NNT/NL : 2020AIXM0001/001ED000

THÈSE DE DOCTORAT

Soutenue à Aix-Marseille Université
le 6 décembre 2021 par

Florian BEGUET

Modélisation et description par graphes pour des formes géométriques complexes Application aux structures de l'oreille

Discipline
Mathématiques et Informatique

Spécialité
Informatique

École doctorale
ED 184 Mathématiques et Informatique

Laboratoire/Partenaires de recherche
Laboratoire d'Informatique et Systèmes (LIS)
Laboratoire de recherche en imagerie et orthopédie (LIO)
Centre de recherche du Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CRCHUM)
Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG)
Useful Progress Canada Inc. (UPC)

Composition du jury

Franck HÉTROY-WHEELER Professeur, Université de Strasbourg, ICube	Rapporteur
Nicolas PASSAT Professeur, Université de Reims Champagne-Ardenne, CReSTIC	Rapporteur
Raphaëlle CHAINE Professeure, Université de Lyon, LIRIS	Examinatrice
Aldo GONZALEZ LORENZO Maître de Conférences, Aix-Marseille Université, LIS, G-Mod	Examinateur
Jean-Luc MARI Professeur, Aix-Marseille Université, LIS, G-Mod	Directeur de thèse
Jacques DE GUISE Professeur, École de Technologie Supérieure Montréal, CRCHUM, LIO	Directeur de thèse
Matthieu SCHMITTBUHL Professeur, Université de Montréal, CRCHUM, LIO	Directeur de thèse
Sylvain ORDUREAU Useful Progress Canada Inc. (UPC)	Invité

Je soussigné, Florian Beguet, déclare par la présente que le travail présenté dans ce manuscrit est mon propre travail, réalisé sous la direction scientifique de Jean-Luc Mari, Jacques de Guise et Matthieu Schmittbuhl, dans le respect des principes d'honnêteté, d'intégrité et de responsabilité inhérents à la mission de recherche. Les travaux de recherche et la rédaction de ce manuscrit ont été réalisés dans le respect à la fois de la charte nationale de déontologie des métiers de la recherche et de la charte d'Aix-Marseille Université relative à la lutte contre le plagiat.

Ce travail n'a pas été précédemment soumis en France ou à l'étranger dans une version identique ou similaire à un organisme examinateur.

Fait à Marseille le 14 octobre 2021



Cette œuvre est mise à disposition selon les termes de la Licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International.

Résumé

Ces travaux de thèse portent sur la reconstruction et la description de formes géométriques complexes. Une application à la modélisation des structures de l'oreille y est présentée et sert de trame tout au long de ces travaux. Ils se décomposent en deux parties. La première présente le développement d'une approche de reconstruction multistructure de données volumétriques à partir de modèles déformables. Cette approche est appliquée sur des volumes obtenus par tomodensitométrie à faisceau conique (CBCT) pour la reconstruction des structures de l'oreille interne et de la chaîne ossiculaire. La deuxième partie présente le développement d'une approche de description de forme 3D pour l'analyse et la comparaison de modèles triangulés. L'originalité de cette approche repose sur le calcul d'un graphe de forme qui caractérise de manière compacte à la fois la géométrie et la topologie de l'objet, en s'appuyant sur l'analyse différentielle du maillage en entrée. Cette approche est appliquée à la détection de déformations locales de surfaces sur les modèles 3D reconstruits de l'oreille interne.

Dans la première partie, nous présentons une approche de reconstruction semi-automatique des structures de l'oreille moyenne et interne à l'aide de modèles génériques de surface déformable 3D. Cette approche a pour avantage d'être complètement indépendante de l'accès à des bases de données importantes nécessaires aux méthodes statistiques et d'apprentissage machine, ces données étant à peu près inexistantes pour le problème de la modélisation des structures de l'oreille à partir d'acquisitions CBCT. Dans un premier temps, l'utilisateur doit positionner un ensemble de points de contrôle dans le volume de données pour chacune des quatre structures de l'oreille interne et moyenne. Chaque maillage est ensuite déformé finement de manière itérative. Cette déformation se décompose en deux étapes : une étape de segmentation, qui permet de trouver les frontières de la structure dans le volume tout en prenant en compte les structures voisines comme contraintes de voisinage ; et une étape de régularisation, qui permet le maintien de la forme générale de la structure ainsi qu'un aspect globalement lisse. Enfin, nous validons trois aspects de la méthode : la qualité des reconstructions, la reproductibilité et l'influence des paramètres libres. Les résultats indiquent une qualité supérieure aux méthodes proposées dans la littérature pour des données de qualité similaire, ainsi qu'une meilleure robustesse.

Dans la seconde partie, nous présentons l'élaboration d'une approche de description et de comparaison locale de la surface de formes topologiquement complexes. Dans un premier temps, un graphe de Reeb est construit à partir d'une fonction de courbure pour décrire la forme globale d'un modèle 3D. Nous présentons une amélioration algorithmique qui permet la construction du graphe sur tout type de surface triangulée tout en s'assurant qu'il soit homéomorphe au graphe de Reeb théorique. Nous proposons également un opérateur de filtrage basé sur les propriétés géométriques de la surface qui permet d'éliminer les composantes connexes qui présentent un ratio de surface inférieur à un seuil. L'indice de forme est utilisé comme fonction de courbure pour garantir l'invariance à la mise à l'echelle et au remaillage du graphe de Reeb. Dans un second temps, une partition du graphe en plusieurs sous-graphes est effectuée à l'aide d'un algorithme de partitionnement spectral. Puis, les sous-graphes de deux surfaces similaires sont appareillés en calculant la distance d'édition de graphe entre chaque paire. Cette approche est ensuite appliquée à la détection de malformations sur les canaux semi-circulaires entre un groupe de patients asymptomatiques et un groupe de patients atteints de scoliose. Les résultats préliminaires indiquent une différence notable entre les deux groupes de modèles.

Mots-clefs : Informatique graphique, Modélisation 3D, Modèle déformable, Descripteur de forme, Graphe de Reeb, Indice de forme

Abstract

This thesis work focuses on the reconstruction and description of complex geometric shapes. An application to the modeling of ear structures is presented and serves as a framework throughout this work. It is divided into two parts. The first part presents the development of a multi-structure reconstruction approach of volumetric data from deformable models. This approach is applied to volumes obtained by cone beam CT (CBCT) for the reconstruction of the structures of the inner ear and the ossicular chain. The second part presents the development of a 3D shape description approach for the analysis and comparison of triangulated models. The originality of this approach is based on the computation of a shape graph that characterizes in a compact way both the geometry and the topology of the object, relying on the differential analysis of the input mesh. This approach is applied to the detection of local surface deformations on reconstructed 3D models of the inner ear.

In the first part, we present an approach for semi-automatic reconstruction of middle and inner ear structures using generic 3D deformable surface models. This approach has the advantage of being completely independent of access to large databases needed for statistical and machine learning methods, as these data are almost non-existent for the problem of modeling ear structures from CBCT acquisitions. First, the user has to position a set of control points in the data volume for each of the four structures of the inner and middle ear. Each mesh is then finely deformed in an iterative way. This deformation is decomposed into two steps: a segmentation step, which allows us to find the boundaries of the structure in the volume while taking into account the neighboring structures as neighborhood constraints; and a regularization step, which allows the maintenance of the general shape of the structure as well as a globally smooth aspect. Finally, we validate three aspects of the method: the quality of the reconstructions, the reproducibility and the influence of free parameters. The results indicate a higher quality than the methods proposed in the literature for data of similar quality, as well as a better robustness.

In the second part, we present the development of an approach for the description and local comparison of the surface of topologically complex shapes. First, a Reeb graph is constructed from a curvature function to describe the global shape of a 3D model. We present an algorithmic improvement that allows the construction of the graph on any type of triangulated surface while ensuring that it is homeomorphic to the theoretical Reeb graph. We also propose a filtering operator based on the geometric properties of the surface that allows to eliminate the related components that present a surface ratio below a threshold. The shape index is used as a curvature function to guarantee the invariance to scaling and remeshing of the Reeb graph. In a second step, a partition of the graph into several subgraphs is performed using a spectral partitioning algorithm. Then, the subgraphs of two similar surfaces are matched by computing the graph editing distance between each pair. This approach is then applied to the detection of malformations on the semicircular canals between a group of asymptomatic patients and a group of patients with scoliosis. Preliminary results indicate a significant difference between the two groups of models.

Keywords: Computer graphics, 3D modeling, Deformable model, Shape descriptor, Reeb graph, Shape index

Remerciements

Je remercie très chaleureusement Franck HÉTROY-WHEELER et Nicolas PASSAT pour l'honneur qu'ils m'ont accordé en acceptant d'être rapporteurs de cette thèse. Je remercie également Raphaëlle CHAINE et Aldo GONZALEZ LORENZO d'avoir accepté d'être membres du jury qui a examiné ce travail.

Je souhaite remercier mes directeurs de thèse Jean-Luc MARI, Jacques DE GUISE et Matthieu SCHMITTBUHL pour m'avoir fait confiance, laissé des libertés d'initiative tout au long de la thèse ainsi que leurs qualités humaines. Je remercie également Sylvain ORDUREAU et son entreprise UPC. J'aimerais adresser mes remerciements en particulier à Jean-Luc pour son attention et son écoute pendant les moments difficiles.

Je remercie les membres du LIO pour m'avoir accueilli à Montréal, une ville que j'affectionne. Je remercie particulièrement les membres de l'équipe CBCT Jérôme, Dmitri, Aude et Annie-Pier qui m'ont accompagné pendant les premières années de ma thèse. Je remercie aussi Marie, la stagiaire préférée de ma stagiaire préférée. Je pense également à l'équipe des campeurs avec qui j'ai partagé de beaux moments. J'adresse mes remerciements en particulier à Thierry CRESSON pour son aide, sa bienveillance et le football américain sanglant.

Je remercie également les membres de l'équipe G-MOD, et plus globalement ceux du laboratoire LIS. Je pense en particulier à Joris, Manon et Thibault avec qui j'ai partagé mon bureau, des cafés et des conférences. Je pense également à mes amis de l'équipe IM Raphaël, Arthur, Moncef et tout particulièrement Rabah qui m'a accompagné pendant le rush final avec du thé et mes doutes.

Je remercie tous les étudiants et stagiaires que j'ai pu accompagner pendant ces années de thèse ainsi que l'équipe enseignante du master CCI. L'enseignement a été pour moi une vraie révélation et je remercie tout particulièrement Karim NOUIOUA pour m'avoir transmis sa pédagogie et la voie de l'enseignant.

Je tiens à remercier ma famille, mes frères Aurélien, Benjamin et ma sœur Maëva pour leur soutien et leur confiance. Je remercie tout particulièrement ma mère pour son affection, son courage et sa présence auprès de moi tout au long de ces années.

Enfin je tiens spécialement à remercier Monsieur le chat Okami, que je mégenre honteusement, sans qui rien de tout cela n'aurait été possible. Il n'y a rien de plus réconfortant que d'enfouir sa tête dans le doux pelage d'un chat.

Table des matières

Résumé 4

Abstract 6

Remerciements 7

Table des matières 8

Introduction 12

1 Contexte clinique 15
1.1 Anatomie de l'oreille . . . 15
1.1.1 Anatomie de l'oreille moyenne . . . 16
1.1.2 Anatomie de l'oreille interne . . . 20
1.2 Pathologies malformatives . . . 24
1.2.1 Malformations de l'oreille moyenne . . . 24
1.2.2 Malformations de l'oreille interne . . . 25
1.3 Modalités d'acquisition . . . 27
1.3.1 Imagerie par Tomodensitométrie à rayon X . . . 27
1.3.1.1 Tomodensitométrie multi-tranche (MSCT) . . . 27
1.3.1.2 Tomodensitométrie volumique à faisceau conique (CBCT) . . . 28
1.3.2 Imagerie par résonance magnétique . . . 29
1.4 Synthèse . . . 30

I Reconstruction de l'oreille moyenne et interne 31

Introduction de la première partie 33

2 Revue de littérature 35
2.1 Segmentation manuelle . . . 35
2.2 Segmentation par niveaux de gris . . . 38
2.2.1 Seuillage global . . . 38
2.2.2 Seuillage local . . . 41
2.2.2.1 Seuillage basé sur la région . . . 41
2.2.2.2 Détection de bords . . . 43

2.3 Recalage . . . 46
2.4 Segmentation par modèles déformables . . . 48
2.4.1 Représentation paramétrique . . . 48
2.4.1.1 Modèle déformable analytique . . . 48
2.4.1.2 Modèle déformable statistique . . . 51
2.4.2 Représentation implicite . . . 53
2.4.3 Représentation discrète . . . 56
2.5 Segmentation par apprentissage profond . . . 58
2.6 Synthèse des approches de segmentation . . . 62
2.7 Validation . . . 64
2.8 Problématiques, objectifs et hypothèses . . . 66

3 Méthode de reconstruction 68
3.1 Définition des données *a priori* . . . 69
3.1.1 Définition des modèles *a priori* . . . 69
3.1.2 Définition des repères *a priori* . . . 70
3.2 Personnalisation des modèles 3D . . . 72
3.2.1 Recalage par transformation de similitude . . . 72
3.2.2 Déformation par moindres carrés mobiles . . . 73
3.3 Déformation fine . . . 76
3.3.1 Segmentation . . . 76
3.3.2 Régularisation . . . 79

4 Validation et résultats 81
4.1 Données . . . 82
4.2 Validation de la précision . . . 83
4.3 Validation de la reproductibilité . . . 87
4.4 Influence des paramètres . . . 89

Conclusion de la première partie 93

II Description de formes complexes 95

Introduction de la seconde partie 98

5 Éléments de base 100
5.1 Espaces topologiques . . . 100
5.2 Variétés . . . 101
5.3 Complexes simpliciaux . . . 103
5.4 Nombres de Betti . . . 106
5.5 Courbure sur les surfaces . . . 107

6 Description de formes définies par des surfaces 109

6.1 Descripteurs s'appuyant sur des caractéristiques géométriques 109
6.1.1 Descripteurs locaux 109
6.1.1.1 Recherche de sommets caractéristiques 110
6.1.1.2 Recherche de lignes caractéristiques 115
6.1.1.3 Recherche de régions caractéristiques 118
6.1.2 Descripteurs globaux 120
6.1.2.1 Descripteurs s'appuyant sur une distribution de caractéristiques 120
6.1.2.2 Descripteurs s'appuyant sur une analyse harmonique de la forme 122
6.2 Descripteurs s'appuyant sur des caractéristiques topologiques 124
6.2.1 Squelette 124
6.2.2 Graphe de Reeb 127
6.3 Problématiques, objectifs et hypothèses 130

7 Graphe de Reeb d'une surface **136**
7.1 Éléments théoriques 136
7.1.1 Théorie de Morse 136
7.1.2 Graphe de Reeb 138
7.2 Algorithmes de construction d'un graphe de Reeb sur une surface . . 142
7.2.1 Diagramme de lignes de niveaux 142
7.2.2 Graphe de Reeb étendu 144
7.2.3 Graphe de Reeb multi-résolution 146
7.2.4 Graphe de Reeb discret 147
7.2.5 Synthèse 151

8 Graphe de Reeb discret amélioré **153**
8.1 Structure de données 157
8.2 Calcul des sommets critiques 158
8.2.1 Sommet critique sans frontière 159
8.2.2 Sommet critique avec frontière 160
8.2.3 Plateaux 161
8.3 Évolution des contours 162
8.3.1 Initialisation des contours 162
8.3.2 Propagation d'un contour 164
8.3.3 Fusion de contours 165
8.3.4 Séparation de contours 167
8.4 Filtrage 169
8.5 Complexité 171
8.6 Résultat et discussion 172
8.6.1 Fonction de hauteur 172
8.6.2 Fonction de courbure 178

9 Application à la détection de déformations locales **184**
9.1 Partitionnement du graphe de Reeb 185
9.1.1 Pondération des arêtes 186
9.1.2 Partitionnement spectral 188
9.2 Comparaison des sous-graphes 189
9.2.1 Distance d'édition de graphe 190
9.2.2 Coûts d'édition adaptés à la comparaison de graphe de Reeb . 191
9.3 Résultats et discussion 192
9.3.1 Partitionnement 192
9.3.2 Comparaison 195

Conclusion de la seconde partie **198**

Conclusion **203**

Bibliographie **204**

Annexe **220**

Introduction

Reconstruire des formes, puis essayer de les comprendre, de les décrire, de les analyser, fait partie des enjeux majeurs que l'on peut rencontrer en informatique graphique, et plus particulièrement en modélisation géométrique. Suite à une acquisition, qui peut être en 2D, en 3D, avec ou sans la dimension temporelle, chercher à trouver une surface ayant de bonnes propriétés est un problème que l'on peut rencontrer dans de nombreux domaines applicatifs : planétologie, médecine, géologie, mécanique, archéologie, usinage...

Le contexte de ces travaux de recherche est ici le domaine médical, en particulier l'étude de l'oreille. Cet organe à la fois interne et externe comprend des structures complexes qui, outre l'intérêt pour un médecin de les étudier à des fins cliniques et thérapeutiques, permet de détourer des problématiques plus fondamentales en modélisation géométrique, telles que la reconstruction et l'analyse de formes.

L'acquisition de données médicales 3D offre aux cliniciens l'opportunité de visualiser une ou plusieurs structures d'intérêt de manière non-invasive. Cette visualisation permet de poser un diagnostic, préparer un geste chirurgical ou effectuer un suivi du patient. Cependant, à cause de la navigation difficile dans le volume 3D et des artefacts ou bruit de celui-ci, la visualisation seule n'est pas toujours suffisante pour déterminer rapidement et avec précision les contours des structures d'intérêt. Il convient donc d'extraire au préalable ces structures afin de les appréhender dans leur totalité. Ce procédé d'extraction se décompose en deux étapes. La première étape, appelée *segmentation*, doit délimiter dans l'acquisition 2D ou 3D les contours de la structure. La seconde étape, appelée *reconstruction*, transforme le volume segmenté en un modèle surfacique 3D. Ce modèle peut ensuite être utilisé pour couvrir de nombreuses applications telles que l'aide au diagnostic, la création de modèles anatomiques spécifiques au patient, les études anthropométriques, la création de prothèses sur mesure à l'aide de l'impression 3D, l'éducation, la détection de malformations, etc.

Avec le développement de nouvelles modalités de type Cone Beam CT (CBCT) en imagerie maxillo-faciale, la représentation 3D des structures osseuses du complexe crânio-facial devient une réalité accessible en clinique. Ces nouvelles techniques procurent des acquisitions d'une grande résolution spatiale et utilisent beaucoup moins de radiation que le scanner à rayons X (CT). Pour l'instant, l'utilisation de ces techniques de modélisation est limitée par la difficulté à segmenter les différentes structures. Plusieurs raisons en sont à l'origine : la complexité du relief squelettique, la grande variété morphologique et topologique des structures et la difficulté à évaluer l'inter relation des structures.

L'objectif de cette thèse est double. Dans un premier temps, il s'agit de développer une nouvelle approche de modélisation 3D des structures osseuses de l'oreille présentes dans l'os temporal à partir d'images CBCT. Grâce à sa grande résolution spatiale, l'imagerie CBCT offre de nouvelles perspectives *in vivo* dans la modélisation et l'étude de ces structures de formes complexes. Dans un second temps, il s'agit de proposer une approche générique de description de forme 3D pour l'analyse et la comparaison des modèles géométriques dont la complexité peut être élevée, comme dans le contexte de l'oreille. L'évaluation de l'impact des déformations locales de ces structures sur les mécanismes de l'équilibre et de l'audition est primordiale pour de nombreuses applications cliniques.

Cette thèse a été réalisée en collaboration avec des ingénieurs en génie biomédical de l'ÉTS, des chercheurs en informatique graphique de l'université d'Aix-Marseille et des cliniciens spécialistes en imagerie dento-maxillo-faciale et oto-rhino-laryngologie (ORL) de la Faculté de médecine dentaire de l'Université de Montréal et du Centre hospitalier de l'Université de Montréal (CHUM). Elle a également été réalisée en partenariat avec l'entreprise *Useful Progress Canada* (UPC) qui pourvoit des solutions logicielles et matérielles qui permettent de faciliter la visualisation 3D et l'étude de structures anatomiques. En tentant d'apporter des solutions concrètes à ces problématiques de modélisation et de description de formes géométriques complexes, cette thèse permet non seulement de répondre aux attentes de notre partenaire UPC mais plus généralement ouvre des perspectives majeures pour une application en clinique et l'étude des structures osseuse de l'oreille.

Ce manuscrit de thèse est découpé en deux parties principales précédées par un chapitre qui présente le contexte clinique dans lequel s'inscrit ces travaux. Le contexte clinique présente une étude anatomique des structures de l'oreille, les différentes pathologies qui touchent ces structures et les modalités d'acquisition associées. La première partie de cette thèse présente l'approche développée pour la modélisation des structures de l'oreille à partir d'images CBCT. Cette partie contient trois chapitres :

— le premier chapitre présente une bibliographie des méthodes de segmentation appliquées pour la modélisation des structures de l'oreille ainsi qu'une synthèse des problématiques rencontrés dans le contexte ;
— le second chapitre développe la méthode de modélisation proposée pour répondre à ces problématiques ;
— le troisième chapitre présente une étude de validation et les résultats obtenus par la méthode de modélisation sur des données cliniques réelles.

La seconde partie de cette thèse présente l'approche développée pour l'analyse et la comparaison de modèles géométriques à partir d'un descripteur de forme 3D. Cette approche est générique, et la validation a été effectuée pour l'oreille interne. Cette partie contient cinq chapitres :

— le premier chapitre contient des rappels sur les notions de base d'informatique graphique et de modélisation géométrique nécessaires à la compréhension de cette partie ;
— le second chapitre présente une bibliographie des différents descripteurs de forme 3D utilisés dans la description de surface ainsi qu'une synthèse qui permet de déterminer le descripteur adapté aux objectifs ;
— le troisième chapitre présente les éléments théoriques pour l'élaboration du descripteur de forme 3D sélectionné ;
— le quatrième chapitre présente un nouvel algorithme de construction du descripteur de forme 3D en temps linéaire et conforme à la théorie initiale ;
— le cinquième chapitre développe une approche d'analyse et de comparaison de surface à partir du descripteur de forme 3D. Cette approche est appliquée à la détection de déformations locales sur des surfaces d'oreilles internes.

1. Contexte clinique

Ce premier chapitre se découpe en quatre sections dans lesquelles nous présentons le contexte clinique de ces travaux de thèse. La première section de ce chapitre propose une étude anatomique des structures de l'oreille moyenne et interne. La seconde section est dédiée à la présentation des différentes pathologies et malformations qui touchent ces structures. La troisième section aborde les différentes modalités d'imagerie disponibles pour visualiser l'os temporal. La dernière section est une synthèse du contexte.

1.1. Anatomie de l'oreille

L'oreille humaine est constituée de trois zones distinctes (Figure 1.1) : l'oreille externe, l'oreille moyenne et l'oreille interne. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéresserons seulement aux structures situées dans l'oreille moyenne et interne. Nous n'aborderons donc pas la zone de l'oreille externe.

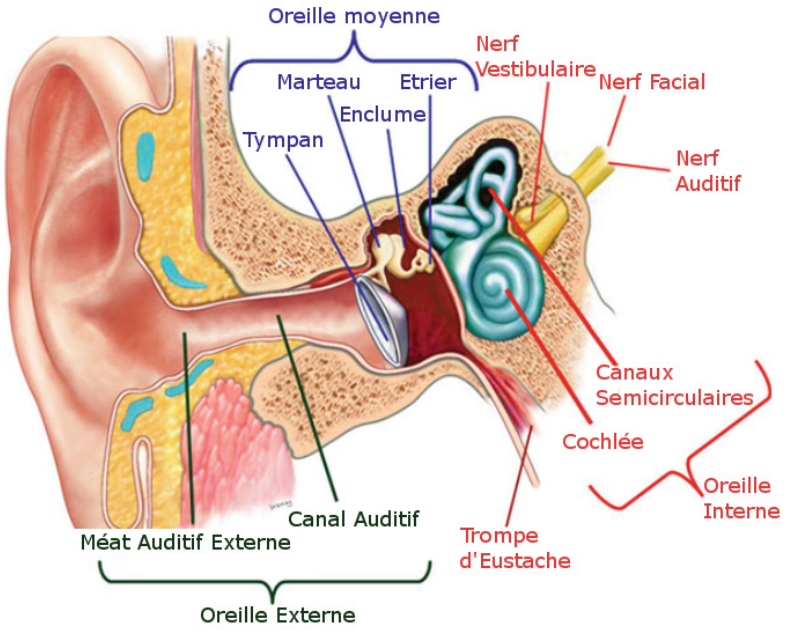


FIGURE 1.1. – Schéma anatomique des zones externe, moyenne et interne de l'oreille (image tirée de AVELAR 2013).

1.1.1. Anatomie de l'oreille moyenne

L'oreille moyenne, aussi appelée caisse du tympan, est la cavité remplie d'air située dans l'os temporal entre l'oreille externe et l'oreille interne (Figure 1.1). Le tympan, qui marque la délimitation entre l'oreille externe et l'oreille moyenne, est positionné au bout du canal auditif. Les parois de cette cavité possèdent plusieurs orifices qui communiquent avec les structures avoisinantes, la trompe d'Eustache avec le rhinopharynx et les fenêtres ovale et ronde avec l'oreille interne. Trois nerfs la traversent et elle renferme une chaîne constituée de trois osselets mobiles, assemblée dans l'ordre suivant : le marteau, l'enclume et l'étrier (figure 1.2).

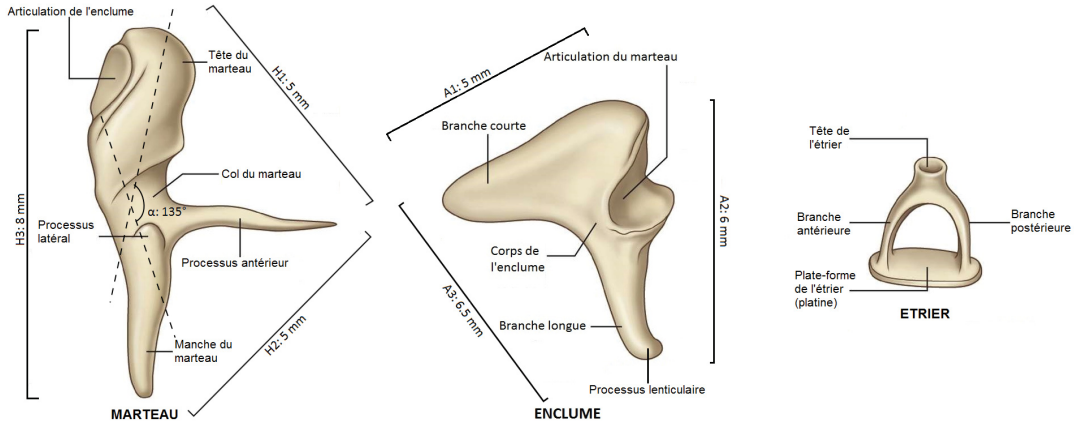


FIGURE 1.2. – Schéma anatomique des trois éléments de la chaîne ossiculaire (image adaptée de R. DRAKE, R. L. DRAKE, GRAY et al. 2005).

Le premier osselet est le marteau. Il est le plus long et mesure en moyenne 8 mm. Il est inclus dans le tympan par le manche du marteau. Sa tête s'articule au niveau du corps du second osselet, l'enclume. L'enclume est un peu plus courte (6mm) et plus lourde que le marteau. Elle possède deux branches, une courte et une longue. Au bout de la plus longue se situe le processus lenticulaire en contact avec la tête de l'étrier. L'étrier est une structure très fine, mesurant en moyenne 3 mm de large et 4 mm de haut pour une épaisseur d'environ 0,4 m. Il se compose de deux branches fixées à une base de forme ovale, appelée platine. Celle-ci vient se loger dans la fenêtre ovale.

N. W. TODD et CREIGHTON JR 2013 ont cherché à décrire quantitativement les tailles et masses du marteau et de l'enclume. Pour cela, ils ont effectué une analyse post-mortem de 41 sujets adultes asymptomatiques. Le tableau 1.1 présente les dimensions sélectionnées sur le marteau (**H**) et l'enclume (**A**). Celles-ci ont été mesurées comme indiqué sur les schémas anatomiques du marteau et de l'enclume présentés par la figure 1.2. Ils ont également mesuré l'angle α défini par l'axe de la tête lorsqu'il rencontre celui du manche du marteau. Ils ont pu conclure à une symétrie bilatérale

de ces éléments ainsi qu'à une concordance des masses.

Tableau 1.1. – Tableau des mesures du marteau (**H1-3**) et de l'enclume (**A1-3**) relatives à la figure 1.2 (N. W. TODD et CREIGHTON JR 2013)

Mesure	Moyenne	minimal	maximal
H1 (mm)	4.1 ± 0.3	4.4	5.9
H2 (mm)	3.9 ± 0.5	4.7	5.5
H3 (mm)	7.1 ± 0.4	6.2	8.8
α (°)	135 ± 8	120	154
A1 (mm)	5.0 ± 0.3	4.4	5.7
A2 (mm)	5.9 ± 0.4	4.7	6.7
A3 (mm)	6.5 ± 0.3	6.2	8.1

R. M. FARAHANI et NOORANIPOUR 2008 ont effectué des mesures post-mortem de l'étrier de 12 sujets adultes. Ils proposent un ensemble de 14 mesures afin d'obtenir une bonne estimation des dimensions de l'étrier et qui prennent en compte sa forme complexe. La figure 1.3 recense chacune des mesures et le tableau 1.2 compile les valeurs moyennes, minimales et maximales calculées lors de cette étude. Les résultats montrent que la partie supérieure des branches et la tête de l'étrier sont les éléments où les variations entre les individus sont plus élevées. La partie inférieure des branches, proche de la platine, tend également à être moins épaisse que la partie supérieure. Ces différences entraînent un coefficient de variation de 20% pour le diamètre de trou central.

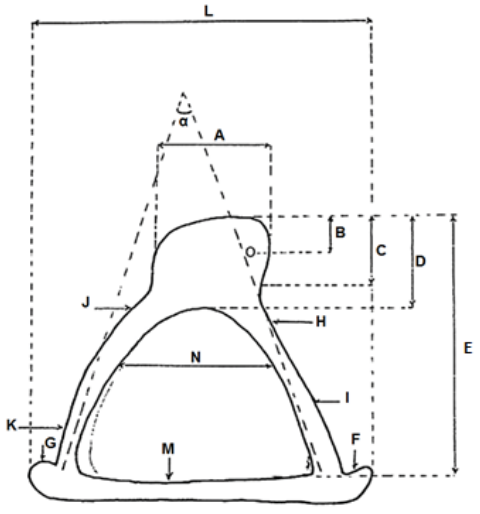


FIGURE 1.3. – Schéma anatomique de l'étrier et ses dimensions (image tirée de R. M. FARAHANI et NOORANIPOUR 2008).

Tableau 1.2. – Tableau des mesures de l'étrier relatives à la figure 1.3 (R. M. FARAHANI et NOORANIPOUR 2008).

Mesure	**Moyenne**	**minimal**	**maximal**
A : Diamètre de la tête de l'étrier parallèle à la platine (μm)	1088 ± 470	857	1277
B : Distance du trou nutritionnel à la surface de la tête (μm)	398 ± 186	250	833
C : Distance de la tête aux épaules (μm)	757 ± 147	571	1000
D : Distance de la tête au trou principal (μm)	1047 ± 223	785	1500
E : Distance de la tête à la platine (μm)	2612 ± 552	1892	3400
F : Largeur maximal de la platine proche de la branche antérieure (μm)	371 ± 75	321	500
G : Largeur maximal de la platine proche de la branche postérieure (μm)	411 ± 87	357	611
H : Largeur de la branche antérieure au niveau des épaules (μm)	398 ± 43	333	500
I : Largeur minimal de la branche antérieure (μm)	251 ± 48	214	350
J : Largeur de la branche postérieure au niveau des épaules (μm)	386 ± 102	285	600
K : Largeur minimal de la branche postérieure (μm)	191 ± 64	142	300
L : Diamètre maximal de l'os (μm)	2298 ± 433	1928	3050
M : Largeur minimal de la platine (μm)	228 ± 60	178	388
N : Diamètre du trou à la fin de la courbe (μm)	1343 ± 273	1071	1888
α : Angle formé par les deux branches (degré)	19.5 ± 2.3	15	24

Un ensemble de six ligaments assure le maintien en suspension de la chaine ossiculaire à l'intérieur de la cavité tympanique, tandis que deux muscles contrôlent sa mobilité figure (1.4). Le muscle tenseur du tympan, qui s'insère entre la tête et le manche du marteau, a pour action de tendre le tympan. Celui-ci vibre moins, ce qui protège l'oreille des bruits intenses. Le muscle de l'étrier, qui se fixe au niveau de la tête de l'étrier, attire l'étrier en arrière, ce qui diminue la mobilité de la chaine.

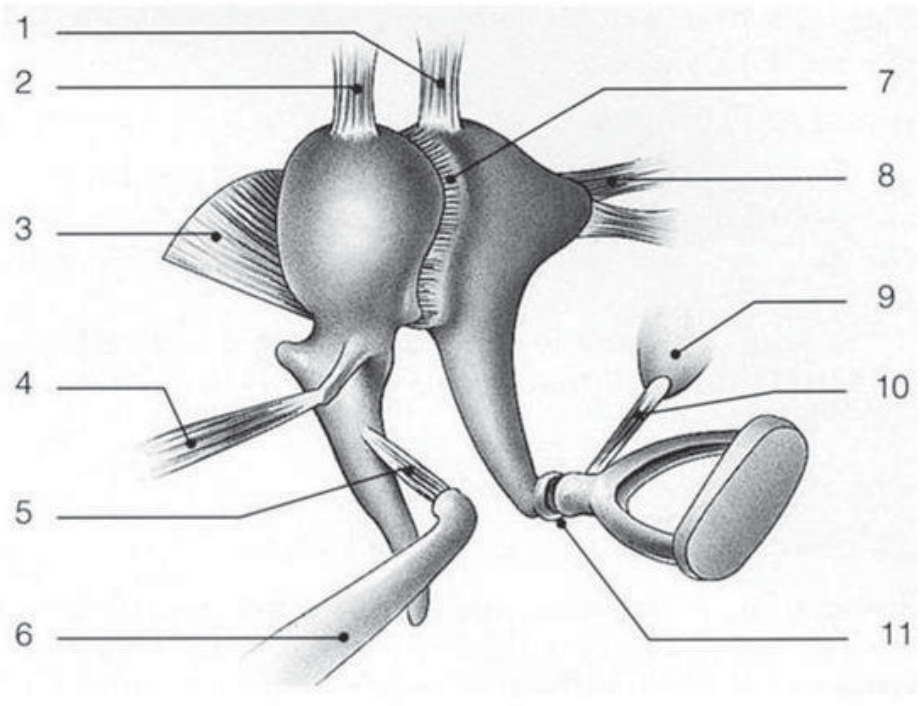


FIGURE 1.4. – Schéma anatomique des muscles et osselets de l'oreille moyenne (image tirée de LEGENT, PERLEMUTER et VANDENBROUCK 1984) : 1. Ligament supérieur de l'enclume, 2. Ligament supérieur du marteau, 3. Ligament latéral du marteau, 4. Ligament antérieur du marteau, 5. Tendon du muscle tenseur du tympan, 6. Muscle tenseur du tympan à l'intérieur de son canal, 7. Articulation incudomalléaire, 8. Ligament postérieur de l'enclume, 9. Eminence pyramidale, 10. Tendu du muscle de l'étrier, 11. Articulation incudostapédienne.

Les deux fenêtres permettent à l'oreille moyenne de communiquer avec l'oreille interne. La première, la fenêtre ovale est une membrane située à l'interface entre la chaîne ossiculaire et le vestibule de la cochlée. Cette membrane amplifie le signal sonore transmis par la chaine ossiculaire. La deuxième, la fenêtre ronde ou fenêtre cochléaire, est une membrane localisée à l'interface entre la cochlée et l'oreille moyenne. Elle vibre de manière opposée aux vibrations qui entrent dans l'oreille interne, ce qui permet aux fluides de la cochlée de se déplacer.

Ainsi, l'oreille moyenne joue un rôle de transmission et d'amplification du signal sonore. Ce dernier est ensuite traité par l'oreille interne.

1.1.2. Anatomie de l'oreille interne

L'oreille interne est l'organe de l'équilibration et de l'audition. C'est un espace labyrinthique qui comprend deux parties, les labyrinthes osseux et membraneux (figure 1.5). Le labyrinthe osseux constitue une coque d'os compact autour du labyrinthe membraneux duquel il est séparé par des espaces qui contiennent un liquide appelé la périlymphe. Le labyrinthe membraneux est l'ensemble des cavités qui supporte les éléments sensoriels de l'oreille interne. Ces cavités sont remplies d'un autre liquide appelé l'endolymphe. L'oreille interne se décompose en quatre structures, qui possèdent ainsi une partie osseuse et une partie membraneuse. La figure 1.5 présente un schéma anatomique de l'oreille interne et de ses quatre structures : la cochlée, le vestibule, trois canaux semi-circulaires et le conduit auditif interne.

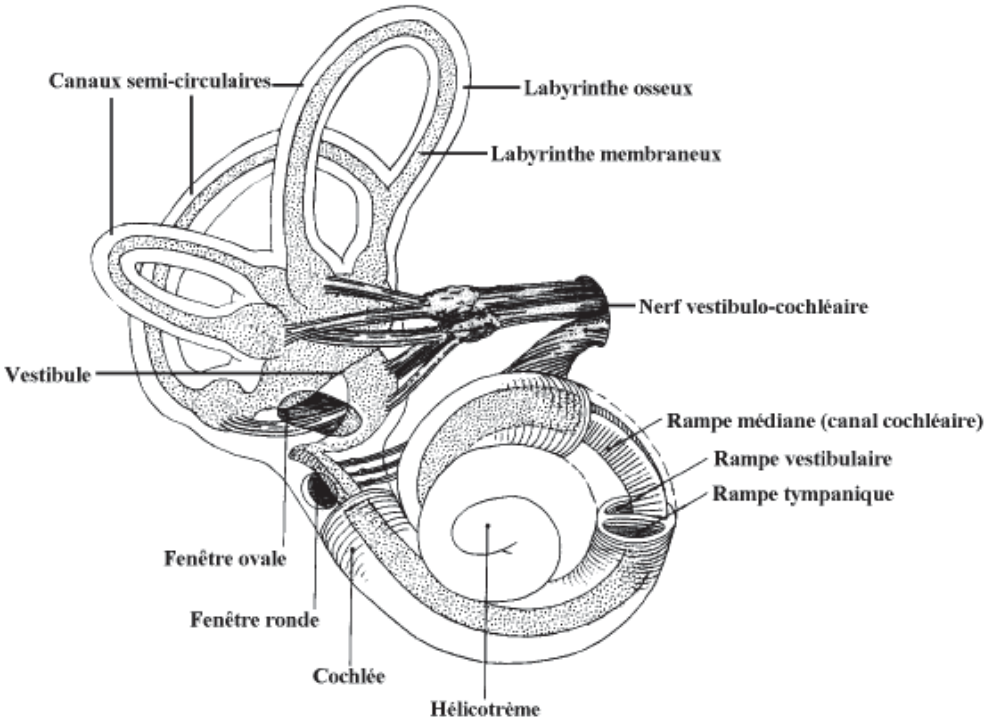


FIGURE 1.5. – Schéma de l'oreille interne et de ses différentes structures

Le vestibule est la structure centrale de l'oreille interne. Avec les canaux semi-circulaires, il forme le système vestibulaire (en orange sur la figure 1.6) et assure l'équilibration. Il se compose de deux organes, l'utricule et le saccule, qui contiennent des structures sensorielles appelées macules. Ils déterminent l'orientation relative à la gravité en détectant des accélérations linéaires verticale et horizontale.

Les trois canaux semi-circulaires (supérieur, antérieur et postérieur) sont situés dans les trois plans de l'espace. Ils fournissent des informations sur l'inclinaison en détectant les mouvements de rotation de la tête. Ils sont reliés au vestibule par deux extrémités, dont l'une est dilatée et contient une structure sensorielle appelée ampoule. Elle sert à ressentir la sensation de mouvement. L'autre extrémité du canal latéral est connectée directement au vestibule, tandis que les extrémités des canaux postérieur et antérieur s'unissent pour former un canal commun appelé le crus commun.

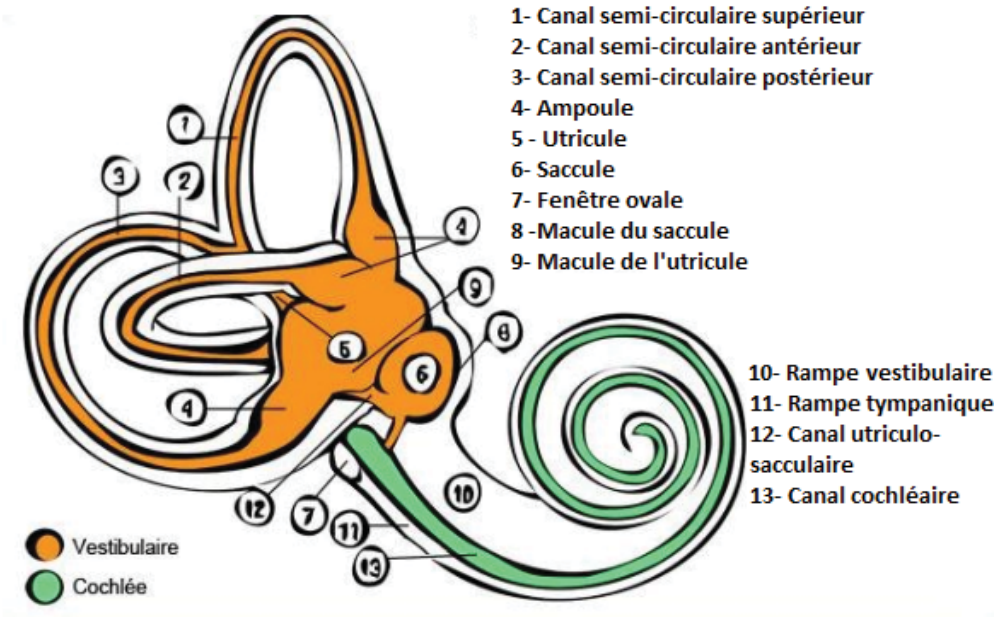


FIGURE 1.6. – Schéma anatomique du labyrinthe membraneux et de ses composantes (image tirée de https://www.vestib.org/en/l-oreille-interne-vestibule.html).

La cochée, également appelée limaçon, est l'organe de l'audition. Elle constitue le labyrinthe antérieur (en vert sur la figure 1.6). Elle se décompose en trois tubes : la rampe tympanique en dessous, le canal cochléaire au centre et la rampe vestibulaire au-dessus. Ces trois tubes sont enroulés en une spirale de deux spires et demie autour d'un axe osseux appelé modiolus. Les deux rampes sont remplies de périlymphe, tandis que le canal cochléaire est rempli d'endolymphe et tapissé de cellules sensorielles appelées cellules ciliées. L'endolymphe est mis en mouvement par les vibrations qui proviennent de la fenêtre ovale et les cellules ciliées convertissent ces vibrations en signaux nerveux ensuite transmis au système nerveux central par le conduit auditif interne.

Le conduit auditif interne est situé en profondeur des canaux semi-circulaires et du vestibule. Il a la forme d'un tube par lequel passe le nerf vestibulo-cochléaire. Ce dernier comprend deux segments, le nerf cochléaire (aussi appelé nerf auditif) issu de la partie inférieure de la cochlée, et le nerf vestibulaire issu des macules et ampoules du système vestibulaire. Ces nerfs sont visibles dans le schéma anatomique présenté par la figure 1.1. Dans cette thèse, nous ne nous concentrons pas sur l'étude de cette partie de l'oreille interne et nous ne considérons que la cochlée, le vestibule et trois canaux semi-circulaires dans l'appellation *oreille interne*.

SPOOR et ZONNEVELD 1998 ont cherché à quantifier les variations morphologiques des sous-structures de l'oreille interne pour les comparer avec celles d'autres espèces animales (singes). Puisque l'oreille interne est une structure tubulaire complexe, ils proposent d'utiliser deux types de mesure :

— des mesures de distances. Ces distances sont illustrées sur le schéma de l'oreille interne de la figure 1.7-A. Ils concernent principalement les mesures de hauteurs et largeurs de chaque canal semi-circulaire et de la cochlée.
— des mesures d'angles. Les axes qui ont permis de calculer les angles sont présentés sur le schéma de l'oreille interne de la figure 1.7-B.

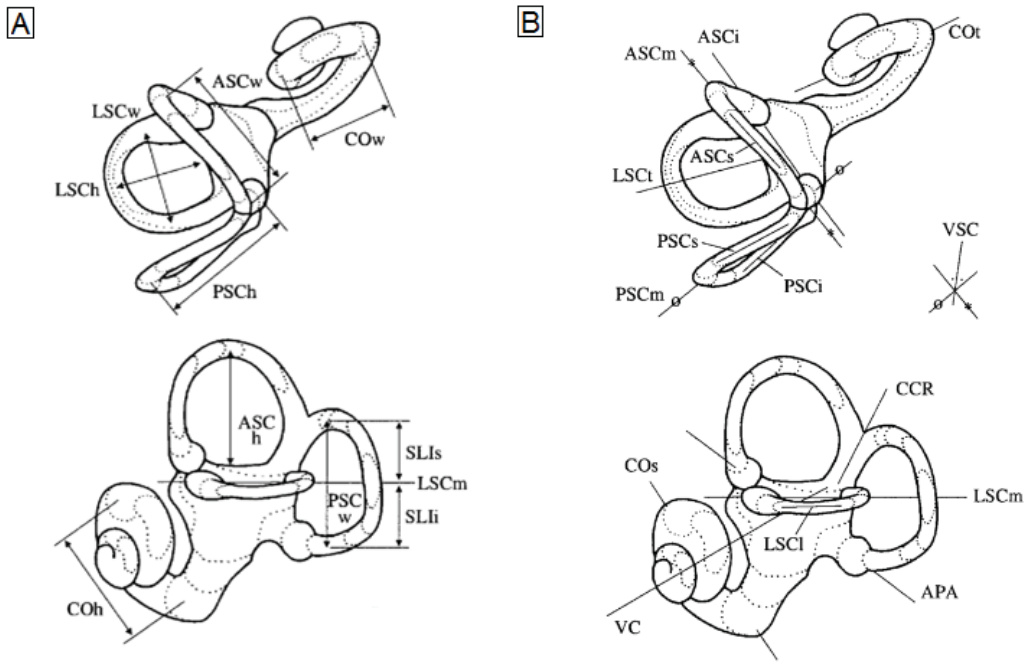


FIGURE 1.7. – Mesures de l'oreille interne A. Mesures de distance ; B. Mesures d'angle (image tirée de SPOOR et ZONNEVELD 1998).

Nous recensons dans le tableau 1.3 les variations statistiques d'un ensemble de mesures notables proposées par SPOOR et ZONNEVELD 1998. La torsion des canaux semi-circulaires est quantifiée comme la différence entre les orientations de leurs parties les plus supérieures et les plus inférieures. Les mesures ont été prises sur des données issues d'un scanner à rayon X comprenant 26 sujets masculins et 22 sujets féminins. Les auteurs supposent une symétrie bilatérale entre les oreilles dans l'étude. Nous pouvons observer une grande variabilité des torsions entre les canaux et une variabilité relative des ratios de distance. Cependant, ces données proviennent de sources différentes et n'ont pas fait l'objet d'études ethniques avancées. De plus, nous n'avons pas l'information sur la présence d'oreilles symptomatiques ou asymptotiques. Il convient donc de ne pas considérer ces mesures comme des mesures d'oreilles *normales* mais plutôt de conclure sur la grande complexité morphologique de cette structure.

Tableau 1.3. – Tableau des mesures de distances et d'angles de l'oreille interne relatives à la figure 1.7 (SPOOR et ZONNEVELD 1998).

Mesure	**Moyenne**	**Écart-type**
Ratio hauteur/largeur du canal antérieur (×100)	87	4.6
Ratio hauteur/largeur du canal postérieur (×100)	107	7.6
Ratio hauteur/largeur du canal latéral (×100)	89	7.0
Rayon du trou du canal antérieur (mm)	3.2	0.24
Rayon du trou du canal postérieur (mm)	3.1	0.30
Rayon du trou du canal latéral (mm)	2.3	0.21
Torsion du canal antérieur (°)	16	5.3
Torsion du canal postérieur (°)	−9	4.5
Torsion du canal latéral (°)	4	4.1
Angle entre les canaux antérieur et postérieur (°)	104	5.2
Angle entre le canal latéral et la jonction des canaux antérieur et postérieur (°)	121	4
Ratio hauteur/largeur de la cochlée (×100)	132	8.6
Rayon de la cochlée (mm)	2.3	0.13

1.2. Pathologies malformatives

L'incidence des malformations de l'oreille est d'environ 1 nouveau-né sur 3 800. Les malformations de l'oreille peuvent être génétiques (associées ou non à des syndromes, avec antécédents familiaux, mutations spontanées...) ou acquises par nature. Les malformations peuvent affecter l'oreille externe, l'oreille moyenne et l'oreille interne. Le plus souvent, ces malformations touchent plusieurs zones à la fois. Une classification formelle de ces déformations permet de prédire le pronostic et de déterminer le schéma thérapeutique à appliquer. Dans cette section, nous nous concentrerons sur les malformations isolées (sans lien avec d'autres malformations) des structures de l'oreille moyenne et de l'oreille interne.

1.2.1. Malformations de l'oreille moyenne

Les malformations de l'oreille moyenne sont généralement liées au développement embryonnaire et à des syndromes malformatifs avancés qui n'impliquent pas que l'oreille moyenne. Les difformités isolées de la chaîne ossiculaire se produisent dans 38% des cas de malformations et sont bilatérales dans la moitié des cas (SWARTZ et FAERBER 1985). Ces malformations ont été classées en trois catégories par KÖSLING, SCHNEIDER-MÖBIUS, KÖNIG et al. 1997 en fonction de leur degré de sévérité :

— dans les malformations légères, la cavité tympanique est régulière et les osselets présentent des déformations principalement liées à un mauvais développement embryonnaire ;
— dans les malformations modérées, la cavité tympanique présente un développement insuffisant et les osselets sont soit absents, soit dans un état rudimentaire ;
— dans les malformations sévères, la cavité tympanique est absente ou en forme de fente et les osselets sont absents.

Les malformations modérées et sévères sont généralement liés à un mauvais développement de la cavité tympanique. Puisque nous étudions principalement la chaîne ossiculaire, nous présentons ci-dessous uniquement les déformations *légères* qui peuvent toucher chaque structure et qui n'impliquent pas de malformations de la cavité tympanique.

Le marteau a tendance à être peu impliqué dans les malformations isolées de l'oreille moyenne. Les constatations les plus fréquentes sont des déformations de la tête et du manche du marteau, des fixations de la structure dans la cavité tympanique et une fusion de l'articulation incudo-malléaire. L'absence totale du marteau est constatée moins fréquemment.

Les malformations de l'enclume sont dominées par l'absence ou le mauvais développement de la branche longue et du processus lenticulaire qui contient l'articulation incudostapédienne. La branche longue peut varier en position et se fixer sur la cavité tympanique au lieu de l'étrier. De plus, comme pour le marteau, une fusion de l'articulation incudo-malléaire ou une absence totale de la structure peut être constatée.

Les malformations de l'étrier sont dominées par la fusion de l'articulation incudostapédienne et un mauvais développement de l'étrier tel que la tête de l'étrier manquante, un épaississement ou un amincissement des branches ou, plus rarement, une fusion des branches de l'étrier. De plus, la platine peut fusionner partiellement ou totalement avec la fenêtre ovale de l'oreille interne. Comme pour les structures précédentes, l'étrier peut être complètement absent de la chaîne avec une fermeture totale de la fenêtre ovale.

1.2.2. Malformations de l'oreille interne

Les anomalies de l'oreille interne sont responsables de 21% des pertes auditives neurosensorielles. La connaissance des déformations responsables de cette surdité permet aux médecins d'opérer une chirurgie réparatrice, comme la pose d'un implant cochléaire, si c'est possible. Ces diagnostics sont exécutés principalement à l'aide d'acquisitions obtenues par résonance magnétique ou avec un scanner à rayons X. Plusieurs efforts de classification des malformations ont été menés par différents auteurs, la plus complète étant celle proposée par SENNAROGLU et SAATCI 2002. Dans leur classification, ils différencient cinq groupes principaux : les malformations de la cochlée, du vestibule, des canaux semi-circulaires, du conduit auditif interne et de l'aqueduc vestibulaire. Nous présentons ci-dessous uniquement les trois premiers groupes de cette classification.

Les anomalies de la cochlée constituent 26% des malformations de l'oreille interne et entraînent presque systématiquement une perte de l'audition. Les déformations les plus courantes sont citées ci-dessous :

— l'atteinte la plus sévère est la malformation de Michel (SCHUKNECHT et GACEK 1993). La cochlée, le vestibule, les canaux semi-circulaires, l'aqueduc vestibulaire et l'aqueduc cochléaire sont absents ;
— la déformation dite de la *cavité commune* : la cochlée et le vestibule ont fusionné et sont considérés comme une seule cavité ronde ou ovale ;
— les partitions incomplètes de type I,II,III. Dans ces malformations, les cloisons interscalaires et le modiolus de la cochlée peuvent être absents ou mal-formés ;
— des arrêts précoces du développement de la cochlée (hypoplasie) peuvent survenir. Il en existe trois types où l'intérieur de la cochlée est plus ou moins complet. Dans une hypoplasie de type 3, la cochlée conserve une architecture interne et externe normale, mais est plus petite ;
— l'absence totale de cochlée.

La plupart des anomalies du vestibule sont associées à d'autres malformations de l'oreille interne. Cependant, des déformations isolées comme un agrandissement du vestibule peuvent se produire et provoquer une surdité (LAGUNDOYE, MARTINSON et FAJEMISIN 1975). Dans la plupart des cas, lorsque le vestibule est agrandi, le canal semi-circulaire latéral devient plus court et est assimilé au vestibule. Souvent, il peut exister une dilatation associée au diamètre du canal semi-circulaire latéral. Le vestibule est considéré comme agrandi si le *trou* formé par le canal semi-circulaire latéral tombe en dessous de 6 mm^2 (VEILLON, ROCK, CAHEN-RIEHM et al. 2014).

Les malformations des canaux semi-circulaires peuvent être subtiles. Des anomalies comme un canal court et large, un canal étroit, un canal de forme angulaire, etc. peuvent être observées sans qu'aucune manifestation clinique ne soit constatée. Cependant, ce sont des indicateurs d'une oreille *fragile* avec un risque plus élevé de surdité si une chirurgie est nécessaire. Les déformations les plus courantes sont citées ci-dessous :

— un canal semi-circulaire plus agrandi : un canal est considéré comme agrandi une fois que sa partie postéro-médiale est plus large que 1,8 mm (VEILLON, ROCK, CAHEN-RIEHM et al. 2014) ;
— la malformation vestibulaire latérale du canal latéral : c'est une cavité unique formée par le vestibule et le canal latéral semi-circulaire. A ne pas confondre avec la malformation du vestibule élargi.
— la fusion de plusieurs canaux semi-circulaires ;
— la déhiscence (ouverture) du canal semi-circulaire supérieur. Dans environ 1−2% de la population, une paroi osseuse anormalement mince peut surplomber le canal supérieur sans provoquer de déhiscence ;
— l'absence d'un ou plusieurs canaux semi-circulaire.

De plus, L. SHI, D. WANG, W. C. CHU et al. 2011 indiquent un lien entre la morphologie du système vestibulaire et des cas de scoliose idiopathique. Dans leur étude, les canaux semi-circulaires des patients scoliotiques semblent présenter une morphologie anormale. PATTEN et MOLDOVAN 2011 proposent l'hypothèse qu'une prédisposition génétique à des anomalies de l'oreille pourrait être un facteur de l'apparition d'une scoliose idiopathique à l'adolescence. Selon eux, une malformation des canaux semi-circulaires pourrait affecter la transmission du signal sensoriel du mouvement rotationnel du corps jusqu'au système nerveux central. Cela entraînerait une altération de l'équilibre et affecterait la posture causant ainsi une déformation de la colonne vertébrale.

1.3. Modalités d'acquisition

Nous avons vu dans les sections précédentes que les structures de l'oreille moyenne et interne sont éminemment complexes et que la moindre malformation de la surface osseuse ou des sous-structures internes peut avoir un impact fort sur l'audition. La tomodensitométrie à rayon X et la résonance magnétique sont les modalités d'acquisition les plus utilisées pour visualiser ces structures et leurs déformations (CASSELMAN 1996). Certains auteurs proposent également de visualiser ces structures avec des modalités d'acquisition de très haute résolution comme J. A. BUYTAERT, SALIH, DIERICK et al. 2011 ; BRAUN, BÖHNKE et STARK 2012 ; GREEF, J. A. N. BUYTAERT, AERTS et al. 2015 qui proposent la micro-tomodensitométrie (μCT) ou VOIE A.H. 1995 ; H. WANG, NORTHROP, BURGESS et al. 2006 ; WEI, X. Y. ZHANG, YUAN et al. 2015 qui proposent d'utiliser des coupes histologiques. Cependant, ces acquisitions nécessitent des données cadavériques, c'est pourquoi nous détaillons uniquement ci-dessous les acquisitions par tomodensitométrie et par résonance magnétique qui permettent des acquisition *in vivo*.

1.3.1. Imagerie par Tomodensitométrie à rayon X

La tomodensitométrie (CT-scan, CT : *computerized tomography*) est une technique d'imagerie médicale qui consiste à mesurer l'absorption des rayons X par les tissus puis, par traitement informatique, à numériser et enfin reconstruire des structures anatomiques depuis des acquisitions 2D ou 3D. Pour la visualisation des structures de l'os temporal, la tomodensitométrie multi-tranche (MSCT en anglais) et la tomodensitométrie volumique à faisceau conique (CBCT en anglais) sont les plus communes.

1.3.1.1. Tomodensitométrie multi-tranche (MSCT)

La tomodensitométrie multi-tranche ou hélicoïdale permet d'obtenir simultanément plusieurs coupes avec des temps d'acquisition plus courts. Les images sont acquises dans un seul plan d'imagerie à l'aide d'un scanner détecteur multi-tranches. Le patient est allongé sur le dos et le portique du scanner n'est pas incliné. Par rapport à un CT-scan classique, le MSCT possède l'avantage d'avoir une qualité d'image stable et de pouvoir visualiser les tissus osseux aussi bien que les tissus mous dans n'importe quel plan. L'épaisseur entre les tranches dépend cependant du choix du pas de l'hélice et donc du modèle de la machine. Il existe des scanners qui permettent d'imager la chaîne ossiculaire cependant, la résolution est généralement de 1mm entre les tranches. La figure 1.8 présente une image MSCT d'un canal semi-circulaire déhiscent par CASSELMAN 1996. La résolution de l'image ne permet pas de déterminer si c'est un faux ou un vrai positif.

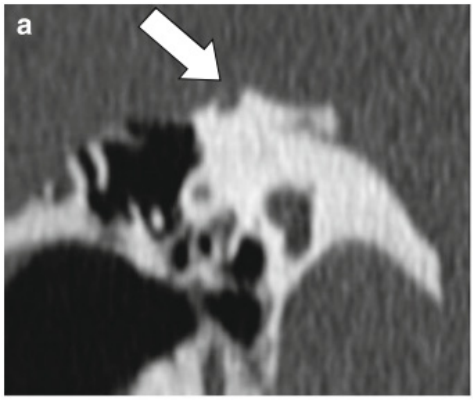


FIGURE 1.8. – Image MSCT d'un canal semi-circulaire déhiscent (image tirée de CASSELMAN 1996).

1.3.1.2. Tomodensitométrie volumique à faisceau conique (CBCT)

La tomodensitométrie volumique à faisceau conique utilise un portique rotatif sur lequel un tube à rayons X et un détecteur sont fixés. La géométrie conique du faisceau permet de balayer l'objet à imager et d'obtenir en une seule rotation le volume de données. Comme pour le MSCT, la reconstruction de ces données peut être effectuée dans n'importe quel plan désiré. Le CBCT a l'avantage d'avoir un temps d'acquisition plus court que le MSCT, une résolution spatiale élevée (0.100mm voir moins) et un niveau de dose de rayon X très inférieur à celui du CT-scan. Cependant, le contraste de l'image est moins bon dû au phénomène de durcissement de faisceau qui provoque des artefacts de tracés en traversant des structures denses et empêche la visualisation des tissus mous. La figure 1.9 présente une image CBCT d'un canal semi-circulaire CASSELMAN 1996. La résolution est ici suffisante pour détecter une paroi osseuse fine contrairement à l'image MSCT de la figure 1.8.

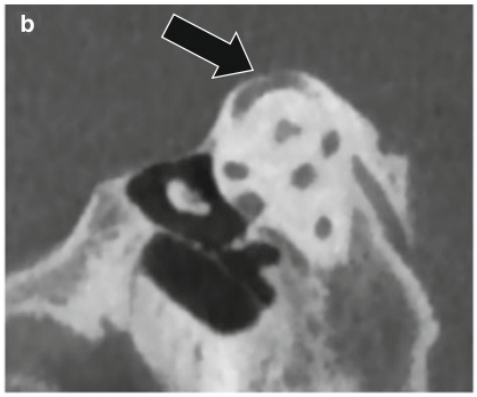


FIGURE 1.9. – Image MSCT d'un canal semi-circulaire avec une paroi osseuse fine (image tirée de CASSELMAN 1996)

1.3.2. Imagerie par résonance magnétique

L'imagerie par résonance magnétique (IRM) consiste à réaliser des acquisitions du corps humain grâce aux nombreux atomes d'hydrogène qu'il contient. Placés dans un puissant champ magnétique, tous les atomes d'hydrogène s'orientent dans la même direction : ils sont alors excités par des ondes radio durant une très courte période (ils sont mis en résonance). À l'arrêt de cette stimulation, les atomes restituent l'énergie accumulée en produisant un signal qui est enregistré et traité sous forme d'image par un système informatique.

L'IRM est utilisé principalement pour visualiser les anomalies dans les sous-structures de l'oreille interne. La figure 1.10 présente deux acquisitions axiales d'une oreille interne acquises avec une épaisseur de tranche de 0.7mm. Nous pouvons observer que la spirale de la cochlée est mieux définie qu'avec une acquisition CT-scan. Cependant la présence visible des nerfs auditif et facial ne permet pas la distinction de la forme du vestibule.

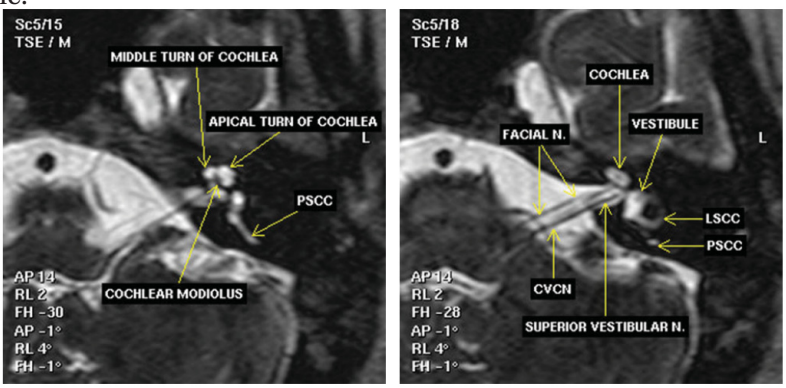


FIGURE 1.10. – Images IRM d'une oreille interne (images tirées de CASSELMAN 1996)

WESTERHOF, RADEMAKER, B. P. WEBER et al. 2001 et JACKLER et DILLON 1988 ont mené des études comparatives pour déterminer la pertinence de l'utilisation d'acquisitions IRM par rapport aux images CT-scan dans la visualisation des malformations de l'oreille interne :

— d'après JACKLER et DILLON 1988, les acquisitions IRM, bien que produisant des images de meilleures qualités pour les tissus mous, ne présentent pas d'avantages uniques dans la détection des malformations de l'oreille interne, contrairement aux images CT-scan qui permettent la détection de malformations subtiles sur la surface osseuse.
— d'après WESTERHOF, RADEMAKER, B. P. WEBER et al. 2001, les images IRM permettent une meilleure visualisation des malformations kystiques tandis les images CT-scan permettent une meilleure planification chirurgicale pour la pose d'implants cochléaire.

1.4. Synthèse

L'oreille interne et la chaîne ossiculaire sont des structures très petites et éminemment complexes qui jouent un rôle important pour l'audition et l'équilibration des êtres humains. Une déformation de la surface de ces structures peut impacter plus ou moins fortement ces mécanismes. Les malformations sévères entraînent généralement un dysfonctionnement majeur, mais sont facilement détectables sur des images de coupe classiques. Les malformations mineures et peuvent entraîner des troubles externes à l'os temporal comme dans le cas de la scoliose. La modélisation en trois dimensions des structures osseuses de l'oreille moyenne et de l'oreille interne *in vivo* est donc une étape importante pour l'étude de leur variabilité morphologique et la mesure de l'impact des malformations sur le fonctionnement de l'audition et de l'équilibre humain. Ils peuvent également servir de données préopératoires à des chirurgies réparatrices comme les implants cochléaires. L'imagerie CBCT permet une acquisition avec une dose de rayonnement relativement faible tout en conservant des images de haute résolution des structures osseuses. C'est donc le système d'imagerie idéal pour la reconstruction *in vivo* des modèles de l'oreille interne et de la chaîne ossiculaire.

Première partie

Reconstruction de l'oreille moyenne et interne

Sommaire

Introduction de la première partie **33**

2 Revue de littérature **35**
- 2.1 Segmentation manuelle . . . 35
- 2.2 Segmentation par niveaux de gris . . . 38
  - 2.2.1 Seuillage global . . . 38
  - 2.2.2 Seuillage local . . . 41
    - 2.2.2.1 Seuillage basé sur la région . . . 41
    - 2.2.2.2 Détection de bords . . . 43
- 2.3 Recalage . . . 46
- 2.4 Segmentation par modèles déformables . . . 48
  - 2.4.1 Représentation paramétrique . . . 48
    - 2.4.1.1 Modèle déformable analytique . . . 48
    - 2.4.1.2 Modèle déformable statistique . . . 51
  - 2.4.2 Représentation implicite . . . 53
  - 2.4.3 Représentation discrète . . . 56
- 2.5 Segmentation par apprentissage profond . . . 58
- 2.6 Synthèse des approches de segmentation . . . 62
- 2.7 Validation . . . 64
- 2.8 Problématiques, objectifs et hypothèses . . . 66

3 Méthode de reconstruction **68**
- 3.1 Définition des données *a priori* . . . 69
  - 3.1.1 Définition des modèles *a priori* . . . 69
  - 3.1.2 Définition des repères *a priori* . . . 70
- 3.2 Personnalisation des modèles 3D . . . 72
  - 3.2.1 Recalage par transformation de similitude . . . 72
  - 3.2.2 Déformation par moindres carrés mobiles . . . 73
- 3.3 Déformation fine . . . 76
  - 3.3.1 Segmentation . . . 76
  - 3.3.2 Régularisation . . . 79

4 Validation et résultats **81**
- 4.1 Données . . . 82
- 4.2 Validation de la précision . . . 83
- 4.3 Validation de la reproductibilité . . . 87
- 4.4 Influence des paramètres . . . 89

Conclusion de la première partie **93**

Introduction de la première partie

Dans la première partie de cette thèse, nous proposons une méthode de reconstruction des structures de l'oreille interne et moyenne à partir d'acquisitions CBCT. Pour obtenir une modélisation précise d'une structure à partir d'un volume de données, une étape de segmentation est essentielle. Elle permet de l'extraire et de l'étiqueter avant sa reconstruction. Dans le cas des structures de l'oreille interne et moyenne, cette étape de segmentation présente deux ensembles de défis.

Le premier ensemble de problèmes est lié à l'environnement complexe de l'os temporal dans lequel sont situés les structures d'intérêt :

— les structures sont collées les unes aux autres, comme illustrés par les modèles 3D de la figure 1.11-D ;
— les structures de la chaîne ossiculaire sont caractérisées par la même nature osseuse, mais une densité osseuse irrégulière, ce qui génère une gamme d'intensités variables avec une imagerie CBCT. La détection des frontières est donc particulièrement difficile, notamment pour l'articulation incudomalléolaire (flèche bleue sur la figure 1.11-B) et les ligaments suspenseurs de la chaîne ossiculaire (flèche cyan sur la figure 1.11-B) ;
— l'oreille moyenne n'est pas une structure complètement fermée. En effet, elle présente deux fenêtres : la fenêtre ronde scellée par le tympan secondaire, et la fenêtre ovale en contact direct avec l'étrier (flèches vertes sur la figure 1.11-A et C) ;
— le nerf vestibulo-cochléaire qui émerge directement de l'oreille interne présente à peu près la même variation d'intensité que la chambre du vestibule et la cochlée (flèches rouges sur la figure 1.11.A).

Le second ensemble de problèmes est lié à la topologie complexe et la morphologie de ces structures :

— les surfaces des différentes structures ont un genre différent : l'oreille interne est une surface de genre 3 (Figure 1.11-A) ; l'étrier est une surface de genre 1 (Figure 1.11-C) ; le marteau et l'enclume sont des surfaces de genre 0 (Figure 1.11-B). La méthode d'extraction doit donc, soit être adaptée à chaque structure, soit prendre en compte le changement de topologie ;

— la cochlée présente une forme spiralée caractéristique (Figure 1.11.A). Cette forme complexe doit être préservée au cours du processus de segmentation ;

— l'étrier est une structure très fine, il mesure 3 mm de large et 4 mm de haut avec un diamètre d'environ 0,4 mm pour les crus (Figure 1.11-C). À cause de la résolution spatiale de l'imagerie CBCT (0,15 mm/voxel), ses frontières sont difficilement visibles dans le volume. Seule la courbure de la platine est détectable à l'interface avec la fenêtre ovale (flèche verte sur la figure 1.11-A et C).

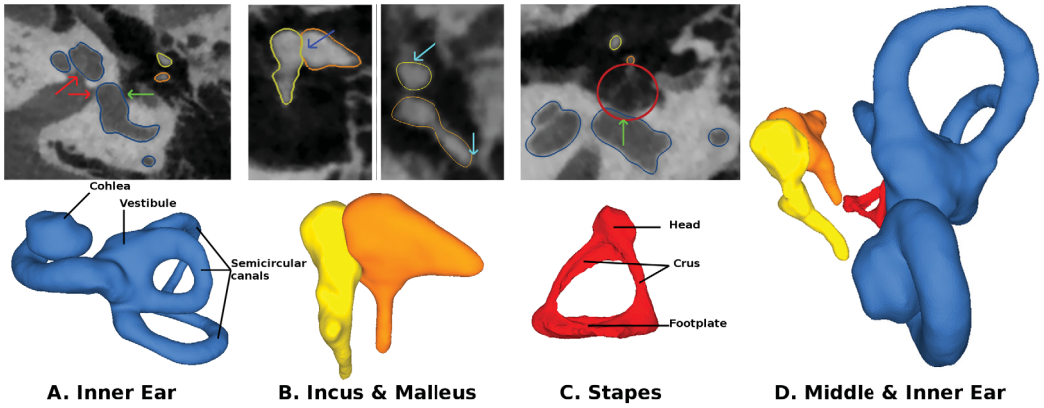


FIGURE 1.11. – **A.** Vue d'un volume CBCT dans le plan de coupe de l'oreille interne (contour bleu) et son modèle reconstruit. **B.** Vues d'un volume CBCT : la première dans le plan de coupe du marteau (contour jaune) et l'enclume (contour orange) ; la seconde dans le plan de coupe sagittale de ces deux structures. Modèles reconstruits du marteau (jaune) et de l'enclume (orange). **C.** Vue d'un volume CBCT dans le plan de coupe de l'étrier (entouré de rouge), ainsi que son modèle reconstruit. **D.** Modèles reconstruits de l'oreille interne et moyenne.

Dans le premier chapitre de cette partie, nous présentons les différentes approches proposées dans la littérature pour segmenter et modéliser les structures de l'oreille interne et moyenne. Dans le second chapitre, nous proposons une méthode semi-automatique et multistructure qui permet de reconstruire l'oreille interne et la chaîne ossiculaire de manière simultanée. Le troisième chapitre concerne la validation de la méthode proposée sur un ensemble de vingt volumes de données CBCT.

2. Revue de littérature

Ce chapitre présente différentes approches de la littérature utilisées pour la segmentation des structures de l'oreille. La première section (2.1) aborde la segmentation manuelle de ces structures. Ensuite, les méthodes présentées sont regroupées en trois classes distinctes : les approches par niveaux de gris (Section 2.2), par modèles déformables (Section 2.4) et celles basées sur un atlas de forme (Section 2.4.3). Cependant, ces méthodes sont rarement utilisées seules et sont plutôt combinées dans des algorithmes plus évolués. La dernière section du chapitre est une discussion sur ces méthodes et leur pertinence dans notre contexte.

