ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN TECHNOLOGIE DES SYSTÈMES
M.Ing.

PAR
FRANÇOIS RUELLAND

UNE APPROCHE D'OPTIMISATION ÉNERGÉTIQUE DES PROFILS DE TUNNEL POUR MÉTRO

MONTRÉAL, LE 21 JUILLET 2005

CE PROJET A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Kamal Al Haddad, Directeur de mémoire
Département de génie électrique à l'École de Technologie supérieure

M. Pierre Jean Lagacé, Président du jury
Département de génie électrique à l'École de Technologie supérieure

M. Pontien Mbaraga, Membre industriel
Ingénieur spécialiste à la Société de transport de Montréal,

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 8 JUIN 2005

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

UNE APPROCHE D'OPTIMISATION ÉNERGÉTIQUE DES PROFILS DE TUNNEL POUR MÉTRO

François Ruelland

RÉSUMÉ

Un simulateur de train pour calculer l'énergie consommée lors d'une circulation dans un profil longitudinal de tunnel entre deux stations de métro a été développé dans le cadre de ce projet de recherche. Le mémoire décrit les algorithmes générant des profils réalisables à partir d'un code de valeurs binaires ou réelles. Le coffret Matlab[MC] sur les algorithmes génétiques est utilisé pour évoluer une population de codes représentant les profils afin d'en minimiser l'énergie. Au terme de l'évolution, le meilleur profil est retenu.

La méthode de génération de profil divise le tunnel en segments auxquels sont attribuées des valeurs de déclivité respectant la localisation des stations et un rayon de courbure minimal de 1250 mètres.

Divers cas de figure sont étudiés et les résultats énergétiques sont comparés aux méthodes heuristiques ou de recherche directe comme celle de Hook et Jeeves. Sur le plan énergétique, les profils obtenus avec les algorithmes génétiques sont supérieurs à ceux obtenus avec les autres méthodes.

[MC] Marque de commerce de The Mathworks

UNE APPROCHE D'OPTIMISATION ÉNERGÉTIQUE DES PROFILS DE TUNNEL POUR MÉTRO

François Ruelland

SOMMAIRE

Ce mémoire de maîtrise porte sur une nouvelle approche d'optimisation énergétique du profil longitidinal des tunnels du métro.

Il fait d'abord état des algorithmes de simulation de trains cheminant d'une station à l'autre dans des parcours dotés de déclivités. Ces algorithmes visent l'obtention de vitesse, d'énergie et de temps de parcours représentant adéquatement le matériel roulant existant du métro de Montréal et principalement, le matériel de génération MR-73.

Il décrit ensuite comment il est possible de générer au hasard un profil de tunnel entre deux stations pour lesquelles on procure d'avance la distance et le dénivelé relatifs. Une population initiale de profils est générée, et une minimisation de l'énergie du parcours aller-retour découle d'une évolution par algorithmes génétiques. Les algorithmes génétiques utilisés proviennent du coffret MatLab[mc] sur les algorithmes génétiques et la recherche directe.

À partir d'un code génétique virtuel, deux méthodes de génération de profil sont décrites. La première méthode montre une façon simple de générer des profils en segmentant la distance entre les stations et en attribuant aux segments une déclivité soumise à certaines contraintes comme la déclivité maximale permise. Ceci permet d'examiner la faisabilité de la méthode, d'en illustrer les concepts de base et les écueils à éviter. La deuxième méthode, plus complexe, vise une segmentation arbitrairement fine des tunnels en assurant le respect du rayon de courbure minimal de 1250 mètres. Cette dernière méthode est largement utilisée dans le reste du document et diverses expériences d'évolution sont illustrées. Les expériences s'attardent d'abord sur des stations au même niveau. Certaines situations sont ensuite comparées. Il s'agit de l'usage d'une matériel roulant plus lent, d'une accélération initiale plus élevée, d'une diminution de vitesse dans un sens seulement, d'une plus grande vitesse de croisière, de la régénération d'énergie (13 %) au freinage.

Pour les stations au même niveau, il est démontré que les profils symétriques dits « en cuvette » utilisant la plus grande déclivité permise sont les plus performants. Bien qu'un

---

mc Marque de commerce de The Mathworks

tel résultat soit ostensible avec une méthode d'optimisation heuristique, les algorithmes génétiques démontrent l'avantage supplémentaire d'ajouter une dépression de part et d'autre du fond de la cuvette. Pour les stations avec un imporatnt dénivellé relatif, les algorithmes génétiques sont plus performants que la méthode de recherche directe de Hook et Jeeves utilisant un gabarit de déclivités de valeurs fixes. En effet, les AG raccordent toujours les stations par une seule déclivité de valeur et profondeur optimale (si on néglige les petites ondulations), précédée et suivie de la déclivité maximale vers la station.

Les algorithmes de génération des profils sont détaillés en pseudo code dans les annexes du document.

AN APPROACH TO TUNNEL PROFILE ENERGY OPTIMIZATION FOR SUBWAYS

François Ruelland

ABSTRACT

This memorandum is about energy minimization of subway tunnel profiles.

It first describes simulation algorithms of trains going from one station to the next on routes having gradients. The goal is to obtain speed, energy and time representing adequately the existing performance of Montreal's subway MR-73 rolling stock.

The memorandum then describes how to generate a tunnel profile between two station platforms from a binary or real number code. The distance and relative altitude of the two stations is previously known. The stochastic generation of an initial population of profiles is the first step to minimise the energy according to an evolution by genetic algorithms. These algorithms are provided by the MatLab[mc] toolbox about genetic algorithms and direct search.

Two methods of profile generation are discussed. The first one is a simple method where the distance between the stations is equally divided into segments. Each segment's gradient is represented as a percentage of tolerance between a maximum and a minimum gradient derived from factors like the maximum allowable gradient and the next station's platform location. The tolerance values are taken from a virtual genetic code. This simple procedure allows one to illustrate concepts and to show some drawbacks. The second method of tunnel generation is more complicated because it aims to divide the tunnel profile in an arbitrarily large number of segments while complying to a curvature radius of 1250 meters.

The second algorithm is demonstrated in the remainder of the document and some evolution experiences are illustrated. A few scenarios are then compared. They might be a slower rolling stock, a different initial acceleration, a lower maximum speed in one direction, some energy recuperation when breaking. The profile differs in each case albeit only slightly sometimes.

For station platforms at the same level, it is shown that the symmetrical bathtub profile using the greatest gradients at the start and finish exhibits the best performance as was exposed previously at UITP seminars. Even though such a result is obtainable with

---

mc Marque de commerce de The Mathworks

heuristic methods, AG's show it to be slightly advantageous to build two depressions, one before and one after the flat portion of the bathtub shape. The depressions correspond to breaking after the initial acceleration in order to comply to the cruising speed. When the stations are at different levels significantly, one of the main conclusions is that genetic algorithms show a better performance than a Hook and Jeeves direct search method having its bottom point circumscribed by a rigid gradient frame. In fact, GA's always join stations with one constant gradient (if small undulations are neglected) having optimal value and depth, followed (or preceded) by the maximum allowable gradient reaching the stations platform.

The tunnel profile generation algorithms are described in pseudo-code in the appendices.

AVANT-PROPOS

Ayant déjà participé à l'élaboration d'un simulateur de train dans le cadre d'un projet de prolongement de métro, j'ai pu constater que l'optimisation énergétique des profils longitudinals de tunnel n'est pas un problème trivial. Il m'a semblé opportun d'implanter les méthodes d'optimisation avancées que rendent possibles les performances informatiques actuelles et de nouveaux algorithmes. Les algorithmes génétiques m'ont paru intéressants pour l'optimisation énergétique de profils de tunnels ou d'allures de vitesse. Préférant procéder graduellement, ce projet considère uniquement l'optimisation énergétique du profil des tunnels.

Avec les dernières technologies en contrôle des trains comme le CBTC (*Communicatrion Based Train Control*), il est possible de dicter aux trains une allure de vitesse en fonction de la distance. Éventuellement, une allure de vitesse énergétiquement optimale pourrait être élaborée avec des méthodes analogues à celles adoptées dans ce projet. Il faudrait alors prendre en compte le temps de parcours.

TABLE DES MATIÈRES

Page

LISTE DES TABLEAUX

Page

LISTE DES FIGURES

Page

ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

AG	Algorithmes génétiques
CDV	Circuits de voie
CT	Contrôle des trains
CTDC	Contrôle de train à décélération contrôlée
MR-73	Matériel roulant de 1973
PA	Pilotage automatique
FU	Freinage d'urgence
H&J	Hook et Jeeves
STM	Société de transport de Montréal
UITP	Union internationale des transporteurs publics

INTRODUCTION

Origine du sujet d'étude

Les premières lignes du métro de Montréal furent construites en 1966. Depuis lors, le métro de Montréal comprend quatre lignes totalisant 61 kilomètres de voies doubles montées sur radier de béton et de 65 stations parcourues par 256 éléments de trois voitures. Les trains sont alimentés en 750 volts à courant continu. Deux types de train sont présentement en fonction, le matériel roulant MR63 et le matériel roulant MR73. Ce dernier type de matériel est équipé d'un hacheur de courant permettant un réglage parfaitement progressif de l'effort de traction. Il est aussi doté de freinage électrique par récupération. Le type MR63 est constitué d'un équipement électromécanique avec rhéostat pour le démarrage et le freinage électrique.

Le métro de Montréal est présentement dans une période d'expansion et de rénovation. Il y a prolongement de la ligne 2 (ou orange) vers Laval, ainsi qu'un projet concurrent mais distinct de rénovation des installations embarquées de contrôle de train et des installations au sol régissant le fonctionnement des circuits de voie. Lors des études de ces projets, il fut nécessaire de simuler les parcours de train dans les tunnels futurs ou existants, selon le cas. À titre de participant à ces études, l'auteur de ce mémoire propose ici une méthode d'optimisation énergétique qui pourrait s'avérer intéressante pour les projets à venir.

Ce mémoire décrit les modèles et algorithmes de simulation de trains les plus pertinents pour l'optimisation énergétique du profil des tunnels. Il fut nécessaire de développer divers algorithmes de génération de profils pour les optimiser avec un algorithme génétique (AG). La simulation des trains a été montée sur la plate-forme d'ingénierie MatLab. Cette plate-forme de développement contient un coffret d'optimisation par AG et il fut adopté pour ce projet.

Comme toute méthode d'optimisation, les algorithmes génétiques font usage d'une fonction objectif à minimiser. Cette fonction est l'énergie consommée par un train circulant dans un tunnel. Le profil du tunnel est généré à partir d'un code génétique, un chromosome. La fonction objectif est composée d'un sous-programme calculant le profil de tunnel à partir d'un code génétique et suivi d'un parcours de train (aller-retour) dans ce profil.

Ce projet a aussi pour objectif de trouver des paramètres évolutifs performants dans cette application des algorithmes génétiques. Bien que le réglage optimal des paramètres de recherche soit tributaire de l'application, ce projet constitue néanmoins un bonne occasion de recherches en ce domaine.

Démarche du projet

La modélisation du principe du contrôle des trains est présentée au premier chapitre qui inclue les principes régissant la construction du profil de tunnel parabolique.

La description des principaux algorithmes de la marche type des trains suit au deuxième chapitre.

Le troisième chapitre expose certaines notions de base sur les algorithmes génétiques. On y décrit les paramètres les plus couramment utilisés, entre autres le code binaire, le taux de mutation et les méthodes de sélection par tournoi ou par roulette russe.

Un premier programme simple de génération de profil est décrit au chapitre 4. Ce programme démontre la faisabilité de la méthode d'optimisation par AG et permet d'illustrer les principaux enjeux. On y discute de ses limites mais il permet l'établissement de certaines hypothèses sur ce qui constitue un profil performant. Une description du coffret MatLab sur les algorithmes génétiques y est ajoutée. Suivent les étapes dites « raffinées » car le but est de diviser le tunnel en de nombreux segments. L'algorithme de génération de profil est plus complexe puisque ceci doit se faire avec le

respect du rayon de courbure minimal et sans admettre de protubérances ayant une altitude supérieure au quai le plus élevé.

Le chapitre 5 contient tous les essais d'optimisation pertinents pour démontrer les avantages de l'algorithme complexe de construction de profils présenté au chapitre 4 et dont le pseudo-code se trouve à l'annexe H. Diverses contraintes comme le drainage du tunnel ou le freinage par récupération sont prises en compte et l'impact sur le profil y est illustré.

Le prochain paragraphe récapitule les approches adoptées antérieurement pour optimiser les profils longitudinaux des tunnels.

Revue de la littérature

Lors d'études antérieures sur les profils de tunnel à la STM, il fut supposé qu'une déclivité importante dès le départ d'un train était plus avantageuse qu'une déclivité progressante d'une petite valeur vers une plus grande. Dans un cas particulier d'optimisation énergétique de profil de tunnel lors d'une étude de prolongement de ligne, un tunnel de 800 mètres avec stations au même niveau devait être analysé sur le plan énergétique. Il fut décidé d'une pente de -6 % au départ et d'une rampe de 6 % à l'arrivée[1], ces valeurs étant considérées comme extremum. La méthode consistait simplement à simuler la performance de diverses longueurs de ces déclivités de 6 %, à interpoler les résultats, et en déduire la longueur la plus performante. Cette approche heuristique présumait donc d'une symétrie du profil optimal. Les résultats se trouvent au tableau suivant.

---

1 Une pente est négative ($i<0$) et une rampe est positive. Une pente descend alors qu'une rampe monte.

Tableau I

Interpolation des essais heuristiques

Longueur de la déclivité (m)	Énergie (kWh)	Temps de parcours (s)
Aucune	36,8	70,5
25	34,4	69,9
50	33,5	69,8
75	32,2	69,7
100	30,8	69,6
125	29,9	69,5
150	29,6	69,5
175	29,9	69,5
200	30,5	69,5
225	31,5	69,5

Le résultat en surbrillance indique que la meilleure option est une déclivité de 6 % et d'une longueur de 150 mètres. Plus précisément, la jonction entre la déclivité de 6 % et le fond à 0 % se situe à 150 mètres. Le résultat énergétique aller-retour est alors de 59,2 kWh.

Idéalement, les résultats d'une telle méthode heuristique devraient être comparés à ceux d'une méthode alternative. Les deux résultats sont alors comparés et le meilleur profil des deux méthodes est retenu avec une meilleure confiance qu'il s'agisse bien d'un résultat minimal global. Les résultats obtenus dans le présent projet permettront cette comparaison. Si les algorithmes génétiques font leurs « preuves » avec des stations au même niveau, il est raisonnable de penser qu'ils seront plus efficaces, si les stations ne se sont pas à la même altitude, cas où des approches heuristiques sont moins facilement applicables.

Les résultats sont aussi sujets à des comparaisons avec les méthodes et conclusions de rapports antérieurs décrits brièvement ci-après.

Le 52e congrès international de l'UITP, à Stuttgart en 1997 [1] a permis de mettre en lumière les pistes de solution d'économie d'énergie provenant des facteurs suivants :

- un matériel roulant léger;
- les modes d'opération de la marche type des trains efficaces comme la récupération d'énergie lors du freinage. La marche type d'un train désigne la façon de le conduire comme son accélération, sa vitesse maximale et sa puissance;
- l'infrastructure, en l'occurrence l'optimisation du profil longitudinal des profils.

Le profil longitudinal influe sur la résistance à l'avancement du train. Si le profil forme une cuvette, on met à profit la pesanteur pour l'accélération et le freinage, ce qui met moins à contribution les organes de traction et de freinage. Le rapport [1] de l'UITP mentionne que pour un même temps de parcours, les économies d'énergie augmentent avec la profondeur de cuvette et l'importance de la déclivité. Le tableau ci-contre fait état des économies d'énergie par rapport à un profil plat en l'absence de freinage par récupération.

Tableau II

Économies d'énergie selon l'UITP

Longueur du tunnel (m)	**Déclivité %**	**Profondeur**	**Économie ΔE%**
1000	3	3	15
		7	27
		10	30
	4	3	16
		7	29
		10	34
700	3	3	15
		7	24
		10	25
	4	3	16
		7	28
		10	29
500	3	3	15
		7	21
		–	–
	4	3	16
		7	23
		10	24

Lorsque les tunnels de métro sont construits au bouclier parce que les terrains sont déjà bâtis, les coûts supplémentaires de construction engagés par une profondeur différente de quelques mètres sont négligeables. Le profil en cuvette pour les stations au même niveau représente donc des avantages économiques.

En ce qui concerne les travaux antérieurs sur l'optimisation des profils longitudinaux, le rapport intitulé « Optimisation des profils des tunnels pour le métro de Montréal » [2] constitue la référence privilégiée à ce jour. Les auteurs Hai-Hoc Hoang, Michael Polis et

Jean-Louis Houle ont proposé un profil polygonal composé de déclivités fixes de 6 %, 2 % et 1 %. Le point creux créé par les déclivités se déplaçait au gré de la recherche directe de Hook et Jeeves. Les programmes de simulation et de recherche utilisés par les auteurs étaient en Fortran IV. La recherche fut effectuée en 1973, époque où les ordinateurs n'étaient pas aussi performants qu'aujourd'hui et les algorithmes génétiques n'étaient pas développés. Ces auteurs se référent eux-mêmes à une étude de MM. Alain Haurie et Bernard Jacquet pour qui la recherche directe de H&J est jugée une méthode d'obtention d'un profil sous-optimal. La méthode optimale demeure pour eux une analyse fonctionnelle où l'énergie est une fonction de fonction. Cependant, compte tenu de l'efficacité des algorithmes génétiques dans diverses applications, l'optimisation conjointe de la marche type d'un train et du profil par une délicate analyse fonctionnelle fut rejetée en faveur d'une optimisation par AG. Les résultats obtenus par la recherche directe de H&J demeurent intéressants du point de vue de la morphologie des profils performants et serviront de scénario de référence pour juger des profils obtenus avec les AG. En l'occurrence, on sait déjà que :

- le profil de stations au même niveau est symétrique. La plus grande déclivité est située au départ des stations;
- le point creux des stations avec dénivellation se situe du côté de la station la plus basse.

Il reste bien sûr à localiser précisément ce point creux et à trouver les meilleures valeurs de déclivité. L'annexe D montre les profils optimaux obtenus par les auteurs. Seul inconvénient de ces travaux, les caractéristiques simulées du train ne sont pas mentionnées. Pour pallier à cette lacune, l'algorithme de Hook et Jeeves fut implanté pour ce projet. Une description de cet algorithme se trouvent au chapitre 5.

Matériel et logiciel utilisés

L'ordinateur utilisé fut un portable doté d'un Pentium IV de 2 GHz avec mémoire vive de 512 Mo. La version de MatLab est 6.5.1, émission 13.

CHAPITRE 1

SIMULATEUR DE TRAIN

1.1 Sujet de l'étude

Le simulateur utilisé dans ce projet tire son origine du besoin de maîtriser et d'automatiser l'activité de découpage des CDV et le calcul des temps de déblocage lors de prolongement de ligne de métro. Il fut subséquemment modifié pour simuler les prises en accélération (jerk) du futur contrôle des trains. La version du simulateur utilisée dans le présent mémoire tient compte des objectifs décrits plus haut. Il n'incorpore pas les options de simulation de jerk lors des freinages.

Les trains sont tous dotés d'un système de contrôle appelé contrôle des trains (CT). Une description de ce système est utile à la compréhension des divers algorithmes de simulation. Plusieurs éléments de cette description sont empruntés de [9].

Le système automatisé de contrôle de train est en service sur le réseau depuis juin 1976 et peut se décomposer comme suit :

- un cantonnement par circuit de voie à impulsions de tension élevée;
- une transmission d'information en sécurité de la voie vers le train pour la signalisation en loge de conduite. Il n'y a pas de signalisation latérale;
- un contrôle continu de vitesse (CCV) avec surveillance du freinage et des mouvements des trains en sécurité;
- un service automatique des portes en station avec contrôle du côté d'ouverture en sécurité;
- un pilotage automatique (PA) assurant la régulation de vitesse, les arrêts en station et les manœuvres de changement de voie;
- une régulation du temps de parcours entre stations.

Les deux dernières fonctions ont un impact sur la consommation énergétique, le temps de parcours et le confort des usagers.

1.2 Dispositifs du sol

Les équipements de signalisation du sol fournissent les informations nécessaires à la bonne marche des trains : consignes de vitesse, ordre et contrôle d'arrêt, ouverture des portes et marche sur l'erre. Au sol, les dispositifs comprennent :

- les circuits de voie utilisés pour transmettre en permanence l'état d'occupation des cantons en aval. L'injection des consignes de vitesses différentes sur une zone se fait en sécurité par un ensemble d'éléments de sécurité intrinsèque tenant compte de l'état des cantons en aval des trains et des itinéraires choisis;
- le dispositif d'émission au sol du signal de contrôle de l'arrêt programmé (AP) et d'ouverture des portes;
- les dispositifs d'émission au sol des commandes de marche sur l'erre utilisant des balises ponctuelles au sol et émettant des signaux de fréquences caractéristiques. L'ordinateur du poste de commande centralisé (PCC) commande la marche sur l'erre en fonction de ses critères de régulation du trafic.

Concernant le dernier point, bien que la version « complète » du simulateur inclut la possibilité de mise sur l'erre, celle-ci n'est pas implantée dans l'optimisation du profil avec AG. Des expériences antérieures [8] ont démontré qu'un profil performant sans mise sur erre demeure aussi performant avec celle-ci. Autre considération, les économies d'énergie les plus intéressantes se trouvent aux heures de pointe. Dans ces moments, les trains fonctionnent en marche tendue, c'est-à-dire sans mise sur erre ou avec une mise sur erre de une seconde au maximum. Il est donc préférable d'optimiser les profils pour le type de marche implanté aux heures de pointe.

Le circuit de voie en est un dans lequel les rails sont utilisés comme conducteur et servent (en voie libre) à la transmission des signaux d'un émetteur vers un récepteur qui

alimente un relais de voie. Les frotteurs du train en court-circuitant les deux fils de rails de sécurité empêchent cette transmission et provoquent la désexcitation du relais de voie. En modifiant la durée de la période séparant deux impulsions successives, il est possible de transmettre vers le train des informations de consigne de vitesse par les rails. Les informations à transmettre proviennent d'une logique de signalisation réalisée à l'aide d'éléments de sécurité intrinsèque.

Dix informations possibles sont fournies :

F45 correspond à la vitesse de 45 m/h, de période 340 ms;
F35 correspond à la vitesse de 35 m/h, de période 322 ms;
F25 correspond à la vitesse de 25 m/h, de période 305,8 ms;
F20 correspond à la vitesse de 25 m/h, de période 290,1 ms;
F15 correspond à la vitesse de 15 m/h, de période 275,8 ms;
F15s correspond à la vitesse de 15 m/h, de période 261,9 ms (interdit la traction);
F10 correspond à la vitesse de 10 m/h, de période 248,7 ms;
F0 correspond à la vitesse de zéro m/h, de période 224,3 ms;
FVd maintient F15 ou F10 dans un aiguillage, de période 236,2 ms;
F0s correspond à l'absence de consigne de période 213 ms.

Les balises d'arrêt programmé ou de mise sur l'erre sont constituées de bobines à noyau de fer vertical placées à des endroits précis dans un radier. Seules les fréquences émises permettent de différencier les diverses balises. Pour un arrêt programmé normal, trois balises sont nécessaires; elles sont implantées à 300 m, 150 m et 16,67 m du point d'arrêt désiré. La fréquence des balises est de 25 kHz. Pour la mise sur erre, la fréquence est de 20 kHz. Deux balises de mise sur erre sont implantées entre stations. Elles permettent d'augmenter le temps de parcours de une ou trois secondes. Par défaut, le temps de parcours est retardé de trois secondes. Les balises de mise sur erre permettent par la même occasion une économie d'énergie.

1.3 Dispositifs embarqués

À bord des trains, il y a un dispositif de :

- Captation et d'interprétation des consignes de vitesse en sécurité;
- Surveillance du freinage et des mouvements du train en sécurité;
- Pilotage automatique, de captation des balises d'arrêt programmé et de marches sur l'erre;
- Captation et d'interprétation en sécurité pour l'ouverture des portes.

Un train peut être composé de un, deux ou trois éléments. Un élément est composé de trois voitures, soit deux motrices encadrant une remorque. Chaque motrice comporte une loge de conduite et des organes de traction et de freinage. Chaque remorque comporte un organe de contrôle de train et de pilotage automatique. Le pilotage automatique effectue les fonctions suivantes :

- une trajectoire de vitesse en traction ou en freinage;
- en survitesse, la commande de l'effort de freinage nécessaire à l'obtention d'un taux de décélération satisfaisant un accéléromètre à contact;
- les arrêts en station dits arrêts programmés (AP);
- les coupés tractions de mise sur erre;
- un contrôle de l'arrêt programmé.

La régulation de vitesse actuelle du pilotage automatique est faite dans une marge de ±2 m/h autour de la vitesse nominale. La marge de vitesse de 2 m/h soustraite de la consigne de vitesse donne la vitesse nominale. La vitesse du train ne peut dépasser la consigne de vitesse transmise par le circuit de voie et s'il le fait pour un laps de temps excédant quatre secondes, il fera un freinage d'urgence (FU) irrévocable. Ceci est justement une des fonctions du contrôle continu de vitesse (CCV) embarqué.

Les consignes de vitesse sont associées à un circuit de voie (CDV) et ceux-ci sont découpés selon des principes de sécurité. Une brève description de ces principes est utile à la compréhension du système.

La logique d'injection des consignes sur un CDV en pleine voie est tributaire de l'occupation des CDV en aval. La consigne de vitesse maximale (45 m/h) est injectée sur un CDV, si les deux CDV en aval sont libres. La consigne de ralentissement (25 m/h) est injectée, si le deuxième CDV en aval est occupé. La consigne de vitesse d'arrêt (0) est injectée, si le CDV immédiatement en aval est occupé. En conséquence, la longueur d'un CDV est déterminée en fonction de la vitesse prévue du train, de son temps de réponse à une survitesse, du profil du tunnel, du freinage minimum garanti et de divers incidents possibles de sorte qu'un train engagé sur la zone de vitesse de consigne zéro s'arrêtera dans les pires conditions avant la fin de cette zone, ce qui protège aussi les trains situés sur les deux CDV en aval. La figure suivante provenant de [6] illustre ce concept.

Principe de contrôle continu sans canton tampon

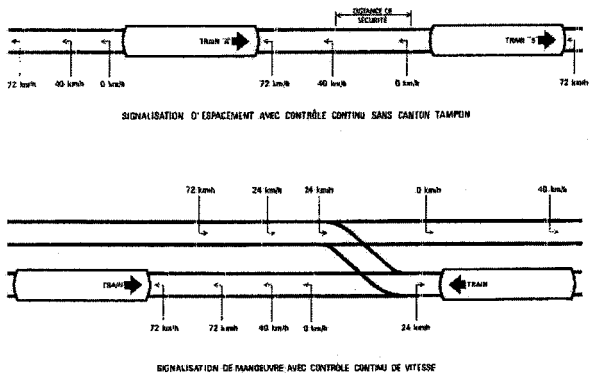


Figure 1 Principe des cantons

En outre, le découpage des CDV doit aussi tenir compte de l'intervalle minimum entre deux trains permettant au train suivant de marcher à pleine vitesse. Il s'agit du temps qui s'écoule entre l'arrivée d'un train de longueur maximale sur un CDV « n », présentant la

consigne de vitesse maximale et le moment où un second train peut se présenter sur ce CDV, et y capter la même consigne de vitesse maximale. Cet intervalle est appelé temps de déblocage. À Montréal, la valeur maximale du temps de déblocage est de 90 secondes. Des CDV trop longs satisferont les exigences de sécurité, mais ne respecteront pas le temps de déblocage maximal. À l'inverse, des CDV trop courts respecteront le temps de déblocage maximal mais dérogeront aux distances de sécurité.

Le contrôle des trains du métro de Montréal est dit à décélération contrôlée (CTDC). Deux accéléromètres à contact (présentement avec bulle au mercure), s'il y a deux éléments ou plus, surveillent des accéléromètres linéaires qui sont dans une boucle d'asservissement de l'effort de freinage. Cette boucle d'asservissement entre en jeu lors du freinage d'espacement.

Pour construire un simulateur de train intéressant pour ce projet, il faut au moins modéliser l'accélération du train et le freinage d'arrêt programmé. Le freinage d'espacement est aussi modélisé car il est systématiquement utilisé lors de l'arrivée des train en terminus pour assurer la protection des aiguillages en arrière gare.

1.4 Modélisations

Il y a maintenant une description des modèles mathématiques implantés dans le simulateur, soit l'accélération, la puissance, le freinage d'espacement et le freinage programmé. La trajectoire de vitesse suivie par le train est tributaire de la déclivité, de la puissance disponible à une vitesse donnée, et de la consigne de vitesse maximale. Aucune trajectoire de vitesse « changeante » n'est imposée au train sauf pour le freinage lors de l'arrivée à destination qui est une courbe de décélération fixe.

1.5 Accélération pleine puissance

Chaque motrice est constituée de moteurs CC. Il y a deux motrices par élément. Pour une motrice donnée, deux moteurs sont branchés en série sur une des deux bougies de la motrice et ils sont en parallèle avec les moteurs de l'autre bougie. Le couple des moteurs varie en fonction de la vitesse selon une courbe caractérisant le type de train simulé. En effet, le matériel roulant le plus récent, le MR-73, est doté de hacheur de courant par opposition au premier type de matériel roulant, le MR-63, qui est doté d'un jeu de résistances pour limiter la tension de démarrage. Les courbes d'accélération, de puissance et de résistance à l'avancement furent modélisées à l'aide de polynômes du deuxième ordre par [7]. Il s'agissait à l'époque de réduire le volume d'informations transmises aux sous-programmes d'impression graphique. Les fonctions polynomiales furent calculées avec des méthodes de lissage par moindres carrés. Ces polynômes sont valides dans une plage de vitesse donnée, après quoi un autre polynôme doit être utilisé. Par exemple, l'accélération fournie par les moteurs est donnée par le polynôme :

$$\gamma_a = C_2 V^2 + C_1 V + C_0,$$

si la vitesse V se situe dans la plage de vitesse appropriée aux coefficients. Ces polynômes incluent l'effet de la résistance à l'avancement créée par la vitesse et celle-ci est aussi modélisée par un polynôme du deuxième ordre. On peut voir les abaques d'accélération, de puissance et de résistance à l'avancement appropriées au matériel roulant MR-73 en annexe E. Ces valeurs sont fonctions de la déclivité moyenne et de la vitesse. Avec les coefficients originels, la vitesse doit être en m/h et le résultat qui est l'accélération est en m/h/s. À basse vitesse, il n'y a qu'un coefficient constant, donc il y a accélération constante. L'accélération initiale des trains MR73 fut baissée de 1,4 m/s à 1,2 m/s afin de limiter les efforts mécaniques sur le différentiel. Le simulateur offre néanmoins la possibilité de modifier cette accélération initiale. Les coefficients appropriés des polynômes de puissance furent prélevés sur les abaques de façon correspondante à cette accélération initiale.

Si un nouveau matériel roulant devait être éventuellement acquis, il serait à propos d'examiner l'alternative de modéliser ce nouveau matériel directement avec des outils de modélisation de système comme Simulink[mc]. Les fonctions de transfert appropriées seraient connues préalablement.

1.6 Freinages

Il y a quatre types de « freinage » : le freinage d'arrêt programmé, le freinage d'urgence, le freinage par la résistance à l'avancement et le freinage d'espacement (ou de service).

1.7 Résistance à l'avancement

La décélération créée par la résistance à l'avancement est fonction de la vitesse selon un polynôme du deuxième degré à coefficients constants. Lors d'une mise sur l'erre, la vitesse du train diminue et deux événements peuvent survenir et interrompre cette mise sur erre :

- La vitesse du train rejoint la courbe de vitesse programmée d'arrêt en station après le franchissement de la balise appropriée et l'arrêt programmé s'effectue.
- Le train franchit le joint d'un CDV ayant une consigne de vitesse plus basse et le train doit donc faire un freinage d'espacement.

Le polynôme de résistance à l'avancement est aussi continuellement utilisé pour le calcul de la fraction de puissance utilisée par le train comme décrit plus bas.

1.8 Freinage d'arrêt programmé

Comme son nom l'indique, la vitesse du train doit suivre une courbe imposée de vitesse donc faire un suivi de trajectoire de vitesse.

---

mc Marque de commerce de The Mathworks

Plus concrètement, le train suit le « programme » suivant :

- Si la vitesse est plus grande que 20 m/h, une décélération selon la loi :
  $déc = 2{,}2 mi/h/s - [0{,}036*(V - 20 mi/h)]$, où V est en milles à l'heure.
- En deçà de 20 m/h, une décélération selon la loi :
  $déc = 2{,}2$ m/h/s.

1.9 Freinage d'urgence

Le freinage d'urgence engendre une décélération d'environ 1,55 m/s^2. Ce freinage n'est pas simulé dans ce projet car il est relatif au calcul des distances de sécurité entre les trains et non pas à l'optimisation des profils de tunnel dans lesquels les trains circulent normalement .

1.10 Freinage d'espacement

Le pilotage automatique du système de contrôle de train asservi l'effort de freinage γ_F à une valeur constante. Le schéma suivant est adapté de [9].

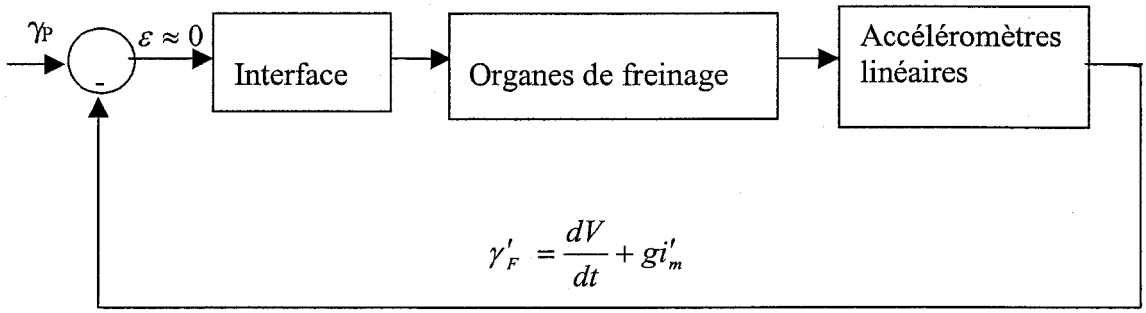


Figure 2 Asservissement de l'effort de freinage

Pour réaliser cet asservissement, la mesure de cet effort s'effectue par des accéléromètres linéaires à inertie contenant une masse pouvant se déplacer dans une bobine. Trois accéléromètres linéaires sont disposés pour un train de trois éléments, à raison d'un accéléromètre par élément situé dans la remorque.

La boucle d'asservissement réalise :

$$\gamma_F' = \gamma_P \tag{1.1}$$

où γ_P représente la consigne de vitesse. Cette consigne est une accélération négative fixe car le freinage résulte d'une force opposée au déplacement du train engendré par une force de traction dont le sens est positif par convention. Il est supposé que l'erreur ϵ est presque nulle. L'effort de freinage mesuré γ_F' par les trois accéléromètres linéaires d'un train de trois éléments est :

$$\gamma_F' = \frac{dV}{dt} + g\frac{(i_1 + i_2 + i_3)}{3} = \frac{dV}{dt} + gi_m' \tag{1.2}$$

La décélération dV/dt est donc :

$$\frac{dV}{dt} = \gamma_F' - gi_m' \tag{1.3}$$

ou encore, en vertu de (1.1) :

$$\frac{dV}{dt} = \gamma_P - gi_m' \tag{1.4}$$

Dans le cas d'une survitesse, les organes de freinage ont au maximum quatre secondes pour répondre à la consigne γ_P, sinon il y a un freinage d'urgence (FU) causé par des accéléromètres à contact non « fermés » décrits plus loin.

Il s'agit maintenant de déterminer la consigne γ_P assurant cette fermeture des accéléromètres à contact. Il faut aussi décrire le rôle des masses rotatives non négligeables dont sont dotés les trains. Ces masses atténuent l'effet de la gravité et peuvent influencer l'effort de freinage « ressenti » par les accéléromètres à contact comme montré à la figure 3 ci-dessous.

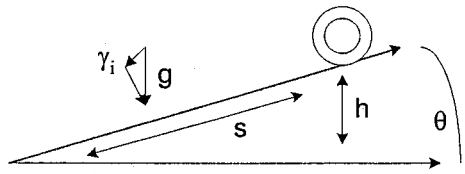


Figure 3 Origine des masses rotatives

En effet, en se référant à la figure 3, si l'on considère une roue initialement au repos de masse « en poids » ou « en charge » M_{roue} possédant un moment d'inertie I_{roue} sur le point de dévaler une pente de hauteur h et de longueur s, l'énergie cinétique et rotative acquise en bas est donnée par l'expression suivante :

$$M_{roue} * g * h = \frac{I_{roue}\omega^2}{2} + \frac{M_{roue}v^2}{2}$$

où ω et v sont respectivement les vitesses angulaire et linéaire de la roue et g représentant l'accélération des corps au niveau de la mer. Cette expression peut aussi s'écrire :

$$M_{roue} * g * h = \frac{I_{roue}v^2}{2R^2} + \frac{M_{roue}v^2}{2}$$, où R est le rayon de la roue.

L'expression I_{roue}/R^2 possède une dimension de masse et l'on convient de l'appeler, la masse rotative de la roue. Si l'on considère le cas d'un élément de métro dévalant une pente, le moment d'inertie est la somme du moment d'inertie des pneus, des roues de sécurité, des induits de moteur et des autres corps tournants qui lui sont reliés par les systèmes d'engrenage. Si $I_{élé}$ représente la somme des moments d'inertie de l'élément et M la somme des masses en charge de l'élément, on peut écrire :

$$M * g * h = \frac{I_{élé}v^2}{2R^2} + \frac{Mv^2}{2}$$

En utilisant l'équation de la dynamique : $v^2 = 2 * s * \gamma_i$, alors :

$$M * g * h = \left(\frac{I_{élé}}{R^2} + M\right) * s * \gamma_i$$

Ayant convenu que $I_{élé}/R^2$ est la masse rotative de l'élément, ceci additionnée à la masse en charge qui se dénomme M_{+r}. Donc :

$$M * g * h = M_{+r} * s * \gamma_i$$

et en conséquence :

$$\gamma_i = \frac{M}{M_{+r}} * g * \frac{h}{s}$$

Dans la mesure où l'angle de déclivité est petit, on peut écrire :

$$\gamma_i = \frac{M}{M_{+r}} * g * i = \frac{gi}{c}$$, où i représente la pente.

La valeur typique de « c » utilisée pour le découpage des CDV fut de 1,16. À cause des masses rotatives, la décélération réalisée est donc :

$$\frac{dV}{dt} = \gamma_F - \frac{gi_m}{c} \tag{1.5}$$

où γ_F représente l'effort de freinage réel ou réalisé, i_m est la pente moyenne réelle sous le train et la constante « c » tient compte des masses rotatives. Les masses rotatives engendrent une erreur systématique sur la mesure de l'effort de freinage γ_F, qui est réalisé par les accéléromètres linéaires. En combinant les équations (1.3) et (1.5) et en supposant que la pente moyenne mesurée i'_m est égale à la pente moyenne réelle i_m , on obtient cette erreur :

$$\gamma_F' - \gamma_F = gi_m - \frac{gi_m}{c}$$

L'effort de freinage réalisé est donc :

$$\gamma_F = \gamma_F' + \frac{gi_m}{c} - gi_m$$

ou bien, en vertu de (1.1) :

$$\gamma_F = \gamma_P + \frac{gi_m}{c} - gi_m \tag{1.6}$$

Bien que la consigne d'effort de freinage γ_P soit constante, l'effort de freinage réalisé γ_F n'est pas rigoureusement constant car il change avec la déclivité. Dans une rampe où $i > 0$, la mesure de l'effort de freinage γ_F' est sous-estimée par les accéléromètres linéaires car les masses rotatives entraînent le train vers l'avant. L'effort de freinage réalisé γ_F sera alors plus grand (en valeur absolue) que la consigne de freinage γ_P. Dans une pente (où i est négatif), la mesure de l'effort est surestimée par les accéléromètres linéaires (les masses rotatives ralentissent le train) et l'effort de freinage réel γ_F sera plus petit que celui de la consigne γ_P.

La boucle d'asservissement du PA n'est pas un système de sécurité. Pour contrôler que l'effort de freinage γ_F est bel et bien en force, et aussi, pour assurer le respect des distances calculées de sécurité, un système de contrôle sécuritaire est superposé. Ceci est le principe du contrôle de train à décélération contrôlée implanté à Montréal par le CTDC.

Le freinage d'espacement doit respecter une décélération minimale sous peine de freiner le train avec un freinage d'urgence (FU) irréversible. La transition vers l'effort de freinage à 100 % doit s'effectuer en deçà de quatre secondes. La décélération réalisée par le train dV/dt est contrôlée par un accéléromètre à contact qui comme l'accéléromètre linéaire est installé dans la remorque d'un élément. Cet accéléromètre est présentement constitué d'un tube arqué contenant une quantité de mercure simulant le principe d'un pendule. La bulle peut ou non établir un contact électrique selon le respect ou non d'un effort de freinage minimal choisi. Le contact est tributaire de l'inclinaison du capillaire réglée en atelier. Un train constitué de trois éléments est doté de trois accéléromètres au mercure et ceux-ci peuvent donc être localisés dans des pentes ou des rampes de gradients différents à un instant donné. Contrairement aux accéléromètres linéaires, il suffit de satisfaire l'un des trois accéléromètres au mercure dont leurs contacts sont branchés en parallèle. Le plus facile à fermer est celui localisé dans la plus forte pente. Si les trois accéléromètres ouvrent leurs circuits, il y a un FU.

L'effort de freinage γ_{Mc} subi par la bulle de mercure de l'accéléromètre le plus fermé est :

$$\gamma_{Mc} = \frac{dV}{dt} + gi_a \tag{1.7}$$

où i_a représente la pente à la hauteur de l'accéléromètre à mercure le plus « fermé » ou le plus « satisfait » et dV/dt représente l'accélération réalisée. Le critère de conception est de satisfaire un accéléromètre à contact qui est fermé à une valeur d'effort de freinage « ressentie » de -1,067 m/s^2. Cette valeur est appelée γ_{Mcm}. Ce critère se traduit en un effort de freinage minimal de -1 m/s^2 dans une pente pour un train de constante « c » égale à 1,16. Dès que la bulle de mercure n'atteint pas la valeur de réglage de γ_{Mcm}, il devra y avoir un FU. Il s'agit de déterminer la valeur de la consigne du circuit d'asservissement du freinage γ_{Pm}.

En vertu de (1.4) et (1.7), alors :

$$\gamma_{Mcm} - gi_a = \gamma_{Pm} - gi_m$$

Donc, la différence entre l'effort de freinage asservi γ_{Pm} et celui de l'accéléromètre au mercure γ_{Mcm} est :

$\gamma_{Mcm} - \gamma_{Pm} = g(i_a - i_m)$ et la valeur minimale de réglage de la consigne γ_{Pm} :

$$\gamma_{Pm} = \gamma_{Mcm} - g(i_a - i_m) \tag{1.8}$$

Supposant pour l'instant que tout train inscrit dans la même déclivité ($i_a = i_m$), le réglage de la consigne de la boucle d'asservissement sera identique à celui de l'accéléromètre à contact :

$$\gamma_{Mcm} = -1.067 m/s^2 .$$

Toutefois, l'accéléromètre au mercure est réglé à une valeur minimale plus élevée qui est –1,17 m/s^2 à cause :

- De la tolérance de réglage de 0,03 m/s^2;

- De la température de 0,039 m/s^2;
- De l'hystérésis de 0,028 m/s^2.

Ce réglage assure le contrôle d'une décélération en palier de -1,17 m/s^2. La tolérance de réglage (0,03 m/s^2) et les vibrations (0,018 m/s^2) peuvent aussi sous-estimer le réglage réel. En ajoutant ces deux dernières valeurs au réglage nominal, le réglage maximal de l'accéléromètre devient :

$$\gamma_{McM} = -1.218 m/s^2 .$$

Étant donné le réglage maximal précédent, toujours en supposant pour le moment que $i_a = i_m$, la relation (1.8) entraîne un réglage maximal de la consigne γ_{PM} d'effort de freinage à la valeur de -1,218 m/s^2 pour assurer la fermeture effective de l'accéléromètre au mercure en tout temps :

$$\gamma_{McM} = \gamma_{PM} = -1{,}218 m/s^2$$

Finalement, pour assurer l'effort de -1,218 m/s^2, les tolérances des circuits d'asservissement de la figure 2 entraînent une majoration du réglage de γ_P de -0,182, soit :

$$\gamma_p = -1.4 m/s^2$$

Cette majoration fut établie par des essais du constructeur d'origine pour assurer la fermeture de l'accéléromètre au mercure en tout temps.

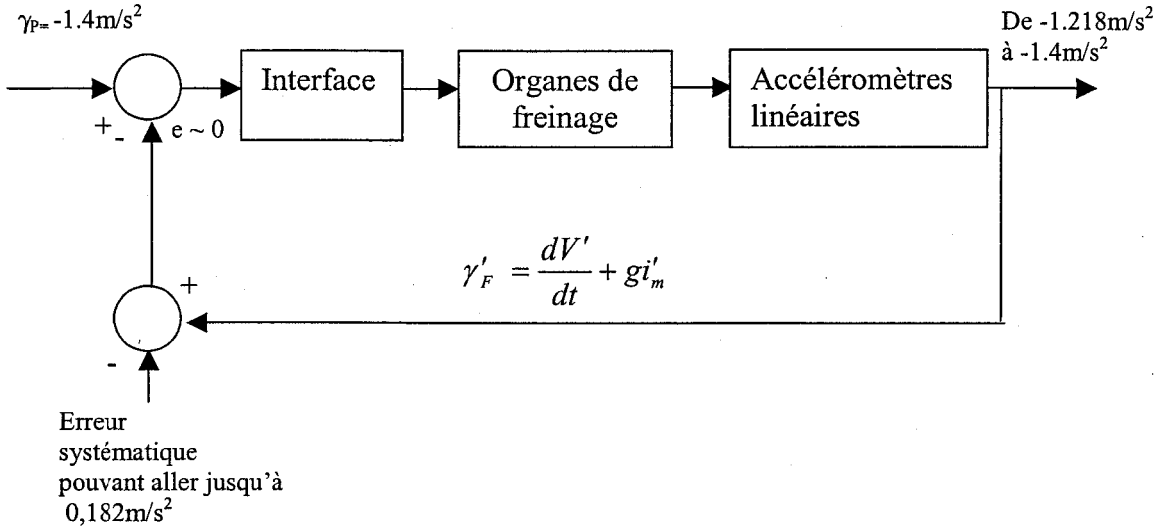


Figure 4 Asservissement corrigé de l'effort de freinage

Le simulateur implante l'équation (1.4) avec la valeur de consigne γ_P égale à -1,37 m/s² basée sur « l'expérience ».

1.11 Puissance et énergie

De façon similaire à l'accélération, la puissance et la résistance à l'avancement d'un train sont modélisées par un polynôme du deuxième ordre où les coefficients sont valides dans une plage de vitesse donnée. Ainsi, l'accélération maximale *AccMoteurPolynome* à une vitesse donnée en palier, la résistance à l'avancement *AccRésist* et la puissance maximale développée *PuisMax* sont toutes fonctions de la vitesse du train selon des lois polynomiales du deuxième ordre. L'accélération polynomiale *AccMoteurPolynome* est la valeur d'accélération correspondant à la puissance maximale *PuisMax* du polynôme de puissance.

La puissance du train à un endroit donné des simulations est la valeur de puissance maximale *PuisMax* développée par le train à une vitesse donnée, atténuée d'un facteur K composé des variables suivantes :

$$K = \frac{AccRéalisée + AccRésist + AccPente}{AccRésist + AccMoteurPolynome} \tag{1.9}$$

La variable *AccRéalisée* est l'accélération réelle que subit le train, cette valeur peut être soit positive dans la cas d'une accélération, soit négative dans le cas d'une décélération. Il s'agit de l'accélération que le programmeur impose au train lors des différentes phases (freinage, démarrage, prise en accélération constante, etc.). La variable *AccRésist* est l'accélération de résistance à l'avancement. Cette valeur est positive dans la formule. La variable *AccPente* est l'accélération causée par la pente; cette valeur est négative dans une pente et positive dans une rampe. Le facteur K s'explique en soulignant que l'accélération polynomiale *AccMoteurPolynome* est en fait constituée de deux composantes : l'accélération créée par l'effort maximal *AccMoteurMax* provenant du moteur, moins celle causée par la résistance à l'avancement *AccResist*. Donc :

$$AccMoteurPolynome = AccMoteurMax - AccRésist \tag{1.10}$$

De plus, l'accélération réelle subie par le train (*AccRéalisée*) est constituée des trois composantes suivantes : l'accélération fournie par l'effort réel du moteur (*AccMoteurRéel*), plus l'accélération de la pente (*AccPente*) et moins l'accélération de la résistance à l'avancement (*AccRésist*) :

$$AccRéalisée = AccMoteurRéel - AccPente - AccRésist \tag{1.11}$$

Donc, en substituant ces valeurs dans l'équation 1.9, la valeur de puissance développée est simplement atténuée par le rapport suivant :

$$K = \left(\frac{AccMoteurRéel}{AccMoteurMax} \right) \tag{1.12}$$

c'est-à-dire, Puissance = K * Puismax.

Si le facteur K est supérieur à l'unité, la puissance du train est dépassée et une correction d'accélération doit être apportée soit au sein du programme, soit après coup si l'expérimentateur en est avisé. Il peut y avoir récupération d'énergie dans les modèles simulés. Si K est plus petit que zéro, 13 % de l'énergie du freinage sera récupérée. L'énergie du parcours entre deux stations est ensuite calculée par l'intégrale numérique de la puissance selon la formule :

$$\acute{E}nergie(kwh)_{k+1} = \acute{E}nergie(kwh)_k + \Delta Puissance * \Delta Temps \qquad (1.13)$$

Les algorithmes sont décrits plus en détail au chapitre suivant.

CHAPITRE 2

FONCTION OBJECTIF

2.1 Algorithme principal

Les principales étapes du programme de la fonction objectif sont données ci-après. Les étapes indiqués en italiques originent de l'auteur sauf le concept de base du profil parabolique documenté dans [5]. Les algorithmes des autres étapes sont principalement héritées de [5] et de [7] :

- *Choix des paramètres du parcours :*
  - *Type de train*
  - *Vitesse maximale*
  - *Accélération initiale*
  - *Longueur du train*
  - *Distance entre les stations*
  - *Différence de niveau entre les stations*
- *Interprétation ou décodage du chromosome (décrit aux chapitres 4)*
- *Algorithmes de génération du tableau des déclivités (décrits aux chapitres 4)*
- *Création du profil parabolique (décrit ci -après)*
- *Création du tableau des limites de vitesse*
- Boucle de calcul (de l'accélération et de la puissance) en marche avant constituée des phases suivantes :
  - Simulation de l'accélération (à partir de la station de départ) ou
  - Simulation de la régulation ou
  - Simulation du freinage d'espacement
  - Calcul de la vitesse suivante
- Boucle de calcul à reculons de l'accélération précédente (arrêt programmé) à partir de la destination

- *Construction des tableaux de vitesse, de temps et d'énergie à tous les pas de distance*
- *Impression des graphiques (pour démonstration seulement)*

2.2 Profil parabolique

Au sein de la fonction objectif se trouve un algorithme de génération du profil parabolique. Il est nécessaire de décrire plus en détail les calculs de profil parabolique car le rayon de courbe impose une contrainte importante sur l'algorithme de génération des déclivités décrit au chapitre 4. Entre deux gradients donnés, un raccordement parabolique est effectué selon une technique conçue à Paris à la fin du 19e siècle. Supposons, un palier OA à raccorder avec une rampe AB présentant une déclivité de p par mètre. Soit 2 s la longueur totale du raccordement comptée suivant le palier; soit aussi R le rayon de courbure de la parabole au sommet O, la situation est démontrée ci-contre.

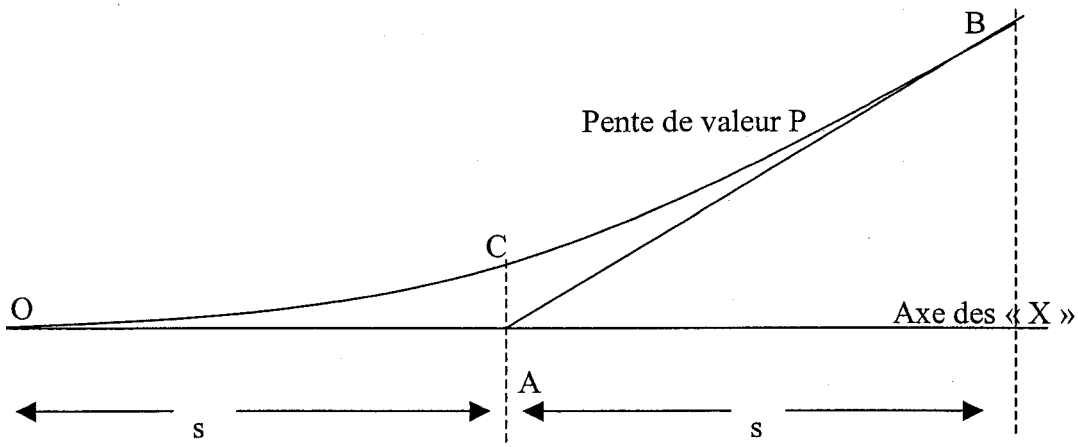


Figure 5 Raccordement parabolique

Si le rayon de courbure au point O (X=0,Y=0) est R, l'équation du cercle passant par ce point et de centre X=0, Y=R, s'écrit comme suit :

$$X^2 + (Y - R)^2 = R^2$$

$$X^2 + Y^2 - 2YR + R^2 = R^2$$

$$Y(Y-2R) = -X^2$$

Pour de petites valeurs de Y, par rapport au rayon de courbure R, i.e Y << R, l'équation du cercle peut s'approcher par la parabole :

$$Y = \frac{X^2}{2R}$$

Au point B, il faut avoir :

$$Ps = \frac{4s^2}{2R}$$

Si le rayon de courbure R est de 1250 m, ce qui est le cas à Montréal, le changement de pente maximal pour une distance 2 s est donc :

$$P = \frac{2s}{R} \tag{2.1}$$

et la distance s est donnée par :

$$s = \frac{RP}{2} \tag{2.2}$$

L'équation (2.1) souligne la présence d'une contrainte de pente, étant donnée une distance fixe 2 s et un rayon de courbure imposé R. De plus amples détails sur cette contrainte sont fournis au chapitre 4.

Il s'agit maintenant de concevoir un algorithme de création du profil parabolique à partir d'une succession de déclivités allant d'une station de métro à l'autre. Cet algorithme doit être intégré à la fonction objectif. L'algorithme qui génère la succession de déclivités est décrit au chapitre 4. La convention de signe des déclivités est la suivante. Si le train descend, il est dans une pente et la déclivité est négative. Si le train monte, il est dans une rampe et la déclivité est positive.

L'algorithme de création du profil parabolique présenté plus bas travaille sur les données de déclivités comme celles inscrites au tableau 3. Ce tableau n'est qu'un extrait d'une distance de 42 mètres (par pas de un mètre) à partir d'une station. Il faut lire le tableau de la colonne de gauche vers celle de droite, chaque colonne étant d'abord lue au complet du haut vers le bas. La déclivité initiale est de -6,5 %, elle passe ensuite à -4 % à 13 mètres et à -1 % à 25 mètres.

