

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE DE MAÎTRISE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE
M.Ing.

PAR
KHALFI BOUBAKER

CONTRIBUTION AU DÉVELOPPEMENT D'UN CODE DE CALCUL DES
CONTRAINTE DANS UNE TURBINE FRANCIS

MONTRÉAL, LE 23 NOVEMBRE 2005

(c) droits réservés de Khalfi Boubaker

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Raynald Guilbault, directeur de mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. François Morency président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Henri Champliaud, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC
LE 16 DÉCEMBRE 2005
À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

CONTRIBUTION AU DÉVELOPPEMENT D'UN CODE DE CALCUL DES CONTRAINTES DANS UNE TURBINE FRANCIS

Boubaker Khalfi

RÉSUMÉ

La conception des turbines hydrauliques nécessite des outils rapides et efficaces pour accélérer le processus de fabrication de la turbine, surtout lorsqu'il s'agit d'un marché tellement compétitif qu'on ne peut tolérer aucun défaut.

Parmi les parties de turbine qui nécessitent plus d'attention : le joint aube plafond. L'objectif est de contribuer au développement d'un outil rapide qui permet une vérification des caractéristiques mécaniques à ce niveau (joint aube plafond) lors de la conception hydraulique d'une turbine Francis. Cet outil pourra servir par la suite à la conception du joint aube plafond, ainsi qu'à la définition de la forme du plafond.

Au début on modélise le joint aube plafond par une forme simplifiée sans s'éloigner beaucoup de la forme réelle. Ensuite on procède à un maillage surfacique du modèle pour pouvoir appliquer la méthode des éléments de frontières. Le champ de pression est idéalisé par une équation analytique. Le chargement appliqué sur l'aube sera calculé par intégration numérique sur les projetées de surfaces sur les 3 plans de l'espace. Donc notre contribution se résume essentiellement dans :

- définition d'un modèle géométrique simple du plafond.
- représentation du champ de pression par une équation analytique.
- maillage de la structure.

Les résultats obtenus ont été comparés à d'autres recherches menées moyennant d'autres méthodes, ils sont satisfaisants (précision supérieur 90%) et permettent au concepteur d'avoir une idée sur la nature des contraintes dans le joint aube plafond.

Pour rendre plus précis les résultats, on a suggéré quelques améliorations dont le détail se trouve en fin du rapport.

CONTRIBUTION AU DÉVELOPPEMENT D'UN CODE DE CALCUL DES CONTRAINTE DANS UNE TURBINE FRANCIS

Boubaker Khalfi

SOMMAIRE

La conception des turbines hydrauliques nécessite des outils rapides et efficaces pour accélérer le processus de fabrication de la turbine, surtout lorsqu'il s'agit d'un marché tellement compétitif qu'on ne peut tolérer aucun défaut.

Parmi les parties de turbine qui nécessitent plus d'attention : le joint aube plafond. L'objectif est de contribuer au développement d'un outil rapide qui permet une vérification des caractéristiques mécaniques à ce niveau (joint aube plafond) lors de la conception hydraulique d'une turbine Francis. Cet outil pourra servir par la suite à la conception du joint aube plafond, ainsi qu'à la définition de la forme du plafond.

Au début on modélise le joint aube plafond par une forme simplifiée sans s'éloigner beaucoup de la forme réelle. Ensuite on procède à un maillage surfacique du modèle pour pouvoir appliquer la méthode des éléments de frontières. Le champ de pression est idéalisé par une équation analytique. Le chargement appliqué sur l'aube sera calculé par intégration numérique sur les projetées de surfaces sur les 3 plans de l'espace. Donc notre contribution se résume essentiellement dans :

- définition d'un modèle géométrique simple du plafond.
- représentation du champ de pression par une équation analytique.
- maillage de la structure.

Les résultats obtenus ont été comparés à d'autres recherches menées moyennant d'autres méthodes, ils sont satisfaisants (précision supérieur 90%) et permettent au concepteur d'avoir une idée sur la nature des contraintes dans le joint aube plafond.

Pour rendre plus précis les résultats, on a suggéré quelques améliorations dont le détail se trouve en fin du rapport.

CONTRIBUTION TO THE DEVELOPMENT OF A COMPUTER CODE OF THE STRESSES IN A FRANCIS TURBINE

ABSTRACT

Boubaker Khalfi

The design of the hydraulics turbines requires as much fast and effective tools to accelerate the procedure processing of the turbine, the competitive market does not tolerate any defect. Among the parts of turbine which require more attention: the joint blade crown. The objective is to contribute to the development of a fast tool which allows a checking of the mechanical characteristics during the hydraulics design of a Francis turbine. This tool could be used thereafter for the design of the joint blade crown, like with the definition of the shape of the crown. At the beginning one models the joint blade crown by a form simplified without moving away much from the real form. Then one carries out a surface grid of the model to be able to apply the boundary elements method. The field of pressure is idealized by an analytical equation. The loading applied to the blade will be calculated by numerical integration on projected surfaces on the three plans of space. The results obtained have summers compared with the other research undertaken with the help of other methods, they are satisfactory (precision superior 90%) and make it possible to the designer to have an idea on the nature of the constraints in the joint paddle ceiling. To make more precise the results, one suggested some improvements whose detail is in end of the report/ratio..

REMERCIEMENT

Avant de commencer le développement de ce travail, je dois remercier Dieu qui m'a aidé tout le long de ma vie.

Ensuite j'adresse mes remerciements aux personnes qui m'on appuyé dans l'élaboration de ce travail. Tout d'abord je remercie M. Raynald Guilbault mon directeur de projet de m'avoir accorder l'occasion d'entreprendre ce travail, ainsi que pour son support technique.

Je tiens à remercier le Dr. Riad Kechroud, chercheur post-doctoral au sein du groupe GRANIT de l'ETS, qui avait beaucoup de patience lors de nos discussions et de m'avoir supporté moralement.

De même je tiens à remercier la compagnie Alstom et en particulier M. Michel Sabourin pour nous avoir fournit les données nécessaires à la validation des résultats.

Finalement je remercie l'École de Technologie Supérieure et je lui souhaite beaucoup de succès.

TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE.....	i
ABSTRACT.....	ii
REMERCIEMENT.....	iii
TABLE DES MATIÈRES.....	iv
LISTE DES TABLEAUX.....	v
LISTE DES FIGURES.....	viii
LISTE DES ABREVIATIONS ET SIGLE.....	xi
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE.....	3
1.1. Calcul statique et dynamique d'une aube de turbine Francis	3
1.2. Analyse structurale d'une aube de turbine de type Francis par ADINA .	4
1.3. Mesure de contrainte et déformation dans un modèle de turbine de type Francis à basse chute.....	6
1.4. Analyse d'une roue Francis sous chargement mécanique et fatigue	8
1.5. Conclusion	9
CHAPITRE 2 NOTIONS RELATIVES AUX TURBINES HYDRAULIQUES.....	11
2.1 Introduction.....	11
2.2 Éléments constitutifs d'une turbine hydraulique.....	11
2.3 Les différents types de turbines.....	13
2.4 La turbine Francis	13
2.5 Tracé d'aubage de la turbine Francis [8]	14
2.5.1 Elément de base de calcul de l'aubage	15
2.5.2 Définitions des grandeurs caractéristiques	16
2.5.3 Etude de la forme du canal de la roue [8]	16
2.6 Stratégie de conception d'une turbine hydraulique Francis.....	18
2.6.1 Conception hydraulique	18
2.6.2 Analyse CFD (Computational Fluid Dynamics)	19
2.7 Étude hydraulique	19
2.7.1 Force axiale.....	20
2.7.2 Calcul des différents travaux	21
2.7.2.1 Ecoulement dans la conduite forcée	21
2.7.2.2 Écoulement à l'intérieur de la roue	22
2.7.2.3 Écoulement dans la turbine.....	23
CHAPITRE 3 POSITION DU PROBLÈME.....	25
3.1 Position du problème	25

3.2	Différentes alternatives	25
3.2.1	Méthode analytique.....	26
3.2.2	Méthodes numériques	26
3.3	Comparaison des méthodes envisagées	26
3.4	Simplification de la géométrie de l'ensemble.....	27
3.4.1	Étude d'un exemple	28
3.4.2	Modèle idéalisé	30
3.5	Conclusion	33
CHAPITRE 4	IDÉALISATION DE L'ÉCOULEMENT ET CALCUL DES CHARGEMENTS.....	33
4.1	Modélisation de l'aube.....	34
4.2	Surface encastrée.	35
4.3	Évaluation des efforts appliqués sur l'aube	35
4.3.1	Expression de la pression.....	36
4.3.2	Calcul de la résultante des efforts sur les surfaces projetées	39
4.3.3	Localisation des efforts sur l'aube.	40
4.3.3.1	Expression du centre de pression.....	40
4.3.3.2	Positionnement des efforts.....	41
4.3.4	Conclusion	45
CHAPITRE 5	DESCRPTION DE LA MÉTHODES DES ÉLÉMENTS DE FRONTIÈRES.....	44
5.1.	Méthodes des Éléments de Frontières	46
5.1.1.	Construction du système d'équations.	46
5.1.1.1	État de contrainte	47
5.1.1.2	Formulation intégrale de la Méthode des Éléments de Frontière	49
5.1.2.	Discrétisation du domaine	52
5.1.3.	Application des conditions aux limites.....	56
5.2.	Évaluation des contraintes sur la frontière.....	58
5.3.	Conclusion	59
CHAPITRE 6	MAILLAGE DE LA STRUCTURE.....	60
6.1.	Géométrie.....	60
6.2.	Paramètres de maillage	61
6.3.	Maillage de la structure.....	62
6.3.1.	Maillage de la face frontale	64
6.3.2.	Maillage de la surface support de l'aube	67
6.3.3.	Maillage de l'aube.	69
6.3.4.	Rajout du congé	70
6.3.5.	Maillage des autres surfaces.	74
6.4.	Conclusion	77

CHAPITRE 7 EVALUATION ET VALIDATION DU MODÈLE.....	78
7.1 Validation de forme simplifiée.....	78
7.1.1 Conclusion	83
7.2 Validation du champ de pression.....	84
7.2.2 Conclusion	86
7.3 Validation du maillage.....	87
7.3.1 Conclusion	88
7.4 Discussion des résultats finaux.....	89
7.4.1 Conclusion	92
7.4.2 Sources d'erreurs	92
CONCLUSION.....	93
ANNEXES:	
1. Fichier source INPUT.....	95
2. Résultats des contraintes de Von Mises.....	117
BIBLIOGRAPHIE.....	126

LISTE DES TABLEAUX

Tableau I	Caractéristiques des principales turbines	13
Tableau II	Comparaison des résultats pour différentes dimensions.....	30
Tableau III	Caractéristique de la turbine de vérification	78
Tableau IV	Erreur commise sur le déplacement.....	88
Tableau V	Valeurs des efforts obtenus.....	91

LISTE DES FIGURES

Figure 1	Section de l'aube [2]	5
Figure 2	Disposition des détecteurs [4]	7
Figure 3	Pression sur les deux faces de l'aube [4]	7
Figure 4	Variation de la contrainte le long du joint aube plafond.....	8
Figure 5	Turbine hydraulique.....	12
Figure 6	Roue d'une turbine Francis.....	14
Figure 7	Turbine Francis	14
Figure 8	Courbe limite d'aubage.....	15
Figure 9	Forme caractéristique de la courbe limite intérieure	17
Figure 10	Dimensions caractéristiques du canal de la roue.	18
Figure 11	Éléments d'une turbine.....	20
Figure 12	Schéma d'une station hydroélectrique.....	22
Figure 13	Poutre encastrée	28
Figure 14	Résultat obtenu pour $L=50$; $h=5$; $b=15$; $P=5000\text{N/m}^2$	29
Figure 15	Résultat obtenu pour $L=100$; $h=10$; $b=30$; $P=5000\text{N/m}^2$	29
Figure 16	Coupe d'une turbine verticale.....	31
Figure 17	Extraction du modèle simplifié d'un plafond (forme réelle)	31
Figure 18	Extraction du modèle simplifié.....	32
Figure 19	Dimensions du secteur idéalisé.....	32
Figure 20	Surface encastrée	35
Figure 21	Projection du profil de l'aube sur les trois plans de l'espace.....	36
Figure 22	Position de F_α où F_{rz}	41
Figure 23	Moment du au transfert de F_α et F_{rz}	42
Figure 24	Calcul de la position de $F_{r\theta}$	43
Figure 25	Position de $F_{r\theta}$	44
Figure 26	Transfert de $F_{r\theta}$	45
Figure 27	Définition géométrique du problème.....	47

Figure 28	Élément linéaire	53
Figure 29	Élément quadratique	53
Figure 30	Forme du secteur à traiter	61
Figure 31	Paramètres de maillage	61
Figure 32	Différentes surfaces du modèle.....	62
Figure 33	Choix de la zone à modifier pour connecter l'aube	63
Figure 34	Subdivision de la face frontale en des sous éléments	64
Figure 35	Algorithme de maillage de la face frontale.....	65
Figure 36	Face frontale maillée.....	66
Figure 37	Évolution du maillage.....	66
Figure 38	Évolution du maillage.....	67
Figure 39	Axe moyen de l'aube	68
Figure 40	Évolution du maillage.....	68
Figure 41	Évolution du maillage.....	69
Figure 42	Maillage de l'aube	70
Figure 43	Évolution du maillage.....	70
Figure 44	Éléments à placer dans le congé	71
Figure 45	Ligne géométrique moyenne	72
Figure 46	Rajout du congé	72
Figure 47	Calcul des positions des nœuds du congé.....	73
Figure 48	Congé maillé	74
Figure 49	Résultat du maillage final	75
Figure 50	Zoom au congé.....	75
Figure 51	Secteur maillé vue isométrique.....	76
Figure 52	Secteur maillé (vue de dessous).....	77
Figure 53	Plafond réel	79
Figure 54	Résultats pour plafond réel pour une pression de $5 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$	80
Figure 55	Dimension du plafond simplifié	80
Figure 56	Résultat du déplacement pour plafond simplifié	81

Figure 57	Résultat du déplacement pour plafond simplifié pour B=3.738mm même pression)	81
Figure 58	Résultat du déplacement pour plafond simplifié pour B=4.112mm	82
Figure 59	Différence sur le déplacement (plafond réel/plafond simplifié)	83
Figure 60	Champ de pression obtenu à partir de l'équation (7.1)	84
Figure 61	Champ de pression obtenu par CFD	85
Figure 62	Répartition de la pression sur l'aube	86
Figure 63	Position et direction du déplacement maximal	87
Figure 64	Différentes vues du modèle idéalisé	89
Figure 65	Modèle idéalisé (Profil de l'aube)	90
Figure 66	Variation de la contrainte de Von Mises le long du joint aube-plafond ..	91

LISTE DES ABREVIATIONS ET SIGLES

Ω	Angle du secteur
ω	Vitesse angulaire de turbine
N_b	Nombre d'aube
H	Hauteur nette
H_n	Hauteur totale disponible
n_s	Vitesse spécifique
$NSPH$	Hauteur nette positive à l'aspiration
h	Chute de pression dans la turbine
n_0	Chiffre de vitesse
R_{2e}	Rayon nominal
v_{2e0}	Chiffre de débit
ρ	Masse volumique
V	Volume du fluide
F	Résultante des forces
W_{1-2}	Travail du point 1 au point 2
J_{1-2}	Perte de charge du point 1 au point 2
H_g	Chute brute géométrique
Γ_i	Frontière du domaine i
σ	Tenseur des contraintes de Cauchy de composantes σ_{ij}
b_i	Force volumique dans la direction i
p_i	Traction surfacique
u_i	Déplacement dans la direction i
p	Solution fondamentale pour la traction
u^*	Solution fondamentale pour le déplacement

δ_{ij}	Delta de Kronecker
ϕ	Fonction d'interpolation
E	Module d'Young
γ	Coefficient de Poisson
G	Module de cisaillement
P_0	Pression à l'entrée de la turbine
r_0	Rayon à l'entrée de la turbine
F_{rz}	Résultante des efforts sur la face de l'aube projetée sur le plan RZ
F_α	Résultante des efforts sur la face de l'aube projetée sur le plan θZ
$F_{r\theta}$	Résultante des efforts sur la face de l'aube projetée sur le plan $R\theta$
C_p	Centre de pression

INTRODUCTION

La conception initiale d'une turbine est basée sur la théorie classique des turbines et sur l'expérience. Cette étape est nécessaire pour établir une conception hydraulique qui sera approuvée par l'analyse CFD et ceci dans les conditions de service prévue, cette analyse a pour objectif de trouver la géométrie des aubes qui assure le rendement hydraulique optimal. Autrement dit, quelle est la forme de l'aube qui permette de transformer l'énergie hydraulique potentielle le plus efficacement en énergie mécanique de rotation.

Une fois la géométrie définie, il faut vérifier que l'aube est en mesure de supporter les contraintes générées au niveau de son '*maillon le plus faible*', qui n'est autre que sa jonction avec le plafond. Si les contraintes sont acceptables, le modèle est retenu, si non on doit revenir sur la géométrie pour la modifier. Par contre, dans la plupart des cas lorsque le projet en est à sa conception mécanique le client a déjà acheté le modèle conçu par les hydrauliciens, il est donc en pratique impossible de modifier les surfaces mouillées. Le seul outil reconnu efficace à ce jour pour valider la conception est l'approche par éléments finis. Une étude mécanique complète peut prendre une à deux semaines de mise en place, ce qui n'inclut pas les modifications qui peuvent être apportées à la structure. Il faut mentionner qu'à ce stade les surfaces mouillées ou responsable du rendement hydraulique ne doivent en aucun cas être altérées.

Il y a donc tout intérêt de développer une approche efficace et rapide permettant des vérifications simples des capacités mécaniques de l'aubage au moment de la conception hydraulique. Dans le premier chapitre on traite la partie bibliographique, le second chapitre met l'accent sur des notions relatives aux turbines hydrauliques. Le troisième chapitre pose le problème et présente le modèle géométrique idéalisé, dans le quatrième chapitre on présente la méthode de calcul des chargements.

Dans le cinquième chapitre on présente la méthode des éléments de frontière, le sixième chapitre détaille la méthode utilisée pour mailler la structure, et finalement on présente la discussion des résultats au septième chapitre suivi de la conclusion.

CHAPITRE 1

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Dans ce chapitre on fera le résumé des travaux qu'on a pu avoir, et qui ont une relation avec le sujet. Ces résumés nous permettent de voir les différentes méthodes qui sont utilisées pour valider les contraintes dans les turbines hydrauliques, et d'être au courant des dernières recherches faites dans ce domaine. Comme ils permettent probablement d'attirer l'attention sur les méthodes à éviter et de recommander des travaux futurs. La discussion aura lieu dans la fin de ce chapitre.

1.1. Calcul statique et dynamique d'une aube de turbine Francis

La première note décrit la déformation statique due aux forces centrifuges, à la pression de l'eau, et à la vibration naturelle de l'aube d'une turbine hydraulique Francis [1]. Au début elle commence par la description de la méthode utilisée, cette méthode consiste à faire l'étude sur un seul secteur de la turbine, puisque la géométrie présente une certaine périodicité. Un choix approprié des conditions aux limites est très important surtout sur les deux frontières où le secteur a été isolé, ces deux frontières doivent avoir les déplacements égaux. La méthode des éléments finis est utilisée pour résoudre le problème et ceci grâce au logiciel Ansys (version 4.2B).

L'évaluation du champ de pression est faite par un calcul de fluide, tandis que l'évaluation des forces centrifuges est calculée par le programme à partir de la matrice de rigidité.

Les résultats montrent que les contraintes dues à la pression de l'eau sont nettement supérieures à celles engendrées par les forces centrifuges, et elle se situent au début et en fin du joint aube plafond.

1.2. Analyse structurale d'une aube de turbine de type Francis par ADINA

Cet article traite l'analyse des contraintes par la méthode des éléments finis (ADINA) dans l'aube d'une turbine de type Francis [2]. La distribution de pression dans la turbine est déterminée par une analyse CFD (Computational Fluid Dynamics) dans lequel les équations décrivant l'écoulement de l'eau sont résolues par la méthode de volume fini.

Les parties de cette analyse comportent :

- calcul de la masse.
- analyse de déplacement à la vitesse d'emballlement afin de vérifier le dégagement aux joints.
- analyse de fréquence afin d'éviter l'amplification structurale des charges dynamiques.
- calcul des forces statiques afin d'obtenir une distribution uniforme d'effort dans l'aube.

Dans toute l'analyse structurale, des critères de mécanique de rupture sont également employés pour déterminer quelle taille des défauts est acceptable dans la structure.

La plupart des résultats présentés dans cet article sont calculés pour une géométrie d'aube proposée par le Laboratoire GAMM à Lausanne en 1989. La géométrie de l'aube est donc bien connue. La coupe de l'ensemble est montrée à la figure 1.

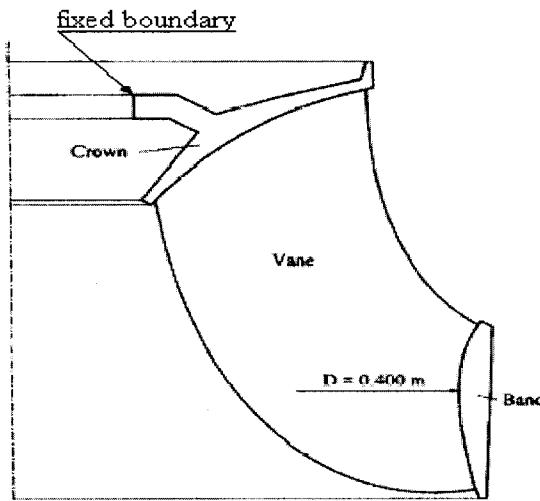


Figure 1 Section de l'aube

[2]

Un code a été développé pour mailler les aubes des turbines Francis. Ce pré préprocesseur met en application les dispositifs suivants:

- lecture des résultats CFD et conversion de la géométrie et de la distribution de pression pour des splines surfaciques.
- interpolation des découpes externes du plafond et de la ceinture par un nombre arbitraire de points donnés.

L'analyse a favorisé une meilleure compréhension du comportement de l'aube à différentes conditions de fonctionnement, ceci est important dans le procédé d'amélioration de la géométrie. La vitesse d'emballage est un cas extrême de charge à considérer dans l'analyse structurale. En cas de perte de charge appliquée sur la turbine, celle-ci accélère environ au double de la vitesse de rotation nominale et le chargement centrifuge domine.

L'interface entre la conception hydraulique et structurale des aubes de turbine de type Francis s'est avérée être un outil important en cours du calcul de la géométrie de l'aube.

Ceci est illustré par réduction de concentrations d'effort dans les domaines critiques de l'aube et la plus grande capacité de l'aube en termes de couple d'entraînement.

1.3. Mesure de contrainte et déformation dans un modèle de turbine de type Francis à basse chute

Cet article traite l'analyse des mesures embarquées sur une roue modèle de turbine Francis de basse chute, ainsi que la comparaison avec des mesures similaires sur prototype et avec les calculs numériques [3]. Les fluctuations de charge sur l'aubage d'une roue Francis dépendent principalement des phénomènes hydrodynamiques au point de fonctionnement: torche de faible charge, tourbillons de Von Karman, et la cavitation.

Presque tous ces phénomènes peuvent mener à la rupture par fatigue, ce qui motive donc une meilleure compréhension de leur mécanisme et de leur interaction avec la structure. Cet article montre comment ce type de mesure permet de mieux comprendre les phénomènes et de résoudre les difficultés liées à l'évaluation de la durée de vie des composantes de la turbine, notamment la roue.

Des mesures de prototype discutées ci-après ont été faites dans une centrale électrique brésilienne. Le diamètre de sortie de la roue est de 5 mètres et le rendement nominal égal à 50 MW au-dessous d'une hauteur de 31 m. En bref, la roue a été équipée avec 51 jauge de contrainte sur le joint, 8 accéléromètres (aube et ceinture) et 3 sondes de pression. Tous les signaux tournants traversent l'axe jusqu'au dessus du rotor. Un dispositif de traitement avec le préamplificateur, filtrant et conversion numérique fournit un signal au taux de prélèvement de 1000 hertz à un système fixe d'enregistrement par une bague collectrice. Sur la turbine entière, une quantité de 62 signaux tournants et 9 signaux fixés ont été simultanément enregistrés.

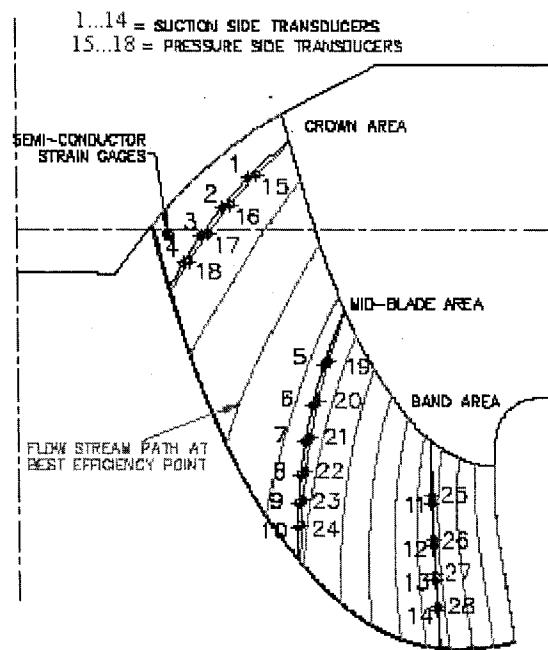


Figure 2 Disposition des détecteurs

[3]

Des résultats importants peuvent être déduit de travail, la mesure de pression sur les deux faces de l'aube a permis l'évaluation du couple exercé sur l'arbre du rotor (Fig. 3).

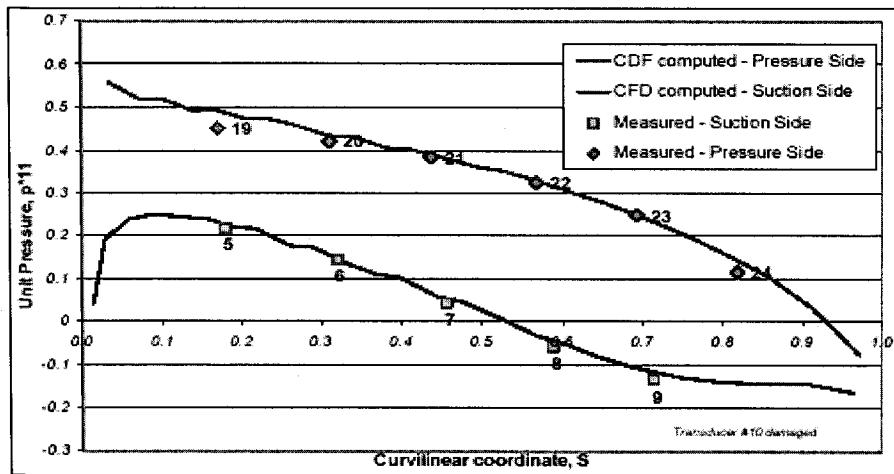


Figure 3 Pression sur les deux faces de l'aube

[3]

La variation de la contrainte le long du joint aube plafond a pu être mesuré, les mesures ont mis en évidence la nature des contraintes ainsi que les zones critiques. (Fig.4)

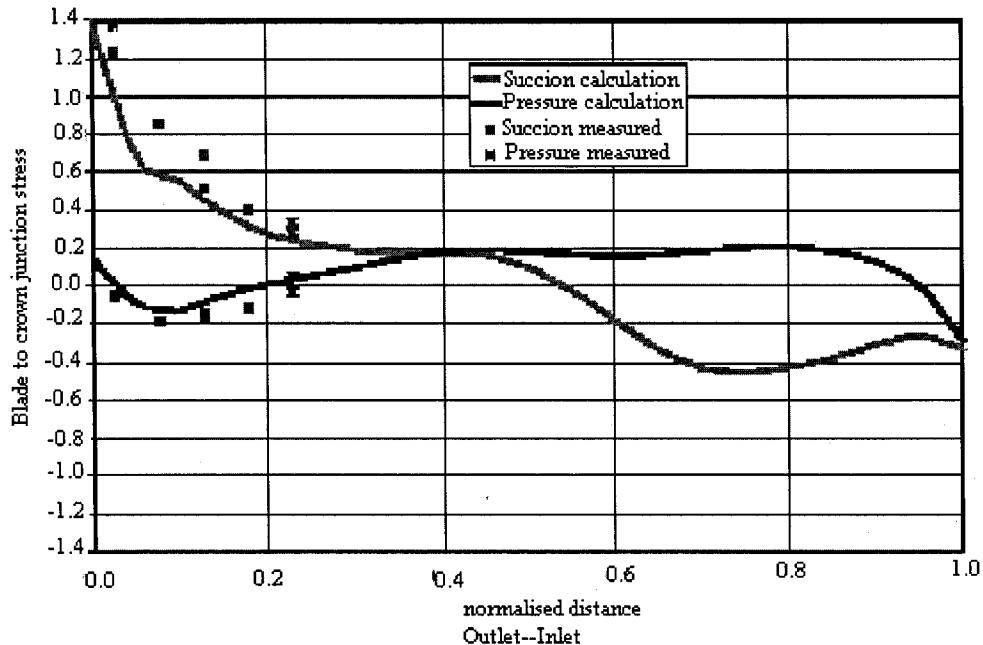


Figure 4 Variation de la contrainte le long du joint aube plafond

1.4. Analyse d'une roue Francis sous chargement mécanique et fatigue

Cet article décrit les étapes d'un protocole d'acceptation de la roue Francis, conclu entre le Fournisseur Alstom et l'utilisateur Alcan [4]. Ces étapes se résument comme suit:

- étude de quelques cas sous chargements dynamiques en se basant sur la théorie de mécanique de rupture afin de déterminer l'évolution des défauts initiaux.
- calcul des fréquences propres de la roue en se basant sur la méthode des éléments finis.
- mesure des contraintes résiduelles sur le site de service.
- mesure des contraintes statiques et dynamiques dans différentes conditions hydrauliques.

Dans le présent résumé nous nous limitons à l'étude des contraintes statiques.

Dans l'étude du cas statique la méthode utilisée est celle des éléments finis. Deux cas de chargement ont été considéré, l'un traite la roue à pleine charge et l'autre quand elle est complètement débrayée. L'étude a été faite sur un seul secteur de la roue et ceci grâce à la symétrie de l'ensemble. Des conditions aux limites identiques ont été appliquées sur les deux surfaces de coupe, les surfaces du plafond en liaison avec l'arbre de la turbine ont été considéré comme surfaces encartées. Le champ de pression a été obtenu par une analyse CFD.

Finalement le résultat obtenu avec ces conditions a donné une valeur de la contrainte de Von Mises de l'ordre de 220 MPa. Les mesures effectuées par des jauge ont donné une valeur de 182 MPa.

1.5. Conclusion

Il y a d'autres articles qu'on n'a pas traités car ils utilisent les mêmes principes ([5] et [6] par exemple). Comme on peut remarquer ces principes consistent soit à mesurer les déplacements, contraintes, et pression d'une part, soit faire une analyse CFD puis une analyse structurale d'autre part. Quant aux mesures, elles ont un rôle restreint dans la conception ou même la validation des contraintes puisqu'elles exigent un modèle déjà fabriqué. Pour les analyses CFD et structurale, bien qu'elles fournissent des résultats intéressants, on n'a pas d'idée sur le temps alloués pour obtenir ces résultats, or on sait que la méthode des éléments finis, pour une structure plus ou moins volumineuse, nécessite un temps de calcul élevé et une capacité de stockage importante.

Il est aussi connu que dans les analyses industrielles, l'analyse de l'écoulement du fluide dans une turbine correspond à une étape de durée importante (deux semaines). Ainsi réduire le temps de calcul lié à la modélisation de l'écoulement ainsi que ceux associés

aux analyses structurales auront un effet significatif sur le temps de conception, et donc sur le coût final du prototype.

CHAPITRE 2

NOTIONS RELATIVES AUX TURBINES HYDRAULIQUES

Dans ce chapitre on verra les différents types de turbines hydrauliques d'une façon générale et la turbine Francis en particulier, ensuite on essaie de mettre le lecteur en situation et ceci par l'allusion aux méthodes utilisées pour concevoir l'aube de la turbine. Finalement on détaillera les équations hydrauliques qui peuvent avoir un lien avec le sujet que ce soit dans l'évaluation du couple total exercé sur la roue, ou dans le calcul de la pression à l'entrée de la turbine.

2.1 Introduction

La turbine permet de transformer l'eau qui s'échappe de la conduite blindée en énergie de rotation. La forme et les caractéristiques des turbines dépendent des catégories d'installations hydroélectriques dans lesquelles elles sont employées. Elle transforme l'énergie de l'eau en énergie mécanique. La turbine a remplacé la roue à aubes qui était utilisée jusqu'au 19ème siècle dans les moulins à eau. Le rendement d'une turbine (de l'ordre de 80%) est nettement supérieur à celui de la roue hydraulique (20%). Une turbine comprend des organes fixes, de réglage et une partie mobile (roue). Les organes fixes et de réglage ont pour rôle essentiel de diriger l'eau sur la roue dans les meilleures conditions. La partie mobile est destinée à produire un couple moteur sur l'arbre en transformant le maximum de la puissance disponible en puissance mécanique.

2.2 Éléments constitutifs d'une turbine hydraulique.

La turbine est à réaction lorsque la pression à l'entrée de la roue est plus grande que la pression à sa sortie. Une turbine est à action lorsque les pressions à l'entrée et à la sortie de la roue sont égales. Elle comprend les éléments suivants (figure 5):

- un distributeur fixe qui donne à l'eau une vitesse suffisante et une orientation qui permette d'aborder la roue sous l'angle adéquat car de faibles écarts peuvent entraîner des pertes importantes de rendement.
- une roue mobile munie d'ailettes ou d'augets (forme de cuillère) qui a pour rôle de transformer l'énergie hydraulique en énergie mécanique.
- un aspirateur diffuseur qui récupère l'énergie cinétique de l'eau à la sortie de la roue en évacuant cette eau dans le bief aval. Ce dispositif crée une dépression à la sortie de la roue de sorte que l'on profite non seulement de la plus grande partie de l'énergie cinétique mais encore de la hauteur géométrique entre la roue et le niveau aval.

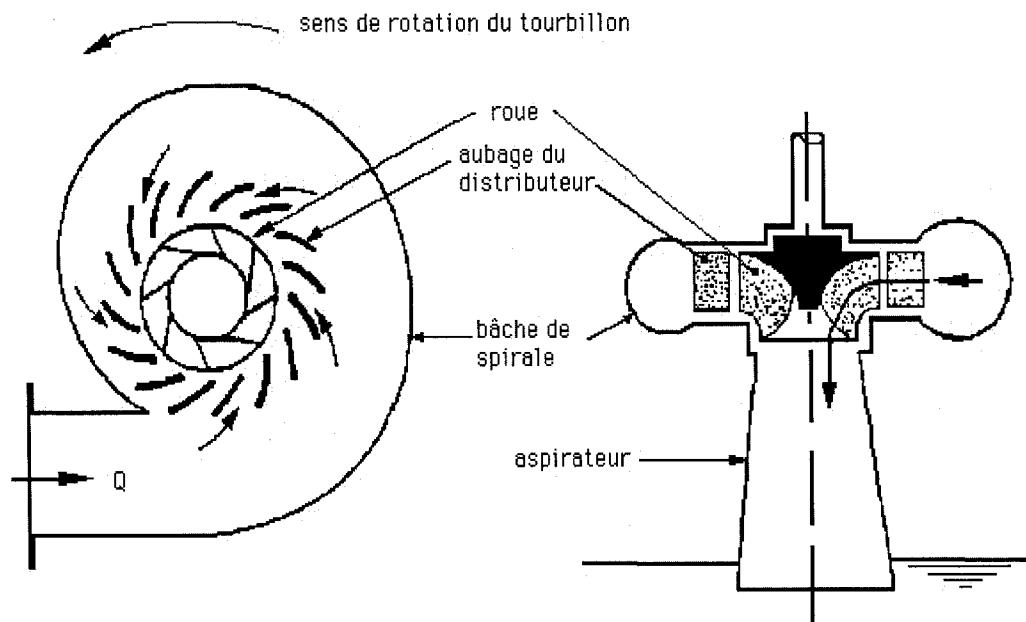


Figure 5 Turbine hydraulique

2.3 Les différents types de turbines

Il existe divers types de turbine. Une turbine est choisie selon le débit ainsi que la hauteur de chute, le tableau suivant résume les principaux types ainsi que leurs caractéristiques

Tableau I
Caractéristiques des principales turbines

Type	Hauteur de chute (m)	Débit (litres /seconde)
Kaplan	Basse chute	Grande débit jusqu'à 100000
Pelton	Hautes chutes	Faibles débits
Banki	Large gamme de hauteurs de 1 à 200	Large gamme de débits 20 à 10 000.
Francis	entre 40 et 200	30 000

2.4 La turbine Francis

C'est une turbine où la roue intérieure est mobile. Ce système fut proposé par le Français Jean Poncelet à la fin des années 1820. Elle fut popularisée par James Francis. Dans les années 1860, cette turbine commença à supplanter la roue hydraulique. La turbine Francis est composée de 8 à 20 aubes. Elle est utilisée pour la moyenne chutes (entre 40 et 200 mètres). Elle est percée d'une vingtaine d'ouvertures par lesquelles se déverse l'eau sous pression venant de la conduite. Cette eau glisse sur les pales de la turbine et se dirige vers son cœur, d'où elle est évacuée. Lorsque l'eau s'écoule par les canaux de la turbine, elle abandonne sa pression aux pales de la turbine. C'est cette différence de pression qui est à l'origine de la rotation de la turbine. Elle est adaptée pour les débits jusqu'à 30 000 litres par seconde. Vitesse de rotation : entre 75 et 1000 tours par minute. Elle a un rendement qui varie de 0,8 à 0,95.

La figure 6 montre une turbine Francis, alors que la figure 7 montre la forme de la roue selon la hauteur.

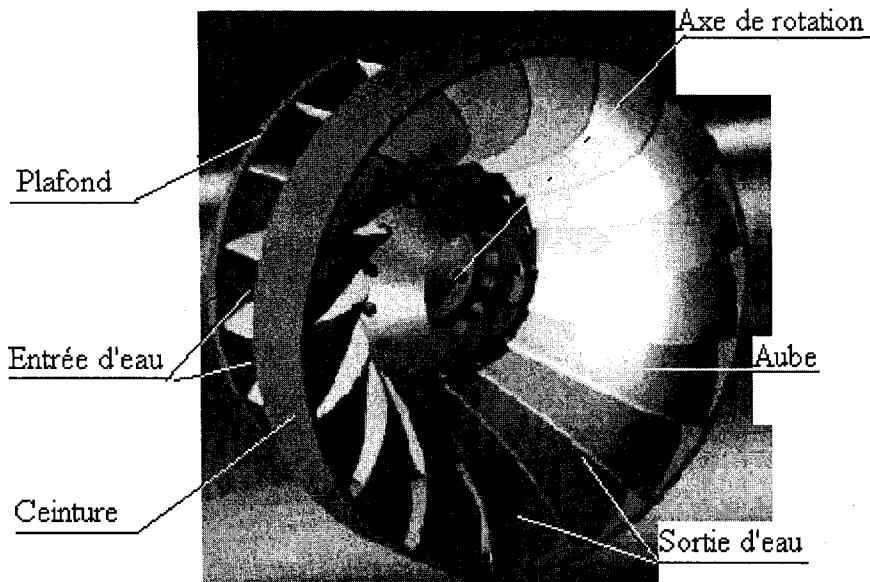
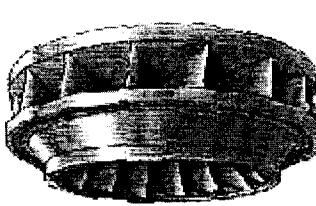
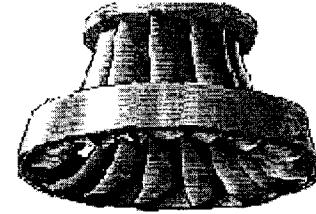


Figure 6 Roue d'une turbine Francis



Roue de haute chute



Roue de basse chute

Figure 7 Turbine Francis

2.5 Tracé d'aubage de la turbine Francis [7]

La transformation de l'énergie dépend de tous les éléments constitutifs de la turbine mais à des degrés différents. La roue motrice en est l'élément principal. L'étude de son

aubage est centrée sur le problème de cette transformation d'énergie, opération qui doit s'effectuer dans les meilleures conditions possibles. La connaissance de certaines caractéristiques des éléments contigus à la roue motrice, soit le distributeur et le diffuseur est cependant indispensable à cette étude.

2.5.1 Elément de base de calcul de l'aubage

L'étude de l'aubage est basée sur les caractéristiques de son fonctionnement au régime optimum correspondant au rendement maximum.

Ces caractéristiques sont :

H_0 : énergie hydraulique par unité de poids du liquide mise à la disposition de la turbine (m)

Q : Débit volumique mis à la disposition de la turbine (m^3/s)

ω : Vitesse de rotation angulaire de la turbine (rad/s)

Cette aubage sera compris dans un espace limité d'une part par les deux surfaces de révolution du canal de la roue, soit les couronnes intérieure (C_i) et extérieure (C_e) d'autre part par ses arrêtes d'entrée (A_1) et de sortie (A_2), montrés sur la figure 8

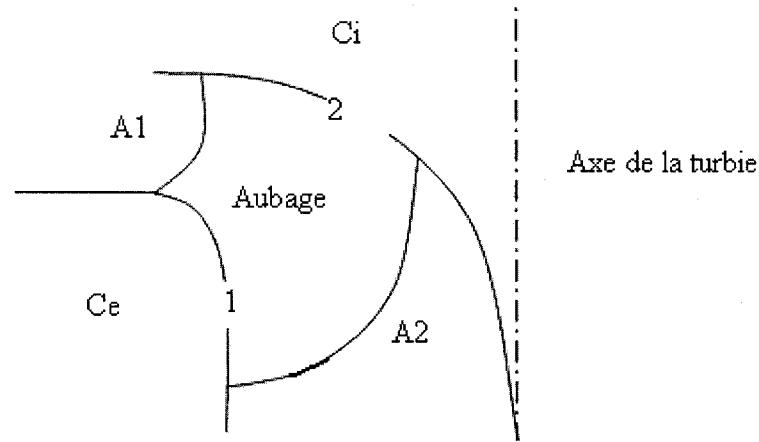


Figure 8 Courbe limite d'aubage

Ci : couronne intérieure, Ce : couronne extérieure.

