

Commande d'un manipulateur aérien avec l'approche de décomposition virtuelle

par

Sarah MECHICHI

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE LA MAÎTRISE
AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE
M.Sc.A.

MONTRÉAL, LE 06 DÉCEMBRE 2022

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Sarah Mechichi, 2022



Cette licence [Creative Commons](#) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Maarouf Saad, directeur de mémoire
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Jawhar Ghommam, codirecteur de mémoire externe
À l'Université Sultan Qaboos

M. Vahé Nerguizian, président du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Yassine Kali, membre du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 30 NOVEMBRE 2022

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mes directeurs de recherche, Professeur Maarouf Saad et Professeur Jawhar Ghomam, pour le temps qu'ils ont consacré à m'encadrer. Je souhaite leur exprimer toute ma reconnaissance de m'avoir proposé ce sujet de mémoire enrichissant et de m'avoir fourni les outils méthodologiques nécessaires pour mener à bien ce travail.

Je remercie aussi tous mes collègues du GRÉPCI pour le soutien et aide qu'ils m'ont apportés durant toute la période de ma maîtrise.

Mes remerciements s'adressent, également, aux membres du Jury d'avoir accepté d'évaluer mon mémoire.

Je remercie enfin mes chers parents d'avoir toujours cru en moi, de m'avoir encouragée et de m'avoir apporté leur soutien sur tous les plans et sur toute la durée de mes études. Je finis par remercier ma sœur et particulièrement mon mari de m'avoir supportée et aidée à surmonter les moments les plus difficiles au cours de ces deux dernières années.

Commande d'un manipulateur aérien avec l'approche de décomposition virtuelle

Sarah MECHICHI

RÉSUMÉ

Le but de ce mémoire est de commander un manipulateur aérien par l'approche de contrôle par décomposition virtuelle (CDV). Le système étudié se composera d'un drone de châssis S500 et d'un manipulateur série à 2 degrés de liberté. Dans un premier temps, les modèles cinématique et dynamique du système seront élaborés. Dans un second temps, une commande d'altitude et d'orientation sera développée. Trois cas de commande seront présentés. Le premier consiste à appliquer les lois de commande classique de la méthode CDV. Les deux autres cas consistent à robustifier le cas précédent en employant les fonctions signe et tangente hyperbolique. Pour obtenir les différents paramètres physiques du système, un assemblage du système aérien sera réalisé sous SolidWorks. Cet assemblage sera constitué d'un design du drone S500 préexistant et d'un bras série conçu grâce au même logiciel pour répondre aux besoins. Pour valider les commandes développées, deux types de simulations seront effectuées. La première sera réalisée sous l'environnement de simulation MATLAB/ Simulink et sera effectuée pour deux scénarios de mouvement. Le Scénario I sera appliqué sur les trois cas de commande pour déterminer le cas permettant d'avoir les meilleures performances du système. Quant au Scénario II, il permettra de simuler les performances du système, en employant le cas de commande précédemment sélectionné, pour des trajectoires polynomiales cubiques. Le deuxième type de simulation sera sous Simscape Multibody consistera à appliquer le Scénario II sur l'assemblage réalisé et importé sous l'environnement mécanique de Matlab dans le but d'observer le mouvement du système de manipulation ainsi que les améliorations qui en découlent.

Mots clés : Manipulation aérienne, décomposition virtuelle, loi d'adaptation, commande robuste.

Control of an aerial manipulator with the virtual decomposition approach

Sarah MECHICHI

ABSTRACT

The purpose of this study is to control an aerial manipulator, using the Virtual decomposition control. The studied system will consist of an S500 chassis drone and a serial manipulator with 2 degrees of freedom. First, a kinematic and dynamic model of the machine will be established. Then, an altitude and orientation control will be developed. Three control cases will be presented. The first consists in applying the classic control laws of the VDC method. The other two are to robustify the previous case by using the sign and hyperbolic tangent functions. To get the different physical parameters of the system, an assembly of the aerial system will be carried out using SolidWorks. This assembly will consist of a pre-existing S500 drone design and a serial arm designed using the same software. To validate the developed controls, two types of simulations will be carried out. The first will be under the MATLAB/Simulink simulation environment and will be carried out for two motion scenarios. Scenario one will be applied to the three control cases and will allow the determination of the best control case. Scenario II, on the other hand, will simulate the performance of the optimal case for cubic polynomial trajectories. The second type of simulation will be under Simscape Multibody. It consists on applying the second scenario to the assembly produced and imported under Matlab mechanics in order to observe the movement of the manipulation system and the resulting improvements.

Keywords : Aerial manipulator, virtual decomposition control, adaptive control, robust control.

TABLE DES MATIÈRES

2.7	2.6.1.5 Vecteur vitesse augmenté	27
	2.6.2 Dynamique du bras	28
2.7	Modèle du manipulateur aérien	29
2.7.1	Modèle cinématique.....	31
2.7.2	Modèle dynamique.....	32
2.7.3	Contrôle du système de manipulation aérienne	34
	2.7.3.1 Vitesses requises	35
	2.7.3.1.1 Vitesses articulaires requises	35
	2.7.3.1.2 Vitesses angulaires requises.....	36
	2.7.3.1.3 Vitesses linéaires requises.....	36
	2.7.3.1.4 Vitesses requises exprimées dans le repère cartésien	37
	2.7.3.2 Forces et moments requis et lois de commande.....	37
	2.7.3.3 Contraintes non holonomiques	39
CHAPITRE 3 MODÈLISATION ET COMMANDE D'UN DRONE AVEC MANIPULATEUR..... 41		
3.1	Introduction.....	41
3.2	Modèle du système	41
	3.2.1 Présentation du système de manipulation aérienne	41
	3.2.2 Cinématique du système	42
	3.2.2.1 Paramètres Denavit-Hardenberg modifié	42
	3.2.2.2 Décomposition virtuelle du manipulateur.....	43
	3.2.2.3 Vitesses étendues et matrice Jacobienne.....	45
	3.2.3 Dynamique du système	46
	3.2.3.1 Dynamique de la base du drone	46
	3.2.3.2 Dynamique du premier lien du bras.....	48
	3.2.3.3 Dynamique du second lien du bras	49
	3.2.3.4 Dynamique du système	50
3.3	Étude des singularités	50
	3.3.1 Singularités du manipulateur	51
	3.3.2 Singularités du drone	53
3.4	Contrôle du manipulateur aérien.....	54
	3.4.1 Cas classique	54
	3.4.2 Deuxième cas	59
	3.4.3 Troisième cas	60
3.5	Étude de stabilité.....	61
	3.5.1 Étude de stabilité du cas classique	62
	3.5.2 Étude de stabilité du deuxième cas	65
	3.5.3 Étude de stabilité du troisième cas.....	67
3.6	Conclusion	68
CHAPITRE 4 SIMULATIONS ET RÉSULTATS..... 71		
4.1	Introduction.....	71
4.2	Simulation sous Simulink	71
	4.2.1 Scénario I	73

4.2.1.1	Résultats de simulations des trois cas de commande sans perturbations	74
4.2.1.2	Résultat de simulation de la troisième commande sous perturbations	84
4.2.1.3	Comparaison de la performance du système avec les trois commandes	85
4.2.2	Scénario II.....	86
4.2.2.1	Résultats de simulation	88
4.2.2.2	Discussion des résultats	94
4.3	Simulation sous Simscape Multibody.....	95
4.3.1	Résultats de simulation	96
4.3.2	Discussion des résultats	102
4.4	Conclusion	103
	CONCLUSION.....	105
	RECOMMANDATIONS	107
	ANNEXE I MATRICE DE RÉGRESSION ET VECTEUR DES PARAMÈTRES	109
	ANNEXE II CONCEPTION MÉCANIQUE DU BRAS ET ASSEMBLAGE SYSTÈME DE MANIPULATION AÉRIENNE	113
	ANNEXE III IMPORTATION DU CAD DU SYSTÈME SOUS SIMSCAPE MULTIBODY.....	117
	LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	123

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 3.1 Tableau des paramètres Denavit-Hartenberg modifié	42
Tableau 4.1 Paramètres physiques du système.....	72
Tableau 4.2 Trajectoires désirées du Scénario I	73
Tableau 4.3 Paramètres de l'algorithme de contrôle pour le Scénario I.....	74
Tableau 4.4 Tableau comparatif des erreurs moyennes quadratiques	86
Tableau 4.5 Trajectoires désirées du Scénario II	87
Tableau 4.6 Paramètres de l'algorithme de contrôle du Scénario II.....	88

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1 Manipulation de charge avec hélicoptère munie d'une corde	5
Figure 1.2 Manipulation coopérative de charge avec trois hélicoptères.....	5
Figure 1.3 Drone avec pince ventrale pour la saisie et le transport d'objets	6
Figure 1.4 Drone muni d'un bras manipulateur sériel à 2 DDL	7
Figure 1.5 Drone muni d'un bras manipulateur parallèle à 6 DDL	8
Figure 1.6 Système aérien d'ouverture de valve avec deux bras manipulateurs à 2 DDL	9
Figure 1.7 Manipulation aérienne coopérative avec deux quadrirotors.....	10
Figure 1.8 Schéma d'un manipulateur aérien parallèle coopérative avec trois quadrirotors.	11
Figure 2.1 Système robotique complexe.....	16
Figure 2.2 Schéma illustratif de la méthode CDV	16
Figure 2.3 Robot à 2DDL avant et après décomposition virtuelle Adapté de Zhu (2010)	18
Figure 2.4 UAV muni d'un bras manipulateur sériel à n degrés de liberté	30
Figure 3.1 Drone muni d'un bras manipulateur sériel à 2 degrés de liberté	42
Figure 3.2 Schéma du manipulateur virtuellement décomposé	43
Figure 3.3 Mouvements non atteignables par le bras	52
Figure 3.4 Mouvements non atteignables par le quadrirotor	53
Figure 3.5 Schéma bloc de la commande avec l'approche classique	54
Figure 3.6 Schéma bloc de la commande avec la deuxième approche	60
Figure 3.7 Schéma bloc de la commande avec la troisième approche.....	60
Figure 3.8 Graphe d'évolution signe et tangente hyperbolique.....	61
Figure 4.1 Suivi de trajectoire de l'altitude sous Simulink.....	75
Figure 4.2 Suivi de trajectoire des articulations sous Simulink Scénario I	75

Figure 4.3 Suivi des trajectoires des angles d'Euler sous Simulink Scénario I.....	76
Figure 4.4 Erreur de poursuite d'altitude sous Simulink Scénario I.....	77
Figure 4.5 Erreur de poursuite des angles des articulations sous Simulink Scénario I	77
Figure 4.6 Erreur de poursuite des angles d'Euler sous Simulink Scénario I.....	78
Figure 4.7 Force de poussée du drone sous Simulink Scénario I	79
Figure 4.8 Couples du manipulateur sous Simulink Scénario I.....	79
Figure 4.9 Couples du drone sous Simulink Scénario I.....	80
Figure 4.10 Effet de la saturation sur force de poussée dans le premier cas de commande Scénario I.....	82
Figure 4.11 Effet de la saturation sur l'erreur d'altitude dans le premier cas de commande Scénario I.....	82
Figure 4.12 Effet de la saturation sur la force de poussée dans le deuxième cas de commande Scénario I.....	82
Figure 4.13 Effet de la saturation sur l'erreur d'altitude dans le deuxième cas de commande Scénario I.....	83
Figure 4.14 Effet de la saturation sur la force de poussée dans le troisième cas de commande Scénario I.....	83
Figure 4.15 Effet de la saturation sur l'erreur d'altitude dans le troisième cas de commande Scénario I.....	83
Figure 4.16 Effets des perturbations sur le suivi d'altitude pour le troisième cas de commande Scénario I.....	84
Figure 4.17 Effets des perturbations sur l'erreur d'altitude pour le troisième cas de commande Scénario I.....	85
Figure 4.18 Effet des perturbations sur la force de poussée pour le troisième cas de commande Scénario I.....	85
Figure 4.19 Suivi de trajectoire de l'altitude sous Simulink Scénario II	88
Figure 4.20 Suivi des trajectoires des angles d'Euler sous Simulink Scénario II.....	89
Figure 4.21 Suivi de trajectoire des articulations sous Simulink Scénario II	90
Figure 4.22 Erreur de poursuite d'altitude sous Simulink Scénario II	90

Figure 4.23 Erreur de poursuite des angles d'Euler sous Simulink Scénario II	91
Figure 4.24 Erreur de poursuite des angles des articulations sous Simulink Scénario II	92
Figure 4.25 Force de poussée du drone sous Simulink Scénario II	92
Figure 4.26 Couples du drone sous Simulink Scénario II	93
Figure 4.27 Couples du manipulateur sous Simulink Scénario II	94
Figure 4.28 Image du système drone manipulateur à 2 DDL sous SolidWorks.....	95
Figure 4.29 Suivi de trajectoire de l'altitude sous Simscape Scénario II	96
Figure 4.30 Suivi de trajectoire des articulations sous Simscape Scénario II	96
Figure 4.31 Suivi des trajectoires des angles d'Euler sous Simscape Scénario II.....	97
Figure 4.32 Erreur de poursuite d'altitude sous Simscape Scénario II.....	98
Figure 4.33 Erreur de poursuite des angles des articulations sous Simscape Scénario II	98
Figure 4.34 Erreur de poursuite des angles d'Euler sous Simscape Scénario II.....	99
Figure 4.35 Force de poussée du drone sous Simscape Scénario II	100
Figure 4.36 Couple du manipulateur sous Simscape Scénario II	100
Figure 4.37 Couples du drone sous Simscape Scénario II.....	101
Figure 4.38 Configuration du système à différents instant de la simulation sous simscape Scénario II	102

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

CAD Conception assistée par ordinateur

CDV Contrôle par décomposition virtuelle

DDL Degré de liberté

RR Rotatif-Rotatif

UAV Unmanned Aerial Vehicles

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

${}^B_j F$	Vecteur force/moment du corps rigide B_j exprimé dans le repère $\{B_j\}$	
${}^B_j f$	Force du corps B_j exprimée dans le repère $\{B_j\}$	(N)
${}^B_j m$	Moment du corps B_j exprimé dans le repère $\{B_j\}$	(N.m)
V_{B_j}	Vecteur vitesse linéaire/ angulaire du corps B_j exprimé dans le repère $\{B_j\}$	
v_{B_j}	Vitesse linéaire du corps B_j exprimée dans le repère $\{B_j\}$	(m. s ⁻¹)
ω_{B_j}	Vitesse angulaire du corps B_j exprimée dans le repère $\{B_j\}$	(rad. s ⁻¹)
p_A	Flux virtuel de puissance, au point de découpage dans le repère A	(Watt)
X_{B_0}	Position suivant l'axe x, du repère B_0 par rapport au repère I exprimée dans le repère I	(m)
Y_{B_0}	Position suivant l'axe y, du repère B_0 par rapport au repère I exprimée dans le repère I	(m)
Z_{B_0}	Position suivant l'axe z, du repère B_0 par rapport au repère I exprimée dans le repère I	(m)
ϕ_{xB_0}	Angle de roulis exprimé dans le repère $\{B_0\}$	(rad)
θ_{yB_0}	Angle de tangage exprimé dans le repère $\{B_0\}$	(rad)
ψ_{zB_0}	Angle de lacet exprimé dans le repère $\{B_0\}$	(rad)
q_i	Position articulaire de la $i^{\text{ème}}$ liaison	(rad)
V	Vecteur des vitesses linéaires/angulaires généralisées du système	
${}^{B_0} V_{B_0}$	Vecteur vitesse linéaire/ angulaire du corps B_0 exprimé dans le repère $\{B_0\}$	
v_{B_0}	Vitesse linéaire du corps B_0 exprimée dans le repère $\{B_0\}$	(m. s ⁻¹)
ω_{B_0}	Vitesse angulaire du corps B_0 exprimée dans le repère $\{B_0\}$	(rad)
\dot{q}_i	Vitesse articulaire de la $i^{\text{ème}}$ liaison	(rad. s ⁻¹)
\ddot{q}_i	Accélération articulaire de la $i^{\text{ème}}$ liaison	(rad. s ⁻²)

${}^B_i V_{B_i}$	Vecteur vitesse linéaire/ angulaire du corps B_i exprimé dans le repère $\{B_i\}$	
V_b	Vecteur des vitesses linéaires/ angulaires étendues du système	
${}^B_i F_{B_i}^*$	Vecteur force/moment net appliqué sur le corps rigide B_i exprimé dans le repère $\{B_i\}$	
F_b^*	Vecteur force/moment net appliqué élargi du système	
τ_i	Vecteur moment de la $i^{\text{ème}}$ articulation	(N.m)
$\dot{q}^{(r)}$	Vecteur des vitesses articulaires requises	(rad. s^{-1})
$\dot{q}^{(d)}$	Vecteur des vitesses articulaires désirées	(rad. s^{-1})
λ_q	Matrice de gain des articulations	
${}^{B_0} V_{B_0}^{(r)}$	Vecteur vitesses linéaires/angulaires requises du corps B_0 exprimé dans le repère $\{B_0\}$	
$v_{B_0}^{(r)}$	Vitesse linéaire requise du corps B_0 exprimée dans le repère $\{B_0\}$	(m. s^{-1})
$\omega_{B_0}^{(r)}$	Vitesse angulaire requise du corps B_0 exprimée dans le repère $\{B_0\}$	(rad. s^{-1})
E_{I,B_0}	Vecteur des angles d'Euler mesurés représentant la rotation du repère $\{B_0\}$ par rapport au repère $\{I\}$	(rad)
$E_{I,B_0}^{(d)}$	Vecteur des angles d'Euler désirés	(rad)
$\dot{E}_{I,B_0}^{(d)}$	Vecteur des dérivées d'angles d'Euler désirés	(rad. s^{-1})
$\ddot{E}_{I,B_0}^{(d)}$	Vecteur des dérivées seconde d'angles d'Euler désirés	(rad. s^{-2})
λ_E	Matrice de gain des angles d'Euler	
$Z_{B_0}^{(d)}$	Altitude désirée du drone	(m)
$\dot{Z}_{B_0}^{(d)}$	Vitesse d'altitude désirée du drone	(m. s^{-1})
$\dot{Z}_{B_0}^{(r)}$	Vitesse d'altitude requise du drone	(m. s^{-1})
$\ddot{Z}_{B_0}^{(r)}$	Accélération d'altitude requise du drone	(m. s^{-2})
$\ddot{Z}_{B_0}^{(d)}$	Accélération d'altitude désirée du drone	(m. s^{-2})

λ_z	Gain de l'altitude	
Y_{B_i}	Matrice de régression du i ème corps	
θ_{B_i}	Vecteur des paramètres inconnus du i ème corps	
$\hat{\theta}_{B_i}$	Vecteur des paramètres estimés du i ème corps	
Γ_{B_i}	Matrice du taux d'adaptation	
m	Masse du drone	(kg)
m_i	Masse du $i^{\text{ème}}$ lien	(kg)
I_{B_0}	Moment d'inertie du drone	(kg.m ²)
I_{B_i}	Moment d'inertie du $i^{\text{ème}}$ lien	(kg.m ²)
l_i	Longueur du $i^{\text{ème}}$ lien	(m)
l_0	Distance entre le centre de masse du drone et de la première articulation	(m)
d_i	Distance entre la première articulation et le centre de masse du $i^{\text{ème}}$ lien	(m)
K_{B_i}	Matrice des gain de compensation de la rétroaction relative au corps B_i	
K'_{B_i}	Matrice des gain de robustesse du corps B_i	
Γ_{B_i}	Matrice du taux d'adaptation relative au corps B_i	
c_1	$\cos(q_1)$	
s_1	$\sin(q_1)$	
c_2	$\cos(q_2)$	
s_2	$\sin(q_2)$	
c_{12}	$\cos(q_1 + q_2)$	

$$s_{12} \quad \sin(q_1 + q_2)$$

$$c_\varphi \quad \cos(\varphi)$$

$$s_\varphi \quad \sin(\varphi)$$

$$c_\theta \quad \cos(\theta)$$

$$s_\theta \quad \sin(\theta)$$

$$c_\psi \quad \cos(\Psi)$$

$$s_\psi \quad \sin(\Psi)$$

INTRODUCTION

Au cours des dernières décennies, la recherche sur la manipulation aérienne n'a cessé d'évoluer. Autrefois utilisés dans des missions de défense, les quadrirotors ont progressivement été mis à la disposition du grand public permettant ainsi leur utilisation dans des domaines autres que le domaine militaire.

La saisie d'objets au sol à l'aide d'un drone doté d'un manipulateur est devenue un des principaux intérêts de la communauté des chercheurs.

En effet, le simple fait de munir un système à six degrés de liberté d'un ou plusieurs bras robotisés permet d'obtenir un mouvement du manipulateur dans un espace tridimensionnel rendant ainsi possible son exploitation dans divers domaines tels que la surveillance, l'inspection, la maintenance ou même la livraison.

Cependant, la complexité de ces systèmes réside dans le développement d'une commande permettant d'assurer un mouvement stable en faisant face aux incertitudes et perturbations issues des interactions des deux sous-systèmes l'un sur l'autre.

C'est dans ce cadre global que s'insère notre recherche, dont l'objectif principal est d'étudier la dynamique et la cinématique d'un système drone manipulateur , de développer sa commande et de tester ses performances à travers des simulations.

L'approche employée pour ce développement est la méthode de décomposition virtuelle. Cette méthode a fait ses preuves pour l'étude des systèmes complexes, tels que les robots manipulateurs, les robots hydrauliques, les robots flexibles ainsi que les humanoïdes.

De plus, dans notre cas, elle nous permettra d'assurer le couplage entre le robot aérien et le robot manipulateur. Et ce, en subdivisant le système en plusieurs corps rigides pour les contrôler d'une manière indépendante et en employant le concept de flux de puissances pour assurer la stabilité du système dans sa totalité.

Ce mémoire se compose de quatre chapitres distincts. Le premier chapitre présente une revue de littérature sur les différents types de manipulation aérienne ainsi que les différentes

commandes précédemment adoptées pour ce type de systèmes. Le deuxième chapitre introduit d'une part, la méthode de décomposition virtuelle et ses concepts et présente, d'autre part, le modèle ainsi que les lois de commande d'un manipulateur aérien à $(6+n)$ degrés de liberté. Le troisième chapitre décrit le modèle dynamique et cinématique d'un exemple de système composé d'un drone avec un bras sériel à deux degrés de liberté ainsi que trois cas différents de commande employée pour ce système. Le quatrième et dernier chapitre présente les résultats de deux types de simulations numériques: la première sous Simulink et la seconde sous l'environnement mécanique de Matlab, Simscape Multibody.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

1.1 Introduction

Les véhicules aériens sans pilote (ou UAV Unmanned Aerial Vehicles en anglais) ont suscité beaucoup d'intérêt au cours des dernières décennies. Ces systèmes ont fait l'objet de différentes recherches approfondies et ce, grâce à leurs performances ainsi que leur agilité (Khalifa & Fanni, 2017).

En effet, ils ont particulièrement été employés dans des tâches de surveillance, d'inspection et de cartographie. Yang & Lee (2014) ont par la suite remarqué que ces véhicules manquaient tout de même d'interaction avec leur environnement et qu'il était possible de les exploiter pour des utilisations polyvalentes. Dans ce travail, nous nous proposons d'étudier l'une de ces utilisations, à savoir, la manipulation aérienne et ses différentes catégories.

1.2 La manipulation aérienne

La manipulation aérienne est une des technologies les plus prisées de nos jours. Elle a été principalement exploitée dans l'exécution d'interventions couteuses ou dangereuses dans des zones inaccessibles. Très utile à l'Homme, elle prend tout son intérêt dans sa capacité à effectuer des missions qui permettent de faciliter ou parfois même de remplacer l'intervention des humains. Ces missions consistent principalement à réaliser des tâches de préhension, de transport, d'assemblage et de désassemblage de pièces mécaniques et parfois même de mesures instrumentales (Ruggiero et al., 2018).

En effet, un manipulateur aérien est un système composé de deux sous-systèmes, le premier garantissant le transport aérien et le second permettant l'interaction avec l'environnement et donc la manipulation.

À cet effet, les travaux réalisés sur la manipulation aérienne peuvent être classés en trois catégories selon le type de préhenseur associé au véhicule aérien.

1.2.1 La manipulation aérienne par cordes

Le transport de charge via véhicules aériens dotés de cordes de suspension est considéré comme l'un des premiers pas vers la manipulation aérienne. Cette technique a particulièrement été exploitée, dans le transport de pylônes électriques vers des zones éloignées ou dans les chantiers forestiers de Orsag et al. (2018). De nombreuses recherches se sont focalisées sur la manière de contrôler les perturbations sur le centre de masse du quadrirotor dues aux oscillations des cordes chargées. Pour faire face à ce problème Palunko et al. (2013) proposent une approche d'apprentissage par renforcement. En d'autres termes, le robot aérien doit être capable de découvrir et d'apprendre sa propre trajectoire, ce qui permet d'assurer le suivi de la trajectoire de référence par la charge suspendue. D'autres chercheurs se sont intéressés à ces systèmes tels que Palunko et al. (2012) qui étudie le problème de suivi de trajectoire sans oscillation pour ce type de système ainsi que Schultz & Murphey (2012) qui s'intéressent à la minimisation des vibrations résiduelles lors du transport de charge pour un quadrirotor à deux cordes.

Néanmoins, le coût de ce type de système est d'autant plus élevé que la masse de la charge à transporter est élevée. Pour remédier à ce problème, il a été démontré qu'une coopération entre plusieurs systèmes aériens dotés de cordes était possible. Cette manipulation en coopération permet ainsi de transporter des charges volumineuses à un coût raisonnable (Orsag et al., 2018). Parmi ces études, nous pouvons citer l'étude de Michael et al. (2011)

Malgré les améliorations sur ce type de préhenseur aérien, un inconvénient majeur reste présent. En effet, la manipulation par corde ne permet pas toujours d'obtenir un déplacement précis. Étant donné que le mouvement de la charge n'est pas régulier, la position d'entreposage reste tout de même grossière.



Figure 1.1 Manipulation de charge avec hélicoptère munie d'une corde

Tirée de Orsag et al. (2018)



Figure 1.2 Manipulation coopérative de charge avec trois hélicoptères

Tirée de Orsag et al. (2018)

1.2.2 La manipulation aérienne par pinces ventrales

L'ajout de pince ventrale sur un système aérien est considéré comme étant une solution au problème de précision lors de la préhension d'un objet. À cet effet, Mellinger et al. (2011) ont étudié le design d'une panoplie de pinces légères et peu complexes pour réaliser des tâches de saisie et de transport de charge. Ghadiok et al. (2011) conçoivent une pince rattachée à un drone et développent un algorithme de contrôle lui permettant de saisir des objets à des endroits particuliers. Dollar et al. (2011) abordent le sujet de la stabilité de ce type de système de préhension, développant ainsi un algorithme de contrôle permettant d'éliminer l'instabilité créée par la charge utile.



Figure 1.3 Drone avec pince ventrale pour la saisie et le transport d'objets

Tirée de Mellinger et al. (2011)

Ce type de manipulation reste le plus simple, principalement grâce à la facilité de conception, de modélisation et de commande d'une telle structure ainsi que le coût relativement faible (Ding et al., 2019). Néanmoins, cette méthode reste désavantageuse dans une certaine mesure. Comme il a été mentionné plus haut, selon Khalifa & Fanni (2017), le comportement du drone dans ce type d'utilisation est dominant dans le comportement de la structure globale. Ainsi la pince ayant une configuration fixe par rapport au drone et à ses pales, si elles existent, dispose d'un champ de manœuvre assez limité lors de la saisie des objets.

Pour réduire les limitations des deux types de préhenseurs précédents, une nouvelle catégorie regroupant les systèmes aériens munis de bras manipulateurs a vu le jour.

1.2.3 La manipulation aérienne par bras

La manipulation aérienne par bras consiste principalement à concevoir un système combiné se composant principalement d'un UAV auquel est rattaché un bras robotique. Une telle configuration permet ainsi de remédier aux limitations précédentes, garantissant un transport des charges de masses plus importantes, une précision de la saisie et de la manipulation de l'objet ainsi qu'une enveloppe plus importante comparée aux pinces ventrales. Ce volet de la manipulation aérienne a vu un intérêt remarquable. Différents types de bras ont été conçus pour répondre à ce besoin, et ce en modifiant certains paramètres pouvant donner naissance à une panoplie de configuration possible. Les différentes structures obtenues découlent d'un

changement du nombre de degrés de liberté des bras manipulateurs associés aux UAV, du type de chaîne cinématique, ouverte ou fermée, du nombre de bras mis en jeu et parfois même du nombre de véhicules volant coopérant dans cette manipulation.

1.2.3.1 Manipulation aérienne par bras à cinématique ouverte

Un manipulateur sériel est un mécanisme à chaîne cinématique ouverte, considéré comme une succession de membres montés en série relié l'un à l'autre entre elle grâce à des liaisons rotatives ou prismatiques. Ce type de bras est connu pour le grand espace de travail qu'il possède. La modélisation et la commande d'un drone muni d'un bras sériel à 2 DDL ont été étudiées par Gkountas et al. (2018), qui ont choisi de modéliser ses structures en se basant sur les équations de Newton-Euler. L'objectif de leur étude a été de maintenir l'effecteur final du manipulateur le plus près possible d'un point désiré tout en étant sous contraintes. L'apport de Khalifa & Fanni (2017) a été de présenter un nouvel algorithme de cinématique inverse permettant d'implémenter un contrôleur d'espace de travail. Il a aussi exploré le volet du contrôle de système en essayant trois types de commandes différentes.



Figure 1.4 Drone muni d'un bras manipulateur sériel à 2 DDL

Tirée de Jiao et al. (2018)

Ghasemi et al. (2019) se sont intéressés à l'étude dynamique d'un système aérien avec un robot sériel à 3 DDL. Ils ont utilisé un régulateur quadratique linéaire pour faire face au problème du temps de vol et ont opté pour deux types de commande, celle par mode glissant et celle par placement de pôles, pour soutenir la justesse de son modèle. Bellicoso et al. (2015) ont exploré

les systèmes aériens munis de bras sériel à 5 DDL. Ils ont eu recours à une structure capable de se replier sur elle-même pour éviter toute influence lors du décollage ou de l'atterrissement. D'autres études se sont penchées sur les systèmes de manipulation aérienne. Un bras robotique industriel redondant 7 DDL entièrement actionné a été employé pour la saisie des objets en utilisant sa redondance sur un hélicoptère (Kondak, et al., 2014). À cet effet un nouveau couplage cinématique a été proposé pour le contrôle en introduisant un degré de liberté de manipulation supplémentaire réalisé par rotation de l'hélicoptère autour de son axe de lacet.

1.2.3.2 Manipulation aérienne par bras à cinématique fermée

Un manipulateur parallèle est un mécanisme à chaîne cinématique fermée, composé d'une plateforme mobile, une base ainsi que des pattes permettant de relier ces deux dernières entre elles. Ce type de manipulateurs est doté d'une forte précision de positionnement ainsi que d'une rigidité structurelle, mais possède un espace de travail restreint. Danko et al. (2015) soulignent l'importance de la manipulation aérienne articulée totalement redondante, c'est-à-dire ; l'utilisation d'un bras de 6 degrés de liberté, soit un nombre de degrés de liberté lui permettant d'effectuer les six mouvements dans l'espace.



Figure 1.5 Drone muni d'un bras manipulateur parallèle à 6 DDL

Tirée de Danko et al. (2015)

Cette spécificité permet, d'une part, d'utiliser le drone pour se positionner grossièrement et le manipulateur pour rapprocher l'effecteur final à l'objet à saisir et d'autre part de compenser

les mouvements brusques et involontaires du quadrirotor. Il arrive à vérifier par la suite que pour ce même type de bras, une structure en parallèle est beaucoup plus légère qu'une structure serielle et tout aussi efficace pour répondre au besoin. Malgré ces apports, cette configuration a vu moins d'intérêt que la configuration serielle.

1.2.3.3 Manipulation aérienne par multi-bras

Le principal apport d'une structure aérienne munie de deux bras manipulateurs ou plus consiste à étendre le domaine d'utilisation du système. En effet, l'étude de Orsag et al. (2014) présente un système composé d'un UAV avec deux bras manipulateurs sériels à 2 DLL. Selon cette étude une telle structure les rend capables de se percher et manipuler, activer ou désactiver des vannes, assembler des objets, supprimer des obstacles et bien d'autres tâches. Dans le but d'assurer la sécurité de ces missions de manipulation aérienne, une commande adaptative basée sur la méthode de Lyapunov est proposée.



Figure 1.6 Système aérien d'ouverture de valve
avec deux bras manipulateurs à 2 DLL

Tirée de Orsag et al. (2014)

Dans ce même contexte, l'étude de Orsag et al. (2014) vient approuver la recherche précédente. Le système ainsi conçu consiste à utiliser ce même type de manipulateur dans le but de faire tourner des valves. L'auteur met l'accent sur l'importance du couplage entre le manipulateur et le drone qui permettra l'efficacité d'interaction de l'effecteur final avec son environnement lors de l'exécution de la tâche.

1.2.3.4 Manipulation aérienne coopérative par bras

Comme pour la manipulation par cordes, la coopération des manipulateurs aériens par bras a vu un fort intérêt. Citons l'étude de Kim et al. (2018) qui porte sur la préhension de tige à l'aide de deux manipulateurs aériens. La structure étudiée est ainsi composée de deux quadrirotors munis de bras à plusieurs degrés de liberté. Une telle approche est considérée prometteuse pour améliorer la charge utile qu'un seul robot est capable de supporter.

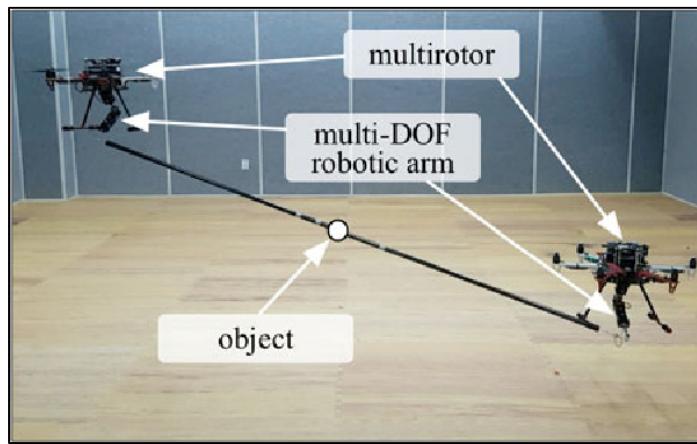


Figure 1.7 Manipulation aérienne coopérative avec deux quadrirotors

Tirée de Kim et al. (2018)

Plus récemment, Konstantinos & Anthony (2021) se sont intéressés à la manipulation coopérative, à deux quadrirotors, basée sur la configuration leader/suiveur. Ils ont étudié la dynamique de ce système en se référant à la méthode de Newton-Euler récursive pour rendre compte de l'interaction entre le robot et l'UAV.

Cependant, ce type de structure ne permet pas le contrôle total des six degrés de liberté de l'effecteur terminal. À cet effet, nous proposons l'exemple de Michael et al. (2011) ainsi que Six et al. (2018) qui ont eu l'idée de développer des systèmes de manipulation aérienne coopérative inspirés des manipulateurs parallèles. Une telle structure consiste à relier trois quadrirotors rattachés par une architecture articulée rigide composée de trois pattes et d'une plateforme.

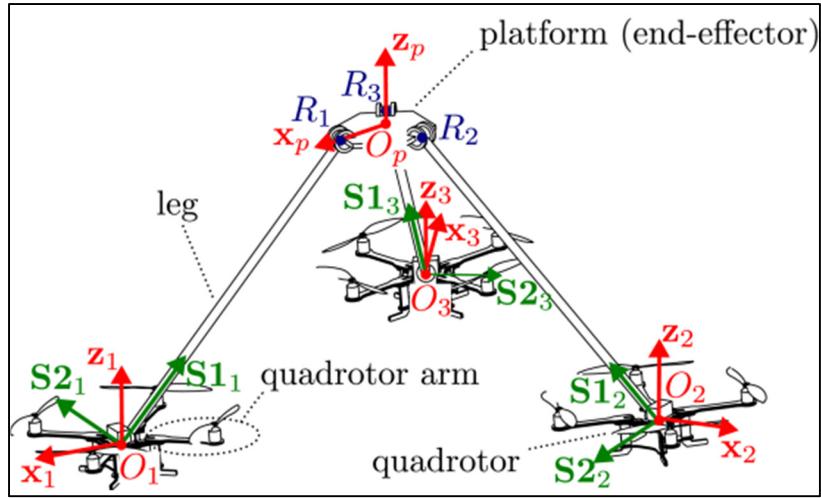


Figure 1.8 Schéma d'un manipulateur aérien parallèle coopérative avec trois quadrirotors

Tirée de Six et al. (2018)

Avec l'ajout d'un troisième quadrirotor, dont le montage est présenté par la Figure 1.8, le contrôle total de la position et de l'orientation de la plate-forme est assuré. Permettant ainsi une meilleure précision lors de la préhension de l'objet ainsi qu'une meilleure stabilité en vol.

1.3 Modélisation et commande des manipulations aériennes par bras robotisé

Comparés à tous les types de manipulation aérienne, les défis majeurs pour la manipulation aérienne avec bras robotisés sont: d'une part, la modélisation dynamique de ce système et d'autre part, son contrôle (Ding et al., 2019). En effet, la complexité de ce modèle est due principalement aux perturbations qu'effectuent les deux sous-systèmes l'un sur l'autre ainsi que la non-linéarité du système global.

Les recherches réalisées sur les drones munis de bras peuvent être classées en deux catégories. Une approche indépendante, c'est-à-dire que les deux systèmes sont modélisés et contrôlés indépendamment l'un de l'autre et où le mouvement du bras est considéré comme étant une perturbation externe sur le drone. Cependant cette méthode simple reste inexacte. Et une approche globale, plus efficace et traduisant le fonctionnement réel du système et qui consiste à modéliser et à contrôler la structure globale. Ainsi les deux dynamiques sont couplées et

l'influence que peuvent avoir le drone et le bras l'un sur l'autre est définie comme une perturbation interne au manipulateur aérien.

1.3.1 Approche indépendante

L'approche indépendante consiste à utiliser des algorithmes de contrôle préexistants du quadrirotor ainsi que du manipulateur et d'y ajouter des modifications pour les adapter à la dynamique du système combiné. De nombreuses recherches ont été basées sur cette approche. Yang & Lee (2014) se basent sur la décomposition passive et découpent la dynamique de Lagrange du système Quadrirotor-Manipulateur en deux parties distinctes, la dynamique du centre de masse et la dynamique interne entre le quadrotor et le manipulateur. Ils emploient par la suite une commande de type backstepping pour suivre la trajectoire de l'effecteur final. Ruggiero et al. (2015) adoptent une architecture multicouche basée sur un contrôleur PID pour commander le quadrirotor tout en tenant compte du mouvement du manipulateur. Ils considèrent ainsi trois couches visant à réduire les effets des mouvements du bras au niveau du centre de gravité du drone. Ainsi la première couche permettra de compenser le mouvement de la batterie, la seconde de contrebalancer le résidu des effets statiques du bras sur l'UAV et la dernière d'estimer les forces et moments externes agissant sur le véhicule aérien et de les renvoyer au contrôleur pour les corriger.

1.3.2 Approche globale

L'approche globale est certes beaucoup plus complexe, mais reste tout de même la plus complète. En effet, elle permet d'étudier la dynamique du système dans sa globalité sans avoir à le diviser en deux structures indépendantes.

L'étude (Lippiello & Ruggiero, 2012) a été la première permettant de modéliser un système de manipulation aérienne complet. Les deux auteurs se sont basés sur une commande d'impédance cartésienne modifiée basée sur l'apport de la redondance à combler les défis de la modélisation aérodynamique ainsi que les interférences.

Mebarki et al. (2014) proposent un nouveau contrôleur qui permet de réguler les commandes de vitesse générées par un schéma d'asservissement visuel basé sur une image externe. Le contrôleur, qui prend en compte toute la dynamique du système, est conçu sur la base du backstepping intégral. Ce retour visuel fourni par une caméra rattachée au système permet de générer simultanément des commandes de vitesse pour l'UAV et le manipulateur afin qu'une cible visuelle soit atteinte. Le système de contrôle prend en compte le sous-actionnement lié aux véhicules à voilure tournante, tout en exploitant la redondance du système de fonctionnalité pour accomplir la tâche.

Buonocore et al. (2015) optent aussi pour l'asservissement visuel en le combinant avec un contrôle de tâche hiérarchique. Cette commande hybride assure la manipulation aérienne. Ils ajoutent au système un mécanisme d'activation/désactivation de tâche dans le but d'éviter la discontinuité dans l'action de contrôle.

Comme il a été mentionné ci-haut, Orsag et al. (2014) adoptent une méthode de commande adaptative par modèle de référence basée sur la théorie de Lyapunov pour traiter les changements du centre de masse et de l'inertie, ainsi que les perturbations externes pendant la manipulation.

En conclusion, l'approche indépendante est la plus simple, néanmoins elle manque de précision et ce contrairement à l'approche globale qui est plus précise, bien que plus difficile à employer. Aussi l'emploi de la première méthode est de plus en plus délaissé par les chercheurs, car elle ne permet pas de modéliser le comportement réel du système en globalité.

1.4 Conclusion

Cette revue de littérature nous a permis d'énumérer les différents types de manipulateurs aériens ainsi que les différents types de contrôle et d'approches employés pour ce type de robot et l'innovation réalisée à ce sujet.

Parmi les différentes structures présentées, nous nous intéresserons à la structure composée d'un quadrirotor muni d'un bras manipulateur sériel. Le choix de la manipulation aérienne par bras repose principalement sur le fait qu'elle nous permet de transporter des charges dont la masse est plus importantes que celle transportée par les autres types de manipulation. De plus elle nous procure une précision de saisie et de manipulation des objets. Quant au choix de la

structure de chaîne cinématique ouverte, il a été basé sur la simplicité de la modélisation d'une telle structure mais aussi le large espace de travail qu'elle nous procure en comparaison avec la structure parallèle.