Tableau III

Déclivités à tous les pas de distances

Déclivité	Déclivité	Déclivité	Déclivité	Déclivité	Déclivité
-6,5 %	-6,5 %	-4 %	-4 %	-1 %	-1 %
-6,5%	-6,5%	-4 %	-4 %	-1 %	-1 %
-6,5%	-6,5%	-4%	-4%	-1 %	-1 %
-6,5%	-6,5%	-4 %	-4 %	-1 %	-1 %
-6,5%	-6,5%	-4 %	-1 %	-1 %	-1 %
-6,5%	-6,5%	-4 %	-1 %	-1 %	-1 %
-6,5%	-4 %	-4 %	-1 %	-1 %	-1 %

À cause des contraintes imposées par les pneumatiques et autres caractéristiques du train, les déclivités minimale et maximale sont égales à 6,5 % et à -6,5 %. Habituellement, il n'y a pas de déclivités nulles pour assurer le drainage des tunnels.

Utilisant les équations (2.1) et (2.2), le profil parabolique à tous les pas de distance est créé avec l'algorithme de génération du profil parabolique de l'annexe A. Le pas de distance du simulateur est de un mètre.

2.3 Boucle de calcul en marche avant

La boucle de calcul principale en marche avant de l'accélération, de la vitesse, et de la puissance est une boucle de calcul itératif à tous les pas de distance. Elle est réalisée

avec une structure de type « tant que la distance n'est pas franchie». L'algorithme est décrit à l'annexe B. Le temps de parcours et l'énergie consommée sont calculés après la boucle de calcul « tant que ». Diverses lois de commande sont possibles entre deux stations. Par exemple, après la phase d'accélération, le train fait une régulation de vitesse. Aux terminus, des freinages d'espacement sont nécessaires car l'arrêt programmé habituel n'étant pas de sécurité intrinsèque, le train peut passer outre à son point d'arrêt désigné, en cas de défaillance, et ainsi engager des mécanismes d'aiguillages en arrière-gare d'un terminus. Il faut donc implanter ces freinages d'espacement aux endroits appropriés afin de garantir l'arrêt du train avant ces mécanismes.

Les algorithmes suivants sont imbriqués dans la boucle de calcul en marche avant.

2.4 Algorithme du freinage d'espacement

Voir à l'annexe B.

2.5 Algorithme de calcul de l'accélération courante en phase d'accélération ou de régulation (boucle de marche avant)

Voir à l'annexe B.

2.6 Boucle de calcul en marche à reculons

Pour l'arrêt programmé en station, une boucle de calcul en marche à reculons fut créée. Elle part de la destination et procède à reculons jusqu'au départ. L'algorithme est décrit à l'annexe B.

Le point où la vitesse du train calculée « à reculons » intercepte celle en marche avant est retenu. Le tableau des vitesses est constitué de la vitesse calculée par la boucle en marche avant précédant le point d'interception, et de la vitesse calculée par la boucle en

marche arrière (l'arrêt programmé) après ce point d'interception. Le graphique de la figure 6 illustre la méthode.

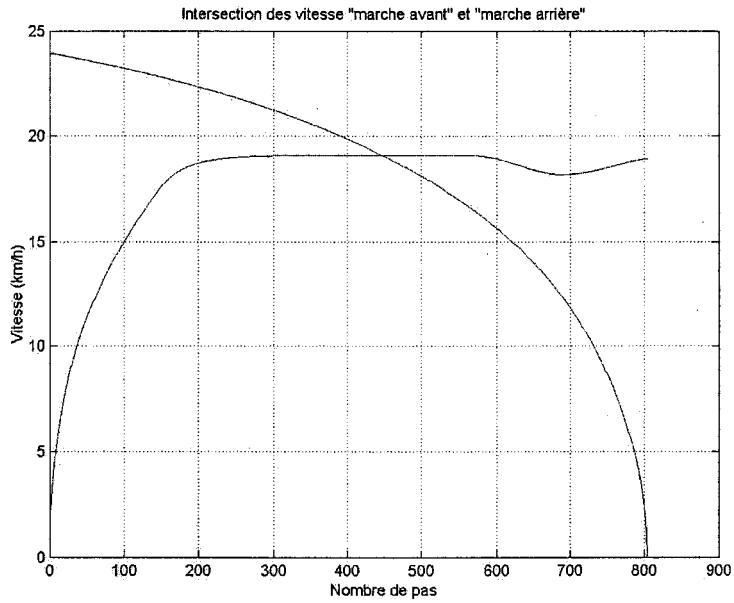


Figure 6 Intersection des vitesses « marche avant » et « marche arrière »

2.7 Calcul de la puissance

Le calcul de la puissance s'effectue aussi bien en marche à reculons qu'en marche avant pour simuler la récupération d'énergie lors du freinage. L'algorithme est comme suit :

- Calculer la puissance maximale « *PuisMax* » avec le polynôme de puissance approprié à la vitesse. La ligne appropriée d'une matrice de coefficients est utilisée si la vitesse du train est située entre deux seuils prédéterminés de vitesse. (l'algorithme est analogue à celui du calcul de l'accélération à l'annexe B).
- Calculer la résistance à l'avancement (il s'agit d'un seul polynôme du deuxième ordre ayant les mêmes coefficients peu importe la vitesse).
- Calculer le facteur de puissance K (voir discussion du chapitre 1).

- Si le facteur de puissance K est plus petit que zéro, mettre le facteur de puissance à zéro, s'il n'y a pas de récupération.
- La puissance est égale à :

  $K*PuisMax$.

CHAPITRE 3

ABECEDAIRE DES ALGORITHMES GENETIQUES

Les algorithmes génétiques simulés par ordinateur sont une idée originale provenant de John H. Holland au cours des années 1970 (voir [13]). Le concept principal est de simuler les caractéristiques d'un engin ou d'un système par l'intermédiaire d'un code. Ce code est considéré analogue à un code génétique. L'intérêt de ce processus pour l'optimisation est de simuler l'évolution d'une population d'objets. Il est présumé qu'au terme de cette évolution, les meilleurs engins ou systèmes émergeront selon un processus darwinien.

3.1 Codage du système

En premier lieu, il faut déterminer une méthode de codage du système à simuler. Le chapitres 4 est dédié aux algorithmes de génération du système, le profil du tunnel, d'après ce codage. Deux types de codes sont envisagés dans ce projet : le code binaire et le codage avec des réels entre zéro et un. Une fois le profil (le phénotype) construit avec son code qui lui est propre (son génome), sa performance est évaluée produisant une valeur de l'objectif.

Suivent ensuite les étapes de translation de l'objectif en figure de mérite, la sélection pour former le bassin des parents, la combinaison et la mutation des chromosomes des parents produisant un bassin des enfants, l'évaluation du bassin des enfants. La population reste constante et le cycle recommence. Les diverses étapes des algorithmes génétiques sont schématisées à la figure 7 suivante. La description du processus fut déduit d'une analyse des algorithmes du coffret Matlab sur les AG.

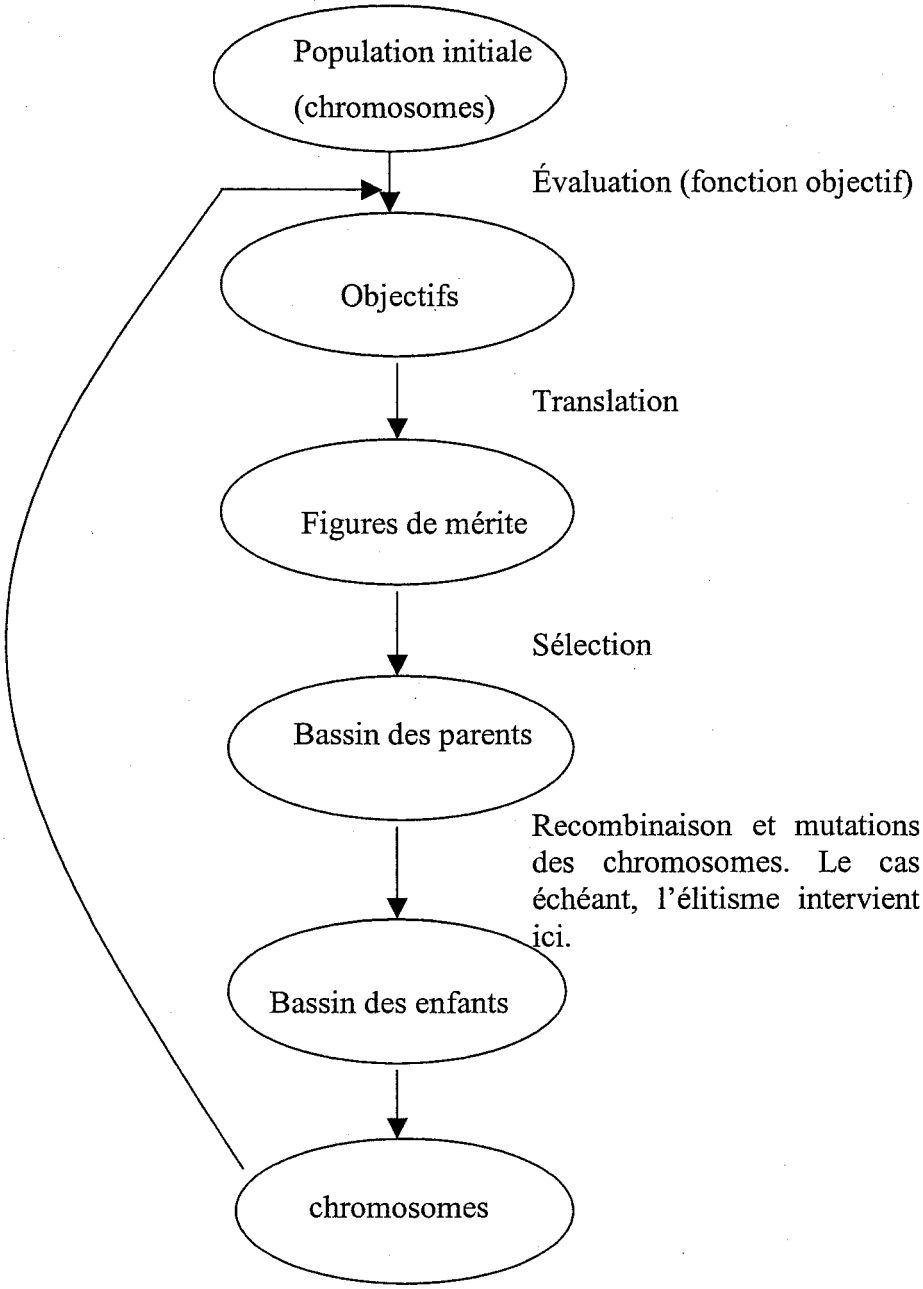


Figure 7 L'algorithme conventionnel d'évolution génétique

La quantité de parents issus de la sélection dépend du taux de recombinaison choisi (probabilité d'un parent d'être recombiné avec un autre parent) et de la quantité décidée à l'avance de parents qui seront transférés tels quels dans le bassin des enfants (élitisme).

En premier lieu, la quantité d'enfants provenant de la recombinaison est calculée en multipliant le taux de recombinaison par la taille de la population et en soustrayant à cette quantité le nombre de parents élites. Par exemple, avec une population initiale de 20 individus, si le taux de recombinaison est de 80 % et si la quantité d'élite est de 2, le nombre d'enfant issus de la recombinaison « nEnfantsRecomb » devient :

nEnfantsRecomb = (80% x 20) – 2, soit 14.

La population devant demeurée constante, la quantité d'enfants issus de la mutation « nEnfantsMutation » est donc :

nEnfantsMutation = 20 – 14 –2, soit 4.

Parmi ces quatres mutants, il y aura plus ou moins de gênes mutés selon le taux de mutation décidé par l'expérimentateur. Finalement, étant donné qu'il faille deux parents pour obtenir un enfant par recombinaison, la quantité nécessaire de parents « nParents » issus de la sélection des 20 individus du cycle précédent est calculée ainsi :

nParents = 2* nEnfantsRecomb + nEnfantsMutation, soit 32 dans cet exemple.

Ainsi, de ces 32 parents, 28 seront recombinés pour produire 14 enfants, 4 seront mutés et les deux meilleurs sont transférés tel quel. Le processus de sélection choisi 32 parents parmi ces 20 derniers enfants et le cycle recommence. Les chances (et le nombre) de sélection des enfants dépendra de leur figure de mérite respective.

La description qui suit de certaines étapes de l'algorithme génétique conventionnel est adaptée principalement de [4] et [10].

3.2 Translation de l'objectif en figure de mérite

Pour permettre l'usage adéquat des fonctions de sélection des individus, il est nécessaire de translater l'objectif de la fonction objectif en figure de mérite, surtout s'il faut minimiser cet objectif comme c'est le cas ici.

Une des figures de mérite utilisée par le coffret MatLab est le rang occupé par un individu au sein d'une population. Le meilleur individu occupe le rang 1, le deuxième meilleur occupe le rang 2 et ainsi de suite. La racine carrée de l'inverse du rang est effectuée et une mise à l'échelle s'effectue pour que la somme de toutes les valeurs soit égale au nombre de parents à selectionner. Par exemple, pour quatre parents ayant les valeurs d'objectif du tableau 3, on calcule les figures de mérite de sorte que leur somme est égale au nombre de parents.

Tableau IV

Transformation des objectifs en figure de mérite

Valeur de l'objectif	**Rang**	$1/\sqrt{rang}$	**Figure de mérite**
65	1	1	1,4365
70	2	0,7071	1,0158
71	3	0,5774	0,8294
75	4	0,5	0,7183

L'avantage de cette méthode est qu'elle fait abstraction de la dispersion des valeurs de la fonction objectif. Les résultats de la figure de mérite seront toujours les mêmes pour un nombre d'objectifs et une population N donnée. Les figures 8 et 9 montrent respectivement la dispersion des objectifs d'une fonction objectif et la dispersion des figures de mérite correspondantes. La racine carrée de l'inverse du rang modère l'avantage relatif des profils plus performants par rapport à l'utilisation seule de l'inverse du rang (voir [10]).

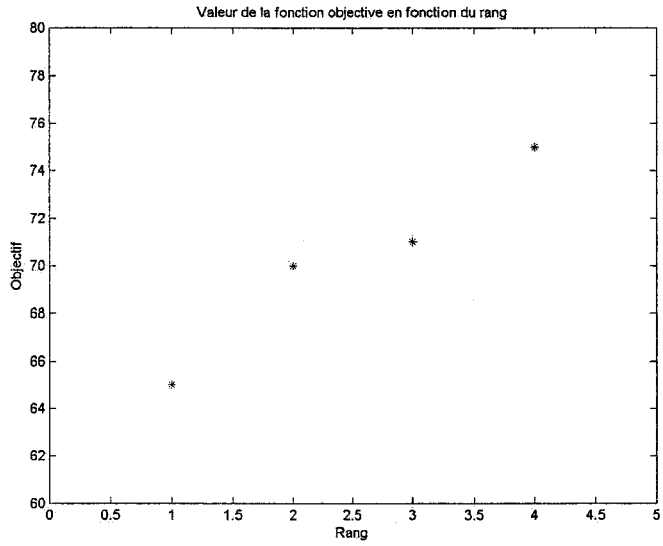


Figure 8 Répartition de quatre valeurs de la fonction objectif

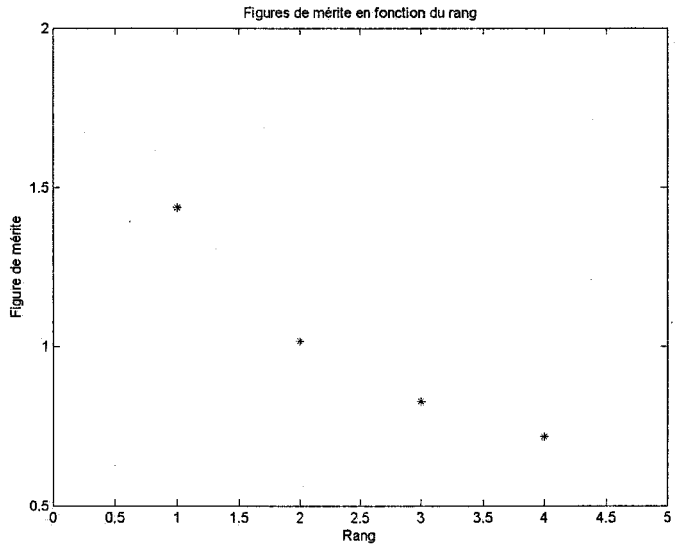


Figure 9 Répartition de quatre figures de mérite par racine carrée de l'inverse du rang

Il est aussi possible de translater les objectifs en une figure de mérite par une mise à l'échelle linéaire. Il s'agit d'une fonction de dilatation de l'objectif.

Soit des données initiales peu dispersées comme illustré sur cet axe.

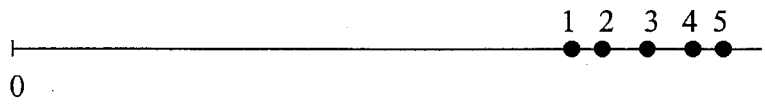


Figure 10 Dispersion initiale des objectifs

Il est possible de dilater les résultats par une opération appelée mise à l'échelle linéaire comme illustrée à la figure 11 où une population de cinq enfants est illustrée. Le meilleur individu est alors meilleur que la moyenne des figures de mérite selon un rapport déterminé par l'expérimentateur.

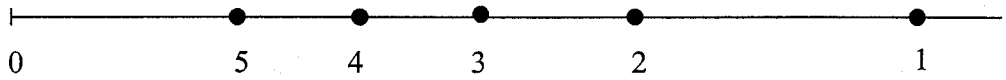


Figure 11 Translation des objectifs en figure de mérite par mise à l'échelle linéaire

La première étape consiste à inverser les objectifs (valeurs brutes) de la fonction objectif car le coffret MatLab minimise la fonction objectif :

$$Obj = -Obj$$

Ensuite, il faut translater les nouveaux objectifs ainsi obtenus en figure de mérite « FM » avec l'équation :

$$F \times Obj + K = FM \tag{3.1}$$

où F et K sont les valeurs à déterminer de la façon suivante.

Préalablement, l'expérimentateur fixe le facteur « S » qui fera en sorte que la meilleure figure de mérite « MaxFM » soit « S » fois meilleure que la moyenne des figures de

mérite « MoyFM ». Le facteur « S » est fixé à l'avance par l'expérimentateur et doit être plus grand que un. On obtient alors :

$$F \times MinObj + K = MaxFM = S \times MoyFM \tag{3.2}$$

De plus, la moyenne des objectifs « MoyObj » doit produire la moyenne des figures de mérite selon l'équation :

$$F \times MoyObj + K = MoyFM \tag{3.3}$$

Il y a trois inconnus dans ces deux équations, F, K et MoyFM. Des deux équations (3.2) et (3.3), il est possible de déduire les équations (3.4) et (3.5) suivantes :

$$F = MoyFM \times (S - 1) / (MinObj - MoyObj), \tag{3.4}$$

et :

$$K = MoyFM - F \times MoyObj \tag{3.5}$$

En vue de la sélection à venir pour constituer le bassin des parents, la valeur de MoyFM est déterminée en visant une somme des figures de mérite égale au nombre de parents « Nparents » qui seront choisis par l'opération de sélection. Ainsi :

$$\frac{NParents}{Npopulation} = MoyFM$$

Les valeurs de F et K sont ensuite trouvées avec (3.4) et (3.5).

Pour les quatre valeurs d'objectif du tableau 4 et illustrées à la figure 8, la translation en figure de mérite par mise à l'échelle linéaire avec « S » égal à deux produirait le graphique suivant.

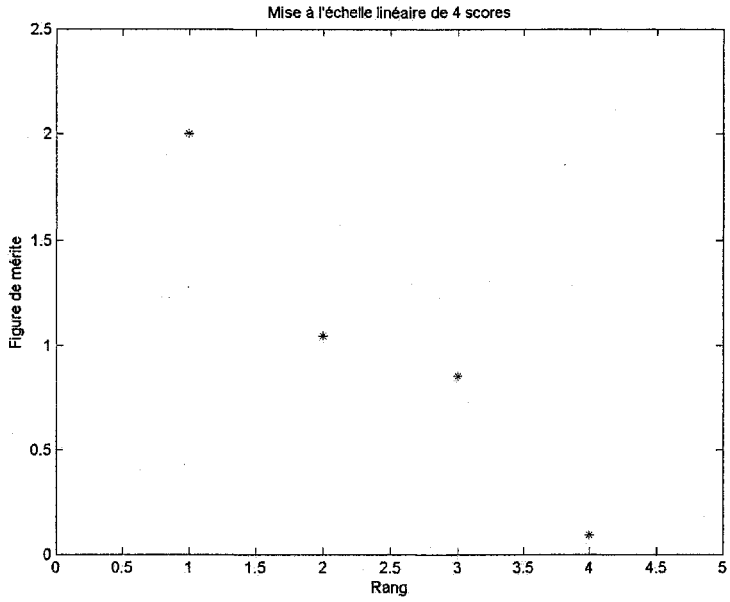


Figure 12 Répartition de quatre figures de mérite par mise à l'échelle linéaire

On constate que la dispersion des données originales est conservée et que le plus petit objectif obtient la plus grande figure de mérite.

La figure de mérite la plus simple est l'espérance proportionnelle où la figure de mérite est proportionnelle à l'objectif. Compte tenu de la minimisation, il s'agit de tourner le tableau des objectifs de sorte que le plus petit objectif produise la plus grande figure de mérite. Pour un génome « i », ceci est accompli avec l'opération suivante :

$$Obj'(i) = 2 \times MoyObj - Obj(i).$$

Ensuite, si l'objectif transformé minimal MinObj est plus petit que zéro, le tableau est glissé avec l'opération suivante pour n'obtenir que des figures de mérite positives :

$$FM(i) = Obj(i) - MinObj.$$

3.3 Sélection

Les opérations de translation de l'objectif en figure de mérite permettent l'application des fonctions de sélection. L'efficacité de la sélection des meilleurs individus est liée

aux valeurs brutes de la fonction objectif et au choix de translation en figure de mérite. La sélection trie la population d'une génération à l'autre par le choix des meilleurs individus destinés à la recombinaison et à la mutation donc destinés à être parents.

Une méthode « populaire » de sélection est le choix des parents avec la roulette. La somme de toutes les figures de mérite est représentée par la circonférence du cercle de la figure 13. Les arcs de cercle délimités par les pointes de tartes représentent la contribution d'une figure de mérite donnée à cette somme. La grandeur de l'arc de cercle est proportionnelle à la figure de mérite. Si un chiffre tiré avec probabilité uniforme est tiré au hasard entre zéro et 100 %, il aura plus de chances d'être localisé à la hauteur d'une bonne figure de mérite. Ce tirage est analogue à une aiguille pivotant autour du centre du cercle subdivisé par les figures de mérite et s'arrêtant au hasard après une impulsion initiale variant uniformément d'une fois à l'autre.

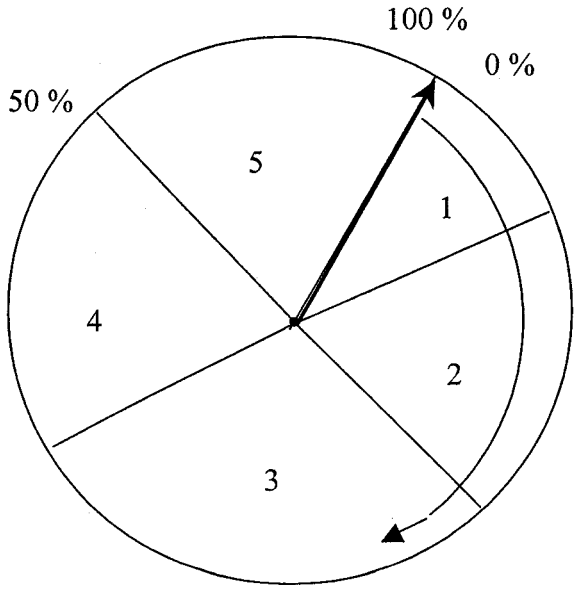


Figure 13 Répartition des figures de mérite en pointe de tarte de cinq génomes

Une autre méthode de sélection recommandée par [3] pour sa performance est la sélection par tournoi. Le tournoi est simplement le choix de la figure de mérite la plus élevée entre deux ou plusieurs individus choisis au hasard.

La méthode de sélection par défaut du coffret MatLab est la sélection stochastique uniforme. Les diverses figures de mérite sont diposées au hasard bout à bout sur une droite. La somme des figures de mérite divisée par la population de « N » individus donne un vecteur de grandeur « G » qui sera déposé « N » fois sur l'extrémité droite du vecteur précédent. L'extrémité droite du vecteur se situe à la hauteur d'un chromosome qui sera choisi comme parent. Un chromosome ayant une grande figure de mérite aura plus de chance d'être choisi. Autre particularité de cette méthode, le premier vecteur possède une grandeur choisie au hasard entre zéro et « G ».

Figures de mérite déposées bout à bout

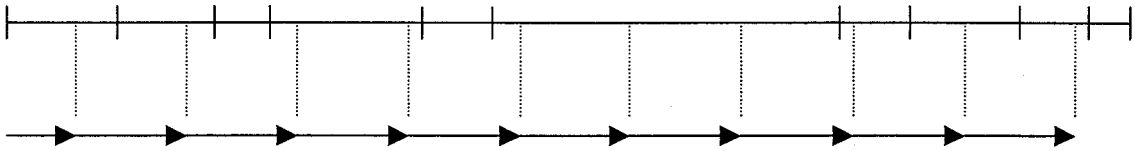


Figure 14 Sélection stochastique uniforme

3.4 Combinaison et mutation

La combinaison est un échange de gènes entre les chromosomes comme illustrée à la figure 15 ci-contre.

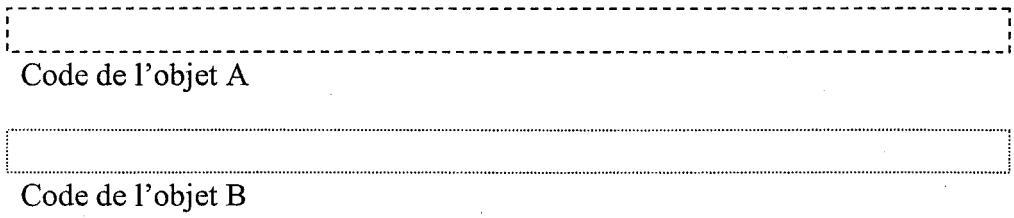


Figure 15 Deux chromosomes codant chacun un objet

Le chromosome en pointillé long contient de l'information codant un objet simulé, l'objet A. On peut imaginer un code binaire, par exemple. Le chromosome en petit

pointillé code l'objet B. Un échange d'information entre ces deux objets se fait à la hauteur d'un gêne choisi au hasard. L'échange de matériel « génétique » est un échange d'information. Ceci produit les deux chromosomes ou codes suivants.

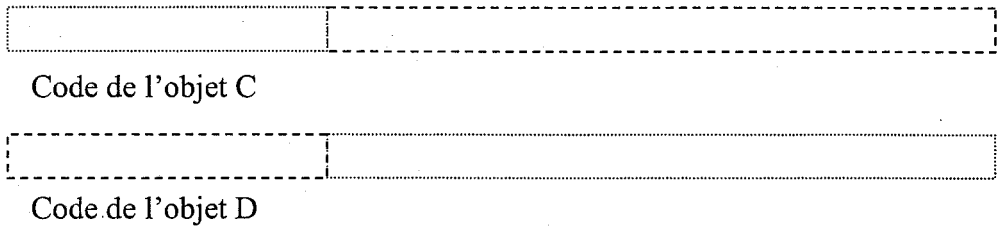


Figure 16 Deux nouveaux chromosomes codant chacun un objet

Le croisement ou combinaison donne deux nouveaux codes devant se traduire en phénotypes réalisables. D'autres méthodes de combinaison sont possibles comme par exemple, l'échange de matériel génétique entre deux ou plusieurs gênes.

Les options du coffret MatLab sur les AG décrites au chapitre 4 offrent aussi la possibilité d'un « tirage » où un enfant aura une chance sur deux d'hériter d'un parent ou de l'autre pour chaque variable du chromosome. Cette option est appelée la combinaison uniforme.

En plus de la combinaison, le phénomène de mutation assure l'émergence de nouveaux individus car la combinaison a tendance à homogénéiser la population. Cette nouveauté est quelquefois bénéfique. Tant la combinaison que la mutation influenceront le processus évolutif dans la bonne direction si l'opérateur de sélection est bien choisi pour une application donnée. Deux options de mutation sont disponibles dans le coffret AG de MatLab. La mutation gaussienne et la mutation uniforme.

Avec la mutation uniforme chaque variable (ou gêne) du code génétique destiné à la mutation à une probabilité de x % d'être mutée. Cette probabilité est choisie par l'expérimentateur. Si la variable est de type réel, elle prendra une valeur au hasard entre le minimum et le maximum de l'étendue initiale. Si la variable est de type binaire, elle

sera mutée à la valeur contraire. Avec la mutation gaussienne chaque variable est mutée par l'ajout d'une quantité distribuée selon une probabilité gaussienne et d'écart type choisi par l'expérimentateur. Cet ajout peut entraîner la variable hors de son étendue initiale. Pour respecter cette étendue initiale, il faut soit corriger une valeur trop grande ou trop petite de la variable au sein de la fonction objectif, soit modifier la fonction de mutation gaussienne. Si la variable est de type binaire, la mutation gaussienne n'est pas appliquée et le coffret se rabat sur la mutation uniforme.

Certains génomes, parmi les plus performants, peuvent être transférés intégralement dans le bassin des enfants bien qu'ils puissent avoir été combinés avec d'autres génomes. L'expérimentateur peut choisir de préserver une quantité x des meilleurs génomes du bassin des parents pour le bassin des enfants. Cette propriété s'appelle l'élitisme. Lors des simulations, l'absence de cette propriété s'est avérée désavantageuse à maintes reprises. Le meilleur individu d'une génération pouvait être moins performant que celui d'une génération précédente. L'élitisme d'au moins deux individus a été adopté pour les simulations décrites dans ce projet.

CHAPITRE 4

ALGORITHMES DE GÉNÉRATION DE PROFILS

4.1 Concept fondamental

Le concept principal consiste à diviser le tunnel en segments égaux et à attribuer à chacun de ces segments un code lui dictant sa valeur de déclivité. Le code binaire est l'approche « classique » des AG et il sera essayé en premier lieu. Le tunnel est à construire de gauche vers la droite. La méthode de construction simultanée à partir des deux stations fut aussi explorée mais ne semblait pas présenter des avantages particuliers. Puisque le processus doit permettre au tunnel de se rendre au quai d'arrivée, il y a contrainte sur les valeurs permises de déclivité. Dans l'algorithme simplifié, la contrainte de déclivité maximale est donnée par le minimum entre la déclivité de 6,5 % et la déclivité joignant le bout de la déclivité courante au quai d'arrivée. La déclivité minimale est de -6,5 %. La figure en page suivante illustre le concept.

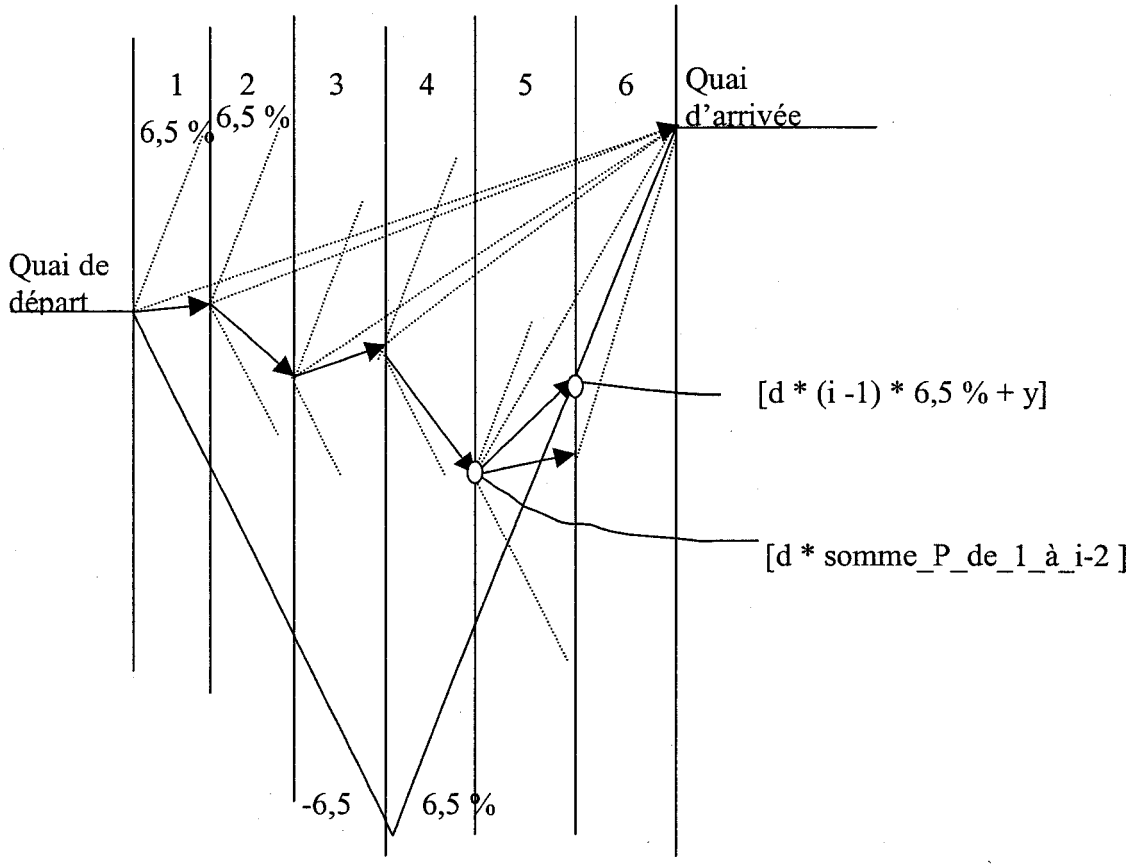


Figure 17 Cheminement de l'algorithme simplifié avec une contrainte de jonction au quai d'arrivée (outre les contraintes de déclivité maximale (de -6,5 % ou 6,5 %)

Dans cette illustration, la distance entre le quai de départ et le quai d'arrivée est divisée en six segments. La première déclivité est située entre le minimum de 6,5 % ou de la déclivité joignant le quai d'arrivée et -6,5 %. Les déclivités limites sont montrées en pointillé. La valeur d'une déclivité est calculée selon un pourcentage de déclivité entre les valeurs minimales et maximales. Ce pourcentage est codé par le gêne correspondant du chromosome représentant le profil. La méthode de transfert entre la partie d'un code binaire représentant le segment et son pourcentage de tolérance est adaptée de [3]. Si N bits sont alloués pour un gêne alors la valeur de pourcentage pouvant être codée entre zéro et 100 % est donnée par :

$$V = \frac{V_{binadec}}{2^{Nbit} - 1} \tag{4.1}$$

où $V_{binadec}$ est la valeur binaire convertie en décimalet Nbit est le nombre de bits.

Par exemple, si trois bits sont alloués pour un segment, le gêne « 1 0 1 » qui est cinq en décimal produit le résultat suivant :

$$0{,}714 = \frac{5}{2^3 - 1}.$$

La déclivité du segment est donc posée égale à 71,4 % du jeu entre la déclivité minimale « PLI » et la déclivité maximale « PLS ». La référence du 0 % est arbitraire mais doit rester la même au cours de l'algorithme. Le choix de déclivité est établi avec l'équation :

$$P = PLS - Gene(PLS - PLI) \tag{4.2}$$

Si la valeur du gêne est égale à 100 %, la déclivité sera minimale, donc égale à PLI. Si le gêne est égal à 0 %, la déclivité est maximale et égale à PLS.

À chaque pas de calcul, la distance parcourue par l'algorithme selon l'axe horizontal est donnée par le produit « d*i », où « i » est le numéro du segment et « d » sa largeur. La profondeur atteinte au début du segment « i » par rapport au quai de départ est donnée par la somme des déclivités de un à i-1 multipliée par la largeur d'un segment. Outre les déclivités maximales de -6,5 % et de 6,5 %, la déclivité de la jonction au quai d'arrivée doit être calculée. Connaissant les coordonnées horizontale et verticale du point de construction du profil, si « L » est le niveau du quai d'arrivée par rapport au quai de départ et « D » est la distance entre le quai d'arrivée et le quai de départ, la déclivité supérieure limite joignant le quai d'arrivée est donnée par :

$$P\_limite\_tangente = (L - d*Somme\_des\_pentes) / (D - d*(i-1)) \tag{4.3}$$

La figure 17 montre que cette jonction est calculée à chaque segment. Il peut arriver que la déclivité de cette tangente soit supérieure à 6,5 %. Dans l'illustration de la figure 17, ceci survient au dernier segment (n° 6). Il faut alors corriger cette dernière déclivité calculée en la raccordant à la rampe limite de 6,5 %; la déclivité du dernier segment est ensuite posée égale à 6,5 %.

À noter que l'algorithme simplifié permet la présence de concavités et de convexités dans le profil. Il est donc possible d'obtenir un profil semblable à ceci :

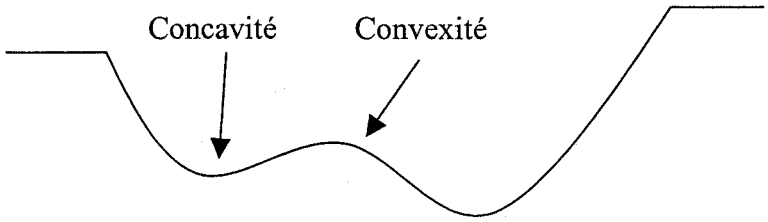


Figure 18 Profil résultat possible

Il serait possible de créer des profils généralement convexes en relaxant la contrainte de déclivité limite joignant l'extrémité du dernier segment et le quai d'arrivée. Ceci donnerait des profils semblables au suivant :

Figure 19 Profil généralement convexe

Ces types de profil n'ont pas été explorés car ils ne font pas usage de la gravité de façon appropriée tant pour la traction pour le freinage.

Les graphiques qui suivent illustrent le concept de recombinaison appliqué aux profils de tunnel et montrent aussi l'application des équations (4.1) et (4.2) à partir d'un chromosome de 42 bits. Chaque graphique montre trois types de courbes. La courbe du

haut est la vitesse du train, la courbe du milieu est l'énergie consommée et la courbe du bas est l'altitude relative par rapport au quai de départ, autrement dit, le profil du tunnel. Les graphiques montrent aussi le chromosome binaire codant le profil. Ce chromosome est là en guise d'illustration seulement. Il n'y pas de correspondance exacte entre le profil et la distance où les bits sont illustrés.

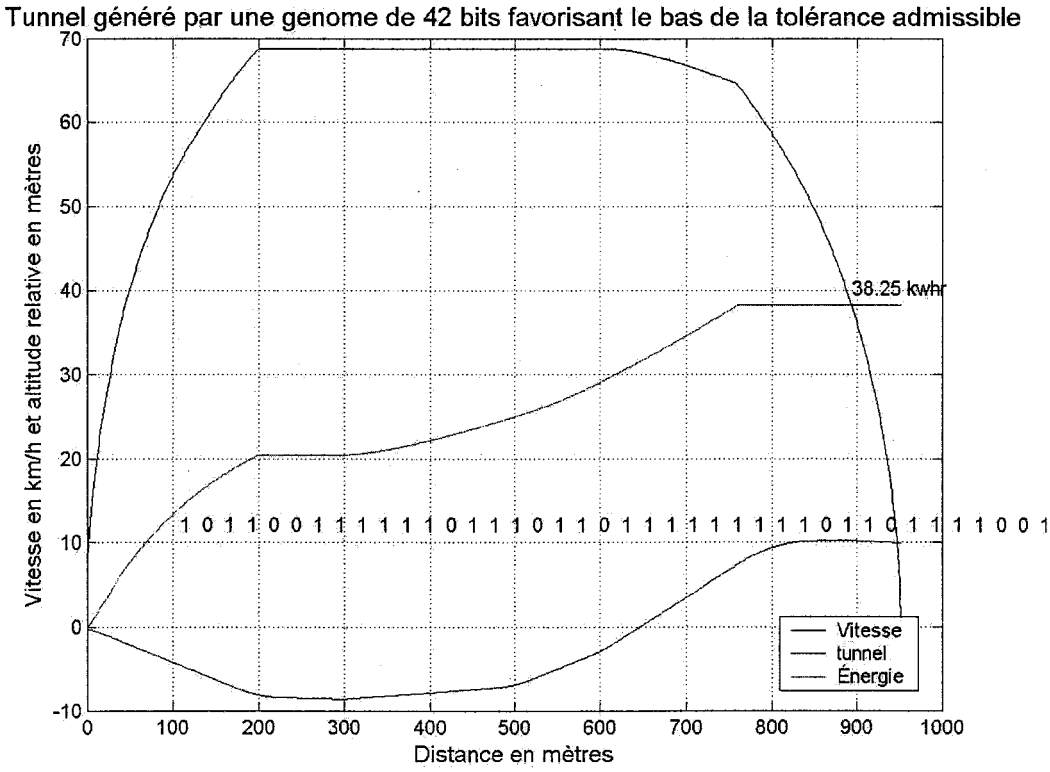


Figure 20 Chromosome favorisant les déclivités négatives

Dans ces exemples, l'axe horizontal fut subdivisé en huit segments non montrés aux graphiques. Un chromosome de 42 bits est donc attribué à sept segments, le dernier segment étant un raccordement forcé au quai d'arrivée. Ainsi, il y a un gêne de six bits (quarante-deux divisé par sept) pour chaque segment et chaque segment a 64 déclivités possibles. Il y a donc 64^7 ou 2^{42} profils possibles dans ce cas-ci, soit 4,4 x 10^{12}. Le chromosome du graphique de la figure 21 contient plus de 1 que de 0; il favorise les

déclivités négatives conformément à l'équation (4.2). Un autre chromosome favorisant les déclivités positives code le profil illustré plus bas.

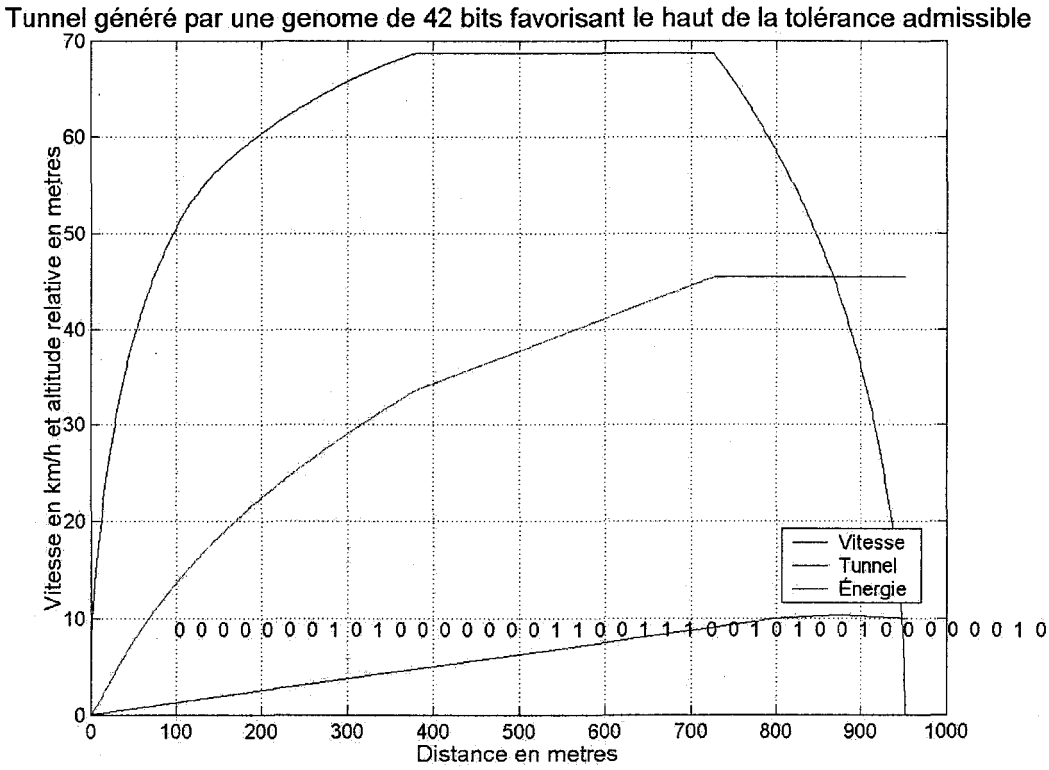


Figure 21 Chromosome favorisant les déclivités positives

Une combinaison des deux chromosomes des figures 20 et 21 précédents à la hauteur du 24e bit génère le profil de la figure 22.

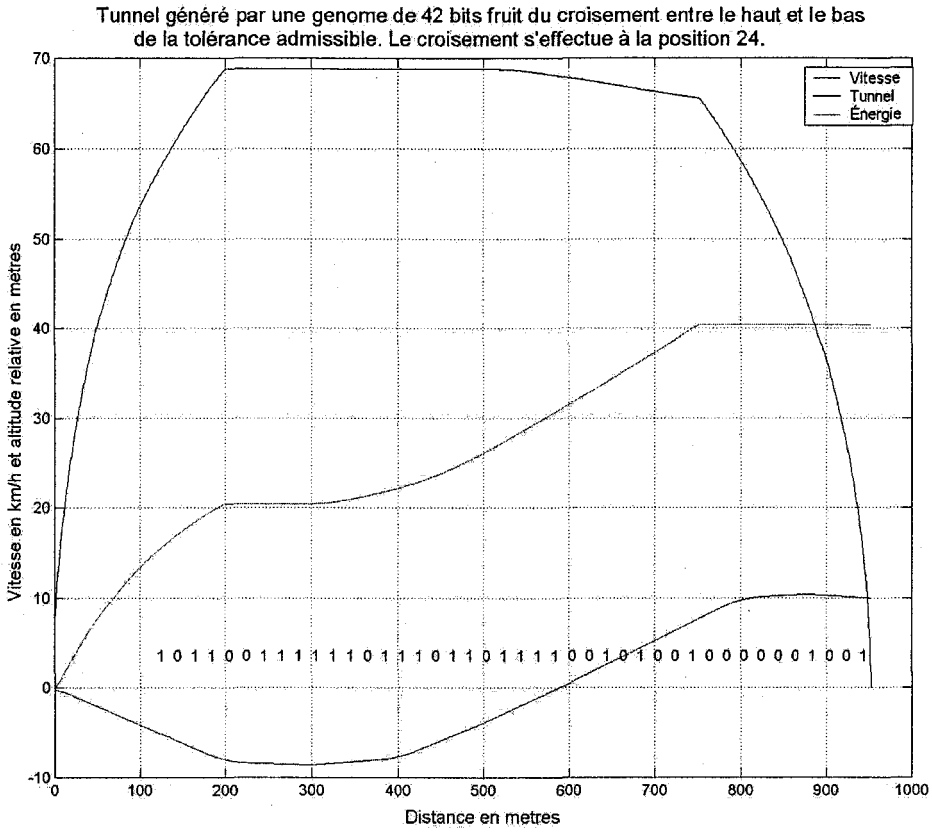


Figure 22 Chromosome combiné des deux chromosomes précédents

Sur le graphique 23, la superposition des trois profils illustre bien le changement. Le génome 2 est le fruit de la combinaison entre le génome 1 et le génome 3.

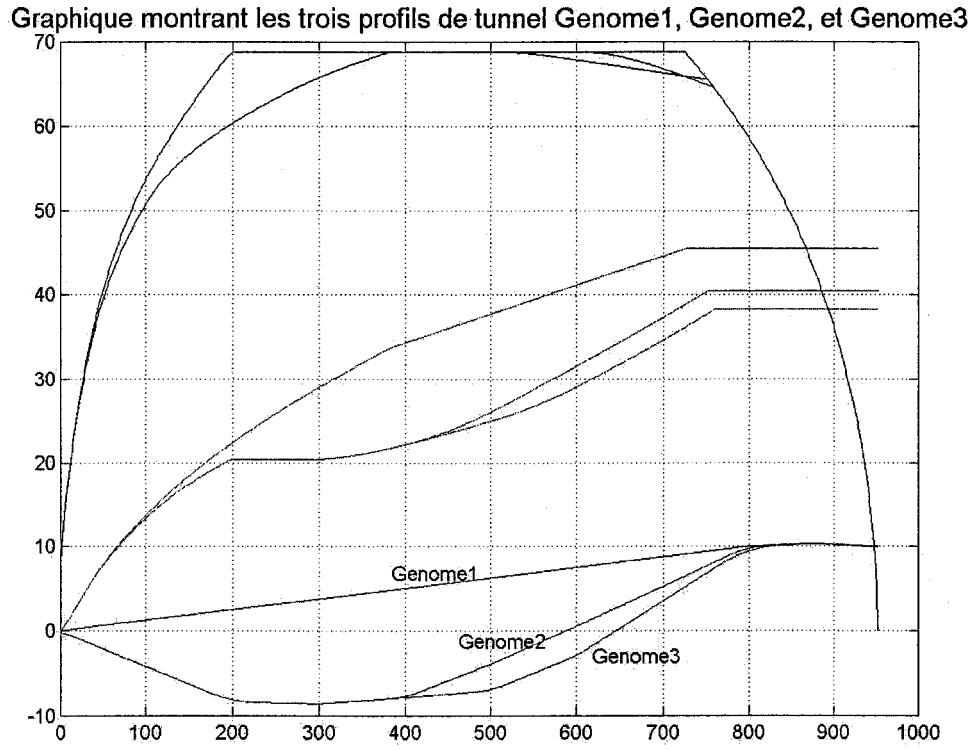


Figure 23 Superposition du phénotype des trois chromosomes

La figure 23 montre le phénotype de chacun des trois génomes précédents, c'est-à-dire leurs expressions dans l'espace « utile ». Dans ce cas-ci, il s'agit des profils de tunnel. Parmi les trois génomes de la figure 20, le meilleur est le génome 3. Il est en effet possible de déduire cela en comparant la progression de l'énergie consommée avec la progression des profils. À la séparation des profils des génomes 2 et 3, il y a aussi séparation des énergies consommées. Puisque le génome 2 a une déclivité plus grande que le génome 3 lors de la séparation, la puissance du train parcourant le profil du génome 2 est forcément plus grande pour une vitesse donnée et l'énergie consommée progresse plus rapidement. Cet exemple simple indique déjà qu'un profil en cuvette semble avantageux.

4.2 Algorithme simplifié

L'algorithme simplifié de génération de déclivités décrit plus haut est présenté en pseudo-code à l'annexe G. Il fut programmé en code source MatLab. Cet algorithme simplifié fut incorporé au sein de la fonction objectif de simulation de l'énergie du train. La fonction objectif accepte comme intrant un code binaire (le chromosome) et la sortie est l'énergie consommée du trajet aller-retour du train. L'algorithme génétique fut implanté avec le coffret d'optimisation par algorithme génétique de MatLab.

4.3 Paramètres de l'évolution

Le coffret d'optimisation par AG de MatLab coffret possède un interface graphique facilitant le réglage des paramètres d'évolution et la présentation des résultats. Il y a lieu de commenter dès maintenant les paramètres optionnels du coffret. Le réglage de ces paramètres demeure disponible dans l'espace de travail MatLab après complétude de l'algorithme.

Tableau V

Paramètres de l'évolution

N° ligne	Paramètre
1	PopulationType: 'bitString'
2	PopInitRange: [2x1 double]
3	PopulationSize: 20
4	EliteCount: 2
5	CrossoverFraction: 0
6	MigrationDirection: 'forward'
7	MigrationInterval: 20
8	MigrationFraction: 0.2000
9	Generations: 100
10	TimeLimit: Inf
11	FitnessLimit: -Inf
12	StallGenLimit: Inf
13	StallTimeLimit: Inf
14	InitialPopulation: []
15	InitialScores: []
16	PlotInterval: 1
17	CreationFcn: @gacreationuniform
18	FitnessScalingFcn: @fitscalingrank
19	SelectionFcn: {[1x1 function_handle] [4]}
20	MutationFcn: {[1x1 function_handle] [0.0991]}
21	HybridFcn: []
22	PlotFcns: {[1x1 function_handle] [1x1 function_handle]}
23	OutputFcns: []
24	Vectorized: 'off'

La première ligne stipule un type d'intrant binaire. Il est aussi possible d'avoir un chromosome avec des données réelles. Ceci sera démontré plus loin.

La ligne 2 dicte l'étendue initiale des données du chromosome. Elle varie de 0 à 1; la valeur minimale est 0, la valeur maximale est 1. Dans le cas d'un codage avec données réelles, le coffret AG ne confine pas les données à leur étendu initial si la mutation est gaussienne pendant le déroulement de l'algorithme. Pour confiner les variables réelles du chromosome, il faut soit le faire au sein de la fonction objectif, soit au sein de la fonction de mutation.

Par défaut, chaque génération contient 20 profils, comme montré à la ligne 3. Ce paramètre est réglable à d'autres valeurs. Une augmentation de la population rend l'algorithme plus performant sur le plan de la vitesse de convergence mais demande plus de temps de calcul.

La ligne 4 mentionne que les deux meilleurs parents d'une génération seront conservés dans le bassin des enfants peu importe le type de sélection. Cette caractéristique non obligatoire mais constatée efficace se dénomme « élitisme ».

La ligne 5 spécifie une recombinaison (*crossover*) de 0 %. Il n'y a pas de recombinaison de chromosome. La valeur par défaut est 80 %.

Les lignes 6, 7 et 8 sont utiles, si deux sous populations évoluent séparément. Compte tenu de la pléiade d'options possibles dans ce projet, l'évolution de populations séparées n'est pas utilisée bien qu'elle puisse être efficace. Si utilisée, l'évolution de populations séparées permet le remplacement des plus mauvais individus d'une population par les meilleurs de l'autre.

La ligne 9 spécifie une évolution sur 100 générations au maximum; la limite de temps est infinie (ligne 10), l'objectif peut être minimisé à l'infini (ligne 11) et l'évolution peut se poursuivre même sans progrès d'une génération à l'autre (lignes 12 et 13).

Aucune population initiale n'est spécifiée à la ligne 14. Elle sera donc générée au hasard par défaut.

La ligne 15 permet d'attribuer une valeur d'objectif à la population initiale. Cette option n'est pas utilisée. L'objectif de la fonction objectif est toujours une énergie en kilowattheures.

La ligne 16 est une option d'impression graphique. Comme démontrés aux graphiques plus loins, les résultats sont montrés à chaque génération.

Toujours concernant la population initiale, la ligne 17 permet de lui attribuer une distribution statistique quelconque. Dans le cas qui nous occupe, la distribution de la population initiale est uniforme.

La ligne 18 spécifie une échelle de mérite basée sur le rang des individus. D'autres échelles de mérite sont possibles comme la mise à l'échelle linéaire.

La ligne 19 spécifie une sélection par tournoi de quatre profils d'une génération et le meilleur profil de ces quatre sera retenu comme parent.

À la ligne 20, le taux de mutation fut réglé à 10 % et fut choisi uniforme. Il aurait été possible de choisir une distribution gaussienne pour des chromosomes à chiffre réel.

