

Vibration et vibroacoustique de structures microperforées -
Effet de l'amortissement visqueux ajouté sous faible et fort
niveaux d'excitation

par

Lucie GALLERAND

THÈSE PAR ARTICLES PRÉSENTÉE À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE
SUPÉRIEURE COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION
DU DOCTORAT EN GÉNIE
Ph.D.

MONTREAL, LE 29 JUIN 2024

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Lucie Gallerand, 2024



Cette licence Creative Commons signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE:

M. Thomas Dupont, directeur de thèse
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Philippe Leclaire, codirecteur
Département de Recherche en Ingénierie des Véhicules pour l'Environnement à l'Université de Bourgogne Franche-Comté (ISAT)

M. Mathias Legrand, codirecteur
Département de Génie Mécanique à l'Université McGill

M. Matthew Toews, président du jury
Département de génie des systèmes à l'École de technologie supérieure

M. Sébastien Lalonde, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Cédric Maury, examinateur externe
Département de génie mécanique à l'École Centrale Marseille

M. Noureddine Atalla, examinateur externe
Département de génie mécanique à l'Université de Sherbrooke

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 14 JUIN 2024

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Le doctorat est un long voyage, entamé par inadvertance ou non, dont on ne ressort qu'au terme de moult péripéties rencontrées sur cette route tortueuse et jalonnée d'obstacles. Malgré certains incidents de parcours, quand la ligne d'arrivée se dessine à la fin du périple, le paysage se dégage et la vue sur le panorama devient claire. Il est évident qu'arriver à destination sans s'égarer nécessite de l'assistance quand le ciel devient orageux. Voici donc venu le temps des remerciements, qui, j'espère, pourront satisfaire le promeneur curieux. Je souhaite ici remercier toutes les personnes qui m'ont soutenue au cours de ces quatre années de doctorat.

Mes premiers remerciements vont à mes encadrants Thomas Dupont, Mathias Legrand et Philippe Leclaire. Un immense merci à toi, Thomas, ta disponibilité, ta patience et ta bienveillance m'auront permis de venir au bout de ce doctorat. À toi, Mathias, merci infiniment pour ta franchise, ta rigueur, ton humour et ton sens du détail. Merci à toi, Philippe, pour ta gentillesse, tes encouragements et ta disponibilité. Enfin, merci à vous trois de m'avoir fait confiance pour ce beau projet. Son aboutissement (si tant est qu'il y en ait un) le doit en majeure partie à la qualité de votre encadrement et à votre humanité, qui m'ont fait aimer la recherche. Un immense merci pour tout et même pour ce que je n'ai pas dit ici !

Je remercie également Raymond Panneton qui m'a encadrée durant la dernière année de mon doctorat. Merci pour ton temps, Raymond, et pour tous les judicieux conseils que tu m'as procurés.

Je souhaite également remercier les membres du jury, Matthew Toews, Sébastien Lalonde, Cédric Maury et Nouredine Atalla, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce projet.

Un immense merci à mes collègues de laboratoire dont certains sont devenus des amis : Magdeleine, Maël, Julien, Solenn, Alexandre, et tous ceux que je ne cite pas ici. Pour toutes nos pauses café et nos échanges parfois jusqu'au bout de la nuit à parler de tout, mais aussi de rien. Merci d'avoir contribué à la bonne humeur qui règne à ICAR et d'avoir fait de ces quatre années une si belle aventure.

Pour finir, je souhaite remercier tous mes amis ici à Montréal qui ont permis de faire de ce doctorat une expérience unique et incroyablement enrichissante. Merci d'avoir toujours répondu présent à mes fous rires, mais aussi à mes torrents de larmes. Je vous aime de tout mon cœur !

Vibration et vibroacoustique de structures microperforées - Effet de l'amortissement visqueux ajouté sous faible et fort niveaux d'excitation

Lucie GALLERAND

RÉSUMÉ

Les vibrations basses fréquences (BF) et le bruit qui en résulte sont un problème environnemental, particulièrement pour des excitations mécaniques de fortes amplitudes. Les tendances actuelles, notamment dans le domaine des transports, visent à alléger et à optimiser l'encombrement des systèmes mécaniques dans un objectif de réduction de consommation d'énergie. Cependant, ces objectifs ne sont pas compatibles avec les méthodes conventionnelles de réduction de bruit et des vibrations (comme les matériaux viscoélastiques ou les amortisseurs dynamiques) qui ajoutent une masse importante à la structure et qui peuvent être, pour certaines, peu efficaces en BF. Cette thèse vise à répondre à cette problématique en s'intéressant aux comportements vibratoires et vibroacoustiques de structures microperforées et à l'effet d'amortissement ajouté induit par les microperforations.

Dans une première partie, les propriétés d'amortissement ajouté des plaques microperforées (MPP) finies sont étudiées pour des excitations de faibles amplitudes. À partir d'une loi homogénéisée issue du domaine des plaques poreuses étendue aux MPP, un modèle vibratoire analytique est proposé. Ce modèle suppose que le fluide contenu dans les perforations se comporte comme un fluide équivalent vu comme un continuum défini sur le domaine de la plaque non perforée. Les équations gouvernant la dynamique se réduisent à deux Équations aux Dérivées Partielles (EDP) couplées et écrites selon le déplacement en flexion de la plaque et celui du fluide équivalent. Le modèle proposé est validé par des mesures sur des poutres microperforées. Il est montré que les plaques microperforées peuvent présenter un amortissement ajouté substantiel en BF résultant des interactions fluide-structure et des effets viscothermiques dans les couches limites des perforations. Des études paramétriques mettent en évidence que i) cet amortissement atteint un maximum pour une fréquence caractéristique qui dépend du diamètre de la perforation et que ii) plus cette fréquence est basse, plus l'amortissement ajouté est important. Pour réduire la contribution d'un mode vibratoire, il est ainsi recommandé de faire coïncider la fréquence caractéristique avec celle du mode en ajustant le diamètre des microperforations.

Dans une deuxième partie, il est proposé, pour perfectionner les propriétés des MPP en amortissement, d'étudier le comportement vibratoire de MPP avec des microperforations inhomogènes. Ainsi, le modèle analytique précédemment établi a été adapté pour i) des MPP avec plusieurs diamètres de perforation et pour ii) des MPP avec des distributions spatiales des perforations. Il est montré que i) les MPP avec des perforations de tailles multiples présentent des amortissements ajoutés sur une bande de fréquence plus large, et ii) l'amortissement ajouté peut être augmenté lorsque les perforations sont distribuées sur les ventres des modes traités. Ainsi, en couplant les deux effets, il est possible d'obtenir des MPP réduisant efficacement les réponses vibratoires sur plusieurs modes.

VIII

Les MPP sont susceptibles d'être utilisées dans des environnements extrêmes (réacteurs d'avion, nacelles de fusées). Or, leurs comportements vibratoires sont sensibles à l'amplitude d'excitation. Il est donc proposé, dans cette troisième partie, d'étendre l'étude dans un cadre non-linéaire. Lorsque le niveau de l'amplitude d'excitation augmente, deux régimes de non-linéarité apparaissent : i) le premier, lié au fluide et donc essentiellement induit par le couplage fluide-structure au sein des microperforations, ii) puis, le second, lié au solide (grandes déformations) et au fluide. Seule la première non-linéarité est étudiée ici. Ainsi, le comportement non-linéaire du fluide dans les perforations est pris en compte en introduisant une correction de Forchheimer dans le modèle précédemment développé, ce qui conduit à un système EDP non-linéaire avec un terme d'amortissement supplémentaire. Après résolution numérique, il est montré que le maximum d'amortissement varie avec la vitesse relative fluide-solide et que suivant la valeur de la résistance en linéaire, ce maximum d'amortissement peut atteindre une valeur maximale pour une valeur critique de vitesse relative fluide-solide. Des mesures expérimentales valident le modèle.

Dans un dernier temps, il est proposé d'utiliser le modèle homogénéisé précédemment développé dans un cadre linéaire pour analyser l'influence des microperforations, dont l'effet de l'amortissement ajouté, sur le rayonnement acoustique d'une MPP. Un modèle analytique de rayonnement est développé et comparé avec une approche numérique par éléments finis.

Mots-clés: Plaque microperforée, Amortissement ajouté, Analyses vibratoires, Régime de non-linéarité acoustique

Vibration and vibroacoustics of microperforated structures - Effect of added viscous damping at low and high excitation levels

Lucie GALLERAND

ABSTRACT

Low-frequency (LF) vibrations and the resulting noise, are an environmental problem, particularly when mechanical excitations are of high amplitude. Current trends, particularly in the transport sector, are aimed at lightening and optimizing the overall dimensions of mechanical systems, with a view to reducing energy consumption. However, these objectives are not compatible with conventional methods of noise and vibration reduction (viscoelastic materials, dynamic dampers), which add significant mass to the structure and may, in some cases, be inefficient in terms of LF. The aim of this thesis is to address this issue by examining the vibratory and vibro-acoustic behavior of microperforated structures and the added damping effect induced by microperforations.

In the first part, the added damping properties of finite-size microperforated plates (MPP) are studied for low-amplitude excitations. Based on a homogenized procedure derived from the field of porous plates and extended to MPP, an analytical vibration model is proposed. This model assumes that the fluid contained in the perforations acts as an equivalent fluid seen as a continuum defined on the domain of the non-perforated plate. The equations governing the dynamics are reduced to two coupled Partial Differential Equations (PDEs), written according to the bending displacement of the plate and that of the equivalent fluid. The proposed model is validated by measurements on microperforated beams. It is shown that microperforated plates can exhibit substantial added damping in BF resulting from fluid-structure interactions and viscothermal effects in the perforation boundary layers. Parametric studies show that i) this damping reaches a maximum for a characteristic frequency that depends on the perforation diameter, and ii) the lower this frequency, the greater the added damping. To reduce the contribution of a vibratory mode, it is therefore recommended to match the characteristic frequency to that of the mode by adjusting the diameter of the microperforations.

In the second part, to improve the damping properties of MPP, it is proposed to study the vibratory behavior of MPP with inhomogeneous microperforations. Thus, the analytical model previously established has been adapted for i) MPP with multiple perforation diameters and for ii) MPP with different spatial perforation distributions. It is shown that i) MPP with multiple perforation sizes exhibit added damping over a wider frequency band, and ii) the added damping is increased when the perforations are distributed over the antinodes of the modes considered. Thus, by coupling the two effects, it is possible to obtain MPP that effectively reduce vibration responses over multiples modes.

MPP are potentially used in extreme environments (aircraft engines, rocket nacelles). However, their vibratory behavior is sensitive to excitation amplitude. It is therefore proposed, in this third part, to extend the study to a non-linear framework. As the level of excitation amplitude increases, two non-linear regimes emerge : i) the first is related to the fluid and therefore essentially induced

by fluid-structure coupling within the microperforations, ii) then, the second is related to the solid (large deformations) and the fluid. Only the first non-linearity is studied here. Thus, the nonlinear behavior of the fluid in the perforations is taken into account by introducing a Forchheimer correction into the previously developed model, leading to a nonlinear PDE system with an added damping term. After numerical resolution, it is shown that the damping maximum varies with the relative fluid-solid velocity and that, depending on the value of the linear resistance, this damping maximum can reach a maximum value for a critical value of relative fluid-solid velocity. Experimental measurements validate the model.

Finally, it is proposed to use the homogenized model previously developed in a linear framework to analyze the influence of microperforations, including the effect of added damping, on the acoustic radiation of an MPP. An analytical radiation model is developed and compared with a numerical finite element approach.

Keywords: Microperforated plate, Added damping, Vibration analysis, Nonlinear acoustic regime

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	5
1.1 Méthodes de réduction vibratoire	5
1.1.1 Solutions de réduction passives et réactives	5
1.1.2 Plaques microperforées (MPP)	8
1.2 Plaques microperforées homogènes en régime linéaire	10
1.2.1 Comportements acoustiques des structures microperforées	11
1.2.2 Comportements vibroacoustiques des structures microperforées flexibles	14
1.3 Propagation acoustique dans des plaques microperforées inhomogènes	18
1.3.1 MPP avec plusieurs jeux de microperforations	18
1.3.2 MPP avec des répartitions inhomogènes des microperforations	19
1.4 Matériaux poreux et interactions fluide-structure	21
1.4.1 Propagation acoustique dans les matériaux poreux saturés d'air	21
1.4.2 Vibration des plaques poreuses de dimensions finies couplées à un fluide léger	23
1.5 Plaques microperforées homogènes en régime non-linéaire	26
1.5.1 Les différents régimes de non-linéarité	26
1.5.2 Non-linéarité acoustique : régime de Forchheimer	27
1.6 Synthèse de l'état de l'art	30
CHAPITRE 2 OBJECTIFS ET STRUCTURE DU DOCUMENT	33
2.1 Objectifs de recherche	33
2.2 Structure du document	35
CHAPITRE 3 VIBRATION AND DAMPING ANALYSIS OF A THIN AND FINITE MICROPERFORATED PLATE	41
3.1 Abstract	41
3.2 Introduction	42
3.3 From porous plate to microperforated plates: governing equations	45
3.3.1 A microperforated plate seen as an equivalent porous plate	45
3.3.2 Non-dimensional analysis of the equations of motion	50
3.3.3 Approximate natural frequencies and damping factors of microperforated plates	51
3.3.4 Biot's frequency and maximum damping	53
3.4 Vibration analysis of a finite size microperforated plate	54
3.4.1 Space semi-discretization	54
3.4.2 Modal analysis	56
3.4.3 Forced response analysis	59
3.5 Sensitivity analysis	60

3.5.1	Sensitivity of the MPP vibratory forced response to fluid load	60
3.5.2	Free vibratory response sensitivity to perforation ratio	63
3.5.3	Free vibratory response sensitivity to perforation diameter	65
3.5.4	Free vibratory response sensitivity to resonance frequencies	66
3.5.5	Free vibratory response sensitivity to plate thickness	69
3.6	Experimental validation	71
3.6.1	Maximum added damping on the first natural mode	72
3.6.2	Maximum added damping on the second natural mode	74
3.7	Conclusion	76
3.8	CRedit authorship contribution statement	77
3.9	Supplementary material	78
3.10	Acknowledgment	78

CHAPITRE 4 DAMPING PERFORMANCE OF FINITE MICROPERFORATED PLATES USING MULTI-SIZED AND SPATIAL DISTRIBUTIONS OF PERFORATIONS

4.1	Abstract	79
4.2	Introduction	80
4.3	MPP: Uniform distribution and single diameter	83
4.3.1	Vibration model	83
4.3.2	Added damping	85
4.4	MPP: Uniform distribution and multiple diameters	87
4.4.1	Homogenization model	87
4.4.2	Experimental validation	91
4.5	MPP: Nonuniform distribution and single diameter	95
4.5.1	Perforation ratio gradient	95
4.5.2	Experimental validation	100
4.6	MPP: Nonuniform distribution and multiple diameters	103
4.7	Conclusion	107
4.8	CRedit authorship contribution statement	108
4.9	Supplementary material	109
4.10	Acknowledgment	109

CHAPITRE 5 NONLINEAR ADDED DAMPING OF A HOMOGENIZED FLUID-SATURATED MICROPERFORATED PLATE IN A FORCHHEIMER FLOW REGIME

5.1	Abstract	111
5.2	Introduction	112
5.3	Model	116
5.3.1	Dynamics of a finite-size microperforated plate saturated by a light fluid	116
5.3.2	Added damping in linear regime	118
5.3.3	Added damping in nonlinear regime	119
5.4	Resolution procedure	120
5.4.1	Harmonic balance method	120

5.4.2	Convergence analysis	124
5.5	Sensitivity of microperforated plates vibratory response to nonlinear damping	126
5.5.1	Frequency response	126
5.5.2	Normalized resistance and maximum of added damping in nonlinear regime	128
5.5.3	From a characteristic frequency to a critical relative velocity	132
5.5.4	Space distribution of the added damping	132
5.6	Experimental validation	135
5.6.1	Experimental set-up	135
5.6.2	Relative displacement	137
5.6.3	Experimental and analytical results	139
5.7	Conclusions	141
5.8	CRedit authorship contribution statement	142
5.9	Acknowledgment	143
CHAPITRE 6 COMPLÉMENT AU CHAPITRE 3 : RAYONNEMENT ACOUSTIQUE D'UNE PLAQUE MICROPERFORÉE VIBRANT DANS UN FLUIDE LÉGER		145
6.1	Théorie	146
6.1.1	Équations du mouvement de la plaque microperforée saturée de fluide ...	146
6.1.2	Impédance de rayonnement	149
6.1.3	Indicateurs vibroacoustiques	151
6.2	Résultats analytiques	152
6.3	Modélisation numérique	156
6.4	Conclusion	162
CHAPITRE 7 SYNTHÈSE ET PERSPECTIVES		165
7.1	Synthèse des développements scientifiques	165
7.1.1	Contributions sur les vibrations et la vibroacoustique des MPP homogènes en régime linéaire	166
7.1.2	Contributions sur les vibrations de MPP inhomogènes en régime linéaire	167
7.1.3	Contributions sur les vibrations des MPP homogènes en régime de non-linéarité acoustique	168
7.2	Limites et perspectives	169
7.2.1	Sensibilité à l'amplitude d'excitation des MPP inhomogènes	169
7.2.2	Vibrations de très grande amplitude de plaques microperforées	170
7.2.3	Rayonnement acoustique des MPP en régime linéaire et analyse en régime non-linéaire	170
7.2.4	Définition d'une méthode de caractérisation locale de l'amortissement ..	171
7.2.5	Étude de faisabilité dans des conditions réelles d'exploitation sur le terrain	172
CONCLUSION		173

ANNEXE I	BASIS FUNCTIONS FOR PARTICULAR BOUNDARY CONDITIONS	175
ANNEXE II	DISSIPATIVE SYSTEM WITH ANY DAMPING	177
ANNEXE III	SENSIBILITÉ DU CHAMP ACOUSTIQUE RAYONNÉ AUX PARAMÈTRES DES PERFORATIONS	179
LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES		183

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Implemented numerical values	52
Tableau 3.2	Eigenvalues of a simply-supported microperforated plate	52
Tableau 3.3	Modal characteristic of a microperforated plate <i>in vacuum</i> and in air ...	62
Tableau 3.4	Angular frequencies for a microperforated plate and the corresponding reference plate	65
Tableau 3.5	Measured and analytical Young's modulus and first resonance frequency	73
Tableau 4.1	Modal loss factor and mobility reduction	87
Tableau 4.2	Measured sample perforation parameters	93
Tableau 4.3	Values of experimental and theoretical loss factor with standard deviation	94
Tableau 4.4	Measured with standard deviation and analytical frequencies of the first mode plate and corresponding loss factors	103
Tableau 4.5	Values of experimental and theoretical loss factor	107
Tableau 5.1	Microperforated plate parameters for three case in terms of normalized resistance	130

Tableau 5.2	Coordinates of interest points of Figure 5.4 and corresponding external amplitude force F_{ext} 134
Tableau 6.1	Valeurs numériques implémentées pour la modélisation par éléments finis 157
Tableau 7.1	Synthèse des réalisations et des perceptives du doctorat 165

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Exemples de matériaux structurés à masse réduite et à masse augmentée .	7
Figure 1.2	Représentation schématique d'une plaque microperforée	9
Figure 1.3	Exemples de plaques microperforées	10
Figure 1.4	Représentation schématique d'une microperforation et de profil de vitesse axiale	11
Figure 1.5	Plaques microperforées inhomogènes	19
Figure 1.6	Champ de vitesse à l'extrémité d'un tube soumis à une excitation acoustique	28
Figure 1.7	Mesures expérimentales de la résistivité en fonction de la vitesse d'écoulement	29
Figure 2.1	Organisation générale de la thèse Inspirée de Aulitto (2023)	35
Figure 2.2	Coupe d'une plaque microperforée en flexion	36
Figure 2.3	Loi homogénéisée appliquée à une MPP	37
Figure 3.1	System of coordinates with the external mechanical force	46
Figure 3.2	Physical phenomena occurring near a perforation	49

Figure 3.3	Modal damping factor sensitivity to the perforation ratio	63
Figure 3.4	Modal damping factor sensitivity to the perforation diameter	66
Figure 3.5	MPP loss factor as function of forcing frequency	68
Figure 3.6	Sensitivity of microperforated plate added loss factor to plate thickness .	70
Figure 3.7	Steel plate used with the observation point and the force excitation	71
Figure 3.8	Experimental setup and MPP used for damping characterization	71
Figure 3.9	Experimental and analytical mobility for the first configuration	73
Figure 3.10	Experimental and analytical mobility for the second configuration	75
Figure 3.11	Measured and analytical loss factor for both configurations	76
Figure 4.1	System of coordinates for an equivalent solid plate excited by an external mechanical force	84
Figure 4.2	Predicted mobility level of aluminum plates	86
Figure 4.3	Homogenization procedure for MPP with two groups of perforations with two perforation diameters	88
Figure 4.4	Loss factor for the first and the second MPP mode	90

Figure 4.5	Experimental setup and MPP samples used to the model validation	92
Figure 4.6	Measured and experimental mobilities	94
Figure 4.7	Loss factor for the first MPP mode with spatial perforation distribution .	98
Figure 4.8	Equivalent solid plate stiffness for the first MPP mode with spatial perforation distribution	100
Figure 4.9	Tested MPP samples with various space-dependent distributions of the perforation ratio	101
Figure 4.10	Theoretical and experimental mobilities around mode 1	102
Figure 4.11	MPP⑦: spacial perforation distribution described in Equation (4.29) ..	105
Figure 4.12	Experimental and theoretical plate mobilities	106
Figure 5.1	Influence of the number of harmonics on the forced response of the first MPP mode	125
Figure 5.2	Solid displacement related to the excitation amplitude for a simply-supported microperforated plate	127
Figure 5.3	Loss factor of the first MPP mode obtained with $R_L > 1$, $R_L = 1$ and $R_L < 1$	131

Figure 5.4	Normalized overall nonlinear loss factor as a function of the forcing amplitude	134
Figure 5.5	Spatial distribution of the nonlinear loss factor	135
Figure 5.6	Experimental set-up and sample used for the frequency response of microperforated plate	136
Figure 5.7	Non-perforated plate velocity normalized by base velocity around the first plate resonance	139
Figure 5.8	Microperforated plate velocity normalized by base velocity around the first plate resonance	140
Figure 6.1	Système de coordonnées et géométrie de la plaque microperforée bafflée placée dans un milieu fluide Adaptée de Foin, Nicolas & Atalla (1999)	146
Figure 6.2	Facteur de rayonnement en fonction de la fréquence pour une MPP et la plaque de référence correspondante	153
Figure 6.3	Sensibilité du facteur de rayonnement au taux de perforation	154
Figure 6.4	Facteur de rayonnement — contribution de la partie fluide et la partie solide	156
Figure 6.5	Modélisation d'une MPP immergée dans un milieu fluide	158

Figure 6.6	Champ de vitesse acoustique obtenu par EF	159
Figure 6.7	Champ de pression acoustique rayonnée obtenu par EF	160
Figure 6.8	Puissance acoustique rayonnée et vitesse quadratique moyenne	161
Figure 6.9	Facteur de rayonnement acoustique obtenue par méthode analytique et par méthode EF	162

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

nD	n -dimensions
BF	Basses fréquences
ddl	Degrés de liberté
dof	<i>Degrees of freedom</i>
EDP	Équation différentielle partielle
EF	Éléments finis
ETS	École de technologie supérieure
HBM	<i>Harmonic method balance</i>
HF	Hautes fréquences
JCA	Johnson-Champoux-Allard
MPP	Plaques microperforées <i>Microperforated plate</i> en anglais
NL	Non-linéaire
PDE	<i>Partial differential equation</i>
REM	Réseau express métropolitain
TVA	Acoustique viscothermique <i>Thermoviscous acoustique</i> en anglais

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

Constantes géométriques

L_x	Longueur de la plaque suivant x (m)
L_y	Longueur de la plaque suivant y (m)
h	Épaisseur de la plaque (m)
d	Diamètre des perforations
d_k	Diamètre des perforations du sous-domaine k

Paramètres macroscopiques ¹

ϕ	Taux de perforation dans les Chapitres 3, 5 et 6 et Taux de perforation spatial dans le Chapitre 4
$\phi^{(0)}$	Taux de perforation dans le Chapitre 4
$\phi_k^{(0)}$	Taux de perforation du sous-domaine k
$\phi_{\text{tot}}^{(0)}$	Taux de perforation total
σ_0	Résistivité au passage de l'air dans les Chapitres 3, 5 et 6 (N s m^{-4})
$\sigma^{(0)}$	Résistivité au passage de l'air dans le Chapitre 4 (N s m^{-4})
σ	Résistivité spatiale de l'écoulement du fluide (N s m^{-4})
$\sigma_k^{(0)}$	Résistivité au passage de l'air du sous-domaine k (N s m^{-4})
ς	$\varsigma = \sigma^{(0)} \phi^{(0)}$ (N s m^{-4})
ε	Paramètre de Forchheimer (s m^{-1})
C_d	Coefficient de décharge
α_∞	Tortuosité
ϵ	Longueur de correction appliquée à α_∞
b_f	Coefficient de frottement de Biot (N s m^{-4})

¹Les paramètres macroscopiques sont ceux du modèle de Jonhson-Champoux-Allard (Allard & Atalla, 2009) et s'expriment pour les plaques microperforées en fonction de deux paramètres d'intérêt : le taux de perforation (ϕ ou $\phi^{(0)}$) et le diamètre des perforations (d).

Paramètres mécaniques

E	Module de Young (GPa)
D	Coefficient de flexion (GPa m ³)
C_ϕ	Facteur de correction de la rigidité
ν_0	Coefficient de Poisson
ρ_s	Masse volumique du solide (kg m ⁻³)
ρ	Masse volumique du mélange fluide-solide (kg m ⁻³)
ρ_f	Masse volumique de fluide (kg m ⁻³)
μ_f	Viscosité dynamique du fluide (kg m ⁻¹ s ⁻¹)
K_f	Module d'élasticité isostatique du fluide (kPa)
α	Coefficient de couplage élastique de Biot
$Q \text{ \& } R$	Coefficients de Biot
M_f	Coefficient élastique de Biot (N m ⁻²)
η	Facteur de perte
η_s	Facteur de perte structurale isotrope
η_i	Facteur de perte du mode i
ζ	Facteur d'amortissement modal
ζ_i	Facteur d'amortissement modal du mode i

Opérateurs

$\nabla(\cdot)$	Opérateur divergence $\nabla(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x} + \frac{\partial(\cdot)}{\partial y}$
$\nabla^2(\cdot)$	$\nabla^2(\cdot) = \frac{\partial(\cdot)^2}{\partial^2 x} + \frac{\partial(\cdot)^2}{\partial^2 y}$
$\nabla^4(\cdot)$	$\nabla^4(\cdot) = \nabla^2(\cdot)^2$
$(\dot{\blacksquare})$	Dérivée temporelle d'ordre 1 $(\dot{\blacksquare}) = \frac{d(\blacksquare)}{dt}$
$(\ddot{\blacksquare})$	Dérivée temporelle d'ordre 2 $(\ddot{\blacksquare}) = \frac{d^2(\blacksquare)}{dt^2}$
$ (\cdot) $	Valeur absolue de $(\cdot)$
$\ (\cdot)\ $	Norme de $(\cdot)$

u	Vecteur
A	Matrice

Autres paramètres

(x, y)	Coordonnées sur la plaque ou la surface MPP
(x_0, y_0)	Coordonnées du point d'excitation dans les Chapitres 3, 4 et 6
(x_e, y_e)	Coordonnées du point d'excitation dans le Chapitre 5
(x_g, y_g)	Coordonnées du point d'observation
t	Temps (s)
w_s	Mouvement du solide (m)
w	Mouvement relatif fluide-solide (m)
V	Amplitude de la vitesse relative fluide-solide (m s^{-1})
V_{cr}	Amplitude de la vitesse relative critique (m s^{-1})
ω	Fréquence angulaire de forçage (rad s^{-1})
ω_i	Fréquence angulaire non amortie du mode i (rad s^{-1})
N	Nombre de degrés de liberté (ddl) dans la discrétisation de la plaque
Ψ_i	Forme modale du mode i
N_h	Nombre d'harmoniques
r_i	Résidu pour le mode i
L_Y	Amplitude de la mobilité
λ	Valeur propre
λ_i	Valeur propre du mode i
β	Partie réelle de λ
β_i	Partie réelle de λ_i
γ	Partie imaginaire de λ (rad s^{-1})
γ_i	Partie imaginaire de λ_i (rad s^{-1})
γ_e	Amplitude de l'accélération du forçage externe (m s^{-2})

I_h	Fonction d'inhomogénéité normalisée
f_c	Fréquence caractéristique (Hz)
f_{Biot}	Fréquence de Biot (Hz)
f_{ext}	Force d'excitation externe dans le domaine temporel (N)
$\tilde{f}_{\text{ext}}$	Force d'excitation externe dans le domaine fréquentiel (N)
f_{NL}	Force non-linéaire dans le domaine temporel (N)
$\tilde{f}_{\text{NL}}$	Force non-linéaire dans le domaine fréquentiel (N)
F_{ext}	Amplitude de la force d'excitation externe (N)
$\mathbf{x}$	Vecteur des coefficients de Fourier (m)
$A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij}$	Coefficient de Fourier pour le i ème mode et la j ème harmonique (m)
R_L	Résistance linéaire normalisée
R_{NL}	Résistance non-linéaire normalisée

INTRODUCTION

Vibrations des structures : les enjeux de leurs réductions

Les vibrations et le bruit qu'elles génèrent constituent un problème environnemental majeur, particulièrement lorsqu'elles sont de forte amplitude. Ces vibrations sont majoritairement issues des structures industrielles, des systèmes de transport ou encore du secteur de l'énergie. Ainsi, au Québec, plus de 400 000 personnes sont exposées à des niveaux de bruit élevés dans leur milieu de travail, ce qui peut être dangereux pour leur santé (Girard *et al.*, 2007). Plus généralement, ce sont les populations qui sont affectées par le bruit et les vibrations (Goelzer, Hansen & Sehrndt, 2001), principalement causées par les transports, constitués de nombreuses sources acoustiques et vibratoires (trains, REM (Réseau Express Métropolitain), moteurs, réacteurs, etc.). Cette pollution sonore peut être à l'origine de divers problèmes de santé (surdité, problèmes cardiovasculaires, problèmes de santé mentale, etc.) et perturber les activités sociales.   Montréal, 17 % de la population est fortement impactée par le bruit issu des systèmes de transport (Lebel, Martin & Dubé, 2019). Il est également estimé que le bruit environnemental perturbe le sommeil d'une personne sur cinq à Montréal (Lebel *et al.*, 2019). Son coût annuel au Québec est estimé *a minima*   680 M\$ (Martin, Deshaies & Poulin, 2015). Dans l'industrie, les vibrations des systèmes mécaniques peuvent aussi être à l'origine de graves dysfonctionnements. Par exemple, les turbomachines (Kemp, Hirschberg & Morgan, 1958) ou les compresseurs (Witek, 2009) peuvent induire des vibrations excessives altérant leur fonctionnement.

La réduction vibratoire des sources et des transferts constitue donc un enjeu majeur à la fois pour la société et pour l'industrie, notamment pour les transports, mais aussi dans les domaines de la construction et du bâtiment. Dans le secteur des transports, les tendances vont actuellement vers une diminution de la consommation d'énergie. Un des moyens pour y arriver passe par l'all gement des structures et l'optimisation de l'encombrement. Ces deux objectifs semblent incompatibles avec une diminution du bruit et des vibrations par des solutions passives

conventionnelles (matériaux visco-élastiques, absorbeurs dynamiques, etc.), particulièrement pour de faibles encombrements dans la gamme des basses fréquences (BF). Ces solutions, qui seront brièvement présentées dans le Chapitre 1, ne sont pas toujours efficaces en BF et peuvent ajouter une masse importante à la structure. Des matériaux structurés et des métastructures (matériaux avec des résonateurs périodiques, trous noirs acoustiques, etc.) (Jędrysiak, 2022; Popa, Shinde, Konneker & Cummer, 2015; Song *et al.*, 2020; Xiao, Wen, Wang & Wen, 2013; Robin, Gonzalez, Bohmwald & Meruane, 2023) ont été développés dans cette tendance de réduction de masse. Ces matériaux, qui seront également présentés dans le Chapitre 1, ont une microstructure contrôlée qui leur confère des propriétés physiques remarquables que les matériaux conventionnels n'ont pas nécessairement. Cependant, en basses fréquences, leurs propriétés vibratoires restent insatisfaisantes. Ainsi, il est proposé dans ce doctorat de s'intéresser aux plaques microperforées (MPP pour *MicroPerforated Plate* en anglais) comme solution d'amortissement vibratoire en BF.

Dynamique des plaques microperforées finies

Les plaques microperforées sont des structures simples, principalement connues pour leurs propriétés acoustiques. En effet, lorsqu'elles sont couplées à une cavité d'air, elles forment de bons absorbeurs acoustiques grâce à des effets résistifs et réactifs de nature viscothermique (Maa, 1975). Concernant les aspects vibratoires, les études se sont concentrées sur l'influence des vibrations sur l'absorption acoustique des MPP. Des études qui se sont intéressées à la dynamique des plaques poreuses de dimensions finies saturées par un fluide (Leclaire, Horoshenkov & Cummings, 2001a; Leclaire, Horoshenkov, Swift & Hothersall, 2001b) ont montré que la présence du fluide dans la plaque poreuse induisait, par effet viscothermique, un amortissement ajouté autour d'une fréquence caractéristique. Or, il est désormais établi que les MPP peuvent être identifiées à des plaques poreuses équivalentes (Atalla & Sgard, 2007). Les plaques poreuses pouvant avoir des porosités élevées (au-delà de 30 % pour certaines plaques), leurs fréquences caractéristiques se

situent dans la gamme des moyennes et hautes fréquences, tandis que pour les MPP la porosité peut être plus faible. Ainsi, pour les plaques microperforées, les effets dissipatifs viscothermiques seront maximums autour de la fréquence caractéristique située en BF.

Les plaques microperforées sont généralement dimensionnées et étudiées pour des excitations de faible amplitude. Or, ces structures sont susceptibles d'être utilisées dans des environnements extrêmes (réacteurs, moteurs, etc.) et ainsi être soumises à de forts écoulements de fluide dans les perforations et/ou de forts déplacements de la structure (Park, 2013; Corin & Wester, 2005). Les mécanismes dissipatifs des microperforations peuvent fortement dépendre du niveau d'excitation et notamment impliquer des comportements dits non-linéaires (NL).

Ces travaux de recherche visent donc à proposer et à étudier des solutions d'amortissement passives légères et efficaces dans la gamme des basses fréquences sous faible et fort niveau d'excitation. Il est ainsi proposé dans ce doctorat d'analyser la dynamique des MPP de dimensions finies sous plusieurs régimes d'excitation. Ainsi, le premier chapitre de ce document (Chapitre 1) est consacré à une revue de la littérature qui reprend et affine la problématique de recherche énoncée ci-dessus. Cette revue de la littérature nous permettra de définir précisément les objectifs et la méthodologie de notre recherche. Ainsi, le Chapitre 2 détaille les objectifs de la recherche et les méthodologies proposées pour y répondre. Les développements scientifiques sont présentés du Chapitre 3 au Chapitre 6. Les Chapitres 3 à 5 correspondent à deux articles publiés et un soumis à des revues à comité de lecture. Enfin, le Chapitre 7 propose une synthèse générale des développements scientifiques de ce doctorat.

CHAPITRE 1

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

La revue de la littérature est organisée comme il suit. La Section 1.1 propose un aperçu des méthodes passives d'amortissement vibratoire en mettant l'accent sur les plaques microperforées. La Section 1.2 présente une synthèse des modèles acoustiques et vibroacoustiques utilisés pour caractériser les structures microperforées dans un cadre linéaire. La Section 1.3 propose un aperçu des études réalisées sur des MPP avec des microperforations inhomogènes. Il a été énoncé dans l'introduction que les MPP pouvaient être modélisées comme des matériaux poreux équivalents. Ainsi, la Section 1.4 propose un bref aperçu de la théorie des matériaux poreux en mettant l'accent sur un modèle dynamique pour les plaques poreuses de dimensions finies. La Section 1.5 se concentre sur les différents régimes de non-linéarité possible pour les MPP et sur l'analyse du comportement acoustique des plaques microperforées en régime non-linéaire. Enfin, la Section 1.6 propose une synthèse critique de l'état de l'art.

1.1 Méthodes de réduction vibratoire

L'amortissement implique des forces dissipatives agissant sur un système vibrant pour réduire son énergie mécanique. Deux solutions permettent d'ajouter de l'amortissement externe à un système mécanique pour améliorer sa capacité à dissiper l'énergie : les solutions passives ou réactives et les solutions actives ¹. Les solutions d'amortissement actives ne font pas l'objet de cette thèse et sont volontairement omises ici.

1.1.1 Solutions de réduction passives et réactives

La réduction des vibrations et de leurs transferts par des matériaux passifs ou réactifs est donc à l'origine de nombreuses études. Ainsi, le niveau vibratoire d'une structure peut être réduit à l'aide

¹Dans un souci de synthèse, sont présentées dans cette section seulement quelques solutions de réduction vibratoire passives ou réactives : sans recours à l'utilisation d'une source d'énergie externe supplémentaire. Les solutions de contrôle actives des vibrations nécessitent des sources d'alimentation externes. Des solutions utilisant des capteurs piézoélectriques ont par exemple été proposées (Trindade, Benjeddou & Ohayon, 2001; Kumar & Narayanan, 2008).

de matériaux viscoélastiques ou de patches visco-contraints (Nashif, Jones & Henderson, 1991). Ces matériaux sont utilisés comme revêtement de surface, sur une structure dite «hôte». En vibrant, la structure hôte fait travailler le revêtement en traction-compression pour les matériaux viscoélastiques et en cisaillement pour les matériaux visco-contraints, provoquant une dissipation de l'énergie sous forme de chaleur (Nayfeh, 2004). Ces matériaux sont largement utilisés et efficaces dans la gamme des moyennes et des hautes fréquences. Ils peuvent potentiellement être efficaces en BF si l'épaisseur de la couche de matériau est suffisamment importante, mais alourdissent, dans ce cas, considérablement la structure. De plus, la viscosité d'un matériau, qui correspond à sa capacité à dissiper l'énergie, est fortement dépendante de la température et de la fréquence d'excitation. Les matériaux viscoélastiques sont donc difficilement utilisables dans des milieux extrêmes soumis à de fortes variations de température. Des matériaux composites peuvent également être utilisés, mais leurs propriétés dépendent fortement de l'humidité du milieu et de sa température (Piollet, Fotsing, Ross & Michon, 2019).

Un autre moyen connu pour le traitement des vibrations consiste à rajouter des « absorbeurs dynamiques » sur une structure pour atténuer ses vibrations (Chen & Huang, 2004). Ces dispositifs sont notamment utilisés dans le domaine du bâtiment pour prévenir des agressions dynamiques (chocs, excitations périodiques, séismes, etc.). Bien que potentiellement efficaces en BF, ces dispositifs encombrants alourdissent considérablement la structure.

Depuis quelques années, de nouveaux matériaux émergent : les matériaux structurés ou métastructures, dont la microstructure est contrôlée afin de leur conférer les propriétés mécaniques voulues que les solutions conventionnelles n'ont pas forcément. Il est possible de les classer en deux catégories : i) matériaux structurés à masse réduite (Jędrysiak, 2022; Abdeljaber, Avci, Kiranyaz & Inman, 2017; Robin *et al.*, 2023; Pelat, Gautier, Conlon & Semperlotti, 2020) et ii) matériaux structurés à masse augmentée *via* l'ajout de systèmes périodiques résonants sur la structure par exemple (Song *et al.*, 2020; Peng, P. & Deng, 2015; Xiao *et al.*, 2013; Sun, Du & Pai, 2010). Des exemples de matériaux structurés, utilisés en vibration, sont proposés dans la Figure 1.1.

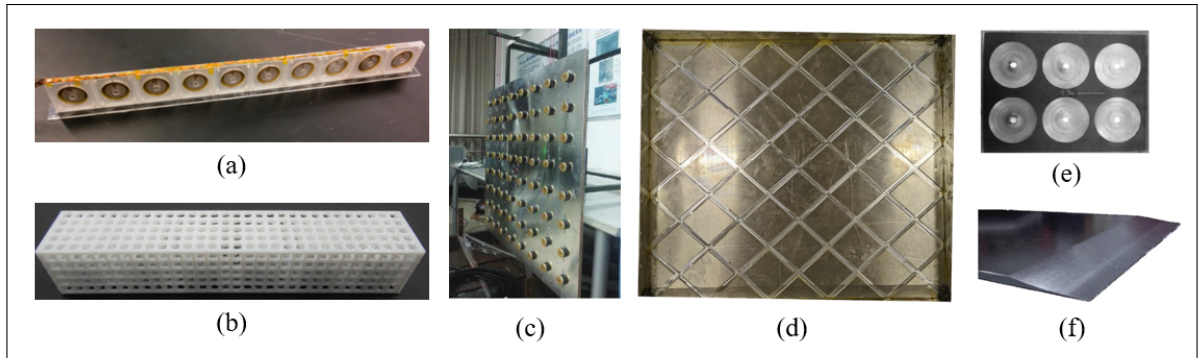


Figure 1.1 Exemples de matériaux structurés à masse réduite et à masse augmentée : (a) — poutre avec des résonateurs périodiques, Tirée de Popa *et al.* (2015), (b) — structure architecturée élastique réalisée en impression 3D, Tirée de Matlack *et al.* (2016), (c) — plaque de panneaux sandwichs en métamatériaux avec des résonateurs périodiques, Tirée de Song *et al.* (2020), (d) — plaque avec un enlèvement de matière périodique, Tirée de Robin *et al.* (2023), (e) — trou noir acoustique circulaire 2D, Tirée de Zhao & Prasad (2019), (f) — trou noir acoustique 1D, Tirée de Pelat *et al.* (2020)

Dans le cadre de ce doctorat, nous allons nous concentrer sur les matériaux structurés à masse réduite dont l'objectif est de concevoir des structures plus légères et ayant un comportement vibroacoustique amélioré par rapport à leurs versions homogènes. Dans cette optique, des matériaux/structures comprenant des singularités (comme du retrait de matière) réparties de manière périodique sur la structure ont été proposés. Cet arrangement permet l'émergence de bandes interdites (ou bandes de Bragg) qui sont exploitées pour réduire les vibrations structurales en enlevant de la matière (Robin *et al.*, 2023; Pelat, Gallot & Gautier, 2019). Bien qu'intéressantes et innovantes, les propriétés acoustiques et vibratoires de ces matériaux en BF ne sont pas toujours satisfaisantes. Les structures comprenant des «trous noirs acoustiques» s'inscrivent également dans la catégorie des matériaux structurés à masse réduite et permettent de réduire l'amplitude des vibrations passivement sans ajout de masse (Denis, Pelat, Gautier & Elie, 2014; Pelat *et al.*, 2020). Le principe consiste en un amincissement local de la structure qui est recouvert d'un matériau viscoélastique. L'augmentation locale de l'amplitude vibratoire déforme et sollicite fortement le matériau viscoélastique donnant lieu à une augmentation de l'amortissement. Ces dispositifs (métastructures et trous noirs acoustiques) sont originaux, mais ils sont peu efficaces en BF.

En résumé, l'état de l'art suggère que l'amortissement structural passif sans ajout de masse dans le domaine des BF n'est toujours pas bien maîtrisé. Une autre approche pourrait alors consister à modifier la structure elle-même en la perforant afin d'introduire un amortissement ajouté en basses fréquences. Les plaques microperforées sont alors une solution avantageuse qui apparaît comme une bonne alternative aux matériaux précédemment présentés en termes d'isolation vibratoire en BF sans ajout de masse.

1.1.2 Plaques microperforées (MPP)

Les plaques microperforées s'inscrivent dans la catégorie des matériaux structurés à masse réduite (c.f. Figure 1.2a et Figure 1.3). Contrairement à une plaque perforée, pour une plaque microperforée, le diamètre des perforations est de l'ordre de l'épaisseur des couches limites viscothermiques dans le domaine des fréquences considérées. Dans ce type de perforation, les effets viscothermiques sont non négligeables.

Comparées aux matériaux absorbants conventionnels, les plaques microperforées offrent plusieurs avantages. Ainsi, elles permettent, lorsqu'elles sont couplées à une cavité d'air (c.f. Figure 1.2b), d'avoir de très bonnes propriétés d'absorption acoustique en moyenne et basse fréquence (dépendamment de la profondeur de cavité) grâce à des effets réactifs et résistifs de nature viscothermique (Maa, 1987; Atalla & Sgard, 2007). Ces mécanismes dissipatifs viscothermiques se produisent à l'interface fluide-structure dans les couches limites des perforations et permettent la dissipation de l'énergie sous forme de chaleur. Ces effets dissipatifs sont ainsi étroitement liés à l'épaisseur des couches limites, apparaissant quand le fluide entre en mouvement dans les perforations. Pour les MPP, le rapport entre le rayon des perforations $d/2$ et l'épaisseur de la couche limite visqueuse acoustique δ_v est de l'ordre de l'unité. Ce rapport est directement lié au nombre de cisaillement $S_h = d/(2\delta_v)$. Ainsi, lorsque le nombre de cisaillement est de l'ordre de l'unité, les couches limites visqueuses occupent toute la section transversale de la perforation et permettent la dissipation de l'énergie acoustique (c.f. Figure 1.2c) (Maa, 1975, 1987; Billard, Tissot, Gabard & Versaevel, 2021). L'épaisseur des couches limites étant

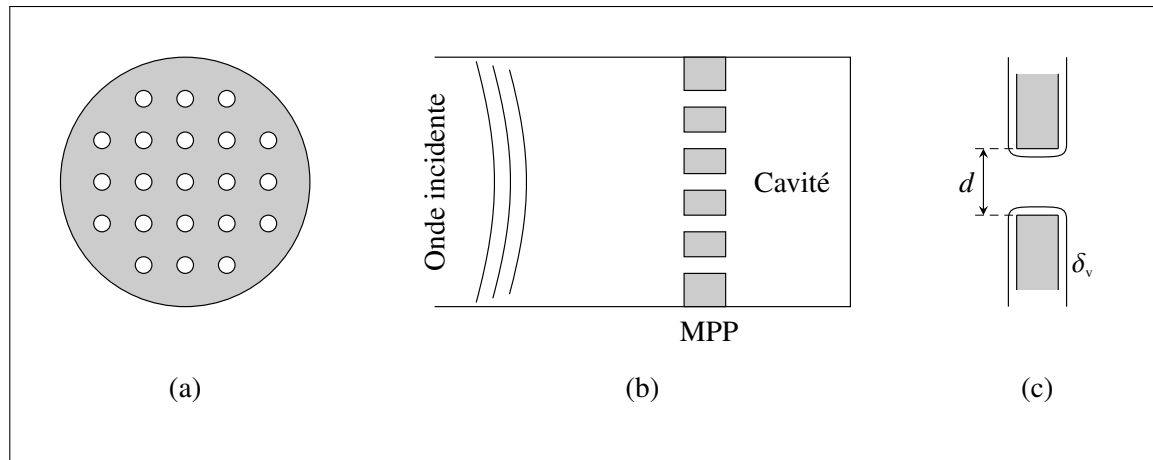


Figure 1.2 Plaque microperforée (vue de face en (a)) couplée à une cavité en (b). La section transversale d'une perforation avec une couche limite visqueuse est illustrée en (c). Les couches limites thermiques ne sont, ici, pas représentées par souci de clarté. Adaptée de Aulitto (2023)

dépendante de la fréquence, le diamètre de la microperforation peut être ajusté en fonction des fréquences d'intérêts.

Les MPP ont l'avantage d'être simples, robustes et sans fibres (moins polluantes avec un risque de dégradation réduit). Ces absorbeurs acoustiques peuvent également être fabriqués à partir d'une multitude de matériaux et ainsi être utilisés dans des environnements extrêmes (moteur, réacteur, écran routier, etc.) (c.f. Figure 1.3). Il est possible de trouver des MPP en bois (Stremtan, Garai & Lupea, 2012), en plexiglas avec des propriétés de transparence acoustique (Atanasiu & Sorohan, 2016), etc. Les plaques microperforées sont utilisées dans de nombreux domaines (bâtiment, transport, etc.). Ainsi, les plaques microperforées sont implémentées dans de nombreux systèmes comme les scanners IRM (Li & Mechefske, 2010), les revêtements acoustiques dans des conduits d'écoulements (Wu, 1997), etc. Les MPP sont aussi employées pour créer des environnements acoustiques confortables (Adams, 2017) et peuvent être utilisées pour réduire le bruit de l'habitacle dans les automobiles et les véhicules blindés (Ang, Koh & Lee, 2016). Ces structures sont aussi utilisées dans des milieux soumis à des réglementations en termes d'hygiène comme le domaine médical ou dans des environnements pouvant contenir des denrées alimentaires (Yang *et al.*, 2022). Les plaques microperforées sont également utilisées

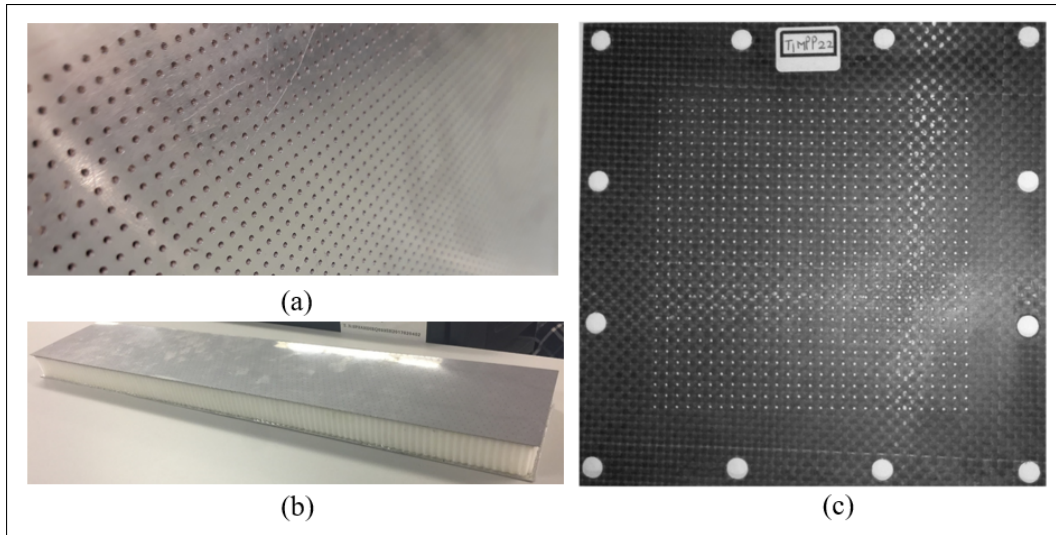


Figure 1.3 Exemples de plaques microperforées : (a) — plaque microperforée en aluminium usinée à l'ÉTS, (b) — plaque microperforée couplée à une structure en nid d'abeilles, Tirée de Zhang *et al.* (2020), (c) — plaque microperforée en carbone conçue pour la coiffe d'un lanceur, Tirée de Park (2013)

dans des milieux extrêmes soumis à de fortes amplitudes de déplacement, de forts écoulements de fluide ou encore à des températures élevées (Xie, Wang, Feng & Yang, 2020; Park, 2013). Par exemple, des MPP peuvent être implémentées dans les nacelles des turboréacteurs ou à l'intérieur des moteurs (Corin & Wester, 2005), etc.

1.2 Plaques microperforées homogènes en régime linéaire

Dans ce document, on appelle plaques microperforées homogènes des MPP avec des microperforations de diamètre constant réparties de façon homogène sur la surface. Afin d'analyser le comportement acoustique de ces structures, plusieurs approches sont proposées dans la littérature. Ainsi, l'absorption acoustique des MPP peut être caractérisée, entre autres, *via* des modèles basés sur i) les équations de Kirchhoff (Maa, 1975, 1987, 1997), ii) les travaux de Champoux et Stinson (Champoux & Stinson, 1992) et le modèle Johnson-Champoux-Allard appliqué aux plaques microperforées (Atalla & Sgard, 2007). Ces travaux ont été étendus dans un contexte vibroacoustique, où les propriétés acoustiques des MPP ont été étudiées à la lumière des vibrations structurales (Takahashi & Tanaka, 2002; Bravo, Maury & Pinhède, 2012b; Lee & Lee,

2007). Cette section propose un aperçu non exhaustif des modèles utilisés pour caractériser le comportement acoustique et vibroacoustique des structures microperforées en régime linéaire.

1.2.1 Comportements acoustiques des structures microperforées

La caractérisation acoustique des plaques microperforées passe entre autres par le calcul de l'impédance acoustique définie par

$$Z_{MPP} = \frac{\Delta P}{v_f}, \quad (1.1)$$

où $\Delta P = P_2 - P_1$ représente la différence de pression de part et d'autre de la MPP et v_f la vitesse du fluide dans les microperforations suivant la direction de l'écoulement. En fonction de l'épaisseur des couches limites et donc de la fréquence d'intérêt, le profil d'écoulement du fluide dans les perforations est modifié (c.f. Figure 1.4). Pour des perforations dont le diamètre est de l'ordre des couches limites, l'écoulement est de type Poiseuille. En haute fréquence, le profil de cet écoulement est modifié *via* l'ajout de fonctions correctives (Johnson, Koplik & Dashen, 1987). Lorsque les perforations ont un diamètre largement supérieur à l'épaisseur des couches limites, l'écoulement n'est plus parabolique (c.f. Figure 1.4(c)).

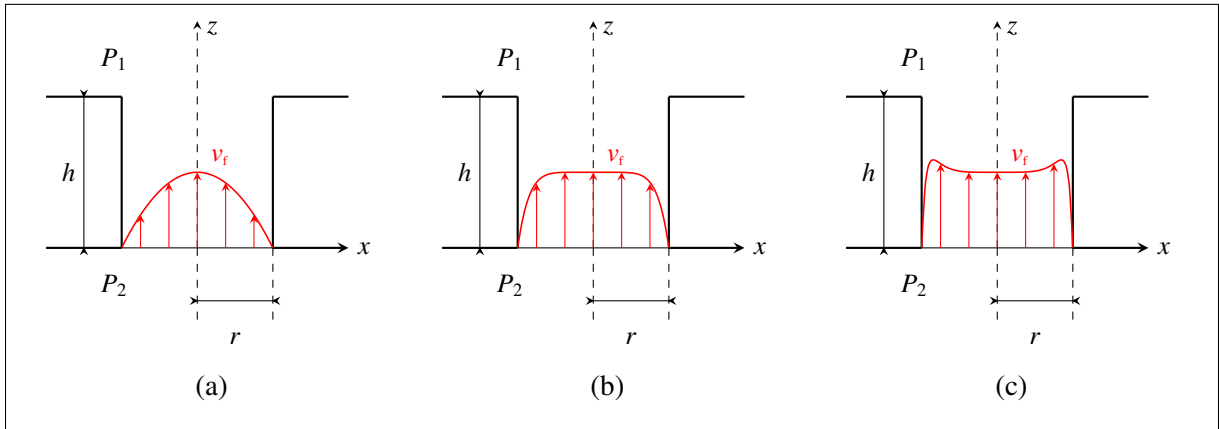


Figure 1.4 Schéma d'une microperforation de rayon r et d'épaisseur h soumise à une excitation acoustique avec un profil de vitesse axiale : (a) — écoulement de type Poiseuille en BF pour des perforations dont le diamètre est de l'ordre des couches limites, (b) — écoulement en HF avec modification du profil de Poiseuille pour des perforations dont le diamètre est de l'ordre des couches limites (Johnson *et al.*, 1987) et (c) — écoulement pour des perforations dont le diamètre est grand devant l'épaisseur des couches limites

Dans le cas général, l'impédance acoustique (Équation (1.1)) est une grandeur complexe qui peut s'écrire $Z_{MPP} = R_L + j\omega I_L$. Sa partie réelle R_L est appelée résistance et rend compte des effets résistifs dans les microperforations. Sa partie imaginaire, I_L appelée réactance, décrit les effets réactifs (effets de masse ajoutée) de l'air dans les microperforations. Il existe aujourd'hui plusieurs théories et modèles linéaires pour les plaques microperforées qui sont présentées brièvement dans les paragraphes qui suivent.

Modèles basés sur les équations de Kirchhoff : le modèle de Maa

L'une des premières études sur le comportement acoustique des microperforations est réalisée par Crandall (1926). Elle est basée sur une généralisation de la théorie de Kirchhoff qui modélise la propagation d'une onde acoustique dans des tubes fins infinis de section circulaire. Une des principales limites de l'analyse proposée par Crandall est qu'elle ne prend pas en compte des effets visqueux du fluide contenu dans les tubes. En d'autres termes, le rayonnement acoustique en entrée et en sortie des tubes est négligé. Les travaux de Crandall sont repris par Thurston qui propose une formulation de l'impédance acoustique d'une MPP en considérant des tubes fins de longueurs finies (Thurston, 1952). Cette approche est reprise par Maa qui établit une formulation simple pour l'impédance acoustique d'une MPP basée sur quatre équations (Maa, 1975, 1987, 1994, 1997) :

1. les équations de conservation de la masse de Kirchhoff ;
2. les équations de Navier-Stokes ;
3. les équations d'état du fluide présent dans les microperforations, ici, de l'air ;
4. les équations de conduction de la chaleur.

Ces équations sont linéarisées et simplifiées pour obtenir l'impédance acoustique (Équation (1.1)). La composante radiale de la vitesse du fluide v_f dans les microperforations est négligée et la composante axiale est considérée comme étant constante sur la surface de la microperforation.

Maa propose ainsi une expression simplifiée de l'impédance d'une microperforation qui s'écrit

$$Z_{\text{MPP}_{\text{Maa}}} = \frac{8\mu_f}{\rho_f r^2} \left(\sqrt{1 + \frac{X^2}{32}} + \underbrace{\frac{\sqrt{2}rX}{4h}}_B \right) - j\rho_f \omega h \left(1 + \frac{1}{\sqrt{9 + \frac{X^2}{2}}} + \underbrace{\frac{1,7r}{h}}_C \right), \quad (1.2)$$

où $X = r\sqrt{\omega/\mu_f}$, avec r le rayon de la perforation, h son épaisseur, μ_f la viscosité dynamique du fluide et ρ_f sa densité. Dans le modèle proposé par Maa, le rayonnement acoustique à l'embouchure est pris en compte en appliquant une double correction (une correction de part de l'autre de la microperforation) sur la réactance. Cette correction correspond au terme C dans l'Équation (1.2). La distorsion du flux d'air en sortie des perforations induit une augmentation des effets viscothermiques. Ce mécanisme est pris en compte en modifiant la résistance acoustique de la MPP avec le terme B dans l'Équation (1.2) (Rayleigh, 1896).

Modèle de fluide équivalent

Les plaques microperforées peuvent également être modélisées comme un matériau poreux équivalent (Zwikker & Kosten, 1949). Le comportement acoustique de matériaux poreux avec une géométrie proche de celle des MPP (pores droits et alignés) a d'ailleurs été étudié en utilisant une approche de type fluide équivalent (Champoux & Stinson, 1992).

Ainsi, il a été proposé par Atalla & Sgard (2007) d'utiliser l'approche de fluide équivalent, développée par Johnson-Allard (Johnson *et al.*, 1987) pour l'étude des matériaux poreux, afin de modéliser une MPP à squelette infiniment rigide couplée à une cavité. Dans cette approche, le fluide saturant est vu comme un fluide équivalent avec une tortuosité dynamique qui dépend du milieu avec lequel la MPP est couplée. L'impédance de surface de la MPP couplée à une cavité d'air est définie en tenant compte des effets résistifs et inertiels. Pour les MPP, la longueur du déplacement de la masse d'air embarquée dans les microperforations est plus importante que l'épaisseur de la structure. Ces phénomènes modifient les parties réactives et résistives de l'impédance acoustique et sont pris en compte via des longueurs de corrections appliquées sur la tortuosité (Atalla & Sgard, 2007; Jaouen & Bécot, 2011).

Pour des perforations à section circulaire, d'épaisseur constante, les paramètres macroscopiques issus de la théorie de Biot sont adaptés pour les MPP (Allard & Atalla, 2009) (c.f. Section 1.4.1). Ainsi, la résistivité au passage de l'air, la tortuosité et les longueurs caractéristiques visqueuses et thermiques sont définies à partir des paramètres du fluide, du taux de perforation et du diamètre des perforations ².

1.2.2 Comportements vibroacoustiques des structures microperforées flexibles

Des travaux de recherche se sont également intéressés à l'analyse de l'influence des vibrations des plaques microperforées sur leurs comportements acoustiques. Les couches limites viscothermiques apparaissant dans les microperforations lors d'une excitation acoustique induisent un couplage entre le fluide dans les microperforations et la structure environnante. Ainsi, même pour des excitations acoustiques de faible amplitude, ce couplage fluide-structure peut induire des vibrations de la plaque microperforée. Les résonances structurelles ont une influence sur le comportement acoustique des MPP, en particulier lorsque la plaque vibre en phase avec le fluide (Bravo *et al.*, 2012b). Une synthèse des approches vibroacoustiques pour caractériser les plaques microperforées flexibles est proposée dans les prochains paragraphes.