A1 : arrête d'entrée (bord d'attaque), A2 : arrête de sortie (bord de fuite).

Cette surface est donc la projection circulaire dans un plan méridien, d'une aube motrice dont la surface est gauche.

2.5.2 Définitions des grandeurs caractéristiques

Chiffre de vitesse n_0 : cette grandeur fixe la forme du canal

$$n_0 = \frac{\omega(Q/\pi)^{1/2}}{(2gH_0)^{3/4}} \quad (2.1)$$

Où g est la constante de gravitation.

Rayon nominal R_{2e} : Ce rayon est une grandeur de référence pour obtenir la forme du canal, il fixe simultanément la grandeur du canal et le point extrême de l'arête de sortie

$$R_{2e} = \left(\frac{Q/\pi}{v_{2e0}\omega} \right)^{1/3} \quad (2.2)$$

Avec v_{2e0} chiffre de débit.

2.5.3 Etude de la forme du canal de la roue [7]

On admet que la forme de la courbe limite intérieure comme celle extérieure est régit par l'équation suivante

$$\frac{y}{y_m} = 3.08 \left(1 - \frac{1}{l}\right) \sqrt{\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)} \quad (2.3)$$

Avec l : longueur de l'aube

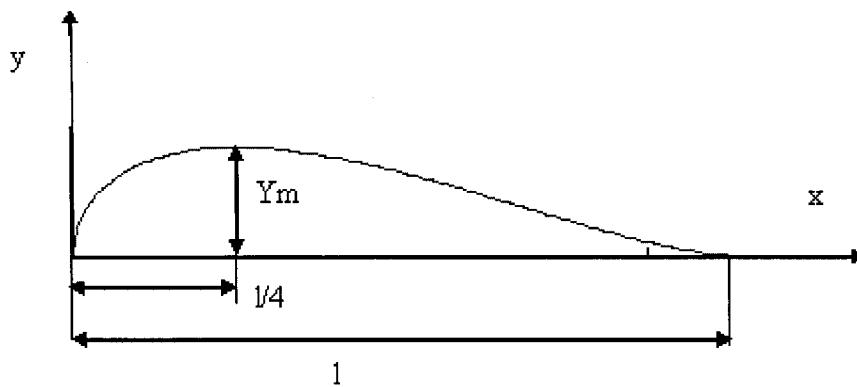


Figure 9 Forme caractéristique de la courbe limite intérieure et extérieure du canal de la roue

L'équation (2.3), écrite en lettres majuscules, donne alors les grandeurs réelles de ces deux courbes limite :

$$\left[\frac{Y}{Y_{m,i,e}} \right] = \left[3.08 \left(1 - \frac{X}{L} \right) \sqrt{\frac{X}{L} \left(1 - \frac{X}{L} \right)} \right]_{i,e} \quad (2.4)$$

Pour trouver la forme et les positions respectives des deux courbes limites il faut connaître en plus des quatre grandeurs y_{mi} , y_{me} , l_i et l_e , les grandeurs b_o et r_{oe} .

De même on admet les relations suivantes [7] :

$$\begin{aligned}
 b_0 &= 0.8(2 - n_0) & l_i &= 3.2 + 3.2(2 - n_0)n_0 \\
 r_0 = y_{mi} &= 0.7 + \frac{0.16}{n_0 + 0.08} & l_e &= 2.4 - 1.9(2 - n_0)n_0 \\
 r_{oe} = r_i &= \frac{0.493}{\frac{2}{(n_0)^3}} \quad \text{pour } n_0 < 0.275 \\
 r_{oe} &= 1.255 - 3n_0 \quad \text{pour } n_0 > 0.275
 \end{aligned} \quad (2.5)$$

À ce stade on dispose des données nécessaires qui définissent le tracé d'aubage.

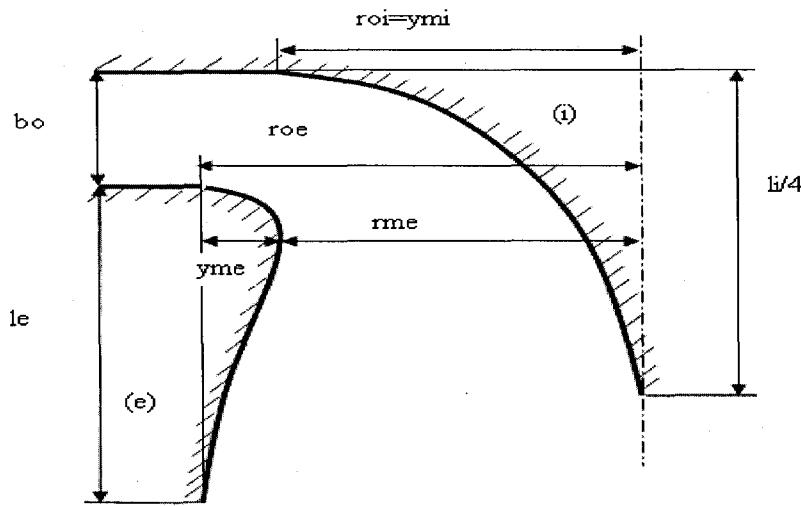


Figure 10 Dimensions caractéristiques du canal de la roue

Le nombre d'aubes pouvant aller jusqu'à 20 (30 aubes dans le cas de basse chute et grand débit, 20 cas de haute chute et bas débit). Ce nombre est calculé par la relation suivante [7] :

$$n = \frac{250}{n_s^{1/3}} \quad (2.6)$$

n_s : Vitesse spécifique

2.6 Stratégie de conception d'une turbine hydraulique Francis

Le but est de concevoir une aube de turbine qui à une plage de travail assez large vis à vis de la hauteur de chute, et qui nécessite un minimum de maintenance.

2.6.1 Conception hydraulique

Elle est basée sur les équations d'Euler, qui décrivent la relation existant entre l'énergie absolue spécifique et l'énergie relative spécifique. Le but est d'établir une conception de

base avec la possibilité d'obtenir une distribution de pression uniforme sur la surface de l'aube et avec une bonne résistance à la cavitation, et de minimiser le problème de pression dynamique.

2.6.2 Analyse CFD (Computational Fluid Dynamics)

L'analyse par CFD consiste au maillage des volumes en contact avec le fluide en cellules ou volume de contrôle, ensuite les équations de Navier-Stokes (équations qui relient la pression, la vitesse, la température et autres paramètres du fluide) sont écrites dans chaque volume de contrôle. Finalement la résolution numérique de ces équations permet de donner une image sur le comportement du fluide dans le domaine étudié.

Une fois que la géométrie de l'aube est établie par l'étude préliminaire, une analyse CFD devient nécessaire. Présentement il y a une variété de programme avec différentes capacités de calcul, cependant aucun n'est exact.

La conception préliminaire permet d'établir analytiquement les courbes de rendement aux diverses conditions d'utilisation. En plus le concepteur hydraulique cherche à éliminer toute apparition de cavitation.

2.7 Étude hydraulique

La couronne possède une forme axisymétrique, elle est munie d'un joint d'étanchéité (espace très étroit entre la couronne et le fond supérieur) dont la fonction est de limiter les fuites et d'éviter le gradient de pression entre la partie supérieure et la couronne. L'élément servant à relier les aubes s'appelle la ceinture. Des forces de poussée et de traînée sont générées lors du passage de l'eau.

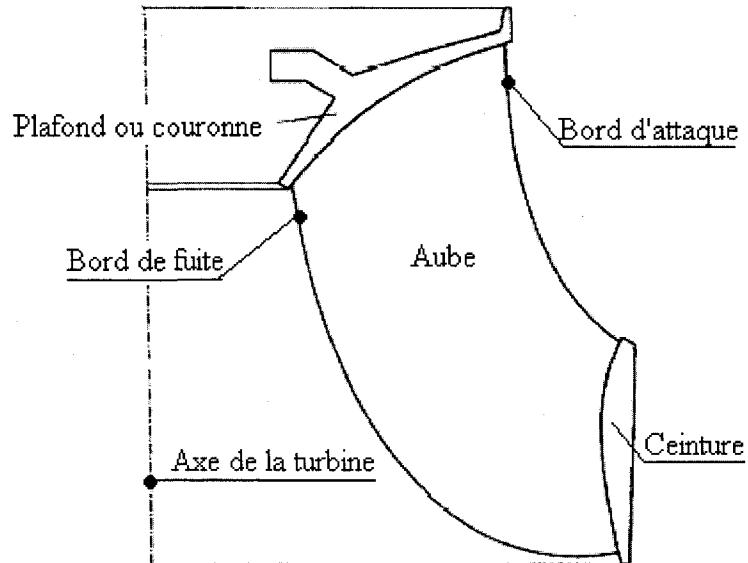


Figure 11 Éléments d'une turbine

Chaque aube possède deux cotés nommés intrados et extrados. L'arrêté d'entrée d'une aube s'appelle bord d'attaque tandis que l'arrêté de sortie s'appelle bord de fuite. La vitesse de l'eau est plus élevée du côté extrados. Ceci cause une dépression qui à son tour génère un couple moteur faisant tourner la roue (voir figure 11).

2.7.1 Force axiale

Dans le cas des turbines axiales la charge la plus importante est celle générée par :

- poids des éléments tenus par l'arbre (roue, arbre, rotor).
- force hydraulique dynamique due au passage de l'eau depuis le distributeur vers l'aspirateur.

Et c'est cette dernière force dont le concepteur mécanique doit prendre en compte lorsqu'il choisit le palier butée mais aussi lorsqu'il établit la forme mécanique des joints qui relient l'aubage au plafond et à la ceinture.

2.7.2 Calcul des différents travaux

L'installation hydroélectrique se compose essentiellement de 4 parties :

- une conduite forcée servant à acheminer l'eau depuis le barrage jusqu'à la turbine;
- le distributeur;
- la roue;
- l'aspirateur.

Le travail par unité de masse d'eau entre deux lignes de courant est donné par la loi de Bernoulli généralisée pour les fluides incompressibles [8].

$$W_{1-2} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) + g(Z_2 - Z_1) + J_{1-2} \quad (\text{J/kg}) \quad (2.7)$$

W_{1-2} : Travail échangé avec l'extérieur (J/kg). ρ : Masse volumique de l'eau (Kg/m³).

P_1 : Pression absolue au niveau amont (Pa). P_2 : Pression absolue au niveau aval (Pa).

V_1 : Vitesse au niveau amont (m/s). V_2 : Vitesse au niveau aval (m/s).

Z_1 : Élévation au niveau amont (m). Z_2 : Élévation au niveau aval (m).

J_{1-2} : Perte de charge (J/kg).

2.7.2.1 Ecoulement dans la conduite forcée

Dans la figure 12 le travail dans cette partie est noté par W_{1-2} , ce travail est nul car l'eau n'échange pas d'énergie avec le milieu extérieur, de plus la vitesse au point 1 est nulle on aura donc :

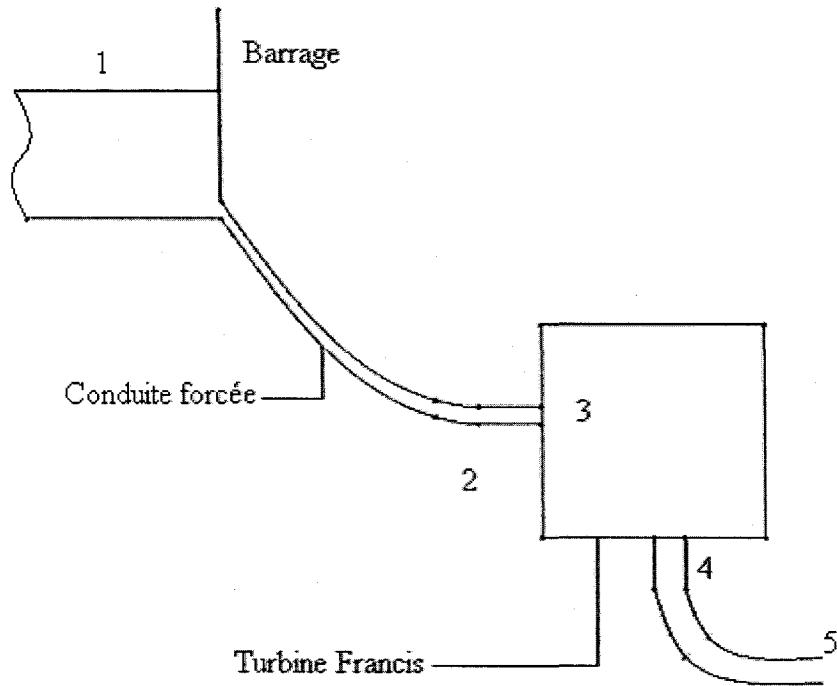


Figure 12 Schéma d'une station hydroélectrique

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho} = g(z_1 - z_2) - \frac{(V_2)^2}{2} - J_{1-2} \quad (2.8)$$

À partir de cette relation on peut évaluer la pression P_2 dont on aura éventuellement besoin pour le calcul des contraintes, surtout que la chute de hauteur est connue, la vitesse V_2 est généralement imposée et P_1 n'est autre que la pression atmosphérique.

2.7.2.2 Écoulement à l'intérieur de la roue

Le travail dans la roue peut être obtenu de la même façon, si l'on désigne par 3 et 4 les deux points à l'entrée et à la sortie :

$$W_{3-4} = \frac{P_4 - P_3}{\rho} + \frac{1}{2} \left[(V_4)^2 - (V_3)^2 \right] + g(z_4 - z_3) + J_{3-4} \text{ (J/Kg)} \quad (2.9)$$

2.7.2.3 Écoulement dans la turbine

Le travail par unité de masse d'eau est tiré de la loi de Bernoulli généralisée pour les écoulements incompressible en régime permanent :

$$W_{2-5} = \frac{P_5 - P_2}{\rho} + \frac{1}{2} \left[(V_5)^2 - (V_2)^2 \right] + g(z_5 - z_2) + J_{2-5} \quad (J/Kg) \quad (2.10)$$

Avec W_{2-5} : Travail échangé avec le milieu extérieur. L'indice 2 est relatif à la position amont et l'indice 5 est relatif à la position aval.

J_{2-5} : Perte de charge entre le point 2 et 5.

Puisque P_5 est égale à la pression atmosphérique et V_5 est égale à zéro, alors l 'équation se simplifie à :

$$W_{2-5} = \frac{P_a - P_2}{\rho} - \frac{1}{2} (V_2)^2 + g(z_5 - z_2) + J_{2-5} \quad (2.11)$$

En additionnant membre à membre les travaux dans la conduite forcée et celui dans la turbine nous obtenons le travail total dans l'installation (ceci en tenant compte de $V_1=0$ et $P_1=P_a=Patm$) :

$$W_{1-5} = g(z_5 - z_1) + J_{1-2} + J_{2-5} \quad \text{Avec} \quad z_5 - z_1 = -H_g \quad (2.12)$$

$$W_{1-5} = -gH_g + J_{1-2} + J_{2-5} \quad \text{Ou} \quad W_{1-5} = -g \left(H_g - \frac{J_{1-2}}{g} \right) + J_{2-5} \quad (2.13)$$

H_g : Chute brute géométrique, elle dépend de l'installation. Elle est égale à la différence de niveau entre l'amont et l'aval. On peut définir aussi la hauteur nette disponible car

c'est cette hauteur nette qui intervient dans le calcul du rendement de la turbine puisqu'elle traduit réellement la quantité d'énergie disponible à l'entrée de la turbine :

$$H_n = H_g - \frac{J_{1-2}}{g} \quad (2.14)$$

CHAPITRE 3

POSITION DU PROBLÈME

Dans ce chapitre on pose le problème et on discute les différentes alternatives qui peuvent éventuellement le solutionner d'une part, et on présente le modèle géométrique simplifié d'autre part.

3.1 Position du problème

Dans l'introduction il a été signalé que la conception des turbines hydrauliques est confrontée à un problème lors de la phase de vérification des propriétés mécaniques. Ce problème réside essentiellement dans la durée du temps énorme (environ deux semaines au minimum) qu'exige les analyses CFD et structurale pour vérifier les caractéristiques mécaniques, alors que le client a déjà acheté le modèle conçu par les hydrauliciens, il est donc en pratique impossible de modifier la géométrie.

De ce fait surgit la nécessité de trouver un moyen pour réduire la durée allouée à la vérification des propriétés mécaniques.

Dans ce qui suit on présente les différentes alternatives qui pourraient éventuellement solutionner ce problème. Ensuite on fera la discussion qui nous permettra de retenir la solution optimale.

3.2 Différentes alternatives

Pour solutionner ce problème différentes solutions sont envisageables.

3.2.1 Méthode analytique

Mener un calcul de résistance des matériaux (RDM) tout en essayant de simplifier la géométrie de l'aube et du plafond de façon à pouvoir appliquer les lois de la RDM. La méthode consiste à déterminer la rigidité du plafond, ensuite exploiter la courbe de rigidité pour traduire l'influence des efforts mécaniques (exercés sur l'aube) sur les contraintes au niveau de la jonction aube-plafond.

3.2.2 Méthodes numériques

Lors qu'il s'agit de déterminer des contraintes ou des déformations mécaniques la méthode qui nous vient à l'esprit est la méthode des éléments finis. Cette méthode consiste à mailler les éléments du mécanisme qui entre en jeu. Une fois la structure maillée, leurs éléments sont caractérisés (coordonnées et numéros des nœuds, connectivité ...), et connaissant les chargements et les conditions aux limites on peut déterminer les déformations ou les déplacements et les contraintes. La difficulté avec cette méthode réside essentiellement dans le maillage surtout qu'il s'agit d'une structure 3D fort complexe.

Une autre méthode possible consiste à utiliser la méthode des éléments de frontières. Le principe est comparable à la méthode des éléments finis sauf qu'avec cette méthode seul les surfaces d'un volume doivent être maillées.

3.3 Comparaison des méthodes envisagées

Les méthodes analytiques nécessitent une géométrie simple qui permette de justifier les hypothèses des contraintes et déformations planes pour pouvoir résoudre le problème. Dans le cas présent la géométrie reste loin de ces hypothèses et par conséquent il peut être difficile d'obtenir des résultats satisfaisants.

La méthode des éléments finis exige un maillage 3D de la structure. Même si le maillage du plafond semble être abordable, celui de l'aube l'est beaucoup moins et nécessite beaucoup de temps vu sa géométrie compliquée. Malgré la difficulté de cette méthode (complexité de la géométrie) et la taille finale du modèle, elle reste toujours applicable.

La méthode des éléments aux frontières (MEFr.) permet de réduire considérablement le nombre de nœuds dans le modèle. Cependant la matrice résultante est pleine et non symétrique contrairement à la méthode des éléments finis. La MEFr. sera souvent plus efficace que la MEF. Ainsi la réduction du nombre des nœuds aura une influence importante sur la réduction du temps de calcul. En plus la MEFr. est reconnue par son efficacité dans les zones de concentration des contraintes, ce qui fait de cette approche la méthode de choix pour ce projet. On a préféré développer un code de maillage, et n'est pas utiliser un meilleur commercial pour avoir un outil autonome qui n'exige pas un investissement supplémentaire pour l'achat d'un code commercial d'une part, et garder la simplicité de l'outil et ceci en réduisant les interfaces d'entrée et de sortie d'autre part.

3.4 Simplification de la géométrie de l'ensemble

La roue motrice (élément principal de la transformation d'énergie dans une turbine Francis) présente une symétrie axiale, elle peut comporter jusqu'à 20 aubes qui présentent la même liaison avec le plafond. Donc l'étude portera sur un seul secteur qui en fait reflète le comportement sur tous les autres secteurs.

Les dimensions du secteur sont assez grandes (diamètre de la roue de l'ordre de 4.5 mètre), ce qui rend son maillage lourd et coûteux car le temps de calcul est directement lié au nombre de nœuds tout comme l'espace de stockage. Ces raisons nous ont poussées à proposer le modèle réduit homologue.

3.4.1 Étude d'un exemple

Supposons une poutre encastrée d'un côté et libre de l'autre, avec un chargement surfacique appliqué sur la face du haut (figure 13).

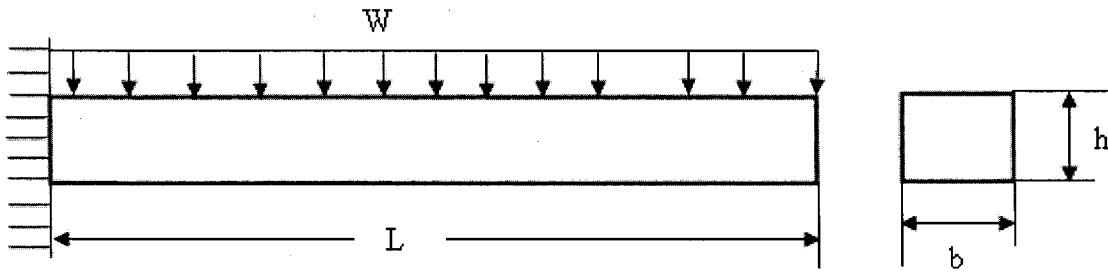


Figure 13 Poutre encastrée

L'expression de déplacement à l'extrémité libre est donnée par :

$$\delta = \frac{WL^4}{8EI} = \frac{PbL^4}{8EI} ; \quad P = \frac{W}{b} \quad (3.1)$$

Avec P : pression en N/m^2 et W chargement linéique en N/m .

Si on varie la géométrie d'un facteur d'échelle α on aura :

$$\delta_\alpha = \frac{P(\alpha b) \left(\alpha^4 L^4 \right)}{8E \left(\alpha^4 I \right)} = \alpha \delta \quad \text{Soit :} \quad \delta_\alpha = \alpha \delta \quad (3.2)$$

De même pour la contrainte de flexion :

$$\sigma = \frac{Mc}{I} \quad \text{Avec} \quad M = PbL \frac{L}{2} \quad \text{Et} \quad c = \frac{h}{2} ; \quad I = \frac{b h^3}{12}$$

On trouve après simplification :

$$\sigma_\alpha = \sigma \frac{P_\alpha}{P} \quad (3.3)$$

Si $P = \text{Cte}$ alors $\sigma_\alpha = \sigma$ mais si $P_\alpha = \alpha P$ alors $\sigma_\alpha = \alpha \sigma$.

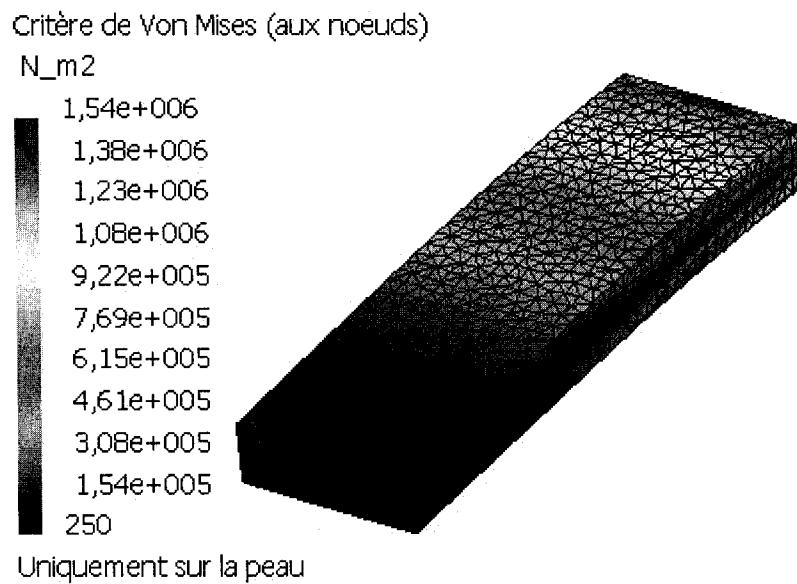


Figure 14 Résultat obtenu pour $L=50$; $h=5$; $b=15$; $P=5000\text{N/m}^2$.

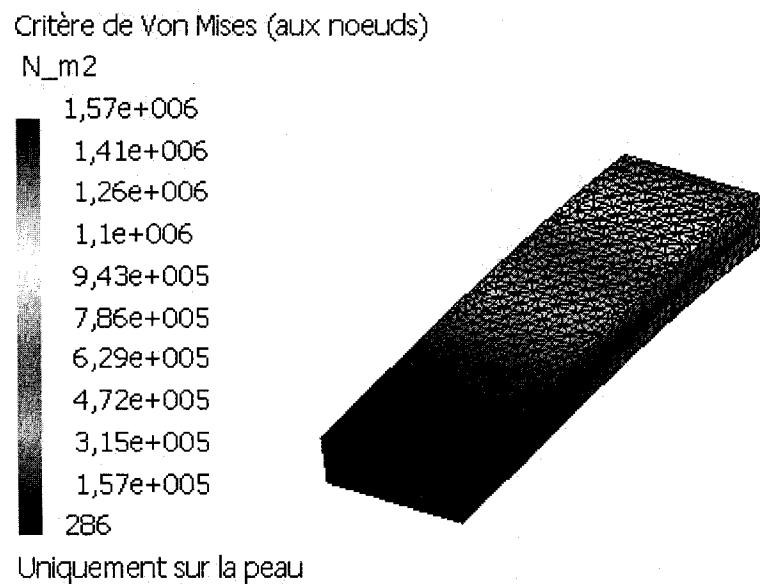


Figure 15 Résultat obtenu pour $L=100$; $h=10$; $b=30$; $P=5000\text{N/m}^2$.

On peut facilement remarquer qu'en gardant la pression constante et en variant la géométrie la contrainte reste pratiquement la même, alors que le déplacement varie proportionnellement à α . Le tableau suivant résume les valeurs obtenues des figures précédentes.

Tableau II
Comparaison des résultats pour différentes dimensions

α	L (mm)	b (mm)	h (mm)	P (N/m ²)	σ (N/m ²) (valeur maximale)	δ (mm) (valeur maximale)
1	50	15	5	5000	$1.54 \cdot 10^6$	0.00186
2	100	30	10	5000	$1.57 \cdot 10^6$	0.00371
0.2	10	3	1	5000	$1.58 \cdot 10^6$	0.000356

3.4.2 Modèle idéalisé

Donc, à partir de ces résultats on peut faire l'étude sur un prototype plus petit que les dimensions réelles de l'ensemble, ceci permet de gagner beaucoup de temps. À partir de la forme du secteur réel on a extrait la forme du secteur simplifié, la génération de la forme simplifiée à partir de la forme réelle consiste à faire une interpolation linéaire entre les points extrêmes de la géométrie tout en respectant les distances entre les différents points critiques de la géométrie (voir figure 17). Comme on peut voir la position de ces points n'est pas trop altérée, de même pour les courbures qui ont été approximées par interpolation linéaire, elles restent proches de leurs profils réels. La partie entre les points 4 et 5 a été coupée de la manière montrée dans la figure 17, car comme le montre la figure 16, cette partie est encastrée avec l'arbre de turbine, ce qui permet de la réduire à condition de la garder fixe.

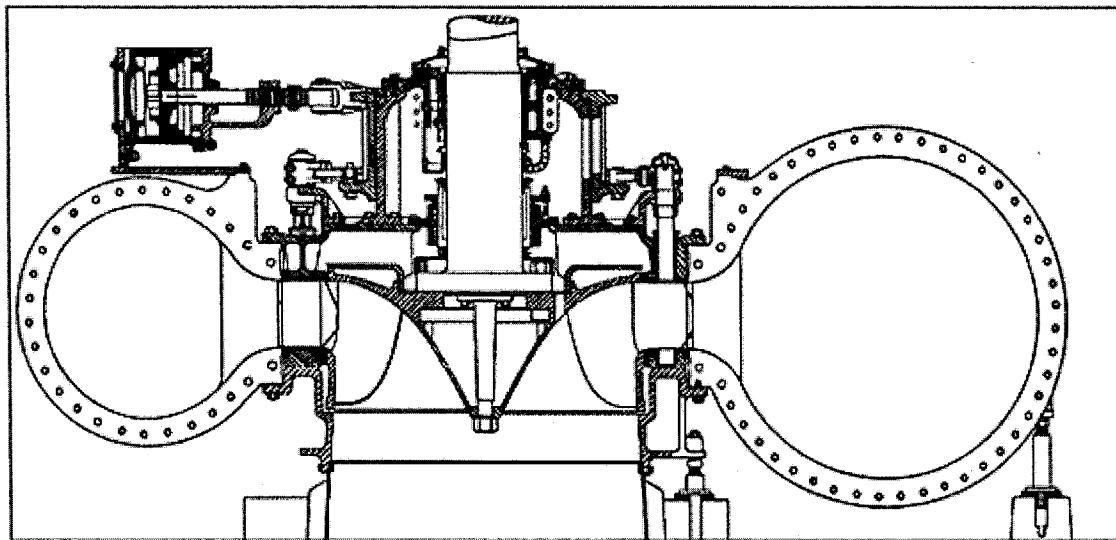


Figure 16 Coupe d'une turbine verticale

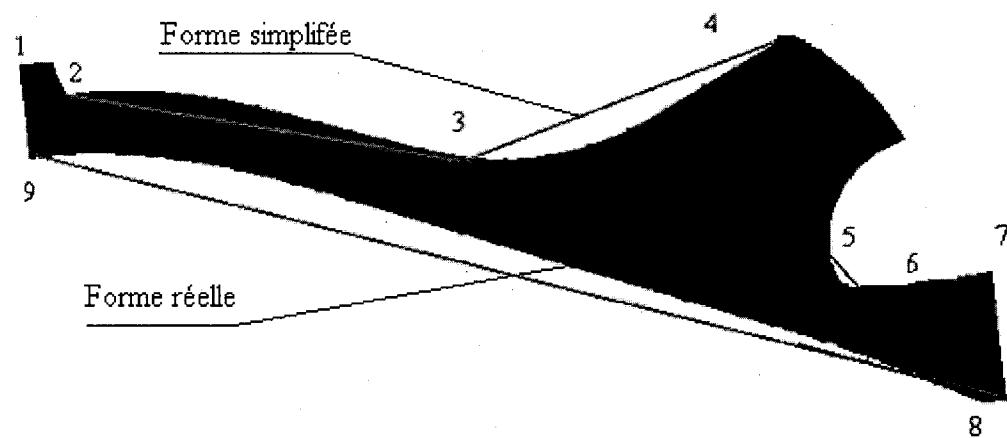


Figure 17 Extraction du modèle simplifié d'un plafond (forme réelle)

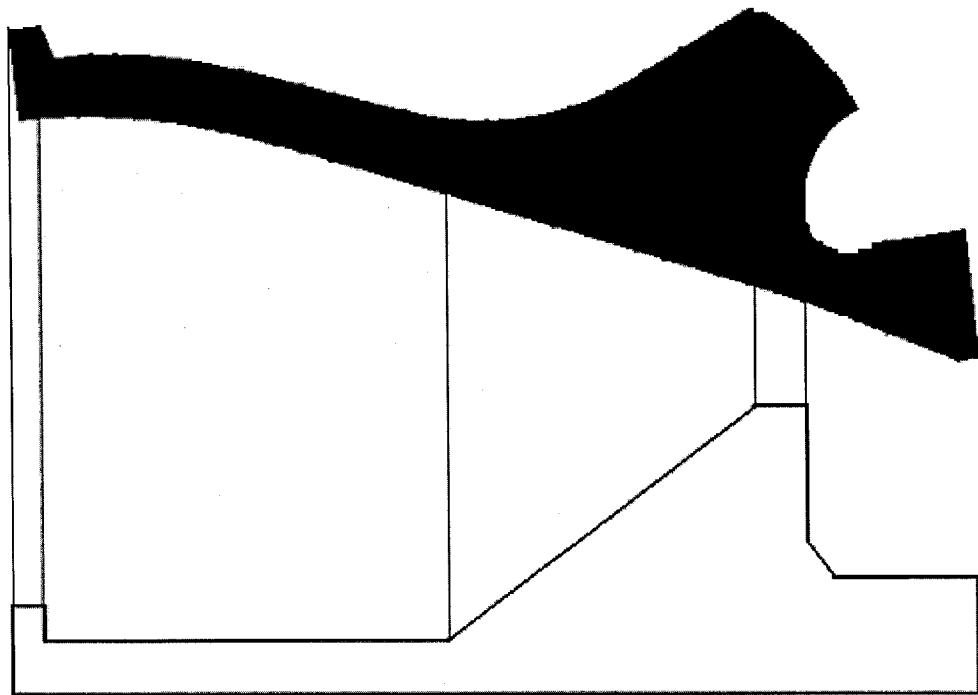


Figure 18 Extraction du modèle simplifié

Une fois la géométrie du secteur simplifiée obtenue, il fallait la réduire par le même facteur d'échelle (voir paragraphe 2.4.1). Pour pouvoir varier l'échelle du secteur simplifié on a paramétrisé ses dimensions en fonction d'un de ses côtés. La définition de ce côté définit automatiquement toutes les dimensions du secteur.

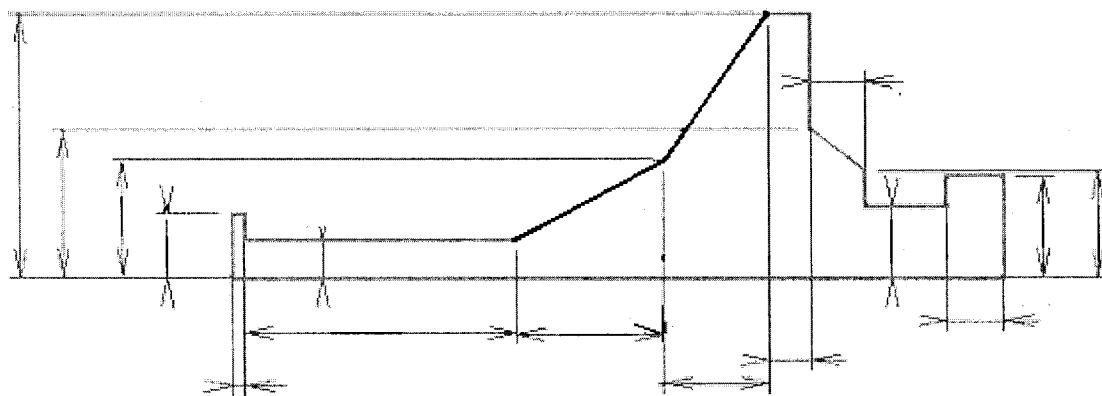


Figure 19 Dimensions du secteur idéalisé

Concernant l'aube d'une part on extrait un nombre suffisant de points au niveau de sa liaison avec le plafond. Ces points servent par la suite à définir une spline cubique qui permet de définir l'aube lors de l'opération de maillage.

D'autre part à partir des dimensions de l'aube déjà fournie, on construit un tableau contenant le profil de l'aube. Ce tableau servira par la suite au calcul des charges.

3.5 Conclusion

L'analyse des différentes solutions possibles préconise la MEFr. L'étude des contraintes et déplacements dans une géométrie simple pour différentes valeurs d'échelle, a permis de réduire la géométrie du secteur d'étude ce qui réduit l'ampleur des calculs. Dans ce qui suit on parlera des turbines hydrauliques d'une façon générale et de la turbine Francis en particulier.

CHAPITRE 4

IDÉALISATION DE L'ÉCOULEMENT ET CALCUL DES CHARGEMENTS

Dans ce chapitre on complète la définition de la géométrie de l'aube. Ensuite on traite l'idéalisation de l'écoulement dans la turbine. Finalement on détaillera la méthode utilisée pour évaluer les chargements.

4.1 Modélisation de l'aube

Une fois le secteur plafond défini dans le modèle, on doit lui attacher l'aube. Pour ce faire on prélève sur la forme réelle des points de la jonction aube plafond et moyennant une interpolation par spline cubique on détermine le profil de l'aube au niveau de sa liaison avec le plafond (on aura besoin de cette spline lors de l'opération de maillage). Pour finir la modélisation de l'aube on présente ci après deux alternatives qui permettent de traduire les conditions aux limites dans l'ensemble aube plafond :

- ✓ **première alternative** : déterminer l'expression de la pression en fonction de (r, Θ, z) , ensuite appliquer cette pression sur l'ensemble des nœuds de la surface de l'aube. Ce chemin conduit aux résultats satisfaisants lorsque l'aube est modélisée tel qu'elle est réellement, sauf que le nombre d'heures de calcul peut être élevé.
- ✓ **deuxième alternative** : calculer la résultante des efforts qui s'exercent sur l'aube et représenter qu'une partie de l'aube plus simple à mailler, tout en conservant la jonction aube plafond intacte. Ensuite ramener la résultante des efforts de la partie enlevée sur la partie restante.

Puisque mailler l'aube réelle ajoute une quantité significative d'éléments et par conséquent une augmentation du temps de traitement, la deuxième alternative devient préférable.

4.2 Surface encastrée

Les surfaces encastrées sont celles fixées à l'arbre de turbine pour l'entraîner (voir chapitre 2 paragraphe 2.4.2). On considère cette zone du modèle comme fixe (déplacements nuls).

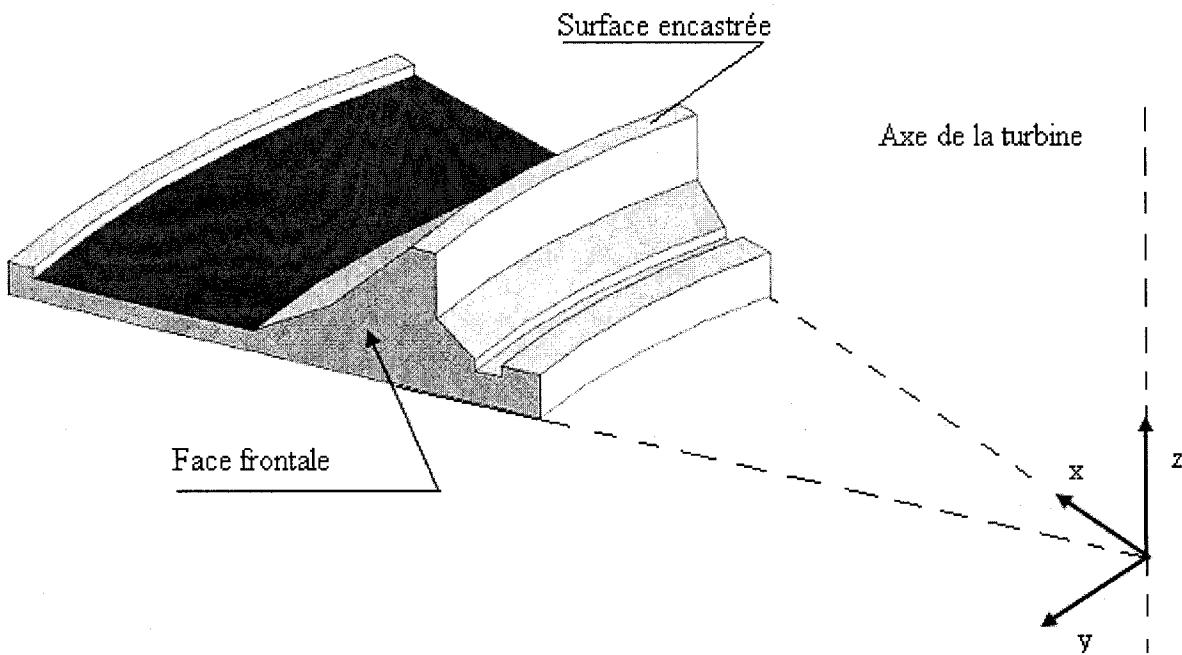


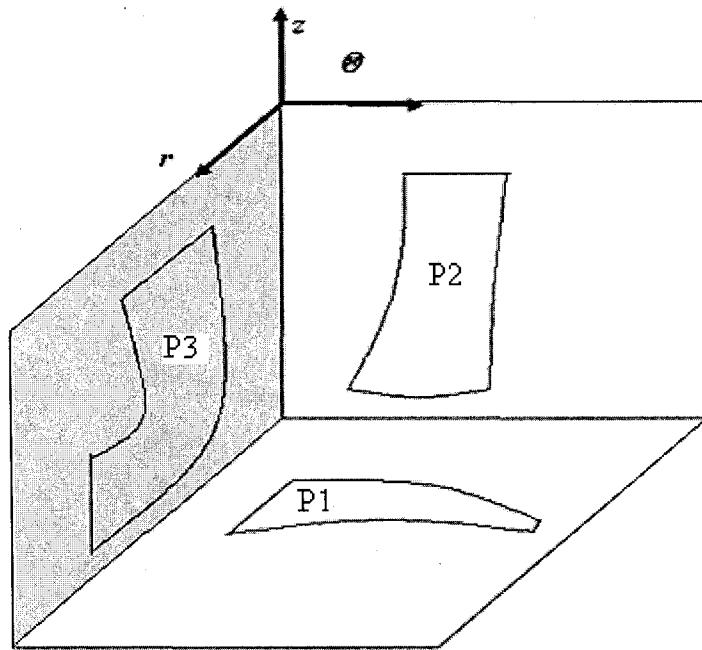
Figure 20 Surface encastrée

4.3 Évaluation des efforts appliqués sur l'aube

L'analyse CFD nécessite beaucoup de temps, ce qui augmente la durée de conception. C'est pourquoi on utilise les équations d'Euler pour évaluer le champ de pression qui s'exerce sur l'aube. Une fois le champ de pression défini, on détermine les expressions des différents efforts agissant sur l'aube. Ensuite le profil de l'aube est projeté orthogonalement sur les trois plans de l'espace. À partir de l'expression du champ de

pression et des surfaces projetées, on procède par intégration numérique pour évaluer les différentes charges.

