ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE
M.Ing.

PAR
Nicolas BOËLY

MODÉLISATION NON LINÉAIRE ET CONTRÔLE LINÉAIRE PAR RETOUR ENTRÉE-SORTIE LINÉARISANT D'UN DRONE SOUS-MARIN QUADRI HÉLICES À POUSSÉE VECTORIELLE

MONTREAL, LE 31 MAI 2010

© Tous droits réservés, Nicolas Boëly, 2010

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE

Mme Ruxandra Botez, directrice de mémoire
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Guy Gauthier, président du jury
Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

M. Mohamed Herda, examinateur externe
Ingénieur en contrôle, Honeywell Ltd.

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 27 MAI 2010

A L'ECOLE DE TECHNOLOGIE SUPERIEURE

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Madame Ruxandra Botez pour son support dans ce projet précurseur au laboratoire de recherche en commande active, avionique et aéroservoélasticité. Je voudrais aussi remercier Dr Ioana Triandaf de l'US Naval Research Laboratories pour avoir initié ce projet.

Je remercie Julien Gobeaut pour son étude préliminaire de l'architecture. Je remercie également Quentin Bourgeteau pour son assistance dans le travail de recherche ainsi que sa contribution personnelle sur la modélisation des sonars et l'évitement d'obstacle.

Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont soutenu tout au long du projet.

MODÉLISATION NON LINÉAIRE ET CONTRÔLE LINÉAIRE PAR RETOUR ENTRÉE-SORTIE LINÉARISANT D'UN DRONE SOUS-MARIN QUADRI HÉLICES À POUSSÉE VECTORIELLE

Nicolas BOËLY

RÉSUMÉ

Le sujet de ce mémoire porte sur la recherche de la modélisation des drones sous-marins qui concernent les interactions hydrodynamiques, les forces de pesanteur et d'Archimède ainsi que les forces de propulsion.

La précision du comportement d'un drone sous-marin en simulation numérique dépend de son degré de modélisation. Ce mémoire fonde une modélisation non linéaire (six degrés de liberté) de l'engin afin de conserver les interactions entre les modes longitudinaux et les modes latéraux.

Les applications de cette modélisation sont doubles. Premièrement, elle permet de mieux comprendre le comportement et l'attitude des véhicules immergés. La seconde application permet de mieux contrôler le drone dans des buts de furtivité ou d'économie d'énergie.

On présente ici la formulation par étape d'une modélisation non linéaire globale du drone quadri hélices à poussée vectorielle, en expliquant les relations étroites entre les choix architecturaux et les impacts de modélisation.

Des correcteurs Proportionnel Intégral Dérivé sont implémentés à l'aide d'un retour entrée-sortie linéarisant afin de tester la maniabilité et les capacités du drone en espace restreint.

Une étude de robustesse aux bruits de mesure et les contrôles internes de chaque actionneur et chaque moteur permettent de déterminer les limites de cette étude et les recommandations des travaux futurs.

Mots clés : drone sous-marin, modélisation non linéaire, quadri hélices, poussée vectorielle, retour entrée-sortie linéarisant.

MODÉLISATION NON LINÉAIRE ET CONTRÔLE LINÉAIRE PAR RETOUR ENTRÉE-SORTIE LINÉARISANT D'UN DRONE SOUS-MARIN QUADRI HÉLICES À POUSSÉE VECTORIELLE

Nicolas BOËLY

ABSTRACT

The subject of this project shows the research in the modeling of unmanned underwater vehicles more precisely on the hydrodynamic interactions, gravity and buoyancy effects and propulsion forces.

The accuracy of the unmanned underwater vehicle simulation is directly linked to its modeling accuracy. This project establishes a nonlinear six degrees of freedom model with the aim to keep the interactions between longitudinal and lateral dynamics modes.

There are two applications of this nonlinear modeling. The first application of a nonlinear model allows to better understand and analyze the dynamics of immersed vehicles. The second application allows to control it better in order to get it stealthier or to consume a minimal amount of energy.

We present here the formulation, step by step, of a global nonlinear model of the thrust-vectored vehicle, explaining the interactions between the design and the modeling of the four-propeller vehicle.

Proportional Integral Derivative regulators are implemented with an input-output feedback linearization to observe unmanned underwater vehicle capacities.

A study of white noise robustness and actuators and motors inner-loop controls defines the limits of this thesis and the future research areas of this project.

Keywords : Unmanned underwater vehicle, nonlinear model, thrust-vectored vehicle, four-propeller vehicle, input-output feedback linearization.

TABLE DES MATIÈRES

Page

INTRODUCTION 1

CHAPITRE 1 CONTEXTE D'ÉTUDE ET CHOIX ARCHITECTURAUX 3
1.1 Historique.....3
1.2 Classification des drones et des domaines d'utilisation.....6
1.3 Hypothèses d'études 10
1.4 Choix de l'architecture.....12
1.4.1 Dimensionnement de la forme extérieure 14
1.4.2 Choix du mode de propulsion 16

CHAPITRE 2 MODÉLISATION NON LINÉAIRE.....24
2.1 État de l'art de la modélisation de drone sous-marin.....24
2.2 Dynamique à six degrés de liberté des solides indéformables.....25
2.2.1 Équations des forces en trois degrés de liberté 26
2.2.2 Équations des moments en trois degrés de liberté..... 29
2.2.3 Bilan de la dynamique à six degrés de liberté d'un drone indéformable 34
2.3 Masses et inerties ajoutées 35
2.3.1 Signification physique du phénomène 35
2.3.2 Calcul des masses ajoutées par l'approche énergétique..... 37
2.3.3 Bilan des forces et des moments hydrodynamiques de masse et d'inertie ajoutées 39
2.4 Amortissement hydrodynamique 41
2.4.1 Amortissement hydrodynamique linéaire 42
2.4.2 Amortissement hydrodynamique quadratique 53
2.4.3 Bilan des forces et moments d'amortissement hydrodynamique..... 61
2.5 Forces de pesanteur et d'Archimède.....62
2.6 Forces de propulsion 67
2.6.1 Théorie de l'hélice..... 69
2.6.2 Bilan des forces et moments de propulsion..... 71
2.7 Modélisation non linéaire du drone sous-marin.....73

CHAPITRE 3 COMMANDE DU DRONE ET SUIVI DE TRAJECTOIRE 78
3.1 État de l'art de la commande.....78
3.2 Méthode de linéarisation exacte entrée-sortie et découplage par retour d'état.....81
3.2.1 Théorie mathématique de la linéarisation exacte entrée-sortie 82
3.2.2 Application au modèle non linéaire du drone 85
3.3 Contrôle linéaire du suivi de trajectoire.....92
3.3.1 Ajout de la modélisation des moteurs et des actionneurs..... 93
3.3.2 Commande en cap, en profondeur et protection du domaine de navigation 100

3.3.3 Correcteurs de type Proportionnel Intégral du contrôle des couples et des forces 106

CHAPITRE 4 RÉSULTATS ET DISCUSSION 110
4.1 Définition du parcours de référence 110
4.2 Résultats 113
4.2.1 Résultats de simulation sans bruit de mesure 113
4.2.2 Résultats de simulation avec du bruit de mesures 129
4.3 Limites de l'étude 141

CONCLUSION 143

BIBLIOGRAPHIE 145

LISTE DES TABLEAUX

Page

Tableau 1.1 Caractéristiques de performances de quelques drones sous-marins 5

Tableau 1.2 Classification des UUV des différents paramètres 9

Tableau 3.1 Pulsation et facteur d'amortissement naturels et désirés des moteurs.....98

Tableau 3.2 Valeurs des gains des correcteurs PD des moteurs.....98

Tableau 3.3 Valeurs des correcteurs PI en fonction du domaine de vitesse.....107

Tableau 4.1 Coordonnées des points de cheminement du parcours de référence.....111

Tableau 4.2 Extrema autorisés et valeurs maximales simulées des variables du drone 123

LISTE DES FIGURES

Page

Figure 1.1 Historique des drones sous-marins de 1987 à 1990 3

Figure 1.2 Historique des drones sous-marins de 2001 à 2004 4

Figure 1.3 Cotation de la vue latérale de la torpille 14

Figure 1.4 Graphique de dimensionnement extérieur du drone 15

Figure 1.5 Schéma de principe de la poussée vectorielle par hélice orientable 17

Figure 1.6 Schéma de principe de la poussée vectorielle par déviation du jet 18

Figure 1.7 Plan détaillé de la tuyère orientable pour UUV 18

Figure 1.8 Concept de deux hélices contrarotatives dans un flux d'eau (transmission par arbres concentriques) 19

Figure 1.9 Concept de deux hélices contrarotatives indépendantes dans un flux d'eau 20

Figure 1.10 Concept de deux hélices contrarotatives avec deux flux d'eau 20

Figure 1.11 Contrôle des vitesses linéaires et des vitesses angulaires produites par les quatre hélices orientables du drone 22

Figure 1.12 Plan 3 vues du drone avec les axes de symétrie et les axes des moteurs ... 23

Figure 2.1 Schéma d'un solide indéformable lie à un repère terrestre et au repère lié au corps 26

Figure 2.2 Schéma de la dérive latérale et de l'angle de dérapage 44

Figure 2.3 Vue longitudinale de la dérive 45

Figure 2.4 Coupe transversale du drone 47

Figure 2.5 Vitesse linéaire d'un point distant de l'axe de roulis 48

Figure 2.6 Schéma de la dérive latérale et de l'angle de dérapage en lacet 51

Figure 2.7 Schéma de l'amortissement quadratique de tangage 56

Figure 2.8 Schéma de l'amortissement quadratique de lacet.....58

Figure 2.9 Coefficients de traînée de plusieurs formes bidimensionnelles.....60

Figure 2.10 Coefficients de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un cylindre lisse et une sphère lisse 60

Figure 2.11 Différentes situations d'équilibre statique.....63

Figure 2.12 Séquence de rotation entre le repère « *Earth* » et le repère « *Body* » 64

Figure 2.13 Plan de 3 vues de la poussée des moteurs du drone.....68

Figure 3.1 Schéma de la méthode de linéarisation exacte entrées-sorties.....81

Figure 3.2 Schéma de contrôle du modèle linéarisé exacte 82

Figure 3.3 Réponses temporelles naturelles des moteurs d'orientation et des moteurs d'hélice 96

Figure 3.4 Schéma de la boucle de contrôle interne des moteurs d'hélices et des moteurs d'orientation.....99

Figure 3.5 Réponses temporelles naturelles (FT) et forcées (FTBF) des moteurs d'orientation et des moteurs d'hélice.....99

Figure 3.6 Schéma de la modélisation globale.....109

Figure 4.1 Illustration du changement de cap suivant la position du *waypoint* à atteindre.....112

Figure 4.2 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s 114

Figure 4.3 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s 115

Figure 4.4 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s 115

Figure 4.5 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s 116

Figure 4.6 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s 116

Figure 4.7 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s 117

Figure 4.8 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s 117

Figure 4.9 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s 118

Figure 4.10 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s 118

Figure 4.11 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 1 m/s 119

Figure 4.12 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 1 m/s 119

Figure 4.13 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 1 m/s.....120

Figure 4.14 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 2 m/s 120

Figure 4.15 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 2 m/s 121

Figure 4.16 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 2 m/s 121

Figure 4.17 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 4 m/s 122

Figure 4.18 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 4 m/s 122

Figure 4.19 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 4 m/s 123

Figure 4.20 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s (avec du bruit de mesures).....129

Figure 4.21 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s (avec du bruit de mesures).....130

Figure 4.22 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s (avec du bruit de mesures) 130

Figure 4.23 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s (avec du bruit de mesures).....131

Figure 4.24 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s (avec du bruit de mesures).....131

Figure 4.25 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s (avec du bruit de mesures) 132

Figure 4.26 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s (avec du bruit de mesures).....132

Figure 4.27 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s (avec du bruit de mesures).....133

Figure 4.28 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s (avec du bruit de mesures) 133

Figure 4.29 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 1 m/s (avec du bruit de mesures).....134

Figure 4.30 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 1 m/s (avec du bruit de mesures).....134

Figure 4.31 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 1 m/s (avec du bruit de mesures) 135

Figure 4.32 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 2 m/s (avec du bruit de mesures).....135

Figure 4.33 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 2 m/s (avec du bruit de mesures).....136

Figure 4.34 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 2 m/s (avec du bruit de mesures) 136

Figure 4.35 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 4 m/s (avec du bruit de mesures).....137

Figure 4.36 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis p (deg/s), de la vitesse de tangage q (deg/s) et de la vitesse de lacet r (deg/s) pour une vitesse de consigne de 4 m/s (avec du bruit de mesures).....137

Figure 4.37 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 4 m/s (avec du bruit de mesures) 138

Figure 4.38 Trajectoires du drone dans le plan de coordonnées xy pour trois vitesses de consigne (0.25 m/s, 2 m/s et 4 m/s) 140

Figure 4.39 Trajectoires du drone en trois dimensions pour trois vitesses de consigne (0.25 m/s, 2 m/s et 4 m/s).....141

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

AUG	Autonomous Underwater Glider
AUV	Autonomous Underwater Vehicle
AUVAC	Autonomous Underwater Vehicle Applications Center
BUV	Biomimetic Underwater Vehicle
CdG	Centre de Gravité
CFD	Computational Fluid Dynamics
FL	Fuzzy Logic
LARCASE	LAboratoire de Recherche en Commande active, Avionique et aéroServoElasticité
LQR	Linear Quadratic Regulator
MIT	Massachusetts Institute of Technology
MRAC	Model Reference Adaptative Control
MUV	Micro Underwater Vehicle
NN	Neural Network
PD	Correcteur Proportionnel Dérivé
PI	Correcteur Proportionnel Intégrale
PID	Correcteur Proportionnel Intégrale Dérivé
ROV	Remotely Operating Vehicle
SAV	Solar-powered Autonomous Vehicle
SMC	Sliding Mode Control
SNA	Sous-marin Nucléaire d'Attaque
SNLE	Sous-marin Nucléaire Lanceur d'Engin
TOR	Tout Ou Rien

TUWVS	Tethered Unmanned Work Vehicle System
URSS	Union des Républiques Socialistes Soviétiques
US	United States of America
UUV	Unmanned Underwater Vehicle

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

a	Rayon du fuselage du drone
b	Envergure maximale de dérive à dérive
B	Grand base du trapèze assimilé à la dérive
B	Repère associé au drone (*Body*)
c(.)	Fonction cosinus
c(.)	Fonction décrivant l'évolution de la corde de la dérive
cm	Centimètre
$C_{B\to E}$	Matrice de passage du repère B au repère E
$C_{E\to B}$	Matrice de passage du repère E au repère B
d	Petite base du trapèze assimilé à la dérive
D	Diamètre des hélices propulsives
e	Distance des axes des hélices par rapport à l'axe longitudinal
E	Repère fixe associé à la Terre (*Earth*)
$\overrightarrow{F_{am}}$	Vecteur des forces et moments dû aux masses et inerties ajoutées
$\overrightarrow{F_d}$	Vecteur des forces et moments dû aux amortissements linéaires et quadratiques
$\overrightarrow{F_{LD}}$	Vecteur des forces et moments dû aux amortissements linéaires
$\overrightarrow{F_{prop}}$	Vecteur des forces et moments dû aux hélices propulsives
$\overrightarrow{F_{QD}}$	Vecteur des forces et moments dû aux amortissements quadratiques
$\overrightarrow{F_{rb}}$	Vecteur des forces et moments d'un corps indéformable
g	Accélération gravitationnelle
$\vec{g}$	Vecteur des forces et des moments dû aux effets de pesanteur et d'Archimède
h	Heure

kg	Kilogramme
kts	Nœuds
l	Distance des axes de rotation des hélices par rapport à l'axe transversal
m	Mètre
p	Vitesse de roulis du drone exprimée dans le repère B
q	Vitesse de tangage du drone exprimée dans le repère B
rad	Radians
$\overrightarrow{r_P}$	Vecteur des coordonnées du point d'application du poids du drone dans le repère B
$\overrightarrow{r_\Pi}$	Vecteur des coordonnées du point d'application de la poussée d'Archimède du drone dans le repère B
s(.)	Fonction sinus
sec(.)	Fonction sécante
t(.)	Fonction tangente
u	Vitesse selon la direction avant du drone sur l'axe x_B
V_d	Volume d'eau déplacé par le drone en immersion totale
v	Vitesse selon la direction droite du drone sur l'axe y_B
w	Vitesse selon la direction perpendiculaire au plan (x_B, y_B) du drone sur l'axe z_B
x	Position dans des coordonnées cartésienne du drone assimilé à la longitude
x_{wp}	Position dans des coordonnées cartésienne du drone assimilé à la longitude du prochain *waypoint*
y	Position dans des coordonnées cartésienne du drone assimilé à la latitude
y_{wp}	Position dans des coordonnées cartésienne du drone assimilé à la latitude du prochain *waypoint*
z	Profondeur du drone
z_{wp}	Profondeur du prochain *waypoint*

θ	Angle de tangage du drone
ξ_n	Coefficient d'amortissement d'un filtre passe bas du second ordre
Π	Poussée d'Archimède
ρ_w	Densité de l'eau
P	Poids du drone
φ	Angle de roulis ou angle de gîte
ψ	Cap
ω_n	Pulsation d'un filtre passe bas du second ordre

INTRODUCTION

Les sous-marins ont été utilisés depuis la nuit des temps. L'eau est l'élément, avec la terre, que les hommes ont appréhendées en premier. C'est dans le but de se déplacer à la découverte du monde que les hommes ont créé les premiers gréements. L'exploration des fonds sous-marins ainsi que les capacités furtives dans le milieu sous-marin ont orienté l'homme vers la fabrication d'engins amphibies.

Ce n'est que lors de guerres que les premiers engins sous-marins ont été utilisés. Ces engins, appelés torpilles, ont pour objectif de détruire des navires à l'aide de charge explosive. Ce n'est qu'au XXe siècle que l'idée de torpilles sous-marines s'est peu à peu transformée en création de sous-marins habités et inhabités à des fins civiles. Les sous-marins inhabités sont appelés des drones sous-marins. Au travers de l'histoire de la technologie sous-marine, il est évident que ces appareils ont gardé des fonctions militaires et civiles.

Les drones militaires ont pour exigence les vitesses de déplacement et les rayons d'action, tandis que les drones civils ont les maniabilités, les explorations et les manutentions sous-marines.

De plus, il est vrai de plus que les drones, pilotés à distance ou autonomes, permettent d'éloigner l'homme du danger du milieu sous-marin. Cet environnement est très hostile à l'homme notamment en matière de déplacement, de visibilité, de communication, de pression et de luminosité.

C'est dans ce contexte actuel des technologies sous-marines, que la problématique de ce mémoire s'inscrit. Comment concevoir un drone à la fois rapide, satisfaisant éventuellement à des applications militaires, qui serait agile et stable, pouvant être utilisé à des fins civiles ? Cette dualité en ferait un atout majeur regroupant les deux grands domaines d'activité sous-marine.

Dans le chapitre 1, nous allons introduire le sujet des drones sous-marins par un bref historique et un état de l'art des drones déjà construits. Ce chapitre se conclut par les choix architecturaux du drone de l'étude finalisant ses dimensions et sa géométrie.

Dans le chapitre 2, nous procéderons à l'établissement du modèle non linéaire du drone. Ces équations de la dynamique incluent des études sur des phénomènes hydrodynamiques tels que les masses et les inerties ajoutées, les frottements hydrodynamiques ou encore la poussée d'Archimède. La modélisation de la poussée de l'hélice sera aussi étudiée afin de l'introduire dans le modèle globale de drone.

Nous présenterons dans le chapitre 3 la technique de commande linéaire utilisée afin de rendre l'engin stable et contrôlable. Cette technique sera employée suite à un état de l'art des techniques de contrôle de drones sous-marins. Ce chapitre sera conclu par l'ajout de la modélisation et du contrôle des moteurs et des actionneurs ainsi que le calcul des données de pilotage et de navigation.

Dans le chapitre 4, nous présenterons graphiquement les résultats obtenus en termes de vitesses en utilisant le contrôle sans bruit de mesure des capteurs. L'analyse du comportement dynamique et de la stabilité sera ensuite effectuée en présence de bruit de mesure des capteurs. Ce chapitre sera conclu par une analyse des limites de cette étude permettant d'identifier les travaux futurs potentiels de ce projet.

CHAPITRE 1

CONTEXTE D'ÉTUDE ET CHOIX ARCHITECTURAUX

1.1 Historique

Les premiers drones sous-marins furent construits pendant le premier quart du XXe siècle. Il s'agissait en fait de simples torpilles sous-marines reconfigurées de manière autonome avec un pilote automatique basique. Pendant la seconde guerre mondiale, le domaine sous-marin ne se développa pas aussi vite que le secteur aérien. Les phénomènes hydrodynamiques complexes étaient peu connus, mal contrôlées, et les forces armées utilisaient beaucoup plus l'aviation comme une force destructrice rapide et massive. La guerre sous-marine est toujours restée dans l'ombre, et elle est connue du grand public que lorsque les dossiers confidentiels deviennent publics. La guerre froide a accéléré le perfectionnement des études sous-marines. Au début des années 1970, l'Université de Washington et le MIT [1] construisaient leurs premiers drones sous-marins dans leurs laboratoires de recherche. Dans le même temps, l'ex-URSS développait de nouvelles technologies dont certaines sont encore tenues secrètes de nos jours. De 1970 à 1980, environ une dizaine de véhicules sous-marins différents ont été fabriqués et testés par des universités, des organismes d'état ou des forces armées [1].

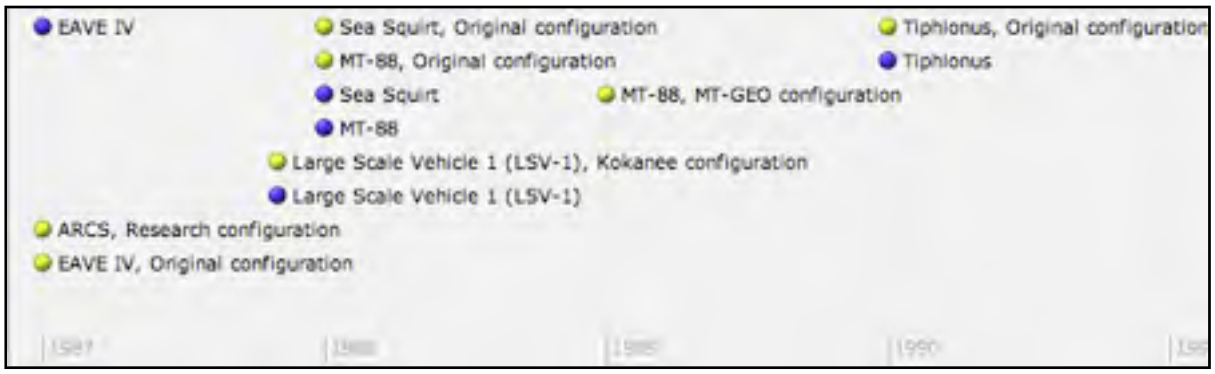

Figure 1.1 Historique des drones sous-marins de 1987 à 1990.
Tiré du site Internet de l'AUVAC [1] (2010)

Ce domaine a connu un essor plus important avec une diversification de ses champs d'application vers la fin des années 1980 (Figure 1.1) [1] . Au début de l'histoire, les drones étaient essentiellement militaires, mais le secteur civil s'intéressa de plus en plus aux avantages substantiels qu'ils pouvaient apporter. Ces véhicules, restant coûteux à l'époque, n'ont connu leur véritable essor qu'à partir des années 2000 (Figure 1.2) [1] et ont été utilisés pour plus d'applications civiles. Ils sont utilisés aussi bien pour la recherche scientifique sous-marine que pour l'implantation et l'entretien d'installations sous-marines ou immergées.

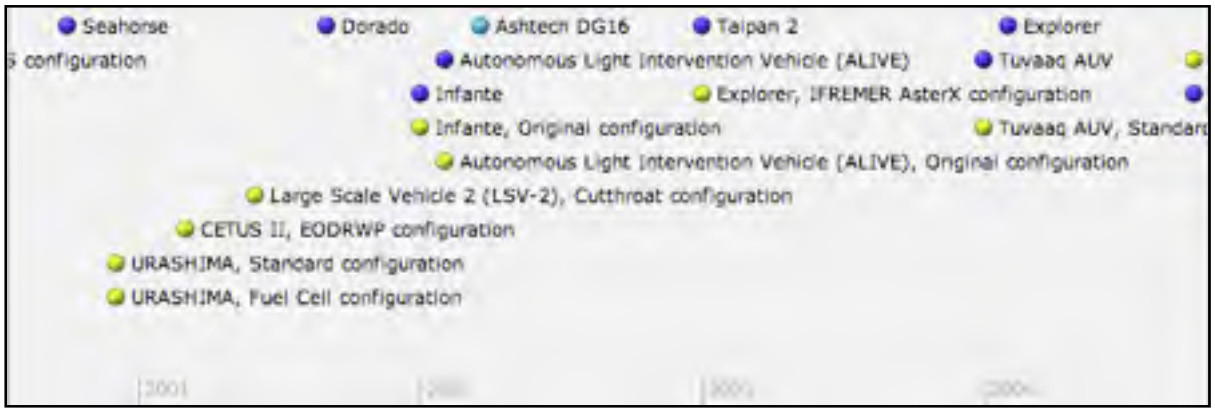

Figure 1.2 Historique des drones sous-marins de 2001 à 2004.
Tiré du site Internet de l'AUVAC [1] (2010)

De nos jours, la gamme de drones sous-marins disponibles sur les marchés militaire et civil est tout aussi importante que celle des drones aériens. D'après les données mises en ligne sur le site de l'AUVAC en février 2010, 146 modèles de 53 compagnies, organismes et universités ont été recensés. Une liste non exhaustive répertorie les caractéristiques de quelques uns d'entre eux au Tableau 1.1 [2].

Dans le Tableau 1.1, nous définissons les performances de quelques drones sous-marins. Ces performances sont les suivantes : la masse M (en kg), la profondeur maximale atteignable P_{max} (en m), la vitesse nominale V_{nom} (en m/s), la vitesse maximale V_{max} (en m/s), l'endurance (en heures) et le nombre des moteurs N_{mot}.

Tableau 1.1 Caractéristiques de performances de quelques drones sous-marins
Tiré du site Internet de l'AUVAC (2010)

Compagnie	**Nom**	**Forme**	**M (kg)**	**P_{max} (m)**	**Evitement d'obstacle**	**V_{nom} (m/s)**	**V_{max} (m/s)**	**Endurance (h)**	**N_{mot}**
Atlas Maridan Aps	SeaFox IQ	T	40	300	oui	n/c	n/c	2	4
	SeaOtter Mkll	O	110	600	oui	2.06	4.12	24	5
	Seawolf A	T	112	300	oui	n/c	4.12	n/c	4
	Maridan 600	R	1500	600	non	1.54	2.06	n/c	2
	SeaOtter Mkl	R	1500	600	non	1.54	2.57	7	2
BAE Systems	Talisman L	O	50	100	oui	n/c	2.57	12	4
	Talisman M	O	1000	300	oui	n/c	2.57	n/c	4
Bluefin Robotics Corporation	Bluefin-9	T	50	200	oui	n/c	2.06	5	1
	HAUV	X	82	100	oui	n/c	n/c	3	8
	Bluefin-12	T	250	200	non	n/c	2.57	n/c	1
	Bluefin-21	T	363	6000	non	2.06	n/c	n/c	1
Boeing Integrated Defense Systems	LMRS	T	1244	1000	oui	n/c	3.6	n/c	1
	Echo Ranger	R	5308	3050	non	2	4	28	1
Cranfield University	Hammerhead	T	250	100	non	2.5	n/c	n/c	1
Cybernetix	ALIVE	X	3500	n/c	non	n/c	n/c	7	5
	Swimmer	X	4785	300	non	n/c	0.77	n/c	5
DSME	OKPO-6000	T	900	6000	oui	1.54	n/c	10	4
ECA SA	Alister	T	1000	300	oui	2.06	4.12	20	2
	Alistar	G	2300	3000	non	1.03	2.06	24	8
	Epaulard	G	2900	6000	oui	0.51	n/c	7	2
Florida Atlantic Univ.	Morpheus	R	35	200	non	1.03	2.57	1	1
	Ocean Explorer	T	800	300	non	1.54	2.57	1	1
Heriot Watt Univ.	Rauver Mkll	X	220	50	non	0.5	1	4	4
Hydroid	Remus UUAV	T	36	12	non	1.54	2.8	22	1
	Remus 600	T	240	600	non	1.5	2.6	70	2
Intern. Subamrine Engineeirng	Theseus	T	8600	2000	oui	2.06	n/c	100	1
iRobot	Ranger	T	9.07	n/c	non	n/c	n/c	n/c	1

Compagnie	Nom	Forme	M (kg)	P_{max} (m)	Evitement	V_{nom} (m/s)	V_{max} (m/s)	Endurance (h)	N_{mot}
K.I.T.	AquaBox ll	O	60	50	non	n/c	n/c	n/c	4
LIRMM	Taipan ll	T	60	n/c	non	1.5	1.8	2	1
Lockheed Martin	MRUUV	T	1270	n/c	non	n/c	4.12	40	1
MIT AUV Laboratory	CETUS ll	O	54.5	200	oui	1.29	2.57	n/c	5
OceanScan MS&T	LAUV	T	16	50	non	n/c	n/c	8	1
Woods Hole O. Institute	SeaBED	X	200	700	oui	1	1.5	n/c	3

T : Torpille ; O : Oblong ; R : Rectangulaire ; X = ‘ouverte’ ou ‘libre’ ; G : Goutte

1.2 Classification des drones et des domaines d’utilisation

Dans cette étude, il faut bien différencier les drones marins. Il y a les drones de surfaces et les drones sous-marins. La dénomination « drone de surface » correspond aux bâtiments et vaisseaux autonomes qui naviguent sur les océans et les mers. En aucun cas, ces navires ne peuvent plonger ou effectuer une quelconque activité sous le niveau de la mer. La classification ne porte que sur les drones sous-marins. Cette distinction faite, les véhicules, communément appelés UUV (*Unmanned Underwater Vehicles*) sont classés suivant six principales catégories :

- Les AUV (*Autonomous Underwater Vehicles*) [3] : une ou plusieurs missions leur sont confiés avant leur immersion ou à la surface de l’eau par communications radio. Une fois leur mission enregistrée, ce type de drone est complètement autonome. Leur type de mission est vaste. D’une part, par leur autonomie de déplacement, ces engins sont les plus souvent utilisés pour des missions conventionnelles en mer. Dans le secteur militaire, ces engins détectent les mines sous-marines, cartographient des zones ennemies et identifient des vaisseaux ennemis, qu’ils soient en surface ou immergés. Pour les applications civiles, ces drones récoltent des données d’études océaniques

(salinité, courants marins, température, faune, flore,…) et cartographient les fonds marins. Ils représentent un élément important de la durée de vie des installations industrielles sous-marines (implantation, surveillance, entretien, maintenance,…).

- Les MUV (*Micro Autonomous Vehicles*) [4] : ces drones sont qualifiés de drones miniatures. Ces véhicules servent à l'inspection de canalisations d'oléoducs, de gazoducs et de coques de navires. Ils sont utiles dans les endroits escarpés où des drones de la catégorie précédente ne peuvent pas se déplacer.

- Les SAV (*Solar-powered Autonomous Vehicles*)) [5] : ces drones, en moins grand nombre que les précédents, proviennent de développement visant soit une performance d'endurance de très long terme, soit un aspect écologique de leur environnement. Ils ont l'inconvénient de devoir remonter à la surface régulièrement pour recharger leurs batteries.

- Les AUG (*Autonomous Underwater Gliders*) [6] : cette catégorie regroupe les drones qui se servent d'une flottabilité positive pour faire surface et d'une flottabilité négative pour plonger. L'avantage de se servir de la dynamique de la poussée d'Archimède permet d'augmenter considérablement l'endurance. Il n'a donc pas besoin de propulseur pour plonger ou remonter à la surface. Ces drones, munis d'ailes stabilisatrices, servent aux études océaniques car ils peuvent rester des mois en mer et ainsi étudier de vastes superficies.

- Les BUV (*Biomimetic Underwater Vehicles*) [7] : ces véhicules sous-marins s'inspirent de la morphologie et des modes de déplacements des animaux aquatiques tels que les raies, les méduses ou encore les pingouins. Ces drones ont des structures flexibles qui permettent de se déplacer et de s'orienter dans leur environnement.

- Les ROV (*Remotely Operating Vehicles*) [8] : cette dernière catégorie fait partie des drones sous-marins. Cependant, cette classe de véhicules est différente des cinq

premières décrites ici, dans le sens où ces engins sont pilotés par des opérateurs. Ils ne sont donc pas autonomes dans le sens strict. Leur utilité est requise pour l'inspection de zone étroite ou escarpée mais où l'homme peut s'en approcher. Contrairement aux MUV, ces drones servent également pour la surveillance et l'entretien des coques des navires ou des installations industrielles immergées facilement accessibles.

Selon la classification et des exemples d'utilisation cités ci-dessus, il est possible d'entrevoir la liste des domaines d'emploi des drones sous-marins. Pour une meilleure visibilité de leur fonction, il est préférable de scinder le secteur militaire, le secteur civil de recherche et le secteur civil industriel.

Pour le domaine militaire :

- cartographies détaillées pour l'espionnage,
- détection et identification des mines sous-marines,
- détection et identification des navires, des bâtiments marins et des sous-marins,
- protection des ports militaires et des environnements portuaires,
- lutte anti sous-marine,
- écoute sonar passive (analyse du bruit émis par chaque cible),
- écoute sonar active (analyse du coefficient de réflexion sonore de chaque cible),
- inspection des coques de navires et des sous-marins habités.

Pour le domaine de la recherche :

- cartographies des fonds marins,
- études océaniques : salinité, température, pression, bathymétrie, réflexion de la lumière, microbiologie sous-marine, faune, flore, capacité d'absorption du dioxyde de carbone, concentration des éléments chimiques, montée du niveau de la mer, …

Pour le domaine industriel :

- installations des canalisations sous-marines : gazoducs, oléoducs,
- réparation et maintenance de canalisations immergées,
- manutention, préhension et soudure à grande profondeur et haute pression,
- surveillance et entretien des plateformes pétrolières (corrosion, fissures),
- détection de minerai, de gaz naturel et de pétrole sous-marin,
- inspection de coques de navires et de pétroliers.

La NAVY [9] classe les drones sous-marins suivant plusieurs critères. L'un d'entre eux est leur fonction principale. Ces rôles peuvent s'énumérer ainsi :

- intelligence, surveillance et reconnaissance,
- contremesures pour les mines,
- guerre anti sous-marine,
- inspection et identification,
- océanographie,
- transport de charge et de fret,
- opération de renseignement,
- aide à la décision dans la chaîne de commandement (*time critical strike*).

Tableau 1.2 Classification des UUV suivant différents paramètres
Tiré du rapport *The Navy Unmanned Undersea Vehicle (UUV) Master Plan* (2004)

Classe	**Diamètre (cm)**	**Masse (kg)**	**Endurance (h)**	**Charge utile (dm^3)**
Portable	7 à 23	< 45	1 à 20	< 7
Léger	32	227	10 à 40	28 à 85
Lourd	53	< 1363	20 à 80	113 à 170
Large	> 91	9090	>100	424 à 850

La Tableau 1.2 [9] considère la corrélation entre l'augmentation de masse et l'amélioration des performances des engins (charge utiles, endurances). Plus les engins sont lourds, plus

leur endurance est longue. Pour améliorer l'endurance, il faut accroître considérablement le nombre de batteries embarquées, qui occupent une place non négligeable, avec la technologie actuelle. C'est également le cas pour les équipements embarqués qui sont de taille réduite mais non négligeable.

Les programmes mis en place ces dernières années développent les standards en matière de drones sous-marins. Ils les rendent plus modulaires en accroissant le nombre d'expérimentations technologiques. D'autres programmes se concentrent plus sur la coordination des drones dans leur milieu environnant. Sommairement, les drones sont capables de faire au moins une des trois fonctions suivantes:

- déploiement ou récupération de matériel (pince, matériel de soudure, mine, fret militaire...),
- collecte, réception et transmission d'information océanographique ou militaire,
- engagement de cible spécialisé (gazoduc et oléoduc sous-marins, torpille, sous-marins,...).

Des détails plus approfondies sur les performances d'autonomie d'énergie, de propulsion, des capteurs et de la communication et de la navigation peuvent être rencontrés dans [9].

1.3 Hypothèses d'études

Ce projet de modélisation et de commande du drone, est le premier de ce genre du LARCASE. L'expérience et le savoir-faire n'étant pas encore disponible au sein du laboratoire dans ce domaine, ce projet a pour but de développer une première expertise dans le domaine des sous-marins. L'expertise aéronautique est présente, et les similitudes de dynamique vont être un atout majeur pour cette étude.

Or, le milieu sous-marin engendre des non linéarités dans les modèles plus importantes que ceux des aéronefs. De plus, les modèles aéronautiques sont, pour la plupart, des modèles

linéarisés autour d'un point d'équilibre [10]. La densité de l'eau pure ou de l'eau salée étant environ mille fois plus élevée que celle de l'air, des phénomènes physiques comme la poussée d'Archimède ou les masses et les inerties ajoutées doivent être prises en compte ([11] - [15]).

La modélisation est dépendante de l'architecture et de l'équilibrage de l'engin, ainsi une attention toute particulière a permis la mise en place d'une architecture fiable, réaliste mais simple.

Malgré les choix architecturaux simplifiant le modèle, certains couplages non linéaires persistent dû à la dynamique propre des sous-marins. Ceci est fait dans le but d'obtenir à la fois un modèle réaliste mais aussi pas trop complexe à valider. Les termes de couplage étant très difficiles à bien estimer de manière théorique, cette étude préconise de négliger volontairement certains couplages. La quantification de cette dynamique non linéaire est difficile à calculer théoriquement. Elle ne peut être mesurée que par un logiciel de *Computational Fluid Dynamics* (CFD) ou par des essais en piscine ou en mer.

Cette partie de la dynamique, négligée dans la modélisation, est compensée dans la partie du contrôle et de la commande. Ainsi les forces et les moments engendrés sont perçus par l'engin comme des perturbations extérieures et c'est la commande qui atténue ces effets.

La partie commande a trois fonctions dans notre étude:

- la stabilité latérale et longitudinale,
- l'amélioration des performances (vitesse, rayon et taux de virage) et
- le suivi de points de cheminement (*waypoints*).

Ainsi, la dynamique du véhicule est décomposée suivant les dynamiques du fuselage, des moteurs et des dérives. Il ne reste que le comportement dynamique non linéaire fondamental aux sous-marins.

1.4 Choix de l'architecture

Avant tout choix architectural, il faudrait fixer un cahier des charges à respecter, sans être exhaustif. Ces contraintes sont les suivantes :

- transportable par deux personnes,
- conception réaliste et facile,
- maintenance simple,
- vitesse de 1 à 8 noeuds, soit environ de 0.5 m/s à 4 m/s,
- autonomie de 5 à 10 heures,
- manœuvrable aux basses et hautes vitesses.

À l'aide des six contraintes, il est possible d'affiner certaines valeurs de notre étude. L'engin devant être transportable par deux hommes, la masse et les dimensions du drone doivent être restreintes. La masse est limitée à 80 kg et la plus grande longueur ne doit pas dépasser 2.5 m. La vitesse et l'endurance sont dépendantes de la forme hydrodynamique du drone et des batteries. La manœuvrabilité à basse vitesse engendre une étude précise des modes de propulsion et d'orientation de l'engin.

Tout d'abord, la forme de l'engin est définie. À l'aide du Tableau 1.1 de l'analyse des engins existants, nous avons constaté qu'il existe quatre formes : la forme dite "ouverte", oblongue, rectangulaire et la torpille. La forme "goutte" n'est pas prise en compte car elle n'a pas une architecture courante parmi les 146 modèles recensés [2]. Suite aux avantages et inconvénients de chacune de ces architectures, le raisonnement ci-dessous établit la forme la mieux adaptée à notre cahier des charges.

La forme ouverte est propice aux engins ayant une faible vitesse de déplacement et devant effectuer des phases statiques à vitesse nulle. Ces dimensions en font un drone peu hydrodynamique, souvent construit autour d'un châssis cubique en structure tubulaire [16].

La forme oblongue est la première architecture qui fournit un aspect hydrodynamique permettant d'augmenter légèrement le domaine de vitesses. Cependant, sur ce type de drone, il n'est pas rare d'avoir une dynamique totalement découplée, ce qui est réalisé en plaçant des moteurs deux à deux sur chaque axe principal. Les effets conjoints des moteurs commandent les vitesses de déplacement en trois dimensions et leurs utilisations différentielles maîtrisent les moments de l'appareil [17].

Ce type d'architecture est utilisée lorsque les drones de forme dite "ouverte" sont assez petits pour être carénés. Ils peuvent gagner quelques décimètres par seconde en vitesse d'avancement. Il faut remarquer que l'aspect écrasé et plus aplati fournit une certaine stabilité en tangage et en roulis.

La troisième forme observée est la section rectangulaire qui a l'avantage de fournir une parfaite symétrie [18]. Les dynamiques présentes dans le plan longitudinal et le plan latéral sont identiques. Ce type d'engin est donc plus facilement modélisable du fait de sa double symétrie du fuselage.

Cette architecture présente aussi un coefficient de traînée supérieur à celui d'une forme profilée comme une torpille. Cette option est utilisée sur les drones de catégorie 'Lourd' voire même 'Large' (Tableau 1.2). L'avantage de la section rectangulaire permet d'avoir un aménagement simple pour accueillir une charge utile. Il est plus difficile d'embarquer des charges dans les sections oblongues ou les formes ouvertes. D'ailleurs, il est rare que ces architectures soient privilégiées pour des missions de transport, de largage ou de récupération.

La dernière architecture, qui est la plus ancienne, est la forme torpille [19]. L'avantage est un plus faible coefficient de traînée, et donc une meilleure hydrodynamique que les trois autres. La traînée est un facteur important dans le dimensionnement de la propulsion mais aussi dans le calcul du domaine de vitesse et de l'autonomie. Au vu de nos caractéristiques

fixées dans nos contraintes, la forme torpille est l'architecture qui convient le mieux dans notre étude. La section circulaire permet ainsi d'atteindre les caractéristiques de vitesse et d'endurance de l'engin. De plus la section circulaire est la meilleure forme pour résister à la pression.

Il est vrai qu'aucun critère de profondeur, donc aucun critère de pression maximale, n'est émis dans notre cahier des charges car les profondeurs de test et de simulation correspondent à des pressions faibles. Néanmoins, dans une future application à des grandes profondeurs, une étude de résistance des matériaux du fuselage devra être envisagée. En vu de ce développement, la section circulaire est la meilleure. On peut soulever un léger point négatif correspondant à un aménagement intérieur moins pratique que dans une section rectangulaire.

1.4.1 Dimensionnement de la forme extérieure

Une forme torpille est définie par deux dimensions caractéristiques (Figure 1.3) qui sont sa longueur L et son rayon R.

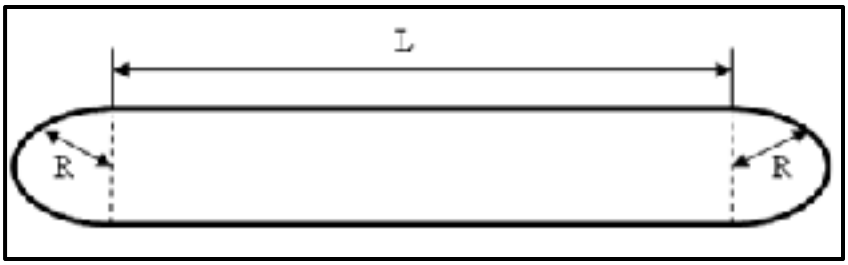

Figure 1.3 Cotation de la vue latérale de la torpille.

La longueur du drone est L+2R (Figure 1.3). Afin de respecter le cahier des charges en matière de vitesse, le ratio L/R est minoré. Ce ratio doit être supérieur à 10 pour avoir une forme assez profilée et ne pas se retrouver avec un design sphérique ou oblong. Pour que l'engin puisse être immergé et évoluer librement dans l'eau, il est fondamental que son poids compense exactement sa poussée d'Archimède. Or la poussée d'Archimède est directement

proportionnelle au volume de l'engin. Avant même de connaître les aménagements intérieurs et la charge utile, on sait déjà que la masse et le volume sont étroitement liés pour le dimensionnement des véhicules sous-marins. Le choix de la longueur L et du rayon R se font en prenant en compte les contraintes de masse, de longueur maximale et du rapport L/R (Figure 1.4).

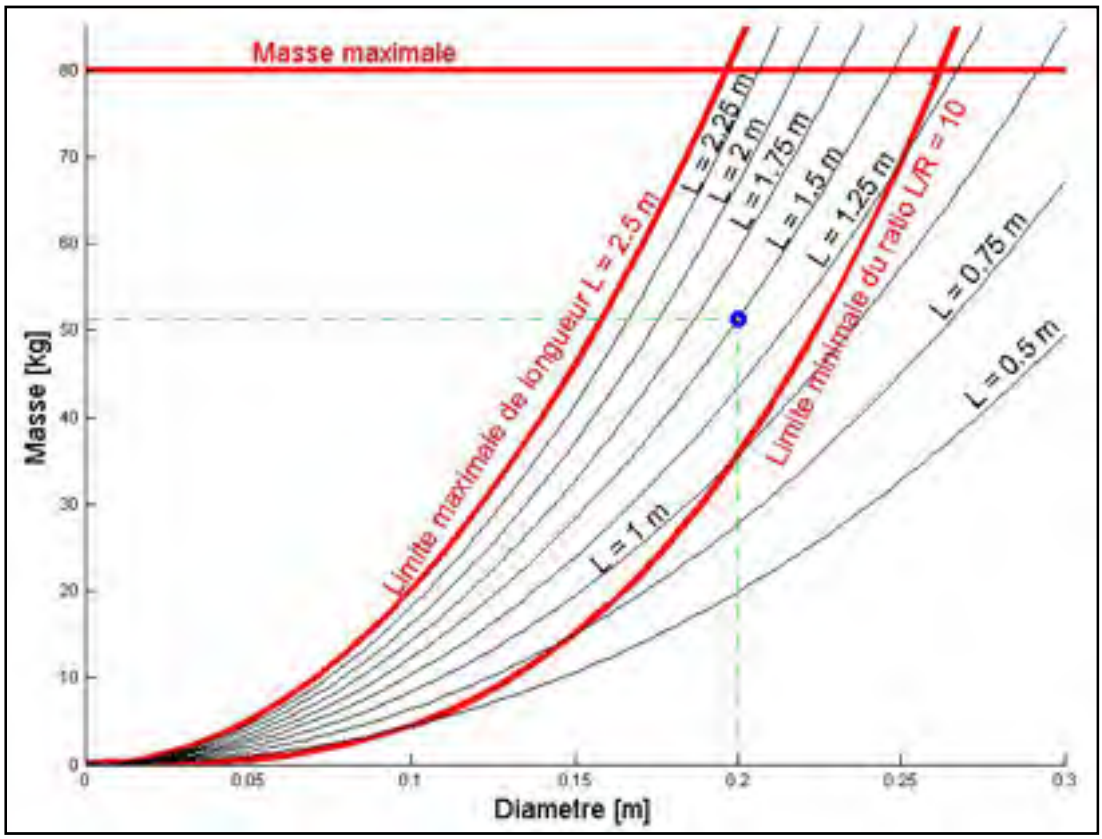

Figure 1.4 Graphique de dimensionnement extérieur du drone.

