

Métamatériaux multi-résonnants et trous noirs acoustiques :  
vers une absorption parfaite large bande en régime linéaire et  
non linéaire

par

Gauthier BEZANÇON

THÈSE PAR ARTICLES PRÉSENTÉE À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE  
SUPÉRIEURE COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DU  
DOCTORAT EN GÉNIE  
Ph. D.

MONTRÉAL, LE 11 MARS 2025

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Gauthier Bezançon, 2025



Cette licence [Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

**PRÉSENTATION DU JURY**  
CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE  
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Thomas Dupont, directeur de thèse  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Olivier Doutres, codirecteur de thèse  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Simon Joncas, président du jury  
Département de génie des systèmes à l'École de technologie supérieure

M. Jérémie Voix, membre du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Nicolas Dauchez, examinateur externe  
Département d'ingénierie mécanique à l'Université de technologie de Compiègne

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 4 OCTOBRE 2024

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE



## REMERCIEMENTS

Avant tout, je tiens à remercier celles et ceux qui m'ont accompagné dans la réalisation de cette thèse.

Je voudrais tout particulièrement remercier mes directeurs, Thomas Dupont et Olivier Doutres, professeurs au Département de Génie Mécanique à l'École de Technologie Supérieure. Leurs réponses à mes questions et incertitudes m'ont guidé tout au long de ces cinq années de recherche.

Je remercie également les membres du jury qui ont accepté d'évaluer mes travaux de recherche : M. Jérémie Voix, M. Nicolas Dauchez et M. Simon Joncas.

Je tiens aussi à remercier tout particulièrement Olga Umnova, Philippe Leclaire et Raymond Panneton pour leurs nombreuses remarques et discussions constructives, ainsi que pour leur bienveillance tout au long de nos collaborations.

Cette thèse n'aurait pas pu être complétée sans les financements du Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada.

Je remercie également mes collègues et amis du laboratoire ICAR de l'ÉTS, en particulier Maël Lopez, avec qui j'ai eu des conversations très fructueuses sur ces recherches. Je tiens aussi à exprimer ma gratitude à tous les membres du groupe de recherche, notamment Bastien, Hugo, Kevin, Maxime, Michel, Stanislas et bien d'autres, pour l'ambiance qui règne dans ce laboratoire.

Enfin, une pensée toute particulière pour ma famille, qui m'a encouragé à entreprendre cette thèse à Montréal et qui est restée disponible malgré la distance. Je voudrais aussi remercier mes amis, de Montréal et de France, qui m'ont soutenu régulièrement dans l'avancement de cette thèse.

## VI

Une mention spéciale à Anaëlle, ma conjointe, qui m'accompagne au quotidien et sans qui l'aboutissement de cette aventure n'aurait pas été possible.

Merci.

# Métamatériaux multi-résonnants et trous noirs acoustiques : vers une absorption parfaite large bande en régime linéaire et non linéaire

Gauthier BEZANÇON

## RÉSUMÉ

Les absorbeurs acoustiques sont nécessaires pour améliorer la qualité sonore dans divers environnements. Les matériaux conventionnels, comme les matériaux poreux et fibreux, ont une absorption sur une large bande de fréquences, mais nécessitent une grande épaisseur pour être efficaces aux basses fréquences, tout en présentant des risques d'inflammabilité et des risques sanitaires. D'autre part, les résonateurs usuels peuvent absorber efficacement le son dans les moyennes et basses fréquences, selon le volume disponible, mais ils présentent généralement un seul pic d'absorption étroit. En revanche, les métamatériaux acoustiques, avec leurs multiples résonances, offrent une alternative prometteuse pour une absorption sonore efficace en moyennes et basses fréquences pour une faible épaisseur. L'absorbeur *multi-pancake* est un métamatériau acoustique composée de cavités annulaires minces disposées périodiquement et connectées par un pore principal constant, présentant de nombreux pics d'absorptions dont certains à basses fréquences. Cependant, ces pics d'absorption sont relativement étroits, ce qui peut être efficace pour atténuer les sons tonals mais moins adapté pour les sons à large bande. De plus, les matériaux multi-résonnants sont susceptibles d'être utilisés dans des environnements extrêmes où le niveau sonore est élevé. Or, le comportement acoustique de ces métamatériaux devient non linéaire sous fort niveau sonore, et l'amplitude des pics d'absorption est très sensible au niveau d'excitation.

Cette thèse vise à concevoir, à partir de l'absorbeur *multi-pancake*, des métamatériaux ayant une efficacité d'absorption acoustique sur une large bande de fréquences, en régime linéaire et sous fort niveau d'excitation acoustique. Le projet de recherche est divisé en trois parties, chacune étant présentée sous la forme d'un article scientifique :

- Dans le premier article, des métamatériaux *multi-pancakes* avec des variations géométriques du profil du pore principal sont étudiées, incluant notamment des profils de trou noir acoustique, c'est-à-dire avec une décroissance progressive de la perforation principale. Un modèle analytique basé sur la formulation de matrice de transfert est proposé pour prédire les propriétés acoustiques, et il est validé par des simulations numériques et des mesures expérimentales. Une analyse de l'influence du rayon du pore principal à l'avant et à l'arrière de la structure permet la conception d'un profil de trou noir acoustique qui se traduit par une valeur élevée du coefficient d'absorption sur une bande de fréquences large. Néanmoins, cette bande d'absorption élevée n'est obtenue qu'à des fréquences relativement hautes (au-delà de 1500 Hz avec une structure d'épaisseur totale de 3 cm composée de 15 cellules fines).
- Le deuxième article vise à obtenir une bande d'absorption à des fréquences plus basses en combinant un profil de pore principal constant avec une terminaison de trou noir acoustique. Cela permet d'exploiter l'absorption à basse fréquence du métamatériau à profil constant tout en utilisant le couplage avec les résonances

locales des cavités de la terminaison, pour former une bande d'absorption à des fréquences plus basses avec moins de pic. Un modèle analytique masse-ressort équivalent pour les basses fréquences est développé et validé par des simulations numériques et des mesures expérimentales. Un code d'optimisation est utilisé pour obtenir deux profils permettant d'obtenir des bandes d'absorption larges et élevées entre 500 et 1500 Hz, toujours avec une structure d'épaisseur totale de 3 cm.

- Dans le troisième article, le comportement acoustique du métamatériau sous fort niveau sonore est étudié à travers l'utilisation du plan de fréquences complexe en régime linéaire. Cet outil permet d'anticiper directement l'évolution de l'absorption lorsque le niveau sonore augmente. Des profils constants sont sélectionnés pour présenter des résonances avec différents niveaux de pertes, et des mesures sont effectuées pour valider l'évolution attendue de l'absorption sous fort niveau sonore. Enfin, un profil de trou noir acoustique est déterminé pour une absorption large bande améliorée à des niveaux élevés, ce qui est confirmé expérimentalement.

En plus des différents profils identifiés, cette thèse fournit des clés de compréhension sur le comportement acoustique du métamatériau *multi-pancake*, ainsi que sur sa conception, en mettant en évidence son large potentiel d'adaptation à différents objectifs d'absorption, tant en termes de bande de fréquences que de niveau sonore.

**Mots-clés :** Métamatériaux acoustiques, absorption large bande, trous noirs acoustiques, fort niveau sonore

# **Multi-resonant metamaterials and acoustic black holes: towards perfect broadband absorption in linear and nonlinear regimes**

Gauthier BEZANÇON

## **ABSTRACT**

Acoustic absorbers are essential for improving sound quality in various environments. Conventional materials like porous and fibrous materials provide broad-frequency absorption but require substantial thickness to be effective at low frequencies, while also posing flammability and health risks. On the other hand, traditional resonators can efficiently absorb sound in the mid and low frequencies depending on the available volume, but they typically offer only a narrow absorption peak. Acoustic metamaterials, with their multiple resonances, offer a promising alternative for effective sound absorption in mid and low frequencies with minimal thickness. The multi-pancake absorber is an acoustic metamaterial consisting of thin annular cavities arranged periodically and connected by a constant main pore, displaying multiple absorption peaks, some at low frequencies. However, these absorption peaks are relatively narrow, which can effectively attenuate tonal sounds but may be less suitable for broadband sounds. Additionally, multi-resonant materials are likely to be used in extreme environments with high sound levels. However, the acoustic behavior of these metamaterials becomes nonlinear under high sound levels, and the amplitude of absorption peaks is highly sensitive to excitation levels.

This thesis aims to design, based on the multi-pancake absorber, metamaterials with effective acoustic absorption over a broad frequency range, both in linear regime and under high acoustic excitation. The research project is divided into three parts, each presented as a scientific paper:

- In the first article, metamaterials with geometric variations of the main pore profile are studied, including acoustic black hole profiles, which feature a gradual decrease in the main perforation. An analytical model based on transfer matrix formulation is proposed to predict the acoustic properties, validated by numerical simulations and experimental measurements. An analysis of the influence of the main pore radius at the front and back of the structure allows for the design of an acoustic black hole profile, resulting in a high absorption coefficient over a wide frequency band. However, this high absorption band is only achieved at relatively high frequencies (beyond 1500 Hz with a total thickness structure of 3 cm composed of 15 thin cells).
- The second article aims to achieve an absorption band at lower frequencies by combining a constant main pore profile with an acoustic black hole termination. This approach exploits the low-frequency absorption of the constant profile metamaterial while using the coupling with the local resonances of the termination cavities to form a lower-frequency absorption band with fewer peaks. An equivalent mass-spring analytical model for low frequencies is developed and validated by numerical simulations and experimental measurements. An optimization code is used to obtain two profiles that provide wide and high absorption bands between 500 and 1500 Hz, still with a total structure thickness of 3 cm.

- In the third article, the acoustic behavior of the metamaterial under high sound levels is studied using the complex frequency plane in a linear regime. This tool allows for the direct anticipation of absorption evolution as the sound level increases. Constant profiles are selected to present resonances with different loss levels, and measurements are conducted to validate the expected evolution of absorption under high sound levels. Finally, an acoustic black hole profile is determined for improved broadband absorption at high levels, which is experimentally confirmed.

In addition to the various identified profiles, this thesis provides insights into the acoustic behavior of the multi-pancake metamaterial, as well as its design, highlighting its broad potential for adaptation to different absorption objectives in terms of frequency band and sound level.

**Keywords:** Acoustic metamaterials, broadband absorption, acoustic black holes, high sound levels

## TABLE DES MATIÈRES

|                                                                                                            | Page |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| INTRODUCTION .....                                                                                         | 1    |
| CHAPITRE 1    REVUE DE LITTÉRATURE.....                                                                    | 5    |
| 1.1    Métamatériaux acoustique pour l'absorption.....                                                     | 5    |
| 1.1.1    Introduction aux métamatériaux .....                                                              | 5    |
| 1.1.2    Métamatériaux composés d'élément résonants de type membrane.....                                  | 7    |
| 1.1.3    Métamatériaux composés de réseau de résonateur d'Helmholtz.....                                   | 9    |
| 1.1.4    Métamatériaux à espace enroulé.....                                                               | 12   |
| 1.1.5    Métamatériaux couplés en série.....                                                               | 14   |
| 1.1.6    Réseau périodique de résonateurs et absorbeur <i>multi-pancake</i> .....                          | 16   |
| 1.1.7    Synthèse .....                                                                                    | 19   |
| 1.2    Trou noir acoustique .....                                                                          | 20   |
| 1.2.1    Concept et premières études .....                                                                 | 20   |
| 1.2.2    Comportement acoustique des trous noirs acoustiques .....                                         | 22   |
| 1.2.3    Trous noirs acoustiques évolués .....                                                             | 26   |
| 1.2.4    Synthèse .....                                                                                    | 31   |
| 1.3    Structures résonnantes sous fort niveaux sonores.....                                               | 32   |
| 1.3.1    Premières études .....                                                                            | 32   |
| 1.3.2    Plaques micro-perforés .....                                                                      | 34   |
| 1.3.3    Résonateur d'Helmholtz .....                                                                      | 36   |
| 1.3.4    Structures plus complexes.....                                                                    | 38   |
| 1.3.5    Synthèse .....                                                                                    | 40   |
| CHAPITRE 2    PROJET DE RECHERCHE .....                                                                    | 41   |
| 2.1    Objectifs.....                                                                                      | 41   |
| 2.2    Plan de recherche .....                                                                             | 41   |
| 2.3    Structure du document .....                                                                         | 42   |
| 2.4    Collaborations et contributions .....                                                               | 44   |
| CHAPITRE 3    THIN METAMATERIAL USING ACOUSTIC BLACK HOLE<br>PROFILES FOR BROADBAND SOUND ABSORPTION ..... | 45   |
| 3.1    Abstract.....                                                                                       | 45   |
| 3.2    Introduction.....                                                                                   | 46   |
| 3.3    Material and methods.....                                                                           | 50   |
| 3.3.1    Material .....                                                                                    | 50   |
| 3.3.2    Analytical Model .....                                                                            | 51   |
| 3.3.3    Numerical Model .....                                                                             | 55   |
| 3.3.4    Sample manufacturing and experimental setup .....                                                 | 56   |
| 3.4    Results.....                                                                                        | 57   |
| 3.4.1    Validation of the analytical model.....                                                           | 57   |
| 3.4.2    Constant main pore profiles analysis .....                                                        | 60   |

|         |                                                        |    |
|---------|--------------------------------------------------------|----|
| 3.4.3   | Continuous variations of the main pore .....           | 63 |
| 3.4.4   | Parametric study of ABH profiles.....                  | 66 |
| 3.4.4.1 | Linear profiles.....                                   | 66 |
| 3.4.4.2 | Non-linear profiles .....                              | 69 |
| 3.4.5   | Broadband ABH profiles .....                           | 70 |
| 3.4.5.1 | Profile determination .....                            | 71 |
| 3.4.5.2 | Validation of the results for broadband profiles ..... | 74 |
| 3.5     | Conclusion .....                                       | 76 |

|            |                                                                                                          |     |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| CHAPITRE 4 | LOW-FREQUENCY ABSORPTION BAND IN A THIN ACOUSTIC METAMATERIAL USING ACOUSTIC BLACK HOLE TERMINATION..... | 79  |
| 4.1        | Abstract .....                                                                                           | 79  |
| 4.2        | Introduction.....                                                                                        | 80  |
| 4.3        | Material and methods.....                                                                                | 83  |
| 4.3.1      | Material .....                                                                                           | 83  |
| 4.3.2      | Equivalent mass-spring model.....                                                                        | 85  |
| 4.3.2.1    | Masses description for the main pores.....                                                               | 86  |
| 4.3.2.2    | Equivalent stiffness description for the constant section .....                                          | 87  |
| 4.3.2.3    | Stiffness description for the thin cavities.....                                                         | 88  |
| 4.3.2.4    | Acoustic indicators.....                                                                                 | 90  |
| 4.3.2.5    | Optimization process .....                                                                               | 91  |
| 4.3.3      | Validation methods .....                                                                                 | 92  |
| 4.3.3.1    | Numerical model.....                                                                                     | 92  |
| 4.3.3.2    | Sample manufacturing and experimental setup .....                                                        | 92  |
| 4.4        | Results.....                                                                                             | 93  |
| 4.4.1      | Validation of the equivalent mass-spring model for a constant profile metamaterial.....                  | 93  |
| 4.4.2      | Combined modes analysis.....                                                                             | 95  |
| 4.4.2.1    | Single main pore termination.....                                                                        | 96  |
| 4.4.2.2    | Multiple main pores ABH termination .....                                                                | 99  |
| 4.4.3      | Multi-pancake absorber with optimized ABH terminations .....                                             | 102 |
| 4.4.3.1    | Optimized metamaterial for absorption band around 300 Hz..                                               | 102 |
| 4.4.3.2    | Optimized metamaterial for absorption band around 500 Hz..                                               | 104 |
| 4.4.3.3    | Comparison with constant and ABH profiles .....                                                          | 107 |
| 4.5        | Conclusion .....                                                                                         | 108 |

|            |                                                                                                                     |     |
|------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| CHAPITRE 5 | EXPERIMENTAL ANALYSIS OF METAMATERIAL WITH IMPROVED HIGH SOUND LEVELS ABSORPTION USING COMPLEX FREQUENCY PLANE..... | 109 |
| 5.1        | Abstract .....                                                                                                      | 109 |
| 5.2        | Introduction.....                                                                                                   | 110 |
| 5.3        | Material and methods.....                                                                                           | 112 |
| 5.3.1      | Material .....                                                                                                      | 112 |
| 5.3.2      | Experimental set up.....                                                                                            | 114 |

|                                            |                                                                                                                                                      |     |
|--------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.3.3                                      | Analytical approach .....                                                                                                                            | 114 |
| 5.4                                        | Results.....                                                                                                                                         | 117 |
| 5.4.1                                      | Constant reference profile with $rm_p = 2$ mm .....                                                                                                  | 117 |
| 5.4.2                                      | Constant profile with $rm_p = 4$ mm .....                                                                                                            | 119 |
| 5.4.3                                      | ABH profile with $rm_p = 9$ mm to 2 mm.....                                                                                                          | 122 |
| 5.5                                        | Conclusion .....                                                                                                                                     | 124 |
| CONCLUSION .....                           |                                                                                                                                                      | 125 |
| 6.1                                        | Métamatériau mince utilisant des profils de trou noir acoustique pour l'absorption sonore large bande .....                                          | 125 |
| 6.2                                        | Métamatériau acoustique mince utilisant une terminaison de trou noir acoustique pour une bande d'absorption basses fréquences .....                  | 126 |
| 6.3                                        | Analyse expérimentale d'un métamatériau avec une absorption améliorée sous forts niveaux sonores en utilisant le plan des fréquences complexes ..... | 127 |
| 6.4                                        | Conclusion générale.....                                                                                                                             | 128 |
| 6.5                                        | Contributions principales.....                                                                                                                       | 129 |
| 6.6                                        | Perspectives.....                                                                                                                                    | 130 |
| LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES ..... |                                                                                                                                                      | 143 |



## LISTE DES TABLEAUX

|                                                                                                                                 | Page |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Tableau 3.1 Main pore radius values for the two broadband ABH profiles .....                                                    | 75   |
| Tableau 4.1 Dimensions of the constant geometric parameters of the material .....                                               | 84   |
| Tableau 4.2 Johnson-Champoux-Allard (JCA) parameters (Allard & Atalla, 2009),<br>with $\eta$ the dynamic viscosity of air. .... | 89   |



## LISTE DES FIGURES

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Page |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Figure 0.1 Exemple d'application de métamatériau comme traitement acoustique pour les réacteurs d'avion tiré de Ross et al. (2024).....                                                                                                                                                                                | 3    |
| Figure 1.1 Photographies a) de la lentille acoustique tiré de Cervera et al (2001) et b) de la cape d'invisibilité acoustique tiré de Zigoneanu et al. (2014) .....                                                                                                                                                    | 7    |
| Figure 1.2 Métamatériaux acoustique de type membrane a) avec des tiges de contrainte tiré de Wang et al. (2016) et b) avec une perforation tiré de Langfeldt et al. (2017).....                                                                                                                                        | 9    |
| Figure 1.3 Métamatériaux acoustiques composé de résonateurs d'Helmholtz a) tiré de Romero-García et al. (2016), b) tiré de Zhu & Assouar (2019), c) tiré de Peng et al. (2018) et d) tiré de Jiménez et al. (2017b).....                                                                                               | 11   |
| Figure 1.4 Métamatériaux à espace enroulé a) tiré de Cai et al. (2014), b) tiré de Li & Assouar (2016) et c) tiré de Shen et al. (2019).....                                                                                                                                                                           | 14   |
| Figure 1.5 Métamatériaux couplés en série a) tiré de Wang et al. (2021) et b) tiré de Ross et al. (2024).....                                                                                                                                                                                                          | 15   |
| Figure 1.6 Métamatériaux couplés en série tiré de Duan et al. (2021) et leur coefficient d'absorption.....                                                                                                                                                                                                             | 16   |
| Figure 1.7 Métamatériaux couplés en série a) tiré de Leclaire et al. (2015) et b) tiré de Groby et al. (2015).....                                                                                                                                                                                                     | 17   |
| Figure 1.8 a) Métamatériau multi pancake tiré de Dupont et al. (2018) et b) son coefficient d'absorption.....                                                                                                                                                                                                          | 18   |
| Figure 1.9 a) Métamatériau tiré de Dupont et al. (2018) fabriqué par impression 3D et b) comparaison du coefficient d'absorption .....                                                                                                                                                                                 | 18   |
| Figure 1.10 Trou noir acoustique pour l'absorption sonore : a) schémas du concept initial tiré de Mironov & Pisyakov (2002) et b) photographie de la structure tirée de Ouahabi et al. (2015) .....                                                                                                                    | 21   |
| Figure 1.11 a) Vue en coupe du trou noir acoustique tiré de Umnova et al. (2023), b) coefficient d'absorption (noir, axe des ordonnées à gauche) et valeurs absolues des admittances normalisées des cavités latérales seules (gris, axe des ordonnées à droite) de l'échantillon 1 tiré de Umnova et al. (2023) ..... | 24   |

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 1.12 | Distribution de la vitesse des ondes dans la perforation principale suivant la longueur de l'échantillon (noir, axe des ordonnées à gauche) et valeurs absolues de l'admittance normalisée des parois (gris, axe des ordonnées à droite) de l'échantillon 1 tiré de Umnova et al. (2023)..... | 26 |
| Figure 1.13 | Structure du trou noir acoustique à section transversale rectangulaire tiré de Bednarik & Cervenka (2024) .....                                                                                                                                                                               | 27 |
| Figure 1.14 | Structures de trou noir acoustique intégrant des plaques micro-perforées a) tiré de Chen et al. (2024) et b) tiré de Zhang & Cheng (2021) .....                                                                                                                                               | 28 |
| Figure 1.15 | Structure de trou noir acoustique intégrant des plaques micro-perforées et des cavités de type « labyrinthe » tiré de Liang et al. (2023).....                                                                                                                                                | 29 |
| Figure 1.16 | Structures de trou noir acoustique tiré de Peng et al. (2024) : (a) traditionnel, (b) deux, (c) quatre, (d) six et (e) huit trous noirs acoustiques combinés en parallèle .....                                                                                                               | 30 |
| Figure 1.17 | Structures de trou noir acoustique pour les conduits a) tiré de Deaconu et al. (2018) et b) tiré de Chen et al. (2024) .....                                                                                                                                                                  | 31 |
| Figure 1.18 | Photographies a) de début de turbulence et b) de formation d'anneaux tourbillonnaires tirées de Ingard & Labate (1950), et c) schémas d'enroulement d'un tourbillon au niveau d'un orifice tiré de Cummings (1984) .....                                                                      | 33 |
| Figure 1.19 | Courbes d'absorption à différents niveau sonore des structures MPP tiré de Park (2013) et b) tiré de Laly et al. (2018) .....                                                                                                                                                                 | 35 |
| Figure 1.20 | Champs de vorticité dus à différentes amplitudes sonores incidentes à une fréquence fixe de 3 kHz : (a) et (e) 130 dB, (b) et (f) 140 dB, (c) et (g) 150 dB, (d) et (h) 160 dB, tiré de Zhang & Bodony (2012).....                                                                      | 37 |
| Figure 1.21 | Prédictions du modèle du coefficient d'absorption à différentes valeurs de l'amplitude de la pression incidente pour léchantillon 1 tiré de Brooke et al. (2020).....                                                                                                                   | 39 |
| Figure 3.1  | Visualization of the proposed metamaterial: a) 3D global, b) 3D cross-sectional and c) 2D cross-sectional view of the metamaterial with a defined profile such as $rmp1 = 4$ mm, $rmp15 = 0.5$ mm and $p = 1$ .....                                                                           | 51 |
| Figure 3.2  | Detail of one full cavity surrounded by two main pores of the metamaterial used in the analytical model .....                                                                                                                                                                                 | 53 |
| Figure 3.3  | Modeling of the material on COMSOL Multiphysics   v. 5.6: a) 2D axisymmetric and b) 3D equivalent representation of the modeled                                                                                                                                                               |    |

|            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |    |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|            | material; c) global view and d) zoom of the used mesh in an axisymmetric 2D view.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 56 |
| Figure 3.4 | Design of the manufactured technical solution: a) 3D global view and b) 3D cross-section of the modelling of single and assembled parts; c) picture of single and assembled parts machined in aluminum.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 57 |
| Figure 3.5 | Comparison of the absorption coefficient for a) a metamaterial with constant profile $rm_p = 2$ mm and b) a metamaterial with profile decreasing linearly from 4 mm to 0.5 mm according to the TMM, the FEM and experimental results.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 60 |
| Figure 3.6 | a) Absorption coefficient for metamaterials with constant main pore radius and the resonance frequencies of corresponding cavities; b) Complex frequency plane representation of $20\log(R)$ for metamaterial with $rm_p = 2$ mm and the evolution of the first 6 zeros positions for metamaterials with $rm_p$ ranging from 0.5 to 5.5 mm; positions corresponding to the four metamaterials from a) are marked and connected.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 62 |
| Figure 3.7 | a) Dependence of the main pore radius on the depth for three metamaterials with continuous profile, b) their absorption coefficient and the resonance frequency of a cavity with $rm_p = 3$ mm; Absorption coefficient and the 15 resonance frequencies of all their cavities of metamaterial with c) an increasing and d) a decreasing profile; Absorption coefficient for the metamaterial with decreasing profile and the same material truncated after e) the 12 <sup>th</sup> or f) the 7 <sup>th</sup> cell.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | 65 |
| Figure 3.8 | a) Dependence of the main pore radius on the depth for three metamaterials with decreasing profile with various first radii, b) their absorption coefficient and the resonance frequency of their first cavity and c) the complex frequency plane representation of $20\log(R)$ (corresponds to black line in b)) with the positions of the 15 zeros for the three metamaterials marked and connected; d) Dependence of the main pore radius on the depth for five metamaterials with decreasing profile with various last radii, e) absorption coefficient for four of them and the resonance frequency of the $rm_p = 4$ mm cavity and f) the complex frequency plane representation of $20\log(R)$ (corresponds to yellow line in e)) with the positions of the 15 zeros for the five metamaterials marked and connected..... | 68 |
| Figure 3.9 | a) Dependence of the main pore radius depending on the depth for three ABH profile with various $p$ coefficient, b) their absorption coefficient and c) the complex frequency plane representation of $20\log(R)$ (corresponding to the linear ( $p = 1$ ) metamaterial with blue line) with                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |    |

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |    |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
|             | the positions of the 15 zeros for the three metamaterials marked and connected.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | 70 |
| Figure 3.10 | a) Dependence of the main pore radius on the depth for two ABH broadband metamaterials and the metamaterial with constant profile $rpm = 2$ mm, b) their absorption coefficient and that of aluminum foam, and c)-d) the complex frequency plane representation of $20 \log(R)$ for the two ABH broadband metamaterials with the positions of their 15 zeros marked and the iso-absorption zones indicated.....                                                                                                                                                                                                                    | 73 |
| Figure 3.11 | Comparison of the absorption coefficient for the two adapted ABH metamaterial according to the TMM, the FEM and experimental results .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 75 |
| Figure 4.1  | Visualization of the proposed metamaterial: a) 3D cross-sectional view and b) 2D cross-sectional view .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 84 |
| Figure 4.2  | Representation of the equivalent mass-spring model for the proposed material.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | 86 |
| Figure 4.3  | Photographs of a) a complete sample composed of 15 assembled elements (left) and an ABH termination consisting of 5 elements (right); and b) the impedance tube used for measurements, shown open with a sample inside. ....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 93 |
| Figure 4.4  | a) Comparison of the absorption coefficient for a metamaterial with constant profile with $rpm1 \rightarrow 15 = 2$ mm according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; b) Velocity of mass 1 against frequency from the equivalent mass-spring model.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 95 |
| Figure 4.5  | a) Comparison of the absorption coefficient for the studied metamaterial, with $rpm1 \rightarrow 14 = 2$ mm and $rpm15 = 0.5$ mm, according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; b) Comparison of the absorption coefficient for the studied metamaterial with constant profile metamaterials $rpm1 \rightarrow 15 = 2$ mm and $rpm1 \rightarrow 14 = 2$ mm; c) Evolutions of the first five zeros when $rpm15$ varies from 2 to 0.5 mm with $rpm1 \rightarrow 14 = 2$ mm in the complex frequency plane representation; d) mass velocities of the studied metamaterial against frequencies..... | 99 |
| Figure 4.6  | a) Visualization of the proposed metamaterial over a 300-Hz frequency band with $rpm1 \rightarrow 12 = 2$ mm, $rpm13 = 0.9$ mm, $rpm14 = 0.7$ mm and $rpm15 = 0.5$ mm; b) Comparison of its absorption coefficient according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; c) Comparison of its absorption coefficient with                                                                                                                                                                                                                                                                               |    |

|             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |     |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
|             | constant profile metamaterials $rm_{p1} \rightarrow 15 = 2$ mm and $rm_{p1} \rightarrow 12 = 2$ mm; d) Its mass velocities against frequencies .....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 101 |
| Figure 4.7  | a) Visualization of the first optimized metamaterial over a 500-Hz frequency band with $rm_{p1} \rightarrow 14 = 4$ mm and $rm_{p15} = 0.4$ mm; b) Comparison of its absorption coefficient according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; c) Comparison of its absorption coefficient with constant profile metamaterials $rm_{p1} \rightarrow 15 = 2$ mm and $rm_{p1} \rightarrow 14 = 4$ mm; d) Its mass velocities against frequencies .....                                   | 104 |
| Figure 4.8  | a) Visualization of the first optimized metamaterial with $rm_{p1} \rightarrow 11 = 5$ mm, $rm_{p12} = 1$ mm, $rm_{p13} = 0.8$ mm, $rm_{p14} = 0.45$ mm and $rm_{p12} = 0.4$ mm ; b) Comparison of its absorption coefficient according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; c) Comparison of its absorption coefficient with constant profile metamaterials $rm_{p1} \rightarrow 15 = 2$ mm and $rm_{p1} \rightarrow 11 = 5$ mm; d) Its mass velocities against frequencies ..... | 106 |
| Figure 4.9  | Comparison of the absorption coefficient between the reference constant profile metamaterials, the optimized 300 Hz and 500 Hz-band profile metamaterials, and a complete ABH profile metamaterial from reference (Bezançon et al., 2024).....                                                                                                                                                                                                                                                                       | 107 |
| Figure 5.1  | 2D cross-sectional view of the studied metamaterial with a) constant and b) ABH main pore profile.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 113 |
| Figure 5.2  | Examples of resonance visualization using the complex frequency plane representation.....                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | 116 |
| Figure 5.3  | Metamaterial with a constant main pore profile $rm_p = 2$ mm: a) experimental absorption coefficient as a function of sound level and b) position of zeros in the representation of the complex frequency plane from the linear analytical model and the expected evolution of the first zeros position with increasing sound level.....                                                                                                                                                                             | 117 |
| Figure 5.4. | Metamaterial with a constant main pore profile $rm_p = 4$ mm: a) position of zeros in the representation of the complex frequency plane from the linear analytical model and the expected evolution of the first zeros with increasing sound level, and b) experimental absorption coefficient as a function of sound level.....                                                                                                                                                                                     | 119 |
| Figure 5.5. | Metamaterial with a linear ABH profile $rm_p = 9$ to 2 mm: a) position of zeros in the representation of the complex frequency plane from the linear analytical model and the expected evolution of the first zeros with                                                                                                                                                                                                                                                                                             |     |

|                                                                                                          |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| increasing sound level, and b) experimental absorption coefficient as a<br>function of sound level. .... | 122 |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|

## **LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES**

|       |                                                            |
|-------|------------------------------------------------------------|
| ABH   | Acoustic Black Hole                                        |
| ÉTS   | École de technologie supérieure                            |
| EXP   | Expérimental                                               |
| FEM   | Méthode par élément finis / Finite Element Method          |
| INSPQ | Institut national de santé publique du Québec              |
| ISO   | International Organization for Standardization             |
| JCA   | Johnson-Champoux-Allard (modèle de)                        |
| JCAL  | Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (modèle de)                |
| MPP   | Plaque micro-perforée / Micro-Perforated Panel             |
| OMS   | Organisation mondiale de la santé                          |
| SBH   | Sonic Black Hole                                           |
| TMM   | Méthode par matrice de transfert / Transfert Matrix Method |
| TVA   | Thermo-Visco-Acoustique / Thermo-Visco-Acoustic            |



## INTRODUCTION

Le bruit excessif, généralement défini comme un niveau équivalent supérieur à 85 décibels (dB), est un problème mondial majeur qui affecte non seulement le confort et la qualité de vie des individus, mais aussi leur santé physique et mentale. Selon l'Organisation mondiale de la santé (OMS), dans son rapport mondial sur l'audition (OMS, 2021), d'ici 2050 si la tendance se maintient, 2,5 milliards de personnes seront atteintes d'une déficience auditive, le bruit excessif étant l'une des causes principales. L'exposition prolongée à des niveaux élevés de bruit peut entraîner des effets néfastes sur la santé cardiovasculaire, tels que l'hypertension et les maladies cardiaques, ainsi que des troubles du sommeil, du stress et une diminution des performances cognitives, toujours selon l'OMS. Également, l'Institut national de santé publique du Québec (INSPQ) estime que le coût économique du bruit environnemental au Québec pourrait atteindre plusieurs centaines de millions de dollars par an (INSPQ, 2016).

Le bruit excessif est particulièrement présent dans les contextes industriels et de transport. Par exemple, les normes de bruit pour les avions deviennent de plus en plus restrictives afin de protéger les citoyens. Transport Canada a défini des niveaux limites de bruit acceptables, établissant des seuils pour les zones résidentielles sensibles correspondant à un niveau de bruit moyen de 65 dB (Transport Canada, 2018). De plus, dans diverses industries, de nombreux équipements comme les turbomachines, génèrent de forts niveaux de bruit à proximité des travailleurs. Au Canada, il est exigé que les travailleurs portent des protections auditives lorsque les niveaux de bruit dépassent 85 dB pour une exposition prolongée de 8 heures, avec une limite de 15 minutes pour des niveaux atteignant 100 dB (Centre canadien d'hygiène et de sécurité au travail, (2023)).

Les trois principales stratégies d'ingénierie pour résoudre cette problématique sont la réduction du bruit à la source, l'atténuation des ondes acoustiques lors de leur propagation et l'utilisation d'appareils de protection auditive. Cette thèse se concentre sur les absorbeurs acoustiques visant à atténuer les ondes acoustiques pendant leur propagation. Dans les contextes industriels et de transport, notamment autour des réacteurs d'avion ou de grosses machineries industrielles,

ces absorbeurs seront soumis à des conditions extrêmes, avec des niveaux de pression élevés et de fortes variations de température. De plus, pour être adaptables à diverses applications, les absorbeurs acoustiques doivent être compacts, légers et capables d'atténuer les ondes acoustiques sur une bande de fréquences large.

Les matériaux absorbants conventionnels, tels que les matériaux poreux et fibreux, offrent une absorption large bande efficace. Cependant, pour absorber les ondes acoustiques en basses fréquences, ces matériaux nécessitent une épaisseur et un volume important, ce qui les rend encombrants et peu adaptés à diverses applications. De plus, ils sont généralement inflammables et peuvent poser des problèmes de santé en se désagrégeant, les rendant inadaptés aux environnements extrêmes. Ensuite, les matériaux résonnants usuels, comme les résonateurs d'Helmholtz ou les plaques micro-perforées, peuvent être utilisés dans de tels environnements, mais leur absorption est limitée et se concentre généralement sur une seule fréquence. En outre, ils nécessitent un volume résonnant relativement important pour absorber le son en les basses fréquences, ce qui les rend encombrants et peut augmenter la masse des structures, entraînant ainsi une consommation d'énergie accrue pour les véhicules de transport. De plus, leurs comportements acoustiques sont généralement très sensibles aux niveaux sonores élevés, ce qui entraîne souvent une diminution de leur performance.

En revanche, certains métamatériaux, qui sont des matériaux multi-résonnants structurés, peuvent être adaptés à des environnements extrêmes. Par exemple, Ross et al. (2024) ont étudié un métamatériau destiné à être utilisé comme traitement acoustique autour des réacteurs d'avion, comme illustré à la Figure 0.1.1. En fonction de leurs géométries, ces matériaux peuvent également absorber à diverses fréquences avec des encombrements variés. Cependant, le développement de métamatériaux peu encombrants et efficaces pour l'absorption large bande des basses fréquences demeure un enjeu majeur pour de nombreuses applications. Ces matériaux seront présentés plus en détail dans la revue de littérature.

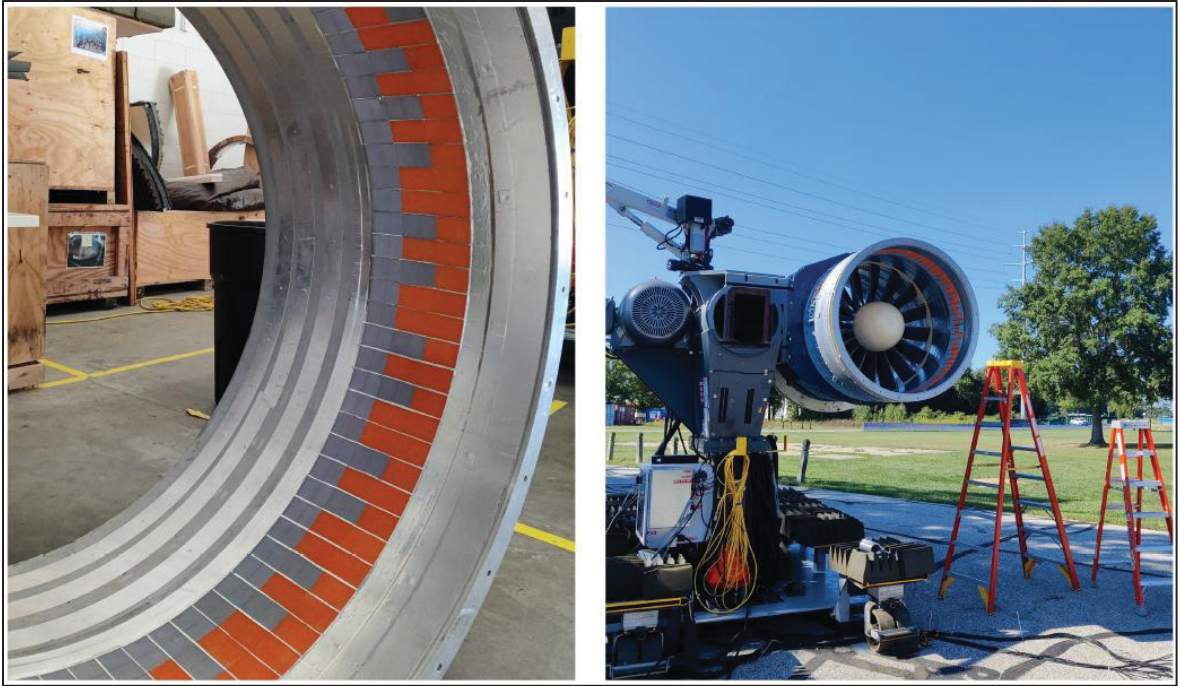


Figure 0.1.1 Exemple d'application de métamatériau comme traitement acoustique pour les réacteurs d'avion tiré de Ross et al. (2024)

Cette thèse vise à développer un métamatériau acoustique capable d'une absorption large bande efficace pour divers environnements sonores, tout en ayant une compréhension approfondie de son comportement. Le CHAPITRE 1 présente une revue de la littérature identifiant les principaux problèmes de recherche. Le cadre du projet de recherche, y compris les objectifs spécifiques, est défini au CHAPITRE 2. Les CHAPITRE 3, CHAPITRE 4, et CHAPITRE 5 correspondent à trois articles soumis et/ou publiés dans des revues scientifiques, détaillant les travaux de recherche menés pour atteindre ces objectifs, en décrivant la méthodologie employée, les résultats obtenus et les analyses effectuées.



## **CHAPITRE 1**

### **REVUE DE LITTÉRATURE**

Ce chapitre présente une revue de la littérature identifiant les principaux problèmes de recherche liés au développement d'absorbeurs acoustiques compacts capables d'atténuer une large gamme de fréquences pour des niveaux sonores variés. La section 1.1 donne un aperçu des différents métamatériaux acoustiques existants pour l'absorption, afin de définir une structure compacte ayant le potentiel de répondre à cette problématique. La section 1.2 introduit l'effet géométrique du trou noir acoustique, permettant à certains matériaux structurés d'atteindre une absorption large bande. La section 1.3 analyse le comportement des matériaux structurés sous des niveaux sonores élevés et les défis inhérents à leur conception.

#### **1.1 Métamatériaux acoustique pour l'absorption**

##### **1.1.1 Introduction aux métamatériaux**

Le terme « métamatériau » est composé du préfixe grec « méta- » (μετά), signifiant « au-delà », et associé au mot « matériau », il désigne des milieux artificiels, ou à structure arrangée, dont les propriétés peuvent différer de celle des matériaux conventionnels. Les métamatériaux sont définis comme des matériaux structurés permettant d'influer sur la propagation des ondes et possédant des paramètres physiques équivalents différents de ceux des matériaux conventionnels (pouvant même avoir des valeurs négatives). Ces paramètres équivalents incluent, par exemple, la permittivité et la perméabilité en électromagnétisme, ou encore la densité et le module d'élasticité en acoustique. Ils sont généralement composés d'une structure périodique de dimensions inférieures à la longueur d'onde. Les métamatériaux représentent une technologie émergente, avec des applications dans tous les domaines de la mécanique des ondes : électromagnétisme, optique, acoustique et vibrations.

Les premières théories sur les métamatériaux ont été développées par Veselago (1968) pour l'électromagnétisme. Il a envisagé les conséquences d'un milieu ayant simultanément une permittivité et une perméabilité équivalentes négatives, alors que les matériaux conventionnels possédant une permittivité et une perméabilité positives. Si l'un de ces paramètres équivalents est négatif, l'indice de réfraction devient imaginaire et les ondes deviennent évanescentes. Cependant, si les deux paramètres sont négatifs, les ondes se propagent avec un indice de réfraction négatif, phénomène connu sous le nom de double négativité. Pendry (2000) fut le premier à proposer un modèle de matériau à indice de réfraction négatif. La structure comprend une tige métallique pour obtenir une permittivité diélectrique négative et un réseau de résonateurs à anneaux fendus pour obtenir une perméabilité négative. Ce matériau a ensuite été réalisé par Shelby et al. (2001).

Les premiers métamatériaux acoustiques sont des cristaux phononiques, et sont introduits par Kushwaha et al. (1994), en s'inspirant des travaux sur les cristaux photoniques. Ces structures visent à produire des bandes interdites (c'est-à-dire des bandes de fréquences pour lesquelles il n'y a pas de transmission d'onde sonore dans l'échantillon et donc une réflexion complète des ondes). Elles trouvent des applications dans le guidage d'ondes et l'isolation acoustique. La première validation expérimentale de bandes interdites acoustiques partielles a été réalisée par Martínez-Sala et al. (1995), utilisant une sculpture de tubes d'acier périodiques. Vasseur et al. (1998) ont confirmé la possibilité de bandes interdites absolues avec des cylindres d'aluminium dans de l'époxy.

Par la suite, les métamatériaux acoustiques, capables de modifier la propagation des ondes, ont été utilisés pour des applications variées. Par exemple, Cervera et al. (2001) ont démontré la possibilité de fabriquer une lentille acoustique biconvexe pour focaliser une onde plane incidente. Le cristal acoustique étudié est constitué de cylindres d'aluminium disposés périodiquement, comme illustré sur la Figure 1.1 a). Zhu et al. (2010) ont réalisé une lentille acoustique en trois dimensions, composée de trous dans une plaque de carbure de tungstène, permettant d'obtenir une image avec une résolution supérieure à la longueur d'onde. De plus, des métamatériaux acoustiques ont été développés pour créer des capes d'invisibilité

acoustique, inspirées des travaux sur les capes d'invisibilité électromagnétique. Cummer & Schurig (2007) ont confirmé l'existence de solutions pour ce type de transformation de l'espace dans les équations acoustiques en deux dimensions et ont démontré expérimentalement le fonctionnement de leur cape d'invisibilité. Zigoneanu et al. (2014) ont fabriqué un tapis d'invisibilité tridimensionnel pyramidal, composé d'un empilement de plaques fines perforées, comme illustré sur la Figure 1.1 b), rendant une région de trois longueurs d'onde invisible au son.

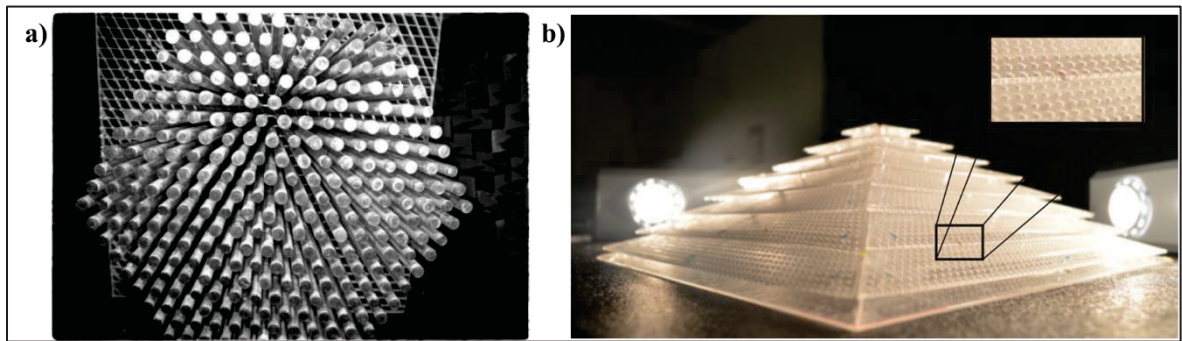


Figure 1.1 Photographies a) de la lentille acoustique tiré de Cervera et al (2001) et b) de la cape d'invisibilité acoustique tiré de Zigoneanu et al. (2014)

Dans les sections suivantes, nous nous concentrons plus particulièrement sur les métamatériaux acoustiques conçus pour l'absorption sonore. La grande majorité des structures présentées correspondent à des métamatériaux acoustiques composés d'éléments à résonances localisées.

### 1.1.2 Métamatériaux composés d'élément résonants de type membrane

Les métamatériaux acoustiques composés d'élément résonants de type membrane ont été introduits par Yang et al. (2008). Ils ont utilisé une membrane élastique avec une petite masse placée au centre et ont obtenu une réflexion quasi totale à certaines fréquences, démontrant ainsi une masse dynamique à valeur négative grâce à des simulations par éléments finis. Yang et al. (2010) ont approfondi cette recherche en démontrant que ces membranes peuvent servir de surfaces nodales de réflexion totale à certaines fréquences. Leur étude a montré que les

ondes évanescentes à ces fréquences ont une faible longueur de décroissance, permettant d'empiler plusieurs panneaux pour obtenir une efficacité sur une bande de fréquences plus large.

Ensuite, Naify et al. (2011) ont étudié l'influence de différentes répartitions de masses sur la membrane. L'ajout d'une masse annulaire à la structure augmente la bande passante du pic de pertes par transmission, et, selon le nombre d'anneaux et leurs diamètres, cela peut introduire plusieurs pics. Par la suite, les mêmes auteurs (Naify et al., 2012) ont analysé l'influence de variations géométriques et ont considéré un réseau de quatre cellules composées de membrane pour améliorer les performances acoustiques.

De plus, Wang et al. (2016) ont proposé un métamatériau acoustique avec une membrane contrainte par des tiges pour supprimer les vibrations au centre de la membrane, comme illustré à la Figure 1.2 a). Plusieurs structures ont été analysées, et il a été montré que les performances acoustiques du métamatériau peuvent être pilotées en modifiant la position, la forme et même la rigidité des tiges de contrainte.

Par ailleurs, Langfeldt et al. (2017) ont conçu un métamatériau acoustique composé d'élément résonants de type membrane avec une masse annulaire et une perforation centrale, comme présenté à la Figure 1.2 b). Ils ont observé que la perforation introduit une seconde résonance à basses fréquences, ce qui augmente significativement la perte par transmission sonore sans nécessiter de modifications importantes de la structure.

Par ailleurs, Nguyen et al. (2021) ont introduit un panneau acoustique composé de 8 x 8 cellules unitaires avec double couches de membranes. Les expériences ont montré une perte par transmission significativement plus élevée, même à des fréquences plus basses, rendant ce panneau efficace pour la réduction du bruit.

