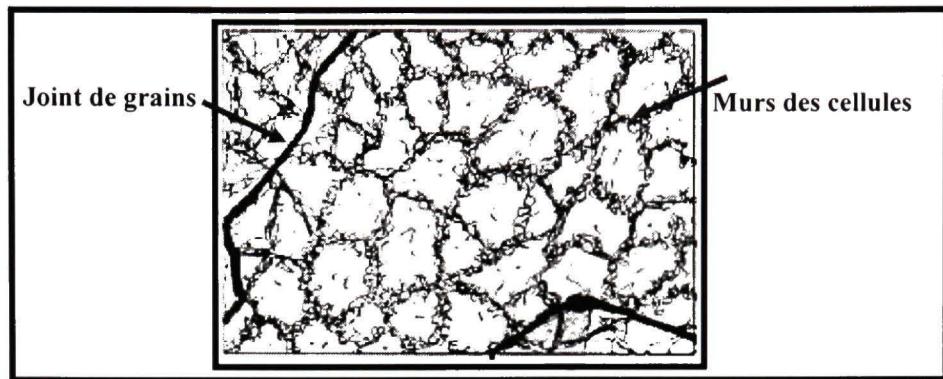
Pour les températures inférieures à  $0.3T_f$  ( $T_f$  : température de fusion en Kelvin), les trois stades décrits précédemment ne sont généralement pas observés. Dès le début du fluage, la vitesse de déformation décroît pour presque s'annuler, le matériau se consolide continuement : ce type de fluage est dit logarithmique (Saint-Antonin, 1999).



**Figure 1.13** *Differents stades de Fluage rupture;  $\varepsilon$  : déformation;  $t$  : temps;  $t_R$  : temps à la rupture. (Tiré de Saint-Antonin, 1999)*

### 1.2.3 Mécanisme du fluage

En fonction de la température, différents phénomènes peuvent être observés durant le mécanisme de fluage. Les mécanismes classiques sont décrits à haute température et ils sont liés à la présence de mécanismes de montée de dislocations (phénomène qui est thermiquement activé). Le chargement et le fluage primaire correspondent à la création et à la propagation des dislocations. Il y a une nette tendance à la formation des cellules de dislocations lors du fluage primaire. La densité de dislocations mobiles décroît au cours de ce stade, réduisant la vitesse de fluage. L'établissement du fluage secondaire, ou stationnaire, correspond toujours à la présence d'une sous-structure de dislocations bien formée (Figure 1.14). La taille des sous-grains n'est alors ni fonction du temps, ni de la déformation. Elle dépend uniquement de la contrainte appliquée: La taille des sous-grains est inversement proportionnelle à la contrainte  $\sigma$  et n'évolue pas pendant le fluage secondaire (Saint-Antonin, 1999).



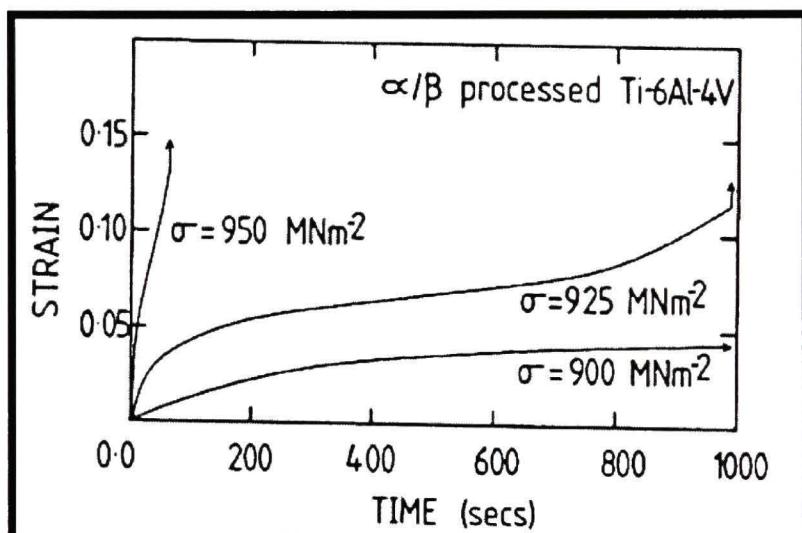
**Figure 1.14 Schéma d'une structure cellulaire.** (Tiré de Saint-Antonin, 1999)

A plus basse température, les mécanismes de fluage sont décrits comme une déformation plastique, liée à des mécanismes de déplacement de dislocations. Lors du chargement et du fluage primaire, il y a surtout création et propagation des dislocations. En général, ces dislocations ne forment pas de structures cellulaires particulières, elles sont enchevêtrées. On observe les structures formées par glissement des dislocations: bandes de déformation et lignes de glissement plus ou moins espacées suivant la contrainte appliquée et le temps de fluage. Lors du fluage secondaire, les dislocations s'assemblent pour former une structure cellulaire plus ou moins nette : cela correspond à une polygonisation du glissement. Les murs des cellules sont constitués de dislocations enchevêtrées (figure 1.14). Ces cellules sont d'autant moins formées que la température est basse. Elles présentent bien souvent un allongement suivant le type de glissement activé. La densité de dislocations reste stable au cours de ce stade. La sous-structure se forme et se détruit constamment : il y a équilibre entre les processus de formation et d'annihilation des dislocations. En revanche, la désorientation entre les sous-grains augmente avec le temps. Tout se passe comme si le processus de formation et d'annihilation des dislocations concourrait uniquement à l'accroissement de la désorientation des sous-grains entre eux (Saint-Antonin, 1999).

#### 1.2.4 Comportement mécanique des alliages de titane en fluage à température ambiante

Les alliages de titane utilisés dans la fabrication de certaines pièces critiques des turbines à gaz constituent un souci majeur pour de nombreux industriels à cause de leur sensibilité à au fluage à froid. Le facteur central de la sensibilité de ces d'alliages

est leur étrange accumulation des déformations avec le temps (figure 1.15). Ce processus se produira aisément dans les alliages de titane ( $\alpha + \beta$ ) et ( $\alpha$ ) (Francois, 2004), (Evans, 2004).

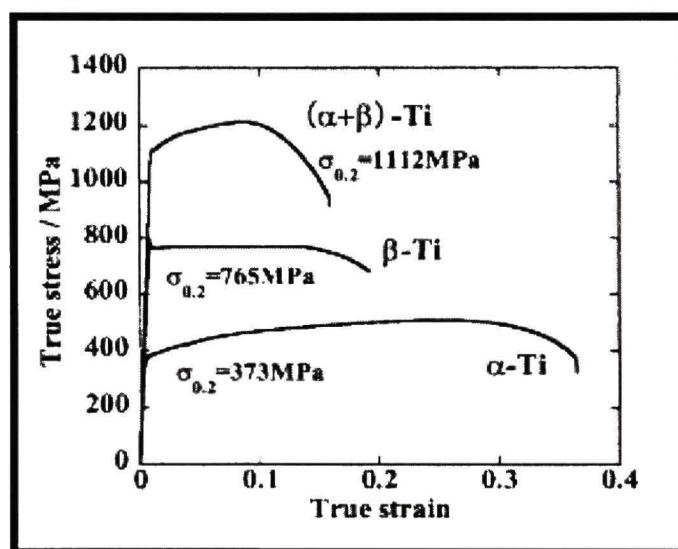


**Figure 1.15 Courbe de fluage a température ambiante de l'alliage Ti -6AL 4V.** (Tiré de Evans, 2004, p 548)

L'accumulation de la déformation se produit pour des contraintes bien au-dessous de la limite d'élasticité accompagnée d'une accumulation significative de la contrainte (Tomoyasu et al, 2004). La figure 1.16 montre des essais de traction pour trois sortes d'alliage, il s'agit des alliages ( $\alpha$ -Ti), les alliages ( $\alpha+\beta$ )-Ti et les alliages ( $\beta$ -Ti) dont les compositions chimiques sont :

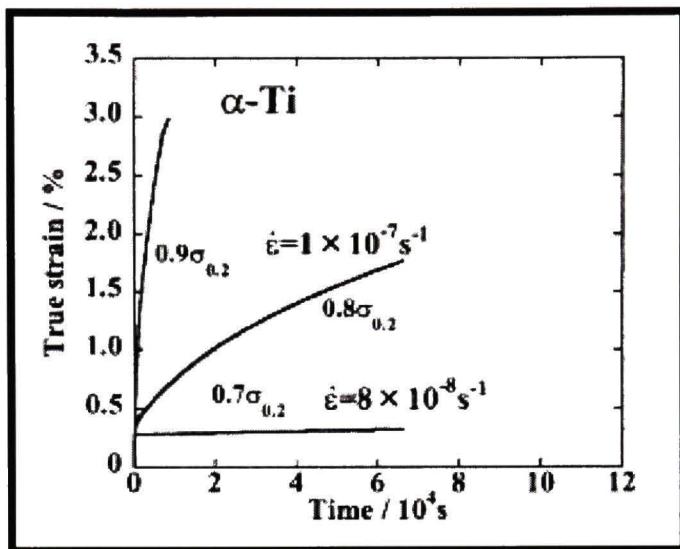
( $\alpha$ -Ti)	Ti-0.25Fe-0.2O-0.015H-0.08C-0.03N
( $\alpha+\beta$ )-Ti	Ti-6Al-4V-0.4Fe-0.2O-0.08C-0.05N-0.015H
( $\beta$ -Ti)	Ti-15V-3Al-3Cr-3Sn-0.25P-0.05N-0.05C-0.13O-0.1H

L'alliage ( $\beta$ -Ti) montre une contrainte d'écoulement presque constante sans durcissement. Par ailleurs les alliages de type quasi  $\alpha$  ( $\alpha$ -Ti) montrent une grande accumulation de la déformation pour des contraintes très faibles. Cet état de déformation se manifeste beaucoup plus lors du fluage primaire (figure 1.17).



**Figure 1.16 Courbe contrainte-déformation des différents type d'alliage de titane.** (Tiré de Tomoyasu et al, 2004, p 720)

Le glissement cristallographique effectif se manifeste aisément sur les plans prismatiques et basales. Les dislocations isolées sont rarement observées, mais plutôt les groupes de dislocations qui sont responsables de la déformation (Neeraj et al, 2000). Après une très courte période de fluage, des traces de glissement sont observées sur certains grains seulement, probablement ceux qui sont orientés favorablement à l'axe de chargement.



**Figure 1.17 Courbe de fluage pour un alliage quasi  $\alpha$ .**

(Tiré de Tomoyasu et al, 2004, p 721)

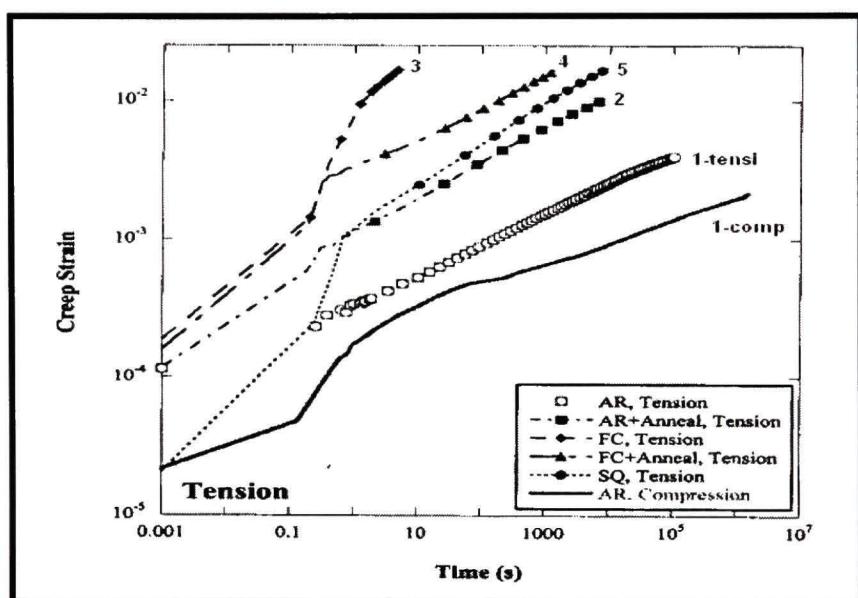
Après une période de fluage plus importante les rangées de dislocations entrent en interaction avec les joints de grains. A ce sujet, trois importants phénomènes ont été notés :

- Il y a eu intensification des traces de glissement déjà existantes;
- Observation des nouveaux glissements dans les grains déjà activés;
- Initiation des nouveaux glissements dans les grains adjacents dans lesquels les glissements n'étaient pas apparents auparavant.

Le premier phénomène est très intéressant du point de vue métallurgique car il indique que même lorsque les joints de grains fournissent de très fortes barrières, le glissement peut continuer localement. Cette augmentation de la densité de dislocations est probablement due à l'addition des rangées de dislocations à celles déjà existantes.

### 1.2.5 Effet de la microstructure sur la réponse en fluage

La dépendance de cette plasticité à l'égard du temps, suite au phénomène de glissement dans la phase hexagonale  $\alpha$ , est sensible à l'état microstructural du matériau. En effet suite à une étude réalisée par (Brandes et al, 2007) il a été constaté que la réponse en déformation varie d'une microstructure à une autre (Figure 1.18).



**Figure 1.18 Courbe de déformation en fluage du Ti 6242 à 293°K et à une contrainte de 950 MPa.** (Tiré de Brandes et al, 2007)

Dans cette étude, cinq microstructures obtenues d'un même alliage de Ti-6242 ont été étudiées. Dans le but d'avoir des microstructures avec différentes textures, quatre microstructures ont subi des traitements thermomécaniques bien spécifiques. La microstructure 1 sans traitement, microstructure 2 (traitement de recuit), microstructure 3 (chauffage puis un refroidissement), microstructure 4 (chauffage-refroidissement suivie d'un recuit) et microstructure 5 (trempe). Ces résultats mettent en évidence un phénomène très important à savoir qu'un matériau ayant des microstructures avec différentes textures peuvent donner des réponses différentes en fluage.

## 1.3 La fatigue

Un grand nombre d'accidents catastrophiques dans le domaine de l'aviation et de l'aérospatial a pour origine la fissuration et la rupture de pièces mécaniques. L'une des principales causes d'amorçage de fissuration est la fatigue des matériaux et des structures. Celle-ci peut survenir sur toute structure soumise à des chargements variables. Ainsi, les avions, subissent des cycles atterrissage-décollage, des turbulences, des fluctuations d'efforts dus au vent. Et si l'amplitude et le nombre de sollicitations périodiques sont suffisants, il en résulte une fissuration progressive puis une rupture par fatigue.

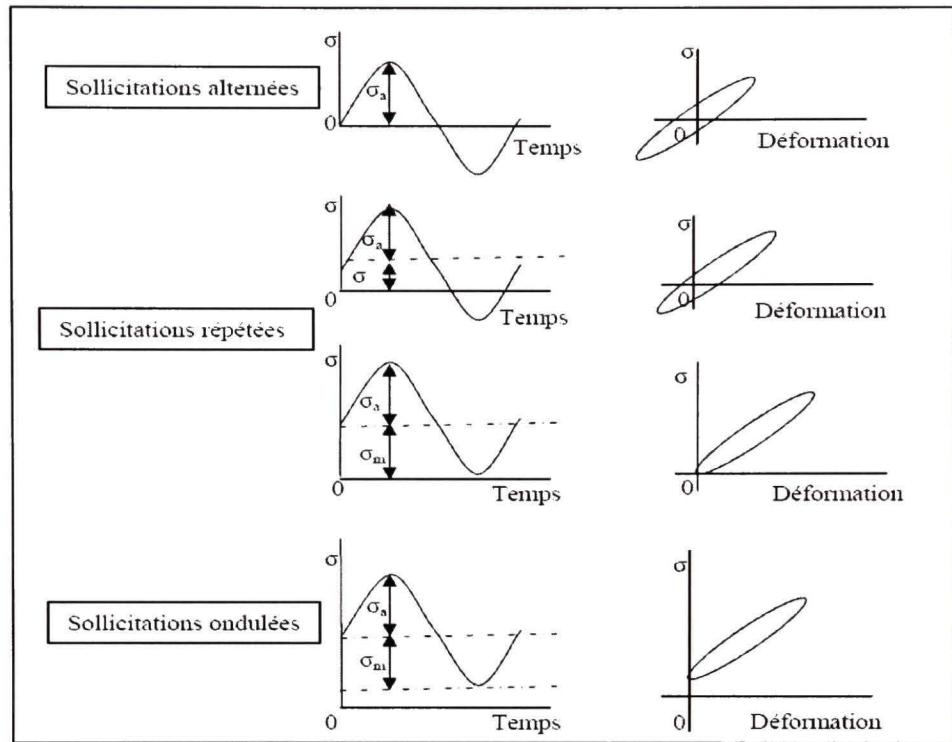
### 1.3.1 Essais de fatigue

Le comportement en fatigue des matériaux est déterminé lors d'essais cycliques qui diffèrent les uns des autres par le type de sollicitation choisi (traction, flexion, compression, torsion, voire combinaison de plusieurs types) et la façon de soumettre les sollicitations aux éprouvettes (signal carré, sinusoïdal, triangulaire). Lorsque le type de sollicitation et la forme du signal sont choisis, les notions de rapport des contraintes  $R$  (Eq. 1.1) et de contrainte moyenne ( $\sigma_{moy}$ ) sont introduites afin de différencier les différents essais.

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (1.1)$$

Ainsi, lorsque nous parlons de rapport des contraintes, nous entendons le rapport entre la contrainte minimale appliquée ( $\sigma_{\min}$ ) et la contrainte maximale appliquée ( $\sigma_{\max}$ ).

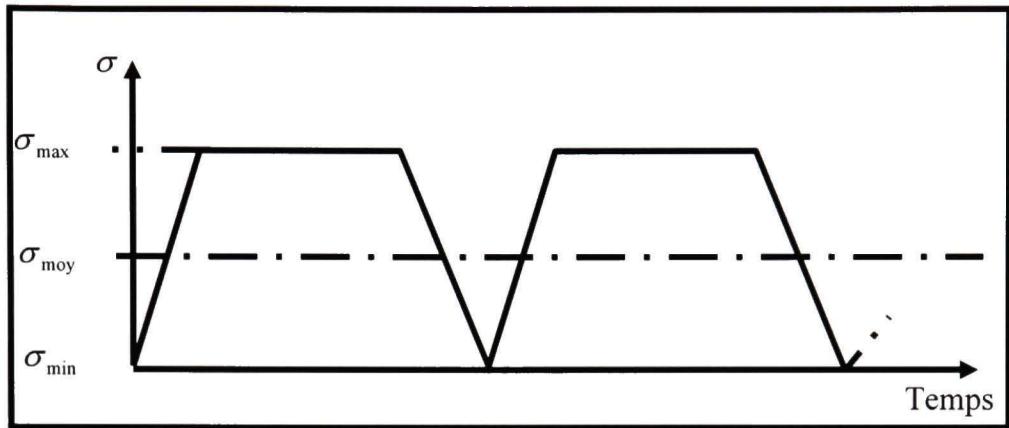
La terminologie propre aux essais de fatigue peut se résumer par trois principaux types de sollicitations (Figure 1.19):



**Figure 1.19    Différents cas de sollicitation par fatigue**

- Sollicitations alternées:  $R = -1$ ,  $\sigma_{moy} = 0$ . Sollicitations qui évoluent alternativement et symétriquement dans le domaine de traction et dans le domaine de compression.
- Sollicitations répétées:  $R = 0$ ,  $\sigma_{moy} = \frac{\sigma_{max}}{2}$  et  $\sigma_{min} = 0$ . Sollicitations qui évoluent dans le domaine de la traction ou dans le domaine de la compression, mais pour lesquelles une des contraintes maximale ou minimale est nulle.
- Sollicitations ondulées:  $R \neq 0$ ,  $R \neq 1$  et  $\sigma_{moy} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$ . Sollicitations qui évoluent soit entièrement dans le domaine de traction ou de compression, soit simultanément dans les deux domaines, mais de façon dissymétrique.

Le cas de l'essai combiné de fatigue-fluage, peut être classé dans le type sollicitations répétées (Figure 1.20) mais avec un temps d'arrêt entre la période de chargement et de décharge durant lequel le fluage se manifeste.



**Figure 1.20 Sollicitation répétée (fatigue-fluage).**

### 1.3.2 Estimation de la fatigue

Les essais de fatigue se traduisent habituellement par la réalisation d'une courbe d'endurance dite courbe de Wöhler (Figure 1.21) (Rabbe et al, 1990), qui associe à chaque valeur de contrainte maximale appliquée au cours de l'essai le nombre de cycle à rupture  $\sigma_D = f(N)$

- La zone de fatigue oligocyclique, sous forte contrainte, la rupture survient après un très petit nombre de cycles et est précédée d'une déformation plastique notable.
- La zone de fatigue (ou endurance limitée), où la rupture est atteinte après un nombre de cycles qui croît quand la contrainte décroît.
- La zone d'endurance illimitée (ou zone de sécurité), sous faible contrainte, pour laquelle la rupture ne se produit pas avant  $10^7$  cycles et reste supérieure à la durée de vie envisagée pour la pièce.

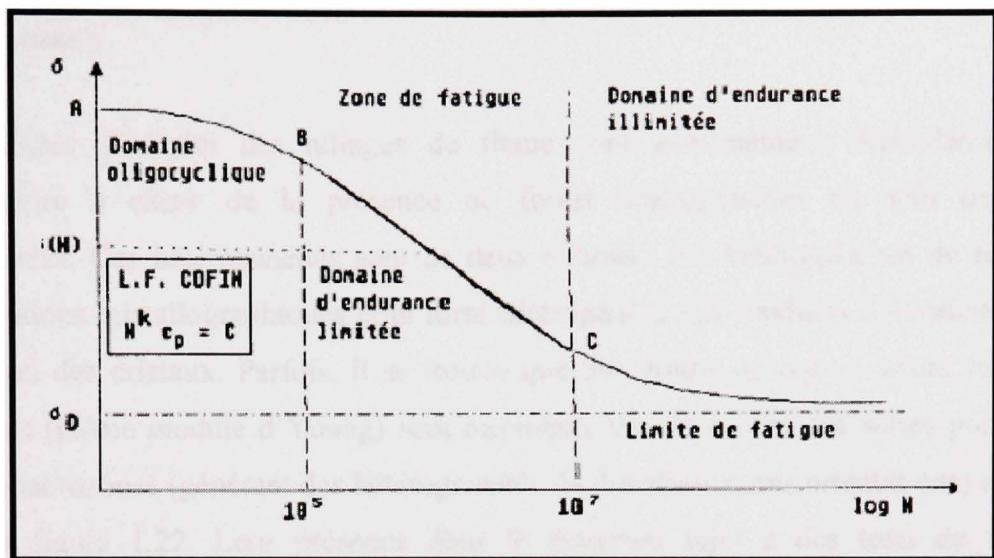


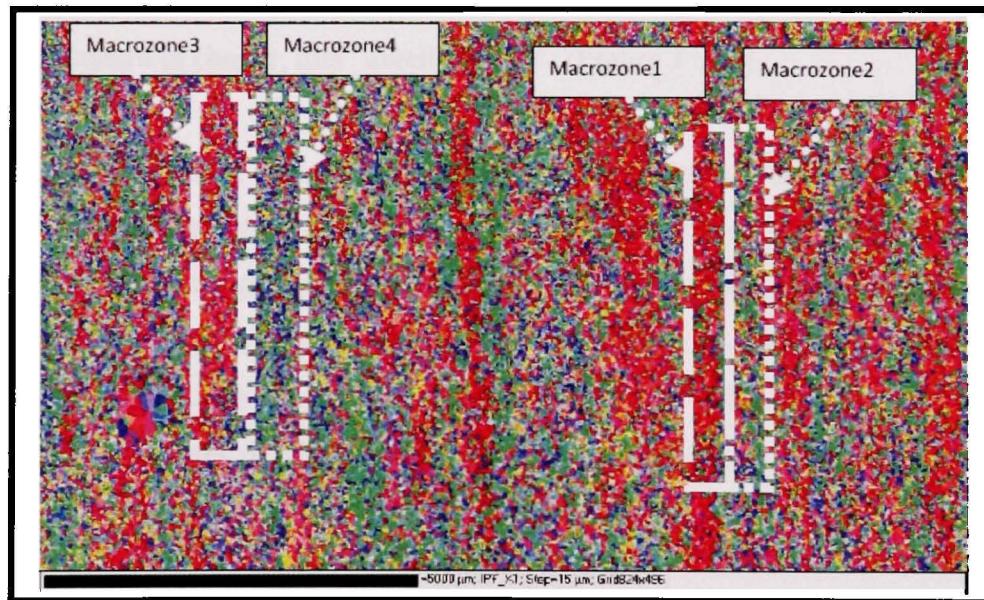
Figure 1.21 *Courbe de Wöhler.* (Tiré de Rabbe et al, 1999)

### 1.3.3 Mécanisme de rupture en fatigue

Différents mécanismes de rupture des pièces sont envisageables et dont les plus importantes sont les ruptures brutales qui surviennent au cours du chargement ou en fin de durée de vie lorsque les fissures à croissance lente atteignent une valeur critique. Parmi ces mécanismes il y a les ruptures par clivage, ruptures à faciès ductile, les ruptures intergranulaires et transgranulaires. Dans le cas des alliages de titane le mécanisme le plus répandu est la rupture par clivage. En effet le clivage est un mode de rupture qui se propage le long des plans cristallographiques (les plans de clivage). Macroscopiquement, la cassure présente donc un aspect brillant, à facettes correspondant à chaque grain du matériau ; c'est un aspect souvent appelé cristallin. À l'échelle microscopique, l'aspect est très lisse, les plans cristallographiques ne présentant que peu d'accidents : ce sont, en général, des marches correspondant au rattrapage, par déchirure, de légères désorientations du plan de clivage par rapport à l'orientation cristallographique idéale (Francois, 2005). La contrainte qu'il faut exercer localement pour amorcer un clivage est très élevée. L'apparition du clivage a lieu quand la contrainte est suffisante dans l'élément de volume (grain ou le milieu environnant).

## 1.4 Effet de la fatigue-fluage sur le comportement mécanique des alliages de titane

Les propriétés d'emploi des alliages de titane sont extrêmement dépendantes de la microstructure à cause de la présence de fortes hétérogénéités au sein des pièces manufacturées. Ces hétérogénéités sont de deux natures : des hétérogénéités de répartition des orientations cristallographiques et la forte hétérogénéité des modules d'élasticité suivant l'orientation des cristaux. Parfois, il se trouve que des grains de type  $\alpha$  ayant les mêmes orientations (même module d'Young) sont regroupés les uns à côté des autres pour former ainsi des macrozones (générant des hétérogénéités de distribution des orientations) comme le montre la figure 1.22. Leur présence dans le matériau sujet à des tests de fatigue à température ambiante (surtout avec maintien de la charge) montre un endommagement prématué du matériau. En effet, ce maintien de la charge entre deux cycles induit du fluage. Ce type de chargement cyclique est identique à celui que subissent de nombreuses structures aéronautiques.

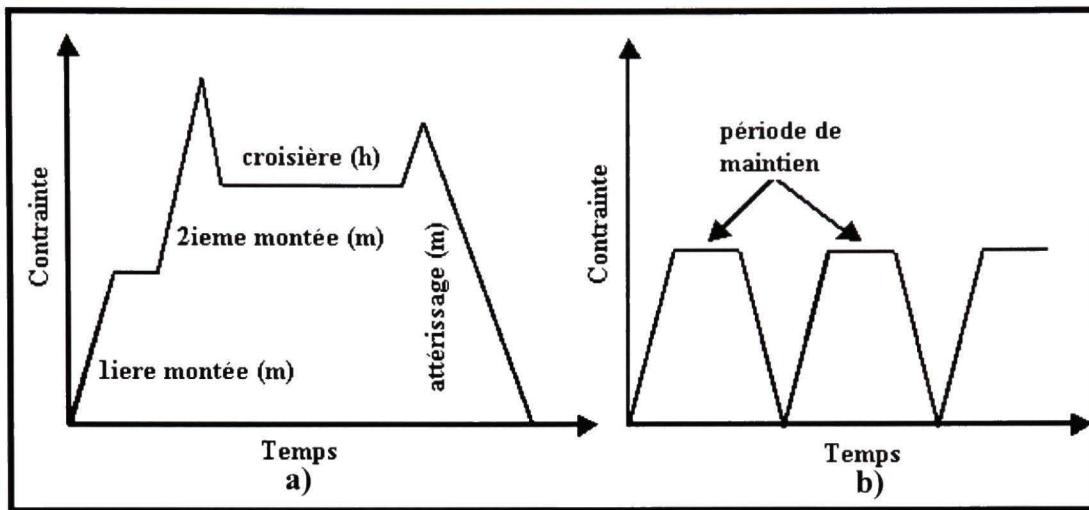


**Figure 1.22** *Carte EBSD montrant les zones d'orientation cristallographique. Les grains avec les mêmes orientations cristallographiques (même module d'Young) vont se rassembler les un à coté des autres pour former les macrozones (grosses grains) (Philippe bocher, non publier)*

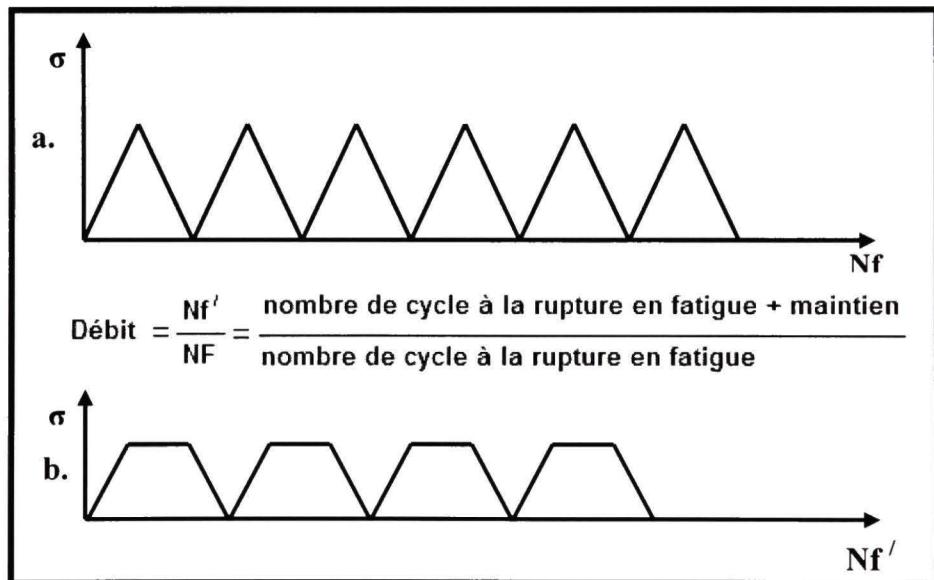
La sensibilité spécifique des structures aéronautiques au phénomène de maintien de la charge, a été identifiée la première fois en 1972 lors d'une rupture catastrophique de deux disques d'un ventilateur fait en alliage de titane des moteurs de Rolls-Royce RB211 utilisé dans l'avion de Lockheed Tristar (Bach et al, 1997) (Bach et Evans, 2003). Les disques qui éprouvaient ce problème étaient faits par un alliage de titane quasi alpha (IMI 685) et opérant dans la zone tiède du moteur (température ambiante). Ces disques répondaient normalement à tous les critères exigés en fatigue.

Cette rupture prématuée et inexplicable était le signe que des facteurs encore non identifiés influencent le comportement en fatigue des alliages de titane. La caractérisation de la résistance à la fatigue par un test traditionnel, impliquant une suite de charge et de décharge, s'est avérée insuffisante. Les sollicitations des pièces sont beaucoup plus complexes et correspondent d'avantage à des suites de charge, de maintien de la charge, de même que des montées et descentes en température (Figure. 1.23a). En effet, certains alliages présentent une différence de comportement lors d'essais de fatigue "classique" et lors d'essais de fatigue réalisés en maintenant la charge, dits "dwell fatigue", (Figure 1.23b).

Ce comportement atypique, appelé sensibilité au "cold dwell", est caractérisé par une diminution globale du nombre de cycles à rupture. On a alors mis en évidence un rapport, appelé «débit», entre le temps de vie de l'alliage pour une sollicitation en fatigue avec ou sans «maintien de la charge» (Figure 1.24). Il s'est révélé que le débit pouvait atteindre des valeurs proches de 25 pour le cas par exemple de l'IMI 834, ce qui peut être critique lorsqu'il s'agit de déterminer la durée de vie d'une pièce.

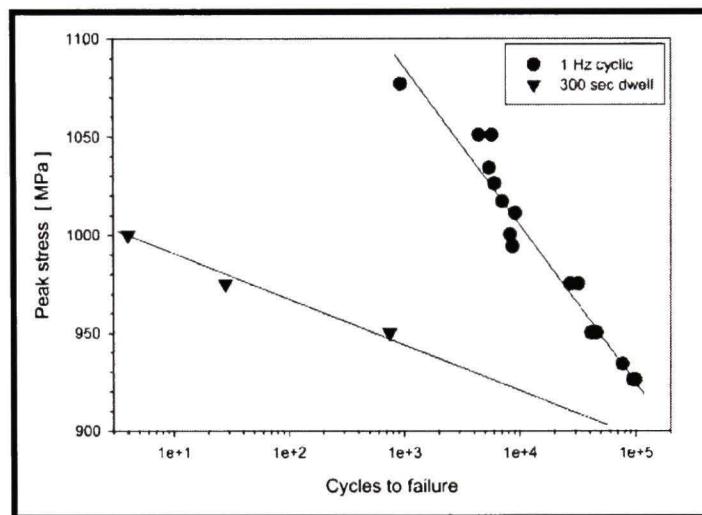


**Figure 1.23 a)** Charge subie par un moteur d'avion au cours d'un vol, b) cycle Dwell fatigue (fatigue-fluage). (Tiré de Bach, 2003)



**Figure 1.24** Définition du débit : a): essai de fatigue classique, b): Essai de fatigue avec maintien.

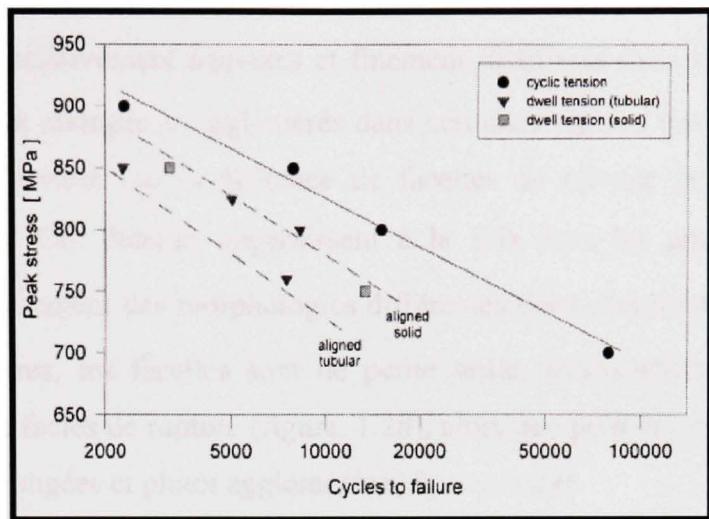
Les Figures 1.25, 1.26 et 1.27 montrent des essais de fatigue cyclique et de fatigue avec maintien de la charge (fatigue-fluage) pour trois types d'alliages de titane, à savoir le type  $\alpha + \beta$  (Ti6AL4V) et les types quasi alpha (IMI 685 et IMI834) (Bach et al, 1997) (Bache, 2003). Pour les trois types de matériaux les résultats indiquent clairement la diminution du nombre de cycles à rupture avec maintien de la charge.



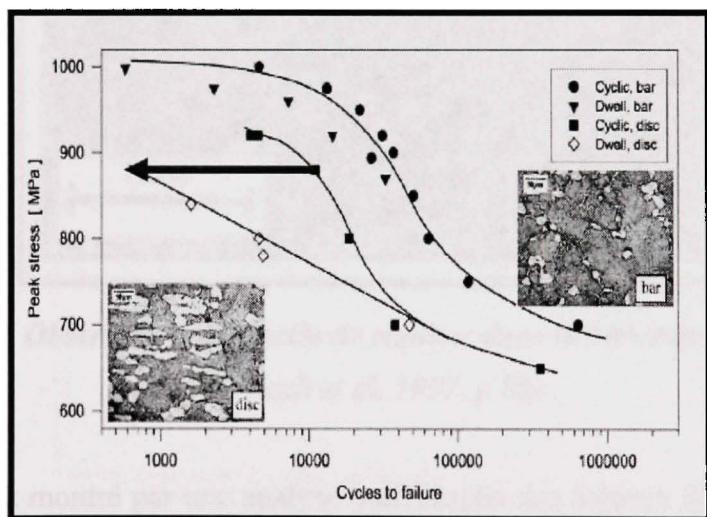
**Figure 1.25 Réponse en fatigue (cyclique) et en « Dwell » fatigue (fatigue-fluage) cas du Ti6Al4V.** (Tiré de Bach et al, 1997,p 85)

Dans le cas de l'IMI 834, la Figure 1. 27 indique clairement la différence de comportement entre les deux produits semi-finis (disque et la barre): Le matériau en disque présente une durée de vie amoindrie d'un facteur 10 pour une contrainte de 850MPa.

La diminution du nombre de cycles à rupture avec maintien de la charge fut d'abord attribuée à des hétérogénéités de microstructure. En effet, les deux spécimens présentent des différences de morphologie des grains  $\alpha_p$  (Figure 1. 27).

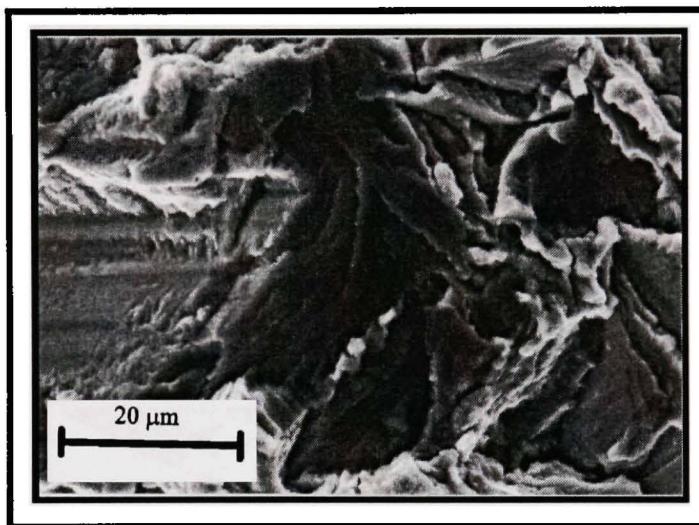


**Figure 1.26 Réponse en fatigue (cyclique) et en « Dwell » fatigue (fatigue-fluage) cas du IMI 685. (Tiré de Bach et Evans, 2003, p 243)**



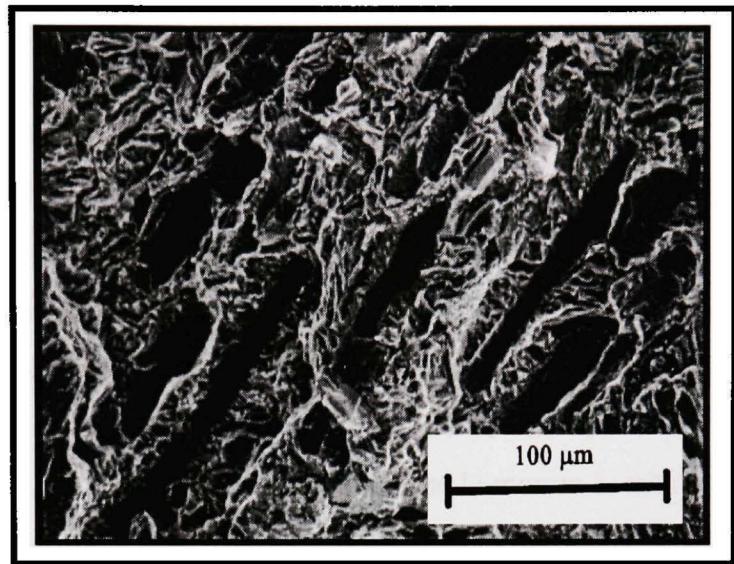
**Figure 1.27 Réponse en fatigue (cyclique) et en « Dwell » fatigue (fatigue-fluage) d'un disque et d'une barre forgée de l'IMI 834. (Tiré de Bach, 2003, 1081)**

Les grains  $\alpha_p$  sont relativement équiaxes et finement distribués dans le matériau en barre alors qu'ils sont plutôt allongés et agglomérés dans certaines régions des disques. Les faciès de rupture se caractérisent par la présence de facettes de clivage perpendiculaires à la contrainte appliquée. Ces facettes apparaissent à la fois dans les grains  $\alpha_p$  et dans les colonies  $\alpha_s$  mais présentent des morphologies différentes dans chacun des produits (Bache, 2003). Dans les barres, les facettes sont de petite taille, relativement équiaxes et assez dispersées sur tout le faciès de rupture (figure. 1.28), alors que pour les disques, elles sont de plus grande taille, allongées et plutôt agglomérées (figure. 1.29).

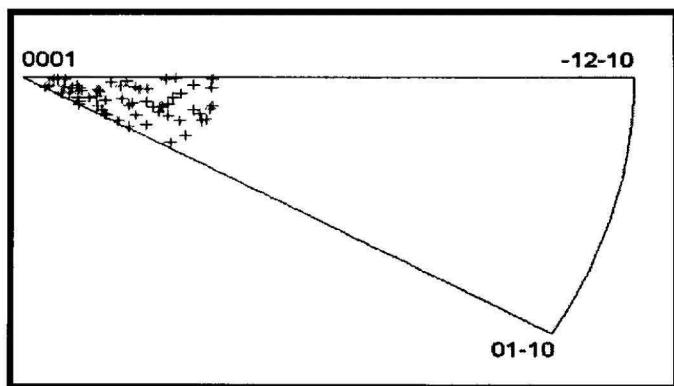


**Figure 1.28 Observation des faciès de rupture dans la barre de l'IMI 834.**  
(Tiré de Bach et al, 1997, p 86)

Bach et al, (1997) ont montré par une analyse individuelle des facettes de clivage en EBSD que le plan de clivage correspondait principalement au plan basal (plan 0001) (figure. 1.30). Ce rôle prépondérant du plan basal dans les mécanismes d'endommagement a, par ailleurs, été confirmé pour un alliage de Ti-6Al-4V (Bach et al, 2003). La sensibilité au "cold dwell" semble donc être causée par la présence de grains présentant une texture locale marquée et/ou des grains  $\alpha_p$  plutôt allongés.



**Figure 1.29** *Observation des faciès de rupture dans le disque de l'IMI834.*  
(Tiré de Bach et al, 1997, p 87)



**Figure 1.30** *Projection de l'orientation des grains clivés sous forme de figure de pôles inverse cas IMI 834.* (Tiré de Bach et al, 1997, p 87)

#### 1.4.1 Rôle du temps de Dwell et de la texture sur le comportement mécanique des alliages de titane

Il est quasi certain que la durée de vie des alliages de titane se trouve donc réduite suite au phénomène de Dwell, cependant la rupture prématuée n'est pas seulement liée au temps de Dwell mais aussi à l'effet hétérogène de la microstructure et sa texture. En effet, dans une étude menée par Ghosh, (2002) sur trois alliages de titanes forgés  $\alpha / \beta$ , il a été observé un minimum de débit en dwell (facteur de 2) sous une contrainte de 120 Ksi et un temps de Dwell de 1 minute. Cependant pour une contrainte de 126 Ksi et un temps de dwell de 2 minutes, un débit de facteur 10 a été observé comme le montre le tableau 1.2.

**Tableau 1.2**

**Sommaire des conditions de test (rapport des contraintes maximales et minimales R, le temps de Dwell et la contrainte maximale) en Fatigue et en Dwell fatigue, pour trois types d'alliage de titane forgés  $\alpha / \beta$  .**

(Tiré de Ghosh, 2002)

Matériau	grenaillage	R	$\sigma_{\max}$ (Ksi)	Temps Dwell	$\varepsilon$	N cycles	Débit
Alliage $\alpha / \beta$ forgé	Non	0	120	1 minute	1.44 %	17.877	2
	Non	0	120	Sans Dwell	1.51 %	35,077	
Alliage $\alpha / \beta$ forgé	Oui	0	126	2 minutes	4 %	2492	11
	Non	0	126	sans Dwell	2.2 %	27,755	
Alliage $\alpha / \beta$ forgé	Oui	0	126	2 minutes	3.34 %	3260	9.3
	Oui	0	126	sans Dwell	2 %	30,208	

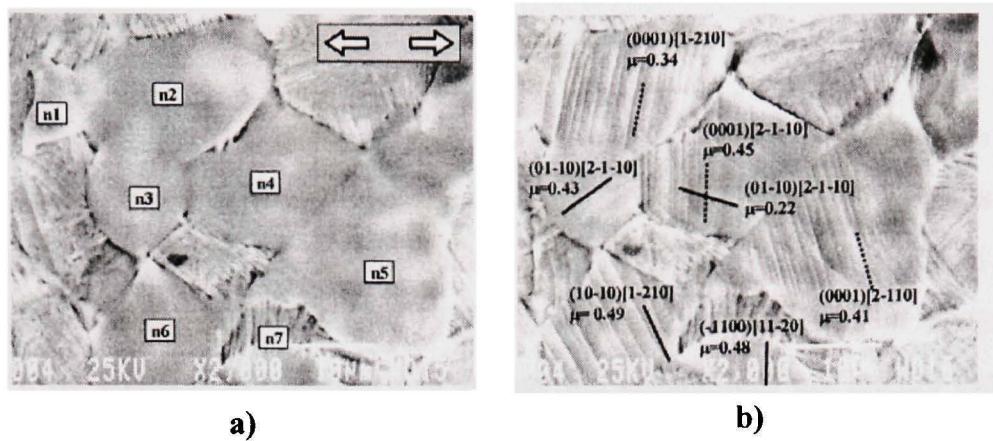
Les auteurs affirment qu'une large période de Dwell et une légère augmentation de la contrainte ne causent pas à elles seules une grande différence du débit, mais c'est la texture locale à l'endroit et près du site d'initiation des fissures qui peut être sensible au dwell fatigue. De plus, il a été constaté que l'accumulation de la déformation plastique est la même avec ou sans Dwell quand le débit est minimal (facteur de 2). Par contre elle est importante quand le débit est grand. Ainsi la sensibilité des alliages de titane au Dwell fatigue (fatigue-fluage) semble donc liée au temps de Dwell, à la morphologie des grains  $\alpha_p$  et également à la texture du matériau.

#### **1.4.2 Mécanisme d'endommagement en fatigue des alliages de titane**

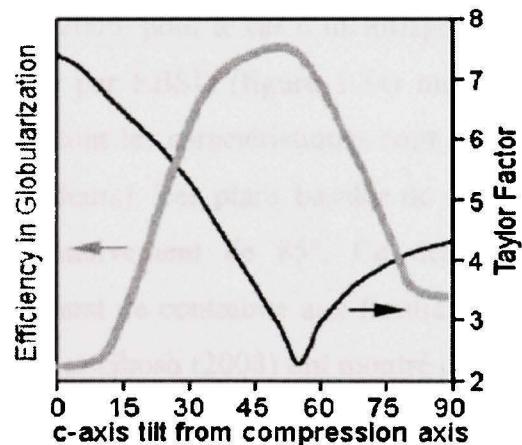
##### **1.4.2.1 Systèmes de glissement**

L'analyse des systèmes de glissement activés en fatigue a démontré l'existence des glissements prismatique et basal (Bridier, 2006) (sinha et al, 2006). Le plan de glissement pyramidal de première espèce est très rarement observé. Cependant le glissement prismatique se trouve majoritairement actif par rapport au glissement basal ce qui montre une plus grande facilité de glissement pour le glissement prismatique. Bridier, (2006) a montré (figure 1.31) que la nature du glissement actif est intimement liée au facteur de Schmid donc à l'orientation cristallographique locale par rapport à l'axe de sollicitation.

Dans le domaine d'orientation du facteur de Schmid prismatique et basal proche, la compétition entre ces deux types de système pourrait induire une moindre activation du glissement et donc une meilleure résistance à l'amorçage des fissures en fatigue. Cependant les grains ayant des angles proches de  $55^\circ$  (angle entre l'axe des sollicitations et le plan basal) montrent une facilité au glissement (Bieler et Semiatin, 2002). Ceci implique que ces grains sont susceptibles de subir une importante déformation ((figure 1.32) : les grains avec un facteur de Taylor faible se déforment plus facilement).



**Figure 1.31 Identification des systèmes de glissement activés sur des nodules  $\alpha$ , a) image de la microstructure avant l'essai de traction, b) Identification des bandes de glissement et valeur du facteur de Schmid  $\mu$  calculé : systèmes prismatiques  $(10-10)\{1-210\}$  ; systèmes basals  $(0001)\{1-210\}$ .  
(Tiré de Bridier, 2006, p 114)**

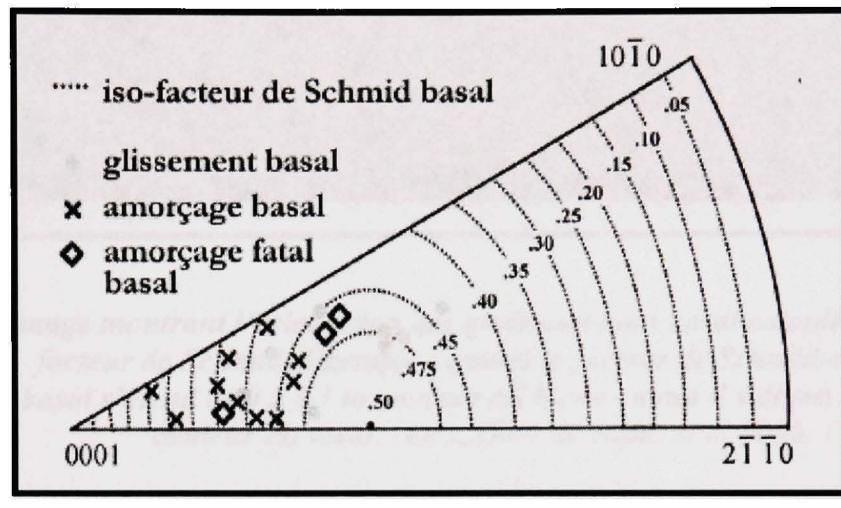


**Figure 1.32 Comparaissant de la globularisation des grains alpha avec le facteur Taylor selon l'inclinaison de l'axe  $c$  par rapport à l'axe vertical de compression.  
(Tiré de Bieler et Semiatin, 2002)**

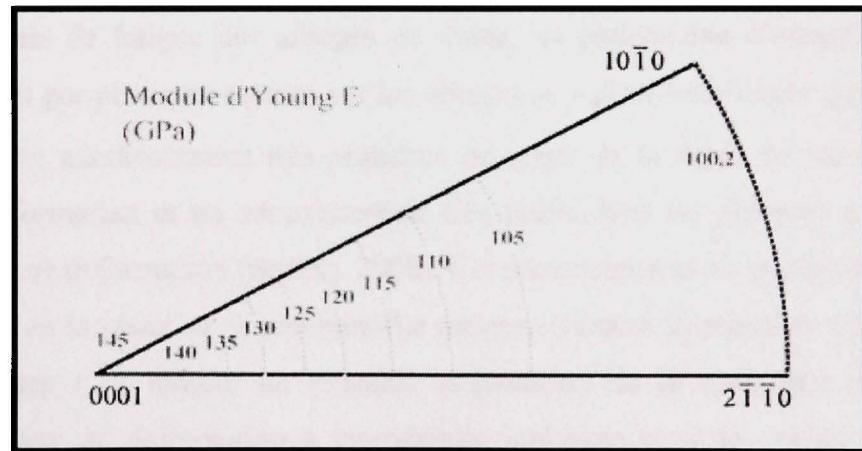
#### 1.4.2.2 Mécanisme d'amorçage des fissures

L'analyse des mécanismes d'amorçage des fissures en fatigue a montré que les fissures s'amorcent le long des bandes de glissement au sein des nodules  $\alpha_p$ . Les plans d'amorçage de fissure ont été identifiés comme étant de types prismatique et basal (Chan et al, 1991) (Wojcik et al 1988) (Eylon et Hall, 1977). Dans une étude menée sur un alliage  $\alpha + \beta$  (Ti 6Al4V), les analyses des fissures à la surface des échantillons ont montré des différences entre ces deux types de fissures. Bridier (2006) a montré que les fissures prismatiques étaient limitées aux nodules  $\alpha_p$  tandis que les fissures basales étaient propagées dans la microstructure environnante. L'amorçage des fissures secondaires (non fatales) sont localisées sur les nodules ayant des modules d'Young allant de 115 GPa à 135 GPa (figure 1.33a et 1.33b) alors que les fissures fatales sont de type basales et sont localisées sur les nodules ayant des modules d'Young allant de 125 GPa à 140 GPa. D'autres observations ont été rapportées par (Sinha et al, 2006) pour le cas d'un alliage quasi  $\alpha$  (Ti 6242). Les détails des faciès de rupture observés par EBSD (figure 1.34) montrent la zone d'initiation (A) voisine d'une autre région (I) dont les caractéristiques sont proches de la zone d'initiations (identifiées par les mêmes couleurs). Les plans basales de ces régions ne sont pas alignés mais plutôt inclinés approximativement de 85°. Ce désalignement des deux régions adjacentes induit un accroissement de contrainte aux frontières qui peut aider à l'apparition de fissures. Récemment Kirane et Ghosh (2008) ont montré dans une étude faite sur l'alliage quasi  $\alpha$  (Ti 6242), qu'un grain dur entouré d'une large fraction volumique de grains mous atteint de fortes contraintes de cisaillement suggérant la possibilité d'apparition de fissure au niveau de ce grain. Le site d'initiation est ainsi identifié comme coïncidant avec le plan basal. Cette forme d'amorçage de fissure est l'amorçage par «pseudo-clivage». Selon Bach et Evans,(2001), l'amorçage d'une fissure par clivage au sein d'un plan basal est dû à une faible capacité de glissement de la phase  $\alpha$  sur ce plan. Cela est dû au fait que l'activité de glissement dans les grains voisins bien orientés peut contribuer à augmenter le niveau de contrainte globale des grains défavorablement orientés pour le glissement. Ceci introduit une

composante de contrainte normale de traction dans les grains qui, ajoutée à la contrainte normale macroscopique appliquée, peut être à l'origine du clivage sur le plan basal.