Le domaine respectant notre cahier des charges sur la Figure 1.4 correspond au domaine délimité par les trois courbes limites en gras. Les valeurs limites de ces dernières ont été expliquées précédemment. Le point de design du drone est choisi dans ce domaine.

La longueur de l'engin est de 1.5 m et son rayon est de 10 cm. La masse immergée exacte est de 51.31 kg. Sur la figure ci-dessus, les diamètres disponibles sont de 10 cm, 15 cm ou 20 cm. Pour faciliter l'aménagement intérieur de l'engin, le diamètre maximale possible, soit 20

cm, a été choisi. En ce qui concerne la longueur, elle peut varier de 1.25 m à 2. La longueur L de 1.5 m a été privilégiée car elle fournit un espace intérieur suffisant et donne un rapport L/R égal à 15.

Les dimensions choisies dans cette étude correspondent à peu près aux dimensions d'un drone déjà existant, le Remus 100 de la compagnie Kongsberg. Le Remus 100 a un diamètre de 19 cm et une longueur de 1.60 m. Le fait que notre véhicule a des dimensions similaires prouve que ce point de design est réaliste et faisable.

Le bilan de masse du drone ne peut se conclure sans un bilan de masse des équipements et des ballasts. Notre choix architectural nous dit que le drone doit avoir une masse d'environ 51 kg. Afin que le véhicule ne coule pas en cas de problèmes, sa flottabilité doit être positive ou nulle. La définition de la flottabilité n'est ni plus ni moins que la différence entre la poussée d'Archimède et le poids. On remarque qu'en cas de flottabilité négative, l'engin coulerait. Afin d'éviter cela, la masse du drone, c'est-à-dire la masse de la structure et de ses équipements, ne doit en aucun cas excéder 51.31 kg. Cependant, durant toutes les phases immergées, la poussée d'Archimède sera calculée pour approximer au mieux la masse exacte à compenser. Cette masse, bien évidemment, est prise de l'environnement extérieur et n'est rien d'autre que de l'eau. Cette eau est stockée dans des ballasts répartis uniformément le long de l'engin selon trois plans de symétrie du véhicule.

1.4.2 Choix du mode de propulsion

L'hélice est l'équipement de propulsion sous-marine le plus efficace et conventionnel. La poussée est fournie par une seule hélice pour la plupart des sous-marins sous forme de torpille comme les sous-marins nucléaires d'attaque (SNA) ou lanceurs d'engin (SNLE). Au cours de l'histoire, ces hélices ont été propulsives et quelques fois tractives. Du fait de la poussée unique, celle-ci doit être dans l'axe principal du fuselage de l'engin (intersection des deux plans de symétrie).

Cependant pour les drones légers (Tableau 1.2), le couple de l'hélice entraîne un couple opposé sur la structure lui induisant une vitesse de roulis. Pour compenser cette perturbation, les sous-marins sont munis de gouvernes de stabilité avant et arrière. Il faut ajouter que le rapport des inerties des parties tournantes par rapport à celle des parties fixes est très faible sur les sous-marins habités, ce qui entraîne un faible couple de roulis sur leurs structures. Les sous-marins habités utilisent également leur barre de plongée avant et arrière pour régler leurs assiettes et leurs vitesses de plongée.

La solution de l'hélice propulsive classique, de type sous-marin habité, ne permet pas une bonne manœuvrabilité à faible vitesse. Il faut que le navire dépasse une certaine vitesse en dessous de laquelle les gouvernes sont inefficaces. Il est possible de créer des moments de tangage, de lacet et de roulis à faible vitesse, mais pour ceci il faut accroître considérablement les dimensions des gouvernes. A forces égales, lorsque la vitesse est divisée par deux, la surface des gouvernes doit être multipliée par quatre. De plus cette option ne nous permet pas de satisfaire le dernier critère de notre cahier des charges.

Pour palier à ce problème de manœuvrabilité à basse vitesse, il est possible d'utiliser la technologie de la poussée vectorielle. L'orientation de la poussée peut être obtenue de deux manières différentes : par l'orientation du plan de l'hélice (Figure 1.5), ou par l'orientation du jet d'éjection (Figure 1.6). Les schémas des principes sont explicités sur les figures ci-dessous.

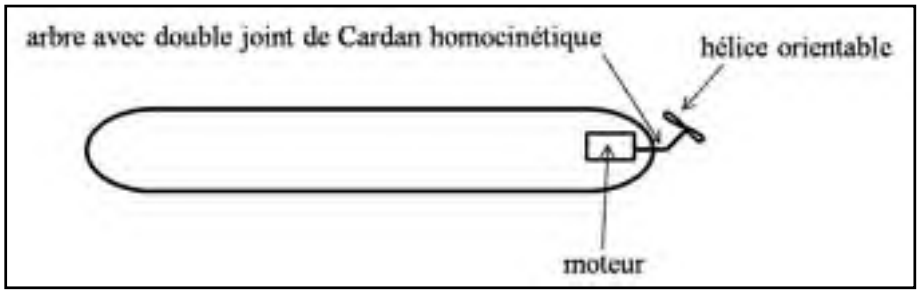

Figure 1.5 Schéma de principe de la poussée vectorielle par hélice orientable.

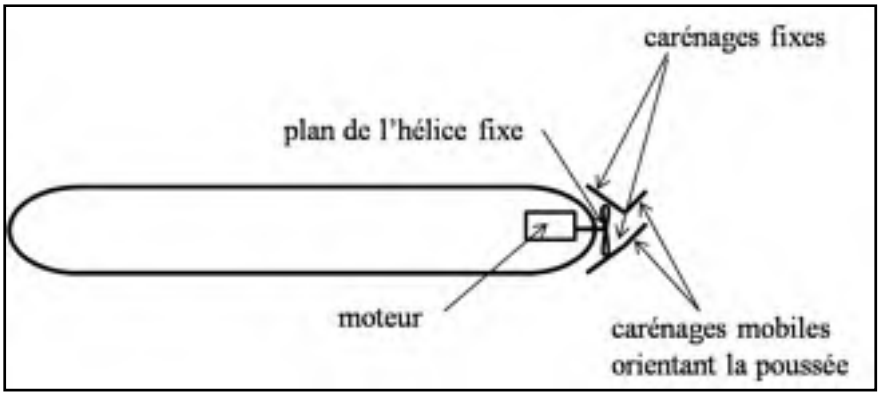

Figure 1.6 Schéma de principe de la poussée vectorielle par déviation du jet.

L'orientation du plan de l'hélice entraîne des solutions technologiques plus complexes que la technologie des gouvernes. Cependant le réel problème de la rotation du plan de l'hélice (Figure 1.5) est la création de couples gyroscopiques. Ce phénomène, très bien connu en physique, consisterait à l'intégrer au modèle mathématique, le complexifiant un peu plus. Le moyen de passer outre les phénomènes gyroscopiques est de dévier le jet d'éjection (Figure 1.6). La déviation du flux peut provoquer des pertes de charges, entraînant une perte d'efficacité du système de propulsion. Certes, le plan de l'hélice devient fixe, mais les solutions techniques de construction (Figure 1.7) pour conserver la continuité du flux et le fait de maîtriser son orientation sont extrêmement complexes [20].

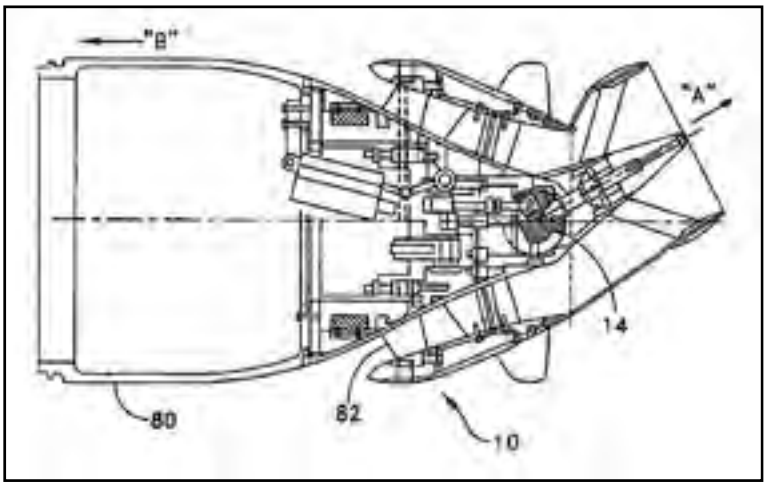

Figure 1.7 Plan détaillé de la tuyère orientable pour UUV. (extrait du brevet US 7 465 201)

Au vu du respect du cahier des charges, l'architecture de propulsion d'une hélice ne convient pas. Il faut donc envisager une architecture multi hélices. Quel que soit leur nombre, elles doivent être agencées de manière symétrique dans les trois plans principaux. Évidemment, en fonction des analyses et des synthèses faites pour une architecture mono hélice, une architecture à deux hélices contrarotatives est possible. Cette option permet d'annuler les couples des hélices. L'architecture peut être pensée sous deux formes. Les hélices de même diamètre (Figure 1.8 et Figure 1.9) baignent dans le même flux d'eau. L'inconvénient de cette méthode est la régulation des vitesses de rotation de chaque hélice afin d'annuler la somme des couples de propulsion tout en satisfaisant la poussée.

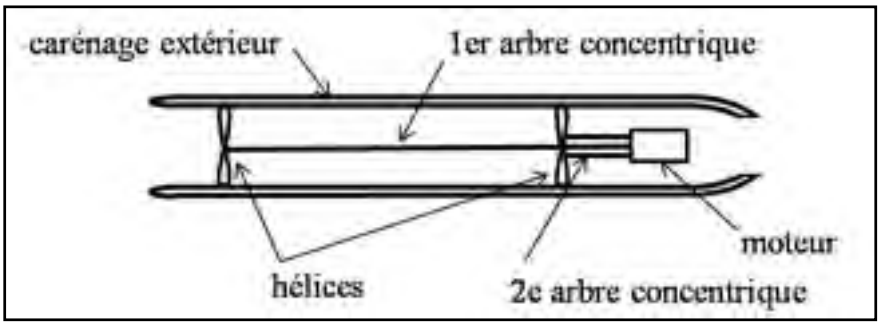

Figure 1.8 Concept de deux hélices contrarotatives dans un flux d'eau. (transmission par arbres concentriques)

Le souci de la première technologie (Figure 1.8 et Figure 1.9) est le problème de modélisation fiable de la deuxième hélice. Cette dernière est baignée dans le flux sortant de la première hélice. Pour connaître les implications et les interactions entre la première hélice et la deuxième, il faudrait faire une étude hydrodynamique avec des simulations et des essais expérimentaux. Or, l'hydrodynamique expérimentale n'est pas disponible au sein du LARCASE. Cette solution sera donc purement éliminée.

La deuxième solution envisagée ici (Figure 1.10) serait de faire baigner les hélices dans deux flux d'eau concentriques distincts.

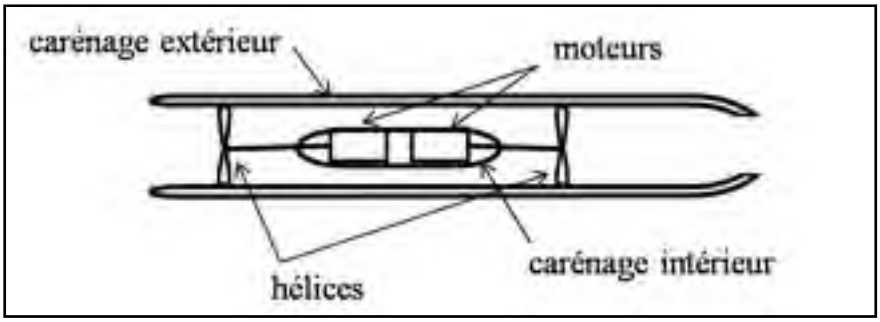

Figure 1.9 Concept de deux hélices contrarotatives indépendantes dans un flux d'eau.

Ces deux solutions ne sont que des études hypothétiques, car la construction d'un double arbre de transmission contrarotatif ou d'un double fuselage (Figure 1.9 et Figure 1.10) complexifie sa conception et sa réalisation technique. De plus, la vitesse de roulis et la vitesse d'avancement seraient liées entre elles par la relation poussée/couple de chaque hélice. La commande serait donc d'autant plus difficile à gérer.

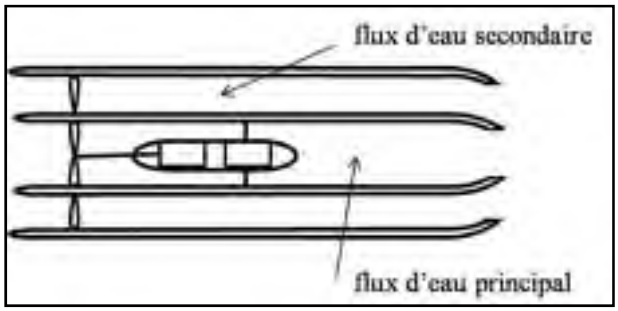

Figure 1.10 Concept de deux hélices contrarotatives avec deux flux d'eau.

La solution de l'hélice à pas variable a déjà été construite et étudiée. Le principe s'inspire fortement du mécanisme de variation de pas des pales d'un hélicoptère.

Après cette analyse de l'état de l'art et des solutions de propulsion hypothétiques, le choix architectural de cette étude se porte sur un choix de multi hélices. Un drone avec deux hélices orientables a été développé par la société Marport Deep Sea Tehcnologies [21].

Les deux hélices sont orientables dans les trois dimensions de l'espace ce qui permet d'orienter la poussée afin de contrôler les vitesses et l'attitude de l'engin. Le drone SQX-500 a deux moteurs orientant les hélices dans le plan vertical et deux autres moteurs orientant les dérives noires sur lesquelles sont fixés les moteurs. Ce drone est donc piloté par six moteurs : quatre nécessaires à l'orientation de la poussée, et deux pour réguler l'amplitude de cette poussée. Une version à trois hélices orientables a déjà été exploitée dans des études de drones sous-marins. On peut se référer au drone d'une association étudiante de l'université de Caroline du Nord [22].

Cette solution met en avant la maniabilité et l'agilité des drones pourvus de multi hélices orientables. Cette idée de moteurs pour orienter la poussée a été conservée, notamment pour la maniabilité.

Cependant, afin de satisfaire les contraintes de vitesse du cahier des charges, notre choix architectural est de quatre moteurs et hélices tractives. Ce choix respecte la symétrie de l'engin dans les 3 plans principaux. La poussée des moteurs étant indépendantes, il est possible de contrôler les vitesses linéaires et angulaires de l'engin (Figure 1.11).

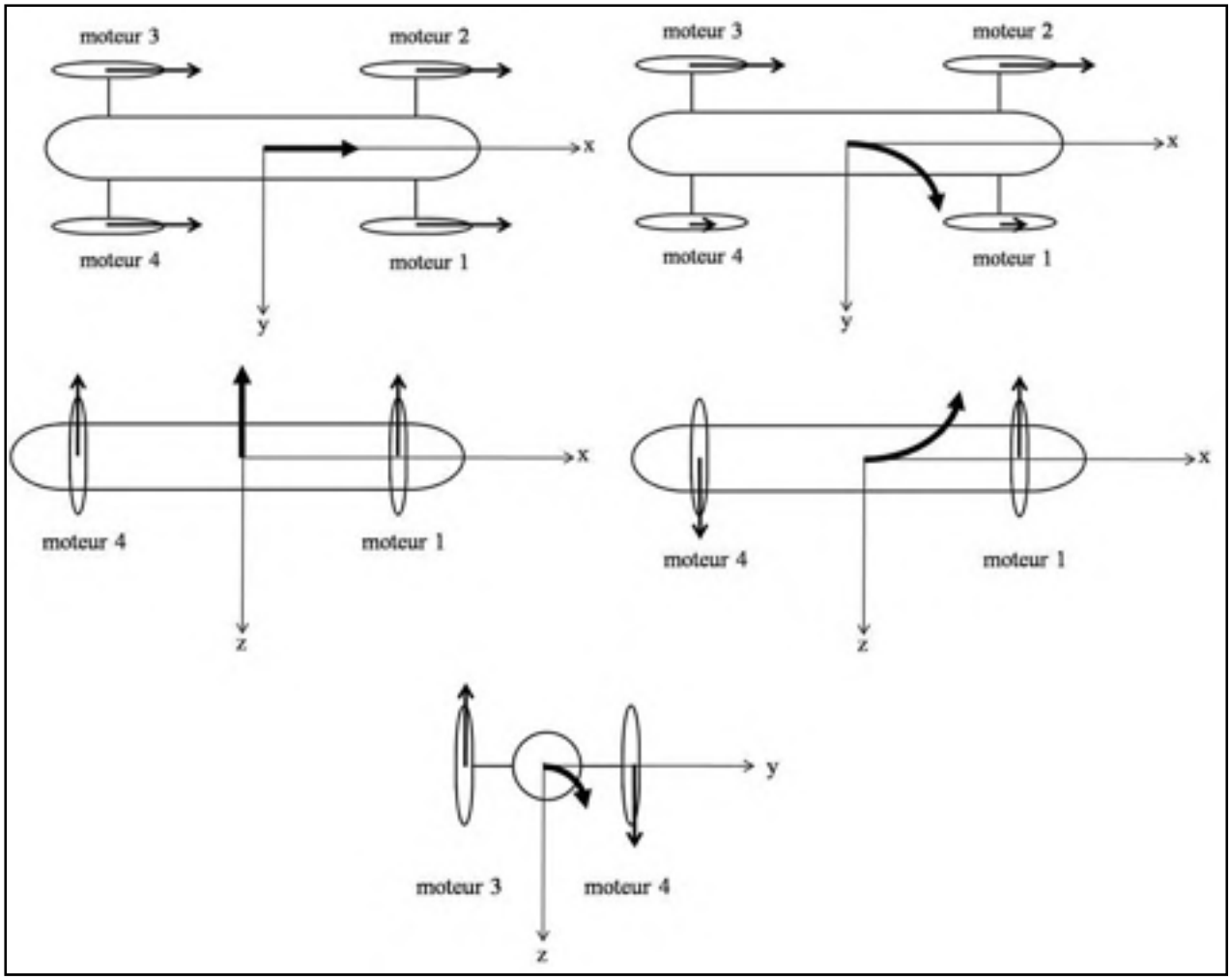

Figure 1.11 Contrôle des vitesses linéaires et des vitesses angulaires produites par les quatre hélices orientables du drone.

La Figure 1.11 démontre la capacité du drone à piloter cinq de ces six degrés de liberté : la vitesse d'avancement, le lacet, la vitesse verticale, le tangage et le roulis. On constate que la vitesse latérale n'est pas contrôlée. Le choix de conception impose donc de stabiliser cette vitesse à zéro. En aucun cas, il est souhaitable que le drone dérape ($v \neq 0$) sur son suivi de trajectoire. Afin de contrecarrer cet effet, une double dérive symétrique est ajoutée dans le plan vertical, elle est dite symétrique car elle possède cette propriété dans le plan *yz*. De plus, sa présence est double puisque notre hypothèse des 3 plans de symétrie doit être respectée. La dérive a donc son symétrique par rapport au plan *xy*. Cette dérive a une forme trapézoïdale arrondie (Figure 1.12). Afin d'avoir le maximum de stabilité en roulis et en

dérapage, la longueur de la grande base B est fixée à trois quarts de la longueur L, soit 112.5 cm. La hauteur de la dérive est choisie à un quart du diamètre du fuselage, soit 5 cm.

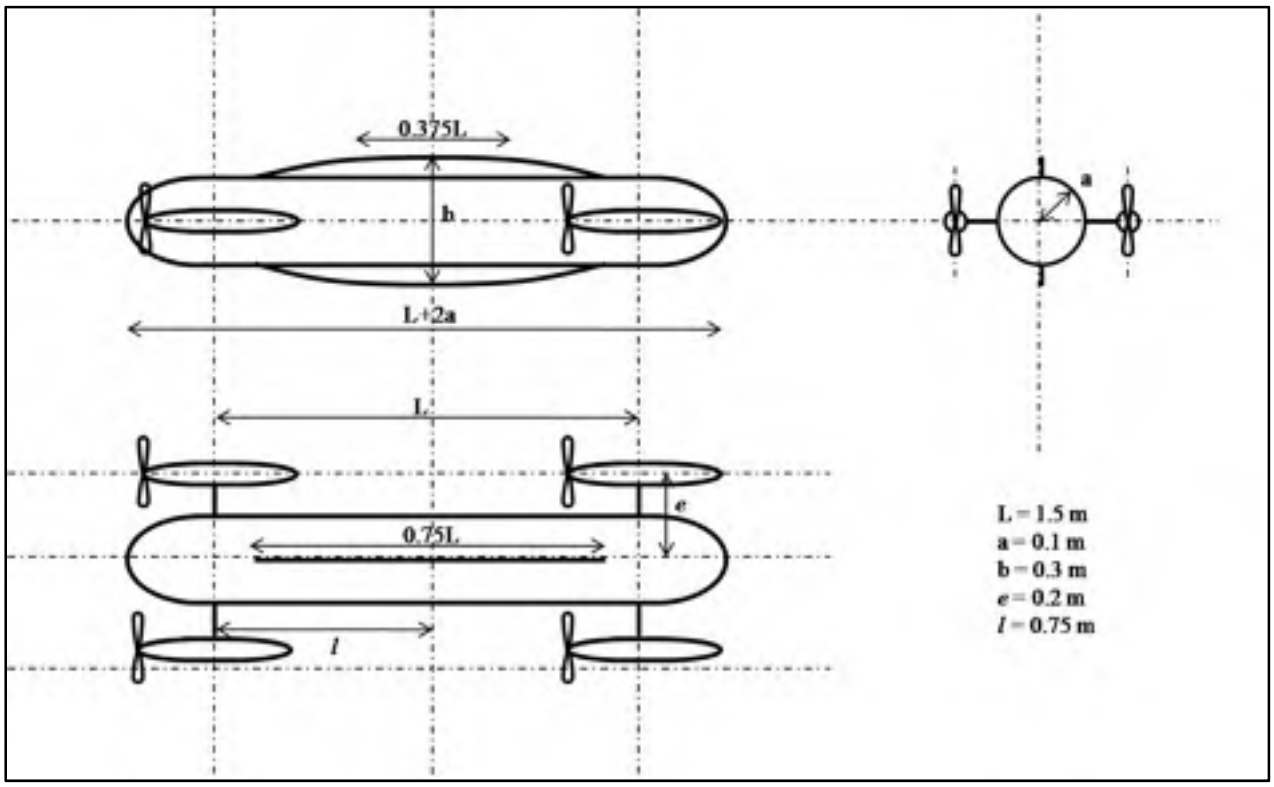

Figure 1.12 Plan 3 vues du drone avec les axes de symétrie et les axes des moteurs.

En résumé, le drone est de forme torpille ayant pour longueur hors tout 1.7 m et pour diamètre 20 cm. Il est muni de 4 moteurs indépendants et orientables à plus ou moins 90 degrés. Ces moteurs sont implantés à une distance $l = \frac{L}{2}$ du centre de gravité sur l'axe longitudinale, et à une distance $e = 2a$ sur l'axe latérale. Les caractéristiques de la double dérive sont mentionnées au dessus de la Figure 1.12.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION NON LINÉAIRE

2.1 État de l'art de la modélisation de drone sous-marin

La modélisation des drones sous-marins peut se classer en deux catégories : les modèles linéaires ou non linéaires. Il est connu que les ROV sont représentés de manière linéaire. La tâche de ces robots sous-marins consiste, pour la majorité d'entre eux, à être statique afin d'observer un périmètre défini. La vitesse de déplacement des ces engins est faible car elle est entre 0.5 à 1.5 m/s. La représentation du comportement linéaire provient, soit d'équations expérimentales en utilisant les interactions linéaires, soit d'une linéarisation autour d'un point d'équilibre du modèle non linéaire.

Le modèle non linéaire représente tous les aspects pris en compte dans l'étude notamment les couplages entre les variables d'état. Cependant la plupart des modèles non linéaires se basent sur des hypothèses d'étude simplificatrices. Ces hypothèses concernent souvent certains couplages, ou carrément certains termes hydrodynamiques complexes à calculer ou à approximer théoriquement. Il n'est pas rare de considérer des modèles de drone linéarisés pour les étudier en pilotage et en navigation. Néanmoins, ces simplifications linéaires, souvent rencontrées dans le domaine aérodynamique, ne sont pas recommandées en milieu marin à cause des termes non linéaires des interactions dynamiques. Ainsi la simulation informatique ne représente pas réellement la dynamique naturelle de l'engin, et les régulateurs et contrôleurs d'attitude et de trajectoire peuvent être rapidement saturés face à une dynamique non envisagée.

Ainsi le type de modélisation est propre à chaque étude. Il dépend principalement de trois facteurs principaux : la forme géométrique, le domaine d'utilisation de l'engin et le degré de précision de modélisation. Il ne faut toutefois pas envisager un degré de précision trop élevé car ceci pourrait engendrer des difficultés de modélisation paramétriques. Il faut trouver un

bon compromis entre les difficultés de représentation et la dynamique vraie. Les architectures étant diverses, de forme oblongue, rectangulaire, torpille ou « ouverte », les modélisations le sont tout autant. La plupart des ROV ont des dynamiques totalement découplées dû à l'agencement de leurs propulseurs et à leur forme oblongue ou « ouverte ». En ce qui concerne les AUV, ils peuvent naviguer à des vitesses plus élevées laissant apparaitre des interactions hydrodynamiques plus importantes et donc non négligeables.

Les techniques de modélisation reposent sur le formalisme Newtonien ou sur les équations Lagrangiennes. Dans la première méthode, un bilan de forces et de moments est effectué tandis que dans la seconde, on se sert d'une approche énergétique. Il est habituel de dire que la méthode Lagrangienne, plus difficile à mettre en œuvre, s'avère plus efficace pour des systèmes complexes. La méthode de Newton, quant à elle, est dictée par le principe fondamental de la dynamique propre à chaque objet.

Dans notre étude de modélisation de la dynamique du drone, le formalisme Newtonien sera utilisé dans les paragraphes suivants. Ce choix permet de mieux mettre en avant les différentes forces et moments mis en jeu, et l'impact de l'architecture sur la représentation du modèle. Les forces et les moments permettant d'établir les six lois de mouvement du drone sont d'origines diverses et variées. Elles seront décrites et détaillées au cours des prochains paragraphes de ce chapitre, allant de la dynamique d'un corps indéformable (section 2.2) aux forces de propulsion (section 2.6) en passant par les notions de masse ajoutée (section 2.3), des coefficients hydrodynamiques (section 2.4) ou encore la force de gravité et la poussée d'Archimède (section 2.5).

2.2 Dynamique à six degrés de liberté des solides indéformables

Le drone est considéré comme indéformable, ce qui signifie que sa structure est rigide et que les coordonnées de son centre de gravité sont constantes dans son propre repère. Dans la dynamique du corps rigide, les impacts des forces et des moments extérieurs sont étudiés.

2.2.1 Équations des forces en trois degrés de liberté

Les trois équations résultantes du bilan des forces sur les trois axes suivent les lois de Newton mettant en évidence les relations entre la somme des forces et l'accélération.

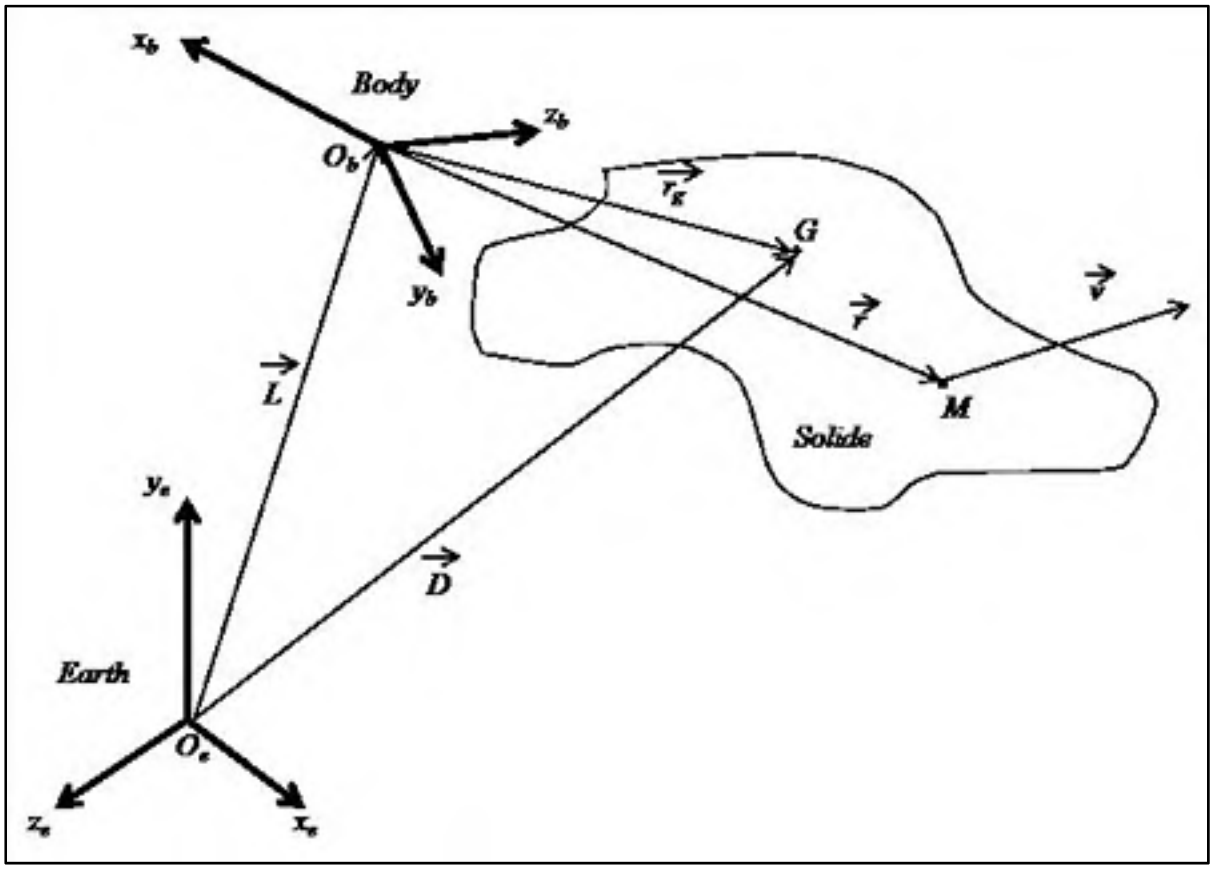

Figure 2.1 Schéma d'un solide indéformable lié à un repère terrestre et au repère lié au corps.

La relation vectorielle de Chasles [23] permet décrire une égalité entre trois points A, B et C :

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \tag{2.1}$$

En utilisant l'équation (2.1) et la Figure 2.1, on peut écrire la relation suivante :

$$\vec{D}^E = \vec{L}^E + \vec{r_g}^B \tag{2.2}$$

Les indices E et B indiquent dans quel repère les vecteurs sont exprimés. L'indice E signifie « *Earth* » pour le repère terrestre et l'indice B signifie « *Body* » pour le repère engin lié au corps. L'expression (2.2) est dérivée par rapport au temps pour obtenir la vitesse du centre de gravité dans le repère terrestre.

$$\dot{\vec{D}}^E = \dot{\vec{L}}^E + \left(\frac{d\overrightarrow{r_g}^B}{dt}\right)_E \tag{2.3}$$

Le vecteur $\overrightarrow{r_g}^B$, exprimé dans le repère B, est dérivé dans le repère terrestre. Le corps étant indéformable, toute dérivée du vecteur $\overrightarrow{r_g}^B$ dans le repère B est nulle. Il faut donc utiliser la formule de dérivation composée explicitée ci-dessous :

$$\left(\frac{d\vec{r_g}^B}{dt}\right)_E = \left(\frac{d\vec{r_g}^B}{dt}\right)_B + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{r_g}^B = \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{r_g}^B \tag{2.4}$$

En remplaçant l'équation (2.4) dans l'équation (2.3) on obtient:

$$\dot{\vec{D}}^E = \dot{\vec{L}}^E + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{r_g}^B \tag{2.5}$$

En dérivant l'équation (2.5), et en tenant compte de l'équation (2.4), on obtient :

$$\ddot{\vec{D}}^E = \ddot{\vec{L}}^E + \overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} \wedge \vec{r_g}^B + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \left(\overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{r_g}^B\right) \tag{2.6}$$

L'équation (2.6) est exprimée dans le repère terrestre E. Cependant, les données de vitesses linéaires et de vitesses angulaires sont exprimées dans le repère lié au corps B. Il faut donc écrire le terme $\ddot{\vec{L}}^E$ dans le repère B à l'aide de la formule suivante de dérivation composée.

$$\vec{\ddot{L}}^E = \left(\frac{d\vec{\dot{L}}^B}{dt}\right)_E = \vec{\ddot{L}}^B + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{\dot{L}}^B \tag{2.7}$$

Finalement, le vecteur de l'accélération du centre de gravité peut s'écrire, en remplaçant l'équation (2.8**)** dans l'équation (2.6) sous la forme suivante:

$$\vec{\ddot{D}}^B = \vec{\ddot{L}}^B + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{\dot{L}}^B + \overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} \wedge \vec{r_g}^B + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \left(\overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{r_g}^B\right) \tag{2.8}$$

Le vecteur $\vec{r_g}^B$, définissant le centre de gravité du corps indéformable dans le repère *B* correspond aux coordonnées du centre de gravité.

$$\vec{r_g}^B = \begin{pmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

Le vecteur de rotation de la base *B* par rapport la base terrestre *E*, exprimé dans le repère *B* est défini comme ci-dessus :

$$\overrightarrow{\omega_{B/E}} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \qquad \overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} = \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

Le vecteur $\vec{\dot{L}}^B$ correspondant au mouvement relatif du repère *B* par rapport au repère *E* est défini comme suit :

$$\vec{\dot{L}}^B = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \qquad \vec{\ddot{L}}^B = \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

De plus les lois Newtoniennes, nous permettent d'écrire la relation fondamentale liant l'accélération et la force.

$$\begin{pmatrix} X_{rb} \\ Y_{rb} \\ Z_{rb} \end{pmatrix} = m\ddot{\vec{D}}^E \tag{2.12}$$

L'indice rb signifie « *Rigid Body* » pour indiquer que ces forces correspondent à la dynamique d'un corps indéformable. Les équations ci-haut mentionnées peuvent alors s'écrire sous la forme suivante :

$$X_{rb} = m\left[\dot{u} + wq - vr - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})\right] \tag{2.13}$$

$$Y_{rb} = m\left[\dot{v} + ur - wp + x_g(pq + \dot{r}) - y_g(p^2 + r^2) + z_g(qr - \dot{p})\right] \tag{2.14}$$

$$Z_{rb} = m\left[\dot{w} + vp - uq + x_g(pr - \dot{q}) + y_g(qr + \dot{p}) - z_g(p^2 + q^2)\right] \tag{2.15}$$

Ces équations régissant les trois composantes de force d'un corps indéformables sont aussi explicitées dans [10] [11] [24].

2.2.2 Équations des moments en trois degrés de liberté

L'équation des moments appliqués à un corps indéformable peut être calculée en utilisant la dérivée du moment cinétique. Le raisonnement se fait en deux étapes. La première étape est le calcul du moment cinétique en fonction des caractéristiques géométriques du corps et de ses vitesses linéaires et angulaires. Ce moment cinétique est ensuite dérivé par rapport au temps.

La deuxième étape débute par la dérivation du moment cinétique, qui est ensuite exprimé en fonction des paramètres du corps indéformable. Les moments appliqués sur le solide sont identifiés en égalisant les deux moments dynamiques calculés avec chaque étape.

Soit $\vec{r}^B$ le vecteur définissant un point quelconque du solide exprimé dans le repère B, et $\vec{v}$ le vecteur de vitesse associé à ce point. Le moment cinétique $\vec{h}$ du solide complet est défini comme ci-dessous :

$$\vec{h} = \int_V \rho \vec{r}^B \wedge \vec{v}\, dV \tag{2.16}$$

La **première étape** est de calculer le moment cinétique par la méthode de la composition des vitesses. Ainsi on peut écrire :

$$\vec{v} = \vec{\dot{L}}^B + \vec{\dot{r}}^B = \vec{\dot{L}}^B + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{r}^B \tag{2.17}$$

Le vecteur $\vec{\dot{r}}^B$ est égal au produit vectoriel du vecteur de rotation $\overrightarrow{\omega_{B/E}}$ par le vecteur $\vec{r}^B$ car le solide est indéformable dans nos hypotheses d'étude.

En remplaçant l'équation (2.17) dans l'équation (2.16) et en développant, on obtient :

$$\vec{h} = \left(\int_V \rho \vec{r}^B\, dV \right) \wedge \vec{\dot{L}}^B + \int_V \rho \vec{r}^B \wedge \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{r}^B\, dV \tag{2.18}$$

Le vecteur $\vec{\dot{L}}^B$ est indépendant du solide étudié, il ne caractérise que le mouvement relatif entre les deux repères d'étude.

De plus, le vecteur de coordonnées du centre de gravité d'un solide quelconque est défini par :

$$m\overrightarrow{r_g}^B = \int_V \rho \vec{r}^B\, dV \tag{2.19}$$

Le deuxième terme de l'équation (2.18), quant à lui, définit le produit scalaire entre le tenseur d'inertie et le vecteur de rotation.

$$\overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}\,\overrightarrow{\omega_{B/E}} = \int_V \rho \vec{r}^B \wedge \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{r}^B \, dV \tag{2.20}$$

avec

$$\overrightarrow{\overrightarrow{I_B}} = \begin{pmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{pmatrix} \tag{2.21}$$

On remplace les équations (2.19) et (2.20) dans l'équation (2.18), ainsi le moment cinétique $\vec{h}$ peut se réécrire :

$$\vec{h} = m\overrightarrow{r_g}^B \wedge \dot{\vec{L}}^B + \overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}\,\overrightarrow{\omega_{B/E}} \tag{2.22}$$

Cette première étape s'achève avec le calcul du moment dynamique $\dot{\vec{h}}$, obtenu en dérivant l'équation (2.22).

$$\dot{\vec{h}} = m\left(\frac{d\overrightarrow{r_g}^B}{dt}\right)_E \wedge \dot{\vec{L}}^B + m\overrightarrow{r_g}^B \wedge \left(\frac{d\dot{\vec{L}}^B}{dt}\right)_E + \overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}\,\overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} + \left(\frac{d\,\overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}}{dt}\right)_E \overrightarrow{\omega_{B/E}} \tag{2.23}$$

Par dérivation composée, il est possible de calculer le terme $\left(\frac{d\overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}}{dt}\right)_E$.

$$\left(\frac{d\,\overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}}{dt}\right)_E = \left(\frac{d\,\overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}}{dt}\right)_B + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \overrightarrow{\overrightarrow{I_B}} = \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \overrightarrow{\overrightarrow{I_B}} \tag{2.24}$$

En remplaçant les équations (2.4), (2.20) et (2.24) dans l'équation (2.23), le moment dynamique peut s'écrire, dans cette première étape :

$$\dot{\vec{h}} = m\overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{r_g}^B \wedge \dot{\vec{L}}^B + m\vec{r_g}^B \wedge \left(\dot{\vec{L}}^B + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{L}^B\right) + \overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}\,\overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}\,\overrightarrow{\omega_{B/E}} \qquad (2.25)$$

La **deuxième étape** commence par dériver le moment cinétique donné par l'équation (2.16), pour obtenir le moment dynamique, ainsi :

$$\dot{\vec{h}} = \int_V \rho\, \dot{\vec{r}}^B \wedge \vec{v}\, dV + \int_V \rho\, \vec{r}^B \wedge \dot{\vec{v}}\, dV \qquad (2.26)$$

Par définition, les moments $\mathcal{M}$ appliqués sur le solide indéformable sont définis par :

$$\mathcal{M} = \int_V \rho\, \vec{r}^B \wedge \dot{\vec{v}}\, dV \qquad (2.27)$$

En remplaçant $\mathcal{M}$ donné par l'équation (2.27) et la dérivée de $\vec{v}$ donné par l'équation (2.17) dans l'équation (2.26), le moment dynamique peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{\vec{h}} = \int_V \rho\, \dot{\vec{r}}^B \wedge \left(\dot{\vec{L}}^B + \dot{\vec{r}}^B\right) dV + \mathcal{M} \qquad (2.28)$$

L'équation (2.28) développée donne ainsi :

$$\dot{\vec{h}} = \int_V \rho\, \dot{\vec{r}}^B \wedge \dot{\vec{L}}^B\, dV + \int_V \rho\, \dot{\vec{r}}^B \wedge \dot{\vec{r}}^B dV + \mathcal{M} \qquad (2.29)$$

Le produit vectoriel $\vec{\dot{r}}^B \wedge \vec{\dot{r}}^B$ est nul. Nous remplaçons l'équation (2.4) dans la dérivation par rapport au temps de l'équation (2.19), on obtient :

$$m\overrightarrow{\dot{r}_g}^B = m\left(\overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \overrightarrow{r_g}^B\right) = \int_V \rho\, \vec{\dot{r}}^B\, dV \tag{2.30}$$

On en déduit pour finaliser l'étape 2, en remplaçant l'équation (2.30) dans l'équation (2.29) :

$$\vec{\dot{h}} = m\left(\overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \overrightarrow{r_g}^B\right) \wedge \vec{\dot{L}}^B + \mathcal{M} \tag{2.31}$$

En égalisant les équations (2.25) et (2.31), on conclut:

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} K_{rb} \\ M_{rb} \\ N_{rb} \end{pmatrix} = m\overrightarrow{r_g}^B \wedge \left(\vec{\ddot{L}}^B + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \vec{\dot{L}}^B\right) + \overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}\, \overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \overrightarrow{\overrightarrow{I_B}}\, \overrightarrow{\omega_{B/E}} \tag{2.32}$$

Les moments d'un solide indéformable sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K_{rb} = I_{xx}\dot{p} - I_{xy}\dot{q} - I_{xz}\dot{r} + \left(I_{zz} - I_{yy}\right)qr + \left(I_{xy}r - I_{xz}q\right)p - I_{yz}(q^2 - r^2)} \\ \boldsymbol{+ m\left[y_g(\dot{w} + vp - uq) - z_g(\dot{v} + ur - wp)\right]} \end{aligned} \tag{2.33}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M_{rb} = -I_{xy}\dot{p} + I_{yy}\dot{q} - I_{yz}\dot{r} + (I_{xx} - I_{zz})pr\left(I_{yz}p - I_{xy}r\right)q - I_{xz}(r^2 - p^2)} \\ \boldsymbol{+ m\left[z_g(\dot{u} + wq - vr) - x_g(\dot{w} + vp - uq)\right]} \end{aligned} \tag{2.34}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N_{rb} = -I_{xz}\dot{p} - I_{yz}\dot{q} + I_{zz}\dot{r} + \left(I_{yy} - I_{xx}\right)pq + \left(I_{xz}q - I_{yz}p\right)r - I_{xy}(p^2 - q^2)} \\ \boldsymbol{+ m\left[x_g(\dot{v} + ur - wp) - y_g(\dot{u} + wq - vr)\right]} \end{aligned} \tag{2.35}$$

Ces équations régissant les trois composantes des moments d'un corps indéformables sont aussi explicitées dans [10] [11] [24].

2.2.3 Bilan de la dynamique à six degrés de liberté d'un drone indéformable

Les paragraphes 2.2.1 et 2.2.2 ont mis en évidence la dynamique d'un solide indéformable soumis à des forces et des moments extérieurs. Cette dynamique sera celle de notre drone pour l'établissement du modèle de notre engin.

Au vu des choix architecturaux faits aux paragraphes précédents et des hypothèses mises en avant aux paragraphes 1.3 et 1.4 permettent d'écrire :

$$I_{ij} = 0 \text{ pour } i \neq j \quad \text{et} \quad x_g = 0,\ y_g = 0,\ z_g = 0 \tag{2.36}$$

Les équations des forces et de moments d'un corps indéformables se simplifient.

$$X_{rb} = m[\dot{u} + wq - vr] \tag{2.37}$$

$$Y_{rb} = m[\dot{v} + ur - wp] \tag{2.38}$$

$$Z_{rb} = m[\dot{w} + vp - uq] \tag{2.39}$$

$$K_{rb} = I_{xx}\dot{p} + \left(I_{zz} - I_{yy}\right)qr \tag{2.40}$$

$$M_{rb} = I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})pr \tag{2.41}$$

$$N_{rb} = I_{zz}\dot{r} + \left(I_{yy} - I_{xx}\right)pq \tag{2.42}$$

avec la notation

$$\overrightarrow{F_{rb}} = \begin{pmatrix} X_{rb} \\ Y_{rb} \\ Z_{rb} \\ K_{rb} \\ M_{rb} \\ N_{rb} \end{pmatrix} \tag{2.43}$$

2.3 Masses et inerties ajoutées

2.3.1 Signification physique du phénomène

La seconde loi de Newton mentionne qu'une force F appliquée à un solide de masse m entraîne l'accélération a de ce dernier. Ceci n'est vrai que si le solide est dans le vide. Habituellement, si la masse volumique du fluide dans lequel baigne le solide est négligeable par rapport à sa propre masse volumique, alors l'approximation du vide en tenant compte du principe fondamental de la dynamique est prise en compte. Cependant, si le fluide est de l'eau avec une masse volumique en moyenne mille fois supérieure à celle de l'air, alors le principe de la dynamique au sens strict ne s'applique plus. Pour connaître l'accélération réelle d'un engin nautique ou d'un sous-marin de masse m, il faut calculer la déperdition d'énergie communiquée aux particules de fluides afin de déformer les lignes de courant dues à la présence de l'engin. On peut donc réécrire la seconde loi de Newton.

$$F - F_{fluide} = ma \tag{2.44}$$

Si l'on considère l'écoulement irrotationnel et parfait autour de l'engin, c'est-à-dire sans perte d'énergie, de turbulence ou d'effet de viscosité, alors la force communiquée au fluide possède la même accélération que l'engin et peut se mettre sous la forme suivante:

$$F = \left(m + m_{fluide}\right)a \tag{2.45}$$

Cette masse ajoutée est, en réalité, proportionnelle à la masse volumique du fluide environnant et au volume et formes de l'engin. En approximant la forme du drone sous-marin par un cylindre, nous pouvons calculer par des formules déjà établies les valeurs numériques des masses ajoutées de notre engin. Cependant, pour des formes quelconques, on peut obtenir d'excellentes approximations des sous-marins ou des cylindres par des méthodes numériques.