Les premiers travaux sur la réponse vibroacoustique des MPP utilisent des approches électro-acoustiques comme celle proposée par Kang et Fuchs (Kang & Fuchs, 1999). Les effets acoustiques et les effets vibratoires sont étudiés séparément puis additionnés comme des résistances électriques en parallèle

$$\frac{1}{Z_{\text{MPP}}^*} = \frac{1}{Z_{\text{MPP}}} + \frac{1}{Z_{\text{vib}}}, \quad (1.3)$$

avec Z_{MPP} l'impédance de Maa obtenue *via* l'Équation (1.2) caractérisant les effets acoustiques et Z_{vib} représentant les vibrations sur le premier mode de la plaque équivalente sans microperforations. Les interactions entre le fluide et la structure ne sont donc pas prises en compte avec cette

²Le taux de perforation, la résistivité au passage de l'air et la tortuosité sont définis pour une MPP dans les Chapitres 3 à 5. Les longueurs caractéristiques viscothermiques sont quant à elles égales au rayon hydraulique : le rayon des microperforations.

modélisation par analogie électroacoustique. Cette approche a notamment été utilisée pour caractériser le facteur de transparence acoustique d'une MPP (Dupont, Pavic & Laulagnet, 2003).

Takahashi et Tanaka sont les premiers à étudier la vibroacoustique des MPP en prenant en compte les interactions entre le fluide dans les perforations et le solide (Takahashi & Tanaka, 2002). En introduisant la notion de vitesse relative entre le fluide et le solide, ils analysent l'effet de l'élasticité d'une MPP infinie en flexion sur son absorption acoustique à partir du modèle de Biot (1956a,b) couplé à celui de Maa (1997). Lorsque la MPP est excitée acoustiquement, son élasticité engendre sa vibration par couplage vibroacoustique et modifie l'amplitude de l'absorption acoustique. Sous l'hypothèse que l'écoulement est continu au niveau des parois de la MPP, le champ vibratoire à la surface de la MPP excitée acoustiquement est composé de deux vitesses : i) la vitesse du solide, ii) la vitesse relative qui fait intervenir la vitesse du solide, celle du fluide dans les perforations et le taux de perforation de la MPP. En fonction de l'épaisseur de la MPP, l'effet des vibrations sur le système, comprenant la MPP couplée à une cavité, peut augmenter sensiblement l'absorption acoustique ou la diminuer (Takahashi & Tanaka, 2002). L'épaisseur de la MPP modifie ses fréquences de résonances et influence les mécanismes dissipatifs des microperforations qui sont régis par l'épaisseur des couches limites viscothermiques. Lorsqu'elles sont du même ordre de grandeur que le diamètre des perforations, les mécanismes de dissipations viscothermiques sont maximisés. Ainsi, Takahashi et Tanaka mettent en évidence la corrélation entre la taille des perforations et l'absorption acoustique des MPP (Takahashi & Tanaka, 2002). Ce modèle est également utilisé pour étudier le rayonnement acoustique d'une MPP couplée à une cavité d'air en nid d'abeille (Toyoda & Takahashi, 2005; Toyoda, Tanaka & Takahashi, 2007). Il est montré que le rayonnement acoustique diminue significativement autour de la résonance du résonateur de Helmholtz, formé par la cavité d'air et les perforations. Alors que l'approche de Takahashi et Tanaka (2002) considèrent une plaque microperforée vibrante de dimensions infinies, Putra & Thompson (2010) développent des modèles pour le rayonnement acoustique de MPP de dimensions finies à partir d'un modèle de rayonnement de plaque non-perforée (Laulagnet, 1998). Putra *et al.* montrent que le taux de perforation et le

diamètre des perforations a également une influence sur l'efficacité du rayonnement acoustique des MPP qui diminue lorsque le taux de perforation augmente (Putra & Thompson, 2010).

En parallèle, Lee *et al.* reprennent les travaux de Takahashi & Tanaka (2002) et calculent l'absorption acoustique d'une MPP flexible de dimensions finies couplée à une cavité acoustique en projetant les modes acoustiques de la cavité sur les modes propres d'une plaque non-perforée (Lee, Lee & Ng, 2005). Deux effets d'absorption sont pris en compte : i) les effets de dissipation viscothermiques des microperforations, ii) les effets des vibrations de la plaque. Lee *et al.* mettent en avant l'influence des vibrations de la MPP sur ses performances acoustiques. Il est ainsi montré que le pic (ou le creux) d'absorption dû aux vibrations de la MPP peut être élargi sur une bande de fréquence en choisissant un jeu de paramètres approprié, de façon à ce que la fréquence de résonance de vibration de la plaque microperforée, soit supérieure à la fréquence du pic d'absorption.

Les travaux de Lee *et al.* (2005) sont repris pour étudier l'absorption acoustique de plaques microperforées, flexibles et incurvées, soutenues par une cavité d'air, en utilisant une analogie électroacoustique (Lee & Lee, 2007). Il est observé que les microperforations induisent un amortissement structural ajouté. Cependant, cet amortissement ajouté n'a pas été quantifié et sa sensibilité aux paramètres géométriques n'a pas encore été étudiée.

En continuité des recherches menées (Takahashi & Tanaka, 2002; Lee *et al.*, 2005; Lee & Lee, 2007; Sakagami, Morimoto & Yairi, 2009), Toyoda *et al.* (Toyoda, Mu & Takahashi, 2010) montrent que pour une MPP flexible de dimension finie couplée à une cavité excitée acoustiquement, il est possible de découpler deux phénomènes d'absorption : i) l'absorption due aux vibrations causées par les modes propres de la MPP, ii) l'absorption due aux résonances du système de masse-ressort composé de la masse d'air dans les perforations et de la cavité en arrière. Ce comportement est assimilable à celui d'un piston et il est ainsi possible de voir les perforations comme une matrice de piston d'air bafflé, vibrant avec une phase dépendant des modes de vibrations de la MPP.

Le modèle proposé par Lee *et al.* (Lee *et al.*, 2005) a été étendu et des approches modales sont proposées, à partir des travaux de Bell (Bell *et al.*, 2012) par Bravo *et al.* (Bravo, Maury & Pinhède, 2012a; Bravo *et al.*, 2012b) pour calculer le coefficient d'absorption et la perte de transmission acoustique d'un système composé d'une MPP de dimension finie couplée à une cavité d'air et à une plaque mince rigide. Ces travaux ont montré que la vitesse relative entre la structure et le fluide environnant, proposée par Takahashi et Tanaka (Takahashi & Tanaka, 2002), doit être prise en compte lors de l'étude des vibrations de la MPP. De plus, les auteurs observent expérimentalement que l'amplitude vibratoire de la plaque non perforée est plus importante que celle de la plaque microperforée. L'influence des résonances structurelles et acoustiques a également été étudiée pour élargir les bandes d'absorption des absorbeurs MPP flexibles avec des bords élastiquement retenus en utilisant une méthode de superposition modale (Bravo, Maury & Pinhède, 2013).

Lors de la vibration de la MPP flexible, les particules de fluide à l'interface fluide solide dans les perforations adhèrent à la paroi solide des microperforations à cause des conditions de non-glissement. Sous cette condition limite, la vitesse de ces particules de fluides est égale à la vitesse de vibration de la MPP (Li, Cazzolato & Zander, 2016). Ainsi, dans le modèle proposé par Maa (1997), l'impédance acoustique des perforations n'est pas constante, mais varie en fonction de la position des perforations sur la surface de la MPP. Li *et al.* (2016) proposent de prendre en compte cette condition limite de non-glissement à l'interface fluide solide dans les perforations. L'impédance acoustique de la MPP est alors vue comme une fonction de l'espace. Il est intéressant de noter que la vitesse des particules dépend de la position sur la plaque et donc des modes de vibration. Ces derniers sont impactés par les conditions limites de la MPP de dimension finie. Ainsi, Tournadre, Temiz, Martinez-Lera, De Roeck & Desmet (2016) ont utilisé la méthode des éléments finis pour évaluer les effets des conditions aux limites sur un système MPP vibroacoustique couplée.

Les approches précédemment proposées dans cette section se sont intéressées aux comportements acoustiques et/ou vibroacoustiques des MPP. Les aspects vibratoires sont étudiés pour des considérations acoustiques (rayonnement acoustique, transmission acoustique, absorption

acoustique). La dynamique des MPP a cependant fait l'objet d'une thèse de doctorat (Régniez, 2015). L'influence des microperforations sur la dynamique d'une structure en nid d'abeille contenant une MPP est étudiée sur une large bande de fréquence. Les mécanismes dans les microperforations sont modélisés comme un système de masse-ressort-amortisseur. L'amortissement ajouté par les microperforations, observé par Lee & Lee (2007) pour une MPP flexible dans un fluide léger (de l'air) ou par Ito, Shintani & Nakagawa (2012) pour une MPP dans un fluide lourd (de l'eau) est cependant négligeable dans le cas des structures étudiées (nids d'abeille microperforés). Ceci est notamment dû au domaine de fréquence considéré (loin des fréquences maximisant les effets viscothermiques et donc les dissipations associées) et à la complexité de la structure étudiée.

1.3 Propagation acoustique dans des plaques microperforées inhomogènes

Dans la section précédente, les plaques microperforées étudiées présentaient des motifs de perforation circulaire, de diamètre constant et réparti de façon homogène sur toute la surface de la plaque. Les mécanismes dissipatifs des microperforations sont sensibles : au diamètre des perforations, au taux de perforation (Putra & Thompson, 2010), au motif de perforation (Ning, Ren & Zhao, 2016) et à la répartition des perforations (Chevillotte, 2012). Ainsi, afin d'améliorer l'efficacité de l'absorption acoustique des MPP, plusieurs auteurs ont proposé des MPP avec : i) plusieurs jeux de perforation ; ii) des perforations distribuées de façon inhomogène sur la surface, iii) une combinaison de i) et ii). Trois exemples de MPP inhomogènes sont donnés dans la Figure 1.5. Cette section propose un aperçu des approches utilisées pour analyser le comportement acoustique des MPP inhomogènes en régime linéaire.

1.3.1 MPP avec plusieurs jeux de microperforations

Il est établi que les mécanismes dissipatifs des microperforations sont maximisés lorsque les épaisseurs des couches limites viscothermiques et le diamètre des perforations sont du même ordre de grandeur. L'épaisseur des couches limites étant régie par la fréquence, le diamètre de la microperforation peut être ajusté en fonction de la bande de fréquence d'intérêt pour

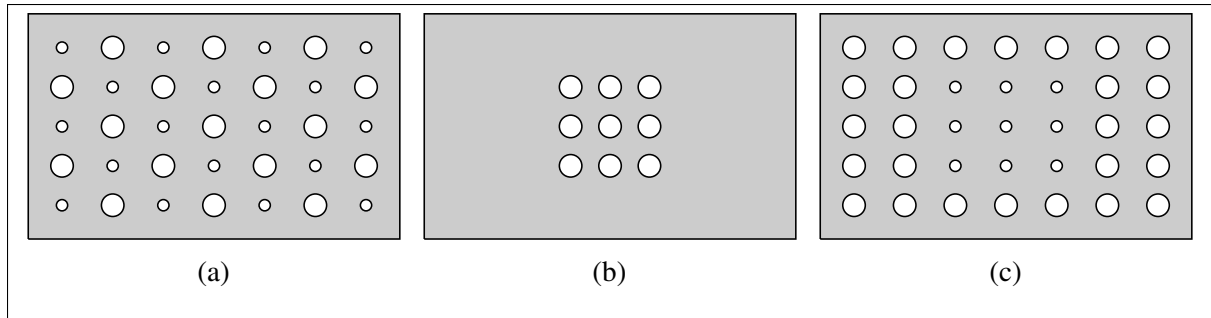


Figure 1.5 Plaques microperforées inhomogènes : en (a) — une MPP avec deux jeux de perforation homogènes ; en (b) — une MPP avec un jeu de perforation inhomogène ; en (c) — une MPP avec deux jeux de perforations inhomogènes

maximiser l'absorption acoustique. Proposer une MPP avec plusieurs jeux de microperforations peut permettre d'améliorer l'absorption acoustique d'une MPP sur une plus large bande de fréquence (Miasa, Okuma, Kishimoto & Nakahara, 2007; Kim & Yoon, 2017). Des approches analytiques par analogie électroacoustique sont ainsi proposées pour modéliser des MPP avec plusieurs jeux de microperforations (Carbajo, Ramis, Godinho & Amado-Mendes, 2018, 2019; Qian *et al.*, 2014). Dans ces approches, la MPP avec n jeux de perforation est vue comme n MPP homogènes équivalentes ayant chacune son impédance acoustique. L'impédance acoustique totale est par la suite obtenue en sommant les n impédances pour les MPP homogènes équivalentes comme des résistances en parallèle. Expérimentalement, il est montré qu'une MPP avec plusieurs jeux de perforations présente une absorption acoustique élevée sur une gamme de fréquences plus large qu'une MPP avec un seul diamètre de perforation (Miasa *et al.*, 2007). Miasa *et al.* concluent qu'une MPP avec plusieurs jeux de perforations combine les effets et les avantages de chaque MPP avec un seul jeu de perforation.

1.3.2 MPP avec des répartitions inhomogènes des microperforations

Il a été montré que pour une MPP flexible, l'impédance acoustique pouvait être écrite comme une fonction dépendant de l'espace (Li *et al.*, 2016). La répartition des perforations peut donc avoir une influence sur l'absorption acoustique des MPP flexibles et donc sur l'amortissement ajouté des MPP. Ainsi, Mosa *et al.* étudient l'absorption acoustique d'une MPP avec plusieurs

jeux de perforations réparties par zone (Mosa, Putra, Ramlan, Prasetyo & Esraa, 2019). Dans leur approche, chaque zone, appelée « sous-MPP » est couplée à une cavité dont la profondeur est ajustée en fonction du diamètre des microperforations de la sous-MPP avec laquelle elle est couplée. Analytiquement, l'impédance de chaque sous-MPP est calculée et l'impédance globale de la MPP inhomogène est obtenue à l'aide d'une approche électroacoustique. Les résultats montrent que l'introduction des perforations inhomogènes améliore la capacité d'absorption de la MPP inhomogène par rapport à la MPP homogène. Numériquement, l'effet de la répartition spatiale des perforations est pris en compte sur l'absorption acoustique par Temiz, J. Tournadre, Arteaga, Martínez-Lera & Hirschberg (2017). L'approche utilisée suppose que les perforations sont réparties en patch d'impédance discret sur la surface de la structure étudiée (Ouisse, Maxit, Cacciolati & Guyader, 2004; Maxit, Yang, Cheng & Guyader, 2012). Cette modélisation est basée sur l'approche des fonctions de transfert de patch (PTF pour *Patch Transfert Function* en anglais) en partant de la formulation de l'impédance de Maa (1997). Cette approche permet d'assembler différents sous-systèmes vibroacoustiques au travers de surfaces couplées. Hua, Sobecki, Egan & Wang (2018) utilisent également les microperforations sous forme de patch sur un tuyau afin de réduire ses résonances axiales. Plusieurs positions des patchs sont étudiées et leurs performances sont évaluées en comparant les niveaux acoustiques à la sortie du tuyau d'échappement avec et sans les patchs microperforés. Ils concluent que la présence de patchs microperforés aide à réduire les résonances des tuyaux. Pour une géométrie de structure plus complexe, l'utilisation des techniques de modélisation de sous-structuration existantes peut être fastidieuse. Pour aborder le problème, une méthode de modélisation de sous-structuration tridimensionnelle plus efficace est proposée (Zhang, Cheng, Liu & Du, 2021).

L'influence des perforations sur l'amplitude de vibration de plaque perforée fait également l'objet d'étude. Ainsi, des MPP avec plusieurs jeux de perforations sont modélisées numériquement et étudiées expérimentalement (Putra, Rivai, Mun & Muhammad, 2013; Putra, Cheah, Muhammad, Rivai & Wai, 2014). Les auteurs montrent que les perforations augmentent l'amplitude de déplacement de la plaque par rapport à une plaque sans perforation. Ainsi, plus le taux de perforation augmente et plus l'amplitude de déplacement est importante. De plus, si les

perforations sont concentrées au centre de la plaque en conditions limites libre-libre l'amplitude de déplacement est augmentée par rapport à une plaque avec des perforations uniformément distribuées. Les auteurs expliquent que les perforations diminuent la rigidité de la structure et par conséquent augmentent l'amplitude des déplacements. À noter que dans le cas de ces travaux, les perforations ne sont pas de l'ordre des couches limites et qu'aucun mécanisme de dissipation viscothermique n'est pris en compte.

1.4 Matériaux poreux et interactions fluide-structure

Dans les travaux cités jusqu'à maintenant, peu de travaux ont proposé des modèles pour l'étude du comportement vibratoire des MPP. Or, il a été montré dans la Section 1.2 que les plaques microperforées pouvaient être modélisées comme des matériaux poreux équivalents (Atalla & Sgard, 2007). Dans le domaine de matériaux poreux, les vibrations de plaques poreuses saturées d'air ont été étudiées (Leclaire *et al.*, 2001a). Ainsi, cette section propose un aperçu de la théorie des matériaux poreux et met l'accent sur un modèle dynamique pour les plaques poreuses de dimensions finies.

1.4.1 Propagation acoustique dans les matériaux poreux saturés d'air

Les matériaux poreux sont composés de deux phases, une phase solide appelée squelette solide et une phase fluide. Le matériau poreux est saturé d'air dans ses pores, le fluide interne est dit saturant. La modélisation acoustique des matériaux poreux fait intervenir plusieurs paramètres macroscopiques équivalents. Dans de nombreux cas, il est possible de considérer que le squelette solide est beaucoup plus rigide et lourd que l'air. Les ondes acoustiques se propagent alors que dans le fluide saturant. Ce cas est décrit par le modèle de fluide équivalent qui est un cas particulier de la théorie de Biot (1956a,b). Dans le modèle de fluide équivalent, les interactions fluide-structure sont prises en compte par deux facteurs fréquentiels : la tortuosité dynamique du milieu définie par Johnson *et al.* (1987) et la compressibilité dynamique de l'air saturant le matériau poreux donnée par Allard & Champoux (1992). Les paramètres macroscopiques, introduits dans ce qui suit sous cette approche et sont notamment ceux de la théorie de Biot

(1956a,b). Ils sont utilisés dans le modèle de Johnson-Champoux-Allard (JCA) (Johnson *et al.*, 1987; Champoux & Allard, 1991)³.

Porosité ouverte — La porosité ouverte est un invariant qui ne dépend que du matériau. Elle s'écrit comme le rapport du volume d'air dans les pores connectés à l'extérieur sur le volume total du matériau.

Résistivité au passage de l'air — La résistivité au passage de l'air représente la résistance au passage de l'air d'un écoulement quasi-statique (ondes acoustiques dans l'air au repos) à traverser les pores d'un matériau. Elle relie la vitesse du fluide dans les pores au gradient de pression selon la loi de Darcy (Scheidegger, 1974) et dépend de la viscosité dynamique du fluide.

Tortuosité — Dû à la géométrie du squelette du matériau poreux, le chemin emprunté par l'écoulement fluide associé au passage de l'onde est sinueux. La tortuosité est définie pour rendre compte de ce phénomène. Elle représente la dispersion des vitesses microscopiques autour de leur moyenne macroscopique.

Longueurs caractéristiques — Les longueurs caractéristiques visqueuses et thermiques sont définies afin de délimiter les limites hautes et basses fréquences de la propagation dans les matériaux poreux. La longueur caractéristique visqueuse est un paramètre moyenné qui permet de tenir compte des frictions visqueuses entre les différentes couches de fluide dans les couches limites au voisinage du solide et d'intégrer la complexité des pores à haute fréquence (Johnson *et al.*, 1987). La longueur caractéristique thermique permet également de tenir compte de la complexité de la géométrie des pores à haute fréquence ainsi que des frictions thermiques entre les différentes couches de fluide dans les couches limites thermiques à l'interface fluide solide. Elle est définie en continuité des travaux de Johnson *et al.* par Champoux & Allard (1991).

La théorie de Biot modélise le comportement mécanique des matériaux poreux (Biot, 1956a,b, 1962). Ce modèle est une théorie générale de la propagation des ondes dans un milieu poreux saturé par un fluide. Elle permet d'écrire les équations entre les contraintes et les déformations

³Les paramètres de JCA appliqués aux plaques microperforées sont détaillés dans les Chapitres 3 à 5. Pour les matériaux poreux, ils sont explicités dans (Brouard, Castagnède, Henry, Lafarge & Sahraoui, 2003).

pour les matériaux poreux en considérant les couplages élastique, inertiel et viscothermique entre les différentes phases (fluide et solide). Des contributions importantes à la modélisation de la propagation dans les milieux poreux ont été apportées à la théorie de Biot par Attenborough (1983), Johnson *et al.* (1987) et par Champoux & Allard (1991).

La théorie de Biot s'applique pour des longueurs d'onde supérieures aux dimensions des hétérogénéités. Dans ce domaine de fréquence, deux régimes d'atténuation sont définis et sont séparés par la fréquence caractéristique de Biot f_{Biot} (Biot, 1956a). La fréquence de Biot dépend des paramètres du fluide et de la résistivité au passage de l'air. Cette fréquence est caractéristique des frictions visqueuses dans les couches limites près de l'interface fluide-structure des perforations. Pour une fréquence $f < f_{\text{Biot}}$ les effets visqueux dominent, pour $f > f_{\text{Biot}}$ ce sont les effets inertiels qui dominent.

1.4.2 Vibration des plaques poreuses de dimensions finies couplées à un fluide léger

La théorie de Biot a été utilisée pour étudier le comportement vibratoire des plaques poreuses minces. Taber (1992) ainsi que Theodorakopoulos & Beskos (1994) sont les premiers à étudier les vibrations des plaques poreuses minces saturées par un fluide. Dans leur modèle respectif, ils utilisent la théorie de Biot sous les hypothèses de Kirchhoff pour les plaques minces. En effet, Taber fait l'hypothèse que le déplacement transverse de la plaque est quasi-statique. Sous cette condition, il étend la théorie de Biot et obtient une théorie linéaire pour les plaques poreuses (Taber, 1992). En parallèle, Theodorakopoulos et Beskos étudient le cas d'une plaque poreuse avec des bords simplement appuyés et établissent la réponse dynamique de la plaque à une force harmonique semi-analytique (Theodorakopoulos & Beskos, 1994). Les deux modèles proposés (Taber, 1992; Theodorakopoulos & Beskos, 1994) ne donnent pas une formulation simple des fréquences propres du système. En effet, le modèle de Taber nécessite d'utiliser la transformation inverse de Laplace. Celui de Theodorakopoulos et Beskos est semi-analytique.

Dans la continuité des travaux réalisés par Theodorakopoulos & Beskos (1994), une formulation plus directe est donnée par Leclaire *et al.* (2001a) en partant d'une forme alternative de la théorie

de Biot (1962). Dans ce modèle, seul le fluide interne est considéré, la charge acoustique est seulement prise comme source au moyen d'une différence de pression appliquée de part et d'autre de la plaque poreuse. Une procédure d'homogénéisation *ad hoc* est ainsi proposée, le squelette poreux solide est vu comme un milieu homogène équivalent et le fluide interne comme un milieu fluide homogène virtuel. De cette procédure résulte un système de deux équations aux dérivées partielles (EDP) couplées qui régissent le mouvement du solide et le mouvement relatif entre le fluide interne et le solide ⁴. Une des équations caractérise la réponse élastique instantanée de la plaque saturée de fluide tandis que l'autre décrit le mouvement relatif entre le fluide et le solide. Les mécanismes dissipatifs sont considérés et prennent en compte les frictions visqueuses dans les pores (Biot, 1956a,b). La méthode de Ritz-Galerkin est utilisée pour résoudre le système, quelles que soient les conditions limites appliquées à la plaque (Leclaire *et al.*, 2001b).

Dans le contexte des vibrations des plaques poreuses de dimensions finies, plusieurs observations qualitatives et quantitatives ont été formulées :

1. Les plaques poreuses dissipent l'énergie vibratoire grâce à des mécanismes de dissipation viscothermique à l'interface fluide-solide dans les couches limites (Biot, 1956a,b; Leclaire *et al.*, 2001a). Ces mécanismes dissipatifs sont donc à l'origine d'un amortissement ajouté de type visqueux pour les plaques poreuses.
2. Plus la structure est poreuse et plus l'amplitude des vibrations est diminuée (Leclaire *et al.*, 2001a).
3. Il est montré que ces mécanismes atteignent un maximum pour la fréquence caractéristique de Biot dépendant des paramètres des pores (porosité, résistivité au passage de l'air). Cette fréquence caractéristique proposée par Biot (1956a) a été observée et redémontrée par la suite (Dunn, 1986; Leclaire *et al.*, 2001a).

En raison de la forte porosité des matériaux poreux (souvent supérieure à 30% (Leclaire *et al.*, 2001a)), la fréquence caractéristique est située dans la gamme des moyennes voir des

⁴Les équations régissant la dynamique des plaques poreuses établies par Leclaire *et al.* sont détaillés dans le Chapitre 3.

hautes fréquences. À titre d'exemple, la plaque poreuse étudiée par Leclaire *et al.* avait une porosité de 30 % et une fréquence caractéristique autour de 330 Hz (Leclaire *et al.*, 2001a). Cette fréquence dépend notamment de la résistivité au passage de l'air. Pour les plaques poreuses, il apparaît difficile de modifier la fréquence caractéristique pour maximiser l'amortissement sur une fréquence de résonance de la plaque poreuse. En effet, faire coïncider la fréquence de Biot avec une résonance de plaque poreuse serait possible en modifiant la résistivité, sans trop modifier le coefficient de rigidité. Pour les MPP, la porosité (taux de perforation) peut facilement être diminuée et la résistivité augmentée, ce qui nous permet de placer la fréquence de Biot dans le domaine des BF (quelques dizaines de Hz).

Lorsqu'une structure vibre dans un milieu fluide, elle rayonne des ondes acoustiques. Ce rayonnement peut alors se coupler aux vibrations. La prise en compte du couplage entre le fluide et la structure ainsi que sa modélisation dans le problème vibratoire devient alors nécessaire. Dans le modèle par Leclaire *et al.*, la plaque poreuse apparaît comme une plaque homogène continue à l'échelle des longueurs d'onde (Leclaire *et al.*, 2001a). Ainsi, la théorie classique des plaques rayonnant dans un milieu fluide peut être appliquée aux plaques poreuses (Nélisse, Beslin & Nicolas, 1996, 1998; Foin *et al.*, 1999). Cette approche est utilisée par Aygun, Attenborough & Cummings (2007) pour modéliser une plaque poreuse en prenant en compte le chargement du fluide extérieur via l'ajout d'une force externe dans le système d'EPD proposé par Leclaire *et al.* Les recherches démontrent que lorsque la plaque poreuse vibre dans un milieu léger (de l'air par exemple) la charge de fluide externe est négligeable. Cependant, Aygun *et al.* (2007) démontre que le rayonnement acoustique d'une plaque poreuse, soumise à un chargement par un fluide lourd, diminue de façon substantielle par rapport à une plaque poreuse vibrant dans le vide.

1.5 Plaques microperforées homogènes en régime non-linéaire

1.5.1 Les différents régimes de non-linéarité

Dans les travaux présentés jusqu'ici, les plaques microperforées sont généralement dimensionnées et étudiées en régime linéaire et donc uniquement soumises à des petites perturbations. Or, ces structures sont susceptibles d'être utilisées dans des environnements extrêmes (réacteur, moteur, etc.) et ainsi être soumises à de forts écoulements de fluide dans les perforations et/ou de fort déplacement de la structure (Park, 2013; Corin & Wester, 2005). Les mécanismes dissipatifs des microperforations peuvent dépendre fortement du niveau d'excitation et notamment impliquer des comportements dits non-linéaires (NL) (Melling, 1973; Tayong, Dupont & Leclaire, 2010; Xie *et al.*, 2020).

Les plaques microperforées font intervenir des non-linéarités acoustiques associées au fluide et des non-linéarités mécaniques associées au solide. Ainsi, avec l'augmentation du niveau de l'excitation externe, deux régimes de non-linéarités peuvent apparaître. Le premier régime de non-linéarité est lié au fluide et est essentiellement induit par le couplage fluide-structure, on parle de non-linéarité acoustique et donc de régime de non-linéarité acoustique (Ingard & Ising, 1967; Tayong *et al.*, 2010; Tayong, Dupont & Leclaire, 2011). Ces phénomènes non-linéaires associés à ce régime seront discutés plus en détail dans la Section 1.5.2.

Le second régime de non-linéarité est lié au solide et apparaît quand le niveau d'excitation mécanique augmente. Ces non-linéarités sont de type géométrique et font intervenir les grands déplacements structuraux (Amabili, 2004; Colin, Thomas, Grondel & Cattan, 2020; Ducceschi, Touzé, Bilbao & Webb, 2014; Bilbao, Thomas, Touzé & Ducceschi, 2015). Dans ce contexte, les non-linéarités proviennent des grandes rotations des couches déformables de la structure qui créent des relations non-linéaires entre les déplacements et les déformations. Usuellement, les non-linéarités géométriques sont associées aux structures minces à cause de leur faible rigidité transversale, qui permet de grands déplacements pour des efforts modérés.

Seul le régime de non-linéarité acoustique sera étudié dans le cadre de ce doctorat ⁵. Cependant, il est intéressant de noter qu'en fonction de la vitesse d'écoulement du fluide dans la perforation, et donc de son diamètre, les non-linéarités acoustiques peuvent être activées en premier, avant les non-linéarités géométriques, au fur et à mesure que l'amplitude du déplacement augmente. En effet, via le couplage visqueux fluide-structure, le solide va imposer son mouvement au fluide. Ce couplage est fortement affecté par l'épaisseur des couches limites visco-thermiques. Ainsi, pour des diamètres de perforation largement inférieurs à l'épaisseur des couches limites visco-thermiques, les effets résistifs sont trop importants et la vitesse du fluide saturant est nulle. Pour des diamètres de perforation largement supérieurs à l'épaisseur des couches limites, le mouvement du fluide au centre de la perforation ne sera pas affecté par le mouvement du solide. La vitesse du fluide saturant est également nulle. Pour ces deux cas, les non-linéarités acoustiques qui sont liées au couplage fluide-structure n'apparaissent pas. Entre ces deux limites, les non-linéarités liées au fluide apparaissent avec celles liées au solide.

1.5.2 Non-linéarité acoustique : régime de Forchheimer

Lorsque le niveau d'excitation acoustique augmente, des détachements tourbillonnaires apparaissent aux embouchures des perforations et affectent de façon non négligeable le comportement de la MPP et ses mécanismes d'absorption acoustique (c.f. Figure 1.6) (Sivian, 1935; Ingard & Ising, 1967). Sivian (1935) est le premier à observer que sous fort niveau de pression acoustique, la résistance d'une microperforation dépend de la vitesse acoustique incidente, contrairement à la réactance. Les non-linéarités causées par les turbulences du champ acoustique sur la résistance et la réactance sont également étudiées par Ingard & Ising (1967). Ils montrent une forte augmentation de la résistance avec la vitesse acoustique et une faible diminution de la réactance. Ainsi, en régime non-linéaire, les propriétés acoustiques et plus précisément l'impédance de la MPP vont dépendre de la vitesse acoustique, c'est-à-dire de la vitesse du fluide dans les microperforations. Ces observations ont également été faites par Cummings (1984, 1986) qui en établissant numériquement un modèle prédictif du comportement de la résistance acoustique NL

⁵Le second régime de non-linéarité sera discuté dans les perspectives de ces travaux (c.f. Section 7.2).

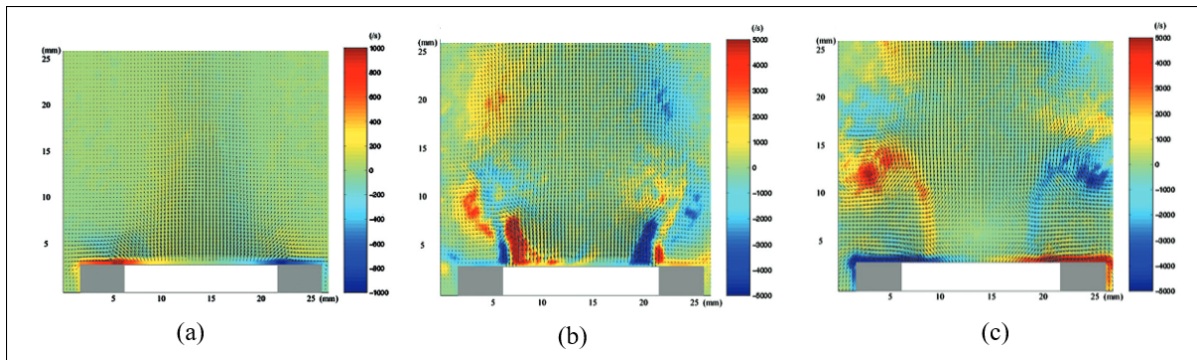


Figure 1.6 Champ de vitesse obtenu par méthode PIV (*Particle Image Velocimetry* en anglais) à l'extrémité d'un tube soumis à une excitation acoustique : en (a) — à faible niveau sonore, en (b) et (c) — à fort niveau sonore, des détachements tourbillonnaires apparaissent aux embouchures

Tirée de Buick *et al.* (2011)

dans le domaine temporel, montre que l'énergie dissipée par la MPP évolue non-linéairement avec le niveau d'excitation acoustique. Un modèle de résistance non-linéaire est aussi développé pour une plaque microperforée couplée à une cavité par Melling (1973). Cette approche utilise un paramètre non-linéaire appelé coefficient de décharge qui dépend, dans le modèle de Melling, de la fréquence d'excitation. Ce paramètre, difficilement mesurable, est compris entre 0,5 et 0,9. Sa valeur est fixée à 0,76 par Kraft, Yu & Kwan (1999) et reprise plus tard par Laly, Atalla & Meslioui (2018). En remarquant que le phénomène de non-linéarité acoustique est un phénomène externe aux perforations, Maa modifie son modèle d'impédance de MPP et propose une expression d'impédance non-linéaire, valide pour de faibles taux de perforations (Maa, 1994). En régime de non-linéarité acoustique, il démontre que la résistance non-linéaire est liée au nombre de Mach dans les perforations.

L'impédance acoustique non-linéaire est également obtenue expérimentalement par Ingard & Ising (1967). Il est montré que les amplitudes de pression et de vitesse acoustiques sont liées par une loi carrée. Cette loi est reliée à la loi de Forchheimer (1901) qui est utilisé pour étudier les matériaux poreux soumis à de fortes pressions acoustiques (Aurégan & Pachebat, 1999). La loi de Forchheimer modifie la loi de Darcy pour prendre en compte les effets résistifs apparaissant pour des débits importants de fluide dans un milieu poreux. En effet, si le débit du fluide dépasse

une certaine valeur, la relation linéaire de Darcy, qui relie le gradient de pression à la vitesse du fluide, ne s'applique plus et la loi linéaire entre la vitesse du fluide et son gradient de pression est remplacée par une loi non-linéaire. Plusieurs auteurs proposent des formulations du modèle de Forchheimer qui peut prendre une forme quadratique, cubique ou généralisée (Forchheimer, 1901; Firdaouss, Guermond & Le Quéré, 1997; Kalantarov & Zelik, 2011; Kang & Park, 2013; Liu, Du & Lin, 2010). En identifiant les MPP à des matériaux poreux équivalents, la loi proposée par Forchheimer a été appliquée aux MPP soumises à de fortes sollicitations acoustiques en utilisant le modèle de fluide équivalent (Tayong *et al.*, 2010; Laly *et al.*, 2018). Comme pour les matériaux poreux (Aurégan & Pachebat, 1999), pour les MPP, la loi de Forchheimer modifie la résistivité au passage de l'air qui devient une fonction linéaire de la vitesse du fluide saturant et donc du nombre de Reynolds (Tayong, Dupont & Leclaire, 2013) (c.f. Figure 1.7). Ainsi, en

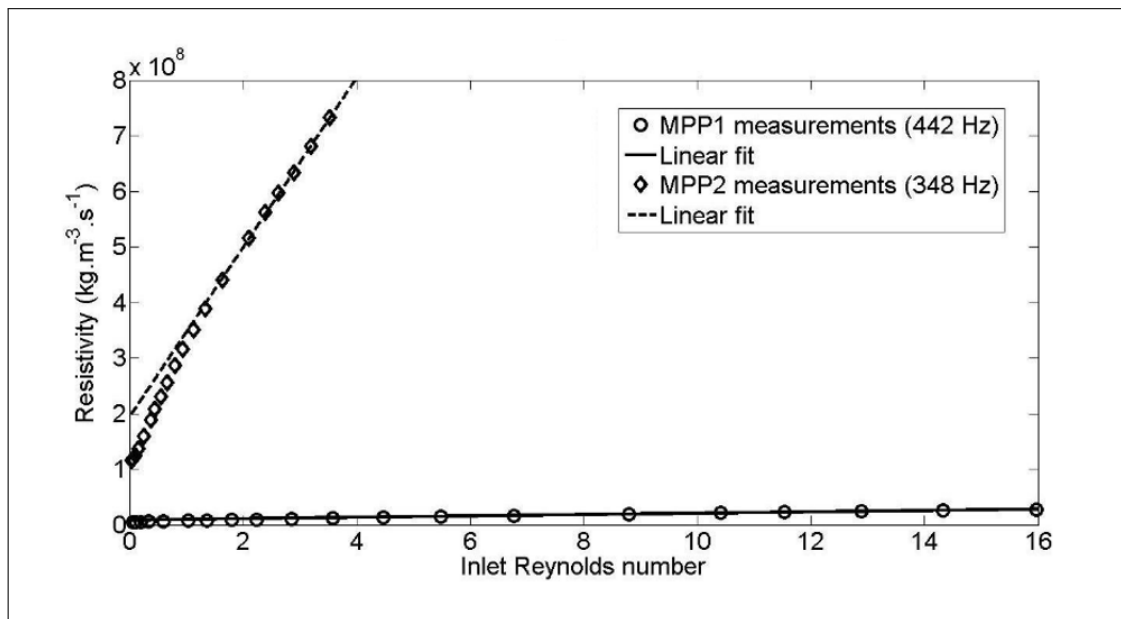


Figure 1.7 Mesures expérimentales de la résistivité en fonction de la vitesse d'écoulement dans deux plaques microperforées
Tirée de Tayong *et al.* (2013)

régime non-linéaire, la résistivité σ_0 qui est constante en régime linéaire devient

$$\sigma(v_f) = \frac{\Delta P}{v_f h} = \sigma_0(1 + \varepsilon v_f), \quad (1.4)$$

avec ε le paramètre de Forchheimer déterminé expérimentalement par régression linéaire sur les points expérimentaux de la Figure 1.7. Le comportement acoustique des MPP de dimensions finies couplées à une cavité d'air en régime non-linéaire ont ainsi été étudiés par Tayong *et al.* en utilisant la loi de Forchheimer (Tayong *et al.*, 2010, 2011). Ils montrent que le maximum du coefficient d'absorption acoustique peut, pour certaines MPP augmenter, avec le nombre de Mach (régi par la vitesse acoustique et donc la vitesse du fluide), atteindre un maximum pour un nombre de Mach critique et diminuer lorsque cette valeur est dépassée. Il est ainsi possible d'obtenir, pour certaines MPP, le maximum, du maximum du coefficient d'absorption en régime non-linéaire (Tayong *et al.*, 2010). L'approche proposée par Tayong *et al.* est utilisée pour dimensionner des MPP destinées à améliorer l'absorption acoustique à l'intérieur de la coiffe d'un lanceur (Park, 2013). Laly *et al.* (2018) proposent une formulation de l'impédance acoustique pour caractériser les MPP à des niveaux de pression acoustique élevés. Ils utilisent l'approche de Johnson-Allard et les paramètres des fluides équivalents (tortuosité et résistivité à l'écoulement) qui sont exprimées en fonction de la pression acoustique incidente. Le modèle proposé prend en compte l'effet de distorsion de l'écoulement. Laly *et al.* (2018) montrent que les niveaux de pression acoustique élevés diminuent la tortuosité et augmentent la résistivité à l'écoulement de la plaque microperforée.

1.6 Synthèse de l'état de l'art

Plusieurs questions ont été soulevées lors de la précédente revue de littérature. Comme il a été expliqué précédemment, même si le comportement acoustique des MPP a fait l'objet de nombreuses études (Maa, 1997; Atalla & Sgard, 2007), le comportement dynamique des MPP, est moins connu. Concernant les aspects vibratoires, les études disponibles dans la littérature se sont principalement intéressées à l'influence des vibrations des MPP sur l'absorption acoustique (Takahashi & Tanaka, 2002; Peng, 2018), la transmission acoustique (Dupont *et al.*, 2003; Bravo *et al.*, 2012a) et le rayonnement acoustique (Takahashi & Tanaka, 2002; Putra & Thompson, 2010; Bravo *et al.*, 2012b; Toyoda & Takahashi, 2005; Toyoda *et al.*, 2007). Cependant, il a été observé qu'il existait un lien entre microperforation et amortissement (Lee & Lee,

2007; Bravo *et al.*, 2012a). L'influence des microperforations sur l'amortissement global de la MPP n'a pas été étudiée en détail. Très peu de travaux concernent l'influence que peuvent avoir les microperforations sur l'amortissement structural de la MPP (Régniez, 2015). Dans ses travaux de thèse, Régniez propose d'analyser la réponse vibratoire d'une MPP couplée avec une cavité en nid d'abeille, mais l'amortissement apporté par les microperforations semble très faible. Il faut cependant noter qu'il ne s'agit pas d'une simple MPP, mais d'une MPP couplée avec une cavité en nid d'abeille. De plus, le diamètre des perforations n'est pas choisi pour maximiser les effets dissipatifs sur le domaine de fréquence considéré dans l'étude.

Or, il est maintenant établi que les MPP peuvent être identifiées à des plaques poreuses équivalentes (Atalla & Sgard, 2007; Ingard, 1953). Les modèles acoustiques de JCA (dérivant de la théorie de Biot) utilisés pour les matériaux poreux peuvent être appliqués pour les plaques microperforées (Champoux & Allard, 1991; Johnson *et al.*, 1987). La théorie de Biot modélise le comportement mécanique des matériaux poreux en prenant en compte les pertes viscothermiques via des mécanismes de dissipation se produisant au niveau de la paroi solide des pores (Biot, 1956a,b). Des modèles vibratoires, basés sur cette théorie (Leclaire *et al.*, 2001a,b), ont été proposés pour les plaques poreuses, prenant en compte le couplage entre le fluide interne et le squelette du matériau poreux. Il est démontré que le fluide interne induit par effet viscothermique un amortissement ajouté. Cet effet est maximum autour d'une fréquence caractéristique (Leclaire *et al.*, 2001a). Pour pouvoir réduire la contribution d'un mode, il est proposé de faire coïncider la fréquence caractéristique avec une fréquence de résonance de la plaque poreuse. La fréquence caractéristique est notamment régie par la résistivité au passage de l'air et par la porosité. En raison de la forte porosité des matériaux poreux (souvent bien supérieur à 30%), la fréquence caractéristique est située dans la gamme des moyennes et hautes fréquences. Faire coïncider cette fréquence avec une résonance de la plaque serait possible si la résistivité était sensiblement réduite, sans trop affecter le coefficient de rigidité, et donc sans trop modifier la porosité. Cette tâche est complexe pour les matériaux poreux. Pour une plaque microperforée, la géométrie des perforations est plus facilement contrôlable, le taux de perforation peut être choisi plus faible (inférieur à 10-15 %) et la fréquence caractéristique peut donc être localisée à de très

basses et basses fréquences. La présence des microperforations judicieusement choisie peut donc induire un amortissement ajouté maximal autour d'une fréquence de résonance de la MPP si celle-ci coïncide avec la fréquence caractéristique située en BF. Les effets dissipatifs se produisant dans les matériaux poreux sont ainsi attendus pour les MPP (Atalla & Sgard, 2007; Allard & Atalla, 2009). Cette constatation inscrit les plaques microperforées dans un sujet contemporain : l'amortissement passif des vibrations en très basses et basses fréquences sans ajout de matière.

De plus, dans le contexte de l'étude du comportement acoustique et vibroacoustique des MPP, il a été montré que l'utilisation de microperforations inhomogènes pouvait améliorer l'absorption acoustique de la MPP (Ruiz, Cobo & Jacobsen, 2011; Miasa *et al.*, 2007; Kim & Yoon, 2017; Carbajo *et al.*, 2018, 2019; Qian & Zhang, 2022). L'amortissement ajouté est régi par les mêmes mécanismes dissipatifs que ceux intervenant dans l'absorption acoustique. Cet amortissement visqueux ajouté va donc être impacté par l'utilisation de microperforations de tailles multiples et par leurs répartitions spatiales (Putra *et al.*, 2014; Qian & Zhang, 2022).

Il est important de noter que le comportement acoustique des MPP est très sensible à l'amplitude de l'excitation (Tayong *et al.*, 2010, 2011). Dans ce régime de non-linéarité associé au couplage fluide-structure, l'augmentation du niveau d'excitation acoustique fait apparaître des phénomènes de vortex en sortie des perforations (Ingard & Ising, 1967). Ces effets NL influencent la réponse de la MPP et donc son amortissement ajouté et les prendre en compte devient alors nécessaire.

CHAPITRE 2

OBJECTIFS ET STRUCTURE DU DOCUMENT

En s'appuyant sur la revue de littérature, il est proposé, en première partie de ce chapitre, de définir précisément les objectifs de recherche autour desquels s'articulent les chapitres scientifiques de ce document qui seront présentés dans une seconde partie.

2.1 Objectifs de recherche

L'objectif global du projet est d'analyser les comportements vibratoires et vibroacoustiques des MPP en régime linéaire et en régime de non-linéarité acoustique. Les sous-objectifs spécifiques suivants ont été identifiés pour mener à bien le projet de recherche :

Sous-Objectif 1 — Analyser le comportement vibratoire et les mécanismes dissipatifs des plaques microperforées homogènes sous faible niveau d'excitation

Dans un premier temps, la revue de littérature a montré que les MPP pouvaient présenter un amortissement visqueux ajouté.

Cet effet n'a cependant pas été analysé. Or, les MPP peuvent être identifiées à des plaques poreuses pour lesquelles, des modèles vibratoires faisant intervenir les interactions fluide-structure, existent. La présence d'un amortissement ajouté maximum autour d'une fréquence caractéristique a d'ailleurs été démontrée pour les plaques poreuses.

L'objectif est d'adapter les modèles vibratoires de plaques poreuses afin de pouvoir développer un modèle permettant d'analyser le comportement vibratoire et les mécanismes dissipatifs des plaques microperforées.

Sous-Objectif 2 — Analyser le comportement vibratoire et les mécanismes dissipatifs des MPP inhomogènes sous faible niveau d'excitation

Dans un deuxième temps, il a été montré que des MPP avec plusieurs jeux de microperforation répartis de manière inhomogène sur la surface permettaient d'augmenter l'absorption acoustique par rapport à une MPP homogène. Les mécanismes dissipatifs sont les mêmes pour l'absorption acoustique et l'amortissement vibratoire des MPP. L'objectif est donc d'étendre ce concept à l'amortissement ajouté et la vibration des MPP.

Il s'agit donc d'analyser le comportement vibratoire et les mécanismes dissipatifs de MPP inhomogènes comprenant i) plusieurs de jeux de perforations avec des diamètres différents, ii) des répartitions spatiales de perforations inhomogènes.

Sous-Objectif 3 — Analyser le comportement vibratoire d'une MPP dans un cadre de non-linéarité acoustique

Dans un troisièmement temps, la revue de littérature a mis en évidence que les phénomènes dissipatifs des plaques microperforées étaient sensibles au niveau des amplitudes d'excitation. Avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation, des phénomènes résistifs et réactifs apparaissent. Ces effets peuvent affecter de façon non négligeable l'amortissement ajouté par les MPP.

Il s'agit donc d'inscrire l'analyse dans un cadre non-linéaire faisant intervenir exclusivement les non-linéarités associées au couplage fluide-structure.

Sous-Objectif 4 — Analyser l'influence de l'amortissement ajouté par les microperforations sur le rayonnement acoustique de la MPP

Enfin, les mécanismes dissipatifs des microperforations influencent la réponse vibratoire de la MPP. Il est proposé dans un dernier temps d'utiliser le modèle vibratoire développé au Sous-Objectif 1 et de quantifier l'influence des microperforations sur le rayonnement acoustique de la MPP.

Afin d’atteindre les différents objectifs du projet de recherche, le modèle analytique développé en Sous-Objectif 1 servira de base et sera utilisé pour les Sous-Objectifs 2, 3 et 4.

2.2 Structure du document

Les principaux développements scientifiques (Chapitre 3 à 6) de ce doctorat visent à répondre aux objectifs de recherche (c.f. Section 2.1). Les Chapitres 3 à 5 répondent respectivement aux Sous-Objectifs spécifiques 1, 2 et 3. Le Chapitre 6 répond au Sous-Objectif 4 et propose des développements additionnels en appliquant le modèle vibratoire développé dans le cadre du Sous-Objectif 1, au rayonnement acoustique des MPP. La Figure 2.1 est une vue schématique de l’organisation du manuscrit qui s’articule autour du Chapitre 3 qui sert de base aux développements scientifiques des Chapitres 4 à 6.

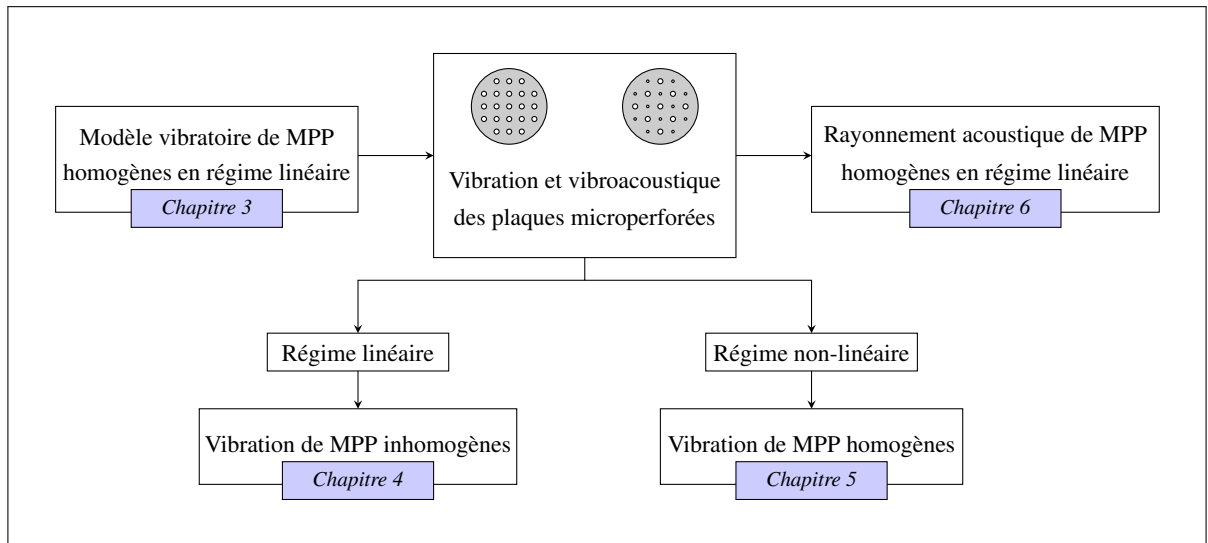


Figure 2.1 Organisation générale de la thèse Inspirée de Aulitto (2023)

Un aperçu des méthodologies et du contenu des différents chapitres de développements scientifiques de ce doctorat sont présentés dans les prochains paragraphes.

Chapitre 3 : Vibration and damping analysis of a thin and finite microperforated plate (article de revue n°1)

Le Chapitre 3 est un article publié en septembre 2022 dans la revue « Journal of Sound and Vibration » et intitulé « Vibration and damping analysis of a thin and finite microperforated plate ». Cet article répond au Sous-Objectif 1 et propose un modèle analytique de vibration de plaques microperforées en flexion sous faible niveau d'excitation (c.f. Figure 2.2).

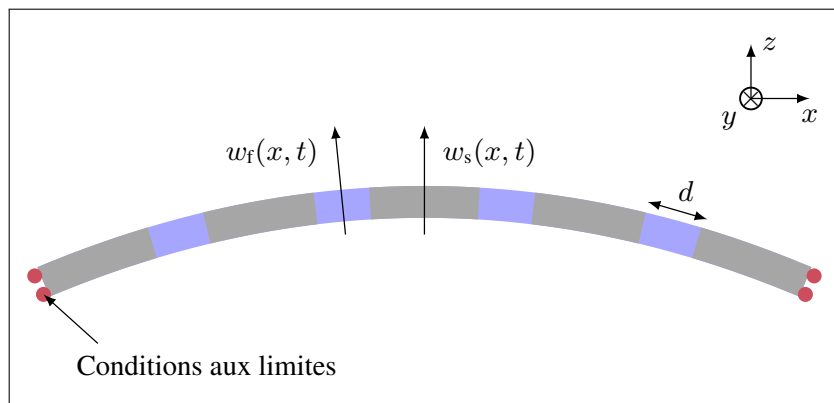


Figure 2.2 Coupe d'une plaque microperforée, avec des perforations de diamètre d , en flexion suivant l'axe z . Le champ de déplacement en flexion de la partie solide est noté w_s et celui de la partie fluide w_f

En considérant la MPP comme une plaque poreuse équivalente (Atalla & Sgard, 2007), les équations régissant la dynamique des MPP sont établies à partir d'une formulation de la théorie de Biot (Leclaire *et al.*, 2001a,b). Comme énoncé précédemment, il est proposé d'utiliser une loi homogénéisée qui considère la MPP comme deux plaques s'inscrivant dans le domaine mathématique de la plaque non perforée : (1) une plaque de solide équivalente, (2) une plaque de fluide virtuelle (c.f. Figure 2.3). Le fluide dans les perforations est donc assimilé à un fluide équivalent vu sur le *continuum* de la plaque sans perforation. Une analyse modale et des études de sensibilité seront ensuite mises en place afin de caractériser le comportement vibratoire des MPP et de quantifier l'amortissement viscothermique ajouté par les microperforations.

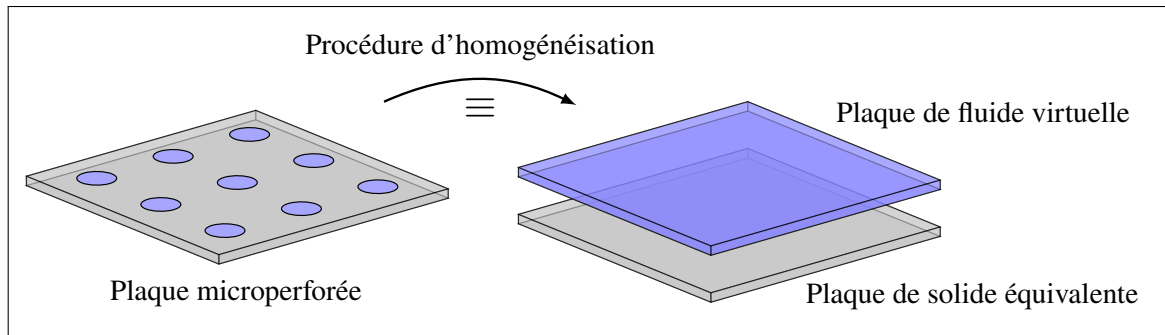


Figure 2.3 Loi homogénéisée issue de Leclaire *et al.* (2001a) appliquée à une MPP qui est modélisée comme une plaque de solide équivalente et une plaque de fluide virtuelle

Il est montré que cet effet d'amortissement est principalement lié aux dissipations visqueuses qui ont lieu à l'interface fluide/solide des couches limites apparaissant dans les perforations lors du mouvement de la MPP. Comme pour les plaques poreuses (Biot, 1956a; Leclaire *et al.*, 2001a), l'amortissement ajouté atteint un maximum à une fréquence caractéristique. Cette fréquence dépend entre autres du diamètre des perforations. La condition d'amortissement maximal, établie pour les plaques poreuses en faisant coïncider la fréquence caractéristique visqueuse de Biot avec une résonance donnée de la plaque, est étendue à l'étude des MPP de dimensions finies. Le volet expérimental de la thèse a permis de valider le modèle théorique proposé.

Le modèle établi dans ce chapitre va être :

- 1) adapté dans le Chapitre 4 afin d'étudier des MPP inhomogènes comprenant plusieurs jeux de perforations ;
- 2) étendu à un cadre non-linéaire régit par le couplage fluide-structure dans le Chapitre 5 ;
- 3) utilisé pour caractériser le rayonnement acoustique d'une MPP vibrante saturée d'air dans le Chapitre 6.

Chapitre 4 : Damping performance of finite microperforated plates using multi-size and spatial distributions of perforations (article de revue n°2)

Le Chapitre 4 est un article publié en mai 2024 dans la revue « Applied Acoustics » qui s'intitule « Damping performance of finite microperforated plates using multi-size and spatial distributions

of perforations ». Cet article s'inscrit dans la continuité de l'article proposé en Chapitre 3 et répond au Sous-Objectif 2. Basé sur les analyses du Chapitre 3 qui s'intéressait aux MPP homogènes, il est proposé dans ce chapitre de maximiser et d'étendre l'amortissement ajouté à plusieurs modes de la plaque en utilisant i) des MPP avec des perforations de tailles multiples et ii) une distribution spatiale optimisée de ces perforations.

Un modèle, s'inscrivant dans la continuité du modèle établi dans le Chapitre 3, établit la dynamique du MPP avec plusieurs jeux de microperforations en utilisant une approche électroacoustique (Kim & Yoon, 2017; Carbajo *et al.*, 2019; Zhang, Lang, Ge & Zhuang, 2000). L'effet de la distribution spatiale des perforations sur l'amortissement supplémentaire est pris en compte en incluant un rapport de perforation dépendant de l'espace dans le modèle. Des validations expérimentales sur des poutres perforées permettent de valider i) que les MPP avec plusieurs jeux de microperforations présentent une bande de fréquence d'amortissement effectif plus large, ii) que l'amortissement viscothermique ajouté est accentué lorsque les perforations sont distribuées sur les ventres de vibration des modes considérés, iii) et que les deux effets sont cumulatifs.

Chapitre 5 : Added nonlinear damping of homogenized fluid-saturated microperforated plates in Forchheimer flow regime (article de revue n°3)

Le Chapitre 5 est un article soumis en avril 2024 à la revue « Journal of Sound and Vibration » et s'intitule « Added nonlinear damping of homogenized fluid-saturated microperforated plates in Forchheimer flow regime ». Les MPP ont été étudiées dans les Chapitres 3 et 4 pour des petites perturbations. Cependant, les MPP sont susceptibles d'être utilisées dans des milieux extrêmes (nacelle de fusée, réacteur, etc.) et donc soumises à de fortes amplitudes d'excitations mécaniques et/ou acoustiques. Avec l'augmentation du niveau de l'amplitude d'excitation, des phénomènes non-linéaires apparaissent pouvant modifier de façon significative les réponses acoustique et vibratoire de la MPP (Tayong *et al.*, 2010). Il est ainsi proposé dans ce chapitre d'étendre le modèle analytique du Chapitre 3 à un cadre non-linéaire uniquement régi par le couplage fluide-structure au sein des perforations. Dans ce régime de non-linéarité liée au fluide

appelé, dans cette thèse, non-linéarité acoustique ou non-linéarité de Forchheimer (Forchheimer, 1901; Tayong *et al.*, 2010; Laly *et al.*, 2018), les effets résistifs dans les perforations ne sont plus constants et évoluent linéairement avec la vitesse du fluide. Ces mécanismes résistifs sont pris en compte analytiquement en introduisant la loi de Darcy-Forchheimer dans le modèle analytique du Chapitre 3, qui conduit à un système de deux EPD couplées avec un terme supplémentaire non-linéaire d'amortissement quadratique dans l'EDP régissant la dynamique de la plaque de fluide virtuelle. Le modèle analytique est validé par des mesures sur des poutres perforées qui montrent que l'amortissement visqueux ajouté dépend de la vitesse relative fluide-solide. Le concept de fréquence caractéristique est étendu au domaine non-linéaire en proposant une vitesse relative critique pour laquelle les effets d'amortissement ajouté dans le cadre du régime de non-linéarité acoustique sont maximums.

Chapitre 6 : Complément du Chapitre 3 — Rayonnement acoustique de plaques microperforées

Dans le Chapitre 6, il est proposé d'analyser l'effet de l'amortissement ajouté sur le rayonnement acoustique de la MPP. Le modèle analytique homogénéisé, proposé dans le Chapitre 3, est utilisé afin de calculer le champ de déplacement acoustique (lié au fluide dans les perforations) et celui du solide. Basé sur la théorie classique du rayonnement acoustique (Nélisse *et al.*, 1998; Foin *et al.*, 1999) et sur le rayonnement d'une plaque poreuse (Aygün *et al.*, 2007), un modèle analytique de rayonnement de plaques microperforées est développé. Dans ce chapitre, il est montré que le champ acoustique rayonné est diminué par les microperforations. Des validations numériques par la méthode des éléments finis sont ensuite proposées.

Chapitre 7 : Synthèse et perspectives

Le Chapitre 7 livre en première partie une synthèse des développements scientifiques décrits à travers les différents chapitres. En deuxième partie, ce chapitre discute des limites et perspectives associées à ces développements.