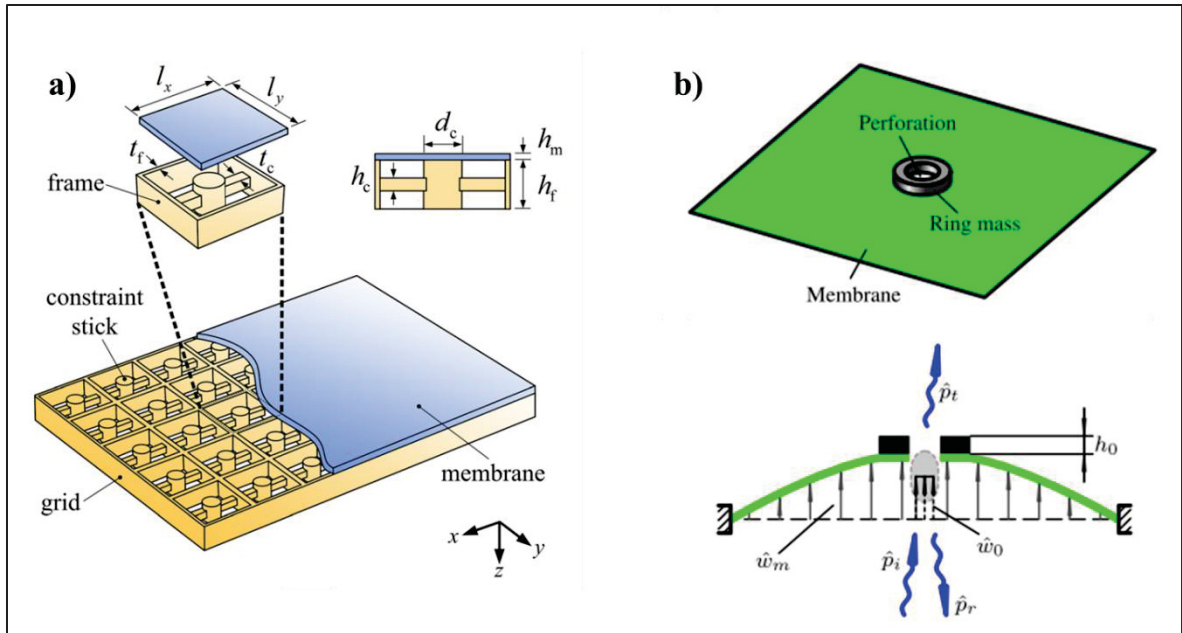


Figure 1.2 Métamatériaux acoustique de type membrane a) avec des tiges de contrainte tiré de Wang et al. (2016) et b) avec une perforation tiré de Langfeldt et al. (2017)

Ainsi, l'utilisation d'un élément résonant de type membrane permet d'obtenir un pic d'absorption à des fréquences plus basses comparé aux résonateurs usuels simples. De plus, certaines variations géométriques permettent d'obtenir plusieurs pics d'absorption. Cependant, cette absorption est souvent limitée à des pics fins et peu nombreux. En outre, ces métamatériaux sont peu adaptés à des environnements extrêmes, car les membranes peuvent être instables sous des conditions variables, voire ne pas résister à des niveaux de pression élevés.

### 1.1.3 Métamatériaux composés de réseau de résonateur d'Helmholtz

Le résonateur d'Helmholtz est couramment utilisé pour atténuer passivement le bruit dans les conduits. Par exemple, Romero-García et al. (2016) ont proposé diverses configurations de structures combinant quatre résonateurs d'Helmholtz en parallèle, comme illustré à la Figure 1.3 a), pour concevoir un absorbeur efficace sur une large plage de fréquences dans les conduits. Ils ont introduit la visualisation du plan des fréquences complexes pour mieux

comprendre l'évolution du comportement acoustique en fonction de certaines variations géométriques.

De plus, Li et al. (2016) ont proposé des métasurfaces composées de 2 et 3 résonateurs d'Helmholtz avec des volumes identiques mais des largeurs de col différents, permettant une absorption d'énergie acoustique efficace. Une métasurface est une structure composée de nombreuses cellules disposées parallèlement de manière régulière, permettant de manipuler les propriétés des ondes. La structure conçue présente une absorption quasi parfaite expérimentalement. Comparé aux métamatériaux acoustiques de type membrane, ce matériau multi-résonant présente une bande d'absorption plus large, est simple à fabriquer, et est structurellement rigide et stable sur de longues périodes. De plus, Zhu et Assouar (2019) ont proposé une métasurface multifonctionnelle composée de supercellules identiques, chacune constituée de trois résonateurs d'Helmholtz de profondeurs et de largeurs de col différentes, comme montré à la Figure 1.3 b). Cette métasurface a démontré son efficacité à plusieurs fréquences et son adaptabilité à diverses applications.

Ensuite, plusieurs études ont exploré des métasurfaces composées de cellules en nid d'abeille, qui correspondent à des résonateurs d'Helmholtz avec une cavité hexagonale. Peng et al. (2018) ont conçu un panneau métasurface en nid d'abeille composite, présenté à la Figure 1.3 c), capable d'atteindre 90 % d'absorption sonore de 600 à 1000 Hz. Il est composé de supercellules, regroupant 9 cellules en nid d'abeille avec des tailles de pores différentes, périodiquement disposées sur la surface. L'absorption sonore relativement large bande est attribuée au couplage parallèle entre les cellules unitaires, illustré par la visualisation du champ d'intensité sonore et sur le plan des fréquences complexes. Gai et al. (2022) ont proposé une structure similaire appelée métamatériau sandwich en nid d'abeille, composée d'une supercellule regroupant 19 résonateurs unitaires en nid d'abeille avec des rayons de col différents. Cette métasurface a été étudiée pour sa capacité à réduire la transmission des ondes sonores, et il a été montré que cette structure peut être facilement adaptée à des fréquences spécifiques en modifiant les paramètres géométriques de certaines cellules.

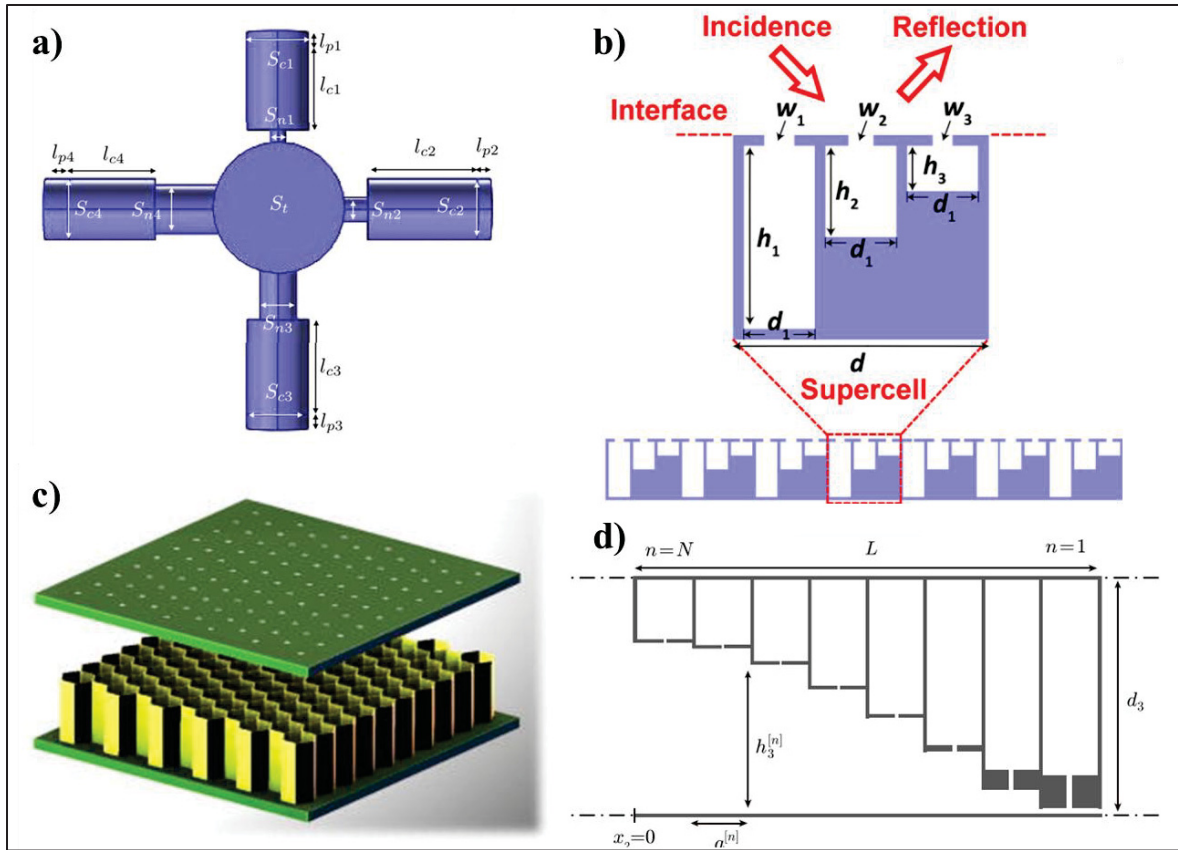


Figure 1.3 Méta-matériaux acoustiques composé de résonateurs d'Helmholtz a) tiré de Romero-García et al. (2016), b) tiré de Zhu & Assouar (2019), c) tiré de Peng et al. (2018) et d) tiré de Jiménez et al. (2017b).

Également, Jiménez et al. (2017b) ont proposé une structure composée de résonateurs d'Helmholtz disposés en série de façon périodique pour atteindre une absorption large bande, comme illustré à la Figure 1.3 d). Les paramètres géométriques de chaque résonateur d'Helmholtz (profondeur de cavité, épaisseur et ouverture du col) ont été ajustés pour positionner la résonance individuelle, et donc le pic d'absorption correspondant, de chaque résonateur proche les uns des autres pour former une bande d'absorption. Les résonances ne sont pas couplées, c'est-à-dire qu'à une fréquence donnée, l'absorption est réalisée par un seul résonateur de la structure. Pour élargir cette bande d'absorption, il est donc nécessaire d'ajouter des résonateurs d'Helmholtz supplémentaires en série. Une structure proposée de 11 cm d'épaisseur totale comprenant 8 résonateurs d'Helmholtz atteint une absorption quasi parfaite (supérieure à 0,8 et avec des pics d'absorption parfaite) de 400 Hz à 1000 Hz. Par la suite, cette

structure a été optimisée pour atteindre une absorption parfaite sur toute la plage de fréquences et il a été montré que cette amélioration de l'absorption était due à un couplage entre la cellule résonante et ses voisines.

Ainsi, ce type de métamatériaux présente des propriétés d'absorption intéressantes pour manipuler les ondes. Néanmoins, pour absorber plusieurs fréquences, voire une bande de fréquences, il est nécessaire d'associer plusieurs cellules. Ces cellules sont généralement peu ou pas couplées, ce qui signifie que chaque cellule contrôle principalement un pic d'absorption, aboutissant à des structures relativement encombrantes. De plus, pour atteindre des fréquences basses, les cavités résonnantes doivent être volumineuses, ce qui accroît également l'encombrement.

#### 1.1.4 Métamatériaux à espace enroulé

Pour réduire cet encombrement, plusieurs études ont proposé d'augmenter artificiellement la longueur des cavités sans accroître l'épaisseur des structures. Cela a conduit au développement de métamatériaux acoustiques ultraminces capables d'absorber les basses fréquences. Ces structures sont généralement regroupées sous les termes de structures à espace enroulé (*coiled-up space structures*) et de matériaux labyrinthiques.

Par exemple, Cai et al. (2014) ont proposé un panneau absorbant ultramince dont l'épaisseur est d'environ un cinquantième de la longueur d'onde absorbée. Le panneau est composé de cellules unitaires avec un pore suivi d'un tube enroulé en spirale, représenté à la Figure 1.4 a). Cela a permis de concevoir une structure de seulement 17 mm d'épaisseur présentant un pic d'absorption parfait à 400 Hz grâce au tube enroulé d'une longueur équivalente à 205 mm. De plus, Li & Assouar (2016) ont proposé une métasurface composée d'une plaque perforée et d'une chambre d'air coplanaire enroulée. La structure, composée de cellules unitaires carrées de 100 mm de côté et d'une profondeur de 12,2 mm, présente un pic d'absorption quasi-parfait à 125,8 Hz, ce qui correspond à une épaisseur extrêmement sous-longueur d'onde de  $\lambda/223$ .

Néanmoins, ces structures très peu encombrantes ne présentent qu'un seul pic d'absorption. Xie et al. (2020) ont conçu un absorbeur parfait avec deux cavités hélicoïdales imbriquées. Cette géométrie permet une utilisation optimale de l'espace et présente deux pics d'absorption en basses fréquences.

Également, Wang et al. (2018) ont proposé un absorbeur enroulé composé de deux parois intérieures supplémentaires pour former une cavité artificiellement plus longue. Cette géométrie est facilement ajustable en fonction de la position des parois intérieures, ce qui permet d'adapter la fréquence et la largeur à mi-hauteur du pic d'absorption. Par la suite, deux structures en parallèle, ajustées pour des pics d'absorption de fréquences proches, ont été associées pour atteindre une bande d'absorption. Ensuite, Shen et al. (2019) ont proposé une structure enroulée avec une section transversale à gradient uniforme, c'est-à-dire avec une augmentation progressive de la largeur de la cavité équivalente, comme illustré à la Figure 1.4 b). Il a été démontré expérimentalement et théoriquement qu'avec une conception appropriée du gradient, les structures proposées peuvent atteindre des fréquences d'absorption plus basses par rapport aux absorbeurs à section uniforme conventionnels ayant la même géométrie extérieure. De même, deux structures ont été associées en parallèle pour passer d'un pic d'absorption à deux pics proches en fréquence, formant une bande d'absorption.

Pour obtenir une bande d'absorption plus large avec ce type de structures, plusieurs études ont proposé des métasurfaces composées de nombreuses structures à espace enroulé disposées en parallèle et ajustées pour des pics d'absorption proches en fréquence. Zhu et al. (2019) ont conçu une métasurface composée de supercellules identiques disposées en parallèle, chacune étant composée de 12 cellules enroulées de longueurs équivalentes différentes et fonctionnant par paire, comme présenté la Figure 1.4 c). Long et al. (2020) ont proposé un absorbeur composé de 12 cellules enroulées avec trois volumes différents, permettant d'obtenir une absorption large bande. Plus récemment, Lu et al. (2023) ont conçu une métasurface composée de 6 cellules enroulées doubles, c'est-à-dire composées d'un seul col puis de deux cavités labyrinthiques. De plus, l'absorbeur proposé est peu sensible à l'angle d'incidence de l'onde acoustique, ce qui le rend adapté à des applications plus variées.

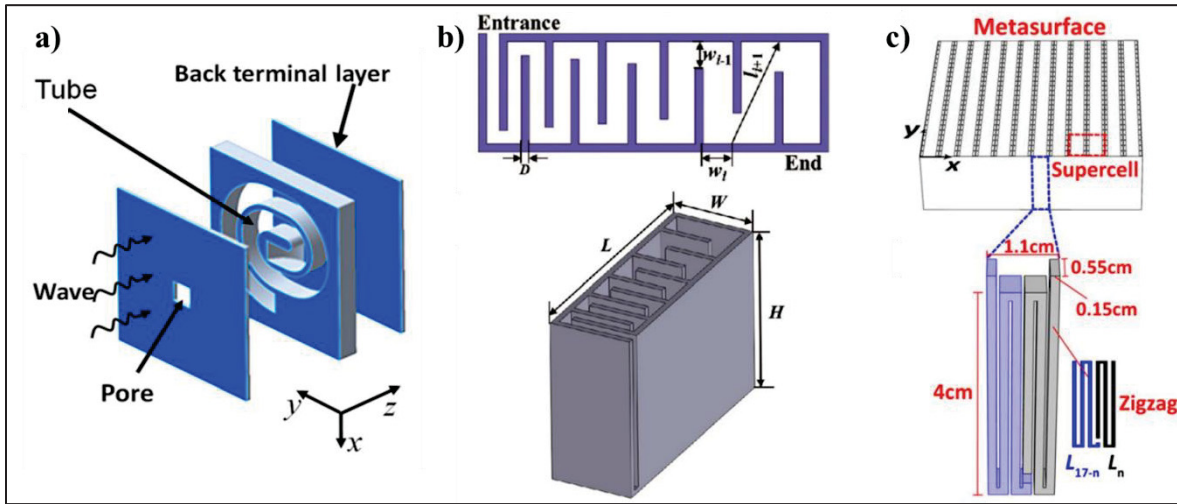


Figure 1.4 Méta-matériaux à espace enroulé a) tiré de Cai et al. (2014), b) tiré de Li & Assouar (2016) et c) tiré de Shen et al. (2019)

Ainsi, le concept d'espaces enroulés est particulièrement pertinent pour concevoir des absorbeurs très minces et/ou pour des fréquences très basses. Cependant, une seule cellule présente uniquement un pic d'absorption. Pour obtenir une absorption plus large, plusieurs cellules différentes, ajustées pour avoir des pics d'absorption proches, peuvent être associées en parallèle. Néanmoins, ces cellules restent non couplées, ce qui aboutit à des structures finales relativement encombrantes.

### 1.1.5 Méta-matériaux couplés en série

Pour améliorer l'absorption acoustique, de nombreuses études se sont concentrées sur l'association en série de plusieurs cavités résonnantes couplées. Cela permet une utilisation optimale du volume grâce à ces cavités couplées, et donc de concevoir des absorbeurs relativement compacts.

Par exemple, Tang et al. (2017) ont développé un absorbeur perforé à double couche, composé de deux cavités disposées en série et reliées par une perforation. Cette configuration permet d'obtenir un pic d'absorption parfait à des fréquences plus basses qu'une cavité simple de

même volume. De plus, Wang et al. (2021) ont étudié une métasurface composée de cellules unitaires en nid d'abeille à double couche, comme montré à la Figure 1.5 a). Le couplage entre les deux cavités en série a été examiné avec plusieurs variations géométriques, et la structure optimale présente une bande d'absorption formée par deux pics d'absorption proches en fréquence. Ensuite, Ross et al. (2024) ont conçu un panneau pour le traitement acoustique des moteurs d'avion, composé d'une répétition en parallèle de trois cellules unitaires à doubles cavités, comme illustré à la Figure 1.5 b). Cette structure, d'une épaisseur de 50 mm, présente une absorption relativement large bande et son comportement global a été validé par des mesures expérimentales.

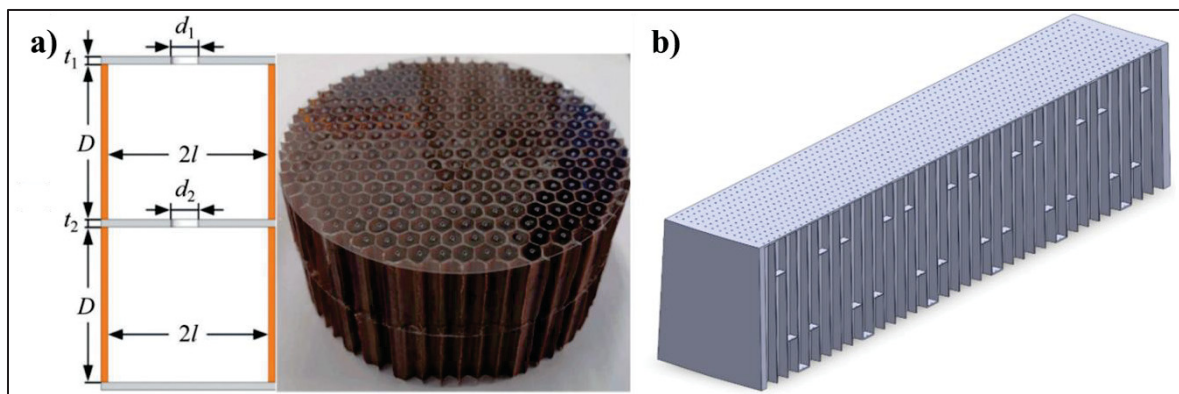


Figure 1.5 Métamatériaux couplés en série a) tiré de Wang et al. (2021) et b) tiré de Ross et al. (2024)

Également, Duan et al. (2021) ont étudié l'ajout de plusieurs couches en série dans une cavité simple afin d'améliorer ses performances acoustiques sans modifier ses dimensions extérieures, comme montré à la Figure 1.6. Il a été démontré qu'avec des paramètres géométriques appropriés, l'ajout de couches résonnantes permet de générer des pics d'absorption supplémentaires sans altérer significativement le pic initial. Ainsi, l'absorption de la structure est améliorée sans augmenter son encombrement.

Ensuite, Yang et al. (2023) ont proposé une structure composée de six cavités résonnantes en série, chacune ayant des dimensions différentes. Le couplage entre les cavités a été étudié en visualisant la pression et la vitesse acoustique à chaque résonance. Une analyse paramétrique

a été réalisée, ce qui a permis de déterminer deux structures présentant plusieurs pics d'absorption de haute amplitude.

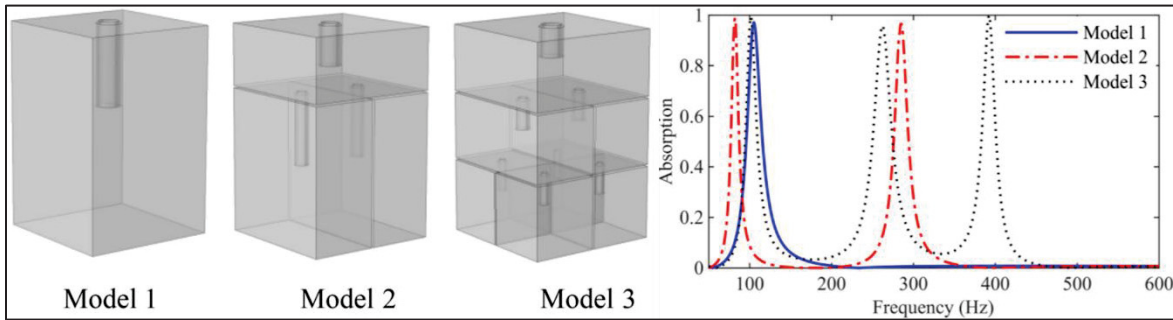


Figure 1.6 Métamatériaux couplés en série tiré de Duan et al. (2021) et leur coefficient d'absorption

Ainsi, une structure avec des cavités résonnantes disposées en série induit des résonances couplées, permettant une utilisation plus optimale du volume disponible tout en ajoutant des pics d'absorption supplémentaires sans augmenter l'encombrement. Cependant, ces pics d'absorption sont relativement étroits et espacés les uns des autres, ce qui est avantageux pour atténuer des sources tonales, mais moins adapté pour des sources continues couvrant une large gamme de fréquences. De plus, le nombre de pics d'absorption dépend du nombre de cavités insérées dans le volume global, qui reste relativement faible dans les études présentées dans cette section.

#### 1.1.6 Réseau périodique de résonateurs et absorbeur *multi-pancake*

Par ailleurs, plusieurs études se sont concentrées sur l'analyse de réseaux périodiques de résonateurs en série, dans lesquels les cavités sont couplées. Leclaire et al. (2015) ont étudié un métamatériau acoustique avec des perforations principales possédant des cavités latérales de type quart d'onde disposées périodiquement, comme représenté à la Figure 1.7 a). Il a été démontré que la présence de ces cavités latérales permet d'obtenir de nombreux pics d'absorption et peut provoquer une diminution de la célérité équivalente dans la perforation principale, déplaçant ainsi les pics vers les basses fréquences. De même, Groby et al. (2015)

ont conçu un réseau périodique de résonateurs à quart de longueur d'onde positionnés en série le long de fentes étroites, comme illustré à la Figure 1.7 b). Des observations similaires ont été faites, montrant la présence de nombreux pics d'absorption relativement étroits et d'une bande interdite, c'est-à-dire une zone fréquentielle où toutes les ondes sont réfléchies. En outre, Groby et al. (2016) ont proposé une structure constituée d'un arrangement périodique de pores rectangulaires avec des résonateurs à quart de longueur d'onde latéraux en série. Ils ont montré que la largeur d'un pic d'absorption peut être élargie en associant plusieurs pores rectangulaires ayant des résonateurs latéraux de différentes longueurs. Par la suite, Jiménez et al. (2016) ont étudié un réseau de résonateurs d'Helmholtz disposés en série, présentant également un comportement similaire. Dans cette étude, les résonateurs d'Helmholtz sont identiques et les différents pics d'absorption dépendent de toutes les cavités résonantes, à l'inverse de l'étude de Jiménez et al. (2017b) où chaque résonance, et donc chaque pic d'absorption, était principalement pilotée par une seule cavité.

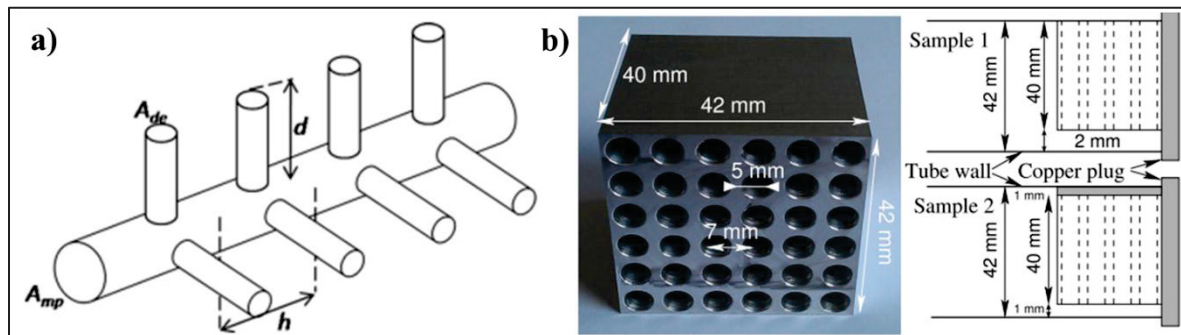


Figure 1.7 Métamatériaux couplés en série a) tiré de Leclaire et al. (2015) et b) tiré de Groby et al. (2015)

Sur la base des travaux de Leclaire et al. (2015), Dupont et al. (2018) ont proposé un métamatériau acoustique fin composé d'un pore principal et de cavités annulaires disposées périodiquement, comme représenté à la Figure 1.8 a). Cette structure est appelée l'absorbeur *multi-pancake*. L'échantillon 2 correspond à une structure composée de 15 cavités annulaires fines de 1 mm d'épaisseur, espacées de 1 mm, et d'une perforation principale de 2 mm de rayon. La structure globale prend la forme d'un cylindre de 22,2 mm de rayon et de 31 mm d'épaisseur. Son coefficient d'absorption présente un pic à une fréquence légèrement plus basse

que celle du résonateur de Helmholtz de mêmes dimensions, ainsi que plusieurs pics fins à des fréquences plus élevées, comme illustré à la Figure 1.8 b). On peut également observer une bande interdite commençant autour de 2700 Hz.

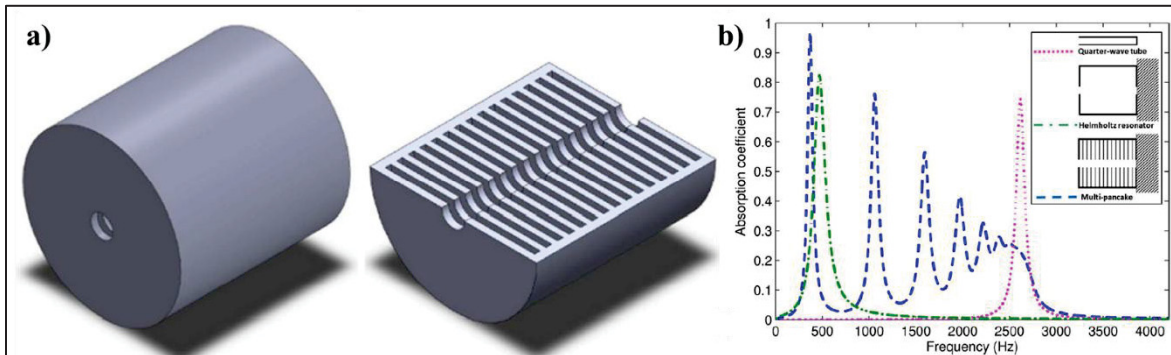


Figure 1.8 a) Métamatériau multi pancake tiré de Dupont et al. (2018) et b) son coefficient d'absorption

L'échantillon a été fabriqué en utilisant une technologie d'impression 3D réalisée d'un seul bloc, comme illustré à la Figure 1.9 a). Son comportement général a ensuite été comparé à des mesures expérimentales et à des simulations par élément finis (FEM), comme présenté à Figure 1.9 b). Le comportement général multi-tonal a été validé, ainsi que les positions fréquentielles des deux premiers pics d'absorption et l'amplitude du premier. À hautes fréquences, les écarts peuvent provenir d'imperfections de fabrication ainsi que de la vibration des parois.

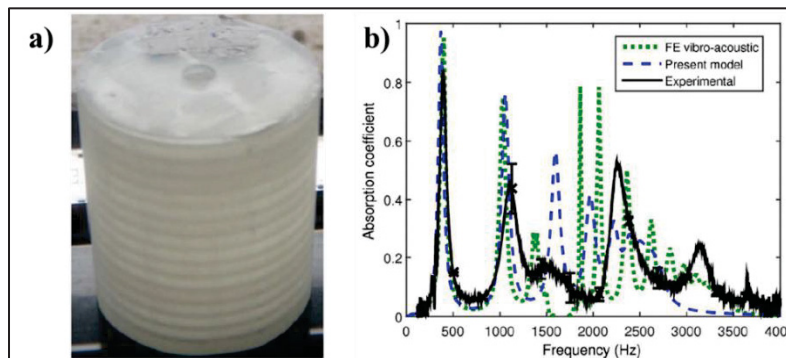


Figure 1.9 a) Métamatériau tiré de Dupont et al. (2018) fabriqué par impression 3D et b) comparaison du coefficient d'absorption

Par la suite, plusieurs études ont exploré cet absorbeur. Brooke et al. (2020) ont dérivé une expression analytique pour la position fréquentielle et l'amplitude du premier pic d'absorption, en les reliant aux paramètres géométriques de la structure. Ensuite, Kone et al. (2021) ont proposé une variation de cette géométrie avec un pore principal non centré pour améliorer l'absorption des basses fréquences. De même, Lopez et al. (2024) ont suggéré d'utiliser des cavités de Helmholtz annulaires à la place des cavités annulaires initiales, en ajoutant des cols en continuité du pore principal. Cela a permis d'atteindre un premier pic d'absorption à des fréquences plus basses.

Ainsi, l'absorbeur *multi-pancake* est un métamatériau compact (de seulement 31 mm d'épaisseur dans les études publiées) qui présente de nombreux pics d'absorption, dont le premier à des fréquences plus basses que le résonateur de Helmholtz équivalent. Cependant, les pics d'absorption sont relativement étroits et n'ont pas tous des amplitudes élevées, ce qui peut être pertinent pour l'atténuation des bruits tonals, mais moins adapté pour les bruits à large bande. Néanmoins, la géométrie du profil du pore principal pourrait être modifiée le long de l'épaisseur du matériau pour améliorer les performances acoustiques.

### 1.1.7 Synthèse

Les métamatériaux acoustiques sont des matériaux structurés permettant d'influer sur la propagation des ondes sonores. Les métamatériaux composés de membranes, de résonateurs d'Helmholtz ou de cellules à espaces enroulés peuvent permettre l'absorption des ondes acoustiques avec plus ou moins d'encombrement. Cependant, pour atteindre une absorption avec plusieurs pics ou une bande fréquentielle, il est nécessaire d'associer plusieurs cellules résonantes, chacune contrôlant principalement un pic ou une petite zone fréquentielle de l'absorption. Ainsi, obtenir une absorption efficace sur une bande de fréquences large peut nécessiter un encombrement relativement important. Le couplage en série de différentes cellules permet une utilisation plus optimale du volume en multipliant le nombre de pics d'absorption sans augmenter le volume extérieur des structures. Néanmoins, le nombre de pics

supplémentaires dépend du nombre de cavités qui composent le volume global. Ainsi, les réseaux de résonateurs couplés, qui présentent de multiples pics d'absorption pour un encombrement réduit, apparaissent comme des matériaux avec un fort potentiel, notamment l'absorbeur *multi-pancake*, qui offre une absorption multi-tonale efficace à basse et moyenne fréquences. Cependant, ces multiples pics d'absorption restent relativement espacés en fréquence et avec des amplitudes variables. Il serait pertinent d'analyser en profondeur le comportement acoustique de ce type de matériau pour mieux comprendre le lien de couplage entre les résonances et l'influence de la variation des paramètres géométriques, notamment des pores principaux qui relient les résonateurs. Cette compréhension pourrait aider à la définition de nouvelles conceptions qui permettraient, pour un même volume, une amélioration des propriétés acoustiques. De plus, il serait intéressant de mener une réflexion ou de définir des techniques de fabrication permettant d'obtenir des échantillons les plus fidèles au plan de conception.

## 1.2 Trou noir acoustique

### 1.2.1 Concept et premières études

Un « trou noir », au sens général, est une structure ou un matériau conçu pour piéger et absorber complètement les ondes incidentes, qu'elles soient électromagnétiques comme la lumière ou mécaniques comme les vibrations et les ondes sonores. Cela signifie que ces ondes sont capturées et leur énergie est dissipée sans qu'il y ait de réflexion ou de transmission, créant ainsi un effet d'absorption totale.

Les effets de trou noir acoustique (« *acoustic black hole* ») ont été introduits pour la première fois par Mironov (1988), en utilisant des bords effilés de plaques pour éliminer les réflexions d'ondes de flexion. L'épaisseur de l'extrémité de ces structures diminue progressivement jusqu'au point où les ondes ralentissent le long de la longueur des plaques et finissent par s'arrêter. Il a constaté qu'une onde de flexion peut ne jamais atteindre le bord de la plaque, car le temps nécessaire serait infini. Par la suite, d'autres travaux utilisant le même concept ont été présentés par Krylov & Tilman (2004) et Krylov & Winward (2007), qui ont démontré son

efficacité pour réduire les vibrations en diminuant fortement le coefficient de réflexion des ondes de flexion et en ralentissant considérablement la célérité des ondes. Ce concept a ensuite été étudié de nombreuses fois, et les revues de littérature de Krylov (2014) puis de Pelat et al. (2020) donnent un bon aperçu des nombreuses applications.

En s'inspirant des travaux pionniers sur les trous noirs acoustiques pour la réduction des ondes de flexion vibratoires, le même terme, « trou noir acoustique », est utilisé par Mironov & Pislyakov (2002) pour décrire une structure destinée à l'absorption des ondes acoustiques. Cette structure est composée d'une série de plaques annulaires circulaires dont les perforations centrales et les espacements diminuent progressivement de l'avant vers l'arrière de l'échantillon. La Figure 1.10 a) présente un schéma de la structure proposée par Mironov & Pislyakov (2002), où  $L$  est l'épaisseur et  $r(x)$  le rayon des perforations qui diminue de  $r = R$  à l'entrée de la structure jusqu'à  $r = 0$  à l'extrémité. Cette géométrie induit une diminution progressive de la célérité effective des ondes acoustiques à travers la structure, conduisant théoriquement à la réduction, voire à la suppression, des ondes acoustiques réfléchies. La structure est alors décrite comme une structure « retardante » (« *retarding structure* »).

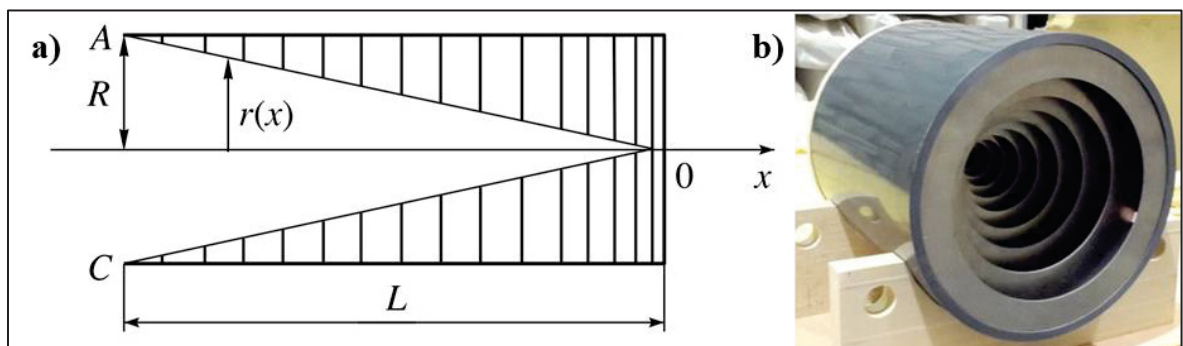


Figure 1.10 Trou noir acoustique pour l'absorption sonore : a) schémas du concept initial tiré de Mironov & Pislyakov (2002) et b) photographie de la structure tirée de Ouahabi et al. (2015)

Les premières validations expérimentales de trou noir acoustique pour l'absorption ont été réalisées par Ouahabi et al. (2015). Deux structures, correspondant à une décroissance linéaire et une décroissance quadratique du rayon de perforation par rapport à la longueur, ont été

étudiées. Les deux échantillons sont fabriqués à partir d'un tube en plastique auquel ont été ajoutés des anneaux en acier. Une photographie de la structure avec une décroissance quadratique est présentée à la Figure 1.10 b). Il a été démontré que les deux trous noirs acoustiques réduisent les coefficients de réflexion sonore et que leur comportement général correspond aux prédictions théoriques (Mironov & Pislyakov, 2002).

Néanmoins, en pratique, les trous noirs acoustiques sont imparfaits car il est impossible de réduire indéfiniment le rayon des anneaux et de diminuer continuellement leur espacement à mesure que l'on s'approche de la fin du matériau. Ainsi, la grande majorité des études récentes, y compris celles présentées dans la suite de cette partie, se sont concentrées sur des trous noirs acoustiques avec une distribution périodique des anneaux.

Il est important de noter que, depuis 2022, certaines études utilisent le terme « trou noir sonique » (« *sonic black hole* ») pour désigner ce type de structure destinée à l'absorption sonore, afin de les différencier des structures de réduction des vibrations. Dans ce document, nous conserverons les termes « trou noir acoustique » en français et « *acoustic black hole* » en anglais afin de rester fidèles à la terminologie utilisée dans les premières études ainsi que dans un certain nombre de recherches récentes.

### 1.2.2 Comportement acoustique des trous noirs acoustiques

Guasch et al. (2017) ont développé un modèle basé sur la formulation des matrices de transfert (TMM) pour étudier les trous noirs acoustiques linéaires et quadratiques. Ils ont constaté que les trous noirs acoustiques à décroissance quadratiques ont des performances légèrement meilleures que les linéaires. De plus, le comportement acoustique de ces structures est très sensible à l'amortissement induit par les cavités, mais relativement insensible aux variations de l'épaisseur des anneaux. Ils ont observé qu'un grand nombre d'anneaux est nécessaire pour se rapprocher des coefficients de réflexion théoriques prédits par Mironov & Pislyakov (2002). Dans une étude suivante, les mêmes auteurs (Guasch et al., 2020) ont montré que le modèle TMM développé tendait bien vers la solution de l'équation gouvernante du trou noir

acoustique. Par la suite, Serra et al. (2023) ont réalisé des optimisations sur le profil décroissant des perforations à partir du modèle TMM de Guasch et al. (2017) afin d'améliorer l'efficacité des trous noirs acoustiques. Ils ont d'abord constaté que l'ordre optimal de décroissance des perforations des trous noirs conventionnels se situe entre 1,5 et 2. Ils ont ensuite exploré des profils non limités aux décroissances standards selon une loi de puissance et ont montré qu'un profil de type « corne » (« *horn type profile* ») permet d'améliorer les performances aux basses fréquences, bien que celles-ci soient réduites aux fréquences plus élevées. Cependant, ces deux études n'ont pas réalisé de validations expérimentales. De plus, elles se sont concentrées sur les conséquences de variations géométriques avec des bornes de début (correspondant au rayon du tube) et de fin fixes, en examinant les variations globales de l'absorption, mais avec une analyse limitée du comportement de chaque résonance.

Récemment, plusieurs études se sont particulièrement intéressées à la contribution des résonances des cavités latérales. Červenka & Bednařík (2022) ont développé un modèle mathématique utilisant les équations de Navier-Stokes linéarisées pour capturer correctement les pertes thermo-visqueuses dans les couches limites, en particulier dans les cavités entre les anneaux. Ils ont démontré que l'absorption de l'énergie acoustique dans les trous noirs acoustiques imparfaits, c'est-à-dire avec une distribution périodique et un nombre fini d'anneaux, est principalement liée aux résonances dans les cavités annulaires, plutôt qu'au ralentissement des ondes acoustiques. Aussi, l'étude numérique de Mousavi et al. (2022) a montré que les pertes visco-thermiques entre les anneaux influencent le coefficient de réflexion, mais que cet effet diminue avec l'augmentation de la fréquence. Ils avancent l'idée que l'absorption à hautes fréquences pourrait être due à un amortissement généré par des résonances locales dans certaines cavités.

Ensuite, Umnova et al. (2023) ont étudié plusieurs structures de trou noir acoustique avec une distribution périodique des plaques annulaires, comme représenté à la Figure 1.11 a). Ils ont développé un modèle de fluide équivalent semi-analytique, prenant en compte les pertes visqueuses et thermiques à l'intérieur des cavités latérales et de la perforation centrale en utilisant le modèle de Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (JCAL). Ils ont montré qu'un

coefficient d'absorption élevé peut être atteint sur une large gamme de fréquences, comme illustré par le coefficient d'absorption de l'échantillon 1 à la Figure 1.11 b). À basses fréquences, les résonances le long de la structure, appelées résonances globales, sont responsables de l'atténuation sonore (entre 100 et 800 Hz pour l'échantillon 1). À des fréquences plus élevées, les résonances des cavités latérales, appelées résonances locales, jouent un rôle majeur (entre 800 et 3000 Hz pour l'échantillon 1).

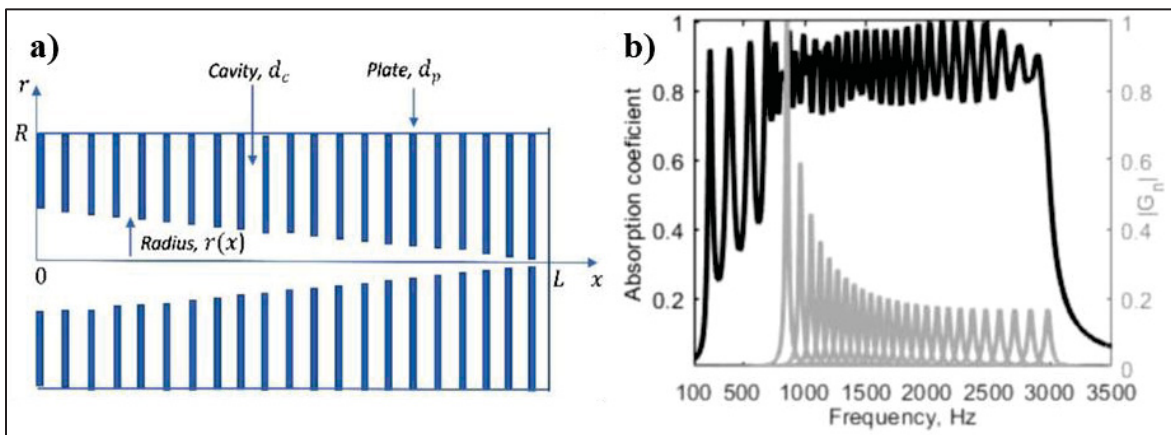


Figure 1.11 a) Vue en coupe du trou noir acoustique tiré de Umnova et al. (2023), b) coefficient d'absorption (noir, axe des ordonnées à gauche) et valeurs absolues des admittances normalisées des cavités latérales seules (gris, axe des ordonnées à droite) de l'échantillon 1 tiré de Umnova et al. (2023)

Ils ont également étudié en détail les effets des résonances des cavités latérales sur la variation de la célérité équivalente le long de l'échantillon. Dans la plage fréquentielle des résonances globales, la célérité équivalente du son diminue progressivement de l'avant de l'échantillon jusqu'au support rigide à l'arrière, où elle devient très proche de zéro. Cependant, cela n'est vrai que pour les fréquences inférieures à la fréquence de résonance de la dernière cavité, qui correspond à la cavité la plus grande et donc à la fréquence de résonance la plus basse pour un trou noir acoustique. Pour des fréquences plus élevées, la célérité équivalente des ondes diminue et atteint zéro à la cavité dont la fréquence de résonance est proche de la fréquence étudiée. À la Figure 1.12, les distributions de la célérité équivalente des ondes et les valeurs absolues de l'admittance normalisée de la paroi le long de la longueur de l'échantillon 1 sont montrées pour différentes fréquences. Une valeur élevée de l'admittance normalisée des parois

indique que la cavité correspondante est proche de sa résonance locale. Les résonances des cavités individuelles pour cet échantillon sont illustrées à la Figure 1.11 b). À 968 Hz (Figure 1.12 a)), la célérité équivalente des ondes atteint zéro à la position correspondant à la valeur maximale du module de l'admittance à  $x = 93$  mm, c'est-à-dire à la position de la 24<sup>ème</sup> cavité. À mesure que la fréquence augmente, les cavités plus proches de la surface commencent à résonner. À 1402 Hz (Figure 1.12 b)), la 18<sup>ème</sup> cavité, située à  $x = 69$  mm, résonne et la vitesse des ondes reste très proche de zéro pour toutes les positions au-delà de cette cavité. De même, à 1828 Hz (Figure 1.12 c)), la résonance de la 12<sup>ème</sup> cavité, située à  $x = 45$  mm, est atteinte et le son ne se propage pas au-delà de cette position. Enfin, à 2841 Hz (Figure 1.12 d)), la 2<sup>ème</sup> cavité résonne et le son pénètre à peine dans l'échantillon. Ainsi, une onde ne peut plus se propager dans le matériau après une cavité dont la fréquence de résonance est inférieure à la fréquence de l'onde. La cavité résonante est équivalent à un mur rigide pour toute onde ayant une fréquence supérieure à la fréquence de résonance de la cavité. Cela montre que les pics d'absorption correspondant à des résonances globales, situés avant les fréquences de résonance des cavités, dépendent bien de la structure complète. En revanche, pour les pics suivants, plus la fréquence augmente, plus ils ne dépendent que de l'avant de la structure. De plus, cela indique que la limite supérieure de la gamme de fréquences d'absorption sonore est déterminée par la fréquence de résonance de la plaque annulaire à l'avant de l'échantillon.

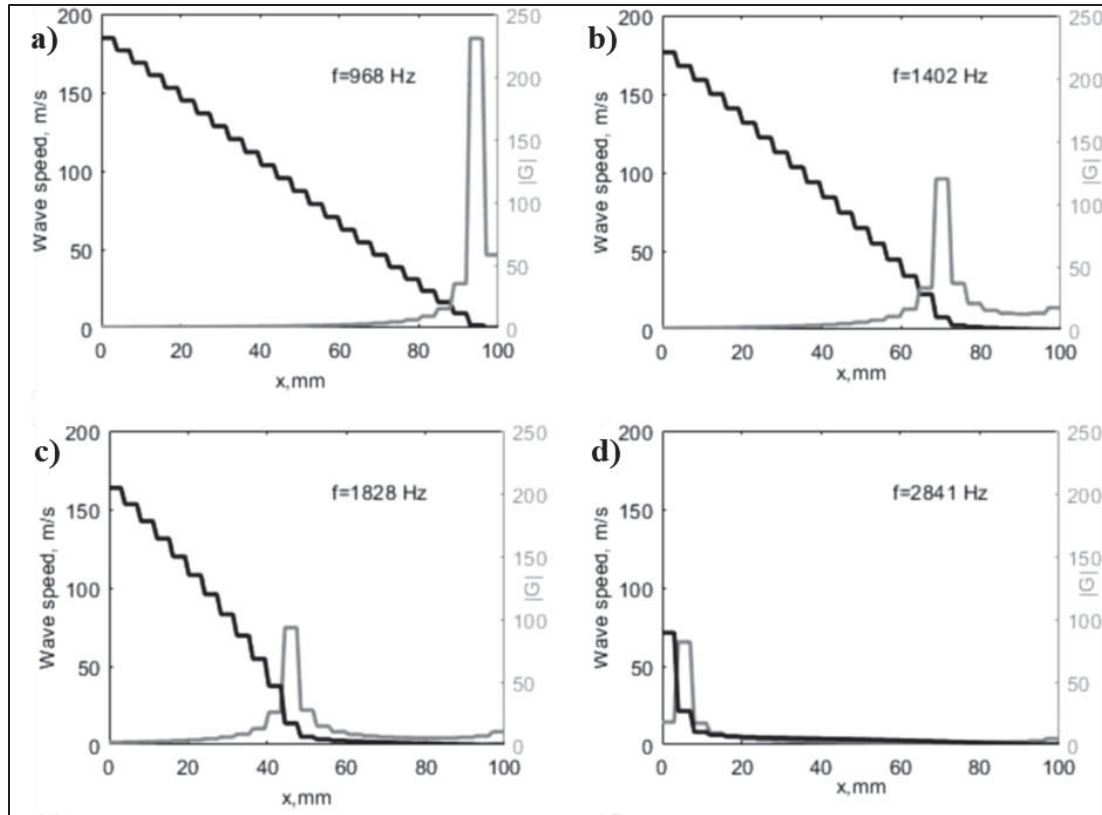


Figure 1.12 Distribution de la vitesse des ondes dans la perforation principale suivant la longueur de l'échantillon (noir, axe des ordonnées à gauche) et valeurs absolues de l'admittance normalisée des parois (gris, axe des ordonnées à droite) de l'échantillon 1 tiré de Umnova et al. (2023)

### 1.2.3 Trous noirs acoustiques évolués

Le trou noir acoustique, initialement composé de plaques annulaires à section circulaire, a récemment été adapté en intégrant des géométries diverses et combiné avec d'autres concepts pour améliorer son efficacité et étendre ses applications.