Comme vu précédemment, le déplacement et l'attitude du drone sont définis par le vecteur d'accélération linéaire et le vecteur d'accélération angulaire.

$$\ddot{\vec{L}} = (\dot{u} \quad \dot{v} \quad \dot{w})^T \qquad\qquad \overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} = (\dot{p} \quad \dot{q} \quad \dot{r})^T \tag{2.46}$$

On peut donc développer les forces des fluides $\overrightarrow{F_{fluide}} = (X_f \quad Y_f \quad Z_f)^T$ et les moments des fluides $\overrightarrow{M_{fluide}} = (K_f \quad M_f \quad N_f)^T$ sous forme différentielles suivant chaque accélération :

$$d\overrightarrow{F_{fluide}} = \frac{\partial \overrightarrow{F_{fluide}}}{\partial \ddot{\vec{L}}}\, d\ddot{\vec{L}} + \frac{\partial \overrightarrow{F_{fluide}}}{\partial \overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}}}\, d\overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} \tag{2.47}$$

$$d\overrightarrow{M_{fluide}} = \frac{\partial \overrightarrow{M_{fluide}}}{\partial \ddot{\vec{L}}}\, d\ddot{\vec{L}} + \frac{\partial \overrightarrow{M_{fluide}}}{\partial \overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}}}\, d\overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} \tag{2.48}$$

En posant la notation $\frac{\partial X_f}{\partial \dot{u}} = X_{\dot{u}}$, on obtient une matrice d'inertie ajoutée égale à :

$$M_{inertie} = \begin{pmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{pmatrix} \tag{2.49}$$

A l'aide des relations (2.47), (2.48) et (2.49), il en suit :

$$\begin{pmatrix} d\overrightarrow{F_{fluide}} \\ d\overrightarrow{M_{fluide}} \end{pmatrix} = M_{inertie} \begin{pmatrix} d\ddot{\vec{L}} \\ d\overrightarrow{\dot{\omega}_{B/E}} \end{pmatrix} \tag{2.50}$$

En intégrant l'équation (2.50), en tenant compte que le terme $M_{inertie}$ de l'équation (2.49) est constant, on obtient :

$$\begin{pmatrix} \overrightarrow{F_{fluide}} \\ \overrightarrow{M_{fluide}} \end{pmatrix} = M_{inertie} \begin{pmatrix} \ddot{\vec{L}} \\ \dot{\omega}_{B/E} \end{pmatrix} \tag{2.51}$$

2.3.2 Calcul des masses ajoutées par l'approche énergétique

Le formalisme newtonien a été utilisé pour l'identification de la dynamique d'un solide indéformable. Néanmoins, ces équations ne suffisent pas à identifier les interactions hydrodynamiques avec l'inertie ajoutée. Il faut ainsi utiliser les équations de Kirchhoff avec une approche énergétique. Les forces et les moments hydrodynamiques dus aux accélérations de l'engin sont calculées par ces équations, et sont respectivement notés par $\overrightarrow{F_{am}}$ et $\overrightarrow{M_{am}}$. La notation indicielle am fait référence au nom anglais « *Added Mass* » de la notion de masse ajoutée. Kirchhoff préconise le calcul de l'énergie perdue et transmise au fluide afin d'identifier les forces et les moments produits par les accélérations linéaires et angulaires du drone. On définit cette énergie E_{am} comme ci-dessous :

$$E_{am} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix}^T M_{inertie} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \tag{2.52}$$

En remplaçant le développement de l'équation (2.49) dans l'équation (2.51), on obtient :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{2E_{am}} = {} & \boldsymbol{X_{\dot{u}}u^2 + Y_{\dot{v}}v^2 + Z_{\dot{w}}w^2 + K_{\dot{p}}p^2 + M_{\dot{q}}q^2 + N_{\dot{r}}r^2 + 2X_{\dot{v}}uv + 2X_{\dot{w}}uw} \\ & \boldsymbol{+ 2Y_{\dot{w}}vw + 2K_{\dot{q}}pq + 2K_{\dot{r}}pr + 2M_{\dot{r}}q + 2p\left(X_{\dot{p}}u + Y_{\dot{p}}v + Z_{\dot{p}}w\right)} \\ & \boldsymbol{+ 2q\left(X_{\dot{q}}u + Y_{\dot{q}}v + Z_{\dot{q}}w\right) + 2r(X_{\dot{r}}u + Y_{\dot{r}}v + Z_{\dot{r}}w)} \end{aligned} \tag{2.53}$$

Les équations vectorielles de Kirchhoff [24] pour le calcul des forces $\overrightarrow{F_{am}}$ et des moments $\overrightarrow{M_{am}}$ sont définies comme suit :

$$\overrightarrow{F_{am}} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{am}}{\partial \vec{\dot{L}}^B}\right) + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \frac{\partial E_{am}}{\partial \vec{\dot{L}}^B} \tag{2.54}$$

$$\overrightarrow{M_{am}} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_{am}}{\partial \overrightarrow{\omega_{B/E}}}\right) + \overrightarrow{\omega_{B/E}} \wedge \frac{\partial E_{am}}{\partial \overrightarrow{\omega_{B/E}}} + \vec{\dot{L}}^B \wedge \frac{\partial E_{am}}{\partial \vec{\dot{L}}^B} \tag{2.55}$$

Dans notre étude de modélisation, le système étudié est délimité par notre engin. La dérivée de l'équation (2.53) est remplacée dans les équations (2.54) et (2.55) et nous obtenons ainsi les six équations régissant les interactions hydrodynamiques d'accélération. Ces équations sont également développées dans [24].

$$\begin{aligned} \boldsymbol{X_{am}} = {} & \boldsymbol{X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{\dot{v}}(\dot{v} - ur) + X_{\dot{w}}(\dot{w} + uq) + X_{\dot{p}}\dot{p} + X_{\dot{q}}\dot{q} + X_{\dot{r}}\dot{r} - Y_{\dot{v}}vr} \\ & \boldsymbol{+ Y_{\dot{w}}(vq - wr) - Y_{\dot{p}}pr - Y_{\dot{q}}qr - Y_{\dot{r}}r^2 + Z_{\dot{w}}wq + Z_{\dot{p}}pq + Z_{\dot{q}}q^2} \\ & \boldsymbol{+ Z_{\dot{r}}qr} \end{aligned} \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Y_{am}} = {} & \boldsymbol{X_{\dot{u}}ur + X_{\dot{v}}(\dot{u} + vr) + X_{\dot{w}}(wr - up) + X_{\dot{p}}pr + X_{\dot{q}}qr + X_{\dot{r}}r^2 + Y_{\dot{v}}\dot{v}} \\ & \boldsymbol{+ Y_{\dot{w}}(\dot{w} - vp) + Y_{\dot{p}}\dot{p} + Y_{\dot{q}}\dot{q} + Y_{\dot{r}}\dot{r} - Z_{\dot{w}}wp - Z_{\dot{p}}p^2 - Z_{\dot{q}}pq} \\ & \boldsymbol{- Z_{\dot{r}}pr} \end{aligned} \tag{2.57}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{Z_{am}} = {} & \boldsymbol{-X_{\dot{u}}uq + X_{\dot{v}}(up - vq) + X_{\dot{w}}(\dot{u} - wq) - X_{\dot{p}}pq - X_{\dot{q}}q^2 - X_{\dot{r}}qr + Y_{\dot{v}}vp} \\ & \boldsymbol{+ Y_{\dot{w}}(\dot{v} + wp) + Y_{\dot{p}}p^2 + Y_{\dot{q}}pq + Y_{\dot{r}}pr + Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{\dot{p}}\dot{p} + Z_{\dot{q}}\dot{q}} \\ & \boldsymbol{+ Z_{\dot{r}}\dot{r}} \end{aligned} \tag{2.58}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{K_{am}} = {} & \boldsymbol{-X_{\dot{v}}uw + X_{\dot{w}}uv + X_{\dot{p}}\dot{u} - X_{\dot{q}}ur + X_{\dot{r}}uq - Y_{\dot{v}}vw + Y_{\dot{w}}(v^2 - w^2)} \\ & \boldsymbol{+ Y_{\dot{p}}(\dot{v} - wp) - Y_{\dot{q}}(wq + vr) + Y_{\dot{r}}(vq - wr) + Z_{\dot{w}}vw} \\ & \boldsymbol{+ Z_{\dot{p}}(\dot{w} + vp) + Z_{\dot{q}}(vq - wr) + Z_{\dot{r}}(wq + vr) + K_{\dot{p}}\dot{p}} \\ & \boldsymbol{+ K_{\dot{q}}(\dot{q} - pr) + K_{\dot{r}}(\dot{r} + pq) - M_{\dot{q}}qr + M_{\dot{r}}(q^2 - r^2) + N_{\dot{r}}qr} \end{aligned} \tag{2.59}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M_{am}} = & \boldsymbol{X_{\dot{u}}uw + X_{\dot{v}}vw + X_{\dot{w}}(w^2 - u^2) + X_{\dot{p}}(ur + wp) + X_{\dot{q}}(\dot{u} + wq)} \\ & \boldsymbol{+ X_{\dot{r}}(wr - up) - Y_{\dot{w}}uv + Y_{\dot{p}}vr + Y_{\dot{q}}\dot{v} - Y_{\dot{r}}vp - Z_{\dot{w}}uw} \\ & \boldsymbol{+ Z_{\dot{p}}(wr - up) + Z_{\dot{q}}(\dot{w} - uq) - Z_{\dot{r}}(ur + wp) + K_{\dot{p}}pr} \\ & \boldsymbol{+ K_{\dot{q}}(\dot{p} + qr) + K_{\dot{r}}(r^2 - p^2) + M_{\dot{q}}\dot{q} + M_{\dot{r}}(\dot{r} - pq) - N_{\dot{r}}pr} \end{aligned} \tag{2.60}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N_{am}} = & \boldsymbol{-X_{\dot{u}}uv + X_{\dot{v}}(u^2 - v^2) - X_{\dot{w}}vw - X_{\dot{p}}(uq + vp) + X_{\dot{q}}(up - vq)} \\ & \boldsymbol{+ X_{\dot{r}}(\dot{u} - vr) + Y_{\dot{v}}uv + Y_{\dot{w}}uw + Y_{\dot{p}}(up - vq) + Y_{\dot{q}}(uq + vp)} \\ & \boldsymbol{+ Y_{\dot{r}}(\dot{v} + ur) - Z_{\dot{p}}wq + Z_{\dot{q}}wp + Z_{\dot{r}}\dot{w} - K_{\dot{p}}pq + K_{\dot{q}}(p^2 - q^2)} \\ & \boldsymbol{+ K_{\dot{r}}(\dot{p} - qr) + M_{\dot{q}}pq + M_{\dot{r}}(\dot{q} + pr) + N_{\dot{r}}\dot{r}} \end{aligned} \tag{2.61}$$

2.3.3 Bilan des forces et des moments hydrodynamiques de masse et d'inertie ajoutées

Dans le paragraphe 2.3.1, l'origine du phénomène des masses ajoutées en environnement aquatique a été expliquée. Le bilan des équations de masse et d'inertie ajoutées peuvent cependant être simplifiées en tenant compte des hypothèses d'étude et de l'architecture du drone.

Le drone sous-marin possède trois plans de symétrie, ce qui permet d'annuler les coefficients hydrodynamiques non diagonaux de la matrice de masse ajoutée (2.49). De plus, l'engin navigue à des vitesses relativement faibles. Les coefficients correspondants aux couplages n'existent pas. Ceci est une approximation importante car elle permet de s'affranchir du calcul théorique fastidieux de termes complexes.

Les six équations (2.56) à (2.61) peuvent se simplifier en conservant seulement les termes diagonaux de la matrice d'inertie $M_{inertie}$ (2.49), c'est-à-dire $X_{\dot{u}}$, $Y_{\dot{v}}$, $Z_{\dot{w}}$, $K_{\dot{p}}$, $M_{\dot{q}}$, $N_{\dot{r}}$ et les termes de Coriolis qui correspondent aux termes de couplage entre le vecteur de vitesse et le vecteur de rotation. Tous les autres termes de la matrice d'inertie $M_{inertie}$ sont mis à zéro.

$$\boldsymbol{X_{am} = X_{\dot{u}}\dot{u} - Y_{\dot{v}}vr + Z_{\dot{w}}wq} \tag{2.62}$$

$$\boldsymbol{Y_{am} = Y_{\dot{v}}\dot{v} + X_{\dot{u}}ur - Z_{\dot{w}}wp} \tag{2.63}$$

$$\boldsymbol{Z_{am} = Z_{\dot{w}}\dot{w} - X_{\dot{u}}uq + Y_{\dot{v}}vp} \tag{2.64}$$

$$\boldsymbol{K_{am} = K_{\dot{p}}\dot{p} - (Y_{\dot{v}} - Z_{\dot{w}})vw - \left(M_{\dot{q}} - N_{\dot{r}}\right)qr} \tag{2.65}$$

$$\boldsymbol{M_{am} = M_{\dot{q}}\dot{q} - (Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}})uw - \left(N_{\dot{r}} - K_{\dot{p}}\right)pr} \tag{2.66}$$

$$\boldsymbol{N_{am} = N_{\dot{r}}\dot{r} - (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})uv - \left(K_{\dot{p}} - M_{\dot{q}}\right)pq} \tag{2.67}$$

avec la notation :

$$\overrightarrow{F_{am}} = \begin{pmatrix} X_{am} \\ Y_{am} \\ Z_{am} \\ K_{am} \\ M_{am} \\ N_{am} \end{pmatrix} \tag{2.68}$$

Dans le cas d'un engin de la forme d'une torpille, les valeurs numériques des coefficients hydrodynamiques de masse ajoutée sont calculées [24] en fonction des paramètres de masse m, de rayon a et de longueur L.

$$X_{\dot{u}} = -0.1m \tag{2.69}$$

$$Y_{\dot{v}} = Z_{\dot{w}} = -\rho_w \int_{-L/2}^{L/2} \pi a^2 dx = -\rho_w \pi a^2 \mathrm{L} \tag{2.70}$$

$$K_{\dot{p}} = 0 \tag{2.71}$$

$$M_{\dot{q}} = N_{\dot{r}} = -\rho_w \int_{-\mathrm{L}/2}^{\mathrm{L}/2} x^2 \pi a^2 dx - 0.1 \frac{m}{\mathrm{L}} \int_{-a}^{a} z^2 dz = -\rho_w \frac{\pi a^2 \mathrm{L}^3}{12} - \frac{m a^3}{15\mathrm{L}} \tag{2.72}$$

On constate que ces valeurs dépendent des dimensions du drone sous-marin, mais sont surtout dépendantes de la masse volumique de l'eau ρ_w, non négligeable dans notre étude. Dans le cas des études aéronautiques, la masse de l'air étant faible, les effets de la masse ajoutée sont négligés par rapport aux autres forces mises en jeu.

2.4 Amortissement hydrodynamique

L'amortissement hydrodynamique a plusieurs origines physiques :

- les oscillations forcées de l'engin lui-même,
- les frottements linéaire et quadratique des particules du fluide sur la surface mouillée,
- l'amortissement dû aux vagues et aux courants marins,

Dans ce cas-ci, l'amortissement est en fonction du carré de la vitesse. Les phénomènes de masse ajoutée ont déjà été traités dans le paragraphe précédent. Ce paragraphe traite des phénomènes hydrodynamiques fonction des variables des vitesses linéaire et angulaire de l'engin $(u, v, w, p, q, r)^T$.

Les quatre causes d'amortissement mentionnées ci-dessus varient de manière linéaire ou quadratique en fonction des paramètres du drone.

La plupart des coefficients sont complexes à calculer même en utilisant des méthodes théoriques pures. Les coefficients sont donc mesurés à l'aide d'expériences en milieu naturel (bassin, lac, mer, océan).

Ainsi, dans les équations de modélisation, seuls les termes de traînée, de portance et les effets stabilisateurs des dérives seront prises en compte pour effectuer les études non linéaires. Les

autres phénomènes ne sont pas pour autant oubliés, mais ne seront pas intégrés à la modélisation. Ils seront perçus par le drone sous-marin comme des perturbations extérieures.

2.4.1 Amortissement hydrodynamique linéaire

Le phénomène d'amortissement hydrodynamique est principalement originaire de la viscosité de l'eau. La friction de l'eau sur la surface mouillée entraine des effets d'amortissement linéaire dans les écoulements laminaires et ce type de friction est défini dans l'équation ci-dessous.

$$F_{LD} = \begin{pmatrix} X_u & X_v & X_w & X_p & X_q & X_r \\ Y_u & Y_v & Y_w & Y_p & Y_q & Y_r \\ Z_u & Z_v & Z_w & Z_p & Z_q & Z_r \\ K_u & K_v & K_w & K_p & K_q & K_r \\ M_u & M_v & M_w & M_p & M_q & M_r \\ N_u & N_v & N_w & N_p & N_q & N_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \tag{2.73}$$

La notation *LD* vient de l'anglais et signifie « *Linear Damping* ».

Les autres facteurs d'amortissement linéaire, pris en compte dans notre étude, proviennent des surfaces de contrôle. Leurs déflections engendrent des forces et des moments en fonction de la vitesse de l'écoulement le long de ces surfaces. Cet amortissement est utilisé dans notre modèle car le drone possède une double dérive fixe symétrique. Cette dérive a été un choix architectural permettant une meilleure stabilisation en roulis, mais également en dérive latérale. Les autres termes provenant de phénomènes physiques plus complexes, et étant plus difficiles à calculer, sont négligés. Les trois termes Y_r, N_v et N_r ne sont pas nuls même si la dérive appartient à deux plans de symétrie. Ceci est dû au fait que le point d'application de la force engendrée par la déformation des lignes de courant du fluide est au quart de la corde moyenne de la dérive, par analogie au force de portance aérodynamique. La corde moyenne correspond à la longueur moyenne de la dérive sur l'axe longitudinal. Ainsi, l'équation (2.73) se simplifie sous la forme suivante :

$$F_{LD} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & Y_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_v & 0 & 0 & 0 & N_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \tag{2.74}$$

L'équation finale d'amortissement linéaire conservée (2.74) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$F_{LD} = \begin{pmatrix} 0 \\ Y_v v + Y_r r \\ 0 \\ K_p p \\ 0 \\ N_v v + N_r r \end{pmatrix} \tag{2.75}$$

Les valeurs littérales des cinq coefficients identifiés ci-dessus seront calculées par la suite. Les méthodes de calcul sont inspirées des méthodes de calcul des dérivées de stabilité en aérodynamique [10].

- **Calcul des coefficients Y_v et N_v**

Les coefficients Y_v et N_v caractérisent les effets stabilisants de la dérive lorsque le drone dérape ($v \neq 0$), c'est-à-dire lorsqu'il a une vitesse latérale non nulle (Figure 2.2). Le premier coefficient, Y_v, caractérise l'amplitude de la force latérale et le second coefficient, N_v, le moment de lacet.

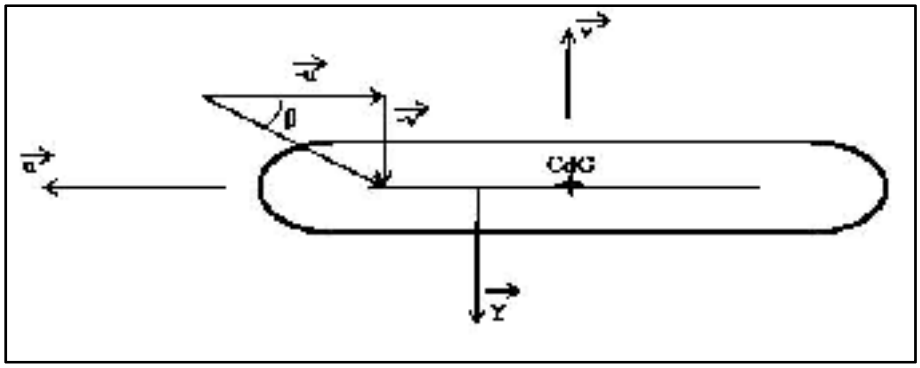

Figure 2.2 Schéma de la dérive latérale et de l'angle de dérapage.

En considérant la variation de la force latérale ΔY d'une plaque plane soumise à un écoulement avec l'angle $\Delta\beta$, on écrit :

$$\Delta Y = -QS_d C_{L_\beta} \Delta\beta \tag{2.76}$$

avec

$$Q = \frac{1}{2}\rho_w u^2 \tag{2.77}$$

avec S_d la surface de la dérive et C_{L_β} le coefficient de portance de la dérive.1

On remplace l'équation (2.76) dans l'équation (2.76) et on obtient l'équation suivante (2.77):

$$\Delta Y = -\frac{1}{2}\rho_w u^2 S_d C_{L_\beta} \Delta\beta \tag{2.78}$$

Par les relations trigonométriques, on pose :

$$\beta = \text{atan}\left(\frac{v}{u}\right) \tag{2.79}$$

En utilisant l'approximation des petits angles, l'équation (2.79) devient :

$$\beta = \frac{v}{u} \tag{2.80}$$

L'angle β calculé par l'équation (2.80) est remplacé dans l'équation (2.78) et nous obtenons l'équation (2.81) :

$$\Delta Y = -\frac{1}{2}\rho_w u S_d C_{L_\beta} \Delta v \tag{2.81}$$

En posant $Y_v = \frac{\Delta Y}{\Delta v}$, la relation ci-dessus conclut :

$$\boldsymbol{Y_v = -\frac{1}{2}\rho_w u S_d C_{L_\beta}} \tag{2.82}$$

avec $C_{L_\beta} = 2\pi$, en considerant le coefficient de portance d'une plaque plane pour la dérive [25].

La surface des dérives S_d est en fonction des longueurs B, d et $(b/2 - a)$.

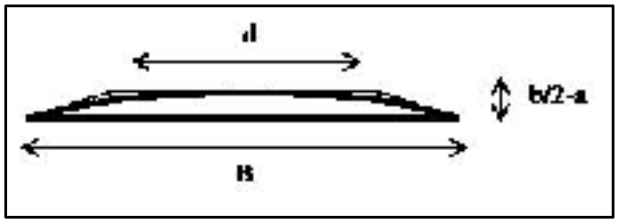

Figure 2.3 Vue longitudinale de la dérive.

En approximant la dérive par une forme trapézoïdale définie sur la Figure 2.3 et sans oublier qu'il y en a deux dérives, on obtient :

$$S_d = \frac{1}{2}(\mathrm{b}/2\text{ -a})(\mathrm{B+d}) + \frac{1}{2}(\mathrm{b}/2\text{ -a})(\mathrm{B+d}) \tag{2.83}$$

Le coefficient Y_v est donc défini par :

$$Y_v = -\rho_w u\pi(\mathrm{b}/2\text{ -a})(\mathrm{B+d}) \tag{2.84}$$

En utilisant la relation (2.82) et la définition du moment de lacet N_v, ce coefficient peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$N_v = Y_v l_v = -\frac{1}{2}\rho_w u S_d C_{L_\beta} l_v \tag{2.85}$$

La corde moyenne est calculée en faisant la moyenne entre la petite base d et la grande base B du trapèze approximant la dérive (Figure 2.3). Il suffit de considérer l_v égal au quart de la corde moyenne $\frac{\mathrm{B+d}}{2}$.

$$l_v = \frac{\mathrm{B+d}}{8} \tag{2.86}$$

Le coefficient N_v est défini par :

$$N_v = -\frac{1}{8}\rho_w u\pi(\mathrm{b}/2\text{ -a})(\mathrm{B+d})^2 \tag{2.87}$$

- **Calcul du coefficient K_p**

Le coefficient K_p équivaut à calculer l'impact du roulis p sur son propre amortissement linéaire.

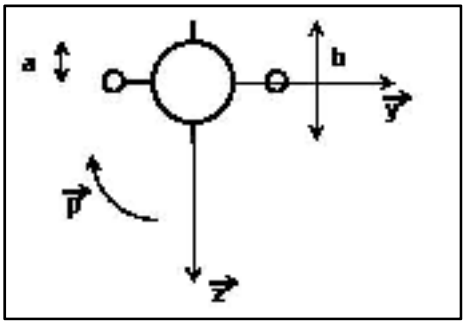

Figure 2.4 Coupe transversale du drone.

En considérant un petit élément de la variation de la force latérale ΔdY d'une plaque plane de surface dS_l soumise à un écoulement avec l'angle d'incidence $\Delta\alpha$, on écrit :

$$\Delta dY = -QdS_l C_{L_\alpha} \Delta\alpha \tag{2.88}$$

avec

$$Q = \frac{1}{2}\rho_w u^2 \qquad \text{et} \qquad \Delta Y = \int \Delta dY dz \tag{2.89}$$

Or, on a la relation :

$$\Delta dK = \Delta dY l_p \qquad \text{et} \qquad \Delta K = \int \Delta dK dz \tag{2.90}$$

Le point d'application est dépendant de la distance d'éloignement *z*. On a donc :

$$l_p = z \tag{2.91}$$

Les équations (2.88), (2.89) et (2.90) permettent d'écrire l'équation (2.92) sous la forme suivante :

$$\Delta dK = -\frac{1}{2}\rho_w u^2 dS_l z C_{L_\alpha} \Delta\alpha \tag{2.92}$$

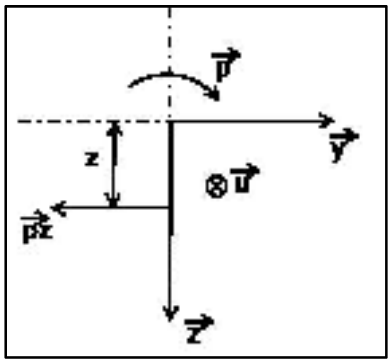

Figure 2.5 Vitesse linéaire d'un point distant de l'axe de roulis.

Par les relations trigonométriques (Figure 2.5), on pose :

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{pz}{u}\right) \tag{2.93}$$

En utilisant l'approximation des petits angles, l'équation (2.93) devient :

$$\alpha = \frac{pz}{u} \tag{2.94}$$

L'équation (2.94) permet d'écrire l'équation (2.92) sous la forme suivante l'équation (2.95).

$$\Delta dK = -\frac{1}{2}\rho_w u C_{L_\alpha} dS_l z^2 \Delta p \tag{2.95}$$

La surface $\boldsymbol{S_l}$ correspond à la surface latérale de la dérive. L'effet du cylindre est négligé car sa surface n'est pas orthogonale à la vitesse $\overrightarrow{\boldsymbol{pz}}$. Il faut intégrer le coefficient $\boldsymbol{dS_l z^2}$ suivant *z*. Au préalable, il faut exprimer l'évolution de la longueur de la dérive caractérisant la surface $\boldsymbol{S_l}$ suivant *z*.

Soit $c(z)$, la longueur de la dérive suivant l'axe z. Avec la Figure 2.3 et avec la Figure 2.4, on pose :

$$c(\mathrm{a}) = \mathrm{B} \qquad \text{et} \qquad c\left(\frac{\mathrm{b}}{2}\right) = \mathrm{d} \tag{2.96}$$

La fonction $c(z)$ peut être calculée à l'aide de l'équation (2.96) :

$$dS_l = c(z)dz \qquad \text{et} \qquad c(\mathrm{z}) = \left(\frac{\mathrm{d\text{-}B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}\text{-}\mathrm{a}}\right)(z - \mathrm{a}) + \mathrm{B} \tag{2.97}$$

En incluant la fonction $c(\mathrm{z})$ dans l'équation (2.95) de ΔdK avec l'équation (2.97) et sans oublier qu'il y a deux dérives, on obtient :

$$\Delta dK = -\rho_w u C_{L_\alpha} \Delta p \left[\left(\frac{\mathrm{d} - \mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2} - \mathrm{a}}\right)(z - \mathrm{a}) + \mathrm{B}\right] z^2 dz \tag{2.98}$$

Nous introduisons la définition de ΔdK donnée par l'équation (2.97) dans l'équation (2.90).

$$\Delta K_p = -\rho_w u C_{L_\alpha} \Delta p \int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}/2} \left[\left(\frac{\mathrm{d}-\mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}-\mathrm{a}} \right)(z-\mathrm{a}) + \mathrm{B} \right] z^2 dz \tag{2.99}$$

L'intégrale est traitée à part dans les équations (2.100) et (2.101).

$$\int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}/2} \left[\left(\frac{\mathrm{d}-\mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}-\mathrm{a}} \right)(z-\mathrm{a}) + \mathrm{B} \right] z^2 dz = \left(\frac{\mathrm{d}-\mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}-\mathrm{a}} \right) \left[\frac{z^4}{4} \right]_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}/2} + \left[\mathrm{B} - \left(\frac{\mathrm{d}-\mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}-\mathrm{a}} \right) \mathrm{a} \right] \left[\frac{z^3}{3} \right]_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}/2} \tag{2.100}$$

$$\begin{aligned} &\int_{\mathrm{a}}^{\mathrm{b}/2} \left[\left(\frac{\mathrm{d}-\mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}-\mathrm{a}} \right)(z-\mathrm{a}) + \mathrm{B} \right] z^2 dz \\ &= \left(\frac{\mathrm{d}-\mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}-\mathrm{a}} \right) \left(\frac{\mathrm{b}^4}{64} - \frac{\mathrm{a}^4}{4} \right) + \left[\mathrm{B} - \left(\frac{\mathrm{d}-\mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}-\mathrm{a}} \right) \mathrm{a} \right] \left(\frac{\mathrm{b}^3}{24} - \frac{\mathrm{a}^3}{3} \right) \end{aligned} \tag{2.101}$$

Le coefficient C_{L_α} est égal à 2π [25], en considérant le coefficient de portance d'une plaque plane pour la dérive.

En posant $K_p = \frac{\Delta K}{\Delta p}$, et en tenant compte que $C_{L\alpha} = 2\pi$ dans l'équation (2.99), on conclut :

$$K_p = -2\rho_w u \pi \left[\left(\frac{\mathrm{d}-\mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}-\mathrm{a}} \right) \left(\frac{\mathrm{b}^4}{64} - \frac{\mathrm{a}^4}{4} \right) + \left[\mathrm{B} - \left(\frac{\mathrm{d}-\mathrm{B}}{\frac{\mathrm{b}}{2}-\mathrm{a}} \right) \mathrm{a} \right] \left(\frac{\mathrm{b}^3}{24} - \frac{\mathrm{a}^3}{3} \right) \right] \tag{2.102}$$

- **Le calcul des coefficients Y_r et N_r**

Les coefficients Y_r et N_r caractérisent les effets stabilisants de la dérive lorsque le drone a un taux de lacet non nul ($r \neq 0$), c'est-à-dire lorsqu'il a une vitesse angulaire directionnelle non

nulle (Figure 2.6). Le premier coefficient, Y_r, caractérise l'amplitude de la force latérale et le second coefficient, N_r, le moment de lacet.

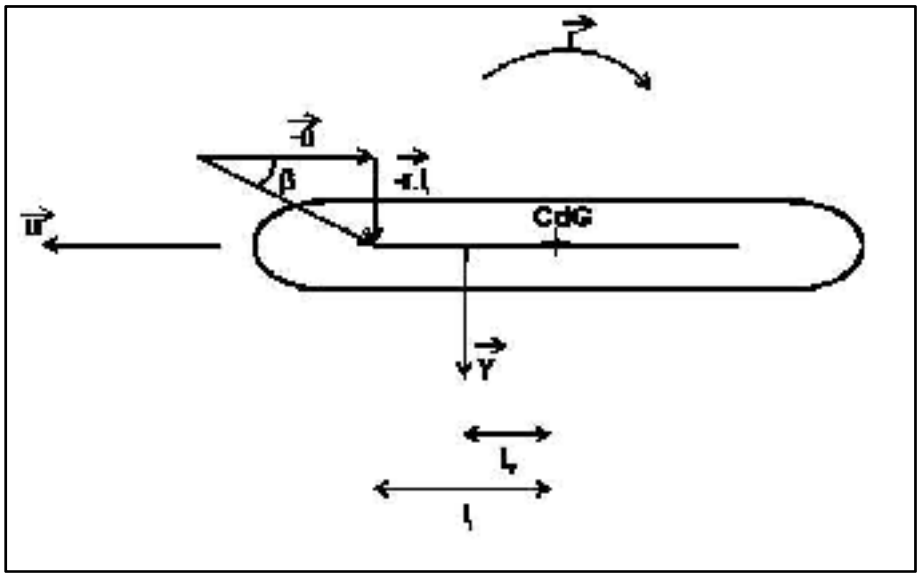

Figure 2.6 Schéma de la dérive latérale et de l'angle de dérapage en lacet.

En considérant la variation de la force latérale ΔY d'une plaque plane soumise à un écoulement avec l'angle $\Delta\beta$, on écrit [10] :

$$\Delta Y = -QS_d C_{L_\beta} \Delta\beta \tag{2.103}$$

Où

$$Q = -\frac{1}{2}\rho_w u^2 \tag{2.104}$$

Nous remplaçons Q donné par l'équation (2.103) dans l'équation (2.102), et nous obtenons :

$$\Delta Y = -\frac{1}{2}\rho_w u^2 S_d C_{L_\beta} \Delta\beta \tag{2.105}$$

Par relations trigonométriques, on pose :

$$\beta = \text{atan}\left(\frac{r.\,l_r}{u}\right) \tag{2.106}$$

En utilisant l'approximation des petits angles, l'équation (2.106) devient :

$$\beta = \frac{r.\,l_r}{u} \tag{2.107}$$

L'équation (2.107) permet d'écrire l'équation (2.105) sous forme de l'équation (2.108).

$$\Delta Y = -\frac{1}{2}\rho_w u S_d C_{L_\beta} l_r \Delta r \tag{2.108}$$

En posant $Y_r = \frac{\Delta Y}{\Delta r}$, la relation ci-dessus devient :

$$Y_r = -\frac{1}{2}\rho_w u S_d C_{L_\beta} l_r \tag{2.109}$$

avec $C_{L_\beta} = 2\pi$ [25], en considérant le coefficient de portance d'une plaque plane pour la dérive.

La surface de dérive S_d a été précédemment calculée à l'équation (2.83) et la longueur l_r est égale au double de l_v calculée à l'équation (2.86), alors le coefficient Y_r est donc défini par :

$$Y_r = -\frac{1}{4}\rho_w u\pi\left(\frac{\mathrm{b}}{2} - \mathrm{a}\right)(\mathrm{B+d})^2 \tag{2.110}$$

En utilisant la relation (2.109), le coefficient N_r peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$N_r = Y_r l_v = -\frac{1}{2}\rho_w u S_d C_{L_\beta} l_r l_v \tag{2.111}$$

En remplaçant la définition de l_v donnée par l'équation (2.86) et Y_r par l'équation (2.110) dans l'équation (2.111), le coefficient N_r est défini par :

$$N_r = -\frac{1}{16}\rho_w u\pi(\mathrm{b}/2\text{ -a})(\mathrm{B+d})^3 \tag{2.112}$$

2.4.2 Amortissement hydrodynamique quadratique

Ce type d'amortissement est donné par la traînée qui est une fonction carrée de la vitesse. Au delà de l'idée de fonction carrée d'une vitesse d'avancement, trente-six coefficients caractérisent tous les types d'amortissements quadratiques possibles suivant les vitesses et l'attitude de drone dans les trois dimensions de l'espace. Ces effets peuvent être pris en compte, comme suit :

$$F_{QD} = \begin{pmatrix} |u| \\ |v| \\ |w| \\ |p| \\ |q| \\ |r| \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} X_{u|u|} & X_{v|u|} & X_{w|u|} & X_{p|u|} & X_{q|u|} & X_{r|u|} \\ Y_{u|v|} & Y_{v|v|} & Y_{w|v|} & Y_{p|v|} & Y_{q|v|} & Y_{r|v|} \\ Z_{u|w|} & Z_{v|w|} & Z_{w|w|} & Z_{p|w|} & Z_{q|w|} & Z_{r|w|} \\ K_{u|p|} & K_{v|p|} & K_{w|p|} & K_{p|p|} & K_{q|p|} & K_{r|p|} \\ M_{u|q|} & M_{v|q|} & M_{w|q|} & M_{p|q|} & M_{q|q|} & M_{r|q|} \\ N_{u|r|} & N_{v|r|} & N_{w|r|} & N_{p|r|} & N_{q|r|} & N_{r|r|} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \tag{2.113}$$

La notation *QD* vient de l'anglais et signifie « Quadratic Damping ».

Des simplifications sont envisagées car notre engin possède trois plans de symétrie. De plus, l'hypothèse que l'engin navigue à faible vitesse permet de découple les effets quadratiques d'amortissement. Cette hypothèse a déjà été utilisée pour simplifier de la même manière la matrice de masse ajoutée. L'équation (2.113) peut donc se réécrire sous forme d'une matrice diagonale [24].

$$F_{QD} = \begin{pmatrix} |u| \\ |v| \\ |w| \\ |p| \\ |q| \\ |r| \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} X_{u|u|} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{v|v|} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{w|w|} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{p|p|} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{q|q|} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{r|r|} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \tag{2.114}$$

Le coefficient $K_{p|p|}$ représente les frottements de la couche limite de la surface mouillée de l'engin lorsque celui-ci est en roulis. Comme explicité précédemment, ce terme fait partie des coefficients à calculer expérimentalement. Il n'est pas aisé d'en faire une estimation car il faut connaître le coefficient de frottement entre le matériau constituant l'engin et l'eau. Il faut aussi savoir l'épaisseur de la couche limite afin de calculer l'énergie dissipée et ainsi le terme $K_{p|p|}$. Néanmoins, les autres termes de la matrice diagonale d'amortissement quadratique sont plus faciles à estimer suivant les paramètres du drone (longueur et diamètre).

La traînée du drone selon son axe longitudinal est en fonction du carré de sa vitesse d'avancement. Elle peut donc s'écrire :

$$Drag_x = -X_{u|u|}u|u| \tag{2.115}$$

Or l'équation de traînée est sous la forme :

$$Drag_x = -\frac{1}{2}\rho_w S_f C_{df} u|u| \tag{2.116}$$

Où S_f et C_{df} désignent respectivement la surface frontale du drone et son coefficient de traînée.

Par l'identification des termes des équations (2.115) et (2.116), le paramètre $X_{u|u|}$ est défini:

$$X_{u|u|} = -\frac{1}{2}\rho_w S_f C_{df} \tag{2.117}$$

En faisant le même raisonnement sur les deux autres axes de translation, on déduit :

$$Y_{v|v|} = -\frac{1}{2}\rho_w S_{ly} C_{dly} \tag{2.118}$$

Où S_{ly} et C_{dly} désignent respectivement la surface latérale perpendiculaire à l'axe y du drone et son coefficient de traînée respectif.

$$Z_{w|w|} = -\frac{1}{2}\rho_w S_{lz} C_{dlz} \tag{2.119}$$

Où S_{lz} et C_{dlz} désignent respectivement la surface latérale perpendiculaire à l'axe z du drone et son coefficient de traînée respectif.

Le coefficient $K_{p|p|}$ représente l'amortissement quadratique en roulis dû à la vitesse de vitesse de roulis elle-même. Dans le paragraphe précédent, l'impact de la dérive symétrique a été calculé par une relation linéaire en fonction de la vitesse de roulis. Ce terme étant négligeable par rapport aux autres effets, il est donc mis à zéro dans notre modèle.

$$K_{p|p|} = 0 \tag{2.120}$$

Le calcul des deux derniers termes, de la matrice, $M_{q|q|}$ et $N_{r|r|}$, résulte d'un calcul théorique développé ici. Afin d'estimer ces deux coefficients, l'effet de la présence des moteurs et de leurs attaches ne sont pas prises en compte. La dérive est prise en compte car son effet linéaire précédemment explicité a un impact important sur le terme $N_{r|r|}$.

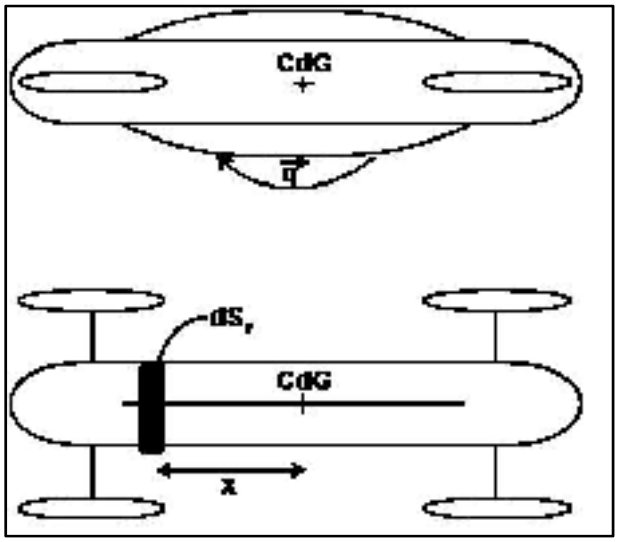

Figure 2.7 Schéma de l'amortissement quadratique de tangage.

Soit $df_{q|q|}$ un petit élément de force quadratique dû au tangage. Un élément de surface $\mathrm{dS_y}$ situé à une longueur x du centre de rotation à une vitesse linéaire qx. On peut écrire :

$$df_{q|q|} = -\frac{1}{2}\rho_w C_{dlq} q|q| x^2 \mathrm{dS_y} \tag{2.121}$$

Où C_{dlq} désigne le coefficient de traînée de tangage.

$$\mathrm{dS_y} = 2\mathrm{a}dx \tag{2.122}$$

Par remplacement de dS_y donné par l'équation (2.121) dans l'équation (2.120), nous obtenons l'équation suivante :

$$df_{q|q|} = -\rho_w \mathrm{a} C_{dlq} q|q| x^2 dx \tag{2.123}$$

L'élément du moment de tangage $dm_{q|q|}$ peut être relié à l'élément de force $df_{q|q|}$ par l'équation suivante :

$$dm_{q|q|} = df_{q|q|}|x| = -\rho_w \mathrm{a} C_{dlq} q|q| x^2 |x| dx \tag{2.124}$$

En intégrant sur la longueur L correspondant à la partie cylindrique du fuselage, on obtient le moment de tangage quadratique $m_{q|q|}$:

$$\int_{-L/2}^{L/2} dm_{q|q|} = -\rho_w \mathrm{a} C_{dlq} q|q| \int_{-L/2}^{L/2} x^2 |x| dx \tag{2.125}$$

$$\int_{-L/2}^{L/2} dm_{q|q|} = -2\rho_w \mathrm{a} C_{dlq} q|q| \int_{0}^{L/2} x^3 dx \tag{2.126}$$

$$m_{q|q|} = -\frac{1}{32} \rho_w \mathrm{a} C_{dlq} L^4 q|q| \tag{2.127}$$

$$m_{q|q|} = M_{q|q|} q|q| \tag{2.128}$$

Par l'identification des termes des équations (2.127) et (2.128), on obtient :

$$M_{q|q|} = -\frac{1}{32} \rho_w \mathrm{a} C_{dlq} L^4 \tag{2.129}$$

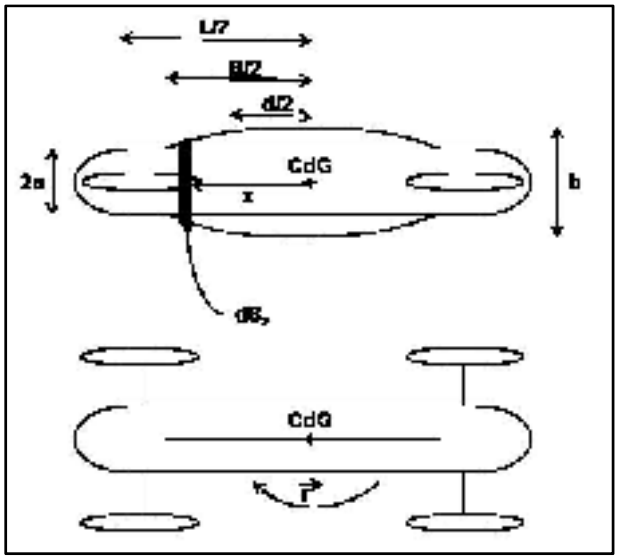

Figure 2.8 Schéma de l'amortissement quadratique de lacet.

On effectue un raisonnement analogique pour le lacet. Il faut cependant prendre en compte la surface de la dérive. L'envergure dans le plan *xz* n'est pas constante. Les extrémités hémisphériques sont négligées dans l'étude de $N_{r|r|}$.

Soit $df_{r|r|}$ un petit élément de force quadratique dû au lacet. Un élément de surface $\mathrm{dS_z}$ situé à une longueur x du centre de rotation à une vitesse linéaire rx. On peut écrire :

$$df_{r|r|} = -\frac{1}{2}\rho_w C_{dlr} r|r| x^2 \mathrm{dS_z} \tag{2.130}$$

Où C_{dlr} désigne le coefficient de traînée de lacet.

Le terme $\mathrm{dS_z}$ peut être simplifié par une fonction définie par morceaux (Figure 2.3 et Figure 2.8) :

$$\mathrm{dS_z} = 2\mathrm{a}dx \quad \text{pour} \quad \frac{\mathrm{B}}{2} \leq x \leq \frac{\mathrm{L}}{2} \tag{2.131}$$

$$\mathrm{dS_z} = \left[\left(\frac{\mathrm{b-2a}}{\mathrm{d-B}}\right)\left(x - \frac{\mathrm{d}}{2}\right) + \mathrm{b}\right] dx \quad \text{pour} \quad \frac{\mathrm{d}}{2} \leq x \leq \frac{\mathrm{B}}{2} \tag{2.132}$$

$$\mathrm{dS_z} = \mathrm{b}dx \quad \text{pour} \quad 0 \leq x \leq \frac{\mathrm{d}}{2} \tag{2.133}$$

L'élément de moment de lacet $dn_{r|r|}$ peut être relié à l'élément de force $df_{r|r|}$ par l'équation suivante :

$$dn_{r|r|} = df_{r|r|}|x| \tag{2.134}$$

En intégrant sur la longueur L correspondant à la partie cylindrique du fuselage, on obtient le moment de lacet quadratique $n_{r|r|}$:

$$n_{r|r|} = \int_{-L/2}^{L/2} dn_{r|r|} = 2\int_{0}^{L/2} dn_{r|r|} \tag{2.135}$$

$$\begin{aligned} n_{r|r|} = -2\Bigg[&\rho_w C_{dlr1} \mathrm{a} r|r| \int_{\mathrm{B}/2}^{\mathrm{L}/2} x^3 dx \\ &+ \frac{1}{2}\rho_w C_{dlr2} r|r| \int_{\mathrm{d}/2}^{\mathrm{B}/2} \left[\left(\frac{\mathrm{b-2a}}{\mathrm{d-B}}\right)\left(x - \frac{\mathrm{d}}{2}\right) + \mathrm{b}\right] x^3 dx \\ &+ \frac{1}{2}\rho_w C_{dlr2} \mathrm{b} r|r| \int_{0}^{\mathrm{d}/2} x^3 dx\Bigg] \end{aligned} \tag{2.136}$$

D'après la Figure 2.9 [26] et la Figure 2.10 [27], le coefficient C_{dlr1} est de 0.6 [27], tandis que le coefficient C_{dlr2} est égal à 1.2 [26] dans notre domaine de fonctionnement (Re ≈

1 000 000). La densité de l'eau étant élevée, il est aisé, même à des faibles vitesses, d'être en régime turbulent.