CHAPITRE 3

VIBRATION AND DAMPING ANALYSIS OF A THIN AND FINITE MICROPERFORATED PLATE

Lucie Gallerand¹, Mathias Legrand², Thomas Dupont¹, Philippe Leclaire³

¹ Département de Génie Mécanique, École de technologie supérieure (ÉTS), 1100 R. Notre Dame O, Montréal, QC H3C 1K3, Canada

² Department of Mechanical Engineering, McGill University, 817 Rue Sherbrooke O, Montréal, QC H3A 0C3, Canada

³ DRIVE EA1859, Université de Bourgogne Franche-Comté, ISAT, 49 Rue Mademoiselle Bourgeois, 58027 Nevers, France

Article publié dans la revue *Journal of Sound and Vibration* en septembre 2022.

3.1 Abstract

Microperforated plates (MPP) are commonly used to absorb acoustic waves in sound control technologies. However, less is known concerning the added damping exhibited by thin finite-size MPP. This added damping effect is known to be induced by viscous and thermal exchanges in the boundary layers near the fluid-solid interface of the perforations, which results in energy dissipation. The present work actually shows that MPP can feature a significant added viscous damping, especially at low frequencies of vibration. An analytical approach based on an alternative form of the Biot theory for finite size porous plates is developed. Parametric studies highlight the existence of a characteristic damping frequency at which the added damping of the perforations reaches a maximum. For specified boundary conditions, the damping level can be maximized by adjusting the geometrical parameters of the perforations (diameter, perforation ratio) so that the resonance frequency of the plate coincides with the characteristic damping frequency. The damping reaches a maximum at a particular frequency, and is also effective over a non-negligible bandwidth. Formulations on the mass density and Young's modulus as a function of the perforation ratio are provided to address the sensitivity of mass and stiffness to the microperforations. The structural damping capabilities of MPP are validated by measurements on finite size MPP which confirm the significant damping increase in the low-frequency range.

3.2 Introduction

Microperforated plates (MPP) are simple, lightweight structures already used in various noise control applications, such as acoustic coatings in flow ducts (Wu, 1997) or cooling systems for turbines. These structures can also be used to reduce noise in hostile environments, such as nuclear engines and reactors (Wang & Wang, 2020), launcher fairings (Park, 2013). Various microperforated materials have been proposed (Mosa *et al.*, 2019; Cobo & Simón, 2019; Liu, Herrin & Bianchini, 2017) and applied to create comfortable spaces, rooms, and environments (Adams, 2017). These structures are known to dissipate acoustic energy as heat via visco-thermal effects if the size of the perforations is of the same order as the size of the viscous and thermal boundary layers (Billard *et al.*, 2021).

Various theories and linear models for microperforated panels are now available. One of the earliest studies of the acoustic behaviour of microperforated panels introduced a model with distributed Helmholtz resonators (Ingard, 1953) and was followed by similar work using the analogy between mechanical and electrical systems (Mechel, 1994). The study of MPP based on sound propagation in thin tubes of small sections was also proposed via simplified Kirchhoff equations by Maa (Maa, 1987, 1997) who established a simple formulation for the acoustic impedance of an MPP. From Maa's works, it was shown that the MPP can be optimized to induce maximum acoustic absorption. For this purpose, the maximum absorption was obtained as a function of the diameter of the perforations and their distribution over the structure (Chevillotte, 2012).

MPP have also been investigated in vibroacoustics, mainly via the electrical analogy approach, until the 2000s (Kang & Fuchs, 1999). This vibroacoustic approach was notably used by Dupont *et al.* (Dupont *et al.*, 2003) to characterize the acoustic transparency factor for an MPP. Takahashi and Tanaka (Takahashi & Tanaka, 2002) also proposed to study the vibroacoustics of MPP and introduced the notion of relative velocity. They highlighted the correlation between the size of the perforations and the acoustic absorption efficiency of the MPP. This work was extended by Lee *et al.* (Lee *et al.*, 2005), who were able to demonstrate that the vibrations of

MPP strongly affected their acoustic response, as they resulted in additional energy dissipation. Later, Lee *et al.* (Lee & Lee, 2007) proposed to study sound absorption of flexible curved micro-perforated panels, backed by an air cavity, using an electro-acoustic analogy. They observed that microperforations could induce an additional damping on structural vibration responses. However, the magnitude of this added damping and its sensitivity to geometric parameters have not yet been explored. Other approaches, such as the modal approach, had also been proposed by Bravo *et al.* (Bravo *et al.*, 2012a) to study the sound absorption and transmission loss of a finite microperforated panel. They had deduced that MPP induced a change in sound absorption. In another study, they had used the modal approach to determine the influence of vibration on the acoustic absorption and transmission loss of a finite size microperforated panel (Bravo *et al.*, 2012b). Their work had shown that the relative velocity between the structure and the surrounding fluid should be considered when studying the vibrations of the MPP. They concluded that considering the MPP vibration generated an additional absorption peak. In addition, the geometric and mechanical parameters of thin MPP could be modified to satisfy a required sound absorption. Another study, carried out over a wide range of frequencies, had been proposed to determine the influence of microperforation on a honeycomb structure (Régniez, 2015). The mechanisms involved in microperforations were modelled as a mass-spring-damping system. The shape of the structure as well as the frequency band considered did not allow obtaining conclusive results concerning the added damping for the microperforations. Parametric studies have also been performed to better understand the effects of perforations on the vibrations of microperforated plates. To this end, Putra and Thompson (Putra & Thompson, 2010) studied the influence of the porosity and the diameter of the perforations on the efficiency of the acoustic radiation. Moreover, the vibration characteristics of microperforated plates (natural frequencies and damping) for different sizes and number of perforations has been studied (Ito *et al.*, 2012). They have shown that in a heavy fluid, the perforations increased the damping of the structure. Other parametric studies considering the influence of the diameter of the perforations and their number have been performed, highlighting the influence of the position of the perforations on the dynamics of the plate (Putra *et al.*, 2013, 2014).

In parallel to the models developed for the MPP, work on the vibratory response of porous plates has been carried out. Indeed, from the theory of thin rectangular finite plates, an analytical model based on the stress-strain relation of Biot (Biot, 1956a,b) has been developed by Theodorakopoulos and Beskos for porous materials (Theodorakopoulos & Beskos, 1994). Using an alternative form of Biot's poroelasticity equations and an additional simplifying assumption, Leclaire *et al.* (Leclaire *et al.*, 2001a,b) were able to propose a simpler model in the form of two coupled partial differential equations governing the dynamics of the porous plate. They had shown that porous plates induce an added viscous damping and a maximum damping condition involving porous geometric parameters were given (Leclaire *et al.*, 2001a). The fluid-structure interaction and the acoustic radiation were then implemented by Aygun *et al.* (Aygun *et al.*, 2007).

Furthermore, for a sufficiently rigid structure, it was proposed by Atalla and Sgard (Atalla & Sgard, 2007) to study the MPP as porous structure using an equivalent fluid model based on the Johnson-Allard approach for porous materials. Under simplifying assumptions (rigid frame, small plate thickness with respect to any acoustic wavelength), the Biot parameters used for porous structures could also be defined for MPP and a length correction factor allowing considering the radiation induced by the distortion of the fluid at the end of the perforations (Atalla & Sgard, 2007; Jaouen & Bécot, 2011).

The addition of microperforations on a plate has an influence on the sound absorption and induces additional structural damping on the vibration responses (Lee & Lee, 2007). However, this damping effect and the vibrational behaviour of MPP remain to study in detail. This present work therefore proposes to model the dynamic response of microperforated plates and to investigate their structural damping capabilities. To this end, based on an MPP-porous analogy (Atalla & Sgard, 2007), a vibration approach for porous plates (Leclaire *et al.*, 2001a) is used to model the dynamic response of MPP from a modal analysis. Since the diameter of the perforation and the perforation ratio have an influence on the sound absorption (Putra & Thompson, 2010; Ito *et al.*, 2012; Putra *et al.*, 2013, 2014), their effect on the damping added by the microperforation is explored.

This paper is organized as follows. Firstly, in Section 3.3, the present study suggests an analytical vibratory model for MPP as an extension of the works (Leclaire *et al.*, 2001a) and (Aygun *et al.*, 2007). Then, in Section 3.4, modal analysis is performed in order to explore the MPP vibratory response along with the effect of Biot's viscous damping mechanism in the perforations. The effect of the added damping introduced by viscous friction in the perforations is determined on the eigenmodes. The validity of the approach is discussed by comparing the results of the damping factors obtained for a plate with and without microperforations. Section 3.5 provides a parametric study to characterize this added damping and to maximize it, in particular in the vicinity of the first vibration modes. Finally, in Section 3.6 an experimental study is undertaken in order to validate the proposed model and the possibility of using microperforations to improve the damping of the structure.

3.3 From porous plate to microperforated plates: governing equations

3.3.1 A microperforated plate seen as an equivalent porous plate

It is proposed to apply to the microperforated plates the models used to characterize the dynamics of a thin, finite porous plate loaded with fluid represented in Figure 3.1. By assumption, since the thickness of the plate is small compared to other dimensions, only bending is considered. Based on Biot's theory (Biot, 1956a,b), the equations of the structural dynamics of porous plates (Theodorakopoulos & Beskos, 1994; Leclaire *et al.*, 2001a) were established. All Johnson-Champoux-Allard (JCA) macroscopic parameters (porosity ϕ , tortuosity α_∞ , airflow resistivity σ_0 and characteristic lengths Λ and Λ') were used in these models. An approach establishing a vibration model for a finite size porous plate is proposed (Leclaire *et al.*, 2001a). This model considers a finite plate of dimension $L_x \times L_y \times h$, oriented in the xy plan represented in Figure 3.1, excited by an external load $f_{\text{ext}}(x, y, t)$. This external load representing a force per unit length is oriented along the normal to the plate (in this case $-z$). This model defines the fluid-solid relative displacement $w(x, y, t)$ as well as that of the plate $w_s(x, y, t)$ and takes the form of the two coupled equations. This system of equation describes the dynamic response of a

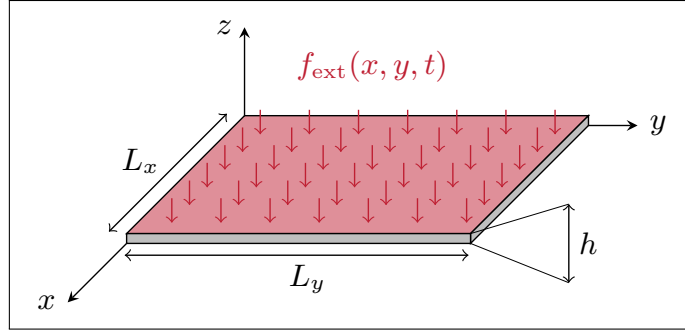


Figure 3.1 System of coordinates in the plate with $f_{\text{ext}}(x, y, t)$ the external mechanical force

finite porous plate saturated by a fluid in its pores and is written

$$\left(D + \frac{\alpha^2 M_f h^3}{12}\right) \nabla^4 w_s(x, y, t) + h(\rho \ddot{w}_s(x, y, t) + \rho_f \ddot{w}(x, y, t)) = f_{\text{ext}}(x, y, t), \quad (3.1a)$$

$$\alpha M_f \nabla^2 w_s(x, y, t) - \rho_f \ddot{w}_s(x, y, t) - m(j\omega) \ddot{w}(x, y, t) = 0, \quad (3.1b)$$

where $\nabla^4(\cdot) = \nabla^2(\cdot)^2$ and $\nabla^2(\cdot) = \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial y^2}$ and $w(x, y, t) = \phi(w_f(x, y, t) - w_s(x, y, t))$ with $w_f(x, y, t)$ is the fluid displacements. In Equation (3.1), the term

$$D = \frac{E h^3}{12(1 - \nu_0^2)} \quad (3.2)$$

is the bending stiffness of the non-porous plate, a function of: Young's modulus ¹ E , thickness h and Poisson's coefficient ν_0 . The density of the fluid-solid mixture is noted ρ . The parameter α is unitless and characterizes the elastic coupling between the equivalent fluid and the solid while the coefficient M_f is the elastic modulus of the equivalent fluid, both defined by Biot (Biot & Willis, 1957). In the particular case of lightweight fluid, the two previous elastic coefficients are expressed as a function of the perforation ratio and fluid bulk modulus K_f such that (Leclaire *et al.*, 2001a)

$$M_f \approx \frac{K_f}{\phi} \quad \text{and} \quad \alpha \approx \phi. \quad (3.3)$$

¹It is possible to use a complex Young's modulus to achieve structural damping defined from the isotropic structural loss factor η_s . The latter is considered after the space discretization of the equations performed in Section 3.4.1.

Equation (3.1a) corresponds to the elastic response of the equivalent plate and Equation (3.1b), to the relative motion between the fluid and the solid. The viscosity of the fluid causes forces to emerge at the fluid-solid interface on both the fluid and the solid. The viscous force per unit volume is defined as a function of ω the angular frequency (Biot, 1956b)

$$f_v(x, y, t) = \sigma_0 \phi G(j\omega) \dot{w}(x, y, t) \quad (3.4)$$

where the function $G(j\omega)$ is the high-frequency viscosity correction defined for the forced response²

$$G(j\omega) = \sqrt{1 + \frac{4\alpha_\infty^2 \mu_f \rho_f j\omega}{\sigma_0^2 \Lambda \phi^2}}. \quad (3.5)$$

By considering a harmonic displacement of the $w(x, y, t) = \hat{w}(x, y) \exp(j\omega t)$ and writing $\dot{w}(x, y, t) = \frac{\ddot{w}(x, y, t)}{j\omega}$, Equation (3.4) becomes

$$f_v(x, y, t) = \sigma_0 \phi G(j\omega) \frac{\ddot{w}(x, y, t)}{j\omega}. \quad (3.6)$$

This dissipative effect is directly proportional to the viscous force generated by friction in the boundary layers in the perforations and is considered in Equation (3.1b) in the form of the complex coefficient

$$m(j\omega) = \frac{1}{\phi} \left(\rho_f \alpha_\infty + \frac{\sigma_0 \phi G(j\omega)}{j\omega} \right), \quad (3.7)$$

where the second right hand-side term is the dissipation coefficient arising in $f_v(x, y, t)$. In the low frequency limit, $G(j\omega)$ in Equation (3.5) can be approximated by its asymptotic limit: $\lim_{\omega \rightarrow 0} G(j\omega) = 1$. By inserting Equation (3.7) into Equation (3.1b) and using this low frequency assumption, it is possible to decompose the mass parameter in two terms: an equivalent mass term multiplying $\ddot{w}(x, y, t)$ and an equivalent damping term multiplying

²Equation (3.4) and Equation (3.5) could be generalized in order to carry out an analysis of free vibrations using a complex coefficient λ which considers the damping by not neglecting the real part. In the case where low damping involved, the approximation $\lambda \approx \mathfrak{I}\lambda \approx j\omega$ is valid.

$\dot{w}(x, y, t)$. Equation (3.1) can then be recast into

$$\left(D + \frac{\alpha^2 M_f h^3}{12}\right) \nabla^4 w_s(x, y, t) + h(\rho \ddot{w}_s(x, y, t) + \rho_f \ddot{w}(x, y, t)) = f_{\text{ext}}(x, y, t), \quad (3.8a)$$

$$\alpha M_f \nabla^2 w_s(x, y, t) - \left(\rho_f \ddot{w}_s(x, y, t) + \frac{\rho_f \alpha_\infty}{\phi} \ddot{w}(x, y, t)\right) - \sigma_0 \dot{w}(x, y, t) = 0. \quad (3.8b)$$

In the case of the study of the vibrating plate, the chosen reference frame is linked to the fluid, which results in a negative viscous force and therefore a negative relative velocity coefficient multiplying $\dot{w}(x, y, t)$ which damps the motion of the structure.

Based on the JCA model for rigid porous media, the previous formulation can be adapted to the microperforated plate. The macroscopic JCA parameters are therefore modified for the special case of MPP (Atalla & Sgard, 2007). In fact, for microperforated and porous plates, it is possible to decouple the viscous and thermal effects arising in the microperforations by using two complex quantities, which depend on the angular frequency ω of the response: the equivalent density $\rho_e(\omega)$ and the equivalent fluid bulk modulus $K_e(\omega)$. The equivalent density captures the viscous and inertial interactions between the solid frame and the fluid, while the equivalent modulus of elasticity accounts for the thermal interactions. Using this approach, all JCA parameters defined for a porous plate can also be expressed for a microperforated plate with perpendicular cylindrical pores, for which it is possible to assume that the fluid within a microperforation behaves as a Poiseuille flow involving an incompressible Newtonian fluid. The physical phenomena involved in a microperforation are recalled in Figure 3.2. For an MPP with perforations of circular cross-section, the static airflow resistivity indicated is (Atalla & Sgard, 2007)

$$\sigma_0 = \frac{32\mu_f}{\phi d^2}, \quad (3.9)$$

where μ_f is the dynamic viscosity of the fluid, ϕ , the perforation ratio, and d , the perforation diameter. For straight cylindrical pores, the viscous and the thermal characteristic lengths, respectively noted Λ and Λ' , are equal to the radius of the perforation, that is $\Lambda = \Lambda' = d/2$.

Also used in the JCA's model is the tortuosity α_∞ that reflects the distortion of the fluid flow in the pore generated by a compression wave velocity. For an MPP, the perforations are straight

and $\alpha_\infty = 1$. However, it is important to note that the JCA model must be modified in order to account for end correction effects caused by radiated waves and distorted flows arising in the vicinity of the perforations. The air mass contained in the perforation oscillates and radiates on

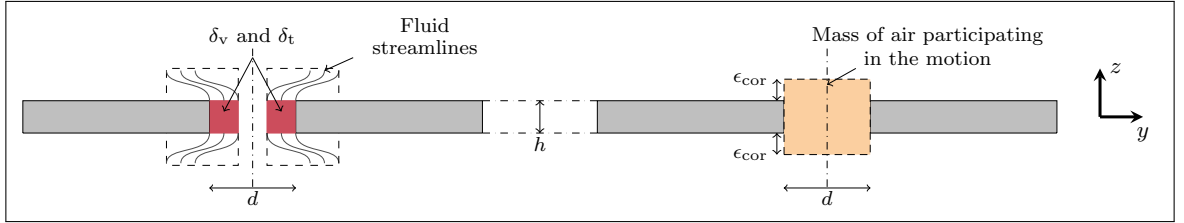


Figure 3.2 Physical phenomena occurring near a perforation of diameter d , where δ_v and δ_t are respectively the viscous and the thermal boundary layer and ϵ_{cor} is the correction length due to acoustic radiation

both sides of the plate (Figure 3.2). The mass of air carried along during the radiation is greater than that contained in the perforation. This inertia effect increases the mass of the vibrating air and is accounted for by means of correction lengths ϵ_{cor} that must be added on both sides of the perforation so that the tortuosity thus becomes (Atalla & Sgard, 2007)

$$\alpha_\infty = 1 + \frac{2\epsilon_{cor}}{h}, \quad (3.10)$$

where h is the plate thickness and $\epsilon_{cor} = 0.24\sqrt{\pi d^2}(1 - 1.14\sqrt{\phi})$ (Atalla & Sgard, 2007). Equation (3.10) is valid for a perforation ratio $\phi < 16\%$ and assuming that $k_0 h \ll 1$ with the wave number $k_0 = \omega/c_0$ and c_0 the wave velocity in the fluid. This factor ϵ_{cor} considers the fluid radiation inside the perforations.

In the present work, by assuming cylindrical straight perforations and using the JCA parameters for MPP, it is possible to establish a vibration model for the MPP based on Equation (3.8). For this purpose, all standard boundary conditions can be considered in Equation (3.8) assuming that the MPP is a homogeneous effective medium. In this paper, the numerical study is performed for a plate considered to be simply supported on each of its edges while the experimental study is carried out clamped-free boundary condition. For a thin plate of dimensions $L_x \times L_y \times h$, the

simply-supported boundary conditions for the solid displacement, are

$$w_s(x = 0, y, t) = w_s(x = L_x, y, t) = 0, \quad M_x(x = 0, y, t) = M_x(x = L_x, y, t) = 0, \quad (3.11a)$$

$$w_s(x, y = 0, t) = w_s(x, y = L_y, t) = 0, \quad M_y(x, y = 0, t) = M_y(x, y = L_y, t) = 0, \quad (3.11b)$$

where M_x and M_y are the bending moments in the x and y directions, respectively.

3.3.2 Non-dimensional analysis of the equations of motion

The first step to simplify the analysis is to search for the dimensionless groups that control the system of equations. Every solution of an equation can be expressed as a linear relation between these dimensionless groups (Buckingham, 1914; Maltbaek, 1980). The dimensionless system can be written as a function of $p - 3$ scaled parameters, where p is the number of independent parameters, with $p = 9$ in Equation (3.1). This can be achieved by nondimensionalizing the governing Equation (3.1) through classical methods (Conesa, Sánchez Pérez, Alhama & Alhama, 2016).

Setting the external load equal to zero, the dimensionless version of Equation (3.1) can be expressed as a function of the $p - 3 = 6$ dimensionless parameters: $E' = E / (12(1 - \nu^2)\alpha M_f)$, $\rho' = \rho / \rho_f$, $m' = m / \rho_f$, $u_s = w_s / h$, $U = w / h$ and $\tau = t \times (\alpha M_f / (\rho_f h))$. The time derivative is taken with respect to the dimensionless time τ . The spatial derivatives induced by ∇^4 and ∇^2 must respect the directions x and y which are adimensionalized by the thickness h of the plate. As a result, the autonomous version of Equation (3.1) takes the new form

$$E' \nabla^4 u_s + \rho' \ddot{u}_s + \ddot{U} = 0, \quad (3.12a)$$

$$\nabla^2 u_s - \ddot{u}_s - m' \ddot{U} = 0. \quad (3.12b)$$

As explained in the next section, this will be used to approximate the natural frequencies and the damping factors of the microperforated plate.

3.3.3 Approximate natural frequencies and damping factors of microperforated plates

Leclaire *et al.* (Leclaire *et al.*, 2001a) derived approximate natural frequencies of a porous plate. This formulation is valid if $E \gg M_f$, as generally accepted for rigid porous materials and for microperforated plates vibrating in surrounding air, as numerically confirmed.

In order to obtain approximate resonance frequencies and damping factors, similar assumptions are considered for MPP in the present section. From the dimensional analysis in Section 3.3.2, Equation (3.12b) is written $m'\ddot{U} = \nabla^2 u_s - \ddot{u}_s$ and Equation (3.12) can then be combined into the equation

$$E'\nabla^4 u_s + \ddot{u}_s \left(\rho' - \frac{1}{m'} \right) + \frac{\nabla^2 u_s}{m'} = 0 \quad (3.13)$$

which only involves the dimensionless plate deflection u_s . Note that in the case of an MPP saturated by a low-density fluid, the term $\rho' - \frac{1}{m'}$ is approximated by ρ' . Equation (3.13) simplifies to

$$E'\nabla^4 u_s + \rho'\ddot{u}_s + \frac{\nabla^2 u_s}{m'} = 0 \quad (3.14)$$

and this assumption is numerically validated. A similar expression involving the plate deflection w_s can be derived using the dimensional parameters of Equation (3.1), that is

$$D\nabla^4 w_s + h \left(\rho \ddot{w}_s + \frac{\rho_f \alpha M_f \nabla^2 w_s}{m(j\omega)} \right) = 0. \quad (3.15)$$

Assuming a harmonic response along with the simply-supported boundary conditions in Equation (3.11) allows us to separate space and time dependencies, that is $w_s(x, y, t) = \hat{w}_s(x, y) \exp(\lambda t)$. After space discretization, Equation (3.15) is an ODE with constant coefficients. It can be written as an eigenvalue problem³. Solutions for the eigenmode (m, n) correspond to complex eigenvalue λ_{mn} , where m and n are the indices of the modal discretization in the x and y directions. On the context of damped system, the real part of λ_{mn} is negative and accounts for the damping of the structure, while the imaginary part corresponds to the eigen angular frequency. Solutions of Equation (3.15) can be obtained for a particular MPP which

³Details of space discretization and resolution are given in Section 3.4.2.

parameters are listed in Table 3.1. The diameter of the perforations is set to $d = 1.4$ mm. The

Table 3.1 Implemented numerical values

Microperforated plate		Solid and fluid parameters	
L_x (mm)	490	ρ_s (kg m ⁻³)	2680
L_y (mm)	570	ρ_f (kg m ⁻³)	1.213
h (mm)	1.0	E (GPa)	66
ϕ (%)	10	K_f (kPa)	130
d (mm)	[0.1;5]	ν_0	0.3
		η_s	10^{-4}
		μ_f (kg m ⁻¹ s ⁻¹)	1.84×10^{-5}

numerical values of the damped eigenfrequencies γ_{mn} obtained with two approximations are listed in Table 3.2. The relative error is less than 3 %. However, the real parts do not match. The

Table 3.2 Eigenvalues $\lambda_{mn} = \beta_{mn} + j\gamma_{mn}$ for the simply-supported MPP defined in Table 3.1

m, n	Equation (3.15)		Model (Leclaire <i>et al.</i> , 2001a)	
	β_{mn}	γ_{mn}	β_{mn}	γ_{mn}
1,1	-0.47	113.7	0.0008	114.4
1,2	-0.40	259.5	0.0015	260.1
2,1	-0.36	311.0	0.0016	311.6
2,2	-0.28	456.2	0.0018	457.4
1,3	-0.25	502.7	0.0018	503.3
3,1	-0.20	639.6	0.0019	640.9

approach in reference (Leclaire *et al.*, 2001a) does not allow to depreciate the system but can be used to have an accurate estimation of the natural frequencies. This is due to the fact that in this approach, the stiffness term $\alpha M_f \nabla^2 w_s(x, y, t)$ is neglected. In order to consider damping in the response, Equation (3.15) is therefore used in this study.

3.3.4 Biot's frequency and maximum damping

The Biot frequency noted f_{Biot} is a characteristic frequency defined by Biot (Biot, 1956a) as

$$f_{\text{Biot}} = \frac{\sigma_0 \phi}{2\pi \rho_f}. \quad (3.16)$$

This characteristic frequency separates two regimes: for $f < f_{\text{Biot}}$, the inertial effect dominates while for $f > f_{\text{Biot}}$ the viscous dissipation dominates. The Biot characteristic frequency is related to the thicknesses of the viscous boundary layers δ_v . In the particular case of cylinder pores with circular cross-section, f_{Biot} is defined when $\delta_v = d/4$.

In the context of porous plates, it has been shown that there is a characteristic frequency equal to $f_{\text{Biot}}/\alpha_\infty$ for which the viscous frictional damping of a porous plate is maximum (Leclaire *et al.*, 2001a). Making this frequency coincide with the main resonance of a plate maximizes the damping of the system. It is shown in the following that similar results are observable for MPP.

In fact, in the case of a microperforated plate, the Biot frequency can be written as a function of only one parameter that can be ϕ or d which are dependent parameters satisfying

$$\phi = \frac{N_{\text{perf}} \pi d^2}{4L_x L_y} \quad (3.17)$$

where N_{perf} is the number of perforations in the MPP. In this document, we have chosen to consider f_{Biot} as ϕ -independent. By injecting Equation (3.9) in Equation (3.16), the Biot frequency is therefore written for an MPP only as a function of d . The characteristic frequency $f_c = f_{\text{Biot}}/\alpha_\infty$, for which the added damping is maximum, is written as follows

$$f_c = \frac{32\mu_f}{2\pi\alpha_\infty\rho_f d^2}. \quad (3.18)$$

The corresponding angular frequency is written $\omega_c = 2\pi f_c$. This frequency is characteristic of viscous friction between the fluid and the solid.

3.4 Vibration analysis of a finite size microperforated plate

3.4.1 Space semi-discretization

In the framework of linear elasticity, displacements are considered small and normal to the plate surface at rest. In Equation (3.8), the time dependence and space dependence in $w_s(x, y, t)$, $f_{\text{ext}}(x, y, t)$ or $w(x, y, t)$ are separable and the motion can be considered as a linear combination of natural motions. Thus, Equation (3.8) represents a set of an infinite number of simultaneous differential equations. In the particular case where exponential type solutions are targeted, Equation (3.8) and the associated boundary conditions collectively constitute a bi-harmonic eigenvalue problem. Solving this problem gives access to the eigenvalues λ_{mn} and to the modal basis functions $\Psi_{mn}(x, y)$. The deflection of the plate is then assumed to be in the following form

$$w_s(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn}^s(t) \Psi_{mn}(x, y) \quad (3.19)$$

where $w_{mn}^s(t)$ represent the generalized coordinates of eigenmodes (m, n) that are unknown functions of t . Similar expressions are chosen for the relative fluid-structure modal displacement with the t -function $w_{mn}(t)$. Indeed, for a microperforated structure, it is assumed that the same boundary conditions and basis expansions are used for the displacement fields of both the plate and the fluid (Theodorakopoulos & Beskos, 1994). In the case of the present study, the fluid within the perforations is considered as an effective fluid taking the shape of an equivalent fluid plate and the perforated solid is considered as an effective solid taking the shape of an equivalent solid plate. For a mechanical excitation, the motion of the equivalent fluid plate is related to that of the equivalent solid plate and therefore it is reasonable to consider that the boundary conditions are the same for both plates.

The basis functions $\Psi_{mn}(x, y)$ are chosen as a linear combination of hyperbolic and trigonometric functions. For a rectangular plate, $\Psi_{mn}(x, y) = \phi_m(x)\phi_n(y)$ where

$$\phi_k(\xi) = A_k \cosh \Omega_k \xi + B_k \cos \Omega_k \xi + C_k \sinh \Omega_k \xi + D_k \sin \Omega_k \xi. \quad (3.20)$$

The basic functions for particular boundary conditions are presented in Appendix I. In order to simplify the notations, we decided to reorganize the $\Psi_{mn}(x, y)$ into a single index expression $\Psi_i(x, y)$. Equation (3.19) can be therefore rewritten for a finite number of modes such that

$$w_s(x, y, t) = \sum_{i=1}^N w_i^s(t) \Psi_i(x, y) \quad \text{with} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.21)$$

where N is the number of degrees-of-freedom (dof) in the discretization. In this reorganization, each pair of indices $(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ is ordered lexicographically in order to correspond to a single index $i \in \mathbb{N}$. Thus $(1, 1)$ is the smallest element, the next is $(1, 2)$ then $(1, 3), (1, 4), \dots, (1, \frac{N}{2}), \dots, (2, 1), \dots, (3, 1), \dots, (\frac{N}{2}, 1), \dots$, in the particular case where the number of dof in x and y discretization are equal to $\frac{N}{2}$. The same reorganization of indices is performed for $w(x, y, t)$ and for $f_{\text{ext}}(x, y, t)$ and is used here and in the rest of this document.

The resolution of Equation (3.8) involves the discretization and projection of the equations onto the plate and fluid eigenmode basis. From the above modal expansion and a space semi-discretization procedure, Equation (3.8) can be written in a matrix form

$$\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{D}\mathbf{z}(t) = \mathbf{f}(t), \quad (3.22)$$

where

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{Id} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{q}(t) \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

with

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_s(t) \\ \mathbf{w}(t) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{s_1} & \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{M}_{s_2} & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

and $\mathbf{q}(t)$ is the vector that stores external excitation terms. Boldface notations represent vectors or matrices. The vector $\mathbf{x}(t)$ stores both solid and relative fluid-solid displacements, respectively $\mathbf{w}_s(t)$ and $\mathbf{w}(t)$, and is defined relatively to an equilibrium position when the structure is at rest. The vector $\mathbf{w}_s(t)$ contains the inputs $w_i^s(t)$ while the vector $\mathbf{w}(t)$ stores the entries $w_i(t)$, both

defined via the space-time decomposition presented in Equation (3.21). The matrices $\mathbf{M}_{s_k}$, $\mathbf{M}_k$, $\mathbf{K}_k$ with $k = 1, 2$ and $\mathbf{C}_2$ can be obtained via a discretization by projection on the eigenmodes of the plate

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}_{s_1} &= h\rho \iint_S \boldsymbol{\Psi}(x, y) \boldsymbol{\Psi}^T(x, y) \, dx \, dy, & \mathbf{M}_{s_2} &= -\rho_f \iint_S \boldsymbol{\Psi}(x, y) \boldsymbol{\Psi}^T(x, y) \, dx \, dy, \\
 \mathbf{M}_1 &= h\rho_f \iint_S \boldsymbol{\Psi}(x, y) \boldsymbol{\Psi}^T(x, y) \, dx \, dy, & \mathbf{M}_2 &= -\frac{\rho_f \alpha_\infty}{\phi} \iint_S \boldsymbol{\Psi}(x, y) \boldsymbol{\Psi}^T(x, y) \, dx \, dy, \\
 \mathbf{C}_2 &= -\sigma_0 \iint_S \boldsymbol{\Psi}(x, y) \boldsymbol{\Psi}^T(x, y) \, dx \, dy, & \mathbf{K}_2 &= \alpha M_f \iint_S \Delta \boldsymbol{\Psi}(x, y) \boldsymbol{\Psi}^T(x, y) \, dx \, dy, \\
 \mathbf{K}_1 &= \left(D + \frac{\alpha^2 M_f h^3}{12} \right) \iint_S \Delta^2 \boldsymbol{\Psi}(x, y) \boldsymbol{\Psi}^T(x, y) \, dx \, dy
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

where S is the plate surface i.e. $\iint_S = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y}$. In Equation (3.25), $\boldsymbol{\Psi}(x, y)$ is the column vector that stores the entries $\Psi_i(x, y)$ and $\Delta = \nabla^2$ is the Laplacian operator, applied to each term of $\boldsymbol{\Psi}(x, y)$. Also, the damping matrix $\mathbf{C}_2$ is a function of σ_0 and thus d . It accounts for friction in the perforations and can be considered as a viscous damping. The structural damping of the perforated panel can be considered by taking a complex bending stiffness defined from the isotropic structural loss factor η_s of the material constituting the MPP. In this case, $\mathbf{K}$ has complex entries: the real parts correspond to rigidity terms and the imaginary part, to damping terms. The low depreciation involved making it possible to obtain $\mathbf{D}$ in real form. The damping matrix $\mathbf{C}$ and the stiffness matrix $\mathbf{K}$ are rewritten such that

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \Re \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \tag{3.26}$$

where each coefficient in $\mathbf{C}_1$ is its equivalent coefficient in $\Im \mathbf{K}_1$ divided by the corresponding ω_i , the i th frequency obtained for an undamped system. The matrix $\mathbf{D}$, presented in Equation (3.23) is therefore λ -independent.

3.4.2 Modal analysis

In order to study the free vibration modal motions of the microperforated structure, the external force in Equation (3.8) is set to $\mathbf{f}(t) = \mathbf{0}$ and Equation (3.22) is reduced to $\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{D}\mathbf{z}(t) = \mathbf{0}$.

Modal analysis is performed in order to determine the natural modes of vibration and the associated frequencies and damping coefficients. Equation (3.22) represents a homogeneous set of Ordinary differential equation (ODE) with constant coefficients. Its solution can be written in exponential form as

$$\mathbf{z}(t) = \hat{\mathbf{z}} \exp(\lambda t), \quad (3.27)$$

where λ and $\hat{\mathbf{z}}$ respectively are a scalar and a vector. By inserting Equation (3.27) into Equation (3.22) and dividing all term by the non-vanishing $\exp(\lambda t)$, the eigenvalue problem

$$\mathbf{D}\hat{\mathbf{z}} = \lambda\hat{\mathbf{z}} \quad (3.28)$$

is obtained. The matrix $\mathbf{D}$ is real and the solutions of Equation (3.28) provides $4N$ eigensolutions. Due to the structure of $\mathbf{K}$, the solutions for the structural modes and those for the relative fluid-structure modes are decoupled: $2N$ solutions correspond to the structural modes and $2N$ to the relative fluid-structure modes.

Since the boundary conditions are simply-supported, the modes are orthogonal, $\mathbf{D}$ has a block diagonal structure

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{D}_N \end{bmatrix}, \quad (3.29)$$

where $\mathbf{D}_i$ is a 4×4 block defined for mode i . The resulting characteristic equation $\det(\mathbf{D}_i - \lambda \mathbf{I}) = 0$ translates into

$$\lambda^4 - d_{44_i} \lambda^3 + d_{31_i} \lambda^2 - (d_{31_i} d_{44_i} - d_{34_i} d_{41_i}) \lambda = 0 \quad (3.30)$$

where d_{pq_i} is entry pq in $\mathbf{D}_i$. The chosen formulation of the model presented in Equation (3.8) which contains no w terms. This results in a rigid body motion of the fluid and thus a zero eigenvalue, which corresponds to the trivial solution $\lambda = 0$ in Equation (3.30). The other three roots of Equation (3.30) are positive real or complex conjugates. Eigenvalues corresponding to structure displacement are complex conjugates $\lambda_i = \beta_i \pm j\gamma_i$ where the imaginary part $\Im \lambda_i = \gamma_i = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}$ is the natural frequency of the mode i for the damped system and the

real part $\Re \lambda_i = \beta_i = -\zeta_i \omega_i$, the damping term involved in the exponential decrease of the mode, expressions in which ω_i is the natural frequency of the undamped mode i and ζ_i , the corresponding modal damping ratio. Motions in the underdamped modes consist of decaying oscillations, which can be described as a system of two coupled first-order differential equations in time. Details of modal resolution for a one-dof dissipative system are presented in Appendix II. Four eigenmodes $\hat{\mathbf{z}}_k$, with $k \in [1; 4]$, corresponding to eigenvalues, λ_k are defined where $\hat{\mathbf{z}}_1$ and $\hat{\mathbf{z}}_2$ are complex conjugate while $\hat{\mathbf{z}}_3$ and $\hat{\mathbf{z}}_4$ are purely real. Also, the eigenvalue corresponding to $\hat{\mathbf{z}}_3$ is 0.

It is possible to perform a projection on the modal basis $\mathbf{z}_i(t) = \mathbf{P}_i \mathbf{u}_i(t)$ where each 4×4 $\mathbf{P}_i$ matrix is organized as follows:

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \Re \hat{\mathbf{z}}_1 & \Im \hat{\mathbf{z}}_1 & \hat{\mathbf{z}}_3 & \hat{\mathbf{z}}_4 \end{bmatrix}_i. \quad (3.31)$$

Contrary to the modal forms $\Psi_i(x, y)$, which allow the discretization in the space of the equations, the $\mathbf{P}_i$ modes correspond to the diagonalization modes, resulting from the projections of the discretized equations on the modal basis. After projection in the modal basis, Equation (3.22) takes the block matrix form

$$\dot{\mathbf{u}}_i(t) = \mathbf{L}_i \mathbf{u}_i(t), \quad \text{with} \quad \mathbf{L}_i = \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{D}_i \mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \beta_1 & \gamma_1 & 0 & 0 \\ -\gamma_1 & \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_4 \end{bmatrix}_i. \quad (3.32)$$

For block i , the equations are (the index i and the time dependency are dropped for readability purposes)

$$\dot{u}_1 = \beta_1 u_1 + \gamma_1 u_2, \quad (3.33a)$$

$$\dot{u}_2 = -\gamma_1 u_1 + \beta_1 u_2, \quad (3.33b)$$

$$\dot{u}_3 = 0, \quad (3.33c)$$

$$\dot{u}_4 = \beta_4 u_4. \quad (3.33d)$$

The mapping back to the physical basis is possible by multiplying the vector $\mathbf{u}_i(t)$, resulting from the resolution of Equation (3.33) by the change of basis matrix $\mathbf{P}_i$.

3.4.3 Forced response analysis

The modal analysis is sufficient for the mechanical analysis of the MPP and allows for simple parametric analyses. However, microperforated plates can also be excited by a mechanical force acting at a particular location on the structure, for example. In order to simulate real experimental conditions, it is important to study the forced response to an external mechanical excitation. For this purpose, a harmonic pointwise external excitation of amplitude F_{ext} is applied at (x_0, y_0) with the angular frequency ω . The punctual external load is therefore written for the i th mode such that $f_{\text{ext}_i}(x_0, y_0, t) = F_{\text{ext}} \Psi_i(x_0, y_0) \exp(j\omega t)$. The same approach presented in Section 3.4.2 is performed for the forced response. In this aim, after the proper projection on the considered basis of shape function, Equation (3.22) become

$$\dot{\mathbf{u}}_i(t) = \mathbf{L}_i \mathbf{u}_i(t) + \mathbf{P}_i^{-1} \mathbf{f}_i(t), \quad (3.34)$$

where $\mathbf{f}_i(t)$ is the restriction of $\mathbf{f}(t)$ to block i . Equation (3.32) therefore reads (again for block i)

$$\dot{u}_1 = \beta_1 u_1 + \gamma_1 u_2 + f_1, \quad (3.35a)$$

$$\dot{u}_2 = -\gamma_1 u_1 + \beta_1 u_2 + f_2, \quad (3.35b)$$

$$\dot{u}_3 = f_3, \quad (3.35c)$$

$$\dot{u}_4 = \beta_4 u_4 + f_4. \quad (3.35d)$$

In Equation (3.35), the f_{k_i} terms correspond to the k th term in each i block of the matrix $\mathbf{f}(t)$ defined in Equation (3.23). The modal participation of the forced response is obtained by solving Equation (3.35) for the steady state in the form

$$\mathbf{u}_i(t) = \mathbf{a}_i(\omega) \cos \omega t + \mathbf{b}_i(\omega) \sin \omega t \quad (3.36)$$

where $\mathbf{a}_i(\omega)$ and $\mathbf{b}_i(\omega)$ represent the modal participation in the forced response, with modulus $\mathbf{c}_i(\omega) = \sqrt{\mathbf{a}_i(\omega)^2 + \mathbf{b}_i(\omega)^2}$.

3.5 Sensitivity analysis

3.5.1 Sensitivity of the MPP vibratory forced response to fluid load

In this section, in addition to the fluid in the perforations, the external fluid is taken into account. The MPP is considered to be in a semi-infinite fluid medium. Indeed, when a structure vibrates in a fluid, it radiates acoustic waves, and it is required to account for the fluid-structure interaction (Aygun *et al.*, 2007). The fluid loading is introduced in Equation (3.1) by adding a coupling term, depending on $w_k^s(t)$. To capture the effect of the fluid loading, it is proposed to add an acoustic source, expressed as

$$q_i(x, y, t) = -j\omega \sum_{k=1}^{\infty} Z_{ik}(1 - \phi) w_k^s(t) \Psi_k(x, y) \quad (3.37)$$

where Z_{ik} is the ik element in the acoustic radiation impedance tensor. The reorganization of indices presented in Equation (3.21) is used here. The effect of radiation at the orifice of the perforation is already active via the correction term ϵ_{cor} (Atalla & Sgard, 2007). Only the displacement of the solid multiplied by the proportion of the surface of the solid is considered, via the term $(1 - \phi)w_k^s(t)$. The cross-coupling coefficients in the radiation impedance tensor are given by (Néllisse *et al.*, 1998)

$$Z_{ik} = j\omega\rho_f \int_S \int_{S'} \Upsilon_{ik}(x, y, x', y') dS' dS \quad (3.38)$$

where $\Upsilon_{ik}(x, y, x', y') = \Psi_i(x, y)G_r(x, y, x', y')\Psi_k(x', y')$. The Green function $G_r(x, y, x', y')$, associated with the contribution of a surface element S' , is defined by

$$G_r(x, y, x', y') = \frac{\exp(jrk_0)}{2\pi r}, \quad (3.39)$$

where r is given by $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$. The factor $1/2\pi$ in Equation (3.39) is used in the case presented here for a baffle plate. For a non-baffle plate, this factor must be replaced by $1/4\pi$. When the receiving and transmitting elements are the same, the distance r becomes zero and the Green function (3.39) becomes infinite. In order to ensure the convergence of the integral, the solution proposed in this work to deal with this singularity is to use a limit formulation when r is close to zero. In order to compute Equation (3.22), the surface is discretized into small segments. The integral formulation of the radiation impedance is therefore expressed as a discrete problem, with n_b elements in the discretization. A quadruple Riemann sum is performed in order to obtain a numerical approximation of Equation (3.38).

The acoustic load, represented by the radiation impedance, has two effects. First, it modifies the damping of the plate-air system represented by $\Re Z_{ik}$. Second, it adds a reactive effect to the plate-air system by the addition of a mass represented by $\Im Z_{ik}$. For a low-density fluid (e.g. air), the cross-coupling terms can be neglected, so that $Z_{ik} = 0$ if $i \neq k$. The radiation impedance matrix is thus a diagonal matrix.

Finally, Z_{ik} is inserted in Equation (3.8) through the load

$$q_{\text{rad}}(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} q_i(x, y, t), \quad (3.40)$$

where q_i is defined in Equation (3.37). The fluid-loaded system can thus be modelled, for an MPP immersed in a low-density fluid, as

$$\left(D + \frac{\alpha^2 M_f h^3}{12}\right) \nabla^4 w_s + h(\rho \ddot{w}_s + \rho_f \ddot{w}) = f_{\text{ext}} + q_{\text{rad}}, \quad (3.41a)$$

$$\alpha M_f h \nabla^2 w_s - h\left(\rho_f \ddot{w}_s + \frac{\rho_f \alpha_{\infty}}{\phi} \ddot{w}\right) - h \sigma_0 \dot{w} = q_{\text{rad}}. \quad (3.41b)$$

After space discretization and projection onto plate mode shape, Equation (3.41) is solved by using the approach presented in Section 3.4.2. For a microperforated plate loaded with low-density fluid, the modal diagram is negligibly modified by the parietal pressure induced by the fluid on the plate. A comparison of the eigenfrequency γ_i and corresponding modal damping ratio ζ_i between a simply-supported MPP saturated by air and an MPP *in vacuo* is undertaken in Table 3.3. It appears that in the case of an air-saturated plate, the fluid loading has a negligible effect on the natural frequencies and damping rates.

Table 3.3 Modal characteristic of mode i for the microperforated plate defined in Table 3.1 with $d = 1.4$ mm and η_s set to zero. Eigenfrequency γ_i in rad s^{-1} and the corresponding modal damping ratio ζ_i

i	1. <i>in vacuo</i>		2. in air	
	γ_i	ζ_i	γ_i	ζ_i
1	113.97	4.071×10^{-3}	113.95	4.079×10^{-3}
2	259.39	1.536×10^{-3}	259.37	1.537×10^{-3}
3	310.82	1.148×10^{-3}	310.80	1.149×10^{-3}
4	456.51	0.584×10^{-3}	456.50	0.585×10^{-3}

3.5.2 Free vibratory response sensitivity to perforation ratio

Two parameters can have a significant influence on the MPP vibratory response: ϕ and d . The other parameters (σ_0 , α_∞ , Λ and Λ') are dependent on ϕ and d . For an MPP, the higher ϕ , the less rigid is the structure. In order to maintain the mechanical properties of the material (E and ρ_s) for an MPP close to those of the non-perforated structure, the perforation ratio must remain low, typically below 16 % in our study. Moreover, Biot's damping stems from viscous friction coupling with fluid-structure interaction. Then, since losses occur in the perforations, the greater the number of perforations of a given d , the greater the damping. For the MPP described in Table 3.1, the influence of ϕ for a given perforation diameter on the modal damping ratio of the first four mode shapes are presented in Figure 3.3. The constant perforation diameter is

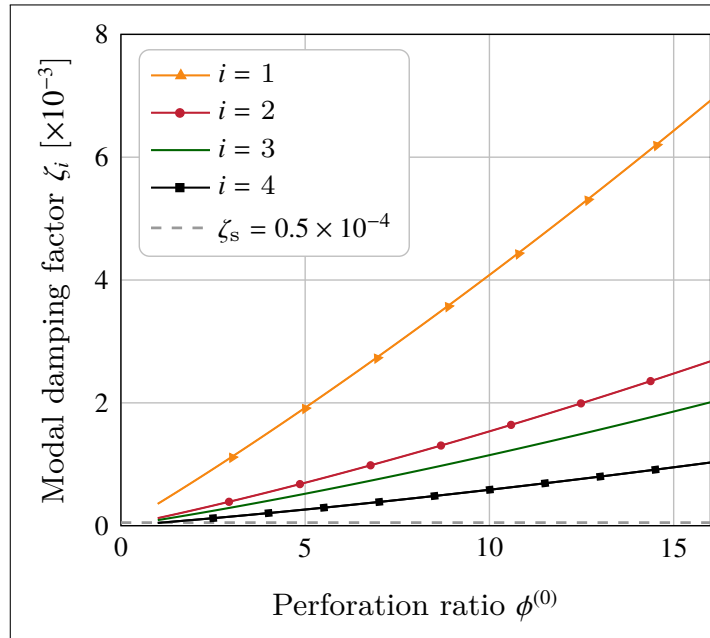


Figure 3.3 Modal damping factor sensitivity to ϕ for a simply-supported MPP (see Table 3.1) with $d = 1.4$ mm. The isotropic structural loss factor $\eta_s = 2\zeta_s$ is assumed constant for each mode i

set to $d = 1.4$ mm. The comparison between the added damping and the structural damping is also provided in Figure 3.3. The structural damping for the i th mode $\eta_s = 2\zeta_s$ is assumed to

be constant and ϕ -independent. Value of η_s for an aluminum plate is given in Table 3.1. In the present study, all microperforations have the same geometry and diameter. In this case, f_c is chosen to be expressed as a function d . The perforation ratio therefore has negligible influence on f_c but might slightly perturb the natural frequencies by changing the mass and stiffness matrices. A correction of the Young modulus (Wang, 1984; Boccaccini & Fan, 1997) can thus be applied on ϕ so that

$$E_{eq}(\phi) = E \frac{(1 - \phi)^2}{1 + (2 - 3\nu_0)\phi}, \quad (3.42)$$

where E and ν_0 are respectively the Young's modulus and the Poisson's ratio of the non-perforated plate. Equation (3.42) is included in the analytical model. Microperforations also affect the mass matrix by defining an equivalent structure density such that $\rho = \rho_s(1 - \phi) + \phi\rho_f$. In the particular case of a low-density fluid, the equivalent density ρ can be approximated by $\rho = \rho_s(1 - \phi)$. Vibratory resonance occurs at lower frequencies for an MPP than for a non-perforated plate of the same size. An approximation of the natural resonance frequencies for a finite size MPP saturated by a lightweight fluid is possible from the resonant frequencies of the non-perforated plate. The resonance frequencies of an MPP can therefore be obtained using the well-known plate resonance formulae. The equivalent equation of motion for mode i considering the equivalent material properties of the MPP (i.e. ρ and $E_{eq}(\phi)$) can be written as

$$M_i(1 - \phi)\ddot{w}_i^s(t) + K_i\left(\frac{(1 - \phi)^2}{1 + (2 - 3\nu_0)\phi}\right)w_i^s(t) = 0. \quad (3.43)$$

As a first approach, the corresponding natural resonance frequencies are

$$\omega_i = \delta(\phi)\sqrt{K_i/M_i} \quad \text{where} \quad \delta(\phi) = \sqrt{\frac{1 - \phi}{1 + (2 - 3\nu_0)\phi}}. \quad (3.44)$$

The natural frequencies of the MPP are therefore approximately $\delta(\phi)$ off from the natural frequencies of a non-perforated plate. Natural angular frequencies for an MPP considering the Young modulus correction are given in Table 3.4. A comparison of angular frequencies calculated from the approximate formula of Equation (3.44) and the full model given in Equation (3.8) for an MPP is presented in Table 3.4. Approximate values of angular frequencies for the MPP are

obtained from those calculated analytically for a non-perforated plate through Equation (3.44). The values presented in Table 3.4 are obtained for $\eta_s = 0$ and γ_i corresponds to the imaginary part of the eigenvalues that considered the damping induced by the microperforations. The

Table 3.4 Angular frequencies in rad s^{-1} of mode i for the simply-supported MPP calculated from Equation (3.44) and equivalent non-perforated plate defined in Table 3.1 with $d = 1.4 \text{ mm}$. The shift factor $\delta(0.1) = 0.9$ is calculated from Equation (3.44). Values obtained from approximated formula (3.44) are compared to those calculated from the full model (3.8)

i	Non-perforated plate	Microperforated plate	
	ω_i	ω_i (3.44)	γ_i (3.8)
1	105.5	98.0	97.7
2	246.8	223.1	222.3
3	295.6	267.3	266.4
4	433.9	392.3	391.3

relative error between the approximate formula and the full model is less than 1 %. The approximate formula Equation (3.44) does not consider the visco-thermal damping added by the microperforations which explain the relative error between the two approaches.

3.5.3 Free vibratory response sensitivity to perforation diameter

In order to better understand the added damping, it is proposed to plot the modal damping ratios in terms of d . Indeed, from modal analysis, the modal damping factor is given by $\zeta_i = -\beta_i/\omega_i$. For a microperforated plate, defined in Table 3.1, Figure 3.4 shows the modal damping as a function of d , for a given ϕ . Each curve corresponds to a mode and exhibits a maximal damping induced by the optimal perforation diameter for which the modal frequency of mode i is equal to the damping characteristic frequency. When d tends to infinity, the added damping tends to zero, irrespective of ϕ . For constant perforation ratio and a specified plate size, maximum damping is obtained for the first four mode shapes. The added damping by the microperforations thus has a clear effect on low frequencies $f < 32\mu_f/(\pi d^2)$.

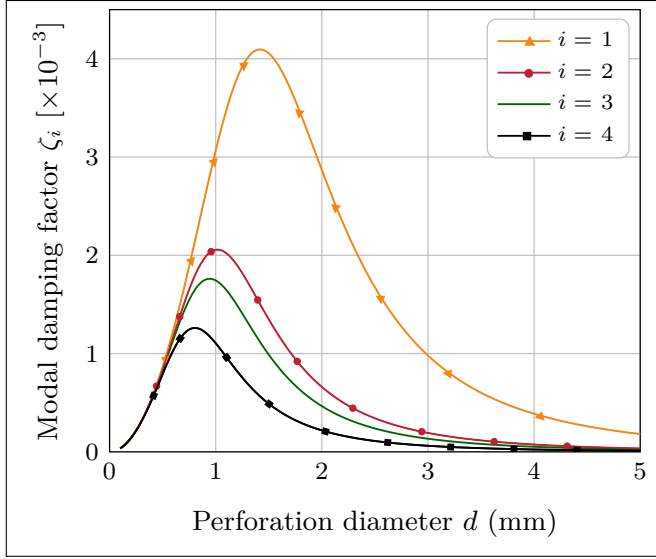


Figure 3.4 Modal damping sensitivity to d for a simply-supported MPP of dimensions $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ for $\phi = 10 \%$

3.5.4 Free vibratory response sensitivity to resonance frequencies

The viscous dissipation in materials can be included in Equation (3.15) by defining a complex stiffness matrix using a loss factor η_i so that Equation (3.15) reads

$$M_i \ddot{w}_i^s(t) + K_i(1 + j\eta_i)w_i^s(t) = 0 \quad (3.45)$$

where M_i and K_i correspond respectively to the i th element of the restriction of the mass and stiffness matrices to their diagonal terms. The approximate Equation (3.15) is cast into a form similar to that of an oscillating system for each mode i as

$$\left(\rho + \frac{I_i^{(2)} \rho_f^2 \alpha M_f \phi^2 \alpha_\infty}{I_i^{(3)} ((\alpha_\infty \phi \rho_f \omega)^2 + b_f^2)} \right) \ddot{w}_i^s(t) + \left(-h j \omega \frac{I_i^{(2)} \alpha M_f \phi^2 \rho_f b_f}{I_i^{(3)} ((\alpha_\infty \phi \rho_f \omega)^2 + b_f^2)} + \frac{D I_i^{(1)}}{I_i^{(3)}} \right) w_i^s(t) = 0 \quad (3.46)$$

where $b_f = \sigma_0 \phi^2$ is the friction coefficient defined by Biot (Biot, 1956a). The terms $I_i^{(k)}$ are the i contribution terms on the diagonal in the projection matrix $\mathbf{I}^{(k)}$ defined

$$\mathbf{I}^{(1)} = \iint_S \Delta^2 \Psi(x, y) \Psi^T(x, y) \, dx \, dy, \quad (3.47a)$$

$$\mathbf{I}^{(2)} = \iint_S \Delta \Psi(x, y) \Psi^T(x, y) \, dx \, dy, \quad (3.47b)$$

$$\mathbf{I}^{(3)} = \iint_S \Psi(x, y) \Psi^T(x, y) \, dx \, dy. \quad (3.47c)$$

By identification of Equation (3.46) and Equation (3.45), the modal loss factor is expressed as

$$\eta_i(\omega) = -\frac{h\omega I_i^{(2)}}{D I_i^{(1)}} \left(\frac{\alpha M_f \phi^2 \rho_f b_f}{(\alpha_\infty \phi \rho_f \omega)^2 + b_f^2} \right). \quad (3.48)$$

At the eigenfrequency γ_i , the loss factor is related to the modal damping factor by the following expression $\eta_i(\gamma_i) = 2\zeta_i$. From Equation (3.48), it is proposed to explore the influence of the resonance frequencies on η_i , as illustrated in Figure 3.5. Figure 3.5(a) shows the loss factor presented in Equation (3.48) as a function of dimensionless frequency for a plate with constant ϕ . The frequency is normalized with respect to f_c defined in Equation (3.18). The diameter of the perforations has been chosen to induce the maximum damping in the first mode. Accordingly, the characteristic frequency is identical for all modes in Figure 3.5(a). In Figure 3.5(b), the perforation diameter is not a constant and has been chosen to maximize the damping for each mode i such that

$$d_i^{\text{op}} = \sqrt{\frac{32\mu_f}{\omega_i \rho_f \alpha_\infty}}. \quad (3.49)$$

The characteristic frequency which is a function d is different for each mode.

In both figures, for each mode i , η_i passes through a maximum at an optimal frequency function of d that corresponds to f_c defined in Equation (3.18). By inserting Equation (3.18) in Equation (3.48), a formulation of the maximum damping η_i^{max} is obtained, for the i mode, as

$$\eta_i^{\text{max}} = -\frac{h\phi\alpha M_f I_i^{(2)}}{2D\alpha_\infty I_i^{(1)}}. \quad (3.50)$$

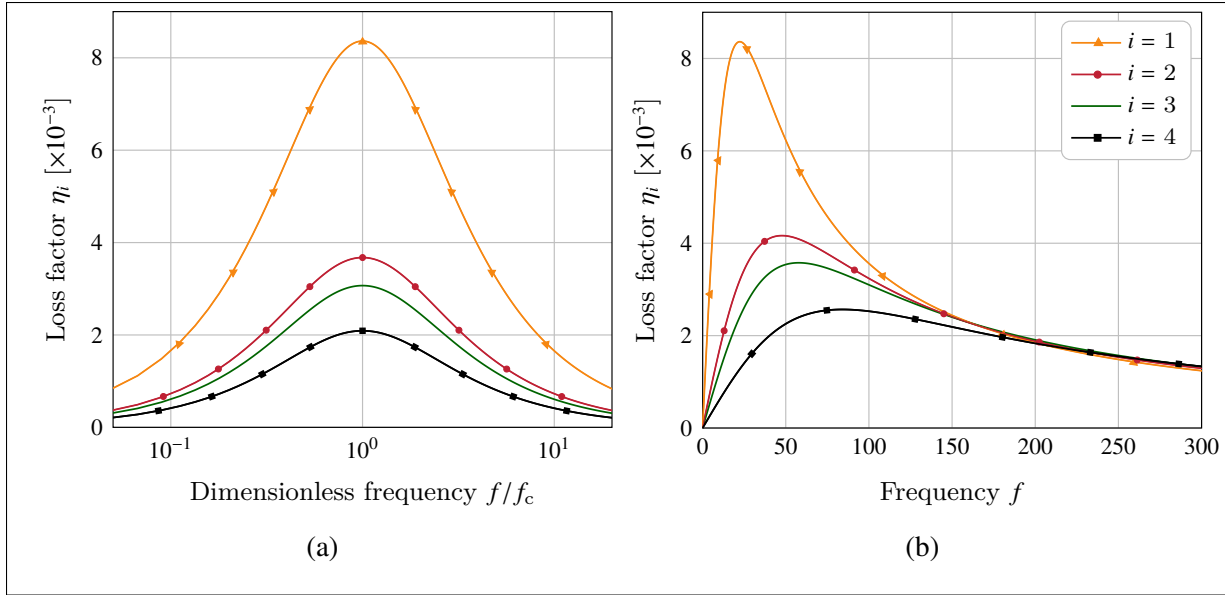


Figure 3.5 Loss factor given in Equation (3.48) for a simply-supported MPP of dimensions $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ (see Table 3.1) as function of frequency. In Figure 3.5(a) the diameter is fixed and f_c is a constant. The diameter is chosen to maximize the damping on f_1 , we therefore have $f_1 = f_c$. In Figure 3.5(b) the diameter is different for each mode and is chosen to maximize the damping in each mode. We therefore have $f_i = f_c$

This maximum depends on the geometry of the plate, the boundary conditions and d .