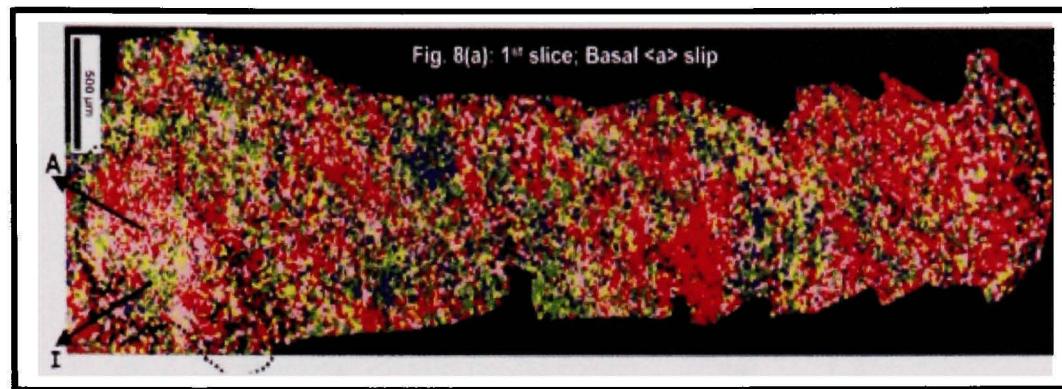


a)



b)

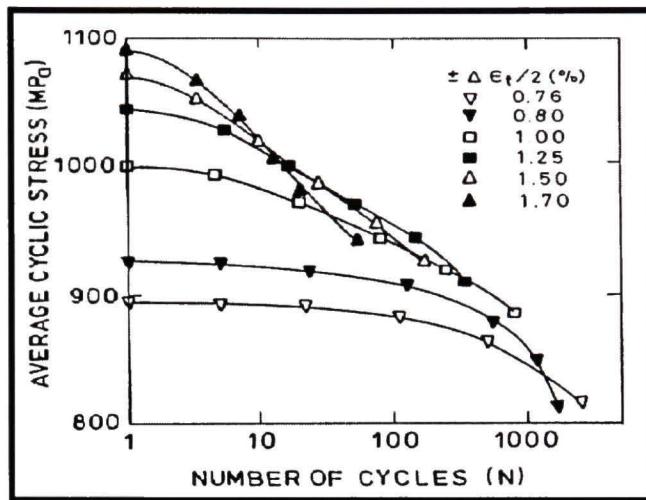
**Figure 1.33** a) *Distributions des pôles des nodules présentant des sites d'amorçage de fissures secondaire et fatales basal sur les triangles standard par rapport à la direction de sollicitation; b) Triangle standard  $[0001]$  cartographié en courbes d'iso-module d'Young.* (Tiré de Bridier, 2006, p165)



**Figure 1.34** *Image montrant l'orientation des grains au plan basal calculé selon le facteur de Schmid; Exemple : quand le facteur de Schmid du glissement basal s'étend de 0 à 0.1 la couleur est bleue quand il s'étend de 0.1 à 0.2 la couleur est verte...etc...(Tiré de Sinha et al, 2006, 1514)*

#### 1.4.2.3 Évolution de la contrainte au cours de la durée de vie en fatigue

Durant les essais de fatigue des alliages de titane, un phénomène d'adoucissement a été largement décrit par plusieurs auteurs sur les alliages  $\alpha + \beta$  et les alliages quasi  $\alpha$ . En effet on a constaté un adoucissement très prononcé au cours de la durée de vie aux plus forts niveaux de déformation et un adoucissement très faible dans les premiers cycles pour les faibles niveaux de déformation (Bridier, 2006). Cet adoucissement est généralement expliqué par la capacité de la phase  $\alpha$  à accommoder progressivement la plasticité (Singh et Singh, 2002). La figure 1.35 montre un exemple d'évolution de la contrainte moyenne pour différents niveaux de déformation à température ambiante pour le cas de l'IMI 834 (le matériau a subis un recuit dans le domaine de phase ( $\alpha + \beta$ ) à 1293 K pendant 2h, puis un refroidissement à l'air suivi d'un vieillissement à 293 K pendant 2h).



**Figure 1.35 Évolution de la contrainte cyclique moyenne en fonction du nombre de cycle pour un alliage IMI 834 à température ambiante.**  
(Tiré de Singh et al, 2002, p 328)

En effet les alliages de titane ont un certain effet mémoire dû à leur faible aptitude au glissement dévié (multiplication des dislocations basales) (Steele et McEvily, 1976). Ainsi les structures de dislocations formées et le comportement sous certaines conditions de sollicitations cycliques sont dépendants du chemin de chargement. Lors des essais de fatigue olygocyclique sur un alliage quasi  $\alpha$  (Ti 6242), un processus d'adoucissement a été observé quelque soit le niveau de température (Beranger et al, 1992). A température ambiante l'adoucissement a été relié à la localisation du glissement au sein de la phase  $\alpha$ . Mahajan et Margoline, (1982) ont également observé un adoucissement à 20°C dans le cas du Ti 6242. Ce phénomène d'adoucissement a été notamment expliqué par le réarrangement des sous structures de dislocations pré-existantes (contraintes internes).

Cependant et contrairement à l'adoucissement qui se manifeste à tous les niveaux de température, le durcissement structural n'apparaît qu'à la température ambiante. Le phénomène de durcissement cyclique est plutôt observé à haute température entre 350°C et 400°C (Singh et Singh, 2002).

## 1.5 Conclusion

Dans cette revue de littérature nous avons présenté quelques notions sur les caractéristiques mécaniques du titane et ses alliages. Les types d'alliage de titane les plus utilisés ont été aussi présentés. Par ailleurs, les étapes du traitement thermomécanique ont été développées. Certains phénomènes de grande importance ont été décrits tel que le fluage et son mécanisme engendrant des déformations caractéristiques et la fatigue et ses effets sur la fissuration et la rupture. Enfin, les travaux de recherche faits par différents auteurs sur l'effet de la fatigue-fluage sur les comportements mécaniques des alliages de titane ont été mis en évidence ainsi que les mécanismes d'endommagement. La dernière partie de ce chapitre a montré la problématique des alliages de titane qui représente le point culminant de notre axe de recherche. En effet différents phénomènes métallurgiques ont été observés lors de la fatigue-fluage et qui sont particulièrement problématiques dans des domaines comme l'aérospatial où certaines pièces critiques de moteur d'avion fonctionnent dans un environnement extrêmement complexe en terme de contraintes, températures et modes de chargement. Les observations rapportées par les différents auteurs portent essentiellement sur les modes de rupture et les endroits possibles d'apparition des sites d'amorçage des fissures dans les alliages de titane. Aucune étude par contre n'est venue donner des informations précises sur le comportement mécanique local qui est nécessaire pour mieux comprendre et pouvoir prédire le comportement en service de ces alliages. En effet, afin d'affiner la fabrication et d'optimiser les microstructures de ces alliages, il est nécessaire de calculer les propriétés mécaniques locales du matériau en vue d'une meilleure analyse de l'effet de texture sur le comportement mécanique global de ces matériaux hétérogènes. Le développement d'un modèle numérique basé sur les automates cellulaires est un outil, qui nous permettra de simuler le comportement mécanique à l'échelle microscopique-mésoscopique et ainsi calculer les propriétés mécaniques locales des matériaux présentant des hétérogénéités d'orientation dans des pièces fabriquées locale vue que les modèles déjà existants ne le font pas.

## **CHAPITRE 2**

### **MODÈLE DE SIMULATION NUMÉRIQUE**

#### **Introduction**

Dans ce chapitre, on présente une revue de la littérature sur les principaux modèles de simulation numérique utilisés fréquemment dans le domaine du comportement mécanique des matériaux. Notre attention s'articule plus particulièrement sur les modèles de type automates cellulaires dont une étude plus détaillée sera présentée. Enfin, on expliquera le choix de ces modèles ainsi que le but visé par leur utilisation.

#### **2.1 Matériaux et technique de simulation**

La prévision physique quantitative des propriétés mécaniques associées aux microstructures exige de plus en plus l'emploi de la modélisation et de la simulation numérique. Ceci s'applique en particulier quand des expressions analytiques ne peuvent pas être formulées, et quand le problème étudié n'est pas facilement accessible aux expériences. En outre, en ce qui concerne des aspects de technologie pratique, l'utilisation des approches numériques réduit le nombre énorme d'expériences. L'amélioration continue des performances des calculateurs, mais aussi la disponibilité de nouveaux codes et techniques de calculs permettent de déterminer les propriétés d'une large gamme de matériaux avec une précision suffisante pour être confrontée à l'expérience. Les configurations et mécanismes étudiés sont également de plus en plus éloignés de systèmes idéalisés, et permettent désormais d'aborder des matériaux complexes comportant des défauts de structure nombreux et variés (défauts ponctuels et linéaires, précipités, joints de grains, interfaces, surfaces,...). Dans de nombreux cas, les simulations complètent avantageusement les expériences, par exemple en permettant l'identification des défauts importants ou bien par la détermination de quantités et propriétés inaccessibles expérimentalement.

Dans ce qui suit, on présentera les modèles les plus répandus dans le domaine des matériaux et qui correspondent au type d'application développé dans notre thème de recherche à savoir la modélisation en fluage et en fatigue-fluage des propriétés mécaniques des matériaux, particulièrement les alliages de titane aéronautiques.

### **2.1.1 Modèles de type Monte-Carlo**

Les méthodes basées sur les modèles de Monte-Carlo sont considérées comme l'une des plus anciennes méthodes largement utilisées par les chercheurs pour la caractérisation des matériaux et les mesures intrinsèques à l'échelle microscopique. La méthode de Monte Carlo se divise en trois étapes. Dans la première étape le problème physique à étudier est traduit en un modèle analogue probabiliste ou statistique. Le processus probabiliste de l'évolution spatiale et/ou temporelle d'un système n'est pas décrit sans équivoque par un ensemble d'équation transformant un état en un autre mais déterminée par un processus aléatoire ou quasi-aléatoire. Dans ces conditions, l'état du système peut être seulement prédit avec une certaine probabilité. Dans la deuxième étape, le modèle probabiliste ou statistique est résolu numériquement d'une manière stochastique incluant un grand nombre d'opérateur logique et arithmétique. Dans la troisième étape l'ensemble des données obtenues sont analysées en utilisant une méthode statistique (Metropolis et Ulam, 1949). Une des méthodes utilisant Monte-Carlo pour la prévision de la vie en fatigue est la méthode développée par Todinov (Raabe, 1998). L'approche est basée sur la détermination de la probabilité avec laquelle les défauts dans le matériau induisent des fissures de fatigue. Dans la première étape de son approche, il considère tous les défauts, qui servent comme les initiateurs des fissures de fatigue. Ils sont divisés en catégories, en fonction de leur type. Dans chaque catégorie, les défauts sont encore séparés en groupes en fonction de leur taille. Ainsi, les défauts dans les groupes constitués, sont caractérisés par la même probabilité d'amorcer une fissure de fatigue. Si les caractéristiques «type» et «taille» ne suffisent pas à distinguer les défauts dans les groupes ayant approximativement la même capacité d'ouverture de la fissure de fatigue, les défauts d'un type donné et la taille peuvent encore être divisés, par exemple, en fonction

de leur forme. Dans la deuxième étape, il considère un certain nombre d'opérateurs logiques en supposant que tous les défauts forment ( $M-1$ ) groupes (l'indice  $M$  est réservée à la matrice). Chaque groupe (i) se caractérise par une moyenne de la probabilité individuelle ( $p_i$ ) des défauts d'initier une fissure de fatigue. Outre le type et l'importance du défaut, ( $p_i$ ) peut aussi dépendre de la contrainte appliquée et de la contrainte moyenne des tests de fatigue. Chaque groupe de défauts (i) peut être associé à une valeur moyenne de la vie en fatigue ( $L_i$ ). L'identification de ces opérateurs se fait à l'aide des équations mathématiques développées à cette fin. L'inconvénient principal qu'on peut rencontrer dans le modèle de Monte-carlo provient du nombre aléatoire qu'on doit générer ainsi que de la procédure statistique. Les nombres aléatoires qui sont produits par les calculateurs numériques ne sont pas nécessairement aléatoires et peuvent montrer un comportement périodique. Il est donc utile de vérifier la périodicité de telles séquences avant de les utiliser.

### **2.1.2 Modèles de type auto-cohérent**

Le modèle Auto cohérent a été développé par (Hill, 1965) (Hill, 1967) dans le but d'étudier le comportement mécanique des matériaux. C'est un modèle qui prend en compte l'hétérogénéité des contraintes et déformations pour le cas des solides linéaires élastiques. Ses travaux ont été prolongés pour étudier des matériaux incompressibles linéairement visqueux. Les modèles auto cohérent existants sont de deux types : les modèles auto cohérent à deux phases et les modèles auto cohérent à trois phases.

#### **Modèles auto-cohérent à deux phases :**

Les matériaux décrits par cette approche sont des mélanges dans lesquels aucune des phases ne joue le rôle de matrice, ce qui suppose que les fractions volumiques sont du même ordre de grandeur. Le principe de ce modèle consiste à considérer chaque domaine homogène comme une inclusion dans une matrice homogène dont les propriétés sont celles du mélange, et donc inconnues a priori (Walpole, 1969). Les relations de localisation d'Eshelby (chapitre

3) permettent d'exprimer les vitesses de déformation dans chacune des phases en fonction des constantes caractérisant le comportement global du mélange.

### **Modèle auto cohérent à trois phases :**

Ce modèle a été proposé par Mackenzie, (1950) pour traiter le cas de matériaux biphasés dans lesquels l'une des phases joue le rôle de matrice, sans toutefois être limité aux faibles concentrations de la phase "inclusionnaire". Les domaines homogènes de celle-ci sont supposés être des sphères, elles-mêmes entourées d'une coquille sphérique de phase "matrice", le rapport des volumes correspondant à la proportion des phases dans le mélange. Les sphères composites ainsi constituées sont considérées comme des inclusions plongées dans un milieu homogène, dont les propriétés sont celles du mélange, soumis à une sollicitation uniforme à l'infini. Dans ces conditions, les calculs de localisation sont généralement complexes, car on ne se situe plus dans les conditions de la mécanique de l'inclusion d'Eshelby et les déformations (ou vitesses de déformation) ne sont pas homogènes dans les deux parties de l'inclusion composite. Dans le cas d'un mélange de deux milieux élastiques linéaires, les calculs sont cependant analytiques (Christensen et Lo, 1979). Le comportement du mélange est alors obtenu en identifiant la déformation (ou vitesse de déformation) ou la contrainte moyenne dans la sphère composite à la grandeur correspondante macroscopique. Cette approche a été utilisée notamment pour traiter le cas de matériaux contenant des cavités sphériques. Toutefois, sa mise en oeuvre suppose des calculs analytiques ou numériques relativement lourds. Notons ici que le terme "*à deux phase*" concerne l'hypothèse de localisation et non le nombre de phase en présence dans le matériau hétérogène. Dans un alliage multiple, chaque phase peut être considérée comme étant une phase plongée dans une matrice homogène et cohérente.

Molinari et al, (1987) ont formulé une théorie des polycristaux viscoplastiques à forte déformation, limitée aux conditions de charge car ils négligent entièrement le domaine élastique. Le comportement du monocristal est basé sur le glissement cristallographique, dont la vitesse de glissement est une fonction non linéaire de la contrainte de cisaillement. La

limite obtenue lorsque la sensibilité à la vitesse tend vers zéro, constitue la plasticité indépendante du temps. Ils obtiennent le comportement du polycristal à partir de la relation de base du monocristal en résolvant les équations intégrales issues des équations du champ. Ces auteurs ont développé une approche auto-cohérente où ils assimilent chaque grain à une inclusion ellipsoïdale unique dans un milieu homogène équivalent. Ils déduisent une formule d'interaction et ils calculent les vitesses de déformation locales en résolvant un système d'équations non linéaires.

Dans le même ordre d'idée, Molinari et Toth (1994) ont utilisé une autre approche pour étudier le comportement mécanique en viscoplasticité. Cette approche est basée sur le modèle auto cohérent et de résultats par éléments finis. Dans ce travail, un paramètre scalaire d'interaction est présenté en accordant les prévisions du modèle auto cohérent avec les résultats d'éléments finis. Le nouveau modèle est appliqué pour la simulation des grandes contraintes développées dans des textures en torsion.

### **2.1.3 Modèles de type éléments finis**

Les méthodes mentionnées ci-dessus tiennent compte seulement des formes des phases, et parfois, qu'une phase soit incluse dans l'autre ou pas. Aucune prévision ne peut être faite au sujet de l'influence de la distribution de phase ou de l'évolution des paramètres mécaniques locaux. De tels résultats peuvent en principe être obtenus à partir des calculs par éléments finis, c'est le cas par exemple de l'étude faite par Durand et Montpreville, (1990) sur le comportement mécanique des matériaux biphasés ou celle réalisée par Ghosh, (2002) pour étudier le comportement mécanique des alliages de titane en fluage et en Dwell fatigue.

Ghosh, (2002) présente un modèle basé sur les éléments finis appelé "Voronoi cell FEM", noté VCFEM pour l'analyse précise et efficace des agrégats poly cristallins. Une caractéristique spécifique du VCFEM est qu'il est capable de représenter avec précision les détails morphologiques de la microstructure. Chaque élément de VCFEM est identifié avec

un seul cristal et le maillage des cellules de Voronoï comprend tout l'agrégat poly cristallin. Il est en mesure d'intégrer la déformation élastoplastique inhomogène au niveau du grain et de faire une représentation adaptative de la formation des bandes de micro-cisaillement et leur localisation. Ce modèle est prévu pour surmonter les limites des modèles d'éléments finis classiques du point de vue exactitude et efficacité. Le matériau utilisé est composé d'une seule phase alpha (Ti-6AL) hexagonale d'un matériau poly cristallin. Afin d'avoir les mêmes résultats que ceux obtenus expérimentalement, les paramètres du matériau ainsi que les paramètres des systèmes de glissement et d'orientation cristallographique ont été pris en considération. En effet une méthode d'affectation d'orientation a été utilisée dans le but de représenter fidèlement la texture du matériau. Le processus consiste à prendre le pôle des figures expérimentale par analyse de diffraction par rayons X puis transformer les pôles des figures représentées par les lignes de contour en points dans la région discrétisée du plan de projection et finalement déterminer les angles d'Euler a partir du pôle de la figure transformée. Ce processus donnera beaucoup d'angles Euler en fonction de la manière dont l'échantillonnage est réalisé. Cependant dans le modèle des éléments finis, ils ne peuvent pas prendre autant d'éléments. Afin de mettre une distribution d'orientation équivalente dans le modèle EF, l'espace des coordonnées des angles d'Euler est discrétisé en n éléments cubiques d'orientation. La fraction des orientations, Vf, à l'intérieur de chaque cube est déterminée et représentée par l'orientation qui correspond à la zone centrale du cube. Ainsi ils obtiennent un facteur des probabilités d'orientation dont la somme (P) correspond au nombre total des angles d'Euler qui est légèrement plus grand que le nombre de grains dans le modèle FEM. Ils sélectionnent une série d'angles d'Euler ( $Q < P$ ) pris aléatoirement dans la population (P) et sont affectés aux points intégrés des différents grains. Cette méthode contribue à maintenir la même fraction de l'orientation dans le modèle d'éléments finis que celui de l'expérience.

D'après les auteurs, le modèle VCFEM nécessite une adaptation des critères pour la délimitation automatique des zones de localisation. Ces performances sont en effet des objectifs pour des travaux futurs formulés par ces auteurs.

#### 2.1.4 Modèles de type Automate cellulaire

L'automate Cellulaire (AC) est défini comme étant un domaine qui est partitionné en éléments appelés cellules, par un ensemble d'états possibles pour ces cellules, d'un ensemble de règles de transition des états et d'un mécanisme d'évolution temporelle gérant les transitions d'état des cellules.

Utilisé précédemment dans les jeux mathématiques (Gardner, 1970), ils ont été également identifiés comme une alternative aux équations différentielles dans leur capacité à modéliser les systèmes physiques complexes, (Toffoli, 1984) et (Vichniac, 1984).

Dans le domaine des matériaux, les AC ont été utilisés la première fois pour la modélisation de la recristallisation statique du métal travaillé à froid. C'est ainsi que des auteurs comme Hesselbarth et Göbel, (1991) ont pu adapter cette approche dans un contexte purement métallurgique pour étudier le phénomène de la recristallisation. En effet, ils ont démontré la puissance du modèle permettant de simuler le comportement et d'examiner sous l'influence des paramètres et des algorithmes différents, la cinétique de nucléation et de croissance des grains. Gandin et Rappaz, (1997) et Brown et Bruce, (1995) ont développé un algorithme basé sur le modèle des AC pour la simulation en 3D de la croissance des grains dendritiques. Ils ont étudié en particulier, les effets de l'orientation cristallographique, du gradient thermique, de la cinétique de croissance ou les changements morphologiques des dendrites.

Goezt et Seetheraman, (1998) ont utilisé les automates cellulaires pour modéliser la recristallisation dynamique (DRX), qui avec la restauration dynamique (DR) forment deux processus avec lesquels les métaux et les alliages subissent une réduction de la densité de dislocations durant la déformation plastique à haute température. Avec le modèle des AC, ces auteurs ont montré qu'ils peuvent prédire les observations expérimentales de la (DRX) comme les microstructures de type collier ainsi que la cinétique de la (DRX).

D'autre part, Matic et Geltmacher,(2001) ont appliqué ce modèle pour simuler l'endommagement des structures et leur évolution. Des structures aux morphologies endommagées caractérisées par des microfissures, des micros-vides, des petites et grandes inclusions ont été simulées. Ces auteurs ont fait remarquer l'efficacité et la rapidité de ce modèle à simuler le comportement de ce type de morphologie.

Jusqu'au 1994, les AC n'ont jamais été utilisés pour simuler le comportement d'un agrégat biphasé soumis à des efforts extérieurs. Les premiers travaux ont été entrepris par Montheillet et Gilormini, (1994 et 1996) pour prédire le comportement mécanique d'un agrégat de deux phases viscoplastiques linéaires en traction et en compression. Ces auteurs ont constaté d'une part la capacité de ce modèle à prendre en compte certains effets de texture topologique (distribution des domaines de phase) de l'agrégat et d'autre part de calculer l'évolution de la réponse globale du matériau (courbe contrainte-déformation). De plus, les distributions spatiales des grandeurs mécaniques locales (déformations, contraintes, paramètres d'endommagement, etc..) pouvaient être calculées.

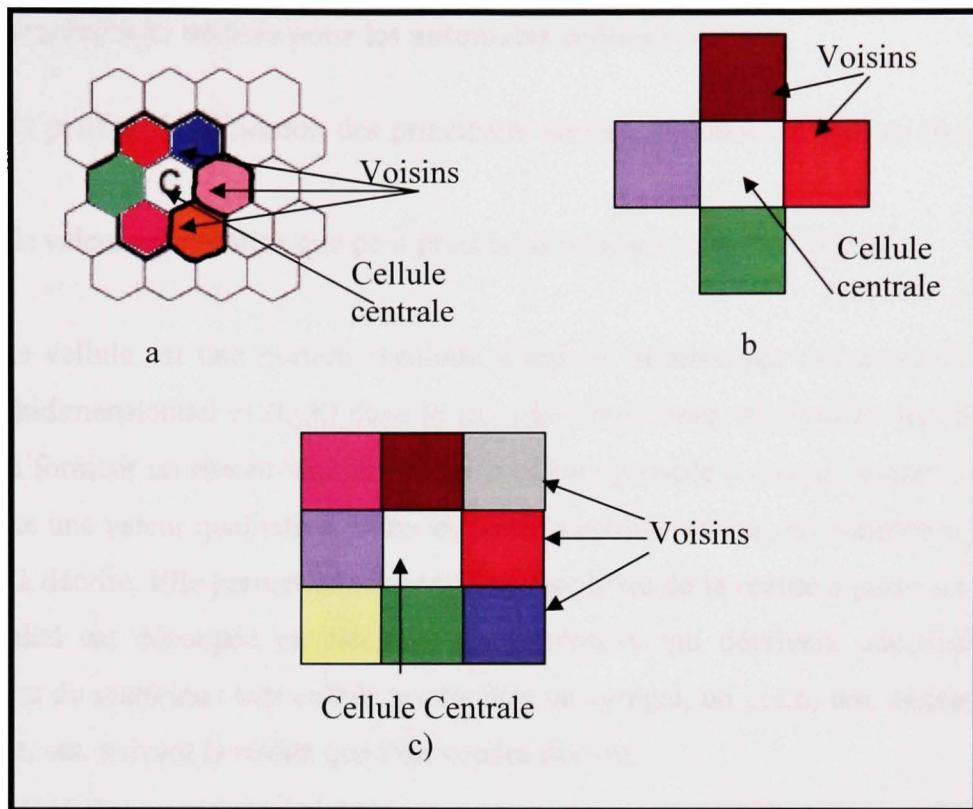
Les AC ont été utilisés par Montheillet et Briottet, (1997) pour prédire les hétérogénéités de déformation dans un agrégat de deux phases viscoplastiques en traction simple. Ils ont constaté que l'hétérogénéité des déformations est plus grande dans la phase dure que dans la phase molle et qu'elle augmente quand le coefficient de sensibilité à la vitesse  $m$  diminue. Un écrouissage d'origine morphologique a été mis en évidence reflétant la variation des vitesses de déformation dans les deux phases au cours de la déformation. Enfin, ces auteurs ont constaté que la présence de "clusters" de phase dure à pour effet de durcir le matériau et de diminuer l'hétérogénéité des déformations entre les deux phases.

## 2.2 Vue historique

Les automates cellulaires ont été introduits par Von Neumann vers la fin des années 1940 sous le nom "d'espaces cellulaires ". Ils permettaient d'idéaliser le processus de l'autoreproduction d'un système biologique (Montheillet, 1997).

Au début des années cinquante, Ulman les a réintroduits et appliqués à une large variété de processus. Différents noms tel que " tessellation automata", "homogenous structures", "cellular structures", "tessellation structures", "iterative array", étaient alors utilisés pour se référer aux différentes idéalisations mathématiques de systèmes physiques dans lequel l'espace et le temps sont discrets et les quantités physiques prennent une infinité de valeurs discrètes. Ces automates cellulaires ont tous en commun un treillis ou réseaux de sites discrets et identiques appelés "cellules" interconnectées et arrangées sous différents types, l'évolution de l'état des cellules dépendent de leurs voisins (Wolfram, 1984). Le choix du nombre de voisins est un paramètre important de l'automate cellulaire: il y a le type de réseaux hexagonaux où chaque cellule peut avoir six premiers voisins immédiats, celui unidimensionnel où la cellule a deux voisins et enfin le modèle carré dont chaque cellule a quatre premiers voisins (environnement de Von Neumann) ou 8 premiers et seconds voisins (environnement de Moore) (Figure 2.1). En 3D on choisit par exemple 14 voisins avec le tetedecahedre.

Au niveau microscopique, les cellules peuvent représenter des points dans un réseau cristallin avec des valeurs données pour une certaine quantité observable (atome, cellule de dislocation, grain...). A un niveau plus macroscopique, chaque site dans un automate cellulaire peut représenter une région contenant beaucoup de structures élémentaires (avec une échelle de longueur qui peut être donnée par la corrélation appropriée), et sa valeur peut représenter une phase ou une composition discrète possible.



**Figure 2.1** *représentation des différents types de voisinages; a) type de réseau hexagonal, b) environnement de Von Neumann, c) environnement de Moore.*

### 2.2.1 Principe des automates cellulaires

D'une manière générale, le principe des AC consiste à:

- Diviser l'espace en un réseau de cellules, qui constituera un maillage 1D, 2D ou 3D;
- Définir le voisinage d'une cellule (c'est-à-dire, quelles sont les cellules du voisinage qui auront une influence sur le comportement de la cellule considérée);
- Définir une ou plusieurs variables d'état pour chaque cellule;
- Définir les règles de transitions (entre l'état initial  $t$  et l'état suivant  $t+1$ ) pour une cellule connaissant l'état de son voisinage.

## 2.2.2 Terminologie utilisée pour les automates cellulaires

Il est utile de préciser la définition des principaux termes couramment utilisés dans l'étude des AC.

**État :** c'est la valeur quantitative que peut prendre la cellule à un instant donné.

**Cellule :** une cellule est une portion régulière d'espace, repérée par ces coordonnées  $(i,j)$  dans le cas bidimensionnel et  $(i,j,k)$  dans le cas tridimensionnel, divisant le domaine selon une partition formant un réseau régulier. Chaque cellule possède à chaque instant  $t$  un état qui représente une valeur qualitative. Dans les faits, la cellule est une représentation bijective de la réalité à décrire. Elle permet une description simplifiée de la réalité à partir du moment où cette réalité est découpée en éléments fondamentaux qui décrivent adéquatement le comportement du matériau : une cellule pourra être un agrégat, un grain, une dislocation, un site atomique, etc. suivant la réalité que l'on voudra décrire.

**Domaine :** Le domaine de l'automate est constitué de l'espace formé par la réunion de l'ensemble de cellules. Il peut être représenté par un rectangle dans le cas où les cellules sont carrées mais il est plus complexe dans le cas d'hexagones à cause du non-alignement des cellules en lignes.

**Règle de transition :** On définit la règle comme étant un algorithme ou opération de calcul qui s'applique à chaque cellule pour déterminer son état suivant en fonction de son état courant (initial) et celui des cellules voisines.

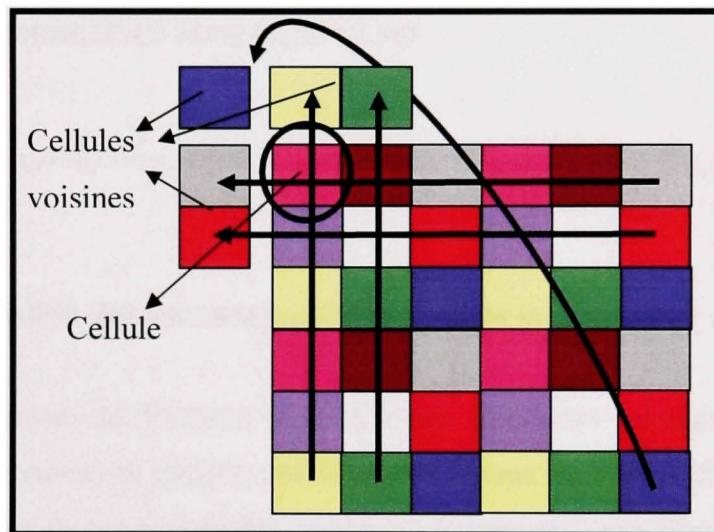
Dans leur ensemble il y a deux principes pour pouvoir décider du nouvel état des cellules.

**Premier principe :** le nouvel état de cellules est décidé sur la base de l'état actuel ( $t$ ) de l'ensemble des cellules et ce n'est qu'une fois que toutes les cellules sont recalculées, que le domaine est remis à jour et que toutes les cellules prennent leur nouvel état ( $t+1$ ).

**Deuxième principe :** on peut décider de réactualiser l'état du domaine à chaque fois qu'une cellule change d'état (Smith, 1994). Cette approche est utilisée pour simuler l'évolution de système dont on cherche à minimiser l'énergie totale.

### 2.2.3 Problème de voisinage

Le voisinage d'une cellule étant défini comme l'ensemble des cellules qui auront une influence sur la cellule étudiée, il est souvent limité aux cellules adjacentes. Lorsque l'on crée un domaine, il existe des cellules du domaine qui sont privées de voisins, notamment lorsque la cellule cible se trouve à l'extrême du domaine. Les cellules situées aux extrémités de la chaîne n'ont pas de voisinage. Une condition périodique peut être imposée aux extrémités. Cette condition veut que les cellules en question situées aux extrémités soient reliées entre elles de sorte que le système se referme sur lui-même (Exemple 2D, Figure 2.2).



**Figure 2.2 Structure d'un automate cellulaire : Conditions aux extrémités périodiques.**

### 2.2.4 Évolution de l'état des cellules

Soit  $x'_i$  l'état de la cellule  $i$  d'un AC linéaire à l'instant  $t$ , l'état suivant  $x'^{+1}_i$  de cette cellule est donné par la fonction de transition suivante si l'on suppose que la cellule cible n'est influencée que par ses premiers voisins:

$$x_i^{t+1} = f(x_{i-1}^t, x_i^t, x_{i+1}^t) \quad (2.1)$$

La fonction  $f$  définit la règle de AC.

Dans le cas d'une configuration bidimensionnelle, l'état de la cellule  $x_i^t$  au temps  $t+1$  est donné par la fonction de transition suivante :

- dans un environnement de Von Neumann (figure 2.1b)

$$x_{ij}^{t+1} = f(x_{i-1,j}^t, x_{i,j}^t, x_{i+1,j}^t, x_{i,j+1}^t, x_{i,j-1}^t) \quad (2.2)$$

- dans un environnement de Moor (figure 2.1c)

$$x_{ij}^{t+1} = f(x_{i-1,j}^t, x_{i,j}^t, x_{i+1,j}^t, x_{i,j+1}^t, x_{i,j-1}^t, x_{i-1,j-1}^t, x_{i-1,j+1}^t, x_{i+1,j-1}^t, x_{i+1,j+1}^t) \quad (2.3)$$

### 2.3 Application des automates cellulaires pour la simulation de la fatigue-fluage

Dans le présent travail de doctorat, le modèle des automates cellulaires a été adopté pour simuler le comportement mécanique des alliages de titane en fatigue-fluage (Dwell fatigue). En effet les alliages de titane sont des matériaux fortement hétérogènes. La forme, la taille, l'orientation et les relations spatiales entre les domaines homogènes constituent autant de sources d'hétérogénéité (Montheillet, 2005). La détermination du comportement local du matériau à savoir : évolution de la forme des domaines homogènes, distribution locale des déformations et des contraintes est capitale pour mieux comprendre et avoir des informations sur les phénomènes de ductilité du matériau (liée à la genèse des contraintes interfaciales) ou l'évolution de sa microstructure. Les modèles déjà existants ne permettent pas d'avoir des informations sur les propriétés locales des matériaux, ou sont trop lourds dans le contexte des simulations de longue durée de vie (cas des éléments finis). Les automates cellulaires utilisés à l'échelle microscopique-mésoscopique semblent plus efficaces du point de vue étude du

comportement local des matériaux. Leur utilisation dans le présent projet a pour objectif de nous aider à mieux comprendre la corrélation entre la microstructure et le comportement mécanique du matériau. Ces modèles devront pouvoir simuler et expliquer des propriétés connues des alliages de titane quasi alpha :

- La différence de comportement entre fatigue et fatigue-fluage : en effet l'association du fluage au phénomène de fatigue induit un amorçage d'autant plus rapide que le matériau flue, donc une durée de vie plus courte.
- Effet du temps de fluage : plus le temps de maintien en fluage augmente plus la déformation de fluage augmente, donc les durées de vie en fatigue diminuent.
- Apparition de plusieurs sites d'amorçage de fissures dans un même échantillon lors d'un essai de fatigue-fluage (Dwell fatigue).
- Le fait que le premier site amorcé n'est pas forcément le site qui entraîne la rupture finale du matériau.
- effet de la taille des macrozones sur le nombre de cycles avant l'amorçage de fissures
- L'influence de l'orientation cristallographique sur le comportement du matériau
- L'effet de la distribution spatiale des grains (effet de texture).
- La nature des grains qui se déforment le plus dans la microstructure.

## CHAPITRE 3

### MODÈLE MATHÉMATIQUE

#### Introduction

Dans le cadre du présent projet, les AC seront utilisés afin de mieux comprendre l'effet de la distribution spatiale des hétérogénéités plastique et viscoplastique sur le comportement mécanique des matériaux. Ces modèles devront reproduire les caractéristiques des tests de fatigue-fluage. En effet, il a été constaté que certains matériaux se rompent après beaucoup moins de cycles de chargement qu'en fatigue normale lorsque la charge est maintenue à la contrainte maximale. Il a été constaté que la phase de maintien induit du fluage, même à température ambiante. Ce type de tests reflète le comportement réel d'une pièce en service car les efforts sont généralement maintenus pendant un certain laps de temps dans les conditions réelles d'utilisation.

Ainsi un modèle mathématique a été développé afin de reproduire ces trois parties à savoir :

- Chargement élastique linéaire avec déformation imposée;
- Maintien à une contrainte globale constante (fluage);
- Décharge élastique.

Pour une première approche, il a été jugé raisonnable de développer un modèle en utilisant les hypothèses simplificatrices suivantes:

- **Pas d'effet Bauchinger** : l'effet Bauchinger se manifeste lorsque le matériau est sollicité en traction-compression, et que la limite d'élasticité en compression, initialement égale à  $(-Re_1)$ , se trouve ramenée à la valeur  $(-Re_2)$  supérieure (algébriquement) à  $(-Re_1)$ . Autrement dit, l'écrouissage en traction qui correspond à un relèvement de la limite d'élasticité en traction, s'accompagne d'une diminution (en valeur absolue) de la limite d'élasticité en compression. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet Bauchinger. Ainsi l'effet Bauchinger n'a pas été pris en considération puisque les matériaux concernés par notre étude ne subissent pas de tel phénomène en service.

- **Aucune anisotropie :** vu que seulement le matériau isotrope peut être considéré dans notre méthode de calcul de localisation, on essaie de considérer l'effet de l'anisotropie cristallographique des modules d'élasticité par l'utilisation d'une distribution des modules de Young dans la microstructure pour un matériau isotrope.
- Dans les automates cellulaires, on applique le formalisme d'Eshelby utilisé successivement à toutes les cellules du domaine. C'est-à-dire que chaque cellule étudiée est considérée comme une inclusion dans une matrice constituée du voisinage, pris en compte en termes de moyenne.
- L'hétérogénéité du voisinage n'est pas prise en considération, c'est une des limites de la forme actuelle de l'automate cellulaire.
- Il est très important de noter que dans notre cas on travaille avec un automate cellulaire en 2D dont la localisation est de type axisymétrique.

### 3.1 Modèle mathématique

Dans ce modèle chaque cellule est mise en correspondance bijective avec un domaine homogène de l'agrégat dont elle définit la nature et les propriétés du voisinage. Pour un modèle à deux dimensions, on choisit généralement un réseau de cellules hexagonales chacune avec 6 voisins, valeur moyenne communément observée dans les alliages métalliques pour une représentation en 2D. Dans notre cas, le comportement du matériau est supposé élastique dans la phase du chargement, viscoplastique non-linéaire dans la phase du maintien et élastique dans la phase de décharge.

#### 3.1.1 Forme des domaines homogènes

Dans un matériau comportant plusieurs phases distinctes, les cellules pourront être constituées soit d'un seul grain, soit d'un agrégat de plusieurs grains appartenant à la même phase. Afin de modéliser le comportement mécanique, il est nécessaire de caractériser la forme de ces domaines puisqu'elle influe sur la localisation des contraintes (Montheillet,

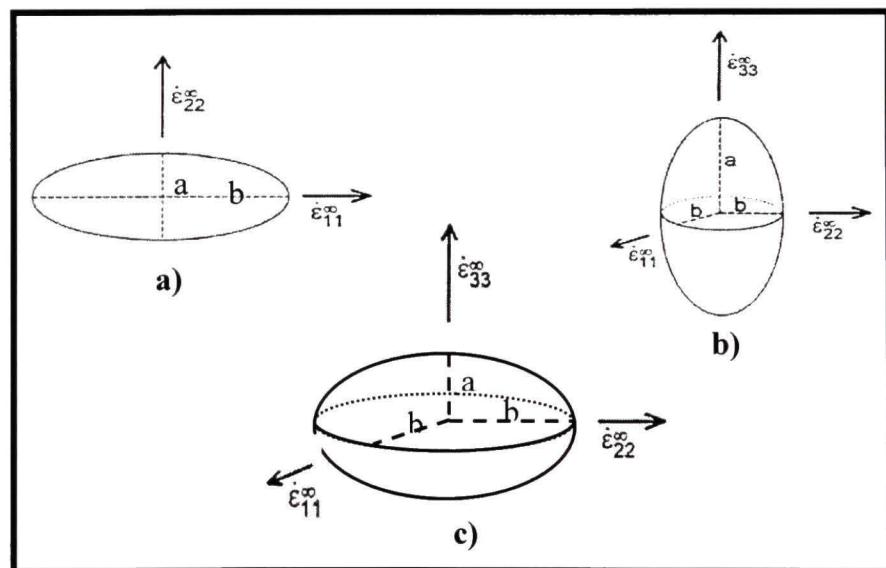
2005). De nombreux modèles considèrent les domaines homogènes comme initialement sphériques (ou circulaires en deux dimensions). Au cours d'une déformation uniforme, ils se transforment en ellipsoïdes de demi axes  $a$ ,  $b$  et  $c$ . En général, on préfère considérer la déformation comme localement plane et travailler dans le plan sur des domaines elliptiques de demi-axes  $a$  et  $b$  (comme le montre la figure 3.1a) (Montheillet, 2005). Dans le cas d'une déformation axisymétrique (traction ou compression uni axiale), les domaines prennent la forme d'ellipsoïdes de révolution allongée en forme de "cigare"(*prolate*) ou aplatis en forme de "galette" (*oblate*), de demi-axes  $a$  et  $b = c$  où  $a$  correspondant à l'axe de révolution (figures 3.1b et 3.1c).

Le rapport de forme des domaines homogènes  $\lambda$  est défini par la relation suivante :

$$\lambda = \frac{a}{b} \quad (3.1)$$

L'excentricité quant à elle est donnée par la relation suivante :

$$e = \frac{a - b}{a + b} = \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \quad (3.2)$$

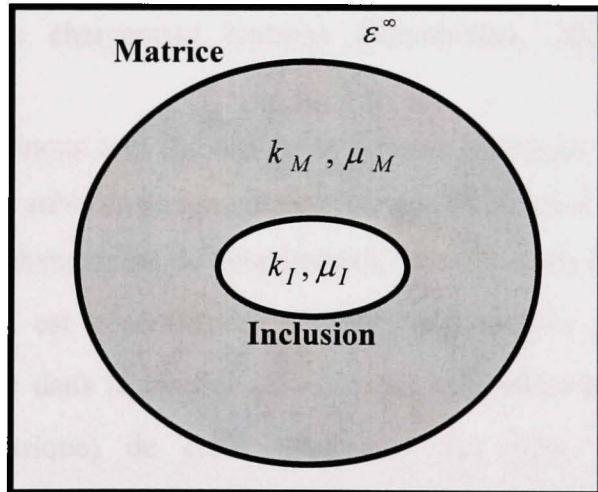


**Figure 3.1    Représentation géométrique de la forme des grains.**  
(Tiré de Montheillet 2005)

Dans notre étude, nous avons considéré certaines hypothèses simplificatrices concernant la forme des domaines homogènes. La forme des domaines homogènes ne subira pas de grand changement au cours des essais de fatigue-fluage, vu que les déformations globales sont inférieures à 1%. Cependant le modèle a été développé dans le cas général en prenant une valeur  $\lambda = 1$  dont l'axe principal  $\varepsilon_{33}^{\infty}$  est parallèle à la direction de sollicitation.

### 3.1.2 Mécanique de l'inclusion d'Eshelby

La plupart des modèles permettant d'obtenir une estimation du comportement mécanique des matériaux hétérogènes sont basés sur l'approche d'Eshelby. Cette approche concerne des matériaux élastiques, mais peut être transposé à des matériaux viscoplastiques. Considérons donc une inclusion isolée située dans une matrice infinie comme le montre la figure 3.2.



**Figure 3.2** Schéma de l'inclusion d'Eshelby plongée dans une matrice infinie.

Le comportement des deux milieux peut être décrit par la loi de Hooke tridimensionnelle :

$$\sigma_{ij} = \left( k - \frac{2\mu}{3} \right) \text{tr}(\varepsilon) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (3.3)$$

où  $\text{tr}(\varepsilon)$  désigne la trace du tenseur des déformations,  $k$  le module de compressibilité,  $\mu$  le module de cisaillement propre à chaque milieu et  $\delta_{ij}$  le Kronecker delta, soit  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$  et  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$ .

La matrice et l'inclusion sont caractérisées respectivement par les paramètres  $k_M, \mu_M$  et  $k_I, \mu_I$ . Le matériau est soumis à l'infini à une sollicitation uniforme caractérisée par le tenseur des déformations  $\varepsilon^\infty$ . Le problème d'Eshelby consiste à déterminer le tenseur des déformations  $\varepsilon'$  dans l'inclusion (Montheillet, 2005).

### 3.1.2.1 Méthode d'Eshelby

Pour expliquer la méthode d'Eshelby on va utiliser le cas d'une inclusion sphérique dans une matrice élastique sous chargement isotrope (Montheillet, 2005). On compare deux configurations:

**Configuration 1:** Imaginons tout d'abord qu'un volume sphérique de rayon  $a$  de la matrice est extrait de celle-ci et subit une augmentation ou une diminution de volume non élastique (due par exemple à un changement de température), correspondant à une déformation radiale  $\varepsilon_{rr}^*$ . Cette déformation est généralement appelée "déformation propre". Nous replaçons maintenant cette sphère dans la matrice en relâchant tout effort extérieur. La déformation radiale totale (géométrique) de cette "inclusion" est alors  $\tilde{\varepsilon}_{rr}'$  et sa déformation élastique  $\tilde{\varepsilon}_{rr}' - \varepsilon_{rr}^*$ . En l'absence de chargement à l'infini, les deux conditions de continuité des composantes radiales du déplacement et de la contrainte permettent d'écrire.

$$\tilde{\varepsilon}_{rr}' = \tilde{\varepsilon}_{\theta\theta}' = \tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi}' = \frac{3k_M}{3k_M + 4\mu_M} \varepsilon_{rr}^* \quad (3.4)$$

où  $\tilde{\varepsilon}_{rr}^I$ ,  $\tilde{\varepsilon}_{\theta\theta}^I$ ,  $\tilde{\varepsilon}_{\varphi\varphi}^I$  représentent respectivement les déformations radiale, transversale et longitudinale de l'inclusion (ici le tenseur des déformations et éventuellement des contraintes sont exprimés en coordonnées sphériques).

En présence de la déformation radiale imposée  $\varepsilon_{rr}^\infty$  à l'infini, la déformation totale de cette "inclusion" devient, en utilisant le principe de superposition,  $\varepsilon_{rr}^\infty + \tilde{\varepsilon}_{rr}^I$ . La contrainte radiale correspondante  $\sigma_{rr}^I$  résulte de sa déformation élastique  $\varepsilon_{rr}^\infty + \tilde{\varepsilon}_{rr}^I - \varepsilon_{rr}^*$  est donnée par :

$$\sigma_{rr}^I (\text{configuration 1}) = 3k_M (\varepsilon_{rr}^\infty + \tilde{\varepsilon}_{rr}^I - \varepsilon_{rr}^*) \quad (3.5)$$

**Configuration 2 :** Dans la seconde configuration, on revient au problème de l'inclusion caractérisée par les modules d'élasticité  $k_I$  et  $\mu_I$ , différents de ceux de la matrice.

Eshelby réserve le terme inclusion à la première configuration, où le volume sphérique considéré a les mêmes caractéristiques élastiques que la matrice. Dans la seconde configuration, il préfère parler d'hétérogénéité, région de comportement différent de la matrice.

La contrainte radiale correspondante  $\sigma_{rr}^I$  résulte de sa déformation élastique  $(\varepsilon_{rr}^\infty + \tilde{\varepsilon}_{rr}^I)$  est donnée par :

$$\sigma_{rr}^I (\text{configuration 2}) = 3k_I (\varepsilon_{rr}^\infty + \tilde{\varepsilon}_{rr}^I) \quad (3.6)$$

La méthode d'Eshelby consiste à déterminer la déformation propre  $\varepsilon_{rr}^*$  de la configuration (1) produisant dans l'inclusion le même état de contrainte radiale  $\sigma_{rr}^I$  et de déformation totale de l'inclusion  $\tilde{\varepsilon}_{rr}^I$  que dans la configuration (2). L'égalité des contraintes radiales s'écrit :

$$\sigma_{rr}^I = \underbrace{3k_I (\varepsilon_{rr}^\infty + \tilde{\varepsilon}_{rr}^I)}_{\text{cas 2}} = \underbrace{3k_M (\varepsilon_{rr}^\infty + \tilde{\varepsilon}_{rr}^I - \varepsilon_{rr}^*)}_{\text{cas 1}} \quad (3.7)$$

En combinant les relations (3.4) et (3.7), on obtient :

$$\varepsilon_{rr}^* = \frac{(k_M - k_I)(3k_M + 4\mu_M)}{k_M(3k_I + 4\mu_M)} \varepsilon_{rr}^\infty \quad (3.8)$$

On peut ainsi calculer grâce à l'équation (3.4)

$$\tilde{\varepsilon}_{rr}^I = \frac{3(k_M - k_I)}{3k_I + 4\mu_M} \varepsilon_{rr}^\infty \quad (3.9)$$

Finalement

$$\varepsilon_{rr}^I = \varepsilon_{rr}^\infty + \tilde{\varepsilon}_{rr}^I = \frac{3k_M + 4\mu_M}{3k_I + 4\mu_M} \varepsilon_{rr}^\infty \quad (3.10)$$

En utilisant les relations élastiques suivantes :

$$\sigma_{rr}^I = 3k_I \varepsilon_{rr}^I \quad (3.11)$$

$$\sigma_{rr}^\infty = 3k_M \varepsilon_{rr}^\infty \quad (3.12)$$

On déduit de (3.10) une relation analogue entre les contraintes :

$$\sigma_{rr}^I = \frac{k_I(3k_M + 4\mu_M)}{k_M(3k_I + 4\mu_M)} \sigma_{rr}^\infty \quad (3.13)$$

### 3.1.3 Modèle mathématique de fatigue-fluage

Le modèle mathématique développé pour cette étude est de type axisymétrique et basé sur la méthode d'Eshelby ((Eshelby, 1957), (Eshelby, 1959)) décrit ci-dessus. Ce modèle comporte trois étapes, soit le chargement élastique, le maintien à un niveau de contrainte constante (fluage) et le retour élastique.