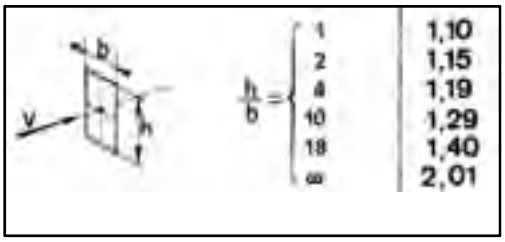

Figure 2.9 Coefficients de traînée d'une plaque plane.
Tiré de Hunsinger et Offerlin [26] (1997)

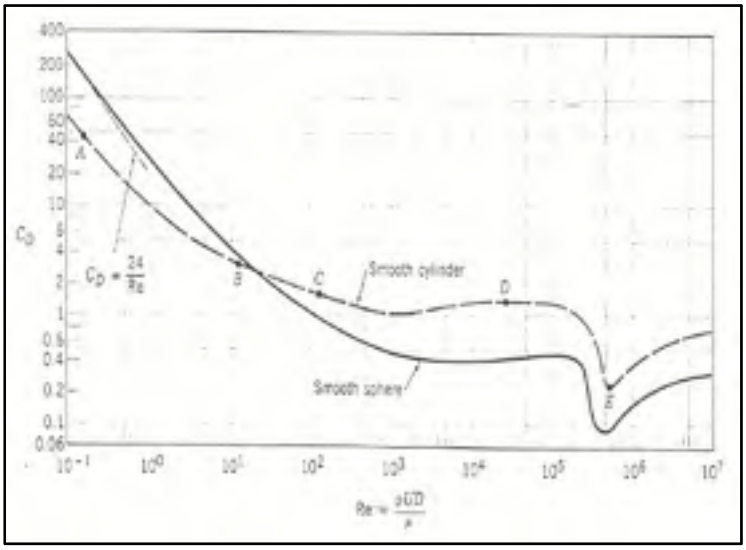

Figure 2.10 Coefficients de traînée en fonction du nombre de Reynolds pour un cylindre lisse et une sphère lisse.
Tiré de Ji [27] (2008)

En posant la notation $n_{r|r|} = \frac{N_{r|r|}}{r|r|}$, l'équation (2.136) permet de conclure :

$$N_{r|r|} = -2\left[\rho_w C_{dlr1}\mathrm{a}\int_{\mathrm{B}/2}^{\mathrm{L}/2} x^2 dx + \frac{1}{2}\rho_w C_{dlr2}\int_{\mathrm{d}/2}^{\mathrm{B}/2}\left[\left(\frac{\mathrm{b}-2\mathrm{a}}{\mathrm{d}-\mathrm{B}}\right)\left(x-\frac{\mathrm{d}}{2}\right)+\mathrm{b}\right]x^2 dx + \frac{1}{2}\rho_w C_{dlr3}\mathrm{b}\int_{0}^{\mathrm{d}/2} x^2 dx\right] \tag{2.137}$$

2.4.3 Bilan des forces et moments d'amortissement hydrodynamique

Au regard des détails explicatifs des sections 2.4.1 et 2.4.2, les effets d'amortissement peuvent se résumer sous forme de six équations, soit :

$$X_d = X_{u|u|}u|u| \tag{2.138}$$

$$Y_d = Y_v v + Y_r r + Y_{v|v|}v|v| \tag{2.139}$$

$$Z_d = Z_{w|w|}w|w| \tag{2.140}$$

$$K_d = K_p p \tag{2.141}$$

$$M_d = M_{q|q|}q|q| \tag{2.142}$$

$$N_d = N_v v + N_r r + N_{r|r|}r|r| \tag{2.143}$$

avec la notation :

$$\overrightarrow{F_d} = \begin{pmatrix} X_d \\ Y_d \\ Z_d \\ K_d \\ M_d \\ N_d \end{pmatrix} \tag{2.144}$$

2.5 Forces de pesanteur et d'Archimède

Le milieu de fonctionnement principal de l'engin est l'eau douce(rivière, lac) ou l'eau salée (mer, océan). La distinction entre les milieux est due à la masse volumique de l'eau qui n'est pas identique dans ces deux types d'environnement. L'eau pure a une densité de 1 kg/dm^3, par définition, tandis que l'eau salée a une densité de 1.025 kg.dm^{-3}. La poussée d'Archimède est définie par le poids du volume d'eau déplacé. La densité du milieu a donc une influence importante sur la stabilité et l'équilibre de l'engin. Pour ne pas entraîner d'angle de gîte (roulis), le centre de gravité doit être dans le plan longitudinal du drone. De plus, comme le met en exergue la Figure 2.11, le cas idéal correspond à un alignement vertical du centre de poussée et du centre de gravité. Cependant, le centre de gravité doit être situé au centre de poussée ou en dessous. Dans le cas contraire, un moment de tangage (Figure 2.11 cas a) est créé jusqu'à ce que le drone atteigne son équilibre statique (Figure 2.11 cas b)

L'analogie avec le domaine aéronautique se retrouve également dans le centrage de masse. Pour qu'un aéronef soit stable, son centrage de masse doit se trouver en avant du foyer aérodynamique afin de créer un moment piqueur stabilisant. Le centrage permet donc de faire un compromis entre la stabilité (centrage avant) de l'engin et la maniabilité (centrage arrière) [10]. En matière de sous-marins, les meilleures aptitudes de maniabilité sont obtenues lorsque le centre de masse et le centre de poussée sont strictement confondus. Dans le cas de notre engin, l'architecture est choisie pour avoir le centre de masse confondu avec le centre de poussée.

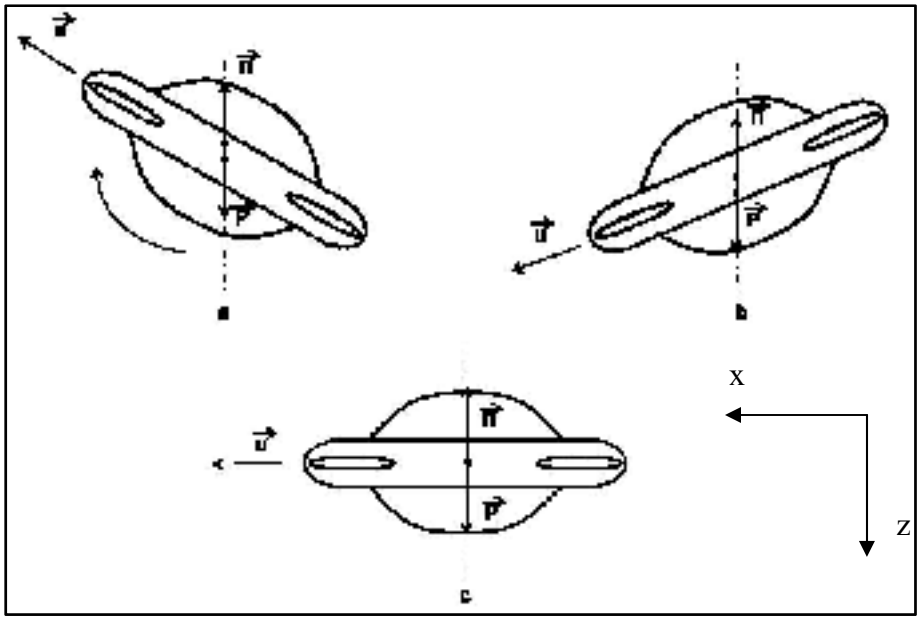

Figure 2.11 Différentes situations d'équilibre statique.
a) Centre de gravité situé au dessus du centre de poussée, b) Centrage avant,
c) Centrage idéal

Le seul cas de centrage permettant une opérabilité complète correspond à l'alignement vertical du centre de poussée et du centre de gravité, avec ce dernier situé en dessous du point d'application de la force d'Archimède. Les vecteurs de force de pesanteur $\vec{P} = (0 \quad 0 \quad P)^T$ et de poussée d'Archimède $\vec{\Pi} = (0 \quad 0 \quad -\Pi)^T$ sont tous deux exprimés dans le repère galiléen terrestre. Pour connaitre l'influence de ces termes sur la dynamique à six degrés de liberté du drone, ces forces doivent être projetées dans le repère propre au drone (Figure 2.12).

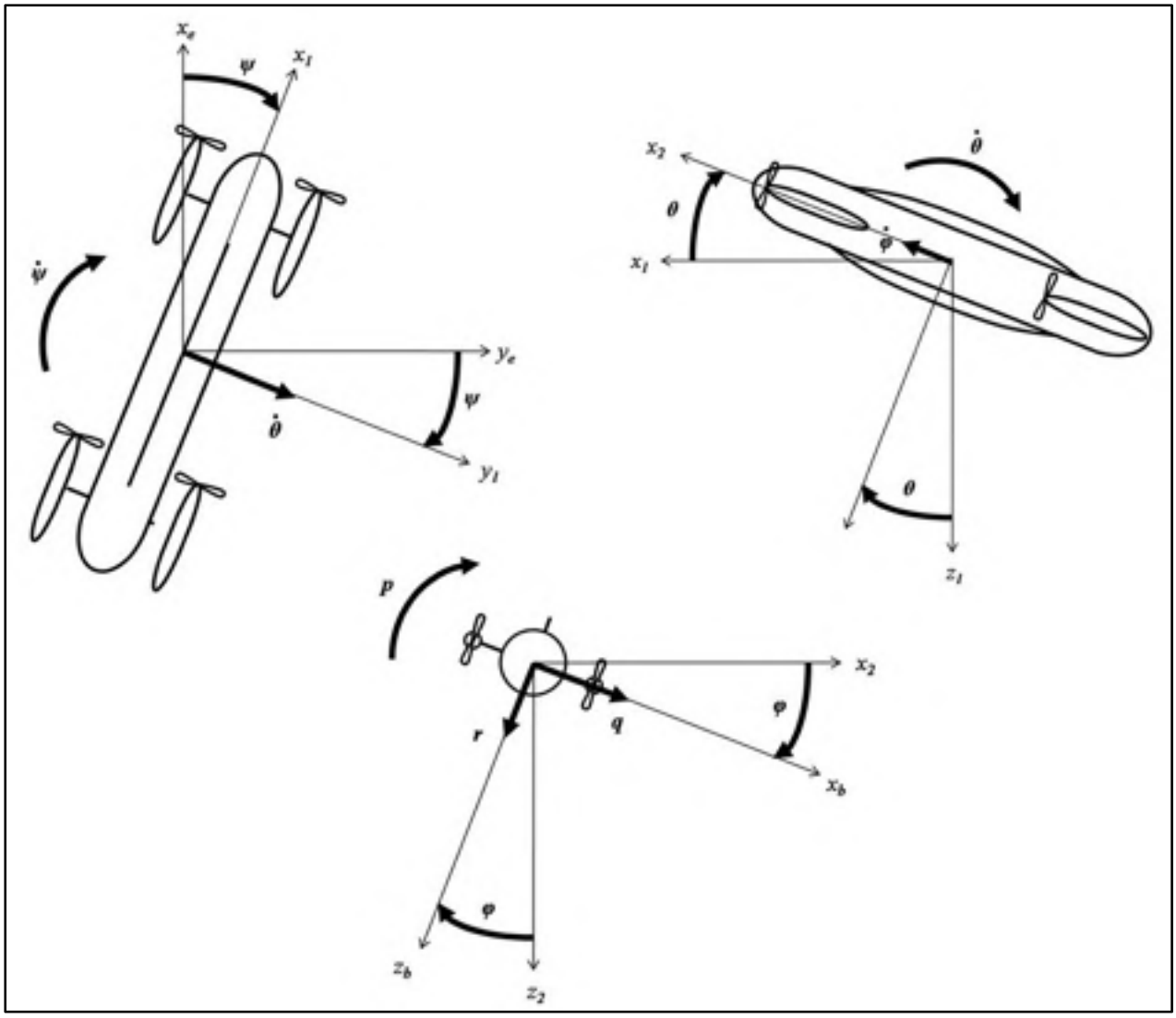

Figure 2.12 Séquences de rotation entre le repère « *Earth* » et le repère « *Body* ».

La matrice de passage du repère « *Earth* » au repère « *Body* » a la forme suivante ([10], [24]):

$$C_{E\to B} = C_{\varphi}.C_{\theta}.C_{\psi}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{c}(\varphi) & \mathrm{s}(\varphi) \\ 0 & -\mathrm{s}(\varphi) & \mathrm{c}(\varphi) \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \mathrm{c}(\theta) & 0 & -\mathrm{s}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \mathrm{s}(\theta) & 0 & \mathrm{c}(\theta) \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \mathrm{c}(\psi) & \mathrm{s}(\psi) & 0 \\ -\mathrm{s}(\psi) & \mathrm{c}(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.145)$$

$$C_{E\to B} = \begin{pmatrix} \mathrm{c}(\psi)\,\mathrm{c}(\theta) & \mathrm{s}(\psi)\,\mathrm{c}(\theta) & -\mathrm{s}(\theta) \\ -\mathrm{s}(\psi)\,\mathrm{c}(\varphi) + \mathrm{s}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)\mathrm{c}(\psi) & \mathrm{c}(\psi)\,\mathrm{c}(\varphi) + \mathrm{s}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)s(\psi) & \mathrm{s}(\varphi)\mathrm{c}(\theta) \\ \mathrm{s}(\psi)\,\mathrm{s}(\varphi) + \mathrm{c}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)\mathrm{c}(\psi) & -\mathrm{c}(\psi)\,\mathrm{s}(\varphi) + \mathrm{c}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)s(\psi) & \mathrm{c}(\varphi)\mathrm{c}(\theta) \end{pmatrix} \tag{2.146}$$

Les points d'application des forces de pesanteur et d'Archimède sont respectivement :

$$\overrightarrow{r_P} = (x_P \quad y_P \quad z_P)^T \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{r_\Pi} = (x_\Pi \quad y_\Pi \quad z_\Pi)^T \tag{2.147}$$

Les forces et les moments, notés $\vec{g}$, créés par ces forces se calculent à l'aide de la matrice de passage (2.146).

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} C_{E\to B}(\vec{P} + \vec{\Pi}) \\ \overrightarrow{r_P} \wedge \left(C_{E\to B}\vec{P}\right) + \overrightarrow{r_\Pi} \wedge \left(C_{E\to B}\vec{\Pi}\right) \end{pmatrix} \tag{2.148}$$

Après développement de l'équation (2.148), on obtient ([10], [24]):

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} -(P-\Pi)\mathrm{s}(\theta) \\ (P-\Pi)\mathrm{s}(\phi)\mathrm{c}(\theta) \\ (P-\Pi)\mathrm{c}(\phi)\mathrm{c}(\theta) \\ (y_P P - y_\Pi \Pi)\mathrm{c}(\phi)\mathrm{c}(\theta) - (z_P P - z_\Pi \Pi)\mathrm{s}(\phi)\mathrm{c}(\theta) \\ (z_P P - z_\Pi \Pi)\mathrm{s}(\theta) - (x_P P - x_\Pi \Pi)\mathrm{c}(\phi)\mathrm{c}(\theta) \\ (x_P P - x_\Pi \Pi)\mathrm{s}(\phi)\mathrm{c}(\theta) + (y_P P - y_\Pi \Pi)\mathrm{s}(\theta) \end{pmatrix} \tag{2.149}$$

Dans nos hypothèses d'études et de construction du drone, les trois plans de symétrie de la structure ont pour conséquence que les centres de gravité et de poussée d'Archimède sont confondus et se situent à l'intersection des trois plans. Ceci permet d'avoir un centrage idéal comme vu précédemment mais également une bonne maniabilité due à aucun effet

stabilisateur. En revanche, ce gain de maniabilité est au détriment de la stabilité, qui elle, sera obtenue par un contrôleur (voir Chapitre 3). On a donc :

$$\overrightarrow{r_P} = (0 \quad 0 \quad 0)^T \tag{2.150}$$

$$\overrightarrow{r_\Pi} = (0 \quad 0 \quad 0)^T \tag{2.151}$$

L'équation (2.149) devient :

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} -(P-\Pi)\mathrm{s}(\theta) \\ (P-\Pi)\mathrm{s}(\phi)\mathrm{c}(\theta) \\ (P-\Pi)\mathrm{c}(\phi)\mathrm{c}(\theta) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.152}$$

Pour satisfaire la maniabilité et la flottabilité du drone, les masses d'eau des ballasts sont réglées afin d'obtenir la force de pesanteur et la force de poussée d'Archimède équivalentes. En cas d'urgence, l'engin doit pouvoir faire surface naturellement. Ainsi la masse à vide m_{vide}, c'est-à-dire ballasts vides, doit être inférieure à la masse du volume d'eau déplacée. La masse d'eau potentiellement disponible dans les ballasts $m_{ballast}$ permet d'équilibrer la poussée d'Archimède et le poids. Un déséquilibre engendrerait une résultante des forces, provoquant une accélération continue sur l'engin suivant la direction verticale (en remontée si le poids est inférieur, en descente si le poids est supérieur). Dans notre cas, nous avons :

$$\Pi = P + m_{ballast}\mathrm{g} \tag{2.153}$$

Étant donnée la définition de la poussée d'Archimède d'un volume déplacé $\mathrm{V_d}$ dans un milieu de densité ρ_w, la relation ci-dessus est équivalente à :

$$\rho_w \mathrm{V_d} = m_{vide} + m_{ballast} \tag{2.154}$$

Cette dernière équation permet de connaitre la masse d'eau et par conséquent le volume d'eau nécessaire pour équilibre le drone.

Au vu de l'équilibrage du poids et de la poussée d'Archimède, le vecteur $\vec{g}$ résultant est nul.

$$\vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.155}$$

Ces choix architecturaux ont permis d'annuler les impacts de la force de pesanteur et d'Archimède, quelle que soit l'attitude du drone.

2.6 Forces de propulsion

Le drone est propulsé par quatre moteurs. La poussée de chaque hélice est orientable dans un plan vertical. Pour ce faire, le centre de gravité de chaque propulseur est fixé au moteur d'orientation. Ce choix architectural de moteurs indépendants permet huit degrés de liberté pour gérer la poussée fournie au véhicule : quatre dus à la propulsion de chaque moteur et quatre dus à l'orientation de chaque moteur.

De plus, en cas de panne d'un moteur, les trois autres peuvent continuer à déplacer le drone lui permettant de finir sa mission ou de retourner en zone sécuritaire. La perte de deux moteurs est aussi envisageable à condition qu'ils ne soient pas placés du même côté. Même dans ce cas-là, le drone peut poursuivre sa mission.

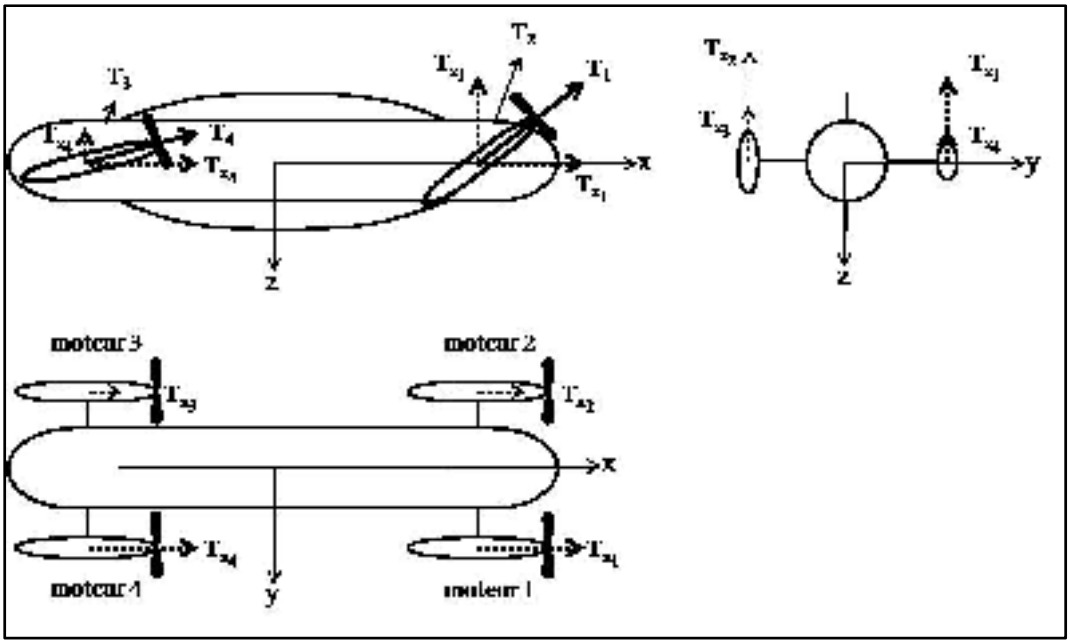

Figure 2.13 Plan de 3 vues de la poussée des moteurs du drone.

Le vecteur de propulsion peut être défini à l'aide d'un vecteur $\vec{T}$, correspondant à la poussée, et d'un vecteur angle $\vec{\gamma}$ composé de l'angle d'orientation de chaque moteur par rapport au plan *xy* du drone.

$$\vec{T} = \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \\ \gamma_4 \end{pmatrix} \tag{2.156}$$

Le vecteur $\overrightarrow{T_x}$ projeté sur le plan *xy* et le vecteur $\overrightarrow{T_z}$ projeté sur le plan *xz* sont définis comme ci-dessous.

$$\overrightarrow{T_x} = \vec{T} \cdot \cos(\vec{\gamma}) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{T_z} = \vec{T} \cdot \sin(\vec{\gamma}) \tag{2.157}$$

Comme le montre la Figure 1.12 et la Figure 2.13, les quatre moteurs sont éloignés de la distance *e* sur l'axe y par rapport à l'axe longitudinal. Ils sont également distants de la

longueur L sur l'axe x par rapport au centre de gravité. Les forces et les couples engendrés par les forces de propulsion sont écrits sous la forme suivante :

$$X_{prop} = T_1 \cos(\gamma_1) + T_2 \cos(\gamma_2) + T_3 \cos(\gamma_3) + T_4 \cos(\gamma_4) \tag{2.158}$$

$$Y_{prop} = 0 \tag{2.159}$$

$$Z_{prop} = -T_1 \sin(\gamma_1) - T_2 \sin(\gamma_2) - T_3 \sin(\gamma_3) - T_4 \sin(\gamma_4) \tag{2.160}$$

$$K_{prop} = -eT_1 \sin(\gamma_1) + eT_2 \sin(\gamma_2) + eT_3 \sin(\gamma_3) - eT_4 \sin(\gamma_4) \tag{2.161}$$

$$M_{prop} = LT_1 \sin(\gamma_1) + LT_2 \sin(\gamma_2) - LT_3 \sin(\gamma_3) - LT_4 \sin(\gamma_4) \tag{2.162}$$

$$N_{prop} = -eT_1 \cos(\gamma_1) + eT_2 \cos(\gamma_2) + eT_3 \cos(\gamma_3) - eT_4 \cos(\gamma_4) \tag{2.163}$$

avec la notation :

$$\overrightarrow{F_{prop}} = \begin{pmatrix} X_{prop} \\ Y_{prop} \\ Z_{prop} \\ K_{prop} \\ M_{prop} \\ N_{prop} \end{pmatrix} \tag{2.164}$$

2.6.1 Théorie de l'hélice

Chaque hélice est définie par ses propres caractéristiques : son diamètre D, son pas théorique p_{th}, son pas effectif p_{ef}, son coefficient de poussée K_T et son coefficient de couple K_Q.

Le pas théorique est le pas de construction de l'hélice. Le recul r_h, exprimé en pourcentage, représente l'efficacité d'avancement d'une hélice dans l'eau par rapport à son pas de construction. On définit ainsi le pas effectif p_{ef} par la relation suivante :

$$p_{ef} = (1 - r_h)p_{th} \tag{2.165}$$

En pratique, le pas effectif augmente lorsque le débit ou la vitesse de rotation augmente. Il est proche du pas théorique de construction à faible vitesse et à forte poussée. La vitesse de propulsion réelle est inférieure à la vitesse théorique à cause du coefficient de recul r_h. Le pas théorique est réalisé avec le calage des pales des hélices. Ce calage est défini comme en aéronautique. Il représente l'angle entre la corde du profil et le plan de rotation de l'hélice.

La poussée de l'hélice T est une fonction de son diamètre, de son coefficient de poussée K_T et de la vitesse de rotation n en tour par seconde [24].

$$T = \rho_w D^4 K_T |n| n \tag{2.166}$$

Le coefficient de poussée K_T est une fonction affine du coefficient d'avancement J_0. Ce coefficient peut se mettre sous la forme suivante :

$$K_T = \alpha_1 J_0 + \alpha_2 \tag{2.167}$$

Or, le coefficient d'avancement J_0 peut s'écrire comme suit :

$$J_0 = \frac{u}{nD} \tag{2.168}$$

En remplaçant J_0 donné par l'équation (2.167) dans l'équation (2.166) et ensuite dans l'équation (2.165), nous obtenons :

$$T = \rho_w D^3 \alpha_1 |n| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n| n \tag{2.169}$$

En posant $T_{|n|u} = \rho_w D^3 \alpha_1$ et $T_{|n|n} = \rho_w D^4 \alpha_2$, l'equation précédente s'écrit :

$$T = T_{|n|u} |n| u + T_{|n|n} |n| n \tag{2.170}$$

L'équation (2.170) met en avant le fait que la poussée est non seulement fonction de la vitesse de rotation n mais aussi de la vitesse d'avancement u .

Les valeurs numériques des coefficients α_1 et α_2 se calculent avec des abaques d'hélices. Les valeurs utilisées dans cette étude ont été calculés à l'aide des abaques [24]. Le coefficient α_1 est égal à -1.05, tandis que le coefficient α_2 est égal à 0.5. La valeur du coefficient de couple K_Q est aussi calculée avec ces abaques. Cependant, ce coefficient n'est pas utilisé dans cette étude.

2.6.2 Bilan des forces et moments de propulsion

Le bilan des forces et des moments de propulsion permet d'obtenir une vue globale des moyens de contrôle du drone. Sa stabilité, son contrôle, son pilotage et sa navigation seront produits grâce aux variations des vitesses de rotation et aux orientations des quatre hélices. On peut remarquer que la force de propulsion, donc intrinsèquement les forces et les moments de commande ne sont pas indépendants de l'état du drone, et notamment de sa vitesse d'avancement.

Les deux paragraphes précédents peuvent donc se synthétiser dans les équations (2.171) à (2.176):

$$X_{prop} = (\rho_w D^3 \alpha_1 |n_1| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_1| n_1) \cos(\gamma_1) \tag{2.171}$$
$$+ (\rho_w D^3 \alpha_1 |n_2| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_2| n_2) \cos(\gamma_2)$$
$$+ (\rho_w D^3 \alpha_1 |n_3| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_3| n_3) \cos(\gamma_3)$$
$$+ (\rho_w D^3 \alpha_1 |n_4| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_4| n_4) \cos(\gamma_4)$$

$$Y_{prop} = 0 \tag{2.172}$$

$$Z_{prop} = -(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_1| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_1| n_1) \sin(\gamma_1) \tag{2.173}$$
$$- (\rho_w D^3 \alpha_1 |n_2| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_2| n_2) \sin(\gamma_2)$$
$$- (\rho_w D^3 \alpha_1 |n_3| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_3| n_3) \sin(\gamma_3)$$
$$- (\rho_w D^3 \alpha_1 |n_4| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_4| n_4) \sin(\gamma_4)$$

$$K_{prop} = -e(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_1| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_1| n_1) \sin(\gamma_1) \tag{2.174}$$
$$+ e(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_2| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_2| n_2) \sin(\gamma_2)$$
$$+ e(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_3| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_3| n_3) \sin(\gamma_3)$$
$$- e(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_4| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_4| n_4) \sin(\gamma_4)$$

$$M_{prop} = L(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_1| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_1| n_1) \sin(\gamma_1) \tag{2.175}$$
$$+ L(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_2| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_2| n_2) \sin(\gamma_2)$$
$$- L(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_3| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_3| n_3) \sin(\gamma_3)$$
$$- L(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_4| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_4| n_4) \sin(\gamma_4)$$

$$N_{prop} = -e(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_1| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_1| n_1) \cos(\gamma_1) \tag{2.176}$$
$$+ e(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_2| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_2| n_2) \cos(\gamma_2)$$
$$+ e(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_3| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_3| n_3) \cos(\gamma_3)$$
$$- e(\rho_w D^3 \alpha_1 |n_4| u + \rho_w D^4 \alpha_2 |n_4| n_4) \cos(\gamma_4)$$

Les six équations ci-dessus ne sont utilisées que pour calculer les paramètres n_1, n_2, n_3, n_4, γ_1, γ_2, γ_3 et γ_4 lors des simulations numériques. Lors des prochaines équations, la notation des équations (2.158) à (2.163) sera employée.

2.7 Modélisation non linéaire du drone sous-marin

Le modèle non linéaire correspond au regroupement des différents paragraphes précédents de ce chapitre. Ainsi, la dynamique rigide du drone (section 2.2) est régie par les masses et les inerties ajoutées (section 2.3), les amortissements hydrodynamiques linéaires (section 2.4.1) et quadratiques (section 2.4.2), les forces de pesanteur et d'Archimède (section 2.5), et les forces et les moments de propulsion (section 2.6).

Avec les équations (2.43), (2.68), (2.144), (2.155) et (2.164), les équations des forces et des moments peuvent s'écrire comme suit :

$$\overrightarrow{F_{rb}} = \overrightarrow{F_{am}} + \overrightarrow{F_d} + \vec{g} + \overrightarrow{F_{prop}} \tag{2.177}$$

En développant les équations (2.37) à (2.42), (2.62) à (2.67), (2.138) à (2.143), et (2.158) à (2.163), on obtient les six équations ci-dessous :

$$\begin{aligned} m[\dot{u} + wq - vr] \\ &= X_{\dot{u}}\dot{u} + Z_{\dot{w}}wq - Y_{\dot{v}}vr + X_{u|u|}u|u| + T_1\cos(\gamma_1) + T_2\cos(\gamma_2) \\ &+ T_3\cos(\gamma_3) + T_4\cos(\gamma_4) \end{aligned} \tag{2.178}$$

$$m[\dot{v} + ur - wp] = Y_{\dot{v}}\dot{v} + X_{\dot{u}}ur - Z_{\dot{w}}wp + Y_v v + Y_r r + Y_{v|v|}v|v| \tag{2.179}$$

$$m[\dot{w} + vp - uq] = Z_{\dot{w}}\dot{w} + Y_{\dot{v}}vp - X_{\dot{u}}uq + Z_{w|w|}w|w| - T_1\sin(\gamma_1) - T_2\sin(\gamma_2) - T_3\sin(\gamma_3) - T_4\sin(\gamma_4) \quad (2.180)$$

$$I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr = K_{\dot{p}}\dot{p} - (M_{\dot{q}} - N_{\dot{r}})qr - (Y_{\dot{v}} - Z_{\dot{w}})vw + K_p p - eT_1\sin(\gamma_1) + eT_2\sin(\gamma_2) + eT_3\sin(\gamma_3) - eT_4\sin(\gamma_4) \quad (2.181)$$

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})pr = M_{\dot{q}}\dot{q} - (N_{\dot{r}} - K_{\dot{p}})pr - (Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}})uw + M_{q|q|}q|q| + LT_1\sin(\gamma_1) + LT_2\sin(\gamma_2) - LT_3\sin(\gamma_3) - LT_4\sin(\gamma_4) \quad (2.182)$$

$$I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq = N_{\dot{r}}\dot{r} - (K_{\dot{p}} - M_{\dot{q}})pq - (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})uv + N_v v + N_r r + N_{r|r|}r|r| - eT_1\cos(\gamma_1) + eT_2\cos(\gamma_2) + eT_3\cos(\gamma_3) - eT_4\cos(\gamma_4) \quad (2.183)$$

En regroupant les termes d'accélérations, de vitesses linéaires et angulaires et les termes de couplage, les six équations ci-dessus peuvent se mettre sous la forme :

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} = -(m - Z_{\dot{w}})wq + (m - Y_{\dot{v}})vr + X_{u|u|}u|u| + T_1\cos(\gamma_1) + T_2\cos(\gamma_2) + T_3\cos(\gamma_3) + T_4\cos(\gamma_4) \quad (2.184)$$

$$(m - Y_{\dot{v}})\dot{v} = -(m - X_{\dot{u}})ur + (m - Z_{\dot{w}})wp + Y_v v + Y_r r + Y_{v|v|}v|v| \quad (2.185)$$

$$(m - Z_{\dot{w}})\dot{w} = -(m - Y_{\dot{v}})vp + (m - X_{\dot{u}})uq + Z_{w|w|}w|w| - T_1\sin(\gamma_1) - T_2\sin(\gamma_2) - T_3\sin(\gamma_3) - T_4\sin(\gamma_4) \quad (2.186)$$

$$\left(I_{xx} - K_{\dot{p}}\right)\dot{p} = \left(I_{yy} - M_{\dot{q}} - I_{zz} + N_{\dot{r}}\right)qr - (Y_{\dot{v}} - Z_{\dot{w}})vw + K_p p + e[-T_1 \sin(\gamma_1) + T_2 \sin(\gamma_2) + T_3 \sin(\gamma_3) - T_4 \sin(\gamma_4)] \tag{2.187}$$

$$\left(I_{yy} - M_{\dot{q}}\right)\dot{q} = \left(I_{zz} - N_{\dot{r}} - I_{xx} + K_{\dot{p}}\right)pr - (Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}})uw + M_{q|q|}q|q| + L[T_1 \sin(\gamma_1) + T_2 \sin(\gamma_2) - T_3 \sin(\gamma_3) - T_4 \sin(\gamma_4)] \tag{2.188}$$

$$(I_{zz} - N_{\dot{r}})\dot{r} = \left(I_{xx} - K_{\dot{p}} - I_{yy} + M_{\dot{q}}\right)pq - (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})uv + N_v v + N_r + N_{r|r|}r|r| + e[-T_1 \cos(\gamma_1) + T_2 \cos(\gamma_2) + T_3 \cos(\gamma_3) - T_4 \cos(\gamma_4)] \tag{2.189}$$

On pose les notations suivantes afin de simplifier les écritures:

$$\frac{(m - Z_{\dot{w}})}{(m - X_{\dot{u}})} = X_{wq} \quad \frac{(m - Y_{\dot{v}})}{(m - X_{\dot{u}})} = X_{vr} \quad \frac{X_{u|u|}}{(m - X_{\dot{u}})} = X_{u^2} \tag{2.190}$$

$$\frac{T_1 \cos(\gamma_1) + T_2 \cos(\gamma_2) + T_3 \cos(\gamma_3) + T_4 \cos(\gamma_4)}{(m - X_{\dot{u}})} = a_X \tag{2.191}$$

$$\frac{(m - Z_{\dot{w}})}{(m - Y_{\dot{v}})} = Y_{wp} \quad \frac{(m - X_{\dot{u}})}{(m - Y_{\dot{v}})} = Y_{ur} \quad \frac{Y_{v|v|}}{(m - Y_{\dot{v}})} = Y_{v^2} \tag{2.192}$$

$$\frac{Y_v}{(m - Y_{\dot{v}})} = Y_{lv} \quad \frac{Y_r}{(m - Y_{\dot{v}})} = Y_{lr} \tag{2.193}$$

$$\frac{(m - Y_{\dot{v}})}{(m - Z_{\dot{w}})} = Z_{vp} \quad \frac{(m - X_{\dot{u}})}{(m - Z_{\dot{w}})} = Z_{uq} \quad \frac{Z_{w|w|}}{(m - Z_{\dot{w}})} = Z_{w^2} \tag{2.194}$$

$$\frac{T_1 \sin(\gamma_1) + T_2 \sin(\gamma_2) + T_3 \sin(\gamma_3) + T_4 \sin(\gamma_4)}{(m - Z_{\dot{w}})} = a_Z \tag{2.195}$$

$$\frac{(Y_{\dot{v}} - Z_{\dot{w}})}{\left(I_{xx} - K_{\dot{p}}\right)} = K_{vw} \quad \frac{\left(I_{yy} - M_{\dot{q}} - I_{zz} + N_{\dot{r}}\right)}{\left(I_{xx} - K_{\dot{p}}\right)} = K_{qr} \quad \frac{K_p}{\left(I_{xx} - K_{\dot{p}}\right)} = K_{lp} \tag{2.196}$$

$$\frac{e[-T_1\sin(\gamma_1)+T_2\sin(\gamma_2)+T_3\sin(\gamma_3)-T_4\sin(\gamma_4)]}{\left(I_{xx}-K_{\dot{p}}\right)}=a_K \tag{2.197}$$

$$\frac{(Z_{\dot{w}}-X_{\dot{u}})}{\left(I_{yy}-M_{\dot{q}}\right)}=M_{uw} \quad \frac{\left(I_{zz}-N_{\dot{r}}-I_{xx}+K_{\dot{p}}\right)}{\left(I_{yy}-M_{\dot{q}}\right)}=M_{pr} \quad \frac{M_{q|q|}}{\left(I_{yy}-M_{\dot{q}}\right)}=M_{q^2} \tag{2.198}$$

$$\frac{\mathrm{L}[T_1\sin(\gamma_1)+T_2\sin(\gamma_2)-T_3\sin(\gamma_3)-T_4\sin(\gamma_4)]}{\left(I_{yy}-M_{\dot{q}}\right)}=a_M \tag{2.199}$$

$$\frac{(Y_{\dot{v}}-X_{\dot{u}})}{(I_{zz}-N_{\dot{r}})}=N_{uv} \quad \frac{\left(I_{xx}-K_{\dot{p}}-I_{yy}+M_{\dot{q}}\right)}{(I_{zz}-N_{\dot{r}})}=N_{pq} \quad \frac{N_{r|r|}}{(I_{zz}-N_{\dot{r}})}=N_{r^2} \tag{2.200}$$

$$\frac{N_v}{(I_{zz}-N_{\dot{r}})}=N_{lv} \quad \frac{N_r}{(I_{zz}-N_{\dot{r}})}=N_{lr} \tag{2.201}$$

$$\frac{e[-T_1\cos(\gamma_1)+T_2\cos(\gamma_2)+T_3\cos(\gamma_3)-T_4\cos(\gamma_4)]}{(I_{zz}-N_{\dot{r}})}=a_N \tag{2.202}$$

La modélisation non linéaire utilisée est celle ci-dessous :

$$\dot{u}=-X_{wq}wq+X_{vr}vr+X_{u^2}|u|u+a_X \tag{2.203}$$

$$\dot{v}=Y_{wp}wp-Y_{ur}ur+Y_{lv}v+Y_{lr}r+Y_{v^2}|v|v \tag{2.204}$$

$$\dot{w}=-Z_{vp}vp+Z_{uq}uq+Z_{w^2}|w|w-a_Z \tag{2.205}$$

$$\dot{p}=K_{lp}p-K_{qr}qr+a_K \tag{2.206}$$

$$\dot{q}=-M_{uw}uw+M_{pr}pr+M_{q^2}|q|q+a_M \tag{2.207}$$

$$\dot{r}=-N_{uv}uv+N_{pq}pq+N_{lv}v+N_{lr}r+N_{r^2}|r|r+a_N \tag{2.208}$$

Les équations (2.203) à (2.208) sont conservées pour l'étude de la commande dans le chapitre suivant car elles résument la dynamique non linéaire en six équations concises. En ce qui concerne la modélisation des hélices, l'équation (2.169) est utilisée.

CHAPITRE 3

COMMANDE DU DRONE ET SUIVI DE TRAJECTOIRE

3.1 État de l'art de la commande

Le domaine de la commande et du contrôle est une science à elle toute seule. Les méthodes de contrôle peuvent se classer en deux catégories : les méthodes de contrôles passifs et les méthodes de contrôles actifs.

Les méthodes de contrôles passifs sont utilisées dès la conception et la réalisation des modèles. Elles sont majoritairement utilisées dans des procédés de fabrication. Par exemple, dans les bâtiments antisismiques, les choix architecturaux tels que le béton, les appuis capables de transmettre des forces verticales ayant une faible rigidité horizontale, sont des contrôles passifs pour l'isolation sismique. Dans notre étude, le choix de la double dérive symétrique est un concept de contrôle passif pour le contrôle de la vitesse latérale et du roulis.

Les méthodes de contrôles actifs sont, quant à elles, beaucoup plus nombreuses et diverses. Il existe les méthodes de contrôle conventionnel, les méthodes de contrôle robuste et adaptatif, les méthodes intelligentes, et les autres méthodes de contrôle.

Les méthodes conventionnelles concernent principalement les correcteurs de type Proportionnel Intégrateur Dérivateur (PID). Ces techniques sont utilisées pour les systèmes linéaires. Elles utilisent une fonction de transfert de contrôle en boucle fermée d'un système afin d'obtenir sa dynamique désirée par placement de valeurs propres [10]. Ces techniques sont assez peu utilisées dans la commande de drone sous-marin car les modèles sont souvent non linéaires.

Les méthodes robustes et adaptatives correspondent aux méthodes H_2 et H_∞ [28] [29], aux contrôleurs adaptatifs avec modèle de référence (MRAC) [30]-[33], et aux contrôleurs à mode glissant (SMC) [34]. On peut également ajouter, dans certains cas, les actionneurs hybrides pourvus de contrôle actif. La commande H_∞ est une méthode optimale qui repose sur la définition mathématique de modèle en boucle fermée prenant en compte certaines restrictions. Cette technique majore l'amplitude maximale que le système a sur l'énergie du signal d'entrée.

La commande H_2 est elle aussi une méthode de commande optimale visant à réduire un critère de performance. Le plus souvent ce critère correspond à une fonction des états du système et de l'énergie de commande. Ainsi, tous les états atteignent leurs valeurs désirées respectives en minimisant l'énergie de commande.

La méthode de contrôle à mode glissant (SMC) est une technique qui prend en compte les incertitudes du modèle. Son principe consiste à stabiliser et attirer les états du système dans une région d'espace d'état désiré. Il faut définir la région de l'espace d'état où l'on souhaite évoluer. Puis, il faut définir la loi de glissement qui permet de conserver les états du système dans cette région malgré les incertitudes de modélisation.

Les méthodes de contrôle dites intelligentes sont les méthodes neuronales et floues. Les réseaux de neurones (NN) sont des techniques d'apprentissage et d'évolution de neurones mathématiques [35] [36]. Leurs modèles s'étaient inspirés de la biologie et du fonctionnement élémentaire d'un neurone humain. Ils représentent un modèle non linéaire d'identification ou de contrôle basé sur un apprentissage récurrent entre les données d'entrées et les données de sorties d'un système.

La logique floue (FL), quant à elle, est basée sur l'extrapolation de la logique binaire [36] [37]. La logique classique, dite binaire, est une logique Tout Ou Rien (TOR). La logique floue quantifie les états par pourcentage et par nuance. L'exemple classique est celui de la température de l'eau. En logique binaire, l'eau ne peut être que chaude ou froide (TOR).

Cependant en logique floue, une eau tiède légèrement chaude pourrait être quantifiée de 35% froide et 65% chaude. C'est par la nuance dans ce langage que les règles de contrôle floue sont souvent représentées par des règles linguistiques « Si …, Alors … ».

Les autres méthodes concernent les techniques de régulation quadratique linéaire (LQR) et toutes les différentes techniques de contrôle non linéaire. La méthode LQR est basée sur la minimisation d'un critère de performance, comme pour les méthodes H_2 et H_∞.

Les autres méthodes de commande non linéaire sont vastes. Il n'existe pas de théorie précise sur le contrôle non linéaire, contrairement aux théories linéaires. Les techniques de contrôle du premier ordre, de pseudo-linéarisation et de linéarisation exacte sont parfois utilisées. Leurs explications et leurs utilisations sont décrites dans [38].

Les méthodes adaptatives, robustes ou intelligentes prennent en compte certaines incertitudes de modélisation ou perturbations extérieures. Ces incertitudes sont souvent des paramètres variants ou inconnus, une dynamique non modélisé ou encore des non linéarités ou des retards.

La commande des systèmes non linéaires se fait au cas par cas. Autant l'approche du contrôle linéaire est complète et bien maîtrisée par les ingénieurs, autant les techniques non linéaires sont rares. De ce constat, il est légitime que la plupart des systèmes non linéaires soient linéarisés autour d'un point de fonctionnement ou d'équilibre.

Dans notre étude, nous avons fait le choix de conserver le modèle non linéaire afin de garder l'essentiel du comportement dynamique du drone sous-marin. Il est donc cohérent de se poser la question du choix de la technique de contrôle. Faut-il une linéarisation approchée ou exacte, interne ou externe ? L'objectif est-il global ou local ?

Les linéarisations internes concernent les linéarisations de type entrée-état tandis que les linéarisations externes font référence au type entrée-sortie.

La linéarisation exacte est faite pour des changements de points d'équilibre du système ou pour des suivis de trajectoire.

Vu les variations de point d'équilibre que peut subir notre engin (montée, descente, évolution dans le plan horizontal, taux de virage, …), la linéarisation exacte est choisie pour notre étude. Les capteurs embarqués (accéléromètres et gyromètres du système de navigation inertielle INS) mesurent les variations de la vitesse d'avancement, de la vitesse latérale et de la vitesse ascensionnelle ainsi que les vitesses de roulis, de tangage et de lacet. Ces six états sont donc à la fois les sorties de notre système (équations (2.203) à (2.208)) et les mesures d'observation. La linéarisation exacte du type entrée-sortie est donc préconisée dans notre cas. Les paragraphes suivants font état de la modélisation mathématique théorique et de l'application de cette méthode à notre système.

3.2 Méthode de linéarisation exacte entrée-sortie et découplage par retour d'état

La méthode de la linéarisation exacte permet en réalité d'annuler les non linéarités d'un système afin de le transformer en système linéaire. L'ajout d'un modèle adéquat en amont du système non linéaire permet de créer un système linéaire (Figure 3.1).