2.1. Segmentation manuelle

Dans le cadre d'une segmentation manuelle d'acquisitions médicales 3D, le praticien délimite les contours de chaque structure cible à l'aide d'un outil de pointage tel qu'une souris ou un stylet. Ce travail est le plus souvent effectué pour chaque tranche du volume. Bien que cette opération soit longue et fastidieuse, elle a l'avantage de profiter de l'expertise du praticien. C'est pourquoi une segmentation de ce type est généralement considérée comme un standard d'or. Cependant, elle est aussi sujette à une variabilité inter- et intra-opérateur, c'est-à-dire à une différence dans la segmentation d'une même structure entre deux experts (le biais inter-opérateur). Cette différence s'observe également si le même expert segmente deux fois la même structure avec un intervalle de plusieurs jours (le biais intra-opérateur). La figure 2.1 illustre ce biais inter-opérateur dans la segmentation d'une métastase hépatique.

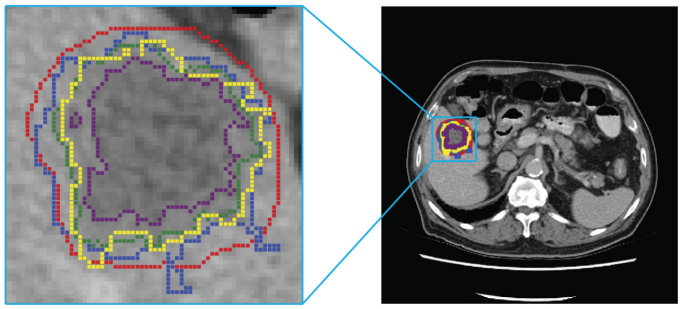


FIGURE 2.1. – Segmentation manuelle de plusieurs experts d'une métastase hépatique colorectale sur une coupe axiale d'un CT-scan (image tirée de STARMANS, VOORT, TOVAR et al. 2020).

Afin de faciliter ce travail, des outils d'assistance au contourage ont été mis au point. BARRETT et MORTENSEN 1997 proposent par exemple un réajustement automatique du contour en modifiant la segmentation de l'expert pour la faire coïncider avec un gradient d'intensité proche du tracé initial. Cette approche peut être considérée comme une segmentation manuelle assistée puisque l'opérateur doit fournir le même effort de segmentation. Cependant, même si la qualité du contour est globalement améliorée, des erreurs locales majeures dans le tracé peuvent intervenir à la présence d'un fort gradient qui n'appartient pas à la structure d'intérêt (par exemple une métastase proche de la frontière de la structure). Plusieurs logiciels qui regroupent des outils de visualisation, d'analyse et d'assistance à la segmentation sont commercialisés. Parmi ceux-ci, on retrouve le logiciel **Amira** de *Thermo Fisher Scientific* ou encore **Optimas** d'*Adept Turnkey*. Des logiciels au code source ouvert et dédiés à ces fonctionnalités sont également proposés, comme par exemple **3D-Slicer** de *Kitware*.

L'utilisation de la segmentation manuelle pour obtenir des modèles 3D précis des structures de l'oreille interne et moyenne permet de bénéficier de la meilleure précision possible. Certains auteurs proposent l'utilisation de systèmes d'imagerie de très haute résolution, qui bénéficient de peu de problèmes de contraste, comme :

— la tomographie micro-calculée, qui possède une résolution de l'ordre de 10 μm par voxel (J. A. BUYTAERT, SALIH, DIERICK et al. 2011 ; BRAUN, BÖHNKE et STARK 2012 ; GREEF, J. A. N. BUYTAERT, AERTS et al. 2015) ;
— les coupes histologiques en série, qui ont une résolution par pixel de l'ordre de 10 μm pour chaque tranche (VOIE A.H. 1995 ; H. WANG, NORTHROP, BURGESS et al. 2006 ; WEI, X. Y. ZHANG, YUAN et al. 2015).

L'utilisation de ces modalités permet d'obtenir une segmentation détaillée des structures, comme présenté sur les figures 2.23-A et B où les auteurs ont segmenté différentes parties à l'intérieur de la cochlée.

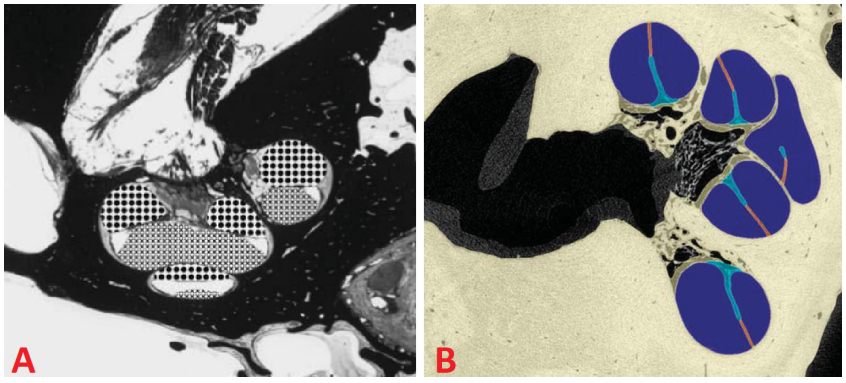


FIGURE 2.2. – **A.** Segmentation de la cochlée sur une coupe axiale d'un micro-CT (image tirée de BRAUN, BÖHNKE et STARK 2012). **B.** Segmentation de la cochlée sur une coupe histologique (image tirée de H. WANG, NORTHROP, BURGESS et al. 2006).

Cependant, l'inconvénient majeur de la micro-tomographie et des coupes histologiques est qu'elles ne sont pas applicables pour l'imagerie de structures *in vivo*. Les modèles reconstruits ainsi ne peuvent donc être qu'utilisés à des fins de recherche ou à but éducatif. L'utilisation de CT-scan traditionnel permet de contourner ce problème au prix d'une baisse de qualité des modèles reconstruits. RODT, RATIU, H. BECKER et al. 2002 proposent une segmentation manuelle des structures de l'oreille moyenne et interne afin d'effectuer une endoscopie virtuelle du patient à l'aide du logiciel **3D-Slicer** (Figure 2.3). Cependant, le temps de segmentation pour chaque patient est d'environ 6 h.

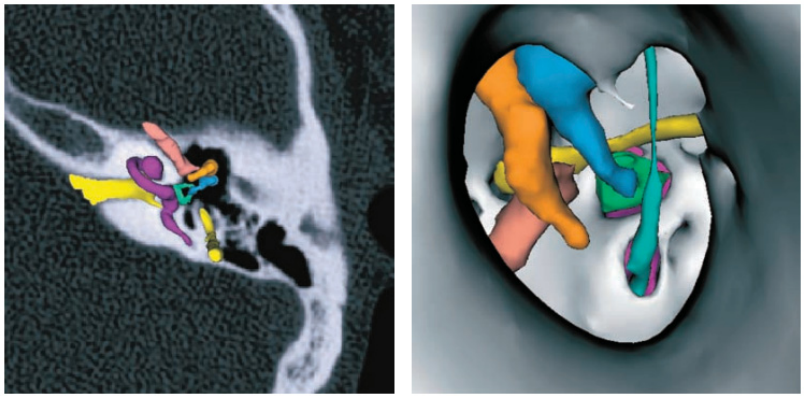


FIGURE 2.3. – Visualisation et endoscopie virtuelle de la cavité tympanique et des structures adjacentes segmentées manuellement et reconstruites à partir de données CT-Scan et avec **3D-Slicer** (image tirée de RODT, RATIU, H. BECKER et al. 2002).

L'utilisation grandissante des images médicales de haute résolution et applicables *in vivo* tel que le CBCT oblige les cliniques et centres hospitaliers à devoir traiter un volume de données de plus en plus important pour effectuer des diagnostics ou planifier des interventions. Malgré la qualité des modèles reconstruits, la segmentation manuelle demande trop de temps et ne peut donc pas être appliquée au sein d'une routine clinique. C'est pourquoi il est nécessaire de réduire le temps de segmentation à l'aide de méthodes semi-automatiques ou automatiques.

2.2. Segmentation par niveaux de gris

Les algorithmes de segmentation par niveaux de gris sont généralement considérés comme les plus simples à mettre en place (SONKA, HLAVAC et R. BOYLE 2008) pour automatiser une segmentation. Ils créent une partition de l'image basée sur des caractéristiques quantifiables de la structure à segmenter telles que l'intensité ou la magnitude du gradient. L'utilisation d'un ou plusieurs seuils basés sur ces propriétés permet de séparer les pixels qui appartiennent à la structure et ceux qui n'en font pas partie. Ces algorithmes sont classés en deux groupes : le seuillage global et le seuillage local.

2.2.1. Seuillage global

Lorsque les propriétés de la structure à segmenter sont connues *a priori*, une image binaire G correspondant à la segmentation peut être trouvée en appliquant la transformation suivante à chaque pixel de coordonnés i, j d'une image F :

$$G(i,j) = \begin{cases} 1, & \text{si } T_1 > F(i,j) > T_2 \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \tag{2.1}$$

Cette transformation est appelée seuillage avec T_1 et T_2, deux seuils qui encadrent les valeurs d'intensité connues de l'objet à segmenter. L'utilisation de deux seuils limite l'influence de paramètres extérieurs comme le bruit. Dans le cas où les valeurs des seuils ne seraient pas connues, l'approche la plus courante pour une détection automatique est l'algorithme d'Otsu introduit par OTSU 1979. Il permet la détection d'un unique seuil. LIAO, CHEN, CHUNG et al. 2001 proposent une version de cet algorithme qui détecte plus d'un seuil. L'algorithme prend en entrée le nombre de classes recherchées, puis calcule les seuils optimaux qui séparent ces classes afin de minimiser la variance entre elles.

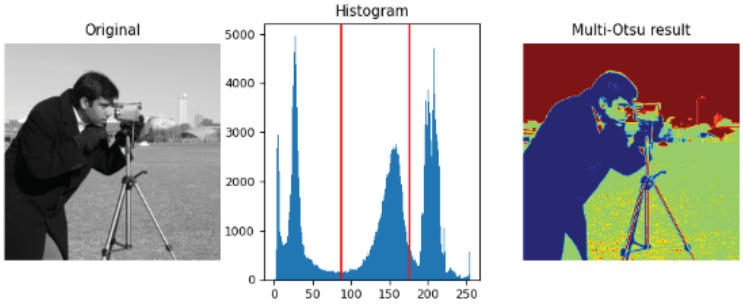


FIGURE 2.4. – Segmentation en trois classes de l'image à partir de l'algorithme multi-Otsu. Les deux seuils détectés sont représenté par les lignes rouges sur l'histogramme (image tirée de WALT, SCHÖNBERGER, NUNEZ-IGLESIAS et al. 2014).

MELHEM, SHAKIR, BAKTHAVACHALAM et al. 1998 proposent un algorithme semi-automatique pour déterminer le volume de fluide à l'intérieur de l'oreille interne à partir d'images IRM. Coupe par coupe, les auteurs utilisent un seuillage global pour écarter de l'image les structures voisines de l'oreille interne (pixels rouges sur la figure 2.5). Puis, ils excluent manuellement les structures voisines, mais d'intensité similaire (ligne 1 à 3 sur la figure 2.5). Enfin, un algorithme de croissance de région (présenté dans la section 2.2) est opéré pour segmenter la structure à partir de graines positionnées manuellement (pixels verts sur la figure 2.5).

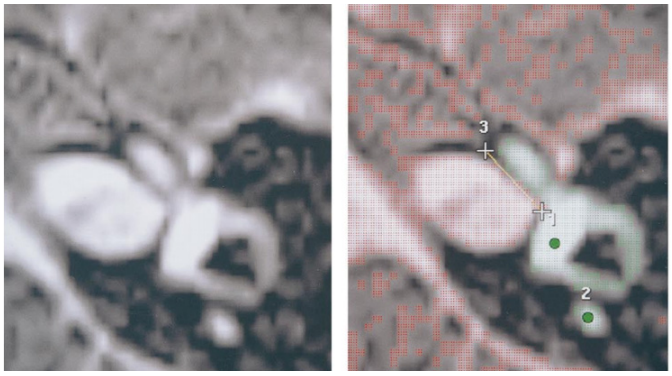


FIGURE 2.5. – Coupe IRM centrée sur l'oreille interne. Les pixels mis en évidence en rouge représentent tous les pixels au dessus du seuil. Les pixels verts représentent les graines positionnées par l'opérateur. La ligne 1 à 3 représente une séparation manuelle pour éviter un débordement (image tirée de MELHEM, SHAKIR, BAKTHAVACHALAM et al. 1998).

M. SEEMANN, O. SEEMANN, BONEL et al. 1999 proposent une segmentation des structures de l'oreille moyenne et interne à partir d'images CT-scan de haute résolution. Coupe par coupe, un seuillage global est utilisé pour présegmenter chaque structure puis guider un algorithme de croissance de région. Un opérateur expérimenté positionne les graines de l'algorithme de croissance et s'assure de supprimer manuellement les pixels de même intensité appartenant aux structures voisines. Ces deux dernières techniques permettent de reconstruire séparément les structures, comme illustrées par la figure 2.6. Cependant, elles restent coûteuses en temps puisqu'il faut traiter chaque tranche.

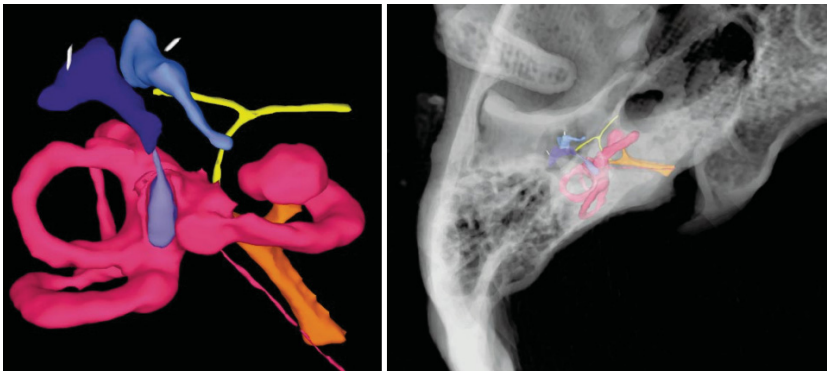


FIGURE 2.6. – Modèles reconstruit de l'os temporal à partir d'une imagerie CT-scan (images tirées de M. SEEMANN, O. SEEMANN, BONEL et al. 1999).

À partir d'une imagerie micro-CT, D. H. LEE, CHAN, SALISBURY et al. 2010 utilisent un seuillage global pour visualiser la cavité tympanique et les différentes structures osseuses qui la composent. Bien qu'il soit impossible de manipuler les modèles séparément, cette méthode peu coûteuse en temps permet d'effectuer une endoscopie virtuelle de l'oreille moyenne d'un patient, comme l'illustre la figure 2.7.



FIGURE 2.7. – Endoscopie virtuelle d'une cavité tympanique humaine générée à partir d'une imagerie micro-Ct(D. H. LEE, CHAN, SALISBURY et al. 2010).

À cause du voisinage complexe des structures de l'oreille interne et moyenne, les algorithmes de seuillage global ne permettent pas de les segmenter automatiquement et indépendamment. Ils sont cependant utilisés pour pré-segmenter les données afin de réduire cette complexité.

2.2.2. Seuillage local

Contrairement aux algorithmes de seuillage global, qui se basent sur les informations contenues dans l'ensemble de l'image, les techniques de seuillage local utilisent plutôt l'intensité locale et la connectivité entre les pixels. Ces algorithmes peuvent être divisés en deux sous-groupes : ceux basés sur la région et ceux basés sur la détection des bords.

2.2.2.1. Seuillage basé sur la région

Les algorithmes basés sur des régions examinent chaque pixel d'une image et créent des régions disjointes en fusionnant les pixels voisins qui possèdent des propriétés homogènes. La segmentation par croissance de région est la méthode de segmentation semi-automatique la plus simple à développer (POHLE et TOENNIES 2001). L'opérateur commence par sélectionner un pixel ou un groupe de pixels appelés points de départ (ou *graines*) qui appartiennent à la structure d'intérêt. Ensuite, les pixels voisins de chaque point de départ sont inspectés et ceux qui respectent le critère d'homogénéité choisi sont ajoutés à la région à laquelle appartient la graine. La procédure s'arrête lorsque plus aucun pixel ne peut être ajouté.

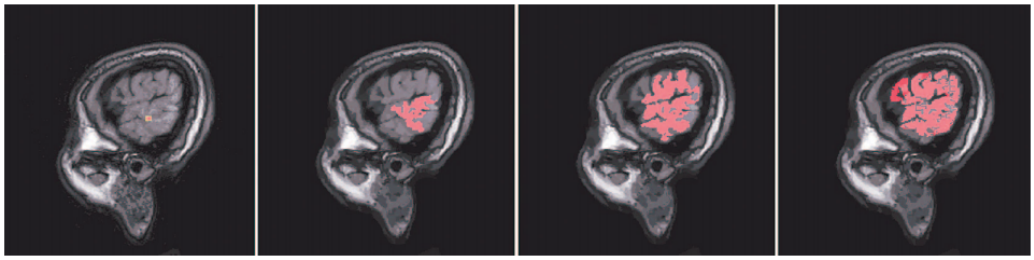


FIGURE 2.8. – Itérations d'un algorithme de croissance de région pour la segmentation d'un cerveau sur une tranche sagittale IRM (image tirée de PAN et LU 2007).

Un exemple de critère d'homogénéité h est calculé par l'équation 2.2.

$$h(P,S,\mu_{S_i},\sigma_{S_i}) = \begin{cases} 1, & \text{si } \mu_{S_i} - \sigma_{S_i} < P_i < \mu_{S_i} + \sigma_{S_i} \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \tag{2.2}$$

Avec S l'ensemble des pixels initialisé par l'utilisateur, P l'ensemble des pixels de l'image et différent de S, P_i l'ensemble des intensités de P, S_i l'ensemble des intensités de S, μ_{S_i} et σ_{S_i} la moyenne et l'écart type des intensités de S_i.

Pour qu'un algorithme de croissance de région soit automatique et par conséquent qu'aucune dépendance initiale aux graines ne soit nécessaire, des informations statistiques et une connaissance préalable peuvent être intégrées dans les algorithmes (POHLE et TOENNIES 2001 ; DEHMESHKI, YE et COSTELLO 2003). Cependant, en raison de la dépendance intrinsèque de l'intensité des algorithmes de croissance de la région, ils ont tendance à avoir des difficultés à contrôler la fuite ou à éliminer l'influence de l'effet de volume partiel. C'est pourquoi, les méthodes de segmentation proposées par MELHEM, SHAKIR, BAKTHAVACHALAM et al. 1998 et M. SEEMANN, O. SEEMANN, BONEL et al. 1999 dans la section 2.2.1 nécessitent une présegmentation suivi d'une assistance manuelle pour limiter ces effets. De la même manière, YOO, G. WANG, RUBINSTEIN et al. 2000 proposent la combinaison d'un algorithme de croissance de région avec un seuillage globale pour segmenter la cochlée tranche par tranche à partir d'images CT-scan (figure 2.9).

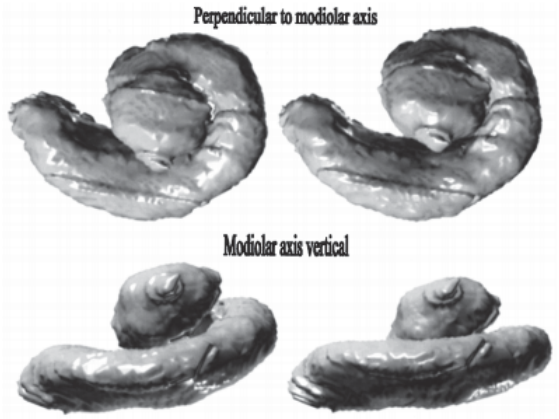


FIGURE 2.9. – Rendu 3D d'une cochlée humaine segmentée avec un algorithme de croissance de région à partir d'images CT-scan (image tirée de YOO, G. WANG, RUBINSTEIN et al. 2000).

C. TODD, KIRILLOV, TARABICHI et al. 2009 ont comparé plusieurs variantes de l'algorithme de croissance de région avec un algorithme d'ensembles de niveaux (présenté dans la section 2.4.2) dans la segmentation de la cochlée à partir d'images CT-scan. Les auteurs ont conclu que les algorithmes de croissance de région ont besoin de moins d'interactions utilisateur par rapport à un algorithme d'ensembles de niveaux. Cependant, puisque ce type d'algorithme est très dépendant de la qualité de l'image, des interactions supplémentaires peuvent être nécessaires pour éviter une sur-segmentation. La figure 2.10 présente la segmentation d'une tranche obtenue avec une variante de l'algorithme de croissance de région (*Isolated Connected Region Growing*).

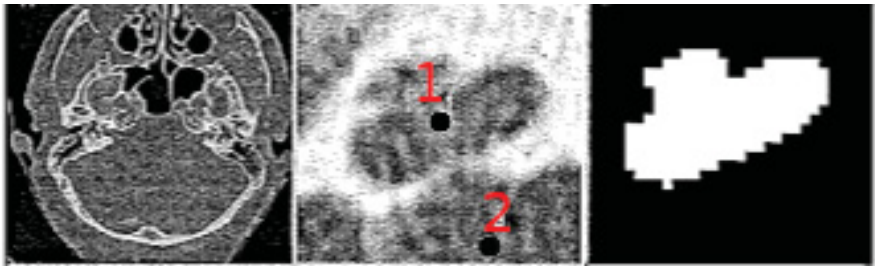


FIGURE 2.10. – Segmentation d'une tranche axiale d'un CT-scan à l'aide d'un algorithme de croissance de région. L'algorithme fait grandir la région à partir de la graine 1 s'il n'y a pas de connexions avec la graine 2 (images tirées de C. TODD, KIRILLOV, TARABICHI et al. 2009).

2.2.2.2. Détection de bords

L'objectif des algorithmes de la sous-section précédente était de reconstruire la région à segmenter directement. Les méthodes suivantes utilisent des opérateurs pour d'abord retrouver les contours de la structure à segmenter puis reconstruisent la région. Les opérateurs laplacien, Sobel et Canny sont quelques exemples de détecteurs de bord :

— l'opérateur *laplacien*, introduit par MARR et HILDRETH 1980, trouve les contours en recherchant des passages par zéro de la dérivée seconde sur l'image. La figure 2.11 présente un résultat de détection de bord à l'aide d'un opérateur laplacien, on remarque que les bords flous sont mal détectés par celui-ci ;

— l'opérateur de *Sobel*, introduit par KANOPOULOS, VASANTHAVADA et BAKER 1988, trouve les bords en calculant le gradient vertical (X) et horizontal (Y) à l'aide de l'approximation de Sobel de la dérivée. Les bords sont les points où le gradient de l'image est maximal. Le résultat final est l'addition des images en X et en Y, comme présentées sur la figure 2.11. Cet opérateur est peu robuste au bruit ;

— l'opérateur de *Canny*, introduit par CANNY 1986, est plus sophistiqué que les deux précédents. Il trouve les bords en recherchant les maxima locaux du gradient de l'image. Le gradient est calculé à l'aide de la dérivée d'un filtre gaussien. L'algorithme utilise deux seuils pour détecter les bords forts et faibles, et inclut les bords faibles dans la sortie uniquement s'ils sont connectés à des bords forts. Cet algorithme est donc moins susceptible que les autres d'être dupé par le bruit, et plus susceptible de détecter de vrais bords faibles comme le montre la figure 2.11 où les bords flous sont bien détectés par l'opérateur.

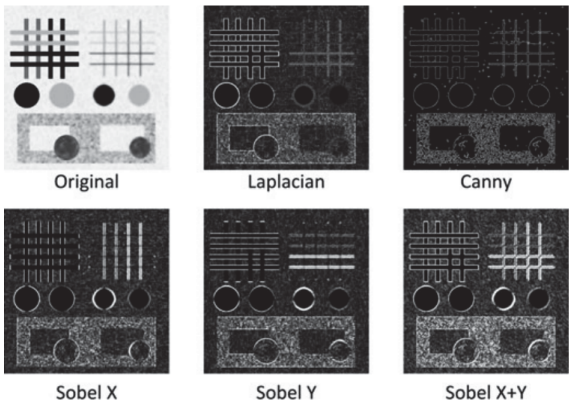


FIGURE 2.11. – Détection de bord à partir de 3 filtres différents : Laplacien, Sobel et Canny. Les structures du côté droit de l'image ont été floutées volontairement (image tirée de UCHIDA 2013).

Puisque les détecteurs de bords ne permettent pas de définir directement les régions segmentées, des algorithmes hybrides proposent de fusionner les informations de région avec un détecteur pour terminer la segmentation. Un algorithme hybride typique est le *Watershed* proposé parBEUCHER 1979. Cet algorithme combine l'intensité de l'image avec les informations de gradient données par le détecteur. Il est basé sur l'hypothèse que la magnitude du gradient de l'image est une surface topographique comme montrée sur la figure 2.12. Le plus petit gradient local de chaque région (points verts) est considéré comme une vallée à partir de laquelle l'eau monte. La position de convergence de deux vallées donne lieu à une limite appelée ligne de partage des eaux (ligne épaisse noire). Chaque minimum local est ensuite entouré par la ligne de partage des eaux, qui représente une région de segmentation. Cet algorithme permet également de trouver les bords dans les situations où les structures se superposent ou se mélangent.

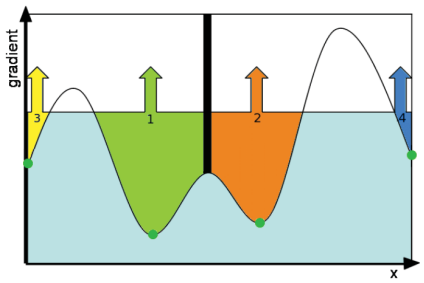


FIGURE 2.12. – Illustration en 1 dimension de l'algorithme *Watershed*. Montées des eaux des zones segmentées à partir de chaque minimum local représenté par des points verts (image tirée de ROUDIER, TISSEYRE, POILVÉ et al. 2008).

BRADSHAW, CURTHOYS, M. J. TODD et al. 2010 proposent d'utiliser un *Watershed* pour reconstruire le labyrinthe osseux de l'oreille interne à partir d'images micro-CT. Les canaux semi-circulaires sont quant à eux segmentés à l'aide d'une technique de contour actif décrite dans la section 2.4.1.1. La figure 2.13 présente le résultat de la reconstruction de la cochlée et du vestibule par cette technique. Le principal problème de cette méthode est constitué par les *fuites* au niveau de la fenêtre ronde et de la fenêtre ovale (entourées en rouge) dues au faible contraste à leur frontière. L'utilisateur doit donc guider manuellement l'algorithme pour les éviter.

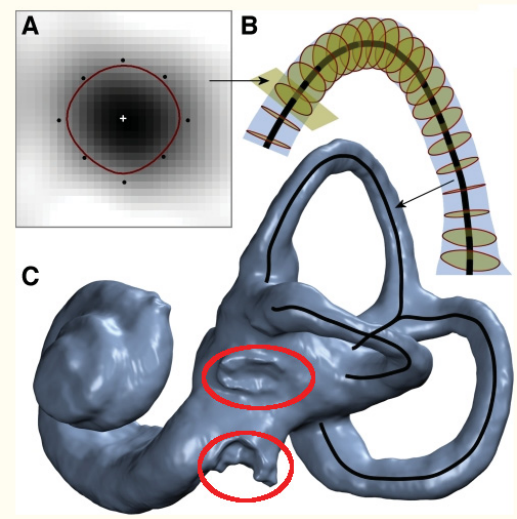


FIGURE 2.13. – Reconstruction d'une oreille interne par BRADSHAW, CURTHOYS, M. J. TODD et al. 2010. **A.** Une coupe transversale d'un canal semi-circulaire modélisé avec un contour actif B-spline. **B.** Modélisation sur l'ensemble d'un canal, les centres de gravité de chaque contour actif forment le chemin central du canal. **C.** Reconstruction du labyrinthe par *Watershed*, les défauts majeurs sont entourés en rouge.

2.3. Recalage

Le recalage d'image consiste en la mise en correspondance de plusieurs images afin de les comparer ou de combiner leurs informations respectives lorsqu'elles sont de modalités différentes. Le principe est de rechercher une transformation géométrique qui minimise l'écart entre deux images (figure 2.14). Cet écart, appelé critère de similarité, peut être calculé de différentes façons selon l'application souhaitée. Les deux critères de similarité les plus courants sont :

— la somme des différences au carré, qui supposent que les intensités entre les images sont similaires ;
— l'information mutuelle, qui mesure la dépendance statistique entre deux images. Cette mesure est très utilisée lorsque l'on recherche une transformation non rigide.

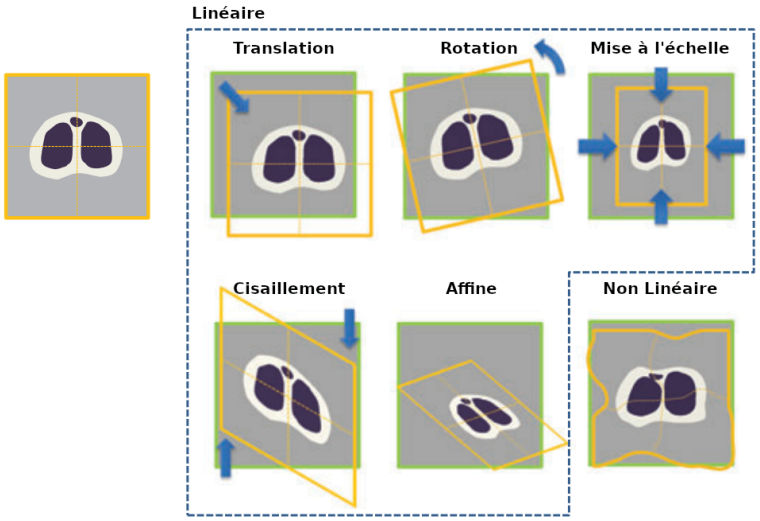


FIGURE 2.14. – Fonctions de transformation géométrique pour le recalage d'images. La transformation affine est une combinaison de translation, rotation, mise à l'échelle et cisaillement. Les fonctions de transformation linéaire conservent les lignes droites, tandis que la fonction de transformation non linéaire transforme une ligne droite en une courbe (image adaptée de UCHIDA 2013).

Dans le domaine de la segmentation médicale, l'objectif est de retrouver une structure particulière dans une image non explorée. Les méthodes basées sur un atlas proposent d'utiliser une image/volume de référence segmentée manuellement et d'appliquer un recalage d'image pour faire correspondre la référence dans l'image à segmenter. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet d'avoir une contrainte sur la forme de la structure à segmenter ce qui évite la plupart des problèmes rencontrés dans la section précédente. Cependant, le temps de calcul pour trouver la transformation est particulièrement dépendant du volume de données à recaler. Il y a également

le risque de tomber sur un minimum local, c'est pourquoi la méthode d'optimisation doit être choisie judicieusement. Lorsque plusieurs atlas sont disponibles, une base de données d'entraînement peut être créée pour générer un modèle déformable paramétrique comme décrit dans la section 2.4.1.2.

NOBLE, DAWANT, F. M. WARREN et al. 2009 proposent d'utiliser cette méthodologie pour segmenter automatiquement l'oreille interne et la chaine ossiculaire à partir d'images CT-scan. Un modèle *a priori* de ces deux structures est segmenté manuellement sur un patient asymptomatique pour obtenir leur forme auquel sont ajoutées les informations statistiques de leur intensité. La méthode de recalage est appliquée sur ces modèles pour les aligner dans le volume CT-scan à segmenter. En comparant leurs segmentations avec des segmentations faites manuellement par des experts, ils obtiennent pour l'oreille interne une erreur moyenne de 0,47 mm et une erreur maximum de 2,55 mm. Pour la chaine ossiculaire, ils obtiennent une erreur moyenne de 0,42 mm et une erreur maximum de 1,77 mm. Cette qualité de segmentation peut s'expliquer premièrement par la résolution de leurs images ($0,35 \times 0,35 \times 0,4 mm$ş), mais également par le manque de flexibilité de la méthode de recalage. En effet, l'algorithme permet de s'aligner sur la forme globale, mais ne prend pas en compte les déformations subtiles de la surface comme on peut le voir sur la figure 2.15. De plus, il a été testé uniquement sur des patients asymptomatiques ; or, ce genre de méthode est moins fiable lorsqu'il y a des variations fortes de la forme de l'objet (par exemple une variation des angles des canaux semi-circulaires).

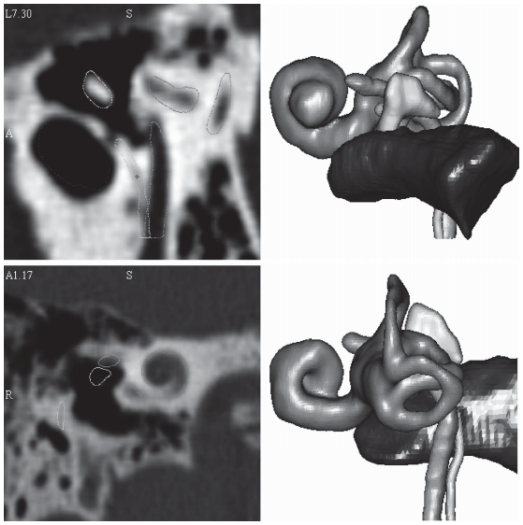


FIGURE 2.15. – Visualisation 3D et coupes transversales des structures de l'os temporal segmentées par recalage d'un atlas. Les nerfs et le conduit auditif ont été segmentés par une méthode alternative (images tirées de NOBLE, DAWANT, F. M. WARREN et al. 2009).

2.4. Segmentation par modèles déformables

Lorsque seules les informations contenues dans l'image où le volume 3D sont utilisées, la segmentation d'images médicales peut se révéler particulièrement difficiles et le résultat dépendra fortement de la modalité d'acquisition sélectionnée et de la structure à reconstruire. Les données peuvent être plus ou moins bruitées et l'environnement immédiat de la structure peut provoquer des *fuites* si les objets avoisinants sont de même intensité. Les algorithmes basés sur des modèles déformables introduisent une connaissance forte sur les structures recherchées, ce qui permet de corriger la plupart des défauts des algorithmes par niveaux de gris.

L'utilisation d'un modèle déformable permet d'introduire principalement une connaissance de la forme des objets recherchés, mais aussi beaucoup d'autres informations comme la variabilité statistique de la forme, l'intensité en niveaux de gris des structures, etc. De plus, ils produisent directement une représentation géométrique des structures segmentées. En trois dimensions, la représentation surfacique est particulièrement adaptée aux attentes des praticiens du domaine de l'imagerie médicale puisqu'elle permet la visualisation et l'interaction dans l'espace des objets.

2.4.1. Représentation paramétrique

Un *modèle déformable paramétrique* est une représentation de la connaissance *a priori* sur la forme de la structure à segmenter. Il est couramment utilisé lorsque les informations géométriques de la forme recherchée sont disponibles préalablement et qu'il peut être conçu en utilisant de préférence un petit nombre de paramètres. En paramétrant un modèle de forme global, la cohérence de la segmentation finale sera plus susceptible d'être obtenue. Il existe deux méthodes générales pour paramétrer la classe de forme et ses variations : les modèles déformables paramétriques basés sur une forme analytique et ceux basés sur un modèle statistique.

2.4.1.1. Modèle déformable analytique

Un *modèle déformable analytique* est déterminé par un ensemble de courbes paramétrées ainsi que par la distribution des valeurs de paramètres admissibles. Le plus connu est l'algorithme des contours actifs introduit par KASS, WITKIN et TERZOPOULOS 1988 pour segmenter des images 2D. Un modèle de contour actif est constitué d'une série de points mobiles formant une courbe et positionnée initialement dans l'image. Le contour va se déformer itérativement jusqu'à épouser la forme de l'objet et se stabiliser. C'est la manière caractéristique avec laquelle le contour se contorsionne qui lui a valu le surnom de *Snake*. Pour calculer la prochaine position des points du contour, le contour actif est associé à une équation d'énergie qu'il faut minimiser.

Soit $I(x, y)$ une image continue et C le *Snake* représenté par la fonction paramétrique $c(s) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ tel que $c(s) = (c_x(s), c_y(s))$, alors l'équation à minimiser est la suivante :

$$E_C^* = \int_0^1 E_{int}(c(s)) + E_{ext}(c(s))ds \tag{2.3}$$

Cette équation est décomposée en deux énergies utiles au *Snake* :

— l'énergie externe E_{ext} utilise les informations contenues dans l'image pour guider le *Snake*. Son objectif est d'attirer les points du contour actif vers les frontières de l'objet à segmenter. L'énergie la plus utilisée est le gradient de l'image $-|\nabla(x, y)|$š qui permet d'obtenir une carte des frontières de l'image. Elle peut également contenir des contraintes supplémentaires pour faire évoluer le *Snake* lorsque l'énergie de l'image est faible, par exemple une force ballon ou de rétraction de la courbe. Ces contraintes peuvent être utiles pour étendre la zone d'influence de l'objet recherché et rendre le contour actif moins sensible à l'initialisation comme le montre la figure 2.16 ;

— l'énergie interne E_{int} permet au contour de conserver une forme cohérente. Elle dépend du contexte de l'application comme la recherche d'une courbe plus ou moins lisse. Une courbe lisse ne captera pas les détails fins de la forme, mais évitera les faux positifs lorsque les frontières sont mal définies.

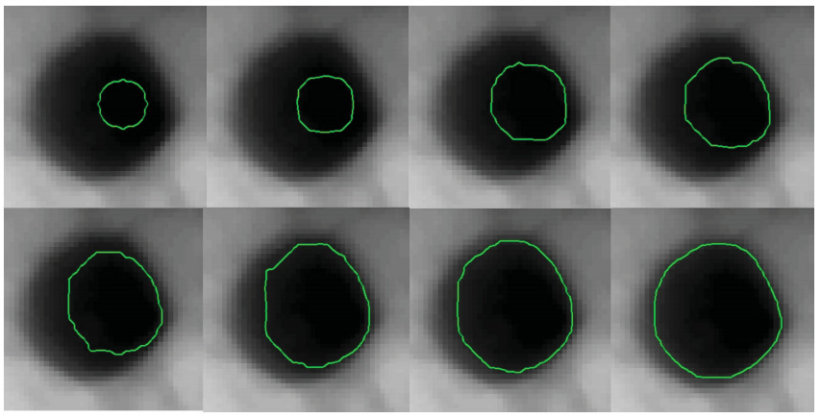


FIGURE 2.16. – Évolution d'un contour actif avec 300 itérations pour la segmentation de lésion rétinienne. Une force ballon est utilisé pour pousser le contour à se déplacer vers les frontières (image tirée de KUBICEK, TIMKOVIC, PENHAKER et al. 2019).

Plusieurs auteurs ont proposé d'utiliser des contours actifs pour segmenter des parties de l'oreille interne. YOO, G. WANG, RUBINSTEIN et al. 2001 ont proposé d'utiliser un contour actif pour guider la segmentation tranche par tranche de la cochlée. Un expert positionne le contour initial et effectue une correction manuelle en cas de mauvaise segmentation. Le temps de segmentation est considérablement réduit par rapport à une segmentation manuelle ; cependant, celui-ci reste long (environ 20 minutes).

Pour pallier le problème de la segmentation tranche par tranche, BRADSHAW, CURTHOYS, M. J. TODD et al. 2010 proposent d'utiliser un système semi-automatique à base de contours actifs B-spline pour reconstruire chaque canal semi-circulaire complet. Un opérateur initialise le contour actif sur une tranche du canal, puis l'algorithme de contour actif est lancé. Une fois la stabilisation atteinte, la position et l'orientation de la prochaine tranche sont déterminées à l'aide du centre de masse des points du contour actif. Les figures 2.13-A et 2.13-B présentées dans la section 2.2.2.2 montrent les différentes étapes du guidage du contour actif. Une interaction manuelle est également nécessaire pour déterminer les extrémités des canaux et arrêter l'algorithme.

Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle est uniquement adaptable en 2D. Dans le cas d'images CT, il faut appliquer cette technique tranche par tranche, ce qui entraîne une perte d'information et une faible robustesse en cas d'artefacts présents sur une tranche. TERZOPOULOS et METAXAS 1991 proposent une généralisation des contours actifs en utilisant des superquadriques déformables. Ces surfaces paramétriques 3D permettent de s'affranchir de ce problème comme nous pouvons l'observer sur la figure 2.17 qui montre une segmentation du cerveau par SCHMITTER, DELGADO-GONZALO, KRUEGER et al. 2014 à partir d'un volume d'images IRM. Cependant, ce genre de méthode ne supporte pas les topologies complexes d'un genre supérieur à 0 comme dans le cas de l'oreille interne avec les 3 canaux semi-circulaires. C'est pourquoi, dans la littérature, on ne retrouve pas d'application des superquadriques pour la segmentation des structures de l'oreille.

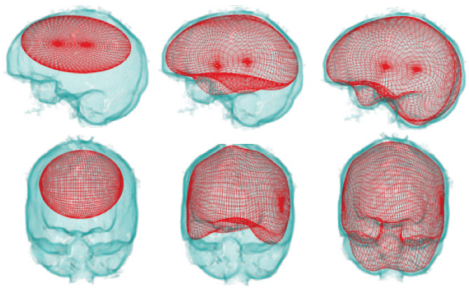


FIGURE 2.17. – Évolution d'une surface paramétrique 3D (un ellipsoïde) pour la segmentation d'un cerveau à partir de donnée IRM (image tirée de SCHMITTER, DELGADO-GONZALO, KRUEGER et al. 2014).

2.4.1.2. Modèle déformable statistique

Pour créer un *modèle déformable statistique*, il est nécessaire d'avoir un modèle standard, utilisé pour décrire la forme moyenne de la structure à segmenter, et des connaissances sur les variations statistiques de sa forme. Dans leur algorithme du *Modèle Actif de Forme* (MAF), COOTES et TAYLOR 1992 proposent de positionner un ensemble de points à la surface ou à l'intérieur du modèle standard. Cet ensemble est appelé *Modèle de Distribution de Points* (MDP). Puis, à partir d'une base de données sur les variations statistiques de ces points, ils proposent d'utiliser une *Analyse en Composante Principale* (ACP) pour décomposer le modèle en une base propre des variations de la forme. Plus la base de données des variations est importante, plus riche sera la décomposition. Le modèle générique peut ainsi être déformé pour correspondre le mieux possible aux informations contenues dans l'image tout en respectant la forme de la structure que l'on souhaite segmenter.

La figure 2.18-A présente un exemple de MDP d'une résistance électronique. Un modèle approximatif est positionné proche de la structure à segmenter et va être déformé itérativement par déplacement des points. Les nouvelles positions sont contraintes pour que la segmentation soit statistiquement admissible. La figure 2.18-A montre la déformation du modèle de la figure dans la segmentation d'une résistance électrique.

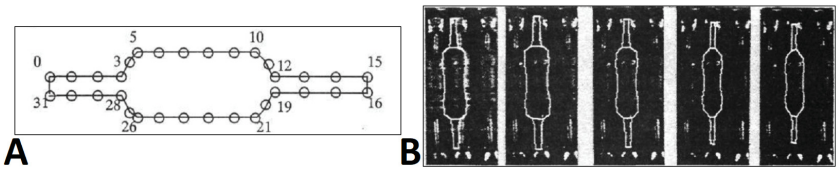


FIGURE 2.18. – **A.** MDP appliqué à un modèle de résistance électrique **B.** Segmentation d'une résistance électrique du MDP de l'image A (images tirées de COOTES et TAYLOR 1992).

Récemment, l'algorithme du modèle actif de forme et ses variantes sont utilisés par plusieurs auteurs dans la segmentation des structure de l'oreille moyenne et interne.

NOBLE, LABADIE, MAJDANI et al. 2011 présentent une méthode de segmentation basée sur le MAF pour segmenter la cochlée à partir de volume CT-scan. Le modèle est créé à partir d'une base de données de 5 oreilles cadavériques segmentées manuellement à partir de scans micro-CT. L'utilisation d'une imagerie de très haute résolution leur a permis de segmenter les chambres cochléaires séparément comme montrées sur la figure 2.19. Le modèle est positionné manuellement dans le volume CT-scan puis déformé. Avec cette méthode, ils obtiennent un score de similarité de 75% avec le coefficient de similarité de Dice (DSC, présenté dans la section 2.7). Cette faible valeur peut s'expliquer par une base de données trop petite qui ne couvre pas une variabilité suffisante.

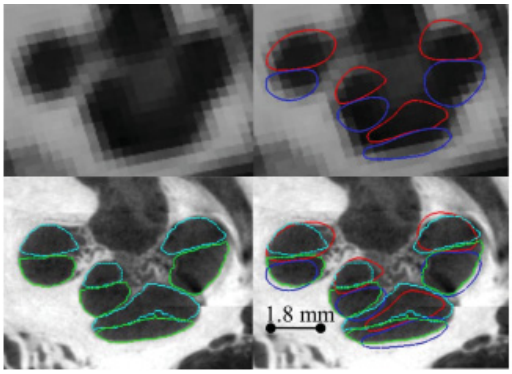


FIGURE 2.19. – Contours de la segmentation automatique par NOBLE, LABADIE, MAJDANI et al. 2011 pour la rampe tympanique (rouge) et la rampe vestibulaire (bleu) obtenus à partir d'images CT-scan (première rangée). Contours de la segmentation manuelle de la rampe tympanique (bleu clair) et rampe vestibulaire (vert) obtenus à partir d'images micro-CT (seconde rangée).

CERROLAZA, VERA, BAGUÉ et al. 2014 proposent l'utilisation d'un MAF hiérarchique et multi-résolution pour segmenter les structures de l'oreille moyenne et interne. La segmentation hiérarchique indique un ordre de segmentation des différentes structures. Les structures déjà segmentées sont considérées comme des contraintes de voisinage, empêchant ainsi les recouvrements entre les structures. Ils introduisent également une approche multi-résolution dans cette méthode, ce qui permet de réduire l'influence d'une base de données limitée. En effet, le manque de données est la principale limite des méthodes statistiques. Malgré une faible précision (environ 80% avec le DSC selon la structure), cette méthode met en évidence l'intérêt de considérer les structures voisines dans la segmentation de l'oreille puisque celles-ci sont collées les unes aux autres, comme montré dans la figure 2.20.

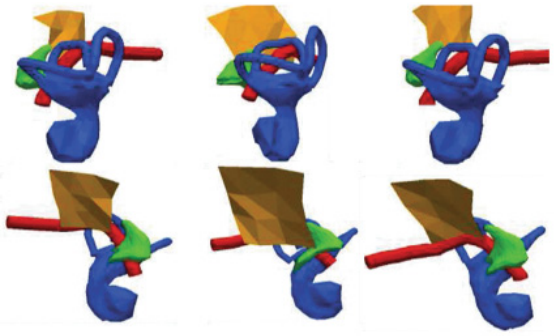


FIGURE 2.20. – Exemples de variations d'une oreille interne, complexe incudo-malléaire, tympan et nerf facial générés par CERROLAZA, VERA, BAGUÉ et al. 2014.

PUJADAS, KJER, PIELLA et al. 2016 présentent un modèle déformable statistique combiné avec une *marche aléatoire* pour segmenter l'oreille interne avec une imagerie micro-CT. L'algorithme de segmentation par marche aléatoire proposé par GRADY 2006 permet de trouver finement les frontières de la structure tandis que le modèle déformable applique une contrainte de forme évitant ainsi une sur segmentation. En utilisant une base de données de 17 segmentations, ils obtiennent une valeur de 95% avec le DSC. Sans l'étape de segmentation par marche aléatoire, ils obtiennent une valeur de 86% à cause du manque de données d'apprentissage. Ce résultat peut s'expliquer par le meilleur contraste proposé par l'imagerie micro-CT par rapport à un CT-scan traditionnel (figure 2.21) ainsi que par le phénomène de contamination des données, étant donné que la base de données d'apprentissage est la même que celle de validation.

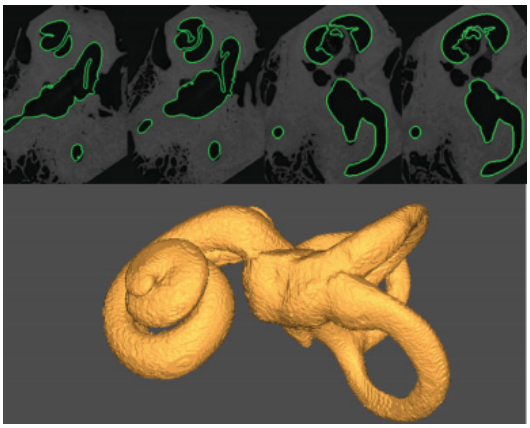


FIGURE 2.21. – Segmentation d'une oreille interne à partir d'images micro-CT par PUJADAS, KJER, PIELLA et al. 2016.

2.4.2. Représentation implicite

Une *surface implicite* est définie comme l'ensemble des zéros d'une fonction f dans $\mathbb{R}$. Elle peut être représentée sous la forme de l'équation suivante :

$$S_f = \{p \in \mathbb{R}^3 \mid f(p) = 0\} \tag{2.4}$$

Lorsque f est un polynôme, on parle de surface algébrique. Bien que très exploité dans le domaine de l'informatique graphique, ce type de surface reste peu utilisé en imagerie médicale à cause de plusieurs problèmes. Celles-ci ne sont pas nécessairement fermées et sont parfois représentées visuellement. De plus, le calcul de la distance d'un point à la surface utilisé dans les algorithmes de mises en correspondance (voir section 2.7) n'est pas évident, ce qui pose problème au moment de valider la segmentation.

La technique des *ensembles de niveaux* développée par OSHER et SETHIAN 1988 et adapté par MALLADI, SETHIAN et VEMURI 1995 pour la segmentation suggère d'utiliser une surface implicite. Soit S une surface qui borne une région θ, celle-ci peut être définie à un instant t et au point x par une fonction $\psi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ de dimension supérieure telle que :

$$S(t) = \left\{(x,t) \in \mathbb{R}^3 \mid \psi(x,t) = 0\right\} \tag{2.5}$$

La valeur de ψ est positive à l'intérieur de θ, négative à l'extérieur et nulle sur la frontière. À partir de la position initiale de $S(t)$, son mouvement ultérieur peut être calculé à partir d'une vitesse v définie par l'application. Les modifications de la topologie comme une séparation ou un regroupement sont ainsi directement prises en compte, ce qui est l'avantage majeur de cette approche. La figure 2.22 illustre ce changement de topologie. Le premier inconvénient de cette méthode est le passage en dimension supérieure qui alourdit la charge de calcul. Celui-ci est cependant corrigé par plusieurs optimisations comme la méthode par *Narrow Band* proposée par SETHIAN 1996. Le second inconvénient concerne la difficulté de définir une vitesse v appropriée pour faire avancer le front.

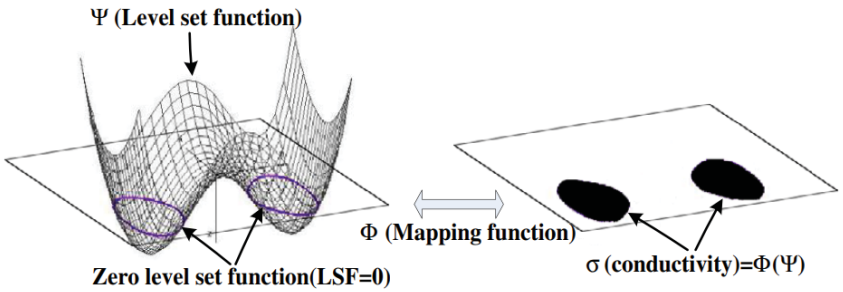


FIGURE 2.22. – Ajout d'une dimension : à gauche la représentation 3D de la courbe avec l'intersection et à droite le résultat (image tirée de RAHMATI, SOLEIMANI, PULLETZ et al. 2012).

Cette méthodologie a été appliquée à la segmentation de la cochlée et des canaux vestibulaires par XIANFEN, SIPING, CHANGHONG et al. 2006 à partir d'images CT-scan. Tout d'abord, une présegmentation manuelle est appliquée pour supprimer plusieurs régions étroitement interconnectées en visualisant le volume tranche par tranche. Cette étape permet d'éviter tous les problèmes de connexités et séparer la cochlée du système vestibulaire. Ensuite, une variante de l'algorithme de Level-Set (avec *narrow band*) est appliquée afin d'obtenir une segmentation fine de ces structures (figure 2.23-A). Le rendu 3D de l'oreille visible sur la figure 2.23-B est obtenu avec un algorithme de *marching-cubes* introduit par LORENSEN et CLINE 1987.

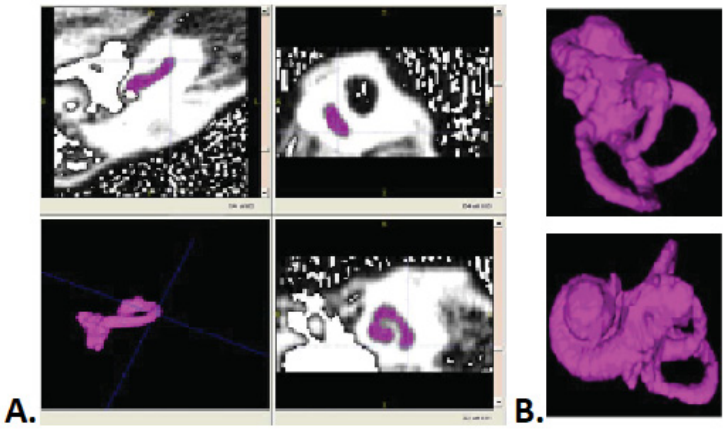


FIGURE 2.23. – **A.** Segmentation d'une cochlée à partir d'un volume CT-scan et d'un algorithme d'ensembles de niveaux. **B.** Reconstruction 3D d'une oreille interne (images tirées de XIANFEN, SIPING, CHANGHONG et al. 2006).

S. ZHU, W. GAO, Y. ZHANG et al. 2017 proposent d'utiliser un modèle déformable statistique combiné avec une étape de segmentation par ensembles de niveaux pour segmenter l'oreille interne à partir d'images IRM. Le modèle déformable est initialisé dans le volume à l'aide d'un recalage rigide dans une zone définie manuellement. Le modèle est ensuite déformé pour s'approcher des frontières de l'oreille interne puis est utilisé comme contour initial à un algorithme d'ensembles de niveaux 3D. Cette approche permet d'obtenir une précision de 95% avec le coefficient de similarité de Dice. Le modèle bleu de la figure 2.24 est un modèle de l'oreille interne segmenté par cette méthode. Le modèle violet présente un modèle segmenté par la méthode des ensembles de niveaux. On remarque que l'ajout du modèle déformable statistique permet d'éviter la sursegmentation au niveau du canal cochléaire.

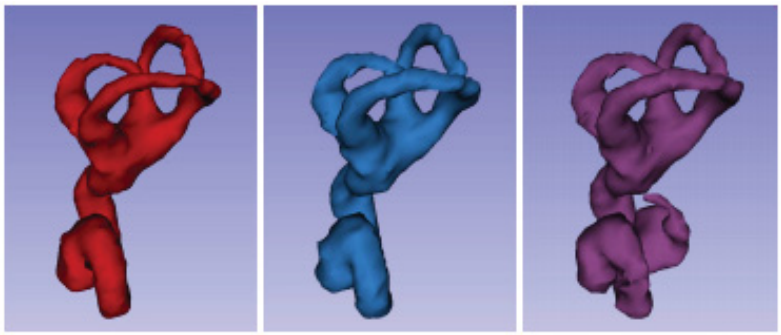


FIGURE 2.24. – Comparaison de méthodes de segmentation d'une oreille interne. En rouge, une segmentation manuelle. En bleu une segmentation par la méthode de S. ZHU, W. GAO, Y. ZHANG et al. 2017. En violet une segmentation par ensembles de niveaux.

2.4.3. Représentation discrète

L'utilisation de la représentation discrète d'un modèle permet d'éviter les problèmes inhérents aux approches paramétriques et implicites. Ainsi il n'est pas nécessaire d'avoir une base de données des variations des formes ou de définir une paramétrisation empirique pour chaque structure de l'oreille. De plus, en effectuant des calculs dans le domaine discret, les coûts de calcul sont considérablement réduits, tandis que le formalisme de maillage permet de bénéficier d'un rendu 3D en temps réel et d'autres optimisations basées sur le GPU. Cependant, les équations locales du mouvement des points du modèle ne permettent pas de directement régulariser la surface. Il est donc commun d'introduire une contrainte de lissage forte pendant la déformation pour s'assurer de conserver la forme.

Deux types de représentation discrète sont principalement utilisés dans la segmentation des structures de l'oreille moyenne et interne, les maillages triangulaires et les maillages simplexes :

— les maillages triangulaires sont définis par un ensemble de triangles connecté entre eux par des arêtes ou des sommets communs, comme illustré à gauche dans la figure 2.25 ;
— les maillages simplexes, introduits par DELINGETTE 1994, sont des structure régulière où chaque sommet possède exactement trois voisins, comme illustré à droite dans la figure 2.25.

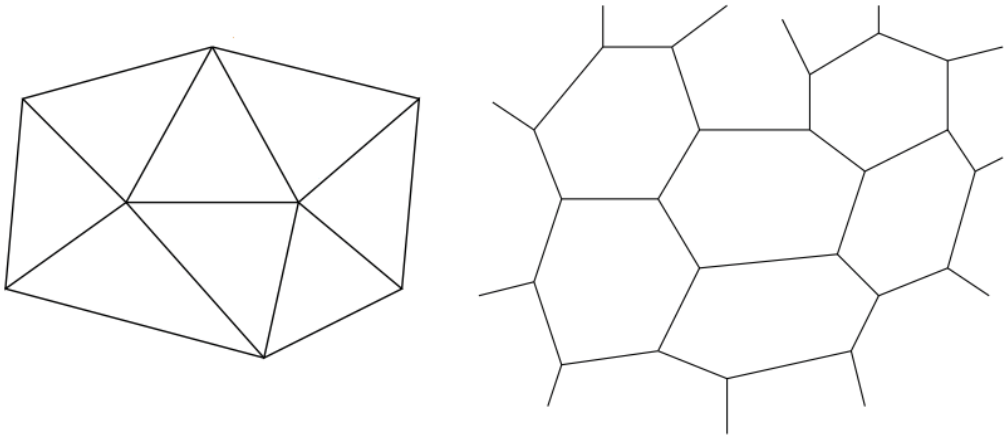


FIGURE 2.25. – À gauche, un maillage triangulaire. À droite, un maillage simplexe (image tirée de MONTAGNAT 1999).

L. SHI, D. WANG, W. C. CHU et al. 2011 proposent une approche de segmentation semi-automatique des canaux semi-circulaires à partir d'images IRM et basée sur un modèle discret déformable. Un masque du système vestibulaire est généré manuellement pour servir d'information *a priori* pour la méthode de segmentation. L'utilisateur définit une région d'intérêt qui contient le système vestibulaire puis le masque est recalé automatiquement avec une transformation affine en minimisant l'information mutuelle entre le masque et la région d'intérêt. Un modèle déformable discret triangulaire (figure 2.26-b) est généré à partir du masque recalé en utilisant l'algorithme de *marching-cubes* LORENSEN et CLINE 1987. Ce modèle est transformé en maillage simplexe afin de simplifier les opérations de déformation locales. Ce maillage est finalement déformé pour approcher les frontières du système vestibulaire tout en respectant une contrainte de lissage ce qui permet de conserver un modèle cohérent.

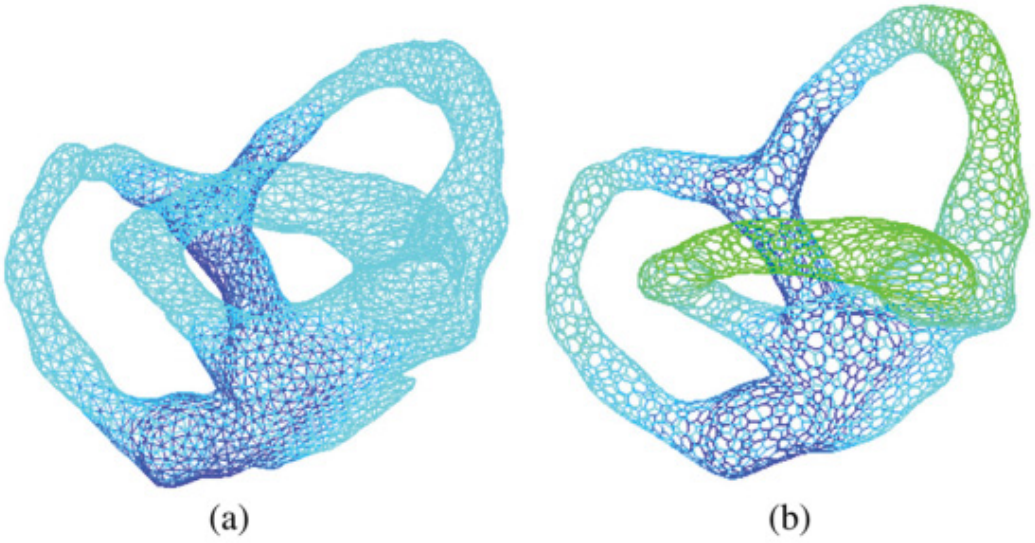


FIGURE 2.26. – **A.** Maillage triangulaire d'un système vestibulaire avant déformation. **B.** Maillage simplexe du système vestibulaire après déformation (image tirée de L. SHI, D. WANG, W. C. CHU et al. 2011).

2.5. Segmentation par apprentissage profond

L'apprentissage profond est une branche du domaine de l'apprentissage automatique qui permet aux algorithmes de tirer des enseignements de leurs expériences pour améliorer la tâche à effectuer. Les algorithmes d'apprentissage profond sont basés sur des réseaux de neurones artificiels. Ces réseaux sont structurés en plusieurs couches d'entrées, de sorties et masquées. Chaque couche contient plusieurs unités (généralement des noyaux de convolution) qui transforment les données d'entrées en données utilisables dans la couche suivante. L'architecture U-Net, introduite par RONNEBERGER, FISCHER et BROX 2015, est présentée dans la figure 2.27. C'est l'architecture la plus utilisée pour la segmentation d'images médicales.

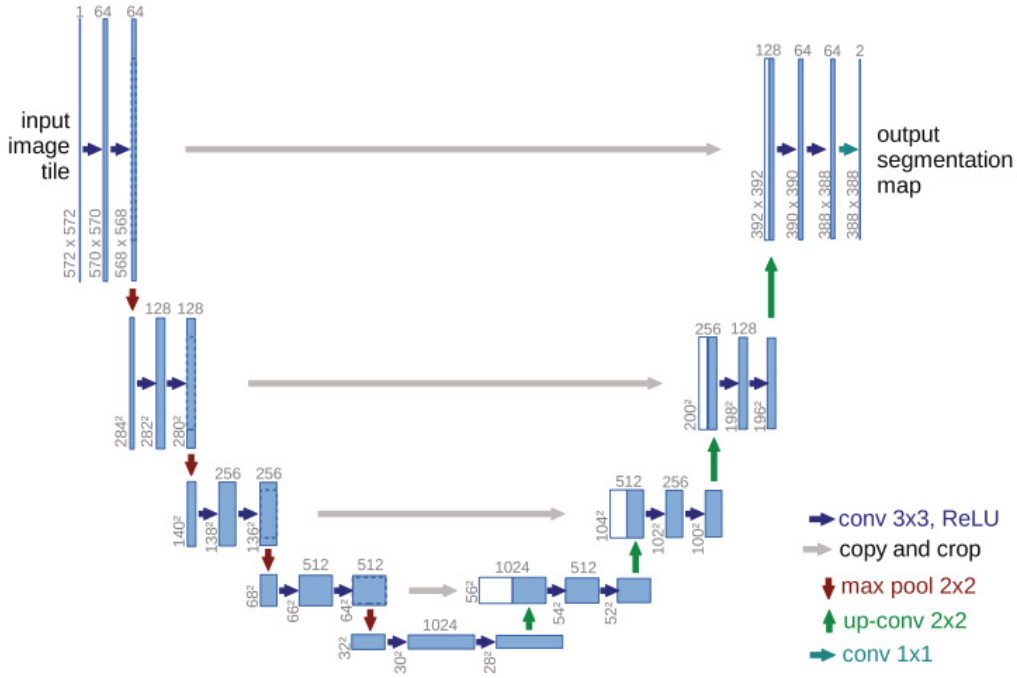


FIGURE 2.27. – Architecture U-Net formalisée par RONNEBERGER, FISCHER et BROX 2015. Chaque rectangle représente une carte de caractéristiques. Les flèches de couleurs indiquent les opérations pour passer d'une carte à une autre. Un ensemble de trois rectangles forme une couche de l'architecture.

Les algorithmes d'apprentissage profond sont largement utilisés dans la segmentation d'images médicales, principalement pour la segmentation de tumeurs du foie (LI et al. 2015), du cerveau (MENZE, JAKAB, S. BAUER et al. 2014), du poumon (S. WANG, ZHOU, LIU et al. 2017)... LEI, R. WANG, WAN et al. 2020 proposent de les classer en trois catégories : l'apprentissage supervisé, l'apprentissage non supervisé et l'apprentissage semi-supervisé :

— l'apprentissage supervisé consiste à apprendre un modèle de prédiction à partir d'une base de données d'images étiquetées. Cette base de données doit être représentative d'une population de façon à ce que le modèle appris puisse être appliqué sur des données non présentes dans la base de données initiales. Étant donné la variabilité morphologique des organes, les bases de données doivent être conséquentes pour que ces algorithmes soient utilisés dans la segmentation d'images médicale ;
— l'apprentissage non supervisé consiste à apprendre un modèle de prédiction sans base de données d'images étiquetées. L'algorithme doit découvrir seul les structures à segmenter et ne peut pas accorder de score de réussite. Ils permettent d'effectuer des tâches plus complexes, mais le résultat est moins prévisible qu'avec un apprentissage supervisé. Étant donnée la complexité des images médicales (structures voisines différentes, bruit...) et la plus faible fiabilité de ces algorithmes, cette catégorie est très peu utilisée dans la segmentation d'images médicales ;
— l'apprentissage semi-supervisé se situe entre l'apprentissage supervisé et l'apprentissage non supervisé. Il permet d'entraîner un modèle de prédiction à partir d'une petite base de données. Pour cela, il existe trois types d'approches. L'augmentation des données, qui consiste à appliquer des transformations telles que des rotations, mises à l'échelle, distorsions, changement d'intensités, ajout de bruits... sur les données pour générer une base de données plus importante. Cependant, cette tâche a tendance à générer des données très corrélées. L'apprentissage par transfert permet de transférer les connaissances de modèles déjà entraînés pour initialiser un nouveau modèle. La dernière approche est la segmentation interactive. Elle permet aux cliniciens de corriger interactivement le résultat du modèle de prédiction pour améliorer la précision.

Ces deux dernières années ont vu apparaître des approches de segmentation automatique de la chaîne ossiculaire et de l'oreille interne par apprentissage profond. KE, LV, WANG et al. 2020 proposent une segmentation automatique de l'oreille interne, du nerf facial et du complexe incudo-malléaire à partir d'images CT-scans. Leur architecture est basée sur 3D U-Net (ÇIÇEK, ABDULKADIR, LIENKAMP et al. 2016) qui permet la segmentation de données volumétriques sans passer par une analyse tranche par tranche. Pour entraîner leur modèle, ils utilisent une base de donnée de 30 scans annotés manuellement. Ils obtiennent un coefficient de similarité de 79% pour la segmentation de l'oreille interne et de 64% pour la segmentation du nerf.

VAIDYANATHAN, LUBBE, LEIJENAAR et al. 2021 proposent une segmentation automatique par apprentissage profond de l'oreille interne à partir d'images IRM. Ils utilisent également l'architecture 3D U-Net pour traiter des données volumétriques. Contrairement à la méthode présentée ci-dessus, la base de données utilisées est plus importante (944 scans annotés). Ils obtiennent un coefficient de similarité de 88%. La figure 2.28 présente une comparaison entre la vérité terrain et le modèle prédit par cette méthode. Même si la modalité d'imagerie est différente entre ces deux méthodes, nous pouvons observer comment la taille de la base de données influence directement la précision du modèle reconstruit.

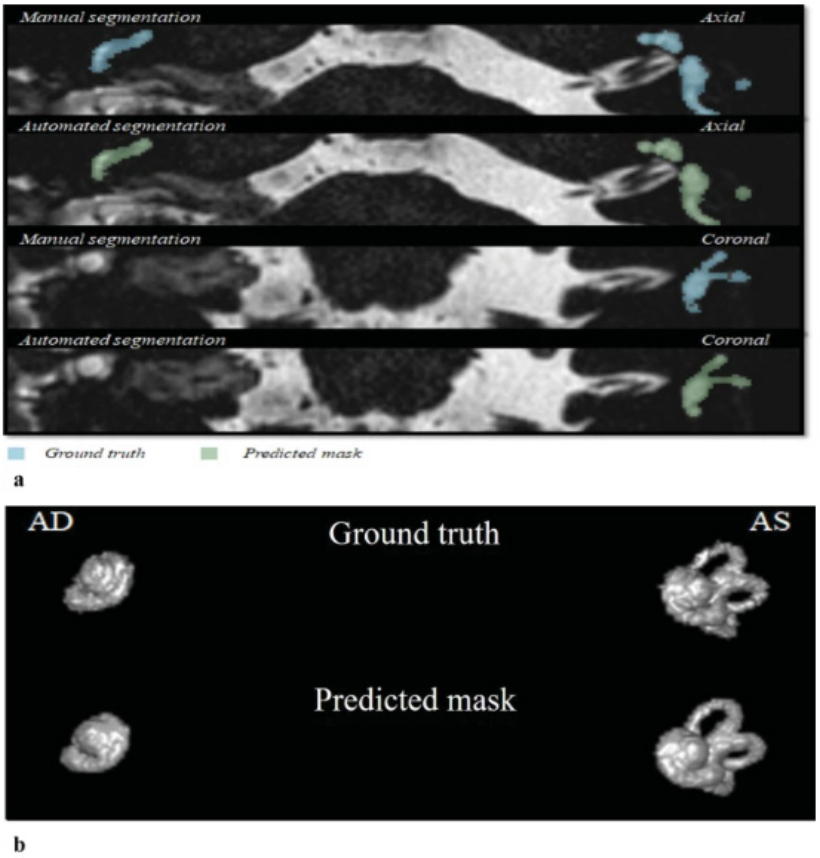


FIGURE 2.28. – **a**. Coupes coronales IRM d'une oreille interne. En bleu, la vérité terrain et en vert, le modèle prédit. **b**. Comparaison des rendus 3D entre les modèles reconstruits manuellement et par l'intelligence artificielle (image tirée de VAIDYANATHAN, LUBBE, LEIJENAAR et al. 2021).

HUSSAIN, LALANDE, GIRUM et al. 2021 proposent une segmentation par apprentissage profond tranche par tranche de l'oreille interne à partir de scans μCT. Ils se basent sur l'architecture U-Net pour développer une approche en trois étapes. Dans la première étape, le modèle est estimé à partir des tranches coronales du volume. Dans la seconde étape, le modèle est raffiné avec les tranches sagittales. Le modèle de prédiction final est obtenu après la convolution des tranches axiale. Ces étapes leur permettent de récupérer une partie des informations 3D du volume. Pour entraîner ce modèle, ils utilisent une base de données de 17 scans annotés. Ils obtiennent un coefficient de similarité moyen de 90% et une distance de Haussdorf de 0,74mm. Le faible nombre de données de validation peut expliquer cette bonne précision et la méthode mériterait d'être validée avec un plus grand nombre de données. De plus, les données volumétriques utilisées sont de très haute résolution non obtenables *in vivo*. La figure 2.29 présente le rendu 3D d'une oreille interne prédite par cette méthode. Nous pouvons observer quelques artefacts sur la surface.

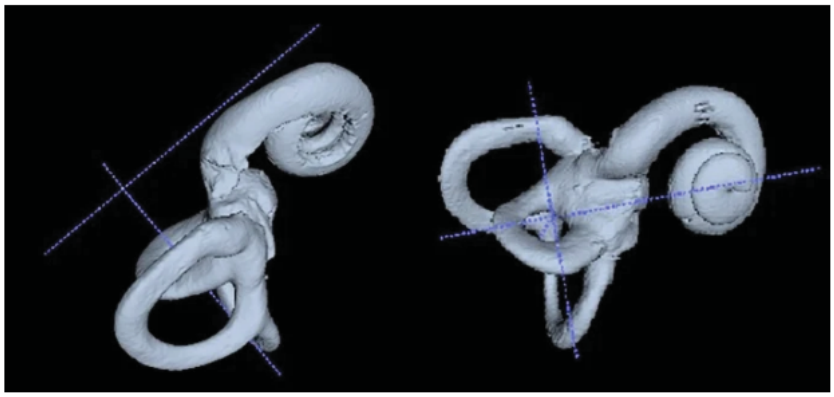


FIGURE 2.29. – Rendu 3D d'un modèle de l'oreille interne reconstruit par apprentissage profond (image tirée de HUSSAIN, LALANDE, GIRUM et al. 2021).

2.6. Synthèse des approches de segmentation

Dans cette section, nous revenons sur les avantages et inconvénients de chaque classe de méthodes de segmentation dans la reconstruction des structures de l'oreille.