La ligne 21 spécifie une autre optimisation subséquente à l'algorithme génétique. Cette option n'est pas utilisée.

La ligne 22 représente les options d'impression graphique possible. Les graphiques jugés pertinents seront présentés dans ce rapport.

La ligne 23 permet d'exhiber l'historique d'itération de l'algorithme et si tel est le cas, elle sera présentée si approprié.

La ligne 24 est une option des nouvelles versions de MatLab permettant d'accélérer le traitement en vectorisant les boucles de calcul. Pour cela, il faut connaître d'avance la longueur des vecteurs calculés par ces boucles, ce qui n'est pas toujours possible dans ce projet. Cette option n'est pas utilisée. En outre, le temps mis pour faire les calculs est inférieur à ce qui fut estimé au début du projet.

4.4 Résultats préliminaires

Avec les réglages paramétriques décrits plus haut et avec l'algorithme simplifié de génération de profils attaché à l'annexe G, cinq optimisations préliminaires par AG seront décrites. La première optimisation porte sur une interstation où la distance entre quais est de 800 mètres et l'altitude relative du quai d'arrivée par rapport au quai de départ est de dix mètres. Huit segments furent constitués et 42 bits forment un chromosome. La figure 24 montre le résultat sous forme graphique obtenu après 100 générations. La courbe du bas est le profil du tunnel (m), celle du milieu est l'énergie (kWh) et celle du haut représente la vitesse du train (km/h).

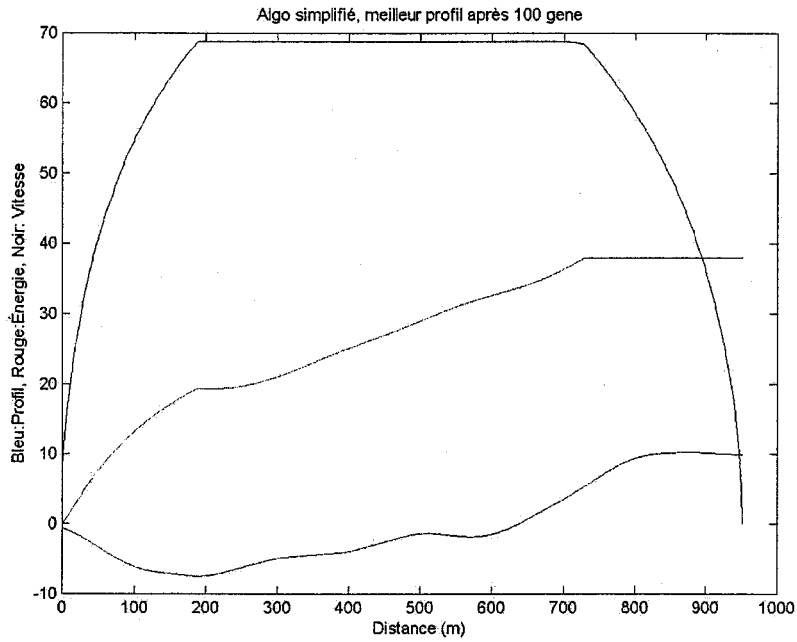


Figure 24 Résultat n° 1 sous forme graphique

Le chromosome « gagnant » est celui-ci où les tirets séparent le code 6 bits des sept segments de tunnel, le huitième étant un raccordement obligatoire :

1 1 1 1 1 1 - 0 1 1 0 0 1 - 0 0 0 0 0 1 - 0 0 1 1 1 0 - 0 0 0 1 0 0 - 0 1 1 1 0 1 - 1 0 1 0 1 0

Le tableau des déclivités est montré ci-dessous, à partir de la station de gauche. Les déclivités en gras sont celles déterminées par l'AG. Les déclivités de quai de 0,5 % sont imposées et sont toujours les mêmes :

Tableau VI

Déclivités du premier essai

Distance (m)	**Déclivité (%)**
0	0,5
76	-0,5
152	**-6,5**
252	**-1,15**
352	**2,79**
452	**0,86**
552	**2,86**
652	**-0,99**
752	**5,62**
852	**6,5**
952	0,5
1028	-0,5
1104	–

La première colonne représente la distance en mètre, la deuxième représente la déclivité en pourcentage. De faibles déclivités respectivement de 0,5% et de -0,5% séparent également la longueur d'un quai de 152 mètres. Le graphique de la figure 24 montre les déclivités à partir de l'extrémité droite du quai de départ, à partir de 152 mètres.

Bien que non indiqué à la figure 24, l'énergie consommée à l'aller (ou de gauche à droite) est de 37,94 kWh et l'énergie consommée au retour est de 21,66 kWh, pour un total de 59,6 kWh aller-retour.

Le profil du tunnel contient des convexités. Ce résultat peut surprendre les observateurs s'attendant à un profil en cuvette comme étant la forme « normale » optimisant le mieux l'énergie. Il y a lieu de se demander si le réglage des paramètres est adéquat. Par exemple, aurait-il fallu attendre plus de générations ? Fallait-il un taux de mutations plus

élevé ? La méthode de sélection est-elle la meilleure ? D'autres essais sont faits avec des réglages différents. En voici un autre où le profil résultat est présenté uniquement sous forme graphique. Le taux de recombinaison est de 80 % (au lieu de 0 %) et la sélection est un tournoi entre deux profils (au lieu de quatre). On verra que l'énergie consommée et le profil sont marginalement différents de ceux déjà obtenus. Pour ce qui est des réglages, seuls les plus pertinents seront listés.

Réglage n° 2 :

populationType: 'bitString';
popInitRange: [2x1 double] ;
populationSize: 20;
eliteCount: 2;
crossoverFraction: 0,8000;
generations: 100;
timeLimit: Inf;
fitnessLimit: -Inf;
stallGenLimit: Inf;
stallTimeLimit: Inf;
creationFcn: @gacreationuniform;
fitnessScalingFcn: @fitscalingrank;
crossoverFcn: @crossoversinglepoint;
mutationFcn: {[1x1 function_handle] [0,0901]}.

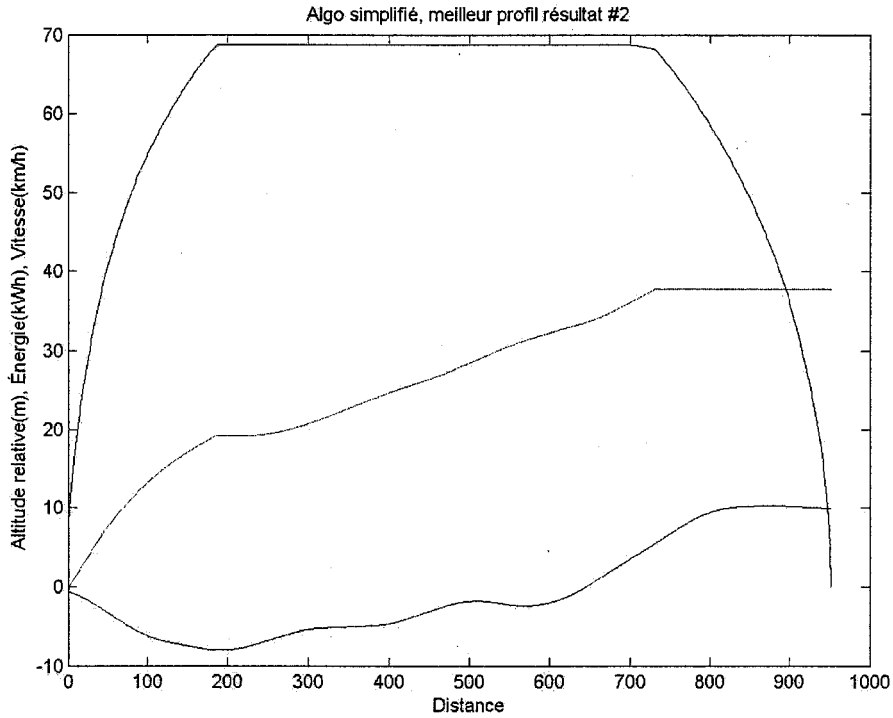


Figure 25 Résultat n° 2 sous forme graphique

Bien que légèrement différent de celui obtenu plus haut, ce profil génère comme précédemment une énergie totale est de 59,6 kWh. À titre comparatif, le temps du parcours aller-retour est de 138,94 s. Les deux graphiques de la figure 26 suivante montrent le progrès de l'évolution pendant les 100 générations. Au départ, on remarque une convergence assez rapide suivie d'une période de stabilisation. Sur le graphique du haut la séquence inférieure de points représente le meilleur score, tandis que la séquence supérieure de points représente l'évolution de la moyenne des profils. Le graphique du bas montre les objectifs individuels de chaque individu de la dernière génération. La figure est mise à jour pendant l'évolution, laquelle dure en moyenne entre trois et quatre minutes.

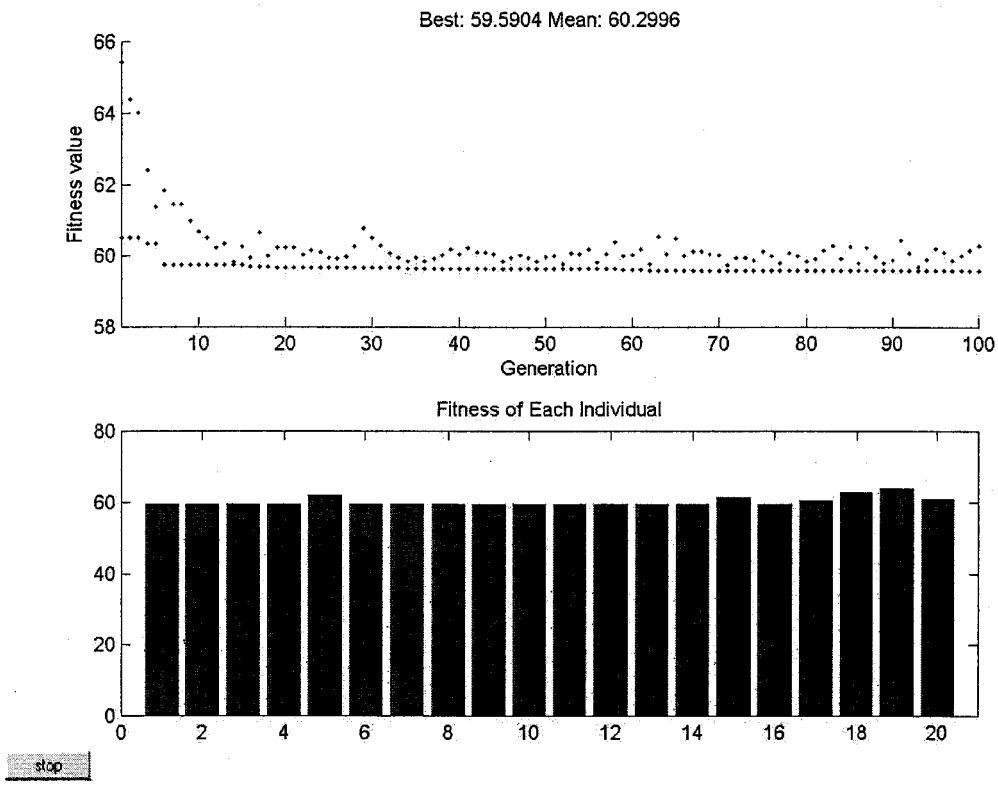


Figure 26 Évolution du réglage n° 2

Ces deux essais sont purement exploratoires. Une population plus grande aurait pu être choisie. Il est aussi possible de faire évoluer une population de profils ne contenant aucune convexité en modifiant légèrement l'algorithme simplifié déjà vu. Du point de vue drainage du tunnel, il peut être avantageux de ne pas admettre de profils contenant des convexités. Il s'agit de spécifier une déclivité minimale égale à la déclivité précédente dès que la déclivité courante est égale ou supérieure à la déclivité précédente. On obtient alors une suite de déclivité ayant l'allure suivante.

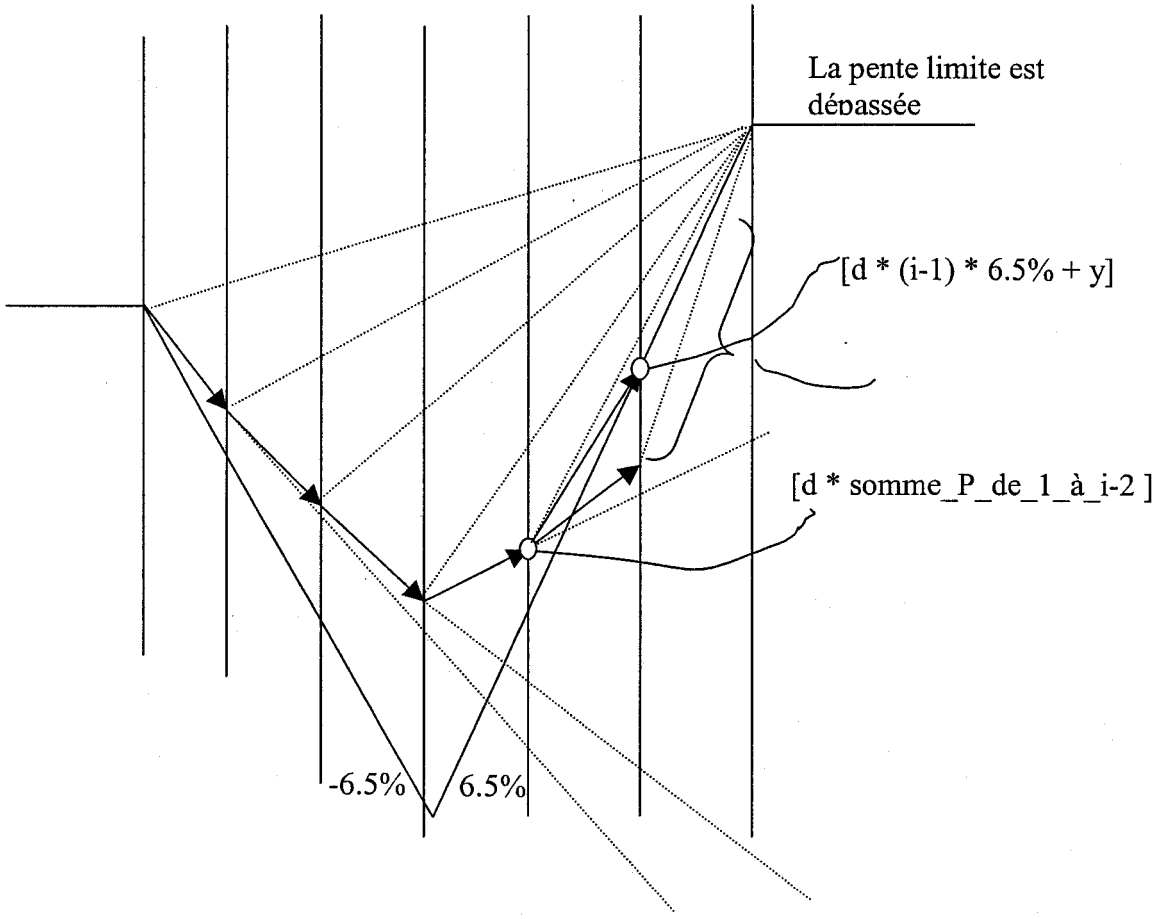


Figure 27 Cheminement de l'algorithme simplifié avec ajout de contrainte d'absence de convexité

Le profil obtenu de cette troisième expérience sous forme graphique est à la page suivante. Il a les mêmes paramètres évolutifs que ceux du résultat n° 2 :

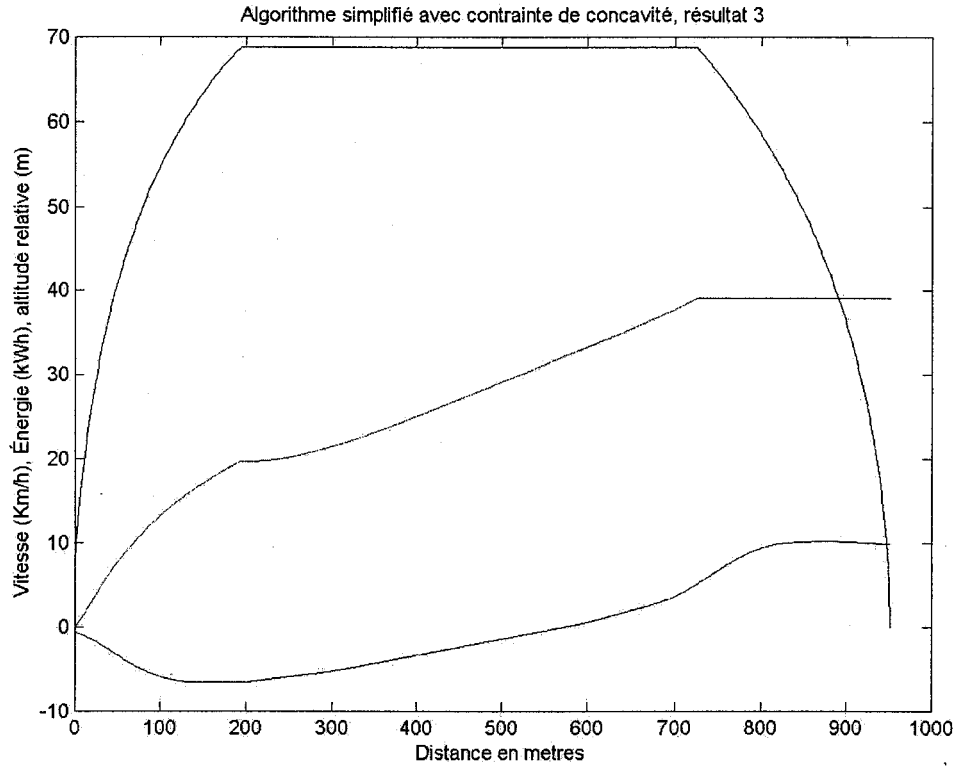


Figure 28 Expérience n° 3, profil avec contrainte d'absence de convexité

L'énergie obtenue est légèrement plus élevée, soit 60,26 kWh à comparer avec les 59,6 kWh obtenus précédemment. Le temps de parcours est de 139 s. Le temps de parcours n'est que peu affecté (0,1 s) et la valeur monétaire de cette différence est présumée moins significative que celle des kilowattheures.

Il est à propos d'examiner ce qui survient si les deux quais sont placés au même niveau. Le profil obtenu sera-t-il symétrique ? L'expérience sera tentée avec les mêmes paramètres d'évolution, d'abord sans contrainte d'absence de convexité, ensuite avec cette contrainte. La figure 29 montre le profil obtenu avec des convexités.

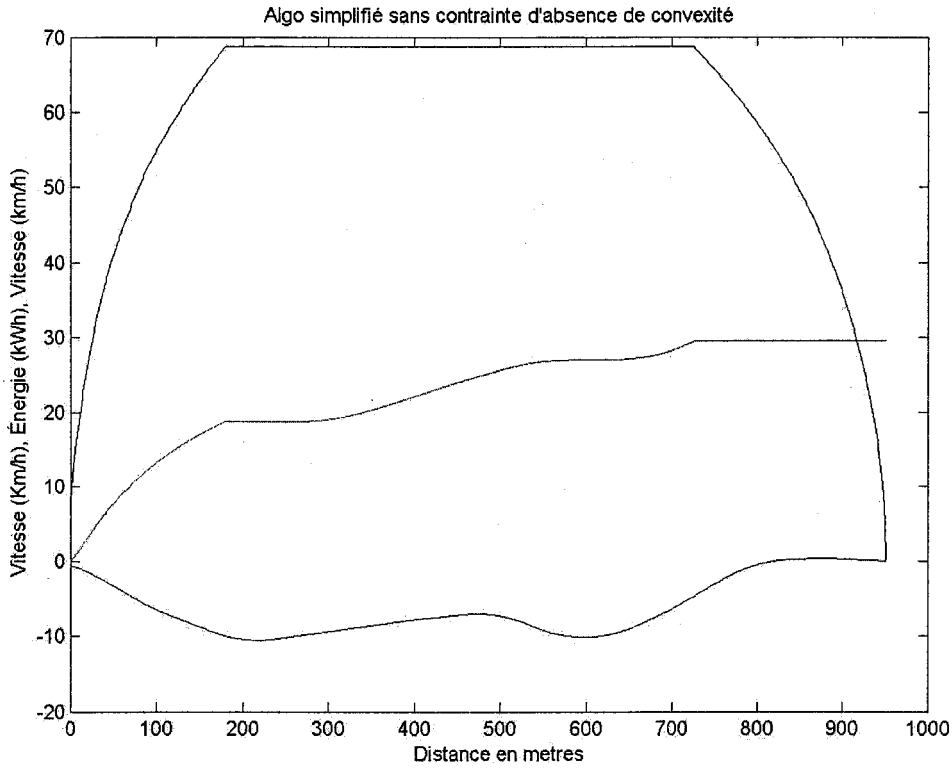


Figure 29 Expérience n° 4 profil possible pour quais au même niveau

Ce résultat est déconcertant car il est peu « naturel » d'obtenir un profil avec une bosse et de plus asymétrique. Il est raisonnable de penser que l'évolution du profil ne soit pas parvenue à son terme. Le tableau de profil et le graphique de l'évolution produits par le coffret d'évolution génétique suivent plus bas.

Tableau VII

Déclivités du quatrième essai

Distance	Déclivité (%)	Distance	Déclivité (%)
0	0.5	652	**-5.25**
76	-0.5	752	**5.41**
152	**-6.5**	852	**6.5**
252	**-4.49**	952	0.5
352	**1.56**	1028	-0.5
452	**1.61**	1104	0
552	**1.14**		

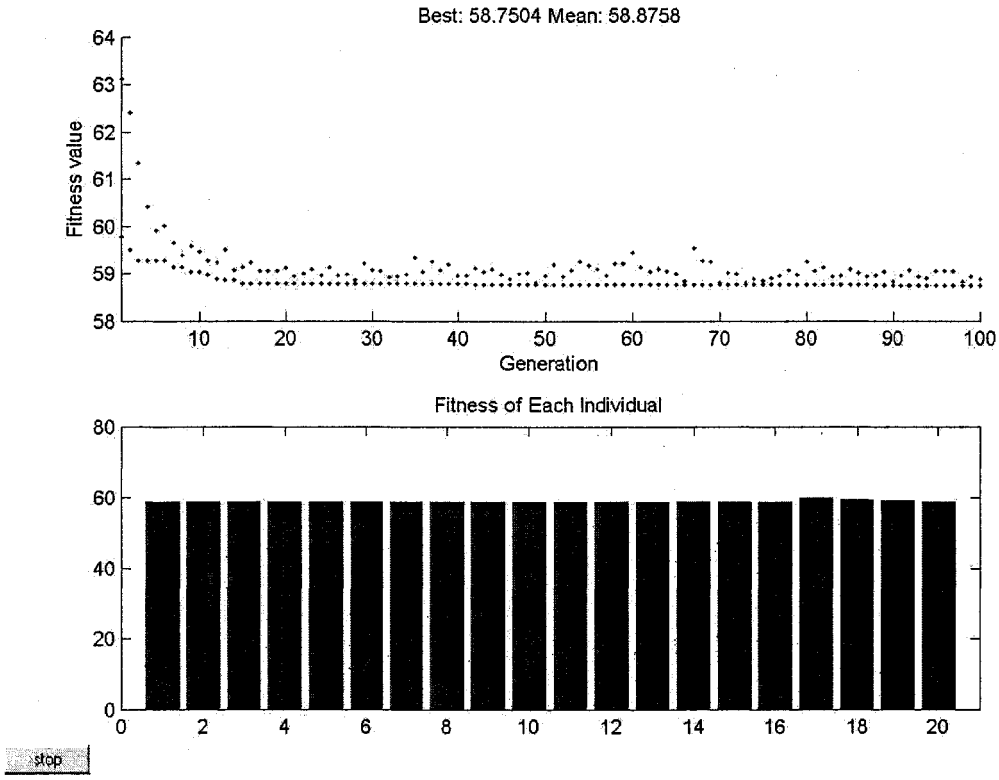


Figure 30 Évolution avec le réglage 4

L'énergie à l'aller est de 29,52 kWh et l'énergie au retour est de 29,23 kWh. Le temps de parcours est de 138,92 s. Afin d'explorer plus à fond cette question d'asymétrie, il est proposé d'ajouter la contrainte d'absence de convexité et d'observer le résultat obtenu.

Les paramètres d'optimisation sont inchangés sauf pour la sélection qui s'effectue par un tournoi à quatre au lieu de deux. Voici le meilleur profil obtenu.

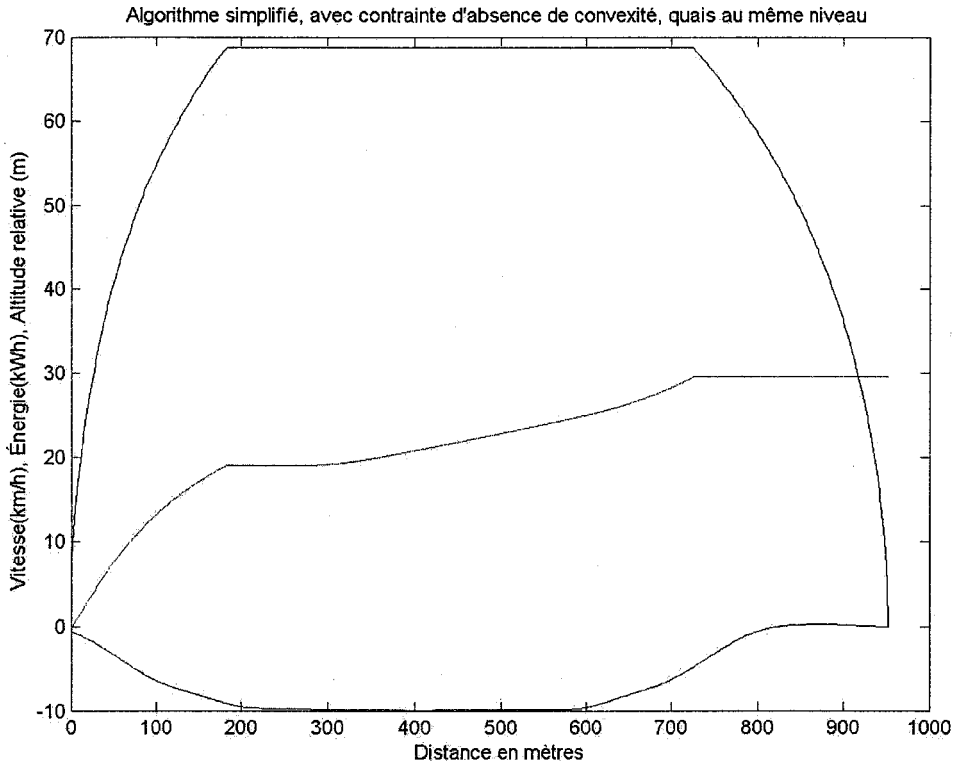


Figure 31 Expérience n° 5, profil du réglage

L'énergie obtenue est légèrement plus élevée que celle sans contrainte. Le profil optimal est bel et bien symétrique. Le tableau des déclivités et le graphique de l'évolution se trouvent ci-contre. La déclivité maximale de 6,5% est choisie par l'évolution et est inscrite au tableau 8.

Tableau VIII

Déclivités du cinquième essai

Distance	Déclivité (%)	Distance	Déclivité (%)
0	0,5	652	**0,089**
76	-0,5	752	**3,27**
152	**-6,5**	852	**6,45**
252	**-3,08**	952	0,5
352	**-0,185**	1028	-0,5
452	**-0,083**	1104	0
552	**0,037**	–	–

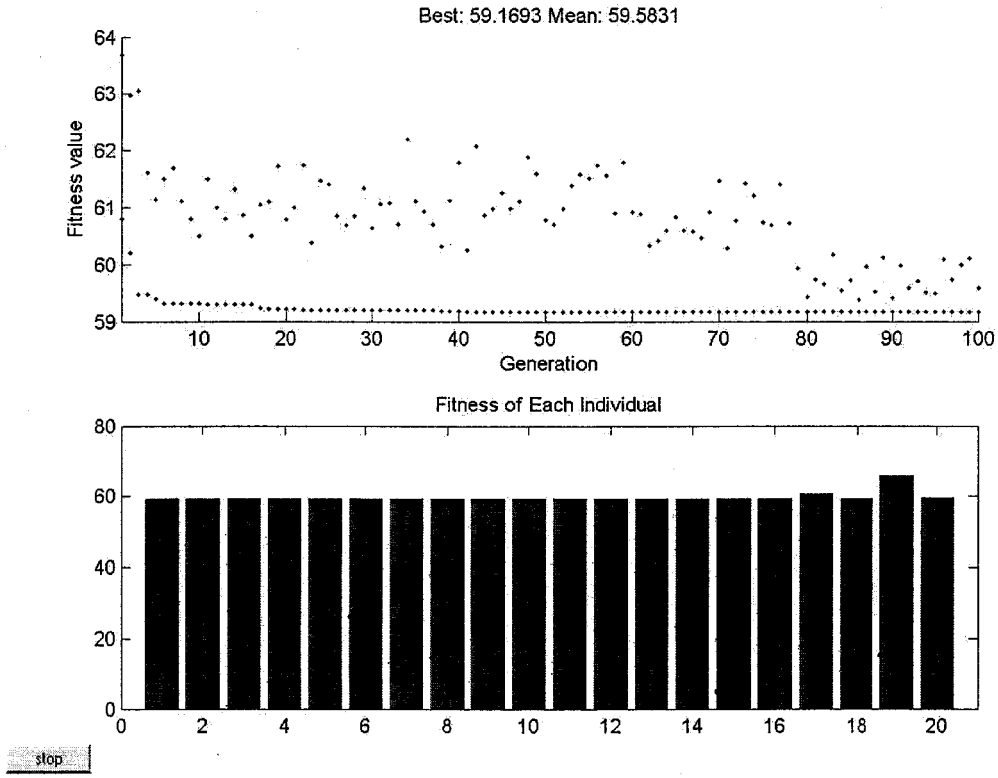


Figure 32 Évolution de l'expérience n° 5

Sur le graphique de la figure 32, on remarque un resserrement de la dispersion des profils à partir de la 80e génération. Cela est dû au changement du taux de recombinaison qui fut modifié de 0 % à 80 %. Il est en effet possible avec le coffret MatLab de poser le processus évolutif, de changer un paramètre et de reprendre le processus. La recombinaison a pour effet d'homogénéiser la population.

Jusqu'à maintenant, les diverses simulations furent faites de façon tout à fait improvisées et exploratoires. Il s'agissait d'observer la vraisemblance des résultats. Étant donnée la nature statistique des résultats pour un même réglage des paramètres évolutif, il faut adopter une stratégie qui en tienne compte. Pour y voir plus clair, un plan d'expérience est adopté où seuls les paramètres les plus importants sont variés.

4.5 Plans d'expérience

Pour un réglage paramétrique donné, il est recommandé de répéter l'expérience afin de départager une variation due à un changement de paramètre de celle due à la variation de l'algorithme génétique. En effet, le coffret MatLab génère des variables initiales de façon aléatoire d'où un résultat différent à chaque essai. Un plan d'expérience à deux niveaux pour chaque paramètre est adopté. Les paramètres importants choisis sont :

A. La taille de la population d'une génération qui sera soit 20(-), soit 64(+).
B. Le nombre de bits codant un profil qui sera soit 21(-), soit 42(+), c'est-à-dire pour coder un segment soit 3 ou 6 bits.
C. Le taux de recombinaison qui sera soit 20 %(-), soit 80 %(+).
D. Le taux de mutation qui sera soit 1 % (-), soit 10 % (+).
E. La méthode de sélection qui sera soit un tournoi entre deux tunnels(-), soit une sélection par roulette (+). Pour la sélection par roulette, l'objectif est préalablement translaté par mise à l'échelle linéaire. Avec la sélection par tournoi, la figure de mérite est la racine carrée de l'inverse du rang.

Les expériences sont faites pour deux quais au même niveau car un biais possible dans l'algorithme sera plus facilement détectable. Une expérience à un réglage donné sera répétée quatre fois. Toutes les expériences se dérouleront pendant 100 générations et les deux meilleurs tunnels parents seront reconduits dans le bassin des enfants pour la prochaine génération (élitisme). L'énergie du meilleur profil est la sortie de chaque expérience.

L'algorithme de génération avec contrainte d'absence de convexité sera retenu. Il est expliqué plus loin que pour relaxer cette contrainte, il faut un algorithme plus complexe qui respecte le rayon de courbure.

La technique utilisée sera un plan d'expérience fractionnaire partiel 2^{5-1}. Ce plan est basé sur 16 essais. Ce plan suppose que les interactions à trois variables seront négligeables, ceci est d'ailleurs souvent le cas dans les modélisations empiriques. Le tableau des variables et de leurs alias est présenté en annexe A. Les données expérimentales sont recueillies dans le tableau suivant :

Tableau IX

Meilleurs résultats du plan d'expérience 2^{5-1}

Essai n°	Variables					Répétitions				Σ
	A	B	C	D	E	1	2	3	4	
1	-	-	-	-	+	59,27	59,22	59,22	59,47	237,18
2	+	-	-	-	-	59,37	59,24	59,47	59,24	237,32
3	-	+	-	-	-	59,16	59,25	59,26	59,33	237
4	+	+	-	-	+	59,28	59,18	59,16	59,12	236,74
5	-	-	+	-	-	59,30	59,29	59,30	59,29	237,18
6	+	-	+	-	+	59,45	59,24	59,22	59,26	237,17
7	-	+	+	-	+	59,26	60,22	60,01	59,21	238,7
8	+	+	+	-	-	59,21	59,34	59,32	59,16	237.03
9	-	-	-	+	-	59,22	59,22	59,26	59,26	236,96
10	+	-	-	+	+	59,26	59,22	59,26	59,24	236,98
11	-	+	-	+	+	59,15	59,24	59,28	59,17	236,84
12	+	+	-	+	-	59,16	59,14	59,24	59,15	236,69
13	-	-	+	+	+	59,45	59,22	59,22	59,26	237,15
14	+	-	+	+	-	59,22	59,26	59,22	59,22	236,92
15	-	+	+	+	-	59,31	59,28	59,33	59,15	237,07
16	+	+	+	+	+	59,15	59,15	59,13	59,15	236,58

Au réglage n° 7, l'algorithme génétique fut arrêté prématurément. Le premier essai à la génération 70, le deuxième à la génération 36, le troisième à la génération 21. Le message fourni par le coffret fut : *Subscript indices must either be real positive integers or logicals*. Le message n'identifie pas la fonction en cause. À ce réglage, la moyenne de la population devenait rapidement égale à la meilleure valeur compte tenu du faible taux de mutation (1 %) et du haut taux de recombinaison. La raison exacte de ceci est inconnue.

La meilleure moyenne est obtenue avec le réglage n° 16, c'est-à-dire celui-ci :

- population de 64 profils par génération;
- chromosomes de 42 bits;
- taux de recombinaison de 80 %.
- taux de mutation de 10 %.
- sélection par roulette avec mise à l'échelle linéaire.

Le meilleur résultat du réglage 16 donne une énergie de 59,13 kWh. L'examen des meilleurs profils révèle que le profil symétrique est le plus performant comme indiqué plus bas. La déclivité recommandée est de 6,5 % sur 100 mètres suivie d'une déclivité de 4,2 % sur 100 mètres.

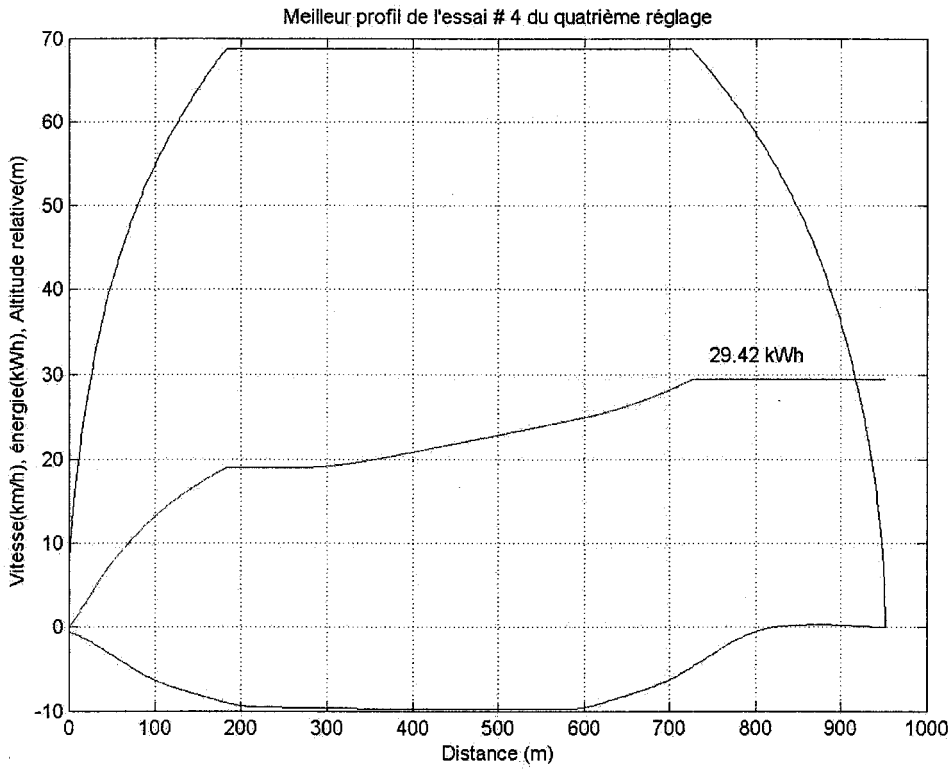


Figure 33 Plan d'expérience, graphique du meilleur profil (essai 4 du réglage 4)

Le meilleur résultat du tableau est le quatrième essai du quatrième réglage, soit 59,12 kWh. Rappelons que le réglage 4 est le suivant :

- population de 64 profils par génération;
- chromosomes de 42 bits;
- taux de recombinaison de 20 %;
- taux de mutation de 1 %;
- sélection par roulette russe avec mise à l'échelle linéaire.

À titre indicatif, le graphique de la figure 34 est le profil obtenu avec le résultat de 59,15 kWh de l'essai 4 du réglage 15. Il montre une légère asymétrie. La différence de performance n'est pourtant que de 0,03 kWh aller-retour d'avec le meilleur résultat global.

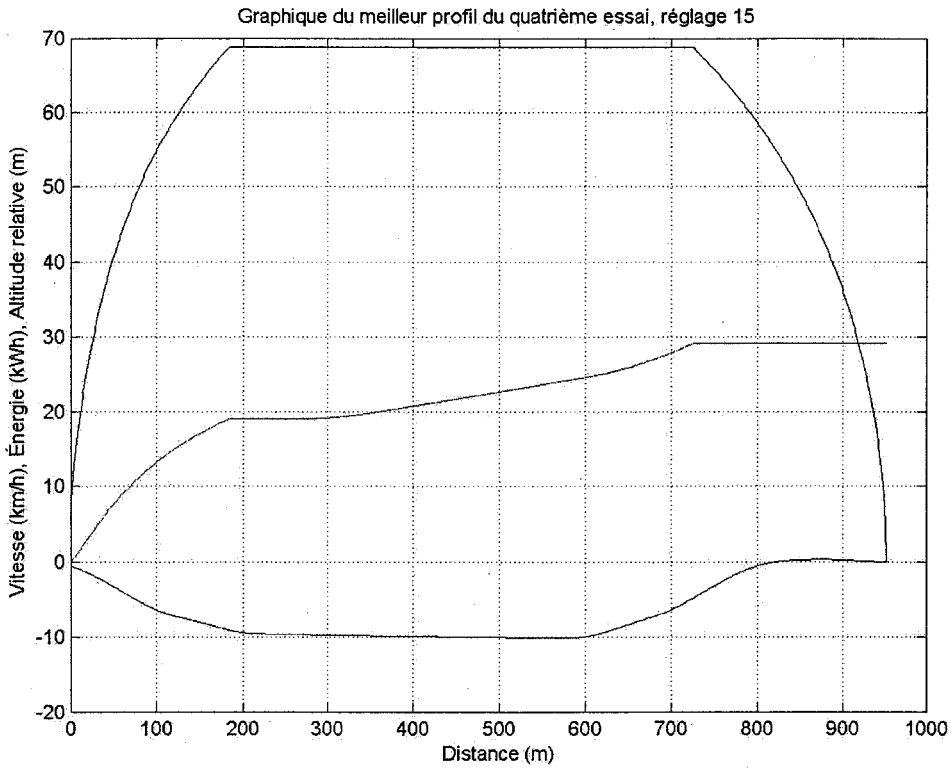


Figure 34 Plan d'expérience, graphique du meilleur profil (essai 4 du réglage 15)

4.6 Codage avec variables réelles

Les essais précédents indiquent qu'une meilleure performance de l'algorithme génétique est obtenue avec plus de bits dans un chromosome et avec une population plus importante par génération. Étant donné que le code binaire est converti en pourcentage de tolérance dans la fonction objectif, il semblerait possible d'utiliser directement le générateur de nombre réel disponible dans MatLab pourvu qu'il reste dans la gamme de 0 à 1. L'interface graphique du coffret d'algorithme génétique permet l'utilisation

directe de nombre réel. Il ne reste plus dans la fonction objectif qu'à ramener à 1 les valeurs supérieures à 1 fournies par l'algorithme de mutation gaussienne et aussi de ramener à 0, les valeurs fournies inférieures à 0. Il n'y aurait plus alors que sept variables à manipuler, soit les sept segments pour lesquels il faut trouver la valeur de tolérance.

Le coffret permet le réglage d'une mutation gaussienne de chaque variable réelle avec une variance choisie par l'usager. Il semble raisonnable de choisir une variance de 0,1. Étant donné que l'expérience précédente montrait une bonne performance de la sélection par roulette, celle-ci est conservée dans l'essai qui va suivre. En outre, compte tenu des caractéristiques des tunnels, il semble intuitivement raisonnable de combiner les chromosomes en les coupant à deux endroits au lieu d'un seul. En effet, les tunnels sont dotés de deux extrémités. En coupant le chromosome à deux endroits, il est possible d'échanger les informations relatives aux extrémités de tunnel entre deux chromosomes. Autre considération dans ce choix, la référence [4] indique que la coupure de chromosome à un seul endroit est la moins performante expérimentalement. Une combinaison uniforme aurait pu aussi être adoptée.

Le réglage à essayer est donc le suivant, les réglages non pertinents sont enlevés de la liste :

populationType: 'Réel';

popInitRange: [0 à 1];

populationSize: 64;

eliteCount: 2;

crossoverFraction: 0,8000;

generations: 100;

plotInterval: 1;

fitnessScalingFcn: {[mise à l'échelle linéaire] [1,5000]};

selectionFcn: @selectionroulette;

crossoverFcn: @crossovertwopoint;

mutationFcn: { [0.1000] [0]}.

Le résultat obtenu, dès le premier essai, est le meilleur jusqu'à maintenant soit 59,10 kWh. Le profil obtenu est symétrique. Le tableau des pentes est le suivant.

Tableau X

Tableau du meilleur profil avec variables réelles

Distance	**Déclivité (%)**	**Distance**	**Déclivité (%)**
0	0,5	652	0,022
76	-0,5	752	2,72
152	-6,5	852	6,49
252	-2,683	952	0,5
352	-0,097	1028	-0,5
452	0,022	1104	0
552	0,022	–	–

Le seul inconvénient mineur de cette approche est le temps de calcul plus long, soit environ sept minutes. Le résultat de 59,1 kWh est comparable à celui obtenu de façon heuristique discuté à la section 1.3 et qui était de 59,2 kWh avec des déclivités de 6 % de 150 mètres à chaque bout. Le résultat confirme aussi partiellement les résultats obtenus de l'UITP présentés au chapitre 1. Le principe pour deux stations au même niveau est d'adopter la déclivité la plus grande dès le départ.

Bien que la méthode heuristique soit comparable à l'optimisation par AG dans le cas de stations au même niveau, quel est le profil heuristique de deux stations à des niveaux différents et à des distances plus rapprochées ? Les algorithmes génétiques ayant faits leurs « preuves » pour des stations au même niveau, ils devraient être aussi performants que des méthodes heuristiques sinon plus, pour des stations à des niveaux différents.

Cette éventualité incline à envisager une segmentation plus fine du tunnel car elle permettrait une variation graduelle de déclivité. Avant cela, il faut souligner les inconvénients suivants de l'algorithme simplifié utilisé jusqu'à maintenant :

- La longueur du tunnel est divisée en tranches de 100 mètres, ceci est relativement long car un découpage plus fin pourrait peut être amélioré encore plus les résultats.
- Un examen attentif du graphique 34 démontre au lecteur que le profil est déjà en pente à l'extrémité droite du quai de départ. Ceci est dû à la distance nécessaire au raccordement parabolique. Un autre algorithme pourrait tenir compte de cette distance. Il est aussi possible de compenser cela en spécifiant un tunnel tout juste un peu plus court et des quais plus longs comme cela est décrit plus loin.
- Un autre inconvénient, plus grave celui-là, est la non viabilité de certains profils élaborés avec l'algorithme permettant des convexités même avec des segments de 100 mètres.

Ceci peut survenir en vertu de la relation 3.2 qui dicte une distance maximale de respect du rayon de courbure pour une différence donnée de déclivités :

$$s = \frac{R(P2 - P1)}{2} \tag{3.2}$$

Par exemple, la simulation du profil 35 montre un profil performant ayant une énergie associée de 58,66 kWh, ce qui serait la meilleure performance jusqu'à maintenant. La simulation admet des convexités.

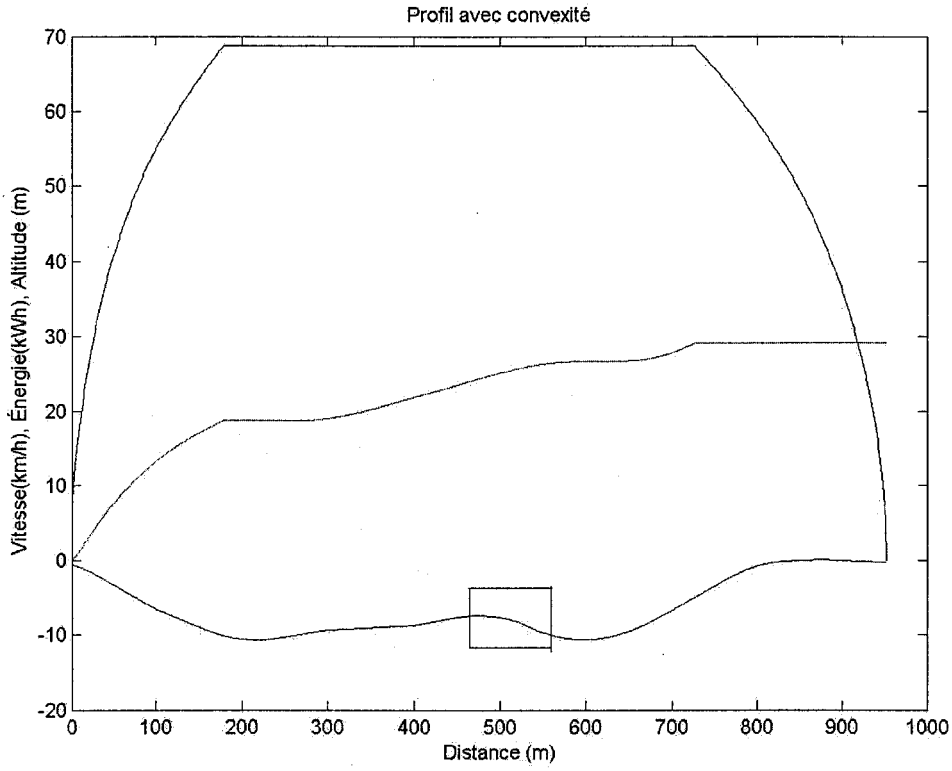


Figure 35 Simulation avec convexité

Suit ci-dessous un gros plan du profil à l'endroit encadré.

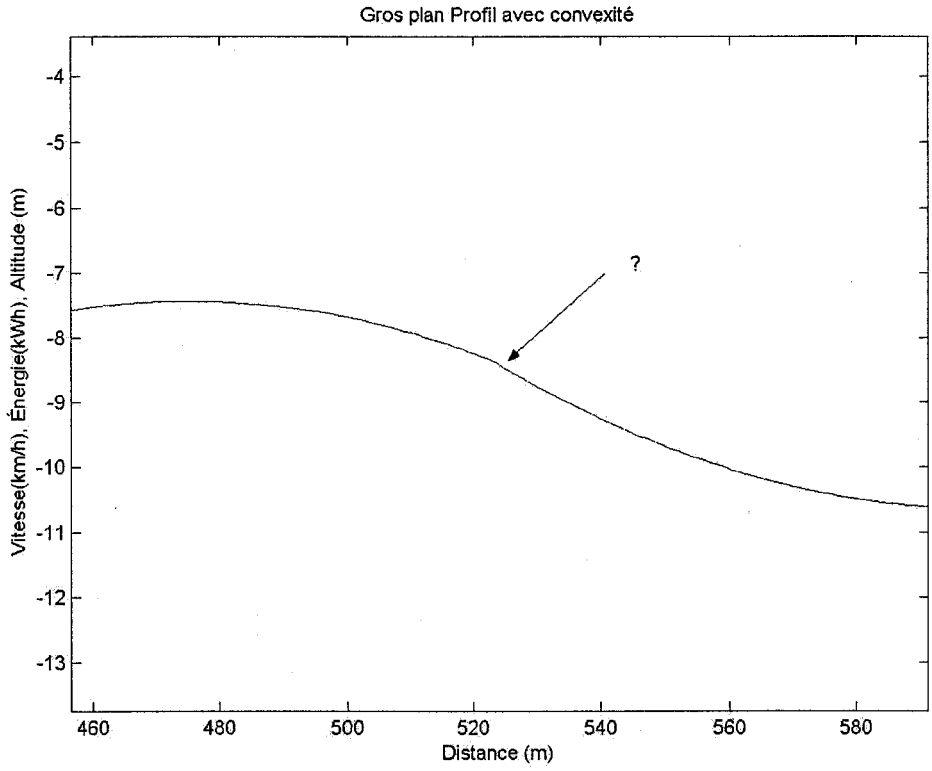


Figure 36 Non respect du rayon de courbure

La performance supposée supérieure s'avère en réalité inadmissible. Étant donné qu'un raccordement parabolique peut s'opérer au maximum d'une moitié de segment à l'autre moitié de segment, il peut s'opérer sur une distance 2 s. Avec un rayon de courbure R de 1250 mètres et utilisant la relation (2.2), la différence maximale de déclivité est de 8 % pour un raccordement s'opérant d'une moitié de segment à l'autre. Le résultat du quatrième essai préliminaire est aussi invalidé car une différence de déclivité de plus de 10 % était constatée entre 652 et 752 mètres; or la différence maximale est de 8 %.

La figure 37 illustre ce problème plus en détail. Les déclivités limites maximales et minimales doivent permettre le raccordement à l'intérieur d'une distance « Dseg », où Dseg est la largeur d'un segment. Le problème de la figure 37 montre un raccordement parabolique se détachant à partir de la moitié du segment de gauche de pente P1. Il peut arriver qu'il se raccorde plus loin que la moitié du segment de droite de rampe P2, si la

différence de déclivité entre P2 et P1 est trop grande et si la valeur absolue de P2 est plus petite que la valeur absolue de P1. Ensuite, le raccordement entre les rampes P2 et P3 produit un chevauchement indésirable comme illustré.

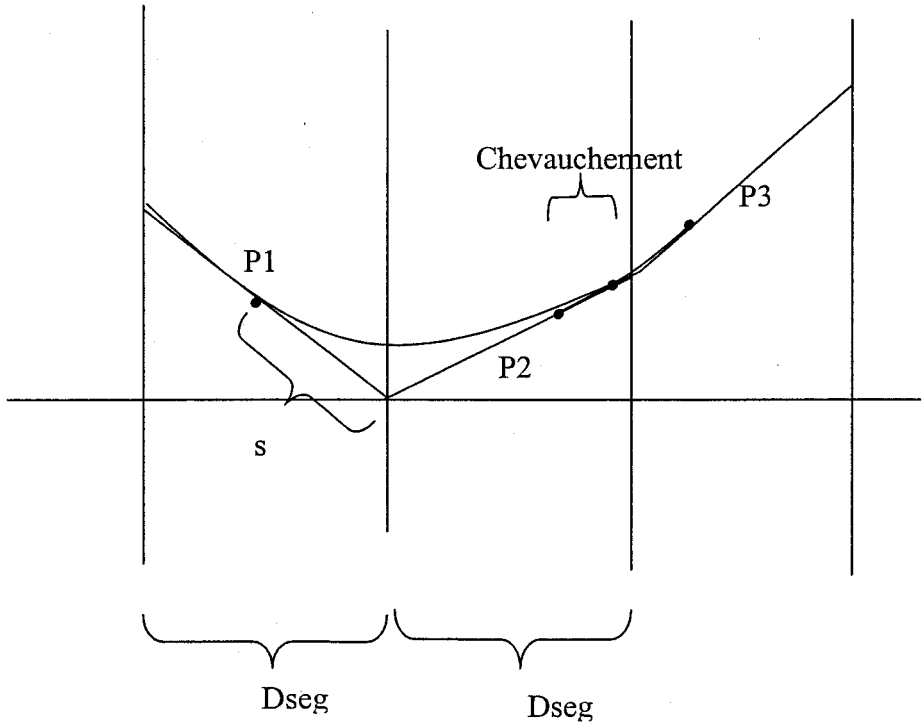


Figure 37 Problème de raccordement parabolique

Il faut aussi réaliser que la projection de « s » de l'équation (2.2) sur l'axe horizontal ne doit pas dépasser Dseg / 2. Une façon de corriger la déclivité admissible tenant compte de cette contrainte est maintenant décrite.