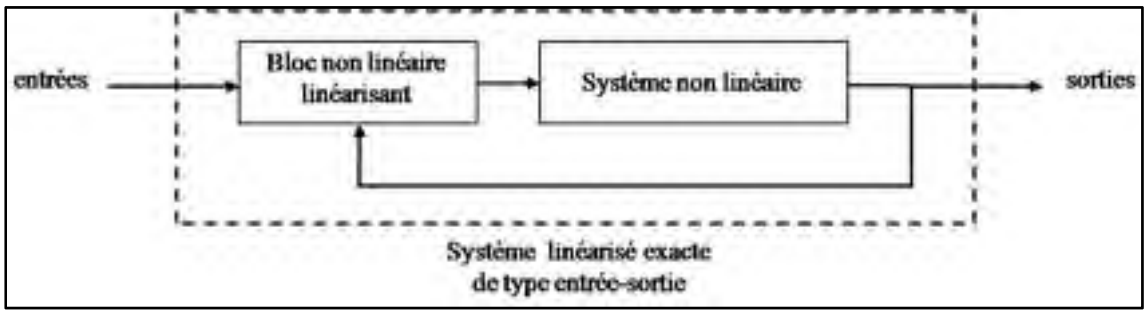

Figure 3.1 Schéma de la méthode de linéarisation exacte entrées-sorties.

Il n'est pas possible qu'un système linéaire puisse compenser les non linéarités d'un autre système. C'est pour cette raison que le système amont est non linéaire. Le système global

étant linéaire, il est alors possible d'utiliser les régulateurs conventionnels de type PID (Figure 3.2).

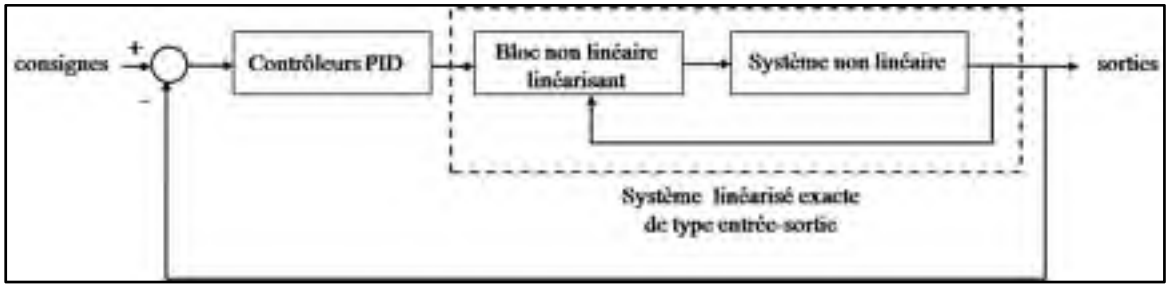

Figure 3.2 Schéma de contrôle du modèle linéarisé exacte.

3.2.1 Théorie mathématique de la linéarisation exacte entrée-sortie

En considérant le système d'équations non linéaires constitué des équations (2.203) à (2.208), il est possible d'écrire :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\mathrm{U} \tag{3.1}$$

$$y = h(x) = x \tag{3.2}$$

avec

$$x = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \text{ et } \mathrm{U} = \begin{pmatrix} a_X \\ 0 \\ a_Z \\ a_K \\ a_M \\ a_N \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

La deuxième équation sur la vitesse latérale v n'est pas commandable car il n'y a pas de terme d'accélération a_Y. L'équation (2.204) est donc purement et simplement éliminée du système d'équations. Les variables x et U se renomment respectivement $\tilde{x}$ et $\tilde{\mathrm{U}}$, et les équations (2.203) et (2.205) à (2.208) deviennent :

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}) + \tilde{g}(\tilde{x})\tilde{\mathrm{U}} \tag{3.4}$$

$$\tilde{y} = \tilde{h}(\tilde{x}) = \tilde{x} \tag{3.5}$$

avec

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} u \\ w \\ p \\ q \\ r \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{\mathrm{U}} = \begin{pmatrix} a_X \\ a_Z \\ a_K \\ a_M \\ a_N \end{pmatrix} \tag{3.6}$$

Le résultat général sur la linéarisation entrée-sortie par difféomorphisme [38] est énoncé ci-dessous.

Soit le système non linéaire défini par les équations (3.4) et (3.5) :

$$\dot{\tilde{x}} = \tilde{f}(\tilde{x}) + \sum_{i=1}^{5} \tilde{g}_i(\tilde{x})\tilde{\mathrm{U}}_{\mathrm{i}} \tag{3.7}$$

$$\tilde{y} = \tilde{h}(\tilde{x}) \tag{3.8}$$

Les coefficients ρ_1 à ρ_5 forment l'ensemble des zéros infinis par ligne du système d'équation ($\tilde{h}$, $\tilde{f}$, $\tilde{g}$). Ces termes sont définis par [38]:

$$\rho_i = \left(\inf t \in \mathbb{N}\,, \exists j \in [\![1;5]\!]\,, L_{\tilde{g}_j} L_{\tilde{f}}^{t-1} \tilde{h}_i \neq 0\right) \tag{3.9}$$

La dérivée de Lie $L_{\tilde{f}}$ est définie par l'équation suivante (3.10) :

$$L_{\tilde{f}} = \sum_{i=1}^{5} \tilde{f}_i(\tilde{x}) \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_i} \tag{3.10}$$

Des détails sur l'algèbre de Lie et la géométrie différentielle en général peuvent être lus dans les ouvrages [38] [39]. Pour simplifier ce paragraphe, la théorie sous jacente n'est pas expliquée et seules les équations (3.9) et (3.10) sont réellement nécessaires dans notre application.

Le coefficient ρ_i correspond à la valeur de *t* qui fait apparaitre la première dérivée de Lie $L_{\tilde{g}_j} L_{\tilde{f}}^{t-1} \tilde{h}_i$ non nulle, ce qui peut se traduire par l'équation (3.11) :

$$\tilde{y}^{(\rho_i)} = L_{\tilde{f}}^{\rho_i}(\tilde{x}) + L_{\tilde{g}_j} L_{\tilde{f}}^{\rho_i} \tilde{h}(\tilde{x}) \tilde{\mathrm{U}} \tag{3.11}$$

La matrice $\Delta(\tilde{x})$ et le vecteur $\Delta_0(\tilde{x})$ sont définis à partir de l'équation (3.11) comme ci-dessous :

$$\Delta(\tilde{x}) = \begin{pmatrix} L_{\tilde{g}_1} L_{\tilde{f}}^{\rho_i - 1} \tilde{h}_1(\tilde{x}) & \cdots & L_{\tilde{g}_5} L_{\tilde{f}}^{\rho_i - 1} \tilde{h}_1(\tilde{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{\tilde{g}_1} L_{\tilde{f}}^{\rho_i - 1} \tilde{h}_5(\tilde{x}) & \cdots & L_{\tilde{g}_5} L_{\tilde{f}}^{\rho_i - 1} \tilde{h}_5(\tilde{x}) \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

$$\Delta_0(\tilde{x}) = \begin{pmatrix} L_{\tilde{f}}^{\rho_i} \tilde{h}_1(\tilde{x}) \\ \vdots \\ L_{\tilde{f}}^{\rho_i} \tilde{h}_5(\tilde{x}) \end{pmatrix} \tag{3.13}$$

Après avoir posé les bases de la linéarisation exacte entrée-sortie, le théorème principal peut être énoncé comme suite:

Le système est découplable statiquement sur une sous variété M_0 de $\mathbb{R}^n$ (n est le nombre de sorties du système) si et seulement si :

$$rang[\Delta(\tilde{x})] = n \qquad \forall \tilde{x} \in M_0 \tag{3.14}$$

Le retour d'état est alors défini par :

$$\widetilde{\mathrm{U}} = \Delta^{-1}(\tilde{x})\left[\widetilde{\mathrm{V}} - \Delta_0(\tilde{x})\right] \tag{3.15}$$

avec $\widetilde{\mathrm{V}}$ la variable d'entrées du nouveau système. Ce théorème est démontré en détails dans [40].

La section 3.2.2 montre l'application pratique de ce théorème à notre modèle d'étude.

3.2.2 Application au modèle non linéaire du drone

Le modèle non linéaire du drone est calculé par le théorème de la linéarisation exacte entrée-sortie et par les équations (2.203) à (2.208):

$$\dot{u} = -X_{wq}wq + X_{vr}vr + X_{u^2}|u|u + a_X \tag{3.16}$$

$$\dot{w} = -Z_{vp}vp + Z_{uq}uq + Z_{w^2}|w|w - a_Z \tag{3.17}$$

$$\dot{p} = K_{lp}p - K_{qr}qr + a_K \tag{3.18}$$

$$\dot{q} = -M_{uw}uw + M_{pr}pr + M_{q^2}|q|q + a_M \tag{3.19}$$

$$\dot{r} = -N_{uv}uv + N_{pq}pq + N_{lv}v + N_{lr}r + N_{r^2}|r|r + a_N \tag{3.20}$$

Par identification des équations (3.16) à (3.20), nous avons identifié les fonctions ($\tilde{f}$, $\tilde{g}$, $\tilde{h}$) suivantes à l'aide des équations (3.4) et (3.5).

$$\tilde{f} = \begin{pmatrix} -X_{wq}wq + X_{vr}vr + X_{u^2}|u|u \\ -Z_{vp}vp + Z_{uq}uq + Z_{w^2}|w|w \\ K_{lp}p - K_{qr}qr \\ -M_{uw}uw + M_{pr}pr + M_{q^2}|q|q \\ -N_{uv}uv + N_{pq}pq + N_{lv}v + N_{lr}r + N_{r^2}|r|r \end{pmatrix} \tag{3.21}$$

$$\tilde{g} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.22}$$

$$\tilde{h} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.23}$$

D'après les définitions des équations (3.9) et (3.10), les coefficients ρ_i doivent être identifiés par les calculs successifs des dérivées de Lie $L_{\tilde{g}_j} L_{\tilde{f}}^{\rho_i - 1} \tilde{h}(\tilde{x})$. Ces dérivées de Lie seront calculées en prenant pour valeur de départ $\rho_i = 1$. Les coeffcients ρ_i sont définis par l'équation (3.9), c'est-à-dire que c'est le plus petit entier pour lequel chaque ligne de la matrice $L_{\tilde{g}_j} L_{\tilde{f}}^{\rho_i - 1} \tilde{h}(\tilde{x})$ est non nulle. Il y a donc un coefficient ρ_i à identifier par ligne de cette matrice, donc par variable.

Premièrement posons $\rho_i = 1$ et calculons $L_{\tilde{g}} \tilde{h}(\tilde{x})$:

$$L_{\tilde{g}} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{5} \tilde{g}_{i1} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_i} \\ \sum_{i=1}^{5} \tilde{g}_{i2} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_i} \\ \sum_{i=1}^{5} \tilde{g}_{i3} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_i} \\ \sum_{i=1}^{5} \tilde{g}_{i4} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_i} \\ \sum_{i=1}^{5} \tilde{g}_{i5} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}_i} \end{pmatrix} \tag{3.24}$$

Le développement de l'équation (3.24) nous donne :

$$L_{\tilde{g}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial u} \\ \frac{\partial}{\partial w} \\ \frac{\partial}{\partial p} \\ \frac{\partial}{\partial q} \\ \frac{\partial}{\partial r} \end{pmatrix} \tag{3.25}$$

La dérivée de Lie $L_{\tilde{g}}\tilde{h}(\tilde{x})$ s'écrit sous la forme suivante :

$$L_{\tilde{g}}\tilde{h}(\tilde{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.26}$$

Avec la définition (3.9), on peut conclure que pour chaque variable$(u \quad w \quad p \quad q \quad r)^T$, les coefficients ρ_i sont tous égaux à 1. L'étape suivante est le calcul de la matrice $\Delta(\tilde{x})$ et du

vecteur $\Delta_0(\tilde{x})$. La matrice de l'équation (3.26) n'a pas de ligne nulle, donc en tenant compte de l'équation (3.9), on peut conclure :

$$\Delta(\tilde{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.27}$$

et le vecteur $\Delta_0(\tilde{x})$ est ainsi défini par :

$$\Delta_0(\tilde{x}) = \begin{pmatrix} L_{\tilde{f}}\tilde{h}_1(\tilde{x}) \\ L_{\tilde{f}}\tilde{h}_2(\tilde{x}) \\ L_{\tilde{f}}\tilde{h}_3(\tilde{x}) \\ L_{\tilde{f}}\tilde{h}_4(\tilde{x}) \\ L_{\tilde{f}}\tilde{h}_5(\tilde{x}) \end{pmatrix} \tag{3.28}$$

L'équation (3.28) requiert le calcul de la dérivée de Lie $L_{\tilde{f}}$. On obtient ainsi l'équation (3.29) :

$$L_{\tilde{f}} = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} -X_{wq}wq \\ +X_{vr}vr \\ +X_{u^2}|u|u \end{bmatrix}\frac{\partial}{\partial u} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} -Z_{vp}vp \\ +Z_{uq}uq \\ +Z_{w^2}|w|w \end{bmatrix}\frac{\partial}{\partial w} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \begin{bmatrix} K_{lp}p \\ -K_{qr}qr \end{bmatrix}\frac{\partial}{\partial p} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} -M_{uw}uw \\ +M_{pr}pr \\ +M_{q^2}|q|q \end{bmatrix}\frac{\partial}{\partial q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \begin{bmatrix} -N_{uv}uv \\ +N_{pq}pq \\ +N_{lv}v \\ +N_{lr}r \\ +N_{r^2}|r|r \end{bmatrix}\frac{\partial}{\partial r} \end{pmatrix} \quad \textbf{(3.29)}$$

Les équations (3.28) et (3.29) permettent de finalement obtenir le vecteur $\Delta_0(\tilde{x})$:

$$\Delta_0(\tilde{x}) = \begin{pmatrix} -X_{wq}wq + X_{vr}vr + X_{u^2}|u|u \\ -Z_{vp}vp + Z_{uq}uq + Z_{w^2}|w|w \\ K_{lp}p - K_{qr}qr \\ -M_{uw}uw + M_{pr}pr + M_{q^2}|q|q \\ -N_{uv}uv + N_{pq}pq + N_{lv}v + N_{lr}r + N_{r^2}|r|r \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

Les équations (3.27) et (3.30) finalisent l'application de la théorie à notre cas de drone.

La matrice de l'équation (3.27) est inversible car il n'y a pas de solution singulière annulant le déterminant.

Soit les valeurs des accélérations désirées $(\dot{u}_d \quad \dot{w}_d \quad \dot{p}_d \quad \dot{q}_d \quad \dot{r}_d)^T$. On pose :

$$\widetilde{\mathrm{V}} = (\dot{u}_d \quad \dot{w}_d \quad \dot{p}_d \quad \dot{q}_d \quad \dot{r}_d)^T \tag{3.31}$$

L'équation (3.15), à l'aide des équations (3.27), (3.30) et (3.31) peut s'écrire :

$$\widetilde{\mathrm{U}} = \begin{pmatrix} \dot{u}_d - \left[-X_{wq}wq + X_{vr}vr + X_{u^2}|u|u\right] \\ \dot{w}_d - \left[-Z_{vp}vp + Z_{uq}uq + Z_{w^2}|w|w\right] \\ \dot{p}_d - \left[K_{lp}p - K_{qr}qr\right] \\ \dot{q}_d - \left[-M_{uw}uw + M_{pr}pr + M_{q^2}|q|q\right] \\ \dot{r}_d - \left[-N_{uv}uv + N_{pq}pq + N_{lv}v + N_{lr}r + N_{r^2}|r|r\right] \end{pmatrix} \tag{3.32}$$

Par construction et choix architecturaux du Chapitre 1, le calcul des forces et des moments de commande est totalement découplé (équations (3.4) à (3.6)). On constate que la méthode est utilisée pour modéliser la dynamique du drone (termes entre crochets de l'équation (3.32)). Dans le cas idéal où les paramètres de modélisation définis aux équations (3.16) à (3.20) sont connus et les mesures des variables $(u \quad w \quad p \quad q \quad r)^T$ sont parfaites, alors l'équation ci-dessus pourrait être appliquée comme retour d'état linéarisant de notre modèle non linéaire. Cependant, les mesures sont bruitées et ces paramètres sont définis de manière théorique, laissant ainsi place à des incertitudes de modélisation.

Les paramètres du retour d'état sont donc estimés, et peuvent être différents des paramètres physiques de modélisation. Ils sont donc notés avec l'indice ˆ. Il est de même pour les valeurs mesurées de sortie. L'équation (3.32) se met sous la forme suivante:

$$\widetilde{\mathrm{U}} = \begin{pmatrix} \dot{u}_d - \left[-\hat{X}_{wq}\hat{w}\hat{q} + \hat{X}_{vr}\hat{v}\hat{r} + \hat{X}_{u^2}|\hat{u}|\hat{u}\right] \\ \dot{w}_d - \left[-\hat{Z}_{vp}\hat{v}\hat{p} + \hat{Z}_{uq}\hat{u}\hat{q} + \hat{Z}_{w^2}|\hat{w}|\hat{w}\right] \\ \dot{p}_d - \left[\hat{K}_{lp}\hat{p} - \hat{K}_{qr}\hat{q}\hat{r}\right] \\ \dot{q}_d - \left[-\hat{M}_{uw}\hat{u}\hat{w} + \hat{M}_{pr}\hat{p}\hat{r} + \hat{M}_{q^2}|\hat{q}|\hat{q}\right] \\ \dot{r}_d - \left[-\hat{N}_{uv}\hat{u}\hat{v} + \hat{N}_{pq}\hat{p}\hat{q} + \hat{N}_{lv}\hat{v} + \hat{N}_{lr}\hat{r} + \hat{N}_{r^2}|\hat{r}|\hat{r}\right] \end{pmatrix} \tag{3.33}$$

En regroupant les équations (2.203) à (2.208), le modèle de linéarisation exacte donné par les équations (3.4), (3.5) et (3.33), on peut écrire :

$$\dot{u} = -X_{wq}wq + X_{vr}vr + X_{u^2}|u|u - \left[-\hat{X}_{wq}\hat{w}\hat{q} + \hat{X}_{vr}\hat{v}\hat{r} + \hat{X}_{u^2}|\hat{u}|\hat{u}\right] + \dot{u}_d \tag{3.34}$$

$$\dot{v} = Y_{wp}wp - Y_{ur}ur + Y_{lv}v + Y_{lr}r + Y_{v^2}|v|v \tag{3.35}$$

$$\dot{w} = -Z_{vp}vp + Z_{uq}uq + Z_{w^2}|w|w - \left[-\hat{Z}_{vp}\hat{v}\hat{p} + \hat{Z}_{uq}\hat{u}\hat{q} + \hat{Z}_{w^2}|\hat{w}|\hat{w}\right] + \dot{w}_d \tag{3.36}$$

$$\dot{p} = K_{lp}p - K_{qr}qr - \left[\hat{K}_{lp}\hat{p} - \hat{K}_{qr}\hat{q}\hat{r}\right] + \dot{p}_d \tag{3.37}$$

$$\dot{q} = -M_{uw}uw + M_{pr}pr + M_{q^2}|q|q - \left[-\hat{M}_{uw}\hat{u}\hat{w} + \hat{M}_{pr}\hat{p}\hat{r} + \hat{M}_{q^2}|\hat{q}|\hat{q}\right] + \dot{q}_d \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}\dot{r} = -N_{uv}uv + N_{pq}pq + N_{lv}v + N_{lr}r + N_{r^2}|r|r \\ - \left[-\hat{N}_{uv}\hat{u}\hat{v} + \hat{N}_{pq}\hat{p}\hat{q} + \hat{N}_{lv}\hat{v} + \hat{N}_{lr}\hat{r} + \hat{N}_{r^2}|\hat{r}|\hat{r}\right] + \dot{r}_d\end{aligned} \tag{3.39}$$

Les six équations ci-dessus mettent en valeur le fait que la précision de la commande est directement liée aux précisions de mesures des états et d'estimations des paramètres dynamiques des équations (3.16) à (3.20). Nous verrons par la suite les limites de cette méthode de commande en présence de bruits de mesures ou de grandes incertitudes de paramètres.

Pour le moment, afin de continuer l'étude, nous supposons que les mesures sont parfaites et que les paramètres sont connus. Dans ce cas-ci, il ne reste plus qu'à trouver les lois des profils des accélérations linéaires et des accélérations angulaires désirées $(\dot{u}_d \quad \dot{w}_d \quad \dot{p}_d \quad \dot{q}_d \quad \dot{r}_d)^T$. Afin de pouvoir implémenter les régulateurs, les notions de cap, de profondeur et de positionnement doivent être calculées. Nous appelons ces données les données de référence, à cause de leur référencement par rapport à la position et à l'orientation du drone.

3.3 Contrôle linéaire du suivi de trajectoire

La linéarisation de type entrée-sortie permet de traiter un système linéaire en s'affranchissant des comportements non linéaires originels du modèle.

Le modèle linéarisé comporte cinq degrés de liberté, qui sont les vitesses linéaires u et w, et les vitesses angulaires p, q et r. Chaque degré de liberté est contrôlé par un régulateur PI indépendant. Il est à noter que les linéarisations n'étant pas parfaites à cause des erreurs d'estimation des paramètres du modèle, certains couplages dynamiques sont observés. Néanmoins, chaque degré de liberté est traité indépendamment. Les valeurs des coefficients des régulateurs PI ont été calculées grâce à des dynamiques imposées sur les variables du système. Le but de ce mémoire est de tester et de valider la modélisation théorique obtenue et le contrôle de points de cheminement. Il est vrai que les régulateurs explicités ci-dessous ne sont pas forcément optimaux. Cependant, leurs contrôles sont satisfaisants pour évaluer la modélisation de cette étude.

En régime permanent, les vitesses v et w sont nulles. De plus les vitesses angulaires p, q et r sont aussi égales à zéro. Seule la variable u est différente de zéro, ainsi en régime permanent, les équations (3.34) à (3.39) peuvent se réécrire sous la forme suivante :

$$\dot{u} = X_{u^2}|u|u - \left[\hat{X}_{u^2}|\hat{u}|\hat{u}\right] + \dot{u}_d \tag{3.40}$$

$$\dot{v} = 0 \tag{3.41}$$

$$\dot{w} = \dot{w}_d \tag{3.42}$$

$$\dot{p} = \dot{p}_d \tag{3.43}$$

$$\dot{q} = \dot{q}_d \tag{3.44}$$

$$\dot{r} = \dot{r}_d \tag{3.45}$$

En supposant que les estimations des paramètres du retour linéarisés sont identiques aux paramètres désirés du modèle, l'équation (3.40) s'écrit :

$$\dot{u} = \dot{u}_d \tag{3.46}$$

Or dans notre modélisation, les accélérations linéaires désirées $(\dot{u}_d \quad 0 \quad \dot{w}_d)^T$ et les accélérations angulaires $(\dot{p}_d \quad \dot{q}_d \quad \dot{r}_d)^T$ sont définies par l'orientation et la puissance de la poussée de chaque hélice. Ces forces et ces couples sont par ailleurs exprimés dans les équations (3.16) à (3.20). En simplifiant aussi ces équations avec les hypothèses ci-dessus de régime permanent, il convient d'écrire :

$$\dot{u} = a_X \tag{3.47}$$

$$\dot{v} = 0 \tag{3.48}$$

$$\dot{w} = -a_Z \tag{3.49}$$

$$\dot{p} = a_K \tag{3.50}$$

$$\dot{q} = a_M \tag{3.51}$$

$$\dot{r} = a_N \tag{3.52}$$

Les six équations ci-dessus avec les correcteurs PI sont établies dans le régime permanent dans les sections suivantes.

3.3.1 Ajout de la modélisation des moteurs et des actionneurs

Les modélisations des actionneurs (moteurs d'orientation) et des moteurs des hélices ont été ajoutées afin de rendre cette étude plus réaliste. Chacun de ces moteurs a sa propre fonction de transfert du second ordre. Ne possédant pas les constantes de temps électrique et

mécanique de ces fonctions, des pulsations naturelles et des facteurs d'amortissement ont été choisis pour leurs dynamiques. Considérons que la dynamique naturelle des moteurs des hélices ait un temps de stabilisation à 10%, t_{smh}, de 1.2 sec avec un dépassement d_{mh} de 15%, et que la dynamique naturelle des moteurs d'orientation ait un temps de stabilisation à 10%, t_{smo}, de 0.7 sec avec un dépassement d_{mo} de 10% [41]. Ces données sont répertoriées dans le tableau ci-dessous.

Tableau 3.1 Caractéristiques transitoires naturelles des moteurs

	Temps de stabilisation t_s	**Dépassement *d***
Moteurs des hélices (*mh*)	1.2 s	15%
Moteurs d'orientation (*mo*)	0.7 s	10%

Les caractéristiques transitoires de temps de stabilisation et de dépassement des fonctions de transfert du second ordre peuvent être définies en fonction de leur pulsation naturelle ω et de leur facteur d'amortissement ξ. En ce qui concerne les fonctions de transfert des moteurs de cette étude, on peut noter [41]:

$$t_{smh} \approx \frac{3}{\omega_{mh}\xi_{mh}} \tag{3.53}$$

$$t_{smo} \approx \frac{3}{\omega_{mo}\xi_{mo}} \tag{3.54}$$

$$d_{mh} = e^{-\frac{\pi\xi_{mh}}{\sqrt{1-\xi_{mh}{}^2}}} \tag{3.55}$$

$$d_{mo} = e^{-\frac{\pi\xi_{mo}}{\sqrt{1-\xi_{mo}{}^2}}} \tag{3.56}$$

Les équations (3.55) et (3.56) permettent de calculer les facteurs d'amortissement comme suit :

$$\xi_{mh} = \sqrt{\frac{\ln\,(d_{mh})^2}{\pi^2 + \ln\,(d_{mh})^2}} \tag{3.57}$$

$$\xi_{mo} = \sqrt{\frac{\ln\,(d_{mo})^2}{\pi^2 + \ln\,(d_{mo})^2}} \tag{3.58}$$

Les équations (3.53), (3.54), (3.57) et (3.58) ainsi que les valeurs du Tableau 3.1 permettent d'identifier les pulsations naturelles et les facteurs d'amortissement de chaque fonction de transfert du second ordre dans le Tableau 3.2.

Tableau 3.2 Caractéristiques transitoires naturelles exactes des moteurs

	Pulsation naturelle	**Facteur d'amortissement**
Moteurs des hélices (*mh*)	4.83 rad	0.517
Moteurs d'orientation (*mo*)	7.25 rad	0.591

Les fonctions de transfert étant théorique, les valeurs numériques calculées dans le Tableau 3.2 sont arrondies. Leurs nouvelles valeurs sont définies ci-dessous :

Tableau 3.3 Caractéristiques transitoires choisies des moteurs

	Pulsation naturelle	**Facteur d'amortissement**
Moteurs des hélices (*mh*)	5 rad	0.5
Moteurs d'orientation (*mo*)	7 rad	0.6

La fonction de transfert des moteurs des hélices *FTmh*, correspondante à une pulsation de 5 rad/s et un facteur d'amortissement de 0.5, est définie par l'équation suivante :

$$FTmh(s) = \frac{25}{s^2 + 5s + 25} \tag{3.59}$$

avec s la variable de Laplace.

La fonction de transfert des moteurs d'orientation *FTmo*, correspondant à une pulsation de 7 rad/s et un facteur d'amortissement de 0.6, est définie par l'équation suivante :

$$FTmo(s) = \frac{49}{s^2 + 8.4s + 49} \tag{3.60}$$

avec s la variable de Laplace.

Pour valider le réalisme des deux fonctions de transfert ci-dessus, leurs réponses temporelles respectives sont tracées sur la Figure 3.3.

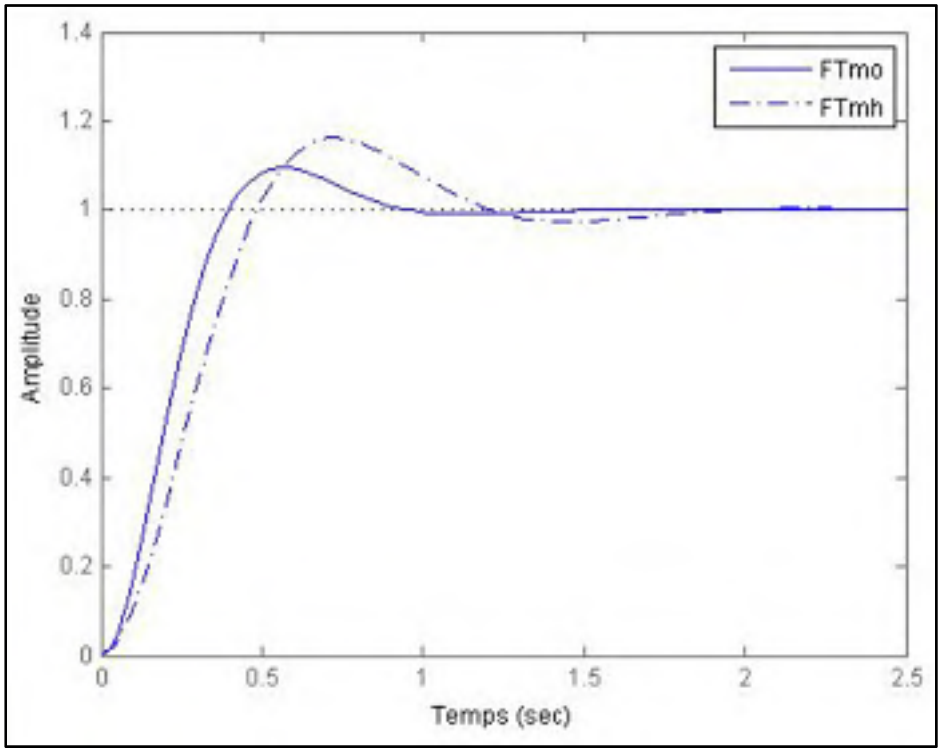

Figure 3.3 Réponses temporelles naturelles des moteurs d'orientation et des moteurs d'hélice.

Une fonction de transfert du second ordre est définie par une pulsation naturelle ω_n et un facteur d'amortissement ξ_n. Soit FT la fonction de transfert définie comme suit [41]:

$$\mathrm{FT(s)} = \frac{{\omega_n}^2}{s^2 + 2\xi_n\omega_n s + {\omega_n}^2} \tag{3.61}$$

Soit le correcteur Proportionnel Dérivée PD suivant :

$$\mathrm{PD} = \mathrm{K_d}s + \mathrm{K_p} \tag{3.62}$$

La fonction de transfert en boucle fermée FTBF devient :

$$\mathrm{FTBF(s)} = \frac{{\omega_n}^2\left(\mathrm{K_d}s + \mathrm{K_p}\right)}{s^2 + (2\xi_n\omega_n + \mathrm{K_d}{\omega_n}^2)s + \left({\omega_n}^2 + \mathrm{K_p}{\omega_n}^2\right)} \tag{3.63}$$

En identifiant le dénominateur de la fonction FTBF avec la définition d'une fonction de transfert du second ordre, nous obtenons, à partir des équations (3.61) et (3.63), les deux équations suivantes :

$${\omega_d}^2 = {\omega_n}^2 + \mathrm{K_p}{\omega_n}^2 \tag{3.64}$$

$$2\xi_d\omega_d = 2\xi_n\omega_n + \mathrm{K_d}{\omega_n}^2 \tag{3.65}$$

Ainsi, le coefficient $\mathrm{K_d}$ permet de choisir le facteur d'amortissement désiré ξ_d tandis que le gain $\mathrm{K_p}$ autorise le choix de la pulsation désirée ω_d.

Des deux équations précédentes, nous allons déduire les valeurs numériques des gains afin de régler la dynamique des moteurs et des actionneurs.

Les caractéristiques naturelles d'amortissement et de pulsation des moteurs sont calculées dans le tableau ci-dessous.

Tableau 3.4 Pulsation et facteur d'amortissement naturels et désirés des moteurs

	Pulsation naturelle ω_n	**Facteur d'amortissement ξ_n**	**Pulsation désirée ω_d**	**Facteur d'amortissement désiré ξ_d**
Moteurs des hélices	5 rad/s	0.5	25 rad/s	0.9
Moteurs d'orientation	7 rad/s	0.6	30 rad/s	0.707

En remplaçant les valeurs des pulsations et des facteurs d'amortissement données dans le Tableau 3.4, dans les équations (3.64) et (3.65), nous obtenons les valeurs des gains des correcteurs de la boucle interne de contrôle des moteurs, qui sont montrées dans le Tableau 3.5.

Tableau 3.5 Valeurs des gains des correcteurs PD des moteurs

	Gains	**Valeurs**
Moteurs des hélices	K_p	24.00
	K_d	1.60
Moteurs d'orientation	K_p	17.36
	K_d	0.69

Les fonctions de transfert des moteurs contrôlés peuvent se représenter par le schéma suivant :

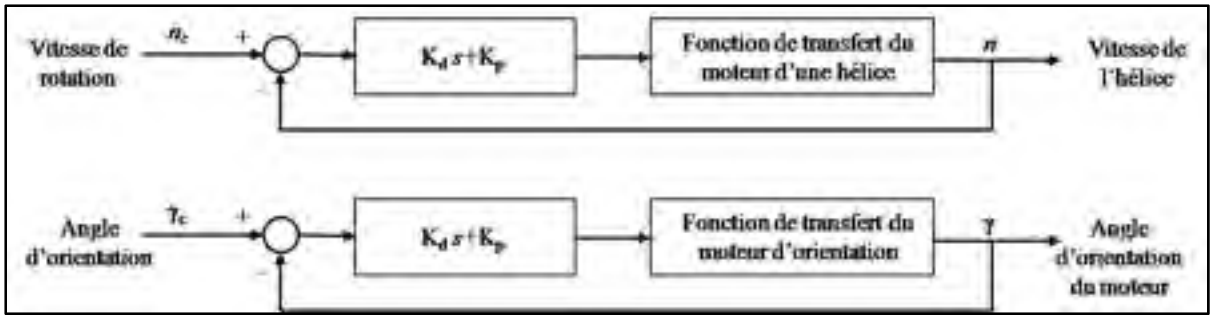

Figure 3.4 Schéma de la boucle de contrôle interne des moteurs d'hélices et des moteurs d'orientation.

Pour valider les boucles internes des deux fonctions de transfert ci-dessus, leurs réponses temporelles forcées sont tracées comparativement aux réponses naturelles sur la Figure 3.5.

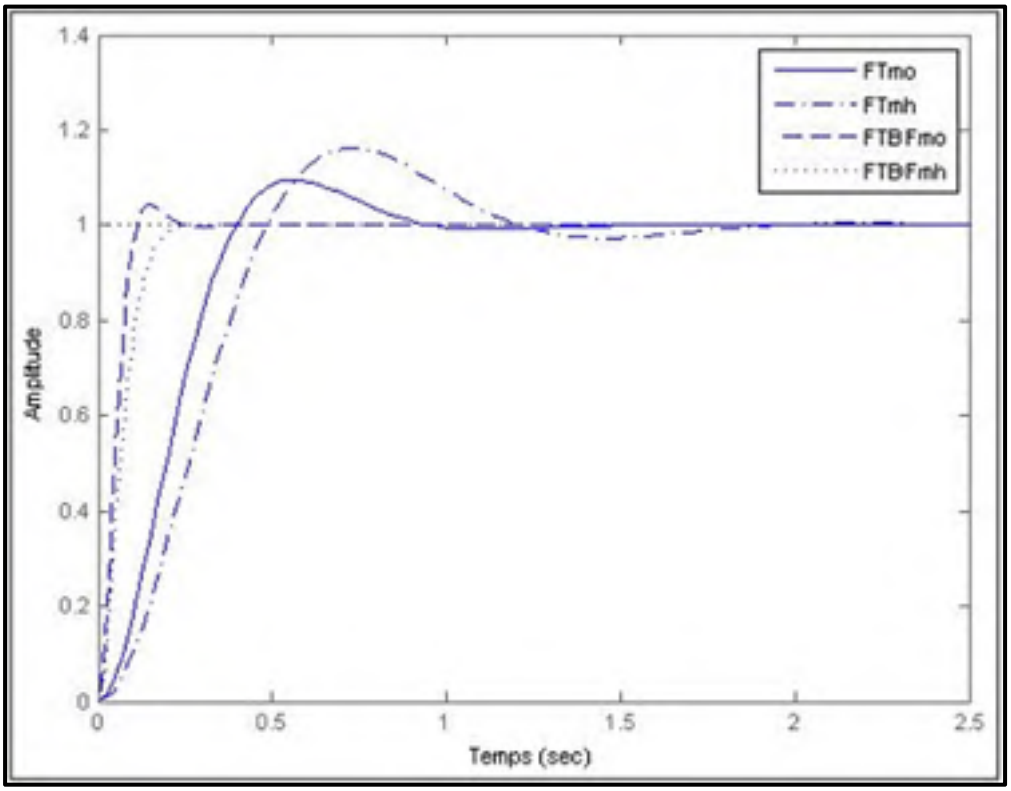

Figure 3.5 Réponses temporelles naturelles (FT) et forcées (FTBF) des moteurs d'orientation et des moteurs d'hélice.

Les dynamiques en boucle fermée désirées ont un temps de réponse en régime permanent plus court que les dynamiques naturelles. De plus, les dépassements sont diminués par l'augmentation des facteurs d'amortissement dans les deux cas.

Les moteurs des hélices et les moteurs d'orientation ont un impact important sur les variables d'états du système, tel que les vitesses linéaires u, v et w et les positions angulaires φ, θ et ψ. Une dynamique trop lente de ces actionneurs entraînerait une perte de contrôle des vitesses du drone et de son attitude.

3.3.2 Commande en cap, en profondeur et protection du domaine de navigation

Jusqu'à présent, toutes les variables de modélisation $(u \quad v \quad w \quad p \quad q \quad r)^T$ sont exprimées dans le repère B propre au drone. Les données de référence doivent être exprimées dans un repère géocentrique, plus exactement dans le repère E. Les vitesses $(\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z})^T$ sont obtenues grâce aux vitesses $(u \quad v \quad w)^T$ et à la matrice de changement de repère $C_{B\to E}$. Cette matrice est l'inverse de la matrice $C_{E\to B}$ exprimée par l'équation (2.146). Cette matrice est orthogonale, alors la matrice $C_{B\to E}$ est égale à la transposée de la matrice $C_{E\to B}$. On peut donc écrire :

$$C_{B\to E} = \begin{pmatrix} \mathrm{c}(\psi)\,\mathrm{c}(\theta) & -\mathrm{s}(\psi)\,\mathrm{c}(\varphi) + \mathrm{s}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)\mathrm{c}(\psi) & \mathrm{s}(\psi)\,\mathrm{s}(\varphi) + \mathrm{c}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)\mathrm{c}(\psi) \\ \mathrm{s}(\psi)\,\mathrm{c}(\theta) & \mathrm{c}(\psi)\,\mathrm{c}(\varphi) + \mathrm{s}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)s(\psi) & -\mathrm{c}(\psi)\,\mathrm{s}(\varphi) + \mathrm{c}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)s(\psi) \\ -\mathrm{s}(\theta) & \mathrm{s}(\varphi)\mathrm{c}(\theta) & \mathrm{c}(\varphi)\mathrm{c}(\theta) \end{pmatrix} \tag{3.66}$$

À l'aide de l'équation (3.66), les vitesses de référence et les positions calculées par intégration, sont obtenues et sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \dot{x} = \mathrm{c}(\psi)\,\mathrm{c}(\theta)u + [-\mathrm{s}(\psi)\,\mathrm{c}(\varphi) + \mathrm{s}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)\mathrm{c}(\psi)]v \\ + [\mathrm{s}(\psi)\,\mathrm{s}(\varphi) + \mathrm{c}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)\mathrm{c}(\psi)]w \end{aligned} \tag{3.67}$$

$$\begin{aligned} \dot{y} = \mathrm{s}(\psi)\,\mathrm{c}(\theta)u + [\mathrm{c}(\psi)\,\mathrm{c}(\varphi) + \mathrm{s}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)s(\psi)] \\ + [-\mathrm{c}(\psi)\,\mathrm{s}(\varphi) + \mathrm{c}(\varphi)\,\mathrm{s}(\theta)s(\psi)]w \end{aligned} \tag{3.68}$$

$$\dot{z} = -\mathrm{s}(\theta)u + \mathrm{s}(\varphi)\mathrm{c}(\theta)v + \mathrm{c}(\varphi)\mathrm{c}(\theta)w \tag{3.69}$$

Il faut noter que l'orientation classique de la hauteur *h* est de sens opposée à l'orientation de *z* défini dans le repère *B*.

En plus de ces données de vitesses et de positionnement, le calcul du cap, de l'assiette et de l'angle de roulis (appelé gîte en milieu marin) est nécessaire pour connaître l'attitude de l'engin dans son repère. Comme en aéronautique [10], ces angles ou plutôt leurs vitesses angulaires respectives sont définis sous la forme suivante :

$$\dot{\varphi} = p + q\,\mathrm{s}(\varphi)\,\mathrm{t}(\theta) + r\,\mathrm{c}(\varphi)\,\mathrm{t}(\theta) \tag{3.70}$$

$$\dot{\theta} = q\mathrm{c}(\varphi) - r\,\mathrm{s}(\varphi) \tag{3.71}$$

$$\dot{\psi} = \sec(\theta)[q\mathrm{s}(\varphi) + r\mathrm{c}(\varphi)] \tag{3.72}$$

La notation $\mathrm{t}(\,)$ fait référence à la fonction tangente tandis que la notation $\sec(\,)$ fait référence à la fonction sécante. Aussi la notation s( ) fait référence à la fonction sinus et la notation c( ) fait référence à la fonction cosinus.

Les coordonnées (x, y, z) des points de cheminement sont exprimées dans le repère *E*. Ainsi, les valeurs de *x*, *y* et *z* de passage obligatoire sont connues par le drone. En ce qui concerne les variables définies par les équations (3.70) à (3.72), la variable φ est maintenue à zéro tandis que les variables θ et ψ servent respectivement à maîtriser la profondeur et le cap du drone.

En posant l'erreur en profondeur :

$$\varepsilon_z = z_{wp} - z \tag{3.73}$$

avec z_{wp} la profondeur du point de cheminement à atteindre et z la profondeur du drone.

L'angle de tangage de commande θ_c, en degrés, a été choisi ainsi afin d'avoir un temps de réponse rapide et un dépassement de la réponse temporelle faible :

$$\theta_c = (10\varepsilon_z - 2.5\dot{\varepsilon}_z) \tag{3.74}$$

De plus, une limitation en angle d'assiette de commande θ_c est imposée. La dynamique de l'étude est non linéaire, mais à la vue des équations (3.70) à (3.72), il est possible de diminuer les interactions angulaires avec un angle d'assiette faible. Il a été décidé de limiter cet angle selon une équation affine en fonction de la vitesse de consigne u_c.

Ainsi, pour la vitesse minimale de 0.25 m/s, l'angle d'assiette de commande θ_c ne peut dépasser 60 degrés, tandis que pour la vitesse maximale de 4 m/s, cet angle peut atteindre jusqu'à 80 degrés. La relation affine liant ces deux conditions est explicitée dans l'équation (3.75) :

$$|\theta_c| < (5.33u_c + 58.67) \tag{3.75}$$

L'angle d'assiette a la possibilité d'être élevé car il faut rappeler que le centre de poussée et le centre de masse sont confondus par choix architecturaux (Chapitre 1), ce qui confère à l'engin une bonne maniabilité.

Nous venons de voir qu'il est intéressant de borner la commande en angle d'assiette pour rester dans un domaine pseudo-linéaire des équations non linéaires de la dynamique angulaire. Il s'avère aussi important de limiter la vitesse de tangage q et la vitesse de lacet r.

Ces deux variables interviennent dans les six équations de la dynamique du drone résumée dans les équations (2.203) à (2.208). En limitant ces valeurs, la commande rend à la fois le drone maniable et stable, respectant un domaine de navigation localement linéaire. De la même manière que l'angle d'assiette est limité suivant la vitesse de consigne u_c, les vitesses de commande de tangage q_c et de lacet r_c le sont tout autant.

Il a été choisi que la vitesse de tangage suive une relation linéaire en fonction de la vitesse de consigne u_c. Comme pour l'angle d'assiette, ce sont les valeurs des vitesses minimale et maximale sur lesquelles se sont basées cette relation.

La vitesse de tangage de commande est définie par choix, en fonction de l'angle d'assiette de commande θ_c calculé par les équations (3.74) et (3.75), et de l'angle d'assiette du drone θ, comme suit :

$$q_c = 3(\theta_c - \theta) \tag{3.76}$$

La vitesse minimale de 0.25 m/s autorise une vitesse de tangage de ± 2.5 deg/s, alors que la vitesse maximale de 4 m/s permet une vitesse angulaire de ± 40 deg/s. De ces hypothèses, il est évident que la limitation de la vitesse de tangage de commande q_c est définie comme suit :

$$|q_c| < 10u_c \tag{3.77}$$

Nous verrons dans le chapitre suivant d'analyse des résultats, que la limitation de la vitesse de tangage a un impact direct sur la limitation de la variable de vitesse linéaire w.

L'angle de commande de cap ψ_c est défini suivant la fonction arc tangente. Soient x_{wp} et y_{wp} les coordonnées cartésiennes du point de cheminement à atteindre et, x et y les

coordonnées cartésiennes du drone, ainsi l'angle de cap de commande est calculé comme suit :

$$\psi_c = \text{atan}\left(\frac{y_{wp} - y}{x_{wp} - x}\right) \tag{3.78}$$

Afin qu'il n'y ait pas discontinuité du cap de commande, notamment entre 180 degrés et -180 degrés, le nombre de tours effectué par le drone est comptabilisé. Ce nombre de tours est soit augmenté si le drone a un changement de cap positif, soit diminué si son cap évolue négativement.

La commande en cap, contrairement à celle en assiette, n'est pas saturée car le drone peut évoluer dans toutes les directions. Cependant, la variation du cap de commande est saturée. Cette variation est choisie en fonction de l'angle de cap de commande ψ_c calculé par l'équation (3.78), et de l'angle de cap du drone ψ, comme suit:

$$r_c = 1.5(\psi_c - \psi) \tag{3.79}$$

La limitation de la vitesse de lacet de commande n'est pas linéaire en fonction de la vitesse de consigne u_c. Notre choix s'est orienté sur la sélection d'un rayon de giration maximal en fonction de la vitesse. Ainsi, un rayon de giration de 1 m été choisi pour la vitesse de 0.25 m/s, tandis que pour une vitesse de 4 m/s le rayon est de 5 m. En suivant une relation affine en fonction de la vitesse et des points de fonctionnement précédemment explicités, nous avons obtenus la loi du rayon de virage R_v suivante :

$$R_v = 1.067u_c + 0.733 \tag{3.80}$$

De plus, par égalité de la distance parcourue pendant un demi-tour de rayon R_v à la vitesse u_c pendant un temps Δt, on peut écrire :

$$u_c \Delta t = \pi R_v \tag{3.81}$$

En considérant la vitesse de lacet de commande r_c constante pendant le demi-tour d'angle π, le temps Δt pour effectuer ce demi-tour peut s'écrire par la relation suivante :

$$\Delta t = \frac{\pi}{r_c} \tag{3.82}$$

En remplaçant l'équation (3.82) dans l'équation (3.81), puis en remplaçant la variable R_v obtenue dans l'équation (3.80), on obtient la relation définissant la limitation de la vitesse de lacet de commande r_c en degrés :

$$|r_c| < \frac{180 u_c}{\pi(1.067 u_c + 0.733)} \tag{3.83}$$

Nous verrons dans le chapitre suivant d'analyse des résultats, que la limitation de la vitesse de lacet a un impact direct sur la limitation de la variable de vitesse linéaire *v*.