Les approches de segmentation par niveaux de gris permettent de réduire le temps de segmentation par rapport aux approches manuelles. Cependant, elles nécessitent toujours une action de l'utilisateur pour chaque tranche du volume. De plus, pour les structures de l'oreille moyenne, puisqu'elles sont collées ensemble et ont la même intensité dans le volume CBCT, ces approches ne fournissent pas de modèles séparés pour chaque structure. Pour l'oreille interne, qui présente des *trous* dans son enveloppe osseuse (fenêtre ovale, fenêtre ronde, canaux vestibulaires et cochléaire), ces méthodes nécessitent une action de l'utilisateur pour éviter de sursegmenter.

Les approches par recalage d'image permettent de positionner un atlas d'une structure dans une volume de donnée. Les structures sont généralement bien positionnées, mais les reconstructions présentent une faible précision. En effet, ces méthodes ne prennent pas en compte les déformations subtiles de la surface. De plus, elles sont sensibles aux variations importantes de la morphologie. Enfin, les structures de l'oreille sont très petites par rapport au volume CBCT ; ces approches nécessitent donc de sélectionner manuellement la zone de l'os temporal pour débuter le recalage.

Les approches par modèles déformables ajoutent une contrainte de forme pour éviter les problèmes de sursegmentation. Il existe différentes classes de modèles permettant de capturer ces contraintes :

— les modèles analytiques encodent la contrainte de forme sous la forme d'une courbe ou d'une surface paramétrée. La déformation du modèle est guidée par un ensemble de fonctions mathématiques à minimiser appelées énergies. Ces approches réduisent considérablement le temps de segmentation et d'initialisation par rapport aux méthodes par niveaux de gris tout en évitant la sursegmentation. Cependant, les approches 3D ne supportent pas les changements topologiques et sont donc inadaptées pour des structures comme l'oreille interne et l'étrier ;

— les modèles statistiques encodent également la contrainte de forme sous la forme d'une courbe ou d'une surface paramétrée, comme pour les modèles analytiques. Cependant, la déformation est guidée par la connaissance statistique des variations de la forme. Ces approches proposent des modèles finaux relativement précis. Cependant, la difficulté d'obtenir une base de données importante et précise des structures de l'os temporal rend la méthode moins robuste aux différentes morphologies et malformations ;

— les modèles implicites encodent la contrainte de forme sous la forme d'une fonction implicite. Ces approches ont l'avantage de gérer les changements topologiques. Cependant, elles sont sensibles à la sursegmentation lorsque la structure est non fermée et présente des intensités similaires dans son environnement proche comme pour l'oreille interne et l'articulation incudo-malléaire ;
— les modèles discrets encodent la contrainte de forme sous la forme d'une courbe ou d'une surface non paramétrée. La déformation du modèle est guidée par une recherche locale des frontières de la structure dans le volume. Un lissage de la surface permet d'assurer la conservation de la forme. Ces approches ne nécessitent pas de base de données ou de paramétrisation empirique de la forme, cependant, elles nécessitent une initialisation précise du modèle pour éviter de segmenter les frontières d'autres structures. De plus, le genre du modèle initial doit correspondre au genre de la structure recherchée.

Les approches par apprentissage profond sont complètement automatiques et offrent une très bonne précision des modèles reconstruits. Cependant, une base de données conséquente d'images annotées est nécessaire pour chaque structure à segmenter. L'obtention d'une base de données qui caractérise la variabilité morphologique des structures constitue généralement l'obstacle principal à l'utilisation de ce type d'approche. Ce genre de base de données est très difficile à obtenir pour les structures de l'oreille moyenne et interne. Même s'il existe des moyens d'augmenter artificiellement le nombre de données d'apprentissage, ces données artificielles sont généralement très corrélées entre elles, ce qui impacte la précision du modèle de prédiction.

Quelle que soit la méthode choisie, le domaine de la segmentation d'images médicales impose l'évaluation de la précision et de la robustesse de celle-ci face à des données cliniques. Cette évaluation s'effectue généralement par la comparaison des modèles reconstruits avec un modèle de référence. Dans la prochaine section, nous présentons le processus général de validation ainsi que les métriques standards utilisées dans la comparaison des modèles 3D.

2.7. Validation

Pour valider une méthodologie, il est nécessaire de comparer son résultat avec une référence absolue appelée *standard d'or*. Dans certains cas, la référence peut être un 'fantôme' de validation avec des propriétés connues et référencées. Cependant, un standard d'or ne peut exister qu'en théorie dans le domaine de la segmentation médicale, car il est impossible de connaître préalablement le modèle 3D d'un sujet quelconque. Dans ce cas, une vérité terrain appelée *standard de bronze* est généralement acceptée comme substitut à une référence absolue.

La validation d'une approche de segmentation d'images médicales à l'aide d'un standard de bronze repose sur un processus simple. Chaque donnée d'un ensemble de validation est d'abord segmentée manuellement par un ou plusieurs experts du domaine, puis comparée à la segmentation proposée par l'algorithme à évaluer. Cependant, la segmentation manuelle implique une variabilité inter- et intra-opérateurs lorsque les segmentations sont répétées. Pour prendre en compte ce phénomène, plusieurs experts sont amenés à segmenter plusieurs fois chaque donnée.

Pour comparer les données de référence aux données segmentées par l'algorithme à valider, un ensemble de métriques de performance adapté à la méthode doit être déterminé. Ces métriques permettent de mesurer la précision, la robustesse et la fiabilité de la méthode de segmentation. L'ensemble de métriques présenté ci-dessous est utilisé dans la suite de ce manuscrit pour valider la méthode. Ce sont des métriques couramment utilisées pour segmenter des images médicales (HEIMANN, VAN GINNEKEN, STYNER et al. 2009).

Coefficient de Dice

Le *coefficient de Dice* permet de mesurer la similarité entre deux ensembles de données ZOU, WARFIELD, BHARATHA et al. 2004. Soient A un volume de référence et B le volume segmenté alors la formule présentée par l'équation 2.6 permet de calculer ce coefficient qui est exprimé en pourcentage. Un résultat de 1 indique une similarité parfaite entre les deux ensembles.

$$DSC = 2 * \frac{|A \cap B|}{|A| + |B|} \tag{2.6}$$

Distance de surface symétrique moyennes

La *distance de surface symétrique moyenne* est calculée en millimètres à partir de la moyenne de toutes les plus courtes distances euclidiennes entre les voxels de la surface segmentée A et ceux de la référence B et de celles calculées de B vers A. Un résultat de 0 indique une segmentation parfaite. Soit S_A l'ensemble des sommets de surface de A. La distance la plus courte entre un sommet arbitraire s et S_A est définie par la formule 2.7.

$$d(s, S_A) = \min_{s_i \in S_A} \|s - s_i\| \tag{2.7}$$

La distance de surface symétrique moyenne est alors calculée avec l'équation 2.8.

$$ASD(A,B) = \frac{1}{|S_A| + |S_B|} . (\sum_{s_i \in S_A} d(s_i, S_B) + \sum_{s_j \in S_B} d(s_j, S_A)) \tag{2.8}$$

Distance de surface symétrique moyenne quadratique

La *distance de surface symétrique moyenne quadratique* s'appuie également sur les distances de surface et est calculée en millimètres de la même façon que la distance de surface symétrique moyenne. Cependant comme indiqué dans la formule 2.9, les distances euclidiennes entre les voxels de surface sont élevées au carré. Cette métrique est particulièrement sensible aux déviations du contour puisque les distances sont au carré.

$$MSD(A,B) = \sqrt{\frac{1}{|S_A| + |S_B|}} * \sqrt{(\sum_{s_i \in S_A} d^2(s_i, S_B) + \sum_{s_j \in S_B} d^2(s_j, S_A))} \tag{2.9}$$

Distance de Hausdorff

La *distance de Haussdorf* est calculée en millimètres et de manière similaire aux deux mesures précédentes. Cette distance (formule 2.10) correspond à la valeur maximale des différences de distance euclidienne entre les deux ensembles de voxels. C'est une métrique sensible aux valeurs aberrantes, ce qui est intéressant dans les applications cliniques où l'erreur dans le pire des cas est plus importante que les erreurs moyennes.

$$RMSD(A,B) = \max\{\max_{s_i \in S_A} d(s_i, S_B), \max_{s_j \in S_B} d(s_j, S_A)\} \tag{2.10}$$

2.8. Problématiques, objectifs et hypothèses

Dans cette section, nous revenons d'abord sur les différents problèmes rencontrés dans la littérature pour segmenter les structures de l'oreille interne et moyenne. Nous exposons ensuite nos objectifs pour cette première partie de la thèse. Enfin, nous proposons un ensemble d'hypothèses qui pourraient permettre de répondre à ces objectifs.

Problématiques

Plusieurs auteurs ont proposé des approches capables de segmenter les structures de l'os temporal (Ke, Lv, Wang et al. 2020 ; Cerrolaza, Vera, Bagué et al. 2014 ; Noble, Dawant, F. M. Warren et al. 2009). Cependant, aucune de ces approches ne règle les problèmes de segmentation liés à la petite taille et au faible contraste des structures de la chaîne ossiculaire dans une imagerie à faible dose. En effet, dans ces méthodes, la chaîne ossiculaire est considérée comme une unique structure. L'approche par modèle déformable proposée par Cerrolaza, Vera, Bagué et al. 2014 n'obtient pas une précision satisfaisante sur les modèles finaux, cependant elle met en évidence l'intérêt de la segmentation multi-structures pour les structures internes à l'os temporal.

D'autres auteurs proposent des méthodes adaptées uniquement à la segmentation de l'oreille interne. Noble, Labadie, Majdani et al. 2011 ; Pujadas, Kjer, Piella et al. 2016 ; S. Zhu, W. Gao, Y. Zhang et al. 2017 utilisent des modèles déformables statistiques pour segmenter la structure. L'approche de Noble, Labadie, Majdani et al. 2011 n'obtient pas une précision satisfaisante sur les modèles finaux, mais elle permet une représentation des structures à l'intérieur de l'oreille interne. Pujadas, Kjer, Piella et al. 2016 obtiennent une bonne précision sur leur segmentation finale, mais avec une imagerie de haute résolution et une étape de marche aléatoire pour contrer le manque de donnée d'apprentissage. De la même manière, S. Zhu, W. Gao, Y. Zhang et al. 2017 ajoutent une étape de segmentation par ensemble de niveaux pour affiner leur résultat après la déformation du modèle statistique.

Hussain, Lalande, Girum et al. 2021 ; Vaidyanathan, Lubbe, Leijenaar et al. 2021 proposent d'entraîner un modèle de prédiction à l'aide d'un apprentissage profond pour reconstruire l'oreille interne. Leurs approches indiquent une bonne précision, mais possèdent la même difficulté que les approches basées sur un modèle déformable statistique : la base de données d'apprentissage doit être conséquente pour obtenir une bonne précision. En effet, créer une base de données de ce type pour toutes les structures de l'oreille moyenne et interne demande un effort conséquent. De plus, il faut que la modalité d'imagerie puisse visualiser toutes les structures ; l'IRM est donc à proscrire à cause de sa difficulté à imager la chaîne ossiculaire.

BRADSHAW, CURTHOYS, M. J. TODD et al. 2010 ; L. SHI, D. WANG, W. C. CHU et al. 2011 proposent des méthodes pour segmenter le système vestibulaire de l'oreille interne. L'approche de BRADSHAW, CURTHOYS, M. J. TODD et al. 2010 est adaptée à la segmentation des canaux semi-circulaire mais ne peut pas être étendue à la segmentation complète de la surface. Celle de L. SHI, D. WANG, W. C. CHU et al. 2011 propose de recaler un modèle *a priori* dans le volume puis de le déformer pour ajuster les points de la surface sur la frontière du système vestibulaire. Leu approche donne de bons résultats et pourrait être étendue à la segmentation totale de l'oreille interne.

Objectifs

Ces travaux de thèse sont effectués en collaboration avec l'entreprise *Usefull Progress Canada* et des cliniciens radiologues qui utilisent la modalité CBCT pour imager les structures de l'os temporal. Notre objectif dans le cadre de cette première partie est donc de proposer une méthode de reconstruction de la chaîne ossiculaire et de l'oreille moyenne à partir d'images CBCT. La méthode de reconstruction doit permettre d'obtenir des modèles séparés du marteau, de l'enclume et de l'étrier. Enfin, puisque nous ne disposons pas de base de données conséquente d'images CBCT annotées pour chacune de ces structures, la méthode proposée doit pouvoir s'adapter à leur variabilité morphologique sans *a priori* statistique.

Hypothèses

En nous référant aux problèmes soulignés dans la littérature pour la segmentation de l'oreille interne et moyenne, nous pouvons poser les trois hypothèses suivantes :

— l'utilisation de modèles déformables discrets définis *a priori* pourrait être un moyen de s'adapter à la variabilité morphologique et topologique des surfaces. Ces algorithmes minimisent le coût et la distance de chaque point de la surface à la frontière de la structure tout en déterminant la solution géométrique la plus plausible en présence de certaines discontinuités d'intensités ou d'artefacts. De plus, ces approches ne nécessitent pas de base de données statistiques. CHARTRAND, CRESSON, CHAV et al. 2016 proposent avec succès d'appliquer ce type d'approche pour la segmentation du foie, qui est une structure qui possède une forte variabilité morphologique ;

— les modèles *a priori* devraient être initialisés semi-automatiquement à l'aide de points de repère positionnés dans le volume puis déformés pour se rapprocher le plus possible des frontières de la structure. Ces points de repère permettraient à l'opérateur de lever l'ambiguïté entre les structures au niveau des interfaces et d'adapter les modèles à la morphologie du sujet ;

— une approche multi-structures qui prend en compte les structures voisines pendant la phase de segmentation permettrait d'obtenir une définition fiable des interfaces entre les structures.

3. Méthode de reconstruction

Ce chapitre présente la méthode de reconstruction des structures de l'oreille interne et de la chaîne ossiculaire. Dans celle-ci, des modèles 3D et des ensembles de points d'ancrage associés à ces modèles sont définis *a priori* et utilisés comme entrées de l'algorithme. Le processus de reconstruction, présenté par la figure 3.1, se déroule en deux étapes : (1) personnalisation du modèle, et (2) déformation fine.

— L'étape de personnalisation du modèle nécessite l'intervention d'un utilisateur pour positionner un ensemble de points pour chacune des structures dans le volume. Ces points permettent alors un recalage par similitude du modèle 3D en utilisant l'ensemble de points d'ancrage défini *a priori*. Ensuite, une déformation par moindres carrés mobiles (*MLS*) est effectuée pour obtenir un modèle personnalisé proche des frontières de la structure d'intérêt.

— L'étape de déformation fine est un algorithme itératif qui permet d'ajuster les points du maillage sur les frontières de la structure. L'algorithme segmente les bords de la structure d'intérêt dans le volume tout en prenant en compte les structures voisines comme contraintes de bordure. Une optimisation laplacienne est utilisée à chaque itération pour conserver la morphologie initiale de la structure.

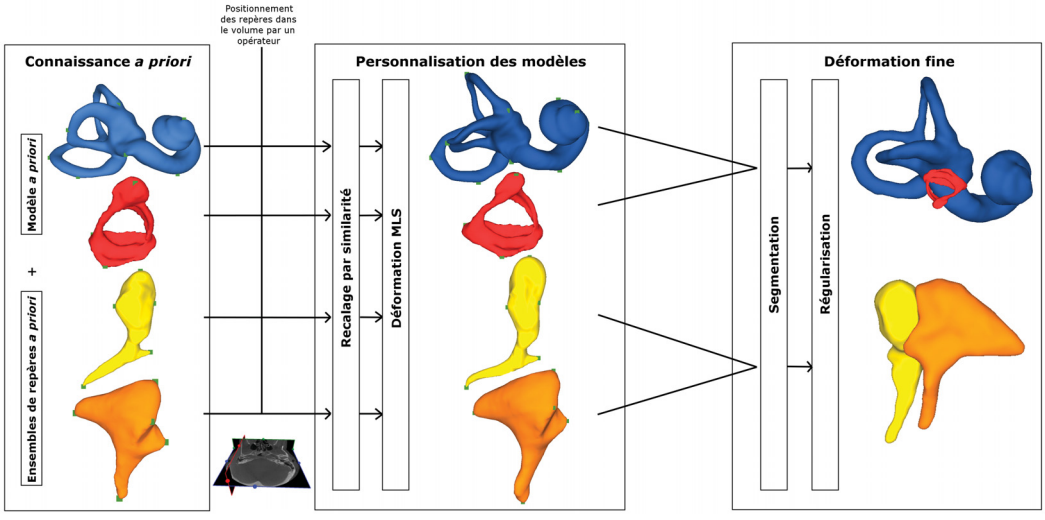


FIGURE 3.1. – Étapes successives de la méthode de reconstruction de l'oreille interne et moyenne.

3.1. Définition des données *a priori*

Dans notre approche, nous proposons une initialisation semi-automatique des modèles 3D à base de points de repère à positionner dans le volume plutôt qu'un algorithme de recalage d'atlas. En effet, compte tenu de la complexité morphologique, de la grande variabilité et de la petite taille des structures d'intérêt par rapport au volume, un algorithme de recalage d'atlas ne semble pas adapté. Dans cette section, nous présentons dans un premier temps les modèles 3D *a priori* utilisés dans l'approche, puis nous définissons un ensemble de points d'ancrage pour chaque structure. Ces ensembles permettent de positionner et d'ajuster les modèles le plus proche possible des frontières dans l'étape de personnalisation des modèles.

3.1.1. Définition des modèles *a priori*

Les modèles 3D *a priori* utilisés dans cette approche ont été obtenus à partir d'images IRM haute résolution d'une oreille humaine cadavérique. Les images et segmentations ont été effectuées par les docteurs O.W. Henson, Jr. et Miriam Henson de l'Université de Caroline du Nord à Chapel Hill. Les images segmentées sont disponibles sur leur site Web : `http://cbaweb2.med.unc.edu/henson_mrm/`. Les reconstructions de maillage ont été réalisées par W. Robert J. Funnell de l'Université McGill à Montréal. Ces modèles sont disponibles en libre accès au format VRML sur son site Web : `http://audilab.bmed.mcgill.ca/~daren/3Dear/3d_models.html`. Ils sont illustrés dans la figure 3.2.

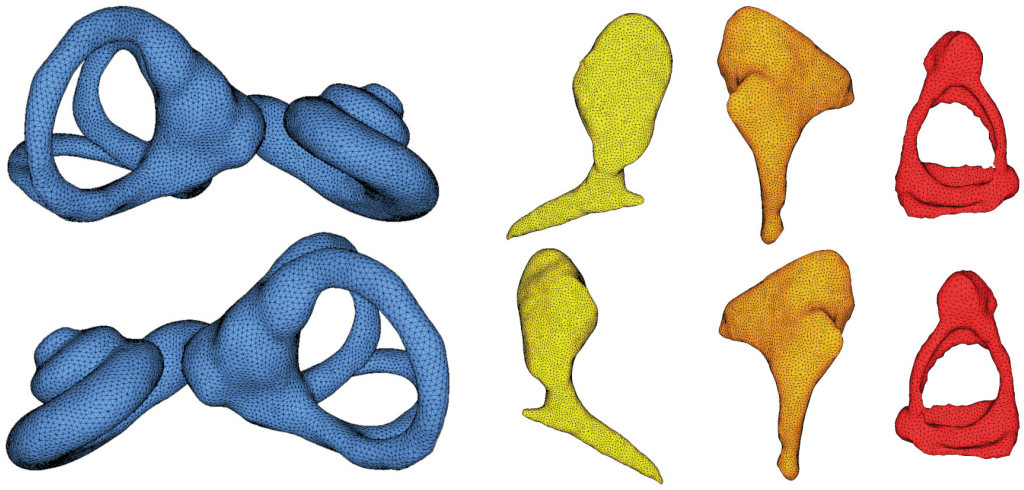


FIGURE 3.2. – De gauche à droite : les modèles *a priori* de l'oreille interne, du marteau, de l'enclume et de l'étrier. En haut les modèles de l'oreille droite et en bas les modèles de l'oreille gauche.

Les maillages ont été modifiés afin de disposer d'une distribution homogène de points sur la surface en utilisant le processus de remaillage isotrope proposé par ALLIEZ, COLIN DE VERDIERE, DEVILLERS et al. 2003. Une densité de point uniforme sur les maillages permet de réduire le temps de calcul et d'avoir un lissage uniforme de la surface lors de l'étape de déformation fine. Ces modèles sont utilisés pour la reconstruction des oreilles droite et gauche, puisque, comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, il existe une symétrie bilatérale des structures de l'oreille moyenne et interne.

3.1.2. Définition des repères *a priori*

Pour permettre à l'opérateur d'avoir un contrôle fin sur la position initiale des modèles dans le volume il est nécessaire de définir des ensembles de points homologues discriminant chacune des structures et facilement retrouvables dans le volume. BOOKSTEIN 1997 propose une classification des repères anatomiques en fonction de leur degré d'homologie :

— les repères de type I sont définis comme des intersections entre différentes caractéristiques architecturales. Ces repères peuvent être localisés plus facilement et de manière plus fiable lors des mesures. Le point orange de la figure 3.3-A situé à l'intersection de deux canaux semi-circulaires est un repère de type I ;

— les repères de type II sont définis comme les extrémités d'une structure. Ces points sont basés uniquement sur la géométrie anatomique, mais restent facilement localisables. Les points verts de la figure 3.3-B situés aux extrémités du manche du marteau sont des repères de type II ;

— les repères de type III sont définis par leur position par rapport à un élément distant. Ils comprennent les extrémités de diamètres, les centroïdes, les intersections de segments inter-repère, etc. L'inconvénient de ces repères est qu'ils sont plus difficilement détectables que ceux des types précédents. Les points rouges de la figure 3.3-C situés des deux côtés de l'articulation incudo-maléaire sont considérés comme des points hybrides de type II et III. En effet, ils représentent des maxima locaux de courbure et sont positionnés de part et d'autre de l'axe donné par les points extrêmes (verts) du processus lenticulaire du marteau.

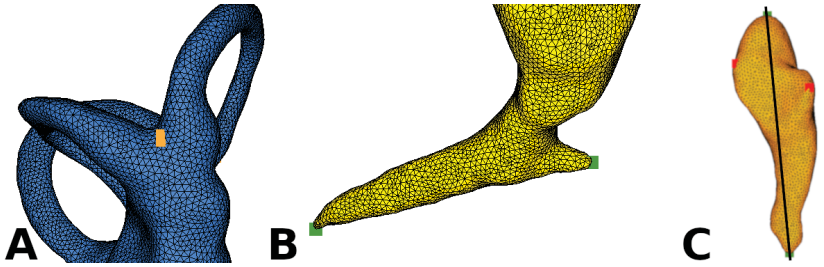


FIGURE 3.3. – Repères de type I (orange), II (vert) et hybride II et III (rouge) sur les maillages de l'oreille interne (**A**), du marteau (**B**) et de l'enclume (**C**).

Pour chaque structure, un ensemble de repères est choisi de manière à pouvoir discriminer celle-ci tout en étant simple à retrouver en parcourant les tranches du volume d'images. L'emplacement de ces points de repères a été validé avec l'aide d'un radiologue. Nous proposons un guide, disponible dans l'annexe 9.3.2, qui permet de retrouver et positionner chaque repère dans un volume CBCT. La figure 3.4 présente les quatre modèles *a priori* ainsi que leur ensemble de repères associé :

— l'oreille interne possède un ensemble de dix repères. Nous définissons trois repères de type I, mis en évidence en orange sur la figure 3.4-A et situés aux intersections entre les canaux semi-circulaires. Ce sont des points importants qui doivent être bien positionnés pour éviter un chevauchement du maillage avec lui-même pendant la phase de déformation. Les sept autres repères sont des repères de type II situés aux extrémités de la structure ;
— le marteau possède un ensemble de cinq repères. Nous définissons deux repères hybrides de type II et III, mis en évidence en rouge sur la figure 3.4-B et situés de part et d'autre de l'articulation incudo-malléaire. Ces repères apportent une meilleure délimitation de l'interface, mais ils sont cependant plus difficilement trouvables dans le volume CBCT. Les trois autres repères sont de type I (vert) et sont situés aux extrémités du marteau ;
— l'enclume possède un ensemble de cinq repères. Comme pour le marteau, nous définissons deux repères hybrides de type II et III, mis en évidence en rouge sur la figure 3.4-C et situés au niveau de l'articulation incudo-malléaire. Les trois autres repères sont de type I (vert) et sont situés aux extrémités de l'enclume ;
— l'étrier possède un ensemble de quatre repères. Ce sont tous des repères de type II, mis en évidence en vert sur la figure 3.4-D et sont situés aux extrémités de la structure.

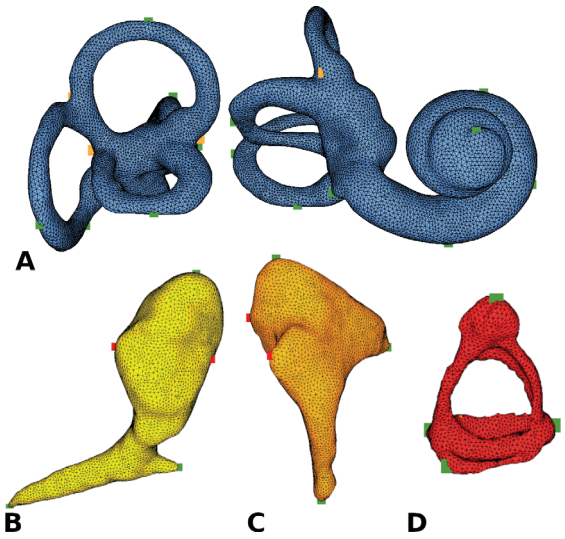


FIGURE 3.4. – Ensembles de repères positionnés sur les modèles *a priori* de l'oreille interne (**A**), du marteau (**B**), de l'enclume (**C**) et de l'étrier (**D**).

3.2. Personnalisation des modèles 3D

Puisque la morphologie des modèles *a priori* peut être très éloignée de celle des structures du patient, un recalage rigide des modèles n'est pas suffisant pour initialiser l'étape de déformation fine. C'est pourquoi nous proposons une étape de 'personnalisation' des modèles préalablement à la déformation fine. Elle se décompose en deux phases :

— la première phase consiste en un recalage par transformation de similitude. Elle permet de prendre en compte les différences d'échelle, de translation et de rotation entre les modèles *a priori* et le cas clinique ;

— la seconde phase consiste en un algorithme de déformation aussi rigide que possible. Les modèles sont déformés de manière à s'ajuster aux repères positionnés par l'opérateur dans le volume. Ainsi le modèle est adapté à la morphologie du patient.

3.2.1. Recalage par transformation de similitude

La phase de recalage par transformation de similitude vise à supprimer les différences d'échelle uniforme, de translation et de rotation entre le cas clinique et le modèle *a priori*. Pour chacune des structures de l'oreille moyenne et interne, l'opérateur doit numériser un ensemble de repères Q dans le volume CBCT. Pour les positionner, il doit explorer le volume tranche par tranche sur le plan axial et trouver la localisation anatomique de chaque repère. Un guide est disponible dans l'annexe 9.3.2 pour chaque structure ; il indique un exemple de localisation dans le volume pour chaque repère. L'ensemble de repères *a priori* $P(x)$ doit ensuite être aligné sur l'ensemble de repères numérisés $Q(x)$.

Pour aligner ces deux ensembles, il faut trouver la transformation qui minimise leur distance euclidienne. Pour notre application, nous choisissons d'appliquer une transformation de similitude $Sim(x)$ plutôt qu'une transformation rigide pour prendre en compte la variabilité des échelles des structures. La transformation de similitude est définie comme suit :

$$Sim(x) = eRx + t, \tag{3.1}$$

avec R une matrice de rotation 3×3, t un vecteur de translation et e le ratio de mise à l'échelle.

Nous choisissons d'utiliser l'algorithme du *Coherent Point Drift* proposé par MYRONENKO et SONG 2010 pour trouver la transformation de similitude. L'ensemble $P(x)$ est défini comme mobile et $Q(x)$ comme fixe ; ainsi la transformation de similitude qui permet d'aligner $P(x)$ sur $Q(x)$ est également applicable sur chaque sommet du modèle *a priori*, ce qui permet de le recaler dans le volume de données.

3.2.2. Déformation par moindres carrés mobiles

La variabilité morphologique des structures de l'oreille ne permet pas à la phase de recalage de positionner les modèles suffisamment près des frontières pour une segmentation optimale pendant l'étape de déformation fine. C'est particulièrement le cas pour l'oreille interne, en effet le vestibule est constitué d'une structure tubulaire de genre trois : les canaux semi-circulaires. Au niveau des zones d'intersection entre les canaux, les frontières sont proches, ce qui peut entraîner une confusion pendant la phase de déformation fine si le modèle recalé est trop éloigné. Une zone d'intersection entre deux canaux est entourée en bleu dans la figure 3.5-A. De la même manière au niveau de l'articulation incudo-malléaire (entouré en orange dans les figures 3.5-B et C), les frontières sont mal délimitées et peuvent se confondre entre le marteau et l'enclume.

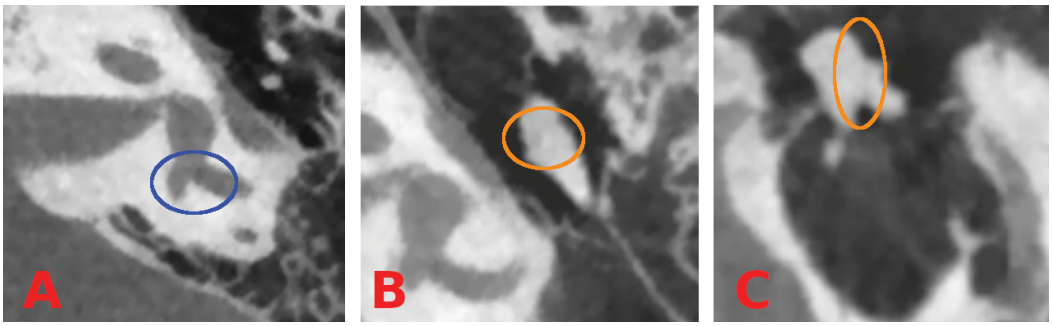


FIGURE 3.5. – Exemples de frontières difficiles à trouver dans un volume CBCT. Le cercle bleu indique une intersection entre deux canaux semi-circulaire. Les cercles oranges indiquent l'articulation incudo-malléaire.

Pour prendre en compte ces difficultés, nous proposons d'adapter la morphologie des structures recalées à celle des patients. Nous disposons de l'ensemble de repères numérisés Q et de l'ensemble de repères *a priori* positionnés dans le volume P'. Ces ensembles de repères offrent une description minimale des caractéristiques morphologiques de chaque structure comme les intersections entre les canaux et les extrémités des modèles. Bien que ces ensembles de repères soient alignés, chaque couple de repères ne se confond pas et ils peuvent être très éloignés en fonction des différences morphologiques entre le modèle *a priori* et le cas clinique.

L'étape de personnalisation des modèles doit permettre la conservation de la topologie et de la forme globale des modèles *a priori* tout en se rapprochant le plus possible de la morphologie des structures du patient. L'algorithme de déformation par *moindre carré mobile* (MLS), introduit par SCHAEFER, MCPHAIL et J. WARREN 2006 est particulièrement adapté à cette situation. À partir d'un ensemble de repères appelés *poignées de déformation*, cet algorithme déforme une image de manière cohérente en préservant la rigidité locale. Il a été adapté au problème de la déformation de maillages 3D par CUNO, ESPERANÇA, OLIVEIRA et al. 2007.

La figure 3.6 illustre la déformation MLS sur un modèle de dauphin. Un ensemble de repères de type II est positionné sur le modèle initial. Ces repères sont ensuite déplacés et le modèle est déformé pour s'ajuster, de la manière la plus rigide possible, à la nouvelle position de ceux-ci.

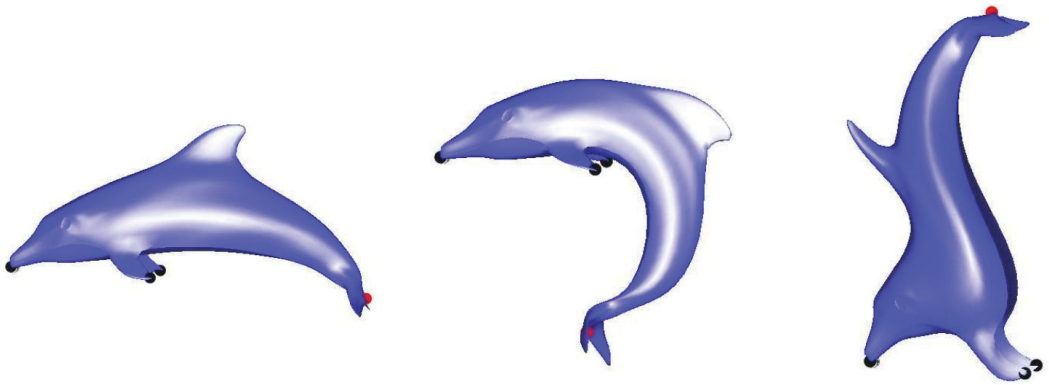


FIGURE 3.6. – Déformation par moindres carrés mobiles appliquée sur des points de contrôle d'un maillage de dauphin (image tirée de CUNO, ESPERANÇA, OLIVEIRA et al. 2007).

Définissons l'opération de déformation de la surface comme une transformation qui permet d'appareiller chaque repère de l'ensemble numérisé $Q = \{q_i, i = 1, \ldots, N\}$ avec ceux de l'ensemble recalé $P' = \{p_i, i = 1, \ldots, N\}$. La correspondance entre chaque repère de P' avec Q est obtenue en recherchant les paires de points qui minimisent leur distance euclidienne. En effet, le recalage par similitude permet au repère *a priori* p_i d'être positionné aussi près que possible du repère numérisé q_i correspondant. Plutôt que de trouver une solution générale au problème de déformation comme le ferait un algorithme des moindres carrés, l'algorithme MLS cherche la transformation de similitude $Sim(s)$ optimale pour chaque sommet s de la surface telle que :

$$Sim(s) = \underset{Sim}{\operatorname{argmin}} \sum_i d(p_i - s)^{-u} \| Sim(p_i) - q_i \| \tag{3.2}$$

où la fonction de distance $d(.)$ détermine l'influence d'un repère p_i sur s. Le paramètre $u > 0$ contrôle la force avec laquelle la déformation à s est influencée par les repères distants. Ce paramètre est fixé à 2 comme proposé par SCHAEFER, MCPHAIL et J. WARREN 2006.

La fonction de distance la plus courante est la distance euclidienne, mais Y. ZHU et GORTLER 2007 proposent l'utilisation d'une distance géodésique. La distance géodésique entre deux points d'une surface correspond au chemin le plus court entre les deux points tout en restant sur le maillage. Cela permet de limiter l'influence d'un point de contrôle proche dans l'espace, mais éloigné en prenant en compte la topologie du maillage.

Puisque l'oreille interne présente une structure tubulaire de genre trois au niveau du vestibule, nous proposons d'utiliser la distance géodésique plutôt que la distance euclidienne dans notre approche. La figure 3.7 montre la différence entre les deux distances calculées entre deux repères, chacun situé à une extrémité d'un canal semi-circulaire. La ligne jaune représente la distance euclidienne et la ligne orange, la distance géodésique. Dans ce cas, la distance géodésique permet de représenter plus fidèlement l'influence du repère sur la déformation.

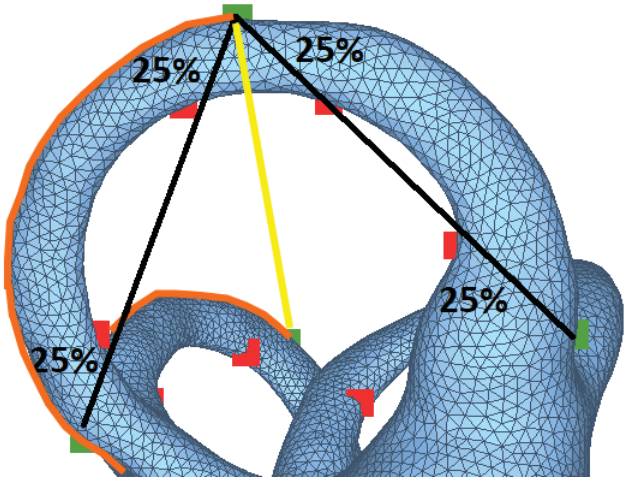


FIGURE 3.7. – Position des repères de guidage sur le canal semi-circulaire latéral. Les points verts correspondent aux repères *a priori* et les points rouges aux repères de guidage. La ligne orange représente la distance géodésique entre deux repères situés aux extrémités de deux canaux semi-circulaires. La ligne jaune correspond à la distance euclidienne entre ces deux mêmes repères.

En raison de la variabilité morphologique et de la structure tubulaire de l'oreille interne, il peut arriver qu'un ou plusieurs canaux semi-circulaires soient mal déformés lorsqu'un repère p_i, situé à l'extrémité d'un canal, est trop éloigné du repère q_i apparié. En effet, en maintenant la rigidité, le processus de déformation MLS peut entraîner une torsion indésirable du canal. Pour limiter ce phénomène, nous positionnons quatre repères de type III, appelés *repère de guidage*, pour chaque canal. Ces repères sont positionnés à 25% et 75% de la distance entre un repère situé à l'extrémité d'un canal et un autre situé à l'intersection de plusieurs canaux. La figure 3.7 présente en rouge les repères de guidage positionnés sur le canal semi-circulaire latéral du modèle *a priori* de l'oreille interne. Au total, douze repères sont positionnés et ajoutés à l'ensemble P. Puisque ce sont des repères de type III basés sur une distance avec d'autres repères, ils n'ont pas besoin d'être numérisés par l'opérateur. Ils sont calculés et ajoutés automatiquement dans l'ensemble Q à partir des repères numérisés.

3.3. Déformation fine

La deuxième étape est conçue pour effectuer une déformation fine de la surface afin de modéliser précisément les détails des frontières de la structure. Nous proposons un processus itératif de déformation du maillage qui se décompose en deux phases : (1) une segmentation ; (2) une régularisation :

— la phase de segmentation permet d'associer chaque sommet du maillage à un point cible susceptible d'appartenir à la frontière de la structure dans l'image volumétrique. Une valeur de confiance est associée à ce point. La position de toutes les structures est prise en compte dans la définition des frontières, ce qui permet de lever l'ambiguïté sur les zones comme l'articulation incudo-malléaire ou l'interface oreille interne/étrier ;

— la phase de régularisation permet de calculer la nouvelle position des sommets du maillage à partir de l'ensemble des points cibles et de leur indice de confiance tout en préservant la régularité locale de la forme. Une optimisation laplacienne est utilisée pour conserver l'aspect lisse de la surface extérieure des structures.

Les structures de l'oreille moyenne et interne sont déformées en même temps, ainsi les informations de voisinage sont mises à jour à chaque itération. Après quelques itérations, les surfaces atteignent la stabilité et peuvent être utilisées pour des applications médicales. Seul l'étrier ne subit pas de déformation fine, car la résolution du volume (0,15 mm par voxel) n'est pas suffisante pour que ses frontières soient correctement visibles dans un volume CBCT. Il est néanmoins personnalisé par l'étape précédente et est utilisé comme contrainte de voisinage pour la déformation des autres structures.

3.3.1. Segmentation

La phase de segmentation identifie un ensemble de points cibles T correspondant aux frontières probables des structures à l'intérieur du volume. Pour chaque structure, la recherche de cet ensemble de points s'effectue le long des normales de la surface du modèle. Pour chaque sommet s_i, un profil d'intensité P_i est échantillonné suivant la normale de s_i. La longueur initiale L des profils est progressivement diminuée à chaque itération pour affiner la recherche des points cibles au cours du temps. Cette diminution permet d'éviter d'approcher des frontières éloignées qui appartiennent à d'autres structures. La figure 3.8 présente quatre profils positionnés sur les surfaces de l'oreille interne et de l'oreille moyenne et qui sont représentés par les lignes vertes. Les courbes rouges indiquent les valeurs d'intensités échantillonnées dans le volume de chaque profil.

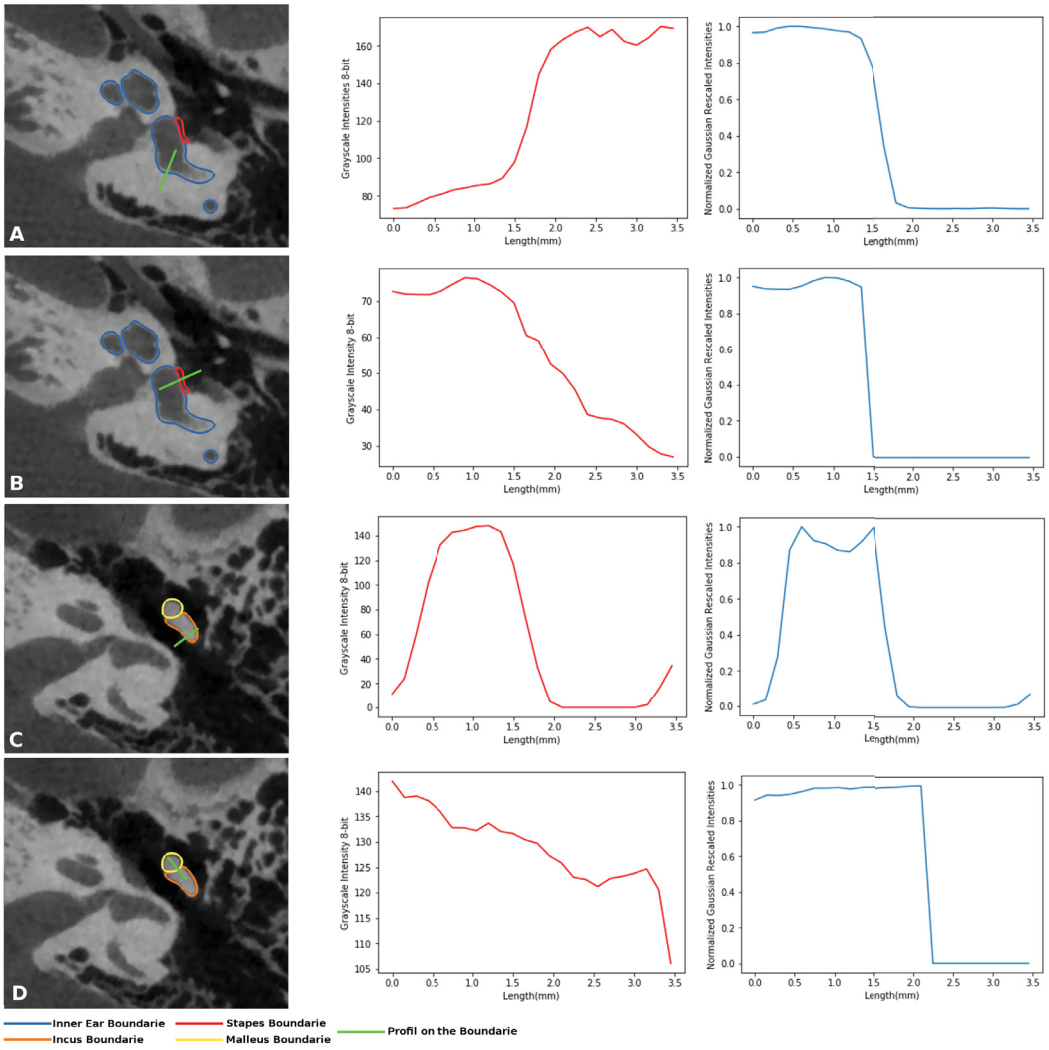


FIGURE 3.8. – Profils d'intensités échantillonnés (en rouge) et profils normalisés avec une fonction de transfert gaussienne (en bleu). Ils sont positionnés au bord de l'oreille interne (**A**), à 'interface de la fenêtre ovale (**B**), au bord de l'enclume (**C**) et au niveau de l'articulation incudo-malléaire (**D**).

Étant donné qu'il existe des différences de densité interne dans les structures de l'oreille interne et moyenne, celles-ci se répercutent dans les données CBCT. Pour prendre en compte cette variabilité, les intensités échantillonnées dans les profils $\Omega^{G_o}(k)$ sont normalisées suivant une fonction de transfert gaussienne G_o paramétrée par l'intensité moyenne μ_o de la structure dans le volume CBCT et son écart-type σ_o. Les courbes bleues de la figure 3.8-A et C représentent les résultats de la fonction de transfert appliquée aux profils échantillonnés. La valeur 1 correspond à la plage d'intensité de la structure à segmenter et 0 à l'extérieur. Pour éviter d'avoir à adapter les valeurs de μ_o et de σ_o à chaque acquisition, nous proposons de les calculer

automatiquement en prenant la moyenne et l'écart-type de tous les voxels situés à l'intérieur du modèle personnalisé. Ceci est possible puisque celui-ci est déjà proche des frontières finales de la structure.

Au niveau des zones d'interfaces entre les structures telles que la fenêtre ovale de l'oreille interne (Figure 3.8-B) et l'articulation incudo-malléaire (Figure 3.8-D), les frontières sont mal définies. Pour lever cette ambiguïté, nous proposons une approche multi-structure. Pour chaque position k des échantillons du profil, un test est effectué pour savoir si k est situé à l'intérieur d'une structure voisine. Si le test renvoie *Vrai*, alors la valeur de $\Omega_x^{G_o}(k)$ est forcée à 0. Les figures 3.8-B et D présentent des profils qui traversent une surface voisine : l'étrier pour le profil de la 3.8-B et le marteau pour le profil de la figure 3.8-D. Les courbes bleues normalisées indiquent les valeurs finales contenues dans ces profils.

Une fois que les profils d'intensités ont été échantillonnés le long des normales et normalisés avec la fonction précédente, il faut trouver les positions probables de la frontière dans chacun d'entre eux. Pour cela, nous définissons $H(x)$ un modèle de type [1,1,1,0,0,0], de demi-taille Φ et dont x correspond à la position centrale du modèle sur le profil. La position cible optimale t_i de la frontière est la position qui minimise la *Somme des différences absolues* $C_i(k)$ en faisant glisser $H(x)$ le long du profil :

$$C_i(t_i) = \min_{k \in [-\frac{L}{2r}+\Phi, \frac{L}{2r}-\Phi]} \left(\sum_{j=\Phi}^{\Phi} |\Omega^{G_o}(k+j) - H(j)| \right) \tag{3.3}$$

Un poids de confiance $\lambda_i = ||s_i - t_i||^2 * C_i(t_i)$ est attribué au point cible t_i. λ_i correspond à la distance entre le point initial et sa cible, pondérée par la valeur de la somme des différences absolues sur la position cible. Ce poids permet d'avoir une information sur la qualité de la frontière atteinte. Plus celui-ci est bas, plus l'indice de confiance de la position cible est élevé. L'ensemble de tous les poids de confiance λ est ensuite normalisé par une fonction gaussienne de moyenne et d'écart-type basée sur la distribution de la distance euclidienne entre les sommets et les cibles. Ainsi, les points cibles les plus éloignés sont considérés comme des points aberrants et ont moins d'impact dans la phase de régulation.

3.3.2. Régularisation

La phase de régulation prend en entrée la liste des sommets S de la surface, la liste des points cibles T et la liste des poids de confiance λ. Elle permet de calculer les nouvelles positions S' des sommets de la surface tout en préservant la régularité locale de la forme et son aspect lisse. En effet, puisque les points cibles ne correspondent pas forcément aux frontières de la structure, ils peuvent contenir de nombreux points aberrants. La phase de régularisation doit permettre de repositionner les points aberrants et de conserver les points sur les frontières. De plus, puisque les structures de l'oreille interne et moyenne ont un aspect général lisse, il n'est pas nécessaire de conserver les caractéristiques saillantes de la surface.

L'algorithme d'*optimisation laplacienne de maillage*, introduit par NEALEN, IGARASHI, SORKINE et al. 2006, est une approche qui permet de déformer un modèle 3D tout en préservant la courbure locale grâce à un opérateur laplacien. La nouvelle position des sommets S' est résolue de manière à minimiser l'erreur quadratique $E_{\mathscr{L}}$ ci-dessous :

$$E_{\mathscr{L}} = \alpha \sum_{i=1}^{n} w_i^2 (t_i - v_i')^2 + \|\mathscr{L} V'\|^2 \tag{3.4}$$

Cette équation se décompose en deux termes :

— le premier terme représente la force d'attraction vers les points cibles. Il est composé de la somme au carré entre les sommets s_i et les cibles t_i, pondéré par w_i. Ce terme est également pondéré avec un paramètre α qui est le paramètre d'équilibre entre la force d'attraction et la force interne au maillage ;

— le second terme représente la force interne au maillage. Il est composé du produit de la position courante des sommets et de la matrice laplacienne $\mathscr{L}$.

La matrice laplacienne $\mathscr{L}$ est une matrice $n \times n$ qui représente les coordonnées δ_i de s_i obtenues en appliquant l'opérateur de Laplace discret sur le maillage initial $M = (S, A)$ où A représente les arêtes :

$$\delta_i = \left[\sum_{\{i,j\} \in A} a_{ij} v_j \right] - v_i \tag{3.5}$$

où $\sum_{\{i,j\} \in A} a_{ij} = 1$. Les coordonnées δ_i peuvent être considérées comme des vecteurs proportionnels à la courbure locale de la surface. Une valeur élevée indique une forte courbure locale tandis qu'une valeur plus faible indique une surface lisse :

$$a_{ij} = \frac{b_{ij}}{\sum_{\{i,j\} \in E} b_{ij}} \tag{3.6}$$

Puisqu'un remaillage surfacique isotrope est appliqué sur les modèles *a priori*, les maillages sont tous réguliers et des poids laplaciens uniformes peuvent être utilisés. b_{ij} est donc mis à 1 pour toutes les arêtes. La matrice $\mathscr{L}$ peut alors être obtenu directement pour l'ensemble du maillage comme suit :

$$\mathscr{L}_{ij} = \begin{cases} -1 & i = j \\ a_{i,j} & (i,j) \in E \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.7}$$

La minimisation de la fonction d'énergie quadratique $E_{\mathscr{L}}$ donne un système linéaire surdéterminé d'équations $Ax = b$ où A est une matrice $2n \times n$ (équation 3.8) :

$$\left[\frac{\mathscr{L}}{W_p}\right] V' = \left[\frac{0}{W_p T}\right] \text{ avec } W_p = \begin{cases} \alpha * (1 - \lambda_i) & i = j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{3.8}$$

W_p est la matrice diagonale $n \times n$ des poids de confiance λ_i multipliés par le paramètre global d'équilibre des forces α. Ainsi, un point cible avec une faible confiance est plus fortement influencé par les points qui ont une confiance plus élevée, et a tendance à se déplacer vers le centre de ses sommets voisins. Le paramètre α permet de contrôler l'importance relative des poids de confiance et donc celle de la régularisation appliquée. La solution de l'équation 3.8 est trouvée en résolvant séparément S'_x,S'_y et S'_z.

Au début de chaque itération, l'espace de recherche représenté par la longueur du profil d'intensité L diminue, tandis que le paramètre d'équilibre des forces α augmente. Ainsi, lors des dernières itérations, puisque les positions cibles sont plus susceptibles d'être proches des frontières, une rigidité plus faible du modèle permet aux sommets de modéliser des détails plus fins. Les valeurs initiales et finales de L et α doivent être fixées pour définir les ajustements successifs. Puisqu'ils dépendent de la taille et de la forme générale du maillage, ils doivent être déterminés séparément pour chaque structure de l'oreille interne et moyenne. La figure 3.9 illustre différentes itérations de l'étape de déformation fine.

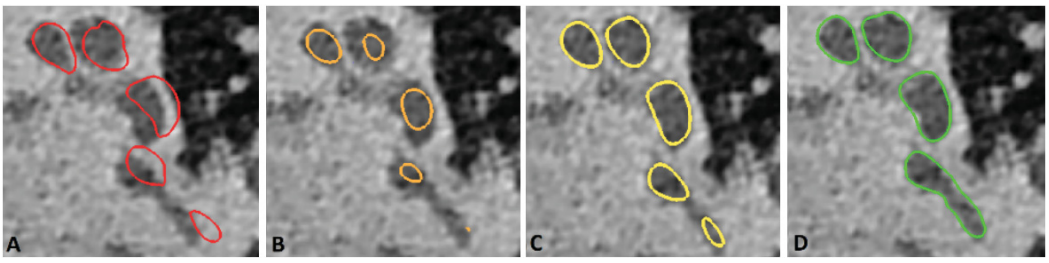


FIGURE 3.9. – Coupe axiale du modèle d'une oreille interne gauche : après la personnalisation (**A**), après la première itération de régularisation (**B**), après la cinquième itération (**C**), après l'itération finale (**D**).

4. Validation et résultats

Pour valider notre approche de reconstruction, nous proposons d'évaluer trois aspects de la méthode sur un ensemble de 20 données volumétriques CBCT :

— le premier aspect est la précision. Les critères d'estimation de la qualité sont obtenus à l'aide des métriques de performance définies dans la section 2.7 et résumées dans le tableau 4.1 ci-dessous ;

— le second aspect est la reproductibilité. Puisque la méthode de reconstruction nécessite une initialisation par un opérateur, il est nécessaire d'évaluer l'impact de la variabilité inter et intra-opérateur sur la qualité des reconstructions ;

— le troisième aspect est l'influence des deux paramètres (L et α) de la méthode. L'étude de la variabilité des métriques de performance permet de déterminer les paramètres optimaux et la robustesse de la méthode à un changement de valeur des paramètres.

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps les ensembles de données utilisés pour évaluer l'approche. Puis, nous revenons sur chaque aspect en proposant un protocole d'évaluation, une présentation des résultats et une discussion sur les performances de la méthode.

Tableau 4.1. – Métriques de performance (S_A et S_B étant deux surfaces et A et B leur volume englobant)

Coefficient de similarité de Dice
$DSC(A,B) = 2\frac{\lvert A \cap B \rvert}{\lvert A \rvert + \lvert B \rvert}$
Distance entre un sommet s et une surface S
$d(s,S) = \min_{s_i \in S} \lVert s - s_i \rVert$š
Distance de surfaces symétrique moyenne
$ASD(S_A,S_B) = \frac{1}{\lvert S_A \rvert + \lvert S_B \rvert}.(\sum_{s_i \in S_A} d(s_i,S_B) + \sum_{s_j \in S_B} d(s_j,S_A))$
Distance de surfaces symétrique moyenne quadratique
$RMSD(S_A,S_B) = \sqrt{\frac{1}{\lvert S_A \rvert + \lvert S_B \rvert}} \cdot \sqrt{(\sum_{s_i \in S_A} d^2(s_i,S_B) + \sum_{s_j \in S_B} d^2(s_j,S_A))}$
Distance d'Hausdorff
$Haus(S_A,S_B) = \max\{\max_{s_i \in S_A} d(s_i,S_B), \max_{s_j \in S_B} d(s_j,S_A)\}$

4.1. Données

Nous disposons d'une base de données de 20 acquisitions CBCT 8-bits obtenues à partir d'un scanner Newtom 5G (Newtom, Vérone, Italie) dans un mode de *scan haute résolution* et avec un champ de vision de 15 × 5 cm. Ces données ont été obtenues rétrospectivement en suivant les règles d'approbation éthique du Centre de Recherche du CHUM (CRCHUM) et de l'ÉTS. Chaque volume reconstruit est affiché sur une grille 3D de taille 1020 × 1020 × 345 avec une résolution de voxel de 0,150 mm dans les trois directions. La base de données comprend 10 acquisitions de sujets asymptomatiques sans déformation apparente des structures et 10 acquisitions de sujets scoliotiques incluant des déformations mineures de l'oreille interne (double ampoule, ampoule plus dilatée que la moyenne, angle plus important entre les différents canaux, etc.).

Pour chaque volume de la base de données, nous avons demandé à deux experts de segmenter les modèles droit et gauche de l'oreille interne, du marteau et de l'enclume. La résolution n'étant pas suffisante pour obtenir une reconstruction satisfaisante de l'étrier, nous n'avons pas validé cette structure. Les segmentations et reconstructions de ces modèles sont obtenues à l'aide du logiciel 3D Slicer (https://www.slicer.org/). Nous disposons donc de deux modèles par structure et par sujet, ce qui nous permet de prendre en compte le biais inter-opérateurs dans la segmentation manuelle. Cette base de données de 2 × 2 × 20 modèles par structure sert de base comparative pour juger la qualité des reconstructions générées par notre approche.

Dans notre approche, un opérateur est amené à saisir un ensemble de repères dans le volume pour initialiser et personnaliser chaque modèle. Cependant, cette opération induit des biais inter et intra-opérateur dans l'approche. Pour évaluer ces biais, nous demandons à trois opérateurs de positionner les ensembles de repères trois fois pour chaque structure de chaque sujet et avec un intervalle d'au moins un jour entre chaque prise. Le temps de positionnement des repères pour chaque structure est également enregistré lors de la dernière prise, ce qui nous permet d'évaluer le temps nécessaire à la reconstruction des structures une fois que l'utilisateur est à l'aise avec le logiciel. Pour chaque sujet de la base de données, nous disposons donc d'un total de 9 ensembles de repères par structure pour l'oreille gauche et l'oreille droite.

Afin d'éviter tout biais dû au phénomène de contamination des données, nous séparons les données en deux parties :

— la première partie contient les 10 premiers sujets (20 modèles par structure). Elle est utilisée pour évaluer l'influence des paramètres sur la méthode et trouver l'ensemble de paramètres optimal ;
— la seconde partie contient les 10 autres sujets. Elle est utilisée pour évaluer la qualité globale de la méthode et sa répétabilité à partir des paramètres optimaux.

4.2. Validation de la précision

La qualité d'un modèle reconstruit est estimée en comparant celui-ci avec un modèle issu d'une segmentation experte et considéré comme la vérité terrain. La comparaison est effectuée à partir des quatre métriques de performance présentées dans le tableau 4.1. Ces métriques permettent de quantifier le pourcentage de recouvrement des modèles (DSC), la distance moyenne entre les points des maillages (ASD et RMSD), et la robustesse aux déformations aberrantes (Hauss).

Protocole d'évaluation

Pour chaque sujet, chaque structure et chaque ensemble de repères positionnés par un opérateur, un modèle est reconstruit par notre approche. Les quatre métriques de performance sont ensuite calculées entre ce modèle et chacun des 2 modèles de référence correspondants. Pour chaque structure, le calcul de la moyenne et de l'écart-type des métriques de performance évaluées pour l'ensemble des modèles permet une estimation globale de la qualité de la méthode. La comparaison avec deux modèles de référence permet de prendre en compte le biais inter-opérateur dans le calcul de la qualité globale. De la même manière, les neuf reconstructions, issues des trois ensemble de repères positionnés par chaque opérateur, permettent de prendre en compte la variabilité intra- et inter-opérateurs.

Résultats

La méthode proposée a été implémenté en C++ avec la librairie CGAL (`https://www.cgal.org/`) et exécutée sur un ordinateur portable Intel i7-6700@2.6 GHz équipé avec 8 Go de mémoire vive et une carte graphique Nvidia GEFORCE 960M. Le Tableau 4.2 présente la moyenne et l'écart type des quatre mesures de performance calculés pour l'oreille interne, le marteau et l'enclume.

Tableau 4.2. – Moyenne et écart-type des métriques de qualité pour chaque structure.

	Oreille Interne	**Marteau**	**Enclume**
DSC (%)	$91,80 \pm 1,33$	$88,84 \pm 1,01$	$90,70 \pm 1,10$
ASD (μm)	112 ± 11	100 ± 10	90 ± 10
RMSD (μm)	133 ± 15	122 ± 17	111 ± 15
Haus (μm)	872 ± 176	485 ± 114	474 ± 118

L'initialisation des quatre structures pour une oreille prend un temps total moyen de 3 minutes. L'étape de personnalisation du modèle est instantanée, car l'algorithme MLS est conçu pour être opéré en temps réel. L'étape de déformation fine prend en moyenne 55 secondes pour l'oreille interne, 30 secondes pour le marteau, et également 30 secondes pour l'enclume. Ce temps diffère selon la structure, car il dépend de la densité de sommets du maillage à déformer. Le temps total de reconstruction des structures d'une oreille est donc d'environ 5 minutes. Ce temps de segmentation peut être considéré comme une routine acceptable pour un radiologue.

Discussion

Le tableau 4.3 présente une comparaison des métriques de performances entre notre méthode et les différentes méthodes de la littérature pour la reconstruction de l'oreille interne. Toutes les méthodes de la littérature ne sont pas représentées dans ce tableau ; seules celles qui présentent une étude quantitative ont été sélectionnées.

Tableau 4.3. – Comparaison des mesures de qualité entre notre méthode et la littérature pour l'oreille interne.

	Modalité	**DSC (%)**	**ASD (μm)**	**Haus(μm)**	**Temps(s)**
Notre méthode	CBCT	91,8	112	872	300
Noble (2009)	CT	-	469	2551	360
Cerrolaza (2014)	CBCT	77,5	-	-	-
Pujadas (2016)	μCT	94,7	-	-	-
Zhu(2017)	IRM	95,9	-	-	-
Ke (2020)	CT	79	-	-	-
Vaidyanathan (2021)	IRM	88	-	-	-
Hussain (2021)	μCT	90	-	0.74	-

Le tableau 4.4 présente une comparaison de métriques de performances entre notre méthode et les différentes méthodes de la littérature pour la reconstruction des osselets. Les valeurs présentées dans ce tableau ont été moyennées entre le marteau et l'enclume pour être facilement comparées à la littérature. En effet, il n'existe pas d'algorithmes qui permettent la reconstruction séparée de ces structures dans la littérature.

Tableau 4.4. – Comparaison des mesures de qualité entre notre méthode et la littérature pour les osselets.

	Modalité	DSC (%)	ASD (μm)	Haus(μm)	Temps(s)
Notre méthode	CBCT	89,8	95	480	300
Noble (2009)	CT	-	419	1774	360
Cerrolaza (2014)	CBCT	78	-	-	-
Ke (2020)	CT	64	-	-	-

Nous comparons dans un premier temps notre méthode à celles proposées par NOBLE, DAWANT, F. M. WARREN et al. 2009, CERROLAZA, VERA, BAGUÉ et al. 2014 et KE, LV, WANG et al. 2020, puisque leurs approches partagent la même proposition d'un algorithme multi-structure pour segmenter l'oreille interne et la chaîne ossiculaire pour des modalités CT et CBCT, respectivement. Nos reconstructions présentent une qualité globale très supérieure à celle de ces trois approches, avec une précision sous le voxel (0,15 mm) tant pour l'oreille interne que pour la chaîne ossiculaire. De plus, notre méthode est également plus résistante aux valeurs aberrantes.

S. ZHU, W. GAO, Y. ZHANG et al. 2017 et PUJADAS, KJER, PIELLA et al. 2016 suggèrent chacun un algorithme basé sur un modèle déformable statistique pour reconstruire l'oreille interne avec une imagerie IRM et μCT, respectivement. VAIDYANATHAN, LUBBE, LEIJENAAR et al. 2021 et HUSSAIN, LALANDE, GIRUM et al. 2021 proposent chacun un algorithme basé sur un apprentissage profond pour reconstruire l'oreille interne avec une imagerie IRM et μCT, respectivement. Ces quatre méthodes ont besoin d'une base de données annotée préalablement contrairement à notre approche.

Les deux méthodes basées sur des acquisitions μCT présentent une excellente précision, mais qui s'explique principalement par l'utilisation d'une imagerie de très haute résolution, au contraste beaucoup plus élevé, qui nécessite des données *ex-vivo*.

Les deux méthodes basées sur des acquisitions IRM présentent une bonne précision, principalement grâce à des bases de données plus fournies disponibles avec cette modalité. Cependant, elles ne sont pas applicables pour la segmentation des structures de l'oreille moyenne puisque les images IRM sont mal adaptées à la visualisation des structures osseuses.

La figure 4.1 montre un exemple de la distance RMSD plaquée sur les surfaces 3D d'une oreille interne, d'un marteau et d'une enclume. L'échelle de couleurs est adaptée à la taille afin de mettre en évidence les zones présentant des erreurs plus fortes.

— Pour l'oreille interne, nous pouvons observer deux zones majeures où le résultat de la reconstruction s'écarte de la segmentation expert : le vestibule inférieur, où se situe la fenêtre ronde, et le vestibule supérieur, où se situe le canal vestibulaire. La fenêtre ronde est constituée d'une membrane, ce qui peut entraîner une segmentation excessive de l'algorithme à cause de ses propriétés radiotransparentes similaires à celles du vestibule inférieur adjacent. Dans le cas du canal vestibulaire, l'algorithme tend à approcher les bords du canal à l'interface entre celui-ci et le vestibule. Ces écarts ne sont pas systématiques et dépendent principalement de la qualité du volume CBCT. De plus, ils restent minimes par rapport à la taille de l'oreille interne. Nous constatons également une légère différence dans les plis de la cochlée, causée principalement par l'étape de régularisation. Finalement, le reste de la surface est très proche de la segmentation experte, ce qui nous permet de conclure à une segmentation fiable de cette structure ;
— Pour l'enclume, le modèle reconstruit est très proche de la segmentation expert. Seules quelques différences sont observées au niveau de l'articulation incudo-malléaire. Étant donné que les frontières sont mal définies dans cette zone, le résultat est très dépendant de la position des repères. Ces différences sont, pour la plupart, légères et inférieures à la taille d'un voxel (0,15 mm), ce qui permet de conclure à une segmentation fiable de l'enclume ;
— Pour le marteau, les mêmes remarques sont valables pour l'articulation incudo-malléaire. On constate en plus une légère sursegmentation au niveau de processus lenticulaire, ce qui peut s'expliquer, car cette zone est attachée par un tendon. À nouveau, nous pouvons conclure à une segmentation fiable du marteau.

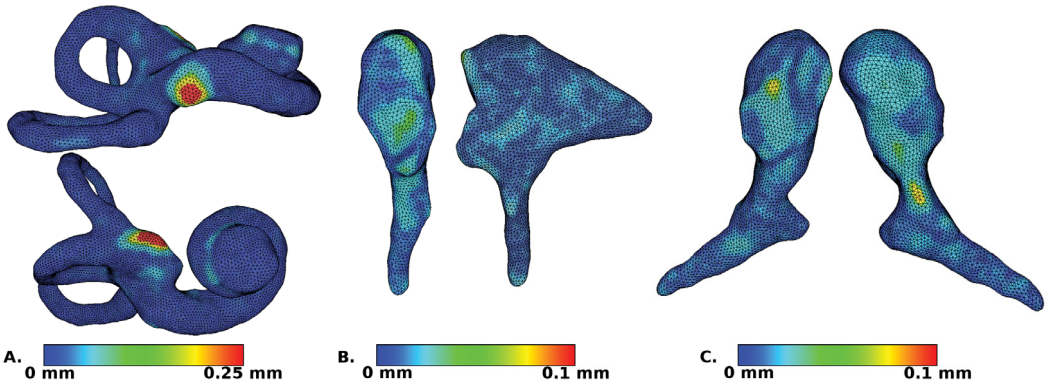


FIGURE 4.1. – La distance RMSD plaqué sur des modèles reconstruits de l'oreille interne, du marteau et l'enclume.

4.3. Validation de la reproductibilité

La méthode de reconstruction étant semi-automatique, les erreurs intra- et inter-opérateurs doivent être estimées pour déterminer la reproductibilité de la méthode. Nous estimons également l'impact du positionnement des repères sur les performances de la méthode pour chaque structure.

Protocole d'évaluation

L'erreur intra-opérateur dans la reconstruction d'une structure est calculée indépendamment pour chaque opérateur. Ainsi, pour chacune des structures à reconstruire et pour chaque utilisateur, l'erreur intra-opérateur correspond à l'écart-type pour chaque métrique de performance des reconstructions à partir des trois ensembles de repères numérisés par l'opérateur. Pour chaque structure, la moyenne des erreurs intra-opérateurs des trois opérateurs sur l'ensemble de la base de données permet d'estimer la robustesse globale de la méthode à cette erreur.

Pour chaque structure, l'erreur inter-opérateurs est estimée à partir de l'écart-type des métriques de performance calculées sur les reconstructions des 9 ensembles de repères numérisés par les 3 opérateurs. L'erreur globale inter-opérateur correspond à la moyenne de cette erreur appliquée à l'ensemble de la base de données.

Pour chaque structure, l'impact du positionnement de chaque repère sur les performances de la méthode est estimé en générant un ensemble de repères moyen à partir des 9 ensembles de repères numérisés de chaque sujet. La dispersion moyenne de chaque repère par rapport au repère moyen correspondant est ensuite calculée. Puis, l'erreur moyenne entre les reconstructions des opérateurs est calculée par la différence absolue entre le DSC du modèle reconstruit avec l'ensemble de repères moyen et le DSC moyen des reconstructions. Pour chaque repère, le calcul du ratio de corrélation entre la dispersion moyenne de ce repère et l'erreur moyenne des reconstructions permet d'estimer son influence dans la qualité de la reconstitution.

Résultats et discussion

Le tableau 4.5 présente la moyenne et l'écart type de l'erreur inter-opérateur par métrique de performance pour chaque structure.

— Pour l'oreille interne, chaque métrique présente une faible erreur, ce qui indique une grande robustesse au biais inter-opérateur de la méthode, car il a peu d'impact sur la qualité des reconstructions.

— Pour le marteau et l'enclume, chaque métrique présente une erreur d'un ordre de grandeur similaire et supérieur à celle de l'oreille interne. Ce résultat indique une plus grande influence du choix de la position des repères par les opérateurs dans la méthode de reconstruction, principalement au niveau de l'articulation incudo-malléaire. Cependant, cette erreur reste tout à fait négligeable, car elle

représente en moyenne, 7 μm pour le marteau et 5 μm pour l'enclume alors que la longueur de ces structures est d'environ 7 mm.

Tableau 4.5. – Moyenne et écart-type de l'erreur inter-opérateur par métriques de performance pour chaque structure.

	Oreille interne	**Marteau**	**Enclume**
DSC (%)	$0,29 \pm 0,14$	$1,19 \pm 0,89$	$1,05 \pm 0,5$
ASD (μm)	3 ± 1	9 ± 5	7 ± 3
RMSD (μm)	6 ± 3	18 ± 10	14 ± 7
Haus (μm)	93 ± 66	132 ± 61	117 ± 62

Le tableau 4.6 présente la moyenne et l'écart type des erreurs intra-opérateur par métrique de performance pour chaque structure.

— Pour l'oreille interne, les résultats sont similaires à ceux des erreurs inter-opérateurs, ce qui indique également une bonne robustesse au biais intra-opérateur.
— Pour le marteau et l'enclume, les erreurs sont plus faibles que les erreurs inter-opérateurs mais restent supérieures aux erreurs intra-opérateur calculées pour l'oreille interne. Il y a donc une légère influence du positionnement des repères sur la qualité des reconstructions, mais cela reste limité.

Tableau 4.6. – Moyenne et écart-type de l'erreur intra-opérateur par métrique de performance pour chaque structure.

	Oreille interne	**Marteau**	**Enclume**
DSC (%)	$0,24 \pm 0,12$	$0,91 \pm 0,63$	$0,76 \pm 0,41$
ASD (μm)	2 ± 1	7 ± 4	5 ± 3
RMSD (μm)	5 ± 3	14 ± 8	10 ± 6
Hauss (μm)	81 ± 59	103 ± 53	84 ± 46

Pour chaque ensemble de repères, la moyenne et l'écart-type des dispersions moyennes des repères sont calculées. On retrouve une dispersion de $0,29 \pm 0.15$ mm pour l'oreille interne, $0,29 \pm 0.14$ mm pour l'étrier, $0,19 \pm 0,10$ mm pour le marteau et $0,19 \pm 0.1$ mm pour l'enclume. De plus, pour chaque repère, le résultat de la corrélation entre la dispersion et l'erreur moyenne des reconstructions est proche de 0. Ces deux résultats indiquent qu'il n'y a pas de repères récurrents mal numérisés par les opérateurs qui provoquent une diminution significative de la qualité de la reconstruction. Nous pouvons également conclure qu'il n'existe pas de repères considérés comme plus difficiles à numériser ou moins homologues que les autres.

4.4. Influence des paramètres

Notre méthode de reconstruction est dépendante de deux paramètres L et α, nécessaires à l'étape de déformation fine. Ces paramètres doivent être ajustés pour s'adapter aux différentes structures de l'oreille interne et moyenne.

— L correspond à la longueur des profils d'intensité dans la phase de segmentation. Elle est dépendante principalement de la taille de la structure et est modifiée au cours des itérations. Elle doit être longue à la première itération pour assurer la détection des frontières de la structure même si le modèle en est éloigné. Puis, elle doit être réduite linéairement après chaque itération pour diminuer le risque de segmenter des frontières aberrantes.

— α permet de faire varier la rigidité de la structure dans la phase de régularisation. La rigidité doit être élevée lors de la première itération pour conserver un maillage lisse et morphologiquement proche du modèle initial, et être diminuée linéairement jusqu'à la dernière itération pour tendre vers une forme détaillée.

Protocole d'évaluation

Les paramètres L et α sont des paramètres évolutifs. Leur valeur évolue linéairement en fonction de l'itération courante pendant l'étape de déformation fine. Chaque paramètre est donc défini par une paire de valeurs qui correspondent aux valeurs du début et de la fin. De plus, puisque ces paramètres dépendent de la taille et de la forme de la structure d'intérêt, il n'existe pas de couple α et L idéal pour l'ensemble des structures. Pour trouver le couple optimal par structure, nous avons d'abord défini empiriquement un ensemble de couples raisonnable de ces paramètres. Puis, pour chaque couple de paramètres, nous effectuons une étude statistique sur la qualité des reconstructions. La première partie des données, qui contient les 10 premiers sujets, est utilisée pour éviter la contamination des résultats dans la phase d'évaluation de la précision. Dans cette étude statistique, nous utilisons uniquement le DSC, qui est une métrique suffisante pour observer la qualité globale du maillage.