Le type axisymétrique a été choisi pour simuler les transferts de charge entre les macrozones, c'est le moyen le plus approprié pour modéliser ce phénomène en 2D.

### 3.1.3.1 Chargement élastique à contrainte imposée

Dans ce modèle, on considère que le matériau se déforme sous l'effet d'une déformation à l'infinie  $\varepsilon_{ij}^\infty$  qui est engendrée par un niveau de contrainte préétablie  $\sigma_{ij}^\infty$ .

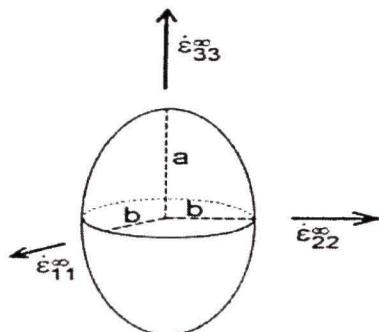
Les tenseurs des deux grandeurs mécaniques sont donnés par :

$$\sigma_{ij}^\infty = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^\infty & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22}^\infty & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33}^\infty \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$\varepsilon_{ij}^\infty = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^\infty & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^\infty & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^\infty \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Dans le cas où  $i \neq j$ , on a  $\sigma_{ij}^\infty = 0$  et  $\varepsilon_{ij}^\infty = 0$ .

La figure 3.3 montre une représentation géométrique des directions principales des déformations à l'infinis où l'axe 3 se trouve sur le plan mécanique (L'axe principale de l'inclusion se trouve confondu avec l'axe de sollicitation). C'est la direction principale.



**Figure 3.3** représentation géométrique des directions principales des déformations à l'infinis.

La procédure consiste à aborder au premier lieu la localisation où la déformation locale dans chaque cellule est exprimée en fonction de la déformation imposée à l'infini.

$$\varepsilon_{ij}^C = \Delta_{ijkl}^C \varepsilon_{kl}^\infty \quad (3.16)$$

Les composants du tenseur de déformation locale (dans chaque cellule) durant le chargement élastique sont évalués explicitement par les équations suivantes après réduction des indices utilisant le cas chargement axisymétrique.

$$\varepsilon_{33}^C = \Delta_{31}^C \varepsilon_{11}^\infty + \Delta_{33}^C \varepsilon_{33}^\infty \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_{11}^C = \Delta_{11}^C \varepsilon_{11}^\infty + \Delta_{13}^C \varepsilon_{33}^\infty \quad (3.18)$$

A cause du chargement symétrique on a :

$$\varepsilon_{22}^C = \varepsilon_{11}^C \quad (3.19)$$

où  $\Delta_{ij}^C$  est le facteur de localisation des déformations dans chaque cellule, il est exprimé par les équations suivantes :

$$\Delta_{11}^C = \frac{\Gamma 1 + \Gamma 2}{\Gamma 3 + \Gamma 4} \quad (3.20)$$

$$\Delta_{13}^C = \frac{\Gamma 5 - \Gamma 6}{\Gamma 3 + \Gamma 4} \quad (3.21)$$

$$\Delta_{31}^C = \frac{\Gamma 7 - \Gamma 8}{\Gamma 3 + \Gamma 4} \quad (3.22)$$

$$\Delta_{33}^C = \frac{\Gamma 9 + \Gamma 10}{\Gamma 3 + \Gamma 4} \quad (3.23)$$

où les paramètres  $\Gamma$  sont donnés par les expressions suivantes :

$$\Gamma 1 = (18 \mu_V + 12 \mu_C) K_V^2 + (60 \mu_V^2 + (40 \mu_C + 15 K_C) \mu_V) K_V$$

$$\Gamma 2 = 48 \mu_V^3 + (32 \mu_C + 20 K_C) \mu_V^2$$

$$\Gamma 3 = (36 \mu_V^2 + (27 K_C + 24 \mu_C) \mu_V + 18 K_C \mu_C) K_V$$

$$\Gamma 4 = 32 \mu_V^3 + (48 \mu_C + 24 K_C) \mu_V^2 + 36 K_C \mu_C \mu_V$$

$$\Gamma 5 = (9 \mu_V + 6 \mu_C) K_V^2 + (20 \mu_C + 15 K_C) \mu_V K_V$$

$$\Gamma 6 = 16 \mu_V^3 + (16 \mu_C - 20 K_C) \mu_V^2$$

$$\Gamma 7 = (18 \mu_V + 12 \mu_C) K_V^2 + (40 \mu_C - 30 K_C) \mu_V K_V$$

$$\Gamma 8 = 32 \mu_V^3 + (32 \mu_C - 40 K_C) \mu_V^2$$

$$\Gamma 9 = (9 \mu_V + 6 \mu_C) K_V^2 + (60 \mu_V^2 + (20 \mu_C + 30 K_C) \mu_V) K_V$$

$$\Gamma 10 = 64 \mu_V^3 + (16 \mu_C + 40 K_C) \mu_V^2$$

où  $\mu_C$ ,  $K_C$  et  $\mu_V$ ,  $K_V$  représentent les modules de cisaillements et de compressibilité de la cellule et du voisinage respectivement. Ils s'expriment par les relations suivantes :

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (3.24)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.25)$$

$$K_V = \frac{\sum_6 K_{CV}}{6} \quad (3.26)$$

$$\mu_V = \frac{\sum_6 \mu_{CV}}{6} \quad (3.27)$$

où  $E$  représente le module d'Young,  $\nu$  le coefficient de poisson et  $\mu_{CV}$  et  $K_{CV}$  représentent les modules de cisaillement et de compressibilité des cellules voisines respectivement.

Les contraintes locales (dans chaque cellule);  $\sigma_{11}^C, \sigma_{22}^C, \sigma_{33}^C$  seront calculées à partir des équations dérivées de la loi de Hook (Eq. 3.3) est de la symétrie du chargement ( $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$ ).

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^C = & \left[ K_C - \left( \frac{2\mu_C}{3} \right) \right] (\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{22}^C + \varepsilon_{33}^C) + 2\mu \varepsilon_{11}^C = \\ & \left[ K_C + \left( \frac{4\mu_C}{3} \right) \right] \varepsilon_{11}^C + \left[ K_C - \left( \frac{2\mu_C}{3} \right) \right] (\varepsilon_{22}^C + \varepsilon_{33}^C) \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{22}^C = & \left[ K_C - \left( \frac{2\mu_C}{3} \right) \right] (\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{22}^C + \varepsilon_{33}^C) + 2\mu \varepsilon_{22}^C = \\ & \left[ K_C + \left( \frac{4\mu_C}{3} \right) \right] \varepsilon_{22}^C + \left[ K_C - \left( \frac{2\mu_C}{3} \right) \right] (\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{33}^C) \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{33}^C = & \left[ K_C - \left( \frac{2\mu_C}{3} \right) \right] (\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{22}^C + \varepsilon_{33}^C) + 2\mu\varepsilon_{33}^C = \\ & \left[ K_C + \left( \frac{4\mu_C}{3} \right) \right] \varepsilon_{33}^C + \left[ K_C - \left( \frac{2\mu_C}{3} \right) \right] (\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{22}^C)\end{aligned}\quad (3.30)$$

Après simplification, et en tenant compte de l'hypothèse du chargement symétrique, les équations (3.28 ; 3.29; 3.30) seront réécrite comme suit :

$$\sigma_{11}^C = K_1^C \varepsilon_{11}^C + K_2^C (\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{33}^C) \quad (3.31)$$

$$\sigma_{22}^C = \sigma_{11}^C \quad (3.32)$$

$$\sigma_{33}^C = K_1^C \varepsilon_{33}^C + 2K_2^C \varepsilon_{11}^C \quad (3.33)$$

$$\text{où } K_1^C = K_C + \left( \frac{4\mu_C}{3} \right) \text{ et } K_2^C = K_C - \left( \frac{2\mu_C}{3} \right)$$

En développant le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11}^\infty = K_1^C \varepsilon_{11}^\infty + K_2^C (\varepsilon_{22}^\infty + \varepsilon_{33}^\infty) \\ \sigma_{22}^\infty = K_1^C \varepsilon_{22}^\infty + K_2^C (\varepsilon_{11}^\infty + \varepsilon_{33}^\infty) \\ \sigma_{33}^\infty = K_1^C \varepsilon_{33}^\infty + K_2^C (\varepsilon_{11}^\infty + \varepsilon_{22}^\infty) \end{array} \right. \quad (3.34)$$

Les composantes du tenseur des déformations à l'infini seront obtenues comme suit :

$$\varepsilon_{11}^{\infty} = \frac{\sigma_{22}^{\infty} K_1^C - \sigma_{33}^{\infty} K_2^C - \sigma_{11}^{\infty} K_2^C + \sigma_{22}^{\infty} K_2^C}{(K_1^C - K_2^C)(K_1^C + 2 K_2^C)} \quad (3.35)$$

$$\varepsilon_{22}^{\infty} = \frac{\sigma_{22}^{\infty} K_1^C - \sigma_{33}^{\infty} K_2^C - \sigma_{11}^{\infty} K_2^C + \sigma_{22}^{\infty} K_2^C}{(K_1^C - K_2^C)(K_1^C + 2 K_2^C)} \quad (3.36)$$

$$\varepsilon_{33}^{\infty} = \frac{\sigma_{33}^{\infty} K_1^C - \sigma_{22}^{\infty} K_2^C - \sigma_{11}^{\infty} K_2^C + \sigma_{33}^{\infty} K_2^C}{K_1^{C^2} + K_{22} K_1^C - 2 K_1^C} \quad (3.37)$$

où  $\sigma_{11}^{\infty}$ ,  $\sigma_{22}^{\infty}$ ,  $\sigma_{33}^{\infty}$  représentent les contraintes préétablies (imposées) suivant les trois directions principales  $X_{11}$ ;  $X_{22}$ ;  $X_{33}$  ( $X_{33}$  est la direction principale).

### 3.1.3.2 Étape du fluage (maintien en charge)

Dans cette étape, le comportement mécanique du matériau est considéré viscoplastique non-linéaire. Une équation décrivant le fluage primaire est considérée dans cette étude. En effet le mode primaire est celui le plus dominant lors du fluage des alliages de titane à froid. Ainsi à partir de l'équation de Hollomon (Neeraj, 2002) suivante :

$$\sigma = \kappa \varepsilon^n \dot{\varepsilon}^m \quad (3.38)$$

où  $\kappa$  représente le paramètre de résistance du matériau,  $\varepsilon$  la déformation en fluage,  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation,  $m$  le facteur de sensibilité à la vitesse et  $n$  le nombre d'écrouissage.

A partir de l'équation (3.38), la vitesse de déformation durant l'écoulement plastique peut être écrite comme suit :

$$\dot{\varepsilon} = \left( \frac{\sigma}{\kappa} \right)^{\frac{1}{m}} \left/ \varepsilon^{\frac{n}{m}} \right. = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (3.39)$$

De l'équation (3.39) on aura l'expression suivante:

$$\int \varepsilon^{\frac{n}{m}} d\varepsilon = \int \left( \frac{\sigma}{\kappa} \right)^{\frac{1}{m}} dt \quad (3.40)$$

Intégrant l'équation (3.40) en considérant la condition des contraintes constante et le paramètre de résistance du matériau  $\kappa$  indépendant du temps de chargement, la déformation peut être écrite comme suit :

$$\varepsilon = \left( \frac{\sigma}{\kappa} \right)^{\frac{1}{m+n}} \left( \frac{m+n}{m} \right)^{\frac{m}{m+n}} t^{\frac{m}{m+n}} \quad (3.41)$$

Dans notre modèle mathématique la déformation en fluage dans chaque cellule est obtenue à partir de l'équation (3.41) de Hollomon modifier.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^C_{ij} = \frac{S_{ij}^C}{\kappa^C} \left( \frac{\bar{\sigma}^C}{\kappa^C} \right)^{\frac{1}{m+n}-1} \left( \frac{m+n}{m} \right)^{\frac{m}{m+n}} t^{\frac{m}{m+n}} \quad (3.42)$$

où  $\boldsymbol{\varepsilon}^C$  est le tenseur des déformations en fluage (dans chaque cellule),  $\kappa^C$  le paramètre de résistance de chaque cellule,  $\bar{\sigma}^C$  représente la contrainte équivalente de Von Mises locale,  $t$  le temps de maintien en fluage et  $S^C$  le tenseur déviateur des contraintes locales calculées comme suit :

$$S_{ij}^C = \sigma_y^C - \frac{\sigma_{11}^C + \sigma_{22}^C + \sigma_{33}^C}{3} \delta_{ij} \quad (3.43)$$

où  $\delta_{ij}$  est le Kronecker delta, soit  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$  et  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$ .

On remarque dans l'équation (3.42), que lorsque  $n$  tend vers 0, l'expression  $\frac{m}{m+n}$  tend vers 1, ce qui permet de dire qu'on atteint l'état d'écoulement stable. Par conséquent, la forme de Hollomon peut intrinsèquement capturer les deux, le fluage primaire normal aussi bien que l'état d'écoulement stable (Neeraj et al, 2000).

### 3.1.3.3 Étape de retour élastique

Pendant la période de décharge, un champ de contrainte résiduelle subsistera comme trace de l'incompatibilité plastique et élastique des grains. Ainsi, dans le cas d'un essai de fatigue fluage, l'état des contraintes locales changera au fur et à mesure des cycles car des contraintes résiduelles locales s'accumuleront. Une augmentation ou une diminution des contraintes de chargement aura lieu suivant la nature et le voisinage des grains qui constituent le matériau. Le calcul du champ des contraintes est donc un préalable incontournable à toute démarche de modélisation de l'endommagement qui provient de la concentration des contraintes qui est produite localement, dû au fait des incompatibilités élastiques et éventuellement plastiques provoquées par l'inclusion dans notre cas. Pour pouvoir faire des retours élastiques après les phases de chargement et de maintien en fluage, le principe de l'inclusion équivalente formulé par Eshelby (voir ci-dessus) a été utilisé.

#### Méthode de l'inclusion équivalente

Considérons un milieu infini, isotrope, obéissant aux lois de l'élasticité linéaire (tenseur d'élasticité  $C_{ijkl}^0$ ) que nous appellerons «matrice». Il subit des forces à l'infini qui entraînent un champ des contraintes uniformes que nous noterons  $\sigma_{ij}^a$  et un champ de déformation  $\varepsilon_a^{ij}$ .

Lorsqu'une inclusion de tenseur d'élasticité  $C_{ijkl}$ , subissant une déformation libre de contraintes  $\varepsilon_p^{ij}$ , qui correspond à la déformation plastique de la matrice, est placée au sein de la matrice, il apparaît une concentration des contraintes liées aux incompatibilités des déformations. Les champs perturbés par la présence de l'inclusion s'écrivent:  $\varepsilon_a^{ij} + \varepsilon^{ij}$  pour

les déformations et  $\sigma_{ij}^a + \sigma_{ij}$  pour les contraintes. L'objet de la méthode de l'inclusion équivalente est le calcul des perturbations  $\varepsilon^{ij}$  et  $\sigma_{ij}$  en supposant l'interface inclusion-matrice parfaite (continuité des déplacements). Il s'agit de remplacer virtuellement l'inclusion initiale (de tenseur d'élasticité  $C_{ijkl}$ ) par un volume identique dont le tenseur d'élasticité serait  $C_{ijkl}^0$ , mais soumis à une transformation libre de contraintes supplémentaires  $\varepsilon_*^{ij}$ . La transformation libre de contraintes totale qui s'applique à cette inclusion équivalente est ainsi  $\beta^{ij} = \varepsilon_*^{ij} + \varepsilon_p^{ij}$ .

Il faut choisir la transformation  $\beta^{ij}$  de manière à induire les mêmes contraintes dans l'inclusion initiale et dans l'inclusion équivalente. Ainsi, dans l'inclusion, nous pouvons écrire pour l'inclusion initiale :

$$\sigma_{ij}^a + \sigma_{ij} = C_{ijkl} \left[ \varepsilon_a^{kl} + \varepsilon^{kl} - \varepsilon_p^{kl} \right] \quad (3.44)$$

Et pour l'inclusion équivalente :

$$\sigma_{ij}^a + \sigma_{ij} = C_{ijk}^0 \left[ \varepsilon_a^{kl} + \varepsilon^{kl} - \beta^{kl} \right] \quad (3.45)$$

Eshelby exprime la déformation d'incompatibilité comme  $\varepsilon^{ij} = S_{kl}^{ij} \beta^{kl}$  où  $S_{kl}^{ij}$  est le «tenseur d'Eshelby». La relation d'équivalence s'écrit :

$$C_{ijkl}^0 \left[ \varepsilon_a^{kl} + S_{kl}^{ij} \beta^{kl} - \beta^{kl} \right] = C_{ijkl} \left[ \varepsilon_a^{kl} + S_{kl}^{ij} \beta^{kl} - \varepsilon_p^{kl} \right] \quad (3.46)$$

En s'inspirant de la méthode d'inclusion équivalente, le modèle mathématique qui régit le retour élastique est formulé comme suit :

### Dans l'inclusion hétérogène :

Dans l'inclusion hétérogène (inclusion initiale), nous pouvons écrire :

$$\sigma_{ij}^{\infty} + \sigma_{ij}^I = C_{ijkl}^I \left[ \varepsilon_{kl}^{\infty} + S_{kl}^{ij} \beta_{kl}^I - \varepsilon_{pl}^{kl} \right] \quad (3.47)$$

D'après Mura, (1987), la déformation plastique doit être égale à la différence entre la déformation moyenne du voisinage et celle de l'inclusion. Ainsi, dans notre cas, au moment de la décharge la déformation plastique sera calculée comme suit :

$$\varepsilon_{pl}^{ij} = \langle \varepsilon_{fij} \rangle - \varepsilon_{fij}^I \quad (3.48)$$

$\sigma_{ij}^I$  : La contrainte résiduelle de l'inclusion

$C_{ijkl}^I$  : La constante d'élasticité de l'inclusion

$\varepsilon_{fij}^I$  : La déformation plastique dans l'inclusion

$\varepsilon_{fij}$  : La déformation en fluage dans l'inclusion

$\langle \varepsilon_{fij} \rangle$  : Moyenne de la déformation en fluage du voisinage de l'inclusion (dans notre cas c'est la moyenne des six premiers voisins de la cellule).

La déformation d'incompatibilité (déformation résiduelle) dans l'inclusion, s'exprime par la relation suivante :

$$\varepsilon_{r_{ij}}^I = S_{kl}^{ij} \beta_{kl} \quad (3.49)$$

où  $S_{kl}^{ij}$  est le tenseur de localisation d'Eshelby.

Considérons que la forme de la cellule reste constante durant le processus de déformation, la théorie de l'inclusion sphérique d'Eshelby est adopté. Ainsi les termes non nuls du tenseur  $S_{kl}^{ij}$  sont (Mura, 1987):

$$\left\{ \begin{array}{l} S^{11}_{11} = S^{22}_{22} = S^{33}_{33} = \frac{7-5\nu}{15(1-\nu)} \\ S^{11}_{22} = S^{22}_{33} = \dots = \frac{5\nu-1}{15(1-\nu)} \\ S^{12}_{12} = S^{23}_{23} = \dots = \frac{4-5\nu}{15(1-\nu)} \end{array} \right. \quad (3.50)$$

Comme à la fin du déchargeement il faut que  $\sigma_{ij}^\infty$  (contrainte résiduelle globale) soit nulle, les composantes du tenseur des contraintes dans le milieu hétérogène s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^I &= K_{11}^I \left[ \varepsilon_{11}^\infty + S_{11} \beta_{11} + S_{12} \beta_{22} + S_{13} \beta_{33} + \varepsilon'_{f11} - \langle \varepsilon_{f11} \rangle \right] + K_{22}^I \left[ \varepsilon_{22}^\infty + S_{21} \beta_{11} + S_{22} \beta_{22} \right. \\ &\quad \left. + S_{23} \beta_{33} + \varepsilon'_{f22} - \langle \varepsilon_{f22} \rangle + \varepsilon_{33}^\infty + S_{31} \beta_{11} + S_{32} \beta_{22} + S_{33} \beta_{33} + \varepsilon'_{f33} - \langle \varepsilon_{f33} \rangle \right] \\ \sigma_{22}^I &= K_{11}^I \left[ \varepsilon_{22}^\infty + S_{21} \beta_{11} + S_{22} \beta_{22} + S_{23} \beta_{33} + \varepsilon'_{f22} - \langle \varepsilon_{f22} \rangle \right] + K_{22}^I \left[ \varepsilon_{11}^\infty + S_{11} \beta_{11} + S_{12} \beta_{22} \right. \\ &\quad \left. + S_{13} \beta_{33} + \varepsilon'_{f11} - \langle \varepsilon_{f11} \rangle + \varepsilon_{33}^\infty + S_{31} \beta_{11} + S_{32} \beta_{22} + S_{33} \beta_{33} + \varepsilon'_{f33} - \langle \varepsilon_{f33} \rangle \right] \\ \sigma_{33}^I &= K_{11}^I \left[ \varepsilon_{33}^\infty + S_{31} \beta_{11} + S_{32} \beta_{22} + S_{33} \beta_{33} + \varepsilon'_{f33} - \langle \varepsilon_{f33} \rangle \right] + K_{22}^I \left[ \varepsilon_{22}^\infty + S_{21} \beta_{11} + S_{22} \beta_{22} \right. \\ &\quad \left. + S_{23} \beta_{33} + \varepsilon'_{f22} - \langle \varepsilon_{f22} \rangle + \varepsilon_{11}^\infty + S_{11} \beta_{11} + S_{12} \beta_{22} + S_{13} \beta_{33} + \varepsilon'_{f11} - \langle \varepsilon_{f11} \rangle \right] \end{aligned}$$

### Dans l'inclusion homogène

Dans l'inclusion homogène (inclusion équivalente), nous pouvons écrire :

$$\sigma_{ij}^\infty + \sigma_{ij}^M = C_{ijkl}^M \left[ \varepsilon_{kl}^\infty + S_{kl}^{ij} \beta_{kl}^I - \beta_{kl}^I \right] \quad (3.51)$$

Le tenseur libre de transformation des contraintes  $\beta$  de l'inclusion équivalente s'exprime comme suit :

$$\beta_{ij} = \varepsilon_{ij}^* + \varepsilon_{ij}^P \quad (3.52)$$

Les composantes du tenseur des contraintes dans le milieu homogène s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^M &= K_{11}^M \left[ \varepsilon_{11}^\infty + S_{11} \beta_{11} + S_{12} \beta_{22} + S_{13} \beta_{33} - \beta_{11} \right] + \\ &K_{22}^M \left[ \varepsilon_{22}^\infty + S_{21} \beta_{11} + S_{22} \beta_{22} + S_{23} \beta_{33} - \beta_{22} + \varepsilon_{33}^\infty + S_{31} \beta_{11} + S_{32} \beta_{22} + S_{33} \beta_{33} - \beta_{33} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{22}^M &= K_{11}^M \left[ \varepsilon_{22}^\infty + S_{21} \beta_{11} + S_{22} \beta_{22} + S_{23} \beta_{33} - \beta_{22} \right] + \\ &K_{22}^M \left[ \varepsilon_{11}^\infty + S_{11} \beta_{11} + S_{12} \beta_{22} + S_{13} \beta_{33} - \beta_{11} + \varepsilon_{33}^\infty + S_{31} \beta_{11} + S_{32} \beta_{22} + S_{33} \beta_{33} - \beta_{33} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{33}^M &= K_{11}^M \left[ \varepsilon_{33}^\infty + S_{31} \beta_{11} + S_{32} \beta_{22} + S_{33} \beta_{33} - \beta_{33} \right] + \\ &K_{22}^M \left[ \varepsilon_{11}^\infty + S_{11} \beta_{11} + S_{12} \beta_{22} + S_{13} \beta_{33} - \beta_{11} + \varepsilon_{22}^\infty + S_{21} \beta_{11} + S_{22} \beta_{22} + S_{23} \beta_{33} - \beta_{22} \right] \end{aligned}$$

Application du principe d'Eshelby :

D'après Eshelby il faut que la contrainte soit la même dans les deux milieux, ainsi on aura comme égalité :

$$\sigma_{ij}^\infty + \sigma_{ij}^M = \sigma_{ij}^\infty + \sigma_{ij}^I \quad (3.53)$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$\begin{cases} \sigma_{11}^M = \sigma_{11}^I \\ \sigma_{22}^M = \sigma_{22}^I \\ \sigma_{33}^M = \sigma_{33}^I \end{cases} \quad (3.54)$$

Ce système nous permet de déterminer les composants du tenseur libre de transformation des contraintes  $\beta_{11}$ ,  $\beta_{22}$ ,  $\beta_{33}$ .

$$\beta_{11} = \frac{t9 - t1 - t10 + t14 - t2 - t15 + t2}{t1^2 - 2t2^2 - t2t1} \quad (3.55)$$

$$\beta_{22} = \frac{t9 - t1 - t10 + t14 - t2 - t15 + t2}{t1^2 - 2t2^2 - t2t1} \quad (3.56)$$

$$\beta_{33} = \frac{t14 - t1 - t15 + t1 - t14 + t2 + t15 + t2 + 2t2 - t9 - 2t2 + t10}{t1^2 - 2t2^2 - t2t1} \quad (3.57)$$

où les paramètres ( $t$ ) sont donnés par les relations suivantes :

$$t1 = K_{V1} S_{11} - K_{V1} + K_{V2} S_{12} + K_{V2} S_{31} - K_{C1} S_{11} - K_{C2} S_{21} - K_{C2} S_{31}$$

$$t2 = K_{C1} S_{12} + K_{V2} S_{22} + K_{C2} S_{32} - K_{V1} S_{12} - K_{V2} S_{22} - K_{V2} S_{32}$$

$$t3 = K_{C1} S_{13} + K_{V2} + K_{C2} S_{23} + K_{C2} S_{33} - K_{V1} S_{13} - K_{V2} S_{23} - K_{V2} S_{33}$$

$$t4 = K_{C1} \varepsilon_{11}^\infty + K_{C2} \varepsilon_{22}^\infty + K_{C2} \varepsilon_{33}^\infty - K_{V1} \varepsilon_{11}^\infty - K_{V2} \varepsilon_{22}^\infty - K_{V2} \varepsilon_{33}^\infty$$

$$t5 = K_{C1} \varepsilon_{f11} + K_{C2} \varepsilon_{f22} + K_{C2} \varepsilon_{f33}$$

$$t6 = t1, t7 = t2, t8 = t2$$

$$t9 = K_{C1} \varepsilon_{22}^\infty + K_{C2} \varepsilon_{11}^\infty + K_{C2} \varepsilon_{33}^\infty - K_{V1} \varepsilon_{22}^\infty - K_{V2} \varepsilon_{11}^\infty - K_{V2} \varepsilon_{33}^\infty$$

$$t10 = K_{C1} \varepsilon_{f22} + K_{C2} \varepsilon_{f11} + K_{C2} \varepsilon_{f33}$$

$$t11 = t1, t12 = t2, t13 = t2$$

$$t14 = K_{C1} \varepsilon_{33}^\infty + K_{C2} \varepsilon_{11}^\infty + K_{C2} \varepsilon_{22}^\infty - K_{V1} \varepsilon_{33}^\infty - K_{V2} \varepsilon_{11}^\infty - K_{V2} \varepsilon_{22}^\infty$$

$$t15 = K_{C1} \varepsilon_{f11} + K_{C2} \varepsilon_{f11} + K_{C2} \varepsilon_{f22}$$

Pour pouvoir calculer ces composantes, il faut déterminer les composantes du tenseur des déformations à l'infinie lors de la décharge qui nous permet d'avoir les contraintes globales à la fin de la décharge nulle. Ainsi on pose :

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \langle C_{ijkl} \rangle \left[ \varepsilon_{kl}^{\infty} + \langle S_{kl}^{ijl} \beta^{kl} \rangle - \langle \beta^{kl} \rangle \right] = 0 \quad (3.58)$$

Ceci nous permet d'exprimer le tenseur des déformations à l'infinie comme suit :

$$\varepsilon_{kl}^{\infty} = \langle \beta^{ij} \rangle - \langle S_{kl}^{ij} \beta^{kl} \rangle \quad (3.59)$$

Les composants du tenseur seront exprimés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_{11}^{\infty} = \langle \beta_{11} \rangle - \langle S_{11} \beta_{11} + S_{12} \beta_{21} + S_{13} \beta_{31} \rangle \\ \varepsilon_{22}^{\infty} = \langle \beta_{22} \rangle - \langle S_{21} \beta_{11} + S_{22} \beta_{22} + S_{23} \beta_{32} \rangle \\ \varepsilon_{33}^{\infty} = \langle \beta_{33} \rangle - \langle S_{31} \beta_{11} + S_{32} \beta_{22} + S_{33} \beta_{33} \rangle \end{cases} \quad (3.60)$$

La résolution de ce système nous permet de déterminer l'expression finale de ces composants :

$$\varepsilon_{11}^{\infty} = \frac{M3 - M5}{1 - M5 - M1 + M1} \frac{M3 + M6}{M5 - M4} \frac{M2}{M2} \quad (3.61)$$

Avec  $\varepsilon_{22}^{\infty} = \varepsilon_{11}^{\infty}$  (cas axisymétrique)

$$\varepsilon_{11}^{\infty} = \frac{-M6 + M1}{1 - M5 - M1 + M1} \frac{M6 - M3}{M5 - M4} \frac{M4}{M2} \quad (3.62)$$

Les paramètres  $M$  sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} M1 &= \langle A \rangle + \langle B \rangle - \langle (S_{11} + S_{12}) A \rangle - \langle (S_{11} + S_{12}) B \rangle - \langle S_{13} E \rangle - \langle S_{13} F \rangle \\ M2 &= \langle C \rangle - \langle (S_{11} + S_{12}) C \rangle - \langle S_{13} G \rangle \end{aligned}$$

$$M3 = \langle D \rangle - \langle (S_{11} + S_{12}) D \rangle - \langle S_{13} H \rangle$$

$$M4 = \langle E \rangle + \langle F \rangle - 2 \langle S_{13} A \rangle - 2 \langle S_{13} B \rangle - \langle S_{33} E \rangle - \langle S_{33} F \rangle$$

$$M5 = \langle G \rangle - 2 \langle S_{13} C \rangle - \langle S_{33} G \rangle$$

$$M6 = \langle H \rangle - 2 \langle S_{13} D \rangle - \langle S_{33} H \rangle$$

Les paramètres  $A, B, C, D, E, F, G$  et  $H$  sont définis comme suit :

$$A = \frac{K_{C2} t_2 - K_{V2} t_2 + K_{C1} t_1 - K_{V1} t_1}{t_1^2 - 2 t_2^2 - t_2 t_1}$$

$$B = \frac{K_{C2} t_2 - K_{V2} t_2 + K_{C2} t_1 - K_{V2} t_1}{t_1^2 - 2 t_2^2 - t_2 t_1}$$

$$C = \frac{K_{C1} t_2 - K_{V1} t_2 + K_{C2} t_1 - K_{V2} t_1}{t_1^2 - 2 t_2^2 - t_2 t_1}$$

$$D = -\left( \frac{t_{15} t_2 + t_{10} t_1}{t_1^2 - 2 t_2^2 - t_2 t_1} \right)$$

$$E = \frac{K_{C2} t_1 - K_{V2} t_1 + 2 K_{C1} t_2 - 2 K_{V1} t_2 - K_{C2} t_2 + K_{V2} t_2}{t_1^2 - 2 t_2^2 - t_2 t_1}$$

$$F = \frac{K_{C2} t_1 - K_{V2} t_1 + K_{C2} t_2 - K_{V2} t_2}{t_1^2 - 2 t_2^2 - t_2 t_1}$$

$$G = \frac{K_{C1} t_1 - K_{V1} t_1 + 2 K_{C2} t_2 - 2 K_{V2} t_2 - K_{C1} t_2 + K_{V1} t_2}{t_1^2 - 2 t_2^2 - t_2 t_1}$$

$$H = \frac{t_{15} t_2 - 2 t_2 t_{10} - t_{15} t_1}{t_1^2 - 2 t_2^2 - t_2 t_1}$$

Les contraintes résiduelles seront calculées en utilisant la loi d'élasticité suivante :

$$\sigma = \left( k - \frac{2\mu}{3} \right) tr(\varepsilon) I + 2\mu\varepsilon \quad (3.63)$$

Les contraintes résiduelles locales seront donc calculées par les relations suivantes :

$$\sigma_{11}^C = K_{C1} \varepsilon_{11r}^C + K_{C2} (\varepsilon_{22}^C + \varepsilon_{33}^C) \quad (3.64)$$

$$\sigma_{22}^C = K_{C1} \varepsilon_{22r}^C + K_{C2} (\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{33}^C) \quad (3.65)$$

$$\sigma_{33}^C = K_{C1} \varepsilon_{33r}^C + K_{C2} (\varepsilon_{11}^C + \varepsilon_{22}^C) \quad (3.66)$$

À la fin de cette étape, les déformations résiduelles ainsi calculées seront prises en considération pour calculer les déformations lors des prochains chargements (au lieu de recharger avec des cellules vides en prend en considération les déformations résiduelles calculées à l'étape précédente). Il faut noter qu'à la fin de chaque étape (chargement, maintien en charge et décharge) il sera possible de calculer les déformations, contraintes, déformations résiduelles et contraintes résiduelles moyennes et globales en utilisant la moyenne arithmétique.

## CHAPITRE 4

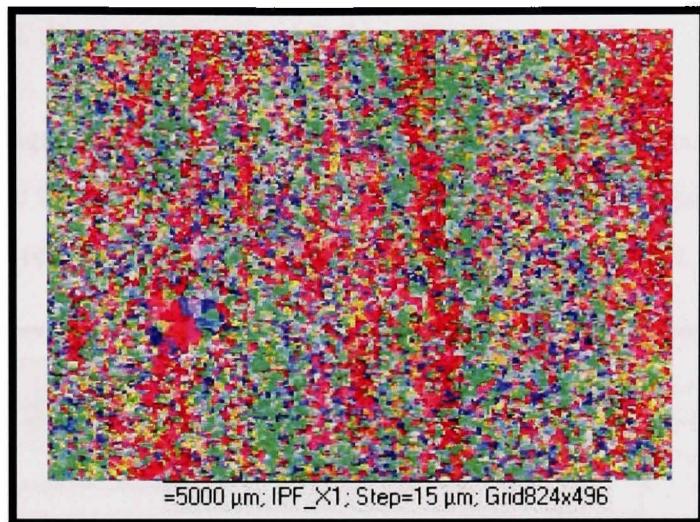
### ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

#### Introduction

L'objectif de cette étude expérimentale consiste en la meilleure compréhension de l'influence de la microstructure sur les propriétés mécaniques des alliages de titane et notamment de leur sensibilité au phénomène de fatigue-fluage et du fluage à température ambiante. Pour cela, des essais expérimentaux ont été réalisés permettant une validation des calculs par automate cellulaire. Ce chapitre présente les résultats d'analyses de deux échantillons d'alliages de titane IMI 834 en fluage et six échantillons en fatigue-fluage. Ils mettent l'emphase sur l'influence du mode d'élaboration des propriétés microstructurales sur les mesures de déformation du matériau.

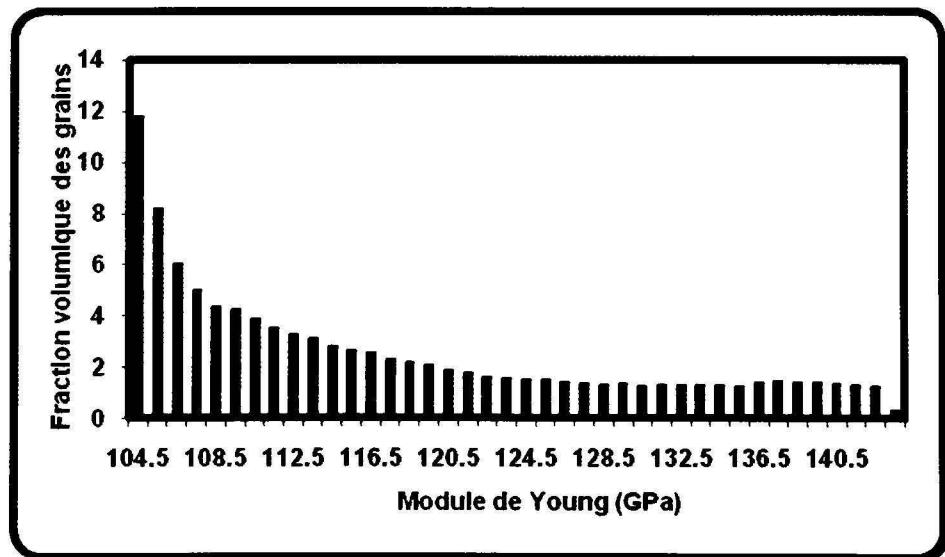
#### 4.1 Caractéristique du matériau

L'alliage de titane IMI 834 combine de bonnes propriétés en fluage et en fatigue à des températures relativement hautes. Il a ainsi permis l'augmentation des températures de service des compresseurs à haute pression de 300 à environ 600°C ces 30 dernières années. Il a été développé comme un substitut aux superalliages à base de nickel, pour les disques de compresseur et aubes des turbines à gaz afin d'augmenter la charge utile et de réduire la consommation de carburant. Cependant, cet alliage est caractérisé par une microstructure fortement hétérogène. Lors de son élaboration, les grains  $\alpha$  ayant le même module d'Young sont parfois regroupés les uns à côté des autres formant ainsi des macrozones (générant des hétérogénéités de distribution des orientations). Ces macrozones prennent naissance durant la période de forgeage des billettes. La figure 4.1 montre un exemple de distribution spatiale des grains dans une microstructure. Chaque couleur correspond à une orientation cristallographique particulière c'est-à-dire à une valeur de module d'Young du grain considéré.



**Figure 4.1** Carte des orientations des grains dans une microstructure typique d'alliage IMI 834 (Analyse par EBSD).

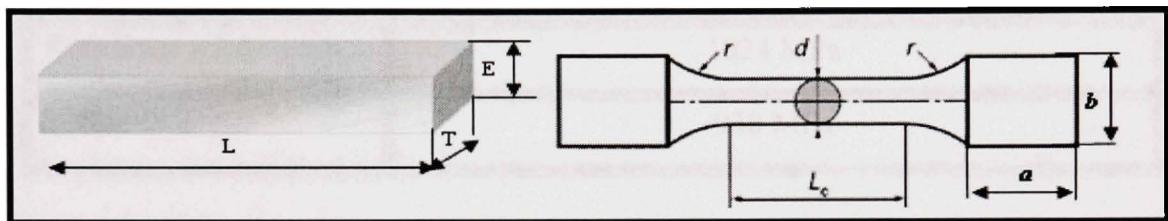
La figure 4.2, montre l'histogramme de la distribution des modules d'Young dans la microstructure. Ces données sont obtenues par une analyse à l'aide de l'EBSD (Electron Back Scattered Diffraction) dans le laboratoire de Métallurgie de l'université de Metz.



**Figure 4.2** Distribution des modules d'Young dans la microstructure.

## 4.2 Éprouvettes d'essai en fluage et fatigue-fluage

Les éprouvettes de fluage et de fatigue-fluage sont usinées à partir de bloc d'alliage de titane (IMI 834) forgé comme le montre la figure 4.3 ci-dessous. Les dimensions des blocs de titane et des éprouvettes sont résumées dans le tableau 4.1 et 4.2 respectivement.



**Figure 4.3 Éprouvette de fluage.**

**Tableau 4.1**  
**Dimensions initiales des blocs du titane extraits d'une pièce forgée**

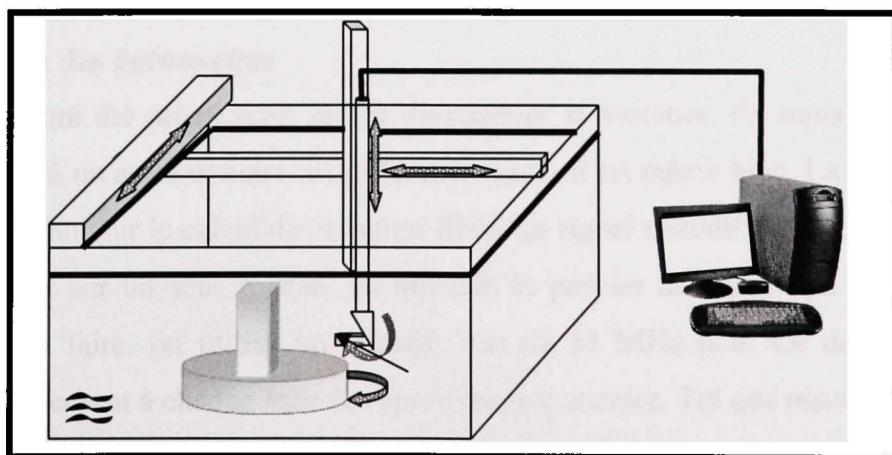
Éprouvette	code	L (mm)	T (mm)	E (mm)
EPBWM 2 C/B	Ep1	90	31.5	18
EPBWM 9 C/B	Ep2	91	31.5	17
EPBWM 26 C/B	Ep3	91	31.5	17
EPBWM 12 B 2	Ep4	90	28	17.5
EPAUP 23 B 2	Ep5	92	26	17
EPBWM 12 D 2	Ep6	90	19	17
EPBWM 12 D 1	Ep7	90	19	17
EPBXC 10 C/B	Ep8	91	29	18

**Tableau 4.2**  
**Dimensions des éprouvettes et les caractéristiques de l'IMI 834**

Dimension	$d$	$L_c$	$r$	$a$	$b$
mm	6.2	30	10	19	16
Résistance à la traction	1024 MPa				
Limite élastique	930 MPa				

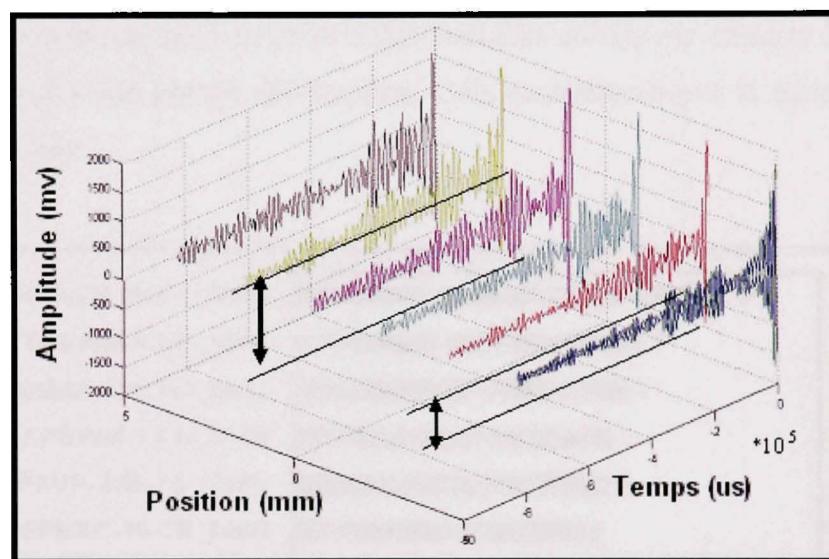
#### 4.3 Analyse ultrasonore

L'analyse ultrasonore a été réalisée dans les laboratoires de l'institut des matériaux (IMI-CNRC) par des chercheurs en place (méthode récemment développée). Pour mesurer la variation des ondes ultrasonores dans le matériau, on utilise un banc d'essai en immersion. Il est constitué d'un bassin rempli d'eau dans lequel est plongé un transducteur. Le matériau est positionné sur un plateau tournant (figure 4.4) et le transducteur peut être contrôlé et orienté selon 3 axes de translation et 3 axes de rotation. Plusieurs paramètres peuvent être acquis simultanément (temps, A-scan, position, etc.) et emmagasinés dans la mémoire d'un ordinateur.



**Figure 4.4 Bain ultrasonore.**

La première étape du travail avait comme objectif la détermination des variations du signal ultrasonore rétrodiffusé en fonction de la position du transducteur à la surface d'une éprouvette. Un transducteur plat de 10 MHz a été utilisé pour faire les mesures. La figure 4.5 montre la variation du signal rétrodiffusé pour des mesures prises à un interval de 0.5 mm le long d'une ligne. Pour un même échantillon, nous ne présentons que 6 mesures pour mieux voir les signaux ultrasonores. Les données ont été traitées en utilisant un programme sous le logiciel Matlab. Nous pouvons voir que le signal rétrodiffusé varie fortement d'un point de mesure à l'autre.



**Figure 4.5** Variation du bruit ultrasonore sur une face d'une éprouvette.

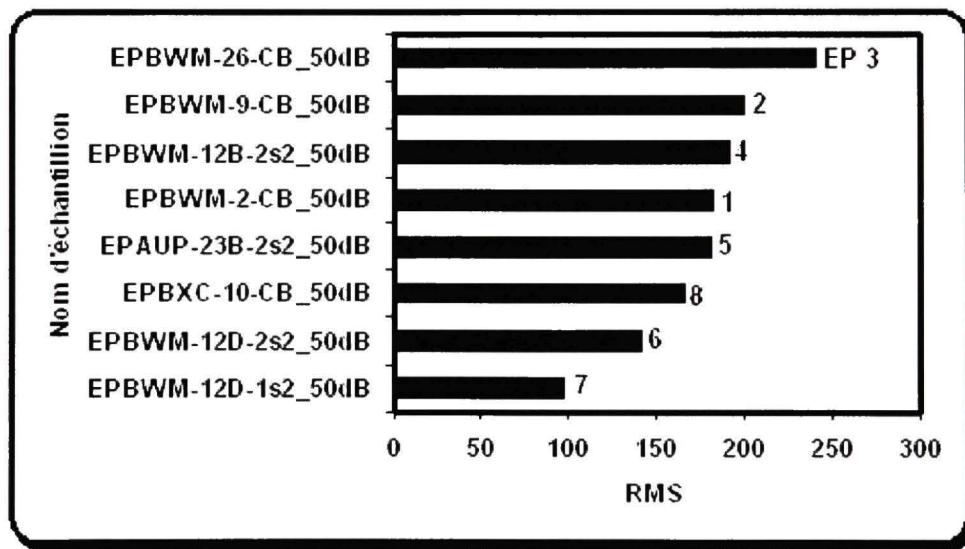
### Classification des éprouvettes

Les mesures ont été prises dans le but d'examiner la variation du signal rétrodiffusé d'un bloc de titane à un autre et entre les différentes faces d'un même bloc. La classification a été faite en se basant sur le calcul de la valeur RMS du signal rétrodiffusé mesurée entre 5 et 25 microsecondes sur un seul A-scan, en utilisant la portion du signal qui précède l'écho du fond. Pour ce faire, on utilise un transducteur de 10 MHz plat. Ce dernier était orienté perpendiculairement à chaque face des éprouvettes mesurées. Tel que résumé à la figure 4.4.

Il faut signaler que pour la même éprouvette, le bruit ultrasonore varie en fonction de la position du transducteur. Il faut s'attendre à ce que la classification des échantillons ayant un bruit avoisinant la limite entre « bruit bas » ou « bruit élevé » soit imprécise.

Malgré cette difficulté, ces mesures ont permis une première classification des éprouvettes. Le niveau de bruit ultrasonore (ici, le bruit ultrasonore est synonyme de signal rétrodiffusé) a permis de distinguer trois catégories d'éprouvettes: des éprouvettes avec un bruit élevé ( $\text{RMS} \geq 200$ ), moyen ( $180 \leq \text{RMS} \geq 160$ ) et bas ( $\text{RMS} \leq 160$ ) (figure 4.6).

Le signal rétrodiffusé varie avec l'orientation cristallographique des grains. Il est fort probable qu'une éprouvette avec un bruit faible veut dire qu'elle est obtenue dans une zone où le matériau a subit une grande déformation. Cela sous-entend que la microstructure est beaucoup plus raffinée.

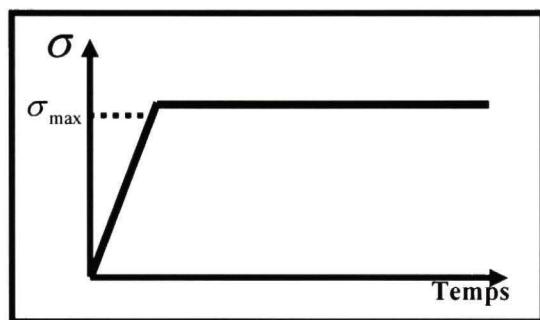


**Figure 4.6** Variation du RMS (Signal Rétrodiffusé) sur chaque éprouvette, avec un seul Scan.

#### 4.4 Essai de fluage

Les essais de fluage sont réalisés sur une machine hydraulique MTS, équipée d'un capteur de force de 40 kN. Les déformations sont suivies au moyen d'un extensomètre de longueur utile

$l_0=25\text{mm}$ . Une centrale de mesure assure le pilotage de l'essai, l'acquisition et le traitement des données (capteur de force, extensomètre et capteur de déplacement). La procédure d'essai est présentée sur la figure 4.6. Le chargement est appliqué progressivement à l'aide d'une rampe. La montée de chargement est de 0.5 secondes. Le matériau est maintenu pendant une durée de 126000 secondes (35 heures) sous une charge maximale de 120.3 ksi (829.5 MPa). Deux éprouvettes ont été testées (Ep 7 et Ep 8).



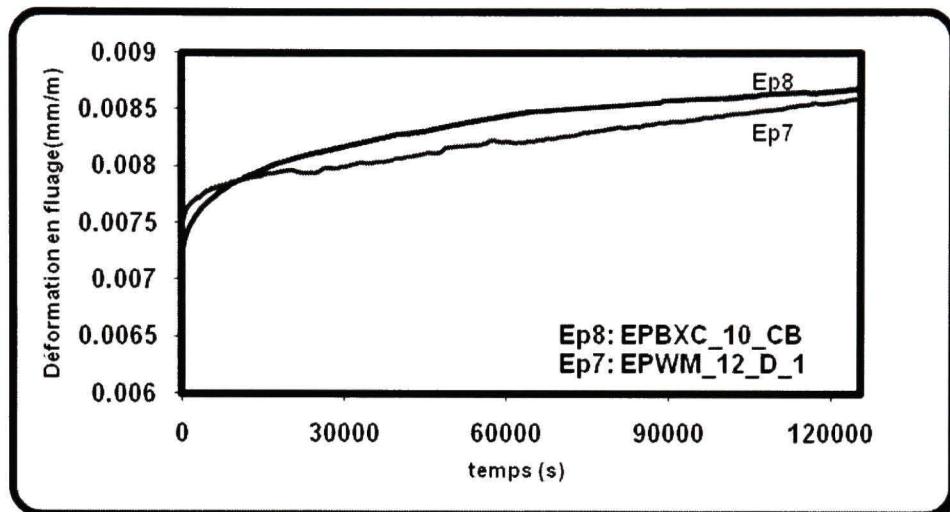
**Figure 4.6 Sollicitation en fluage.**

#### 4.4.1 Résultats de fluage

Les essais de fluage démontrent que pour les mêmes conditions d'essai, il y a une dispersion dans le comportement mécanique. La figure 4.7 montre l'évolution de la déformation en fonction du temps de fluage pour les deux éprouvettes. Théoriquement, on devait s'attendre à ce que la déformation soit la même pour les deux éprouvettes. Cependant, les résultats nous révèlent une petite variation de la réponse en déformation entre les deux éprouvettes.

D'après les données des ultrasons, l'éprouvette «Ep7» a été prise d'une zone qui a subit une plus grande déformation. Par conséquent, il est fort probable que la dispersion des résultats reflète l'influence de la microstructure sur la réponse en fluage des alliages titane. Ceci explique que certaines configurations d'orientations (microstructure) peuvent avoir un comportement très différent de la moyenne lorsqu'ils sont soumis à un essai de fluage.