Let us now consider the asymptotic behaviours of $\eta_i(\omega)$ in Equation (3.48). The high frequency limit is $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \eta_i(\omega) = 0$ for mode i . This might be explained by the fact that at high frequencies, the thermal and viscous boundary layers

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\mu_f}{\omega\rho_f}} \quad \text{and} \quad \delta_t = \sqrt{\frac{2\mu_f}{\text{Pr}\omega\rho_f}} \quad (3.51)$$

respectively, where Pr is the Prantl number, become very thin and tend to the zero thickness limit since they are inversely proportional to the pulsation ω . In the high frequency limit, the fluid slides in the perforations and the damping induced in the boundary layers (thermal and viscous) becomes negligible. In the very low frequency limit, the boundary layers become very large, the fluid flow associated with the acoustic wave is totally prevented from entering the perforation and no friction in the boundary layers occurs. As a consequence, no damping mechanism by

viscous friction takes place. Between these two limits, the Biot damping emerges and reaches a maximum, depending on the viscous friction losses.

It is worthy to pay attention to the frequency range over which the damping is effective. Indeed, for a given mode, the added viscous damping effect is maximal when the plate frequency coincides with f_c , but it acts on a larger bandwidth around this maximal characteristic frequency. In Figure 3.5(b), the Biot damping acts over a wider range of frequencies when the perforation diameter is chosen to damp higher frequency modes. This is due to the fact that, for low frequencies, the thickness of the boundary layers varies rapidly with ω . A small change in frequency will result in a larger change in the boundary layer thickness. In the high frequency limit, the boundary layer thickness can also vary with frequency, and the Biot damping will be effective over multiple modes. Accordingly, the choice of perforation diameter will certainly be a trade-off between the range over which the damping applies and its value.

3.5.5 Free vibratory response sensitivity to plate thickness

The plate thickness h also has an influence on the added damping. The loss factor given in Equation (3.48) for three MPP with different thickness sizes is provided in Figure 3.6 for constant d and ϕ . In order to have the same resonance frequency of the first plate mode for the three MPP considered, (i.e. $f_1 = 18.2$ Hz), both dimensions L_x and L_y are adjusted. The frequency is thus normalized with respect to f_1 . According to Figure 3.6, the added damping increases as the thickness of the plate decreases for a constant resonance frequency. In order to better understand the damping sensitivity to h , an expression of the loss factor that capture the thickness effect can be developed from Equation (3.48). In fact, by considering only the equivalent response of the solid without the fluid contribution, the pulsation ω_i writes in terms of h

$$\omega_i = A_i h \quad \text{where} \quad A_i = \sqrt{\frac{EI_i^{(1)}}{12\rho(1 - \nu_0^2)I_i^{(3)}}}. \quad (3.52)$$

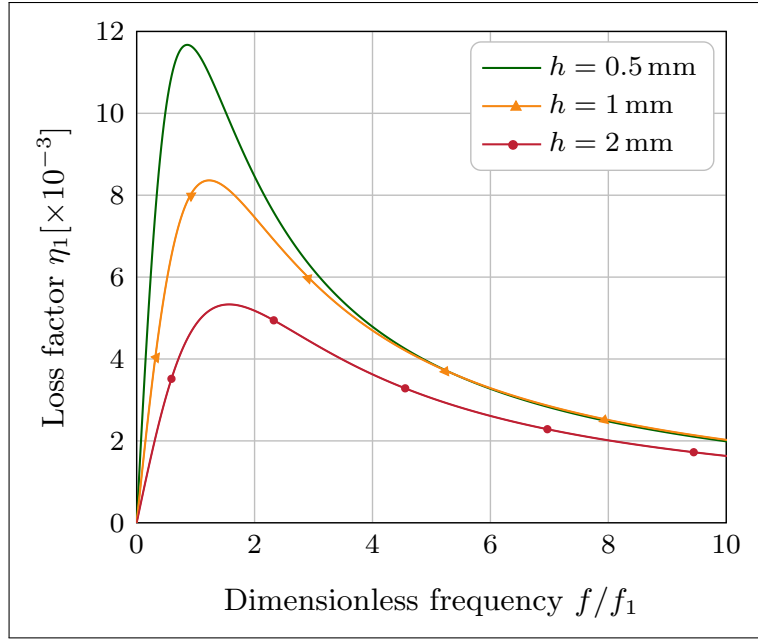


Figure 3.6 First mode loss factor given in Equation (3.48) as function of dimensionless frequency for three simply-supported MPP of dimension: (—) 346 mm × 403 mm × 0.5 mm, (—▲) 490 mm × 570 mm × 1 mm and (—●) 693 mm × 806 mm × 2 mm. The dimensions of the three MPP have been chosen so that their first resonance frequency of the undamped system, f_1 is identical. The parameters of the perforations are set for the three MPP to $d = 1.4$ mm and $\phi = 10\%$

A formulation can be derived by inserting Equation (3.52) into Equation (3.48). The loss factor is then written in terms of h

$$\eta_i(h) = \frac{B_i^{(1)}}{B_i^{(2)}h^3 + B^{(3)}h} \text{ where } B_i^{(1)} = \frac{-I_i^{(2)}\alpha M_f \phi^2 \rho_f b_f}{\rho A_i I_i^{(3)}}, B_i^{(2)} = (\phi \rho_f A_i)^2 \text{ and } B^{(3)} = b_f^2. \quad (3.53)$$

For small values of h , the term $B_i^{(2)}h^3$ is neglected compared to $B^{(3)}h$ and the added damping is inversely proportional to h . Equation (3.53) was derived in the framework of thin plate theory. When h tends to zero, the system should behave like a membrane and further investigation of this situation is required. However, this is beyond the scope of this study.

3.6 Experimental validation

This section presents validation results. The Mecanum Oberst test bench is used for the mechanical characterization of MPP. This system is based on the norm ASTM E756-05 ((2017), 2017) and is relevant for the measurement of the damping loss factor and the Young modulus. Since the test bench is standardized, the dimensions of the test system are imposed by the experimental setup introduced in Figure 3.7 and Figure 3.8(a). In order to easily associate the

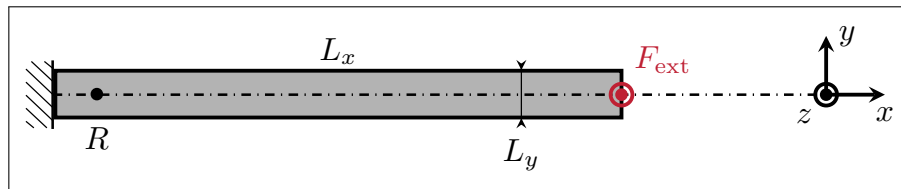


Figure 3.7 Steel plate used with the observation point R and the force excitation F_{ext} along z

experimentally observed peaks with the proposed theory, the plates are chosen longer than wide. Thus, the mode shapes along y do not participate in the low frequency range. The plate section is considered as straight and rigid according to y and the previous model is simplified by using the Euler-Bernoulli theory. The microperforated steel plate of length L_x is clamped at $x = 0$

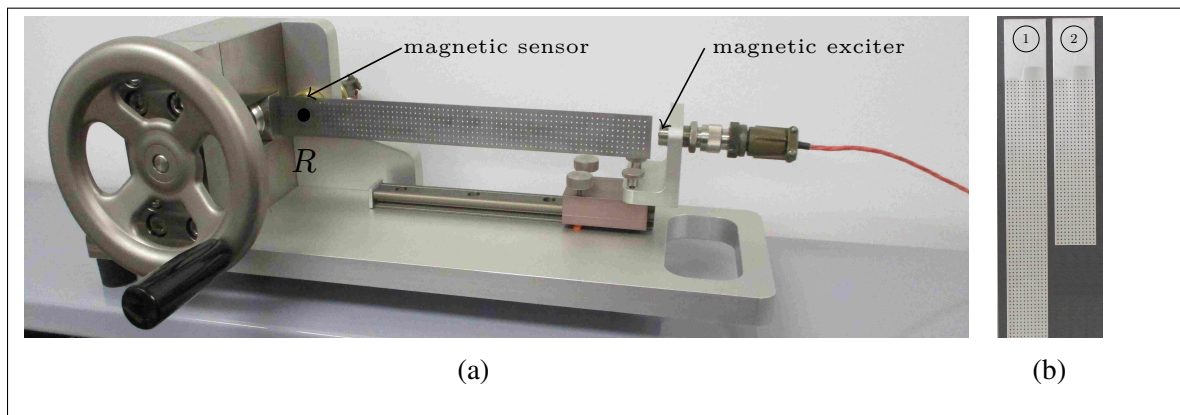


Figure 3.8 Experimental setup in Figure 3.8(a) and MPP used for damping characterization in Figure 3.8(b)

and free at $x = L_x$ and free-free along y . A magnetic exciter placed at $x = L_x$ sends an exciting

force of amplitude F_{ext} . The vibratory response of the plate saturated by air is measured with a magnetic sensor at the point R .

Two MPP configurations, presented in Figure 3.8(b), are used for validation purposes. The dimensions of the MPP ① are $298 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 0.87 \text{ mm}$ while the dimensions of the MPP ② are $130 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 0.87 \text{ mm}$. Between these two configurations, the cross-section $L_y \times h$ and geometric parameters of the perforations are identical so that $\phi = 11 \%$ and $d = 1 \text{ mm}$. Each MPP configuration corresponds to a non-perforated plate that acts as a reference. Several samples of each plate configuration were tested to quantify the error due to manufacturing and experimental errors. For each investigated microperforated plate, f_c is first calculated. The damping is assumed to be maximum for the mode i , when f_c is equal to the resonance frequency of mode i . To achieve this, the plate length can be adjusted in the range $L_x \in 95 - 300 \text{ mm}$ to fit the first or second frequency resonance of the MPP, with the damping characteristic frequency prescribed by d . In order to remain within the domain of sensor's validity, 50 Hz to 5000 Hz, and to maximize the damping which dominates at low frequencies on the mode at $f_i \approx f_c = 45 \text{ Hz}$, two lengths are considered to match the first or second natural mode of the MPP with f_c .

The mobility in dB for the tested plates with a comparison between analytical and experimental responses are presented in the following.

3.6.1 Maximum added damping on the first natural mode

In the case of the MPP ①, the analytical and experimental mobilities for the MPP are compared to those of the non-perforated plate in Figure 3.9. Measured Young modulus and the resonance frequency for the first plate mode are presented in Table 3.5 for MPP ① and the reference plate. Corresponding values obtained analytically are also given. The theoretical Young modulus is obtained from Equation (3.42) ⁴.

⁴The Young modulus is f -dependent. The Young modulus sensitivity to frequency is not considered in Equation (3.42) and therefore in the analytical model.

Table 3.5 Measured and analytical Young's modulus and first resonance frequency for MPP ① and the corresponding experimentally obtained values for the reference plate. The theoretical Young's modulus is obtained in this table from the experimental Young's modulus of the reference plate and Equation (3.42)

Experimental reference plate		Experimental MPP ①		Theoretical MPP ① (3.42)	
E (Mpa)	197037	E (Mpa)	149885	E (Mpa)	140487
f_1 (Hz)	51.1	f_1 (Hz)	37.3	f_1 (Hz)	37.2

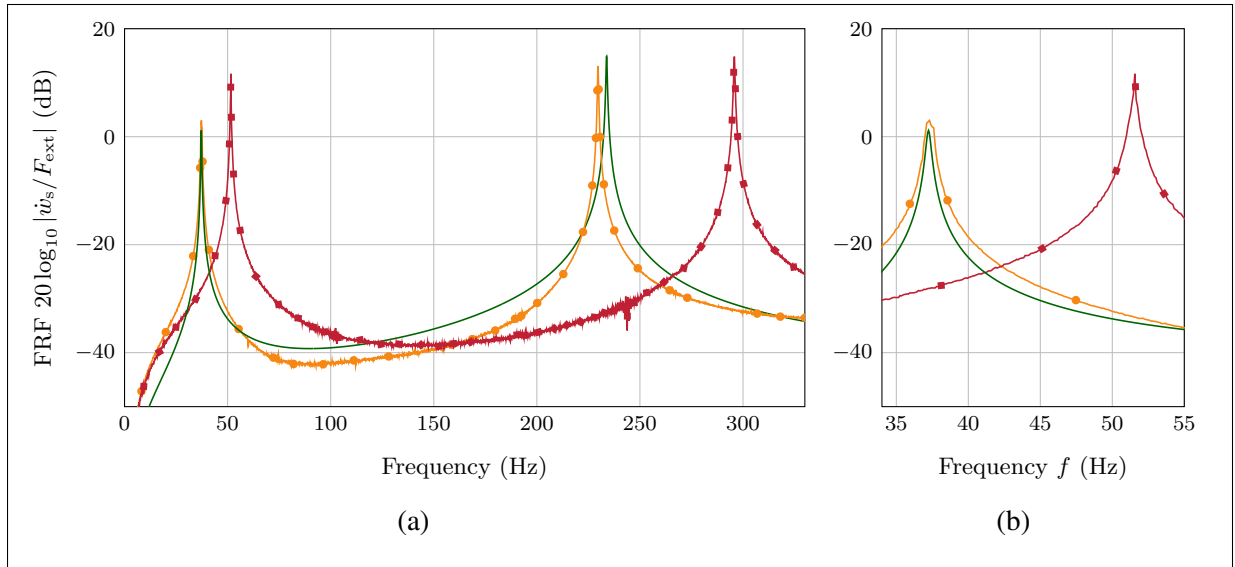


Figure 3.9 Mobility of various clamped-free plate: (—■—) experimental non-perforated plate, (—○—) experimental MPP ①, (—) theoretical MPP ①. For theoretical and measured MPP ①, d is chosen to induce maximum damping for the first natural mode. The Figure 3.9(a) corresponds to the frequency response for the first two modes while the Figure 3.9(b) is a zoom on f_1 , the first resonance mode. Perforation parameters are $d = 1$ mm and $\phi = 11$ %

For each resonance peaks, the gain in dB between measured MPP and plate reference can be obtained from

$$g = 20 \log_{10} \left(\left| \frac{\dot{w}_s^{\text{ref}}(x_R, y_R, f_i)}{\dot{w}_s^{\text{MPP}}(x_R, y_R, f_i)} \right| \right), \quad (3.54)$$

where $\dot{w}_s^{\text{ref}}(x_R, y_R, f_i)$ and $\dot{w}_s^{\text{MPP}}(x_R, y_R, f_i)$ are respectively the solid velocity of the reference and the microperforated plate at the i th resonance frequency. The pair (x_R, y_R) is the coordinate of the observation point R represented in Figure 3.7.

From Figure 3.9, it can be observed that the microperforations increase the damping of the structure: for the tested MPP in Figure 3.9, the gain g is about 9 dB for f_1 . For the other resonance peaks, the added damping is negligible. This is probably due to the fact that the natural frequencies of the MPP ① are relatively high for $i > 1$ and the added damping has more influence in the low frequency range.

3.6.2 Maximum added damping on the second natural mode

The mobility in dB for MPP ② is presented in Figure 3.10 with a comparison between analytical and experimental responses. In contrast to Figure 3.9, the peak corresponding to the first mode $f_1 \approx 8$ Hz is not in the domain of sensor's validity. The values measured for this peak are therefore not considered. The gain of damping induced by the microperforations is about 5 dB for $f_2 \approx 46$ Hz. For higher frequency modes, the added damping is negligible. Frequencies responses presented in Figure 3.9(a) and Figure 3.10(a) are obtained with MPP being same geometrical parameters (ϕ and d). Their comparison leads to the conclusion that regardless of the value of the frequency, the maximized added damping is greater for the first natural frequency. The added damping is specific to each plate and depends on its dimensions, its material and its boundary conditions. In the two frequency responses in Figure 3.9(a) and Figure 3.10(a), it can be noticed the presence of amplitude jumps, which may be caused by the experimental setup and its surrounding environment.

From the plate response presented in Figure 3.9 and Figure 3.10, each loss factor is characterized for each resonance mode i . The theoretical loss factor is compared to the one measured experimentally from the frequency responses depicted in Figure 3.10(a) and Figure 3.9(a). Each point is the average of several measurements. The variability of measurements is represented through error bars that correspond to one standard deviation of uncertainty. The results

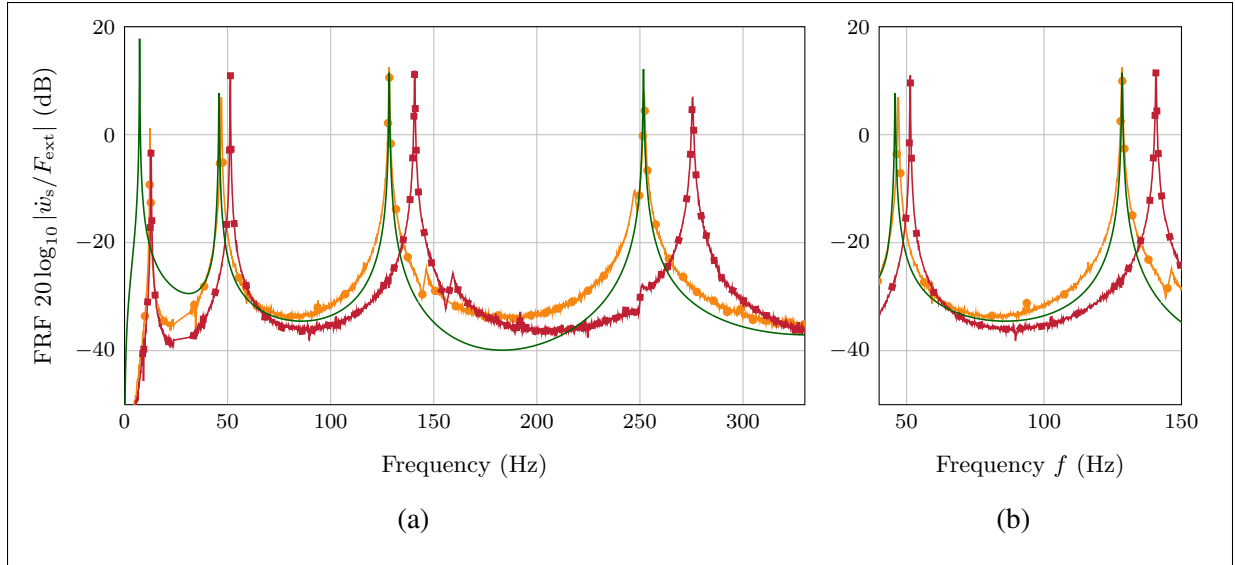


Figure 3.10 Mobility of various clamped-free plate: (—■—) experimental non-perforated plate, (—○—) experimental MPP ②, (—) theoretical MPP ②. For theoretical and measured MPP ①, d is chosen to induce maximum damping for the second natural mode, f_2 , and not for f_1 as in Figure 3.9. The Figure 3.10(a) corresponds to the frequency response for the first four modes while the Figure 3.10(b) is a zoom on the resonance mode f_2 and f_3 . In order to respect the domain of sensor's validity, the first natural mode, which occurs at $f_1 \approx 8$ Hz is not considered in the frequency response. Perforation parameters are $d = 1$ mm and $\phi = 11$ %

corresponding to MPP ② are presented in Figure 3.11(a), while those corresponding to the peaks for which $i > 1$ for MPP ① are given in Figure 3.11(b). The damping added by the perforations increases the overall damping of the structure, especially in the low frequency range. For both the cases presented in Figure 3.11, the maximum damping is around 50 Hz, that is, on the first natural mode in Figure 3.11(a) and second natural mode in Figure 3.11(b). The overall damping increases by a factor of 1.9 in the case where the microperforations are adapted to induce maximum damping on the first natural mode. This factor is obtained for a given value of ϕ and would increase if ϕ were larger. In the case where the added damping is maximized at the second natural frequency, the increase factor is 1.3. In order to have the most efficient added damping, it is more interesting to maximize the damping on the first natural frequency mode and to increase ϕ . We conclude that the damping is non-linear with respect to frequency and

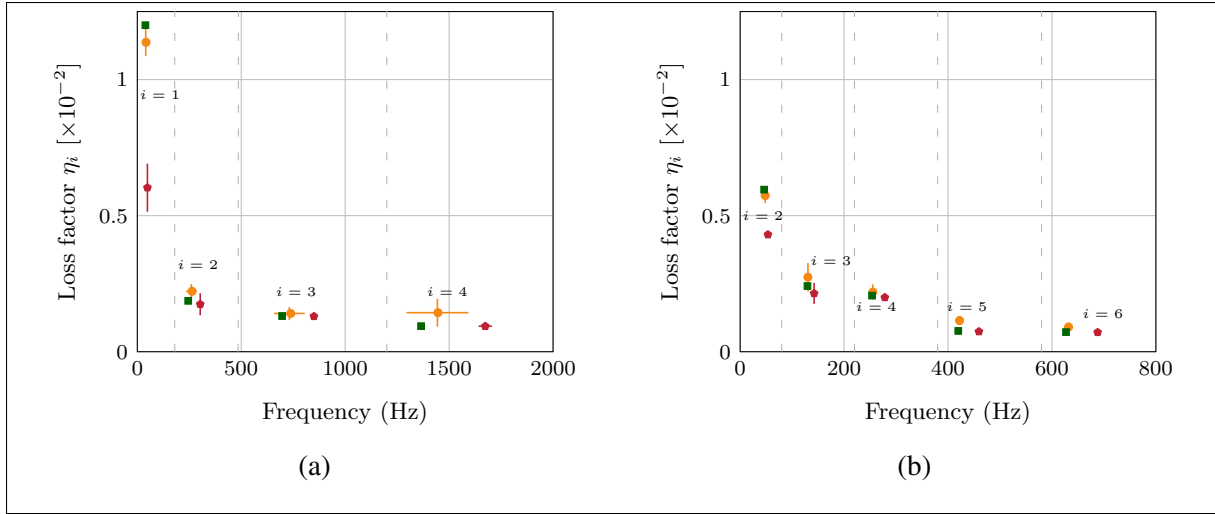


Figure 3.11 Measured loss factor for configurations ① in Figure 3.11(a) and ② in Figure 3.11(b) presented in this section: (—●—) the experimental non-perforated plate, (—●—) the experimental MPP, (—■—) the theoretical MPP. Each loss factor is determined for the i th mode that refers to the three colours. The damping is reached a maximum value at $f_i \approx f_c$ with $i = 1$ in Figure 3.11(a), $i = 2$ in Figure 3.11(b). In Figure 3.11(b), only modes in the domain of sensor's validity are represented. Perforation parameters are $d = 1$ mm and $\phi = 11$ %

mode. The damping added by the microperforations is more effective in the low frequency range. For moderate and high frequencies, the added damping is not significant, since the damping exhibited by the reference and microperforated plates are very similar.

Moreover, the comparison of the theoretical and experimental damping loss factors shows agreement with a maximum relative error of 15 % for modes below 330 Hz. The observed differences may be due to approximations and assumptions made about the elastic modulus, which is independent of frequency in the analytical model.

3.7 Conclusion

This paper describes the theoretical investigation and experimental validation of the vibration analysis of a finite size microperforated plate based on the extension of a vibration model for porous plates Leclaire *et al.* (2001a). The porous plate vibration model is adapted to MPP using

an approach based on the Johnson-Champoux-Allard model for rigid porous media. For an MPP with cylinder perforation with circular cross-section, all JCA parameters can be defined in terms of diameter and ratio of the perforations only. An effective tortuosity is added to consider the correction length induced by the MPP radiation in the surrounding fluid. Mechanical parameters (Young's modulus and density of the structure) are adapted to capture the effect of microperforations.

The proposed analytical model shows that the microperforations induce significant additional damping in the structure. This effect is validated by experimental measurements on microperforated plates. The observed added damping is induced by visco-thermal dissipation mechanisms in the microperforations combined with fluid-solid interactions. These effects are closely related to the thicknesses of the viscous and thermal boundary layers, which also are frequency dependent. Thus, the added damping reaches a maximum for a characteristic frequency that can only be defined as a function of the perforation diameter. Sensitivity analysis shows that the added damping is also effective over a significant frequency bandwidth, and is all the more important as the characteristic frequency is low. Moreover, the added damping is an increasing function of the perforation ratio and a decreasing function of the plate thickness. To maximize the effect of the added damping on the vibratory response of the structure to a given mode, it is advised to coincide the characteristic frequency with this mode frequency by adjusting the perforation diameter. Considering that the added damping effect is a low frequency effect, it is recommended to adjust the perforation diameter to induce maximum damping on the first MPP mode.

3.8 CRediT authorship contribution statement

Lucie Gallerand: Conceptualization, Methodology, Software, Validation, Writing - original draft, Writing - review & editing. **Mathias Legrand:** Conceptualization, Methodology, Supervision, Writing - original draft, review & editing. **Thomas Dupont:** Conceptualization, Methodology, Supervision, Resources, Funding acquisition, Writing - original draft, review & editing. **Philippe Leclaire:** Conceptualization, Methodology, Supervision, Writing - original draft, review & editing.

3.9 Supplementary material

The script used to perform the modal analysis presented in this article is available as a Jupyter Notebook.

3.10 Acknowledgment

This work was supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) and by Fonds de recherche du Québec - Nature et technologies (FRQNT).

CHAPITRE 4

DAMPING PERFORMANCE OF FINITE MICROPERFORATED PLATES USING MULTI-SIZED AND SPATIAL DISTRIBUTIONS OF PERFORATIONS

Lucie Gallerand¹, Mathias Legrand², Thomas Dupont¹, Raymond Panneton³, Philippe Leclaire⁴

¹ Département de Génie Mécanique, École de technologie supérieure (ÉTS), 1100 R. Notre Dame O, Montréal, QC H3C 1K3, Canada

² Département de Génie Mécanique, McGill University, 817 Rue Sherbrooke O, Montréal, QC H3A 0C3, Canada

³ CRASH-UdeS, Département de Génie Mécanique, Université de Sherbrooke, 2500 Bd de l'Université, Sherbrooke, QC J1K 2R1, Canada

⁴ DRIVE EA1859, Université de Bourgogne Franche-Comté, ISAT, 49 Rue Mademoiselle Bourgeois, 58027 Nevers, France

Article publié dans la revue *Applied Acoustics* en mai 2024.

4.1 Abstract

In the context of structural dynamics, recent works by the authors showed that microperforations can be used to mitigate vibration. Microperforated plates (MPP) have been shown to exhibit substantial added damping arising from fluid-structure interactions and visco-thermal effects in the boundary layers of the perforations during relative motion between the solid and the fluid contained in the perforations. The added damping reaches a maximum for a characteristic frequency, depending only on the diameter of the perforation. Choosing the diameter of the perforation so that the characteristic frequency coincides with a given natural frequency of the plate reduces the contribution of the associated plate mode. However, the MPP studied had a single set of perforations homogeneously distributed throughout the structure. In this work, it is proposed to extend the added damping to several modes of the plate by using MPP with multi-size perforations and an optimized spatial distribution of these perforations. As an extension of the previous vibratory model of the authors, the dynamics of MPP with perforations of multiple sizes based on a homogenization model is established. In addition, the effect of the spatial distribution of perforations on the additional damping is captured by including a spatially dependent perforation ratio in the model. Experimental measurements on MPP validate

the proposed analytical models. The results show that (i) MPP with multiple-size perforations feature a wider effective damping frequency band, and (ii) the added damping is accentuated when the perforations are distributed in the zone of the antinodes of the considered modes. Thus, by coupling the two effects, it is possible to achieve MPP that effectively reduce the vibratory responses on several modes.

4.2 Introduction

Microperforated plates (MPP) are usually employed as lightweight acoustic absorbers for noise reduction and are regarded as an alternative to conventional porous materials or conventional acoustic resonators. MPP can be used in many fields to reduce noise, such as meeting room (Adams, 2017; Hoshi *et al.*, 2020), acoustic coatings in flow ducts (Wu, 1997) or nuclear engines and reactors (Wang & Wang, 2020) for example. These simple structures can be safe, environment-friendly and can be made of different materials. They can be designed to be resistant to harsh environments, translucent or biodegradable. MPP transform acoustic energy into heat by exchanges in the viscous and thermal boundary layers near the fluid-solid interface of the microperforations.

The acoustic properties of microperforated plates were investigated through various models, including models based on the Kirchhoff equations (Maa, 1987) and equivalent fluid models such as the Johnson-Allard approach (Champoux & Stinson, 1992; Atalla & Sgard, 2007). Vibrations of MPP were also considered with the aim of investigating their influence on the acoustic properties of structures (Takahashi & Tanaka, 2002; Dupont *et al.*, 2003; Bravo *et al.*, 2012b)¹. Research was also conducted to improve and extend MPP' acoustic absorption by using different partitioned cavity depths (Ruiz *et al.*, 2011) or multi-size perforation (Miasa *et al.*, 2007; Kim & Yoon, 2017), i.e., an MPP whose perforations have various diameters. In fact, Kim and Yoon (Kim & Yoon, 2017) proposed a multi-size microperforation configuration to improve the sound absorption of MPP in a wide frequency band. An equivalent electro-acoustic

¹For a more detailed literature review on the acoustics and vibroacoustics of uniform MPP, the reader is invited to refer to the introduction in (Gallerand, Legrand, Dupont & Leclaire, 2022).

circuit method was used to explore the sound absorption properties of a perforated panel with microperforated partitions (Carbajo *et al.*, 2018, 2019). Qian *et al.* (Qian *et al.*, 2014) also used an equivalent electro-acoustic circuit method to model multi-size microperforations. They proposed a multi-population genetic algorithm to optimize the design of multi-size MPP absorbers. Theoretical results showed that only a multi-size MPP absorber with grouped perforations can improve the sound absorption capability of MPP. Mosa *et al.* (Mosa *et al.*, 2019) explored the absorption coefficient of an inhomogeneous MPP with multi-cavity depths. Results showed that introducing an inhomogeneous perforation improved the absorption capability of an MPP absorber compared to a homogeneous one. Experimental and numerical studies have also been performed in an acoustic MPP context with multi-size perforation diameters. Miasa *et al.* (Miasa *et al.*, 2007) explored experimentally the sound absorption performance of a microperforated plate with multi-size perforation diameters. The results showed that multi-size MPP absorbers can exhibit high sound absorption over a wider frequency range than uniformly sized MPP. The authors also concluded that in the case of an MPP with multiple perforation diameters, the benefits of each MPP with a single perforation size were combined. Qian and Zhang (Qian & Zhang, 2022) used finite element analysis to investigate the influence of an MPP with multi-size perforation diameters on the normal incidence sound absorption performance of a parallel MPP absorber. Some authors have also conducted research on the effect of perforation distribution on the sound absorption of MPP. Temiz *et al.* (Temiz *et al.*, 2017) proposed to numerically explore the effect of perforation distribution on sound absorption by assuming that perforations are discrete impedance patches, as proposed in (Ouisse *et al.*, 2004; Maxit *et al.*, 2012). Although their works focused on MPP sound absorption, they observed that the distribution of perforations on the MPP could have a significant effect on the viscous damping mechanism. Different diameters and perforation arrangements were modeled using the finite element method and then through an experimental study (Putra *et al.*, 2014). They observed that the perforation ratio and the perforation position have an influence on the dynamics of the plate.

In addition to acoustics, the structural dynamics of MPP was also explored. A recent work by the authors (Gallerand *et al.*, 2022), and based on (Leclaire *et al.*, 2001a) and (Atalla & Sgard,

2007), has shown, both theoretically and experimentally, that energy dissipation at the fluid-solid interface in the microperforations drives substantial added damping for the structure. Parametric studies have demonstrated the existence of a single characteristic frequency, which depends on the constant diameter of the perforation and the perforation ratio, at which the added damping reaches a maximum. If this characteristic frequency coincides with one natural frequency of a plate, the vibration in the associated mode will be mitigated by the added damping. However, the added damping will be weaker in the other natural modes. Its impact will be all the more limited as their frequencies are further from the characteristic frequency. An MPP with multiple perforation sizes, and thus with multiple characteristic frequencies (one for each perforation diameter), should theoretically have maximum added damping to its modes having a frequency that coincides with one of the characteristic frequencies. Moreover, additional damping capabilities are due to viscous frictions and thermal exchanges in the boundary layers occurring during the motion of the structure. It is therefore expected that more perforations distributed over the areas where the structural displacement is maximum will induce a magnified added damping. The present work proposes to improve and enhance the additional damping presented by microperforations by using multi-size perforation diameters and a spatial distribution of perforations.

In this paper, each section proposes to study a different type of MPP, as listed below:

Section 4.3 MPP with uniformly distributed perforations of the same diameters corresponding to the reference MPP;

Section 4.4 MPP with uniformly distributed perforations of different diameters;

Section 4.5 MPP with non-uniformly distributed perforations of the same diameters;

Section 4.6 MPP with non-uniformly distributed perforations of different diameters.

For each section, a model and experimental validations are proposed. To this end, it is first proposed to recall in Section 4.3 the governing equations of the dynamic of a thin MPP saturated by a lightweight fluid, already detailed in (Gallerand *et al.*, 2022). The model used to capture the effect of multi-size perforation diameters in Section 4.4 is based on a homogenization approach. In Section 4.5, the spatial distribution of perforations is considered by defining a

spatial perforation ratio. Section 4.6 proposes to combine the two models presented in Section 4.4 and Section 4.5. Finally, conclusions are given in Section 4.7.

4.3 MPP: Uniform distribution and single diameter

4.3.1 Vibration model

The previous work (Gallerand *et al.*, 2022) by the authors developed a vibration model of a finite-size MPP of dimensions $L_x \times L_y \times h$, as illustrated in Figure 4.1, obtained by identifying the MPP with a porous plate and using an alternative form of the Biot's theory (Biot, 1956a; Leclaire *et al.*, 2001a). It is used again in the present work, but multi-size and spatially distributed microperforations are considered in Sections 4.4 to 4.6. In this model, in-plane displacements are ignored and only the normal displacement is accounted for. The MPP is regarded as a homogeneous plate excited by an external load of the form $f_{\text{ext}}(x, y, t)$. Following a low-frequency assumption, the dynamic response of the MPP saturated by a light fluid is the solution of the two coupled governing equations (Gallerand *et al.*, 2022)

$$h(\rho \ddot{w}_s(x, y, t) + \rho_f \ddot{w}(x, y, t)) + \left(D + \frac{\alpha^2 M_f h^3}{12}\right) \nabla^4 w_s(x, y, t) = f_{\text{ext}}(x, y, t), \quad (4.1a)$$

$$\left(\rho_f \ddot{w}_s(x, y, t) + \frac{\rho_f \alpha_\infty}{\phi^{(0)}} \ddot{w}(x, y, t)\right) + \sigma^{(0)} \dot{w}(x, y, t) + \alpha M_f \nabla^2 w_s(x, y, t) = 0, \quad (4.1b)$$

where ∇ is the vector differential operator so that $\nabla^2(\cdot) = \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial y^2}$ and $\nabla^4(\cdot) = \nabla^2(\cdot)^2$. The relative fluid-solid motion is $w(x, y, t) = \phi^{(0)}(w_f(x, y, t) - w_s(x, y, t))$ with $w_f(x, y, t)$, the fluid displacement, and $w_s(x, y, t)$, the solid displacement, and $\phi^{(0)}$ is the perforation ratio. Note that there was a sign error in (Gallerand *et al.*, 2022) but this had no impact on the results presented. The equation system is corrected in this paper. Equation (4.1a) models the elastic response of the equivalent non-perforated homogeneous solid plate and Equation (4.1b), the relative fluid-solid motion in the perforations. The coefficient D in Equation (4.1a) is the bending stiffness defined as a function of the plate thickness h , Young's modulus E and Poisson's ratio of the non-perforated structure ν . To capture the effect of microperforations on plate response, Young's modulus E

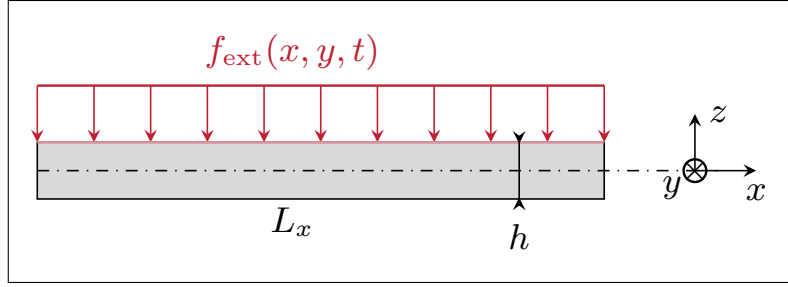


Figure 4.1 System of coordinates for an equivalent solid plate excited by an external mechanical force along z -axis

should be adapted to account for the effect of perforations on plate rigidity (Boccaccini & Fan, 1997; Gallerand *et al.*, 2022). The bending stiffness therefore depends on $\phi^{(0)}$ as follows:

$$D = \frac{EC_\phi h^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{with} \quad C_\phi = \frac{(1-\phi^{(0)})^2}{1+(2-3\nu)\phi^{(0)}}. \quad (4.2)$$

For a vibrating MPP saturated by a lightweight fluid, the elastic modulus of the plate is much greater than that of the fluid, that is, $E \gg M_f$: accordingly, $D + \frac{\alpha^2 M_f h^3}{12} \approx D$ in Equation (4.1) and in the rest of the paper. The density of fluid-solid mixture is captured by $\rho = (1-\phi^{(0)})\rho_s + \phi^{(0)}\rho_f$ where ρ_s and ρ_f are the solid and fluid densities, respectively. In Equation (4.1b), M_f corresponds to the elastic modulus of the equivalent fluid. The dimensionless quantity α characterizes the elastic coupling between the equivalent fluid and the solid. In the context of an MPP saturated by a lightweight fluid, we have $\alpha M_f \approx K_f$ (Leclaire *et al.*, 2001a) where K_f is the bulk modulus of the fluid. With the above assumptions, Equation (4.1) becomes (temporal and spatial dependencies are omitted)

$$h(\rho_s(1-\phi^{(0)})\ddot{w}_s + \rho_f\phi^{(0)}\ddot{w}_f) + D\nabla^4 w_s = f_{\text{ext}}, \quad (4.3a)$$

$$\rho_f((1-\alpha_\infty)\ddot{w}_s + \alpha_\infty\ddot{w}_f) + \sigma^{(0)}\phi^{(0)}(\dot{w}_f - \dot{w}_s) + K_f\nabla^2 w_s = 0. \quad (4.3b)$$

Some porous parameters used in Biot's theory (airflow resistivity $\sigma^{(0)}$ and tortuosity α_∞) are, for an MPP, functions of the perforation diameter d , perforation ratio $\phi^{(0)}$, plate thickness h , and

fluid in the perforations. Thus, the airflow resistivity reads (Atalla & Sgard, 2007)

$$\sigma^{(0)} = \frac{\varsigma}{\phi^{(0)}} \quad \text{with} \quad \varsigma = \frac{32\mu_f}{d^2} \quad (4.4)$$

where μ_f is the dynamic viscosity of the fluid. In order to consider the distortion of airflow in the perforations and the fluid-solid interactions between the perforations, an empirical correction is taken into account via the tortuosity as proposed elsewhere (Atalla & Sgard, 2007). Consequently, the tortuosity is defined as:

$$\alpha_\infty = 1 + B(1 - 1.14\sqrt{\phi^{(0)}}) \quad \text{with} \quad B = \frac{0.48}{h}\sqrt{\pi d^2}. \quad (4.5)$$

Here, the term in parentheses contains the edge interaction between neighboring perforations. Note that the analytical vibration model presented in this section was validated by experimental measurements on MPP in (Gallerand *et al.*, 2022).

4.3.2 Added damping

An MPP features interactions in viscous and thermal boundary layers associated with fluid-solid interactions, known to induce a non-neglecting additional damping in the plate (Gallerand *et al.*, 2022). This phenomenon reaches a maximum at the characteristic frequency

$$f_c = \frac{16\mu_f}{\pi\alpha_\infty\rho_f d^2} \quad (4.6)$$

defined from Biot's frequency for porous materials (Biot, 1956a; Leclaire *et al.*, 2001a). In Equation (4.6), f_c depends only on the perforation diameter d and the fluid properties ρ_f and μ_f . The perforation diameter d can be adapted to induce maximum added damping at a resonance frequency, that is, in a way where f_c coincides with a natural frequency of the plate. The additional damping provided by the microperforations is greatest at the characteristic frequency, but also acts in a frequency range centered on f_c .

Figure 4.2 represents the damping capacities of an aluminum MPP of dimension $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$. The MPP is excited by a normal point force $F_{\text{ext}}(x_F, y_F)$ located at $(x_F, y_F) = (80, 70) \text{ mm}$ on its surface. The level of mobility

$$L_Y = 10 \log \left(\left| \frac{\dot{w}_s(x_R, y_R)}{F_{\text{ext}}(x_F, y_F)} \right| \right) \quad (4.7)$$

predicted by the model for the MPP at point $(x_R, y_R) = (61.25, 71.25) \text{ mm}$ is compared to that of a reference plate of the same dimensions without perforations. The perforation diameter of the MPP is set to $d \equiv d_1 = 1.6 \text{ mm}$ in order to induce maximum added damping on the first MPP mode. The perforation ratio is set to $\phi^{(0)} = 10 \%$. The reduction in vibration and the loss

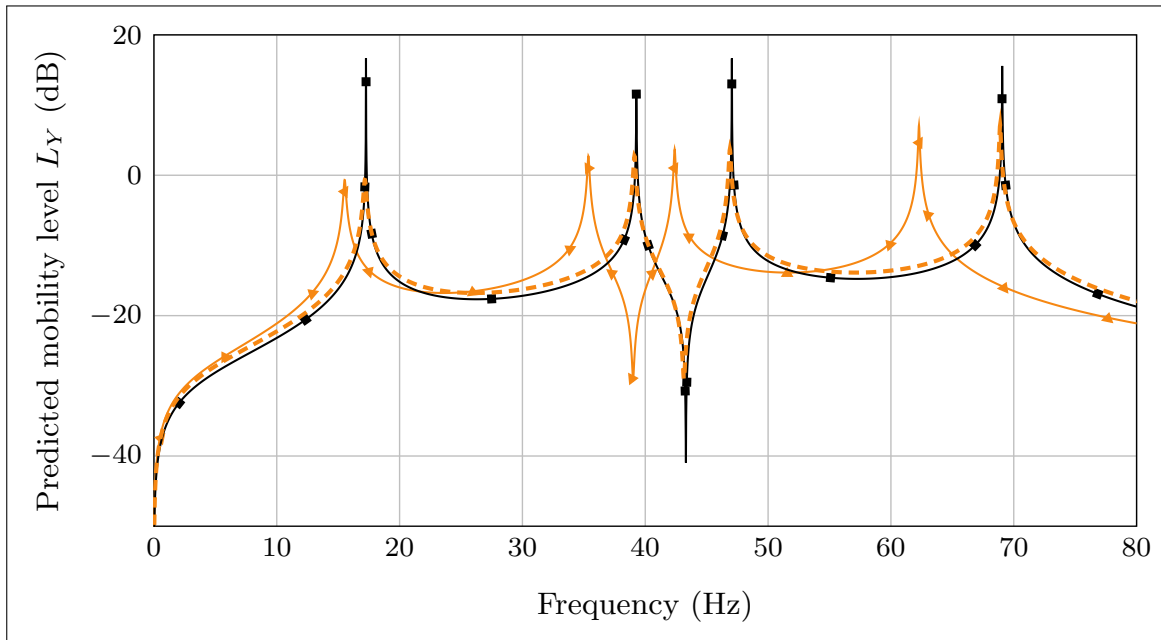


Figure 4.2 Predicted mobility level of aluminum plates of dimensions $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$: (—■—) reference non-perforated plate, (—▲—) MPP with a perforation diameter, denoted d_1 , set to induce maximum added damping in the first MPP mode, and (---) MPP with the same equivalent stiffness as the reference non-perforated plate and with $d \equiv d_1$ maximizing the added damping on the first MPP mode. Perforation parameters are $d_1 = 1.6 \text{ mm}$ and $\phi^{(0)} = 10 \%$. Isotropic structural loss factor of aluminum $\eta_s = 10^{-4}$ or 0.01% is also considered

factor at each MPP resonance frequency are listed in Table 4.1. The loss factor η_{mn} is related to the modal damping ratio ζ_{mn} by the following expression $\eta_{mn} = 2\zeta_{mn}$ at the eigenfrequency.

The modal damping ratio ζ_{mn} is obtained for mode (m, n) after solving Equation (4.1) via a modal analysis as detailed in (Gallerand *et al.*, 2022). The structural loss factor for aluminum is assumed to be frequency-independent and is set to $\eta_s = 10^{-4}$ or 0.01%. The mobility reduction ΔY_{mn} is determined by the difference in mobility level between the MPP and the reference plate in mode (m, n) . For the MPP, the shift towards low frequencies of the modes is due to the

Table 4.1 Modal loss factor η_{mn} and mobility reduction ΔY_{mn} for mode (m, n) of a simply supported MPP whose mobility is indicated in Figure 4.2. Loss factor of aluminum is set to a constant value of $\eta_s = 0.01\%$

(m, n)	$\eta_{mn}(\%)$	$\Delta Y_{mn} \text{ (dB)}$
(1, 1)	1.06	38
(1, 2)	0.35	30
(2, 1)	0.25	27
(2, 2)	0.12	21

reduction of the Young's modulus via C_ϕ in Equation (4.2). The perforations increase the loss factor and therefore the added damping relative to the reference plate by a factor of 106 in the first mode, 35 in the second mode, 25 in the third mode and 12 in the fourth mode.

In Figure 4.2, an additional comparison is made, where the MPP keeps the same specific stiffness as the reference plate. Here, the specific rigidity is the ratio between the rigidity and the surface mass ($D/\rho h$). This comparison aims to confirm that the increase in damping is indeed due to the losses added by the perforations and not to the reduction in the rigidity of the plate.

4.4 MPP: Uniform distribution and multiple diameters

4.4.1 Homogenization model

In this section, an MPP with N groups of perforations is considered. All perforations in a same group have the same diameter d_k with $k = 1, 2, \dots, N$. Each group of perforations is homogeneously distributed over the MPP which can be considered homogeneous. To capture the dynamic response of an MPP with multi-size perforation diameters, a homogenization approach

is proposed. The principle is to model the heterogeneous MPP structure as an equivalent continuous structure. In this context, $2N$ equivalent plates, defined in the same mathematical spatial domain, are considered: N equivalent homogeneous solid plates and N equivalent homogeneous fluid plates as shown in Figure 4.3 for an MPP with two groups of perforations. Each homogeneous solid plate is related to its perforations diameter d_k and its corresponding perforation ratio $\phi_k^{(0)}$ ². The fluid flow in each subdomain is independent of the other subdomains

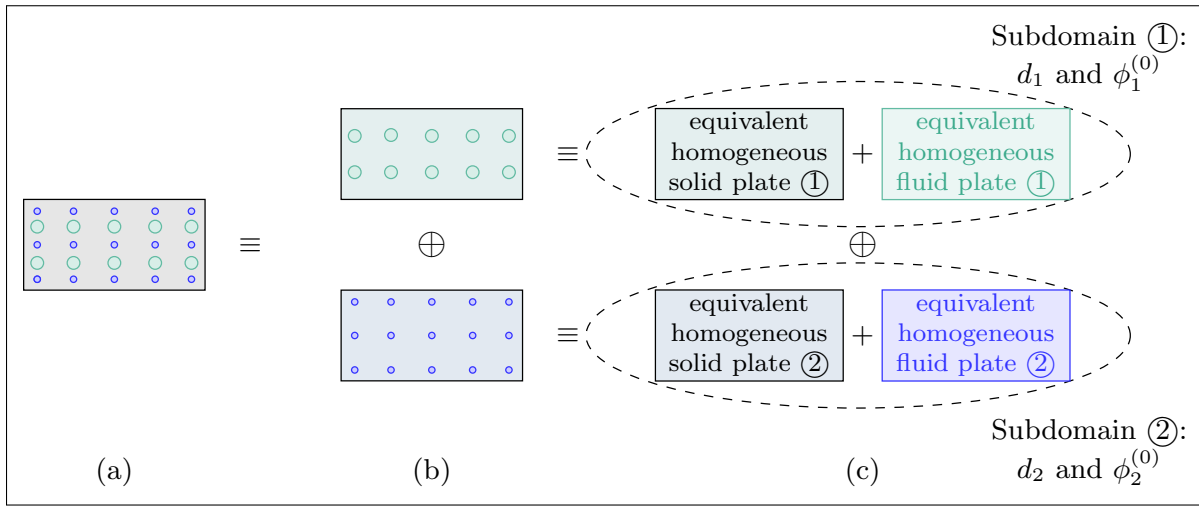


Figure 4.3 MPP with two groups of perforations with two perforation diameters d_1 and d_2 .

The MPP shown in (a) is decomposed into two equivalent MPP, each associated with a perforation diameter and ratio, as illustrated in (b). The two MPP in (b) are considered as the sum of two pairs of equivalent homogeneous plates shown in (c): an equivalent homogeneous fluid plate and an equivalent homogeneous solid plate. Each pair is related to the corresponding d_k and $\phi_k^{(0)}$ with $k = 1$ or 2

(no direct coupling). The properties of each subdomain (perforation ratio, resistivity) are considered separately. A perforation ratio $\phi_k^{(0)}$ is associated with each perforation diameter d_k and the total perforation ratio is

$$\phi_{\text{tot}}^{(0)} = \sum_{k=1}^N \phi_k^{(0)}. \quad (4.8)$$

²Note that the equivalent solid plate of subdomain k is defined by its perforation ratio $\phi_k^{(0)}$. The definition of the global equivalent solid plate is achieved by an electroacoustic analogy (Miasa *et al.*, 2007; Qian & Zhang, 2022). According to this approach, Young's modulus and density of the overall structure are defined as a function of the overall perforation ratio given in Equation (4.8).

The overall airflow resistivity of the equivalent plate with N perforation diameters takes the form (Kim & Yoon, 2017; Carbajo *et al.*, 2019; Zhang *et al.*, 2000)

$$\frac{1}{\sigma} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_k^{(0)}} \quad (4.9)$$

where $\sigma_k^{(0)}$ is given by Equation (4.4) with $d = d_k$. If $\alpha_\infty \approx 1$, only the resistivity is modified by the addition of perforations of different sizes. For the considered $\phi_{\text{tot}}^{(0)}$, the tortuosity end correction has limited influence on the results. However, to account for the size of multiple perforations in the empirical formulation of the tortuosity of the length correction from (Atalla & Sgard, 2007) given in Equation (4.5), an average approach is proposed here. The tortuosity is thus rewritten

$$\alpha_\infty = 1 + B_{\text{tot}}(1 - 1.14\sqrt{\phi_{\text{tot}}^{(0)}}) \quad \text{with} \quad B_{\text{tot}} = \frac{1}{\phi_{\text{tot}}^{(0)}} \sum_{k=1}^N \phi_k^{(0)} B_k \quad (4.10)$$

where B_k defined in Equation (4.5) is applied to each subdomain k .

The bending stiffness is also modified in order to capture the effect of the multi-size microperforations in the dynamic response of the plate. To this end, the correction coefficient C_ϕ in Equation (4.2) becomes a function of $\phi_{\text{tot}}^{(0)}$. Equations (4.8) to (4.10) are then inserted in Equation (4.1) to obtain the structural response for an MPP with homogeneous distribution of multiple microperforations.

Multi-size microperforations are expected to increase the frequency range over which the added damping is effective. As said in Section 4.3.2, the added damping reaches a maximum at a characteristic frequency that is only a function of the diameter of the perforation, as defined in Equation (4.6). Assuming that each added damping phenomenon is independent, the use of N groups of perforations of different diameters induces N characteristic frequencies of maximum damping on the same MPP and thus increases its efficiency. In Figure 4.4, we vary the thickness of the plate described in the previous section, in the range $h \in 0.5 - 3$ mm, in order to vary the resonance frequency of its first two modes. Consequently, the loss factor η_i is obtained as a function of the resonance frequency f_i in Figure 4.4(a) for $i = 1$ and in Figure 4.4(b) for $i = 2$.

Three configurations are considered in terms of d . In the first, the diameter of the perforation d_1 is chosen to induce a maximum added damping in the first natural mode. In the second, the diameter of the perforation d_2 is set to maximize the added damping in the second natural mode. In the third configuration, a combination of d_1 and d_2 is considered. The corresponding perforation ratios are $\phi_1^{(0)} = 3\%$ and $\phi_2^{(0)} = 7\%$. For each configuration, the overall perforation ratio, defined from Equation (4.8), is set to 10% ³. For mode i with $i = 1, 2$, an MPP with two

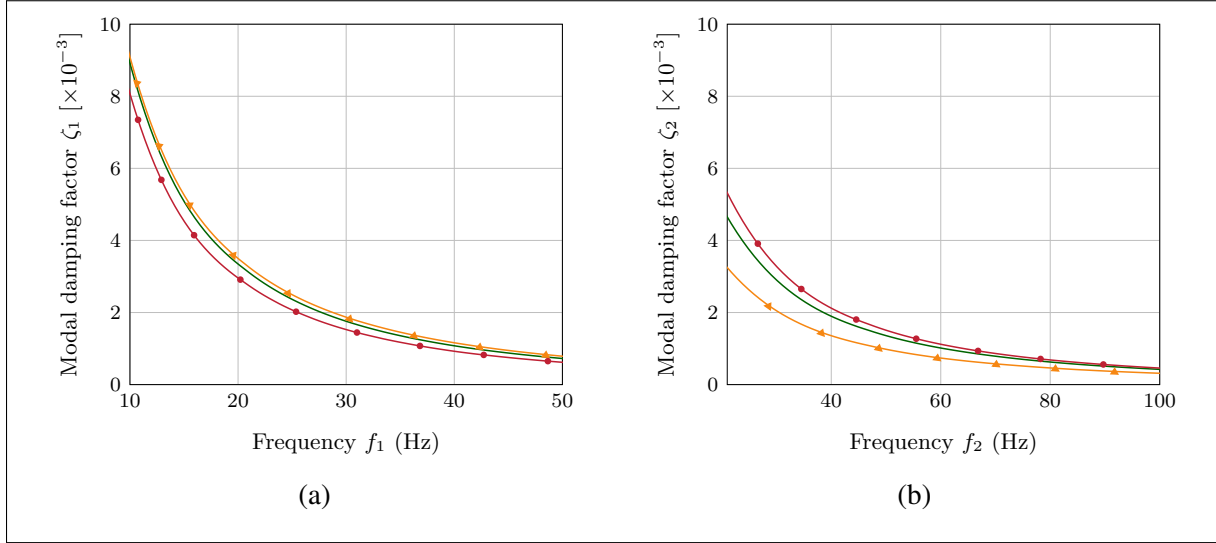


Figure 4.4 Loss factor for two modes. (a) first mode. (b) second mode. (—△—) d_1 set to maximize added damping on the first mode with $\phi^{(0)} = 10\%$; (—●—) d_2 set to maximize the added damping on the second mode with $\phi^{(0)} = 10\%$; (—) combination of d_1 and d_2 with associated perforation ratios $\phi_1^{(0)} = 3\%$ and $\phi_2^{(0)} = 7\%$ where the total perforation ratio, defined from Equation (4.8), is $\phi_{\text{tot}}^{(0)} = \phi_1^{(0)} + \phi_2^{(0)} = 10\%$

groups of perforations provides similar results to the case of an MPP with a single group of perforations, where the diameter is chosen to maximize the added damping on the considered mode. The damping induced by the MPP with two groups of perforations on mode i is always higher than the one induced on mode k , $i \neq k$, by an MPP with a single group of perforations. As a consequence, a multi-size perforation MPP does not decrease (or slightly decreases) the added damping efficiency on mode i compared to an MPP where d is chosen to maximize

³As the model is a homogenized one, perforations are not considered in a discrete way. In practice, if the perforation ratios of each subdomain are too important, there is a risk of overlapping perforations. Furthermore, in order to preserve the mechanical properties of the structure (equivalent Young's modulus and equivalent density) which are influenced by ϕ , the total perforation ratios studied in this paper are less than 25%.

damping on mode i only but allows for efficiency on multiple modes. The perforation ratio of each subdomain also influences the added damping. In fact, mode i is all the more damped as the perforation ratio of the subdomain k is large. It is therefore possible to adjust $\phi_k^{(0)}$ to maximize the added damping on a mode or to maximize the effect on the N modes.

In order to maximize the added damping in the frequency range between the natural frequencies p and q , the formula of the perforation diameter of each subdomain, denoted d_p and d_q respectively, is defined as follows

$$d_p = \sqrt{\frac{16\mu_f}{\pi f_p \rho_f \alpha_\infty}}, \quad (4.11)$$

where f_p is the natural frequency of the p th mode. A similar expression is given for d_q from f_q . The ω -dependent loss factors $\eta_p(\omega)$ and $\eta_q(\omega)$ can be calculated from Equation (48) of reference (Gallerand *et al.*, 2022). These loss factors respectively show maximum added damping $\eta_p^{\max}$ at f_p and $\eta_q^{\max}$ at f_q . If one defines the absolute difference $|\eta_p(\omega) - \eta_p^{\max}|/\eta_p^{\max} - |\eta_q(\omega) - \eta_q^{\max}|/\eta_q^{\max}|$, it can be shown that an overall maximum added damping occurs at the geometric mean of f_p and f_q given by

$$f_c = \sqrt{f_p f_q}. \quad (4.12)$$

This overall maximum damping would typically be obtained when

$$\phi_p^{(0)} = \frac{\phi_{\text{tot}}^{(0)}}{1 + \frac{f_q}{f_p}} \text{ and } \phi_q^{(0)} = \frac{\phi_{\text{tot}}^{(0)}}{1 + \frac{f_p}{f_q}}. \quad (4.13)$$

Using the latter equations, with $\phi_{\text{tot}} = 10\%$ and the graphs in Figure 4.4, one obtains $\phi_p^{(0)} \approx 3\%$ and $\phi_q^{(0)} \approx 7\%$. This gives the green curves in Figure 4.4 for the combination of the two sets of perforations. These curves nearly reach the maximum loss curves for the single-perforation configuration for both modes.

4.4.2 Experimental validation

In this section, the experimental validation of the previous approach is performed. The experimental setup presented is used in Sections 4.5 and 4.6. The mechanical parameters

of the MPP such as Young's modulus and structural loss factor are determined from the Oberst test bench developed by Mecanum Inc. and presented in Figure 4.5(a). The measuring method follows the ASTM E756-05(2017) (E756-05, 2017) standard. The tested sample is clamped at $x = 0$ and free at $x = L_x$. It is excited by an external force of amplitude F_{ext} at $(x_F, y_F) = (L_x, L_y/2)$ and the sample vibratory response is measured by a magnetic sensor located at point $(x_R, y_R) = (R, L_y/2)$. In order to validate the homogenized model of the multi-

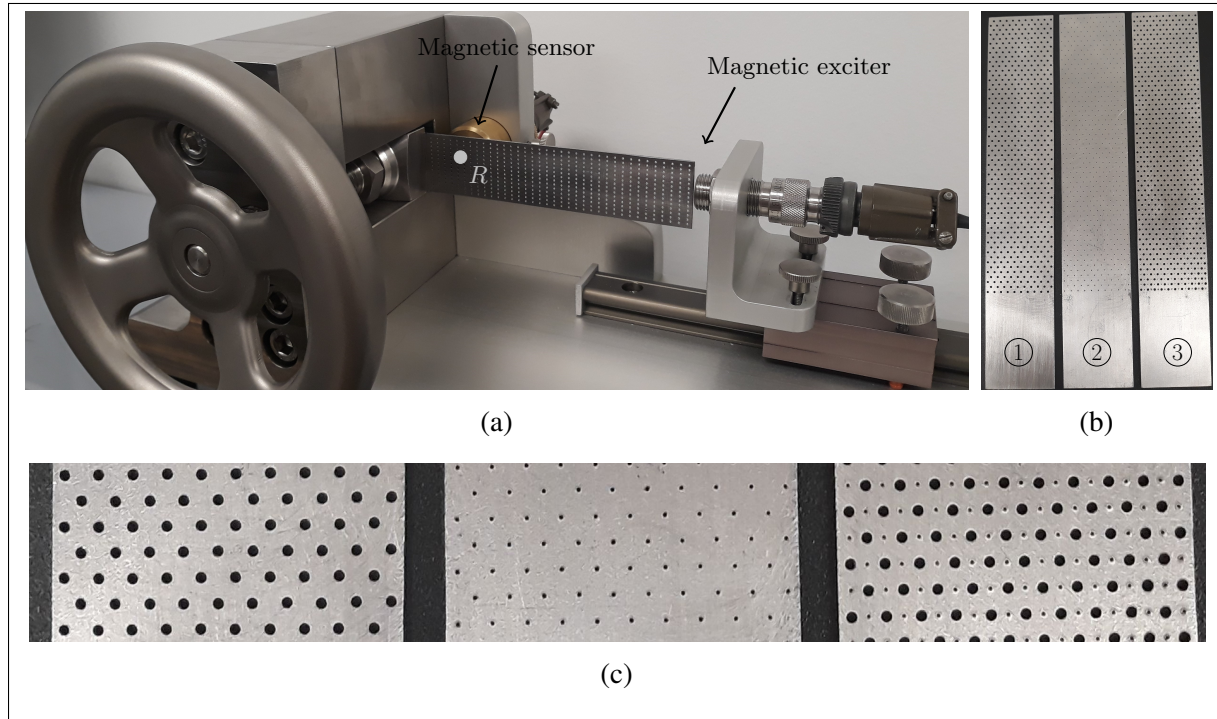


Figure 4.5 Test bench in (a) and MPP sample in (b) used in the experimental validation of the model presented in Section 4.4.1. The zoom (c) corresponds to a focus on the perforations of (b)

size MPP, the three samples presented in Figure 4.5(b) are considered and noted MPP①, MPP② and MPP③. They are made of steel and have a length $L_x = 130$ mm, a width $L_y = 30$ mm, and a thickness $h = 0.87$ mm. For MPP①, $d \equiv d_1$ is set to induce the maximum added damping around the first natural frequency f_1 . For MPP②, $d \equiv d_2$ is chosen to maximize the added damping around the second natural frequency f_2 . The perforation ratios associated with diameters d_1 and d_2 are $\phi_1^{(0)} = 10\%$ and $\phi_2^{(0)} = 2.3\%$ respectively. MPP③ is a combination of MPP① and MPP②. The resulting MPP therefore has two groups of perforation with the two

perforation diameters d_1 and d_2 with corresponding perforation ratios $\phi_1^{(0)}$ and $\phi_2^{(0)}$. Moreover, MPP① and MPP② have an equal number of perforations but $d_1 > d_2$ and thus $\phi_1^{(0)} > \phi_2^{(0)}$. MPP③ has therefore the double number of perforations compared to MPP① and MPP②. The perforation parameters of each MPP are listed in Table 4.2.