L'action de la pression sur la surface de l'aube génère deux types de chargement : flexion et traction. Pour la traction elle sera uniquement suivant la hauteur (Axe Oz), mais la flexion agit transversalement et longitudinalement par rapport à l'aube.



P1 : projection de la surface de l'aube sur le plan $R\theta$

P2 : projection de la surface de l'aube sur le plan θZ

P3 : projection de la surface de l'aube sur le plan RZ

Figure 21 Projection du profil de l'aube sur les trois plans de l'espace

4.3.1 Expression de la pression

Dans ce problème l'ensemble aube plafond possède une symétrie axiale, ce qui rend la pression constante entre les aubes. L'aube subit sur ces deux surfaces intrados et extrados de la pression, cette pression n'est pas la même puisque la roue est en

mouvement et qu'elle fournit un couple de sortie. C'est donc la différentielle des valeurs de pression de part et d'autre de l'aube qui est responsable de la rotation de la roue.

En atteignant l'entrée de la turbine l'eau possède une pression dont l'expression est donnée par :

$$P_0 = \rho \left[(gH) - \frac{V_e^2}{2} - J_e \right] + Pa \quad (4.1)$$

P_0 : Pression atmosphérique. J_e : Perte de charge dans conduite forcée.

H : Hauteur de chute. ρ : Densité de l'eau.

V_e : Vitesse à l'entrée de la turbine. g : Constante gravitationnelle

En entrant dans la turbine d'autres facteurs influencent la pression de l'eau. Écrivant la loi de conservation d'énergie entre deux points différents de la turbine. (Voir chapitre 3 équations (2.7)) :

$$W_{1-2} = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{1}{2} (V_2^2 - V_1^2) + g (Z_2 - Z_1) + J_{1-2} \quad (4.2)$$

Ou aussi pour alléger l'écriture

$$w_{1-2} = P_2 - P_1 + \frac{1}{2} \rho (V_2^2 - V_1^2) + \rho g (Z_2 - Z_1) + J_{1-2} \quad (4.3)$$

Posant $P = P_2$ et négligeant les pertes de charge.

$$\begin{aligned} w &= P - P_1 + \frac{1}{2} \rho (V^2 - V_1^2) + \rho g (Z - Z_1) = P - \left(P_1 + \frac{1}{2} \rho V_1^2 + \rho g Z_1 \right) + \left(\frac{1}{2} \rho V^2 + \rho g Z \right) \\ &= P - P_0 + \left(\frac{1}{2} \rho V^2 + \rho g Z \right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Remplaçant v par $r\omega$ on trouve finalement l'expression de la pression dans la turbine :

$$P(r, z) = P_0 - \left(\frac{1}{2} \rho \omega^2 r^2 + \rho g z \right) + w \quad (4.5)$$

W est en fait le travail transmis de l'eau à la turbine, il dépend de r et z , mais on admet que c'est l'effet de rayon qui est prépondérant. Admettant donc l'expression suivante de W :

$$w = w(r) = a_0 + a_1 r \quad (4.6)$$

Avec les conditions suivantes on détermine les deux constantes de W :

$$\begin{aligned} P(0,0) &= P_{atm} \\ P(R_0, 0) &= P_0 \end{aligned} \quad (4.7)$$

Avec R_0 rayon à l'entrée de la turbine et

P_0 : Pression correspondante.

P_{atm} : Pression atmosphérique.

Soit finalement l'expression de P :

$$P(r, z) = P_{atm} + \left(\frac{P_0 - P_{atm}}{R_0} + \rho \frac{W^2 R_0}{2} \right) r - \rho \left(g z + \frac{W^2 r^2}{2} \right) \quad (4.8a)$$

Pour compenser la perte de charges due au frottement de l'eau avec les différentes surfaces mouillées de la turbine, on déterminera l'expression de P_e en utilisant le fait que le couple total exercé sur l'arbre de la turbine est la somme des couples élémentaires fournies par chaque aube. De cette façon on garanti que l'expression de P tient compte uniquement de l'énergie transmise à l'arbre de la turbine, de même le champ de pression devient alors un champ différentiel entre l'intrados et l'extrados, ce qui élimine P_{atm} dans l'équation (4.9), soit donc :

$$T_e = \frac{T_0}{N_b} = \int_{S_b} P(r, z) r \, ds \quad (4.8b)$$

Avec T_e : couple élémentaire exercé sur chaque aube.

T_0 : couple total exercé sur l'arbre de la turbine.

S_b : surface de l'aube.

Une intégration numérique permet de déterminer facilement P_0 .

$$P(r, z) = \left(\frac{P_e + \rho \frac{w^2 R_0^2}{2}}{R_0} \right) r - \rho \left(gz + \frac{w^2 r^2}{2} \right) \quad (4.9)$$

4.3.2 Calcul de la résultante des efforts sur les surfaces projetées

La projection orthogonale de la surface de l'aube sur les trois plans de l'espace fournit trois surfaces soit, P1, P2 et P3. Chacune de ces surfaces est maillée en sous éléments (Surface élémentaire). L'aire des surfaces élémentaire est calculée par intégration numérique.

Une fois que l'expression de $P(r, z)$ connue c'est-à-dire la valeur différentielle P_0 on procède aux calculs des différents efforts appliqués sur l'aube soit donc l'expression de F :

$$F = \int_{S_p} P(r, z) ds = \sum_{i=1}^M \left[\left(\frac{P_e + \rho \frac{w^2 R_0^2}{2}}{R_0} \right) r_i - \rho \left(g z_i + \frac{w^2 r_i^2}{2} \right) \right] S_i \quad (4.10)$$

Avec S_p : Surface projetée (elle peut prendre soit, P1, P2 et P3).

S_i : surface élémentaire;

r_i : rayon au centre de la surface élémentaire;

z_i : hauteur au centre de la surface élémentaire.

4.3.3 Localisation des efforts sur l'aube

Après avoir représenté la pression exercée sur l'aube par des efforts sur chaque surface projetée, on doit déterminer les positions de ces efforts par rapport au plafond de façon à assurer les mêmes sollicitations que peut générer la pression réelle. Pour localiser ces efforts sur l'aube on doit calculer le centre de pression, ensuite à partir de cette position on les transfère sur la surface de coupure de l'aube qu'on a maillé de façon à avoir un système équivalent (voir figure 22).

4.3.3.1 Expression du centre de pression

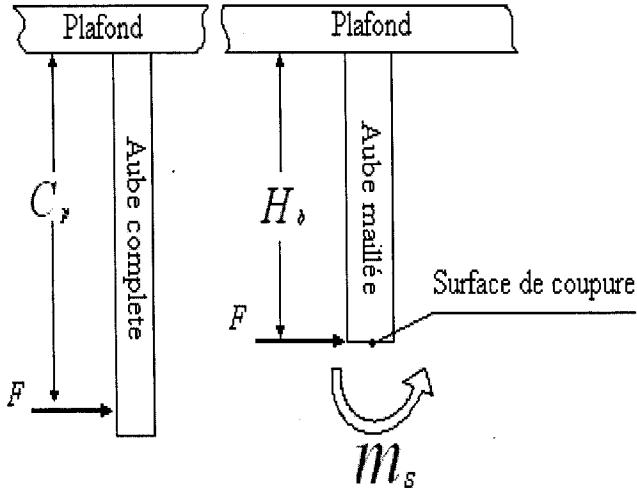
Le centre de pression est calculé par l'équation suivante pour chaque surface projetée.

$$C_p = \frac{\int z^2 ds}{\int z ds} \quad (4.11)$$

Numériquement cette expression devient :

$$C_p = \frac{\sum z_i^2 s_i}{\sum z_i s_i} \quad (4.12)$$

4.3.3.2 Positionnement des efforts



F peut être $F_{\alpha z}$ où F_{rz}

Figure 22 Position de $F_{\alpha z}$ où F_{rz}

Les positions des efforts $F_{\alpha z}$ et F_{rz} sont déterminées par leurs centres de pression. Le transfert de chaque effort engendre un moment supplémentaire m_s . En égalisant les efforts et moments des deux systèmes on trouve facilement l'expression de ce moment :

$$m_s = F(C_p - H_b) \quad (4.12a)$$

Avec H_b : hauteur de la partie de l'aube maillée.

C_p : centre de pression de la surface en question.

F peut être $F_{\alpha z}$ où F_{rz} .

Ce moment sera appliqué sur les nœuds de la surface de coupure de l'aube, de la manière suivante (et ceci sur chaque élément de discréétisation) :

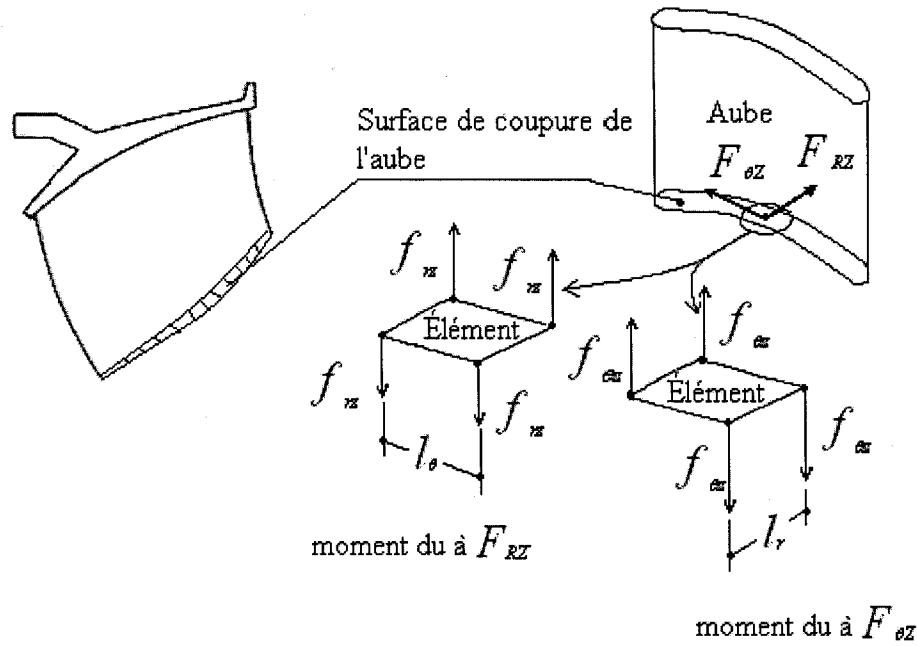


Figure 23 Moment du au transfert de $F_{\theta Z}$ et F_{RZ}

L'expression des tractions nodales f_{rz} et $f_{\theta z}$ est :

$$f_{rz} = \frac{m_{rz}}{\frac{l_r}{2} \frac{S_e}{2} N_b} \quad f_{\theta z} = \frac{m_{\theta z}}{\frac{l_\theta}{2} \frac{S_e}{2} N_b} \quad (4.13)$$

Avec m_{rz} : moment du au transfert de F_{RZ} ;

$m_{\theta z}$: moment du au transfert de $F_{\theta Z}$;

l_θ, l_r : dimensions de l'élément de maillage;

S_e : surface de l'élément de maillage;

N_b : nombre d'éléments dans la surface de dessous de l'aube.

La position $d_{R\theta}$ de $F_{R\theta}$ est déterminée différemment, car la surface projetée sur le plan $R\theta$ est indépendante de la hauteur, et par conséquence la pression le long de cette surface dépend uniquement du rayon. Donc elle est déterminée de la façon suivante :

$$d_{R\theta} = \frac{\sum_k f_{R\theta_k} d_k}{F_{R\theta}} \quad (4.14)$$

Avec $f_{R\theta_k}$: Traction élémentaires appliquée sur un élément de surface.

d_k : Distance séparant l'élément de surface relative à d_k et le (RZ).

Cette relation découle du fait que le moment total de $F_{R\theta}$ est égale à la somme des moments élémentaires dus au forces agissant sur la surface projetée.

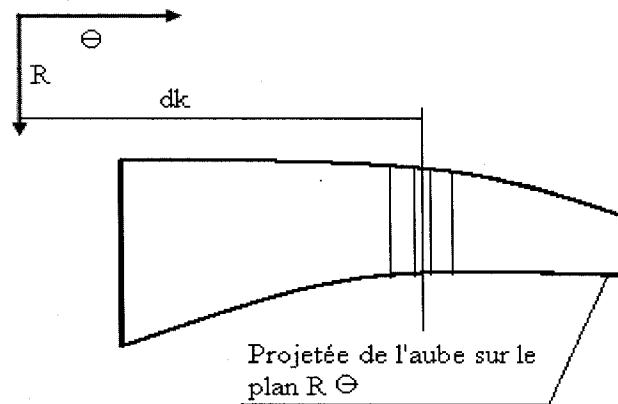


Figure 24 Calcul de la position de $F_{R\theta}$

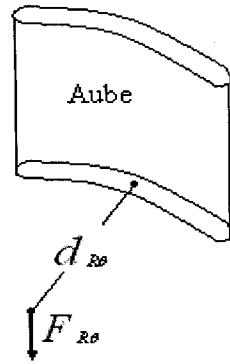


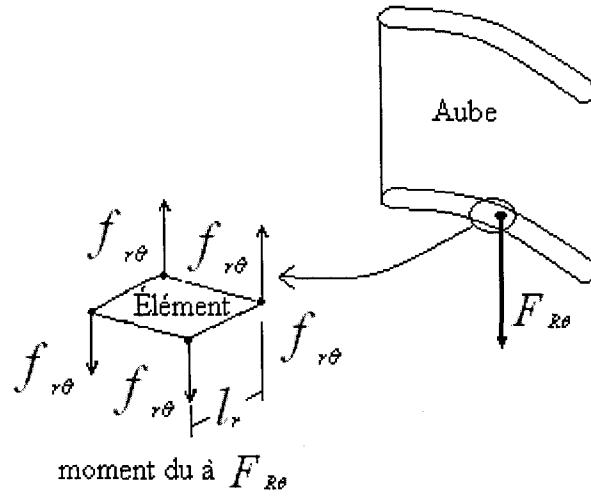
Figure 25 Position de $F_{R\theta}$

$F_{R\theta}$ contribue par deux types de sollicitations, la traction suivant la hauteur de l'aube et la flexion longitudinale engendrée par la distance $d_{R\theta}$. Cette flexion se traduit par un moment $m_{r\theta}$ dont l'expression est :

$$m_{r\theta} = F_{R\theta} \cdot d_{R\theta} \quad (4.15)$$

De la même façon que les moments engendrés par $F_{\theta Z}$ et F_{RZ} on applique ce moment sur la surface du dessous de l'aube après maillage, ainsi son expression est :

$$f_{r\theta} = \frac{m_{r\theta}}{\frac{l_r}{2} \frac{S_e}{2} N_b} \quad (4.15)$$

Figure 26 Transfert de $F_{R\theta}$

4.3.4 Conclusion

Ce chapitre a englobé d'abord la définition des conditions aux limites, ensuite l'idéalisation du champ de pression, et finalement les méthodes détaillées pour évaluer les chargements agissants sur l'aube. En récapitulant, les différentes sollicitations qui seront appliquées sur l'aube et précisément sur sa surface de coupure sont :

- trois pressions $P_{\theta Z}$, P_{RZ} et $P_{R\theta}$ dirigées respectivement suivant les normales des plans (θZ) , (RZ) et $(R\theta)$ et dont les valeurs sont :

$$P_{\theta Z} = \frac{F_{\theta Z}}{S_b}, P_{RZ} = \frac{F_{RZ}}{S_b}, P_{R\theta} = \frac{F_{R\theta}}{S_b} \quad (4.16)$$

Avec S_b : Aire de la surface de coupure de l'aube.

- trois pressions $f_{\theta z}$, f_{rz} et $f_{r\theta}$ dues au transfert des efforts principaux (voir équations précédentes)

CHAPITRE 5

DESCRIPTION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS DE FRONTIÈRES

Dans ce chapitre on présente la méthode des éléments de frontière (MEFr), on commence par une comparaison avec la méthode des éléments finis (MEF), ensuite on détaillera les différentes étapes de la méthode.

La MEFr peut résoudre certains problèmes difficiles à solutionner par la MEF d'une manière rapide et précise. La MEFr a émergée comme un outil puissant face à la MEF particulièrement dans les problèmes de concentration de contrainte ou les problèmes à domaine infini. La caractéristique la plus importante de la MEFr est celle du maillage qui aura lieu dans les faces plutôt que le volume, cette discréétisation est facile à générée dans un temps court (comparativement à la MEF), ceci est un avantage très important puisque le processus de conception nécessite plusieurs essais pour avoir la forme optimale qui répond aux exigences du cahier des charges.

Rappelons que l'objectif du projet n'est pas de développer un programme utilisant la MEFr., mais on solutionne notre problème par des programmes déjà existants et accessibles.

5.1. Méthodes des Éléments de Frontières

La MEFr se structure en deux étapes essentielles : la construction d'un système d'équation et sa résolution. ([15] et [16])

5.1.1. Construction du système d'équations

Le modèle se base sur l'hypothèse de l'élasticité linéaire. Pour ce problème on assume que le matériel a un comportement linéaire et que les déformations restent dans le

domaine élastique de façon que la loi de comportement s'applique alors sans aucune restriction.

5.1.1.1 État de contrainte

Considérons le domaine Ω avec les frontières Γ_1 et Γ_2 .

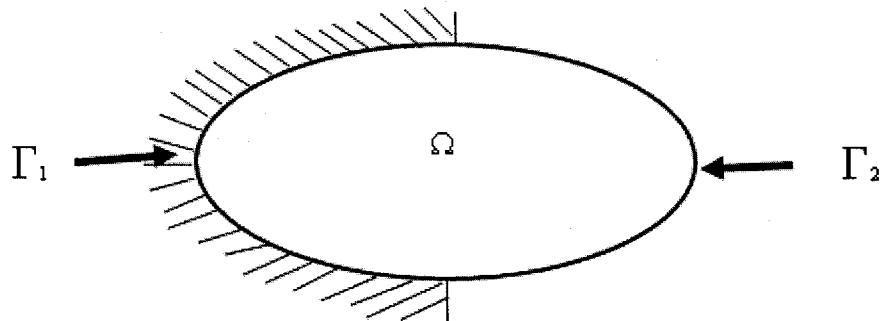


Figure 27 Définition géométrique du problème

Dans un point donné du solide l'état de contrainte est exprimé par une matrice carrée contenant neufs termes tel que :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Ces termes ne sont pas indépendants mais liées par les équations d'équilibre, qui sont de deux types :

- équilibre des moments
- équilibre des forces

L'application du principe d'équilibre conduit aux équations suivantes :

$$\sigma_{21} = \sigma_{12}; \sigma_{31} = \sigma_{13}; \sigma_{32} = \sigma_{23}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} + b_1 &= 0 \\
 \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial x_3} + b_2 &= 0 \\
 \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial x_3} + b_3 &= 0
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

b_1 , b_2 et b_3 sont les forces volumiques respectivement suivant x, y et z qui forment un repère orthonormé direct. Pour alléger l'écriture de ces équations et les rendre compactes on va adopter la notation indicelle suivante :

$$\sigma_{ij,j} + b_i = 0 \quad \text{dans le domaine } \Omega \tag{5.3}$$

$i = 1,2,3$ et $j = 1,2,3$ des indices internes. La virgule indique une dérivée.

Les tractions surfaciques sont exprimées comme suit :

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \sigma_{11}n_1 + \sigma_{12}n_2 + \sigma_{13}n_3 & \text{Sur } \Gamma \\
 p_2 &= \sigma_{21}n_1 + \sigma_{22}n_2 + \sigma_{23}n_3 \\
 p_3 &= \sigma_{31}n_1 + \sigma_{32}n_2 + \sigma_{33}n_3
 \end{aligned} \tag{5.4}$$

En notation indicelle

$$p_i = \sigma_{ij}n_j \quad \text{Sur } \Gamma \tag{5.5}$$

Les conditions aux frontières sont de deux types :

Condition de Dirichlet (de déplacement).

$$u_k = \bar{u}_k \quad \text{Sur } \Gamma_1 \tag{5.5a}$$

Condition de Neumann (de traction).

$$p_k = \sigma_{kj}n_j = \bar{p}_k \quad \text{Sur } \Gamma_2 \tag{5.6}$$

5.1.1.2 Formulation intégrale de la méthode des éléments de frontière

On s'intéresse au début à minimiser l'équation (5.3). Multipliant cette équation par une fonction de pondération u^* nous pouvons écrire l'égalité suivante :

$$\int_{\Omega} (\sigma_{ij,j} + b_i) u_k^* d\Omega = 0 \quad (5.7)$$

En intégrant par parties nous obtenons :

$$-\int_{\Omega} \sigma_{kj} \epsilon_{kj}^* d\Omega + \int_{\Omega} b_k u_k^* d\Omega = -\int_{\Gamma} p_k u_k^* d\Gamma \quad (5.8)$$

En intégrant encore par parties on trouve,

$$\int_{\Omega} \sigma_{kj,j}^* u_k d\Omega + \int_{\Omega} b_k u_k^* d\Omega = -\int_{\Gamma} p_k u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma} \bar{p}_k \bar{u}_k d\Gamma \quad (5.9)$$

Cette expression correspond au théorème de Betti ($\sigma_{kj,j}^* = -\bar{b}_k^*$), qui est à la base de la formulation intégrale de la MEFr.

Les deux termes du second membre de la dernière équation (5.9) sont intégrables sur la surface Γ du solide. Considérant maintenant que la frontière est divisée en deux parties Γ_1 et Γ_2 et on applique sur chacune d'elle les conditions de frontière (5.5) et (5.6), on aura :

$$\int_{\Omega} \sigma_{kj,j}^* u_k d\Omega + \int_{\Omega} b_k u_k^* d\Omega = -\int_{\Gamma_1} p_k u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \bar{p}_k \bar{u}_k^* d\Gamma - \int_{\Gamma_2} \bar{p}_k u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \bar{p}_k \bar{u}_k d\Gamma \quad (5.10)$$

La barre représente les valeurs connues du déplacement et de traction. Intégrons par partie une autre fois on obtient

$$\int_{\Omega} (\sigma_{kj,j} + b_k) u_k^* d\Omega = \int_{\Gamma_2} (p_k - \bar{p}_k) u_k^* d\Gamma + \int_{\Gamma_1} \bar{p}_k (\bar{u}_k - u_k) d\Gamma \quad (5.11)$$

Cette expression est une forme générale qui peut être utilisée pour déduire l'équation intégrale de frontière. Revenons maintenant à l'équation (5.7) et utilisant comme fonction de pondération les solutions fondamentales :

$$u_{lk}^* = \frac{1}{16\pi\mu(1-\nu)r} [(3-4\nu)\delta_{lk} + r_{,l}r_{,k}] \quad \text{Avec} \quad r_{,l} = \frac{\partial r}{\partial x_l} \quad (5.12)$$

$$p_{lk}^* = -\frac{1}{8\pi(1-\nu)r^2} \left[\frac{\partial r}{\partial n} [(1-2\nu)\delta_{lk} + 3r_{,l}r_{,k}] + (1-2\nu)(n_l r_{,k} - n_k r_{,l}) \right] \quad (5.13)$$

$$\text{Avec } \delta_{lk} = \begin{cases} 1 \rightarrow l = k \\ 0 \rightarrow l \neq k \end{cases} \quad (5.14)$$

Ces solutions ont été obtenues pour une charge Δ^i appliquée dans le point i le long de la direction e_l

Sachant que :

$$\sigma_{lj,j}^* + \Delta^i e_l = 0 \quad (5.15)$$

Le premier terme de l'équation (5.7) peut s'écrire :

$$\int_{\Omega} \sigma_{kj,j}^* u_k d\Omega = \int_{\Omega} \sigma_{lj,j}^* u_l d\Omega = - \int \Delta^i u_l e_l = - u_l^i e_l \quad (5.16)$$

Avec u_l^i représente le composant l du déplacement dans le point i de l'application de la charge.

L'équation (5.10) peut s'écrire maintenant pour représenter les trois composants du déplacement :

$$u^i + \int_{\Gamma_1} p_{lk}^* \bar{u}_k d\Gamma + \int_{\Gamma_2} p_{lk}^* u_k d\Gamma = \int_{\Gamma_1} u_{lk}^* p_k d\Gamma + \int_{\Gamma_2} u_{lk}^* \bar{p}_k d\Gamma + \int_{\Omega} u_{lk}^* b_k d\Omega \quad (5.17)$$

L'équation (5.17) peut être écrite dans une forme plus compacte en considérant d'une part $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$, et les conditions aux limites d'autre part :

$$u^i + \int p_{lk}^* u_k d\Gamma = \int u_{lk}^* p_k d\Gamma + \int u_{lk}^* b_k d\Omega \quad (5.18)$$

Cette équation est connue par l'identité de Somigliana, elle donne les valeurs du déplacement dans n'importe quel point du solide. Quand i est pris sur la frontière l'intégrale présente une singularité, et il est nécessaire d'analyser le comportement de l'intégrale dans cette zone.

Pour ce faire on considère que le point se situe dans un hémisphère de rayon ε , alors l'intégrale :

$$\int_{\Gamma} p_{lk}^* u_k d\Gamma = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma - \Gamma_{\varepsilon}} p_{lk}^* u_k d\Gamma \right\} + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_{\varepsilon}} p_{lk}^* u_k d\Gamma \right\} \quad (5.18a)$$

On peut mettre :

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_{\varepsilon}} p_{lk}^* u_k d\Gamma \right\} = u_k^i \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_{\varepsilon}} p_{lk}^* d\Gamma \right\} \quad (5.18b)$$

Le terme de p_{lk}^* est de l'ordre de $\frac{1}{\varepsilon^2}$, mais le terme provenant de l'intégration de la

surface est de l'ordre de ε^2 ce qui élimine la singularité. Si on remplace p_{lk}^* par son expression de (5.13) on trouve :

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma_\epsilon} p_{lk}^* d\Gamma \right\} = -\frac{1}{2} \delta_{lk} \quad (5.18c)$$

Finalement l'équation (5.18) peut se mettre sous la forme finale

$$c_{lk}^i u_k^i + \int_{\Gamma} p_{lk}^* u_k d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{lk}^* p_k d\Gamma + \int_{\Omega} u_{lk}^* b_k d\Omega \quad (5.19)$$

5.1.2. Discréétisation du domaine

Le domaine sera divisé en N éléments à n nœuds (élément quadrilatéraux linéaire si le nombre de nœud par élément n est égal à quatre). Le déplacement et la traction seront définis comme suit :

$$u = \Phi u^j \quad p = \Phi p^j \quad (5.19a)$$

u^j et p^j sont les déplacements et tractions nœuds, de dimension $3Q$ où Q est le nombre de nœuds par élément.

u et p sont les déplacements et la traction sur un point de la frontière.

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Φ Regroupe les fonctions d'interpolation, elle est de dimension [3,12]

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_1 & 0 & 0 & \Phi_2 & 0 & 0 & \Phi_3 & 0 & 0 & \Phi_4 & 0 & 0 \\ 0 & \Phi_1 & 0 & 0 & \Phi_2 & 0 & 0 & \Phi_3 & 0 & 0 & \Phi_4 & 0 \\ 0 & 0 & \Phi_1 & 0 & 0 & \Phi_2 & 0 & 0 & \Phi_3 & 0 & 0 & \Phi_4 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Dans le cas où le nombre de nœuds par éléments est de quatre (élément linéaire), alors les fonctions d'interpolation seront :

$$\Phi_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta) \quad \Phi_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta) \quad (5.22)$$

$$\Phi_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \quad \Phi_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$$

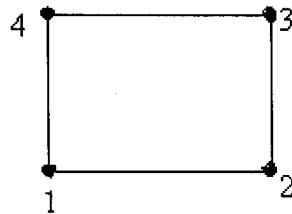


Figure 28 Élément linéaire

Dans le cas où le nombre de nœuds par éléments est de huit (élément quadratique), alors les fonctions d'interpolation seront :

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= -\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)(1+\xi+\eta), & \Phi_2 &= \frac{1}{4}(1-\xi^2)(1-\eta), \\ \Phi_3 &= -\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)(1-\xi+\eta), & \Phi_4 &= \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta^2), \\ \Phi_5 &= -\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)(1-\xi-\eta), & \Phi_6 &= \frac{1}{4}(1-\xi^2)(1+\eta), \\ \Phi_7 &= -\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)(1+\xi-\eta), & \Phi_8 &= \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta^2), \end{aligned} \quad (5.23)$$

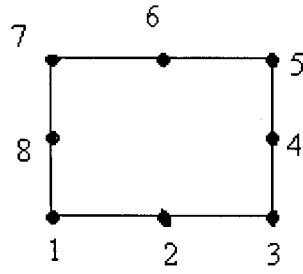


Figure 29 Élément quadratique

De même les coefficients des solutions fondamentales peuvent être exprimés comme suit :

$$\vec{p}^* = \begin{bmatrix} p_{11}^* & p_{12}^* & p_{13}^* \\ p_{21}^* & p_{22}^* & p_{23}^* \\ p_{31}^* & p_{32}^* & p_{33}^* \end{bmatrix} \quad \vec{u}^* = \begin{bmatrix} u_{11}^* & u_{12}^* & u_{13}^* \\ u_{21}^* & u_{22}^* & u_{23}^* \\ u_{31}^* & u_{32}^* & u_{33}^* \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

Avec ces notations l'équation (5.19) s'écrit :

$$c \vec{u}^i + \int p^* u d\Gamma = \int \vec{u}^* p d\Gamma + \int \vec{u}^* b d\Omega \quad (5.25)$$

Remplaçant u et p par leurs valeurs discrétisées on aura :

$$c \vec{u}^i + \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\Gamma_j} p^* \Phi d\Gamma \right\} \vec{u}^j = \sum_{j=1}^N \left\{ \int_{\Gamma_j} \vec{u}^* \Phi d\Gamma \right\} p^j + \sum_{s=1}^M \left\{ \int_{\Gamma_s} \vec{u}^* b d\Omega \right\} \quad (5.26)$$

Γ_j : surface de l'élément j;

N : nombre d'éléments sur Γ ;

M : nombre d'éléments intérieur.

Pour simplifier l'étude on utilise la notion d'élément de référence qui est un élément simple défini dans un espace de référence. En effet tous les éléments peuvent être transformés pour ce type d'élément et on aura besoin uniquement des coordonnées des nœuds qui le définissent :

$d\Omega = J d\xi d\eta d\zeta$ avec le Jacobien de la transformation défini par :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{dy}{d\xi} \frac{dz}{d\eta} - \frac{dy}{d\eta} \frac{dz}{d\xi} \\ \frac{dz}{d\xi} \frac{dx}{d\eta} - \frac{dz}{d\eta} \frac{dx}{d\xi} \\ \frac{dx}{d\xi} \frac{dy}{d\eta} - \frac{dx}{d\eta} \frac{dy}{d\xi} \end{bmatrix} \quad (5.26a)$$

Pour évaluer les intégrales de l'équation (5.26) on utilise des intégrations numériques.

Finalement on aura :

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^l w_k (p^* \Phi)_k^G \right\} u^j = \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{k=1}^l w_k (u^* \Phi)_k^G \right\} p^j + \sum_{s=1}^M \left\{ \sum_{p=1}^r w_p (u^* p^*)_p^J \right\} \quad (5.27)$$

Avec l nombre de point d'intégration sur la surface de l'élément et w_k le poids dans ce point. L'équation (5.27) peut être écrite sous forme matricielle :

$$c^i u^i + \sum_{j=1}^N \overline{H}_{ij} u^j = \sum_{j=1}^N G_{ij} p^j + \sum_{s=1}^M B_{is} \quad (5.28)$$

Avec :

$$\overline{H}_{ij} = \sum_{k=1}^l w_k (p^* \Phi)_k^G \quad ; \quad G_{ij} = \sum_{k=1}^l w_k (u^* \Phi)_k^G \quad B_{is} = \sum_{p=1}^r w_p (u^* p^*)_p^J \quad (5.29)$$

Afin d'alléger cette équation on définit la matrice H comme suit :

$$H_{ij} = \overline{H}_{ij} + c^i \quad \text{Si } i=j \quad (5.30)$$

$$H_{ij} = \overline{H}_{ij} + c^i \quad \text{Si } i=j \quad (5.31)$$

Soit finalement :

$$\sum_{j=1}^N H_{ij} u^j = \sum_{j=1}^N G_{ij} P^j + \sum_{s=1}^M B_{is} \quad \text{ou} \quad HU = GP + B \quad (5.32)$$

5.1.3. Application des conditions aux limites

L'effet du poids sur la contrainte au niveau de la jonction aube plafond reste négligeable devant les forces de pression surtout lorsqu'il s'agit d'une hauteur de chute de l'ordre de 40m.

Écrivons donc l'équation (5.32) après avoir négligé les forces volumiques sous la forme matricielle.

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & \cdots & \cdots \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & \cdots & \cdots \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u\}_1 \\ \{u\}_2 \\ \{u\}_3 \\ \cdots \\ \cdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & \cdots & \cdots \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & \cdots & \cdots \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \quad (5.33)$$

Pour chaque nœud est associé un vecteur indiquant le type de conditions aux limites. Si par exemple le nœud numéro k possède un déplacement imposé suivant une direction, alors on lui associe la valeur de 1, et si la traction est imposée, on lui associe la valeur de 0. Si les deux sont imposés on associe la valeur de 2.

Ce vecteur relatif aux conditions aux limites est nécessaire pour l'assemblage des matrices élémentaires afin d'avoir le système global.

$$HU = GT \quad (5.34)$$

Les termes diagonaux de la matrice élémentaire $[H]$ contribuent uniquement aux termes diagonaux de la matrice globale H . L'évaluation explicite de ces termes est

difficile à cause de la singularité dans les solutions fondamentales. Une méthode facile et précise utilisée par la majorité des utilisateurs de la méthode des éléments de frontière permet l'évaluation de ces coefficients. Cette méthode s'appelle méthode du corps rigide, elle consiste à appliquer un vecteur de traction nul, alors l'équation (5.34) devient :

$$H U_a = G[0] \quad (5.35)$$

Avec U_a déplacement arbitraire constant dans une direction donnée.

L'équation (5.35) donne : $H = 0$, d'où $H_{ii} = \sum_{j \neq i} H_{ij}$ pour $i \neq j$.

Une fois obtenu le système (5.34) on commence à appliquer les conditions aux limites. Cette opération consiste à placer tous les inconnus du système (traction et déplacement) dans le membre gauche de l'équation (5.34), et les valeurs connues (traction et déplacement) du coté droit.

Mais avant d'appliquer les conditions aux limites on doit homogénéiser les valeurs des matrices H et G . Ceci peut se faire par le calcul d'un facteur d'échelle commune, ensuite diviser la matrice G par ce facteur d'échelle F , mais tout en multipliant le vecteur de traction par F . Cette opération est conseillée afin d'avoir une bonne précision :

$$H U = \frac{G}{F} (TF) \quad \Leftrightarrow \quad H U = G^* T^* \quad (5.36)$$

Supposons que le nœud numéro 2 possède un déplacement imposé alors :

$$\begin{bmatrix} H_{11} & -G_{12} & H_{13} & \dots & \dots \\ H_{21} & -G_{22} & H_{23} & \dots & \dots \\ H_{31} & -G_{32} & H_{33} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{u\}_1 \\ \{u\}_2 \\ \{u\}_3 \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & -H_{12} & G_{13} & \dots & \dots \\ G_{21} & -H_{22} & G_{23} & \dots & \dots \\ G_{31} & -H_{32} & G_{33} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{t\}_1 \\ \{u\}_2 \\ \{t\}_3 \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Une fois appliquée les conditions aux limites, le membre droit du système devient connu. Finalement on aura un système prêt à résoudre :

$$AX = F \quad (5.38)$$

5.2. Évaluation des contraintes sur la frontière

Les contraintes sur la frontière ne peuvent être déterminées directement à partir de l'équation de base de la formulation car les solutions fondamentales deviennent singulières. La méthode la plus utilisée pour surmonter ce problème est connue sous le nom de : *traction recovery method* ou méthode de rétablissement de traction [12]. Le principe de cette méthode consiste à déterminer les déformations tangentielles à partir du déplacement, ensuite moyennant la loi de Hooke et en se servant des tractions on évalue les contraintes sur la frontière.

Les déformations dans un repère local pour l'élément en question s'écrivent :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}_1 &= \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \mathbf{x}_1} = \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \mathbf{u} \bullet \mathbf{v}_\xi \right) \frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{x}_1} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 &= \frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial \mathbf{x}_2} = \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \mathbf{u} \bullet \mathbf{v}_\eta \right) \frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{x}_2} \\ \gamma_{12} &= \frac{\partial \mathbf{u}_2}{\partial \mathbf{x}_1} + \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \mathbf{x}_2} = \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \mathbf{u} \bullet \mathbf{v}_\eta \right) \frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{x}_1} + \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \mathbf{u} \bullet \mathbf{v}_\xi \right) \frac{\partial \eta}{\partial \mathbf{x}_2} \end{aligned} \quad (5.39)$$

La transformation des déformations dans le repère absolue donne :

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_x \\ \boldsymbol{\varepsilon}_y \\ \boldsymbol{\varepsilon}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos^2 \gamma & \cos \alpha \cos \gamma \\ \cos^2 \theta & \cos^2 \beta & \cos \theta \cos \beta \\ \cos \alpha \cos \theta & \cos \gamma \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta + \cos \theta \cos \gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_3 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

α, β, γ représentent les angles d'Euler.

Les déformations sont liées aux contraintes par les relations suivantes d'après la loi de Hooke :

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y - \nu \sigma_z) \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x - \nu \sigma_z) \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy}\end{aligned}\tag{5.41}$$

Finalement en résolvant ces équations on obtient l'expression des contraintes aux frontières :

$$\begin{aligned}\sigma_x &= C_1 (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_y) + C_2 t_z \\ \sigma_y &= C_1 (\varepsilon_y + \nu \varepsilon_x) + C_2 t_z \\ \sigma_z &= t_z \quad \text{Avec } C_1 = \frac{E}{1-\nu^2}; C_2 = \frac{\nu}{1-\nu} \\ \tau_{xy} &= G \gamma_{xy}; \tau_{xz} = t_x; \tau_{yz} = t_y\end{aligned}\tag{5.42}$$

5.3. Conclusion

On a essayé dans ce chapitre de justifier l'utilisation de la MEFr, et de présenter les différentes étapes sans trop s'impliquer dans les détails de calcul, qu'un programmeur aura besoin pour mettre en code la MEFr.

Il faut rappeler que le modèle sera traité par deux programmes déjà développé, l'un à l'ETS par le professeur Raynald Guilbault, alors que le second est rendu disponible par les auteurs Gao, et Davies [14].

CHAPITRE 6

MAILLAGE DE LA STRUCTURE

Dans le chapitre précédent on a présenté la méthode des éléments de frontière (MEFr), qui exige la discréétisation du domaine à traiter. Cette discréétisation se traduit dans ce chapitre par le maillage de la structure, en effet on présente donc dans le présent chapitre la méthode adoptée pour mailler les différentes faces du secteur, ensuite on détaille la procédure utilisée pour rajouter le congé au niveau de la jonction aube plafond. Finalement on montre le maillage obtenu pour quelques vues du secteur à l'aide du logiciel GID [13].

6.1. Géométrie

Comme il a été brièvement signalé (paragraphe 3.4) le traitement est fait sur un secteur de la structure, ce secteur est paramétré en fonction d'une de ses dimensions. La définition de cette dimension est de l'angle qu'occupe ce secteur dans le disque du plafond, fixe la géométrie à traiter.

Connaissant le nombre d'aubes dans la turbine on peut calculer l'angle du secteur :

$$\Omega = \frac{2\pi}{N_b} \quad \Omega : \text{Angle du secteur} \quad N_b : \text{Nombre d'aube} \quad (6.1)$$

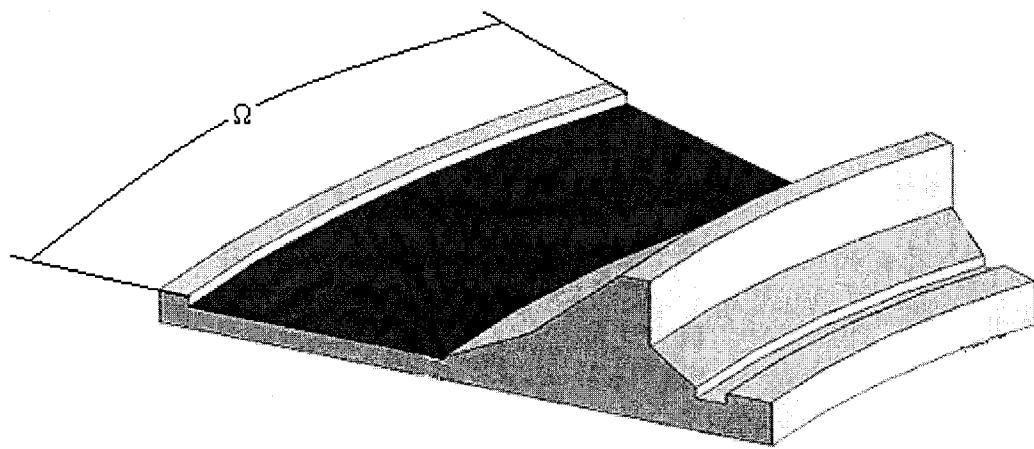


Figure 30 Forme du secteur à traiter

6.2. Paramètres de maillage

Essentiellement on a trois paramètres de maillage. Chacun de ces paramètres définit le pas suivant un axe de l'espace dans un repère en coordonnées cylindriques.