Ces essais en fluage vont nous servir pour déterminer les propriétés mécaniques des microstructures qui vont être utilisées pour simuler le comportement mécanique par la méthode des automates cellulaires dans le chapitre suivant.



**Figure 4.7 Courbe de déformation en fluage VS le temps de fluage.**

#### 4.5 Essai de fatigue-fluage

Six éprouvettes d'IMI 834 ont été testées en fatigue-fluage dans les conditions suivantes :

Les essais sont asservis en effort à un rapport de charge  $R = 0$ . Les échantillons sont sollicités à une fréquence de 0.0322 Hz (fréquence du cycle). Le nombre de cycles total est limité à  $N = 10000$  cycles. La procédure d'essai est présentée sur la figure 4.8.

Le chargement est appliqué progressivement à l'aide d'une rampe. La durée de chargement est de 0.5 secondes. Un palier d'une durée de 30 secondes, permet de garder l'échantillon sous une charge maximale de 120.3 ksi (829.5 MPa). Le maintien est suivi par une décharge de l'échantillon jusqu'à 0 kN en 0.5 secondes. Le chargement cyclique est ensuite répété pour une durée déterminée ( $N = 10000$  cycles).

L'acquisition de la contrainte ( $\sigma_{\min} \leq F/S \leq \sigma_{\max}$ ) par l'intermédiaire du capteur de force et de la déformation ( $\varepsilon_{\min} \leq \varepsilon_x = \Delta l_x / 10 \leq \varepsilon_{\max}$ ) à l'aide de l'extensomètre permet de suivre

l'évolution du module d'Young longitudinal (Figure 4.9). Ce module sera calculé comme suit :

$$E = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}} \quad (4.1)$$

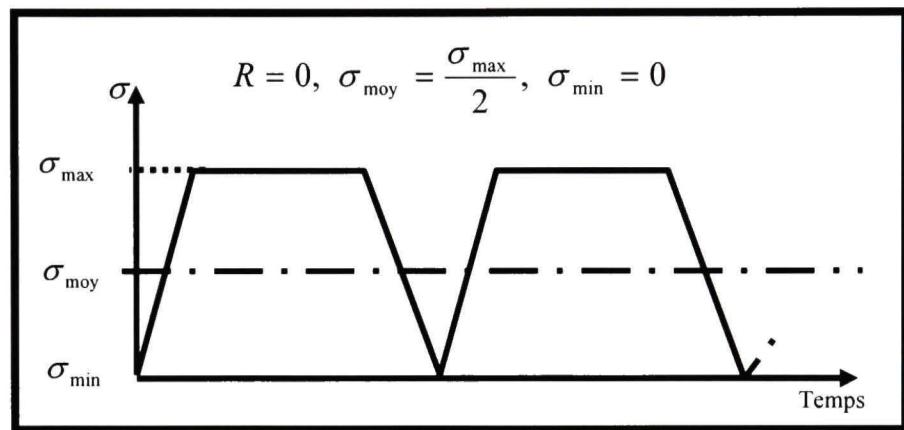


Figure 4.8    *Essai en fatigue-fluage.*

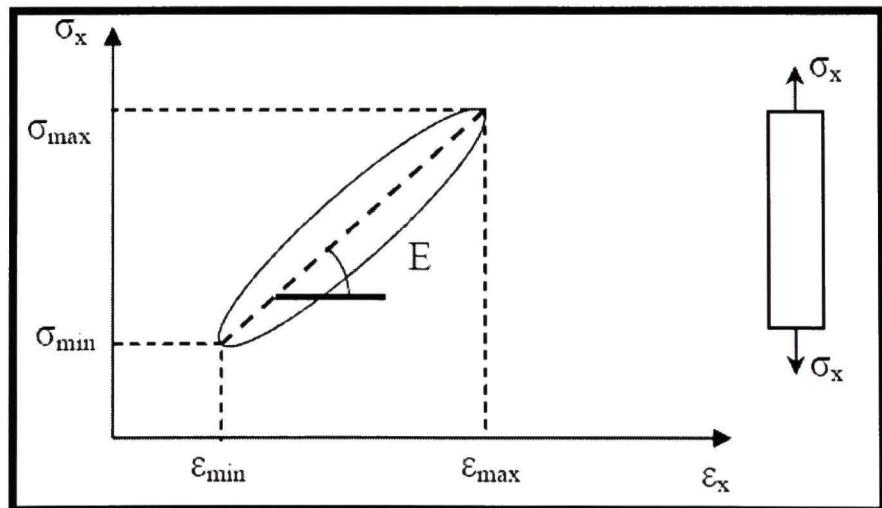


Figure 4.9    *Procédure de calcul de la rigidité lors d'un essai de fatigue-fluage.*

## 4.5.1 Résultats de fatigue-fluage

### 4.5.1.1 Variation de la durée de vie

Les essais de fatigue-fluage démontrent que pour les mêmes conditions d'essai, il y a une dispersion dans la durée de vie entre les différents échantillons (tableau 4.3). La durée de vie moyenne est de l'ordre de 4824 cycles pour un écart type de l'ordre de 1572 cycles. Les durées de vie varient d'une valeur minimale de 3169 pour l'éprouvette 4 à une valeur maximale autour de 7367 cycles pour l'éprouvette 3.

**Tableau 4.3**  
**Évolution de la durée de vie pour les 6 éprouvettes**

Éprouvettes	Durée de vie (cycles)	Contrainte Maximale (MPa)
Ep 5	5592	829.5
Ep 1	5082	829.5
Ep 2	4449	829.5
Ep 6	3285	829.5
Ep 4	3169	829.5
Ep 3	7367	829.5

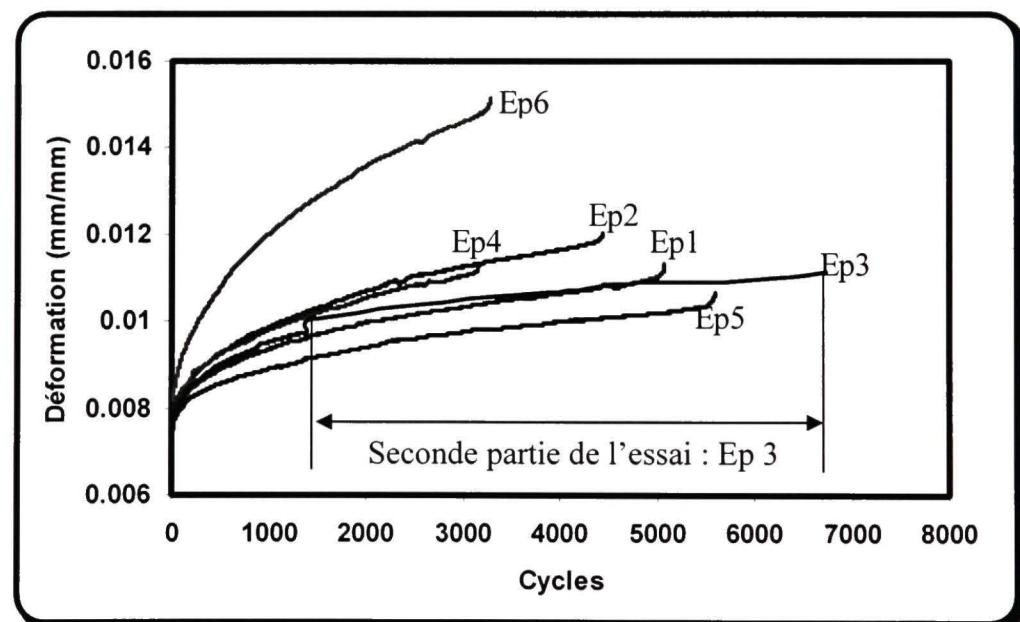
### 4.5.1.2 Variation de la déformation

La figure 4.10 montre l'évolution de la déformation maximale en fonction du nombre de cycles de vie en fatigue. Ces résultats expérimentaux démontrent que malgré l'obtention des éprouvettes à partir d'une même pièce forgée, la réponse en déformation varie d'une

éprouvette à l'autre. On peut distinguer une déformation importante de l'éprouvette 6 par rapport aux autres éprouvettes. Or d'après les mesures ultrasonores, l'éprouvette 6 est prélevée dans une zone qui a subi une grande déformation. On peut donc penser que la dispersion des résultats est due à l'influence de la micro texture sur la réponse en fatigue des alliages titane.

L'éprouvette 3 présente une déformation plus longue dans le temps par rapport aux autres éprouvettes avec une discontinuité à 866 cycles. Cela est dû au glissement de l'extensomètre lors d'un arrêt brusque de la machine. Afin de pouvoir corriger cette différence, nous allons nous baser sur les deux hypothèses suivantes :

- Le décalage entre l'éprouvette 3 et les autres éprouvettes peut être corrigé. Nous soustrairons la différence de tous les points avant la coupure électrique;
- Basé sur l'hypothèse de continuité de l'endommagement, une correction est apportée à la seconde partie de l'essai.



**Figure 4.10** Évolution de la déformation maximale en fonction du nombre de cycle de vie en fatigue-fluage.

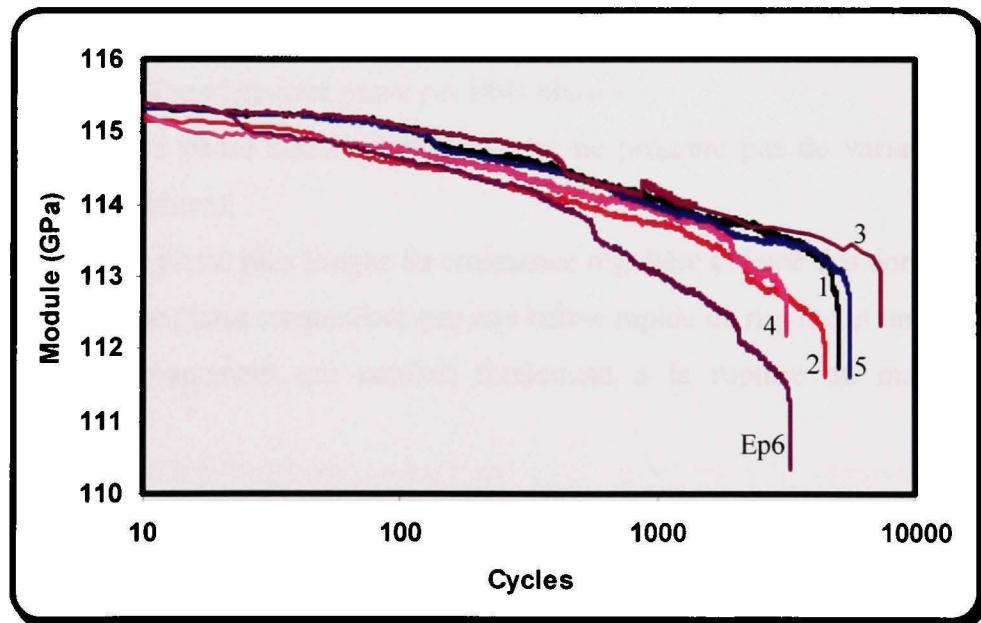
#### 4.5.1.3 Variation de l'endommagement

Les figures semi-logarithmiques 4.11 et 4.12 montrent la variation de la rigidité et de l'endommagement des éprouvettes après les essais de fatigue-fluage. On constate une chute de rigidité et une augmentation de l'endommagement due à la fissuration interne qui règne au sein du matériau.

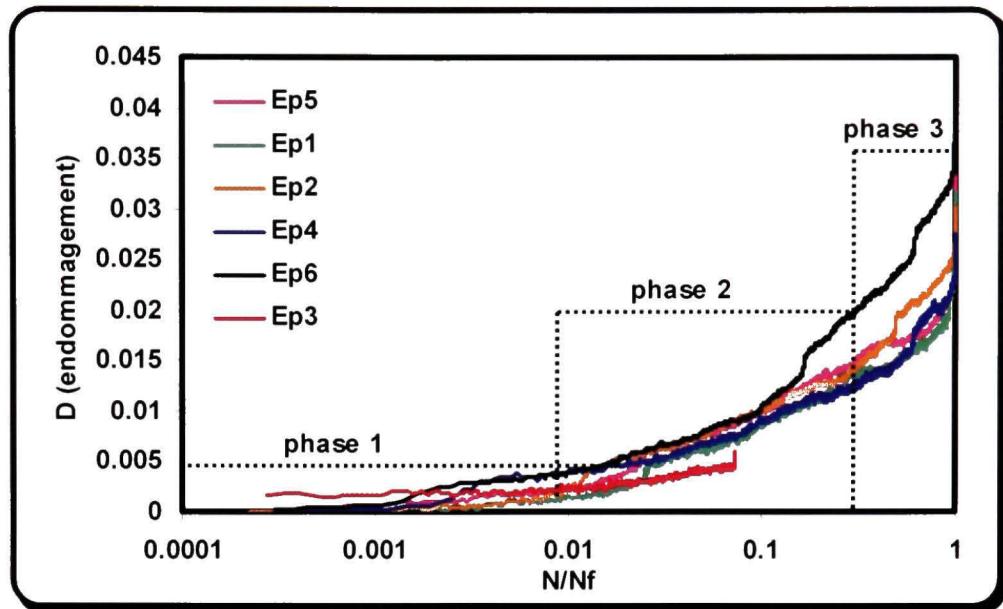
L'endommagement  $D$  est décrit par la relation suivante (Lemaitre et Chaboche, 1985) :

$$D = 1 - \frac{E}{E_0} \quad (4.2)$$

Où  $E_0$  est le module d'Young initial et  $E$  le module d'Young à un cycle de charge donné.



**Figure 4.11 Évolution de la rigidité en fonction du nombre de cycle de vie en fatigue.**



**Figure 4.12** Évolution de l'endommagement en fonction du nombre de cycle de vie en fatigue.

L'évolution de l'endommagement passe par trois phases :

- Une première phase stable d'initiation qui ne présente pas de variation notable de l'endommagement;
- Une seconde phase plus longue de croissance régulière et lente des dommages;
- Une troisième phase caractérisée par une baisse rapide de rigidité et une augmentation de l'endommagement qui conduit finalement à la rupture du matériau (macro-dommages).

L'évolution du module de rigidité montre une chute importante et marquée de l'échantillon 6 par rapport aux autres éprouvettes. Une comparaison du module d'Young initial et final pour chaque échantillon (tableau 4.4) nous permet de voir que la chute de rigidité se situe autour de 4.9 % dans le cas de l'éprouvette 6, alors qu'elle n'est que de l'ordre de 3.2 %, pour les autres éprouvettes.

**Tableau 4.4****Comparaison du Module d'Young initial et final pour les six éprouvettes**

Éprouvettes	Module d' Young initial (GPa)	Module d' Young final (Gpa)
Ep 1	115,360	111,712
Ep 2	115,188	111,600
Ep 3	115,391	113,212
Ep 4	115,366	112,183
Ep 5	115,431	111,611
Ep 6	115,308	110,337

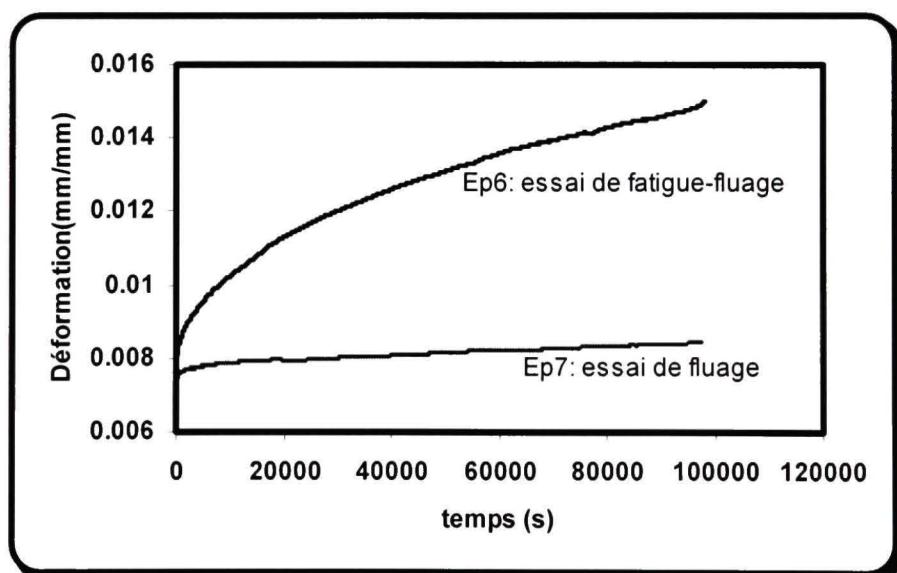
Le tableau 4.5 ci-dessous résume les différents résultats dans un ordre croissant. Globalement, on remarque que l'éprouvette 6 obtenue initialement dans une zone qui a probablement subi une grande déformation lors de la mise en forme du matériau résiste moins au phénomène de fatigue-fluage.

**Tableau 4.5**  
**Classement des éprouvettes**

Classement des éprouvettes dans un ordre croissant						
Durée de vie	Epr 4	Epr 6	Epr 2	Epr 1	Epr 5	EPR 3
Déformation	Epr 5	Epr 1 = Epr 4		EPR 3	Epr 2	Epr 6
Chute de rigidité	Epr 1 = Epr 2 = Epr 5		Epr 4	EPR 3	Epr 6	

#### 4.6 Comparaison entre le fluage et la fatigue-fluage

Pour des contraintes même inférieures à la limite d'élasticité, les alliages de titane se caractérisent par une importante accumulation de la déformation. Ces observations ont été rapportées aussi par (Neearj et al, 2000) dans le cas de l'alliage Ti 6242. Par ailleurs, lorsqu'ils sont soumis à des sollicitations cycliques avec maintien de la charge, ils se déforment d'avantage et ils subissent un endommagement plus tôt que prévu par les théories classiques de la fatigue. La figure 4.13 montre une étude comparative entre l'essai de fluage simple et l'essai combinés de fatigue-fluage obtenue dans les mêmes conditions de charge que précédemment. Les résultats montrent clairement la sensibilité des alliages de titane au phénomène de fatigue-fluage comparativement au fluage simple. Ils montrent une déformation rapide et prononcée au cours de la fatigue-fluage. Ceci peut expliquer en partie l'endommagement prématué des pièces manufacturées qui sont fréquemment confrontées au phénomène de fatigue-fluage.



**Figure 4.13 Courbe de comparaison entre la déformation en fluage et en fatigue-fluage.**

#### 4.7 Conclusion

Dans cette étude expérimentale, on a utilisé huit éprouvettes préparées à partir de blocs d'alliage de titane identique. Deux éprouvettes ont été soumises à des essais de fluage et six éprouvettes ont été soumises à des essais de fatigue-fluage. Différents phénomènes ont été observés :

- La durée de vie et la réponse en déformation varient d'un échantillon à l'autre.
- Les éprouvettes qui ont la durée de vie la plus courte se déforment d'avantage (Ep4, Ep2, Ep6).
- La réponse en déformation lors d'un essai de fatigue-fluage serait plus importante que lors d'un essai de fluage simple.

Cette étude expérimentale a servi en partie à montrer le comportement global et particulier des alliages de titane observés lors du fluage et de la fatigue-fluage, mais aussi la nécessité de la modélisation à l'échelle microscopique-mésoscopique pour mieux comprendre le pourquoi de la dispersion des réponses en fatigue-fluage.

## CHAPITRE 5

### ÉTUDE NUMÉRIQUE

#### Introduction

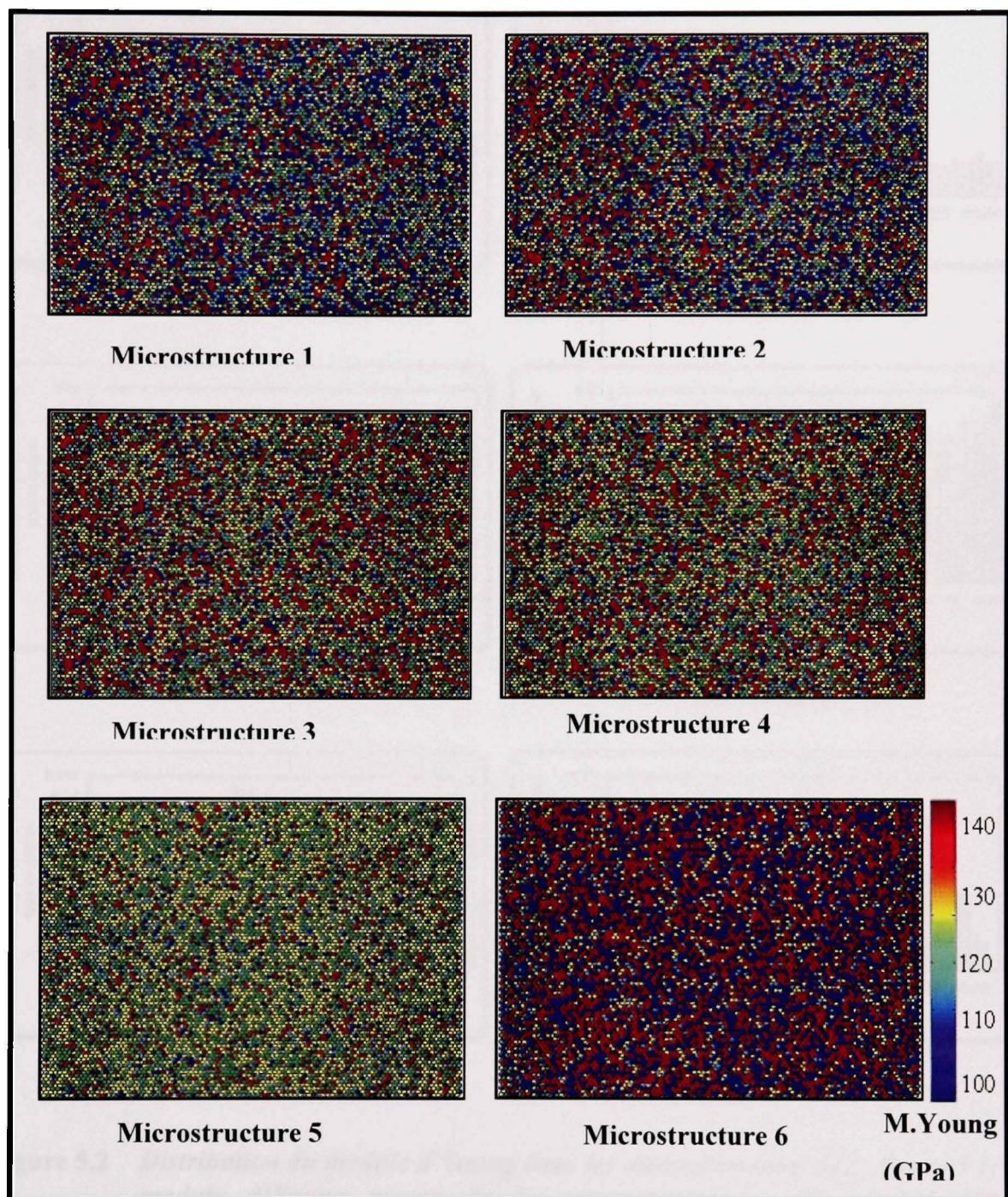
Le fluage à température ambiante des alliages de titane pose de multiples problèmes de durabilité et de fiabilité des structures dans les domaines de la construction aéronautique (synergie fatigue-fluage ou «dwell effect»). Or il est fort probable que cette propension au «fluage à froid» dépend fortement de la texture locale que l'on trouve dans les pièces manufacturées (Bache, 2003). On se propose dans le présent travail d'explorer cette problématique à l'aide de la technique de simulation numérique appelée automate cellulaire. Pour mieux comprendre et caractériser le comportement mécanique de ces matériaux, on étudiera d'abord le comportement en fluage et puis en fatigue -fluage à température ambiante de différents types de microstructure que l'on générera en faisant varier les paramètres mécaniques du matériau. Les déformations et contraintes microscopiques et globales seront documentées. L'objectif est d'étudier, de façon comparative selon l'orientation et la distribution spatiale des textures locales, les contraintes et déformations maximales et minimales. L'évolution de ces données statistiques que seuls les automates cellulaires semblent pouvoir générer permettront de tirer des informations pertinentes. En particulier, les simulations en fatigue-fluage vont nous permettre d'interpréter certains phénomènes métallurgiques tels que l'influence du temps de maintien en fluage, l'apparition des fissures à plusieurs endroits dans l'échantillon à différents moments du cycle de vie, et l'obtention des contraintes élevées au sein de la microstructure qui sont peut être à l'origine des ruptures fatales de ces alliages de titane.

## 5.1 Description des microstructures

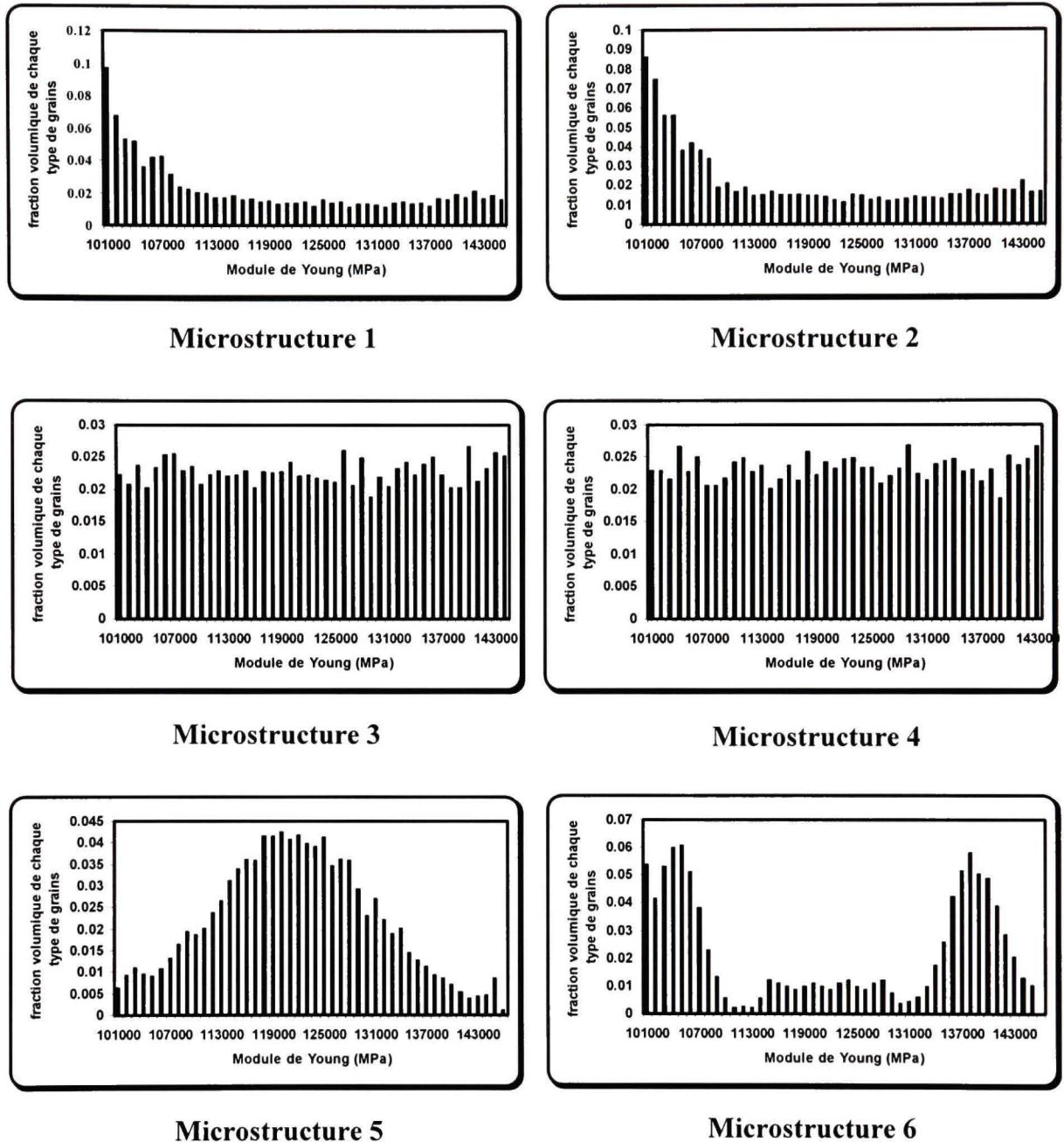
Les alliages de titane quasi alpha sont constitués d'un mélange de grains : 20% d'équiaxes (alpha primaire) possédant une orientation bien définie et 80% d'aciculaires (Alpha secondaire) composés de nombreuses orientations (variants). La structure hexagonale compacte de la phase alpha des alliages de titane implique que le module d'Young d'un grain varie en fonction de son orientation cristallographique par rapport à l'axe de sollicitation (ce module varie dans la gamme allant de 100 à 145 GPa).

Afin de simuler le comportement mécanique de ces alliages en fonction de la répartition spatiale des propriétés mécaniques (particulièrement dans une macrozone), six microstructures apparentées à ces alliages ont été utilisées dans cette étude (figure 5.1). Ces microstructures générées à l'aide d'un programme numérique (développer sous Matlab) sont caractérisées par une matrice de 90\*90 cellules dont chacune possède un module d'Young. Les microstructures sont générées en tirant au hasard des valeurs de module d'Young dans une distribution définie. Ceci permettra d'appliquer le principe d'Eshelby (milieu statistiquement représentatif).

Les microstructures 1 et 2, sont générées à l'aide d'une distribution aléatoire des cellules dans l'espace (distribution selon l'angle d'orientation) où les modules d'Young sont calculés en fonction de l'angle d'orientation. Ces deux microstructures ressemblent d'avantage à un matériau réel d'alliage de titane (voir figure 4.2 du chapitre 4). Par ailleurs les microstructures 3 à 6 sont générées à l'aide d'une distribution aléatoire des valeurs des modules d'Young des cellules. Ces microstructures sont un complément pour les microstructures 1 et 2, elles vont nous permettre de montrer l'influence de certaines distributions particulières sur le comportement en fatigue-fluage. Les distributions des modules d'Young dans les microstructures sont représentées dans la figure 5.2.



**Figure 5.1** *Distribution spatiale des grains dans les microstructures : les différentes couleurs correspondent aux différentes valeurs du module Young (GPa).*



**Figure 5.2** Distribution du module d'Young dans les microstructures de la figure 5.1; le module d'Young moyen de la microstructure 1 ( $E_1=119,225 \text{ GPa}$ ), microstructure 2 ( $E_1=119,320 \text{ GPa}$ ), microstructure 3 ( $E_1=121,446 \text{ GPa}$ ), microstructure 4 ( $E_1=121,223 \text{ GPa}$ ), microstructure 5 ( $E_1=120,213 \text{ GPa}$ ), microstructure 6 ( $E_1=120,457 \text{ GPa}$ ).

## 5.2 Calcul du module d'Young en fonction de l'orientation cristalline

Une formulation des constantes de rigidité élastique en fonction de la direction de sollicitation par rapport à la maille cristalline élémentaire est donnée par (Hayes, 1972). Pour la direction de sollicitation  $n$  ( $n_1, n_2, n_3$ ), le module d'Young  $E(n)$  est donné en notation matricielle par l'équation suivante:

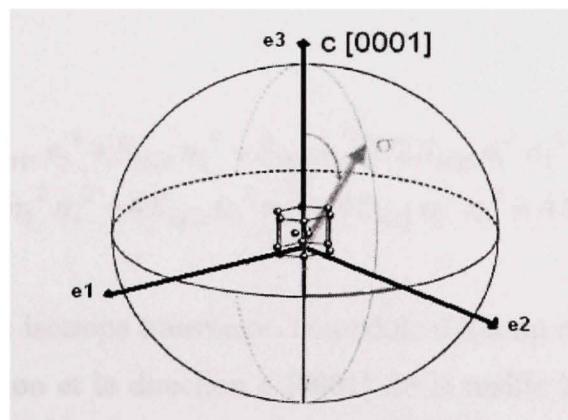
$$E(n) = [n^{\otimes 2} : S : n^{\otimes 2}]^{-1} \quad (5.1)$$

Où  $S$  représente la matrice de souplesse,  $\otimes$  le produit matriciel et  $(:)$  la double contraction matricielle telle que  $B:m = \sum_{kl} B_{ijkl} m_{kl}$ .

La maille hexagonale compacte est généralement supposée vérifier une symétrie transverse selon l'axe (c). La rigidité élastique est dans ce cas homogène dans le plan de base. Ceci a été implicitement introduit dans la matrice de souplesse par les relations :

$$S_{1111} = S_{2222}; S_{1133} = S_{2233} \text{ et } S_{1212} = \frac{1}{4} (\frac{1}{2} (S_{1111} - S_{1122})) \quad (5.2)$$

Avec dans le repère orthonormé cristallin ( $e_1, e_2, e_3$ ) les directions 1 et 2 comprises dans le plan de base et la direction 3 confondue avec l'axe c [0001] (figure 5.3).



**Figure 5.3 Cellule élémentaire hexagonale compacte.**

Dans le cas des structures hexagonales au lieu de définir les indices à partir des trois axes non coplanaires Ox, Oy et Oz on définit les indices de Miller-Bravais à partir de quatre axes e1, e2, e3 et C, les trois premiers sont coplanaires et forment entre eux des angles de 120°, le quatrième est normal au plan qui contient e1, e2, e3. Ces indices des plans sont notés (hkil), on les obtient de la même façon que les indices de Miller. Les trois premiers sont reliés à trois vecteurs de même longueurs et coplanaires (e1, e2, e3), le troisième indices égale à [i=-(h+k)]. La direction de l'axe c de la maille hexagonale a comme coordonnées [0001].

Les valeurs des constantes de la matrice de souplesse de la phase  $\alpha$  du titane considérées dans ce travail sont celles obtenues à partir de mesures expérimentales à température ambiante sur du titane  $\alpha$  pure par (Flowers et al, 1964) et (Fisher et al, 1964) mais normalisée pour un alliage TA6Al4V fortement texturé :

$$S_{1111} = 9,98 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2\text{N}^{-1}, S_{1122} = -4,71 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2\text{N}^{-1}, S_{1133} = S_{2233} = -1,93 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2\text{N}^{-1}, \\ S_{3333} = 6,90 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2\text{N}^{-1}, S_{1313} = S_{2323} = 5,35 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2\text{N}^{-1} \text{ et } S_{1212} = 1,84 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2\text{N}^{-1}.$$

En dehors des composantes symétriques, les autres constantes de la matrice de souplesse sont nulles. En notation indicelle de la formulation de (Hayes, 1972) donnée plus haut, l'inverse du module E peut s'écrire :

$$1/E(n) = n^{\otimes 2} : S : n^{\otimes 2} = \sum_{ijkl} S_{ijkl} n_i n_j n_k n_l \quad (5.3)$$

Avec  $n = n(n_1, n_2, n_3)$

$$1/E = S_{1111} n_1^4 + S_{2222} n_2^4 + S_{3333} n_3^4 + 2S_{1122} n_1^2 n_2^2 + 2S_{1133} n_1^2 n_3^2 \\ + 2S_{2233} n_2^2 n_3^2 + 4S_{2323} n_2^2 n_3^2 + 4S_{1313} n_1^2 n_3^2 + 4S_{1212} n_1^2 n_2^2 \quad (5.4)$$

Étant donné la symétrie isotrope transverse, le module d'Young ne dépend que de l'angle  $\theta$  entre l'axe de sollicitation et la direction c [0001] de la maille hexagonale compacte de la phase  $\alpha$  du TA6Al4V comme schématisé sur la figure 5.3. En considérant que l'axe de sollicitation  $\sigma$  ait pour coordonnées dans le repère cristallin l'expression :

$$\sigma(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (\sin(\theta), 0, \cos(\theta)),$$

$$n(n1, n2, n3) = (\sin(\theta)\cos(\varphi), \sin(\theta)\sin(\varphi), \cos(\theta))$$

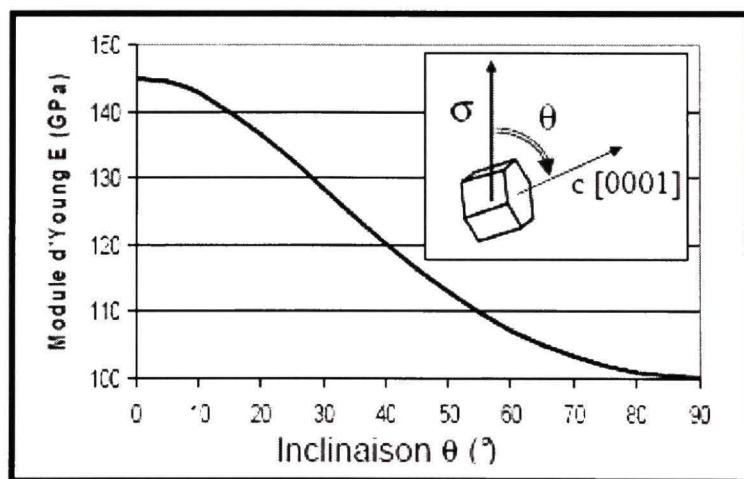
En développant la formulation indicielle de  $1/E$ , on obtient :

$$\begin{aligned} 1/E &= S_{1111} + (-2S_{1111} + 2S_{1133} + 4S_{1313})\cos^2(\theta) \\ &\quad + (S_{1111} - 2S_{1133} + S_{3333} - 4S_{1313})\cos^4(\theta) \end{aligned} \quad (5.5)$$

soit :

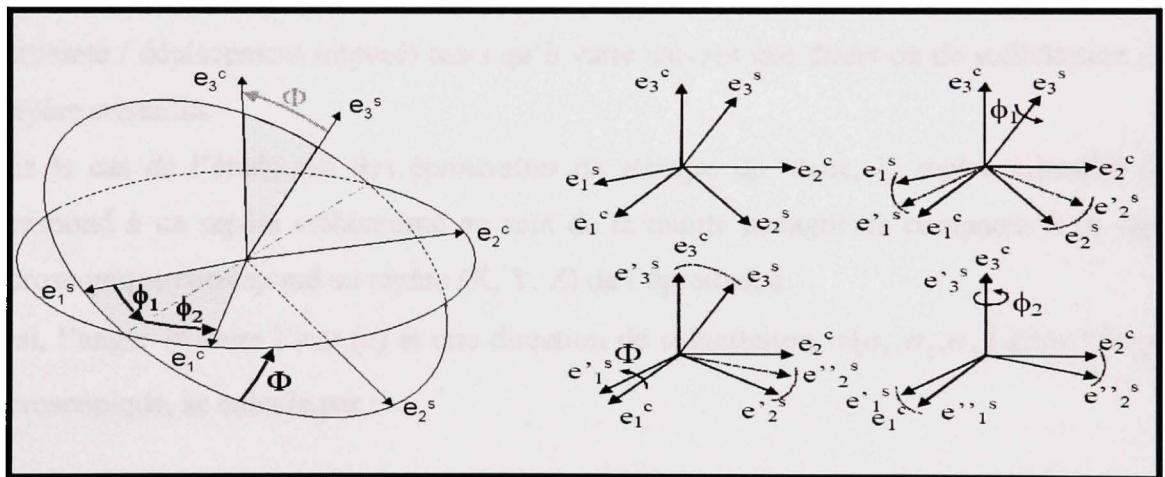
$$E = \frac{10^{12}}{9,98 - 2,42 \cos^2(\theta) - 0,66 \cos^4(\theta)} \quad (5.6)$$

L'évolution théorique du module d'Young calculée en fonction de l'angle  $\theta$  est tracée sur la figure 5.4. Le module d'Young est maximal lorsque la direction de sollicitation est confondue avec l'axe c et vaut 145,6 GPa. Il est minimal et vaut 100,2 GPa lorsque la direction de sollicitation est perpendiculaire à l'axe c, elle est par conséquent inscrite dans le plan de base.



**Figure 5.4** Évolution du module d'Young E de la phase  $\alpha$  du TA6Al4V en fonction de l'angle d'inclinaison  $\theta$  entre l'axe c et l'axe de sollicitation.

Dans le modèle d'automates cellulaires développé, l'ensemble des grains est caractérisé par leur module d'Young. Ce dernier ne dépend donc que de l'angle  $\theta$  entre l'axe c et la direction de sollicitation. Cependant, les outils de caractérisation cristalline des matériaux tels que l'EBSD (Electron Backscattering Diffraction) fournissent l'orientation locale du réseau cristallin par rapport au repère macroscopique suivant les 3 dimensions. Cette orientation est généralement fournie au travers des angles d'Euler. Dans la convention de Berger, les trois angles d'Euler ( $\phi_1$ ,  $\phi$ ,  $\phi_2$ ) donnent les trois rotations entre le repère cristallin ( $e_1^c$ ,  $e_2^c$ ,  $e_3^c$  : axes principaux du cristal) et le repère macroscopique ( $e_1^s$ ,  $e_2^s$ ,  $e_3^s$  : axes principaux de l'échantillon) (figure 5.5).  $\phi_1$  est la rotation autour de l'axe  $e_3^s$ , suivie par la rotation  $\phi$  autour de l'axe  $e_1^s$  et finalement suivie par la troisième rotation  $\phi_2$  autour de l'axe  $e_3^s$  à nouveau.  $\phi_1$  et  $\phi_2$  varient de 0 à  $2\pi$  et  $\phi$  de 0 à  $\pi$ .



**Figure 5.5** Représentation de la rotation des angles d'Euler ( $\phi_1$ ,  $\phi$ ,  $\phi_2$ ); ( $e_1^c$ ,  $e_2^c$ ,  $e_3^c$ ) axes du cristal et ( $e_1^s$ ,  $e_2^s$ ,  $e_3^s$ ) axes de l'échantillon. (Tiré de Bridier, 2006)

Ce changement de repère se formalise par la matrice de rotation G

$$G = \begin{bmatrix} e_1^S & e_2^S & e_3^S \\ \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 - \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \cos\phi & \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \sin\varphi_2 \cos\phi & \sin\varphi_2 \sin\phi \\ -\cos\varphi_1 \sin\varphi_2 - \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos\phi & -\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos\phi & \cos\varphi_2 \sin\phi \\ \sin\varphi_1 \sin\phi & -\cos\varphi_1 \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1^C \\ e_2^C \\ e_3^C \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

La matrice d'orientation G est la matrice de changement de repère entre le repère orthonormé cristallin ( $e_1^C, e_2^C, e_3^C$ ) et le repère orthonormé macroscopique ( $e_1^S, e_2^S, e_3^S$ ). Le calcul des paramètres de la matrice G vient naturellement de l'expression de chaque vecteur unitaire de l'un des repères en fonction des vecteurs unitaires de l'autre repère. L'utilité de la matrice G vient du fait que le module d'Young doit être exprimé dans le repère macroscopique (contrainte / déplacement imposé) mais qu'il varie suivant une direction de sollicitation dans le repère cristallin.

Dans le cas de l'étude sur des éprouvettes en alliages de titane, le repère cristallin ( $e_i^C$ ) correspond à un repère orthonormé au sein de la maille hexagonale compacte et le repère macroscopique correspond au repère (X, Y, Z) de l'éprouvette.

Ainsi, l'angle  $\theta$  entre l'axe (c) et une direction de sollicitation  $\sigma(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  dans le repère macroscopique, se calcule par :

$$\cos(\theta) = \sigma_1 \sin(\varphi_1) \sin(\phi) - \sigma_2 \cos(\varphi_1) \sin(\phi) + \sigma_3 \cos(\phi) \quad (5.8)$$

Soit

$$\theta = \arccos(\sigma_1 \sin(\varphi_1) \sin(\phi) - \sigma_2 \cos(\varphi_1) \sin(\phi) + \sigma_3 \cos(\phi)) \quad (5.9)$$

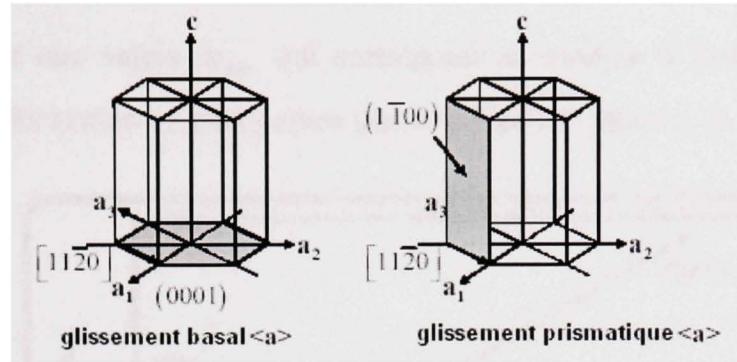
A partir de la distribution en orientation cristalline, il est alors aisément d'obtenir la distribution en module d'Young théorique à partir de l'équation (5.6). Cette distribution en module d'Young pourra alors être une donnée d'entrée au modèle d'automates cellulaires.

### 5.3 Propriétés mécaniques des microstructures

Pour mettre en évidence certains phénomènes métallurgiques, les microstructures ont été générées de telle manière que leurs propriétés mécaniques moyennes soient approximativement égales. Ainsi les valeurs moyennes des modules d'Young  $\langle E \rangle$  et celles du paramètre de résistance  $\langle \kappa \rangle$  définies dans l'équation (3.41) seront approximativement égales, en particulier pour les microstructures 3 à 6 qui ont des distributions spatiales très différentes. Par ailleurs la valeur locale du paramètre de résistance  $\kappa$  que chaque grain (cellule) va prendre sera tributaire de son orientation cristallographique dans la microstructure, plus  $\kappa$  sera faible plus le grain pourra fluer facilement. En absence de données expérimentales sur la valeur réelle du paramètre de résistance  $\kappa$  d'un monocristal du titane en fonction de son orientation, ce paramètre sera calculé en première approximation en fonction du module d'Young de chaque grain (cellule).

$$\kappa = f(E) \quad (5.10)$$

Le calcul de ce paramètre va se faire, en tenant compte de certains phénomènes métallurgiques propres aux alliages de titane. En effet deux principales observations ont été rapportées concernant le glissement cristallographique des grains dans les alliages de titane. Selon Bach, (1997), Bridier, (2006) et Savage, (2000) le glissement des grains dans les alliages de titane se fait surtout selon les plans prismatiques et basaux de la structure hexagonale  $\alpha$  (figure 5.6). C'est les grains avec une orientation comprise entre  $55^\circ$  et  $90^\circ$  qui sont susceptibles de se déformer, soit les grains dont l'angle entre leur grand axe ( $c$ ) et la contrainte de chargement varie entre  $55^\circ$  et  $90^\circ$  (Module d'Young varie entre 100 GPa et 110 GPa). Selon Bieler et al, (2002) le glissement des grains se fait beaucoup plus dans le plan basal, c'est-à-dire les grains qui sont dans la zone d'orientation à  $55^\circ$  se déforment plus facilement que les autres.



**Figure 5.6 Plans de glissements de la cellule élémentaire hexagonale compacte.**

Ainsi, suite à ces observations une relation a été établie pour permettre aux grains orientés favorablement de glisser selon le plan basal ( $55^\circ$ ) et prismatique ( $90^\circ$ ). En jouant sur le paramètre de résistance  $\kappa$ , une relation entre  $E$  et  $\kappa$  a été définie par partie.

$$\kappa^C = a E^C + b \quad (5.11)$$

Où  $E^c$  est le module d'Young de chaque grain (cellule) et  $\kappa^C$  la valeur du paramètre de résistance du matériau dans chaque grain (cellule).

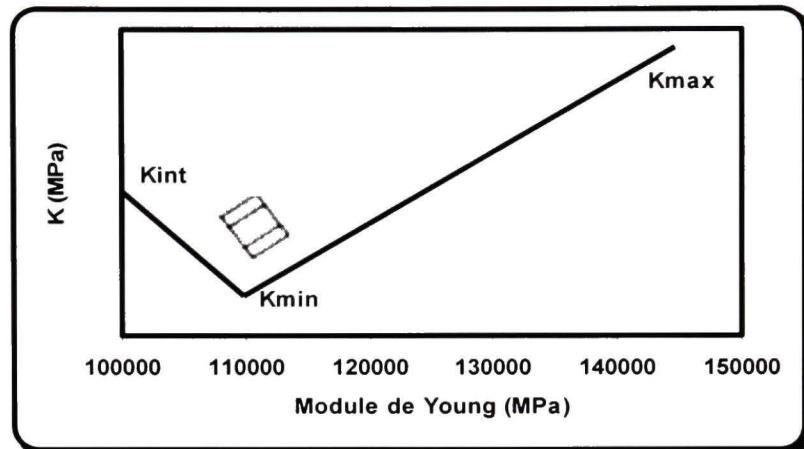
Deux hypothèses sont considérées afin de calculer le paramètre  $\kappa^C$  dans chaque grain (cellule): l'hypothèse selon laquelle seuls les grains favorables au glissement basal sont facilement déformables par fluage à froid (hypothèse I) et l'hypothèse selon laquelle les glissements prismatiques sont possibles également (hypothèse II).

### 5.3.1 Hypothèse de glissement cristallographique I

On considère que seuls les grains (cellules) qui sont dans la zone d'orientation proche de  $55^\circ$  se déforment d'avantage. Cela veut dire que le glissement se fait selon les plans basaux.

Dans ce cas, le calcul du paramètre de résistance  $\kappa^C$  se fait en choisissant une valeur  $\kappa_{\max}$  correspondant au module d'Young maximale  $E = 145 \text{ GPa}$  afin d'empêcher le glissement de ces grains, une valeur intermédiaire  $\kappa_{\text{int}}$  qui correspond au module d'Young minimale

$E = 100 \text{ GPa}$  et une valeur  $\kappa_{\min}$  qui correspond au module d'Young  $E = 110 \text{ GPa}$  pour privilégier la déformation de grains ayant une telle rigidité (figure 5.7).



**Figure 5.7** Évolution du paramètre de résistance  $\kappa^C$  en fonction du module d'Young (Hypothèse I: glissement basal).

L'équation (5.11) sera alors utilisée dans un premier temps pour calculer le paramètre  $\kappa^C$  des grains dont le module d'Young est compris entre 110 GPa et 145 GPa avec  $a$  et  $b$  donnés par:

$$a = \frac{\kappa_{\max} - \kappa_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} \quad (5.12)$$

$$b = \kappa_{\min} - \frac{\kappa_{\max} - \kappa_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} E_{\min} \quad (5.13)$$

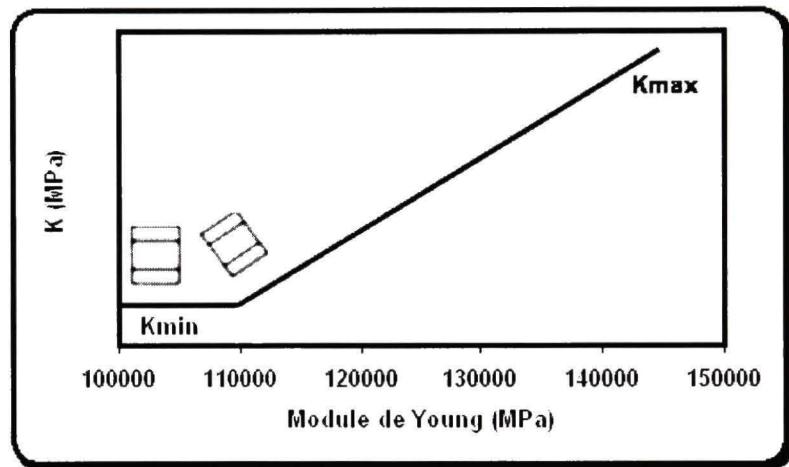
Entre 100GPa et 110 GPa  $a$  et  $b$  seront calculés comme suit

$$a = \frac{\kappa_{\text{int}} - \kappa_{\min}}{E_{\text{int}} - E_{\min}} \quad (5.14)$$

$$b = \kappa_{\min} - \frac{\kappa_{\text{int}} - \kappa_{\min}}{E_{\text{int}} - E_{\min}} E_{\min} \quad (5.15)$$

### 5.3.2 Hypothèse de glissement cristallographique II

On considère que tous les grains (cellules) localisées dans la zone d'orientation allant de  $55^\circ$  à  $90^\circ$  se déforment facilement. Pour cela, le glissement se fait selon les plans prismatiques et basaux. Dans ce cas, le calcul du paramètre  $\kappa^C$  se fait en choisissant une valeur maximale  $\kappa_{\max}$  qui correspond au module d'Young maximale  $E = 145 \text{ GPa}$  pour empêcher la déformation des grains avec une telle rigidité et une valeur  $\kappa_{\min}$  correspondant au module d'Young  $E = 100 \text{ GPa}$  pour les grains qui se déforment (figure 5.8).