Notre étude reposera sur l'approche globale. Grâce à la méthode de décomposition virtuelle, nous sommes capables d'isoler les différents corps rigides du système dans le but d'étudier leurs cinématique et dynamique pour les rassembler à la fin et obtenir le modèle complet, où le bras et le drone sont couplés et où l'influence du mouvement de l'un sur l'autre est composée.

Dans le chapitre suivant nous présenterons plus en détail, les concepts de la méthode ainsi que la modélisation et la commande sur laquelle elle est basée.

CHAPITRE 2

APPROCHE DE CONTRÔLE PAR LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION VIRTUELLE

2.1 Introduction

Le contrôle des drones manipulateurs implique un certain nombre de défis. Considérés comme des robots complexes, ils requièrent un contrôle basé sur des modèles pour prendre en compte toute la dynamique non linéaire couplée du système (Jafarinasab & Sorouspour, 2015).

À cet effet, nous nous proposons d'adopter la méthode de contrôle par décomposition virtuelle (CDV), concept développé par (Zhu, 2010). La CDV est une méthode de contrôle entièrement basée sur la dynamique des robots complexes. Reposant sur le concept de flux de puissance virtuelle, elle permet de passer d'un robot hyper-DDL à un ensemble de sous-systèmes.

La modélisation de ce système originel consiste à appliquer le formalisme de Newton-Euler de la dynamique sur chacun des sous-systèmes le composants, d'une manière indépendante. Ainsi le problème de contrôle de ce système est simplifié en un ensemble de sous problèmes. De cette manière la commande développée sera basée sur l'implémentation de l'algorithme de contrôle de chaque sous-système de façon modulaire (Callot, 2006).

Dans ce chapitre, nous allons expliquer les principes de la méthode, le concept de flux de puissance. Par la suite, nous appliquerons la méthode sur un manipulateur planaire à deux degrés de liberté. Pour finir, nous donnerons le modèle dynamique d'un manipulateur aérien ainsi que les lois de commande dans le cas généralisé.

Ces éléments seront par la suite exploités, dans le chapitre 3, pour définir un cas particulier d'un drone muni d'un bras à deux degrés de liberté.

2.2 Méthode de décomposition virtuelle

Le principe de base de la méthode de décomposition virtuelle est de diviser virtuellement un système robotique complexe en n_o objets et n_{ch} chaînes ouvertes et de les représenter sous forme d'un graphe orienté.

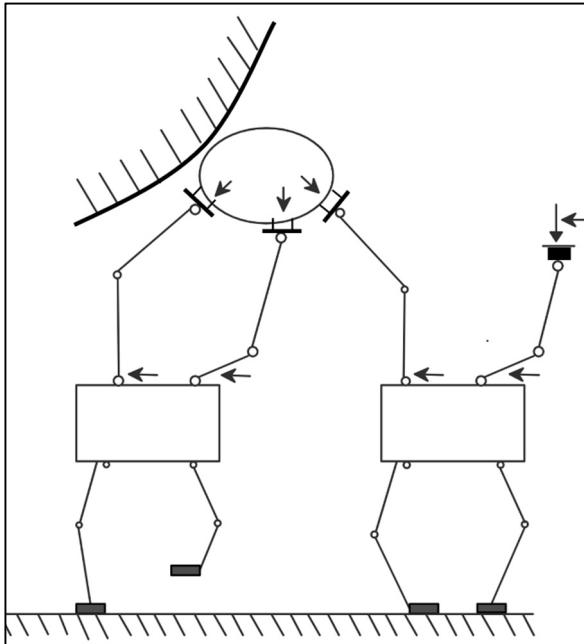


Figure 2.1 Système robotique complexe

Adapté de Zhu (2010)

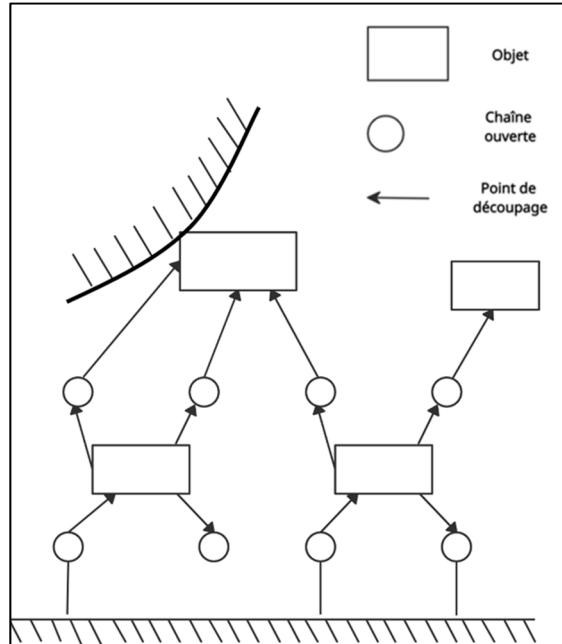


Figure 2.2 Schéma illustratif de la méthode CDV

Adapté de Zhu (2010)

Une telle décomposition permet ainsi de passer du modèle de la Figure 2.1 à celui de la Figure 2.2. Pour obtenir un tel schéma de la Figure 2.2, il est important de faire la distinction entre trois éléments principaux :

2.2.1 Point de découpage

Les points de découpage sont des points où l'on sépare les chaînes ouvertes et les objets du système. Un point de coupure se situe sur un corps rigide dans le but de transférer toutes les composantes de la force et du moment à travers ce point. Ainsi la commande du sous-système passe via le point de découpage. Ce qui implique que ce point est à la fois un point de

commande et un point commandé dépendamment de l'endroit sur lequel nous nous plaçons. Pour cette raison, un point de découpage est représenté par une flèche. Cette flèche indique la direction de référence du vecteur force/moment. En d'autres termes, le point de commande est celui duquel sort la flèche et le point commandé est celui vers lequel elle pointe.

De ce fait, un point de découpage peut être à la fois un point de commande pour un objet et un point commandé pour une chaîne ouverte ou inversement (Callot, 2006).

Il est à noter que dans un graphe orienté, il existe toujours un point source et un point récepteur. C'est-à-dire que les directions de référence sont assignées de telle manière qu'aucun chemin circulaire ne soit formé dans un graphe orienté (El Kawni, 2020).

2.2.2 Chaîne ouverte

Une chaîne ouverte est une série de liens rigides connectés les uns aux autres via des articulations à un degré de liberté. Il est à retenir qu'une chaîne ouverte est connectée à un maximum de deux objets. De plus, si un lien rigide est relié à trois articulations ou plus, il est considéré comme un objet.

2.2.3 Objet

Par définition, selon la méthode CDV, tout corps rigide ayant un contact avec l'environnement est considéré comme un objet.

2.3 Décomposition virtuelle des chaînes

La décomposition virtuelle est effectuée à l'échelle du robot, mais aussi à l'échelle des chaînes ouvertes le composant.

Étant composé d'un ensemble de liens rattachés l'un à l'autre grâce à des articulations, le découpage se fait ainsi entre chaque composant la constituant.

Au niveau de la coupure, nous associons deux types de repères. Cette association diffère pour le lien et l'articulation. Pour un lien i , nous associons un repère B_i au point commandé et un autre T_{i+1} pour le point de commande. Par ailleurs, pour les articulations, l'association des

repères est inversée, c'est-à-dire que le repère B_i est associé au point de commande et le T_i au point commandé.

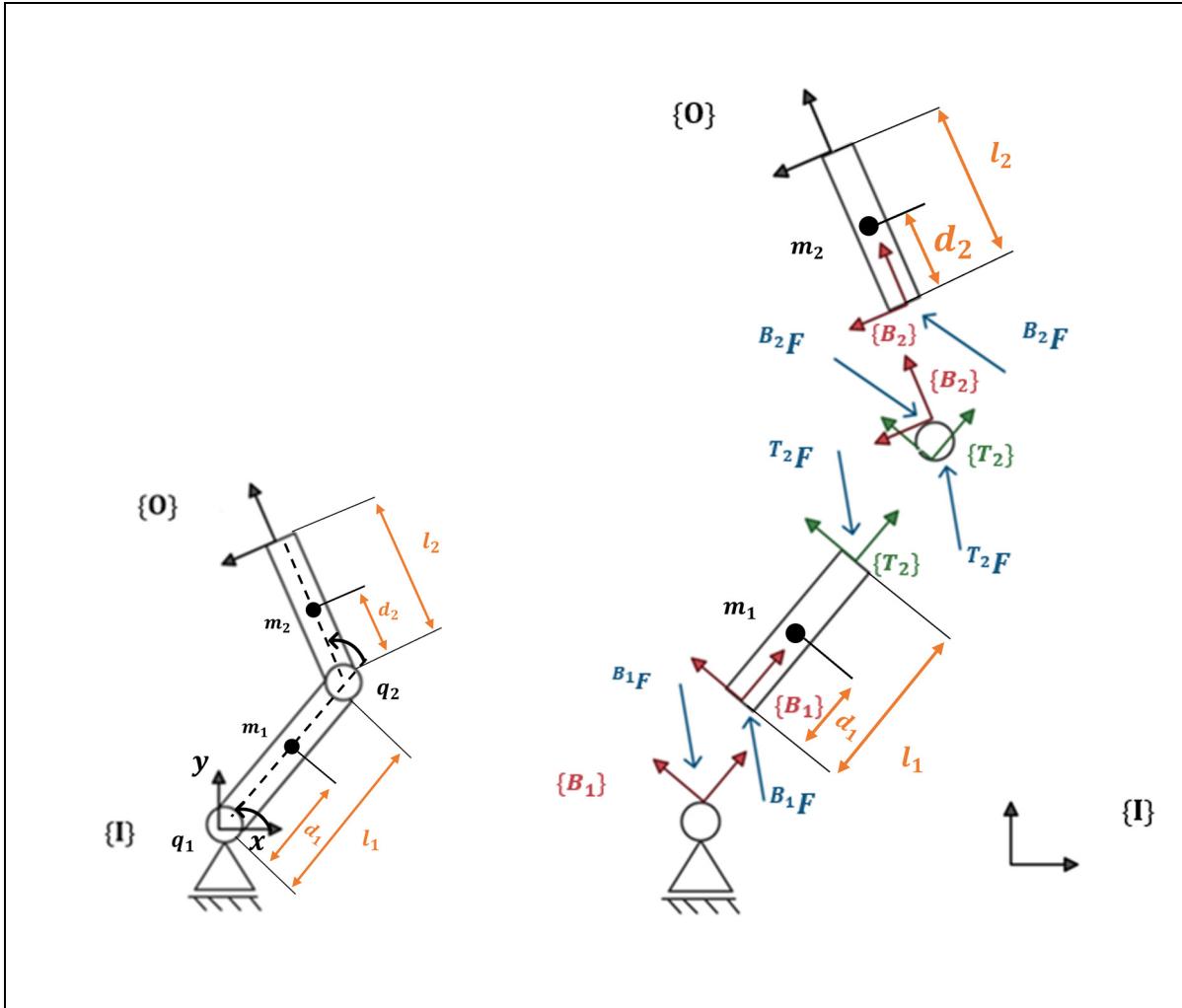


Figure 2.3 Robot à 2DDL avant et après décomposition virtuelle
Adapté de Zhu (2010)

L'exemple présenté par la figure représente la décomposition d'un robot à 2 DDL. Ce robot constitue un exemple de chaîne ouverte simple composée de deux articulations et deux liens rigides. Il est à rappeler qu'un point de découpage est une interface de séparation qui coupe virtuellement un lien. Les deux surfaces en résultant gardent ainsi la même position et la même orientation.

La transformation entre les repères B_i et T_{i+1} ainsi que celle entre les repères T_i et B_i sont assurées en respectant la convention Denavit-Hartenberg.

En effet, la transformation entre B_i et de T_{i+1} , dépend de la nature du lien. Ainsi si α_i , selon la notation de Denavit-Hartenberg, est égale à zéro alors le passage entre les deux repères est une translation pure. Si par ailleurs elle est différente de zéro, alors le passage entre les deux repères est une translation suivant l'axe x et une rotation autour de l'axe x d'un angle α_i .

Pour la transformation entre B_i et de T_i , ce n'est autre qu'une translation suivant l'axe z avec une distance d_i et une rotation autour de l'axe z d'un angle θ_i .

2.4 Forces et vitesses entre deux repères

Dans le but d'exprimer des forces ou des vitesses dans un repère B_j qui sont préalablement mesurées dans un repère B_i , il est primordial de définir la matrice de transformation entre ces deux repères.

2.4.1 Transformation entre deux repères

La matrice de transformation entre deux repères B_i et B_j définie par la relation suivante :

$${}^{B_i}U_{B_j} = \begin{bmatrix} {}^{B_i}R_{B_j} & 0_{3 \times 3} \\ ({}^{B_i}r_{B_iB_j} \times) {}^{B_i}R_{B_j} & {}^{B_i}R_{B_j} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6} \quad (2.1)$$

Dans cette expression, ${}^{B_i}R_{B_j}$ est la matrice de rotation du repère B_i par rapport au repère B_j et

${}^{B_i}r_{B_iB_j} = [{}^{B_i}r_{B_iB_j}(1) \quad {}^{B_i}r_{B_iB_j}(2) \quad {}^{B_i}r_{B_iB_j}(3)]$ le vecteur position B_j et le repère B_i

Par ailleurs $({}^{B_i}r_{B_iB_j} \times)$ est définie par (2.1).

$$({}^{B_i}r_{B_iB_j} \times) = \begin{bmatrix} 0 & -{}^{B_i}r_{B_iB_j}(3) & {}^{B_i}r_{B_iB_j}(2) \\ {}^{B_i}r_{B_iB_j}(3) & 0 & -{}^{B_i}r_{B_iB_j}(1) \\ -{}^{B_i}r_{B_iB_j}(2) & {}^{B_i}r_{B_iB_j}(1) & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

2.4.2 Expressions de la force et la vitesse dans deux repères

Soient deux repères B_i et B_j rattachés à un corps rigide.

${}^B_j F$ est le vecteur force/moment du corps rigide exprimé dans le repère B_j dont l'expression est la suivante :

$${}^B_j F = \begin{bmatrix} {}^B_j f \\ {}^B_j m \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6 \quad (2.3)$$

Où ${}^B_j f$ la composante force et ${}^B_j m$ la composante moment du ${}^B_j F$.

Ainsi pour un même objet, nous pouvons exprimer le vecteur de force mesuré dans B_j , dans un autre repère B_i grâce à la relation suivante :

$${}^B_i F = {}^B_i U_{B_j} \cdot {}^B_j F \quad (2.4)$$

De même pour le vecteur vitesse, V_{B_j} le vecteur vitesse du corps rigide exprimé dans le repère B_j dont l'expression est la suivante :

$$V_{B_j} = \begin{bmatrix} v_{B_j} \\ \omega_{B_j} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^6 \quad (2.5)$$

Avec v_{B_j} la vitesse linéaire et ω_{B_j} la vitesse angulaire.

Ainsi pour exprimer ce vecteur vitesse mesurée dans B_j , dans un autre repère B_i nous avons recours à l'expression suivante :

$$V_{B_i} = {}^B_i U_{B_j} \cdot V_{B_j} \quad (2.6)$$

2.5 Flux virtuel de puissance

2.5.1 Définition

Pour un corps rigide, V_A et ${}^A F$ sont respectivement la vitesse réelle, la force appliquée et $V_A^{(r)}$ et ${}^A F^{(r)}$ respectivement la vitesse requise et la force requises, exprimées dans un repère A.

L'expression du flux virtuel de puissance, au point de découpage dans le repère A, est régie par une relation entre l'erreur de vitesse et l'erreur de force comme le montre l'expression suivante :

$$p_A = (V_A^{(r)} - V_A)^T ({}^A F^{(r)} - {}^A F) \quad (2.7)$$

De ce qui précède, nous pouvons déduire que pour un corps rigide dont la vitesse et la force qui lui est appliquée exprimées dans un même repère α , le flux de puissance virtuel généré exprimé dans ce même repère n'est autre que :

$$p_\alpha = V_\alpha \cdot {}^\alpha F \quad (2.8)$$

D'où, en exploitant les relations (2.4),(2.6) et (2.7) nous pouvons obtenir la relation suivante :

$$V_{B_i} \cdot {}^B i F = V_{B_j} \cdot {}^B j F \quad (2.9)$$

L'équation (2.9) permet ainsi de prouver l'invariance du flux de puissance dans un corps rigide donné. C'est un principe sur lequel repose la méthode et qui servira pour la stabilité du système global (Callot, 2006).

2.5.2 Energie et flux de puissance virtuelle

Le signe du flux change avec le changement de direction des vecteurs forces et vitesses d'un corps rigide dans un repère α .

En effet, le flux de puissance est dit positif c'est-à-dire qu'il absorbe de l'énergie lorsque la force et la vitesse possèdent la même direction. Dans ce cas, le corps emmagasine l'énergie sous forme d'énergie potentielle ou cinétique.

Dans le cas où la direction de la force s'oppose à celle de la vitesse, le flux est alors négatif. Dans ce cas, le corps cède son énergie à son environnement. Les autres forces appliquées sur ce corps sont la cause de cette perte d'énergie.

2.5.3 Matrice de transformation des repères de la décomposition virtuelle

Selon (El Kawni, 2020), en exploitant les équations (2.1) et (2.2) ainsi que les paramètres de la convention Denavit-Hartenberg (DH), il est facile de définir les transformations entre les différents repères de CDV.

D'après la convention DH, il existe deux groupes de transformations, le premier étant une translation de distance d_i selon z accompagnée d'une rotation d'angle θ_i autour z et le second une translation de distance a_i selon l'axe x accompagnée d'une rotation d'un angle α_i autour de x .

Ainsi, si l'on choisit de mettre les différents repères T_i confondus avec les repères de la convention DH, nous pouvons associer le premier groupe à la transformation entre le repère B_i et le repère T_i et le second à celle entre le repère B_i et le repère T_{i+1} .

Ce qui nous permet d'écrire les deux relations suivantes.

$$\begin{aligned} {}^{T_i}U_{B_i} &= \begin{bmatrix} R_z(\theta_i) & & 0_{3 \times 3} \\ \begin{bmatrix} 0 & -d_i & 0 \\ -d_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} R_z(\theta_i) & R_z(\theta_i) \end{bmatrix} \\ {}^{B_i}U_{T_{i+1}} &= \begin{bmatrix} R_x(\alpha_i) & & 0_{3 \times 3} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_i \\ 0 & a_i & 0 \end{bmatrix} R_x(\alpha_i) & R_x(\alpha_i) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.10)$$

En ayant recours aux deux transformations précédemment définies, nous pouvons trouver toutes les transformations ${}^B_iU_{B_{i+1}}$ du système grâce à la relation (2.11).

$${}^B_iU_{B_{i+1}} = {}^{B_i}U_{T_{i+1}} \cdot {}^{T_{i+1}}U_{B_{i+1}} \quad (2.11)$$

Cette relation permettra par la suite de déterminer les transformations ${}^B_iU_{B_j}$, tel que $i < j$ et $i, j \in \{1, \dots, n\}$, qui serviront de base pour la construction de la matrice jacobienne de la méthode de décomposition virtuelle.

2.6 Exemple d'application de la CDV : Bras à deux degrés de liberté

Dans le but d'expliciter la méthode de décomposition virtuelle, nous allons étudier l'exemple du robot à deux degrés illustré par la Figure 2.3.

Dans cet exemple, l_1 et l_2 sont les deux longueurs respectives du premier et du deuxième membre, $[q_1 \quad q_2]^T$ le vecteur des positions articulaires et $[\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T$ le vecteur des vitesses articulaires.

Nous étudierons la cinématique et la dynamique de ce robot planaire RR en employant la méthode de décomposition virtuelle.

La démarche adoptée pour traiter ce robot est présentée par (Zhu, 2010).

2.6.1 Cinématique du bras

2.6.1.1 Position et vitesse de l'effecteur

D'après la Figure 2.3, nous pouvons observer que l'axe x du repère inertiel $\{I\}$ est aligné avec celui du repère rattaché à l'effecteur $\{O\}$. Ainsi en employant la convention Denavit-Hartenberg nous pouvons déterminer l'expression de la matrice de rotation entre le repère $\{O\}$ et le repère $\{I\}$.

$${}^I R_O = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} \\ s_{12} & c_{12} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad (2.12)$$

D'autre part, la position du repère $\{O\}$ dans le repère inertiel $\{I\}$, exprimée en fonction des coordonnées articulaires q_1 et q_2 , notée $[x_0 \quad y_0]^T$.

$$\begin{aligned} x_0 &= l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ y_0 &= l_1 s_1 + l_2 s_{12} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Par conséquent, les vitesses linéaires cartésiennes $[\dot{x}_0 \quad \dot{y}_0]^T$ sont obtenues en dérivant les positions précédemment définies et ont ainsi les expressions suivantes :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

La relation entre les vitesses articulaires et cartésiennes de l'effecteur terminal est obtenue grâce à l'équation suivante :

$${}^o v = J \dot{q} \quad (2.15)$$

Où ${}^o v$ est le vecteur vitesse de l'effecteur exprimé dans le repère $\{O\}$, J la matrice jacobienne du bras et \dot{q} les vitesses articulaires.

Pour obtenir la vitesse ${}^o v$, il faudra multiplier le vecteur $[x_0 \quad y_0]^T$ par ${}^I R_O^T = {}^o R_I$ et ainsi obtenir la relation suivante :

$${}^o v = {}^o R_I \begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \end{bmatrix} = {}^o R_I \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Par conséquent, nous pouvons identifier l'expression de la matrice jacobienne.

$$J = {}^o R_I \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} \\ -s_{12} & c_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

2.6.1.2 Matrices de rotation et de transformation

En appliquant la méthode de décomposition virtuelle, nous avons obtenu la Figure 2.3. Cette figure met en évidence les différents repères T_i , B_i et T_{i+1} .

Le but de cette section est de définir les relations entre ces repères.

2.6.1.2.1 Matrice de rotation entre les repères B_i

En se basant sur la même figure, nous pouvons déduire les expressions des matrices de rotation associées aux repères ; $\{I\}$, $\{B_1\}$ et $\{B_2\}$.

$${}^I R_{B_1} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 \\ s_1 & c_1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$${}^{B_1} R_I = {}^I R_{B_1}^T = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 \\ -s_1 & c_1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$${}^{B_1} R_{B_2} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 \\ s_2 & c_2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

$${}^{B_2} R_{B_1} = {}^{B_1} R_{B_2}^T = \begin{bmatrix} c_2 & s_2 \\ -s_2 & c_2 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

2.6.1.2.2 Matrice de transformation des repères de la décomposition virtuelle

Comme déjà mentionné, les matrices ${}^T_iU_{B_i}$ et ${}^B_iU_{T_{i+1}}$ sont indispensables pour passer des vecteurs de vitesses linéaires et angulaires aux vecteurs de forces et couples du manipulateur. Pour cela nous allons nous aider de l'équation (2.1).

Il est à noter que pour les mouvements planaires, les matrices ${}^B_iU_{B_j} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Ainsi nous obtenons les expressions suivantes :

$${}^{B_1}U_{T_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & l_1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$${}^{T_2}U_{B_2} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Ainsi grâce à ces deux matrices, nous pouvons obtenir la matrice de transformation entre le repère $\{B_1\}$ et $\{B_2\}$:

$${}^{B_1}U_{B_2} = {}^{B_1}U_{T_2} \cdot {}^{T_2}U_{B_2} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 \\ l_1 s_2 & l_1 c_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

2.6.1.3 Les vitesses linéaires et angulaires

Pour un robot planaire, le vecteur vitesse est de dimension trois. En d'autres termes, deux vitesses linéaires, dans notre cas, une suivant x et une autre suivant y ainsi qu'une vitesse angulaire autour de z.

$${}^{B_1}V = \begin{bmatrix} {}^{B_1}R_I \begin{bmatrix} \dot{x}_{B_1} \\ \dot{y}_{B_1} \end{bmatrix} \\ \omega_{B_1} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

$${}^{B_2}V = \begin{bmatrix} {}^{B_2}R_I \begin{bmatrix} \dot{x}_{B_2} \\ \dot{y}_{B_2} \end{bmatrix} \\ \omega_{B_2} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$${}^{T_2}V = \begin{bmatrix} {}^{T_2}R_I \begin{bmatrix} \dot{x}_{T_2} \\ \dot{y}_{T_2} \end{bmatrix} \\ \omega_{T_2} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Avec ${}^{B_1}V$, ${}^{B_2}V$ et ${}^{T_2}V \in \mathbb{R}^3$ respectivement les vecteurs vitesses de l'origine du repère B_1 , B_2 et T_2 exprimés dans le repère inertiel I. Et ω_{B_1} , ω_{B_2} et ω_{T_2} les vitesses angulaires de ces trois repères exprimées aussi dans le repère inertiel.

2.6.1.4 Les forces et moments

De même que pour le vecteur vitesse, le vecteur force/moment est de dimension trois.

Dans le cas de notre système, nous retrouvons deux catégories de force/moment.

La première catégorie regroupe les forces et moments appliqués par l'articulation i sur le lien i et la seconde, les forces et moments appliqués par le lien i sur l'articulation i+1 et dont les expressions sont les suivantes :

$${}^{B_1}F = \begin{bmatrix} {}^{B_1}R_I \begin{bmatrix} f_{B_1x} \\ f_{B_1y} \end{bmatrix} \\ n_{B_1} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$${}^{B_2}F = \begin{bmatrix} {}^{B_2}R_I \begin{bmatrix} f_{B_2x} \\ f_{B_2y} \end{bmatrix} \\ n_{B_2} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Avec $[f_{B_1x}, f_{B_1y}]^T$ et $[f_{B_2x}, f_{B_2y}]^T \in \mathbb{R}$ respectivement le vecteur des forces appliquées sur le premier lien par la première articulation et le vecteur des forces appliquées sur le second lien

par la deuxième articulation. n_{B_1} et n_{B_2} sont les moments appliqués respectivement par le premier lien par la première articulation et le second lien par la deuxième articulation. Pour la seconde catégorie, le vecteur force/moment est exprimé par la relation (2.30).

$${}^{T_2}F = \begin{bmatrix} {}^{T_2}R_I \begin{bmatrix} f_{T_2x} \\ f_{T_2y} \end{bmatrix} \\ n_{T_2} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Où $[f_{T_2x}, f_{T_2y}]^T$ et n_{T_2} sont respectivement les forces et le moment appliqués par le deuxième lien sur la première articulation.

2.6.1.5 Vecteur vitesse augmenté

Le vecteur de vitesse augmenté est un vecteur regroupant les vitesses articulaires \dot{q}_1 et \dot{q}_2 d'une part et les vitesses linéaires et angulaires ${}^{B_1}V$ et ${}^{B_2}V$ précédemment présentées.

Pour déterminer l'expression du vecteur vitesse élargie, il est primordial d'exprimer les vitesses ${}^{B_1}V$ et ${}^{B_2}V$ en fonction des vitesses articulaires.

En nous référant à la Figure 2.3 d'une part et aux matrices de transformations précédemment définies d'une autre, ceci nous permet d'obtenir les expressions suivantes :

$${}^{B_1}V = z\dot{q}_1 = [0 \quad 0 \quad \dot{q}_1]^T \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} {}^{T_2}V &= {}^{B_1}U_{T_2}^T {}^{B_1}V \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & l_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot [0 \quad 0 \quad \dot{q}_1]^T \\ &= [0 \quad 0 \quad \dot{q}_1]^T \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} {}^{B_2}V &= z\dot{q}_2 + {}^{T_2}U_{B_2} {}^{T_2}V \\ &= z\dot{q}_2 + {}^{B_1}U_{B_2} {}^{B_1}V \\ &= z\dot{q}_2 + {}^{B_1}U_{B_2} z\dot{q}_1 \\ &= [0 \quad 0 \quad \dot{q}_1 + \dot{q}_2]^T \end{aligned} \quad (2.33)$$

Avec $z = [0 \ 0 \ 1]^T$.

Ainsi grâce aux égalités (2.23) et (2.24), l'expression du vecteur vitesse augmenté est décrite par l'équation suivante :

$$\nu = \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ {}^B_1V \\ {}^B_2V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ z & 0 \\ {}^B_1U_{B_2}z & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = J\dot{q} \quad (2.34)$$

2.6.2 Dynamique du bras

L'équation générale des deux liens rigides du robot étudié pour un mouvement bidirectionnel planaire sans soumission à la gravité peut s'écrire sous la forme suivante :

$$M_{B_i} \frac{d}{dt}({}^{B_i}V) + C_{B_i}(\omega_{zB_i}){}^{B_i}V = {}^{B_i}F^* \text{ avec } i=1,2 \quad (2.35)$$

Avec M_{B_i} la matrice des masses, C_{B_i} la matrice des forces de Coriolis et centrifuges ${}^{B_i}F^*$ le vecteur forces/couples résultants nets ${}^{B_i}V$ le vecteur vitesse et ω_{zB_i} la vitesse angulaire, tous relatifs au repère B_i et exprimés dans le repère inertiel $\{I\}$.

Pour la seconde articulation, soit le repère B_2 , la dynamique est exprimée comme suit :

$$M_{B_2} \frac{d}{dt}({}^{B_2}V) + C_{B_2} \cdot (\omega_{zB_2}){}^{B_2}V = {}^{B_2}F^* \quad (2.36)$$

Avec

$$M_{B_2} = \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & m_2 d_2 \\ 0 & m_2 d_2 & m_2 d_2^2 + I_{o2} \end{bmatrix} \quad ((2.37))$$

D'après l'équation (2.33), $\omega_{zB_2} = (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)$ d'où :

$$C_{B_2}(\omega_{zB_2}) = \begin{bmatrix} 0 & -m_2 & -m_2 d_2 \\ m_2 & 0 & 0 \\ m_2 d_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \quad (2.38)$$

$${}^{B_2}F^* = {}^{B_2}F \quad (2.39)$$

Pour ce qui est de la première articulation, nous obtenons les équations suivantes :

$$M_{B_1} \frac{d}{dt}({}^{B_1}V) + C_{B_1}(\omega_{zB_1}) {}^{B_1}V = {}^{B_1}F^* \quad (2.40)$$

Avec

$$M_{B_1} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & m_1 d_1 \\ 0 & m_1 d_1 & m_1 d_1^2 + I_{o1} \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

D'après l'équation (2.31), $\omega_{zB_1} = \dot{q}_1$ d'où

$$C_{B_1} \cdot (\omega_{zB_1}) = \begin{bmatrix} 0 & -m_1 & -m_1 d_1 \\ m_1 & 0 & 0 \\ m_1 d_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{q}_1 \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} {}^{B_1}F^* &= {}^{B_1}F - {}^{B_1}U_{T_2}^T T_2 F \\ &= {}^{B_1}F - {}^{B_1}U_{B_2} {}^{B_2}F \end{aligned} \quad (2.43)$$

2.7 Modèle du manipulateur aérien

Le système étudié est un UAV équipé d'un manipulateur sériel à n degrés de liberté.

Ce système mécanique multicorps possède $(6 + n)$ degrés de liberté, tel que six degrés de liberté associés au véhicule aérien et n pour le manipulateur. Le développement qui sera présenté est inspiré de (Jafarinab & Sirospour, 2015).

Pour étudier ce système complexe, il est important de définir les différents repères qui lui sont associés pour aboutir à un modèle cinématique et dynamique.

La Figure 2.4 permet de représenter ces repères. Ainsi I correspond au repère inertiel, B_0 est un repère fixe attaché au centre de masse de l'UAV, B_i un repère fixe attaché au $i^{\text{ème}}$ lien et B_{n+1} un repère fixé à l'objet.

Il est important de préciser que la fixation des repères B_i se fait au niveau de l'articulation reliant deux corps rigides successifs.

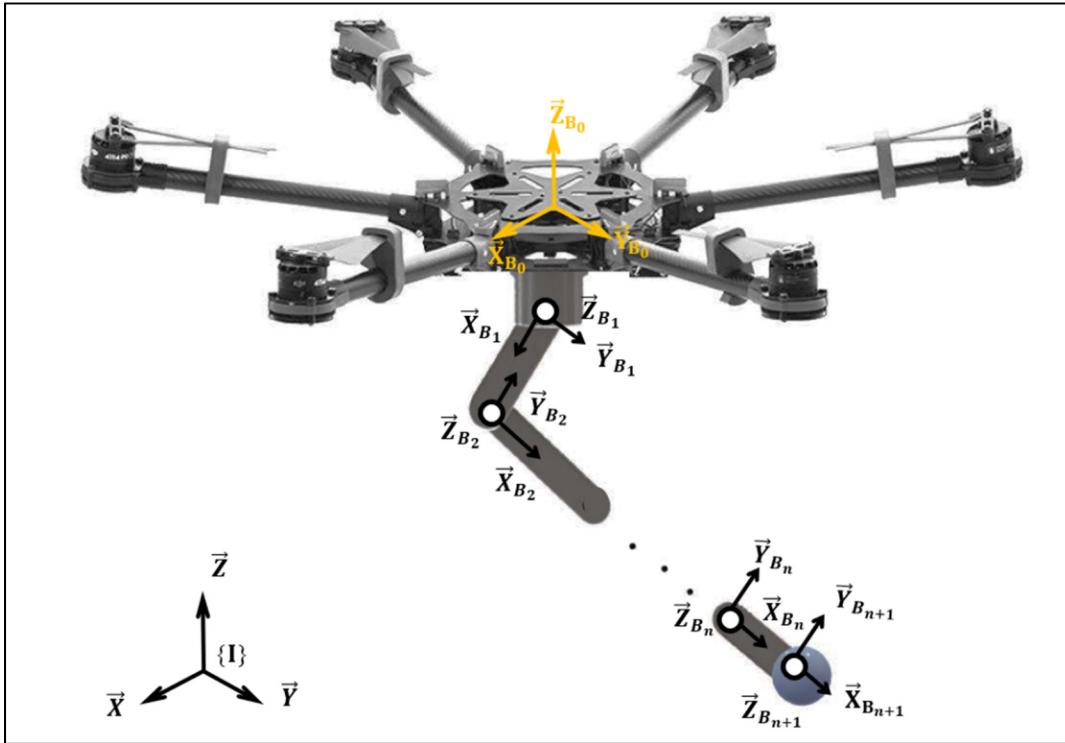


Figure 2.4 UAV muni d'un bras manipulateur sériel à n degrés de liberté

Pour la suite du travail, nous allons définir ξ la matrice décrivant la configuration du système précédemment présenté. Cette matrice est définie dans l'équation (2.44).

$$\xi = [{}^I P_{B_0}^T, {}^{I,B_0} E_{I,B_0}^T, q^T]^T \in \mathbb{R}^{6+n} \quad (2.44)$$

Où le vecteur ${}^I P_{B_0} = [X_{B_0}, Y_{B_0}, Z_{B_0}]^T \in \mathbb{R}^3$ représente la position du repère B_0 par rapport au repère I exprimé dans le repère I, ${}^{I,B_0} E_{I,B_0} = [\phi_{xB_0}, \theta_{yB_0}, \psi_{zB_0}]^T \in \mathbb{R}^3$ le vecteur des angles d'Euler représentant la rotation du repère B_0 par rapport au repère I et $q = [q_1, q_2, q_3 \dots q_n] \in \mathbb{R}^n$ n'est autre que le vecteur des positions articulaires du bras manipulateur.

2.7.1 Modèle cinématique

L'étude cinématique consiste à étudier le mouvement du système, c'est-à-dire ses positions et ses vitesses, en faisant abstraction des causes qui les provoquent.

À cet effet, nous allons définir le vecteur des vitesses généralisées du système :

$$V = [{}^B_0 V_{B_0}^T, \dot{q}^T] \in \mathbb{R}^{6+n} \quad (2.45)$$

Tel que ${}^B_0 V_{B_0} = [v_{B_0}^T, \omega_{B_0}^T]^T \in \mathbb{R}^6$ représente le vecteur des vitesses linéaires et angulaires du repère B_0 exprimé dans B_0 et $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3 \dots \dot{q}_n]^T \in \mathbb{R}^n$ le vecteur des vitesses articulaires du bras manipulateur.

Au niveau des chaînes ouvertes du système de la Figure 3.1, toutes les vitesses des différents repères peuvent être déterminées grâce à la relation de propagation de vitesse présentée par (2.46):

$${}^{B_{i+1}} V_{B_{i+1}} = {}^{B_i} U_{B_{i+1}}^T \cdot {}^{B_i} V_{B_i} + \dot{q}_{i+1} \cdot z \quad ; \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (2.46)$$

$${}^{B_{n+1}} V_{B_{n+1}} = {}^{B_n} U_{B_{n+1}}^T \cdot {}^{B_n} V_{B_n}$$

Dans la relation précédente ${}^{B_i} U_{B_{i+1}}$ représente la matrice de transformation entre le repère B_i et B_{i+1} dont l'expression est donnée par (2.10) et (2.11).

Ainsi une fois les vitesses exprimées dans l'espace cartésien, il est plus judicieux pour les systèmes complexes tel que le système étudié de définir un vecteur englobant les vitesses linéaire et angulaire de tous les corps rigides. Ce vecteur est exprimé dans l'équation (2.47).

$$V_b = [{}^B_0 V_{B_0}^T, {}^B_1 V_{B_1}^T, {}^B_2 V_{B_2}^T \dots, {}^{B_{n+1}} V_{B_{n+1}}^T]^T \in \mathbb{R}^{6(n+2)} \quad (2.47)$$

À cet effet, nous pouvons définir la cinématique en partant de la relation suivante :

$$V_b = J_b V \quad (2.48)$$

La matrice Jacobienne, $J_b \in \mathbb{R}^{6(n+2) \times (6+n)}$ permet de décrire la relation entre le vecteur vitesse généralisé et le vecteur vitesse étendu et son expression peut être définie comme suit :

$$J_b = \begin{bmatrix} I_{6 \times 6} & 0_{6 \times 1} & 0_{6 \times 1} & 0_{6 \times 1} & \cdots & 0_{6 \times 1} \\ {}^{B_0}U_{B_1}^T & z & 0_{6 \times 1} & 0_{6 \times 1} & \cdots & 0_{6 \times 1} \\ {}^{B_0}U_{B_2}^T & {}^{B_1}U_{B_2}^T \cdot z & z & 0_{6 \times 1} & \cdots & 0_{6 \times 1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}^{B_0}U_{B_n}^T & {}^{B_1}U_{B_n}^T \cdot z & {}^{B_2}U_{B_n}^T \cdot z & {}^{B_3}U_{B_n}^T \cdot z & \cdots & z \\ {}^{B_0}U_{B_{n+1}}^T & {}^{B_1}U_{B_{n+1}}^T \cdot z & {}^{B_2}U_{B_{n+1}}^T \cdot z & {}^{B_3}U_{B_{n+1}}^T \cdot z & \cdots & {}^{B_n}U_{B_{n+1}}^T \cdot z \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Tel que $I_{6 \times 6}$ représente la matrice identité 6×6 et les coordonnées de z dépendent du type de l'articulation, c'est-à-dire si elle est prismatique $z = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ et si elle est rotative $z = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$.

2.7.2 Modèle dynamique

La méthode de décomposition virtuelle repose sur un développement adoptant la formulation Newton-Euler de la dynamique inverse multi-corps.

Cette approche consiste à commencer par la dynamique de l'objet pour arriver à la base du drone et ce en déterminant les différentes forces résultantes sur chaque corps rigide constituant le manipulateur aérien. Ceci est établi grâce à une récursivité de la force et à une dérivation des équations de mouvement de tous les corps composant le système.

Ainsi l'expression de la dynamique d'un corps rigide, appliquée dans notre cas sur l'objet, les liens du manipulateur et la base mobile du véhicule aérien et exprimée dans leurs repères respectifs, est traduite par (2.50).

$$M_{B_i} \cdot \frac{d}{dt}({}^{B_i}V_{B_i}) + C_{B_i}({}^{B_i}\omega_{B_i}) {}^{B_i}V_{B_i} + G_{B_i} = {}^{B_i}F_{B_i}^* ; \quad i=0,1,2 \dots, n+1 \quad (2.50)$$

Où $M_{B_i} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ est la matrice d'inertie du corps rigide, $C_{B_i} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ la matrice antisymétrique des termes centrifuges et de Coriolis en fonction de la vitesse angulaire ${}^{B_i}\omega_{B_i}$ du repère B_i

exprimée dans B_i , G_{B_i} le vecteur de gravité et ${}^{B_i}F_{B_i}^* \in \mathbb{R}^6$ le vecteur force/couple net appliqué sur le corps rigide.

Dans le but d'étendre la relation précédente sur le système en totalité, nous introduisons le vecteur force/moment net appliqué élargi F_b^* qui est défini par l'expression suivante

$$F_b^* = [{}^{B_0}F_{B_0}^*, {}^{B_1}F_{B_1}^*, {}^{B_2}F_{B_2}^*, \dots, {}^{B_{n+1}}F_{B_{n+1}}^*] \in \mathbb{R}^{6(n+2)} \quad (2.51)$$

Ainsi nous pouvons écrire la relation (2.52)

$$F_b^* = M_b J_b \dot{V} + M_b \dot{J}_b V + C_b J_b V + G_b \quad (2.52)$$

Dans (2.52), J_b représente la matrice jacobienne du système dont l'expression est présentée dans l'équation (2.49) et M_b , C_b et G_b sont explicités comme suit :

$$\begin{aligned} M_b &= \text{diag}(M_{B_0}, M_{B_1}, M_{B_2}, \dots, M_{B_{n+1}}) \in \mathbb{R}^{6(n+2) \times 6(n+2)} \\ C_b &= \text{diag}(C_{B_0}, C_{B_1}, C_{B_2}, \dots, C_{B_{n+1}}) \in \mathbb{R}^{6(n+2) \times 6(n+2)} \\ G_b &= [G_{B_0}^T, G_{B_1}^T, \dots, G_{B_{n+1}}^T]^T \in \mathbb{R}^{6(n+2)} \end{aligned} \quad (2.53)$$

En multipliant l'égalité (2.52) par J_b^T , nous obtenons les équations de la dynamique directe du système entier.

$$M \dot{V} + C V + G = \begin{bmatrix} {}^{B_0}F_{B_0} \\ \tau \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

De manière que M , C et G prennent les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} M &= J_b^T M_b J_b \in \mathbb{R}^{(6+n) \times (6+n)} \\ C &= J_b^T M_b \dot{J}_b + J_b^T C_b J_b \in \mathbb{R}^{(6+n) \times (6+n)} \\ G &= J_b^T G_b \in \mathbb{R}^{(6+n)} \end{aligned} \quad (2.55)$$

$\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n]^T$ est le vecteur moment des articulations du bras manipulateur et ${}^{B_0}F_{B_0} = [0, 0, F_{zB_0}, \tau_{xB_0}, \tau_{yB_0}, \tau_{zB_0}]^T$ le vecteur force/moment de l'UAV exprimé dans B_0 .