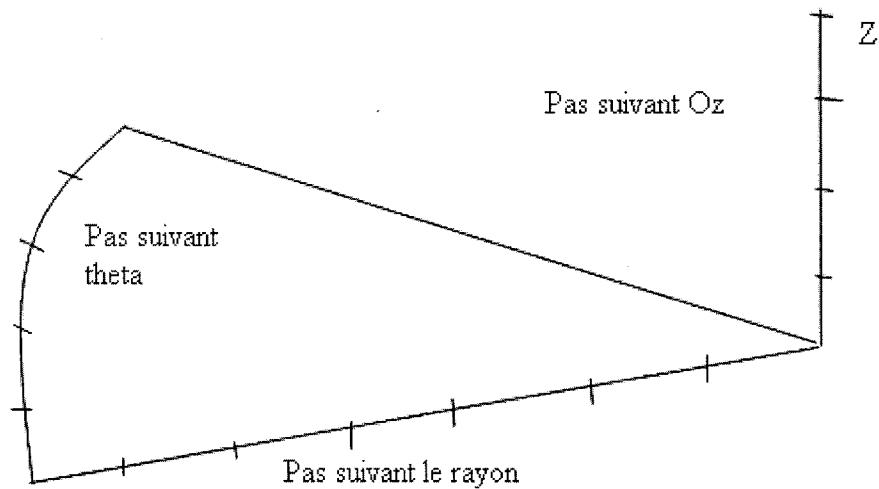


Figure 31 Paramètres de maillage

6.3. Maillage de la structure

La structure est maillée de façon à donner à l'utilisateur la flexibilité de pouvoir raffiner le maillage, en modifiant n'importe quel pas et en choisissant les paramètres de maillage et le rayon du congé approprié au voisinage de la zone aube plafond. Lorsque le maillage devient trop fin et que la qualité de l'élément est affectée, grâce à des fonctions qui permettent de vérifier certaines conditions imposées sur les nœuds et les éléments, l'utilisateur sera avisé des paramètres à modifier pour remédier au problème.

Les conditions qu'on vérifie :

- coïncidences des nœuds;
- coïncidences des éléments;
- orientation des normales de l'élément;
- les surfaces des éléments sont elles comparables.

On décompose la structure en des surfaces qui délimitent sa géométrie, de ce fait on aura 3 types de surfaces :

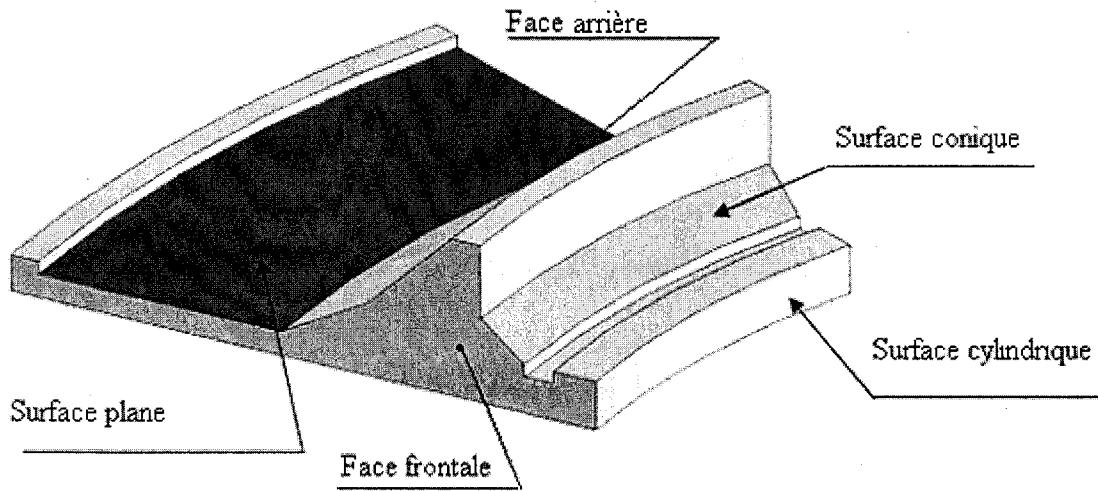


Figure 32 Différentes surfaces du modèle

- **Surfaces planes**

C'est une surface plane dont les limites sont des arcs de cercles et des segments dont leurs prolongements passe par le centre du plafond. Elle est définie par le rayon de son arc intérieur, sa largeur ou la différence entre le rayon extérieur et intérieur, et l'angle d'ouverture du secteur. Le modèle comprend six surfaces de ce type.

- **Surfaces cylindriques**

C'est une surface à face cylindrique, définie par le rayon de son arc, sa hauteur, et finalement l'angle d'ouverture du secteur. Le modèle comprend six surfaces de ce type.

- **Surfaces coniques**

La surface conique possédant le même axe que le plafond et définit par quatre paramètres : le rayon intérieur, les deux hauteurs des arcs, et finalement la largeur entre les deux arcs pris suivant le rayon.

Une fois les surfaces définies, le maillage débute par la face frontale, ensuite la face arrière. La surface qui lie ces deux faces est celle qui supportera l'aube, après avoir été maillée cette surface subit une opération de prédisposition pour se connecter avec l'aube. À partir de la localisation de l'aube par rapport à cette surface on définit la zone à modifier (voir figure 33) pour connecter l'aube (plus de détails seront donnés plus loin).



Figure 33 Choix de la zone à modifier pour connecter l'aube

Une fois que le support de l'aube est prêt, on maille l'aube, ensuite on revient au maillage des autres surfaces du modèle, une après l'autre. La description détaillée des ces étapes suit.

6.3.1. Maillage de la face frontale

C'est la face la plus importante dans le sens où elle définit la géométrie du plafond. En effet ce dernier sera obtenu par une rotation du profil de cette face autour de l'axe de la turbine. La relation entre les différentes dimensions de cette face a été obtenue à partir de celles d'un plafond réel.

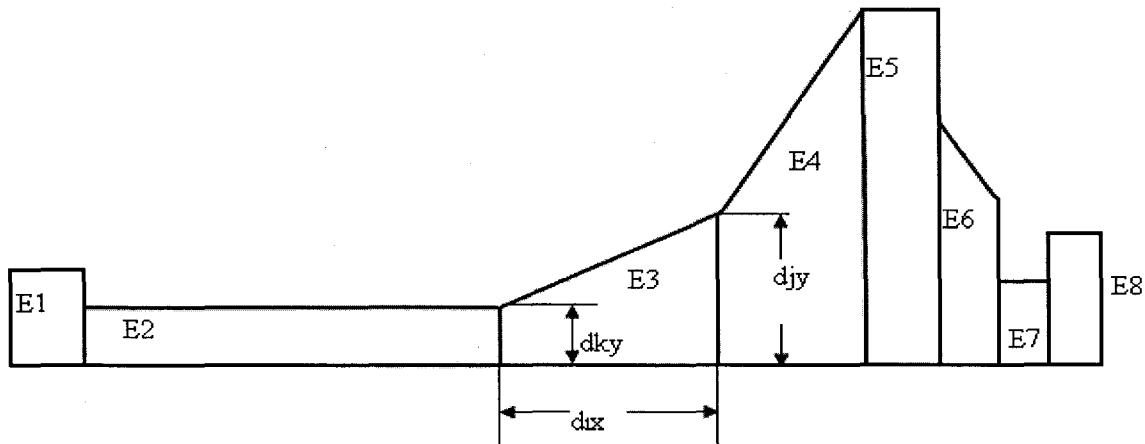


Figure 34 Subdivision de la face frontale en des sous éléments

Dans la figure 34 E_i ($i=1\dots8$) représente les sous éléments numéro i , et dix , djy , dky représentent les grandeurs définissant les dimensions des sous éléments. Ceci étant dit, pour mailler cette face on la subdivise en des sous éléments de façon à avoir des formes géométriques réguliers (trapèze, rectangle,...). Chaque sous élément est défini par un vecteur de trois éléments qui définissent sa géométrie, et l'ensemble est assemblé dans une matrice. Ensuite une boucle est associée à ces sous éléments, une fois la collecte des informations nécessaires (géométrie, pas de maillage) est finie l'opération de maillage débute qui consiste à créer deux matrices, l'une contient les coordonnées des nœuds et

l'autre contenant la connectivité entre les éléments. Une chose importante à noter : l'ordre dans lequel doivent être inscrits les noeuds doit être dans le sens antihoraire, pour avoir la normale des éléments vers l'extérieur. À l'intérieur de la boucle de maillage, il y a une condition qui permet de dégager les nœuds de frontière et ceci à fin d'assurer la connectivité entre les sous éléments. La figure suivante montre l'algorithme associé à cette étape.

- **Algorithme de maillage de la face frontale.**

Pour I=sous élément

Faire.

Collecter les informations relatives au sous élément I.

 (Paramètres de maillage +géométrie).

Mailler.

Construire le tableau de connectivité

Construire le tableau des coordonnées des nœuds.

Si le nœud est sur la frontière du sous élément **Alors.**

Stocker ce nœud dans le tableau des nœuds de frontière.

Fin Si

Fin Mailler.

Fin Pour.

Figure 35 Algorithme de maillage de la face frontale

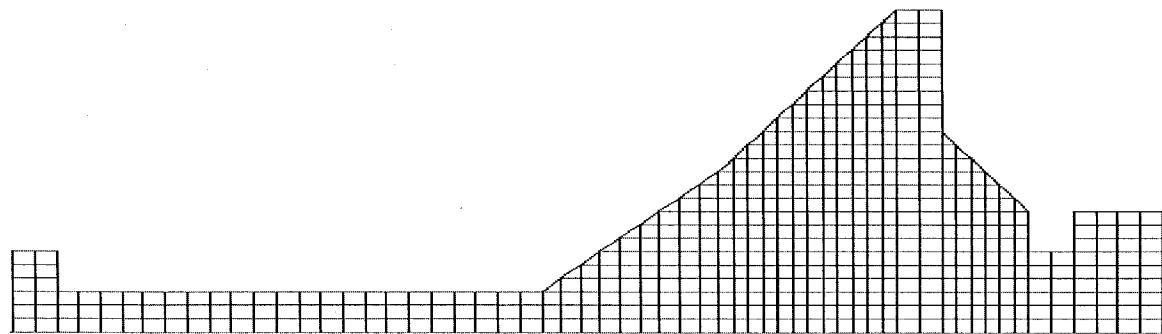


Figure 36 Face frontale maillée

Après avoir fini de mailler cette face, la face arrière est maillée avec la même approche. La figure 37 illustre le maillage obtenu.

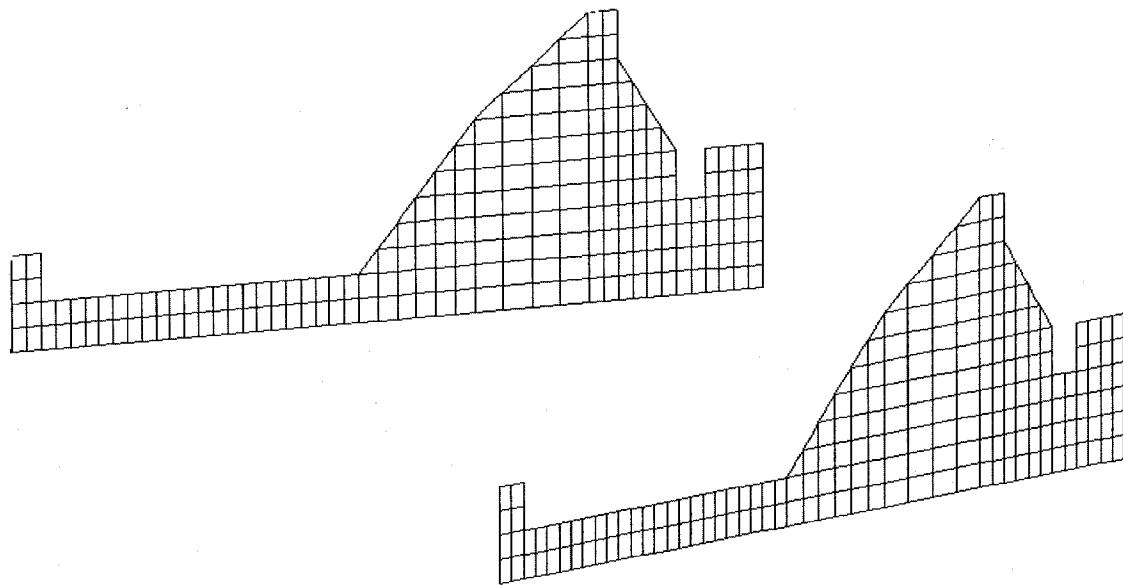


Figure 37 Évolution du maillage

6.3.2. Maillage de la surface support de l'aube

Le maillage de cette surface est aussi important et délicat, puisque de celle-ci on génère l'aube. Pour avoir la forme finale de l'aube il faut passer essentiellement par trois étapes :

- ✓ maillage suivi de l'élimination des nœuds (dans la zone déjà choisie) occupant la position de l'aube (Zone O voir figure 38);
- ✓ repositionnement de l'ensemble des nœuds;
- ✓ ajustement des nœuds communs entre aube et plafond.

Dans la première étape il s'agit de mailler la surface. Ensuite en fonction des données relatives au profil de l'aube on détermine les nœuds à éliminer pour créer l'aube. La figure suivante illustre cette étape.

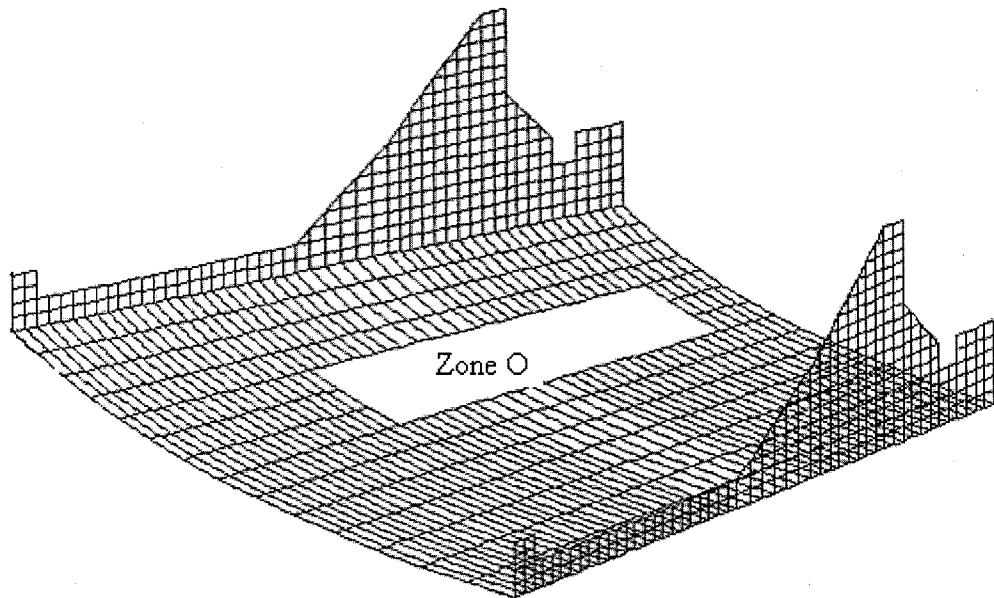


Figure 38 Évolution du maillage

La deuxième étape consiste à repositionner l'ensemble des nœuds de cette surface en fonction de l'orientation de l'axe moyen de l'aube (voir figure 39). Les deux figures suivantes illustrent cette étape.

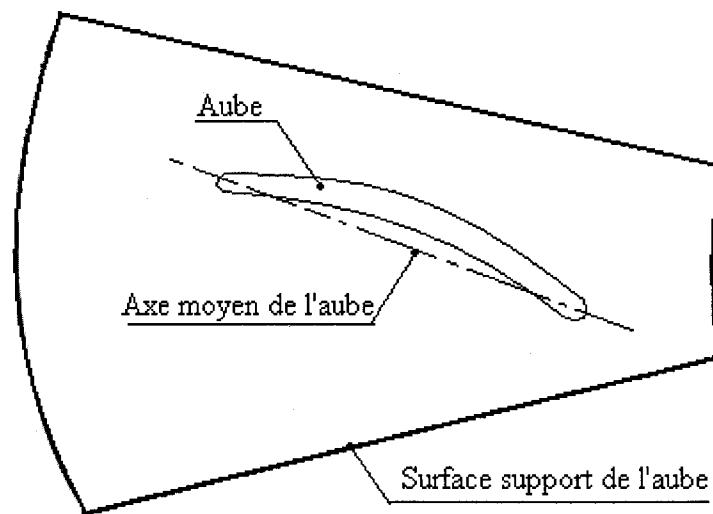


Figure 39 Axe moyen de l'aube

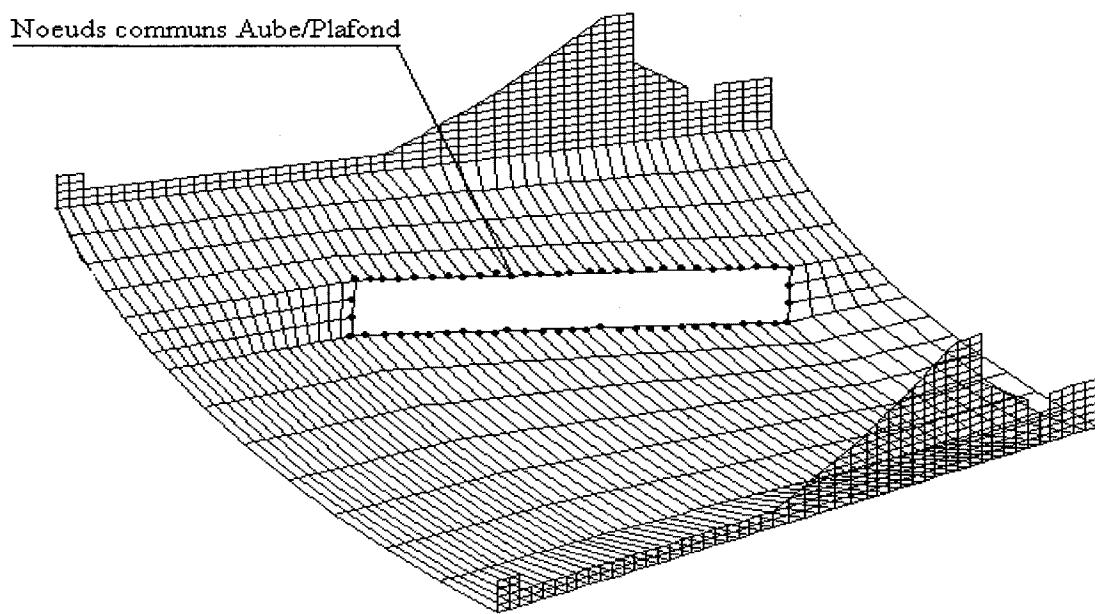


Figure 40 Évolution du maillage

L'étape finale est d'adapter la courbe définie par les nœuds commun aube/plafond (voir figure ci dessus) au profil réel de l'aube. Le principe consiste à représenter le profil réel de l'aube par une spline cubique, créant une interpolation entre les points de position, ensuite ramener l'ensemble des nœuds commun aube/plafond vers cette spline. La figure suivante illustre cette étape.

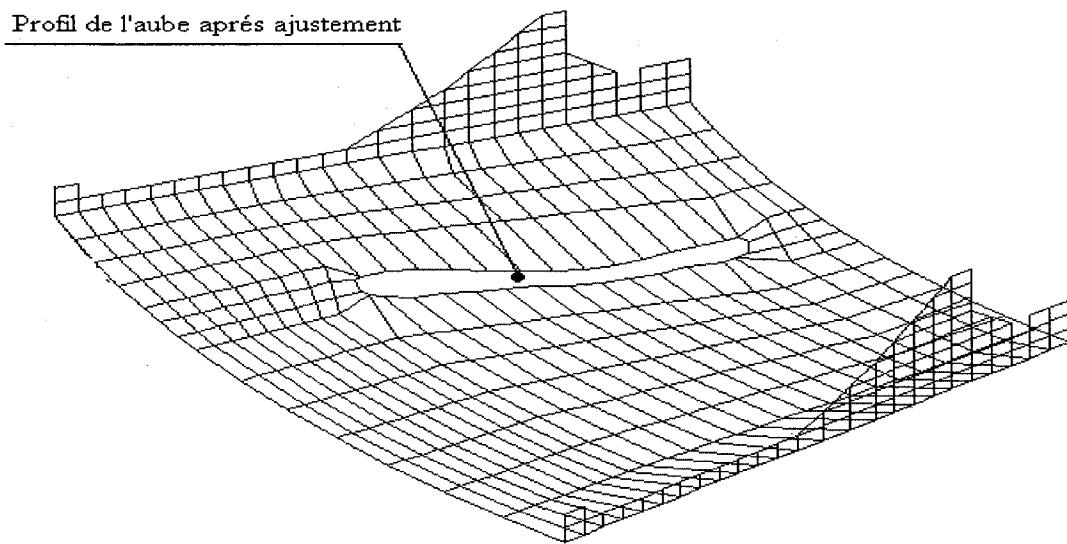


Figure 41 Évolution du maillage

6.3.3. Maillage de l'aube

Vu la complexité du maillage de l'aube au complet, on ne modélise qu'une portion simple sur laquelle sera appliquée la résultante des charges exercées sur l'aube réelle. Donc à partir des nœuds formants le profil de l'aube ajusté, on crée le maillage de l'aube. Cette opération est simple puisque d'une part les coordonnées des nouveaux nœuds formant l'aube suivant le rayon r et l'angle θ restent constantes, mais on modifie uniquement la hauteur suivant l'ordonnée z . Et d'autre part la formation du tableau des connectivités revient à mailler une surface rectangulaire dont les éléments de la première ligne sont connectés avec les éléments de la dernière ligne.

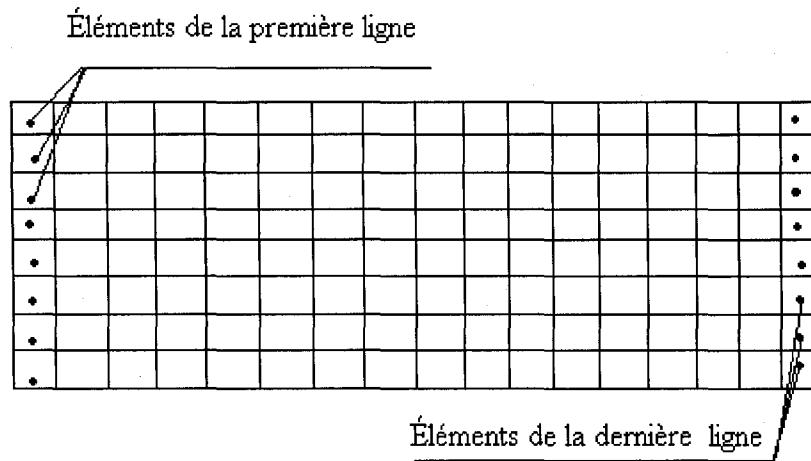


Figure 42 Maillage de l'aube

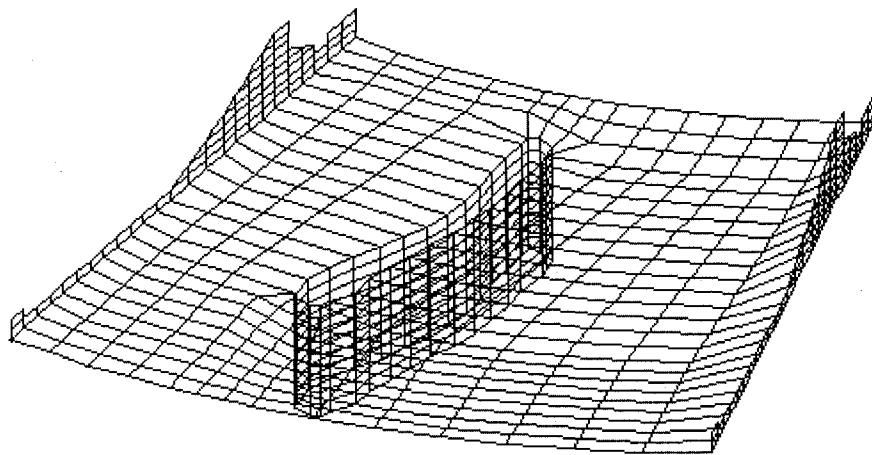


Figure 43 Évolution du maillage

6.3.4. Rajout du congé

Après avoir connecté l'aube au plafond, on rajoute le congé dans leur jonction. Cette opération reste aussi importante, car les contraintes à calculer résident dans les éléments du congé. Pour ce faire, une fonction portant le nom de *AjustConge* a été créée, cette

fonction reçoit les nœuds à placer dans le congé, le rayon de congé, et finalement le tableau des coordonnées des nœuds.

Il faut noter que pendant cette opération il n'y aura ni création de nouveaux nœuds ni éléments, ce sont les éléments de l'aube les plus proches du plafond qui vont définir le congé (voir figure 44). Le terme ligne des nœuds signifie ici un ensemble des nœuds possédant la même hauteur suivant z et appartenant aux éléments à placer dans le congé (voir figure 46).

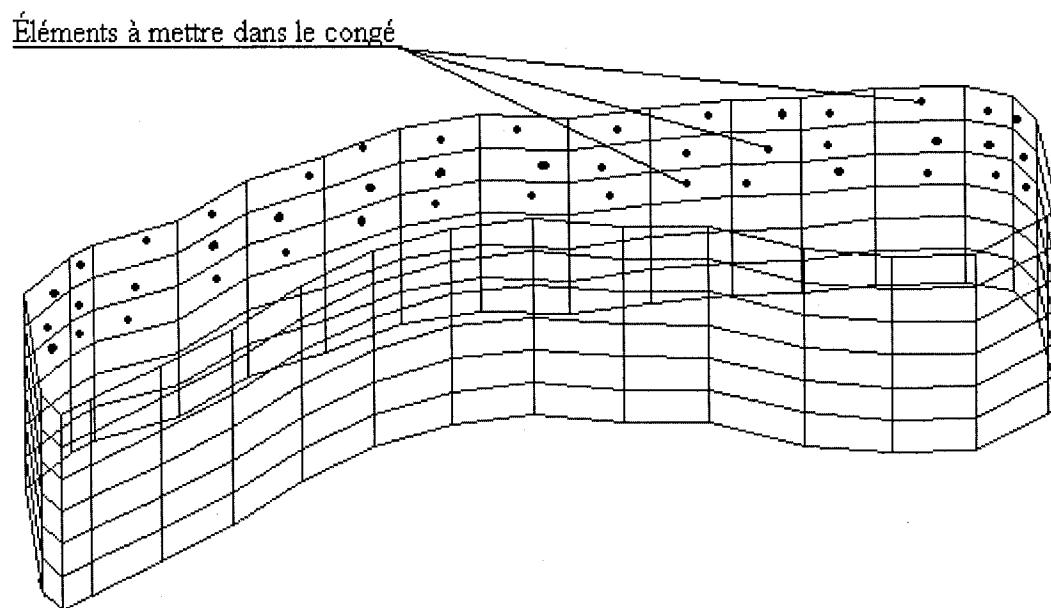


Figure 44 Éléments à placer dans le congé

En fonction de la précision de maillage voulue dans le congé, on détermine l'ensemble des nœuds à mettre dans l'aube, ensuite on détermine la ligne géométrique moyenne à partir du profil de l'aube.

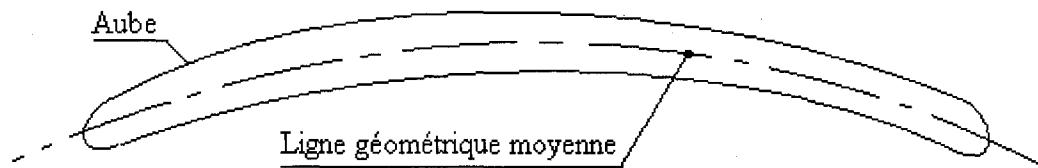


Figure 45 Ligne géométrique moyenne

Par rapport à cette ligne moyenne on décale l'ensemble des nœuds à placer dans l'aube vers l'extérieur de l'aube d'une valeur qu'on calculera en fonction du nombre des nœuds dans le congé et de son rayon (voir figure 47) ainsi que le numéro de la ligne de nœud.

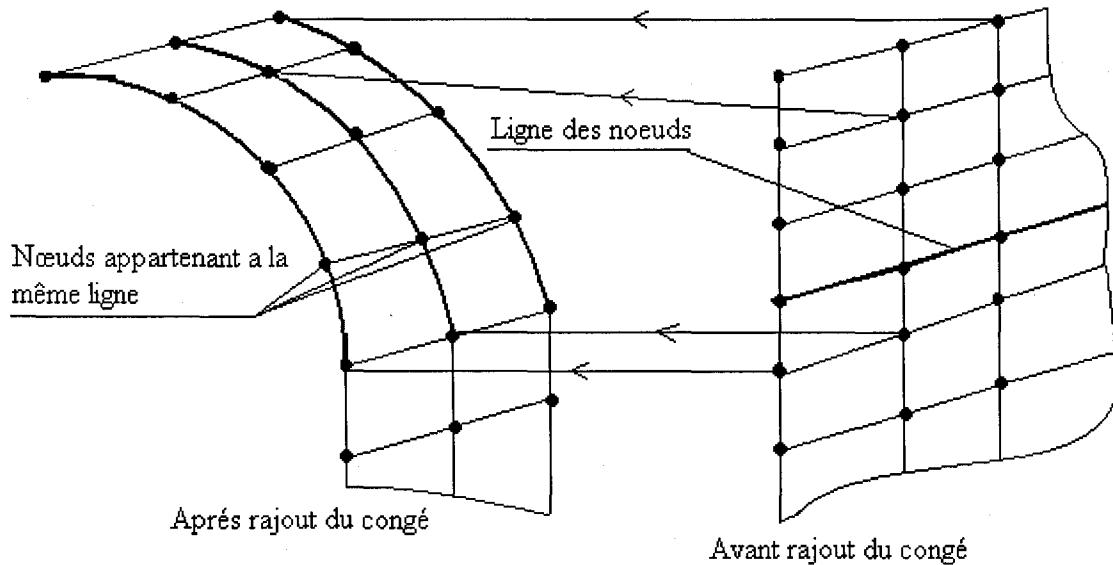


Figure 46 Rajout du congé

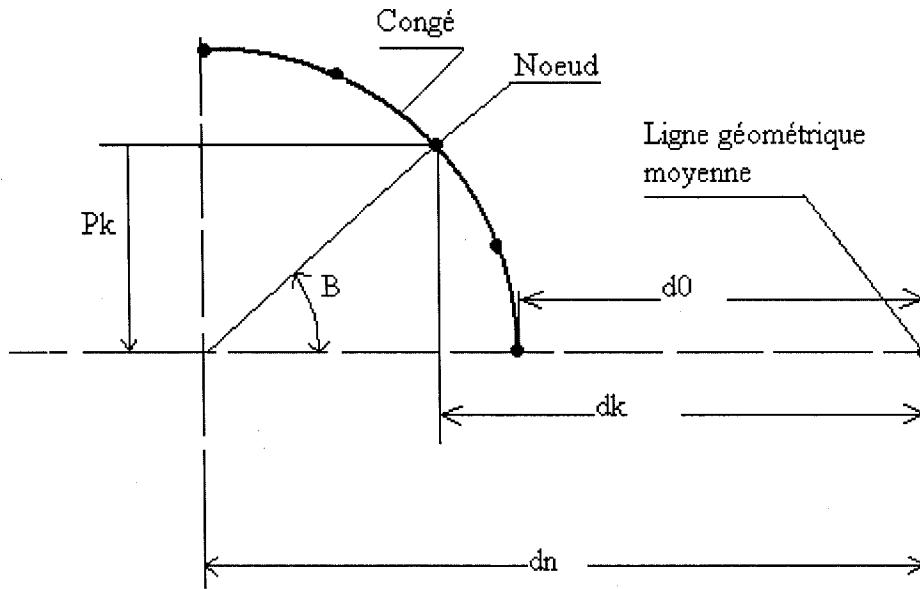


Figure 47 Calcul des positions des nœuds du congé

Pour localiser un nœud sur le congé, on a besoin essentiellement de deux grandeurs la hauteur Pk et distance dk qui le sépare par rapport à la ligne géométrique moyenne

$$\beta = \frac{\frac{\Pi}{2}}{Nc - 1}; Nc : \text{nombre de noeuds à placer dans le congé} \quad (6.2)$$

$$d_k = d_0 + Rc(1 - \cos(\beta)); \quad Rc : \text{rayon du congé} \quad (6.3)$$

$$Pk = Rc \cdot \sin(I\beta) \quad (6.4)$$

d_k : représente la position de la $k^{\text{ième}}$ ligne des noeuds dans le congé

I : Numéro de la ligne des noeuds

d_0 : est le rayon obtenu par changement des coordonnées du nœud en question dans le repère local en coordonnée polaire dont le centre est pris sur la ligne moyenne.

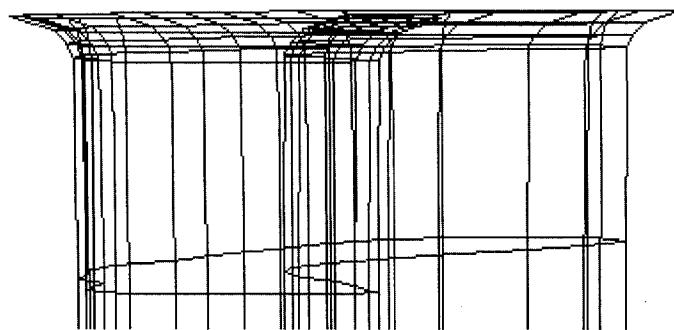


Figure 48 Congé maillé

6.3.5. Maillage des autres surfaces

Pour les surfaces restantes, on détermine les nœuds de leurs frontières qui ont été faites, ensuite on commence le maillage tout en tenant compte de ces nœuds pour assurer la continuité. (La figure ci dessous n'est basée sur aucune géométrie réelle de turbine, mais sur une approximation générique). Les figures qui suivent illustrent le maillage obtenu.

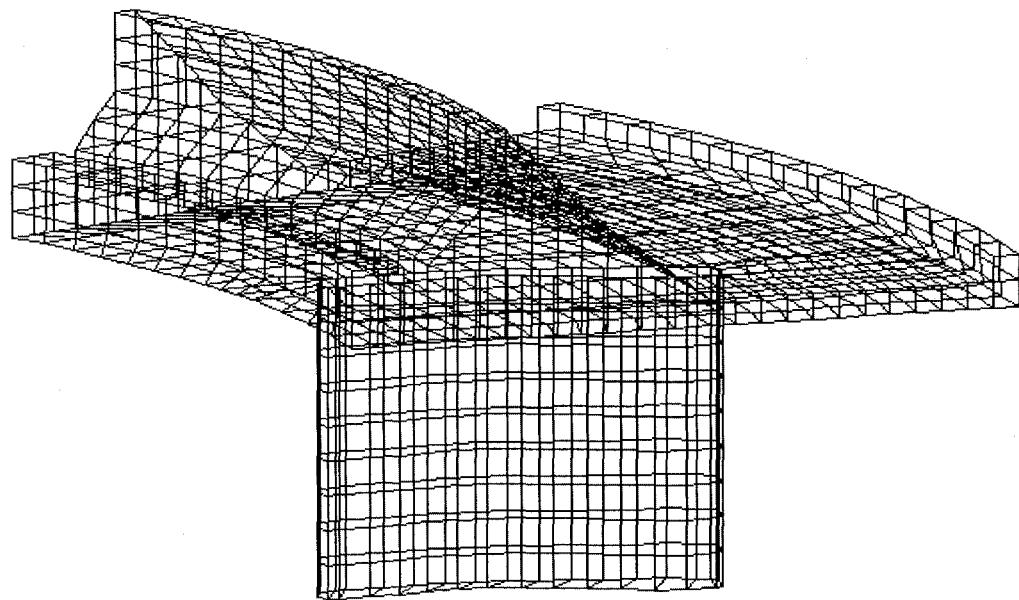


Figure 49 Résultat du maillage final

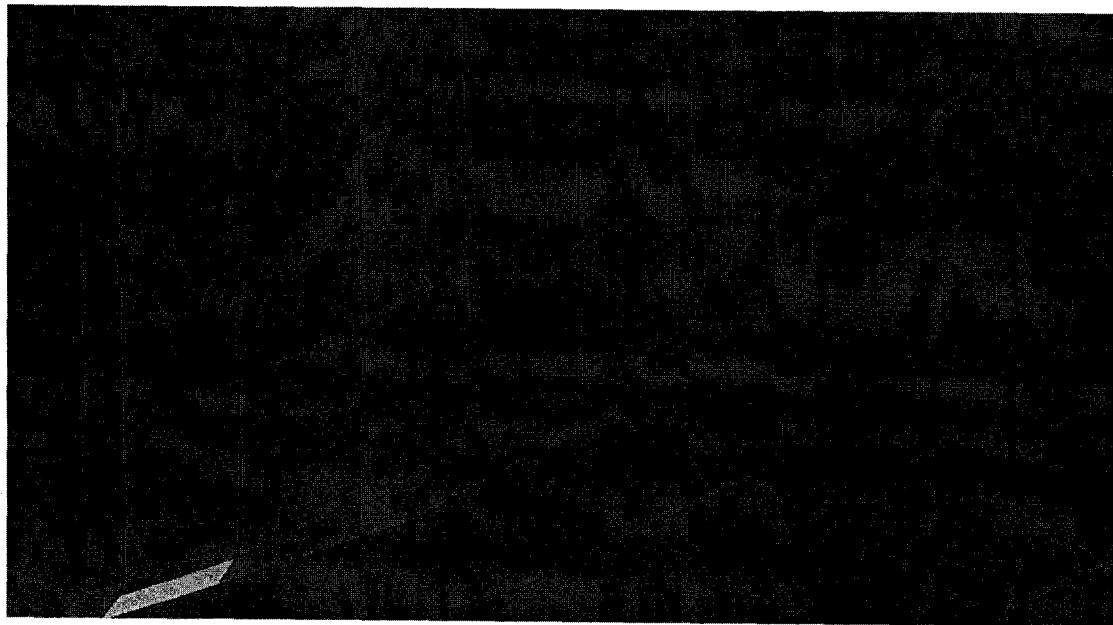


Figure 50 Zoom au congé

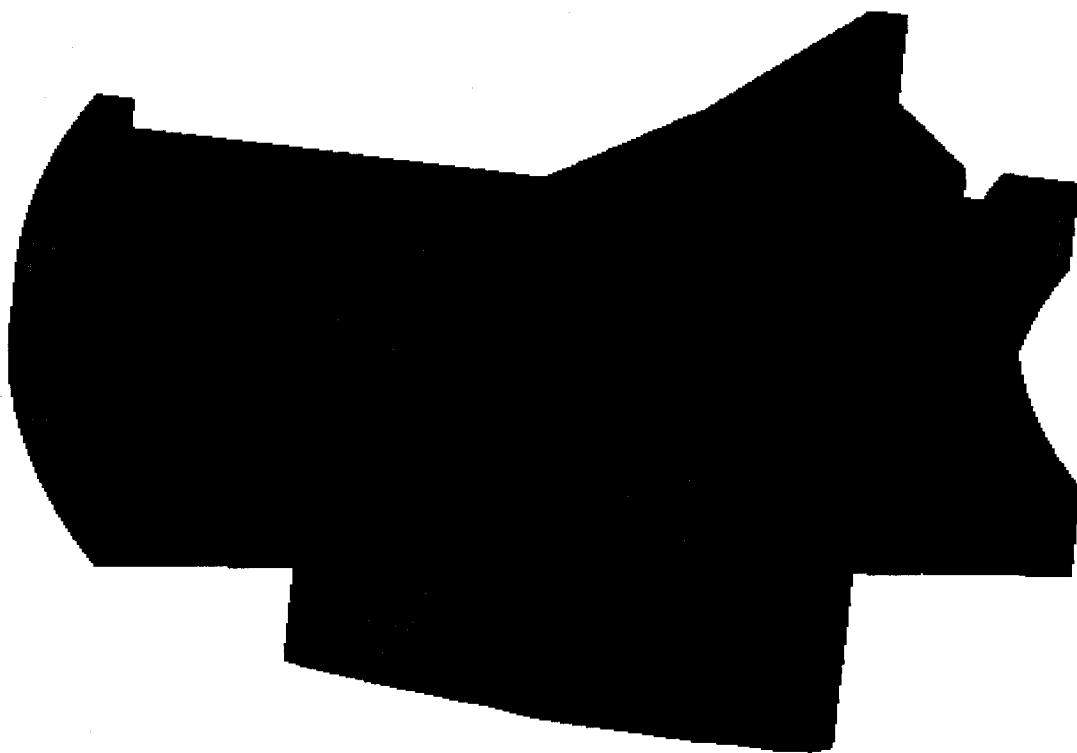


Figure 51 Secteur maillé vue isométrique

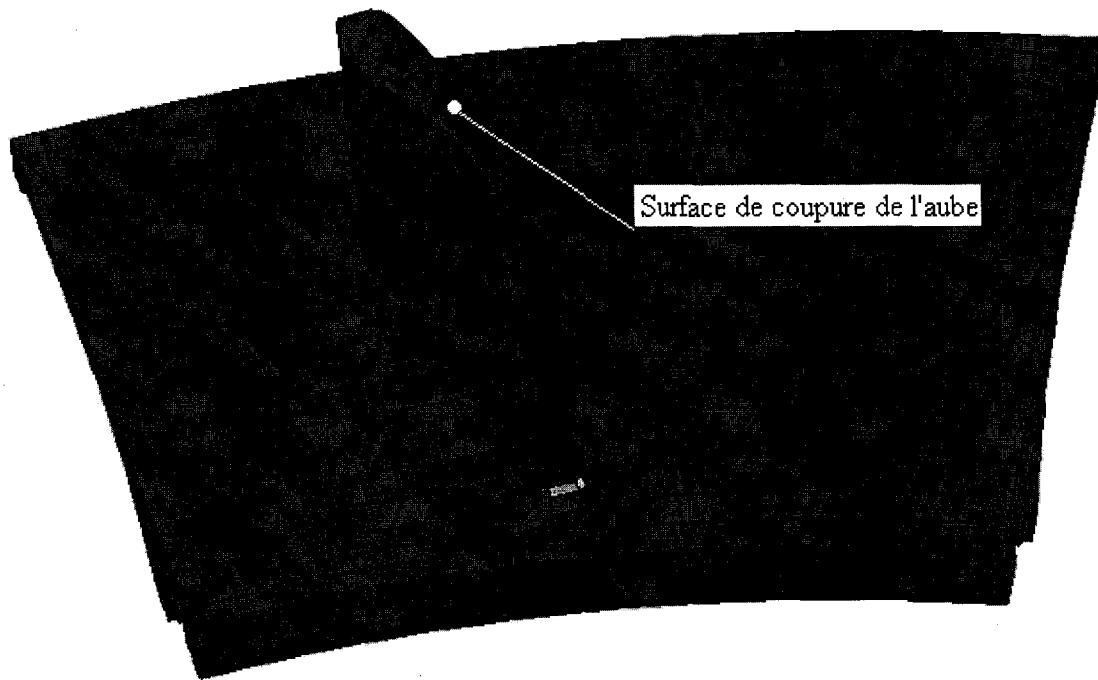


Figure 52 Secteur maillé (vue de dessous)

6.4. Conclusion

Dans ce chapitre on a détaillé les différentes techniques utilisées pour discréteriser le domaine géométrique, à fin de pouvoir appliquer la MEFr. Ceci en passant par le maillage des différentes faces, création de l'aube, adaptation de sa forme à la géométrie réelle, création du congé au niveau joint aube plafond.