Bednarik & Cervenka (2024) ont introduit un nouveau type de trou noir acoustique à section rectangulaire, représenté à la Figure 1.13. Ils ont notamment inclus une fonction de paroi dans la structure pour contrôler la longueur des nervures indépendamment de l'ouverture des plaques. Pour étudier le comportement des ondes acoustiques dans ce trou noir à section rectangulaire, ils ont développé un modèle analytique en dérivant l'équation du modèle

unidimensionnel et ont pris en compte les pertes thermo-visqueuses grâce à une célérité équivalente complexe. Ils ont montré que cette structure correspond bien à la définition et au comportement des trous noirs acoustiques à section circulaire. Également, Hruška et al. (2024) ont étudié une structure de trou noir acoustique à section rectangulaire sans fonction de paroi. Ils ont analysé, numériquement et expérimentalement, la quantité et la source des pertes requises par les trous noirs acoustiques rectangulaires dans l'air pour absorber efficacement le son à basse fréquence. La structure étudiée présente des pics d'absorption de faible amplitude à basses fréquences. Pour éviter ces inconvénients, ils proposent de remplir partiellement les fentes avec des matériaux poreux afin d'améliorer de manière significative le coefficient d'absorption.

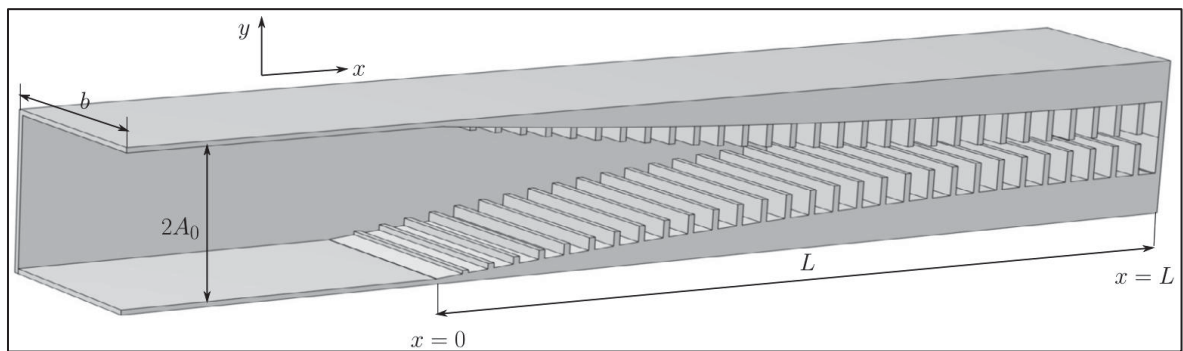


Figure 1.13 Structure du trou noir acoustique à section transversale rectangulaire tiré de Bednarik & Cervenka (2024)

Certaines études ont également associé une structure de trou noir acoustique à section circulaire avec des plaques micro-perforées (MPP). Par exemple, Zhang & Cheng (2021) ont proposé une structure de trou noir acoustique avec des MPP positionnées sur l'interface entre les cavités annulaires et la perforation principale, comme présenté à la Figure 1.14 a). Ils ont montré numériquement que cette structure combine les phénomènes spécifiques de ralentissement et de piégeage des ondes propres aux trous noirs acoustiques, tout en tirant parti de la capacité de dissipation d'énergie des MPP. Cela aboutit à une absorption large bande quasi-parfaite, qui a été vérifiée expérimentalement. Par la suite, Li et al. (2023) ont développé un modèle TMM pour étudier une structure similaire. Ils ont notamment étudié l'influence du nombre de plaques annulaires formant les cavités latérales. De plus, le phénomène de ralentissement des ondes a

été observé et quantifié par des simulations transitoires dans le domaine temporel. Ensuite, Chen et al. (2024) ont intégré des MPP dans les anneaux d'un trou noir acoustique, comme représenté à la Figure 1.14 b). Les résultats théoriques et numériques montrent que l'absorbeur proposé peut atteindre une absorption sonore efficace dans les basses fréquences. Lorsque les anneaux sont suffisamment nombreux, l'absorbeur proposé maintient une performance large bande, sinon son absorption sonore devient similaire à celle des MPP disposées en série.

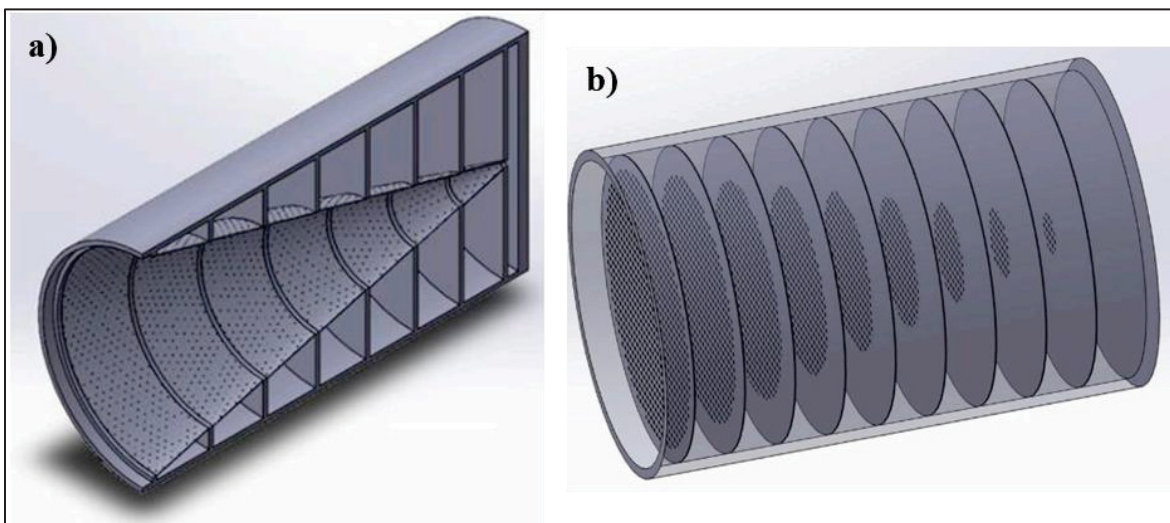


Figure 1.14 Structures de trou noir acoustique intégrant des plaques micro-perforées  
a) tiré de Chen et al. (2024) et b) tiré de Zhang & Cheng (2021)

Par ailleurs, en s'appuyant sur la structure proposée par Zhang & Cheng (2021) (voir Figure 1.14 a)), Liang et al. (2023) ont proposé d'intégrer des cavités résonantes de type « labyrinthe » dans un trou noir acoustique associé à des MPP, comme illustré à la Figure 1.15. Cette combinaison permet de maintenir le comportement large bande de la structure tout en ajoutant un pic d'absorption à plus basses fréquences grâce aux cavités labyrinthes résonantes. Les résultats numériques des performances d'absorption de cette structure complexe ont été vérifiés par des expériences.

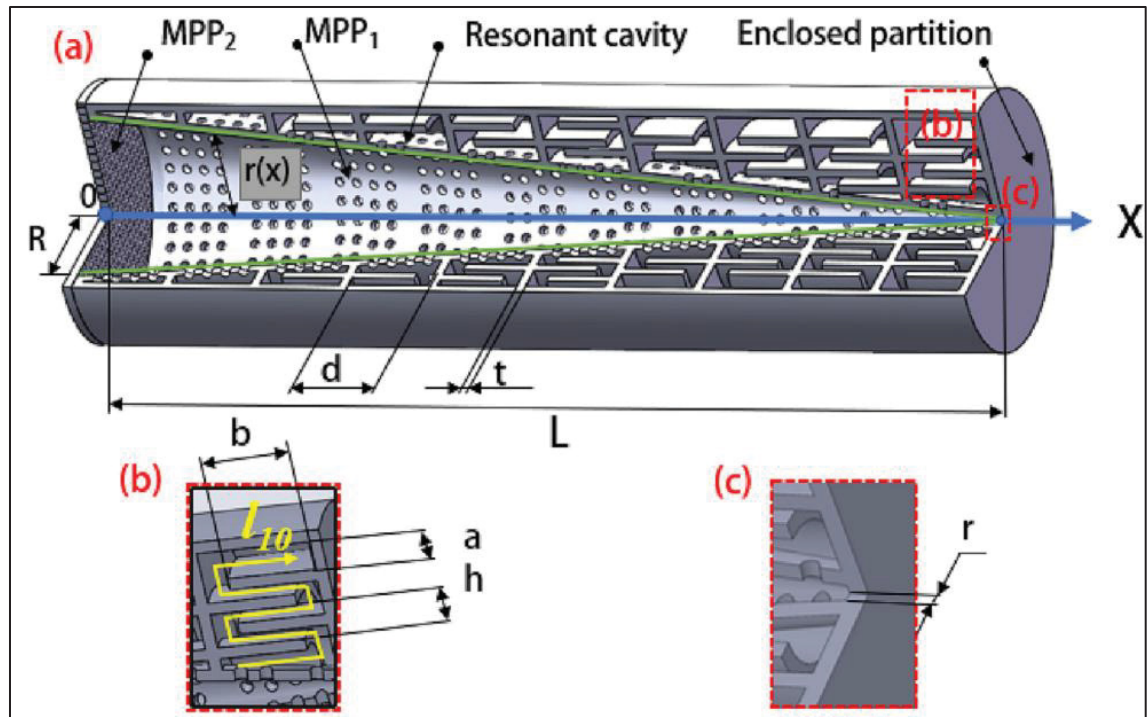


Figure 1.15 Structure de trou noir acoustique intégrant des plaques micro-perforées et des cavités de type « labyrinthe » tiré de Liang et al. (2023)

De plus, Peng et al. (2024) ont proposé des structures de trou noir acoustique combinées composées de plusieurs sections de trou noir acoustique de différentes longueurs en parallèle, comme représenté à la Figure 1.16. En utilisant un modèle TMM, les auteurs montrent que cette structure combinée offre une fréquence de coupure inférieure et un coefficient d'absorption acoustique plus élevé que le trou noir conventionnel. La variation des longueurs des sections permet d'élargir la bande de fréquences d'absorption efficace.

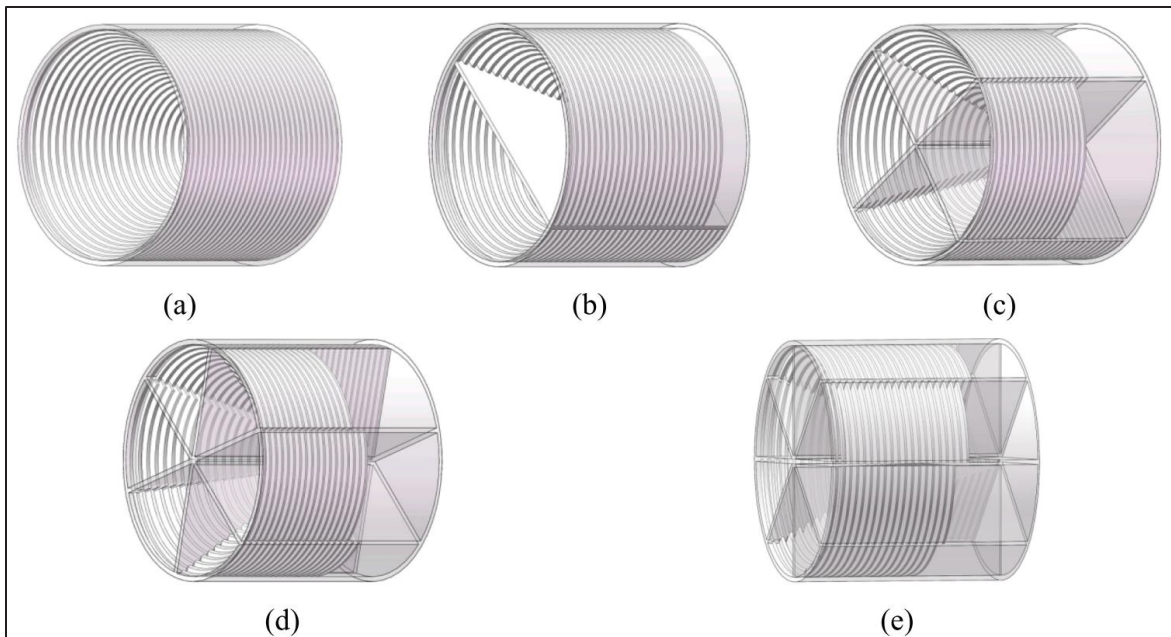


Figure 1.16 Structures de trou noir acoustique tiré de Peng et al. (2024) : (a) traditionnel, (b) deux, (c) quatre, (d) six et (e) huit trous noirs acoustiques combinés en parallèle

Le concept de trou noir acoustique a également été adapté pour la réduction sonore dans les conduits. Deaconu et al. (2018) furent les premiers à proposer des silencieux basés sur une succession de fines cavités latérales dont la longueur augmente progressivement, comme illustré à la Figure 1.17 a). L'étude met en évidence l'importance des pertes de charge dans le conduit principal, un élément essentiel pour de nombreuses applications. Par la suite, Bravo & Maury (2023) ont étudié une structure similaire et déterminé ses paramètres optimaux avec un volume minimal pour obtenir une dissipation totale maximale sur la plus large bande passante. De plus, Mi et al. (2022) ont proposé une structure acoustique pour un guide d'onde avec une disposition d'anneaux et un profil de longueur directement inspiré des trous noirs acoustiques, comme présenté à la Figure 1.17 b). Ils montrent que l'intégration d'une telle structure offre un moyen efficace pour la manipulation des ondes acoustiques à l'intérieur d'un conduit, en particulier pour améliorer l'absorption sonore à basse fréquence.

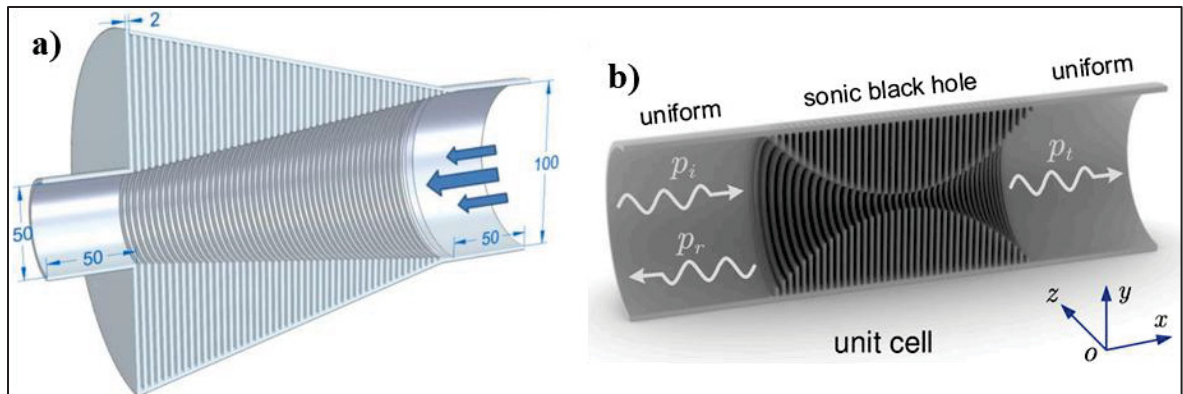


Figure 1.17 Structures de trou noir acoustique pour les conduits a) tiré de Deaconu et al. (2018) et b) tiré de Chen et al. (2024)

#### 1.2.4 Synthèse

Le concept de trou noir acoustique repose sur une série de plaques perforées espacées, formant ainsi des cavités d'air latérales. La perforation centrale de ces plaques diminue progressivement de l'avant vers l'arrière de la structure. Cette géométrie permet d'obtenir une absorption large bande grâce à ses nombreuses résonances. Il a été montré que cette absorption est principalement due aux effets visco-thermiques à l'intérieur des structures, concentrés sur les perforations centrales et les parois des cavités latérales.

La majorité des études se sont concentrées sur des structures relativement longues, avec des matériaux épais allant de 100 mm à plus de 500 mm, ce qui les rend très encombrants. Il serait pertinent d'étudier les performances acoustiques de structures de trous noirs acoustiques beaucoup plus fines, avec des cavités et des perforations plus petites pour maximiser les pertes visco-thermiques.

De plus, de nombreuses études se sont concentrées sur des décroissances progressives à partir d'un rayon initial correspondant à celui du tube, impliquant des premières cavités très courtes. Umnova et al. (2023) ont étudié des structures de trou noir avec un rayon de perforation initial deux fois plus petit que celui du tube, ce qui a permis d'obtenir des pics d'absorption à basses fréquences, malgré une diminution de l'absorption aux hautes fréquences. Ainsi, il semble

pertinent d'approfondir l'étude des structures de trou noir acoustique qui commencent par un rayon de perforations plus faible que celui du tube.

Enfin, une meilleure compréhension des phénomènes physiques à l'origine de chaque résonance serait bénéfique. En comprenant mieux l'origine de chaque résonance et comment elle contribue à l'absorption acoustique globale pour des profils de perforation variés, il serait possible d'optimiser les structures de trous noirs acoustiques pour qu'elles soient plus efficaces et moins encombrantes.

### **1.3 Structures résonnantes sous fort niveaux sonores**

Les absorbeurs acoustiques peuvent être soumis à des environnements extrêmes, par exemple lorsqu'ils sont positionnés autour de réacteurs d'avion ou de machinerie industrielle. Il est donc primordial d'étudier leur comportement sous des niveaux sonores élevés et de disposer d'outils pour concevoir des matériaux adaptés à ces conditions. Cette section présente un aperçu des études portant sur le comportement acoustique des structures résonnantes dans de tels environnements, correspondant à un régime non linéaire.

#### **1.3.1 Premières études**

L'étude de Sivian (1935) est une référence pionnière dans le domaine de l'acoustique des matériaux structurés. Il a mesuré la réactance et la résistance acoustique de divers orifices circulaires de différents diamètres et pour différentes vitesses de particules. Il a montré qu'à basse vitesse, la résistance est constante, tandis qu'à des vitesses plus élevées, la résistance augmente avec la vitesse, indiquant un comportement non linéaire.

Ensuite, Ingard & Labate (1950) ont mené une étude fondamentale sur les effets de circulation acoustique et l'impédance non linéaire des orifices. En utilisant des particules de fumée pour visualiser les flux acoustiques, ils ont identifié quatre régions distinctes de circulation en fonction de la vitesse des particules, démontrant que l'impédance acoustique non linéaire des orifices est étroitement liée à ces effets. Dans la troisième région, le flux atteint un niveau

d'intensité élevé et la turbulence commence à apparaître au bord de l'orifice, comme le montre la Figure 1.18 a). Avec un niveau sonore encore plus élevé, dans la quatrième région, chaque cycle de l'onde sonore donne une impulsion et forme un anneau tourbillonnaire (ou vortex) distinct, comme observé sur la Figure 1.18 b). Plus tard, Ingard & Ising (1967) ont approfondi cette recherche en mesurant simultanément la vitesse du flux oscillatoire dans l'orifice et les fluctuations de pression acoustique. Ils ont observé que la relation entre les amplitudes de pression et de vitesse, linéaire à basse pression, devient quadratique à haute amplitude. Ils ont également constaté que la résistance de l'orifice (c'est-à-dire la partie réelle de l'impédance de plaque) de l'orifice domine et devient proportionnelle à l'amplitude de la vitesse.

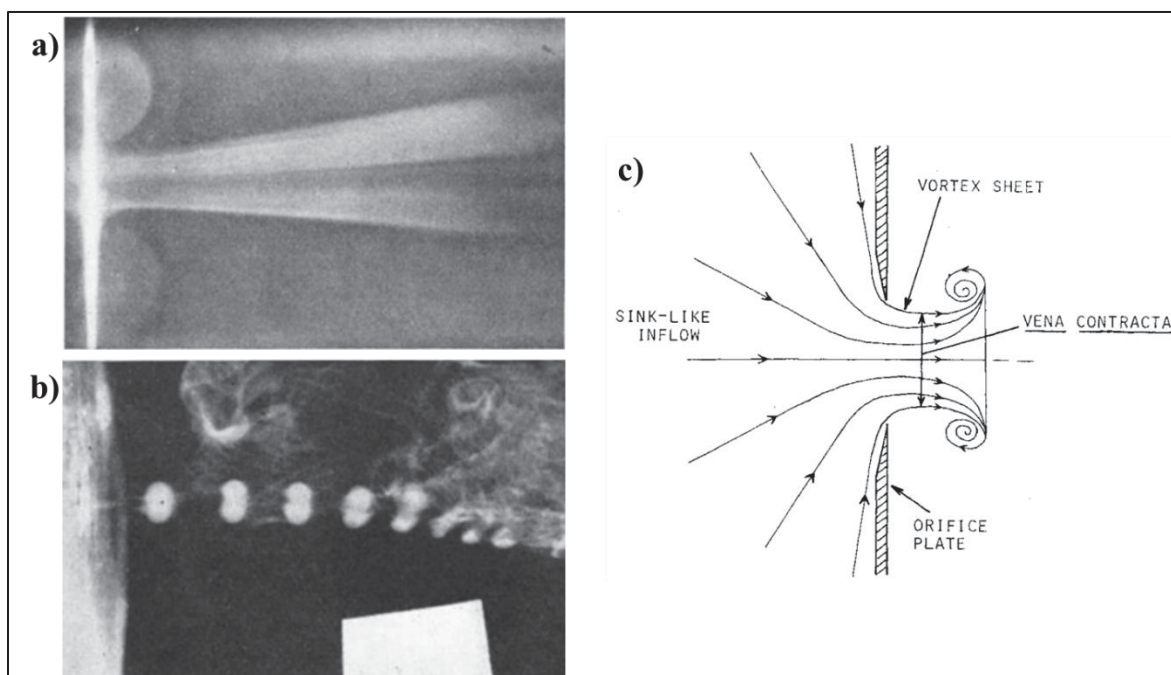


Figure 1.18 Photographies a) de début de turbulence et b) de formation d'anneaux tourbillonnaires tirées de Ingard & Labate (1950), et c) schémas d'enroulement d'un tourbillon au niveau d'un orifice tiré de Cummings (1984)

Par ailleurs, Cummings & Eversman (1983) ont développé une théorie sur la transmission acoustique à haute amplitude à travers les terminaisons de conduits, révélant des comportements non linéaires et des pertes de puissance significatives. Ensuite, Cummings (1984) a exploré les non-linéarités acoustiques et les pertes de puissance au niveau des orifices,

démontrant que les tourbillons générés à haute vitesse jouent un rôle crucial. Ces vortex, illustrés à la Figure 1.18 c), se forment lorsque le flux d'air traverse l'orifice, créant des zones de basse pression. Ils entraînent une dissipation d'énergie accrue due aux forces de friction et aux fluctuations de pression, modifiant ainsi l'impédance acoustique et augmentant les pertes de puissance.

### 1.3.2 Plaques micro-perforés

Un des premiers à explorer les comportements MPP sous des niveaux sonores élevés a été Maa (1994). Il a montré que la résistance acoustique d'un MPP augmente avec la vitesse des particules à l'intérieur des pores, ce qui affecte de manière significative l'efficacité du panneau micro-perforé à haute intensité sonore. Pour illustrer cela, il utilise un panneau en tôle de 1 mm d'épaisseur, percé de trous de 0,7 mm avec une cavité de 4 cm de profondeur derrière, qui présente un coefficient d'absorption acoustique de 1 à la première fréquence de résonance en régime linéaire. Cependant, à un niveau de pression acoustique de 127 dB, le coefficient d'absorption acoustique est réduit à 0,5.

Ensuite, Tayong et al. (2010) ont étudié les variations du pic d'absorption acoustique en fonction de la vitesse des particules dans les panneaux micro-perforés (MPP) à des niveaux d'excitation élevés. Ils ont proposé un modèle théorique basé sur la loi Darcy-Forchheimer en régime de fort niveau d'excitation ou d'écoulement fort débit, pour la vitesse d'écoulement dans les perforations, en utilisant des données expérimentales de résistance acoustique des orifices pour différentes vitesses d'écoulement. Il a été observé que l'amplitude du pic d'absorption peut augmenter ou diminuer en fonction de la vitesse des particules, suggérant l'existence d'un maximum d'absorption en fonction de la vitesse d'écoulement. Par la suite, les mêmes auteurs (Tayong et al., 2011) ont approfondi ces recherches expérimentalement en introduisant un nombre de Reynolds critique, défini comme la valeur du nombre de Reynolds après laquelle le maximum du coefficient d'absorption commence à diminuer. Cette approche est particulièrement intéressante pour déterminer si, à partir d'un régime connu, le pic

d'absorption va augmenter ou diminuer en fonction d'une variation de pression avec la vitesse des particules (c'est-à-dire avec le niveau de pression acoustique).

Puis, Park (2013) a proposé une méthode de conception pour les MPP visant à améliorer l'absorption acoustique à l'intérieur des coques de lanceurs spatiaux. Un modèle empirique de résistance acoustique des MPP dans un environnement à haute pression sonore a été développé. Il a étudié une première structure présentant un coefficient d'absorption qui diminue avec l'augmentation du niveau sonore de 121 dB à 143 dB, comme illustré à la Figure 1.19 a). Il a ensuite analysé l'influence des différents paramètres géométriques et a proposé une seconde structure MPP avec des perforations plus larges, dont l'absorption acoustique augmente avec l'augmentation du niveau sonore.

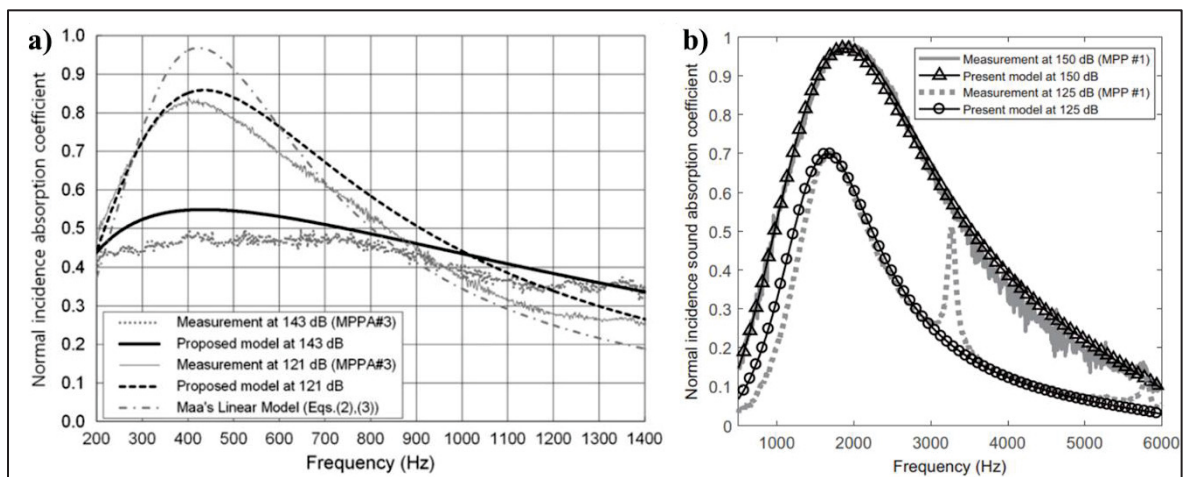


Figure 1.19 Courbes d'absorption à différents niveau sonore des structures MPP tiré de Park (2013) et b) tiré de Laly et al. (2018)

De même, Laly et al. (2018) ont proposé une structure MPP qui présente une augmentation du coefficient d'absorption lorsque le niveau sonore augmente de 125 dB à 150 dB, comme illustré à la Figure 1.19 b). En utilisant un modèle par fluide équivalent, ils ont pu déterminer les paramètres de cette structure pour obtenir une augmentation de l'absorption acoustique. Leur modèle tient compte des effets de la pression sonore élevée sur la tortuosité et la résistivité à l'écoulement. Grâce à cette compréhension des différents effets acoustiques, ils ont démontré

que les MPP avec des perforations de grand diamètre, initialement peu performants dans des conditions linéaires, peuvent devenir des absorbeurs efficaces à des niveaux de pression sonore élevés.

### 1.3.3 Résonateur d'Helmholtz

Tout d'abord, Hersh et al. (2003) ont développé un modèle d'impédance pour les résonateurs de Helmholtz, mettant en lumière leur comportement non linéaire sous des niveaux de pression sonore élevés. Leur étude a révélé que ces résonateurs présentent des augmentations de la résistance acoustique dues aux effets de perte de jet et de turbulence dans le col du résonateur, similaires à ceux observés avec un orifice seul.

Par la suite, Zhang & Bodony (2012) ont étudié numériquement le flux acoustique à travers un orifice circulaire soutenu par une cavité hexagonale. Les images instantanées des iso surfaces de vortécité des particules sont présentées à la Figure 1.20 pour quatre simulations avec des amplitudes sonores incidentes allant de 130 à 160 dB à une fréquence fixe de 3000 Hz. À 130 dB, la rotation reste linéaire et confinée à l'orifice. À 140 dB, elle se sépare des parois et forme des vortex stables qui se déplacent, marquant le début du régime non linéaire. À 150 dB, les vortex augmentent en amplitude et subissent des perturbations. À 160 dB, les vortex deviennent instables et turbulents, indiquant un comportement non linéaire accru. Ces résultats par simulation sont similaires à ceux observé expérimentalement par Ingard & Labate (1950) sur des orifices seuls. Zhang & Bodony (2012) ont également montré que, pour une amplitude constante de 130 dB, le régime restait linéaire à 3000 Hz et à 2500 Hz, mais devenait légèrement non linéaire à 2000 Hz et fortement non linéaire à 1500 Hz. Cela indique que les basses fréquences sont plus sensibles aux niveaux sonores élevés que les hautes fréquences.

Ensuite, Achilleos et al. (2016) ont exploré l'absorption parfaite induite par la non-linéarité d'un résonateur de Helmholtz. Ils ont identifié une structure présentant de faibles pertes en régime linéaire. À mesure que le niveau sonore augmente, la résistance acoustique du col s'accroît, ce qui entraîne également une augmentation des pertes. Cela provoque une

augmentation du maximum d'absorption sonore de 135 dB à 165 dB, améliorant ainsi les performances acoustiques sous fort niveau sonore.

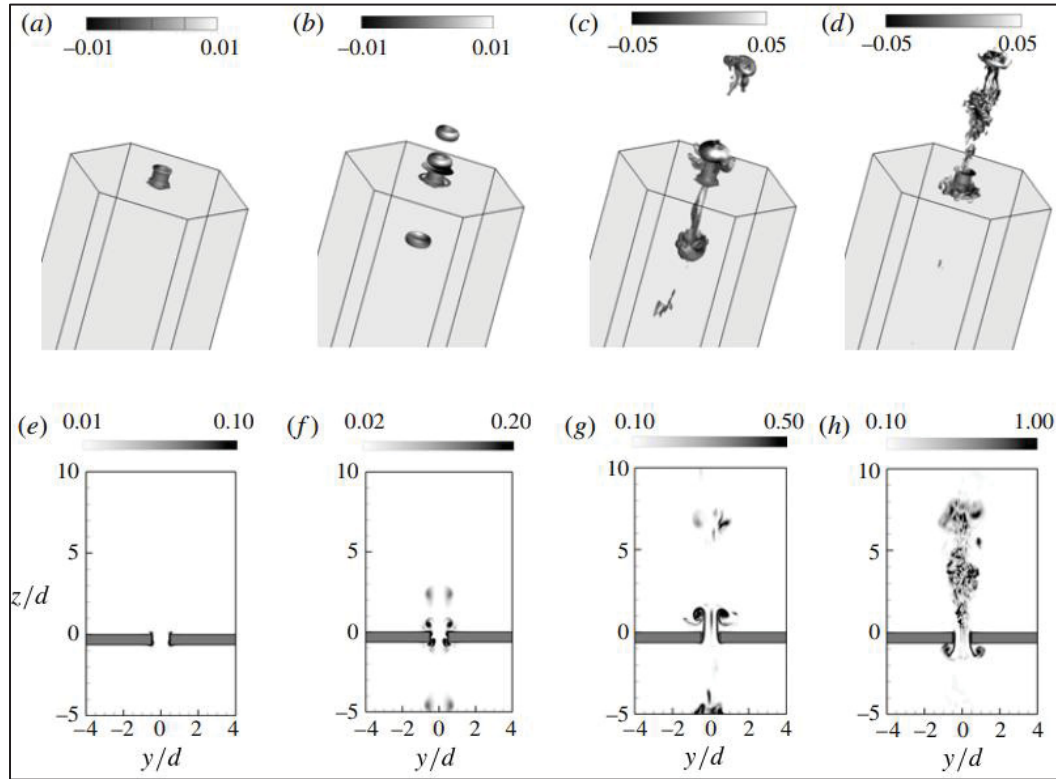


Figure 1.20 Champs de vorticité due à différentes amplitudes sonores incidentes à une fréquence fixe de 3 kHz : (a) et (e) 130 dB, (b) et (f) 140 dB, (c) et (g) 150 dB, (d) et (h) 160 dB, tiré de Zhang & Bodony (2012)

Aussi, Zhu et al. (2022) ont étudié numériquement l'absorption sonore de résonateurs de Helmholtz avec des cols dentelés sous fort niveau sonore. Ils ont observé que les modifications géométriques du col, telles que les dentelures, augmentent significativement la formation de vortex et de turbulences à haute intensité sonore. Cela entraîne une augmentation notable de la dissipation de l'énergie acoustique, améliorant ainsi le coefficient d'absorption sous fort niveau sonore pour des structures qui présentent un faible niveau de pertes en régime linéaire.

### 1.3.4 Structures plus complexes

Récemment, des structures avec des géométries plus complexes ont été étudiées sous fort niveau sonore. Tang et al. (2020) ont analysé l'absorption sonore d'un panneau sandwich combinant des MPP et un noyau hybride alvéolé-corrugué perforé, une géométrie similaire à celle étudiée en régime linéaire par Tang et al. (2017). En combinant des approches analytiques, expérimentales et numériques, ils ont examiné l'effet des niveaux de pression sonore élevés sur les performances d'absorption acoustique. Ils ont montré que les effets non linéaires commencent à apparaître à partir de 90 dB. À mesure que le niveau sonore augmente au-delà de cette valeur, le pic de la courbe d'absorption diminue en amplitude et se déplace vers des fréquences plus élevées.

Ensuite, Sun et al. (2024) ont étudié l'absorption sonore non linéaire dans une structure enroulée, ou labyrinthe, sous haute excitation acoustique. L'approche combine une méthode analytique basée sur le modèle JCAL, des simulations numériques par éléments finis, et des expériences en tube d'impédance. Les résultats numériques et expérimentaux ont révélé que sous des niveaux de pression sonore élevés, des vortex acoustiques se forment aux coins intérieurs des cavités enroulées, convertissant une partie de l'énergie sonore en énergie cinétique, qui est ensuite dissipée par des pertes thermo visqueuses. Les observations montrent que l'augmentation du niveau sonore entraîne une hausse initiale du coefficient d'absorption jusqu'à atteindre l'absorption parfaite, suivi d'une diminution. Les analyses paramétriques indiquent que plus la longueur équivalente totale des cavités est grande, plus l'influence du niveau sonore est réduite.

Également, Zhu et al. (2023) ont étudié une structure multicouche composée d'un pore principal et de différentes cavités de résonateurs de Helmholtz annulaire à haute intensité sonore. Un modèle analytique basé sur la méthode des fluides équivalents JCAL a été établi pour prédire le coefficient d'absorption acoustique de la structure, et a été vérifié par des méthodes FEM et expérimentales. Comme dans les structures vues précédemment, il a été constaté que la résistance acoustique de cette structure augmente avec le niveau sonore en

régime non linéaire. Ils ont également observé que le niveau sonore pour lequel les effets non linéaires apparaissent est plus bas pour les basses fréquences que pour les hautes fréquences. Au finale, la structure proposée, étant faiblement dissipative en régime linéaire, voit son absorption augmenter avec le niveau sonore, atteignant une absorption parfaite à 140 dB.

Après avoir développé un modèle analytique pour décrire le comportement acoustique de l'absorbeur *multi-pancake* proposé par Dupont et al. (2018), Brooke et al. (2020) ont étudié son comportement en régime non linéaire. Ils ont étendu leur modèle en y intégrant une non-linéarité de type Forchheimer, qui prend en compte la dépendance de la résistivité du flux par rapport à la vitesse des particules dans les perforations, variant selon le niveau sonore. Des mesures de résistivité pour différentes tailles de perforation et vitesses ont été effectuées pour alimenter le modèle. Le coefficient d'absorption prédit par ce modèle est fortement influencé par une augmentation du niveau sonore, comme illustré à la Figure 1.21. À basses fréquences, les pics d'absorption diminuent fortement avec l'augmentation du niveau sonore. À des fréquences plus élevées, le coefficient d'absorption devient moins sensible à cette variation. Cependant, aucune validation expérimentale du coefficient d'absorption n'a été réalisée, et le modèle linéaire de base présentait des limites à hautes fréquences.

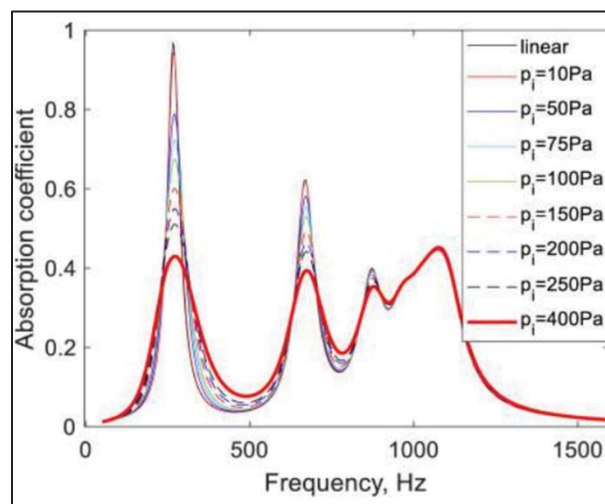


Figure 1.21 Prédictions du modèle du coefficient d'absorption à différentes valeurs de l'amplitude de la pression incidente pour l'échantillon 1 tiré de Brooke et al. (2020)

### 1.3.5 Synthèse

À partir d'un certain niveau sonore, des turbulences et des tourbillons apparaissent autour des orifices ou perforations dans les structures résonantes, rendant leur comportement acoustique non linéaire. Ces effets augmentent la résistance acoustique et, par conséquent, la dissipation visqueuse de ces structures. Cette augmentation des pertes peut accroître ou diminuer le coefficient d'absorption en fonction du niveau de pertes de la structure en régime linéaire. Si la structure est déjà trop dissipative, le coefficient d'absorption baisse avec l'augmentation du niveau sonore. En revanche, si elle est faiblement dissipative, le coefficient d'absorption augmente jusqu'à atteindre une absorption parfaite, puis diminue ensuite. Il est également notable que plusieurs études observent que les effets non linéaires sont plus marqués à basses fréquences qu'à hautes fréquences.

Plusieurs modèles analytiques ont été développés pour prédire le comportement des structures sous fort niveau sonore. Cependant, la plupart de ces modèles nécessitent des données supplémentaires, telles que l'évolution de la résistivité en fonction de la vitesse, obtenues par des simulations ou des mesures expérimentales. Bien que ces modèles permettent de mieux comprendre et de prédire les modifications des propriétés acoustiques en fonction du niveau sonore, leur développement reste très complexe. Actuellement, il manque des outils simples pour anticiper et prédire l'évolution des propriétés acoustiques de ces absorbeurs lorsqu'ils sont soumis à de fort niveaux d'excitation acoustique. Cela pourrait aider à la conception rapide de structures avec des propriétés améliorées dans ce type d'environnement. La quantification des pertes visqueuses aux résonances et leur évolution sous fort niveau sonore semblent être des éléments clés pour le développement d'un tel outil.

## CHAPITRE 2

### PROJET DE RECHERCHE

#### 2.1 Objectifs

L'objectif principal de projet de recherche est de développer un concept de métamatériau compact capable d'absorber efficacement les sons sur une large gamme de fréquences et adapté à différents niveaux d'excitation acoustique.

Cet objectif principal se décline en deux sous-objectifs spécifiques : (1) développer le métamatériau pour des niveaux d'excitation acoustique faibles impliquant un comportement linéaire, et (2) adapter ce métamatériau pour des niveaux sonores élevés, correspondant à des régimes de comportement non linéaires.

Ces objectifs incluent plusieurs étapes clés : modéliser le métamatériau, mener des études paramétriques, approfondir la compréhension des phénomènes physiques en jeu, et optimiser la conception géométrique. La fabrication de prototypes et la réalisation de tests expérimentaux font également partie des objectifs, afin de valider les performances du métamatériau.

#### 2.2 Plan de recherche

Pour atteindre ces objectifs, ce projet de recherche propose de s'appuyer sur le métamatériau absorbant *multi-pancake* développé par Dupont et al. (2018). Malgré sa faible épaisseur de seulement 31 mm, cette structure présente de nombreux pics d'absorption en basse et moyenne fréquence grâce à ses résonances couplées. Ce métamatériau acoustique est constitué de multiples cavités annulaires très fines et d'une perforation principale. Il est proposé de faire varier le profil de cette perforation pour améliorer l'absorption et élargir le domaine d'efficacité, permettant ainsi de passer d'un matériau efficace uniquement à certaines fréquences (pour des excitations acoustiques tonales) à un matériau performant sur une large

bande de fréquences (pour traiter des excitations acoustiques multi-tonales ou à large bande de fréquences).

L'analyse des différents phénomènes présents pour divers profils de perforation permettra de mieux comprendre le comportement acoustique de la structure. Des profils de trou noir acoustique seront notamment étudiés avec différents rayons de perforation au début et à la fin de la structure, ainsi que leur profil de décroissance avec l'épaisseur. Une attention particulière sera portée sur l'influence des cavités fines latérales en fonction de leur position dans le profil, afin de comprendre leur impact et d'en tirer avantage. Tout cela permettra de déterminer les paramètres géométriques optimaux pour une absorption large bande sur plusieurs plages de fréquences.

En outre, cette analyse approfondie du comportement acoustique à un niveau sonore linéaire fournira une base solide pour étudier les effets à des niveaux sonores plus élevés. Un outil rapide pour quantifier le niveau de pertes des différentes résonances en régime linéaire pourra être utilisé. En complément d'une compréhension de l'influence de ces effets, cet outil permettra de déterminer rapidement des profils de perforation capables de maintenir, voire d'améliorer, l'absorption en régime non linéaire.

### 2.3 Structure du document

Cette thèse s'articule autour de trois articles scientifiques publiés ou soumis dans des revues scientifiques révisés par des pairs.

Le CHAPITRE 3 est un article publié dans la revue « *Applied Acoustics* » intitulé « *Thin metamaterial using acoustic black hole profiles for broadband sound absorption* ». Un modèle analytique, basé sur la formulation des matrices de transfert, est proposé pour prédire les propriétés acoustiques du métamatériau *multi-pancake* avec divers profils de pore principal. La structure est fabriquée par assemblage de cellules usinées, conçues pour minimiser les fuites. La validation est effectuée par des mesures dans un tube d'impédance ainsi que par des

simulations en éléments finis (FEM). L'étude propose d'acquérir une compréhension approfondie de l'influence (i) du rayon du pore principal à l'entrée et à l'arrière de l'échantillon sur le comportement acoustique, ainsi que (ii) du profil des pores principaux suivant l'épaisseur. Cette connaissance permet de concevoir un profil de pore principal de type trou noir acoustique, aboutissant à une valeur élevée du coefficient d'absorption sur une large gamme de fréquences. Néanmoins, cela n'est obtenue qu'à des fréquences relativement hautes (au-delà de 1500 Hz avec une structure d'épaisseur totale de 3 cm composée de 15 cellules fines).

Le CHAPITRE 4 est un article publié dans la revue « *Applied Acoustics* » intitulé « *Low-frequency absorption band in a thin acoustic metamaterial using acoustic black hole termination* ». Cette étude se concentre sur l'analyse de profils de pore principal combinant une section constante et une terminaison en trou noir acoustique pour obtenir une absorption efficace en basses fréquences sur une bande de fréquences relativement large. Un modèle masse-ressort équivalent avec une rigidité unique pour la section de pore principal constant est proposé, simplifiant la modélisation et améliorant le temps de calcul tout en capturant les multiples résonances du métamatériau. La réduction des derniers pores principaux pour former une terminaison en trou noir acoustique permet de décaler les pics d'absorption vers les basses fréquences, grâce au couplage entre les différentes sections de la structure. Par la suite, des profils optimisés ont été déterminés, offrant une bande d'absorption à des fréquences plus basses que celles d'un profil de trou noir acoustique complet pour une même épaisseur.

Le CHAPITRE 5 est un article publié dans la revue « *Applied Acoustics* » intitulé « *Experimental analysis of metamaterial with improved high sound levels absorption using complex frequency plane* ». Cette étude propose d'utiliser la représentation du coefficient de réflexion dans le plan des fréquences complexes pour quantifier les pertes d'un métamatériau à des niveaux sonores linéaires et prédire l'évolution en amplitude des pics d'absorption à des niveaux sonores élevés. Des métamatériaux multi-résonants avec un profil de pore principal constant sont sélectionnés pour présenter des résonances avec divers niveaux de pertes. Des mesures dans un tube d'impédance à haut niveau sonore valident les évolutions attendues du

coefficient d'absorption. Ensuite, un trou noir acoustique est étudié, identifiant une structure avec deux pics d'absorption à basse fréquence augmentant avec le niveau sonore et une absorption acoustique sur une bande de fréquence large peu sensible aux niveaux sonores élevés.

## 2.4 Collaborations et contributions

Ce travail de recherche fait partie d'un projet plus large sur les métamatériaux acoustiques, impliquant plusieurs personnes. En plus de M. Thomas Dupont et M. Olivier Doutres, tous deux directeurs de cette thèse, les autres co-auteurs de l'article dans lequel l'absorbeur *multi-pancake* a été présenté (Dupont et al., 2018) ont également été impliqués dans les travaux de recherche et la rédaction des études présentées : Mme Olga Umnova et M. Philippe Leclaire pour les chapitres 3 et 5, et M. Raymond Panneton pour le chapitre 4. De plus, M. Maël Lopez, étudiant au doctorat à l'École de technologie supérieure sous la supervision de M. Thomas Dupont et de M. Raymond Panneton, a activement collaboré aux travaux de recherche du chapitre 4 et il est co-auteur de l'article associé à ce chapitre.

Il est également à noter que des résultats préliminaires de ces travaux ont été présentés lors des congrès scientifiques de la Semaine canadienne de l'acoustique 2021 (*Acoustics Week in Canada 2021*, AWC21) et du Symposium des métamatériaux acoustiques 2022 (*Symposium on Acoustic Metamaterials 2022*, SAM 2022), avec les mêmes co-auteurs.

## CHAPITRE 3

### THIN METAMATERIAL USING ACOUSTIC BLACK HOLE PROFILES FOR BROADBAND SOUND ABSORPTION

Gauthier Bezançon<sup>1</sup>, Olivier Doutres<sup>1</sup>, Olga Umnova<sup>2</sup>, Philippe Leclaire<sup>3</sup>, Thomas Dupont<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Département de Génie Mécanique, École de technologie supérieure,  
1100 Notre-Dame Ouest, Montréal, Québec, H3C 1K3, Canada

<sup>2</sup> Université de Salford, 43 Crescent, Salford M5 4WT, Royaume-Uni

<sup>3</sup> DRIVE – ISAT, Université de Bourgogne, 49 Rue Mademoiselle Bourgeois,  
58027 Nevers, France

Article publié dans la revue « Applied Acoustics », volume 216, article 109744, janvier 2024  
DOI : 10.1016/j.apacoust.2023.109744

#### 3.1 Abstract

The *multi-pancake* absorber is a thin acoustic metamaterial composed of periodically arranged thin annular cavities separated by the plates and connected by a main pore, enabling low frequency sound absorption. However, with a constant main pore radius, this structure exhibits tonal absorption behavior characterized by narrow peaks with varying amplitudes due to an imbalance in losses between the modes. This work investigates a geometric variation of the main pore, focusing on the designs with a gradually decreasing radius known as acoustic black hole profiles, to achieve broadband absorption. An analytical model based on the transfer matrix approach and lumped elements is proposed to predict the acoustic properties. Validation is conducted through thermo-visco-acoustic finite element simulations and impedance tube measurements. Multiple main pore profiles are investigated and the complex frequency plane representation is used to improve the balance of losses. An understanding of the influence of the main pore radius at the entrance and backing of the sample, allows design of a decreasing

main pore radius profile that results in a high absorption coefficient value across a broad frequency range. Non-linear decreasing main pore profiles can be used, if necessary, to accentuate losses and achieve absorption peaks of similar amplitude.

### **3.2 Introduction**

Acoustic absorbers are essential for managing and reducing noise in various environments including offices, concert halls, industrial facilities, or transportation. Porous and fibrous materials are commonly used as conventional passive treatments for noise control due to their effective acoustic absorption properties (Allard & Atalla, 2009; Cao et al., 2018). In order to achieve efficient absorption in a particular frequency range, it is recommended to consider a hard-backed material slab with thickness that is greater than the quarter of the largest wavelength. This means that a substantial material thickness is required for effective broadband absorption especially at low frequencies. Moreover, the flammability of most porous and fibrous materials renders them unsuitable for use in harsh environments like engines or reactors. Furthermore, certain types of foam can present hygiene and health risk as they release particles during use. Additionally, conventional reactive materials like simple resonators (Zwikker & Kosten, 1949; Ingard, 1953) can absorb sound of various frequencies with an adequate cavity air volume, but they typically exhibit a single, narrow absorption peak.