Dans ce qui précède le vecteur τ_i est déterminé grâce à la relation suivante.

$$\tau_i = z^T {}^B_i F_{B_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.56)$$

Où ${}^B_i F_{B_i}$ est obtenu grâce à une propagation inverse du vecteur force/moment net grâce à (2.57).

$$\begin{aligned} {}^{B_{n+1}} F_{B_{n+1}} &= {}^{B_{n+1}} F_{B_{n+1}}^* \\ {}^B_i F_{B_i} &= {}^B_i F_{B_i}^* + {}^B_i U_{B_{i+1}} \cdot {}^{B_{i+1}} F_{B_{i+1}} \quad i = n, \dots, 0 \end{aligned} \quad (2.57)$$

Remarque :

La méthode de décomposition virtuelle et la méthode Lagrangienne sont toutes les deux des formulations basées sur l'énergie du système. La première se base sur le flux de puissance du système et la seconde sur les énergies cinétiques et potentielles du système. Cependant la formulation de la dynamique en employant la CDV est beaucoup plus simple. En effet, avec cette méthode le problème de contrôle d'un système robotique complet est converti en plusieurs sous-problèmes. Ainsi, nous devons effectuer une dynamique pour chaque sous-système séparé c.à.d. des objets ou des chaînes ouvertes. De cette manière, la dynamique totale du système consiste en une simple concaténation de celle relative à chaque sous système. D'où dans le cas d'une augmentation du nombre de degrés de liberté du système la complexité de la dynamique n'est pas affectée. Cependant pour la méthode Lagrangienne, étant donné que nous nous intéressons à l'énergie totale du système, nous sommes confrontés à une interdépendance des différents ddl. Ce qui rend la formulation de la dynamique complexe.

2.7.3 Contrôle du système de manipulation aérienne

Le système étant composé d'un UAV à six degrés de liberté et d'un bras à n degrés de liberté, il est considéré comme étant sous actionné.

En effet, ce sous-actionnement est causé par le drone. Pour pallier ce problème, il est indispensable de faire un compromis en abandonnant deux degrés de liberté pour satisfaire les contraintes non holonomiques.

À cet effet, nous choisissons un contrôle pour l'orientation soit les trois angles d'Euler E_{I,B_0} ainsi que l'altitude Z pour le drone et les positions des articulations pour le manipulateur. En d'autres termes, il sera possible de contrôler le déplacement du véhicule aérien dans le plan horizontal indirectement à travers son orientation et le déplacement dans le plan vertical à travers son altitude ainsi que les positions du manipulateur et ce d'une manière indépendante.

2.7.3.1 Vitesses requises

La méthode de décomposition virtuelle repose principalement sur le flux de puissance virtuelle pour assurer la stabilité du système. Ainsi pour commander le manipulateur aérien, il est important de définir les vitesses requises pour le mouvement du système.

En effet, le vecteur des vitesses linéaires et angulaires requises généralisé $V^{(r)}$ du système est introduit par (2.58).

$$V^{(r)} = [{}^{B_0}V_{B_0}^{(r)} {}^T, \dot{q}^{(r)} {}^T] {}^T \in \mathbb{R}^{6+n} \quad (2.58)$$

Le vecteur des vitesses linéaires et angulaires requises de l'UAV exprimé dans le repère B_0 est donnée par ${}^{B_0}V_{B_0}^{(r)} = [v_{B_0}^{(r)} {}^T, \omega_{B_0}^{(r)} {}^T] {}^T \in \mathbb{R}^6$.

Il est à noter que le vecteur vitesse de l'hélice est exclu du vecteur de vitesse requis généralisé étant donné que la dynamique de l'hélice est ignorée dans la conception de la commande.

2.7.3.1.1 Vitesses articulaires requises

Pour déterminer l'expression des vitesses requises articulaires, il est important d'introduire l'erreur de position dans l'expression de la vitesse désirée. Ainsi nous obtenons le résultat explicité dans (2.59)

$$\dot{q}^{(r)} = \dot{q}^{(d)} + \lambda_q (q^{(d)} - q) \quad (2.59)$$

Où, $\dot{q}^{(d)} = [q_1^{(d)}, q_2^{(d)}, \dots, q_n^{(d)}] {}^T \in \mathbb{R}^n$ le vecteur des vitesses articulaires désirées, $\dot{q}^{(d)} = [q_1^{(d)}, q_2^{(d)}, \dots, q_n^{(d)}] {}^T \in \mathbb{R}^n$ le vecteur des positions désirées et $\lambda_q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ une matrice de gain diagonale définie positive.

2.7.3.1.2 Vitesses angulaires requises

La vitesse angulaire requise de l'UAV est en étroite relation avec les angles d'Euler E_{I,B_0} et leurs dérivées \dot{E}_{I,B_0} . De la même manière que pour les vitesses articulaires, il est indispensable d'ajouter à la dérivée des angles d'Euler, un terme de compensation de l'erreur. Ce qui nous amène à (2.60).

$$\omega_{B_0}^{(r)} = G(E_{I,B_0})[\dot{E}_{I,B_0}^{(d)} + \lambda_E (E_{I,B_0}^{(d)} - E_{I,B_0})] \quad (2.60)$$

Où $E_{I,B_0} = [\phi \quad \theta \quad \psi]$ représente le vecteur des angles d'Euler mesurés, $E_{I,B_0}^{(d)} = [\phi^{(d)} \quad \theta^{(d)} \quad \psi^{(d)}]$ le vecteur des angles d'Euler désirés, $\dot{E}_{I,B_0} = [\dot{\phi}^{(d)} \quad \dot{\theta}^{(d)} \quad \dot{\psi}^{(d)}]$ les dérivées d'angles d'Euler désirés, $\lambda_E \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ une matrice de gain diagonale définie positive et $G(E_{I,B_0})$ est définie comme suit.

$$G(E_{I,B_0}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & c_\theta s_\phi \\ 0 & -s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

2.7.3.1.3 Vitesses linéaires requises

La vitesse linéaire requise du véhicule aérien doit être déterminée de manière à satisfaire les contraintes de mouvement d'une part et de garantir la convergence de l'erreur de poursuite d'altitude d'autre part.

Ainsi la vitesse linéaire le long de l'axe Z exprimée dans le repère inertiel s'écrit comme suit :

$$\dot{Z}_{B_0}^{(r)} = \dot{Z}_{B_0}^{(d)} + \lambda_Z (Z_{B_0}^{(d)} - Z_{B_0}) \quad (2.62)$$

Où $\dot{Z}_{B_0}^{(d)} \in \mathbb{R}$ désigne la vitesse désirée le long de l'axe Z exprimée dans le repère inertiel, $Z_{B_0}^{(d)}$ et $Z_{B_0} \in \mathbb{R}$ sont respectivement l'altitude désirée et l'altitude mesurée et λ_Z un scalaire positif permettant la convergence de l'erreur de poursuite d'altitude.

D'autre part, la relation entre la vitesse linéaire requise $v_{B_0}^{(r)}$ et la vitesse d'altitude dans le repère inertiel $\dot{Z}_{B_0}^{(r)}$ est tel que

$$\dot{Z}_{B_0}^{(r)} = [0 \quad 0 \quad 1] \cdot {}^I R_{B_0} \cdot v_{B_0}^{(r)} \quad (2.63)$$

Où ${}^I R_{B_0}$ représente la matrice de rotation entre le repère inertiel et le repère B_0 .

Les deux composantes restantes du vecteur $v_{B_0}^{(r)}$, soient $v_{xB_0}^{(r)}$ et $v_{yB_0}^{(r)}$ seront déterminées dans la section des contraintes non-holonomiques.

2.7.3.1.4 Vitesses requises exprimées dans le repère cartésien

De la même manière que pour les vitesses du système présenté ci-haut, nous allons effectuer une prorogation vers l'avant de la vitesse cartésienne de la base du drone jusqu'à l'objet. De cette manière nous serons capables de définir la vitesse de tous les corps du système. Pour cela nous allons utiliser l'expression (2.64).

$$\begin{aligned} {}^{B_{i+1}} V_{B_{i+1}}^{(r)} &= {}^{B_i} U_{B_{i+1}}^T \cdot {}^{B_i} V_{B_i}^{(r)} + \dot{q}_{i+1}^{(r)} \cdot z \quad ; \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ {}^{B_{n+1}} V_{B_{n+1}}^{(r)} &= {}^{B_n} U_{B_{n+1}}^T \cdot {}^{B_n} V_{B_n}^{(r)} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Où z dépend du type d'articulation c.à.d. $z = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ si l'articulation est prismatique ou $z = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]^T$ si elle est rotative, ${}^{B_i} U_{B_{i+1}}$ la matrice de transformation de B_i à B_{i+1} définie par (2.10) et $\dot{q}_{i+1}^{(r)}$ la vitesse articulaire requise du corps $i+1$.

De cette manière nous pouvons exprimer le vecteur des vitesses requises dans l'espace cartésien $V_b^{(r)}$ en utilisant la matrice jacobienne J_b de (2.49). Tel que :

$$V_b^{(r)} = J_b V^{(r)} \quad (2.65)$$

Le vecteur ainsi déterminé servira à définir les vecteurs forces et moments requis du système aérien.

2.7.3.2 Forces et moments requis et lois de commande

L'équation de la dynamique généralisée de chaque corps rigide isolé composant le système étudié s'écrit sous la forme suivante :

$$M_{B_i} \cdot \frac{d}{dt} \left({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)} \right) + C_{B_i} \left({}^{B_i}\omega_{B_i} \right) {}^{B_i}V_{B_i}^{(r)} + G_{B_i} = Y_{B_i} \theta_{B_i}; \quad i = 0, 1, \dots, n+1 \quad (2.66)$$

Où M_{B_i} , C_{B_i} et G_{B_i} représentent respectivement la matrice d'inertie du corps rigide, la matrice antisymétrique des termes centrifuges et de Coriolis en fonction de la vitesse angulaire ${}^{B_i}\omega_{B_i}$ et le vecteur de gravité tous exprimés dans le repère B_i .

D'autre part, $Y_{B_i} \in \mathbb{R}^{6 \times 13}$ est une matrice de régression et $\theta_{B_i} \in \mathbb{R}^{13}$ le vecteur des paramètres inconnus du $i^{\text{ème}}$ corps dont les expressions sont données en ANNEXE I.

Ainsi la loi de commande de ce corps est construite comme suit :

$${}^{B_i}F_{B_i}^{*(r)} = Y_{B_i} \hat{\theta}_{B_i} + K_{B_i} ({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)} - {}^{B_i}V_{B_i}) \quad i = 0, 1, \dots, n+1 \quad (2.67)$$

Avec $K_{B_i} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ une matrice, symétrique définie positive, de gains qui permet la compensation de la rétroaction et $\hat{\theta}_{B_i}$ est le vecteur des paramètres estimé dont la mise à jour se fait grâce à la loi d'adaptation suivante :

$$\dot{\hat{\theta}}_{B_i} = I_{B_i}^{-1} Y_{B_i}^T ({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)} - {}^{B_i}V_{B_i}), \quad i = 0, 1, \dots, n+1 \quad (2.68)$$

$I_{B_i}^{-1}$ est une matrice qui détermine le taux d'adaptation de $\dot{\hat{\theta}}_{B_i}$.

Grâce au vecteur force et moment net requis, il est possible de déterminer les vecteurs forces et moment d'interaction requis à travers l'équation (2.69).

$$\begin{aligned} {}^{B_{n+1}}F_{B_{n+1}}^{(r)} &= {}^{B_{n+1}}F_{B_{n+1}}^{*(r)} \\ {}^{B_i}F_{B_i}^{(r)} &= {}^{B_i}F_{B_i}^{*(r)} + {}^{B_i}U_{B_{i+1}} {}^{B_{i+1}}F_{B_{i+1}}^{(r)}, \quad i = n, \dots, 0 \end{aligned} \quad (2.69)$$

Ainsi pour finir, la commande d'entrée du système s'écrit comme dans (2.70)

$${}^{B_0}F_{B_0} = {}^{B_0}F_{B_0}^{(r)} \quad (2.70)$$

$$\tau_i = z^T \cdot {}^{B_i}F_{B_i}^{(r)}, \quad i = n, \dots, 1$$

2.7.3.3 Contraintes non holonomiques

Comme précédemment cité, pour pallier le sous actionnement du système étudié, des contraintes non holonomiques sont imposées. En effet les deux composantes de force suivant les axes X et Y du véhicule aérien F_{xB_0} et F_{yB_0} sont annulées.

Pour garantir la convergence asymptotique des erreurs de suivi vers zéro de tous les degrés de liberté du manipulateur aérien, il est important d'annuler les vecteurs forces et moments requis dans les directions non actionnées.

$$F_{xB_0}^{(r)} = F_{yB_0}^{(r)} = 0 \quad (2.71)$$

Cette relation nous permettra ainsi de déterminer les composantes de vitesses $v_{xB_0}^{(r)}$ et $v_{yB_0}^{(r)}$ du vecteur vitesse linéaire du drone tout en considérant les degrés de liberté actionnés et ce à travers le vecteur des accélérations $\dot{V}^{(r)}$.

En effet, si nous étendons la relation (2.67) sur l'ensemble du système, il est possible de déterminer un vecteur force moment net requis étendu tel que,

$$F_b^{*(r)} = \left[{}^{B_0}F_{B_0}^{*(r)}{}^T, {}^{B_1}F_{B_1}^{*(r)}{}^T, \dots, {}^{B_{n+1}}F_{B_{n+1}}^{*(r)}{}^T \right]^T \in \mathbb{R}^{6(n+2)} \quad (2.72)$$

De plus grâce aux équations (2.53), (2.67) et (2.72), nous pouvons tirer la relation suivante :

$$F_b^{*(r)} = \widehat{M}_b J_b \dot{V}^{(r)} + \widehat{M}_b J_b V^{(r)} + \widehat{C}_b J_b V^{(r)} + \widehat{G}_b + K_b J_b (V^{(r)} - V) \quad (2.73)$$

Dans le même raisonnement une matrice de transformation étendue U_b est définie par (2.74)

$$U_b = [I_{6 \times 6}, {}^{B_0}U_{B_1}, {}^{B_0}U_{B_2}, \dots, {}^{B_0}U_{B_{n+1}}] \in \mathbb{R}^{6 \times 6(n+2)} \quad (2.74)$$

Ainsi pour annuler $F_{xB_0}^{*(r)}$ et $F_{yB_0}^{*(r)}$, il suffit de multiplier $F_b^{*(r)}$ par la matrice de transformation étendue U_b par la suite par une matrice de constante L pour extraire les deux premières lignes de ${}^{B_0}F_{B_0}^{*(r)}$. Nous obtenons ainsi l'expression suivante :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = LU_b \widehat{M}_b J_b \dot{V}^{(r)} + LU_b [\widehat{M}_b J_b V^{(r)} + \widehat{C}_b J_b V^{(r)} + \widehat{G}_b + K_b J_b (V^{(r)} - V)] \quad (2.75)$$

Grâce à l'équation (2.75), il est maintenant possible d'obtenir les vitesses linaires requises $v_{xB0}^{(r)}$ et $v_{yB0}^{(r)}$ qui satisfont les contraintes non-holonomiques posées.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différents concepts de la méthode. Par la suite nous avons appliqué cette méthode sur le bras manipulateur planaire à deux degrés de liberté. Pour finir nous avons présenté le cas général d'un manipulateur aérien. L'étude de ce cas généralisé s'est composée d'un premier temps du modèle cinématique et dynamique du système suivi d'un développement des lois de commande qui lui sont associées en prenant en considération les contraintes non-holonomiques.

Dans le prochain chapitre, nous nous servirons de ce qui a été présenté pour étudier un cas particulier d'un drone-manipulateur, en adoptant de nouvelles approches de commande afin de l'améliorer.

CHAPITRE 3

MODÈLISATION ET COMMANDE D'UN DRONE AVEC MANIPULATEUR

3.1 Introduction

Dans le but de simuler le robot manipulateur à deux degrés de liberté, nous avons présenté dans le chapitre précédent, un modèle dynamique en appliquant la démarche de (Zhu, 2010) ainsi que les lois de commande qui lui sont associées.

Pour cela, nous allons commencer par expliciter le travail théorique préliminaire à la simulation, qui consiste à définir le modèle du système étudié ainsi que les lois de contrôle adoptées et ce en déterminant les vitesses requises, les forces et moments requis et les couples requis pour les actionneurs.

3.2 Modèle du système

3.2.1 Présentation du système de manipulation aérienne

L'étude de cas portera sur un manipulateur aérien composé d'un drone de type S500 et d'un bras robotique à deux degrés de liberté en faisant abstraction de l'objet à saisir. La Figure 3.1 permet de visualiser les différents repères mis en jeu dans le système.

En effet, B_1 et B_2 représentent les repères relatifs aux articulations du bras, B_0 le repère rattaché au centre de masse du drone et I le repère inertiel.

Soit ${}^I P_{B_0} = [X_{B_0}, Y_{B_0}, Z_{B_0}]^T \in \mathbb{R}^3$ le vecteur position du repère B_0 par rapport au repère I exprimé dans le repère I, $E_{I,B_0} = [\phi, \theta, \psi]^T \in \mathbb{R}^3$ le vecteur des angles d'Euler représentant la rotation du repère B_0 par rapport au repère I et $q = [q_1, q_2]^T \in \mathbb{R}^2$ le vecteur des positions articulaires du bras manipulateur.

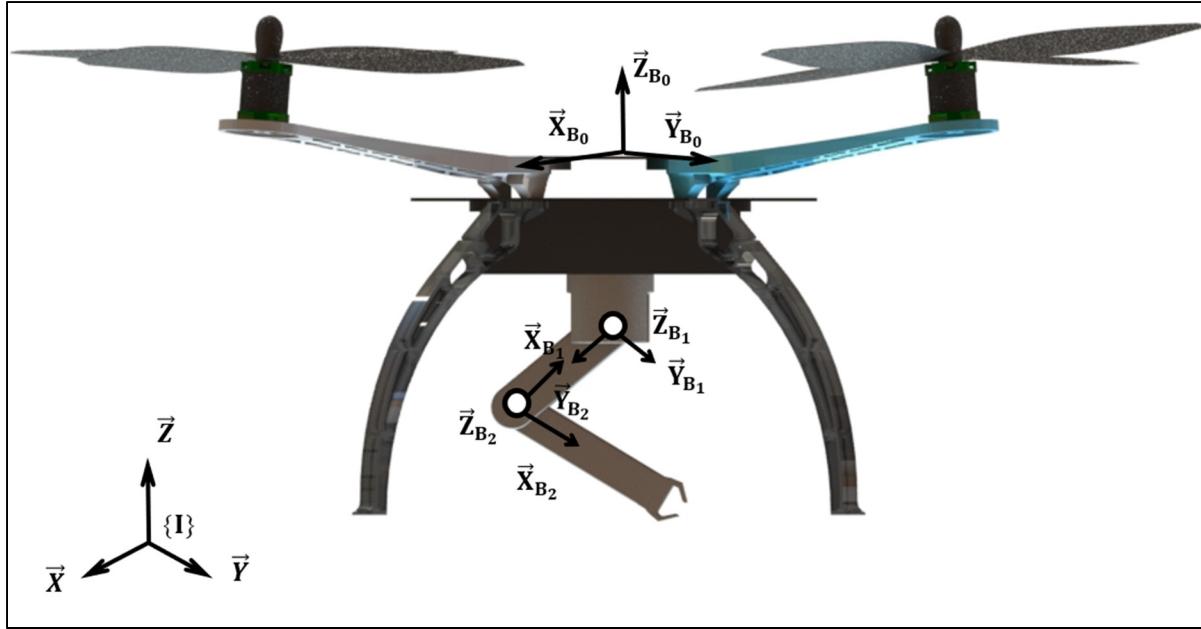


Figure 3.1 Drone muni d'un bras manipulateur sériel à 2 degrés de liberté

3.2.2 Cinématique du système

3.2.2.1 Paramètres Denavit-Hardenberg modifié

Dans le but d'élaborer les modèles cinématique et dynamique du système, nous allons définir les paramètres Denavit-Hartenberg modifiés.

Tableau 3.1 Tableau des paramètres Denavit-Hartenberg modifiés

Joint	Variable	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	q_1	90°	0	0	θ_1
2	q_2	0	$l_0 + l_1$	0	θ_2

À partir du tableau précédent, nous avons pu obtenir les trois matrices de transformation homogène entre les repères B_i exprimées comme suit :

$${}^{B_0}T_{B_1} = \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$${}^{B_0}T_{B_2} = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & (l_0 + l_1)c_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & (l_0 + l_1)s_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$${}^{B_1}T_{B_2} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & l_0 + l_1 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

3.2.2.2 Décomposition virtuelle du manipulateur

Pour appliquer la méthode de décomposition virtuelle, nous allons nous baser d'une part sur la Figure 3.2 et d'autre part sur les matrices précédemment développées, pour définir les matrices de transformation relatives à la méthode CDV.

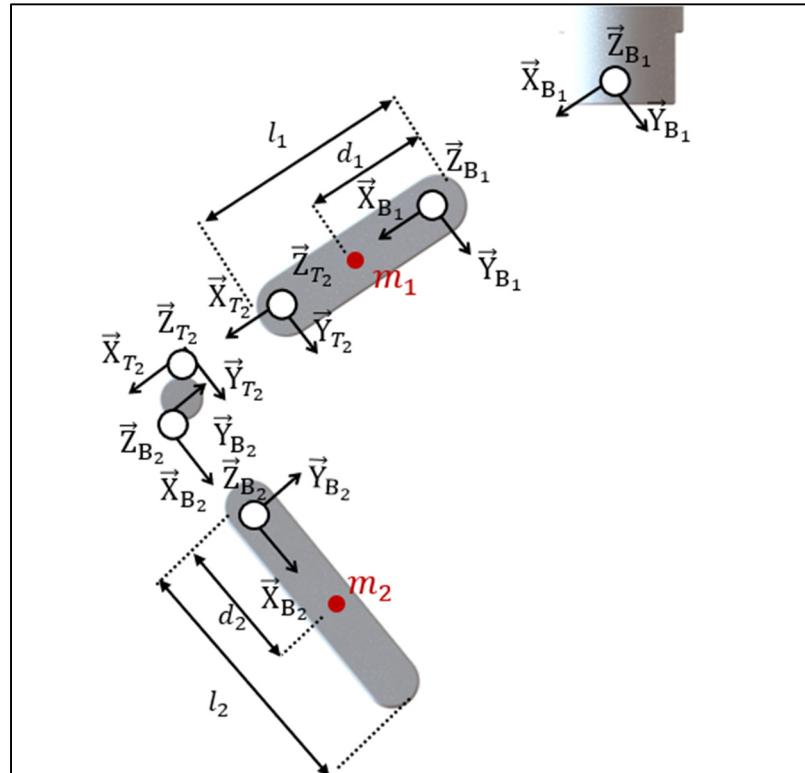


Figure 3.2 Schéma du manipulateur virtuellement décomposé

En appliquant la relation (2.10) nous obtenons les matrices des repères consécutifs suivantes

$$\begin{aligned}
 {}^{B_0}U_{B_1} &= \begin{bmatrix} c_1 & -s_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ s_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_1 & -s_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & s_1 & c_1 & 0 \end{bmatrix} \\
 {}^{B_1}U_{T_2} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -(l_0 + l_1) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & l_0 + l_1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^{T_2}U_{B_2} &= \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & -s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 {}^{B_1}U_{B_2} &= {}^{B_1}U_{T_2} {}^{T_2}U_{B_2} = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_2 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_2 & -s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(l_0 + l_1) & s_2 & c_2 \\ (l_0 + l_1)s_2 & (l_0 + l_1)c_2 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

En multipliant ${}^{B_0}U_{B_1}$ et ${}^{B_1}U_{B_2}$ nous obtenons la matrice de transformation entre le repère B_0 et B_2 suivante :

$${}^{B_0}U_{B_2} = \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (l_0 + l_1)s_1 & c_{12} & -s_{12} & 0 \\ -(l_0 + l_1)s_2 & -(l_0 + l_1)c_2 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -(l_0 + l_1)c_1 & s_{12} & c_{12} & 0 \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

3.2.2.3 Vitesses étendues et matrice Jacobienne

Le vecteur vitesse généralisé du système V est composé d'une part des vitesses linéaires et angulaires du drone ${}^{B_0}V_{B_0} = [v_{B_0}^T, \omega_{B_0}^T]^T \in \mathbb{R}^6$ exprimées dans B_0 et d'autre part des vitesses articulaires $\dot{q} = [\dot{q}_1, \dot{q}_2]^T$ et s'écrit sous la forme présentée dans (2.45)

Pour trouver le vecteur vitesses étendus nous allons tout d'abord déterminer l'expression de la matrice Jacobienne $J_b \in \mathbb{R}^{18 \times 8}$ en appliquant la relation (2.49).

Ainsi nous obtenons la matrice suivante :

$$J_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ c_1 & 0 & s_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -s_1 & 0 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_1 & 0 & s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s_1 & 0 & c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ c_{12} & 0 & s_{12} & 0 & -(l_0 + l_1)s_2 & 0 & (l_0 + l_1)s_2 & 0 \\ -s_{12} & 0 & c_{12} & 0 & -(l_0 + l_1)c_2 & 0 & (l_0 + l_1)c_2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & (l_0 + l_1)s_1 & 0 & -(l_0 + l_1)c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{12} & 0 & s_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -s_{12} & 0 & c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Pour obtenir l'expression de $V_b = [{}^{B_0}V_{B_0}^T, {}^{B_1}V_{B_1}^T, {}^{B_2}V_{B_2}^T]^T \in \mathbb{R}^{18}$ il suffira d'appliquer la relation (2.48). Tel que

$$\begin{bmatrix} {}^{B_0}V_{B_0} \\ {}^{B_1}V_{B_1} \\ {}^{B_2}V_{B_2} \end{bmatrix} = J_b \begin{bmatrix} {}^{B_0}V_{B_0} \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Une fois la cinématique établie, nous allons procéder au développement des équations de la dynamique du manipulateur aérien.

3.2.3 Dynamique du système

Rappelons que dans le cas général, l'équation de dynamique d'un corps rigide A est la suivante :

$$M_A \frac{d}{dt}({}^A V) + C_A \cdot {}^A V + G_A = {}^A F^*$$

Avec

$$M_A = \begin{bmatrix} m_A I_3 & -m_A ({}^A r_{AB} \times) \\ m_A ({}^A r_{AB} \times) & I_A - m_A ({}^A r_{AB} \times)^2 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$$C_A = \begin{bmatrix} m_A ({}^A \omega \times) & -m_A ({}^A r_{AB} \times) ({}^A \omega \times) \\ m_A ({}^A r_{AB} \times) ({}^A \omega \times) & ({}^A \omega \times) I_A + I_A ({}^A \omega \times) - m_A ({}^A r_{AB} \times) ({}^A \omega \times) ({}^A r_{AB} \times) \end{bmatrix}$$

$$G_A = \begin{bmatrix} m_A {}^A R_I g \\ m_A ({}^A r_{AB} \times) {}^A R_I g \end{bmatrix}$$

Tel que m_A représente la masse du corps rigide, ${}^A r_{AB}$ la position du centre masse exprimée dans A, I_A la matrice d'inertie du corps rigide et ${}^A V$ et ${}^A \omega$ sont respectivement le vecteur vitesse du repère A et la vitesse angulaire de ce repère.

Ainsi, tel que l'énonce la méthode de décomposition virtuelle, nous allons étudier la dynamique de tous les corps composant le système.

3.2.3.1 Dynamique de la base du drone

La distance du repère B_0 du centre de masse du drone est nulle, en d'autres termes

$${}^{B_0} r_{B_0} = [0 \ 0 \ 0] ; \quad ({}^A r_{AB} \times) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Pour obtenir la vitesse angulaire de l'UAV nous allons appliquer la relation (3.10)

$$\omega_{B_0} = G(E_{I,B_0}) \cdot \dot{E}_{I,B_0} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s_\theta \\ 0 & c_\phi & s_\phi \cdot c_\theta \\ 0 & -s_\phi & c_\phi \cdot c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \cdot s_\theta \\ \dot{\theta} \cdot c_\phi + \dot{\psi} \cdot s_\phi \cdot c_\theta \\ \dot{\psi} \cdot c_\phi \cdot c_\theta - \dot{\theta} \cdot s_\phi \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ce qui nous amène à $({}^B\omega \times)$ dont l'expression est explicitée

$$({}^B\omega \times) = \begin{bmatrix} 0 & -(\dot{\psi} \cdot c_\varphi \cdot c_\theta - \dot{\theta} \cdot s_\varphi) & (\dot{\theta} \cdot c_\varphi + \dot{\psi} \cdot s_\varphi \cdot c_\theta) \\ (\dot{\psi} \cdot c_\varphi \cdot c_\theta - \dot{\theta} \cdot s_\varphi) & 0 & -(\dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot s_\theta) \\ -(\dot{\theta} \cdot c_\varphi + \dot{\psi} \cdot s_\varphi \cdot c_\theta) & \dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot s_\theta & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Nous prendrons $g = [0 \ 0 \ 9.8]$ et la matrice d'inertie du drone I_{B_0} tel que

$$I_{B_0} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Ce qui nous donne l'équation dynamique suivante :

$$M_{B_0} \frac{d}{dt}({}^B\omega) + C_{B_0} \cdot {}^B\omega + G_{B_0} = {}^B\mathbf{F}^* \quad (3.13)$$

Avec

$$M_{B_0} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}$$

$$G_{B_0} = \begin{bmatrix} -g \cdot s_\theta \\ g \cdot c_\theta \cdot s_\varphi \\ g \cdot c_\theta \cdot c_\varphi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$C_{B_0} = \begin{bmatrix} 0 & C_{B_0,12} & C_{B_0,13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{B_0,21} & 0 & C_{B_0,23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{B_0,13} & C_{B_0,32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{B_0,45} & C_{B_0,46} \\ 0 & 0 & 0 & C_{B_0,54} & 0 & C_{B_0,56} \\ 0 & 0 & 0 & C_{B_0,64} & C_{B_0,65} & 0 \end{bmatrix}$$

Avec

$$\begin{aligned} C_{B_0,12} &= -C_{B_0,21} = -m \cdot (\dot{\psi} \cdot c_\varphi \cdot c_\theta - \dot{\theta} \cdot s_\varphi) & C_{B_0,45} &= -C_{B_0,54} = (I_{xx} + I_{yy}) \cdot (\dot{\psi} \cdot c_\varphi \cdot c_\theta - \dot{\theta} \cdot s_\varphi) \\ C_{B_0,13} &= -C_{B_0,31} = m \cdot (\dot{\theta} \cdot c_\varphi + \dot{\psi} \cdot s_\varphi \cdot c_\theta) & C_{B_0,46} &= -C_{B_0,64} = 2I_{xx}(\dot{\theta} \cdot c_\varphi + \dot{\psi} \cdot s_\varphi \cdot c_\theta) \\ C_{B_0,23} &= -C_{B_0,32} = -m \cdot (\dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot s_\theta) & C_{B_0,56} &= -C_{B_0,65} = -(I_{xx} + I_{yy})(\dot{\varphi} - \dot{\psi} \cdot s_\theta) \end{aligned}$$

3.2.3.2 Dynamique du premier lien du bras

D'après la Figure 3.2, nous pouvons remarquer que la distance entre le repère B_1 et le centre de masse du premier lien est suivant l'axe X, de cette manière

$${}^A r_{AB} = [d_1 \ 0 \ 0] \quad ; \quad ({}^A r_{AB} \times) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d_1 \\ 0 & d_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

La vitesse angulaire du repère B_1 , ${}^{B_1}\omega$ et ainsi que $({}^{B_1}\omega \times)$ s'écrivent sous la forme suivante

$${}^{B_1}\omega = [0 \ 0 \ \dot{q}_1], \quad ({}^{B_1}\omega \times) = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_1 & 0 \\ \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Le vecteur g gardera la même expression et I_{B_1} aura cette expression

$$I_{B_1} = \begin{bmatrix} I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy1} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz1} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

D'où l'expression dynamique suivante :

$$M_{B_1} \frac{d}{dt} ({}^{B_1}V) + C_{B_1} \cdot {}^{B_1}V + G_{B_1} = {}^{B_1}F^* \quad (3.18)$$

Avec

$$M_{B_1} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 & m_1 d_1 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & -m_1 d_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 d_1 & 0 & I_{yy1} & -m_1 d_1^2 \\ 0 & -m_1 d_1 & 0 & 0 & -m_1 d_1^2 & I_{zz1} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$C_{B_1} = \begin{bmatrix} 0 & -m_1 \dot{q}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_1 \dot{q}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m_1 d_1 \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (I_{xx1} + I_{yy1}) \dot{q}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (I_{xx1} + I_{yy1}) \dot{q}_1 & 0 & 0 \\ m_1 d_1 \dot{q}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_{B_1} = \begin{bmatrix} g \cdot m_1 \cdot (c_1 \cdot (s_\varphi \cdot s_\psi + c_\varphi \cdot c_\psi \cdot s_\theta) + c_\varphi \cdot c_\theta \cdot s_1) \\ -g \cdot m_1 \cdot (s_1 \cdot (s_\varphi \cdot s_\psi + c_\varphi \cdot c_\psi \cdot s_\theta) - c_\varphi \cdot c_\theta \cdot c_1) \\ g \cdot m_1 \cdot (s_\varphi \cdot c_\psi - c_\varphi \cdot s_\psi \cdot s_\theta) \\ 0 \\ g \cdot d_1 \cdot m_1 \cdot (s_\varphi \cdot c_\psi - c_\varphi \cdot s_\psi \cdot s_\theta) \\ -g \cdot m_1 \cdot (s_1 \cdot (s_\varphi \cdot s_\psi + c_\varphi \cdot c_\psi \cdot s_\theta) - c_\varphi \cdot c_\theta \cdot c_1) \end{bmatrix}$$

3.2.3.3 Dynamique du second lien du bras

Grâce à la même figure nous pouvons remarquer que la distance entre le repère B_2 et le centre de masse du second lien est aussi suivant l'axe X ce qui nous permet d'écrire

$${}^A r_{AB} = [d_2 \ 0 \ 0] \quad \text{d'où} \quad ({}^A r_{AB} \times) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -d_2 \\ 0 & d_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

La vitesse angulaire ${}^{B_2}\omega$ et $({}^{B_2}\omega \times)$ ont les expressions suivantes :

$${}^{B_2}\omega = [0 \ 0 \ \dot{q}_1 + \dot{q}_2] \quad ({}^{B_2}\omega \times) = \begin{bmatrix} 0 & -(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) & 0 \\ \dot{q}_1 + \dot{q}_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

La matrice d'inertie est exprimée par (3.22).

$$I_{B_2} = \begin{bmatrix} I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz2} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Ce qui donne la dynamique suivante du deuxième lien :

$$M_{B_2} \frac{d}{dt} ({}^{B_2}V) + C_{B_2} \cdot {}^{B_2}V + G_{B_2} = {}^{B_2}F^* \quad (3.23)$$

Où

$$M_{B_2} = \begin{bmatrix} m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & m_2 d_2 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 & -m_2 d_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 d_2 & 0 & I_{yy2} & -m_2 d_2^2 \\ 0 & -m_2 d_2 & 0 & 0 & -m_2 d_2^2 & I_{zz2} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$C_{B_2} = \begin{bmatrix} 0 & -m_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)0 & 0 & 0 & 0 \\ m_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -m_2d_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (I_{xx2} + I_{yy2})(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)0 \\ 0 & 0 & 0 & 0(I_{xx2} + I_{yy2})(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) & 0 \\ m_2d_2(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_{B_2} = \begin{bmatrix} g \cdot m_2 \cdot (c_{12} \cdot (s_\varphi \cdot s_\psi + c_\varphi \cdot c_\psi \cdot s_\theta) + c_\varphi \cdot c_\theta \cdot s_{12}) \\ -g \cdot m_2 \cdot (s_{12} \cdot (s_\varphi \cdot s_\psi + c_\varphi \cdot c_\psi \cdot s_\theta) - c_\varphi \cdot c_\theta \cdot c_{12}) \\ g \cdot m_2 \cdot (s_\varphi \cdot c_\psi - c_\varphi \cdot s_\psi \cdot s_\theta) \\ 0 \\ g \cdot d_2 \cdot m_2 (s_\varphi \cdot c_\psi - c_\varphi \cdot s_\psi \cdot s_\theta) \\ -g \cdot d_2 \cdot m_2 (s_{12} \cdot (s_\varphi \cdot s_\psi + c_\varphi \cdot c_\psi \cdot s_\theta) - c_\varphi \cdot c_\theta \cdot c_{12}) \end{bmatrix}$$

3.2.3.4 Dynamique du système

Les matrices d'inertie, les matrices des forces de Coriolis ainsi que les vecteurs de gravité des différents corps rigides du système peuvent s'écrire sous la forme de (2.53) tel que M_b et $C_b \in \mathbb{R}^{18 \times 8}$ et $G_b \in \mathbb{R}^8$.

De cette manière, la relation dynamique du système entier est exprimée dans (2.54) où M, C et G sont définis à travers (2.55).

3.3 Étude des singularités

L'étude de singularité consiste à étudier les positions pour lesquelles le mécanisme est incapable de fonctionner normalement.

Le concept de singularité est étroitement lié aux vitesses du système. C'est en annulant le déterminant de la matrice Jacobienne que l'on est capable de déterminer les positions que le manipulateur est incapable de réaliser.

Pour cette section, nous avons choisi d'employer la méthode classique pour établir la cinématique différentielle du manipulateur. Dans un premier temps nous traiterons les singularités du manipulateur et dans un second temps celle du véhicule aérien.

3.3.1 Singularités du manipulateur

Comme nous l'avons mentionné, nous allons commencer par définir la cinématique différentielle du bras.

Grâce aux équations (3.1), (3.2) et (3.3), nous pouvons extraire les deux matrices de rotations entre les repères des articulations du manipulateur B_1 et B_2 ainsi que les vecteurs de position. Rappelons qu'une matrice de transformation homogène entre deux repères s'écrit comme suit

$${}^{B_i}T_{B_{i+1}} = \begin{bmatrix} {}^{B_i}R_{B_{i+1}} & {}^{B_i}P_{B_{i+1}} \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Nous ajouterons à cela une troisième matrice traduisant la rotation entre le repère de la deuxième articulation et le repère associé à l'effecteur ainsi que le vecteur position entre ces deux repères. Nous obtenons la forme suivante :

$$\begin{aligned} {}^{B_2}R_{B_3} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad {}^{B_2}P_{B_3} = \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ {}^{B_0}R_{B_3} &= \begin{bmatrix} c_{12} & -s_{12} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ s_{12} & c_{12} & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.26)$$

À partir des matrices précédentes, nous allons effectuer une propagation de vitesse.

Les équations de propagation de vitesses pour des articulations rotatives sont présentées par l'équation (3.27).

$$\begin{aligned} {}^{i+1}\omega_{i+1} &= {}^{i+1}R_i {}^i\omega_i + q_1 Z_{i+1} \\ {}^{i+1}v_{i+1} &= {}^{i+1}R_i \cdot ({}^i v_i + {}^i\omega_i \wedge {}^{B_1}P_{B_2}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Après avoir appliqué la relation précédente pour i allant de 0 à 3, les vitesses linéaires et angulaires de l'effecteur terminal obtenues seront exprimées dans le repère initial en utilisant la relation (3.28).

$$\begin{aligned} {}^0\omega_3 &= {}^0R_3 {}^3\omega_3 \\ {}^0v_3 &= {}^0R_3 {}^3v_3 \end{aligned} \quad (3.28)$$

À la fin, nous obtenons la matrice Jacobienne du manipulateur J_M suivante

$$J_M = \begin{bmatrix} -(l_0 + l_1)s_1 - l_2s_{12} & -l_2s_{12} \\ 0 & 0 \\ (l_0 + l_1)c_1 + l_2c_{12} & l_2c_{12} \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

En calculant le rang de J_M on obtient :

$$\text{Rang}(J_M) = 2 = \min(6,2) \quad (3.30)$$

La matrice étant de plein rang, ce qui nous permet de chercher le déterminant de la matrice J_{M22} qui s'écrit comme suit :

$$\det(J_{M22}) = \det \begin{bmatrix} -(l_0 + l_1)s_1 - l_2s_{12} & -l_2s_{12} \\ (l_0 + l_1)c_1 + l_2c_{12} & l_2c_{12} \end{bmatrix} = (l_0 + l_1)l_2s_2 \quad (3.31)$$

Ainsi pour trouver la configuration pour laquelle certaines directions du mouvement ne sont pas atteignables nous appliquant l'équation (3.32).

$$\sin q_2 = 0 \text{ d'où } q_2 = 0 + k\pi ; k=1, 2\dots \quad (3.32)$$

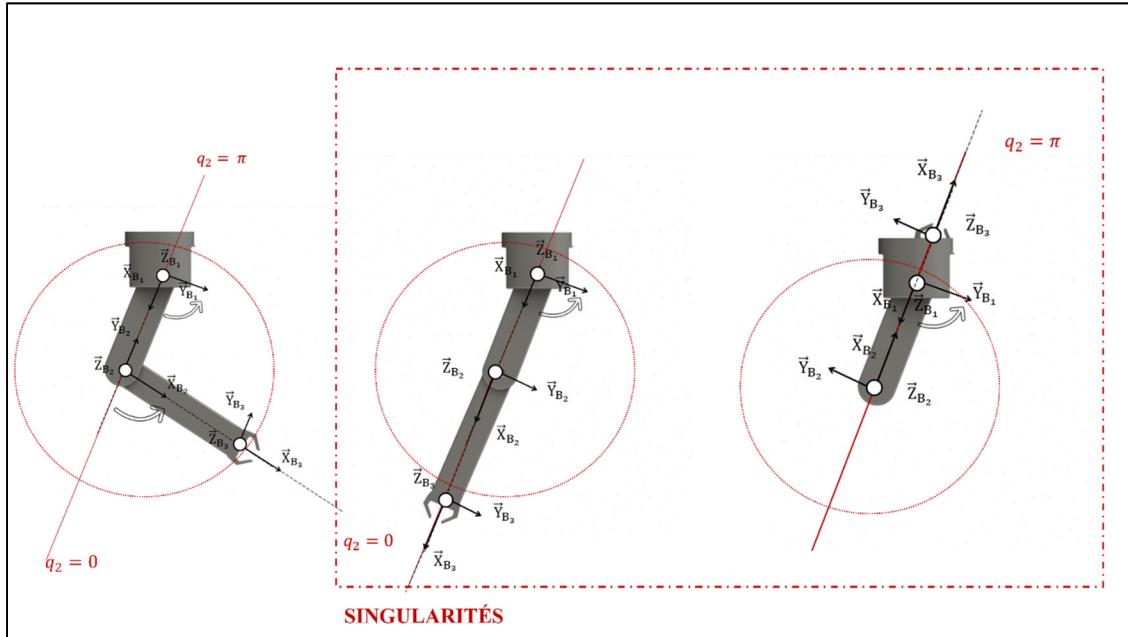


Figure 3.3 Mouvements non atteignables par le bras

La Figure 3.3 illustre les deux cas de singularités du manipulateur.