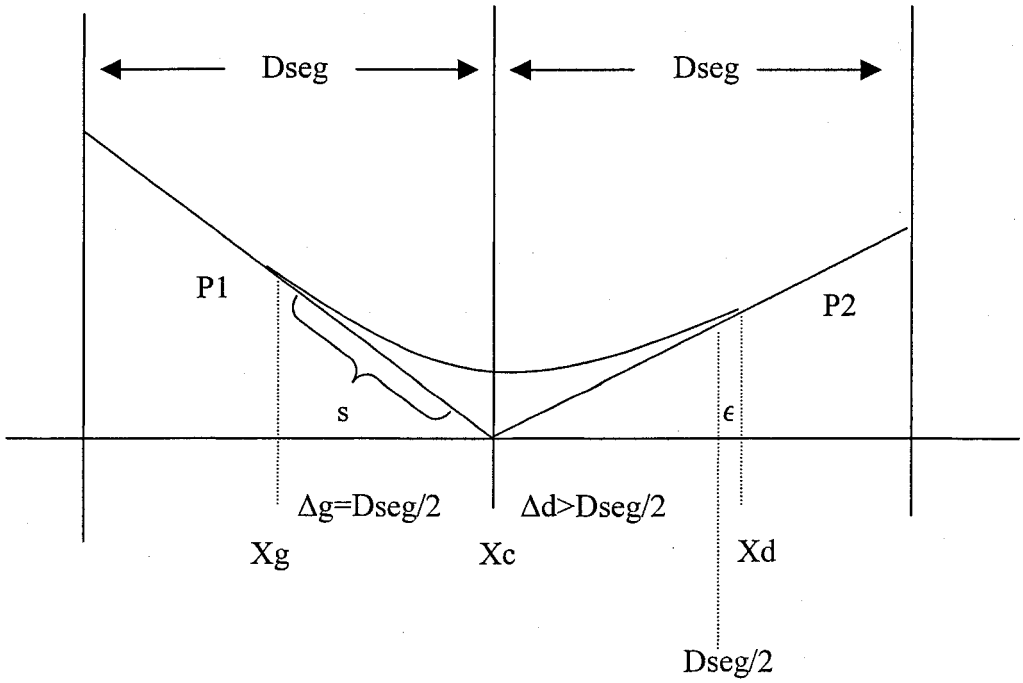


Figure 38 Déclivité et rayon de courbure

La distance à gauche Δg = Xc –Xg, où Xc est le point d'intersection des deux pentes doit être égale au maximum à Dseg/2 pour raccorder le profil parabolique. Ceci est nécessaire en raison du raccordement précédent (pente P0 non illustrée) qui est susceptible d'aller jusqu'à Xg. On a donc la contrainte suivante :

$$\frac{1250(P2-P1)}{2}Cos[artg(P1)]=\Delta g\leq\frac{Dseg}{2}$$

Ceci procure déjà une limite pour la pente P2 avec l'équation suivante :

$$P2=\frac{Dseg}{1250Cos[artg(P1)]}+P1 \tag{4.4}$$

D'autre part, la distance à droite Δd = Xd - Xc ne doit pas excéder Dseg/2, ce qui peut survenir, si la déclivité P2 est de valeur absolue inférieure à celle de P1. Ceci est vérifié comme suit :

$$\frac{Dseg}{2} \geq \frac{1250(P2-P1)}{2} Cos[artg(P2)] = \Delta d$$

Si Δd est plus grand que Dseg/2, une diminution de la pente P2 est nécessaire. Cela se fait en réduisant la distance Δg d'une quantité ϵ de la façon illustrée plus bas:

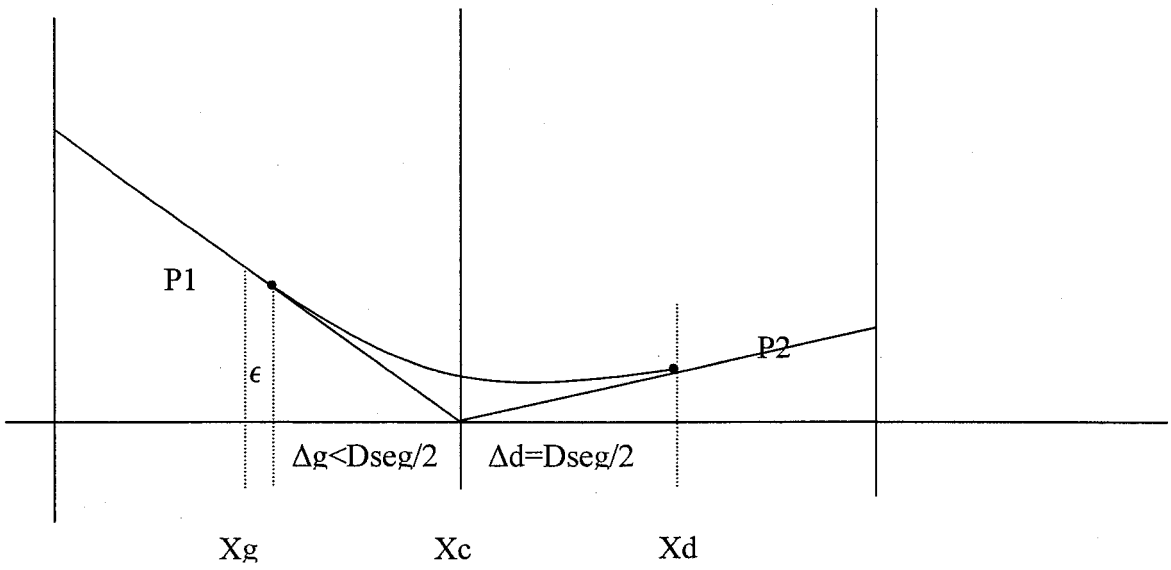


Figure 39 Correction de la déclivité P2

On pose :

$$\varepsilon = \Delta_d - \frac{Dseg}{2}$$

Ce qui permet la correction de la distance entre Xc et Xg comme suit :

$$\Rightarrow \frac{Dseg}{2} - \varepsilon = \Delta_{Gc} = \frac{1250(P2-P1)}{2} Cos[artg(P1)]$$

$$\Rightarrow P2 = \frac{2\Delta_{Gc}}{1250 Cos[artg(P1)]} + P1$$

De la sorte, il est théoriquement possible de diviser la distance en un nombre de segments arbitrairement élevé.

Un algorithme plus complexe devra tenir compte des principes décrits plus haut et il devra anticiper adéquatement les contraintes de déclivités limites lors de la construction des déclivités progressant de gauche vers la droite, par exemple. Une stratégie plus complexe d'identification de zone et de correction de déclivité doit alors être élaborée.

4.7 Algorithme complexe

Il s'agit d'une part de respecter le rayon de courbure circonscrit par les déclivités limites supérieures et inférieures dictées par la largeur des segments, et d'autre part il faut se raccorder au quai d'arrivée si la déclivité courante rencontre les courbes contraintes de l'arrivée comme la rampe d'accès de 6,5 %. Les divers algorithmes et fonctions de l'algorithme complexe sont détaillés en pseudo-code à l'annexe H avec plusieurs illustrations. Les principaux concepts sont décrits plus bas et illustrés à la figure 40.

Premièrement, en vue de la construction de gauche à droite du profil, il y a d'abord calcul des paramètres de la zone « interdite », appelée la zone « C », délimitée par la rampe d'accès de 6,5% au quai d'arrivée et la rampe de 0,5% de ce quai. Ces deux rampes sont reliées par un arc de cercle de rayon de courbure de 1250 m de centre Xoc,Yoc. Cette zone est délimitée par une série de paramètres géométriques calculés par la fonction *CourbeContrainteLimite*. La fonction *CourbeContrainteLimite* renvoie les paramètres limites recherchés. Elle utilise entre autres le dénivelé « Niveau » entre la station d'arrivée et de départ, la largeur « Dseg » d'un segment, et la distance spécifiée « Dspec » entre les stations.

Deuxièmement, la façon d'approcher le quai d'arrivée ne sera pas la même selon que l'extrémité droite de la dernière déclivité décodée par le gêne se situe au dessus ou en dessous de la projection du quai d'arrivée. Si cette extrémité est au dessus de cette projection, elle se situe dans la zone « A ». S'il elle est en dessous, elle se situe dans la zone « B ». Les fonctions *Avancer_A* et *Avancer_B* implantent les particularités de construction propres à ces zones.

Troisièmement, il s'agit d'utiliser un cercle de rayon de courbure de 1250 m, appelé le cercle gabarit. Après chaque nouvelle déclivité, ce cercle gabarit est déposé sur le dessus de l'extrémité droite de cette déclivité et il lui est tangent. Lorsque les déclivités sont dans la zone « B », il faut vérifier si le cercle gabarit entame ou non la zone interdite « C ». Dans l'affirmatif, il faut prévoir un raccordement immédiat entre l'avant-dernière déclivité et les courbes limites d'arrivée. Du point de vue algorithmique, il est plus facile de vérifier la position du centre du cercle gabarit quitte à dilater de 1250 m les courbes limites de l'arrivée ainsi que la projection du quai d'arrivée. De la sorte, si le centre du cercle n'entame pas la « nouvelle » zone interdite, on est certain que le cercle lui-même n'entame pas les courbes limites réelles de l'arrivée. Cette vérification de zone est faite par le fonction *VérifierZone*. Il est aussi possible que des déclivités dans la zone « B » remonte en rampe vers la zone « A ». Ceci peut créer des bosses convexes au dessus de la projection du quai d'arrivée. Il fut décidé d'éviter cela, c'est pourquoi une deuxième vérification de zone s'effectue avec cette fois une cercle gabarit placé en dessous et à l'extrémité droite de la dernière déclivité. Si ce cercle gabarit fait saillie au dessus de la projection du quai d'arrivée, l'algorithme raccorde l'avant-dernière déclivité à cette projection. La fonction réalisant cette vérification est *VérifierZone_D*.

Dans la zone « A », le cercle gabarit est toujours placé au dessus de l'extrémité droite de la dernière déclivité. Il sert uniquement à déterminer si la dernière déclivité descend ou non dans la zone « B ». Il n'y a pas de zone interdite. On utilise une droite appelée « Tangente » provenant de l'extrémité de la dernière déclivité et tangente à un cercle de rayon 1250 m. de centre Xod,Yod reposant sur le point d'arrivée « Dspec,Niveau ». Ce cercle est lui même tangent au quai d'arrivée. S'il advenait que la distance « Gap » entre l'extrémité de la dernière déclivité et le point où touche la droite « Tangente » au cercle de centre Xod,Yod soit plus petite que la largeur « Dseg » d'un segment, il y a raccordement entre ce cercle et la droite « Tangente ».

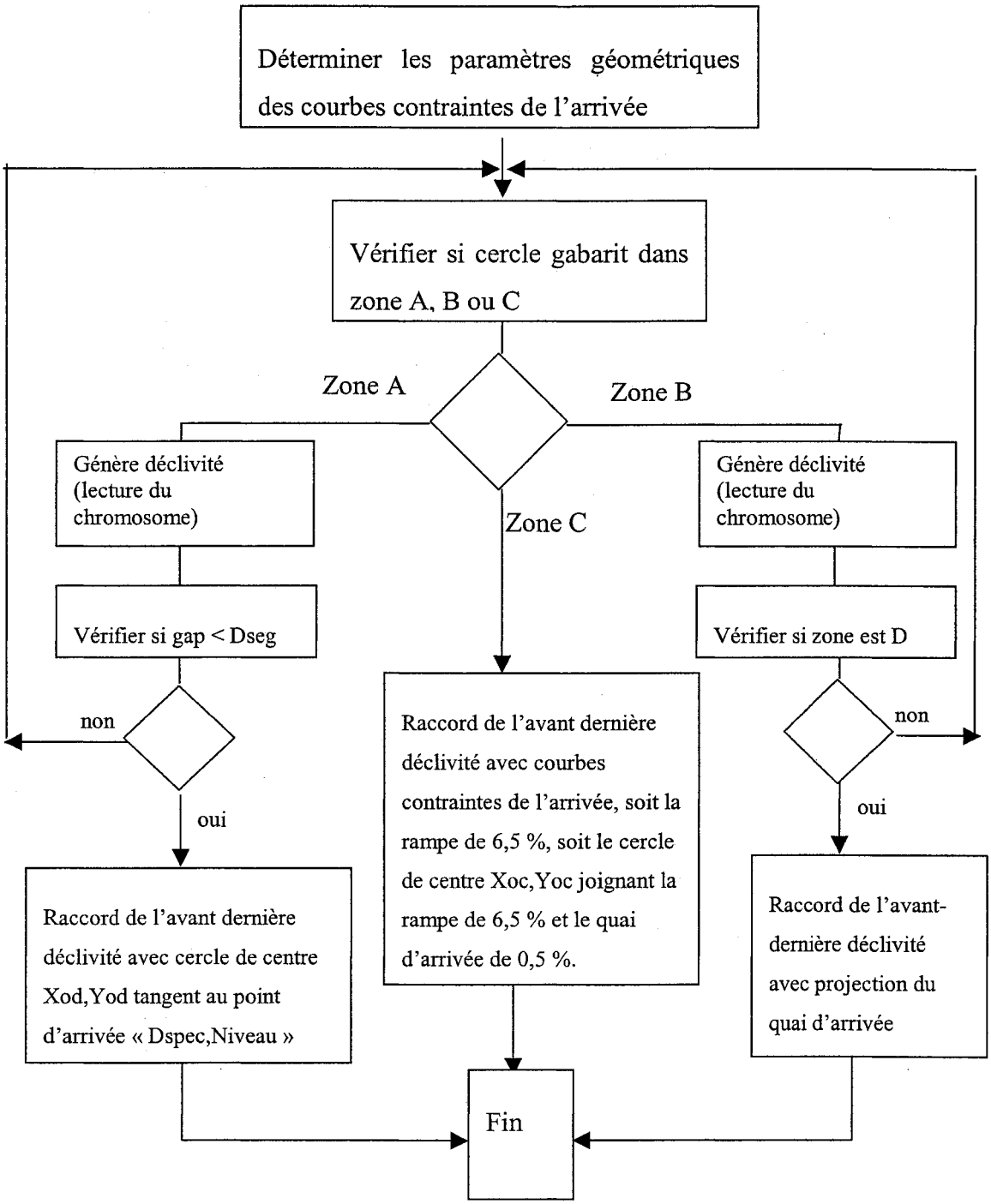


Figure 40 Ordinogramme de l'algorithme complexe de génération de déclivités

CHAPITRE 5

RÉSULTATS ET COMPARAISONS

Ce chapitre contient plusieurs exemples d'optimisation par AG avec l'algorithme complexe de construction d'un profil de tunnel dont le pseudo code se trouve à l'annexe G. Afin de limiter les diverses possibilités de profils tout en permettant d'abstraire certains principes importants, des scénarios de référence sont établis. Il s'agira soit de deux stations espacées de 800 mètres sans dénivelé, soit de deux stations espacées de 800 mètres avec un dénivelé de 10 mètres. Par défaut, le matériel roulant est de type MR-73. À partir de ces scénarios de base, diverses variantes seront explorées. En occurrence, il s'agira d'observer l'impact de la vitesse maximale sur le profil, d'un changement de vitesse dans une seule direction, de la contrainte de drainage, du freinage par récupération et de la longueur du train. Au cours de l'exposé, l'utilisation adéquate des paramètres d'évolution sera décrite au besoin. Des tunnels existants seront comparés à ceux obtenus par AG.

Les graphiques de marche type sont ceux produits lors du retour du train vers la station de départ. Le profil s'est donc construit de droite vers la gauche lors de la lecture d'un chromosome.

5.1 Stations au même niveau

Une première démonstration de l'algorithme complexe est illustrée graphiquement à la figure 41. Cette variante de l'algorithme n'admet pas de convexité, la déclivité limite inférieure est donc posée égale à la précédente. Le tunnel fut découpé en huit segments.

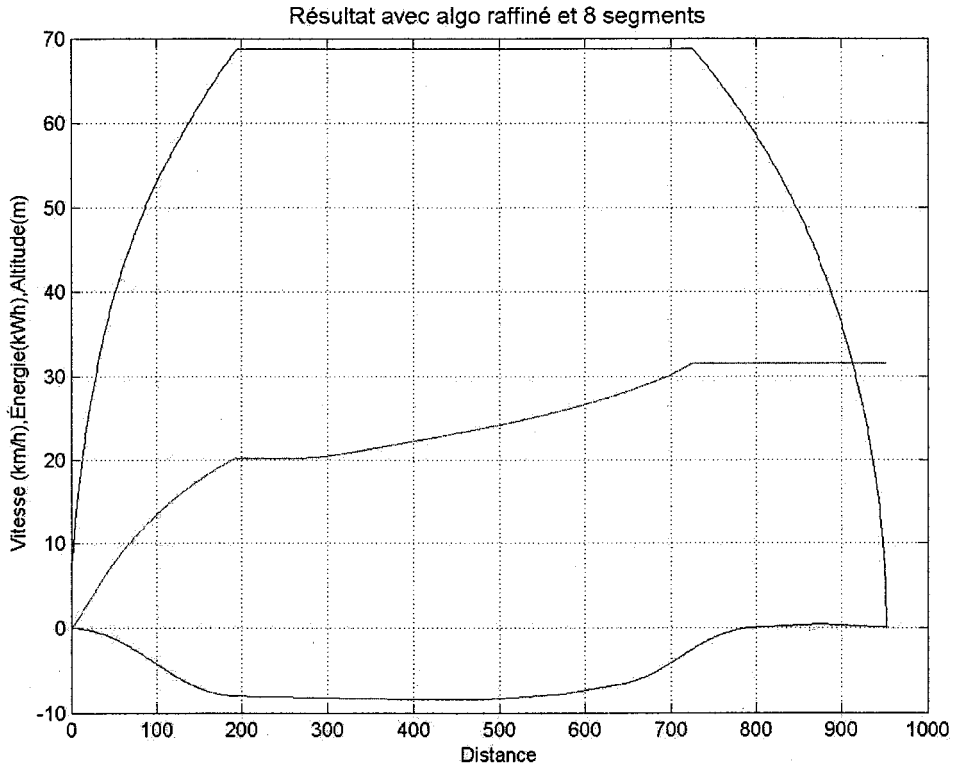


Figure 41 Profil en cuvette produit par l'algorithme complexe avec 8 segments

Cette simulation fut produite à l'issue d'une évolution se déroulant sur 100 générations avec sept variables réelles représentant la tolérance admissible de chacun de sept segments à coder. La morphologie du résultat est conforme au profil optimal dicté par l'UITP. Les autres paramètres de simulation sont les suivants :

- population : 64;
- eliteCount: 8;
- crossoverFraction: 0,8000;
- figure de mérite: Mise à l'échelle 1,5;
- selection: Roulette;
- crossoverFcn: scattered;
- mutation: { uniforme 0,081 }.

Le progrès de l'évolution est graphiquement représenté ci-après tandis que les déclivités sont tabulées au tableau 11.

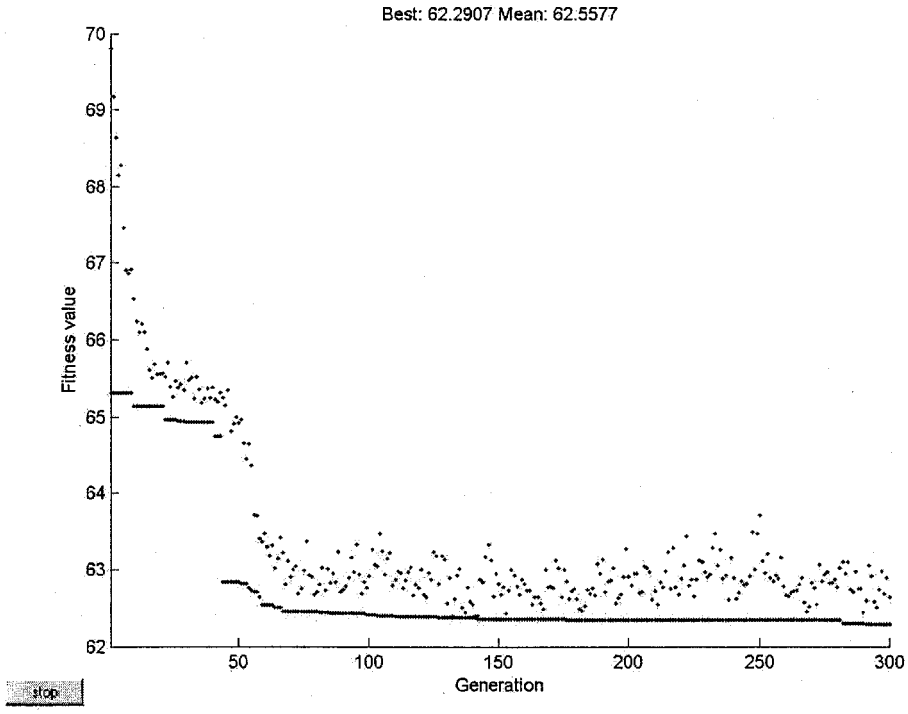


Figure 42 Évolution de l'algorithme complexe, 8 segments sans convexité

Tableau XI

Déclivités à huit segments

Distance (m)	Déclivité (%)
37,5	-6,35
132,81	-1,66
228,13	-0,68
323,44	0,067
418,75	0,2
642,85	6,5
762,5	0,5

L'énergie obtenue ici est de 62,29 kWh alors que le meilleur résultat obtenu avec l'algorithme simple discuté au chapitre 4 était de 59,10 kWh. À rappeler, l'algorithme simple présente le grave inconvénient de rogner les quais de départ et d'arrivée car il ne tient pas compte de l'arc de cercle reliant la première (ou dernière) déclivité au quai. Il faut donc, avant de comparer avec l'algorithme simplifié, allonger le parcours de celui-ci de 37,5 mètres aux deux quais et le raccourcir de 75 mètres au milieu. En effet, la distance équivalente rognée est donnée par :

$$s = \frac{RP}{2}$$

c'est-à-dire :

$$s = \frac{1250(-0.005 - -0.065)}{2} = 37.5m$$

L'énergie ainsi obtenue est de 63,03 kWh. L'algorithme complexe est aussi performant et il a l'avantage de fournir de facto un profil avec la longueur adéquate de tunnel.

Bien que le résultat obtenu avec un découpage à huit segments puisse être considéré comme satisfaisant, il y a lieu de chercher à déterminer l'endroit exact par rapport au quai de départ où la déclivité de 6,5 % commence à s'amenuiser vers le profil plat. Avec l'algorithme complexe, il est possible d'augmenter le nombre de segments tout en respectant le rayon de courbure. Est-il possible d'améliorer le résultat précédent avec 20 segments, par exemple, tout en conservant le profil en cuvette ? Après une évolution sur 100 générations, voici le résultat de marche type obtenu graphiquement à la figure 43.

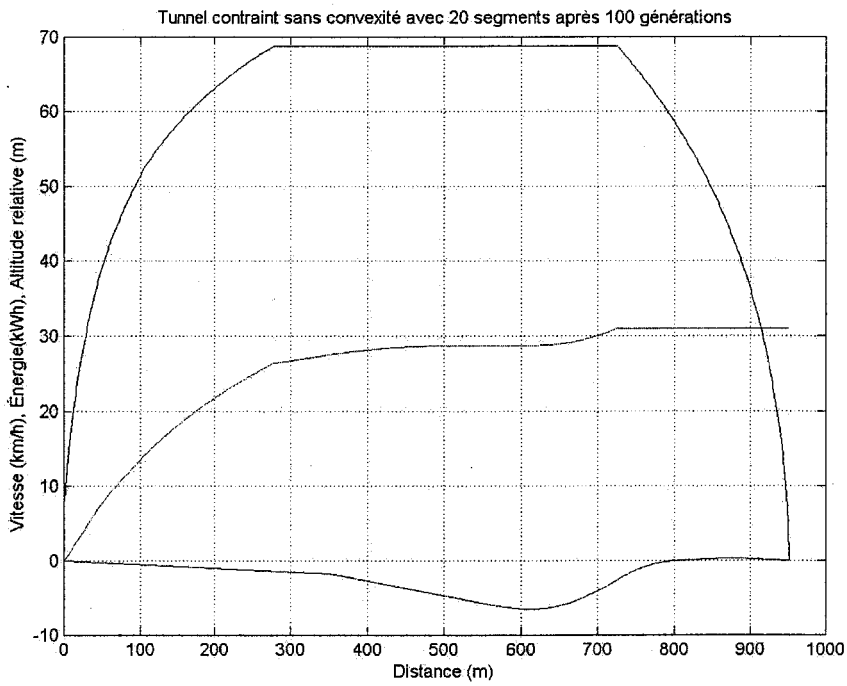


Figure 43 Profil insatisfaisant avec 20 segments et contrainte de cuvette

Ce profil n'est pas intéressant tandis que l'évolution est très lente même avec une population de 160 individus à chaque génération comme montré ci-après à la figure 44.

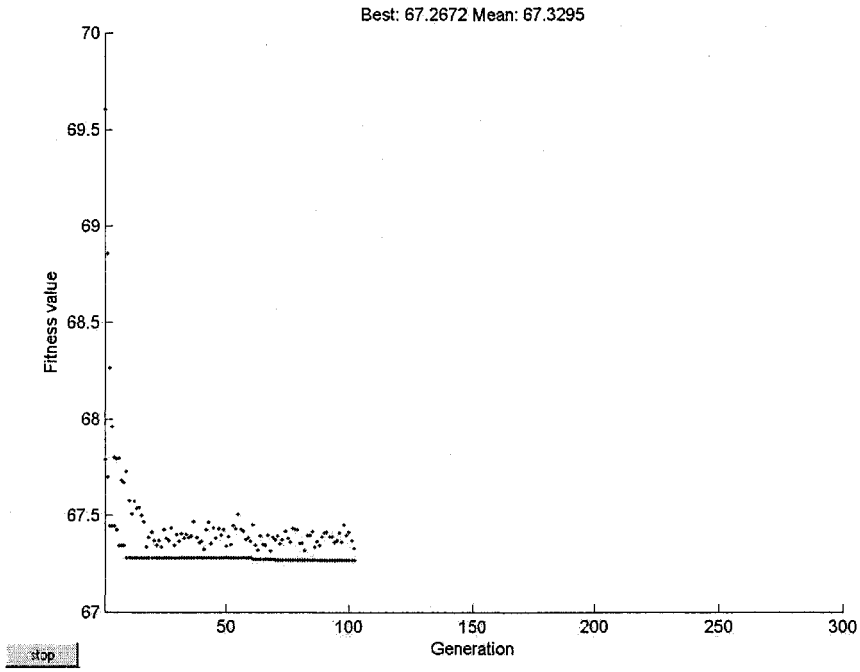


Figure 44 Évolution du profil insatisfaisant

Le meilleur résultat énergétique est de 67,26 kWh. Ce résultat médiocre s'explique par la suite de déclivités cherchant continuellement à remonter vers le quai d'arrivée. Ceci est dû à la contrainte de déclivité inférieure égale à la déclivité précédente. Pour contourner ce problème, quatre solutions sont possibles :

- segmenter seulement les endroits du tunnel où il est désiré d'obtenir la déclivité exacte ;
- segmenter finement tout le tunnel, mais n'admettre aucune évolution pour les gênes dont on connaît la valeur à priori. Par exemple, les gênes se trouvant dans le fond de la cuvette sont bloqués à la valeur minimale, c'est-à-dire à la déclivité précédente ;
- relaxer la contrainte d'absence de convexité ;
- utiliser un ordinateur ultra rapide permettant d'augmenter considérablement la taille de la population tout en conservant un temps de calcul d'une ou deux heures

afin de permettre d'autres essais. Dans une situation réelle d'optimisation, un ordinateur doté d'un processeur Pentium IV pourrait rouler 24 heures ou plus.

La première solution engendre le développement d'un tableau de largeurs de segments adaptées à un profil anticipé particulier. Cette solution n'est pas retenue car il faudrait modifié le code source relatif aux largeurs de segments en fonction du problème. La deuxième stratégie est explorée d'autant qu'elle peut s'avérer utile dans d'autres situations d'optimisation. La troisième approche est aussi explorée plus bas. La quatrième approche est exclue si les autres solutions sont satisfaisantes.

Il est proposé de fixer la valeur de certains gênes pour réduire la quantité des gênes appelés à évoluer. Le tunnel est divisé en 40 segments et chaque segment aura une largeur de 20 mètres. Seul les gênes à la hauteur du premier « coude » entre la pente de –6,5 % du départ et le fond de la cuvette se font attribués une étendue entre 0 et 100 % de leurs tolérances de valeurs admissibles. Ces gênes représentent une segmentation entre 110 et 210 mètres et tous les autres gênes sont bloqués à leurs valeurs minimales. Il est prévu qu'à l'autre extrémité du tunnel, l'algorithme se raccorde avec la rampe de 6,5 % de la façon décrite au chapitre 4. Voici les résultats graphiques de marche type et d'évolution aux figures 45 et 46 respectivement, pour une population de 200 tunnels par génération avec les paramètres évolutifs suivants :

- populationType: 'doubleVector';
- popInitRange: [2x39 double];
- populationSize: 200;
- eliteCount: 8;
- crossoverFraction: 0,8;
- generations: 350;
- fitnessScalingFcn: @fitscalingrank;
- selectionFcn: {[Tournoi[4]};
- crossoverFcn: @crossoverscattered;
- mutationFcn: [0,072072]}.

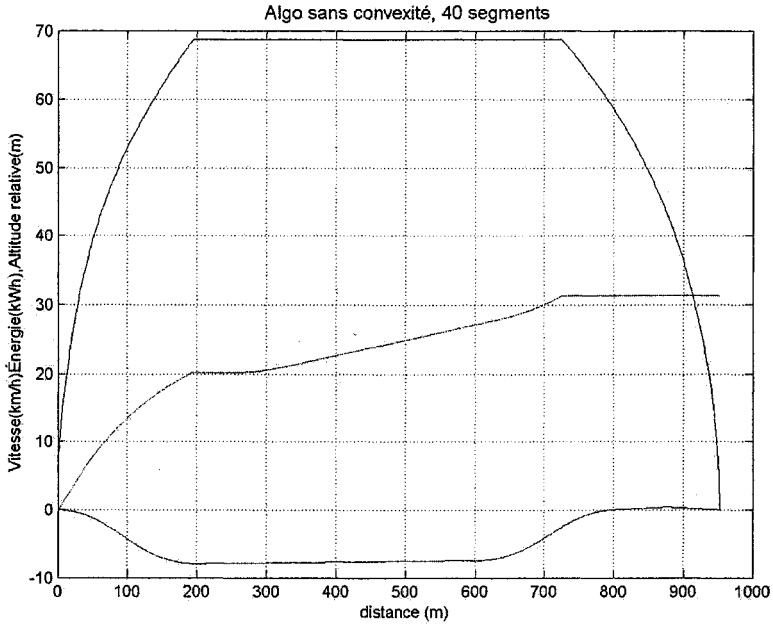


Figure 45 Marche type obtenue avec gênes bloqués sauf au coude de départ

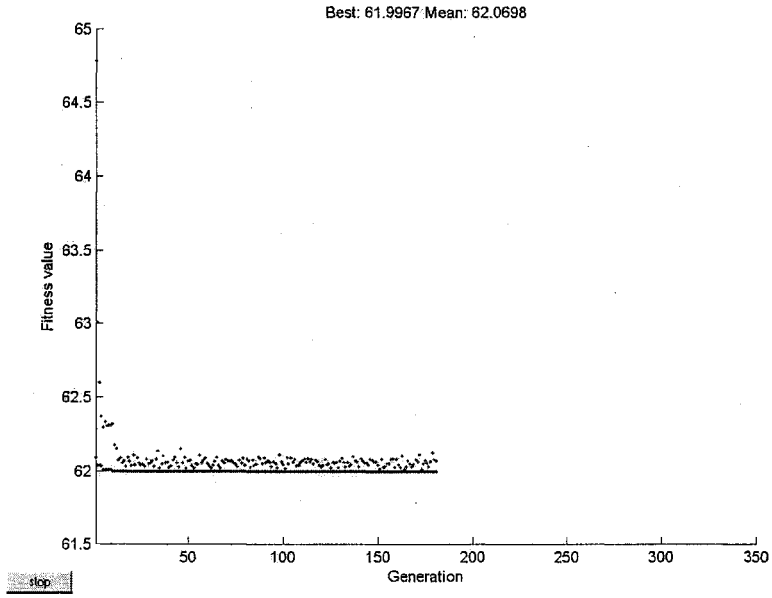


Figure 46 Évolution avec gênes bloqués sauf au coude de départ

La quantité importante de tunnels par génération accélère grandement la convergence vers un résultat stable. Le résultat obtenu est de 62 kWh et confirme le profil en cuvette de deux stations au même niveau. Le tableau des déclivités engendrées par l'algorithme est montré ci-contre.

Tableau XII

Déclivités à 40 segments, un seul coude évolué

Distance (m)	**Déclivité (%)**
10	-2,1
30	-3,7004
50	-5,3015
70	-6,5
90	-6,5
110	-5,4555
130	-3,9903
150	-2,4548
170	-1,0823
190	-0,12748
–	–
–	–
550	-0,12748
570	-0,12748
641,69	6,5
762,55	0,5

Bien que ce résultat soit intéressant, l'examen du graphique de marche type de la figure 45 et celui du tableau 12 indiquent une légère asymétrie. Les deux « coudes » de la cuvette seront maintenant appelés à évoluer avec les paramètres évolutifs suivants :

- popInitRange: [2x39 double];
- populationSize: 200;

- eliteCount: 8;
- crossoverFraction: 0,8000;
- generations: 350;
- fitnessScalingFcn: @fitscalingrank;
- selectionFcn: {[Tournoi] [4]};
- crossoverFcn: @crossoverscattered;
- mutationFcn: {[Gaussienne] [0,1000] [0]}.

Les graphiques de marche type et d'évolution suivent aux figures 47 et 48. La figure 47 illustre l'endroit approximatif où les gênes peuvent évoluer.

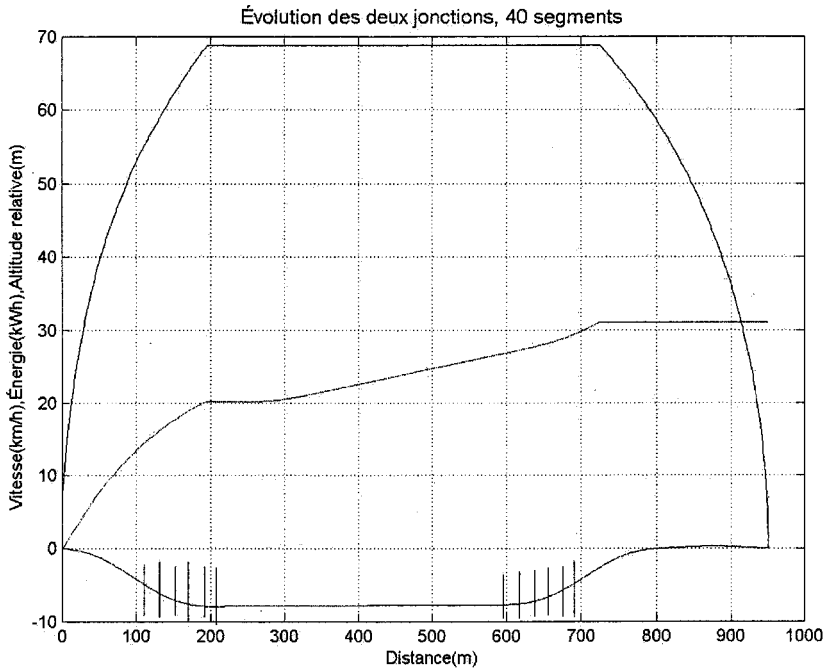


Figure 47 Marche type avec gênes bloqués sauf aux deux coudes

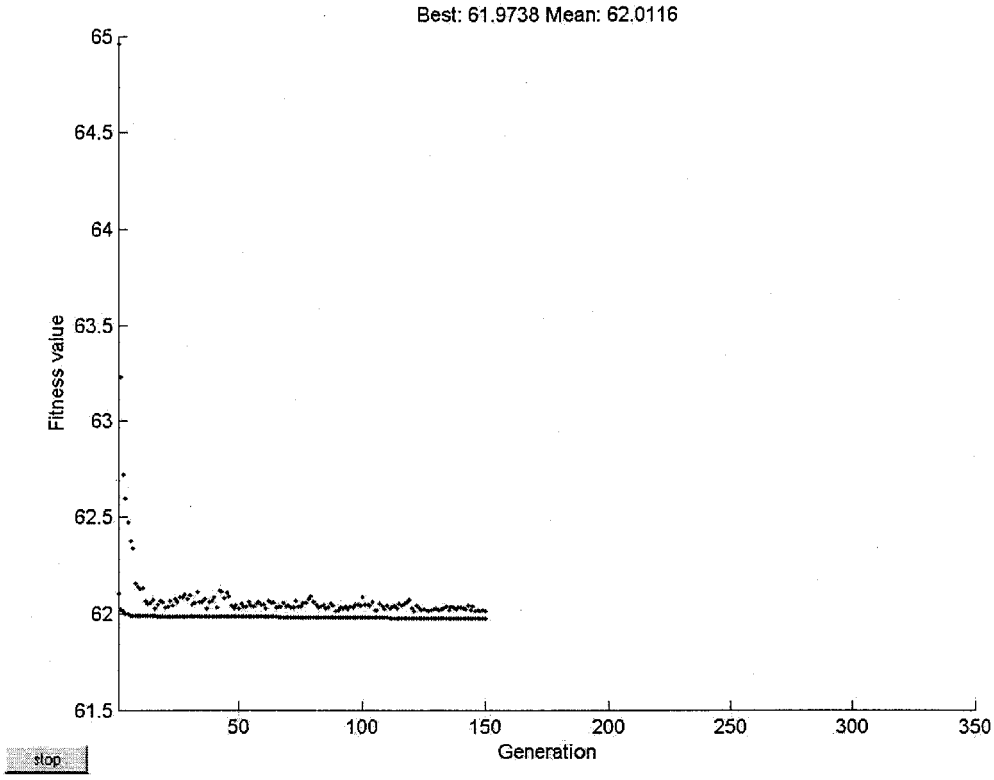


Figure 48 Évolution avec gênes bloqués sauf aux deux coudes

Le tableau des déclivités est comme suit :

Tableau XIII

Déclivités à 40 segments, deux coudes évolués de la cuvette

Distance (m)	Déclivité (%)
10	-2,1
30	-3,7004
50	-5,3015
70	-6,5
90	-6,5
110	-5,8157
130	-4,3018
150	-2,7012
170	-1,1793
190	-0,056791
–	–
–	–
550	-0,056791
570	-0,056791
643,47	6,5
762,55	0,5

Le résultat énergétique est de 61,97 kWh. Suite à ces deux essais, l'optimisation par AG sous contrainte d'absence de convexité et sans tenir compte du drainage, permet de conclure ceci. Pour la meilleure performance énergétique du matériel roulant MR-73 il faut qu'à partir de 116 mètres du départ un arc de cercle de rayon de courbure de 1250 m se détache de la pente de 6,5 % et relie le fond de 0 %. En effet, en considérant les données de déclivité du tableau 13 lors de l'arrivée au quai de destination et le dessin de la figure 49, les calculs suivants amènent à cette conclusion :

$$s = \frac{1250(0.065)}{2} = 40.62m$$

643,47 + 40,62 = 684,09

800-684,1 = 116 m

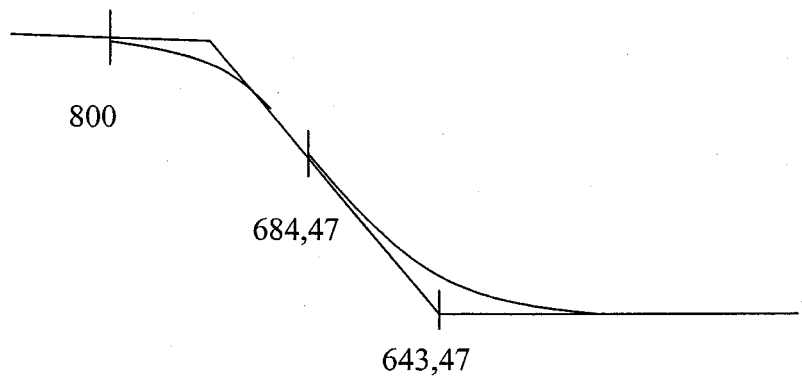


Figure 49 Distance de raccordement, avec fond plat

Le chromosome « gagnant » est celui-ci ; les « 1 » représentent les gênes bloqués pour une déclivité minimale.

1	1	1	1	1	0,57284	0,054628	-0,047601	0,048872
0,29844	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0,70367							
1,1474	1,0088	0,70519	0,13792	1	1	1	1	1

À partir des résultats obtenus précédemment, le principe suivant s'applique dans le cas d'un tunnel avec absence de convexité, sans autres considérations comme la nature du roc ou le drainage :

« Pour deux stations au même niveau, afin d'obtenir une performance énergétique optimale, il faut une déclivité maximale jusqu'à une distance à déterminer en fonction du type donné de matériel roulant et de la marche type de ce matériel. À partir de cette

distance, le rayon de courbure minimal relie cette déclivité maximale et le fond de la cuvette ».

Ayant établi ce principe, les caractéristiques énergétiques du profil peuvent être optimisées avec d'autres méthodes que les algorithmes génétiques. Il faut examiner la troisième solution qui consiste à donner plus de liberté à l'algorithme, donc permettre des convexités. Avec 20 segments le meilleur résultat à ce jour de 61,77 kWh est obtenu et a l'allure montré à la figure 50. L'évolution est montrée à la figure 51.

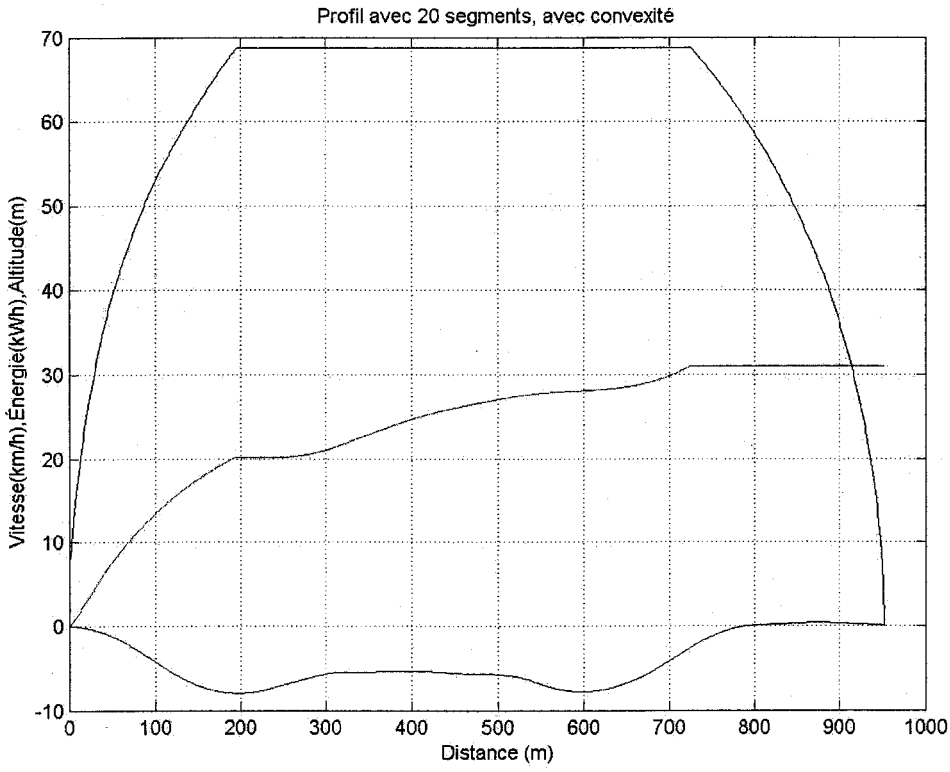


Figure 50 Marche type et énergie avec absence de contrainte de convexité

Ceci procure un premier exemple où des méthodes heuristiques d'optimisation peuvent être plus laborieuses à développer comparé à l'emploi des AG. En effet, il faudrait d'abord suspecter l'avantage de ces deux dépressions et ensuite en varier la distance (du

creux), la profondeur, et les valeurs de déclivités latérales à l'aide de boucles imbriquées ou d'une laborieuse campagne de simulations.

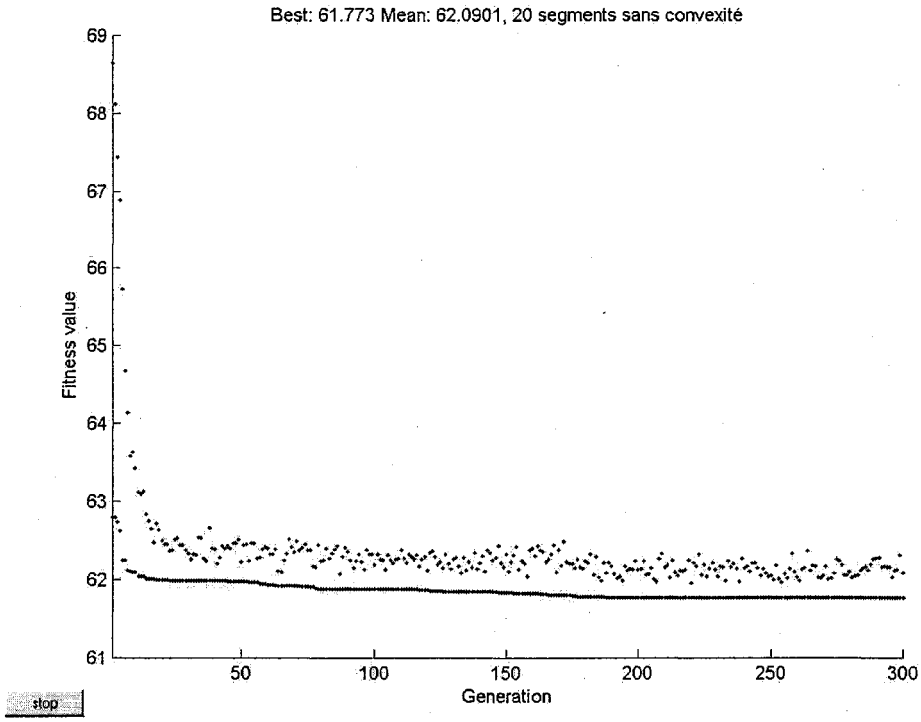


Figure 51 Évolution avec absence de contrainte de convexité

Le profil avec plateau de la figure 50 est plus performant que le profil en cuvette à fond plat car la dépression avant la rampe de 6.5% aide le train à monter cette rampe tandis qu'elle aide au freinage respectant la vitesse maximale dans l'autre sens. Les paramètres de l'évolution furent les suivants :

- populationType: 'doubleVector';
- popInitRange: [2x1 double];
- populationSize: 200;
- eliteCount: 8;
- crossoverFraction: 0.8;
- generations: 300;

- fitnessScalingFcn: @fitscalingrank;
- selectionFcn: {[Tournoi [4]};
- crossoverFcn: @crossoverscattered;
- mutationFcn: {[Uniforme] [0,081081]}.

Il y a lieu d'examiner comment ce type de profil « libéré » permettant des convexités évolue avec la distance entre les quais. Avec une distance de seulement 400 mètres, le profil est le suivant :

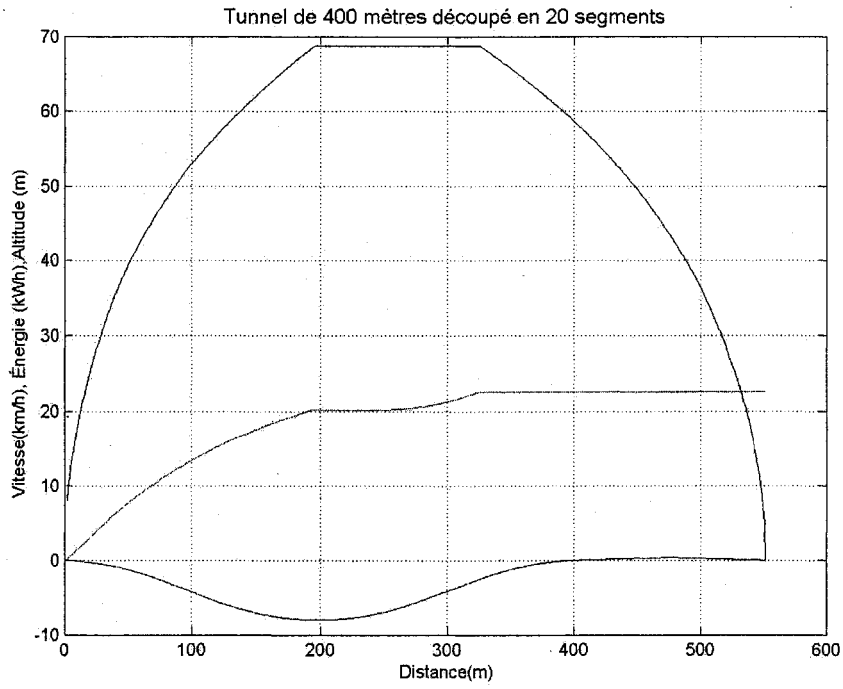


Figure 52 Évolution avec absence de contrainte de convexité, tunnel de 400 mètres

Il s'agit essentiellement du raccordement de deux déclivités de -6,5 % et 6,5 %. Plusieurs cas de figure peuvent survenir. Ceux-ci seront examinés surtout sur le plan de l'allure générale des profils afin d'examiner la vraisemblance des résultats obtenus avec les AG. Les cas de figure suivants modifient un seul facteur du scénario à tour de rôle:

1. l'accélération initiale est augmentée de 1,2 à 1,4 m/s^2;
2. la vitesse maximale est augmentée.

3. la vitesse est diminuée par freinage d'espacement en approchant vers une station mais pas vers l'autre;
4. il y a freinage par récupération (13 %);
5. le train est doté de deux élément au lieu de trois;
6. il s'agit d'un train MR-63 au lieu d'un MR-73;
7. il faut drainer le tunnel avec une déclivité de 1 % au moins.

Les graphiques suivants montrent les profils respectifs de ces sept cas avec une évolution pour chaque cas. Dans une situation réelle, elles devraient être répétées un certain nombre de fois, comme cela fut fait plus haut avec l'algorithme simplifié. Néanmoins, les résultats obtenus montrent que les profils sont liés à la marche type adoptée et aux caractéristiques du matériel roulant.

Changement d'accélération

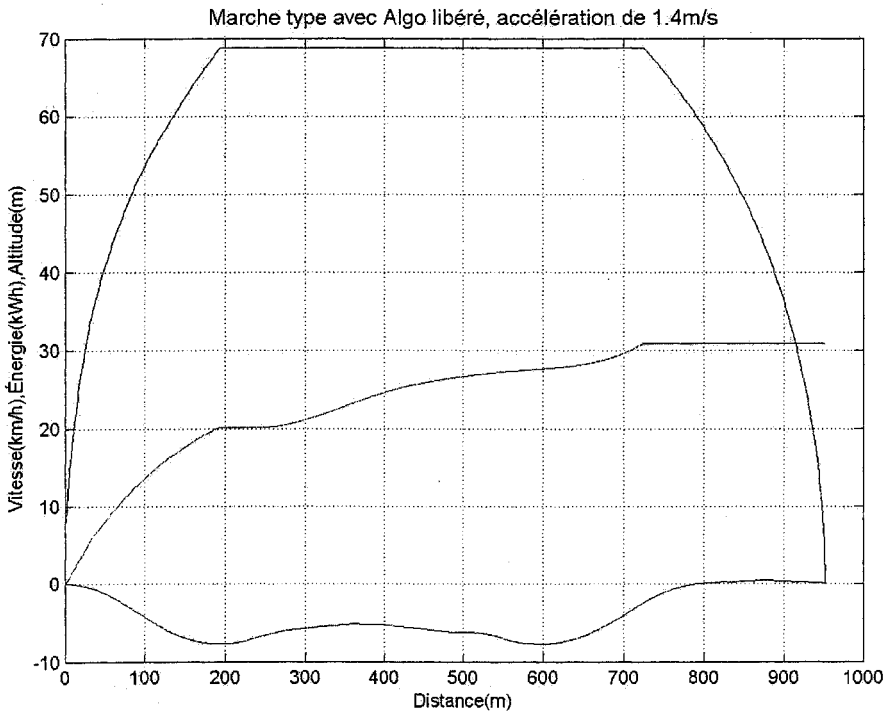


Figure 53 Évolution avec absence de contrainte de convexité, accélération de 1,4 m/s2

Ce graphique est similaire à celui de la figure 50. Le changement d'accélération initiale n'a pas un impact majeur.

Changement de vitesse maximale

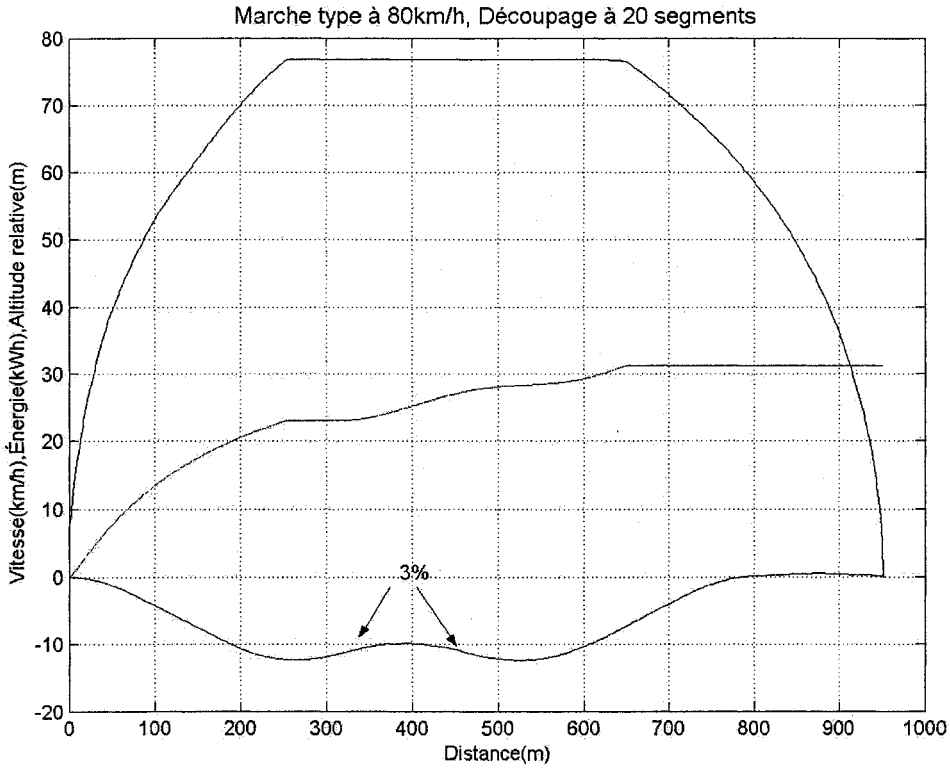


Figure 54 Évolution avec absence de contrainte de convexité, vitesse de 80 km/h

Le changement de vitesse maximale a un impact significatif car le freinage de respect de la consigne de vitesse survient plus loin. Le plateau de la figure 50 devient une bosse entourée de déclivités de 3%. À noter que le drainage du tunnel est assuré ici.

Réduction de vitesse dans un sens

Dans les terminus, une réduction de vitesse est imposée au train afin de protéger les aiguillages en arrière-gare.

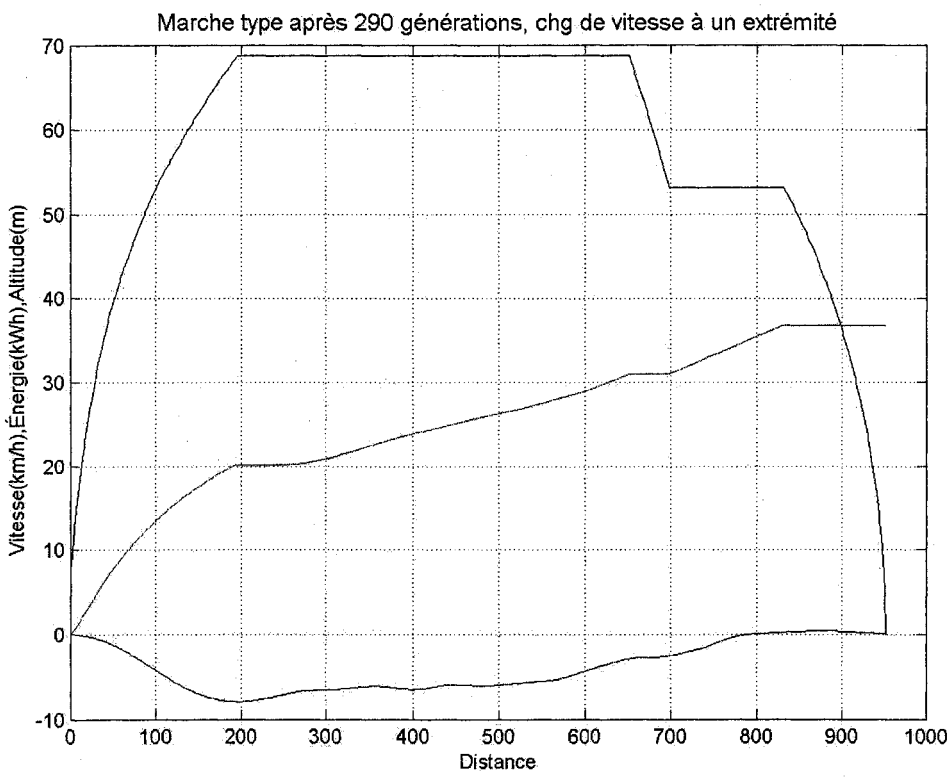


Figure 55 Évolution avec absence de contrainte de convexité, réduction de vitesse

La réduction de vitesse altère considérablement la symétrie du profil. De plus, des ondulations sont présentes. D'autres évolutions pourraient révéler les caractéristiques principales, notamment la possible émergence d'un plateau à 700 mètres. Les ondulations peuvent être lissées après coup comme cela est décrit plus loin.