In recent years, extensive research has been conducted on artificial materials designed to possess unusual acoustic properties, also known as acoustic metamaterials. They generally have periodic structure and are capable of interacting with sound waves in a controlled manner, allowing them to be used for absorption, transmission, and acoustic focusing. Liao et al. (2021) have conducted a thorough literature review, offering a comprehensive survey and classification of the latest research advancements in the field of acoustic metamaterials. Numerous metamaterial structures, such as periodic arrays of quarter-wavelength resonators (Groby et al., 2015), Helmholtz resonators (HR) (Jiménez et al., 2016; Jiménez et al., 2017a), labyrinthine cavities (Zhang & Hu, 2016), and honeycomb cells (Peng et al., 2018), have been investigated for acoustic absorption. These metamaterials employ configurations of individual

cavities, where each absorption peak corresponds to the resonance of a specific cavity. The resonances of the cavities are therefore not (or weakly) coupled. This characteristic allows for precise control of the absorption peaks by manipulating the geometric parameters of the corresponding cavity. However, as a consequence, these metamaterials tend to be relatively thick, wide, or exhibit a small number of cavities, resulting in limited number of absorption peaks.

Leclaire et al. (2015) have studied a metamaterial with a main perforation containing periodically spaced dead-end pores. At low frequencies, the presence of a periodic lattice of dead-end pores increases the effective compressibility of the metamaterial without modifying the effective dynamic density. This induces a decrease in the effective sound speed leading to the appearance of multiple absorption peaks at low frequencies. Based on this work, Dupont et al. (2018) have proposed a thin acoustic metamaterial, called *multi-pancake* absorber, with improved properties. This absorber is composed of periodically spaced identical annular plates separated by very thin annular cavities, also called “pancake cavities”. This metamaterial exhibits numerous coupled resonances. This design enables the development of materials only a few centimeters thick with several absorption peaks ranging from a few hundred hertz to several thousand hertz. Using an effective fluid model, Brooke et al. (2020) have derived an analytical expression for the absorption peak value and the frequency of the first resonance of this metamaterial, relating them to the geometrical parameters of the structure. Kone et al. (2021) have proposed a variation of this geometry with a non-centered main pore to improve low frequency absorption. However, *multi-pancake* absorbers have relatively narrow absorption peaks and not all of them with high peak values, which may be relevant for attenuation of tonal sounds but not for the broadband ones. Nevertheless, in the metamaterial proposed by Dupont et al. (2018), the geometry of the main pore profile could be modified along the material thickness to improve the acoustic performance.

Sound absorbers with property gradients, such as acoustic black holes (ABH), have gained attention in the past few years. Mironov & Pislyakov (2002) have studied a structure comprised a series of circular annular plates, periodically spaced with a main pore radius gradually

decreasing from the front to the back of the sample. This geometry induces a progressive decrease of the wave speed through the structure leading to the reduction or even the suppression of the reflected acoustic waves. Later, El Ouahabi et al. (2015) have experimentally studied ABH structures with a linearly and quadratically decreasing main pore profile. Deaconu et al. (2018) have numerically studied different mufflers using ABH principle with various design. Using finite element simulations and experiments, Zhang & Cheng (2021) have proposed a structure combining ABH and microperforated plates. Guasch et al. (2017) have used a transfer matrix model to predict the reflection coefficient of an ABH composed of annular plates and cavities, but the matrix segmentation developed for large air cavities may not be suitable for very thin ABHs with thinner cavities. Then, Mironov and Pislyakov (2020) proposed a continuous analytical model to calculate the acoustic properties of their ABH. More recently, Umnova et al. (2023) have developed a semi-analytical equivalent fluid model for a material combining ABH features and losses in the lateral cavities and the main pore. They demonstrated that a high absorption coefficient value can be obtained for a wide range of frequencies. They studied in details the influence of the ABH overall thickness, as well as those of the cavities. The absorption at lower frequencies is due to resonances along the structure, called global resonances, while sound absorption at higher frequencies is due to resonances of the cavities, called local resonances. Additionally, it is shown that a thin resonant cavity behaves like a rigid wall beyond its resonance frequency. Thus, the high frequency limit of the absorption range is determined by the resonance frequency of the first cavity at the front of the material. This conclusion is in line with Mironov & Pislyakov (2002) who considered only the frequencies below the resonances of the cavities. While materials with ABH profiles are effective for broadband absorption, they often contain numerous relatively large cavities (several millimeters wide) resulting in considerable overall thickness. Therefore, ABH profiles with the geometry of the metamaterial proposed by Dupont et al. (2018) holds potential for creating a broadband material with very low thickness. Furthermore, investigating the global and local resonances, as well as sound propagation, in such a metamaterial, as was done by Umnova et al. (2023), can enhance the understanding of its acoustic behavior. Moreover, this can provide insights into the frequency limitations of absorption by materials with similar main perforation profiles but composed of fewer cells. Furthermore, a parametric analysis of the

central perforation profile effect on the absorption coefficient would be useful for its improvement.

Various quantities were used to analyze acoustic metamaterials, such as the absorption coefficient, the wave speed along the material, or the pressure distribution at given frequencies. Romero-García et al. (2016) proposed an approach based on the analysis of the complex frequency plane representation to achieve perfect absorption by manipulating the absorption peaks of a resonant material. The technique allows visualizing whether a mode has insufficient or excessive loss, thus making it possible to balance it for achieving perfect absorption at the corresponding absorption peak. Starting from a material composed of two HRs in series and visualizing the complex frequency plane representation to add additional resonators one by one, Jiménez et al. (2017b) have designed a rainbow-trapping absorbers with a perfect broadband sound absorption. The final panels were composed of a pseudo-periodic array of HRs with graded dimensions. The dimensions of each cell control the corresponding absorption peak, thus arranging them tightly together forms a frequency band of high absorption coefficient. However, this implies that the resonances are not (or weakly) coupled, which may not be an optimal use of the material volume. Nevertheless, this work highlights the usefulness of the complex frequency plane representation as a tool for analyzing the effect of losses on the local resonances in metamaterials and better understanding how to balance these losses to improve absorption.

This paper aims to improve the acoustic absorption of the thin *multi-pancake* metamaterial proposed by Dupont et al. (2018) through the incorporation of an ABH main pore profile to achieve broadband absorption. In this metamaterial, the resonance modes are coupled with each other, resulting in reduced material volume. The global and local resonances are analyzed for understanding the acoustic behavior. Additionally, the complex frequency plan representation is used to provides a distinctive approach for enhanced comprehension and design of this innovative multi-resonant structure.

The paper is organized as follows. In section 3.3, the metamaterial structure is described and an analytical model is developed based on a transfer matrix formulation and lumped elements for the annular cavities. Then, the numerical finite element model is presented and the manufacturing of the sample is detailed. The analytical model is then verified against numerical simulations and validated against measurements in section 3.4.1. As a first step, an analysis of a structure with a constant main pore profile is developed thanks to the complex frequency plane representation and presented in section 3.4.2. Subsequently, in section 3.4.3, the acoustic behavior of metamaterials with a decreasing or increasing main pore radius is described with regard to the local resonances of the thin cavities. Then, section 3.4.4 details a parametric analysis of ABH profiles based on the insights gained from the previous sections, for linear and non-linear decreasing profiles of the main pore radius. Finally, broadband ABHs are proposed and presented in section 3.4.5.

### 3.3 Material and methods

#### 3.3.1 Material

The proposed metamaterial (see Figure 3.1) is composed of  $N = 15$  pseudo-periodic unit cells (PPUC), each consisting of a main pore and a thin cylindrical cavity called here “full cavity”. The thickness of each main pore is  $h_{mp} = 1$  mm and the thickness of each full cavity is  $h_{cav} = 1$  mm. The total thickness of the material is therefore  $L = 31$  mm, including the last plate which serves as a rigid termination. The overall geometry is cylindrical with a radius of  $R_{samp} = 22.2$  mm. The external radius of all the cavities is  $R_{cav} = 21$  mm. These geometrical parameters will remain constant throughout this study and have been chosen to be consistent with the geometry previously investigated in a previous paper (see sample *B* in (Dupont et al., 2018)).

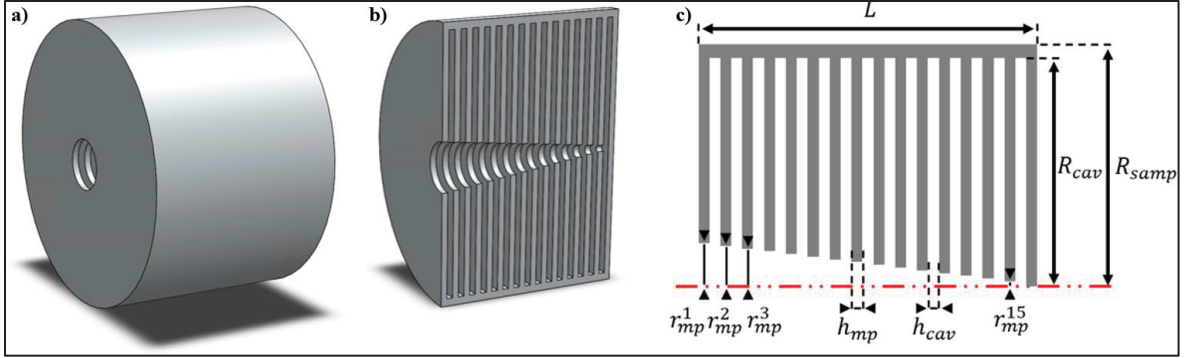


Figure 3.1 Visualization of the proposed metamaterial: a) 3D global, b) 3D cross-sectional and c) 2D cross-sectional view of the metamaterial with a defined profile such as  $r_{mp}^1 = 4$  mm,  $r_{mp}^{15} = 0.5$  mm and  $p = 1$

The variable parameters in this work are limited to the 15 main pore radii  $r_{mp}^i$  with  $i$  ranging from 1 to  $N = 15$ , that can be controlled all at once through a profile function. To characterize continuous profiles along the material thickness, the radius of the  $i^{th}$  main pore  $r_{mp}^i$  is defined as a function of the radius of the first main pore  $r_{mp}^1$ , of the last main pore  $r_{mp}^{15}$ , and of a parameter  $p$  that controls the rate of radius variations along the thickness of the material:

$$r_{mp}^i = r_{mp}^1 - (r_{mp}^1 - r_{mp}^{15}) \left( \frac{i-1}{N-1} \right)^p \quad (3.1)$$

Therefore, for a constant radius profile  $p = 0$  and  $r_{mp}^i = r_{mp}^1$  and for a linear profile  $p = 1$ .

### 3.3.2 Analytical Model

This section presents an analytical model developed using the transfer matrix formulation and lumped elements, called transfer matrix model (TMM) hereinafter. It is based on the model employed by Dupont et al. (2018) but further adapted to account for non-constant profiles of the main pore. The adaptation of the model is thus mainly achieved by determining the characteristics of the common volumes (referred to as the "common pore" in (Dupont et al., 2018) as detailed in the following. The metamaterial is divided into several layers which are each describe by a 2 by 2 matrix linking acoustic pressure and velocity on each side of the

layer. The transfer matrix method is valid when the plane wave condition is satisfied which corresponds to  $f < 4\,200$  Hz in a cylindrical tube with a radius of  $R_{samp} = 22.2$  mm.

The material is composed of a succession of PPUC, each consisting of a main pore (subscript  $mp$ ) and a full cavity (subscript  $F\_cav$ ) represented by transfer matrices  $T_{mp}^i$  and  $T_{F\_cav}^i$ . The transfer matrix of the material slab is given by:

$$T_{mat} = \prod_{i=1}^N T_{mp}^i T_{F\_cav}^i \quad (3.2)$$

with  $N = 15$  the number of PPUC.

The main pores are cylinders with thickness  $h_{mp}$  and circular cross section radius  $r_{mp}^i$ . They are identified as effective fluids with the parameters  $(k_{mp}^i, Z_{mp}^i)$  given by the JCAL model detailed in (Allard & Atalla, 2009). Thus, the thermal and the viscous characteristic lengths are equal to the radius  $r_{mp}^i$ , the static flow resistivity is defined as  $8\eta/(r_{mp}^i)^2 \phi$  with  $\eta$  the dynamic viscosity of air,  $\phi$  the open porosity equal to 1, and with the tortuosity equal to 1. The expression of a transfer matrix of a cylindrical pore  $T_X(h_X, k_X, Z_X)$  is given in the Annexe 1.a, so that  $T_{mp}^i = T_X(h_{mp}, k_{mp}^i, Z_{mp}^i)$ .

As shown in see Figure 3.2, the “full cavities” (dotted black outline area) are composed of an annular cavity (green area) and a common volume corresponding to the continuation of the main pores at the center of the cavity (white area). The thin annular cavities are modeled as lumped elements, detailed in the following. To account for the difference in main pore radius between cavities  $i$  and  $i + 1$ , it is suggested to partition each full cavity matrix  $T_{F\_cav}^i$  into two cylindrical common pore matrices  $T_{com}^i$  and  $T_{com}^{i+1}$ , an annular cavity matrix  $T_{A\_cav}^i$  defined through a lumped element and two matrices of sudden area discontinuities  $T_{sect,1}^i$  and  $T_{sect,2}^{i+1}$ :

$$T_{F\_cav}^i = T_{com}^i T_{sect,1}^i T_{A\_cav}^i T_{sect,2}^i T_{com}^{i+1} \quad (3.3)$$

with  $T_{A\_cav}^i$  a point matrix representing the annular cavity, and  $T_{sect,1}^i$  and  $T_{sect,2}^{i+1}$  account for the continuity of pressures and velocities between the junction of the two common pores and the annular cavity. All these three matrices correspond to element with zero thickness. A

verification study of the analytical model with finite element results has shown that this intuitive segmentation, with the  $T_{A\_cav}^i$  matrix positioned at the center of the element and section changes around it, is more suitable for this metamaterial with thin cavities. This contrast with other possible segmentations, such as the one used by Guasch et al. (2017) with the  $T_{A\_cav}^i$  matrix and section change positioned at the end of the element.

The presence of two common pores ( $T_{com}^i$  and  $T_{com}^{i+1}$ ) arises from the transition between the preceding ( $T_{mp}^i$ ) and following ( $T_{mp}^{i+1}$ ) main pores within the full cavities. Because  $r_{mp}^i < R_{cav}$ , this transition induces added lengths of the main pores  $h_{add}^i$  at the beginning ( $T_{com}^i$ ) and end ( $T_{com}^{i+1}$ ) of full the cavity, which correspond to the end-effect correction described in (Allard & Atalla, 2009). With the geometric parameters of this study, it is calculated that  $h_{add}^i > h_{cell}/2$ . It is therefore suggested to use matrices of common pores  $T_{com}^i$  with a length of  $h_{cav}/2$  that are joined in the middle of the full cavity with the following one.  $T_{com}^i$  has the same effective fluid parameters as  $T_{mp}^i$ , so  $T_{com}^i = T_X(h_{cav}/2, k_{mp}^i, Z_{mp}^i)$ .

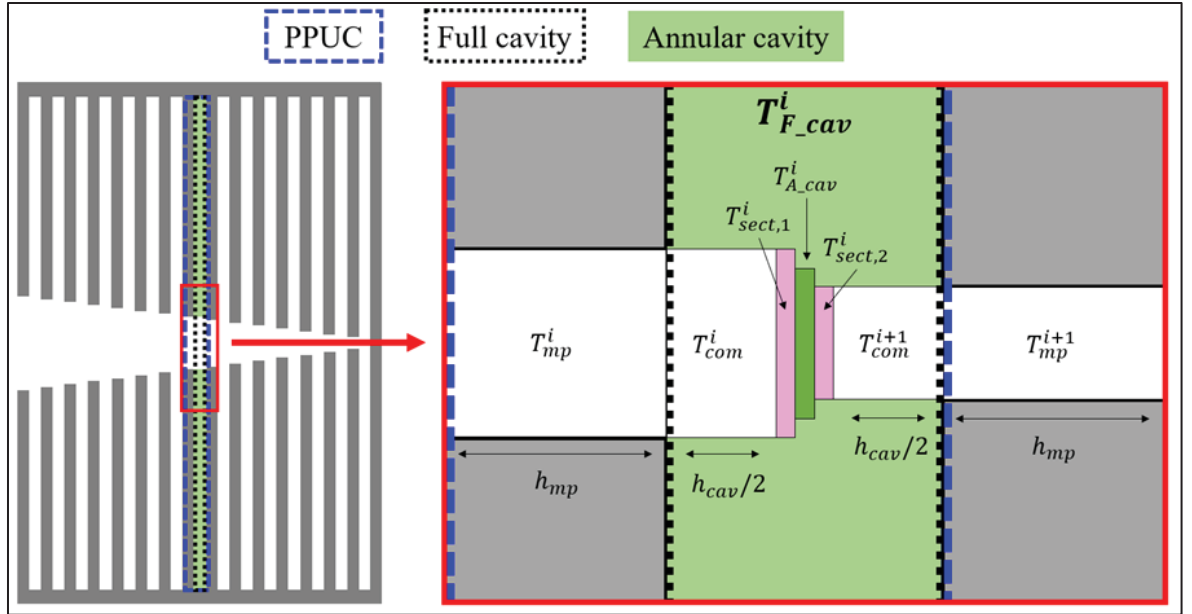


Figure 3.2 Detail of one full cavity surrounded by two main pores of the metamaterial used in the analytical model

The annular cavities are considered as a lumped elements each with a surface impedance  $Z_{S,cav}^i$ , detailed in the following. Dupont et al. (2018) suggest adapting the surface impedance expression of a thin annular cavity from (Dickey & Selamet, 1996) and identifying the cavities as equivalent fluids with wavenumber and characteristic impedance  $(k_{cav}, Z_{cav})$ , given by JCAL model (Allard & Atalla, 2009). As the cavity thickness is much smaller than its radius, the wave propagation is considered radial, thus, the thin annular cavities are identified as slits so that the thermal and the viscous characteristic lengths are equal to  $h_{cav}$ , the static flow resistivity is defined as  $12\eta/h_{cav}^2\phi$  with  $\phi$  the open porosity equal to 1 and the tortuosity equal to 1. Then, the cavity, in green in Figure 3.2, is not completely annular as the central perforation is composed of two successive cylinders with different radii,  $r_{mp}^i$  and  $r_{mp}^{i+1}$ . This volume is however approximated by an annular cavity with outer radius  $R_{cav}$  and inner radius  $r_{in}^i$  defined by arithmetic mean  $r_{in}^i = (r_{mp}^i + r_{mp}^{i+1})/2$  to represent the resonant volume as accurately as possible. Therefore, the expression of the surface impedance of an annular cavity is as follows:

$$Z_{S,A\_cav}^i = jZ_{cav} \frac{H_0^{(1)}(k_{cav}r_{in}^i) - H_0^{(2)}(k_{cav}r_{in}^i) H_1^{(1)}(k_{cav}r_{cav})/H_1^{(2)}(k_{cav}r_{cav})}{H_1^{(1)}(k_{cav}r_{in}^i) - H_1^{(2)}(k_{cav}r_{in}^i) H_1^{(1)}(k_{cav}r_{cav})/H_1^{(2)}(k_{cav}r_{cav})} \quad (3.4)$$

with  $H_a^{(b)}$  the Hankel function of ath order and bth kind. The transfer matrix which accounts for the annular cavity and its connections to the common pore at its center is given by:

$$T_{A\_cav}^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{S,A\_cav}^i} \frac{A_{cav}^i}{A_{int}^i} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

with  $A_{cav}^i = 2\pi r_{in}^i h_{cav}$  the inner cylindrical area of the annular cavity also called ‘‘curtain area’’ in (Dickey & Selamet, 1996), and  $A_{int}^i = \pi r_{int}^{i2}$  its cross-section area.

Transfer matrices for sudden area discontinuities are also used to join the matrices  $T_{com}^i$ ,  $T_{A\_cav}^i$  and  $T_{com}^{i+1}$  which have three different radii. The  $T_{sect,1}^i$  matrix changes from section  $A_{mp}^i = \pi r_{mp}^{i2}$  to  $A_{int}^i$ , and the  $T_{sect,2}^i$  matrix from section  $A_{int}^i$  to section  $A_{mp}^{i+1} = \pi r_{mp}^{i+12}$ . Their expressions are provided in the Annexe 1.a.

The transfer matrix of the total sample with a radius  $R_{samp}$  in the open-open configuration is given by:

$$T_{samp} = T_{sect}^{in} T_{in} T_{mat} T_{out} T_{sect}^{out} \quad (3.6)$$

with  $T_{in}$  and  $T_{out}$  the input and output matrices corresponding to the cylindrical transfer matrices of the end-effect corrections defined in (Allard & Atalla, 2009), and  $T_{sect}^{in}$  and  $T_{sect}^{out}$  corresponding to the transfer matrices for sudden area discontinuities at the input and the output of the sample.

The normal incidence reflection coefficient of the sample backed by a rigid wall as shown in Figure 3.1 and Figure 3.2, is defined using the coefficients of the  $T_{samp}$  matrix:

$$R = \frac{T_{samp,11} - T_{samp,21}Z_0}{T_{samp,11} + T_{samp,21}Z_0} \quad (3.7)$$

with  $Z_0$  the characteristic impedance of the air.

The normal incidence absorption coefficient of this configuration is therefore:

$$\alpha_N = 1 - |R|^2 \quad (3.8)$$

Finally, the impedance of a resonant full cavity is used in the following parts of this study and, assuming zero velocity at matrix output, it can be defined with the coefficient of the  $T_{F\_cav}^i$  matrix as:

$$Z_{F\_cav}^i = \frac{T_{F\_cav,11}^i}{T_{F\_cav,21}^i} \quad (3.9)$$

### 3.3.3 Numerical Model

This section details the numerical model used to verify the proposed analytical model. A Finite Element Model (FEM) is implemented using the commercial software COMSOL Multiphysics® v. 5.6. The material is modeled within a cylindrical impedance tube to conduct virtual measurements and the absorption coefficient under normal incidence is obtained using the two-microphone method (ISO 10534-2, 1998). To minimize the computational time, a two-

dimensional axisymmetric model is employed, taking advantage of the system's radial symmetry (see Figure 3.3 a) and b)). It is assumed here that the solid walls have infinite rigidity, thereby excluding any consideration of frame vibrations. The simulations are done with a Thermo-Visco-Acoustic (TVA) module which solves the full system of equations of fluid dynamics in the built geometry: the continuity equation, the momentum conservation equation, the energy conservation equation and the linearized equation of state, all recalled in (Kone et al., 2021). The general mesh is made with triangular elements. Thin quadrilateral elements are added to take into account all the boundary layer effects along the walls of the main pores and annular cavities (see Figure 3.3 c) and d)). A mesh convergence analysis has been done to minimize the computation time and ensure the simulations are mesh-independent.

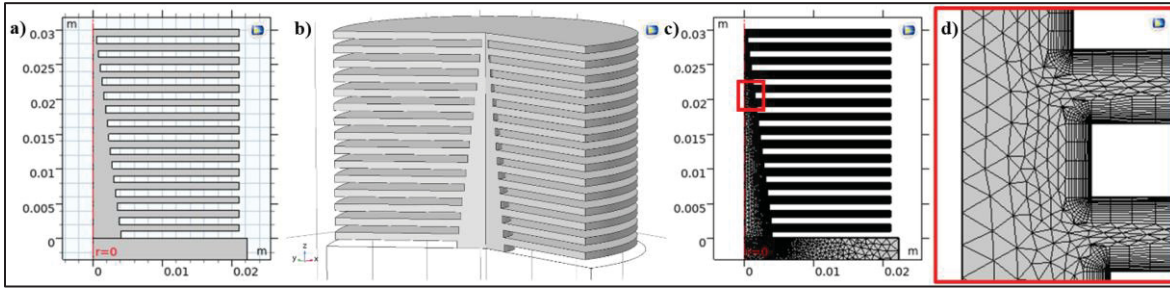


Figure 3.3 Modeling of the material on COMSOL Multiphysics® v. 5.6: a) 2D axisymmetric and b) 3D equivalent representation of the modeled material; c) global view and d) zoom of the used mesh in an axisymmetric 2D view

### 3.3.4 Sample manufacturing and experimental setup

The proposed approach aims to validate the analytical and numerical models through laboratory measurements of sound absorption coefficient of the metamaterial. The sample is designed as an assembly of multiple plates perforated at their center (see Figure 3.4) with cavities between them. The set of plates that have been fabricated allows for building metamaterials with different main pore radius profiles. In order to minimize air leakage, a preliminary study was conducted to optimize the contact point geometry between two successive plates. The metamaterial is made of aluminum alloy 6061 T6 (see Figure 3.4 c)) and manufactured using a machining method with a precision of  $\pm 0.025$  mm for the general

geometry and drill main pore perforations as small as 0.5 mm. Compared to a 3D printing method, machining allows for flatter and smoother surfaces, and it better reproduces designed geometries such as cylindrical main pores, which is crucial as losses are concentrated in those regions.

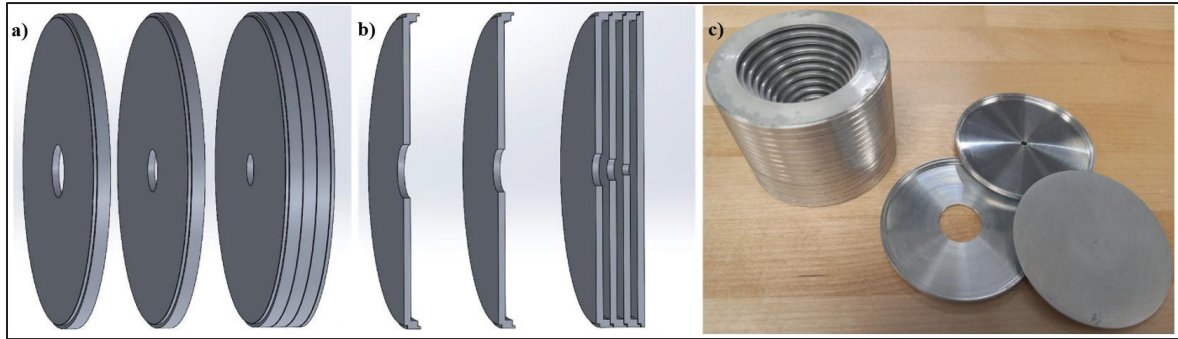


Figure 3.4 Design of the manufactured technical solution: a) 3D global view and b) 3D cross-section of the modelling of single and assembled parts; c) picture of single and assembled parts machined in aluminum

The normal incidence sound absorption coefficient is measured in an impedance tube with a radius  $R_{tube} = 22.22$  mm and the two-microphone method is used (ISO 10534-2, 1998). In order to ensure the presence of plane waves within the tube, the measurements are performed in the frequency range of 100 Hz to 4 200 Hz. The sound pressure excitation is a white noise at 90 dB. Each sample is tested 5 times and each constituent cell is randomly selected from the batch with the desired radius for the purpose of repeatability. The results are presented with the mean value "EXP average" and the range of values "EXP scatterplot".

### 3.4 Results

#### 3.4.1 Validation of the analytical model

The TMM and FEM simulations as well as the measurements of the normal incidence sound absorption coefficient of the metamaterial with constant profile  $r_{mp}^i = 2$  mm  $\forall i \in [1:15]$  are presented in Figure 3.5 a). This material corresponds to sample *B* proposed by Dupont et al.

(2018). The first five absorption peaks have almost identical values and frequencies for the FEM predictions and the experimental results, with the TMM predictions being very close as well. The band gap corresponds to the frequency zone where waves do not propagate. Here, the beginning of the band gap, occurring around 2 500 Hz, is also similar for the TMM and FEM simulation with a slightly lower frequency observed in the experimental data. The good agreement between the TMM and FEM predictions as shown in Figure 3.5 a) suggests that accounting for losses in the "common pore" in the TMM via an equivalent fluid model is relevant. The measurement variability is very small (grey surface) in the whole frequency range of interest suggesting that the PPUC used in the assembly are very similar and that air leakage between the plates is minimal. Interestingly, the acoustic behavior of the sample fabricated in this work is in better agreement with the simulations compared with sample *B* in (Dupont et al., 2018) (see Fig. 7 of this reference) which has the same geometry but was fabricated in ABS with a 3D printing process. This can be attributed to a better control over the geometry, such as more circular main pores, flatter cavity walls, and smoother surfaces. Additionally, air leakage is minimized with well-fitted elements, and vibration effects are reduced within the studied frequency range by using a more rigid plate material.

Figure 3.5 b) shows the sound absorption curves of the metamaterial having a linearly ( $p = 1$ ) decreasing main pore profile from  $r_{mp}^1 = 4$  mm to  $r_{mp}^{15} = 0.5$  mm. The first absorption peak is almost identical for the three curves, but discrepancies can be observed for the following peaks, mainly for the TMM simulations (blue curve in Figure 3.5 b)). These differences may be attributed to the simplified modeling of the end-effect, which assumes common pores of constant thickness and may not fully capture the complexity of the acoustic field in the cavities. However, the average level of the absorption coefficient below 2 700 Hz is very similar among the three curves. It is worth noting that there are fifteen distinguishable absorption peaks in both TMM and FEM simulations, corresponding to the number of resonances in a fifteen-degree-of-freedom system. The beginning of the band gap is similar for the TMM and FEM simulations around 3 250 Hz and occurs at lower frequencies (around 2 900 Hz) in the measurement. The measurement variability is more important above 2 500 Hz, although still satisfactory. Additionally, the measured absorption coefficient is shown to increase around

4 000 Hz which could be attributed to the vibration of the structure. An additional numerical analysis has been carried out to study the influence of plates vibration. The frequency of the first vibrational mode of the annular plates ranges from 5 348 Hz to 5 425 Hz, with a central perforation varying from 0.5 mm to 4 mm. For a plate with no central perforation (the last plate), it is 5 387 Hz. These frequencies were determined using finite element analysis assuming each PPUC is simply supported at this edge. Taking into account that in reality the boundary conditions are more complex, notably with the use of Vaseline to reduce air leakage, the vibration effects could account for the absorption increase around 4 000 Hz.

Furthermore, it is noteworthy that there seems to be a slight shift of the band gap towards lower frequencies in experimental results. This can, in part, be also explained by a structural vibration effect, as previously observed by Umnova et al. (2023) (see Fig. 10 of this reference). In Annexe 1.b, Figure-A 1.b-1 a) and b) present absorption curves of these two profiles either determined numerically (with rigid or elastic walls) and experimentally. It can be observed that considering wall vibration result in a slight shift in absorption towards lower frequencies, which partly accounts for the discrepancy between the models and experimental measurements. Additionally, this might also be attributed to discrepancies between the manufactured samples and the theoretical geometries, with potential machining imperfections and slight defects along the edges of the central perforation due to burr removal.

Despite these differences, the absorption curve, including amplitude, frequency, and the number of peaks, remains consistent and satisfactory across the results. This section validates the TMM model, confirms the suitability of the rigid TVA FEM, and demonstrates the manufactured sample quality. The TMM model will now be used to investigate how variations in the main pore profile impact the acoustic characteristics of the metamaterial.

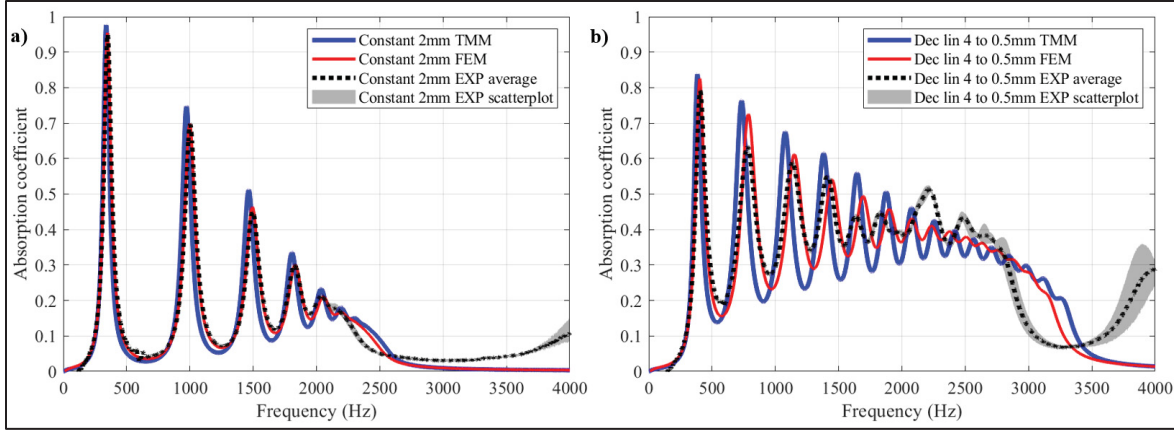


Figure 3.5 Comparison of the absorption coefficient for a) a metamaterial with constant profile  $r_{mp} = 2$  mm and b) a metamaterial with profile decreasing linearly from 4 mm to 0.5 mm according to the TMM, the FEM and experimental results

### 3.4.2 Constant main pore profiles analysis

In this section, the primary focus is on the metamaterial with a constant main pore radius to develop a comprehensive understanding of its effect on the sound absorption peaks. For this purpose, the TMM model, along with the complex frequency plane representation, is employed.

The absorption coefficient of four metamaterials with constant profile are depicted in Figure 3.6 a) namely  $r_{mp} = 1$  mm (green curve),  $r_{mp} = 2$  mm (black curve),  $r_{mp} = 3$  mm (blue curve) and  $r_{mp} = 4$  mm (red curve). The local resonance frequencies of a full cavity for these metamaterials are also denoted by vertical dashed lines (with corresponding colors). These resonance frequencies are calculated from the acoustic impedance of a full cavity (Eq. (3.9)) and correspond to the frequency at which the imaginary part equals to zero. Figure 3.6 a) shows that these resonance frequencies initiate the band gap. However, in the case of metamaterials with non-constant profiles, Umnova et al. (2023) demonstrated that it is the resonance frequency of the first cavity that initiates the band gap. Increasing  $r_{mp}$ , as shown in Figure 3.6 a) always leads to the increases of the first peak frequency. As to the amplitude of the first peak, it first increases from 0.48 (in green) to 0.98 (in black) and then decreases to

0.94 (in blue) and 0.79 (in red). This first peak depends on the global geometric parameter of the metamaterial (Dupont et al., 2018; Brooke et al., 2020) and the perfect absorption (peak value = 1) is reached for  $r_{mp} = 2.25$  mm (not shown here).

The complex frequency plane representation of the reflection coefficient of the metamaterial with  $r_{mp} = 2$  mm is plotted in the background of Figure 3.6 b). The resonances of a system are represented by a pair of poles (local maxima) and zeros (local minima) at the same real frequency (Umnova et al., 2023). In more detail, this is shown for the metamaterial with  $r_{mp} = 2$  mm in Annexe 1.c, Figure-A 1.c-1. Perfect absorption corresponds to a zero positioned on the real frequency axis (imaginary part of frequency = 0). If the zero is positioned below this axis, the losses are too strong to achieve perfect absorption, and conversely, if the zero is above it, the losses are too weak. For this configuration ( $r_{mp} = 2$  mm), solid black markers indicate the first six zeros and are connected together by a dashed line with the corresponding color. The first six zeros of the three other constant profile configurations represented in Figure 3.6 a) are also presented in Figure 3.6 b) and are connected by a dotted line (with corresponding colors). These lines can quantify the equilibrium of losses among the modes. The more horizontal the line, the more balanced the losses of all modes will be and hence the perfect absorption could be reached for all of them. For example, to achieve perfect absorption peaks for the  $r_{mp} = 3$  mm profile (blue markers and dotted line), it is necessary to adjust losses at each mode in different way. The first mode's zero lies slightly above the real frequency axis, so a slight increase in losses is required to attain a perfect absorption peak. Conversely, the second zero, situated slightly below the real frequency axis, would necessitate a slight reduction in losses. Subsequent zeros would require progressively larger reductions in losses. However, it is observed that the dotted lines maintain oblique orientation with a similar angle from  $r_{mp} = 0.5$  mm to  $r_{mp} = 5$  mm for a constant profile, suggesting persistent imbalance in the losses.

An additional observation can be made regarding the size of the color spots shown in Figure 3.6 b). The absorption curve corresponds to the real frequency axis of the complex frequency plane. Therefore, the size of the color spot is directly related to the width of the corresponding

absorption peak. In Annexe 1.c, Figure-A 1.c-2, the complex frequency plane representations are shown for the four constant profiles considered in this section. They show the first zero of each profile, maintaining the same scale, and regions of equal absorption have been added for convenience. It can be observed that as the radius  $r_{mp}$  increases, the size of the color spot around zero also increases (Figure-A 1.c-2), resulting in a broader absorption peak (shown in Figure 3.6 a)).

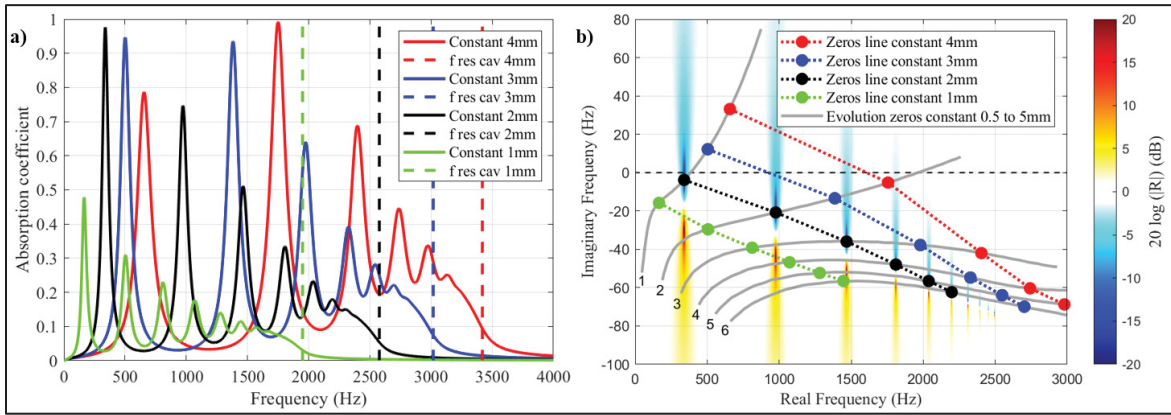


Figure 3.6 a) Absorption coefficient for metamaterials with constant main pore radius and the resonance frequencies of corresponding cavities; b) Complex frequency plane representation of  $20\log(R)$  for metamaterial with  $r_{mp} = 2$  mm and the evolution of the first 6 zeros positions for metamaterials with  $r_{mp}$  ranging from 0.5 to 5.5 mm; positions corresponding to the four metamaterials from a) are marked and connected

Further analysis using different combinations of geometric parameters, including variations in  $h_{mp}$  and  $h_{cav}$  values, while maintaining a constant profile and a periodic metamaterial structure, leads to the same conclusion. Hence, it can be inferred that a constant main pore profile does not allow the perfect absorption at multiple peaks. Therefore, the following sections aim to explore metamaterials with varying profiles of the main pore to effectively enhance absorption across multiple peaks by balancing losses.

### 3.4.3 Continuous variations of the main pore

In this section, multiple continuous profiles of  $r_{mp}$  are studied in order to determine the arrangement for a better absorption over a broad frequency range. Then, the influence of local resonances will be examined to improve the understanding of their influence on the acoustic properties.

First, three metamaterials with decreasing, constant, and increasing main pore profiles are compared (see Figure 3.7 a) and b)). The profiles are linear ( $p = 1$ ) and share a common value for the radius of the first main pore  $r_{mp}^1 = 3$  mm. This ensures that their band gaps start at the same frequency, as described in (Umnova et al., 2023). The decreasing profile exhibits a greater number of absorption peaks at lower frequencies (Figure 3.7 b)). This can be attributed to the enhanced effects of the larger annular cavities as the radius of the main pore decreases, as seen in Figure 3.6 a). This can be attributed to an amplified "dead-end" effect, leading to a lower effective bulk modulus of the air within the material (Leclaire et al., 2015; Dupont et al., 2018). On the other hand, the increasing main pore profile shows only five spaced peaks in its absorption curve.

The resonance frequency of each full cavity as defined using Eq. (3.9) are shown in Figure 3.7 c) and d) (dashed-dotted vertical line). The size of the main pores corresponding to the full cavity directly influences its resonance frequency. In the case of metamaterial with increasing main pore profile (see Figure 3.7 c)), all local resonance frequencies are higher than that of the first full cavity and do not lead to absorption peaks. The few observable absorption peaks are referred to as the "global resonances" of the material in (Umnova et al., 2023) and correspond to resonances along the structure. Conversely, in the case of metamaterial with decreasing main pore radius (see Figure 3.7 d)), the lowest resonance frequency is associated with the 15<sup>th</sup> full cavity, it further increases until reaching the resonance of the first full cavity. All local resonances of the full cavities contribute to the overall absorption of the metamaterial before the band gap. Notably, the absorption peaks in the range of 2 000 Hz and 3 000 Hz are very close together creating a continuous absorption band. Therefore, decreasing profiles enhance

the acoustic performance of the metamaterial by introducing noticeable local resonances giving a more pronounced clustering effect and increased visibility of absorption peaks.

In the following, the effect of the metamaterial geometrical parameters on its acoustic response is investigated. This involves examining the effects of cavities based on their specific positions within the structure. For an ABH profile, Umnova et al. (2023) has shown that beyond a resonant cavity, the equivalent sound speed remains very close to zero, and as a result, wave propagation is strongly limited beyond that cavity. Thus, above this frequency, only the cavities preceding the resonating one will contribute to the absorption. This phenomenon can be illustrated using truncated metamaterials (see Figure 3.7 e and f)). Above the resonance frequency of a cavity within an ABH profile, the absorption coefficient of the truncated metamaterial, becomes equivalent to that of the entire structure. Thus, the subsequent cavities have no influence on the absorption, confirming that the cavity behaves as a rigid wall after its resonance frequency.

Consequently, the last cavity (here the 15<sup>th</sup> cavity) influences the absorption up to its resonance frequency and therefore affects the first few peaks. Conversely, the first cavity will influence the entire absorption range the gap band. This implies that the low frequency absorption peaks are influenced by all the cavities in the metamaterial, while the peaks at higher frequencies are only controlled by the first cavities of the metamaterial. This understanding is used in the following sections to analyze different ABH metamaterial profiles.

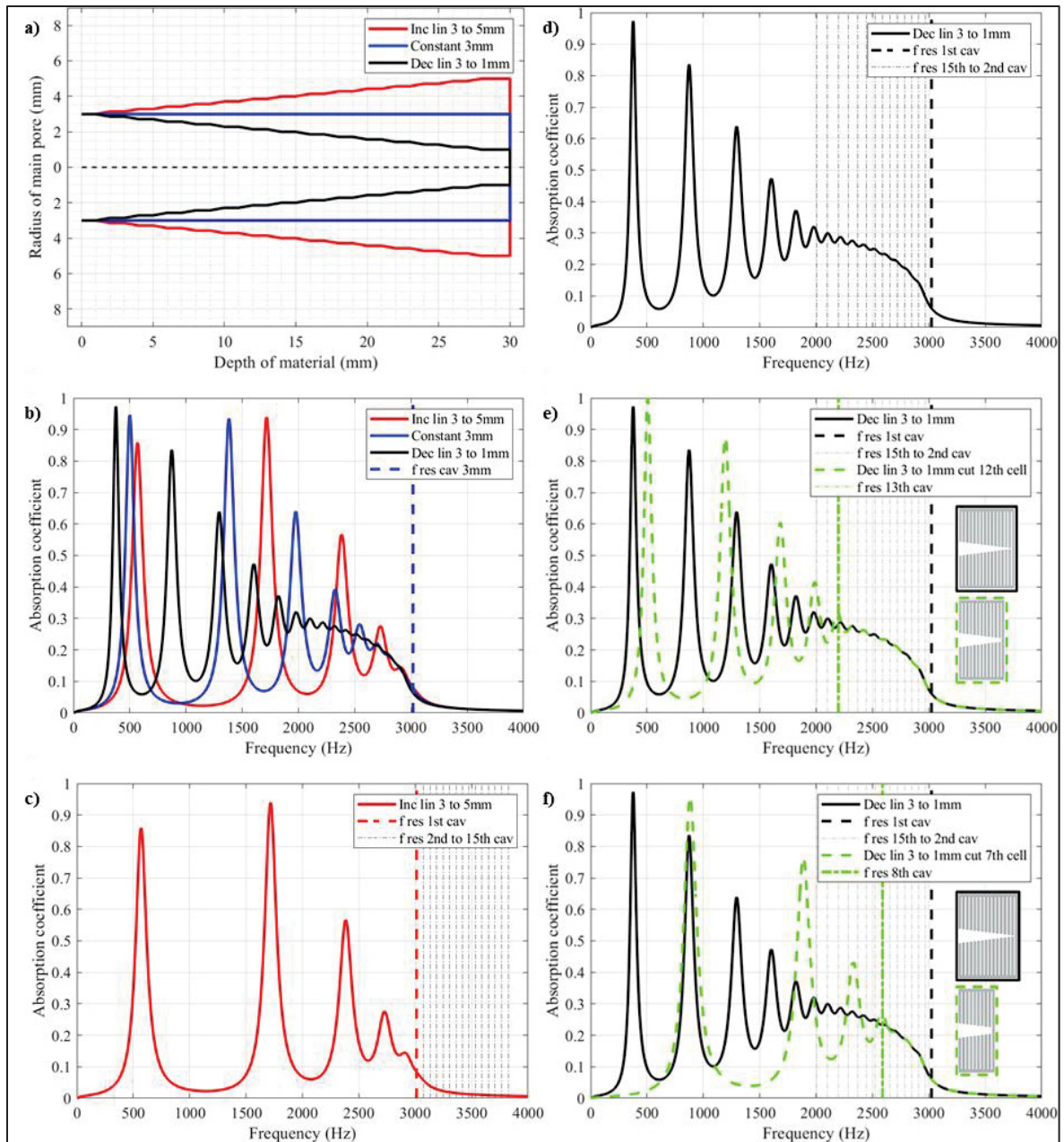


Figure 3.7 a) Dependence of the main pore radius on the depth for three metamaterials with continuous profile, b) their absorption coefficient and the resonance frequency of a cavity with  $r_{mp} = 3$  mm; Absorption coefficient and the 15 resonance frequencies of all their cavities of metamaterial with c) an increasing and d) a decreasing profile; Absorption coefficient for the metamaterial with decreasing profile and the same material truncated after e) the 12<sup>th</sup> or f) the 7<sup>th</sup> cell

### 3.4.4 Parametric study of ABH profiles

In the previous section, it was shown that ABH profiles offer greater potential for enhancing the acoustic performance of the metamaterial, due to the presence of absorption peaks caused by local resonances preceding the band gap. This section presents a parametric study of ABH profiles to further investigate their impact on the acoustic behavior of the metamaterial. First, the analysis focuses on linear decreasing profiles, where the radius of the first main pore is varied, followed by the radius of the last main pore. Subsequently, a parameter characterizing non-linearity of ABH profiles is introduced. The investigation of these three parameters aims at understanding how to achieve a balance of losses among the resonances, for a broadband performance.

#### 3.4.4.1 Linear profiles

A comparative analysis of several metamaterials with linearly decreasing  $r_{mp}$ , while keeping one parameter ( $p$ ) constant, provides insights into the impact of the main pore radii. A linear ABH profile can be fully characterized by the radii values of the first main pore ( $r_{mp}^1$ ) and the last main pore ( $r_{mp}^{15}$ ), corresponding respectively to the maximum and the minimum radii.

First, the influence of the value of  $r_{mp}^1$  is analyzed. Three metamaterials with a linearly decreasing main pore profile are studied with the last cavity fixed at  $r_{mp}^{15} = 1$  mm and the first cavity having  $r_{mp}^1 = 4$  mm,  $r_{mp}^1 = 3$  mm and  $r_{mp}^1 = 2$  mm (see Figure 3.8 a), b) and c)). As expected, the band gap shifts to higher frequencies as the radius of the main pore in the first cavity increases. It influences the resonance frequency of a full cavity, resulting in increased absorption peaks and reduced losses across all modes. The modes exhibit  $20 \log(R)$  zeros below the real frequency axis on the complex plane (see Figure 3.8 c)). To raise them and enhance absorption, loss reduction is necessary. However, balancing losses and aligning all zeros on the same horizontal line is not possible due to the simultaneous impact of the first cavity on all modes. Nonetheless, adjusting the size of the main pore in the first PPUC allows for control of overall loss and the starting frequency of the band gap.

Next, the influence of the smallest pore radius  $r_{mp}^{15}$  in the last PPUC of the metamaterial is analyzed. Three metamaterials with linearly decreasing profiles are compared, with a fixed main pore radius of the first cavity  $r_{mp}^1 = 4$  mm, but different smallest pore radii (see Figure 3.8 d) e) and f)). As expected, the three metamaterials have the same band gap starting frequency due to the constant  $r_{mp}^1$  value. Absorption peaks shift towards lower frequencies as the radius of the last main pore decreases, due to the influence of a larger annular cavity on the reduction of the effective bulk modulus. For example, the metamaterial with the decreasing profile from  $r_{mp}^1 = 4$  mm to  $r_{mp}^{15} = 0.5$  mm exhibits 6 absorption peaks below 2 000 Hz (see blue curve in Figure 3.8 e)), whereas the metamaterial with the decreasing profile from  $r_{mp}^1 = 4$  mm to  $r_{mp}^{15} = 3$  mm has only 2 peaks (see orange curve in Figure 3.8 e)). This behavior is further confirmed by the complex frequency plane representation of the reflection coefficient (see Figure 3.8 f)), where the imaginary frequency of the first zeros decreases as the radius of the last main pore decreases. Additionally, the imaginary frequency of the last zeros is minimally affected by  $r_{mp}^{15}$ , as the last cavities of a metamaterial with a decreasing profile only influence the low frequency modes. Notably, the lines connecting the zeros progressively approach a horizontal position compared to a constant profile, indicating a gradual balancing of losses in the metamaterial.