**Figure 5.8 Évolution du paramètre de résistance  $\kappa^C$  en fonction du module d'Young (Hypothèse II: glissement prismatique et basal).**

L'équation (5.11) sera alors utilisée dans un premier temps pour calculer le paramètre  $\kappa^C$  des grains dont leur module d'Young est compris entre 110 GPa et 145 GPa avec comme expression de  $a$  et  $b$  :

$$a = \frac{\kappa_{\max} - \kappa_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} \quad (5.16)$$

$$b = \kappa_{\min} - \frac{\kappa_{\max} - \kappa_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} E_{\min} \quad (5.17)$$

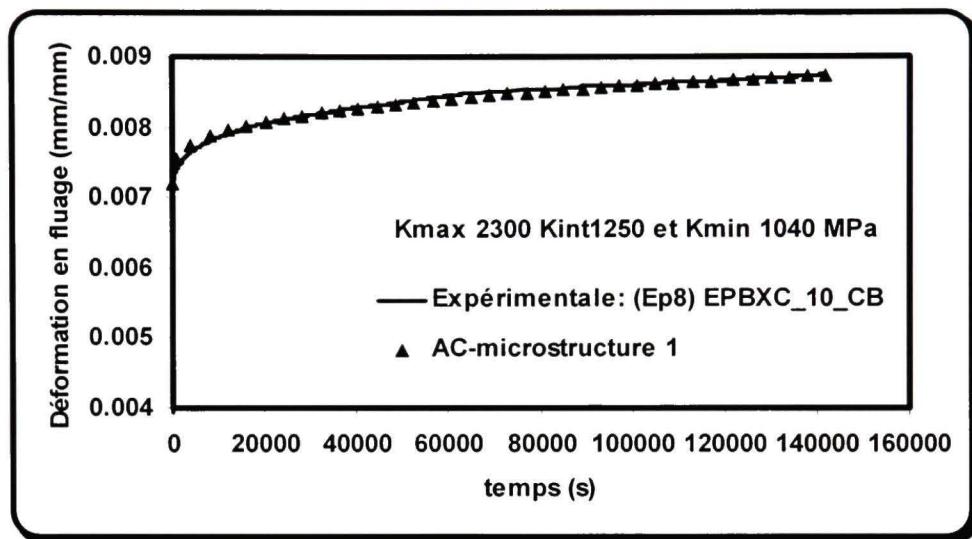
Le paramètre de résistance  $\kappa^c$  des grains dont leur module d'Young est compris entre 100 GPa et 110 GPa recevra la valeur minimale  $\kappa_{\min}$  choisie.

Il est très important de noter que dans le cas des automates cellulaires le concept de maillage n'est plus utilisé. En revanche, on considère que chaque cellule sera liée bijectivement à un grain. Dans le cas présent, le matériau est représenté par un empilement d'hexagones, et le voisinage de chaque grain est constitué par ses 6 premiers voisins. De plus, vu les faibles déformations qui sont mises en jeu lors du fluage à température ambiante des alliages simulés, le glissement aux joints de grains n'est pas pris en considération dans le modèle, de telle sorte que les relations de voisinage ne changent pas au cours de la déformation.

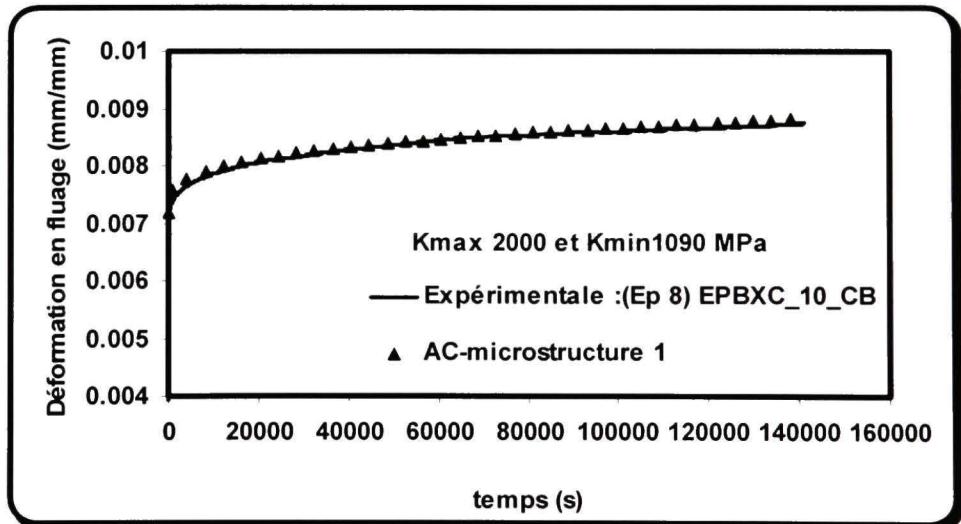
### 5.3.3 Calcul numérique des paramètres définissant $\kappa^c$

Dans le but de justifier le choix des paramètres  $\kappa$  pouvant être considérés comme des valeurs de référence pour la suite de nos travaux, une étude comparative entre la simulation numérique du fluage menée sur la microstructure 1 et le fluage expérimental mené sur l'éprouvette (Ep8) EPBXC\_10\_CB été réalisée. Le fluage est effectué en simulant des tests à déformation imposée  $\varepsilon_{ij}^\infty$  jusqu'à ce que le matériau atteigne une contrainte globale préétablie  $\sigma_{ij}^\infty = 830 \text{ MPa}$ . Le matériau sera maintenu à cette charge pendant toute la durée du fluage (50 heures). Selon les deux hypothèses émises dans cette étude, les paramètres  $\kappa_{\max}$ ,  $\kappa_{\min}$  et  $\kappa_{\text{int}}$  ont été introduits par itération jusqu'à ce que la courbe numérique vienne coïncider avec la courbe expérimentale. Ainsi, dans le cas de l'hypothèse I (glissement basal) on a trouvé les valeurs données par :  $\kappa_{\max} = 2300 \text{ MPa}$ ,  $\kappa_{\text{int}} = 1250 \text{ MPa}$  et  $\kappa_{\min} = 1040 \text{ MPa}$ . Tandis que dans le cas de l'hypothèse II (glissement prismatique et basal)  $\kappa_{\max} = 2000 \text{ MPa}$  et  $\kappa_{\min} = 1900 \text{ MPa}$ . Les paramètres  $m$  et  $n$  de la loi de puissance de l'équation (3.42) sont identiques pour les deux hypothèses et valent 0.01 et 0.025 respectivement.

Les figures 5.9 et 5.10 montrent l'évolution de la déformation en fonction du temps de fluage selon l'hypothèse I et II respectivement.



**Figure 5.9** Courbe de déformation en fluage versus le temps de fluage: comparaison entre l'éprouvette 8 (voir chapitre 4) et la microstructure 1 (Hypothèse I, glissement basal).



**Figure 5.10** Courbe de déformation en fluage versus le temps de fluage: comparaison entre l'éprouvette 8 (voir chapitre 4) et la microstructure 1 (Hypothèse II, glissement prismatique et basal).

Les deux résultats montrent selon les valeurs introduites, une concordance entre la réponse en déformation numérique et expérimentale selon les valeurs numériques choisies du paramètre de résistance du matériau «  $\kappa$  » et des paramètres de loi de puissance  $m$  et  $n$  de l'équation (3.42). Ces valeurs calculées seront les valeurs de références des paramètres mécaniques des microstructures utilisées pour le reste de l'étude. Les tableaux 5.1 et 5.2 résument les paramètres mécaniques des 6 microstructures.

**Tableau 5.1**  
**Paramètres mécaniques des microstructures (hypothèse I)**

	Module d'Youngmoyen $\langle E \rangle$ (GPa)	Intervalle de variation de $E$ (GPa)	Paramètre $\langle \kappa \rangle$ (MPa) moyen	Intervalle de variation de $\kappa$ (MPa)
Microstructure 1	119,225	$E_{\max} = 144,930$ $E_{\min} = 100,200$	1436	
Microstructure 2	119,320	$E_{\max} = 144,930$ $E_{\min} = 100,200$	1442	$\kappa_{\max} = 2300$
Microstructure 3	121,446	$E_{\max} = 143,999$ $E_{\min} = 100,004$	1555	$\kappa_{\text{int}} = 1250$
Microstructure 4	121,223	$E_{\max} = 142,993$ $E_{\min} = 100,000$	1552	$\kappa_{\min} = 1040$
Microstructure 5	120,213	$E_{\max} = 144,980$ $E_{\min} = 100,000$	1433	
Microstructure 6	120,457	$E_{\max} = 144,000$ $E_{\min} = 100,000$	1590	
Pour toutes les microstructures les paramètres de loi de puissance de l'équation (3.40) $m$ et $n$ vaut 0.01 et 0.025 respectivement.				

**Tableau 5.2**  
**Paramètres mécaniques des microstructures (hypothèse II)**

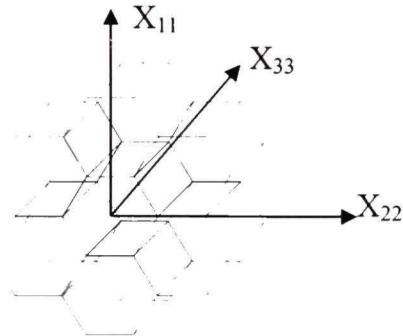
	Module d'Young moyenne $\langle E \rangle$ (GPa)	Intervalle de variation de $E$ (GPa)	Paramètre moyen $\langle \kappa \rangle$ (MPa)	Intervalle de variation de $\kappa$ (MPa)
Microstructure 1	119,225	$E_{\max} = 144,930$ $E_{\min} = 100,200$	1331	
Microstructure 2	119,320	$E_{\max} = 144,930$ $E_{\min} = 100,200$	1334	
Microstructure 3	121,446	$E_{\max} = 143,999$ $E_{\min} = 100,004$	1444	$\kappa_{\max} = 2000$
Microstructure 4	121,223	$E_{\max} = 142,993$ $E_{\min} = 100,000$	1442	$\kappa_{\min} = 1090$
Microstructure 5	120,213	$E_{\max} = 144,980$ $E_{\min} = 100,000$	1372	
Microstructure 6	120,457	$E_{\max} = 144,000$ $E_{\min} = 100,000$	1445	

Pour toutes les microstructures les paramètres de loi de puissance de l'équation (3.40)  $m$  et  $n$  vaut 0.01 et 0.025 respectivement.

#### 5.4 Simulation du comportement mécanique en fluage simple

Le calcul du fluage a été mené sur les six microstructures en simulant des essais à déformation imposée à l'infini jusqu'à ce que la contrainte globale préétablie de 830 MPa soit atteinte. Puisqu'on est axisymétrique, la contrainte globale de 830 MPa qu'on devait atteindre est vérifiée selon la direction principale de la charge appliquée (direction  $X_{33}$ ; figure 5.11).

Le matériau est maintenu à cette charge pendant une période de 50 heures pendant laquelle le matériau flue. La simulation du fluage est menée selon les deux hypothèses I et II émises précédemment.



**Figure 5.11 : représentation des directions de sollicitation dans l'hexagone d'un AC**

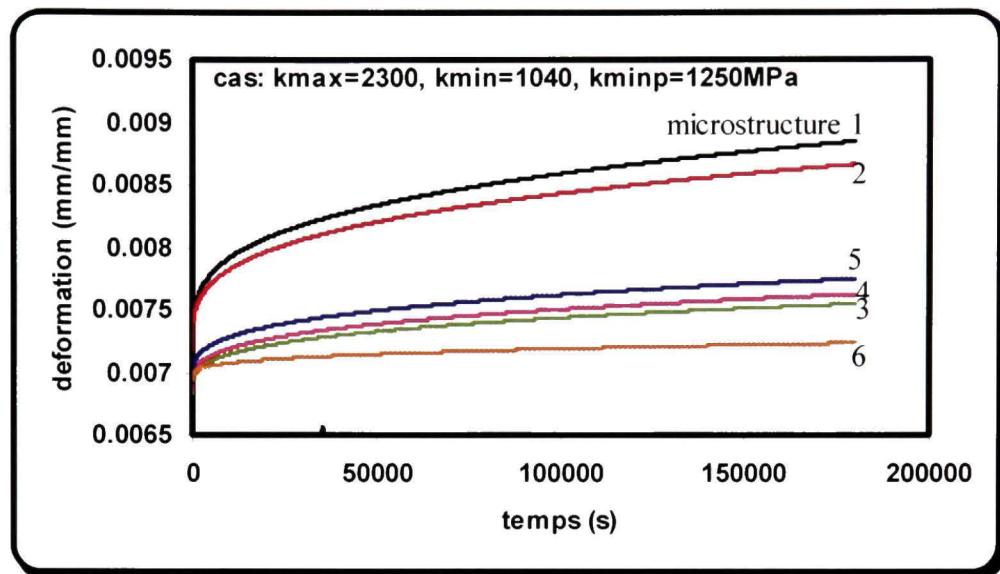
#### 5.4.1 Résultats des simulations

Dans le présent travail, l'analyse du comportement mécanique du matériau est basée sur les propriétés mécaniques calculées selon la direction ( $X_{33}$ ).

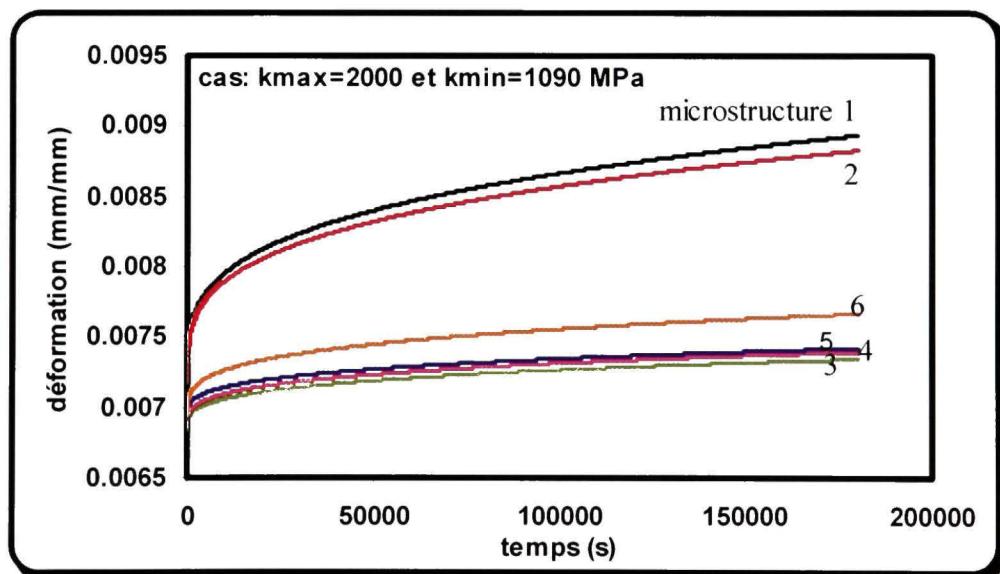
##### 5.4.1.1 Analyse macroscopique de la déformation

Les figures 5.11 et 5.12 comparent la réponse en fluage des six microstructures simulées. À première vue, on constate que la réponse en déformation est assez différente pour les six microstructures. Comme on l'a vu au chapitre 4, c'est un phénomène caractéristique des alliages de titane.

Ces résultats mettent en évidence un phénomène très important à savoir que des matériaux ayant le même type de microstructure peuvent donner des réponses différentes en fluage. Ces réponses peuvent à leur tour varier selon le type de glissement cristallographique activé. C'est le cas par exemple des microstructures 5 et 6. En effet dans le cas où le glissement est purement basal (Hypothèse I) la microstructure 5 flue plus facilement que la microstructure 6, par contre lorsque le glissement se fait selon les plans prismatique et basal, la microstructure 6 flue plus facilement que la microstructure 5.



**Figure 5.12** Courbe de déformation versus le temps de fluage pour les six microstructures de la figure 5.2 (Cas de l'hypothèse I).

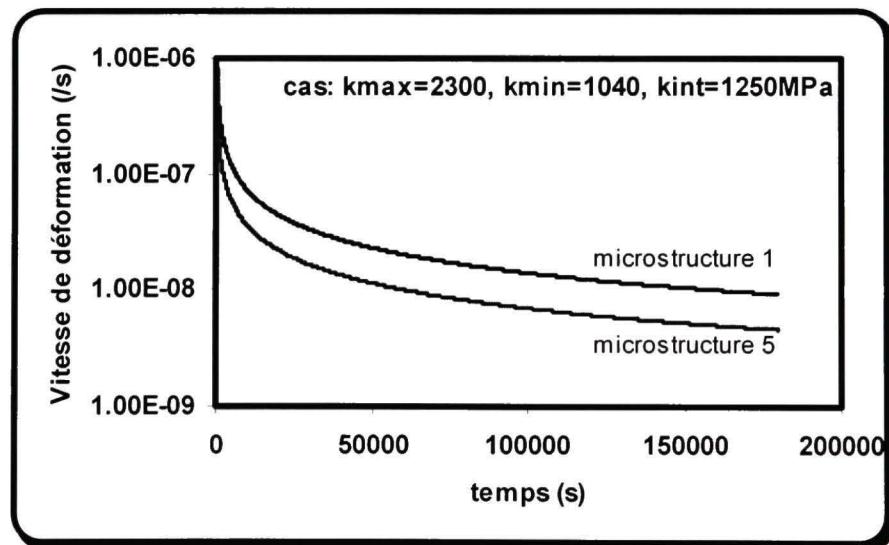


**Figure 5.13** Courbe de déformation versus le temps de fluage pour les six microstructures de la figure 5.2 (Cas de l'hypothèse II).

Ces résultats viennent montrer un autre phénomène différent de celui obtenu par (Brandes et al, 2007) et présenté au paragraphe 1.4.1 de la revue de littérature où l'on a vu que des échantillons avec des microstructures différentes (propriétés différentes) donnent des réponses différentes en fluage.

Un autre aspect concernant l'écoulement en fluage mérite d'être mentionné. En effet, on doit s'attendre à ce que plus le paramètre de résistance moyen  $\langle \kappa \rangle$  est faible plus le matériau flue facilement. Cependant la figure 5.11 par exemple, nous indique que la microstructure 1 dont la valeur moyenne du paramètre de résistance  $\langle \kappa \rangle = 1436 \text{ MPa}$  se déforme plus facilement que la microstructure 5 dont la valeur moyenne du paramètre de résistance  $\langle \kappa \rangle = 1433 \text{ MPa}$ .

Les courbes des vitesses de déformation moyennes présentées dans la figure 5.13 nous montrent effectivement que la microstructure 1 se déforme plus vite que la microstructure 5. Ces vitesses de déformation diminuent constamment pendant la période de fluage jusqu'à un ordre de  $10^{-8}/\text{s}$ - $10^{-9}/\text{s}$  sans pour autant atteindre l'état stable de fluage.

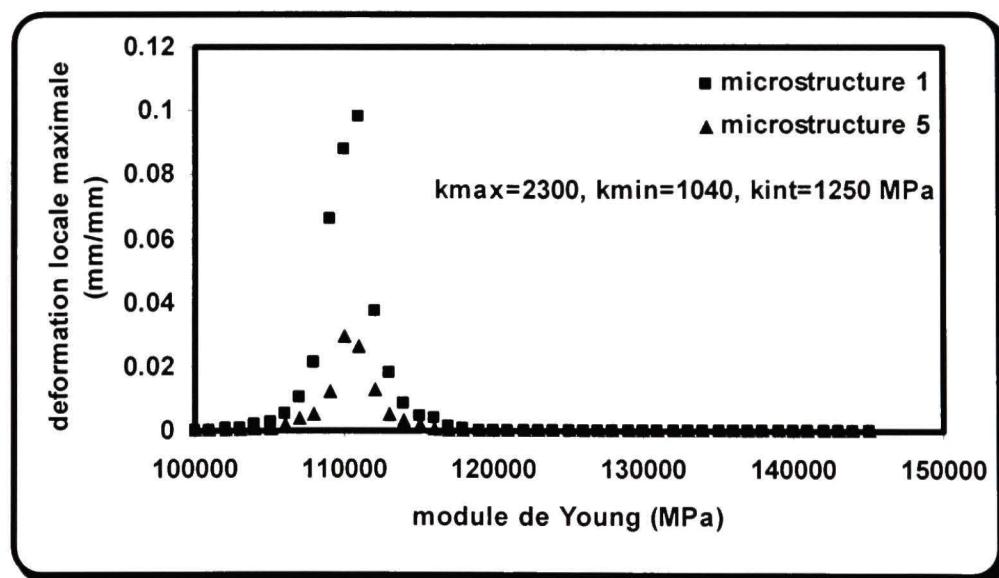


**Figure 5.14** Courbe de vitesse de déformation moyenne versus le temps de fluage pour la microstructure 1 et microstructure 5 (Cas de l'hypothèse II).

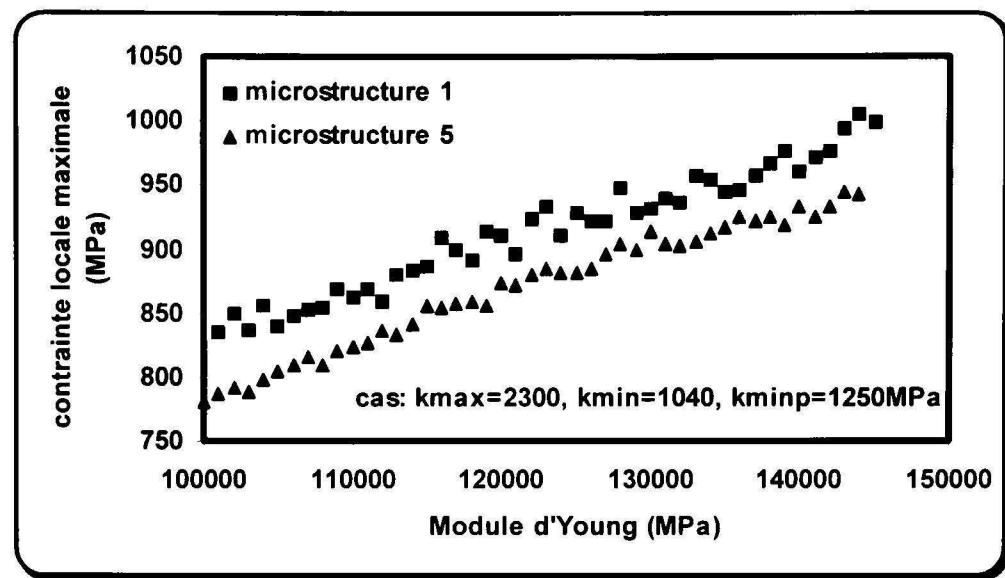
#### 5.4.1.2 Analyse microstructurale des déformations et contraintes

Afin de mieux comprendre les phénomènes métallurgiques décrits dans le paragraphe précédent, une analyse microstructurale a été réalisée. Les données locales fournies par les automates cellulaires (AC) montrent que le comportement global du matériau est fortement affecté par l'orientation cristallographique et la disposition spatiale des grains. Au cours de l'essai, chaque grain évolue d'une manière différente selon son voisinage spécifique. Les figures 5.14 et 5.15 montrent la comparaison des déformations et contraintes maximales locales des microstructures 1 et microstructure 5 respectivement.

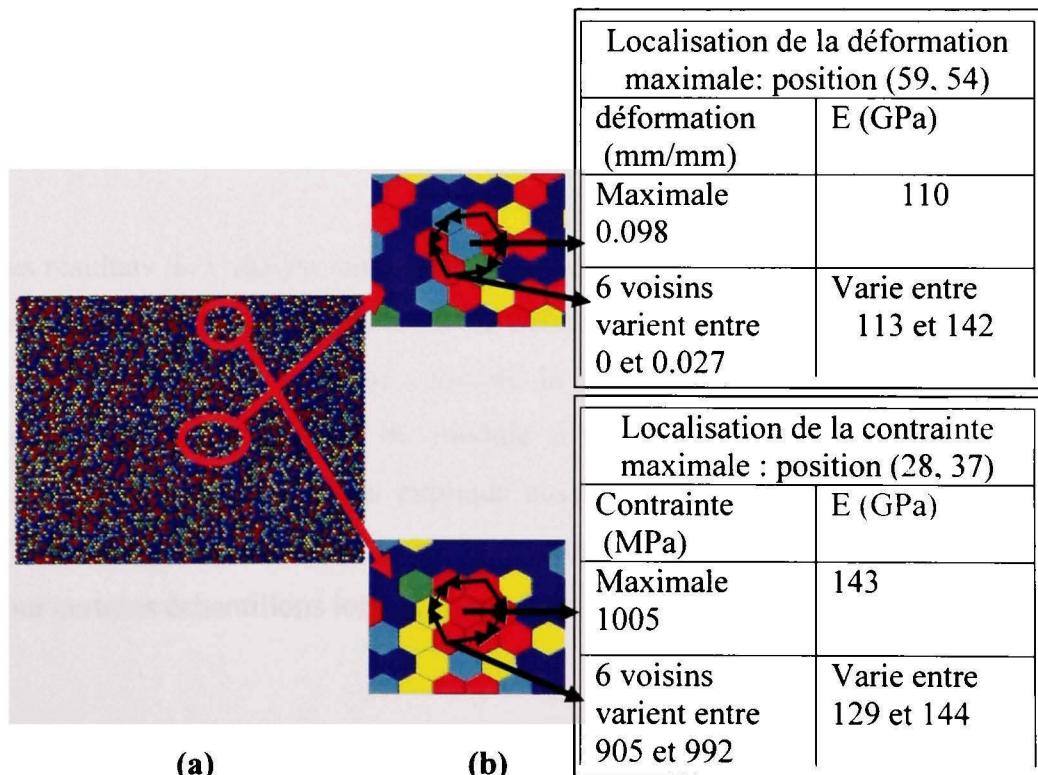
On voit que globalement le niveau de déformation et contrainte locale de la microstructure 1 est plus important que celui de la microstructure 5. La déformation maximale de la microstructure 1 est de 76% plus grande que celle de la microstructure 5 alors que pour la contrainte maximale elle est de l'ordre de 7 % (voir figure 5.16 et 5.17). Ces données montrent que l'activité du glissement basal des grains est plus intense dans la microstructure 1 que dans la microstructure 5. Cet état de fait pourrait être à l'origine de l'accentuation de la déformation macroscopique du matériau.



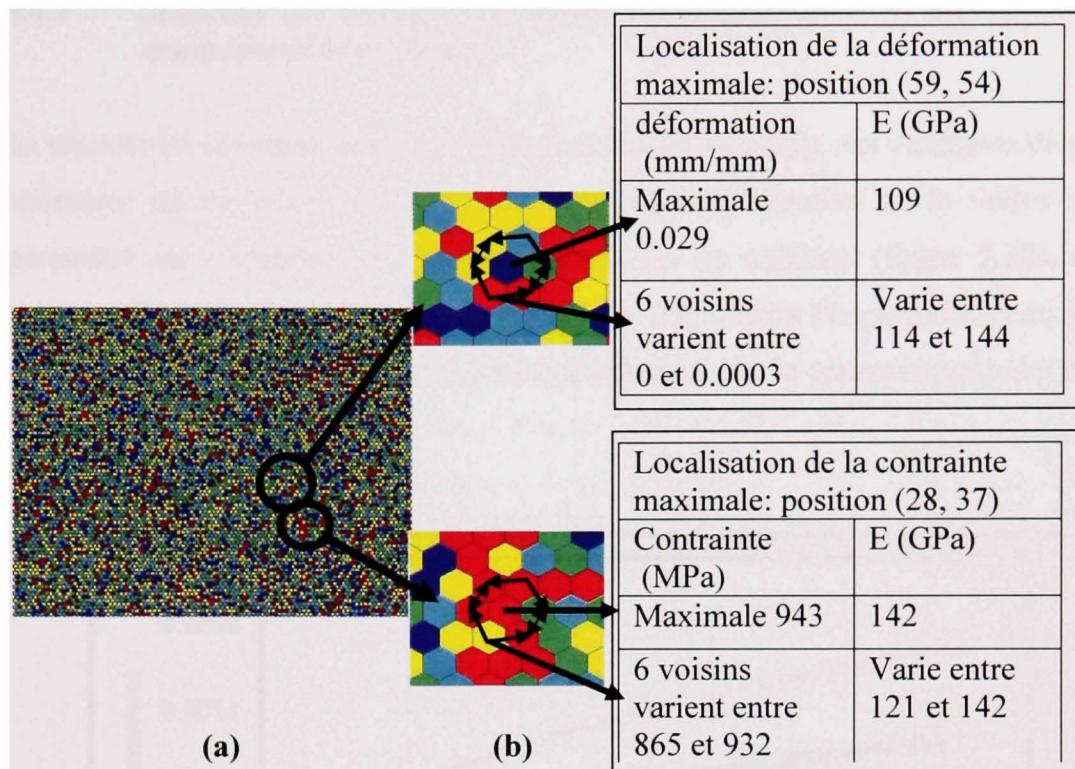
**Figure 5.15 Évolution des déformations maximale locales en fonction du module d'Young (cas de l'hypothèse I).**



**Figure 5.16** Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young (cas de l'hypothèse I).



**Figure 5.17** (a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la déformation et contrainte maximale après fluage.

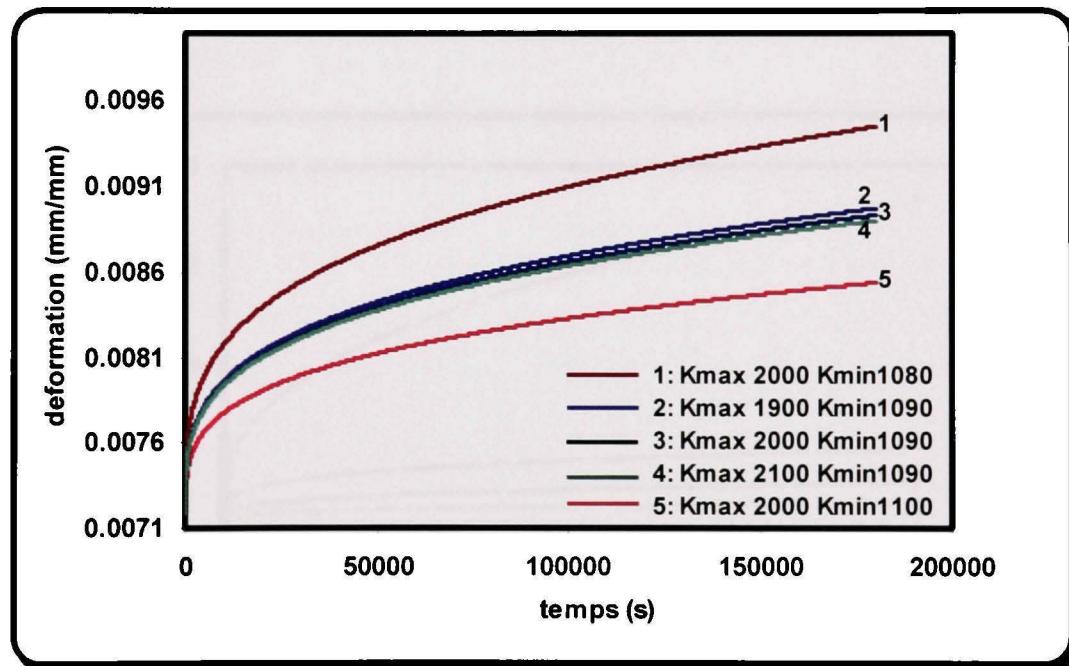


**Figure 5.18 (a) microstructure 5 ; (b) zoom sur la position de la déformation et contrainte maximale après fluage.**

Les résultats de l'analyse microstructurale mettent en évidence un phénomène physique très important à savoir que la réponse de la déformation d'un matériau n'est pas directement liée à ses propriétés macroscopiques comme la moyenne du module d'Young. Les variations locales et les distributions du module d'Young peuvent conduire à des réponses très différentes en fluage. Ce qui explique aussi pourquoi certaines configurations spécifiques d'orientation de grains dans la microstructure peuvent être particulièrement dommageables pour certains échantillons lors du fluage.

### 5.4.2 Influence des paramètres définissant le paramètre de résistance « $\kappa$ » sur le comportement en fluage

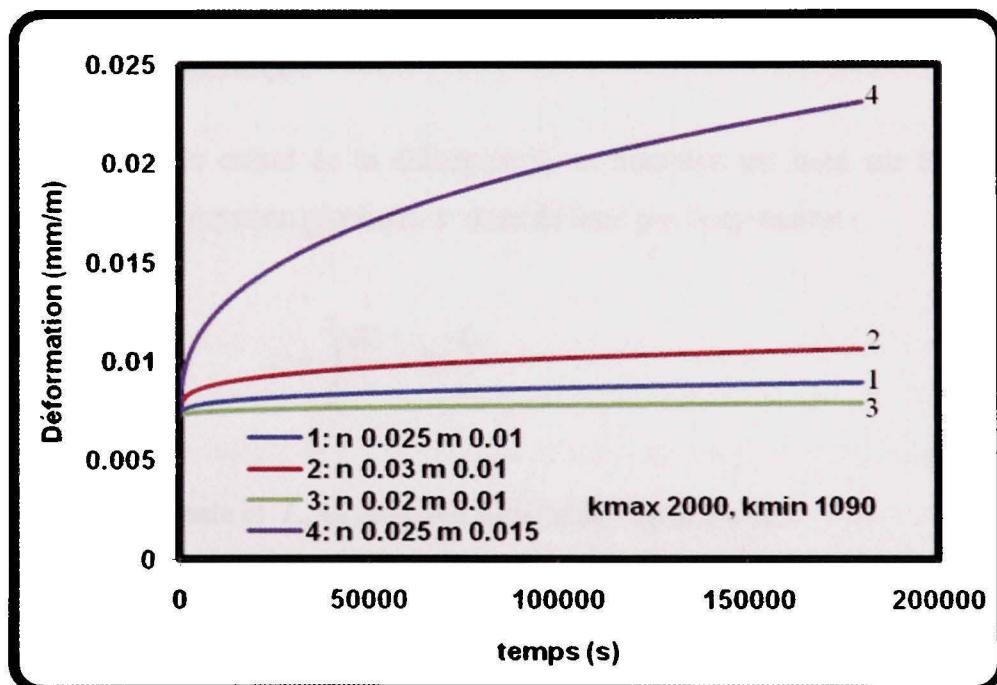
La réponse en déformation lors du fluage semble très sensible aux variations du paramètre de résistance du matériau « $\kappa$ ». En effet, une légère diminution de la valeur minimale du paramètre « $\kappa$ » entraîne une grande déformation du matériau (figure 5.18), alors qu'une augmentation induit une plus grande résistance. Par ailleurs l'augmentation ou la diminution de la valeur maximale du paramètre « $\kappa$ » n'influe pas sur le comportement mécanique global du matériau.



**Figure 5.19** Courbe de déformation en fluage versus le temps de fluage de la microstructure 1; effet du paramètre « $\kappa$ » (cas de l'hypothèse II).

### 5.4.3 Influence des paramètres $m$ et $n$ de la loi de puissance sur le comportement en fluage

La réponse en déformation lors du fluage à froid présentée à la figure 5.19 montre une forte sensibilité aux variations des paramètres de loi de puissance « $m$ » et « $n$ ». Une petite augmentation de la sensibilité à la vitesse induit une forte augmentation de la déformation. L'augmentation du coefficient d'écrouissage contribue aussi à l'augmentation de la déformation en fluage alors que la diminution de celui-ci induit un ralentissement du fluage. Ces résultats montrent que l'un des plus importants facteurs induisant une accélération du fluage à température ambiante des alliages de titane est la faible valeur du coefficient d'écrouissage « $n$ » et celle de la sensibilité à la vitesse de déformation « $m$ ».



**Figure 5.20 Courbe de déformation en fluage versus le temps de fluage de la microstructure I; effet des paramètres « $m$ » et « $n$ » (cas de l'hypothèse II).**

## 5.5 Simulation du comportement mécanique en fatigue fluage

Dans le but de mieux comprendre et mieux prédire le comportement mécanique en service des alliages de titane, deux approches ont été utilisées pour développer le modèle numérique permettant la simulation des tests de fatigue-fluage à température ambiante. Le premier est basé sur une approche mécanique qui a permis de développer la partie mathématique du modèle tandis que le deuxième est basé sur une approche plus métallurgique. Principalement ces deux approches qui sont de type axisymétrique consistent à reproduire ces trois étapes :

- Chargement élastique linéaire avec déformation imposée;
- Maintien à une contrainte globale constante (fluage);
- Décharge élastique.

### 5.5.1 Approche mécanique

Dans cette approche, le calcul de la déformation en maintien est basé sur le principe de l'accumulation. La déformation physique  $\varepsilon$  étant définie par l'expression :

$$\varepsilon = \int_{L_0}^{L_1} \frac{dL}{L} = \ln \frac{L_1}{L_0} \quad (5.18)$$

où  $L$  est la longueur finale et  $L_0$  la longueur initiale de l'éprouvette.

Cette déformation est additive et peut être vérifiée comme suit :

$$\varepsilon_{02} = \int_{L_0}^{L_2} \frac{dL}{L} = \int_{L_0}^{L_1} \frac{dL}{L} + \int_{L_1}^{L_2} \frac{dL}{L} = \varepsilon_{01} + \varepsilon_{12}$$

(5.19)

Ainsi, dans notre modèle de simulation en fatigue-fluage, l'accumulation de la déformation relative à la période de maintien durant les cycles de fatigue sera calculée en appliquant le principe additif de la déformation à l'équation (3.42) :

$$\varepsilon_f^C(cycl+1) = \varepsilon_f^C(cycl) + \frac{S_{ij}^C}{\kappa^C} \left( \frac{\bar{\sigma}^C}{\kappa^C} \right)^{\frac{1}{m+n}-1} \left( \frac{m+n}{m} \right)^{\frac{m}{m+n}} \Delta t^{\frac{m}{m+n}} \quad (5.20)$$

Le facteur de sensibilité à la vitesse ( $m$ ), le coefficient d'écrouissage ( $n$ ), le temps de maintien de la charge ( $\Delta t$ ) et le paramètre de résistance ( $\kappa$ ) constituent les principaux paramètres mécaniques du matériau.

Dans cette approche il est implicitement supposé qu'à chaque nouvelle étape de fluage, le fluage repart à zéro, c'est-à-dire que la déformation induite par le temps de fluage est proportionnelle à  $\Delta t$  et indépendante des déformations accumulées précédemment.

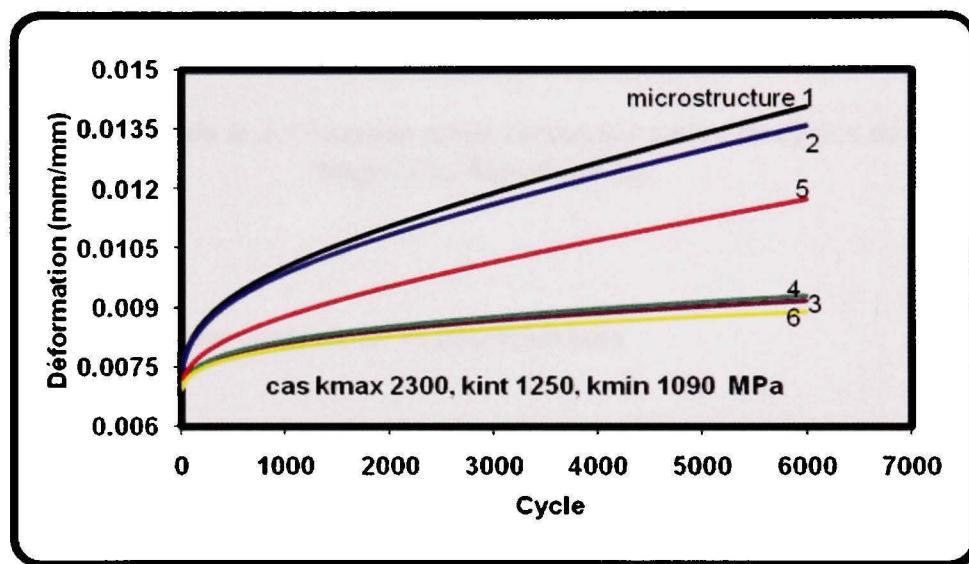
### 5.5.1.1 Résultats et discussion

Les essais de fatigue-fluage ont été menés sur les six types de microstructures en simulant des essais à déformation imposée. Cette déformation sera calculée en fonction de la contrainte globale préétablie de 830 MPa. Le matériau est maintenu à cette charge pendant 30 secondes (période dite de Dwell) puis la charge est relâchée pour ainsi permettre le retour élastique. Ces essais de fatigue-fluage ont été répétés jusqu'à 6000 cycles. Les deux hypothèses développées au (paragraphe 5.2.1 : glissement basal uniquement et glissement prismatique et basal) sont prises en considération. Les simulations ont été réalisées à l'aide d'un programme numérique écrit sous Matlab.

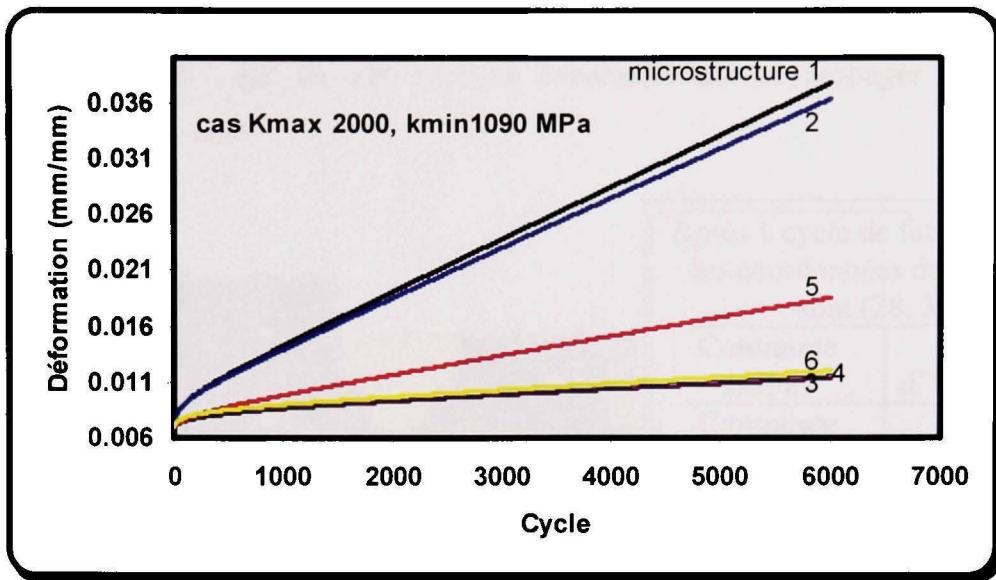
Les figures 5.20 et 5.21 comparent la réponse en fatigue-fluage des six microstructures pour l'hypothèse I et l'hypothèse II. On constate que la réponse en déformation des six microstructures est assez différente. Comme pour le fluage, différentes microstructures ayant des propriétés mécaniques moyennes proches mais ayant des distributions spatiales et des

orientations cristallographiques différentes donnent des réponses en fatigue-fluage complètement différentes.

D'autre part, on a constaté que dans le cas de l'hypothèse II, le niveau de déformation est plus important que celui de l'hypothèse I (l'échelle des déformations est doublée, figure 5.20). En effet, en tenant compte de l'activité de glissement sur les plans prismatiques et sur les plans basaux, on démontre que le niveau de déformation macroscopique du matériau augmente, mais aussi que la sensibilité des alliages de titane au phénomène de fatigue-fluage est probablement due à cette double activité qui induit d'importantes déformations plastiques.



**Figure 5.21 Courbes de la déformation totale versus le nombre de cycles de vie en fatigue-fluage (Cas hypothèse I).**



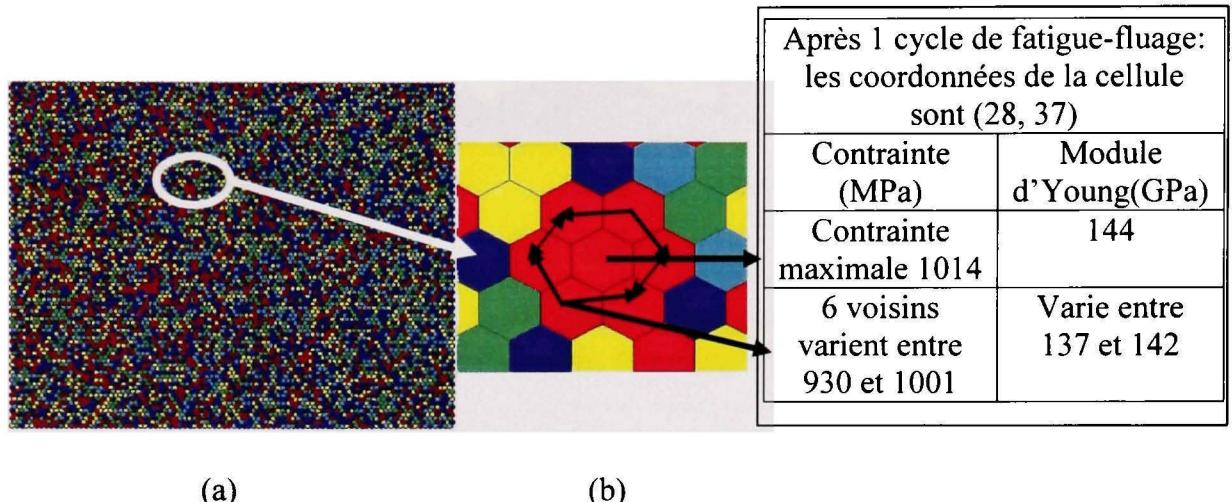
**Figure 5.22** Courbes de la déformation totale versus le nombre de cycles de vie en fatigue-fluage (Cas hypothèse II).

#### 5.5.1.1.1 Localisation des contraintes et déformations

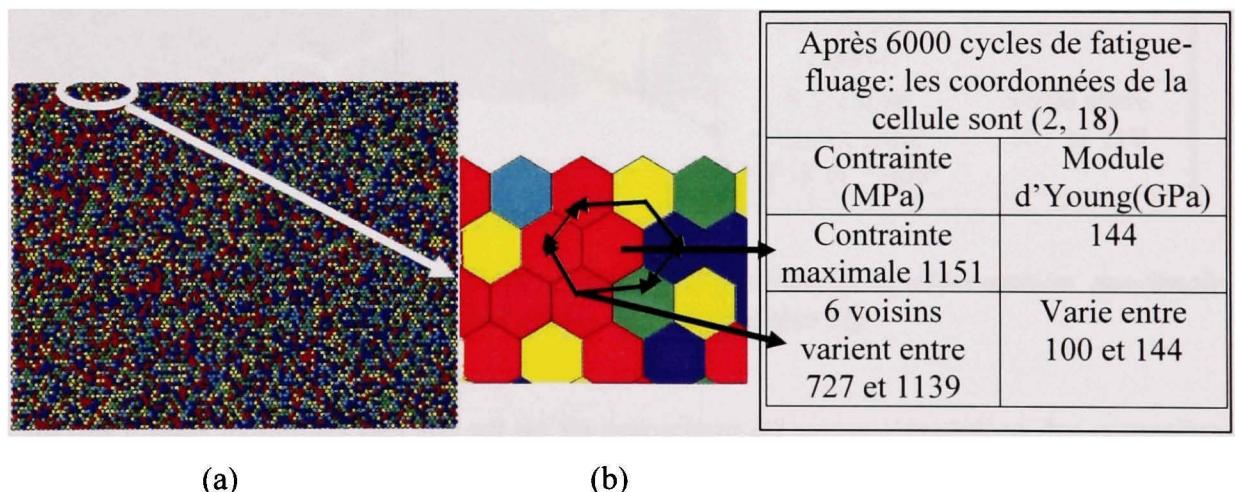
L'analyse des informations locales montre que les contraintes maximales sont localisées sur les grains avec des valeurs maximales du module d'Young et dont le voisinage est composé de grains hétérogènes (module d'Young grands et faibles) (figures 5.22). Les déformations maximales sont localisées sur les grains ayant un faible module d'Young et dont le voisinage est composé aussi de grains de module d'Young faible (Figure 5.25). Ces résultats montrent aussi que la position de la contrainte et de la déformation maximale varie au cours des cycles de fatigue-fluage ((figures 5.22 et 5.23) et (Figure 5.24 et 5.25)). Ils mettent ainsi en évidence l'effet de la distribution spatiale des grains dans la microstructure et de leurs orientations cristallographiques vis-à-vis du voisinage immédiat sur le comportement lors de l'étape de fluage.

Localement on voit qu'avant d'aboutir à 6000 cycles, certains grains ont déjà atteint un niveau de contrainte très élevé, ce qui laisse à penser que le matériau peut se rompre

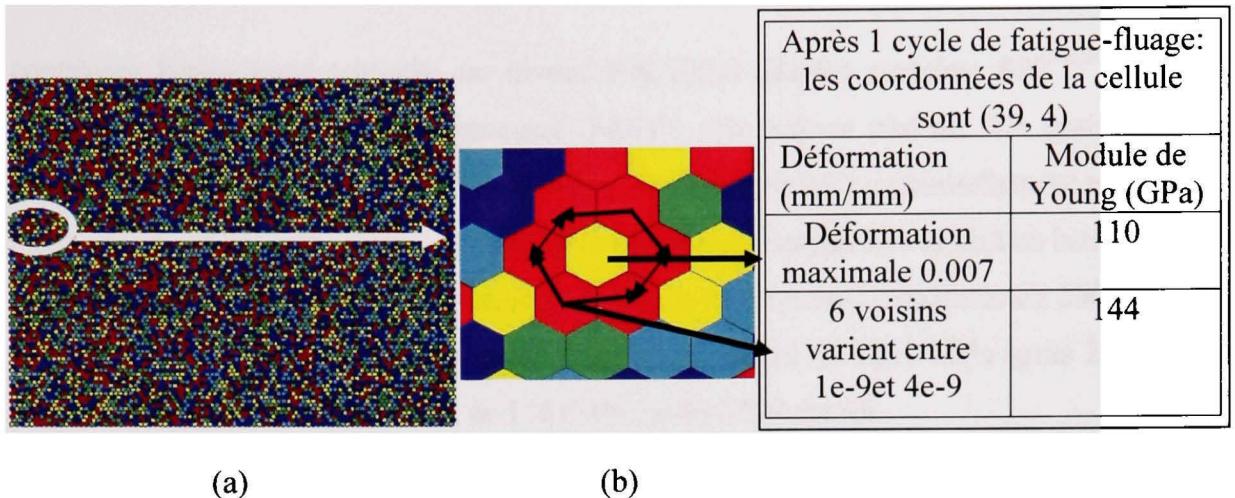
prématûrement du fait que ce niveau de contrainte peut atteindre le seuil de clivage provoquant l'apparition des fissures pouvant éventuellement se propager rapidement si l'environnement est propice.



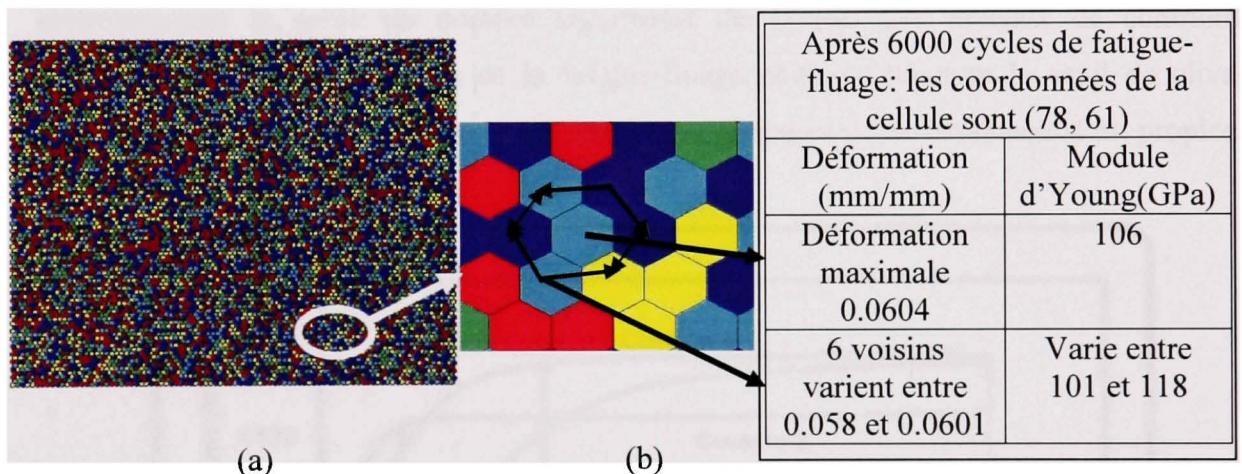
**Figure 5.23** (a) microstructure I ; (b) zoom sur la position de la contrainte maximale après le 1<sup>er</sup> cycle, (Cas hypothèse II)..