CHAPITRE 7

EVALUATION ET VALIDATION DU MODÈLE

Dans les chapitres précédents on a adopté certaines simplifications (concernant la géométrie) et hypothèses (concernant le champ de pression). Il est certain que l'objectif de ces simplifications est de rendre le modèle plus simple et rapide, mais est ce que ces hypothèses nous permettent d'avoir des résultats satisfaisants et que le modèle soit compétitif par rapport aux codes commerciaux ? En fait l'objectif n'est pas la recherche d'une précision parfaite, mais d'un compromis entre précision et rapidité. Dans le présent chapitre on démontre la précision et l'effet des hypothèses faites.

7.1 Validation de forme simplifiée

Le tableau suivant résume les caractéristiques principales de la turbine de vérification fournie par la compagnie Alstom.

Tableau III
Caractéristique de la turbine de vérification

Type de machine	Turbine Francis axe vertical
Diamètre de la roue (mm)	4521.2
Vitesse synchrone (tour/min)	109.5
Puissance nominale (MW)	51.6
Chute nette nominale (m)	33.8
Nombre d'aube	19
Contrainte maximale dans le joint aube-plafond obtenue par élément finis (MPa)	222
Contrainte maximale dans le joint aube-plafond obtenue par mesure (MPa)	182

Rappelons que la génération de la forme simplifiée à partir de la forme réelle consiste à faire une interpolation linéaire entre les points extrêmes de la géométrie tout en respectant les distances entre les différents points critiques de la géométrie (voir figure 17). Pour tester les interpolations faites sur le modèle simplifié par rapport au secteur réel, on traite les deux cas par la méthode des éléments finis. On applique donc les mêmes conditions aux limites (déplacement et chargement). Ensuite on compare les résultats des déplacements obtenus dans les mêmes zones ou dans des points équivalents.

En voici les résultats :

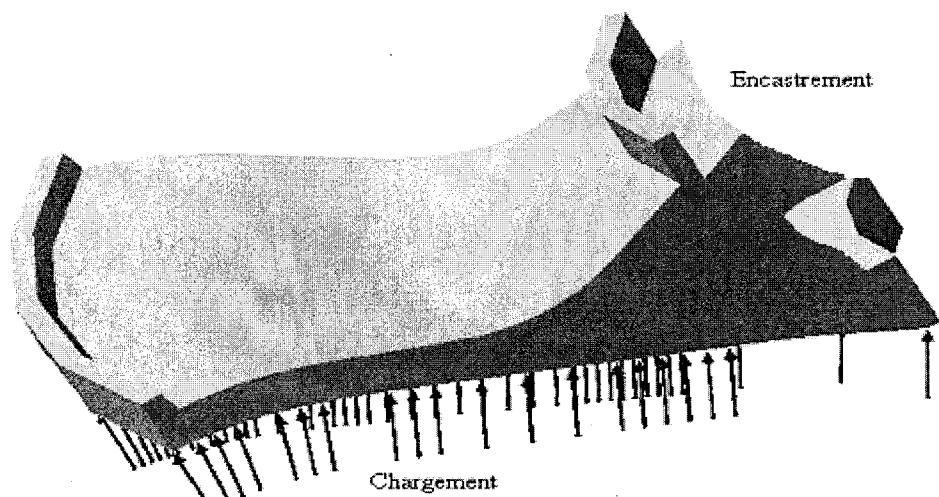


Figure 53 Plafond réel

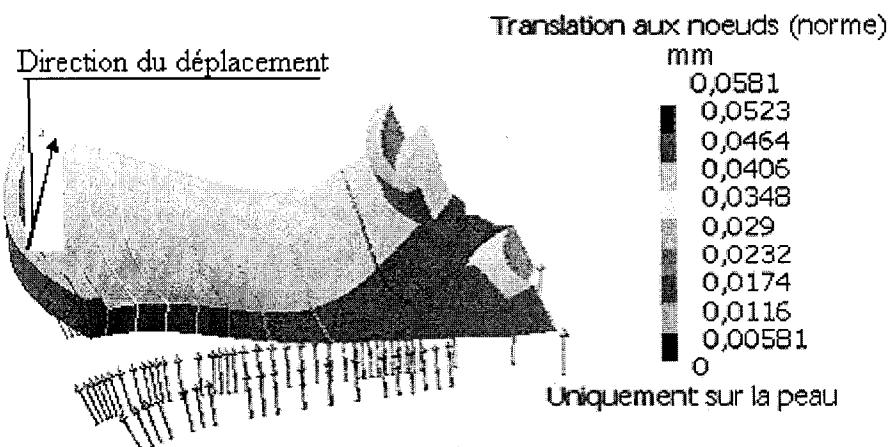


Figure 54 Résultats pour plafond réel pour une pression de $5 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

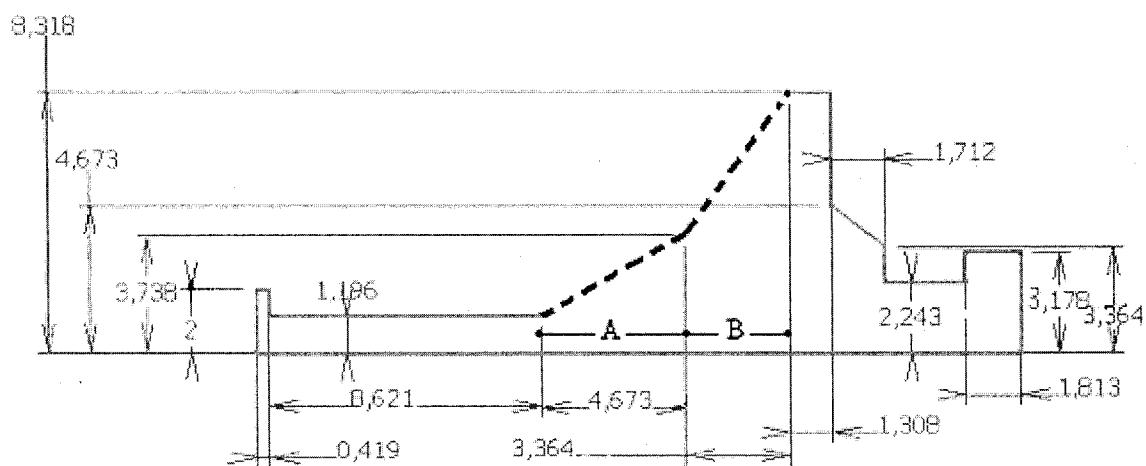


Figure 55 Dimension du plafond simplifié

Pour les dimensions de la figure 55 on a trouvé les résultats suivants :

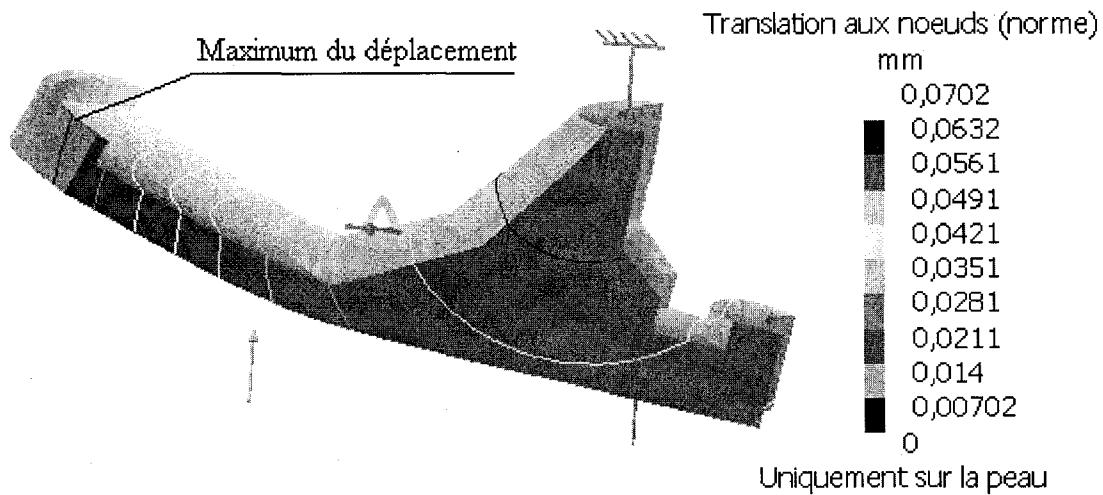


Figure 56 Résultat du déplacement pour plafond simplifié
a une pression de $5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

On remarque que le déplacement maximal est différent de celui du plafond réel. Pour augmenter la rigidité du plafond on augmente la longueur des pentes représentées en ligne interrompue dans la figure 55 (cote A et B). Dans le cas réel la rigidité est consolidée par une courbure, alors on obtient les résultats suivants :

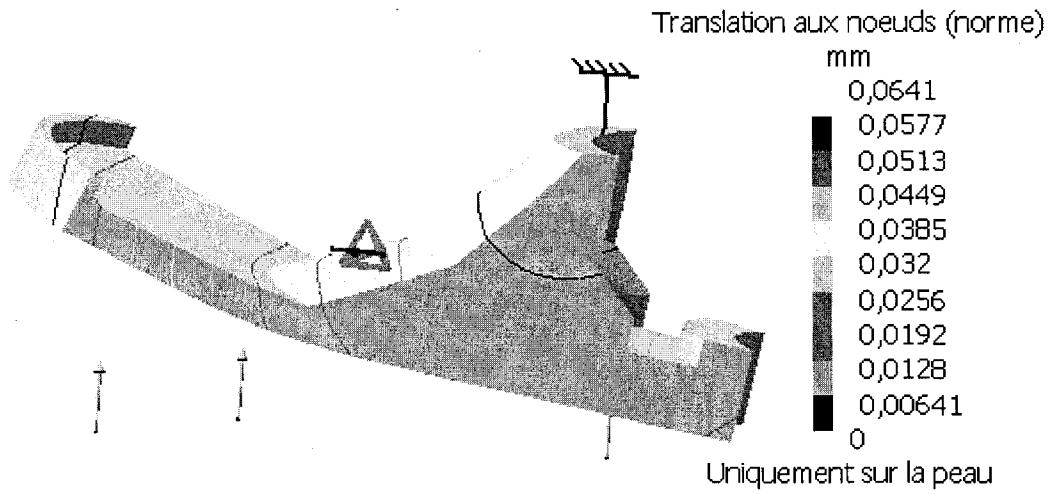


Figure 57 Résultat du déplacement pour plafond simplifié pour $B=3.738\text{mm}$
(même pression)

Si on augmente encore la cote B, voici ce qu'on trouve :

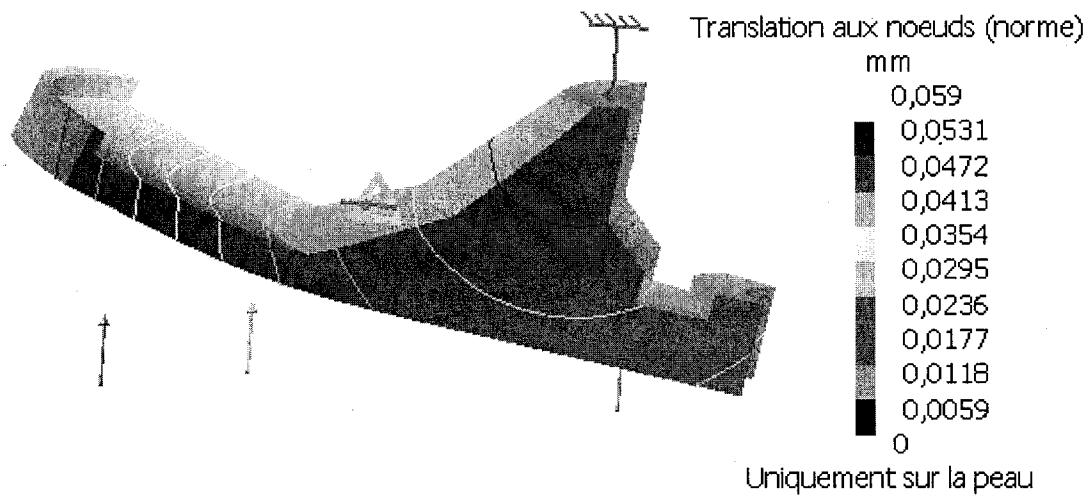


Figure 58 Résultat du déplacement pour plafond simplifié pour $B=4.112\text{mm}$

À ce stade et avec ces caractéristiques de la géométrie du plafond simplifié, les déplacements maximaux sont comparables (une erreur de 1.5%). D'autres part si on balaye la surface du dessous qui supportera l'aube on peut remarquer que les déplacements sont comparables. Dans ce qui suit, on présente le résultat du déplacement pris dans les deux cas à des points équivalents.

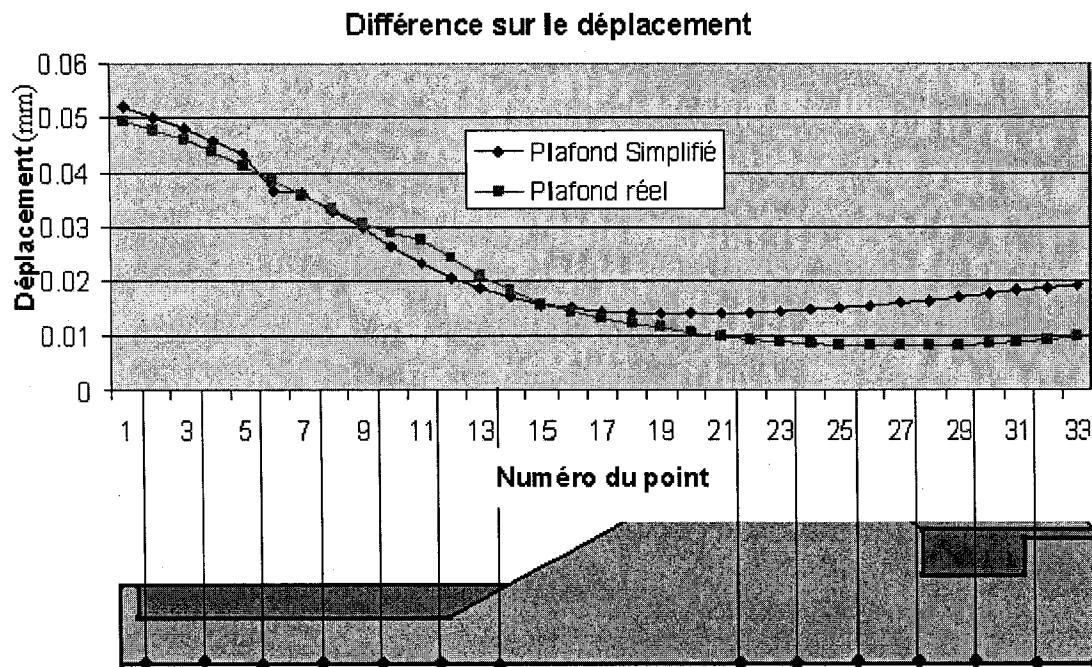


Figure 59 Différence sur le déplacement (plafond réel/plafond simplifié)

7.1.1 Conclusion

Dans le plafond réel, la courbure de la surface du dessous et le congé de la surface de dessus rendent la rigidité plus importante. En variant les dimensions du modèle simplifié, on peut avoir un plafond possédant une rigidité comparable à celle du plafond réel. Ceci est assez important car la contrainte dans la jonction aube plafond dépend fortement de la rigidité de l'ensemble. Toutefois, l'exemple précédent démontre que l'approximation du plafond n'ajoute pas d'erreur significative si les dimensions du modèle sont choisies correctement.

7.2 Validation du champ de pression

Pour voir à quel point le champ de pression reflète le comportement du fluide à l'intérieur de la turbine, on trace son graphe et on le compare à un autre champ de pression obtenu par CFD.

Rappelons l'expression du champ de pression :

$$P(r, z) = Patm + \left(\frac{P_0 - Patm}{R_0} + \rho \frac{w^2 R_0}{2} \right) r - \rho \left(gz + \frac{w^2 r^2}{2} \right) \quad (7.1)$$

Le logiciel Matlab permet de tracer les fonctions à deux variables dans un espace de trois dimensions. À l'aide de la fonction SURF on trace donc le champ de pression $P(r, z)$.

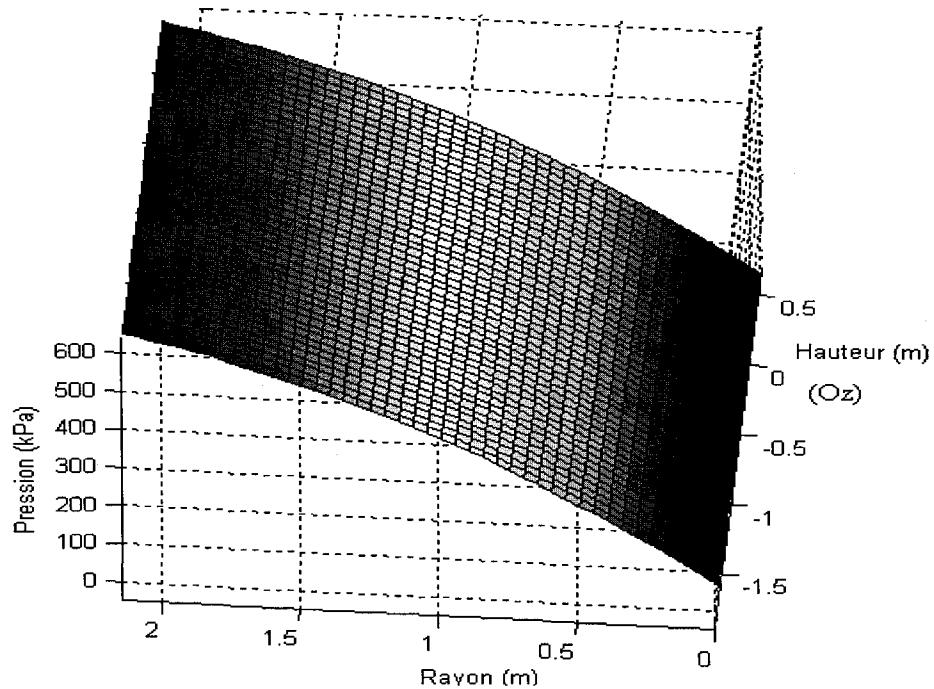


Figure 60 Champ de pression obtenu à partir de l'équation (7.1)

Les valeurs des paramètres de l'équation (7.1) sont ceux du tableau III, rajoutant les valeurs de :

$$R_0 = 2.195 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\omega = 11.467 \text{ rd/s}$$

Il faut noter ici que l'objectif de cette figure est de permettre une évaluation qualitative au comportement du champ de pression en comparant ses tendances à un champ obtenu par CFD. Il est en fait impossible de faire une comparaison qualitative puisque les données qui permettent de créer les champs de pression ne sont jamais publiées en raison de la compétition industrielle.

Le graphe suivant représente l'analyse par CFD dans une turbine Francis [9].

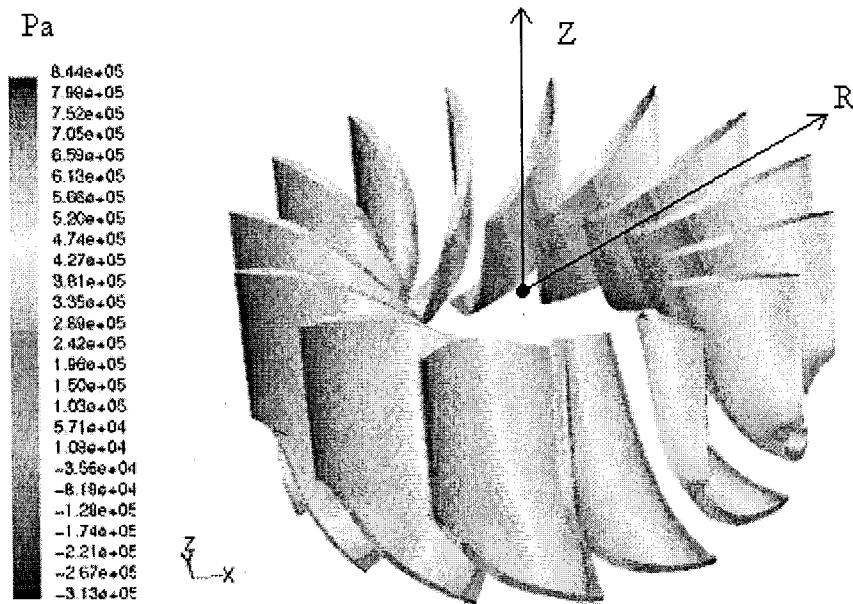


Figure 61 Champ de pression obtenu par CFD

Dans la figure 61 on remarque que la pression est minimale au voisinage de l'axe de la turbine, et elle devient maximale quand on s'éloigne de l'axe, si on balaye l'aube

radialement on voit qu'elle est proportionnelle au rayon. Les isobares ou les zones où la pression varie légèrement sont obtenues en fixant le rayon et en variant la hauteur. Aussi la pression est décroissante depuis le bas vers le haut de l'aube, cette description correspond par ailleurs au champ de pression idéalisé de la figure 61

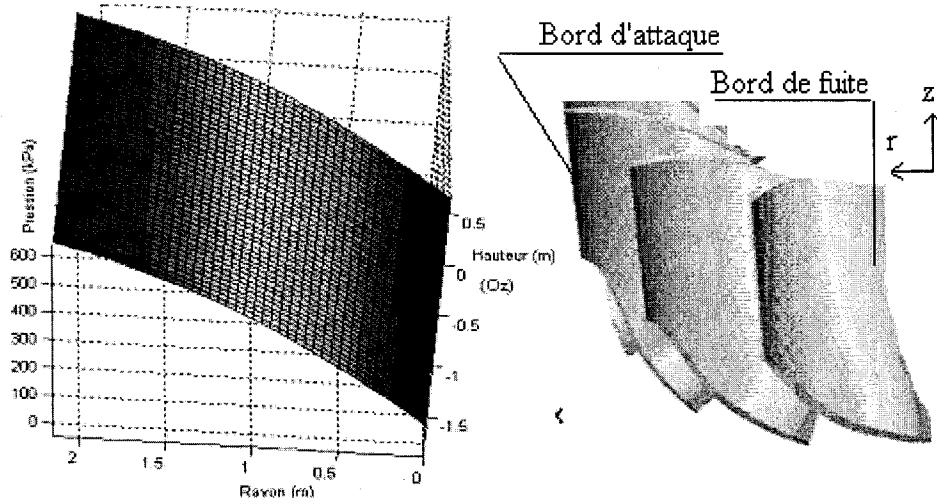


Figure 62 Répartition de la pression sur l'aube

On peut voir facilement que la pression est proportionnelle au rayon, elle atteint ses extrêmes de la même façon que le graphe réel, et finalement c'est l'effet du rayon qui est prépondérant.

7.1.2 Conclusion

D'après l'analyse qualitative de la figure 62 il est clairement démontré que les champs de pression réel et idéalisé montrent les mêmes tendances. Aussi puisque le champ de pression idéalisé est ajusté par le couple appliqué sur l'aube, la pression qu'il montre est tout à fait représentative du champ de pression réel.

7.3 Validation du maillage

Pour valider le maillage, on compare les résultats des contraintes et déplacements fournis par le modèle idéalisé à celle fournies par éléments finis.

Le code utilisé ici pour solutionner le modèle est le BEMECH [14], on applique un chargement sur la face de coupure de l'aube et on compare les résultats obtenus avec le modèle équivalent fait par éléments finis. Le tableau suivant résume le résultat du déplacement maximal obtenu par les deux méthodes. La position de ce déplacement est située dans la face de coupure de l'aube suivant la direction (Oy). (Voir figure 63).

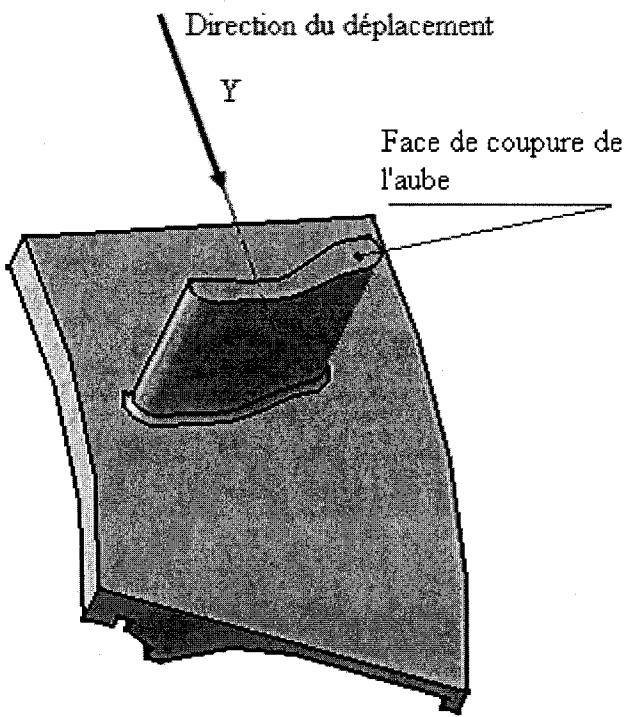


Figure 63 Position et direction du déplacement maximal

Le tableau suivant résume les résultats obtenus pour différents maillages.

Tableau IV
Erreur commise sur le déplacement

	Type d'élément	Nombre de noeuds	Nombre d'éléments	Déplacements (mm)
MEF	tétraédrique	984	3161	0.0358
		5460	21581	0.0478
		11427	47364	0.0578
		25135	110220	0.0643
	tétraédrique	5675	3015	0.0688
		7679	4116	0.0694
		17294	9611	0.0697
MEFr	Quadrilatéral linéaire	790	788	0.0477
		902	900	0.0518
		1014	1012	0.0565
		1350	1348	0.0622
		1966	1964	0.0688
		2246	2244	0.0704

Note : Le modèle proposé ici n'utilise que les éléments linéaires.

7.3.1 Conclusion

Le tableau ci-dessus montre que l'erreur commise sur le déplacement est faible (0.9%). Et on peut voir aussi que le traitement par la MEFr converge rapidement, alors que la MEF nécessite un maillage assez fin pour avoir la même valeur que la MEFr. En suivant l'évolution de la solution on peut dire que la solution exacte tend vers une valeur légèrement supérieure à 0.0704, le traitement par la MEFr permet d'avoir cette valeur avec un maillage de 2246 noeuds et 2244 éléments quadrilatéraux linéaires, alors que

celui par la MEF permet d'avoir une valeur inférieure à celui-ci (0.0694) avec un maillage très fin (17294 noeuds et 9611 éléments tétraédriques quadratiques). Finalement ces résultats montrent bien que le maillage est correct, et que la MEFr nécessite moins d'espace mémoire que celui alloué au traitement par la MEF, elle est aussi plus précise et pourra servir comme référence pour la MEF en terme de justesse de résultat.

7.4 Discussion des résultats finaux

On modélise la turbine dont les caractéristiques sont dans le tableau III, voici d'abord le modèle géométrique correspondant :

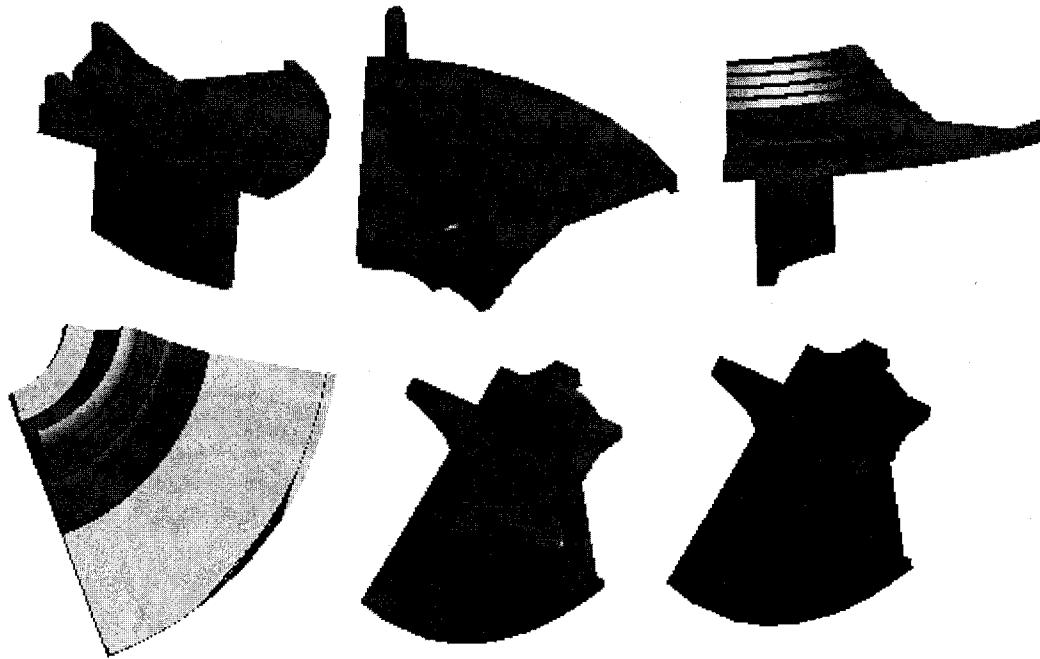


Figure 64 Différentes vues du modèle idéalisé

Ensuite on présente le modèle idéalisé et ses charges au niveau du joint aube plafond.

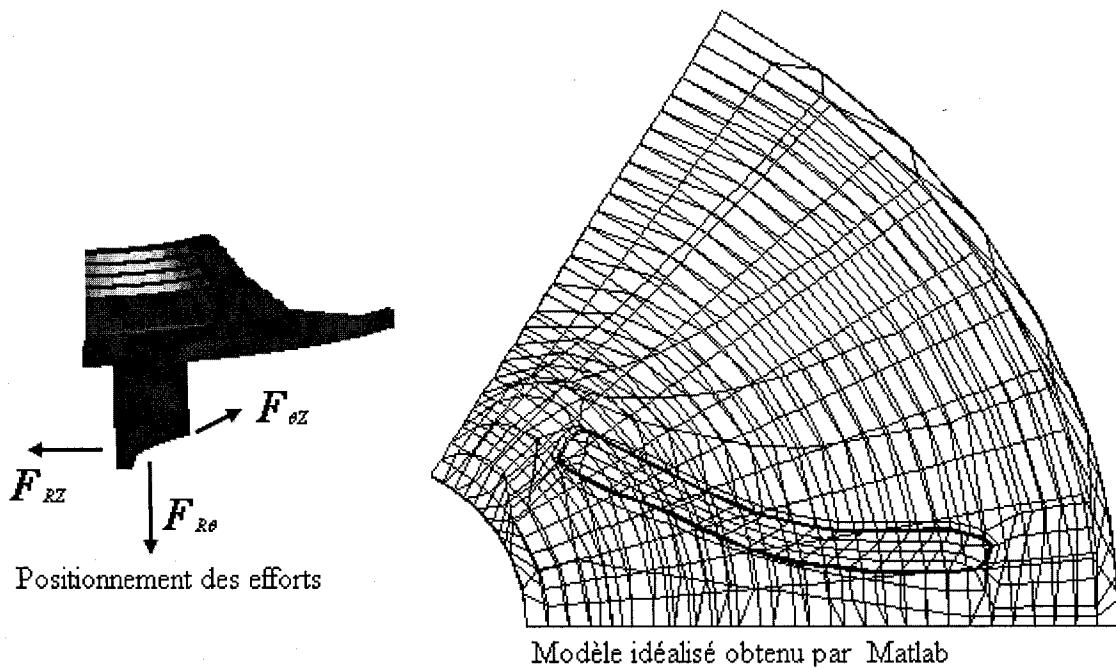


Figure 65 Modèle idéalisé (Profil de l'aube)

Avec le modèle déjà décrit et les conditions aux limites qu'on a précisées (Voir chapitre 4), les conditions de chargement qu'on a utilisé sont celles du tableau 7.1. Le champ de pression utilisé est celui de la figure 60. Voici les valeurs de contraintes qu'on a obtenues avec le code BEMECH [14], les fichiers INPUT et OUTPUT sont joints en annexe.

On présente ici les valeurs obtenues des efforts appliqués sur le modèle maillé :

Tableau V
Valeurs des efforts obtenus

$F_{r\theta}$ (N)	16.329
$F_{\theta z}$ (N)	28.743
F_{rz} (N)	42.052
Section de la face de coupure S_b (mm^2)	38.036

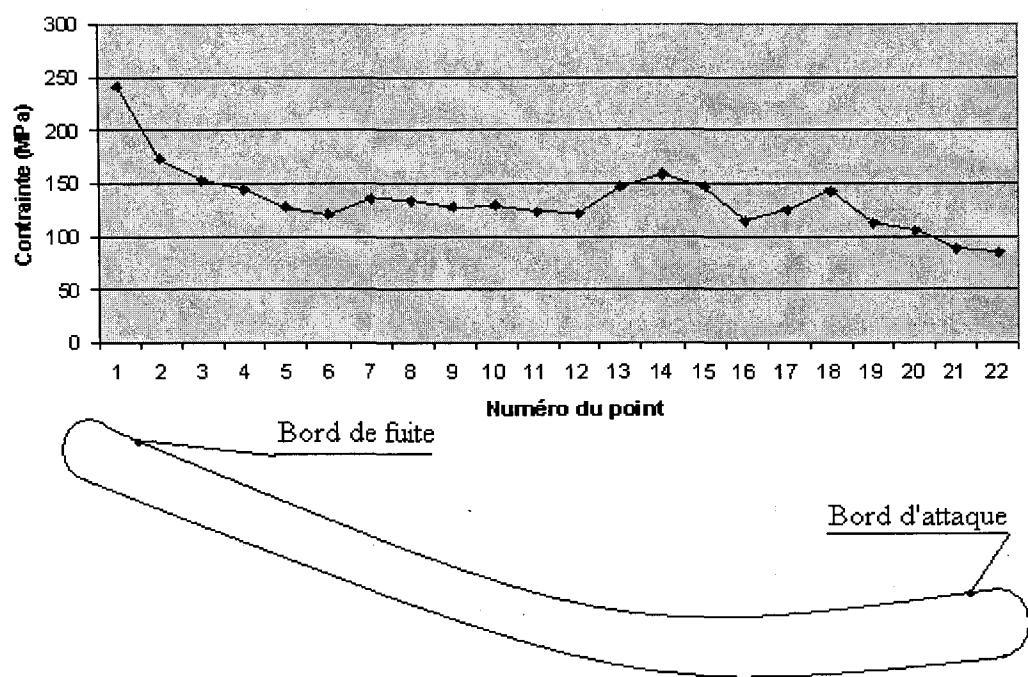


Figure 66 Variation de la contrainte de Von Mises le long du joint aube-plafond

7.4.1 Conclusion

La figure ci-dessus montre que la contrainte dans le joint aube-plafond atteint la valeur maximale dans le bord de fuite, elle est minimale dans le bord d'attaque. La valeur maximale obtenue est de l'ordre de 241 MPa, cette valeur est supérieure à celle obtenue par les ingénieurs de la compagnie Alstom pour la même turbine.

7.4.2 Sources d'erreurs

La méthode avec laquelle les utilisateurs de la MEFr calculent les contraintes, diffère d'un auteur à l'autre. Il y a ceux qui le calcule par rapport à un seul élément [12], il y a d'autres qui le calcule par rapport à tous les éléments qui ont un nœud commun, ensuite prennent la moyenne des valeurs trouvées [14].

De même pour les forces massiques qui ont été négligé, alors qu'elles sont incluses dans les valeurs publiées par Alstom. Il est par ailleurs connu que l'effet de ces forces massiques est de réduire le niveau de la contrainte finale d'où le niveau observé dans le cas actuel.

Finalement la section de l'aube au niveau de sa jonction avec le plafond est générée par des points numériques, ce qui ne peut pas garantir que les deux sections dans les deux modèles (réel et idéalisé) soient les mêmes partout dans les zones de calcul des contraintes, et par conséquence la contrainte peut varier.

Ces paramètres peuvent engendrés des erreurs cumulatives qui peuvent faire la différence. Globalement la plage des contraintes qu'on a trouvée [85-241 MPa] le long du joint aube plafond, englobe les valeurs obtenues par éléments finis et par mesure [182-220 MPa]. Le modèle proposé parce que très rapide, montre donc son efficacité dans la conception.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce travail avait l'objectif de contribuer au développement d'un outil simple, efficace et rapide qui permet d'aider les concepteurs des turbines hydrauliques dans la vérification des contraintes engendrées dans le joint aube plafond, et ceci dans les conditions de service de la turbine.

Ce travail se résume essentiellement dans cinq étapes :

- à partir de la géométrie réelle de la turbine, on extrait le modèle idéalisé;
- maillage surfacique de la géométrie;
- définition des conditions aux limites;
- définition du champ de pression idéalisé et calcul des chargements;
- par la méthode des éléments de frontières on solutionne le problème puis les contraintes sont calculées.

Les simplifications et hypothèses adoptées avaient l'objectif de rendre le modèle plus simple et rapide. Le choix qu'on a fait en ce qui concerne le modèle géométrique, que ce soit dans la division de la structure aubes plafond en des secteurs, ou dans le choix des conditions aux limites (surtout les zones à fixer), sont similaires à celles faites dans l'industrie (Voir [4]).

Le comportement du champ de pression qu'on a préconisé coïncide bien avec d'autres recherches faites par CFD, on peut citer la simulation faite à l'aide de Fluent par Zoran [9], cette simulation confirme bien le choix fait dans le projet actuel.

De même pour le résultat des contraintes obtenues, bien que les valeurs diffèrent légèrement des valeurs obtenues par éléments finis, le comportement le long du joint est similaire au comportement obtenu par la MEF par les ingénieurs en industrie.

Le code de maillage est flexible, il peut traiter différentes formes, comme il donne l'aptitude de raffiner le maillage jusqu'à avoir la précision voulue.

Il faut noter qu'on a négligé les forces massiques, bien qu'elles aient un effet important. En fait les contraintes liées aux forces massiques s'opposent aux contraintes des charges, et par conséquence elles ont un effet de réduction.

Recommandation

Pour améliorer ce travail afin qu'il soit plus précis, on suggère essentiellement de modifier le modèle idéalisé surtout au niveau de la surface de dessous du plafond. Cette surface devrait avoir une courbure comparable à celle du modèle réel.

ANNEXE 1
FICHIER D'ENTRÉE

Ce fichier a été utilisé avec le code décrit dans [14] pour avoir les résultats des contraintes. La description détaillée de ce fichier se trouve dans [14], cependant on présente ici la structure générale de ce fichier.

La première ligne représente les caractéristiques du problème (Nombre de nœuds, nombre d'éléments, nombre de points d'intégration,...). Ensuite il y a le tableau des coordonnées des nœuds suivi des nœuds fixes et du tableau des connectivités. Finalement il y a la description du chargement suivie de certaines caractéristiques mécaniques à savoir le module de Young et le module du cisaillement.