Therefore, the parameter  $r_{mp}^1$  controls the lower band gap boundary, the frequency position of absorption peaks, and the level of losses across all modes. Conversely, reducing  $r_{mp}^{15}$  helps in balancing losses by increasing them for the first modes and simultaneously making resonance frequencies lower. However, for the profiles considered in this study, this approach proved insufficient to achieve complete loss balancing. Additionally, it should be noted that  $r_{mp}^{15}$  cannot be reduced below 0.5 mm due to manufacturing process limitations.

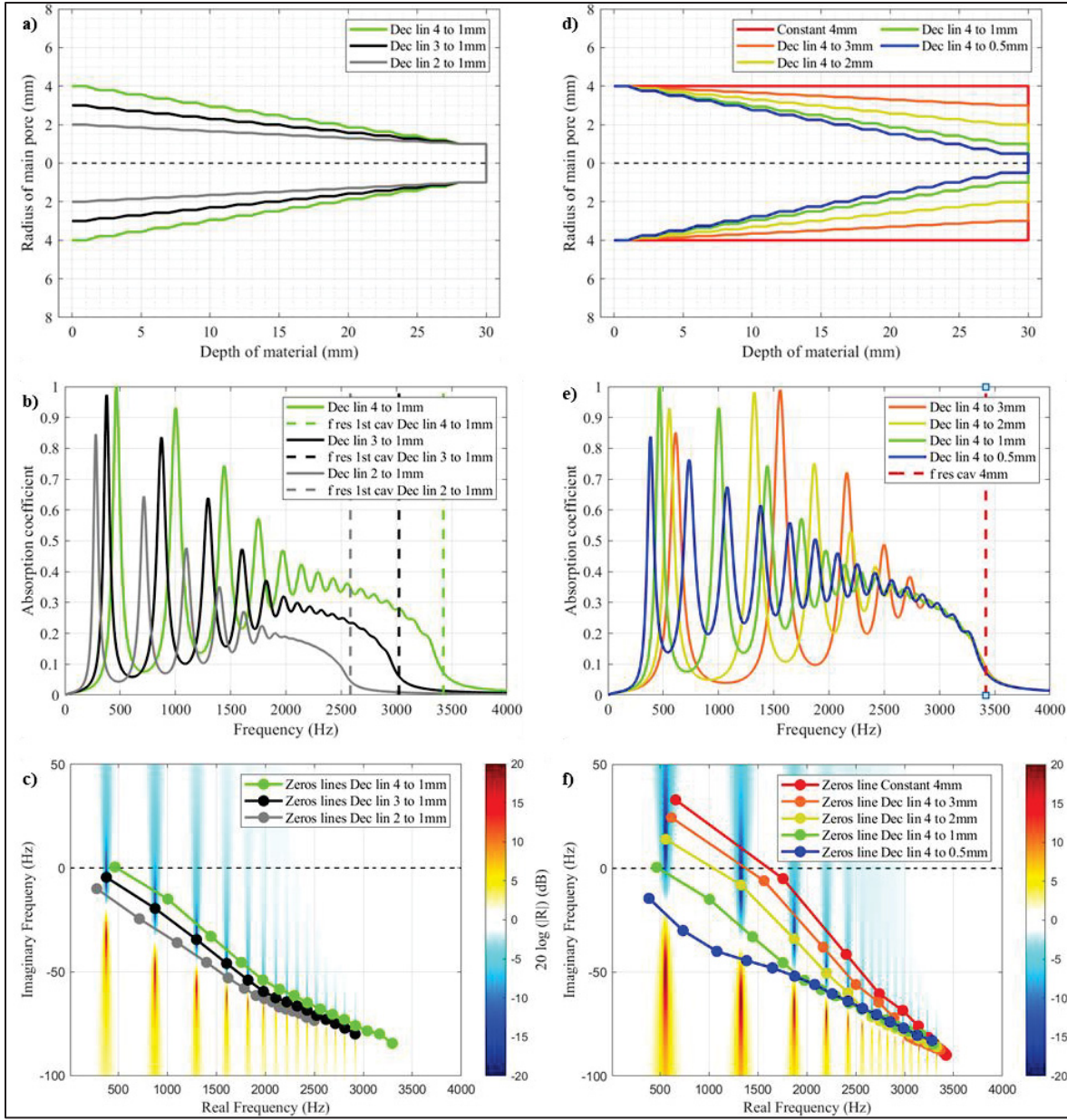


Figure 3.8 a) Dependence of the main pore radius on the depth for three metamaterials with decreasing profile with various first radii, b) their absorption coefficient and the resonance frequency of their first cavity and c) the complex frequency plane representation of  $20 \log(R)$  (corresponds to black line in b)) with the positions of the 15 zeros for the three metamaterials marked and connected; d) Dependence of the main pore radius on the depth for five metamaterials with decreasing profile with various last radii, e) absorption coefficient for four of them and the resonance frequency of the  $r_{mp} = 4$  mm cavity and f) the complex frequency plane representation of  $20 \log(R)$  (corresponds to yellow line in e)) with the positions of the 15 zeros for the five metamaterials marked and connected

### 3.4.4.2 Non-linear profiles

In this section, non-linearly decreasing profiles of the main pore radius are studied to accentuate loss balancing among the modes and reach perfect absorption for a maximum number of absorption peaks. For this purpose, the parameters  $r_{mp}^1$  and  $r_{mp}^{15}$  are kept constant, with only the parameter  $p$  in Eq. (3.1) being varied. Shown in Figure 3.9 a), the  $p = 2$  profile (see red curve), is characterized by a slow decrease at the beginning and a rapid decrease towards the end of the metamaterial. The  $p = 1$  profile (see blue curve) is a linear profile investigated in the previous section. The  $p = 0.5$  profile (see green curve) exhibits a rapid decrease at the entrance of the metamaterial and a slower decrease towards the end. In Figure 3.9 b), the amplitude of absorption peaks at low frequencies increases with  $p$ , while the peaks at medium frequencies remain unchanged (see red curve). Conversely, decreasing  $p$  (see green curve) mainly impacts the peaks at low frequency. These observations are a result of the simultaneous alteration of losses in all cavities due to the modification of  $p$  in the profile. The low frequency absorption undergoes significant modification as it depends on all cavities. In contrast, the absorption peaks at higher frequencies, which rely on only a few front cavities, are less affected. This is further confirmed by the complex frequency plane representation of the reflection coefficient (see Figure 3.9 c)), where the lines connecting the zeros become more horizontal for a smaller  $p$ . As a result, parameter  $p$  balances losses between modes by primarily modifying the amplitude of low-frequency peaks. Thus, the  $p = 2$  non-linear main pore profile exhibits highly varying amplitude absorption peaks, whereas the  $p = 0.5$  profile shows absorption peaks with nearly the same amplitude across the frequency range considered. Therefore, an ABH main pore profile with  $p < 1$  accentuates the losses of the low frequency peaks and modifies the higher frequency ones only slightly. This type of profile is well-suited for achieving a broadband metamaterial performance with multiple absorption peaks of similar amplitudes.

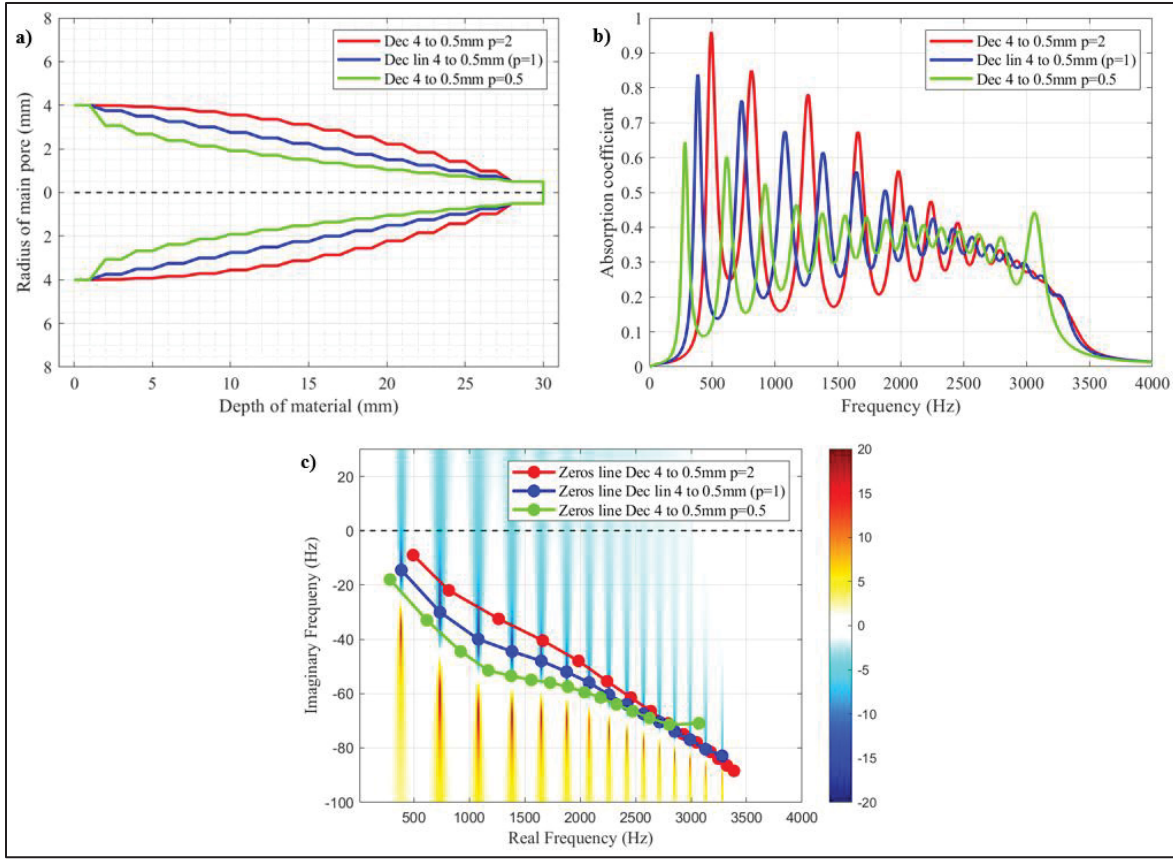


Figure 3.9 a) Dependence of the main pore radius depending on the depth for three ABH profile with various  $p$  coefficient, b) their absorption coefficient and c) the complex frequency plane representation of  $20 \log(R)$  (corresponding to the linear ( $p = 1$ ) metamaterial with blue line) with the positions of the 15 zeros for the three metamaterials marked and connected

### 3.4.5 Broadband ABH profiles

In this section, ABH metamaterial profiles with broadband absorption are designed based on the insights gained from the previous sections regarding the influence of parameters  $r_{mp}^1$ ,  $r_{mp}^{15}$  and  $p$ . Next, their absorption coefficients predicted by TMM are compared and validated through FEM simulations and experiments.

### 3.4.5.1 Profile determination

Initially, the radius of the main pore at the metamaterial's entrance is determined to achieve a high amplitude of the higher frequency absorption peaks (see section 3.4.4.1, Figure 3.8 a)-c)) as it is the only parameter influencing them. A larger value of  $r_{mp}^1$  is required to minimize losses in the higher frequency modes and bring the corresponding zeros closer to the real axis in the complex frequency plane representation of the reflection coefficient. Additionally, this results in shifting the onset of the band gap beyond 4 000 Hz. Subsequently, the main pore radius of the last cavity is reduced to shift the absorption peaks towards lower frequencies, as well as to introduce losses to the low frequency peaks in order to balance their amplitudes with those of the last peaks (see section 3.4.4.1, Figure 3.8 d)-f)). If further adjustments are necessary to ensure that the peaks have similar amplitudes, the parameter  $p$  can be decreased to accentuate the effect of balancing the losses between the first and last modes (see section 3.4.4.2, Figure 3.9). However, it is important to carefully consider the trade-offs between the amplitude of the absorption band and the position of the absorption peaks at low frequencies. Indeed, increasing  $r_{mp}^1$  raises the last absorption peak amplitudes, simultaneously resulting in a shift of the resonances towards higher frequencies (see Figure 3.8 b) and c)). All these conclusions and interpretations are drawn from numerical tests conducted in the preceding sections.

Taking these conclusions into account, an investigation was carried out on the impact of varying these three key parameters on absorption values and frequencies, with the aim of obtaining practical insights into optimal parameter values. This allowed design of two metamaterial profiles, as shown in Figure 3.10 a) and b). The metamaterial with a profile corresponding to the green line is an ABH profile with  $r_{mp}^1 = 15$  mm,  $r_{mp}^{15} = 1$  mm and  $p = 0.8$ . The one corresponding to a red line is an ABH profile with  $r_{mp}^1 = 11$  mm,  $r_{mp}^{15} = 0.75$  mm and  $p = 0.5$ . The green absorption curve exhibits 7 absorption peaks below 4 000 Hz, very close to perfect absorption ( $>0.99$ ) except for the second peak at 0.96. The first peak occurs at 1 002 Hz, and the second at 1 611 Hz. The metamaterial has band with an average absorption exceeding 0.82 between 2 050 Hz and 4 000 Hz, with absorption coefficient higher than 0.64

above 2 500 Hz. Then, the red absorption curve displays 12 absorption peaks below 4 000 Hz, with peaks at lower frequencies ( $f_1 = 603$  Hz and  $f_2 = 1\,136$  Hz). This material also has an absorption band at lower frequencies, albeit with a slightly lower amplitude, with an average absorption above 0.69 between 1 500 Hz and 4 000 Hz. These two profiles provide insights into the trade-offs between the amplitude of the absorption band and the low frequency position of the absorption peaks. For the comparison purpose, the absorption curve of an aluminum foam sample with the same thickness (30 mm) as these metamaterials is also represented in blue dashed line. The calculations are performed using a JCA model with parameters derived from Dupont et al. (2011). This foam was selected because it is dedicated to the same type of harsh environments, such as engines or reactors. The absorption curve of the foam material exhibits a broad peak at medium frequencies but also a significant decrease at higher frequencies. Therefore, the metamaterials studied here perform better at lower frequencies for tonal absorption and can also provide good broader-band absorption at higher frequencies.

Figure 3.10 c) and d) show the complex frequency plane representation of reflection coefficient of the two metamaterials, with solid round markers indicating the position of the zeros in green (c) or red (d). For the ABH profile corresponding to green lines, the zeros are really close to the perfect absorption line and remain well aligned overall, corroborating the findings in Figure 3.10 b). As previously mentioned, a zero on (or close to) the real frequency axis enables perfect (or enhanced) acoustic absorption, corresponding to an absorption peak with an amplitude of 1 (or close to 1) (Romero-García et al., 2016). Regarding the ABH profile corresponding to red lines, although not all the zeros are exactly on the real frequency axis, they are nearly aligned, indicating a general well-balanced distribution of losses between the modes. The regions of equal absorption around the zeros intersect the real frequency axis, which is consistent with the absorption curves. Furthermore, there is a significant difference in the size of the color spots around the zeros between these two profiles. This highlights the limitations of a study that only considers the position of the zeros, as the size of the color spot around them also have a direct relationship with the width of the absorption peaks. However, this can be explained by extending the conclusions about the size of the color spot around zero made for the constant profile materials (see section 3.4.2 and Figure-A 1.c-2). It has been

observed that as the radius of the constant profile increases, the size of the color spot around zero also increases, resulting in a wider absorption peak. Here, the profile corresponding to green color has larger pore radii than the profile corresponding to red, which appears to account for the larger size of zones around zeros and broader absorption peaks. An extensive examination of this effect would be of interest but pose significant complexity due to strong coupling between the resonances.

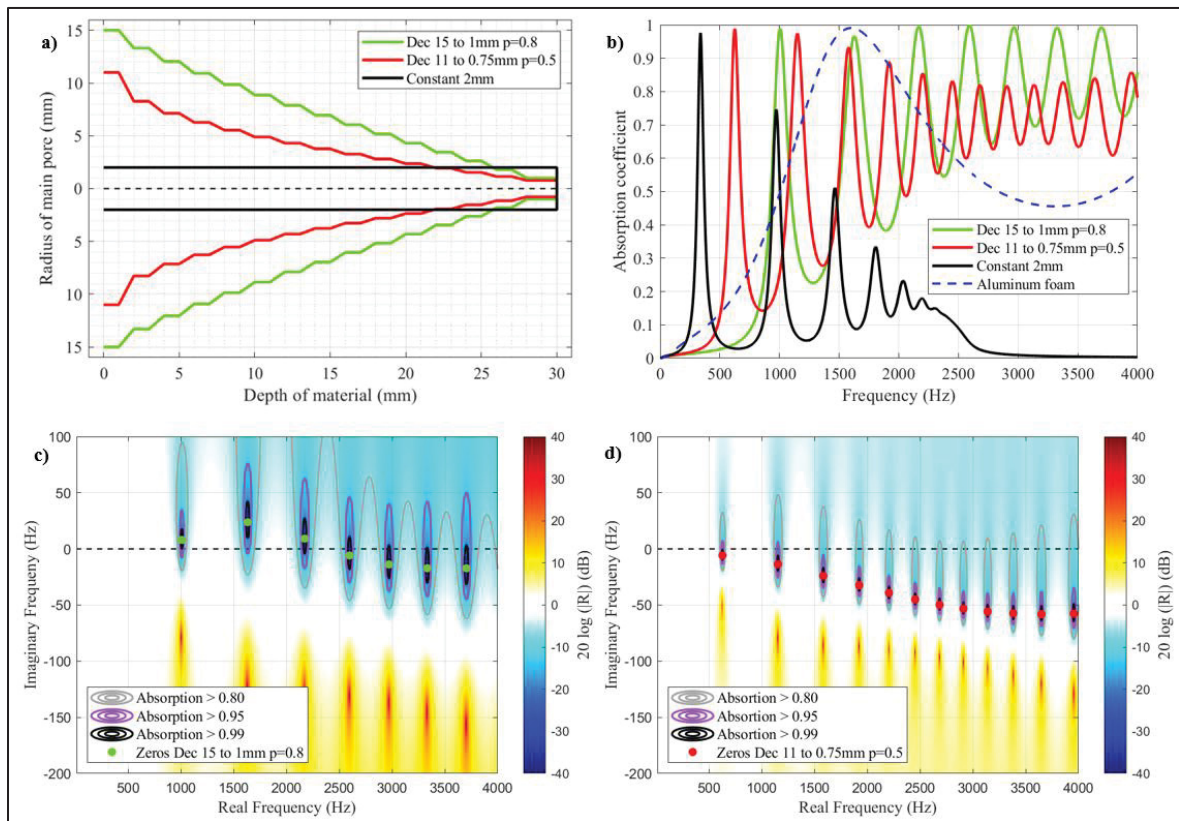


Figure 3.10 a) Dependence of the main pore radius on the depth for two ABH broadband metamaterials and the metamaterial with constant profile  $r_{mp} = 2$  mm, b) their absorption coefficient and that of aluminum foam, and c)-d) the complex frequency plane representation of  $20 \log(R)$  for the two ABH broadband metamaterials with the positions of their 15 zeros marked and the iso-absorption zones indicated

### 3.4.5.2 Validation of the results for broadband profiles

To validate the TMM results for the two profiles with broadband performance by comparing with the FEM and experiments, the metamaterials were fabricated as described in Section 3.3.4

In Figure 3.11 a), a good correlation between TMM and FEM results concerning the amplitude of the absorption peaks can be observed. The first three absorptions peaks have the same frequencies, but beyond that, there is a gradual shift toward lower frequencies as the frequency increases. As explained in Section 3.4.1, this discrepancy could be attributed to inaccuracies in modelling end correction, whose effect is more pronounced at higher frequencies. Specifically, this could be a result of the assumption of plane wave propagation within the necks and the cavity components, which is not considered in the FEM. Experimental results also demonstrate consistency in amplitude and peak frequencies, although a more noticeable high-frequency shift is present. As discussed earlier, this is partially due to the exclusion of wall vibration effects in the models. In Annexe 1.b, Figure-A 1.b-1 c) and d) present results from FEM accounting for elasticity of the plates. They show that vibration effects contribute to the slight frequency shift, particularly noticeable beyond 2 000 Hz for both profiles. For the ABH profile presented in Figure 3.11 b), more significant differences in the amplitudes of the absorption peaks are apparent between the TMM model and the FEM model, as well as the experimental results. It appears that the TMM model slightly underestimates losses in the material. Given that the zeros of the resonances are positioned below the real frequency axis in the complex frequency plane (see Figure 3.10 d)), an underestimation of losses results in zeros being positioned higher, thus approaching the real frequency axis and leading to higher amplitude absorption peaks.

Note that adjustments were made to the main pore radii to accommodate manufacturing constraints, as not all values were feasible for machining. Consequently, values close to those defined in the previous section were selected (see Tableau 3.1). That explains the differences between the TMM results shown in Figure 3.11 and those in Figure 3.10. It can be observed that for the ABH profile with  $r_{mp}^1 = 15$  mm,  $r_{mp}^{15} = 1$  mm and  $p = 0.8$ , the TMM absorption

peaks were minimally affected by these adjustments, with amplitudes consistently remaining very close to 1. For the second ABH profile with  $r_{mp}^1 = 11$  mm,  $r_{mp}^{15} = 0.75$  mm and  $p = 0.5$ , the amplitude of the peaks predicted by TMM is more affected, starting from the third absorption peak. Nevertheless, the general behavior remains consistent, with an average absorption band at 0.68 between 1 500 Hz and 4 000 Hz.

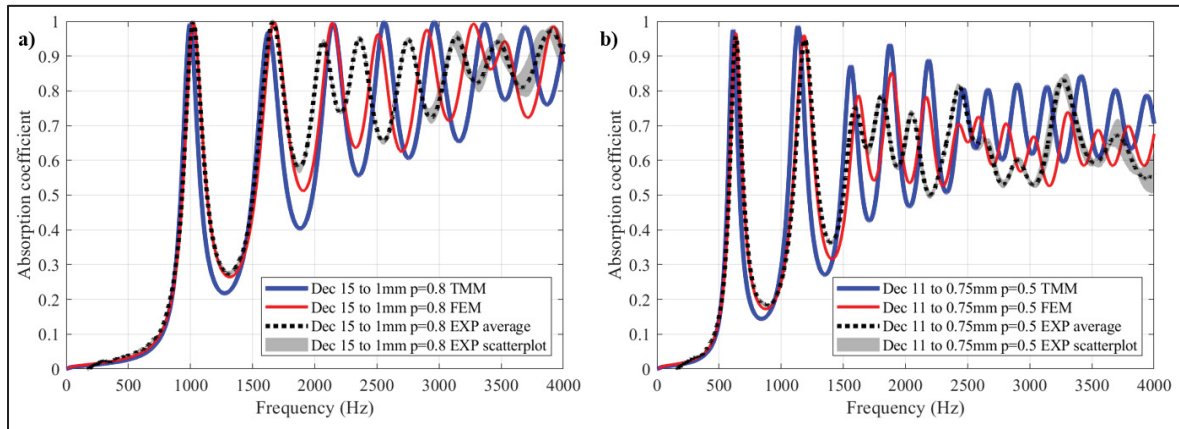


Figure 3.11 Comparison of the absorption coefficient for the two adapted ABH metamaterial according to the TMM, the FEM and experimental results

Despite the differences, the absorption curves exhibit consistency, and the comparisons are satisfactory. It is also noteworthy that the experimental curves exhibit a significant improvement in agreement compared to (Dupont et al., 2018). These results reaffirm the reliability and applicability of the TMM model, thereby further supporting the understanding and conclusions drawn from this analysis.

Tableau 3.1 Main pore radius values for the two broadband ABH profiles

| (mm)                                          | $r_{mp}^1$ | $r_{mp}^2$ | $r_{mp}^3$ | $r_{mp}^4$ | $r_{mp}^5$ | $r_{mp}^6$ | $r_{mp}^7$ | $r_{mp}^8$ | $r_{mp}^9$ | $r_{mp}^{10}$ | $r_{mp}^{11}$ | $r_{mp}^{12}$ | $r_{mp}^{13}$ | $r_{mp}^{14}$ | $r_{mp}^{15}$ |
|-----------------------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| Dec 15-1mm p=0.8<br>(theoretical 3.4.5.1)     | 15         | 13.3       | 12.1       | 10.9       | 9.86       | 8.86       | 7.89       | 6.96       | 6.05       | 5.17          | 4.30          | 3.46          | 2.62          | 1.81          | 1             |
| Dec 15-1mm p=0.8<br>(experimental 3.4.5.2)    | 15         | 13         | 12         | 11         | 10         | 9          | 8          | 7          | 6          | 5             | 4.5           | 3.5           | 2.5           | 1.75          | 1             |
| Dec 11-0.75mm p=0.5<br>(theoretical 3.4.5.1)  | 11         | 8.26       | 7.13       | 6.26       | 5.52       | 4.87       | 4.29       | 3.75       | 3.25       | 2.78          | 2.34          | 1.91          | 1.51          | 1.12          | 0.75          |
| Dec 11-0.75mm p=0.5<br>(experimental 3.4.5.2) | 11         | 8.5        | 7          | 6          | 5.5        | 5          | 4.5        | 3.75       | 3.25       | 2.75          | 2.25          | 2             | 1.5           | 1             | 0.75          |

### 3.5 Conclusion

The multi-pancake absorber (Dupont et al., 2018) is a thin metamaterial with multiple resonances but relatively narrow absorption peaks, making it suitable for tonal sound attenuation. The variation in the main pore profile of this metamaterial significantly impacts the acoustic absorption. Various profiles were investigated using an adapted TMM, and the results of the modelling were validated through FEM simulations and measurements in an impedance tube. Analyzing the complex frequency plane representation of the reflection coefficient provided a better understanding of the metamaterial's acoustic response with a constant profile. When the profile is constant, the losses in the different modes are not balanced, resulting in absorption peaks with varying amplitudes. However, by using a decreasing profile of the main pore radius, similar to ABH, we could achieve a better balance of losses between the modes. This results in slightly mistuned local resonances leading to a grouping of the absorption peaks and wider absorption bands. The radius of main pore at the front (the largest) determines the lower boundary of the band gap, while the radius of the main pore at the back (the smallest) intensifies losses in the low frequency modes. Non-linear ABH profiles can be used to further emphasize these losses and equalize the amplitudes of the absorption peaks, if necessary. Thanks to these conclusions, two final ABH profiles were proposed, exhibiting broadband behavior with absorption peaks of similar amplitudes. Compared to the metamaterial with a constant main pore radius, their acoustic absorption is significantly improved, transitioning from spaced peaks with varying amplitudes to a broad absorption band, without increasing the overall thickness. These two profiles also highlight the trade-off between achieving almost perfect absorption peaks and their frequencies.

The metamaterials studied in this work are thin (31 mm), lightweight, non-porous, and provide high sound absorption across a wide frequency range. Additionally, they can be used in harsh environments where conventional porous materials are not suitable. Potential applications include noise reduction in various industries including turbomachinery, rotating machines, aerospace, and industrial settings. However, with an ABH profile an absorption band above 0.7 starts from 1 500 Hz limiting its effectiveness at lower frequencies. The next step involves

further improving the structure to enhance the low-frequency wide-band absorption properties. Another interesting study would be to investigate the behavior of this metamaterial under high sound levels, providing valuable insights into its performance in intense sound environments common in industry. Additionally, it could lead to potential adaptations or optimizations tailored for specific applications.



## CHAPITRE 4

### LOW-FREQUENCY ABSORPTION BAND IN A THIN ACOUSTIC METAMATERIAL USING ACOUSTIC BLACK HOLE TERMINATION

Gauthier Bezançon <sup>1</sup>, Maël Lopez <sup>1</sup>, Olivier Doutres <sup>1</sup>, Raymond Panneton <sup>2</sup>,  
Thomas Dupont <sup>1</sup>

<sup>1</sup> Département de Génie Mécanique, École de technologie supérieure,  
1100 Notre-Dame Ouest, Montréal, Québec, H3C 1K3, Canada

<sup>2</sup> CRASH-UdesS, Département de génie mécanique, Université de Sherbrooke,  
2500 bd de l'Université, Sherbrooke, Québec, J1K 2R1, Canada

Article publié dans la revue « Applied Acoustics », volume 233, article 110595, Mars 2025  
DOI : 10.1016/j.apacoust.2025.110595

#### 4.1 Abstract

The proposed metamaterial is a multi-pancake absorber, composed of periodically arranged thin annular cavities, with an alternative main pore profile that combines a constant section and an acoustic black hole termination to achieve an effective absorption band at low frequencies. The constant section at the opening enables low-frequency sound absorption, while the short acoustic black hole termination allows absorption band without a high-frequency shift. An equivalent mass-spring model using a single equivalent stiffness to represent the whole constant main pore section is proposed. This approach simplifies modeling and reduces computation time while capturing the metamaterial's multiple resonances and visualizing mass velocities at resonance frequencies, providing insight into its acoustic behavior. Validation is carried out using thermo-visco-acoustic finite element simulations and impedance tube measurements. First, profiles with an acoustic black hole termination of one

to three main pores are studied to gain insight into the formation of combined modes and their impact on absorption. Next, optimizations are performed to achieve broadband absorption, resulting in the two best profiles. The first profile exhibits a 300 Hz absorption band starting at 550 Hz, while the second achieves a broader 500 Hz band at slightly higher frequencies, for a 3-cm thick material.

## 4.2 Introduction

Effective noise reduction is a fundamental requirement in today's environment. With increasing urbanization and technological progress, addressing noise pollution has become an essential challenge. Conventional passive acoustic materials, while proficient, often require significant thickness, particularly for low-frequency sound absorption. Additionally, their potential issues related to flammability or concerns about hygiene and health can be constraining in demanding environments. Drawing inspiration from electromagnetic metamaterials (Sihvola, 2007), acoustic metamaterials offer an effective means to influence wave propagation (Cummer et al., 2016) making them ideal for acoustic absorption. They typically are subwavelength materials, ensuring enhanced absorption at lower frequencies compared to conventional materials of equivalent thickness. Acoustic metamaterial absorbers commonly exhibit a periodic structure composed of diverse elementary resonant cells, including quarter-wavelength structures (Leclaire et al., 2015; Groby et al., 2015), Helmholtz resonators (Jiménez et al., 2016; Jiménez et al., 2016; Huang et al., 2019), membranes (Leblanc & Lavie, 2017; Langfeldt et al., 2018; Abbad et al., 2019; Xu et al., 2021) or more complex elements (Zhang & Hu, 2016; Song et al., 2016; Gao et al., 2023).

Expanding on the research conducted by Leclaire et al., (2015), Dupont et al., (2018) proposed a low-thickness acoustic metamaterial, called 'multi-pancake absorber'. This metamaterial is composed of periodically spaced plates with a constant main perforation, forming very thin annular cavities among themselves. It is demonstrated that at low frequencies, this material exhibits behavior equivalent to a quarter-wave resonator with an increased effective compressibility leading to a reduction in the effective sound speed. Thus, despite its slim

thickness (3 cm), this absorber presents a first absorption peak at low frequencies (350 Hz) and multiple absorption peaks at medium frequencies (between 1000 Hz and 2500 Hz). Variations of this geometry have been studied to achieve a lower-frequency first absorption peak while preserving the material's thinness and its multi-absorption peak behavior. This includes using an off-center main pore (Kone et al., 2021) or replacing the thin cylindrical cavities with annular Helmholtz resonators (Lopez et al., 2024).

Another work (Bezançon et al., 2024) investigated the use of acoustic black hole (ABH) profiles within the acoustic metamaterial from reference (Dupont et al., 2018) to achieve broadband absorption. An ABH material corresponds to a structure with a main perforation gradually decreasing from the front to the back of the sample, causing a progressive reduction of the sound celerity and thereby minimizing the reflection of acoustic waves. This type of structure is also referred to as a sonic black hole (SBH) in some studies. Initially explored in reference (Mironov & Pislyakov, 2002) adaptations to various structures have also been proposed (Liang et al., 2019; Zhang & Cheng, 2021; Bravo & Maury, 2023; Ou & Zhao, 2024; Chen et al., 2024). Recently, Umnova et al. (2023) further examined a lossy ABH structure, highlighting the influence of the local resonances of its inner cavities on the absorption coefficient. This phenomenon has also been investigated through visualizations of sound pressure distributions (Zhang et al., 2024; Červenka & Bednařík, 2024). The advantage of this type of structure lies in its distinct local cavity resonances, which enable the creation of a wide frequency band sound absorption characterized by several closely positioned absorption peaks in frequency. However, these materials are generally bulky, with a significant thickness. Building upon Ref. (Umnova et al., 2023), ABH profiles have been integrated into the thin 'multi-pancake absorber' of 3 cm thickness, and a parametric analysis enhanced the understanding of its acoustic behavior (Bezançon et al., 2024). However, to achieve an efficient broadband absorber with an ABH profile within the acoustic metamaterial from Dupont et al. (2018), a significative increase in the main pore radius entrance is required, which also shifts the absorption band towards higher frequencies. Therefore, with an ABH profile, a high absorption band is only achieved at relatively high frequencies (above 1 500 – 2 000 Hz) with this thin metamaterial of 3 cm thickness (Bezançon et al., 2024).

The objective of this paper is to achieve a lower frequency absorption band compared to that of the ABH profiles, specifically below 1500 Hz, through strategic and slight modifications to the constant profile 'multi-pancake absorber' structure, all while maintaining the material's thickness and size unchanged. For this purpose, combinations of a constant profile with an ABH profile section at the end are investigated. This aims to exploit the low-frequency absorption of the metamaterial with a constant profile (Dupont et al., 2018), while using the combination with the local resonances of the ABH profiles cavities at the end (Bezançon et al., 2024) to form a low-frequency absorption band.

Transfer matrix method is widely employed to investigate multi-resonant materials (Leclaire et al., 2015; Jiménez et al., 2016; Jiménez et al., 2016; Dupont et al., 2018; Bezançon et al., 2024), enabling straightforward modeling of various geometries. The mass-spring approach can also be used (Lopez et al., 2024; Guan & Jiao, 2012; Jahdali & Wu, 2018; Duan et al., 2021), offering the advantage of easily visualizing resonance mode deformations, thereby providing a better understanding of the fundamental physical phenomena that govern the acoustic behavior of a material. However, representing a material with numerous resonant cavities results in a high number of degrees of freedom, making the system more complex and time-consuming to solve. This study develops an equivalent mass-spring model, corresponding to a reduced version of the model proposed by Lopez et al., (2024). To achieve this, the expressions of equivalent parameters established for the 'multi-pancake absorber' with a constant profile developed in reference (Leclaire et al., 2015) and adapted in reference (Dupont et al., 2018) are utilized. These expressions enable the representation of the constant section of the profile with a single equivalent stiffness while modeling its multiple resonances, thereby significantly reducing the system's degrees of freedom. This approach results in a simpler low-frequency model while still allowing for the visualization of mass velocities at resonance frequencies.

The paper is organized as follows. In section 4.3, the metamaterial structure is described, and the equivalent mass-spring model is detailed. Next, in section 4.4.1, the proposed analytical

model is verified on the constant-profile metamaterial with finite element model (FEM) simulations and measurements. Then, in section 4.4.2, the formation of combined modes in low-frequency is analyzed thanks to the visualization of mass velocities, using profiles that combine a constant section with an ABH termination of one to three main pores. Finally, in section 4.4.3, the studied profiles are optimized to achieve a material with a low-frequency absorption band, and the two best profiles are described.

### 4.3 Material and methods

#### 4.3.1 Material

The metamaterial under investigation is the 'multi-pancake absorber' with an alternative profile (see Figure 4.1), consisting of a constant main pore section in the major part of the profile combined with an ABH termination, i.e., with a few modified main pores at the end.

The structure is composed of  $N + 1$  periodically spaced plates, each with a main perforation, called here “main pore” and denoted “ $mp$ ”, except for the last plate, which has no perforation and serves as a rigid termination. These plates form  $N$  thin cylindrical cavities between them. The thickness of each main pore is  $h_{mp}$  and that of each cavity is  $h_{cav}$ . Thus, the total thickness of the material is  $L = (N + 1) h_{mp} + N h_{cav} = (h_{mp} + h_{cav}) N + h_{mp}$ . The overall geometry is a circular cylinder with a radius  $R_{samp}$ , and all the cavities have a radius  $R_{cav}$ . All values of these geometric parameters are summarized in Tableau 4.1 and remain constant throughout this study. They have been chosen to be consistent with the geometry previously investigated in earlier studies (see Sample B in reference (Dupont et al., 2018) and materials in reference (Bezançon et al., 2024)).

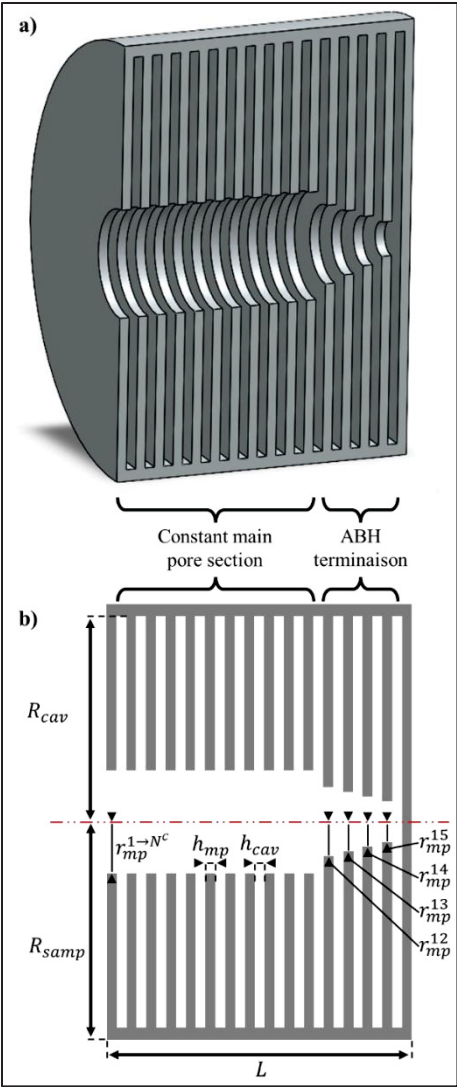


Figure 4.1 Visualization of the proposed metamaterial: a) 3D cross-sectional view and b) 2D cross-sectional view

Tableau 4.1 Dimensions of the constant geometric parameters of the material

| Parameters | $h_{mp}$ | $h_{cav}$ | $L$   | $R_{cav}$ | $R_{samp}$ | $N$ |
|------------|----------|-----------|-------|-----------|------------|-----|
| Value      | 1 mm     | 1 mm      | 31 mm | 21 mm     | 22.22 mm   | 15  |

The variable parameters in this work are limited to those that define the main pore profile. The profile under investigation consists first of a constant section composed of  $N^C$  main pores with an  $r_{mp}^{1 \rightarrow N^C}$  radius. Then, the final section of the profile, the ABH termination, is composed of a few modified main pores, where the radius of the  $i^{th}$  main pore is denoted as  $r_{mp}^i$ , with  $i$  ranging from  $N^C + 1$  to  $N$ . For instance, the profile of the metamaterial shown in Figure 4.1 is defined by  $r_{mp}^{1 \rightarrow N^C}$  with  $N^C = 11$ , and  $r_{mp}^{12}$ ,  $r_{mp}^{13}$ ,  $r_{mp}^{14}$  and  $r_{mp}^{15}$  for the ABH termination. As mentioned previously, this profile aims to take advantage of the local resonances in these cavities, while avoiding the shift towards high frequencies observed in a complete ABH profile due to all modified main pores (Bezançon et al., 2024).

#### 4.3.2 Equivalent mass-spring model

Based on the reference (Lopez et al., 2024), an equivalent mass-spring model is proposed to model the acoustic behaviour of the metamaterial with the studied profile. The term 'equivalent' refers to the fact that the section with a constant profile is modeled with a single mass, which represents the first main pore, and a single stiffness, which represents the rest of the constant profile material thanks to a low-frequency approximation of its compressibility. This reduces the analytical complexity of the problem, reduces resolution time, and represents the behavior of this multi-resonant metamaterial in a simpler and more understandable manner while modeling all its multiple resonances. Conversely, the ABH termination at the end of the profile is conventionally modeled, with each modified main pore described as a mass and each cavity between them described as a spring. Figure 4.2 presents an example of a material constituted of a profile composed of a constant section of 11 main pores followed by an ABH termination composed by 4 modified main pores, as the material shown in Figure 4.1. This material is only modeled by a 5 mass-spring system. In general, the proposed metamaterial with a profile composed of a constant section of  $N^C$  main pores and  $N^k = N - N^C$  modified main pores, is modeled by a  $N^k + 1$  mass-spring system.

Note that simulations using a '15 mass-spring system' model were conducted on the various materials of this study (not shown for conciseness) and, while nearly identical below 2000 Hz,

corresponding to our frequency range of interest, they align more closely with the FEM results above this frequency.

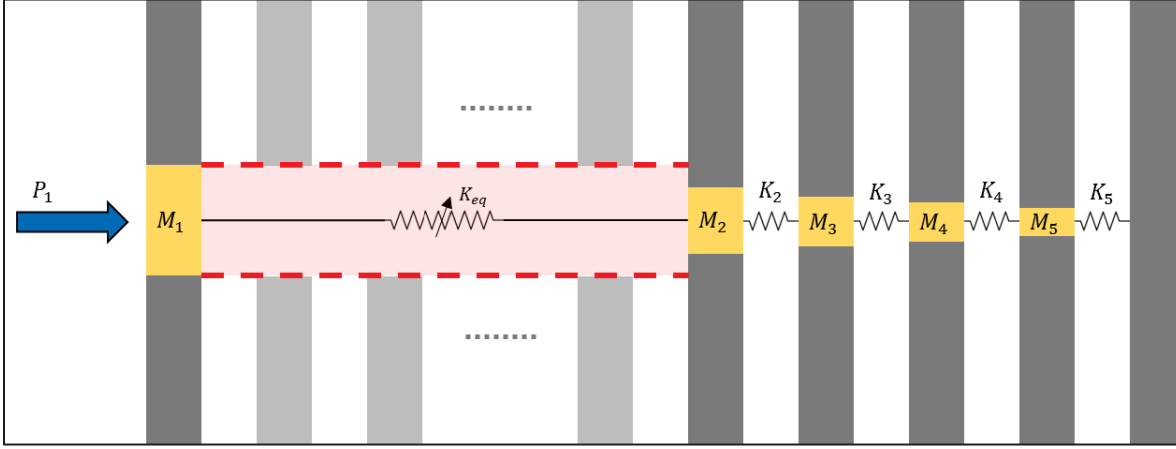


Figure 4.2 Representation of the equivalent mass-spring model for the proposed material

#### 4.3.2.1 Masses description for the main pores

In a mass-spring analogy, the masses describe the inertia of a part of the studied system. The first mass, denoted as  $M_1$ , is associated to the first main pore at the front of the material and it is expressed as follows

$$M_1 = \rho_{mp}^1 A_{mp}^1 h_{mp}'^1 \quad (4.1)$$

where  $\rho_{mp}^1$  is the effective main pore density,  $A_{mp}^1 = \pi r_{mp}^1{}^2$  the main pore cross-section area and  $h_{mp}'^1$  the equivalent main pore thickness. The effective density  $\rho_{mp}^1$  is given by the Johnson-Champoux-Allard (JCA) detailed in (Allard & Atalla, 2009), which allows for the consideration of thermal and viscous losses at the pore walls. Main pores are identified to circular cross-section pores and the corresponding parameters are detailed in Tableau 4.2. End correction is used to account for radiation effect in front side of the first main pore  $h_{mp}'^1 = \delta_1^1 + h_{mp}$ , where  $\delta_1^1$  is Karal end corrections (Karal, 1953). The subsequent masses, denoted as  $M_k$  with  $k$  ranging from 2 to  $N^k + 1$ , are associated with the few modified main pores at the end of the profile. Thus, the  $k^{th}$  mass is associated with the  $i^{th}$  main pore, with  $i = N^c - 1 + k$ . These masses are expressed as follows

$$M_k = \rho_{mp}^i A_{mp}^i h_{mp}^i \quad (4.2)$$

where  $\rho_{mp}^i$  is the effective main pore density,  $A_{mp}^i = \pi r_{mp}^i{}^2$  the main pore cross-section area and  $h_{mp,i}^i$  the equivalent main pore thickness. The effective density  $\rho_{mp}^i$  is given by the JCA model (Allard & Atalla, 2009) to consider thermal and viscous losses (see parameters in Tableau 4.2). End corrections are also used to account for radiation effect on cavities on both sides of each main pore  $h_{mp}^i = \delta_1^i + h_{mp} + \delta_2^i$ , where  $\delta_1^i$  and  $\delta_2^i$  are Karal end corrections (Karal, 1953). End corrections are limited here by half of the thin cavities thickness  $\delta_{max} = h_{cav}/2$ , except for  $\delta_1^{N^c+1}$  which is not limited and corresponds to the end correction from the second mass to the equivalent pore.

#### 4.3.2.2 Equivalent stiffness description for the constant section

In this mass-spring model, the constant main pore section of the profile is described by the mass  $M_1$ , representing the first main pore, and a single equivalent stiffness  $K_{eq}$ , representing the remaining constant main pore section (i.e.  $N^c$  cavities and  $N^c - 1$  main pores), defined by

$$K_{eq} = j\omega A_{mp}^1 Z_{cst} \quad (4.3)$$

where  $Z_{cst}$  is the acoustic impedance matrix relating the acoustic pressure and the acoustic velocity at the entry (1) and exit (2) of the constant main pore section:  $\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = Z_{cst} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$ . It can be determined using the transfer matrix  $T_{cst}$ , as demonstrated in Annexe 2.a, and its expression is given by

$$Z_{cst} = \begin{bmatrix} -jZ_{eq} \cot(k_{eq}L_{cst}) & jZ_{eq}/\sin(k_{eq}L_{cst}) \\ -jZ_{eq}/\sin(k_{eq}L_{cst}) & jZ_{eq} \cot(k_{eq}L_{cst}) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

where  $Z_{eq}$  is the equivalent characteristic impedance,  $k_{eq}$  the equivalent wavenumber and  $L_{cst} = N^c(h_{cav} + h_{mp}) - h_{mp}$  the thickness of the whole constant section without the first main pore (already taken into account in  $M_1$ ). The equivalent characteristic impedance is given by  $Z_{eq} = \sqrt{\frac{\rho_{mp}}{C_{eq}}}$  and the equivalent wavenumber is given by  $k_{eq} = \omega\sqrt{\rho_{mp}C_{eq}}$ , where  $\rho_{mp} = \rho_{mp}^1$  is the effective density of the main pore given by the JCA model (Allard & Atalla, 2009)

(see parameters in Tableau 4.2 and where  $C_{eq}$  is the equivalent compressibility of the constant main pore section. Building upon the work of Leclaire et al., (2015), Dupont et al., (2018) provided an expression for the equivalent compressibility ( $C_{eq}$ ) of a 'multi-pancake absorber' with a constant profile. The expression is notably obtained under the assumption of low frequencies,  $\text{Re}(k_{mp}(h_{cav} + h_{mp})) \ll 1$ , and the condition that the cavities are much thinner ( $h_{cav}$ ) compared to their depth ( $R_{cav}$ ). This expression can be rewritten as

$$C_{eq} = C_{mp} + \frac{1}{j\omega(h_{cav} + h_{mp})} \frac{A_{cav}}{A_{mp}} \frac{1}{Z_{S,cav}} \quad (4.5)$$

where  $C_{mp}$  is the effective compressibility of the main pore given by the JCA model (Allard & Atalla, 2009) (see parameters in Tableau 4.2),  $A_{cav}$  and  $A_{mp}$  the cross-section area of the cavity and the main pore.  $Z_{S,cav}$  is the surface impedance of a thin annular cavity, and its expression is given from (Dickey & Selamet, 1996)

$$Z_{S,cav} = jZ_{cav} \frac{H_0^{(1)}(k_{cav}r_{mp}) - H_0^{(2)}(k_{cav}r_{mp})}{H_1^{(1)}(k_{cav}r_{mp}) - H_1^{(2)}(k_{cav}r_{mp})} \frac{H_1^{(1)}(k_{cav}R_{cav})/H_1^{(2)}(k_{cav}R_{cav})}{H_1^{(1)}(k_{cav}R_{cav})/H_1^{(2)}(k_{cav}R_{cav})} \quad (4.6)$$

where  $H_a^{(b)}$  is the Hankel function of a<sup>th</sup> order and b<sup>th</sup> kind,  $Z_{cav}$  is the equivalent characteristic impedance of the annular cavity and  $k_{cav}$  its equivalent wavenumber.  $Z_{cav}$  and  $k_{cav}$  are given by the JCA model (Allard & Atalla, 2009) to take into account viscous and thermal losses. The thin annular cavities are identified to slits and the corresponding parameters are detailed in Tableau 4.2.