Récupération d'énergie

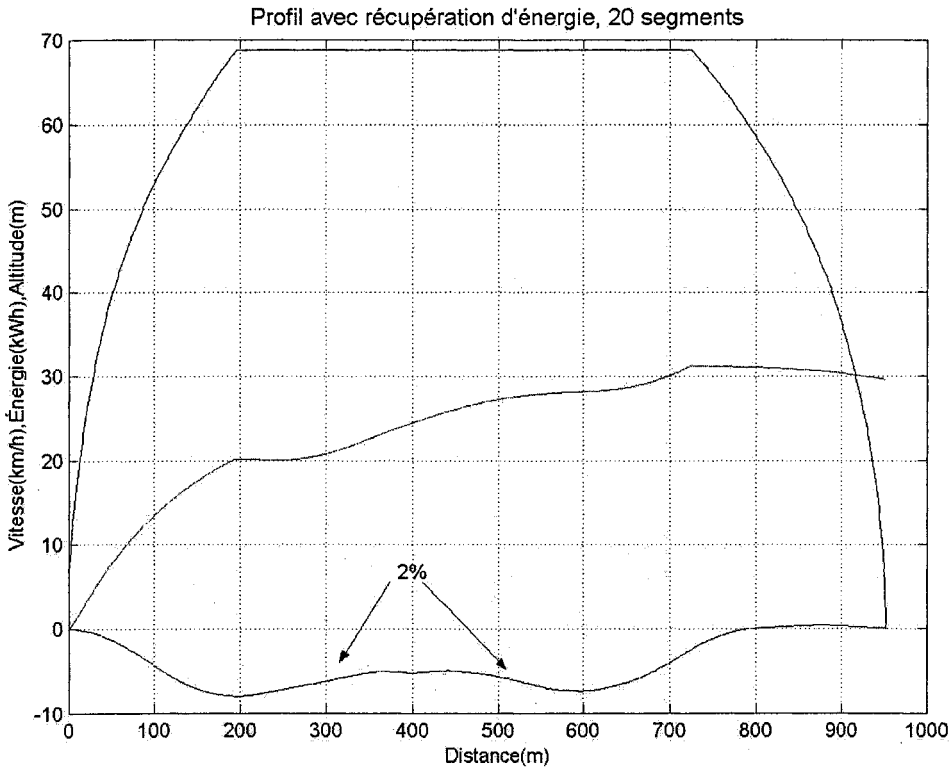


Figure 56 Évolution avec absence de contrainte de convexité, récupération d'énergie

La récupération lors du freinage est de 13 %. L'énergie obtenue ici est de 58,56 kWh après 250 générations, soit un gain de 5 % due à la récupération par rapport à l'énergie de 61,7 kWh de la figure 50. Le profil est quelque peu modifié par rapport à la figure 50 et une légère dépression semble apparaître au milieu du profil. Elle n'est pas causée par la récupération comme on le verra.

Train de deux éléments

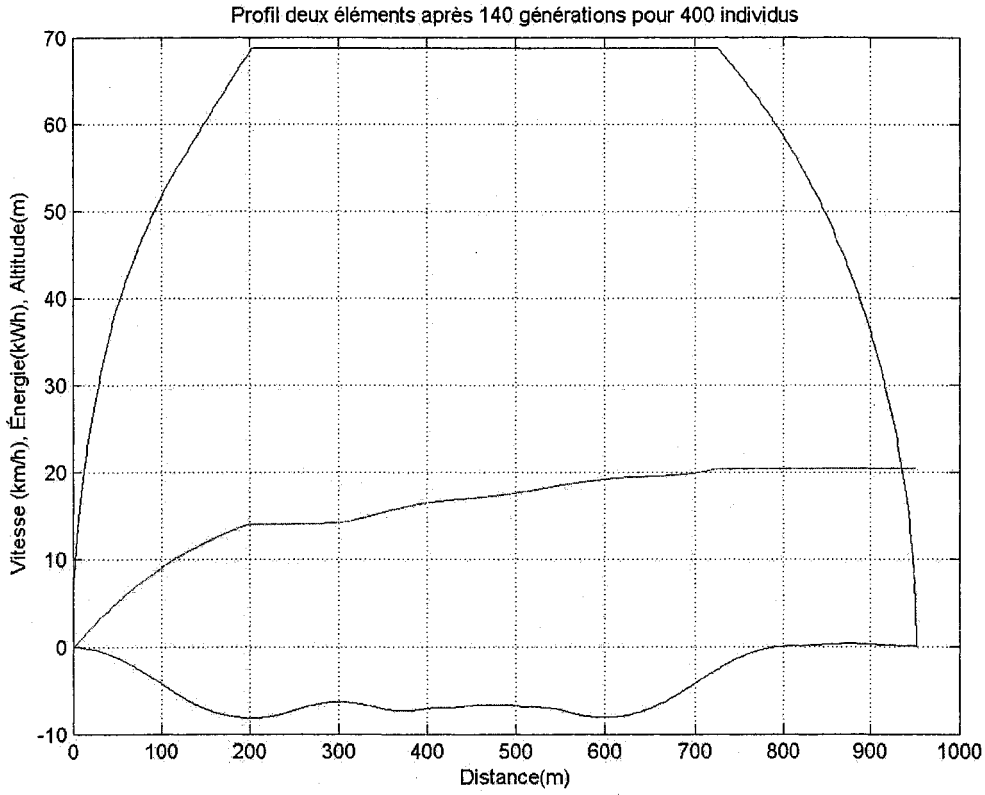


Figure 57 Évolution avec absence de contrainte de convexité, train à deux éléments

Un train de deux éléments a une longueur de 100 mètres au lieu de 152 mètres. Le parcours contient des ondulations qui dans ce cas-ci procure une énergie aller retout de 40,74 kWh.

Le lecteur peut s'interroger sur le bénéfice énergétique des ondulations. Une autre évolution avec absence de convexités, c'est à dire le profil classique à fond plat de l'UITP, produit un résultat de 40,75 kWh. Dans ce cas-ci, cet essai d'optimisation par AG ne procure pas d'avantage énergétique.

Train MR-63

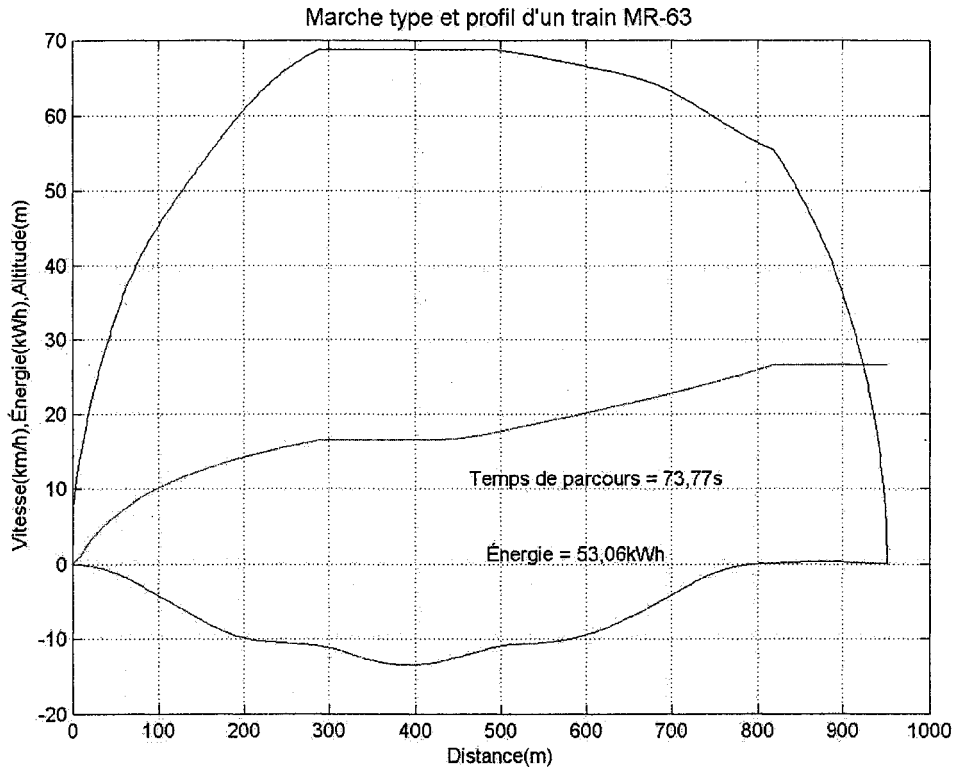


Figure 58 Évolution avec absence de contrainte de convexité, train MR-63

La figure 58 montre que le choix du profil est étroitement lié à la marche type du train. L'énergie obtenue est de 53 kWh. Avant de conclure trop rapidement à l'avantage énergétique du train MR-63 par rapport au MR-73, il convient de comparer les temps de parcours. Le temps de parcours du MR-73 est de 69,7 secondes soit un gain de quatre secondes comparé aux 73,7 secondes du MR-63. Une telle perte de temps accumulée d'une station à l'autre se traduit en perte de capacité de transport.

S'il y a lieu de retarder un train pour des raisons de régulation par exemple, il est présumé préférable de le faire par une mise sur erre dans un profil optimal respectant une marche tendue, et non pas le retarder dans un profil difficile pour la puissance du train comme celui de la figure 58. La capacité de transport est trop sévèrement diminuée

pour la situation montréalaise. Dans le cas du MR-63, une optimisation à deux objectifs est nécessaire.

Contrainte de drainage

Un algorithme contraignant une déclivité d'au moins 1 % fut élaboré. En gros, il consiste à obliger un transition vers le haut jusqu'à 1 % si une déclivité se situe entre -1% et 1%, et si cette dernière est plus grande que la précédente. De façon analogue, il consiste à obliger un transition vers le bas jusqu'à -1 % si la déclivité se situe entre -1% et 1%, et qu'elle est plus petite que la précédente.

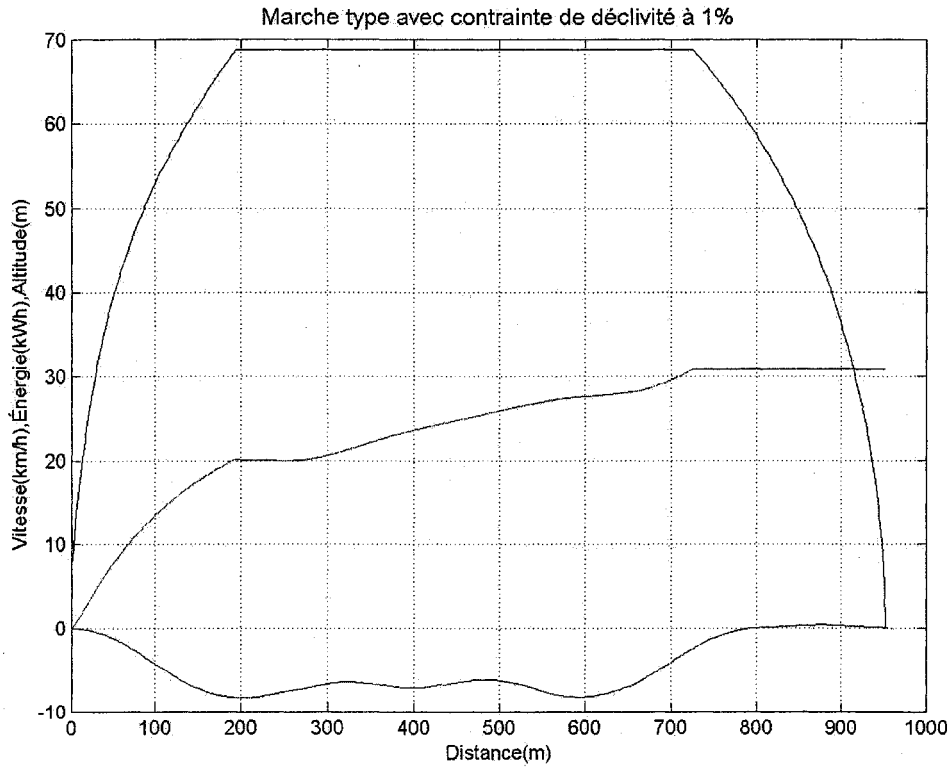


Figure 59 Évolution avec absence de contrainte de convexité, contrainte de drainage

La meilleure énergie à ce jour est obtenue. Elle est de 61,55 kWh et obtenue après 150 générations. Cette fois-ci, une dépression médiane améliore de 0,2 kWh le résultat

obtenu du graphique 50 de l'algorithme « libre », c'est-à-dire permettant des convexités. Un nombre plus grand de générations lors de l'évolution de l'algorithme « libre » aurait peut-être dégagé cette légère dépression médiane au lieu du plateau. Le tableau des déclivités est en page suivante et montre qu'il n'y a pas de déclivité plus petite que 1 % sauf en transition du haut vers le bas ou vice versa.

Tableau XIV

Tableau des déclivité avec contrainte de drainage (déclivité de 1 %)

Distance (m)	**Déclivité (%)**
21,0526	3,8283
63,1579	-6,4233
105,2632	-6,2790
147,3684	-3,0827
189,4737	0,2857
231,5789	3,6541
273,6842	1,7635
315,7895	-1,4473
357,8947	-1,8695
400,0000	1,4993
442,1053	1,1771
484,2105	-2,1915
526,3158	-2,0148
624,8239	6,5000
762,5463	0,5000

Comparaison avec l'algorithme de Hook and Jeeves

Il est temps de comparer ces résultats avec ceux obtenus par des méthodes « traditionnelles » comme la recherche directe de Hook et Jeeves présentée en introduction.

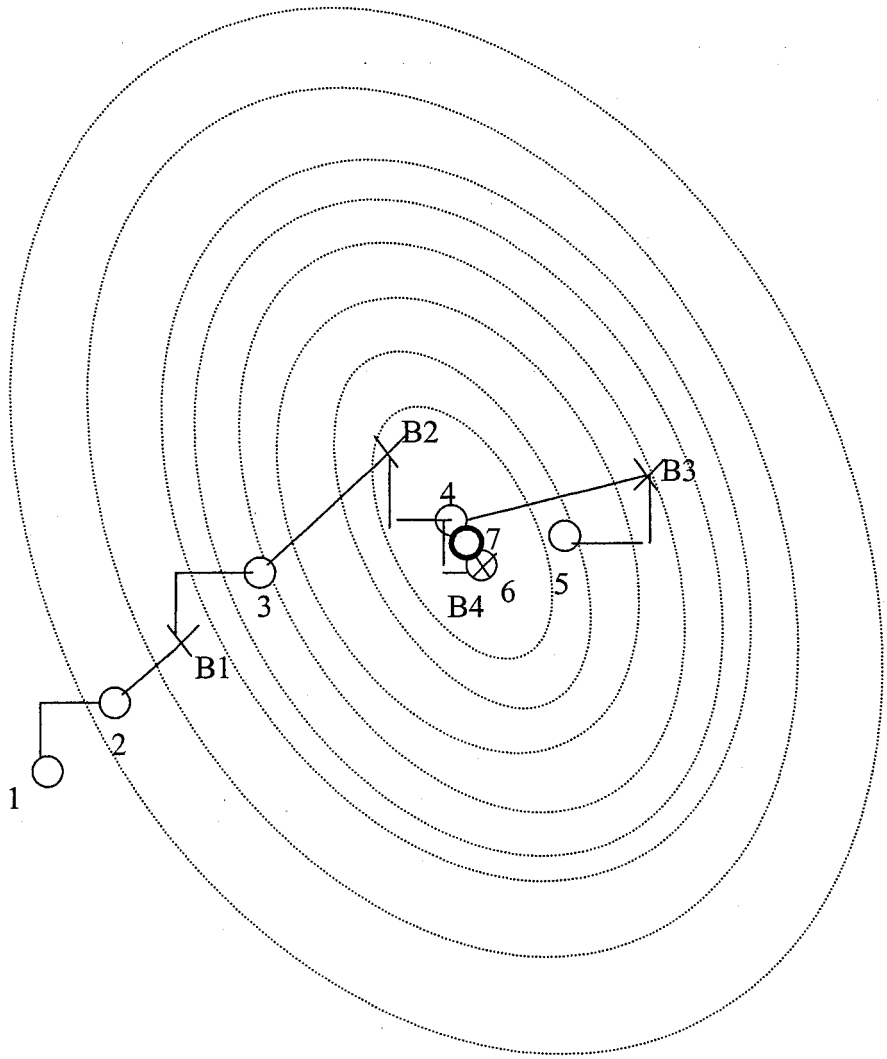


Figure 60 Principe de la recherche directe de Hook and Jeeves

L'algorithme de recherche directe de H&J fut programmé sur Matlab pour ce projet afin d'en comparer les performances avec les AG. Il est basé sur le déplacement d'un point creux circonscrit par une fixture ou un gabarit de déclivités, par exemple la série suivante : -6,5 %, -1 %, 1 % et 6.5 %. Un des avantages est l'obtention immédiat d'un profil contenant des déclivités d'au moins 1 % favorisant le drainage du tunnel.

En se référant à la figure 60 adaptée de [12], chaque ligne ovale est une isotrope d'énergie. L'énergie minimale se trouve au centre. En ce qui concerne la présente application, il faut imaginer le point creux du profil se déplaçant dans l'espace de la figure 60. Suite à des simulations aller-retour d'un MR-73 avec trois éléments, un résultat énergétique est obtenu. Voici une simulation fictive de l'algorithme de H&J.

L'algorithme part d'un point de base initial comme le point 1 représentant le premier point creux d'un profil. Il y a recherche des valeurs d'énergie à quatre valeurs autour de ce point et le point creux ayant le minimum énergétique est localisé au point 2. La différence de distance entre le point 2 et le point 1 amène une recherche autour du point de base temporaire B1. Cette recherche débouche sur le point minimal 3. La différence de distance entre les points 3 et 2 amène une recherche autour du point de base temporaire B2, et celle-ci trouve le point minimal 4. La différence entre le point 4 et le point 3 amène au point de base temporaire B3 mais le point minimal 5 autour de B3 n'est pas plus petit que le point minimal précédent, le point 4. Il faut donc revenir au point minimal 4 et faire une recherche autour de ce point. À cause de l'échec du point 5, l'espace de recherche autour du point 4 est rétrécit. Le minimum est le point 6 mais la valeur de ce point n'est pas plus petite que celle du point 4. Il y a à nouveau rétrécissement de la distance de recherche autour du point 4 et la valeur au point 7 est trouvée comme étant minimale et plus petite que celle du point 4. La différence entre les points 7 et 4 amène l'algorithme au point de base temporaire B4 qui coïncide avec le point 6. Une recherche autour de B4 trouve le point 7. La valeur de ce point n'est pas plus petite que la précédente qui est justement le point 7. En conséquence l'espace de recherche est encore réduit mais la tolérance de rétrécissement est dépassée et l'algorithme est terminé. Le point minimal est le point 7.

Voici le profil obtenu dans un premier essai avec stations au même niveau.

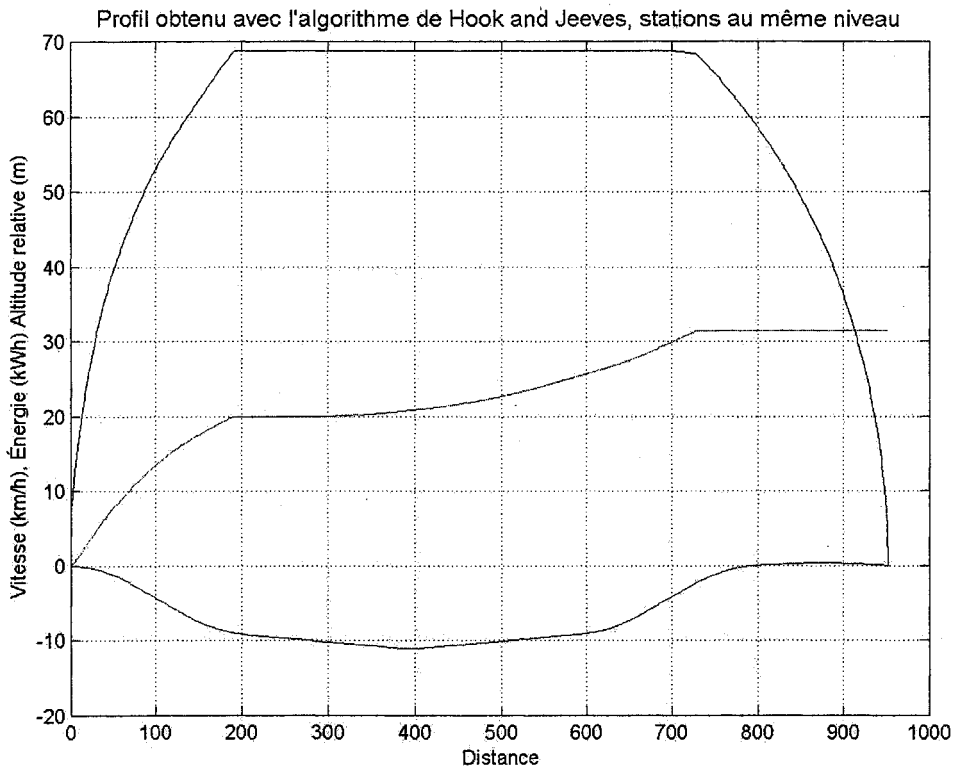


Figure 61 Profil obtenu avec Hook and Jeeves, stations au même niveau

Le profil est plutôt symétrique car le point creux fut localisé à 395 m du tympan de départ et –11 mètres sous le zéro. Bien que le profil soit plus simple que celui de la figure 59 qui procurait une énergie de 61,5 kWh, l'énergie totale obtenue ici est de 62,9 kWh, soit une détérioration énergétique de 2,2%. À mentionner que la distance entre les stations fut adaptée pour tenir compte du rayon de courbure entre les quais et les déclivités de 6.5 %.

5.3 Stations avec dénivelé

Revenant à l'optimisation avec AG et avec les paramètres évolutifs précédents, un dénivelé de 10 mètres est essayé et produit les graphiques de marche type et d'évolution suivants.

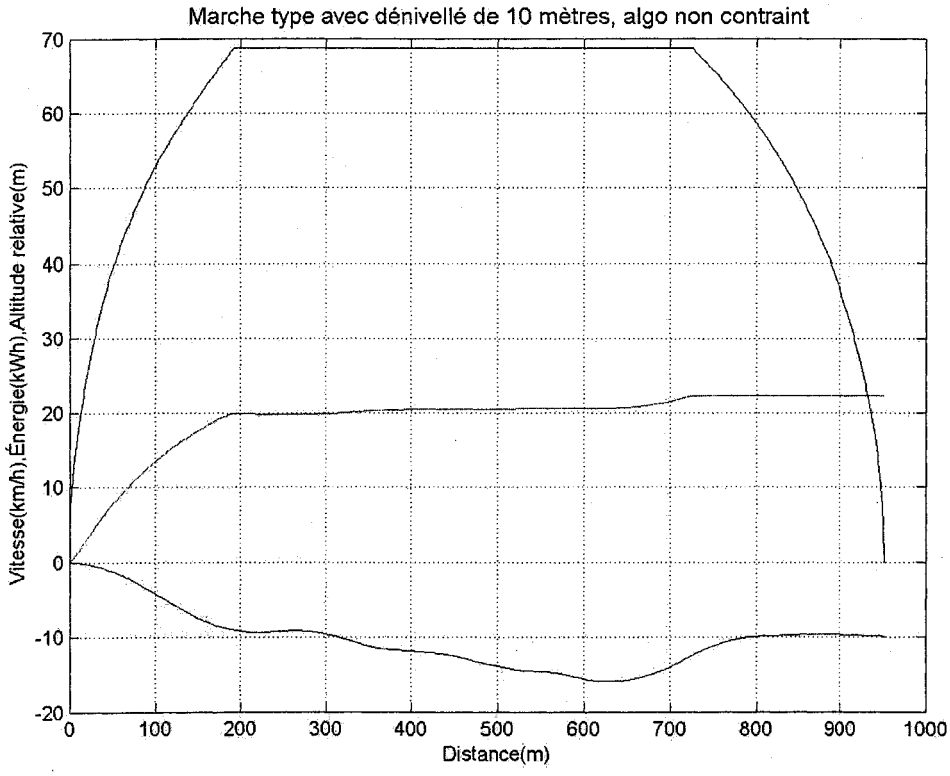


Figure 62 Profil obtenu avec algorithme génétique libre, stations avec dénivelé

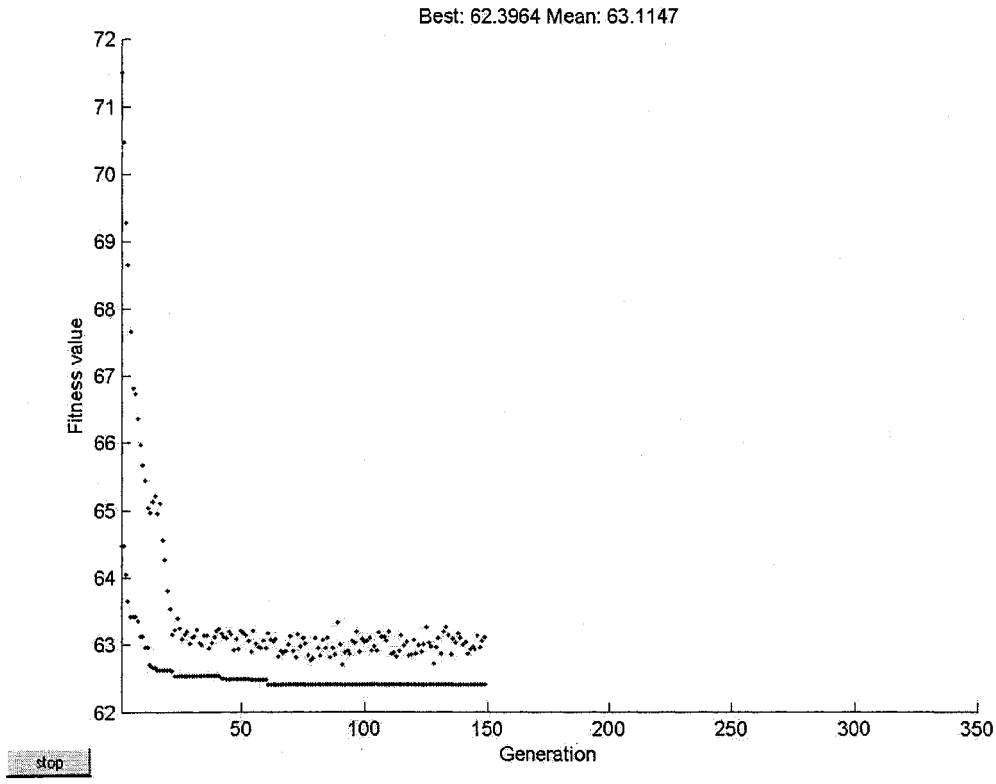


Figure 63 Évolution avec algorithme génétique, construction libre, stations avec dénivelé

Après 150 générations, de nombreuses ondulations sont présentes. Pour éviter des ondulations, il est envisageable de procéder comme déjà fait plus haut soit utiliser la variante de construction interdisant des convexités et bloquer la valeur de certains gênes à leur valeurs minimales. Dans ce cas-ci, il est plus simple d'intervenir sur le phénotype directement, soit lisser les ondulations. Le graphique 64 illustre le procédé :

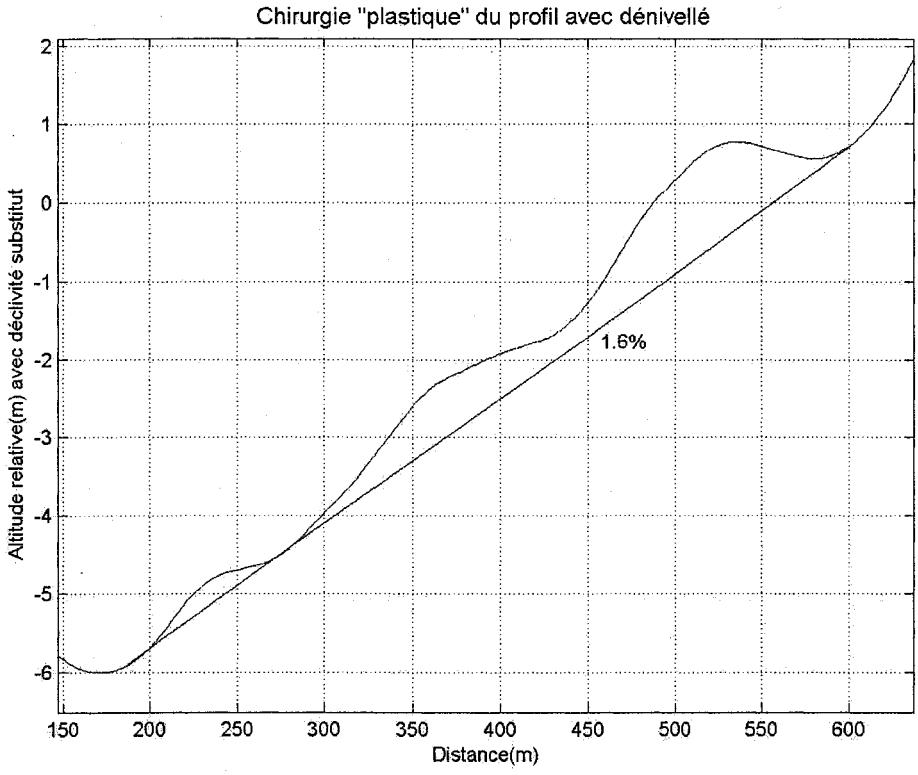


Figure 64 Profil avec algorithme génétique, construction libre, gros plan du lissage des ondulations

Le lissage s'intégrera entre 180 et 600 mètres du quai de départ. La déclivité résultante est d'environ 1,6 %. Le graphique de la figure 65 est obtenu et l'énergie est légèrement supérieure de 0,3 kWh.

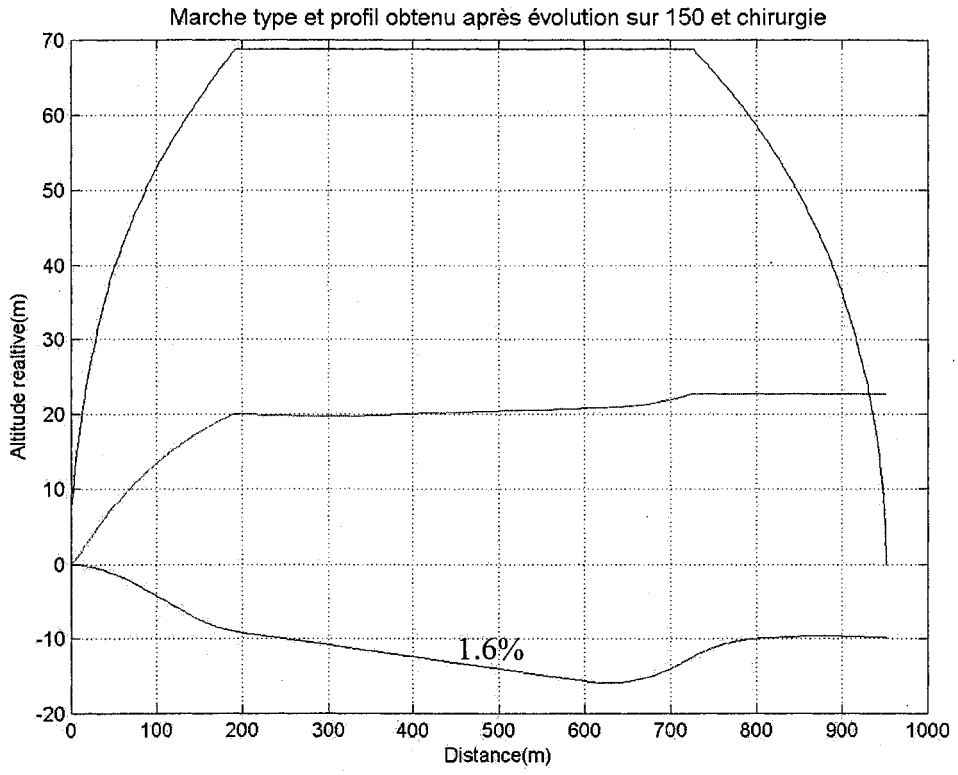


Figure 65 Profil avec algorithme génétique, construction libre, lissage des ondulations

L'énergie obtenue aller-retour est alors de 62,77 kWh. À noter que cette valeur de déclivité est différente de celle qui relierait directement les quais de station, soit 1,25%. La méthode de recherche de H&J est maintenant essayé avec la fixture –6,5 %, -1 %, 1 % et 6,5 %. Le graphique résultant est en page suivante.

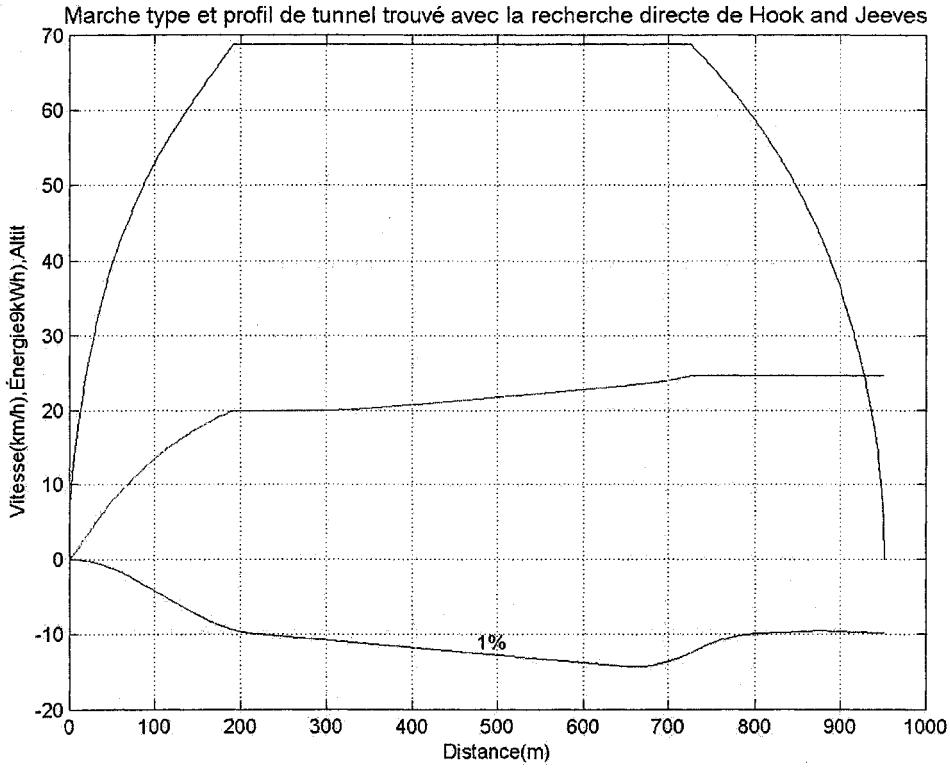


Figure 66 Profil avec recherche directe de Hook and Jeeves

L'énergie trouvée avec la méthode de Hook and Jeeves est de 64,32 kWh. Le lecteur trouvera en annexe F, un exemple imprimé de cette recherche. La perte énergétique est de 2,4 % par rapport au profil de la figure 65 trouvé avec les AG. Il est certain que le choix de la déclivité de 1 % dans le gabarit de l'algorithme de H&J n'est pas appropriée pour cette configuration de stations. Cette comparaison n'invalide pas la méthode de recherche directe de H&J. Celle-ci pourrait être utilisée avec plusieurs valeurs de déclivités encadrées par des déclivités de 6,5 % au lieu de seulement celle de 1 %. Par contre, en l'absence du dernier résultat obtenu avec AG, il n'y avait aucun moyen de supposer à priori une déclivité de 1,6 % comme étant celle appropriée.

L'évolution fut reprise avec une population de 400 individus au lieu de 200 et s'étendant sur 350 générations. Le but était de déterminer si un meilleur résultat peut être obtenu

avec les AG. Le graphique de la figure 67 montre encore des ondulations quoique moins prononcées. L'émergence de plateaux est aussi discernable.

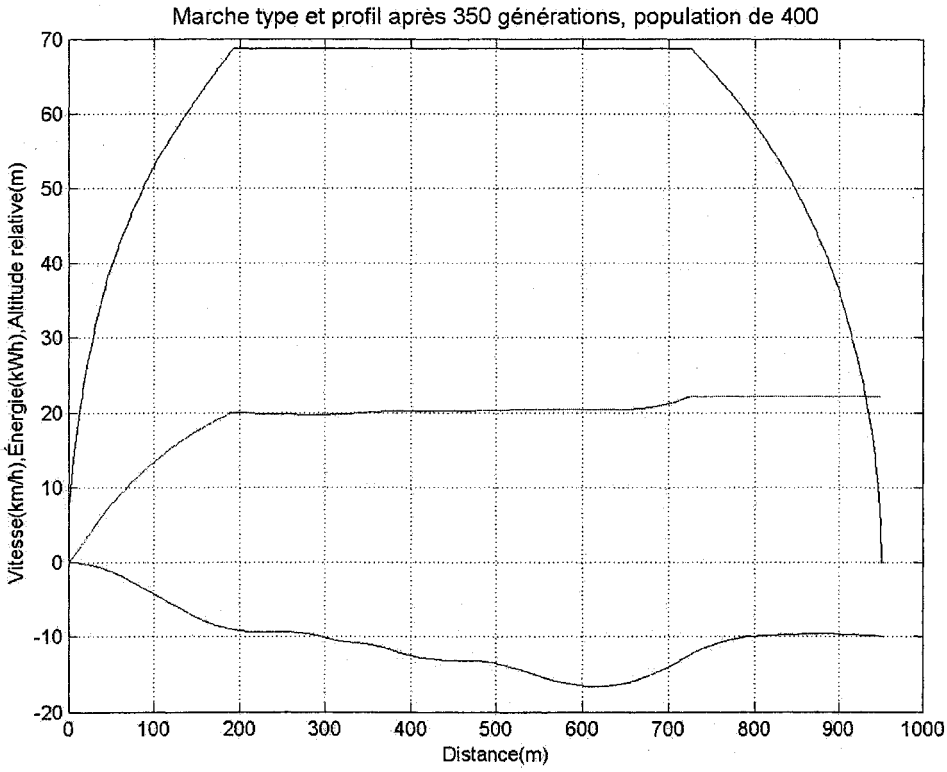


Figure 67 Profil avec algorithme génétique, construction libre, dénivelé et 400 individus par génération

Le graphique de l'évolution est à la figure 68. Le résultat énergétique est de 62,3 kWh ce qui est quelque peu préférable aux 62,7 kWh obtenu précédemment.

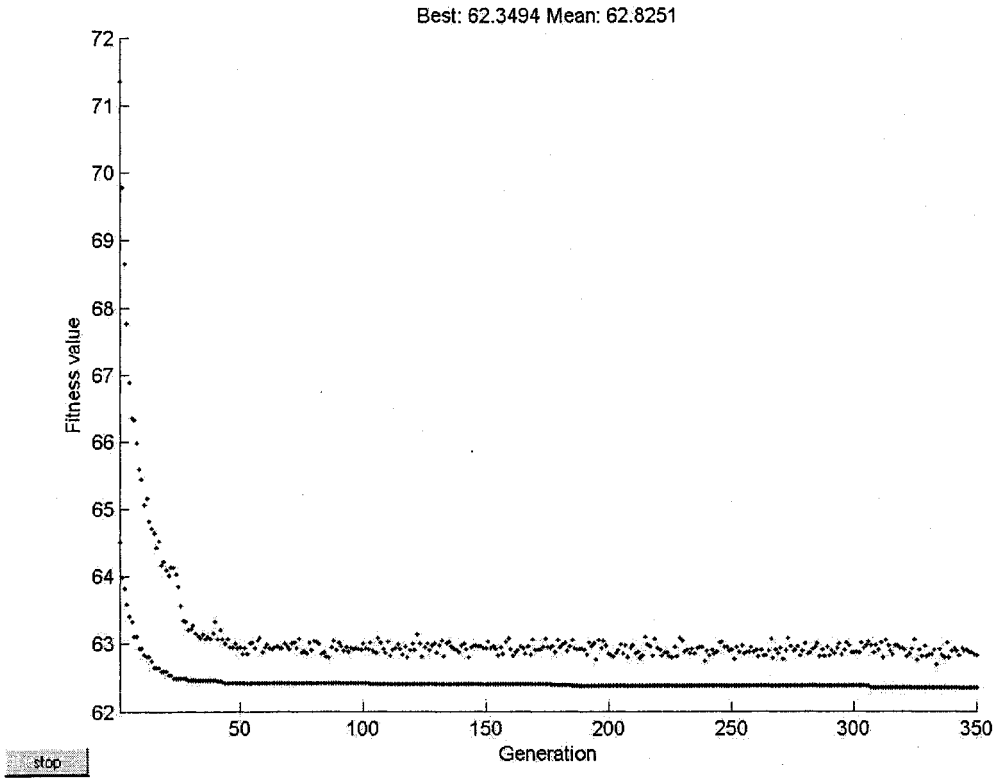


Figure 68 Évolution avec algorithme génétique, construction libre, dénivelé et 400 individus par génération

Sur le graphique de l'évolution, on peut remarquer de légères améliorations à toutes les 150 générations environ, seules dues aux mutations génétiques. Cette évolution s'est déroulée pendant environ 1 h 30. Comme précédemment, les ondulations sont lissées à la figure 69 avec une déclivité de 2,3 % afin de simplifier le profil.

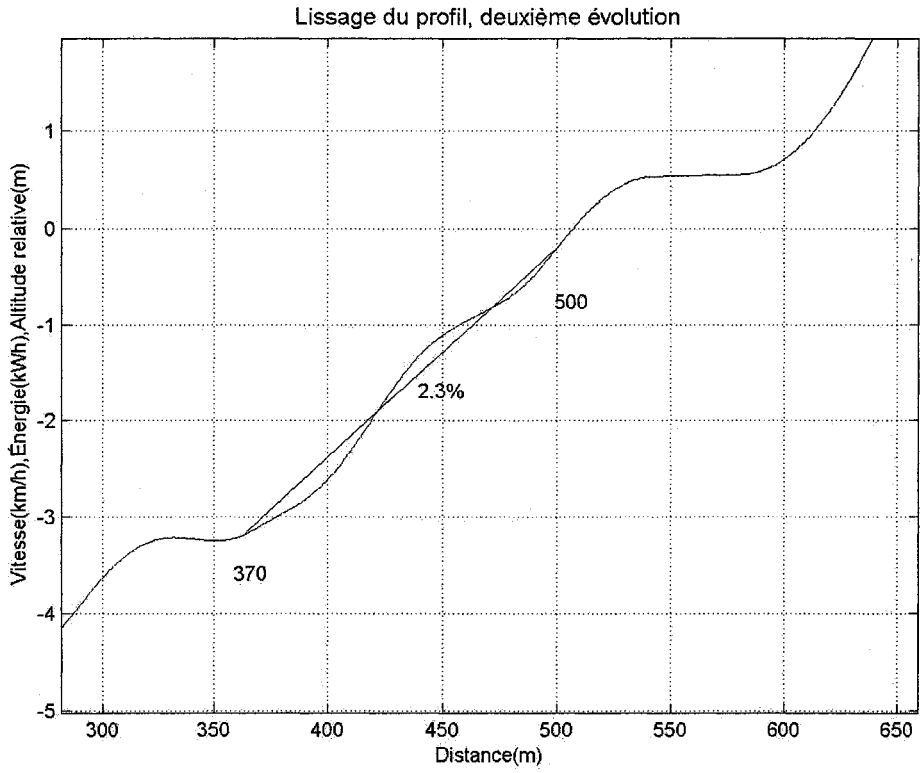


Figure 69 Profil avec algorithme génétique de 400 individus, construction libre, gros plan du lissage des ondulations

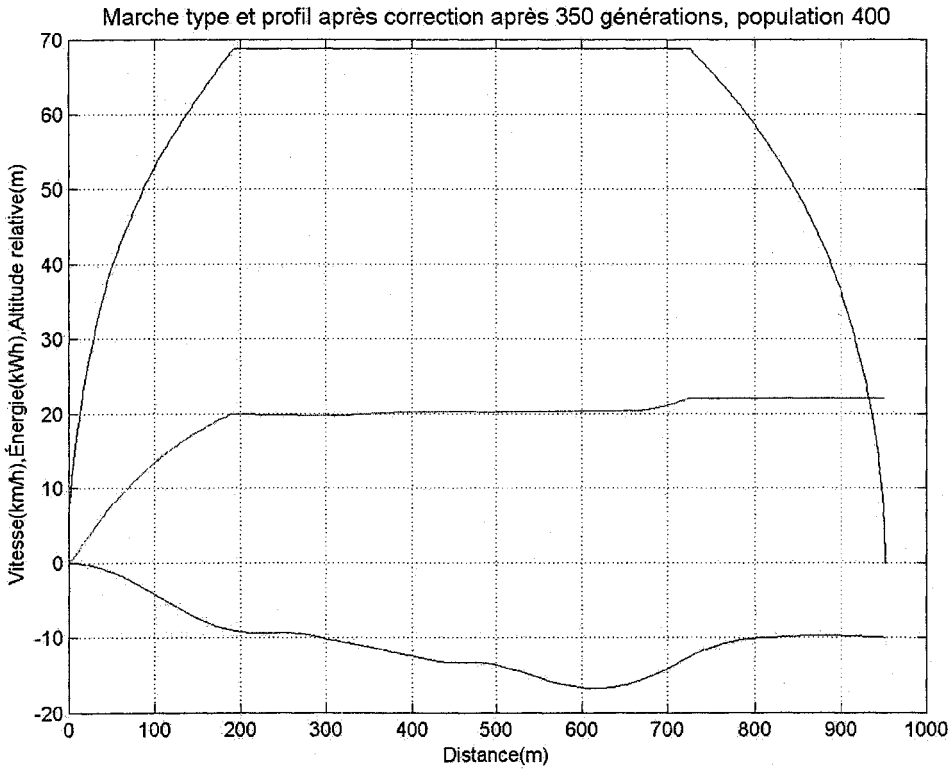


Figure 70 Profil avec algorithme génétique de 400 individus, construction libre, lissage des ondulations

L'énergie aller-retour avec lissage devient 62,37 kWh une perte minime d'énergie (0,07 kWh) par rapport à la méthode non lissée. Par rapport à l'énergie obtenue avec la déclivité de 1,6 % (voir figure 65), le gain énergétique est de 0,67 %. Par rapport à la méthode de H&J avec la fixture 6.5%, 1%, 1%, 6.5%, le gain énergétique est de 3%.

5.4 Comparaisons avec des interstations existantes

Deux interstations existantes ont été choisies pour étudier les performances des nouvelles méthodes. La première interstation fait partie du prolongement vers la ville de Laval. Il s'agit d'une longue interstation de 2043 mètres entre les stations Cartier et Concorde.

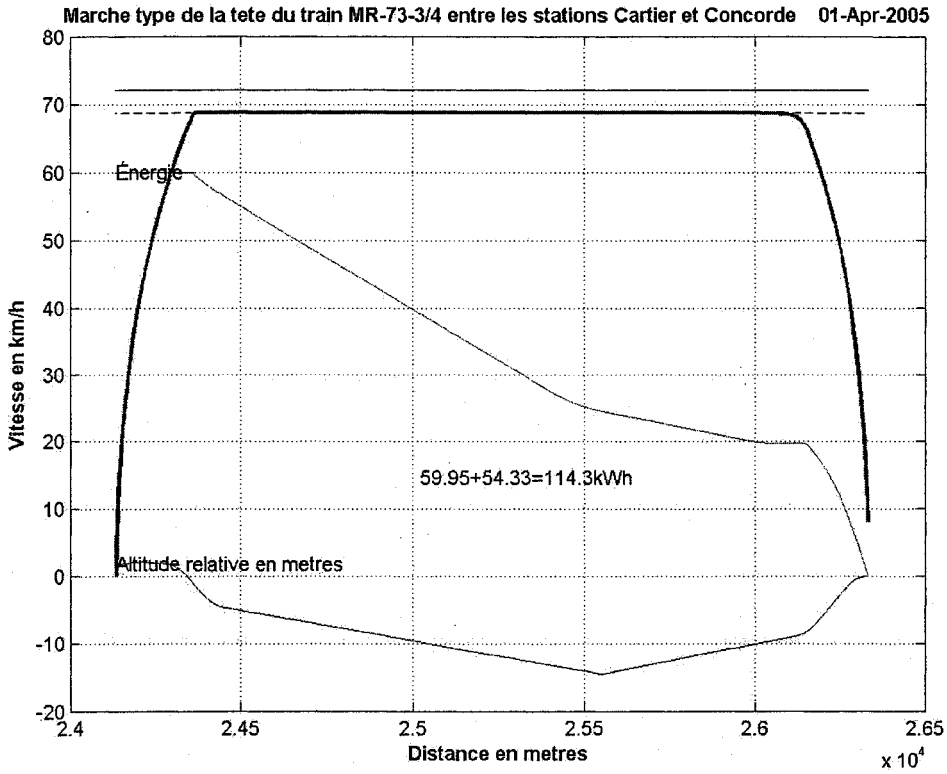


Figure 71 Profil de l'interstation Cartier vers Concorde

La figure 71 montre le cheminement direction Concorde. Les deux déclivités positives et négatives de l'illustration sont de 1 %. L'altitude relative de la station Concorde par rapport à la station Cartier est de 1,7 m. Le résultat énergétique serait de 114,3 kWh avec le profil envisagé pour le prolongement. Un premier essai d'évolution avec AG produit le profil de la figure 72.

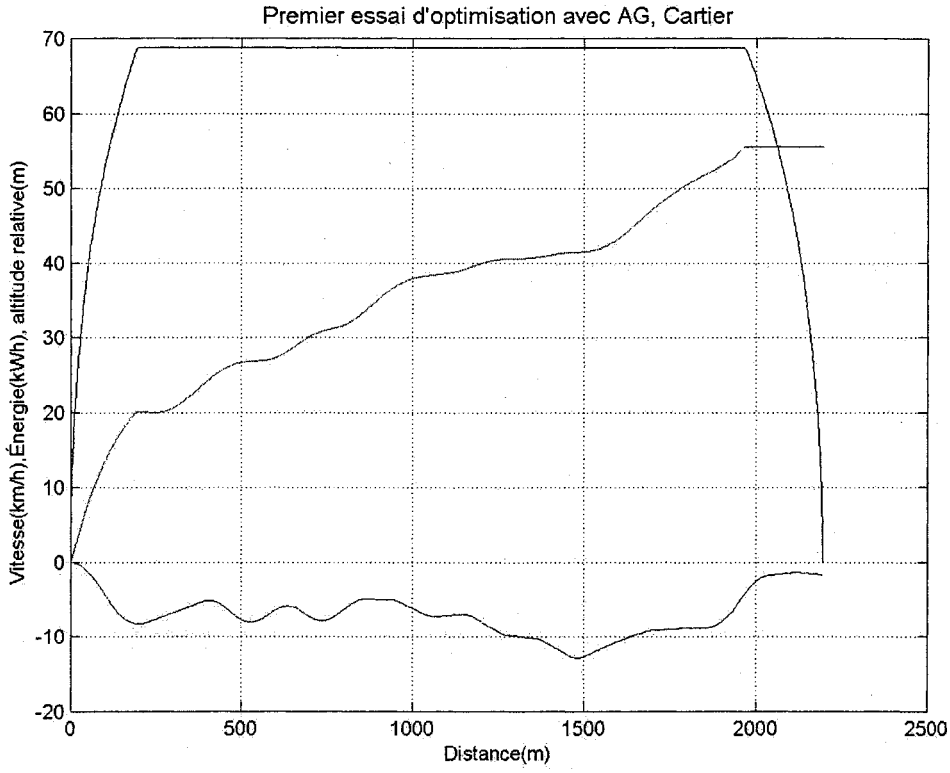


Figure 72 Premier essai d'optimisation avec AG de l'interstation Concorde vers Cartier

Le profil chaotique de la figure 72 est produit par l'algorithme libéré de toute contrainte. Les nombreuses ondulations révèlent un manque de puissance du réglage des paramètres même après 2 heures de calcul. Les paramètres pourraient être changés, notamment la population qui pourrait être augmentée de 200 à 400 par exemple. Plutôt que de procéder à de nouvelles évolutions, les connaissances acquises jusqu'à maintenant peuvent aussi être utiles. Par exemple, comme cela fut fait précédemment, une segmentation fine jusqu'à une distance d'environ 500 m des quais de départ et d'arrivée mètres pourrait être envisagée, quitte à bloquer tous les gênes à leur déclivité minimale jusqu'à l'autre bout du tunnel. Chaque segment aurait environ 40 mètres de largeur, le tunnel serait donc découpé en 50 segments.

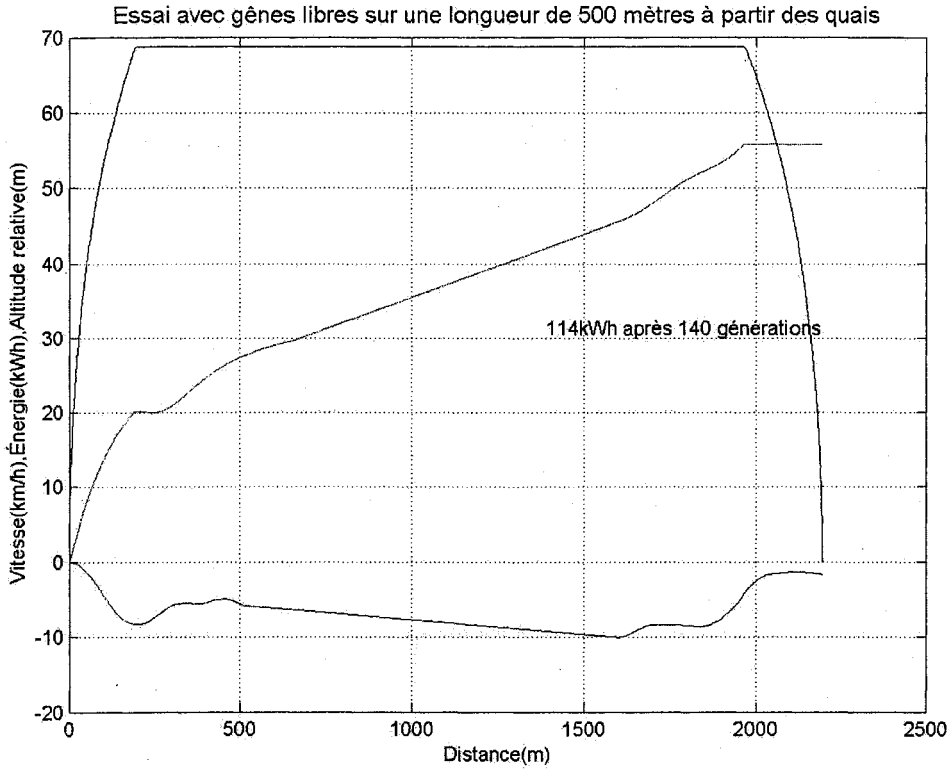


Figure 73 Profil de l'interstation Cartier et Concorde, blocage des gênes sur une longueur de 1000 mètres

Le profil de la figure ci-dessus améliore légèrement (-0,3 kWh) la performance énergétique par rapport au profil existant, au prix d'une complexité accrue des profils de départ et d'arrivée.