En effet, si $q_2 = 0$ rad, le bras est droit, ainsi il perd un degré de liberté par ailleurs si $q_2 = \pi$ rad les deux liens du manipulateur se retrouvent superposés ce qui représente une position mécaniquement impossible.

3.3.2 Singularités du drone

Pour définir les singularités du drone, il nous suffira de calculer la valeur des angles pour lesquels le déterminant de la matrice $G(E_{I,B_0})$, définie par (2.61), est nul.

Ainsi

$$\det(G(E_{I,B_0})) = \cos(\theta) \quad (3.33)$$

Si $\cos(\theta) = 0$ c.à.d. $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$..

D'où les deux points qui présentent une singularité pour le drone sont $\theta = \frac{\pi}{2}$ ou $\theta = -\frac{\pi}{2}$.

La Figure 3.4 montre les mouvements que le drone n'est pas capable d'attendre.

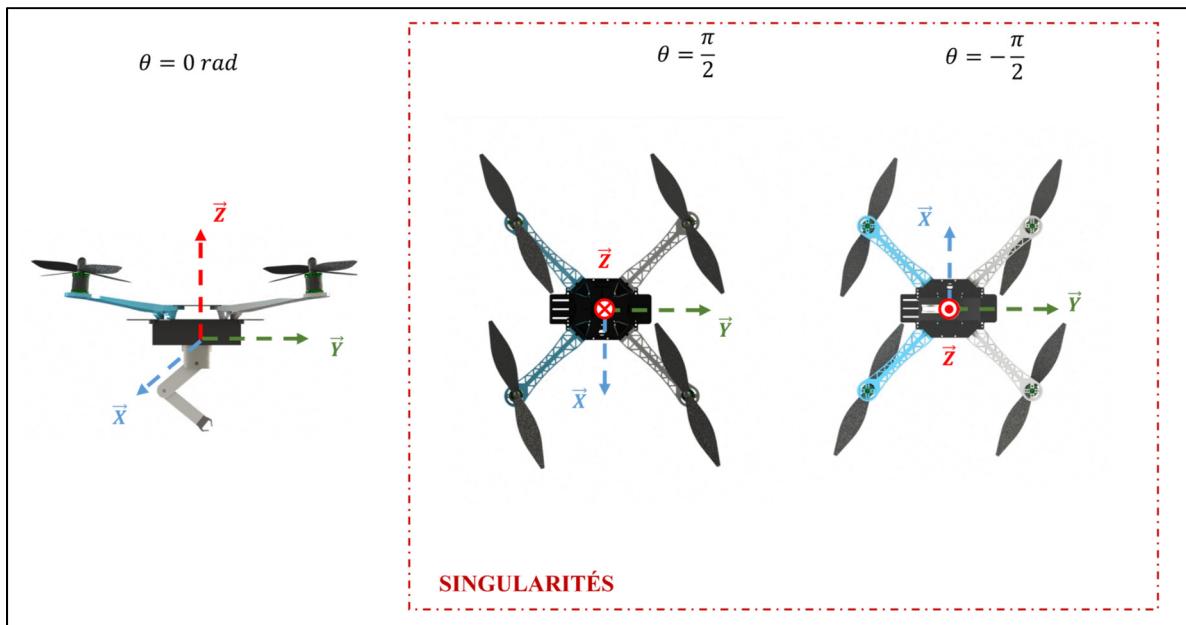


Figure 3.4 Mouvements non atteignables par le quadrirotor

En effet, l'UAV ne sera pas capable de faire une rotation d'un angle $\frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$ autour de son axe de tangage.

3.4 Contrôle du manipulateur aérien

Dans cette section nous allons présenter les différents cas adoptés pour contrôler le système de manipulateur aérien.

En effet, nous commencerons par appliquer le contrôle classique de la méthode de décomposition virtuelle. Par la suite, pour les deux autres cas nous ajouterons un terme de robustesse. Nous choisirons pour le second cas la fonction signe et pour le dernier cas la fonction tangente hyperbolique.

Nous rappelons que la commande se fera sur l'orientation du drone, soit les trois angles d'Euler E_{I,B_0} (roulis, tangage et lacet), sur son altitude Z_{B_0} ainsi que sur les articulations du manipulateur q tout en respectant les deux contraintes non-holonomiques imposées.

Le modèle dynamique étant préalablement étayé, nous nous intéresserons au contrôleur et à l'adaptation.

3.4.1 Cas classique

Les équations de contrôle de ce cas ont été explicitées dans le chapitre précédent. Cela consiste à appliquer la méthode CDV telle que présentée dans (Zhu, 2010)

La Figure 3.5, représente le schéma bloc adopté pour contrôler le drone et le manipulateur.

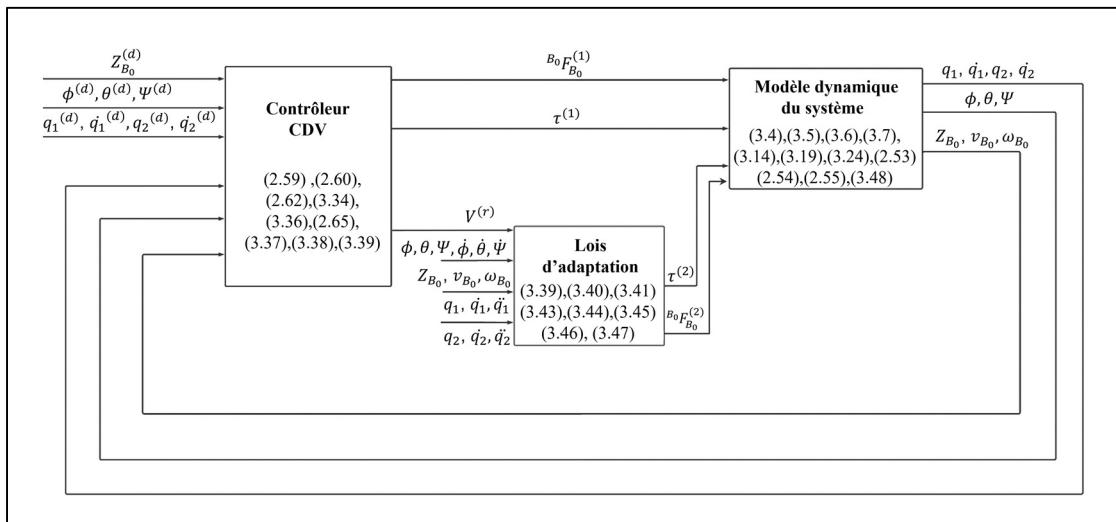


Figure 3.5 Schéma bloc de la commande avec l'approche classique

En effet, la boucle de contrôle est composée de trois blocs principaux. Le premier étant le contrôleur par décomposition virtuelle, le deuxième le bloc d'adaptation et le dernier constitue le modèle du drone manipulateur sur lequel s'effectuera la commande.

Au cours de cette présentation, les différentes équations de contrôle explicitées dans le chapitre précédent seront brièvement énumérées.

À travers le bloc contrôleur CDV nous allons déterminer le vecteur des vitesses requis étendu ainsi qu'une première composante de l'expression du vecteur des forces et moments requis étendu.

Dans un premier temps, nous allons définir les différentes vitesses indépendantes requises qui sont dans notre cas : le vecteur vitesses articulaires $\dot{q}^{(r)}$ et la vitesse angulaire de la base du drone $\omega_{B_0}^{(r)}$. Par la suite nous définirons les vitesses dépendantes requises qui ne sont autres que la vitesse linéaire de la base du drone $v_{B_0}^{(r)}$ et la dérivée de l'altitude par rapport au temps $\dot{Z}_{B_0}^{(r)}$.

Pour construire le vecteur des vitesses articulaires requises, nous allons appliquer la relation (2.59) pour $n = 2$. Par la suite, grâce à l'équation (2.60) nous pouvons déterminer la vitesse angulaire de la base du drone.

Pour déterminer la vitesse linéaire du drone manipulateur nous devons satisfaire les contraintes non-holonomiques telles qu'elles ont été posées au chapitre précédent. Ainsi nous allons partir de la dérivée par rapport au temps de ses deux premières composantes $\frac{d}{dt}(v_{xB0}^{(r)})$ et $\frac{d}{dt}(v_{yB0}^{(r)})$ qui seront par la suite intégrées pour obtenir $v_{xB0}^{(r)}$ et $v_{yB0}^{(r)}$.

Une fois la vitesse requise le long de l'axe Z exprimée dans le repère inertiel $\dot{Z}_{B_0}^{(r)}$ obtenue, nous pouvons alors obtenir $v_{zB0}^{(r)}$ et ainsi tout le vecteur de vitesses linéaires $v_{B_0}^{(r)}$.

Pour déterminer $\frac{d}{dt}(v_{xB0}^{(r)})$ et $\frac{d}{dt}(v_{yB0}^{(r)})$, nous allons extraire les deux premières composantes du vecteur de vitesses requises généralisé $V^{(r)}$ de l'équation (2.58) en utilisant la relation (2.75). Ainsi nous obtenons la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt} (v_{xB0}^{(r)}) \\ \frac{d}{dt} (v_{yB0}^{(r)}) \end{bmatrix} = (LU_b M_b J_b)^+ + LU_b [M_b \dot{J}_b V^{(r)} + C_b J_b V^{(r)} + G_b + K_b J_b (V^{(r)} - V)] \quad (3.34)$$

Dans cette expression, M_b , C_b et G_b ont déjà été explicités dans (2.53). La matrice jacobienne J_b est donnée par (3.6) et \dot{J}_b sa dérivée par (3.35).

$$J_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\dot{q}_1 s_1 & 0 & \dot{q}_1 c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\dot{q}_1 c_1 & 0 & -\dot{q}_1 s_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\dot{q}_1 s_1 & 0 & \dot{q}_1 c_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\dot{q}_1 c_1 & 0 & -\dot{q}_1 s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) s_{12} & 0 & (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) c_{12} & 0 & -(l_0 + l_1) \dot{q}_2 c_2 & 0 & (l_0 + l_1) \dot{q}_2 c_2 & 0 \\ -(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) c_{12} & 0 & -(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) s_{12} & 0 & (l_0 + l_1) \dot{q}_2 s_2 & 0 & -(l_0 + l_1) \dot{q}_2 s_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (l_0 + l_1) \dot{q}_1 c_1 & 0 & (l_0 + l_1) \dot{q}_1 s_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) s_{12} & 0 & (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) c_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) c_{12} & 0 & -(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) s_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Une fois $\dot{Z}_{B_0}^{(r)}$ déterminé en usant de la relation (2.62), nous allons extraire l'expression $v_{zB0}^{(r)}$ de la relation (2.63). Nous obtenons ainsi le résultat suivant :

$$v_{zB0}^{(r)} = ([0 \quad 0 \quad 1] \cdot {}^I R_{B_0})^{-1} \cdot \dot{Z}_{B_0}^{(r)} \quad (3.36)$$

Une fois toutes les vitesses articulaires et linéaires et angulaires du drone, obtenues nous pouvons définir le vecteur des vitesses requises généralisé qui est déterminé par (2.58).

Pour obtenir le vecteur vitesses requises étendu du système, et exprimer ainsi toutes les vitesses dans l'espace cartésien, nous appliquerons (2.64). Ce vecteur nous permettra par la suite de déterminer les forces et moments requis.

Pour notre algorithme, nous avons choisi de diviser le vecteur force et moment requis de l'équation (2.67) en deux parties. La première constitue l'erreur de vitesse multipliée par un gain proportionnel et la seconde constitue la partie adaptative. Ces deux termes seront par la suite sommés pour définir la commande d'entrée.

À cet effet, nous allons poser un vecteur intermédiaire ${}^B_i F_{B_i}^{*(1)(r)}$ pour chaque corps composant le système dont l'expression est la suivante :

$${}^B_i F_{B_i}^{*(1)(r)} = K_{B_i} ({}^B_i V_{B_i}^{(r)} - {}^B_i V_{B_i}); \quad i = 0, 1, \dots, n+1 \quad (3.37)$$

Avec $K_{B_i} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$ la matrice, symétrique définie positive, de gains qui permet la compensation de la rétroaction.

Pour obtenir le premier terme du vecteur force et moment d'interaction requis, nous allons utiliser l'équation (2.69) en remplaçant ${}^B_i F_{B_i}^{*(r)}$ par ${}^B_i F_{B_i}^{*(1)(r)}$. Ce qui nous donne la nouvelle relation suivante :

$$\begin{aligned} {}^B_n F_{B_n}^{(1)(r)} &= {}^B_n F_{B_n}^{(1)*(r)} \\ {}^B_i F_{B_i}^{(1)(r)} &= {}^B_i F_{B_i}^{*(1)(r)} + {}^B_i U_{B_{i+1}} {}^{B_{i+1}} F_{B_{i+1}}^{(1)(r)} \quad , i = 1, \dots, 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

Ce qui nous amène à écrire la commande suivante :

$$\begin{aligned} {}^B_0 F_{B_0}^{(1)} &= {}^B_0 F_{B_0}^{(1)(r)} \\ \tau_i^{(1)} &= z^T \cdot {}^B_i F_{B_i}^{(1)(r)}, \quad i = 2, \dots, 1 \end{aligned} \quad (3.39)$$

Pour l'estimation des paramètres nous aurons besoin des différentes accélérations requises qui sont $\ddot{q}^{(r)}, \dot{\omega}_{B_0}^{(r)}, \ddot{Z}^{(r)}$ et $\dot{v}_{B_0}^{(r)}$.

Pour cela nous devons dériver les équations (2.59), (2.60) et (2.62). Ce qui nous donne les résultats présentés respectivement par (3.40), (3.41) et (3.43)

$$\ddot{q}^{(r)} = \ddot{q}^{(d)} + \lambda_q (\dot{q}^{(d)} - \dot{q}) \quad (3.40)$$

Où $\ddot{q}^{(r)} = [\ddot{q}_1^{(r)} \quad \ddot{q}_2^{(r)}]^T$ et $\ddot{q}^{(d)} = [\ddot{q}_1^{(d)} \quad \ddot{q}_2^{(d)}]^T$ sont les vecteurs accélérations requises et désirées, $\dot{q}^{(d)} = [\dot{q}_1^{(d)} \quad \dot{q}_2^{(d)}]^T$ et $\dot{q} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T$ représentent respectivement les vecteur vitesses articulaire désirées et mesurées et $\lambda_q \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ une matrice de gain diagonale définie positive.

$$\dot{\omega}_{B_0}^{(r)} = \dot{G}(E_{I,B_0})[\dot{E}_{I,B_0}^{(d)} + \lambda_E(E_{I,B_0}^{(d)} - E_{I,B_0})] + G(E_{I,B_0})[\ddot{E}_{I,B_0}^{(d)} + \lambda_E(\dot{E}_{I,B_0}^{(d)} - \dot{E}_{I,B_0})] \quad (3.41)$$

Où E_{I,B_0} , $E_{I,B_0}^{(d)}$ sont les angles d'Euler mesurés et désirés, $\dot{E}_{I,B_0}^{(d)}$, \dot{E}_{I,B_0} les dérivés d'angles d'Euler désirés et mesurés et $\ddot{E}_{I,B_0}^{(d)}$ les dérivées secondees de ces angles. $G(E_{I,B_0})$ est définie par (2.63) et $\dot{G}(E_{I,B_0})$ est comme suit

$$\dot{G}(E_{I,B_0}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -c_\theta \\ 0 & -s_\varphi & c_\theta c_\varphi - s_\theta s_\varphi \\ 0 & -c_\varphi & -c_\theta s_\varphi - s_\theta c_\varphi \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$\ddot{Z}_{B_0}^{(r)} = \ddot{Z}_{B_0}^{(d)} + \lambda_Z(\dot{Z}_{B_0}^{(d)} - \dot{Z}_{B_0}) \quad (3.43)$$

Où $\ddot{Z}_{B_0}^{(r)}$ et $\ddot{Z}_{B_0}^{(d)}$ représentent les accélérations le long de l'axe Z requise et désirée exprimées dans le repère inertiel, $\dot{Z}_{B_0}^{(d)}$ et \dot{Z}_{B_0} représentent les vitesses désirée et mesurée le long de l'axe Z exprimées dans le repère inertiel et λ_z un scalaire positif permettant la convergence de l'erreur de vitesse d'altitude.

Pour obtenir l'accélération linéaire de la base du drone, nous devons dériver par rapport au temps la relation (3.36).

Une fois toutes ces accélérations définies, nous pouvons déterminer le vecteur accélérations requises étendu en appliquant la relation (3.44).

$$\dot{V}_b^{(r)} = J_b \dot{V}^{(r)} + j_b V^{(r)} \quad (3.44)$$

$$\text{Avec } \dot{V}^{(r)} = [{}^B_0 \dot{V}_{B_0}^{(r)} {}^T, \ddot{q}^{(r)} {}^T]^T \in \mathbb{R}^8 \text{ et } \dot{V}_b^{(r)} = \left[{}^B_0 \dot{V}_{B_0}^{(r)} {}^T \quad {}^B_1 \dot{V}_{B_1}^{(r)} {}^T \quad {}^B_2 \dot{V}_{B_2}^{(r)} {}^T \right]^T \in \mathbb{R}^{18 \times 1}.$$

Nous allons maintenant déterminer la deuxième partie du vecteur force et moments d'interactions ${}^B_i F_{B_i}^{*(2)(r)}$ tel que

$${}^B_i F_{B_i}^{*(2)(r)} = Y_{B_i} \hat{\theta}_{B_i} \quad (3.45)$$

$\hat{\theta}_{B_i}$ est le vecteur des paramètres estimés dont la mise à jour se fait grâce à la loi d'adaptation définie par (2.68).

Pour obtenir le deuxième terme du vecteur force et moment d'interaction requis, nous allons utiliser de nouveau l'équation (2.69) en remplaçant cette fois ${}^{B_i}F_{B_i}^*(r)$ par ${}^{B_i}F_{B_i}^{*(2)}(r)$. Ce qui nous donne la nouvelle relation suivante :

$$\begin{aligned} {}^{B_n}F_{B_n}^{(2)(r)} &= {}^{B_n}F_{B_n}^{(2)*}(r) \\ {}^{B_i}F_{B_i}^{(2)(r)} &= {}^{B_i}F_{B_i}^{*(2)}(r) + {}^{B_i}U_{B_{i+1}} {}^{B_{i+1}}F_{B_{i+1}}^{(2)(r)} \quad , i = 1, 0 \end{aligned} \quad (3.46)$$

La relation (3.46), nous amène à la commande suivante :

$$\begin{aligned} {}^{B_0}F_{B_0}^{(2)} &= {}^{B_0}F_{B_0}^{(2)(r)} \\ \tau_i^{(2)} &= z^T {}^{B_i}F_{B_i}^{(2)(r)}, i = 1, \dots, 0 \end{aligned} \quad (3.47)$$

Ainsi pour obtenir la commande finale d'entrée il suffira de sommer (3.45)(3.47) et (3.39) ce qui nous donne

$$\begin{aligned} {}^{B_0}F_{B_0} &= {}^{B_0}F_{B_0}^{(1)} + {}^{B_0}F_{B_0}^{(2)} \\ \tau_i &= \tau_i^{(1)} + \tau_i^{(2)}, \quad i = 1, \dots, 0 \end{aligned} \quad (3.48)$$

3.4.2 Deuxième cas

L'originalité de ce cas consiste à ajouter la fonction signe comme terme de robustesse aux différentes vitesses requises. Ainsi la première partie de l'entrée de commande d'entrée quant à elle prendra la forme de la relation (3.49) quant à la seconde partie elle restera inchangée

$$\begin{aligned} {}^{B_i}F_{B_i}^{*(1)}(r) &= K_{B_i} \left({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)} - {}^{B_i}V_{B_i} \right) + K'_{B_i} \cdot \text{sign} \left({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)} - {}^{B_i}V_{B_i} \right); \\ i &= 0, 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.49)$$

La Figure 3.6, illustre le schéma bloc de cette commande.

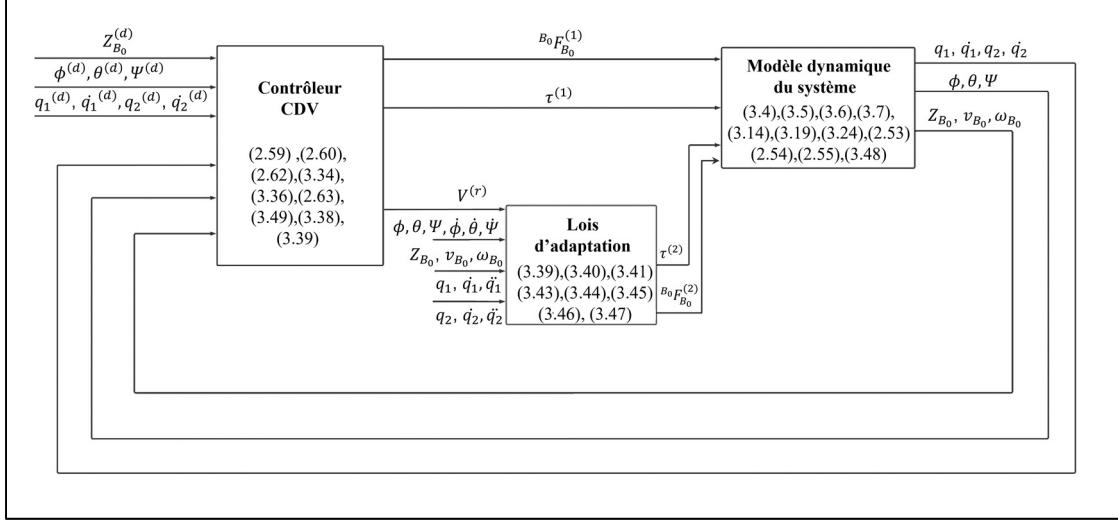


Figure 3.6 Schéma bloc de la commande avec la deuxième approche

3.4.3 Troisième cas

La troisième situation est quasi identique à celle qui la précède comme le montre la Figure 3.7 du schéma de fonctionnement de la commande. Cependant contrairement à la seconde approche, nous utiliserons la fonction tangente hyperbolique à la place de la fonction signe.

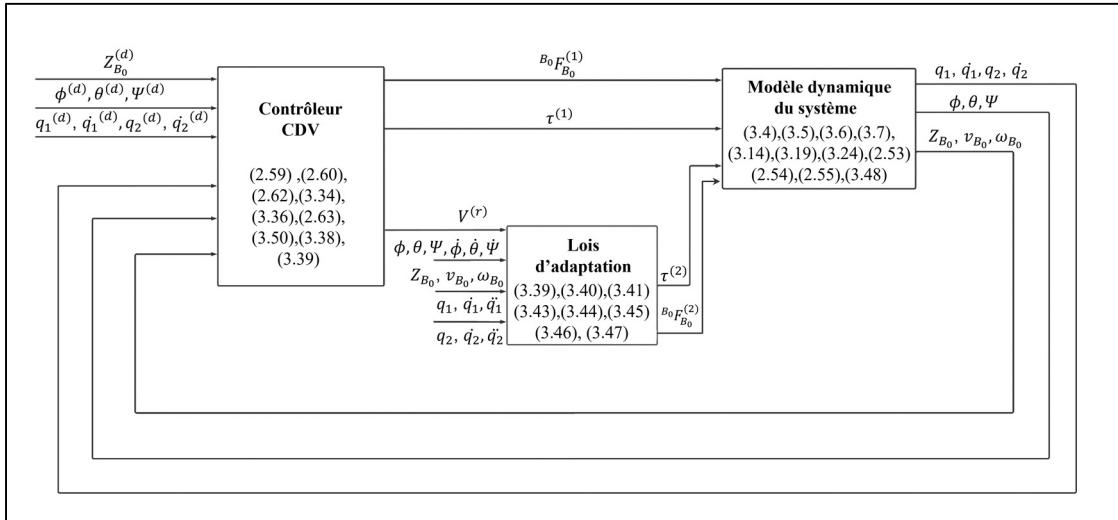


Figure 3.7 Schéma bloc de la commande avec la troisième approche

L'utilisation de la fonction signe dans les lois de commande permet la robustification de cette dernière. Cependant, en nous basant sur la Figure 3.8, nous pouvons facilement observer la

discontinuité de cette fonction. Ce basculement brusque entre les valeurs -1 et 1 permet certes une convergence rapide de l'erreur vers zéro, mais engendre à son tour l'apparition du phénomène de réticence.

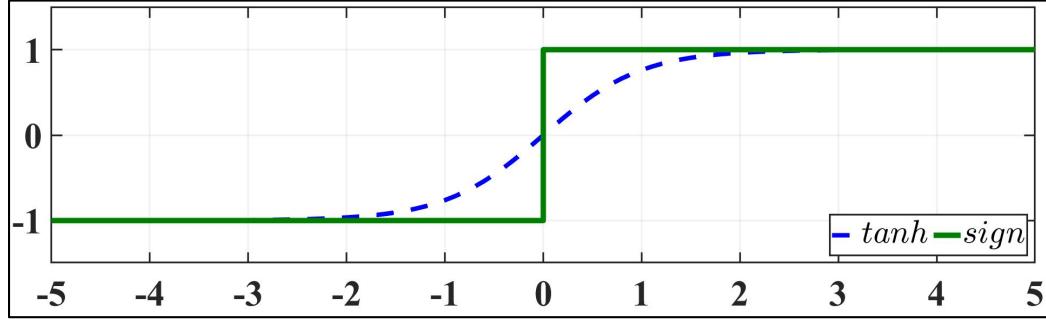


Figure 3.8 Graphe d'évolution signe et tangente hyperbolique

Pour pallier ce phénomène, nous approximons la fonction signe par la fonction tangente hyperbolique présentée par la Figure 3.8.

Cette fonction de lissage met fin au problème de réticence tout en assurant la robustesse du signal.

À cet effet, pour la commande d'entrée, la première partie du vecteur ${}^B_i F_{B_i}^{*(r)}$ prendra la forme de l'équation (3.50) :

$${}^B_i F_{B_i}^{*(1)(r)} = K_{B_i} \left({}^B_i V_{B_i}^{(r)} - {}^B_i V_{B_i} \right) + K'_{B_i} \cdot \tanh \left({}^B_i V_{B_i}^{(r)} - {}^B_i V_{B_i} \right); \quad (3.50)$$

$$i = 0, 1, \dots, n$$

La seconde partie restera comme le cas précédent inchangée.

3.5 Étude de stabilité

Pour analyser la stabilité du système, nous devons passer par deux étapes (Jafarinasab & Sorouspour, 2015). La première étant de démontrer la convergence du vecteur vitesse généralisé du système V vers le vecteur vitesse généralisé requis $V^{(r)}$. La seconde consiste à prouver la convergence asymptotique des erreurs de suivi vers zéro.

Dans ce qui suit, nous allons étudier la stabilité des trois cas de commande précédemment explicités.

Pour cette étude nous allons définir trois vecteurs mis en jeu à travers l'équation (3.51)

$$\begin{aligned}
\tilde{V}_{B_i} &\triangleq V_{B_i}^{(r)} - V_{B_i} \\
\tilde{\dot{V}}_{B_i} &\triangleq \dot{V}_{B_i}^{(r)} - \dot{V}_{B_i} \\
\tilde{\theta}_{B_i} &\triangleq \theta_{B_i} - \hat{\theta}_{B_i} \\
\tilde{F}_{B_i}^* &\triangleq F_{B_i}^{*(r)} - F_{B_i}^* \\
\tilde{F}_{B_i} &\triangleq F_{B_i}^{(r)} - F_{B_i}
\end{aligned} \tag{3.51}$$

$$i = 0, \dots, 2$$

De plus considérant θ_{B_i} comme étant constante alors

$$\tilde{\dot{\theta}}_{B_i} \triangleq -\hat{\theta}_{B_i} \tag{3.52}$$

3.5.1 Étude de stabilité du cas classique

Lemme 1 :

Pour le i ème corps du système dont l'équation dynamique de son mouvement, la loi de contrôle qui lui est associé ainsi que l'adaptation sont décrites respectivement par (2.50), (2.67) et (2.68).

Considérons la fonction scalaire définie positive suivante :

$$U_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = \frac{1}{2}(\tilde{V}_{B_i}^T M_{B_i} \tilde{V}_{B_i} + \tilde{\theta}_{B_i}^T \Gamma_{B_i} \tilde{\theta}_{B_i}) \tag{3.53}$$

Alors

$$\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} + \tilde{V}_{B_i}^T \tilde{F}_{B_i}^* \tag{3.54}$$

Démonstration :

Dérivons l'équation (3.53)

$$\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = \frac{1}{2}(2 \cdot \tilde{V}_{B_i}^T M_{B_i} \tilde{V}_{B_i} + \tilde{V}_{B_i}^T \dot{M}_{B_i} \tilde{V}_{B_i} + \tilde{\theta}_{B_i}^T \dot{\Gamma}_{B_i} \tilde{\theta}_{B_i} + 2 \cdot \tilde{\theta}_{B_i}^T \Gamma_{B_i} \tilde{\theta}_{B_i}) \tag{3.55}$$

Γ_{B_i} et M_{B_i} étant des matrices de constantes alors leurs dérivées sont nulles d'où

$$\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = \tilde{V}_{B_i}^T M_{B_i} \tilde{V}_{B_i} + \tilde{\theta}_{B_i}^T \Gamma_{B_i} \tilde{\theta}_{B_i} \tag{3.56}$$

Nous ajoutons et soustrayons le terme $\tilde{V}_{B_i}^T(C_{B_i}\tilde{V}_{B_i})$ de ce qui précédent, et en nous basons sur la relation (3.52), nous obtenons :

$$\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = \tilde{V}_{B_i}^T(M_{B_i}\tilde{V}_{B_i} + C_{B_i}\tilde{V}_{B_i}) - \tilde{V}_{B_i}^T(C_{B_i}\tilde{V}_{B_i}) - \dot{\tilde{\theta}}_{B_i}\Gamma_{B_i}\tilde{\theta}_{B_i} \quad (3.57)$$

En remplaçant $M_{B_i}\tilde{V}_{B_i} + C_{B_i}\tilde{V}_{B_i}$ par la différence entre (2.52) et (2.68) nous obtenons ainsi

$$\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = \tilde{V}_{B_i}^T(Y_{B_i}\theta_{B_i} - F_{B_i}^*) - \tilde{V}_{B_i}^T(C_{B_i}\tilde{V}_{B_i}) - \dot{\tilde{\theta}}_{B_i}\Gamma_{B_i}\tilde{\theta}_{B_i} \quad (3.58)$$

C_{B_i} étant une matrice antisymétrique, d'après les propriétés des formes quadratiques $\tilde{V}_{B_i}^T(C_{B_i}\tilde{V}_{B_i})$ est nul. De plus grâce à la transposée de (2.68) d'une part et à la relation (2.67) d'autre part, nous pouvons finalement démontrer que :

$$\begin{aligned} &= \tilde{V}_{B_i}^T(Y_{B_i}\theta_{B_i} - F_{B_i}^*) - \tilde{V}_{B_i}^T Y_{B_i}(\theta_{B_i} - \hat{\theta}_{B_i}) \\ &= \tilde{V}_{B_i}^T(Y_{B_i}\theta_{B_i} - F_{B_i}^* - Y_{B_i}\theta_{B_i} + Y_{B_i}\hat{\theta}_{B_i}) \\ &= \tilde{V}_{B_i}^T(-F_{B_i}^* + Y_{B_i}\hat{\theta}_{B_i}) \\ &= \tilde{V}_{B_i}^T(F_{B_i}^{*(r)} - F_{B_i}^* - K_{B_i}\tilde{V}_{B_i}) \\ &= -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} + \tilde{V}_{B_i}^T \tilde{F}_{B_i}^* \end{aligned} \quad (3.59)$$

Lemme 2 :

La somme de $\tilde{V}_{B_i}^T \tilde{F}_{B_i}^*$ pour tous les corps composants notre système est nulle, soit

$$\sum_{i=0}^2 \tilde{V}_{B_i}^T \tilde{F}_{B_i}^* = 0 \quad (3.60)$$

Démonstration :

À titre de rappel et grâce aux équations de propagation de force vers l'arrière (2.70) et (2.69) et à la relation (3.51), nous pouvons dire que :

$$\begin{aligned} \tilde{F}_{B_2}^* &= \tilde{F}_{B_2} \\ \tilde{F}_{B_1}^* &= \tilde{F}_{B_1} - {}^{B_1}U_{B_2}\tilde{F}_{B_2} \\ \tilde{F}_{B_0}^* &= \tilde{F}_{B_0} - {}^{B_0}U_{B_1}\tilde{F}_{B_1} \end{aligned} \quad (3.61)$$

De même pour la vitesse articulaire, posons les vecteurs suivant :

$$\begin{aligned}\tilde{q}_1 &= \dot{q}_1^{(r)} - \dot{q}_1 \\ \tilde{q}_2 &= \dot{q}_2^{(r)} - \dot{q}_2\end{aligned}\tag{3.62}$$

alors

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^2 \tilde{V}_{B_i}^T \cdot \tilde{F}_{B_i}^* &= \tilde{V}_{B_2}^T \tilde{F}_{B_2}^* + \tilde{V}_{B_1}^T \tilde{F}_{B_1}^* + \tilde{V}_{B_0}^T \tilde{F}_{B_0}^* \\ &= \tilde{V}_{B_2}^T \tilde{F}_{B_2} + \tilde{V}_{B_1}^T (\tilde{F}_{B_1} - {}^{B_1}U_{B_2} \tilde{F}_{B_2}) + \tilde{V}_{B_0}^T (\tilde{F}_{B_0} - {}^{B_0}U_{B_1} \tilde{F}_{B_1}) \\ &= (\tilde{V}_{B_2}^T - \tilde{V}_{B_1}^T {}^{B_1}U_{B_2}) \tilde{F}_{B_2} + (\tilde{V}_{B_1}^T - \tilde{V}_{B_0}^T {}^{B_0}U_{B_1}) \tilde{F}_{B_1} + \tilde{V}_{B_0}^T \tilde{F}_{B_0}\end{aligned}\tag{3.63}$$

Grâce aux équations (2.46) et (2.66)

$$\begin{aligned}\sum_{i=0}^2 \tilde{V}_{B_i}^T \cdot \tilde{F}_{B_i}^* &= (\tilde{q}_2 \cdot z^T + \tilde{V}_{B_1}^T {}^{B_1}U_{B_2} - \tilde{V}_{B_1}^T {}^{B_1}U_{B_2}) \tilde{F}_{B_2} + (\tilde{q}_1 + \tilde{V}_{B_0}^T {}^{B_0}U_{B_1} \\ &\quad - \tilde{V}_{B_0}^T {}^{B_0}U_{B_1}) \tilde{F}_{B_1} + \tilde{V}_{B_0}^T \tilde{F}_{B_0} \\ &= (\tilde{q}_2 \cdot z^T) \tilde{F}_{B_2} + (\tilde{q}_1 \cdot z^T) \tilde{F}_{B_1} + \tilde{V}_{B_0}^T \tilde{F}_{B_0}\end{aligned}\tag{3.64}$$

En utilisant des relations (2.56) et (2.70)

$$\sum_{i=0}^2 \tilde{V}_{B_i}^T \cdot \tilde{F}_{B_i}^* = \tilde{q}_2 (z^T F_{B_2}^{(r)} - \tau_2) + \tilde{q}_1 (z^T F_{B_1}^{(r)} - \tau_1) + \tilde{V}_{B_0}^T (F_{B_0}^{(r)} - F_{B_0}) = 0\tag{3.65}$$

La fonction de Lyaponov candidate est donc :

$$U = \sum_{i=0}^2 \frac{1}{2} (\tilde{V}_{B_i}^T M_{B_i} \tilde{V}_{B_i} + \tilde{\theta}_{B_i}^T \Gamma_{B_i} \tilde{\theta}_{B_i})\tag{3.66}$$

Et sa dérivée par rapport au temps est comme suit :

$$\dot{U} = \sum_{i=0}^2 -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i}\tag{3.67}$$

Par ailleurs

$$-\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} \leq -\lambda_{min}(K_{B_i}) \|\tilde{V}_{B_i}\|^2 \leq 0\tag{3.68}$$

D'où

$$\dot{U} = \sum_{i=0}^2 -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} \leq -\sum_{i=0}^2 \lambda_{min}(K_{B_i}) \|\tilde{V}_{B_i}\|^2 \leq 0 \quad (3.69)$$

De ce qui précède, nous pouvons affirmer que $U > 0$ et $\dot{U} \leq 0$.

Si $\dot{U} < 0$ nous pouvons conclure que \tilde{V}_{B_i} est bornée. Ce qui implique la bornitude des six variables d'entrée qui ne sont autres que l'altitude du drone Z_{B_0} , les trois angles d'Euler E_{I,B_0} et les deux articulations du manipulateur q_1 et q_2 .

Soit $E: \{\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i} \in \mathbb{R}^6, \text{ telque } \tilde{V}_{B_i} = 0\}$ le plus grand ensemble invariant.

Dans cet ensemble $\tilde{V}_{B_i} = 0$ ce qui implique que $\dot{U} = 0$. Ainsi d'après le théorème d'invariance de LaSalle \tilde{V}_{B_i} converge asymptotiquement.

3.5.2 Étude de stabilité du deuxième cas

Lemme 1 :

Pour le ième corps du système dont l'équation dynamique de son mouvement, la loi de contrôle qui lui est associé ainsi que l'adaptation sont décrites respectivement par (2.50), (3.49) et (2.68). Considérons la même fonction scalaire définie positive (3.53) que le cas précédent ainsi que sa dérivée (3.54).

Soit la nouvelle loi de contrôle :

$$\begin{aligned} {}^{B_i}F_{B_i}^{*(r)} &= Y_{B_i} \hat{\theta}_{B_i} + K_{B_i} \left({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)} - {}^{B_i}V_{B_i} \right) + K'_{B_i} \cdot sign \left({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)} - {}^{B_i}V_{B_i} \right) \\ i &= 0, 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.70)$$

Démonstration :

Dans le cas précédent, nous avons dérivé la relation (3.53) les résultats resteront inchangés jusqu'à : $(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = \tilde{V}_{B_i}^T (Y_{B_i} \theta_{B_i} - F_{B_i}^*) - \dot{\tilde{\theta}}_{B_i} \Gamma_{B_i} \tilde{\theta}_{B_i}$.

Grâce à la relation (3.70)

$$\begin{aligned} \dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) &= \tilde{V}_{B_i}^T (-F_{B_i}^* + Y_{B_i} \hat{\theta}_{B_i}) \\ &= \tilde{V}_{B_i}^T (F_{B_i}^{*(r)} - F_{B_i}^* - K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - K'_{B_i} \cdot sign(\tilde{V}_{B_i})) \\ &= -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - \tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \cdot sign(\tilde{V}_{B_i}) + \tilde{V}_{B_i}^T \tilde{F}_{B_i}^* \end{aligned} \quad (3.71)$$

Lemme 2

La démonstration de ce lemme reste inchangée par rapport à la démonstration précédente.

$$\sum_{i=0}^2 \tilde{V}_{B_i}^T \cdot \tilde{F}_{B_i}^* = 0 \quad (3.72)$$

D'où

$$\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - \tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \cdot \text{sign}(\tilde{V}_{B_i}) \quad (3.73)$$

La fonction de Lyapunov candidate est donc (3.66) et sa dérivée (3.74). (2.70)

$$\dot{U} = \sum_{i=0}^2 -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - \tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \cdot \text{sign}(\tilde{V}_{B_i}) \quad (3.74)$$

Sachant que :

$$-\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - \tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \cdot \text{sign}(\tilde{V}_{B_i}) \leq -\lambda_{\min}(K_{B_i}) \|\tilde{V}_{B_i}\|^2 - \lambda_{\min}(K'_{B_i}) \|\tilde{V}_{B_i}\| \leq 0 \quad (3.75)$$

Alors

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \sum_{i=0}^2 -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - \tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \cdot \text{sign}(\tilde{V}_{B_i}) \\ &\leq -\left(\sum_{i=0}^2 \lambda_{\min}(K_{B_i}) \|\tilde{V}_{B_i}\|^2 + \lambda_{\min}(K'_{B_i}) \|\tilde{V}_{B_i}\| \right) \\ &\leq -\sum_{i=0}^2 \lambda_{\min}(K'_{B_i}) \|\tilde{V}_{B_i}\| \leq 0 \end{aligned} \quad (3.76)$$

D'où \dot{U} est semi-définie négative et U définie positive.

Dans le cas où $\dot{U} < 0$ nous pouvons conclure que \tilde{V}_{B_i} est bornée. Ce qui implique que l'altitude du drone Z_{B_0} , les trois angles d'Euler E_{I,B_0} et les deux articulations du manipulateur q_1 et q_2 sont aussi bornés.

Soit $E: \{\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i} \in \mathbb{R}^6, \text{ telque } \tilde{V}_{B_i} = 0\}$ le plus grand ensemble invariant.

$\tilde{V}_{B_i} = 0$ appartient à cet ensemble d'où $\dot{U} = 0$.

Ainsi d'après le théorème d'invariance de LaSalle \tilde{V}_{B_i} converge asymptotiquement ainsi que les six variables d'entrées.