Résultats et discussion

Les trois figures suivantes (Figs. 4.2, 4.3, 4.4) présentent les résultats du DSC pour l'oreille interne, le marteau et l'enclume sous forme de diagrammes en boîte pour plusieurs ensembles de paramètres prédéfinis L et α. Chaque boîte fournit des informations sur la médiane, l'écart-type, les quartiles inférieur et supérieur et les valeurs aberrantes. Pour chacune des structures, les résultats indiquent une bonne robustesse de la méthode, quel que soit le choix des paramètres de déformation. En effet, nous n'observons pas de grande disparité dans la valeur médiane du DSC, qui reste dans le même ordre de grandeur. Cependant, un ajustement plus fin des paramètres pour chaque structure permet de réduire la variance et le nombre de valeurs aberrantes.

Oreille interne

La figure 4.2 montre les variations des statistiques de la qualité des reconstructions de l'oreille interne en fonction des paramètres α et L. Les paramètres de début et de fin pour α varient de $[1-2]$ à $[2-3]$, et ceux pour la longueur des profils L varient de $[1,5-0,5]$ à $[3-1]$. Nous avons choisi de faire varier les bornes de α entre ces valeurs pour pouvoir comparer l'influence d'un lissage fort de la structure par rapport à un lissage faible, tout en respectant la forme topologique de l'oreille interne. Le choix des bornes L a été adapté pour comparer l'influence de la taille des profils par rapport à la longueur de l'oreille interne (20 mm).

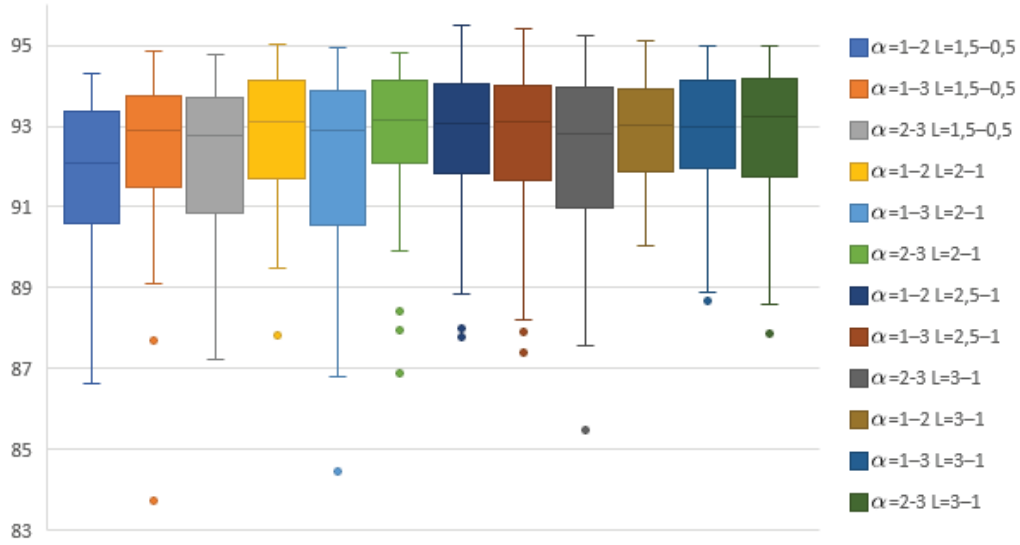


FIGURE 4.2. – Statistiques sous forme de diagramme en boîte des DSC calculés sur les reconstructions de l'oreille interne lorsque les paramètres de début et de fin de L et α varient.

Les résultats indiquent que l'oreille interne a besoin d'une longueur de profil de départ L supérieure à 2 mm. En dessous de cette valeur, nous observons une diminution significative de la valeur médiane et une augmentation forte de reconstructions aberrantes. Les résultats montrent également que le paramètre α réduit la variance lorsque sa valeur est petite. En effet, puisqu'un α fort réduit la rigidité de la structure et que l'oreille interne est une structure généralement lisse et sans détails locaux particuliers, un petit α nous permet de mettre en œuvre ce lissage sans que la déformation soit influencée par le structures voisines de même intensité. Ainsi, la paire optimale d'intervalles minimisant l'écart-type et le nombre de valeurs aberrantes et maximisant la médiane pour l'oreille interne est $[1-2]$ pour le paramètre α et $[3-1]$ mm pour la longueur L.

Marteau

La figure 4.3 montre les statistiques de la qualité des reconstructions du marteau pour des variations de α allant de $[0,5-1,5]$ à $[2-3]$ et des variations de L allant de $[1,5-0,5]$ à $[2-3]$. Les variations de L et α sont différentes de celles utilisées pour l'oreille interne. En effet, le marteau est une structure lisse et topologiquement plus simple que l'oreille interne, et un lissage plus fort est donc attendu. De plus, sa taille étant plus petite que celle de l'oreille interne, nous avons donc adapté les bornes du paramètre L.

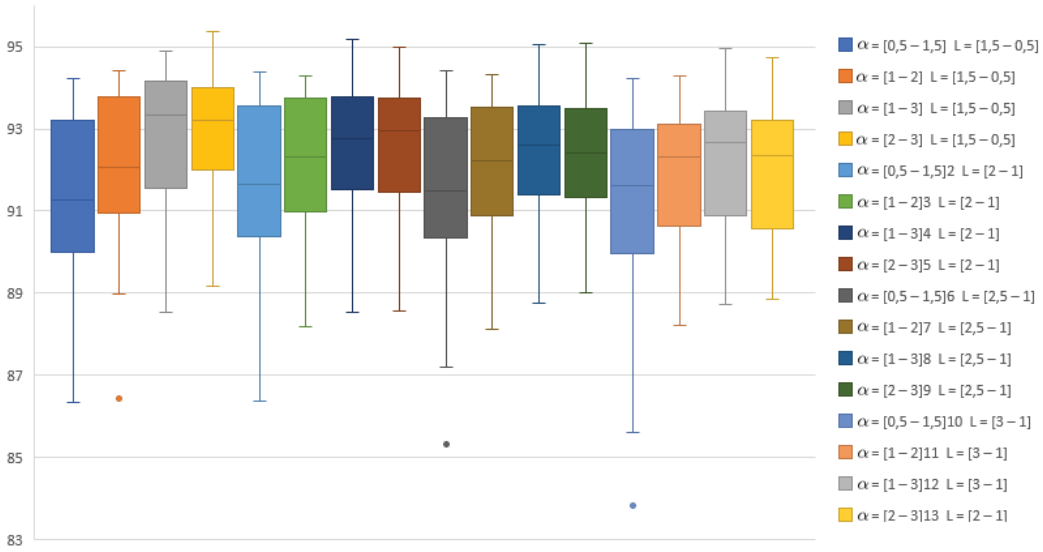


FIGURE 4.3. – Statistiques sous forme de diagramme en boîte des DSC calculés sur les reconstructions du marteau lorsque les paramètres de début et de fin de L et α varient.

Les résultats indiquent que la longueur a peu d'influence sur la qualité des reconstructions pour la même valeur d'α, mais l'intervalle de longueur de profil plus court $[0.5-1.5]$ donne de meilleurs résultats. Le comportement de α est identique quel que soit L, démontrant que, pour un même intervalle de longueur, plus α est augmenté plus l'écart-type est réduit. Enfin, quelles que soient les valeurs des paramètres, la méthode donne peu de valeurs aberrantes. Ces résultats s'expliquent par l'environnement dans lequel se trouve le marteau; il est majoritairement entouré d'air et maintenu par des tendons faiblement visibles avec une imagerie CBCT. Son seul voisin est l'enclume, mais comme ces structures sont segmentées en même temps, elle ne perturbe pas la phase de segmentation. Ainsi, la paire d'intervalles optimale est $\alpha = [1-2]$ et $L = [3-1]$ mm.

Enclume

La figure 4.4 montre les statistiques de la qualité des reconstructions de l'enclume pour les mêmes variations de α et L que pour le marteau. Nous choisissons d'utiliser les mêmes variations que celle du marteau, car ce sont des structures topologiquement similaires et disposant de la même échelle de grandeur.

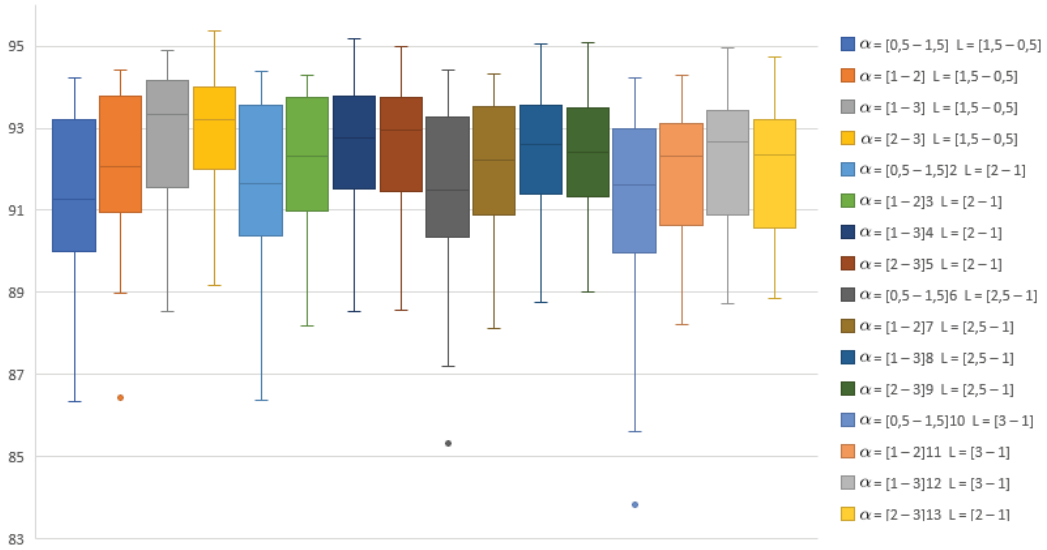


FIGURE 4.4. – Statistiques sous forme de diagramme en boîte des DSC calculés sur les reconstructions de l'enclume lorsque les paramètres de début et de fin de L et α varient.

Les résultats présentent des données similaires à celles du marteau :
— la longueur des profils L a peu d'influence sur la qualité du maillage, et une valeur faible donne les meilleurs résultats ;
— lorsque le paramètre de rigidité α augmente, l'écart-type du DSC des reconstructions diminue.

Étant donné que l'enclume a un environnement similaire à celui du marteau, ces résultats étaient prévisibles. À nouveau, la longueur des profils n'a pas d'importance, et un α permissif permet d'obtenir de meilleures reconstructions. La paire optimale d'intervalles est identique à celle du marteau : $\alpha = [1-2]$ et $L = [3-1]$ mm.

Conclusion de la première partie

Dans cette première partie, nous avons présenté une méthode de reconstruction semi-automatique qui permet la modélisation simultanée des différentes structures osseuses de l'os temporal à partir de données CBCT *in-vivo*. À notre connaissance, la modélisation des structure de la chaîne ossiculaire séparément est originale. Le choix d'utiliser des acquisitions CBCT est également une originalité dans notre travail.

Tout d'abord, nous avons proposé pour chaque structure, un ensemble de repères anatomiques positionnés sur le modèle *a priori*. Ces repères permettent une description minimale de la morphologie de la structure. Avant de débuter la reconstruction, un opérateur numérise dans le volume CBCT d'un sujet les repères anatomiques de chaque structure. Nous proposons un guide en annexe pour aider à la numérisation dans le volume CBCT. Cet ensemble de repères numérisés permet l'initialisation et la personnalisation du modèle *a priori* dans le volume. Pendant cette étape, le modèle est déformé en fonction de ces repères pour correspondre grossièrement à la morphologie du sujet et ainsi couvrir une large variabilité de formes.

L'étape suivante est une déformation fine du maillage qui ajuste le modèle sur les frontières de la structure. Cette étape est constituée de deux phases répétées itérativement :

— une phase de segmentation qui permet de trouver les frontières potentielles tout en considérant les contraintes posées par les structures voisines.
— une phase de régularisation qui lisse le maillage pour qu'il conserve sa forme globale.

Cette étape de déformation fine est dépendante de deux paramètres : un paramètre de recherche des frontières et un paramètre de rigidité du maillage. Ces paramètres évoluent au cours des itérations pour permettre une déformation de moins en moins rigide et plus précise au fur et à mesure que le modèle s'approche des frontières finale.

Enfin, nous avons proposé une approche de validation complète de notre méthode sur une base de données de 20 sujets symptomatiques et asymptomatiques. Seul l'étrier n'est pas pris en compte dans nos résultats, car il est trop faiblement visible dans les images CBCT du fait de leur résolution. Il est également important de noter que ce problème de contraste n'a pas permis la déformation fine de l'étrier, nous proposons donc seulement une personnalisation non validée de cette structure.

Trois aspects de la méthode ont été évalués : la précision des reconstructions, la répétabilité et l'influence des paramètres :

— l'étude quantitative indique une différence moyenne inférieure à la taille d'un voxel entre les modèles reconstruits par notre méthode et ceux reconstruits par les experts. De plus, nous proposons une précision globale supérieure aux données rapportées dans la littérature pour des modalités d'images similaires. Le temps total de reconstruction est d'en moyenne 5 min pour l'ensemble des structures ;
— l'étude de répétabilité prouve la bonne résilience de la méthode aux biais intra et inter-opérateurs. Cette étude rapporte également que le choix des repères anatomiques n'influence pas la qualité des reconstructions et qu'ils sont facilement numérisables dans un volume CBCT ;
— l'étude sur l'influence des paramètres indique que les deux paramètres nécessaires au fonctionnement de la méthode n'influencent pas grandement la qualité des reconstructions. Nous proposons pour chaque structure un couple de paramètres optimal pour maximiser la qualité.

Pour conclure, nous proposons une méthode semi-automatique fiable et validée pour la reconstruction de l'oreille interne, du marteau et de l'enclume à partir d'acquisitions CBCT *in vivo*. Les modèles reconstruits peuvent ensuite être utilisés pour diverses applications comme la planification d'une chirurgie d'implant cochléaire, des études morphologiques, la détection de malformations subtiles, etc. L'étrier est également reconstruit et personnalisé ; mais n'a pas été validé, nous ne pensons pas que ce modèle puisse être utilisé pour des études morphologiques ou pour la détection de malformations. Cependant, il peut être utilisé dans des applications qui ne nécessitent pas une grande précision de la structure comme par exemple des simulations physiques de la transmission sonore chez des sujets spécifiques.

Dans le cadre de travaux futurs, nous proposons deux principaux points d'amélioration de notre approche :

— l'automatisation complète peut être envisagée. L'utilisation d'une base de données substantielle de repères numérisés dans des volumes CBCT permettrait un apprentissage automatique pour trouver automatiquement chacun de ces repères dans un nouveau volume ;
— l'intégration de modèles *a priori* qui incluent des changements topologiques. Le défaut de notre approche est qu'elle ne prend pas en compte les changements topologiques ; or dans le cas d'une absence d'un canal semi-circulaire la topologie du modèle final est profondément modifiée. Nous pourrions proposer des modèles *a priori* alternatifs qui incluent les variations topologiques présentes dans la littérature.

Deuxième partie

Description de formes complexes

Sommaire

Introduction de la seconde partie **98**

5 Éléments de base **100**
5.1 Espaces topologiques . . . 100
5.2 Variétés . . . 101
5.3 Complexes simpliciaux . . . 103
5.4 Nombres de Betti . . . 106
5.5 Courbure sur les surfaces . . . 107

6 Description de formes définies par des surfaces **109**
6.1 Descripteurs s'appuyant sur des caractéristiques géométriques . . . 109
6.1.1 Descripteurs locaux . . . 109
6.1.1.1 Recherche de sommets caractéristiques . . . 110
6.1.1.2 Recherche de lignes caractéristiques . . . 115
6.1.1.3 Recherche de régions caractéristiques . . . 118
6.1.2 Descripteurs globaux . . . 120
6.1.2.1 Descripteurs s'appuyant sur une distribution de caractéristiques . . . 120
6.1.2.2 Descripteurs s'appuyant sur une analyse harmonique de la forme . . . 122
6.2 Descripteurs s'appuyant sur des caractéristiques topologiques . . . 124
6.2.1 Squelette . . . 124
6.2.2 Graphe de Reeb . . . 127
6.3 Problématiques, objectifs et hypothèses . . . 130

7 Graphe de Reeb d'une surface **136**
7.1 Éléments théoriques . . . 136
7.1.1 Théorie de Morse . . . 136
7.1.2 Graphe de Reeb . . . 138
7.2 Algorithmes de construction d'un graphe de Reeb sur une surface . . . 142
7.2.1 Diagramme de lignes de niveaux . . . 142
7.2.2 Graphe de Reeb étendu . . . 144
7.2.3 Graphe de Reeb multi-résolution . . . 146
7.2.4 Graphe de Reeb discret . . . 147
7.2.5 Synthèse . . . 151

8 Graphe de Reeb discret amélioré **153**
8.1 Structure de données . . . 157
8.2 Calcul des sommets critiques . . . 158
8.2.1 Sommet critique sans frontière . . . 159
8.2.2 Sommet critique avec frontière . . . 160

8.2.3 Plateaux . . . 161
8.3 Évolution des contours . . . 162
8.3.1 Initialisation des contours . . . 162
8.3.2 Propagation d'un contour . . . 164
8.3.3 Fusion de contours . . . 165
8.3.4 Séparation de contours . . . 167
8.4 Filtrage . . . 169
8.5 Complexité . . . 171
8.6 Résultat et discussion . . . 172
8.6.1 Fonction de hauteur . . . 172
8.6.2 Fonction de courbure . . . 178

9 Application à la détection de déformations locales 184
9.1 Partitionnement du graphe de Reeb . . . 185
9.1.1 Pondération des arêtes . . . 186
9.1.2 Partitionnement spectral . . . 188
9.2 Comparaison des sous-graphes . . . 189
9.2.1 Distance d'édition de graphe . . . 190
9.2.2 Coûts d'édition adaptés à la comparaison de graphe de Reeb . 191
9.3 Résultats et discussion . . . 192
9.3.1 Partitionnement . . . 192
9.3.2 Comparaison . . . 195

Conclusion de la seconde partie 198

Conclusion 203

Bibliographie 204

Annexe 220

Introduction de la seconde partie

Dans la seconde partie de cette thèse, nous proposons une approche générique d'analyse et de comparaison des surfaces. Cette approche est appliquée à l'oreille interne sur deux groupes de sujets : un groupe asymptomatique et un groupe scoliotique. Cette comparaison a pour objectif de vérifier l'hypothèse proposée dans la section 1.2.2 selon laquelle des malformations locales sur les canaux semi-circulaires pourraient être la cause d'une déformation de la colonne vertébrale.

L'analyse de la forme d'une surface est l'étude des composantes géométriques et structurelles de l'objet. De nombreux domaines d'application font appel à l'analyse de la forme d'un objet pour notamment :

— la détection d'objets de forme similaire dans une base de données, comme pour la classification d'objets scannés en fonction de leur similarité en archéologie ;
— la reconnaissance d'une paire de pièces qui s'emboîtent, par exemple la reconstruction de statues détruites en archéologie, ou encore l'assemblage de pièces en architecture ou dans la conception assistée par ordinateur :
— la détection de changements sur la forme d'un objet connu, par exemple pour la comparaison de l'évolution d'une tumeur ou l'observation de malformation sur un organe dans le domaine médical, mais également pour la détection d'objets avec des défauts de fabrication dans le domaine industriel :
— le recalage de formes incomplètes, par exemple pour reconstruire un modèle de statue scanné en plusieurs parties en archéologie.

Cependant, comparer directement des surfaces qui contiennent plusieurs millions de points est une opération coûteuse en temps de calcul, peu robuste au bruit et considérant uniformément les zones peu informatives (comme les zones plates) et les zones très informatives (comme les zones saillantes). C'est pourquoi l'obtention d'une représentation simplifiée et compacte de l'objet à analyser est une étape préliminaire à toute analyse de la forme. Cette représentation, communément appelée *descripteur de forme*, doit observer plusieurs propriétés :

— **Décrire la forme** - il doit posséder un pouvoir descriptif proche du système visuel humain pour servir de base à la mesure de similitude entre des objets 3D. Un descripteur de forme complet est une représentation qui a le potentiel de reconstruire l'objet d'origine :
— **Robuste** - il doit pouvoir être insensible au bruit d'acquisition, de reconstruction et de remaillage. Pour certaines applications comme en archéologie, il doit également pouvoir prendre en compte l'occlusion.

— **Invariant aux transformations** - quel que soit l'orientation de la surface, le descripteur doit pouvoir donner la même description. Il doit donc principalement être invariant aux transformations de rotation, translation et mise à l'échelle. Certains descripteurs ne sont pas directement invariants aux transformations et les modèles nécessitent un pré-traitement afin de trouver une transformation canonique pour chacun :
— **Compact et simple à manipuler** - il doit être plus facile à manipuler, stocker et comparer que les surfaces directement afin de minimiser les besoins de stockage et accélérer les algorithmes de mise en correspondance.

Pour répondre à notre problématique, nous nous intéressons aux surfaces d'oreilles internes modélisées avec l'approche présentée dans la première partie. Pour rappel, l'oreille interne présente une forme complexe composée de deux sous-structures : le système vestibulaire et la cochlée. Le système vestibulaire contient les trois canaux semi-circulaires qui pourraient être impliqués dans certaines scolioses et présente une surface de genre trois. La cochlée est une surface de genre zéro, mais possède une forme en spirale caractéristique. Pour isoler les déformations présentes uniquement sur les canaux semi-circulaires, le descripteur de forme doit être capable de décrire localement la géométrie de la surface tout en possédant une connaissance sur la topologie globale. Celui-ci doit également pouvoir facilement être décomposé en sous-parties pour représenter les sous-formes de la surface. Enfin, la comparaison entre les descripteurs de deux surfaces doit être simple à effectuer.

Cette seconde partie est découpée en cinq chapitres :
— le premier chapitre présente les notions basiques d'informatique graphique et de modélisation géométrique qui permettent l'étude de la topologie et de la géométrie d'une surface ;
— le second chapitre présente une bibliographie des différents descripteurs de forme 3D utilisés pour décrire une surface. Une synthèse de ces descripteurs nous permet de porter notre choix sur une description de la surface à partir d'un graphe de Reeb ;
— le troisième chapitre présente les éléments théoriques pour l'élaboration d'un graphe de Reeb sur une surface triangulée. Nous y abordons également différents algorithmes de construction présents dans la littérature ;
— le quatrième chapitre propose une amélioration de l'algorithme de construction d'un graphe de Reeb par contour discret. Nous proposons également un opérateur de filtrage pour éliminer les noeuds critiques du graphe assimilable à du bruit ;
— le cinquième chapitre développe une approche d'analyse et de comparaison de surface à partir d'un graphe de Reeb construit sur une fonction d'indice de courbure. Cette approche est appliquée à la détection de déformations locales sur des surfaces d'oreilles internes.

5. Éléments de base

Nous présentons dans ce chapitre les concepts mathématiques, les terminologies et les notations qui seront utilisés tout au long de cette deuxième partie. Nous débutons par une introduction à la notion d'espace topologique qui sert ensuite à définir le concept de variétés. La section suivante introduit les complexes simpliciaux qui permettent de poser la définition de variétés triangulaires, communément appelées surfaces. Les deux sections suivantes concernent la définition d'outils qui servent à l'étude de la topologie d'une surface : les nombres de Betti et la théorie de Morse. Enfin, la section aborde le calcul des courbures sur une surface qui sert à l'étude de la géométrie.

5.1. Espaces topologiques

L'étude topologique d'un objet se porte sur l'analyse de ses propriétés qui sont préservées sous des déformations homéomorphes continues, telles que l'étirement, la torsion, le froissement et la flexion. Ces déformations n'entraînent pas la fermeture de trous, l'apparition de nouveaux trous, le déchirement de l'objet ou l'auto-intersection. Les définitions ci-dessous permettent de poser les bases du formalisme utilisé pour étudier la topologie et nécessaires à la compréhension de ce manuscrit. EDELSBRUNNER et HARER 2010 proposent une introduction plus complète au monde de la topologie.

Définition 1 (Topologie) *Soit $\mathbb{X}$ un ensemble de points et $\mathcal{U}$ une collection de sous-ensembles de $\mathbb{X}$, $\mathcal{U}$ est une* topologie *de $\mathbb{X}$ si :*

1. *$\mathbb{X}$ et l'ensemble vide $\emptyset$ appartiennent à $\mathcal{U}$;*
2. *deux sous-ensembles U_1, U_2 appartiennent à $\mathcal{U}$ et l'union $U_1 \cap U_2$ appartient également à $\mathcal{U}$;*
3. *si U_i appartient à $\mathcal{U}$ pour tout i, alors l'union de tous les U_i appartient $\mathcal{U}$.*

Définition 2 (Espace topologique) *Le couple $(\mathbb{X}, \mathcal{U})$ est appelé* espace topologique.

Par simplicité de notation nous considérerons que la topologie $\mathcal{U}$ est implicite et nous désignerons $\mathbb{X}$ au lieu de $(\mathbb{X}, \mathcal{U})$ comme un espace topologique dans la suite de ce manuscrit.

Définition 3 (Hausdorff) *Soit $\mathbb{V}$ un espace topologique, $\mathbb{V}$ est* Haussdorf *si pour chaque couple de points m et n appartenant à $\mathbb{V}$ tels que que $m \neq n$, il existe deux voisinages O et P de m et n respectivement tels que $O \cap P = \emptyset$.*

Définition 4 (Séparable) *Soit $\mathbb{X}$ un espace topologique, $\mathbb{X}$ est* séparable *s'il existe un ensemble fini ou dénombrable de points tel que chaque sous-ensemble non vide de l'espace contienne au moins un point.*

Définition 5 (Demi-espace) *Soit $\mathbb{D}^n$ et $\mathbb{X}^n$ deux espaces topologiques de dimension n tels que $\mathbb{D}^n \subset \mathbb{X}^n$, $\mathbb{D}^n$ est appelé* demi-espace *de $\mathbb{X}^n$ s'il a été obtenu par la suppression de la partie de $\mathbb{X}^n$ située derrière un hyperplan de dimension $n-1$.*

Définition 6 (Couverture) *Soit $\mathbb{X}$ un espace topologique, alors la* couverture *C de $\mathbb{X}$ est une collection de sous-ensemble U_a dont l'union est tout l'espace $\mathbb{X}$.*

Définition 7 (Homéomorphisme) *Soit $\mathbb{X}$ et $\mathbb{Y}$ deux espaces topologiques, une fonction $f : \mathbb{X} \to \mathbb{Y}$ est un* homéomorphisme *si elle est continue, bijective et sa bijection est réciproque.*

Définition 8 (Espaces homéomorphes) *Soit $\mathbb{X}$ et $\mathbb{Y}$ deux espaces topologiques, $\mathbb{X}$ et $\mathbb{Y}$ sont des* espaces homéomorphes *si et seulement si il existe un homéomorphisme entre les deux. La notation $\mathbb{X} \approx \mathbb{Y}$ indique que les deux espaces sont du même type topologique.*

Définition 9 (Point isolé) *Soit $\mathbb{X}$ un espace topologique et U un sous-ensemble de $\mathbb{X}$, si $x \in U$ et s'il existe un voisinage de x tel qu'il ne contient aucun point de U, alors x est un point isolé de U.*

5.2. Variétés

Une variété (*manifold* en anglais) de dimension n est un espace topologique localement euclidien, c'est-à-dire que le voisinage en chaque point est homéomorphe à l'espace euclidien de dimension n. Ainsi, une courbe est une variété de dimension 1 et une surface est une variété de dimension 2. Pour définir de manière plus formelle le concept de variété et ses différentes propriétés, il nous faut poser quelques définitions.

Définition 10 (Carte) *Soit U un sous-ensemble de l'espace topologique $\mathbb{X}$, une* carte *en $x \in \mathbb{X}$ est une fonction $\rho : U \to \mathbb{R}^n$ tel que U contient x et ρ est un homéomorphisme d'un sous-ensemble de $\mathbb{R}^n$.*

Définition 11 (Atlas) *Soit $\mathbb{X}$ un espace topologique et A une collection (U_α, ρ_α) de cartes sur $\mathbb{X}$, A est appelé* atlas *de $\mathbb{X}$ si $\bigcup U_\alpha = \mathbb{X}$.*

Définition 12 (n-variété) *Soit $\mathbb{V}$ un espace séparable Haussdorf, $\mathbb{V}$ est une n-*variété *si en chaque point $v \in \mathbb{V}$, il existe une carte n-dimensionnelle possédant un voisinage homéomorphe à $\mathbb{R}^n$.*

Définition 13 (n-variété avec frontière) *Soit $\mathbb{V}$ un espace séparable Haussdorf, $\mathbb{V}$ est une n-*variété avec frontière *si en chaque point $v \in \mathbb{V}$, il existe une carte n-dimensionnelle possédant un voisinage homéomorphe soit à $\mathbb{R}^n$ soit à son demi espace $\mathbb{H}^n$.*

Une variété de dimension 2 (2-variété) est plus communément appelée surface. Nous définissons ci-dessous les propriétés importantes que les variétés doivent posséder pour nos applications (fermé, compacte lisse et orientable).

Définition 14 (Variété fermée) *Soit $\mathbb{V}$ une n-variété, $\mathbb{V}$ est* fermée *si elle ne possède pas de frontière.*

Définition 15 (Variété compacte) *Soit $\mathbb{V}$ une n-variété, $\mathbb{V}$ est* compacte *si la couverture C de $\mathbb{V}$ possède une collection de sous-ensembles finis qui couvre également $\mathbb{V}$.*

La définition ci-dessus indique qu'une variété est compacte si elle est couverte d'un nombre fini de cartes.

Définition 16 (Fonction lisse) *Soit $U \subset \mathbb{R}^n$, un fonction $f : U \to \mathbb{R}$ est* lisse *(ou classe C^∞) si elle indéfiniment dérivable. On parle également de variété différentielle.*

Définition 17 (Changement de cartes) *Soit $\phi_i : U \to \mathbb{R}^n$ et $\phi_j : V \to \mathbb{R}^n$ deux cartes, si $U_i \cap V_j \neq \emptyset$ alors le* changement de carte *entre ϕ_i et ϕ_j est l'homéomorphisme ϕ_{ij} tel que : $\phi_{ij} = \phi_i \circ \phi_j^{-1} : \phi_i(U \cap V) \to \phi_j(U \cap V)$.*

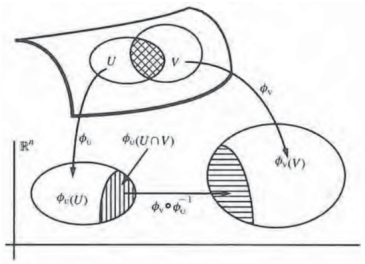


FIGURE 5.1. – Changement de cartes (image tirée de NLAB 2021)

Définition 18 (Atlas C^∞) *Soit A un atlas, A est C^∞ si tous les changements de cartes sont des difféomorphismes de classe C^∞ (c'est-à-dire une bijection de classe C^∞ dont la bijection réciproque est aussi de classe C^∞).*

Une propriété intéressante des atlas lisses est que deux atlas lisses sont équivalents si leur union est un atlas lisse.

Définition 19 (Variété lisse ou C^∞) *Soit $\mathbb{V}$ une variété, $\mathbb{V}$ est lisse si toutes ses cartes admissible appartiennent à un atlas C^∞.*

Définition 20 (Variété orientable) *Soit $\mathbb{V}$ une n-variété, $\mathbb{V}$ est* orientable *s'il existe un atlas tel que chaque changement de cartes sur cet atlas admet un déterminant jacobien positif.*

5.3. Complexes simpliciaux

Les définitions précédentes nous ont permis de définir le concept de variétés et les différentes propriétés qu'elles peuvent posséder dans l'espace continu. À présent, nous nous intéressons plus précisément à la triangulation des 2-variétés, sous la forme de complexes 2-simpliciaux comme définis ci-dessous.

Définition 21 (k-simplexe) *Un* k-simplexe σ *est défini comme l'enveloppe convexe d'un ensemble de* $k+1$ *points affinement indépendants. Ces points sont appelés* sommets du simplexe.

Par exemple, un 0-simplexe est un point dans $\mathbb{R}^n$, également appelé *sommet*; un 1-simplexe *une arête*; un 2-simplexe *triangle*; un 3-simplexe un *tetraèdre*; etc...

Définition 22 (Face d'un simplexe) *Soit* σ *un k-simplexe et S l'ensemble des sommets de* σ*, si* τ *est un sous-ensemble de S, alors* τ *est une* face *de* σ.

De la définition précédente, nous pouvons conclure que chaque simplexe est une face de lui-même. Pour éviter la confusion nous nommerons cette face particulière *facette* du simplexe σ.

Définition 23 (Complexe simplicial) *Soit K un ensemble de simplexes, K est un* complexe simplicial *s'il contient un ensemble fini de simplexes tel que :*

— *Soit* τ *une face de* σ*, si* $\sigma \in K$ *alors* $\tau \in K$.
— *Soit* σ_1 *et* σ_2 *deux simplexes de K, si* $\tau = \sigma_2 \cap \sigma_1$ *alors* τ *est une face de* σ_1 *et également de* σ_2.

Moins formellement, un complexe simplicial est une collection de faces d'un nombre fini de simplexes. Chaque paire de faces peut être soit disjointe, soit réunie en une face commune. La figure 5.2 présente un complexe simplicial qui respecte toutes les définitions précédentes tandis que les trois autres ne les respectent pas.

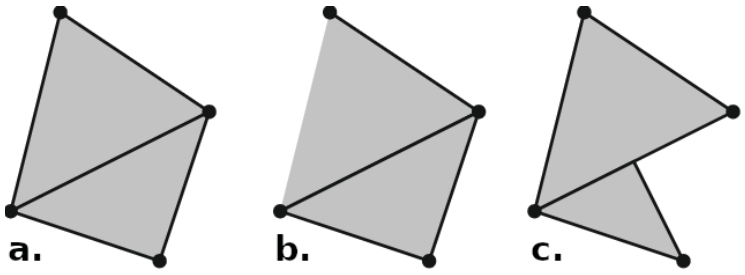


FIGURE 5.2. – **a.** Un complexe simplicial bien formé; **b.** Il manque une arête pour former un complexe simplical; **c.** Il manque un sommet pour former un complexe simplical (image tirée de BUCHET, HIRAOKA et OBAYASHI 2018).

À partir de ces définitions, nous définissons trois opérations couramment utilisées sur les ensembles de simplexes.

Définition 24 (Fermeture) *Une* fermeture *d'un sous-ensemble de simplexes s dans un complexe simplicial K (noté $Fe(K,s)$) est le plus petit sous-complexe contenant s.*

$F(K,s)$ s'obtient en ajoutant au sous-ensemble s chaque face de chaque simplexe de s.

Définition 25 (Étoile) *L'*étoile *d'un simplexe σ dans un complexe simplicial K (noté $e(K,\sigma)$) est l'ensemble des simplexes de K ayant σ en tant que face. L'étoile d'un sous-ensemble de simplexes s dans un complexe simplicial K (noté $et(K,s)$) est l'union des étoiles de chaque simplexe de s.*

L'étoile d'un sous-ensemble de simplexes n'est généralement pas un complexe simplicial, c'est pourquoi il est courant de définir l'étoile fermée (noté $Et(K,s) = F(et(K,s))$) comme la fermeture de l'étoile de s.

Définition 26 (Lien) *Le* lien *d'un simplexe σ dans un ensemble de simplexes K (noté $Li(K,\sigma)$) est l'ensemble des faces de l'étoile de σ dans K n'ayant pas σ pour face.*

Plus simplement, le lien de σ peut être considéré comme l'étoile fermée de σ moins l'étoile de σ : $Li(K,\sigma) = Et(K,\sigma) - et(K,\sigma)$.

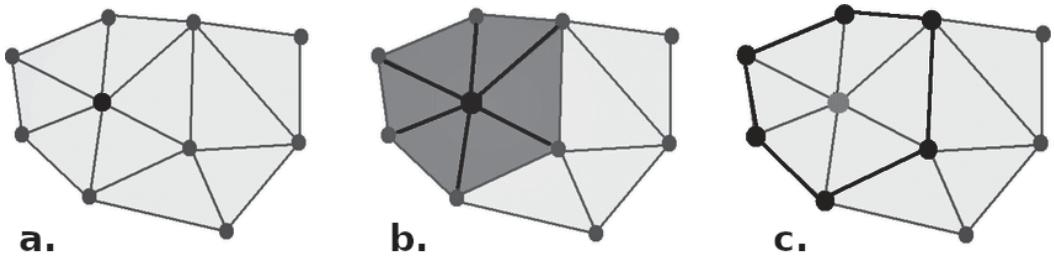


FIGURE 5.3. – **a.** Un 0-simplexe v ; **b.** Étoile du simplexe ; **c.** Lien du simplexe (image tirée de S. BIASOTTI, DE FLORIANI, B. FALCIDIENO et al. 2008).

Nous allons à présent utiliser les complexes simpliciaux pour représenter des 2-variétés dans le monde discret.

Définition 27 (Espace sous-jacent) *Soit K un complexe simplicial, l'union $|K|$ de tout les simplexes de K est appelé l'*espace sous-jacent *de K : $|K| = \bigcup_{\sigma \in K} \sigma$*

Définition 28 (Triangulation) *Soit $\mathbb{X}$ un espace topologique et K un complexe simplicial, K est une* triangulation *de $\mathbb{X}$ si son espace sous-jacent est homéomorphe à $\mathbb{X}$.*

Définition 29 (2-variété triangulée fermée) *Soit $\mathbb{V}$ une 2-variété triangulée, $\mathbb{V}$ est une* 2-variété triangulée fermée *si chaque arête est incidente à exactement deux faces de la variété.*

Définition 30 (2-variété triangulée avec frontière) *Soit* $\mathbb{V}$ *une 2-variété triangulée,* $\mathbb{V}$ *est une* 2-variété triangulée avec frontière *s'il existe un ou plusieurs ensembles d'arêtes incidentes à une seule face. Ces ensembles forment les frontières de la variété.*

Pour qu'un complexe simplicial soit une 2-variété, le voisinage de chaque sommet du complexe doit être homéomorphe à un disque. Intuitivement, cela signifie que la variété doit correspondre localement à un plan. La figure 5.4 présente deux complexes simpliciaux qui ne respectent pas cette propriété.

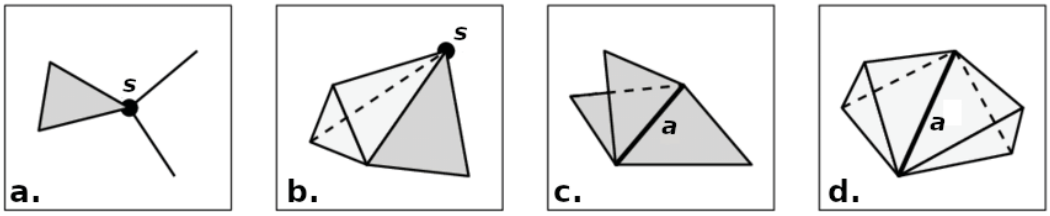


FIGURE 5.4. – Exemples de simplexes no$n$-variétés : **a.** un sommet no$n$-variété dont le lien consiste en deux sommets et une arête ; **b.** un sommet no$n$-variété dont le lien se compose d'un triangle et d'une arête ; **c.** une arête no$n$-variété dont le lien est constitué de trois sommets ; **d.** une arête no$n$-variété dont le lien est constitué de deux arêtes (image tirée de HUI et DE FLORIANI 2007).

Nous étendons à présent le concept d'orientabilité d'une variété vu dans la section précédente aux variétés triangulées. Contrairement au monde continu, il apparaît que l'orientabilité est une propriété topologique qui ne dépend pas de la régularité de la variété.

Définition 31 (Orientation d'un simplexe) *Soit* σ *un k-simplexe, l'*orientation *de* σ *est donnée par l'ordre des sommets, noté* $(v_0, v_1, ..., v_k)$*. Deux ordres peuvent donner la même orientation s'ils diffèrent par un permutation paire.*

Nous pouvons déduire de la définition précédente que chaque simplexe possède deux orientations différentes, l'inversion de l'ordre de deux sommets donnant l'orientation opposée.

Définition 32 (Orientation cohérente de deux simplexes) *Soit deux k-simplexes partageant une (k-1)-face* τ *commune, ces deux simplexes sont orientés de manière* cohérente *si ils induisent des orientations différentes sur* τ*.*

Définition 33 (Orientabilité d'une n-variété triangulée) *Soit V une n-variété triangulée, V est orientable si tous les n-simplexes sont orientés de manière cohérente. Sinon V est non-orientable.*

La caractéristique d'Euler est un invariant homotopique et topologique calculable sur des complexes simpliciaux. C'est-à-dire que deux espaces topologiques homéomorphe auront la même caractéristique. C'est une valeur importante dans l'étude de la topologie des surfaces.

Definition 1 (Caractéristique d'Euler d'un complexe simplicial) *Soit σ un complexe simplicial, la* caractéristique d'Euler *de σ peut être définie comme la somme alternée des nombres de n-simplexes : $\chi = k_0 - k_1 + k_2 - k_3$.... On la retrouve également notée sous la forme :*

$$\chi(\sigma) = \sum_{j=0}^{n} (-1)^j k_j \tag{5.1}$$

Pour les surfaces triangulées, le calcul de la caractéristique d'Euler se note également de la manière suivante : $\chi(S) = s - a + f$ où s correspond au nombre de sommets de la surface, a au nombre d'arêtes, et f au nombre de faces.

5.4. Nombres de Betti

Les nombres de Betti sont principalement utilisés en topologie algébrique pour distinguer les espaces topologiques entre eux. Ils peuvent être considérés comme le nombre d'entités topologiques dans les complexes simpliciaux ou les espaces topologiques. EDELSBRUNNER et HARER 2010 proposent une définition formelle des nombres de Betti en s'appuyant sur les groupes d'homologie. Dans ce manuscrit, nous nous contentons d'utiliser une définition plus informelle : le k^{eme} nombre de Betti est le nombre de surfaces de k-dimension disjointes. Ils sont un outil puissant pour décrire la topologie des espaces.

Dans ce manuscrit nous nous intéressons seulement à des surfaces maillées, c'est-à-dire des 2-variétés fermées et triangulées plongées dans $\mathbb{R}^3$, c'est pourquoi nous proposons une définition informelle des deux premiers nombres de Betti :

— β_0 : nombre de composantes connexes.
— β_1 : nombre de trous bidimensionnels (le nombre de coupes faites sans générer une nouvelle composante connexe).

pLe calcul de la caractéristique d'Euler d'une surface est une étape importante pour l'étude de saà topologie. En effet, le nombre de Betti β_1 peut être calculé à partir de la caractéristique d'Euler d'une surface S :

$$\beta_1 = 1 - \frac{1}{2}\chi(S) \tag{5.2}$$

A l'inverse, lorsque les connaissances sur les composantes connexes β_0 et le nombre de trous β_1 d'une surface sont disponibles, la caractéristique d'Euler peut être obtenu avec la formule généralisée d'Euler-Poincaré :

$$\chi(S) = 1 + 2 * (\beta_0 - \beta_1) \tag{5.3}$$

5.5. Courbure sur les surfaces

À présent, nous concentrons notre propos sur les surfaces, soit, selon les précédentes sections, des 2-variétés différentielles compactes, ouvertes ou fermées, orientées et plongées dans $\mathbb{R}^3$. La courbure locale est un élément central dans l'étude de ces surfaces. Pour comprendre comment elle se calcule, nous avons besoin de quelques définitions :

Definition 2 (Application de Gauss) *Soit S une surface et s^2 une sphère unité, l'*application de Gauss *est la fonction continue $N : S \to s^2$ tel que $N(x)$ est un vecteur unitaire orthogonal à S en x. Ce vecteur est communément appelé vecteur normal à S en x.*

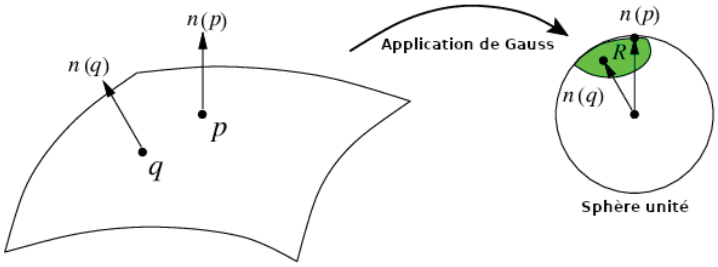


FIGURE 5.5. – Application de gauss appliquée en deux points d'une surface sur une sphère unité (image tirée de JIA et TIAN p. d.).

Definition 3 (Espace tangent) *Soit S une surface lisse, l'*espace tangent T_pS *en un point p de S est l'ensemble des vecteurs tangents en p à la surface.*

Definition 4 (Opérateur de forme (ou endomorphisme de Weingarten)) *Soit S une surface orientée, l'*opérateur de forme F_p *en un point p de S est défini comme un opérateur linéaire sur l'espace tangent d'un point p d'une surface : $F_p : T_pM \to T_pM$. Si N est la normale de p et v un vecteur tangent de l'espace tangent, alors $F_p(v) = \pm\nabla_v N$.*

Les valeurs propres de S_x sont nommées *courbures principales* k_1 et k_2 en x et les vecteurs propres déterminent les directions des courbures principales. La figure 5.6 propose une représentation visuelle de l'opérateur de forme pour un vecteur tangentiel v donné. Un plan, défini par le vecteur normal N à la surface et le vecteur v, coupe la surface en une courbe (la courbe d'intersection en vert). En faisant varier v dans l'espace tangent, la différentielle de cette courbe atteint deux valeurs maximales et minimales, respectivement k_1 en bleu et k_2 en rouge. Ces valeurs sont les *courbures principales*. Les *directions principales* sont les vecteurs v_1 et v_2 pour lesquelles ces valeurs ont été atteintes.

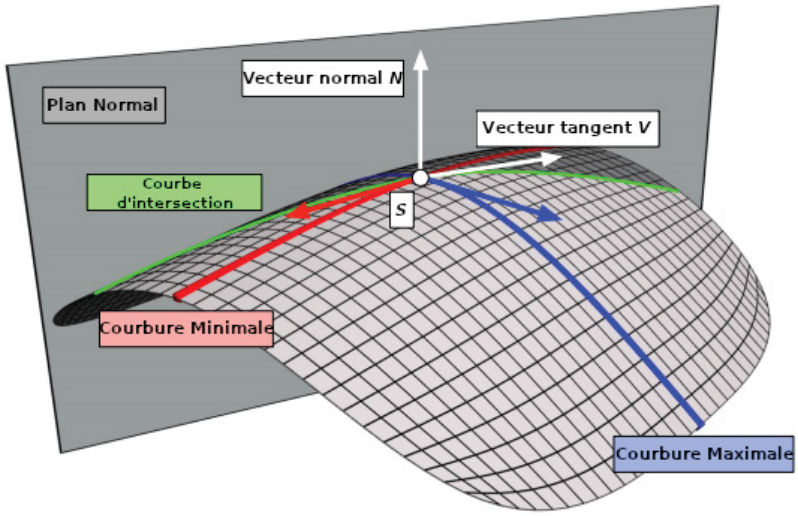


FIGURE 5.6. – Le plan de coupe est défini avec le vecteur normal N à la surface et le vecteur tangentiel v, passant par le point P. Ce plan coupe la surface en une courbe d'intersection (image tirée de POLETTE, MEUNIER et MARI 2017).

A partir des courbures principales, nous pouvons définir deux types de courbure qui caractérisent localement une surface : la *courbure gaussienne* et la *courbure moyenne*.

Definition 5 (Courbure gaussienne) *Soit S une surface orientée, la* courbure gaussienne $K(p)$ *en un point p de S est le déterminant de l'opérateur de forme en ce même point : $K(p) = det(F_p)$. Elle est également définie comme le produit des courbures principales en ce point : $K(p) = k_1.k_2$.*

La courbure gaussienne est une mesure intrinsèque (invariante à toute isométrie locale) de la courbure. Elle représente la torsion locale de la surface dans les différentes directions au point p. Le signe de la courbure gaussienne permet de caractériser localement la surface :

— Si $K(p) > 0$, alors la surface est localement elliptique ;
— Si $K(p) < 0$, alors la surface est localement hyperbolique ou selle ;
— Si $K(p) = 0$, alors la surface est localement parabolique.

Definition 6 (Courbure moyenne) *Soit S une surface orienté, la* courbure moyenne $H(p)$ *en un point p de S est la moitié de la trace (somme des éléments de la diagonale d'une matrice) de l'opérateur de forme en ce même point : $2H(p) = tr(F_p)$. Elle est également définie comme la moyenne des courbures principales : $H(p) = \frac{k_1+k_2}{2}$.*

La courbure moyenne est une mesure extrinsèque (qui dépend du plongement dans $\mathbb{R}^3$) de la courbure. Elle représente l'intensité locale de la courbure. Par exemple une zone plate a une courbure moyenne égale à 0 et une sphère a une courbure moyenne constante.

6. Description de formes définies par des surfaces

Dans ce chapitre, nous proposons une revue de la littérature des descripteurs de forme 3D. Ceux-ci sont divisés en deux catégories : les descripteurs basés sur des caractéristiques géométriques et les descripteurs basés sur des caractéristiques topologiques. Les deux premières sections de ce chapitre présentent ces deux classes de descripteurs, la troisième section contient une évaluation de ces descripteurs en fonction de leurs propriétés et nos hypothèses pour la mise en place de l'approche d'analyse et de comparaison des surfaces.

6.1. Descripteurs s'appuyant sur des caractéristiques géométriques

Les descripteurs de forme basés sur les caractéristiques géométriques de la surface peuvent être à nouveau découpés en deux sous-familles de caractéristiques : globales et locales. Ces catégories de descripteurs ne sont pas complètement disjointes. Par exemple, un descripteur basé sur la distribution de caractéristiques locales décrit les caractéristiques globales de la forme. De la même manière, un descripteur de forme basé sur un graphe peut également être considéré comme un descripteur global, chaque nœud étant assimilé à une caractéristique locale.

6.1.1. Descripteurs locaux

Une caractéristique géométrique locale pour une surface 3D est une caractéristique de l'objet définie par un ensemble d'éléments géométriques tel que des sommets, des lignes ou une région de la surface. Nous décomposons donc les classes de descripteurs locaux en fonction du type d'élément géométrique utilisé.

6.1.1.1. Recherche de sommets caractéristiques

Un sommet caractéristique est un sommet de la surface à analyser qui présente une propriété géométrique intéressante pour la description de la forme. En général, la position seule de ce sommet dans l'espace 3D est insuffisante pour des applications d'appareillage. De plus, les coordonnées ne sont pas invariantes aux transformations. C'est pourquoi les méthodes présentées ci-dessous 'augmentent' les sommets du maillage avec des informations géométriques calculées dans leur voisinage. Les méthodes basées sur le calcul de sommets caractéristiques obtiennent de bons résultats et sont très utilisées pour des applications de reconnaissance de formes et d'appariement. Cependant, leur représentation n'est pas compacte puisque pour des résultats optimaux, tous les sommets du maillage doivent être comparés.

Signature de points : la *signature de point*, développée par CHUA et JARVIS 1997, permet de décrire le voisinage d'un sommet de manière plus complète qu'avec simplement les coordonnées 3D. En plus de l'information sur les coordonnées cartésiennes, une 'signature' unidimensionnelle est donnée à chaque sommet du maillage. Cette signature décrit la forme de la surface au voisinage de ce sommet. Pour la calculer, une sphère de rayon r et centrée sur le sommet à signer intersecte la surface. La signature correspond au profil de la distance entre le sommet observé et les sommets contenus dans la sphère. La figure 6.1 présente différentes signatures obtenues pour plusieurs formes locales. On remarque que, contrairement au calcul des courbures principales, le calcul des signatures peut être effectué sur et à proximité des sommets de discontinuités, tels que les bords 'tranchants', ce qui rend ce descripteur adapté pour des formes non organiques. De plus, ces signatures sont invariantes aux transformations affines. Concernant la robustesse, le calcul des profils est plus robuste que le calcul des courbures principales, car il ne repose pas sur la géométrie différentielle. De plus, les expérimentations proposées par les auteurs montrent une bonne robustesse au bruit gaussien, mais des paramètres de tolérance doivent être ajustés, de même pour la mise en correspondance des signatures. Enfin concernant sa compacité et sa simplicité d'utilisation, étant donné que la signature est calculée en chaque sommet du maillage et non sur une sélection de sommets d'intérêt, la complexité reste importante lors de l'étape de mise en correspondance.

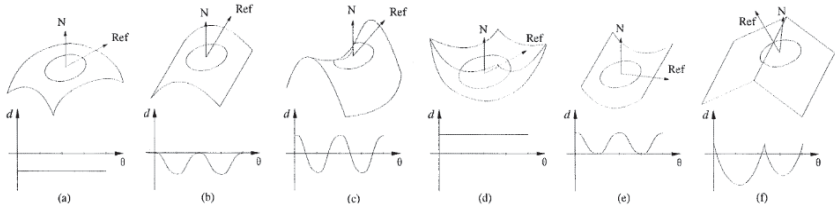


FIGURE 6.1. – Exemple de signature de points : (a) pic, (b) crête, (c) selle, (d) fosse, (e) vallée, (f) bord 'tranchant' (image tirée de CHUA et JARVIS 1997).

Images tournantes : les *images tournantes*, introduites par JOHNSON et HEBERT 1999, fournissent une description du voisinage d'un sommet plus complète que les coordonnées 3D, comme pour la signature de points. Ce descripteur est calculée en chaque sommet orienté (p,n) du maillage à partir de deux coordonnées cylindriques : la coordonnée radiale α, définie comme la distance perpendiculaire à la normale n, et la coordonnée d'élévation β, définie comme la distance signée perpendiculaire au plan tangent P à n. L'image est créée par l'accumulation en chaque pixel du nombre de sommets voisins jusqu'à la distance α suivant n et de la profondeur β au plan tangent P. La figure 6.2 montre les coordonnées 2D projetées (α, β) et les images tournantes de trois sommets orientés sur un modèle de canard. La reconnaissance de forme est basée sur l'appariement des surfaces par la correspondance des images tournantes en calculant la distance euclidienne entre deux images. Ce descripteur est invariant à la rotation et à la translation, mais pas à la mise à l'échelle, puiqu'il est nécessaire de changer les valeurs de α et β lorsque l'échelle est modifiée. Pour les mêmes raisons, la résolution du maillage impacte grandement celui-ci. Les auteurs ont également souligné la robustesse du descripteur jusqu'à 70% d'occlusion. Les inconvénients principaux sont sa complexité en temps et sa non-compacité. Malgré une compression des images à l'aide d'une analyse par composante principale, le calcul et la comparaison d'images tournantes sur tous les sommets des surfaces reste très coûteux. Pour pallier le problème de la complexité, d'autres auteurs ont choisi de ne calculer les images tournantes que sur des sommets spécifiques. Ainsi HO et GIBBINS 2009 proposent de calculer les images tournantes sur les maximum et minimum locaux de courbure pour accélérer le processus d'appariement.

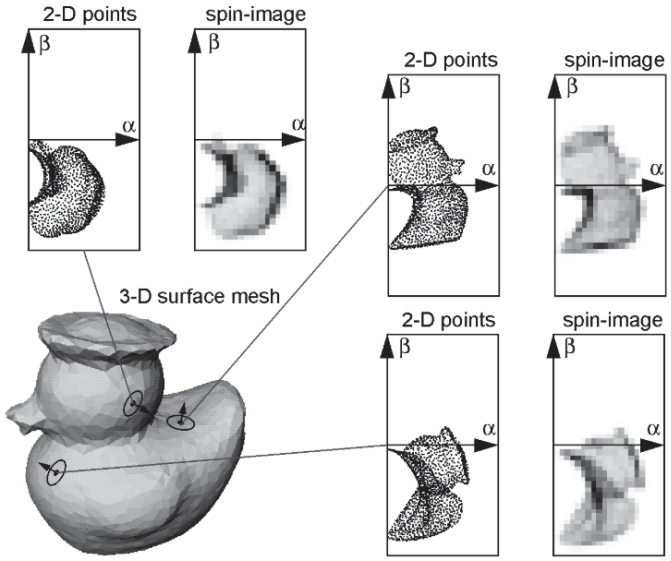


FIGURE 6.2. – Images tournantes calculés sur 3 sommets d'un modèle de canard en plastique JOHNSON et HEBERT 1999)

Contexte de forme 3D : le *contexte de forme* a été d'abord introduit par BELONGIE, MALIK et PUZICHA 2000 puis étendu en 3D par KÖRTGEN, PARK, NOVOTNI et al. 2003. C'est un descripteur semi-local qui stocke en chaque sommet du maillage la distribution des positions relatives de tous les autres sommets. L'histogramme est réalisé de manière log-polaire comme sur la figure 6.3-1, ce qui donne plus d'influence aux sommets proches. Il est également normalisé afin que le descripteur soit invariant aux rotations, translations et aux mises à l'échelle. Pour des raisons de complexité, tous les sommets de la surface ne sont pas utilisés et un ensemble de sommets est échantillonné uniformément sur la surface. Ainsi, la mise en correspondance de deux surfaces échantillonnées avec le même nombre de sommets consiste à assigner chaque sommet de la première surface avec le sommet de la seconde surface qui a le meilleur score de similarité. La méthode est très dépendante de l'échantillonnage de la surface, car on peut manquer des déformations fines importantes. De plus, l'indexation n'est pas simple et donne des résultats de mise en correspondance inférieurs aux méthodes précédentes (L. ZHANG, FONSECA, FERREIRA et al. 2007). Ce descripteur a plus tard été étendu par KOKKINOS, BRONSTEIN, LITMAN et al. 2012 qui proposent d'utiliser le contexte de forme sur une carte de distance géodésique plutôt que sur la distance comme l'on peut le voir sur la figure 6.3-2. Cette représentation permet une description intrinsèque de la forme et une meilleure mise en correspondance des formes, mais elle conserve les mêmes problèmes que la méthode originale.

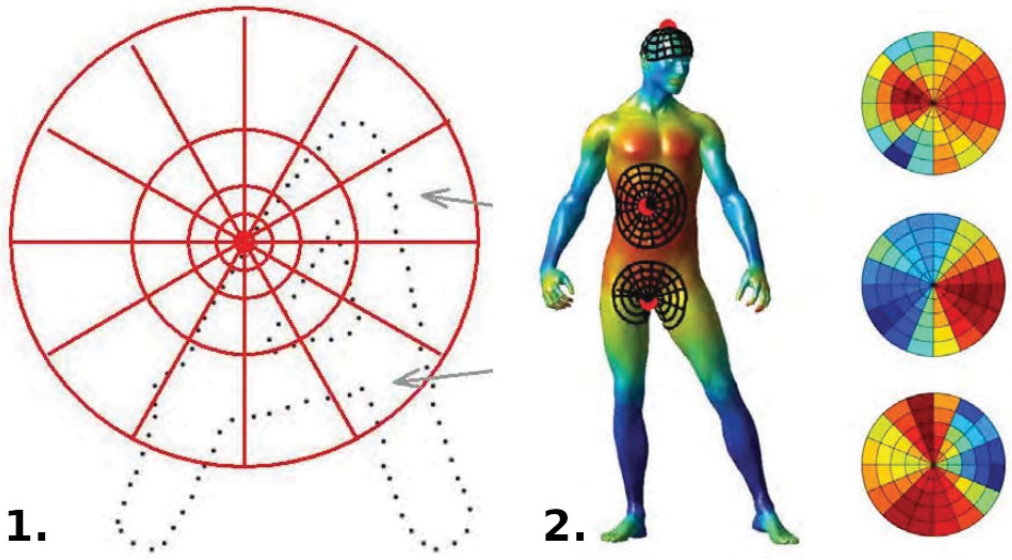


FIGURE 6.3. – 1. Contexte de forme 2D original (BELONGIE, MALIK et PUZICHA 2000) 2. Contexte de forme 3D appliqué sur une distance géodésique. Les sommets proches du centre de masse tirent vers le rouge tandis que les sommets éloignés sont proche du bleu (image tirée deKOKKINOS, BRONSTEIN, LITMAN et al. 2012).

Histogramme d'un point caractéristique : l'*histogramme d'un point caractéristique*, introduit par RUSU, MARTON, BLODOW et al. 2008, est un descripteur de forme invariant aux transformations qui décrit la géométrie locale autour d'un sommet. Il est principalement utilisé pour la représentation de nuages de sommets orientés, mais est également adaptable sur les surfaces. Pour chaque sommet, un voisinage est sélectionné dans une sphère d'influence et de rayon donné en paramètre. Les variations angulaires des normales de chaque paire de sommets dans cette région sont calculées puis accumulées dans un histogramme comme présenté sur la figure 6.4. Dans des ensembles de données où le nombre de sommets est très important, le nombre d'histogrammes similaires peut être trop élevé et contribuer négativement à la mesure de distance. C'est pourquoi le nombre de sommets à recaler ou à appareiller devrait être réduit. Les auteurs proposent une solution afin de ne conserver que les sommets saillants en filtrant les histogrammes qui ne décrivent pas suffisamment la forme. En plus d'être invariant aux transformations, ce descripteur a un fort pouvoir descriptif local qui permet d'obtenir de bons résultats pour le recalage de formes incomplètes, cependant l'appariement des sommets entre deux surfaces reste un problème complexe à effectuer. De plus, le calcul des histogrammes est trop coûteux pour être effectué en temps réel. RUSU, BLODOW et BEETZ 2009 proposent une version plus rapide à calculer, mais ce nouveau descripteur possède les mêmes problèmes de robustesse et d'utilisation que son prédécesseur.

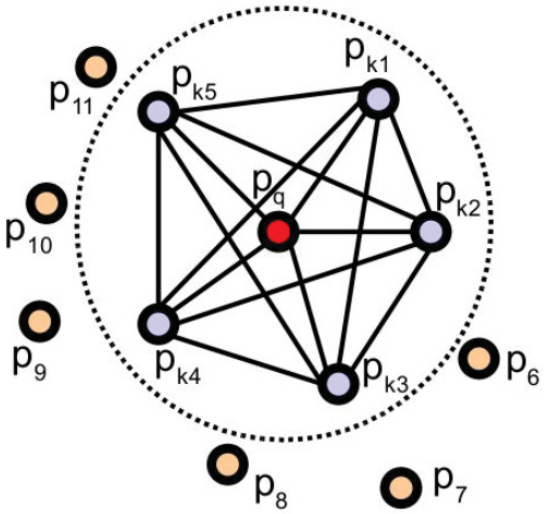


FIGURE 6.4. – Région d'influence pour le calcul de l'histogramme d'un point caractéristique. Le sommet observé (en rouge) et les sommets voisins (en bleu) sont associés deux à deux pour le calcul des variations angulaires (image tirée de RUSU, BLODOW et BEETZ 2009).

Analyse spectrale de forme : l'*analyse spectrale* s'appuie sur les valeurs propres et/ou fonctions propres (le spectre) de l'opérateur de Laplace-Beltrami pour comparer et analyser les formes géométriques. Étant donné que le spectre de l'opérateur de Laplace-Beltrami est invariant aux isoméries, il est particulièrement adapté pour l'analyse de formes articulées comme les humains, les animaux, les plantes, etc. La *signature globale de point*, proposée par RUSTAMOV 2007 est le premier descripteur de forme s'appuyant sur l'analyse spectrale de forme a avoir été développé. En chaque sommet de la surface est associé un vecteur appelé signature globale de point calculé à partir des valeurs propres et fonctions propres de l'opérateur. Il est invariant aux transformations, à la déformation. Cependant, si une forme est légèrement modifiée, l'ordre des fonctions propres peut être changé, ce qui entraîne deux signatures complètement différentes. Pour y remédier, J. SUN, OVSJANIKOV et GUIBAS 2009 proposent une première extension avec la *Signature du Noyau Thermique*. Au lieu de séparer les fonctions propres, les auteurs proposent de les combiner d'une manière qui découle naturellement de l'analyse de la diffusion de la chaleur sur la surface de la forme. BRONSTEIN et KOKKINOS 2010 ont proposé une modification de ce descripteur pour le rendre invariant à l'échelle. Enfin, une autre version de ce descripteur a été introduite par AUBRY, SCHLICKEWEI et CREMERS 2011 : la *Signature du Noyau d'Onde*. Ils proposent de remplacer l'équation de la chaleur du descripteur précédent par l'équation d'onde de Schrödinger. L'utilisation de cette équation permet une plus grande robustesse au bruit, au remaillage et aux changements topologiques (occlusions, manque d'informations...) comme observé dans la figure 6.5.

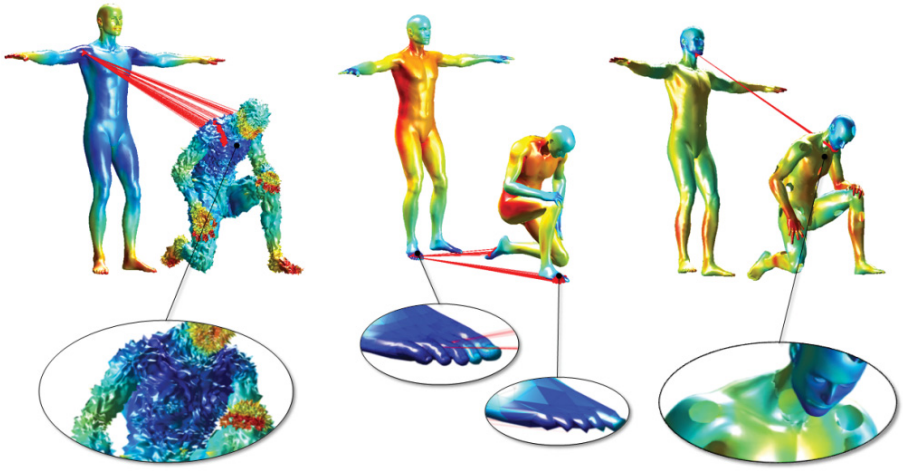


FIGURE 6.5. – Robustesse de la mise en correspondance de sommets des signatures du noyau d'onde au bruit, remaillage et changements topologiques (image tirée de AUBRY, SCHLICKEWEI et CREMERS 2011).Les couleurs représentent l'éloignement des sommets dans l'espace des caractéristiques par rapport au sommet de référence. Le rouge indique des sommets aux caractéristiques éloignées et le bleu des sommets similaires.

6.1.1.2. Recherche de lignes caractéristiques

Une ligne caractéristique est un ensemble de sommets de la surface d'un modèle 3D qui forment une ligne où les informations de forme importantes du modèle sont fournies. Une ligne caractéristique peut être une silhouette, un pli ou une frontière d'un maillage. La détection de lignes caractéristiques est très utile pour différents domaines d'application tels que la segmentation de surface, le rendu non photo-réaliste, le remaillage, la simplification de maillage, la reconstruction de surface et le débruitage de maillage (QUAN, MENG et X. ZHANG 2014). Il existe deux grandes familles de méthodes pour détecter ces lignes : celles dépendantes du point de vue et celles indépendantes du point de vue. Les lignes dépendantes du point de vue sont principalement utilisées pour le rendu non photo-réaliste et concerne les silhouettes, les contours et les lignes de crêtes apparentes. Les lignes indépendantes du point de vue sont calculées en utilisant les propriétés géométriques de la surface comme les crêtes et les vallées. Nous n'aborderons ici que les méthodes indépendantes aux points de vue et donc principalement la détection des lignes de crête et des vallées.

Estimation de courbure directe : les méthodes d'estimation de courbures directes sont des approches classiques dans le calcul de lignes caractéristiques. Les lignes de crête et les vallées sont définies comme les extrêmes des courbures principales le long de leur ligne de courbure correspondante. Cependant, leur calcul implique l'estimation de dérivées de surface de troisième et quatrième ordres, ce qui est difficile à calculer. Pour contourner ce problème, plusieurs auteurs (OHTAKE, BELYAEV et SEIDEL 2004 ; YOSHIZAWA, BELYAEV et SEIDEL 2005 ; S.-K. KIM et C.-H. KIM 2006) proposent des stratégies d'ajustement polynomial ou de surfaces implicites pour obtenir une estimation précise des courbures principales et de leurs dérivées sur chaque sommet du maillage. Ces méthodes proposent une bonne détection des lignes caractéristiques (figure 6.6), cependant elles restent très coûteuses en temps de calcul. HILDEBRANDT, POLTHIER et WARDETZKY 2005 suggèrent une méthode d'estimation plus rapide à base d'opérateurs différentiels discrets. Quelles que soient les méthodes d'estimation choisies, elles nécessitent toutes une étape de filtrage paramétrée pour ne conserver que les lignes caractéristiques pertinentes. De plus, ces approches conduisent à la détection des lignes en tant que segments multiples malgré le fait qu'elles apparaissent visuellement comme un élément unique et entièrement connecté. Un post-traitement visant à les lisser et les reconnecter est souvent appliqué pour un meilleur rendu.

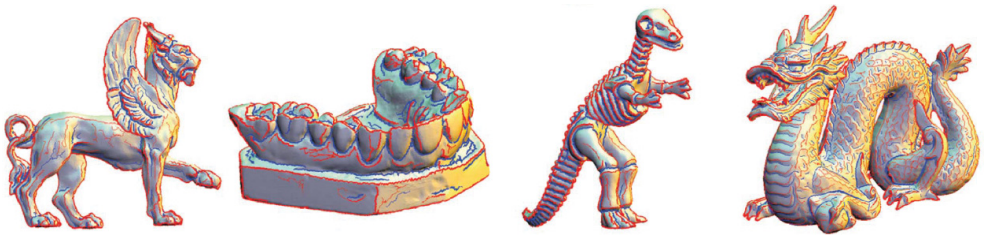


FIGURE 6.6. – Lignes de crête et vallées calculées sur une sélection de modèles surfacique (image tirée de S.-K. KIM et C.-H. KIM 2006).

Squelette de courbure : KUDELSKI, VISEUR et MARI 2013 proposent une méthode d'extraction des lignes caractéristiques sur des maillages qui préserve la connectivité des lignes. Les sommets du maillage sont d'abord étiquetés en fonction de leurs valeurs de courbure (figure 6.7-a). Des régions d'intérêt sont ensuite construites sur la surface discrète à partir d'un intervalle de seuillage (figure 6.7-b). Celui-ci doit être modifié pour l'extraction soit des lignes de crête, soit des vallées. Enfin, une opération d'amincissement homotopique est effectuée sur les régions d'intérêt pour obtenir le squelette (figure 6.7-c). Les lignes résultantes sont fortement connectées en raison des propriétés topologiques de l'opérateur d'amincissement, mais une dernière étape d'élagage est nécessaire pour supprimer le bruit inhérent à cet opérateur.

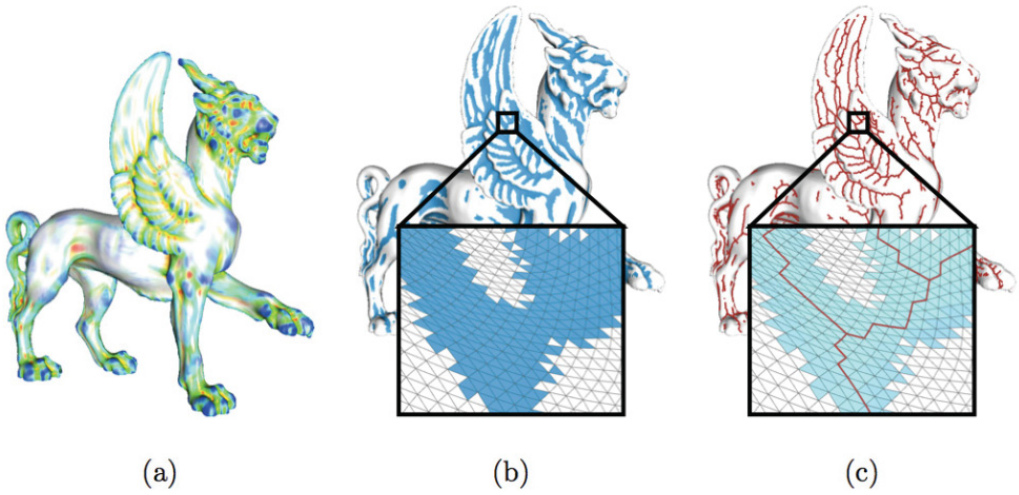


FIGURE 6.7. – Algorithme d'extraction de lignes caractéristiques basé sur une squelettisation de zones d'intérêt (image tirée de KUDELSKI, VISEUR et MARI 2013).

Théorie de Morse : VÁRADY, FACELLO et TERÉK 2007 ;SAHNER, B. WEBER, PROHASKA et al. 2008 et WEINKAUF et GÜNTHER 2009 proposent d'utiliser la théorie de Morse pour calculer les sommets critiques d'une fonction de courbure définie sur le maillage afin de détecter les lignes caractéristiques. La théorie de Morse est un puissant outil mathématique dans l'étude des propriétés géométriques et topologiques de variétés différentielles ; nous présenterons plus en détail cette théorie dans le chapitre 7. La figure 6.8 présente les étapes de la construction d'un squelette topologique à partir de l'extraction de sommets critiques sur une carte de hauteur. Une fois que les connexions non nécessaires sont enlevées, ce squelette permet une représentation efficace des lignes de crête (rouge) et vallées (bleu). L'avantage d'une approche basée sur la théorie de Morse est que les lignes caractéristiques sont fortement connectées ensemble sans passer par une opération de filtration paramétrée.