Table 4.2 Measured sample perforation parameters

	$\phi_1^{(0)}$ (%)	d_1 (mm)	$\phi_2^{(0)}$ (%)	d_2 (mm)	$\phi_{\text{tot}}^{(0)} = \phi_1^{(0)} + \phi_2^{(0)}$ (%) (4.8)
MPP①	10	1	.	.	10
MPP②	.	.	2.3	0.4	2.3
MPP③	10	1	2.3	0.4	12.3

Plate mobility levels, as defined in the previous section, are plotted for the three MPP in Figure 4.6. The figure compares the experimental measurements made on MPP①, MPP②, and MPP③. It also compares the analytical prediction made on MPP③. As expected, the levels of mobility at the first resonance are similar for MPP① and MPP③. However, compared to MPP①, a reduction of about 3.8 dB is observed on the second resonance for the multiple perforations MPP③. It can also be noticed that the analytical model gives similar results as the experiments and which validates the model presented in Section 4.4.1.

From the plate mobility levels shown in Figure 4.6, the loss factors are measured using the half-power bandwidth method at the first two resonances for the three MPP. The measured loss factors are summarized in Table 4.3. For MPP③, the loss factor obtained from the theoretical homogenization model presented in Section 4.4.1 is also provided. It can be seen that for MPP③, the global damping is maximized at both resonances, unlike an MPP with single-size perforations, where the damping is only maximized locally on one mode.

The previous results show that using an MPP with a multi-size perforations increases the frequency band over which the added damping is effective. Moreover, it also increases the damping factor of the first modes. Finally, the comparison between the measured and analytical

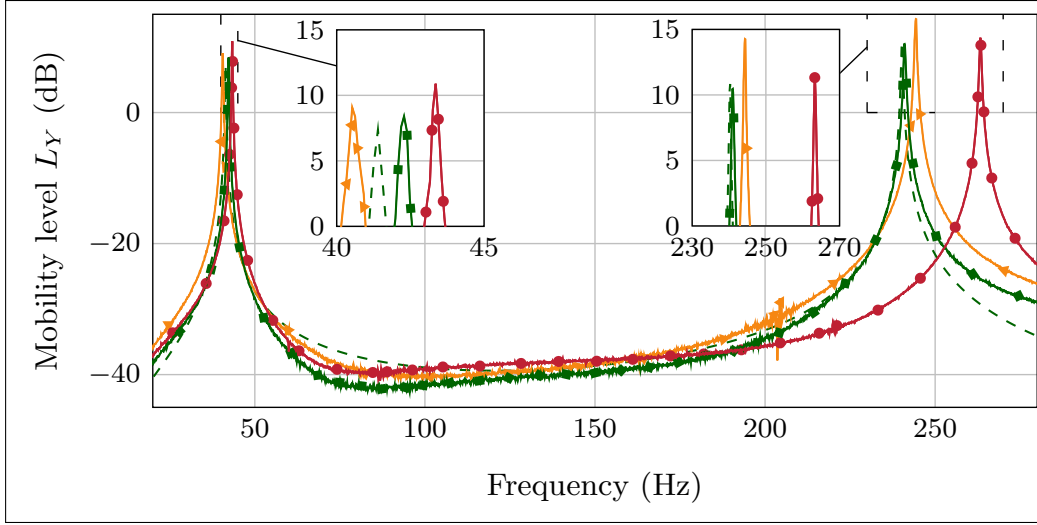


Figure 4.6 Mobilities for: (— $\blacktriangle$) measured MPP① which acts as the reference MPP; (— $\bullet$) measured MPP②; (— $\blacksquare$) measured MPP③; (---) analytical MPP③. Perforation parameters for MPP① and MPP③ are given in Table 4.2

Table 4.3 Values of experimental and theoretical loss factor with standard deviation for the three MPP presented in Figure 4.9(a). Each loss factor is determined for the i th mode. Perforation parameters are given in Table 4.2 for each MPP configurations

	Mode 1		Mode 2	
	f_1 (Hz)	$\eta_1 [\times 10^{-3}]$	f_2 (Hz)	$\eta_2 [\times 10^{-3}]$
Measured MPP①	44.2 ± 2.1	0.65 ± 0.002	250.7 ± 3.6	0.14 ± 0.005
Measured MPP②	43.8 ± 0.3	0.34 ± 0.11	260.4 ± 1.9	0.24 ± 0.02
Measured MPP③	43.2 ± 0.5	0.75 ± 0.08	244.2 ± 1.7	0.23 ± 0.002
Analytical MPP③	41.4	0.81	240.3	0.20

results obtained for MPP③ in Figure 4.6 and Table 4.3 allows one to validate the model proposed in Section 4.4.1.

4.5 MPP: Nonuniform distribution and single diameter

4.5.1 Perforation ratio gradient

The distribution of the perforations can also influence the added damping. For a given mode, the closer the perforations are to the maximum displacement zones, the higher the added damping. In fact, the damping added by the microperforations is due to the viscous friction in the boundary layers of the MPP. This viscous friction is all the more important as the relative velocity between the fluid and the structure is large. To enhance the added damping effect, it is therefore possible to concentrate the perforations on the antinodes of the modes whose amplitude must be reduced. In this section, only a single perforation diameter is considered, and the perforation ratio is written in terms of a distribution function to explore this effect:

$$\phi(x, y) = \phi^{(0)} \text{Ih}(x, y) \quad (4.14)$$

where $\text{Ih}(x, y)$ is a normalized inhomogeneity function and $\phi^{(0)}$ the maximum value of the perforation ratio obtained at $\max \text{Ih}(x, y) = 1$. The perforation ratio in the previous equation is a local variable. Its integration over the whole plate surface yields the global perforation ratio

$$\phi_g = \frac{\phi^{(0)}}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \text{Ih}(x, y) \, dy \, dx. \quad (4.15)$$

In Equation (4.3), D and α_∞ depend on the perforation ratio and become a spatial function by considering the perforation ratio gradient defined in Equation (4.14). The correction function in the bending stiffness of Equation (4.2) is rewritten as

$$C_\phi(x, y) = \frac{(1 - \phi(x, y))^2}{1 + (2 - 3\nu)\phi(x, y)}. \quad (4.16)$$

Similarly, the corrected tortuosity given by Equation (4.5) now rewrites $\alpha_\infty(x, y) = 1 + B - 1.14B\sqrt{\phi(x, y)}$. Note that the perforation ratio also has an influence on ν (Arnold, Boccaccini & Ondracek, 1996). However, for the perforation ratios considered, ν is assumed to

be constant (Lutz & Zimmerman, 2021; Arnold *et al.*, 1996). Equations (4.14) and (4.16) are inserted into Equation (4.3) to capture the effect of the perforation ratio gradient in the structural dynamics of MPP. The system of equations describing the autonomous response of a finite MPP saturated by a lightweight fluid in its perforations then becomes

$$h(\rho_s(1 - \phi(x, y))\ddot{w}_s + \rho_f\phi(x, y)\ddot{w}_f) + D(x, y)\nabla^4 w_s = 0, \quad (4.17a)$$

$$\rho_f((1 - \alpha_\infty(x, y))\ddot{w}_s + \alpha_\infty(x, y)\ddot{w}_f) + \varsigma(\dot{w}_f - \dot{w}_s) + K_f\nabla^2 w_s = 0. \quad (4.17b)$$

Classical modal analysis is now performed in the same vein as in (Gallerand *et al.*, 2022). The equations must be space semi-discretized and projected onto the non-perforated plate mode. The plate displacement is assumed to be of the form

$$w_s(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn}^s(t) \Psi_{mn}(x, y), \quad (4.18)$$

where $w_{mn}^s(t)$ represent the participation of non-perforated plate eigenmode $\Psi_{mn}(x, y)$ determined from boundary conditions. A similar expression holds for the fluid. Equation (4.18) is rewritten for a finite number of modes and rearranged in lexicographic order according to i . Each pair $(m, n) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ corresponds to a single index $i \in \mathbb{N}$. Equation (4.18) is therefore rewritten in terms of i such that

$$w_s(x, y, t) = \sum_{i=1}^{N_{\text{dof}}} w_i^s(t) \Psi_i(x, y) \quad (4.19)$$

where N_{dof} is the number of degrees-of-freedom (dof) in plate discretization. The corresponding vector $\mathbf{\Psi}(x, y)$ is of size $N_{\text{dof}} \times 1$ and stores the terms $\Psi_i(x, y)$. After this reorganization, Equation (4.17) are discretized and projected onto the plate and fluid eigenmode basis. To this end, the terms in Equation (4.17) are multiplied by $\mathbf{\Psi}^\top(x, y)$ and integrated on the plate surface S . The resulting system is written in the matrix form

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{D}\mathbf{z}(t), \quad \text{where} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{Id} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

where $\mathbf{Id}$ is the identity matrix of rank $N_{\text{dof}}/2$ and

$$\mathbf{x}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_s(t) \\ \mathbf{w}_f(t) \end{pmatrix}; \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{s_1} & \mathbf{M}_{f_1} \\ \mathbf{M}_{s_2} & \mathbf{M}_{f_2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{s_2} & \mathbf{C}_{f_2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{s_1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{s_2} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

The displacement contributions of the solid are stored in $\mathbf{w}_s$ and those of the fluid, in $\mathbf{w}_f$. Each matrix of Equation (4.21) is written as follows:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{s_1} &= h\rho_s \iint_S (1 - \phi(x, y)) \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^T dx dy, & \mathbf{M}_{s_2} &= \rho_f \iint_S (1 - \alpha_\infty(x, y)) \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^T dx dy, \\ \mathbf{M}_{f_1} &= h\rho_f \iint_S \phi(x, y) \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^T dx dy, & \mathbf{M}_{f_2} &= \rho_f \iint_S \alpha_\infty(x, y) \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^T dx dy, \\ \mathbf{C}_{s_2} &= -\varsigma \iint_S \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^T dx dy, & \mathbf{C}_{f_2} &= \varsigma \iint_S \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^T dx dy, \\ \mathbf{K}_{s_1} &= \iint_S D(x, y) \nabla^2 \mathbf{\Psi} \nabla^2 \mathbf{\Psi}^T dx dy & \mathbf{K}_{s_2} &= K_f \iint_S \nabla^2 \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^T dx dy. \end{aligned} \quad (4.22)$$

An analytical solution of the equation of motion is possible in the state space. Solutions for the i th mode take the form of eigenvalues $\lambda_i = \beta_i \pm j\gamma_i$ where $\beta_i = -\zeta_i/\omega_i$ is the damping term involved into the exponential decrease of the mode due to viscous friction and ζ_i is the modal damping ratio. The imaginary part $\gamma_i = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2}$ corresponds to the natural frequency, where ω_i is the undamped angular frequency. The loss factor is related to ζ_i by $\eta_i = 2\zeta_i$.

In order to explore the influence of the spatial distribution of the perforation on the added damping ⁴, the loss factor of the first mode η_1 is plotted as a function of the global perforation ratio in Figure 4.7. In this figure, three spatial distributions are considered. The first configuration consists in perforations homogeneously distributed on the MPP. It corresponds to the reference MPP, i.e. $\text{lh}(x, y) = 1$. In the second configuration, the perforations are distributed according to the shape of the first plate mode without perforation thus $\text{lh}(x, y) = \sin(\pi x/L_x) \sin(\pi y/L_y)$. The normalized inhomogeneity function is equal to 1 at the maximum plate deflection. The spatial perforation ratio is defined via Equation (4.14). Finally, the third configuration consists

⁴Due to the distribution of perforations along the deformations of the first resonance mode, i.e. $i = 1$, only the added damping presented by the first mode is taken into account in this section. The same considerations can be made for another mode, i.e. $i > 1$.

in perforations distributed according to the step function

$$\text{lh}(x, y) = \Pi(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{1}{4} \leq \frac{x}{L_x} \leq \frac{3}{4} \quad \text{and} \quad \frac{1}{4} \leq \frac{y}{L_y} \leq \frac{3}{4}, \\ 0 & \text{else.} \end{cases} \quad (4.23)$$

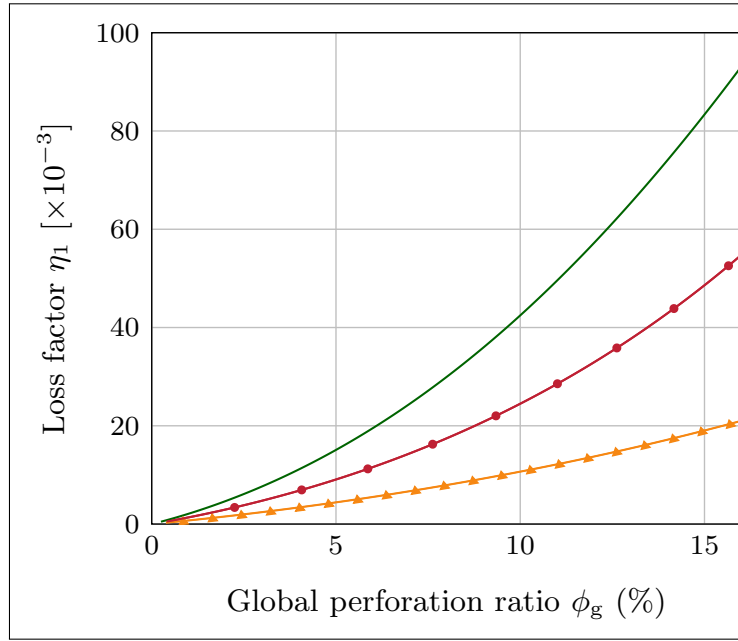


Figure 4.7 Loss factor for the first mode of a 570 mm × 490 mm × 1 mm simply-supported aluminum MPP with $d = 1.4$ mm: (—▲—) uniform distribution with $\text{lh}(x, y) = 1$; (—●—) distribution along plate mode shape according x with $\text{lh}(x, y) = \sin(\pi x/L_x) \sin(\pi y/L_y)$; (—) distribution according to the rectangular function $\text{lh}(x, y) = \Pi(x, y)$ defined in Equation (4.23)

As mentioned previously, the additional damping exhibited by MPP is closely related to the viscous friction in the boundary layers of MPP, which is more important the higher the relative velocity between the fluid and the structure. In fact, fluid viscosity leads to drag forces at the fluid-solid interface in the perforation, resulting in dissipation mechanisms affecting the dynamic response of both fluid and solid. The viscous force per unit volume is defined by (Biot, 1956a,b) as a function of ω proportional to the airflow resistivity and the relative fluid-solid velocity. Adapted for an MPP with inhomogeneous spatial distribution of perforation under low frequency

assumptions, the viscous friction force can be recast as

$$f_v(x, y, t) = \frac{32\mu_f\phi(x, y)}{d^2} (\dot{w}_f(x, y, t) - \dot{w}_s(x, y, t)). \quad (4.24)$$

The larger the velocity difference, the greater the friction force. The dissipative effects are directly proportional to the viscous force, generated by friction taking place in the thermo-viscous skin at the level of the solid wall of the perforations, and are captured in Equations (4.1), (4.3) and (4.17) by the velocity term which corresponds to $f_v(x, y, t)$. From the discretization in Equation (4.19), Equation (4.24) reads

$$f_v(x, y, t) = \frac{32\mu_f\phi(x, y)}{d^2} \sum_i^{N_{\text{dof}}} \Psi_i(x, y) (\dot{w}_i^f(t) - \dot{w}_i^s(t)). \quad (4.25)$$

For a given mode, maximizing $\Psi_i(x, y)$ leads to maximizing the friction force and thus the additional damping of the MPP. Values of x and y for which $\Psi_i(x, y)$ reaches a maximum can be obtained depend on the size of the plate and on the boundary conditions involved in defining the eigenfunction. For a given d , the viscous force and, thus, the additional damping induced by the microperforations, is maximal for the i th mode when $x = x_{\text{max}}$ is the solution of $\partial_x \Psi_i(x, y) = 0$ and when $y = y_{\text{max}}$ is the solution of $\partial_y \Psi_i(x, y) = 0$. The added damping increases with the perforation ratio. It is therefore possible to increase the added damping by increasing the perforation ratio around the point $(x_{\text{max}}, y_{\text{max}})$. However, the concentration of perforations on the zones of interest, i.e. presenting maximum deflection amplitudes, will have a lower mechanical resistance, due to the modification of the Young's modulus. In addition, the more abrupt the change, the greater the stress concentrations at the point of failure, which reduces the mechanical strength of the structure.

Moreover, the spatial distribution of the perforation has an influence on the Young modulus of the structural part and thus on the MPP stiffness. For the first MPP mode of the three MPP represented in Figure 4.7, the MPP stiffness K_{s1}^{11} , where exponent 11 corresponds to the term's position in the stiffness matrix, given in Equation (4.22), is plotted versus ϕ_g in Figure 4.8. For

the same ϕ_g , the plate stiffness decreases significantly when the concentration of perforations is shifted to the maximum deflection area of the plate.

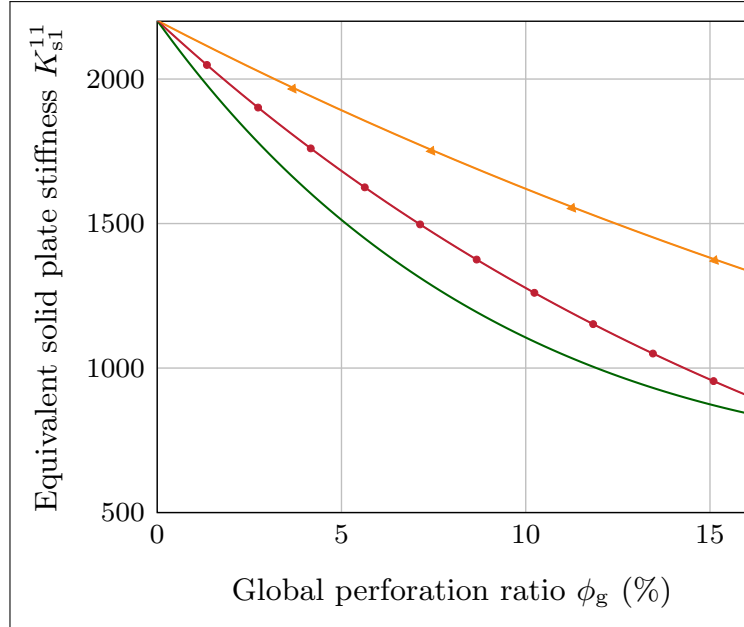


Figure 4.8 Equivalent solid plate stiffness K_{sl}^{11} for the first mode of a 570 mm $\times$ 490 mm $\times$ 1 mm simply-supported aluminum MPP with $d = 1.4$ mm as a function of the global perforation ratio ϕ_g for three different spatial perforation distributions: (— $\blacktriangle$) uniform distribution with $lh(x, y) = 1$; (— $\bullet$) distribution along plate mode shape according x with $lh(x, y) = \sin(\pi x/L_x) \sin(\pi y/L_y)$; (—) distribution according to the rectangular function $lh(x, y) = \Pi(x, y)$ defined in Equation (4.23)

4.5.2 Experimental validation

In this section, the experimental validation is performed on the Oberst test bench detailed in Section 4.4.2. The tested MPP samples are presented in Figure 4.9(a) and measure 131 mm $\times$ 30.7 mm $\times$ 1.08 mm. The overall perforation ratio and the diameter of the perforations are constant for the three plates and fixed at $\phi_g = 10\%$ and $d = 1$ mm, respectively. For MPP④ the perforations are homogeneously distributed over the structure. In this validation section, MPP④ acts as the reference MPP. For MPP⑤, the perforation ratio is chosen as a linear

function of x with a maximum at $x = L_x$ (maximum plate deflection for the first mode) such that $\phi(x) = \phi^{(0)}x/L_x$ with $\phi^{(0)} = 20\%$. For MPP⑥, the perforation ratio is defined by

$$\phi(x) = \phi^{(0)}\Pi(x) \quad \text{with} \quad \Pi(x) \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{x}{L_x} \geq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{else.} \end{cases} \quad (4.26)$$

where $\phi^{(0)} = 20\%$. All perforation parameters and $\text{lh}(x)$ homogeneity functions for the three MPP of Figure 4.9(a) previously presented are reported in Figure 4.9(b). The experimental results are presented in Figure 4.10 and Table 4.4.

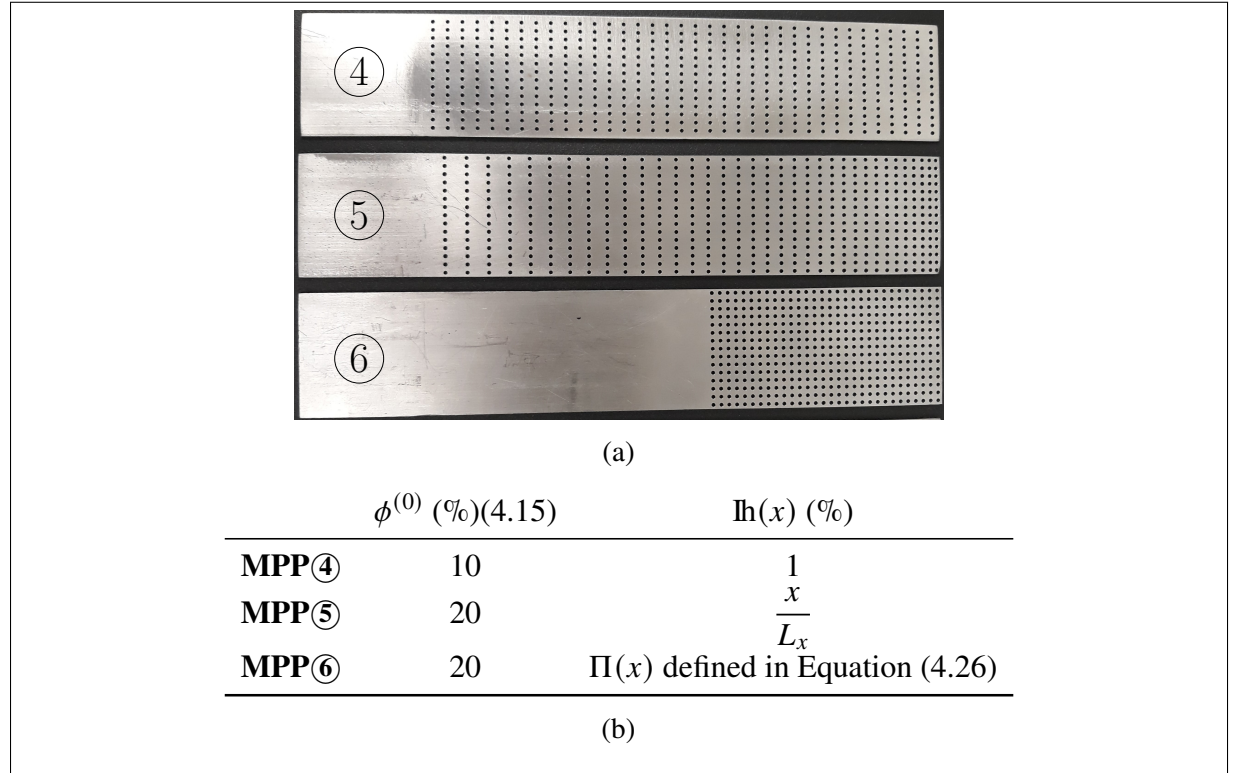


Figure 4.9 Tested MPP samples with various space-dependent distributions of the perforation ratio. (a) — MPP④ homogeneous distribution: reference MPP, MPP⑤ linear distribution, MPP⑥ concentrated distribution located at the maximum of the deflection amplitude. (b) — Perforation parameters and homogeneity function $\text{lh}(x)$ for the three MPP presented in Figure 4.9(a). Perforation diameter is set to $d = 1$ mm in order to induce maximum damping around the first mode (i.e. $i = 1$) and global perforation ratio $\phi_g = 10\%$ identical for all three MPP

In Figure 4.10, the plate mobilities for the first mode of MPP⑤ and MPP⑥ are compared to those obtained for the reference MPP④ and non-perforated plate. On the one hand, an amplitude reduction of about 8 dB is observed with MPP⑤ and MPP⑥ compared to the case of the non-perforated plate. On the other hand, the amplitude reduction between MPP with spatial distribution (MPP⑤ and MPP⑥) and the reference MPP④ is about 3 dB. The resonance frequency is shifted due to the reduction in stiffness, which is successively higher for MPP⑥, MPP⑤ and MPP④. Finally, the good comparisons between the measurements and theoretical predictions shown in Figure 4.10, for MPP⑤ and MPP⑥, validate the analytical model presented in Section 4.5.1.

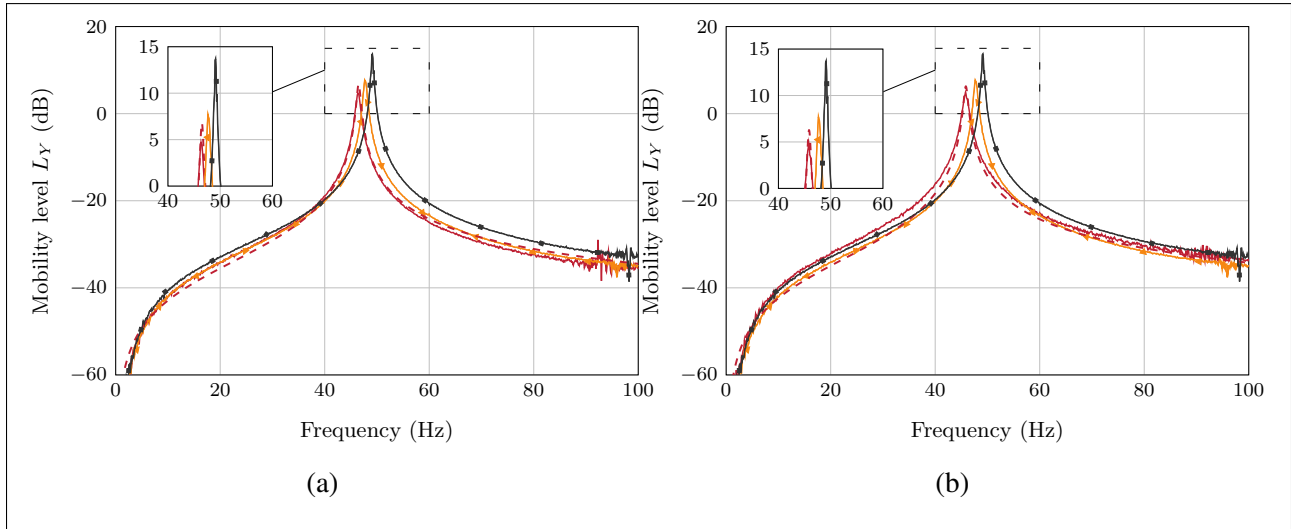


Figure 4.10 Theoretical and experimental mobilities around mode 1 of (a) MPP⑤ and (b) MPP⑥. Comparisons between (—) measured and (---) theoretical. In (a) and (b), the measured mobilities of the reference MPP④ (—▲—) and non-perforated plate (—■—) are also provided. MPP perforation parameters are given in Figure 4.9(b)

From the mobilities measured, the loss factor is calculated at the first mode $i = 1$. The results are given in Table 4.4 for the studied MPP and reference non-perforated plate. In addition, the analytical model of Section 4.5.1 was also considered for calculating the loss factor of the first mode for the three MPP. One can observe that the analytical values agree well with the measurements. Also, for the same overall perforation ratio, distributing the perforations over the

maximum deflection areas of the MPP increases the added damping by 62 % over the reference MPP④ and 133 % over the non-perforated plate.

Table 4.4 Measured with standard deviation and analytical frequencies of the first mode plate and corresponding loss factors for the reference non-perforated plate ① and the three MPP presented in Figure 4.9(a) and perforation parameters are given in Table 4.2. Theoretical results obtained though the model proposed in Section 4.5.1 provided for $i = 1$

	Measured		Analytical	
	f_1 (Hz)	$\eta_1 [\times 10^{-3}]$	f_1 (Hz)	$\eta_1 [\times 10^{-3}]$
Reference non-perforated plate ①	47.9 ± 0.36	0.9 ± 0.073	.	.
MPP④	48.1 ± 0.12	1.3 ± 0.075	47.2	1.2
MPP⑤	48.4 ± 0.50	1.7 ± 0.190	46.5	1.6
MPP⑥	48.0 ± 1.97	2.1 ± 0.079	45.8	2.0

To conclude this section, we have used an MPP whose microperforations are distributed along the vibrational antinodes of the modes we wish to damp. The proposed analytical model is validated by experimental measurements and shows that an MPP with distributed perforations maximizes the added damping compared to a uniform MPP. This is because the added damping is linked to the dissipation induced in the boundary layers that support the motion. The greater the deflection of the plate, the more viscous friction is present, thus increasing damping. To achieve damping in a given mode, it is therefore advisable to distribute the perforations over its vibratory antinodes. However, a large concentration of perforations in a small area can generate a stress concentration that could reduce the mechanical strength of the structure. This aspect must be carefully considered when designing the MPP.

4.6 MPP: Nonuniform distribution and multiple diameters

The aim of this section is to combine the two effects presented in Sections 4.4 and 4.5. Recall that Section 4.4 proposes to increase the frequency range of effective damping by employing multiple perforation diameters, and Section 4.5 suggests increasing the maximum added damping by using a perforation distribution according to modal deflections. It is therefore proposed to explore the

damping capabilities of the MPP with a spatial distribution of multi-sized perforations. The idea is to design an MPP that improves the frequency range of the effective damping while maximizing the added damping on the frequencies of interest, i.e. the resonance frequencies of the structure.

Here, both analytical models exposed in Sections 4.4 and 4.5 are combined to obtain the dynamic response of an MPP involving space-dependent distributions of multi-size perforations. The MPP is assumed to be equivalent to N independent MPP, each with its own perforation diameter d_k , perforation ratio $\phi_k^{(0)}$, and inhomogeneity function Π_k , $k = 1, 2, \dots, N$. Based on a homogenization model similar to the one presented in Section 4.4, the equations of motion generalize to (time and space dependencies are dropped out for the purpose of readability)

$$h(\rho_s(1 - \phi(x, y))\ddot{w}_s + \rho_f\phi(x, y)\ddot{w}_f) + D(x, y)\nabla^4 w_s = 0 \quad (4.27a)$$

$$\rho_f((1 - \alpha_\infty(x, y))\ddot{w}_s + \alpha_\infty(x, y)\ddot{w}_f) + \sigma(x, y)\phi(x, y)(\dot{w}_f - \dot{w}_s) + K_f\nabla^2 w_s = 0 \quad (4.27b)$$

with

$$\frac{1}{\sigma(x, y)} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sigma_k(x, y)}. \quad (4.28)$$

The spatial bending coefficient $D(x, y)$ is expressed in terms of the global spatial perforation ratio $\phi(x, y)$ defined through Equation (4.8) applied to $\phi_k(x, y)$. The global spatial resistivity $\sigma(x, y)$ is defined from the resistivity of each equivalent plate derived from d_k and $\phi_k(x, y)$. The global spatial tortuosity is also expressed using Equation (4.10) applied to the spatial perforation ratio $\phi_k(x, k)$ and the perforation diameter of the subdomain k .

The validation of the generalized model in Equation (4.27) is now exposed. To this aim, two plates of dimension $195 \text{ mm} \times 30.7 \text{ mm} \times 1.17 \text{ mm}$ are considered: a non-perforated reference plate ② and MPP⑦ with multiple perforation diameters spatially distributed along a non-homogeneous pattern. To maximize the damping added by the microperforations on modes 1 and 2, two diameters of perforations are chosen: $d_1 = 1.3 \text{ mm}$ and $d_2 = 0.7 \text{ mm}$, corresponding to characteristic frequencies $f_{c1} \approx 27 \text{ Hz}$ and $f_{c2} \approx 114 \text{ Hz}$, respectively. MPP⑦ which is

presented in Figure 4.11 is decomposed into three equivalent plates with respective perforation ratios and inhomogeneity functions defined as:

$$\phi_1(x) = \phi_1^{(0)} \Pi_1(x) \text{ with } \Pi_1(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{x}{L_x} \geq 0.695, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{and } \phi_1^{(0)} = 33 \%, \quad (4.29a)$$

$$\phi_2(x) = \phi_2^{(0)} \Pi_2(x) \text{ with } \Pi_2(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{x}{L_x} \geq 0.8, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{and } \phi_2^{(0)} = 11 \%, \quad (4.29b)$$

$$\phi_3(x) = \phi_3^{(0)} \Pi_3(x) \text{ with } \Pi_3(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } 0.165 \leq \frac{x}{L_x} \leq 0.695, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{and } \phi_3^{(0)} = 16 \%. \quad (4.29c)$$

The ratio $\phi_1(x)$ is associated with perforations of diameter, d_1 while $\phi_2(x)$ and $\phi_3(x)$ are related to perforations of diameter d_2 .

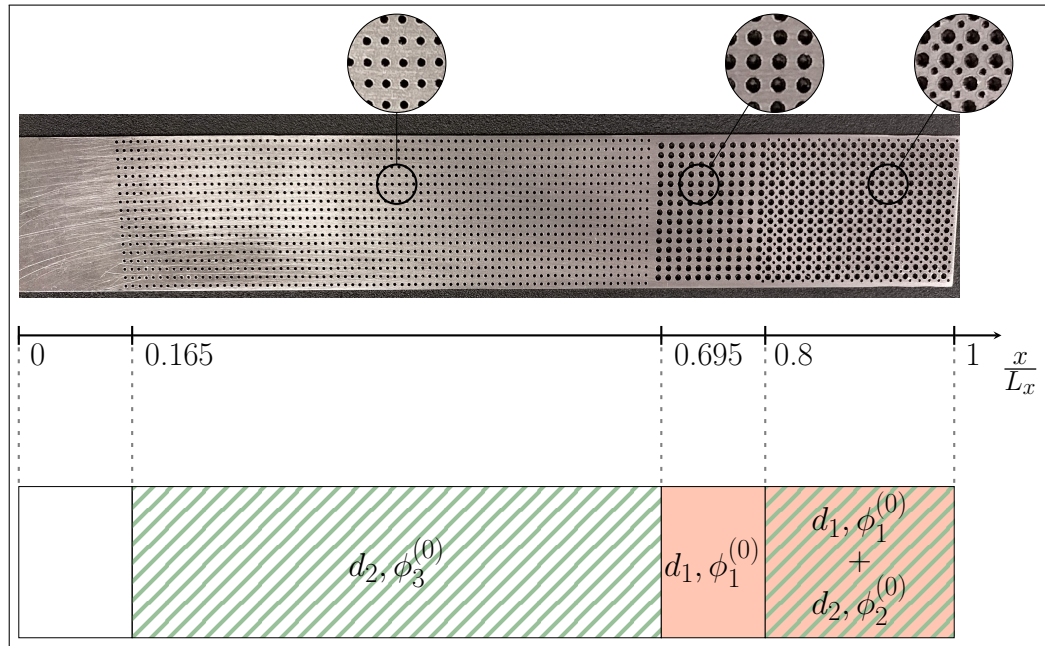


Figure 4.11 MPP⑦: spacial perforation distribution described in Equation (4.29)

The test bench described in Section 4.4.2 is used to obtain the MPP mobility. In Figure 4.12, the mobility measured for MPP⑦ is compared to that of the non-perforated reference plate ② and

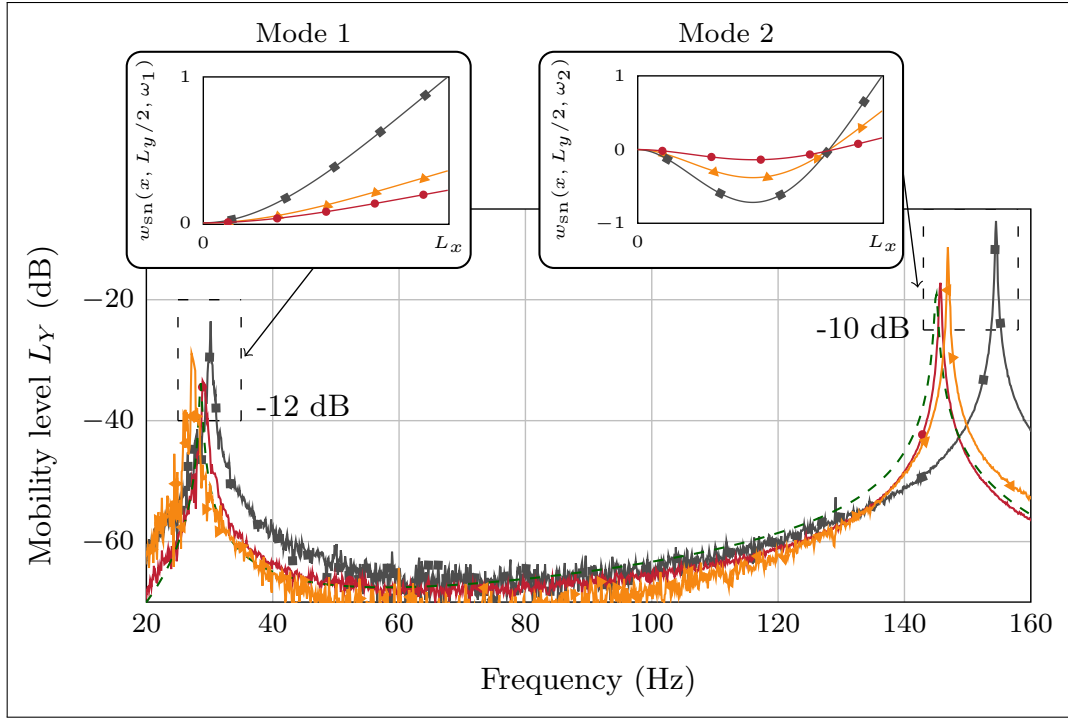


Figure 4.12 Plate mobility in dB with: (—●—) measured MPP⑦ shown in Figure 4.11, (—■—) measured reference non-perforated plate ②, (—▲—) measured reference MPP with $d = d_1$ and (---) theoretical MPP⑦. MPP⑦ is considered as three equivalent MPP inhomogeneous spatial distribution of perforations defined in Equation (4.29). Spatial distribution (4.29a) associated with $d_1 = 1.3$ mm while spatial distributions (4.29b) and (4.29c) are related to $d_2 = 0.7$ mm. Loss factor and Young's modulus used in the theoretical model are obtained experimentally from measurements on the non-perforated plate. The corresponding analytical modal displacement $w_{sn}(x, L_y/2, \omega_i)$ given in Equation (4.30) are also presented for: (—●—) analytical MPP ⑦, (—■—) analytical reference non-perforated plate ②, (—▲—) analytical reference MPP

the analytical mobility calculated for the MPP. The shapes of the corresponding normalized analytical modal displacement

$$w_{sn}(x, L_y/2, \omega_i) = \frac{w_s(x, L_y/2, \omega_i)}{\max(w_{s,ref}(x, L_y/2, \omega_i))}, \quad (4.30)$$

are also presented, where $\max(w_{s,ref}(x, L_y/2, \omega_i))$ is the maximum of deflection obtained for the reference non-perforated plate. Table 4.5 summarizes the main comparison data. On the one hand, the measured results show a magnitude reduction of approximately 12 dB for

Table 4.5 Values of experimental and theoretical loss factor for the MPP⑦ presented in Figure 4.11. Each loss factor is determined for the i th mode. Perforation are described in Equation (4.29)

	Mode 1		Mode 2	
	f_1 (Hz)	$\eta_1 [\times 10^{-3}]$	f_2 (Hz)	$\eta_2 [\times 10^{-3}]$
Measured reference non-perforated plate ②	33.41	0.63	147.7	0.15
Measured MPP⑦	31.41	1.26	142.4	0.29
Analytical MPP⑦	28.6	1.25	145.1	0.25

the first resonance frequency, while the magnitude reduction is approximately 10 dB for the second resonance frequency. On the other hand, the loss factor is nearly doubled at both resonances in the case of MPP⑦ compared to the case of the non-perforated plate. Finally, the predicted theoretical results for MPP⑦ are in close agreement with the measurements for MPP⑦. The shape of the modal displacement presented in Figure 4.12 shows that perforations substantially reduce the amplitude of displacement of the structure. Moreover, using a double set of perforations distributed over the antinodes of the modes maximizes this added damping effect. A comparison between the non-perforated reference plate and the two MPP shows that the presence of perforations has little influence on the shape of the structure's displacements. These results seem to show that the implementation of multi-size microperforations combined with inhomogeneous spatial distributions of perforations has two advantages: (1) depending on the diameters chosen, the added damping is effective over a wider frequency band compared to a plate with a single set of perforations; (2) the well-chosen distribution of the perforations over certain areas of interest also maximizes the added damping.

4.7 Conclusion

This article extends the theoretical model of reference (Gallerand *et al.*, 2022) to study the added damping effect exhibited by microperforated plates (MPP) embedding: (i) multi-size perforation diameters; (ii) spatial distributions of perforation, and (iii) a combination of (i) and (ii). For this purpose, a homogenization approach was proposed in the context of MPP with multi-size

perforations. Then, to consider an MPP with a spatial distribution of microperforations, the perforation ratio was introduced as a space-dependent function. Finally, these two models were combined. Experimental measurements were performed to validate the analytical models. The results provide evidence that:

(i) MPP with multi-size perforations can broaden the frequency band of the effective added damping. When the perforation diameters are chosen so that each characteristic frequency coincides with a resonance frequency of the MPP, the frequency band of the effective damping is extended.

(ii) MPP with spatial distribution of perforations can maximize the added damping on a given mode. Indeed, the distribution of perforations around the antinodes of the considered mode maximizes the added damping compared to a homogeneous MPP.

(iii) The damping effects of the multi-size perforations and the spatial distribution of perforations can be cumulated. The combination of multiple perforation sizes with inhomogeneous spatial distribution of perforations had the two main advantages. The first is to expand the range of frequencies in which the additional damping is effective. The second is to optimize the amount of added damping across a carefully chosen set of frequencies.

In practice, the perforations could be distributed around the vibration antinodes of the plate modeshapes that need to be dampened.

4.8 CRediT authorship contribution statement

Lucie Gallerand: Conceptualization, Methodology, Software, Validation, Writing - original draft, Writing - review & editing. **Mathias Legrand:** Methodology, Software, Supervision, Writing - original draft, review & editing. **Raymond Panneton:** Writing - original draft, review & editing. **Philippe Leclaire:** Conceptualization, Methodology, Supervision, Writing - original draft, review & editing. **Thomas Dupont:** Conceptualization, Methodology, Supervision, Resources, Funding acquisition, Writing - original draft, review & editing.

4.9 Supplementary material

Python scripts used to perform the modal analysis presented in this article are available in commit 292f7864 of the [Git repository] Inhomogeneous Perforated Plate

4.10 Acknowledgment

This work was supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) through the project of the reference number RGPIN-2019-06573 and by Fonds de recherche du Québec - Nature et technologies (FRQNT) program financing.

CHAPITRE 5

NONLINEAR ADDED DAMPING OF A HOMOGENIZED FLUID-SATURATED MICROPERFORATED PLATE IN A FORCHHEIMER FLOW REGIME

Lucie Gallerand¹, Mathias Legrand², Raymond Panneton³, Philippe Leclaire⁴,
Thomas Dupont¹

¹ Département de Génie Mécanique, École de technologie supérieure (ÉTS), 1100 R. Notre Dame O, Montréal, QC H3C 1K3, Canada

² Département de Génie Mécanique, McGill University, 817 Rue Sherbrooke O, Montréal, QC H3A 0C3, Canada

³ CRASH-UdeS, Département de Génie Mécanique, Université de Sherbrooke, 2500 Bd de l'Université, Sherbrooke, QC J1K 2R1, Canada

⁴ DRIVE EA1859, Université de Bourgogne Franche-Comté, ISAT, 49 Rue Mademoiselle Bourgeois, 58027 Nevers, France

Article soumis pour publication dans la revue *Journal of Sound and Vibration* en avril 2024.

5.1 Abstract

Microperforated plates (MPP) are commonly used in the field of acoustics for sound absorption purposes. Recent research in the area of structural dynamics revealed that they also provide additional viscous damping in the low-frequency range because of fluid-solid interactions in the microperforation boundary layers, mainly through viscous friction mechanisms. It is now established that the vibratory behavior of these systems can be modelled using a homogenization procedure that produces a pair of coupled partial differential equations (PDEs) collectively governing the dynamics of both a structural plate and a fictitious virtual fluid plate. It has been observed that the added damping achieves its maximum at a *characteristic frequency* governed in particular by the size of the perforations. It is also known that these systems, which can be implemented in hostile environments such as aircraft turbines, involve nonlinear mechanisms for large mechanical and/or acoustic excitations. Two causes of nonlinearities can be distinguished: (i) one associated with a high amplitude harmonic speed of the fluid in the perforations, and (ii) one associated with large harmonic structural deformations. The two causes can combine under strong excitation. The present paper focuses exclusively on the first cause of nonlinearity. As the fluid velocity increases inside the perforations, resistive and inertial phenomena arise

within the perforations, influencing the structural response. These effects can be partly captured analytically by the Forchheimer correction, materialized by an additional quadratic nonlinear damping term in the governing PDE governing the dynamics of the fictitious fluid plate. The governing equations are solved numerically, and sensitivity analyses are carried out on the added damping to the excitation level. The proposed model is validated by experiments conducted on an equivalent cantilevered MPP. Analytical and experimental results show that the added viscous damping depends on the relative fluid-solid velocity. The added damping effect can, depending on the perforation diameter, reach a maximum for a critical value of the relative fluid-solid velocity, with all other independent parameters fixed. In the nonlinear framework, the added damping is a function of space and depends not only on the perforation diameter as in the linear framework, but also on the relative fluid-solid velocity, and is defined as a function of space.

5.2 Introduction

Microperforated plates (MPP) are commonly used as lightweight acoustic-absorbing materials, serving as a viable substitute for porous materials and conventional acoustic resonators. MPP have versatile applications in acoustic reduction across various settings, including acoustic rooms, acoustic linings within flow ducts (Wu, 1997), and even in nuclear engines and reactors (Wang & Wang, 2020). These simple structures can also be crafted from various materials, ensuring greater safety and environmental friendliness with reduced risk of degradation. Moreover, these structures are well-suited for use in challenging environments characterized by substantial excitations or high temperatures, such as in engine enclosures as acoustic barriers and within sound suppressors, to provide a few examples.

Theoretical and experimental studies were carried out to characterize the linear response of the acoustic absorption of microperforated plates. Maa (Maa, 1997) proposed to model an MPP using Kirchhoff's equations. Atalla and Sgard (Atalla & Sgard, 2007) used the Johnson-Allard approach to model the microperforated plate as an equivalent fluid. They proposed a modified tortuosity to account for the distortion of fluid flow at the end of the perforations and the interaction between them. The observed acoustic absorption was induced by dissipative

frictional mechanisms in the thermal and viscous boundary layers for a perforation diameter of the order of their thickness. In the area of structural dynamics, Gallerand *et al.* (Gallerand *et al.*, 2022; Gallerand, Legrand, Dupont, Panneton & Leclaire, 2024) proposed an analytical model, validated by experimental measurements, to explore the dynamic response of a finite-size MPP saturated by air. It was shown that additional damping, occurs around a characteristic frequency, because of dissipative mechanisms appearing in the thermoviscous boundary layers at the fluid-solid interface of the perforations.

However, microperforated plates are likely to be used in harsh environments subject to strong mechanical and/or acoustic excitations. This is why MPP, traditionally used as acoustic materials, have been studied under high levels of acoustic excitation. In the context of nonlinear acoustics, the acoustic velocity of particles in perforations can attain high values. This results in flow separation and vortices at the sharp edges of the perforations. The formation of vortices absorbs the acoustic wave energy and thus increases the acoustic resistance of the MPP's perforation (Tayong *et al.*, 2010; Temiz, Tournadre, Arteaga & Hirschberg, 2016; Maa, 1994). Acoustic impedance is then modified to accommodate nonlinear effects. In this context, Maa (Maa, 1994) proposed a formulation of the acoustic impedance for an MPP at a high pressure level and found a relationship between the nonlinear resistance and the Mach number defined from the particle velocity in the perforation. Cummings (Cummings, 1984, 1986) proposed a model to predict the temporal behavior of reactance (the imaginary part of the acoustic impedance). It was shown that the energy absorbed by the material depends on the sound level but that there is no linear relationship between these two parameters. Melling (Melling, 1973) provided a nonlinear reactance model based on a quasi-stationary approximation of acoustic flow through perforations. Experimentally, Ingard and Ising (Ingard, 1968) showed that, in the nonlinear regime, the fluid separates at the perforation outlet in the form of jets. They also showed that pressure and velocity amplitudes were linked by a square-law relationship. Forchheimer (Forchheimer, 1901) proposed an empirical relationship between velocity and pressure to correct for resistive effects when fluid flow rates in porous media become significant. The relationship is an extension of Darcy's linear law for large fluid flow rates in porous

media. At the viscous term of Darcy's law, this expression includes a quadratic or cubic inertial term (Forchheimer, 1901; Firdaouss *et al.*, 1997). Adler *et al.* (Adler, Malevich & Mityushev, 2013) showed that there is no quadratic correction to Darcy's law for small Reynolds numbers Re (less than unity). Conversely, quadratic correction dominates in the case where $Re > 1$. In the context of MPP, $Re > 1$ is expected for airflow velocities greater than 1 mm s^{-1} in millimeter perforations.

The law proposed by Forchheimer has been applied and used for MPP under high-acoustic excitations. Using the equivalent fluid model and the approach proposed by (Atalla & Sgard, 2007), this previously defined approach for porous materials can be applied to MPP. The Forchheimer correction was used by Tayong *et al.* (Tayong *et al.*, 2010) to investigate the acoustic absorption of MPP supported by an air cavity. They demonstrated that absorption coefficient increases with the Mach number up to a critical Mach number. If the critical Mach number of an MPP is too low (meaning that the critical Mach number is within the linear amplitude regime), the absorption coefficient of the MPP only decreases with the Mach number in the nonlinear amplitude regime. In another work, Tayong *et al.* (Tayong *et al.*, 2011) experimentally explored the interaction between multiple perforations in a nonlinear acoustic regime. Forchheimer's quadratic law was also used by Laly *et al.* (Laly *et al.*, 2018) who proposed a model to characterize the acoustic impedance of an MPP at high acoustic pressure. They modeled the microperforated plate as an equivalent fluid using the Johnson-Allard approach.

In all of the works presented above, the MPP is considered rigid. For low excitation amplitudes (acoustic and mechanical), there are approaches that consider structural vibrations of the MPP. However, no studies have examined the combined vibrational and acoustic behavior of a flexible MPP in the nonlinear excitation regime. In order to grasp the nonlinearity domain of the present study, it is nevertheless important to emphasize that numerous studies are available on the response of conventional plates or perforated plates (Veisiara, Mohammad-Sedighi & Reza, 2021). These studies assume that there is no interaction between the fluid in the perforations and the structure, subjected to high amplitudes. In linear theories, it is assumed that the deformations are small compared to the thickness and that the shear deformations in the straight section can

be neglected. This assumption is no longer valid for large-amplitude excitations. Consequently, the derivation of governing equations with large deflections requires special attention. Von Kármán's nonlinear plate theory was widely used to explore the forced harmonic vibration of plates, beams at large amplitudes (Amabili, 2004; Colin *et al.*, 2020; Ducceschi *et al.*, 2014; Bilbao *et al.*, 2015) or more complicated geometry like a plate with acoustic black hole (Denis, Pelat, Touzé & Gautier, 2017; Li, Touzé, Gautier & Pelat, 2021).

In these studies, only structural/geometric nonlinearities are considered. For MPP saturated with air in a dynamic context, we therefore distinguish two types of nonlinearity: (i) acoustic nonlinearity, and (ii) geometric nonlinearity. The geometric nonlinearity can be captured by cubic stiffness terms (Ducceschi *et al.*, 2014; Bilbao *et al.*, 2015), while acoustic nonlinearity can be captured by quadratic stiffness terms (Tayong *et al.*, 2010). As the magnitude of the fluid particle velocity increases in the perforation, the acoustic nonlinearity may be activated first, before the geometric nonlinearity. Indeed, via viscous fluid-structure coupling, the solid will impose its motion on the fluid. This coupling is strongly affected by the thickness of the visco-thermal boundary layers. Thus, for perforation diameters largely smaller than the thickness of the visco-thermal boundary layers, the fluid is totally "pulled" out of the perforation. Its velocity in the perforation is therefore zero. For perforation diameters significantly greater than the thickness of the boundary layers, fluid movement in the center of the perforation will not be affected by solid movement. In some cases, the fluid velocity is also zero. In these cases, the relative velocity between the fluid and the solid is equal to the velocity of the solid, and the acoustic nonlinearity linked to the fluid-structure coupling will not appear. Between these two limits, the reduction in air flow surface during the movement of the MPP results in a fluid velocity in the perforations greater than that of the solid. Acoustic particle velocity increases significantly when the wave is compressed in the microperforations (Ingard, 1968). Nonlinearities caused by fluid-structure coupling (related to the fluid) will thus appear before those related to the solid. In this paper, we are only interested in the acoustic nonlinearity, also called Forchheimer's nonlinearity, due to the fluid into the perforations. In the Forchheimer regime, a high harmonic flow velocity through the perforations is assumed.

This article is organized into four sections. First, Section 5.3 proposes a nonlinear vibratory model based on the linear vibratory MPP model adapted to a nonlinear acoustic framework using Forchheimer's law. This leads to a system of two coupled partial differential equations (PDE). Secondly, Section 5.4 provides details on the procedure for solving the resulting nonlinear PDE. Thirdly, Section 5.5 analyzes the effects of the nonlinear damping on the MPP behaviour. Finally, Section 5.6 presents experimental results to validate the developments.

5.3 Model

This section recalls the equations governing the dynamics of a finite size microperforated plate saturated by a light fluid, as proposed in (Gallerand *et al.*, 2022). They are then extended to the nonlinear framework where the velocity of the fluid in the microperforations is large and the inertial effects in the microperforations are no longer negligible. The latter are captured by a correction term proposed by Forchheimer (Forchheimer, 1901; Tayong *et al.*, 2010). This correction leads to an additional antisymmetric quadratic damping term in the governing equations.

5.3.1 Dynamics of a finite-size microperforated plate saturated by a light fluid

A simply supported finite-size MPP of dimension $L_x \times L_y \times h$ placed in the xy plane is investigated. Only displacements along the z -axis is considered. The plate is excited by an external force f_{ext} . The equations of motion read (Gallerand *et al.*, 2022)

$$h(\rho \ddot{w}_s + \rho_f \ddot{w}) + \left(D + \frac{\alpha^2 M_f h^3}{12} \right) \nabla^4 w_s = f_{\text{ext}} \quad (5.1a)$$

$$\rho_f \ddot{w}_s + \frac{\rho_f \alpha_\infty}{\phi} \ddot{w} + \sigma_0 \dot{w} + \alpha M_f \nabla^2 w_s = 0, \quad (5.1b)$$

where ∇ is the classical gradient differential operator. They are obtained by considering the MPP as a particular porous plate (Atalla & Sgard, 2007) using an alternative form of Biot's theory (Leclaire *et al.*, 2001a). Equation (5.1) governs the vibratory response of the MPP in the linear regime where w_s is the solid motion and $w = \phi(w_s - w_f)$ is the relative fluid-solid motion

with ϕ the perforation ratio and w_f the fluid motion. Equation (5.1a) represents the elastic response of the homogeneous solid plate, while Equation (5.1b) corresponds to the relative fluid-solid motion. The fluid-solid density mixture $\rho = (1 - \phi)\rho_s + \phi\rho_f$ is a function of the solid density ρ_s and fluid density ρ_f . The parameters α and M_f are elastic coefficients defined by Biot (Biot & Willis, 1957). In the context of an MPP saturated by a lightweight fluid the Biot's coefficients are simply written $\alpha = \phi$ and $M_f = K_f/\phi$ (Leclaire *et al.*, 2001a) where K_f is the bulk modulus of air. The coefficient D is the bending stiffness. In order to consider the influence of the microperforations in the MPP stiffness, D is updated to (Boccaccini & Fan, 1997; Wang, 1984)

$$D = \frac{ECh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad \text{with} \quad C = \frac{(1 - \phi)^2}{1 + (2 - 3\nu)\phi}, \quad (5.2)$$

where E and ν are respectively the Young's modulus and Poisson's coefficient for the non-perforated plate. For a vibrating MPP saturated with a lightweight fluid, the elastic modulus of the plate is much larger than that of the fluid, i.e. $E \gg M_f$. In this case, with MPP vibrating in air, this condition is fulfilled and only inertial interactions are accounted for in the plate equations. In Equation (5.1), the stiffness coefficient, $D + \frac{\alpha^2 M_f h^3}{12}$ can be approximated by D , as considered in the rest of the present paper. Also, the bulk modulus of air K_f is considered constant and equal to its adiabatic value in the resolution of the system of Equation (5.1). All Johnson-Champoux-Allard (JCA) parameters defined for a porous medium can be rewritten for an MPP as a function of ϕ and the diameter of the perforations d . Thus, the static airflow resistivity and the tortuosity are defined by

$$\sigma_0 = \frac{32\mu_f}{\phi d^2} \quad \text{and} \quad \alpha_\infty = 1 + \frac{2\epsilon}{h}, \quad (5.3)$$

where μ_f is the fluid dynamic viscosity and $\epsilon = 0.24\sqrt{\pi d^2}(1 - 1.14\sqrt{\phi})$ (Atalla & Sgard, 2007) is an end correction factor used to consider the fluid radiation inside the perforations and the distortion of the fluid flow at the perforation orifices.

5.3.2 Added damping in linear regime

In a linear context, an MPP exhibits viscous added damping due to energy dissipation induced by fluid-structure interactions coupled with thermo-viscous ones between shearing adjacent fluid layers near the perforation solid walls. The loss factor resulting of these mechanisms writes in terms of ω , the angular frequency (Gallerand *et al.*, 2022),

$$\eta_i^L = -\frac{h\omega I_i^{(2)} I_i^{(3)}}{D I_i^{(1)}} \frac{\alpha M_f \phi^2 \rho_f \sigma_0 I_i^{(3)}}{(\alpha_\infty \rho_f \omega I_i^{(3)})^2 + (\phi \sigma_0 I_i^{(3)})^2}, \quad (5.4)$$

where $I_i^{(p)}$ with $p = 1, 2, 3$ is the i th component of the projection matrix $\mathbf{I}^{(k)}$ defined from $\Psi(x, y)$ which stores the $\Psi_i(x, y)$ term corresponding to the i th mode shape function such that ¹

$$\begin{aligned} \mathbf{I}^{(1)} &= \iint_S \nabla^2 \Psi(x, y) \nabla^2 \Psi^T(x, y) \, dx \, dy, & \mathbf{I}^{(2)} &= \iint_S \nabla^2 \Psi(x, y) \Psi^T(x, y) \, dx \, dy, \\ \mathbf{I}^{(3)} &= \iint_S \Psi(x, y) \Psi^T(x, y) \, dx \, dy. \end{aligned} \quad (5.5)$$

The loss factor, provided in Equation (5.4), reaches a maximum at a *characteristic angular frequency* ω_c given by (Gallerand *et al.*, 2022)

$$\omega_c = \frac{32\mu_f}{\alpha_\infty \rho_f d^2} \quad \text{and its corresponding frequency} \quad f_c = \frac{16\mu_f}{\pi \alpha_\infty \rho_f d^2}, \quad (5.6)$$

defined from Biot's frequency for porous materials (Biot, 1956a; Leclaire *et al.*, 2001a) and adapted for the MPP case. The added damping delivered by the microperforations is maximum at the *characteristic frequency*, but also has an effect in a range of frequencies around f_c . Since f_c is a function of d , the perforation diameter can be adapted to induce maximum added damping at a resonance frequency of the MPP, i.e. to make f_c coincide with a natural frequency of the MPP.

¹More details about the spatial and temporal discretization of the PDE are provided in Section 5.4.