3.5.3 Étude de stabilité du troisième cas

Lemme 1 :

Pour le i ème corps du système dont l'équation dynamique de son mouvement, la loi de contrôle qui lui est associé ainsi que l'adaptation sont décrites respectivement par (2.52), (3.67) et (2.70).

Considérons la même fonction scalaire définie positive (3.57) que le cas précédent ainsi que sa dérivée (3.58).

Soit la nouvelle loi de contrôle :

$${}^B_i F_{B_i}^{*(r)} = Y_{B_i} \hat{\theta}_{B_i} + K_{B_i} \left({}^{B_i} V_{B_i}^{(r)} - {}^{B_i} V_{B_i} \right) + K'_{B_i} \cdot \tanh \left({}^{B_i} V_{B_i}^{(r)} - {}^{B_i} V_{B_i} \right) \quad (3.77)$$

$$i = 0, 1, \dots, n$$

Démonstration :

Dans le cas classique, nous avons dérivé la relation (3.57). Nous reprendrons le même raisonnement qui restera inchangé jusqu'à ce niveau de développement:

$$\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = \tilde{V}_{B_i}^T (Y_{B_i} \theta_{B_i} - F_{B_i}^*) - \hat{\theta}_{B_i} \Gamma_{B_i} \tilde{\theta}_{B_i}$$

Grâce à la relation (3.64)

$$\begin{aligned} \dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) &= \tilde{V}_{B_i}^T (-F_{B_i}^* + Y_{B_i} \hat{\theta}_{B_i}) \\ &= \tilde{V}_{B_i}^T (F_{B_i}^{*(r)} - F_{B_i}^* - K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - K'_{B_i} \cdot \tanh(\tilde{V}_{B_i})) \\ &= -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - \tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \tanh(\tilde{V}_{B_i}) + \tilde{V}_{B_i}^T \tilde{F}_{B_i}^* \end{aligned} \quad (3.78)$$

Lemme 2

La démonstration de ce lemme reste inchangée par rapport à la démonstration précédente.

$$\sum_{i=0}^2 \tilde{V}_{B_i}^T \tilde{F}_{B_i}^* = 0$$

D'où

$$\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i}) = -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - \tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \tanh(\tilde{V}_{B_i}) \quad (3.79)$$

Le terme $-\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i}$ étant négatif, il nous faut démontrer que le terme $-\tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \tanh(\tilde{V}_{B_i})$ l'est aussi pour conclure que $\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i})$ est négative à son tour.

À cet effet, nous allons étudier les trois cas suivant :

$$\text{Si } \begin{cases} \tilde{V}_{B_i} < 0 \text{ alors, } \tanh(\tilde{V}_{B_i}) < 0 \text{ d'où } [\tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \tanh(\tilde{V}_{B_i})(\tilde{V}_{B_i})] > 0 \\ \tilde{V}_{B_i} > 0 \text{ alors, } \tanh(\tilde{V}_{B_i}) > 0 \text{ d'où } [\tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \tanh(\tilde{V}_{B_i})(\tilde{V}_{B_i})] > 0 \\ \tilde{V}_{B_i} = 0 \text{ alors, } \tanh(\tilde{V}_{B_i}) = 0 \text{ d'où } [\tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \tanh(\tilde{V}_{B_i})(\tilde{V}_{B_i})] = 0 \end{cases}$$

Dans les trois cas précédents $\dot{U}_{B_i}(\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i})$ est semi-définie négative.

La fonction de Lyapunov candidate est donc (3.63) et sa dérivée (3.71).

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \sum_{i=0}^2 -\tilde{V}_{B_i}^T K_{B_i} \tilde{V}_{B_i} - \tilde{V}_{B_i}^T K'_{B_i} \tanh(\tilde{V}_{B_i}) \\ &\leq -\sum_{i=0}^2 \lambda_{min}(K'_{B_i}) \|\tilde{V}_{B_i}\| \cdot \|\tanh(\tilde{V}_{B_i})\| \\ &\leq -\sum_{i=0}^2 \lambda_{min}(K'_{B_i}) \|\tilde{V}_{B_i}\|^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (3.80)$$

D'après (3.53) et (3.80) nous pouvons dire que $U > 0$ et $\dot{U} \leq 0$.

Si $\dot{U} < 0$ alors \tilde{V}_{B_i} est bornée. Ce qui implique que des six variables d'entrée Z_{B_0} , E_{I,B_0} , q_1 et q_2 sont aussi bornées.

Soit $E: \{\tilde{V}_{B_i}, \tilde{\theta}_{B_i} \in \mathbb{R}^6, \text{ telque } \tilde{V}_{B_i} = 0\}$ le plus grand ensemble invariant.

$\tilde{V}_{B_i} = 0$ est incluse dans cet ensemble ainsi $\dot{U} = 0$. D'où par l'application du théorème d'invariance de LaSalle nous pouvons déduire que \tilde{V}_{B_i} converge asymptotiquement.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes basés sur le travail réalisé dans le chapitre 2 pour déterminer le modèle cinématique et dynamique, d'un drone muni d'un manipulateur sériel à deux degrés de liberté. Nous avons, par la suite, explicité les lois de contrôle qui lui sont

relatives pour trois cas de contrôle différents; le contrôle classique et deux contrôles robustes.

Pour finir, nous avons étudié la stabilité du système pour les trois cas.

Les développements réalisés seront sujets à des simulations numériques dans le but de valider le modèle du système d'une part ainsi que les contrôles d'autre part.

CHAPITRE 4

SIMULATIONS ET RÉSULTATS

4.1 Introduction

Dans le but de valider les différents résultats obtenus théoriquement, nous allons dédier ce chapitre aux simulations numériques.

Dans un premier temps, nous présenterons sous Simulink de Matlab, les résultats de simulation des trois cas de commande présentés dans le chapitre précédent ainsi qu'une comparaison des performances du système pour chaque cas pour un premier scénario de déplacement intitulé Scénario I. Par la suite nous simulerons la troisième commande sous un deuxième scénario de déplacement (Scénario II).

Dans le but, d'obtenir des simulations les plus proches de la réalité, nous avons relevé les paramètres physiques du système à partir du design mécanique du manipulateur réalisé sur SolidWorks ainsi que du drone S500 préexistant extrait de la bibliothèque de source ouverte GRABCAD.

Dans un second temps, nous effectuerons une simulation du Scénario II dans l'environnement mécanique Simscape Multibody de Matlab avec le troisième cas de commande dans le but d'observer le mouvement du système en nous basant sur l'assemblage du drone et du manipulateur à 2ddl pour obtenir un modèle dynamique le précis possible.

4.2 Simulation sous Simulink

Le système étudié a été conçu et assemblé sous SolidWorks (ANNEXE II) en partant d'un design de drone préexistant et d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté aux dimensions proportionnelles à celle du véhicule volant. Ce logiciel est capable de fournir les propriétés de la masse, les matrices d'inertie ainsi que la position du centre de gravité de chaque corps composant le système que nous avons classé dans le Tableau 4.1 pour effectuer les simulations. Ces paramètres resteront inchangés tout le long des simulations sous Simulink. Il faut cependant observer que d'une méthode à une autre, nous serons dans l'obligation de réguler

certains gains pour aboutir à de meilleurs résultats. cependant observer que d'une méthode à une autre, nous serons dans l'obligation de réguler certains gains pour aboutir à de meilleurs résultats.

Tableau 4.1 Paramètres physiques du système

Symbol	Définition	Valeur	Unité
m	Masse du drone	0.3190	kg
m_1	Masse du premier lien	0.0241	kg
m_2	Masse du deuxième lien	0.0139	kg
I_{B_0}	Moment d'inertie du drone	$\begin{bmatrix} 0.0362 & 0 & 0 \\ 0 & 0.032 & 0 \\ 0 & 0 & 0.009 \end{bmatrix}$	$kg \cdot m^2$
I_{B_1}	Moment d'inertie du premier lien	$\begin{bmatrix} 0.0013 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0013 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}$	$kg \cdot m^2$
I_{B_2}	Moment d'inertie du deuxième lien	$\begin{bmatrix} 0.0005 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0005 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 \end{bmatrix}$	$kg \cdot m^2$
l_1	Longueur du premier lien	0.06	m
l_2	Longueur du second lien	0.0745	m
l_0	Distance entre le centre de masse du drone et de la première articulation	0.03	m
d_1	Distance entre la première articulation et le centre masse du premier lien	0.03	m
d_2	Distance entre le repère de la deuxième articulation et le centre masse du deuxième lien	0.0375	m

Pour ce type de simulation, nous allons observer le comportement du système face à deux scénarios de mouvement différents. En effet, dans un premier temps, nous allons opter pour des trajectoires simples des variables d'entrée pour les trois cas de commande. Dans un second temps, nous opterons pour des trajectoires plus élaborées. Ainsi nous appliquerons une

trajectoire polynomiale cubique pour le manipulateur et une altitude évoluant au cours du temps.

4.2.1 Scénario I

Pour cette simulation nous avons choisi un temps de simulation de 10s et un temps d'échantillonnage de $10^{-2}s$. Soit t la variable de temps, les valeurs des positions et des vitesses à l'instant initial $t=0$, sont tels que présentés dans (4.1)

$$\begin{cases} Z_{B_0}(0) = 0 \text{ m} ; \dot{Z}_{B_0}(0) = 0 \text{ m.s}^{-1} \\ \phi(0) = \theta(0) = \psi(0) = 0 \text{ rad} ; \dot{\phi}(0) = \dot{\theta}(0) = \dot{\psi}(0) = 0 \text{ rad.s}^{-1} \\ q_1(0) = \frac{\pi}{4} \text{ rad} ; \dot{q}_1(0) = 0.1 \text{ rad.s}^{-1} \\ q_2(0) = 0 \text{ rad} ; \dot{q}_2(0) = 0.1 \text{ rad.s}^{-1} \end{cases} \quad (4.1)$$

Les différentes trajectoires désirées des variables d'entrée sont présentées par le Tableau 4.2.

Tableau 4.2 Trajectoires désirées du Scénario I

Variable d'entrée	Trajectoire désirée
Altitude (Z_{B_0})	5
Angle de Roulis (ϕ)	0
Angle de Tangage (θ)	0
Angle de Lacet (ψ)	$\frac{\pi}{4}$
Première articulation (q_1)	$2 \cos(t)$
Deuxième articulation (q_2)	$2 \sin(t)$

Les paramètres de l'algorithme de contrôle pour les trois cas sont présentés au Tableau 4.3. Rappelons à cet effet, que le premier cas est relatif au cas de commande classique illustré par la Figure 3.5, le deuxième et le troisième sont relatifs à la commande robuste avec l'ajout respectivement du terme signe (Figure 3.6) et tangente hyperbolique (Figure 3.7).

Tableau 4.3 Paramètres de l'algorithme de contrôle pour le Scénario I

	Premier cas	Deuxième cas	Troisième cas
λ_z	30	45	40
λ_E	$\begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 18 & 0 & 0 \\ 0 & 18 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$
λ_q	$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 0 & 18 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$
K_{B_0}	$diag(3,3,1,8,10,1)$	$diag(3,3,1,8,10,10)$	$diag(3,3,1,8,10,1)$
K_{B_1}	$diag(2,2,1,2,2,1)$	$diag(2,2,1,2,6,1)$	$diag(2,2,1,2,6,1)$
K_{B_2}	$diag(2,2,1,8,8,1)$	$diag(2,2,1,8,8,1)$	$diag(2,2,1,8,8,1)$
K'_{B_0}	NA	$diag(2.1,2.1,0.7,5.6,7,7)$	$diag(2.1,2.1,0.7,5.6,7,7)$
K'_{B_1}		$diag(1.4,1.4,0.7,4.2,4.2,0.7)$	$diag(1.4,1.4,0.7,1.4,4.2,0.7)$
K'_{B_2}		$diag(1.4,1.4,0.7,5.6,5.6,0.7)$	$diag(1.4,1.4,0.7,5.6,5.6,0.7)$
Γ_{B_0}		$I_{13 \times 13}$	
Γ_{B_1}		$I_{13 \times 13}$	
Γ_{B_2}		$I_{13 \times 13}$	

Pour analyser les résultats de la simulation, nous allons diviser ce travail en deux sections. Dans un premier temps, nous effectuerons une comparaison des trajectoires désirées, des erreurs de poursuite ainsi que les forces et couples d'entrée. À cet effet, nous nous appuierons sur un tableau récapitulatif des valeurs quadratiques moyennes pour les trois cas de commande. Dans un second temps, nous nous assurerons de la robustesse du terme ajouté dans le troisième cas en ajoutant des perturbations au système pour observer son comportement face à ce cas particulier.

4.2.1.1 Résultats de simulations des trois cas de commande sans perturbations

Pour les figures suivantes, les variables avec l'indice d représente la trajectoire désirée, le cas 1 représente le cas de commande classique, le cas 2 la commande robuste avec signe et le cas 3 la commande robuste avec tangente hyperbolique.

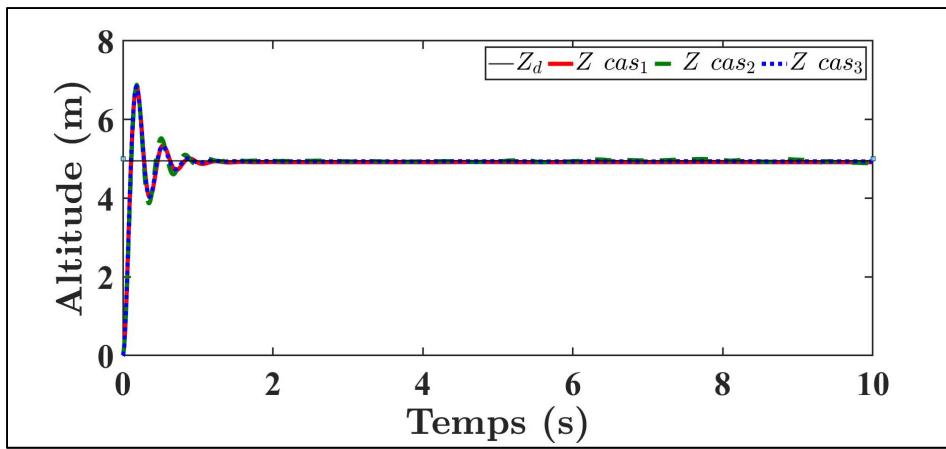


Figure 4.1 Suivi de trajectoire de l'altitude sous Simulink

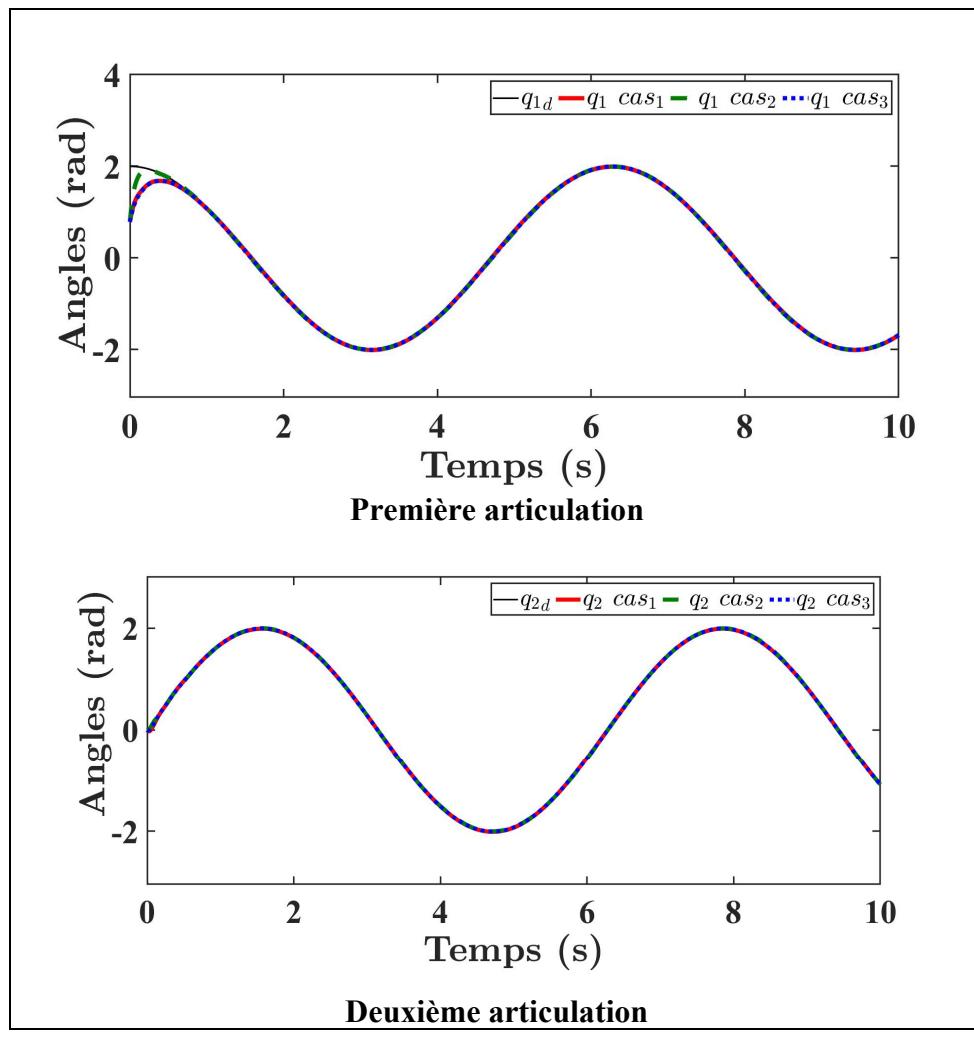


Figure 4.2 Suivi de trajectoire des articulations sous Simulink Scénario I

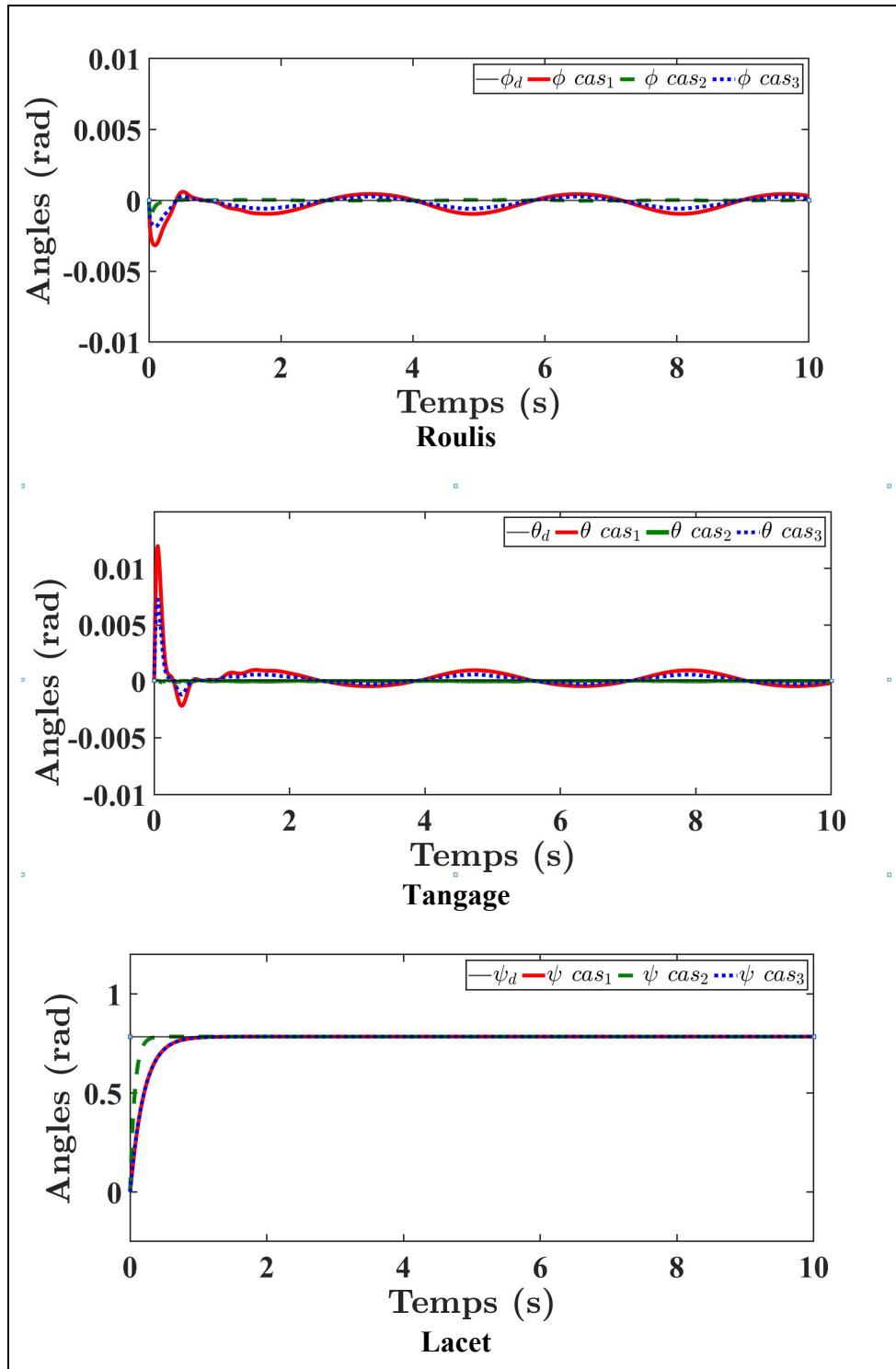


Figure 4.3 Suivi des trajectoires des angles d'Euler
sous Simulink Scénario I

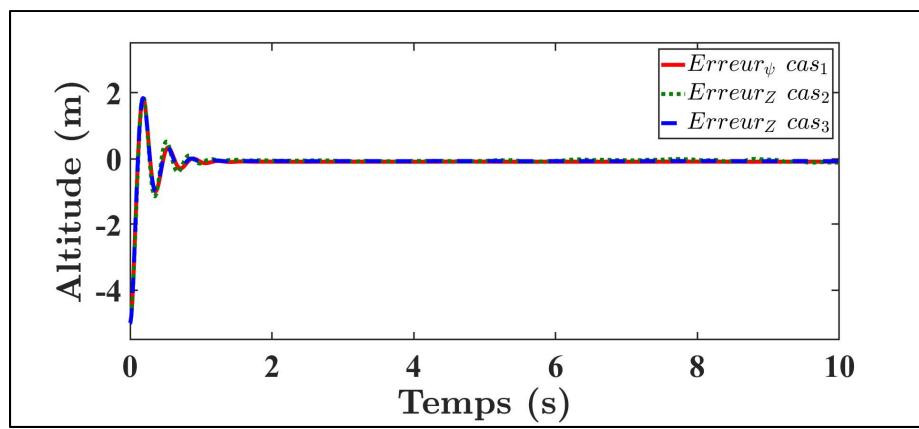


Figure 4.4 Erreur de poursuite d'altitude sous Simulink Scénario I

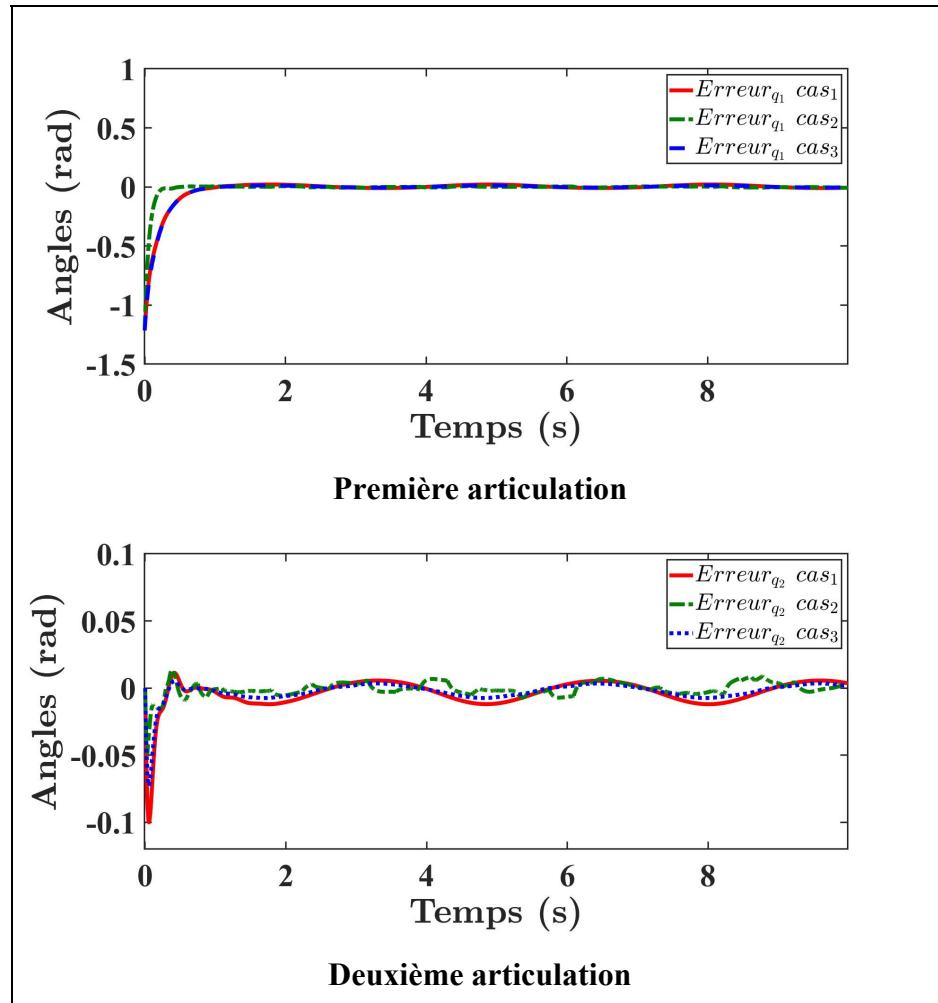


Figure 4.5 Erreur de poursuite des angles des articulations sous Simulink Scénario I

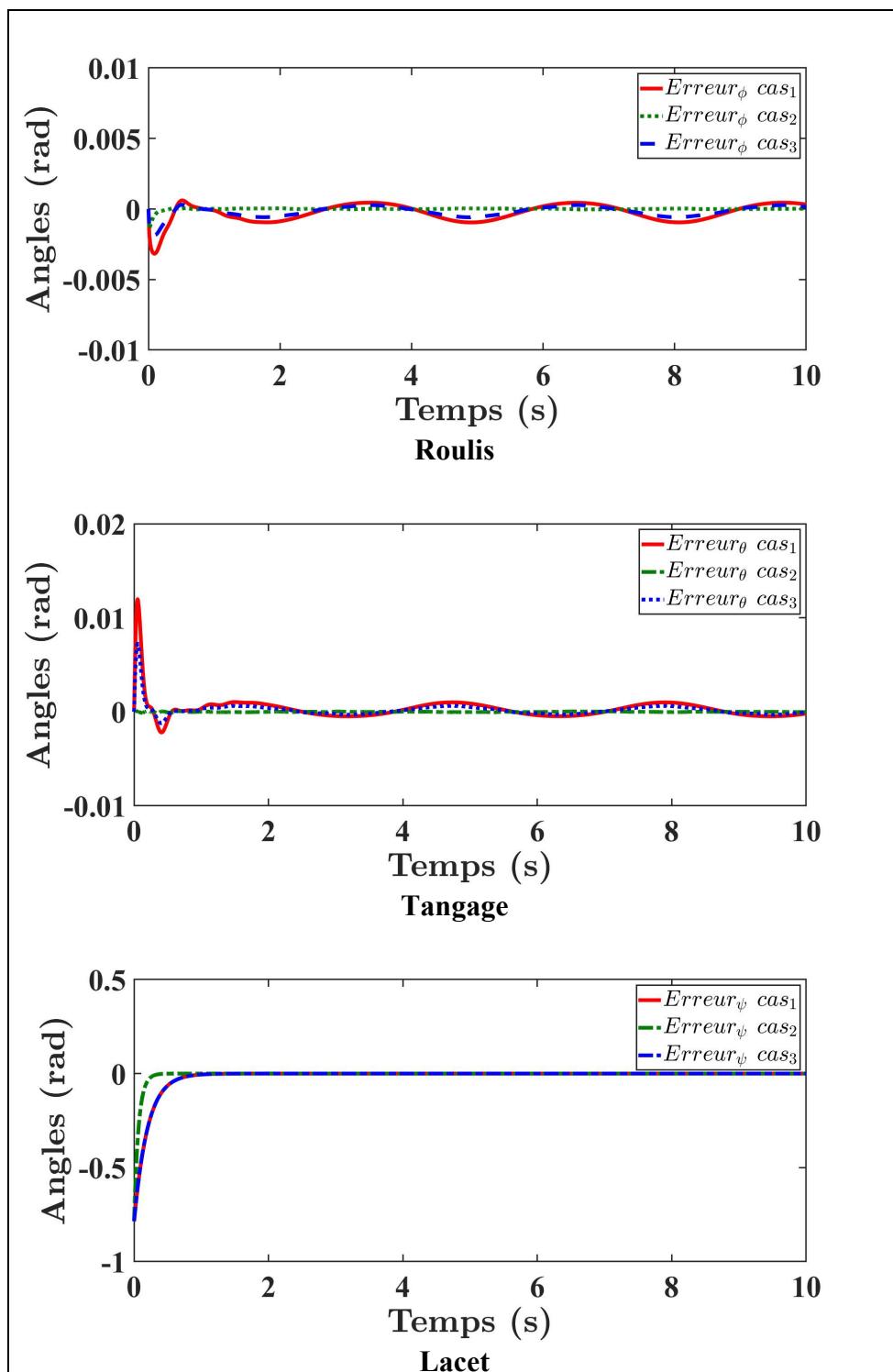


Figure 4.6 Erreur de poursuite des angles d'Euler
sous Simulink Scénario I

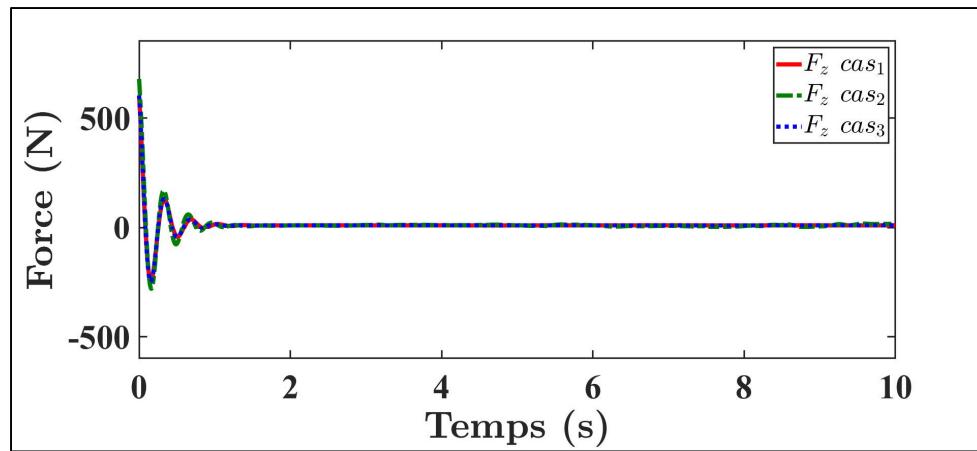


Figure 4.7 Force de poussée du drone sous Simulink Scénario I

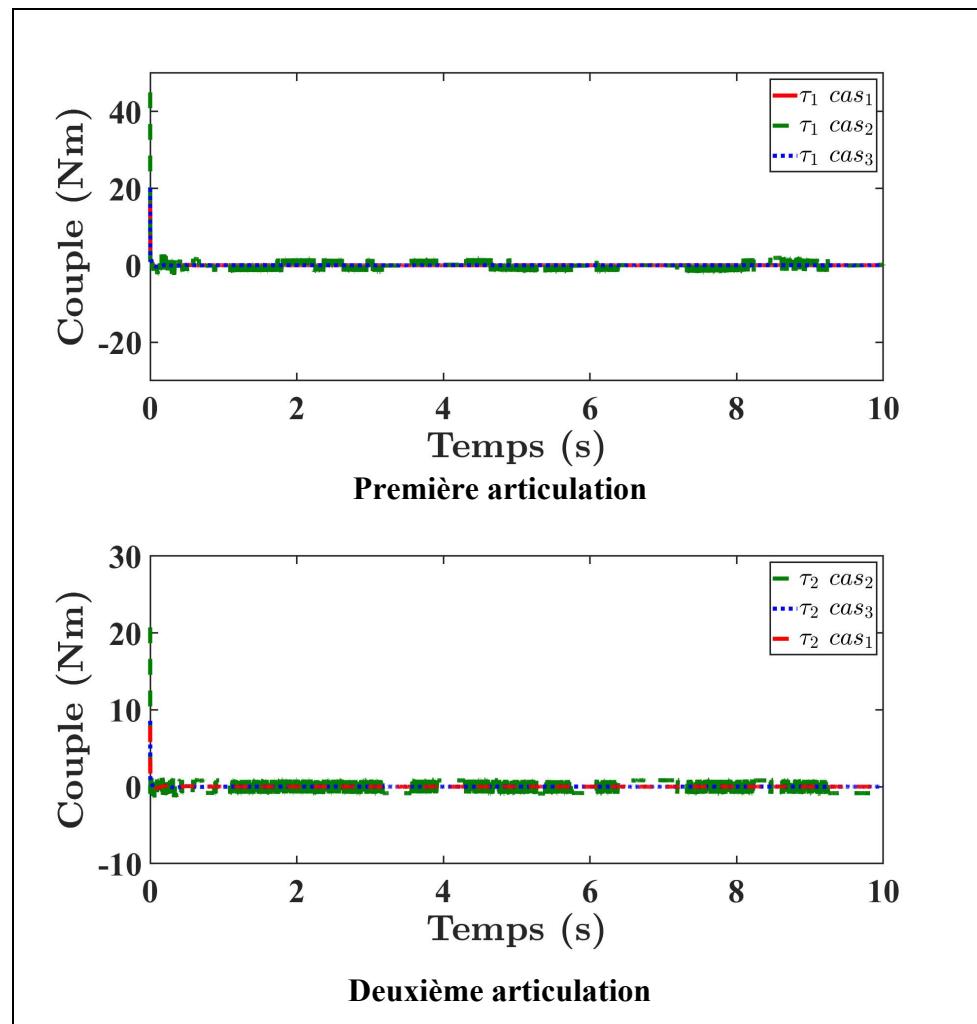


Figure 4.8 Couples du manipulateur sous Simulink Scénario I

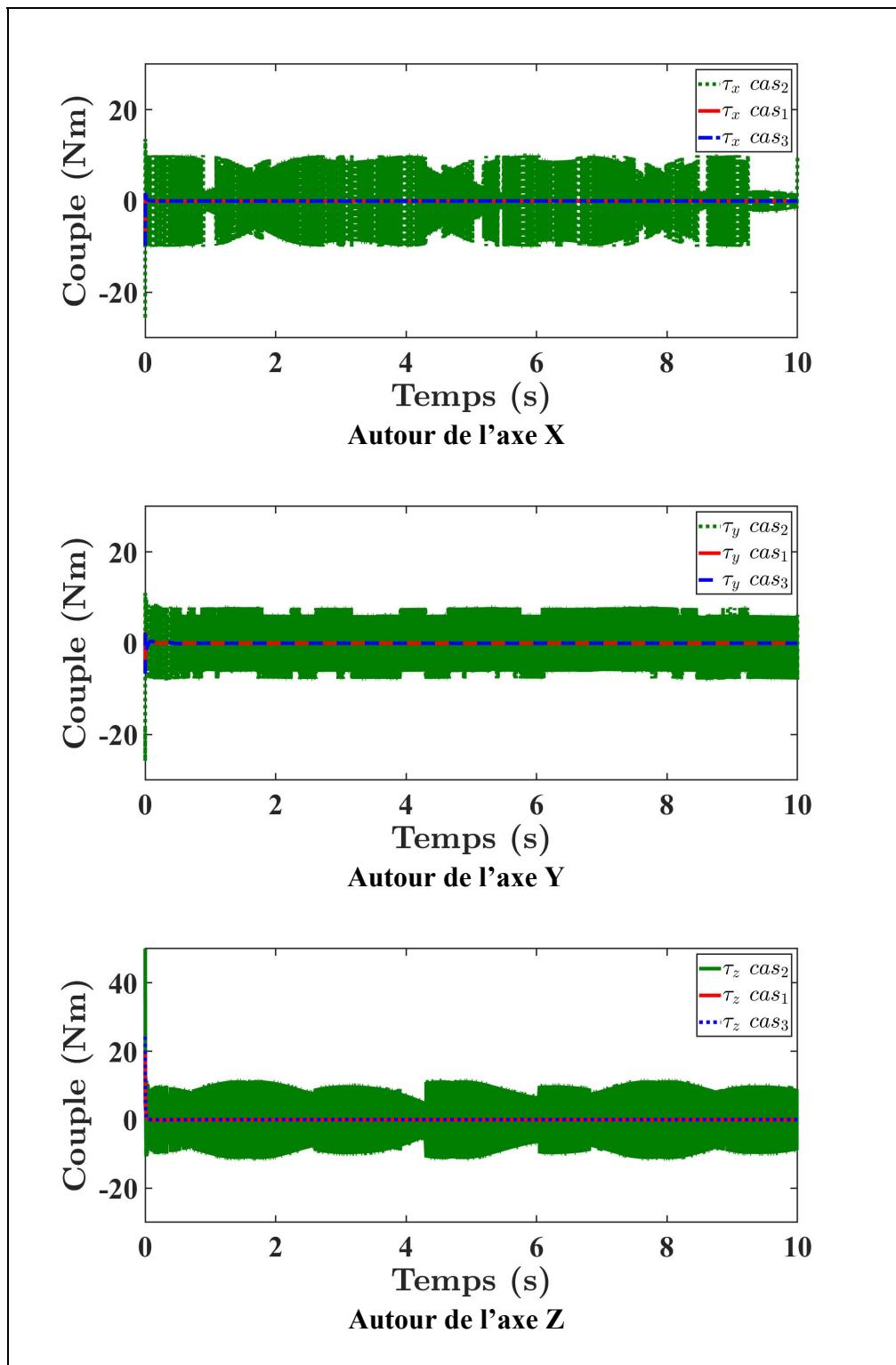


Figure 4.9 Couples du drone sous Simulink Scénario I

D'après la Figure 4.1, la Figure 4.2 et la Figure 4.3 nous remarquons que, pour les trois cas de commande, le suivi de trajectoire est assuré. Ce qui peut être confirmé à partir de la Figure 4.4, Figure 4.5 et la Figure 4.6 par la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro pour les six variables d'entrée aux alentours du tier de la période de simulation.

Nous remarquons aussi que le cas 2 converge plus rapidement vers la trajectoire désirée que les deux autres cas. Cependant, pour ce cas de contrôle nous observons une forte réticence dans les signaux de commande à travers la Figure 4.8 et la Figure 4.9.

Ceci est principalement dû à la discontinuité de la fonction signe pour la valeur de zéro.

Selon (Delpoux, 2012), il est impossible d'envisager un développement d'une telle commande dans les cas pratiques, et ce, à cause de l'impact important qu'elle implique sur les actionneurs en accélérant leur usure.

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé le troisième cas de commande comme solution à ce problème. En effet, en examinant de nouveau les graphes de commande présentés nous remarquons que ce phénomène n'est plus observé. La prochaine étape consistera à nous assurer de la robustesse de cette commande.

Grâce à la Figure 4.7 , nous remarquons une forte amplitude pour la force de poussée du drone aux alentours de $t \in [0; 1]s$. Un tel comportement ne peut pas être toléré en pratique, nous proposons à cet effet pour d'éventuels tests expérimentaux d'opter pour la saturation de cette force.

Dans le but de résoudre l'inconvénient observé dans la Figure 4.7, nous avons saturé la force suivant l'axe Z, entre les valeurs -30 et 30 N.

Nous obtenons les résultats de simulation suivants pour une telle situation.