Une autre tentative impose des déclivités minimales de 1% avec trois gênes au milieu du parcours qui peuvent évoluer. Les départs et arrivées peuvent évoluer sur une longueur de 360 mètres. Ceci produit le profil de la figure 74 qui est plus « simple » mais le résultat énergétique demeure identique, soit 114 kWh.

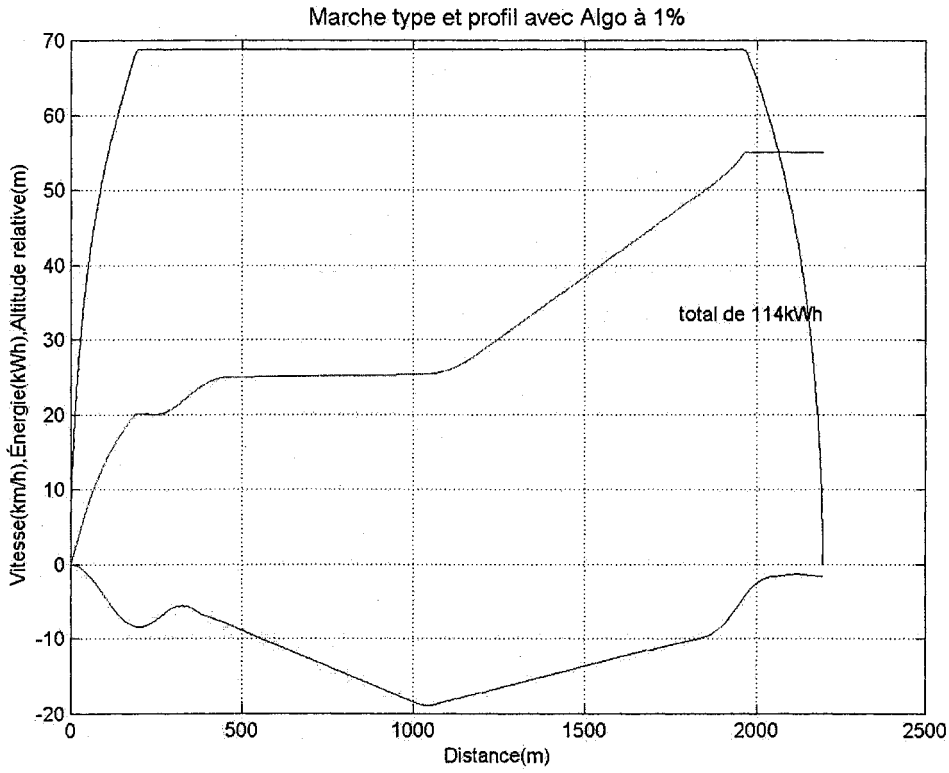


Figure 74 Profil de l'interstation Cartier et Concorde, blocage des gênes sur une longueur de 1280 mètres avec contrainte de déclivité supérieure à 1 %

L'algorithme de Hook and Jeeves produit un résultat de 114,5 kWh comme démontré sur l'illustration 75 de la page suivante. À remarquer la localisation du point creux qui n'est que légèrement décentrée, et à un endroit différent de celui du profil envisagé pour le prolongement.

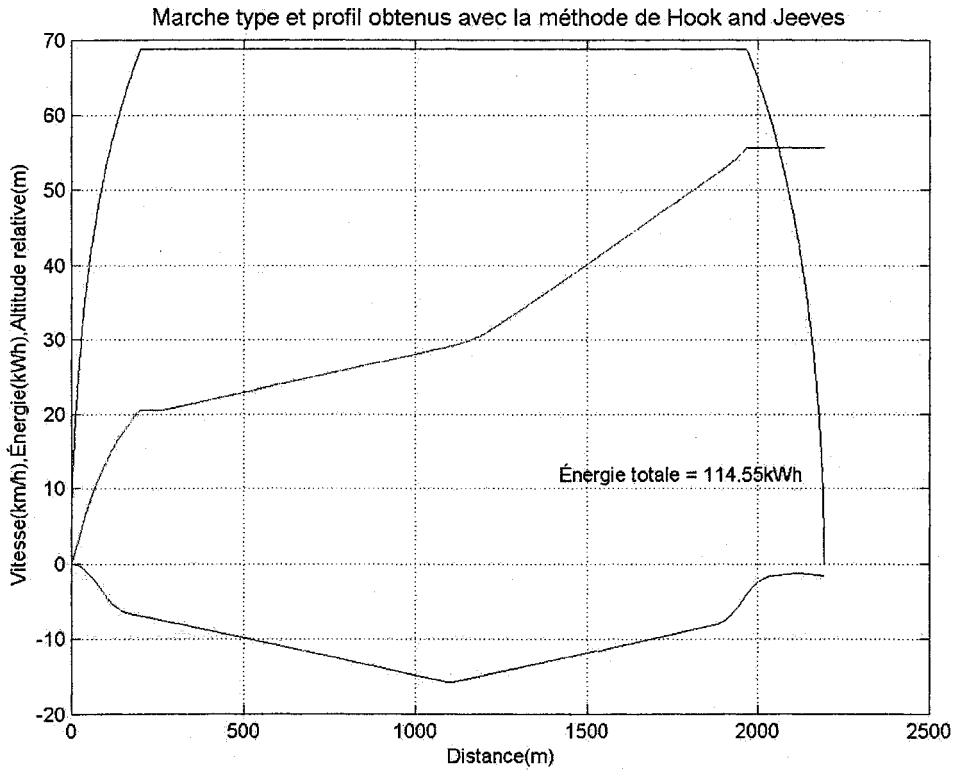


Figure 75 Profil de l'interstation Cartier Concorde, recherche directe méthode de Hook et Jeeves

Une tentative d'amélioration du résultat par recherche directe n'a donc pas été fructueuse.

Une dernière tentative d'amélioration laisse évoluer par AG les deux extrémités en libérant les gênes sur une distance de 360 mètres ainsi que les cinq gênes à la hauteur du creux indiqué par l'algorithme de Hook and Jeeves. La figure 76 montre que comme c'est le cas habituellement il y une dépression après la descente des quais. Cela produit un résultat de 114 kWh, une amélioration plutôt modeste par rapport au profil du prolongement.

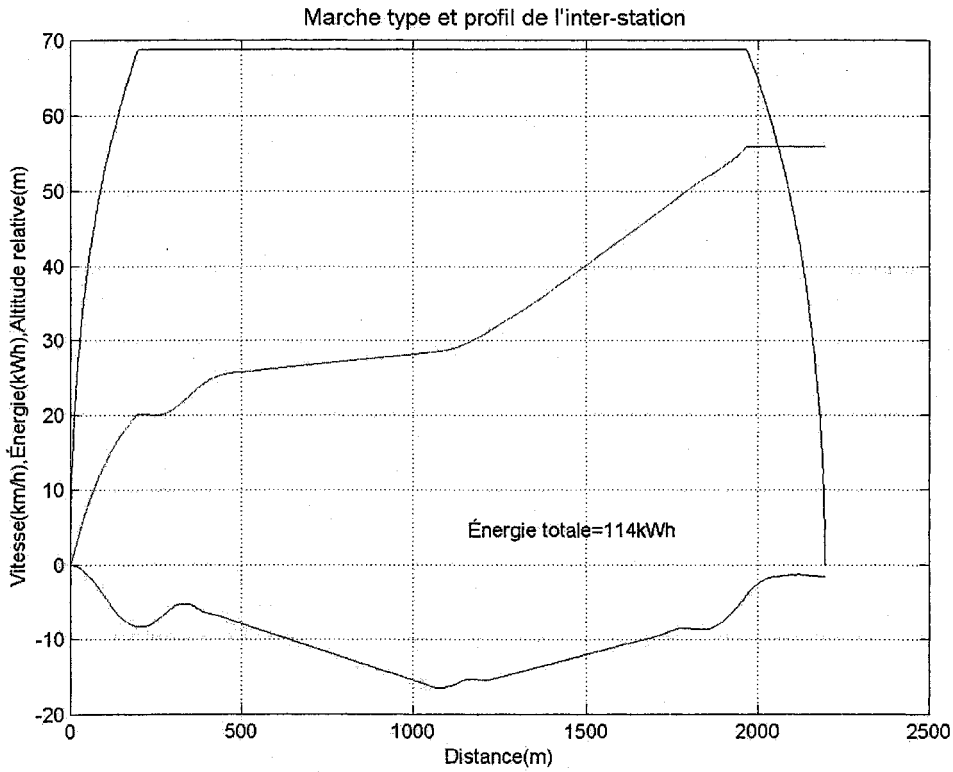


Figure 76 Profil de l'interstation Cartier et Concorde, recherche avec AG au point creux indiqué par le recherche de Hook et Jeeves

Il y a lieu de conclure que pour ce cas particulier, plusieurs profils produisent le même résultat à quelques dixièmes de kWh près. Le cas suivant est très différent.

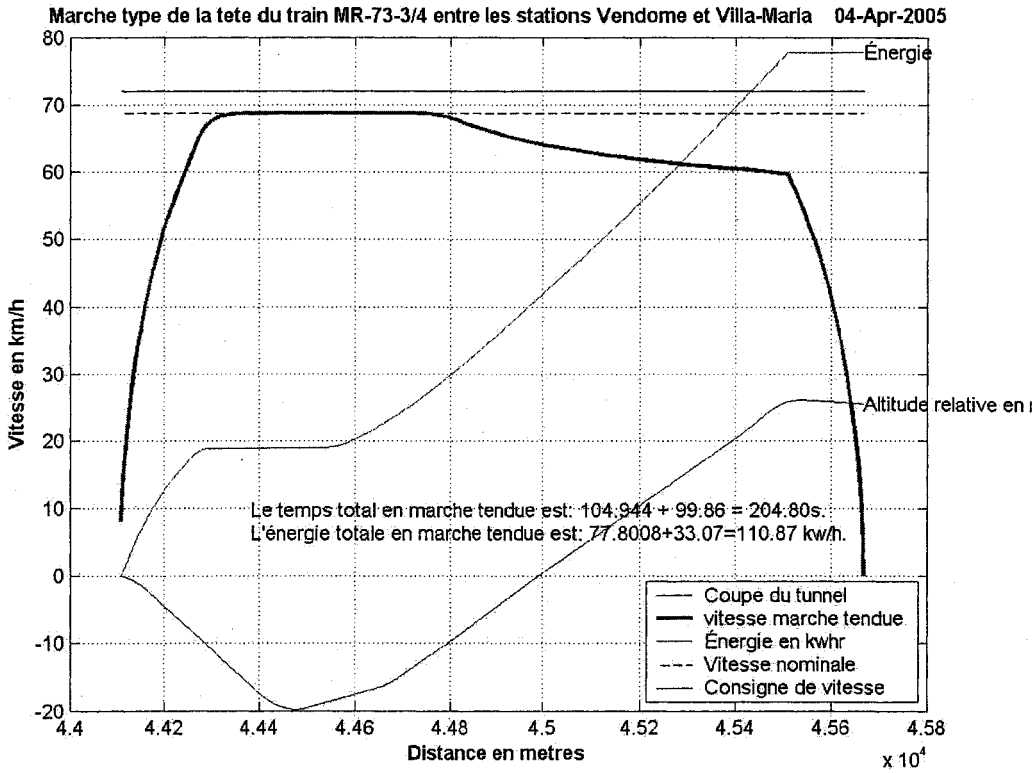


Figure 77 Profil existant de l'interstation Vendôme vers Villa-Maria

Il s'agit de l'interstation entre la station Vendôme et la station Villa-Maria. Il est possible que des contraintes de profondeur furent imposées. Le cas échéant, celles-ci sont inconnues par l'auteur. Une évolution par AG sur 300 générations et une population de 400 individus a produit le résultat montré au graphique de l'illustration 78 suivante dans le sens Villa-Maria vers Vendôme.

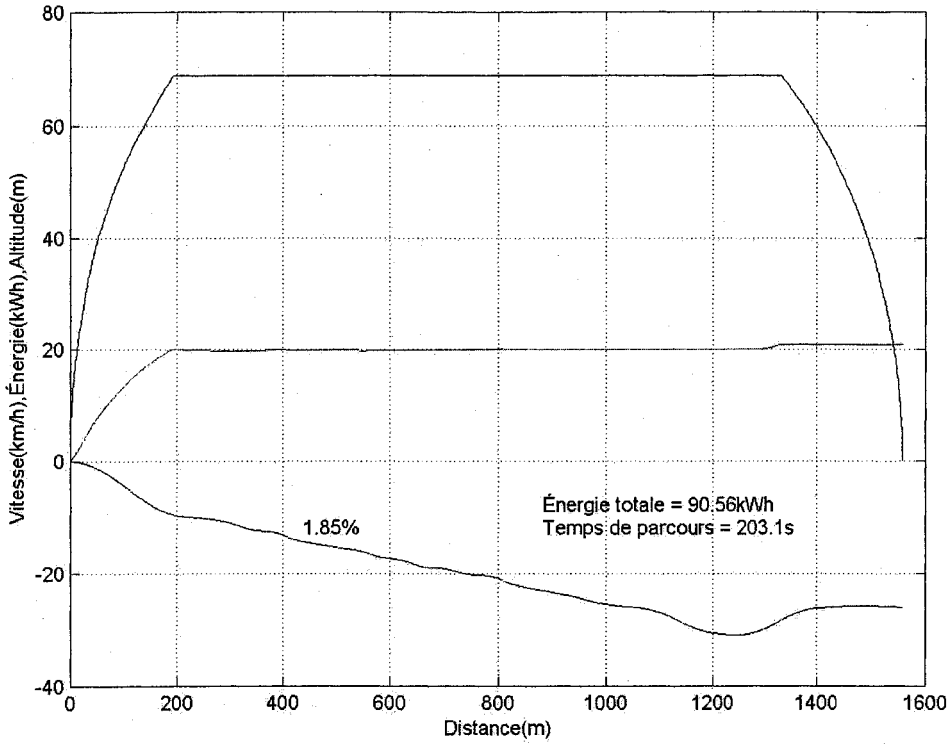


Figure 78 Profil optimal sans tenir compte des obstacles pour distance et dénivelé identique à l'interstation Vendôme et Villa-Maria

Ce profil est beaucoup plus performant car il réalise un gain de 20 % par rapport au profil existant. Si une contrainte de profondeur est présente, celle-ci existe aussi pour plusieurs autres interstations si on s'en réfère aux profils du tunnel entre les stations Côte-Vertu et Berri-Uqam illustrés à la figure 79. Sur cette figure, les stations Vendôme et Villa-Maria sont repérées respectivement par les acronymes Ve et VM. Le lecteur décelera plusieurs autres interstations avec une physionomie de profil similaire à celle entre les stations Vendôme et Villa-Maria. En l'occurrence, elles ont toutes une courte déclivité intermédiaire reliant les déclivités latérales de raccordement aux quais. De plus, la longueur appréciable de ces déclivités latérales approfondi considérablement le profil. Rare exception à la règle, la courte interstation entre les stations Sainte-Catherine et Plamondon repérable avec l'acronyme SCP sur le graphique.

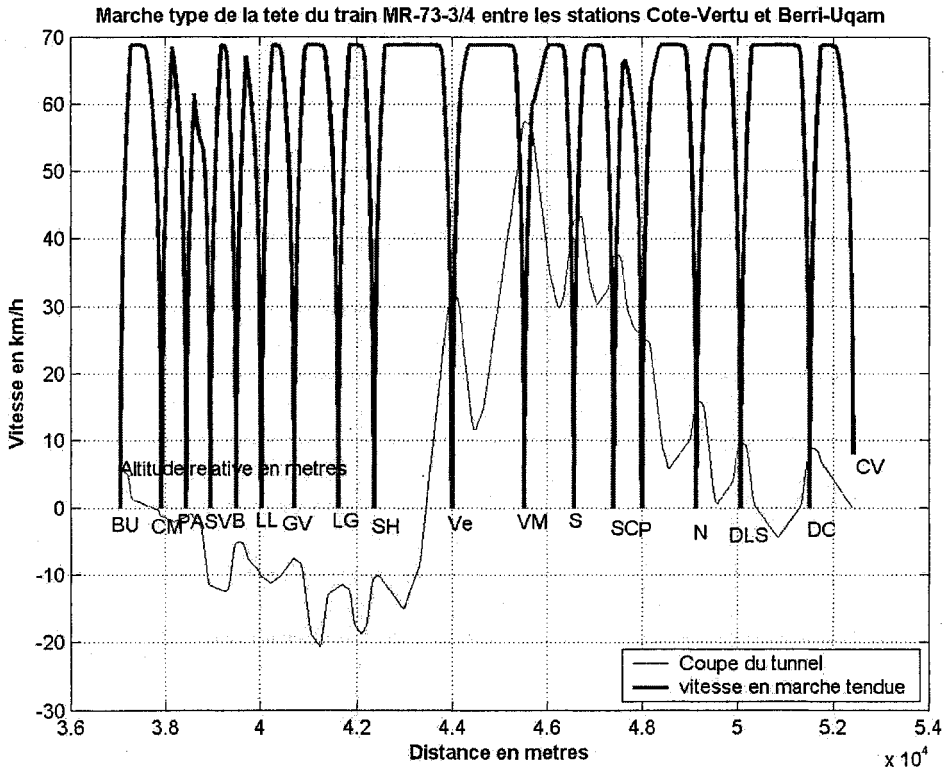


Figure 79 Physionomie des profils entre les stations Côte-Vertu et Berri

CONCLUSION

Stations au même niveau

Les algorithmes génétiques ont confirmé que s'il est désiré d'avoir un fond de tunnel plat, il est possible d'obtenir les mêmes résultats énergétiques qu'avec la méthode heuristique discutée en introduction. Rappelons que cette méthode prévoit le raccordement de déclivités maximales avec la déclivité nulle du fond et que la profondeur du profil est déterminée par interpolation. L'emploi des algorithmes génétiques a de plus confirmer de façon indépendante que la méthode heuristique est adéquate. La valeur ajoutée des AG tient à ce qu'il est possible d'ajouter des ondulations qui, dans certaines circonstances, minimisent encore plus l'énergie. Ces ondulations s'expliquent par la nécessité de freiner lors de l'obtention de la vitesse de consigne après l'accélération. Ceci crée une dépression dans le profil après le quai départ qui devient utile lors du retour du train pour remonter la rampe du quai. Dans certains cas de figure, ces dépressions, ou ondulations, peuvent aussi s'avérer avantageuses pour drainer le tunnel. S'il est préféré d'opter pour un profil « classique » avec un point creux au milieu bordé de déclivités à 1 %, la méthode de recherche directe de Hook and Jeeves est adéquate.

Stations à des niveaux différents

Les expériences d'évolution avec AG décrites dans ce rapport indiquent qu'il est nécessaire et suffisant de trouver la bonne valeur et hauteur de la déclivité de jonction entre les déclivités maximales de départ et d'arrivée. Il n'est pas recommandé d'interposer une ou plusieurs déclivité(s) supplémentaire(s) pour « adoucir » le raccord entre la déclivité maximale et la déclivité de jonction. Munis de ces renseignements, il est possible de concevoir des méthodes itératives d'optimisation qui détermineront la position et la valeur de cette déclivité de jonction. Des boucles imbriquées peuvent être

envisagées par exemple. La valeur ajoutée par les AG tient à la possibilité d'ajouter des plateaux dans la déclivité de jonction. Ceux-ci minimisent un peu l'énergie de façon analogue aux ondulations des stations au même niveau.

La présence d'obstacles dans une interstation pourrait enfreindre le principe d'une seule déclivité de jonction. Ici, l'algorithme complexe de construction de profil utilisé par les AG pourrait s'avérer particulièrement utile, vu l'absence de méthodes « normalisées » dans de telles conditions. Par exemple, il serait possible d'adapter à cette fin les algorithmes de raccordement aux courbes limites d'arrivée. Il s'agirait de délimiter l'obstacle avec des segments de droite constituant ainsi une nouvelle zone interdite. Au lieu de s'y raccorder, une déclivité enfreignant cette zone modifierait simplement le calcul des déclivités maximales et minimales suivantes, et la construction du profil poursuivrait son cours en contournant l'obstacle.

Cette application des algorithmes génétiques s'est avérée fort utile pour étayer ou rejeter toute sortes d'hypothèses sur ce qui est ou n'est pas une morphologie de profil optimal sur le plan énergétique.

Recommandations et futurs projets

Il est recommandé d'élaborer tout futur profil de tunnel avec plus d'une méthode et qu'une de celles-ci soit l'évolution d'un profil avec algorithmes génétiques. Les quelques heures de calculs nécessaires pourront conforter ou infirmer les autres méthodes.

Il serait aussi utile d'établir une optimisation à deux objectifs avec les AG si le train considéré manque de puissance. Comme cela fut constaté dans le cas du matériel roulant MR-63, le profil optimal sur le plan énergétique augmentait trop le temps de parcours. Il existe probablement un requis de puissance minimale si un train ne doit pas être ralenti par un profil optimal en énergie.

Les algorithmes de génération de profils de tunnel peuvent aussi être adaptés à la génération de profils de vitesse si on considère une déclivité comme analogue à une accélération, et le changement de déclivité comme analogue à une prise en accélération (jerk). Dans ce contexte, le rayon de courbure minimal est analogue au jerk maximal. Encore ici, une optimisation à deux objectifs est nécessaire car le temps de parcours doit êre pris en compte.

L'ajout de l'objectif de temps de parcours ajoute une complexité aux algorithmes génétiques. Il faut alors constituer un front dit de « Pareto ». Ce front de Pareto se dégage d'une génération à l'autre grâce à un algorithme de sélection basé sur le concept de dominance. Divers algorithmes de sélection pour une telle optimisation à deux objectifs sont décrits dans [3]. L'avantage des AG dans ce contexte tient à ce que les deux objectifs ne sont pas combinés pour en produire un seul. Les deux objectifs demeurent orthogonaux et sont optimisés conjointement. À la fin du processus, le personnel concerné choisi la combinaison la plus satisfaisante des deux objectifs en considérant d'autres facteurs souvent reliés à la mission de l'entreprise ou du projet.

Les divers algorithmes et paramètres de l'optimisation énergétique des profils longitudinaux de tunnel constituaient un premier et important jalon à franchir en premier lieu.

ANNEXE A

ALGORITHME DE RACCORDEMENT PARABOLIQUE

Algorithme de création du profil parabolique

À partir d'un tableau donnant les déclivités à tous les pas de distance comme le tableau 3 du chapitre 2, il s'agit d'abord d'extraire les indices de changement de déclivité.

Pour chaque indice de changement de déclivité, Il s'agit d'effectuer les calculs suivants (avec une boucle de calcul) pour construire le raccordement parabolique :

L'indice du changement de déclivité est « J ». Dans l'exemple du tableau 3, ce premier indice serait « 13 ».

P1 est la déclivité avant l'indice de changement.

P2 est la déclivité après l'indice de changement.

Si la déclivité change de signe, alors :

Le changement de déclivité est la somme des valeurs absolues des déclivités. Ce changement de déclivité se dénomme « ChgDecl »

Sinon, si la deuxième pente est plus grande que la première

Le changement de déclivité est la différence P2 - P1. Ce changement se dénomme « ChgDecl »

Sinon

Le changement de déclivité est la différence P1 - P2. Ce changement se dénomme « ChgDecl »

Fin si

La distance pour changer de la déclivité P1 à la déclivité P2 est donnée par :

X2 = 1250* ChgDecl

L'endroit ou la déclivité « ChgDecl » intercepte l'axe des X est Xc = X2 ÷ 2. (Voir figure 25).

Si la déclivité P2 après l'indice du changement est plus grande que P1

Boucler pour i égal à 1 jusqu'à X2

La déclivité au point j-Xc+i est égale à :
P1+ (i / 1250)

Fin de la boucle

Sinon

Boucler pour i égal à 1 jusqu'à X2

La déclivité au point j-Xc+i est égale à
P1- i / 1250

Fin de la boucle

Fin si

Fin des calculs pour chaque indice de changement de déclivité.

ANNEXE B

ALGORITHMES DES BOUCLES DE CALCULS

Boucle principale « Tant que » de calcul en marche avant

- Tant que la distance entre deux stations n'est pas franchie :
  - Calculer l'accélération courante acc_k à la vitesse courante V_k selon la phase appropriée comme l'accélération, la régulation, le freinage d'espacement. L'accélération maximale à une vitesse donnée suit une loi polynomiale du deuxième ordre comme déjà décrit plus haut.
  - Si la vitesse suivante dépasse la vitesse nominale (ce qui peut survenir lorsque la vitesse courante est égale à la vitesse nominale) on doit réguler à la vitesse nominale :

    La vitesse suivante est égale à la vitesse nominale

    L'accélération totale est nulle.

  Sinon

    L'accélération totale est égale à l'accélération du polynôme, plus celle de la pente $acc_k = acc\_poly_k + acc\_pente_k$

  Fin si

  - Calculer la vitesse suivante selon la formule numérique $V_{k+1}=\left(V_k^2+2*acc_k*pas\right)^{1/2}$ où la variable « pas » est le pas numérique de 1 mètre
  - Calculer la puissance avec le polynôme de puissance et le facteur K décrit au chapitre 1.

- Fin tant que

- Calculer le temps de parcours avec la formule numérique :

  $T_{k+1} = T_k + \dfrac{2 * pas}{V_{k+1} - V_k}$, où « pas » est le pas numérique de 1 mètre.

- Calculer l'énergie avec la formule numérique :

$$E_{k+1} = E_k + \frac{P_k * (T_{k+1} - T_k)}{3600}$$, où la constante 3600 est pour la conversion en kWh.

- Impression du graphique si désiré.

Calcul de l'accélération lors du freinage d'espacement.

Si la vitesse du train est supérieure à la consigne de vitesse moins la marge de régulation

Si la longueur du train est de 152 mètres.

La déclivité moyenne i'_m de l'équation (1.4) :

$$\frac{dV}{dt} = \gamma_P - gi'_m$$

est calculée comme suit :

- La pente à la hauteur de la remorque de queue est égale à la pente du profil parabolique 125 mètres à l'arrière de la tête.
- La pente à la hauteur de la remorque du milieu est égale à la pente du profil parabolique 75 mètres à l'arrière de la tête.
- La pente à la hauteur de la remorque de tête est égale à la pente du profil parabolique 25 mètres à l'arrière de la tête.
- La décélération acck est égale à la moyenne des pentes à la hauteur des remorques multipliée par (9,8 m/s2) et additionnée à la consigne d'effort de freinage (1,37 m/s2).

Sinon et si la longueur du train est de 101 mètres.

La déclivité moyenne i'_m de l'équation (1.4) est calculée comme suit :

- La pente à la hauteur de la remorque du milieu est égale à la pente du profil parabolique 75 mètres à l'arrière de la tête.
- La pente à la hauteur de la remorque de tête est égale à la pente du profil parabolique 25 mètres à l'arrière de la tête.
- La décélération acck est égale à la moyenne des pentes à la hauteur des remorques multipliée par (9,8 m/s2) et additionnée à la consigne d'effort de freinage (1,37 m/s2).

Fin si

Fin si

Calcul de l'accélération lors des phases d'accélération ou de régulation.

Pour les phases d'accélération ou de régulation, les coefficients des polynômes d'accélération ont été inscrits dans une matrice de la base de données des trains (fichier *Trains*) dont chaque ligne représente les coefficients polynomiaux à utiliser selon la vitesse courante du train et le seuil approprié de vitesse d'un tableau des seuils. Il faut calculer l'accélération suivante du train à la vitesse courante avec le polynôme d'accélération approprié.

- Si la vitesse est plus petite que le premier seuil du tableau des seuils de changement des coefficients.
  - Calculer l'accélération du train avec les coefficients de la première ligne de la matrice des coefficients polynomiaux.
- Pour l'indice du tableau des seuils de vitesse allant de un jusqu'au nombre des seuils.
  - Si la vitesse courante est située entre la valeur du tableau des seuils de l'indice courant et celle de l'indice suivant.
    - Calculer l'accélération du train avec la ligne des coefficients correspondant à l'indice du tableau des seuils.

- Si la vitesse courante excède le dernier seuil de vitesse,
  - calculer l'accélération du train avec la dernière ligne de la matrice des coefficients polynomiaux.

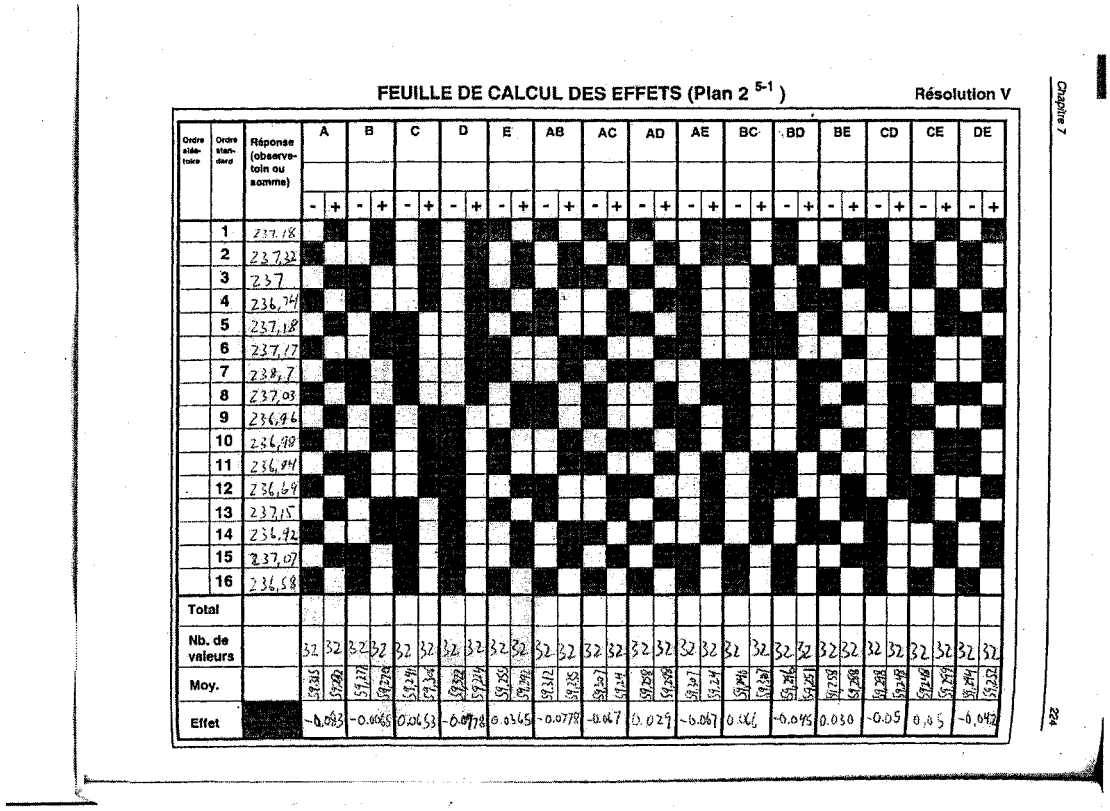
Boucle de calcul en marche à reculons

Tant que la distance entre les deux stations n'est pas franchie.

- Tant que la station de départ n'est pas atteinte :
  - Si la vitesse est plus grande que 20 m/h, une décélération selon la loi : $déc = 2{,}2 mi/h/s - [0{,}036 * (V - 20 mi/h)]$, où V est en milles à l'heure.
  - En deçà de 20 m/h, une décélération selon la loi : $déc = 2{,}2$ m/h/s.
  - Calculer la vitesse suivante selon la formule numérique $V_{k+1} = \left(V_k^2 + 2 * acc_k * pas\right)^{1/2}$ où la variable « pas » est le pas numérique de un mètre.
- Fin « tant que ».
- La puissance est nulle.

ANNEXE C

VARIABLES ET ALIAS DU PLAN 2^{5-1}



FEUILLE DE CALCUL DES EFFETS (Plan 2^{5-1}) Résolution V

Ordre aléatoire	Ordre standard	Réponse (observation ou somme)	A	B	C	D	E	AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	DE
			- +	- +	- +	- +	- +	- +	- +	- +	- +	- +	- +	- +	- +	- +	- +
	1	237,18															
	2	237,32															
	3	237															
	4	236,74															
	5	237,18															
	6	237,17															
	7	238,7															
	8	237,03															
	9	236,96															
	10	236,98															
	11	236,94															
	12	236,69															
	13	237,15															
	14	236,92															
	15	237,07															
	16	236,58															
Total																	
Nb. de valeurs			32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32	32 32
Moy.			57,365 57,402	57,377 57,378	57,374 57,34	57,332 57,374	57,355 57,392	57,312 57,335	57,357 57,314	57,358 57,356	57,357 57,314	57,346 57,367	57,376 57,353	57,359 57,358	57,378 57,346	57,346 57,374	57,374 57,332
Effet			-0,083	-0,0065	0,0653	-0,0778	0,0365	-0,0778	-0,047	0,029	-0,067	0,061	-0,045	0,030	-0,05	0,05	-0,042

Figure 80 Tableau de ceuillette des résultats, plan d'expérience 2^{5-1}

Rappelons la signification des facteurs :

A. La taille de la population d'une génération qui sera soit 20(-), soit 64(+).

B. Le nombre de bits codant un profil qui sera soit 21(-), soit 42(+), c'est-à-dire pour coder un segment soit 3 ou 6 bits.

C. Le taux de recombinaison qui sera soit 20 %(-), soit 80 %(+).

D. Le taux de mutation qui sera soit 1 %(-) soit 10 %(+).

E. La méthode de sélection qui sera soit un tournoi entre 2 tunnels(-), soit une sélection par roulette russe(+). Pour la sélection par roulette russe, il faut translation l'objectif en une figure de mérite facilitant un choix des meilleurs parents. Avec la sélection par tournoi, la figure de mérite est le rang.

La grille de cueillette des résultats montre comment l'équation du modèle s'établit. L'équation est :

$$-0.083A - 0.0065B + 0.065C - 0.098D + 0.036E - 0.078AB - 0.067AC + 0.029AD$$
$$-0.067AE + 0.066BC - 0.045BD + 0.03BE - 0.05CD + 0.05CE - 0.042DE$$

Les facteurs les plus significatifs pour la minimisation sont une mutation de 10 % (D), suivi d'une population de 64 individus (A), et d'une population importante avec nombre de bits élevé (AB). À noter qu'un nombre de bits élevé à lui seul n'est pas concluant. Il doit être accompagné d'un population plus grande. À noter aussi qu'un taux de recombinaison plus élevé à un effet adverse sauf s'il est accompagné aussi d'une grande population. Il en va de même pour la sélection par roulette russe qui est efficace avec une population plus grande.

ANNEXE D

PROFILS OBTENUS AVEC LA MÉTHODE DE HOOK AND JEEVES

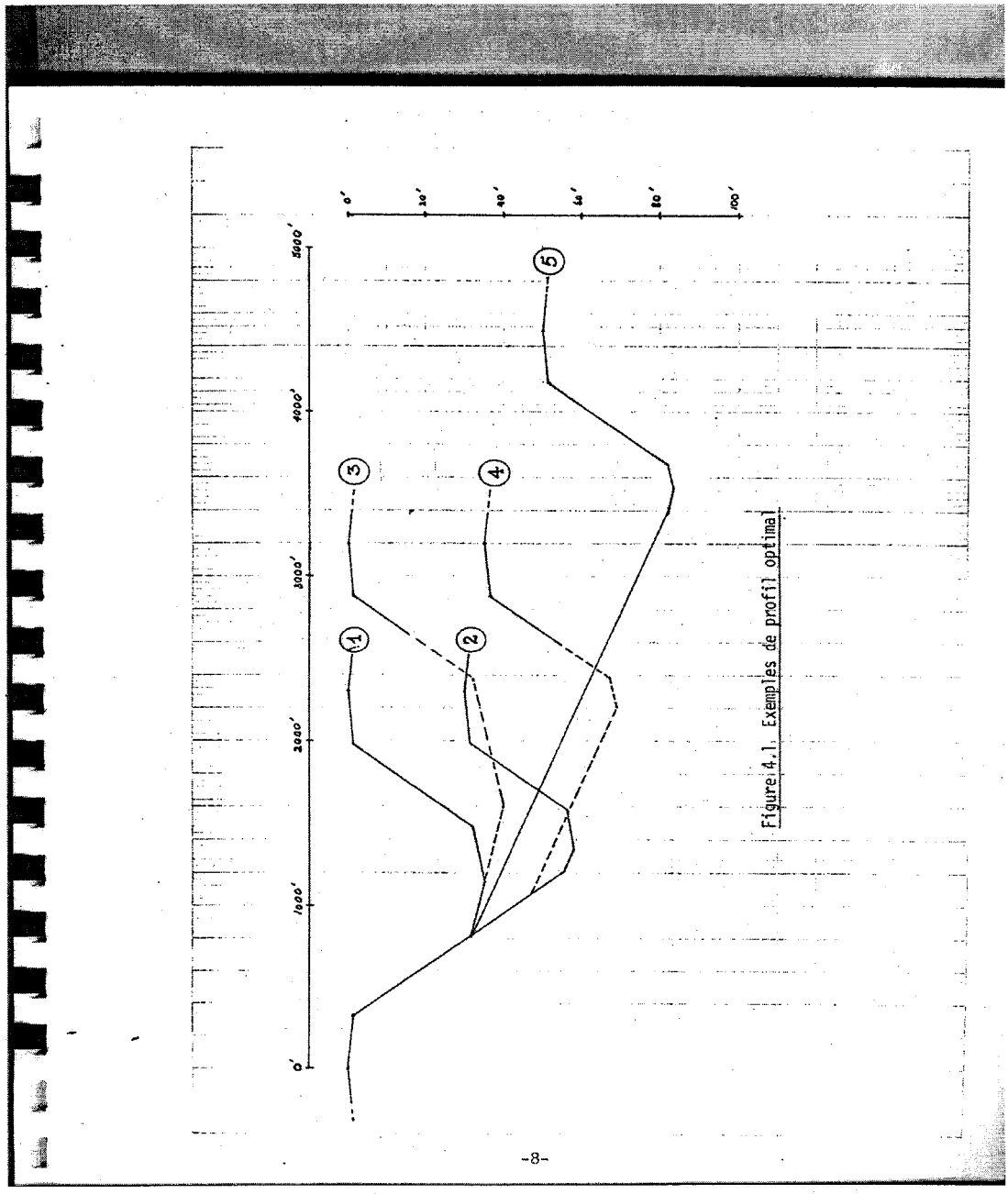


Figure 81 Profils obtenus par [2] avec la méthode de H&J

ANNEXE E

CARACTÉRISTIQUES DU MATÉRIEL ROULANT MR-73

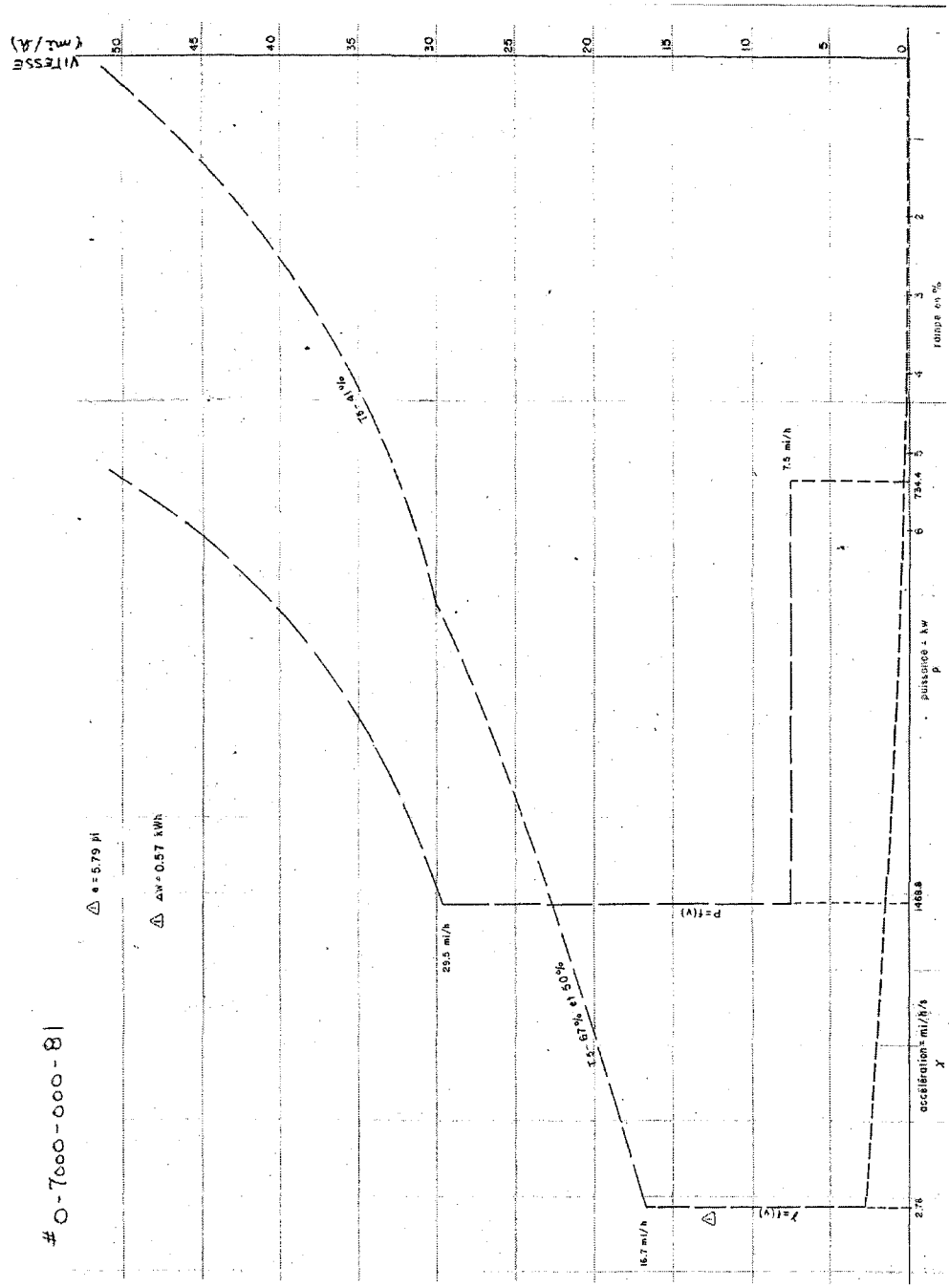


Figure 82 Abaque des caractéristiques d'accélération et puissance du MR-73

BUREAU DE TRANSPORT METROPOLITAIN PAGE 4

CARACTERISTIQUE DE MOTEUR M2H

EN DATE DU 22/10/74

NUMERO DE DESSIN 0-7000-000-83

PERFORMANCE: HDEC MATERIEL: MR73 CHARGE A 3 QUARTS

ACCELERATION	DECELERATION	TENS DE LIGNE	COURANT MOYEN	SHUNTAGE
3.12	2.20	720	620	9557542

POIDS A VIDE	POIDS EN CHARGE	POIDS D'INERTIE	EFFICACE DE RECUPERATION
163500.	217500.	250500.	0.76

VALEURS INITIALES

TEMPS	ENERGIE	DISTANCE	VITESSE
3.23	0.0	6.84	5.00

CONSTANTES AERODYNAMIQUES

COEFFICIENT	EXPOSANT	RESISTANCE AU ROULEMENT
0.960	2.000	0.01160

COEFFICIENTS DE MARCHE SUR L'ERRE

COEFF DE V2	COEFF DE V	COEFF CONSTANT
0.84500E-04	0.0	0.22200

VITESSE	COEFF DE V2	COEFF DE V	COEFF CONSTANT
POLYNOMES D'ACCELERATION			
0.0	0.0	0.0	0.3120000E 01
18.20	0.1756200E-01	-0.8734739E 00	0.1317669E 02
22.50	0.2902000E-02	-0.2424590E 00	0.6386009E 01
32.40	0.6001998E-02	-0.5084950E 00	0.1153937E 02
49.50	0.2370000E-02	-0.2689500E 00	0.7766199E 01
POLYNOMES DE PUISSANCE			
0.0	0.0	0.9810999E 02	0.0
18.20	0.0	0.0	0.1785600E 04
32.40	0.1328309E 01	-0.1519332E 03	0.5315859E 04
POLYNOMES DE RECUPERATION			
0.0	0.0	0.0	0.0
5.00	0.0	0.5964999E 02	0.0
28.50	0.0	0.0	0.1700000E 04
43.50	0.4399210E 01	-0.4547290E 03	0.1315600E 05
POLYNOMES DE COURANT TRACT			
0.0	0.0	0.0	0.6200000E 03
32.40	0.4612180E 00	-0.5275459E 02	0.1845786E 04
POLYNOMES DE COURANT FREIN			
0.0	0.0	0.0	0.0
3.25	0.0	0.2300000E 03	-0.3975000E 03
3.50	-0.9990476E 01	0.9958809E 02	0.1818417E 03
5.25	0.0	0.0	0.4300000E 03
23.50	0.0	0.5799999E 01	0.2930000E 03
30.00	0.0	0.0	0.5200000E 03
39.00	0.1444567E 01	-0.1369976E 03	0.3665230E 04

Figure 83 Coefficients des polynônes d'accélération et puissance du MR-73

ANNEXE F

RÉSULTATS DE L'EXPLORATION AVEC L'ALGORITHME DE HOOK ET JEEVES

Le point initial est : 300 0

La tolérance sur le pas est de 1 m

La tolérance de différence d'énergie est de 1e-005 kWh

L'exploration de l'énergie autour du point Xpo donne 66,1336 kWh

Les coordonnées du point ou l'énergie est minimale sont: 296 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 66,0728 kWh

Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 288 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 65,8574 kWh

Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 276 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 65,7007 kWh

Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 260 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 65,4819 kWh

Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 240 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 65,182 kWh

Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 216 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,8692 kWh

Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 188 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,6166 kWh

Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 156 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,391 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 128 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,361 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 104 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,491 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 84 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,405 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 100,6667 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,4033 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 101,2222 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,4033 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 101,6852 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3596 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 105,929 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,4016 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 103,858 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3626 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 102,5957 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,4016 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 103,1512 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3851 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 108,2438 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,361 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 104 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,361 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 104,3215 -4

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3255 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 107.2686 -5,339592

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,5735 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 112,6082 -2,679184

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3229 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 103,9353 -5,339592

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3332 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 104,6019 -5,339592

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3255 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 107,2686 -5,339592

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3308 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 106,713 -5,339592

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3308 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 106,2501 -5,339592

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3364 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 105,8643 -5,339592

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3364 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 105,5428 -5,339592

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3364 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 105,2749 -5,339592

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3215 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 102,8189 -4,223265

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,584 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 105,7026 -3,106939

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3562 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 99,4856 -4,22327

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3241 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 10,.5967 -4,223265

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3241 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 105,1338 -4,223265

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3676 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 104,748 -4,223265

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3656 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 101,2114 -4,223265

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3656 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 101,4794 -4,223265

L'exploration de l'énergie autour du point Xpk_p_1 donne 64,3229 kWh
Les coordonnées du point Xk_p_1 sont: 103,9353 -5,339592

L'ÉNERGIE OPTIMALE EST OBTENUE. ELLE EST DE: 64,3215 kWh
Les coordonnées du point optimal sont: 102,8189 et –4,2233

Le pas minimal est alors atteint.

ANNEXE G

ALGORITHME SIMPLIFIÉ DE GÉNÉRATION DE DÉCLIVITÉS

La variable « L » représente la hauteur relative du quai de gauche p/r au quai de droite.
La variable « D » représente la distance entre le quai de gauche et le quai de droite.
La variable « N » représente le nombre de segments.
La largeur d'un segment est « d ».

Un tableau contenant les pentes du profil « TabP ».

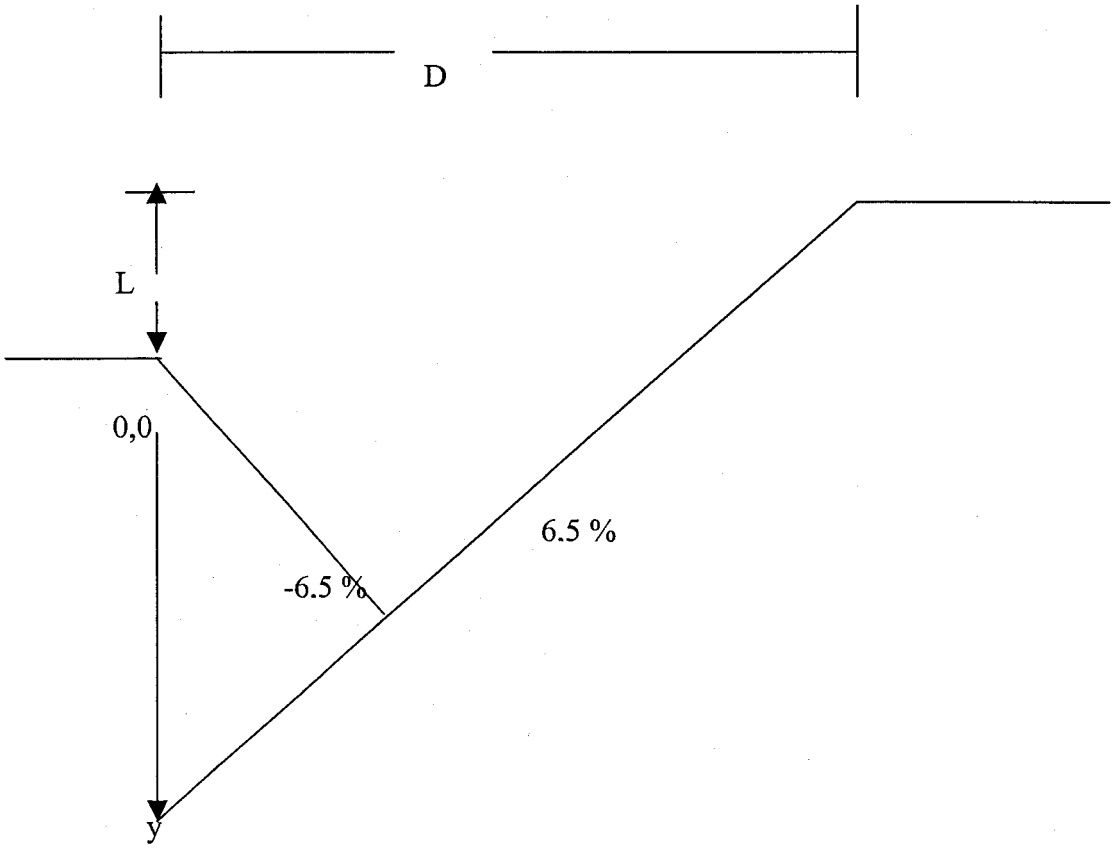


Figure 84 Contraintes fondamentales pour les déclivités

Le tunnel est divisé en N segments.

L'ordonnée à l'origine de la rampe de 6,5 % est donnée par :
Y = L – (6,5 % x D) {Il faut ce point pour respecter la contrainte de 6,5 % au maximum}.

La déclivité limite reliant le quai de départ au quai d'arrivée est :
P_limite = L / D

Si P_limite est plus grande que 6,5 %, passer un message d'erreur {car la hauteur de la station de droite est trop grande par rapport à celle de gauche}.

Générer une pente au hasard entre –6,5 % et P_limite.{C'est la pente du premier segment}.

Boucler « i » de 2 jusqu'à N-1 :

Calculer la pente entre l'extrémité droite de la dernière déclivité et le quai d'arrivée :

P_limite = (L – d*Somme_des_pentes) / (D – d*(i-1))

Si cette pente P_limite est plus grande que 6,5 % (voir illustration) :

La pente du segment i-1 doit être corrigée comme suit :
TabP(i-1) = { [d * (i-1) * 6,5 % + y] – [d * somme_TabP_de_1_à_i-2] } / d

Mettre les pentes restantes toutes égales à 6,5 % {avec une boucle de i jusqu'à N}

Sortir de la boucle.

Sinon :

Générer une pente au hasard entre -6,5 % et P_limite

Ajouter cette pente dans un tableau de pentes TabP

Fin si

Fin boucle

Si i est égale à N-1 {Il n'y a pas eu de correction de pente}

La dernière pente limite est égale à :

P_limite = (L – d*Somme_des_pentes) / (D – d*i)

Si cette pente limite est excédée, il faut recalculer la pente N-1 comme suit :

TabP(i) = { [d * (i) * 6,5 % + y] – [d * somme_TabP_de_1_à_i-1] } / d

La pente du segment N est mise égale à 6,5 %

Sinon :

La pente du segment N est égale à la pente limite.

Fin si

Fin si

ANNEXE H

ALGORITHME COMPLEXE DE GÉNÉRATION DE DÉCLIVITÉS

Déterminer les courbes limites de l'arrivée

InfoLimit = CourbeContrainteLimite(Dseg,Dspec,Niveau,R)

Il s'agit de déterminer les courbes de contrainte limite à partir du quai d'arrivée. La figure suivante illustre la situation. La rampe du quai d'arrivée a une inclinaison de 0,5 %.

Le but des calculs qui suivent est de déterminer l'espace « interdit » pour la progression des déclivités.