#### 4.3.2.3 Stiffness description for the thin cavities

In the ABH termination, the thin cylindrical cavities positioned after the few modified main pores are also described by springs. First, each of these cavities is represented by two cylindrical junction pores and a thin annular cavity, as done in reference (Bezançon et al., 2024). The two junction pores are of thickness  $h_{cav}/2$  and extend from the preceding and following main pores. Positioned between them, the annular cavity is defined with outer radius  $R_{cav}$  and inner radius  $r_{in}^i$ , obtained through an arithmetic mean  $r_{in}^i = (r_{mp}^i + r_{mp}^{i+1})/2$  to most

accurately represent the resonant volume. It is described by a lump element, using the expression of the surface impedance  $Z_{S,cav}^i$  from reference (Dickey & Selamet, 1996), which corresponds to Eq. (4.4), replacing  $r_{mp}$  by  $r_{in}^i$ . Assuming continuity of pressure at the interface between the junction pores and the annular cavity, the surface impedance of the whole cylindrical cavity is given by

$$Z_{S,junction+cav}^i = \frac{A_{in}^i}{\frac{jk_0 V_j}{Z_0} + \frac{A_{cav}^i}{Z_{S,cav}^i}} \quad (4.7)$$

where  $Z_0$  and  $k_0$  are the characteristic impedance and the wavenumber of the air,  $V_j = \pi r_{in}^{i^2} h_{cav}$  the volume of the inner junction cylinder,  $A_{in}^i = \pi r_{in}^{i^2}$  its cross-section and  $A_{cav}^i = 2\pi r_{in}^i h_{cav}$  the contact area between the inner junction cylinder and the annular cavity. Then, the  $k^{th}$  spring associated with the  $i^{th}$  whole cylindrical cavity, with  $i = N^c - 1 + k$  (with  $k \geq 2$ ), is defined by

$$K_k = j\omega A_{mp}^i Z_{S,junction+cav}^i \quad (4.8)$$

Note that  $Z_{S,junction+cav}^i$  is also used in the following analysis to determine the resonant frequency of the  $i^{th}$  cavity (denoted  $f_{res}^{i_{mp}}$ ). It corresponds to the frequency where the imaginary part of  $Z_{S,junction+cav}^i$  equal to zero (Bezançon et al., 2024).

Tableau 4.2 Johnson-Champoux-Allard (JCA) parameters (Allard & Atalla, 2009), with  $\eta$  the dynamic viscosity of air.

| JCA parameters               | Porosity<br>$\Phi$ | Tortuosity<br>$\alpha_\infty$ | Viscous length<br>$\Lambda$ (m) | Thermal length<br>$\Lambda'$ (m) | Static air flow resistivity<br>$\sigma$ (Pa·s/m <sup>2</sup> ) |
|------------------------------|--------------------|-------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| Main pore<br>(circular pore) | 1                  | 1                             | $r_{mp}^i$                      | $r_{mp}^i$                       | $8\eta/r_{mp}^{i^2}\Phi$                                       |
| Annular cavity<br>(slit)     | 1                  | 1                             | $h_{cav}$                       | $h_{cav}$                        | $12\eta/h_{cav}^2\Phi$                                         |

#### 4.3.2.4 Acoustic indicators

With all the defined elements to complete the global mass matrix  $\mathbf{M}$  and the global stiffness matrix  $\mathbf{K}$ , the acoustic behavior of the proposed metamaterial can be characterized by the matrix equation of size  $N^k + 1$

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (4.9)$$

where  $\mathbf{x} = \{x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{N^k}\}^t$  is the complex amplitude vector of the masses' displacements,  $\mathbf{f} = \{A_{mp}^1 P_1 \ 0 \ \dots \ 0\}^t$  is the vector of the force amplitudes, with superscript ' $t$ ' indicating the transposed vector. A harmonic excitation, and therefore a harmonic response, is considered here. The global mass matrix  $\mathbf{M}$  is a diagonal matrix defined as

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 & & & 0 \\ & M_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & M_{N^k+1} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

and the global spring matrix  $\mathbf{K}$  is tridiagonal and is written as

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{eq,11} & K_{eq,21} & & & 0 \\ -(\Phi_{mp}^{N^c})^2 K_{eq,21} & -(\Phi_{mp}^{N^c})^2 K_{eq,22} + K_2 & -\Phi_{mp}^{N^{c+2}} K_2 & & \\ & -\Phi_{mp}^{N^{c+2}} K_2 & (\Phi_{mp}^{N^{c+2}})^2 K_2 + K_3 & & \\ & & & \ddots & -\Phi_{mp}^{N^k} K_{N^k-1} \\ 0 & & & -\Phi_{mp}^{N^k} K_{N^k-1} & (\Phi_{mp}^{N^k})^2 K_{N^k-1} + K_{N^k} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

where  $\Phi_{mp}^X = A_{mp}^X / A_{mp}^{X-1}$  is the ratio of two successive main pore cross-section areas.

The displacement of the  $N^k$  masses can be directly deducted from Eq. (4.9). Under harmonic regime, the normal incidence surface impedance at the surface of the sample is given by

$$Z_{S,sample} = P_1 / j\omega \Phi_1 x_1 \quad (4.12)$$

where  $\Phi_1 = A_{mp}^1 / A_{sample}$  is the ratio of the first main pore cross-section area and  $A_{sample} = \pi R_{samp}^2$  the sample cross-section area.

The normal incidence reflection coefficient for a sample backed by a rigid termination is defined by

$$R = \frac{Z_{S,sample} - Z_0}{Z_{S,sample} + Z_0} \quad (4.13)$$

The reflection coefficient is used in the following study within the complex frequency plane representation, with the quantity  $20 \log_{10}(R)$  determined for real (x-axis) and complex (y-axis) frequencies. This representation provides additional insights on each resonance, and thus each absorption peak, which corresponds to a pair of a pole (local maximum) and a zero (local minimum) positioned at the same real frequency (Romero-García et al., 2016). A zero near the real axis indicates an absorption peak close to perfect absorption, while a zero distant from the axis indicates a lower absorption peak due to excessive losses (if the zero is below the axis) or a lack of losses (if the zero is above the axis).

Finally, the normal incidence absorption coefficient of this configuration is given by

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (4.14)$$

#### 4.3.2.5 Optimization process

This developed analytical model allows for direct and rapid optimization, as it is a reduced mass-spring model representing this metamaterial's behavior with only a few ( $N^k + 1$ ) masses and springs. MATLAB's 'fmincon' optimization function is used in section 4.4.3, to maximize the average absorption coefficient value ( $\alpha$ ) within a specific frequency range. The 'fmincon' function operates as a constrained nonlinear optimization tool, employing an iterative interior-point algorithm to find the optimal values for variables. Multi-pancake absorbers with main pore profiles defined by two ( $r_{mp}^{1 \rightarrow 14}$  and  $r_{mp}^{15}$ ) to six ( $r_{mp}^{1 \rightarrow 10}$ ,  $r_{mp}^{11}$ ,  $r_{mp}^{12}$ ,  $r_{mp}^{13}$ ,  $r_{mp}^{14}$  and  $r_{mp}^{15}$ ) variable parameters are considered. Constraints confine them within a set of machinable radii, with for instance setting their minimum values at 0.4 mm. Note that there is no constraint for the termination to be decreasing. Various optimizations identify the two profiles, presented in sections 4.4.3.1 and 4.4.3.2, which achieve the targeted broad absorption band (300 Hz and 500 Hz) with a high average amplitude (exceeding 0.8) at the lowest possible frequencies among all the profiles considered. The frequency step used in the average calculation is 2 Hz.

### 4.3.3 Validation methods

To validate the proposed model, both FEM simulations and experimental measurements are employed. This approach aligns with the methods used and detailed in a previous study (Bezançon et al., 2024).

#### 4.3.3.1 Numerical model

The FEM is implemented using the Acoustic Module of COMSOL Multiphysics® v. 6.2. The material is modeled in a cylindrical impedance tube to perform virtual measurements. The absorption coefficient under normal incidence is determined using the two-microphone method (ISO 10534-2, 2023). A 2D axisymmetric model leverages the system's radial symmetry, reducing computational time. This model remains rigid, i.e., excluding the influences of internal wall vibrations within the structure. Simulations use the Thermos-Viscous Acoustics (TVA) equations in the Thermoviscous Acoustics interfaces in the Acoustics Module to solve the complete fluid dynamics equations, accounting for material thermal and viscous losses, and the results are referred to as 'FEM TVA' throughout this study. Triangular and fine quadrilateral mesh elements handle boundary layer effects, and a mesh convergence analysis ensures computational efficiency and accuracy.

#### 4.3.3.2 Sample manufacturing and experimental setup

The proposed metamaterial is machined in aluminum alloy 6061 T6 and consists of an assembly of circular elements as shown in Figure 4.3 a). These elements are designed to minimize air leakage through contact areas. The precision machining provides flatter and smoother surfaces compared to 3D printing, which is crucial for accurately reproducing designed geometries such as cylindrical main pores and annular cavity walls, where losses are concentrated. The smallest achievable main pore radius using this manufacturing method is 0.4 mm. Experimental measurements are conducted in an impedance tube with a radius  $R_{samp} = 22.22$  mm, as shown in Figure 4.3 b). The two-microphone method is also used to

calculate the normal incidence sound absorption coefficient (ISO 10534-2, 2023). The sound absorption measurements use white noise with a global sound pressure level of 90 dB. Each sample is randomly reconstructed and repositioned for at least five tests to ensure repeatability, and the presented curves, referenced as ‘Experimental’, correspond to their average.

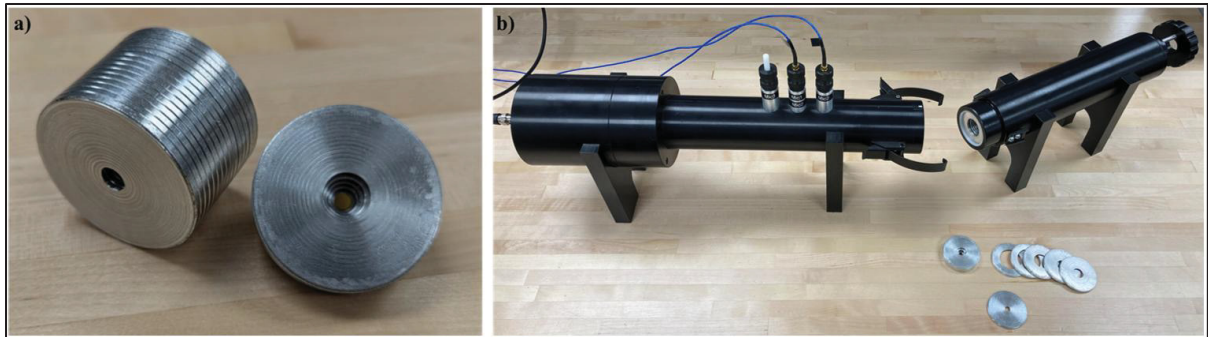


Figure 4.3 Photographs of a) a complete sample composed of 15 assembled elements (left) and an ABH termination consisting of 5 elements (right); and b) the impedance tube used for measurements, shown open with a sample inside.

## 4.4 Results

### 4.4.1 Validation of the equivalent mass-spring model for a constant profile metamaterial

In this section, the proposed equivalent mass-spring model is applied to a constant main pore metamaterial, which serves as a reference for the subsequent profiles under investigation. This whole metamaterial is only modeled by a single mass  $M_1$ , which represents the first main pore, and a single stiffness  $K_{eq}$ , which represents the rest of this constant profile metamaterial.

The absorption coefficient of the metamaterial with a constant profile  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2$  mm, is depicted in Figure 4.4 a), according to the equivalent mass-spring model, the FEM TVA, and the experimental measurements. This profile has been presented in Dupont et al. (2018) and further examined in reference (Bezançon et al., 2024). The equivalent mass-spring model yields results closely aligned with both the FEM TVA and experimental measurements up to 1500 Hz. However, beyond the fourth peak, a gradual shift toward higher frequencies is

observed, along with a decrease in the absorption coefficient. This small discrepancy can be attributed to the low-frequency assumption inherent in the equivalent mass-spring model, leading to a less precise representation of the constant section of the main pore profile at higher frequencies. Nevertheless, even beyond 1500 Hz, the absorption curve remains coherent, maintaining a consistent number, frequency position and amplitude of absorption peaks. It is worth noting that this study focuses on investigating main pore profiles to achieve a lower frequency absorption band compared to that of the ABH profiles, i.e. below 1500 Hz here for a sample thickness of 31 mm and a sample outer radius of 22.22 mm. In this context, the developed model proves well-suited and coherent. Additionally, the resonance frequency of the first cavity, denoted  $f_{res}^{2mm}$ , is indicated by a vertical dashed green line. This frequency is calculated using Eq. (4.7) and corresponds to the start of the band gap. It has been demonstrated that beyond its resonance frequency, a thin cavity behaves as a rigid termination, making the section further back in the material ineffective (Bezançon et al., 2024). In the following, this is used to better understand the acoustic behavior of various profiles metamaterial.

Figure 4.4 b) depicts the acoustic velocity of the (sole) mass of the system as a function of frequency. It corresponds to the real part of the derivative of the acoustic displacement of the mass, normalized by the maximum value of velocity:  $v_k = Re(j\omega x_k)/|v_{max}|$ . The acoustic displacement is directly calculated by solving Eq. (4.9). Visualizing the acoustic velocity of a mass aids in understanding and identifying resonance modes, as it directly corresponds to the acoustic velocity at the corresponding main pore. Firstly, it can be observed that although the system consists of a single mass and a single equivalent stiffness, it exhibits multiple resonances as expected due to the definition of  $K_{eq}$ . Furthermore, the mass logically reaches maximum velocity at each absorption peak frequency, consistent with the behavior of the mass in a quarter-wave system (see Figure-A 2.b-1 a-d) in Annexe 2.b, and Figure 6 in reference (Lopez et al., 2024)). Also, it can be noted that the velocity of the mass is positive, indicating that it is in phase with the excitation. Indeed, it has been verified that the imaginary part of the velocity is zero for each maximum velocity, and thus at each resonance, and this is the case for all masses in all profiles of this study. In the subsequent part of the study, this visualization

will facilitate the characterization of modes and the assessment of specific mass effects in comparison to other masses, especially in systems with multiple masses.

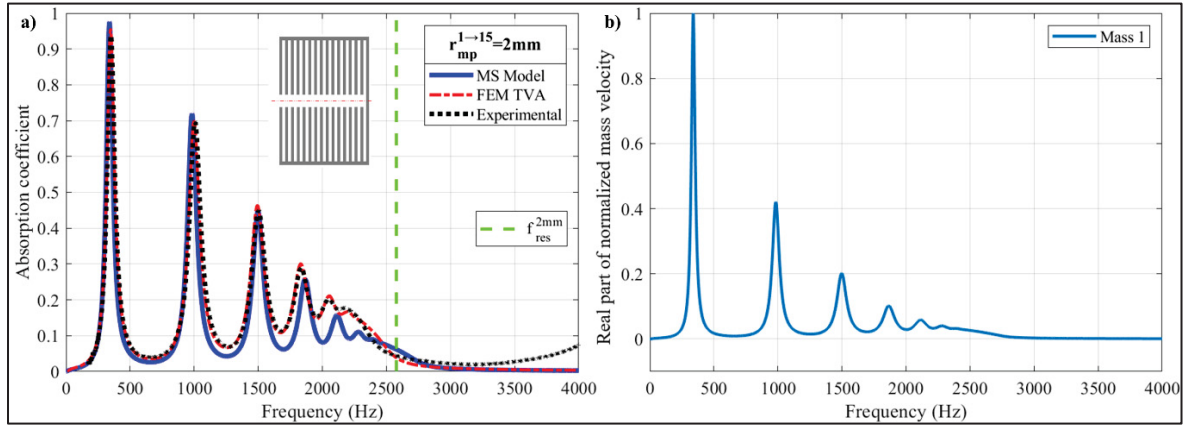


Figure 4.4 a) Comparison of the absorption coefficient for a metamaterial with constant profile with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2\text{mm}$  according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; b) Velocity of mass 1 against frequency from the equivalent mass-spring model

This section has validated the modeling a 'multi-pancake absorber' with a constant main pore profile with a reduced system consisting of a single mass and a single equivalent stiffness frequency dependent. Additionally, it introduced the mass velocity visualization. The influence of modifying main pores at the end of the profile on the acoustic behavior of the metamaterial will now be investigated, aiming to improve low-frequency absorption.

#### 4.4.2 Combined modes analysis

In this section, the investigation focuses on the formation of combined modes and their impact on absorption. In this study, 'combined modes' denotes the modes affected by the combination of both the constant section and the ABH termination. To better understand their behavior, profiles with a few modified main pores at the end of a constant section are analyzed using mass velocity visualization. First, a profile with a single main pore termination is studied. Then, constant profiles with an ABH termination composed of three main pores are analyzed

to understand the formation of multiple combined modes and their positive impact on low-frequency sound absorption.

#### 4.4.2.1 Single main pore termination

The previously examined constant profile is slightly modified by reducing the radius of the last main pore. The profile parameters are defined as  $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 2$  mm and  $r_{mp}^{15} = 0.5$  mm, and thus the material is represented by two masses,  $M_1$  and  $M_2$ , and two stiffnesses,  $K_{eq}$  and  $K_2$ . The absorption coefficient of this profile is shown in Figure 4.5 a), according to the equivalent mass-spring model, the FEM TVA, and the experimental measurements. Similar to the constant profile metamaterial (see previous section), the equivalent mass-spring model closely aligns with both FEM TVA and experimental results up to 1800 Hz. The frequency positions of the four first peaks are nearly identical across models, with slight differences observed only in their amplitudes. For the subsequent peaks, the equivalent mass-spring model still exhibits a slight shift towards higher frequencies. Nevertheless, the results are very satisfactory, confirming the validity of the observations and conclusions of this section.

Then, in Figure 4.5 b), the absorption coefficient of the studied profile (shown in blue) is compared with that of the constant profile from the previous section with 15 main pores (denoted as  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2$  mm, shown in red), and the same constant profile but composed of only 14 main pores (denoted as  $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 2$  mm, shown in dashed gray). In this figure, and in the following one, all curves are computed using the equivalent mass-spring model. It can be observed that reducing the size of the last main pore shifts the absorption peaks towards lower frequencies, changing from two absorption peaks below 1300 Hz (346 Hz and 984 Hz in red) to three peaks (344 Hz, 806 Hz, and 1121 Hz in blue). Additionally, the amplitude of the second absorption peak is significantly reduced (from 0.72 at 984 Hz in red to 0.28 at 806 Hz in blue), while the amplitudes of the subsequent peaks are slightly improved. Additionally, all three profiles exhibit a band gap starting at the same frequency, initiated at the resonance frequency of their identical first cavity (Bezançon et al., 2024), denoted as  $f_{res}^{2mm}$  (vertical dashed green line), as this cavity is surrounded by 2 mm-radius main pores. Furthermore, the resonance

frequency of the last cavity of the studied profile is denoted as  $f_{res}^{0.5mm}$  (vertical dash-dot green line) as it is preceded by a 0.5 mm-radius main pore. Notably, beyond this frequency, the absorption coefficient of the studied “non-constant profile” (depicted in blue) closely resembles that of the constant profile with 14 main pores (in dashed gray). This similarity can be attributed to the behavior of a cavity acting as a rigid termination beyond its resonance frequency (Bezançon et al., 2024; Umnova et al., 2023). Hence, for frequencies beyond the resonance frequency of its last cavity, the metamaterial under study behaves as if it were solely composed of its first 14 cavities.

The complex frequency plane representation in Figure 4.5 c) provides additional insights into the evolution of the acoustic behavior of the metamaterial as it transitions from the reference profile to the profile studied in this section by modifying last main pore radius  $r_{mp}^{15}$  from 2 mm to 0.5 mm. The first zero is minimally affected as the first peak of the three profiles is almost identical. All the following zeros shift progressively towards lower frequencies, aligning with the observations in Figure 4.5 b). The second zero moves away from the real frequency axis, aligning with the reduced absorption amplitude, due to having excessive loss initially (the zero is below the real frequency axis). Reducing the last main pore increases these losses, shifting the zero downward. Additionally, this zero moves minimally when  $r_{mp}^{15}$  changes from 2 to 1 mm but shift significantly when  $r_{mp}^{15}$  changes from 1 to 0.5 mm, due to the non-linear increase in losses as the radius decreases. The subsequent three zeros initially move away from the real frequency axis or remain at a consistent distance due to increased losses. They then gradually ascend towards the zeros of the constant profile with 14 main pores (marked in grey) as the 15th main pore decreases. The third zero moves less than the fourth and fifth because it is at a lower frequency, still influenced by the last cavity.

The velocities of the two masses of the studied profile are plotted as a function of frequency in Figure 4.5 d). These correspond to the real part of the velocities, normalized by the maximum value of the two. As seen in section 4.3.2, the first mass corresponds to the first main pore, and the second mass corresponds to the modified main pore, here to the fifteenth main pore. It can be observed that, for the first, third, and fifth resonances, the two masses are in phase with the

excitation (both positive), and thus in phase with each other. Conversely, for the second, fourth, and sixth resonances, the first mass is in phase with the excitation (positive) while the second mass is out of phase (negative), making them out of phase with each other. This aligns with the observations in Figure 6 of reference (Lopez et al., 2024) incorporating a node at each resonance, causing the last mass (in orange) to alternate between being in phase and out of phase with the first mass (in blue). The velocity of the first mass is altered compared to Figure 4.5 b), with its amplitude for the second resonance significantly reduced. Furthermore, the second mass exhibits notable velocity for the first three resonances but is significantly reduced at higher frequencies. This aligns with the observations in Figure 4.5 b) where the influence of the last main pore only happens before the resonance frequency of the subsequent cavity, corresponding to the first three absorption peaks. Thus, these first three resonances are combined modes, resulting from the interaction between the constant section and the ABH termination (here composed of a single main pore), whereas the subsequent resonances depend almost exclusively on the constant section. It can be noted that among the three combined resonances of this metamaterial, the second resonance depends more on the last main pore than the first and third resonances, as the second mass has an amplitude more similar to the first.

An additional interpretation of the acoustic behavior of this metamaterial with a single main pore termination can be made by visualizing the pressure fields at the resonances, as presented in Figure-A 2.b-1 e-h) in Annexe 2.b.

Therefore, reducing the last main pore at the end of a constant section shifts the absorption peaks towards lower frequencies without changing the material's thickness and external radius. The last main pore influences only the low-frequency peaks, corresponding to combined modes. Additionally, the material's absorption curve maintains these multiple absorption peaks, although some combined ones are reduced in amplitude. The termination could be used to control the amplitude of these peaks and enhance absorption. In the next section, a constant profile associated with an ABH termination composed of three main pores at the end is studied to better understand the influence of a multiple main pore ABH termination on absorption.

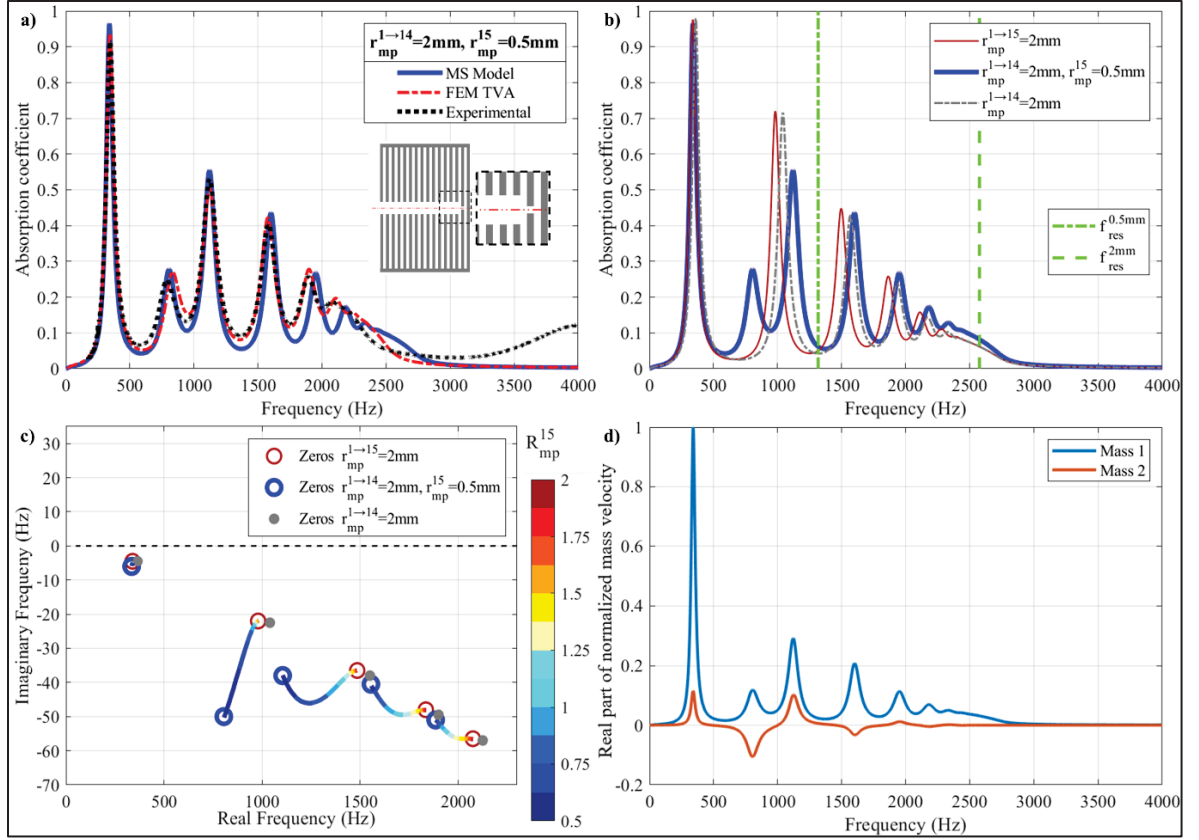


Figure 4.5 a) Comparison of the absorption coefficient for the studied metamaterial, with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 2$  mm and  $r_{mp}^{15} = 0.5$  mm, according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; b) Comparison of the absorption coefficient for the studied metamaterial with constant profile metamaterials  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2$  mm and  $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 2$  mm; c) Evolutions of the first five zeros when  $r_{mp}^{15}$  varies from 2 to 0.5 mm with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 2$  mm in the complex frequency plane representation; d) mass velocities of the studied metamaterial against frequencies

#### 4.4.2.2 Multiple main pores ABH termination

In this section, the previously examined constant profile is modified by reducing the radius of the last three main pores to form an ABH termination, in order to analyze their influence on low-frequency absorption through multiple combined modes. The parameters for the studied profile are defined with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 12} = 2$  mm,  $r_{mp}^{13} = 0.9$  mm,  $r_{mp}^{14} = 0.7$  mm and  $r_{mp}^{15} = 0.5$  mm, as represented in Figure 4.6 a), and thus this material corresponds to a 4-mass-spring system.

Its absorption coefficient is shown in Figure 4.6 b), according to the equivalent mass-spring model, the FEM TVA, and the experimental measurements. The three curves are very close up to 1500 Hz, with the frequency positions of the first absorption peaks being nearly identical and only minor differences in their amplitudes. At higher frequencies, similar to previous sections, some differences can be observed with a slight shift in the mass-spring model. However, it remains consistent, and the overall results are satisfactory.

The curves in the following figures are calculated solely using the equivalent mass-spring model. In Figure 4.6 c), the absorption coefficient of the studied profiles (in blue) is compared to the reference constant profile (in red) and the material corresponding only to its constant section  $r_{mp}^{1 \rightarrow 12} = 2$  mm (in dashed gray). A greater shift in absorption peaks can be observed compared to the profile from the previous section, with six absorption peaks below 2 000 Hz for this profile, compared to five for the previous profile and four for the reference profile. This is due to the fact that the ABH termination could be equivalent to a greater acoustic mass, as there are more reduced main pores, which shifts the system's resonances towards lower frequencies. Nevertheless, at the same time, this increases the losses for resonances that already had excessive losses, resulting in absorption peaks with lower amplitudes (see the second to fifth peaks in blue). Additionally, the third and fourth absorption peaks are relatively close in frequency, forming the beginning of an absorption band despite their low amplitude. Furthermore, after the resonance frequency of the cavity following the first modified main pore (the 13<sup>th</sup>), denoted as  $f_{res}^{0.9mm}$  (vertical dash-dot green line), the absorption curve of the studied profile follows that of the constant section only (dashed gray). As previously mentioned, this is due to the behavior of a cavity acting as a rigid termination for frequencies beyond its resonance frequency (Umnova et al., 2023; Bezançon et al., 2024).

The mass velocities for the profile studied in this section are plotted as a function of frequency in Figure 4.6 d) and correspond to the real part of the velocities, normalized by the maximum value among them. It can be observed that beyond the sixth resonance, only the first mass has a non-zero velocity, which corresponds well to the behavior of the constant section alone as explained in the previous paragraph. The first six resonances are influenced by all the masses

and therefore correspond well to combined modes. The combined contributions of the different masses can be observed and are particularly complex for the second to fifth resonances.

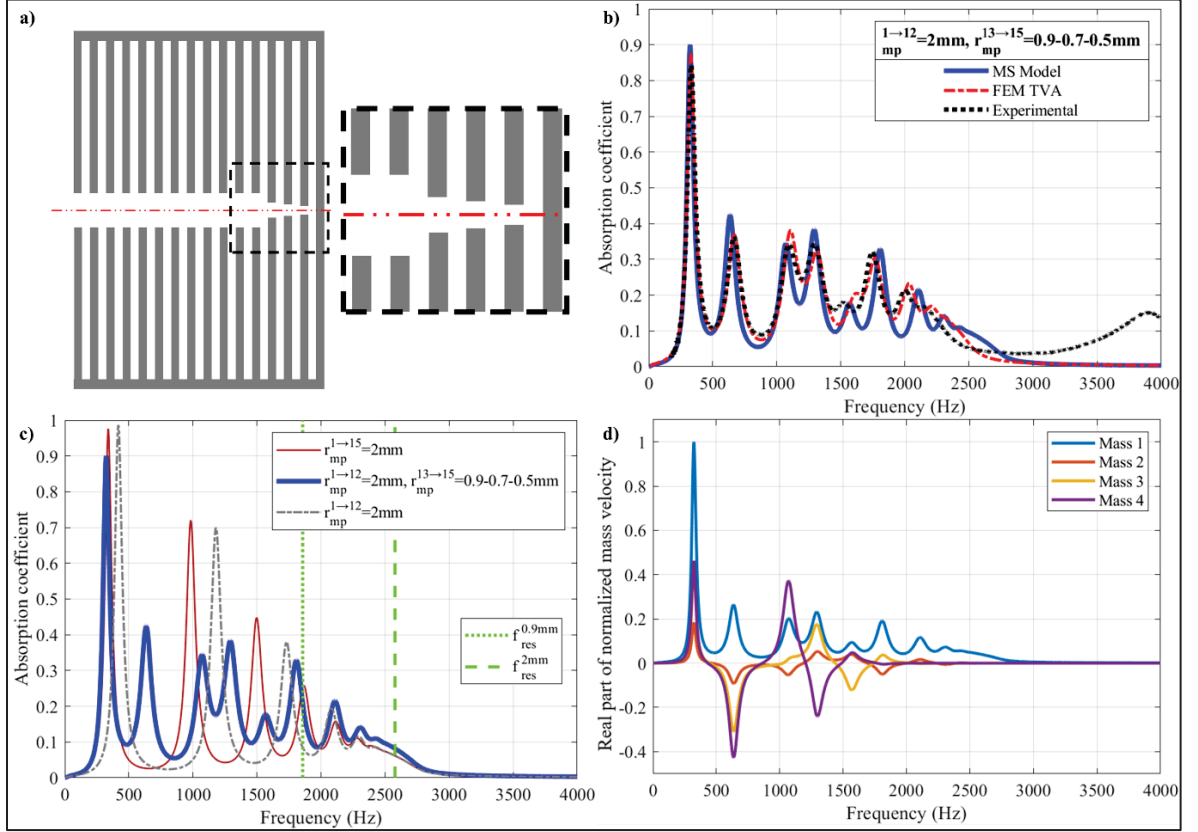


Figure 4.6 a) Visualization of the proposed metamaterial over a 300-Hz frequency band with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 12} = 2\text{ mm}$ ,  $r_{mp}^{13} = 0.9\text{ mm}$ ,  $r_{mp}^{14} = 0.7\text{ mm}$  and  $r_{mp}^{15} = 0.5\text{ mm}$ ; b) Comparison of its absorption coefficient according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; c) Comparison of its absorption coefficient with constant profile metamaterials  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2\text{ mm}$  and  $r_{mp}^{1 \rightarrow 12} = 2\text{ mm}$ ; d) Its mass velocities against frequencies

Therefore, an ABH termination composed of multiple main pores accentuates the shift of absorption peaks towards lower frequencies but simultaneously reduces their amplitude due to excessive losses. To enhance the material's absorption capability, it is crucial to balance the losses to effectively utilize the low-frequency peaks from the combined modes. A constant section with fewer losses and potentially larger perforation radii could yield higher amplitude absorption peaks. Additionally, closely spaced peaks can form an effective absorption band if the peaks have high amplitudes. Nevertheless, the combined resonances depend on all the

masses, making it complex to control the frequency position and amplitude of these absorption peaks for improved overall absorption. The next section focuses on optimizing the profile parameters to achieve higher amplitude absorption peaks and form absorption bands with closely spaced frequency peaks at the lowest possible frequencies.

#### 4.4.3 Multi-pancake absorber with optimized ABH terminations

This section investigates multi-pancake absorber with optimized ABH terminations with multiple modified main pores at the end of a constant section to achieve a broad absorption band at low frequency without changing the material's thickness and external radius. As presented in section 4.3.2, an optimization process is employed to identify the most effective values for these parameters. Main pore profiles defined by two ( $r_{mp}^{1 \rightarrow 14}$  and  $r_{mp}^{15}$ ) to six ( $r_{mp}^{1 \rightarrow 10}$ ,  $r_{mp}^{11}$ ,  $r_{mp}^{12}$ ,  $r_{mp}^{13}$ ,  $r_{mp}^{14}$  and  $r_{mp}^{15}$ ) variable parameters are considered. Multiple optimizations are performed to determine a profile featuring a broad absorption band, with a high amplitude average (exceeding 0.8) positioned at the lowest possible frequencies. The next two subsections present the optimized profiles for two different target bandwidths: a 300 Hz absorption band and a 500 Hz absorption band, both at the lowest possible frequencies.

##### 4.4.3.1 Optimized metamaterial for absorption band around 300 Hz

In this section, the specified frequency bandwidth is 300 Hz, and the optimized values for the lowest frequency band result in a multi-pancake absorber with a two-parameters profile with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 4$  mm and  $r_{mp}^{15} = 0.4$  mm presented in Figure 4.7 a). Note that multiple optimizations were performed, and this profile exhibited a 300 Hz absorption band at lower frequencies compared to profiles with ABH terminations containing more main pores.

The absorption coefficient of this material is depicted in Figure 4.7 b), showcasing a high amplitude absorption band composed of two low-frequency peaks at 599 Hz and 806 Hz. Globally, this material exhibits an absorption band between 544 Hz and 844 Hz, with an average absorption of 0.80. Moreover, between 1500 Hz and 3500 Hz, multiple narrow peaks

are present. These results are validated using the FEM TVA and measurements. Below 1500 Hz, all three curves are remarkably similar. The FEM TVA and experimental curves align closely, with a slight amplitude variation for the second absorption peak compared to the equivalent mass-spring model. This discrepancy may stem from how the equivalent mass-spring model approximates the last annular cavity volume, though these differences are minor, validating the achievement of a low-frequency absorption band.

In Figure 4.7 c), the optimized profile is compared with the constant reference profile profiles  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2$  mm (in red) and its constant section  $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 4$  mm (in dashed grey) using the equivalent mass-spring model. It is noticeable that absorption is significantly enhanced in the considered frequency bandwidth compared to the constant profiles with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2$  mm and with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 4$  mm. At low frequencies, the absorption band is positioned between its first two frequency peaks and spans a frequency range above 300 Hz. Moreover, at higher frequencies, the profile exhibits multiple absorption peaks, with the third one reaching an amplitude exceeding 0.98 at 1904 Hz and the fourth one 0.64 at 2604 Hz. At higher frequencies, its absorption is similar to the absorption of its constant section only ( $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 4$  mm in dashed grey), because the last cavity has already resonated and behaves like a wall.

The velocity of the two masses representing this optimized profile is shown in Figure 4.7 d). The first mass corresponds to the first main pore, while the second corresponds to the last main,  $r_{mp}^{15}$ . The first mass has a similar velocity for the first two resonances and, from the third resonance onward, behaves similarly to the reference metamaterial but with higher amplitude. The second mass shows similar velocity amplitudes for the first two resonances and minimal movement for the subsequent resonances. Thus, the first two resonances correspond to combined modes, while the following resonances are influenced only by the constant section.

Thus, with this metamaterial, the lowest possible 300 Hz absorption band is achieved using an optimized profile composed of a constant section with 14 main pores and a single smaller main pore at the end. This profile features a low-frequency absorption band with two closely spaced peaks, followed by several higher frequency absorption peaks. The next section presents a

multi-pancake absorber with a second optimized profile designed to achieve a broader 500 Hz absorption band at the lowest possible frequency.

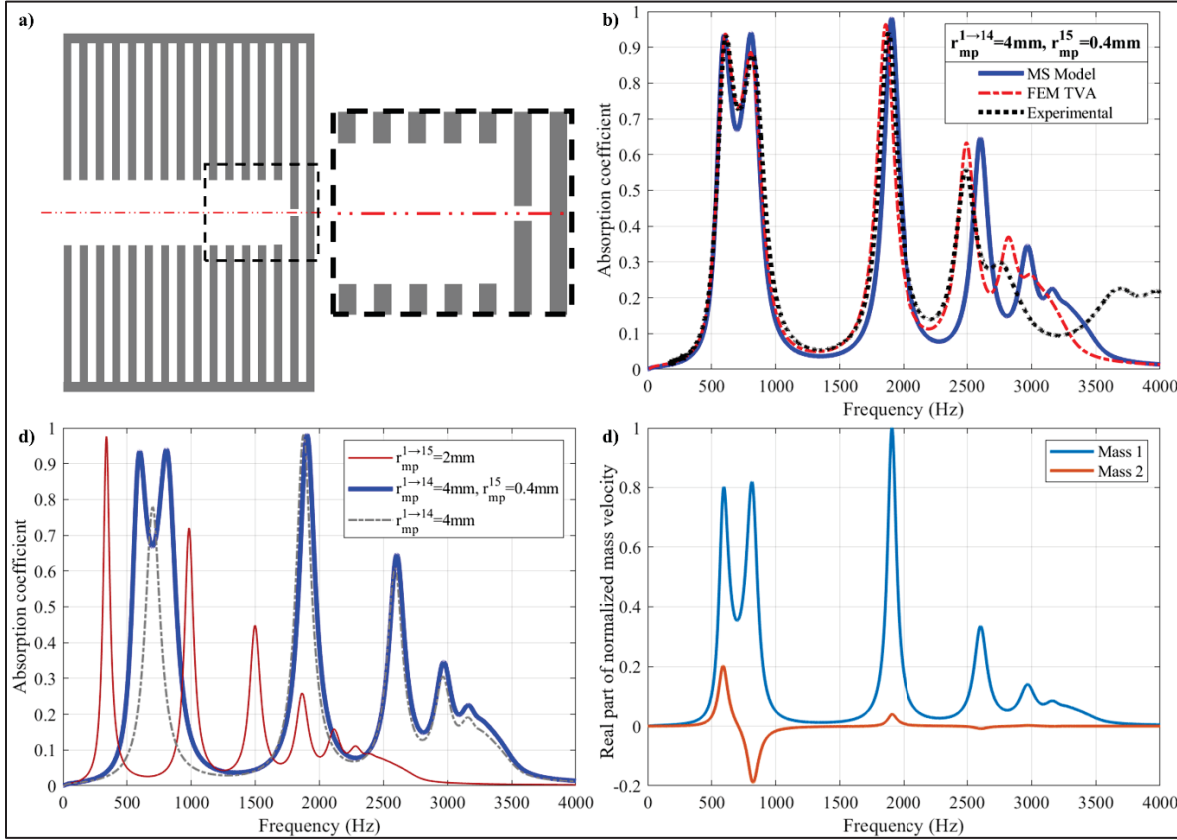


Figure 4.7 a) Visualization of the first optimized metamaterial over a 500-Hz frequency band with  $r_{mp}^{1→14} = 4\text{ mm}$  and  $r_{mp}^{15} = 0.4\text{ mm}$ ; b) Comparison of its absorption coefficient according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; c) Comparison of its absorption coefficient with constant profile metamaterials  $r_{mp}^{1→15} = 2\text{ mm}$  and  $r_{mp}^{1→14} = 4\text{ mm}$ ; d) Its mass velocities against frequencies

#### 4.4.3.2 Optimized metamaterial for absorption band around 500 Hz

In this section, the specified frequency bandwidth is 500 Hz, and the optimized values for the lowest frequency band result in a multi-pancake absorber with a five-parameters profile with  $r_{mp}^{1→11} = 5\text{ mm}$ ,  $r_{mp}^{12} = 1\text{ mm}$ ,  $r_{mp}^{13} = 0.8\text{ mm}$ ,  $r_{mp}^{14} = 0.45\text{ mm}$  and  $r_{mp}^{15} = 0.4\text{ mm}$ , presented in Figure 4.8 a). Note that there are no constraints on the successive decrease in the radius of the main pores in the termination.

The corresponding absorption coefficient is depicted in Figure 4.8 b) showcasing a first absorption peak at 374 Hz with low amplitude, followed by a high-absorption band composed of 3 absorption peaks at 843 Hz, 1066 Hz, and 1268 Hz, then another peak at 1696 Hz with low amplitude, and finally several peaks at higher frequencies. Globally, it exhibits an average absorption coefficient of 0.80 between 782 Hz and 1282 Hz. These results are validated using the FEM TVA and measurements. Overall, below 1500 Hz, the three curves are aligned. Some differences in amplitudes are noted, but the equivalent mass-spring model remains consistent. Above 1500 Hz, the discrepancies between the FEM-TVA and experimental data may arise from the vibration of the structure's walls, and the deviation from the equivalent mass-spring model can be due to the low-frequency approximation. The results are very consistent, validating the analyses conducted in this study.

In Figure 4.8 c), the absorption coefficient of the optimized profile is compared with the constant reference profile  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2$  mm (in red) and its constant section  $r_{mp}^{1 \rightarrow 11} = 5$  mm (in dashed grey) using the equivalent mass-spring model. It is noticeable that absorption of the optimized metamaterial is significantly enhanced in the considered frequency bandwidth compared to the constant profiles with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2$  mm. The first absorption peak is notably decreased, while the remaining absorption is significantly enhanced compared to the reference constant profile, and this without changing the material's thickness and external radius. The high-frequency absorption peaks appear to correspond to the secondary resonances of the constant section (see the similarity with the dashed grey curve above 1500 Hz).

The velocity of the various masses of the optimized profile is depicted in Figure 4.8 d). The first mass corresponds to the first main pore, while masses 2 through 5 correspond respectively to the 12<sup>th</sup> through 15<sup>th</sup> modified main pores. It can be observed that the first five resonances correspond to combined modes involving contributions from all masses, while the following three primarily originate from the constant section, with nearly exclusive velocity of mass 1.

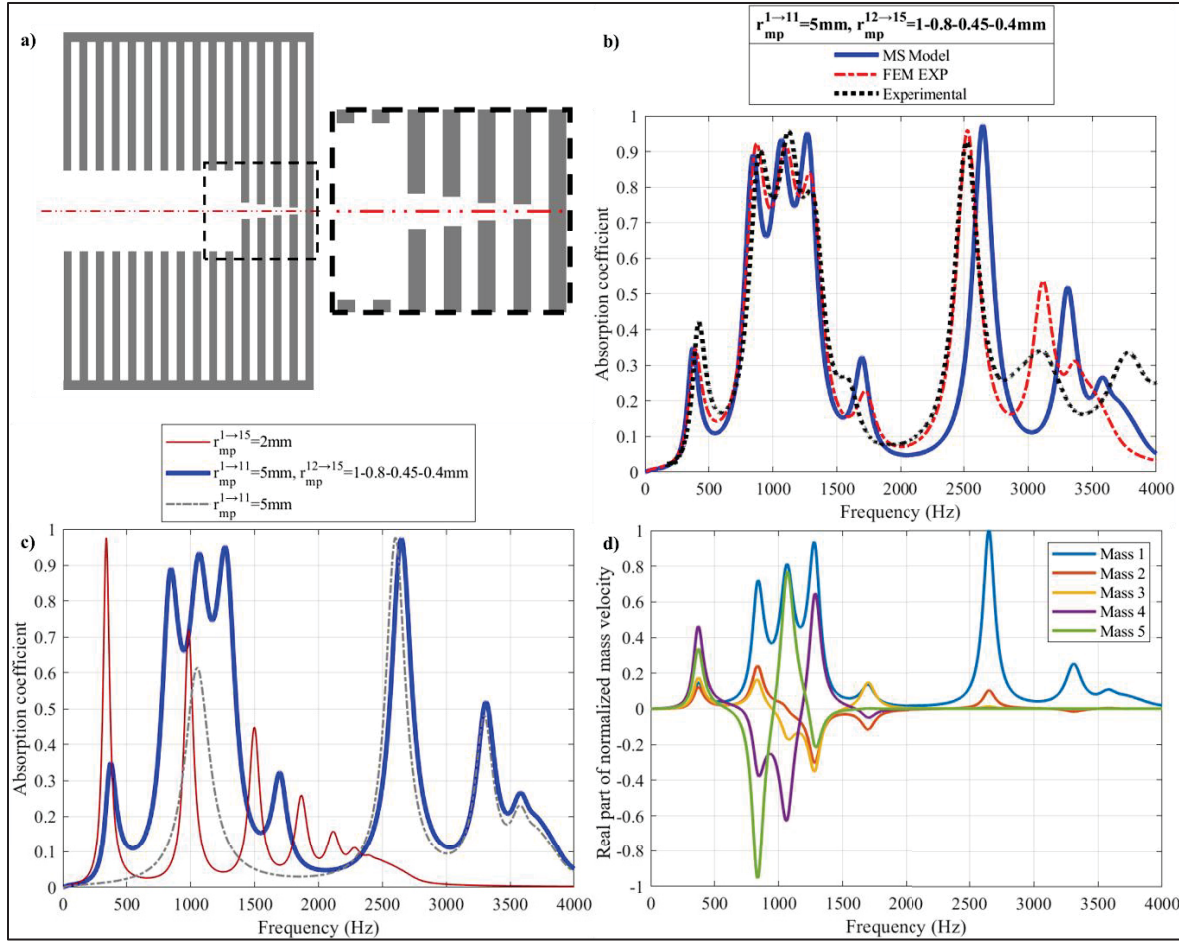


Figure 4.8 a) Visualization of the first optimized metamaterial with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 11} = 5\text{ mm}$ ,  $r_{mp}^{12} = 1\text{ mm}$ ,  $r_{mp}^{13} = 0.8\text{ mm}$ ,  $r_{mp}^{14} = 0.45\text{ mm}$  and  $r_{mp}^{15} = 0.4\text{ mm}$ ; b) Comparison of its absorption coefficient according to the equivalent mass-spring model, the FEM and experimental results; c) Comparison of its absorption coefficient with constant profile metamaterials  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2\text{ mm}$  and  $r_{mp}^{1 \rightarrow 11} = 5\text{ mm}$ ; d) Its mass velocities against frequencies

Therefore, an optimized profile composed of a constant section of 11 main pores and an ABH termination of four modified main pores at the end, has been identified. This profile exhibits a low-frequency absorption band with three peaks spanning just over 500 Hz. It is noteworthy that this band is broader than that of the preceding section's optimized material, albeit appearing at slightly higher frequencies.

#### 4.4.3.3 Comparison with constant and ABH profiles

In Figure 4.9, the absorption coefficients of the optimized profiles for the 300 Hz (in dark blue) and 500 Hz (in light blue) bands are compared with the reference profile (in red) and the complete ABH profile from a previous study (Bezançon et al., 2024) (in black). The complete ABH profile exhibits high absorption peaks across the frequency spectrum but forms a broad absorption band only above 2 000 Hz. In contrast, the optimized profiles achieve absorption bands at significantly lower frequencies, highlighting the capability of the studied profile, which combines a constant section with an ABH termination, to improve low-frequency absorption. Additionally, the two optimized profiles illustrate the trade-off between the bandwidth of the absorption and its frequency position, where a lower frequency band tends to be narrower. Furthermore, compared to the reference profile, which displays primarily tonal absorption, the optimized profiles demonstrate marked improvements in low-frequency absorption while maintaining some absorption peaks at higher frequencies.