L'angle de commande en assiette θ_c est défini par les équations (3.73) et (3.74), et ses saturations sont définies suivant l'équation (3.75).

La vitesse de tangage de commande q_c est respectivement définie par l'équation (3.76) et saturée par l'équation (3.77).

L'angle de commande en cap ψ_c est défini par la relation (3.78) tandis que la vitesse de lacet de commande r_c est explicitée par l'équation (3.79). Enfin les limitations de cette vitesse de lacet sont écrites dans l'équation (3.83).

Pendant le suivi de trajectoire, un point de cheminement est considéré comme atteint lorsque la distance la plus courte du drone à ce point est inférieure à une fois la longueur de l'engin, c'est-à-dire 1.5 m. Le calcul de changement de la trajectoire incrémente les numéros des points de cheminement (*waypoints*) grâce à l'équation suivante :

$$\sqrt{\left(x_{wp}-x\right)^2+\left(y_{wp}-y\right)^2+\left(z_{wp}-z\right)^2}<1.5 \tag{3.84}$$

avec $\left(x_{wp};y_{wp};z_{wp}\right)$ les coordonnées du point de cheminement à atteindre et $(x;y;z)$ les coordonnées du drone.

3.3.3 Correcteurs de type Proportionnel Intégral du contrôle des couples et des forces

Avec le retour linéarisant, les équations (3.47) à (3.52) régissent l'évolution temporelle des variables contrôlables par les forces $(a_X, a_Z)^T$ et les couples $(a_K, a_M, a_N)^T$. Ces cinq équations peuvent se transformer dans le domaine de Laplace pour obtenir pour chaque variable, une fonction de transfert équivalente à un intégrateur pur $\frac{1}{s}$.

Les valeurs des paramètres des correcteurs PI de gains K_p et K_i, pour chaque variable commandable, ont été trouvé expérimentalement. Ces gains sont scindés en deux domaines de vitesses : les Basses Vitesses (BV) inférieures à 0.75 m/s, et les Hautes Vitesses (HV) supérieures à 0.75 m/s.

Leurs valeurs numériques sont présentées pour chaque variable et suivant chaque domaine de vitesse dans le tableau ci-dessous :

Tableau 3.6 Valeurs des correcteurs PI en fonction du domaine de vitesse

Variable	Domaine de vitesse	Gain Proportionnel K_p	Gain Intégrateur Ki
u	HV	0.25	—
	BV	1	—
w	HV	2.5	—
	BV	2.5	—
p	HV	5	—
	BV	5	—
q	HV	13.5	0.2
	BV	13.5	0.2
r	HV	4.2	0.2
	BV	4.2	0.2
φ	HV	24	—
	BV	24	—

Les équations (3.73) à (3.83) permettent de générer les variables de commande $(q_c, \theta_c, r_c, \psi_c,)^T$. De ces variables de commande et de la vitesse d'avancement de commande u_c, le Tableau 3.6 permet de générer les accélérations linéaires $(a_u, a_w)^T$ et les accélérations angulaires $\left(a_p, a_q, a_r\right)^T$ de contrôle du drone. Cependant, les valeurs de ces accélérations doivent être ajustées afin que la poussée de chaque hélice et leur orientation soient homogènes. En multipliant terme à terme, le vecteur de commande en accélérations linéaire et angulaire $\left(a_u, a_w, a_p, a_q, a_r\right)^T$ par le vecteur suivant $\Big((m - X_{\dot{u}}), (m - Z_{\dot{w}}), \big(I_x - K_{\dot{p}}\big)e, \big(I_y - M_{\dot{q}}\big)l, (I_z - N_{\dot{r}})e\Big)^T$, on obtient ainsi les forces nécessaires au déplacement et à la stabilité du drone. Ces forces sont ensuite réparties sur chaque hélice au quart de sa valeur pour obtenir une homogénéité dans les dynamiques des quatre actionneurs. La poussée d'une hélice est donc divisée en deux composantes : sa poussée horizontale T_x et sa poussée verticale T_z.

Les équations suivantes montrent cette répartition.

$$T_{x_1} = T_{x_4} = \frac{1}{4}[(m - X_{\dot{u}})a_u - (I_z - N_{\dot{r}})ea_r] \tag{3.85}$$

$$T_{x_2} = T_{x_3} = \frac{1}{4}[(m - X_{\dot{u}})a_u + (I_z - N_{\dot{r}})ea_r] \tag{3.86}$$

$$T_{z_1} = \frac{1}{4}\left[-(m - Z_{\dot{w}})a_w - \left(I_x - K_{\dot{p}}\right)ea_p + \left(I_y - M_{\dot{q}}\right)la_q\right] \tag{3.87}$$

$$T_{z_2} = \frac{1}{4}\left[-(m - Z_{\dot{w}})a_w + \left(I_x - K_{\dot{p}}\right)ea_p + \left(I_y - M_{\dot{q}}\right)la_q\right] \tag{3.88}$$

$$T_{z_3} = \frac{1}{4}\left[-(m - Z_{\dot{w}})a_w + \left(I_x - K_{\dot{p}}\right)ea_p - \left(I_y - M_{\dot{q}}\right)la_q\right] \tag{3.89}$$

$$T_{z_4} = \frac{1}{4}\left[-(m - Z_{\dot{w}})a_w - \left(I_x - K_{\dot{p}}\right)ea_p - \left(I_y - M_{\dot{q}}\right)la_q\right] \tag{3.90}$$

Les équations (3.85) à (3.90) permettent de déterminer la poussée de chaque hélice et son orientation comme suit, pour *i*=1, 2, 3, 4 :

$$T_i = \sqrt{{T_{x_i}}^2 + {T_{z_i}}^2} \tag{3.91}$$

$$\gamma_i = \operatorname{atan}\left(\frac{T_{z_i}}{T_{x_i}}\right) \tag{3.92}$$

À partir des équations (2.170) et (3.91), la vitesse de rotation n_i en tr/s est déduite pour chaque moteur.

Un schéma global de la modélisation est représenté sur la figure ci-dessous :

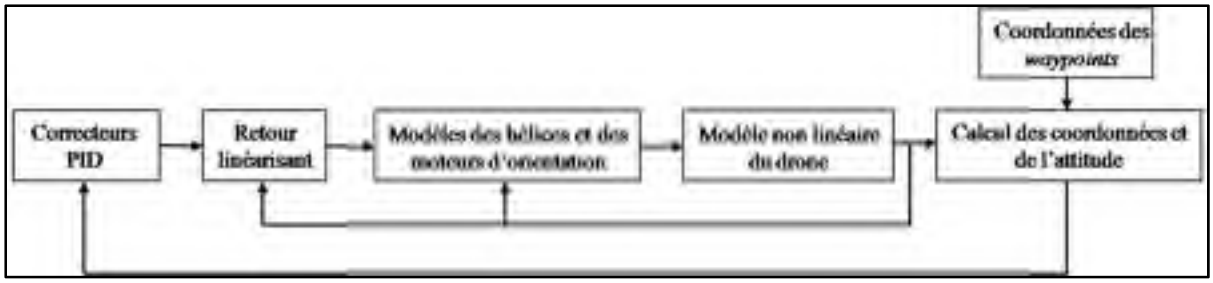

Figure 3.6 .Schéma de la modélisation globale.

CHAPITRE 4

RÉSULTATS ET DISCUSSION

4.1 Définition du parcours de référence

Pour tester la dynamique contrôlée du drone, il faut définir des points de cheminement. Pour évaluer au mieux les capacités de maniabilité et de stabilité du drone, le drone doit évoluer dans un espace restreint de 80 m par 60 m, et profond de 50 m (Tableau 4.1). Ce type de trajectoire est constitué par 8 segments délimités par 8 points de cheminement car le drone devrait retourner au point de départ.

Le tableau 4.1 répertorie les caractéristiques des points de cheminements. On peut lire leurs numéros, leurs coordonnées cartésiennes en trois dimensions ainsi que leurs pentes relatives en degrés et en pourcentage (%). Les pentes en degrés et en pourcentage sont directement liées par la relation suivante :

$$\text{pente}_{\%} = \tan\left(\frac{\text{pente}_{deg}\pi}{180}\right) \tag{4.1}$$

Ainsi, une pente de -100% signifie que le véhicule plonge d'une profondeur égale à sa distance parcourue dans le plan *xy*.

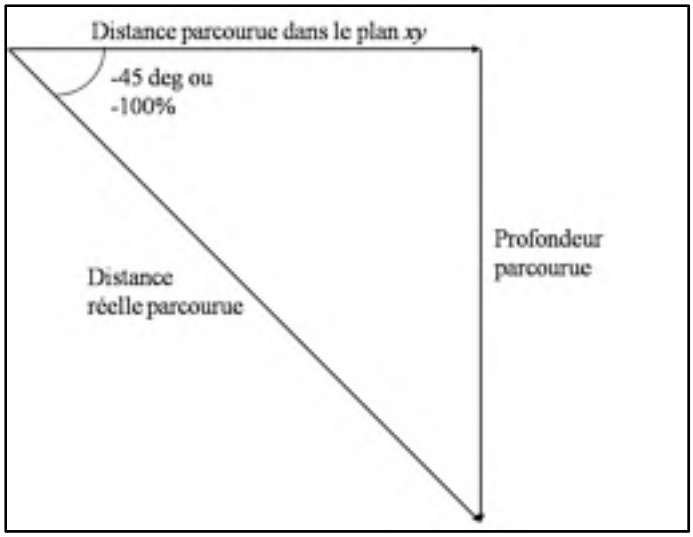

Figure 4.1 .Schéma illustrant la relation entre la pente en degré et la pente en pourcentage (cas rencontré entre les points de cheminement 1 et 2).

Tableau 4.1 Coordonnées des points de cheminement du parcours de référence

Numéro des points	Coordonnée x (m)	Coordonnée y (m)	Coordonnée z (m)	Pente (degrés)	Pente (%)
0	0	0	0	—	—
				-18.44	-33.33
1	30	0	-10		
				-45	-100
2	45	0	-25		
				0	0
3	45	-17.5	-25		
				0	0
4	45	-35	-25		
				-39.81	-83.33
5	75	-35	-50		
				45	100
6	75	-10	-25		

Numéro des points	Coordonnée x (m)	Coordonnée y (m)	Coordonnée z (m)	Pente (degrés)	Pente (%)
6	75	-10	-25	42.62	92
7	75	15	-2	1.35	2.35
8	0	0	-0.2	—	—

On remarque que les coordonnées du huitième point de cheminement sont très proches du point initial de coordonnées (0 ;0 ;0). Ceci est fait pour que le drone revienne à son point de départ une fois la mission achevée.

De plus, le calculateur de cap (voir l'équation (3.78)) du drone n'effectue pas de changement de cap supérieur à 180 degrés, ce qui permet de toujours s'orienter vers le point de cheminement suivant par le virage le plus court (Figure 4.2).

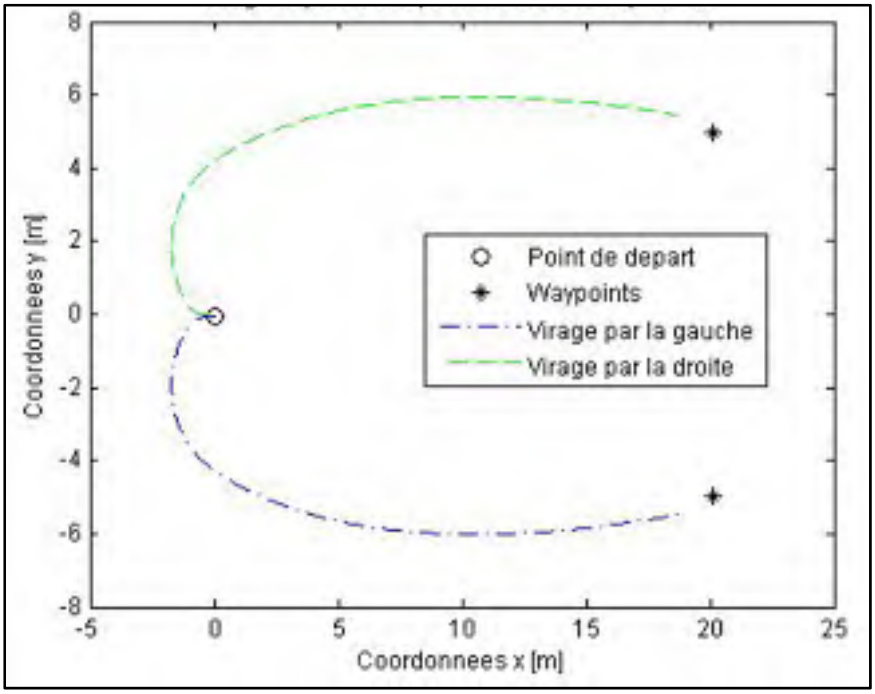

Figure 4.2 .Illustration du changement de cap suivant la position du *waypoint* à atteindre.

4.2 Résultats

Les résultats obtenus sous forme des vitesses présentés ci-dessous couvrent le domaine des basses vitesses (BV) et celui des hautes vitesses (HV). Les 5 vitesses correspondent donc à des valeurs de 0.25 m/s (BV), 0.5 m/s (BV), 1 m/s (HV), 2 m/s (HV) et 4 m/s (HV). De plus, il a été explicité dans la section 3.3.3, que la vitesse de transition entre le correcteur BV et le correcteur HV est de 0.75 m/s. Cette vitesse sera représentée graphiquement afin de déterminer la stabilité de la transition entre les deux correcteurs.

La variable de vitesse v est remplacée par la variable d'angle β avec la relation (2.79) tandis que l'angle d'attaque α est définie par l'équation ci-dessous :

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{w}{u}\right) \tag{4.2}$$

4.2.1 Résultats de simulation sans bruit de mesure

La variation des variables u, β, α, p, q, r, ϕ, θ représentées dans les Figure 4.3 – 4.37 sont issues de simulations numériques. Pour chacune d'entre elle, une plage de variation est autorisée. Ainsi, la vitesse d'avancement u ne doit pas excéder ± 10% de sa valeur de consigne. Les angles d'attaque α et de dérapage β ne doivent pas dépasser ± 10 deg. La vitesse de roulis p maximale est de 90 deg/s tandis que l'angle de gîte φ ne doit pas dépasser 45 deg. La vitesse de roulis est bornée à ± 90 deg/s car ceci correspond à un tour en 4 secondes. Cette vitesse peut paraitre élevée comparée aux autres vitesses mais la dynamique de roulis doit être rapidement stabilisée en cas de perturbations ou de mise de virage. En ce qui concerne les variables de vitesse de tangage q, de vitesse de lacet r et d'angle d'assiette θ, ces dernières ne doivent pas excéder leurs saturations respectives explicitées à la section 3.3.2.

Les bornes supérieures et inférieures de ces limites sont représentées sur chaque graphique par des traits interrompus précisant l'intervalle admissible pour chaque variable.

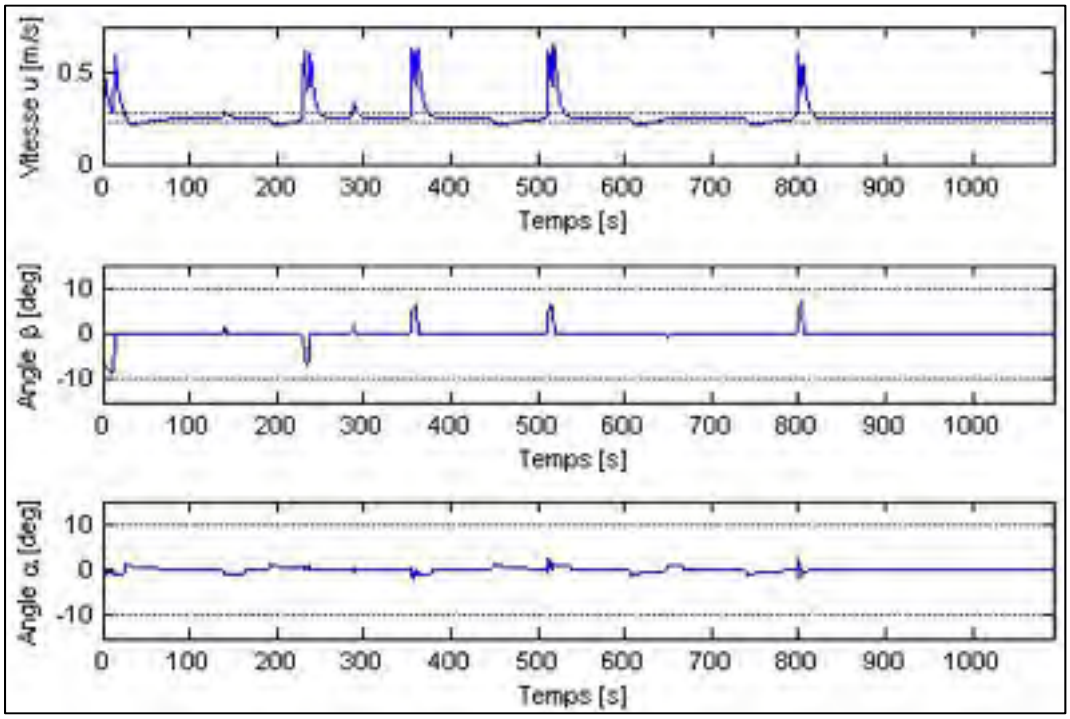

Figure 4.3 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s.

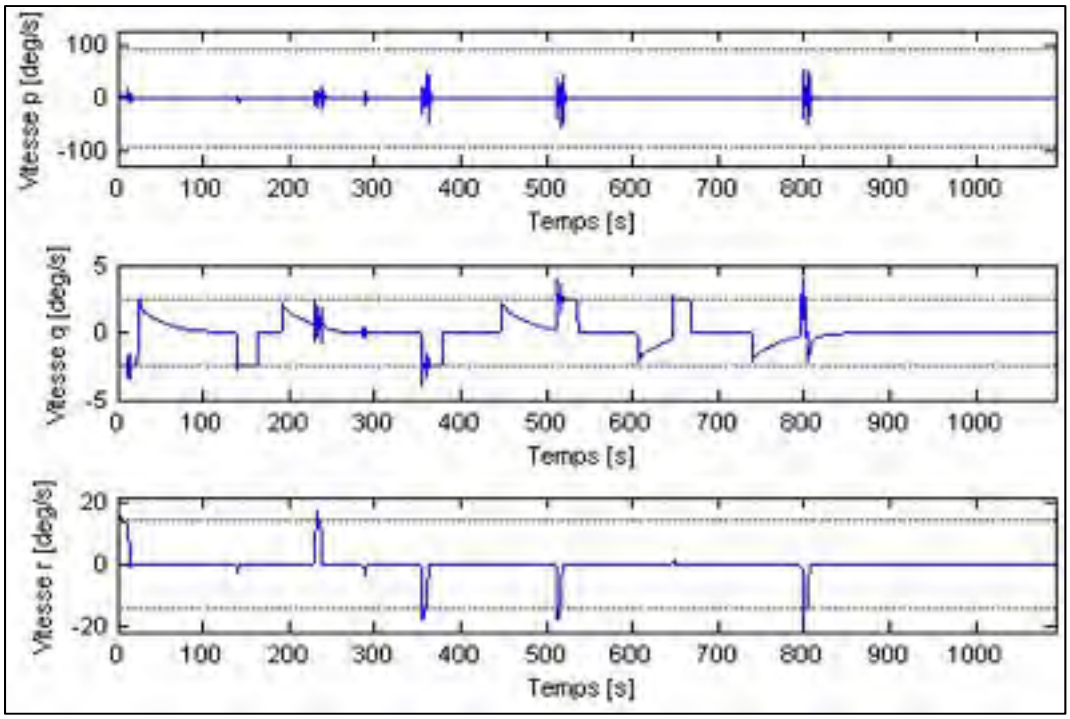

Figure 4.4 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s.

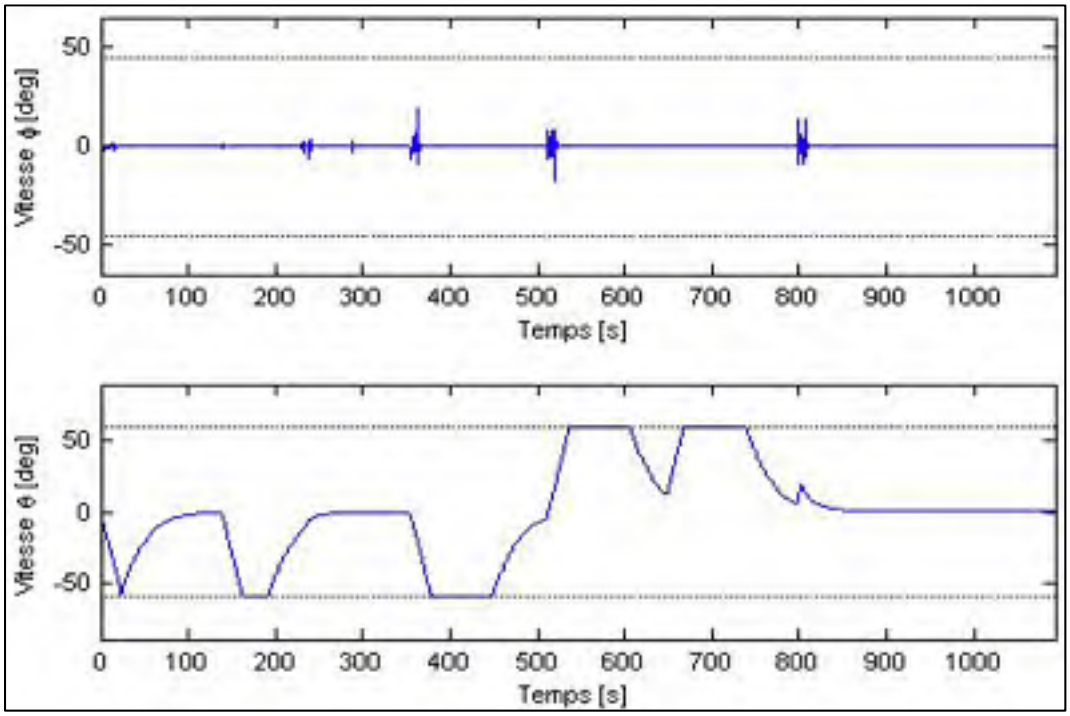

Figure 4.5 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte *φ* (deg), de l'angle d'assiette *θ* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s.

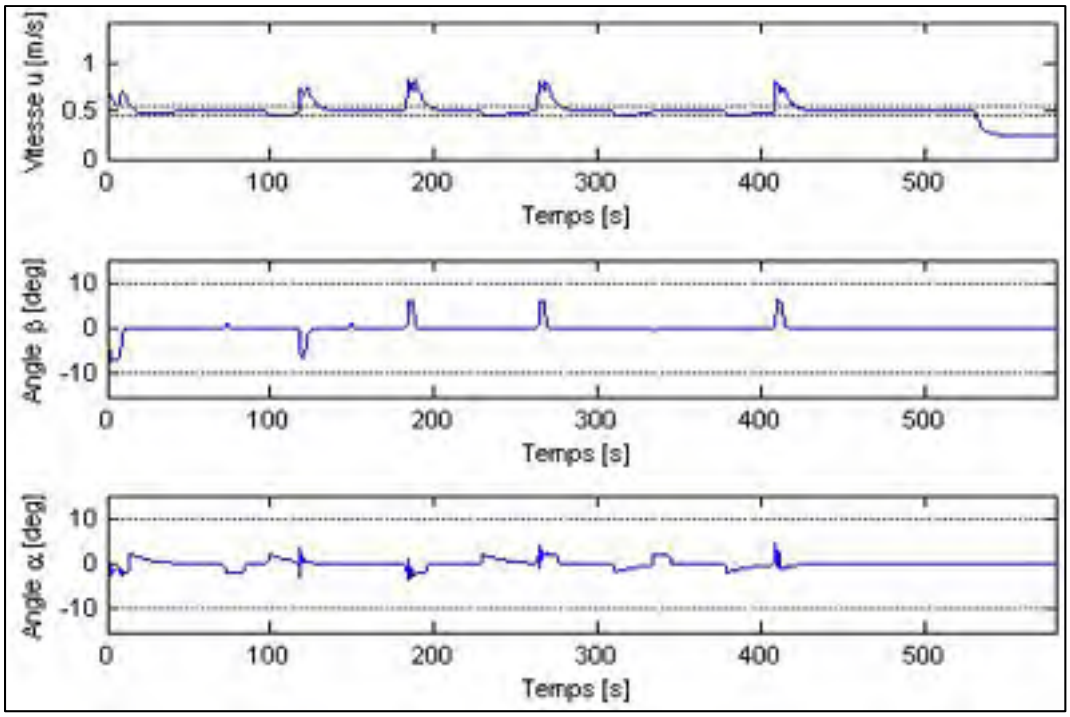

Figure 4.6 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s.

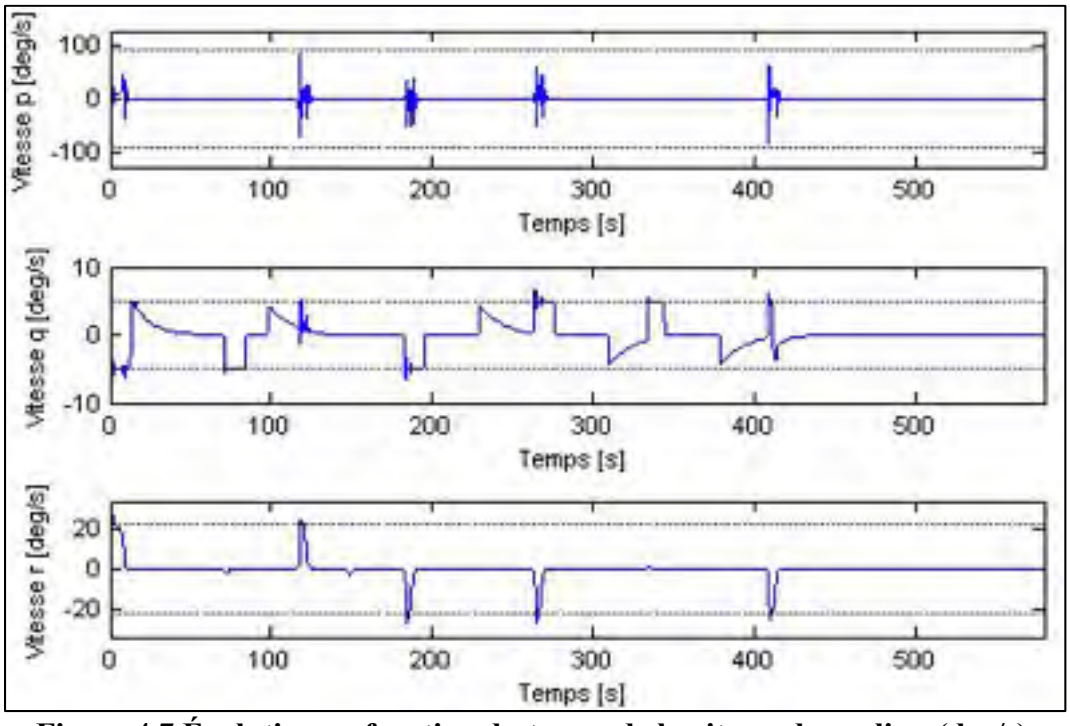

Figure 4.7 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s.

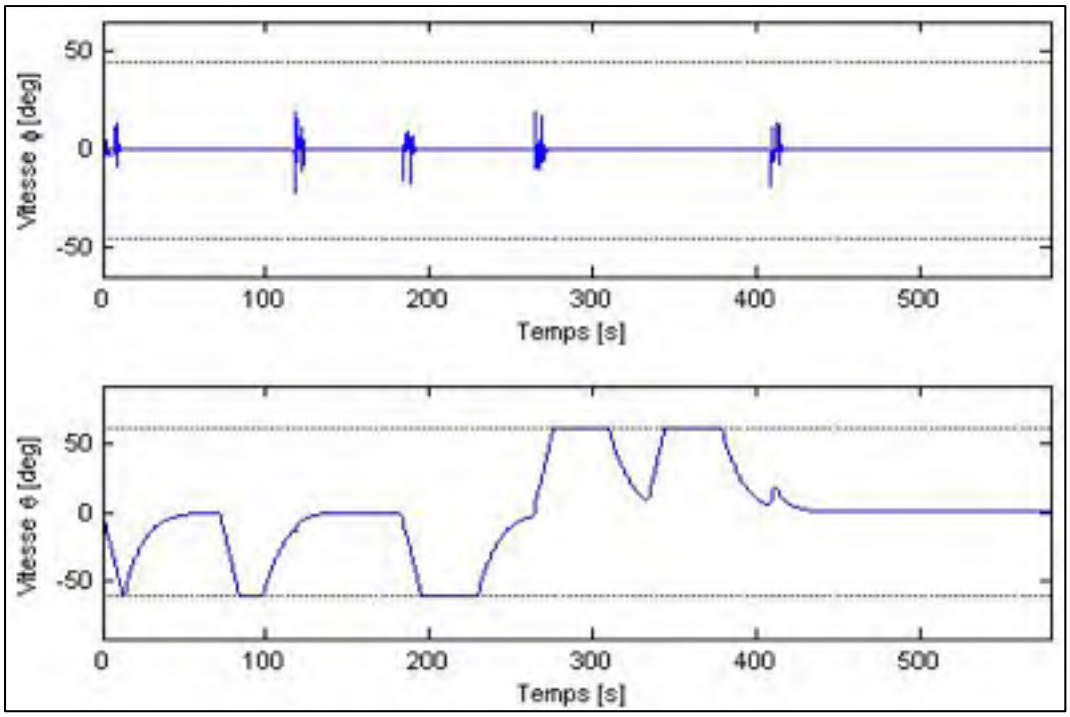

Figure 4.8 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s.

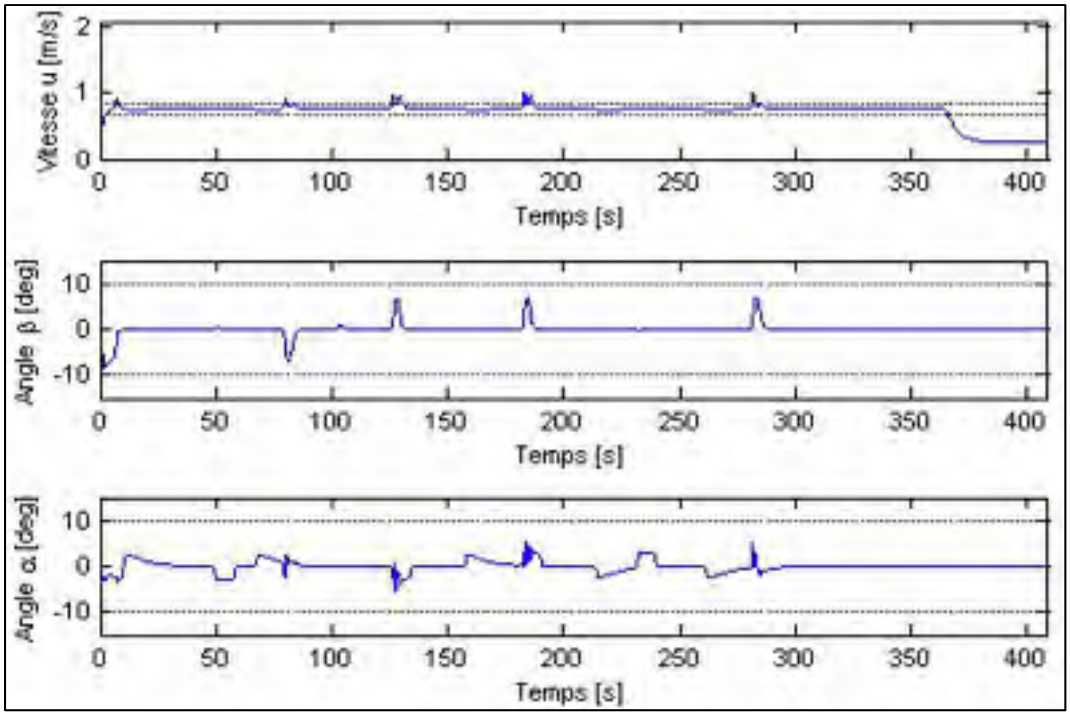

Figure 4.9 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement u (m/s), de l'angle d'attaque α (deg) et de l'angle de dérapage β (deg) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s.

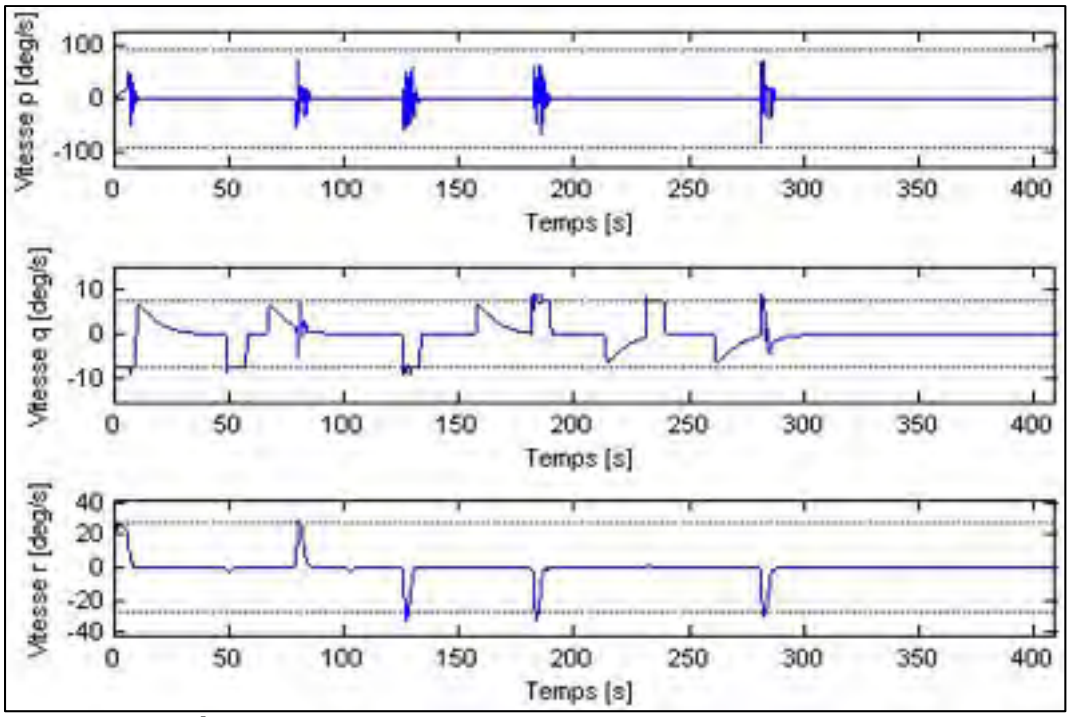

Figure 4.10 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s.

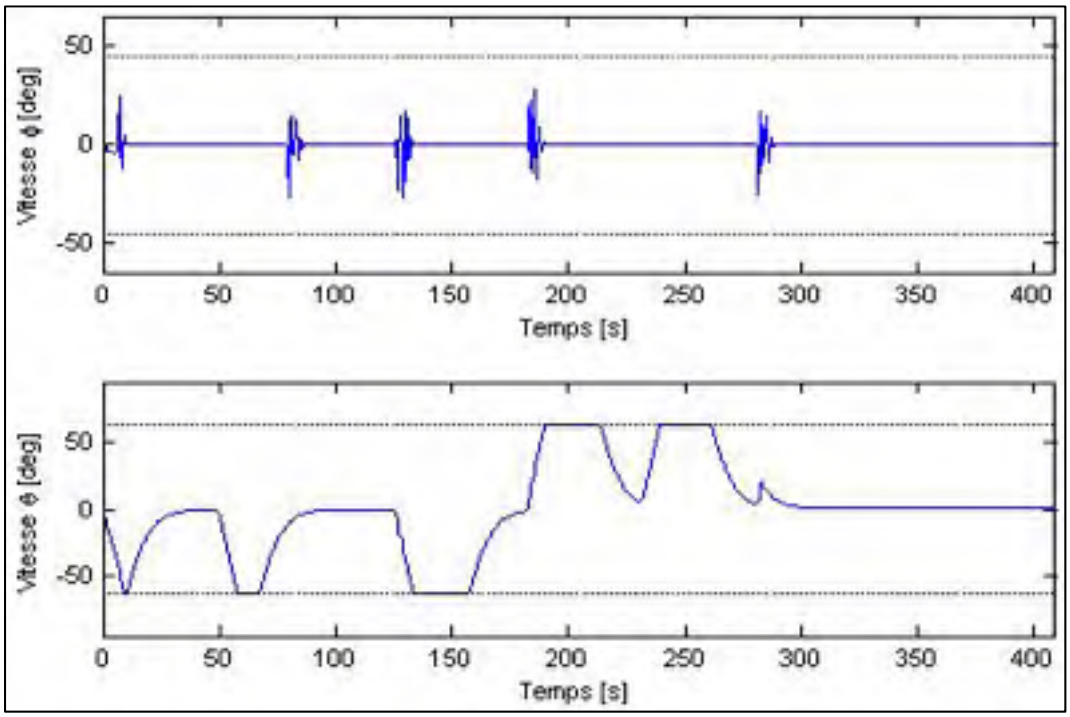

Figure 4.11 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte *φ* (deg), de l'angle d'assiette *θ* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s.

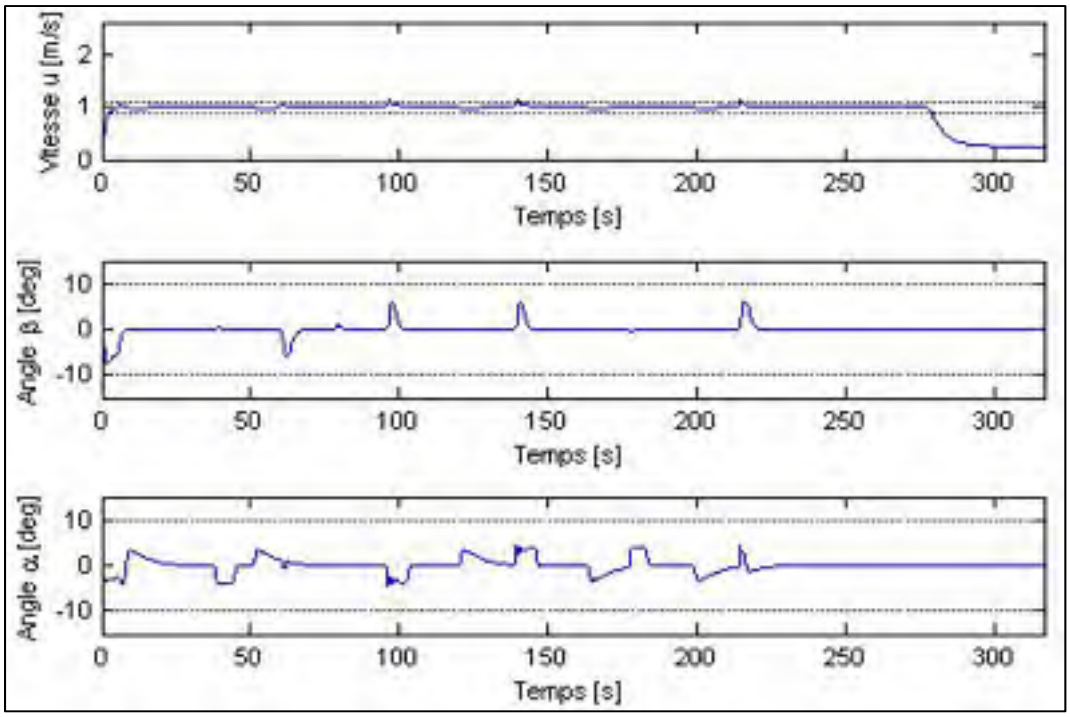

Figure 4.12 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 1 m/s.

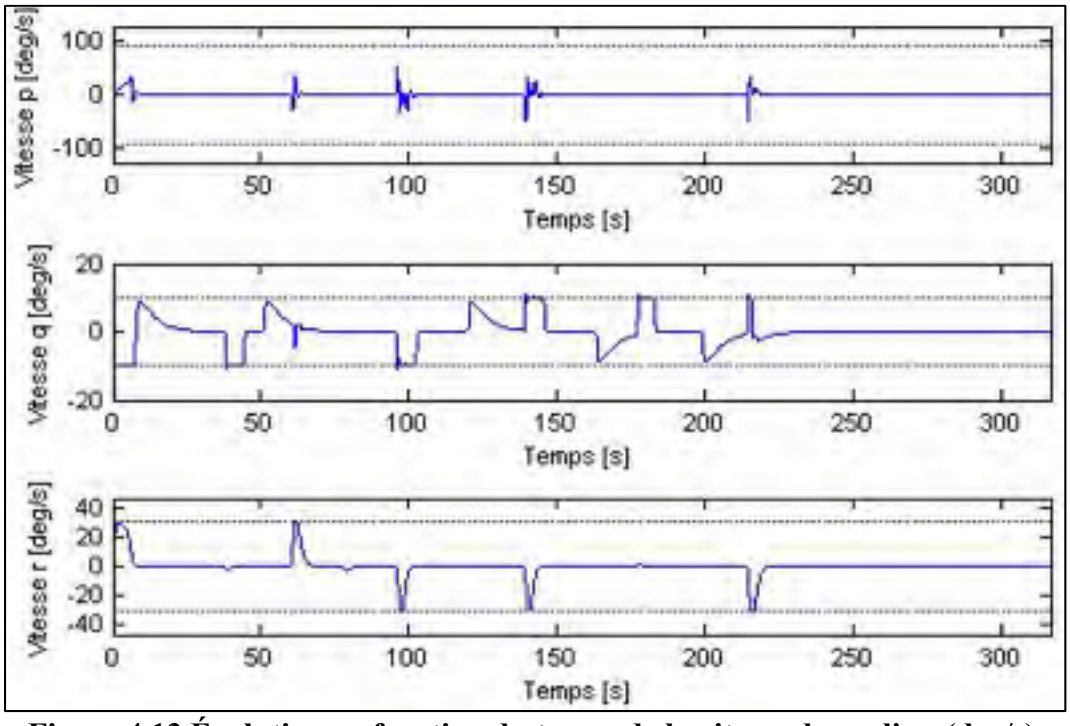

Figure 4.13 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 1 m/s.

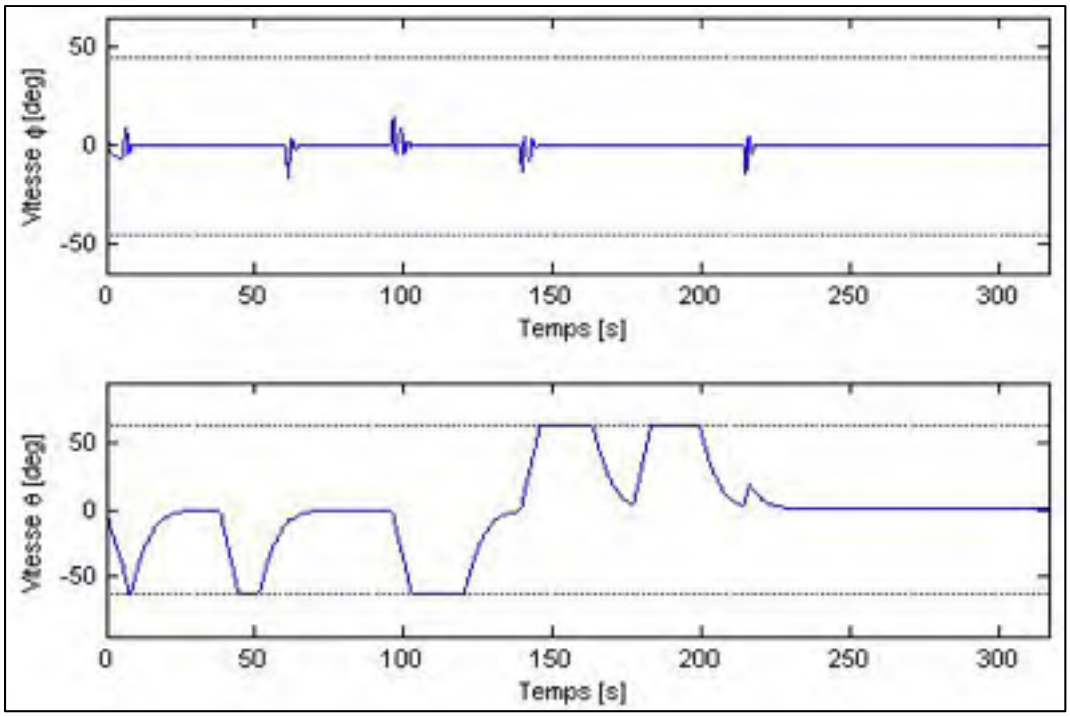

Figure 4.14 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte *φ* (deg), de l'angle d'assiette *θ* (deg) pour une vitesse de consigne de 1 m/s.

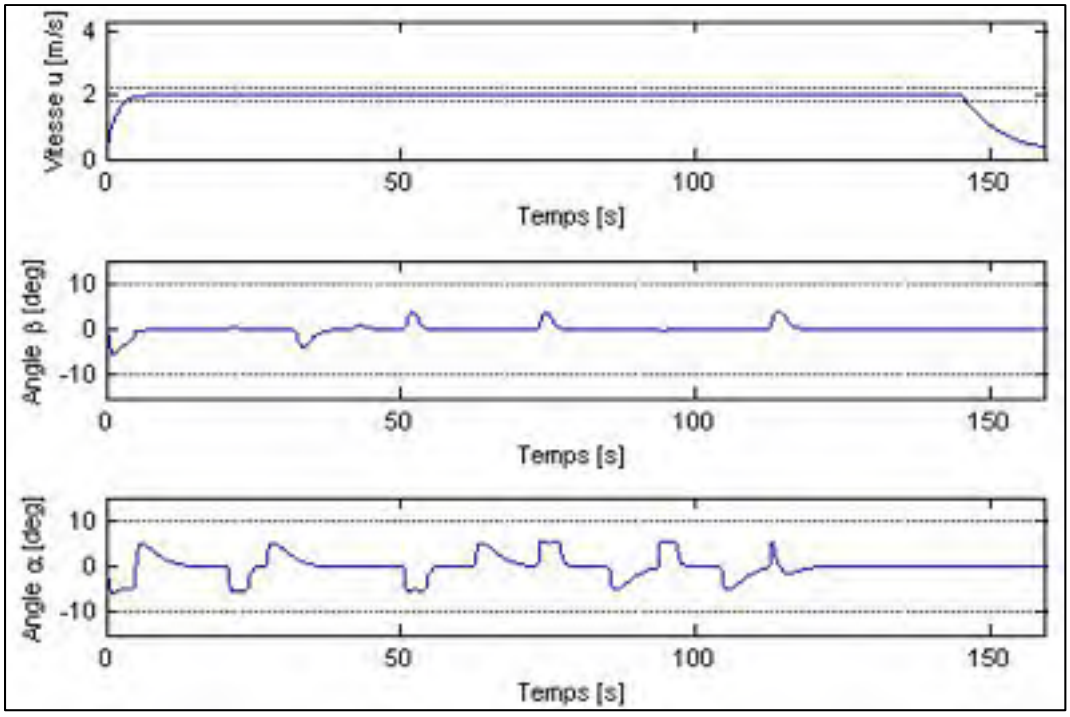

Figure 4.15 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 2 m/s.

