

Modélisation par éléments finis du soudage des aciers 13Cr-4Ni en présence de transformations de phases

par

Jean-Benoît LÉVESQUE

THÈSE PRÉSENTÉE À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION
DU DOCTORAT EN GÉNIE
Ph.D.

MONTREAL, LE "12 JANVIER 2026"

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Jean-Benoît Lévesque, 2026



Cette licence Creative Commons signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette oeuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'oeuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE:

M. Henri Champlaud, directeur de thèse
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Jacques Lanteigne, codirecteur
Institut de recherche d'Hydro-Québec

M. Simon Joncas, président du jury
Département de génie des systèmes à l'École de technologie supérieure

M. Mohamad Jahazi, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Tan Pham, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Augustin Gakwaya, examinateur externe indépendant
Département de génie mécanique et de génie industriel à l'Université Laval

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE "19 DÉCEMBRE 2025"

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Cette thèse a été réalisée au sein de l'Institut de recherche d'Hydro-Québec, sous la supervision du professeur Henri Champlaud et de mon collègue Jacques Lanteigne. J'exprime à mes directeurs toute ma gratitude pour la rigueur de leur accompagnement, la pertinence de leurs conseils et leur disponibilité tout au long de ce travail.

Je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance à M. Daniel Paquet, dont la rigueur et la générosité ont exercé une influence déterminante sur la qualité de ce travail.

J'adresse de vifs remerciements à M. Carlo Baillargeon pour sa contribution essentielle aux travaux expérimentaux. Je souhaite également exprimer ma gratitude à M. René Dubois, dont l'expertise m'a été particulièrement précieuse.

À l'issue de ce travail, je souhaite remercier l'ensemble des collègues de l'Institut qui ont contribué à sa réalisation. Je remercie – M. Pierre-Antony Deschênes, M. Laurent Tôt-Thât, M. Denis Thibault, M. Stéphane Godin – pour la qualité des échanges qui ont enrichi ce travail. Je remercie mes supérieurs Jean Leduc et Steve Valois pour leur support.

Enfin je souhaite remercier mes proches pour leur contribution discrète. Ils ont su m'épauler comme seuls eux peuvent le faire.

Modélisation par éléments finis du soudage des aciers 13Cr-4Ni en présence de transformations de phases

Jean-Benoît LÉVESQUE

RÉSUMÉ

Ce document traite de la simulation du procédé de soudage dans les aciers inoxydables martensitiques 13Cr-4Ni (CA6NM) en intégrant les transformations de phases. Ces transformations doivent être prises en compte lors de la simulation des aciers 13Cr-4Ni utilisés dans la fabrication des turbines, car ces matériaux subissent des transitions de phases austénitique et martensitique et présentent un phénomène de plasticité induite par la transformation.

Les travaux traitent de la caractérisation des propriétés thermophysiques et mécaniques de l'acier S41500 et du métal d'apport E410NiMo. Ces caractérisations interviennent à plusieurs niveaux. D'abord elles sont nécessaires pour alimenter le logiciel de simulation avec les propriétés des matériaux. Elles sont également utilisées, en particulier les essais dilatométriques, pour déterminer les paramètres des matériaux nécessaires à la modélisation des cinétiques des transformations de phases lors du soudage. À cet effet, l'utilisation d'un dilatomètre de trempe permet d'obtenir des historiques thermiques semblables à ceux rencontrés lors du soudage. Les essais dilatométriques sont utilisés pour calibrer les modèles de transformation de phases diffusives de type JMAK et displacives de type Koistinen-Marburger. La mesure dilatométrique est aussi utilisée pour caractériser la plasticité de transformation. Une configuration particulière du dilatomètre de trempe permet la mesure de la déformation durant la transformation martensitique sous l'application d'une contrainte.

L'algorithme de simulation intégrant ces phénomènes des matériaux est présenté. L'expression du module tangent nécessaire à l'évaluation de la consolidation du matériau lors des transformations de phases est développée. La simulation thermique du soudage d'une plaque instrumentée de thermocouples, permettant le calcul précis des distributions de chaleur et l'évolution des fractions transformées en tout point du modèle est présentée. Les mesures expérimentales nécessaires pour la validation sont présentées.

Mots-clés: Simulation du soudage, Transformations de phases, Plasticité de transformation, Mesure dilatométrique

Finite Element Modeling of Welding in 13Cr-4Ni Steels Considering Phase Transformations

Jean-Benoît LÉVESQUE

ABSTRACT

This thesis focuses on the simulation of the welding process in 13Cr-4Ni (CA6NM) martensitic stainless steels by incorporating phase transformations. These transformations must be considered when simulating 13Cr-4Ni steels, used in turbine manufacturing, since they undergo both austenitic and martensitic phase transformations and exhibit transformation-induced plasticity during the martensitic transformation.

The work addresses the characterization of the thermophysical and mechanical properties of S41500 steel and E410NiMo filler metal. These characterizations serve multiple purposes : first, they provide the material properties required for the simulation software ; second, they are used, in particular the dilatometric tests, to determine the parameters of phase transformation kinetics models during welding. For this purpose, a quenching dilatometer is employed to reproduce thermal histories similar to those encountered during welding. Dilatometric tests are used to calibrate diffusive transformation models of the JMAK type and displacive transformation models of the Koistinen-Marburger type. Dilatometry is also used to characterize transformation-induced plasticity. A specific configuration of the quenching dilatometer enables measurement of deformation during martensitic transformation under applied stress.

The simulation algorithm integrating these material phenomena is presented. The expression of the tangent modulus required to evaluate material hardening during phase transformations is developed. Thermal simulation of welding on an instrumented plate with thermocouples is described, allowing accurate calculation of heat distribution and the evolution of transformed fractions at every point in the model. The experimental measurements required for validation are also presented.

Keywords: Welding simulation, Phase transformations, Transformation-induced plasticity, Dilatometric measurement

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE	3
1.1 Mise en contexte	3
1.1.1 Endommagement par fatigue des turbines hydrauliques	4
1.1.2 Fabrication des turbines hydrauliques	5
1.2 Transformations de phases	7
1.2.1 Transformations diffusives	8
1.2.2 Transformations displacives	9
1.3 Plasticité induite par la transformation	10
1.3.1 Généralités	10
1.3.2 Mécanismes	11
1.3.3 Modélisation de la plasticité de transformation	12
1.4 Simulation du soudage	16
1.4.1 Architecture de simulation du soudage	17
1.4.2 Modélisation thermique	19
1.4.3 Simulation structurale	22
1.4.4 Lois de comportement pour matériaux élastoplastiques	24
1.5 Résumé de la revue de littérature	25
CHAPITRE 2 PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS	27
2.1 Problématique	27
2.2 Objectifs	28
CHAPITRE 3 ALGORITHMES POUR LA PRISE EN CHARGE DES TRANSFORMATIONS DE PHASES	31
3.1 Introduction des transformations de phases dans la simulation par éléments finis de l'écoulement de chaleur	31
3.2 Introduction des transformations de phases dans la simulation par éléments finis structurale	33
3.3 Dérivation de la tangente algorithmique en fonction de la fraction transformée	42
3.3.1 Formes générales des tangentes algorithmiques	43
3.3.2 Expressions particulières de la tangente algorithmique associée à la variation de fraction transformée	47
3.4 Conclusion	48
CHAPITRE 4 MÉTHODOLOGIE POUR LA CARACTÉRISATION DES MATÉRIAUX	49
4.1 Matériaux	49
4.2 Mesure de la chaleur spécifique	50

4.3	Mesure de la diffusivité thermique	52
4.4	Mesure de dilatation thermique linéaire	54
4.5	Relation entre la contrainte et la déformation en fonction de la température	57
4.6	Calibration et validation de la simulation du soudage	59
4.6.1	Calibration de la simulation thermique du soudage	59
4.6.2	Mesures des contraintes résiduelles par la méthode du contour	65
4.7	Conclusion	67