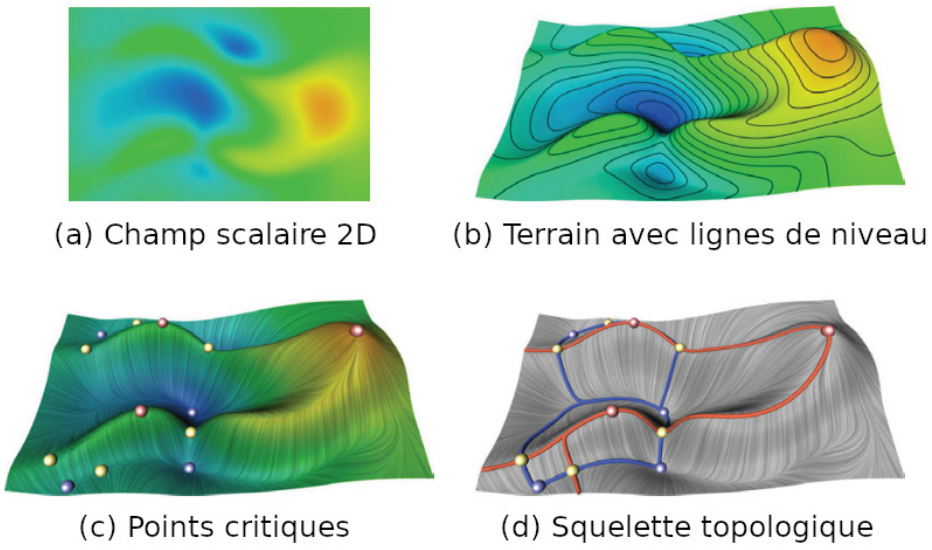


FIGURE 6.8. – Squelette topologique d'une fonction scalaire de hauteur. Les sommets critiques maximaux sont affichés en rouge, les minimaux en bleu et les sommets selles en jaune. Les lignes maximales caractérisant les crêtes sont représentées en rouge et les vallées en bleu (image tirée de WEINKAUF et GÜNTHER 2009).

6.1.1.3. Recherche de régions caractéristiques

Une région caractéristique est un ensemble de faces connexes du modèle de telle sorte que la région définie par cet ensemble code une ou plusieurs informations géométriques cohérentes. L'avantage d'une description par région est que la représentation est plus compacte, ce qui simplifie grandement les algorithmes d'appariement ou de classification. Deux types d'approches existent pour définir ces régions. La première catégorie contient les méthodes de partition qui sont assimilables aux algorithmes de segmentation de maillage. La seconde catégorie, sur laquelle nous nous concentrerons ici, consiste à décrire la surface comme un ensemble de *patches*.

***Patch* de saillance :** GAL et COHEN-OR 2006 proposent un descripteur de surface invariant aux transformations affines et capable de définir une représentation indépendante de la tessellation du maillage donné. Il est représenté par un sommet s sur une surface auquel est associé un *patch* quadratique centré sur s et ajusté dans son voisinage. Pour permettre une analyse de la surface locale, la courbure la plus élevée sur le *patch* est encapsulée dans le descripteur. Sa taille n'est pas fixe et dépend des variations de la courbure locale. Ainsi, comme le montre le modèle de gauche de la figure 6.9, les régions de fortes courbures (colorées en jaune/orange) contiennent plus de descripteurs que les régions lisses (colorées en bleu). Dans le cas de structures grandes et complexes, le nombre de descripteurs locaux de surface reste encore trop important pour effectuer des opérations. C'est pourquoi les auteurs ont défini une sur-couche de ce descripteur appelé 'caractéristiques géométriques saillantes'. Une caractéristique géométrique saillante se compose d'un groupe de descripteurs qui décrivent localement une région non triviale de la surface. Ces caractéristiques peuvent ensuite former une base pour une mesure de similarité non globale parmi les sous-parties de formes. Cette base permet ainsi l'appariement de structures similaires au sein du maillage comme les quatre fleurs du modèle à droite dans la figure 6.9.



FIGURE 6.9. – A gauche : ensemble de *patches* locaux de courbures. A droite : mise en correspondance de structures similaires sur le modèle du Bouddha (image tirée de GAL et COHEN-OR 2006).

Graphe de formes : les *graphes de formes*, introduits par POLETTE, MEUNIER et MARI 2017, sont des descripteurs de forme invariants aux transformations et proposant une description géométrique et sémantique de la surface. Le graphe permet de décrire simplement le maillage au complet, mais également pour des zones spécifiques de celui-ci en utilisant des sous-graphes. Cette représentation permet également d'appliquer les approches combinatoires de la théorie des graphes pour retrouver des sous-structures similaires dans un maillage. La figure 6.10 présente les étapes de construction du graphe de forme. Le maillage est d'abord divisé en huit catégories de *formes* en fonction de la courbure locale : les sommets peuvent être de type pic, crête, crête de selle, minimal, vallée de selle, vallée, fosse et plat. Ils sont déterminés selon le signe de la courbure locale moyenne H et gaussienne K qui forment ensemble une carte HK. Les auteurs ont ensuite proposé d'enrichir la structure en positionnant des limites de transition entre les *patches* afin d'assurer la continuité lors des transitions entre les zones. Ces transitions supplémentaires conduisent à un graphe plus cohérent et robuste qui permet de caractériser les formes locales et qui peut s'apparenter à une approche sémantique, quelle que soit la mise à l'échelle. Cependant, l'utilisation de seulement huit classes de forme limite fortement la description géométrique de la forme.

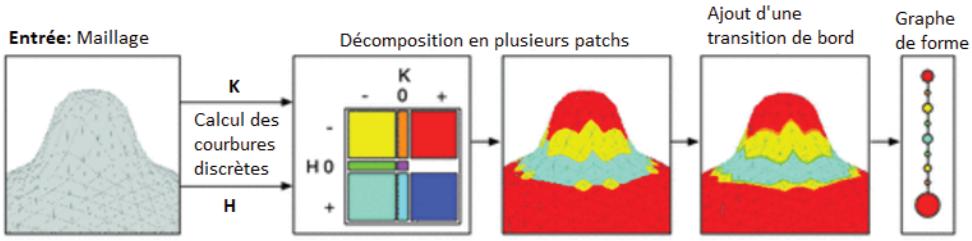


FIGURE 6.10. – Étapes de construction du graphe de forme (image tirée de POLETTE, MEUNIER et MARI 2017).

6.1.2. Descripteurs globaux

Une caractéristique géométrique globale pour une surface 3D est une caractéristique de l'objet définie par des éléments géométriques qui porte sur l'ensemble de la surface. On retrouve par exemple le rapport surface/volume ; la compacité (rapport non dimensionnel du volume au carré sur le cube de la surface) ; le froissement (surface du modèle divisée par la surface d'une sphère ayant le même volume que le modèle) ; les caractéristiques d'enveloppe convexe ; le rapport hauteur/largeur de la boîte englobante et les nombres d'Euler. Cependant, le pouvoir descriptif de ces caractéristiques est très limité. On considère qu'un descripteur est global lorsqu'il représente une caractéristique globale ou un ensemble de caractéristiques (locales ou globales) agrégées ensemble pour former un descripteur unique (par exemple un histogramme). Nous avons séparé cette catégorie en deux sous-parties : les descripteurs basés sur la distribution de caractéristiques globales ou locales, et les descripteurs basés sur une décomposition harmonique.

6.1.2.1. Descripteurs s'appuyant sur une distribution de caractéristiques

Les descripteurs s'appuyant sur une distribution de caractéristiques globales ou locales proposent une représentation à base d'un ou plusieurs histogrammes. L'objectif est de réduire le problème de correspondance de forme à la comparaison de distributions de probabilités. La mise en correspondance des formes est rendue plus simple puisqu'il s'agit uniquement de comparer les histogrammes. Le terme histogramme désigne ici un accumulateur (collecte les valeurs numériques des caractéristiques de la surface) et non un histogramme au sens statistique du terme.

Image gaussienne étendue : l'*image gaussienne étendue*, proposée par HORN 1984, est définie comme un histogramme sphérique qui accumule les orientations de chaque triangle du maillage pondéré par sa surface. La figure 6.11 présente l'image gaussienne étendue d'un cube. Puisque l'histogramme ne stocke aucune information de position, il est invariant à la translation. Cependant, son pouvoir descriptif s'en trouve fortement réduit et cela entraîne une confusion pour les surfaces convexes. C'est pour cela qu'il est principalement utilisé dans des applications industrielles pour la reconnaissance d'objets CAO. Ce descripteur a ensuite été étendu par KANG et IKEUCHI 1993 avec l'image gaussienne étendue complexe. La principale différence avec la représentation originale est que chaque *bin* (récipient) de l'histogramme accumule un nombre complexe dont l'amplitude et la phase sont respectivement l'aire du triangle et sa distance signée par rapport à l'origine. Ainsi, le pouvoir descriptif de ce descripteur est renforcé tout en conservant les avantages de son prédécesseur. Mais le descripteur reste sensible aux paramètres de normalisation de la pose avant la comparaison de deux surfaces.

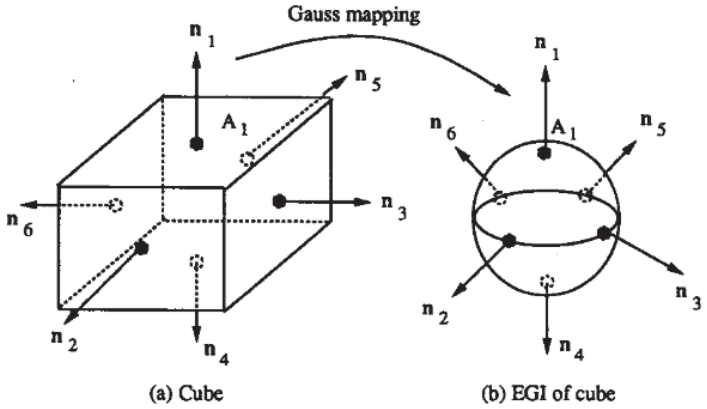


FIGURE 6.11. – Représentation de l'image gaussienne étendue d'un cube (image tirée de KANG et IKEUCHI 1993).

Histogrammes de cordes et d'angles : les *histogrammes de cordes et d'angles*, introduits par PAQUET, RIOUX, MURCHING et al. 2000 sont un ensemble de trois histogrammes. Une corde est définie comme un segment de rayon qui relie le barycentre du maillage avec un centre de triangle. Les deux premiers histogrammes représentent la distribution des angles entre les cordes et deux axes de référence obtenus par analyse en composante principale. Le troisième correspond à la distribution des rayons. L'avantage majeur de ce descripteur est qu'il est facile et efficace à calculer. Cependant, il simplifie la représentation des triangles en ne prenant pas en compte leur taille. Par conséquent, les triangles de toutes tailles ont un poids égal dans la distribution finale. De plus, les centres peuvent ne pas représenter l'impact du triangle sur la distribution des formes en raison de leur orientation arbitraire. Enfin, ce descripteur n'est pas très discriminant sur les détails des surfaces puisque seules les caractéristiques globales sont utilisées pour caractériser la forme.

Spectre de forme 3D : le descripteur par *spectre de forme 3D*, proposé par ZAHARIA et PRETEUX 2001, représente la distribution des indices de forme calculés en chaque sommet du maillage. L'indice de forme, introduit par KOENDERINK et VAN DOORN 1992, fournit une représentation intrinsèque des caractéristiques géométriques locales de la surface 3D (forme convexe, concave, ornière, crête, selle, etc.) à partir des courbures principales. De plus, il est invariant à l'échelle, à la rotation et aux translations. Ce descripteur propose un bon score pour retrouver des surfaces similaires, même avec des surfaces articulées. Cependant, comme tous les descripteurs basés sur une estimation de la courbure, les surfaces doivent être correctement maillées et orientables. De plus, son pouvoir descriptif reste limité à la connaissance statistique de caractéristiques géométriques locales.

Distribution de formes : la *distribution de formes*, introduite par OSADA, FUNKHOUSER, CHAZELLE et al. 2002, est un descripteur qui représente un objet comme la distribution de formes échantillonnées à partir d'une fonction de forme. Cette fonction mesure les propriétés géométriques globales d'un objet. Les principales difficultés consistent à définir des fonctions de forme discriminantes, à développer des méthodes efficaces pour les échantillonner et à calculer de manière robuste la dissemblance des distributions de probabilités. La figure 6.12 montre 5 propositions de fonctions de forme présentées par les auteurs.

— **A3 :** angle formé par trois sommets de surface aléatoires (mutuellement visibles) ;
— **D1 :** distance d'un sommet de surface au centre de masse du modèle ;
— **D2 :** distance entre deux sommets aléatoires de surface ;
— **D3 :** aire (racine carrée) du triangle définie par trois sommets de surface ;
— **D4 :** volume (racine cubique) du tétraèdre défini par quatre sommets de surface ;

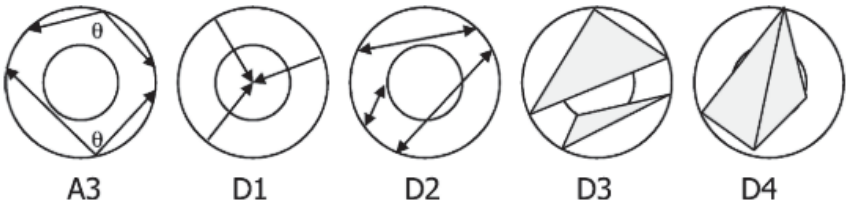


FIGURE 6.12. – Cinq fonctions de forme simples basées sur les angles (A3), les longueurs (D1 et D2), les aires (D3) et les volumes (D4) (image tirée de OSADA, FUNKHOUSER, CHAZELLE et al. 2002).

Le descripteur de distributions de formes est rapide, simple à mettre en œuvre et utile pour la classification grossière de formes 3D. Il permet de correctement discriminer plusieurs classes d'objets (par exemple, les voitures par rapport aux avions), cependant, il fonctionne mal pour des objets de forme similaire, mais avec des caractéristiques locales différentes.

6.1.2.2. Descripteurs s'appuyant sur une analyse harmonique de la forme

L'analyse harmonique est une branche des mathématiques qui se concentre sur la représentation de fonctions ou de signaux comme une superposition d'ondes (ou caractéristiques) basiques. L'analyse harmonique, historiquement liée au développement de la théorie des séries de Fourier, propose une généralisation de ce concept. Elle est notamment utilisée pour le traitement de signal, l'analyse d'images, la physique quantique… Pour la représentation de formes 3D, deux principaux algorithmes ont été proposés : la transformée de Fourier 3D et la décomposition en harmoniques sphériques.

Transformée de Fourier 3D : la transformée de Fourier 3D, proposée notamment par D. VRANIC et SAUPE 2001, transpose une version voxelisée d'un maillage triangulaire dans le domaine fréquentiel. Ainsi, les propriétés spatiales de l'objet sont représentées par un vecteur de fonctions caractéristiques de Fourier. La filtration des composantes hautes fréquences permet d'obtenir un descripteur de taille réduite et de ne prendre en compte que les composantes spatiales importantes pour la classification de forme. Cependant, la transformée de Fourier 3D n'est pas invariante aux transformations affines, et une étape de normalisation en utilisant une analyse en composante principale est nécessaire avant la voxélisation. DUTAGACI, SANKUR et YEMEZ 2005 proposent une extension de ce descripteur. En considérant la somme des amplitudes des coefficients de la transformée à la même couche de fréquence, ils obtiennent un descripteur invariant en rotation qui contourne l'étape de l'analyse en composante principale. Cependant des informations de forme sont perdues dans l'opération.

Transformée en Harmoniques Sphériques : la *transformée en harmoniques sphériques*, introduite par FUNKHOUSER, MIN, KAZHDAN et al. 2003, est un descripteur défini comme un vecteur de R signatures d'harmoniques sphériques. Comme pour la transformée de Fourier, le maillage doit préalablement être voxelisé. Pour calculer les signatures harmoniques, la grille de voxels est divisée en R sphères (avec des rayons de 1 à R), puis une transformée de Fourier sphérique est ensuite appliquée sur chacune. Enfin, les harmoniques sont concaténées dans un vecteur pour former le descripteur de forme. La figure 6.13 montre les différentes étapes de calcul de celui-ci. La norme L_2 est utilisée pour représenter le modèle final, ce qui garantit son invariance à la rotation. KAZHDAN, FUNKHOUSER et RUSINKIEWICZ 2003 fournissent la preuve mathématique de l'invariance à la rotation du descripteur. Cette justification repose sur le fait que l'énergie dans une certaine bande de fréquence ne change pas lorsque l'objet tourne autour de son centre de masse. Cependant, la représentation basée sur une grille de voxels fait perdre de nombreux détails fins, ce qui est préjudiciable pour certains types d'application. D. V. VRANIC 2003 propose une méthode plus précise, mais nécessitant une normalisation de la pose par analyse en composante principale mais qui nécessite également une discrétisation.

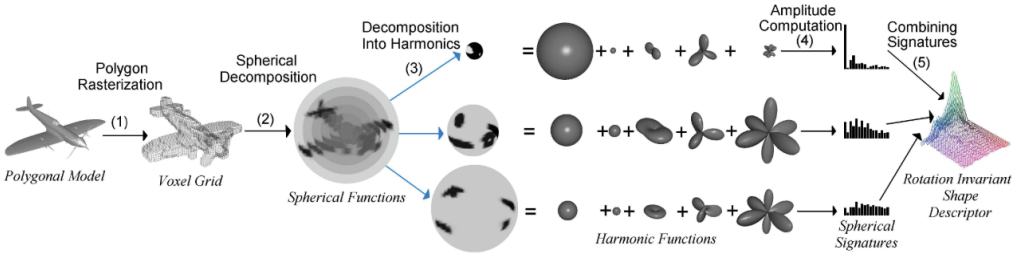


FIGURE 6.13. – Construction du descripteur de forme d'harmoniques sphérique (image tirée de FUNKHOUSER, MIN, KAZHDAN et al. 2003).

6.2. Descripteurs s'appuyant sur des caractéristiques topologiques

Les descripteurs basés sur des caractéristiques topologiques sont fondamentalement différents de ceux vus précédemment. On considère que le descripteur préserve totalement la topologie lorsque celui-ci possède le même nombre de composantes connexes, de tunnels et de cavités que la surface qu'il décrit. Ces descripteurs ont généralement besoin d'algorithmes de construction plus complexes, mais peuvent encoder les propriétés de la forme de manière plus fidèle et intuitive. En plus de conserver les informations topologiques de la surface, certains de ces descripteurs peuvent également encapsuler des informations géométriques telles que la courbure. Cependant, ils ne sont pas généralisables à tous les formats de représentation et nécessitent des schémas d'appariement dédiés ce qui limite leur utilisation dans les cas généraux.

6.2.1. Squelette

Le squelette d'une surface est une représentation graphique le plus souvent de dimension 1 (linéique) plongé dans l'espace 3D. L'avantage du squelette par rapport aux descripteurs précédents est qu'il est généralement homotopique à l'objet, invariant aux transformations affines et isométriques, et il propose une forme très compacte et simple à utiliser. Cependant, il capte difficilement les propriétés géométriques et donc les détails fins de la surface. SUNDAR, SILVER, GAGVANI et al. 2003 introduisent une méthode de recherche et de comparaison d'objets 3D via l'appariement de graphes squelettiques, prouvant sa simplicité d'utilisation pour des applications de classification. Les approches de construction de squelette sont couramment classifiées en trois groupes (CORNEA, SILVER et MIN 2007) : les méthodes d'amincissement (1), les techniques basées sur un champ de distance (2) et celles basé sur la géométrie (3).

Amincissement : la plupart des algorithmes d'amincissement de surface passent par une voxélisation de la surface puis suppriment itérativement les voxels jusqu'à ce qu'aucun voxel ne puisse être supprimé. À chaque itération, chaque voxel à la frontière est testé par rapport à un ensemble de conditions de préservation de la topologie, et éventuellement supprimé. Le premier algorithme d'amincissement est proposé par MORGENTHALER et ROSENFELD 1981 pour un ensemble de voxels. Cependant, la procédure produit un raccourcissement excessif des branches du squelette puisque la suppression des voxels d'extrémités n'entraîne pas de changement dans la topologie de l'objet. Des conditions supplémentaires sont nécessaires pour empêcher la suppression de ces voxels et conserver les propriétés géométriques de l'objet. De nombreux auteurs ont proposé des ensembles de conditions afin de déterminer quels voxels doivent être supprimés (CORNEA, SILVER et MIN 2007). AU, TAI, H.-K. CHU et al. 2008 introduisent une approche originale de squelettisation sans étape de discrétisation. La méthode contracte d'abord la géométrie du maillage en une forme squelettique en appliquant itérativement un lissage Laplacien implicite avec des contraintes de position globales. Le maillage contracté est ensuite transformé en squelette. La figure 6.14 montre différentes itérations de lissage ainsi que le squelette final sur un maillage de dinosaure.

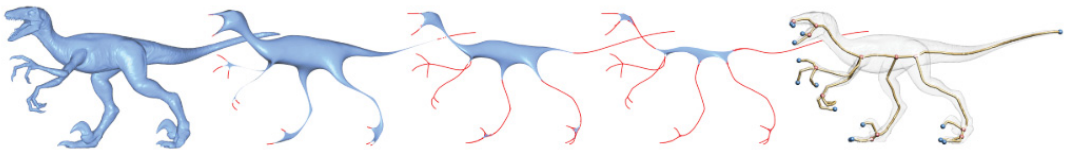


FIGURE 6.14. – Contraction d'un maillage de dinosaure par lissage Laplacien (image tirée de AU, TAI, H.-K. CHU et al. 2008).

Squelettes s'appuyant sur un champ de distance : un champ de distance est défini en chaque point de l'espace euclidien à l'intérieur de l'objet comme la plus petite distance entre ce point et la surface. Différentes fonctions de distance peuvent être choisies, mais la plus utilisée est la distance euclidienne. Le squelette est extrait en trouvant l'ensemble des points qui forment une ligne de crête dans le champ de distance. De nombreuses approches ont été développées pour trouver ces points candidats. Dans les approches d'amincissement guidé par distance (PUDNEY 1998; COUPRIE, COEURJOLLY et ZROUR 2007), l'algorithme d'amincissement utilise une fonction de contrainte calculée sur le champ de distance pour sélectionner les voxels à supprimer. BITTER, KAUFMAN et SATO 2001 proposent de rechercher le gradient du champ distance pour reconstruire le squelette. GOLLAND, ERIC et GRIMSON 2000 proposent d'utiliser un nombre fixe de contours actifs sur le champ de distance pour trouver la ligne médiane de l'objet. Le principal avantage de ces méthodes est que le calcul du champ de distance est très rapide, cependant le résultat peut être bruité. Un algorithme d'élagage du squelette est souvent nécessaire pour obtenir un résultat final convenable.

Squelettes s'appuyant sur la géométrie : les approches géométriques ont l'avantage de pouvoir être appliquées directement sur les maillages surfaciques. Une approche géométrique commune consiste à utiliser le diagramme de Voronoi (BRANDT et ALGAZI 1992;OGNIEWICZ et ILG 1992;OGNIEWICZ et KÜBLER 1995) pour subdiviser l'espace en région autour des sommets du maillage. Le squelette peut alors être approximé à partir des bords internes et des faces du diagramme de Voronoï. Une autre approche, proposée par WU, W.-C. MA, LIANG et al. 2006, consiste à détecter des *méta-boules* (sphères maximales qui n'intersectent pas la surface) dont les centres sont ensuite connectés en un squelette. La figure 6.15 montre différentes étapes de l'algorithme. Un diagramme de Voronoï est d'abord construit pour localiser les centres candidats (figure 6.15-b). Les méta-boules sont ensuite calculées à partir de ces centres figure 6.15-c). Une combinaison de la distance géodésique et d'un algorithme de bassin versant est utilisée pour sélectionner les boules aux extrémités (figure 6.15.d). Les centres des méta-boules ayant la visibilité sur plusieurs boules d'extrémités sont conservés comme points de connexité (figure 6.15-e). Enfin, une relation de voisinage à partir de la connectivité du maillage est déterminée (figure 6.15-f) puis les arêtes sont adaptées aux variations de forme (figure 6.15-g). D'autres méthodes géométriques d'extraction de squelettes médians sont présentées par CORNEA, SILVER et MIN 2007.

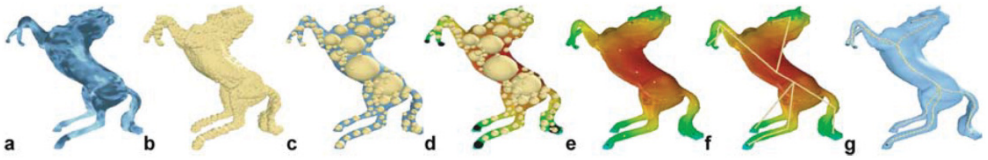


FIGURE 6.15. – Étapes de squelettisation d'un maillage de cheval par détection de 'méta-boules' (WU, W.-C. MA, LIANG et al. 2006).

6.2.2. Graphe de Reeb

Les *graphes de Reeb* sont des constructions topologiques définies par REEB 1946 et pouvant être considérées comme des squelettes auxquels on aurait ajouté des informations géométriques. Étant donné une variété M et une fonction à valeur réelle f définie sur M, le graphe de Reeb est l'espace quotient défini par la relation d'équivalence qui identifie les points qui appartiennent à la même composante connexe des lignes de niveau de f. L'idée d'explorer la topologie d'un espace en analysant le comportement d'une fonction réelle définie sur celui-ci trouve sa racine dans la théorie de Morse. Cette théorie est commune à d'autres descripteurs topologiques comme les complexes de Morse et de Morse-Smale (NI, GARLAND et HART 2004) ou la théorie de l'homologie persistante (EDELSBRUNNER, LETSCHER et ZOMORODIAN 2000). Nous n'aborderons pas ces descripteurs ici, car ils ne permettent pas d'intégrer la description géométrique nécessaire pour nos besoins, contrairement aux graphes de Reeb. La section 7 présente une description détaillée de la théorie de Morse et des graphes de Reeb.

Deux classes d'algorithmes existent pour la construction de graphes de Reeb sur des surfaces :

— la première catégorie de méthodes propose une solution à partir d'ajustements et de perturbations locales (SHINAGAWA, KUNII et KERGOSIEN 1991 ; CARR 2004 ; PASCUCCI et COLE-MCLAUGHLIN 2002), mais elles peuvent conduire à l'ajout d'artefacts qui ne correspondent pas à des caractéristiques de formes (S. BIASOTTI, GIORGI, M. SPAGNUOLO et al. 2008) ;

— la seconde catégorie de méthodes propose une représentation sémantique du modèle en introduisant des structures discrètes telles que les diagrammes de lignes de niveau (LAZARUS et VERROUST 1999), les graphes de Reeb étendus (F. BIASOTTI et SPAGNUOLO 2000), les graphes de Reeb multirésolutions (HILAGA, SHINAGAWA, KOHMURA et al. 2001) et les graphes de Reeb construits à partir de contours discrets (TIERNY, VANDEBORRE et DAOUDI 2008). La figure 6.16 présente un graphe de Reeb d'une fonction de hauteur sur un double tore. Ce graphe est construit à partir d'un diagramme de lignes de niveaux (représentées par les courbes rouges). Ces différents algorithmes de construction sont détaillés dans la section 7.

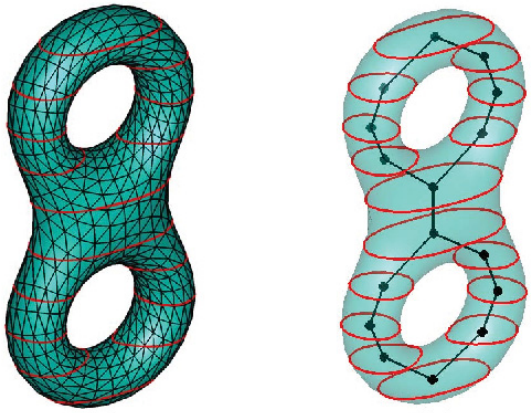


FIGURE 6.16. – Graphe de Reeb d'une fonction de hauteur sur le maillage d'une double tore. **a.** Lignes de niveau de la fonction de hauteur en rouge. **b.** Graphe de Reeb construit comme un digramme de lignes de niveaux (Y. SHI, LAI, KRISHNA et al. 2008).

Un graphe de Reeb a besoin d'une fonction de cartographie pour examiner les propriétés de la forme. Selon la fonction choisie, les informations et donc le graphe généré peuvent être complètement différents. Nous présentons ci-dessous les classes de fonctions communément citées dans la littérature pour la construction de graphe de Reeb.

Fonction de hauteur : la fonction de hauteur est la première fonction proposée pour calculer un graphe de Reeb (SHINAGAWA, KUNII et KERGOSIEN 1991). Elle correspond à l'intersection du maillage avec un ensemble de plans orthogonaux à une direction définie. Le graphe généré par ces méthodes ressemble au squelette de la silhouette de l'objet, cependant ce genre de fonction n'est pas invariant à la rotation puisque différentes orientations produiront différents résultats. Une étape de normalisation de pose est nécessaire avant toute comparaison. Cette fonction est particulièrement utilisée dans des applications où les surfaces ont une orientation fixe comme les modèles de terrain (SHINAGAWA, KUNII et KERGOSIEN 1991 ; BIASOTTI, FALCIDIENO et SPAGNUOLO 2000 ; CARR, SNOEYINK et AXEN 2003).

Fonction géodésique : la distance géodésique a été utilisée dans de nombreuses applications à base de graphe de Reeb (F. BIASOTTI et SPAGNUOLO 2000 ; T. TUNG et SCHMITT 2004 ; TIERNY, VANDEBORRE et DAOUDI 2009 ; AOUADA et KRIM 2009), car elle est invariante aux transformations affines et robuste au bruit et aux déformations. Cependant, elle est coûteuse en temps de calcul et est souvent calculée à partir d'un sous-ensemble aléatoire de sommets sur la surface. Cet échantillonage peut conduire à des imprécisions en termes de capture efficace de la structure topologique de la surface. De plus, elle est sensible aux changements topologiques puisque la connectivité des formes peut altérer les chemins les plus courts entre les sommets caractéristiques, entraînant des changements significatifs de la distance géodésique. Pour obtenir des résultats similaires et plus robustes, REUTER 2010 et GBAL, BÆRENTZEN, AANÆS et al. 2009 proposent d'utiliser les fonctions propres de Laplace–Beltrami (voir section 6.1.1.1).

Fonction de courbure : l'utilisation de fonctions basées sur une estimation de courbure reste assez marginale à notre connaissance (M. MORTARA et PATANE 2002). Pourtant celles-ci sont invariantes aux transformations affines et aux changements topologiques puisque l'évaluation est effectuée localement. De plus, elles permettent une description forte de la géométrie locale de la surface. Cependant, le graphe généré est dépendant du nombre de maxima de courbure et donc potentiellement très bruité ; c'est pourquoi il convient d'adapter le rayon du calcul de courbure pour obtenir des résultats lissés ou d'appliquer un filtre sur la fonction. Enfin, la fonction ne fonctionne pas pour les surfaces avec des courbures constantes comme une sphère là où une fonction de hauteur produit un résultat garanti.

6.3. Problématiques, objectifs et hypothèses

Dans cette section, nous proposons d'abord une classification des différents descripteurs de surface rencontrés dans la littérature. Cette classification est effectuée à partir d'un ensemble de propriétés jugées importantes pour notre application. Nous exposons ensuite nos objectifs pour cette seconde partie du manuscrit. Enfin, nous proposons un ensemble d'hypothèses qui permettraient de répondre à ces objectifs.

Problématiques

Un descripteur de forme doit posséder un ensemble spécifique de propriétés. Nous proposons deux tableaux comparatifs : un pour les descripteurs de forme géométrique (tableau 6.17) et l'autre pour les descripteurs de forme topologique (tableau 6.18). Dans ces tableaux nous présentons une représentation colorimétrique de la qualité des propriétés pour chaque descripteur. Voici la liste des propriétés retenues pour la comparaison :

- **Invariance aux transformations :** est-ce que le descripteur est invariant aux transformations affines (translation **T**, rotation **R**, mise à l'échelle **E**) ?
- **Robustesse au bruit :** est-ce que le calcul du descripteur est robuste sur une surface bruitée (par exemple du bruit gaussien) ?
- **Robustesse au remaillage :** est-ce que le calcul du descripteur est robuste à un échantillonnage différent de la surface (notamment au sous-échantillonnage) ?
- **Robustesse aux changements topologiques :** est-ce que le descripteur donne une description similaire si le maillage présente des trous (par exemple dû à une occlusion pendant le scan) ?
- **Description topologique :** est-ce que le descripteur prend en compte les composantes connexes, les trous et les cavités du modèle ?
- **Description de la géométrie locale :** est-ce que le descripteur encode la géométrie locale (les détails fins sur la surface) ?
- **Description de la géométrie globale :** est-ce que le descripteur encode la géométrie globale (reconnaissance de la sémantique) ?
- **Qualité de la représentation :** cette propriété est une synthèse des trois propriétés précédentes. Un descripteur sera considéré comme une excellente représentation s'il est réversible.
- **Compacité de la représentation :** est-ce qu'il y a besoin d'un grand nombre de descripteurs pour représenter fidèlement l'objet ?
- **Complexité :** cette propriété répond à deux questions :
  - Est-ce que le descripteur est long à calculer lorsque le modèle présente un grand nombre de points (complexité algorithmique) ?
  - Est-ce que le descripteur est simple à utiliser (facilité de l'indexation, complexité des algorithmes d'appariement...) ?

— **Paramètres :** est-ce que le descripteur est dépendant de paramètres à ajuster en fonction du modèle ?
— **Applications :** dans quel cadre applicatif ce descripteur est utilisé ?

La classe des descripteurs de forme basés sur des caractéristiques géométriques, présentée dans le tableau 6.17, est composée de deux groupes : les descripteurs locaux et les descripteurs globaux. Les descripteurs locaux permettent une description locale de la surface à partir d'éléments géométriques comme ses sommets, ses lignes ou ses régions caractéristiques.

— Les descripteurs construits à partir de sommets caractéristiques fournissent une bonne description géométrique locale mais une faible description globale. Ils ne contiennent pas d'information sur la topologie de la surface mais ; leur indépendance les rend robustes aux changements topologiques. Le second inconvénient de ces descripteurs réside dans leur compacité qui limite leur simplicité d'utilisation.
— Les descripteurs construits à partir de lignes caractéristiques fournissent une bonne description géométrique locale et globale mais ne sont pas robustes aux changements topologiques. Ils ne permettent pas non plus la description topologique de la forme mais sont plus compacts que les descripteurs construits à partir de sommets caractéristiques.
— Les descripteurs construits à partir de régions caractéristiques fournissent une bonne description locale de la forme mais une faible description locale. Ils sont la classe de descripteurs locaux qui proposent la représentation la plus compacte de la surface. Les graphes de forme intègrent une description topologique en considérant les adjacences entre les régions.

Les descripteurs globaux permettent une description globale de la surface soit en évaluant la distribution de caractéristiques locales, soit en effectuant une analyse harmonique de la forme.

— Les descripteurs basés sur la distribution de caractéristiques fournissent une bonne description globale de la surface mais avec une perte d'informations sur les détails fins de la surface.
— Les descripteurs basés sur les analyses harmoniques fournissent une excellente description globale de la surface tout en conservant les informations locales de la surface.

Ces descripteurs sont généralement plus compacts que les descripteurs locaux et donc plus simple à utiliser dans le cadre de la classification de forme mais moins robuste au bruit et au remaillage. Ils ne permettent pas non plus de description topologique de la forme.

La classe des descripteurs de forme basés sur des caractéristiques topologiques, présentée dans le tableau 6.18, est composée de deux groupes : les squelettes et les graphe de Reeb.

— Les squelettes proposent généralement une bonne description topologique et géométrique globale mais intègrent une faible description géométrique locale de la forme. Ils offrent une représentation compacte de la surface et sont généralement robustes au bruit, au remaillage et au changement topologique (dépendamment de la méthode de construction).

— Les graphes de Reeb proposent également une bonne description topologique et géométrique globale ainsi qu'une représentation compacte de la surface. Les graphes construits à partir d'une fonction de hauteur ou géodésique n'intègrent pas de description géométrique locale contrairement à ceux construits à partir d'une fonction de courbure. Cependant, une fonction de courbure a tendance à générer un graphe bruité ce qui impacte son pouvoir descriptif global. De plus ce graphe est moins robuste à un remaillage de la surface.

Objectifs

Notre objectif dans le cadre de cette seconde partie est de proposer une approche d'analyse et de comparaison de surface à partir d'un descripteur de forme 3D. Cette approche est appliquée pour la comparaison des surfaces de l'oreille interne de deux groupes : un groupe de sujets asymptomatiques et un groupe de sujets atteints de scoliose. Le descripteur de forme 3D doit être capable de décrire localement la géométrie de la surface tout en possédant une connaissance de la géométrie globale et de la topologie de la surface. Ce descripteur doit également pouvoir facilement être découpé en sous-parties qui représentent les canaux semi-circulaires pour effectuer la comparaison.

Hypothèses

En considérant la classification des descripteurs de formes 3D présentée ci-dessus, nous pouvons poser les quatre hypothèses suivantes :

— l'utilisation d'un graphe de Reeb construit à partir d'une fonction de courbure permettrait d'avoir une représentation complètes des caractéristiques géométriques et topologiques de la surface ;
— une opération de filtrage basée sur les caractéristiques géométriques de la surface permettrait d'améliorer la représentation géométrique globale du graphe en réglant le problème de robustesse au bruit posé par l'utilisation d'une fonction de courbure ;
— une fonction d'indice de forme devrait permettre une description locale invariante aux transformations et robuste au remaillage contrairement aux courbures gaussiennes et moyennes utilisées dans la littérature ;
— l'utilisation d'algorithmes de partitionnement et de comparaison de graphes devrait permettre la détection de sous-formes similaires dans le graphe de Reeb et la détection de déformations subtiles.

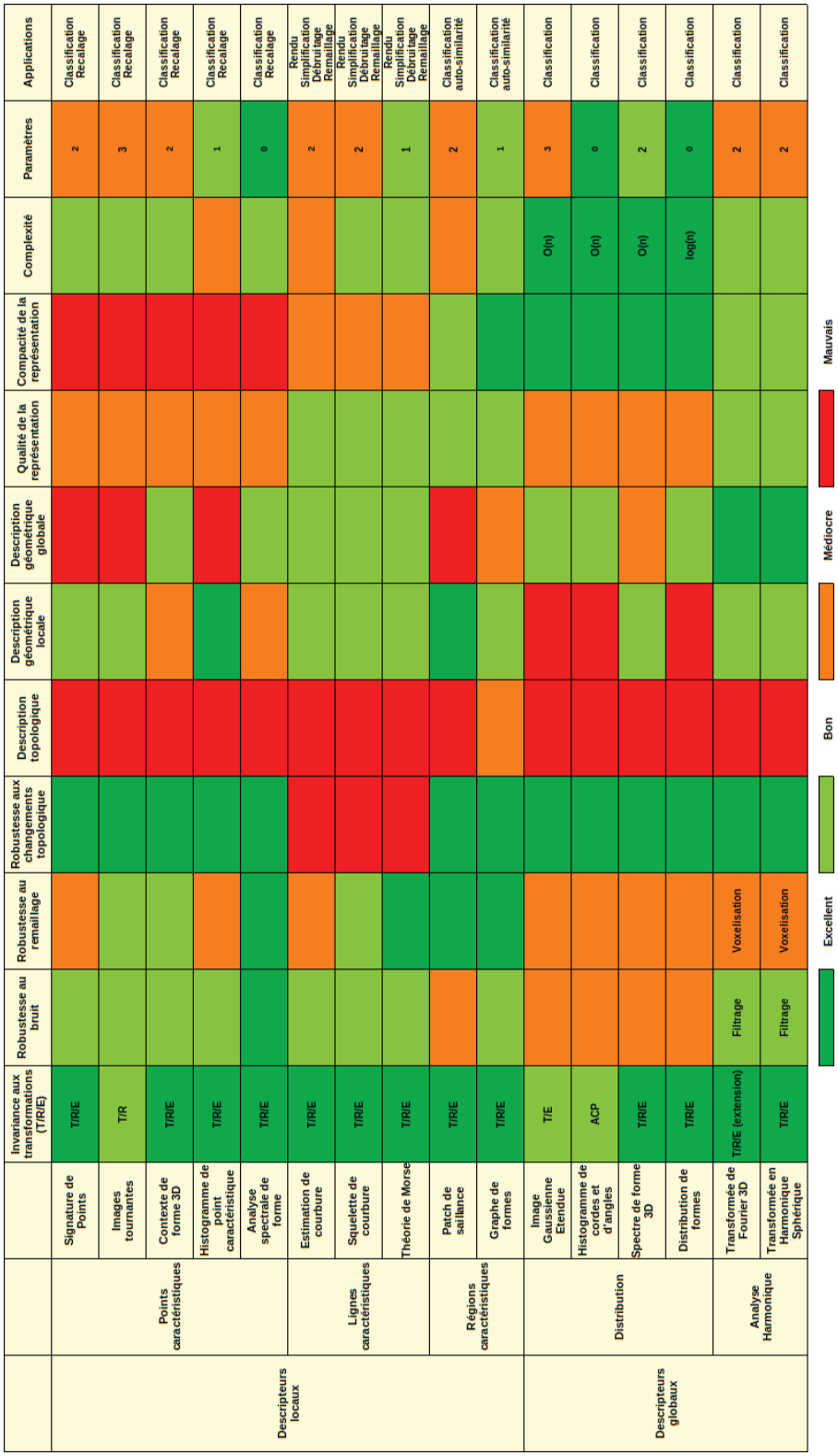


FIGURE 6.17. – Tableau récapitulatif des performances des classes de descripteurs géométriques.

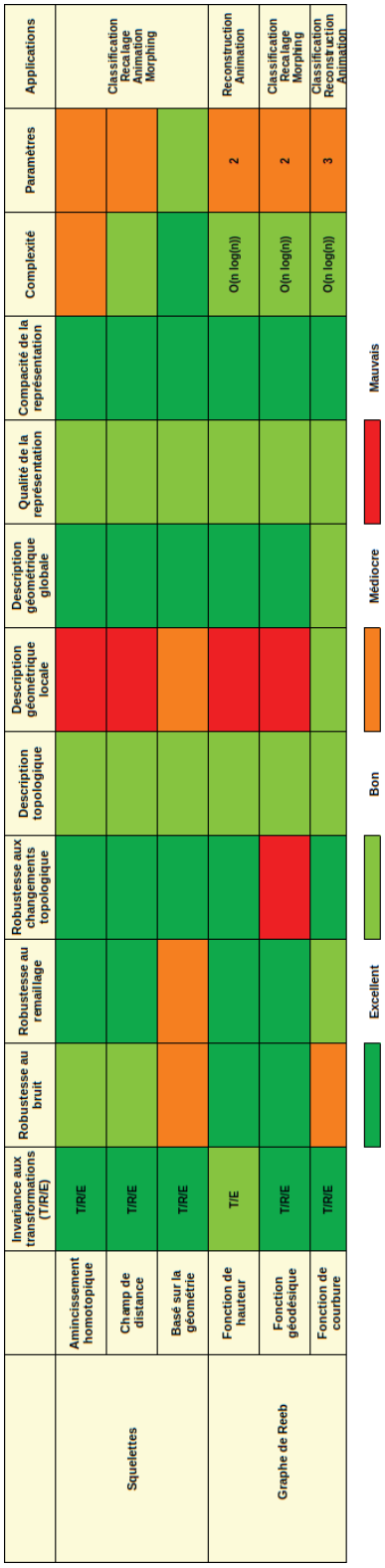


FIGURE 6.18. – Tableau récapitulatif des performances des classes de descripteurs topologiques.

7. Graphe de Reeb d'une surface

Dans ce chapitre, nous présentons d'abord les éléments fondamentaux de la théorie de Morse ainsi que que la définition d'un graphe de Reeb pour une surface. Puis, nous détaillons les différents algorithmes existants dans la littérature pour la construction d'un graphe de Reeb sur une surface.

7.1. Éléments théoriques

7.1.1. Théorie de Morse

La théorie Morse relie la géométrie différentielle d'une surface à sa topologie. À partir d'une fonction réelle définie en chaque point du maillage, elle décrit la connectivité de la forme avec une représentation basée sur l'ensemble de points où le gradient de la fonction s'annule. Ces points sont appelés *points critiques* (minima, maxima, selles). SIMMS 1964 propose l'utilisation de la théorie de Morse pour étudier des fonctions lisses sur des variétés.

Pour l'ensemble des définitions suivantes, prenons V une 2-variété différentielle et compacte et $f : V \to \mathbb{R}$ une fonction lisse définie sur V.

Définition 34 (Point critique) *Soit p un point de V et (u, v) le système de coordonnées sur V, p est un* point critique *de f si :*

$$\frac{\partial f}{\partial u}(p) = \frac{\partial f}{\partial v}(p) = 0 \tag{7.1}$$

Définition 35 (Matrice hessienne) *Soit p un point de V et (u, v) le système de coordonnées sur V, la* matrice hessienne $H_f(p)$ *de f au point p est la matrice des dérivées secondes :*

$$H_f(p) := \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial u^2}(p) & \frac{\partial^2 f}{\partial u \partial v}(p) \\ \frac{\partial^2 f}{\partial v \partial u}(p) & \frac{\partial^2 f}{\partial v^2}(p) \end{bmatrix} \tag{7.2}$$

Définition 36 (Point critique non dégénéré) *Soit p un point de V, p est un* point critique non dégénéré *si le déterminant de sa matrice hessienne est non nul : $det(H_f(p)) \neq 0$.*

Définition 37 (Indice de Morse) *Soit p un point critique non dégénéré, la dimension du plus grand sous ensemble de l'espace tangent à V en p sur lequel $H(p)$ est définie négative est appelée l'*indice de Morse *de p.*

Intuitivement, l'indice k d'un point critique non dégénéré correspond au nombre de directions dans lesquelles f décroît, soit le nombre de valeurs propres négatives de la matrice hessienne. La figure 7.1 présente un point critique dégénéré avec trois directions descendantes. Pour une variété de dimension 2, l'indice k d'un point critique non dégénéré permet de déterminer la nature de ce point :

— si $k = 0$, p est un *point minimum*;
— si $k = 1$, p est un *point selle*;
— si $k = 2$, p est un *point maximum*;

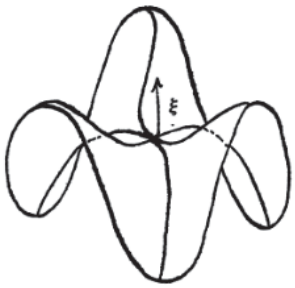


FIGURE 7.1. – Point critique dégénéré d'une fonction lisse (image tirée de BANCHOFF 1970).

Définition 38 (Fonction de Morse) *f est une* fonction de Morse *si tous ses points critiques sont non-dégénérés.*

Nous définissons ci-dessous deux propriétés importantes des fonctions de Morse. Celles-ci démontrent que l'étude d'une fonction de Morse est suffisante pour représenter la topologie d'une fonction sur une variété.

Lemme 1 (Lemme de Morse) *Soit V^n une n-variété orientée et f une fonction de Morse définie sur V^n, alors il existe un système de coordonnées locales $x_1, ..., x_n$ centré en tout point critique p de f et d'indice k tel que $f(x) = f(p) - x_1^2 - ... - x_k^2 + x_{k+1}^2 + ... + x_n^2$.*

Le lemme de Morse est un résultat important puisqu'il implique que tous les points critiques d'une fonction de Morse sont des points isolés. Ainsi le voisinage de ces points sur une 2-variété ne peut avoir que trois configurations (maximum, selle, minimum).

Théorème 1 (Caractéristique d'Euler d'une fonction de Morse) *Soit V^n une n-variété orientée et f une fonction de Morse définie sur V^n, la caractéristique d'Euler de V est calculable par la somme alternée (-1^k) du nombre $c_k(f)$ de points critiques d'indice k :*

$$\chi(V) = \sum_{k=0}^{2} (-1)^k c_k(f) \tag{7.3}$$

L'équation précédente peut être réécrite sous la forme :

$$\chi(V) = m - s + M \tag{7.4}$$

où m est le nombre de points minimum, s le nombre de points selles et M le nombre de points maximum.

La caractéristique d'Euler d'une surface fermée, présentée dans la section 5.4, est une notion purement topologique, alors que l'indice des points critiques est purement géométrique. C'est l'étude de ces propriétés de la théorie de Morse qui permet l'établissement d'un lien entre la topologie et la géométrie.

7.1.2. Graphe de Reeb

Les points critiques ne donnent que des informations sur le genre de la surface et la géométrie locale. La connaissance des relations d'adjacence entre ces points est également une information importante pour la description de la forme. Le graphe de Reeb, introduit par SIMMS 1964, est un outil mathématique qui reflète l'évolution de lignes de niveaux d'une fonction lisse, ce qui permet d'établir ces adjacences.

BANCHOFF 1970 a étendu la théorie de Morse dans un contexte discret. Dans ce contexte, l'étude de l'adjacence entre les ensembles de niveaux d'une fonction linéaire par morceaux permet la construction du graphe. Comme les définitions des lignes de niveaux et du graphe de Reeb sont sensiblement similaires entre les contextes continus et discrets, nous donnons directement celles-ci dans le contexte discret.

Définition 39 (Fonction linéaire par morceaux) *Soit $f : V \to \mathbb{R}$ une fonction lisse réelle définie sur l'ensemble des sommets V d'une surface triangulée S, la* fonction linéaire par morceau *$f^* : S \to \mathbb{R}$ est définie comme l'extension de f par une interpolation linéaire :*

$$f^*(p) := \sum_{v_i} \lambda_i f(v_i), \forall p \in \sigma \in S \tag{7.5}$$

avec λ_i le barycentre de p dans le k-simplexe σ.

Définition 40 (Fonction de Morse linéaire par morceau) *Soit $f^* : V \to \mathbb{R}$ une fonction linéaire par morceaux définie sur une surface triangulée, si tous les points critiques de f^* sont non dégénérés, alors f^* est une* fonction de Morse linéaire par morceaux.

Définition 41 (Ligne de niveaux de f^*) *Soit f^* une fonction linéaire par morceaux définie sur une surface triangulé S, l'ensemble des points x de S tel que $f^*(x) = l$ est appelé* ligne de niveaux $LN_{f^*}(l)$.

Définition 42 (Contours γ d'une ligne de niveau) *Soit $LN_{f^*}(l)$ une ligne de niveaux, chaque composante connexe de $LN_{f^*}(l)$ est appelée* contour γ.

Un ligne de niveaux est généralement représentée comme une courbe constituée d'un nombre fini de composantes connexes. La figure 7.2 présente trois lignes de niveaux tracées à partir d'une fonction de hauteur verticale sur un tore. La ligne de niveaux centrale est constituée de deux contours.

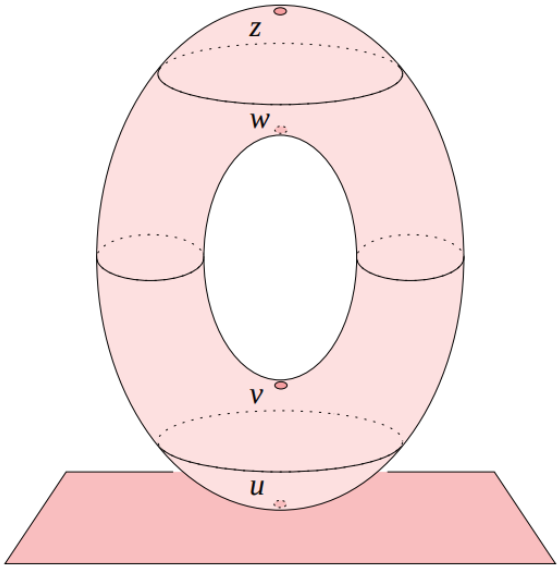


FIGURE 7.2. – Points critiques u, v, w, z d'une fonction de hauteur verticale sur un tore. Des lignes de niveaux sont tracées entre leurs valeurs de hauteur. (EDELSBRUNNER et HARER 2010)

Soit s un sommet d'une surface fermée et $LN_{f^*}(l)$ la ligne de niveaux tels que $f(s) = l$, BANCHOFF 1970 propose de redéfinir l'indice ind de s en considérant le nombre de faces transversales à la ligne de niveaux. Ci-dessous nous donnons la définition d'un simplexe transversal à une ligne de niveaux puis de l'indice d'un sommet.

Définition 43 (Simplexe transversal) *Soit f^* une fonction linéaire par morceaux définie sur une surface triangulée S et σ un simplexe de S, σ est un* simplexe transversal *si pour une valeur l de f^* :*

- *soit σ est un sommet tel que $f^*(\sigma) = l$;*
- *soit pour tout v_i, v_j appartenant à une face de σ, $f(v_i) < l < f(v_j)$.*

Un simplexe transversal peut être :
— un sommet s si $f^*(s) = l$ (Figure 7.3.a) ;
— une arête a si $f^*(s_1) > l > f^*(s_2)$ avec s_1 et s_2 (Figure 7.3.c) ;
— une face f si deux arêtes de f sont transversales (Figure 7.3.b).

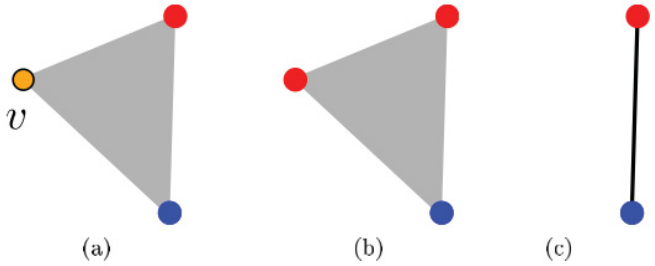


FIGURE 7.3. – Soit l, les valeurs de f^* sur les sommets rouges sont supérieures à l et inférieures à l sur les sommets bleus. (a) $f^*(s) = l$ et le triangle est transversal. (b) le triangle est transversal (c) l'arête est transversale (image tirée de BRANDOLINI 2013).

Définition 44 (Indice d'un sommet) *L'indice d'un sommet $ind(s)$ est :*

$$ind(s) = 1 - \frac{1}{2} t_f(s) \tag{7.6}$$

avec $t_f(s)$ étant le nombre de faces transversales dans l'étoile de s.

Soit s un sommet d'une surface S et $LN_{f^*}(l)$ une ligne de niveaux telles que $f^*(s) = l$. L'indice ind du sommet s détermine la nature du point :
— si $ind(s) = 1$ alors s est un point minimum ou maximum et seul s est transversal. Dans ce cas, le contour de la ligne de niveaux dégénère en un point ;
— si $ind(s) = m+1$ avec $m > 0$, alors s est un point selle. Il y aura $2m$ triangles transversaux et m est appelé *multiplicité* du sommet selle. Le contour de la ligne de niveaux est l'union de m lignes fermées qui s'intersectent en s (Figure 7.4.b) ;
— si $ind(s) = 0$, alors s est un point régulier. s possède seulement deux triangles transversaux. Le contour de la ligne de niveaux est alors une ligne fermée (Figure 7.4.a)

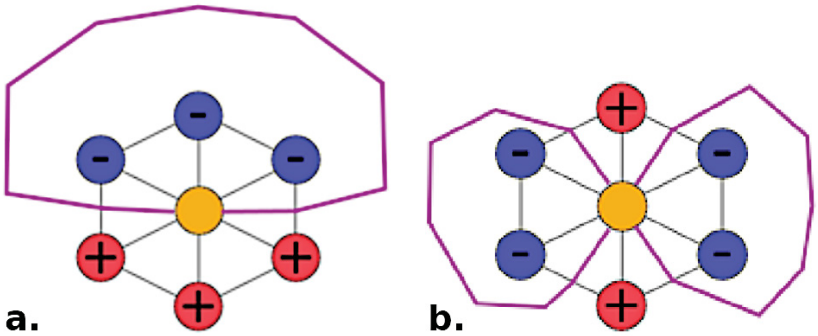


FIGURE 7.4. – **a.** Un contour d'une ligne de niveaux (violet) sur un point régulier. **b.** Un contour d'une ligne de niveaux sur un point 2-selle.

Soit f^*_{min} et f^*_{max} les valeurs minimum et maximum de f^* sur la surface. L'espace formé par toutes les valeurs $l \in [f^*_{min}, f^*_{max}]$ peut être équipé d'une topologie. Les contours formés par les points critiques maximal, minimal et selle sont considérés comme les nœuds d'un graphe et les contours formés par les points réguliers sont considérés comme des sommets des arêtes du graphe. Plus formellement le graphe de Reeb de f^* est défini comme suit :

Définition 45 (Graphe de Reeb) *Soit f^* une fonction linéaire par morceaux définie sur une surface triangulée S et x, y deux points de S,* le graphe de Reeb $R_{f^*}(S)$ *est l'espace quotient défini par la relation d'équivalence :*

$$(x, f^*(x)) \sim (y, f^*(y)) \Leftrightarrow f^*(x) = f^*(y) = l \tag{7.7}$$

7.2. Algorithmes de construction d'un graphe de Reeb sur une surface

Plusieurs efforts d'implémentation de construction de graphes de Reeb sur des surfaces ont été proposés dans la littérature. Dans cette section nous présentons d'abord quatre classes d'algorithmes de construction : les diagrammes de lignes de niveaux, les graphe de Reeb étendu, les graphes de Reeb multi-résolution et les graphes de Reeb par contour discret. Puis nous effectuons une synthèse des forces et faiblesse de ces algorithmes.

7.2.1. Diagramme de lignes de niveaux

Le *diagramme de lignes de niveaux*, introduit par LAZARUS et VERROUST 1999, est un graphe de Reeb construit à partir d'un ensemble de lignes de niveaux échantillonnées sur une surface de genre nul. La ligne de niveaux initiale est générée à partir d'un sommet sélectionné manuellement ou automatiquement puis chaque ligne de niveaux est échantillonnée à une distance fixe de la précédente. Une distance euclidienne ou une distance géodésique sont généralement utilisées pour définir l'ensemble de lignes de niveaux. Le diagramme est ensuite généré à partir des barycentres de chaque ligne de niveaux. Le modèle à gauche de la figure 7.5 présente le diagramme de lignes de niveaux construit ainsi. Le graphe de Reeb correspondant est affiché à droite avec s_* les sommets critiques du modèle et d_* les distances entre les lignes de niveaux. HÉTROY et ATTALI 2003 étendent cet algorithme pour des surfaces de genre non nul. L'algorithme est simple à mettre en place et il est d'une complexité en $\mathcal{O}(n)$, mais le résultat est dépendant du choix du sommet de départ et de la distance d'échantillonage des lignes de niveaux. Si la distance est trop grande, des sommets critiques peuvent en effet ne pas être considérés.

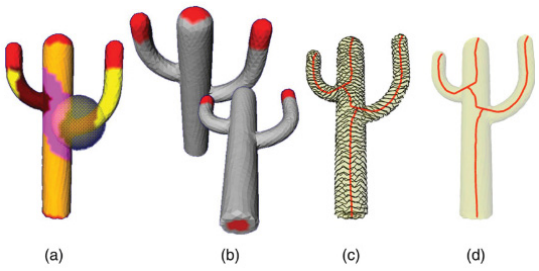


FIGURE 7.5. – A droite, le diagramme de lignes de niveaux. A gauche, le graphe de Reeb correspondant au diagramme. s_* indiquent les sommets critiques et d_* les distances entre les lignes de niveaux (image tirée de LAZARUS et VERROUST 1999).

M. MORTARA et PATANE 2002 proposent d'utiliser une évaluation de courbure multi-échelle pour localiser un ensemble de sommets critiques qui servent de points de départ à la génération des lignes de niveaux. La figure 7.6 présente les différentes étapes pour obtenir le diagramme d'ensembles de niveaux. D'abord, chaque sommet du maillage est catégorisé selon l'échelle de la courbure, ici gaussienne (figure 7.6-a). Les régions de forte courbure sont isolées et représentées en rouge (figure 7.6-b). Les lignes de niveaux sont propagées à partir des centres de ces régions (figure 7.6-c). Le squelette est créé à partir des barycentres de chaque ligne (figure 7.6-d). Plus l'échelle choisie est grande, moins de régions maximum sont définies et moins détaillé sera le graphe final puisque l'ensemble de ces régions correspond aux nœuds du graphe de Reeb. Dans le cas présenté sur la figure 7.6, un grand rayon de courbure est utilisé pour calculer la courbure gaussienne ; c'est pourquoi la base du cactus est considérée comme un maximum de courbure alors qu'elle est plate (figure 7.6-b). Cependant si ce n'avait pas été le cas, la représentation graphique aurait pu être très différente comme l'indiquent BIASOTTI, MARINI, MORTARA et al. 2003.

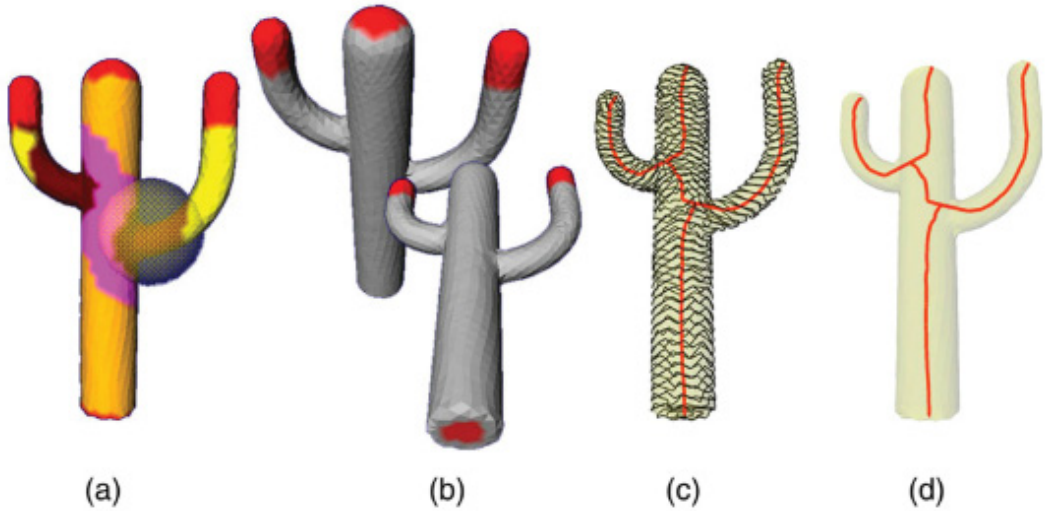


FIGURE 7.6. – Construction d'un diagramme d'ensembles de niveaux à partir d'une fonction de courbure gaussienne. **a.** Estimation des courbures **b.** Détection des maximums locaux. **c.** Générations des lignes de niveaux. **d.** Affichage du diagramme de lignes de niveaux (image tirée de S. BIASOTTI, GIORGI, M. SPAGNUOLO et al. 2008).

7.2.2. Graphe de Reeb étendu

Le *Graphe de Reeb étendu*, introduit par F. BIASOTTI et SPAGNUOLO 2000 propose une représentation de la surface comme un ensemble fini de ligne de niveaux calculé à partir d'une fonction f donnée. La construction du graphe se décompose en plusieurs étapes présentées sur la figure 7.7. Les valeurs de la fonction f sont d'abord calculées en chaque sommet du maillage (figure 7.7-a). Le domaine de f est ensuite échantillonné en un ensemble d'intervalles, les régions du maillage dans ces intervalles se voient attribuées une classe correspondant à la zone déterminée en fonction du nombre de régions à leurs frontières : régulière pour deux voisins (blanc) ; selle pour plus de deux voisins (vert) ; minimum pour un voisin avec des valeurs de f supérieures (bleu) ; maximum pour un voisin avec des valeurs de f inférieures (figure 7.7-b). Les zones minimum, maximum et selle sont considérées comme critiques et des nœuds du graphe sont générés à partir de ces régions. Les arêtes entre ces nœuds sont ensuite détectées grâce à un processus d'expansion des zones critiques (figure 7.7-c). Enfin, le graphe de Reeb est obtenu en associant à chaque nœud la position du barycentre de la région correspondante (figure 7.7-d). La relation entre le genre du maillage et les cycles du graphe est maintenue en vérifiant à l'aide de la formule d'Euler (sommets − arêtes + faces = 2(1 − trous) − frontières) que chaque région échantillonnée ne contient pas de trou. Si elle présente un trou, une région supplémentaire est ajoutée localement.

La fonction f utilisée dans cette méthode n'est pas spécialement une fonction de Morse. C'est pour cette raison que le graphe de Reeb est dit *étendu*. Les points selles dégénérés sont considérés comme des points critiques valables dans la génération de ce graphe alors que dans le graphe de Reeb original, les points selles doivent être non dégénérés et ont une connectivité de 3. La figure 7.7.d présente par ailleurs un point selle avec une connectivité de 7. De plus, dans le graphe de Reeb étendu, les nœuds minimales et maximales peuvent avoir plusieurs voisins (plusieurs nœuds minimales possèdent deux voisins dans la figure 7.7.d), ce qui n'est pas le cas dans la définition originale.

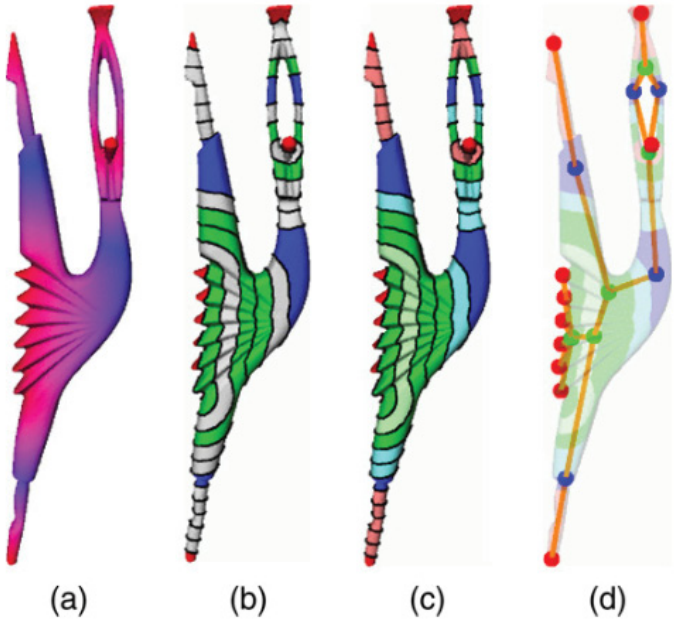


FIGURE 7.7. – Étapes d'extraction du graphe de Reeb étendu. **a.** Cartographie d'une fonction f plaquée sur le maillage. **b.** Échantillonage des intervalles et attribution d'une classe en fonction des régions voisines (bleu minimum, rouge maximum, vert selle et blanc régulier) **c.** Détection des arêtes par extension des régions critiques **d.** Affichage de graphe de Reeb étendu (image tirée de S. BIASOTTI, GIORGI, M. SPAGNUOLO et al. 2008).

La figure 7.8 présente des graphes de Reeb étendus construits à partir d'intervalles de tailles différentes sur un modèle de Père Noël. Des intervalles élevés permettent la suppression de composantes connexes assimilables à du bruit. Cependant, nous n'avons pas l'assurance que les composantes connexes non prises en compte ne soient pas importantes dans la description du modèle.

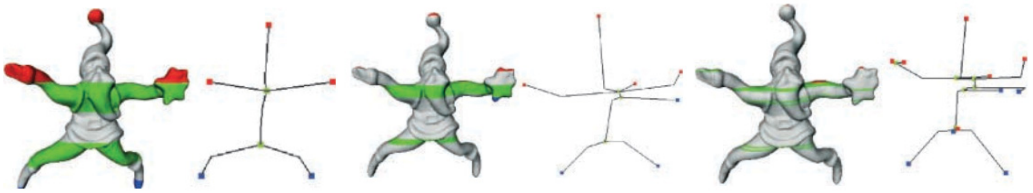


FIGURE 7.8. – Exemples d'extraction de graphe de Reeb étendu généré à partir d'une fonction de hauteur sur un modèle de Père Noël. Plusieurs tailles d'intervalles sont expérimentées. Les intervalles selles sont verts, les maximales rouges et les minimales bleus (image tirée de ATTENE, S. BIASOTTI et M. SPAGNUOLO 2003).

7.2.3. Graphe de Reeb multi-résolution

Le *Graphe de Reeb multirésolution*, proposé par HILAGA, SHINAGAWA, KOHMURA et al. 2001, est construit à partir d'une fonction lisse définie sur la surface de l'objet. Celle-ci peut être une fonction de hauteur comme sur la figure 7.9, une valeur de courbure ou la distance géodésique en un sommet. Le domaine de la fonction est d'abord subdivisé en un ensemble d'intervalles (figure 7.9.a). Les triangles sont ensuite subdivisés pour que chacun n'appartiennent qu'à un seul intervalle (figure 7.9.b et c). Les nœuds du graphe sont créés pour chaque ensemble de triangles connexes dans le même intervalle (figure 7.9.d) et connecté ensemble suivant l'adjacence des ensembles (figure 7.9.e). Le choix de paramétrer les intervalles différemment permet une représentation multirésolution du graphe de Reeb (trois résolutions différentes sont proposées sur la figure 7.9.e, f et g). L'inconvénient de cette construction est qu'il n'y a aucun contrôle topologique et, par conséquent, pas de correspondance entre le nombre de boucles du graphe et le genre de la surface. T. TUNG et SCHMITT 2004 proposent d'enrichir le graphe en ajoutant les informations géométriques calculées sur les régions de chaque nœud telles que le spectre de forme 3D ou les histogrammes de cordes et d'angles.

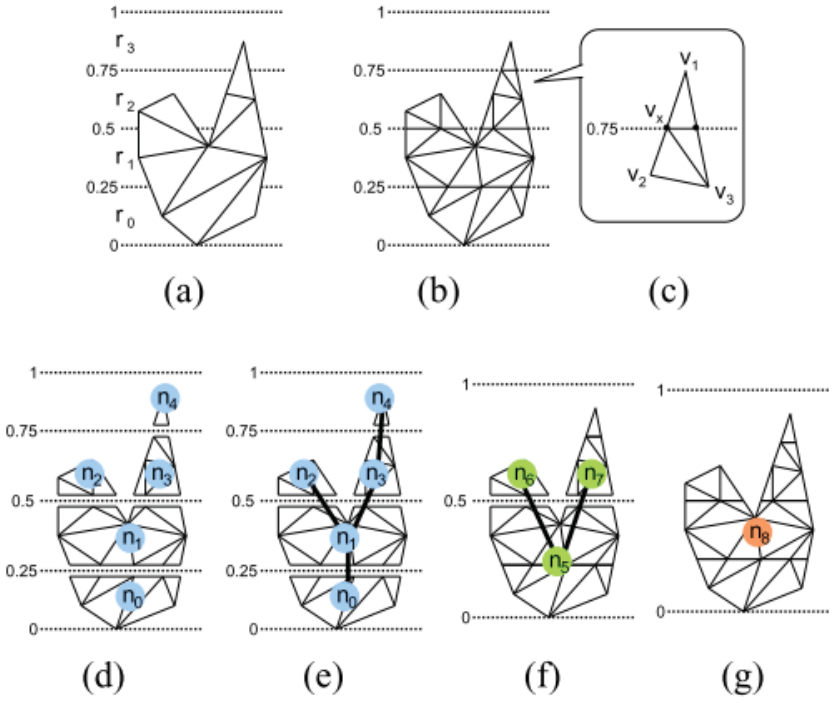


FIGURE 7.9. – Construction d'un graphe de Reeb multirésolution à partir d'une fonction de hauteur (image tirée de HILAGA, SHINAGAWA, KOHMURA et al. 2001).

7.2.4. Graphe de Reeb discret

Le *squelette topologique amélioré*, proposé par TIERNY, VANDEBORRE et DAOUDI 2008, utilise les contours formés par les sommets du maillage pour approximer les lignes de niveaux, ce qui permet de construire un graphe d'adjacence entre les contours. L'avantage de cette approche est qu'elle ne nécessite pas de paramètres de discrétisation d'intervalles comme les algorithmes précédents et donc tous les points critiques de la fonction sont considérés. Cependant les graphes générés peuvent être très bruités car de nombreux points critiques peuvent être considérés comme du bruit dépendamment de la fonction f choisie. Ce graphe peut également être considéré comme un graphe de Reeb étendu car il n'a pas besoin que la fonction f soit de Morse pour sa construction et accepte des nœuds d'une connexité supérieure à trois.

Pour approximer une ligne niveaux, ils proposent d'abord une représentation des lignes de niveaux en tant que bandes de niveaux. Une bande de niveaux est l'union de tous les simplexes transversaux à la ligne de niveaux comme montré dans la figure 7.10.