	6	4	1302	1302	1300	0	5	1	0	-7
	-0.00001000		0.00000000	0.00000000	0.00000000		0.00000000			
1	18.500	32.043	0.000			42	9.500	16.454	4.000	
2	18.500	32.043	1.000			43	9.000	15.588	0.000	
3	18.500	32.043	2.000			44	9.000	15.588	1.000	
4	18.000	31.177	0.000			45	9.000	15.588	2.000	
5	18.000	31.177	1.000			46	9.000	15.588	3.000	
6	18.000	31.177	2.000			47	9.000	15.588	4.000	
7	17.500	30.311	0.000			48	9.000	15.588	5.000	
8	17.500	30.311	1.000			49	8.500	14.722	0.000	
9	17.000	29.445	0.000			50	8.500	14.722	1.000	
10	17.000	29.445	1.000			51	8.500	14.722	2.000	
11	16.500	28.579	0.000			52	8.500	14.722	3.000	
12	16.500	28.579	1.000			53	8.500	14.722	4.000	
13	16.000	27.713	0.000			54	8.500	14.722	5.000	
14	16.000	27.713	1.000			55	8.500	14.722	6.000	
15	15.500	26.847	0.000			56	8.000	13.856	0.000	
16	15.500	26.847	1.000			57	8.000	13.856	1.000	
17	15.000	25.981	0.000			58	8.000	13.856	2.000	
18	15.000	25.981	1.000			59	8.000	13.856	3.000	
19	14.500	25.115	0.000			60	8.000	13.856	4.000	
20	14.500	25.115	1.000			61	8.000	13.856	5.000	
21	14.000	24.249	0.000			62	8.000	13.856	6.000	
22	14.000	24.249	1.000			63	8.000	13.856	7.000	
23	13.500	23.383	0.000			64	7.500	12.990	0.000	
24	13.500	23.383	1.000			65	7.500	12.990	1.000	
25	13.000	22.517	0.000			66	7.500	12.990	2.000	
26	13.000	22.517	1.000			67	7.500	12.990	3.000	
27	12.500	21.651	0.000			68	7.500	12.990	4.000	
28	12.500	21.651	1.000			69	7.500	12.990	5.000	
29	12.000	20.785	0.000			70	7.500	12.990	6.000	
30	12.000	20.785	1.000			71	7.500	12.990	7.000	
31	11.167	19.341	0.000			72	7.500	12.990	8.000	
32	11.167	19.341	1.000			73	7.000	12.124	0.000	
33	11.167	19.341	2.000			74	7.000	12.124	1.000	
34	10.333	17.898	0.000			75	7.000	12.124	2.000	
35	10.333	17.898	1.000			76	7.000	12.124	3.000	
36	10.333	17.898	2.000			77	7.000	12.124	4.000	
37	10.333	17.898	3.000			78	7.000	12.124	5.000	
38	9.500	16.454	0.000			79	7.000	12.124	6.000	
39	9.500	16.454	1.000			80	7.000	12.124	7.000	
40	9.500	16.454	2.000			81	7.000	12.124	8.000	
41	9.500	16.454	3.000			82	6.500	11.258	0.000	

83	6.500	11.258	1.000	150	19.000	0.000	1.000
84	6.500	11.258	2.000	151	19.000	0.000	2.000
85	6.500	11.258	3.000	152	19.000	0.000	3.000
86	6.500	11.258	4.000	153	19.000	0.000	4.000
87	6.000	10.392	0.000	154	18.000	0.000	0.000
88	6.000	10.392	1.000	155	18.000	0.000	1.000
89	6.000	10.392	2.000	156	18.000	0.000	2.000
90	6.000	10.392	3.000	157	18.000	0.000	3.000
91	5.500	9.526	0.000	158	18.000	0.000	4.000
92	5.500	9.526	1.000	159	18.000	0.000	5.000
93	5.500	9.526	2.000	160	17.000	0.000	0.000
94	5.500	9.526	3.000	161	17.000	0.000	1.000
95	5.000	8.660	0.000	162	17.000	0.000	2.000
96	5.000	8.660	1.000	163	17.000	0.000	3.000
97	5.000	8.660	2.000	164	17.000	0.000	4.000
98	5.000	8.660	3.000	165	17.000	0.000	5.000
99	4.500	7.794	0.000	166	17.000	0.000	6.000
100	4.500	7.794	1.000	167	16.000	0.000	0.000
101	4.500	7.794	2.000	168	16.000	0.000	1.000
102	4.500	7.794	3.000	169	16.000	0.000	2.000
103	11.683	20.236	1.700	170	16.000	0.000	3.000
104	10.850	18.793	2.700	171	16.000	0.000	4.000
105	10.017	17.349	3.700	172	16.000	0.000	5.000
106	9.350	16.195	4.700	173	16.000	0.000	6.000
107	8.850	15.329	5.700	174	16.000	0.000	7.000
108	8.350	14.463	6.700	175	15.000	0.000	0.000
109	7.850	13.597	7.700	176	15.000	0.000	1.000
110	6.750	11.691	4.700	177	15.000	0.000	2.000
111	6.250	10.825	3.700	178	15.000	0.000	3.000
112	37.000	0.000	0.000	179	15.000	0.000	4.000
113	37.000	0.000	1.000	180	15.000	0.000	5.000
114	37.000	0.000	2.000	181	15.000	0.000	6.000
115	36.000	0.000	0.000	182	15.000	0.000	7.000
116	36.000	0.000	1.000	183	15.000	0.000	8.000
117	36.000	0.000	2.000	184	14.000	0.000	0.000
118	35.000	0.000	0.000	185	14.000	0.000	1.000
119	35.000	0.000	1.000	186	14.000	0.000	2.000
120	34.000	0.000	0.000	187	14.000	0.000	3.000
121	34.000	0.000	1.000	188	14.000	0.000	4.000
122	33.000	0.000	0.000	189	14.000	0.000	5.000
123	33.000	0.000	1.000	190	14.000	0.000	6.000
124	32.000	0.000	0.000	191	14.000	0.000	7.000
125	32.000	0.000	1.000	192	14.000	0.000	8.000
126	31.000	0.000	0.000	193	13.000	0.000	0.000
127	31.000	0.000	1.000	194	13.000	0.000	1.000
128	30.000	0.000	0.000	195	13.000	0.000	2.000
129	30.000	0.000	1.000	196	13.000	0.000	3.000
130	29.000	0.000	0.000	197	13.000	0.000	4.000
131	29.000	0.000	1.000	198	12.000	0.000	0.000
132	28.000	0.000	0.000	199	12.000	0.000	1.000
133	28.000	0.000	1.000	200	12.000	0.000	2.000
134	27.000	0.000	0.000	201	12.000	0.000	3.000
135	27.000	0.000	1.000	202	11.000	0.000	0.000
136	26.000	0.000	0.000	203	11.000	0.000	1.000
137	26.000	0.000	1.000	204	11.000	0.000	2.000
138	25.000	0.000	0.000	205	11.000	0.000	3.000
139	25.000	0.000	1.000	206	10.000	0.000	0.000
140	24.000	0.000	0.000	207	10.000	0.000	1.000
141	24.000	0.000	1.000	208	10.000	0.000	2.000
142	22.333	0.000	0.000	209	10.000	0.000	3.000
143	22.333	0.000	1.000	210	9.000	0.000	0.000
144	22.333	0.000	2.000	211	9.000	0.000	1.000
145	20.667	0.000	0.000	212	9.000	0.000	2.000
146	20.667	0.000	1.000	213	9.000	0.000	3.000
147	20.667	0.000	2.000	214	23.367	0.000	1.700
148	20.667	0.000	3.000	215	21.700	0.000	2.700
149	19.000	0.000	0.000	216	20.033	0.000	3.700

217	18.700	0.000	4.700	284	10.658	14.527	0.000
218	17.700	0.000	5.700	285	12.862	14.020	0.000
219	16.700	0.000	6.700	286	14.695	12.865	0.000
220	15.700	0.000	7.700	287	16.218	11.329	0.000
221	13.500	0.000	4.700	288	17.578	7.366	0.000
222	12.500	0.000	3.700	289	15.715	5.468	0.000
223	5.039	7.457	0.000	290	16.283	2.500	0.000
224	5.552	7.083	0.000	291	11.388	15.229	0.000
225	6.038	6.674	0.000	292	13.804	14.507	0.000
226	6.494	6.231	0.000	293	15.810	13.095	0.000
227	6.917	5.758	0.000	294	17.459	11.271	0.000
228	7.305	5.257	0.000	295	18.895	6.681	0.000
229	7.657	4.730	0.000	296	17.009	4.779	0.000
230	7.970	4.180	0.000	297	17.462	2.308	0.000
231	8.245	3.609	0.000	298	12.114	15.933	0.000
232	8.809	1.844	0.000	299	14.733	14.997	0.000
233	5.805	8.957	0.000	300	16.903	13.331	0.000
234	6.456	8.919	0.000	301	18.665	11.222	0.000
235	7.012	8.706	0.000	302	20.162	6.144	0.000
236	7.507	8.397	0.000	303	18.274	4.153	0.000
237	7.988	8.059	0.000	304	18.634	2.122	0.000
238	8.059	7.340	0.000	305	12.837	16.638	0.000
239	8.140	6.686	0.000	306	15.654	15.489	0.000
240	8.225	6.080	0.000	307	17.979	13.571	0.000
241	8.311	5.510	0.000	308	19.845	11.180	0.000
242	9.547	2.877	0.000	309	21.390	5.828	0.000
243	6.716	10.361	0.000	310	19.515	3.576	0.000
244	7.635	10.548	0.000	311	19.799	1.942	0.000
245	8.379	10.403	0.000	312	13.762	17.606	0.000
246	9.016	10.084	0.000	313	16.687	16.099	0.000
247	9.641	9.726	0.000	314	19.108	13.863	0.000
248	9.465	8.620	0.000	315	21.039	11.162	0.000
249	9.326	7.659	0.000	316	22.587	5.530	0.000
250	9.213	6.810	0.000	317	20.738	3.087	0.000
251	9.120	6.046	0.000	318	20.960	1.766	0.000
252	10.477	3.157	0.000	319	14.689	18.573	0.000
253	7.082	10.927	0.000	320	17.716	16.708	0.000
254	8.228	11.366	0.000	321	20.228	14.155	0.000
255	9.119	11.322	0.000	322	22.217	11.147	0.000
256	9.858	11.026	0.000	323	23.759	5.344	0.000
257	10.943	10.164	0.000	324	21.946	2.841	0.000
258	10.715	9.917	0.000	325	22.117	1.592	0.000
259	10.385	9.128	0.000	326	15.616	19.538	0.000
260	10.688	8.496	0.000	327	18.744	17.315	0.000
261	11.336	7.597	0.000	328	21.340	14.447	0.000
262	11.407	3.438	0.000	329	23.381	11.134	0.000
263	8.414	12.442	0.000	330	24.909	5.339	0.000
264	9.899	12.609	0.000	331	23.141	2.664	0.000
265	11.108	12.249	0.000	332	23.271	1.422	0.000
266	12.131	11.605	0.000	333	16.335	20.242	0.000
267	11.608	10.381	0.000	334	19.645	17.809	0.000
268	12.080	7.254	0.000	335	22.376	14.692	0.000
269	12.666	3.159	0.000	336	24.496	11.104	0.000
270	9.175	13.132	0.000	337	26.041	5.333	0.000
271	10.920	13.067	0.000	338	24.326	2.496	0.000
272	12.361	12.436	0.000	339	24.423	1.253	0.000
273	13.579	11.488	0.000	340	17.053	20.946	0.000
274	14.724	8.957	0.000	341	20.544	18.303	0.000
275	12.993	6.625	0.000	342	23.406	14.939	0.000
276	13.890	2.920	0.000	343	25.599	11.077	0.000
277	9.921	13.827	0.000	344	27.157	5.338	0.000
278	11.903	13.539	0.000	345	25.503	2.356	0.000
279	13.549	12.644	0.000	346	25.572	1.085	0.000
280	14.930	11.399	0.000	347	17.769	21.650	0.000
281	16.196	8.092	0.000	348	21.439	18.798	0.000
282	14.381	6.025	0.000	349	24.429	15.187	0.000
283	15.094	2.703	0.000	350	26.694	11.052	0.000

351	28.373	5.408	0.000	418	22.664	27.047	0.000
352	26.672	2.355	0.000	419	27.111	22.811	0.000
353	26.719	0.919	0.000	420	30.711	17.813	0.000
354	18.485	22.355	0.000	421	33.363	12.244	0.000
355	22.331	19.294	0.000	422	35.014	6.294	0.000
356	25.448	15.436	0.000	423	35.068	4.958	0.000
357	27.780	11.028	0.000	424	35.090	3.630	0.000
358	29.091	5.367	0.000	425	35.077	2.307	0.000
359	27.834	2.347	0.000	426	35.030	0.991	0.000
360	27.865	0.754	0.000	427	35.041	0.496	0.000
361	19.200	23.060	0.000	428	23.214	27.703	0.000
362	23.222	19.789	0.000	429	27.712	23.316	0.000
363	26.463	15.685	0.000	430	31.358	18.188	0.000
364	28.860	11.006	0.000	431	34.049	12.495	0.000
365	29.980	5.138	0.000	432	35.715	6.420	0.000
366	28.991	2.342	0.000	433	35.852	5.069	0.000
367	29.009	0.590	0.000	434	35.947	3.718	0.000
368	19.914	23.765	0.000	435	35.999	2.368	0.000
369	24.110	20.285	0.000	436	36.008	1.019	0.000
370	27.473	15.935	0.000	437	36.019	0.510	0.000
371	29.934	10.985	0.000	438	23.202	28.821	0.000
372	30.730	4.834	0.000	439	27.353	24.916	0.000
373	31.427	4.168	0.000	440	30.856	20.419	0.000
374	31.184	3.208	0.000	441	33.626	15.437	0.000
375	30.912	3.002	0.000	442	35.598	10.090	0.000
376	30.198	2.877	0.000	443	36.073	8.231	0.000
377	30.152	0.427	0.000	444	36.451	6.351	0.000
378	20.464	24.421	0.000	445	36.731	4.454	0.000
379	24.710	20.791	0.000	446	36.912	2.544	0.000
380	28.121	16.310	0.000	447	36.978	1.273	0.000
381	30.620	11.237	0.000	448	11.336	7.928	-0.125
382	32.208	5.790	0.000	449	11.336	8.030	-0.250
383	31.933	4.515	0.000	450	11.336	8.081	-0.375
384	31.661	3.275	0.000	451	11.336	8.097	-2.000
385	31.391	2.065	0.000	452	11.336	8.097	-4.000
386	31.120	0.881	0.000	453	11.336	8.097	-6.000
387	31.130	0.440	0.000	454	11.336	8.097	-8.000
388	21.014	25.078	0.000	455	11.336	8.097	-10.000
389	25.311	21.296	0.000	456	11.336	8.097	-12.000
390	28.768	16.686	0.000	457	12.080	7.585	-0.125
391	31.306	11.489	0.000	458	12.080	7.687	-0.250
392	32.909	5.916	0.000	459	12.080	7.738	-0.375
393	32.717	4.626	0.000	460	12.080	7.754	-2.000
394	32.519	3.364	0.000	461	12.080	7.754	-4.000
395	32.312	2.125	0.000	462	12.080	7.754	-6.000
396	32.098	0.908	0.000	463	12.080	7.754	-8.000
397	32.108	0.454	0.000	464	12.080	7.754	-10.000
398	21.564	25.734	0.000	465	12.080	7.754	-12.000
399	25.911	21.801	0.000	466	12.993	6.956	-0.125
400	29.416	17.062	0.000	467	12.993	7.058	-0.250
401	31.991	11.740	0.000	468	12.993	7.109	-0.375
402	33.611	6.042	0.000	469	12.993	7.125	-2.000
403	33.501	4.737	0.000	470	12.993	7.125	-4.000
404	33.376	3.452	0.000	471	12.993	7.125	-6.000
405	33.234	2.186	0.000	472	12.993	7.125	-8.000
406	33.075	0.936	0.000	473	12.993	7.125	-10.000
407	33.085	0.468	0.000	474	12.993	7.125	-12.000
408	22.114	26.390	0.000	475	14.381	6.356	-0.125
409	26.511	22.306	0.000	476	14.381	6.458	-0.250
410	30.063	17.437	0.000	477	14.381	6.509	-0.375
411	32.677	11.992	0.000	478	14.381	6.525	-2.000
412	34.312	6.168	0.000	479	14.381	6.525	-4.000
413	34.285	4.848	0.000	480	14.381	6.525	-6.000
414	34.233	3.541	0.000	481	14.381	6.525	-8.000
415	34.156	2.247	0.000	482	14.381	6.525	-10.000
416	34.053	0.964	0.000	483	14.381	6.525	-12.000
417	34.063	0.482	0.000	484	15.715	5.798	-0.125

485	15.715	5.901	-0.250	552	24.326	2.996	-6.000
486	15.715	5.952	-0.375	553	24.326	2.996	-8.000
487	15.715	5.968	-2.000	554	24.326	2.996	-10.000
488	15.715	5.968	-4.000	555	24.326	2.996	-12.000
489	15.715	5.968	-6.000	556	25.503	2.687	-0.125
490	15.715	5.968	-8.000	557	25.503	2.789	-0.250
491	15.715	5.968	-10.000	558	25.503	2.840	-0.375
492	15.715	5.968	-12.000	559	25.503	2.856	-2.000
493	17.009	5.110	-0.125	560	25.503	2.856	-4.000
494	17.009	5.212	-0.250	561	25.503	2.856	-6.000
495	17.009	5.263	-0.375	562	25.503	2.856	-8.000
496	17.009	5.279	-2.000	563	25.503	2.856	-10.000
497	17.009	5.279	-4.000	564	25.503	2.856	-12.000
498	17.009	5.279	-6.000	565	26.672	2.686	-0.125
499	17.009	5.279	-8.000	566	26.672	2.788	-0.250
500	17.009	5.279	-10.000	567	26.672	2.839	-0.375
501	17.009	5.279	-12.000	568	26.672	2.855	-2.000
502	18.274	4.483	-0.125	569	26.672	2.855	-4.000
503	18.274	4.586	-0.250	570	26.672	2.855	-6.000
504	18.274	4.637	-0.375	571	26.672	2.855	-8.000
505	18.274	4.653	-2.000	572	26.672	2.855	-10.000
506	18.274	4.653	-4.000	573	26.672	2.855	-12.000
507	18.274	4.653	-6.000	574	27.834	2.678	-0.125
508	18.274	4.653	-8.000	575	27.834	2.780	-0.250
509	18.274	4.653	-10.000	576	27.834	2.831	-0.375
510	18.274	4.653	-12.000	577	27.834	2.847	-2.000
511	19.515	3.906	-0.125	578	27.834	2.847	-4.000
512	19.515	4.009	-0.250	579	27.834	2.847	-6.000
513	19.515	4.060	-0.375	580	27.834	2.847	-8.000
514	19.515	4.076	-2.000	581	27.834	2.847	-10.000
515	19.515	4.076	-4.000	582	27.834	2.847	-12.000
516	19.515	4.076	-6.000	583	28.991	2.673	-0.125
517	19.515	4.076	-8.000	584	28.991	2.775	-0.250
518	19.515	4.076	-10.000	585	28.991	2.826	-0.375
519	19.515	4.076	-12.000	586	28.991	2.842	-2.000
520	20.738	3.417	-0.125	587	28.991	2.842	-4.000
521	20.738	3.520	-0.250	588	28.991	2.842	-6.000
522	20.738	3.571	-0.375	589	28.991	2.842	-8.000
523	20.738	3.587	-2.000	590	28.991	2.842	-10.000
524	20.738	3.587	-4.000	591	28.991	2.842	-12.000
525	20.738	3.587	-6.000	592	29.871	2.928	-0.125
526	20.738	3.587	-8.000	593	29.770	2.944	-0.250
527	20.738	3.587	-10.000	594	29.720	2.952	-0.375
528	20.738	3.587	-12.000	595	29.704	2.955	-2.000
529	21.946	3.172	-0.125	596	29.704	2.955	-4.000
530	21.946	3.274	-0.250	597	29.704	2.955	-6.000
531	21.946	3.325	-0.375	598	29.704	2.955	-8.000
532	21.946	3.341	-2.000	599	29.704	2.955	-10.000
533	21.946	3.341	-4.000	600	29.704	2.955	-12.000
534	21.946	3.341	-6.000	601	30.585	3.046	-0.125
535	21.946	3.341	-8.000	602	30.483	3.060	-0.250
536	21.946	3.341	-10.000	603	30.433	3.067	-0.375
537	21.946	3.341	-12.000	604	30.417	3.069	-2.000
538	23.141	2.995	-0.125	605	30.417	3.069	-4.000
539	23.141	3.097	-0.250	606	30.417	3.069	-6.000
540	23.141	3.148	-0.375	607	30.417	3.069	-8.000
541	23.141	3.164	-2.000	608	30.417	3.069	-10.000
542	23.141	3.164	-4.000	609	30.417	3.069	-12.000
543	23.141	3.164	-6.000	610	30.855	3.245	-0.125
544	23.141	3.164	-8.000	611	30.753	3.257	-0.250
545	23.141	3.164	-10.000	612	30.703	3.263	-0.375
546	23.141	3.164	-12.000	613	30.687	3.265	-2.000
547	24.326	2.827	-0.125	614	30.687	3.265	-4.000
548	24.326	2.929	-0.250	615	30.687	3.265	-6.000
549	24.326	2.981	-0.375	616	30.687	3.265	-8.000
550	24.326	2.996	-2.000	617	30.687	3.265	-10.000
551	24.326	2.996	-4.000	618	30.687	3.265	-12.000

619	31.096	4.178	-0.125	686	24.909	4.839	-4.000
620	30.994	4.182	-0.250	687	24.909	4.839	-6.000
621	30.943	4.183	-0.375	688	24.909	4.839	-8.000
622	30.927	4.184	-2.000	689	24.909	4.839	-10.000
623	30.927	4.184	-4.000	690	24.909	4.839	-12.000
624	30.927	4.184	-6.000	691	23.759	5.013	-0.125
625	30.927	4.184	-8.000	692	23.759	4.911	-0.250
626	30.927	4.184	-10.000	693	23.759	4.859	-0.375
627	30.927	4.184	-12.000	694	23.759	4.844	-2.000
628	30.730	4.503	-0.125	695	23.759	4.844	-4.000
629	30.730	4.401	-0.250	696	23.759	4.844	-6.000
630	30.730	4.350	-0.375	697	23.759	4.844	-8.000
631	30.730	4.334	-2.000	698	23.759	4.844	-10.000
632	30.730	4.334	-4.000	699	23.759	4.844	-12.000
633	30.730	4.334	-6.000	700	22.587	5.199	-0.125
634	30.730	4.334	-8.000	701	22.587	5.097	-0.250
635	30.730	4.334	-10.000	702	22.587	5.046	-0.375
636	30.730	4.334	-12.000	703	22.587	5.030	-2.000
637	29.980	4.807	-0.125	704	22.587	5.030	-4.000
638	29.980	4.705	-0.250	705	22.587	5.030	-6.000
639	29.980	4.654	-0.375	706	22.587	5.030	-8.000
640	29.980	4.638	-2.000	707	22.587	5.030	-10.000
641	29.980	4.638	-4.000	708	22.587	5.030	-12.000
642	29.980	4.638	-6.000	709	21.390	5.497	-0.125
643	29.980	4.638	-8.000	710	21.390	5.395	-0.250
644	29.980	4.638	-10.000	711	21.390	5.344	-0.375
645	29.980	4.638	-12.000	712	21.390	5.328	-2.000
646	29.091	5.036	-0.125	713	21.390	5.328	-4.000
647	29.091	4.934	-0.250	714	21.390	5.328	-6.000
648	29.091	4.883	-0.375	715	21.390	5.328	-8.000
649	29.091	4.867	-2.000	716	21.390	5.328	-10.000
650	29.091	4.867	-4.000	717	21.390	5.328	-12.000
651	29.091	4.867	-6.000	718	20.162	5.813	-0.125
652	29.091	4.867	-8.000	719	20.162	5.711	-0.250
653	29.091	4.867	-10.000	720	20.162	5.660	-0.375
654	29.091	4.867	-12.000	721	20.162	5.644	-2.000
655	28.373	5.077	-0.125	722	20.162	5.644	-4.000
656	28.373	4.975	-0.250	723	20.162	5.644	-6.000
657	28.373	4.923	-0.375	724	20.162	5.644	-8.000
658	28.373	4.908	-2.000	725	20.162	5.644	-10.000
659	28.373	4.908	-4.000	726	20.162	5.644	-12.000
660	28.373	4.908	-6.000	727	18.895	6.350	-0.125
661	28.373	4.908	-8.000	728	18.895	6.248	-0.250
662	28.373	4.908	-10.000	729	18.895	6.197	-0.375
663	28.373	4.908	-12.000	730	18.895	6.181	-2.000
664	27.157	5.007	-0.125	731	18.895	6.181	-4.000
665	27.157	4.905	-0.250	732	18.895	6.181	-6.000
666	27.157	4.854	-0.375	733	18.895	6.181	-8.000
667	27.157	4.838	-2.000	734	18.895	6.181	-10.000
668	27.157	4.838	-4.000	735	18.895	6.181	-12.000
669	27.157	4.838	-6.000	736	17.578	7.035	-0.125
670	27.157	4.838	-8.000	737	17.578	6.933	-0.250
671	27.157	4.838	-10.000	738	17.578	6.882	-0.375
672	27.157	4.838	-12.000	739	17.578	6.866	-2.000
673	26.041	5.002	-0.125	740	17.578	6.866	-4.000
674	26.041	4.900	-0.250	741	17.578	6.866	-6.000
675	26.041	4.849	-0.375	742	17.578	6.866	-8.000
676	26.041	4.833	-2.000	743	17.578	6.866	-10.000
677	26.041	4.833	-4.000	744	17.578	6.866	-12.000
678	26.041	4.833	-6.000	745	16.196	7.761	-0.125
679	26.041	4.833	-8.000	746	16.196	7.659	-0.250
680	26.041	4.833	-10.000	747	16.196	7.608	-0.375
681	26.041	4.833	-12.000	748	16.196	7.592	-2.000
682	24.909	5.008	-0.125	749	16.196	7.592	-4.000
683	24.909	4.906	-0.250	750	16.196	7.592	-6.000
684	24.909	4.855	-0.375	751	16.196	7.592	-8.000
685	24.909	4.839	-2.000	752	16.196	7.592	-10.000

753	16.196	7.592	-12.000	820	24.767	3.434	-12.000
754	14.724	8.627	-0.125	821	25.200	3.887	-12.000
755	14.724	8.524	-0.250	822	25.625	4.353	-12.000
756	14.724	8.473	-0.375	823	23.594	3.563	-12.000
757	14.724	8.457	-2.000	824	24.039	3.975	-12.000
758	14.724	8.457	-4.000	825	24.478	4.401	-12.000
759	14.724	8.457	-6.000	826	22.408	3.699	-12.000
760	14.724	8.457	-8.000	827	22.864	4.068	-12.000
761	14.724	8.457	-10.000	828	23.314	4.450	-12.000
762	14.724	8.457	-12.000	829	21.209	3.930	-12.000
763	11.875	10.185	-0.125	830	21.674	4.285	-12.000
764	11.957	10.124	-0.250	831	22.133	4.651	-12.000
765	11.998	10.094	-0.375	832	19.990	4.375	-12.000
766	12.011	10.085	-2.000	833	20.461	4.683	-12.000
767	12.011	10.085	-4.000	834	20.928	5.001	-12.000
768	12.011	10.085	-6.000	835	18.749	4.892	-12.000
769	12.011	10.085	-8.000	836	19.223	5.137	-12.000
770	12.011	10.085	-10.000	837	19.694	5.387	-12.000
771	12.011	10.085	-12.000	838	17.483	5.499	-12.000
772	11.220	9.983	-0.125	839	17.955	5.723	-12.000
773	11.305	9.927	-0.250	840	18.426	5.950	-12.000
774	11.348	9.899	-0.375	841	16.182	6.189	-12.000
775	11.361	9.890	-2.000	842	16.649	6.412	-12.000
776	11.361	9.890	-4.000	843	17.114	6.638	-12.000
777	11.361	9.890	-6.000	844	14.837	6.788	-12.000
778	11.361	9.890	-8.000	845	15.292	7.053	-12.000
779	11.361	9.890	-10.000	846	15.745	7.321	-12.000
780	11.361	9.890	-12.000	847	13.430	7.452	-12.000
781	10.997	9.745	-0.125	848	13.864	7.782	-12.000
782	11.084	9.691	-0.250	849	14.295	8.118	-12.000
783	11.128	9.665	-0.375	850	12.100	8.324	-12.000
784	11.142	9.656	-2.000	851	12.095	8.903	-12.000
785	11.142	9.656	-4.000	852	12.066	9.490	-12.000
786	11.142	9.656	-6.000	853	23.060	28.935	1.000
787	11.142	9.656	-8.000	854	27.107	25.183	1.000
788	11.142	9.656	-10.000	855	30.551	20.872	1.000
789	11.142	9.656	-12.000	856	33.316	16.096	1.000
790	10.681	8.979	-0.125	857	35.339	10.962	1.000
791	10.772	8.934	-0.250	858	35.892	8.986	1.000
792	10.818	8.911	-0.375	859	36.335	6.983	1.000
793	10.832	8.904	-2.000	860	36.666	4.958	1.000
794	10.832	8.904	-4.000	861	36.885	2.918	1.000
795	10.832	8.904	-6.000	862	36.971	1.460	1.000
796	10.832	8.904	-8.000	863	22.917	29.048	2.000
797	10.832	8.904	-10.000	864	26.858	25.449	2.000
798	10.832	8.904	-12.000	865	30.240	21.320	2.000
799	10.990	8.361	-0.125	866	32.993	16.748	2.000
800	11.084	8.319	-0.250	867	35.059	11.827	2.000
801	11.130	8.298	-0.375	868	35.696	9.737	2.000
802	11.145	8.292	-2.000	869	36.208	7.612	2.000
803	11.145	8.292	-4.000	870	36.595	5.462	2.000
804	11.145	8.292	-6.000	871	36.853	3.292	2.000
805	11.145	8.292	-8.000	872	36.963	1.647	2.000
806	11.145	8.292	-10.000	873	20.882	29.325	2.000
807	11.145	8.292	-12.000	874	23.575	27.207	2.000
808	29.248	3.280	-12.000	875	26.054	24.843	2.000
809	29.499	3.725	-12.000	876	28.298	22.254	2.000
810	29.743	4.178	-12.000	877	30.285	19.463	2.000
811	28.161	3.335	-12.000	878	31.998	16.496	2.000
812	28.480	3.835	-12.000	879	33.421	13.380	2.000
813	28.790	4.345	-12.000	880	34.542	10.142	2.000
814	27.111	3.346	-12.000	881	35.349	6.813	2.000
815	27.541	3.852	-12.000	882	35.837	3.422	2.000
816	27.962	4.372	-12.000	883	20.882	29.325	1.000
817	25.930	3.330	-12.000	884	23.575	27.207	1.000
818	26.348	3.818	-12.000	885	26.054	24.843	1.000
819	26.758	4.321	-12.000	886	28.298	22.254	1.000

887	30.285	19.463	1.000	954	19.646	22.672	1.000
888	31.998	16.496	1.000	955	21.712	20.702	1.000
889	33.421	13.380	1.000	956	23.582	18.545	1.000
890	34.542	10.142	1.000	957	25.238	16.219	1.000
891	35.349	6.813	1.000	958	26.665	13.747	1.000
892	35.837	3.422	1.000	959	27.851	11.150	1.000
893	13.921	19.550	1.000	960	28.785	8.452	1.000
894	15.717	18.138	1.000	961	29.458	5.678	1.000
895	17.370	16.562	1.000	962	29.864	2.852	1.000
896	18.865	14.836	1.000	963	17.982	25.252	1.000
897	20.190	12.975	1.000	964	20.301	23.428	1.000
898	21.332	10.997	1.000	965	22.436	21.392	1.000
899	22.281	8.920	1.000	966	24.368	19.163	1.000
900	23.028	6.762	1.000	967	26.079	16.760	1.000
901	23.566	4.542	1.000	968	27.554	14.205	1.000
902	23.891	2.281	1.000	969	28.779	11.522	1.000
903	14.501	20.364	1.000	970	29.744	8.734	1.000
904	16.372	18.894	1.000	971	30.440	5.867	1.000
905	18.093	17.252	1.000	972	30.860	2.947	1.000
906	19.651	15.454	1.000	973	18.562	26.066	1.000
907	21.031	13.516	1.000	974	20.956	24.184	1.000
908	22.221	11.456	1.000	975	23.159	22.083	1.000
909	23.209	9.292	1.000	976	25.154	19.781	1.000
910	23.987	7.043	1.000	977	26.920	17.301	1.000
911	24.548	4.731	1.000	978	28.443	14.663	1.000
912	24.887	2.376	1.000	979	29.708	11.893	1.000
913	15.081	21.179	1.000	980	30.704	9.015	1.000
914	17.026	19.649	1.000	981	31.422	6.056	1.000
915	18.817	17.942	1.000	982	31.855	3.042	1.000
916	20.437	16.072	1.000	983	19.142	26.881	1.000
917	21.873	14.057	1.000	984	21.610	24.940	1.000
918	23.110	11.914	1.000	985	23.883	22.773	1.000
919	24.138	9.663	1.000	986	25.940	20.399	1.000
920	24.947	7.325	1.000	987	27.761	17.841	1.000
921	25.530	4.921	1.000	988	29.332	15.121	1.000
922	25.882	2.471	1.000	989	30.636	12.265	1.000
923	15.662	21.994	1.000	990	31.663	9.297	1.000
924	17.681	20.405	1.000	991	32.404	6.245	1.000
925	19.541	18.632	1.000	992	32.851	3.137	1.000
926	21.223	16.690	1.000	993	19.722	27.696	1.000
927	22.714	14.597	1.000	994	22.265	25.695	1.000
928	23.999	12.372	1.000	995	24.607	23.463	1.000
929	25.066	10.035	1.000	996	26.726	21.017	1.000
930	25.906	7.607	1.000	997	28.603	18.382	1.000
931	26.512	5.110	1.000	998	30.220	15.580	1.000
932	26.878	2.567	1.000	999	31.565	12.637	1.000
933	16.242	22.808	1.000	1000	32.623	9.579	1.000
934	18.336	21.161	1.000	1001	33.386	6.435	1.000
935	20.265	19.322	1.000	1002	33.846	3.232	1.000
936	22.009	17.308	1.000	1003	20.302	28.510	1.000
937	23.555	15.138	1.000	1004	22.920	26.451	1.000
938	24.887	12.830	1.000	1005	25.331	24.153	1.000
939	25.994	10.407	1.000	1006	27.512	21.636	1.000
940	26.866	7.889	1.000	1007	29.444	18.922	1.000
941	27.494	5.299	1.000	1008	31.109	16.038	1.000
942	27.873	2.662	1.000	1009	32.493	13.008	1.000
943	16.822	23.623	1.000	1010	33.582	9.861	1.000
944	18.991	21.917	1.000	1011	34.368	6.624	1.000
945	20.988	20.012	1.000	1012	34.842	3.327	1.000
946	22.796	17.927	1.000	1013	11.021	15.477	4.000
947	24.396	15.679	1.000	1014	12.442	14.359	4.000
948	25.776	13.289	1.000	1015	13.751	13.112	4.000
949	26.923	10.778	1.000	1016	14.935	11.745	4.000
950	27.825	8.170	1.000	1017	15.984	10.272	4.000
951	28.476	5.488	1.000	1018	16.888	8.706	4.000
952	28.869	2.757	1.000	1019	17.639	7.062	4.000
953	17.402	24.437	1.000	1020	18.230	5.353	4.000

1021	18.657	3.596	4.000	1088	13.955	7.194	7.700
1022	18.914	1.806	4.000	1089	14.575	5.835	7.700
1023	11.620	16.319	3.700	1090	15.064	4.423	7.700
1024	13.119	15.140	3.700	1091	15.416	2.971	7.700
1025	14.499	13.825	3.700	1092	15.629	1.492	7.700
1026	15.747	12.384	3.700	1093	9.281	13.033	7.000
1027	16.853	10.831	3.700	1094	10.478	12.092	7.000
1028	17.806	9.180	3.700	1095	11.580	11.041	7.000
1029	18.598	7.446	3.700	1096	12.577	9.891	7.000
1030	19.222	5.644	3.700	1097	13.460	8.650	7.000
1031	19.671	3.791	3.700	1098	14.221	7.332	7.000
1032	19.943	1.904	3.700	1099	14.854	5.947	7.000
1033	11.988	16.835	3.000	1100	15.352	4.508	7.000
1034	13.534	15.619	3.000	1101	15.711	3.028	7.000
1035	14.957	14.262	3.000	1102	15.928	1.521	7.000
1036	16.245	12.775	3.000	1103	9.687	13.603	6.700
1037	17.386	11.173	3.000	1104	10.936	12.621	6.700
1038	18.369	9.470	3.000	1105	12.086	11.524	6.700
1039	19.186	7.681	3.000	1106	13.127	10.323	6.700
1040	19.830	5.822	3.000	1107	14.049	9.029	6.700
1041	20.293	3.911	3.000	1108	14.844	7.652	6.700
1042	20.573	1.964	3.000	1109	15.504	6.207	6.700
1043	12.587	17.676	2.700	1110	16.024	4.705	6.700
1044	14.210	16.400	2.700	1111	16.398	3.160	6.700
1045	15.705	14.975	2.700	1112	16.624	1.587	6.700
1046	17.057	13.414	2.700	1113	9.861	13.848	6.000
1047	18.255	11.732	2.700	1114	11.133	12.848	6.000
1048	19.288	9.944	2.700	1115	12.303	11.731	6.000
1049	20.146	8.065	2.700	1116	13.363	10.509	6.000
1050	20.821	6.114	2.700	1117	14.301	9.191	6.000
1051	21.308	4.107	2.700	1118	15.110	7.790	6.000
1052	21.602	2.063	2.700	1119	15.782	6.318	6.000
1053	12.955	18.192	2.000	1120	16.311	4.789	6.000
1054	14.625	16.878	2.000	1121	16.693	3.217	6.000
1055	16.163	15.412	2.000	1122	16.923	1.616	6.000
1056	17.555	13.806	2.000	1123	10.267	14.418	5.700
1057	18.788	12.074	2.000	1124	11.591	13.377	5.700
1058	19.851	10.234	2.000	1125	12.810	12.214	5.700
1059	20.734	8.300	2.000	1126	13.913	10.941	5.700
1060	21.429	6.292	2.000	1127	14.890	9.569	5.700
1061	21.930	4.227	2.000	1128	15.732	8.111	5.700
1062	22.232	2.123	2.000	1129	16.432	6.578	5.700
1063	13.554	19.034	1.700	1130	16.983	4.987	5.700
1064	15.302	17.659	1.700	1131	17.380	3.350	5.700
1065	16.911	16.125	1.700	1132	17.620	1.682	5.700
1066	18.367	14.444	1.700	1133	10.441	14.662	5.000
1067	19.657	12.633	1.700	1134	11.787	13.603	5.000
1068	20.769	10.707	1.700	1135	13.027	12.421	5.000
1069	21.693	8.685	1.700	1136	14.149	11.127	5.000
1070	22.420	6.583	1.700	1137	15.143	9.732	5.000
1071	22.944	4.422	1.700	1138	15.999	8.248	5.000
1072	23.261	2.221	1.700	1139	16.711	6.690	5.000
1073	8.701	12.219	8.000	1140	17.271	5.071	5.000
1074	9.823	11.336	8.000	1141	17.675	3.407	5.000
1075	10.856	10.351	8.000	1142	17.918	1.711	5.000
1076	11.791	9.272	8.000	1143	10.847	15.233	4.700
1077	12.619	8.110	8.000	1144	12.246	14.133	4.700
1078	13.333	6.873	8.000	1145	13.534	12.904	4.700
1079	13.926	5.575	8.000	1146	14.699	11.560	4.700
1080	14.392	4.226	8.000	1147	15.731	10.110	4.700
1081	14.729	2.839	8.000	1148	16.621	8.569	4.700
1082	14.932	1.426	8.000	1149	17.360	6.950	4.700
1083	9.107	12.789	7.700	1150	17.943	5.268	4.700
1084	10.281	11.865	7.700	1151	18.362	3.539	4.700
1085	11.363	10.834	7.700	1152	18.615	1.778	4.700
1086	12.341	9.705	7.700	1153	8.121	11.404	8.000
1087	13.208	8.488	7.700	1154	9.168	10.580	8.000

1155	10.132	9.661	8.000	1222	12.941	1.236	4.000
1156	11.005	8.654	8.000	1223	7.831	10.997	4.700
1157	11.778	7.569	8.000	1224	8.841	10.203	4.700
1158	12.444	6.415	8.000	1225	9.770	9.316	4.700
1159	12.997	5.203	8.000	1226	10.612	8.345	4.700
1160	13.433	3.944	8.000	1227	11.357	7.299	4.700
1161	13.747	2.650	8.000	1228	11.999	6.186	4.700
1162	13.937	1.331	8.000	1229	12.533	5.017	4.700
1163	8.121	11.404	5.000	1230	12.953	3.803	4.700
1164	9.168	10.580	5.000	1231	13.256	2.555	4.700
1165	10.132	9.661	5.000	1232	13.439	1.283	4.700
1166	11.005	8.654	5.000	1233	6.961	9.775	2.000
1167	11.778	7.569	5.000	1234	7.858	9.069	2.000
1168	12.444	6.415	5.000	1235	8.685	8.281	2.000
1169	12.997	5.203	5.000	1236	9.433	7.418	2.000
1170	13.433	3.944	5.000	1237	10.095	6.488	2.000
1171	13.747	2.650	5.000	1238	10.666	5.499	2.000
1172	13.937	1.331	5.000	1239	11.140	4.460	2.000
1173	8.121	11.404	6.000	1240	11.514	3.381	2.000
1174	9.168	10.580	6.000	1241	11.783	2.271	2.000
1175	10.132	9.661	6.000	1242	11.946	1.141	2.000
1176	11.005	8.654	6.000	1243	6.381	8.960	2.000
1177	11.778	7.569	6.000	1244	7.203	8.313	2.000
1178	12.444	6.415	6.000	1245	7.961	7.591	2.000
1179	12.997	5.203	6.000	1246	8.647	6.800	2.000
1180	13.433	3.944	6.000	1247	9.254	5.947	2.000
1181	13.747	2.650	6.000	1248	9.777	5.040	2.000
1182	13.937	1.331	6.000	1249	10.212	4.088	2.000
1183	8.121	11.404	7.000	1250	10.554	3.099	2.000
1184	9.168	10.580	7.000	1251	10.801	2.082	2.000
1185	10.132	9.661	7.000	1252	10.950	1.046	2.000
1186	11.005	8.654	7.000	1253	6.381	8.960	3.000
1187	11.778	7.569	7.000	1254	7.203	8.313	3.000
1188	12.444	6.415	7.000	1255	7.961	7.591	3.000
1189	12.997	5.203	7.000	1256	8.647	6.800	3.000
1190	13.433	3.944	7.000	1257	9.254	5.947	3.000
1191	13.747	2.650	7.000	1258	9.777	5.040	3.000
1192	13.937	1.331	7.000	1259	10.212	4.088	3.000
1193	6.961	9.775	3.000	1260	10.554	3.099	3.000
1194	7.858	9.069	3.000	1261	10.801	2.082	3.000
1195	8.685	8.281	3.000	1262	10.950	1.046	3.000
1196	9.433	7.418	3.000	1263	5.069	7.437	3.000
1197	10.095	6.488	3.000	1264	5.610	7.038	3.000
1198	10.666	5.499	3.000	1265	6.120	6.599	3.000
1199	11.140	4.460	3.000	1266	6.595	6.124	3.000
1200	11.514	3.381	3.000	1267	7.034	5.615	3.000
1201	11.783	2.271	3.000	1268	7.432	5.075	3.000
1202	11.946	1.141	3.000	1269	7.790	4.508	3.000
1203	7.251	10.182	3.700	1270	8.104	3.915	3.000
1204	8.186	9.447	3.700	1271	8.373	3.301	3.000
1205	9.047	8.626	3.700	1272	8.842	1.680	3.000
1206	9.826	7.727	3.700	1273	5.801	8.146	3.000
1207	10.516	6.758	3.700	1274	6.549	7.557	3.000
1208	11.110	5.728	3.700	1275	7.237	6.901	3.000
1209	11.605	4.646	3.700	1276	7.861	6.182	3.000
1210	11.994	3.522	3.700	1277	8.413	5.406	3.000
1211	12.274	2.366	3.700	1278	8.888	4.582	3.000
1212	12.443	1.188	3.700	1279	9.284	3.717	3.000
1213	7.541	10.589	4.000	1280	9.595	2.817	3.000
1214	8.513	9.825	4.000	1281	9.819	1.893	3.000
1215	9.409	8.971	4.000	1282	9.955	0.951	3.000
1216	10.219	8.036	4.000	1283	5.028	7.464	1.000
1217	10.936	7.028	4.000	1284	5.533	7.098	1.000
1218	11.555	5.957	4.000	1285	6.011	6.699	1.000
1219	12.069	4.832	4.000	1286	6.460	6.267	1.000
1220	12.473	3.663	4.000	1287	6.878	5.805	1.000
1221	12.765	2.460	4.000	1288	7.262	5.317	1.000