CHAPITRE 5 MODELLING SOLID STATE PHASE TRANSFORMATIONS OF 13CR-4NI STEELS IN WELDING HEAT AFFECTED ZONE 69

5.1	Abstract	69
5.2	Introduction	70
5.3	Modelling Solid State Phase Transformation	73
5.3.1	Austenitic Transformation During Welding	73
5.3.1.1	Modelling Diffusive Phase Transformations	73
5.3.1.2	Calibration of JMAK Model Parameters	74
5.3.1.3	Transformation Activation Energy From Continuous Heating Rate Experiments	76
5.3.2	Martensitic Transformation During Welding	77
5.3.2.1	Modelling Diffusionless Phase Transformations	77
5.3.2.2	Calibration of Martensitic Transformation Model Parameters ..	79
5.4	Material and Equipment	81
5.5	Determination of Experimental Heating and Cooling Rates by FE Simulation of Welding	82
5.5.1	Finite Element Model and Simulation Parameters	83
5.5.2	Finite Element Results	88
5.6	Results and Discussion	89
5.6.1	Determination of the Austenitic Transformation Activation Energy in 13Cr-4Ni Steel	89
5.6.2	Determination of JMAK Equation Parameters	93
5.6.3	Influence of Time Step on Austenitic Transformation Model	95
5.6.4	Determination of Martensitic transformation Parameters	96
5.7	Conclusion	97

CHAPITRE 6 CHARACTERIZING AND MODELING TRANSFORMATION- INDUCED PLASTICITY IN 13CR-4NI WELDS UPON COOLING 101

6.1	Abstract	101
6.2	Introduction	102
6.3	Materials and Methods	104
6.3.1	Materials	104
6.3.2	Experimental Setup	107
6.3.3	Specimen Design	109
6.3.4	Thermal Cycle	109
6.3.5	Loading for TRIP Experiments	110

6.4	Results and Discussion	112
6.4.1	Effect of the Application of Stress on the Total Strain Upon Martensitic Transformation	112
6.4.2	Experimental Determination of the TRIP Parameter	113
6.4.3	Relationship Between M_s and Applied Stress	115
6.4.4	Validation of the Transformation-Induced Plasticity Model	116
6.5	Conclusions	121
CHAPITRE 7 SIMULATION ET VALIDATION EXPÉRIMENTALE DU SOUDAGE		123
7.1	Énergie latente de transformation	123
7.2	Chaleur spécifique	125
7.3	Conductivité thermique	126
7.4	Coefficient d'expansion thermique	128
7.5	Densité	130
7.6	Propriétés mécaniques des matériaux	131
7.6.1	Module d'élasticité en fonction de la température	131
7.6.2	Relation entre la déformation et la contrainte en fonction de la température	133
7.7	Simulation thermique du soudage	135
7.8	Mesures des contraintes résiduelles	149
7.9	Conclusion	152
CONCLUSION		155
RECOMMANDATIONS		157
ANNEXE I	DESSIN DE FABRICATION DE LA PLAQUE INSTRUMENTÉE POUR LE SOUDAGE	159
ANNEXE II	COMPARAISON DES PROFILS THERMIQUES MESURÉS ET SIMULÉS POUR CHACUN DES CORDONS	161
BIBLIOGRAPHIE		167

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 4.1	Compositions chimiques du métal de base UNS S41500 et du métal d'apport E410NiMo en acier inoxydable martensitique utilisés pour l'étude. 49
Tableau 4.2	Paramètres des essais de traction en température 59
Tableau 4.3	Paramètres de soudage au FCAW 63
Tableau 5.1	Chemical composition of UNS S41500 stainless steel 81
Tableau 5.2	Goldak's welding source model parameters for FCAW of S41500 steel plate 86
Tableau 6.1	Chemical compositions of UNS S41500 stainless steel and E410NiMo filler material. 106
Tableau 6.2	Selected uniaxial loading ratio for the transformation-induced plasticity parameter determination experiments. 111
Tableau 6.3	Material parameters for thermal strain calculations and phase transformation models. 118
Tableau 7.1	Paramètres du modèle de Goldak pour la définition des sources de soudage <i>FCAW</i> 148

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Diagramme des phases des aciers 13Cr-4Ni Tirée de Folkhard (1988) 8
Figure 1.2	Mise en évidence de l'effet du <i>back stress</i> sur la déformation mesurée lors d'essais TRIP durant lesquels la contrainte est retirée à différentes fractions transformées Tirée de Taleb <i>et al.</i> (2023) 14
Figure 1.3	Comparaison des résultats expérimentaux aux modélisations avec les modèles LTS et LTS actualisé Tirée de Taleb <i>et al.</i> (2023) 15
Figure 4.1	Historique thermique imposé lors de la mesure de la chaleur spécifique des aciers 13Cr-4Ni 51
Figure 4.2	Mesures de la chaleur spécifique obtenues par calorimétrie différentielle balayage pour l'acier S41500 52
Figure 4.3	Niveaux de température testés pour la mesure de la diffusivité thermique 54
Figure 4.4	Vue globale du dilatomètre de trempe DIL805 de TA Instruments 55
Figure 4.5	Vue rapprochée de la chambre du dilatomètre de trempe DIL805 de TA Instruments 56
Figure 4.6	Vue rapprochée de la chambre du dilatomètre de trempe DIL805 dans une configuration permettant l'application d'une force 57
Figure 4.7	Relations contrainte/déformation obtenues lors des essais de traction en température dans l'acier inoxydable 415 60
Figure 4.8	Relations contrainte/déformation obtenues lors des essais de traction en température dans le métal d'apport en acier inoxydable E410NiMo .. 60
Figure 4.9	Vue du dessous de la plaque après l'installation des thermocouples 61
Figure 4.10	Vue du dessous de la plaque après l'installation des thermocouples 62
Figure 4.11	Plaque instrumentée avant le soudage 63
Figure 4.12	Profils successifs des cordons de soudure suivant leur dépôt à l'aide d'un appareil de mesure au laser. 64
Figure 4.13	Plaque instrumentée après la complétion du soudage 64

Figure 4.14	Préparation à la coupe par EDM	66
Figure 4.15	Plaque soudée après la coupe par EDM pour la mesure des contraintes résiduelles par la méthode du contour	66
Figure 5.1	Dilatation as a function of temperature during heating and cooling of 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steel	71
Figure 5.2	Dilatation vs temperature during the continuous heating of a sample	75
Figure 5.3	Dilatation vs temperature during the continuous cooling of a sample	80
Figure 5.4	Determination of the theoretical martensitic start temperature T_{KM} by the onset method	81
Figure 5.5	Geometry of the instrumented welded plate. The first bead is colored in blue, the second bead in red and the third in green. Adapted from reference Tireh-Dast (2015)	83
Figure 5.6	Close view of the welded region of the FE mesh	84
Figure 5.7	Thermal conductivity of S41500 as a function of temperature	85
Figure 5.8	Specific heat of S41500 as a function of temperature	85
Figure 5.9	Emissivity coefficient of CA6NM as a function of temperature. Adapted from reference Bouffard & Lantaigne (2017)	86
Figure 5.10	Heat source model used for FCAW welding. Are shown the power distribution and front/rear ellipsoids. Adapted from reference Goldak <i>et al.</i> (1984)	87
Figure 5.11	Simulated maximum heating rate in the welded region. The white and the black solid lines locate the 600°C and 1000°C isotherms respectively.	89
Figure 5.12	Thermal cycle for dilatometric tests. The heating rate ϕ is a variable of this test program.	90
Figure 5.13	Kinetics of austenitic transformation for different continuous heating rates. Only 10% of data are displayed on the curves.	91
Figure 5.14	Determination of T_{infl} at a heating rate of $\phi = 10^\circ\text{C/s}$	92
Figure 5.15	Kissinger's plot used for activation energy evaluation	93