**Figure 5.24** (a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la contrainte maximale après 6000 cycles, (Cas hypothèse II).



**Figure 5.25** (a) *microstructure 1* ; (b) *zoom sur la position de la déformation maximale après le 1<sup>ière</sup> cycle, (Cas hypothèse II).*

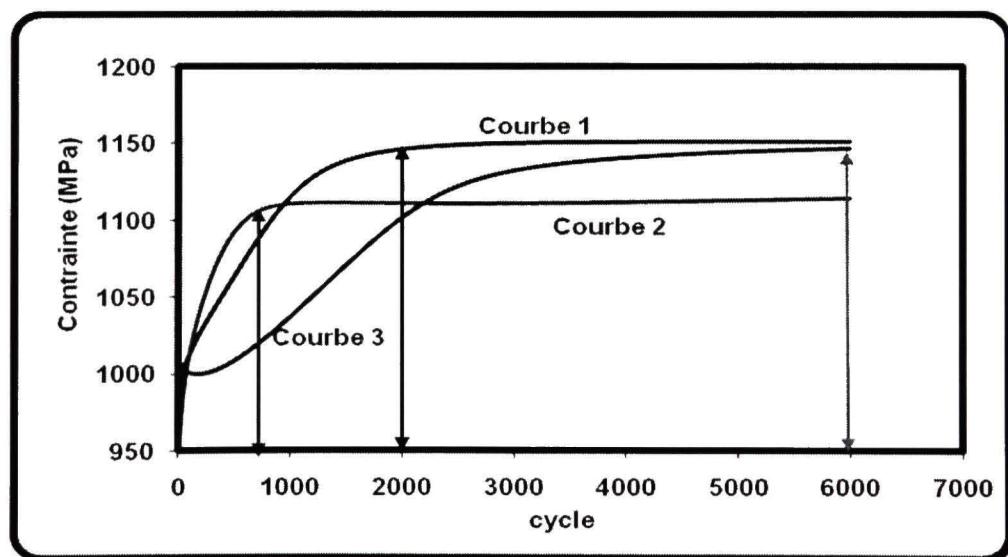


**Figure 5.26** (a) *microstructure 1* ; (b) *zoom sur la position de la déformation maximale après 6000 cycles, (Cas hypothèse II).*

L'un des grands avantages des AC est qu'ils permettent de suivre l'évolution des contraintes pour chaque grain en fonction du nombre de cycles. Ainsi, on peut choisir les grains qui nous intéressent et suivre leur évolution. Les figures 5.26 montrent quelques exemples de cette évolution des contraintes rapportées plus en détails dans (Boutana et al, 2008). Globalement, on remarque que le comportement varie beaucoup d'un grain à l'autre. En particulier, le grain ayant le module d'Young maximal (courbe 2) montre une augmentation rapide de la

contrainte locale pour atteindre un niveau très élevé dès les premiers 800<sup>ièmes</sup> cycles, la contrainte diminuant ensuite légèrement jusqu'à une valeur plateau. Le grain ayant la contrainte maximale au premier cycle (courbe 3) semble monter continuellement même après 6000 cycles, ce qui suggère qu'un maximum plus élevé pourrait être atteint au bout d'un plus grand nombre de cycles. À l'inverse, le grain ayant la contrainte maximale au 6000<sup>ème</sup> cycle (courbe 1) voit sa contrainte augmenter jusqu'à une valeur de 1141 MPa après 2000 cycles puis se stabiliser à un niveau seuil de 1151 MPa après 6000 cycles.

Ce résultat est important puisqu'il montre que non seulement la position du maximum de contrainte au sein de la microstructure change au cours de l'essai de fatigue-fluage, mais aussi que certaines contraintes élevées peuvent n'être générées dans certaines régions de la microstructure qu'après un nombre significatif de cycles. Ces niveaux de contraintes obtenues à différents moments de la fatigue-fluage peuvent atteindre le seuil de clivage provoquant l'apparition des fissures qui peuvent se propager si l'environnement est propice.

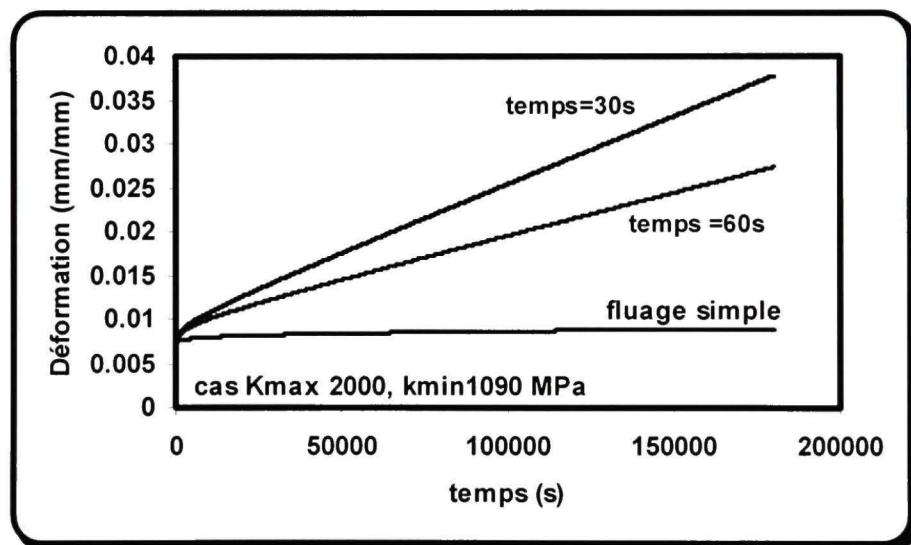


**Figure 5.27** Évolution des contraintes locales en fonction du nombre de cycle de vie. Courbe 1: grain ayant la contrainte maximale atteinte après 6000 cycles; courbe 2: grain ayant le module d'Young maximum; courbe 3: grain ayant la contrainte maximale atteinte après 1 cycle.

### 5.5.1.1.2 Effet du temps de maintien sur le comportement en fatigue -fluage

Afin de mettre en évidence l'effet du temps de maintien sur la réponse en déformation, on a pris le cas de la microstructure 1, et on a fait une étude comparative entre un test de fluage simple et deux tests de fatigue-fluage l'un avec un temps de maintien de 30s et l'autre avec un temps de maintien de 60s. La figure 5.27 montre la réponse en déformations en fonction du temps selon les différentes conditions.

On remarque que la déformation en fatigue fluage est beaucoup plus grande que celle du fluage simple. En effet plus le temps de maintien augmente plus le matériau flue à chaque étape de fluage. Ceci dit, le chargement cyclique serait plus dramatique pour les alliages de titane qu'un maintien à long terme.



**Figure 5.28 Courbes de la déformation totale VS le temps équivalent en durée de vie. microstructure 1, (cas hypothèse II).**

D'autre part, la comparaison entre les deux tests de fatigue-fluage à 30s et 60s nous indique que la déformation macroscopique obtenue après 180000 seconde (équivalent à 6000 cycles pour le temps de maintien de 30s et 3000 cycles pour le temps de maintien de 60s) est plus importante pour une période de maintien à 30s comparativement à une période de 60s.

Ceci peut être expliqué par le fait que la loi de fluage utilisée permet de décrire le processus de fluage d'un matériau neuf (n'ayant pas déjà subit de cycle de fluage). Or dans notre cas le fluage se manifeste à des périodes très courtes et entrecoupées durant les cycles de fatigue. Il est fort probable que lors des cycles de fluage successifs l'historique des grains influence son comportement et tende à ralentir la vitesse de déformation de ces derniers.

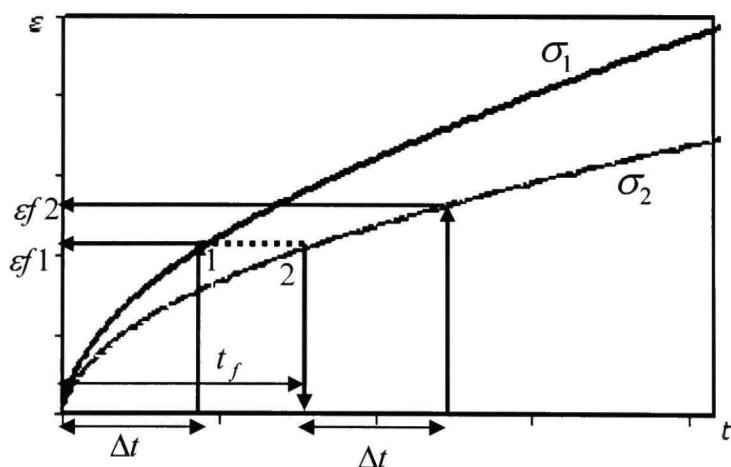
### 5.5.1.2 Conclusion

L'étude menée à l'aide du modèle d'automate cellulaire selon l'approche mécanique nous a permis de prédire que: la réponse en déformation des alliages de titane ayant des propriétés mécaniques moyennes similaires présente des comportements locaux et globaux très différents en fatigue-fluage et en fluage. L'analyse des contraintes a montré que durant la fatigue-fluage, les grains atteignent différents niveaux de contrainte selon leurs distributions spatiales dans la microstructure, leurs modules d'Young et leur environnement. La contrainte change au sein de la microstructure au cours des cycles de fatigue-fluage, mais aussi certaines contraintes élevées peuvent n'être générées dans certaines régions de la microstructure qu'après un nombre significatif de cycles. La déformation macroscopique du matériau est plus grande en fatigue-fluage qu'en fluage.

Cependant, l'approche mécanique n'a pas permis de prévoir l'effet du temps de maintien sur le comportement mécanique global en fatigue-fluage. Or il s'agit d'un phénomène très important à prendre en compte lors de la prédiction de vie en fatigue-fluage des alliages de titane. Cet aspect du modèle est peut être dû au fait qu'il n'est pas basé sur des mécanismes reliés au fluage (création et annihilation des dislocations). A cet effet des modifications ont été apportées à l'approche mécanique en tenant compte des phénomènes d'adoucissement et de durcissements qui se produisent lors de la fatigue. Un autre approche appelée Métallurgique, utilisant un temps fictif pour le calcul de l'accumulation des déformations lors de l'étape de maintien en fluage a été développée, elle sera présentée à la section suivante.

### 5.5.2 Approche métallurgique

L'approche mécanique a été modifiée en introduisant dans le modèle certains aspects métallurgiques. Ainsi, au lieu d'utiliser le principe d'accumulation consécutif des déformations, on a proposé d'accumuler le fluage d'un cycle à un autre par le calcul d'un temps fictif à partir de l'équation de déformation en fluage. Ceci est motivé par le fait que lors des essais de fatigue-fluage, des phénomènes de durcissements et d'adoucissements occasionnés par les mouvements de dislocations vont influencer la réponse de la déformation qui serait naturellement différente de celle obtenue précédemment lorsque nous supposons que les cycles précédents n'ont pas d'effets. Imaginons un grain ayant une contrainte  $\sigma_1$  au premier cycle (Figure 5.28). Pendant un temps de maintien de  $\Delta t$  sa déformation  $\varepsilon f_1$  serait alors au point 1. Si au deuxième cycle ce même grain va atteindre un autre niveau de contrainte  $\sigma_2$  et si l'on considère que la déformation due au fluage générée par le premier cycle reste, on peut alors définir un temps équivalent (appeler temps fictif)  $t_f$  qui serait le temps correspondant au point 2 (c'est-à-dire le temps qui correspond au même niveau de déformation  $\varepsilon f_1$  obtenu au cycle précédent). Ainsi la déformation totale après le deuxième cycle serait  $\varepsilon f_2 = f(t_f + \Delta t)$ .



**Figure 5.29** Détails de mise au point d'un calcul avec la méthode du temps fictif.

Selon l'approche métallurgique, la déformation totale du fluage après la période de maintien durant les cycles de fatigue-fluage sera calculée comme suit :

$$\varepsilon_f^C(cycle) = \frac{S_{ij}^C}{\kappa^C} \left( \frac{\bar{\sigma}^C}{\kappa^C} \right)^{\frac{1}{m+n}-1} \left( \frac{m+n}{m} \right)^{\frac{m}{m+n}} (\Delta t + t_f^C)^{\frac{m}{m+n}} \quad (5.21)$$

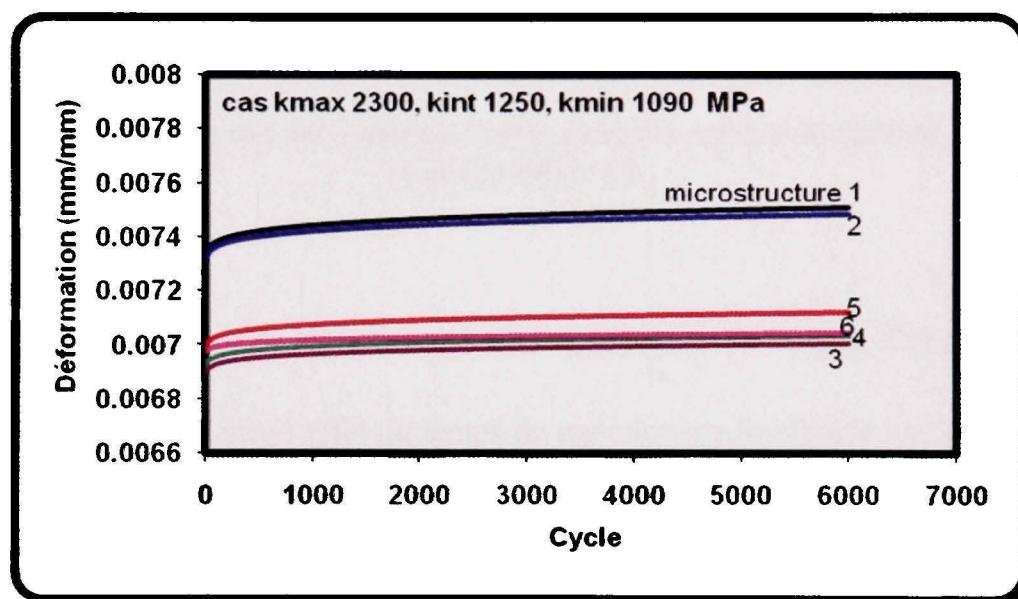
Où  $\Delta t$  est le temps de maintien de la charge et  $t_f^C$  représente le temps fictif de chaque grain (cellule), il est calculé par la relation suivante :

$$t_f^C = \left( \frac{\varepsilon_f^C(cycle-1)}{\frac{S_{ij}^C}{\kappa^C} \left( \frac{\bar{\sigma}^C}{\kappa^C} \right)^{\frac{1}{m+n}-1} \left( \frac{m+n}{m} \right)^{\frac{m}{m+n}}} \right)^{\frac{m}{m}} \quad (5.22)$$

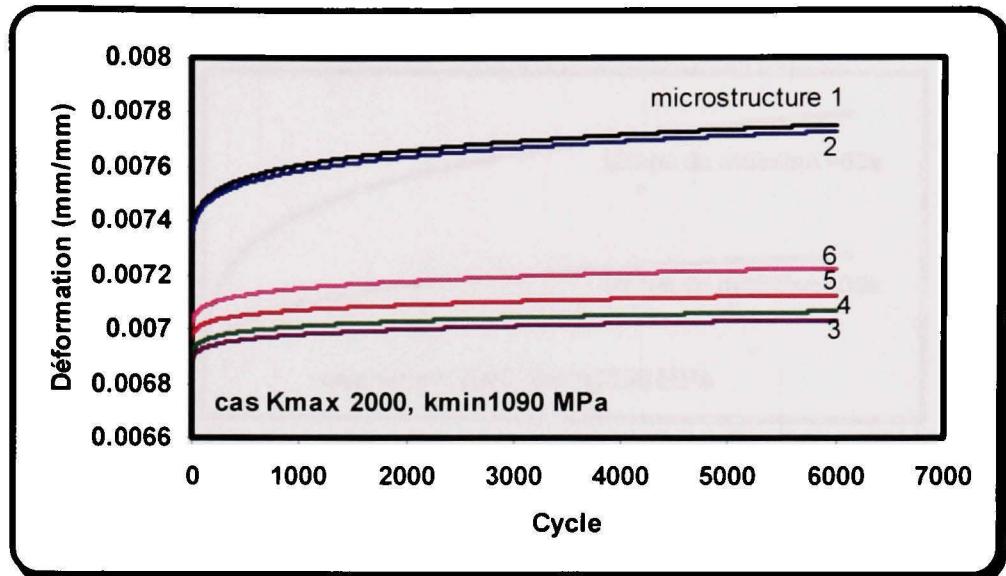
### 5.5.2.1 Résultats et discussion

Les simulations de fatigue-fluage ont été menées sur les six types de microstructures présentées à la figure 5.1 en imposant une déformation à l'infini calculée en fonction de la contrainte globale préétablie de 830 MPa. Le matériau est maintenu à cette charge pendant 30 secondes (période dite de Dwell) puis la charge est relâchée pour ainsi permettre le retour élastique. Les simulations de fatigue-fluage ont été répétées jusqu'à 6000 cycles. L'hypothèse I qui prend en compte seulement le glissement basal et l'hypothèse II les glissements prismatiques et basals développés au (paragraphe 5.2.1) sont prises en considération avec le nouveau modèle. Les figures 5.29 et 5.30 comparent la réponse en fatigue-fluage des six microstructures pour l'hypothèse I et l'hypothèse II respectivement. On constate que le niveau de déformation est beaucoup plus faible comparativement à celui de l'approche mécanique. Néanmoins en voit que la réponse en déformation des six microstructures est assez différente. Comme il a été vu pour le fluage et la fatigue-fluage par

l'approche mécanique, différentes microstructures ayant des propriétés mécaniques moyennes proches mais qui ont des distributions spatiales et des orientations cristallographiques différentes donnent des réponses en fatigue-flUAGE complètement différentes. Globalement, le niveau de déformation semble légèrement plus grand dans le cas de l'hypothèse II comparativement à celui de l'hypothèse I. La microstructure 5 se déforme beaucoup plus dans le cas de l'hypothèse I comparativement à l'hypothèse II, c'est l'inverse de la microstructure 6. Ceci dit, pour certains types de microstructures la déformation macroscopique dépend du type de glissement cristallographique activé.



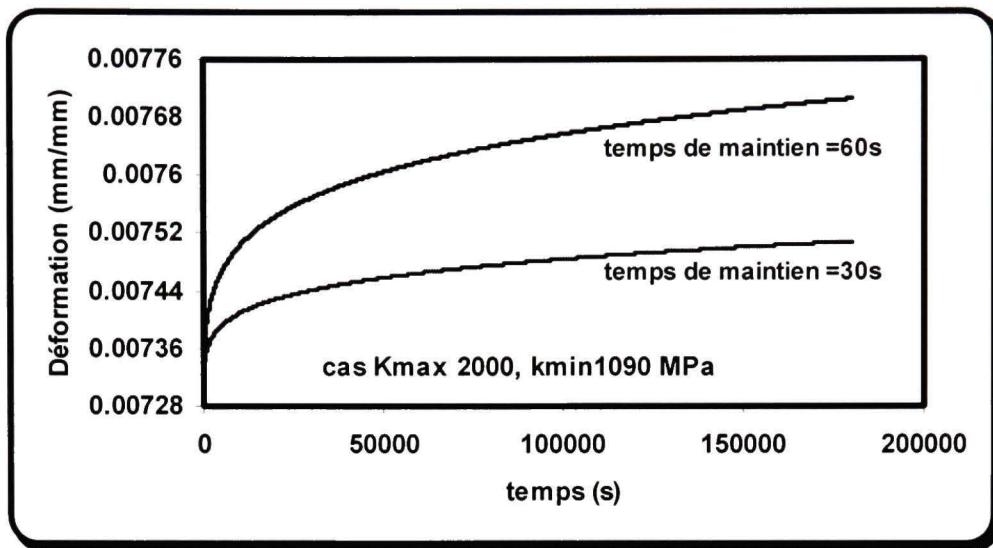
**Figure 5.30** Courbes des déformations totales versus le nombre de cycle de vie en fatigue (Cas hypothèse I).



**Figure 5.31 Courbes des déformations totales versus le nombre de cycle de vie en fatigue (Cas hypothèse II).**

### 5.5.2.1.1 Effet du temps de maintien sur le comportement en fatigue -fluage

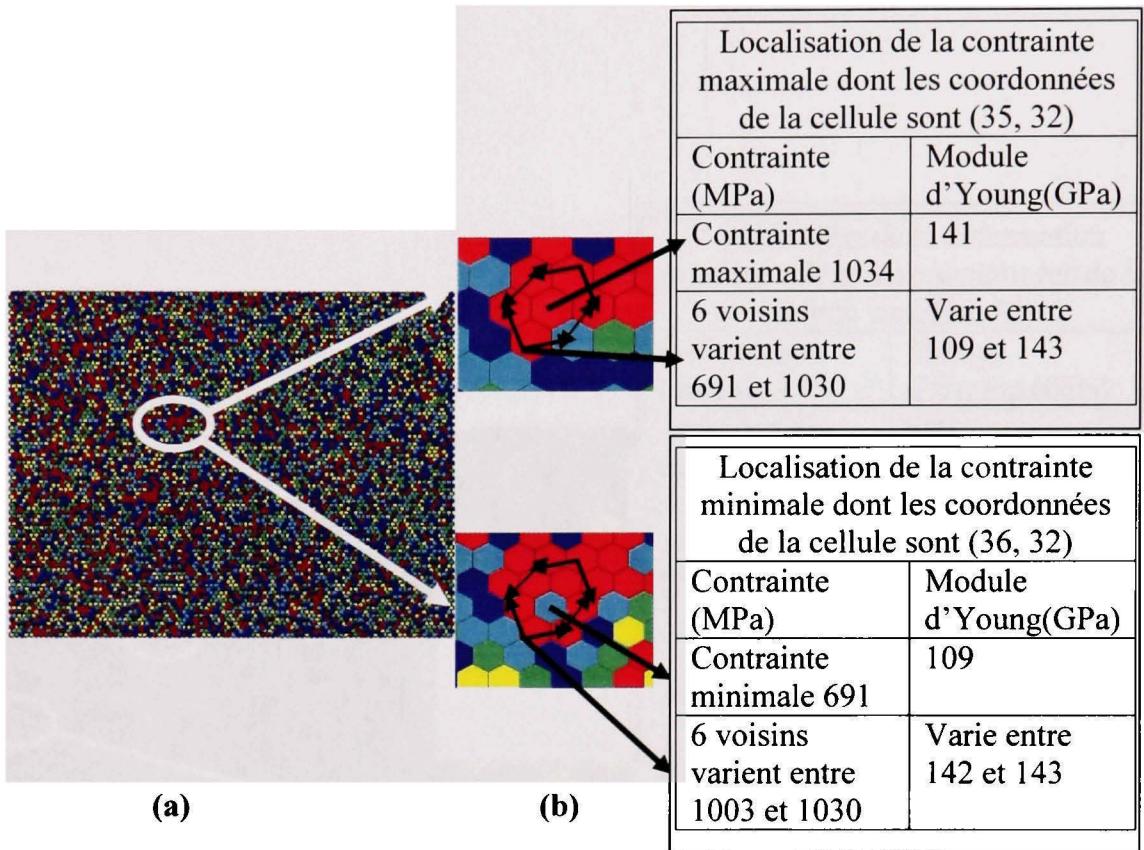
Afin de mettre en évidence l'effet du temps de maintien sur la réponse en déformation en utilisant l'approche métallurgique basée sur le principe du temps fictif, une étude comparative a été menée sur la microstructure1. Cette dernière a été soumise à deux tests de fatigue-fluage, l'un utilisant un temps de maintien de 30s et l'autre un temps de maintien de 60s. La figure 5.31 montre que le maintien à 60s induit une déformation globale un peu plus grande que le maintien à 30s. Cependant le niveau de déformation reste faible en valeur absolue. En effet plus le temps de maintien est grand plus le matériau flue et plus la déformation globale en fatigue-fluage croît. Ainsi à la lumière des résultats obtenus ci-dessus on peut dire que l'approche métallurgique utilisant le principe du temps fictif nous a permis d'améliorer notre modèle du fait qu'on arrive à prédire l'effet du temps de maintien sur le comportement mécanique durant le processus de fatigue-fluage.



**Figure 5.32 Courbes de déformation totale versus le temps équivalent en durée de vie. (microstructure 1; Cas hypothèse II).**

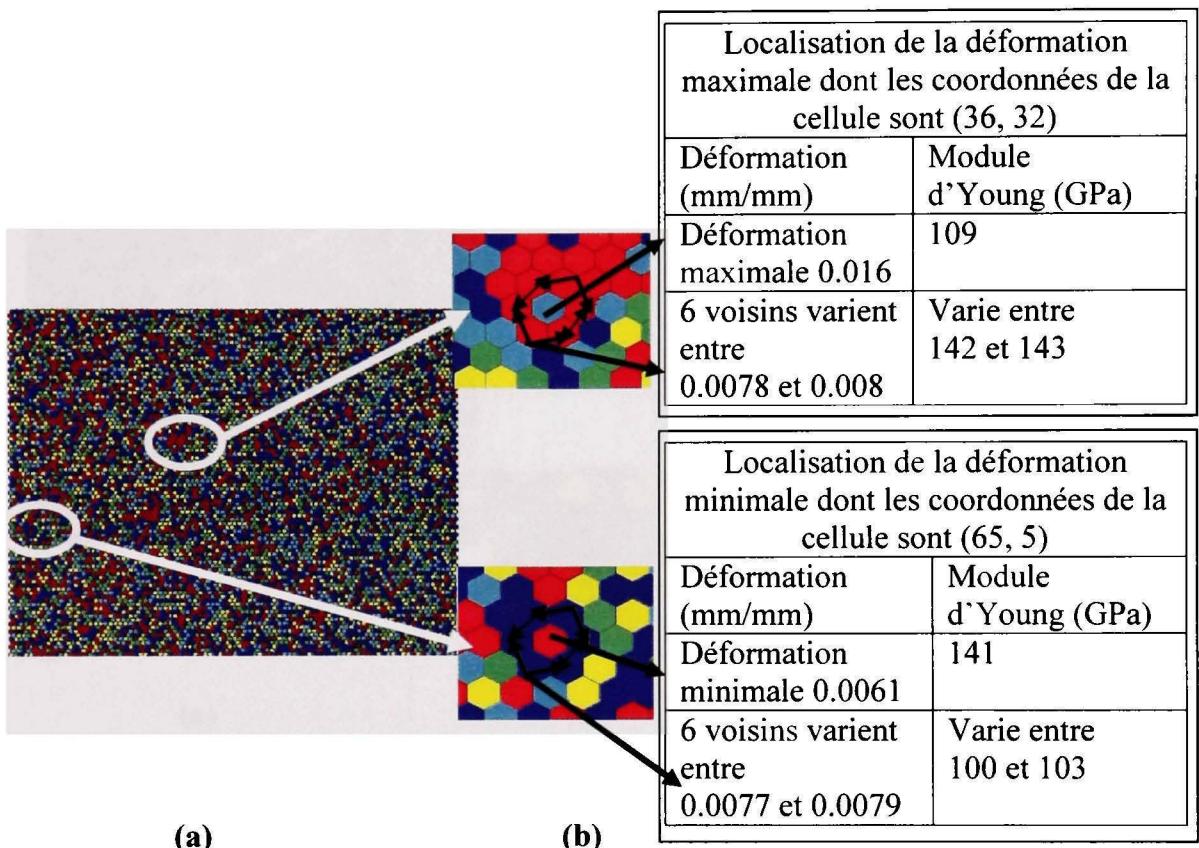
#### 5.5.2.1.2 Localisation des contraintes et des déformations

Afin de mettre en évidence l'influence de la distribution spatiale et l'orientation cristallographique des grains sur le comportement en fatigue-fluage, une analyse microstructurale à été menée. La microstructure 1 subissant le test de fatigue-fluage selon les hypothèses I et II été choisi pour cette analyse. On a constaté après 6000 cycles, que pour les deux hypothèses, la contrainte maximale dans la microstructure est localisée sur un grain avec module d'Young grand entouré de grains avec modules d'Young grand et faible (figure 5.32). Autrement dit la contrainte maximale est localisée sur des grains orientés de  $10^\circ$  à  $15^\circ$  (angle entre l'axe de sollicitations et le grand axe c de la maille hexagonale) et dont le voisinage est composé de grains ayant des orientations de  $5^\circ$  et  $55^\circ$  (module d'Young de 143 GPa et 109 GPa).

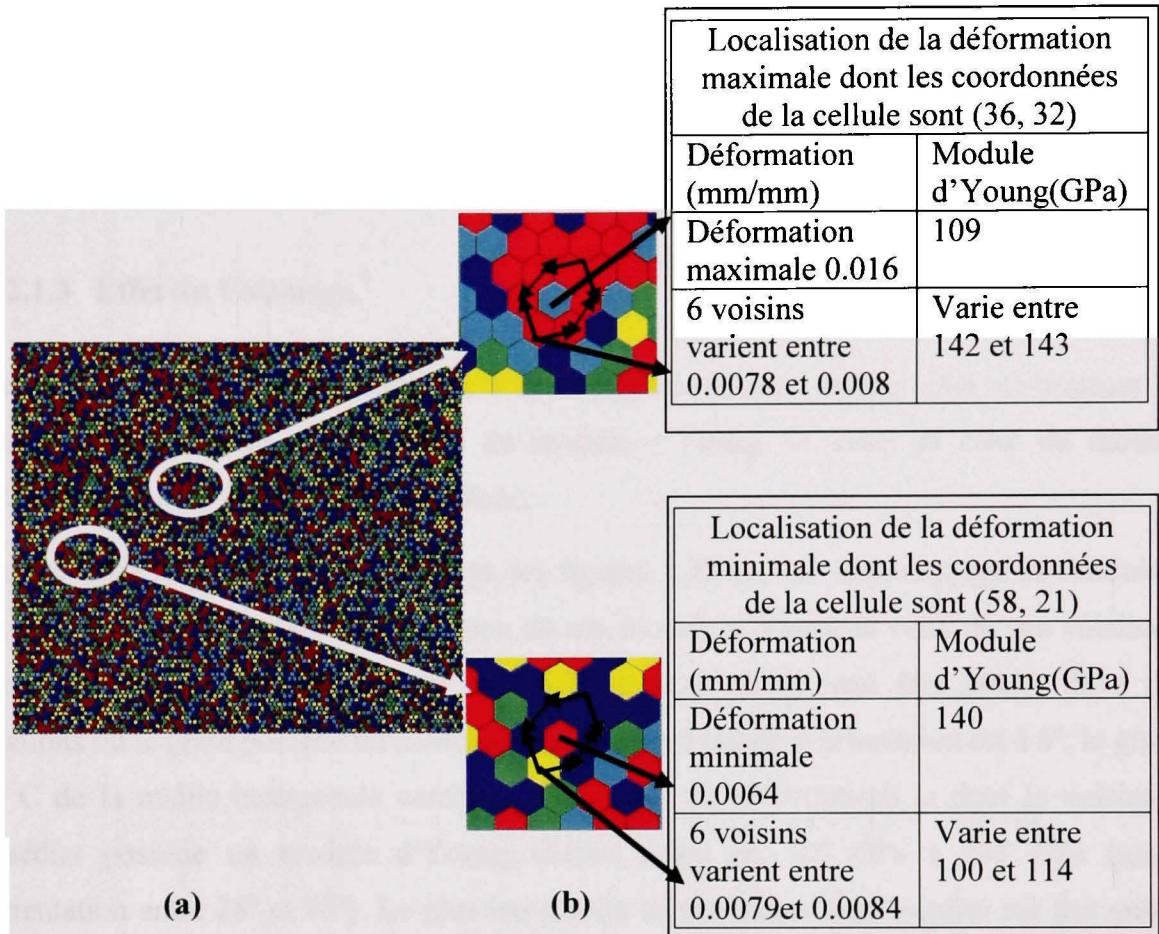


**Figure 5.33 (a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la contrainte maximale et minimale après 6000 cycles pour l'hypothèse I et II.**

Par ailleurs, que l'on soit dans le cas de l'hypothèse I ou de l'hypothèse II, la déformation est maximale sur des grains avec module d'Young faible et dont le voisinage est composé de grains avec module d'Young grand (figure 5.33 et 5.34). Cependant la déformation est minimale sur des grains avec module d'Young grand et dont le voisinage est composé de grains avec module d'Young faible dans le cas de l'hypothèse I (figure 5.33). Alors que dans le cas de l'hypothèse II, la déformation minimale est localisée sur des grains avec module d'Young grand et dont le voisinage est hétérogène (composé de grains avec module d'Young faible et grand) (figure 5.34).



**Figure 5.34** (a) *microstructure 1* ; (b) *zoom sur la position de la déformation maximale et minimale après 6000 cycles pour l'hypothèse I.*



**Figure 5.35 (a) microstructure 1 ; (b) zoom sur la position de la déformation maximale et minimale après 6000 cycles pour l'hypothèse II.**

Ces résultats montrent un phénomène très important à savoir que durant le processus de fatigue il y a un effet de transfert de charge qui s'effectue entre les grains avec module d'Young faible et grand. En effet, les grains mous (module d'Young faible) dont les contraintes sont très faibles, se déforment davantage sous l'influence exercée par le voisinage constitué de grains très durs (module d'Young grand). Les grains mous ainsi déformés transféreront leurs charges vers leurs voisins durs. Ces derniers qui résistent à la déformation accumuleront la charge pour atteindre des niveaux de contrainte maximale. Ainsi la localisation des contraintes et déformations maximales et minimales est fonction de

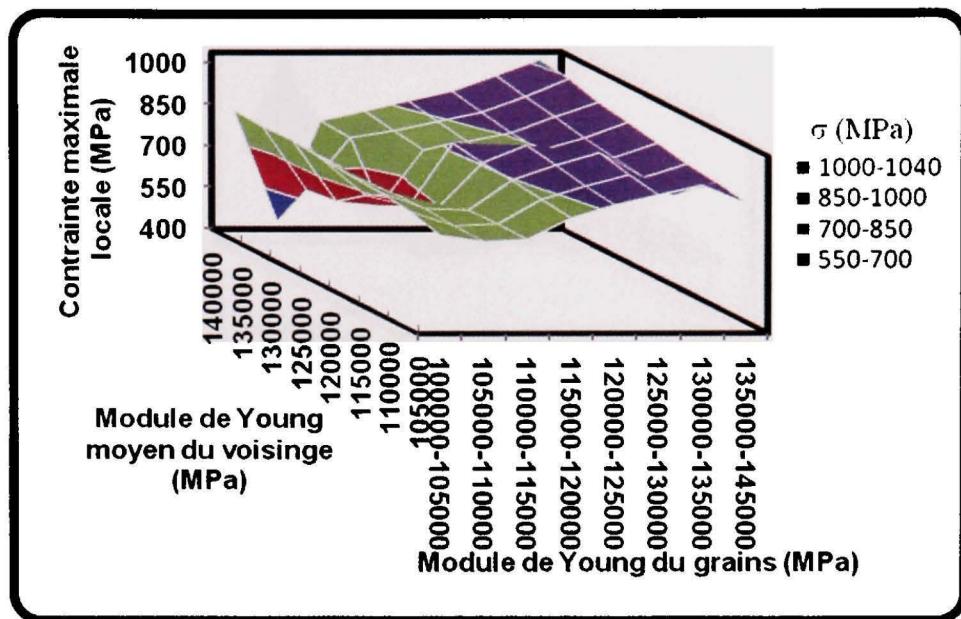
l'orientation cristallographique des grains (ici la nature du module d'Young) et de leurs distributions spatiales dans la microstructure (effet du voisinage). Le type de glissement cristallographique activé (ici représenté par le paramètre de résistance du matériau) influe peu sur la localisation des propriétés mécaniques du matériau.

#### 5.5.2.1.3 Effet du Voisinage

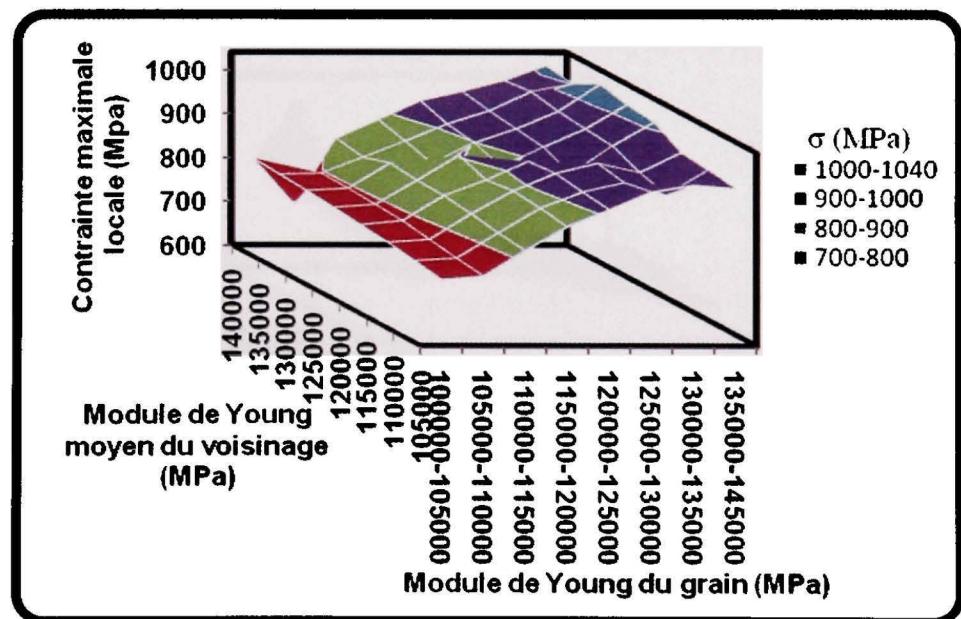
Pour mieux comprendre le rôle de l'environnement, une analyse des contraintes et déformations maximales en fonction du module d'Young du grain et celui du module d'Young moyen du voisinage a été réalisée.

Pour les deux hypothèses de glissement, les figures 5.35 et 5.36 montrent que la contrainte d'un grain augmente avec l'augmentation de son module d'Young et celui de son voisinage immédiat. Cependant le niveau de contrainte le plus grand peut être atteint dans des situations où le grain possède un module d'Young élevé (angle d'orientation est à  $0^\circ$ , le grand axe C de la maille hexagonale confondu avec l'axe de sollicitation) et dont le voisinage immédiat possède un module d'Young moyen allant de 120 GPa à 135 GPa (angle d'orientation entre  $28^\circ$  et  $45^\circ$ ). Le plus bas niveau de contrainte sera localisé sur des grains ayant des modules d'Young faible (orientés vers  $55^\circ$ ) et dont le voisinage aura un module d'Young moyen grand (orienté vers  $0^\circ$ ). De l'autre côté, les résultats des déformations montrent (figures 5.37 et 5.38) que plus le module du grain est grand et plus le module du voisinage est grand, plus le niveau de déformation sera faible est cela pour les deux hypothèses considérées. Par ailleurs, pour un grain ayant un module d'Young faible (allant de 110 à 115 GPa), la déformation augmente avec l'augmentation du module d'Young moyen du voisinage.

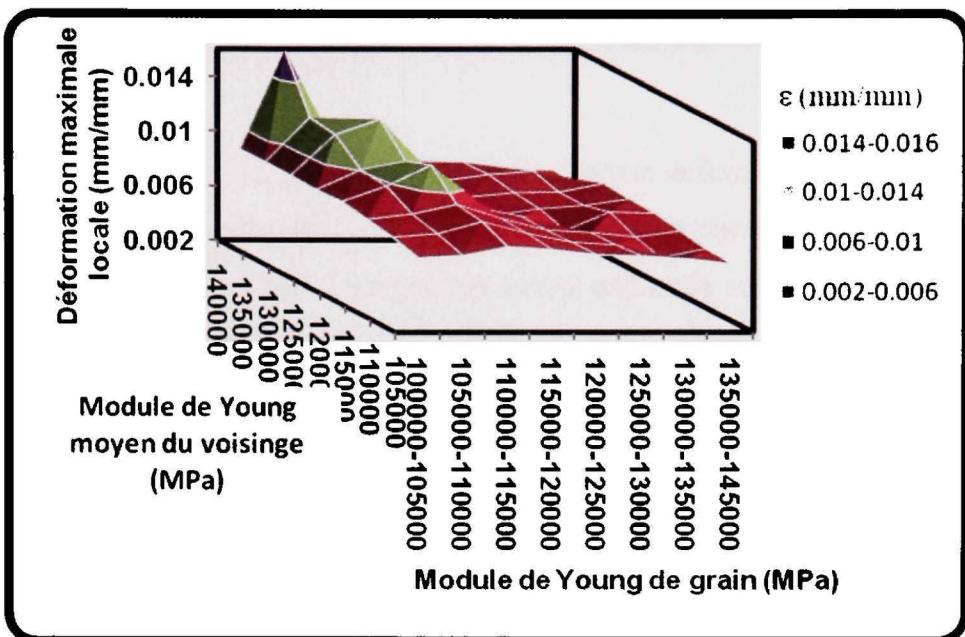
Quelque soit le type de glissement privilégié, la déformation la plus importante est atteinte dans des situations où le grain possède un module d'Young faible (orienté entre  $50^\circ$ - $55^\circ$ ) et dont le module d'Young moyen du voisinage est grand (orientés à peu près  $0^\circ$ ).



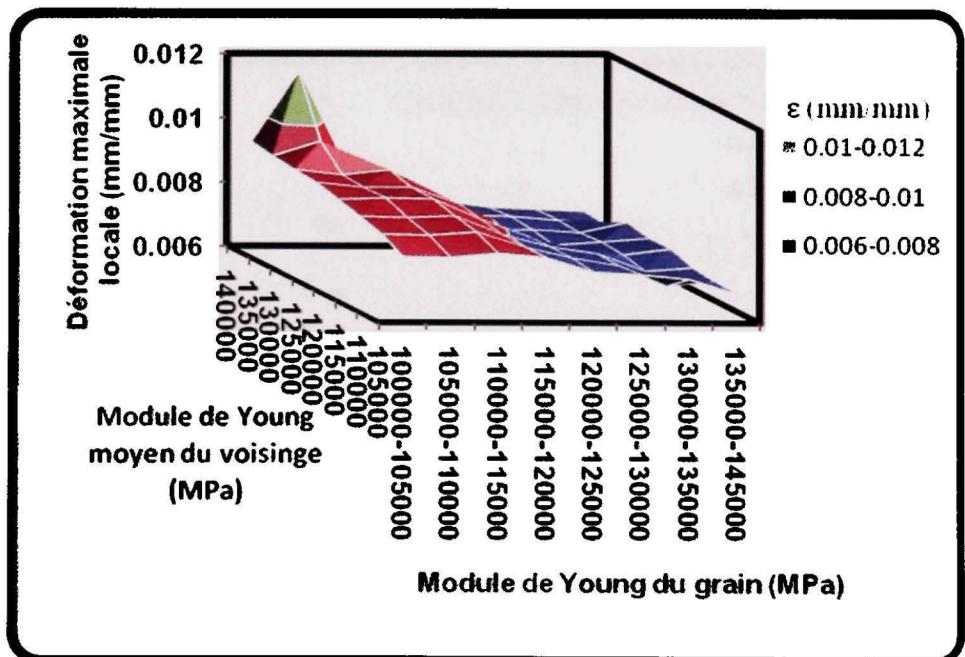
**Figure 5.36** Évolution des Contraintes maximales locales en fonction du module d'Young du grain et du module d'Young moyen du voisinage (cas de l'hypothèse I).



**Figure 5.37** Évolution des Contraintes maximales locales en fonction du module d'Young du grain et du module d'Young moyen du voisinage (cas de l'hypothèse II).



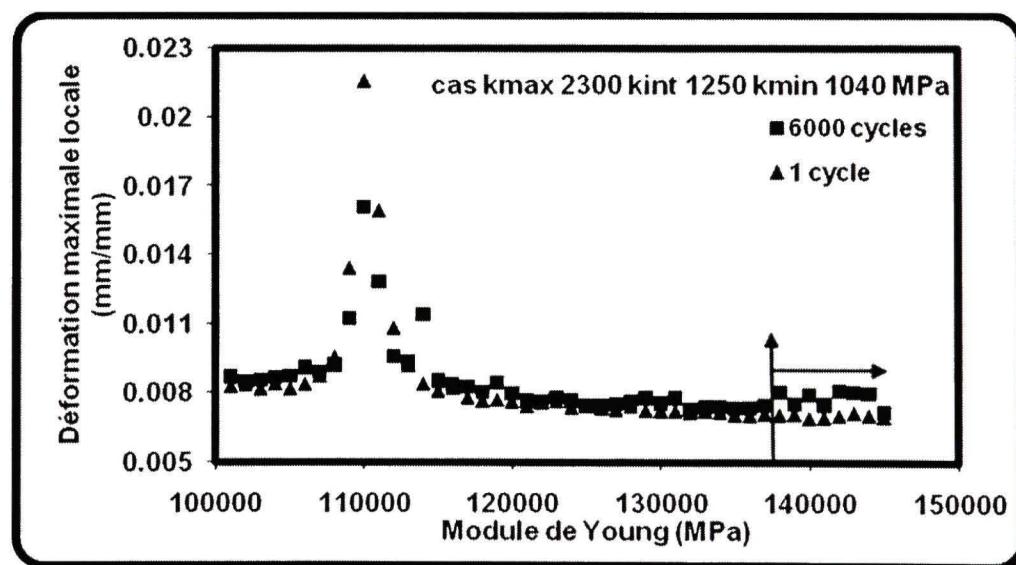
**Figure 5.38** Évolution des déformations maximales locales en fonction du module d'Young du grain et du module d'Young moyen du voisinage (cas de l'hypothèse I).



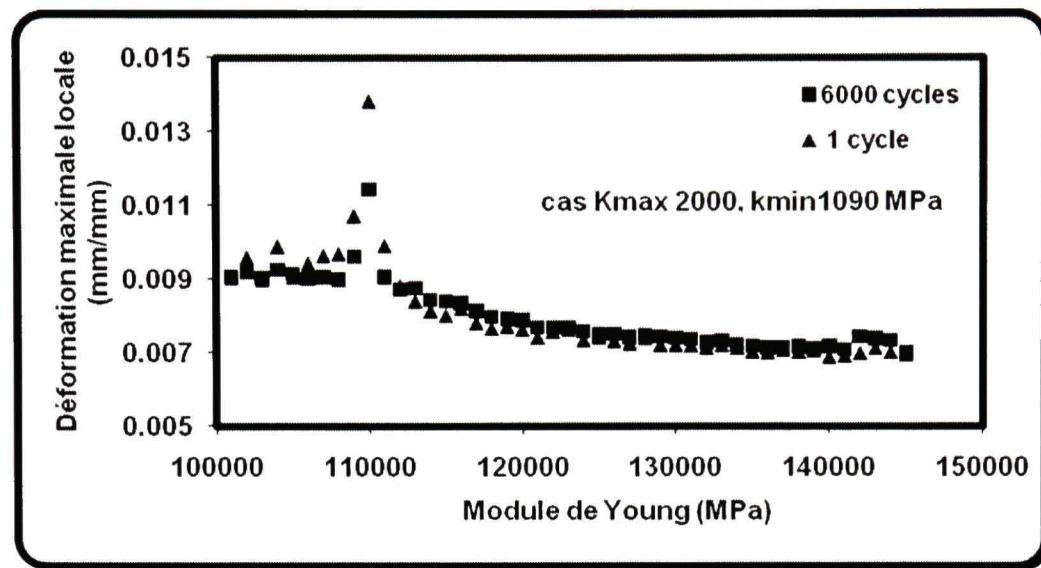
**Figure 5.39** Évolution des déformations maximales locales en fonction du module d'Young du grain et du module d'Young moyen du voisinage (cas de l'hypothèse II).

#### 5.5.2.1.4 Étude comparative des contraintes et déformations en fonction des cycles de fatigue

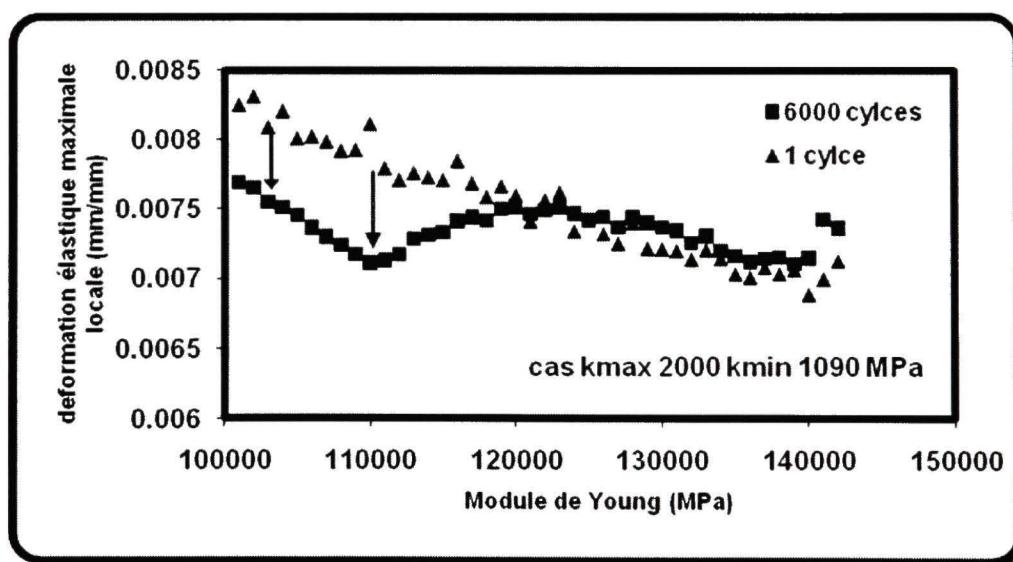
Dans cette section, une étude comparative des contraintes et déformations locales entre le 1<sup>ier</sup> et le 6000<sup>ième</sup> cycle sera présentée afin d'analyser le comportement mécanique locale du matériau lors de la fatigue-fluage. Les résultats seront présentés selon les hypothèses I et II. L'analyse de l'évolution des déformations totales (élastique+plastique) maximale des grains durant les cycles montre qu'elles n'évoluent pas beaucoup entre le 1<sup>ier</sup> et le 6000<sup>ième</sup> cycle. Une augmentation est notable sur les grains orientés de 10° à 0° (module d'Young allant de 138 GPa à 145 GPa, figure 5.39) et sur les grains orientés de 55° à 40° (module d'Young allant de 110 GPa à 120 GPa, figure 5.39). Dans le cas de la figure 5.40 où le glissement prismatique et basal sont privilégiés (hypothèse II) on a enregistré une diminution de la déformation au 6000<sup>ième</sup> cycle pour les grains orientés de 65° à 55° (module d'Young allant de 105 GPa à 110 GPa). Ceci est dû à la chute des déformations élastiques de ce type de grain (figure 5.41).