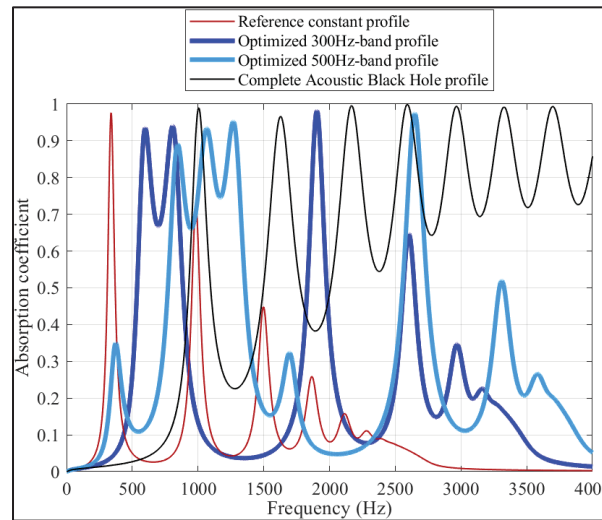


Figure 4.9 Comparison of the absorption coefficient between the reference constant profile metamaterials, the optimized 300 Hz and 500 Hz-band profile metamaterials, and a complete ABH profile metamaterial from reference (Bezançon et al., 2024)

## 4.5 Conclusion

This study introduces a multi-pancake metamaterial capable of low-frequency sound absorption despite its minimal thickness. By strategically combining constant and ABH pore profiles, we demonstrate the ability to tailor the absorber's performance for desired absorption bandwidth at the lowest frequency range. A mass-spring model provides physical insights into the underlying mechanisms, revealing how ABH terminations induce lower frequency resonances and enhance absorption without increasing the material's thickness or external dimensions. Optimized designs showcase the potential for achieving broad absorption bands at low frequencies, with significant improvements compared to traditional approaches. The first optimized metamaterial exhibits a 300 Hz absorption band at low frequencies with a single main pore and ABH termination. Another optimized design, featuring a constant section of 11 main pores and an ABH termination of 4 main pores, achieves a broader absorption band of 500 Hz at slightly higher frequencies. These findings offer promising avenues for developing highly efficient, thin metamaterials with practical applications in noise control and acoustic engineering.

## CHAPITRE 5

### EXPERIMENTAL ANALYSIS OF METAMATERIAL WITH IMPROVED HIGH SOUND LEVELS ABSORPTION USING COMPLEX FREQUENCY PLANE

Gauthier Bezançon<sup>1</sup>, Olivier Doutres<sup>1</sup>, Olga Umnova<sup>2</sup>, Philippe Leclaire<sup>3</sup>, Thomas Dupont<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Département de Génie Mécanique, École de technologie supérieure,  
1100 Notre-Dame Ouest, Montréal, Québec, H3C 1K3, Canada

<sup>2</sup> Université de Salford, 43 Crescent, Salford M5 4WT, Royaume-Uni

<sup>3</sup> DRIVE – ISAT, Université de Bourgogne, 49 rue Mademoiselle Bourgeois,  
58027 Nevers, France

Article publié dans la revue « Applied Acoustics », volume 231, article 110529, mars 2025  
DOI : 10.1016/j.apacoust.2025.110529

#### 5.1 Abstract

This study proposes using the complex frequency plane representation as a tool to quantify loss levels of a metamaterial at low sound levels, enabling the prediction of trends in absorption coefficient changes at high sound levels. A multi-resonant metamaterial composed of a series of thin annular cavities connected by a central perforation is considered which has been previously studied in the linear regime. With the analytical model developed for the linear regime, the representation of the complex frequency plane allows understanding whether a low value of absorption peak is due to excessive losses or, instead, to a lack of losses in the material. As sound level increase, material losses rise, leading to decrease in absorption peaks for structures with excessive losses and increase of peak absorption coefficient values for those with insufficient losses. Multi-resonant metamaterials with a constant main pore profile are selected to exhibit resonances with various loss levels, and measurements in a high sound level impedance tube are conducted to validate the expected changes in absorption coefficient. After

that, an acoustic black hole is considered and a structure with two low frequency absorption peaks increasing with sound level and presenting a broad absorption band with low sensitivity to high sound levels is identified. The predictions are validated experimentally.

## 5.2 Introduction

Development of effective sound absorbers is critical in extreme environments such as industrial settings. However, conventional materials often struggle to absorb sound effectively, especially at low frequencies, primarily due to the bulky nature of these materials and the need to limit their thickness in most applications. Additionally, their flammability renders them unsuitable for demanding environments. In contrast, acoustic metamaterials offer a promising solution in sound wave control, often with subwavelength thickness, and they can be made from non-inflammable materials. For acoustic absorption, these structured materials often consist of a periodic array of resonators (Leclaire et al., 2015; Jiménez et al., 2017a), and more complex multi-resonant structures have also been investigated (Yang et al., 2023; Liu et al., 2024; Marescotti & Pompili, 2024). Dupont et al., (2018) introduced a multi-resonant acoustic metamaterial composed of thin annular cavities connected by a central perforation. This material exhibits numerous absorption peaks, including those at low frequencies, which are below the quarter wavelength absorption peak of the perforation alone. Subsequent to Dupont et al., (2018), studies focused on some geometric variations for a lower frequency absorption peak (Kone et al., 2021; Lopez et al., 2024). Another study (Bezançon et al., 2024) investigated acoustic black hole (ABH) main pore profiles to achieve a broadband absorption. Profiles with a gradually decreasing main perforation were studied (Ouahabi et al., 2015; Guasch et al., 2017; Umnova et al., 2023), and recently adapted to more complex structures (Chen, Yu, Fu, Zhang, Lu, et al., 2024; L. Peng et al., 2024). In Bezançon et al., (2024), the ABH profiles were tailored to a thin structure to achieve broadband absorption and the analyses of various profiles were conducted using complex frequency plane representation. This technique is particularly useful for visualizing resonance loss levels and their evolutions, as presented in (Romero-García et al., 2016). It has been used in various structures such as sub-wavelength absorbers (Jiménez et al., 2017b), pipe mufflers (D. Zhang et al., 2024), or even earplugs (Carillo et al.,

2022). Recently, the complex frequency plane representation has been utilized to the analysis of rectangular sonic black holes (Hruška et al., 2024).

In many industrial environments, the noise level can be considerable. The acoustic behavior of structured materials can differ significantly at high sound levels compared to linear levels. Pioneering work (Ingård & Labate, 1950; Ingard & Ising, 1967) has shown that as the sound level increases, turbulence in the form of vortices is generated at the edges of orifices. Subsequently, the acoustic behavior of various structured materials has been studied under high sound levels, such as microperforated panels (MPP) (Tayong et al., 2010; Tayong et al., 2011; Laly et al., 2018), Helmholtz resonators (Achilleos et al., 2016; Zhu et al., 2022), or structures with more complex geometries (Tang et al., 2020; Brooke et al., 2020; Zhu et al., 2023; Sun et al., 2024). To design materials considering these effects, many studies used an analytical model based on loss description, incorporating nonlinear resistance. For instance, the Forchheimer model, initially introduced for characterizing the nonlinear behavior of rigid porous materials (Wilson et al., 1988; Aurégan & Pachebat, 1999; O. Umnova et al., 2003), is also utilized for structured materials (Tayong et al., 2011; Brooke et al., 2020). It considers a dependence of static flow resistivity on particle velocity in perforations, which varies with sound level. Therefore, an increase in sound level leads to increase of viscous losses within the structure. This can result in decreased absorption at high sound levels (Tang et al., 2020; Brooke et al., 2020). However, if the material does not achieve perfect absorption in the linear regime due to insufficient losses, then its absorption will increase in the non-linear regime (Tayong et al., 2010; Laly et al., 2018; Achilleos et al., 2016; Zhu et al., 2022; Zhu et al., 2023). Nevertheless, nonlinear models are mostly semi-empirical, requiring additional parameter measurements (or simulation), in each orifice for every sound level. This complexity makes them challenging to develop and to adapt to different structures. Nonetheless, assessing a material's loss level in the linear regime can provide quicker insights into its absorption behavior at high sound levels, aiding the determination of geometries with the desired absorption evolution.

In this study, it is proposed to use the complex frequency plane representation as a tool to quantify the loss level of a metamaterial, using a linear model. Together with simple analysis of the nonlinear effects, this enables the direct anticipation of absorption peak evolution as the sound level increases, thereby facilitating the design of materials with improve absorption at high sound levels. This tool is examined for the multi-resonant metamaterial from Bezançon et al., (2024), using the linear model developed, with modifications to its geometry to control loss level in the linear regime. Firstly, experimental measurements of the absorption coefficient at various sound levels are conducted for the metamaterial with a perfect absorption peak at low frequencies to assess the effect of nonlinearity on absorption. These measurements are analyzed using the complex frequency plane representation. Consequently, metamaterials with low losses in the linear regime are proposed to achieve improved absorption at high sound levels. These finding are confirmed by additional experimental measurements.

The paper is organized as follows. Section 5.3 describes the experimental setup and details the analytical approaches used for the analysis. Then, in section 5.4.1, the complex frequency plane tool is employed to analyze absorption measurements at high sound levels for a constant reference profile and gain a deeper insight into the non-linear effects. In section 5.4.2, a constant profile with low-losses in the linear regime is determined using this tool, and its expected acoustic behavior as the sound level increases is compared with experimental measurements. Finally in section 5.4.3, a complex frequency plane representation is employed to propose an ABH profile with insufficient losses in the linear regime and its improved absorption at high sound levels is confirmed through experimentation.

### **5.3 Material and methods**

#### **5.3.1 Material**

The studied multi-resonant metamaterial (see Figure 5.1), proposed in Bezançon et al., (2024), features a cylindrical overall structure with a radius of  $R_{samp} = 22.2$  mm and a total thickness of  $L = 31$  mm. It is composed of  $N = 15$  thin annular cavities, each with an external radius

of  $R_{cav} = 21$  mm and a thickness of  $h_{cav} = 1$  mm. These cavities are connected to the main perforation and are separated by annular plates, periodically positioned, each with a thickness of  $h_{mp} = 1$  mm. The material is finished with a final, non-perforated plate. In this study, both constant (see Figure 5.1 a)) and ABH (see Figure 5.1 b)) main pore profiles are considered. A constant main pore profile is defined by a single main perforation radius value,  $r_{mp}$ . An ABH main pore profile is characterized by  $N = 15$  different  $r_{mp}^i$  values, decreasing with thickness, summarized as  $r_{mp} = r_{mp}^1$  to  $r_{mp}^{15}$ . Note that this study is limited to linear ABH profiles. The main pore profile serves as the only variable geometric parameter used to control the level of losses in the material, while the other geometric parameters remain fixed.

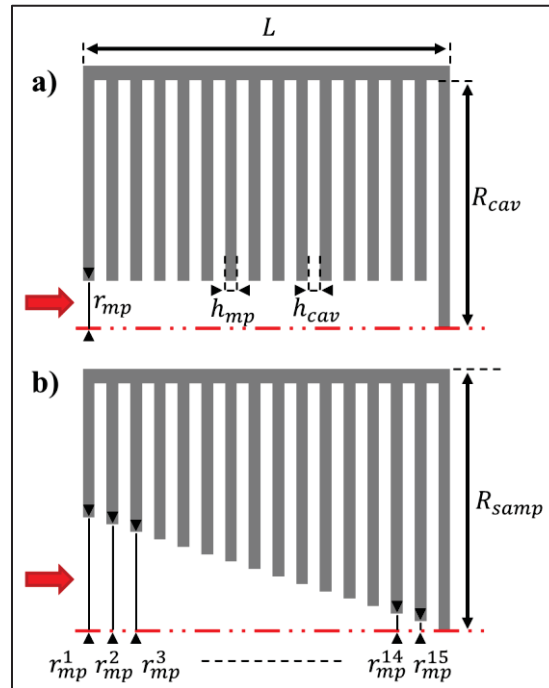


Figure 5.1 2D cross-sectional view of the studied metamaterial with a) constant and b) ABH main pore profile

The structure is constructed using an assembly of aluminum-machined cells. This ensures precision in the elements, particularly the circular shape of the main pores and the flat surfaces

forming the thin cavities. Further details on the cells, assembly, and manufacturing process can be found in Section 2.4 and Figure 4 of Bezançon et al., (2024).

### 5.3.2 Experimental set up

The experimental measurements are conducted using a high-sound-level impedance tube. The excitation consists of a sine sweep wave covering a frequency range from 300 Hz to 4 000 Hz. The sound level ranges from 100 dB to 145 dB. An adapter had to be designed and manufactured to transition from the source fixed on a 14.5 mm radius impedance tube to a 22.22 mm radius impedance tube, matching the structure under study. The length and slope of the homemade adapter were designed to ensure plane waves in the 22.22 mm radius tube section, where the microphones are placed. The absorption coefficient is calculated using the two-microphone method (ISO 10534-2, 2023).

### 5.3.3 Analytical approach

This section outlines the linear analytical tools employed to characterize the acoustic behavior of the metamaterial in the linear regime. It covers the description of losses and introduces the complex frequency plane representation. Additionally, the aspects of nonlinearity are introduced to describe the evolution of absorption at high sound levels.

The linear model, developed in a previous study (Bezançon et al., 2024), employs a transfer matrix approach and represents thin cavities as lumped elements. Each part of the structure corresponds to one or a group of elementary matrices of size 2 by 2. Thermo-viscous losses are taken into account by considering air in the main pore sections and in thin cavities as equivalent fluids, using parameters given by the Johnson-Champoux-Allard-Lafarge (JCAL) model. In this study, the focus is on viscous losses since only they change at high levels. Viscous losses are accounted for by the equivalent density. The expression for the equivalent density of air in each of the main pores  $i$  (i.e. in the circular perforations before each annular cavity; Johnson et al., 1987; Champoux & Allard, 1991; Lafarge et al., 1997) is:

$$\tilde{\rho}^i = \frac{\alpha_\infty \rho_0}{\Phi} \left( 1 + \frac{\sigma_0^i \Phi}{j\omega \alpha_\infty \rho_0} \sqrt{1 + \frac{4\alpha_\infty^2 \eta \rho_0 \omega}{\sigma_0^{i^2} \Lambda^{i^2} \Phi^2}} \right) \quad (5.1)$$

with  $\omega$  the angular frequency,  $\rho_0$  the density of the air,  $\eta$  the dynamic viscosity of the air,  $\alpha_\infty$  the tortuosity,  $\Phi$  the open porosity,  $\Lambda^i$  the viscous characteristic length and  $\sigma_0^i$  the static flow resistivity. The main pores are identified to circular cross-section pores with  $r_{mp}^i$  radius, thus  $\alpha_\infty = 1$ ,  $\Phi = 1$ ,  $\Lambda^i = r_{mp}^i$  and the static flow resistivity is given by:

$$\sigma_0^i = 8\eta / r_{mp}^{i^2} \Phi \quad (5.2)$$

The product of all the elementary matrices yields the total sample matrix  $\mathbf{T}_{samp}$ . From the elements of  $\mathbf{T}_{samp}$ , the normal incidence reflection coefficient for a sample backed by a wall is given by:

$$R = \frac{T_{samp,11} - T_{samp,21}Z_0}{T_{samp,11} + T_{samp,21}Z_0} \quad (5.3)$$

with  $Z_0$  the characteristic impedance of the air and therefore, the normal incidence absorption coefficient is  $\alpha = 1 - |R|^2$ . The complex frequency representation involves plotting the value of  $20 \log_{10}(R)$  on a plane with real (x-axis) and complex (y-axis) frequencies. Material resonances are depicted by pairs of a pole (local maximum) and a zero (local minimum) positioned at the same real frequency (Romero-García et al., 2016). The position of a zero on y-axis indicates the loss level of the corresponding resonance and thus an indication of the amplitude of the corresponding absorption peak: if the zero is positioned below the real frequency axis (see Figure 5.2 a)), the absorption peak value is less than 1 due to excessive losses (see Figure 5.2 b)); if it is on the axis (see Figure 5.2 c)), the absorption peak is a perfect absorption peak (see Figure 5.2 d)); and if it is above (see Figure 5.2 e)), the absorption peak value is less than 1 due to insufficient losses (see Figure 5.2 f)). Moreover, a broader colored spot around a zero (see Figure 5.2 g)), which is also linked to a greater distance between the pole and the zero, corresponds to a broader absorption peak (see Figure 5.2 h)).

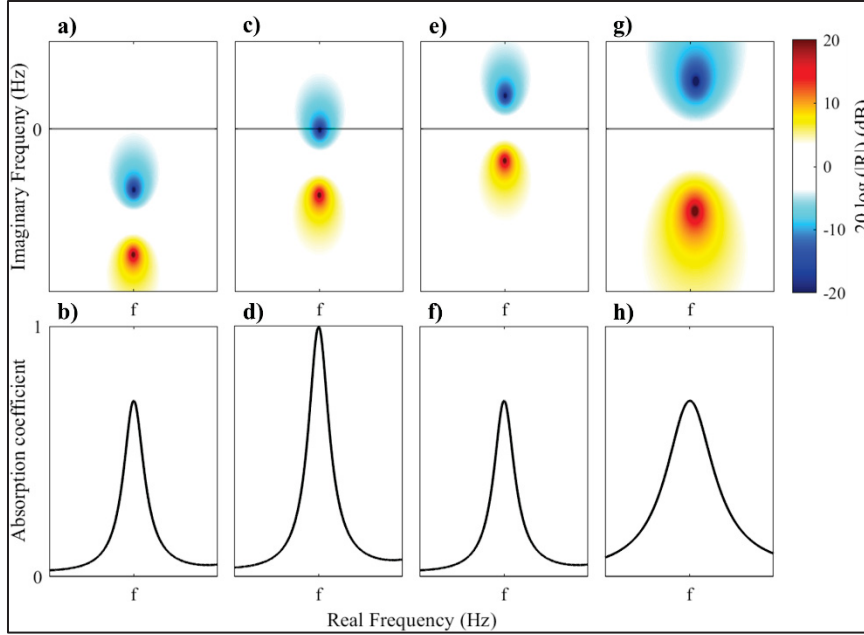


Figure 5.2 Examples of resonance visualization using the complex frequency plane representation

At high sound levels, the material exhibits nonlinear effects. One approach to consider these effects is to introduce nonlinearity by establishing a dependence between the flow resistivity  $\sigma^i$  and flow rates  $V_f^i$  in a pore through the Forchheimer's law (Brooke et al., 2020):

$$\sigma^i(V_f) = \sigma_0^i(1 + \xi^i V_f^i) \quad (5.4)$$

with  $\xi^i$  Forchheimer's non linearity parameter that can be determined by measurements or FEM simulations. In acoustic models, the flow rate is replaced with the maximum particle velocity amplitude, see e.g. (Brooke et al., 2020). As the sound level increases, the maximum particle velocity amplitudes in the main pores also increase, leading to higher flow resistivities  $\sigma^i$ . By revisiting Eq. (5.1) and replacing the static flow resistivity  $\sigma_0^i$  with the flow resistivity  $\sigma^i$ , it can be observed that if  $\sigma^i$  increases, the imaginary part of the equivalent density of the main pores  $\tilde{\rho}^i$  also increases. Thus, an increase in sound level results in an increase in losses in the main pores. Note that the thin annular cavities do not affect the equivalent density and only modify the effective bulk modulus, which remains linear at high sound levels (Brooke et al., 2020). Here, only the static flow resistivity is modified through the Forchheimer parameter.

This allows for predicting how the material's loss level changes as the sound level increases, thereby foreseeing the evolution of absorption.

## 5.4 Results

### 5.4.1 Constant reference profile with $r_{mp} = 2$ mm

In this section, the acoustic behavior at high sound levels of the first metamaterial characterized by a constant main pore radius  $r_{mp} = 2$  mm is investigated. It has been previously studied in the linear regime (Dupont et al., 2018; Bezançon et al., 2024), and it is known to exhibit a high first absorption peak at low frequencies, close to perfect absorption.

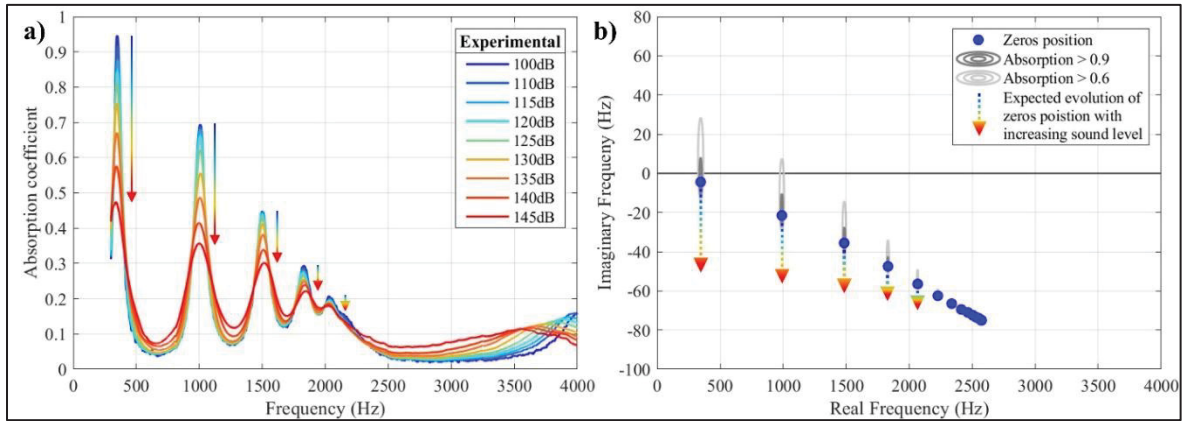


Figure 5.3 Metamaterial with a constant main pore profile  $r_{mp} = 2$  mm: a) experimental absorption coefficient as a function of sound level and b) position of zeros in the representation of the complex frequency plane from the linear analytical model and the expected evolution of the first zeros position with increasing sound level

The measured absorption coefficient of this material for sound levels ranging from 100 dB to 145 dB is presented in Figure 5.3 a). Throughout this study, the sound level of 100 dB is considered to be in the linear regime, indicated in dark blue, while above 110 dB is considered to be in the nonlinear regime, ranging from light blue to red for 145 dB. In the linear regime (in dark blue), the absorption curve exhibits five peaks between 300 Hz and 2100 Hz and the beginning of a band gap around 2500 Hz. As the sound level increases, the frequency positions of all absorption peaks remain almost unchanged, but their amplitudes decrease significantly.

It is noteworthy that the decrease is particularly significant for peaks at lower frequencies which are mostly controlled by the losses in the main pores: -50% for the first peak, -48% for the second, -31% for the third, -24% for the fourth, and -12% for the fifth. Conversely, the values of the troughs between the absorption peaks increase slightly with the sound level.

The reflection coefficient from the analytical model (**Eq. (5.3)**) of the material under linear regime is plotted in the complex frequency plane in Figure 5.3 b). For clarity, only the zeros, i.e., local minima, and two “iso-absorption zones,” which correspond to the regions around a zero with a corresponding absorption value greater than 0.6 or 0.9, are indicated in this figure. There are 15 zeros corresponding to 15 resonances, matching the number of thin cavities. The first 5 zeros correspond to the 5 identified absorption peaks. The first zero, at 350 Hz, is close to the real frequency axis, which is consistent with known results and the proximity of the first experimental peak to perfect absorption in the linear regime (see Figure 5.3 a)). Subsequent zeros progressively deviate from the real frequency axis, corresponding to the lower absorption peak values. All zeros are positioned below the real frequency axis, indicating that the material exhibits resonances with excessive losses in the linear regime.

As is shown in section 5.3.3, with increasing sound levels, the flow resistivities  $\sigma^l$  of the main pore segments increase, thus, leading to higher losses. In the complex frequency plane, this increase in losses results in a downward shift of the zeros toward the y-axis. Additionally, it has been experimentally observed (in Figure 5.3 a)) that absorption peaks at lower frequencies are more sensitive to high sound levels. Consequently, dotted arrows have been added to Figure 5.3 b) to indicate the expected corresponding displacement of the zeros as the sound level increases, consistent with these observations and insights gained. These downward shifts of the zeros in the complex frequency plane correspond to decrease in absorption coefficient peak values, as shown in the experimental results in Figure 5.3 a).

Therefore, assessing the amount of losses in the linear regime using the complex frequency plane has provided valuable insights into the evolution of absorption peaks at high sound levels. For this multi-resonant metamaterial profile, absorption peaks decrease significantly as

the sound level increases because resonances already have excessive losses in the linear regime. The following section aims to analyze the absorption at high sound levels of another constant main pore profile material, featuring resonances with lower losses in the linear regime.

#### 5.4.2 Constant profile with $r_{mp} = 4$ mm

In this section, a constant main pore profile with low losses in the linear regime is determined, and its acoustic behavior at high sound levels is analyzed. In the linear regime, increasing the main pore radius decreases the static flow resistivity  $\sigma_0^i$  (see Eq. (5.2)). This reduces the imaginary part of the equivalent density within the main pore (see Eq. (5.1)), leading to a decrease in losses. Also, modifying the main pore radius alters the metamaterial's geometry, which influences the resonance frequencies and hence the absorption peaks' positions (Bezançon et al., 2024). With a constant profile, the loss levels among resonances are unbalanced, although the initial resonances can exhibit significantly lower losses with a large enough main pore radius. The profile investigated in this section is the constant main pore radius of  $r_{mp} = 4$  mm, chosen to exhibit the first resonance with low losses, a second one close to perfect absorption, and subsequent resonances with excessive losses, in the linear regime.

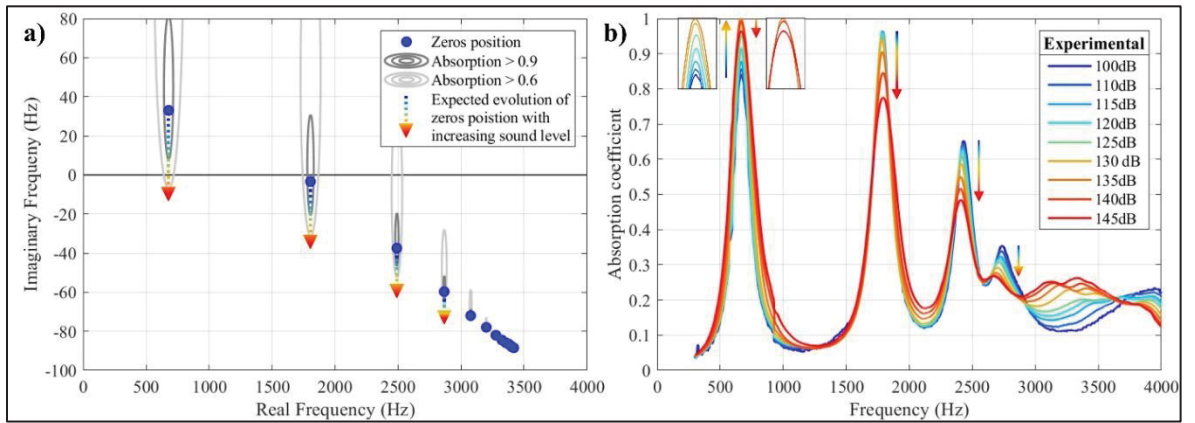


Figure 5.4. Metamaterial with a constant main pore profile  $r_{mp} = 4$  mm: a) position of zeros in the representation of the complex frequency plane from the linear analytical model and the expected evolution of the first zeros with increasing sound level, and b) experimental absorption coefficient as a function of sound level

The positions of its zeros on the complex frequency plane, for the linear regime, are shown in Figure 5.4 a). The first zero is positioned above the real frequency axis, indicating insufficient losses. The second zero is close to the horizontal axis, corresponding to a resonance with perfectly balanced losses. The subsequent zeros are positioned below this axis, indicating resonances with excessive losses. It is worth noting that the iso-absorption zones around the zeros are wider and larger than those of the constant profile with  $r_{mp} = 2$  mm. Wider spots around a zero along the x-axis corresponds to broader absorption peak. Furthermore, as the sound level increases, it is expected that the zeros shift downward relative to the y-axis, as discussed in previous sections. This downward shift is anticipated to be more pronounced at lower frequencies compared to higher ones, as observed for the profile considered earlier. Consequently, it is expected that the value of the first absorption coefficient peak increases with sound level. The values of the subsequent peaks should decrease, as their corresponding zeros move further away from the real frequency axis in complex plane.

The measured absorption coefficient for different sound levels is depicted in Figure 5.4 b). In the linear regime, the absorption curve (in dark blue) exhibits four absorption peaks: the first at 670 Hz has a maximum peak value of 0.84, the second one at 1790 Hz is close to perfect absorption with 0.96, the third at 2403 Hz is at 0.65, and the fourth at 2740 Hz is at 0.35. These experimental results in the linear regime align well with the position of zeros and iso-absorption lines shown in Figure 5.4 a). As the sound level increases, the frequency positions of the absorption peaks change very little, but their values change significantly. The first absorption peak increases until perfect absorption is reached at 130 dB and then decreases slightly. The following three peaks decrease with increasing sound level. These trends align with the expected behavior of the zero positions. Indeed, for the first resonance, which has low losses, the zero is located above the real frequency axis. As the sound level increases, its position on a complex frequency plane shifts toward the real frequency axis and then moves away from it. This corresponds to an absorption peak that increases to perfect absorption and then decreases. This behavior has been observed for an MPP backed by an air cavity by Tayong et al. (2010). For the subsequent resonances, which are already with excessive losses, as the

sound level increases and the losses increase too, the zeros shift downward and move away from the real frequency axis, resulting in a decrease in the absorption peaks.

Furthermore, it can be observed that the proportional variation of absorption with increasing sound level is less significant compared to the profile from the previous section. The first peak increases by 19% then decreases by -5%, the second decreases by -19%, and the third peak decreases by -26%. This could be attributed to the slower increase in the particle velocity as the sound level increases because the main pore is larger. Thus, the flow resistivity  $\sigma$  increases less with the sound level (see Eq. (5.4)), resulting in less pronounced losses and consequently, less variation in absorption peaks. Additionally, for this profile, the absorption peaks vary less for the first two peaks than for the third, unlike the  $r_{mp} = 2$  mm profile. This may be explained by the fact that the iso-absorption spots are larger along the y-axis for this profile. Indeed, when the sound level increases and a zero is near the real frequency axis, the value remains high longer if the spot is larger. This results in a smaller variation in the absorption peak value within this range. This is notably observable for the 2nd absorption peak, which exhibits minimal variation between 100 dB and 130 dB (-2%), but considerably more between 130 and 145 dB (-17%).

Therefore, a constant profile with a larger main pore allows resonances with low losses in the linear regime, resulting in absorption peaks that can increase in value with the sound level. Additionally, this enables peaks to be less sensitive to high levels and to remain close to perfect absorption over a wider range of sound levels. However, with a constant profile, some absorption peaks remain low due to an uneven distribution of losses among the resonances. The next section aims to investigate the acoustic behavior at high sound levels of an ABH profile, which exhibits resonances with less disparity in losses in the linear regime (Bezançon et al., 2024).

### 5.4.3 ABH profile with $r_{mp} = 9$ mm to 2 mm

In this section, an ABH main pore profile is determined to achieve broadband absorption at high sound levels. The aim is to identify a profile exhibiting resonances with low losses in the linear regime, and high absorption peaks at high sound levels, with subsequent peaks closely spaced in frequency, relatively high, and less sensitive to further increase in sound level. ABH profiles have been extensively studied in the linear regime (Bezançon et al., 2024). A large perforation radius at the front of the profile,  $r_{mp}^1$ , reduces the loss levels of all resonances, resulting in higher absorption peaks at high frequency. The radius of the main pore at the back of the profile,  $r_{mp}^{15}$ , primarily affects the loss levels of low-frequency resonances, aiming to balance losses across resonances. The profile investigated in this section is the ABH profile with  $r_{mp} = 9$  mm to 2 mm, shown in Figure 5.1 b). It has been selected to exhibit two low losses resonances, followed by subsequent resonances that are closely spaced in frequency. Its characteristics in the linear regime are presented first, followed by an analysis of its acoustic behavior at high sound levels.

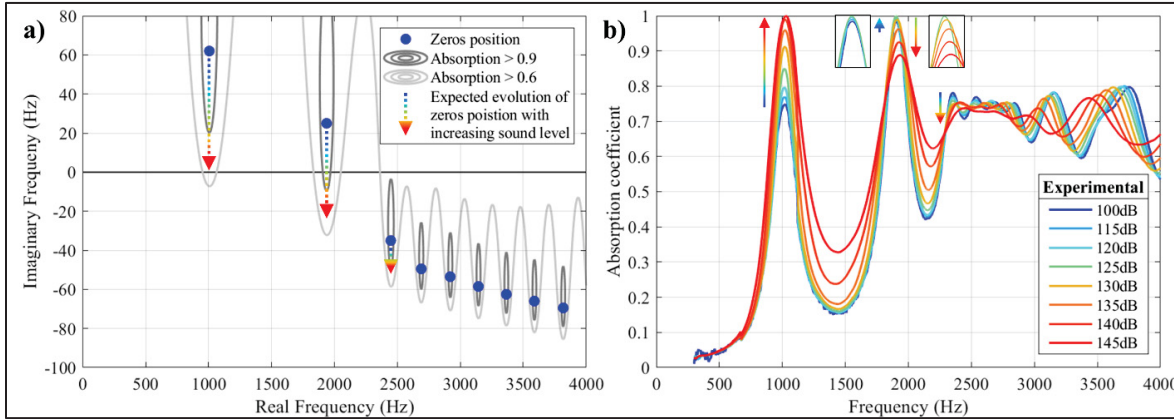


Figure 5.5. Metamaterial with a linear ABH profile  $r_{mp} = 9$  to 2 mm: a) position of zeros in the representation of the complex frequency plane from the linear analytical model and the expected evolution of the first zeros with increasing sound level, and b) experimental absorption coefficient as a function of sound level.

Figure 5.5 a) depicts the zero positions of this material on the complex frequency plane with two iso-absorption lines. The first two zeros are located above the real frequency axis,

corresponding to resonance with low losses in the linear regime. The subsequent zeros are positioned below the real frequency axis, representing resonances with excessive losses, which are spaced relatively close to each other. Furthermore, they exhibit more extensive iso-absorption zones than the previously studied profiles. As shown in Bezançon et al., (2024) (see Section 5.4.3), at high frequencies, the acoustic behavior of the material is determined only by its front, where thin annular cavities have not yet reached their local resonance. Thus, it becomes equivalent to a truncated and therefore shorter material with a larger main pore. As seen in the two previous sections, a larger main pore in this metamaterial leads to wider and larger iso-absorption zones around zeros. In this profile, this results in wider absorption peaks at high frequency, contributing to a broad absorption coefficient band. Based on the conclusions drawn in earlier sections, the zeros should shift downward as the sound level increases. As a result, the first two zeros should move closer to the real frequency axis, leading to an increase in the values of the first two absorption peaks. For the subsequent peaks, since their corresponding zeros are already positioned below the real frequency axis in the linear regime, the absorption peaks should decrease, due to the presence of significantly larger iso-absorption zones, though less sharply than in the previous profiles.

The experimentally measured absorption coefficient of this material for various sound levels is plotted in Figure 5.5 b). In the linear regime, the curve (in dark blue) exhibits two absorption peaks at medium frequency: one at 1020 Hz with an amplitude of 0.75 and another at 1904 Hz with an amplitude of 0.98. Then, there is a broad absorption band composed of multiple peaks starting from 2300 Hz and above 0.6 in amplitude. These observations in the linear regime align well with the iso-absorption zones along the real frequency axis in Figure 5.5 a). As the sound level increases, the first peak increases until it reaches perfect absorption at 145 dB. The second peak also increases, achieving perfect absorption at 125 dB, and then decreases to 0.89 absorption at 145 dB. Similar to the second absorption peak in the profile of the previous section, this peak changes minimally between 100 dB and 130 dB because the corresponding zero is close to the real frequency axis and the iso-absorption zones are relatively large. The subsequent peaks, forming the absorption band, decrease very slightly and remain above 0.6

absorption. This corresponds well to the expected evolution of the zeros position on the complex frequency plane as the sound level increases.

Therefore, the absorption of this ABH structure improves as the sound level increases. At 145 dB, the material exhibits a perfect absorption peak at 1020 Hz, along with a broad band from 1750 Hz to 4000 Hz with absorption exceeding 0.62. Furthermore, without a comprehensive analytical model for high sound levels, the main features of this material performance in the nonlinear regime could be directly predicted using complex frequency plane analysis.

## 5.5 Conclusion

This study aims to use the complex frequency plane analysis as a tool to analyze absorption performance of structured materials under high sound levels. This technique allows to quantify the loss level of resonances in the linear regime. Based on the knowledge that flow resistivity is the parameter mostly affected by nonlinear effects, the complex frequency plane analysis enables quick prediction of absorption peak evolution with increase of the sound level. This approach is useful for design of metamaterials with enhanced absorption under high sound levels. In this study, it was applied to a thin multi-resonant metamaterial. The ABH profile is identified with the help of complex plane analysis which demonstrates enhanced broadband absorption under high excitation levels. This effect is observed in experiments and showcases the material's potential for absorption in extreme environments. However, precisely predicting the magnitude of shift of zeros under high levels in the complex frequency plane and their optimal placement in the linear regime with this approach is challenging without a true nonlinear model. Nevertheless, this tool can complement analytical and numerical models at high sound levels, aiding in the rapid identification of promising geometries.

## CONCLUSION

Le bruit, que ce soit au travail ou dans la vie quotidienne, est un enjeu de santé majeur. Pour atténuer les bruits indésirables, de nombreux matériaux absorbants ont été développés, notamment des métamatériaux acoustiques. Dans le cadre de cette thèse, le développement d'une famille de métamatériaux compacts, avec une absorption large bande à différentes fréquences et pour divers niveaux sonores, a été proposé, facilitant ainsi leur utilisation pour des applications variées.

La structure initiale étudiée correspond à l'absorbeur *multi-pancake*, composé d'une succession de cavités annulaires très fines connectées par une perforation principale. Cette structure présente de nombreux pics d'absorption à basses et moyennes fréquences malgré une épaisseur réduite. Cependant, ces pics d'absorption sont étroits et espacés en fréquence, avec une amplitude parfois faible. Pour répondre à l'objectif, ce travail de recherche a proposé de modifier le profil de la perforation principale afin d'améliorer l'absorption et d'obtenir une absorption sur une bande de fréquences large, à différents niveaux sonores. Une attention particulière a été portée à la compréhension des effets et du comportement acoustique de la structure suite à ces modifications.

### **6.1 Métamatériau mince utilisant des profils de trou noir acoustique pour l'absorption sonore large bande**

Dans un premier temps, le modèle analytique TMM pour les profils de pores principaux constants a été adapté pour des profils variables. Divers profils ont été étudiés et les résultats validés par des simulations FEM ainsi que par des mesures dans un tube d'impédance sur des échantillons constitués d'un assemblage d'éléments annulaires usinés en aluminium. L'analyse de la représentation du plan des fréquences complexes du coefficient de réflexion a également permis de mieux comprendre la réponse acoustique du métamatériau avec différents profils.

Lorsque le profil des pores principaux est constant, les pertes visqueuses dans les différents modes ne sont pas équilibrées, ce qui entraîne des pics d'absorption avec des amplitudes

variables. Cependant, en utilisant un profil décroissant du rayon du pore principal, correspondant à un trou noir acoustique, un meilleur équilibre des pertes entre les modes peut être obtenu. Cela se traduit par des pics d'absorption d'amplitudes similaires et un regroupement fréquentiel des pics, conduisant ainsi à des bandes d'absorption larges. Le rayon du pore principal à l'avant (le plus grand) détermine la limite inférieure de la bande interdite, tandis que le rayon du pore principal à l'arrière (le plus petit) intensifie les pertes dans les modes basse fréquence. Des profils de trou noir acoustique avec une variation non linéaire des rayons des pores principaux permettent d'accentuer davantage ces pertes et, si nécessaire, d'équilibrer les amplitudes des pics d'absorption.

Grâce à ces analyses, deux profils de trou noir acoustique ont été proposés, présentant un comportement large bande avec des pics d'absorption de même amplitude. Comparés au métamatériau avec un profil constant du rayon du pore principal, leur efficacité en absorption acoustique est nettement améliorée dans la gamme de fréquences analysées, passant de pics espacés et d'amplitudes variées à une bande d'absorption large, sans augmenter l'épaisseur globale. Ces deux profils mettent également en évidence le compromis à faire entre l'amplitude des pics d'absorption, que l'on souhaite la plus élevée possible, et leurs positions fréquentielles, que l'on souhaite les plus basses. Cependant, pour un matériau relativement peu épais avec un profil de trou noir acoustique, une bande d'absorption de haute amplitude ne peut être atteinte que pour des fréquences moyennes et hautes, limitant ainsi son efficacité pour les basses fréquences, ce qui peut restreindre son utilisation.

## **6.2 Métamatériau acoustique mince utilisant une terminaison de trou noir acoustique pour une bande d'absorption basses fréquences**

L'objectif de cette deuxième partie était de proposer un matériau capable d'obtenir une bande d'absorption efficace pour des fréquences plus basses que celles des profils de trou noir acoustique. Cela a été réalisé grâce à des modifications stratégiques de la structure de l'absorbeur *multi-pancake* à profil constant, tout en maintenant l'épaisseur et le volume du matériau inchangées. Pour ce faire, des combinaisons de sections à profil constant avec des terminaisons en trou noir acoustique ont été étudiées. Cette approche a permis d'exploiter

l'efficacité en absorption aux basses fréquences du métamatériau à profil constant, tout en utilisant les résonances locales des cavités des profils de trou noir acoustique pour former une bande d'absorption efficace aux basses fréquences.

Un modèle masse-ressort équivalent a permis une représentation simple de ce matériau multi-résonant et une meilleure compréhension des phénomènes physiques, notamment grâce à la visualisation du comportement des différentes masses. Une terminaison en trou noir acoustique introduit des modes combinés, entraînant des résonances à des fréquences plus basses, ce qui peut améliorer l'absorption sans changer l'épaisseur ni le rayon externe du matériau. Ce modèle a également été précieux pour optimiser le profil des pores principaux afin d'atteindre des absorptions efficaces sur des bandes de fréquences larges et en basses fréquences.

Le premier métamatériau optimisé présente une bande d'absorption à basses fréquences avec une terminaison en trou noir acoustique comportant un seul pore principal. Le second métamatériau optimisé, avec une section constante de 11 pores principaux et une terminaison en trou noir acoustique de 4 pores principaux, aboutit à une bande d'absorption efficace plus large à des fréquences légèrement plus élevées. Ces résultats montrent que l'absorption à basses fréquences de ce métamatériau peut être significativement améliorée sans modifier son épaisseur ni son volume global. Ils soulignent également le compromis à faire entre la largeur de la bande d'absorption souhaitée et sa position en fréquence.

### **6.3 Analyse expérimentale d'un métamatériau avec une absorption améliorée sous forts niveaux sonores en utilisant le plan des fréquences complexes**

Enfin, dans la troisième étude, il a été proposé d'examiner le comportement acoustique de l'absorbeur *multi-pancake* sous des niveaux sonores élevés et de développer un outil simple pour déterminer des profils de perforation principaux permettant une absorption efficace sur un bande de fréquences large dans de telles conditions. En effet, dans de nombreux environnements industriels, le niveau de bruit peut être élevé, et le comportement acoustique des matériaux structurés devient non linéaire. De plus, bien que des modèles non linéaires aient été développés pour diverses structures, ils sont principalement semi-empiriques, nécessitant

des mesures de paramètres supplémentaires (ou des simulations) pour chaque orifice à chaque niveau sonore. Cette complexité les rend difficiles à développer et à adapter à différentes géométries et variations. Cependant, évaluer le niveau de pertes d'un matériau dans le régime linéaire peut fournir des informations plus rapides sur l'évolution de son comportement acoustique avec le niveau d'excitation acoustique. Cette approche permet ainsi de dimensionner les géométries de ces métamatériaux afin que leur comportement acoustique sous forts niveaux d'excitation suive l'évolution souhaitée.

Dans cette étude, il a été proposé d'utiliser la représentation du plan des fréquences complexes comme outil pour quantifier le niveau de pertes d'un métamatériau en utilisant un modèle linéaire. Associée à une analyse simple des effets non linéaires, cette méthode permet d'anticiper directement l'évolution des pics d'absorption avec le niveau sonore, facilitant ainsi la conception de matériaux avec une absorption améliorée à des niveaux sonores élevés.

Tout d'abord, des mesures expérimentales du coefficient d'absorption à différents niveaux sonores ont été effectuées sur l'absorbeur *multi-pancake* avec des profils constants. L'effet des non-linéarités sur les pics d'absorption a ensuite été analysé en utilisant la représentation du plan des fréquences complexes. Un profil de trou noir acoustique avec de faibles pertes a été identifié, offrant une absorption sur une large bande de fréquences améliorée sous des niveaux d'excitation élevés. De plus, cette étude a permis de démontrer le potentiel de cette structure dans des environnements extrêmes et de souligner l'utilité du plan des fréquences complexes pour identifier rapidement des géométries prometteuses.

## 6.4 Conclusion générale

Les métamatériaux étudiés dans ce travail de recherche sont des absorbeurs *multi-pancake* avec des profils de perforation principale non constants. Les échantillons de matériaux structurés proposés sont minces (de l'ordre de quelques centimètres), légers, non poreux, et donc adaptés à des environnements variés et notamment extrêmes.

Pour des niveaux de pression sonore relativement bas, impliquant un comportement acoustique linéaire, il a été démontré que des profils de trou noir acoustique permettent une absorption très large bande à moyennes et hautes fréquences. De plus, un profil combinant une section constante et une terminaison en trou noir acoustique permet d'obtenir des bandes d'absorption à plus basses fréquences. Un compromis est à effectuer, en effet plus l'efficacité d'absorption se déplace vers les basses fréquences, plus la bande de fréquence efficace se réduit. Il faut donc équilibrer la largeur de la bande d'absorption et la position fréquentielle souhaitée. Le comportement acoustique de cette famille de matériaux est sensible au niveau d'excitation. Si le profil est adéquatement dimensionné, par exemple à l'aide de l'analyse du plan des fréquences complexes dans le domaine linéaire, les matériaux proposés peuvent être efficaces sur une large bande de fréquences même à des niveaux d'excitation élevés.

De plus, dans le cadre de cette thèse, diverses approches analytiques ont été proposées pour une meilleure compréhension du comportement acoustique de ces métamatériaux avec les profils étudiés. L'outil du plan des fréquences complexes s'est révélé particulièrement pertinent, car en analysant le niveau de pertes de la structure à chaque résonance, il est possible d'anticiper l'évolution du coefficient d'absorption du matériau avec les niveaux d'excitation acoustique. En outre, la fabrication des différents échantillons par usinage et assemblage des cellules annulaires a permis une nette amélioration des résultats expérimentaux et une meilleure comparaison et validation des différents modèles.

## **6.5 Contributions principales**

Les travaux de ce doctorat ont porté sur le développement de métamatériaux acoustiques avancés pour l'absorption sonore à large bande dans divers environnements et ont abouti à plusieurs contributions clés :

- Deux modèles analytiques ont été développés pour analyser différentes variations géométriques des métamatériaux. Le premier est un modèle par matrice de transfert permettant la modélisation de profils de pores principaux non constants. Le second est

une adaptation d'un modèle masse-ressort, utilisant une seule raideur équivalente pour une section entière de pores principaux constants. Cela permet un temps de calcul réduit et une modélisation simple des multiples résonances du matériau, ainsi qu'une visualisation du comportement des masses acoustiques

- Ce projet de recherche a conduit à une meilleure compréhension du comportement acoustique du métamatériau *multi-pancake*. L'influence des cavités sur certaines bandes de fréquence et l'impact des variations des pores à l'avant ou à l'arrière ont été particulièrement étudiés grâce aux modèles développés et à des outils comme la représentation du plan de fréquences complexe.
- Des échantillons ont été fabriqués par assemblage de cellules usinées en aluminium, une technique fiable et facilement reproductible malgré la petite taille des perforations et des cavités annulaires. Les points de contact des cellules ont été conçus pour minimiser les fuites d'air, ce qui a permis d'obtenir des résultats expérimentaux plus précis et répétables.
- Des mesures à fort niveau sonore ont été réalisées sur plusieurs échantillons. Des tubes adaptateurs ont été conçus pour permettre ces mesures, fournissant des données expérimentales cruciales pour analyser le comportement sous fort niveau sonore, ainsi que pour de futures comparaisons et validations de modèles.
- Ces travaux ont abouti à la publication de trois articles scientifiques dans le journal *Applied Acoustics*, classé Q1.
- Les résultats préliminaires des deux premiers articles ont été présentés lors de deux conférences scientifiques : la Semaine canadienne de l'acoustique 2021 (*Acoustics Week in Canada 2021*, AWC21) et le symposium des métamatériaux acoustiques 2022 (*Symposium on Acoustic Metamaterials 2022*, SAM 2022).

## 6.6 Perspectives

Les résultats de cette recherche ouvrent plusieurs pistes pour des études futures.

Tout d'abord, il a été démontré que l'absorbeur étudié pouvait être efficace sur plusieurs plages de fréquences en présentant des bandes d'absorption pour une incidence normale de la source sonore. Cependant, dans plusieurs applications, le bruit à atténuer provient d'incidences obliques, voire rasantes, comme c'est le cas pour le traitement acoustique des réacteurs d'avion. Une étude sur le comportement acoustique de ce type de métamatériau sous diverses incidences serait donc très pertinente.

Ensuite, pour être fidèle aux conditions de diverses applications, la prise en compte d'un écoulement d'air à travers les structures ou en incidence rasante serait particulièrement pertinente. De plus, l'analyse de l'impact de la variation de la température sur les performances acoustiques serait également très importante.