Figure 5.16	Plot of $\ln(-\ln(1 - f_\gamma))$ against $\ln(s)$ allowing JMAK parameters calculation 94
Figure 5.17	Comparison between measured and calculated austenite volume fraction 95
Figure 5.18	Comparison of measured and calculated martensitic phase volume content for different models 98
Figure 6.1	Micrographs of the materials under study : (a) UNS S41500 base metal ; (b) E410NiMo base metal. 105
Figure 6.2	Dilatation as a function of temperature during the heating and cooling of S41500 and E410NiMo soft martensitic stainless steels 107
Figure 6.3	Schematic of the test chamber of the quenching dilatometer 108
Figure 6.4	TRIP experiments : thermal and loading history. 111
Figure 6.5	Total strain measured during the cooling of the S41500 specimens for various magnitudes of uniaxial stress (compressive and tensile). 112
Figure 6.6	Total strain measured during the cooling of the E410NiMo specimens for various magnitudes of uniaxial stress (compressive and tensile). 113
Figure 6.7	Final transformation-induced strains as a function of the applied stress magnitude for S41500 and E410NiMo. 114
Figure 6.8	Martensitic start transformation as a function of applied stress. 116
Figure 6.9	Comparison of modeled total strains (solid) and experimental total strains data (dashed) for S41500 stainless steel. 119
Figure 6.10	Comparison of modeled total strains (solid) and experimental total strains data (dashed) for E410NiMo stainless steel. 120
Figure 7.1	Variation de l'enthalpie spécifique durant la mesure de la chaleur spécifique de l'acier inoxydable S41500 123
Figure 7.2	Variation d'enthalpie durant les transformations de phases de l'acier inoxydable S41500 124
Figure 7.3	Chaleur spécifique brute de l'acier inoxydable S41500 et régression excluant la contribution des transformations de phases austénitique au chauffage et martensitique au refroidissement 125

Figure 7.4	Chaleur spécifique brute du métal d'apport E410NiMo et régression excluant la contribution des transformations de phases austénitique au chauffage et martensitique au refroidissement 126
Figure 7.5	Variation de la conductivité thermique de l'acier S41500 en fonction de la température selon l'équation (7.1) 127
Figure 7.6	Variation de la conductivité thermique du métal d'apport E410NiMo en fonction de la température selon l'équation (7.1) 128
Figure 7.7	Variation de coefficient de dilatation thermique linéaire pour chacune des phases de l'acier inoxydable martensitique S41500 129
Figure 7.8	Variation de coefficient de dilatation thermique linéaire pour chacune des phases du métal d'apport E410NiMo 129
Figure 7.9	Variation de la densité pour chacune des phases de l'acier inoxydable martensitique S41500 130
Figure 7.10	Variation de la densité pour chacune des phases du métal d'apport E410NiMo 131
Figure 7.11	Relation entre le module d'élasticité et la température mesurée lors des essais de traction dans l'acier inoxydable 415 132
Figure 7.12	Relation entre le module d'élasticité et la température mesurée lors des essais de traction dans le métal d'apport en acier inoxydable E410NiMo 133
Figure 7.13	Relation entre la limite d'élasticité et la déformation plastique en fonction de la température de l'acier inoxydable 415 134
Figure 7.14	Relation entre la limite d'élasticité et la déformation plastique en fonction de la température du métal d'apport en acier inoxydable E410NiMo 135
Figure 7.15	Maillage complet utilisé pour la simulation du soudage 136
Figure 7.16	Maillage détaillé des cordons de soudure comparé aux mesures laser entre le dépôt de chacun des cordons 137
Figure 7.17	Technique de la naissance des éléments du modèle pour simuler l'ajout progressif de matière et la mise à jour des conditions aux frontières du modèle 138

Figure 7.18	Vue tridimensionnelle de la naissance des éléments du modèle lors du soudage pour simuler l'ajout progressif de matière et la mise à jour des conditions aux frontières du modèle138
Figure 7.19	Comparaison des résultats de simulation validant la stratégie de naissance des éléments139
Figure 7.20	Distribution de température lors du soudage du cinquième cordon140
Figure 7.21	Distributions sur un plan lors du soudage du cinquième cordon141
Figure 7.22	Sélection de deux noeuds, A et B, du modèle dans la zone affectée thermiquement142
Figure 7.23	Évolution de la température et de la fraction transformée au noeud A ..143
Figure 7.24	Évolution de la température et de la fraction transformée au noeud B ...144
Figure 7.25	Historiques thermiques mesurés et simulés de couples d'efficacité de la source η et du coefficient de transfert de chaleur par convection h ...145
Figure 7.26	Détermination du couple d'efficacité de la source η et du coefficient de transfert de chaleur par convection h minimisant l'écart avec le l'historique thermique mesuré au thermocouple 16146
Figure 7.27	Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés à la position des thermocouples 2, 6, 10, 11 et 14 lors du soudage du premier cordon de soudage147
Figure 7.28	Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés à la position des thermocouples 3, 5, 7, 12 et 15 lors du soudage du huitième cordon de soudage147
Figure 7.29	Comparaison de la zone de fusion observée par métallographie et la zone de fusion estimée par simulation149
Figure 7.30	Distribution des déplacements imposés au modèle d'éléments finis pour le calcul des contraintes résiduelles de soudage150
Figure 7.31	Maillage préparé pour le calcul d'éléments finis des contraintes résiduelles par la méthode du contour151
Figure 7.32	Distribution des contraintes résiduelles obtenue par la méthode du contour152

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

AC1	Température de début de transformation austénitique
AC3	Température de fin de transformation austénitique
AIME	<i>American Institute of Mining, Metallurgical and Petroleum Engineers</i>
AISI	<i>American Iron and Steel Institute</i>
ASME	<i>The American Society of Mechanical Engineers</i>
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
BPVC	<i>Boiler and Pressure Vessel Code</i>
CO2	Dioxyde de carbone
CTE	Coefficient d'expansion thermique
DSC	<i>Differential Scanning Calorimetry</i>
EBSD	<i>Electron backscatter diffraction</i>
EDM	<i>Electro Discharge Machining</i>
ETS	École de Technologie Supérieure
FCAW	<i>Flux Core Arc Welding</i>
FZ	<i>Fuzion Zone</i>
GES	Gaz à effet de serre
GTA	Groupe turbine-alternateur
HAZ	<i>Heat affected zone</i>
HCF	<i>High cycle fatigue</i>
IREQ	Institut de recherche d'Hydro-Québec
ISIJ	<i>The Iron and Steel Institute of Japan</i>
JMAK	Johnson-Mehl-Avrami-Kolmogorov
LFA	<i>Laser flash analysis</i>
LVDT	<i>Linear Variable Differential Transformer</i>
MEF	Méthode des éléments finis

SSPT	<i>Solid state phase transformation</i>
TC	Thermocouple
TRIP	<i>Transformation induced plasticity</i>
ZAT	Zone affectée thermiquement

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

Δf	Incrément de f
δf	Perturbation infinitésimale de f
$f_{\alpha'}$	Fraction de phase martensitique
$\dot{f}_{\alpha'}$	Taux de variation de la fraction de phase martensitique
α	Coefficient de dilatation thermique
$\bar{\alpha}$	Coefficient de dilatation thermique équivalent
β_i	Coefficients utilisés pour calculer $\mathbf{C}_{\epsilon}^{alg}$, $\mathbf{C}_T^{alg}$ et $\mathbf{C}_{f\alpha'}^{alg}$
Γ	Surface frontière du domaine Ω
Γ_e	Surface frontière de l'élément de domaine Ω_e
ϵ	Critère de convergence
$\bar{\epsilon}^p$	Déformation plastique équivalente
κ	Variable de plasticité de transformation
λ	Multiplicateur plastique
μ	Module de rigidité en cisaillement
ν	Coefficient de Poisson
ξ, η, ζ	Coordonnées locales en éléments finis
Π_{Ω}	Fonctionnelle associée au principe du travail virtuel
σ_y	Contrainte d'écoulement
$\bar{\sigma}$	Contrainte équivalente de von Misès
Ω	Domaine de solution
Ω_e	Domaine d'un élément fini
E	Module d'Young
F	Fonction d'écoulement
H_p	Taux de consolidation

$$H_p = \frac{\partial \sigma_y}{\partial \bar{\epsilon}^p}$$

H_T Taux de variation de la contrainte d'écoulement par rapport à la température

$$H_T = \frac{\partial \sigma_y}{\partial T}$$

$H_{f_{\alpha'}}$ Taux de variation de la contrainte d'écoulement par rapport à la fraction transformée

$$H_{f_{\alpha'}} = \frac{\partial \sigma_y}{\partial f_{\alpha'}}$$

J Déterminant de la matrice Jacobien $\left[\mathbf{J} \right]$

J_2 Second invariant du déviateur des contraintes

k Module de rigidité isostatique

T Température

t Temps

u, v, w Déplacements dans les directions x, y, z

x, y, z Coordonnées globales

$\mathbf{q}$ Variables d'état

$$\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$$

$\bar{\mathbf{t}}$ Traction prescrite sur Γ_t

$$\bar{\mathbf{t}} = \bar{t}_i \mathbf{e}_i$$

$\mathbf{u}$ Déplacement

$$\mathbf{u} = u_i \mathbf{e}_i$$

ϵ Déformations infinitésimales

$$\epsilon = \epsilon_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$$

ϵ^e Déformations élastiques

$$\epsilon^e = \epsilon_{ij}^e \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$$