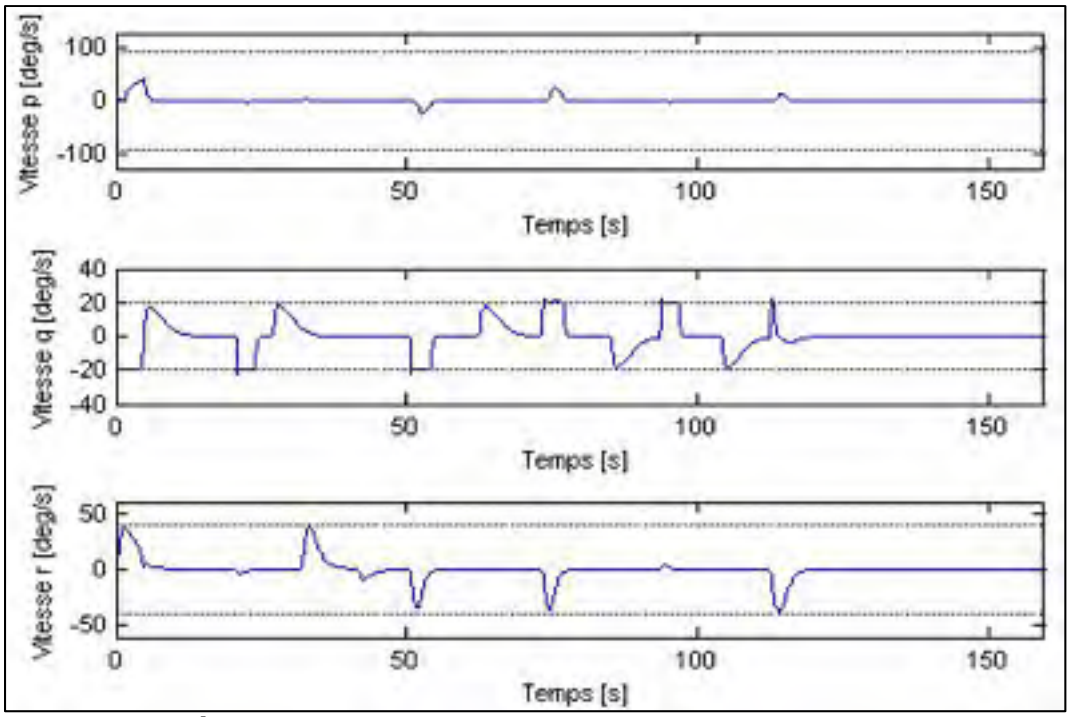

Figure 4.16 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 2 m/s.

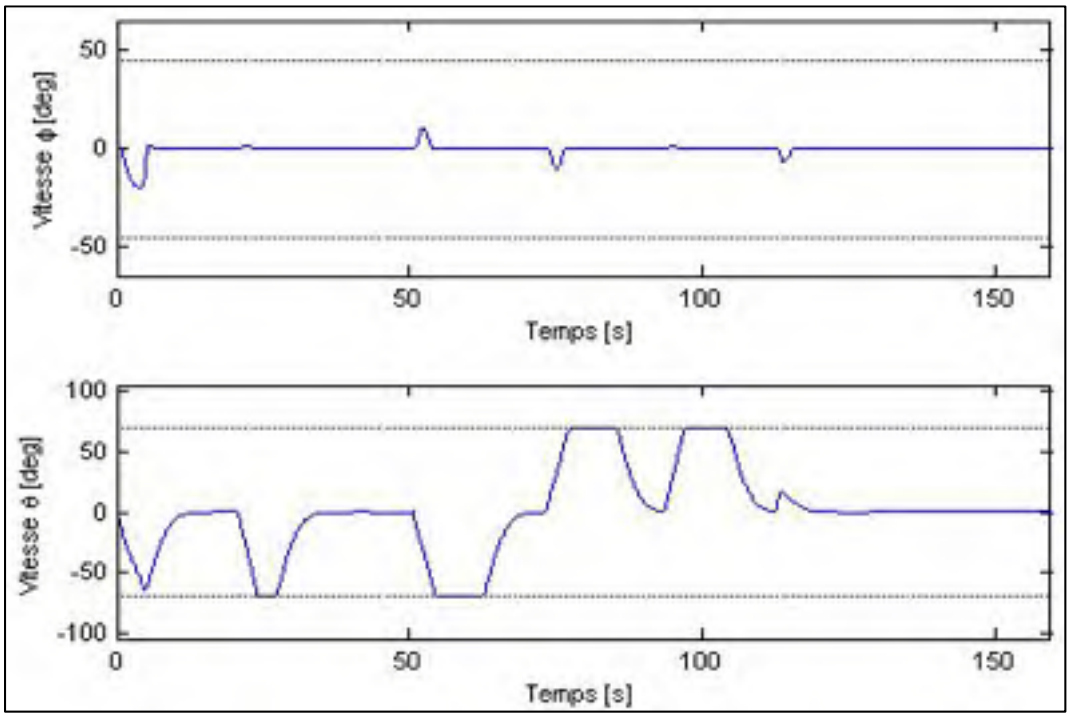

Figure 4.17 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte *φ* (deg), de l'angle d'assiette *θ* (deg) pour une vitesse de consigne de 2 m/s.

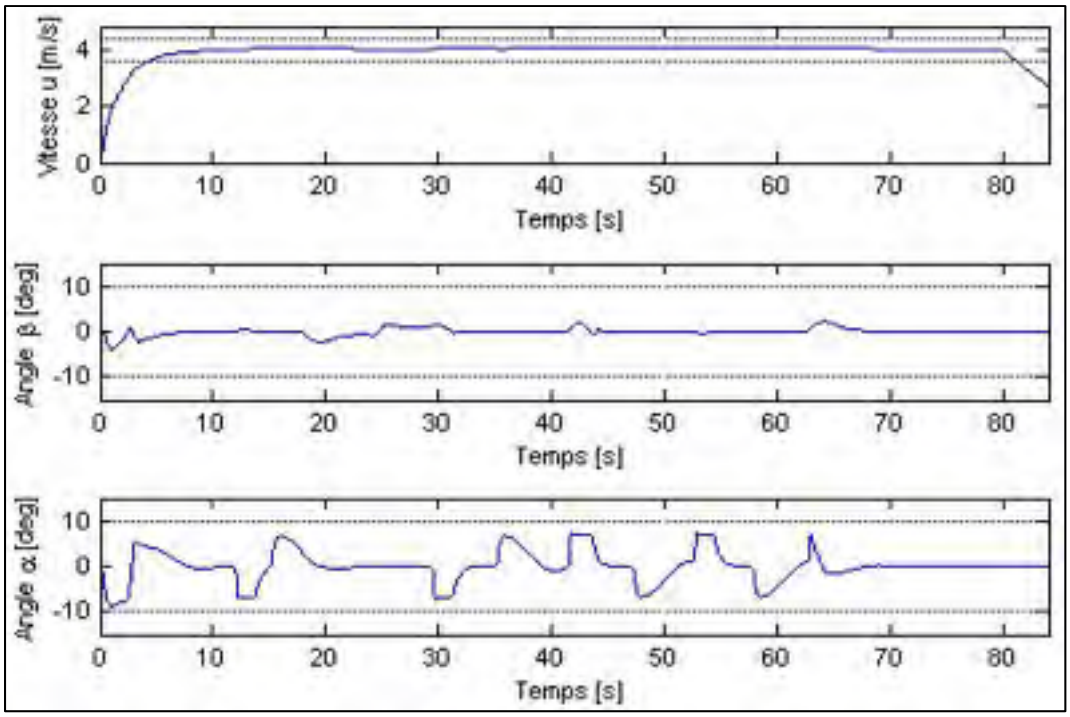

Figure 4.18 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 4 m/s.

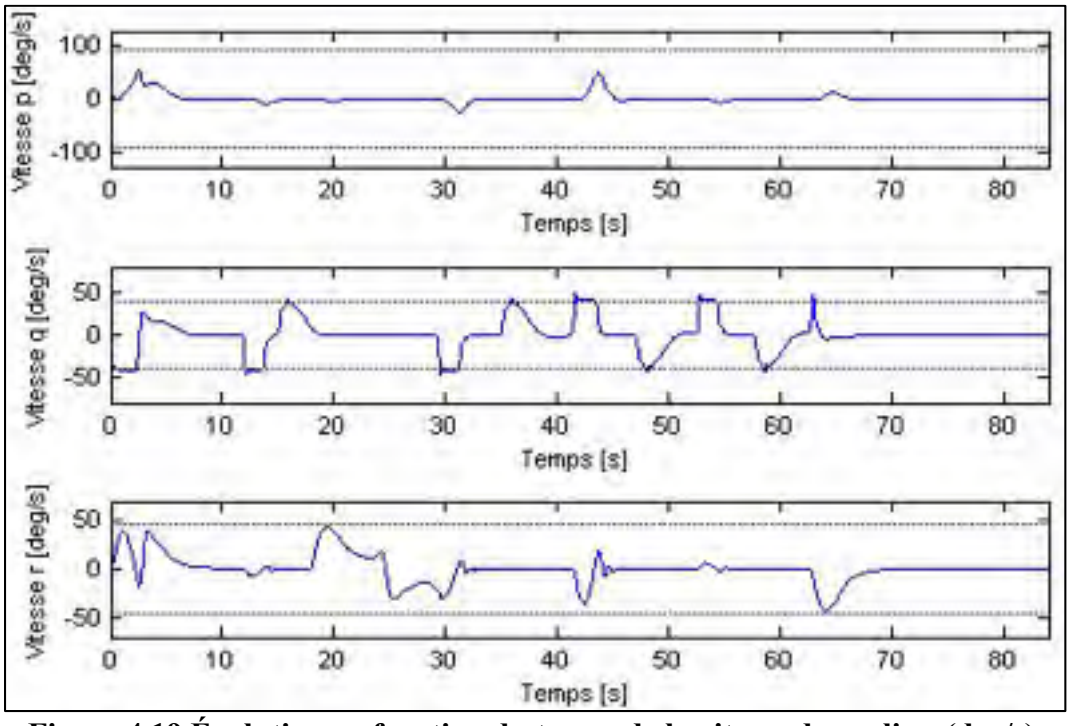

Figure 4.19 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 4 m/s.

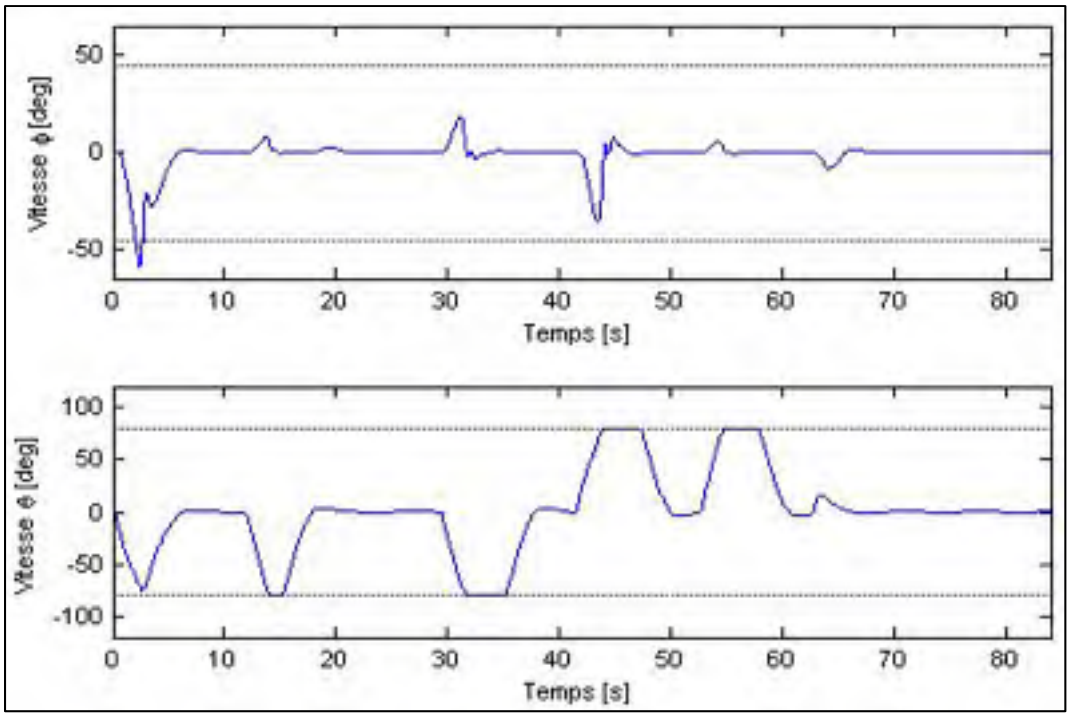

Figure 4.20 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 4 m/s.

Les valeurs maximales des variables ($u, \beta, \alpha, p, q, r, \varphi, \theta$) sont répertoriées pour chaque cas d'étude (0.25 m/s, 0.5 m/s, 1 m/s, 2 m/s et 4 m/s) dans le Tableau 4.2 ci-dessous. Ceci permet de comparer précisément les ordres de grandeur de leurs variations et leurs maxima pour tous les cas. Les valeurs dépassant les limites autorisées dites précédemment sont en caractères gras.

Tableau 4.2 Extrema autorisés et valeurs maximales simulées des variables du drone

Variable	Cas étudié (m/s)	Extremums autorisés	Valeurs maximales
	0.25	0.225 — 0.275 m/s	**0.65 m/s**
	0.5	0.45 — 0.55 m/s	**0.84 m/s**
u	1	0.9 — 1.1 m/s	**1.14 m/s**
	2	1.8 —2.2 m/s	2.03 m/s
	4	3.6 — 4.4 m/s	4.07 m/s

Variable	Cas étudié (m/s)	Extremums autorisés	Valeurs maximales
β	0.25	±10 deg	8.9 deg
	0.5	± 10 deg	7.6 deg
	1	±10 deg	7.53 deg
	2	± 10 deg	5.65 deg
	4	±10 deg	3.9 deg
α	0.25	± 10 deg	2.6 deg
	0.5	±10 deg	4.6 deg
	1	± 10 deg	4.53 deg
	2	±10 deg	5.95 deg
	4	± 10 deg	8.8 deg
p	0.25	± 90 deg/s	53.8 deg/s
	0.5	± 90 deg/s	82 deg/s
	1	± 90 deg/s	49.3 deg/s
	2	± 90 deg/s	39 deg/s
	4	± 90 deg/s	53.9 deg/s
q	0.25	± 2.5 deg/s	**4 deg/s**
	0.5	± 5 deg/s	**6.8 deg/s**
	1	± 10 deg/s	**11.3 deg/s**
	2	± 20 deg/s	**22.7 deg/s**
	4	± 40 deg/s	**48.6 deg/s**
r	0.25	± 14.3 deg/s	**17.5 deg/s**
	0.5	± 22.6 deg/s	**27 deg/s**
	1	± 31.8 deg/s	31.8 deg/s
	2	± 40 deg/s	38 deg/s
	4	± 45.8 deg/s	43 deg/s
φ	0.25	± 45 deg	19 deg
	0.5	± 45 deg	21.7 deg
	1	± 45 deg	17.2 deg
	2	± 45 deg	20.2 deg

Variable	Cas étudié (m/s)	Extremums autorisés	Valeurs maximales
φ	4	± 45 deg	**58.7 deg**
θ	0.25	± 60 deg	60 deg
	0.5	± 61.4 deg	61.4 deg
	1	± 64 deg	64 deg
	2	± 69.3 deg	69.3 deg
	4	± 80 deg	80 deg

Dans un premier temps nous étudierons la dynamique du drone sur son parcours de référence. Pour cela, nous avons choisi d'effectuer cette analyse pour le cas où la vitesse de consigne est de 2 m/s (Figure 4.15, Figure 4.16 et Figure 4.17). Ce cas est un des cas les plus clairs, sachant que la dynamique du drone est similaire qu'elle que soit la vitesse de consigne.

La vitesse d'avancement est constante est égale à 2 m/s pendant la majeure partie du parcours. Il est à noter, et ceci est vrai pour chaque cas de vitesse, que lorsque le drone arrive à moins de 15 m du dernier point de cheminement de son parcours sa vitesse de consigne est automatiquement réduite à 0.25 m/s. Cette réduction est faite en vue d'une récupération de l'engin par un opérateur.

Le premier point de cheminement entraîne un virage par la droite (virage le plus court, voir Figure 4.2) et une descente en profondeur à une pente de -33.33% (Tableau 4.1). Ce point du parcours entraine, à l'instant initial, une vitesse de roulis positif et une vitesse de tangage négatif afin de plonger à la profondeur voulue (Figure 4.16 et Figure 4.34). L'angle de dérapage n'étant pas commandé, la vitesse de roulis, grâce à la force centrifuge, provoque un dérapage négatif. Celui-ci est annulé à cause de la sortie de virage et de la présence de la dérive. À l'inverse, on constate qu'une vitesse de lacet négative entraîne un angle de dérapage positif.

On constate également l'impact des variables θ et r sur l'angle de gîte du véhicule. Au démarrage de l'engin, l'angle de gîte est nul. Ainsi, grâce à l'équation (3.70), on comprend que le coefficient $r\mathrm{t}(\theta)$ crée une vitesse de roulis négatif. On constate d'ailleurs que la vitesse de roulis p réagit et devient positive pour annuler la valeur de l'angle de gîte.

Les couplages non linéaires ont également un effet sur la dynamique de l'angle d'attaque. Ainsi, lorsque la vitesse de tangage q est positive, elle entraîne un angle d'attaque positif (α>0 et w>0) et inversement. Ceci est un effet du coefficient Z_{uq} de l'équation (2.205) de la modélisation longitudinale. Le produit des variables uq (la vitesse u n'étant pas nulle) démontre que la vitesse de tangage q a un impact direct sur la dynamique de la variable w, donc sur l'angle d'attaque α (4.2).

Après avoir résumé la dynamique du drone, nous commenterons les variations oscillatoires de certaines variables dans les cas d'étude à 0.25 m/s, 0.5 m/s, 0.75 m/s. On observe encore quelques oscillations résiduelles sur les variables p et φ sur le cas de 1 m/s.

Il y a deux phénomènes à expliquer : l'apparition des ces dynamiques oscillatoires et leurs propagations dans la dynamique du drone. Ces phénomènes sont causés directement par les actionneurs et principalement les moteurs d'orientation. Nous avons vu à l'équation (3.92) que le calcul de l'angle des moteurs d'orientation est en fonction du rapport de la poussée verticale sur la poussée longitudinale. À basse vitesse, la poussée longitudinale en régime permanent n'est pas suffisante pour fournir des couples créant une vitesse de roulis satisfaisante. Les actionneurs oscillent jusqu'à satisfaire la condition pour laquelle l'angle de gîte est nul, mais pendant ces oscillations les moteurs des hélices ont dû augmenter leur poussée pour créer assez de poussée verticale. Cette augmentation de poussée est directement visible sur les évolutions de la variable u aux basses vitesses (Figure 4.3, Figure 4.6 et Figure 4.9). Au-delà d'une certaine vitesse, la poussée longitudinale est suffisante et les actionneurs n'ont pas besoin d'avoir ± 90 degrés de variation pour assurer la stabilité de l'engin.

Afin de mieux comprendre la propagation dans la dynamique des oscillations dues aux saturations des moteurs d'orientation, on va réécrire les équations de la dynamique du drone. Ces dernières ont déjà été présentées aux équations (2.203) à (2.208). La valeur du terme K_{qr} est nulle en tenant compte des hypothèses données dans les Chapitres 1 et 2. Les équations peuvent donc se réécrire :

$$\dot{u} = -X_{wq}wq + X_{vr}vr + X_{u^2}|u|u + a_X \tag{4.3}$$

$$\dot{v} = Y_{wp}wp - Y_{ur}ur + Y_{lv}v + Y_{lr}r + Y_{v^2}|v|v \tag{4.4}$$

$$\dot{w} = -Z_{vp}vp + Z_{uq}uq + Z_{w^2}|w|w - a_Z \tag{4.5}$$

$$\dot{p} = K_{lp}p + a_K \tag{4.6}$$

$$\dot{q} = -M_{uw}uw + M_{pr}pr + M_{q^2}|q|q + a_M \tag{4.7}$$

$$\dot{r} = -N_{uv}uv + N_{pq}pq + N_{lv}v + N_{lr}r + N_{r^2}|r|r + a_N \tag{4.8}$$

La propagation de la dynamique se déroule comme suit. Celles-ci n'apparaissent que lorsque le drone effectue un changement de cap. Les trois variables qui sont propices à des variations pendant ces manœuvres sont la vitesse de roulis *r*, l'angle de gîte φ et l'angle de dérapage β, c'est-à-dire la vitesse *v*. Nous avons déjà expliqué comment varier l'angle β en fonction de l'évolution de la vitesse *r*. il est donc normal que les saturations des moteurs d'orientation et leurs oscillations aient des impacts directes sur ces trois variables. Cependant, les variables *u, w* et *q* sont également perturbées, notamment aux basses vitesses, ce qui est une conséquence directe de la modélisation non linéaire. Contrairement aux modèles linéaires découplés suivant un modèle longitudinal et un modèle latéral, notre modèle conserve les couplages non linéaires. Les termes de couplage des équations (4.3) à (4.8) favorisent la propagation des oscillations des variables φ, *v* et *r*.

Premièrement, ce sont les variables w et q qui sont perturbées par l'intermédiaire de leurs termes de couplage non linéaire Z_{vp} et M_{pr}. Deuxièmement, les variables oscillantes v, r, w et q se propagent et provoquent l'augmentation de la vitesse u par l'intermédiaire des coefficients de stabilité X_{wq} et X_{vr}. Néanmoins, on remarque que plus la vitesse du drone augmente, plus ces oscillations disparaissent et le drone a la tendance de se comporter linéairement.

L'analyse du Tableau 4.2 montre un dépassement important de la vitesse autorisée dans le cas de simulation dans le domaine des basses vitesses (0.25 m/s, 0.5 m/s et 0.75 m/s).
Les variables β, α, p, q, r, φ et θ restent en tout temps dans leur domaine autorisé. On remarque bien que les limitations de la vitesse de tangage q, de la vitesse de lacet r et de l'angle d'assiette θ sont respectées dépendamment de la vitesse d'avancement de consigne.

Les valeurs en gras dans le Tableau 4.2 montrent les valeurs maximales atteintes par certaines variables et qui ne respectent pas les conditions de stabilité du drone que nous nous somme fixés. Cependant, il faut relativiser ces données. En ce qui concerne la variable q, son dépassement n'est que de quelques degrés par seconde, et ce ponctuellement aux niveaux des oscillations lorsque le drone change de cap. Il en est de même pour la variable r qui connaît un léger dépassement ponctuel dû aux couplages pour les cas de vitesse de consigne de 0.25 m/s et de 0.5 m/s. L'angle de gîte dépasse aussi les limites autorisées, mais seulement pendant environ une seconde au démarrage du drone (ce qui est acceptable) à grande vitesse (4 m/s).

Ces graphiques montrent bien la stabilité et la maniabilité du drone sur son parcours de référence malgré les dépassements, tous ponctuels, le drone atteint les huit points de cheminement du parcours. De plus, les Figures 4.8 à 4.10 prouvent la stabilité du contrôleur à la vitesse limite entre notre définition des basses vitesses (BV) et des hautes vitesses (HV). Après avoir étudie et validé le contrôle de notre modèle, nous allons voir dans la prochaine section si la modélisation et le contrôle sont robustes aux bruits de mesures.

4.2.2 Résultats de simulation avec du bruit de mesures

Les variables représentées de la Figure 4.21 jusqu'à la Figure 4.38 sont issues de simulation numérique en présence de bruit sur les variables du modèle. Ceux-ci recréent notamment d'éventuelles défaillances de mesure ou des perturbations d'origine électromagnétiques. Le bruit est représenté par un bruit blanc de densité spectrale d'un millième. Les trois variables de vitesses linéaires *u, v,* et w et les trois variables de vitesses angulaires *p, q* et *r* sont bruitées.

Les plages de variations autorisées pour chaque variable n'ont pas changées et sont les mêmes que celles de la section précédente.

Les bornes supérieure et inférieure de ces limites sont représentées sur chaque graphique par des traits interrompus précisant l'intervalle admissible pour chaque variable.

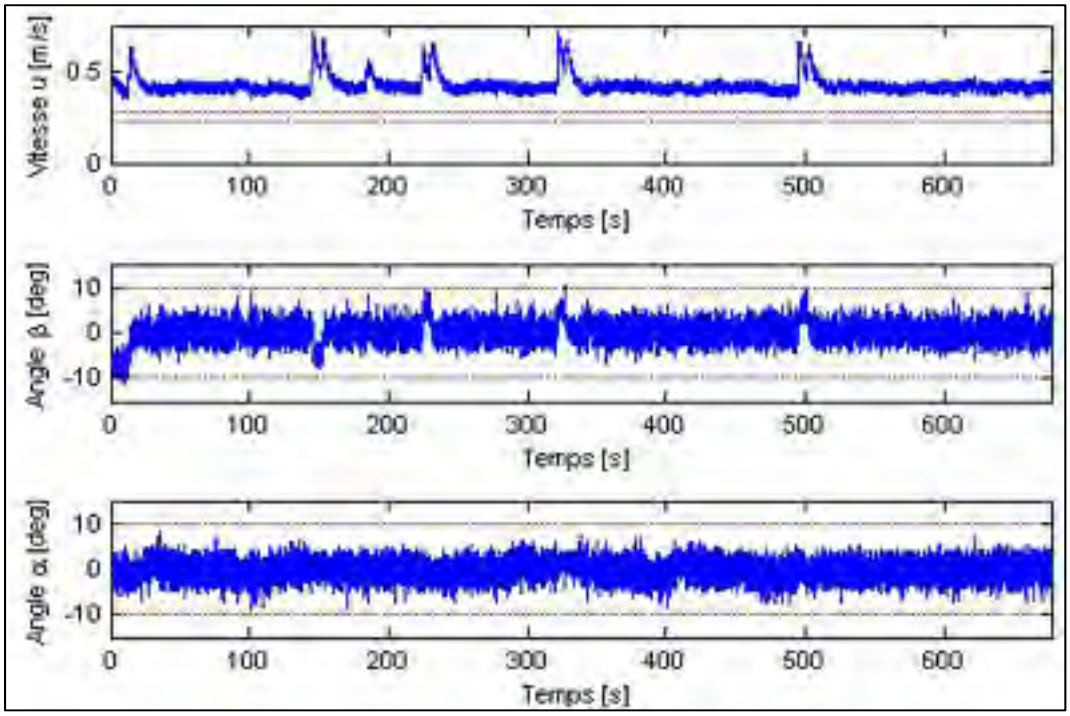

Figure 4.21 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s (avec du bruit de mesures).

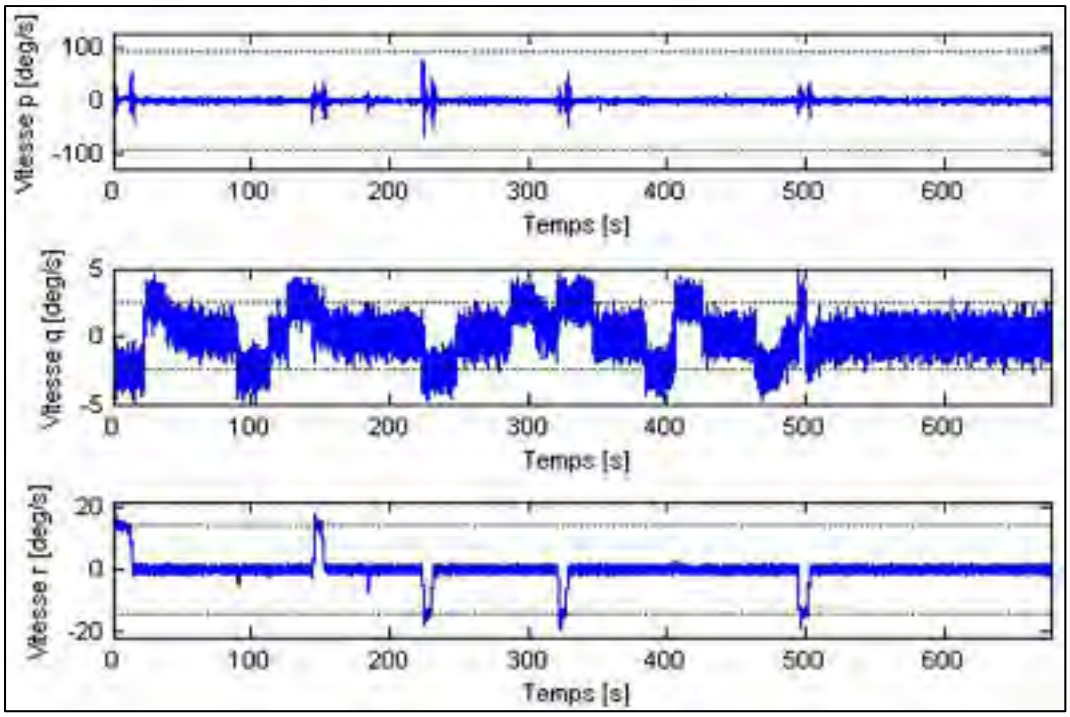

Figure 4.22 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s (avec du bruit de mesures).

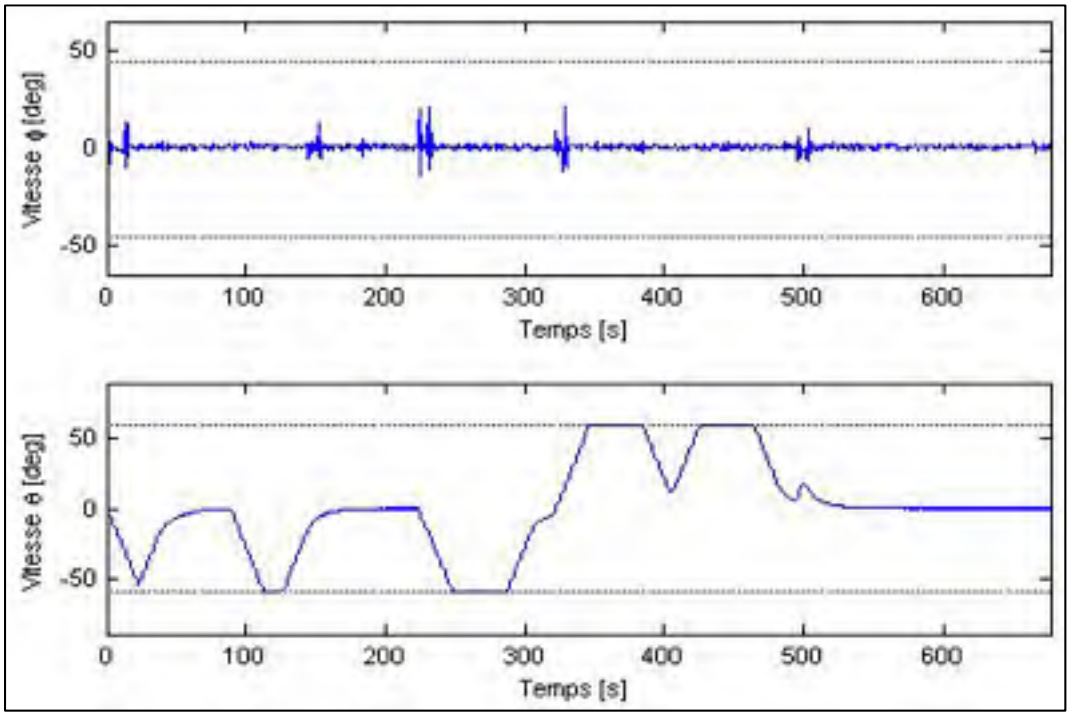

Figure 4.23 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte *φ* (deg), de l'angle d'assiette *θ* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.25 m/s (avec du bruit de mesures).

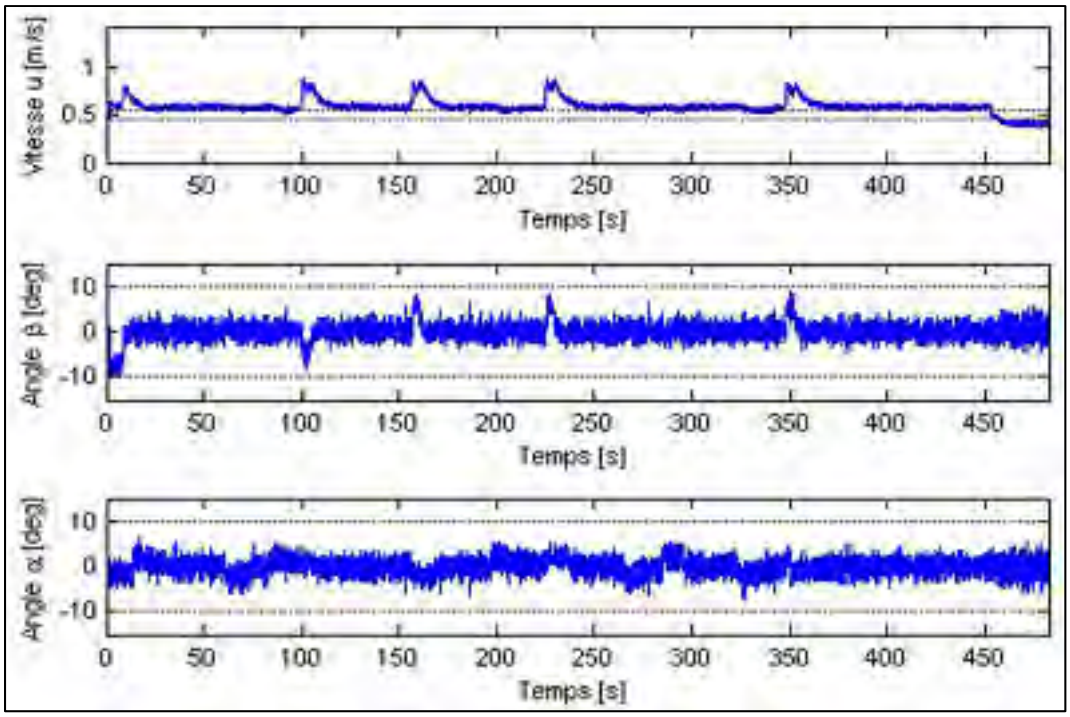

Figure 4.24 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s (avec du bruit de mesures).

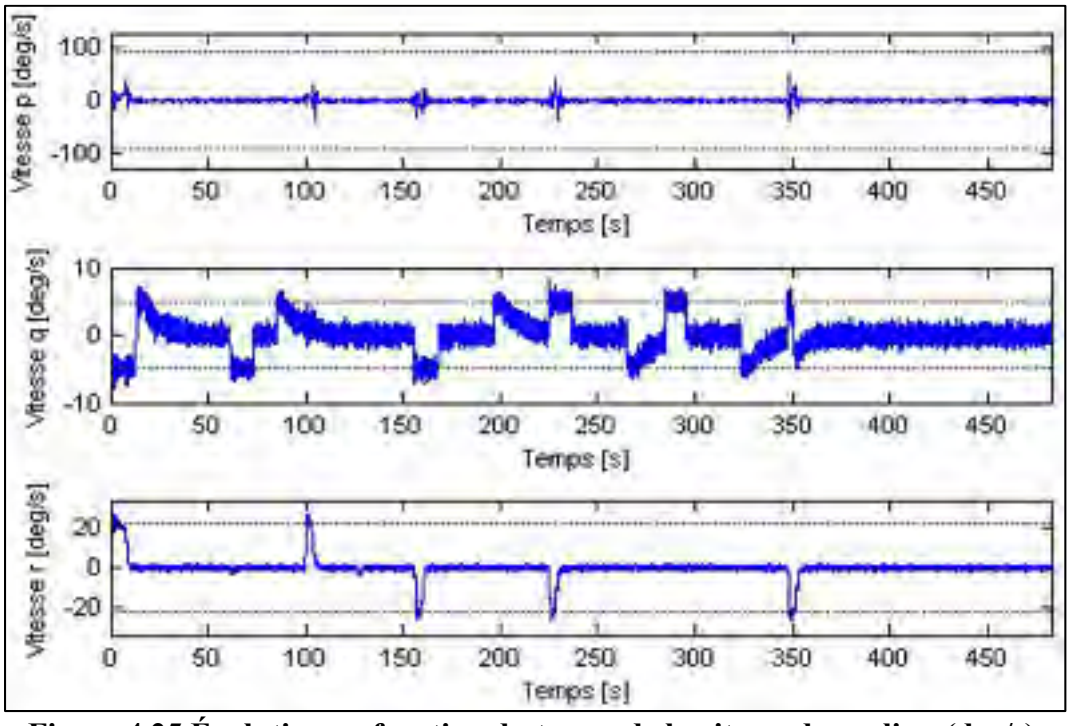

Figure 4.25 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s (avec du bruit de mesures).

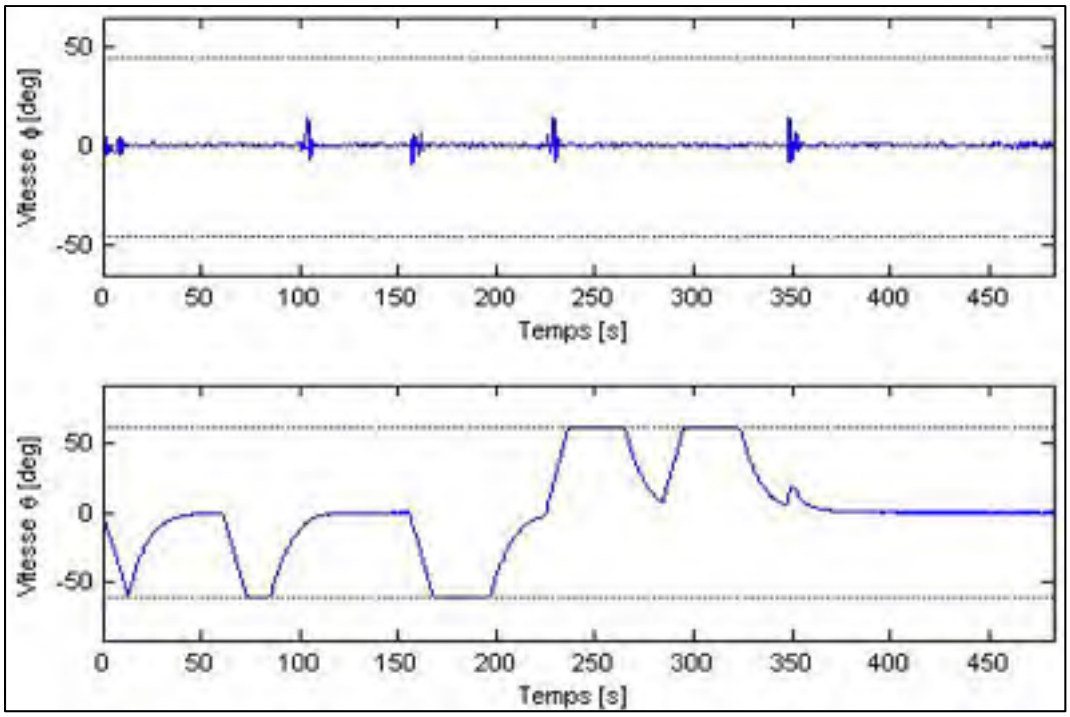

Figure 4.26 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte *φ* (deg), de l'angle d'assiette *θ* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.5 m/s (avec du bruit de mesures).

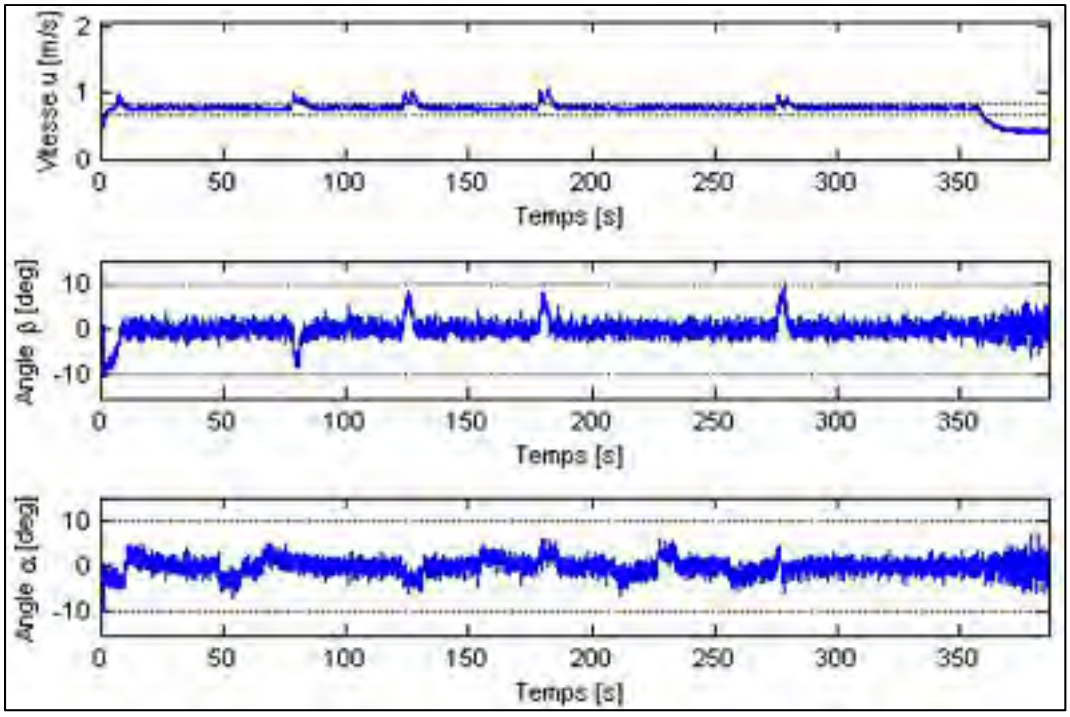

Figure 4.27 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s (avec du bruit de mesures).

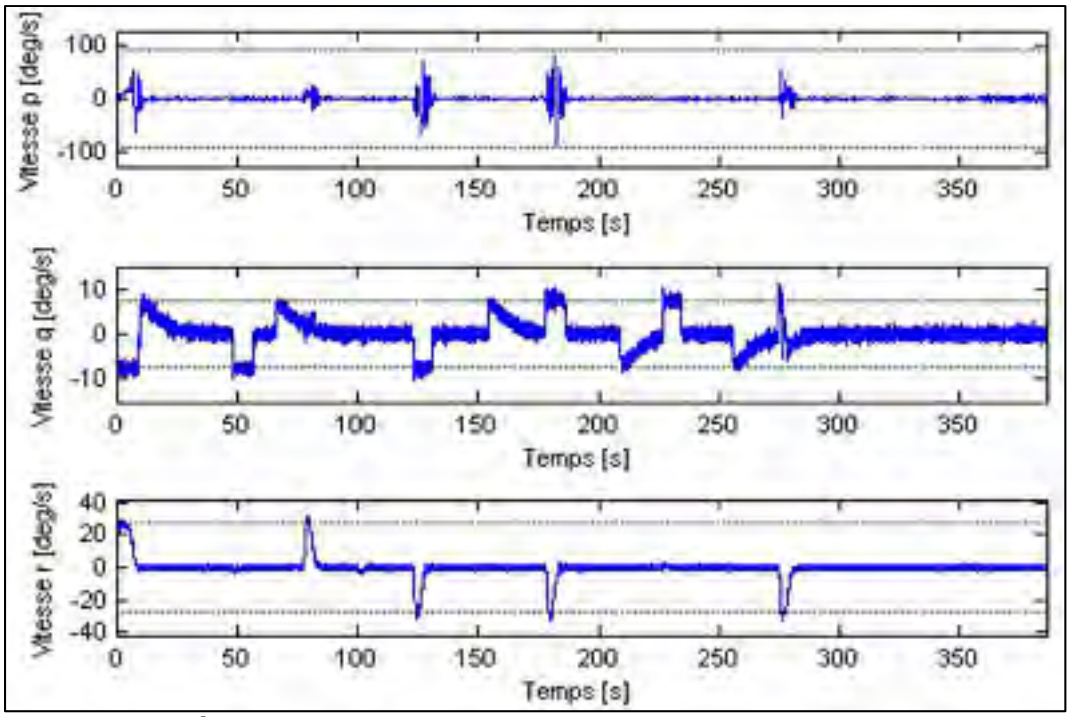

Figure 4.28 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s (avec du bruit de mesures).

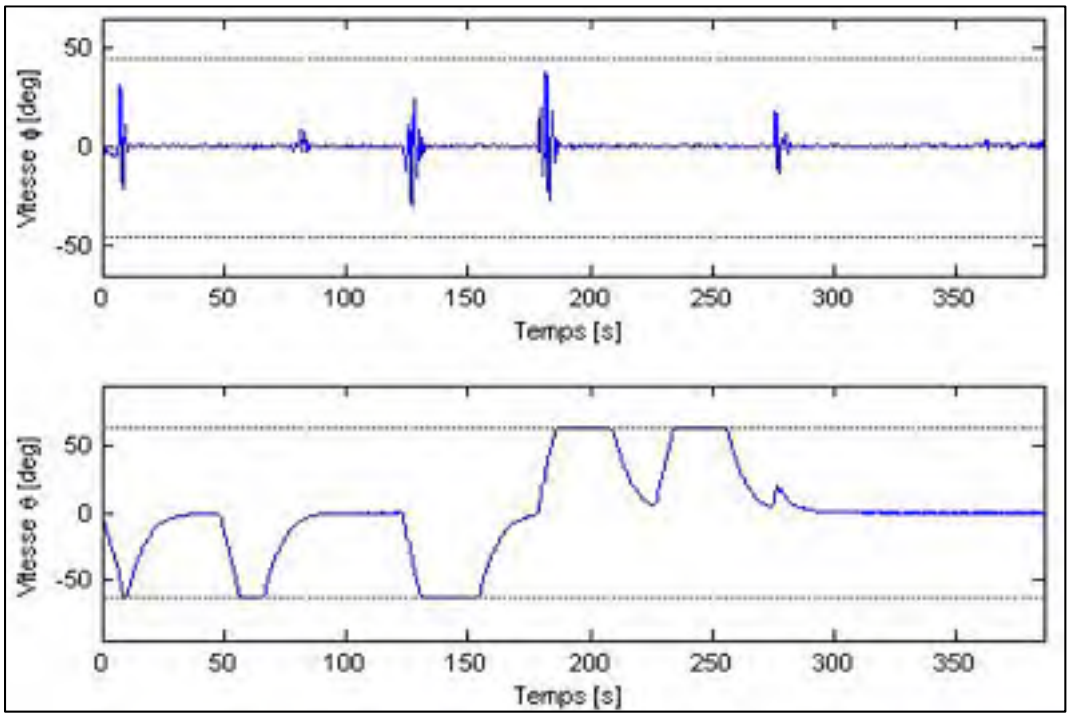

Figure 4.29 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte *φ* (deg), de l'angle d'assiette *θ* (deg) pour une vitesse de consigne de 0.75 m/s (avec du bruit de mesures).