5.3.3 Added damping in nonlinear regime

When the fluid velocity in the microperforations becomes sufficiently high, the airflow resistive effects occurring in the microperforations are no longer constant and increase linearly with the fluid velocity (Tayong *et al.*, 2010; Aurégan & Pacheban, 1999). They are incorporated into the model using Forchheimer's law, which is defined for a rigid porous material subjected to high flow velocity in the pores. According to Forchheimer's law, the airflow resistivity reads (Firdaouss *et al.*, 1997; Laly *et al.*, 2018)

$$\sigma = (1 + \varepsilon |\dot{w}_f|) \sigma_0. \quad (5.7)$$

with ε , the Forchheimer's parameter. In the context of a vibrating MPP, the relative fluid-solid velocity corresponds to the fluid velocity for a rigid frame MPP, that is w corresponds to w_f , and Equation (5.7) becomes

$$\sigma = (1 + \varepsilon |\dot{w}|) \sigma_0. \quad (5.8)$$

In fact, the absolute fluid velocity used in Equation (5.7) corresponds to the relative velocity between fluid and solid in the case of a vibrating MPP.

The Forchheimer parameter is obtained through airflow resistivity measurement on a high-flow resistivity meter (Mecanum Inc. HF-SIGMA high-flow resistivity-meter). The Forchheimer parameter is determined by measuring the pressure drop along the sample at several flow rates and using straight-line interpolation at zero flow velocity, in accordance with Equation (5.7) (Umnova, Attenborough, Standley & Cummings, 2003; Brooke, Umnova, Leclaire & Dupont, 2020). Through this procedure, measurements on an MPP were conducted with $d = 2.8$ mm, $\phi = 10$ % and $h = 1$ mm yield ² $\varepsilon = 1.43 \pm 0.025$ s m⁻¹. Another way to determine ε is to use the empirical expression (Laly *et al.*, 2018)

$$\varepsilon = \frac{\beta \rho_f (1 - \phi^2)}{\pi h \phi C_d^2 \sigma_0} \phi, \quad (5.9)$$

²The perforation parameters and plate thickness used to experimentally determine the Forchheimer parameter correspond to those used in the experimental validation section (Section 5.6).

where C_d is the discharge coefficient, commonly with $C_d \in 0.6 - 0.8$ and set here to 0.76. The unitless constant β is assumed to be equal to 1.6 according to (Laly *et al.*, 2018). Using Equation (5.9) to determine ε for an MPP $d = 2.8$ mm, $\phi = 10\%$ and $h = 1$ mm provide $\varepsilon = 1.42 \text{ s m}^{-1}$. Comparison between Equation (5.9) and the experimental method suggests that Equation (5.9) appears a reasonable estimate for ε . Note that the Forchheimer's parameter depends only on the perforation parameters (d and ϕ) and the MPP thickness.

From Forchheimer's law in Equation (5.1) is derived the system

$$h(\rho \ddot{w}_s + \rho_f \ddot{w}) + D \nabla^4 w_s = f_{\text{ext}}, \quad (5.10a)$$

$$\rho_f \dot{w}_s + \frac{\rho_f \alpha_\infty}{\phi} \dot{w} + \sigma_0 \dot{w} + \sigma_0 \varepsilon |\dot{w}| \dot{w} + \alpha M_f \nabla^2 w_s = 0, \quad (5.10b)$$

in which temporal and spatial dependencies were dropped for readability. A supplementary quadratic damping term $\sigma_0 \varepsilon |\dot{w}| \dot{w}$, equivalent to a modal force always opposite to the direction of the velocity and proportional to its square, is incorporated.

5.4 Resolution procedure

5.4.1 Harmonic balance method

This subsection provides details on the discretization procedure and the resolution of Equation (5.10). Solutions for w_s , w and f_{ext} are developed on the basis of orthogonal or quasi-orthogonal eigenfunctions Ψ . For instance, the plate displacement is assumed to be of the form

$$w_s(x, y, t) = \sum_{i=1}^N w_i^s(t) \Psi_i(x, y), \quad (5.11)$$

where w_i^s is the generalized coordinate of modeshape Ψ_i , $i \in \mathbb{N}^*$ and N is the number of degrees-of-freedom (dof). Index i corresponds to a reorganization of the pair of eigenmodes $(m, n) \in (\mathbb{N}^*, \mathbb{N}^*)$. Similar expressions are assumed for w and f_{ext} is chosen as a force applied

at the point (x_e, y_e) and is written for the i th mode such as

$$f_{\text{ext}}(x_e, y_e, t) = F_{\text{ext}} \sum_{i=1}^N \Psi_i(x_e, y_e) q_i^{\text{ex}}(t). \quad (5.12)$$

After projection on eigenmode basis of a non-perforated plate, the matrix form of the dynamics reads

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{w}}_s(t) + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{K}_1 \mathbf{w}_s(t) = \mathbf{f}_{\text{ex}}(t), \quad (5.13a)$$

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{w}}_s(t) + \mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{f}_{\text{NL}}(\dot{\mathbf{w}}(t)) + \mathbf{K}_2 \mathbf{w}_s(t) = \mathbf{0}, \quad (5.13b)$$

where

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_1 &= D \int_S \nabla^2 \Psi(x, y) \nabla^2 \Psi^\top(x, y) \, dx \, dy, & \mathbf{K}_2 &= h\alpha M_f \int_S \nabla^2 \Psi(x, y) \Psi^\top(x, y) \, dx \, dy, \\ \mathbf{C} &= h\sigma_0 \int_S \Psi(x, y) \Psi^\top(x, y) \, dx \, dy, & \mathbf{M} &= h\rho_f \int_S \Psi(x, y) \Psi^\top(x, y) \, dx \, dy, \\ \mathbf{M}_1 &= h\rho \int_S \Psi(x, y) \Psi^\top(x, y) \, dx \, dy, & \mathbf{M}_2 &= \frac{h\rho_f \alpha_\infty}{\phi} \int_S \Psi(x, y) \Psi^\top(x, y) \, dx \, dy. \end{aligned} \quad (5.14)$$

where $S = L_x \times L_y$. Entry i of the nonlinear force vector $\mathbf{f}_{\text{NL}}(\dot{\mathbf{w}}(t))$ reads

$$f_i^{\text{NL}}(\dot{\mathbf{w}}(t)) = h\sigma_0 \varepsilon \int_S \sum_{j=1}^N \dot{w}_j(t) \Psi_j(x, y) \left| \sum_{p=1}^N \dot{w}_p(t) \Psi_p(x, y) \right| \Psi_i(x, y) \, dx \, dy. \quad (5.15)$$

The Harmonic Balance Method (HBM) is implemented and the contributions are assumed to be periodic and therefore expressed as Fourier series truncated at the harmonic N_h (Liu, Thomas, Dowell, Attar & Hall, 2006; Peng, Meng, Lang, Zhang & Chu, 2012; Zhu, Zhang & Zang, 2022):

$$\mathbf{w}_s(t) = \frac{1}{2} \mathbf{A}_0 + \sum_{k=1}^{N_h} \mathbf{A}_k \cos k\omega t + \mathbf{B}_k \sin k\omega t \quad \text{and} \quad \dot{\mathbf{w}}(t) = \frac{1}{2} \mathbf{C}_0 + \sum_{k=1}^{N_h} \mathbf{C}_k \cos k\omega t + \mathbf{D}_k \sin k\omega t. \quad (5.16)$$

The vectors $\mathbf{A}_k$, $\mathbf{B}_k$, $\mathbf{C}_k$ and $\mathbf{D}_k$ store respectively the coefficients A_{ik} , B_{ik} , C_{ik} and D_{ik} with $k = 1, 2, \dots, N_h$ and $i = 1, 2, \dots, N$ are the Fourier coefficients to be found. Only the velocity and acceleration of the fluid-solid relative displacement is considered here because there is no stiffness term on w in the equations of motion. Term-wise differentiation in time is achieved,

such that

$$\dot{\mathbf{w}}_s(t) = \sum_{k=1}^{N_h} k\omega(-\mathbf{A}_k \sin k\omega t + \mathbf{B}_k \cos k\omega t), \quad \ddot{\mathbf{w}}_s(t) = \sum_{k=1}^{N_h} -k^2\omega^2(\mathbf{A}_k \cos k\omega t + \mathbf{B}_k \sin k\omega t), \quad (5.17a)$$

$$\ddot{\mathbf{w}}(t) = \sum_{k=1}^{N_h} k\omega(-\mathbf{C}_k \sin k\omega t + \mathbf{D}_k \cos k\omega t). \quad (5.17b)$$

The temporal contribution of the excitation force is assumed periodic and reads

$$\mathbf{q}_{\text{ex}}(t) = \frac{1}{2}\mathbf{A}_0^{\text{ex}} + \sum_{k=1}^{N_h} \mathbf{A}_k^{\text{ex}} \cos k\omega t + \mathbf{B}_k^{\text{ex}} \sin k\omega t, \quad (5.18)$$

where $\mathbf{A}_k^{\text{ex}}$ and $\mathbf{B}_k^{\text{ex}}$ are *a priori* known. Usually, the excitation force is considered monoharmonic and the only non-zero coefficient is $\mathbf{A}_1^{\text{ex}}$. The Fourier expansion of every entry of the nonlinear vector reads

$$f_i^{\text{NL}}(\dot{\mathbf{w}}(t)) = h\sigma_0\varepsilon\left(\frac{1}{2}\Lambda_i + \sum_{k=1}^{N_h} (\Gamma_{ik} \cos k\omega t + \Pi_{ik} \sin k\omega t)\right), \quad (5.19)$$

where Λ_i , Γ_{ik} and Π_{ik} are nonlinear functions of the Fourier coefficients stored in $\mathbf{C}_k$ and $\mathbf{D}_k$, as follows:

$$\Lambda_i = \frac{1}{2} \int_S \left(\sum_{j=1}^N \Psi_j C_{j0} \right) \left| \sum_{r=1}^N \Psi_r C_{r0} \right| \Psi_i \, dx \, dy, \quad (5.20a)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{ik} &= \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \int_S \left(\sum_{j=1}^N \Psi_j \sum_{\ell=1}^{N_h} (C_{j\ell} \cos \ell\omega\tau + D_{j\ell} \sin \ell\omega\tau) \right) \\ &\quad \times \left| \sum_{r=1}^N \Psi_r \sum_{s=1}^{N_h} (C_{rs} \cos s\omega\tau + D_{rs} \sin s\omega\tau) \right| \cos k\omega\tau \Psi_i \, dx \, dy \, d\tau, \end{aligned} \quad (5.20b)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{ik} &= \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \int_S \left(\sum_{j=1}^N \Psi_j \sum_{\ell=1}^{N_h} (C_{j\ell} \cos \ell\omega\tau + D_{j\ell} \sin \ell\omega\tau) \right) \\ &\quad \times \left| \sum_{r=1}^N \Psi_r \sum_{s=1}^{N_h} (C_{rs} \cos s\omega\tau + D_{rs} \sin s\omega\tau) \right| \sin k\omega\tau \Psi_i \, dx \, dy \, d\tau. \end{aligned} \quad (5.20c)$$

Substituting Equations (5.16), (5.17), (5.19) and (5.20) into Equation (5.10), and equating the coefficients associated with each harmonic component $\cos k\omega t$ and $\sin k\omega t$ with $k = 1, 2, \dots, N_h$, yields a system of $(4N) \times (2N_h + 2)$ equations. In order to simplify the expressions, it is possible

to rewrite Equation (5.10) in a matrix form in the frequency domain as

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, \omega) = \mathbf{G}(\omega)\mathbf{x}(\omega) + \tilde{\mathbf{f}}_{\text{NL}}(\mathbf{x}, \omega) - \tilde{\mathbf{f}}_{\text{ex}}(\omega) \quad (5.21)$$

where

$$\mathbf{x}(\omega) = [\frac{1}{2}\mathbf{A}_0^\top, \frac{1}{2}\mathbf{C}_0^\top, \mathbf{A}_1^\top, \mathbf{B}_1^\top, \mathbf{C}_1^\top, \mathbf{D}_1^\top, \mathbf{A}_2^\top, \mathbf{B}_2^\top, \mathbf{C}_2^\top, \mathbf{D}_2^\top, \dots, \mathbf{A}_{N_h}^\top, \mathbf{B}_{N_h}^\top, \mathbf{C}_{N_h}^\top, \mathbf{D}_{N_h}^\top]^\top. \quad (5.22)$$

stores the Fourier's coefficients A_{ik}, B_{ik}, C_{ik} and D_{ik} (the ω contributions are dropped for readability purpose). The matrix $\mathbf{G} = \text{blockdiag}(\mathbf{0}, \mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \dots, \mathbf{G}_{N_h})$ is a block matrix with each block of dimension of $4N$. The elementary block k reads

$$\mathbf{G}_k(\omega) = \begin{bmatrix} -\omega^2 k^2 \mathbf{M}_1 + \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \omega k \mathbf{M} \\ \mathbf{0} & -\omega^2 k^2 \mathbf{M}_1 + \mathbf{K}_1 & -\omega k \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ -\omega^2 k^2 \mathbf{M}_2 + \mathbf{K}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{C} & \omega k \mathbf{M} \\ \mathbf{0} & -\omega^2 k^2 \mathbf{M}_2 + \mathbf{K}_2 & -\omega k \mathbf{M} & \mathbf{C} \end{bmatrix}. \quad (5.23)$$

The $n(4N_h + 2)$ -dimensional vectors $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{ex}}(\omega)$ and $\tilde{\mathbf{f}}_{\text{NL}}(\mathbf{x}, \omega)$ contain respectively the Fourier coefficients of the external forcing contribution and those of the nonlinear force contribution, and read

$$\tilde{\mathbf{f}}_{\text{ex}}(\omega) = [\frac{1}{2}(\mathbf{A}_0^{\text{ex}})^\top, \mathbf{0}, (\mathbf{A}_1^{\text{ex}})^\top, (\mathbf{B}_1^{\text{ex}})^\top, \mathbf{0}, \mathbf{0}, (\mathbf{A}_2^{\text{ex}})^\top, (\mathbf{B}_2^{\text{ex}})^\top, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \dots, (\mathbf{A}_{N_h}^{\text{ex}})^\top, (\mathbf{B}_{N_h}^{\text{ex}})^\top, \mathbf{0}, \mathbf{0}]^\top \quad (5.24a)$$

$$\tilde{\mathbf{f}}_{\text{NL}}(\mathbf{x}, \omega) = h\sigma_0 \varepsilon [\mathbf{0}, \mathbf{\Lambda}^\top, \mathbf{0}, \mathbf{0}, (\mathbf{\Gamma}_1)^\top, (\mathbf{\Pi}_1)^\top, \mathbf{0}, \mathbf{0}, (\mathbf{\Gamma}_2)^\top, (\mathbf{\Pi}_2)^\top, \dots, \mathbf{0}, \mathbf{0}, (\mathbf{\Gamma}_{N_h})^\top, (\mathbf{\Pi}_{N_h})^\top]^\top. \quad (5.24b)$$

The vectors $\mathbf{\Lambda}, \mathbf{\Gamma}_k(\omega)$ and $\mathbf{\Pi}_k(\omega)$ are obtained for each value of ω through Equation (5.20). For known values of $\mathbf{A}_k^{\text{ex}}$ and $\mathbf{B}_k^{\text{ex}}$, Equation (5.21) is solved using the Python built-in `fsolve` function, which returns the roots of the nonlinear equation $\mathcal{H}(\mathbf{x}, \omega) = 0$ and leads to the unknown coefficients $\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k, \mathbf{C}_k$ and $\mathbf{D}_k$. The `fsolve` function is a version of the root-solving Powell's hybrid method. This approach combines the Gauss-Newton algorithm with gradient descent and approximates the Jacobian matrix by direct differences at the starting point. This method causes no convergence issue even with the *nonlinear* absolute value function involved in the

formulation of the problem, meaning there was no reason to opt for a potentially more advanced solver.

Using the single-mode assumption, the temporal and spatial contributions in Equation (5.15) can be decoupled. Otherwise, the quadratic damping term implies elastic coupling between the modes due to the absolute value function in Equation (5.20). Then, temporal and spatial dependencies cannot be separated and Equation (5.20) must be calculated for each nonlinear step of the algorithm. The integral is approximated numerically using the Python built-in function `nquad`.

5.4.2 Convergence analysis

First, a convergence analysis is performed on the number of harmonics and the number of dof in the approximation. The overall residual is denoted $r(\omega) = \|\mathbf{r}(\omega)\|$ with $\mathbf{r}(\omega) = [(\mathbf{r}^{(1)}(\omega))^\top, (\mathbf{r}^{(2)}(\omega))^\top]^\top$ where the vectors $\mathbf{r}^{(1)}(\omega)$ and $\mathbf{r}^{(2)}(\omega)$ are determined from Equations (5.13a) and (5.13b) by the integrals

$$\mathbf{r}^{(1)}(\omega) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \left(\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{w}}_s(t) + \mathbf{M} \ddot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{K}_1 \mathbf{w}_s(t) - \mathbf{f}_{\text{ex}}(t) \right) dt, \quad (5.25a)$$

$$\mathbf{r}^{(2)}(\omega) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \left(\mathbf{M} \ddot{\mathbf{w}}_s(t) + \mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{w}}(t) + \mathbf{f}_{\text{NL}}(\dot{\mathbf{w}}(t)) + \mathbf{K}_2 \mathbf{w}_s(t) \right) dt. \quad (5.25b)$$

Equation (5.25a) is numerically computed using the Python built-in `nquad`. The vector $\mathbf{f}_{\text{NL}}(\dot{\mathbf{w}}(t))$ depends on the mode shape and therefore on x and y . After discretizing the three axes x , y and t , a three-dimensional Riemann sum is used to numerically approximate Equation (5.25b) thanks to a Gauss-Legendre quadrature with 100 points for spatial discretization and 300 points for temporal discretization to guarantee accuracy. The vectors $\mathbf{w}_s(t)$ and $\mathbf{w}(t)$ are obtained by injecting the Fourier coefficients stored in $\mathbf{x}(\omega)$ in Equations (5.17), (5.19) and (5.20). The residual and its corresponding computation time t_f are evaluated for a simply-supported aluminum MPP of dimension $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ with $d = 2.2 \text{ mm}$, $\phi = 10 \%$ and $\varepsilon = 0.87 \text{ s m}^{-1}$. The

sensitivity to N and N_h of the normalized residual

$$L_r(\omega) = 20 \log_{10} \left(\frac{r(\omega)}{r_{\text{ref}}(\omega)} \right), \quad (5.26)$$

is indicated in Figure 5.1 for $\omega = \omega_1$ where ω_1 is the first resonance frequency of the linear MPP. The solution vector $\mathbf{x}(\omega)$ is obtained for $\omega_1 = 115 \text{ rad s}^{-1}$ from the procedure presented in Section 5.4. The residual is computed for $N = 1, 3, 5, 7$ and for $N_h = 1, 3, 5, 9, 13, 17$. Even numbers of harmonics are not studied, as the nonlinearity is odd, so only odd harmonics contribute. The residual reference $r_{\text{ref}}(\omega_1)$ in Equation (5.26) is set to 1×10^{-11} , which corresponds to $r(\omega_1)$ obtained for $N = 7$ and $N_h = 17$ and to the relative error between two consecutive iterations imposed as a stopping criterion in `fsolve`. In light of Figure 5.1, it is clear

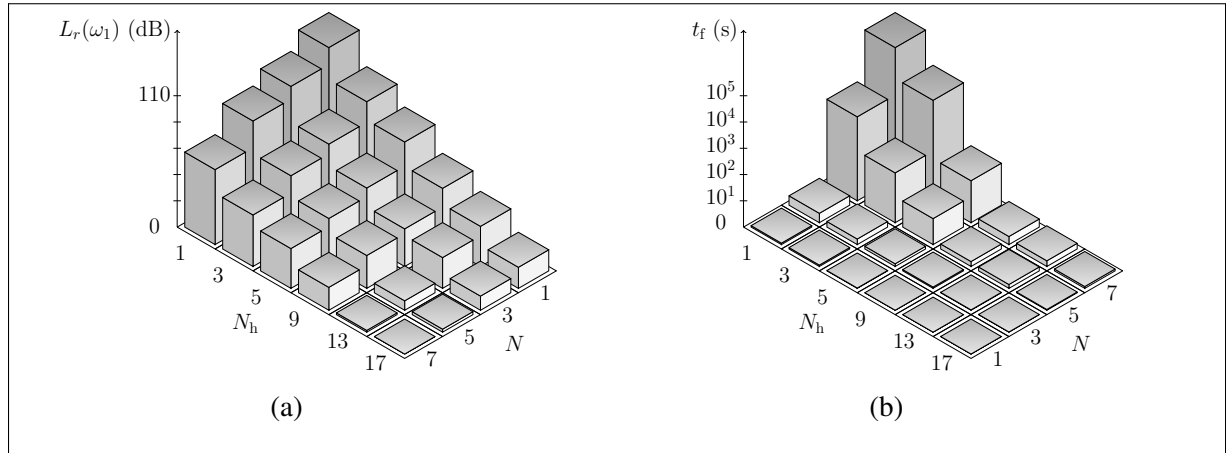


Figure 5.1 Influence of the number of harmonics on the forced response of the first mode of a simply supported microperforated plate. (a) — normalized residual calculated from Equation (5.25) for $F_{\text{ext}} = 0.1 \text{ N}$; (b) — computation time (inverted axes for readability)

that for moderate excitations, $N_h = 1$ is sufficient to accurately predict the structural response of the system. The residual for $N = N_h = 1$ is equal to $r(\omega_1) = 4 \times 10^{-7}$. Moreover, the computation time increases significantly as N and N_h increase, from 0.64 s for $N = N_h = 1$ to around 3 hours for $N = 7$ and $N_h = 17$. Most of the computing time is allocated to calculating triple integrals (Equation (5.20)). In fact, the time required to compute an integral of Equation (5.20) increases from 0.02 s for $N = N_h = 1$ to 977 s for $N = 7$ and $N_h = 17$. Consequently, in the remainder of this paper, only the fundamental harmonic is considered in the HBM resolution.

5.5 Sensitivity of microperforated plates vibratory response to nonlinear damping

5.5.1 Frequency response

Equation (5.13) is solved using the methodology described in Section 5.4 considering a single mode and only the contribution of the fundamental harmonic that is $N = N_h = 1$. In Figure 5.2, the mobility at the center of an MPP is plotted to investigate the influence of the amplitude of the external excitation on the vibration response. An aluminum simply supported microperforated plate is excited by a point force at $(x_e, y_e) = (60 \text{ mm}, 70 \text{ mm})$. The mobility at point $(x_g, y_g) = (L_x/2, L_y/2)$, that is the solid displacement normalized by the amplitude of the external force, is plotted in function of the normalized angular pulsation of the excitation ω/ω_1 . Here ω_1 is the angular frequency of the first linear resonance of the MPP with added damping, obtained by assuming $\varepsilon = 0$ in Equation (5.10). The mobility is plotted for different amplitudes of $F_{\text{ext}} \in [10^{-4}; 0.4] \text{ N}$. The aluminum microperforated plate is simply supported with $L_x \times L_y \times h = 490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$, $d = 2.2 \text{ mm}$ and $\phi = 10 \%$. The corresponding Forchheimer's parameter is $\varepsilon = 0.87 \text{ s m}^{-1}$. In this configuration, the characteristic frequency is lower than the first MPP resonance frequency. Setting ε to zero and solving Equations (5.10a) and (5.10b) leads to the MPP response in the linear case, and thus to ω_1 .

In Figure 5.2, the linear case is obtained for $F_{\text{ext}} = 10^{-4} \text{ N}$. In this configuration, the first resonance frequency is ω_1 and the displacement amplitude is governed by the added viscous damping in the linear regime and thus by the loss factor given in Equation (5.4). When the excitation amplitude F_{ext} increases, there are two prominent effects: the equivalent stiffness of the system is reduced, and the added damping can increase or decrease with the excitation amplitude.

In fact, the maximum displacement amplitude decreases and passes through a minimum, which corresponds to $F_{\text{ext}} \approx 0.16 \text{ N}$ in this particular case, before rising with F_{ext} . As mentioned in Section 5.3.2, the linear and, by extension, nonlinear damping added by microperforations is related to the thickness of the boundary layers. For a microperforated plate, viscous dissipation

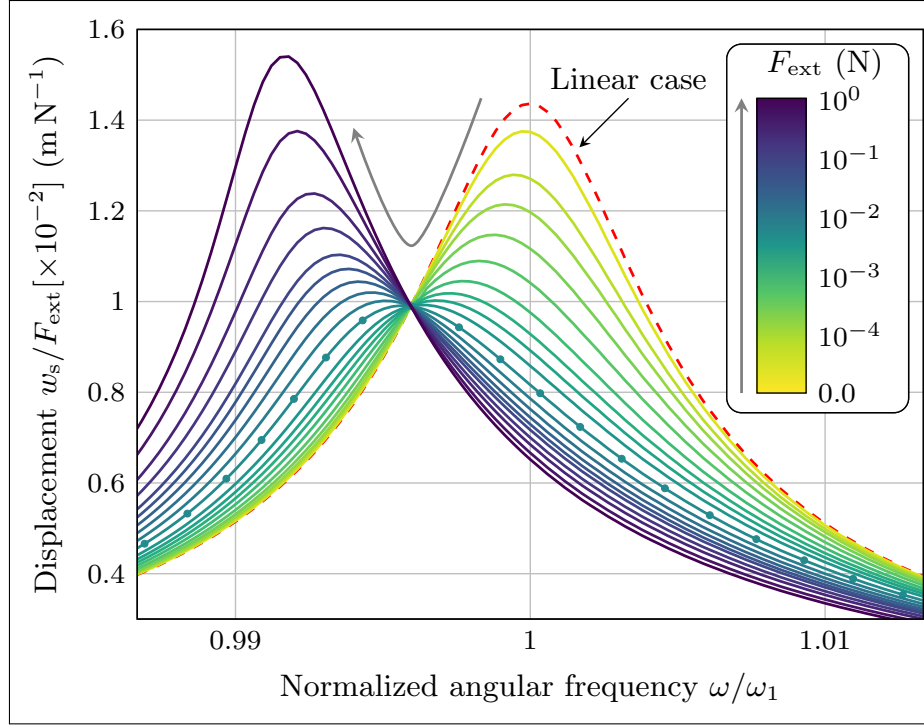


Figure 5.2 Mobility at the center of the simply-supported MPP for different amplitudes of the external force with $d = 2.2$ mm and $\phi = 10\%$. The mobility is given for $F_{\text{ext}} \in [10^{-4}; 0.4]$ N and for: (---) $F_{\text{ext}} = 10^{-4}$ N that correspond to the linear case; (—•—) $F_{\text{ext}} = 0.16$ N which corresponds to the case where the maximum of the normalized displacement passes through a minimum. The ε -parameter is obtained from Equation (5.9). The resolution procedure is performed for $N = N_h = 1$

and thus the damping is governed by the airflow resistivity. Due to the Forchheimer correction presented in Equation (5.8), σ depends on the relative fluid-solid velocity. Thus, viscous dissipation can reach a maximum at a particular relative fluid-solid velocity, referred to in this paper as critical relative velocity in reference to the critical mach number defined by (Tayong *et al.*, 2010). This critical velocity is a function of the perforation parameters³. As the relative fluid-solid velocity is linked to the excitation amplitude F_{ext} , there is an excitation amplitude value for which the size of the boundary layers maximizes the viscous damping effect. In the zero forcing limit, the plate velocity and the relative fluid-solid velocity are very low. Resistive

³Details concerning this critical velocity are given in Section 5.5.3.

effects are equal to σ_0 and do not depend on external excitation. This corresponds to the linear case represented by the dashed line in Figure 5.2. In the limit of infinite forcing, solid and fluid velocities will also tend towards infinity. In this case, the resistivity, which varies linearly with the relative fluid-solid velocity, tends toward infinity, and no dissipative effects occur in the perforations. In this case, the added damping will not be maximal and the amplitude of the peaks will increase with forcing. Between these two limits, damping passes through a maximum ⁴.

5.5.2 Normalized resistance and maximum of added damping in nonlinear regime

It has been established that in a linear context, the maximum added damping is reached for $f = f_c$ (Gallerand *et al.*, 2022), but this maximum evolves with relative velocity under nonlinear regime. The evolution of the maximum of the added damping with relative velocity is analyzed using the normalized resistance. In Figure 5.2, it was observed that the added damping reaches a maximum for $F_{\text{ext}} = 0.16 \text{ N}$ (this corresponds to the minimum of the amplitude maximum in Figure 5.2). In this configuration, the amplitude of the relative fluid-solid velocity is equal to 2.4 m s^{-1} and the normalized nonlinear resistance (Laly *et al.*, 2018)

$$R_{\text{NL}}(\dot{w}) = R_{\text{L}}(1 + \varepsilon|\dot{w}|), \quad (5.27)$$

with the normalized linear resistance

$$R_{\text{L}} = \frac{h\sigma_0}{\rho_{\text{f}}c_0\phi^2} \approx 1. \quad (5.28)$$

In Equation (5.28), c_0 is the sound velocity in the fluid. The linear resistance depends on fluid parameters (c_0 and ρ_{f}) and perforation parameters (ϕ , d and h).

In an acoustics framework, it was noted that the maximum of the acoustic absorption coefficient could pass through a maximum for an MPP subjected to a high level of fluid pressure. From the

⁴Similar behaviours have been observed for systems with dry friction where the linear term is proportional to $|\dot{u}|$ with $\dot{u}$ the structural velocity (Berthillier, Dupont, Mondal & Barrau, 1998; Pesheck & Pierre, 1997). However, for MPP, it is important to emphasize that these observations are only valid under a regime of nonlinearity exclusively linked to the fluid; all other nonlinearities (in particular those related to the solid) are neglected.

results of Tayong *et al.* (Tayong *et al.*, 2010), it can observe that the maximum of the acoustic absorption coefficient for an MPP, backed by an air cavity, is obtained when the imaginary part of the total normalized impedance is equal to zero and the real part is equal to 1⁵. For an MPP, the dissipation mechanisms are the same for acoustic absorption and vibration damping. In both cases, viscous effects are maximized when normalized resistance is equal to 1. In the acoustic nonlinearity regime, the maximum of added damping can only be reached if $R_{NL} = 1$. According to Equation (5.27), the nonlinear normalized resistance is an increasing function of $|\dot{w}|$. It can only increase with the relative fluid-solid velocity. Depending on the value of R_L , three cases can be distinguished:

1. $R_L < 1$ — The maximum viscous dissipation is not reached in the linear regime but can be reached in the nonlinear regime. Indeed, the maximum of the added damping can pass through a maximum by increasing the amplitude of the external forcing F_{ext} and the corresponding magnitude of $\dot{w}$. Thus, $R_{NL} = 1$ is obtained for a particular value of $|\dot{w}|$ called critical relative velocity. Consequently, the maximum of added damping obtained in a linear case for $f = f_c$ increase until V_{cr} which correspond to its maximum and then decrease according to the relative fluid-solid velocity.
2. $R_L = 1$ — This corresponds to the limit case. The maximum of the maximum added damping is reached in the linear regime. The maximum of added damping decreases with relative fluid-solid velocity from its maximum value. The dissipation mechanisms are maximal for both linear and nonlinear regimes.
3. $R_L > 1$ — The normalized nonlinear resistance will always be greater than 1, and the maximum of the maximum added damping will not be reached in either linear or nonlinear regime. The plate parameters cannot achieve maximum viscous effects in the nonlinear regime.

In the following, the preceding paragraphs are discussed using an example. To this end, three MPPs whose perforation parameters have been chosen to illustrate the following three cases are analyzed: $R_L > 1$ for MPP①, $R_L = 1$ for MPP②, and $R_L < 1$ for MPP③. The perforation ratio for all MPP considered is set to $\phi = 10\%$. The linear resistance depending on σ_0 the perforation

⁵The reader is invited to refer to Equation (19) of (Tayong *et al.*, 2010) for further details.

diameter is adjusted to accommodate the three required cases. For each MPP, the thickness is fixed to $h = 1$ mm and the length and width are adjusted so that the first resonance frequency is close to the characteristic frequency of each MPP. The MPP parameters, as well as f_c and R_L are stored in Table 5.1. For all MPP, the Forchheimer's parameter is obtained from Equation (5.9).

Table 5.1 Microperforated plate parameters for three cases: $R_L > 1$ for MPP①, $R_L = 1$ for MPP②, $R_L < 1$ for MPP③. For the three MPP, L_x and L_y are chosen so that the first resonant frequency of the structure coincides with f_c

	MPP①	MPP②	MPP③
L_x	0.248	0.405	0.800
L_y	0.300	0.406	0.697
$d [\times 10^{-3}]$	0.800	1.195	2.20
ε	0.12	0.26	0.87
f_c	84.1	30.4	7.3
R_L	2.23	1	0.29

In order to represent the added damping in the nonlinear regime, Equation (5.4) is adapted to the acoustic nonlinear framework by modifying the airflow resistivity using the Forchheimer law given in Equation (5.8). Again, since $N = N_h = 1$, the time and space dependencies in $\dot{w}$ are separable and it is possible to express it in a complex form as

$$\dot{w}(x, y, t) = \Psi_1(x, y)V \exp(j\omega t), \quad V = \sqrt{C_{11}^2 + D_{11}^2}, \quad (5.29)$$

where C_{11} and D_{11} are the unknown coefficients obtained from HBM. Substituting Equation (5.29) in Equation (5.4) yields an expression of the loss factor in the nonlinear case *only* for the first mode with the sole fundamental harmonic:

$$\eta_1(\omega, \varepsilon V) = -\frac{h\omega I_1^{(2)} I_1^{(3)}}{D I_1^{(1)}} \cdot \frac{\alpha M_f \phi^2 \rho_f \sigma_0 (I_1^{(3)} + \varepsilon V I_1^{(4)})}{(\alpha_\infty \rho_f \omega I_1^{(3)})^2 + (\phi \sigma_0 (I_1^{(3)} + \varepsilon V I_1^{(4)}))^2}, \quad (5.30)$$

where

$$I_1^{(4)} = \int_S \Psi_1(x, y)^2 |\Psi_1(x, y)| dx dy \quad (5.31)$$

carries the Forchheimer acoustic nonlinear mechanism. The added loss factor is plotted as a function of the amplitude of the relative fluid-solid velocity for MPP①, MPP② and MPP③ in Figure 5.3. The studied MPP are excited by a harmonic force of amplitude F_{ext} at the point $(L_x/10, L_y/10)$ and the plate vibratory responses are observed at their centers. In Figure 5.3,

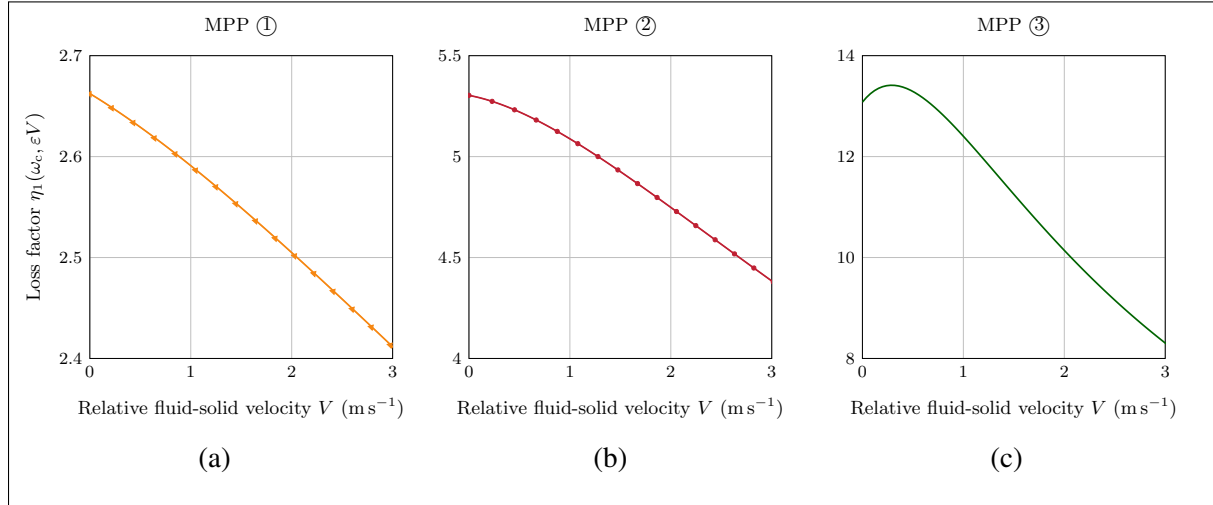


Figure 5.3 Loss factor of the first MPP mode obtained by Equation (5.30) for three MPP: (a) — MPP① corresponding to $R_L > 1$ (—); (b) — MPP② corresponding to $R_L = 1$ (—) and (c) — MPP③ corresponding to $R_L < 1$ (—). The perforation ratio is set to $\phi = 10\%$. The Forchheimer parameter is calculated for each MPP configuration from Equation (5.9). Corresponding values of f_c obtained from Equation (5.6) and R_L obtained from Equation (5.28) as well as plate parameters (d, L_x, L_y) are given in Table 5.1

the maximum of the added damping evolves towards a maximum only when $R_L < 1$. The lower the linear resistance in front of 1, the higher the maximum added damping will be for larger values of the relative fluid-solid velocity amplitude. In this configuration, a critical relative velocity is reached, at which the adjusted damping maximum passes through a maximum. For $R_L = 1$, the maximum of the maximum added damping is reached when V tends towards 0. For $R_L > 1$, the maximum added damping is not reached. In this configuration, viscous effects cannot be maximized, whatever the relative fluid-solid velocity.

5.5.3 From a characteristic frequency to a critical relative velocity

In this subsection, the notion of the characteristic frequency provided in Equation (5.6) is extended to the acoustic nonlinear framework. When $R_L < 1$, the loss factor passes through a maximum at V_{cr} , the critical relative velocity that correspond to the value of V solution of the equation

$$\frac{\partial \eta_1(\omega, \varepsilon V)}{\partial V} = 0. \quad (5.32)$$

The critical relative velocity reads

$$V_{cr} = \frac{c_I}{\varepsilon} \left(\frac{\omega}{\omega_c} - 1 \right) \quad \text{with} \quad c_I = \frac{I_1^{(3)}}{I_1^{(4)}} \quad \text{and} \quad \omega \geq \omega_c, \quad (5.33)$$

where ω_c is given by Equation (5.6). Equation (5.33) depends on the beam functions in the spatial projections of the coupled equations for the first linear plate mode $I_1^{(3)}$ and $I_1^{(4)}$ and perforation parameters d and ϕ in particular. For a specified perforation diameter, the added damping reaches a maximum when $V = V_{cr}$. Therefore, for a given MPP size and knowing V , we can adjust d to maximize the added damping.

This behavior has already been observed in the context of sound absorption of an MPP in the nonlinear Forchheimer regime. In fact, the critical relative velocity found in this paper is similar to the critical Mach velocity observed in (Tayong *et al.*, 2010). The only difference is that in the case presented in this paper, the critical relative velocity given in Equation (5.33) involves the beam functions in the spatial projections of the coupled equations for the first linear plate mode.

5.5.4 Space distribution of the added damping

Since the added damping depends on the relative fluid-solid velocity, it is therefore a function of space. The present subsection proposes the analysis of the spatial-dependent damping of a simply-supported MPP of dimension $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ with $d = 2.2 \text{ mm}$ and $\phi = 10 \%$. The single-mode assumption is considered here, and it is assumed that the contributions of harmonics of order greater than one are negligible (c.f Section 5.4.2). To compute the loss

factor and therefore the damping added at each point, the plate is discretized along the x and y axes into P elements of equal size. Each point is defined by its spatial coordinates (x_g, y_g) where $g = 1, 2, \dots, P$. A harmonic excitation of F_{ext} amplitude is applied on the excitation point (x_e, y_e) as given in Equation (5.12) applied to the considered mode. The Forchheimer parameter is set to $\varepsilon = 0.87 \text{ s m}^{-1}$ from Equation (5.9). The HBM resolution is performed and outputs the amplitude of the relative fluid-solid velocity at the resonance frequency at each considering point (x_g, y_g) . Since the amplitude of the relative fluid-solid velocity is known, the loss factor is obtained from Equation (5.30).

The overall loss factor at $\omega = \omega_1$ can be estimated by performing the spatial average of the nonlinear loss factor such that

$$\bar{\eta}_1(\omega_1, \varepsilon V) = \frac{1}{L_x L_y} \int_S \eta_1(\omega_1, \varepsilon V(x, y)) \, dx \, dy, \quad (5.34)$$

where $\eta_1(\omega_1, \varepsilon V(x, y))$ is given in Equation (5.30). To this end, a point harmonic excitation of amplitude $F_{\text{ext}} \in [10^{-4}; 0.3] \text{ N}$ is applied and the amplitude of the fluid velocity is calculated for each observation point that corresponds to each point (x_g, y_g) in the plate discretization. Figure 5.4 plots the normalized overall loss factor of the added damping, given by

$$L_{\eta_1} = \frac{\bar{\eta}_1(\omega_1, \varepsilon V)}{\eta_1(\omega_1, 0)}, \quad (5.35)$$

where $\eta_1(\omega_1, 0)$ represents the loss factor in the linear case obtained for $\varepsilon = 0$, as a function of the spatial mean relative fluid-solid velocity $\langle V \rangle$. The normalized overall loss factor reaches a maximum for a specific value of the mean relative fluid-solid velocity that corresponds to a particular value of the relative fluid-solid amplitude. For small excitations, the overall loss factor of the MPP is about 4.6×10^{-3} . The range in which the normalized overall loss factor remains relatively constant defines the linear regime. In this case, the loss factor obtained with Equation (5.30) is equal to its value in the linear regime given in Equation (5.4). It increases with excitation level up to a critical value before decreasing. Finally, Figure 5.4 shows that there

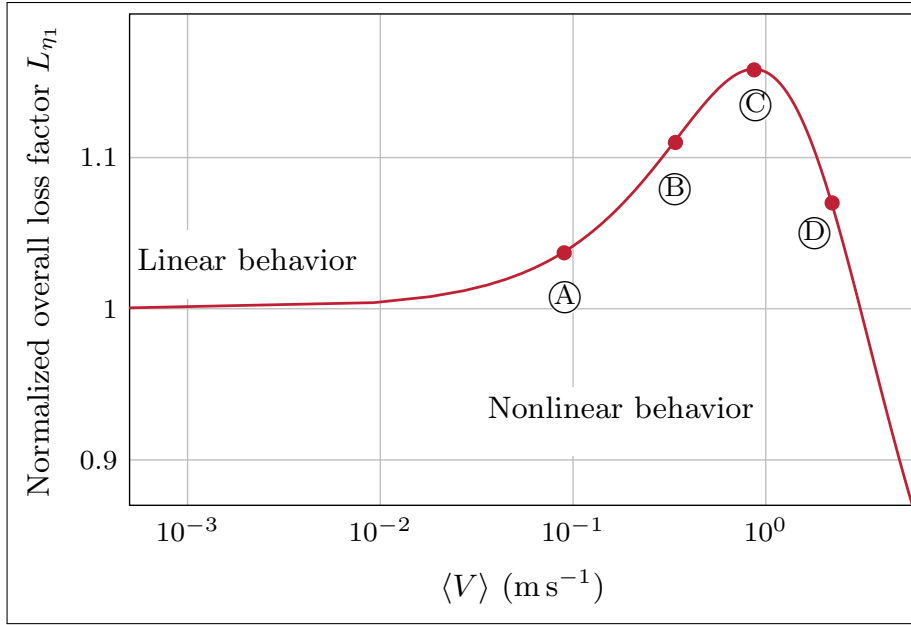


Figure 5.4 Normalized overall nonlinear loss factor as a function of the forcing amplitude. The microperforated plate is simply-supported, and the parameters for the perforations are $d = 2.2$ mm and $\phi = 10$ %. The Forchheimer parameter is determined using Equation (5.9), resulting in $\varepsilon = 0.87$ s m⁻¹. The excitation amplitudes of points (A), (B), (C) and (D) as well as their corresponding coordinates are listed in Table 5.2

exists an excitation level from which the added damping becomes lower than that obtained in the linear case (for a fixed diameter).

Table 5.2 Coordinates of interest points of Figure 5.4 and corresponding external amplitude force F_{ext}

	Excitation (A)	Excitation (B)	Excitation (C)	Excitation (D)
F_{ext} (N)	0.02	0.08	0.15	0.55
$\bar{\eta}_1(\omega_1, \varepsilon V) [\times 10^{-3}]$	4.78	5.13	5.34	4.92
$\langle V \rangle$ (m s ⁻¹)	0.09	0.34	0.87	2.21

In Figure 5.4, four forcing amplitudes of interest are highlighted whose coordinates and corresponding F_{ext} are shown in Table 5.2. For each point of interest, the added loss factor is spatially represented at the first resonance frequency in Figure 5.5. In Section 5.5.3, it was shown that the added damping can reach a maximum at a particular relative fluid-solid velocity.

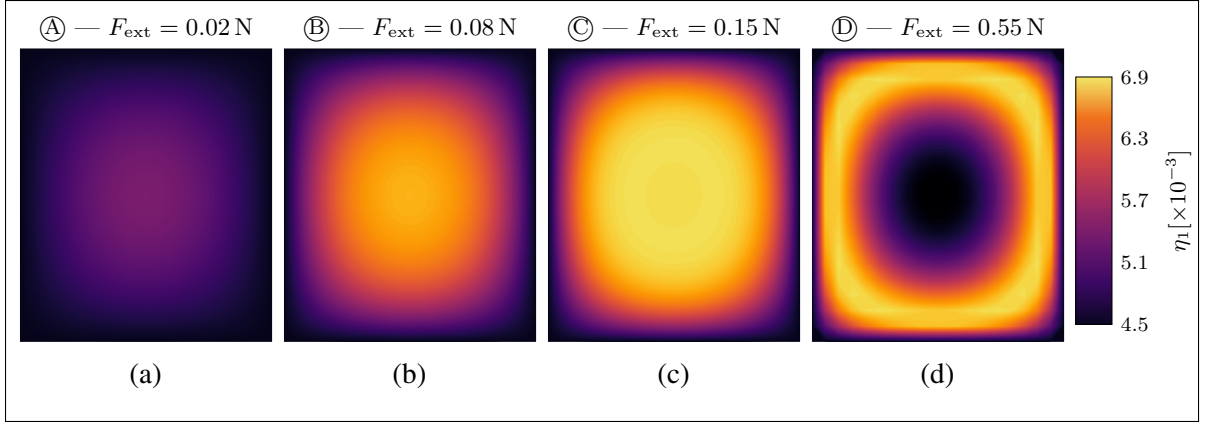


Figure 5.5 Spatial distribution of the loss factor $\eta_1(\omega_1, \varepsilon V(x, y))$ on the plate, obtained from Equation (5.30) at the first resonance frequency ω_1 for the four points listed in Table 5.2 and shown in Figure 5.4

The same results are obtained here. As F_{ext} increases, the nonlinearities are activated and the added damping is maximal for the space-dependent critical relative velocity. The higher F_{ext} , the greater the relative displacement at the center of the plate. If the critical relative velocity is exceeded, the added damping will decrease at the center of the structure. However, since the velocity is a field, V_{cr} is reached at other points of the MPP. The maximum added damping will follow the zone where $|\dot{w}| \approx V_{\text{cr}}$. This is because damping is governed by the thickness of the boundary layers in the perforations, which are themselves modified when the fluid flow velocity and, therefore, the relative velocity in the case of a vibrating MPP, becomes significant.

5.6 Experimental validation

5.6.1 Experimental set-up

Experimental measurements on samples of free-free microperforated plates excited at the center to reproduce the vibratory behavior of a cantilever beam according to (Wojtowicki, Jaouen & Panneton, 2004), are carried out to validate the analytical model. The experimental set-up is presented in Figure 5.6. An aluminum microperforated plate of dimension $560 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ with $d = 2.8 \text{ mm}$ and $\phi = 10 \%$ is considered. The perforation diameter is

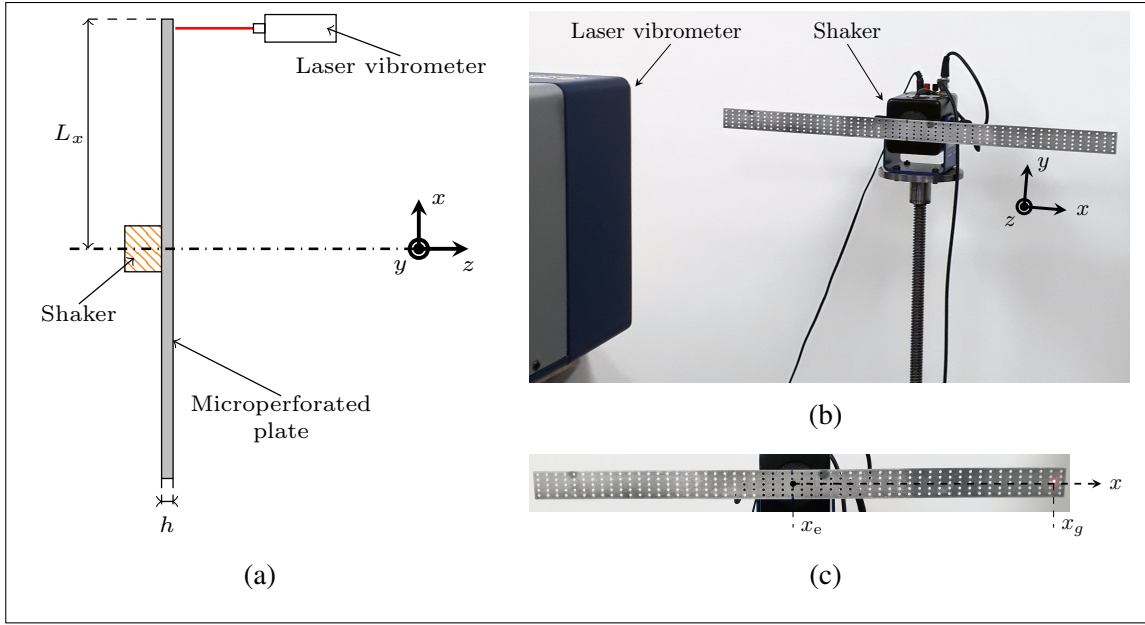


Figure 5.6 Experimental set-up and sample used for the frequency response of microperforated plate: (a) and (b) represent the experimental set-up respectively in the plan xz and xy ; (c) provides the microperforated sample investigated experimentally with x_e the abscissa of the excitation point and x_g the abscissa of the observation point. The MPP is made of aluminum and has a dimension of $560 \text{ mm} \times 30 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$. The perforation parameters are set to $d = 2.8 \text{ mm}$ and $\phi = 10 \%$

chosen in order to have $R_L = 0.18 < 1$ and $f_c < f_1$. The plates are chosen to be longer than they are wide, so that the experimentally observed peaks can be easily associated with the proposed theory. In this configuration, mode shapes along y do not participate in the low-frequency range. The previous model is simplified using the Euler-Bernoulli theory. The MPP is excited by a sine-point force along the z -axis at the abscissa $x_e = 0$. In this configuration, only even modes of a free-free beam are excited. Its modal behavior is similar to that of a clamped beam of half its length (Wojtowicki *et al.*, 2004). In fact, the displacement relative to the imposed motion and its spatial derivative are zero at x_e

$$w_s(x_e, L_y/2, t) = w(x_e, L_y/2, t) = 0, \quad \text{and} \quad \left. \frac{\partial w_s(x, L_y/2, t)}{\partial x} \right|_{x_e} = \left. \frac{\partial w(x, L_y/2, t)}{\partial x} \right|_{x_e} = 0. \quad (5.36)$$

In order to localize the resonance frequencies, the proposed MPP is first excited by white noise to obtain the reference frequencies. Next, the frequency response is measured, which corresponds

to the velocity V_g of the solid at point $(x_g, y_g) = (0.26 \text{ m}, L_y/2)$ divided by the base velocity V_e of the solid at the excitation point. To do this, the base acceleration is fixed at the excitation point and must remain constant for the duration of the measurement (Zhang, Wang & Yang, 2022; Pacini, Kuether & Roettgen, 2022; Varoto & De Oliveira, 2002). During measurements, velocities are measured with a laser Doppler vibrometer (Polytec PSV400 scanning laser vibrometer). Since the excitation is harmonic, the base acceleration $\ddot{w}_e(t)$ is obtained from $2\pi f_e \dot{w}_e(t)$ where f_e is the forced frequency. The shaker amplitude level is manually adjusted to compensate for and avoid force drops near resonance due to the interaction of the structure with the shaker. The forcing frequency f_e is then adjusted to sweep the frequencies around the first MPP resonance f_1 with a frequency step of 0.1 Hz. For each measurement point, 30 measurements are averaged by the laser vibrometer.

5.6.2 Relative displacement

The configuration investigated experimentally corresponds to an MPP subject to an excitation at its base. The displacement measured at the end of the structure is the relative displacement, i.e. the absolute displacement at the end of the beam with respect to the base displacement imposed by the excitation of the point of force. The model gives the total/absolute solid displacement. In order to be able to compare the relative solid motion fields obtained analytically and experimentally, the model presented in Section 5.3 is adapted so that the base excitation acts as a forcing point. The total displacement of a structure cross-section can be therefore decomposed as

$$w_s(x, L_y/2, t) = w_e(t) + w_{sr}(x, L_y/2, t) \quad \text{and} \quad w(x, L_y/2, t) = w_e(t) + w_r(x, L_y/2, t), \quad (5.37)$$

where $w_e(t)$ is the base displacement. The relative solid displacement and the relative fluid-solid displacement with respect to the base displacement are respectively noted $w_{sr}(x, y, t)$ and

$w_r(x, y, t)$. Equation (5.37) is substituted into Equation (5.10) which leads to

$$h\rho\ddot{w}_{sr} + h\rho_f\ddot{w}_r + D\nabla^4 w_{sr} = -\ddot{w}_e(h\rho - \phi h\rho_f), \quad (5.38a)$$

$$\rho_f\ddot{w}_{sr} + \frac{\rho_f\alpha_\infty}{\phi}\ddot{w}_r + \sigma_0(\dot{w}_r - \phi\dot{w}_e) + \sigma_0\varepsilon(\dot{w}_r - \phi\dot{w}_e)|(\dot{w}_r - \phi\dot{w}_e)| + \alpha M_f\nabla^2 w_{sr} = -\ddot{w}_e(\rho_f - \rho_f\alpha_\infty). \quad (5.38b)$$

For a harmonic base excitation, the base acceleration writes

$$\ddot{w}_e(t) = \gamma_e \cos \omega_e t, \quad (5.39)$$

where ω_e is the forcing pulsation, and γ_e the amplitude of the base acceleration. The relative displacements $w_{sr}(x, y, t)$ and $w_r(x, y, t)$ are expanded onto the natural mode basis as in Equation (5.11) and the resulting system of equations is solved following the procedure introduced in Section 5.4. It should be noted that the nonlinear function in Equation (5.15) is updated by considering the base displacement, such that

$$f_i^{\text{NL}}(\mathbf{q}(t)) = h\sigma_0\varepsilon \int_S \sum_{j=1}^N (\dot{q}_j(t)\Psi_j(x, y) + \phi\dot{w}_e(t)) \left| \sum_{p=1}^N (\dot{q}_p(t)\Psi_p(x, y) + \phi\dot{w}_e(t)) \right| \Psi_i(x, y) dx dy, \quad (5.40)$$

where $\mathbf{q}(t) = [\dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t), \dots, \dot{q}_N(t)]^\top$ stores the temporal contribution of $w_r(x, y, t)$. Experimentally, the resonant response of the structure at the point x_g is measured for several input accelerations and the amplitude at the resonance of the relative solid displacement $w_{sr}(x_g, L_y/2, t)$ is noted z_r and writes from Equation (5.11)

$$z_r = z_{\max} \frac{\Psi(x_g, L_y/2)}{\Psi_{\max}}, \quad (5.41)$$

where $z_{\max}$ is the amplitude of the transversal MPP motion where the deformed shape is maximum. The corresponding value of the mode shape is $\Psi_{\max} = \max |\Psi(x_g, L_y/2)|$. For the first MPP mode of the configuration proposed in Figure 5.6, the maximum of the deformed shape is reached at the end corner (L_x, L_y) of the structure.

5.6.3 Experimental and analytical results

This subsection presents the experimental results, for non-perforated plate (Figure 5.7) and for microperforated plate (Figure 5.6(b)), obtained from the setup presented in Figure 5.6(a), compared with those derived from the analytical model. The forcing frequency is linked to the base acceleration, which is chosen from the range $\gamma_e \in [10, 90] \text{ mm s}^{-2}$. Firstly, experimental measurement are performed on a non-perforated plate subjected to base excitation. In Figure 5.7, the normalized velocity V_g/V_e is given as a function of the normalized frequency f_e/f_1 with $f_1 = 10.05 \text{ Hz}$. In Figure 5.6, the base accelerations are set to $\gamma_e = 70 \text{ mm s}^{-2}$ and

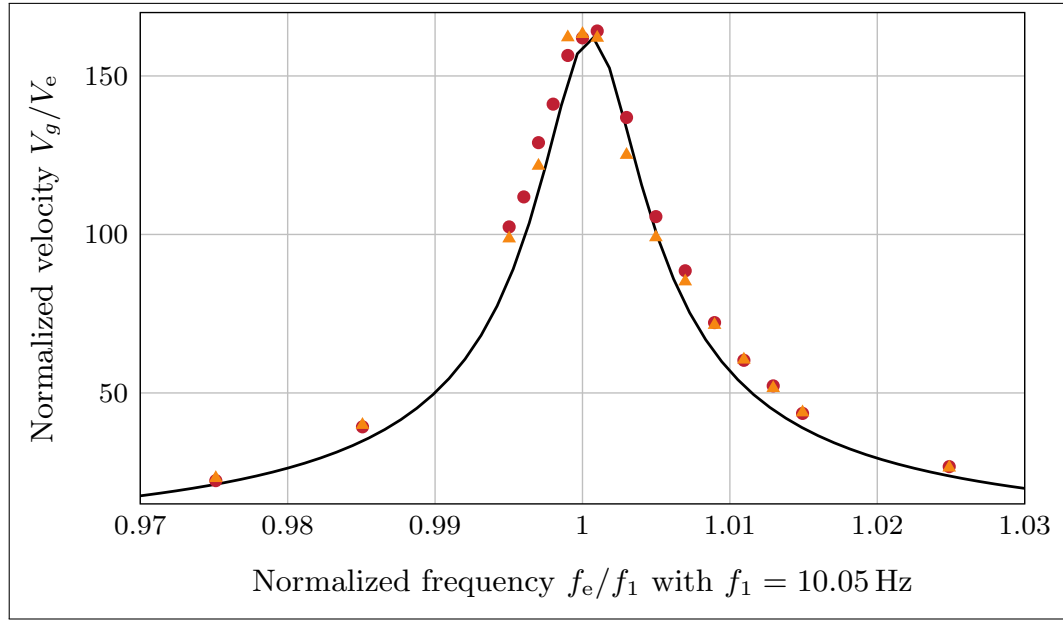


Figure 5.7 Non-perforated plate velocity normalized by base velocity around the first plate resonance f_1 for two base acceleration (experimental results are represented by points and the analytical result by a solid line): $\gamma_e = 70 \text{ mm s}^{-2}$ ($\bullet$); $\gamma_e = 90 \text{ mm s}^{-2}$ ($\blacktriangle$) and (—). Experimental results are obtained through the set-up presented in Figure 5.6

$\gamma_e = 90 \text{ mm.s}^{-2}$. The aim here, is to delimit the range of γ_e to be imposed in order to remain in the acoustic nonlinear regime induced only by large fluid displacements. Figure 5.7 shows that for the γ_e values considered, the level amplitude has no influence on the plate transfer function. The vibratory response of the plate without perforation evolves linearly with γ_e and therefore with the amplitude of the forcing. Assuming that the structural behavior of the non-perforated

plate and the MPP are similar ⁶, it can be stated that for $\gamma_e \leq 90 \text{ mm s}^{-2}$, geometric nonlinearities are not activated.