ϵ^p Déformations plastiques

$$\epsilon^p = \epsilon_{ij}^p \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$$

ϵ^{th} Déformations thermiques libres

$$\epsilon^{th} = \epsilon_{ij}^{th} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$$

ϵ^{tr} Déformations de transformation

$$\epsilon^{tr} = \epsilon_{ij}^{tr} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$$

ϵ^{tp}	Déformations de plasticité de transformation
	$\epsilon^{tp} = \epsilon_{ij}^{tp} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
σ	Contraintes
	$\sigma = \sigma_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
$\mathbf{C}_\epsilon^{alg}$	Tangente algorithmique
	$\mathbf{C}_\epsilon^{alg} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \epsilon_{kl}} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l$
$\mathbf{C}_T^{alg}$	Tangente algorithmique
	$\mathbf{C}_T^{alg} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial T} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
$\mathbf{C}_{f_{\alpha'}}^{alg}$	Tangente algorithmique
	$\mathbf{C}_{f_{\alpha'}}^{alg} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial f_{\alpha'}} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
$\mathbf{C}^e$	Tenseur de rigidité élastique
	$\mathbf{C}^e = k \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{I}^{dev}$
$\mathbf{I}$	Identité de deuxième ordre
	$\mathbf{I} = \delta_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
$\mathbf{I}^{(4)}$	Identité symétrique de quatrième ordre
	$\mathbf{I}^{(4)} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l$
$\mathbf{I}^{dev}$	Identité déviateur de quatrième ordre
	$\mathbf{I}^{dev} = \left(\frac{\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}}{2} - \frac{I_{ij} I_{kl}}{3} \right) \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j \otimes \mathbf{e}_k \otimes \mathbf{e}_l$
$\mathbf{N}$	Tenseur unitaire
	$\mathbf{N} = N_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
$\mathbf{r}$	Direction d'écoulement plastique
	$\mathbf{r} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j$
$\{\mathbf{D}\}$	Matrice globale des déplacements nodaux
$\{\mathbf{d}\}$	Matrice élémentaire des déplacements nodaux
$\{\mathbf{F}\}$	Forces résiduelles nodaux
$\{\mathbf{F}'\}$	Forces résiduelles nodaux tenant compte des degrés de liberté restreints
$\{\mathbf{F}^{ext}\}$	Matrice globale des forces nodaux associées aux efforts externes
$\{\mathbf{F}^{int}\}$	Matrice globale des forces nodaux associées aux contraintes internes

$\{\mathbf{F}^{\text{th}}\}$	Matrice globale des forces nodales associées aux variations de température
$\{\mathbf{F}^{\text{f}_{\alpha'}}\}$	Matrice globale des forces nodales associées aux variations fraction de phase martensitique
$\{\mathbf{f}_e^{\text{ext}}\}$	Matrice élémentaire des forces nodales associées aux efforts externes
$\{\mathbf{f}_e^{\text{int}}\}$	Matrice élémentaire des forces nodales associées aux contraintes internes
$\{\mathbf{f}_e^{\text{th}}\}$	Matrice élémentaire des forces nodales associées aux variations de température
$\{\mathbf{f}_{\alpha'}^{\text{th}}\}$	Matrice élémentaire des forces nodales associées aux variations fraction de phase martensitique
$[\mathbf{I}']$	Matrice identité dont les éléments correspondants aux degrés de liberté restreints sont mis à zéro
$[\mathbf{J}]$	Jacobien
$[\mathbf{K}]$	Matrice globale de rigidité
$[\mathbf{k}_e]$	Matrice élémentaire de rigidité
$[\mathbf{N}]$	Fonctions d'interpolation
$\{\mathbf{T}\}$	Températures nodales
$\{\mathbf{f}^{\alpha'}\}$	Fraction nodales de phase martensitique
$\{\bar{\mathbf{t}}\}$	Vecteur traction
$\{\mathbf{u}\}$	Vecteur déplacement
$\{\mathbf{x}\}$	Vecteur position

INTRODUCTION

La production d'électricité au Québec repose historiquement sur l'hydroélectricité. Cette source d'énergie, à faible coût et faible émission de gaz à effet de serre, a favorisé le développement industriel et constitue un levier essentiel pour la transition énergétique et l'électrification des transports. Toutefois, l'augmentation de la demande, la diversification vers des sources intermittentes comme l'éolien et le solaire, ainsi que le vieillissement des infrastructures imposent de nouvelles contraintes aux groupes turbine-alternateur. Notamment, une hausse du nombre de cycles d'arrêt et de démarrage des turbines et des niveaux de contraintes d'opération sont anticipés. Ces conditions risquent d'accentuer les phénomènes d'endommagement par fatigue des turbines hydrauliques, entraînant des réparations fréquentes par soudage. Ce procédé génère des gradients thermiques importants et des transformations de phases qui induisent des contraintes résiduelles et influence la durée de vie en fatigue. L'acier inoxydable martensitique CA6NM (13Cr-4Ni), utilisé pour la fabrication des turbines hydrauliques, présente des transformations austénitique et martensitique sensibles aux historiques thermiques, ainsi qu'un phénomène de plasticité induite par transformation lorsque la transformation martensitique survient en présence de contraintes. La simulation numérique des procédés de soudage par la méthode des éléments finis constitue un outil puissant pour prédire la distribution des contraintes résiduelles. Cependant, peu d'études intègrent les transformations de phases et la plasticité induite par la transformation dans les simulations. Dans le cas spécifique des turbines hydrauliques, les données expérimentales nécessaires pour les modèles des comportements des aciers 13Cr-4Ni sont inexistantes. Ce travail vise à combler ces lacunes en développant une approche intégrée combinant caractérisation expérimentale, modélisation des cinétiques de transformation et simulation thermomécanique. Les objectifs principaux sont :

- Caractériser les propriétés thermophysiques et mécaniques des aciers 13Cr-4Ni et du métal d'apport E410NiMo.
- Modéliser les transformations austénitique et martensitique lors du soudage.

- Modéliser la plasticité induite par la transformation pour les aciers 13Cr-4Ni.
- Introduire ces phénomènes dans la simulation du soudage.

Ce travail contribue à améliorer la prédiction des contraintes résiduelles et à optimiser les procédés de fabrication et de réparation des turbines hydrauliques, favorisant ainsi leur fiabilité et leur durabilité.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

1.1 Mise en contexte

Historiquement, la production d'électricité du Québec est associée à l'hydro-électricité. L'importante capacité hydrique du territoire a été un moteur de développement économique depuis plus d'un siècle. La production de cette électricité, à faible coût, a permis le développement de filières industrielles importantes, telle que la production d'aluminium et les pâtes et papier. Elle a aussi permis aux québécois d'avoir accès à une source d'énergie à faible coût et constitue une source de revenus importante pour le gouvernement du Québec. De nos jours, plus de 51% de l'hydroélectricité du Canada est produite au Québec et 94% de la production d'électricité d'Hydro-Québec est de source hydraulique. La demande en électricité est en évolution constante. L'époque actuelle est caractérisée par une demande accrue provenant de la transition énergétique et l'électrification des transports. En effet, la production d'énergie électrique par des moyens produisant peu d'émission de gaz à effet de serre (GES) est nécessaire pour décarboner certaines industries. Le même principe est appliqué au transport alors que 30% des émissions polluantes sont liées au déplacement des personnes et des biens. L'hydroélectricité, peu polluante, est un atout de taille pour réaliser la décarbonation.