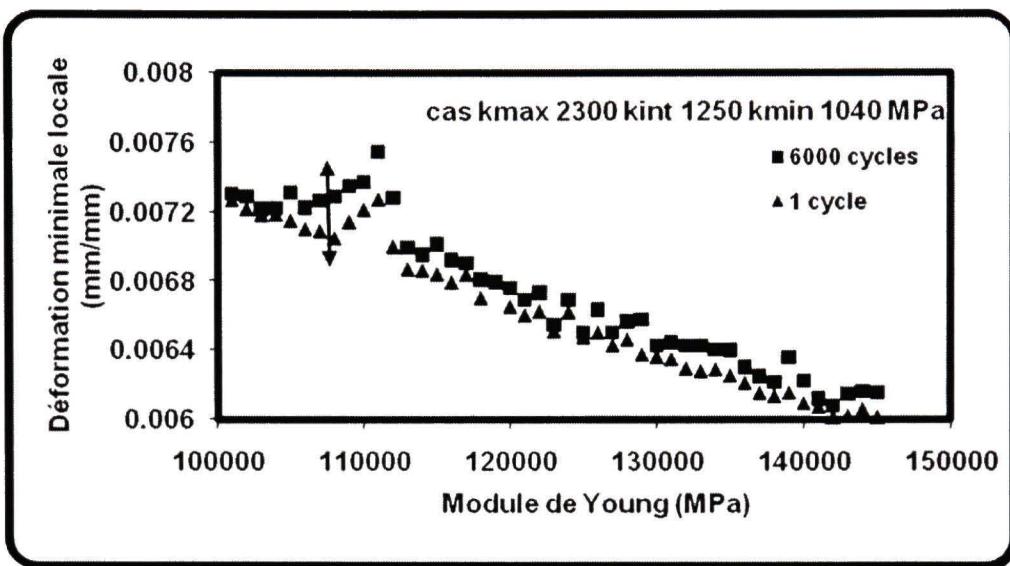
**Figure 5.40** Évolution des déformations maximales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier et le 6000<sup>ième</sup> cycle.  
(microstructure 1; Cas hypothèse I).



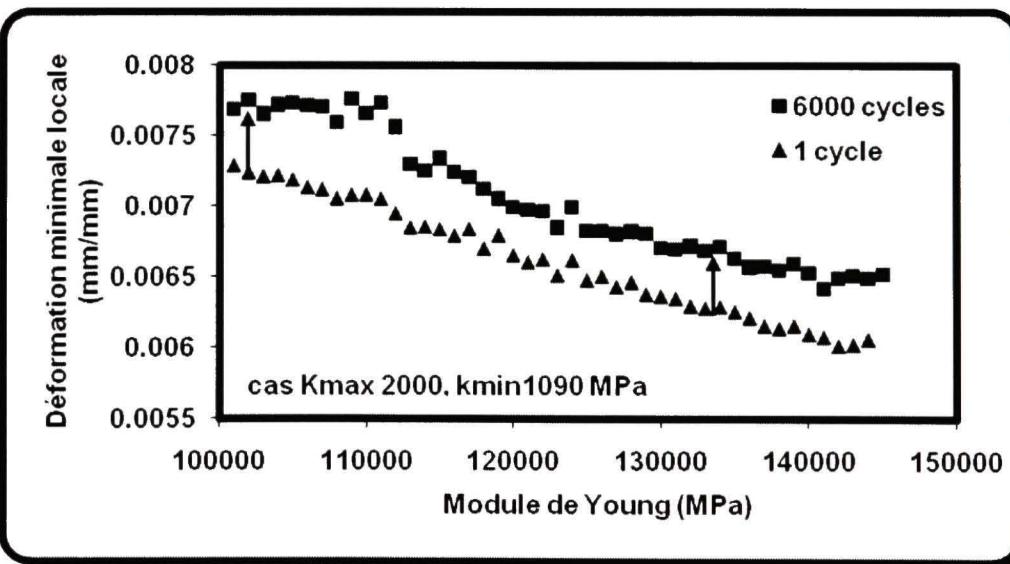
**Figure 5.41** Évolution des déformations maximales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier et le 6000<sup>ième</sup> cycle. (microstructure 1; Cas hypothèse II).



**Figure 5.42** Évolution des déformations élastiques maximales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier et le 6000<sup>ième</sup> cycle ( microstructure 1; Cas hypothèse II).



**Figure 5.43** Évolution des déformations minimales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier cycle et le 6000<sup>ième</sup> cycle (microstructure 1; Cas hypothèse I).

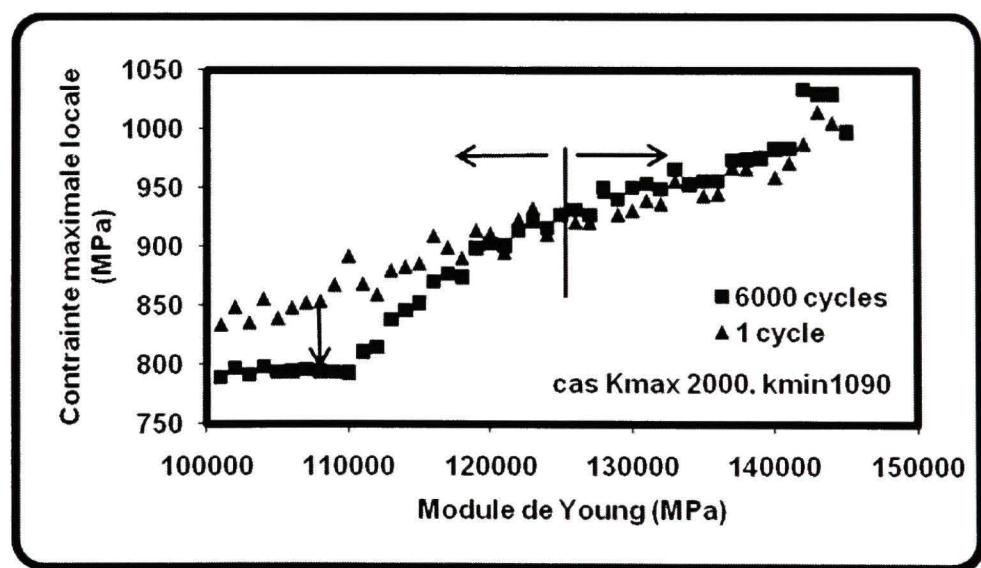
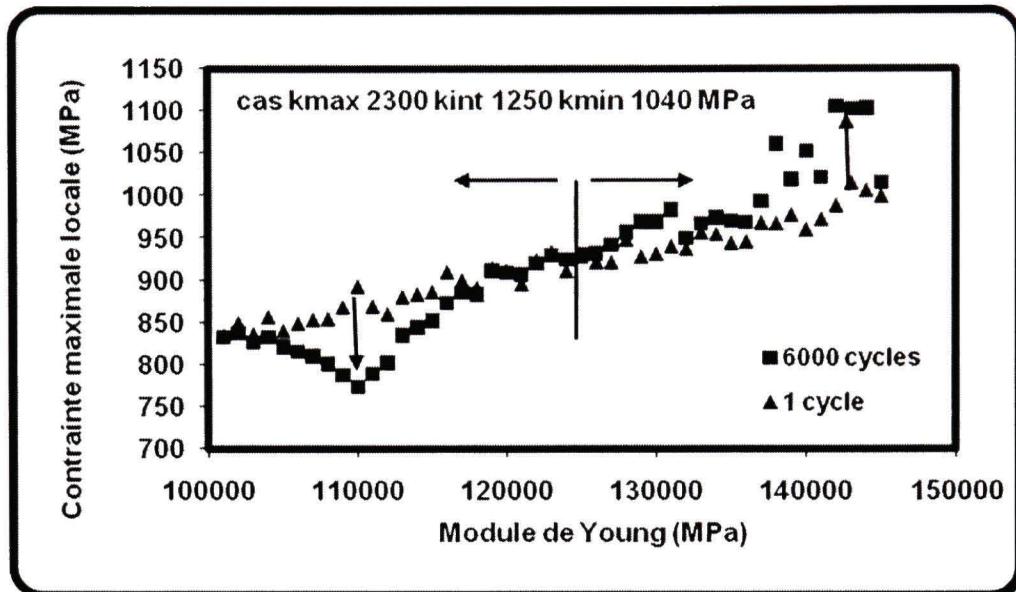


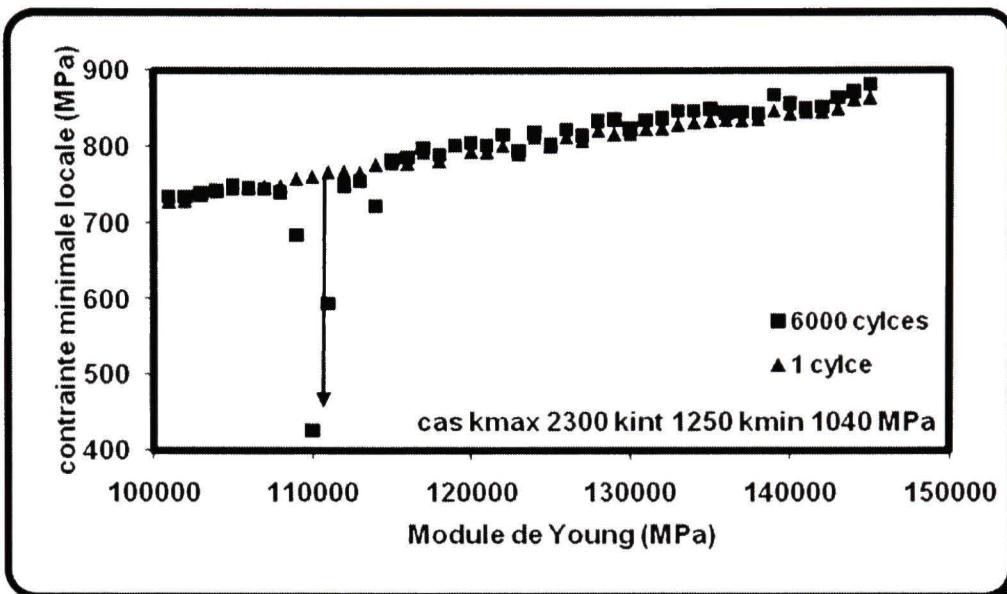
**Figure 5.44** Évolution des déformations minimales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier cycle et le 6000<sup>ième</sup> cycle (microstructure 1; Cas hypothèse II).

Pour les deux hypothèses, les déformations minimales augmentent considérablement au bout de 6000 cycles et cela pour tous les types d'orientations (figures 5.42 et 5.43). L'augmentation de la déformation minimale est plus notable dans le cas de l'hypothèse II. Cette augmentation est remarquée surtout sur les grains orientés de  $50^\circ$  à  $90^\circ$  (Module d'Young allant de 110 GPa à 100 GPa) (figure 5.42).

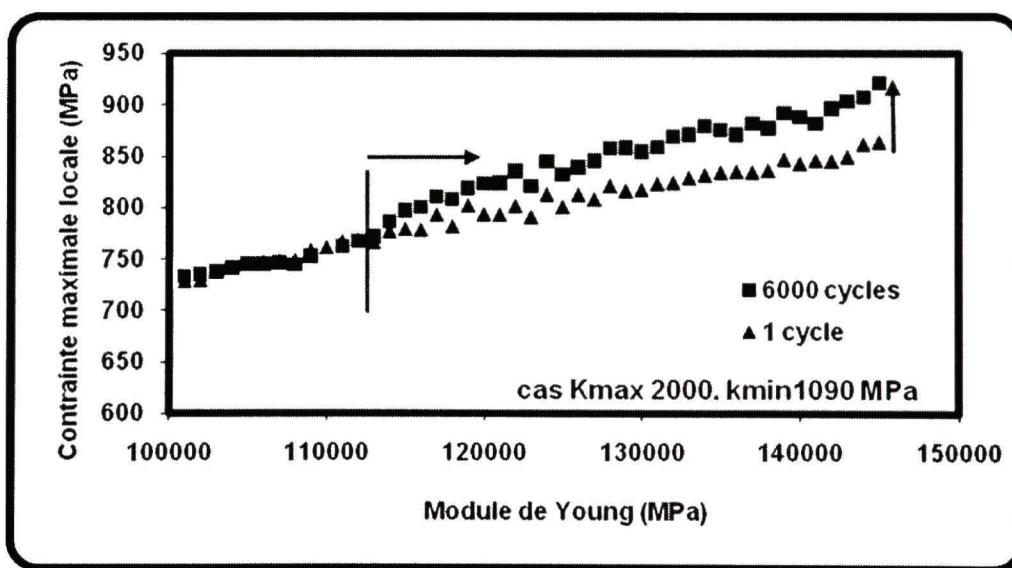
Un changement important de comportement est remarqué au niveau des contraintes maximales locales entre les grains ayant des modules d'Young inférieurs à 128 GPa et ceux plus élevés (figures 5.44 et 5.45). En effet, les contraintes maximales augmentent surtout pour les grains orientés de  $0^\circ$  à  $30^\circ$  (module d'Young allant de 145 GPa à 128 GPa), et diminuent considérablement pour les grains orientés de  $50^\circ$  à  $90^\circ$  (module d'Young allant de 115 GPa à 100 GPa). Cette augmentation de contrainte est beaucoup plus notable dans le cas de l'hypothèse I comparativement à l'hypothèse II particulièrement pour les grains avec les modules d'Young les plus élevés (module d'Young allant de 138 GPa à 145 GPa).

Concernant les contraintes minimales, on remarque dans le cas de l'hypothèse I (figure 5.46), qu'elles subissent une diminution importante pour les grains orientés à  $55^\circ$  (module d'Young, 110 GPa) mais elles restent quasi constantes durant tous le processus de fatigue-fluage pour tous les grains ayant une orientation inférieure à  $55^\circ$  (module d'Young supérieur à 110 GPa). Dans le cas de l'hypothèse II (figure 5.47), c'est le phénomène inverse qui se produit. En effet les contraintes minimales restent constantes durant tout le processus de fatigue-fluage pour tous les grains ayant une orientation supérieure à  $55^\circ$  (module d'Young inférieur à 110 GPa) mais elles augmentent pour les grains ayant une orientation inférieure à  $55^\circ$  (module d'Young supérieur à 110 GPa).



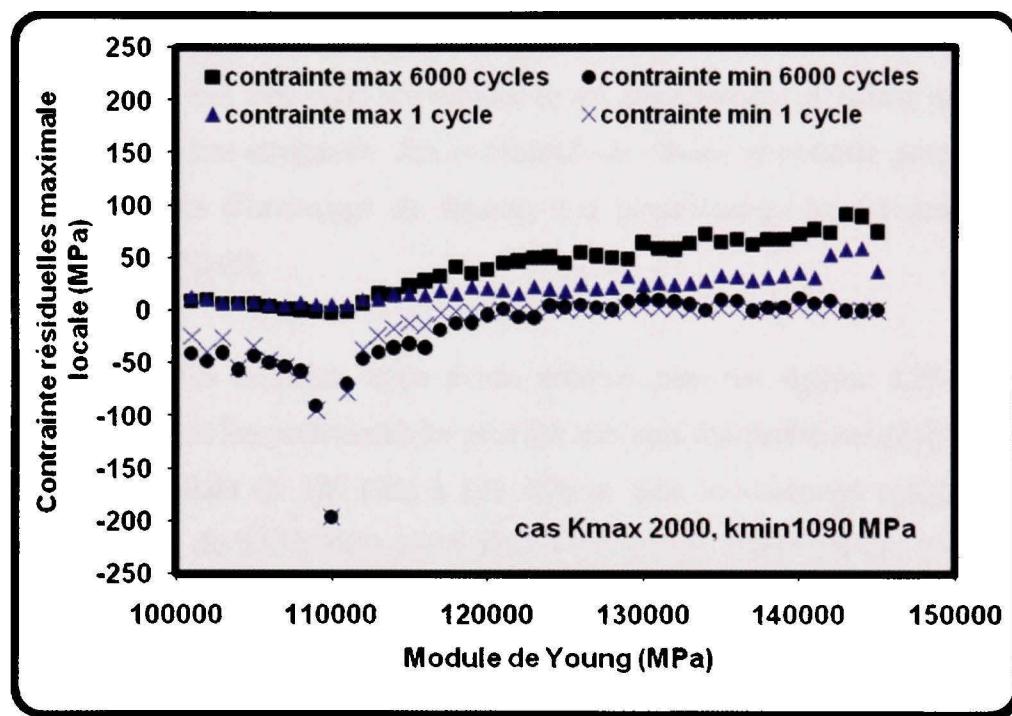


**Figure 5.47** Évolution des contraintes minimales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le premier et le 6000<sup>ème</sup> cycle. (microstructure 1; Cas hypothèse I).



**Figure 5.48** Évolution des contraintes minimales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le 1<sup>er</sup> cycle et le 6000<sup>ème</sup> cycle. (microstructure 1; Cas hypothèse II).

Ces résultats montrent une interaction continue entre les grains favorables à la déformation et les grains résistants à la déformation. Les grains qui se déforment vont avoir une chute du niveau de contrainte dû à un transfert de charge sur leurs voisins, ce qui fera augmenter les contraintes de ceux qui ne se déforment pas. Ceci s'explique par le fait que lors de la décharge les grains favorables à la déformation se trouveront en état de compression alors que les grains défavorables se trouvent en traction (figure 5.48).



**Figure 5.49** Évolution des contraintes résiduelles maximales et minimales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le 1<sup>er</sup> cycle et le 6000<sup>ème</sup> cycle. (microstructure 1; Cas hypothèse II).

En effet lors des chargements successifs les grains qui se trouvent en compression vont mettre plus de temps pour atteindre des contraintes optimales de chargement comparativement aux grains qui sont en traction. La mise à niveau de la contrainte moyenne globale de tous les grains qui devrait être égale à la contrainte préétablie de chargement se fait donc au détriment de grains facilement déformables qui cèdent ainsi une partie de leur

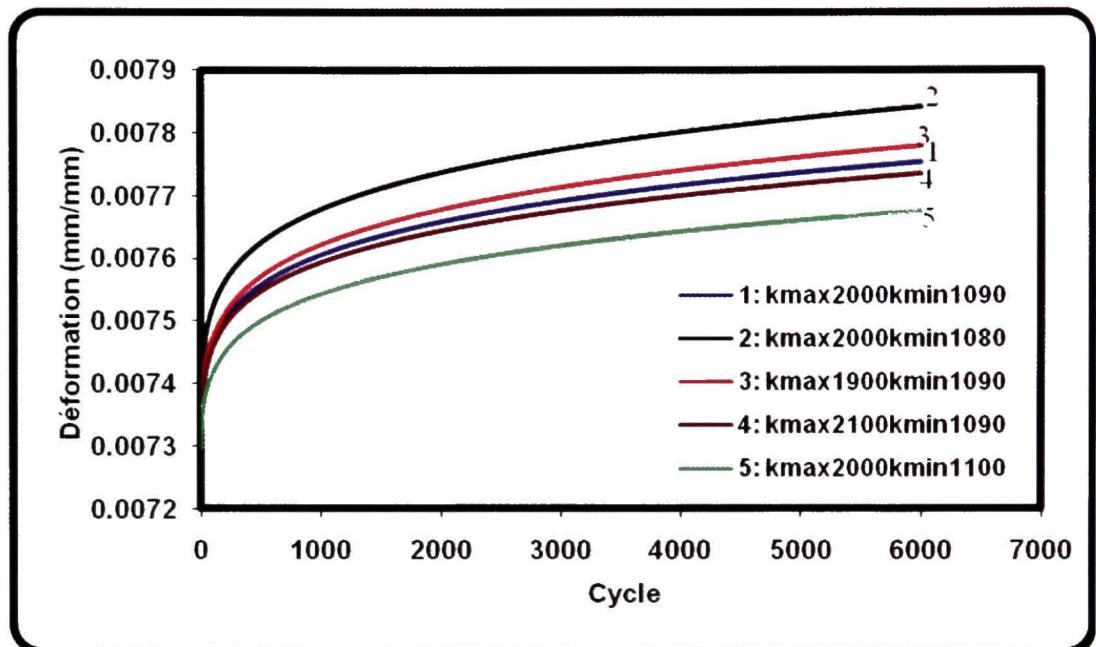
charge aux grains qui résistent à la déformation. D'autre part les grains facilement déformables ayant des contraintes résiduelles de compression importantes résistent probablement à l'amorçage des fissures: ce sont les grains orientés entre  $90^\circ$  à  $55^\circ$  (module d'Young allant de 100 GPa à 110 GPa). De l'autre coté, les grains qui ont des contraintes résiduelles de traction importante, grains orientés entre  $45^\circ$  à  $0^\circ$  (module d'Young allant de 120 GPa à 145 GPa) durcissent plus. C'est probablement les grains qui sont exposés beaucoup plus à l'amorçage. En effet dans l'étude expérimentale menée par Bredier (2006) sur le phénomène de fatigue d'un alliage de titane Ti-6Al-4V, l'auteur a montré que les zones d'amorçage de fissure ont lieu dans les régions ayant des modules d'Young allant de 120 GPa à 130 GPa. Ces zones atteignent des contraintes de clivage nécessaire pour l'amorçage des fissures. Ces zones d'amorçage de fissures ont généralement un voisinage très dur (module d'Young très élevé).

En ce qui concerne nos résultats, nous avons montré dans les figures 5.35 et 5.36 du paragraphe- 5.4.2.1.3 que les contraintes les plus élevées sont localisées sur des régions ayant un module d'Young allant de 125 GPa à 145 GPa et dont le voisinage ayant un module d'Young moyen allant de 130 GPa à 145 GPa. Si ces grains atteignent des contraintes de clivage, il est possible que des fissures seront générées au niveau des grains et se propageront si l'environnement est favorable.

#### **5.5.2.1.5 Effet des valeurs maximales et minimales du paramètre de résistance $\kappa$ sur le comportement en fatigue-fluage globale et locale**

La réponse en déformation lors de la fatigue-fluage, à l'instar du fluage seul, semble très sensible aux variations du paramètre de résistance du matériau « $\kappa$ ». En effet à partir des paramètres de référence de l'Hypothèse II (plasticité privilégiée sur les systèmes prismatiques et basaux;  $\kappa_{\max} = 2000 \text{ MPa}$  et  $\kappa_{\min} = 1090 \text{ MPa}$ ) on remarque que l'augmentation ou la diminution de la valeur maximale du paramètre « $\kappa$ » influe peu sur le comportement mécanique global du matériau (figure 5.49). Par contre une légère diminution

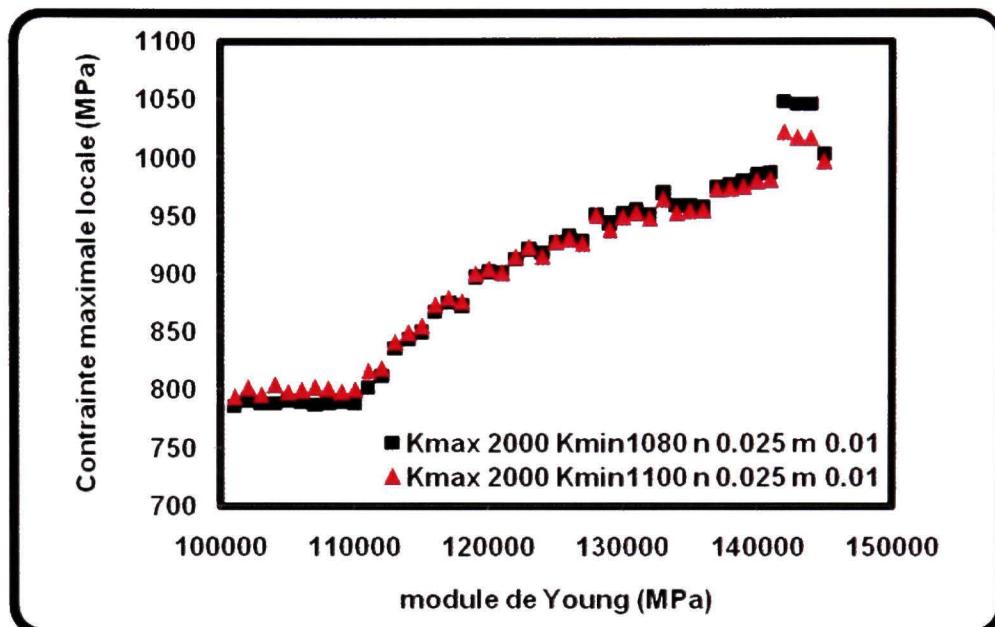
de la valeur minimale du paramètre « $\kappa$ » entraîne une grande déformation du matériau, alors qu'une augmentation induit une plus grande résistance.



**Figure 5.50** Courbe de déformation en fatigue-fluage versus le nombre de cycle; effet du paramètre « $\kappa$ » (microstructure1; cas de l'hypothèse II).

Dans ce cas précis, une comparaison des contraintes maximales locales (voir figure 5.50) dans la bande comprise entre  $K_{\text{max}}=2000$  et  $K_{\text{min}}= 1080$  (MPa) et aussi pour  $K_{\text{max}}= 2000$  et  $K_{\text{min}}= 1100$  (MPa), permet de voir une légère augmentation des contraintes pour les grains ayant un module d'Young allant entre 100 GPa et 110 GPa dans le cas  $K_{\text{max}}= 2000$   $K_{\text{min}}=1100$  (MPa). Par contre pour les grains ayant des modules d'Young allant de 140 GPa à 145 GPa cette augmentation est plutôt notable dans le cas  $K_{\text{max}}= 2000$   $K_{\text{min}}= 1080$  (MPa). Par ailleurs le durcissement des grains ayant des modules d'Young allant entre 125 GPa et 135 GPa est approximativement le même pour les deux cas cités. Ces types de grains sont les plus sensibles au phénomène de fatigue-fluage. Ces résultats indiquent que le matériau peut

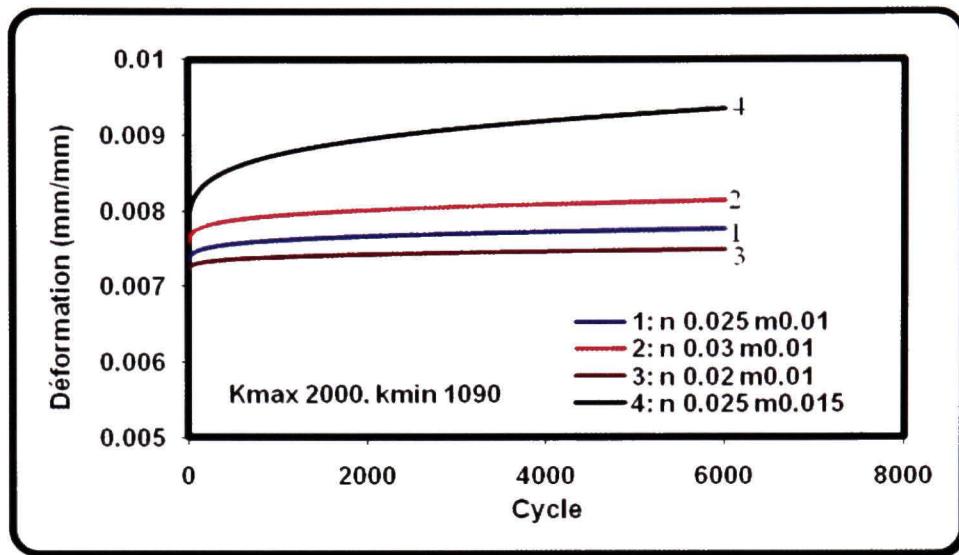
avoir un comportement local très différent que celui prédit globalement d'où la nécessité de l'analyse locale afin de prédire la vie en fatigue de ce type de matériau.



**Figure 5.51** Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le cas Kmax 2000 Kmin 1080 et le cas Kmax 2000 Kmin 1100 après 6000 cycles. (microstructure 1; Cas hypothèse II).

#### 5.5.2.1.6 Effet du coefficient d'écrouissage «*n*» et de la sensibilité à la vitesse de déformation «*m*» sur le comportement en fatigue-fluage globale et locale

La réponse en déformation lors de la fatigue-fluage est aussi sensible aux variations des paramètres «*n*» et «*m*» que le paramètre de résistance du matériau « $\kappa$ ». En effet à partir des paramètres de référence ( $\kappa_{\max} = 2000 \text{ MPa}$ ,  $\kappa_{\min} = 1090 \text{ MPa}$ ,  $n = 0.025$  et  $m = 0.01$ ) on a remarqué que l'augmentation de la sensibilité à la vitesse «*m*» et du nombre d'écrouissage «*n*» induit une forte augmentation de la déformation globale du matériau (figure 5.51).



**Figure 5.52 Courbe de déformation en fatigue-fluage versus le nombre de cycle; effet des paramètres «*n*» et «*m*» (microstructure1; cas de l'hypothèse II).**

La comparaison des contraintes maximales locales (figure 5.52) entre le cas ( $n = 0.02, m = 0.01$ ) et le cas ( $n = 0.025, m = 0.015$ ) nous montre une importante augmentation des contraintes pour les grains ayant des modules d'Young allant entre 100 GPa et 125 GPa (cas :  $n = 0.02, m = 0.01$ ). Dans le cas ( $n = 0.025, m = 0.015$ ) l'augmentation des contraintes est importante pour les grains ayant des modules d'Young allant de 130 GPa à 145 GPa. Pour les grains ayant des modules d'Young allant entre 122 GPa et 128 GPa la contrainte est approximativement la même pour les deux cas. Ceci dit l'accroissement des contraintes locales enregistré après 6000 cycles pour les grains ayant des modules d'Young allant entre 100 GPa et 125 GPa (cas :  $n = 0.02, m = 0.01$ ) contribue au ralentissement de la déformation globale du matériau par rapport à la courbe de référence (courbe 1, figure 5.51). D'un autre côté la diminution des contraintes locales pour ces mêmes types de grains dans le cas ( $n = 0.025, m = 0.015$ ) a contribué à hausser le niveau de déformation globale du matériau.

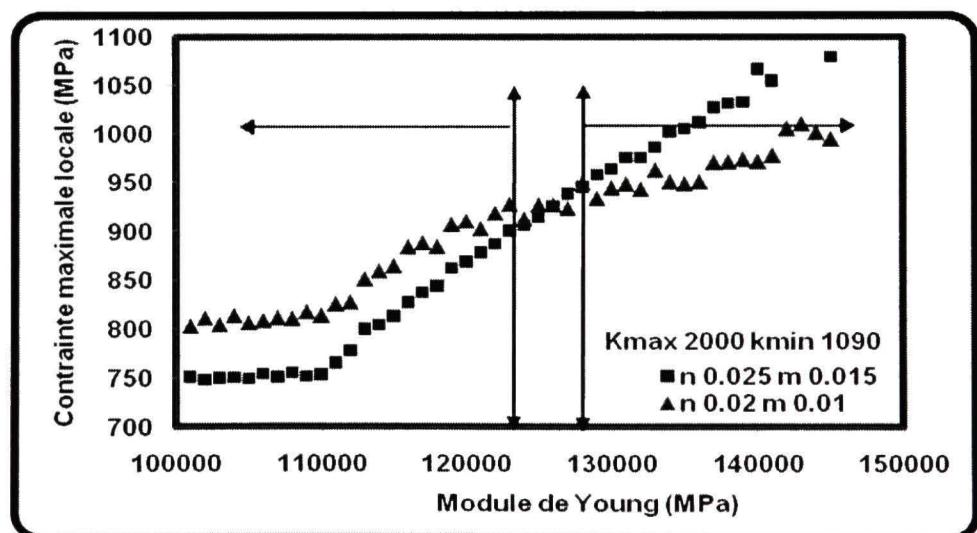
Il est très important de noter que la valeur du paramètre «*m*» du titane est comparable à celle des autres matériaux comme le cuivre, les aciers inoxydables, les aciers ferritiques, alors que la valeur de «*n*» est beaucoup plus faible (tableau 5.3). La combinaison de ces deux paramètres fait que l'exposant  $\frac{m}{m+n}$  de l'équation (3.40) est assez grand pour le cas des

alliages de titane. Cette combinaison particulière permet effectivement aux alliages de titane de fluer d'avantage à température ambiante. Ce phénomène a été observé aussi par (Neeraj et al, 2000).

**Tableau 5.3**

**Comparaison des paramètres «m» et «n» du titane avec les alliages conventionnels**  
 (Tiré de Neeraj et al, 2000)

Matériau	m	n	m /(m+n)
Alliage de Ti	0.01-0.015	0.03-0.07	0.25-0.18
OFHC Cu	0.01	0.4	0.02
304 SS	0.02	0.5	0.04
Acier ferritique	0.02	0.1-0.3	0.16-0.06

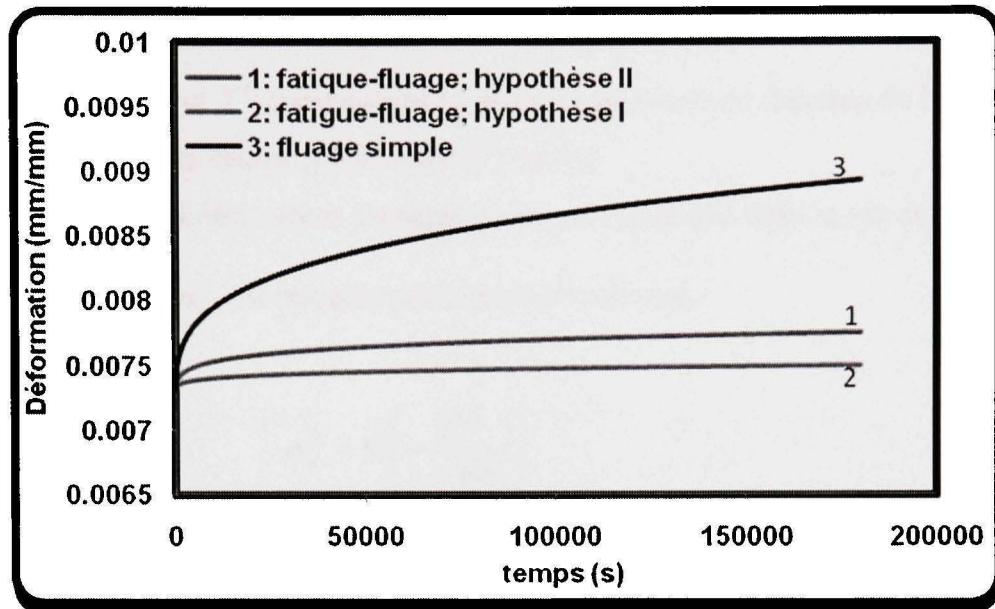


**Figure 5.53** Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young, comparaison entre le cas ( $n = 0.02$   $m = 0.01$ ) et le cas ( $n = 0.025$   $m = 0.015$ ) après 6000<sup>ème</sup> cycle. (microstructure I; Cas hypothèse II).

### 5.5.2.1.7 Étude comparative entre le fluage simple et la fatigue-fluage

Dans le but de mettre en évidence l'effet conjugué de la fatigue-fluage et le bien fondé de l'approche métallurgique du modèle, une étude comparative entre le fluage simple et la fatigue-fluage selon les deux hypothèses I et II décrites dans le chapitre 4 a été réalisée. Les simulations de fatigue-fluage et de fluage sont comparées sur une même échelle de temps soit 180000 seconde (équivalent à 6000 fois 30 secondes). La figure 5.53 montre l'évolution de la déformation en fonction du temps pour l'hypothèse I et II respectivement. On remarque que la déformation en fluage est plus importante que la déformation en fatigue-fluage pour les deux modes de glissement activé. A priori l'approche métallurgique présente une certaine limite, dans le sens où elle sous estime la réponse en déformation lors de la fatigue-fluage qui devait être plus importante que celle du fluage simple.

Comme il a été expliqué au paragraphe (5.4.2.1.3) les grains qui se déforment d'avantage voient leurs contraintes chuter énormément au cycle suivant du fait qu'ils entrent en compression lors de la décharge. Ce phénomène fait ralentir la déformation au cours de la fatigue-fluage vu que les contraintes des grains à même de se déformer chutent, ce qui entraîne un niveau de déformation faible par rapport à celui du fluage simple. La section suivante permet de remédier à ce problème en introduisant une partie plastique à l'étape de chargement.



**Figure 5.54** Évolution des déformations totales en fonction du temps, comparaison entre le fluage et la fatigue-fluage (Cas hypothèse I et hypothèse II).

### 5.5.2.2 Amélioration de l'approche métallurgique

Afin d'améliorer notre modèle basé sur l'approche métallurgique, nous proposons de prendre en compte les déformations plastiques lors du chargement. En effet dans les tests de fatigue-fluage, la contrainte préétablie que le matériau doit atteindre est de 830 MPa. Cette contrainte est de l'ordre de plus ou moins 85% de la limite d'élasticité, il est fort probable qu'à ce niveau de contrainte certains grains peuvent se déformer plastiquement lors du chargement. Spécifiquement ce sont les grains avec un module d'Young faible qui devraient se plastifier. En effet, une relation permettant le calcul de la déformation plastique dans une cellule a été introduite dans le modèle selon l'équation 5.22 (Chenal et Driver, 1999):

$$\varepsilon p^c = \left( \frac{\sigma^c - \sigma_e^c}{\Gamma^c} \right)^{\frac{1}{np}} \quad (5.22)$$

où  $\sigma^C$  représente la contrainte du grain (cellule),  $\sigma_e^C$  sa limite élastique,  $np$  constante de plasticité du matériau et  $\Gamma^C$  constante de plasticité et qui varie en fonction de l'orientation de cristallographique de la cellule (du module d'Young).

Dans notre modèle la déformation plastique ne sera calculée que dans le cas où  $\sigma^C > \sigma_e^C$ .

La limite d'élasticité  $\sigma_e^C$  est calculée par la relation suivante :

$$\sigma_e^C = \Theta \left( \frac{\Sigma^C}{1 + fw^C} \right) \quad (5.23)$$

où  $\Sigma^C$  est un paramètre de plasticité du matériau qui varie en fonction de l'orientation de la cellule,  $\Theta$  est une constante d'ajustement qui varie entre 0 et 1 et  $fw^C$  est une fonction d'Avrami de l'énergie accumulée par la répétition du chargement de la cellule. Cette fonction, fait chuter la limite d'élasticité et permet de plastifier les grains à cause de l'adoucissement. La fonction  $fw^C$  est donnée par la relation suivante (Dorlot et al, 1985):

$$fw^C = 1 - \exp(-K * w_C^N) \quad (5.24)$$

où  $K$  et  $N$  sont des constantes et  $w_C$  est l'énergie fournie par la déformation plastique. La plasticité due au chargement  $\varepsilon p^C$  et la déformation du maintien en fluage  $\varepsilon f^C$  ont été ainsi prise en compte dans la relation suivante:

$$w_C = \frac{\sigma^C * (\varepsilon p^C + \varepsilon f^C)}{2} \quad (5.25)$$

Ce formalisme permet à certains grains de la microstructure de se déformer plastiquement suite à la diminution de leur limite d'élasticité induite par un adoucissement dû à l'accumulation de l'énergie appliquée au grain.

### 5.5.2.2.1 Résultats de l'approche métallurgique avec plasticité

Les simulations de fatigue-fluage ont été menées sur la microstructure 1 en utilisant les paramètres mécaniques du matériau présentés au tableau 5.4. L'hypothèse II (plasticité privilégiée sur les systèmes prismatiques et basaux) a été prise en considération.

**Tableau 5.4**  
**Principaux paramètres mécaniques du matériau**

Paramètre $\kappa$ (MPa) de l'hypothèse II	$\kappa_{\max} = 2000$ , $\kappa_{\min} = 1090$
Paramètre $\Gamma$ (MPa)	$\Gamma_{\max} = 6$ , $\Gamma_{\min} = 2.9$
Paramètre $\Sigma$ (MPa)	$\Sigma_{\max} = 3200$ , $\Sigma_{\min} = 500$
Constante $\Theta$	0.6
Constante $np$	0.05
Constante avrami $K$	0.009
Constante avrami $N$	1.1
Le nombre d'écrouissage $n$	0.025
La sensibilité à la vitesse $m$	0.01

$\Gamma_{\max}$ ,  $\Gamma_{\min}$ ,  $\Sigma_{\max}$  et  $\Sigma_{\min}$  sont les valeurs maximales et minimales des constantes de plasticité  $\Gamma^C$  et  $\Sigma^C$  respectivement. Ces valeurs ont été choisies de telle sorte que les déformations plastiques au chargement auront un ordre de grandeur plus ou moins comparable à celui des déformations de maintien en fluage.

Ces deux constantes de plasticité  $\Gamma^C$  et  $\Sigma^C$  sont calculées selon l'hypothèse II (Eq. 5.26).

$$\Gamma^C (\Sigma^C) = a E^C + b \quad (5.26)$$

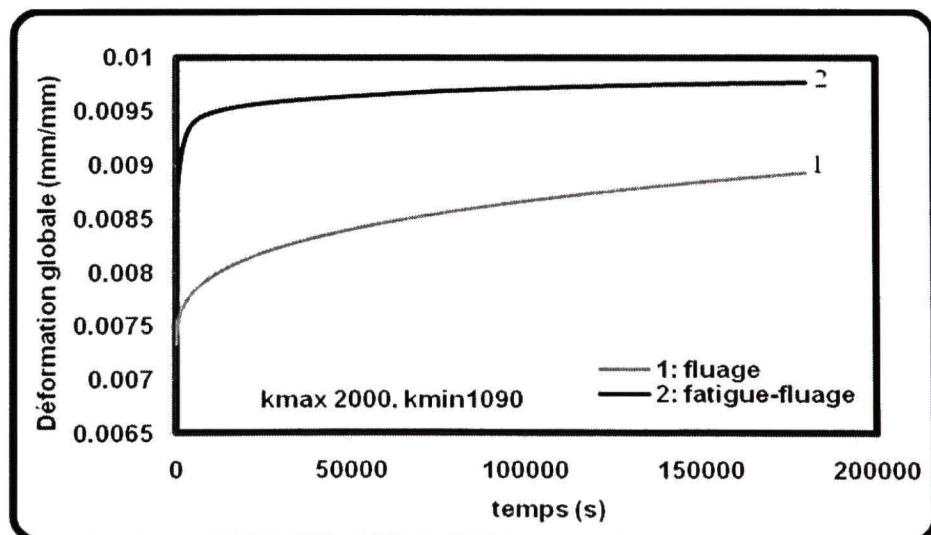
L'équation (5.26) sera alors utilisée dans un premier temps pour calculer les paramètres  $\Gamma^c$  et  $\Sigma^c$  des grains dont le module d'Young est compris entre 110 GPa et 145 GPa avec comme expression de  $a$  et  $b$  :

$$a = \frac{\Gamma_{\max} - \Gamma_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} \quad \text{ou} \quad \left( a = \frac{\Sigma_{\max} - \Sigma_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} \right) \quad (5.27)$$

$$b = \Gamma_{\min} - \frac{\Gamma_{\max} - \Gamma_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} E_{\min} \quad \text{ou} \quad \left( b = \Sigma_{\min} - \frac{\Sigma_{\max} - \Sigma_{\min}}{E_{\max} - E_{\min}} E_{\min} \right) \quad (5.28)$$

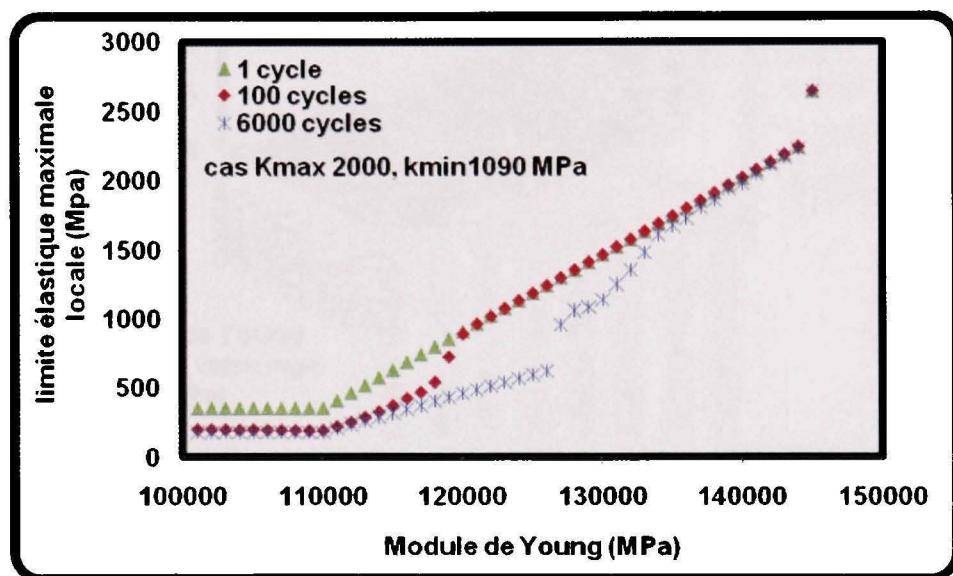
Les paramètres  $\Gamma^c$  et  $\Sigma^c$  des grains dont le module d'Young est compris entre 110 GPa et 145 GPa recevront respectivement les valeurs minimales choisies  $\Gamma_{\min}$  et  $\Sigma_{\min}$ .

L'amélioration de l'approche métallurgique par l'introduction de la déformation plastique lors du chargement montre ainsi une déformation globale du matériau en fatigue-fluage plus importante que celle du fluage simple (figure 5.54).



**Figure 5.55 Évolution des déformations totales en fonction du temps pour la microstructure 1; Comparaison entre le fluage et la fatigue-fluage (Cas hypothèse II).**

Durant les cycles de fatigue, il se produit une chute de la limite d'élasticité du matériau (figure 5.55). Ce processus induit l'apparition des déformations plastiques causée par le glissement des dislocations. Ce phénomène est particulièrement remarqué sur les grains ayant des modules d'Young allant de 100 GPa à 135 GPa où leur limite élastique chute considérablement après 6000 cycles de fatigue-fluage. Par ailleurs les grains ayant des modules d'Young allant de 135 GPa à 145 GPa voient leur limite élastique augmenter et rester stable au cours de la répétition des cycles. Il est fort probable que cette augmentation induit une résistance à la déformation plastique pour ce type de grains.

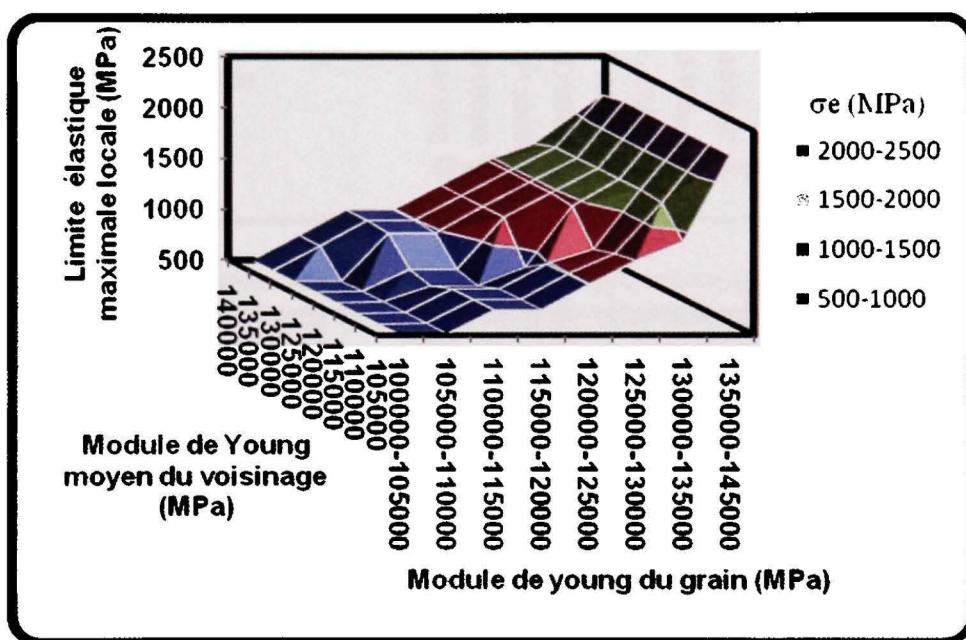


**Figure 5.56 Évolution de la limite d'élasticité maximale locale en fonction du module d'Young; comparaison entre 1 cycle, 100 cycle et 6000 cycles; microstructure 1 (Cas hypothèse II).**

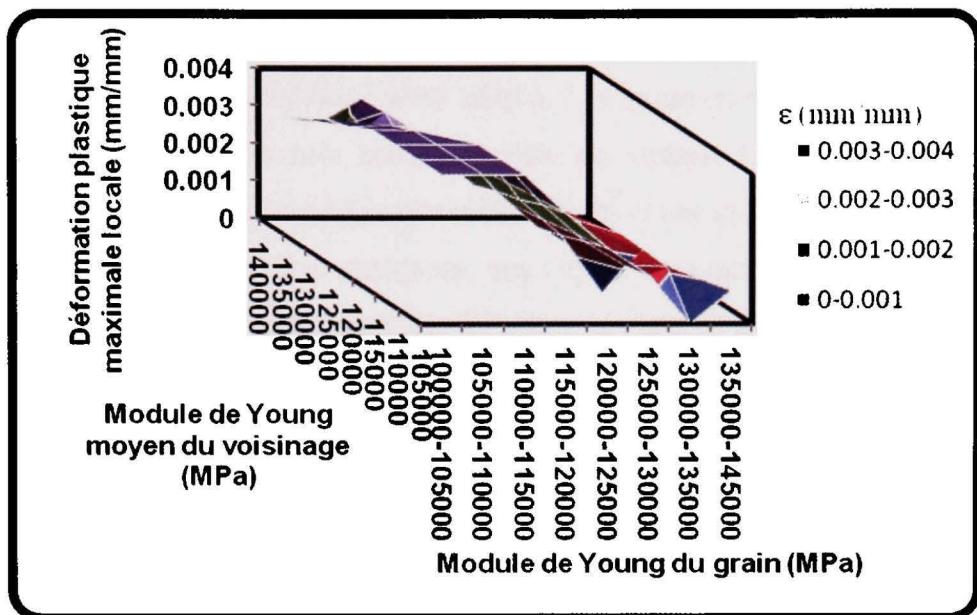
L'analyse locale approfondie de la limite élastique après 6000 cycles (figure 5.56) nous montre que les grains avec un module d'Young variant entre 135GPa et 145GPa (orientés entre 20° et 0°) voient leur limite élastique augmenter.

Ces grains résistent considérablement à la déformation plastique (figure 5.57). Les grains dont les modules d'Young varient entre 100GPa et 115GPa (orientés entre 90° et 55°) se

plastifient selon leurs orientations et celle du voisinage immédiat. La déformation plastique augmente considérablement si l'orientation du grain est proche de celle de son voisinage, c'est le cas des grains ayant des modules d'Young allant de 100GPa à 115GPa et dont le module d'Young moyen du voisinage varie entre 100GPa à 115GPa. Ces mêmes grains voient leur déformation plastique diminuer au fur et mesure que le module d'Young moyen du voisinage augmente.



**Figure 5.57** Évolution de la limite élastique maximale locale en fonction du module d'Young du grain et celui du voisinage pour la microstructure 1 pour 6000 cycles; (Cas hypothèse II).



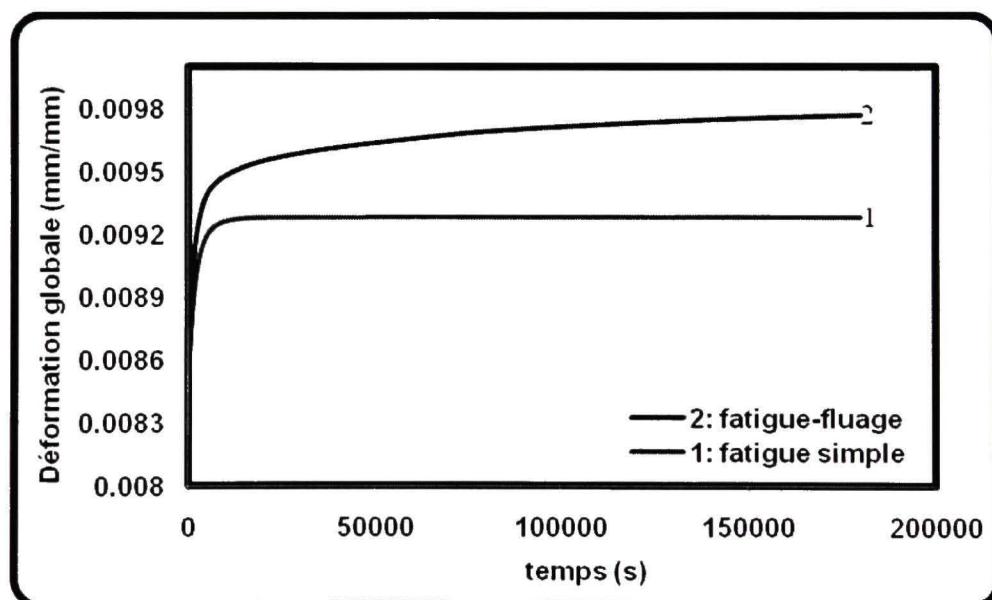
**Figure 5.58** Évolution des déformations plastique maximales locales en fonction du module d'Young du grain et celui du voisinage pour la microstructure 1 pour 6000 cycles;(Cas hypothèse II).