Thus, the experimental measurements for MPP are performed for γ_e values lower than 90 mm s^{-2} in Figure 5.8. This figure presents the normalized velocity as a function of the normalized frequency, with a comparison between experimental measurement and analytical results for four base accelerations. The forcing frequency is normalized by $f_1 = 9.28 \text{ Hz}$ that corresponds to the resonance frequency with added damping in the linear case. The amplitude variations observed in Figure 5.8 are therefore only due to the nonlinearities associated with fluid-structure coupling in the perforations. In Figure 5.8, analytical results are provided by

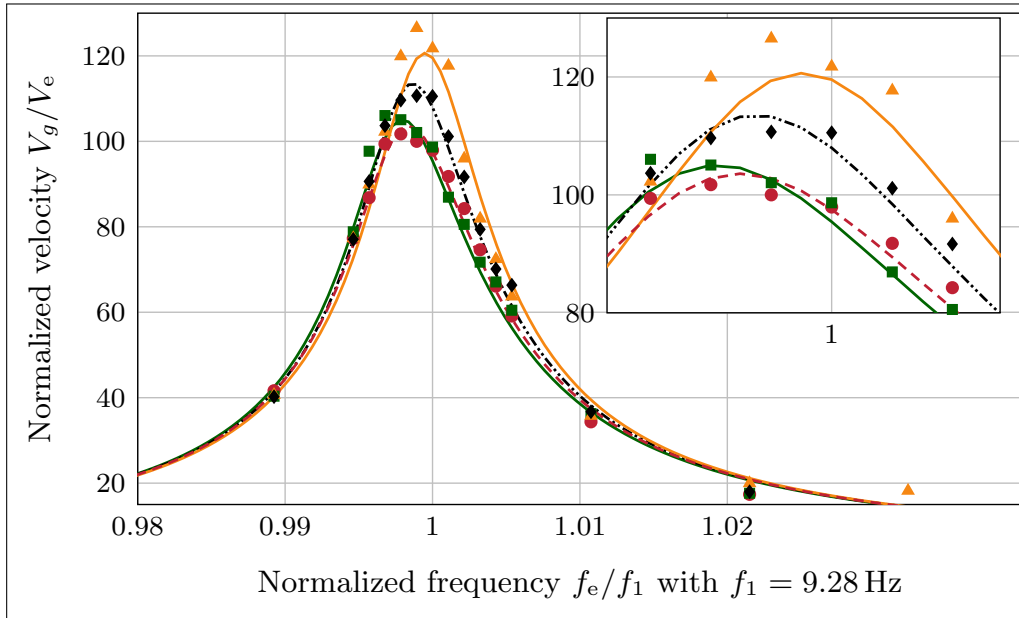


Figure 5.8 Microperforated plate velocity normalized by base velocity around the first plate resonance f_1 for four base acceleration (experimental results shown by points and corresponding analytical results shown by solid or dotted lines): $\gamma_e = 10 \text{ mm s}^{-2}$ ($\blacktriangle$); $\gamma_e = 45 \text{ mm s}^{-2}$ ($\blacklozenge$); $\gamma_e = 60 \text{ mm s}^{-2}$ ($\bullet$); $\gamma_e = 80 \text{ mm s}^{-2}$ ($\blacksquare$). Experimental results obtained through the set-up presented in Figure 5.6 and solving Equation (5.38) with $\varepsilon = 1.43 \text{ s m}^{-1}$. The perforation ratio is set to $\phi = 10 \%$ and the perforation diameter $d = 2.8 \text{ mm}$ is chosen to have $R_L = 0.18 < 1$.

solving Equation (5.38) using the procedure detailed in Section 5.4 for $\varepsilon = 1.43 \text{ s m}^{-1}$ which is

⁶It was experimentally confirmed that mode shapes were the same between non-perforated plate and microperforated plate.

experimentally measured on a high airflow resistivity meter (c.f. Section 5.3.3). The value of ε used corresponds to the average obtained for a series of 8 experimental measurements. The comparison between experimental values and analytical results presented in Figure 5.8 allows us to validate the proposed model for the range of γ_e . Their comparison leads to the conclusion that, with regards to the normalized resonance frequency, the stiffness of the system is respectively reduced as the level of the forcing amplitude increases. In the case of the investigated MPP, the perforation diameter is chosen to have $R_L < 1$ with $R_L = 0.18$. As the amplitude of the forcing increases, the normalized amplitude of the plate velocity passes through a minimum that corresponds to a maximum of added damping and $R_{NL} = 1$. Thus, in Figure 5.6(b), the added damping reaches a maximum around $\gamma_e = 60 \text{ mm s}^{-2}$ before increases with the forcing amplitude.

It can be noticed that the differences between the model and the measurements, noticeable in Figure 5.8, are probably due to the uncertainty in the measurement of the base acceleration. This is because the displacement amplitude is smaller, and measurement errors are greater.

5.7 Conclusions

This paper proposes a dynamic model to capture the forced vibration behavior of the microperforated plate in the context of the nonlinear acoustic regime, derived from the linear model proposed by the authors in a previous work (Gallerand *et al.*, 2022). The resistive effects due to the high fluid velocity of the airflow in the perforations is captured analytically by using the Forchheimer's correction, a function of the fluid-solid relative velocity in the perforations. Introducing this correction into the governing equation of motion leads to a PDE system with an added damping quadratic term multiplying the relative fluid-solid velocity in the equation of motion associated with fluid-structure coupling. The resulting system is numerically solved in the forced regime using a harmonic method.

For an MPP the maximum added damping is for when a resonance frequency coincides with the characteristic frequency. The value of this maximum damping varies as a function of the relative

fluid-plate velocity. It has been shown that the maximum viscothermal effect is reached when the normalized nonlinear resistivity is equal to 1. Thus, if a resonance frequency coincides with the characteristic frequency and the normalized nonlinear resistivity is equal to 1, a characteristic relative fluid-solid velocity is defined for which the added damping reaches a maximum. Since the normalized nonlinear resistance is a linear increasing function of relative speed, there are three categories of MPP : (i) MPP with a normalized linear resistance of less than 1, in which case the maximum damping is reached in the nonlinear regime, (ii) MPP with a normalized linear resistance equal to 1, in which case, the maximum of the damping maximum is reached in the linear regime and decreased with the relative fluid-solid velocity, and (iii) MPP with a normalized linear resistance greater than one, in which case the viscous dissipative effects are not maximized in the nonlinear regime.

As the relative fluid-solid velocity is a spatial function, the maximum nonlinear added damping follows the zone where the relative velocity is equal to the characteristic relative velocity. It is found a value of the forcing amplitude for which the overall averaging nonlinear damping is maximum.

The proposed model is validated by measurements on a microperforated plate.

As a final comment, it should be mentioned that other phenomena must be considered making an accurate model for higher levels of excitation. First, in the case of large deflections, two other types of non-linearity must be added to the model: (i) geometric non-linearity, to reflect the fact that stresses are no longer proportional to deformations, and (ii) quadratic drag damping, to account for friction with surrounding air on both sides of the structure's surface.

5.8 CRediT authorship contribution statement

Lucie Gallerand: Conceptualization, Methodology, Software, Validation, Writing - original draft, Writing - review & editing. **Mathias Legrand:** Methodology, Software, Supervision, Writing - original draft, review & editing. **Raymond Panneton:** Writing - original draft, review & editing. **Philippe Leclaire:** Conceptualization, Methodology, Supervision, Writing - original

draft, review & editing. **Thomas Dupont:** Conceptualization, Methodology, Supervision, Resources, Funding acquisition, Writing - original draft, review & editing.

5.9 Acknowledgment

This work was supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) through the project of the reference number RGPIN-2019-06573 and by Fonds de recherche du Québec - Nature et technologies (FRQNT) program financing.

CHAPITRE 6

COMPLÉMENT AU CHAPITRE 3

RAYONNEMENT ACOUSTIQUE D'UNE PLAQUE MICROPERFORÉE VIBRANT DANS UN FLUIDE LÉGER

La vibration d'une plaque microperforée (MPP) a été étudiée théoriquement et expérimentalement dans le Chapitre 3. Il a été démontré que ces plaques dissipent de l'énergie et peuvent être amorties grâce aux dissipations viscothermiques qui se produisent dans les couches limites au niveau de la paroi solide des perforations. Le mouvement du solide vibrant induit celui du fluide dans les perforations. Cependant, l'effet de l'amortissement ajouté et de la présence des perforations sur le comportement vibroacoustique des MPP n'a pas été analysé dans le Chapitre 3. Le but de ce chapitre est d'analyser le rayonnement acoustique d'une plaque microperforée.

Il est ainsi proposé d'appliquer la théorie classique du rayonnement acoustique des plaques flexibles aux MPP en considérant le couplage fluide-structure et les dissipations visqueuses ayant lieu dans les couches limites des perforations. Le modèle établi dans le Chapitre 3 est utilisé pour déterminer le champ de déplacement total à la surface de la MPP qui correspond au champ de déplacement du solide et celui du fluide dans les perforations. Ces résultats sont ensuite utilisés pour étudier le rayonnement acoustique de la plaque lorsqu'elle est soumise à une excitation mécanique et/ou acoustique. De plus, une modélisation numérique utilisant la méthode des éléments finis est appliquée pour résoudre le problème multiphysique élastique et thermo-visco-acoustique (TVA). Le module TVA du logiciel COMSOL Multiphysics[®] calcule explicitement les pertes viscothermiques sur l'onde acoustique dans les perforations. La modélisation par éléments finis permet de valider le modèle analytique proposé et de visualiser les champs de pression et de vitesse acoustiques à proximité des perforations.

Ce chapitre est organisé comme il suit. Dans la Section 6.1, les équations régissant la dynamique d'une MPP sous excitation mécanique et acoustique en considérant un chargement de fluide externe sont écrites à partir du Chapitre 3. Les résultats analytiques sont présentés dans la Section 6.2. La Section 6.3 propose une approche par EF afin de valider le modèle analytique.

6.1 Théorie

6.1.1 Équations du mouvement de la plaque microperforée saturée de fluide

La structure étudiée est une plaque microperforée rectangulaire bafflée de dimension $L_x \times L_y \times h$ orientée dans le plan xy (Figure 6.1). La plaque peut être excitée mécaniquement par une force

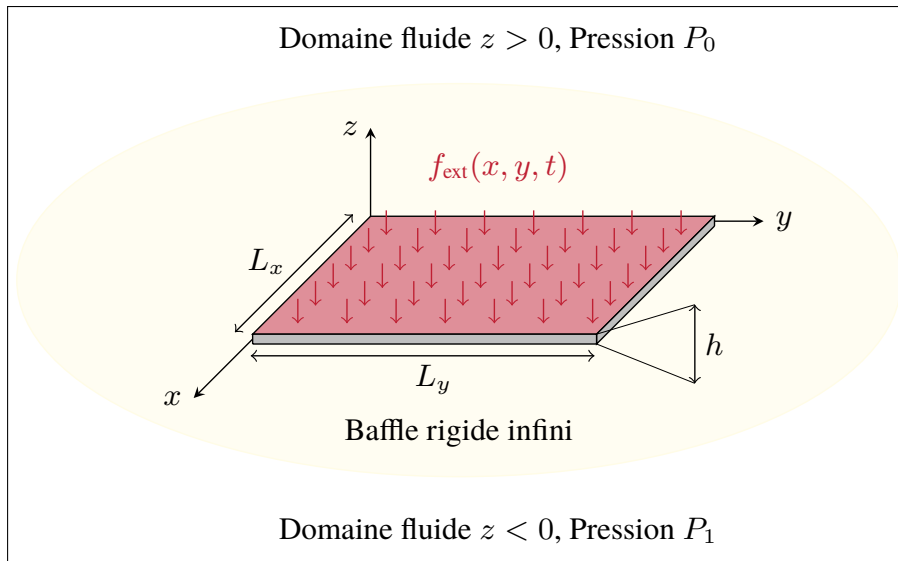


Figure 6.1 Système de coordonnées et géométrie de la plaque microperforée bafflée placée dans un milieu fluide
Adaptée de Foin *et al.* (1999)

externe $f_{\text{ext}}(x, y, t)$, acoustiquement par une différence de pression entre le plan $z = -h/2$ et $z = +h/2$, ou acoustiquement et mécaniquement par une combinaison des deux excitations externes. Les équations régissant la dynamique de la MPP sont établies à partir d'une procédure d'homogénéisation qui conduit aux deux équations aux dérivées partielles (EDP) couplées présentées dans le Chapitre 3 qui régissent la dynamique d'une plaque de solide équivalent et d'une plaque de fluide virtuelle ¹. Le modèle proposé dans le Chapitre 3 ne considèrerait que des excitations purement mécaniques, il est proposé dans cette sous-section de modéliser la dynamique de la MPP sous excitation acoustique et mécanique.

¹Pour plus de détail concernant les équations régissant la dynamique des MPP et les phénomènes physiques sous-jacents, le lecteur est invité à se référer au Chapitre 3 ou à (Leclaire *et al.*, 2001a)

Sous une excitation acoustique, la plaque vibre et émet des ondes de pression dans la direction $z < -h/2$ et $z > h/2$. À la surface de la plaque, la pression totale qui excite la plaque est la pression bloquée $P_b = 2P_0$ (Panneton & Atalla, 1996). Le chargement externe s'appliquant dans l'équation régissant la dynamique de la plaque de solide équivalente (Équation (3.1a) du Chapitre 3), s'écrit $2P_0$ avec P_0 la pression incidente. Imposer une pression bloquée $2P_0$ sur la plaque est équivalent à imposer qu'une excitation acoustique plane à incidence normale d'amplitude P_0 (Panneton & Atalla, 1996). Pour une MPP, la surface occupée par le fluide saturant représente une fraction ϕ de la surface totale. Ainsi, en supposant que la pression acoustique soit nulle derrière la plaque, la contrainte imposée sur la plaque de fluide équivalente est prise égale à ϕP_0 pour tenir compte du fait que la différence de pression P_0 s'applique sur la surface du fluide uniquement. Les équations régissant le mouvement de la MPP se réécrivent dans le cas d'une excitation acoustique et mécanique

$$h(\rho \ddot{w}_s(x, y, t) + \rho_f \ddot{w}(x, y, t)) + D(\phi) \nabla^4 w_s(x, y, t) = 2P_0(x, y, t) + f_{\text{ext}}(x, y, t), \quad (6.1a)$$

$$\rho_f h \ddot{w}_s(x, y, t) + \frac{h \rho_f \alpha_\infty}{\phi} \ddot{w}(x, y, t) + h \sigma^{(0)} \dot{w}(x, y, t) + h \alpha M_f \nabla^2 w_s(x, y, t) = \phi P_0(x, y, t). \quad (6.1b)$$

Le système d'EDP étant couplé, $w_s(x, y, t)$ tient compte du fluide à travers le déplacement relatif fluide-structure qui s'écrit $w(x, y, t) = \phi(w_f(x, y, t) - w_s(x, y, t))$ où $w_f(x, y, t)$ correspond au déplacement du fluide dans les perforations. Dans le cas d'une MPP avec une excitation mécanique et une excitation acoustique, un chargement externe $f_{\text{ext}}(x, y, t)$ est ajouté dans l'Équation (6.1a).

Les solutions pour $w_s(x, y, t)$, $w(x, y, t)$, $f_{\text{ext}}(x, y, t)$ et $P_0(x, y, t)$ sont développées sur la base normée des fonctions propres orthogonales ou quasi-orthogonales $\Psi(x, y)$. Le déplacement de la plaque de solide et celui de la plaque de fluide virtuelle sont supposés de la forme

$$w_s(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn}^s(t) \Psi_{mn}(x, y) \quad \text{et} \quad w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{mn}(t) \Psi_{mn}(x, y), \quad (6.2)$$

où $w_{mn}^s(t)$ et $w_{mn}(t)$ représentent les coordonnées généralisées des modes propres (m, n) de la plaque de solide équivalente et de la plaque de fluide virtuelle. Les fonctions spatiales $\Psi_{mn}(x, y)$

correspondent aux déformées modales de la plaque non-perforée ² déterminées à partir des conditions aux limites. Pour simplifier les notations et écrire les $\Psi_{mn}(x, y)$ en une unique expression indexée $\Psi_i(x, y)$, chaque paire d'indices (m, n) est ordonnée lexicographiquement afin de correspondre à un seul indice i . Ainsi, l'Équation (6.2) est réécrite pour un nombre fini de modes comme il suit

$$w_s(x, y, t) = \sum_{i=1}^N w_i^s(t) \Psi_i(x, y) \quad \text{et} \quad w(x, y, t) = \sum_{i=1}^N w_i(t) \Psi_i(x, y), \quad (6.3)$$

où N est le nombre de degrés de liberté (ddl) utilisé dans la discrétisation modale de la plaque. Le système d'Équation (6.1) est semi-discrétisé en espace et projeté sur les modes propres de la plaque non-perforée. Pour ce faire, le système d'Équation (6.1) est prémultiplié par le vecteur $\Psi(x, y)$, qui contient les termes $\Psi_i(x, y)$, et intégré sur la surface de la plaque S . Pour une MPP soumise à des excitations mécaniques et acoustiques, le système résultant s'écrit sous forme matricielle

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{z}(t) = \mathbf{Q}(t) \quad \text{avec} \quad \mathbf{Q}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P}_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_s(t) \\ \dot{\mathbf{w}}_s(t) \\ \dot{\mathbf{w}}(t) \end{pmatrix}, \quad (6.4)$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_1 & \mathbf{M} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} & \mathbf{M}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I}_d & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix}. \quad (6.5)$$

Les vecteurs $\mathbf{w}_s(t)$ et $\mathbf{w}(t)$ contiennent la contribution temporelle de chaque mode i pour le mouvement solide et le mouvement relatif fluide-solide. Chaque matrice de l'Équation (6.4) est

²Pour les taux de perforations considérés dans ces travaux, les microperforations ont peu d'influence sur l'allure des déformées modales (c.f. Figure 4.12).

définie comme il suit

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_1 &= h\rho \int_S \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^\top dS, & \mathbf{M}_2 &= \frac{h\rho_f \alpha_\infty}{\phi} \int_S \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^\top dS, & \mathbf{M} &= h\rho_f \int_S \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^\top dS, \\ \mathbf{C} &= h\sigma^{(0)} \int_S \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^\top dS, & \mathbf{K}_1 &= \int_S D(\phi) \nabla^2 \mathbf{\Psi} \nabla^2 \mathbf{\Psi}^\top dS, & \mathbf{K}_2 &= h\alpha M_f \int_S \nabla^2 \mathbf{\Psi} \mathbf{\Psi}^\top dS. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Le vecteur $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ contient les contributions modales du forçage externe

$$f_i(x_0, y_0, t) = F_{\text{ext}} \Psi_i(x_0, y_0) \exp(j\omega t), \quad (6.7)$$

pour une excitation harmonique d'amplitude F_{ext} et de fréquence angulaire ω appliquée au point (x_0, y_0) . Les vecteurs $\mathbf{P}_1$ et $\mathbf{P}_2$ s'écrivent respectivement

$$\mathbf{P}_1 = 2P_0 \mathbf{H} \quad \text{et} \quad \mathbf{P}_2 = \phi P_0 \mathbf{H} \quad (6.8)$$

avec

$$\mathbf{H} = \frac{\int_S \mathbf{\Psi}(x, y) \mathbf{\Psi}^\top(x, y) dS}{\int_S (\mathbf{\Psi}(x, y) \mathbf{\Psi}^\top(x, y))^2 dS}. \quad (6.9)$$

Dans le cas d'une excitation purement mécanique, les vecteurs $\mathbf{P}_1$ et $\mathbf{P}_2$ sont pris égaux au vecteur nul tandis que pour une excitation purement acoustique, le vecteur $\mathbf{F}_{\text{ext}}$ disparaît. Le système d'Équation (6.4) est résolu par une approche modale pour une réponse autonome ainsi que pour une réponse forcée ³.

6.1.2 Impédance de rayonnement

En plus du fluide dans les perforations, dans certains cas (chargement par un fluide lourd, grands déplacements, etc.), il peut apparaître nécessaire de tenir compte du chargement fluide externe sur la structure et de l'interaction fluide-structure en résultant (Aygun *et al.*, 2007). Le chargement fluide influence peu la dynamique de la MPP si celle-ci est immergée dans un fluide léger ⁴ (c.f. Tableau 3.3).

³Pour plus de détail sur la résolution, le lecteur est invité à se référer à la Section 3.4.

⁴Il faut cependant noter que pour une MPP immergée dans un fluide lourd (de l'eau par exemple), la dynamique vibratoire de la structure risque d'être fortement impactée par le chargement externe du fluide (Aygun *et al.*, 2007).

À l'échelle des longueurs d'onde, la MPP apparaît comme un milieu continu. Les résultats de la théorie classique du rayonnement acoustique des plaques (Foin *et al.*, 1999; Nélisse *et al.*, 1998, 1996; Aygun *et al.*, 2007) peuvent alors être appliqués au cas de la plaque microperforée. Le chargement fluide est introduit dans les équations du mouvement par l'ajout d'un terme de couplage, dépendant de $w_s(x, y, t)$. Cette source acoustique fait intervenir l'impédance de rayonnement acoustique et s'écrit

$$q_i(x, y, t) = -j\omega \sum_{k=1}^{\infty} Z_{ik}(\omega)(1 - \phi)w_k^s(t)\Psi_k(x, y). \quad (6.10)$$

L'impédance de la matrice de rayonnement est donnée par une formulation intégrale ⁵ :

$$Z_{ik}(\omega) = j\omega\rho_f \int_S \int_{S_1} \Psi_i(x, y)G(x, y, x_1, y_1)\Psi_k(x_1, y_1) dS_1 dS, \quad (6.11)$$

où $G(x, y, x_1, y_1)$ est la fonction de Green définie comme la fonction de rayonnement d'une source ponctuelle sphérique. Pour une plaque bafflée, la fonction de Green s'écrit

$$G(x, y, 0, x_1, y_1, 0) = \frac{\exp(-j\omega R)}{2\pi r} \quad \text{avec} \quad R = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}, \quad (6.12)$$

où c_0 la célérité du son dans le milieu de propagation fluide. Le facteur $1/2\pi$ dans l'Équation (6.12) est utilisé dans le cas d'une plaque bafflée et doit être remplacé par $1/4\pi$ pour une plaque non-bafflée. L'Équation (6.12) fait intervenir deux points de la plaque microperforée de coordonnées (x, y) et (x_1, y_1) . Lorsque les points de coordonnées (x, y) et (x_1, y_1) sont confondus, la distance R tend vers zéro et la fonction de Green (6.12) devient singulière. Afin de contourner cette singularité et assurer la convergence numérique de l'intégrale, une formulation limite est utilisée lorsque r tend vers 0. Une quadruple somme de Riemann est ensuite utilisée pour obtenir une approximation de l'Équation (6.11). Ainsi, pour évaluer l'Équation (6.11), la surface de la plaque est discrétisée en un nombre fini d'éléments. La formulation intégrale de la matrice de rayonnement s'exprime comme un problème discret.

⁵Dans le cas d'un couplage avec un fluide léger, le couplage intermodal n'est pas pris en compte. Il est ainsi possible d'écrire $Z_{ik}(\omega) = \delta_{ik}$ avec δ , le delta de Kronecker.

6.1.3 Indicateurs vibroacoustiques

Les expressions des trois principaux indicateurs vibroacoustiques sont proposées dans cette section : i) la puissance acoustique rayonnée qui correspond à l'énergie acoustique rayonnée par la plaque microperforée bafflée ; ii) la vitesse quadratique moyenne qui caractérise l'énergie vibratoire de la MPP ; iii) l'efficacité de rayonnement qui exprime la partie de l'énergie vibratoire qui est transformée en onde acoustique. La puissance acoustique rayonnée est définie comme l'intégration de l'intensité acoustique sur la surface de la plaque :

$$W(\omega) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \int_S P(x, y, t) \frac{\partial w_{\text{tot}}(x, y, t)}{\partial t} dS dt \quad (6.13)$$

où $w_{\text{tot}}(x, y, t)$ le champ de déplacement total au voisinage de la surface de la plaque. La fonction $P(x, y, t)$ est la pression acoustique de surface donnée par

$$P(x, y, t) = -\rho_f \omega^2 \int_{S_1} w_{\text{tot}}(x_1, y_1, t) G(x, y, 0, x_1, y_1, 0) dS_1. \quad (6.14)$$

Le champ de déplacement de la structure est donné par la simple somme suivante (Leclaire *et al.*, 2001a; Aygun *et al.*, 2007)

$$w_{\text{tot}}(x, y, t) = w_s(x, y, t) + w(x, y, t). \quad (6.15)$$

Ce champ de déplacement correspond au mouvement du fluide et celui du solide à la surface de la MPP. La vitesse quadratique moyenne est la moyenne spatio-temporelle de la vitesse vibratoire totale au carré de la plaque et s'écrit

$$V^2(\omega) = \frac{\omega}{2\pi L_x L_y} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \int_S \left| \frac{\partial w_{\text{tot}}(x, y, t)}{\partial t} \right|^2 dS dt. \quad (6.16)$$

De la puissance acoustique rayonnée et de la vitesse quadratique découle le facteur de rayonnement acoustique qui s'écrit

$$s(\omega) = \frac{W(\omega)}{\rho_f c_0 V^2(\omega) L_x L_y}. \quad (6.17)$$

Pour des diamètres de perforation de l'ordre de l'épaisseur des couches limites viscothermiques, l'augmentation du débit d'écoulement lorsque le fluide passe dans les perforations au cours du mouvement, conduit à une vitesse de fluide dans les perforations grande devant celle du solide. Cette vitesse a une contribution non négligeable dans w_{tot} .

6.2 Résultats analytiques

La vitesse quadratique moyenne ainsi que la puissance acoustique rayonnée et le facteur de rayonnement sont calculés à partir du champ de déplacement de la plaque de solide équivalente ainsi que celui de la plaque de fluide virtuelle, obtenus après projection et résolution des EDP du système Équation (6.1) pour une excitation purement mécanique.

Les Figures 6.2 à 6.4 présentent le facteur de rayonnement en fonction de la fréquence de forçage, pour des plaques simplement appuyées sur ses bords de dimension $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$. La vitesse quadratique ainsi que la puissance acoustique rayonnée sont obtenues avec 6 fonctions modales dans chaque direction, (x, y) donc $N = 36$ ddl pour assurer la convergence du modèle. Dans la Figure 6.2, le facteur de rayonnement d'une plaque sans perforation est comparé à celui d'une plaque microperforée saturée d'air. Le taux de perforation est fixé à 10 % et leur diamètre $d = 1,4 \text{ mm}$ est choisi afin d'obtenir le maximum d'amortissement ajouté par effet visqueux sur le premier mode de plaque tel que $f_c \approx f_1 = 18,4 \text{ Hz}$ avec f_c la fréquence caractéristique obtenue à partir de l'Équation (3.18). La Figure 6.2 montre que le facteur de rayonnement de la plaque microperforée est réduit de manière substantielle par rapport au facteur de rayonnement de la plaque non-perforée autour de la première résonance de la plaque. La présence de perforations sur la structure diminue sa masse volumique, sa rigidité et ainsi sa surface rayonnante.

Le facteur de rayonnement est principalement diminué en BF, autour de la première fréquence de résonance $f_1 \equiv f_c$, pour la MPP par rapport à la plaque de référence sans perforation. En effet, l'amortissement ajouté par les perforations qui est un effet BF, autour de la fréquence caractéristique, diminue l'amplitude de déplacement de la structure (voir le Chapitre 3). Il en résulte en une diminution du rayonnement acoustique.

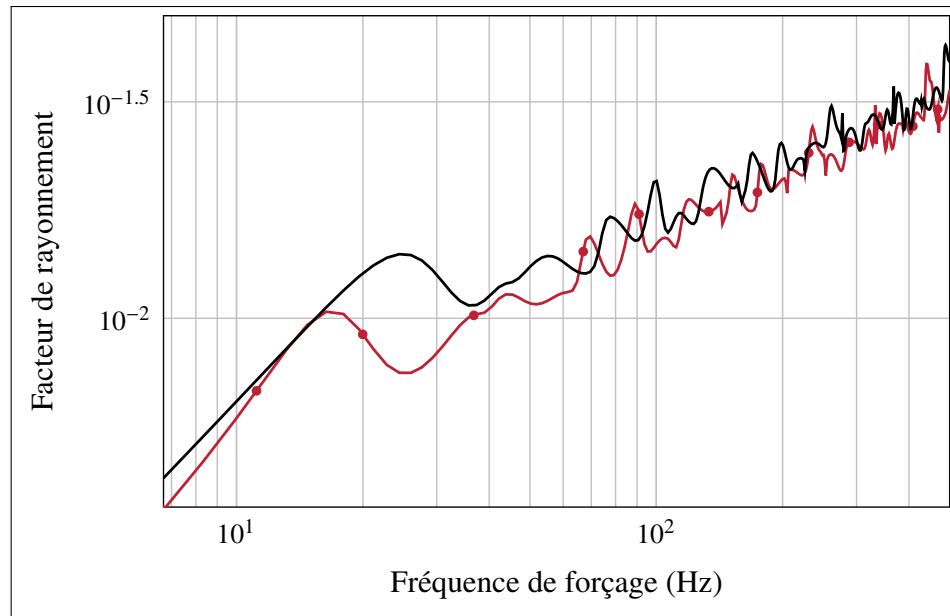


Figure 6.2 Facteur de rayonnement en fonction de la fréquence de forçage : (—) la plaque de référence sans perforation ; (—●—) la plaque microperforée avec $d = 1,4$ mm et $\phi = 10\%$. Le diamètre des perforations est choisi pour maximiser l'amortissement ajouté sur le premier mode de résonance d'une MPP appuyée sur tous ses bords de dimension $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$

Afin d'analyser l'influence du taux de perforation ϕ sur le rayonnement acoustique d'une MPP flexible, deux limites sont présentées dans la Figure 6.3 : i) $\phi = 0,0001\%$ qui tend vers une plaque sans perforation ; ii) $\phi = 30\%$ qui correspond taux maximal de perforation étudié dans ce chapitre afin de conserver les propriétés mécaniques de la structure.

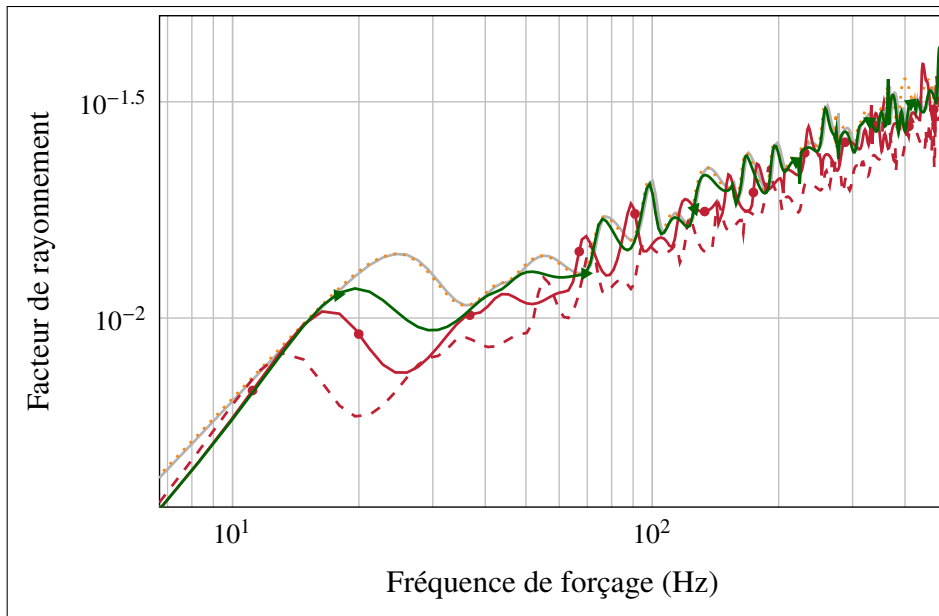


Figure 6.3 Facteur de rayonnement en fonction de la fréquence de forçage : (—) la plaque de référence sans perforation ; (.....) une MPP avec $\phi = 0,0001\%$; (—▲—) une MPP avec $\phi = 1\%$; (—) une MPP avec $\phi = 10\%$; (---) une MPP avec $\phi = 30\%$. Le diamètre des perforations fixé à $d = 1,4$ mm est choisi pour maximiser l'amortissement ajouté sur le premier mode de résonance d'une MPP appuyée sur tous ses bords de dimension $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$

La Figure 6.3 montre que plus le taux de perforation est important, plus le facteur de rayonnement diminue. Deux effets sont notables ici :

- 1) plus ϕ est grand et plus :
 - a) plus la surface rayonnante diminue,
 - b) plus l'amortissement ajouté est grand autour de la fréquence caractéristique,
- 2) dans la limite des petits taux de perforation, la surface rayonnante de la MPP se rapproche de celle d'une plaque sans perforation.

Le rayonnement acoustique est donc diminué par i) la réduction de la surface rayonnante ; ii) la diminution de l'amplitude de déplacement de la structure dû à l'amortissement ajouté grâce au couplage fluide-structure. Ces deux effets sont cependant couplés. Pour les taux de perforations étudiés, l'amortissement visqueux ajouté est une fonction croissante du taux de perforation (c.f.

Chapitre 3). Augmenter ϕ va donc diminuer la surface rayonnante et augmenter l'amortissement ajouté.

Afin de quantifier la contribution de chacun des domaines (fluide et solide) et ainsi quantifier la contribution de l'amortissement visqueux ajouté dans le rayonnement global de la MPP, trois cas sont considérés :

- 1) une plaque de référence non perforée ;
- 2) une plaque microperforée équivalente sans fluide dans les perforations donc sans amortissement ajouté, mais avec une surface rayonnante diminuée ;
- 3) une plaque microperforée saturée d'air en considérant le couplage entre le fluide et la structure.

Le facteur de rayonnement acoustique en fonction de la fréquence de forçage pour les trois configurations proposées est présentée dans la Figure 6.4. Le facteur de rayonnement de la plaque microperforée équivalente sans fluide dans les perforations est obtenu en supposant que sans fluide saturant, la MPP se comporte comme une plaque non-perforée dont les paramètres mécaniques (masse volumique et module de Young) sont modifiés pour prendre en compte la réduction de matière engendrée par les perforations (Boccaccini & Fan, 1997). Le champ de vitesse est obtenu à partir de la théorie classique des plaques en flexion en considérant un module de Young équivalent *via* l'Équation (3.42) et une masse volumique équivalente $\rho_{eq} = (1 - \phi)\rho_s$, où ρ_s correspond à la masse volumique du matériau sans perforation. Comme précédemment, le diamètre des perforations est choisi de manière à induire le maximum d'amortissement ajouté autour de la première fréquence de résonance de la MPP. La comparaison entre la plaque de référence et la MPP sans fluide dans les perforations semblent montrer que la diminution de la surface rayonnante permet de réduire le facteur de rayonnement acoustique. À noter qu'il faut également tenir compte que les valeurs de la masse volumique et du module de Young ont aussi été modifiées (c.f. Équation (3.42) ou Boccaccini & Fan (1997)). Ces effets peuvent aussi contribuer à réduire le facteur de rayonnement. De plus, le fluide présent dans les perforations ajoute de l'amortissement BF. Ce dernier entraîne une diminution de l'amplitude de $w_{tot}(x, y, t)$ en régime stationnaire. Le rayonnement acoustique est ainsi moins important si les effets de

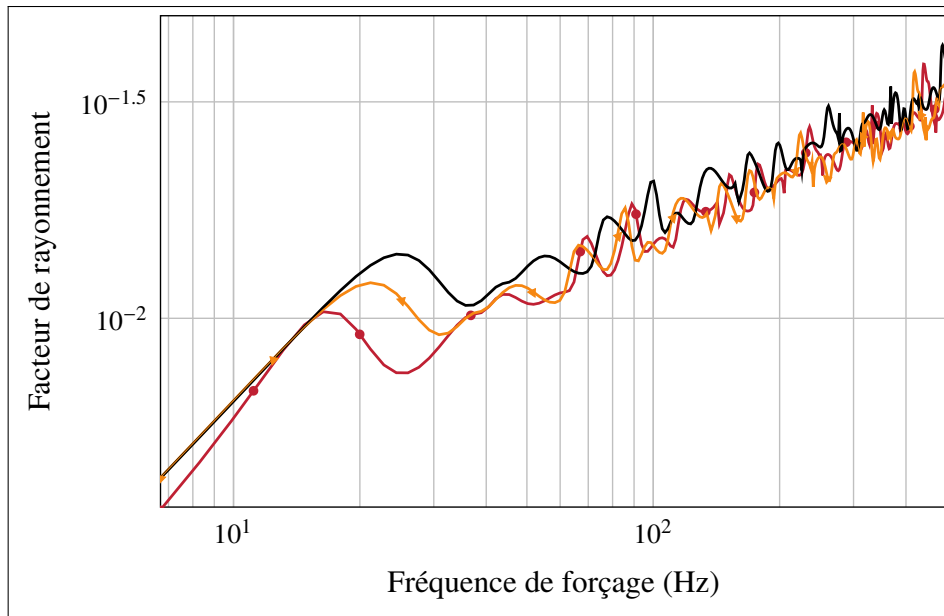


Figure 6.4 Facteur de rayonnement en fonction de la fréquence de forçage, trois plaques excitées mécaniquement en un point : (—) la plaque de référence sans perforation ; (—▲—) la plaque microperforée sans fluide dans les perforations ; (—●—) la plaque microperforée saturée d'air. La plaque de dimension $490 \text{ mm} \times 570 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ est appuyée sur tous ses bords et les perforations ont été dimensionnées pour induire un maximum d'amortissement autour de la première fréquence de résonance de la MPP : $d = 1,4 \text{ mm}$ et $\phi = 10\%$.

couplage fluide-structure dans les perforations sont pris en compte. L'amortissement ajouté étant un effet BF, le comportement du facteur de rayonnement avec et sans couplage fluide-structure dans les perforations tend vers les mêmes valeurs pour les hautes fréquences.

6.3 Modélisation numérique

Dans cette section, il est proposé d'étudier le rayonnement de la MPP à l'aide d'une approche par éléments finis pour valider le modèle analytique et pour visualiser les champs de vitesse et de pression acoustiques proches des perforations. Afin de prendre en compte les pertes viscothermiques se produisant dans les couches limites thermiques et visqueuses près des parois, les équations du problème viscothermique (les équations linéarisées de Navier-Stokes) sont

résolues pour le fluide saturant. Ces équations sont implémentées sous le logiciel COMSOL Multiphysics[®] dans le module d'acoustique thermovisqueuse (TVA pour *ThermoViscous Acoustics* en anglais). L'équation de continuité, l'équation de conservation de la quantité de mouvement, l'équation de la conservation de l'énergie régissent l'interface TVA (COMSOL, 2023).

Afin de valider le modèle proposé en Section 6.1, une MPP dans un milieu fluide de la Figure 6.5 est considérée. La MPP, définie dans le plan xy , a une longueur $L_x = 131$ mm, une épaisseur $h = 1$ mm et est perforée suivant L_y avec des perforations de diamètre $d = 1$ mm. La MPP est dans un baffle qui sépare deux milieux extérieurs de fluide semi-infinis. La charge acoustique du fluide extérieure est considérée, car l'environnement extérieur est modélisé. Afin de simplifier le modèle et réduire les temps de calcul, la MPP est considérée plus longue que large. Dans cette configuration, les modes suivant y ne participent pas en BF. Ainsi, il est possible d'adapter la largeur de la MPP de manière à avoir $\phi = 10\%$ pour une rangée de perforation tel que

$$L_y = \frac{\pi d^2}{4\phi L_x}. \quad (6.18)$$

La MPP est encastrée en $x = 0$ et libre en $x = L_x$. Un forçage mécanique ponctuel $f_{\text{ext}}(x, y, t)$ d'amplitude F_{ext} est appliqué au point $(x_0, y_0) = (115,65 \text{ mm}; L_y/2)$. Les paramètres géométriques et mécaniques sont listés dans le Tableau 6.1. Le système proposé en Figure 6.5 est

Tableau 6.1 Valeurs numériques implémentées pour la modélisation par éléments finis

Plaque microperforée		Paramètres mécaniques (fluide/solide)	
L_x (mm)	131	ρ_s (kg m ⁻³)	7850
h (mm)	1,0	ρ_f (kg m ⁻³)	1,213
ϕ (%)	10	E (GPa)	203
d (mm)	1,0	ν	0,3
		η_s	10 ⁻³

symétrique suivant le plan xz par l'axe qui passe par $y = L_y/2$. Des conditions de symétrie sont donc appliquées afin de simplifier l'étude et de réduire les temps de calcul. Le champ lointain

est modélisé en appliquant une impédance $Z_0 = \rho_0 c_0$ en $z = \pm 700$ mm. La MPP est immergée

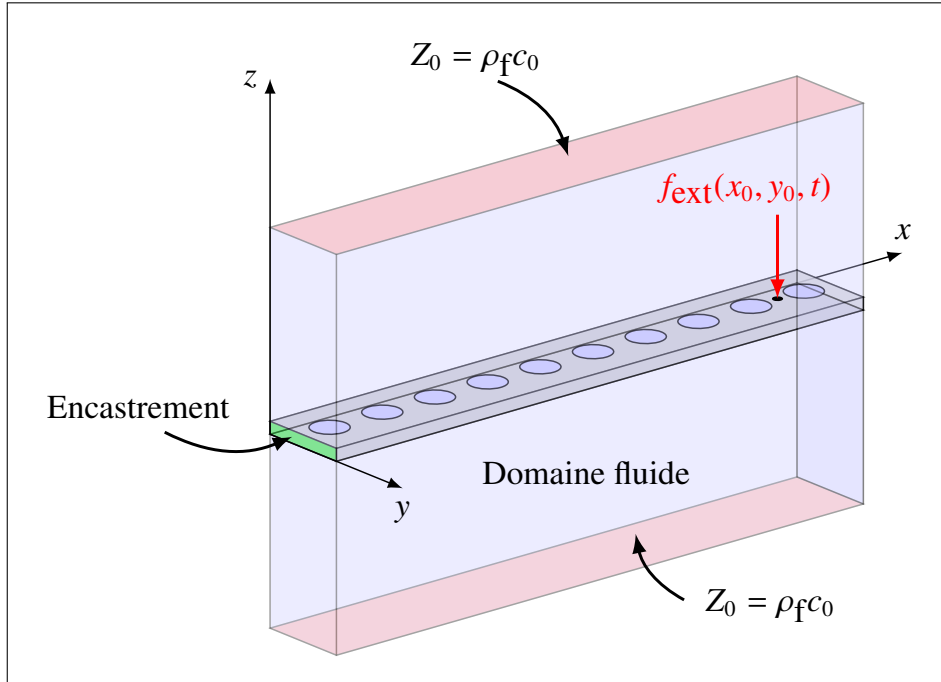


Figure 6.5 Modélisation d'une MPP en acier de longueur 131 mm et d'épaisseur 1 mm. La largeur de la MPP est donnée par l'Équation (6.18). La structure est encastree en $x = 0$ et excitée mécaniquement au point d'abscisse x_0 . Le diamètre des perforations, $d = 1$ mm est choisi pour maximiser l'amortissement ajouté sur le premier mode de MPP et le taux de perforation est fixé à $\phi = 10\%$

dans un milieu fluide et le modèle TVA est utilisé pour modéliser le fluide dans les perforations. La MPP est en acier avec un module de Young fixé à 205 GPa, et une masse volumique à 7850 kg m^{-3} . L'amortissement structural est pris en compte en appliquant un facteur de perte de 0,1%. Comme le modèle TVA permet de caractériser les pertes thermovisqueuses dans les perforations, un maillage de type « couches limites » est effectué dans les perforations. Le modèle par éléments finis est résolu entre 10 Hz et 90 Hz avec un pas fréquentiel de 5 Hz. Autour de la résonance, un raffinement fréquentiel avec un pas de 0,5 Hz est réalisé. La Figure 6.8(a) présente la puissance acoustique rayonnée totale obtenue avec le modèle analytique et avec le modèle par éléments finis (EF).

Le modèle analytique étant un modèle homogénéisé, la pression acoustique rayonnée est calculée par EF loin des perforations, en $z = 700$ mm pour pouvoir comparer les résultats numériques aux résultats théoriques. En effet, le modèle homogénéisé ne considère pas les rayonnements locaux proches des perforations et le champ de vitesse du fluide (en d'autres termes la vitesse acoustique) est calculé en champ lointain. La Figure 6.6 représente respectivement le champ de vitesse acoustique dans le milieu fluide obtenu avec le modèle EF proposé pour $f \approx f_1 \approx 50$ Hz qui correspond à la première fréquence de résonance de la MPP. Une vue agrandie de champ proche des perforations est proposée dans la Figure 6.6 afin de pouvoir visualiser les rayonnements acoustiques locaux proches des perforations.

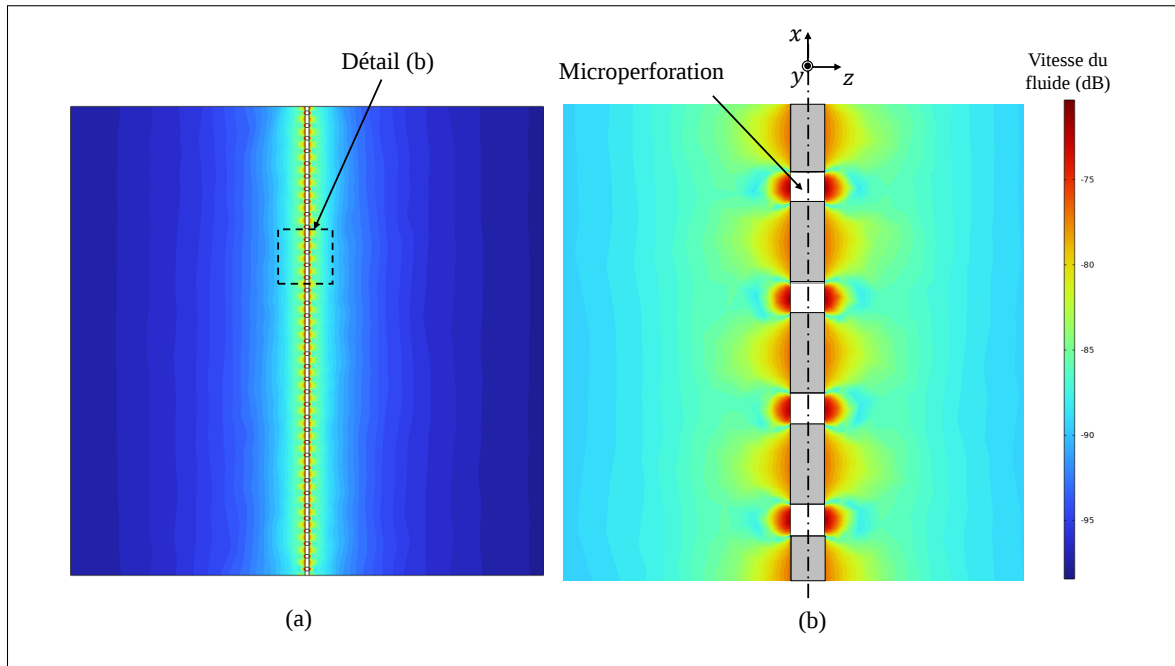


Figure 6.6 Champ de vitesse acoustique obtenu par EF pour $f = 50$ Hz. Le champ de vitesse acoustique global est donnée en (a) tandis que (b) représente une vue agrandie sur les perforations

Dans la Figure 6.6 proche des perforations, les rayonnements locaux se développent en onde de nature cylindrique à moyenne distance, puis deviennent plans en champ lointain. Il est également possible de distinguer sur la Figure 6.6 la contribution au rayonnement acoustique de i) la partie solide de la plaque microperforée ; ii) le fluide contenu dans les perforations. La Figure 6.7

représente le champ de pression acoustique rayonnée obtenu par EF proche de perforation ainsi que les lignes d'isopressions correspondantes.

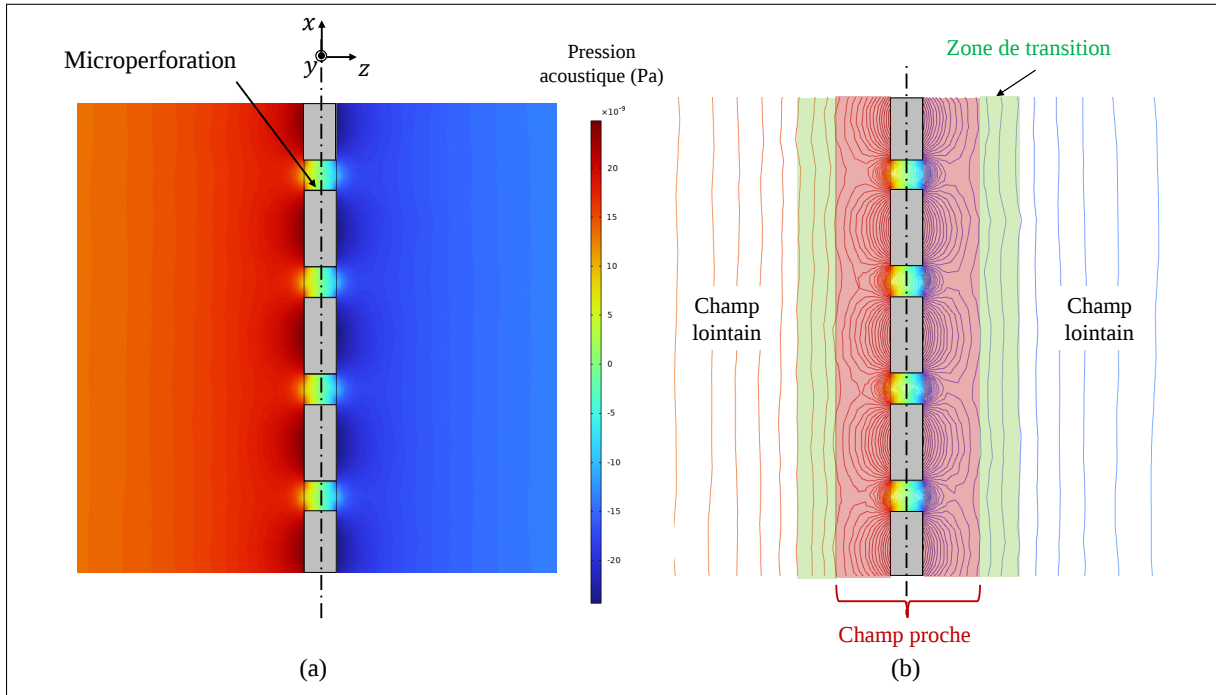


Figure 6.7 Champ de pression acoustique rayonnée obtenu par EF pour $f = 50$ Hz : (a) — le champ de pression acoustique rayonné ; (b) — les lignes d'isopressions correspondantes avec une représentation qualitative des zones de champ proche, de champ lointain et de transition

Il est ainsi possible de distinguer deux zones : i) une zone de champ proche qui ne peut être étudiée que par une approche discrète ou chaque perforation est modélisée physiquement, ii) une zone de champ lointain. Dans la zone de champ lointain, les vitesses acoustiques obtenues par le modèle homogénéisé et le modèle discret sont équivalentes. Entre ces deux zones, le champ est dit transitoire. Il est intéressant de noter que la distance de transition, champ proche-champ lointain dépend des paramètres des perforations (diamètre de taux de perforation). Une autre étude menée sur une cellule périodique représentative, proposée dans l'Annexe III, permet d'observer le caractère cylindrique des ondes proches des perforations ainsi que la transition champ proche-champ lointain en fonction de d et de ϕ . Ainsi, si les perforations sont proches les une des autres, elles interagissent entre elles, le champ acoustique devient plan proche

des perforations. *A contrario*, s'il y a peu d'interaction entre les perforations, la distance de développement des ondes cylindriques est plus grande : le champ lointain est atteint loin des perforations.

La Figure 6.8(b) propose la comparaison entre la vitesse quadratique moyenne analytique et par EF de la MPP saturée de fluide. La vitesse quadratique est obtenue à partir du modèle EF en

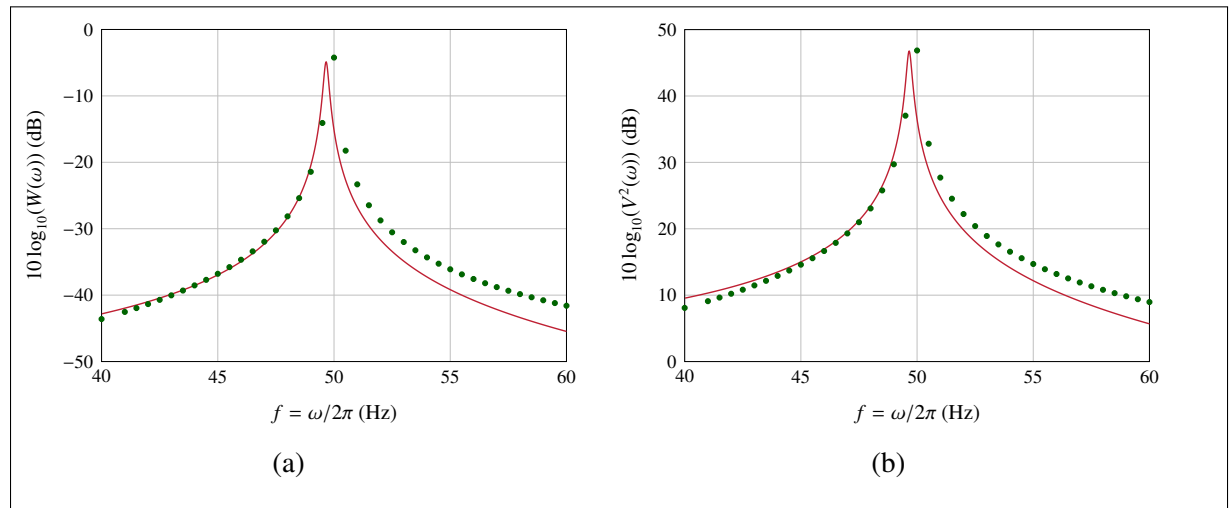


Figure 6.8 Résultats de simulation : (a) — Puissance acoustique rayonnée ; (b) — vitesse quadratique du champ acoustique total obtenue pour une plaque microperforée encastree-libre de longueur 131 mm et d'épaisseur 1 mm en fonction de la fréquence : (●) par EF, (—) analytiquement. Les paramètres de perforation sont fixés à $d = 1$ mm et $\phi = 10\%$ de manière à maximiser l'amortissement visqueux ajouté sur le premier mode de résonance. La largeur de la MPP est donnée par l'Équation (6.18)

intégrant la vitesse acoustique à la surface des perforations et celle à la surface de la plaque. La comparaison entre les résultats numériques et analytiques dans la Figure 6.8(a) et la Figure 6.8(b) permettent de valider le modèle analytique proposé dans la Section 6.1. À partir de la vitesse quadratique et de la puissance acoustique rayonnée obtenue *via* le modèle par éléments finis, le facteur de rayonnement acoustique obtenue par simulation peut être comparé à celle obtenue analytiquement. Ainsi, la Figure 6.9 présente le facteur de rayonnement obtenu analytiquement pour la MPP dont les caractéristiques sont données dans le Tableau 6.1 et pour une plaque non-perforée. Dans un souci de réduction de temps de calcul, le facteur de rayonnement obtenu

par simulation EF est donné dans la Figure 6.9 pour quelques fréquences entre 40 Hz et 5000 Hz. La comparaison entre le modèle et les points obtenus par simulation EF permet également de

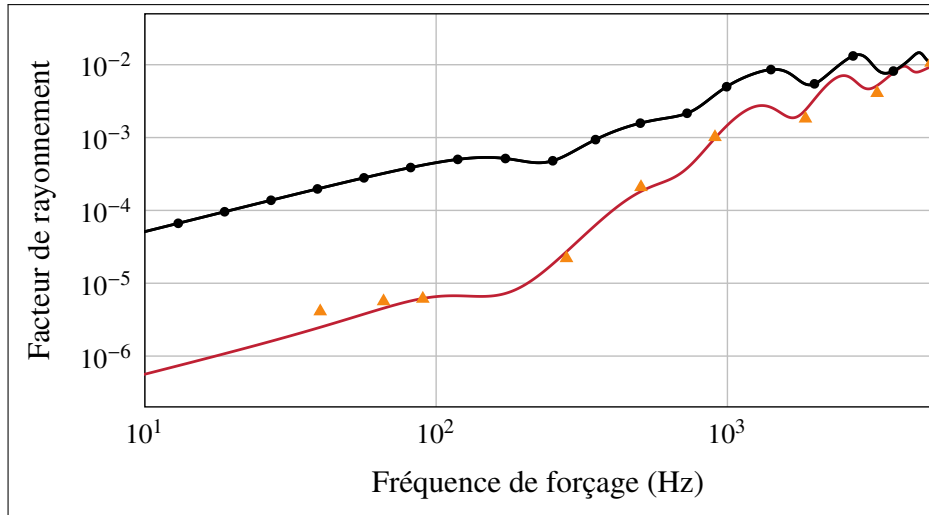


Figure 6.9 Facteur de rayonnement acoustique obtenue analytiquement pour une plaque sans perforation (—●—) ainsi que pour la plaque microperforée dont les caractéristiques sont données dans le Tableau 6.1 (—) et par simulation pour la même MPP (▲)

valider l'approche analytique proposée. Le diamètre des perforations a été choisi dans l'optique de maximiser l'amortissement ajouté autour du premier mode de la MPP ($f_1 \equiv f_c$). Le facteur de rayonnement acoustique est ainsi fortement diminué autour de f_1 . Ces observations valident les commentaires faits dans la Section 6.2.

6.4 Conclusion

Ce chapitre propose d'appliquer la théorie classique du rayonnement acoustique des plaques appliquée à des MPP soumises à des excitations mécanique et acoustique. Les champs vibratoires homogènes du fluide et du solide sont calculés à partir du modèle analytique proposé dans le Chapitre 3. Il est montré analytiquement que sous excitation mécanique et acoustique, les microperforations permettent de réduire de façon significative le facteur de rayonnement et donc l'efficacité de rayonnement acoustique de la structure. Cette diminution est d'autant plus importante que le taux de perforation est grand. En effet, la diminution du rayonnement est due à :

i) la réduction de l'amplitude de vibration due à l'amortissement ajouté résultant des dissipations viscothermique dans les perforations, ii) la réduction de la surface rayonnante causée par les microperforations qui réduisent la rigidité et la masse volumique de la structure.

Le modèle numérique par éléments finis proposé prend en compte le couplage fluide structure ainsi que les pertes viscothermiques dans les perforations et permet de valider le modèle analytique.

CHAPITRE 7

SYNTHÈSE ET PERSPECTIVES

Cette thèse de doctorat, à travers les modèles analytiques, les études de sensibilités et les mesures expérimentales réalisées, a permis d'analyser le comportement vibratoire des plaques microperforées et les effets d'amortissements ajoutés sous faible et fort niveau d'excitation. À travers la Section 7.1, ce chapitre livre une synthèse des développements scientifiques réalisés. La Section 7.2 traite des limites et des perspectives des travaux de cette thèse.

7.1 Synthèse des développements scientifiques

Cette section présente une vision globale des principales avancées et contributions scientifiques réalisées, en réponse aux quatre objectifs spécifiques des recherches mentionnés à la Section 2.1. Le Tableau 7.1 propose une vision globale des apports et des perspectives de ce doctorat discutées dans ce chapitre. Dans le Tableau 7.1, les cellules en bleu correspondent aux développements

Tableau 7.1 Synthèse des réalisations et des perspectives du doctorat

	Régime linéaire	Régime de non-linéarité acoustique	Régime de non-linéarité acoustique et géométrique
Réponse vibratoire de MPP homogènes	Chapitre 3	Chapitre 5	Perspective 7.2.2
Réponse vibratoire de MPP non-homogènes	Chapitre 4	Perspective 7.2.1	Perspective 7.2.1
Rayonnement acoustique de MPP homogènes	Chapitre 6 et Perspective 7.2.3	Perspective 7.2.3	Perspective 7.2.3
Rayonnement acoustique de MPP non-homogènes	Perspective 7.2.3	Perspective 7.2.3	Perspective 7.2.3

qui ont été effectués en totalité ou en partie dans le cadre de ce doctorat. A contrario, les autres cellules représentent des développements qui n'ont pas été réalisés pendant ce doctorat. Certains

sont en cours de réalisation (cellules en rouge), d'autres pourront être étudiés en continuité de ces travaux de thèse (cellules non colorées).

7.1.1 Contributions sur les vibrations et la vibroacoustique des MPP homogènes en régime linéaire

Ce doctorat a permis d'analyser la dynamique des plaques microperforées de dimensions finies. Il est ainsi démontré dans le Chapitre 3 que les MPP induisent un amortissement ajouté substantiel en BF. Un modèle analytique, basé sur un modèle homogénéisé de vibration de plaque poreuse adapté aux MPP, a permis d'écrire les équations du mouvement régissant la dynamique d'une plaque microperforée de dimensions finies saturée d'air. Le fluide dans les perforations est ainsi vu comme un fluide équivalent défini sur le domaine de la plaque non-perforée. Le système d'équations prend la forme de deux EDP couplées, l'une régissant la dynamique d'une plaque MPP homogène équivalente et l'autre le couplage fluide-solide. Les paramètres mécaniques de la MPP (module de Young et densité de masse solide) sont également adaptés pour tenir compte des perforations. Des validations expérimentales ont permis de valider le modèle analytique proposé.

Le concept de fréquence caractéristique déjà observé dans le cadre des vibrations des plaques poreuses a été étendu aux MPP. Ainsi, les effets dissipatifs à l'origine de l'amortissement ajouté sont maximums à cette fréquence qui dépend notamment du diamètre des perforations. Pour une plaque microperforée de dimension finie, maximiser l'amortissement ajouté sur un mode de résonance revient à faire coïncider la fréquence caractéristique avec la fréquence de résonance du mode considéré en ajustant le diamètre des perforations. De plus, il est montré que l'amortissement ajouté est d'autant plus important que le taux de perforation est grand ¹. Il a également été montré que l'effet d'amortissement ajouté linéaire est d'autant plus important que la fréquence caractéristique est BF. Bien que l'amortissement ajouté soit maximal à la fréquence caractéristique, il a également une influence autour de cette fréquence, ce qui permet de réduire

¹Les propriétés mécaniques de la MPP sont impactées par le taux de perforation (réduction de la masse volumique et de la rigidité de la structure). De plus, les corrections appliquées à la tortuosité sont valides pour $\phi^{(0)} \leq 16\%$ (Atalla & Sgard, 2007). Cependant, le modèle proposé dans cette thèse reste valide jusqu'à $\phi^{(0)} \approx 20\%$ (c.f. Chapitre 4).

la contribution de plusieurs modes de vibration si leurs fréquences de résonance sont BF et suffisamment rapprochées.