Par ailleurs, le développement d'un modèle acoustique pour ce type de métamatériau soumis à de forts niveaux d'excitation acoustique serait un atout. En effet, l'utilisation du plan des fréquences complexes permet d'anticiper l'évolution de l'absorption à des niveaux élevés et aide donc à dimensionner des absorbeurs acoustiques efficaces à fort niveau d'excitation. Néanmoins, il ne permet pas une description complète du comportement et des effets en jeu, notamment pour des profils de perforation principaux impliquant des modes combinés. Le développement d'un tel modèle correspond à un autre projet d'étude en cours dans le groupe de recherche.

Enfin, des réflexions supplémentaires sur la fabrication du matériau peuvent être menées. L'utilisation de l'impression 3D par poudre de métal ou d'autres procédés de fabrication adaptés aux contraintes industrielles peuvent être envisagés. De plus, une analyse sur le choix du matériau et de ses implications (modification du comportement acoustique, vibrations, légèreté, robustesse, etc.) en fonction de l'application visée serait très pertinente.



## ANNEXE 1.a

### DEFINITION OF TRANSFER MATRICES

The transfer matrix of a cylindrical pore with thickness  $h_X$ ,  $T_X(h_X, k_X, Z_X)$ , is given by:

$$T_X(h_X, k_X, Z_X) = \begin{bmatrix} \cos(k_X h_X) & jZ_X \sin(k_X h_X) \\ \frac{j}{Z_X} \sin(k_X h_X) & \cos(k_X h_X) \end{bmatrix} \quad (\text{A 1.a-1})$$

The matrices of sudden area discontinuities between a circular section of radius  $r_1$  and a circular section of radius  $r_2$  is given by:

$$T_{sect,1 \rightarrow 2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{r_2^2}{r_1^2} \end{bmatrix} \quad (\text{A 1.a-2})$$



## ANNEXE 1.b

### INFLUENCE OF VIBRATIONS ON ABSORPTION

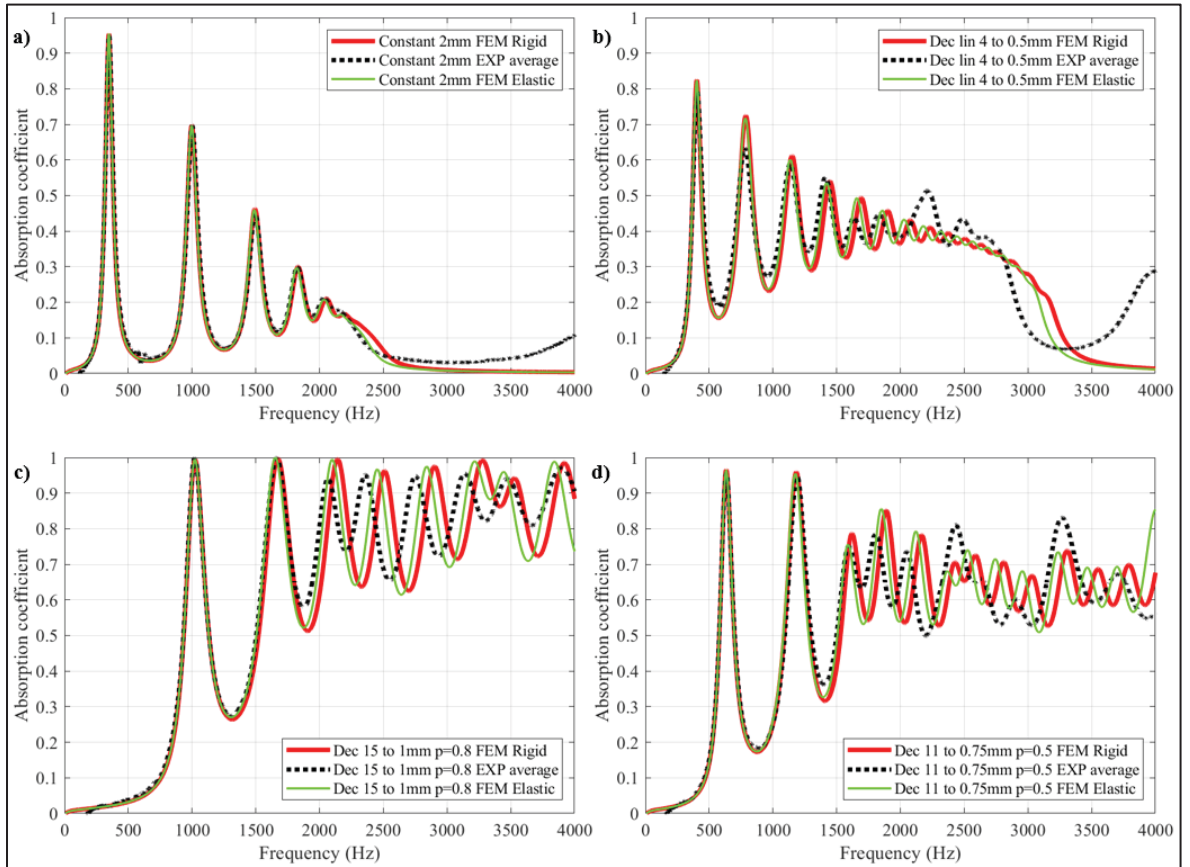


Figure-A 1.b-1 Comparison of the absorption coefficient for metamaterials with a) a constant profile  $r_{mp} = 2$  mm, b) a profile decreasing linearly from 4 mm to 0.5 mm and c)-d) the two ABH broadband metamaterials according to FEM Rigid, FEM Elastic and experimental results



## ANNEXE 1.c

### COMPLEX FREQUENCY PLANE REPRESENTATIONS

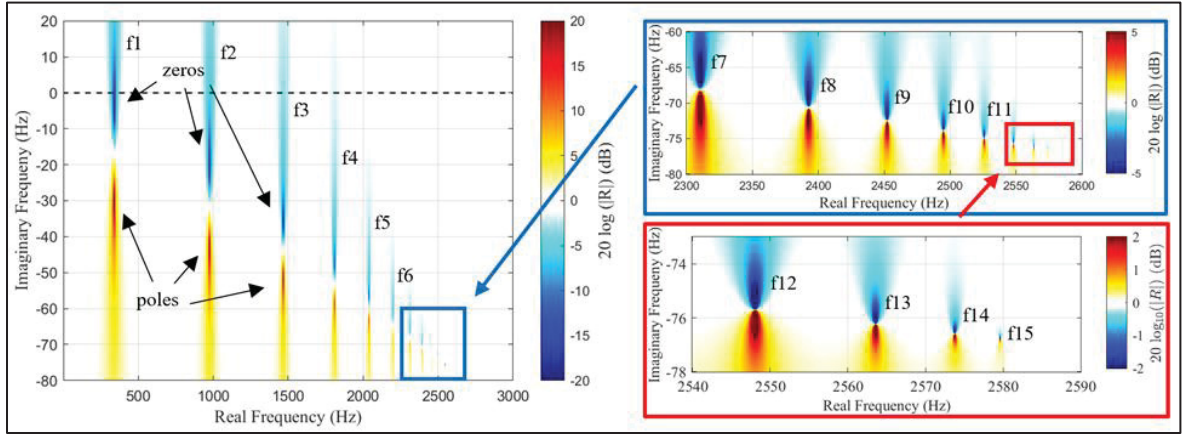


Figure-A 1.c-1 Complex frequency plane representation of  $20 \log(R)$  for a metamaterial with a constant main pore radius  $r_{mp} = 2$  mm: a) global, b) zoom 1 and c) zoom 2

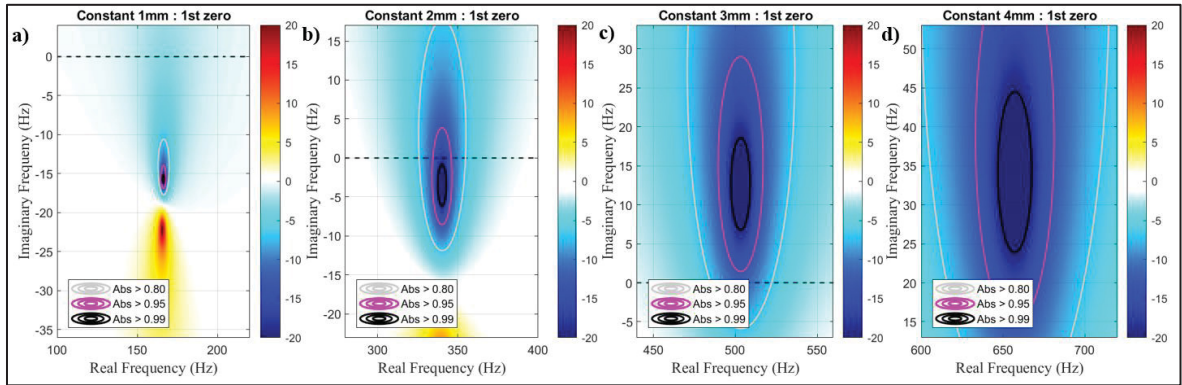


Figure-A 1.c-2 Complex frequency plane representation of  $20 \log(R)$  near the first zero for metamaterials with a constant main pore radius: a)  $r_{mp} = 1$  mm b)  $r_{mp} = 2$  mm c)  $r_{mp} = 3$  mm d)  $r_{mp} = 4$  mm

## ANNEXE 2.a

### ACOUSTIC IMPEDANCE OF A CONSTANT MAIN PORE SECTION

The expression of the acoustic impedance  $Z_{cst}$  of the constant main pore section is here detailed. It is defined by

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = Z_{cst} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A 2.a-1})$$

It can be determined using the transfer matrix  $T_{cst}$ , which relates the pressure and velocity vector at the entry and the exit as

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = T_{cst} \begin{bmatrix} P_2 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A 2.a-2})$$

This matrix relationship can be expanded to give the following system

$$\begin{cases} P_1 = T_{cst;11}P_2 + T_{cst;12}V_2 \\ V_1 = T_{cst;21}P_2 + T_{cst;22}V_2 \end{cases} \quad (\text{A 2.a-3})$$

Then the system can be rewritten as

$$\begin{cases} P_1 = \frac{T_{cst;11}}{T_{cst;21}}V_1 + \left( T_{cst;12} - \frac{T_{cst;11}T_{cst;22}}{T_{cst;21}} \right) V_2 \\ P_2 = \frac{1}{T_{cst;21}}V_1 + \left( -\frac{T_{cst;22}}{T_{cst;21}} \right) V_2 \end{cases} \quad (\text{A 2.a-4})$$

For a tube of length  $L$  with a constant cross-section, the transfer matrix  $T_{cst}$  can be expressed as

$$T_{cst} = \begin{bmatrix} \cos(kL) & jZ \sin(kL) \\ j \frac{1}{Z} \sin(kL) & \cos(kL) \end{bmatrix} \quad (\text{A 2.a-5})$$

where  $Z$  is the characteristic impedance and  $k_{eq}$  the wavenumber.

Thus, the coefficients of  $\mathbf{Z}_{cst}$  can be expressed as

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_{cst;11} = \frac{\cos(kL)}{\frac{j}{Z} \sin(kL)} = -jZ \cot(kL) \\ Z_{cst;12} = jZ \sin(kL) - \frac{\cos(kL)^2}{\frac{j}{Z} \sin(kL)} = \frac{-\sin(kL)^2 - \cos(kL)^2}{\frac{j}{Z} \sin(kL)} = \frac{jZ}{\sin(kL)} \\ Z_{cst;21} = \frac{1}{\frac{j}{Z} \sin(kL)} = \frac{-jZ}{\sin(kL)} \\ Z_{cst;22} = -\frac{\cos(kL)}{\frac{j}{Z} \sin(kL)} = jZ \cot(kL) \end{array} \right. \quad (\text{A 2.a-6})$$

Therefore, the matrix expression of  $\mathbf{Z}_{cst}$  is given by

$$\mathbf{Z}_{cst} = \begin{bmatrix} -jZ \cot(kL) & jZ/\sin(kL) \\ -jZ/\sin(kL) & jZ \cot(kL) \end{bmatrix} \quad (\text{A 2.a-7})$$



## ANNEXE 2.b

### PRESSURE DISTRIBUTION

Figure-A 2.b-1 a-d) presents a visualization of the pressure field in the regular metamaterial with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2$  mm at the frequencies of the first four resonances, obtained by FEM in a 2D axisymmetric view. The axis of symmetry is indicated by the green dashed line, and the material's entrance is on the left, marked by the green arrow. It can be observed that there is a pressure node, and therefore a maximum acoustic velocity, at the entrance of the material (on the left) and thus for the first mass. Moreover, the material behaves like a quarter-wave resonator, with the addition of a pressure node at each subsequent resonance.

Next, Figure-A 2.b-1 e-h) shows the pressure field for the metamaterial with a single main pore termination. The distribution of the first resonance (e)) is similar to that of the constant profile material (a)). However, for the second resonance (f)), the pressure node (corresponding to a maximum acoustic velocity) has shifted towards the back of the material, closer to the smaller pore, making this resonance hybrid due to the significant influence of the last main pore. For the third (g)) and fourth (h)) resonances, a pressure node is positioned at the last main pore, and their pressure distributions for the first 14 cells correspond to the second (b)) and third (c)) resonances of the constant profile material, respectively. This observation aligns with those made in Figure 4.5, indicating that the material behaves similarly to one with a constant section for the resonances at higher frequencies.

Thus, the behavior of the material with a single main pore termination can also be understood by considering it as a material with 14 cells, to which an additional cavity preceded by a smaller main pore has been added. This results in the addition of an extra resonance at a lower frequency (here the second one) without significantly altering the behavior and the frequency positions of the subsequent resonances (with only a very slight shift towards higher frequencies), thereby improving its absorption at low frequencies while only slightly increasing its thickness.

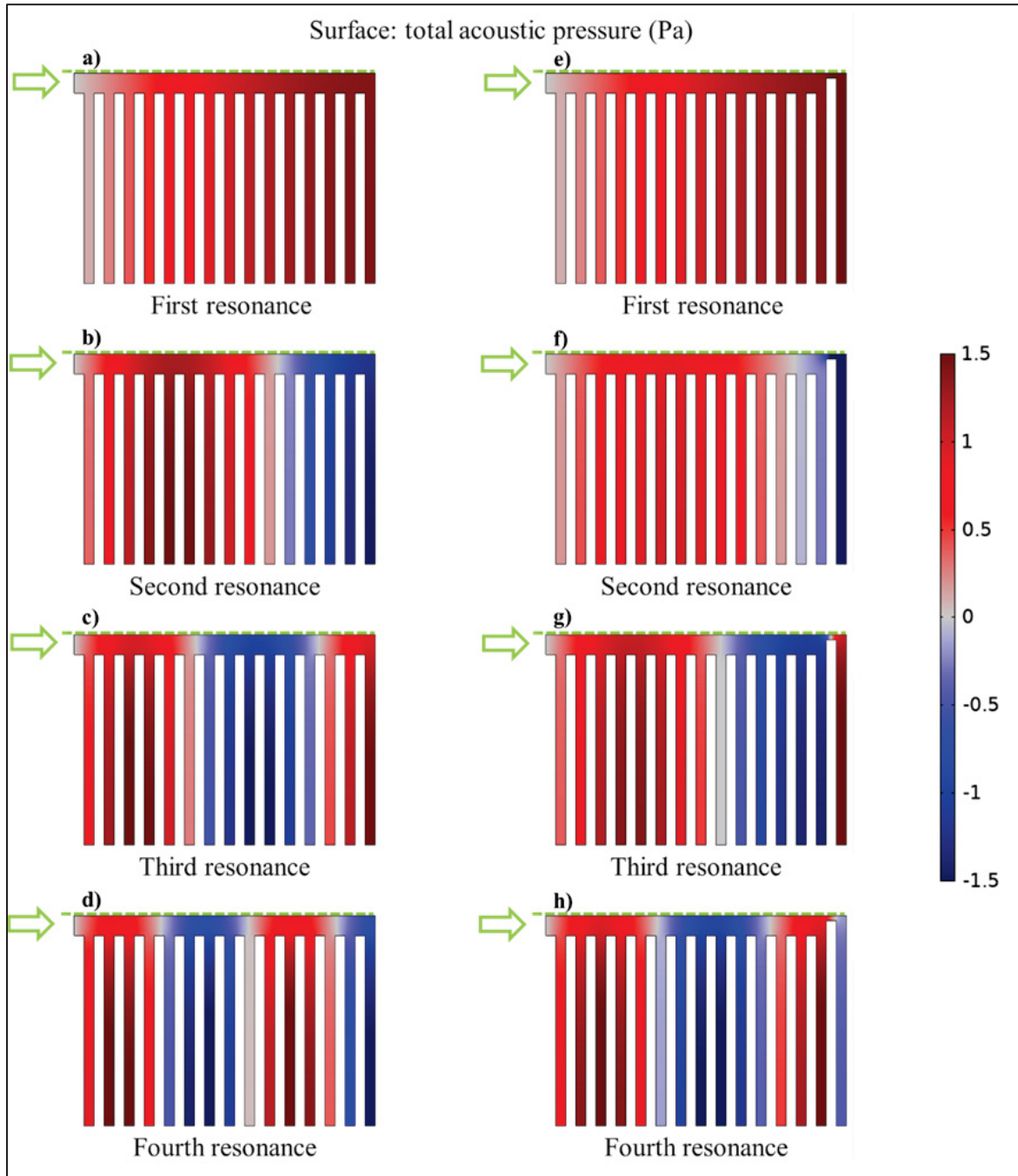


Figure-A 2.b-1 Distribution of the total acoustic pressure from FEM in a 2D axisymmetric view for the first four resonances of metamaterials a-d) with a constant profile with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 15} = 2$  mm, and e-h) with a smaller cavity with  $r_{mp}^{1 \rightarrow 14} = 2$  mm and  $r_{mp}^{15} = 0.5$  mm

## LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- Abbad, A., Atalla, N., Ouisse, M., & Doutres, O. (2019). Numerical and experimental investigations on the acoustic performances of membraned Helmholtz resonators embedded in a porous matrix. *Journal Of Sound And Vibration*, 459, 114873. doi: 10.1016/j.jsv.2019.114873
- Achilleos, V., Richoux, O., & Theocharis, G. (2016). Coherent perfect absorption induced by the nonlinearity of a Helmholtz resonator. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 140(1), EL94-EL100. doi: 10.1121/1.4954869
- Allard, J., & Atalla, N. (2009). *Propagation of Sound in Porous Media : Modelling Sound Absorbing Materials 2e.* (S.I.) : John Wiley & Sons.
- Aurégan, Y., & Pachebat, M. (1999). Measurement of the nonlinear behavior of acoustical rigid porous materials. *Physics Of Fluids*, 11(6), 1342-1345. doi: 10.1063/1.869999
- Bednarik, M., & Cervenka, M. (2024). A sonic black hole of a rectangular cross-section. *Applied Mathematical Modelling*, 125, 529-543. doi: 10.1016/j.apm.2023.09.005
- Bezançon, G., Doutres, O., Umnova, O., Leclaire, P., & Dupont, T. (2024). Thin metamaterial using acoustic black hole profiles for broadband sound absorption. *Applied Acoustics*, 216, 109744. doi: 10.1016/j.apacoust.2023.109744
- Bravo, T., & Maury, C. (2023). Broadband sound attenuation and absorption by duct silencers based on the acoustic black hole effect : Simulations and experiments. *Journal Of Sound And Vibration*, 561, 117825. doi: 10.1016/j.jsv.2023.117825
- Brooke, D., Umnova, O., Elliott, A., Leclaire, P., & Dupont, T. (2020). Acoustic metamaterial for low frequency sound absorption in linear and nonlinear regimes. *Journal Of Sound And Vibration*, 485, 115585. doi: 10.1016/j.jsv.2020.115585
- Cai, X., Guo, Q., Hu, G., & Yang, J. (2014). Ultrathin low-frequency sound absorbing panels based on coplanar spiral tubes or coplanar Helmholtz resonators. *Applied Physics Letters*, 105(12). doi: 10.1063/1.4895617
- Cao, L., Fu, Q., Si, Y., Ding, B., & Yu, J. (2018). Porous materials for sound absorption. *Composites Communications*, 10, 25-35. doi: 10.1016/j.coco.2018.05.001
- Carillo, K., Sgard, F., Dazel, O., & Doutres, O. (2022). Reduction of the occlusion effect induced by earplugs using quasi perfect broadband absorption. *Scientific Reports*, 12(1). doi: 10.1038/s41598-022-19641-3

- Červenka, M., & Bednařík, M. (2022). On the role of resonance and thermoviscous losses in an implementation of “acoustic black hole” for sound absorption in air. *Wave Motion*, 114, 103039. doi: 10.1016/j.wavemoti.2022.103039
- Červenka, M., & Bednařík, M. (2024). Maximizing the absorbing performance of rectangular sonic black holes. *Applied Sciences*, 14(17), 7766. doi: 10.3390/app14177766
- Cervera, F., Sanchis, L., Sánchez-Pérez, J. V., Martínez-Sala, R., Rubio, C., Meseguer, F.,... Sánchez-Dehesa, J. (2001). Refractive Acoustic Devices for Airborne Sound. *Physical Review Letters*, 88(2). doi: 10.1103/physrevlett.88.023902
- Champoux, Y., & Allard, J.-F. (1991). Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *Journal Of Applied Physics*, 70(4), 1975-1979. doi: 10.1063/1.349482
- Chen, Y., Yu, K., Fu, Q., Zhang, J., & Lu, X. (2024). Modification of the transfer matrix method for the sonic black hole and broadening effective absorption band. *Mechanical Systems And Signal Processing*, 220, 111660. doi: 10.1016/j.ymssp.2024.111660
- Chen, Y., Yu, K., Fu, Q., Zhang, J., Lu, X., Du, X., & Sun, X. (2024). A broadband and low-frequency sound absorber of sonic black holes with multi-layered micro-perforated panels. *Applied Acoustics*, 217, 109817. doi: 10.1016/j.apacoust.2023.109817
- Chua, J. W., Li, X., Yu, X., & Zhai, W. (2023). Novel slow-sound lattice absorbers based on the sonic black hole. *Composite Structures*, 304, 116434. doi: 10.1016/j.compstruct.2022.116434
- Cummer, S. A., Christensen, J., & Alù, A. (2016). Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nature Reviews Materials*, 1(3). doi: 10.1038/natrevmats.2016.1
- Cummer, S. A., & Schurig, D. (2007). One path to acoustic cloaking. *New Journal Of Physics*, 9(3), 45. doi: 10.1088/1367-2630/9/3/045
- Cummings, A. (1984). Acoustic nonlinearities and power losses at orifices. *AIAA Journal On Disc*, 22(6), 786-792. doi: 10.2514/3.8680
- Cummings, A., & Eversman, W. (1983). High amplitude acoustic transmission through duct terminations : Theory. *Journal Of Sound And Vibration*, 91(4), 503-518. doi: 10.1016/0022-460x(83)90829-5
- Deaconu, M., Radulescu, D., & Vizitiu, G. (2018). Acoustic study of different mufflers based on metamaterials using the black hole principle for aircraft industry. In *Conference Proceedings Euronoise*, pp. 2271-2275.

- Dickey, N. S., & Selamet, A. (1996). Helmholtz resonators : one-dimensional limit for small cavity length-to-diameter ratios. *Journal Of Sound And Vibration*, 195(3), 512-517. doi: 10.1006/jsvi.1996.0440
- Duan, H., Shen, X., Wang, E., Yang, F., Zhang, X., & Yin, Q. (2021). Acoustic multi-layer Helmholtz resonance metamaterials with multiple adjustable absorption peaks. *Applied Physics Letters*, 118(24). doi: 10.1063/5.0054562
- Dupont, T., Leclaire, P., Sicot, O., Gong, X. L., & Panneton, R. (2011). Acoustic properties of air-saturated porous materials containing dead-end porosity. *Journal Of Applied Physics*, 110(9). doi: 10.1063/1.3646556
- Dupont, T., Leclaire, P., Panneton, R., & Umnova, O. (2018). A microstructure material design for low frequency sound absorption. *Applied Acoustics*, 136, 86-93. doi: 10.1016/j.apacoust.2018.02.016
- Gai, X.-L., Guan, X.-W., Cai, Z.-N., Li, X.-H., Hu, W.-C., Xing, T., & Wang, F. (2022). Acoustic properties of honeycomb like sandwich acoustic metamaterials. *Applied Acoustics*, 199, 109016. doi: 10.1016/j.apacoust.2022.109016
- Gao, N., Liu, J., Deng, J., Chen, D., Huang, Q., & Pan, G. (2023). Design and performance of ultra-broadband composite meta-absorber in the 200Hz-20kHz range. *Journal Of Sound And Vibration*, 574, 118229. doi: 10.1016/j.jsv.2023.118229
- Groby, J. -p., Huang, W., Lardeau, A., & Aurégan, Y. (2015). The use of slow waves to design simple sound absorbing materials. *Journal Of Applied Physics*, 117(12), 124903. doi: 10.1063/1.4915115
- Groby, J. -p., Pommier, R., & Aurégan, Y. (2016). Use of slow sound to design perfect and broadband passive sound absorbing materials. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 139(4), 1660-1671. doi: 10.1121/1.4945101
- Guan, C., & Jiao, Z. (2012). Modeling and Optimal Design of 3 Degrees of Freedom Helmholtz Resonator in Hydraulic System. *Chinese Journal Of Aeronautics*, 25(5), 776-783. doi: 10.1016/s1000-9361(11)60444-5
- Guasch, O., Arnela, M., & Sánchez-Martín, P. (2017). Transfer matrices to characterize linear and quadratic acoustic black holes in duct terminations. *Journal Of Sound And Vibration*, 395, 65-79. doi: 10.1016/j.jsv.2017.02.007
- Guasch, O., Sánchez-Martín, P., & Ghilardi, D. (2020). Application of the transfer matrix approximation for wave propagation in a metafluid representing an acoustic black hole duct termination. *Applied Mathematical Modelling*, 77, 1881-1893. doi: 10.1016/j.apm.2019.09.039

- Hersh, A. S., Walker, B. E., & Celano, J. W. (2003). Helmholtz Resonator Impedance Model, Part 1 : Nonlinear behavior. *AIAA Journal On Disc*, 41(5), 795-808. doi: 10.2514/2.2041
- Holllkamp, J. P., & Semperlotti, F. (2020). Application of fractional order operators to the simulation of ducts with acoustic black hole terminations. *Journal Of Sound And Vibration*, 465, 115035. doi: 10.1016/j.jsv.2019.115035
- Hruška, V., Groby, J.-P., & Bednařík, M. (2024). Complex frequency analysis and source of losses in rectangular sonic black holes. *Journal Of Sound And Vibration*, 571, 118107. doi: 10.1016/j.jsv.2023.118107
- Huang, S., Fang, X., Wang, X., Assouar, B., Cheng, Q., & Li, Y. (2019). Acoustic perfect absorbers via Helmholtz resonators with embedded apertures. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 145(1), 254-262. doi: 10.1121/1.5087128
- Ingard, U. (1953). On the Theory and Design of Acoustic Resonators. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 25(6), 1037-1061. doi: 10.1121/1.1907235
- Ingard, U., & Ising, H. (1967). Acoustic Nonlinearity of an Orifice. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 42(1), 6-17. doi: 10.1121/1.1910576
- Ingård, U., & Labate, S. (1950). Acoustic Circulation Effects and the Nonlinear Impedance of Orifices. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 22(2), 211-218. doi: 10.1121/1.1906591
- ISO 10534-2 (1998). *Acoustics, Determination of Sound Absorption Coefficient and Impedance in Impedance Tubes : Part 2, transfer-function method*. International Organization for Standardization.
- ISO 10534-2 (2023). *Acoustics – Determination of acoustic properties in impedance tubes Part 2: Two-microphone technique for normal sound absorption coefficient and normal surface impedance*. International Organization for Standardization.
- Jahdali, R. A., & Wu, Y. (2018). Coupled Resonators for Sound Trapping and Absorption. *Scientific Reports*, 8(1). doi: 10.1038/s41598-018-32135-5
- Jiménez, N., Huang, W., Romero-Garcia, V., Pagneux, V., & Groby, J. -p. (2016). Ultra-thin metamaterial for perfect and quasi-omnidirectional sound absorption. *Applied Physics Letters*, 109(12). doi: 10.1063/1.4962328
- Jiménez, N., Romero-García, V., Pagneux, V., & Groby, J. -p. (2017a). Quasiperfect absorption by subwavelength acoustic panels in transmission using accumulation of resonances due to slow sound. *Physical Review. B*, 95(1). doi: 10.1103/physrevb.95.014205

- Jiménez, N., Romero-García, V., Pagneux, V., & Groby, J. -p. (2017b). Rainbow-trapping absorbers : Broadband, perfect and asymmetric sound absorption by subwavelength panels for transmission problems. *Scientific Reports*, 7(1). doi: 10.1038/s41598-017-13706-4
- Johnson, D. L., Koplik, J., & Dashen, R. (1987). Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *Journal Of Fluid Mechanics*, 176(1), 379. doi: 10.1017/s0022112087000727
- Karal, F. C. (1953). The Analogous Acoustical Impedance for Discontinuities and Constrictions of Circular Cross Section. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 25(2), 327-334. doi: 10.1121/1.1907041
- Komkin, A. I., Mironov, M. A., & Bykov, A. I. (2017). Sound absorption by a Helmholtz resonator. *Acoustical Physics*, 63(4), 385-392. doi: 10.1134/s1063771017030071
- Kone, T. C., Lopez, M., Ghinet, S., Dupont, T., & Panneton, R. (2021). Thermoviscous-acoustic metamaterials to damp acoustic modes in complex shape geometries at low frequencies. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 150(3), 2272-2281. doi: 10.1121/10.0006441
- Krylov, Victor V. (2004). New type of vibration dampers utilising the effect of acoustic « black holes » . *Acta Acustica United With Acustica*, 90(5) : 830-837.
- Krylov, Victor V. (2014). Acoustic black holes : recent developments in the theory and applications. *IEEE Transactions On Ultrasonics, Ferroelectrics, And Frequency Control*, 61(8), 1296-1306. doi: 10.1109/tuffc.2014.3036
- Krylov, V.V., & Tilman, F. J. B. S. (2004). Acoustic ‘black holes’ for flexural waves as effective vibration dampers. *Journal Of Sound And Vibration*, 274(3-5), 605-619. doi: 10.1016/j.jsv.2003.05.010
- Krylov, V.V., & Winward, R. E. T. B. (2007). Experimental investigation of the acoustic black hole effect for flexural waves in tapered plates. *Journal Of Sound And Vibration*, 300(1-2), 43-49. doi: 10.1016/j.jsv.2006.07.035
- Kushwaha, M., Halevi, P., Martínez, G., Dobrzynski, L., & Djafari-Rouhani, B. (1994). Theory of acoustic band structure of periodic elastic composites. *Physical Review. B, Condensed Matter*, 49(4), 2313-2322. doi: 10.1103/physrevb.49.2313
- Lafarge, D., Lemarinier, P., Allard, J. F., & Tarnow, V. (1997). Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 102(4), 1995-2006. doi: 10.1121/1.419690

- Laly, Z., Atalla, N., & Meslioui, S.-A. (2018). Acoustical modeling of micro-perforated panel at high sound pressure levels using equivalent fluid approach. *Journal Of Sound And Vibration*, 427, 134-158. doi: 10.1016/j.jsv.2017.09.011
- Langfeldt, F., Gleine, W., & Von Estorff, O. (2018). An efficient analytical model for baffled, multi-celled membrane-type acoustic metamaterial panels. *Journal Of Sound And Vibration*, 417, 359-375. doi: 10.1016/j.jsv.2017.12.018
- Langfeldt, F., Kemsies, H., Gleine, W., & Von Estorff, O. (2017). Perforated membrane-type acoustic metamaterials. *Physics Letters. A*, 381(16), 1457-1462. doi: 10.1016/j.physleta.2017.02.036
- Leblanc, A., & Lavie, A. (2017). Three-dimensional-printed membrane-type acoustic metamaterial for low frequency sound attenuation. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 141(6), EL538-EL542. doi: 10.1121/1.4984623
- Leclaire, P., Umnova, O., Dupont, T., & Panneton, R. (2015). Acoustical properties of air-saturated porous material with periodically distributed dead-end pores. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 137(4), 1772-1782. doi: 10.1121/1.4916712
- Li, J., Wang, W., Xie, Y., Popa, B.-I., & Cummer, S. A. (2016). A sound absorbing metasurface with coupled resonators. *Applied Physics Letters*, 109(9). doi: 10.1063/1.4961671
- Li, S., Xia, J., Yu, X., Zhang, X., & Cheng, L. (2023). A sonic black hole structure with perforated boundary for slow wave generation. *Journal Of Sound And Vibration*, 559, 117781. doi: 10.1016/j.jsv.2023.117781
- Li, Y., & Assouar, B. M. (2016). Acoustic metasurface-based perfect absorber with deep subwavelength thickness. *Applied Physics Letters*, 108(6). doi: 10.1063/1.4941338
- Liang, X., Liang, H., Chu, J., Wang, W., Li, N., Yang, Z.,... Zhou, Z. (2023). A modified sonic black hole structure for improving and broadening sound absorption. *Applied Acoustics*, 210, 109440. doi: 10.1016/j.apacoust.2023.109440
- Liang, X., Liang, H., Chu, J., Yang, Z., Zhou, Z., Gao, N.,... Hu, C. (2023). A composite acoustic black hole for ultra-low-frequency and ultra-broad-band sound wave control. *Journal Of Vibration And Control*. doi: 10.1177/10775463231194702
- Liang, X., Zhou, Z., & Wu, J. H. (2019). The experimental study on low frequency sound transmission characteristics of the acoustic black hole. *Modern Physics Letters B*, 33(36), 1950458. doi: 10.1142/s021798491950458x
- Liao, G., Luan, C., Wang, Z., Liu, J., Yao, X., & Fu, J. (2021). Acoustic Metamaterials : A Review of Theories, Structures, Fabrication Approaches, and Applications. *Advanced Materials Technologies*, 6(5). doi: 10.1002/admt.202000787

- Liu, Q., Yang, J.-S., Tang, Y.-Y., Li, H.-Z., Xu, Y.-Y., Liu, X.-C.,... Yin, P. (2024). A multi-layered corrugated resonator acoustic metamaterial with excellent low-frequency broadband sound absorption performance. *Applied Acoustics*, 216, 109800. doi: 10.1016/j.apacoust.2023.109800
- Long, H., Liu, C., Shao, C., Cheng, Y., Chen, K., Qiu, X., & Liu, X. (2020). Subwavelength broadband sound absorber based on a composite metasurface. *Scientific Reports*, 10(1). doi: 10.1038/s41598-020-70714-7
- Lopez, M., Dupont, T., & Panneton, R. (2024). Mass-spring model for acoustic metamaterials consisting of a compact linear periodic array of dead-end resonators. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 155(1), 530-543. doi: 10.1121/10.0024212
- Lü, C., Tang, S., Wu, J.-L., & Jiang, Y. (2023). Low-frequency acoustic absorption realized by ultrasparse coiling-up metasurfaces. *Results In Physics*, 49, 106488. doi: 10.1016/j.rinp.2023.106488
- Maa, D.-Y. (1994). Microperforated panel at high sound intensity. *INTER-NOISE And NOISE-CON Congress And Conference*, hal-04551854f.
- Marescotti, C., & Pompoli, F. (2024). Geometric optimisation of a multiple coiled-up resonator for broadband and octave band acoustic absorption. *Applied Acoustics*, 221, 110000. doi: 10.1016/j.apacoust.2024.110000
- Martínez-Sala, R., Sancho, J., Sánchez, J. V., Gómez, V., Llinares, J., & Meseguer, F. (1995). Sound attenuation by sculpture. *Nature*, 378(6554), 241. doi: 10.1038/378241a0
- Mi, Y., Cheng, L., Zhai, W., & Yu, X. (2022). Broadband low-frequency sound attenuation in duct with embedded periodic sonic black holes. *Journal Of Sound And Vibration*, 536, 117138. doi: 10.1016/j.jsv.2022.117138
- Mironov, M. A., & Pislyakov, V. V. (2002). One-dimensional acoustic waves in retarding structures with propagation velocity tending to zero. *Acoustical Physics*, 48(3), 347-352. doi: 10.1134/1.1478121
- Mironov, M., & Pislyakov, V. (2020). One-dimensional sonic black holes : Exact analytical solution and experiments. *Journal Of Sound And Vibration*, 473, 115223. doi: 10.1016/j.jsv.2020.115223
- Mousavi, A., Berggren, M., & Wadbro, E. (2022). How the waveguide acoustic black hole works : A study of possible damping mechanisms. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 151(6), 4279-4290. doi: 10.1121/10.0011788

- Naify, C. J., Chang, C.-M., McKnight, G., & Nutt, S. (2011). Transmission loss of membrane-type acoustic metamaterials with coaxial ring masses. *Journal Of Applied Physics*, 110(12). doi: 10.1063/1.3665213
- Naify, C. J., Chang, C.-M., McKnight, G., & Nutt, S. R. (2012). Scaling of membrane-type locally resonant acoustic metamaterial arrays. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 132(4), 2784-2792. doi: 10.1121/1.4744941
- Nguyen, H., Wu, Q., Chen, J., Yu, Y., Chen, H., Tracy, S., & Huang, G. (2021). A broadband acoustic panel based on double-layer membrane-type metamaterials. *Applied Physics Letters*, 118(18). doi: 10.1063/5.0042584
- Ou, Y., & Zhao, Y. (2024). Design, analysis, and experimental validation of a sonic black hole structure for near-perfect broadband sound absorption. *Applied Acoustics*, 225, 110196. doi: 10.1016/j.apacoust.2024.110196
- Ouahabi, A. A. E., Krylov, V. V., & O'Boy, D. (2015). Experimental investigation of the acoustic black hole for sound absorption in air. *The 22nd International Congress On Sound And Vibration, Florence, Italy*.
- Park, S.-H. (2013). A design method of micro-perforated panel absorber at high sound pressure environment in launcher fairings. *Journal Of Sound And Vibration*, 332(3), 521-535. doi: 10.1016/j.jsv.2012.09.015
- Pelat, A., Gautier, F., Conlon, S. C., & Semperlotti, F. (2020). The acoustic black hole : A review of theory and applications. *Journal Of Sound And Vibration*, 476, 115316. doi: 10.1016/j.jsv.2020.115316
- Pendry, J. B. (2000). Negative Refraction Makes a Perfect Lens. *Physical Review Letters*, 85(18), 3966-3969. doi: 10.1103/physrevlett.85.3966
- Peng, F. (2018). Sound absorption of a porous material with a perforated facing at high sound pressure levels. *Journal Of Sound And Vibration*, 425, 1-20. doi: 10.1016/j.jsv.2018.03.028
- Peng, L., Mao, Q., Wang, H., Lai, L., Shi, Q., & Chen, M. (2024). Enhanced sound absorption with the combined sonic black holes. *Applied Acoustics*, 219, 109932. doi: 10.1016/j.apacoust.2024.109932
- Peng, X., Ji, J., & Jing, Y. (2018). Composite honeycomb metasurface panel for broadband sound absorption. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 144(4), EL255-EL261. doi: 10.1121/1.5055847
- Romero-García, V., Theocharis, G., Richoux, O., & Pagneux, V. (2016). Use of complex frequency plane to design broadband and sub-wavelength absorbers. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 139(6), 3395-3403. doi: 10.1121/1.4950708

- Ross, E. P., Figueroa-Ibrahim, K. M., Morris, S. C., Sutliff, D. L., & Bennett, G. J. (2024). Evaluating an Additive Manufactured Acoustic Metamaterial Using the Advanced Noise Control Fan. *AIAA Journal On Disc*, 1-17. doi: 10.2514/1.j063384
- Serra, G., Guasch, O., Arnela, M., & Miralles, D. (2023). Optimization of the profile and distribution of absorption material in sonic black holes. *Mechanical Systems And Signal Processing*, 202, 110707. doi: 10.1016/j.ymssp.2023.110707
- Shelby, R. A., Smith, D. R., & Schultz, S. (2001). Experimental Verification of a Negative Index of Refraction. *Science*, 292(5514), 77-79. doi: 10.1126/science.1058847
- Shen, Y., Yang, Y., Guo, X., Shen, Y., & Zhang, D. (2019). Low-frequency anechoic metasurface based on coiled channel of gradient cross-section. *Applied Physics Letters*, 114(8). doi: 10.1063/1.5081926
- Sihvola, A. (2007). Metamaterials in electromagnetics. *Metamaterials*, 1(1), 2-11. doi: 10.1016/j.metmat.2007.02.003
- Sivian, L. J. (1935). Acoustic Impedance of Small Orifices. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 7(2), 94-101. doi: 10.1121/1.1915795
- Song, G. Y., Cheng, Q., Huang, B., Dong, H. Y., & Cui, T. J. (2016). Broadband fractal acoustic metamaterials for low-frequency sound attenuation. *Applied Physics Letters*, 109(13). doi: 10.1063/1.4963347
- Sun, W., Chu, Z., & Lang, Y. (2024). Nonlinear sound absorption of coiling-up space under high amplitude acoustic excitation. *Applied Acoustics*, 220, 109956. doi: 10.1016/j.apacoust.2024.109956
- Tang, Y., He, W., Xin, F., & Lu, T. J. (2020). Nonlinear sound absorption of ultralight hybrid-cored sandwich panels. *Mechanical Systems And Signal Processing*, 135, 106428. doi: 10.1016/j.ymssp.2019.106428
- Tang, Y., Ren, S., Meng, H., Xin, F., Huang, L., Chen, T.,... Lu, T. J. (2017). Hybrid acoustic metamaterial as super absorber for broadband low-frequency sound. *Scientific Reports*, 7(1). doi: 10.1038/srep43340
- Tang, Y., Xin, F., Huang, L., & Lu, T. (2017). Deep subwavelength acoustic metamaterial for low-frequency sound absorption. *Europhysics Letters*, 118(4), 44002. doi: 10.1209/0295-5075/118/44002
- Tayong, R., Dupont, T., & Leclaire, P. (2010). On the variations of acoustic absorption peak with particle velocity in micro-perforated panels at high level of excitation. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 127(5), 2875-2882. doi: 10.1121/1.3372714

- Tayong, R., Dupont, T., & Leclaire, P. (2011). Experimental investigation of holes interaction effect on the sound absorption coefficient of micro-perforated panels under high and medium sound levels. *Applied Acoustics*, 72(10), 777-784. doi: 10.1016/j.apacoust.2011.04.011
- Umnova, O., Attenborough, K., Standley, E., & Cummings, A. (2003). Behavior of rigid-porous layers at high levels of continuous acoustic excitation : Theory and experiment. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 114(3), 1346-1356. doi: 10.1121/1.1603236
- Umnova, O., Brooke, D., Leclaire, P., & Dupont, T. (2023). Multiple resonances in lossy acoustic black holes - theory and experiment. *Journal Of Sound And Vibration*, 543, 117377. doi: 10.1016/j.jsv.2022.117377
- Vasseur, J. O., Deymier, P., Frantziskonis, G., Hong, G., Djafari-Rouhani, B., & Dobrzynski, L. (1998). Experimental evidence for the existence of absolute acoustic band gaps in two-dimensional periodic composite media. *Journal Of Physics. Condensed Matter*, 10(27), 6051-6064. doi: 10.1088/0953-8984/10/27/006
- Veselago, V. G. (1968). The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  AND  $\mu$ . *Soviet Physics. Uspekhi*, 10(4), 509-514. doi: 10.1070/pu1968v010n04abeh003699
- Wang, D., Xie, S.-C., Yang, S.-C., & Li, Z. (2021). Sound absorption performance of acoustic metamaterials composed of double-layer honeycomb structure. *Journal Of Central South University*, 28(9), 2947-2960. doi: 10.1007/s11771-021-4818-3
- Wang, M., Fan, H., Yu, S., Zhao, X., Wang, L., Li, W.,... Chen, D. (2022). Effects of variations in the tragus expansion angle on physical comfort for in-ear wearables. *Ergonomics*, 65(10), 1352-1372. doi: 10.1080/00140139.2022.2032377
- Wang, X., Zhao, H., Luo, X., & Huang, Z. (2016). Membrane-constrained acoustic metamaterials for low frequency sound insulation. *Applied Physics Letters*, 108(4). doi: 10.1063/1.4940717
- Wang, Y., Zhao, H., Yang, H., Zhong, J., Zhao, D., Lu, Z., & Wen, J. (2018). A tunable sound-absorbing metamaterial based on coiled-up space. *Journal Of Applied Physics*, 123(18). doi: 10.1063/1.5026022
- Wilson, D. K., McIntosh, J. D., & Lambert, R. F. (1988). Forchheimer-type nonlinearities for high-intensity propagation of pure tones in air-saturated porous media. *The Journal Of The Acoustical Society Of America*, 84(1), 350-359. doi: 10.1121/1.396937

- World Health Organization. (2021). *World report on hearing* (Rapport No. Licence : CC BY-NC-SA 3.0 IGO.). Geneva.
- World Health Organization European Centre for Environment and Health. (2011). *Burden of disease from environmental noise, quantification of healthy life years lost in Europe*.
- Xie, S.-H., Fang, X., Li, P.-Q., Huang, S., Peng, Y.-G., Shen, Y.-X.,... Zhu, X.-F. (2020). Tunable Double-Band Perfect Absorbers via Acoustic Metasurfaces with Nesting Helical Tracks\*. *Chinese Physics Letters*, 37(5), 054301. doi: 10.1088/0256-307x/37/5/054301
- Xu, Q., Qiao, J., Sun, J., Zhang, G., & Li, L. (2021). A tunable massless membrane metamaterial for perfect and low-frequency sound absorption. *Journal Of Sound And Vibration*, 493, 115823. doi: 10.1016/j.jsv.2020.115823
- Yang, X., Shen, X., Yang, F., Yin, Z., Yang, F., Yang, Q.,... Wan, J. (2023). Acoustic metamaterials of modular nested Helmholtz resonators with multiple tunable absorption peaks. *Applied Acoustics*, 213, 109647. doi: 10.1016/j.apacoust.2023.109647
- Yang, Z., Dai, H. M., Chan, N. H., C, G., MA, & Sheng, P. (2010). Acoustic metamaterial panels for sound attenuation in the 50–1000 Hz regime. *Applied Physics Letters*, 96(4). doi: 10.1063/1.3299007
- Yang, Z., Mei, J., Yang, M., Chan, N. H., & Sheng, P. (2008). Membrane-Type Acoustic Metamaterial with Negative Dynamic Mass. *Physical Review Letters*, 101(20). doi: 10.1103/physrevlett.101.204301
- Zhang, C., & Hu, X. (2016). Three-Dimensional Single-Port Labyrinthine Acoustic Metamaterial : Perfect Absorption with Large Bandwidth and Tunability. *Physical Review Applied*, 6(6). doi: 10.1103/physrevapplied.6.064025
- Zhang, D., Su, X., Sun, Y., Luo, Y., Sun, X., & Chen, C. (2024). Performance study and improvement of space-folded metamaterial muffler for pipe under grazing flow. *Applied Acoustics*, 220, 109984. doi: 10.1016/j.apacoust.2024.109984
- Zhang, Q., & Bodony, D. J. (2012). Numerical investigation and modelling of acoustically excited flow through a circular orifice backed by a hexagonal cavity. *Journal Of Fluid Mechanics*, 693, 367-401. doi: 10.1017/jfm.2011.537
- Zhang, X., & Cheng, L. (2021). Broadband and low frequency sound absorption by Sonic black holes with Micro-perforated boundaries. *Journal Of Sound And Vibration*, 512, 116401. doi: 10.1016/j.jsv.2021.116401

- Zhang, X., He, N., Cheng, L., Yu, X., Zhang, L., & Hu, F. (2024). Sound absorption in sonic black holes : Wave retarding effect with broadband cavity resonance. *Applied Acoustics*, 221, 110007. doi: 10.1016/j.apacoust.2024.110007
- Zhu, J., Christensen, J., Jung, J., Martin-Moreno, L., Yin, X., Fok, L.,... Garcia-Vidal, F. J. (2010). A holey-structured metamaterial for acoustic deep-subwavelength imaging. *Nature Physics*, 7(1), 52-55. doi: 10.1038/nphys1804
- Zhu, Junzhe, Gao, H., Dai, S., Qu, Y., & Meng, G. (2023). Multilayer structures for high-intensity sound energy absorption in low-frequency range. *International Journal Of Mechanical Sciences*, 247, 108197. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108197
- Zhu, Junzhe, Qu, Y., Gao, H., & Meng, G. (2022). Nonlinear sound absorption of Helmholtz resonators with serrated necks under high-amplitude sound wave excitation. *Journal Of Sound And Vibration*, 537, 117197. doi: 10.1016/j.jsv.2022.117197
- Zhu, Y., & Assouar, B. (2019). Multifunctional acoustic metasurface based on an array of Helmholtz resonators. *Physical Review. B*, 99(17). doi: 10.1103/physrevb.99.174109
- Zhu, Y., Donda, K., Fan, S., Cao, L., & Assouar, B. (2019). Broadband ultra-thin acoustic metasurface absorber with coiled structure. *Applied Physics Express*, 12(11), 114002. doi: 10.7567/1882-0786/ab494a
- Zigoneanu, L., Popa, B.-I., & Cummer, S. A. (2014). Three-dimensional broadband omnidirectional acoustic ground cloak. *Nature Materials*, 13(4), 352-355. doi: 10.1038/nmat3901
- Zwikker, C., & Kosten, C. W. (1949). *Sound absorbing materials*. (S.l.) : Elsevier Publishing Company, Inc.