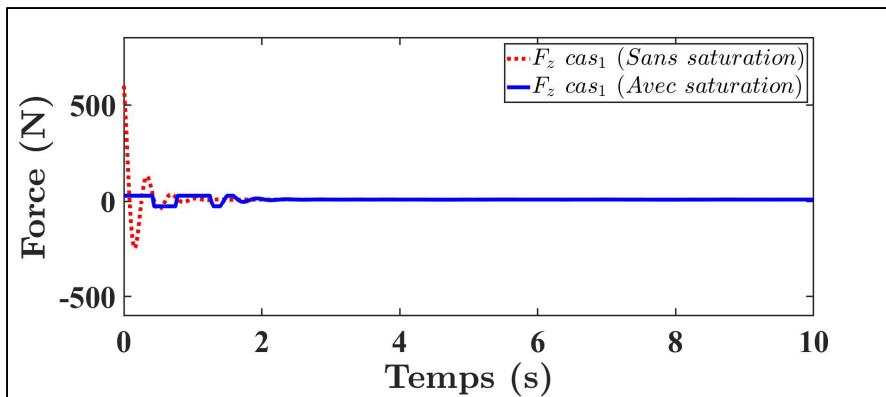


Figure 4.10 Effet de la saturation sur force de poussée dans le premier cas de commande Scénario I

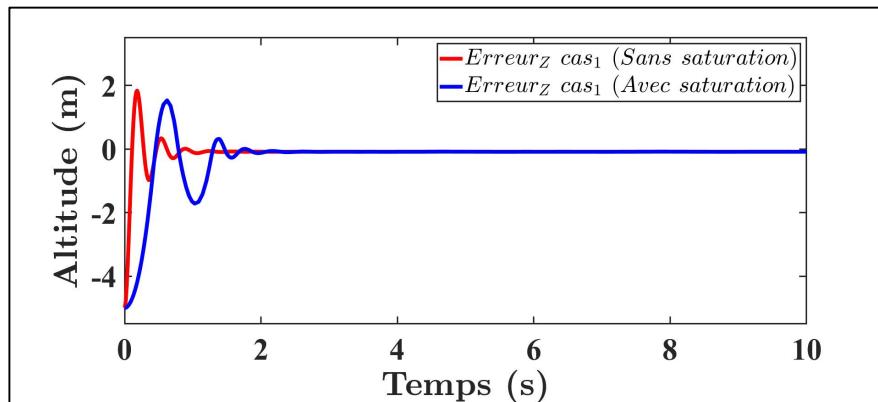


Figure 4.11 Effet de la saturation sur l'erreur d'altitude dans le premier cas de commande Scénario I

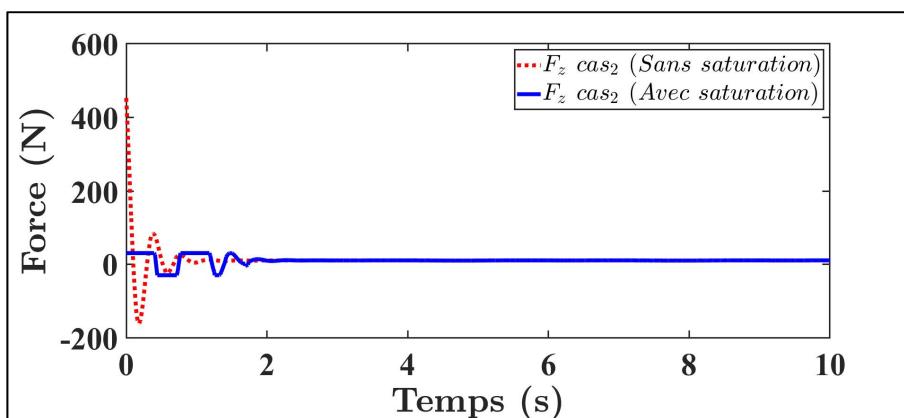


Figure 4.12 Effet de la saturation sur la force de poussée dans le deuxième cas de commande Scénario I

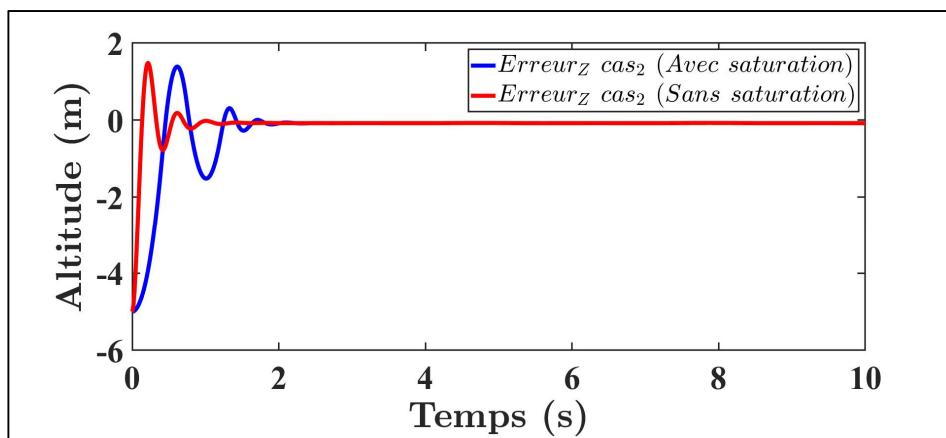


Figure 4.13 Effet de la saturation sur l'erreur d'altitude dans le deuxième cas de commande Scénario I

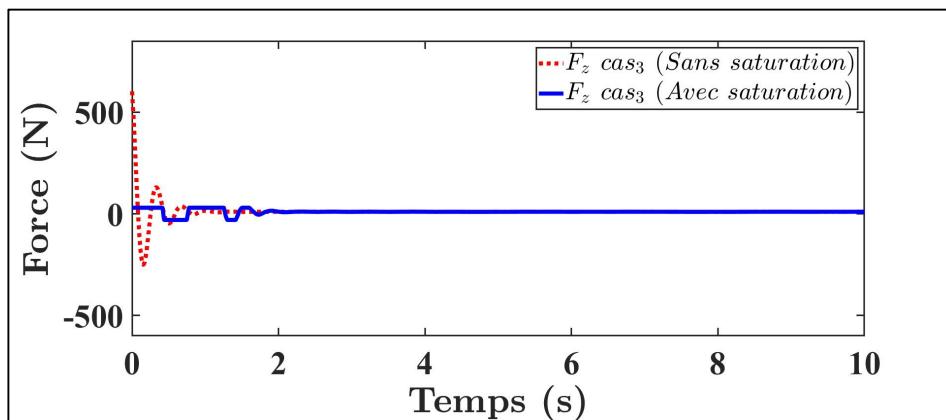


Figure 4.14 Effet de la saturation sur la force de poussée dans le troisième cas de commande Scénario I

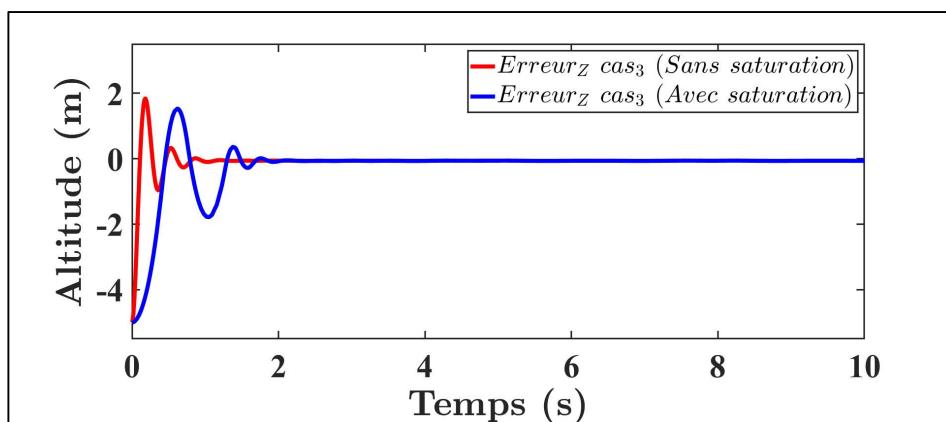


Figure 4.15 Effet de la saturation sur l'erreur d'altitude dans le troisième cas de commande Scénario I

À travers les Figure 4.11, Figure 4.13 et Figure 4.15, nous observons que l'atténuation de la valeur de la force impacte légèrement l'erreur de poursuite en causant un retard au début de la phase transitoire. Cependant, il est facile d'observer que la valeur de l'erreur diminue légèrement au début de la simulation et la convergence vers zéro s'effectue toujours au même instant.

Ce qui nous permet de confirmer la nécessité d'appliquer cette saturation pour d'éventuels tests expérimentaux sans impacter le comportement attendu.

4.2.1.2 Résultat de simulation de la troisième commande sous perturbations

Dans le but de tester la robustesse de la commande avec tangente hyperbolique, nous avons choisi de mettre le système sous différents cas de perturbation sur la variable d'entrée relative à l'altitude (Z) afin d'observer son comportement.

Pour modéliser ces perturbations, nous avons ajouté à la force de poussée du drone, quatre signaux échelon d'amplitude, à l'état initial, respectives de 10N, 50N, 100N et 150N, d'une valeur finale de 0N avec un temps de pas de 1s.

Nous obtenons à la suite de ces situations les résultats suivants :

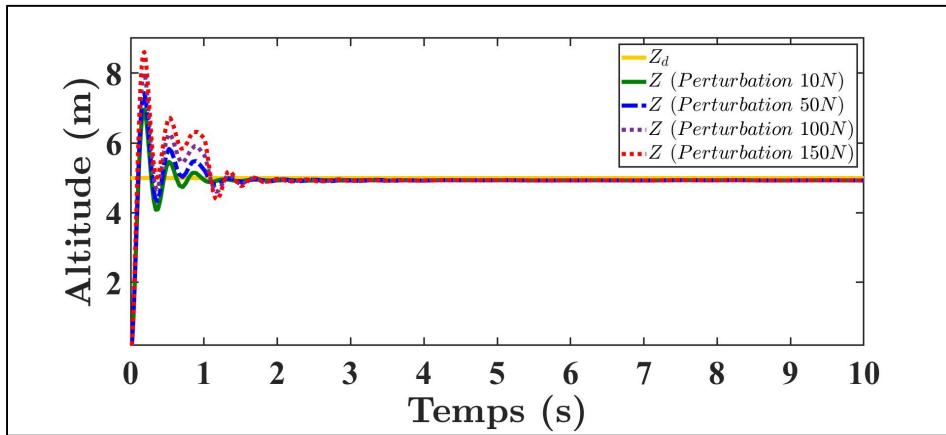


Figure 4.16 Effets des perturbations sur le suivi d'altitude
pour le troisième cas de commande Scénario I

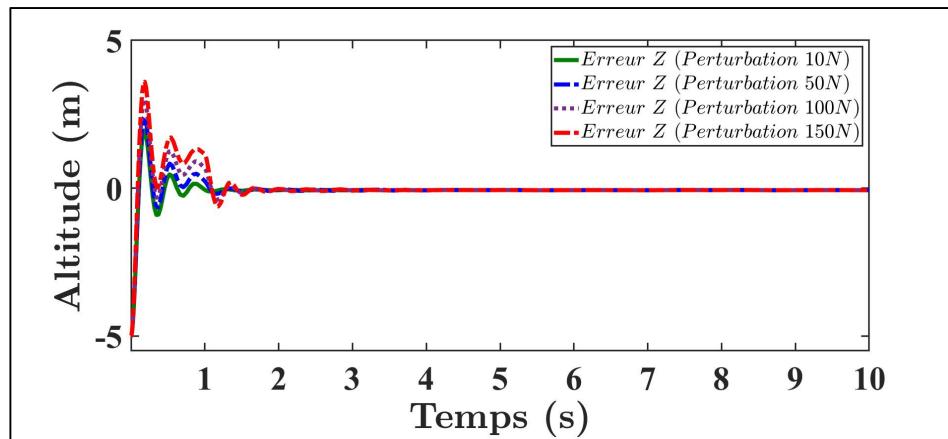


Figure 4.17 Effets des perturbations sur l'erreur d'altitude pour le troisième cas de commande Scénario I

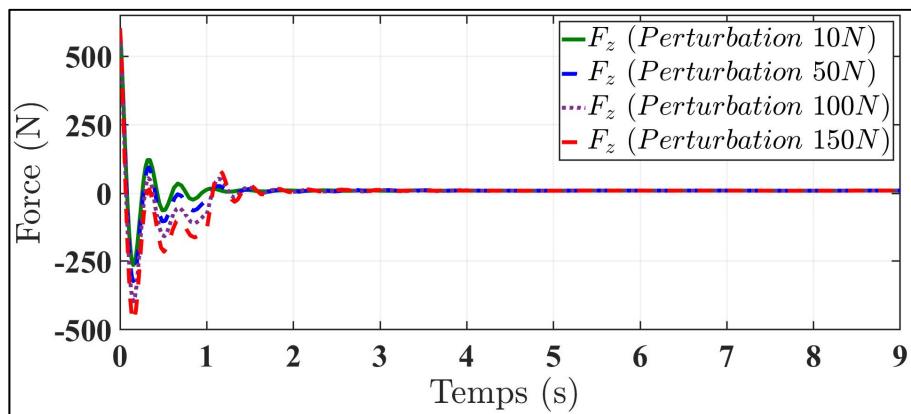


Figure 4.18 Effet des perturbations sur la force de poussée pour le troisième cas de commande Scénario I

D'après les Figure 4.16, Figure 4.17 et Figure 4.18 , nous pouvons voir que la perturbation a bel et bien affecté le système entre $t=0s$ et $t=1s$. Cependant à l'instant $1.5s$ le système se corrige; la consigne rejoint la mesure et l'erreur de suivi ainsi que la force de poussée s'annulent. En effet ce comportement nous permet de valider la robustesse de la commande du troisième cas.

4.2.1.3 Comparaison de la performance du système avec les trois commandes

Dans le but de comparer les performances du système face aux trois cas de commande proposés, nous avons choisi de calculer la moyenne quadratique des erreurs des six variables

d'entrée pour les trois situations ainsi que le taux d'amélioration de la deuxième et troisième commande comparée à la classique. Les données obtenues ont été classées dans le Tableau 4.4.

Tableau 4.4 Tableau comparatif des erreurs moyennes quadratiques

	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Taux d'amélioration Cas1-Cas2	Taux d'amélioration Cas1-Cas3
Z_{B_0}	0,4184	0,3627	0,4073	17,79%	7,68%
ϕ	0,0007	0,00008	0,0004	88,57%	42,86%
θ	0,0012	0,00002	0,0007	98,00%	30,00%
ψ	0,0807	0,0397	0,0795	51,11%	2,09%
q_1	0,1162	0,058	0,1138	36,47%	10,95%
q_2	0,0114	0,0052	0,0079	64,14%	45,52%

D'après le Tableau 4.4, nous pouvons remarquer que les deux commandes robustes présentent de meilleures performances que la commande classique.

En effet, l'amélioration apportée par le deuxième cas de commande est plus importante que celle apportée par le troisième. Cependant, le taux d'amélioration entre la première et troisième commande est considéré satisfaisant. Ayant préalablement présenté les conséquences néfastes de la réticence sur les actionneurs et prouvé la robustesse et l'absence de ce phénomène pour la troisième commande nous pouvons conclure que la troisième commande nous permet d'obtenir des résultats plus concluants que les deux autres.

À cet effet, nous utiliserons cette commande pour la simulation dans l'environnement mécanique de Matlab.

4.2.2 Scénario II

Au cours de cette simulation, nous allons appliquer le cas de commande par décomposition virtuelle robustifiée par le terme tangente hyperbolique

Les résultats présentés sont obtenus pour un temps de simulation de 9s et un temps d'échantillonnage de $10^{-2}s$. Soit t la variable de temps, les valeurs des positions et des vitesses à l'instant initial $t=0$, sont tels que présentés dans (4.2).

$$\begin{cases} Z_{B_0}(0) = 0 \text{ m} ; \dot{Z}_{B_0}(0) = 0 \text{ m.s}^{-1} \\ \Phi(0) = \theta(0) = \psi(0) = 0 \text{ rad} ; \dot{\Phi}(0) = \dot{\theta}(0) = \dot{\psi}(0) = 0 \text{ rad.s}^{-1} \\ q_1(0) = -2,5611 \text{ rad} ; \dot{q}_1(0) = 0 \text{ rad.s}^{-1} \\ q_2(0) = -0,2096 \text{ rad} ; \dot{q}_2(0) = 0 \text{ rad.s}^{-1} \end{cases} \quad (4.2)$$

La trajectoire désirée du manipulateur est générée à travers une trajectoire polynomiale cubique répondant à trois positions d'angles désirés pour la première et la seconde articulation. Les trajectoires désirées des différentes variables d'entrée du système se divisent en trois périodes de temps principales et sont résumées dans le Tableau 4.5.

Tableau 4.5 Trajectoires désirées du Scénario II

Variable d'entrée	Trajectoire désirée		
	$t \in [0, 3s[$	$t \in [3, 6s[$	$t \in [6, 9s[$
Altitude (Z_{B_0})	t	3	-t+9
Angle de Roulis (ϕ)	0	0	0
Angle de Tangage (θ)	0	0	0
Angle de Lacet (ψ)	$\frac{\pi}{4}$	0	0
Première articulation (q_1)	-2.5611	-2.9671	-2.5611
Deuxième articulation (q_2)	-0.2096	0.1745	-0.2096

Les paramètres physiques du système présentés par le Tableau 4.1 resteront inchangés. Cependant les différents gains de l'algorithme seront réajustés tel que le montre le Tableau 4.6.

Tableau 4.6 Paramètres de l'algorithme de contrôle du Scénario II

Variables d'entrée	Valeurs
λ_Z	50
λ_E	$\begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 70 \end{bmatrix}$
λ_q	$\begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 50 \end{bmatrix}$
K_{B_0}	$diag(3,3,1,10,10,10)$
K_{B_1}	$diag(2,2,1,6,6,10)$
K_{B_2}	$diag(2,2,1,8,8,10)$
K'_{B_0}	$diag(1,1,1,20,20,20)$
K'_{B_1}	$diag(1,1,1,1,1,20)$
K'_{B_2}	$diag(1,1,1,1,1,20)$
Γ_{B_0}	$I_{13 \times 13}$
Γ_{B_1}	$I_{13 \times 13}$
Γ_{B_2}	$I_{13 \times 13}$

4.2.2.1 Résultats de simulation

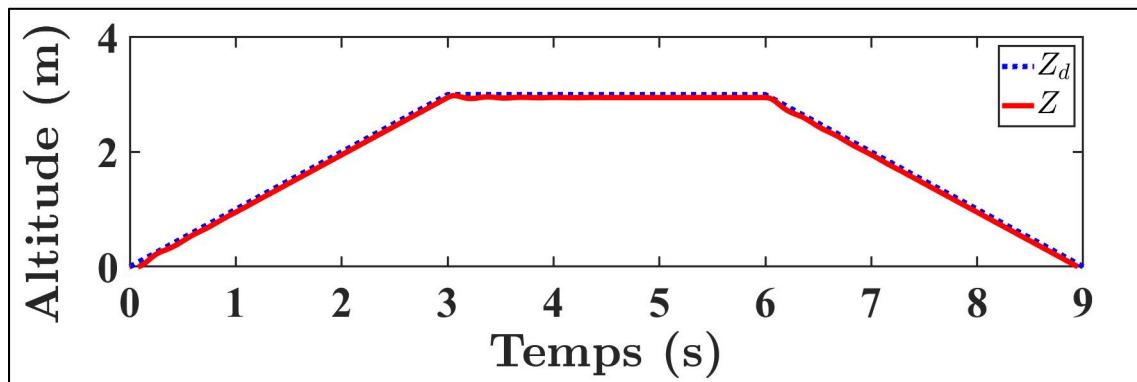


Figure 4.19 Suivi de trajectoire de l'altitude sous Simulink Scénario II

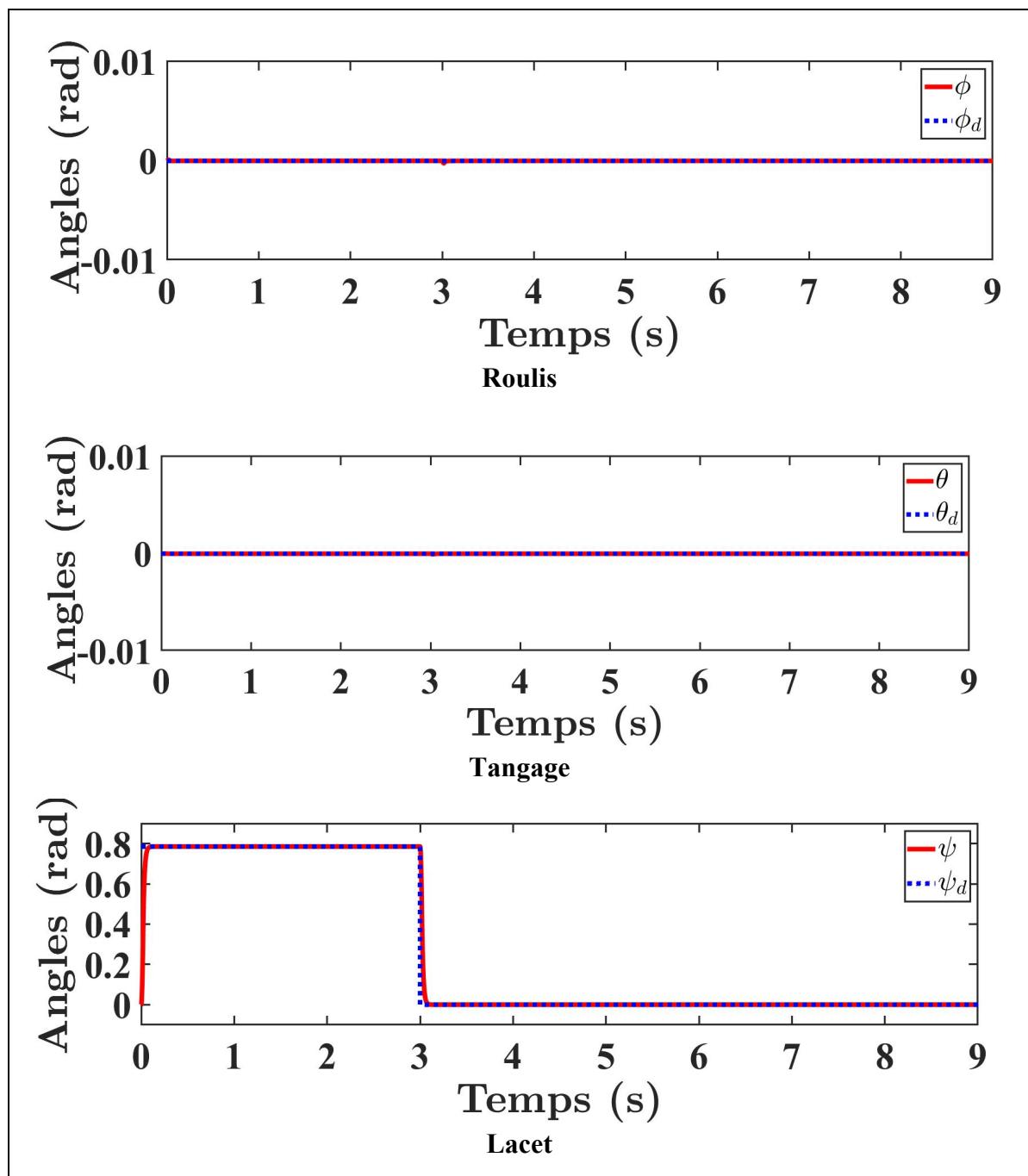


Figure 4.20 Suivi des trajectoires des angles d'Euler sous Simulink Scénario II

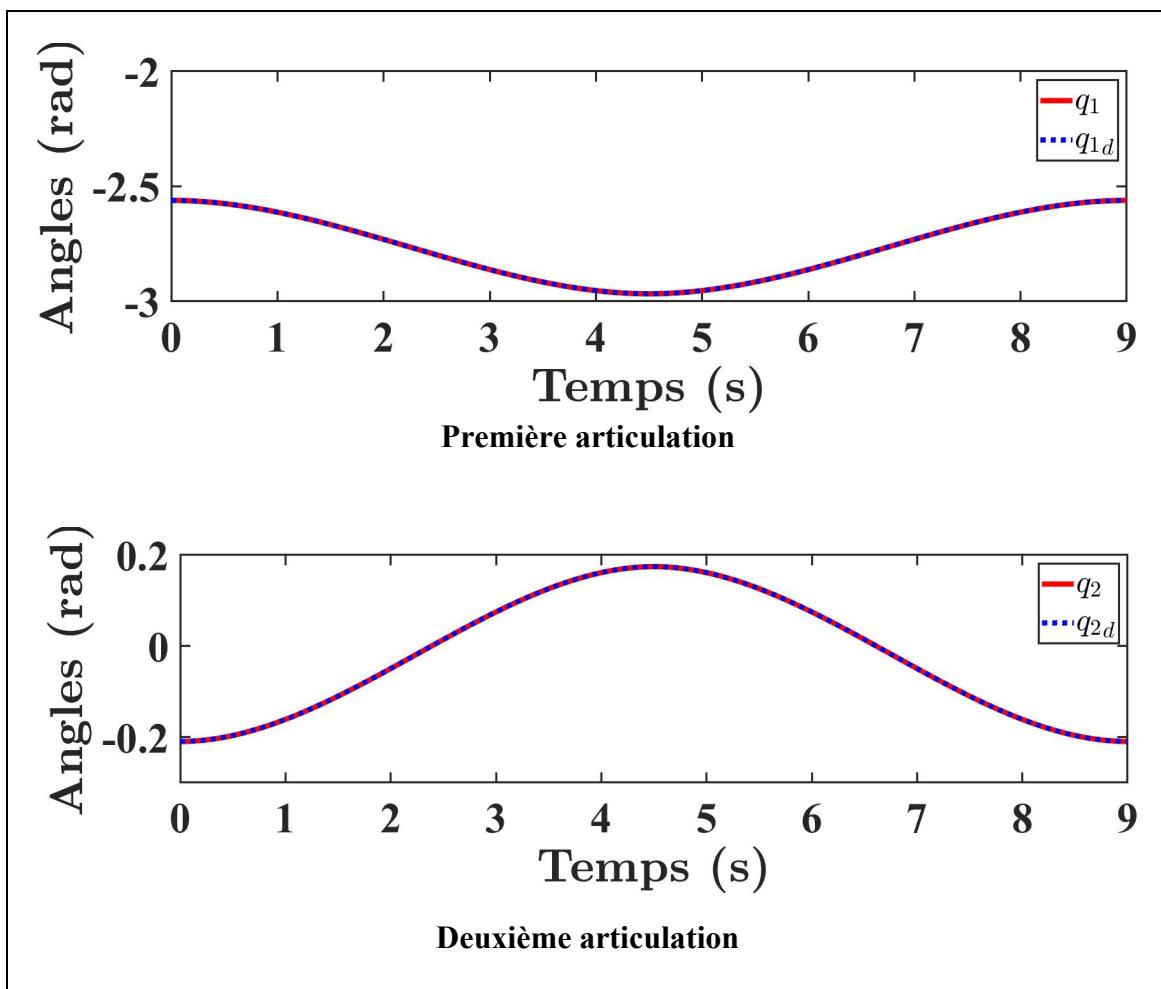


Figure 4.21 Suivi de trajectoire des articulations sous Simulink Scénario II

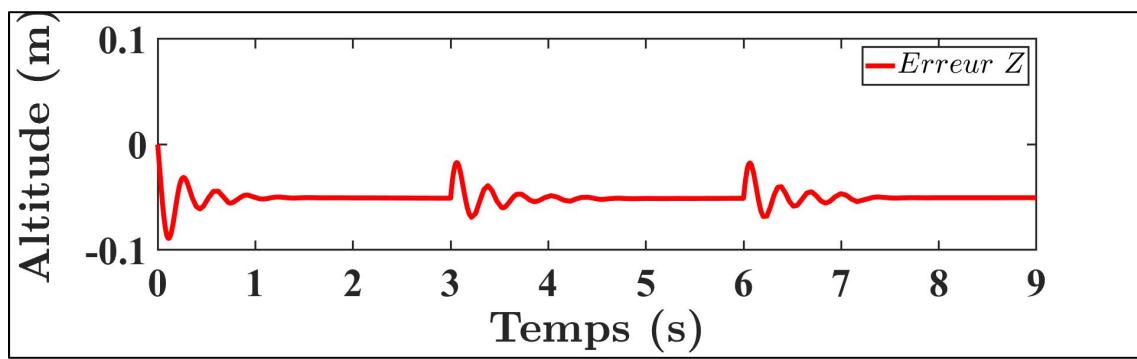


Figure 4.22 Erreur de poursuite d'altitude sous Simulink Scénario II

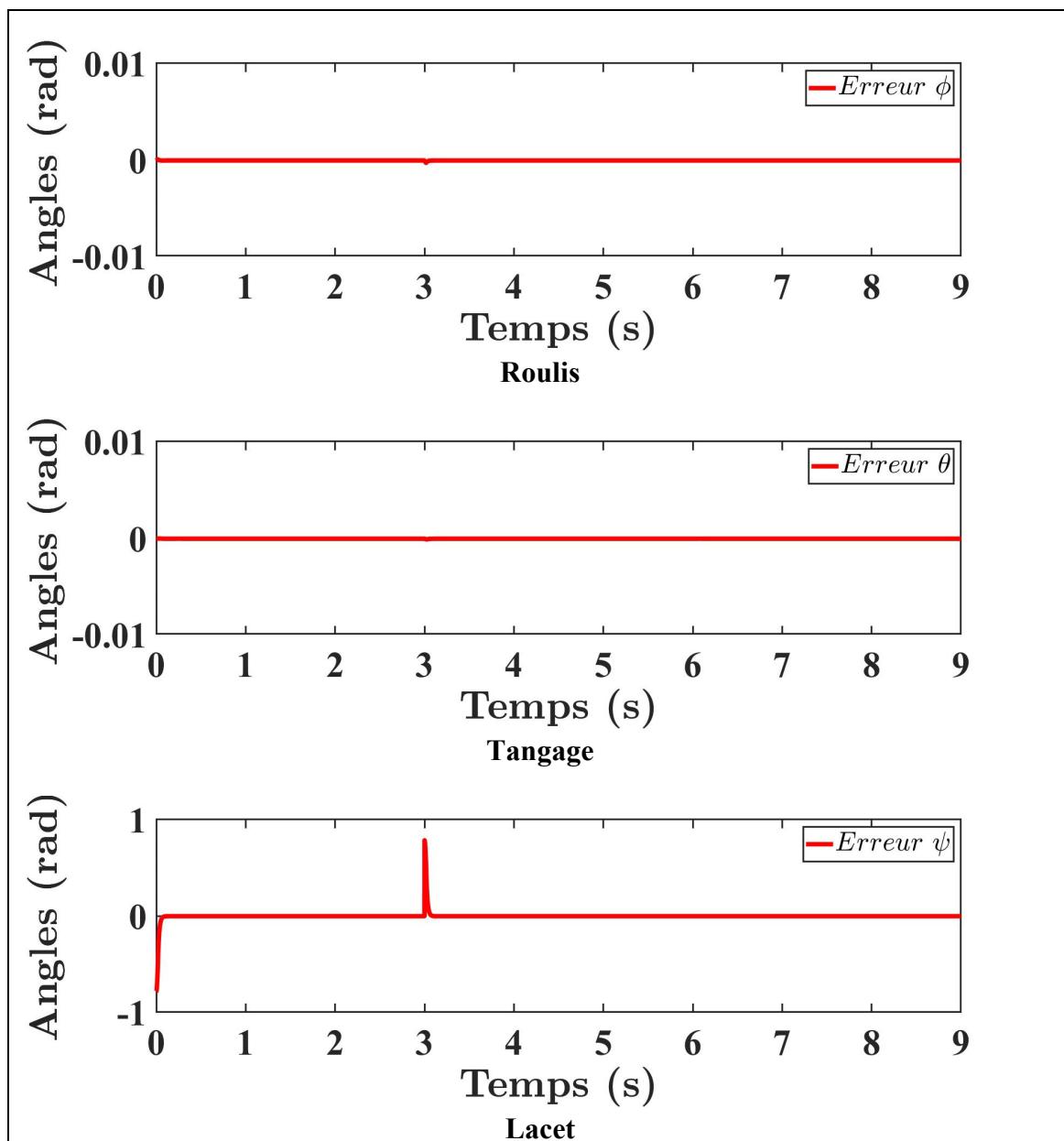


Figure 4.23 Erreur de poursuite des angles d'Euler sous Simulink Scénario II

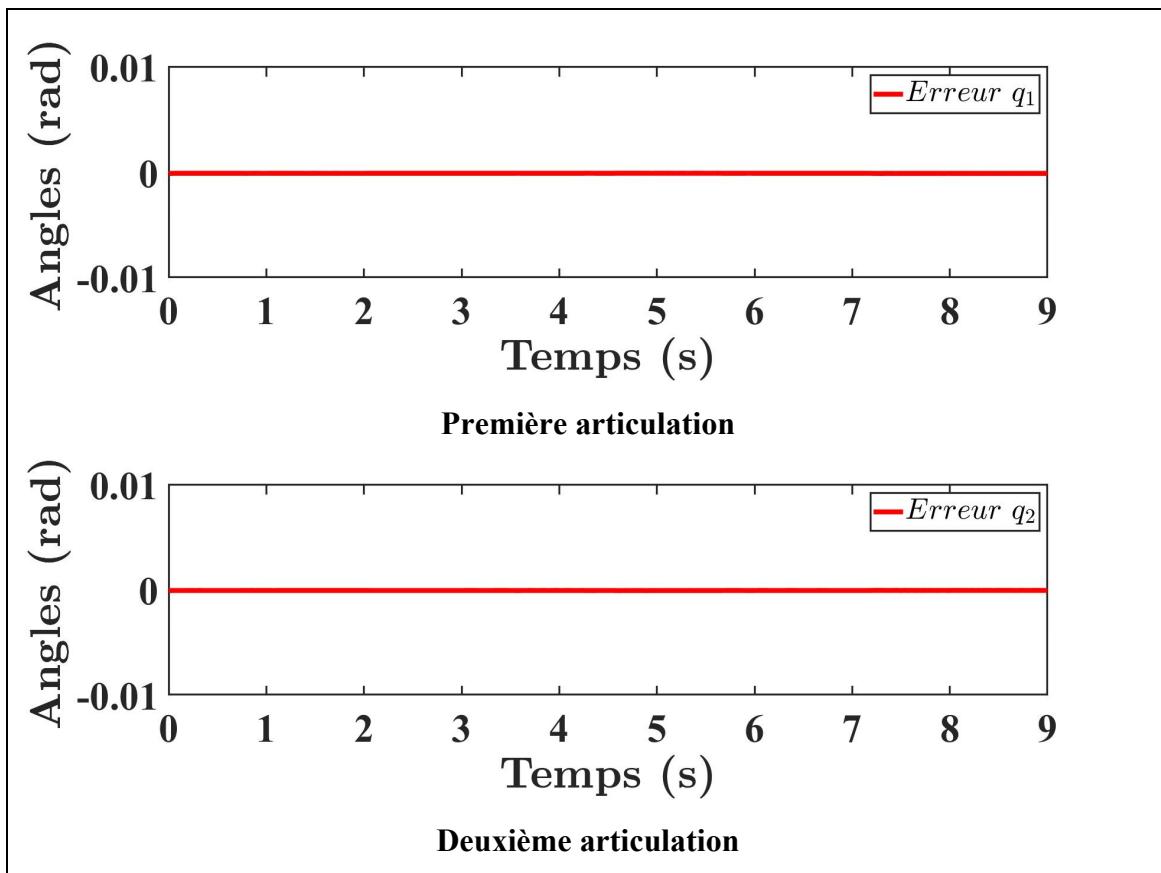


Figure 4.24 Erreur de poursuite des angles des articulations sous Simulink Scénario II

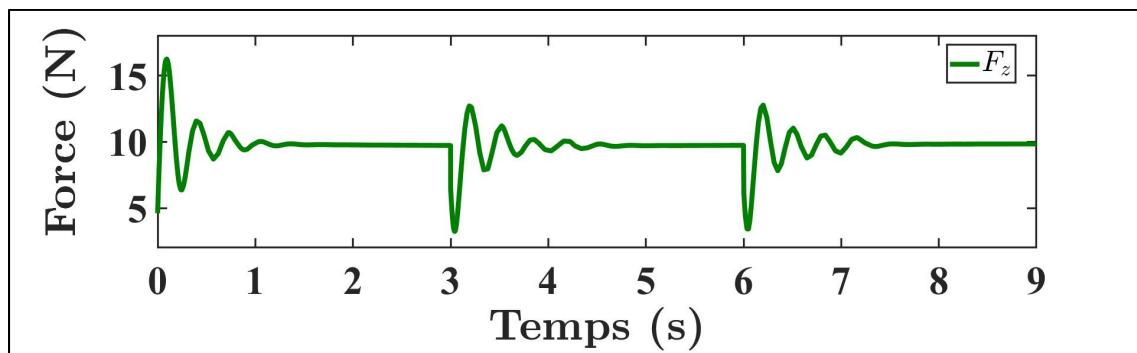


Figure 4.25 Force de poussée du drone sous Simulink Scénario II

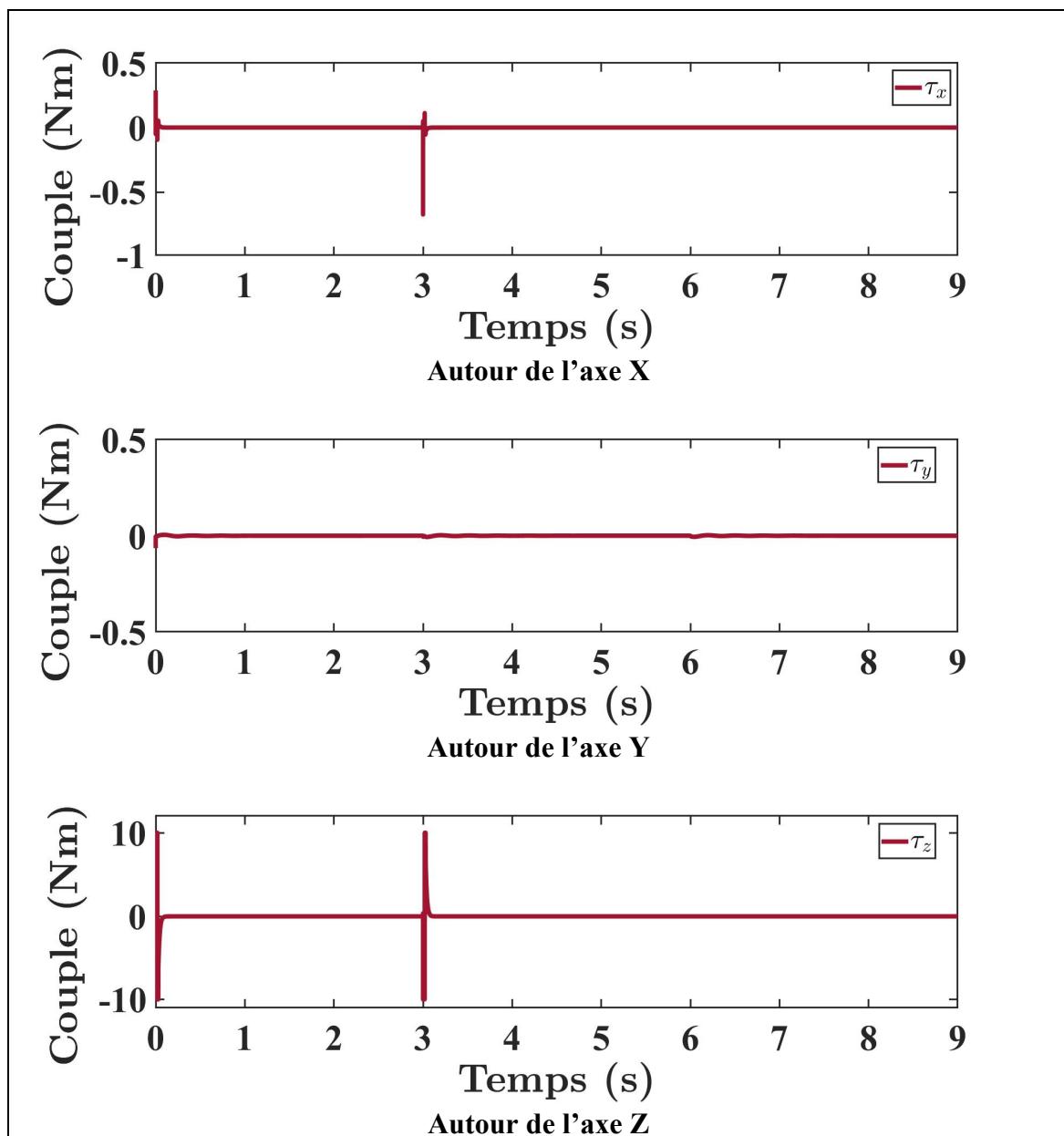


Figure 4.26 Couples du drone sous Simulink Scénario II

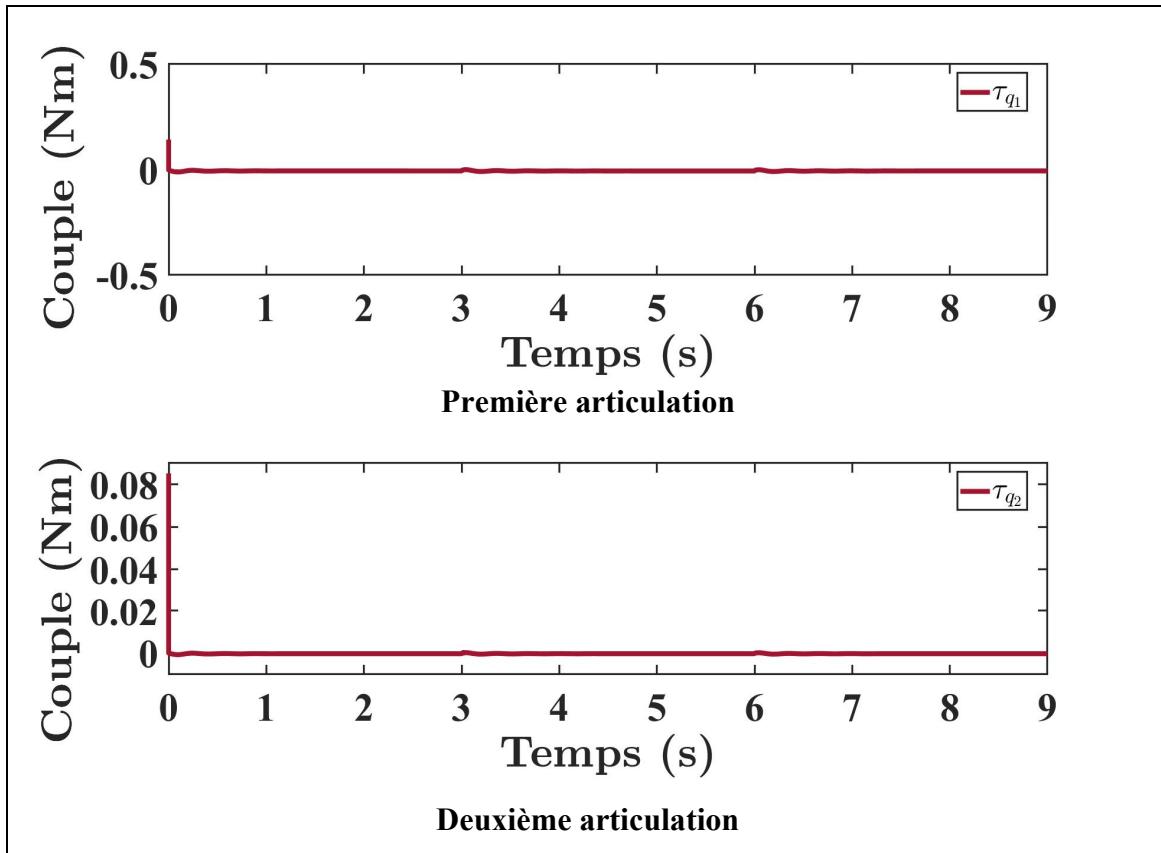


Figure 4.27 Couples du manipulateur sous Simulink Scénario II

4.2.2.2 Discussion des résultats

D'après les Figure 4.20 et Figure 4.21, nous pouvons affirmer que le suivi de trajectoire est parfaitement assuré pour les angles d'Euler et les articulations du manipulateur. Ce qui est observé à travers les Figure 4.23 et Figure 4.24 avec des erreurs de poursuite nulles.