Cependant, les modes de production d'électricité du Québec sont appelés à se diversifier. En effet, la capacité de production actuelle des centrales ne sera pas en mesure de répondre aux besoins futurs et les délais et les coûts de production d'électricité de sources alternatives telles que l'éolien et le solaire sont désormais compétitifs. Ces sources d'énergie sont intermittentes et leur creux de production doivent être compensés par un accumulateur ou une source d'énergie fiable, tel que l'hydroélectricité. L'effet de leur addition sur le réseau électrique augmentera nécessairement le nombre de séquences d'arrêt et de départ des groupes turbine-alternateur afin de compenser la production aléatoire des sources d'énergie alternatives. Malgré l'entretien, le parc de centrales est vieillissant et nécessitera plusieurs travaux de réfection au cours des prochaines années. Ces interventions représentent non seulement des occasions de moderniser

les installations, mais aussi d'accroître la puissance des groupes turbine-alternateurs en place. On observe par ailleurs un changement de paradigme : alors qu'autrefois le profil hydraulique privilégiait le rendement des turbines, la tendance actuelle vise désormais à maximiser la puissance disponible. L'augmentation de puissance anticipée pouvant atteindre plus de 30% de la puissance installée actuelle aura un effet important sur le niveau et la distribution des contraintes exercées par le passage de l'eau dans les turbines en opération. Nous assisterons donc dans les prochaines années à une augmentation des contraintes d'opérations conjuguée à une augmentation du nombre de cycles arrêt-départ.

1.1.1 Endommagement par fatigue des turbines hydrauliques

L'état des turbines hydrauliques se dégrade selon deux principaux modes d'endommagement : la fatigue et la cavitation. La cavitation se caractérise par une perte de matière due à des zones de dépression observées au passage de l'eau. Les régions affectées par la cavitation sont généralement situées à des endroits de faibles contraintes sur l'aube de la turbine. Elle peut cependant occasionner des pertes de masse importantes qui nécessitent d'importantes opérations de réparation par soudage. Dans le cas de la fatigue, l'endommagement est causé par l'application d'une contrainte, issue de l'interaction entre le fluide et la structure de la roue, de façon répétée. L'amplitude et la fréquence d'application contrôlent la quantité de dommage s'accumulant. Ainsi, les régions les plus fortement contraintes de la turbine auront davantage de risques d'endommagement en fatigue. Généralement, les pics de contraintes sont observés aux raccords entre les aubes de turbines et la ceinture ou la couronne, endroits où des concentrations de contraintes sont naturellement présentes. À l'occasion des inspections des turbines, on observe régulièrement la présence de fissures de fatigue s'étant initiées aux bords de fuite à la ceinture et à la couronne. Ces fissures propagent ensuite le long du raccord soudé ou plongent dans des régions plus difficiles à réparer. En effet, la couronne a une géométrie conique dont la paroi a une forte épaisseur qui est difficile d'accès lorsque la turbine est installée. Les changements du profil hydraulique et l'augmentation de la fréquence des départs des groupes turbine-alternateur discutés préalablement peuvent exacerber l'endommagement par fatigue.

En plus des contraintes d'opération, des contraintes résiduelles, issues de la fabrication sont présentes dans le matériau. Ces contraintes sont dues aux déformations plastiques observées dans le matériau. Ces dernières ont différentes origines. De manière générale, elles peuvent être formées mécaniquement à la suite de l'imposition d'une surcharge entraînant une déformation plastique du matériau. Elles sont aussi générées à l'occasion de l'imposition de gradients thermiques importants, comme lors des différentes étapes de mise en forme ou d'assemblage. Enfin elles peuvent aussi être développées lorsque des transformations de phases ont lieu. Ces contraintes internes affectent la capacité du matériau à soutenir les chargements externes et sont connues pour influencer la tenue en fatigue des composantes (Hensel *et al.*, 2018; Savaria *et al.*, 2016; Paquet *et al.*, 2014; Itoh *et al.*, 1989; Deschênes *et al.*, 2017; Liljedahl *et al.*, 2010; Jones & Dunn, 2008). Dans le cas spécifique des turbines hydrauliques, les contraintes résiduelles sont générées par les gradients thermiques induits par les procédés d'assemblage par soudage. Par ailleurs, le niveau élevé de bridage aux interfaces aube-couronne et aube-ceinture influence significativement l'amplitude et la distribution de ces contraintes. Enfin, l'utilisation de l'acier inoxydable martensitique CA6NM entraîne une transformation de phase lors du refroidissement, modifiant de manière importante la distribution des contraintes résiduelles. Cette transformation se répète à chaque dépôt de cordon de soudure.

1.1.2 Fabrication des turbines hydrauliques

Les matériaux constituant les roues de turbines du parc d'Hydro-Québec varient selon les époques de fabrication des roues. Ces dernières sont généralement fabriquées à partir de pièces coulées et assemblées par soudage. Les roues les plus anciennes toujours en opération sont constituées de fonte ou d'acier doux coulé de la nuance A27. Cependant, sauf pour quelques rares exceptions, l'acier inoxydable martensitique CA6NM est exigé pour le remplacement et la fourniture des nouvelles roues. Ainsi la proportion des roues fabriquées avec ce matériau en opération approche maintenant les 50%.

Le CA6NM est préféré à d'autres alliages puisqu'il offre en plus d'une excellente résistance à la corrosion, des propriétés mécaniques supérieures (Gysel *et al.*, 1982; Iwabuchi & Sawada, 1982;

Fischer *et al.*, 2000). En effet, la résistance à la rupture minimale de l'acier A27 selon la norme ASTM A27/A27M-20 n'est que de 485 MPa comparativement à 755 MPa pour l'acier CA6NM de la norme ASTM A240 / A240M-18. La fabrication des pièces est réalisée par le procédé de coulée. Après la solidification de l'acier et le démoulage, une inspection de la pièce permet de localiser les défauts. Ceux-ci sont excavés et réparés par soudage. Chaque pièce est ensuite placée au four pour divers traitement thermiques. D'abord une austénitisation à une température comprise entre 1010°C et 1050°C est réalisée. Cette température est suffisante pour permettre l'austénitisation complète du matériau et la mise en solution des carbures, mais est insuffisante pour occasionner le grossissement de la taille des grains. La température est maintenue pour une période de 16 heures à la suite de laquelle le refroidissement commence pour atteindre une température inférieure à 90°C. À cette température, la transformation martensitique est complète et le matériau présente désormais une microstructure entièrement constituée de martensite fraîche. La température des pièces est alors remontée pour la réalisation d'un revenu à une température comprise entre 590°C et 620°C. Ce revenu, d'une durée de 16 heures, permet la migration des éléments d'alliage dans la matrice du matériau. Ceux-ci sont rejetés entre les lattes de martensite et forme des carbures et de l'austénite reformée. Cette austénite, dopée en éléments gammagènes est stable en température et subsiste à la température ambiante. Un second revenu à la même température ou légèrement inférieure est généralement réalisé afin d'augmenter davantage la quantité d'austénite reformée.

Les pièces sont ensuite préparées pour l'assemblage. Elles sont usinées aux dimensions requises et des chanfreins sont préparés sur les aubes. Ces chanfreins permettent la réalisation de soudures à pénétration complète entre les aubes et la ceinture ou la couronne. Les pièces sont alors positionnées pour l'assemblage. Préalablement au soudage, une température de préchauffe de 100°C est imposée à l'assemblage. Celle-ci permet de prévenir la fissuration à froid en diminuant les gradients thermiques et permettant la diffusion de l'hydrogène. Une température d'entrepasse de 180°C est aussi nécessaire afin de réaliser la majorité de la transformation martensitique avant le dépôt d'un nouveau cordon. Par soucis d'optimisation, plusieurs aubes sont soudées en même temps. Les séquences de soudage peuvent varier afin de limiter la distorsion de l'assemblage. À

la fin du soudage, les soudures sont meulées afin de respecter le dimensionnement des congés du profil hydraulique. S'ensuit une inspection par des méthodes non-destructives pour révéler les défauts de fabrication. Des réparations peuvent être réalisées pour apporter les correctifs nécessaires. Une fois le soudage complété, un traitement thermique de revenu est réalisé sur l'assemblage complet. La température de ce revenu se situe généralement à 605°C avec un temps de maintien à 8 heures. Une dernière inspection est réalisée dans les zones critiques de l'assemblage avant la livraison de la roue.