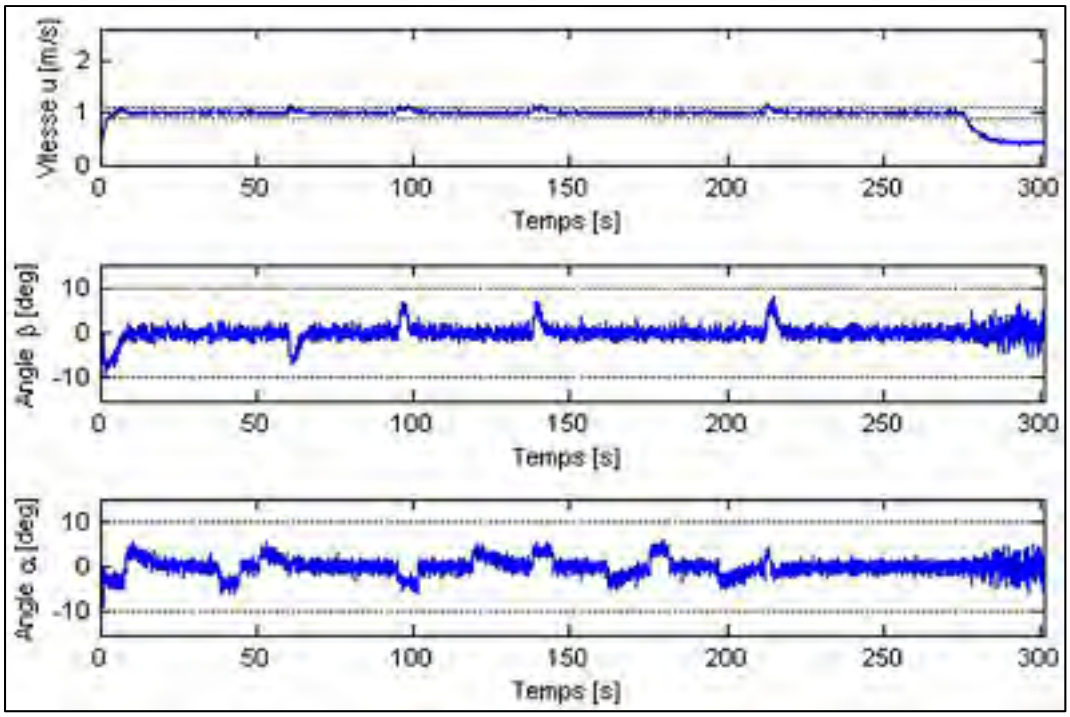

Figure 4.30 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 1 m/s (avec du bruit de mesures).

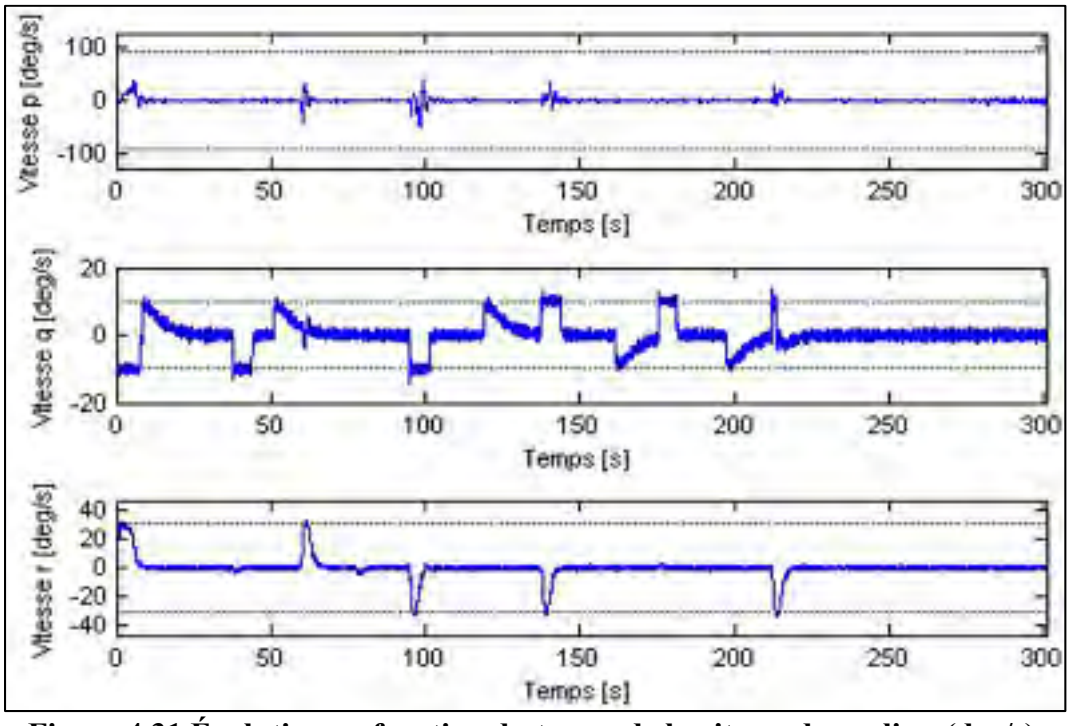

Figure 4.31 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 1 m/s (avec du bruit de mesures).

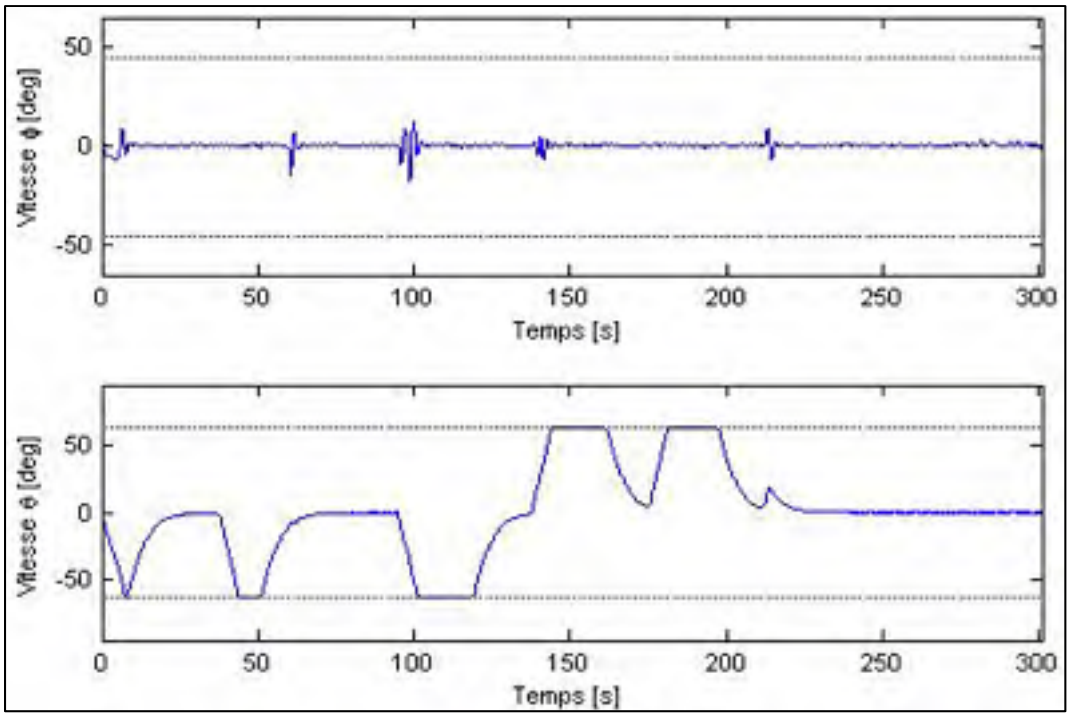

Figure 4.32 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte *φ* (deg), de l'angle d'assiette *θ* (deg) pour une vitesse de consigne de 1 m/s (avec du bruit de mesures).

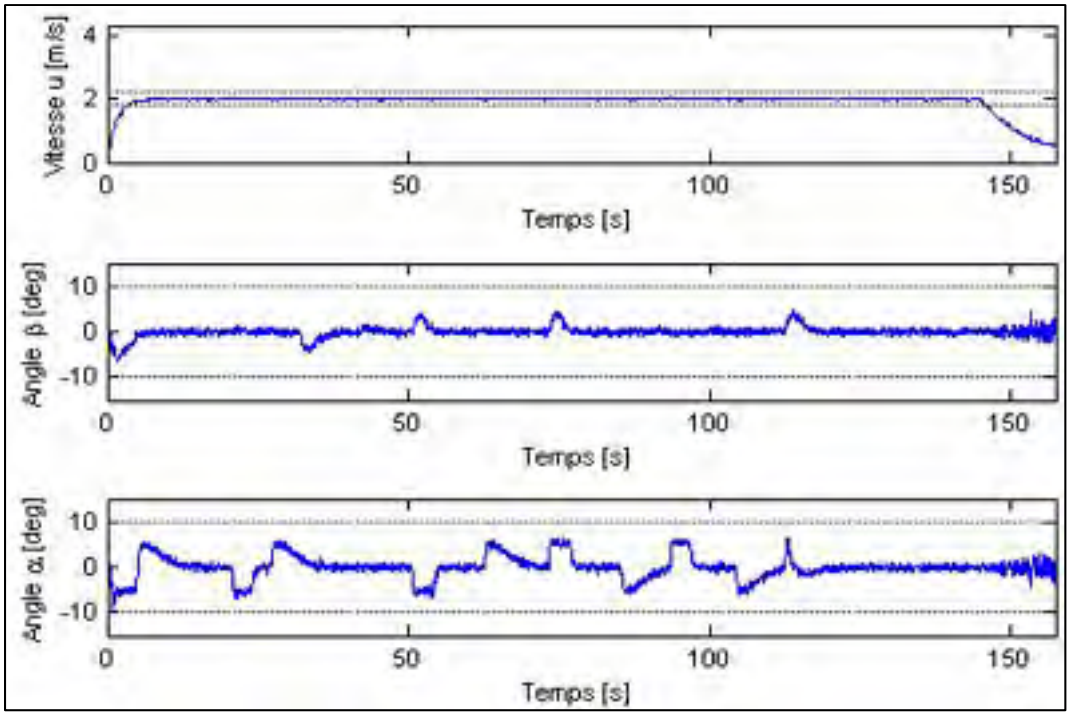

Figure 4.33 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 2 m/s (avec du bruit de mesures).

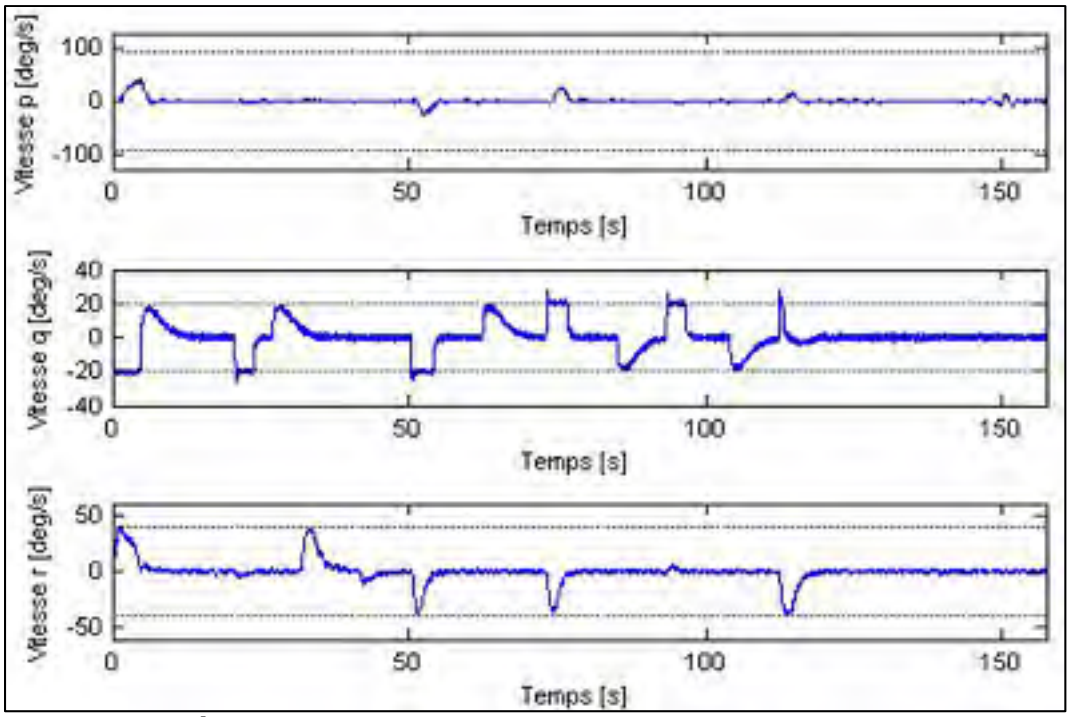

Figure 4.34 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 2 m/s (avec du bruit de mesures).

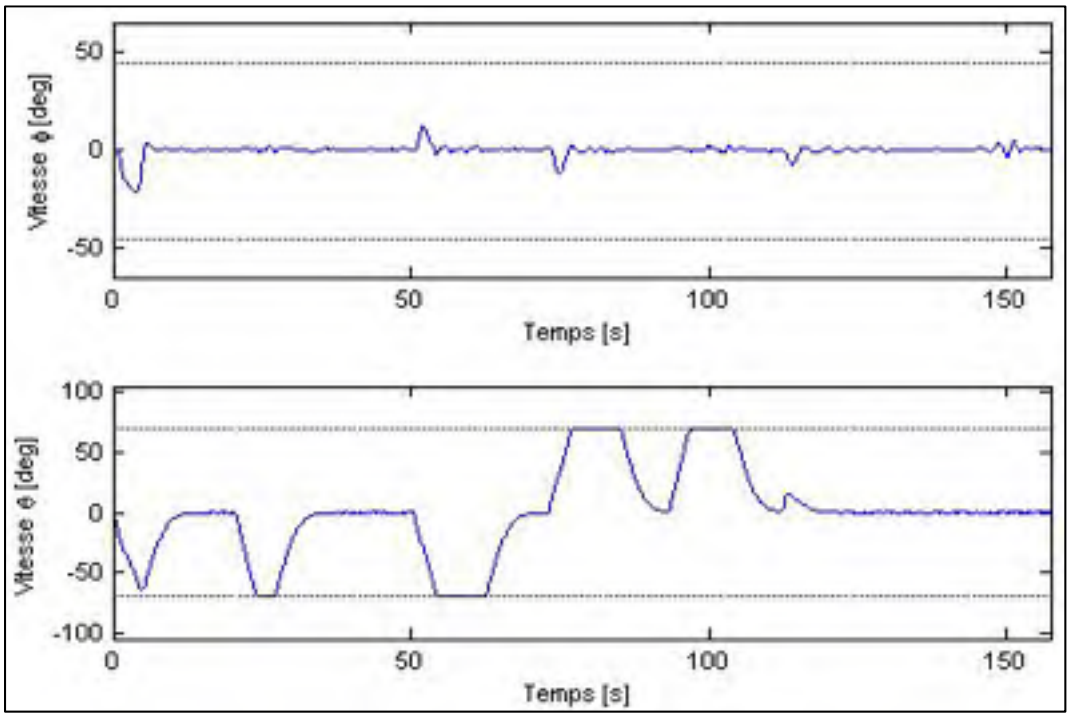

Figure 4.35 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte *φ* (deg), de l'angle d'assiette *θ* (deg) pour une vitesse de consigne de 2 m/s (avec du bruit de mesures).

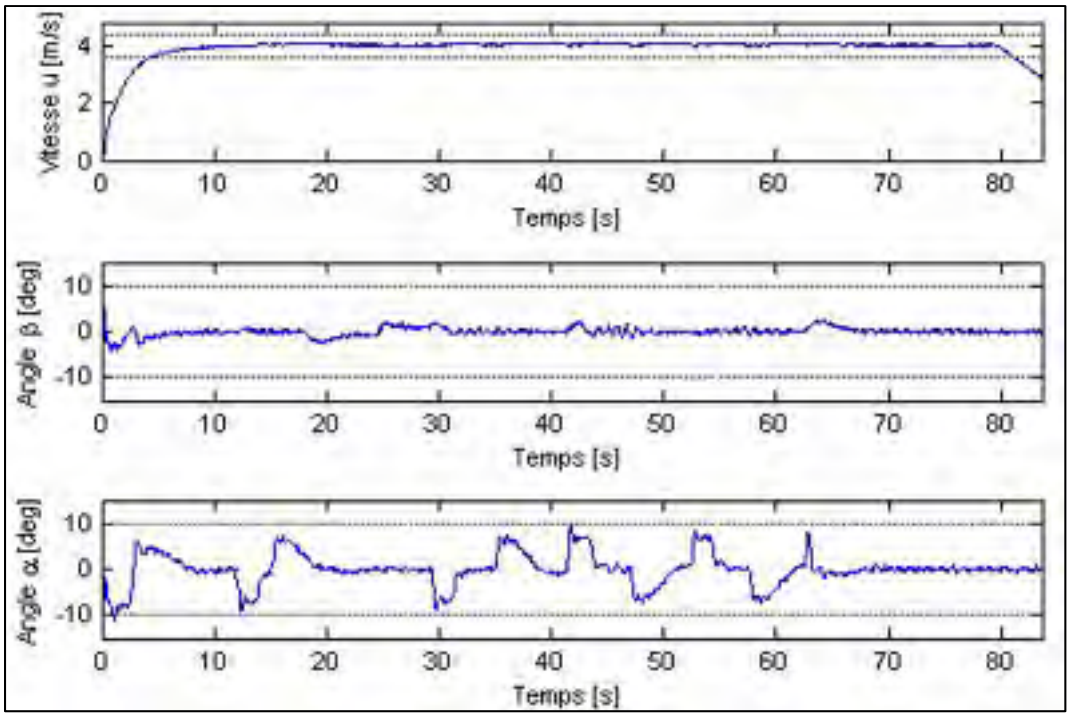

Figure 4.36 Évolution en fonction du temps de la vitesse d'avancement *u* (m/s), de l'angle d'attaque *α* (deg) et de l'angle de dérapage *β* (deg) pour une vitesse de consigne de 4 m/s (avec du bruit de mesures).

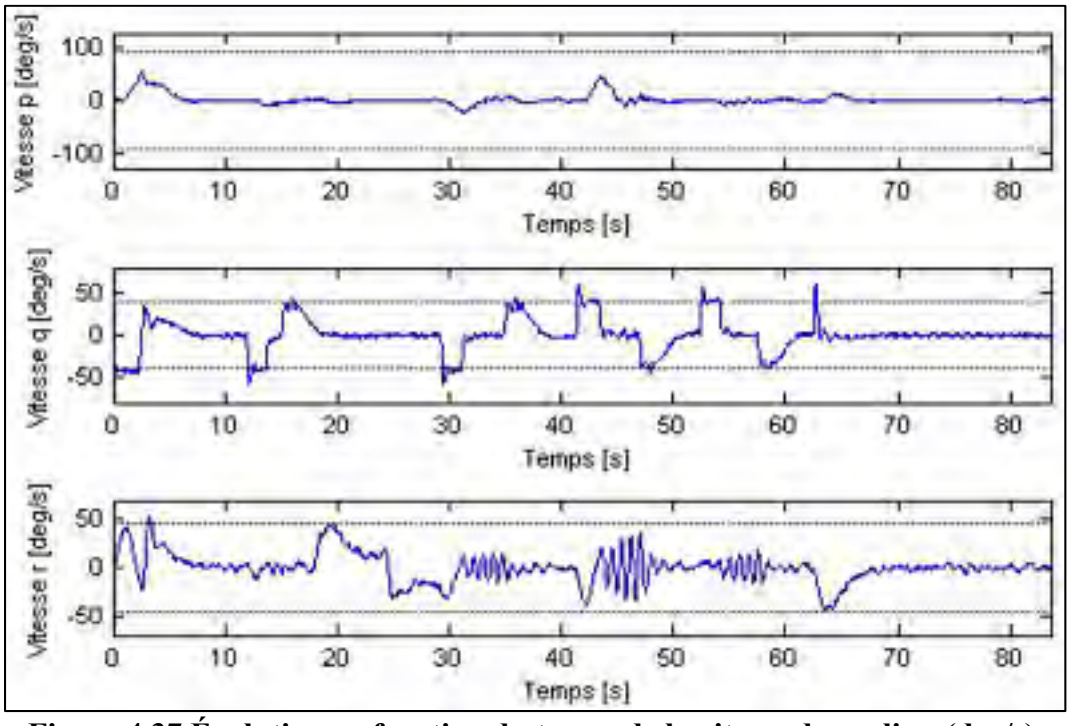

Figure 4.37 Évolution en fonction du temps de la vitesse de roulis *p* (deg/s), de la vitesse de tangage *q* (deg/s) et de la vitesse de lacet *r* (deg/s) pour une vitesse de consigne de 4 m/s (avec du bruit de mesures).

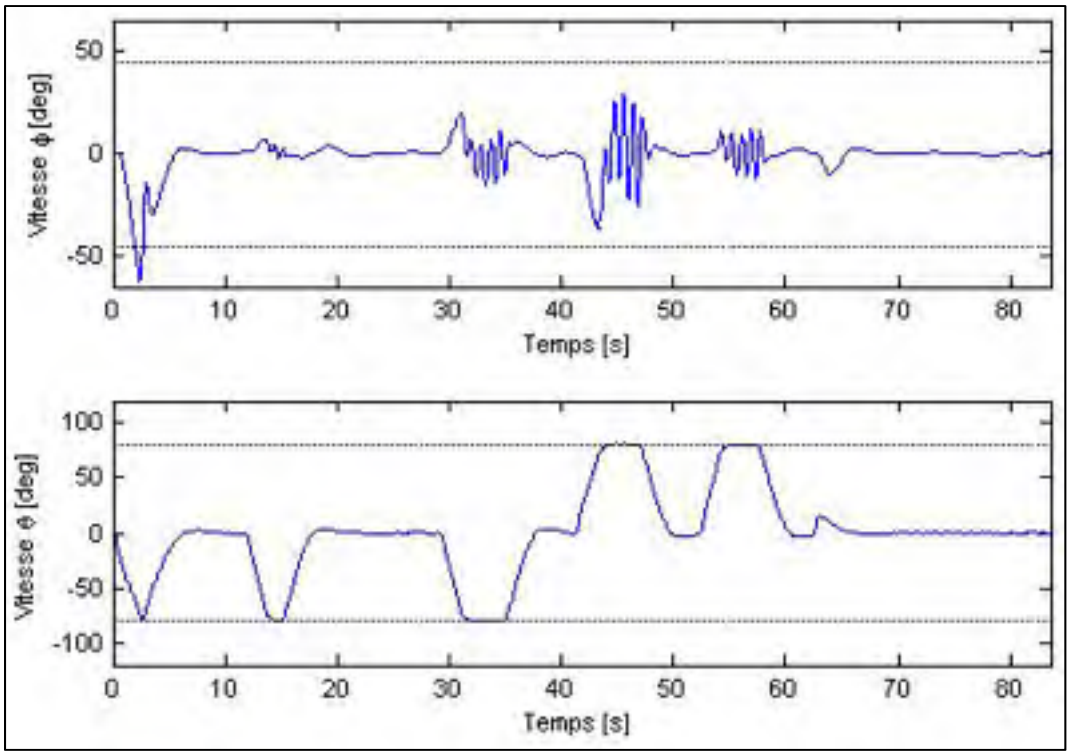

Figure 4.38 Évolution en fonction du temps de l'angle de gîte φ (deg), de l'angle d'assiette θ (deg) pour une vitesse de consigne de 4 m/s (avec du bruit de mesures).

Il est évident que les commentaires sur la dynamique ou les interactions non linéaires faits dans la section 4.2.1 sont toujours validés avec les résultats en présence de bruits de mesures. On peut néanmoins ajouter deux autres commentaires. Le premier porte sur le non respect de la consigne de vitesse sur les cas d'étude à 0.25 m/s (Figure 4.21) et 0.5 m/s (Figure 4.24). Ceci peut s'expliquer par les interactions non linéaires et l'incapacité des moteurs des hélices à fournir des poussées inverses. En présence de bruit les termes de couplage de l'équation (4.3) fournissent une accélération supérieure à celle nécessaire pour maintenir la vitesse.

Le terme a_x (4.3) ne pouvant pas être négatif à cause de l'impossibilité de poussée négative (angle de rotation des moteurs d'orientation limité à ± 90 deg), le drone a une vitesse minimale expérimentale de déplacement qui est de l'ordre 0.8 m/s. C'est pour cela que l'engin ne respecte pas les consignes de vitesses à basses vitesses en présence de bruit de mesure des capteurs (Figure 4.21 et Figure 4.24). Même avec les poussées des moteurs

nulles, les termes de couplage de la dynamique non linéaire entraîne une accélération résiduelle, ce qui provoque une vitesse de déplacement minimale ci-dessus constatée.

Le deuxième phénomène à remarquer est la présence de résonance à grande vitesse (4 m/s) entre les variables φ et r. Ceci peut se mettre en valeur en analysant les interactions entre ces deux variables dans les équations (3.70) et (3.72). En considérant l'angle de gîte faible, l'équation fait en avant la relation directe entre la dérivée de l'angle de cap ψ et la vitesse de roulis r. Cette équation peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\dot{\psi} = r.\sec(\theta).\mathrm{c}(\varphi) \tag{4.9}$$

La fonction sec(.) a deux asymptotes vers +∞ en - 90 deg et + 90 deg. Pour le cas où la vitesse de consigne est de 4 m/s, la valeur maximale autorisée pour l'angle d'assiette θ est de 80 deg. Même en considérant le terme $\mathrm{c}(\varphi)$ proche de 1, l'impact de la vitesse de roulis r est démultiplié à cause du terme $\sec(\theta)$. Pour $\theta = \pm 80$ deg, le terme $\sec(\theta)$ vaut 5.76, ce qui est entraîne des variations démesurées de la vitesse de roulis de commande par l'intermédiaire de l'équation (3.79). Ces variations importantes font osciller la commande en lacet, ce qui est particulièrement visible sur la Figure 4.37.

Ces oscillations, dû à un angle d'assiette important, se propagent également à la dynamique de l'angle de gîte (Figure 4.38) ce qui peut être expliqué par l'équation (3.70) car les oscillations de la variable r apparaissent dans le terme $r.\mathrm{t}(\theta).\mathrm{c}(\varphi)$. De plus le même problème d'amplification des oscillations à cause de l'angle d'assiette de ±80 deg est présent. En effet, le terme $\mathrm{t}(\theta)$ vaut 5.67 lorsque $\theta = \pm 80$ deg. La dynamique de l'angle de gîte devient donc oscillatoire (Figure 4.38).

Ce phénomène n'apparaissant pas dans le cas où la vitesse de consigne est de 2 m/s (Figure 4.34), il est recommandable dans la suite de projet de limiter l'angle d'assiette θ à ±69.3 deg (Tableau 4.2) pour le cas de la vitesse de consigne de 4 m/s.

Quant aux dynamiques de la vitesse de tangage q et de l'angle d'assiette θ, elles ne sont pas perturbées par ce phénomène d'oscillations des variables r et φ. En évitant ce problème d'oscillations en limitant la plage de variation de l'angle d'assiette, le drone se comporte de manière très sensiblement linéaire à haute vitesse (HV). Dans la perspective d'un drone ayant un domaine de fonctionnement à grande vitesse (HV), l'étude de notre modèle non linéaire met en avant le fait que l'approximation à un modèle linéaire serait possible et réaliste.

Malgré ces observations et ces phénomènes de résonance, le drone reste stable même lorsque les variables du modèle sont soumises à des bruits de mesures.

Les graphiques ci-dessous représentent le parcours effectué par le drone dans le plan de coordonnées *xy*. Le premier graphique met en valeur les différences de trajectoire en fonction de la vitesse de consigne. Pour une meilleure visibilité de la figure, seules les trajectoires au vitesse de 0.5 m/s, 2 m/s et 4 m/s sont tracées. Les trajectoires à basse vitesse (0.25 m/s et 0.75 m/s) ainsi que celle à 1 m/s sont très proche de celle à 0.5 m/s, c'est pour cela qu'elles ne sont pas tracées. Les ronds noirs représentent les positions des points de cheminement.

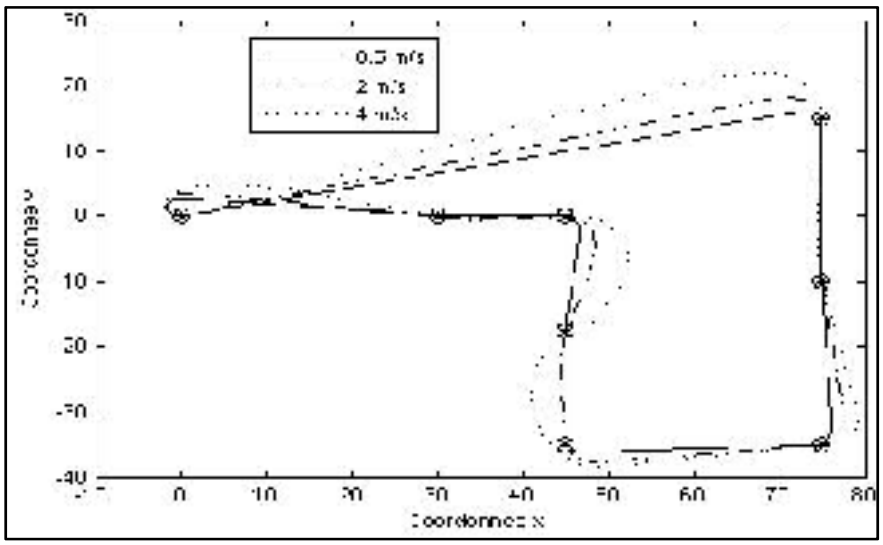

Figure 4.39 Trajectoires du drone dans le plan de coordonnées *xy* pour trois vitesses de consigne (0.25 m/s, 2 m/s et 4 m/s).

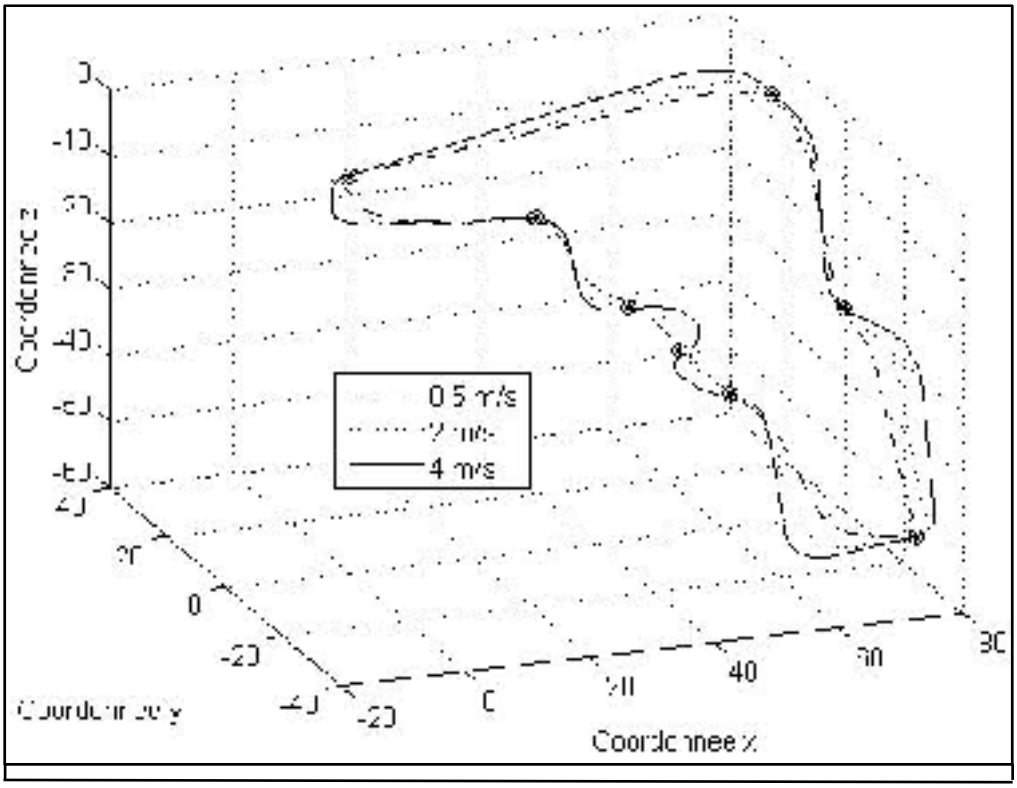

Figure 4.40 Trajectoires du drone en trois dimensions pour trois vitesses de consigne (0.25 m/s, 2 m/s et 4 m/s).

4.3 Limites de l'étude

Il faut toutefois poser certaines limites à cette étude. La première limite repose sur l'application et les simulations purement théoriques. Il est vrai que de nos jours les simulations numériques sont de plus en plus fidèles à la réalité mais il reste parfois de nombreuses difficultés entre la théorie et les applications pratiques.

Dans notre étude, les paramètres étant trop complexes à identifier par un calcul théorique, certains ont été négligés dans le CHAPITRE 2. Afin de poursuivre une analyse de la dynamique précise, il faudrait faire des essais expérimentaux pour identifier au mieux tous les paramètres du modèle et les interactions entre les variables.

L'analyse reste valable mais les couplages dynamiques réels doivent être identifiés grâce à des essais en piscine ou en bassin. Ce n'est seulement que par l'analyse approfondie de résultats expérimentaux que le modèle dynamique exposé au Chapitre 2 pourra être corroboré. Une meilleure approximation des paramètres du modèle permettrait ainsi d'affiner à la fois les résultats de simulation et l'application de la théorie au drone de l'étude. Des simulations dynamiques pourront par la suite démontrer si l'approximation linéaire, facilitant le contrôle et l'implémentation, pourrait être faite.

La deuxième limite correspond aux incertitudes paramétriques du retour linéarisant entrée-sortie. Dans nos simulations, ces paramètres étaient ceux du modèle mais lors d'essais expérimentaux, ces derniers devront être estimés. Il rentre alors en ligne de compte pour l'étude de la robustesse du contrôle face à de grandes incertitudes paramétriques. Une première analyse montre qu'une sous-estimation est moins pénalisante pour la dynamique qu'une surestimation des valeurs des paramètres. Ceci vient du fait que le retour linéarisant est calculé avec les valeurs produites par les signaux bruités, puis filtrés, de la centrale inertielle. Il est donc préférable d'atténuer le bruit par une sous-estimation des paramètres que de l'amplifier par une surestimation. Une étude plus approfondie de ces coefficients devrait permettre de trouver leur domaine d'estimation en conservant la stabilité du drone et le domaine de fonctionnement des moteurs et des actionneurs. Cette étude dédiée aux influences de ces paramètres sera effectuée avant la réalisation technique et les campagnes d'essais.

En globalité, les limites de l'étude reposent sur les paramètres, qu'ils soient calculés théoriquement ou estimées expérimentalement.

CONCLUSION

Dans ce travail, l'analyse de l'état de l'art et la problématique posée nous ont conduit à des choix architecturaux en ce qui concerne la forme profilée en torpille et le mode de propulsion. Ces choix ont été argumentés puis il s'est avéré qu'un drone de la société Kongsberg a les mêmes dimensions que celui de cette étude. Ce point a été décisif quant à la validité de notre raisonnement et à son potentiel de fabrication. Cependant, il n'a pas été possible d'obtenir de données de cette compagnie en vue de comparer nos résultats théoriques et leurs résultats expérimentaux.

On a ensuite présenté la méthodologie de modélisation non linéaire d'engins sous-marins qui incluent les notions de masses et d'inerties ajoutées, les phénomènes d'amortissement hydrodynamique ainsi que la poussée d'Archimède. À partir des choix architecturaux, la modélisation des forces et des couples des hélices ont été ajoutées.

Les équations du modèle représentent la dynamique propre de notre engin, cependant de nombreuses similitudes peuvent être rencontrées avec des modélisations non linéaires d'autres engins sous-marins. Ces similitudes de dynamique, à certaines propriétés ou caractéristiques près, mettent en avant la fiabilité de la méthodologie de modélisation présentée ici.

La modélisation de la dynamique sous-marine a été affinée par l'ajout de la modélisation des moteurs et des actionneurs. Leurs boucles de contrôle interne permettent de leur conférer les dynamiques désirées.

Les résultats graphiques obtenus par nos calculs ont été exposés. Ces derniers mettent en évidence les couplages directs dus à la modélisation, ce qui met en valeur les relations étroites entre les choix architecturaux, la stabilité et la maniabilité du drone.

La robustesse du modèle commandé par les régulateurs PID reste vraie si le modèle linéarisant est similaire au modèle réel. Dans ce cas, l'effet linéarisant du retour entrée-sortie a été démontrée par des résultats graphiques dans le dernier chapitre.

Ce travail présente un document complet pour établir des choix architecturaux et pour continuer le processus de modélisation des engins sous-marins. La littérature foisonne de modélisation sous-marine, mais la plupart des ouvrages linéarisent leur modèle. Cette nouvelle étude détaillée dans ce mémoire conserve ainsi la dynamique non linéaire montrant les interactions de certaines variables entre elles.

Au vue des résultats de l'analyse, je préconise de stabiliser l'angle de gîte et en même temps la vitesse de roulis par un système interne de volant d'inertie. Le centre de gravité pourrait être rabaissé par rapport au centre de masse afin d'obtenir un moment stabilisateur en roulis, mais ce moment serait aussi stabilisateur en tangage, et le drone perdrait son avantage d'être maniable pour évoluer à des grandes angles d'assiette en respectant toutefois les limites évoquée à la section 4.2. Je pense qu'un système de volant d'inertie interne à la structure permettrait une meilleure stabilisation du véhicule, et de surcroît ceci libèrerait de la puissance sur chacune des hélices puisque le contrôle de l'angle de gîte ne leur serait plus confié.

Je recommande également la construction d'une dérive symétrique identique à celle du plan verticale mais dans le plan horizontal afin d'avoir une meilleure stabilisation de l'angle d'attaque à grande vitesse. De plus cela augmenterait le coefficient d'amortissement linéaire en roulis.

Je suggère, pour un futur travail, de tenir compte des limites de l'étude citées précédemment pour améliorer le contrôle et la stabilité. Deux études sont donc très importantes dans la poursuite et la réussite de ce projet : une étude d'identification expérimentale des paramètres du modèle et une étude d'amélioration des caractéristiques des régulateurs PID.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Timeline ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/infographic/timeline>. Consulté le 21 février 2010.

[2] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « Browse AUV Technologies : AUV systems ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse>. Consulté le 21 février 2010.

[3] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Fact Sheet : Alister ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse/configuration/detail.php?configuration_id=41>. Consulté le 21 février 2010.

[4] The Next Small Thing. 2010. « The Cambridge AUV 2008 ». In The Next Small Thing En ligne. <http://mini-itx.com/2008/10/10/the-cambridge-autonomous-underwater-vehicle-2008>. Consulté le 21 février 2010.

[5] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Fact Sheet : SAUV II ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse/configuration/detail.php?configuration_id=9>. Consulté le 21 février 2010.

[6] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Fact Sheet : Slocum Thermal Glider ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse/configuration/detail.php?configuration_id=30>. Consulté le 21 février 2010.

[7] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Fact Sheet : AquaJelly ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse/configuration/detail.php?configuration_id=112>. Consulté le 21 février 2010.

[8] NavSource Online. 2010. « NavSource Online Submarine Photo Archive : TUWVS (SuperScorpio ROV) ». In NavSource. En ligne. <http://www.navsource.org/archives/08/08353.htm>. Consulté le 21 février 2010.

[9] Landay W.E., LeFever M.A., Spicer R.A., Levitre R.M. et Tomaszeski S.J. 2004. *The Navy Unmanned undersea Vehicle (UUV) Master Plan*. The United States of America Department of the Navy

[10] Nelson R.C. 1998. *Flight Stability and Automatic Control*, Second Edition. The McGraw-Hill Companies, 441 p.

[11] Gonzales L.A. 2004. *Design, Modelling and Control of an Autonomous Underwater Vehicle*, Mobile Robotics Laboratory, University of Western Australia, 134 p.

[12] Van de Ven P., Flanagan C. et Toal D. 2004. Identification of underwater Vehicle Dynamics with Neural Networks, *IEEE*, Vol.4, pp. 1198-1204

[13] Maurya P., Pascoal E.D., Barros E., Navelkar G., Madhan R., Mascarenhas A., Prabhudesai S., Afzulpurkar S., Gouveia A., Naroji S. et Sebastiao L. 2006. Control of the Maya AUV in the Vertical and Horizontal Planes: Theory and Practical Results, *Proceeding of the 7th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft*, Insituto Superior Técnico. Lisbonne, Portugal

[14] Jones D.A., Clarke D.B., Brayshaw I.B., Barillon J.L. et Anderson B. 2002. *The Calculation of Hydrodynamic Coefficients for Underwater Vehicles*, DSTO-TR-1329. Fishermans Bend Victoria (Australie): Maritime Platforms Division, 31 p.

[15] Silvestre C. et Pascoal A. 2006. Depth Control of the INFANTE AUV using Gain-Scheduled Reduced Order output Feedback, *Control Engineering Practice*, 13 p.

[16] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Fact Sheet : Autonomous Light Intervention Vehicle (ALIVE) ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse/configuration/detail.php?configuration_id=92>. Consulté le 21 février 2010.

[17] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Fact Sheet : AquaBox II». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse/configuration/detail.php?configuration_id=128>. Consulté le 21 février 2010.

[18] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Fact Sheet : Echo Ranger ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse/configuration/detail.php?configuration_id=17>. Consulté le 21 février 2010.

[19] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Fact Sheet : LAUV ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse/configuration/detail.php?configuration_id=110>. Consulté le 21 février 2010.

[20] Thivierge et al, US Navy, 16 décembre 2008. *Articulation mechanism and elastomeric nozzle for thrust-vectored control of an undersea vehicle.* Brevet américain 7 465 201 B1. En ligne. In Free Patenta Online. <http:/www.freepatentsonline.com/7465201.pdf>. Consulté le 21 février 2010.

[21] Autonomous Unmanned Vehicle Applications Center. 2010. « AUV System Fact Sheet : SQX-1 (500) ». In AUVAC. En ligne. <http://auvac.org/resources/browse/configuration/detail.php?configuration_id=124>. Consulté le 21 février 2010.

[22] North Carolina State University Underwater Robotics Club. 2010. « Underwater Robotics Club : Seawolf Vehicles ». In NCSU Underwater Robotics Club. En ligne. <http://www.ncsurobotics.com/site/pages/vehicles.php>. Consulté le 21 février

2010.

[23] Choquet G. 1964. *Enseignement de la géométrie*, Vol.7. Hermann Edition, 168 p.

[24] Fossen T.I. 1994. *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 480 p.

[25] Paraschivoiu I. 1998. *Aérodynamique Subsonique*, Presses Internationales Polytechnique : Montréal, 572 p.

[26] Hunsinger E., Offerlin M. 1997. *L'Aérodynamique et l'origine des traînées parasites (Seconde Partie)*, Recueil Inter Action.

[27] Ji X. 2008. *Intelligent Systems for Active Control in Flexible Engineering Structures*, Lakehead University, 135 p.

[28] Kim J., Lee K., Cho Y., Lee H. et Park H. Mixed H_2/H_∞ Control with Regional Pole Placement for Unmanned Underwater Systems, *Proceedings of the American Control Conference*, Chicago, Illinois. June 2000. pp. 80-84

[29] Feng Z. et Allen R. 2004. Reduced Order H_∞ Control of an Autonomous underwater Vehicle, *Control Engineering Practice*, Vol.12, pp. 1511-1520

[30] Kim M.H. et Inman D.J. 2003. Direct Adaptative Control of Underwater Vehicles using Neural Networks, *Journal of Vibration and Control*, Vol.9, pp. 605-619

[31] Thor F.I. et Fjellstad O.E. 1995. Robust Adaptative Control of Underwater Vehicles: A Comparative Study, *IFAC Workshop on Control Applications in Marine Systems*, 9 p.

[32] Guo J., Chiu F.C. et Wang C.C. 1995. Adaptative Control of an Underwater Vehicle Testbed using Neural Networks, *IEEE Proceeding*, Vol.2, pp. 1033-1039

[33] Marino R. 1997. Adaptative Control of Nonlinear Systems: Basic Results and Applications, *A. Rev. Control*, Great Britain: International Federation Of Automatic Control, Vol.21, pp. 55-66

[34] Healey A. et Lienard D. 1993. Multivariable Sliding Mode Control for Autonomous Diving and Steering of Unmanned Underwater Vehicle, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, Vol.18, N°3, pp. 327-339

[35] Kodogiannis V.S., Lisboa P.J.G. et Lucas J. 1996. Neural Network Modelling and Control for Underwater Vehicles, *Artificial Intelligence in Engineering*, Vol.1, pp. 203-212

[36] Zhao N., Xu D., Gao J. et Yan W. 2008. Fuzzy Behavioral Navigation for Bottom Collision Avoidance of Autonomous underwater Vehicles, ICIRA 2008, Part I, LNAI 5314, pp. 122-130

[37] DeBetitto P.A. 1994. Fuzzy Logic for Depth Control of Unmanned Undersea Vehicles, *Proceedings of Symposium of AUV Technology*, pp. 223-241

[38] Fossard A.J. et Normand-Cyrot D. 1993. *Systèmes non linéaires : Commande*, Paris: Masson, 268 p.

[39] Fossard A.J. et Normand-Cyrot D. 1993. *Systèmes non linéaires : Stabilité - Stabilisation*, Paris: Masson, 242 p.

[40] Isidori A. 1989. *Nonlinear Control System*. 2nd Edition Springer-Verlag-Communications and Control Engineering.

[41] Bensoussan D. 2008. *Commande moderne : Approche par modèles continus et discrets*, Presses Internationales Polytechnique : Montréal, 381 p.