Cependant pour l'altitude, la convergence des trajectoires désirée et réelle est moins satisfaisante (Figure 4.19). En effet, l'erreur d'altitude est légèrement inférieure à zéro soit de 10 cm. Ce léger écart peut être dû aux gains choisis ou au manque de précision de la modélisation de la dynamique du système. Dans le but de vérifier la cause de cette erreur d'une part, et d'observer le mouvement du système d'autre part, nous réaliserons une simulation du Scénario II avec le même cas de commande sous l'environnement mécanique de Matlab en ayant recours à un modèle mécanique plus précis.

Par ailleurs, les fortes amplitudes observées de forces et couples observées dans le Scénario I ne se présentent plus dans le Scénario II (Figure 4.25, Figure 4.26 et Figure 4.27).

En effet, la trajectoire imposée dans le Scénario I engendre une réponse très rapide dans un laps de temps réduit. À cet effet, le système fournit un couple très fort pour assurer la convergence des trajectoires réelles et désirées.

Ainsi pour assurer le bon fonctionnement du système, il est plus judicieux d'opter pour des trajectoires évoluant au cours du temps.

4.3 Simulation sous Simscape Multibody

Dans le but de réaliser une simulation qui se rapproche le plus de la réalité, nous avons choisi d'exporter le design de l'assemblage du drone S500 et du manipulateur sériel à deux degrés de liberté, présenté dans l'ANNEXE II, sous l'environnement mécanique de Matlab : Simscape Multibody. Les étapes d'exportation ainsi que le modèle Simscape généré sont présentés dans l'ANNEXE III.

La Figure 4.28 est générée par SolidWorks 360 pour illustrer la conception mécanique en question.

En effet, à travers ce type de simulation nous serons capables d'une part, d'observer les graphes d'évolutions des différentes variables d'entrées et, d'autre part, sa configuration au cours du temps.



Figure 4.28 Image du système drone manipulateur à 2 DDL sous SolidWorks

Pour cette simulation nous opterons pour le Scénario II. Ainsi les trajectoires désirées, les conditions initiales ainsi que les paramètres de l'algorithme, resteront telles que présentés respectivement par le Tableau 4.5, (4.2) et le Tableau 4.6.

4.3.1 Résultats de simulation

Au cours de cette simulation, nous nous sommes intéressés au suivi de trajectoire, aux erreurs de poursuite ainsi qu'à la force de poussée du drone et aux couples du système.

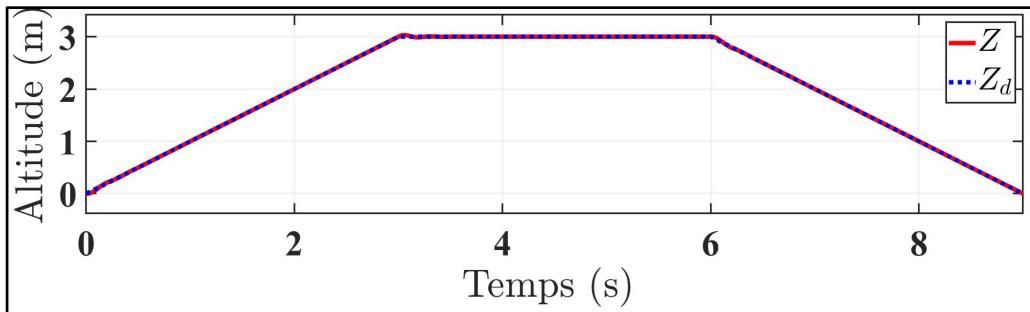


Figure 4.29 Suivi de trajectoire de l'altitude sous Simscape Scénario II

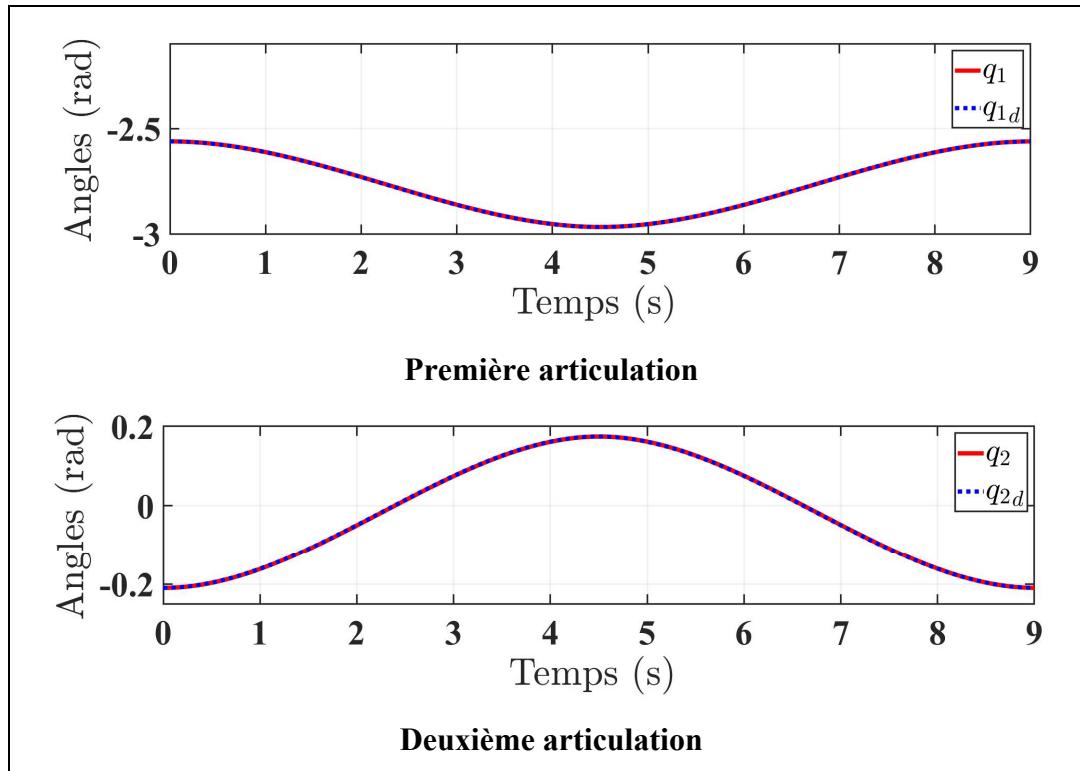


Figure 4.30 Suivi de trajectoire des articulations sous Simscape Scénario II

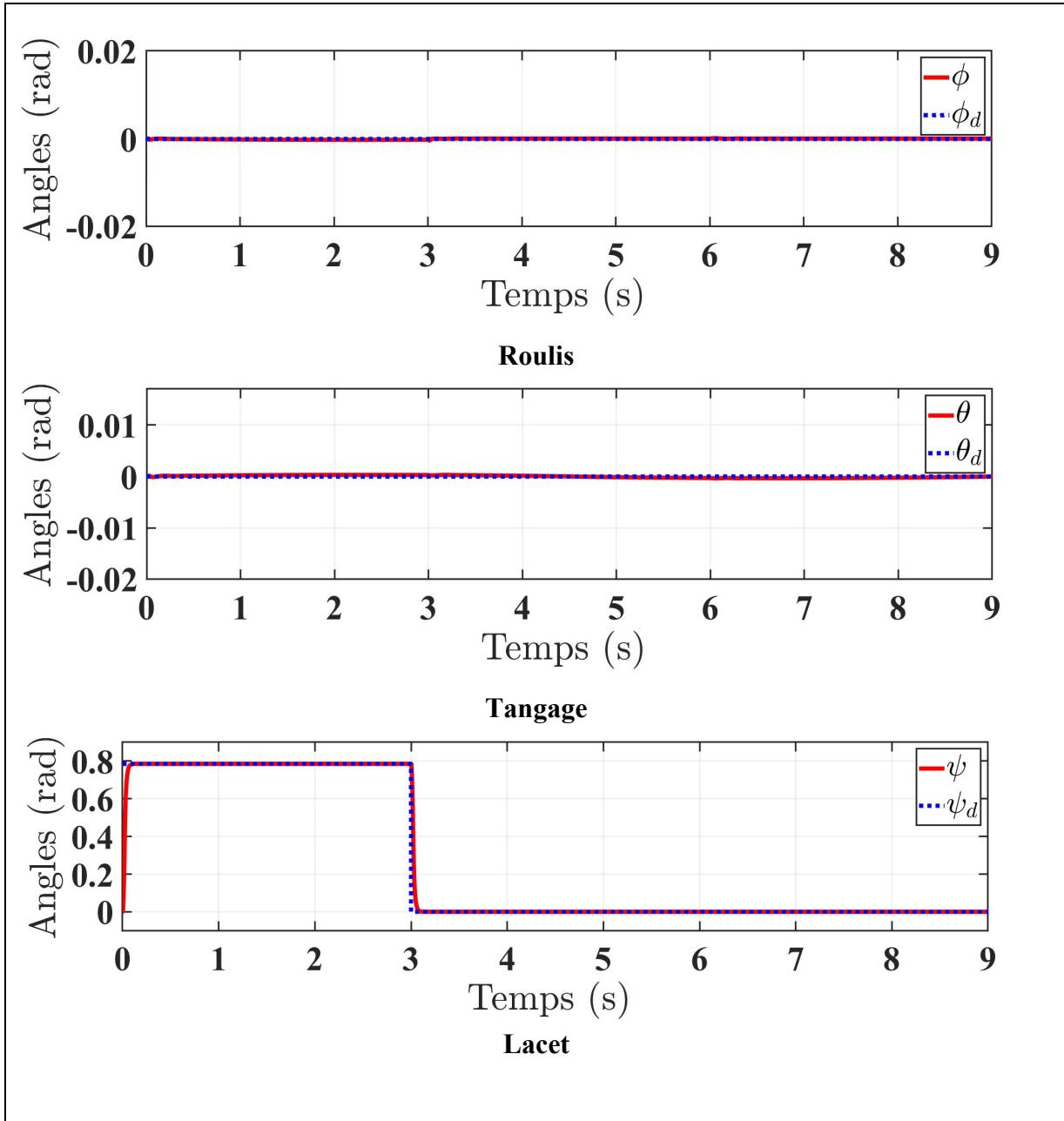


Figure 4.31 Suivi des trajectoires des angles d'Euler sous Simscape Scénario II

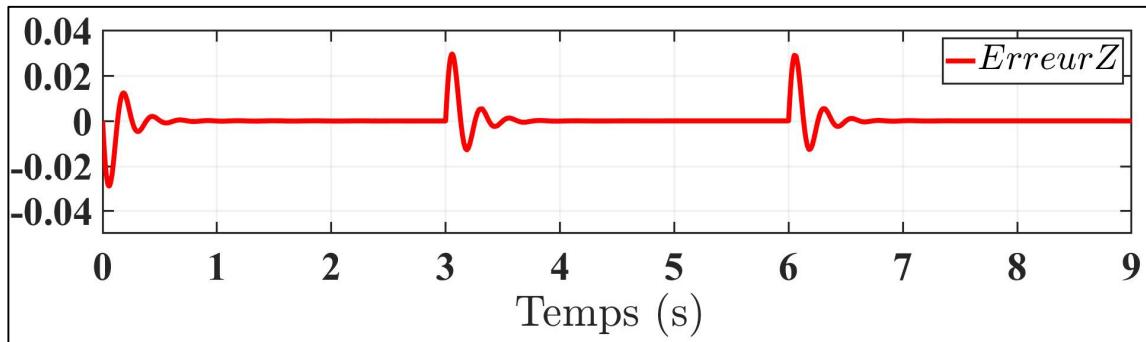


Figure 4.32 Erreur de poursuite d'altitude sous Simscape Scénario II

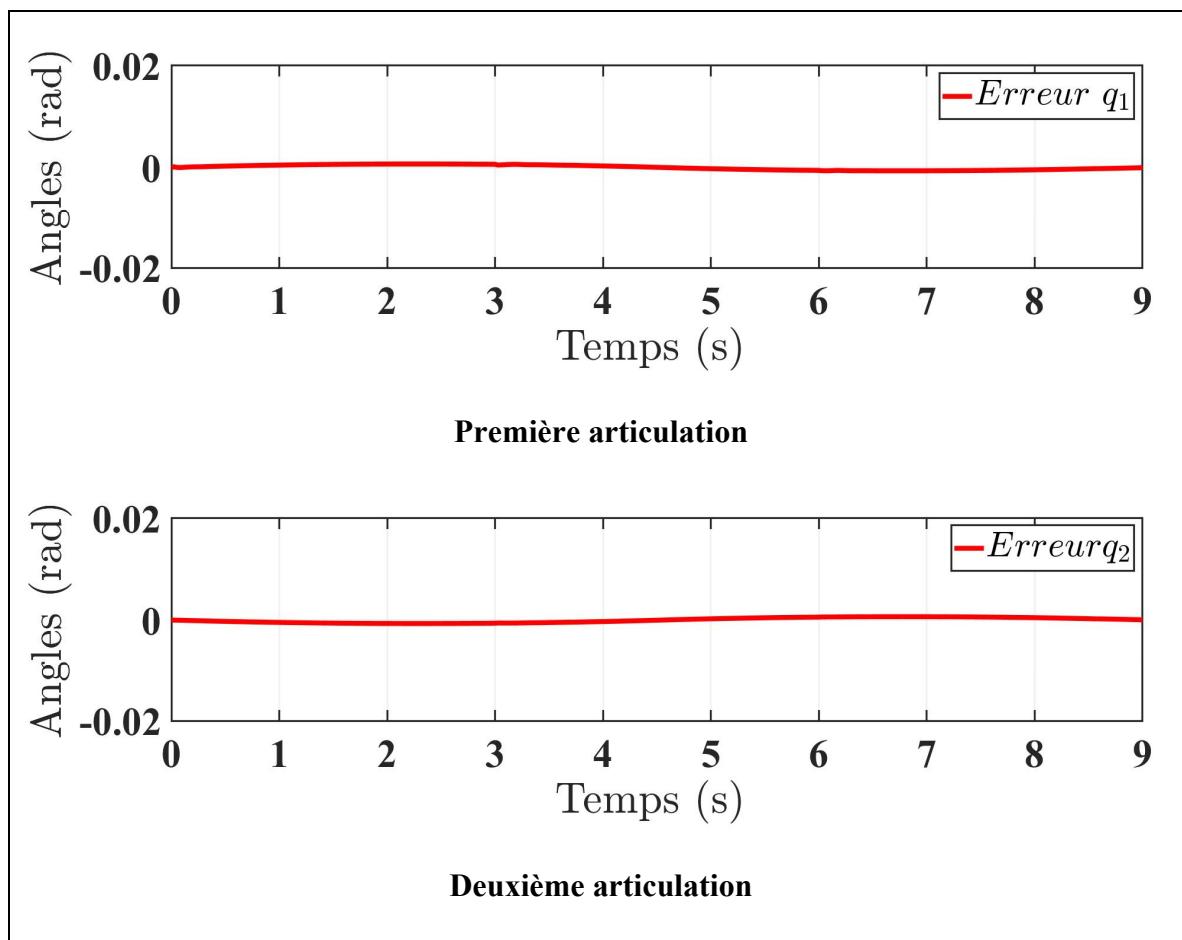


Figure 4.33 Erreur de poursuite des angles des articulations sous Simscape Scénario II

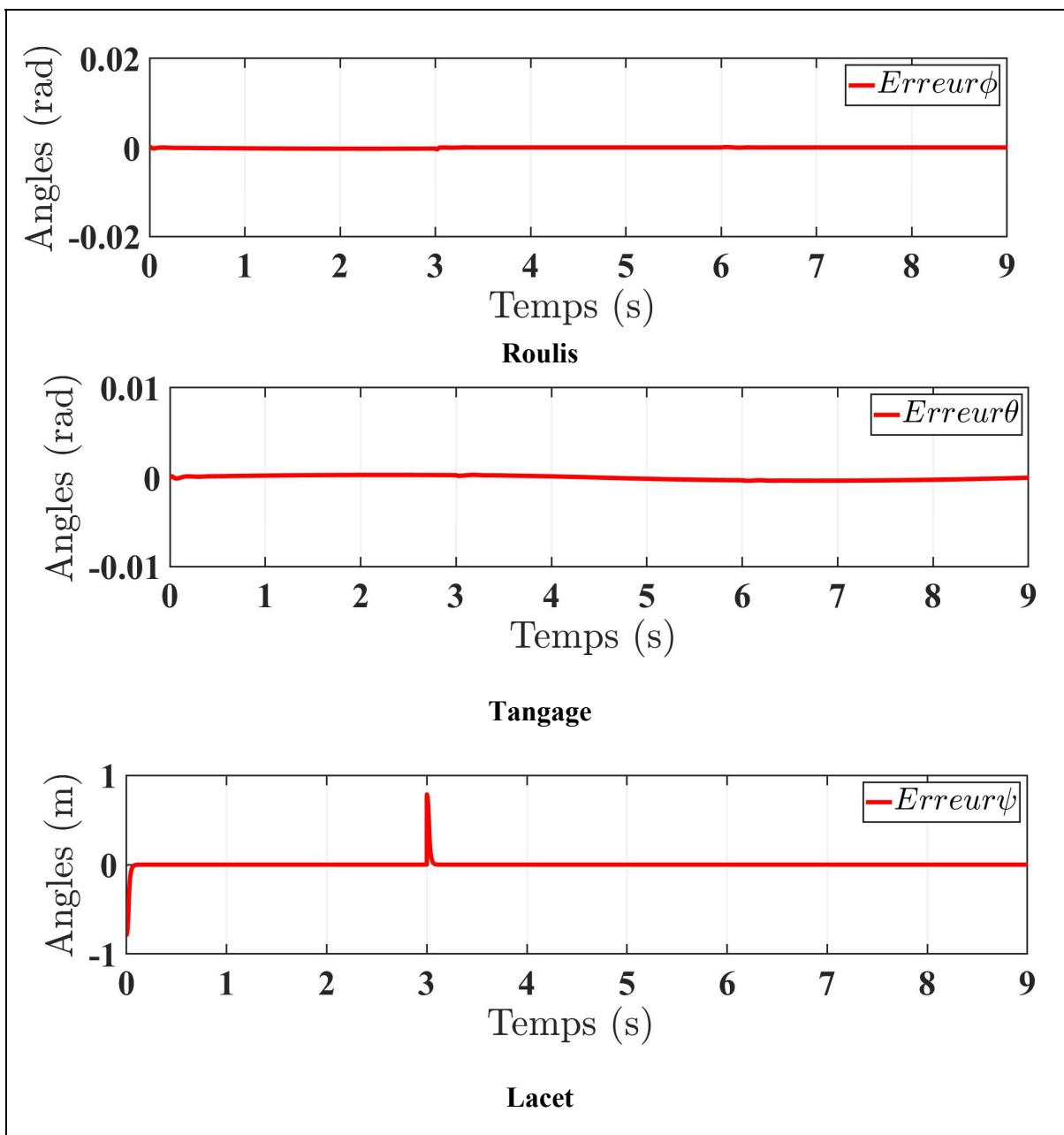


Figure 4.34 Erreur de poursuite des angles d'Euler sous Simscape Scénario II

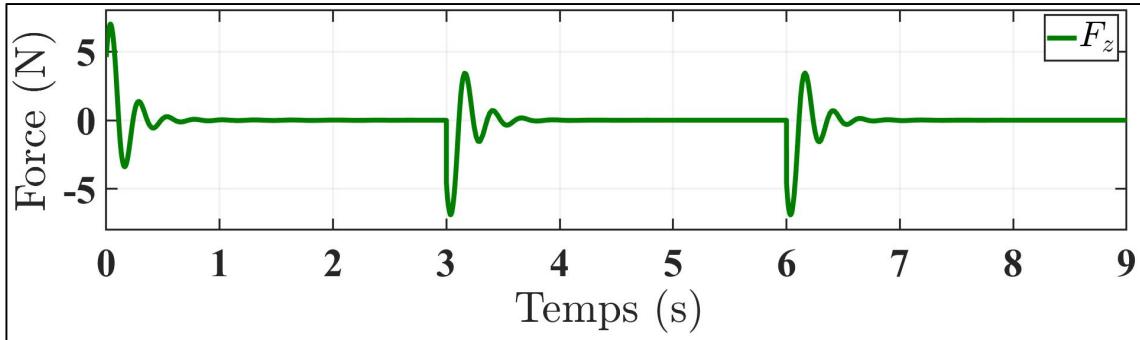


Figure 4.35 Force de poussée du drone sous Simscape Scénario II

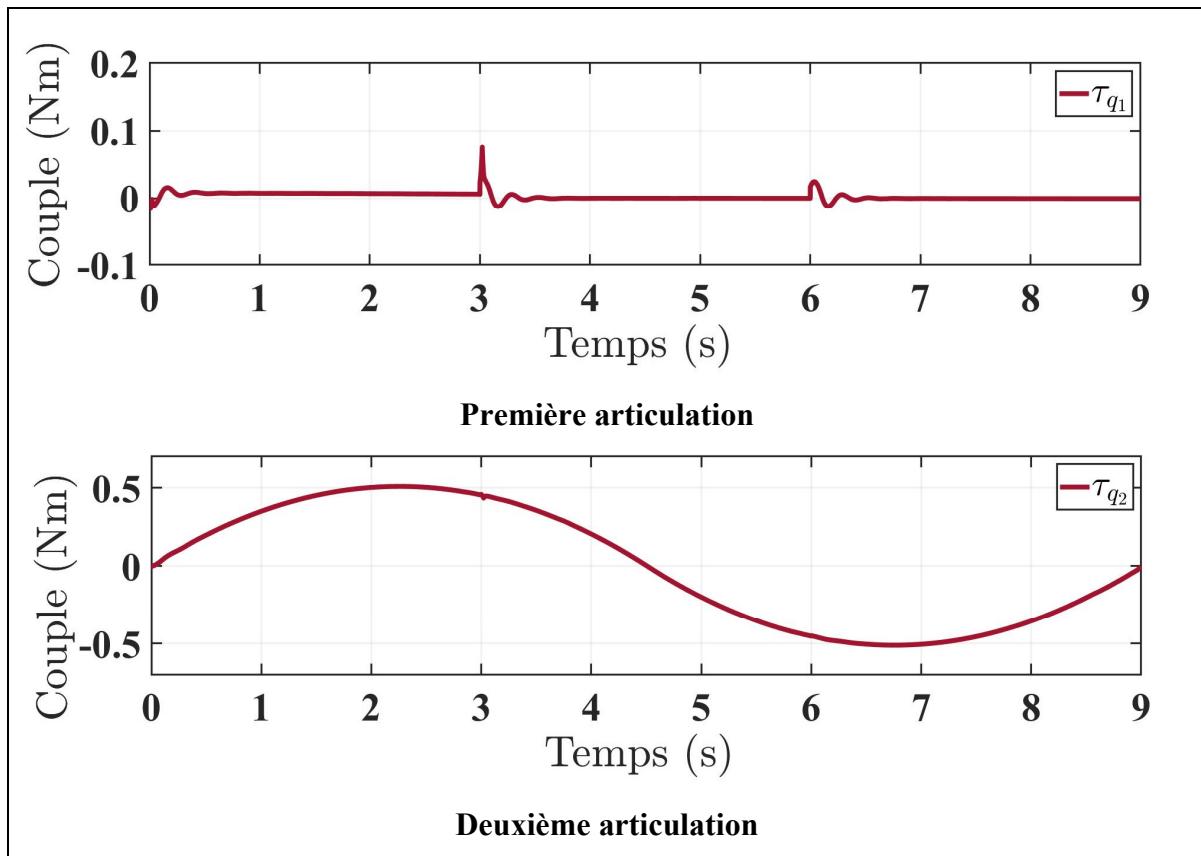


Figure 4.36 Couple du manipulateur sous Simscape Scénario II

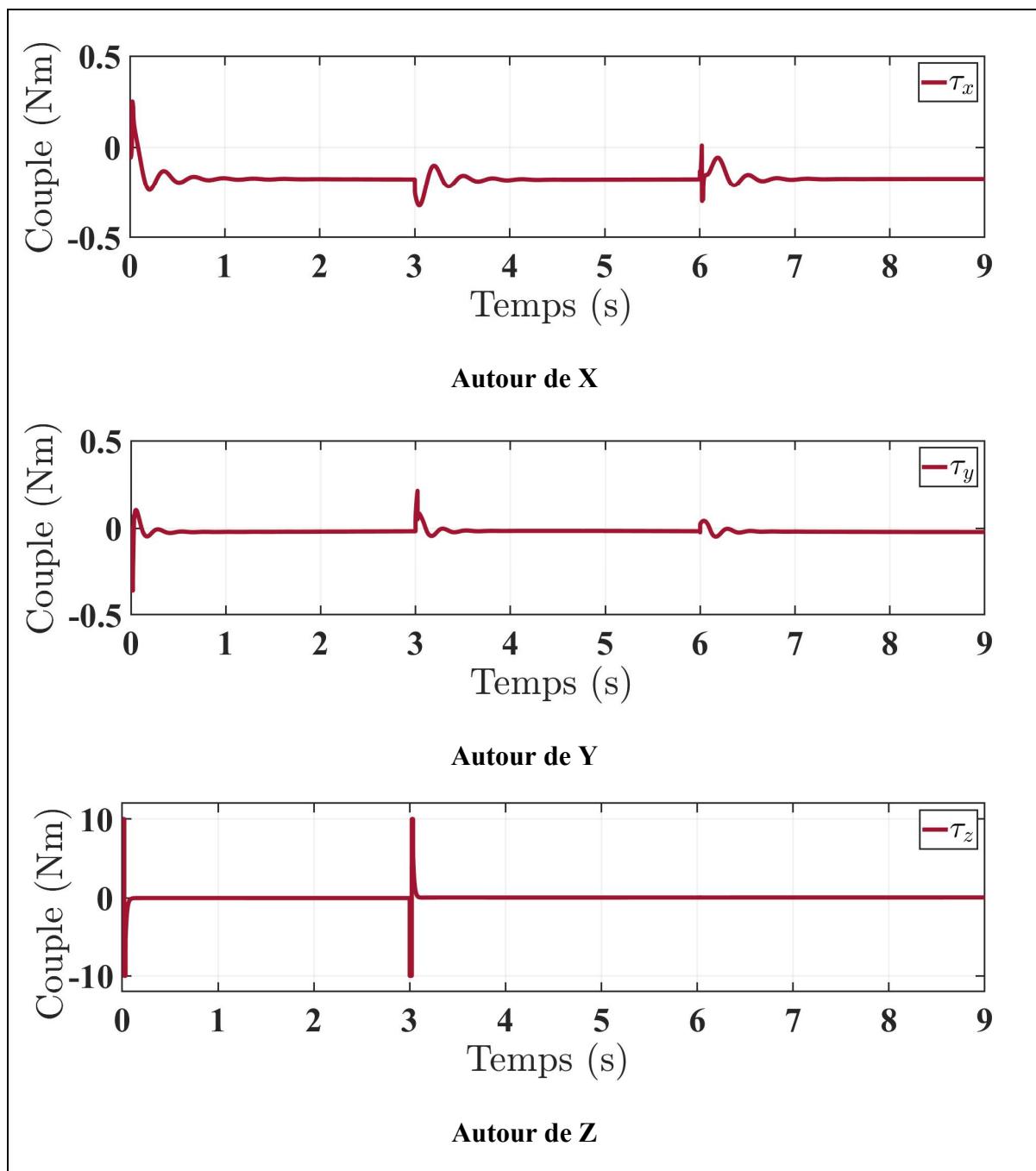


Figure 4.37 Couples du drone sous Simscape Scénario II

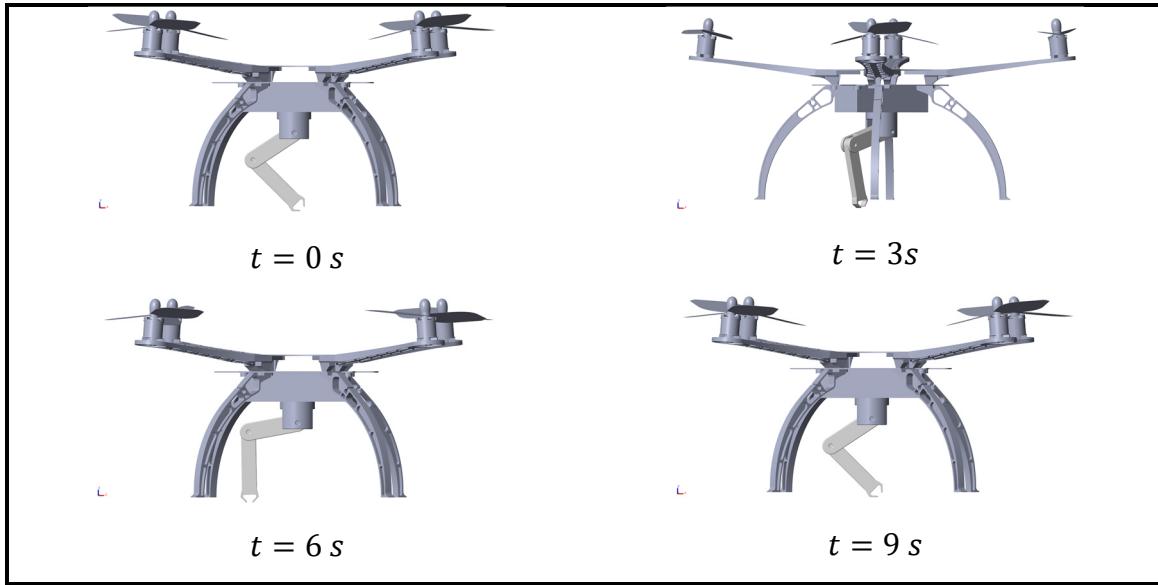


Figure 4.38 Configuration du système à différents instant de la simulation sous simscape Scénario II

4.3.2 Discussion des résultats

D'après les Figure 4.29, Figure 4.30 et Figure 4.31, nous observons la convergence des trajectoires réelles et désirées de toutes les variables d'entrée du système. De plus, grâce à la Figure 4.38, nous pouvons voir que la configuration du système, au cours de quatre instants significatifs de la simulation, répond parfaitement aux trajectoires imposées, détaillée dans le Tableau 4.6.

Les erreurs de poursuite obtenues pour les angles de roulis, de tangage ainsi que celle des articulations du manipulateur sont de l'ordre 10^{-3} rad , soit quasi nulles. Cependant à l'instant $t=3\text{s}$ nous remarquons une légère perturbation pour toutes les variables précédemment citées. L'erreur d'altitude, quant à elle est de l'ordre de 0.03m , ce qui est considéré très faible comparé à une consigne de 3m . Pour l'angle de lacet, l'erreur à l'instant initial est de $\frac{\pi}{4} \text{ rad}$, étant donné qu'initialement cet angle est à 0rad . Cette même valeur de l'erreur est observée à l'instant $t=3\text{s}$, ce qui est expliqué par la discontinuité de la trajectoire imposée à cet instant.

En effet, le système subit un bon nombre de perturbations qui est relié à sa dynamique interne. Mais étant donné la robustesse de la commande, ces phénomènes n'affectent le système que pour un laps de temps très court de l'ordre de 10^{-1}s après lequel toutes les erreurs s'annulent de nouveau.

Grâce à l'importation du modèle dynamique du système à partir de son design mécanique, nous pouvons pallier les problèmes de suivi et d'erreur de convergence de l'altitude du drone observés sous Simulink. De plus d'après les Figure 4.32, Figure 4.33 et Figure 4.34 les amplitudes des couples et de la force de poussée continuent à avoir un ordre de grandeur raisonnable. Ce qui nous permet d'appliquer cette commande au cours de tests expérimentaux sans avoir recours à la saturation de ces grandeurs.

4.4 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons réalisé deux types de simulation. La première sous Simulink, suivant deux scénarios de mouvement. Le Scénario I nous a permis de valider les trois cas de commandes proposées théoriquement au chapitre précédent en nous amenant à choisir le deuxième cas de commande robuste comme étant la commande optimale pour notre système. Scénario II, quant à lui nous a permis d'observer les performances du système en appliquant une trajectoire évoluant au cours du temps avec la commande robustifiée par le terme tangente hyperbolique.

La seconde sous simscape a été effectuée dans les mêmes conditions du Scénario II dans le but d'affiner encore plus les résultats précédemment obtenus en nous rapprochons davantage de la réalité via le design mécanique proposé. En effet, avec la conception importée sous Simscape nous avons réussi à observer le mouvement virtuel du drone manipulateur tout au long de la mission désirée. À travers cela, nous avons pallié certains problèmes rencontrés au cours de la précédente simulation en diminuant d'avantage les amplitudes de force de poussée et en améliorant le suivi d'altitude obtenu par le Scénario II sous Simulink.

CONCLUSION

Après avoir présenté une revue de littérature détaillée concernant les trois catégories de manipulateurs aériens existants, les commandes qui leur ont été appliquées ainsi que les différentes approches pour les modéliser, nous avons décidé de développer le modèle et la commande en altitude et en orientation d'un drone manipulateur à deux degrés de liberté basé sur la méthode de décomposition virtuelle.

Suite à une initiation aux concepts de base de la commande par décomposition virtuelle, nous avons présenté le modèle d'un bras planaire à deux degrés de liberté ainsi qu'une modélisation généralisée d'un système de manipulation aérienne ainsi que la loi de commande qui lui est associée. Grâce à cela, nous avons pu aboutir aux équations de dynamique et de contrôle de notre système. Nous avons, ultérieurement, décidé de robustifier le contrôle en découlant deux nouveaux cas de commande robuste. D'abord, en ajoutant le signe de l'erreur de vitesse à la commande et, ensuite, en ajoutant la tangente hyperbolique de cette erreur.

Pour mieux simuler notre système, nous avons conçu le design mécanique du bras sous SolidWorks que nous avons par la suite assemblé avec le CAD d'un drone de châssis S500 préexistant. Cette conception nous a servi à extraire les paramètres physiques du système et d'en user pour la simulation sous Simulink de Matlab. À la suite de la simulation du Scénario I, nous avons pu déduire que le cas de commande robuste avec la fonction tangente hyperbolique était optimal comparativement aux deux autres. En effet, comparé au cas classique, ce cas de commande nous a apporté une forte capacité à compenser les perturbations du système ainsi qu'une rapidité de convergence de l'erreur sans l'apparition du phénomène de réticence observé pour le deuxième cas de commande. À travers le Scénario II, nous avons pu conclure que l'imposition d'une réponse rapide au système à travers la trajectoire désirée engendre de fortes amplitudes de la force de poussée et des couples d'entrées. Ce qui doit être pris en considération pour des essais expérimentaux.

À la suite de cette déduction, nous avons importé le design mécanique du drone manipulateur sous Simscape Multibody de Matlab et l'avons utilisé pour simuler sa réponse dans les mêmes conditions du Scénario II. Ceci nous a permis de nous rapprocher davantage du modèle

dynamique du système et d'observer son mouvement. De plus nous avons remarqué une baisse de la force de poussée ainsi qu'une amélioration du suivi de la trajectoire d'altitude en comparaison avec les résultats observés sous Simulink qui est dû à la précision apportée par le modèle mécanique.

Pour finir, ce mémoire possède un impact social important. En effet, le manipulateur aérien développé peut être utilisé pour effectuer des actions humanitaires telles que les missions de sauvetage en mer ou en montagne mais aussi pour certaines applications médicales comme l'approvisionnement en médicaments des zones inaccessibles par voie terrestre.

RECOMMANDATIONS

Bien que nous ayons réussi à obtenir des résultats fructueux, ce travail présente tout de même certaines limites.

La première étant l'élimination de l'effecteur terminal lors du développement de la commande pour le système étudié. Ce qui nous a rendus incapables de simuler une situation de saisi d'un objet. La seconde réside dans la simulation mécanique, nous sommes conscients que l'utilisation de 3D animation de Simulink ou du logiciel GAZEBO pour animer virtuellement le mouvement et le contrôler en temps réel, aurait pu donner de bons résultats, cependant le manque de maîtrise de ces environnements nous a menés à nous limiter à Simscape Multibody qui nous a permis d'obtenir tout de même des résultats satisfaisants.

Par ailleurs, au cours de cette étude nous avons choisi de contrôler l'orientation et d'altitude du drone ainsi que les positions des articulations soit les six degrés de liberté indépendants du système. Ainsi nous avons indirectement contrôlé les coordonnées X et Y à travers les angles de roulis et de tangage. La considération du mouvement suivant la longitude et la latitude du drone, soit la position, serait fortement recommandée pour des travaux futurs pour pouvoir imposer une trajectoire tridimensionnelle complète au quadrirotor.

De plus, la commande développée ne prend pas en considération la dynamique des hélices. Bien que ces corps ne possèdent pas une masse importante, leur impact ne peut pas être négligé étant donnée la relation existante entre leurs vitesses et la poussée aérodynamique. La solution serait d'intégrer la dynamique des hélices dans le modèle du système en les considérant comme des corps rigides interagissant avec la base du drone. Cependant, cela entraînerait une augmentation du nombre de DDL du modèle et ainsi une complexification de la conception aussi bien du modèle dynamique que du contrôle.

Un autre point intéressant à développer serait de concevoir une commande plus évoluée que celle présentée, dans le but de permettre au système de réaliser des tâches de saisie et de transport dans un environnement contraint.

Pour finir, il serait recommandé de prendre en considération les limites précédemment présentées, mais aussi d'envisager des tests expérimentaux sur la commande développée. À cet effet, il serait nécessaire d'évaluer la charge utile du système de manipulation en réalisant par exemple des tests de contraintes sous SolidWorks Simulation. Après quoi, il serait possible d'imprimer la conception réalisée du bras et de le rattacher au drone de châssis S500 et de tester expérimentalement les cas de commande développés pour une mission de saisie et de transport d'un objet quelconque.

ANNEXE I

MATRICE DE RÉGRESSION ET VECTEUR DES PARAMÈTRES

Pour déterminer la matrice de régression $Y_{B_i} \in \mathbb{R}^{6 \times 13}$ relative au repère B_i pour i allant de 0 à 2, nous allons user de (Zhu, 2010) pour définir ses éléments non nuls.

$$Y_{B_i}(1,1) = \frac{d}{dt}({}^B i V_{B_i}^{(r)})(1) + {}^B i V_{B_i}(5) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(3) - {}^B i V_{B_i}(6) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(2) + g_{B_i}(1) \quad (\text{A I-1})$$

$$Y_{B_i}(1,2) = -{}^B i V_{B_i}(5) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(5) - {}^B i V_{B_i}(6) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(6) \quad (\text{A I-2})$$

$$Y_{B_i}(1,3) = -\frac{d}{dt}({}^B i V_{B_i}^{(r)})(6) + {}^B i V_{B_i}(5) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(4) \quad (\text{A I-3})$$

$$Y_{B_i}(1,4) = \frac{d}{dt}({}^B i V_{B_i}^{(r)})(5) + {}^B i V_{B_i}(6) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(4) \quad (\text{A I-4})$$

$$Y_{B_i}(2,1) = \frac{d}{dt}({}^B i V_{B_i}^{(r)})(2) + {}^B i V_{B_i}(6) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(1) - {}^B i V_{B_i}(4) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(3) + g_{B_i}(2) \quad (\text{A I-5})$$

$$Y_{B_i}(2,2) = \frac{d}{dt}({}^B i V_{B_i}^{(r)})(6) + {}^B i V_{B_i}(4) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(5) \quad (\text{A I-6})$$

$$Y_{B_i}(2,3) = {}^B i V_{B_i}(6) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(5) - {}^B i V_{B_i}(4) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(4) \quad (\text{A I-7})$$

$$Y_{B_i}(2,4) = -\frac{d}{dt}({}^B i V_{B_i}^{(r)})(4) + {}^B i V_{B_i}(6) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(5) \quad (\text{A I-8})$$

$$Y_{B_i}(3,1) = -\frac{d}{dt}({}^B i V_{B_i}^{(r)})(3) + {}^B i V_{B_i}(4) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(2) - {}^B i V_{B_i}(5) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(1) + g_{B_i}(3) \quad (\text{A I-9})$$

$$Y_{B_i}(3,2) = -\frac{d}{dt}({}^B i V_{B_i}^{(r)})(5) + {}^B i V_{B_i}(4) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(6) \quad (\text{A I-10})$$

$$Y_{B_i}(3,3) = \frac{d}{dt}({}^B i V_{B_i}^{(r)})(4) + {}^B i V_{B_i}(5) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(6) \quad (\text{A I-11})$$

$$Y_{B_i}(3,4) = -{}^B i V_{B_i}(4) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(4) - {}^B i V_{B_i}(5) {}^B i V_{B_i}^{(r)}(5) \quad (\text{A I-12})$$

$$Y_{B_i}(4,3) = Y_{B_i}(3,1) \quad (\text{A I-13})$$

$$Y_{B_i}(4,4) = -Y_{B_i}(2,1) \quad (\text{A I-14})$$

$$Y_{B_i}(4,6) = Y_{B_i}(3,3) \quad (\text{A I-15})$$

$$Y_{B_i}(4,7) = -Y_{B_i}(2,4) \quad (\text{A I-16})$$

$$Y_{B_i}(4,8) = Y_{B_i}(3,2) \quad (\text{A I-17})$$

$$Y_{B_i}(4,9) = -Y_{B_i}(2,2) \quad (\text{A I-18})$$

$$Y_{B_i}(4,10) = {}^{B_i}V_{B_i}(6){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(6) - {}^{B_i}V_{B_i}(5){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(5) \quad (\text{A I-19})$$

$$Y_{B_i}(4,11) = \frac{d}{dt}({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)})(4) + {}^{B_i}V_{B_i}(5){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(6) - {}^{B_i}V_{B_i}(6){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(5) \quad (\text{A I-20})$$

$$Y_{B_i}(4,12) = -{}^{B_i}V_{B_i}(6){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(5) \quad (\text{A I-21})$$

$$Y_{B_i}(4,13) = {}^{B_i}V_{B_i}(5){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(6) \quad (\text{A I-22})$$

$$Y_{B_i}(5,2) = -Y_{B_i}(3,1) \quad (\text{A I-23})$$

$$Y_{B_i}(5,4) = Y_{B_i}(1,1) \quad (\text{A I-24})$$

$$Y_{B_i}(5,5) = -Y_{B_i}(3,2) \quad (\text{A I-25})$$

$$Y_{B_i}(5,7) = Y_{B_i}(1,4) \quad (\text{A I-26})$$

$$Y_{B_i}(5,8) = -Y_{B_i}(3,3) \quad (\text{A I-27})$$

$$Y_{B_i}(5,9) = {}^{B_i}V_{B_i}(4){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(4) - {}^{B_i}V_{B_i}(6){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(6) \quad (\text{A I-28})$$

$$Y_{B_i}(5,10) = Y_{B_i}(3,1) \quad (\text{A I-29})$$

$$Y_{B_i}(5,11) = {}^{B_i}V_{B_i}(6){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(4) \quad (\text{A I-30})$$

$$Y_{B_i}(5,12) = \frac{d}{dt}({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)})(5) + {}^{B_i}V_{B_i}(6){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(4) - {}^{B_i}V_{B_i}(4){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(6) \quad (\text{A I-31})$$

$$Y_{B_i}(5,13) = -{}^{B_i}V_{B_i}(4){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(6) \quad (\text{A I-32})$$

$$Y_{B_i}(6,2) = Y_{B_i}(2,1) \quad (\text{A I-33})$$

$$Y_{B_i}(6,3) = -Y_{B_i}(1,1) \quad (\text{A I-34})$$

$$Y_{B_i}(6,5) = Y_{B_i}(2,2) \quad (\text{A I-35})$$

$$Y_{B_i}(6,6) = -Y_{B_i}(1,3) \quad (\text{A I-36})$$

$$Y_{B_i}(6,8) = {}^{B_i}V_{B_i}(5){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(5) - {}^{B_i}V_{B_i}(4){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(4) \quad (\text{A I-37})$$

$$Y_{B_i}(6,9) = Y_{B_i}(2,4) \quad (\text{A I-38})$$

$$Y_{B_i}(6,10) = Y_{B_i}(1,4) \quad (\text{A I-39})$$

$$Y_{B_i}(6,11) = -{}^{B_i}V_{B_i}(5){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(4) \quad (\text{A I-40})$$

$$Y_{B_i}(6,12) = {}^{B_i}V_{B_i}(4){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(5) \quad (\text{A I-41})$$

$$Y_{B_i}(6,13) = \frac{d}{dt}({}^{B_i}V_{B_i}^{(r)})(6) + {}^{B_i}V_{B_i}(4){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(5) - {}^{B_i}V_{B_i}(5){}^{B_i}V_{B_i}^{(r)}(4) \quad (\text{A I-42})$$

Le vecteur des paramètres $\theta_{B_i} \in \mathbb{R}^{13}$ et ses éléments sont présentés par les relations suivantes :

$$\theta_{B_i}(1) = m_i \quad (\text{A I-43})$$

$$\theta_{B_i}(2) = m_i {}^B r_{mx} \quad (\text{A I-44})$$

$$\theta_{B_i}(3) = m_i {}^B r_{my} \quad (\text{A I-45})$$

$$\theta_{B_i}(4) = m_i {}^B r_{mz} \quad (\text{A I-46})$$

$$\theta_{B_i}(5) = m_i {}^B r_{mx}^2 \quad (\text{A I-47})$$

$$\theta_{B_i}(6) = m_i {}^B r_{my}^2 \quad (\text{A I-48})$$

$$\theta_{B_i}(7) = m_i {}^B r_{mz}^2 \quad (\text{A I-49})$$

$$\theta_{B_i}(8) = m_i {}^B r_{mx} {}^B r_{my} - I_{xy_i} \quad (\text{A I-50})$$

$$\theta_{B_i}(9) = m_i {}^B r_{mx} {}^B r_{mz} - I_{xz_i} \quad (\text{A I-51})$$

$$\theta_{B_i}(10) = m_i {}^B r_{my} {}^B r_{mz} - I_{yz_i} \quad (\text{A I-52})$$

$$\theta_{B_i}(11) = I_{xx_i} \quad (\text{A I-53})$$

$$\theta_{B_i}(12) = I_{yy_i} \quad (\text{A I-54})$$

$$\theta_{B_i}(13) = I_{zz_i} \quad (\text{A I-55})$$

Avec m_i la masse du corps rigide B_i , $[{}^B r_{mx}, {}^B r_{my}, {}^B r_{mz}]$ le vecteur de position du centre de masse du corps B_i exprimé dans le repère $\{B_i\}$ et $I_{xx_i}, I_{yy_i}, I_{zz_i}, I_{x_i}, I_{xz_i}, I_{yz_i}$ sont les éléments de la matrice d'inertie du corps rigide B_i .