1.2 Transformations de phases

Les différentes étapes de fabrication précédemment décrites imposent d'importantes variations de température au matériau. Ces variations de températures affectent sa microstructure. Le diagramme de phase de l'alliage est présenté à la figure 1.1. Bien que la microstructure de l'acier dépende du procédé de fabrication utilisé, la présence des principales phases peut être expliquée par ce diagramme. Si on décrit les changements de phase durant le refroidissement depuis l'état liquide, lorsque l'acier a atteint une température supérieure à 1450°C, l'acier se solidifie d'abord en formant une structure dendritique de ferrite delta (δ). À mesure que le refroidissement se poursuit, autour de 1300°C, la structure ferritique subit une transformation de phase à l'état solide (*SSPT*) pour devenir progressivement de l'austénite (γ). Cette transformation implique que la structure cristalline cubique à corps centré de la ferrite prend progressivement, par diffusion, un arrangement cubique à face centrée. Cette transformation débute préférentiellement en périphérie de la structure dendritique de la ferrite et croît vers son centre. La concentration d'éléments gammagènes (Ni, Mn, C, Cu, N) contenus dans l'alliage permet à l'austénite d'être stable jusqu'à une température inférieure à 300°C. Le diagramme de phase de la figure 1.1 prévoit la formation de ferrite alpha (α) à partir de 600°C. Cet état n'est cependant jamais atteint. Aucun procédé métallurgique ne permet un refroidissement suffisamment lent pour former la ferrite α . Ainsi, la structure austénitique sera conservée sous une température insuffisante pour permettre la diffusion des atomes. Lorsqu'elle n'est plus stable en température, une transformation martensitique prendra place afin de diminuer le niveau d'énergie dans le matériau.

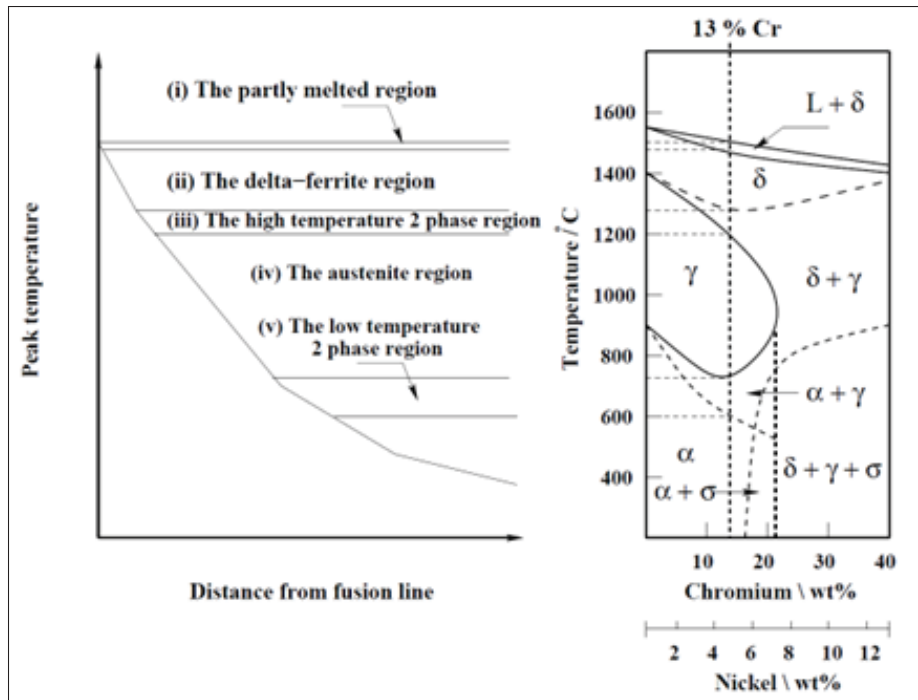


Figure 1.1 Diagramme des phases des aciers 13Cr-4Ni
Tirée de Folkhard (1988)

1.2.1 Transformations diffusives

Parmi les transformations de phases que subit le matériau, les transformations ferritique et austénitique se font par un processus de diffusion. Les précipitations de carbures s'ajoutent aussi à cette liste bien qu'elles ne soient pas considérées dans ce travail. Ces réactions prennent place par l'activation thermique du mouvement des atomes. Les cristaux de la phase en formation naissent aux sites de nucléation. Ces sites sont associés à des singularités telles que des fluctuations de la composition chimique locale, la présence d'impuretés dans le matériau, la présence de dislocations ou de joints de grains. La croissance des cristaux s'organise d'elle-même alors que l'empilement des atomes est réalisé de manière à minimiser l'énergie du système. La vitesse à laquelle la nouvelle phase croît dépend alors de la quantité de sites de nucléation, de la morphologie de la microstructure et de la vitesse de diffusion des atomes dans la matrice. Cette vitesse de diffusion est elle-même contrôlée par la température. Il y a donc une quantité d'énergie minimale que le matériau doit contenir pour parvenir à réaliser la transformation. La modélisation

des transformations diffusives est généralement réalisée par le modèle de Johnson-Mehl, Avrami et Kolmogorov (JMAK) (Johnson & Mehl, 1939; Avrami, 1939; Kolmogorov, 1937) présenté à l'équation 1.1. Ce modèle permet la modélisation des transformations de phases diffusives en fonction du temps à température constante. Ceci nécessite l'introduction de paramètres caractéristiques, k et n , caractérisant les contributions du taux de germination et du taux de réaction de la phase produite.

$$f = 1 - e^{-(k\tau)^n} \quad (1.1)$$

Pour que le modèle puisse simuler la transformation de phase lorsque la température évolue, une discrétisation temporelle doit être ajoutée. La contribution de chaque incrément de temps à une température donnée est sommée. Ceci implique que les paramètres du matériau k et n doivent être indépendants de la température. Une loi d'Arrhenius est utilisée pour modéliser la réaction chimique. L'équation 1.1 est réécrite en tenant compte de ces ajustements.

$$f = 1 - e^{-\left[\sum_{i=1}^m k_0 e^{\frac{-E_a}{RT_i}} \Delta t_i\right]^n} \quad (1.2)$$

où m est le nombre d'incrément total, K_0 le pré-exposant, E_a est l'énergie d'activation de la réaction chimique, R la constante universelle des gaz parfaits, T_i la température à l'incrément i et Δt_i la durée de l'incrément. Les paramètres K_0 , E_a et n doivent être déterminés théoriquement ou expérimentalement par la méthode de Kissinger (1957).

1.2.2 Transformations displacives

Durant le refroidissement, si la température atteinte préalablement est suffisamment élevée, l'acier 13Cr-4Ni subit une transformation martensitique. Cette transformation est conditionnelle à la présence d'austénite insuffisamment stable en température. Celle-ci est obtenue lorsque la température atteinte ou le temps de maintien sont suffisants pour permettre la formation d'une austénite moins riche en éléments gammagènes. Dans ce matériau, la transformation martensitique est observable à une température inférieure à 300°C. À cette température, la mobilité des atomes dans la matrice est trop faible pour permettre leur diffusion. Ainsi la

transformation s'opère alors qu'un grand nombre d'atomes se déplacent simultanément dans la matrice de fer. Ce mouvement permet à la structure cristalline cubique à face centrée de l'austénite de passer à une structure tétragonale à corps centré par un mécanisme de cisaillement et ainsi d'abaisser le niveau d'énergie contenue dans le matériau (Christian, 2002). Ce changement de structure cristalline s'accompagne d'une perte de densité du matériau et de micro-déformations. Il est à noter que dans le cas des aciers martensitiques, cette transformation est athermale et est contrôlée par la composition chimique de l'austénite et le niveau de contrainte auquel le matériau est assujéti.