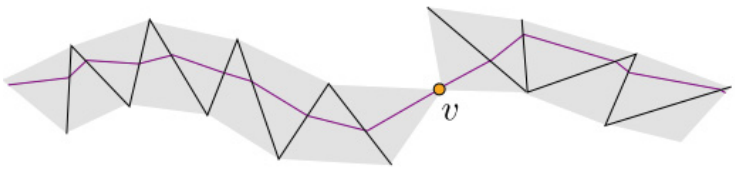


FIGURE 7.10. – Bande de niveaux composée d'arêtes (en noir), de triangles (en gris) et d'un sommet s (en orange). Sa ligne de niveaux est tracée en violet. (image adaptée de BRANDOLINI 2013)

La représentation des bandes de niveaux est ensuite simplifiée en ne considérant que les frontières supérieures et inférieures d'une bande. Ainsi, au lieu d'utiliser les faces, arêtes et sommet de la bande pour le calcul des adjacences, seuls les sommets et les arêtes des frontières sont nécessaires. La figure 7.11 présente les contours discrets supérieur (en rouge) et inférieur (en bleu) générés à partir de la bande de contour d'un sommet régulier s. Le sommet qui a servi à la génération de la bande de contour appartient toujours aux deux contours.

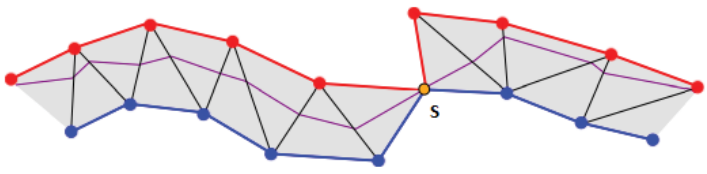


FIGURE 7.11. – Bande de contour d'un point selle (en orange). La ligne de niveaux est tracée en violet, le contour discret supérieur en rouge et le contour discret inférieur en bleu (image tirée de BRANDOLINI 2013).

La figure 7.12 présente des bandes de contours (en bleu) et quelques contours discrets (en rouge) calculés sur le maillage d'une main. Un squelette médian (présenté à droite) est obtenue en reliant les centres de gravité de tous les contours discrets en fonction de leur adjacence.

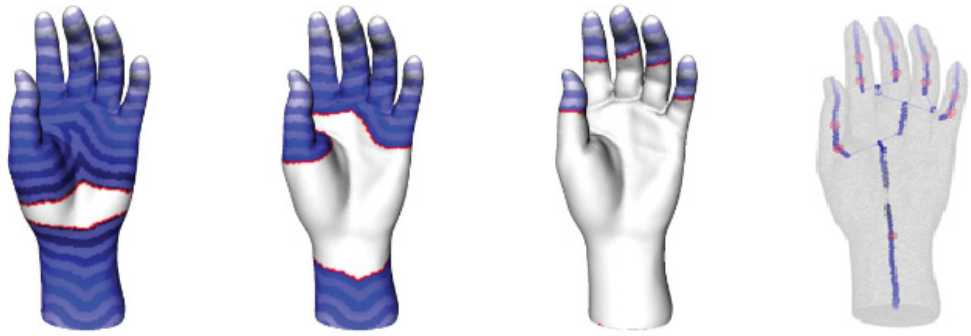


FIGURE 7.12. – Exemples de bandes de contours colorées avec des teintes de bleu et calculées sur un maillage d'une main. Quelques contours discrets à ces bandes sont tracés en rouge. Le modèle de droite présente le squelette médian calculé à partir du centre de gravité de tous les contours discrets adjacents (TIERNY, VANDEBORRE et DAOUDI 2008).

Cependant, BRANDOLINI et PIASTRA 2012 soulignent que l'homéomorphisme entre un graphe construit par l'approche de TIERNY, VANDEBORRE et DAOUDI 2008 et son graphe de Reeb de la définition 45 n'est pas garanti. En effet, la figure 7.13 présente un contour discret supérieur en rouge ainsi qu'un contour d'une ligne de niveaux en violet. Alors que le contour violet est une ligne fermée, le contour discret est quant à lui un segment et il n'existe pas d'homéomorphisme entre ces deux lignes.

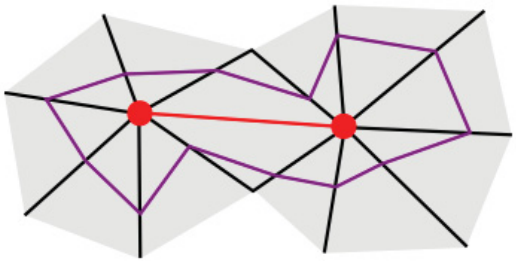


FIGURE 7.13. – Le contour supérieur tracé en rouge ne présente pas la même homotopie que le contour tracé en violet (Image tirée de BRANDOLINI 2013).

Pour régler ce problème de non-homéomorphisme des contours supérieur et inférieur, BRANDOLINI et PIASTRA 2012 introduisent le *Graphe de Reeb discret* en proposant d'augmenter ces contours avec un nouveau concept, la *multiplicité M* des arêtes et des sommets (à ne pas confondre avec la multiplicité *m* des points selles). Dans leur approche, les arêtes et sommets avec une multiplicité supérieure à 1 peuvent être 'dépliés' suivant une opération de séparation du sommet ou de l'arête pour rétablir l'homéomorphisme .

La multiplicité d'une arête par rapport à une ligne de niveaux donnée est le nombre de faces transversales à la ligne. Pour une surface triangulée, la multiplicité d'une arête ne peut pas être supérieure à 2 car une arête ne peut avoir que deux triangles adjacents. La figure 7.14.a présente le cas d'une arête avec une multiplicité de 2 (représentée par une double arête verte), la figure 7.14.b représente son "dépliage" qui rétablit l'homéomorphisme entre le contour et la ligne de niveaux.

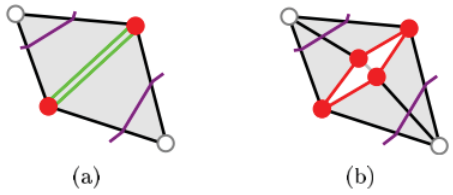


FIGURE 7.14. – **a.** Arête possédant une multiplicité de 2. **b.** Le dépliage théorique de l'arête multiple qui permet de rétablir l'homéomorphisme du contour (en rouge) avec la ligne de niveaux (en violet) (image tirée de BRANDOLINI 2013).

La multiplicité d'un sommet *s* par rapport à une ligne de niveaux donnée est le nombre de faces transversales à la ligne dans l'étoile de *s* divisé par deux. Un sommet selle aura toujours une multiplicité $M(s)$ d'au moins deux en fonction du nombre de lignes de niveaux qui le traversent. Mais cette définition de la multiplicité s'applique également aux sommets réguliers. La figure 7.15.a présente un sommet régulier (non traversé par la ligne de niveau) mais avec une multiplicité de deux.

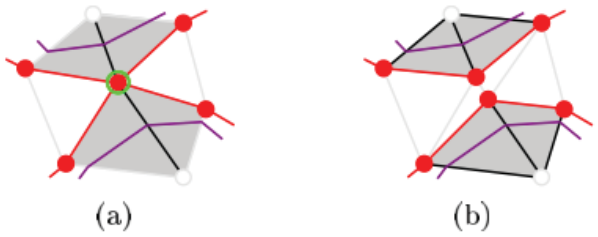


FIGURE 7.15. – **a.** Sommet possédant une multiplicité de 2. **b.** Le dépliage théorique du sommet multiple qui permet de rétablir l'homéomorphisme du contour (en rouge) avec la ligne de niveaux (en violet) (image tirée de BRANDOLINI 2013).

Ils proposent ensuite de définir l'adjacence entre des contours supérieurs (la définition est duale pour les contours inférieurs) comme suit.

Définition 46 (Adjacence des contours supérieurs)
Soit $\gamma^+(s)$ un contour supérieur issu d'un sommet minimum ou maximum s, un contour supérieur $\gamma^+(s')$ est dit adjacent à $\gamma^+(s)$ si tous les sommets de $\gamma^+(s')$ appartiennent au lien de s.
Soit s_1 et s_2 deux sommets réguliers ou selles et $\gamma^+(s_1)$ et $\gamma^+(s_2)$ leurs contours supérieurs respectifs, $\gamma^+(s_1)$ et $\gamma^+(s_2)$ sont dits adjacents si :
- *$f(s_1) < f(s_2)$ ou $f(s_1) > f(s_2)$;*
- *il n'existe aucun sommet $s_3 \in \gamma^+(s_2)$ tel que $f(s_3)$ soit comprise entre $f(s_1)$ et $f(s_2)$;*
- *s_1 appartient au lien d'un sommet de $\gamma^+(s_2)$.*

En considérant la relation d'adjacence entre les contours, le graphe de Reeb construit avec des contours discrets respecte la définition 45. Chaque nœud de ce graphe correspond à un sommet du maillage tel que :
- les sommets minimales et maximales disposent que d'un contour adjacent et sont donc des nœuds de connectivité 1 ;
- les sommets réguliers disposent de deux contours adjacents et sont donc des nœuds de connectivité 2 ;
- les sommets selles disposent de m contours adjacents. Le nombre de contours adjacents dépend de la multiplicité de la selle. Ces sommets sont donc des nœuds de connectivité supérieure à 2 si f est non-Morse et 3 sinon.

7.2.5. Synthèse

Dans cette section, nous avons recensé quatre classes d'algorithmes qui permettent la construction d'un graphe de Reeb sur une surface :

— le diagramme lignes de niveaux permet une implémentation simple et rapide pour la construction d'un graphe de Reeb. Initialement prévu pour des surfaces de genre nul, il a été adapté pour tout type de surfaces. Cependant, il est dépendant du choix du sommet de départ et de la distance d'échantillonnage des lignes de niveaux. La description de la topologie de la surface n'est pas pas assurée par construction ;

— le graphe de Reeb étendu propose un échantillonnage de la fonction lisse donnée en entrée pour générer des régions critiques. Il intègre une vérification de la topologie à l'aide la caractéristique d'Euler pour raffiner l'intervalle si nécessaire. L'adjacence entre ces régions permet la construction du graphe de Reeb. Cependant, bien que le nombre de boucles soit garantie par construction, le graphe de Reeb étendu n'est pas pas homéomorphe au graphe de Reeb de la définition 45. De plus, le résultat est dépendant de la taille des intervalles et certaines composantes connexes importantes à la description peuvent ne pas être considérées ;

— le graphe de Reeb multi-résolution considère d'échantillonner la fonction lisse avec plusieurs tailles d'intervalles afin d'obtenir des graphes qui proposent plusieurs niveaux de détails. Cependant aucun contrôle topologique n'est effectué contrairement aux graphes de Reeb étendus. Le graphe de Reeb multi-résolution permet également l'intégration d'informations géométriques calculées sur les régions de chaque nœud ;

— le graphe de Reeb discret utilise la notion d'adjacence entre des contours discrets pour construire un graphe de Reeb homéomorphe au graphe de la définition 45. Il a l'avantage de ne pas avoir besoin de paramètres et d'être complètement automatique. Cependant, comme tous les sommets critiques sont considérés, le graphe généré peut contenir de nombreuses composantes connexes non désirées. De plus, comme le graphe de Reeb étendu, le graphe généré peut contenir des nœuds selles dégénérés possédant une connexité supérieur à 3.

Pour la comparaison de surfaces d'oreilles internes, le graphe de Reeb doit être capable de décrire localement la géométrie de la surface tout en possédant une connaissance de la géométrie globale et de la topologie. Ainsi, nous devrions être capable de régionaliser ces déformations afin de les comparer à une région de référence. Le diagramme de niveaux et le graphe de Reeb multi-résolution n'assurent pas la conservation du nombre de boucles dans le graphe et ne devraient pas être utilisés dans ce contexte. Le graphe de Reeb étendu intègre un contrôle topologique afin qu'il conserve le même nombre de boucles que le maillage. Cependant il est dépendant de la taille d'intervalles choisis sur la fonction de courbure et des zones plates étendues, importantes pour la description, peuvent ne pas être considéré. Enfin, le graphe de Reeb discret ne nécessite pas de paramètres ; toutes les composantes connexes (et donc les détails) sont calculées. Cependant, il a tendance à être bruité car de nombreux points critiques peuvent être issus du bruit sur la fonction. Un filtrage des composantes connexes dépendant de caractéristiques géométriques de la surface peut être envisagé et intégré à la construction. Il permettrait de supprimer ce bruit de manière plus fiable que l'échantillonnage de la fonction proposé par le graphe de Reeb multi-résolution et le graphe de Reeb étendu.

8. Graphe de Reeb discret amélioré

Dans ce chapitre, nous proposons la construction d'un *Graphe de Reeb discret amélioré* qui dispose des améliorations suivantes par rapport au graphe de Reeb discret présenté dans le chapitre précédent :

— la structure qui encode les contours est adaptée pour prendre en compte les régions plates de la fonction donnée en paramètre ;
— l'algorithme est également adapté pour la construction du graphe de Reeb sur des surfaces ouvertes ;
— lorsqu'un sommet selle possède une multiplicité supérieure à deux, plusieurs nœuds selles de Morse (d'une connexité de trois) sont créés pour construire un graphe de Reeb représentatif de la fonction dans le contexte continu et non un graphe de Reeb étendu ;
— une amélioration algorithmique permet d'éviter le calcul de la multiplicité des sommets non-selle et le parcours fastidieux de la bande de niveau proposés par BRANDOLINI et PIASTRA 2012 lors de l'opération de séparation d'un contour tout en conservant une construction homéomorphe au graphe de Reeb ;
— une optimisation dans la gestion de la liste des contours et de la liste des sommets d'un contour permet une construction du graphe plus rapide ;
— un opérateur de filtrage basé sur un ratio d'aire de la surface calculé entre deux nœuds du graphe permet de supprimer les couples (nœud selle – nœud minimal/maximal) dont le ratio est inférieur à un seuil donné en paramètre. Cette opération est rendue possible, car le graphe de Reeb proposé ne contient que des nœuds selles de Morse.

L'algorithme principal prend comme données d'entrée une surface triangulaire S ainsi qu'une fonction linéaire par morceau f. Il retourne un graphe de Reeb filtré qui décrit la surface. La figure 8.1 ci-dessous présente un organigramme de cet algorithme. Pour mettre en évidence nos contributions, nous avons défini un code couleur pour tous les organigrammes de ce chapitre. Les blocs verts représentent les instructions existantes dans la construction du graphe de Reeb discret, les blocs jaunes représentent les instructions existantes, mais dans lesquelles nous apportons des modifications et les blocs rouges sont des nouvelles instructions. Les blocs violets représentent les instructions qui modifient le graphe de Reeb.

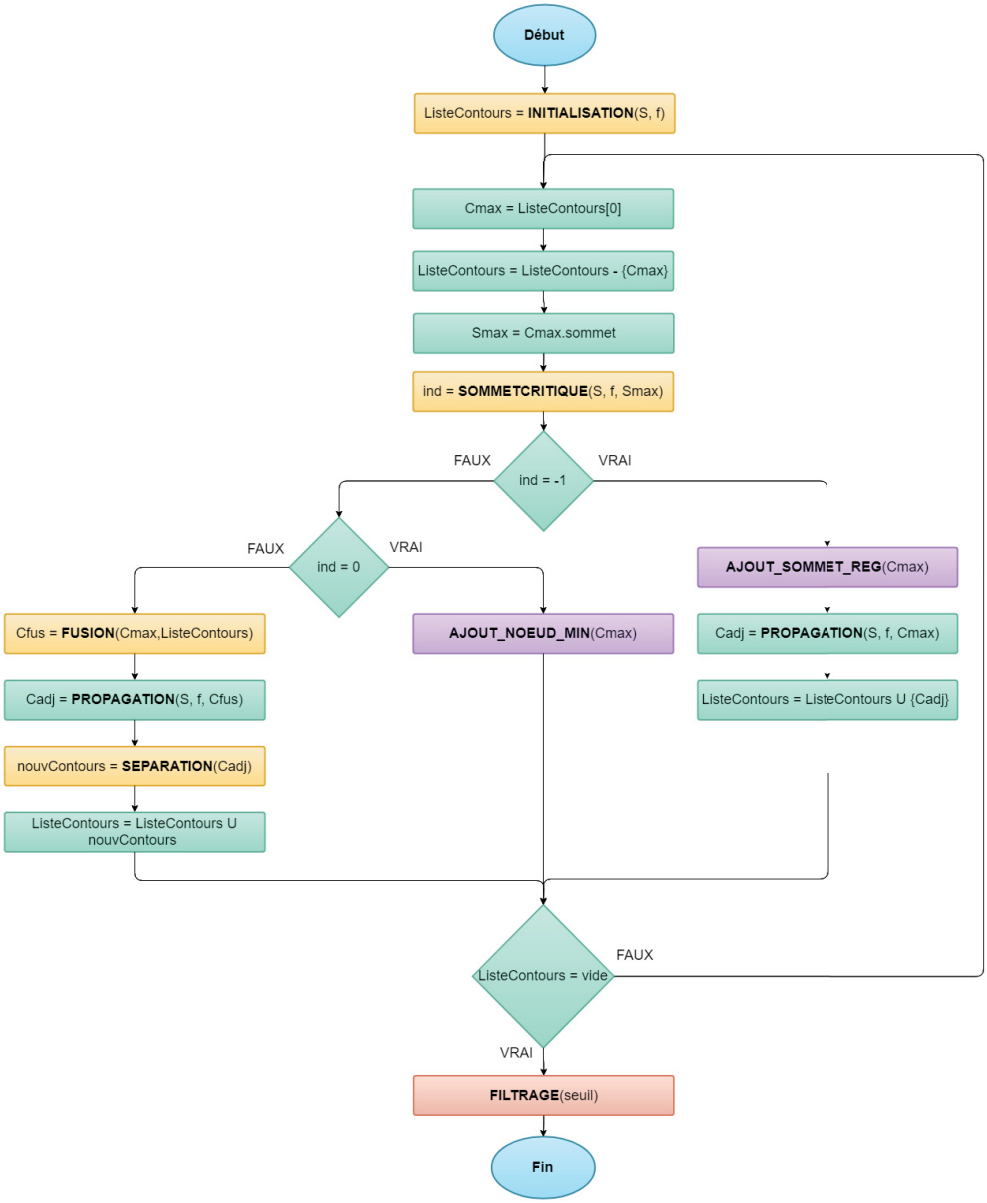


FIGURE 8.1. – Organigramme de l'algorithme principal de construction du graphe de Reeb discret amélioré.

La variable *ListeContours*, qui contient les contours actifs de l'algorithme, est initialisée au début de l'algorithme par la procédure INITIALISATION. Dans cette procédure, détaillée dans la sous-section 8.3.1, tous les contours adjacents aux sommets maximales de la surface sont initialisés. Nous choisissons ainsi de faire évoluer chaque contour uniquement dans le sens du ou des contours inférieurs adjacents. Tous les contours de l'algorithme proposé sont donc des contours discrets inférieurs.

L'itération principale est répétée jusqu'à ce que *ListeContours* soit vide. Le premier contour de la liste est stocké dans la variable *Cmax*. Puisque les contours de l'algorithme sont des contours adjacents inférieurs, nous proposons de les représenter comme un ensemble de sommets triés dans l'ordre décroissant en fonction de leur valeur de f. Ainsi, l'instruction *Cmax.Sommet* permet de récupérer le sommet de valeur maximale $Smax$ qui est toujours au début de l'ensemble. Ce sommet est le sommet de départ de la ligne de niveau approximée par le contour. Nous proposons également que la liste *ListeContours* soit un ensemble de contours trié dans l'ordre décroissant en fonction de la valeur du sommet maximal de chaque contour. Ainsi, $Smax$ est toujours le sommet non parcouru de la surface qui possède la valeur de f la plus élevée.

L'algorithme d'évolution des contours fait appel à la notion d'adjacence des contours énoncée dans la définition 46 du chapitre précédent. En se référant à cette définition, l'évolution du contour *Cmax* présente trois cas possibles qui dépendent de l'indice *ind* du sommet $Smax$ calculé avec la procédure SOMMET_CRITIQUE :

— lorsque l'indice est égal à -1, alors s est un sommet régulier et il existe deux contours adjacents. La procédure PROPAGATION calcule et renvoie le contour adjacent inférieur qui est ensuite ajouté à *ListeContours*. La procédure AJOUT_SOMMET_REG ajoute le sommet parcouru à l'arête du graphe de Reeb contenu dans le contour *Cmax*;

— lorsque l'indice est égal à 1, alors s est un sommet selle et il existe m contours adjacents, m étant la multiplicité de la selle. Dans ce cas, l'algorithme fusionne d'abord les contours qui possèdent le même sommet selle s'ils existent dans *ListeContours*. Cette opération est effectuée par la procédure FUSION qui renvoie le contour *Cfus* qui est soit la fusion des contours candidats soit le contour courant *Cmax*. Un nœud-selle est créé pour chaque fusion entre deux contours. Le contour adjacent *Cadj* à *Cfus* est ensuite obtenu avec la procédure PROPAGATION. La procédure SEPARATION permet de contrôler le nombre de composantes connexes dans *Cadj*. Elle renvoie la liste *nouvContours* qui contient chaque composante connexe qui sont ensuite ajoutés à *ListeContours*. Un nœud-selle est également créé pour chaque composante connexe;

— lorsque l'indice est égal à 0, alors s est un sommet minimal et il n'existe aucun contour adjacent inférieur. La procédure AJOUT_NœUD_MIN créée un nœud minimal dans le graphe de Reeb et passe au contour suivant.

Le cas $ind = 2$ qui correspond à un sommet maximal n'est pas considéré ici, car tous les sommets maximums ont déjà été traités dans la procédure INITIALISATION.

Une fois que *ListeContours* est vide, le graphe de Reeb discret amélioré peut être directement exploité. Cependant, nous proposons d'exécuter la procédure FILTRAGE qui permet de supprimer les couples (nœuds-selle – nœud-minimal/maximal) lorsque le ratio de l'aire formé par les sommets contenue dans leur arête et dans les nœuds est inférieur à un seuil donnée en paramètre. Dans ce cas, ces sommets sont transférés dans la nouvelle arête formée par les deux voisins non supprimées du nœud-selle. Cette opération n'est possible que si le graphe de Reeb ne contient que des selles de Morse.

Dans ce chapitre, nous présentons les détails de l'algorithme de construction du graphe. Il est découpé en six sections :

— la première section introduit les deux structures de données qui permettent la gestion des contours, des plateaux et la construction du graphe ;
— la seconde section présente la procédure SOMMET_CRITIQUE. Dans cette procédure nous intégrons en plus le calcul de sommets critiques sur les frontières du maillage et pour des plateaux ;
— la troisième section présente les procédures nécessaires à l'évolution des contours discrets (INITIALISATION, PROPAGATION, FUSION et SEPARATION). Bien que ces procédures soient similaires à celles de l'algorithme original, nous proposons diverses optimisations algorithmiques ;
— la quatrième section introduit la nouvelle procédure FILTRAGE qui permet de supprimer les nœuds non désirés du graphe ;
— la cinquième section propose une discussion sur la complexité algorithmique de cette approche et une comparaison avec les autres approches de construction par contours discrets ;
— la dernière section présente les résultats de la construction du graphe de Reeb à partir de deux fonctions différentes : une fonction de hauteur et une fonction de courbure. Nous discutons également de l'importante de filtrer un graphe de Reeb.

8.1. Structure de données

Cette section présente les deux structures de données qui permettent la gestion de l'évolution des contours dans l'algorithme et la construction du graphe de Reeb.

Contour

Un contour discret est un sous-complexe simplicial de la surface, la structure de donnée peut donc être considérée comme une liste d'arêtes et une liste de sommets. Cependant, nous proposons une structure alternative qui permet de prendre en compte les plateaux de la fonction f. Un plateau est un ensemble de sommets connexe qui présente une même valeur de f. Pour que la définition d'un sommet du contour puisse prendre en compte ces plateaux, nous proposons une structure *SommetContour* qui contient une liste des sommets connexes de la surface qui possèdent une valeur de f identique, une liste de *SommetContour* adjacents et la valeur de f. Ainsi lorsqu'un sommet doit être ajouté à un contour, il faut contrôler qu'il ne fasse pas partie d'un plateau. Si c'est le cas, tous les sommets du plateau sont ajoutés comme un seul sommet du contour. Un contour discret est donc représenté comme un ensemble trié dans l'ordre décroissant de *SommetContour* sur la valeur de f.

Pour simplifier la construction de l'adjacence entre les nœuds du graphe, nous proposons également que chaque contour possède le nœud critique du graphe de Reeb dont il est issu et l'arête du graphe qui contiendra les sommets réguliers pendant son évolution.

Graphe de Reeb

Le graphe de Reeb est constitué d'une liste de nœuds et d'une liste d'arêtes. Un nœud du graphe encapsule deux informations géométriques de la surface :

— un sommet critique s (maximal, minimal ou selle) de la surface (ou un ensemble de sommets si c'est un plateau) ;
— la valeur de la fonction f du sommet.

Une arête fait le lien entre deux nœuds du graphe. Elle contient également une liste de sommets de la surface. Cette liste contient les sommets qui ont été parcourus pendant l'évolution d'un contour entre deux sommets critiques.

8.2. Calcul des sommets critiques

La procédure SOMMET_CRITIQUE, présentée par l'organigramme de la figure 8.2, prend en entrée la surface S, la fonction f et un complexe sous-simplicial s de S. Elle renvoie l'indice de sommet critique du sous-complexe s : -1 si s est régulier, 0 si s est minimal, 1 si s est selle et 2 si s est maximal.

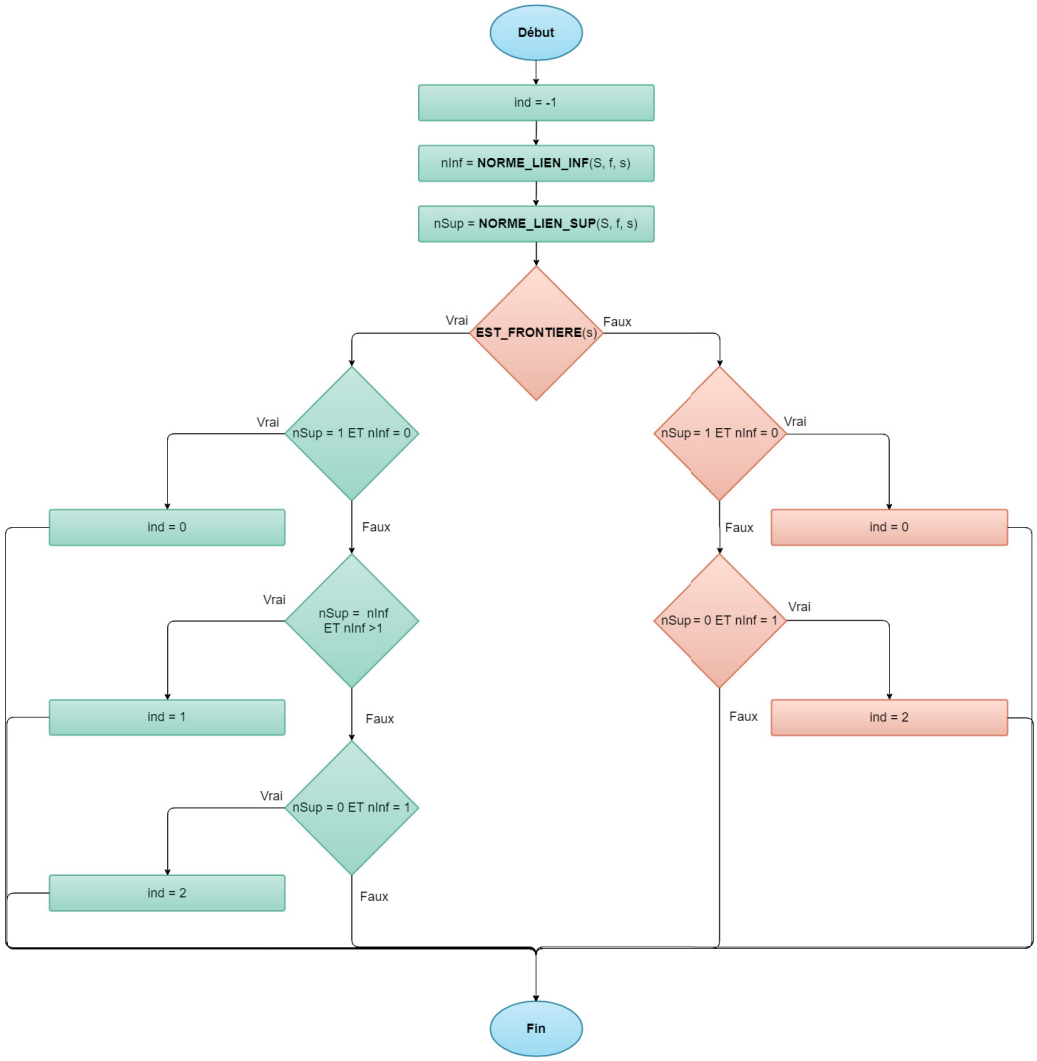


FIGURE 8.2. – Organigramme de la procédure SOMMET_CRITIQUE qui permet le calcul de l'indice du sommet critique s à partir d'une fonction f définie sur une surface S.

Pour déterminer si un sous-complexe simplicial s de la surface est sur une frontière, nous définissons la procédure EST_FRONTIERE qui renvoie Vrai si s est sur une frontière de S et Faux sinon. Elle scrute toutes les arêtes qui partent des sommets de s et si une arête ne possède qu'une face adjacente, alors s est sur la frontière de la surface. La première sous-section présente la partie gauche de la figure 8.2 qui est la méthode classique pour déterminer l'indice d'un sommet critique dans les graphes de Reeb des surfaces sans frontières. La deuxième sous-section présente la partie de droite de l'organigramme qui permet de déterminer l'indice du sommet sur une frontière. Enfin, la dernière sous-section présente le cas particulier où s est un plateau de f.

8.2.1. Sommet critique sans frontière

Dans un premier temps, nous redéfinissons le concept de sommets critiques pour des surfaces triangulées. Pour les définitions suivantes, nous prenons une fonction f définie en chaque sommet d'une surface S.

Définition 47 (Lien supérieur d'un sommet $Li^+(S,s,f)$) *Soit s un sommet de la surface S, le* lien supérieur $Li^+(S,s,f)$ *de s est l'ensemble des sommets s_i appartenant au lien de s et ayant une valeur $f(s_i)$ supérieure à $f(s)$, plus les arêtes qui les connectent. $|Li^+(S,s,f)|$ est le nombre de composantes connexes de $Li^+(S,s,f)$.*

Nous pouvons définir le *lien inférieur* $Li^-(S,s,f)$ de la même manière que le lien supérieur.

Définition 48 (Sommet critique) *Soit s un sommet de la surface, si $|Li^+(s,f)| = |Li^-(s,f)| > 1$ ou $|Li^+(s,f)| \neq |Li^-(s,f)|$, alors s est un* sommet critique.

Ainsi la nature de chaque sommet s du maillage est définie comme suit :
- si $|Li^+(S,s,f)| = |Li^-(S,s,f)| = 1$, alors s est un *sommet régulier* (figure 8.3-1) ;
- si $|Li^+(S,s,f)| = 0, |Li^-(S,s,f)| = 1$, alors s est un *sommet maximal* d'indice 2 (figure 8.3-2) ;
- si $|Li^+(S,s,f)| = 1, |Li^-(S,s,f)| = 0$, alors s est un *sommet minimal* d'indice 0 (figure 8.3-3) ;
- si $|Li^+(S,s,f)| = |Li^-(S,s,f)| = m$, alors s est un *sommet selle* d'indice 1 et $m-1$ représente la multiplicité de la selle (figure 8.3-4/5).

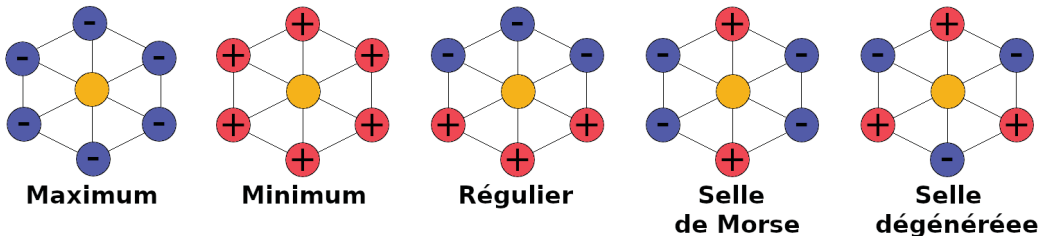


FIGURE 8.3. – Sommet régulier et sommets critiques calculés sur une surface triangulée fermée.

Une selle de multiplicité $m = 1$ est une *selle de Morse* (figure 8.3-4). C'est un sommet critique non dégénéré, contrairement à la *selle de singe* qui a une multiplicité $m = 2$ (figure 8.3.5) et aux selles de multiplicité supérieure. EDELSBRUNNER, HARER et ZOMORODIAN 2001 ont démontré qu'une opération de séparation de sommet permet de perturber une selle de multiplicité m en deux selles de multiplicité i et $j < m$ tels que $i + j = m$. La figure 8.4 présente la perturbation d'une selle de singe en deux selles de Morse après une opération de séparation du sommet. Pour obtenir des selles de Morse au lieu de selles de multiplicité supérieure à 1 sans avoir à remailler la surface, nous proposons dans la section 8.3 une alternative qui s'appuie sur l'évolution des contours.

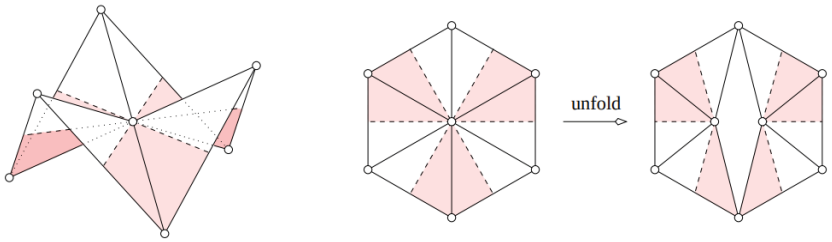


FIGURE 8.4. – A gauche : une selle de singe, les sommets dont la valeur de f est inférieure à celle du sommet central sont ombrés. A droite : la perturbation de la selle de singe en deux selles de Morse (image tirée de EDELSBRUNNER et HARER 2010).

8.2.2. Sommet critique avec frontière

Le calcul des sommets critiques a déjà été étendu à des surfaces ouvertes à l'aide de la théorie de Morse stratifiée introduite par GORESKY et MACPHERSON 1988 pour d'autres applications (NI, GARLAND et HART 2004). Nous n'entrons pas dans les détails de cette théorie dans ce manuscrit. Nous la simplifions en considérant que les sommets selles ne sont pas admis sur les frontières et nous donnons la définition suivante.

Définition 49 (Sommet critique sur une frontière) *Soit s un sommet sur la frontière d'une surface ouverte S, si $|Li^+(S,s,f)|+|Li^-(S,s,f)|=1$ alors s est un* sommet critique.

Ainsi la nature de chaque sommet s sur la frontière d'une surface ouverte est définie comme suit :

— si $|Li^+(S,s,f)|=1, |Li^-(S,s,f)|=0$, alors s est un *sommet minimal* (figure 8.5.1).
— si $|Li^+(S,s,f)|=0, |Li^-(S,s,f)|=1$, alors s est un *sommet maximal* (figure 8.5.2).
— sinon s est un *sommet régulier* (figure 8.5.3).

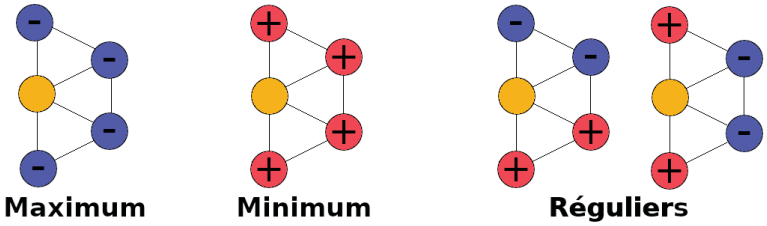


FIGURE 8.5. – Sommets réguliers et sommets critiques calculés sur la frontière d'une surface triangulée ouverte.

8.2.3. Plateaux

Le calcul de sommets critiques sur un plateau n'est pas évident, car en suivant la définition 48, chaque sommet d'un plateau est considéré comme un sommet régulier si les sommets plats sont ignorés. La figure 8.6 présente ce cas de figure. NI, GARLAND et HART 2004 proposent une solution inspirée de la théorie de l'indice de Conley. L'indice de Conley, introduit par MISCHAIKOW 1995, permet la classification d'une région critique d'un champ vectoriel en analysant les valeurs du champ le long de la frontière de la région. Visuellement, la région peut être simplifiée en un seul sommet comme dans la figure 8.6. C'est pour cette raison que nous avons adopté la structure *SommetContour* et que la procédure SOMMET_CRITIQUE prend un complexe simplicial s en entrée plutôt qu'un sommet unique.

Définition 50 (Plateau critique) *Soit P un plateau d'une surface, si $|Li^+(S,P,f)|=|Li^-(S,P,f)|>1$ ou $|Li^+(S,P,f)|\neq|Li^-(S,P,f)|$, alors P est un* plateau critique.

On retrouve la même classification que pour un sommet de la théorie de Morse (régulier, minimum, maximum et selle) sauf si le plateau est sur une frontière. Dans ce cas, le plateau peut être soit minimal, maximal ou régulier. Lorsque le plateau est une selle, la probabilité qu'elle soit dégénérée est importante puisque le voisinage considéré est plus grand que le voisinage d'un sommet.

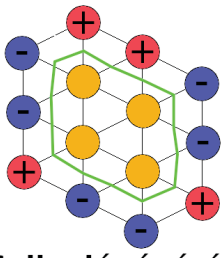


FIGURE 8.6. – Un ensemble de sommets plats peut être traité comme un seul sommet (contour vert). La contraction en un seul sommet révèle qu'il s'agit d'un plateau-selle dégénéré.

8.3. Évolution des contours

Comme présentée dans l'algorithme principal de la figure 8.1, l'évolution des contours discrets inférieurs est dépendante de l'indice du sommet de valeur maximale *Smax* du contour. Plusieurs procédures, détaillées dans cette section, sont définies pour capturer ces cas particuliers :

- la procédure INITIALISATION initialise tous les contours à partir des sommets maximales de la surface ;
- la procédure PROPAGATION renvoie le contour adjacent inférieur au contour donné en paramètre ;
- la procédure FUSION fusionne tous les contours qui possèdent le même sommet de valeur maximale que le contour donné en paramètre ;
- la procédure SEPARATION génère plusieurs contours en fonction des composantes connexes du contour donné en paramètre.

8.3.1. Initialisation des contours

La procédure INITIALISATION, présentée par l'organigramme de la figure 8.7, prend en entrée une surface S et une fonction f. Elle renvoie la liste *ListeContours* qui contient tous les contours adjacents aux sommets minimaux de la surface.

Les listes *ListeContours* et *ListeParcourus* sont d'abord initialisées à vide, puis pour tous les sommets s_i de la surface qui n'ont pas été déjà parcouru, la procédure PLATEAU est appelée. Cette procédure prend en entrée la surface S, la fonction f et le sommet scruté s_i. Elle renvoie le sous-complexe simplicial s' qui représente l'ensemble des sommets connexes qui possèdent la même valeur que $f(s)$. S'il n'existe pas d'autre sommet, le sous-complexe ne contiendra que si. Puis, tous les sommets du sous-complexe s' sont considérés comme parcourus pour ne pas avoir à considérer le même plateau plusieurs fois. La procédure SOMMET_CRITIQUE est ensuite appelée sur ce sous-complexe. Si l'indice est égal à 2, un nœud maximal est ajouté au graphe et le contour *Cmin* est initialisé avec s'. Le contour adjacent *Cadj* est calculé avec la

procédure PROPAGATION puis ajouté à la liste *ListeContours*.

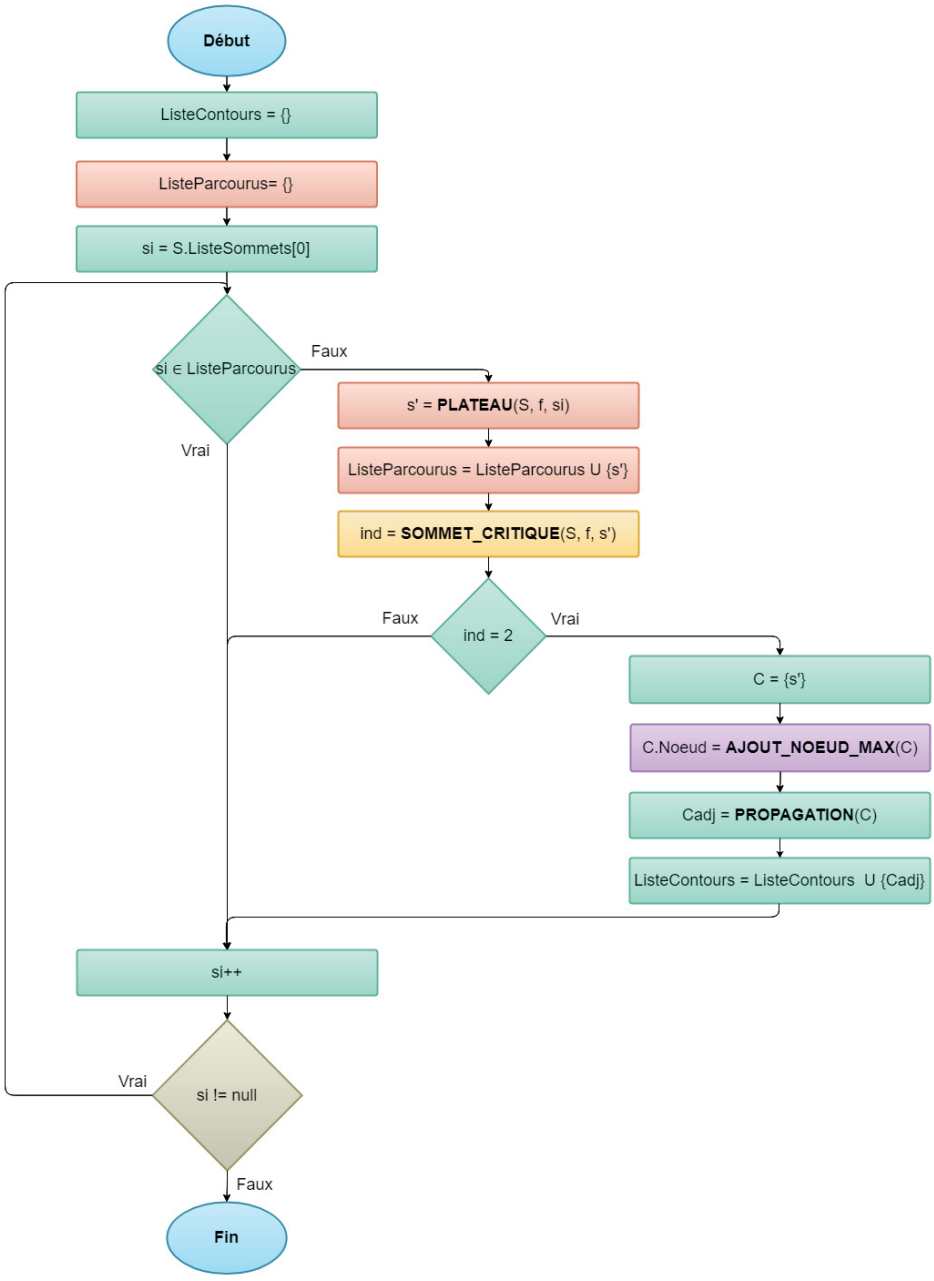


FIGURE 8.7. – Organigramme de la procédure INITIALISATION qui permet l'initialisation de la liste des contours à partir des sommets maximum de la surface S.

8.3.2. Propagation d'un contour

La procédure de propagation d'un contour PROPAGATION prend en entrée un contour C et renvoie son contour adjacent inférieur. Celui-ci est constitué des sommets de C plus les sommets du lien inférieur à son sommet de valeur f maximale $Smax$ et qui n'appartiennent pas déjà au contour. $Smax$ est ensuite supprimé du contour et l'adjacence entre les sommets du contour est mis à jour.

La figure 8.8 présente les étapes de l'évolution d'un contour vers son contour adjacent. L'image 8.8-a présente le contour initial avec $Smax$ le sommet maximal du contour. Le contour de l'image 8.8-b est constitué des sommets du lien inférieur à $Smax$ moins ceux présents dans le contour. Le contour de l'image 8.8-c est le contour adjacent au contour précédent.

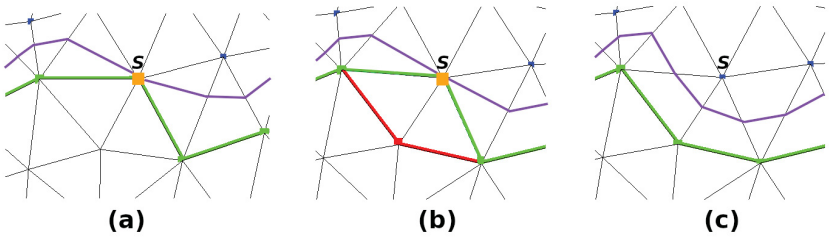


FIGURE 8.8. – Étapes de propagation d'un contour (en vert). **a.** Contour initial d'un sommet régulier S. **b.** Lien inférieur (en rouge) du sommet S moins les sommets du contours. **c.** Contour adjacent inférieur au contour initial.

La figure 8.9 présente différentes étapes de l'évolution d'un contour. L'image 8.9-a représente le contour formé par un sommet maximal pendant l'étape d'initialisation ; l'image 8.9-b présente le contour adjacent après l'appel de PROPAGATION dans INITIALISATION. Comme le contour précédent était constitué d'un unique sommet, son contour adjacent est le lien du sommet précédent. Le sommet orange, qui est le sommet maximal de ce nouveau contour, est un sommet régulier. L'image 8.9-c présente le contour adjacent au contour précédent après l'appel de PROPAGATION.

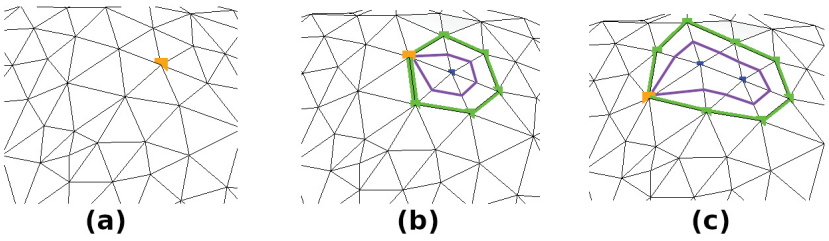


FIGURE 8.9. – Propagation d'un contour à partir d'un sommet maximal. **a.** Contour formé par un sommet maximal. **b.** Contour adjacent au contour **a**. **c.** Contour adjacent au contour **b**.

8.3.3. Fusion de contours

La procédure FUSION, présentée par l'organigramme de la figure 8.10, prend en entrée un contour *C* et la liste des contours *ListContours*. Elle renvoie le contour *Cfus* qui est soit la fusion de plusieurs contours soit *C* si aucun contour n'est fusionnable dans *ListContours*.

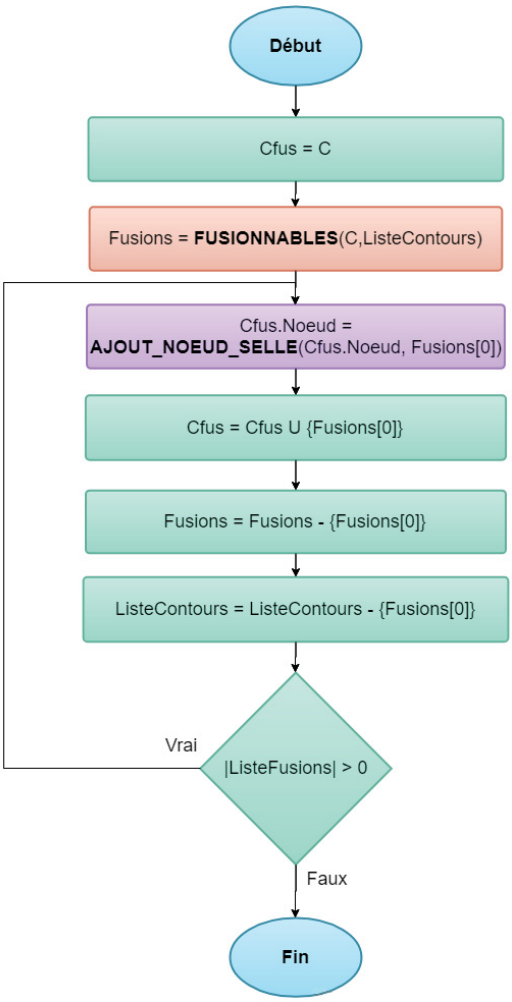


FIGURE 8.10. – Organigramme de la procédure FUSION qui fusionne tous les contours qui possèdent le même sommet de valeur maximale que le contour *C* donné en paramètre.

Le contour *Cfus* est d'abord initialisé avec *C* puis la procédure FUSIONNABLES est appelée. Cette procédure renvoie la liste *Fusions* qui contient tous les contours de *ListeContours* qui possèdent le même sommet (ou plateau) comme sommet maximal que *C*. Comme *ListeContours* est triée par ordre décroissant en fonction de la valeur du sommet maximal des contours, seuls les premiers contours de la liste sont explorés, ce qui permet d'optimiser le temps de recherche. Si aucun autre contour que *C* n'est fusionnable alors la liste *Fusions* est vide.

Tant que la liste *Fusions* n'est pas vide, un nœud-selle est ajouté au graphe puis connecté au nœud contenu dans *Cfus* et au nœud contenu dans le premier contour de la liste *Fusions*. Le nœud contenu dans *Cfus* est mis à jour et devient ce nœud-selle. L'ajout d'un nœud-selle à chaque opération de fusion de deux contours permet d'assurer l'obtention d'un graphe de Reeb qui ne possède que des selles de Morse. Le premier contour de la liste *Fusions* est ensuite fusionné avec *Cfus* puis supprimé de la liste.

La figure 8.11 présente le processus de fusion de deux contours. L'image 8.11-a présente un contour actif (en vert) et plusieurs contours inactifs (en rouge). Le sommet de valeur maximale (en orange) du contour actif est un sommet selle. L'image 8.11-b présente le contour complet après la fusion. Le contour rouge qui possédait le même sommet selle a été fusionné au contour actif. L'image 8.11-c présente le contour adjacent au contour de l'image b après l'appel de PROPAGATION.

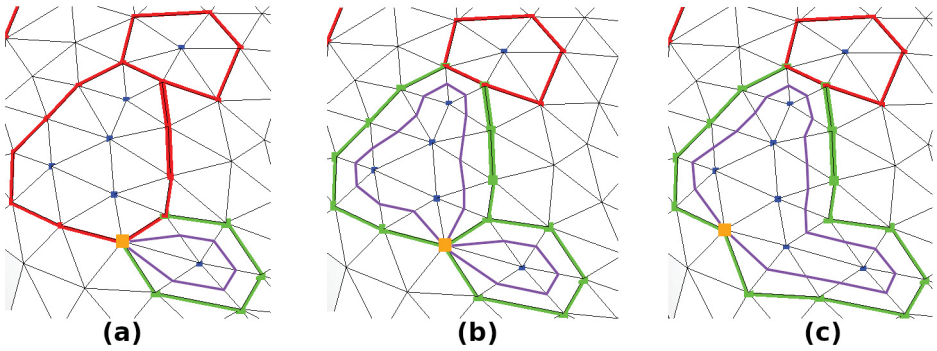


FIGURE 8.11. – **a.** Contour actif incomplet (vert) d'un sommet selle (orange). Les contours rouges représentent les contours inactifs dans *ListContours*. **b.** Fusion d'un contour rouge avec le contour actif. **c.** Contour adjacent inférieur au contour de **(b)** après une propagation. Les lignes violettes représentent le lignes de niveau du contour actif. Les sommets bleus sont les sommets déjà parcourus.

8.3.4. Séparation de contours

La procédure SEPARATION, présentée par l'organigramme de la figure 8.12.a, prend en entrée un contour C et renvoie *ListeNouvContours*, la liste des contours formés par les composantes connexes de C.

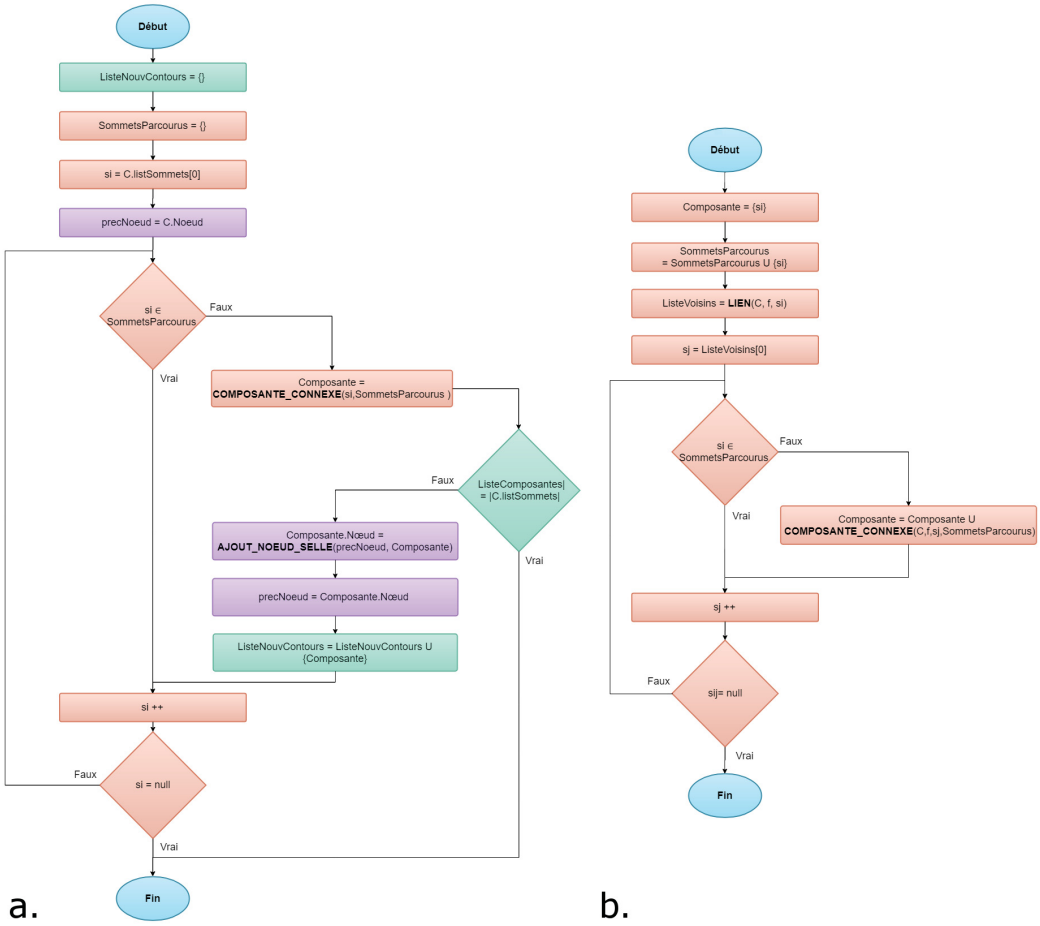


FIGURE 8.12. – **a.** Organigramme de la procédure SEPARATION qui fabrique une liste de nouveaux contours à partir des composantes connexes d'un contour C donné en paramètre. **b.** Organigramme de la procédure récursive COMPOSANTE_CONNEXE qui renvoie la composante connexe qui possède le sommet s d'un contour C.

La liste des nouveaux contours *ListeNouvContours* est d'abord initialisée à vide et une liste de *SommetContour* appelée *SommetsParcourus* est également initialisée à vide. Cette seconde liste contiendra les sommets du contour qui ont déjà été parcourus. Pour chaque *SommetContour* si du contour C qui n'appartiennent pas à la liste *SommetsParcourus*, la procédure COMPOSANTE_CONNEXE est appelée. Elle permet de récupérer la composante connexe du contour C qui contient si. Si le nombre de sommets de la composante connexe est identique à celui de C, alors il n'y a pas de séparation, C est ajouté à *ListeNouvContours* et l'algorithme se termine. Sinon, un contour est créé à partir de la composante et ajouté à *ListeNouvContours*. Un nœud-selle est également associé à ce contour. Comme pour la procédure FUSION, un nœud-selle est généré pour chaque composante connexe, ce qui permet d'avoir des selles de Morse sans avoir à effectuer de remaillage.

Dans la plupart des cas, un contour est homéomorphe à la ligne de niveau qu'il représente. Cependant à cause du principe de multiplicité des arêtes et des sommets, une composante connexe peut contenir plusieurs cycles comme dans la figure 8.13. C'est pourquoi, dans l'algorithme original, BRANDOLINI et PIASTRA 2012 ont proposé de parcourir la bande de contour plutôt que le contour pour identifier chaque composante. Leur algorithme nécessite donc de parcourir toutes les faces adjacentes au contour, ce qui est une tâche complexe algorithmiquement. Pour simplifier ce processus, nous proposons une procédure alternative COMPOSANTE_CONNEXE qui permet la détection des composantes connexes en parcourant uniquement le contour et qui prend en compte la multiplicité des arêtes et des sommets.

La procédure COMPOSANTE_CONNEXE, présentée par l'organigramme de la figure 8.12.b, est un algorithme de marche récursif sur le contour qui prend en entrée le contour C, un sommet s_i du contour et une liste de *SommetContour* déjà parcourus *SommetsParcourus*. C'est une procédure récursive qui renvoie la composante connexe à C qui contient s_i. La liste *Composante* est d'abord initialisée avec s_i et la liste *SommetsParcourus* est mise à jour. Puis la procédure COMPOSANTE_CONNEXE est appelée pour chaque voisin non parcouru s_j de s_i sur le contour. La liste retournée est ajoutée à *Composante*. Cette procédure permet de prendre en compte la multiplicité sans avoir à la calculer et de récupérer l'ensemble de la composante, quel que soit le nombre de cycles internes. Elle fonctionne également si le contour est collé à une frontière, contrairement à l'approche proposée dans l'algorithme initial.

La figure 8.13 présente le processus de séparation en deux contours. L'image 8.13-a présente un contour actif (en vert) d'un sommet selle (en jaune). Ce contour possède plusieurs arêtes multiples (entourées en rouge). L'image 8.11-b présente le contour après le processus de PROPAGATION. Le contour actif possède deux composantes connexes bien distinctes. L'image 8.11-c présente la séparation du contour en deux nouveaux contours après la détection des composante connexes. La présence d'arêtes multiples n'entraîne pas de problèmes dans la détection des composantes avec cet algorithme.

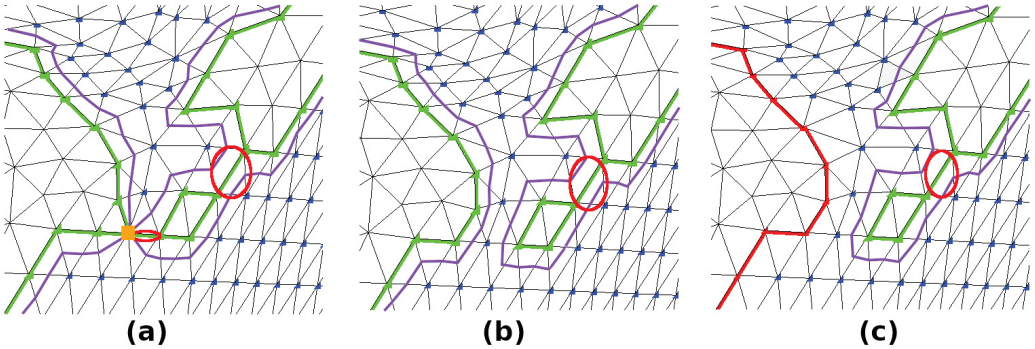


FIGURE 8.13. – **a.** Contour (vert) à partir d'un sommet selle (jaune) ; **b.** Contour adjacent complet au contour de **a**. **c.** Deux contours adjacents inférieurs au contour de **b**, un actif (en vert) et un inactif (en rouge). Les lignes violettes représentent les lignes de niveau du contour actif et les sommets bleus sont les sommets déjà parcourus. Les arêtes entourées en rouge sont des arêtes multiples.

8.4. Filtrage

La procédure FILTRAGE, présentée par l'organigramme de la figure 8.14, prend en entrée une valeur *seuil* et supprime les couples de (nœud-selle – nœud-minimal/maximal) dont le ratio d'aire des sommets dans l'arête est inférieur au seuil donné en paramètre.

La variable *nbNœudsInit* stocke le nombre de nœuds initiaux dans le graphe. Puis pour chaque nœud n_i du graphe, si n_i ne possède qu'un voisin alors ce voisin est stocké dans la variable n_j. Par construction, n_i est toujours un nœud-minimum ou maximum et n_j toujours un nœud-selle. La procédure CALCUL_AIRE est appelée pour calculer l'aire des sommets stockés dans les nœuds n_i, n_j et leur arête. L'aire est ensuite divisée par l'aire totale de la surface. L'utilisation du ratio de l'aire plutôt que du nombre de sommets permet d'avoir un opérateur de filtrage robuste au remaillage de la surface. Si le ratio est inférieur au seuil donné en paramètre, alors les nœuds n_i et n_j sont supprimés. Dans ce cas, les sommets sont transférés dans la nouvelle arête formée par les deux voisins non supprimées de n_j. Si un des nœuds adjacents au nœud-selle supprimé est un nœud-minimal ou un maximal, une étape de vérification supplémentaire est nécessaire. Si la valeur de f de ce nœud est toujours la valeur la plus grande (ou plus petite) par rapport aux valeurs des nouveaux sommets transférés, alors le nœud n'est pas mis jour. Sinon la valeur de f et la liste des sommets sont mis à jour. Ainsi le sommet critique considéré est toujours le plus grand ou le plus petit par rapport aux sommets contenus dans son arête. Cette boucle est répétée tant la valeur de *nbNœudsInit* est différente du nombre de nombre de nœuds final.

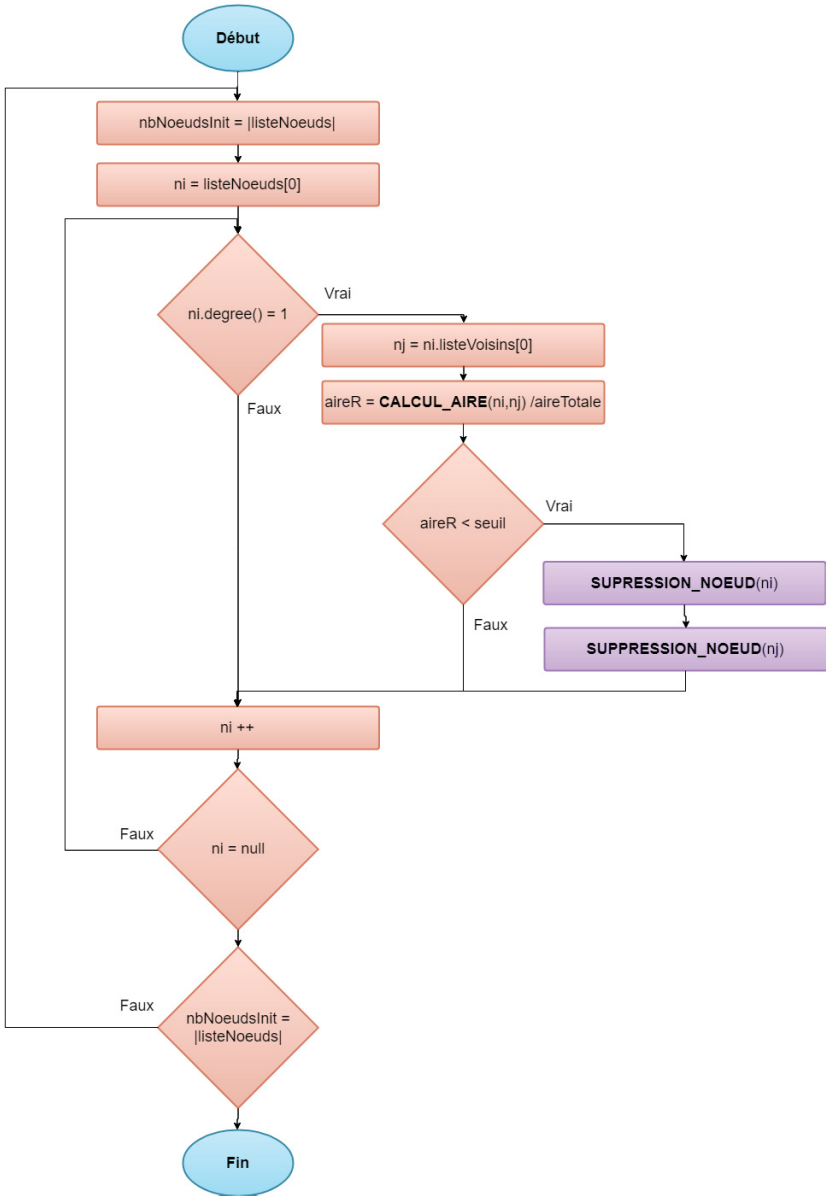


FIGURE 8.14. – Organigramme de la procédure FILTRAGE qui supprime les couples (nœud-selle – nœud-minimal/maximal) dont le ratio d'aire des sommets dans l'arête est inférieur au seuil donné en paramètre.

8.5. Complexité

La complexité algorithmique des approches de construction par contour discret dépend principalement de la structure qui encode les contours discrets. En effet, pour chaque sommet, l'algorithme doit exécuter un nombre constant d'opérations sur des contours, représentés comme une liste sommets qui possèdent des informations d'adjacences. Ainsi, TIERNY, VANDEBORRE et DAOUDI 2008 proposent un algorithme de complexité $\mathcal{O}(n^2)$, où n est le nombre de sommets de la surface. Dans leur approche, ils utilisent une liste triée pour représenter un contour discret. Chaque opération sur cette liste possède une complexité de $\mathcal{O}(\log(n))$, mais comme ils reconstruisent un contour discret pour chaque sommet la complexité globale reste de $\mathcal{O}(n^2)$. BRANDOLINI et PIASTRA 2012 utilisent un algorithme d'évolution des contours pour ne pas avoir à reconstruire les contours pour chaque sommet. Ils représentent l'ensemble des contours comme une table de hachage pour avoir des opérations d'insertion et de suppression en temps constant, mais les opérations de recherche peuvent être en temps linéaire. De plus, cette structure ne permet pas de prendre en compte les plateaux de la fonction. Avec cette structure, ils obtiennent une complexité de $\mathcal{O}(n\log(n))$. Dans notre approche, nous choisissons de traiter une liste triée de contours, chacun représenté comme une liste triée de sommets. Cette structure nous permet de diviser le temps de recherche/insertion et suppression par rapport à l'utilisation d'une unique liste pour tous les contours. Pour autant, bien que notre approche soit en moyenne plus rapide que celles proposées ci-dessus, dans le pire des cas un seul contour est utilisé pour l'ensemble de la surface donc la complexité de notre algorithme est également de $\mathcal{O}(n(\log(n)))$.

8.6. Résultat et discussion

Pour valider et vérifier l'efficacité de l'algorithme de construction du graphe de Reeb discret amélioré, nous proposons de tester plusieurs maillages qui possèdent des genres et des densités de sommets différents. Deux types de fonctions différents sont testés : une fonction de hauteur et une fonction de courbure. La fonction de hauteur, très utilisée dans la littérature, nous permet d'observer les graphes avec une représentation sous la forme d'un squelette et de valider le graphe de Reeb donc un contexte similaire aux autres algorithmes de construction de graphe de Reeb. Nous introduisons ensuite une fonction de courbure basée sur l'indice de forme qui permet la description géométrique locale nécessaire pour l'application sur la détection de malformation. Les mêmes maillages sont évalués avec chacune des fonctions.

Les résultats présentés ci-dessous sont obtenus à partir d'une implémentation en C++ de cet algorithme. La bibliothèque CGAL (https://www.cgal.org/) est utilisée pour les opérations de traitement des maillages et la bibliothèque Graphviz (https://graphviz.org/) pour l'export et la visualisation des graphes de Reeb. L'algorithme est exécuté sur un ordinateur portable Intel i7-6700@2.6 GHz équipé avec 8 Go de mémoire vive et une carte graphique Nvidia GeForce 960M.

8.6.1. Fonction de hauteur

La fonction de hauteur est particulièrement utilisée lorsque la pose des objets est connue ou que leur surface possède une orientation fixe (SHINAGAWA, KUNII et KERGOSIEN 1991 ; BIASOTTI, FALCIDIENO et SPAGNUOLO 2000 ; CARR, SNOEYINK et AXEN 2003). Les lignes de niveau d'une telle fonction correspondent à l'intersection entre le maillage et un plan normal au vecteur hauteur défini. C'est pourquoi ce type de fonctions n'est pas invariant à la rotation. Cependant, le graphe généré ressemble au squelette de la silhouette de l'objet et fournit une bonne représentation visuelle. Cette représentation est particulièrement utile pour vérifier les graphes de notre algorithme de construction et comparer les résultats avec différents seuils de filtration. Pour chaque modèle présenté ci-dessous, nous choisissons la meilleure des trois directions de hauteur qui correspondent aux axes cartésiens dans $\mathbb{R}^3$.

La figure 8.15.a présente une fonction de hauteur $f = z$ plaquée sur le modèle *a priori* de l'oreille interne utilisé dans la première partie. La figure 8.15.b donne la représentation sous forme de squelette du graphe de Reeb de l'oreille interne construit à partir de cette fonction. Les sommets critiques sont catégorisés par couleur : en rouge les sommets maximales, en bleu les sommets minimales et en vert les sommets selles. Les arcs entre chaque couple de nœuds correspondent aux relations d'adjacences et passent par le centre de masse des sommets contenus dans l'arête. La figure 8.15.c présente la représentation sous forme de graphe du graphe de Reeb. Les nœuds avec une connexité de 1 correspondent aux sommets critiques minimums ou maximums et ceux avec une connexité de 3 indiquent les sommets selles. Les couleurs de chaque nœud correspondent à la valeur de f du sommet critique. Nous utiliserons ces deux représentations pour la suite de cette section.

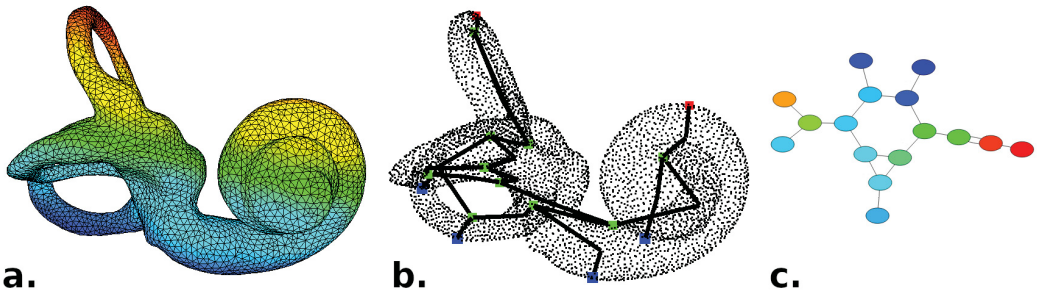


FIGURE 8.15. – **a.** Fonction de hauteur $f = z$ plaquée sur un modèle de l'oreille interne. **b.** Squelette du graphe de Reeb filtré avec un seuil de 0.1 **c.** Représentation sous forme de graphe.

Résultats

Le tableau 8.1 présente la description (densité et genre) des maillages utilisés pour la validation expérimentale de l'approche. Les temps de construction de leur graphe de Reeb discret amélioré sur une fonction de hauteur sont également indiqués. Les maillages Carte_hauteur1 et Carte_hauteur2 sont des surfaces ouvertes qui présentent un grand plateau et permettent d'évaluer notre approche sur ces deux points. Les maillages Vache, Bœuf et Homme (issus de la bibliothèque CGAL) et Armadillo (issu du dépôt de l'Université Stanford) présentent un genre nul et permettent d'évaluer l'opérateur de filtrage. Les maillages Double tore, 189_filigree (issus d'internet) et Oreille interne (présenté dans la première partie du manuscrit) possèdent un genre supérieur à zéro et permettent d'évaluer la conservation de la topologie de l'algorithme et de l'opérateur de filtrage.

Tableau 8.1. – Description des maillages et temps de construction du graphe de Reeb sur une fonction de hauteur

Nom	Genre	Nombre de sommets	Temps (s)
Carte_hauteur1	0	4000	0.9
Carte_hauteur2	0	4000	0.8
Vache	0	2904	0.5
Bœuf	0	6200	1.8
Homme	0	17495	9.7
Armadillo	0	26002	17.7
Double tore	2	3070	0.6
Oreille interne	3	5403	1.4
189_filigree	48	88417	58.1

Le tableau 8.2 présente le nombre de sommets critiques (*minimum* + *maximum* + *selle*) présents dans les graphes de Reeb obtenus à partir de différents seuils de filtration. Nous faisons évoluer la valeur du seuil de 0.1 à 5. Pour rappel, un seuil correspond au ratio d'aire minimum que doit posséder chaque couple (nœud-selle – nœud-maximal/minimal). Pour calculer ce ratio, l'aire de l'ensemble des sommets dans les nœuds et l'arête entre ces nœuds est divisée par l'aire totale de la surface.

Tableau 8.2. – Nombre de sommets critiques (minimal + maximal + selle) des graphes de Reeb pour différents seuil de filtrage.