ANNEXE II

CONCEPTION MÉCANIQUE DU BRAS ET ASSEMBLAGE SYSTÈME DE MANIPULATION AÉRIENNE

Dans le but de mener à bien les simulations sous Simulink et Simscape Multibody, nous avons conçu un bras sériel à deux degrés de liberté.

Ce bras est composé d'une base qui sera rattachée au drone ainsi que deux liens tous reliés par des liaisons rotatives.

Les Figure-A II-1, Figure-A II-2 et Figure-A II-3 illustrent respectivement la base, le premier lien et le second lien du manipulateur sous différentes vues incluant les dimensions de ces composants.

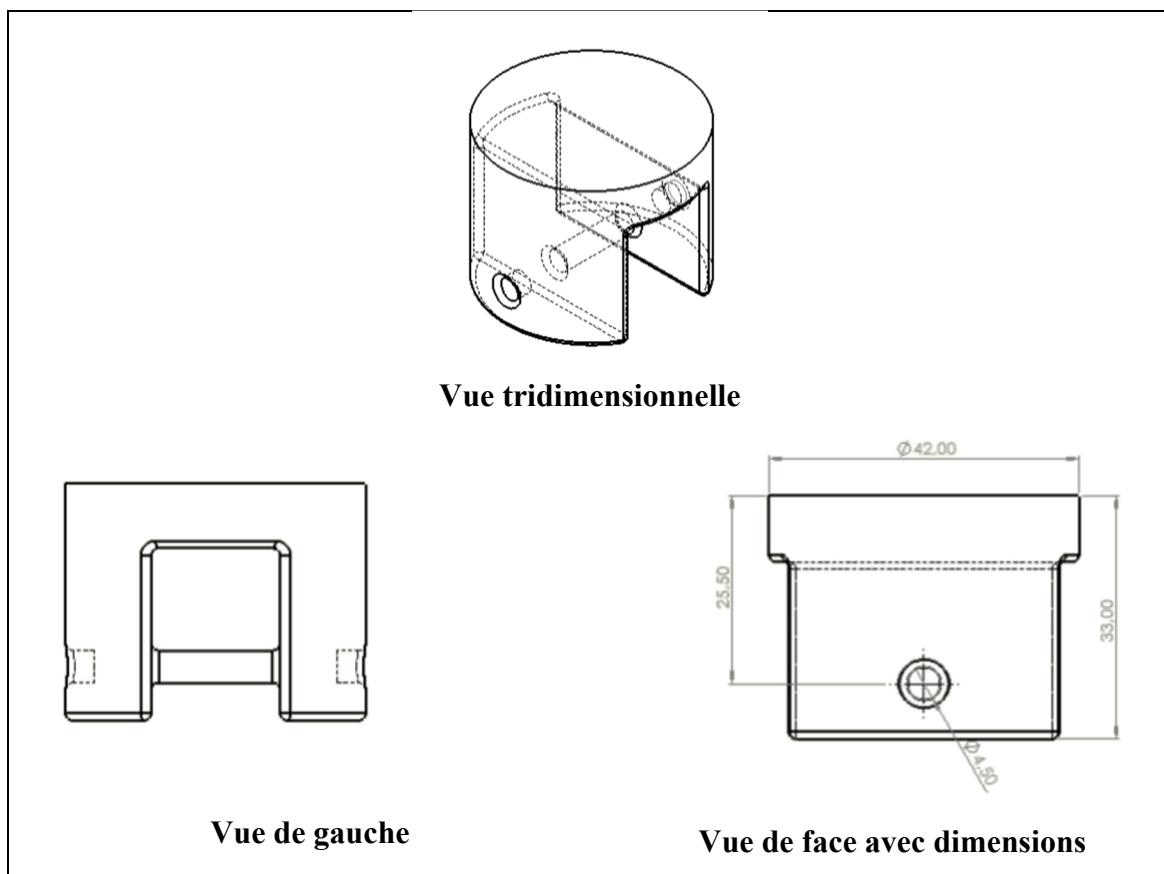


Figure-A II-1 Base du manipulateur sous trois vues avec dimensions

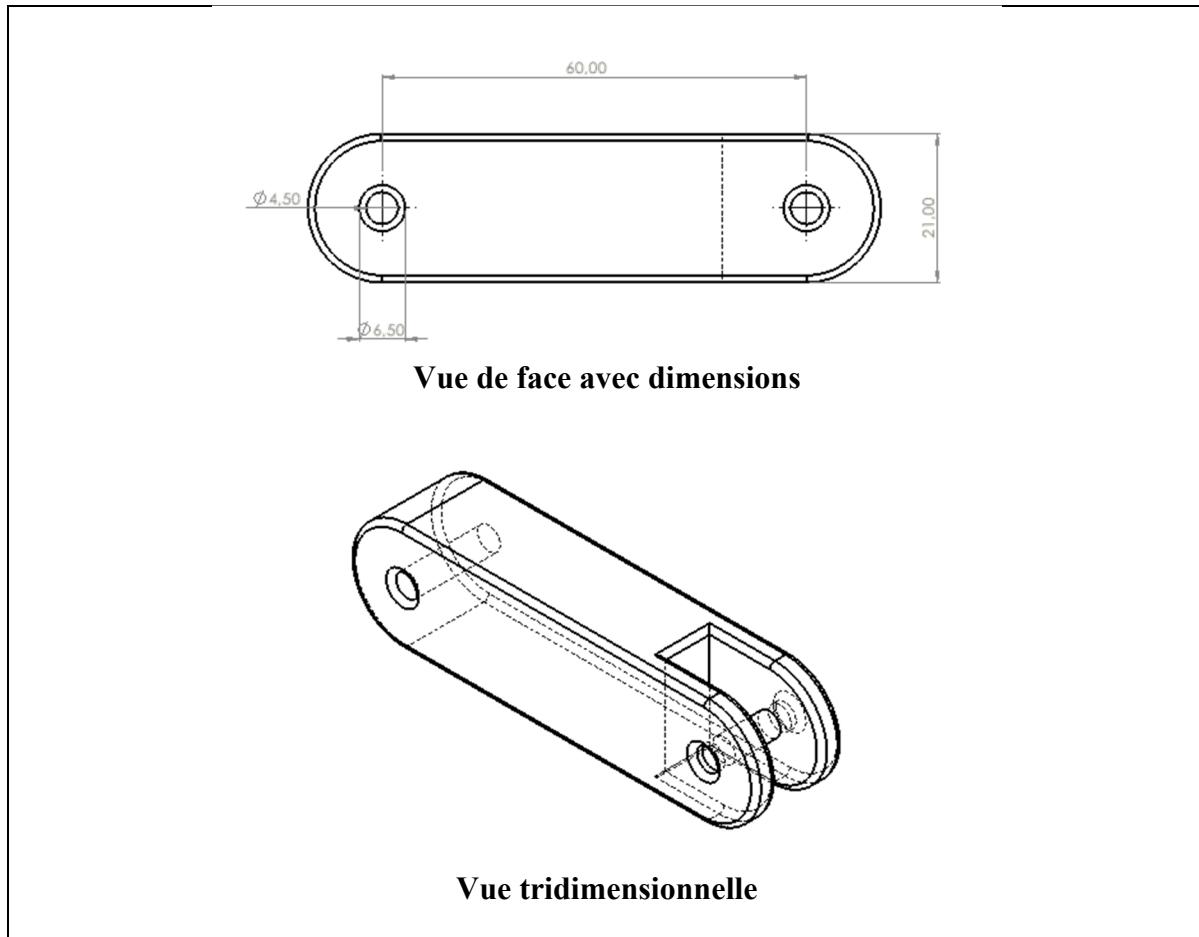


Figure-A II-2 Premier lien du manipulateur sous deux vues avec dimensions

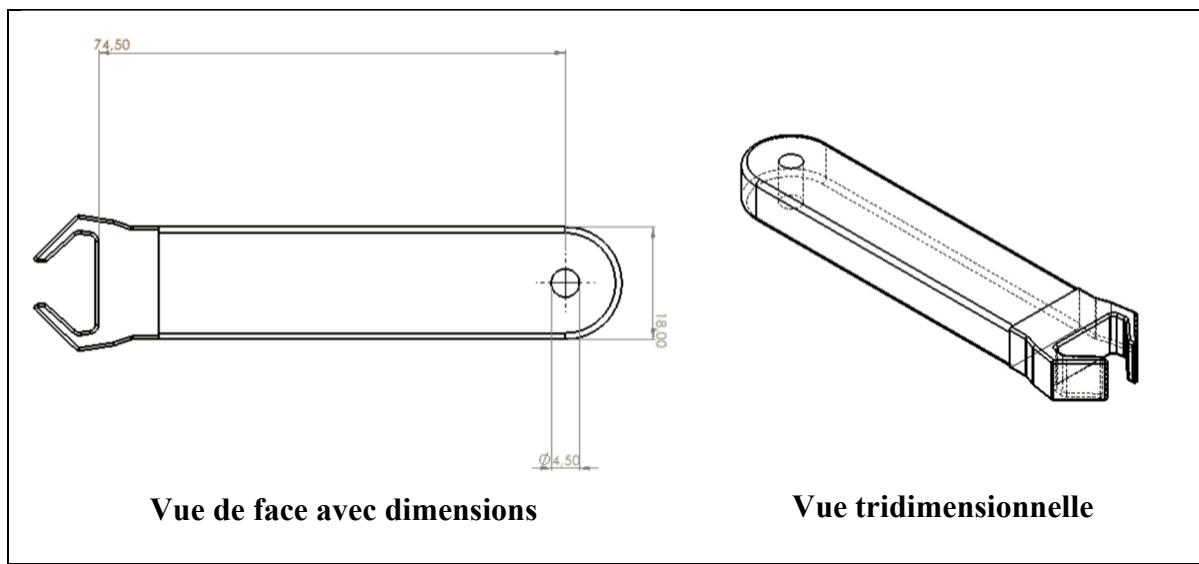


Figure-A II-3 Deuxième lien du manipulateur sous deux vues avec dimensions

Une fois le bras robotique conçu, nous avons utilisé un design de drone de châssis S500 préexistant importé de la bibliothèque GRABCAD pour former l'assemblage final du manipulateur aérien. Cet assemblage est illustré sous deux vues par la Figure-A II-4.

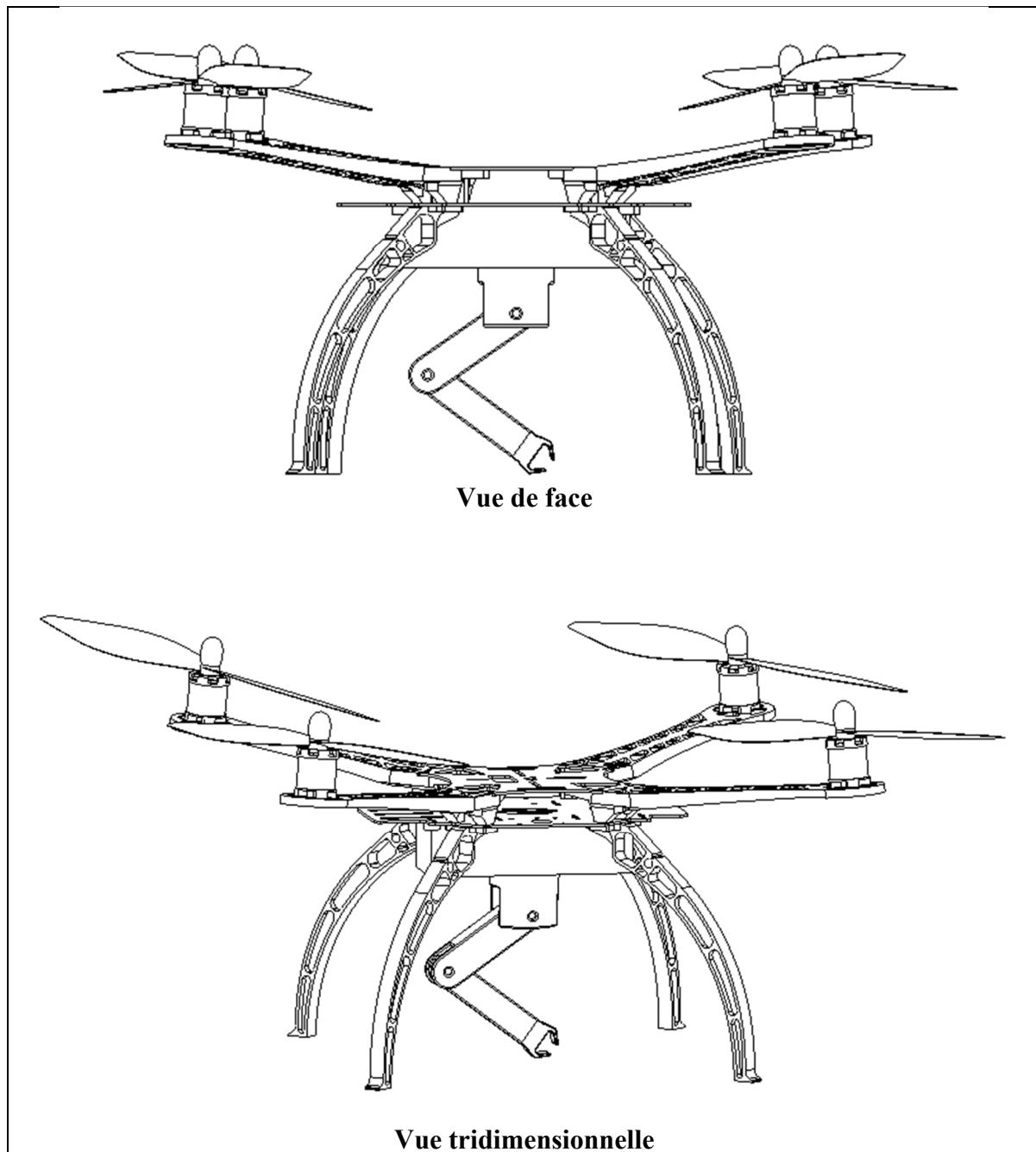


Figure-A II-4 Assemblage du manipulateur aérien sous deux vues avec dimensions

ANNEXE III

IMPORTATION DU CAD DU SYSTÈME SOUS SIMSCAPE MULTIBODY

Une fois la conception mécanique prête, nous pouvons alors exporter le modèle sous Simscape Multibody.

Pour ce faire, nous avons suivi les étapes suivantes :

- 1- Nous avons utilisé l'outil Simscape Multibody Link comme le montre la Figure-A III-1.
- 2- Une fois la conversion du fichier terminée, SolidWorks nous a généré un dossier comportant les CAD des pièces constitutives du système, un code Matlab contenant toutes les données relatives au système ainsi qu'un fichier XML tel que le présente par la Figure-A III-2
- 3- Dans la fenêtre de commande de Matlab, nous avons exécuté l'instruction « smimport('AssemblageDroneManipulateur.XML') » pour générer le fichier de simulation.

Le modèle Simscape généré contient toutes les liaisons et les corps rigides du système qui sont reliés entre eux grâce à des blocs de transformations. Ces blocs puisent leurs spécificités à partir du fichier de données ('AssemblageDroneManipulateur.m').

Dans le but de faire la simulation de la commande développée, nous avons défini le type d'actionnement de chaque liaison ainsi que les différents capteurs dont nous aurons besoin.

Soit, en entrée des forces et couples pour le drone et un couple par articulation pour le manipulateur. Pour les sorties, nous avons eu besoin de la position ainsi que des vitesses et accélérations linéaires et angulaires du quadrirotor, mais aussi des positions, vitesses et accélérations articulaires du manipulateur.

Les changements effectués et le modèle final sont présentés par les Figure-A III-3,Figure-A III-4 et Figure-A III-5

Une fois l'algorithme de contrôle appliqué sur ce modèle, nous pouvons simuler son mouvement tel que présenté par la Figure-A III-6.

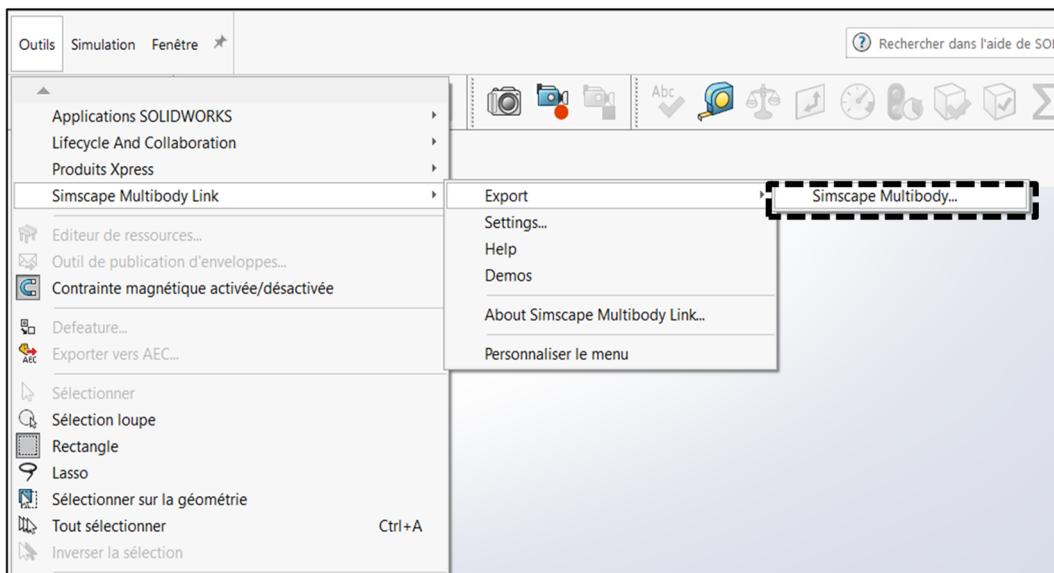


Figure-A III-1 Exportation du CAD sous
Simscape Multibody

Lien2EE_Défaut_sldprt	SolidWorks 2022 Ap...	256 Ko
Lien 1_Default_sldprt	SolidWorks 2022 Ap...	109 Ko
Helice_Défaut_sldprt	SolidWorks 2022 Ap...	111 Ko
Drone_manipulateur	SolidWorks 2022 Ap...	9 160 Ko
Dronmanipulateur2ddl1	Simulink Model	54 Ko
Dronmanipulateur2ddl1_DataFile	MATLAB Code	10 Ko
Dronmanipulateur2ddl1	Document XML	14 Ko

Figure-A III-2 Dossier généré par SolidWorks

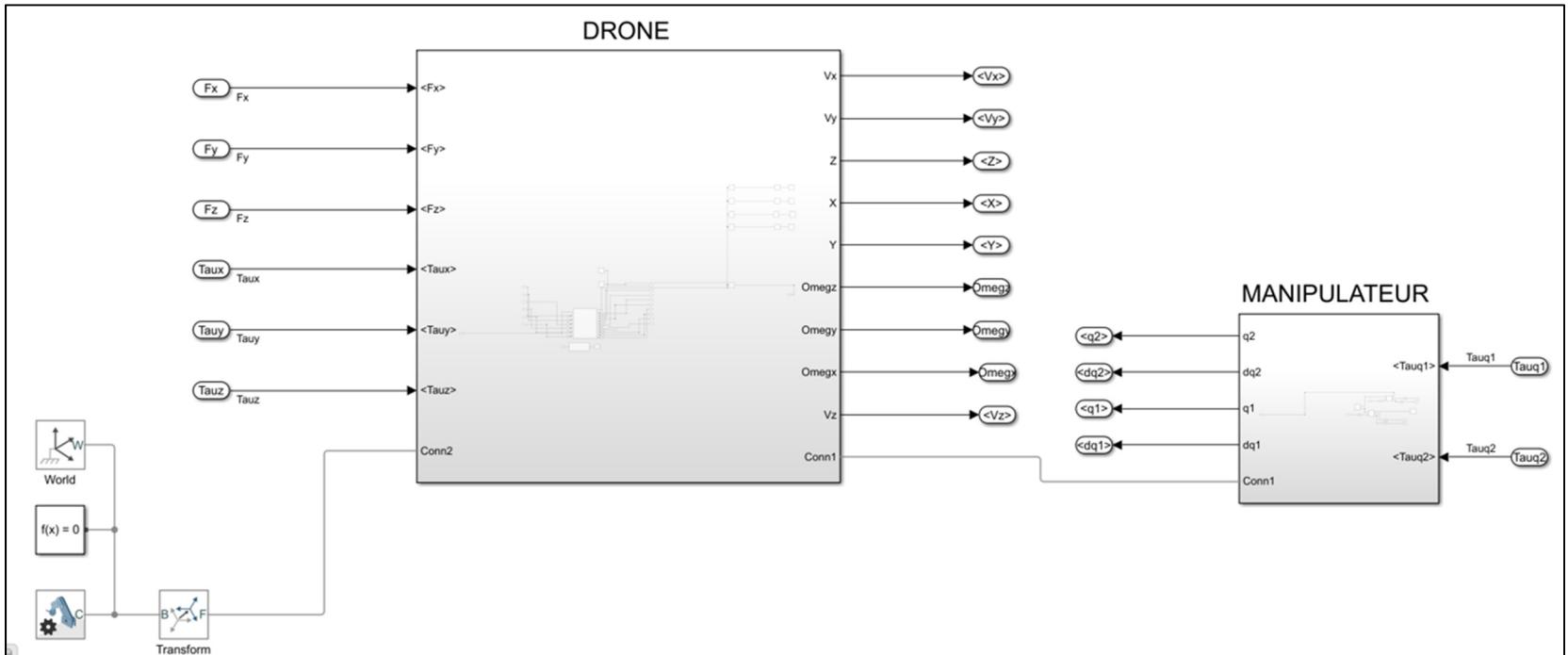


Figure-A III-3 Modèle Simscape du système de manipulation aérienne

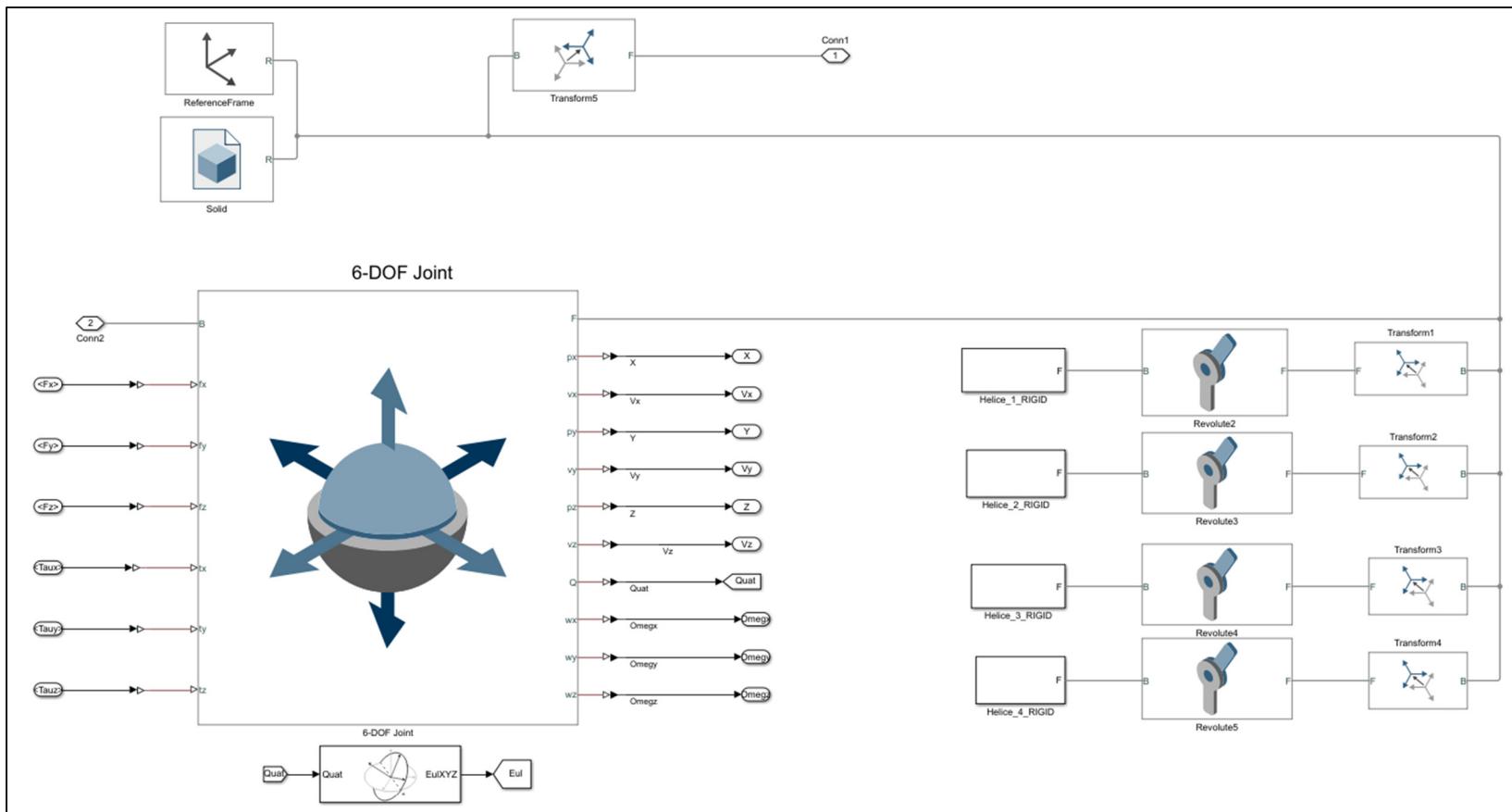


Figure-A III-4 Modèle Simscape du véhicule aérienne

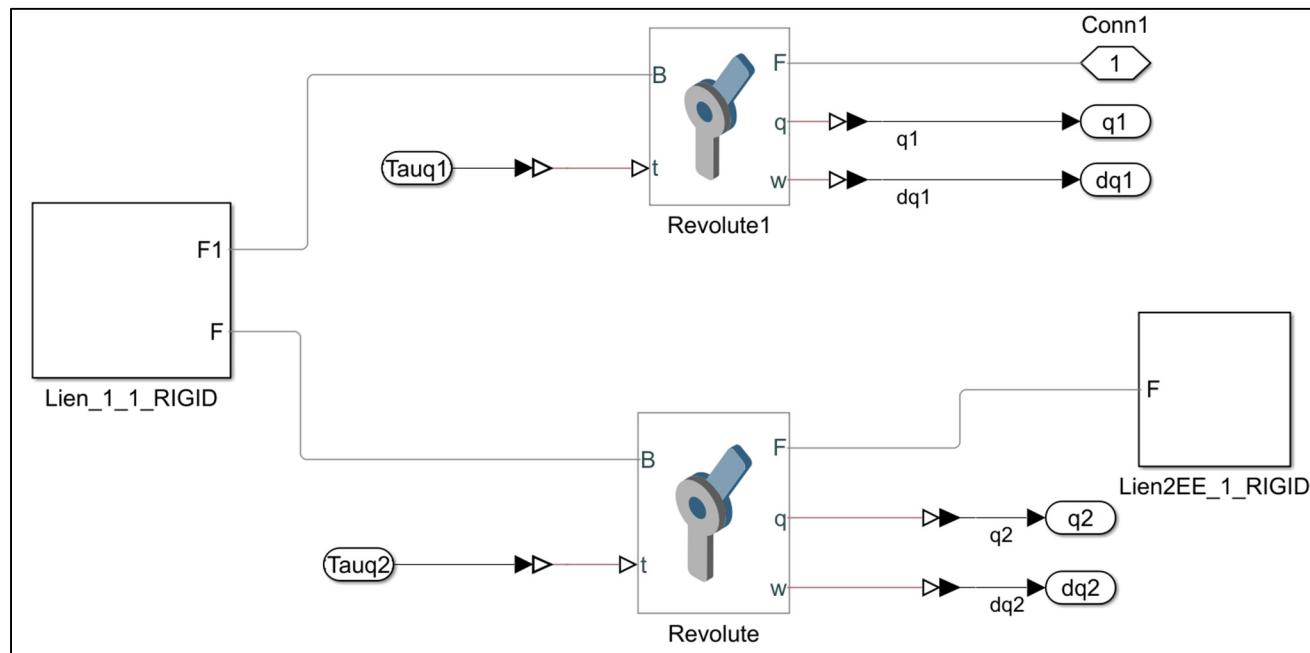


Figure-A III-5 Modèle Simscape du manipulateur

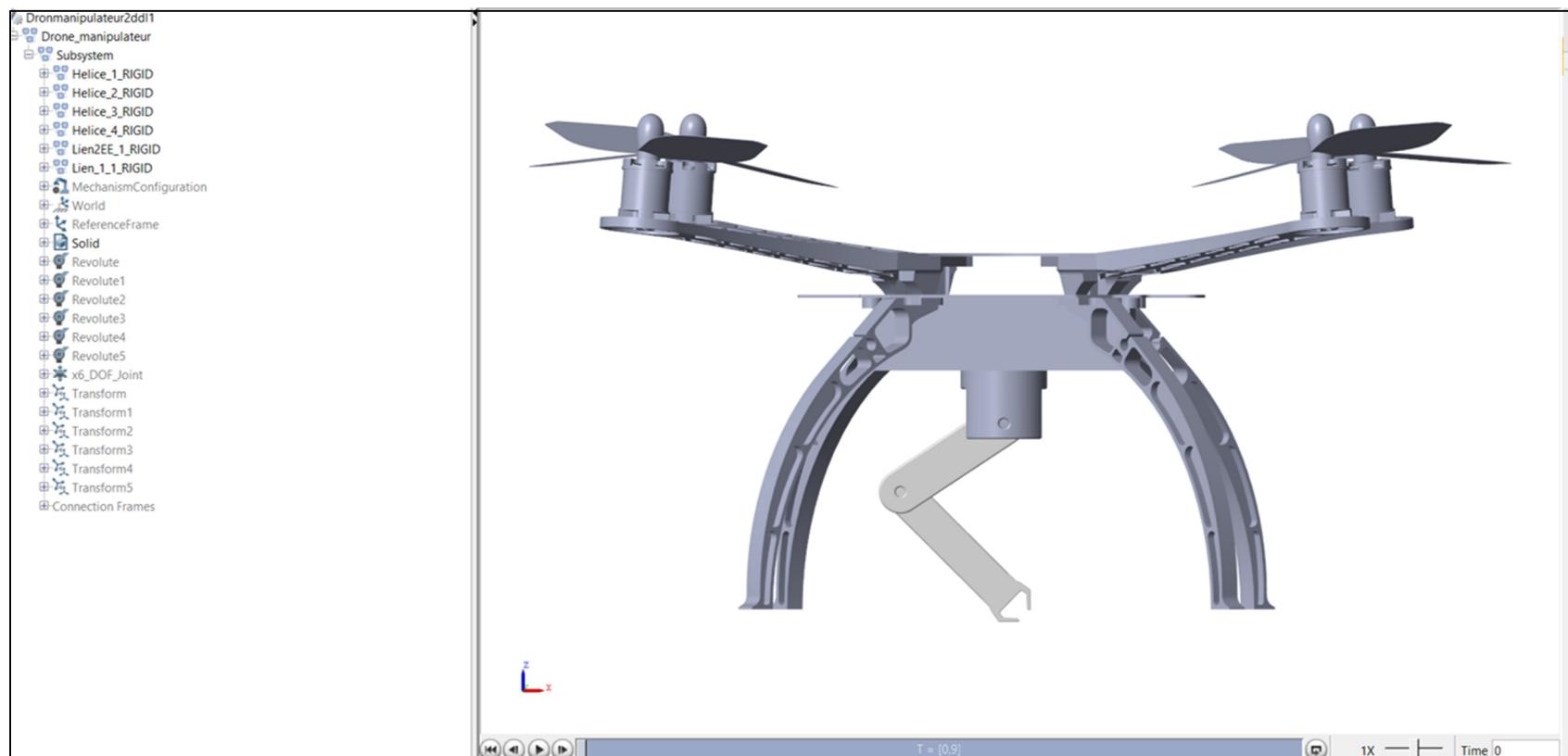


Figure-A III-6 Environnement de visualisation du mouvement du système

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Bellicoso, C., Buonocore, L., Lippiello, V., & Siciliano, B. (2015). Design, modeling and control of a 5-DoF light-weight robot arm for aerial manipulation. 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), (pp. 853-858).
- Buonocore, L., Cacace, J., & Lippiello, V. (2015). Hybrid visual servoing for aerial grasping with hierarchical task-priority control. 23rd Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), (pp. 617-623). doi:10.1109/MED.2015.7158815.
- Callot, M. (2006). Utilisation de la décomposition virtuelle pour la commande d'une membrure d'un bras robotique flexible. Mémoire de maîtrise , École Polytechnique de Montréal, Montréal.
- Danko, T., Chaney, K., & Oh, P. (2015). A parallel manipulator for mobile manipulating UAVs. IEEE International Conference on Technologies for Practical Robot Applications (TePRA), (pp. 1-6). doi:10.1109/TePRA.2015.7219682.
- Delpoux, R. (2012). Contribution à l'identification, l'estimation et la commande de Moteurs Synchrones à Aimants Permanents (MSAP). Thèse de doctorat, Lille.
- Ding, X., Guo, P., Xu, K., & Yu, Y. (2019). A review of aerial manipulation of small-scale rotorcraft unmanned robotic systems. Chinese Journal of Aeronautics, 200-214.
- Dollar, A., Punds, P., & Bersak, D. (2011). Grasping from the air: hovering capture and load stability. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2491-2498.
- El Kawni, M. (2020). Modélisation et contrôle non-linéaire de manipulateur mobile. Rapport de projet, École de Technologie Supérieure, Montréal.
- Ghadiok, V., Goldin, J., & Ren, W. (2011). Autonomous indoor aerial gripping using a quadrotor. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 4645-4651. doi:10.1109/IROS.2011.6094690.
- Ghasemi, H., Ansari-Rad, S., Kalhor, A., & Masouleh, M. (2019). Control of Quadrotor in Cooperation with an Attached 3-DOF Manipulator. 5th Conference on Knowledge Based Engineering and Innovation (KBEI), (pp. 437-442).
- Gkountas, K., Chaikalis, D., & Tzes, A. (2018). Force control design for a robot manipulator attached to a UAV. IFAC-PapersOnLine, 548-53.
- Jafariniasab, M., & Sirospour, S. (2015). Adaptive Motion Control of Aerial Robotic Manipulators Based on. International Conference on Intelligent Robots and Systems , (pp. 1858-1863). Hamburg.

- Jiao, R., Chou, W., Ding, R., & Dong, M. (2018). Adaptive robust control of quadrotor with a 2-degree-of-freedom robotic arm. *Advances in Mechanical Engineering*.
- Khalifa, A., & Fanni, M. (2017). A New Quadrotor Manipulation System: Modeling and Point-to-point Task Space Control. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 1-13.
- Kim, S., Seo, H., Shin, J., & Kim, H. (2018). Cooperative Aerial Manipulation Using Multirotors With Multi-DOF Robotic Arms. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, (pp. 702-713).
- Kondak, K., Huber, F., Schwarzbach, M., Laiacker, M., Sommer, D., Bejar, M., & Ollero, A. (2014). Aerial manipulation robot composed of an autonomous helicopter and a 7 degrees of freedom industrial manipulator. *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, (pp. 2107-2112).
- Konstantinos, G., & Anthony, T. (2021). Leader/Follower Force Control of Aerial Manipulators. *IEEE Access*, 1-10.
- Lippiello, V., & Ruggiero, F. (2012). Exploiting redundancy in Cartesian impedance control of UAVs equipped with a robotic arm. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (pp. 3768-3773).
- Mebarki, R., Lippiello, V., & Siciliano, B. (2014). Image-based control for dynamically cross-coupled aerial manipulation. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, (pp. 4827-4833).
- Mellinger, D., Lindsey, Q., Shomin, M., & Kumar, V. (2011). Design, modeling, estimation and control for aerial grasping and manipulation. *Proc. of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, (pp. 2668-2673.).
- Michael, N., Fink, J., & Kumar, V. (2011). Cooperative manipulation and transportation with aerial robots. *Autonomous Robots*, 73–86.
- Orsag, M., Korpela, C., Bogdan, S., & Oh, P. (2014). Hybrid Adaptive Control for Aerial Manipulation. *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 73, 693–707.
- Orsag, M., Korpela, C., Bogdan, S., & Oh, P. (2014). Valve turning using a dual-arm aerial manipulator. *International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, (pp. 836-841).
- Orsag, M., Korpela, C., Oh, P., & Bogdan, F. (2018). *Aerial Manipulation : Physical Interactions*. United Kingdom: Springer .
- Palunko, I., Faust, A., Cruz, P., Tapia, L., & Fierro, R. (2013). A reinforcement learning approach towards autonomous suspended load manipulation using aerial robots. *IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*, (pp. 4896–4901.).

- Palunko, I., Fierro, R., & Cruz, P. (2012). Trajectory generation for swing-free maneuvers of a quadrotor with suspended payload: A dynamic programming approach. IEEE International Conference on Robotics and Automation, (pp. 2691-2697).
- Ruggiero, F., Lippiello, V., & Ollero, A. (2018). Introduction to the Special Issue on Aerial Manipulation. IEEE Robotics and Automation Letter, 2734-2737.
- Ruggiero, F., Trujillo, M., Cano, R., Ascorbe, H., Viguria, A., Pérez, C., . . . Siciliano, B. (2015). A multilayer control for multirotor UAVs equipped with a servo robot arm. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA),, (pp. 4014-4020).
- Schultz, J., & Murphrey, T. (2012). Trajectory generation for underactuated control of a suspended mass. IEEE International Conference on Robotics and Automation, (pp. 123-129).
- Six, D., Briot, S., Chriette, A., & Martinet, P. (2018). The Kinematics, Dynamics and Control of a Flying Parallel Robot With Three Quadrotors. IEEE Robotics and Automation Letters, 559-566.
- Yang, H., & Lee, D. (2014). Dynamics and control of quadrotor with robotic manipulator. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), (pp. 5544-5549).
- Zhu, W.-H. (2010). Virtual Decomposition Control. Springer. doi:10.1007/978-3-642-10724-5