### 5.5.2.2.2 Étude comparative entre la fatigue simple et la fatigue-fluage

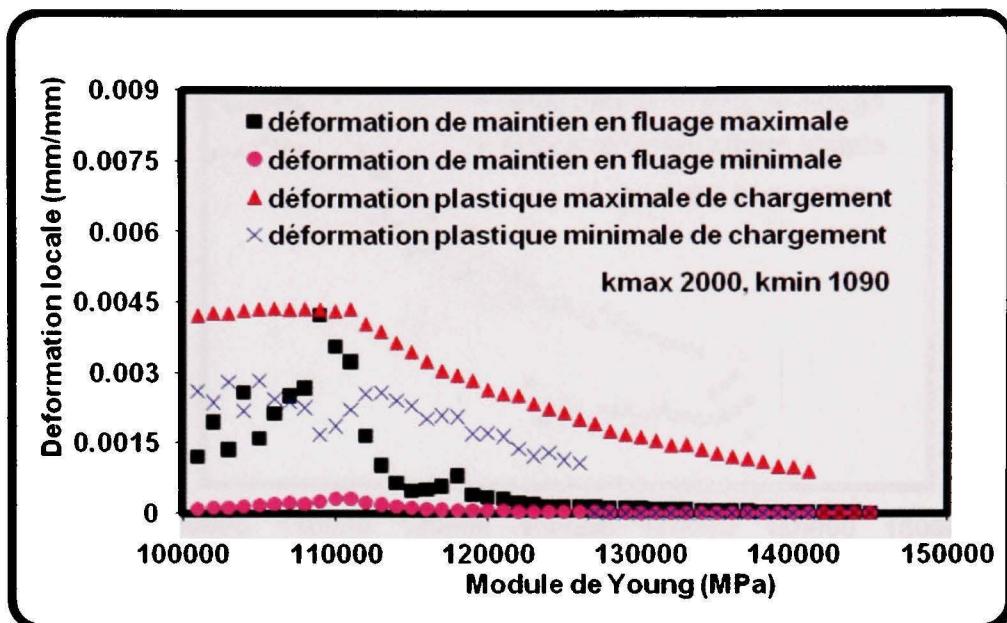
Une étude comparative entre les simulations de fatigue et ceux de la fatigue-fluage a été menée comme précédemment. Les tests de fatigue-fluage et de fatigue simple ont été menés sur la microstructure 1 de la figure 5.1 en simulant des essais à déformation imposée pour une contrainte globale de 830 MPa. Dans le cas de la fatigue simple, la charge est relâchée juste après l'étape de chargement alors qu'une étape de fluage de 30 secondes est rajoutée pour la fatigue-fluage. Comme précédemment, la déformation plastique utilisée pour calculer les déformations résiduelles dans chaque cellule doit être égale à la différence entre la déformation moyenne du voisinage et celle de la cellule. Cette déformation plastique sera calculée en tenant compte de la déformation plastique calculée durant la période de chargement ainsi que celle calculée pendant la période de maintien en fluage (dans le cas de la fatigue-fluage) si maintien il y a.

Les deux types de simulation ont été répétés jusqu'à 6000 cycles. L'hypothèse II caractérisée par le glissement prismatique et basal a été adopté. Les paramètres mécaniques du matériau utilisés dans cette simulation sont ceux présentés au tableau 5.2 et 5.4. La figure 5.58 montrent l'évolution de la déformation globale en fonction des cycles de vie pour la fatigue-fluage et la fatigue simple. Nous remarquons, que l'ajout d'un temps de maintien même très petit entre la charge et la décharge contribue à l'accroissement de la déformation.

On confirme bien que l'ordre de grandeur des déformations plastiques locales au chargement est plus ou moins du même ordre que celui de la phase de maintien en fluage (figure 5.59) (les paramètres de l'équation ayant été choisis comme tel).

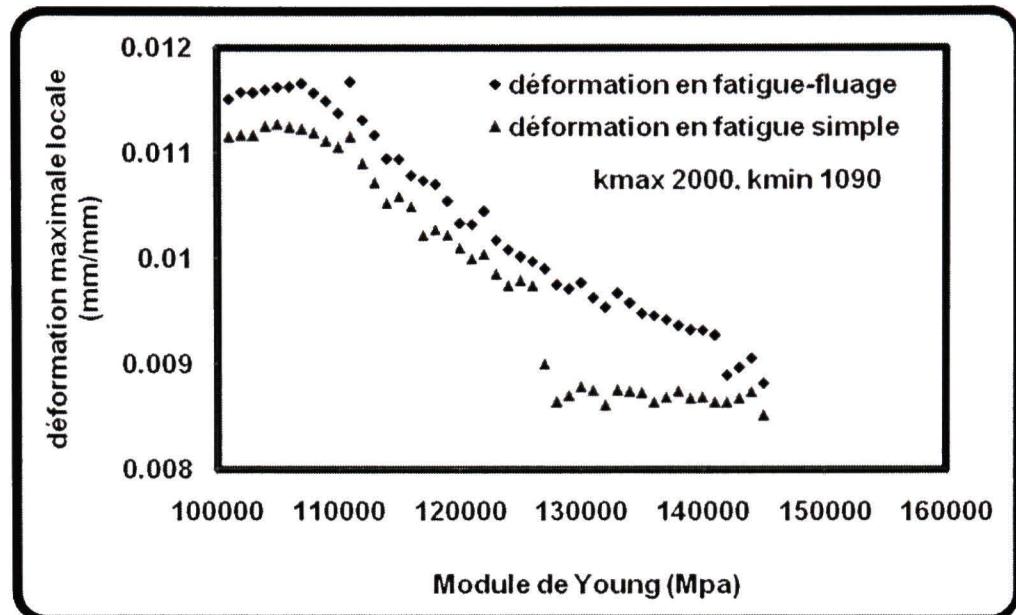


**Figure 5.59 Comparaison des déformations globales pour un essai de fatigue simple et un essai de fatigue-fluage (Cas hypothèse II).**

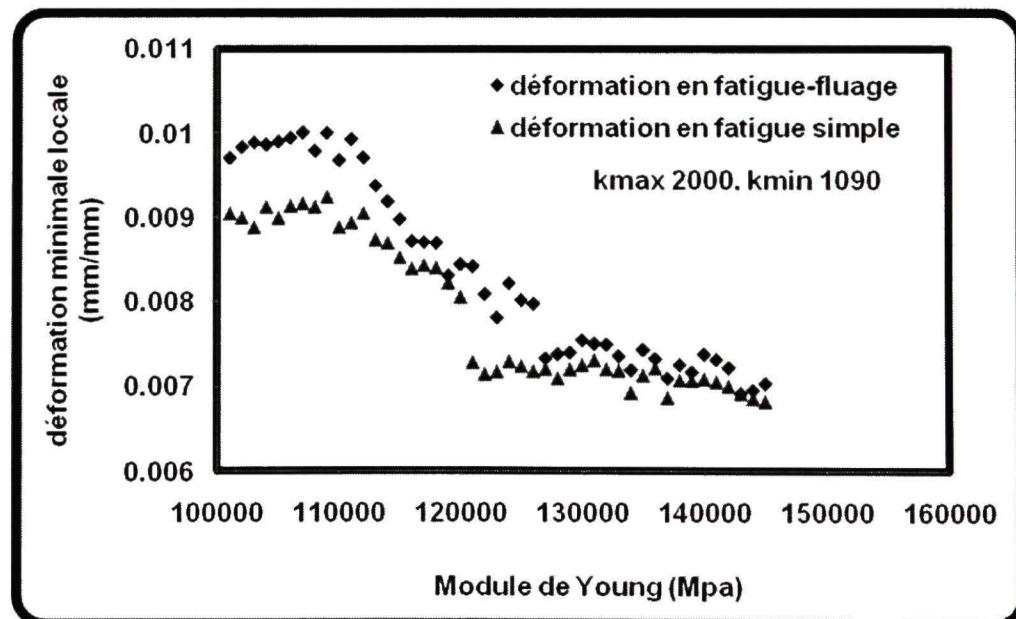


**Figure 5.60** *Comparaison des déformations plastiques et de maintien maximales et minimales locales en fonction du module d'Young; microstructure 1; après 6000cycles (Cas hypothèse II).*

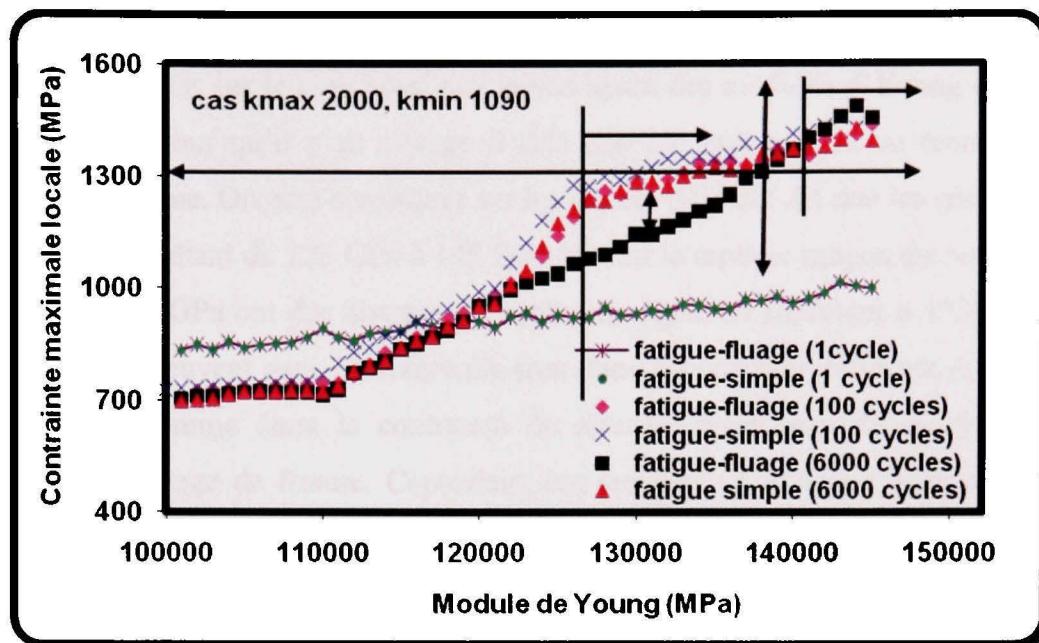
Cette association des déformations induit une augmentation de la déformation totale locale maximale et minimale (figure 5.60 et 5.61). Vu sous ces conditions, il est possible de penser qu'un essai de fatigue-fluage serait plus dramatique qu'un essai de fatigue simple. Cependant les contraintes maximales locales obtenues après 6000 cycles (figure 5.62) nous montrent que des grains avec des modules d'Young compris entre 125 GPa et 140 GPa ont des niveaux de contrainte plus grand en fatigue simple comparativement à la fatigue-fluage. Par ailleurs, les grains avec les modules d'Young compris entre 140 GPa et 145 GPa voient leur niveau de contrainte augmenter d'avantage en fatigue-fluage. Ceci dit, l'augmentation du niveau de contrainte enregistré par notre modèle (figure 5.60 et 5.61) permet de dire qu'après un certain nombre de cycle, la rupture prématuée est possible que ce soit en fatigue simple ou en fatigue-fluage.



**Figure 5.61** Comparaison des déformations totales (élastique+plastique de chargement+fluage) maximale locale pour la fatigue-fluage et la fatigue simple en fonction du module d'Young; microstructure 1; pour 6000 cycles (Cas hypothèse II).



**Figure 5.62** Comparaison des déformations totale (élastique+plastique de chargement+fluage) minimale locale pour la fatigue-fluage et la fatigue simple en fonction du module d'Young; microstructure 1 pour 6000 cycles (Cas hypothèse II).

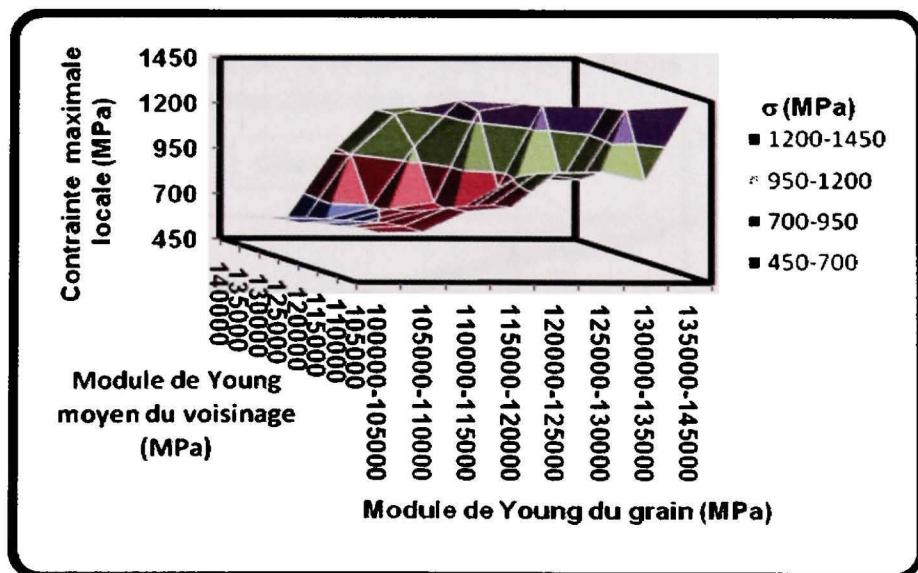


**Figure 5.63 Comparaison des contraintes maximale locale pour la fatigue-fluage et la fatigue simple en fonction du module d'Young; microstructure 1; Après 1, 100 et 6000 cycles (Cas hypothèse II).**

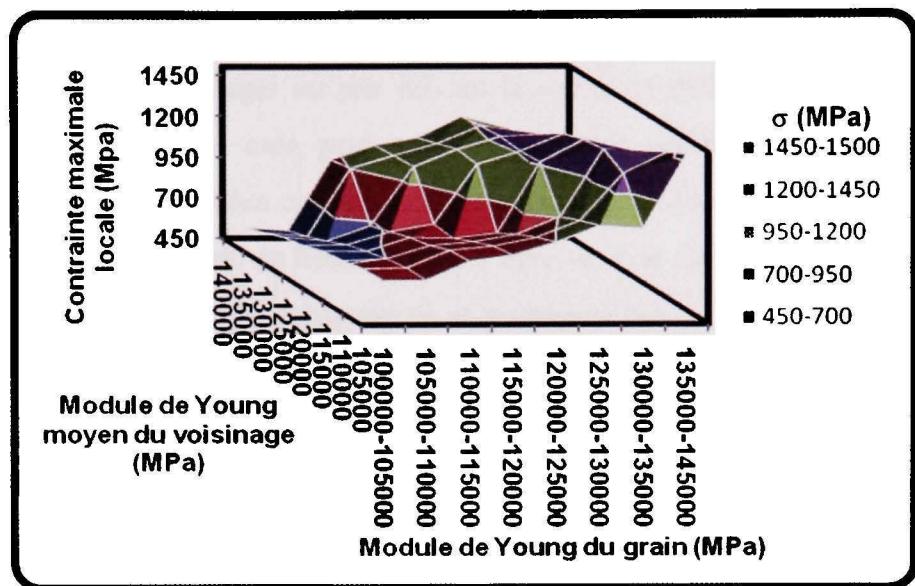
Les grains avec des modules d'Young compris entre 125 GPa et 138 GPa peuvent atteindre un niveau de contrainte élevé, puis leur contrainte décroît avec le temps (figure 5.62). Cette contrainte est largement supérieure à celle imposée à l'infini. Ce niveau de contrainte est plus important dans le cas de la fatigue simple comparativement à la fatigue-fluage. Pour d'autres grains le niveau de contrainte continue d'augmenter pour atteindre un maximum après un assez grand nombre de cycles. Il s'agit des grains avec les modules d'Young compris entre 138 GPa et 145 GPa. Cependant, nous constatons qu'au 100<sup>ème</sup> cycles, certains grains ont déjà atteint des niveaux de contraintes considérables (supérieure à 1300 MPa).

Le matériau peut se rompre prématurément du fait que ce niveau de contrainte atteint le seuil de clivage provoquant l'apparition de fissures. Dans le cas de cette simulation, en considérant que la contrainte de clivage est de l'ordre de 1300 MPa, on peut distinguer que cette contrainte est atteinte pour des grains ayant des modules d'Young allant de 125 GPa à 145 GPa. Vu que les contraintes locales de ces grains sont fortement supérieures à la contrainte imposée à l'infini, il est possible que les grains atteignent la contrainte de clivage, ce qui

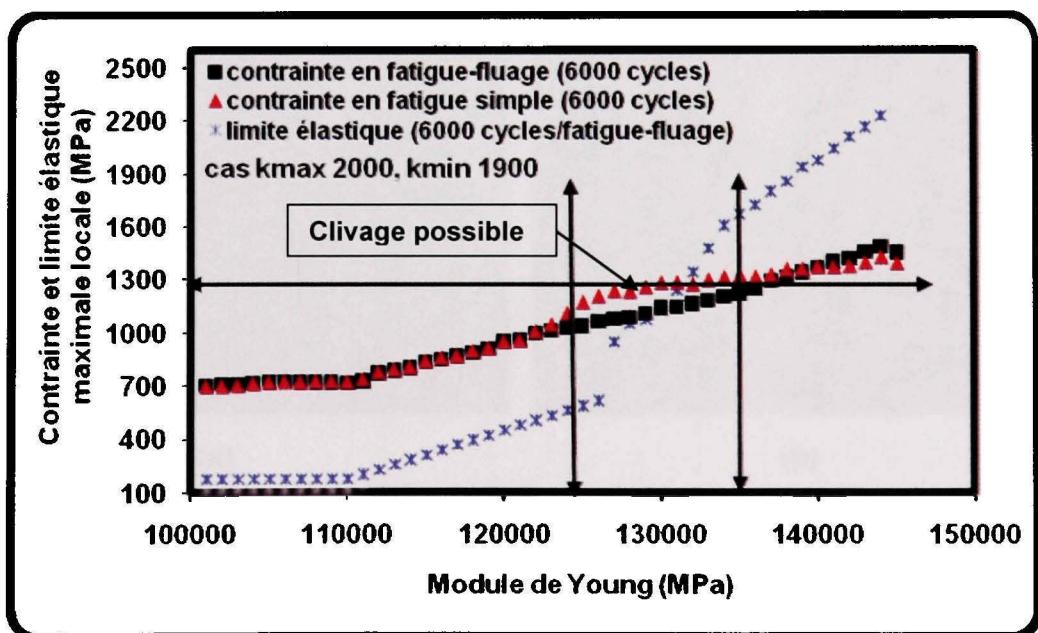
générerait une fissure au niveau du grain. Bridier (2006) a rapporté que l'amorçage des fissures fatales se fait sur le plan basal des grains ayant des modules d'Young allant de 120 GPa à 135 GPa. Pour qu'il y ait clivage il faut que ces grains aient au moins une petite déformation plastique. On peut remarquer sur les figures 5.63 et 5.64 que les grains ayant des modules d'Young allant de 125 GPa à 145 GPa et dont le module moyen du voisinage varie de 120 GPa à 140 GPa ont des niveaux de contrainte égale ou supérieur à 1300 MPa. Tous ces grains qui se trouvent dans cet intervalle sont donc susceptibles de cliver si on considère cette contrainte comme étant la contrainte de clivage. Autrement dit ce sont des sites privilégiés d'amorçage de fissure. Cependant, les données de la figure 5.65 permettent de montrer que la limite élastique des grains ayant des modules d'Young allant de 135 GPa à 145 GPa est trop grande pour permettre une activité plastique. Cela veut dire que ces grains n'ont pas la possibilité de plastifier et d'induire une surface de clivage. A l'inverse, les grains ayant des modules d'Young allant de 125 GPa à 135 GPa ont beaucoup plus de chance de cliver car leurs limites élastiques maximales sont voisines de celles des contraintes permettant ainsi la plastification.



**Figure 5.64** Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young du grain et celui du voisinage pour la microstructure 1 après 6000 cycles en fatigue simple; (Cas hypothèse II).



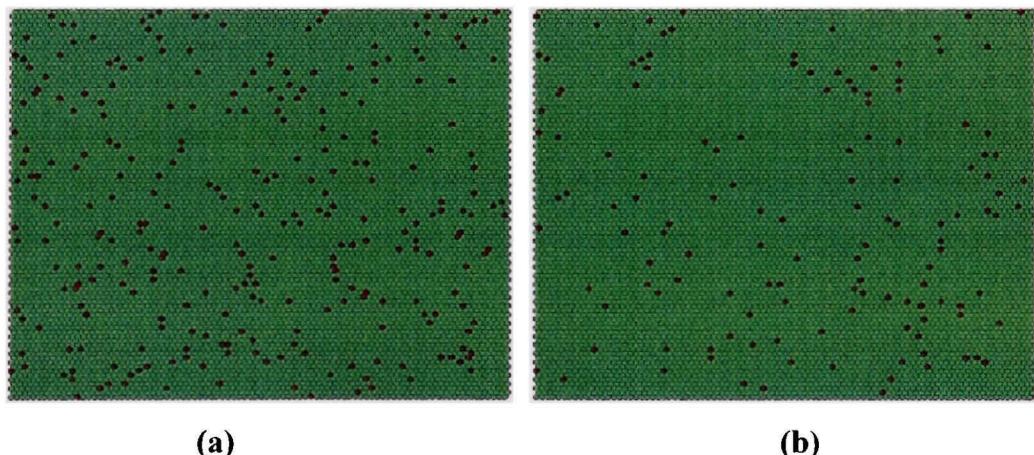
**Figure 5.65** Évolution des contraintes maximales locales en fonction du module d'Young du grain et celui du voisinage après 6000 cycles; (microstructure 1, cas hypothèse II).



**Figure 5.66** Comparaison des contraintes et limites élastiques maximale locale pour la fatigue-fluage et la fatigue simple en fonction du module d'Young après 6000 cycles; (microstructure 1, cas hypothèse II).

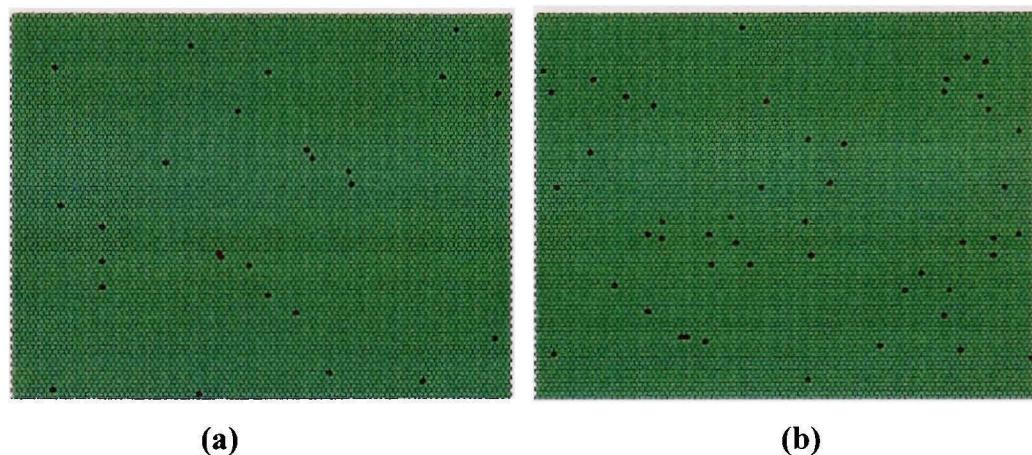
Ces grains susceptibles de cliver sont le siège d'amorçage de fissures. Une fois générée, cette fissure continuera à se propager ou pas suivant la nature et surtout l'orientation des grains voisins. Si le clivage ainsi créé peut se propager dans les régions voisines, la fissure progressera et atteindra rapidement une taille équivalente à la taille de la région présentant une texture propice à ce mode de fissuration. A l'inverse, si le voisinage n'est pas favorable à la propagation de la zone clivée, la fissure ne se propagera pas.

Les figures 5.66 et 5.67 montrent la distribution spatiale des grains qui peuvent potentiellement cliver avec et sans le critère lié à la limite d'élasticité. On remarque dans le cas où on ne tient pas compte du critère de la limite d'élasticité, les grains qui sont la source d'un éventuel amorçage de fissure sont très nombreux surtout en fatigue-fluage. Dans le cas où la limite d'élasticité est utilisée comme critère pour le clivage (les grains susceptibles de cliver doivent se déformer plastiquement) la population des sites d'amorçage des fissures serait moins nombreuse en fatigue simple comparativement à la fatigue-fluage.



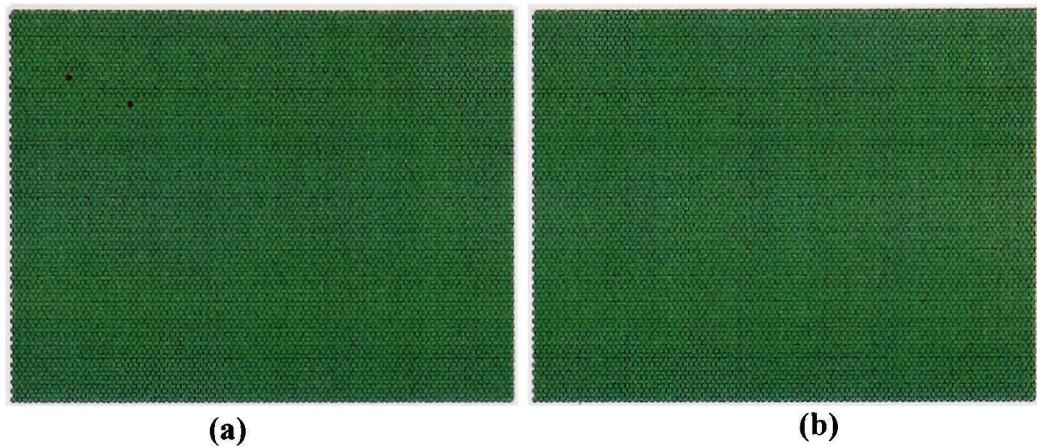
**Figure 5.67** *Microstructures montrant les endroits d'apparition des contraintes de clivage (1300 MPa) après 6000 cycle ; (Cas hypothèse II); a) fatigue-fluage, b) fatigue simple. Sans critère lié à la limite d'élasticité.*

L'expérience (Sinha et al, 2004) a montré que les sites d'amorçage des fissures seront plus nombreux à long terme dans le cas de la fatigue simple comparativement à la fatigue-fluage. Cependant le matériau se rompt plus rapidement en fatigue-fluage comparativement à la fatigue simple



**Figure 5.68** *Microstructures montrant les endroits d'apparition des contraintes de clivage (1300 MPa) après 6000 cycle ; (Cas hypothèse II); a) fatigue-fluage, b) fatigue simple. Avec critère lié à la limite d'élasticité.*

En effet, l'analyse après 300 cycles (figure 5.68) a montré dans le cas de la fatigue-fluage l'existence de deux sites d'amorçage de fissure dont le voisinage possède une orientation proche de celle du site d'amorçage. Par ailleurs, aucun site d'amorçage des fissures n'a été activé dans le cas de la fatigue simple. Ceci montre en partie que l'amorçage des fissures et leur propagation serait plus rapide en fatigue-fluage, ce qui explique la sensibilité de ce type d'alliage au phénomène de fatigue-fluage.



**Figure 5.69** *Microstructures montrant les endroits d'apparition des contraintes de clivage (1300 MPa) dont le voisinage possède une orientation proche de celle du grain clivé après 300 cycles ; (Cas hypothèse II);  
a) fatigues-fluage, b) fatigue simple.*

### 5.5.2.3 Conclusion

Suite aux modifications apportées au modèle mécanique, particulièrement celles liées au calcul des déformations de maintien au fluage, une approche métallurgique a été développée. Ce modèle nous a permis de retrouver un fait important de la fatigue-fluage. L'augmentation du temps de maintien entre le chargement et la décharge provoque une augmentation de la déformation macroscopique du matériau. Différentes microstructures ayant des propriétés mécaniques moyennes proches mais possédant des distributions spatiales et des orientations cristallographiques différentes donnent des réponses en fatigue-fluage complètement différentes. A l'échelle microscopique, nous avons montré que la position des déformations et contraintes maximale et minimale locales varient selon les propriétés élastique du grain et celles de son voisinage immédiat. Cependant ce modèle métallurgique relativement simple ne nous a pas permis de prédire que la déformation macroscopique en fatigue-fluage est plus importante que le fluage simple. Ce phénomène régulièrement observé sur les alliages de titane peut être simulé grâce à l'approche métallurgique améliorée (qui prend en compte les déformations plastiques de chargement). Ainsi, il a été montré que le matériau se déforme

d'avantage en fatigue-fluage qu'en fluage simple ou en fatigue simple. Durant le processus de fatigue, les grains atteignent localement des grands niveaux de contrainte suggérant la possibilité d'apparition des fissures par clivage. Ces fissures peuvent éventuellement se propager si l'environnement est propice.

## **CONCLUSION**

Les alliages de titane types IMI 834 utilisés dans l'industrie aéronautique pour la fabrication de roues à aubes présentent de fortes hétérogénéités locales de texture qui réduisent significativement la durée de vie en fatigue-fluage des pièces finales.

Dans ce travail, on a simulé ces hétérogénéités de texture correspondant aux hétérogénéités observées sur les alliages de titane et on a essayé de comprendre leur influence sur le comportement en fluage simple, fatigue simple et fatigue-fluage. Dans le premier volet de ce travail, on a réalisé une étude expérimentale sur des éprouvettes d'alliage de titane IMI 834 taillées d'une même pièce massive. Huit éprouvettes ont été soumises à des essais expérimentaux de fluage ou de fatigue-fluage. Les résultats ont montré que chacune des éprouvettes suit une courbe de déformation différente et que la durée de vie varie d'une éprouvette à l'autre. Le niveau de déformation en fatigue-fluage est plus important que celui du fluage simple. Ceci nous a permis de confirmer la sensibilité des alliages de titane au phénomène de fatigue-fluage responsable de la réduction significative de leur durée de vie. Le deuxième volet de cette étude qui représente l'objectif principal de la thèse a été consacré à la simulation numérique du comportement mécanique des alliages de titane type IMI 834 en fluage simple, fatigue simple et fatigue-fluage. Différents types de microstructures dont les propriétés mécaniques moyennes sont approximativement égales ont été générées à l'aide d'un modèle numérique. Plusieurs modèles originaux basés sur l'approche des automates cellulaires ont été développés :

Le premier développement permet la simulation des tests de fluage simple. Il consiste à soumettre la microstructure à une déformation imposée à l'infinie jusqu'à une contrainte globale maximale préétablie puis laisse chaque grain fluer à sa contrainte propre. La microstructure sera maintenue à ce niveau de contrainte durant toute la période de fluage fixée. Le deuxième développement permet la simulation des tests de fatigue-fluage grâce à un modèle dit mécanique. Il consiste à soumettre la microstructure à une déformation imposée à l'infinie jusqu'à ce que la contrainte globale atteint une contrainte maximale

préétablie. La microstructure est maintenue à ce niveau de contrainte pendant un temps déterminé  $\Delta t$  puis la contrainte est relâchée pour permettre le retour élastique. Ce processus est répété des milliers de fois pour simuler la fatigue. Dans ce modèle mécanique, la méthode de calcul de la déformation de maintien (partie fluage) entre le chargement et la décharge est basée sur le principe d'accumulation de la déformation de fluage équivalente à un temps de maintien toujours égale à  $\Delta t$ .

Le troisième développement permet la simulation des tests de fatigue-fluage avec un modèle dit métallurgique. Il a été développé dans le but d'apporter une amélioration au modèle mécanique en tenant compte de certains aspects métallurgiques qui interviennent durant le processus de fatigue. Le quatrième développement permet la simulation des tests de fatigue-fluage en tenant compte du phénomène de la plasticité lors du chargement. Cette version du modèle s'avère plus complète et permet une simulation appropriée des tests de fatigue-fluage. Le modèle métallurgique amélioré permet surtout de montrer la différence de la réponse entre la fatigue-fluage, le fluage simple et la fatigue simple.

Ces modèles conjointement à des analyses microstructurales nous ont permis de montrer que des microstructures proches d'un point de vue macroscopique peuvent avoir des comportements locaux et globaux très différents. En effet la distribution et la variation locale du module d'Young génèrent des réponses différentes dès qu'une étape de fluage a lieu lors de l'essai. Les grains atteignent différents niveaux de déformation et de contraintes selon leur distribution spatiale et leurs orientations cristallographiques (module d'Young) dans la microstructure. Particulièrement, les contraintes maximales ont été localisées sur les grains à module d'Young élevé et dont le module moyen du voisinage est aussi élevé (grains orientés entre  $10^\circ$  à  $15^\circ$  et dont le voisinage est composé de grains à majorité ayant des orientations de  $5^\circ$ ). Les contraintes minimales sont localisées sur les grains à module d'Young faibles et dont le module moyen du voisinage est élevé (grains orientés à  $55^\circ$  et dont le voisinage est orienté entre  $2^\circ$  et  $8^\circ$ ). Les déformations maximales sont localisées sur des grains à faible module d'Young et dont le module moyen du voisinage est élevé (grains orientés à  $55^\circ$  est dont le

voisinage est composé de grains ayant des orientations de  $2^\circ$  et  $8^\circ$ ). Les déformations minimales sont localisées sur des grains à module d'Young élevé et dont le module moyen du voisinage est faible (grains orientés à  $15^\circ$  est dont le voisinage est composé de grains à majorité ayant des orientations de  $85^\circ$  à  $90^\circ$ ). D'autre part on a constaté que non seulement la position du maximum de contrainte et déformations change au cours du test de fatigue-fluage, mais aussi que certaines contraintes élevées peuvent n'être générées dans certaines régions de la microstructure qu'après un nombre significatif de cycles. Certains grains peuvent atteindre un niveau de contrainte élevé, puis leur contrainte décroît avec le temps. Pour d'autres grains, c'est-à-dire pour d'autres types de voisinage, le niveau de contrainte augmente pour atteindre un maximum après un assez grand nombre de cycles. Les contraintes locales de ces grains sont fortement supérieures à la contrainte imposée à l'infini, il est possible que les grains atteignent la contrainte de clivage, ce qui générera une fissure au niveau du grain. Une fois générée, cette fissure continuera à se propager ou pas suivant la nature et surtout l'orientation des grains voisins. En d'autres mots, si un grain génère une fissure de clivage et que la texture locale est proche de son orientation, il est fort probable que la fissure progresse dans toute la zone texturée. Au fur et à mesure que le nombre de cycles augmente, de nouveaux grains peuvent atteindre la contrainte de clivage, suggérant la possibilité d'activer plusieurs sites d'amorçage et ce à des moments différents des tests de fatigue-fluage. Par ailleurs la variation des paramètres mécaniques comme le coefficient d'écrouissage, la sensibilité à la vitesse et le paramètre de résistance du matériau ont une influence notable sur la réponse locale et globale du matériau. Ils peuvent soit accélérer soit ralentir le processus de déformation lors de la fatigue-fluage. En effet une diminution du paramètre de résistance minimum accentue la déformation. De même qu'une augmentation du nombre d'écrouissage et de la sensibilité à la vitesse induisent une augmentation considérable de la déformation globale, donc une probable dégradation du matériau. La déformation du matériau serait plus importante dans le cas de la fatigue-fluage comparativement à la fatigue simple et au fluage simple. Ces résultats obtenus par notre modèle ont permis de mettre en évidence différentes phénomènes observés expérimentalement mais aussi le caractère très complexe du mode d'endommagement des

alliages de titane dont les principales caractéristiques sont particulièrement difficiles à simuler.

## RECOMMENDATIONS

Il est possible d'améliorer la version actuelle du modèle en perspective d'une meilleure prédiction du comportement mécanique en fatigue-fluage. A cet effet on a pensé à certaines hypothèses susceptibles d'être prises en considération pour les travaux futurs :

- Possibilité de changer la loi de fluage actuelle qui est plus adaptée au processus de fluage à long terme. En effet dans notre cas le fluage se manifeste à des périodes très courtes et entrecoupées de cycles de fatigue, il est probable que le processus de fluage peut changer si on peut considérer que la sensibilité à la vitesse ou l'écrouissage varie d'un grain à un autre (selon leur l'orientation).
- Prendre en considération le cisaillement car le modèle actuel ne considère pas le cisaillement entre les cellules dû à l'effet du voisinage.
- Amélioration du principe de localisation d'Eshelby. En effet dans le modèle actuel (AC), la "matrice" entourant l'inclusion a pour propriétés mécaniques la moyenne des propriétés des cellules du voisinage. Ceci permet toujours l'application de la mécanique d'inclusion d'Eshelby. Mais dans le cas d'une cellule d'un cluster "dur" (macrozone par exemple) en frontière avec la matrice "molle" (ou l'inverse), l'approximation devient grossière car tous les voisins "durs" sont d'un côté et les "mous" de l'autre, ce que la simple moyenne ne prend pas en compte.
- Prendre en considération la morphologie des grains.
- Prendre en considération le phénomène d'anisotropie.

## BIBLIOGRAPHIE

- Bache, M R, Evans J W, Suddel B, Errouin F R M. 2001. « Effect of Texture in Titanium Alloy of Engineering Components Under Fatigue ». Int Journal of Fatigue, vol. 23, p. 153-159.
- Bache, M R, Evans J W. 2001. « Impact of texture on mechanical properties in advanced titanium alloy ». Materials Science and Engineering, vol. A319-321, p. 409-414.
- Bache, M R, Evans J W. 2003. « Dwell Sensitive Fatigue Response of Titanium Alloys for Power Plant Applications ». Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, vol. Vol 125 p. 241-245.
- Bache, M R 2003. « A review of dwell sensitive fatigue in titanium alloys: the role of microstructure, texture and operating conditions ». Int journal of fatigue, vol. 25, p. 1079-1085.
- Bache, M R, Cope M, Davies H M, Evans J W, Harrison G 1997. « Dwell sensitive fatigue in a near alpha titanium alloy at ambient temperature ». Int Journal of Fatigue, vol. Vol 19-1, p. S83–S89.
- Blackburn, M. J. 1966. « Relationship of microstructure to some mechanical properties of Ti-8Al-1V-1Mo ». Transaction ASM, vol. 59, p. 695-708.
- Beranger, A S, X Feaugas et D Lai Mi Clavel 1992. « Low cycle fatigue behaviour of Ti6242 ». in Tiatnium'92, san Diego, F.H. Froes, I. L. Caplan (Eds) p. 1757-1764.
- Bieler, Thomas R, S.L Semiatin. 2002. « The origins of heterogeneous deformation during primary hot working of Ti-6Al-4V ». Int Journal of plasticity, vol. 18, p. 1165-1189.
- Boutana, N, Bocher P, Jahazi M, Piot D and Montheillet F. 2008 « Microstructural Modeling of Cold Creep/Fatigue in Near Alpha Titanium Alloys Using Cellular Automata Method ». Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineer. Vol 32, N 2, pp. 195-223.
- Brandes, M. C, Mills, M J and Williams, J C « The effect of Primary and Secondary Alpha Morphology on the Cold Creep response of  $\beta$ -Processed Ti 6242 ». Ti-2007 science and technology, vol. 1, p. 295-298.
- Bridier, Florent. 2006. « Analyse experimental des modes de déformation et d'endommagement par fatigue à 20°C d'alliage de titane. Aspect cristallographiques à différentes échelles ». Doctorat, Poitier, Université de Poitier, 283 p.

- Brown, S G R et N B Bruce. 1995. « A 3-Dimensional cellular automaton model of free dendritic growth ». Scripta Metallurgica et Materialia, vol. 32, p. 241-246.
- Combres, Y. 1999. « Mise en forme du titane et de ces alliages ». Technique de l'ingénieur, vol. M3 II, n° M685.
- Chan, K S, Wojcik C C et Koss D A. 1981. « Deformation of an alloy with a lamellar microstructure: experimental behavior of individual widmanstätten colonies of an titanium alloy ». Metallurgical Transactions vol. 12A, p. 1899-1907.
- Christensen, R M, et K H Lo. . 1979. « Solutions for effective shear properties in three phase and cylinder models ». J. Mech. Phys. Solids, vol. 27, p. 315-330.
- Chenal, Bruno., et Julian Driver, 1999. «Traité matériaux métalliques» Techniques de l'Ingénieur M230 Editions T.I. *Sciences et Techniques*, 18 p.
- Dorlot, Jean M., Jean P. Bailon et jacques Masounave 1995. *Des matériaux*. Québec, Canada: Édition de l'école polytechnique de Montréal, 462 p.
- Durand, L, ch T de Montpreville. 1990. « Étude du comportement mécanique des matériaux biphasé au moyen de la méthode des éléments finis ». Res Mechanica, vol. 29, p. 257-285.
- Eshelby, J D. 1957. « The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems ». Proc. Roy. Soc. London, vol. A 241, p. 376-396.
- Eshelby, J D. 1959. « the elastic field outside an ellipsoidal inclusion ». Proc. Roy. Soc. London, vol. A 252, p. 561-569.
- Evans, W J. 2004. « Time dependent effect in fatigue of titanium and nickel alloys ». fatigue fracture engineering material structure, vol. 27, p. 543-557.
- Evans, W J. 1998. « Optimising mechanical properties in alpha\_beta titanium alloys ». Materials Science and Engineering vol. A243, p. 89–96.
- Eylon, D, Hall J A. 1977. « Fatigue behavior of beta processed titanium alloy 685 ». Metallurgical Transactions vol. 8A, p. 981-990.
- Fisher, E. S, C.J. Renken. 1964. « Single-crystal elastic moduli and the hcp → bcc transformation in Ti, Zr and Hf ». Physical Review, vol. 135, p. 482-494.
- Flowers, J. M, K. C. O'Brien, P. C. Mceleney. 1964. « Elastic constants of alpha-titanium single crystals at 25°C ». Journal of the less-common metals, vol. 7, p. 393-395.

- Francois, D. 2004. « Essais de rupture ». Technique de L'ingénieur, vol. M 126, p. 30.
- Francois, D. 2005. « Lois de comportment des métaux élastplasticité-viscoplasticité ». technique de l'ingénierie, vol. M4 152, p. 1-23.
- Funkenbusch, A W, Coffin L F. 1978. « Low cycle fatigue crack nucleation and early growth in Ti-17 ». Metallurgical Transactions A, vol. 9A, p. 1159-1167.
- Gandin, C A et M Rappaz. 1997. « A 3D Cellular automaton Algorithm for the prediction of dendritic grain growth ». Acta Materialia, vol. 45, p. 2187-2195.
- Goetz, R L et Seetharaman. 1998. « Dynamic recrystallization using cellular automata ». Scripta Materialia, vol. 38, p. 405-413.
- Gardner, M. 1970. « Mathematical Games ». Scient. American, vol. 223, n° 10, p. 120.
- Germain, léonel 2005. « Contribution à l'étude des hétérogénéités de texture des billettes de l'IMI 834 ». Doctorat, Metz, Université Paul Verlaine, 145 p.
- Ghosh, Somnath. 2002. *Cold dwell fatigue of Ti-6242*. Dept. of Mechanical Eng., The Ohio State University.
- Hammond, C and P. M Kelly. 1969. « Crystallography of titanium alloy martensites ». Acta Metallurgica, vol. 17, p. 869-882.
- Hayes, M. 1972. « Connexions between the moduli for anisotropic elastic materials ». Journal of Elasticity, vol. 2, n° 2, p. 135-141.
- Hill, R. 1965. « Continuum micromechanics of elastoplastic polycrystals ». J. Mech. Phys. Solids, vol. 13, p. 89-101.
- Hill, R. 1967. « The Essential structure of constitutive laws for metal composites and polycrystals ». J. Mech. Phys. Solids, vol. 15, p. 79-95.
- Hurles, B. E., et F. H. Froes, 2002. « Lowering the cost of titanuim ». Amptiac Quaterly, vol. 6, 2, p. 3-9.
- Jahazi, Mohammad, Steeve YUE. 2001 « The influence of processing parameters on microstructural evolution of near-alpha Ti alloys (particularly IMI 834) during ingot Breakdown. « Rapport technique pour pratt & wittney », Montréal (QC): Université McGill.

- Jahazi, Mohammad., et Steeven, Yue, 2005. *Aerospace Metallic Materials and Manufacturing Processes*. Coll. « note de cours MIME 565 ». Québec: McGill University, 633 p.
- Kirane, Kedar, Somnath Ghosh. 2008. « A Cold dwell fatigue crack nucleation criterion for polycrystalline Ti-6242 using grain-level crystal plasticity FE Model ». International Journal of fatigue, vol. 30, p. 2127-2139.
- Leyens, Christoph., et Manfred Peters. 2003. *Titanium and Titanium Alloys Fundamentals and Applications*. Germany: Wiley-VCH GmbH & Co. KGaA, 499 p.
- Lemaitre, J., et Chaboche J L. 1985. *Mécanique des Matériaux Solides*. Paris: Dunod, 596 p.
- Mackenzie, J K. 1950. « The elastic constants of a solid containing spherical holes. ». Proc. Phys. Soc, vol. B63, p. 2-11.
- Mahajan, Y, H. Margolin. 1982. « Low cycle fatigue behavior of Ti-6AL-2Sn-4Zr-6Mo: PartI. The role of microstructure in low cycle crack nucleation and early crack growth ». Metallurgical Transactions vol. 13A, p. 257-268.
- Mahajan, Y, H Margolin. 1982. « Low cycle fatigue behavior of Ti-6AL-2Sn-4Zr-6Mo: PartII. Cyclic deformation behavior and low cycle fatigue ». Metallurgical Transactions, vol. 13A, p. 269-274.
- Matic, P, et A B Geltmacher. 2001. « A cellular automaton-based technique for modeling mesoscale damage evolution ». Computational materials Science, vol. 20, p. 120-141.
- Metropolis, N et S Ulam. 1949. « The Monte Carlo Method ». of the American Statistical Association, vol. 44, p. 335
- Molinari, A, G R Canova et S Ahzi. 1987. « A self consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity ». Acta Metallurgica, vol. 37, n° 2983-2994.
- Molinari, A, L S Tóth. 1994. « Tuning a self consistent viscoplastic model by finite element results-I. Modeling, " ». Acta Metallurgica et Materialia, vol. 42, p. 2453-2458.
- Montheillet, F, et P Gilormini. 1994. « Prévision du comportement mécanique d'un agrégat de deux phases viscoplastiques linéaires à l'aide modèle de type automate cellulaire ». C R Acad Sci Paris, vol. 319, p. 483-490.
- Montheillet, F, et P Gilormini. 1996. « Predicting the mechanical behavior of two phase materials with cellular automata ». International Journal of Plasticity, vol. 12, p. 561-574.

- Montheillet, F. 2005. « Comportement rhéologique des matériaux métalliques multiphasés ». technique de L'ingénieur, vol. M3 010, p. 1-21.
- Montheillet, F., Briottet, L. 1997. « Prévision des hétérogénéités de déformation dans un agrégat de deux phases viscoplastiques ». La revue des Métallurgie-CIT/Science et génie des matériaux.
- Mura, Toshio. 1987. *Micromechanics of defects in solids*. Martinus Nijhoff, Dordrecht.
- Neeraj, T, D H Hou, G S Daehn et M J Mills. 2000. « Phenomenological and microstructural analysis of room temperature creep in titanium alloy ». *Acta Materialia*, vol. 48, p. 1225-1238.
- Polmear, I J 1995. *Light Alloys, Metallurgy of the Light Metals*. Burlington: Butterworth-Heinemann Publication, Linacre House, Jordan Hil, Oxford OX2 8DP, 200 Wheeler Road, 356 p.
- Raabe, Dierk. 1998. *Computational Materials Science: The Simulation of Materials, Microstructures and Properties*. Wiley-VCH Verlag GmbH, 307 p.
- Rabbe, Paul, Lieurade Henri P et Galtier André. 1990. « Essais de Fatigue : Partie I ». Technique de L'ingénieur, vol. M 4 170, p. 22.
- Ruffles, P. 1995. « Materials world ». London: Institute of Materials vol. 3, p. 469–470.
- Saint-Antonin, Francois. 1999. « Essais de Fluage ». Technique de l'ingénieur, vol. M 140, p. 12.
- Savage, Michael Francis. 2000. « Microstructural and Mechanistic study of Low Temperature Creep and Dwell Fatigue In a Single colony Alpha/Beta titanium Alloys ». PhD, Graduate School of the Ohio State University, 339 p.
- Schelechtman, D, Eylon D. 1978. « on the unstable shear in fatigue  $\beta$ -annealed Ti-11 and IMI 685 alloys ». *Metallurgical Transactions A*, vol. 9A, p. 1018-1020.
- Singh, n, v Singh 2002. « low cycle fatigue behavior of Ti alloy IMI 834 at room temperature ». *Materials Science and Engineering*, vol. A325, p. 324-332.
- Sinha, V, Spowart J E, Mills M J. et Williams J C. 2006. « Observation on the faceted Initiation Site in the Dwell-Fatigue Tested Ti-6242 Alloy: Crystallographic Orientation and Size Effects ». *Metallurgical and Materials Transactions*, vol. 37A-5, p. 1507.

- Sinha, V, Mills M J. et Williams J C. 2004. « Understanding the Contributions of Normal-Fatigue and Static Loading to the Dwell Fatigue in Near -Alpha Titanium Alloy ». Metallurgical and Materials Transactions, vol. 35A-10, p. 3141.
- Smith, M A. 1994. « Cellular automata methods in mathematical physics ». Ph.D Thesis, Massachusetts Institute of technology, 233 p.
- Steele, R K, McEvily E J. 1976. « The high cycle fatigue behavior of TA6V ». Engineering Fracture Mechanics, vol. 8, p. 31.
- Toffoli, T. 1984. « Cellular automata as an alternative to (rather than approximation of) differential equations in modeling physics ». Physica, vol. 10D, p. 117-127.
- Tomoyasu, Yamada, Kennshi Kawabata, Eiichi Sato, et Kazuhiko Kuribayashi et Itaru Jimbo. 2004. « presences of primary creep in various phase metals and alloys at ambient temperature ». Materials Science and Engineering, vol. A 387–389 p. 719-722.
- Vichniac, G, Y. 1984. « Simulating physics with cellular automata ». Physica, vol. 10D, p. 96-116.
- Wagner, L, J K Gregory, A Gysler et G Lüjerinj. 1986. « In Small Fatigue cracks ». Proc. 2nd Engineering Foundation Int. conf./Workshop, Santa Barbara. CA, Metallurgical society, Warrendale, PA, R.O. Ritchie and J. Lankford, eds, p. 117-127.
- Walpole, J. L. 1969. « Overall elastic moduli of composite materials ». J. Mech. Phys. Solids, vol. 4, p. 235-251.
- Weiss, I, G. E Welsch, F. H Froes and D Eylon. 1984« Mechanisms of microstructure refinement in Ti-6Al-4V alloy ». 5th International Conf on Titanium, Munich, p. 1503-1510.
- Weiss, I, F. H Froes, D Eylon and G. E Welsch. 1986. « Modification of alpha morphology in Ti-6Al-4V by thermomechanical processing ». Metallurgical and Materials Transactions A, vol. 17A, p. 1935-1947.
- Wolfram, S. 1984. « Computation theory of cellular automata ». Commun. Math. Phys., vol. 16:15.
- Wolfram, S. 1984. « Cellular automata as models for complexity ». Nature, p. 311-419.
- Wojcik, C C, K S Chan et D A Koss. 1988. « Stage I fatigue crack propagation in a titanium alloy ». Acta Metallurgica, vol. 36, p. 1261-1270.