1289	7.611	4.803	1.000		28	42	47	48	106	0	111
1290	7.924	4.267	1.000		29	43	49	50	44	0	111
1291	8.200	3.710	1.000		30	44	50	51	45	0	111
1292	8.798	1.898	1.000		31	45	51	52	46	0	111
1293	5.018	7.471	2.000		32	46	52	53	47	0	111
1294	5.513	7.114	2.000		33	47	53	54	48	0	111
1295	5.983	6.723	2.000		34	48	54	55	107	0	111
1296	6.425	6.302	2.000		35	49	56	57	50	0	111
1297	6.838	5.852	2.000		36	50	57	58	51	0	111
1298	7.218	5.376	2.000		37	51	58	59	52	0	111
1299	7.565	4.876	2.000		38	52	59	60	53	0	111
1300	7.877	4.354	2.000		39	53	60	61	54	0	111
1301	8.153	3.811	2.000		40	54	61	62	55	0	111
1302	8.786	1.952	2.000		41	55	62	63	108	0	111
24					42	56	64	65	57	0	111
72	1	111			43	57	65	66	58	0	111
81	1	111			44	58	66	67	59	0	111
183	1	111			45	59	67	68	60	0	111
192	1	111			46	60	68	69	61	0	111
1073	1	111			47	61	69	70	62	0	111
1074	1	111			48	62	70	71	63	0	111
1075	1	111			49	63	71	72	109	0	111
1076	1	111			50	64	73	74	65	0	111
1077	1	111			51	65	74	75	66	0	111
1078	1	111			52	66	75	76	67	0	111
1079	1	111			53	67	76	77	68	0	111
1080	1	111			54	68	77	78	69	0	111
1081	1	111			55	69	78	79	70	0	111
1082	1	111			56	70	79	80	71	0	111
1153	1	111			57	71	80	81	72	0	111
1154	1	111			58	73	82	83	74	0	111
1155	1	111			59	74	83	84	75	0	111
1156	1	111			60	75	84	85	76	0	111
1157	1	111			61	76	85	86	77	0	111
1158	1	111			62	77	86	110	78	0	111
1159	1	111			63	82	87	88	83	0	111
1160	1	111			64	83	88	89	84	0	111
1161	1	111			65	84	89	90	85	0	111
1162	1	111			66	85	90	111	86	0	111
0					67	87	91	92	88	0	111
1	1	4	5	2	0	111					
2	2	5	6	3	0	111					
3	4	7	8	5	0	111					
4	7	9	10	8	0	111					
5	9	11	12	10	0	111					
6	11	13	14	12	0	111					
7	13	15	16	14	0	111					
8	15	17	18	16	0	111					
9	17	19	20	18	0	111					
10	19	21	22	20	0	111					
11	21	23	24	22	0	111					
12	23	25	26	24	0	111					
13	25	27	28	26	0	111					
14	27	29	30	28	0	111					
15	29	31	32	30	0	111					
16	30	32	33	103	0	111					
17	31	34	35	32	0	111					
18	32	35	36	33	0	111					
19	33	36	37	104	0	111					
20	34	38	39	35	0	111					
21	35	39	40	36	0	111					
22	36	40	41	37	0	111					
23	37	41	42	105	0	111					
24	38	43	44	39	0	111					
25	39	44	45	40	0	111					
26	40	45	46	41	0	111					
27	41	46	47	42	0	111					

95	146	147	151	150	0	111	162	234	244	245	235	0	111
96	147	148	152	151	0	111	163	235	245	246	236	0	111
97	148	216	153	152	0	111	164	236	246	247	237	0	111
98	149	150	155	154	0	111	165	237	247	248	238	0	111
99	150	151	156	155	0	111	166	238	248	249	239	0	111
100	151	152	157	156	0	111	167	239	249	250	240	0	111
101	152	153	158	157	0	111	168	240	250	251	241	0	111
102	153	217	159	158	0	111	169	241	251	252	242	0	111
103	154	155	161	160	0	111	170	242	252	202	206	0	111
104	155	156	162	161	0	111	171	91	87	253	243	0	111
105	156	157	163	162	0	111	172	243	253	254	244	0	111
106	157	158	164	163	0	111	173	244	254	255	245	0	111
107	158	159	165	164	0	111	174	245	255	256	246	0	111
108	159	218	166	165	0	111	175	246	256	257	247	0	111
109	160	161	168	167	0	111	176	247	257	258	248	0	111
110	161	162	169	168	0	111	177	248	258	259	249	0	111
111	162	163	170	169	0	111	178	249	259	260	250	0	111
112	163	164	171	170	0	111	179	250	260	261	251	0	111
113	164	165	172	171	0	111	180	251	261	262	252	0	111
114	165	166	173	172	0	111	181	252	262	198	202	0	111
115	166	219	174	173	0	111	182	87	82	263	253	0	111
116	167	168	176	175	0	111	183	253	263	264	254	0	111
117	168	169	177	176	0	111	184	254	264	265	255	0	111
118	169	170	178	177	0	111	185	255	265	266	256	0	111
119	170	171	179	178	0	111	186	256	266	267	257	0	111
120	171	172	180	179	0	111	187	261	268	269	262	0	111
121	172	173	181	180	0	111	188	262	269	193	198	0	111
122	173	174	182	181	0	111	189	82	73	270	263	0	111
123	174	220	183	182	0	111	190	263	270	271	264	0	111
124	175	176	185	184	0	111	191	264	271	272	265	0	111
125	176	177	186	185	0	111	192	265	272	273	266	0	111
126	177	178	187	186	0	111	193	266	273	274	267	0	111
127	178	179	188	187	0	111	194	268	275	276	269	0	111
128	179	180	189	188	0	111	195	269	276	184	193	0	111
129	180	181	190	189	0	111	196	73	64	277	270	0	111
130	181	182	191	190	0	111	197	270	277	278	271	0	111
131	182	183	192	191	0	111	198	271	278	279	272	0	111
132	184	185	194	193	0	111	199	272	279	280	273	0	111
133	185	186	195	194	0	111	200	273	280	281	274	0	111
134	186	187	196	195	0	111	201	275	282	283	276	0	111
135	187	188	197	196	0	111	202	276	283	175	184	0	111
136	188	189	221	197	0	111	203	64	56	284	277	0	111
137	193	194	199	198	0	111	204	277	284	285	278	0	111
138	194	195	200	199	0	111	205	278	285	286	279	0	111
139	195	196	201	200	0	111	206	279	286	287	280	0	111
140	196	197	222	201	0	111	207	280	287	288	281	0	111
141	198	199	203	202	0	111	208	282	289	290	283	0	111
142	199	200	204	203	0	111	209	283	290	167	175	0	111
143	202	203	207	206	0	111	210	56	49	291	284	0	111
144	203	204	208	207	0	111	211	284	291	292	285	0	111
145	204	205	209	208	0	111	212	285	292	293	286	0	111
146	206	207	211	210	0	111	213	286	293	294	287	0	111
147	207	208	212	211	0	111	214	287	294	295	288	0	111
148	208	209	213	212	0	111	215	289	296	297	290	0	111
149	99	95	233	223	0	111	216	290	297	160	167	0	111
150	223	233	234	224	0	111	217	49	43	298	291	0	111
151	224	234	235	225	0	111	218	291	298	299	292	0	111
152	225	235	236	226	0	111	219	292	299	300	293	0	111
153	226	236	237	227	0	111	220	293	300	301	294	0	111
154	227	237	238	228	0	111	221	294	301	302	295	0	111
155	228	238	239	229	0	111	222	296	303	304	297	0	111
156	229	239	240	230	0	111	223	297	304	154	160	0	111
157	230	240	241	231	0	111	224	43	38	305	298	0	111
158	231	241	242	232	0	111	225	298	305	306	299	0	111
159	232	242	206	210	0	111	226	299	306	307	300	0	111
160	95	91	243	233	0	111	227	300	307	308	301	0	111
161	233	243	244	234	0	111	228	301	308	309	302	0	111

229	303	310	311	304	0	111	296	369	379	380	370	0	111
230	304	311	149	154	0	111	297	370	380	381	371	0	111
231	38	34	312	305	0	111	298	371	381	382	372	0	111
232	305	312	313	306	0	111	299	372	382	383	373	0	111
233	306	313	314	307	0	111	300	373	383	384	374	0	111
234	307	314	315	308	0	111	301	374	384	385	375	0	111
235	308	315	316	309	0	111	302	375	385	386	376	0	111
236	310	317	318	311	0	111	303	376	386	387	377	0	111
237	311	318	145	149	0	111	304	377	387	126	128	0	111
238	34	31	319	312	0	111	305	15	13	388	378	0	111
239	312	319	320	313	0	111	306	378	388	389	379	0	111
240	313	320	321	314	0	111	307	379	389	390	380	0	111
241	314	321	322	315	0	111	308	380	390	391	381	0	111
242	315	322	323	316	0	111	309	381	391	392	382	0	111
243	317	324	325	318	0	111	310	382	392	393	383	0	111
244	318	325	142	145	0	111	311	383	393	394	384	0	111
245	31	29	326	319	0	111	312	384	394	395	385	0	111
246	319	326	327	320	0	111	313	385	395	396	386	0	111
247	320	327	328	321	0	111	314	386	396	397	387	0	111
248	321	328	329	322	0	111	315	387	397	124	126	0	111
249	322	329	330	323	0	111	316	13	11	398	388	0	111
250	324	331	332	325	0	111	317	388	398	399	389	0	111
251	325	332	140	142	0	111	318	389	399	400	390	0	111
252	29	27	333	326	0	111	319	390	400	401	391	0	111
253	326	333	334	327	0	111	320	391	401	402	392	0	111
254	327	334	335	328	0	111	321	392	402	403	393	0	111
255	328	335	336	329	0	111	322	393	403	404	394	0	111
256	329	336	337	330	0	111	323	394	404	405	395	0	111
257	331	338	339	332	0	111	324	395	405	406	396	0	111
258	332	339	138	140	0	111	325	396	406	407	397	0	111
259	27	25	340	333	0	111	326	397	407	122	124	0	111
260	333	340	341	334	0	111	327	11	9	408	398	0	111
261	334	341	342	335	0	111	328	398	408	409	399	0	111
262	335	342	343	336	0	111	329	399	409	410	400	0	111
263	336	343	344	337	0	111	330	400	410	411	401	0	111
264	338	345	346	339	0	111	331	401	411	412	402	0	111
265	339	346	136	138	0	111	332	402	412	413	403	0	111
266	25	23	347	340	0	111	333	403	413	414	404	0	111
267	340	347	348	341	0	111	334	404	414	415	405	0	111
268	341	348	349	342	0	111	335	405	415	416	406	0	111
269	342	349	350	343	0	111	336	406	416	417	407	0	111
270	343	350	351	344	0	111	337	407	417	120	122	0	111
271	345	352	353	346	0	111	338	9	7	418	408	0	111
272	346	353	134	136	0	111	339	408	418	419	409	0	111
273	23	21	354	347	0	111	340	409	419	420	410	0	111
274	347	354	355	348	0	111	341	410	420	421	411	0	111
275	348	355	356	349	0	111	342	411	421	422	412	0	111
276	349	356	357	350	0	111	343	412	422	423	413	0	111
277	350	357	358	351	0	111	344	413	423	424	414	0	111
278	352	359	360	353	0	111	345	414	424	425	415	0	111
279	353	360	132	134	0	111	346	415	425	426	416	0	111
280	21	19	361	354	0	111	347	416	426	427	417	0	111
281	354	361	362	355	0	111	348	417	427	118	120	0	111
282	355	362	363	356	0	111	349	7	4	428	418	0	111
283	356	363	364	357	0	111	350	418	428	429	419	0	111
284	357	364	365	358	0	111	351	419	429	430	420	0	111
285	359	366	367	360	0	111	352	420	430	431	421	0	111
286	360	367	130	132	0	111	353	421	431	432	422	0	111
287	19	17	368	361	0	111	354	422	432	433	423	0	111
288	361	368	369	362	0	111	355	423	433	434	424	0	111
289	362	369	370	363	0	111	356	424	434	435	425	0	111
290	363	370	371	364	0	111	357	425	435	436	426	0	111
291	364	371	372	365	0	111	358	426	436	437	427	0	111
292	366	376	377	367	0	111	359	427	437	115	118	0	111
293	367	377	128	130	0	111	360	4	1	438	428	0	111
294	17	15	378	368	0	111	361	428	438	439	429	0	111
295	368	378	379	369	0	111	362	429	439	440	430	0	111

363	430	440	441	431	0	111	430	506	507	516	515	515	0	111
364	431	441	442	432	0	111	431	507	508	517	516	516	0	111
365	432	442	443	433	0	111	432	508	509	518	517	517	0	111
366	433	443	444	434	0	111	433	509	510	519	518	518	0	111
367	434	444	445	435	0	111	434	510	511	520	517	517	0	111
368	435	445	446	436	0	111	435	511	512	521	520	520	0	111
369	436	446	447	437	0	111	436	512	513	522	521	521	0	111
370	437	447	112	115	0	111	437	513	514	523	522	522	0	111
371	261	448	457	268	0	111	438	514	515	524	523	523	0	111
372	448	449	458	457	0	111	439	515	516	525	524	524	0	111
373	449	450	459	458	0	111	440	516	517	526	525	525	0	111
374	450	451	460	459	0	111	441	517	518	527	526	526	0	111
375	451	452	461	460	0	111	442	518	519	528	527	527	0	111
376	452	453	462	461	0	111	443	317	520	529	324	324	0	111
377	453	454	463	462	0	111	444	520	521	530	529	529	0	111
378	454	455	464	463	0	111	445	521	522	531	530	530	0	111
379	455	456	465	464	0	111	446	522	523	532	531	531	0	111
380	268	457	466	275	0	111	447	523	524	533	532	532	0	111
381	457	458	467	466	0	111	448	524	525	534	533	533	0	111
382	458	459	468	467	0	111	449	525	526	535	534	534	0	111
383	459	460	469	468	0	111	450	526	527	536	535	535	0	111
384	460	461	470	469	0	111	451	527	528	537	536	536	0	111
385	461	462	471	470	0	111	452	324	529	538	331	331	0	111
386	462	463	472	471	0	111	453	529	530	539	538	538	0	111
387	463	464	473	472	0	111	454	530	531	540	539	539	0	111
388	464	465	474	473	0	111	455	531	532	541	540	540	0	111
389	275	466	475	282	0	111	456	532	533	542	541	541	0	111
390	466	467	476	475	0	111	457	533	534	543	542	542	0	111
391	467	468	477	476	0	111	458	534	535	544	543	543	0	111
392	468	469	478	477	0	111	459	535	536	545	544	544	0	111
393	469	470	479	478	0	111	460	536	537	546	545	545	0	111
394	470	471	480	479	0	111	461	331	538	547	338	338	0	111
395	471	472	481	480	0	111	462	538	539	548	547	547	0	111
396	472	473	482	481	0	111	463	539	540	549	548	548	0	111
397	473	474	483	482	0	111	464	540	541	550	549	549	0	111
398	282	475	484	289	0	111	465	541	542	551	550	550	0	111
399	475	476	485	484	0	111	466	542	543	552	551	551	0	111
400	476	477	486	485	0	111	467	543	544	553	552	552	0	111
401	477	478	487	486	0	111	468	544	545	554	553	553	0	111
402	478	479	488	487	0	111	469	545	546	555	554	554	0	111
403	479	480	489	488	0	111	470	338	547	556	345	345	0	111
404	480	481	490	489	0	111	471	547	548	557	556	556	0	111
405	481	482	491	490	0	111	472	548	549	558	557	557	0	111
406	482	483	492	491	0	111	473	549	550	559	558	558	0	111
407	289	484	493	296	0	111	474	550	551	560	559	559	0	111
408	484	485	494	493	0	111	475	551	552	561	560	560	0	111
409	485	486	495	494	0	111	476	552	553	562	561	561	0	111
410	486	487	496	495	0	111	477	553	554	563	562	562	0	111
411	487	488	497	496	0	111	478	554	555	564	563	563	0	111
412	488	489	498	497	0	111	479	345	556	565	352	352	0	111
413	489	490	499	498	0	111	480	556	557	566	565	565	0	111
414	490	491	500	499	0	111	481	557	558	567	566	566	0	111
415	491	492	501	500	0	111	482	558	559	568	567	567	0	111
416	296	493	502	303	0	111	483	559	560	569	568	568	0	111
417	493	494	503	502	0	111	484	560	561	570	569	569	0	111
418	494	495	504	503	0	111	485	561	562	571	570	570	0	111
419	495	496	505	504	0	111	486	562	563	572	571	571	0	111
420	496	497	506	505	0	111	487	563	564	573	572	572	0	111
421	497	498	507	506	0	111	488	352	565	574	359	359	0	111
422	498	499	508	507	0	111	489	565	566	575	574	574	0	111
423	499	500	509	508	0	111	490	566	567	576	575	575	0	111
424	500	501	510	509	0	111	491	567	568	577	576	576	0	111
425	303	502	511	310	0	111	492	568	569	578	577	577	0	111
426	502	503	512	511	0	111	493	569	570	579	578	578	0	111
427	503	504	513	512	0	111	494	570	571	580	579	579	0	111
428	504	505	514	513	0	111	495	571	572	581	580	580	0	111
429	505	506	515	514	0	111	496	572	573	582	581	581	0	111

497	359	574	583	366	0	111	564	640	641	650	649	0	111
498	574	575	584	583	0	111	565	641	642	651	650	0	111
499	575	576	585	584	0	111	566	642	643	652	651	0	111
500	576	577	586	585	0	111	567	643	644	653	652	0	111
501	577	578	587	586	0	111	568	644	645	654	653	0	111
502	578	579	588	587	0	111	569	358	646	655	351	0	111
503	579	580	589	588	0	111	570	646	647	656	655	0	111
504	580	581	590	589	0	111	571	647	648	657	656	0	111
505	581	582	591	590	0	111	572	648	649	658	657	0	111
506	366	583	592	376	0	111	573	649	650	659	658	0	111
507	583	584	593	592	0	111	574	650	651	660	659	0	111
508	584	585	594	593	0	111	575	651	652	661	660	0	111
509	585	586	595	594	0	111	576	652	653	662	661	0	111
510	586	587	596	595	0	111	577	653	654	663	662	0	111
511	587	588	597	596	0	111	578	351	655	664	344	0	111
512	588	589	598	597	0	111	579	655	656	665	664	0	111
513	589	590	599	598	0	111	580	656	657	666	665	0	111
514	590	591	600	599	0	111	581	657	658	667	666	0	111
515	376	592	601	375	0	111	582	658	659	668	667	0	111
516	592	593	602	601	0	111	583	659	660	669	668	0	111
517	593	594	603	602	0	111	584	660	661	670	669	0	111
518	594	595	604	603	0	111	585	661	662	671	670	0	111
519	595	596	605	604	0	111	586	662	663	672	671	0	111
520	596	597	606	605	0	111	587	344	664	673	337	0	111
521	597	598	607	606	0	111	588	664	665	674	673	0	111
522	598	599	608	607	0	111	589	665	666	675	674	0	111
523	599	600	609	608	0	111	590	666	667	676	675	0	111
524	375	601	610	374	0	111	591	667	668	677	676	0	111
525	601	602	611	610	0	111	592	668	669	678	677	0	111
526	602	603	612	611	0	111	593	669	670	679	678	0	111
527	603	604	613	612	0	111	594	670	671	680	679	0	111
528	604	605	614	613	0	111	595	671	672	681	680	0	111
529	605	606	615	614	0	111	596	337	673	682	330	0	111
530	606	607	616	615	0	111	597	673	674	683	682	0	111
531	607	608	617	616	0	111	598	674	675	684	683	0	111
532	608	609	618	617	0	111	599	675	676	685	684	0	111
533	374	610	619	373	0	111	600	676	677	686	685	0	111
534	610	611	620	619	0	111	601	677	678	687	686	0	111
535	611	612	621	620	0	111	602	678	679	688	687	0	111
536	612	613	622	621	0	111	603	679	680	689	688	0	111
537	613	614	623	622	0	111	604	680	681	690	689	0	111
538	614	615	624	623	0	111	605	330	682	691	323	0	111
539	615	616	625	624	0	111	606	682	683	692	691	0	111
540	616	617	626	625	0	111	607	683	684	693	692	0	111
541	617	618	627	626	0	111	608	684	685	694	693	0	111
542	373	619	628	372	0	111	609	685	686	695	694	0	111
543	619	620	629	628	0	111	610	686	687	696	695	0	111
544	620	621	630	629	0	111	611	687	688	697	696	0	111
545	621	622	631	630	0	111	612	688	689	698	697	0	111
546	622	623	632	631	0	111	613	689	690	699	698	0	111
547	623	624	633	632	0	111	614	323	691	700	316	0	111
548	624	625	634	633	0	111	615	691	692	701	700	0	111
549	625	626	635	634	0	111	616	692	693	702	701	0	111
550	626	627	636	635	0	111	617	693	694	703	702	0	111
551	372	628	637	365	0	111	618	694	695	704	703	0	111
552	628	629	638	637	0	111	619	695	696	705	704	0	111
553	629	630	639	638	0	111	620	696	697	706	705	0	111
554	630	631	640	639	0	111	621	697	698	707	706	0	111
555	631	632	641	640	0	111	622	698	699	708	707	0	111
556	632	633	642	641	0	111	623	316	700	709	309	0	111
557	633	634	643	642	0	111	624	700	701	710	709	0	111
558	634	635	644	643	0	111	625	701	702	711	710	0	111
559	635	636	645	644	0	111	626	702	703	712	711	0	111
560	365	637	646	358	0	111	627	703	704	713	712	0	111
561	637	638	647	646	0	111	628	704	705	714	713	0	111
562	638	639	648	647	0	111	629	705	706	715	714	0	111
563	639	640	649	648	0	111	630	706	707	716	715	0	111

631	707	708	717	716	0	111	698	774	775	784	783	0	111
632	309	709	718	302	0	111	699	775	776	785	784	0	111
633	709	710	719	718	0	111	700	776	777	786	785	0	111
634	710	711	720	719	0	111	701	777	778	787	786	0	111
635	711	712	721	720	0	111	702	778	779	788	787	0	111
636	712	713	722	721	0	111	703	779	780	789	788	0	111
637	713	714	723	722	0	111	704	258	781	790	259	0	111
638	714	715	724	723	0	111	705	781	782	791	790	0	111
639	715	716	725	724	0	111	706	782	783	792	791	0	111
640	716	717	726	725	0	111	707	783	784	793	792	0	111
641	302	718	727	295	0	111	708	784	785	794	793	0	111
642	718	719	728	727	0	111	709	785	786	795	794	0	111
643	719	720	729	728	0	111	710	786	787	796	795	0	111
644	720	721	730	729	0	111	711	787	788	797	796	0	111
645	721	722	731	730	0	111	712	788	789	798	797	0	111
646	722	723	732	731	0	111	713	259	790	799	260	0	111
647	723	724	733	732	0	111	714	790	791	800	799	0	111
648	724	725	734	733	0	111	715	791	792	801	800	0	111
649	725	726	735	734	0	111	716	792	793	802	801	0	111
650	295	727	736	288	0	111	717	793	794	803	802	0	111
651	727	728	737	736	0	111	718	794	795	804	803	0	111
652	728	729	738	737	0	111	719	795	796	805	804	0	111
653	729	730	739	738	0	111	720	796	797	806	805	0	111
654	730	731	740	739	0	111	721	797	798	807	806	0	111
655	731	732	741	740	0	111	722	260	799	448	261	0	111
656	732	733	742	741	0	111	723	799	800	449	448	0	111
657	733	734	743	742	0	111	724	800	801	450	449	0	111
658	734	735	744	743	0	111	725	801	802	451	450	0	111
659	288	736	745	281	0	111	726	802	803	452	451	0	111
660	736	737	746	745	0	111	727	803	804	453	452	0	111
661	737	738	747	746	0	111	728	804	805	454	453	0	111
662	738	739	748	747	0	111	729	805	806	455	454	0	111
663	739	740	749	748	0	111	730	806	807	456	455	0	111
664	740	741	750	749	0	111	731	600	591	808	609	1	111
665	741	742	751	750	0	111	732	609	808	809	618	1	111
666	742	743	752	751	0	111	733	618	809	810	627	1	111
667	743	744	753	752	0	111	734	627	810	645	636	1	111
668	281	745	754	274	0	111	735	591	582	811	808	4	111
669	745	746	755	754	0	111	736	808	811	812	809	5	111
670	746	747	756	755	0	111	737	809	812	813	810	5	111
671	747	748	757	756	0	111	738	810	813	654	645	3	111
672	748	749	758	757	0	111	739	582	573	814	811	4	111
673	749	750	759	758	0	111	740	811	814	815	812	5	111
674	750	751	760	759	0	111	741	812	815	816	813	5	111
675	751	752	761	760	0	111	742	813	816	663	654	3	111
676	752	753	762	761	0	111	743	573	564	817	814	4	111
677	274	754	763	267	0	111	744	814	817	818	815	5	111
678	754	755	764	763	0	111	745	815	818	819	816	5	111
679	755	756	765	764	0	111	746	816	819	672	663	3	111
680	756	757	766	765	0	111	747	564	555	820	817	4	111
681	757	758	767	766	0	111	748	817	820	821	818	5	111
682	758	759	768	767	0	111	749	818	821	822	819	5	111
683	759	760	769	768	0	111	750	819	822	681	672	3	111
684	760	761	770	769	0	111	751	555	546	823	820	4	111
685	761	762	771	770	0	111	752	820	823	824	821	5	111
686	267	763	772	257	0	111	753	821	824	825	822	5	111
687	763	764	773	772	0	111	754	822	825	690	681	3	111
688	764	765	774	773	0	111	755	546	537	826	823	4	111
689	765	766	775	774	0	111	756	823	826	827	824	5	111
690	766	767	776	775	0	111	757	824	827	828	825	5	111
691	767	768	777	776	0	111	758	825	828	699	690	3	111
692	768	769	778	777	0	111	759	537	528	829	826	4	111
693	769	770	779	778	0	111	760	826	829	830	827	5	111
694	770	771	780	779	0	111	761	827	830	831	828	5	111
695	257	772	781	258	0	111	762	828	831	708	699	3	111
696	772	773	782	781	0	111	763	528	519	832	829	4	111
697	773	774	783	782	0	111	764	829	832	833	830	5	111

765	830	833	834	831	5	111	832	886	887	877	876	0	111
766	831	834	717	708	3	111	833	887	888	878	877	0	111
767	519	510	835	832	4	111	834	888	889	879	878	0	111
768	832	835	836	833	5	111	835	889	890	880	879	0	111
769	833	836	837	834	5	111	836	890	891	881	880	0	111
770	834	837	726	717	3	111	837	891	892	882	881	0	111
771	510	501	838	835	4	111	838	892	116	117	882	0	111
772	835	838	839	836	5	111	839	30	893	903	28	0	111
773	836	839	840	837	5	111	840	893	894	904	903	0	111
774	837	840	735	726	3	111	841	894	895	905	904	0	111
775	501	492	841	838	4	111	842	895	896	906	905	0	111
776	838	841	842	839	5	111	843	896	897	907	906	0	111
777	839	842	843	840	5	111	844	897	898	908	907	0	111
778	840	843	744	735	3	111	845	898	899	909	908	0	111
779	492	483	844	841	4	111	846	899	900	910	909	0	111
780	841	844	845	842	5	111	847	900	901	911	910	0	111
781	842	845	846	843	5	111	848	901	902	912	911	0	111
782	843	846	753	744	3	111	849	902	141	139	912	0	111
783	483	474	847	844	4	111	850	28	903	913	26	0	111
784	844	847	848	845	5	111	851	903	904	914	913	0	111
785	845	848	849	846	5	111	852	904	905	915	914	0	111
786	846	849	762	753	3	111	853	905	906	916	915	0	111
787	474	465	850	847	4	111	854	906	907	917	916	0	111
788	847	850	851	848	5	111	855	907	908	918	917	0	111
789	848	851	852	849	5	111	856	908	909	919	918	0	111
790	849	852	771	762	3	111	857	909	910	920	919	0	111
791	465	456	807	850	2	111	858	910	911	921	920	0	111
792	850	807	798	851	2	111	859	911	912	922	921	0	111
793	851	798	789	852	2	111	860	912	139	137	922	0	111
794	852	789	780	771	2	111	861	26	913	923	24	0	111
795	1	2	853	438	0	111	862	913	914	924	923	0	111
796	438	853	854	439	0	111	863	914	915	925	924	0	111
797	439	854	855	440	0	111	864	915	916	926	925	0	111
798	440	855	856	441	0	111	865	916	917	927	926	0	111
799	441	856	857	442	0	111	866	917	918	928	927	0	111
800	442	857	858	443	0	111	867	918	919	929	928	0	111
801	443	858	859	444	0	111	868	919	920	930	929	0	111
802	444	859	860	445	0	111	869	920	921	931	930	0	111
803	445	860	861	446	0	111	870	921	922	932	931	0	111
804	446	861	862	447	0	111	871	922	137	135	932	0	111
805	447	862	113	112	0	111	872	24	923	933	22	0	111
806	2	3	863	853	0	111	873	923	924	934	933	0	111
807	853	863	864	854	0	111	874	924	925	935	934	0	111
808	854	864	865	855	0	111	875	925	926	936	935	0	111
809	855	865	866	856	0	111	876	926	927	937	936	0	111
810	856	866	867	857	0	111	877	927	928	938	937	0	111
811	857	867	868	858	0	111	878	928	929	939	938	0	111
812	858	868	869	859	0	111	879	929	930	940	939	0	111
813	859	869	870	860	0	111	880	930	931	941	940	0	111
814	860	870	871	861	0	111	881	931	932	942	941	0	111
815	861	871	872	862	0	111	882	932	135	133	942	0	111
816	862	872	114	113	0	111	883	22	933	943	20	0	111
817	6	873	863	3	0	111	884	933	934	944	943	0	111
818	873	874	864	863	0	111	885	934	935	945	944	0	111
819	874	875	865	864	0	111	886	935	936	946	945	0	111
820	875	876	866	865	0	111	887	936	937	947	946	0	111
821	876	877	867	866	0	111	888	937	938	948	947	0	111
822	877	878	868	867	0	111	889	938	939	949	948	0	111
823	878	879	869	868	0	111	890	939	940	950	949	0	111
824	879	880	870	869	0	111	891	940	941	951	950	0	111
825	880	881	871	870	0	111	892	941	942	952	951	0	111
826	881	882	872	871	0	111	893	942	133	131	952	0	111
827	882	117	114	872	0	111	894	20	943	953	18	0	111
828	5	883	873	6	0	111	895	943	944	954	953	0	111
829	883	884	874	873	0	111	896	944	945	955	954	0	111
830	884	885	875	874	0	111	897	945	946	956	955	0	111
831	885	886	876	875	0	111	898	946	947	957	956	0	111

899	947	948	958	957	0	111	966	1008	1009	889	888	0	111
900	948	949	959	958	0	111	967	1009	1010	890	889	0	111
901	949	950	960	959	0	111	968	1010	1011	891	890	0	111
902	950	951	961	960	0	111	969	1011	1012	892	891	0	111
903	951	952	962	961	0	111	970	1012	119	116	892	0	111
904	952	131	129	962	0	111	971	42	1013	1023	105	0	111
905	18	953	963	16	0	111	972	1013	1014	1024	1023	0	111
906	953	954	964	963	0	111	973	1014	1015	1025	1024	0	111
907	954	955	965	964	0	111	974	1015	1016	1026	1025	0	111
908	955	956	966	965	0	111	975	1016	1017	1027	1026	0	111
909	956	957	967	966	0	111	976	1017	1018	1028	1027	0	111
910	957	958	968	967	0	111	977	1018	1019	1029	1028	0	111
911	958	959	969	968	0	111	978	1019	1020	1030	1029	0	111
912	959	960	970	969	0	111	979	1020	1021	1031	1030	0	111
913	960	961	971	970	0	111	980	1021	1022	1032	1031	0	111
914	961	962	972	971	0	111	981	1022	153	216	1032	0	111
915	962	129	127	972	0	111	982	105	1023	1033	37	0	111
916	16	963	973	14	0	111	983	1023	1024	1034	1033	0	111
917	963	964	974	973	0	111	984	1024	1025	1035	1034	0	111
918	964	965	975	974	0	111	985	1025	1026	1036	1035	0	111
919	965	966	976	975	0	111	986	1026	1027	1037	1036	0	111
920	966	967	977	976	0	111	987	1027	1028	1038	1037	0	111
921	967	968	978	977	0	111	988	1028	1029	1039	1038	0	111
922	968	969	979	978	0	111	989	1029	1030	1040	1039	0	111
923	969	970	980	979	0	111	990	1030	1031	1041	1040	0	111
924	970	971	981	980	0	111	991	1031	1032	1042	1041	0	111
925	971	972	982	981	0	111	992	1032	216	148	1042	0	111
926	972	127	125	982	0	111	993	37	1033	1043	104	0	111
927	14	973	983	12	0	111	994	1033	1034	1044	1043	0	111
928	973	974	984	983	0	111	995	1034	1035	1045	1044	0	111
929	974	975	985	984	0	111	996	1035	1036	1046	1045	0	111
930	975	976	986	985	0	111	997	1036	1037	1047	1046	0	111
931	976	977	987	986	0	111	998	1037	1038	1048	1047	0	111
932	977	978	988	987	0	111	999	1038	1039	1049	1048	0	111
933	978	979	989	988	0	111	1000	1039	1040	1050	1049	0	111
934	979	980	990	989	0	111	1001	1040	1041	1051	1050	0	111
935	980	981	991	990	0	111	1002	1041	1042	1052	1051	0	111
936	981	982	992	991	0	111	1003	1042	148	215	1052	0	111
937	982	125	123	992	0	111	1004	104	1043	1053	33	0	111
938	12	983	993	10	0	111	1005	1043	1044	1054	1053	0	111
939	983	984	994	993	0	111	1006	1044	1045	1055	1054	0	111
940	984	985	995	994	0	111	1007	1045	1046	1056	1055	0	111
941	985	986	996	995	0	111	1008	1046	1047	1057	1056	0	111
942	986	987	997	996	0	111	1009	1047	1048	1058	1057	0	111
943	987	988	998	997	0	111	1010	1048	1049	1059	1058	0	111
944	988	989	999	998	0	111	1011	1049	1050	1060	1059	0	111
945	989	990	1000	999	0	111	1012	1050	1051	1061	1060	0	111
946	990	991	1001	1000	0	111	1013	1051	1052	1062	1061	0	111
947	991	992	1002	1001	0	111	1014	1052	215	144	1062	0	111
948	992	123	121	1002	0	111	1015	33	1053	1063	103	0	111
949	10	993	1003	8	0	111	1016	1053	1054	1064	1063	0	111
950	993	994	1004	1003	0	111	1017	1054	1055	1065	1064	0	111
951	994	995	1005	1004	0	111	1018	1055	1056	1066	1065	0	111
952	995	996	1006	1005	0	111	1019	1056	1057	1067	1066	0	111
953	996	997	1007	1006	0	111	1020	1057	1058	1068	1067	0	111
954	997	998	1008	1007	0	111	1021	1058	1059	1069	1068	0	111
955	998	999	1009	1008	0	111	1022	1059	1060	1070	1069	0	111
956	999	1000	1010	1009	0	111	1023	1060	1061	1071	1070	0	111
957	1000	1001	1011	1010	0	111	1024	1061	1062	1072	1071	0	111
958	1001	1002	1012	1011	0	111	1025	1062	144	214	1072	0	111
959	1002	121	119	1012	0	111	1026	103	1063	893	30	0	111
960	8	1003	883	5	0	111	1027	1063	1064	894	893	0	111
961	1003	1004	884	883	0	111	1028	1064	1065	895	894	0	111
962	1004	1005	885	884	0	111	1029	1065	1066	896	895	0	111
963	1005	1006	886	885	0	111	1030	1066	1067	897	896	0	111
964	1006	1007	887	886	0	111	1031	1067	1068	898	897	0	111
965	1007	1008	888	887	0	111	1032	1068	1069	899	898	0	111

1033	1069	1070	900	899	0	111	1100	1130	1131	1141	1140	0	111
1034	1070	1071	901	900	0	111	1101	1131	1132	1142	1141	0	111
1035	1071	1072	902	901	0	111	1102	1132	218	159	1142	0	111
1036	1072	214	141	902	0	111	1103	48	1133	1143	106	0	111
1037	72	1073	1083	109	0	111	1104	1133	1134	1144	1143	0	111
1038	1073	1074	1084	1083	0	111	1105	1134	1135	1145	1144	0	111
1039	1074	1075	1085	1084	0	111	1106	1135	1136	1146	1145	0	111
1040	1075	1076	1086	1085	0	111	1107	1136	1137	1147	1146	0	111
1041	1076	1077	1087	1086	0	111	1108	1137	1138	1148	1147	0	111
1042	1077	1078	1088	1087	0	111	1109	1138	1139	1149	1148	0	111
1043	1078	1079	1089	1088	0	111	1110	1139	1140	1150	1149	0	111
1044	1079	1080	1090	1089	0	111	1111	1140	1141	1151	1150	0	111
1045	1080	1081	1091	1090	0	111	1112	1141	1142	1152	1151	0	111
1046	1081	1082	1092	1091	0	111	1113	1142	159	217	1152	0	111
1047	1082	183	220	1092	0	111	1114	106	1143	1013	42	0	111
1048	109	1083	1093	63	0	111	1115	1143	1144	1014	1013	0	111
1049	1083	1084	1094	1093	0	111	1116	1144	1145	1015	1014	0	111
1050	1084	1085	1095	1094	0	111	1117	1145	1146	1016	1015	0	111
1051	1085	1086	1096	1095	0	111	1118	1146	1147	1017	1016	0	111
1052	1086	1087	1097	1096	0	111	1119	1147	1148	1018	1017	0	111
1053	1087	1088	1098	1097	0	111	1120	1148	1149	1019	1018	0	111
1054	1088	1089	1099	1098	0	111	1121	1149	1150	1020	1019	0	111
1055	1089	1090	1100	1099	0	111	1122	1150	1151	1021	1020	0	111
1056	1090	1091	1101	1100	0	111	1123	1151	1152	1022	1021	0	111
1057	1091	1092	1102	1101	0	111	1124	1152	217	153	1022	0	111
1058	1092	220	174	1102	0	111	1125	81	1153	1073	72	0	0
1059	63	1093	1103	108	0	111	1126	1153	1154	1074	1073	0	0
1060	1093	1094	1104	1103	0	111	1127	1154	1155	1075	1074	0	0
1061	1094	1095	1105	1104	0	111	1128	1155	1156	1076	1075	0	0
1062	1095	1096	1106	1105	0	111	1129	1156	1157	1077	1076	0	0
1063	1096	1097	1107	1106	0	111	1130	1157	1158	1078	1077	0	0
1064	1097	1098	1108	1107	0	111	1131	1158	1159	1079	1078	0	0
1065	1098	1099	1109	1108	0	111	1132	1159	1160	1080	1079	0	0
1066	1099	1100	1110	1109	0	111	1133	1160	1161	1081	1080	0	0
1067	1100	1101	1111	1110	0	111	1134	1161	1162	1082	1081	0	0
1068	1101	1102	1112	1111	0	111	1135	1162	192	183	1082	0	0
1069	1102	174	219	1112	0	111	1136	78	1163	1173	79	0	111
1070	108	1103	1113	55	0	111	1137	1163	1164	1174	1173	0	111
1071	1103	1104	1114	1113	0	111	1138	1164	1165	1175	1174	0	111
1072	1104	1105	1115	1114	0	111	1139	1165	1166	1176	1175	0	111
1073	1105	1106	1116	1115	0	111	1140	1166	1167	1177	1176	0	111
1074	1106	1107	1117	1116	0	111	1141	1167	1168	1178	1177	0	111
1075	1107	1108	1118	1117	0	111	1142	1168	1169	1179	1178	0	111
1076	1108	1109	1119	1118	0	111	1143	1169	1170	1180	1179	0	111
1077	1109	1110	1120	1119	0	111	1144	1170	1171	1181	1180	0	111
1078	1110	1111	1121	1120	0	111	1145	1171	1172	1182	1181	0	111
1079	1111	1112	1122	1121	0	111	1146	1172	189	190	1182	0	111
1080	1112	219	166	1122	0	111	1147	79	1173	1183	80	0	111
1081	55	1113	1123	107	0	111	1148	1173	1174	1184	1183	0	111
1082	1113	1114	1124	1123	0	111	1149	1174	1175	1185	1184	0	111
1083	1114	1115	1125	1124	0	111	1150	1175	1176	1186	1185	0	111
1084	1115	1116	1126	1125	0	111	1151	1176	1177	1187	1186	0	111
1085	1116	1117	1127	1126	0	111	1152	1177	1178	1188	1187	0	111
1086	1117	1118	1128	1127	0	111	1153	1178	1179	1189	1188	0	111
1087	1118	1119	1129	1128	0	111	1154	1179	1180	1190	1189	0	111
1088	1119	1120	1130	1129	0	111	1155	1180	1181	1191	1190	0	111
1089	1120	1121	1131	1130	0	111	1156	1181	1182	1192	1191	0	111
1090	1121	1122	1132	1131	0	111	1157	1182	190	191	1192	0	111
1091	1122	166	218	1132	0	111	1158	80	1183	1153	81	0	111
1092	107	1123	1133	48	0	111	1159	1183	1184	1154	1153	0	111
1093	1123	1124	1134	1133	0	111	1160	1184	1185	1155	1154	0	111
1094	1124	1125	1135	1134	0	111	1161	1185	1186	1156	1155	0	111
1095	1125	1126	1136	1135	0	111	1162	1186	1187	1157	1156	0	111
1096	1126	1127	1137	1136	0	111	1163	1187	1188	1158	1157	0	111
1097	1127	1128	1138	1137	0	111	1164	1188	1189	1159	1158	0	111
1098	1128	1129	1139	1138	0	111	1165	1189	1190	1160	1159	0	111
1099	1129	1130	1140	1139	0	111	1166	1190	1191	1161	1160	0	111