La plupart des études traitant des contraintes résiduelles laissées par des procédés de fabrication (Babu & Prasanna Kumar, 2014; Ferro *et al.*, 2006, 2012; Deng, 2009) modélisent la transformation martensitique en utilisant le modèle de Koistinen & Marburger (1959). Ce modèle a été obtenu en mesurant la quantité d'austénite retenue à la suite de trempes réalisées à différentes températures sur des échantillons d'aciers au carbone. Il compare la fraction volumique d'austénite à l'écart entre la température de début de transformation martensitique, M_s et la température de l'observation, T .

$$f_{\alpha'} = 1 - e^{-0.011(M_s - T)} \quad (1.3)$$

Le coefficient de l'exposant de la fonction exponentielle est déterminé par les auteurs (Koistinen & Marburger, 1959) mais seulement pour les aciers au carbone. Différents auteurs (van Bohemen & Sietsma, 2009; Lee & Van Tyne, 2012) ont proposé des modifications à l'équation 1.3 pour des applications concernant des aciers faiblement alliés.

1.3 Plasticité induite par la transformation

1.3.1 Généralités

Les premières observations de la plasticité induite par la transformation (*Transformation induced plasticity*, *TRIP*) remontent aux travaux de Wasserman en 1937 (Fischer *et al.*, 1996). Le

phénomène s'observe lorsqu'une transformation de phase s'opère sous l'application d'une contrainte externe. Il a dans ce cas deux comportements principaux. D'abord, l'application de la contrainte précipite la transformation de phase. L'énergie associée à l'application de la contrainte s'ajoute à l'énergie interne du matériau. La transformation est déclenchée si la quantité totale d'énergie est suffisante pour franchir l'énergie d'activation de la transformation. Pour les aciers, ce sera généralement le cas de la transformation de l'austénite reformée qui se transforme en martensite. Ensuite, l'application d'une contrainte externe durant la transformation de phase induit une déformation plastique dans le matériau. Ceci est valable même si la contrainte appliquée est inférieure à la limite d'élasticité. Généralement, la transformation de phase s'opère progressivement. La nouvelle phase formée, limitée à une micro-région, comporte de nouvelles propriétés mécaniques et change de densité. Pour atteindre une compatibilité entre le matériau environnant et la région ayant transformé, il doit y avoir formation de micro-déformations plastiques entre les différentes phases. Ces déformations plastiques affectent généralement la phase la plus faible. D'un point de vue macroscopique, une déformation permanente dans l'orientation de la contrainte externe appliquée est alors observée.

1.3.2 Mécanismes

Greenwood & Johnson (1965) ont proposé un premier mécanisme pour expliquer le processus de déformation permanente menant à l'effet TRIP. Selon leurs travaux, la plasticité de transformation est due à la différence de densité entre les phases initiale et produite. Certaines micro-contraintes seront alors associées à la transformation qui génère des déformations microplastiques dans la phase la plus faible. Sans contrainte appliquée, la micro-plasticité moyenne est généralement nulle et d'un point de vue macroscopique, seule la variation globale du volume sera observée. Lorsqu'un cisaillement pur est appliqué, la micro-plasticité sera orientée par la direction de la contrainte appliquée et génère la plasticité de transformation.

Un second mécanisme est identifié par Magee (1966). Selon celui-ci, la plasticité de la transformation est due à l'orientation de la phase nouvellement formée par la contrainte appliquée. Ce mécanisme est particulièrement lié à la transformation martensitique. En effet

lors de cette transformation, la martensite se développe sous forme de plaques générant un fort cisaillement dans la phase austénitique. Lorsqu'aucune charge externe n'est appliquée, l'orientation des plaques est généralement aléatoire, ce qui rend la résultante macroscopique des contraintes microscopiques quasiment nulle. La charge appliquée génère des contraintes internes qui favorisent une direction particulière pour la formation des lattes de martensite. Les micro-contraintes de cisaillement auront une résultante non nulle ce qui génère une plasticité de transformation. Ce mécanisme est généralement associé aux alliages à mémoire de forme.

1.3.3 Modélisation de la plasticité de transformation

Les premiers travaux de simulation incluant l'effet de la plasticité de transformation remontent au début des années 1980. Dans leurs travaux, Denis *et al.* (1982) propose d'abaisser la limite d'élasticité du matériau pour modéliser la plasticité de transformation. Avec un ajustement adéquat, le matériau accumule une déformation plastique avec un état de contrainte plus faible. Rapidement cette approche a été délaissée par les auteurs (Denis *et al.*, 1985, 1987) pour adopter les modèles développés dans les travaux de Greenwood & Johnson (1965) et Leblond *et al.* (1989). Greenwood & Johnson (1965) ont d'abord proposé un modèle tenant compte de la microplasticité de la phase mère lors de la transformation de phase. Leurs hypothèses s'appuient sur deux phénomènes généralement observés. D'abord, une transformation de phase est généralement associée à un changement volumique entre la phase mère et la phase enfant. Ensuite, la limite d'écoulement de la phase mère est généralement plus faible que celle de la phase enfant. En considérant le critère plastique de von Mises, ils proposent la relation suivante :

$$\varepsilon^{tp} \sim \frac{5\sigma}{3\sigma^y} \frac{\Delta V}{V} \quad (1.4)$$

où ε^{tp} est la déformation associée à la plasticité de transformation, σ est la contrainte appliquée σ^y est la limite d'élasticité de la phase mère et $\frac{\Delta V}{V}$ est la variation de volume entre la phase initiale et la nouvelle phase formée. Leblond *et al.* (1984, 1989) généralisent la relation comme suit :

$$\dot{\varepsilon}^{tp} = K \sigma' \phi(f) \dot{f} \quad (1.5)$$

où le taux de déformation TRIP $\dot{\epsilon}^{tp}$ est défini par une constante d'effet TRIP K , σ' est la portion déviatorique du tenseur de contrainte, $\phi(f)$ une fonction normalisée de la fraction transformée et $\dot{f}$ le taux de transformation. Dans ces travaux, les auteurs s'appliquent à formuler un modèle de plasticité induite par la transformation basée sur la plasticité de la phase mère durant la transformation de phase. Les hypothèses principales de Greenwood & Johnson (1965) sont reprises. Le modèle ne considère que l'application de contraintes nominales externes inférieures à la limite d'élasticité de la phase mère. Il considère aussi que la phase mère devient entièrement plastique alors que la phase enfant demeure uniquement élastique. Le modèle suivant est proposé :

$$\dot{\epsilon}^{tp} = \begin{cases} \frac{-2\Delta\epsilon_{1-2}^{th}}{\sigma_1^y} \ln(f) \dot{f}^{\frac{3}{2}} \sigma' & si \quad f > 0.03 \\ 0 & si \quad f \leq 0.03 \end{cases} \quad (1.6)$$

où le taux de déformation TRIP $\dot{\epsilon}^{tp}$ est évalué à partir de la déformation thermique entre la phase initiale et finale $\Delta\epsilon_{1-2}^{th}$ et de la limite élastique de la phase initiale σ_1^y . Le ratio de ces deux paramètres du matériau constitue la fonction $\ln(f)$ et provient de l'intégration sur le volume d'une sphère du nouvel incrément de transformation. En effet, le modèle constitutif est dérivé de la croissance d'une sphère de la nouvelle phase concentrique à une sphère de la phase mère. Le modèle est appliqué seulement lorsque la fraction transformée f dépasse 3% du volume représentatif. Cette précaution est nécessaire afin d'éviter une singularité ou une surestimation de la plasticité de transformation lorsque la fraction f est près de zéro.

Depuis, certains auteurs ont perfectionné le modèle proposé par Leblond. Weisz-Patrault (2017) l'a généralisé aux cas où plus d'une phase est produite et considère l'élasto-plasticité des nouvelles phases dans le modèle constitutif. Taleb & Sidoroff (2003) ont pour leur part étendu le modèle en considérant que la phase initiale n'est pas entièrement plastique dès le début de la transformation. Ils arrivent avec la formulation suivante :

$$\dot{\epsilon}^{tp} = \begin{cases} \frac{-2\Delta\epsilon_{1-2}^{th}}{\sigma_1^y} \ln(f_1) \dot{f}^{\frac{3}{2}} \sigma' & si \quad f \leq f_l \\ \frac{-2\Delta\epsilon_{1-2}^{th}}{\sigma_1^y} \ln(f) \dot{f}^{\frac{3}{2}} \sigma' & si \quad f > f_l \end{cases} \quad (1.7)$$

avec

$$f_l = \frac{\sigma_1^y}{2\Delta\epsilon_{1-2}^{th}} \frac{4\mu + 3K}{9K\mu} \quad (1.8)$$

où f_l est la fraction volumique à partir de laquelle l'entière de la phase mère devient plastique. Les paramètres μ et K sont les modules de cisaillement et de compressibilité respectivement. Dans leurs travaux les plus récents, Taleb *et al.* (2023) réalisent un nombre important d'expériences sous différents types de chargement : traction, compression torsion, mixte et cyclique. Plusieurs observations émanent de ces essais. D'abord une série d'observations au microscope électronique à balayage équipé d'un détecteur d'électrons rétrodiffusés (*EBSD*) est utilisé pour étudier l'effet du mécanisme de Magee (1966). La transformation martensitique de l'acier à l'étude montre que le type de chargement a peu d'effet sur la texture et l'orientation cristalline et conséquemment sur le comportement durant les essais d'effet TRIP.