Le modèle vibratoire de MPP développé est appliqué pour analyser le champ acoustique rayonné par la plaque microperforée (c.f. Chapitre 6). Ainsi, il est montré que la réduction de la surface rayonnante ainsi que de la réduction de l'amplitude vibratoire BF d'une MPP par rapport à une plaque sans-perforation permet une diminution significative du rayonnement acoustique de la MPP autour de la fréquence caractéristique ². Les MPP apparaissent donc comme de bonnes candidates pour réduire l'amplitude des vibrations BF et le bruit en résultant.

7.1.2 Contributions sur les vibrations de MPP inhomogènes en régime linéaire

Précédemment, il a été montré que l'amortissement ajouté par les microperforations en régime linéaire est maximum à la fréquence caractéristique et agit sur une bande fréquentielle limitée autour de cette dernière. Ce doctorat se propose, dans le Chapitre 4, d'augmenter l'efficacité en amortissement des MPP en proposant des MPP avec des jeux de perforations ayant des diamètres de perforations de taille différente. Les modèles analytiques proposés dans la continuité de celui proposé dans le Chapitre 3 sont validés expérimentalement.

Il est ainsi démontré que :

1. des MPP avec des jeux de perforations distribués uniformément présentent des amortissements ajoutés sur une bande de fréquence plus large ;
2. des MPP avec des perforations de diamètre unique distribuées suivant les ventres de vibration maximisent l'amortissement ajouté sur le mode considéré ;
3. les deux effets peuvent se combiner.

²Des perspectives de futurs développements sur ce point sont proposées dans la Section 7.2.

7.1.3 Contributions sur les vibrations des MPP homogènes en régime de non-linéarité acoustique

Les MPP sont sensibles à l'amplitude d'excitation et peuvent être implémentées dans des milieux extrêmes, soumises à de fortes excitations mécaniques et/ou acoustiques. Pour des MPP dont les diamètres des perforations sont de l'ordre de grandeur des couches limites, des non-linéarités apparaissent au fur et à mesure que le niveau d'excitation augmente i) la première est liée au couplage fluide-structure et fait intervenir les grands déplacements du fluide uniquement, ii) la seconde apparaît pour de plus fortes amplitudes d'excitation et fait intervenir les grands déplacements du fluide et du solide. Ce deuxième régime de non-linéarité est abordé dans les perspectives de recherches futures (c.f. Section 7.2). Ce doctorat s'est ainsi proposé d'analyser la dynamique vibratoire des MPP en régime de non-linéarité liée au couplage fluide-structure : le régime de non-linéarité acoustique.

Ainsi, il est proposé dans le Chapitre 5, un modèle analytique validé expérimentalement permettant de caractériser la réponse vibratoire d'une MPP saturée de fluide en régime de non-linéarité acoustique. Analytiquement, la non-linéarité acoustique est modélisée par la correction de la résistivité au passage de l'air de Forchheimer. Introduire cette correction, fonction du déplacement relatif fluide-solide, dans les EDP régissant la dynamique linéaire de la MPP proposée en Chapitre 3, conduit à l'ajout d'un terme d'amortissement quadratique dans l'équation du mouvement associée au couplage fluide-solide. Le modèle analytique, résolu numériquement en régime stationnaire forcé par des approches d'équilibrage harmonique, est validé expérimentalement.

En régime linéaire, l'amortissement ajouté est maximum à la fréquence caractéristique, c'est-à-dire lorsque $f = f_c$. Il est montré qu'en régime de non-linéarité acoustique, ce maximum peut atteindre un maximum en fonction de la vitesse relative entre le solide et le fluide dans les perforations. Trois cas sont distingués en fonction de la valeur de la résistance linéaire normalisée :

1. pour des MPP ayant une résistance linéaire normalisée inférieure à 1, le maximum de l'amortissement ajouté, obtenu pour $f = f_c$, atteint son maximum en régime non-linéaire pour la vitesse relative critique (ceci correspond alors au maximum du maximum);
2. pour des MPP ayant une résistance linéaire normalisée égale à 1, l'amortissement maximal ajouté est déjà à son maximum dans le régime linéaire ;
3. pour des MPP ayant une résistance linéaire normalisée supérieure à 1, l'amortissement ajouté diminuera avec la vitesse relative fluide-solide sans jamais atteindre son maximum dans le régime non-linéaire.

7.2 Limites et perspectives

Au cours de ce doctorat, plusieurs questions sont restées en suspens et des points pourraient être approfondis pour une meilleure compréhension du comportement des MPP. Les paragraphes suivants présentent les principales limitations ainsi que les perspectives de ce doctorat.

7.2.1 Sensibilité à l'amplitude d'excitation des MPP inhomogènes

En continuité du Chapitre 4, des plaques microperforées avec i) plusieurs diamètres de perforations ; ii) des perforations réparties sur les ventres de vibrations ; pourront alors être étudié en régime de non-linéarité lié au fluide et en régime de non-linéarité lié au fluide et au solide (grand déplacement). Les modèles développés dans le Chapitre 4 seront alors étendus à l'étude des MPP avec des paramètres de perforation inhomogènes sous plusieurs niveaux d'excitation.

Il a été mis en évidence dans le Chapitre 5 que le maximum d'amortissement ajouté en régime de Forchheimer suivant les zones où la vitesse relative fluide-solide était égale à la vitesse relative critique. Cette vitesse dépend entre autres du diamètre des perforations. Ainsi, répartir des perforations de diamètre soigneusement choisi sur des zones d'intérêt pourrait s'avérer particulièrement pertinent pour l'amortissement ajouté non-linéaire des MPP. Des mesures expérimentales utilisant le même système dispositif expérimental que celui proposé dans le Chapitre 5 seront également effectuées pour valider les modèles proposés.

7.2.2 Vibrations de très grande amplitude de plaques microperforées

Ces travaux de recherche se sont intéressés uniquement au comportement vibratoire des MPP en régime linéaire (Chapitre 3) et en régime non-linéaire induit par le couplage fluide-solide (Chapitre 5). Or, il a été observé expérimentalement au cours de ce doctorat que le modèle proposé en Chapitre 5 atteint ses limites quand le niveau de l'excitation devient trop important. Dans ce contexte, en plus des non-linéarités liées au couplage fluide-structure, les non-linéarités engendrées par les grandes déformations du solide doivent être prises en compte (voir la Section 1.5.1). Ces problématiques sont actuellement étudiées par une doctorante dans le cadre d'un projet FRQNT-Équipe.

7.2.3 Rayonnement acoustique des MPP en régime linéaire et analyse en régime non-linéaire

Le Chapitre 6 présente des développements effectués pour comprendre l'influence des microperforations et l'influence de l'amortissement visqueux ajouté sur le rayonnement acoustique en régime linéaire. Il serait particulièrement intéressant de valider le modèle analytique homogénéisé issu du modèle de vibration de MPP proposé en Chapitre 3. Ainsi, des validations expérimentales de rayonnement acoustique de plaques microperforées et non perforées seront ainsi réalisées à l'ÉTS par un stagiaire et Lucie Gallerand à l'été 2024.

L'approche proposée dans le Chapitre 6 est un modèle homogénéisé. Afin de prendre en compte les rayonnements locaux proches des perforations, un modèle discret pourrait être proposé en considérant un champ vibratoire pour la partie rigide de la MPP et une matrice de sources rayonnantes circulaires bafflées en forme de disques pour le fluide. En effet, dans les microperforations, le comportement de la masse d'air est assimilable à celui d'un piston (Toyoda *et al.*, 2010). L'avantage de cette méthode est de pouvoir séparer analytiquement les contributions de la partie solide de celle de la partie fluide et ainsi de pouvoir analyser et quantifier plus précisément l'influence de l'amortissement ajouté sur le rayonnement acoustique. Des études paramétriques pourront également être effectuées pour comprendre l'influence des paramètres des perforations et de la fréquence de forçage sur le rayonnement acoustique. En effet, dans la

limite de couche limite infiniment mince, seul le solide rayonne : il n'y a dans ce cas aucun rayonnement de la matrice de source de fluide. Le champ de pression rayonné par le fluide apparaît avec la présence de couche limite. Dans la limite des basses fréquences, l'écoulement est de type Poiseuille et le profil des couches limites paraboliques. Cette hypothèse n'est pas valide pour les hautes fréquences et des corrections du profil de l'écoulement doivent être alors appliquées (Johnson *et al.*, 1987).

Les simulations par éléments finis effectuées dans le Chapitre 6 a mis en évidence deux zones : i) une zone de champ proche à proximité des perforations où les rayonnements locaux évoluent en onde acoustique de nature cylindrique, ii) une zone de champ lointain où les rayonnements locaux sont plans. La transition champ proche-champ lointain est étroitement lié à la distance entre les perforations et donc aux interactions inter-perforations (c.f. Annexe III). Ainsi, il pourra être proposé de définir une longueur caractéristique permettant de quantifier la zone de champ proche de rayonnement et les interactions inter-perforations. Cette nouvelle longueur pourrait être utilisée pour de futurs travaux sur les corrections de longueur de tortuosité par exemple.

Il pourra être proposé dans la suite de ces travaux de recherche d'analyser l'influence du régime d'excitation (régime non-linéaire lié au fluide et au solide) sur le rayonnement acoustique de la MPP.

7.2.4 Définition d'une méthode de caractérisation locale de l'amortissement

Le Chapitre 5 a mis en évidence que l'amortissement visqueux ajouté par les microperforations en régime de non-linéarité acoustique était un amortissement spatial (dont la valeur dépend du point d'observation). Analytiquement, le modèle développé dans le Chapitre 5 permet de capturer cet effet et d'obtenir un amortissement ajouté non-linéaire en tout point de la plaque. Expérimentalement, il pourra être proposé en perspective d'utiliser des méthodes de caractérisation locale afin de réaliser une cartographie de l'amortissement ajouté (Leclère, Ablitzer & Pézerat, 2015; Leclère & Pézerat, 2012).

7.2.5 Étude de faisabilité dans des conditions réelles d'exploitation sur le terrain

Dans ces travaux de recherche, les structures microperforées étudiées sont simples (poutre ou plaque) et faites avec des matériaux isotropes. Afin de se rapprocher des conditions d'utilisation des MPP, il serait intéressant d'étudier l'influence de la courbure du matériau sur l'amortissement ajouté. De plus, les perforations induisent des concentrations de contraintes sur la structure (Woo & Na, 2011). Ces concentrations de contraintes peuvent être réduites en modifiant notamment les méthodes d'usinages (Rezaeepazhand & Jafari, 2010). Une étude des processus de fabrication pourrait alors être réalisée. Il pourra également être possible d'étudier la résistance à la fatigue des MPP en flexion. Une étude de faisabilité sur terrain en milieu extrême pourra alors être effectuée.

Le modèle proposé dans cette thèse est un modèle homogénéisé qui ne permet pas de comprendre les défis engendrés par la conception de MPP notamment avec plusieurs diamètres de perforation. Il peut en effet être complexe de proposer une MPP efficace et usinable (sans chevauchement de perforation par exemple). Des modèles d'optimisation topologique pourront alors être proposés afin d'optimiser l'agencement des perforations. La minimisation des coûts de fabrication pourra également être intégrée à l'étude.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Cette thèse de doctorat a proposé d'analyser le comportement vibratoire des plaques microperforées sous faible et fort niveau d'excitation mécanique et démontre que les MPP s'avèrent être très prometteuses pour amortir les vibrations basses fréquences (BF). Les études se sont articulées autour de trois points : 1) le comportement vibratoire des MPP homogènes en régime linéaire ; 2) le comportement vibratoire des MPP inhomogènes en régime linéaire ; 3) le comportement vibratoire des MPP homogènes en régime non-linéaire induit par le couplage fluide-structure. Les approches analytiques et expérimentales proposées ont permis de démontrer que les microperforations induisent un amortissement visqueux ajouté substantiel BF aussi bien en régime linéaire que non-linéaire.

Ainsi, ce projet ouvre une nouvelle voie d'exploration en vibration et en amortissement passifs des structures. Les plaques microperforées apparaissent alors comme une technologie innovante, de faible coût et simple à exploiter qui pourra permettre d'atteindre un amortissement intéressant en BF. Les perspectives de travail mises en avant dans la thèse permettront par la suite d'appliquer ce concept sur des systèmes réels opérant sous fortes sollicitations. Des solutions d'amortissement vibratoire BF, basées sur les microperforations, pourront ainsi être utilisées en tant que traitement vibratoire, en remplacement ou en complément des revêtements de structures. Dans le domaine des transports (transport routier, aérien), les plaques microperforées et plus largement les microperforations pourraient être appliquées pour réduire l'amplitude des vibrations BF de certains éléments vibrants pouvant opérer en milieu extrême. Perforer des éléments déjà existants contribuant au bruit de structure global des transports pourrait ainsi permettre d'augmenter l'amortissement BF tout en réduisant la masse globale du système et le rayonnement acoustique. À terme, les structures microperforées pourraient permettre de réduire le bruit et les vibrations dans nombre de systèmes mécaniques et permettre ainsi l'amélioration des environnements acoustiques pour les populations.

ANNEXE I

BASIS FUNCTIONS FOR PARTICULAR BOUNDARY CONDITIONS

1. MPP with simply-supported boundary conditions

In the case of a simply-supported plate, Equation (3.20) becomes

$$\phi_m(x) = \sin(\Omega_m x) \quad \text{with} \quad \Omega_m = \frac{m\pi}{L_x}. \quad (\text{A I-1})$$

A similar expression holds in the y direction for the indices n .

MPP with clamped-free boundary conditions

In the case of an MPP clamped-free MPP, Equation (3.20) can be written as

$$\phi_m(x) = \cosh(\Omega_m x) - \cos(\Omega_m x) + c \sinh(\Omega_m x) + c \sin(\Omega_m x) \quad \text{with} \quad \Omega_m = \frac{(2m-1)\pi}{2L_x}, \quad (\text{A I-2})$$

and the constant c defined as follows

$$c = -\frac{\cosh(\Omega_m L_x) - \cos(\Omega_m L_x)}{\sinh(\Omega_m L_x) - \sin(\Omega_m L_x)}. \quad (\text{A I-3})$$

The basis function is thus expressed as $\Psi_{mn}(x, y) = \phi_m(x)\phi_n(y)$.

2. MPP with clamped boundary conditions

In the case of an MPP clamped on each edge, Equation (3.20) can be written as

$$\phi_m(x) = \cosh(\Omega_m x) + c \sinh(\Omega_m x) - c \sin(\Omega_m x) \quad \text{with} \quad \Omega_m = \frac{(2m+1)\pi}{2L_x}, \quad (\text{A I-4})$$

and the constant c defined as follows

$$c = \frac{-\cosh(\Omega_m L_x)}{\sinh(\Omega_m L_x) - (-1)^m}. \quad (\text{A I-5})$$

The basis function $\Psi_{mn}(x, y) = \phi_m(x)\phi_n(y)$ is thus expressed as

$$\begin{aligned} \Psi_{mn}(x, y) = & c^2 \sin(\Omega_m x) \sin(\Omega_n y) + c^2 \sinh(\Omega_m x) \sinh(\Omega_n y) \\ & - c^2 \sinh(\Omega_m x) \sin(\Omega_n y) - c^2 \sin(\Omega_m x) \sinh(\Omega_n y) \\ & - c \sin(\Omega_m x) \cosh(\Omega_n y) - c \cosh(\Omega_m x) \sin(\Omega_n y) \\ & + c \sinh(\Omega_m x) \cosh(\Omega_n y) + c \cosh(\Omega_m x) \sinh(\Omega_n y) \\ & + \cosh(\Omega_m x) \cosh(\Omega_n y). \end{aligned} \quad (\text{A I-6})$$

ANNEXE II

DISSIPATIVE SYSTEM WITH ANY DAMPING

The following one-dof dissipative system is considered

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega\dot{x}(t) + \omega^2x(t) = 0, \quad (\text{A II-1})$$

where ζ is the modal damping factor and ω the undamped frequency. The trivial equation $\dot{x}(t) - \dot{x}(t) = 0$ is joined to Equation (A II-1) and the system

$$\ddot{x}(t) + 2\zeta\omega\dot{x}(t) + \omega^2x(t) = 0, \quad (\text{A II-2a})$$

$$\dot{x}(t) - \dot{x}(t) = 0, \quad (\text{A II-2b})$$

is obtained and recast in the matrix form such that

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{D}\mathbf{z}(t) \quad \text{where} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\zeta\omega \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{pmatrix}. \quad (\text{A II-3})$$

To compute the response in autonomous regime, eigenvalues of the 2 dof system presented in Equation (A II-3) are obtained in the complex conjugated form such that $\lambda = \beta \pm j\gamma$. The two-dimensional system of equation

$$\dot{z}(t) = \lambda z(t), \quad (\text{A II-4})$$

admits solutions of the form

$$z(t) = A \exp(\lambda t) \quad \Rightarrow \quad z(t) = A \exp(\beta t) \exp(\pm j\gamma t) \quad (\text{A II-5})$$

where A is a constant defined from initial conditions, $\beta = -\zeta\omega$ and $\gamma = \pm\omega\sqrt{1 - \zeta^2}$.

ANNEXE III

SENSIBILITÉ DU CHAMP ACOUSTIQUE RAYONNÉ AUX PARAMÈTRES DES PERFORATIONS

Cette annexe propose d'étudier la sensibilité du champ acoustique rayonné aux paramètres des perforations : d et ϕ . La géométrie proposée en Figure 6.5 est simplifiée pour permettre de diminuer le temps de calcul. Ici, une cellule périodique en suivant x , immergée dans un domaine fluide lui aussi périodique (Figure III-1), est considérée. L'épaisseur de la MPP est fixée à $h = 1$ mm et la largeur est calculée à partir de l'Équation (6.18). La MPP est excitée de

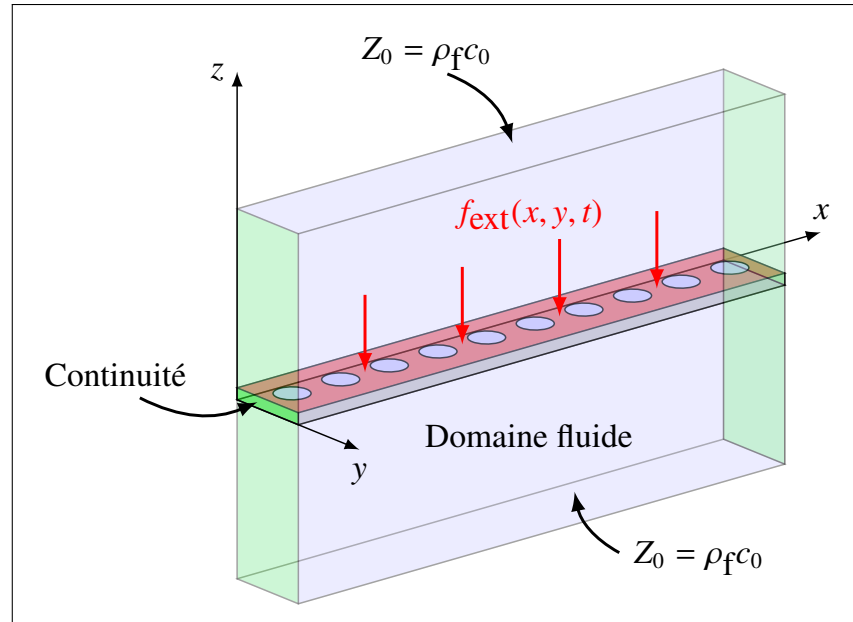


Figure-A III-1 Cellule périodique modélisée par EF. La MPP en acier d'épaisseur $h = 1$ mm est excitée mécaniquement sur toute sa surface. La largeur de la MPP est donnée par l'Équation (6.18). Le taux de perforation est fixé à $\phi = 10\%$

façon homogène sur sa surface en $z = h/2$ par un forçage mécanique $f_{\text{ext}}(x, y, t)$ d'amplitude $F_{\text{ext}} = 1$ N. Le modèle EF est résolu en fréquentiel pour $f = 40$ Hz et les isovaleurs de pression acoustique totale sont tracées dans le plan xz pour : 1) plusieurs diamètres de perforation, $d = 0,5$ mm, 1 mm, 2 mm avec un taux de perforation constant fixé à 10% (Figure III-2), 2) pour plusieurs taux de perforation $\phi = 10\%$, 20%, 30% avec un diamètre de perforation constant fixé

à 1 mm (Figure III-3). Le champ acoustique rayonné est cylindrique proche des perforations

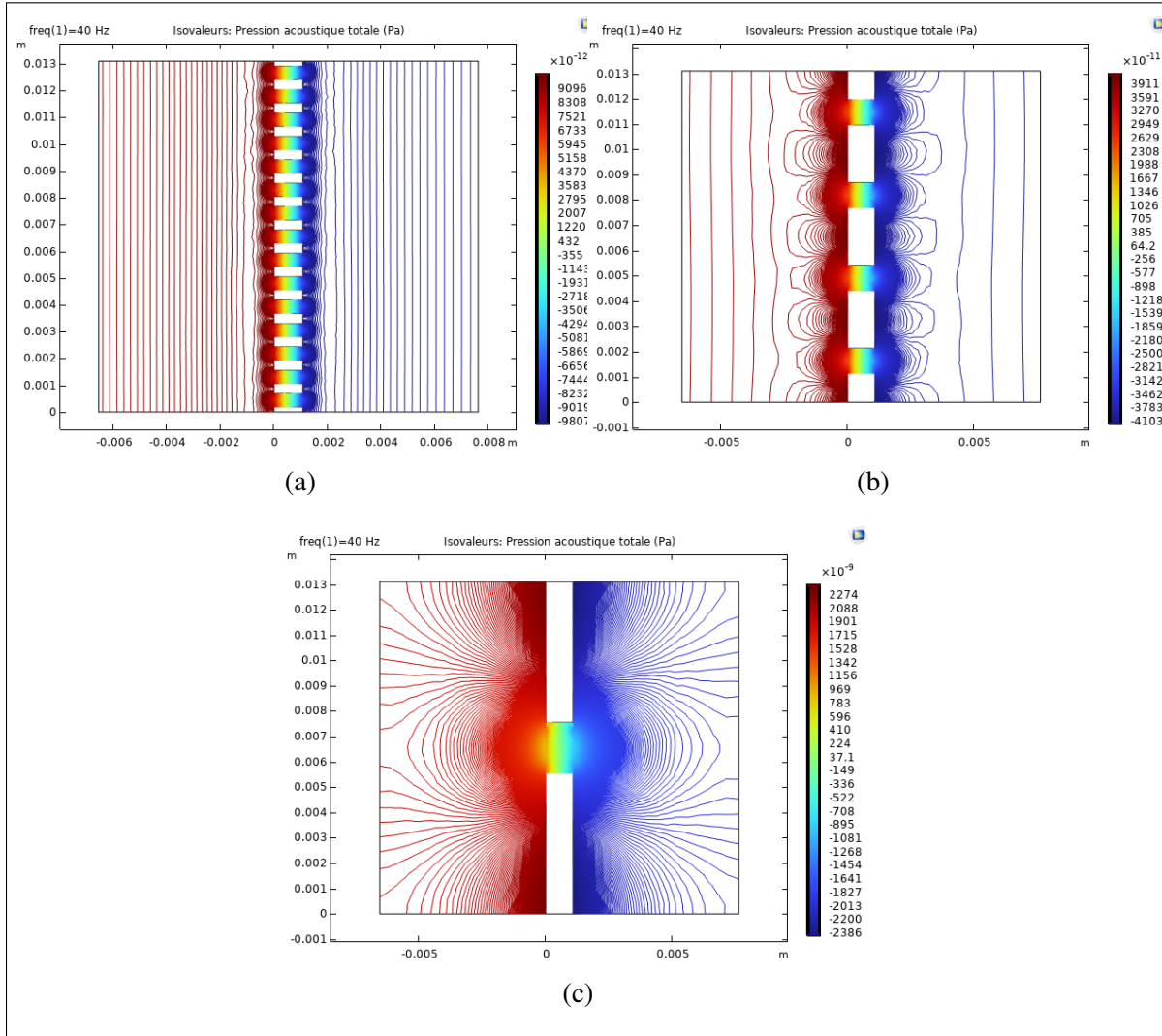


Figure-A III-2 Isovaleurs de pression acoustique obtenue par EF pour $\phi = 10\%$ et pour :
(a) $d = 0,5$ mm, (b) $d = 1$ mm, (c) $d = 2$ mm

et devient plan loin des perforations. Pour un même taux de perforation, plus le diamètre des perforations est faible et plus la transition champ proche-champ lointain a lieu proche de la structure. De façon similaire, pour un même diamètre de perforation, plus le taux de perforation est élevé et plus la transition champ proche-champ lointain s'effectue proche des perforations.

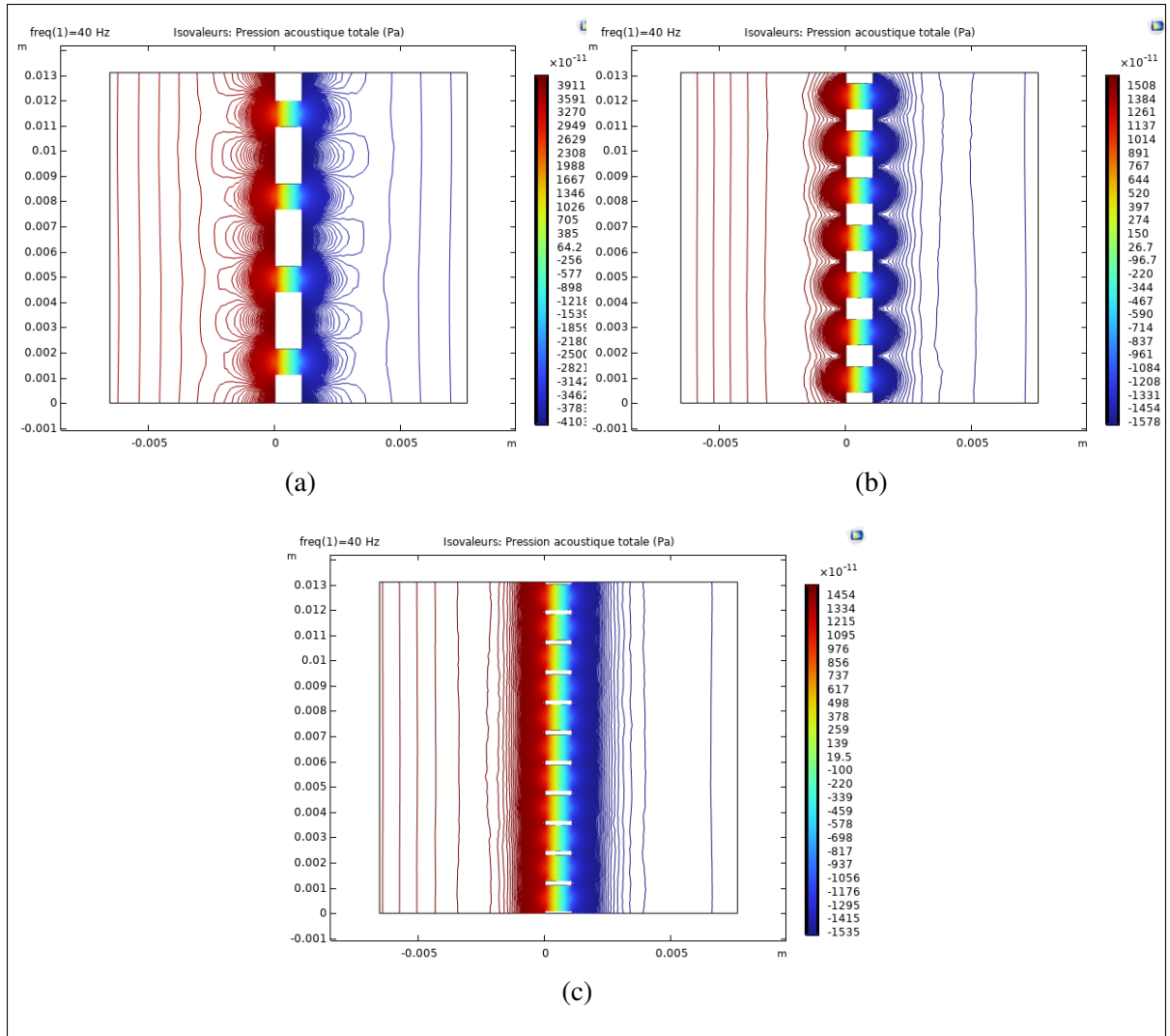


Figure-A III-3 Isovaleurs de pression acoustique obtenue par EF pour $d = 1$ mm et pour :
 (a) $\phi = 10\%$, (b) $\phi = 20\%$, (c) $\phi = 30\%$

LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abdeljaber, O., Avci, O., Kiranyaz, S. & Inman, D. (2017). Optimization of linear zigzag insert metastructures for low-frequency vibration attenuation using genetic algorithms. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 84, 625–641. [DOI].
- Adams, T. (2017). *Sound materials: A compendium of sound absorbing materials for architecture and design*. Frame Publishers.
- Adler, P. M., Malevich, A. E. & Mityushev, V. V. (2013). Nonlinear correction to Darcy's law for channels with wavy walls. *Acta Mechanica*, 224(8), 1823–1848. [DOI].
- Allard, J. & Atalla, N. (2009). *Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials* (éd. 2). John Wiley & Sons.
- Allard, J.-F. & Champoux, Y. (1992). New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 91(6), 3346–3353. [DOI].
- Amabili, M. (2004). Nonlinear vibrations of rectangular plates with different boundary conditions: theory and experiments. *Computers & Structures*, 82(31-32), 2587–2605. [DOI].
- Ang, L. Y. L., Koh, Y. K. & Lee, H. P. (2016). Acoustic Metamaterials: A Potential for Cabin Noise Control in Automobiles and Armored Vehicles. *International Journal of Applied Mechanics*, 08(05), 1650072. [DOI].
- Arnold, M., Boccaccini, A. R. & Ondracek, G. (1996). Prediction of the Poisson's ratio of porous materials. *Journal of Materials Science*, 31(6), 1643-1646. [DOI].
- Atalla, N. & Sgard, F. (2007). Modeling of perforated plates and screens using rigid frame porous models. *Journal of Sound and Vibration*, 303, 195-208. [DOI], [OA].
- Atanasiu, C. & Sorohan, S. (2016). Displacements and stresses in bending of circular perforated plate. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 147(1), 012095.
- Attenborough, K. (1983). Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials. *Journal of the Acoustical Society of America*, 73(3), 785–799. [DOI].
- Aulitto, A. (2023). *Sound absorption mechanisms in perforated plates*. (Phd Thesis 1 (Research TU/e / Graduation TU/e), Mechanical Engineering). Repéré à Proefschrift.

- Aurégan, Y. & Pachebat, M. (1999). Measurement of the nonlinear behavior of acoustical rigid porous materials. *Physics of Fluids*, 11(6), 1342–1345. [DOI].
- Aygun, H., Attenborough, K. & Cummings, A. (2007). Predicted Effects of Fluid Loading on the Vibration of Elastic Porous Plates. *Acta Acustica united with Acustica*, 93, 6. [OA].
- Bell, J., Summers, I., Murray, A., Hendry, E., Sambles, J. & Hibbins, A. (2012). Low acoustic transmittance through a holey structure. *Physical Review B*, 85, 214305. [DOI].
- Berthillier, M., Dupont, C., Mondal, R. & Barrau, J. J. (1998). Blades forced response analysis with friction dampers. *Journal of Vibration and Acoustics*, 120(2), 468–474. [DOI], [OA].
- Bilbao, S., Thomas, O., Touzé, C. & Ducceschi, M. (2015). Conservative numerical methods for the full von Kármán plate equations. *Numerical Methods for Partial Differential Equations*, 31(6), 1948–1970. [DOI], [OA].
- Billard, R., Tissot, G., Gabard, G. & Versaevel, M. (2021). Numerical simulations of perforated plate liners: Analysis of the visco-thermal dissipation mechanisms. *Journal of the Acoustical Society of America*, 149(1), 16-27. [DOI], [OA].
- Biot, M. (1956a). Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2), 168-178. [DOI], [OA].
- Biot, M. (1956b). Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-Saturated Porous Solid. II. Higher Frequency Range. *Journal of the Acoustical Society of America*, 28(2), 179-191. [DOI], [DOI].
- Biot, M. (1962). Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics*, 33(4), 1482-1498. [DOI], [DOI].
- Biot, M. & Willis, D. (1957). The Elastic Coefficients of the Theory of Consolidation. *Journal of Applied Mechanics*, 594-604. [DOI].
- Boccaccini, A. & Fan, Z. (1997). A new approach for the Young's modulus-porosity correlation of ceramic materials. *Ceramics International*, 23, 239–245. [DOI], [OA].
- Bravo, T., Maury, C. & Pinhède, C. (2012a). Sound absorption and transmission through flexible micro-perforated panels backed by an air layer and a thin plate. *Journal of the Acoustical Society of America*, 131, 3853-3863. [DOI].
- Bravo, T., Maury, C. & Pinhède, C. (2012b). Vibroacoustic properties of thin micro-perforated panel absorbers. *Journal of the Acoustical Society of America*, 132, 789-798. [DOI].

- Bravo, T., Maury, C. & Pinhède, C. (2013). Enhancing sound absorption and transmission through flexible multi-layer micro-perforated structures. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 134(5), 3663–3673. [DOI].
- Brooke, D. C., Umnova, O., Leclaire, P. & Dupont, T. (2020). Acoustic metamaterial for low frequency sound absorption in linear and nonlinear regimes. *Journal of Sound and Vibration*, 485, 115585. [DOI], [OA].
- Brouard, B., Castagnède, B., Henry, M., Lafarge, D. & Sahraoui, S. (2003). Mesure des propriétés acoustiques des matériaux poreux. *Techniques de l'ingénieur Acoustique: mesures, contrôle, applications*, RD2(R6120), R6120.1–R6120.24.
- Buckingham, E. (1914). On Physically Similar Systems. Illustrations of the Use of Dimensional Equations. *Physical Review*, 4(4), 345-376. [DOI], [OA].
- Buick, J., Atig, M., Skulina, D. J., Campbell, D. M., Dalmont, J. P. & Gilbert, J. (2011). Investigation of non-linear acoustic losses at the open end of a tube. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(3), 1261–1272. [DOI], [OA].
- Carbajo, J., Ramis, J., Godinho, L. & Amado-Mendes, P. (2018). Assessment of methods to study the acoustic properties of heterogeneous perforated panel absorbers. *Applied Acoustics*, 133, 1-7. [DOI].
- Carbajo, J., Ramis, J., Godinho, L. & Amado-Mendes, P. (2019). Perforated panel absorbers with micro-perforated partitions. *Applied Acoustics*, 149, 108-113. [DOI].
- Champoux, Y. & Allard, J.-F. (1991). Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *Journal of Applied Physics*, 70(4), 1975-1979. [DOI].
- Champoux, Y. & Stinson, M. (1992). On acoustical models for sound propagation in rigid frame porous materials and the influence of shape factors. *Journal of the Acoustical Society of America*, 92, 1120-1131. [DOI].
- Chen, Y.-H. & Huang, Y.-H. (2004). Timoshenko beam with tuned mass dampers and its design curves. *Journal of Sound and Vibration*, 278(4), 873–888. [DOI].
- Chevillotte, F. (2012). Controlling sound absorption by an upstream resistive layer. *Applied Acoustics*, 73, 56-60. [DOI], [OA].
- Cobo, P. & Simón, F. (2019). Multiple-Layer Microperforated Panels as Sound Absorbers in Buildings: A Review. *Buildings*, 9(2), 53. [DOI].

- Colin, M., Thomas, O., Grondel, S. & Cattan, E. (2020). Very large amplitude vibrations of flexible structures: Experimental identification and validation of a quadratic drag damping model. *Journal of Fluids and Structures*, 97, 103056. [DOI], [OA].
- COMSOL. [[URL]]. (2023). Comsol: Acoustic module user's guide. Repéré le 2023-10-30 à <https://doc.comsol.com/5.4/doc/com.comsol.help.aco/AcousticsModuleUsersGuide.pdf>.
- Conesa, M., Sánchez Pérez, J., Alhama, I. & Alhama, F. (2016). On the nondimensionalization of coupled, nonlinear ordinary differential equations. *Nonlinear Dynamics*, 84(1), 91-105. [DOI].
- Corin, R. & Wester, L. (2005). Sound of Silence. *iVT International*, 105-107.
- Crandall, I. B. (1926). *Theory of vibrating systems and sound*. D. Van Nostrand Company.
- Cummings, A. (1984). Acoustic nonlinearities and power losses at orifices. *AIAA Journal*, 22(6), 786-792. [DOI].
- Cummings, A. (1986). Transient and multiple frequency sound transmission through perforated plates at high amplitude. *Journal of the Acoustical Society of America*, 79(4), 942-951. [DOI].
- Denis, V., Pelat, A., Gautier, F. & Elie, B. (2014). Modal Overlap Factor of a beam with an acoustic black hole termination. *Journal of Sound and Vibration*, 333(12), 2475–2488. [DOI].
- Denis, V., Pelat, A., Touzé, C. & Gautier, F. (2017). Improvement of the acoustic black hole effect by using energy transfer due to geometric nonlinearity. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 94, 134–145. [DOI], [OA].
- Ducceschi, M., Touzé, C., Bilbao, S. & Webb, C. J. (2014). Nonlinear dynamics of rectangular plates: investigation of modal interaction in free and forced vibrations. *Acta Mechanica*, 225(1), 213–232. [DOI], [OA].
- Dunn, K.-J. (1986). Acoustic attenuation in fluid-saturated porous cylinders at low frequencies. *Journal of the Acoustical Society of America*, 79(6), 1709-1721. [DOI].
- Dupont, T., Pavic, G. & Laulagnet, B. (2003). Acoustic properties of lightweight micro-perforated plate systems. *Acta Acustica united with Acustica*, 89(2), 201–212. [OA].
- E756-05(2017), A. D. (2017). *Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials*. ASTM International.

- Firdaouss, M., Guermond, J.-L. & Le Quéré, P. (1997). Nonlinear corrections to Darcy's law at low Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 343, 331–350. [DOI].
- Foin, O., Nicolas, J. & Atalla, N. (1999). An efficient tool for predicting the structural acoustic and vibration response of sandwich plates in light or heavy fluid. *Applied Acoustics*, 57(3), 213–242. [DOI].
- Forchheimer, P. (1901). Wasserbewegung durch boden. *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, 45(50), 1781–1788.
- Gallerand, L., Legrand, M., Dupont, T. & Leclaire, P. (2022). Vibration and damping analysis of a thin finite-size microperforated plate. *Journal of Sound and Vibration*, 541, 117295. [DOI], [OA].
- Gallerand, L., Legrand, M., Dupont, T., Panneton, R. & Leclaire, P. (2024). Damping performance of finite microperforated plates using multi-size and spatial distributions of perforations. *Applied Acoustics*. [OA].
- Girard, S.-A., Picard, M., Courteau, M., Boisclair, D., Larocque, R., Leroux, T., Turcotte, F. & Simard, M. (2007). *Le bruit en milieu du travail : une analyse des coûts pour le régime d'indemnisation* (Rapport n°978-2-550-51296-7). Québec: Institution national de santé publique du Québec.
- Goelzer, B., Hansen, C. H. & Sehrndt, G. (2001). *Occupational exposure to noise: evaluation, prevention and control*. World Health Organisation.
- Hoshi, K., Hanyu, T., Okuzono, T., Sakagami, K., Yairi, M., Harada, S., Takahashi, S. & Ueda, Y. (2020). Implementation experiment of a honeycomb-backed MPP sound absorber in a meeting room. *Applied Acoustics*, 157, 107000. [DOI], [OA].
- Hua, X., Sobecki, B., Egan, J. & Wang, Y. (2018). Attenuating Axial Pipe Resonances in Exhaust Systems using Micro-Perforated Patches. *Inter-noise and Noise-Con Congress and Conference Proceedings*, 258(2), 5271-5282.
- Ingard, U. (1953). On the Theory and Design of Acoustic Resonators. *Journal of the Acoustical Society of America*, 25, 1037-1061. [DOI].
- Ingard, U. (1968). Absorption Characteristics of Nonlinear Acoustic Resonators. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 44(4), 1155–1156. [DOI].
- Ingard, U. & Ising, H. (1967). Acoustic Nonlinearity of an Orifice. *Journal of the Acoustical Society of America*, 42(1), 6-17. [DOI].

- Ito, T., Shintani, A. & Nakagawa, C. (2012). Vibration Characteristics of a Perforated Plate Immersed in Fluid. 231-238. [DOI], [OA].
- Jaouen, L. & Bécot, F.-X. (2011). Acoustical characterization of perforated facings. *Journal of the Acoustical Society of America*, 129, 1400-1406. [DOI].
- Johnson, D., Koplik, J. & Dashen, R. (1987). Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 176, 379. [DOI], [OA].
- Jędrysiak, J. (2022). The Effect of the Material Periodic Structure on Free Vibrations of Thin Plates with Different Boundary Conditions. *Materials*, 15(16), 5623. [DOI].
- Kalantarov, V. & Zelik, S. (2011). Smooth Attractors for the Brinkman-Forchheimer equations with fast growing nonlinearities. [ARXIV].
- Kang, J. & Fuchs, H. (1999). Predicting the absorption of open weave textiles and micro-perforated membranes backed by an air space. *Journal of Sound and Vibration*, 220(5), 905-920. [DOI].
- Kang, J.-r. & Park, J.-y. (2013). Uniform attractors for non-autonomous Brinkman-Forchheimer equations with delay. *Acta Mathematica Sinica. English Series*, 29(5), 993–1006. [DOI].
- Kemp, R., Hirschberg, M. & Morgan, W. (1958). *Theoretical and experimental analysis of the reduction of rotor blade vibration in turbomachinery through the use of modified stator vane spacing*.
- Kim, K. H. & Yoon, G. H. (2017). Absorption performance optimization of perforated plate using multiple-sized holes and a porous separating partition. *Applied Acoustics*, 120, 21-33. [DOI].
- Kraft, R., Yu, J. & Kwan, H. (1999). *Acoustic treatment design scaling methods*.
- Kumar, K. R. & Narayanan, S. (2008). Active vibration control of beams with optimal placement of piezoelectric sensor/actuator pairs. *Smart Materials and Structures*, 17(5), 055008. [DOI].
- Laly, Z., Atalla, N. & Meslioui, S.-A. (2018). Acoustical modeling of micro-perforated panel at high sound pressure levels using equivalent fluid approach. *Journal of Sound and Vibration*, 427, 134-158. [DOI].
- Laulagnet, B. (1998). Sound radiation by a simply supported un baffled plate. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 103(5), 2451–2462. [DOI].

- Lebel, G., Martin, R. & Dubé, M. (2019). La perturbation du sommeil et le dérangement associés au bruit environnemental dans la population québécoise en 2014-2015 | INSPQ. Repéré à <https://www.inspq.qc.ca/publications/2515>.
- Leclaire, P., Horoshenkov, K. & Cummings, A. (2001a). Transverse vibration of a thin rectangular porous plate saturated by a fluid. *Journal of Sound and Vibration*, 247(1), 1-18. [DOI], [OA].
- Leclaire, P., Horoshenkov, K., Swift, M. & Hothersall, D. (2001b). The vibrational response of a clamped rectangular porous plate. *Journal of Sound and Vibration*, 247(1), 19-31. [DOI], [OA].
- Leclère, Q. & Pézerat, C. (2012). Vibration source identification using corrected finite difference schemes. *Journal of Sound and Vibration*, 331(6), 1366–1377. [DOI], [OA].
- Leclère, Q., Ablitzer, F. & Pézerat, C. (2015). Practical implementation of the corrected force analysis technique to identify the structural parameter and load distributions. *Journal of Sound and Vibration*, 351, 106–118. [DOI], [OA].
- Lee, Y. & Lee, E. (2007). Widening the sound absorption bandwidths of flexible micro-perforated curved absorbers using structural and acoustic resonances. *International Journal of Mechanical Sciences*, 49(8), 925-934. [DOI].
- Lee, Y., Lee, E. & Ng, C. (2005). Sound absorption of a finite flexible micro-perforated panel backed by an air cavity. *Journal of Sound and Vibration*, 287, 227-243. [DOI].
- Li, C., Cazzolato, B. & Zander, A. (2016). Acoustic impedance of micro perforated membranes: Velocity continuity condition at the perforation boundary. *Journal of the Acoustical Society of America*, 139(1), 93-103. [DOI], [OA].
- Li, G. & Mechefske, C. (2010). A comprehensive experimental study of micro-perforated panel acoustic absorbers in MRI scanners. *Magnetic Resonance Materials in Physics, Biology and Medicine*, 23(3), 177-185. [DOI].
- Li, H., Touzé, C., Gautier, F. & Pelat, A. (2021). Linear and nonlinear dynamics of a plate with acoustic black hole, geometric and contact nonlinearity for vibration mitigation. *Journal of Sound and Vibration*, 508, 116206. [DOI], [OA].
- Liu, L., Thomas, J., Dowell, E., Attar, P. & Hall, K. (2006). A comparison of classical and high dimensional harmonic balance approaches for a Duffing oscillator. *Journal of Computational Physics*, 215(1), 298–320. [DOI].

- Liu, W., Herrin, D. & Bianchini, E. (2017). Diffuse Field Sound Absorption of Microperforated Panels with Special Backings. *SAE International Journal of Vehicle Dynamics, Stability, and NVH*, 1(2), 464-470. [DOI].
- Liu, Y., Du, Y. & Lin, C. (2010). Convergence Results for Forchheimer's Equations for Fluid Flow in Porous Media. *Journal of Mathematical Fluid Mechanics*, 12(4), 576–593. [DOI].
- Lutz, M. P. & Zimmerman, R. W. (2021). The effect of pore shape on the Poisson ratio of porous materials. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 26(8), 1191-1203. [DOI].
- Maa, D.-Y. (1975). Theory and design of microperforated panel sound absorbing constructions. *Scientia Sinica*, 18, 55.
- Maa, D.-Y. (1987). Microperforated-Panel Wideband Absorbers. *Noise Control Engineering Journal*, 29(3), 77. [DOI].
- Maa, D.-Y. (1997). Potential of microperforated panel absorber. *Journal of the Acoustical Society of America*, 104, 2861. [DOI].
- Maa, D.-Y. (1994). Microperforated panel at high sound intensity. *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, 1994(3), 1511–1514.
- Maltbaek, J. (1980). Dimensional Analysis and the Theory of Models. Dans *Further Engineering Dynamics* (pp. 132-145). Macmillan Education UK.
- Martin, R., Deshaies, P. & Poulin, M. [URL]. (2015). Avis sur une politique québécoise de lutte au bruit environnemental : pour des environnements sonores sains | INSPQ.
- Matlack, K., Bauhofer, A., Krödel, S., Palermo, A. & Daraio, C. (2016). Composite 3D-printed metastructures for low-frequency and broadband vibration absorption. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 113(30), 8386–8390. [DOI].
- Maxit, L., Yang, C., Cheng, L. & Guyader, J.-L. (2012). Modeling of micro-perforated panels in a complex vibro-acoustic environment using patch transfer function approach. *Journal of the Acoustical Society of America*, 131(3), 2118-2130. [DOI], [OA].
- Mechel, F. (1994). Helmholtz Resonators with Added Porous Absorbers. *Acta Acustica united with Acustica*, 80(3), 268-279. [OA].
- Melling, T. (1973). The acoustic impedance of perforates at medium and high sound pressure levels. *Journal of Sound and Vibration*, 29(1), 1-65. [DOI].

- Miasa, I., Okuma, M., Kishimoto, G. & Nakahara, T. (2007). An Experimental Study of a Multi-Size Microperforated Panel Absorber. *Journal of System Design and Dynamics*, 1(2), 331-339. [DOI].
- Mosa, A., Putra, A., Ramlan, R., Prasetyo, I. & Esraa, A. (2019). Theoretical model of absorption coefficient of an inhomogeneous MPP absorber with multi-cavity depths. *Applied Acoustics*, 146, 409-419. [DOI].
- Nashif, A., Jones, D. & Henderson, J. (1991). *Vibration damping*. John Wiley & Sons.
- Nayfeh, S. (2004). Damping of flexural vibration in the plane of lamination of elastic–viscoelastic sandwich beams. *Journal of Sound and Vibration*, 276(3), 689–711. [DOI].
- Ning, J. F., Ren, S. W. & Zhao, G. P. (2016). Acoustic properties of micro-perforated panel absorber having arbitrary cross-sectional perforations. *Applied Acoustics*, 111, 135-142. [DOI].
- Nélisse, H., Beslin, O. & Nicolas, J. (1996). Fluid-structure coupling for an unbaffled elastic panel immersed in a diffuse field. *Journal of Sound and Vibration*, 198(4), 485-506. [DOI].
- Nélisse, H., Beslin, O. & Nicolas, J. (1998). A generalized approach for the acoustic radiation from a baffled or unbaffled plate with arbitrary boundary conditions, immersed in a light or heavy fluid. *Journal of Sound and Vibration*, 211(2), 207-225. [DOI], [OA].
- Ouisse, M., Maxit, L., Cacciolati, C. & Guyader, J.-L. (2004). Patch Transfer Functions as a Tool to Couple Linear Acoustic Problems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 127(5), 458-466. [DOI].
- Pacini, B. R., Kuether, R. J. & Roettgen, D. R. (2022). Shaker-structure interaction modeling and analysis for nonlinear force appropriation testing. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 162, 108000. [DOI], [OA].
- Panneton, R. & Atalla, N. (1996). Numerical prediction of sound transmission through finite multilayer systems with poroelastic materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 100(1), 346–354. [DOI], [OA].
- Park, S.-H. (2013). A design method of micro-perforated panel absorber at high sound pressure environment in launcher fairings. *Journal of Sound and Vibration*, 332(3), 521-535. [DOI].

- Pelat, A., Gallot, T. & Gautier, F. (2019). On the control of the first Bragg band gap in periodic continuously corrugated beam for flexural vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 446, 249–262. [DOI], [OA].
- Pelat, A., Gautier, F., Conlon, S. & Semperlotti, F. (2020). The acoustic black hole: A review of theory and applications. *Journal of Sound and Vibration*, 476, 115316. [DOI], [OA].
- Peng, F. (2018). Sound absorption of a porous material with a perforated facing at high sound pressure levels. *Journal of Sound and Vibration*, 425, 1–20. [DOI].
- Peng, H., P., F. & Deng, H. (2015). Acoustic multi-stopband metamaterial plates design for broadband elastic wave absorption and vibration suppression. *International Journal of Mechanical Sciences*, 103, 104–114. [DOI].
- Peng, Z., Meng, G., Lang, Z., Zhang, W. & Chu, F. (2012). Study of the effects of cubic nonlinear damping on vibration isolations using Harmonic Balance Method. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47(10), 1073–1080. [DOI].
- Pesheck, E. & Pierre, C. (1997). An Analysis of a Friction Damped System Using Two Component Mode Methods. V01CT14A011. [DOI].
- Piollet, E., Fotsing, E. R., Ross, A. & Michon, G. (2019). High damping and nonlinear vibration of sandwich beams with entangled cross-linked fibres as core material. *Composites Part B: Engineering*, 168, 353–366. [DOI], [OA].
- Popa, B.-I., Shinde, D., Konneker, A. & Cummer, S. A. (2015). Active acoustic metamaterials reconfigurable in real time. *Physical Review B*, 91(22), 220303. [DOI].
- Putra, A. & Thompson, D. (2010). Sound radiation from perforated plates. *Journal of Sound and Vibration*, 329(20), 4227–4250. [DOI], [OA].
- Putra, A., Rivai, A., Mun, W. C. & Muhammad, N. (2013). Preliminary Investigation on the Perforated Panel Mobility Using Finite Element Method. *Applied Mechanics and Materials*, 471, 341–346. [DOI].
- Putra, A., Cheah, Y. M., Muhammad, N., Rivai, A. & Wai, C. M. (2014). The Effect of Perforation on the Dynamics of a Flexible Panel. *Advances in Acoustics and Vibration*, 2014, 1–17. [DOI].
- Qian, Y. & Zhang, K. (2022). Influence of arranged patterns on the absorption performance of parallel MPP absorbers. *Applied Acoustics*, 192, 108701. [DOI].

- Qian, Y., Cui, K., Liu, S., Li, Z., Shao, D., Kong, D. & Sun, S. (2014). Optimization of multi-size micro-perforated panel absorbers using multi-population genetic algorithm. *Noise Control Engineering Journal*, 62(1), 37-46. [DOI].
- Rayleigh, L. (1896). *The Theory of Sound*. Macmillan and Company.
- Rezaeepazhand, J. & Jafari, M. (2010). Stress concentration in metallic plates with special shaped cutout. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(1), 96–102. [DOI].
- Robin, O., Gonzalez, V., Bohmwald, N. & Meruane, V. (2023). Bragg Bands Generation in Beams and Plates for Mass Reduction and Vibroacoustic Performance. *Canadian Acoustics*, 51(3), 146–147.
- Ruiz, H., Cobo, P. & Jacobsen, F. (2011). Optimization of multiple-layer microperforated panels by simulated annealing. *Applied Acoustics*, 72(10), 772-776. [DOI].
- Régniez, M. (2015). *Amortissement des vibrations de réflecteur d'antenne de satellite par micro-perforations (Vibration damping of satellite antenna reflector by micro-perforations)*. (Thèse de doctorat, Université du Maine). Repéré à [OA].
- Sakagami, K., Morimoto, M. & Yairi, M. (2009). A note on the relationship between the sound absorption by microperforated panels and panel/membrane-type absorbers. *Applied Acoustics*, 70(8), 1131-1136. [DOI], [OA].
- Scheidegger, A. E. (1974). *The physics of flow through porous media*. University of Toronto Press.
- Sivian, L. J. (1935). Acoustic Impedance of Small Orifices. *Journal of the Acoustical Society of America*, 7(2), 94-101. [DOI].
- Song, Y., Wen, J., Tian, H., Lu, X., Li, Z. & Feng, L. (2020). Vibration and sound properties of metamaterial sandwich panels with periodically attached resonators: Simulation and experiment study. *Journal of Sound and Vibration*, 489, 115644. [DOI].
- Stremtan, F.-A., Garai, M. & Lupea, I. (2012). Micro-perforated panels and sound absorption. *Applied Mathematics and Mechanics*, 55. [OA].
- Sun, H., Du, X. & Pai, P. (2010). Theory of Metamaterial Beams for Broadband Vibration Absorption. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 21(11), 1085–1101. [DOI].
- Taber, L. (1992). A Theory for Transverse Deflection of Poroelastic Plates. *Journal of Applied Mechanics*, 59(3), 628-634. [DOI].

- Takahashi, D. & Tanaka, M. (2002). Flexural vibration of perforated plates and porous elastic materials under acoustic loading. *Journal of the Acoustical Society of America*, 112(4), 1456-1464. [DOI], [OA].
- Tayong, R., Dupont, T. & Leclaire, P. (2010). On the variations of acoustic absorption peak with particle velocity in micro-perforated panels at high level of excitation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(5), 2875–2882. [DOI], [OA].
- Tayong, R., Dupont, T. & Leclaire, P. (2011). Experimental investigation of holes interaction effect on the sound absorption coefficient of micro-perforated panels under high and medium sound levels. *Applied Acoustics*, 72(10), 777–784. [DOI], [OA].
- Tayong, R., Dupont, T. & Leclaire, P. (2013). Sound absorption of a micro-perforated plate backed by a porous material under high sound excitation: measurement and prediction. *International Journal of Engineering & Technology*, 2(4), 281–292. [DOI].
- Temiz, M. A., Tournadre, J., Arteaga, I. L. & Hirschberg, A. (2016). Non-linear acoustic transfer impedance of micro-perforated plates with circular orifices. *Journal of Sound and Vibration*, 366, 418–428. [DOI].
- Temiz, M., J. Tournadre, J., Arteaga, I., Martínez-Lera, P. & Hirschberg, A. (2017). Modelling vibro-acoustic coupling in flexible micro-perforated plates by a patch-impedance approach. *Applied Acoustics*, 125, 80-90. [DOI].
- Theodorakopoulos, D. & Beskos, D. (1994). Flexural vibrations of poroelastic plates. *Acta Mechanica*, 103(1-4), 191-203. [DOI].
- Thurston, G. (1952). Periodic fluid flow through circular tubes. *Journal of the Acoustical Society of America*, 24, 653-656. [DOI].
- Tournadre, J., Temiz, M. A., Martinez-Lera, P., De Roeck, W. & Desmet, W. (2016). Vibro-acoustic response of flexible Micro-Perforated Plates: Impact of the boundary condition at the perforation walls. *Proceedings of ISMA*.
- Toyoda, M. & Takahashi, D. (2005). Reduction of acoustic radiation by impedance control with a perforated absorber system. *Journal of Sound and Vibration*, 286(3), 601–614. [DOI].
- Toyoda, M., Tanaka, M. & Takahashi, D. (2007). Reduction of acoustic radiation by perforated board and honeycomb layer systems. *Applied Acoustics*, 68(1), 71–85. [DOI].
- Toyoda, M., Mu, R. & Takahashi, D. (2010). Relationship between Helmholtz-resonance absorption and panel-type absorption in finite flexible microperforated-panel absorbers. *Applied Acoustics*, 71(4), 315-320. [DOI].

- Trindade, M. A., Benjeddou, A. & Ohayon, R. (2001). Piezoelectric active vibration control of damped sandwich beams. *Journal of Sound and Vibration*, 246(4), 653–677. [DOI].
- Umnova, O., Attenborough, K., Standley, E. & Cummings, A. (2003). Behavior of rigid-porous layers at high levels of continuous acoustic excitation: Theory and experiment. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(3), 1346–1356. [DOI], [OA].
- Varoto, P. S. & De Oliveira, L. P. R. (2002). On the Force Drop Off Phenomenon in Shaker Testing in Experimental Modal Analysis. *Shock and Vibration*, 9(4-5), 165–175. [DOI].
- Veisiara, A., Mohammad-Sedighi, H. & Reza, A. (2021). Computational analysis of the nonlinear vibrational behavior of perforated plates with initial imperfection using NURBS-based isogeometric approach. *Journal of Computational Design and Engineering*, 8(5), 1307-1331. [DOI].
- Wang, J. (1984). Young's modulus of porous materials: Part 1 Theoretical derivation of modulus-porosity correlation. *Journal of Materials Science*, 19, 801–808. [DOI].
- Wang, L. & Wang, T. (2020). Investigation of the Effect of Perforated Sheath on Thermal-Flow Characteristics Over a Gas Turbine Reverse-Flow Combustor—Part 2: Computational Analysis. *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*, 12(4), 041004. [DOI], [OA].
- Witek, L. (2009). Experimental crack propagation and failure analysis of the first stage compressor blade subjected to vibration. *Engineering Failure Analysis*, 16(7), 2163–2170. [DOI].
- Wojtowicki, J.-L., Jaouen, L. & Panneton, R. (2004). New approach for the measurement of damping properties of materials using the Oberst beam. *Review of scientific instruments*, 75(8), 2569–2574. [DOI], [OA].
- Woo, J.-H. & Na, W.-B. (2011). Effect of Cutout Orientation on Stress Concentration of Perforated Plates with Various Cutouts and Bluntness. *International Journal of Ocean System Engineering*, 1(2), 95–101. [DOI].
- Wu, M. (1997). Micro-perforated panels for duct silencing. *Noise Control Engineering Journal*, 45(2), 69-77. [DOI].
- Xiao, Y., Wen, J., Wang, G. & Wen, X. (2013). Theoretical and Experimental Study of Locally Resonant and Bragg Band Gaps in Flexural Beams Carrying Periodic Arrays of Beam-Like Resonators. *Journal of Vibration and Acoustics*, 135(041006), 041006. [DOI].

- Xie, S., Wang, D., Feng, Z. & Yang, S. (2020). Sound absorption performance of microperforated honeycomb metasurface panels with a combination of multiple orifice diameters. *Applied Acoustics*, 158, 107046. [DOI].
- Yang, C., Zhong, T., Li, J., You, S., Yang, S., Zhang, H. & Zheng, Z. (2022). Extended tube acoustic metamaterial: Its modeling and application to a kitchen hood. *Applied Acoustics*, 185, 108398. [DOI].
- Zhang, B., Lang, S., Ge, P. & Zhuang, W. (2000). The study of sound absorption characteristic of micro-perforated panel with different diameter holes. *29th International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering (internoise 2000)*.
- Zhang, G., Wang, X. & Yang, Z. (2022). Study on excitation force characteristics in a coupled shaker-structure system considering structure modes coupling. *Chinese Journal of Aeronautics*, 35(7), 227–245. [DOI].
- Zhang, X., Yang, C., Cheng, L. & Zhang, P. (2020). An experimental investigation on the acoustic properties of micro-perforated panels in a grazing flow. *Applied Acoustics*, 159, 107119. [DOI].
- Zhang, X., Cheng, L., Liu, Y. & Du, J. (2021). Acoustic modelling and analyses of geometrically complex systems with Micro-perforated panels. *Journal of Sound and Vibration*, 499, 115995. [DOI].
- Zhao, C. & Prasad, M. G. (2019). Acoustic Black Holes in Structural Design for Vibration and Noise Control. *Acoustics*, 1(1), 220–251. [DOI].
- Zhu, T., Zhang, G. & Zang, C. (2022). Frequency-domain nonlinear model updating based on analytical sensitivity and the Multi-Harmonic balance method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 163, 108169. [DOI].
- Zwikker, C. & Kosten, C. (1949). *Sound absorbing materials*. Elsevier Publishing Company.