1167	1191	1192	1162	1161	0	111	1234	1252	204	200	1242	0	111
1168	1192	191	192	1162	0	111	1235	93	94	1253	1243	0	111
1169	90	1193	1203	111	0	111	1236	1243	1253	1254	1244	0	111
1170	1193	1194	1204	1203	0	111	1237	1244	1254	1255	1245	0	111
1171	1194	1195	1205	1204	0	111	1238	1245	1255	1256	1246	0	111
1172	1195	1196	1206	1205	0	111	1239	1246	1256	1257	1247	0	111
1173	1196	1197	1207	1206	0	111	1240	1247	1257	1258	1248	0	111
1174	1197	1198	1208	1207	0	111	1241	1248	1258	1259	1249	0	111
1175	1198	1199	1209	1208	0	111	1242	1249	1259	1260	1250	0	111
1176	1199	1200	1210	1209	0	111	1243	1250	1260	1261	1251	0	111
1177	1200	1201	1211	1210	0	111	1244	1251	1261	1262	1252	0	111
1178	1201	1202	1212	1211	0	111	1245	1252	1262	205	204	0	111
1179	1202	201	222	1212	0	111	1246	102	1263	1273	98	0	111
1180	111	1203	1213	86	0	111	1247	1263	1264	1274	1273	0	111
1181	1203	1204	1214	1213	0	111	1248	1264	1265	1275	1274	0	111
1182	1204	1205	1215	1214	0	111	1249	1265	1266	1276	1275	0	111
1183	1205	1206	1216	1215	0	111	1250	1266	1267	1277	1276	0	111
1184	1206	1207	1217	1216	0	111	1251	1267	1268	1278	1277	0	111
1185	1207	1208	1218	1217	0	111	1252	1268	1269	1279	1278	0	111
1186	1208	1209	1219	1218	0	111	1253	1269	1270	1280	1279	0	111
1187	1209	1210	1220	1219	0	111	1254	1270	1271	1281	1280	0	111
1188	1210	1211	1221	1220	0	111	1255	1271	1272	1282	1281	0	111
1189	1211	1212	1222	1221	0	111	1256	1272	213	209	1282	0	111
1190	1212	222	197	1222	0	111	1257	98	1273	1253	94	0	111
1191	86	1213	1223	110	0	111	1258	1273	1274	1254	1253	0	111
1192	1213	1214	1224	1223	0	111	1259	1274	1275	1255	1254	0	111
1193	1214	1215	1225	1224	0	111	1260	1275	1276	1256	1255	0	111
1194	1215	1216	1226	1225	0	111	1261	1276	1277	1257	1256	0	111
1195	1216	1217	1227	1226	0	111	1262	1277	1278	1258	1257	0	111
1196	1217	1218	1228	1227	0	111	1263	1278	1279	1259	1258	0	111
1197	1218	1219	1229	1228	0	111	1264	1279	1280	1260	1259	0	111
1198	1219	1220	1230	1229	0	111	1265	1280	1281	1261	1260	0	111
1199	1220	1221	1231	1230	0	111	1266	1281	1282	1262	1261	0	111
1200	1221	1222	1232	1231	0	111	1267	1282	209	205	1262	0	111
1201	1222	197	221	1232	0	111	1268	99	223	1283	100	0	111
1202	110	1223	1163	78	0	111	1269	223	224	1284	1283	0	111
1203	1223	1224	1164	1163	0	111	1270	224	225	1285	1284	0	111
1204	1224	1225	1165	1164	0	111	1271	225	226	1286	1285	0	111
1205	1225	1226	1166	1165	0	111	1272	226	227	1287	1286	0	111
1206	1226	1227	1167	1166	0	111	1273	227	228	1288	1287	0	111
1207	1227	1228	1168	1167	0	111	1274	228	229	1289	1288	0	111
1208	1228	1229	1169	1168	0	111	1275	229	230	1290	1289	0	111
1209	1229	1230	1170	1169	0	111	1276	230	231	1291	1290	0	111
1210	1230	1231	1171	1170	0	111	1277	231	232	1292	1291	0	111
1211	1231	1232	1172	1171	0	111	1278	232	210	211	1292	0	111
1212	1232	221	189	1172	0	111	1279	100	1283	1293	101	0	111
1213	89	1233	1193	90	0	111	1280	1283	1284	1294	1293	0	111
1214	1233	1234	1194	1193	0	111	1281	1284	1285	1295	1294	0	111
1215	1234	1235	1195	1194	0	111	1282	1285	1286	1296	1295	0	111
1216	1235	1236	1196	1195	0	111	1283	1286	1287	1297	1296	0	111
1217	1236	1237	1197	1196	0	111	1284	1287	1288	1298	1297	0	111
1218	1237	1238	1198	1197	0	111	1285	1288	1289	1299	1298	0	111
1219	1238	1239	1199	1198	0	111	1286	1289	1290	1300	1299	0	111
1220	1239	1240	1200	1199	0	111	1287	1290	1291	1301	1300	0	111
1221	1240	1241	1201	1200	0	111	1288	1291	1292	1302	1301	0	111
1222	1241	1242	1202	1201	0	111	1289	1292	211	212	1302	0	111
1223	1242	200	201	1202	0	111	1290	101	1293	1263	102	0	111
1224	93	1243	1233	89	0	111	1291	1293	1294	1264	1263	0	111
1225	1243	1244	1234	1233	0	111	1292	1294	1295	1265	1264	0	111
1226	1244	1245	1235	1234	0	111	1293	1295	1296	1266	1265	0	111
1227	1245	1246	1236	1235	0	111	1294	1296	1297	1267	1266	0	111
1228	1246	1247	1237	1236	0	111	1295	1297	1298	1268	1267	0	111
1229	1247	1248	1238	1237	0	111	1296	1298	1299	1269	1268	0	111
1230	1248	1249	1239	1238	0	111	1297	1299	1300	1270	1269	0	111
1231	1249	1250	1240	1239	0	111	1298	1300	1301	1271	1270	0	111
1232	1250	1251	1241	1240	0	111	1299	1301	1302	1272	1271	0	111
1233	1251	1252	1242	1241	0	111	1300	1302	212	213	1272	0	111

1	7.544515e-001	1.104138e+000	-	7.544515e-001	1.104138e+000
2	6.75540e+001			4.287334e-001	
7.544515e-001	1.104138e+000		4	7.544515e-001	1.104138e+000
4.287334e-001			4.287334e-001		
7.544515e-001	1.104138e+000		7.544515e-001	1.104138e+000	
4.287334e-001			4.287334e-001		
7.544515e-001	1.104138e+000	-	7.544515e-001	1.104138e+000	
2.675540e+001			6.174240e+001		
2	7.544515e-001	1.104138e+000		7.544515e-001	1.104138e+000
4.287334e-001			6.174240e+001		
7.544515e-001	1.104138e+000		5	7.544515e-001	1.104138e+000
2.761287e+001			4.287334e-001		
7.544515e-001	1.104138e+000		7.544515e-001	1.104138e+000	
2.761287e+001			4.287334e-001		
7.544515e-001	1.104138e+000		7.544515e-001	1.104138e+000	
4.287334e-001			4.287334e-001		
3	7.544515e-001	1.104138e+000		7.544515e-001	1.104138e+000
6.259987e+001			4.287334e-001		
7.544515e-001	1.104138e+000		1	0	0
6.259987e+001			0	200000.000000	0.260000
7.544515e-001	1.104138e+000				
4.287334e-001					

ANNEXE 2
FICHIER DE SORTIE

Ces résultats ont été obtenus avec le code décrit dans [14], ils représentent les valeurs des contraintes de Von Mises. La première colonne représente le numéro de noeud, la deuxième colonne représente la valeur de contrainte en MPa.

1	1.23E+000	51	8.79E+000	101	1.89E+000
2	1.44E+000	52	1.08E+001	102	2.13E+000
3	1.51E+000	53	1.19E+001	103	1.17E+001
4	2.09E+000	54	1.05E+001	104	6.16E+000
5	3.19E+000	55	5.41E+000	105	4.82E+000
6	1.16E+000	56	3.49E+000	106	4.39E+000
7	4.04E+000	57	5.09E+000	107	4.26E+000
8	4.74E+000	58	9.15E+000	108	1.05E+001
9	4.55E+000	59	1.33E+001	109	4.15E+001
10	5.29E+000	60	1.77E+001	110	3.21E+001
11	4.84E+000	61	2.06E+001	111	6.98E+000
12	5.52E+000	62	1.95E+001	112	2.37E+000
13	4.94E+000	63	1.66E+001	113	1.53E+000
14	5.50E+000	64	3.04E+000	114	2.13E+000
15	4.92E+000	65	3.90E+000	115	2.75E+000
16	5.34E+000	66	8.34E+000	116	2.77E+000
17	4.87E+000	67	1.54E+001	117	2.51E+000
18	5.17E+000	68	2.55E+001	118	3.41E+000
19	4.92E+000	69	3.84E+001	119	4.68E+000
20	5.09E+000	70	5.75E+001	120	3.64E+000
21	5.08E+000	71	7.86E+001	121	5.64E+000
22	5.14E+000	72	2.08E+002	122	4.39E+000
23	5.39E+000	73	2.41E+000	123	7.78E+000
24	5.41E+000	74	2.72E+000	124	6.09E+000
25	6.01E+000	75	6.50E+000	125	1.20E+001
26	6.25E+000	76	1.41E+001	126	8.68E+000
27	7.36E+000	77	2.91E+001	127	1.80E+001
28	9.46E+000	78	6.17E+001	128	1.06E+001
29	8.95E+000	79	1.13E+002	129	2.26E+001
30	8.63E+000	80	1.72E+002	130	1.16E+001
31	6.70E+000	81	4.50E+002	131	2.40E+001
32	6.22E+000	82	2.32E+000	132	1.32E+001
33	5.92E+000	83	2.03E+000	133	2.44E+001
34	4.45E+000	84	4.78E+000	134	1.67E+001
35	4.37E+000	85	7.30E+000	135	2.58E+001
36	5.76E+000	86	1.07E+001	136	2.17E+001
37	4.25E+000	87	1.52E+000	137	2.85E+001
38	3.88E+000	88	2.70E+000	138	2.48E+001
39	4.43E+000	89	5.38E+000	139	3.00E+001
40	6.26E+000	90	4.65E+000	140	2.11E+001
41	6.41E+000	91	1.56E+000	141	1.57E+001
42	4.15E+000	92	2.34E+000	142	1.47E+001
43	3.85E+000	93	2.07E+000	143	1.03E+001
44	5.11E+000	94	2.45E+000	144	1.03E+001
45	7.55E+000	95	1.26E+000	145	1.24E+001
46	8.18E+000	96	1.73E+000	146	1.22E+001
47	7.78E+000	97	1.46E+000	147	1.38E+001
48	3.52E+000	98	1.09E+000	148	1.24E+001
49	3.72E+000	99	1.13E+000	149	1.10E+001
50	5.49E+000	100	1.36E+000	150	1.25E+001

151	1.77E+001	210	2.66E+000	269	8.02E+000
152	1.79E+001	211	2.70E+000	270	3.53E+000
153	1.95E+001	212	2.68E+000	271	6.96E+000
154	9.80E+000	213	2.71E+000	272	9.02E+000
155	1.20E+001	214	1.28E+001	273	1.03E+001
156	1.82E+001	215	1.54E+001	274	3.98E+001
157	2.03E+001	216	2.07E+001	275	4.22E+001
158	2.24E+001	217	2.62E+001	276	9.58E+000
159	2.26E+001	218	3.05E+001	277	4.79E+000
160	8.49E+000	219	4.04E+001	278	8.56E+000
161	1.05E+001	220	9.97E+001	279	1.01E+001
162	1.75E+001	221	8.72E+001	280	1.05E+001
163	2.23E+001	222	3.69E+001	281	3.29E+001
164	2.69E+001	223	7.00E-001	282	4.41E+001
165	2.99E+001	224	6.16E-001	283	1.16E+001
166	2.86E+001	225	1.04E+000	284	6.14E+000
167	7.36E+000	226	1.79E+000	285	9.55E+000
168	7.95E+000	227	2.57E+000	286	1.04E+001
169	1.52E+001	228	3.29E+000	287	1.05E+001
170	2.32E+001	229	3.83E+000	288	2.93E+001
171	3.25E+001	230	3.73E+000	289	4.51E+001
172	4.15E+001	231	3.19E+000	290	1.36E+001
173	4.67E+001	232	2.34E+000	291	7.10E+000
174	4.60E+001	233	1.40E+000	292	9.98E+000
175	6.25E+000	234	1.68E+000	293	1.06E+001
176	4.96E+000	235	1.62E+000	294	1.12E+001
177	1.11E+001	236	1.52E+000	295	2.86E+001
178	2.22E+001	237	3.26E+000	296	5.08E+001
179	3.77E+001	238	5.05E+000	297	1.61E+001
180	5.76E+001	239	6.24E+000	298	7.66E+000
181	8.94E+001	240	8.66E+000	299	1.03E+001
182	1.34E+002	241	1.10E+001	300	1.11E+001
183	6.27E+002	242	2.89E+000	301	1.25E+001
184	4.97E+000	243	2.85E+000	302	3.13E+001
185	2.76E+000	244	2.88E+000	303	5.56E+001
186	6.71E+000	245	2.51E+000	304	1.91E+001
187	1.66E+001	246	3.50E+000	305	8.03E+000
188	3.50E+001	247	4.02E+000	306	1.09E+001
189	8.31E+001	248	5.07E+000	307	1.25E+001
190	1.60E+002	249	8.05E+000	308	1.44E+001
191	2.68E+002	250	1.12E+001	309	3.62E+001
192	6.37E+002	251	9.75E+000	310	6.00E+001
193	3.78E+000	252	3.50E+000	311	2.21E+001
194	2.26E+000	253	4.86E+000	312	8.43E+000
195	3.71E+000	254	4.52E+000	313	1.16E+001
196	5.93E+000	255	4.43E+000	314	1.31E+001
197	1.18E+001	256	6.80E+000	315	1.45E+001
198	3.08E+000	257	2.18E+001	316	3.85E+001
199	2.58E+000	258	4.66E+001	317	6.11E+001
200	3.96E+000	259	2.37E+001	318	2.46E+001
201	4.00E+000	260	3.51E+001	319	8.96E+000
202	2.55E+000	261	2.89E+001	320	1.12E+001
203	2.49E+000	262	6.80E+000	321	1.05E+001
204	2.53E+000	263	3.97E+000	322	1.04E+001
205	2.66E+000	264	5.83E+000	323	3.92E+001
206	1.90E+000	265	7.42E+000	324	5.67E+001
207	1.61E+000	266	9.92E+000	325	2.61E+001
208	1.29E+000	267	1.04E+002	326	9.81E+000
209	1.31E+000	268	3.40E+001	327	1.01E+001

328	7.80E+000	387	8.92E+000	446	1.77E+000
329	6.99E+000	388	6.50E+000	447	1.81E+000
330	4.11E+001	389	5.90E+000	448	9.91E+001
331	4.94E+001	390	5.59E+000	449	1.41E+002
332	2.74E+001	391	6.48E+000	450	1.06E+002
333	1.01E+001	392	9.35E+000	451	5.33E+001
334	9.47E+000	393	1.19E+001	452	3.09E+001
335	7.30E+000	394	1.34E+001	453	1.99E+001
336	7.14E+000	395	1.14E+001	454	1.30E+001
337	4.33E+001	396	9.41E+000	455	9.35E+000
338	4.05E+001	397	7.07E+000	456	2.95E+001
339	2.63E+001	398	6.01E+000	457	8.67E+001
340	9.44E+000	399	5.45E+000	458	1.19E+002
341	8.79E+000	400	5.27E+000	459	9.44E+001
342	6.93E+000	401	5.85E+000	460	5.05E+001
343	7.75E+000	402	7.18E+000	461	3.01E+001
344	4.43E+001	403	8.49E+000	462	1.97E+001
345	3.25E+001	404	9.46E+000	463	1.43E+001
346	2.14E+001	405	9.08E+000	464	1.30E+001
347	8.51E+000	406	7.86E+000	465	1.63E+001
348	7.90E+000	407	5.90E+000	466	1.16E+002
349	6.17E+000	408	5.33E+000	467	1.63E+002
350	7.42E+000	409	4.91E+000	468	1.24E+002
351	4.65E+001	410	4.66E+000	469	6.32E+001
352	2.63E+001	411	5.34E+000	470	3.89E+001
353	1.57E+001	412	5.58E+000	471	2.67E+001
354	7.67E+000	413	6.19E+000	472	2.12E+001
355	7.07E+000	414	6.90E+000	473	2.07E+001
356	5.49E+000	415	7.00E+000	474	1.38E+001
357	6.94E+000	416	6.38E+000	475	1.15E+002
358	4.69E+001	417	4.98E+000	476	1.58E+002
359	2.42E+001	418	4.48E+000	477	1.22E+002
360	1.27E+001	419	5.90E+000	478	6.14E+001
361	7.06E+000	420	6.41E+000	479	3.73E+001
362	6.53E+000	421	1.01E+001	480	2.60E+001
363	5.33E+000	422	5.95E+000	481	2.18E+001
364	7.20E+000	423	5.15E+000	482	2.15E+001
365	4.47E+001	424	5.56E+000	483	1.50E+001
366	2.74E+001	425	5.33E+000	484	1.14E+002
367	1.26E+001	426	5.06E+000	485	1.53E+002
368	6.86E+000	427	4.21E+000	486	1.17E+002
369	6.29E+000	428	3.34E+000	487	5.80E+001
370	5.50E+000	429	4.74E+000	488	3.47E+001
371	7.90E+000	430	8.84E+000	489	2.45E+001
372	3.04E+001	431	2.32E+001	490	2.12E+001
373	1.77E+001	432	3.12E+001	491	2.17E+001
374	4.15E+001	433	1.82E+001	492	1.89E+001
375	6.87E+001	434	5.35E+000	493	1.32E+002
376	3.79E+001	435	3.88E+000	494	1.78E+002
377	1.30E+001	436	3.11E+000	495	1.34E+002
378	6.80E+000	437	2.53E+000	496	6.56E+001
379	6.19E+000	438	2.31E+000	497	3.92E+001
380	5.69E+000	439	1.17E+000	498	2.78E+001
381	7.20E+000	440	5.43E+000	499	2.39E+001
382	1.28E+001	441	7.34E+000	500	2.39E+001
383	1.58E+001	442	1.13E+001	501	2.26E+001
384	2.13E+001	443	6.56E+000	502	1.43E+002
385	2.42E+001	444	2.79E+000	503	1.91E+002
386	2.28E+001	445	2.45E+000	504	1.45E+002

505	7.13E+001	564	2.59E+001	623	3.40E+001
506	4.31E+001	565	5.99E+001	624	2.62E+001
507	3.04E+001	566	8.52E+001	625	1.74E+001
508	2.54E+001	567	7.37E+001	626	1.31E+001
509	2.48E+001	568	4.44E+001	627	1.36E+001
510	2.52E+001	569	3.20E+001	628	8.90E+001
511	1.52E+002	570	2.70E+001	629	1.15E+002
512	2.04E+002	571	2.55E+001	630	8.78E+001
513	1.54E+002	572	2.55E+001	631	4.76E+001
514	7.64E+001	573	2.42E+001	632	3.55E+001
515	4.68E+001	574	6.03E+001	633	2.72E+001
516	3.32E+001	575	8.75E+001	634	1.77E+001
517	2.71E+001	576	7.49E+001	635	1.26E+001
518	2.56E+001	577	4.33E+001	636	3.09E+001
519	2.64E+001	578	2.98E+001	637	1.09E+002
520	1.55E+002	579	2.47E+001	638	1.48E+002
521	2.11E+002	580	2.34E+001	639	1.15E+002
522	1.61E+002	581	2.33E+001	640	6.17E+001
523	7.95E+001	582	2.18E+001	641	4.26E+001
524	4.96E+001	583	7.29E+001	642	3.22E+001
525	3.58E+001	584	1.06E+002	643	2.30E+001
526	2.91E+001	585	8.62E+001	644	1.57E+001
527	2.66E+001	586	4.50E+001	645	1.78E+001
528	2.78E+001	587	2.86E+001	646	1.17E+002
529	1.30E+002	588	2.28E+001	647	1.60E+002
530	1.74E+002	589	2.15E+001	648	1.27E+002
531	1.35E+002	590	2.03E+001	649	7.09E+001
532	6.93E+001	591	1.91E+001	650	4.91E+001
533	4.50E+001	592	1.12E+002	651	3.70E+001
534	3.37E+001	593	1.14E+002	652	2.87E+001
535	2.80E+001	594	7.57E+001	653	2.39E+001
536	2.63E+001	595	4.02E+001	654	2.05E+001
537	2.94E+001	596	2.45E+001	655	1.11E+002
538	1.05E+002	597	1.89E+001	656	1.47E+002
539	1.37E+002	598	1.83E+001	657	1.18E+002
540	1.08E+002	599	1.82E+001	658	6.94E+001
541	5.78E+001	600	6.66E+002	659	4.95E+001
542	3.96E+001	601	1.46E+002	660	3.75E+001
543	3.13E+001	602	1.42E+002	661	3.00E+001
544	2.73E+001	603	8.88E+001	662	2.50E+001
545	2.66E+001	604	4.11E+001	663	1.98E+001
546	2.96E+001	605	2.22E+001	664	9.79E+001
547	8.34E+001	606	1.63E+001	665	1.23E+002
548	1.09E+002	607	1.62E+001	666	9.88E+001
549	8.89E+001	608	1.88E+001	667	6.13E+001
550	5.08E+001	609	1.78E+001	668	4.53E+001
551	3.66E+001	610	9.64E+001	669	3.45E+001
552	3.02E+001	611	1.25E+002	670	2.80E+001
553	2.75E+001	612	9.04E+001	671	2.31E+001
554	2.72E+001	613	4.10E+001	672	1.96E+001
555	2.81E+001	614	2.27E+001	673	9.79E+001
556	7.12E+001	615	1.65E+001	674	1.23E+002
557	9.87E+001	616	1.51E+001	675	9.83E+001
558	8.32E+001	617	1.78E+001	676	5.95E+001
559	4.90E+001	618	1.52E+001	677	4.32E+001
560	3.56E+001	619	2.62E+001	678	3.25E+001
561	2.99E+001	620	4.21E+001	679	2.61E+001
562	2.78E+001	621	5.73E+001	680	2.15E+001
563	2.72E+001	622	4.39E+001	681	2.05E+001

682	9.84E+001	741	2.68E+001	800	1.23E+002
683	1.29E+002	742	2.25E+001	801	8.92E+001
684	1.03E+002	743	1.90E+001	802	5.07E+001
685	5.90E+001	744	2.10E+001	803	3.05E+001
686	4.03E+001	745	1.01E+002	804	2.00E+001
687	2.94E+001	746	1.53E+002	805	1.29E+001
688	2.32E+001	747	1.22E+002	806	1.08E+001
689	1.96E+001	748	6.55E+001	807	1.73E+001
690	2.40E+001	749	4.29E+001	808	1.34E+001
691	9.34E+001	750	3.25E+001	809	1.08E+001
692	1.28E+002	751	2.67E+001	810	9.89E+000
693	1.03E+002	752	2.21E+001	811	1.42E+001
694	5.58E+001	753	1.89E+001	812	1.14E+001
695	3.49E+001	754	1.18E+002	813	7.79E+000
696	2.42E+001	755	1.73E+002	814	1.68E+001
697	1.87E+001	756	1.37E+002	815	1.27E+001
698	1.75E+001	757	7.68E+001	816	7.62E+000
699	2.88E+001	758	5.26E+001	817	1.94E+001
700	9.17E+001	759	3.97E+001	818	1.57E+001
701	1.34E+002	760	3.14E+001	819	1.00E+001
702	1.09E+002	761	2.50E+001	820	2.24E+001
703	5.56E+001	762	2.04E+001	821	1.91E+001
704	3.20E+001	763	2.50E+002	822	1.38E+001
705	2.12E+001	764	2.41E+002	823	2.54E+001
706	1.68E+001	765	1.63E+002	824	2.31E+001
707	1.76E+001	766	9.90E+001	825	1.90E+001
708	3.34E+001	767	7.36E+001	826	2.72E+001
709	8.88E+001	768	5.63E+001	827	2.66E+001
710	1.35E+002	769	4.28E+001	828	2.45E+001
711	1.10E+002	770	2.86E+001	829	2.73E+001
712	5.43E+001	771	2.21E+001	830	2.86E+001
713	2.95E+001	772	7.59E+001	831	2.89E+001
714	1.92E+001	773	1.32E+002	832	2.56E+001
715	1.60E+001	774	1.19E+002	833	2.82E+001
716	1.80E+001	775	7.87E+001	834	3.02E+001
717	3.53E+001	776	5.85E+001	835	2.30E+001
718	7.90E+001	777	4.51E+001	836	2.57E+001
719	1.21E+002	778	3.47E+001	837	2.88E+001
720	9.81E+001	779	2.56E+001	838	1.84E+001
721	4.73E+001	780	2.52E+001	839	2.04E+001
722	2.53E+001	781	3.75E+001	840	2.30E+001
723	1.70E+001	782	7.21E+001	841	1.31E+001
724	1.49E+001	783	8.03E+001	842	1.44E+001
725	1.67E+001	784	6.36E+001	843	1.56E+001
726	3.32E+001	785	4.85E+001	844	7.72E+000
727	8.17E+001	786	3.76E+001	845	9.66E+000
728	1.28E+002	787	2.92E+001	846	9.77E+000
729	1.03E+002	788	2.29E+001	847	7.51E+000
730	5.03E+001	789	2.03E+001	848	1.04E+001
731	2.87E+001	790	4.45E+001	849	8.83E+000
732	2.05E+001	791	6.35E+001	850	1.05E+001
733	1.76E+001	792	5.77E+001	851	1.24E+001
734	1.65E+001	793	4.07E+001	852	1.02E+001
735	2.67E+001	794	2.75E+001	853	1.91E+000
736	9.19E+001	795	2.00E+001	854	1.09E+000
737	1.44E+002	796	1.50E+001	855	2.39E+000
738	1.16E+002	797	1.46E+001	856	5.78E+000
739	5.88E+001	798	1.72E+001	857	6.41E+000
740	3.62E+001	799	9.36E+001	858	3.55E+000

859	4.28E+000	918	1.03E+001	977	4.40E+000
860	2.40E+000	919	1.07E+001	978	5.06E+000
861	1.96E+000	920	1.38E+001	979	6.69E+000
862	1.94E+000	921	1.50E+001	980	9.74E+000
863	2.06E+000	922	1.70E+001	981	1.57E+001
864	2.54E+000	923	6.54E+000	982	1.13E+001
865	4.88E+000	924	5.97E+000	983	3.61E+000
866	1.03E+001	925	5.46E+000	984	3.68E+000
867	2.36E+001	926	5.48E+000	985	3.78E+000
868	3.20E+001	927	5.93E+000	986	4.03E+000
869	3.01E+001	928	6.53E+000	987	4.50E+000
870	1.61E+001	929	6.56E+000	988	5.34E+000
871	7.75E+000	930	9.40E+000	989	6.78E+000
872	4.46E+000	931	1.39E+001	990	9.02E+000
873	2.06E+000	932	1.51E+001	991	1.20E+001
874	2.89E+000	933	5.60E+000	992	7.91E+000
875	1.64E+001	934	5.40E+000	993	3.39E+000
876	1.87E+002	935	4.87E+000	994	3.33E+000
877	7.07E+001	936	4.45E+000	995	3.34E+000
878	1.19E+002	937	4.39E+000	996	3.70E+000
879	1.97E+002	938	4.48E+000	997	4.09E+000
880	5.20E+001	939	4.52E+000	998	5.14E+000
881	4.24E+000	940	6.67E+000	999	6.19E+000
882	3.52E+000	941	1.37E+001	1000	8.48E+000
883	2.50E+000	942	1.60E+001	1001	9.26E+000
884	2.87E+000	943	4.80E+000	1002	6.35E+000
885	3.01E+000	944	4.80E+000	1003	3.11E+000
886	5.20E+000	945	4.39E+000	1004	3.08E+000
887	7.43E+000	946	3.96E+000	1005	3.10E+000
888	4.20E+000	947	3.73E+000	1006	2.85E+000
889	1.35E+001	948	3.60E+000	1007	3.55E+000
890	4.39E+000	949	3.69E+000	1008	4.66E+000
891	5.00E+000	950	4.85E+000	1009	7.33E+000
892	3.72E+000	951	1.24E+001	1010	7.07E+000
893	5.91E+000	952	1.90E+001	1011	6.96E+000
894	5.50E+000	953	4.22E+000	1012	5.29E+000
895	9.89E+000	954	4.34E+000	1013	1.51E+000
896	1.54E+001	955	4.08E+000	1014	5.12E+000
897	2.01E+001	956	3.81E+000	1015	9.21E+000
898	2.50E+001	957	3.67E+000	1016	1.35E+001
899	2.96E+001	958	3.67E+000	1017	1.78E+001
900	3.17E+001	959	3.91E+000	1018	2.08E+001
901	3.69E+001	960	5.29E+000	1019	2.05E+001
902	2.12E+001	961	1.22E+001	1020	1.42E+001
903	7.49E+000	962	2.10E+001	1021	5.53E+000
904	5.76E+000	963	3.87E+000	1022	1.10E+001
905	7.77E+000	964	4.07E+000	1023	1.98E+000
906	1.11E+001	965	3.97E+000	1024	4.53E+000
907	1.42E+001	966	3.91E+000	1025	8.51E+000
908	1.78E+001	967	4.00E+000	1026	1.24E+001
909	2.02E+001	968	4.34E+000	1027	1.64E+001
910	2.41E+001	969	5.31E+000	1028	1.99E+001
911	2.34E+001	970	8.26E+000	1029	2.07E+001
912	2.16E+001	971	1.57E+001	1030	1.70E+001
913	7.35E+000	972	1.75E+001	1031	1.01E+001
914	6.16E+000	973	3.74E+000	1032	1.05E+001
915	6.14E+000	974	3.90E+000	1033	2.65E+000
916	7.29E+000	975	3.95E+000	1034	4.52E+000
917	8.69E+000	976	4.07E+000	1035	8.16E+000

1036	1.18E+001	1095	5.04E+001	1154	3.22E+002
1037	1.56E+001	1096	5.93E+001	1155	3.22E+002
1038	1.95E+001	1097	6.36E+001	1156	3.24E+002
1039	2.23E+001	1098	6.25E+001	1157	3.25E+002
1040	2.13E+001	1099	5.53E+001	1158	3.26E+002
1041	1.31E+001	1100	4.22E+001	1159	3.29E+002
1042	9.95E+000	1101	2.43E+001	1160	3.34E+002
1043	3.24E+000	1102	1.25E+001	1161	3.45E+002
1044	5.18E+000	1103	1.40E+001	1162	3.55E+002
1045	9.24E+000	1104	2.38E+001	1163	4.49E+001
1046	1.32E+001	1105	3.28E+001	1164	2.88E+001
1047	1.69E+001	1106	3.94E+001	1165	1.81E+001
1048	2.07E+001	1107	4.29E+001	1166	1.25E+001
1049	2.43E+001	1108	4.21E+001	1167	8.50E+000
1050	2.51E+001	1109	3.66E+001	1168	7.36E+000
1051	1.93E+001	1110	2.67E+001	1169	1.61E+001
1052	1.21E+001	1111	1.43E+001	1170	2.86E+001
1053	3.90E+000	1112	9.25E+000	1171	4.28E+001
1054	5.44E+000	1113	1.08E+001	1172	6.25E+001
1055	9.55E+000	1114	1.71E+001	1173	8.18E+001
1056	1.40E+001	1115	2.32E+001	1174	5.16E+001
1057	1.81E+001	1116	2.83E+001	1175	3.13E+001
1058	2.24E+001	1117	3.14E+001	1176	1.91E+001
1059	2.66E+001	1118	3.11E+001	1177	1.39E+001
1060	3.01E+001	1119	2.65E+001	1178	1.68E+001
1061	2.51E+001	1120	1.81E+001	1179	3.03E+001
1062	1.29E+001	1121	8.23E+000	1180	5.04E+001
1063	4.58E+000	1122	1.01E+001	1181	7.63E+001
1064	5.79E+000	1123	5.35E+000	1182	1.11E+002
1065	1.07E+001	1124	1.08E+001	1183	1.18E+002
1066	1.63E+001	1125	1.62E+001	1184	8.73E+001
1067	2.08E+001	1126	2.09E+001	1185	6.73E+001
1068	2.53E+001	1127	2.41E+001	1186	5.51E+001
1069	3.01E+001	1128	2.44E+001	1187	5.13E+001
1070	3.26E+001	1129	2.06E+001	1188	5.74E+001
1071	3.54E+001	1130	1.29E+001	1189	7.15E+001
1072	1.71E+001	1131	5.34E+000	1190	9.18E+001
1073	1.77E+002	1132	9.94E+000	1191	1.20E+002
1074	3.23E+002	1133	3.90E+000	1192	1.58E+002
1075	4.32E+002	1134	8.15E+000	1193	4.86E+000
1076	4.88E+002	1135	1.26E+001	1194	6.93E+000
1077	4.94E+002	1136	1.71E+001	1195	7.77E+000
1078	4.54E+002	1137	2.07E+001	1196	6.46E+000
1079	3.79E+002	1138	2.18E+001	1197	4.20E+000
1080	2.79E+002	1139	1.85E+001	1198	4.69E+000
1081	1.66E+002	1140	1.06E+001	1199	6.63E+000
1082	6.82E+001	1141	3.53E+000	1200	7.73E+000
1083	3.44E+001	1142	1.09E+001	1201	7.17E+000
1084	6.23E+001	1143	1.50E+000	1202	4.60E+000
1085	8.62E+001	1144	5.80E+000	1203	4.56E+000
1086	1.03E+002	1145	1.02E+001	1204	7.02E+000
1087	1.11E+002	1146	1.45E+001	1205	7.78E+000
1088	1.10E+002	1147	1.83E+001	1206	6.30E+000
1089	9.89E+001	1148	2.02E+001	1207	3.55E+000
1090	7.80E+001	1149	1.81E+001	1208	3.75E+000
1091	4.80E+001	1150	1.08E+001	1209	6.78E+000
1092	1.55E+001	1151	4.12E+000	1210	8.56E+000
1093	2.42E+001	1152	1.07E+001	1211	7.78E+000
1094	3.82E+001	1153	3.12E+002	1212	4.47E+000

1213	7.39E+000	1244	2.02E+000	1275	3.31E+000
1214	9.11E+000	1245	2.06E+000	1276	4.57E+000
1215	9.57E+000	1246	1.94E+000	1277	5.25E+000
1216	7.75E+000	1247	1.45E+000	1278	5.31E+000
1217	3.65E+000	1248	1.11E+000	1279	4.92E+000
1218	3.57E+000	1249	1.30E+000	1280	4.30E+000
1219	8.35E+000	1250	1.85E+000	1281	3.58E+000
1220	1.12E+001	1251	1.92E+000	1282	1.56E+000
1221	1.06E+001	1252	1.58E+000	1283	8.00E-001
1222	7.96E+000	1253	2.15E+000	1284	7.52E-001
1223	1.38E+001	1254	3.00E+000	1285	7.23E-001
1224	1.40E+001	1255	3.77E+000	1286	8.15E-001
1225	1.29E+001	1256	4.09E+000	1287	1.01E+000
1226	9.94E+000	1257	3.95E+000	1288	1.23E+000
1227	4.89E+000	1258	3.73E+000	1289	1.37E+000
1228	4.65E+000	1259	3.68E+000	1290	1.40E+000
1229	1.13E+001	1260	3.72E+000	1291	1.78E+000
1230	1.63E+001	1261	3.51E+000	1292	1.59E+000
1231	1.77E+001	1262	2.79E+000	1293	1.12E+000
1232	1.98E+001	1263	1.41E+000	1294	1.06E+000
1233	4.43E+000	1264	1.67E+000	1295	1.37E+000
1234	4.88E+000	1265	3.07E+000	1296	2.05E+000
1235	4.90E+000	1266	5.05E+000	1297	2.93E+000
1236	4.03E+000	1267	7.11E+000	1298	3.74E+000
1237	3.04E+000	1268	8.70E+000	1299	4.19E+000
1238	3.59E+000	1269	9.15E+000	1300	4.22E+000
1239	4.35E+000	1270	8.10E+000	1301	3.62E+000
1240	4.51E+000	1271	6.06E+000	1302	1.78E+000
1241	3.89E+000	1272	2.85E+000		
1242	2.98E+000	1273	1.21E+000		
1243	1.85E+000	1274	2.03E+000		

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Echer Wyss Ltd. *Static and dynamic calculation of a Francis turbine runner with some remarks on accuracy*, Hydraulics Department, Suizer-, CH-8023 Zurch, Switzerland, Computer and Structures Vol 27, No5. pp 645-655, 1987
- [2] A. Wickstrom, *Structural analysis of Francis turbine runners using ADINA*, Kvaerner Energy, N-0135, Oslo, Norway.
- [3] M. Dubas and M. Schuch. *Stress measurement and deformation in a model Francis turbine to low fall*. Computer and Structures. Volume 27, Issue 5, 1987, Pages 645-655
- [4] Michel Sabourin, Jean Louis Gagne, Silvain Giroux, Antoine St- Hilaire, Julien de la Bruere Terrault. *Mechanical loads and fatigue analysis of a Francis runner*, Alstom Power, Hydrovision 2004, Montréal.
- [5] N.INOMATA, K.TSUCHIYA and S.YAMADA. *Measurement of stress on blade of nedo's 500 kW prototype wind turbine*, Tohoku Electric Power, 1998 Elsevier Science.
- [6] Hans Aunemo (GE Hydro), *Flow induced stresses in a medium head Francis runner –Strain gauge measurements in an operating plant and comparison with Finite Element Analysis*. Halvard Bjørndal (Norconsult), Trond Moltubakk (GE Hydro), IAHR 10th international meeting of the work group the behaviour of hydraulic machinery under steady oscillatory conditions, June 26.-28. 2001, Trondheim, Norway.
- [7] TH. Bovet, *Contribution à la notion du chiffre de cavitation d'une turbine hydraulique à réaction*. École polytechnique de l'université de Lausanne.
- [8] Vivier, Lucien, *Turbines hydrauliques et leurs régulations*. Ed., Albin Michel, Paris 1966.
- [9] www.simtec.gr/fluent_downloads/Carija_Zoran.pdf
- [10] Baumaister, Ravallone, E, Marks *Standard handbook for mechanical engineers*. McGraw-Hill Ed, 1979.
- [11] H.Brekke, *Hydraulic design strategy for Francis Turbines*. University of science and technology, Norway.

- [12] Gernot Beer, *Programming the Boundary Element Method*. Institute for Structural Analysis, Graz, Austria.
- [13] <http://gid.cimne.upc.es/>
- [14] Xiao-Wei Gao, Trevor G. Davies, *Boundary Element Programming in Mechanics*. Cambridge University, UK.
- [15] Becker, A. A. *The boundary element method in engineering*. London, Angleterre : McGraw-Hill , c1992.
- [16] Partridge, Paul William; Brebbia, Carlos Alberto; Wrobel, L. C. *The dual reciprocity boundary element method*. Southampton, U.K. : Computational Mechanics Publications ; New York, N. Y. : Elsevier Applied Science, c1992.