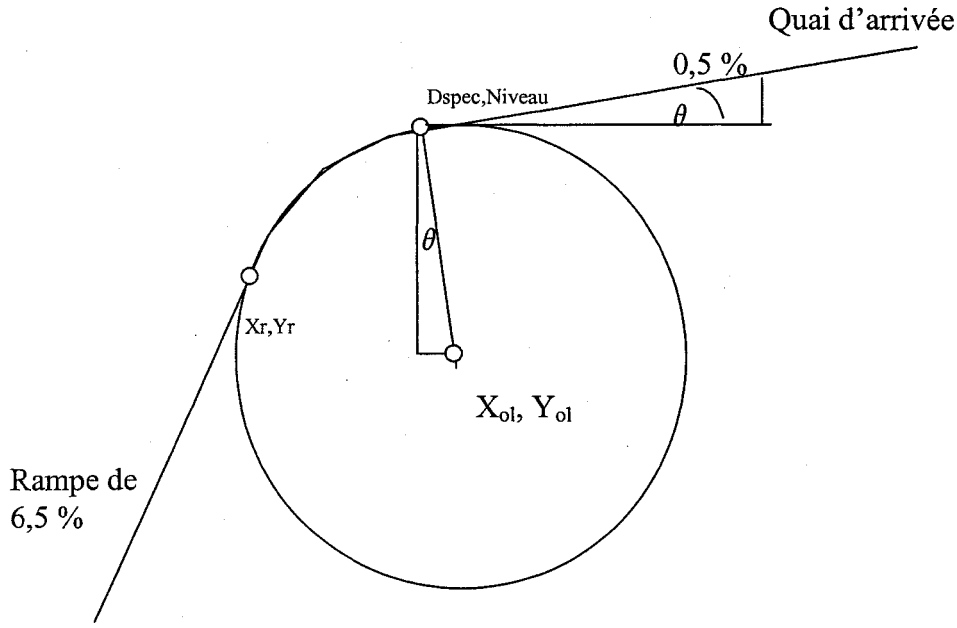


Figure 85 Calcul du point de raccordement de la rampe de 6,5 % à partir du point « Dspec,Niveau », calcul de l'angle Θ

L'angle θ est donnée par :

$$\theta = artg(0.5\%)$$

donc, les coordonnées du centre du cercle limite sont ainsi calculées :

$$X_{oL}=Dspec+1250Sin\theta$$

et

$$Y_{oL}=Niveau-1250Cos\theta .$$

Il s'agit d'un cercle dont l'équation est :

$$(X-X_{oL})^2+(Y-Y_{oL})^2=1250^2$$

On a la situation suivante :

Le point X_r,Y_r à partir duquel se détache une tangente de rampe 6,5 % est déterminé comme suit :

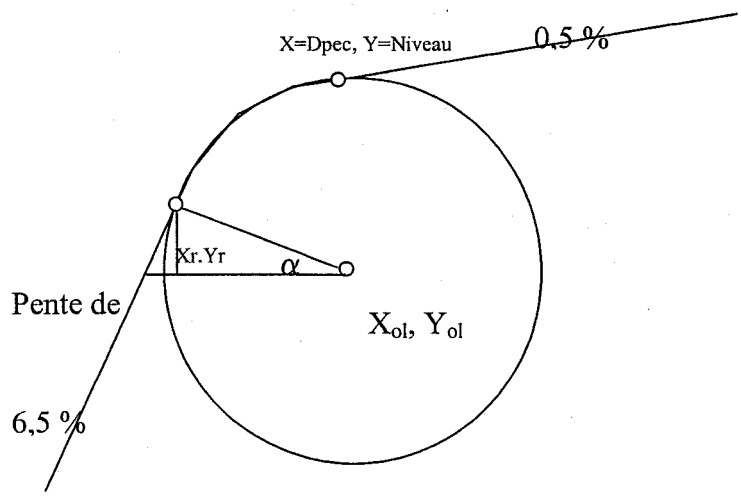


Figure 86 Raccordement de la rampe 6,5 % à partir du point « Dspec,Niveau », calcul de l'angle α

$$\alpha = artg(\frac{-1}{6.5\%})$$

$$X_r = X_{oL} - RCos\alpha$$

$$Y_r=Y_{oL}-RSin\alpha$$

C'est-à-dire, puisque R = 1250 et α = -1,5059 rad :

$X_r = X_{oL} - 81.08$

$Y_r = Y_{oL} + 1247.36$.

L'ordonnée de la rampe de 6,5 % passant par Xr,Yr est donnée par :

$$O_r = Y_r - 6.5\%(X_r)$$

Afin de savoir si les segments de droites (pentes ou rampes) générés par le chromosome sont admissibles, il faudra déterminer la position du centre du cercle gabarit (de rayon de courbure 1250 m) lorsque ce cercle repose sur l'extrémité de la dernière déclivité et lui est tangent. Il s'agit ensuite de s'assurer que le cercle m'enfreigne pas les limites précédemment calculées. En fonction de cette position, il faudra soit continuer la génération du tunnel, soit l'interrompre en se raccordant avec la courbe d'arrivée. Pour surveiller le dégagement entre le cercle gabarit et les courbes limites de l'arrivée, la position du centre du cercle gabarit sera utilisée. Il faut donc calculer les droites de rampe 6,5 %, de rampe 0,5 % et de l'arc de cercle par où passe le centre du cercle gabarit de rayon de courbure 1250 m.

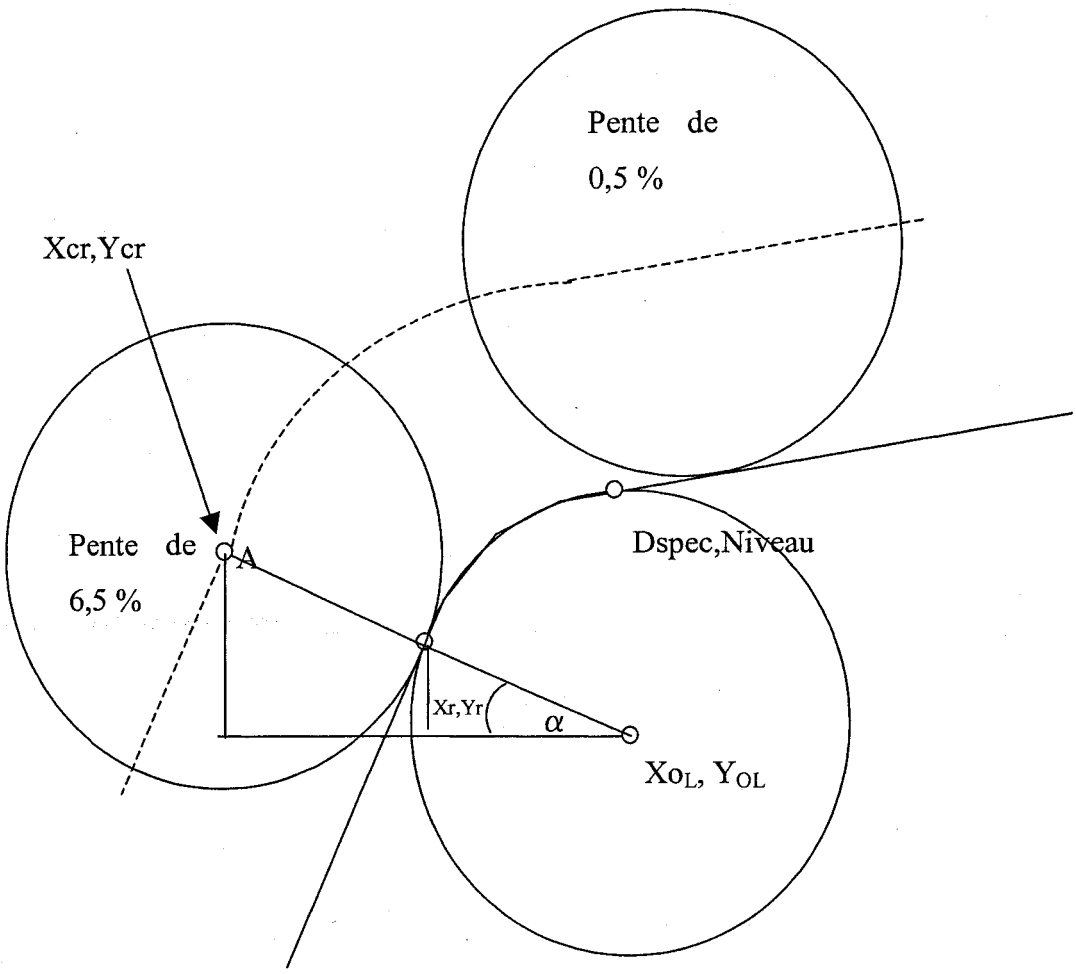


Figure 87 Illustration des courbes limites pour le centre du cercle gabarit, calcul pour la rampe de 6,5 %

L'angle α est donné par :

$$\alpha = artg(\frac{-1}{6.5\%})$$

D'après la figure plus haut, on constate que la pente de 6,5 % où passe le centre du cercle gabarit est déterminé ainsi :

L'abscisse Xcr est :

$$X_{cr} = X_{oL} - 2RCos\alpha$$

tandis que

$$Y_{cr} = Y_{oL} - 2RSin\alpha$$

La droite de rampe 6,5 % par où passe le centre du cercle gabarit est donc :

$$Y_{cr}=6.5\%X_{ocr}+O_{cr}$$

Pour la droite de rampe de 0,5 %, on procède de façon analogue.

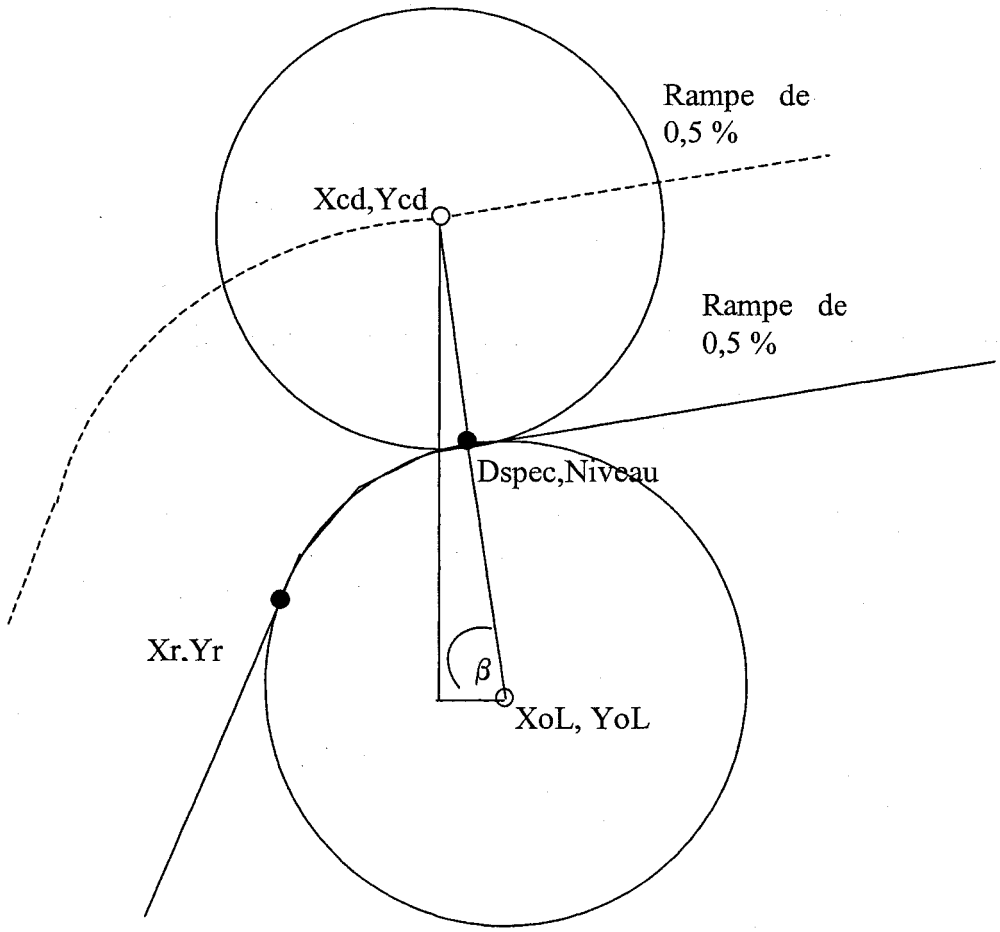


Figure 88 Illustration des courbes limites pour le centre du cercle gabarit, calcul pour la rampe de 0,5 %

En consultant la figure plus haut, la rampe de 0,5 % par où passe le centre du cercle de contrainte est donnée par :

$$Y_{cd}=Y_{oL}-2RSin\beta$$

où α est donné par :

$$\beta = artg(\frac{-1}{0.5\%})$$

tandis que :

$$X_{cd} = X_{oL} - 2RCos\beta$$

La droite de rampe 0,5 % par où passe le centre du cercle est donc :

$$Y_{cd} = 0.5\% X_{cd} + O_{c0.5}$$

Finalement, en se référant à la figure plus bas, on voit que l'équation de l'arc de cercle reliant les deux droites précécemment calculées et que le centre du cercle gabarit ne doit pas enfreindre est donnée par :

$$(X - X_{oL})^2 + (Y - Y_{oL})^2 = 2500^2$$

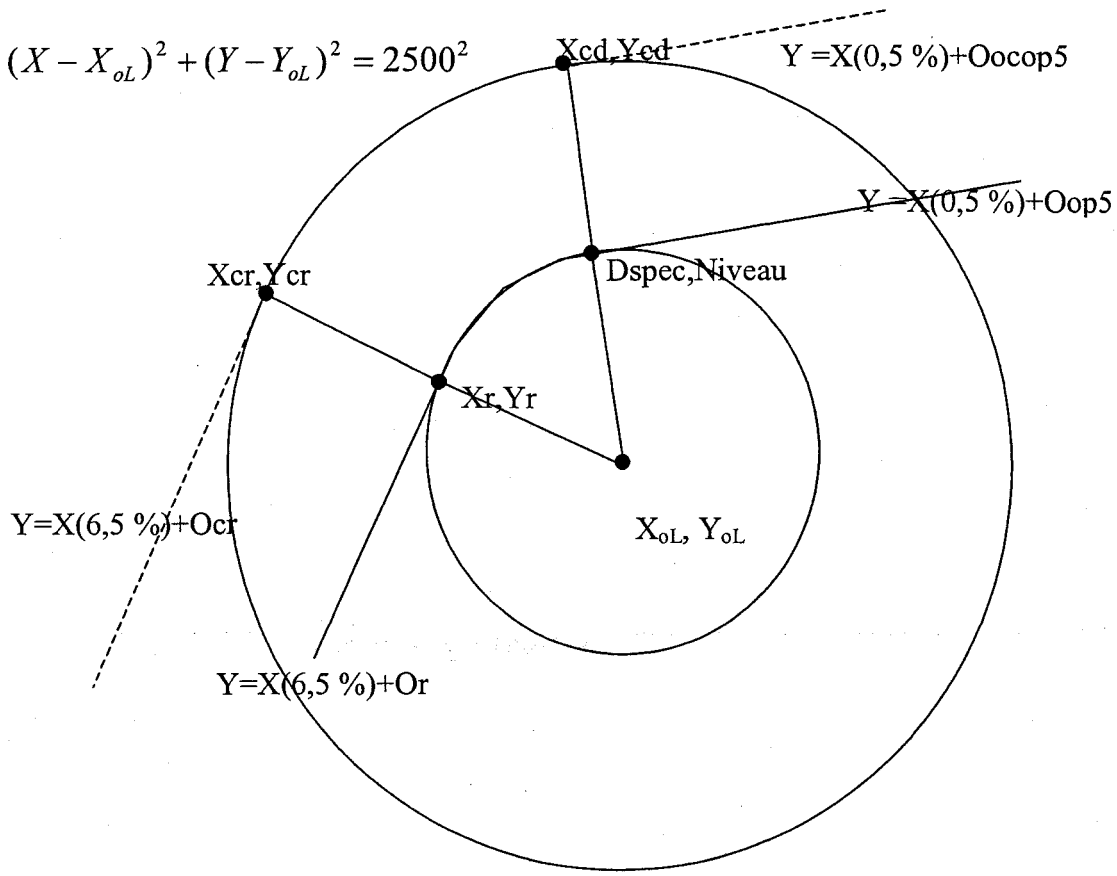


Figure 89 Illustration des courbes limites pour le centre du cercle gabarit, équation de l'arc de cercle de rayon 2500 m

Il s'agit de constituer la base de donnée qui sera utilisée par les autres algorithmes :
InfoLimit = [O_{cr} , O_{cop5} , R , Xcd , Ycd , Xdest , Ydest , XoL , YoL , Xcr , Ycr , Dspec , Niveau , Or , Xr, Yr]

Fin de la fonction CourbeContrainteLimite

L'assurance que le centre du cercle gabarit n'enfreigne pas les limites précédemment calculées est donnée par la fonction *VérifierZone*. Cette fonction vérifie si le cercle gabarit entame ou non la projection du quai d'arrivée. Le centre du cercle passe alors de la zone B à la zone A. La façon d'approcher le quai d'arrivée ne sera pas la même

comme démontré plus loin par les fonctions *Avancer_A* et *Avancer_B*. L'algorithme de la fonction *VérifierZone* est décrit ci-contre.

Vérifier la zone du cercle gabarit

[zone,Xoc,Yoc] = VériferZone(Pente,X,Y,InfoLimit)

En plus des informations relatives aux limites de l'arrivée contenues dans InfoLimit, deux informations sont à notre disposition : la déclivité P, et son extrémité le point X,Y tangent au cercle gabarit. La situation est la suivante :

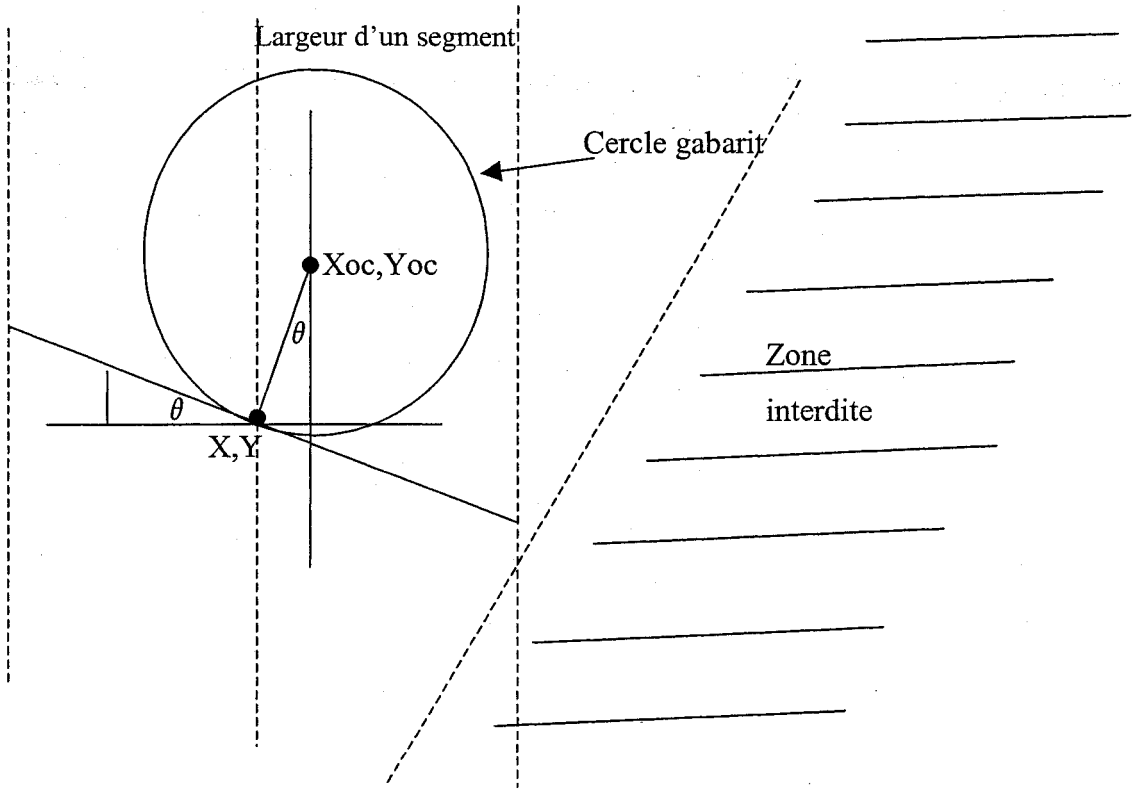


Figure 90 Illustration montrant comment déterminer la zone du cercle gabarit à partir de la déclivité courante

L'angle θ est donné par :

$$\theta = artg(P)$$

donc

$$X_{oc}=X-1250Sin\theta$$

$$Y_{oc}=Y+1250Cos\theta$$

Le point Xoc,Yoc du cercle gabarit peut se déplacer dans trois zones différentes comme identifiées sur l'illustration ci-contre. La zone C est interdite. Elle est constituée de l'intérieur du cercle limite de rayon 2500 m et par l'espace à droite de la rampe 6,5 %X - Y +Ocr = 0. Le centre du cercle gabarit peut de situer dans la zone A, par exemple si le niveau du quai de départ est plus élevé que celui du quai d'arrivée.

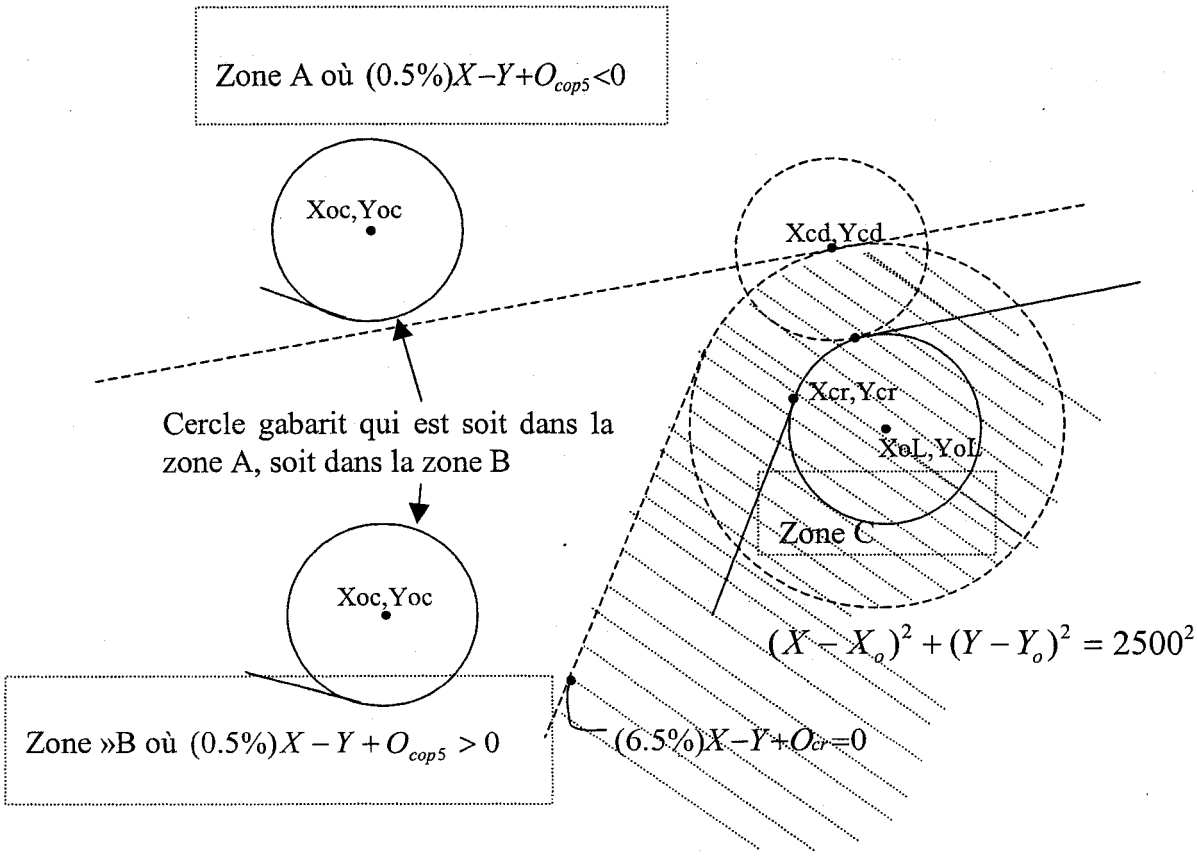


Figure 91 Illustration des zones A, B et C

On vérifie la zone de Xoc,Yoc ainsi :

Si, $\left\langle\left\langle 6.5\% X_{oc} - Y_{oc} + O_{cr} > 0\right\rangle \cup \left\langle (X_{oc} - X_{oL})^2 + (Y_{oc} - Y_{oL})^2 - 2500^2 < 0\right\rangle\right\rangle$

La zone est C

Sinon, si $(0.5\%)X_{oc} - Y_{oc} + O_{cop5} > 0$

La zone est A

Sinon

La zone est B

Fin si

Fin de VérifierZone

Il est possible de passer de la zone A vers la zone B mais si l'inverse se produit, il faut se raccorder à la projection du quai d'arrivée car il est présumé qu'une convexité protubérant au dessus de cette projection n'est pas rentable. Les déclivités successives doivent aussi respecter le rayon de courbure maximal comme décrit à la fin du chapitre 4. Dans cette version des algorithmes, une progression des déclivités dans la zone A n'admet pas une déclivité supérieure de 6,5 %. Cette déclivité supérieure doit au plus être une tangente au cercle de centre Xcd,Ycd précédemment calculé par la fonction *CourbeContrainteLimite.*

Dans la zone B, un deuxième cercle gabarit vérifie si la déclivité courante peut respecter un raccordement à la projection de la rampe du quai d'arrivée, comme illustré ci-contre. Ce deuxième cercle gabarit est situé à l'extrémité et en dessous de la déclivité courante qui lui est tangente.

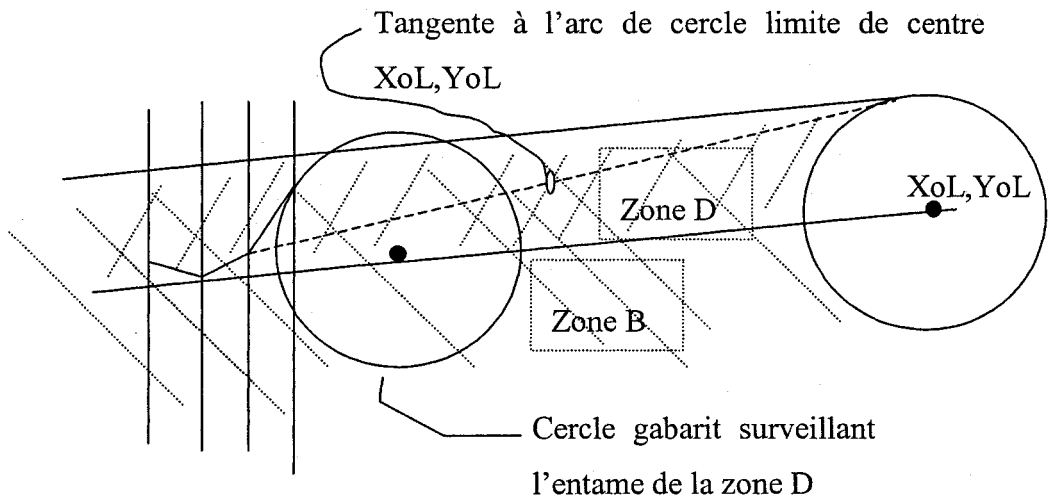


Figure 92 Illustration de la zone D

Dans la zone B, il existe une sous-zone, la zone D qui, si elle est entamée, signale au programme appelant *Avancer_B* qu'il faut se raccorder à la projection du quai d'arrivée. La pénétration dans la zone D est contrôlée seulement, si la déclivité courante est supérieure à la tangente à l'arc de cercle limite de centre XoL,YoL. En effet, il est impossible d'entamer la zone « D », si la déclivité courante est égale ou plus petite que cette tangente. Dans l'illustration de la figure 92, cette déclivité est plus grande que la tangente et la zone « D » est entamée. Il faut développer une autre fonction d'identification de zone. La fonction *VérifierZone_D* qui indiquera si la zone D est entamée.

Vérifier si la zone D est entamée

[zone,Xdc,Ydc] = VériferZone_D(Pente,X,Y,InfoLimit)

En plus des informations de contraintes limite de l'arrivée contenues dans InfoLimit, deux informations sont à notre disposition; la pente P et le point X,Y tangent au cercle gabarit. La situation est la suivante :

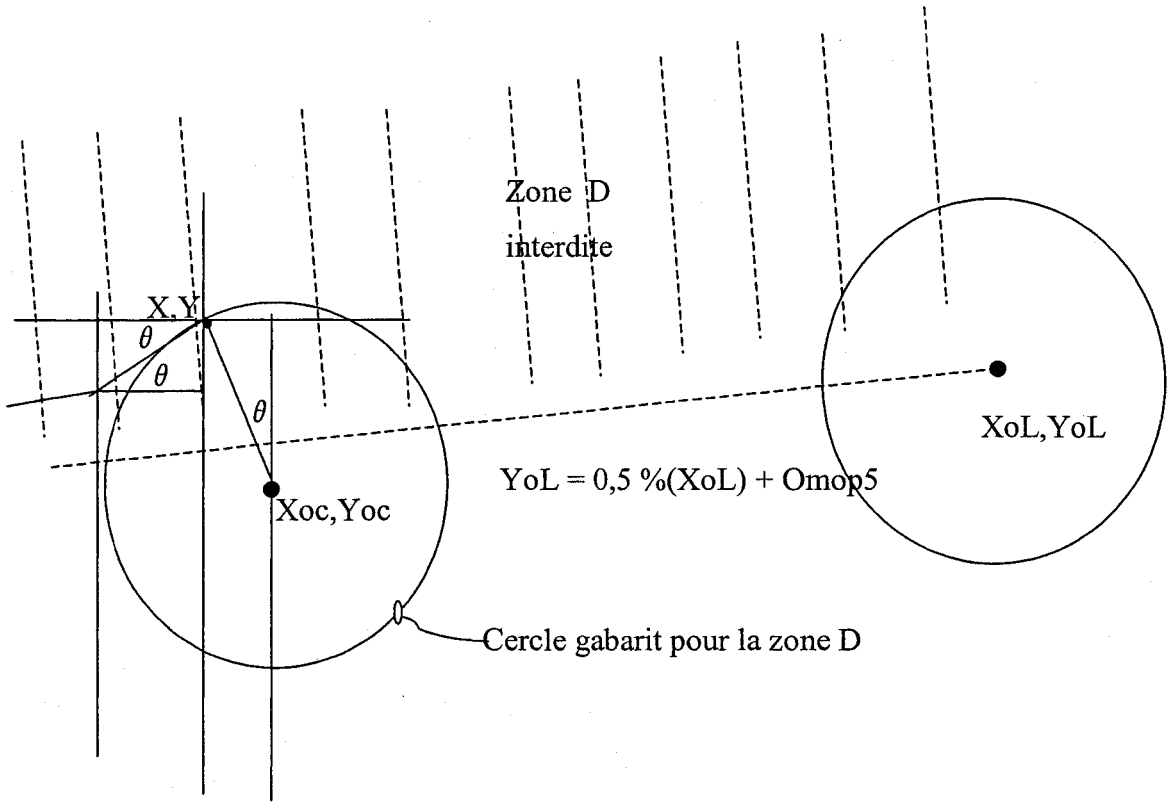


Figure 93 Illustration du calcul pour vérifier si la zone D est entamée

L'angle θ est donné par :

$\theta = artg(P)$, donc

$X_{dc}=X+1250Sin\theta$

$Y_{dc}=Y-1250Cos\theta$

Le point Xoc,Yoc ne peut se déplacer dans la zone D qui est interdite. Elle est constituée de la partie supérieure à la droite d'équation 0,5 %XoL – YoL +Omop5 = 0.

On vérifie la zone de Xoc,Yoc, ainsi :

Si, $(0.5\%)X_{oc} - Y_{oc} + O_{mop5} < 0$

La zone est D

Fin si

Fin de VériferZone_D

La position du centre du cercle gabarit identifie les zones A et B et ceci choisi l'algorithme de construction de profil approprié. L'algorithme suivant décrit la progression du profil de tunnel dans la zone B. La progression dans la zone A est présentée en deuxième lieu. Les deux algorithmes présentent plusieurs similarités.

Avancer dans la zone B

[Desct,Raccord,TabP,Xv,Yv]=AVANCER_B(Desct,TabP,i,InfoLimit,Chromo)

Cet algorithme fait usage de plusieurs paramètres transmis par le tableau de paramètres *InfoLimit*, issu de l'algorithme *CourbeContrainteLimite*. Parmi ces paramètres, on retrouve :

- le rayon de courbure « R »;
- les coordonnées du centre du cercle limite d'arrivée « XoL,YoL »;
- l'altitude relative du quai d'arrivée par rapport au quai de départ « Niveau », la distance séparant les tympans ou les bouts du quai « Dspec ».

Les autres variables d'entrée sont la valeur du gêne dans « Chromo », le tableau des déclivités dans « TabP », le statut de descente de la progression dans « Desct » permettant ou non une convexité, l'identité du segment courant « i ». Par défaut, puisque l'usage de la présente fonction signifie qu'il n'y a pas encore eu rencontre avec les courbes limites d'arrivée, la variable de sortie « Raccord » est mise à zéro. La mise à 1 de cette variable signifiera au programme principal qu'il y a eu raccordement avec les

courbes limites et que la boucle de calcul peut être terminée. Les variables Xv,Yv représentent le point où la prochaine vérification de zone se tiendra.

Dans la zone B, la situation est celle illustrée ci-contre :

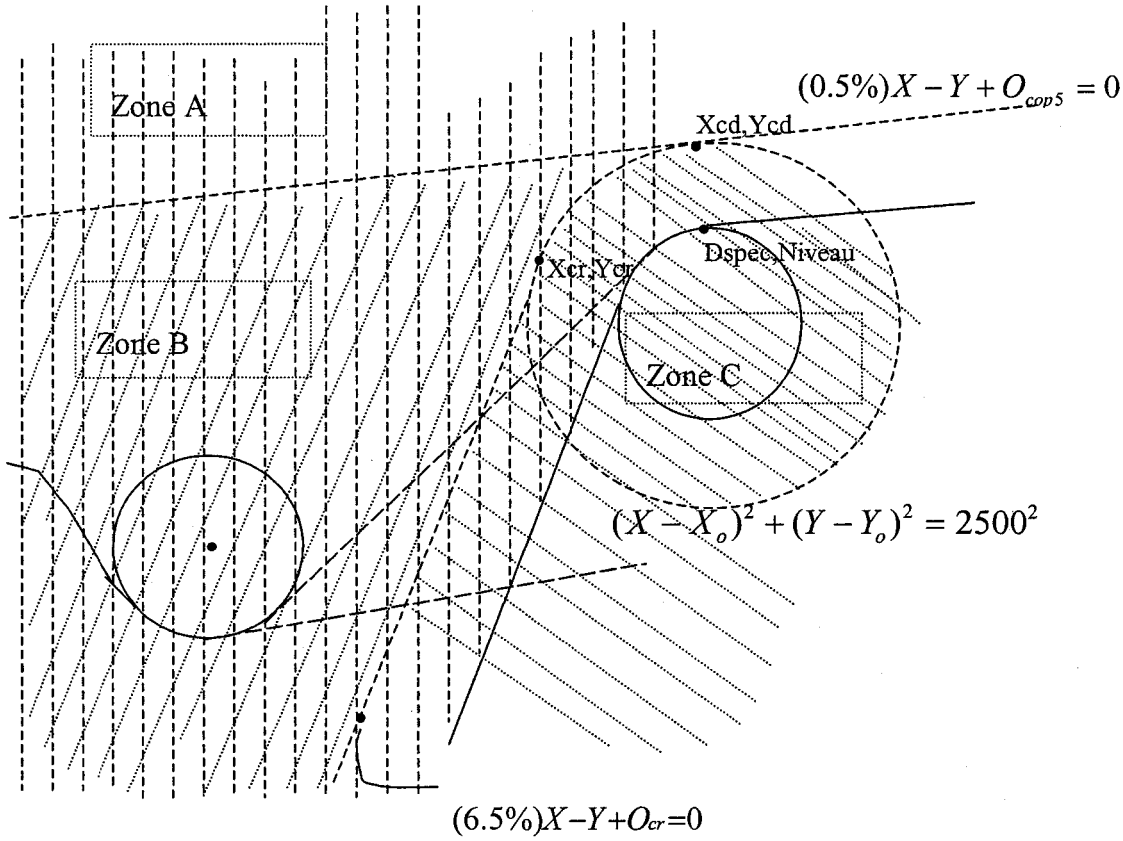


Figure 94 Progrès du cercle gabarit dans la zone B

Cet algorithme repose sur le fait que les pentes et les rampes maximales sont situées au départ et à la fin de l'interstation. Le calcul de la tangente à l'arc de cercle d'arrivée servira de repère à l'algorithme pour savoir, si la déclivité courante lui est ou non supérieure. Le cas échéant, il y a danger de dépasser la projection du quai d'arrivée et de pénétrer dans la zone D. La déclivité tangente à l'arc de cercle de contrainte d'arrivée est appelée « Tangente ».

Sachant que la variable « Dseg » représente la largeur d'un segment et que « i » est le numéro d'un segment, le point où se trouve l'algorithme de construction est démontré dans l'illustration plus bas.

Si, « i » est plus grand que 1 :

X_i = Dseg*(i-1) +Dseg/2

$Y_i = X_i\ (\Sigma(TabP_{i-1})) - (0{,}5\%)Dseg/2$

La pente précédente est : TabP(i-1)

Sinon

Xi = Dseg/2 = Xdep

Yi = –(0.5%)Dseg/2 = Xdep

La pente précédente P est –0,5%

Fin si

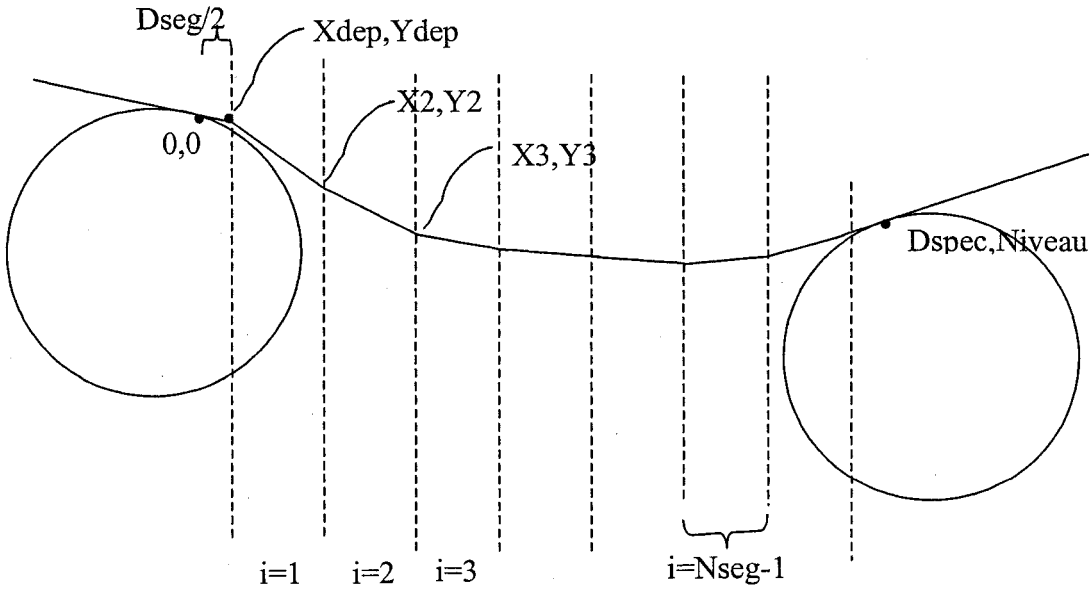


Figure 95 Localisation de Xi, Yi

Calcul de la tangente

En consultant sur les figures 96 et 97, il n'importe pas que Yi soit plus petit ou plus grand que YoL. Les mêmes équations sont utilisées pour déterminer la tangente au cercle de contrainte. À remarquer que Yol étant à peu près égal à -1250 m, il est impossible d'avoir un point creux Yi aussi bas pour les interstations courantes. C'est donc la situation de la figure 93 qui se rencontre en pratique.

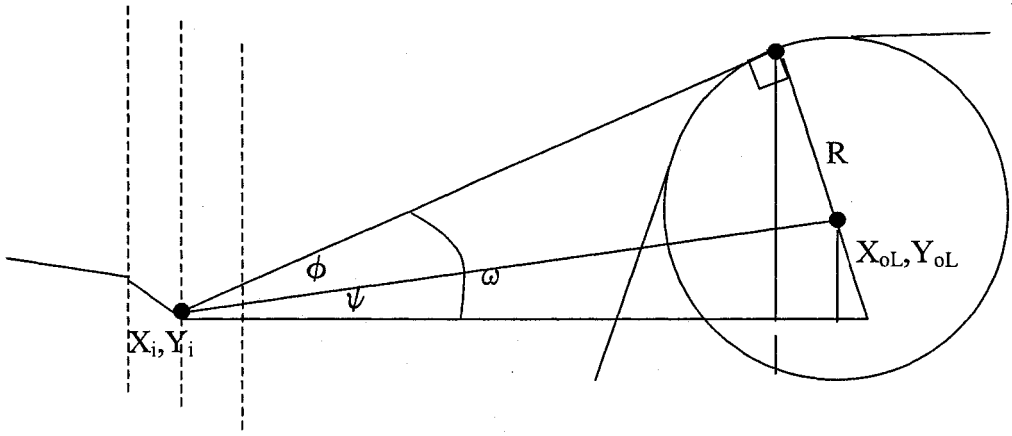


Figure 96 Illustration de la tangente au cercle d'arrivée dans la zone B avec Yi plus petit que YoL (situation impossible en pratique)

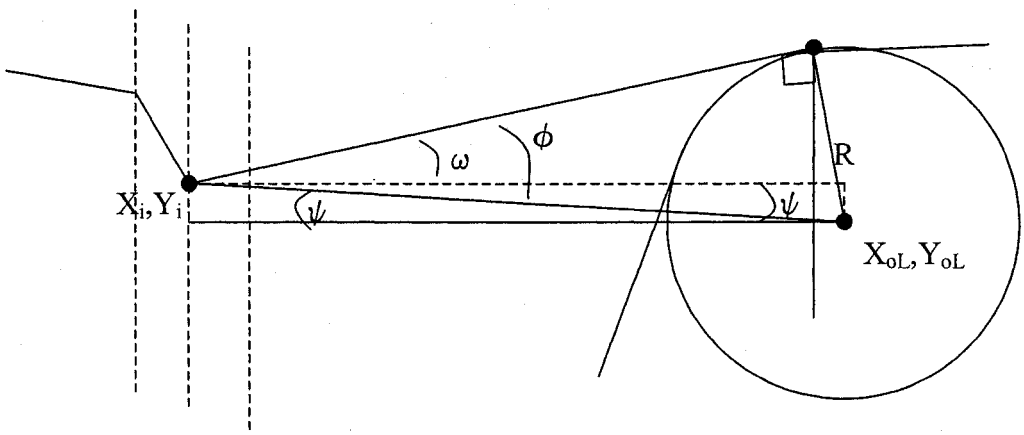


Figure 97 Illustration de la tangente au cercle d'arrivée dans la zone B avec Yi plus grand que YoL

On peut poser :

$$\varphi = arcSin\left(\frac{R}{[(Y_{oL}-Y_i)^2+(X_{oL}-X_i)^2]^{1/2}}\right)$$

$$\psi = arcTan\left(\frac{Y_{oL}-Y_i}{X_{oL}-X_i}\right)$$

$$w = \varphi + \psi$$

Tangente = tg(w)

En deuxième lieu, il faut calculer la déclivité limite supérieure dictée par le rayon de courbure qui respecte la distance d'un segment divisé par deux. Cette déclivité est PLS_2.

$$PLS\_2 = \frac{Dseg}{1250Cos[artg(P)]} + P$$

$$\Delta_D = \frac{1250(PLS\_2 - P)}{2} Cos[artg(PLS\_2)]$$

Si, Δ_d est plus grand que Dseg/2

$$\varepsilon = \Delta_d - \frac{Dseg}{2}$$

$$PLS\_2 = \frac{Dseg - 2\varepsilon}{1250Cos[artg(P)]} + P$$

$$\Delta_D = \frac{1250(PLS\_2 - P)}{2} Cos[artg(PLS\_2)]$$

Fin si

La déclivité limite supérieure est celle donnée par le rayon de courbure.

PLS = PLS_2

Il faut maintenant faire le calcul de la déclivité limite inférieure. La variable « Desct » indique si la déclivité suivante peut ou non être plus petite que la précédente. Ceci est nécessaire, s'il est désiré d'éviter les convexités dans le profil.

Si, Desct = 0 {descente non terminée} :

PLI_1 = -6,5%

$$PLI\_2 = P - \frac{Dseg}{1250Cos[artg(P)]}$$

$$\Delta_D = \frac{1250(PLI\_2 - TabP(i-1))}{2} Cos[artg(PLI\_2)]$$

Si, Δd est plus grand que Dseg/2 :

$$\varepsilon = \Delta_d - \frac{Dseg}{2}$$

$$PLI\_2 = P - \frac{Dseg - 2\varepsilon}{1250Cos[artg(TabP(i-1))]}$$

$$\Delta_D = \frac{1250(PLI\_2 - TabP(i-1))}{2} Cos[artg(PLI\_2)]$$

Fin si

La déclivité limite inférieure est la valeur la plus grande entre les deux déclivités :

PLI = MAX(PLI_1 , PLI_2)

Sinon

La descente est terminée et il s'agit d'interdire à l'algorithme de créer une concavité dans le profil des pentes. La déclivité limite inférieure aura alors la valeur de la déclivité précédente.

PLI = TabP(i-1)

S'il est souhaité d'avoir des convexités dans le profil, il s'agit de répéter les mêmes calculs que la condition « Si ».

Fin si

Créer la déclivité P entre PLI et PLS, en lisant le gêne « i » du chromosome.

P = PLS – Chromo(i) x (PLS-PLI)

Si la déclivité P est supérieure à « Tangente »

[Zone] = VériferZone_D(Pente,X,Y,InfoLimit)

Si la zone est D :

« Raccord » égal à 1. Ceci signale au programme principal que le raccord est effectué.

Si la déclivité précédente TabP(i-1) est plus grande que la tangente :

Il y a raccordement entre la déclivité précédente et la rampe du quai d'arrivée : Pr = TabP(i-1)

Sinon

Il a raccordement entre la tangente et la rampe du quai d'arrivée : Pr = tangente.

Fin si

Le point Xk se trouve à l'intersection de la rampe d'équation :

$Niveau=Dspec(0.5\%)+Oo5$

et de la rampe de déclivité Pr :

Yi = Pr*Xi + O2, où O2 est donné par :

O2 = Yi – Pr*Xi

Donc

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.5\% \\ 1 & -\mathrm{Pr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_k \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_k \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.5\% \\ 1 & -\mathrm{Pr} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix}$$

Enlever l'ancienne déclivité du tableau des déclivités et concaténer les valeurs trouvées au tableau des déclivités :

TabP = [TabP ; [Xi , Pr ; X_k 0,5%]]

Sinon {la zone n'est pas D}

Concaténer la déclivité P au tableau des déclivités,

TabP = [TabP;[X, P]]

Fin si

Fin si {*zone est D*}

La condition suivante est utilisée, si on veut contraindre la construction à un profil ne contenant aucune convexité. La variable « Desct » mise à « 1 » sert subséquemment à l'établissement d'une limite inférieure de déclivité égale ou supérieure à la précédente.

Si, i > 1 :

Si TabP(i) >= TabP(i-1)

Desct = 1 {Descente terminée}

```
        Fin si
Sinon
        Si TabP(i) > -0,5%
                Desct = 1 {Descente terminée}
        Fin si
Fin si
```

Le point de vérification est au bout de la dernière déclivité :

Xv = Dseg*I + Dseg/2

Yv = Dseg*somme(TabP) – (0,5%)*Dseg/2

Fin de AVANCER_B

La fonction suivante contient l'algorithme de construction lorsque le centre du cercle gabarit est dans la zone A.

Avancer dans la zone A

[statut,P,Xv,Yv] = AVANCER_A(Desct,TabP,i,Dseg,InfoLimit,Chromo)

Cet algorithme fait usage de plusieurs paramètres transmis par le tableau de paramètres InfoLimit, fruit de l'algorithme CourbeContrainteLimite. Parmi ces paramètres, on retrouve :

- le rayon de courbure « R »;
- les coordonnées du centre du cercle limite d'arrivée « XoL,YoL »;
- l'altitude relative du quai d'arrivée par rapport au quai de départ « Niveau », la distance séparant les tympans ou les bouts du quai « Dspec ».

Par défaut, puisque l'usage de la présente fonction signifie qu'il n'y a pas encore eu rencontre avec les courbes limites d'arrivée, la variable « raccord » est mise à zéro. La mise à 1 de cette variable signifiera au programme principal qu'il y a eu raccordement avec les courbes limites et que la boucle de calcul peut être terminée.

Dans la zone A, la situation est la suivante :

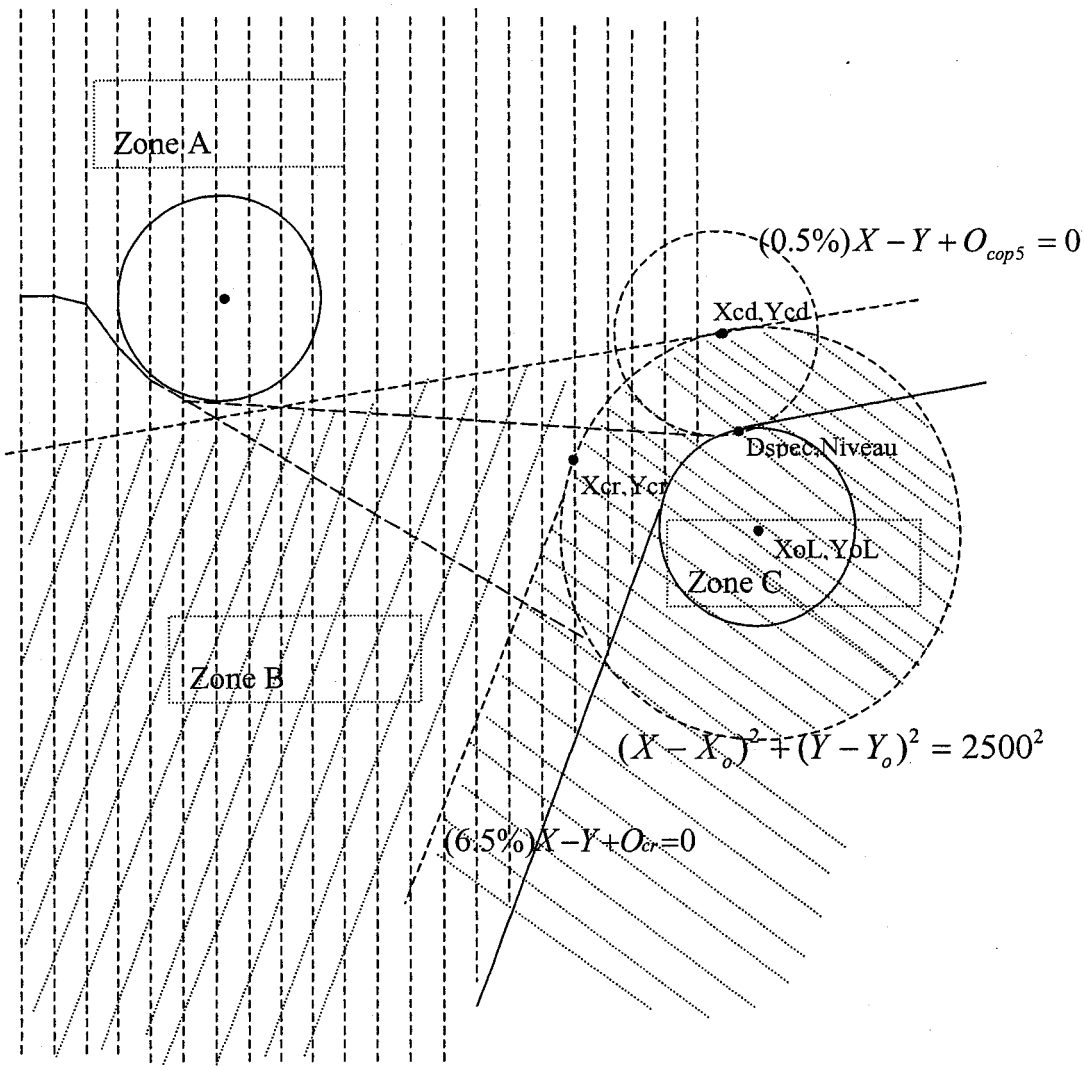


Figure 98 Progrès du cercle gabarit dans la zone A

Alors qu'avec l'algorithme Avancer_B, la tangente de déclivité limite supérieure était calculée avec le cercle de centre Xol,Yol, dans ce cas-ci il faut calculer cette tangente au cercle de centre Xcd,Ycd.

La déclivité limite supérieure sera soit tangente à l'arc de cercle limite de centre Xcd,Ycd ou sera celle permise par le rayon de courbure. De plus, on calcule la distance appelée « Gap » qui sépare le point courant Xi,Yi du point où touche la tangente au

cercle de centre Xcd,Ycd partant de ce point. Si cette distance est plus petite que la largeur d'un segment, il faut se raccorder au cercle Xcd,Ycd.

Sachant que la variable Dseg représente la largeur d'un segment et que « i » est le numéro d'un segment, le point où se trouve l'algorithme de construction du profil est calculé ainsi :

Si, « i » est plus grand que 1 :

$X_i = Dseg*(i-1) + Dseg/2$

$Y_i = X_i\ (\Sigma(TabP)) - (0{,}5\%)Dseg/2$

La pente précédente P provient du tableau des pentes : TabP(i-1)

Sinon

$Xi = Dseg/2$

$Yi = -(0{,}5\%)Dseg/2$

La pente précédente P est –0,5%

Fin si

Peu importe si Yi est plus petit ou plus grand que Ycd, les mêmes équations sont utilisées pour déterminer la tangente au cercle limite d'arrivée de centre Xcd,Ycd. Cette tangente est la déclivité limite supérieure. La situation est illustrée à la figure suivante.

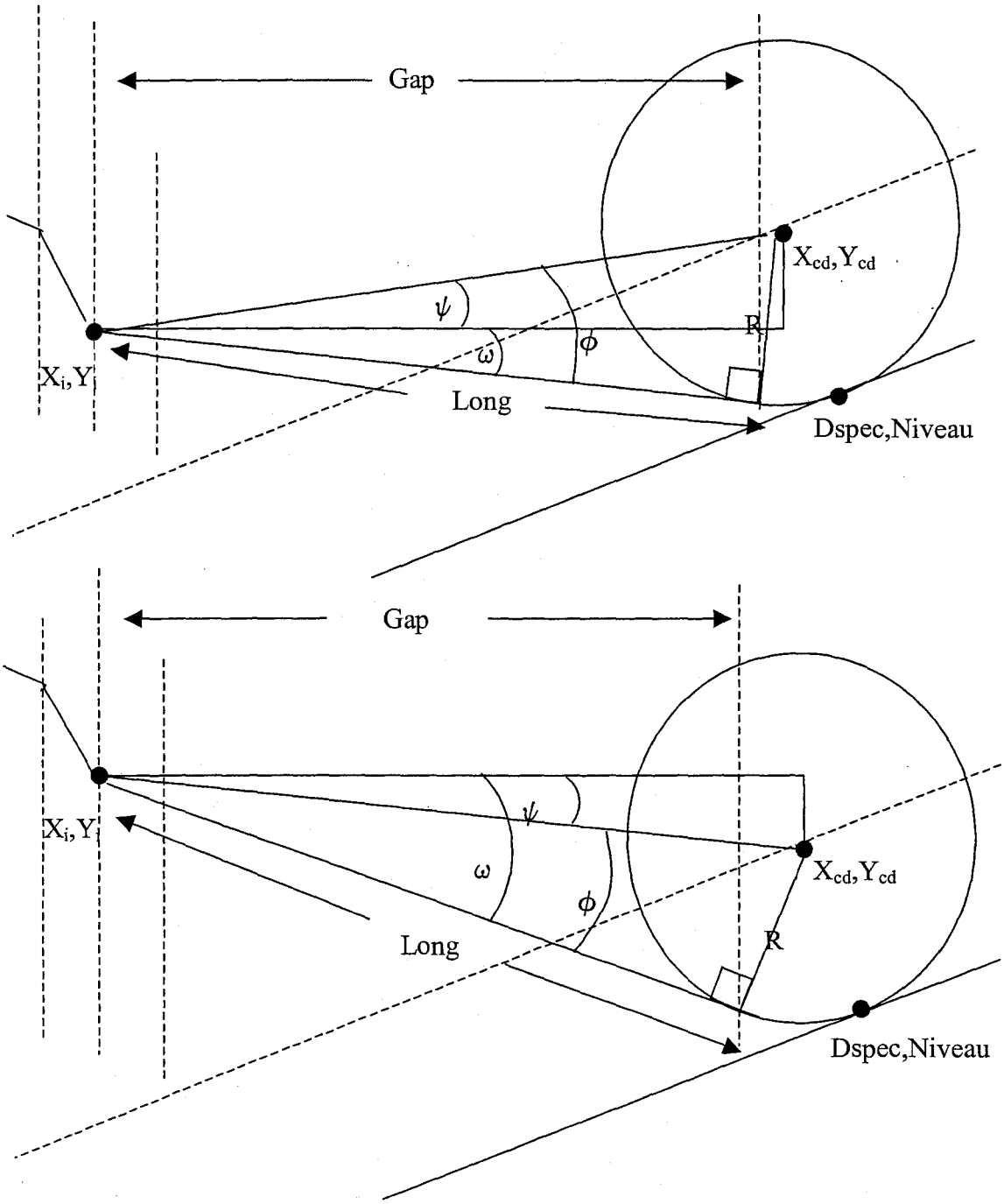


Figure 99 Illustrations des tangentes au cercle d'arrivée dans la zone A avec Yi respectivement plus petit et plus grand que Ycd

La situation où Yi est plus grand que Ycd est impossible en pratique puisque Ycd est presque égal à 1250 m.