Nom	Sans	0.1%	0.5%	1%	5%
Carte_hauteur1	1 + 7 + 6	1 + 3 + 2	1 + 2 + 1	1 + 2 + 1	1 + 1 + 0
Carte_hauteur2	1 + 4 + 3	1 + 1 + 0	1 + 1 + 0	1 + 1 + 0	1 + 1 + 0
Vache	17 + 11 + 26	11 + 7 + 16	8 + 4 + 10	7 + 4 + 9	3 + 1 + 2
Bœuf	41 + 18 + 57	12 + 8 + 18	6 + 4 + 8	5 + 2 + 5	2 + 2 + 2
Homme	68 + 44 + 110	14 + 5 + 17	4 + 1 + 3	4 + 1 + 3	4 + 1 + 3
Armadillo	84 + 71 + 153	8 + 13 + 19	3 + 7 + 8	3 + 5 + 6	2 + 2 + 2
Double tore	1 + 1 + 4	1 + 1 + 4	1 + 1 + 4	1 + 1 + 4	1 + 1 + 4
Oreille interne	5 + 3 + 12	4 + 3 + 11	4 + 2 + 10	4 + 2 + 10	2 + 1 + 7
189_filigree	106 + 102 + 306	10 + 12 + 120	5 + 8 + 111	2 + 2 + 102	0 + 0 + 98

Le tableau 8.3 présente le genre des graphes de Reeb de chaque maillage pour les différents seuils de filtration. Ces valeurs sont calculées d'abord en obtenant la caractéristique d'Euler des graphes : $\chi(G) = maximal - selle + minimum$. Puis le genre est calculé tel que présenté dans la section 5.4 : $G = 1 + \chi(G)/2$ t. Cette opération est réalisable uniquement car les graphes ne possèdent que des selles de Morse par construction. Pour les graphes de Reeb étendus, le genre doit être calculé de la même manière que pour les surfaces.

Tableau 8.3. – Genre des graphes de Reeb calculés à partir de leur caractéristique d'Euler.

Nom	Sans	0.1%	0.5%	1%	5%
Carte_hauteur1	0	0	0	0	0
Carte_hauteur2	0	0	0	0	0
Vache	0	0	0	0	0
Bœuf	0	0	0	0	0
Homme	0	0	0	0	0
Armadillo	0	0	0	0	0
Double tore	2	2	2	2	2
Oreille interne	3	3	3	3	3
189_filigree	48	48	48	48	48

Discussion

Dans le tableau 8.1, le temps de construction affiché dépend principalement du nombre de sommets des maillages. Les maillages de l'Oreille interne et du Bœuf, qui présentent une densité de sommets proche, mais un genre différent, nécessitent un temps relativement similaire pour construire le graphe de Reeb. Le genre de la surface n'influe donc pas sur le temps de construction.

La figure 8.16.a présente une carte de hauteur maillée sur une surface ouverte, sur laquelle est plaquée une fonction de hauteur $f = z$. Les figures 8.16.b et c illustrent les représentations 1-squelette et graphique du graphe de Reeb de cette surface. Le plateau en entier est ici considéré comme un unique sommet critique du graphe. Cela démontre l'applicabilité de cette approche de construction pour les surfaces ouvertes et celles qui contiennent des plateaux.

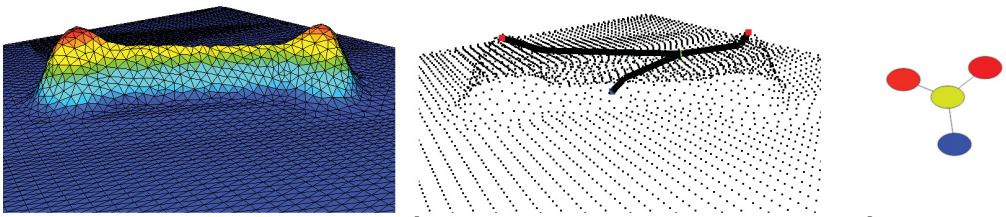


FIGURE 8.16. – **a.** Fonction de hauteur $f = z$ plaquée sur le modèle carte_hauteur1. **b.** Squelette du graphe de Reeb filtré avec un seuil de 0.5 **c.** Représentation sous forme de graphe.

Dans, le tableau 8.2, nous observons une diminution significative du nombre de nœuds critiques dans le graphe dès le premier seuil de filtration. Il permet en effet de supprimer tous les nœuds peu significatifs dans la représentation de la surface et assimilé à du bruit. Les seuils suivants s'apparentent à une simplification de la représentation de la surface. La figure 8.17 illustre ce point sur les modèles de l'Homme (en haut) et de l'Armadillo (en bas).

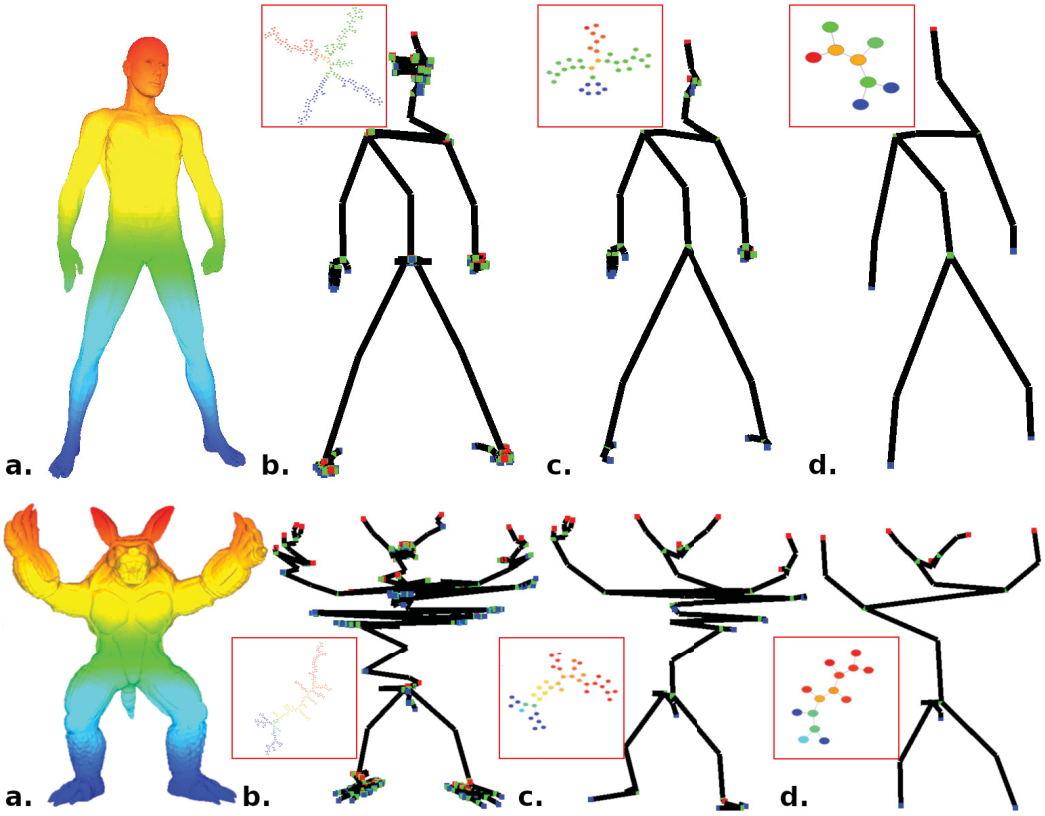


FIGURE 8.17. – En haut : modèle Homme; en bas : modèle Armadillo. **a.** Fonction de hauteur $f = y$. **b.** Squelette du graphe de Reeb correspondant et non filtré. **c.** Squelette du graphe de Reeb filtré avec un seuil de 0.1. **d.** Squelette du graphe de Reeb filtré avec un seuil de 1.

Les squelettes non filtrés de la figure 8.17.b présentent beaucoup de nœuds critiques aux extrémités (tête, mains, pieds) tandis que les squelettes filtrés avec un seuil de 0.1 (figure 8.17.c) gardent une représentation globale similaire sans la plupart de ces nœuds critiques. Ils conservent cependant les détails comme les doigts de la main et la longueur des pieds. Un seuil de filtrage plus fort de ces squelettes (figure 8.17.d) permet d'éliminer ces détails pour ne conserver qu'une représentation globale de la topologie.

Cet opérateur de filtrage peut être aisément comparé à l'utilisation de différentes tailles d'intervalles dans la construction du graphe de Reeb étendu présenté section 7.2.2. Les résultats amènent également à une simplification du graphe lorsque la taille augmente comme le montre la figure 7.8. Cependant, notre opérateur permet d'ajouter un contrôle géométrique de la filtration (le ratio d'aire de surface) ce qui permet de prendre en compte les larges étendues où les valeurs de f évoluent faiblement contrairement à leur approche. De plus, nous pouvons envisager de remplacer le calcul du ratio de l'aire par un autre contrôleur géométrique, par exemple la différence absolue entre les valeurs de f du couple de sommets critiques. Cette versatilité rend notre opérateur très adaptable en fonction de l'application souhaitée.

Le tableau 8.3 nous permet de vérifier que le graphe de Reeb construit soit conforme à la théorie de Morse. En effet, si sa valeur du genre calculé avec le nombre de sommets critiques est différente du genre de la surface dont il est issu, alors le graphe est non conforme et il a une rupture dans la description topologique de la surface. Nous évaluons cette valeur pour chaque seuil de filtrage afin de vérifier que le filtrage ne change pas la topologie du graphe. Les résultats sur tous les maillages indiquent que les graphes sont conformes et que le genre est bien conservé par le graphe de Reeb et ses filtrages. La figure 8.18.a présente une fonction de hauteur plaquée sur le modèle 189_filigree qui possède 48 trous. Les représentations sous forme de squelette (8.18.b) et sous forme de graphe (8.18.c) du graphe de Reeb filtré avec un seuil de 0.1 présentent également 48 boucles.

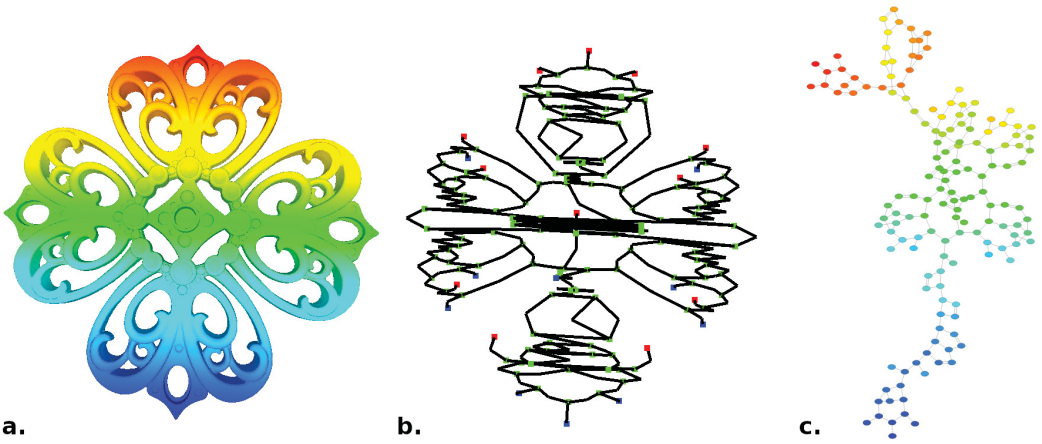


FIGURE 8.18. – **a.** Fonction de hauteur $f = y$ plaquée sur le modèle 189_filigree. **b.** Squelette du graphe de Reeb filtré avec un seuil de 0.1 **c.** Représentation sous forme de graphe.

8.6.2. Fonction de courbure

Les fonctions de courbure utilisent les mesures classiques de courbure de surface, telles que la courbure gaussienne K et la courbure moyenne H en un point d'une surface pour construire le graphe de Reeb. Cependant, ces courbures ne sont pas indépendantes à la mise à l'échelle, c'est-à-dire de la quantité de courbure locale et donc au remaillage. De plus, ces mesures ne sont pas très représentatives de la forme locale lorsqu'elles sont utilisées indépendamment. Prises comme une paire dans une carte *HK*, elles fournissent une représentation plus détaillée, mais ne sont pas suffisantes pour décrire des variations de forme subtiles. En effet, il existe de nombreuses variations de forme lorsque H et K sont négatifs, mais cette formulation de permet pas de toutes les discriminer et les range dans une seule catégorie. Cette représentation n'est de toute manière pas utilisable directement en tant que fonction pour la construction d'un graphe de Reeb.

KOENDERINK et VAN DOORN 1992 proposent deux mesures de la forme locale basées sur la courbure maximale k_1 et minimale k_2 : l'*intensité de courbure IC* définie par l'équation 8.1 et l'*indice de forme IF* défini par l'équation 8.2. L'intensité de courbure est un nombre réel positif qui spécifie la 'quantité' de courbure. Une intensité de courbure nulle indique une surface plane. IC est invariant à la rotation, mais n'est pas invariant à la mise à l'échelle. L'indice de forme est un nombre réel dans l'intervalle $[-1,+1]$, invariant à l'échelle et qui permet de discriminer localement la forme de la surface. Les bornes de l'indice de forme sont des types de formes caractéristiques : une forme convexe sphérique lorsque $S=-1$ et une forme concave sphérique lorsque $S=1$. Si $S=0$, la forme est soit hyperbolique parfaite, soit plate.

$$IC = \sqrt{\frac{k_1^2 + k_2^2}{2}} \tag{8.1}$$

$$IF = \frac{2}{\pi} \arctan \frac{k_2 + k_1}{k_2 - k_1} k_1 \geqslant k_2 \tag{8.2}$$

DORAI et JAIN 1997 proposent une formalisation différente de l'indice de forme. Cette nouvelle formule normalise l'échelle d'indice de forme de 0 à 1 ce qui simplifie son cadre d'utilisation en évitant des valeurs négatives. Ils présentent également une discrétisation intuitive de cette échelle afin de retrouver une classification proche de celle proposée par la carte *HK* avec une plus grande variété de formes couvertes. La figure 8.19 montre 9 types de surfaces avec les intervalles d'indice de forme qui permettent de les caractériser.

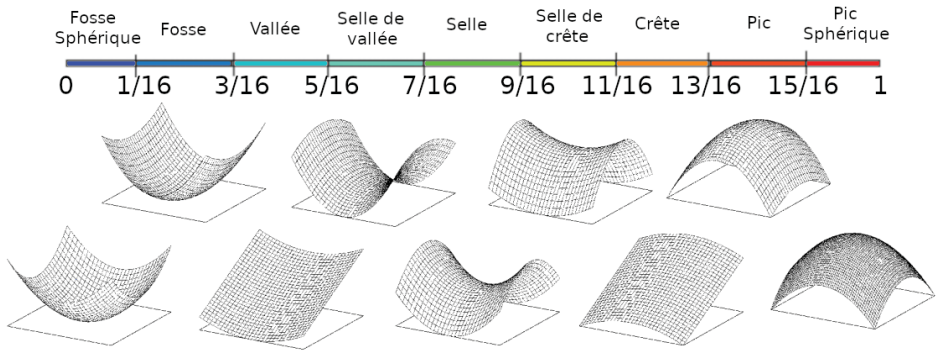


FIGURE 8.19. – Classification de 9 types de surfaces sur l'échelle de l'indice de forme de 0 à 1 (image adaptée de DORAI et JAIN 1997).

Puisque l'indice de courbure est une fonction scalaire, il est directement applicable pour la construction d'un graphe de Reeb. La figure 8.20.a présente le modèle *a priori* de l'oreille interne sur lequel sont plaquées les valeurs d'indice de forme calculées en chaque sommet. Puisque l'oreille interne est une structure d'apparence lisse, nous prenons un petit rayon de courbure comprenant le 2-voisinage des sommets pour estimer k_1 et k_2. Cela nous permet de conserver le plus de détails possibles sur la forme. Le code couleur utilisé est similaire à celui présenté pour classifier les types de formes dans la figure 8.19.La figure 8.20.b présente le graphe de Reeb filtré avec un seuil de 0.1 et construit avec cette fonction. Les boucles dans le graphe sont mises en évidence par des cercles rouges. Nous n'affichons pas de représentation 1-squelette des graphes de courbure puisque le nombre de nœuds critiques est beaucoup plus important et qu'ils n'ont pas de sens sémantique comme peuvent avoir les graphes de hauteur. Pour valider cette fonction, nous l'appliquons aux mêmes maillages que précédemment.

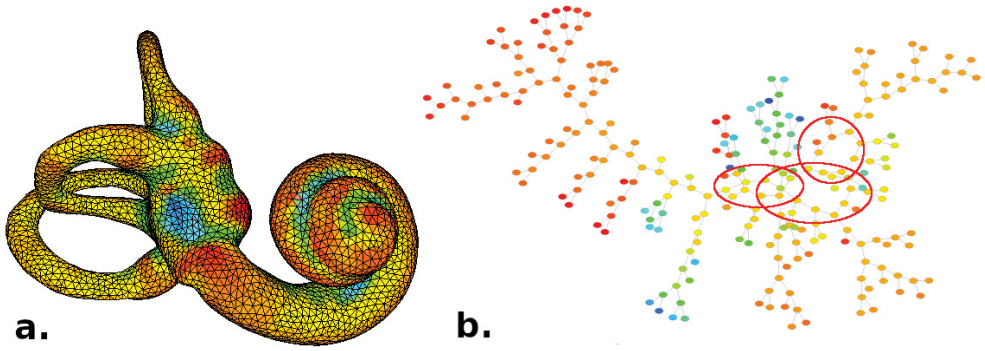


FIGURE 8.20. – **a.** Fonction de d'indice de forme plaquée sur le modèle de l'oreille interne. **b.** Représentation du graphe de Reeb correspondant et filtré avec un seuil de 0.1. Les boucles dans le graphe sont mises en évidence par des cercles rouges.

Résultats

Le tableau 8.4 présente les mêmes maillages que ceux utilisés pour la validation de la construction à partir d'une fonction de hauteur dans la sous-section précédente. Cependant, les temps affichés sont différents puisque ce sont les temps de construction des graphes de Reeb construits à partir de la fonction d'indice de forme.

Tableau 8.4. – Description des maillages et temps de construction du graphe de Reeb construit à partir une fonction d'indice de forme avant filtrage.

Nom	Genre	Densité de sommets	Temps(s)
Carte_hauteur1	0	4000	1.1
Carte_hauteur2	0	4000	1.2
Vache	0	2904	2.4
Bœuf	0	6200	8.5
Homme	0	17495	15.6
Armadillo	0	26002	28.2
Double tore	2	3070	1.6
Oreille interne	3	5403	4.8
189_filigree	48	88417	171.5

Le tableau 8.5 présente le nombre de sommets critiques (minimal + maximal + selle) présents dans les graphes de Reeb obtenus à partir de différents seuils de filtration. Nous faisons évoluer la valeur du seuil de 0.1 à 5.

Tableau 8.5. – Nombre de sommets critiques (minimal + maximal + selle) des graphes de Reeb pour différents seuils de filtrage.

Nom	Sans	0.1%	0.5%	1%	5%
Carte_hauteur1	60 + 34 + 92	17 + 10 + 25	7 + 4 + 9	4 + 4 + 6	2 + 2 + 2
Carte_hauteur2	61 + 37 + 96	10 + 9 + 17	7 + 5 + 10	4 + 3 + 5	1 + 2 + 1
Vache	224 + 208 + 430	67 + 94 + 159	18 + 35 + 51	13 + 18 + 29	2 + 4 + 4
Bœuf	614 + 574 + 1186	85 + 116 + 199	25 + 40 + 63	13 + 19 + 30	4 + 7 + 9
Homme	1030 + 1048 + 2076	77 + 145 + 220	17 + 40 + 55	13 + 29 + 40	4 + 4 + 6
Armadillo	1271 + 1224 + 2493	104 + 177 + 279	26 + 50 + 74	9 + 29 + 36	2 + 8 + 8
Double tore	34 + 27 + 67	25 + 22 + 53	9 + 8 + 23	4 + 7 + 17	0 + 2 + 8
Oreille interne	224 + 245 + 473	46 + 78 + 128	19 + 27 + 50	14 + 19 + 37	1 + 4 + 9
189_filigree	1644 + 1428 + 3170	129 + 113 + 340	103 + 88 + 289	60 + 47 + 205	15 + 11 + 124

Le tableau 8.6 présente le genre des graphes de Reeb de chaque maillage pour les différents seuils de filtration. Ces valeurs sont calculées de la même manière que pour le tableau 8.3.

Tableau 8.6. – Genre des graphes calculés à partir de leur caractéristique d'Euler.

Nom	Sans	0.1%	0.5%	1%	5%
Carte_hauteur1	0	0	0	0	0
Carte_hauteur2	0	0	0	0	0
Vache	0	0	0	0	0
Bœuf	0	0	0	0	0
Homme	0	0	0	0	0
Armadillo	0	0	0	0	0
Double tore	2	2	2	2	2
Oreille interne	3	3	3	3	3
189_filigree	48	48	48	48	48

Discussion

Dans le tableau 8.4, le temps de construction dépend majoritairement de la densité de sommets des maillages, comme pour la fonction de hauteur. Cependant, les temps de construction sont plus élevés que ceux obtenus avec la fonction de hauteur. Par exemple, le graphe de Reeb de l'oreille interne est construit en 1.4s avec une fonction de hauteur alors qu'avec une fonction de courbure, il faut 4.8s. Cela s'explique par la différence entre les nombres de sommets-selles des deux graphes. La comparaison des tableaux 8.2 et 8.5 indique que le nombre de sommets critiques est bien plus important qu'avec la fonction de hauteur. En effet, l'estimation de courbure donne souvent un résultat assez bruité qui se retrouve dans le calcul des sommets critiques. Or pour chaque sommet-selle, la détection des composantes connexes du contour prend un temps linéaire ce qui influence grandement le temps de calcul.

La figure 8.21.a présente le modèle Carte_hauteur2 sur lequel est plaqué une fonction d'indice de forme. Ce modèle est une surface ouverte qui possède un plateau. La figure 8.21.b représente le graphe de Reeb de cette surface filtré avec un seuil de 0.5. Comme pour la fonction de hauteur, le plateau est considéré comme un unique sommet critique du graphe. Par contre l'utilisation de la fonction d'indice de forme donne une représentation géométrique crédible de la surface de la montagne là où la fonction de hauteur donne un graphe avec uniquement 2 nœuds

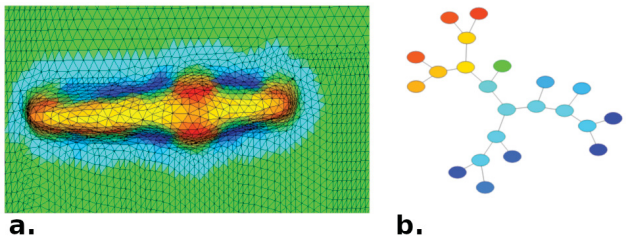


FIGURE 8.21. – **a.** Fonction d'indice de forme plaquée sur le modèle Carte_hauteur2. **b.** Représentation du graphe de Reeb correspondant et filtré avec un seuil de 0.5.

Dans le tableau 8.5, nous observons une diminution très importante du nombre de nœuds critiques dans le graphe dès le premier seuil de filtration. Par exemple pour l'oreille interne, environ 25% des nœuds critiques sont conservés après le filtrage avec un seuil de 0.1. Cette réduction très importante est expliquée par le caractère très bruité des fonctions de courbure. De plus, aucun filtrage de la fonction de courbure n'a été appliqué ici alors qu'il est courant de le faire dans la littérature (NI, GARLAND et HART 2004 ; C. H. LEE, VARSHNEY et JACOBS 2005 ; H. WANG, NORTHROP, BURGESS et al. 2006). L'opérateur de filtrage permet donc de filtrer ce bruit sans avoir recours à du prétraitement supplémentaire. Comme pour la fonction de hauteur, les seuils suivants s'apparentent à une simplification de la représentation de la surface. La figure 8.22 illustre ce point sur le modèle de l'oreille interne. Les images b,c,d et e représentent les graphes de Reeb avec un filtrage de 0.1, 0.5, 1 et 5 respectivement. Nous observons une très forte diminution du nombre de détails encodés par le graphe. Cependant, comme pour la fonction de hauteur, le nombre de boucles dans les graphes (entourées en rouge) est conservé pour les différents seuils.

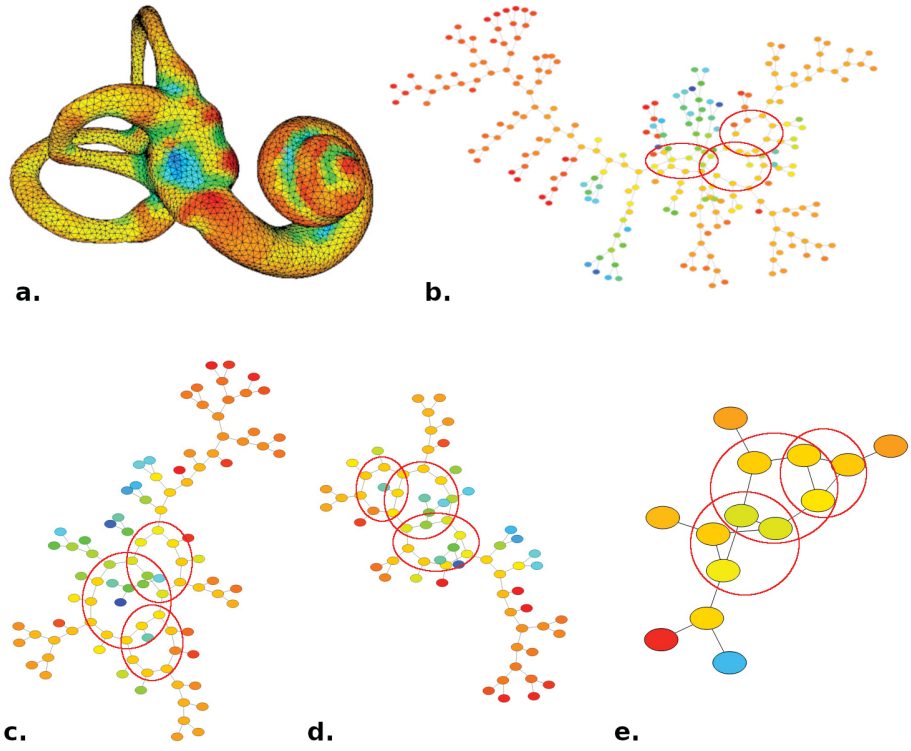


FIGURE 8.22. – **a.** Fonction de d'indice de forme plaquée sur le modèle de l'oreille interne. **b.** Graphe de Reeb correspondant et filtré avec un seuil de 0.1. **c.** Graphe de Reeb filtré avec un seuil de 0.5. **d.** Graphe de Reeb filtré avec un seuil de 1. **e.** Graphe de Reeb filtré avec un seuil de 5. Les boucles dans le graphe sont mis en évidence par des cercles rouges.

Le tableau 8.6 nous permet de vérifier que les graphes de Reeb construits et filtrés restent conformes à la théorie de Morse. Les résultats indiquent que le genre des surfaces est correctement conservé dans les graphes générés à partir de la fonction d'indice de forme. L'utilisation de cette fonction et d'un seuil de filtrage adapté pour construire le graphe de Reeb permet d'obtenir un descripteur de forme 3D capable de décrire localement la géométrie de la surface tout en possédant une connaissance de la géométrie globale et de la topologie de la surface. La figure 8.23.a présente le modèle de l'Armadillo sur lequel est plaquée la fonction d'indice de forme et la figure 8.23.b présente son graphe de Reeb filtré avec un seuil de 0.5. Comparé à la fonction de hauteur, le pouvoir descriptif de la géométrie locale de ce graphe est bien plus intéressant. Cependant, il est difficile de percevoir une description sémantique et de comprendre quelle partie du graphe correspond à quel zone du maillage. Or pour détecter localement des déformations, il faudrait pouvoir obtenir cette description sémantique du graphe. Dans le prochain chapitre, nous proposons une application de ce descripteur pour répondre à cette problématique.

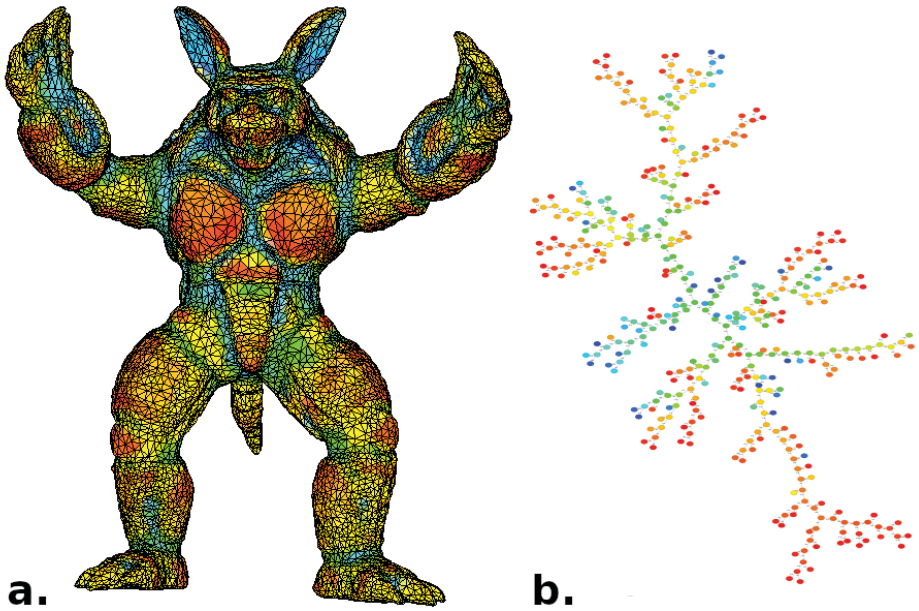


FIGURE 8.23. – **a.** Fonction d'indice de forme plaquée sur le modèle Armadillo. **b.** Représentation du graphe de Reeb correspondant et filtré avec un seuil de 0.5.

9. Application à la détection de déformations locales

Dans ce chapitre, nous proposons d'appliquer le graphe de Reeb d'indice de forme, présenté dans le chapitre précédent, pour détecter les déformations locales de régions caractéristiques entre deux surfaces différentes. Ce descripteur permet une description géométrique détaillée de la forme tout en prenant en compte sa topologie. Cependant, il ne permet pas une description sémantique directe de la surface, ce qui rend difficile la localisation des endroits à comparer. Pour intégrer cette description sémantique et permettre la comparaison de régions spécifiques de la surface, nous proposons l'approche présentée par la figure 9.1 et découpée en trois temps :

— dans un premier temps, les graphes de Reeb des deux surfaces à comparer sont construits à partir d'une fonction d'indice de forme puis filtrés avec un seuil adapté ;
— dans un second temps, les graphes sont découpés en k partitions chacun. Le paramètre k est déterminé par l'opérateur pour assurer un nombre de partitions identique pour chaque graphe ;
— dans un troisième temps, les sous-graphes qui correspondent à chaque partition de la première surface sont mis en correspondance avec les sous-graphes de la seconde surface.

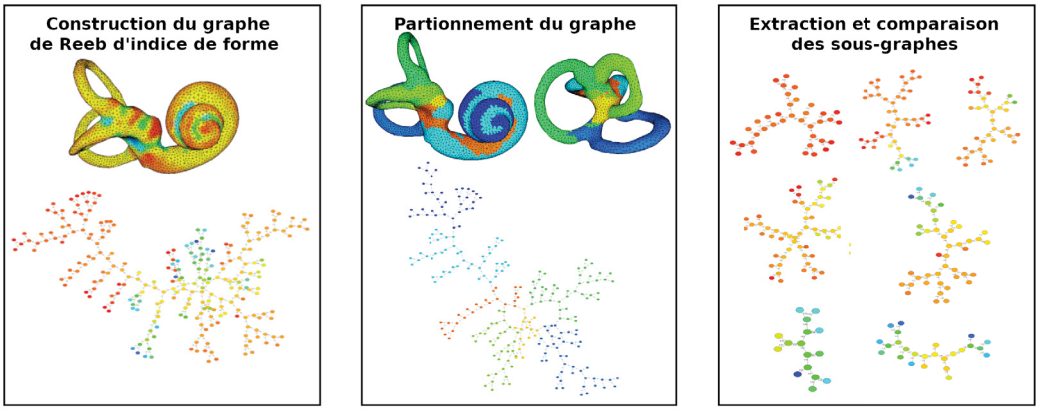


FIGURE 9.1. – Étapes successives de l'approche d'extraction de régions caractéristiques d'une surface à un partir d'un graphe de Reeb d'indice de forme pour la comparaison avec une autre surface.

Ce chapitre est décomposé en trois sections :
— la première section présente une approche de partitionnement du graphe de Reeb qui s'appuie sur les informations topologiques de la surface. Elle permet de découper le graphe en un nombre défini de partitions afin d'obtenir l'assurance que ce nombre soit identique pour les deux surfaces à comparer ;
— la seconde section présente une approche de comparaison des sous-graphes correspondant à chaque partition et qui prend en compte les propriétés géométriques de chaque surface ;
— la dernière section contient les résultats de cette approche appliquée à la reconnaissance de déformations entre les canaux semi-circulaires des oreilles de deux groupes de sujets : un groupe asymptomatique et un group scoliotique.

9.1. Partitionnement du graphe de Reeb

Le partitionnement de graphe consiste à diviser un graphe en plusieurs parties, appelées *sous-graphes*, de manière à ce que chaque partie respecte une contrainte d'équilibre. Avoir une densité d'arêtes similaire dans chaque partition est une contrainte d'équilibre courante dans les différents algorithmes de partitionnement de graphe. Les poids contenus dans les noeuds et les arêtes peuvent également être utilisés pour définir cette contrainte.

Le problème du partitionnement d'un graphe en k partitions de tailles égales est un problème NP-complet (HYAFIL et RIVEST 1973), c'est pourquoi il existe de nombreux algorithmes qui permettent d'approximer ces partitions en utilisant des heuristiques de calcul plus ou moins importantes. BULUÇ, MEYERHENKE, SAFRO et al. 2016 proposent une classification récente de ces algorithmes. Ils les classent en trois groupes :
— les algorithmes optimaux permettent d'estimer une partition optimale des graphes. La plupart de ces méthodes proposent une bi-partition, tandis que d'autres algorithmes proposent des méthodes d'optimisation combinatoire sophistiquées qui trouvent des solutions exactes pour de petites instances. Cependant, ces méthodes ne peuvent résoudre que des partitions sur de très petits graphes et prennent un temps d'exécution considérable ;
— les algorithmes avec heuristique permettent d'améliorer les approches précédentes en utilisant un certain nombre d'heuristiques. Certains algorithmes proposent l'utilisation d'heuristiques simples mais rapides pour déplacer des nœuds d'une partition à une autre alors que d'autres proposent des méthodes globales, par exemple, en utilisant des calculs de flux, de chemin le plus court ou une analyse spectrale du graphe ;

— les algorithmes multi-niveaux décomposent le problème de partitionnement en contractant successivement le graphe à l'aide d'un algorithme de partitionnement avec heuristiques. Ces algorithmes sont particulièrement efficaces pour les très grands graphes. Cependant, ils ne permettent pas de choisir le nombre de partitions finales.

Pour extraire les régions caractéristiques de la surface à comparer, nous proposons d'utiliser une approche de partitionnement spectrale. C'est une classe d'algorithmes issue de l'algèbre linéaire qui propose une implémentation simple et qui converge rapidement vers une solution pour des graphes de tailles raisonnables (VON LUXBURG 2007). Ces algorithmes sont largement utilisés dans les domaines de l'apprentissage machine, de la vision par ordinateur et de l'analyse de données. Ils permettent également de choisir le nombre de partitions à obtenir, ce qui est important pour la comparaison de surfaces. Enfin, la qualité des partitions dépend principalement de la cohérence structurelle des données et donc du poids accordé aux arêtes du graphe. Dans un premier temps, nous proposons de pondérer les arêtes du graphe de Reeb de manière à ce qu'elles encodent les informations topologiques de la surface. Puis nous appliquons un algorithme de partitionnement spectral sur ce graphe pondéré.

9.1.1. Pondération des arêtes

L'intuition du partitionnement est de séparer les noeuds dans différents groupes en fonction de leurs similitudes et de manière à ce que chaque groupe respecte une contrainte d'équilibre. Pour des données sous la forme d'un graphe de similarité, ce problème peut être reformulé comme suit : nous voulons trouver une partition du graphe telle que les arêtes entre les différents groupes ont un poids très faible (ce qui signifie que les noeuds contenus dans des partitions différentes sont dissemblables entre eux) et les arêtes d'un groupe ont un poids élevé (ce qui signifie que les points d'un même groupe sont similaires).

Afin d'obtenir une partition qui décrit sémantiquement la surface, nous proposons de n'utiliser que les informations topologiques du graphe de Reeb. Pour cela, nous définissons trois types de noeuds en fonction de leur sens topologique :

— les noeuds *super-selles* : ce sont les noeuds qui ne possèdent que des noeuds selles (d'une connexité de 3) dans leur voisinage. Ces noeuds sont mis en évidence en vert dans la figure 9.2.
— les noeuds *cycles* : ce sont les noeuds qui forment les cycles élémentaires du graphe. Un cycle élémentaire est un cycle qui ne contient pas d'autres cycles. Ces noeuds sont mis en évidence en bleu dans la figure 9.2. Les contours rouges représentent les cycles élémentaires du graphe.
— les noeuds *inter-cycles* : ce sont les noeuds situés au début et à la fin d'une intersection entre deux cycles élémentaires du graphe de Reeb. Ces noeuds sont mis en évidence en rouge dans la figure 9.2.

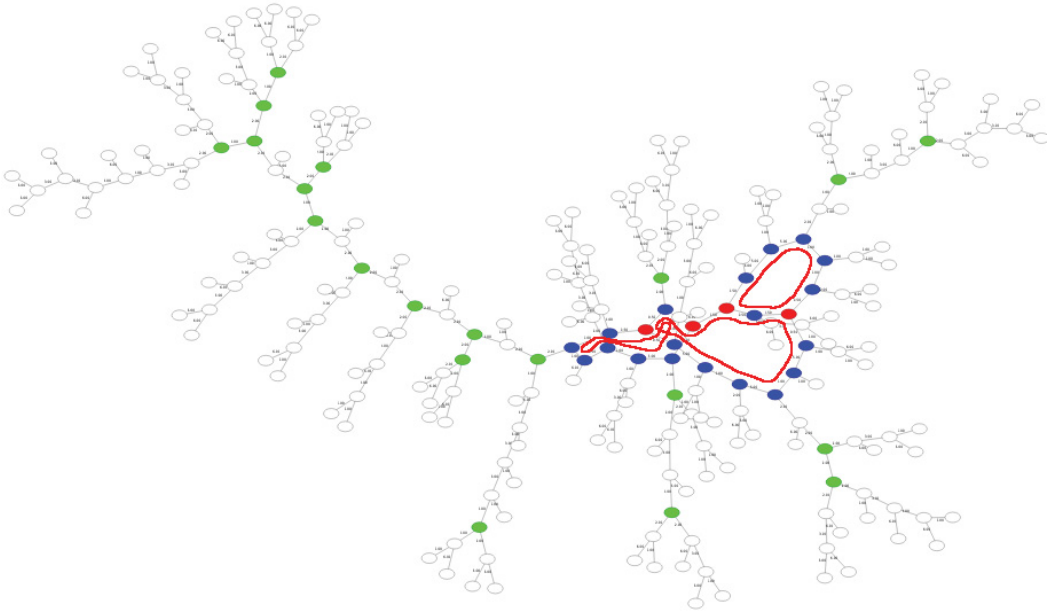


FIGURE 9.2. – Mis en évidence des noeuds d'importance topologique dans le graphe de Reeb du modèle *a priori* de l'oreille interne. En vert, les noeuds *super-selles*. En bleu, les noeuds *cycles*. En rouge, les noeuds *inter-cycles*. Les cycles élémentaires du graphe sont représentés par des contours rouges.

Le poids de chaque arête W_a est fixé avec une valeur C constante puis, il est augmenté ou décrémenté en fonction du type d'un des noeuds adjacents à l'arête :

— si un des noeuds adjacents est *super-selle*, alors $W_a = C - \alpha$.
— si un des noeuds adjacents est *inter-cycles*, alors $W_a = C - \beta$ avec $\beta < \alpha$.
— si un des noeuds adjacents est *cycles*, alors $W_a = C + \gamma$.

Pour la réalisation du partitionnement, nous avons choisi les valeurs $C = 4$, $\alpha = 2$, $\beta = 3$ et $\gamma = 1$. Ainsi, cette distribution de poids permet de définir les arêtes adjacentes aux noeuds *super-selles* et *inter-cycles* comme les arêtes de coupure privilégiées entre les partitions. Un poids très faible est donné aux arêtes *inter-cycles* pour guider fortement l'algorithme de partitionnement et assurer l'extraction de régions tubulaires comme les canaux semi-circulaires. Au contraire, un poids plus élevé est donné aux arêtes dans les cycles pour accentuer cette différence et prendre en compte la totalité de la région tubulaire. Pour les régions de formes plus classiques, la partition sera guidée par les noeuds *super-selles* qui représentent souvent les jonctions entre deux sous-structures du graphe comme montré sur la figure 9.2.

9.1.2. Partitionnement spectral

A présent que les poids sont calculés sur chaque arête, un algorithme de partitionnement spectral peut être exécuté pour obtenir le nombre k de partitions désiré du graphe. En s'appuyant sur VON LUXBURG 2007, le partitionnement spectral se décompose en trois étapes successives.

Tout d'abord, les matrices d'adjacence A et de degré D sont construites à partir du graphe pondéré $G = (N, P)$ où N est l'ensemble des noeuds du graphe et P l'ensemble des poids des arêtes. A est une matrice symétrique qui représente l'adjacence entre les noeuds i et j du graphe. A_{ij} indique la mesure de similarité entre les noeuds, c'est-à-dire le poids de l'arête. D est une matrice diagonale qui contient le degré pondéré de chaque noeud du graphe. La matrice de Laplace du graphe L est ensuite définie comme suit : $L = D - A$.

La seconde étape est le calcul des k premiers vecteurs propres de la matrice de Laplace. Puisque le graphe n'est pas hautement connecté et contient peu de cycles, la matrice est creuse. Il existe de nombreux algorithmes (SMITH, J. M. BOYLE, GARBOW et al. 2013) qui permettent un calcul efficace des vecteurs propres d'une telle matrice. Nous utilisons le *solver* implémenté dans la librairie Eigen (GUENNEBAUD, JACOB et al. 2010) pour calculer les vecteurs propres.

Le partitionnement des données est finalement exécuté sur la matrice des vecteurs propres. Cette étape consiste à considérer chaque ligne de la matrice comme un objet en k-dimensions et d'y appliquer un algorithme de partitionnement non-supervisé. Comme la plupart des méthodes de la littérature (DHILLON, GUAN et KULIS 2004), nous utilisons l'algorithme des K-moyennes pour obtenir le partitionnement final.

Cette méthode permet de générer k partitions sur le graphe de Reeb en prenant en compte les informations topologiques données par celui-ci. Les partitions représentent ainsi des régions caractéristiques de la surface. En considérant chaque partition du graphe comme un sous-graphe, ces régions peuvent être comparées entre elles ou avec d'autres régions extraites sur une surface différente en utilisant des approches de comparaison de graphes.

9.2. Comparaison des sous-graphes

La comparaison de graphes est une tâche récurrente pour beaucoup d'applications d'analyse de données et d'apprentissage automatique. Il existe de nombreux algorithmes qui permettent la comparaison via une mesure de distance ou de similarité entre une paire de graphe. WILLS et MEYER 2020 proposent une classification de ces distances en deux groupes :

— les mesures de distances qui comparent des graphes de tailles similaires. Les classes notables d'algorithmes dans ce groupes sont : la distance spectrale (WILSON et P. ZHU 2008) qui étudie la différence entre les valeurs propres des matrices de Laplace des graphes ; la distance de matrice (MONNIG et MEYER 2018) qui propose d'appareiller les noeuds en fonction de leur similarité ; et la distance basée sur des caractéristiques du graphe (AKOGLU, TONG et KOUTRA 2015) comme la densité d'arêtes ;

— les mesures de distances qui comparent des graphes de tailles différentes. Ces algorithmes partent du constat que deux graphes, représentés comme des espaces métriques, sont équivalents s'il existe un isomorphisme entre les deux. Les notions de distances entre des espaces métriques (GROMOV 2007) sont alors adaptées pour le calcul de distance entre deux graphes. Cependant, deux graphes similaires ne sont pas nécessairement identiques et présumer de l'existence d'une relation qui permet de retrouver tous les sommets et tous les arcs est généralement très compliqué. Par conséquent, des techniques de comparaison de graphes à tolérance d'erreurs ont été proposées. La distance d'édition de graphe et ses variantes est la principale distance utilisée pour la comparaison de graphes de tailles différentes (X. GAO, XIAO, TAO et al. 2010) .

Pour notre application, nous sommes amenés à comparer des graphes de tailles différentes, nous proposons donc d'utiliser la distance d'édition de graphe comme mesure de comparaison pour appareiller les régions, représentées par des sous-graphes, de deux surfaces différentes. Elle permet également de mesurer la différence de similarité entre les régions appareillés.

9.2.1. Distance d'édition de graphe

Étant donné deux graphes étiquetés G et H, la distance d'édition de graphe DEG est définie comme le coût minimal d'éditions qu'il faut réaliser pour passer d'un graphe à un autre. Elle s'écrit $DEG(G,H) := \min_{Ch \in \psi(G,H)} c(Ch)$ où ψ est l'ensemble de tous les chemins d'édition entre G et H, et $c(Ch)$ désigne le coût d'un chemin d'édition Ch. Un chemin d'édition est une séquence d'opérations d'édition qui transforme G en H. Il existe six opérations d'édition :

— l'insertion d'un noeud isolé de G dans H ;
— la suppression d'un noeud isolé dans G ;
— la substitution de l'étiquette d'un noeud de G par celle d'un noeud de H ;
— l'insertion d'une arête de G dans H ;
— la suppression d'une arête dans G ;
— la substitution de l'étiquette d'une arête de G par celle d'une arête de H.

Chaque opération d'édition est accompagnée d'un coût d'édition non négatif défini à partir de l'étiquette du nœud ou de l'arête édités. Le coût d'un chemin d'édition est défini comme la somme des coûts de ses opérations d'édition. Il s'agit donc d'utiliser des coûts d'éditions adaptés à la signification des étiquettes du graphe pour obtenir une correspondance cohérente entre les graphes.

Calculer la distance exacte d'édition de graphe est un problème NP-Complet (ZENG, A. K. TUNG, Jianyong WANG et al. 2009) et de nombreux algorithmes ont vu le jour pour la calculer de manière exacte ou approximative. Étant donné la nature du problème, les algorithmes proposés ne permettent pas une évaluation théorique et sont seulement validés empiriquement pour des problèmes spécifiques. Une bibliothèque C++ 'GEDLIB' (BLUMENTHAL, BOUGLEUX, GAMPER et al. 2019) permet de recenser une partie de ces algorithmes et de définir des coûts d'édition personnalisés pour calculer cette distance. Pour notre application, nous utilisons cette bibliothèque et l'algorithme proposé par BLUMENTHAL et GAMPER 2017.

9.2.2. Coûts d'édition adaptés à la comparaison de graphe de Reeb

Pour utiliser la distance d'édition de graphe entre des partitions de graphes de Reeb, il nous faut définir un ensemble de coûts d'édition pertinents qui permet la mesure de similarité entre les régions que les sous-graphes définissent. Pour représenter la géométrie locale des régions des surfaces, les coûts d'édition sont calculés à partir de la valeur d'indice de courbure contenue dans chaque noeud et sur le ratio d'aire de la surface encodé dans chaque arête. Nous définissons donc les coûts suivants :

— le coût de l'insertion d'un noeud isolé de G dans H est de 1. Ajouter la valeur d'indice de forme du noeud de G n'a pas de sens car le coût serait faible si l'indice de forme correspond à une fosse et fort s'il correspond à un pic. Une valeur constante permet cependant de décôter les graphes dont la taille est très différente entre eux ;

— le coût de la suppression d'un noeud isolé dans G est également mis à 1 pour les mêmes raisons que l'insertion d'un noeud ;

— le coût de la substitution de l'indice de courbure d'un noeud de G par celui d'un noeud de H est calculé par la valeur absolue de la différence entre les indices de forme. Ainsi le coût de remplacer une forme 'fosse' par une forme 'pic' sera plus élevé que de remplacer deux formes proches ;

— le coût de l'insertion d'une arête de G dans H est défini par la valeur du poids de l'arête de G. Plus le ratio d'aire de l'arête ajoutée est important, plus les graphes sont différents ;

— le coût de la suppression d'une arête dans G est également défini par la valeur du ratio d'aire de l'arête supprimée. Ainsi la suppression d'une caractéristique étendue de la surface est plus fortement pénalisé ;

— le coût de la substitution de l'étiquette d'une arête de G par celle d'une arête de H est calculé par la valeur absolue de la différence entre les ratios contenus dans les arêtes. Ainsi le coût de remplacer une caractéristique étendue par une plus petite sera plus élevé que si elles ont une taille similaire.

9.3. Résultats et discussion

Pour tester cette application, nous utilisons la base de données de modèles d'oreilles internes reconstruits dans la première partie. Sur les vingts sujets disponibles, dix présentent une scoliose et les dix autres sont asymptomatiques. Les résultats présentés ci-dessous ne permettent pas de prouver l'hypothèse proposée dans la section 1.2.2 selon laquelle des malformations locales sur les canaux semi-circulaires pourraient être la cause d'une déformation de la colonne vertébrale mais servent plutôt d'illustration concernant l'intérêt d'un partitionnement du graphe de Reeb d'indice de forme pour l'extraction de surfaces tubulaires complexes. Nous présentons ces résultats en deux parties :

— la première partie présente une évaluation qualitative de l'approche de partitionnement sur deux modèles reconstruits d'oreilles internes ainsi que sur le modèle de l'Armadillo exploité dans le chapitre précédent ;
— la seconde partie présente d'abord une analyse qualitative de la comparaison des sous-graphes extraits des modèles d'oreilles internes et de leur appariement. Cette analyse est centrée sur les sous-graphes correspondant aux canaux semi-circulaires des deux modèles d'oreille interne utilisés dans la première partie. Finalement, nous appliquons la comparaison des sous-graphes des canaux semi-circulaires sur la base de données d'oreilles internes pour évaluer la différence moyenne entre le groupe de sujets asymptomatiques et le groupe scoliotique.

9.3.1. Partitionnement

La figure 9.3 présente le résultat de l'approche de partitionnement du graphe de Reeb d'indice de forme sur des modèles reconstruits d'oreilles internes gauche (a.) et droite (b.). Les graphes de Reeb ont été filtrés avec un seuil de 0.1 puis partitionnés en dix sous-graphes étiquetés avec une couleur différente. Les sommets présents dans les noeuds et les arêtes de chaque partition permettent de colorer chaque région sur le maillage. Nous pouvons tirer trois observations de cette figure :

— les graphes de Reeb d'indice de forme présentent une structure similaire entre les deux modèles de l'oreille ce qui indique une bonne robustesse du descripteur aux transformations affines ;
— les canaux semi-circulaires sont correctement partitionnés pour les deux structures ce qui tend à valider l'intérêt de l'approche de partitionnement pour l'extraction de régions de forme tubulaire ;
— la cochlée et le vestibule présentent également un partitionnement similaire pour les deux oreilles, ce qui indique que l'approche de partitionnement pourrait être généralisée pour tout type de forme.

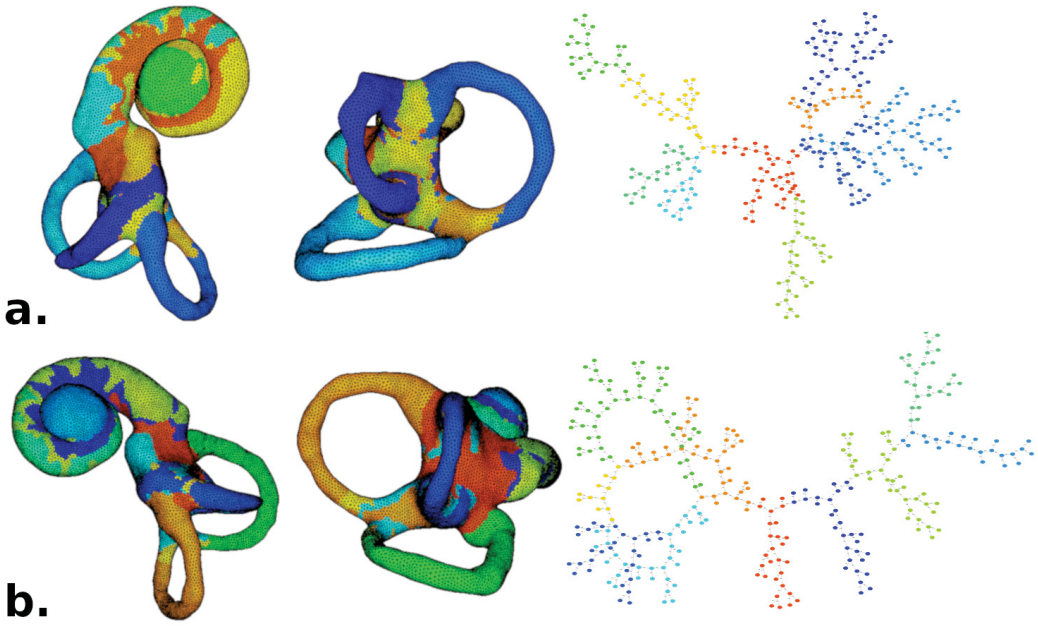


FIGURE 9.3. – **a.** Modèle reconstruit d'une oreille interne gauche et son graphe de Reeb partitionné **b.** Modèle reconstruit d'une oreille interne droite et son graphe de Reeb partitionné. Dix partitions sont obtenues pour les deux modèles. Les couleurs de chaque partition sont plaquées sur le modèle correspondant pour visualiser la région représentée.

La figure 9.4 présente le résultat de l'approche de partitionnement du graphe de Reeb d'indice de forme sur le modèle de l'Armadillo présenté par la figure 8.23. Le graphe est également filtré avec un seuil de 0.1 puis partionné en sept sous-graphes étiquetés avec une couleur différente. Ces couleurs sont plaquées sur le modèle de l'Armadillo. Nous pouvons observer que le graphe partitionné permet de retrouver une description sémantique du maillage qui n'était pas observable directement sur le graphe de Reeb d'indice de forme :

— les partitions jaune et turquoise représentent les bras ;
— les partitions bleu foncé et cyan représentent les jambes ;
— la partition orange représente la carapace ;
— la partition verte représente le corps ;
— la partition bleu représente la tête.

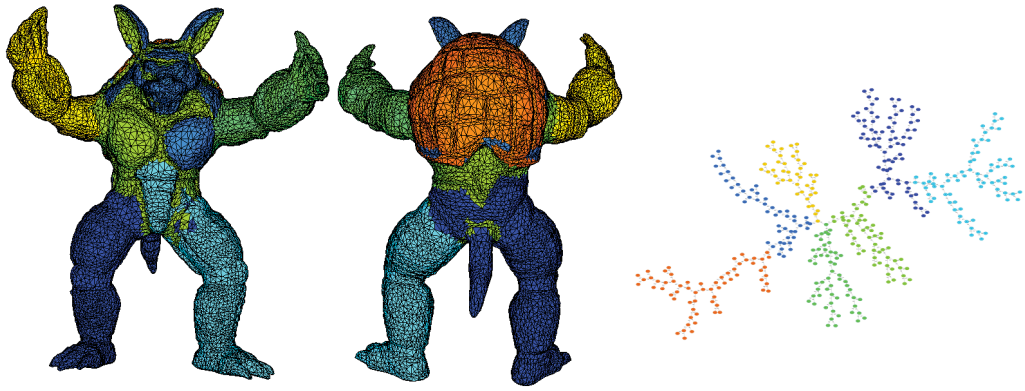


FIGURE 9.4. – Modèle de l'Armadillo et son graphe de Reeb partitionné en sept partitions. Les couleurs de chaque partition sont plaquées sur le maillage pour visualiser la région représentée.

Les résultats présentés ci-dessus sont prometteurs, ils indiquent que le partitionnement d'un graphe de Reeb d'indice de forme permet d'obtenir une représentation sémantique de la forme et que les sous-graphes extraits peuvent être utilisés pour comparer des régions caractéristiques extraites d'autres surfaces. Dans nos tests, nous proposons d'utiliser uniquement des informations topologiques pour calculer ces partitions. Elles permettent d'extraire efficacement les régions tubulaires de la surface, cependant les caractéristiques géométriques, comme l'aire des sommets contenus dans les arêtes du graphe, ne sont pas prises en compte. C'est pourquoi, les régions avec peu de variations de formes, mais qui présentent une large surface vont être systématiquement intégrées à d'autres partitions. L'intégration de ces informations dans le poids des arêtes pourra permettre un partitionnement plus fin de la surface.

Les figures présentées ci-dessus présentent des maillages qui possèdent chacun un ensemble de régions colorées. Ce résultat pourrait être assimilé à une méthode de segmentation de maillage, cependant les régions colorées plaquées sur le maillage présentent plusieurs composantes connexes. Par exemple, le pectoral gauche du modèle de l'Armadillo (Fig. 9.4) appartient à la même région colorée que le visage du modèle. Pourtant, ces deux régions sont disjointes. Une amélioration du processus de partitionnement permettrait d'améliorer ce résultat en intégrant le sous-graphe du pectoral dans la bonne partition. D'autres composantes connexes, comme les régions bleues sur la carapace de l'Armadillo, sont visibles. Ces composantes sont une conséquence du processus d'assignation des sommets dans les arêtes pendant la construction du graphe de Reeb puisqu'il n'y a aucun contrôle de la connexité entre les sommets ajoutés.

9.3.2. Comparaison

Le tableau 9.1 présente les distances d'édition de graphe pour l'appariement des sous-graphes (SG1.1 - SG1.10) du modèle de l'oreille interne gauche (Fig. 9.3.a) et des sous-graphes (SG2.1 - SG2.10) du modèle de l'oreille interne droite (Fig. 9.3.b). Pour chaque case, une valeur faible indique une plus grande similarité entre les graphes qu'une valeur élevée. Une fois la matrice de similarité entre les graphes calculée, l'algorithme de Kuhn-Munkres (BOURGEOIS et LASSALLE 1971) est exécuté afin de trouver le couplage parfait entre les sous-graphes des surfaces. Les cases colorées en rouge représentent l'appariement final donné par cet algorithme pour ces surfaces.

Tableau 9.1. – Distance d'édition de graphe calculée entre les sous-graphes (SG1.1 - SG1.10) de l'oreille interne gauche (Fig. 9.3.a) et les sous-graphes (SG2.1 - SG2.10) de l'oreille interne droite (Fig. 9.3.b)

	SG1.1	**SG1.2**	**SG1.3**	**SG1.4**	**SG1.5**	**SG1.6**	**SG1.7**	**SG1.8**	**SG1.9**	**SG1.10**
SG2.1	70	61	102	51	54	55	39	55	41	47
SG2.2	57	48	80	40	86	32	65	24	43	66
SG2.3	62	56	95	28	74	15	72	36	37	79
SG2.4	62	53	81	52	47	48	52	38	43	49
SG2.5	59	53	50	29	54	17	71	33	38	74
SG2.6	69	63	65	98	54	91	106	78	97	89
SG2.7	50	42	59	53	53	43	86	34	62	76
SG2.8	85	69	109	21	50	39	63	54	26	77
SG2.9	42	44	62	73	70	70	77	58	72	59
SG2.10	100	80	122	62	63	70	31	74	50	56

La figure 9.5.a présente le couple de sous-graphes appareillés (SG1.1 - SG2.9) correspondant au canal semi-circulaire antérieur des deux modèles d'oreille, la figure 9.5.b présente le couple de sous-graphes appareillés (SG1.2 - SG2.7) correspondant au canal semi-circulaire latéral et la figure 9.5.c présente le couple de sous-graphes appareillés (SG1.3 - SG2.5) correspondant au canal semi-circulaire postérieur. Nous pouvons remarquer que les graphes des canaux semi-circulaires sont très similaires entre eux. D'ailleurs le tableau 9.1 indique des valeurs proches entre les sous-graphes qui représente ces autres canaux comparativement aux sous-graphes des autres régions de l'oreille interne.

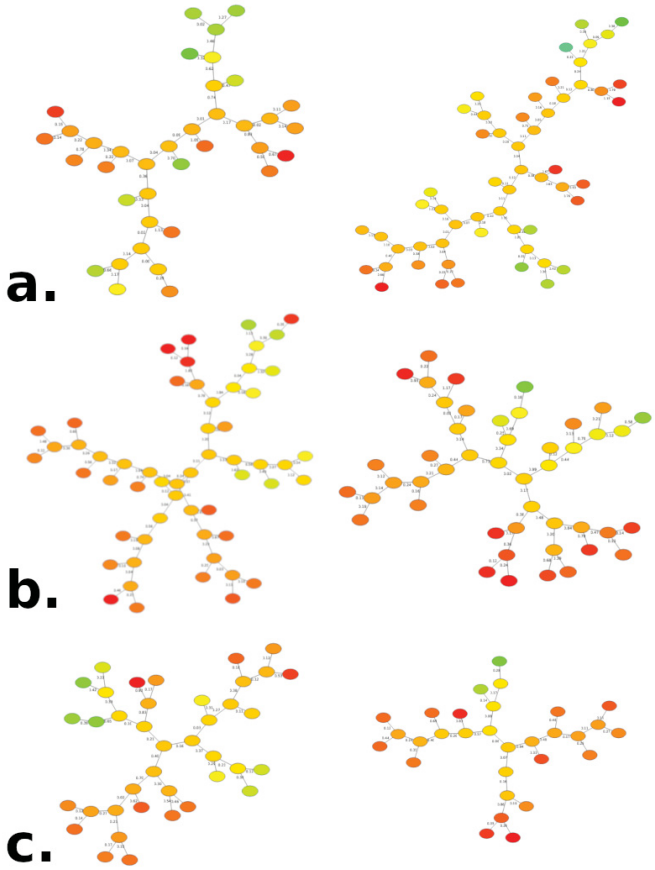


FIGURE 9.5. – **a.** Sous-graphes du canal semi-circulaire antérieur de l'oreille gauche (à gauche) et droite (droite). **b.** Sous-graphes du canal semi-circulaire latéral de l'oreille gauche (à gauche) et droite (droite). **c.** Sous-graphes du canal semi-circulaire postérieur de l'oreille gauche (à gauche) et droite (droite).

À présent, nous appliquons la comparaison des sous-graphes des canaux semi-circulaires sur la base de données d'oreilles internes. Les modèles des oreilles droite et gauche sont utilisés, portant la taille des échantillons à vingt par groupe de sujets. Cette évaluation a pour but de comparer la distance moyenne d'édition des graphes des canaux semi-circulaires calculée entre le groupe de sujets asymptomatiques et le groupe scoliotique avec les distances moyennes calculées dans chaque groupe. Pour chaque modèle, un graphe de Reeb d'indice de forme est construit et filtré avec un seuil de 0.1. Ce graphe est ensuite étiqueté en dix partitions avec l'approche de partitionnement spectral. Les sous-graphes des trois canaux semi-circulaires sont identifiés automatiquement à l'aide d'un échantillon des sous-graphes des canaux étiqueté préalablement.

Le tableau 9.2 présente pour chaque canal l'écart-type et la moyenne de la distance d'édition des graphes dans le groupe asymptomatique, dans le groupe scoliotique et entre les deux groupes. Nous observons des moyennes plus petites lorsque les distances entre les graphes sont calculées au sein d'un même groupe par rapport aux moyennes calculées entre les graphes des deux groupes. Ce résultat semble indiquer une différence notable entre les surfaces des canaux semi-circulaires des deux groupes. Cependant, les écarts-types calculés sont très importants, ce qui peut indiquer :

— soit un mauvais partitionnement ou un partitionnement partiel des régions qui représentent les canaux semi-circulaires ;
— soit un mauvais appariement entre certains sous-graphes ;
— soit une variabilité naturelle des déformations de la surface des canaux.

Tableau 9.2. – Moyennes et écarts-types des distances d'édition entre les sous-graphes représentant les canaux semi-circulaires pour le groupe asymptomatique, le groupe scoliotique et entre les groupes.

Structure	Groupe asymptomatique	Groupe scoliotique	Inter-groupes
Canal semi-circulaire latéral	41±10	39±11	47±8
Canal semi-circulaire antérieur	51±11	53±10	57±9
Canal semi-circulaire postérieur	55±9	54±8	57±10

Les résultats présentés ci-dessus sont prometteurs ; ils indiquent la pertinence de l'utilisation d'un graphe de Reeb d'indice de forme pour la comparaison de régions caractéristiques entre deux surfaces. En effet, les sous-graphes des canaux semi-circulaires extraits de plusieurs surfaces différentes ont pu être correctement appareillés et la valeur de similarité donnée par la distance d'édition de graphe permet une estimation de la différence entre les régions. Cependant, les résultats de notre étude préliminaire sur l'échantillon de vingt sujets présente des écarts-types élevés malgré une différence notable. Ils ne permettent pas de conclure avec certitude à une différence entre les deux groupes et demandent des investigations supplémentaires pour diminuer les écarts-types :

— la localisation exacte des déformations devrait être connue pour identifier les déformations normales et les déformations anormales ;
— l'approche de partitionnement pourrait intégrer des informations géométriques pour obtenir des partitions plus représentatives de la surface ;
— une amélioration des coûts d'édition du calcul de la distance entre deux graphes pourrait permettre une meilleure estimation de la similarité entre les régions.

Conclusion de la seconde partie

Dans cette seconde partie, nous avons présenté une approche générique d'analyse et de comparaison des surfaces. Elle est constituée de deux phases :

— la première phase consiste à élaborer un descripteur de forme 3D adapté à la description topologique et géométrique de la surface ;
— la seconde phase consiste à partitionner le descripteur en plusieurs sous-descripteurs qui représentent des régions caractéristiques de la surface et à comparer ces sous- descripteurs avec ceux calculés sur une seconde surface.

Pour décrire la surface, nous proposons l'utilisation d'un graphe de Reeb avec une fonction de courbure. Ce descripteur de forme 3D permet une représentation topologique de la surface tout en considérant des informations géométriques. Nous proposons la construction d'un graphe de Reeb discret amélioré qui reprend et enrichit l'algorithme de construction d'un graphe de Reeb discret. Les améliorations suivantes sont à noter :

— la structure qui encode les contours est adaptée pour prendre en compte les régions plates de la fonction donnée en paramètre ;
— l'évaluation des sommets critiques du graphe de Reeb est adaptée à sa construction sur des surfaces ouvertes ;
— le graphe de Reeb construit ne présente pas de noeuds-selles dégénérés contrairement aux algorithmes proposés dans la littérature ;
— un opérateur de filtrage basé sur une propriété géométrique de la surface permet de supprimer l'ensemble des couples (noeud-selle – noeud-minimal/maximal) qui ne respectent une condition minimale donnée en paramètre. La propriété évaluée peut être modifiée en fonction de l'application choisie ;
— plusieurs optimisations algorithmiques sont intégrées pour diminuer le temps de construction du graphe.

L'algorithme de construction du graphe de Reeb discret amélioré et l'opérateur de filtrage sont ensuite testés avec une fonction de hauteur et une fonction de courbure. Les résultats indiquent que la construction et le filtrage conservent les propriétés topologiques de la forme, notamment le genre de la surface, quelle que soit la fonction utilisée. L'utilisation d'une fonction d'indice de forme comme fonction de courbure dans l'élaboration du graphe de Reeb est, à notre connaissance, complètement originale. Cette fonction permet d'obtenir un descripteur invariant aux translations, rotation, mise à l'échelle et aux opérations de remaillage, ce qui n'est pas le cas des autres fonctions de courbure. De plus, elle permet une description détaillée des formes (pic, crête, selle, vallée, fosse...) locales de la surface.

Le graphe de Reeb d'indice de forme permet une description géométrique détaillée de la forme tout en prenant en compte sa topologie. Cependant, il ne permet pas une description sémantique directe de la surface, ce qui rend difficile la localisation des endroits à comparer. Nous proposons donc dans une seconde phase de partitionner le graphe et de comparer les sous-graphes :

— une approche de partitionnement spectrale est utilisée pour découper le graphe en un nombre défini de partitions et obtenir l'assurance que ce nombre est identique pour les deux surfaces à comparer. Une pondération originale du graphe permet de mettre l'accent sur ses propriétés topologiques, comme les intersections entre les cycles ou les noeuds *super-selles*, afin de définir des zones de coupure privilégiées entre les partitions. Une évaluation qualitative du partitionnement sur deux modèles reconstruits d'oreilles internes ainsi que sur le modèle de l'Armadillo confirme l'intérêt de cette approche pour l'extraction de régions caractéristiques d'une surface, notamment les régions tubulaires ;

— la distance d'édition de graphe est utilisée pour comparer et appareiller les sous-graphes entre les surfaces. Elle permet de mesurer la différence de similarité entre deux graphes en calculant le coût minimal d'édition qu'il faut faire pour passer d'un graphe à un autre. Un ensemble original de coûts d'édition adaptés à la comparaison de graphe de Reeb d'indice de forme est proposé. Une analyse qualitative confirme la mise en correspondance de régions similaires sur deux surfaces.

Finalement, nous appliquons l'ensemble de l'approche sur la base de données de modèles d'oreilles internes reconstruits dans la première partie pour évaluer la différence de similarité entre les surfaces des canaux semi-circulaires de deux groupes : un groupe de sujets asymptomatiques et un groupe de sujets atteints de scoliose. Les résultats indiquent une différence de similarité, cependant les écarts-types mesurés sont très importants ce qui ne permet pas de conclure avec certitude que cette différence est significative.

Pour conclure, nous avons proposé une amélioration de l'algorithme de construction d'un graphe de Reeb discret pour tout type de surfaces et un nouvel opérateur de filtrage adaptable qui permet de supprimer les noeuds critiques qui ne respectent pas un critère géométrique défini. Nous avons également proposé l'utilisation d'une fonction d'indice de forme comme fonction de courbure dans l'élaboration du graphe de Reeb, ce qui permet d'obtenir un descripteur 3D de forme invariant et robuste, puis démontré que le partitionnement de ce graphe permet d'extraire des régions caractéristiques de la surface. Les régions tubulaires, considérées comme difficiles à extraire, peuvent être ainsi obtenues. Nous avons également proposé une manière de comparer deux graphes de Reeb d'indice de forme. Enfin, cette approche est appliquée dans un cadre clinique.

Dans le cadre de travaux futurs, nous proposons plusieurs points d'amélioration de cette approche :

— l'opérateur de filtrage du graphe de Reeb discret pourrait permettre de générer un graphe de Reeb discret multirésolution et d'étendre ainsi son potentiel applicatif ;
— la méthode de partitionnement pourrait intégrer des informations géométriques comme le ratio d'aire contenu dans les arêtes pour obtenir des partitions plus représentatives de la surface ;
— une amélioration des coûts d'édition du calcul de la distance entre deux graphes pourrait permettre une meilleure estimation de la similarité entre les régions ;
— une méthode de localisation des différences entre les graphes pourrait permettre la localisation exacte des déformations afin d'identifier les déformations normales et les déformations anormales.

Cette approche peut également être appliquée à d'autres problématiques plus générales :

— la méthode de partitionnement du graphe de Reeb d'indice de forme pourrait servir de base à une méthode de segmentation de maillage. Il faudrait cependant régler le problème des composantes connexes des segments en améliorant le processus d'assignation des sommets dans les arêtes pendant la construction du graphe de Reeb ;
— la comparaison des sous-graphes d'un maillage pourrait servir de base à une méthode générale de classification de maillages en exploitant leur représentation sémantique ;
— la comparaison des sous-graphes d'un maillage pourrait également servir de base à une méthode de détection de sous-formes similaires et répétitives sur une surface, par exemple la détection de cratères sur des modèles d'astéroïdes (dans le domaine de la planétologie).

Conclusion

Ces travaux de thèse ont répondu à deux objectifs. Le premier était le développement d'une approche de modélisation 3D des structures osseuses de l'oreille présentes dans l'os temporal et tirant parti d'images CBCT à haute résolution. Le second objectif était de proposer une approche générique de description de forme 3D pour l'analyse et la comparaison des modèles géométriques. Cette approche a ensuite été appliquée pour la détection de déformations sur les canaux semi-circulaires des oreilles internes modélisées.

Contributions

Dans la première partie, une méthode de reconstruction semi-automatique pour la modélisation des structures de l'oreille interne, du marteau et de l'enclume à partir d'acquisitions CBCT *in vivo* a été présentée. La modélisation séparée des structures de la chaîne ossiculaire ainsi que le choix d'utiliser des acquisitions CBCT sont des originalités majeures dans ce travail. L'efficacité et la précision de la méthode ont été démontrées dans le cadre d'une étude de validation complète prenant en compte la robustesse inter et intra-opérateur et l'influence des paramètres. Les résultats ont surpassé l'état de l'art pour les modalités proposant des résolutions d'images similaires tout en ne nécessitant pas de données d'entraînement.

Dans la seconde partie, une approche générique d'analyse et de comparaison des surfaces a été présentée. Cette approche s'appuie sur la construction d'un graphe de Reeb à partir d'une fonction d'indice de forme pour représenter les informations géométriques et topologiques de la surface. Plusieurs améliorations de l'algorithme de construction du graphe par contours discrets ainsi qu'un nouvel opérateur de filtrage ont été introduits. L'utilisation de la fonction d'indice de forme comme fonction de courbure dans l'élaboration du graphe de Reeb est également une originalité de l'approche. Elle permet d'obtenir un descripteur de forme 3D invariant aux transformations et robuste au remaillage. Le partitionnement du graphe en fonction de ses propriétés topologiques permet l'extraction de régions complexes de la surface, comme les régions tubulaires et offre une description sémantique du maillage. Enfin, la distance d'édition de graphe a été adaptée à la comparaison de graphes de Reeb d'indice de forme. Cette approche a été appliquée dans un contexte clinique pour la détection de malformations sur les canaux semi-circulaire et des résultats préliminaires ont été obtenus.