La déclivité de la tangente est toujours déterminée comme suit :

$$\varphi = arcSin(\frac{R}{[(Y_{cd} - Y_i)^2 + (X_{cd} - X_i)^2]^{1/2}})$$

$$\psi = arcTan(\frac{Y_{cd} - Y_i}{X_{cd} - X_i}) \ \{Cet\ angle\ est\ négatif\ si\ Yi > Ycd\}$$

$$w = \psi - \varphi$$

$$Long = \frac{R}{\tan\varphi}$$

Tangente = tg(w)

$$Gap = Long * \cos\varpi$$

Il s'agit maintenant de calculer la déclivité limite supérieure allouée par le rayon de courbure.

Les quatre équations suivantes assurent le respect de condition de détachement d'un rayon de courbure à au moins la moitié de la largeur d'un segment :

$$PLS\_2 = \frac{Dseg}{1250Cos[artg(P)]} + P$$

$$\Delta_D = \frac{1250(PLS\_2 - P)}{2} Cos[artg(PLS\_2)]$$

Si Δ_d est plus grand que d/2

$$\varepsilon = \Delta_d \frac{Dseg}{2}$$

$$PLS\_2 = \frac{Dseg - 2\varepsilon}{1250Cos[artg(P)]} + P$$

$$\Delta_D = \frac{1250(PLS\_2 - P)}{2} Cos[artg(PLS\_2)]$$

Fin si

La déclivité limite supérieure permise est la valeur minimale entre les deux déclivités :

PLS = MIN(Tangente, PLS_ 2)

Si, PLS = Tangente

Raccord = 1 {*Cette variable est un signal utilisé par le prg principal pour faire le raccordement*}

Fin si

Qu'il y ait ou non demande de raccordement, on poursuit les opérations. Il faut maintenant déterminer la pente limite inférieure :

Si Desct = 0 {descente non terminée} :

PLI_1 = -6,5 %

Sinon

La pente limite inférieure est égale à la pente précédente : PLI_1 = P_{i-1}

Si on admet des convexités, la condition « Si » est enlevée et PLI_1 est posé égal à -6,5 %.

Fin si

La déclivité limite inférieure est donnée ainsi :

$$PLI\_2 = P \frac{Dseg}{1250 Cos[artg(P)]}$$

$$\Delta_D = \frac{1250(PLI\_2 - P)}{2} Cos[artg(PLI\_2)]$$

Si, Δd est plus grand que d/2 :

$$\varepsilon = \Delta_d - \frac{Dseg}{2}$$

$$PLI\_2 = P - \frac{Dseg - 2\varepsilon}{1250 Cos[artg(P)]}$$

$$\Delta_D = \frac{1250(PLI\_2 - P)}{2} Cos[artg(PLI\_2)]$$

Fin si

La déclivité limite inférieure est la valeur maximale entre les deux déclivités :

PLI = MAX(PLI_1 , PLI_2)

Si PLS est égal à Tangente

Si, « Gap » claculé plus haut est plus petit ou égal à Dseg.

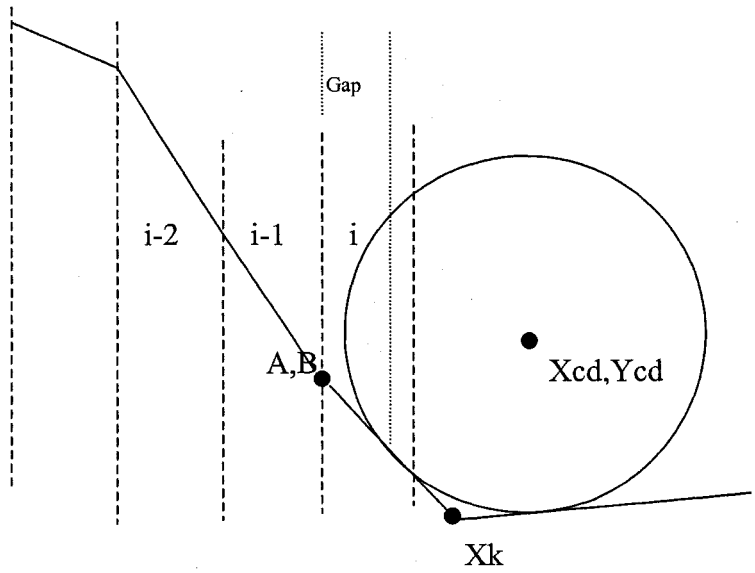


Figure 100 Raccordement au cercle d'arrivée de la zone A car la distance « Gap » est plus petite que « Dseg »

{Le raccordement immédiat est possible. Il faut trouver le point de raccordement avec la rampe de 0,5 %}

Statut est égal à 1 {Ce qui signifie que le raccordement sera fait pour la fonction appelante}.

Le point Xk se trouve à l'intersection des droites de déclivité :

$$Niveau=Dspec(0.5\%)+O_1$$

et de la rampe de déclivité PLS :

$Yi = PLS*Xi + O_2$ où O_2 est donné par

$O_2 = Yi - PLS*Xi$

Donc

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.5\% \\ 1 & -PLS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_k \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_k \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.5\% \\ 1 & -PLS \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix}$$

Concaténer au tableau des déclivités :

TabP = [TabP ; [Xi PLS ;X_k 0,5 %]]

Sinon {il n'y pas raccordement}.

Créer la déclivité TabP(i) entre PLI et PLS en lisant le chromosome (variable Chromo) :

P = PLS – Chromo (PLS-PLI)

TabP = [TabP ; [Xi P]]

Fin si

Si i > 1

Si Desct égale 0 et TabP(i) >= TabP(i-1)

```
            Desct = 1 {Descente terminée}
        Fin si
Sinon
        Si, TabP(i) > -0,5%
            Desct = 1 {Descente terminée}
        Fin si
Fin si
```

Les coordonnées Xv,Yv sont celles à partir desquelles le cercle gabarit sera tangent. Le programme appelant déterminera la zone du centre du cercle gabarit.

Xv = Dseg*i

Yv = Dseg*(somme de Po à P_i)

Fin de AVANCER_A

Ayant maintenant établi la façon de progresser dans les zones A et B, l'algorithme de la fonction principal progresse de la façon suivante avec la fonction « SimulTrainRaffine ».

Algorithme principal

L'ordinogramme de la figure 101 montre la séquence des opérations. À noter que la condition « nombre de segment expiré ? » est en fait vérifiée après sortie d'une boucle « tant que (le nombre de segment n'est pas expiré) ». Le pseudo-code qui suit respecte dans la mesure du possible l'indentation requise pour les boucles et conditions, sauf pour les illustrations et certaines longues équations.

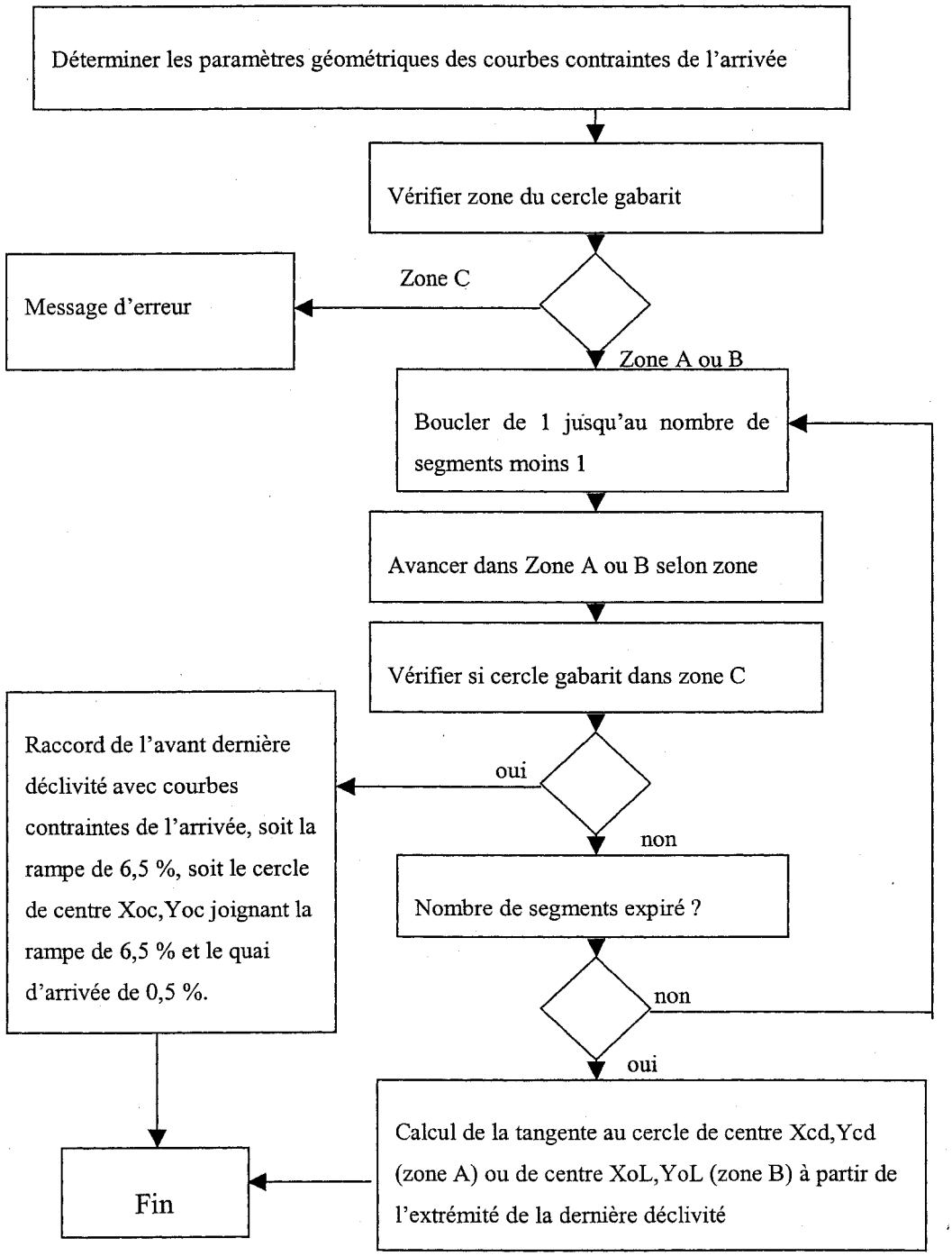


Figure 101 Ordinogramme de l'algorithme principal (de génération de profil)

[SommeEnergie] = SimulTrainRaffine(Chromo)

L'algorithme principal respecte les contraintes de rayon de courbure et, si désiré, peut procurer un profil toujours concave par rapport à l'axe horizontal. Les paramètres principaux sont :

- L'extrémité du quai d'arrivée qui est située à une distance « Dspec » du quai de départ.
- Le quai d'arrivée est située à une hauteur « Niveau », par rapport au quai de départ.
- Le nombre de segments est Nseg.
- L'attribution d'une valeur de départ Xdep (Cette valeur tient compte de la plus grande déclivité possible au départ qui est -6,5 %. Ainsi, pour un quai à -0,5 %, Xdep devient égal à 37,5 m).
- La largeur Dseg d'un segment est Dseg = (Dspec-Xdep) / Nseg.

La fonction « CourbeContrainteLimite » suivante génère une multitude de variables dans le tableau InfoLimit représentant les caractéristiques du profil maximum d'arrivée (voir algo Courbe de contrainte limite plus haut).

InfoLimit = CourbeContrainteLimite(d,Dspec,Niveau,R)

La variable suivante « desct » est un signal qui à zéro signifie que la déclivité suivante peut être plus petite que la déclivité courante; si à 1, la déclivité suivante sera au minimum égale à la précédente. Cette variable contrôle la convexité du profil. Elle est utilisée par les sous-programmes « Avancer_A » et « Avancer_B ».

desct = 0 {*descente non terminée à partir du quai de départ*}

La variable suivante « raccord » est un signal qui à zéro, signifie pas encore de raccordement et qui à un, signifie qu'il y a raccordement avec les courbes limites d'arrivée. Elle est utilisée par les sous-programmes « Avancer_A » et « Avancer_B » pour signaler qu'un raccordement avec la zone d'arrivée a eu lieu.

raccord = 0 {Il n'y a pas encore eu raccordement avec le cercle limite d'arrivée}

Le nombre de tours de la boucle de calcul doit tenir compte de la distance spécifiée. Ici, une distance Xdep est attribuée au raccordement des déclivités de 0,5 % du quai de départ et de la première déclivité. Par la suite, les déclivités limites supérieure et inférieure sont calculées en fonction de la largeur Dseg/2.

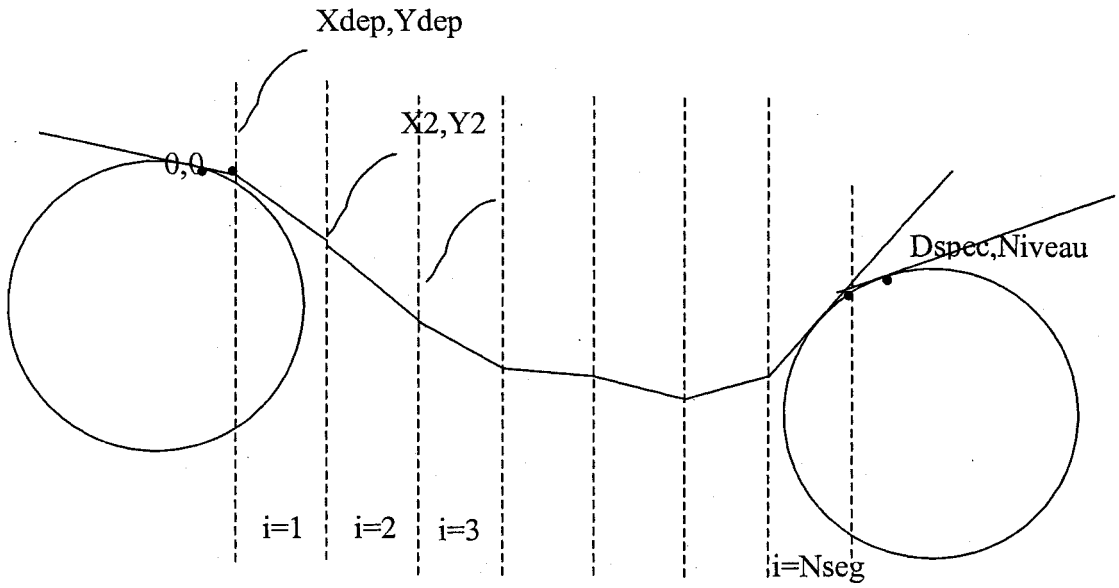


Figure 102 Détermination du nombre de segments

Le nombre de tours sera donc Nseg-1 compte tenu que le dernier segment est un raccordement forcé. Le point de départ est donc :

Xdep = 37,.5 et Ydep = 37,5*(-0,5%)

Ce point de départ est la condition initiale des fonctions Avancer_A ou Avancer_B. Ces sous-programmes sont utilisés selon que l'on se situe dans la zone « A » ou dans la zone « B ». La zone est déterminée par le sous-programme de vérification de zone.

[zone] = VérifierZone(-0,5%, 0,0, InfoLimit)

Si la zone est « C », le cercle gabarit entame la zone C comme illustré ci-contre.

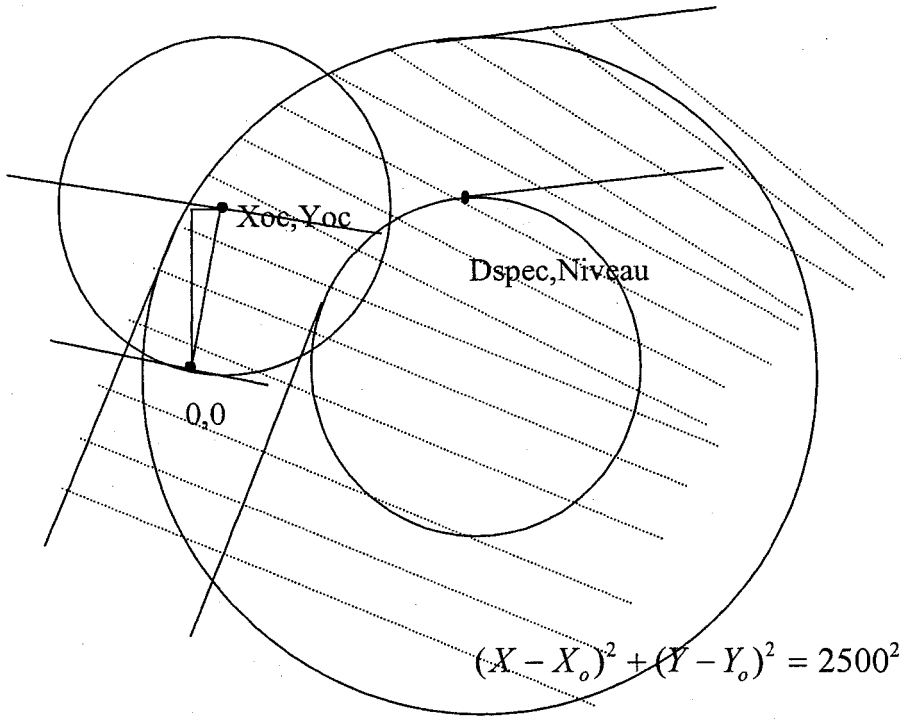


Figure 103 Cas où les quais sont trop proches

Message d'erreur car il est impossible de se raccorder au quai d'arrivée en respectant le rayon de courbure.

Fin si {Zone est C}

L'algorithme emmagasinera les déclivités et la distance où elle prend effet dans le tableau « TabP ».

Boucler « i » de 1 jusqu'à Nseg-1.

Si la zone est B

[Desct,statut,TabP,Xv,Yv] = Avancer_B(Desct,TabP,i,Dseg)

Sinon

[Desct,statut,TabP,Xv,Yv] = Avancer_A(Desct,TabP,i,Dseg)

Fin si

Si raccord est 0 {donc, il n'y a pas encore de raccordement dans les sous programmes}

Il faut vérifier si la dernière déclivité P entame la zone « C ».

[zone,Xoc,Yoc] = VérifierZone(P,Xv,Yv,InfoLimit)

Si la zone est C :

Il faut indiquer au reste du programme qu'un raccord s'est effectué en posant la variable Raccord à 1.

Raccord = 1

Les coordonnées du point d'origine de la dernière déclivité sont calculées :

Xi = Dseg*(i-1) + Xdep et

Yi = Dseg*somme($TabP_{i-1}$) + Ydep

Il faut ensuite calculer la déclivité de la tangente au cercle limite d'arrivée selon la méthode illustrée aux figures 99 et 100.

On peut poser :

$$\varphi = arcSin\left(\frac{R}{[(Y_{oL}-Y_i)^2+(X_{oL}-X_i)^2]^{1/2}}\right)$$

$$Long = \frac{R}{\tan\varphi}$$

$$\psi = arcTan\left(\frac{Y_{oL}-Y_i}{X_{oL}-X_i}\right)$$

$$w = \varphi + \psi$$

$$Gap = Long * \cos\varpi$$

Tangente = tg(w)

Si, la déclivité précédente TabP(i-1) est plus grande ou égale à « Tangente »,

Il y a raccordement entre cette déclivité et la projection de la rampe du quai d'arrivée car un raccordement avec le cercle limite d'arrivée est impossible comme illustré à la figure ci-contre.

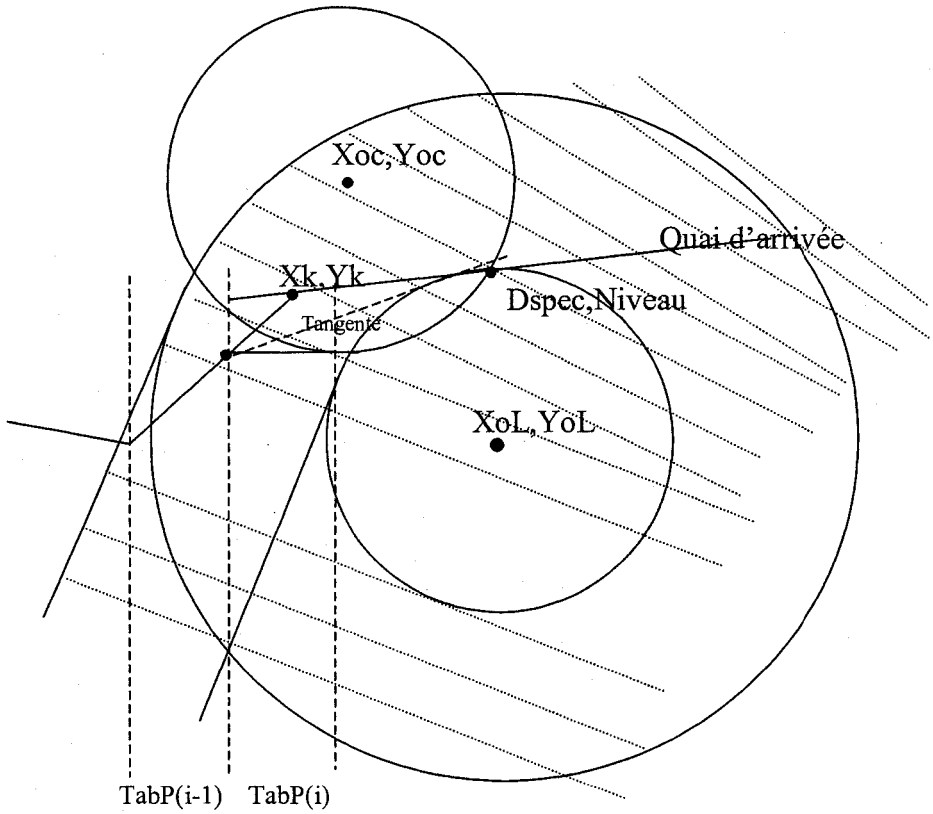


Figure 104 Raccordement avec le quai d'arrivée, si la déclivité précédente est plus grande que la tangente

La rampe du quai de 0,5 % est d'équation :

Niveau = 0,5%Dspec + Oop5

Tandis que la déclivité de valeur TabP(i-1) est d'équation :

Yi = Xi * TabP(i-1) + O1.

Au point d'intersection avec la rampe de 0,5 %, on a ;

$$\begin{bmatrix} 0.5\% & 1 \\ TabP(i-1) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{op5} \\ O_1 \end{bmatrix}$$

En inversant cette matrice, on obtient la solution suivante :

Xk,Yk

$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.5\% & 1 \\ -TabP(i-1) & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_{op5} \\ O_1 \end{bmatrix}$$

Sinon, le centre du cercle gabarit glissera sur la déclivité précédente TabP(i-1) jusqu'à l'intersection soit de l'arc de cercle d'équation

$$(X - X_{oL})^2 + (Y - Y_{oL})^2 = 2500^2,$$

soit de la rampe d'accès de 6,5 % d'équation :

Y = X(6,5%) + Ocr

Les paires d'illustrations 105, 106 et 107, 108 montrent les raccordement entre la déclivité prédente et les courbes d'arrivée dans divers cas de figure.

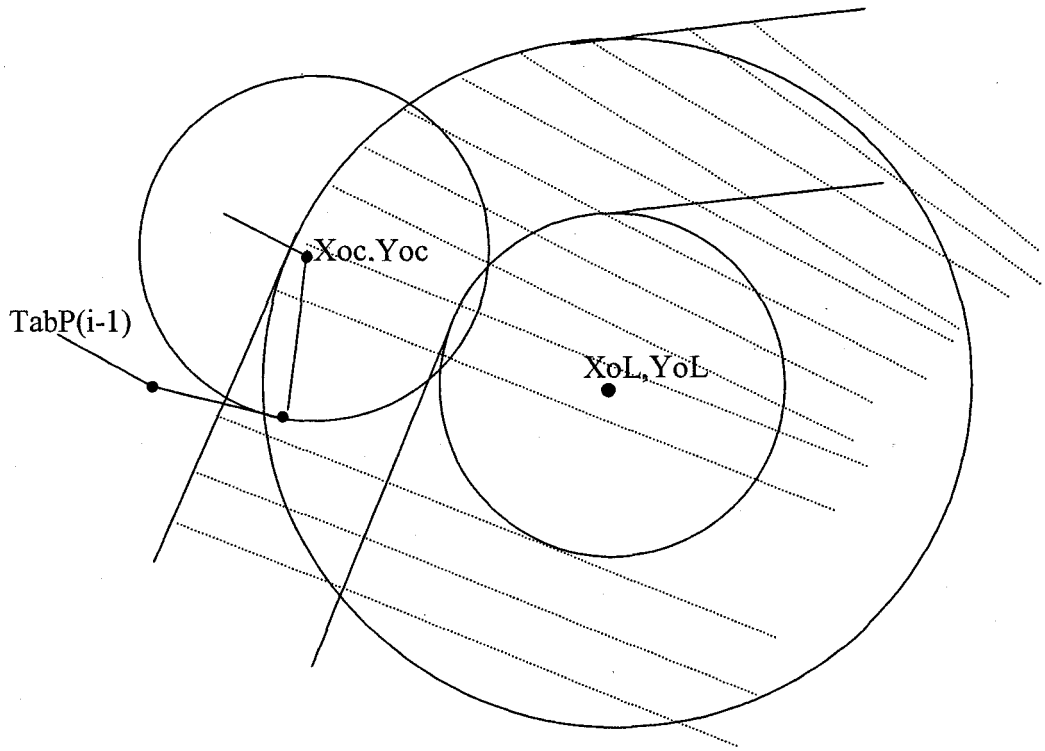


Figure 105 Illustration montrant le centre du cercle gabarit entamant la zone C alors que le profil remonte

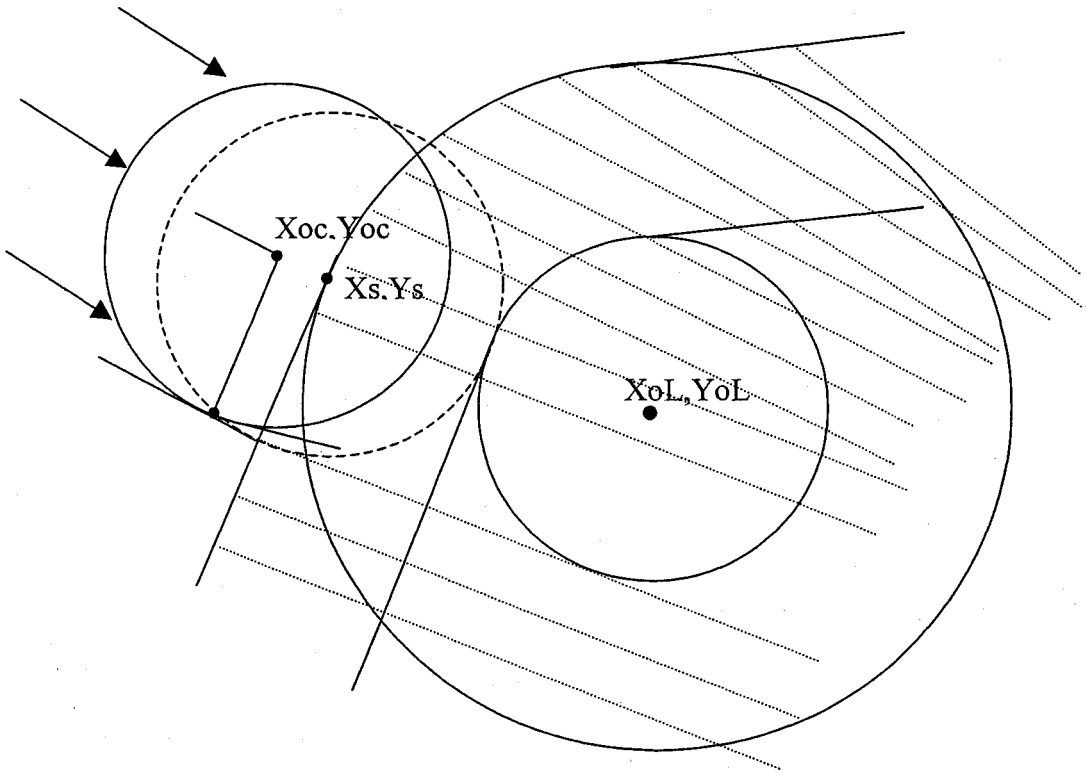


Figure 106 Le centre du cercle gabarit doit glisser sur la déclivité précédente pour le raccordement avec l'arc de cercle d'arrivée (cas où le déclivité courante est plus grande que la précédente)

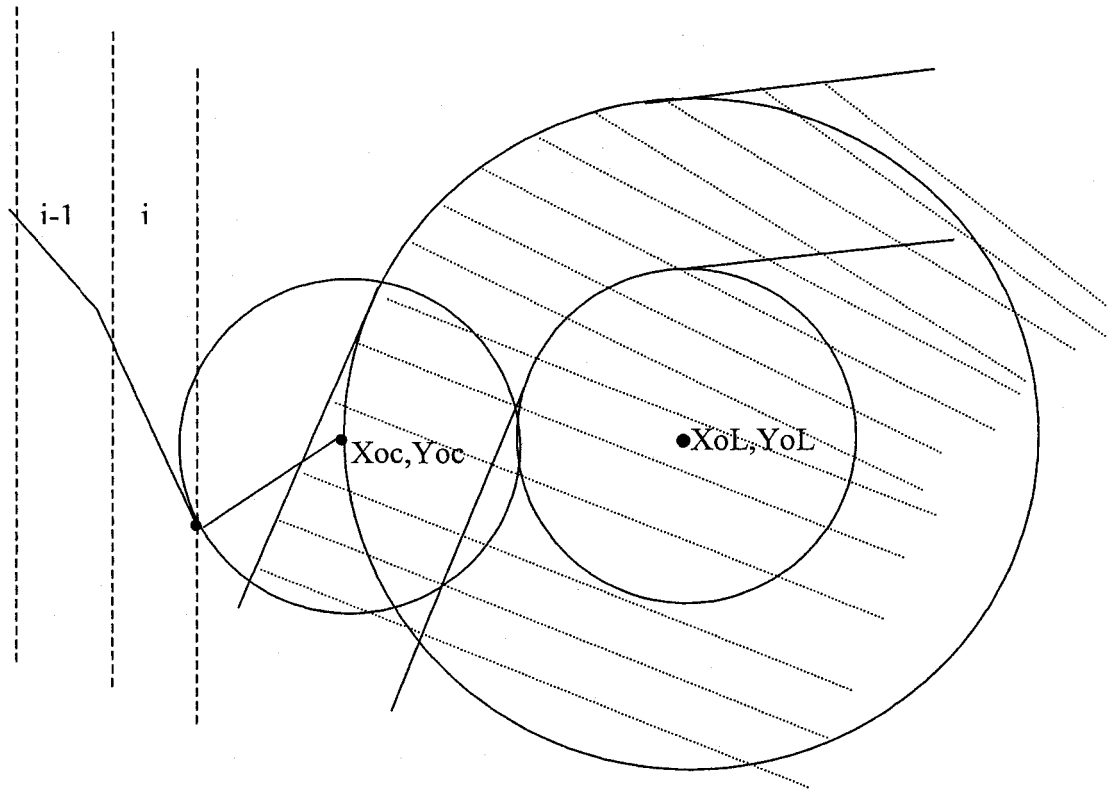


Figure 107 Illustration montrant le centre du cercle gabarit entamant la zone C avec une déclivité précédente plus petite que la courante

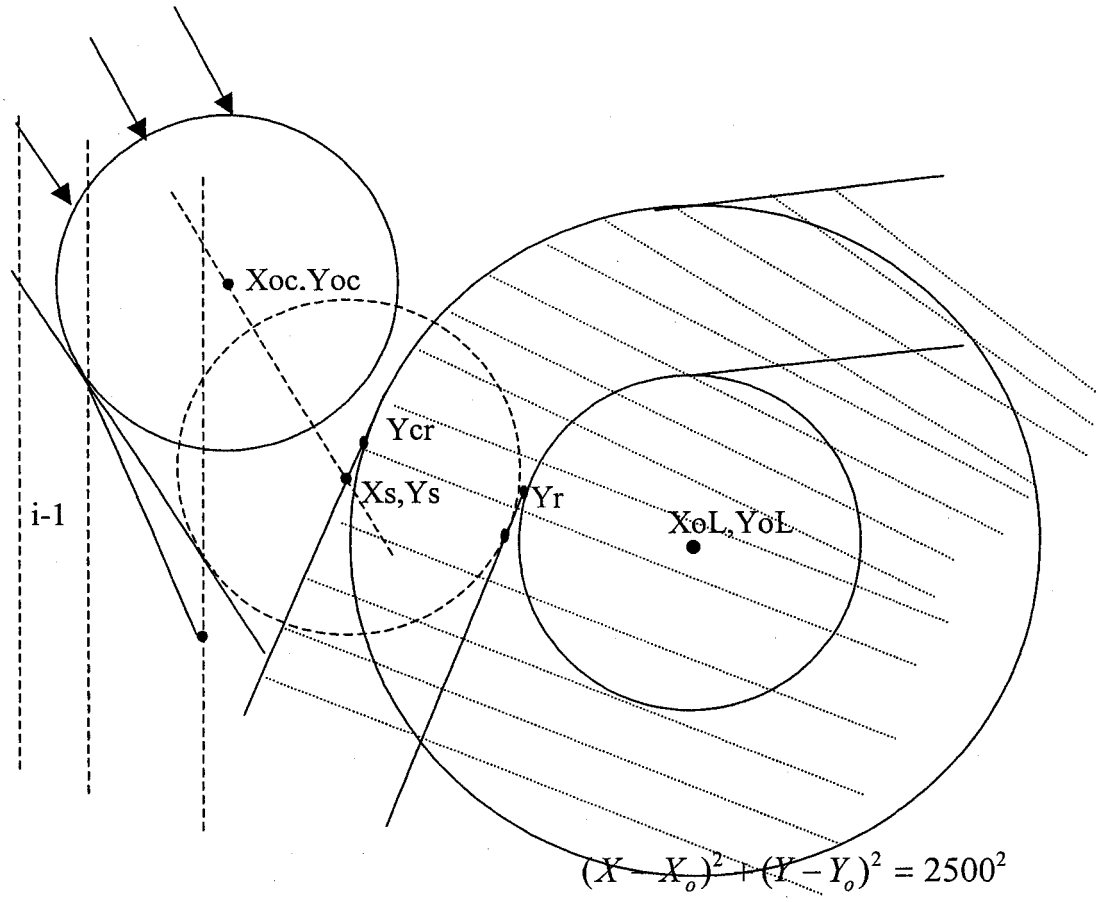


Figure 108 Le centre du cercle gabarit doit glisser sur la déclivité précédente pour le raccordement avec l'arc de cercle d'arrivée (cas où la déclivité courante est plus petite que la précédente)

La déclivité TabP(i-1) est d'équation :

$$Yoc = (TabP(i-1))Xoc + Ooc$$

Elle peut intercepter en premier, soit la rampe limite de 6,5 % du centre du cercle gabarit d'équation :

$$Y=(6.5\%)X+O_{cr}$$

soit l'arc de cercle ou rayon de courbure limite de rayon 2R, si l'ordonnée de l'intersection est plus grande que Ycr :

$(X-X_{oL})^2+(Y-Y_{oL})^2=(2R)^2$

Au point d'intersection avec la rampe de 6,5 %, on a :

$$\begin{bmatrix} 6.5\% & 1 \\ TabP(i-1) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{cr} \\ O_{oc} \end{bmatrix}$$

En inversant cette matrice on obtient la solution Xs,Ys :

$$\begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6.5\% & 1 \\ -TabP(i-1) & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_{cr} \\ O_{oc} \end{bmatrix}$$

Si Ys est plus grand que Ycr, (en gras volontairement pour retrouver le sinon) il faut plutôt intercepter la droite Yoc=Xoc*(TabP$_{i-1}$)+Ooc avec l'arc de cercle limite d'arrivée. L'ordonnée Ys d'intersection est trouvée ainsi :

$$\left(\frac{Y-O_{oc}}{TabP(i-1)}-X_{oL}\right)^2+(Y-Y_{oL})^2=(2R)^2$$

$$\left(\frac{Y-O_{oc}}{TabP(i-1)}\right)^2-2\left(\frac{Y-O_{oc}}{TabP(i-1)}\right)X_{oL}+X_{oL}^2+Y^2-2YY_{oL}+Y_{oL}^2-(2R)^2$$

$$\frac{1}{TabP(i-1)^2}\left(Y^2-2YO_{oc}+O_{oc}^2\right)-\frac{2YX_{oL}}{TabP(i-1)}+\frac{2O_{cr}X_{oL}}{TabP(i-1)}$$
$$+X_{oL}^2+Y^2-2YY_{oL}+Y_{oL}^2-(2R)^2$$

$$\frac{Y^2}{TabP(i-1)^2} - \frac{2YO_{oc}}{TabP(i-1)^2} + \frac{O_{oc}^2}{TabP(i-1)^2} - \frac{2YX_{oL}}{TabP(i-1)} + \frac{2O_{oc}X_{oL}}{TabP(i-1)}$$
$$+ X_{oL}^2 + Y^2 - 2YY_{oL} + Y_{oL}^2 - (2R)^2$$

$$\frac{Y^2}{TabP(i-1)^2} + Y^2 - \frac{2YO_{oc}}{TabP(i-1)^2} - \frac{2YX_{oL}}{TabP(i-1)} - 2YY_{oL}$$
$$+ \frac{O_{oc}^2}{TabP(i-1)^2} + \frac{2O_{oc}X_{oL}}{TabP(i-1)} + X_{oL}^2 + Y_{oL}^2 - (2R)^2$$

$$\left(1 + \frac{1}{TabP(i-1)^2}\right)Y^2 - \left[\left(\frac{O_{oc}}{TabP(i-1)} + X_{oL}\right)\frac{2}{TabP(i-1)} + 2Y_{oL}\right]Y$$
$$+ \left(\frac{O_{oc}}{TabP(i-1)} + X_{oL}\right)^2 + Y_{oL}^2 - 4R^2 = 0$$

Il faut déterminer, si la déclivité TabP(i-1) est inférieure ou supérieure à 0 pour savoir s'il faut retenir la plus grande ou la plus petite solution. (Voir figure suivante).

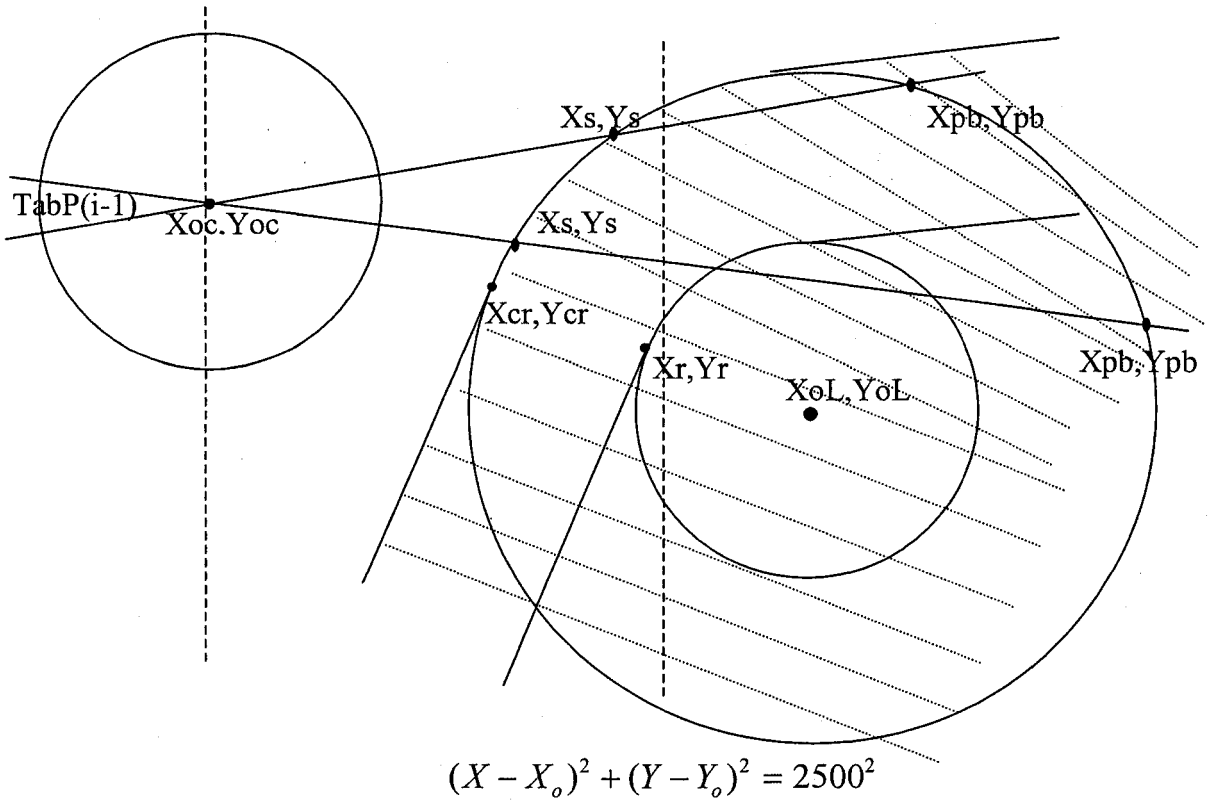


Figure 109 Comment retenir la bonne solution lors de l'intersection avec l'arc de cercle

Si, TabP(i-1) est plus grand ou égal à 0 :

On retient la plus petite racine de l'équation qui est Ys.

Sinon

On ne retient que la plus grande racine de cette équation qui est Ys.

Fin si

Xs est trouvé avec la droite

$$Y_s = X_s(TabP(i-1)) + O_{oc}$$

Ensuite, la pente TabP(i-1) devra se raccorder avec la pente tangente au cercle limite d'arrivée de centre XoL,YoL de rayon R comme illustrée à la figure suivante.

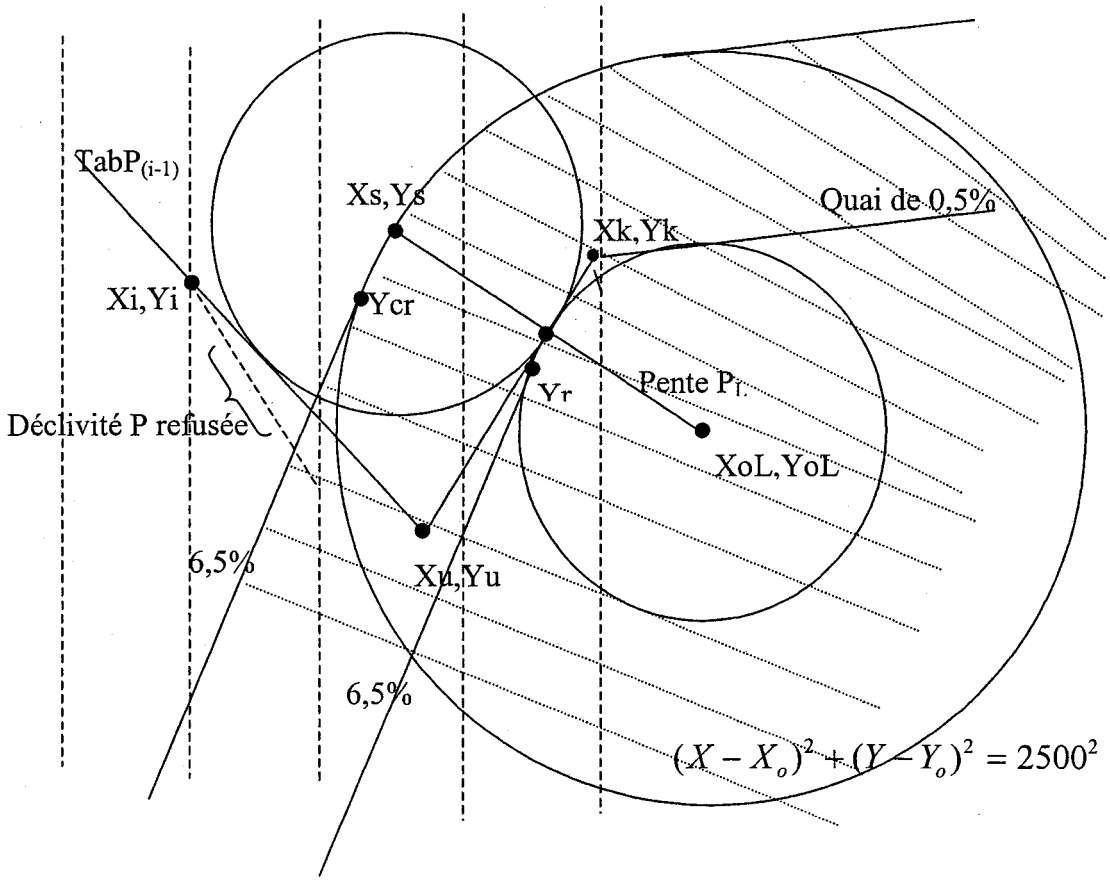


Figure 110 Illustration du calcul des déclivités restantes après le raccordement, cas où Ys est plus grand que Ycr

La pente P_T de la tangente au cercle de contrainte d'arrivée et au cercle gabarit est trouvée en constatant d'abord que :

$$P_L = \frac{Y_{ol} - Y_s}{X_{ol} - X_s}, \text{ et}$$

$$P_t = \frac{-1}{P_L}$$

Il reste à trouver les points X_u,Y_u et X_k, Y_k, ce qui est fait en déterminant d'abord les équations des droites de TabP(i-1) et Pt et 0,5 %.

L'équation de la droite de pente TabP(i-1) est trouvée en constatant que :

$$Yi = TabP(i-1)Xi + O_1$$

L'équation de la droite de pente Pt tangente au cercle limite est trouvée en constatant que :

$$\frac{Y_{oL} - Y_s}{2} + Y_s = P_t\left(\frac{X_{oL} - X_s}{2} + X_s\right) + O_2$$

donc

$$\begin{bmatrix} 1 & TabP(i-1) \\ 1 & P_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_u \\ X_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_u \\ X_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -TabP(i-1) \\ 1 & -P_t \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_1 \\ O_2 \end{bmatrix}$$

Finalement, il faut intercepter la déclivité du quai d'arrivée avec la déclivité Pt.

$$Niveau = Dspec(0.5\%) + O_3$$

donc

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.5\% \\ 1 & p_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_k \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_3 \\ O_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_k \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.5\% \\ 1 & -P_t \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_3 \\ O_2 \end{bmatrix}$$

Seules les abscisses Xu et Xk sont d'intérêt car elles seront incorporées au tableau des déclivités caractérisant le profil du tunnel.

Il faut enlever du tableau TabP la déclivité refusée et concaténer les nouvelles valeurs calculées au profil du tunnel :

TabP = [TabP [Xu Pt ; Xk 0.5%]]

Sinon { Ys est plus petit que Ycr}.

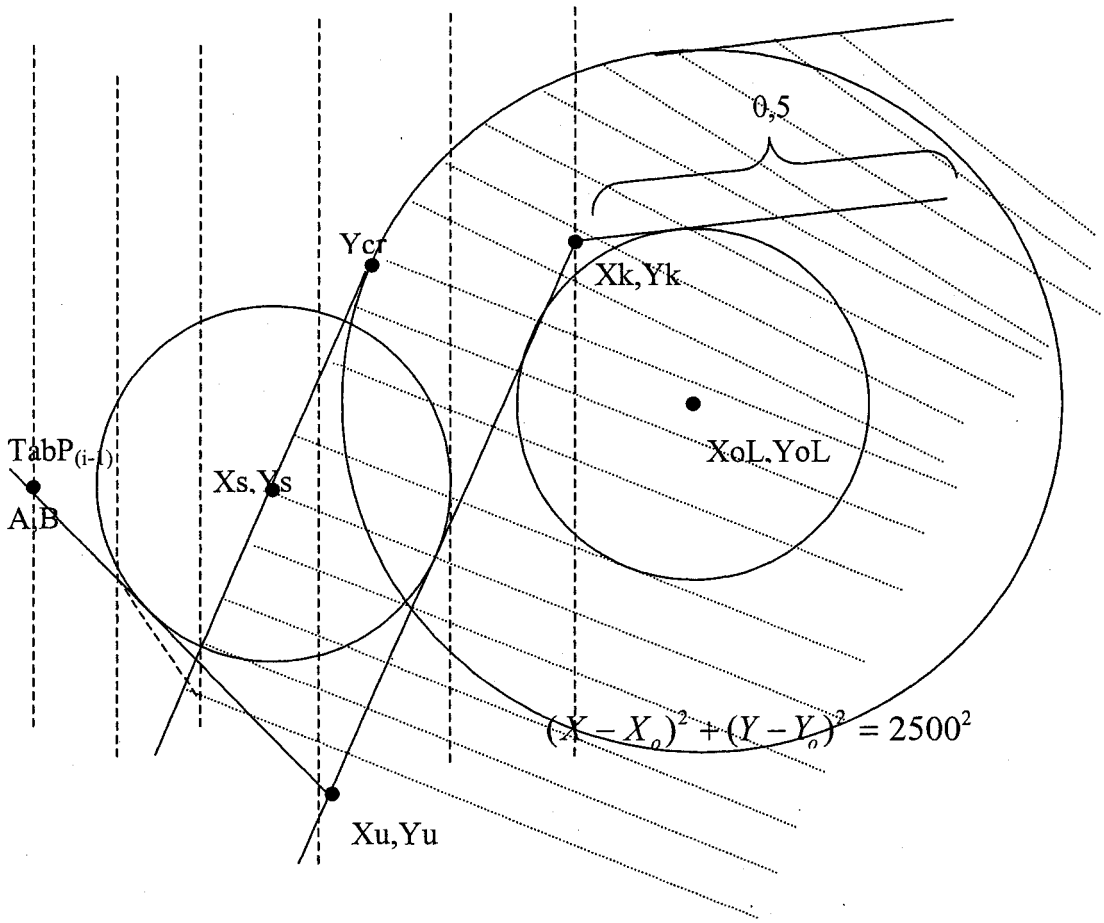


Figure 111 Illustration du calcul des déclivités restantes après le raccordement, cas où Ys est plus petit que Ycr

L'équation de la droite de pente TabP(i-1) est trouvée en constatant que :

$$Yi=TabP(i-1)Xi+O_1$$

Cette droite doit intercepter la rampe de 6,5 % d'équation :

$$Y=(6.5\%)X+O_{cr}$$

On peut donc résoudre le système d'équation suivant :

$$\begin{bmatrix} 1 & TabP(i-1) \\ 1 & 6.5\% \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_u \\ X_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_1 \\ O_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_u \\ X_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -TabP(i-1) \\ 1 & -6.5\% \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_1 \\ Or \end{bmatrix}$$

Ensuite, il faut concaténer au tableau des déclivités.

Finalement, il faut intercepter la déclivité du quai d'arrivée avec la déclivité rampe de 6,5 %.

$Niveau = Dspec(0.5\%) + O_3$

donc

$$\begin{bmatrix} 1 & 0.5\% \\ 1 & 6.5\% \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_k \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_3 \\ O_r \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Y_k \\ X_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -0.5\% \\ 1 & -6.5\% \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} O_3 \\ O_r \end{bmatrix}$$

Il faut enlever la dernière erronée et concaténer les nouvelles valeurs au tableau des déclivités.

TabP = [TabP ; [Xu , 6,5% ; Xk , 0,5%]]

Fin si { Ys est plus grand que Ycr}

Sortir de la boucle

Fin si {zone est C}

Sinon

{La variable « raccord» était à 1, avant la vérification de zone. Le raccordement au cercle de contrainte d'arrivée était déjà fait dans Avancer_A ou Avancer_B }

Sortir de la boucle

Fin si

Fin de la boucle

Si statut est 0 {il n'y a pas encore eu raccordement}.

Il faut calculer la tangente au cercle limite approprié ainsi :

Si le centre Xoc,Yoc est dans la zone A

Il faut calculer la tangente au cercle limite de centre Xcd,Ycd.

Les mêmes calculs que ceux relatifs à la figure 99 s'appliquent, incluant le calcul de la distance Gap entre l'extrémité de la dernière déclivité et le point ou touche la tangente au cercle limite Xcd,Ycd.

Sinon

Il faut calculer la tangente au cercle limite de centre XoL,YoL.

Les mêmes calculs que ceux relatifs à la figure 97 s'appliquent, incluant le calcul de la distance Gap entre l'extrémité de la dernière déclivité et le point ou touche la tangente au cercle limite XoL,YoL.

Fin si

Concaténer la distance Gap au tableau des déclivités.

TabP = [TabP [Gap 0,5%]]

Fin si {statut est 0)

Fin de SimulTrainRaffine

BIBLIOGRAPHIE

[1] Comité International des métros de l'UITP, (1997), *Volume 3, Transport public : Environnement et rentabilité. Deuxième partie : Réduction de la consommation énergétique dans les systèmes de métro, une contribution significative à la protection de l'environnement.* 52e congrès international de l'UITP.

[2] Hoang, H.H., Polis, M., Houle, J.L., (1973) *Optimisation des profils de tunnel pour le métro de Montréal.* École polytechnique de Montréal, Centre de développement technologique.

[3] Deb, K., (2001) *Multi-Objective Optimization using Evolutionnary Algorithms*, Wiley.

[4] Man, K.F., Tang, K.S., Kwong, S. (1999) *Genetic Algorithms: Concepts and Design*, Springer Verlag.

[5] Marcotte, D., (2000) *Considérations à prendre pour le découpage des circuits de voie*, STM.

[6] Communauté urbaine de Montréal, (1983) *Le métro de Montréal.*

[7] Pilote, Louis-M., (1976) *Simulation par ordinateur du mouvement des trains sur la ligne 2 du métro de Montréal*, UITP, Groupe de travail « Hacheurs de courant ».

[8] Ruelland, François, (2003) *Analyse de la consommation énergétique des marches de trains*, STM.

[9] Amyot, Roland, *Le contrôle de train du métro de Montréal*, STM.

[10] The Mathworks, (2004) *Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox User's Guide,* The Mathworks.

[11] Beauchamp, Y., (1993) *Méthodologie d'analyse expérimentale,* Notes de cours, Université du Québec.

[12] Champliaud, H., *Optimisation et fiabilité,* Notes de cours, Université du Québec.

[13] Holland, J.H., (1975) *Adaptation in Natural and Artificial System,* Ann Arbor, The University of Michigan Press.