Limitations

Le principal défaut de l'approche de reconstruction des structures de l'oreille est qu'elle ne prend pas en compte les changements topologiques. Or dans le cas d'une absence d'un canal semi-circulaire, la topologie du modèle final est profondément modifiée. Ensuite, à cause de la résolution des acquisitions, l'étrier n'a pas pu être validé. Bien que reconstruit et personnalisé, ce modèle ne peut pas être utilisé pour des études morphologiques ou pour la détection de malformations.

Dans la seconde partie, les validations proposées pour les différentes étapes de l'approche d'analyse et de comparaison des surfaces sont des études qualitatives et de plus amples investigations sont nécessaires pour estimer ses limites et son cadre d'utilisation. C'est principalement le cas pour les étapes d'extractions et de comparaison des sous-graphes qui nécessitent des poids et des fonctions de coût qui ont été choisis empiriquement. L'application sur la base de données de modèles d'oreilles internes reconstruits a indiqué une différence notable entre les deux groupes évalués. Cependant, les écarts-types importants obtenus pour chaque structure indiquent soit de mauvais partitionnements, soit de mauvais appariements entre les graphes, soit une variabilité naturelle des déformations de la surface des canaux.

Perspectives

La poursuite des applications développées dans ces travaux de thèse nécessite l'approfondissement de certains points évoqués ci-dessus. Tout d'abord, l'approche de reconstruction semi-automatique des structures de l'oreille pourrait être complètement automatisée. L'utilisation d'une base de données de repères numérisés dans des volumes CBCT permettrait un apprentissage automatique pour trouver chacun de ces repères dans un nouveau volume. L'intégration de modèles *a priori* incluant des changements topologiques pourrait également être envisagée afin de prendre en compte les malformations majeures qui induisent des changements topologiques de ces structures.

Ensuite, une validation plus complète devrait être menée sur l'approche d'analyse et de comparaison de formes. Les étapes d'extraction et de comparaison des sous-graphes pourraient être améliorées : l'étape de partitionnement pourrait intégrer des informations géométriques pour obtenir des partitions plus représentatives de la surface et une amélioration des coûts d'édition du calcul de la distance entre deux graphes pourrait permettre une meilleure estimation de la similarité entre les régions. Une étape de localisation des différences entre les graphes pourrait être ajoutée pour permettre la localisation exacte des déformations et identifier les déformations normales et les déformations anormales.

À plus long terme, l'opérateur de filtrage du graphe de Reeb discret pourrait permettre de générer un graphe de Reeb multi-résolution et d'étendre le potentiel applicatif de ce descripteur de forme. Des applications générales peuvent également être envisagées comme la segmentation de maillage, la classification de maillages ou encore la détection de sous-formes similaires et répétitives (motifs) sur une surface.

— La création d'une méthode de segmentation de maillage nécessite de faire en sorte que chaque segment ne soit constitué que d'une composante connexe. La redistribution les sommets contenus dans chaque arête du graphe de Reeb de façon à ce que chaque ensemble forme une composante connexe devrait permettre de régler ce problème. Ensuite, les poids sur les arêtes pendant le processus de partitionnement devraient être adaptés pour obtenir un découpage fidèle à la géométrie et à la topologie de la surface. Enfin, l'utilisation d'une méthode de partitionnement complètement non supervisée peut également être envisagée si le nombre de partitions souhaité n'est pas connu.

— La création d'une méthode de classification de maillage qui exploite les propriétés sémantiques du graphe de Reeb d'indice de forme est envisageable. La classification des sous-graphes extraits, à l'aide d'outils comme l'apprentissage machine, pourrait permettre d'évaluer et de classer des éléments plus 'simples' que le graphe complet, comme les bras, jambes, mains, etc. Cela permettrait d'obtenir une description sémantique du graphe et d'utiliser cette description pour une classification robuste de la surface.

— La création d'une méthode de détection automatique de motifs sur une surface est également envisageable. Il faudrait d'abord adapter le partitionnement du graphe à l'obtention d'un grand nombre de partitions, puis comparer la distance d'édition entre les sous-graphes extraits afin de déterminer leur degré de correspondance. Les groupes de sous-graphes similaires formeraient les 'classes' de motifs de la forme.

Bibliographie

[ATK15] Leman AKOGLU, Hanghang TONG et Danai KOUTRA. « Graph based anomaly detection and description : a survey ». In : *Data mining and knowledge discovery* 29.3 (2015), p. 626-688 (cf. p. 189).

[All+03] Pierre ALLIEZ, Eric COLIN DE VERDIERE, Olivier DEVILLERS et al. « Isotropic surface remeshing ». In : *2003 Shape Modeling International.* IEEE. 2003, p. 49-58 (cf. p. 70).

[AK09] Djamila AOUADA et Hamid KRIM. « Squigraphs for fine and compact modeling of 3-D shapes ». In : *IEEE transactions on image processing* 19.2 (2009), p. 306-321 (cf. p. 129).

[ABS03] Marco ATTENE, Silvia BIASOTTI et Michela SPAGNUOLO. « Shape understanding by contour-driven retiling ». In : *The Visual Computer* 19.2 (2003), p. 127-138 (cf. p. 145).

[Au+08] Oscar Kin-Chung AU, Chiew-Lan TAI, Hung-Kuo CHU et al. « Skeleton extraction by mesh contraction ». In : *ACM transactions on graphics (TOG)* 27.3 (2008), p. 1-10 (cf. p. 125).

[ASC11] Mathieu AUBRY, Ulrich SCHLICKEWEI et Daniel CREMERS. « The wave kernel signature : A quantum mechanical approach to shape analysis ». In : *2011 IEEE international conference on computer vision workshops (ICCV workshops).* IEEE. 2011, p. 1626-1633 (cf. p. 114).

[Ave13] Juarez M AVELAR. « Surgical anatomy of the ear and neighboring regions ». In : *Ear reconstruction.* Springer, 2013, p. 1-14 (cf. p. 15).

[Ban70] Thomas F BANCHOFF. « Critical points and curvature for embedded polyhedral surfaces ». In : *The American Mathematical Monthly* 77.5 (1970), p. 475-485 (cf. p. 137-139).

[BM97] William A BARRETT et Eric N MORTENSEN. « Interactive live-wire boundary extraction ». In : *Medical image analysis* 1.4 (1997), p. 331-341 (cf. p. 36).

[BMP00] Serge BELONGIE, Jitendra MALIK et Jan PUZICHA. « Shape context : A new descriptor for shape matching and object recognition ». In : *Advances in neural information processing systems* 13 (2000), p. 831-837 (cf. p. 112).

[Beu79] Serge BEUCHER. « Use of watersheds in contour detection ». In : *Proceedings of the International Workshop on Image Processing.* CCETT. 1979 (cf. p. 44).

[BS00] Falcidieno BIASOTTI et SPAGNUOLO. « Extended Reeb graphs for surface understanding and description ». In : *International conference on discrete geometry for computer imagery*. Springer. 2000, p. 185-197 (cf. p. 127, 129, 144).

[Bia+08a] Silvia BIASOTTI, Leila DE FLORIANI, Bianca FALCIDIENO et al. « Describing shapes by geometrical-topological properties of real functions ». In : *ACM Computing Surveys* 40 (oct. 2008) (cf. p. 104).

[Bia+08b] Silvia BIASOTTI, Daniela GIORGI, Michela SPAGNUOLO et al. « Reeb graphs for shape analysis and applications ». In : *Theoretical computer science* 392.1-3 (2008), p. 5-22 (cf. p. 127, 143, 145).

[BFS00] BIASOTTI, FALCIDIENO et SPAGNUOLO. « Shape abstraction using computational topology techniques ». In : *International Workshop on Geometric Modelling*. Springer. 2000, p. 209-222 (cf. p. 128, 172).

[BMM+03] BIASOTTI, MARINI, MORTARA et al. « An overview on properties and efficacy of topological skeletons in shape modelling ». In : *Shape Modeling and Applications, International Conference on*. IEEE Computer Society. 2003, p. 245-245 (cf. p. 143).

[BKS01] Ingmar BITTER, Arie E. KAUFMAN et Mie SATO. « Penalized-distance volumetric skeleton algorithm ». In : *IEEE Transactions on Visualization and computer Graphics* 7.3 (2001), p. 195-206 (cf. p. 126).

[Blu+19] David B BLUMENTHAL, Sébastien BOUGLEUX, Johann GAMPER et al. « GEDLIB : a C++ library for graph edit distance computation ». In : *International Workshop on Graph-Based Representations in Pattern Recognition*. Springer. 2019, p. 14-24 (cf. p. 190).

[BG17] David B BLUMENTHAL et Johann GAMPER. « Improved lower bounds for graph edit distance ». In : *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering* 30.3 (2017), p. 503-516 (cf. p. 190).

[Boo97] Fred L BOOKSTEIN. *Morphometric tools for landmark data : geometry and biology*. Cambridge University Press, 1997 (cf. p. 70).

[BL71] Francois BOURGEOIS et Jean-Claude LASSALLE. « An extension of the Munkres algorithm for the assignment problem to rectangular matrices ». In : *Communications of the ACM* 14.12 (1971), p. 802-804 (cf. p. 195).

[Bra+10] Andrew P BRADSHAW, Ian S CURTHOYS, Michael J TODD et al. « A mathematical model of human semicircular canal geometry : a new basis for interpreting vestibular physiology ». In : *Journal of the Association for Research in Otolaryngology* 11.2 (2010), p. 145-159 (cf. p. 45, 50, 67).

[Bra13] Laura BRANDOLINI. « A Discrete Approach to Reeb Graph Computation and Surface Mesh Segmentation : Theory and Algorithm ». Thèse de doct. Fév. 2013 (cf. p. 140, 147-150).

[BP12] Laura BRANDOLINI et Marco PIASTRA. « Computing the Reeb Graph for Triangle Meshes with Active Contours. » In : *ICPRAM (2)* 12 (2012), p. 80-89 (cf. p. 148, 149, 153, 168, 171).

[BA92] Jonathan W BRANDT et V Ralph ALGAZI. « Continuous skeleton computation by Voronoi diagram ». In : *CVGIP : Image understanding* 55.3 (1992), p. 329-338 (cf. p. 126).

[BBS12] Katharina BRAUN, Frank BÖHNKE et Thomas STARK. « Three-dimensional representation of the human cochlea using micro-computed tomography data : presenting an anatomical model for further numerical calculations ». In : *Acta oto-laryngologica* 132.6 (2012), p. 603-613 (cf. p. 27, 36).

[BK10] Michael M BRONSTEIN et Iasonas KOKKINOS. « Scale-invariant heat kernel signatures for non-rigid shape recognition ». In : *2010 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE. 2010, p. 1704-1711 (cf. p. 114).

[BHO18] Mickaël BUCHET, Yasuaki HIRAOKA et Ippei OBAYASHI. « Persistent homology and materials informatics ». In : *Nanoinformatics*. Springer, Singapore, 2018, p. 75-95 (cf. p. 103).

[Bul+16] Aydın BULUÇ, Henning MEYERHENKE, Ilya SAFRO et al. « Recent advances in graph partitioning ». In : *Algorithm engineering* (2016), p. 117-158 (cf. p. 185).

[Buy+11] Jan AN BUYTAERT, Wasil HM SALIH, Manual DIERICK et al. « Realistic 3D computer model of the gerbil middle ear, featuring accurate morphology of bone and soft tissue structures ». In : *Journal of the Association for Research in Otolaryngology* 12.6 (2011), p. 681-696 (cf. p. 27, 36).

[Can86] John CANNY. « A computational approach to edge detection ». In : *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 6 (1986), p. 679-698 (cf. p. 43).

[Car04] Hamish CARR. « Topological manipulation of isosurfaces ». Thèse de doct. University of British Columbia, 2004 (cf. p. 127).

[CSA03] Hamish CARR, Jack SNOEYINK et Ulrike AXEN. « Computing contour trees in all dimensions ». In : *Computational Geometry* 24.2 (2003), p. 75-94 (cf. p. 128, 172).

[Cas96] JW CASSELMAN. « Temporal bone imaging. » In : *Neuroimaging Clinics of North America* 6.2 (1996), p. 265-289 (cf. p. 27-29).

[Cer+14] Juan CERROLAZA, Sergio VERA, Alexis BAGUÉ et al. « Hierarchical shape modeling of the cochlea and surrounding risk structures for minimally invasive cochlear implant surgery ». In : *Workshop on Clinical Image-Based Procedures*. Springer. 2014, p. 59-67 (cf. p. 52, 66, 85).

[Cha+16] Gabriel CHARTRAND, Thierry CRESSON, Ramnada CHAV et al. « Liver segmentation on CT and MR using Laplacian mesh optimization ». In : *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 64.9 (2016), p. 2110-2121 (cf. p. 67).

[CJ97] Chin Seng CHUA et Ray JARVIS. « Point signatures : A new representation for 3d object recognition ». In : *International Journal of Computer Vision* 25.1 (1997), p. 63-85 (cf. p. 110).

[Çiç+16] Özgün ÇIÇEK, Ahmed ABDULKADIR, Soeren S LIENKAMP et al. « 3D U-Net : learning dense volumetric segmentation from sparse annotation ». In : *International conference on medical image computing and computer-assisted intervention*. Springer. 2016, p. 424-432 (cf. p. 59).

[CT92] Timothy F COOTES et Christopher J TAYLOR. « Active shape models—'smart snakes' ». In : *BMVC92*. Springer, 1992, p. 266-275 (cf. p. 51).

[CSM07] Nicu D CORNEA, Deborah SILVER et Patrick MIN. « Curve-skeleton properties, applications, and algorithms ». In : *IEEE Transactions on visualization and computer graphics* 13.3 (2007), p. 530 (cf. p. 124-126).

[CCZ07] Michel COUPRIE, David COEURJOLLY et Rita ZROUR. « Discrete bisector function and Euclidean skeleton in 2D and 3D ». In : *Image and Vision Computing* 25.10 (2007), p. 1543-1556 (cf. p. 126).

[Cun+07] Alvaro CUNO, Claudio ESPERANÇA, Antonio OLIVEIRA et al. « 3D as-rigid-as-possible deformations using MLS ». In : *Proceedings of the 27th computer graphics international conference*. Citeseer. 2007, p. 115-122 (cf. p. 73, 74).

[DYC03] Jamshid DEHMESHKI, Xujiong YE et John COSTELLO. « Shape based region growing using derivatives of 3D medical images : application to semiautomated detection of pulmonary nodules ». In : *Proceedings 2003 International Conference on Image Processing (Cat. No. 03CH37429)*. T. 1. IEEE. 2003, p. I-1085 (cf. p. 42).

[Del94] Hervé DELINGETTE. *Simplex meshes : a general representation for 3D shape reconstruction*. INRIA Sophia Antipolis, France, 1994 (cf. p. 56).

[DGK04] Inderjit S DHILLON, Yuqiang GUAN et Brian KULIS. « Kernel k-means : spectral clustering and normalized cuts ». In : *Proceedings of the tenth ACM SIGKDD international conference on Knowledge discovery and data mining*. 2004, p. 551-556 (cf. p. 188).

[DJ97] Chitra DORAI et Anil K. JAIN. « COSMOS-A representation scheme for 3D free-form objects ». In : *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 19.10 (1997), p. 1115-1130 (cf. p. 178, 179).

[Dra+05] Richard DRAKE, Richard Lee DRAKE, Henry GRAY et al. *Gray's anatomy for students*. Elsevier Health Sciences TW, 2005 (cf. p. 16).

[DSY05] Helin DUTAGACI, Bülent SANKUR et Yücel YEMEZ. « Transform-based methods for indexing and retrieval of 3d objects ». In : *Fifth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling (3DIM'05)*. IEEE. 2005, p. 188-195 (cf. p. 123).

[EH10] Herbert EDELSBRUNNER et John HARER. *Computational topology : an introduction*. American Mathematical Soc., 2010 (cf. p. 100, 106, 139, 160).

[EHZ01] Herbert EDELSBRUNNER, John HARER et Afra ZOMORODIAN. « Hierarchical Morse complexes for piecewise linear 2-manifolds ». In : *Proceedings of the seventeenth annual symposium on Computational geometry*. 2001, p. 70-79 (cf. p. 160).

[ELZ00] Herbert EDELSBRUNNER, David LETSCHER et Afra ZOMORODIAN. « Topological persistence and simplification ». In : *Proceedings 41st annual symposium on foundations of computer science*. IEEE. 2000, p. 454-463 (cf. p. 127).

[FN08] Reza Masteri FARAHANI et Mehrdad NOORANIPOUR. « Anatomy and anthropometry of human stapes ». In : *American journal of otolaryngology* 29.1 (2008), p. 42-47 (cf. p. 17, 18).

[Fun+03] Thomas FUNKHOUSER, Patrick MIN, Michael KAZHDAN et al. « A search engine for 3D models ». In : *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 22.1 (2003), p. 83-105 (cf. p. 123).

[GC06] Ran GAL et Daniel COHEN-OR. « Salient geometric features for partial shape matching and similarity ». In : *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 25.1 (2006), p. 130-150 (cf. p. 118).

[Gao+10] Xinbo GAO, Bing XIAO, Dacheng TAO et al. « A survey of graph edit distance ». In : *Pattern Analysis and applications* 13.1 (2010), p. 113-129 (cf. p. 189).

[Gb+09] K GBAL, Jakob Andreas BÆRENTZEN, Henrik AANÆS et al. « Shape analysis using the auto diffusion function ». In : *Computer Graphics Forum*. T. 28. 5. Wiley Online Library. 2009, p. 1405-1413 (cf. p. 129).

[GEG00] Polina GOLLAND, W ERIC et L GRIMSON. « Fixed topology skeletons ». In : *Proceedings IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. CVPR 2000 (Cat. No. PR00662)*. T. 1. IEEE. 2000, p. 10-17 (cf. p. 126).

[GM88] Mark GORESKY et Robert MACPHERSON. « Stratified morse theory ». In : *Stratified Morse Theory*. Springer, 1988, p. 3-22 (cf. p. 160).

[Gra06] Leo GRADY. « Random walks for image segmentation ». In : *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* 28.11 (2006), p. 1768-1783 (cf. p. 53).

[Gre+15] Daniel De GREEF, Jan A N BUYTAERT, Johan R M AERTS et al. « Details of Human Middle Ear Morphology Based on Micro-CT Imaging of Phosphotungstic Acid Stained Samples ». In : 1046 (2015), p. 1025-1046 (cf. p. 27, 36).

[Gro07] Mikhail GROMOV. *Metric structures for Riemannian and non-Riemannian spaces*. Springer Science & Business Media, 2007 (cf. p. 189).

[GJ+10] Gaël GUENNEBAUD, Benoît JACOB et al. *Eigen v3*. http ://eigen.tuxfamily.org. 2010 (cf. p. 188).

[Hei+09] Tobias HEIMANN, Bram VAN GINNEKEN, Martin A STYNER et al. « Comparison and evaluation of methods for liver segmentation from CT datasets ». In : *IEEE transactions on medical imaging* 28.8 (2009), p. 1251-1265 (cf. p. 64).

[HA03] Franck HÉTROY et Dominique ATTALI. « Topological quadrangulations of closed triangulated surfaces using the Reeb graph ». In : *Graphical Models* 65.1-3 (2003), p. 131-148 (cf. p. 142).

[Hil+01] Masaki HILAGA, Yoshihisa SHINAGAWA, Taku KOHMURA et al. « Topology matching for fully automatic similarity estimation of 3D shapes ». In : *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. 2001, p. 203-212 (cf. p. 127, 146).

[HPW05] Klaus HILDEBRANDT, Konrad POLTHIER et Max WARDETZKY. « Smooth Feature Lines on Surface Meshes. » In : *Symposium on geometry processing*. 2005, p. 85-90 (cf. p. 115).

[HG09] Huy Tho HO et Danny GIBBINS. « Curvature-based approach for multi-scale feature extraction from 3D meshes and unstructured point clouds ». In : *IET computer vision* 3.4 (2009), p. 201-212 (cf. p. 111).

[Hor84] Berthold Klaus Paul HORN. « Extended gaussian images ». In : *Proceedings of the IEEE* 72.12 (1984), p. 1671-1686 (cf. p. 120).

[HD07] Annie HUI et Leila DE FLORIANI. *Topological decompositions for 3d non-manifold simplicial shapes*. Rapp. tech. 2007 (cf. p. 105).

[Hus+21] Raabid HUSSAIN, Alain LALANDE, Kibrom Berihu GIRUM et al. « Automatic segmentation of inner ear on CT-scan using auto-context convolutional neural network ». In : *Scientific Reports* 11.1 (2021), p. 1-10 (cf. p. 61, 66, 85).

[HR73] L. HYAFIL et R.L. RIVEST. *Graph Partitioning and Constructing Optimal Decision Trees are Polynomial Complete Problems*. IRIA, 1973 (cf. p. 185).

[JD88] Robert K JACKLER et William P DILLON. « Computed tomography and magnetic resonance imaging of the inner ear ». In : *Otolaryngology—Head and Neck Surgery* 99.5 (1988), p. 494-504 (cf. p. 29).

[JT] Yan-Bin JIA et Jiang TIAN. « Surface Patch Reconstruction from Minimal Tactile Data ». In : () (cf. p. 107).

[JH99] Andrew E JOHNSON et Martial HEBERT. « Using spin images for efficient object recognition in cluttered 3D scenes ». In : *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 21.5 (1999), p. 433-449 (cf. p. 111).

[KI93] Sing Bing KANG et Katsushi IKEUCHI. « The complex EGI : A new representation for 3-D pose determination ». In : *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 15.7 (1993), p. 707-721 (cf. p. 120, 121).

[KVB88] Nick KANOPOULOS, Nagesh VASANTHAVADA et Robert L BAKER. « Design of an image edge detection filter using the Sobel operator ». In : *IEEE Journal of solid-state circuits* 23.2 (1988), p. 358-367 (cf. p. 43).

[KWT88] Michael KASS, Andrew WITKIN et Demetri TERZOPOULOS. « Snakes : Active contour models ». In : *International journal of computer vision* 1.4 (1988), p. 321-331 (cf. p. 48).

[KFR03] Michael KAZHDAN, Thomas FUNKHOUSER et Szymon RUSINKIEWICZ. « Rotation invariant spherical harmonic representation of 3 d shape descriptors ». In : *Symposium on geometry processing*. T. 6. 2003, p. 156-164 (cf. p. 123).

[Ke+20] Jia KE, Yi LV, J WANG et al. « Application of 3D U-net in automatic segmentation of middle ear surgery structures in temporal bone CT ». In : *Lin Chuang er bi yan hou tou Jing wai ke za zhi= Journal of Clinical Otorhinolaryngology, Head, and Neck Surgery* 34.10 (2020), p. 870-873 (cf. p. 59, 66, 85).

[KK06] Soo-Kyun KIM et Chang-Hun KIM. « Finding ridges and valleys in a discrete surface using a modified MLS approximation ». In : *Computer-Aided Design* 38.2 (2006), p. 173-180 (cf. p. 115, 116).

[KV92] Jan J KOENDERINK et Andrea J VAN DOORN. « Surface shape and curvature scales ». In : *Image and vision computing* 10.8 (1992), p. 557-564 (cf. p. 121, 178).

[Kok+12] Iasonas KOKKINOS, Michael M BRONSTEIN, Roee LITMAN et al. « Intrinsic shape context descriptors for deformable shapes ». In : *2012 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. IEEE. 2012, p. 159-166 (cf. p. 112).

[Kör+03] Marcel KÖRTGEN, G. -J. PARK, Marcin NOVOTNI et al. « 3D Shape Matching with 3D Shape Contexts ». In : *The 7th Central European Seminar on Computer Graphics*. Avr. 2003 (cf. p. 112).

[Kös+97] S KÖSLING, C SCHNEIDER-MÖBIUS, E KÖNIG et al. « Computertomographie bei Kindern und Jugendlichen mit Verdacht auf eine Felsenbeinmissbildung : Schläfenbein ». In : *Der Radiologe (Berlin. Print)* 37.12 (1997), p. 971-976 (cf. p. 24).

[Kub+19] Jan KUBICEK, Juraj TIMKOVIC, Marek PENHAKER et al. « Detection and Segmentation of Retinal Lesions in Retcam 3 Images Based on Active Contours Driven by Statistical Local Features ». In : *Advances in Electrical and Electronic Engineering* 17.2 (2019), p. 194-201 (cf. p. 49).

[KVM13] Dimitri KUDELSKI, Sophie VISEUR et Jean-Luc MARI. « Skeleton extraction of vertex sets lying on arbitrary triangulated 3D meshes ». In : *International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery*. Springer. 2013, p. 203-214 (cf. p. 116).

[LMF75] SB LAGUNDOYE, FD MARTINSON et AA FAJEMISIN. « The syndrome of enlarged vestibule and dysplasia of the lateral semicircular canal in congenital deafness ». In : *Radiology* 115.2 (1975), p. 377-378 (cf. p. 26).

[LV99] Francis LAZARUS et Anne VERROUST. « Level set diagrams of polyhedral objects ». In : *Proceedings of the fifth ACM symposium on Solid modeling and applications*. 1999, p. 130-140 (cf. p. 127, 142).

[LVJ05] Chang Ha LEE, Amitabh VARSHNEY et David W JACOBS. « Mesh saliency ». In : *ACM SIGGRAPH 2005 Papers*. 2005, p. 659-666 (cf. p. 182).

[Lee+10] Dong H LEE, Sonny CHAN, Curt SALISBURY et al. « Reconstruction and exploration of virtual middle-ear models derived from micro-CT datasets ». In : *Hearing research* 263.1-2 (2010), p. 198-203 (cf. p. 40).

[LPV84] F. LEGENT, L. PERLEMUTER et C. VANDENBROUCK. *Cahiers d'anatomie ORL : Tome 1, Oreille*. Cahiers d'anatomie O.R.L. Masson, 1984 (cf. p. 19).

[Lei+20] Tao LEI, Risheng WANG, Yong WAN et al. « Medical image segmentation using deep learning : a survey ». In : *arXiv preprint arXiv :2009.13120* (2020) (cf. p. 59).

[Li+15] Wen LI et al. « Automatic segmentation of liver tumor in CT images with deep convolutional neural networks ». In : *Journal of Computer and Communications* 3.11 (2015), p. 146 (cf. p. 59).

[LCC+01] Ping-Sung LIAO, Tse-Sheng CHEN, Pau-Choo CHUNG et al. « A fast algorithm for multilevel thresholding ». In : *J. Inf. Sci. Eng.* 17.5 (2001), p. 713-727 (cf. p. 38).

[LC87] William E LORENSEN et Harvey E CLINE. « Marching cubes : A high resolution 3D surface construction algorithm ». In : *ACM siggraph computer graphics* 21.4 (1987), p. 163-169 (cf. p. 54, 57).

[MSV95] Ravi MALLADI, James A SETHIAN et Baba C VEMURI. « Shape modeling with front propagation : A level set approach ». In : *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* 17.2 (1995), p. 158-175 (cf. p. 54).

[MH80] David MARR et Ellen HILDRETH. « Theory of edge detection ». In : *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences* 207.1167 (1980), p. 187-217 (cf. p. 43).

[Mel+98] Elias R MELHEM, Huzeifa SHAKIR, Sivi BAKTHAVACHALAM et al. « Inner ear volumetric measurements using high-resolution 3D T2-weighted fast spin-echo MR imaging : initial experience in healthy subjects. » In : *American journal of neuroradiology* 19.10 (1998), p. 1819-1822 (cf. p. 39, 42).

[Men+14] Bjoern H MENZE, Andras JAKAB, Stefan BAUER et al. « The multimodal brain tumor image segmentation benchmark (BRATS) ». In : *IEEE transactions on medical imaging* 34.10 (2014), p. 1993-2024 (cf. p. 59).

[Mis95] Konstantin MISCHAIKOW. « Conley index theory ». In : *Dynamical systems*. Springer, 1995, p. 119-207 (cf. p. 161).

[MM18] Nathan D MONNIG et François G MEYER. « The resistance perturbation distance : A metric for the analysis of dynamic networks ». In : *Discrete Applied Mathematics* 236 (2018), p. 347-386 (cf. p. 189).

[Mon99] Johan MONTAGNAT. « Modèles déformables pour la segmentation et la modélisation d'images médicales 3D et 4D ». Thèse de doct. Université Nice Sophia Antipolis, 1999 (cf. p. 56).

[MR81] David G MORGENTHALER et Azriel ROSENFELD. « Surfaces in three-dimensional digital images ». In : *Information and Control* 51.3 (1981), p. 227-247 (cf. p. 125).

[MP02] Michela MORTARA et Giuseppe PATANE. « Shape-covering for skeleton extraction ». In : *International Journal of Shape Modeling* 8.02 (2002), p. 139-158 (cf. p. 129, 143).

[MS10] Andriy MYRONENKO et Xubo SONG. « Point set registration : Coherent point drift ». In : *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* 32.12 (2010), p. 2262-2275 (cf. p. 72).

[Nea+06] Andrew NEALEN, Takeo IGARASHI, Olga SORKINE et al. « Laplacian mesh optimization ». In : *Proceedings of the 4th international conference on Computer graphics and interactive techniques in Australasia and Southeast Asia*. 2006, p. 381-389 (cf. p. 79).

[NGH04] Xinlai NI, Michael GARLAND et John C HART. « Fair morse functions for extracting the topological structure of a surface mesh ». In : *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 23.3 (2004), p. 613-622 (cf. p. 127, 160, 161, 182).

[nLa21] nLab. *coordinate system*. http://ncatlab.org/nlab/show/coordinate%20system. Revision 13. Oct. 2021 (cf. p. 102).

[Nob+09] Jack H Noble, Benoit M Dawant, Frank M Warren et al. « Automatic identification and 3-D rendering of temporal bone anatomy ». In : *Otology & neurotology : official publication of the American Otological Society, American Neurotology Society [and] European Academy of Otology and Neurotology* 30.4 (2009), p. 436 (cf. p. 47, 66, 85).

[Nob+11] Jack H Noble, Robert F Labadie, Omid Majdani et al. « Automatic segmentation of intracochlear anatomy in conventional CT ». In : *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 58.9 (2011), p. 2625-2632 (cf. p. 51, 52, 66).

[OI92] Robert L Ogniewicz et Markus Ilg. « Voronoi skeletons : theory and applications. » In : *CVPR*. T. 92. 1992, p. 63-69 (cf. p. 126).

[OK95] Robert L Ogniewicz et Olaf Kübler. « Hierarchic voronoi skeletons ». In : *Pattern recognition* 28.3 (1995), p. 343-359 (cf. p. 126).

[OBS04] Yutaka Ohtake, Alexander Belyaev et Hans-Peter Seidel. « Ridge-valley lines on meshes via implicit surface fitting ». In : *ACM SIGGRAPH 2004 Papers*. 2004, p. 609-612 (cf. p. 115).

[Osa+02] Robert Osada, Thomas Funkhouser, Bernard Chazelle et al. « Shape distributions ». In : *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 21.4 (2002), p. 807-832 (cf. p. 122).

[OS88] Stanley Osher et James A Sethian. « Fronts propagating with curvature-dependent speed : Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations ». In : *Journal of computational physics* 79.1 (1988), p. 12-49 (cf. p. 54).

[Ots79] Nobuyuki Otsu. « A threshold selection method from gray-level histograms ». In : *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics* 9.1 (1979), p. 62-66 (cf. p. 38).

[PL07] Zhigeng Pan et Jianfeng Lu. « A Bayes-based region-growing algorithm for medical image segmentation ». In : *Computing in science & Engineering* 9.4 (2007), p. 32-38 (cf. p. 41).

[Paq+00] Eric Paquet, Marc Rioux, Anil Murching et al. « Description of shape information for 2-D and 3-D objects ». In : *Signal processing : Image communication* 16.1-2 (2000), p. 103-122 (cf. p. 121).

[PC02] Valerio Pascucci et Kree Cole-McLaughlin. « Efficient computation of the topology of level sets ». In : *IEEE Visualization, 2002. VIS 2002*. IEEE. 2002, p. 187-194 (cf. p. 127).

[PM11] Shunmoogum A Patten et Florina Moldovan. « Could genetic determinants of inner ear anomalies be a factor for the development of idiopathic scoliosis ? » In : *Medical hypotheses* 76.3 (2011), p. 438-440 (cf. p. 26).

[PT01] Regina POHLE et Klaus D TOENNIES. « Segmentation of medical images using adaptive region growing ». In : *Medical Imaging 2001 : Image Processing*. T. 4322. International Society for Optics et Photonics. 2001, p. 1337-1346 (cf. p. 41, 42).

[PMM17] Arnaud POLETTE, Jean MEUNIER et Jean-Luc MARI. « "Shape-Curvature-Graph" : Towards a New Model of Representation for the Description of 3D Meshes ». In : *International Conference on Augmented Reality, Virtual Reality and Computer Graphics*. Springer. 2017, p. 369-384 (cf. p. 108, 119).

[Pud98] Chris PUDNEY. « Distance-ordered homotopic thinning : a skeletonization algorithm for 3D digital images ». In : *Computer vision and image understanding* 72.3 (1998), p. 404-413 (cf. p. 126).

[Puj+16] Esmeralda Ruiz PUJADAS, Hans Martin KJER, Gemma PIELLA et al. « Statistical Shape Model with Random Walks for Inner Ear Segmentation ». In : *International Workshop on Spectral and Shape Analysis in Medical Imaging*. Springer. 2016, p. 92-102 (cf. p. 53, 66, 85).

[QMZ14] Weize QUAN, Weiliang MENG et Xiaopeng ZHANG. « The extraction of feature lines on 3D models : a survey ». In : *2014 International Conference on Virtual Reality and Visualization*. IEEE. 2014, p. 220-225 (cf. p. 115).

[Rah+12] Peyman RAHMATI, Manuchehr SOLEIMANI, Sven PULLETZ et al. « Level-set-based reconstruction algorithm for EIT lung images : first clinical results ». In : *Physiological measurement* 33.5 (2012), p. 739 (cf. p. 54).

[Ree46] Georges REEB. « Sur les points singuliers d'une forme de pfaff completement integrable ou d'une fonction numerique [on the singular points of a completely integrable pfaff form or of a numerical function] ». In : *Comptes Rendus Acad. Sciences Paris* 222 (1946), p. 847-849 (cf. p. 127).

[Reu10] Martin REUTER. « Hierarchical shape segmentation and registration via topological features of Laplace-Beltrami eigenfunctions ». In : *International Journal of Computer Vision* 89.2-3 (2010), p. 287-308 (cf. p. 129).

[Rod+02] T RODT, P RATIU, H BECKER et al. « 3D visualisation of the middle ear and adjacent structures using reconstructed multi-slice CT datasets, correlating 3D images and virtual endoscopy to the 2D cross-sectional images ». In : *Neuroradiology* 44.9 (2002), p. 783-790 (cf. p. 37).

[RFB15] Olaf RONNEBERGER, Philipp FISCHER et Thomas BROX. « U-net : Convolutional networks for biomedical image segmentation ». In : *International Conference on Medical image computing and computer-assisted intervention*. Springer. 2015, p. 234-241 (cf. p. 58).

[Rou+08] Pierre ROUDIER, Bruno TISSEYRE, Hervé POILVÉ et al. « Management zone delineation using a modified watershed algorithm ». In : *Precision Agriculture* 9.5 (2008), p. 233-250 (cf. p. 44).

[Rus07] Raif M RUSTAMOV. « Laplace-Beltrami eigenfunctions for deformation invariant shape representation ». In : *Proceedings of the fifth Eurographics symposium on Geometry processing*. 2007, p. 225-233 (cf. p. 114).

[RBB09] Radu Bogdan RUSU, Nico BLODOW et Michael BEETZ. « Fast point feature histograms (FPFH) for 3D registration ». In : *2009 IEEE international conference on robotics and automation*. IEEE. 2009, p. 3212-3217 (cf. p. 113).

[Rus+08] Radu Bogdan RUSU, Zoltan Csaba MARTON, Nico BLODOW et al. « Learning informative point classes for the acquisition of object model maps ». In : *2008 10th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*. IEEE. 2008, p. 643-650 (cf. p. 113).

[Sah+08] Jan SAHNER, Britta WEBER, Steffen PROHASKA et al. « Extraction of feature lines on surface meshes based on discrete morse theory ». In : *Computer Graphics Forum*. T. 27. 3. Wiley Online Library. 2008, p. 735-742 (cf. p. 117).

[SMW06] Scott SCHAEFER, Travis MCPHAIL et Joe WARREN. « Image deformation using moving least squares ». In : *ACM SIGGRAPH 2006 Papers*. 2006, p. 533-540 (cf. p. 73, 74).

[Sch+14] Daniel SCHMITTER, Ricard DELGADO-GONZALO, Gunnar KRUEGER et al. « Atlas-free brain segmentation in 3D proton-density-like MRI images ». In : *2014 IEEE 11th International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*. IEEE. 2014, p. 629-632 (cf. p. 50).

[SG93] Harold F SCHUKNECHT et Mark R GACEK. « Cochlear pathology in presbycusis ». In : *Annals of Otology, Rhinology & Laryngology* 102.1_suppl (1993), p. 1-16 (cf. p. 25).

[See+99] MD SEEMANN, O SEEMANN, H BONEL et al. « Evaluation of the middle and inner ear structures : comparison of hybrid rendering, virtual endoscopy and axial 2D source images ». In : *European radiology* 9.9 (1999), p. 1851-1858 (cf. p. 39, 40, 42).

[SS02] Levent SENNAROGLU et Isil SAATCI. « A new classification for cochleovestibular malformations ». In : *The Laryngoscope* 112.12 (2002), p. 2230-2241 (cf. p. 25).

[Set96] James A SETHIAN. « A fast marching level set method for monotonically advancing fronts ». In : *Proceedings of the National Academy of Sciences* 93.4 (1996), p. 1591-1595 (cf. p. 54).

[Shi+11] Lin SHI, Defeng WANG, Winnie CW CHU et al. « Automatic MRI segmentation and morphoanatomy analysis of the vestibular system in adolescent idiopathic scoliosis ». In : *Neuroimage* 54 (2011), S180-S188 (cf. p. 26, 57, 67).

[Shi+08] Yonggang SHI, Rongjie LAI, Sheila KRISHNA et al. « Anisotropic Laplace-Beltrami eigenmaps : Bridging Reeb graphs and skeletons ». In : *2008 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops* (2008), p. 1-7 (cf. p. 128).

[SKK91] Yoshihisa SHINAGAWA, Tosiyasu L KUNII et Yannick L KERGOSIEN. « Surface coding based on morse theory ». In : *iEEE computer Graphics and applications* 11.05 (1991), p. 66-78 (cf. p. 127, 128, 172).

[Sim64] DJ SIMMS. « J. Milnor, Morse Theory, Annals of Mathematics Studies 51 (Princeton University Press, 1963), vi+ 153 pp., 24s ». In : *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society* 14.1 (1964), p. 84-84 (cf. p. 136, 138).

[Smi+13] Brian T SMITH, James M BOYLE, BS GARBOW et al. *Matrix eigensystem routines-EISPACK guide*. T. 6. Springer, 2013 (cf. p. 188).

[SHB08] Milan SONKA, Vaclav HLAVAC et Roger BOYLE. *Image processing, analysis and and machine vision (3. ed.)*. Jan. 2008. ISBN : 978-0-495-24438-7 (cf. p. 38).

[SZ98] Fred SPOOR et Frans ZONNEVELD. « Comparative review of the human bony labyrinth ». In : *American Journal of Physical Anthropology : The Official Publication of the American Association of Physical Anthropologists* 107.S27 (1998), p. 211-251 (cf. p. 22, 23).

[Sta+20] Martijn PA STARMANS, Sebastian R van der VOORT, Jose M Castillo TOVAR et al. « Radiomics : Data mining using quantitative medical image features ». In : *Handbook of medical image computing and computer assisted intervention*. Elsevier, 2020, p. 429-456 (cf. p. 35).

[SOG09] Jian SUN, Maks OVSJANIKOV et Leonidas GUIBAS. « A concise and provably informative multi-scale signature based on heat diffusion ». In : *Computer graphics forum*. T. 28. 5. Wiley Online Library. 2009, p. 1383-1392 (cf. p. 114).

[Sun+03] Hari SUNDAR, Deborah SILVER, Nikhil GAGVANI et al. « Skeleton based shape matching and retrieval ». In : *2003 Shape Modeling International.* IEEE. 2003, p. 130-139 (cf. p. 124).

[SF85] Joel D SWARTZ et Eric N FAERBER. « Congenital malformations of the external and middle ear : high-resolution CT findings of surgical import ». In : *American journal of roentgenology* 144.3 (1985), p. 501-506 (cf. p. 24).

[TM91] Demetri TERZOPOULOS et Dimitri METAXAS. « Dynamic 3 D models with local and global deformations : deformable superquadrics ». In : *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 13.7 (1991), p. 703-714 (cf. p. 50).

[TVD08] Julien TIERNY, Jean-Philippe VANDEBORRE et Mohamed DAOUDI. « Enhancing 3D mesh topological skeletons with discrete contour constrictions ». In : *The Visual Computer* 24.3 (2008), p. 155-172 (cf. p. 127, 147, 148, 171).

[TVD09] Julien TIERNY, Jean-Philippe VANDEBORRE et Mohamed DAOUDI. « Partial 3D shape retrieval by reeb pattern unfolding ». In : *Computer Graphics Forum*. T. 28. 1. Wiley Online Library. 2009, p. 41-55 (cf. p. 129).

[Tod+09] Catherine TODD, Mikhail KIRILLOV, Muaaz TARABICHI et al. « An analysis of medical image processing methods for segmentation of the inner ear ». In : (2009) (cf. p. 42, 43).

[TC13] N Wendell TODD et Francis X CREIGHTON JR. « Malleus and incus : correlates of size ». In : *Annals of Otology, Rhinology & Laryngology* 122.1 (2013), p. 60-65 (cf. p. 16, 17).

[TS04] Tony TUNG et Francis SCHMITT. « Augmented reeb graphs for content-based retrieval of 3d mesh models ». In : *Proceedings Shape Modeling Applications, 2004.* IEEE. 2004, p. 157-166 (cf. p. 129, 146).

[Uch13] Seiichi UCHIDA. « Image processing and recognition for biological images ». In : *Development, growth & differentiation* 55.4 (2013), p. 523-549 (cf. p. 44, 46).

[Vai+21] Akshayaa VAIDYANATHAN, Marly FJA van der LUBBE, Ralph TH LEIJENAAR et al. « Deep learning for the fully automated segmentation of the inner ear on MRI ». In : *Scientific reports* 11.1 (2021), p. 1-14 (cf. p. 60, 66, 85).

[VFT07] Tamás VÁRADY, Michael A FACELLO et Zsolt TERÉK. « Automatic extraction of surface structures in digital shape reconstruction ». In : *Computer-Aided Design* 39.5 (2007), p. 379-388 (cf. p. 117).

[VRC+14] F VEILLON, B ROCK, S CAHEN-RIEHM et al. « Malformations de l'oreille ». In : *Imagerie de l'oreille et de l'os temporal–Pediatrie. Lavoisier, Paris* (2014), p. 1175-1254 (cf. p. 26).

[Voi95] Spelman F.A. VOIE A.H. « Three-dimensional reconstruction of the cochlea from two-dimensional images of optical sections ». In : *Comput. Med. Imag. Graph* 19 (1995), p. 377-384. (Cf. p. 27, 36).

[Von07] Ulrike VON LUXBURG. « A tutorial on spectral clustering ». In : *Statistics and computing* 17.4 (2007), p. 395-416 (cf. p. 186, 188).

[Vra03] Dejan V VRANIC. « An improvement of rotation invariant 3D-shape based on functions on concentric spheres ». In : *Proceedings 2003 International Conference on Image Processing (Cat. No. 03CH37429)*. T. 3. IEEE. 2003, p. III-757 (cf. p. 123).

[VS01] Dejan VRANIC et Dietmar SAUPE. « 3D shape descriptor based on 3D Fourier transform ». In : *EURASIP*. 2001, p. 271-274 (cf. p. 123).

[Wal+14] Stéfan van der WALT, Johannes L SCHÖNBERGER, Juan NUNEZ-IGLESIAS et al. « scikit-image : image processing in Python ». In : *PeerJ* 2 (2014), e453. ISSN : 2167-8359 (cf. p. 38).

[Wan+06] Haobing WANG, Clarinda NORTHROP, Barbara BURGESS et al. « Three-dimensional virtual model of the human temporal bone : a stand-alone, downloadable teaching tool. » In : *Otology & neurotology* 27.4 (2006), p. 452-457. ISSN : 1041892X (cf. p. 27, 36, 182).

[Wan+17] Shuo WANG, Mu ZHOU, Zaiyi LIU et al. « Central focused convolutional neural networks : Developing a data-driven model for lung nodule segmentation ». In : *Medical image analysis* 40 (2017), p. 172-183 (cf. p. 59).

[Wei+15] Xian Feng WEI, Xiao Yang ZHANG, W U YUAN et al. « Accuracy of computer-aided geometric three-dimensional reconstruction of the human petrous bone based on serial unstained celloidin sections ». In : *Experimental and Therapeutic Medicine* 9.4 (2015), p. 1113-1118 (cf. p. 27, 36).

[WG09] Tino WEINKAUF et David GÜNTHER. « Separatrix persistence : Extraction of salient edges on surfaces using topological methods ». In : *Computer Graphics Forum*. T. 28. 5. Wiley Online Library. 2009, p. 1519-1528 (cf. p. 117).

[Wes+01] Johannes P WESTERHOF, Jürgen RADEMAKER, Benno P WEBER et al. « Congenital malformations of the inner ear and the vestibulocochlear nerve in children with sensorineural hearing loss : evaluation with CT and MRI ». In : *Journal of computer assisted tomography* 25.5 (2001), p. 719-726 (cf. p. 29).

[WM20] Peter WILLS et François G MEYER. « Metrics for graph comparison : a practitioner's guide ». In : *PloS one* 15.2 (2020), e0228728 (cf. p. 189).

[WZ08] Richard C WILSON et Ping ZHU. « A study of graph spectra for comparing graphs and trees ». In : *Pattern Recognition* 41.9 (2008), p. 2833-2841 (cf. p. 189).

[Wu+06] Fu-Che WU, Wan-Chun MA, Rung-Huei LIANG et al. « Domain connected graph : the skeleton of a closed 3D shape for animation ». In : *The Visual Computer* 22.2 (2006), p. 117-135 (cf. p. 126).

[Xia+06] Diao XIANFEN, Chen SIPING, Liang CHANGHONG et al. « 3D semi-automatic segmentation of the cochlea and inner ear ». In : *2005 IEEE engineering in medicine and biology 27th annual conference*. IEEE. 2006, p. 6285-6288 (cf. p. 54, 55).

[Yoo+00] Sun K YOO, Ge WANG, Jay T RUBINSTEIN et al. « Three-dimensional geometric modeling of the cochlea using helico-spiral approximation ». In : *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* 47.10 (2000), p. 1392-1402 (cf. p. 42).

[Yoo+01] Sun K YOO, Ge WANG, Jay T RUBINSTEIN et al. « Semiautomatic segmentation of the cochlea using real-time volume rendering and regional adaptive snake modeling ». In : *Journal of Digital Imaging* 14.4 (2001), p. 173-181 (cf. p. 50).

[YBS05] Shin YOSHIZAWA, Alexander BELYAEV et Hans-Peter SEIDEL. « Fast and robust detection of crest lines on meshes ». In : *Proceedings of the 2005 ACM symposium on Solid and physical modeling*. 2005, p. 227-232 (cf. p. 115).

[ZP01] Titus ZAHARIA et Francoise J PRETEUX. « 3D-shape-based retrieval within the MPEG-7 framework ». In : *Nonlinear image processing and pattern analysis xii*. T. 4304. International Society for Optics et Photonics. 2001, p. 133-145 (cf. p. 121).

[Zen+09] Zhiping ZENG, Anthony KH TUNG, Jianyong WANG et al. « Comparing stars : On approximating graph edit distance ». In : *Proceedings of the VLDB Endowment* 2.1 (2009), p. 25-36 (cf. p. 190).

[Zha+07] Lisha ZHANG, Manuel João da FONSECA, Alfredo FERREIRA et al. « Survey on 3D shape descriptors ». In : *FundaÃgao para a Cincia ea Tecnologia, Lisboa, Portugal, Tech. Rep. Technical Report, DecorAR (FCT POSC/EIA/59938/2004)* 3 (2007) (cf. p. 112).

[Zhu+17] Shanshan ZHU, Wanrong GAO, Yin ZHANG et al. « 3D automatic MRI level set segmentation of inner ear based on statistical shape models prior ». In : *2017 10th International congress on image and signal processing, biomedical engineering and informatics (CISP-BMEI)*. IEEE. 2017, p. 1-6 (cf. p. 55, 66, 85).

[ZG07] Yuanchen ZHU et Steven J GORTLER. « 3D deformation using moving least squares ». In : (2007) (cf. p. 74).

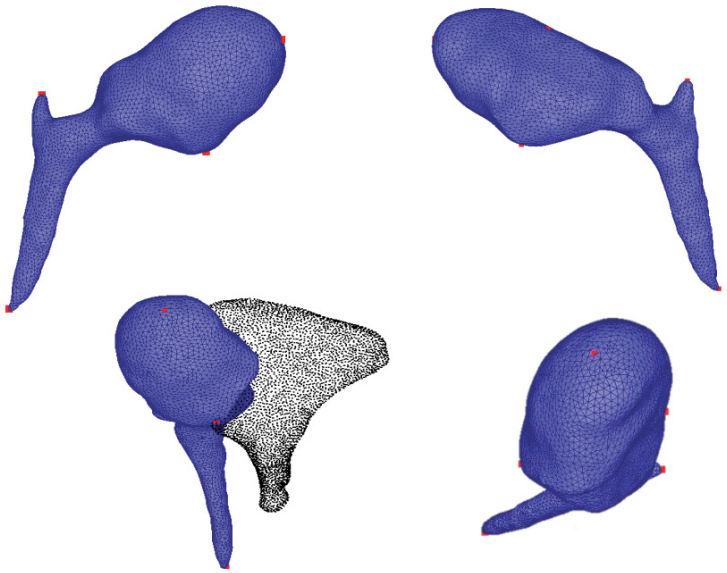
[Zou+04] Kelly H ZOU, Simon K WARFIELD, Aditya BHARATHA et al. « Statistical validation of image segmentation quality based on a spatial overlap index1 : scientific reports ». In : *Academic radiology* 11.2 (2004), p. 178-189 (cf. p. 64).

Annexe

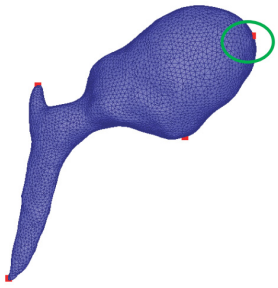
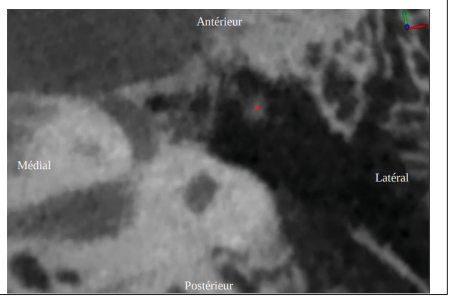
Guides pour la numérisation des repères dans un volume CBCT

Tableau .1. – Guide de numérisation des repères du marteau (par Annie-Pier Lavallée)

Cinq repères à positionner sur le marteau d'un examen CBCT



Ces repère sont positionnés sur les tranches axiales à l'aide de l'application Flava3D. Il est important de noter que ces repère serviront seulement au recalage du modèle 3D du marteau dans les images CBCT.

Description	Modèle 3D	Coupe axiale
Repère le plus supérieur de la tête du marteau		

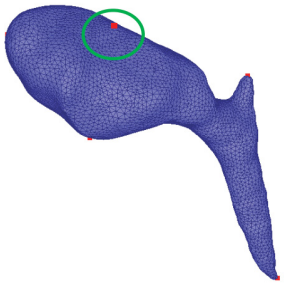
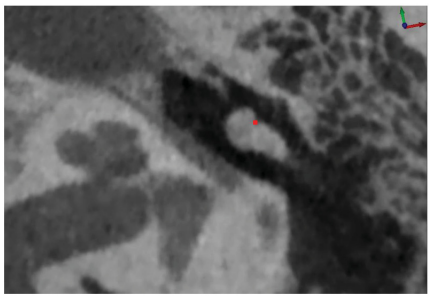
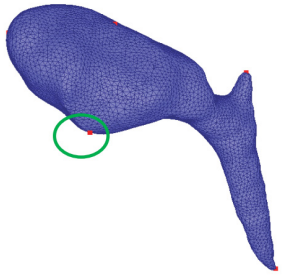
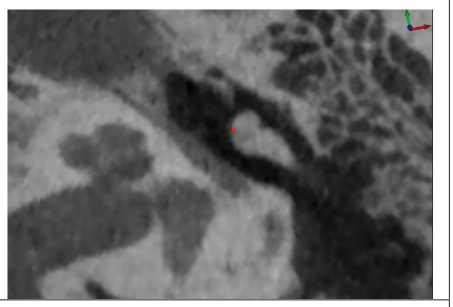
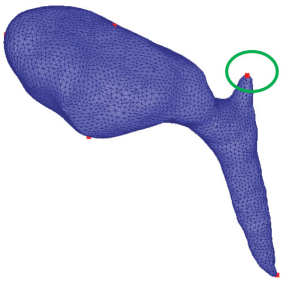
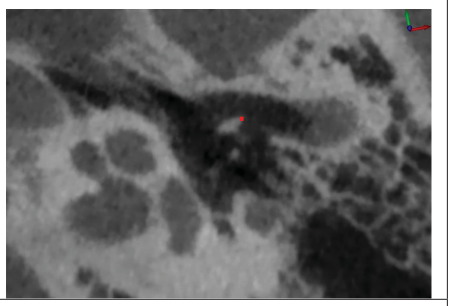
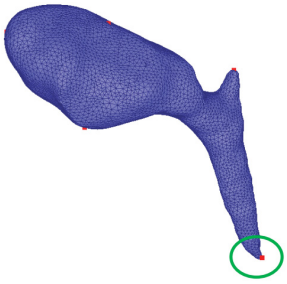
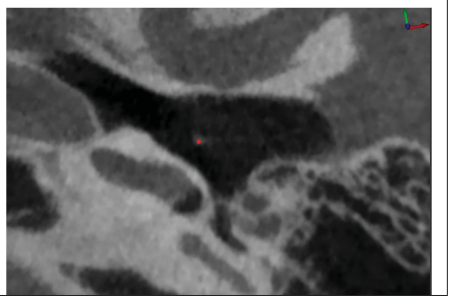
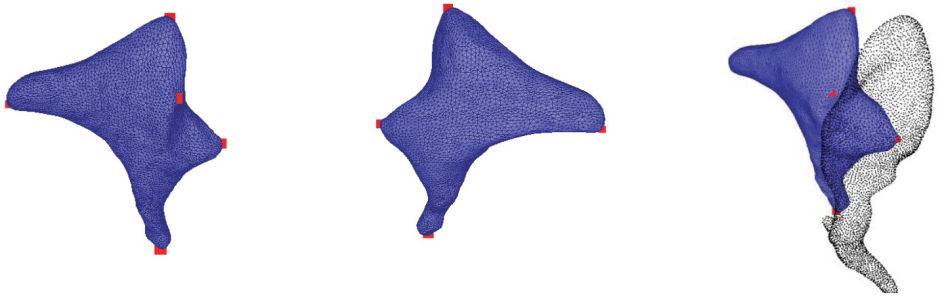
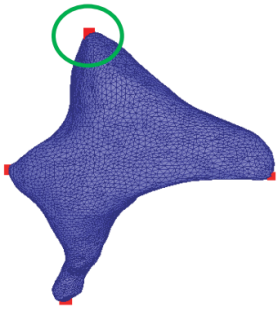
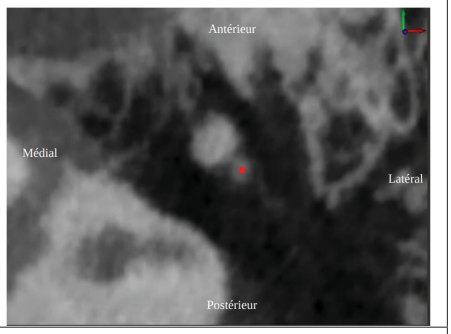
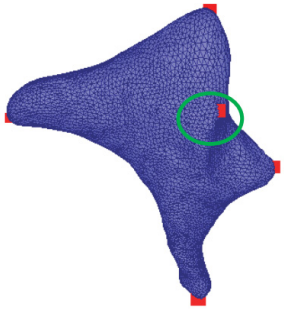
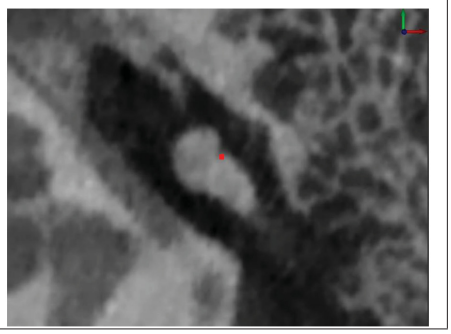
Description	Modèle 3D	Coupe axiale
Repère le plus latéral de la surface articulaire		
Repère le plus médial de la surface articulaire		
Repère le plus latéral de l'apophyse latérale		
Repère le plus médial du manche du marteau		

Tableau .2. – Guide de numérisation des repères de l'enclume (par Annie-Pier Lavallée)

Cinq repères à positionner sur l'enclume d'un examen CBCT



Ces repère sont positionnés sur les tranches axiales à l'aide de l'application Flava3D. Il est important de noter que ces repère serviront seulement au recalage du modèle 3D de l'enclume dans les images CBCT.

Description	Modèle 3D	Coupe axiale
Repère le plus supérieur du corps de l'enclume		
Repère le plus latéral de la surface articulaire		

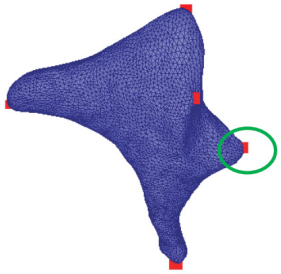
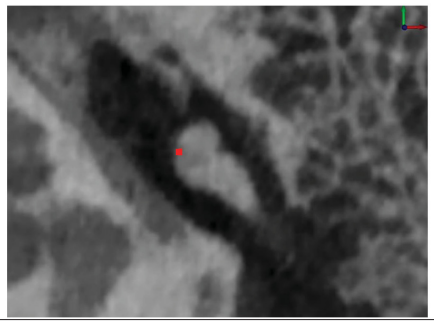
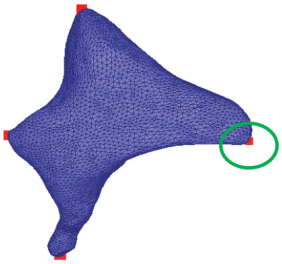
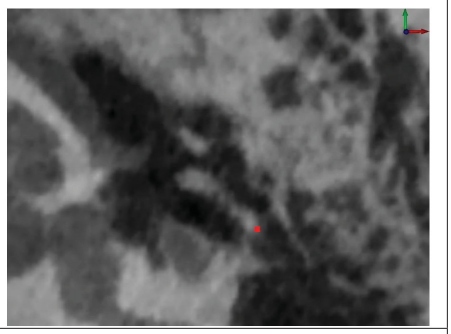
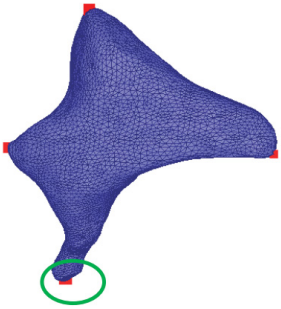
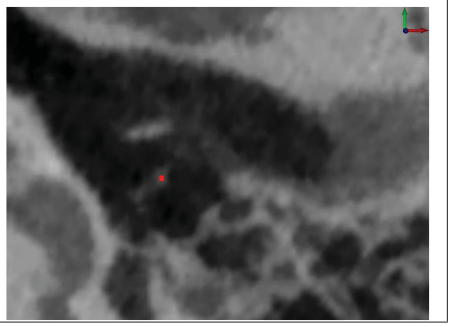
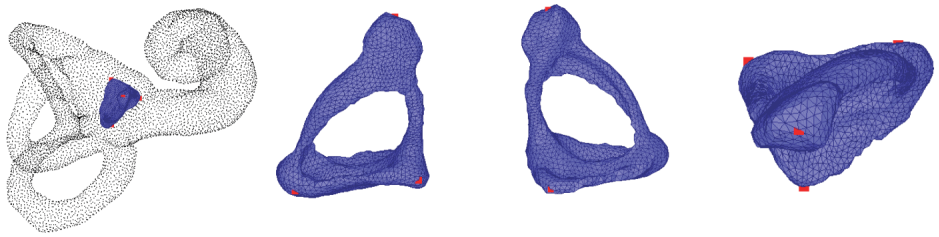
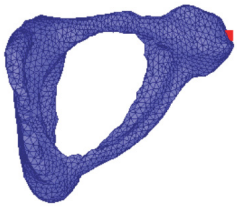
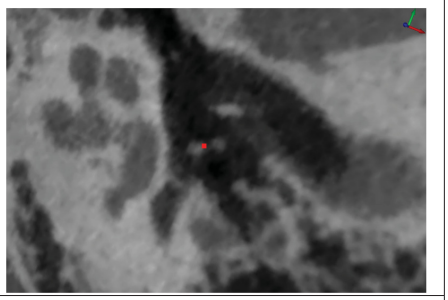
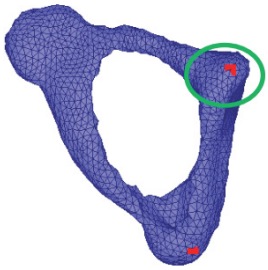
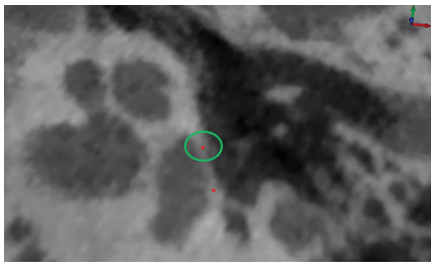
Description	Modèle 3D	Coupe axiale
Repère le plus médial de la surface articulaire		
Repère le plus latéral de la branche horizontale		
Repère le plus inférieur de l'apophyse lenticulaire		

Tableau .3. – Guide de numérisation des repères de l'étrier (par Annie-Pier Lavallée)

Cinq repères à positionner sur l'enclume d'un examen CBCT



Ces repère sont positionnés sur les tranches axiales à l'aide de l'application Flava3D. Il est important de noter que ces points serviront seulement au recalage du modèle 3D de l'étrier dans les images CBCT pour éviter la déformation de l'oreille interne dans l'étrier.

Description	Modèle 3D	Coupe axiale
Repère le plus latéral de la tête de l'étrier		
Repère le plus inféro-antérieur sur la platine de l'étrier. Ce repère doit se situer dans la zone grise près de la fenêtre ovale de l'oreille interne		

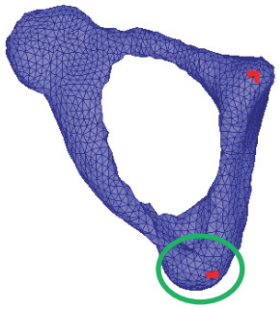
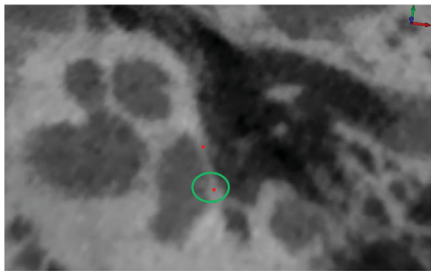
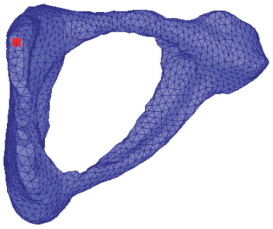
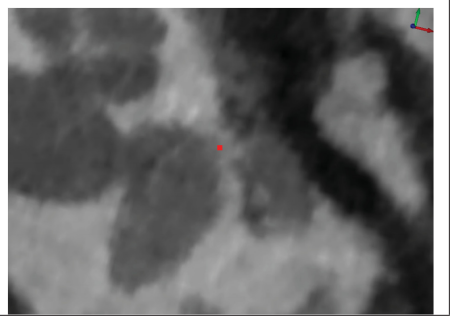
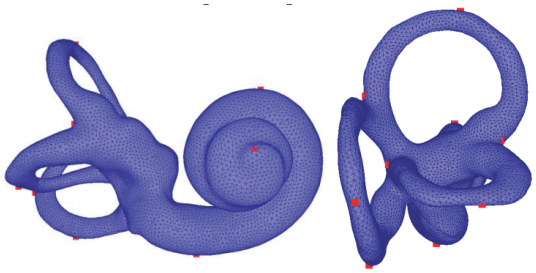
Description	Modèle 3D	Coupe axiale
Repère le plus inféro-postérieur sur la platine de l'étrier. Ce repère doit se situer dans la zone grise près de la fenêtre ovale de l'oreille interne		
Repère le plus supérieur de la platine		

Tableau .4. – Guide de numérisation des repères de l'oreille interne (par Annie-Pier Lavallée)

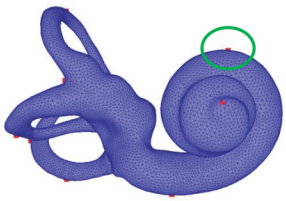
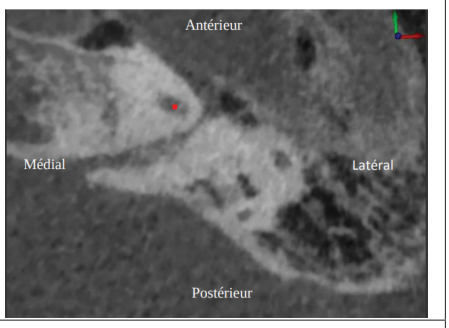
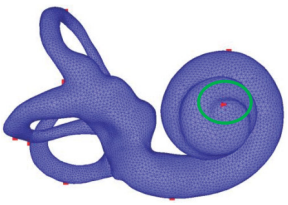
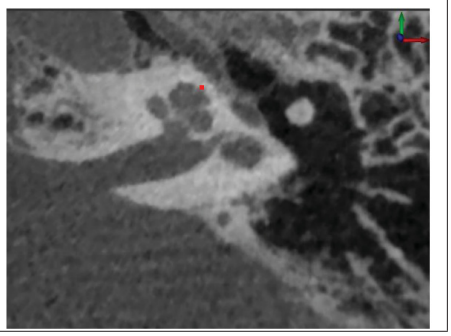
Dix repères à positionner sur l'oreille interne d'un examen CBCT

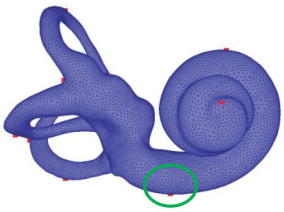
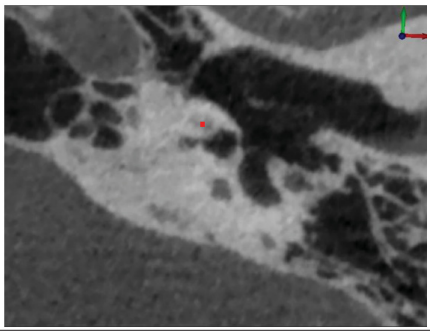
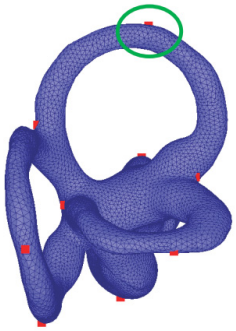
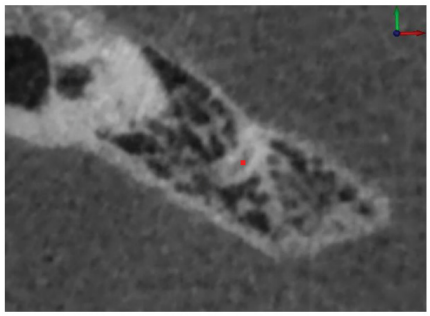
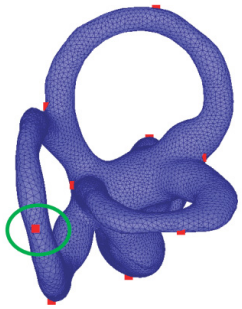
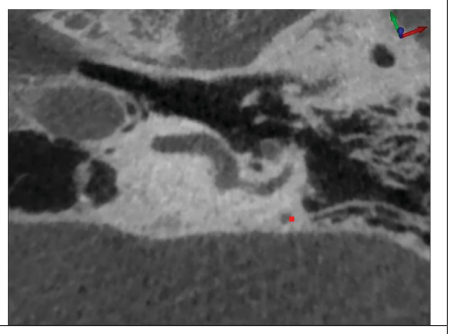
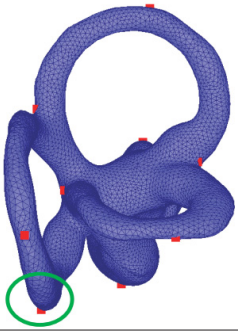
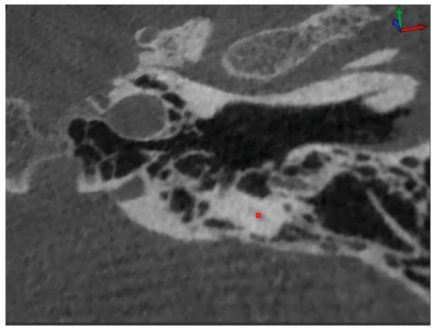


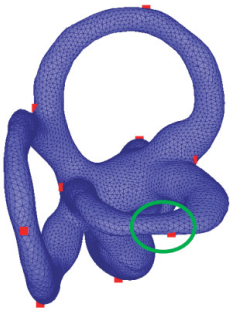
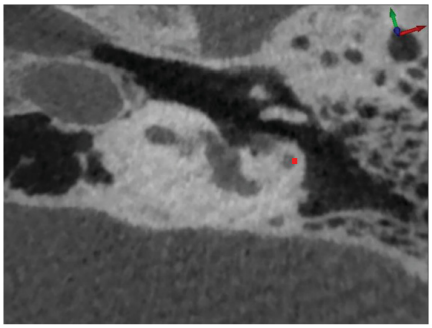
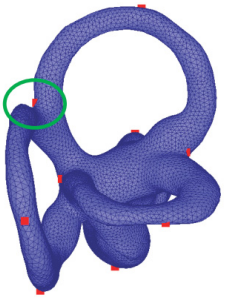
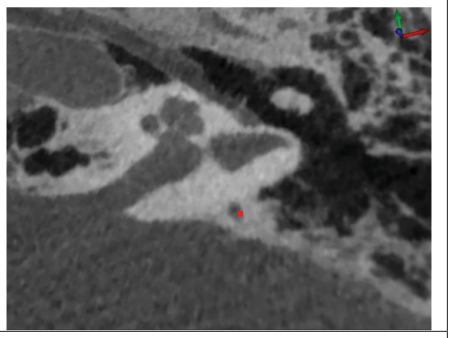
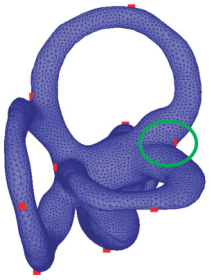
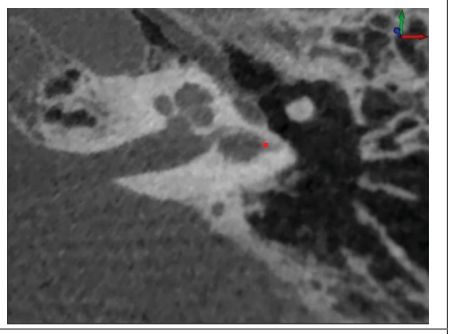
Cochlée	3 pts
CSC postérieur	2 pts
CSC antérieur	1 pt
CSC latéral	1 pt
Jonction entre les CSC	3 pts

CSC : Canal semi-circulaire

Ces repère sont positionnés sur les tranches axiales à l'aide de l'application Flava3D. Il est important de noter que ces repère serviront seulement au recalage du modèle 3D de l'oreille interne dans les images CBCT.

Description	Modèle 3D	Coupe axiale
Repère le plus supérieur de la cochlée		
Repère le plus latéral de la cochlée		

Description	Modèle 3D	Coupe axiale
Repère le plus inférieur de la cochlée		
Repère le plus supérieur du CSC antérieur		
Repère le plus postérieur du CSC postérieur		
Repère le plus inférieur du CSC postérieur		

Description	Modèle 3D	Coupe axiale
Repère le plus latéral du CSC latéral		
Repère de jonction entre le CSC postérieur et le CSC antérieur		
Repère de jonction entre le CSC latéral et le CSC antérieur		
Repère de jonction entre le CSC latéral et le CSC postérieur	