Ces essais mettent aussi en évidence l'asymétrie qui existe entre les essais d'effet TRIP réalisés avec une contrainte uniaxiale en tension ou en compression. Les auteurs sont à même de constater que les essais en traction mènent à un coefficient d'effet TRIP plus élevé que ceux en compression. Des essais supplémentaires leur permettent de révéler l'effet du *back stress* sur la plasticité de transformation. Ces essais consistent à retirer la contrainte externe alors que la transformation est incomplète. Ceci mène à un effet TRIP négatif lorsque la transformation se poursuit. Cet effet est visible à la figure 1.2. Avant Taleb *et al.* (2023), ce type d'essais avait

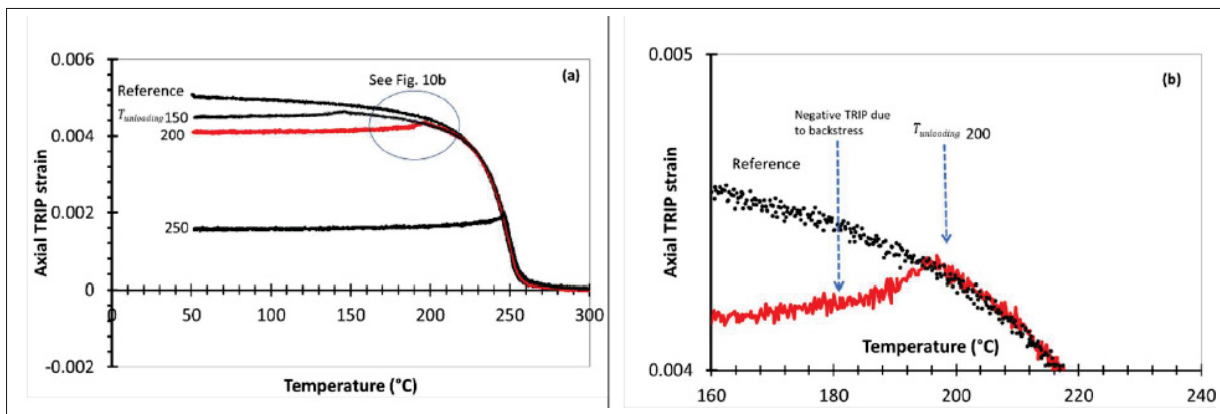


Figure 1.2 Mise en évidence de l'effet du *back stress* sur la déformation mesurée lors d'essais TRIP durant lesquels la contrainte est retirée à différentes fractions transformées
Tirée de Taleb *et al.* (2023)

été réalisé par Wolff *et al.* (2006b). Ces derniers ont proposé un modèle pour le calcul de la déformation TRIP incorporant le *back stress* (Wolff *et al.*, 2006a) tel que suggéré par Videau *et al.* (1994), Fischer *et al.* (2000) et Tanaka *et al.* (2003) avant eux. L'effet du *back stress* est ajouté au modèle étendu de Taleb & Sidoroff (2003). L'équation 1.7 est modifiée ainsi :

$$\dot{\epsilon}^{tp} = \begin{cases} \frac{-2\Delta\epsilon_{1-2}^{th}}{\sigma_1^y} \ln(f_1) \dot{f}^{\frac{3}{2}} (\sigma' - \mathbf{X}') (1 + \delta \frac{\langle \sigma^h \rangle}{\sigma_{eq}}) & \text{if } f \leq f_l \\ \frac{-2\Delta\epsilon_{1-2}^{th}}{\sigma_1^y} \ln(f_1) \dot{f}^{\frac{3}{2}} (\sigma' - \mathbf{X}') (1 + \delta \frac{\langle \sigma^h \rangle}{\sigma_{eq}}) & \text{if } f > f_l \end{cases} \quad (1.9)$$

où $\mathbf{X}'$ est le tenseur du *back stress* et $\delta \frac{\langle \sigma^h \rangle}{\sigma_{eq}}$ une fonction du premier invariant du tenseur de contrainte. Ces ajouts au modèle permettent de modéliser correctement la plasticité de transformation en fonction de la direction de la contrainte nominale imposée, tel que montré à la figure 1.3. La popularité du modèle proposé par Leblond réside dans le fait que l'expression

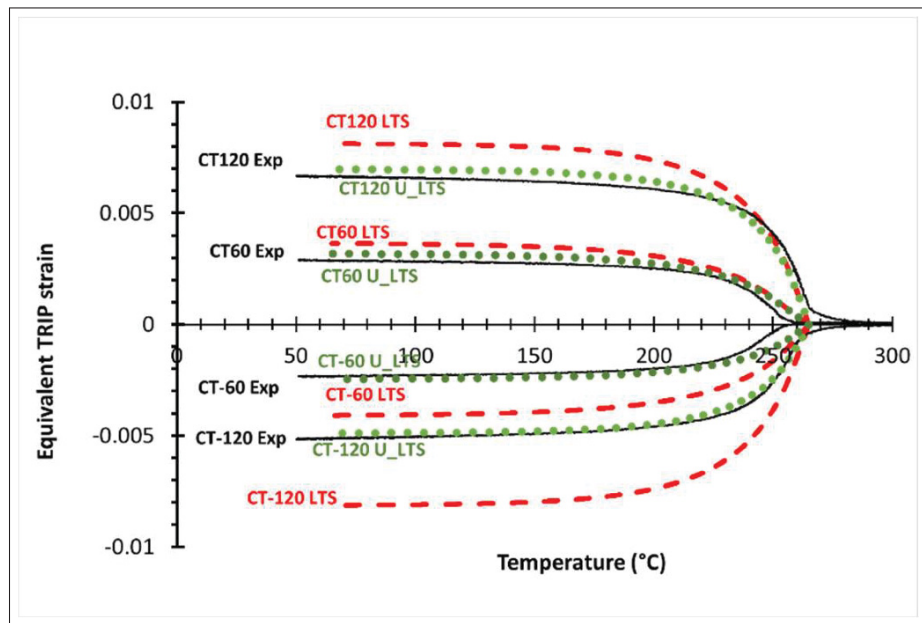


Figure 1.3 Comparaison des résultats expérimentaux aux modélisations avec les modèles LTS et LTS actualisé
Tirée de Taleb *et al.* (2023)

de la déformation due à la plasticité de transformation dépend de paramètres des matériaux accessibles : la limite d'élasticité de la phase la plus faible et la déformation associée à la

transformation. Malgré ses faiblesses et certaines hypothèses initiales discutables, ce modèle ou ses différentes améliorations demeurent à ce jour l'alternative la plus largement préférée.

1.4 Simulation du soudage

Les travaux portant sur la modélisation du soudage sont nombreux. Les premiers proposant l'utilisation de la méthode des éléments finis remontent au début des années 1970. Dans leurs travaux, Ueda. & Yamakawa (1971) simulent l'historique de formation des contraintes résiduelles à l'aide de modèles composés d'éléments triangulaires. Dès lors, la simulation du phénomène thermique transitoire dû au déplacement de l'arc est jugée fondamentale. De plus, les auteurs utilisent des mesures expérimentales des propriétés thermophysiques afin de reproduire le comportement du matériau en fonction de la température.

Au cours des dernières décennies, la simulation des contraintes résiduelles suivant les opérations de soudage par la méthode des éléments finis s'est avérée efficace (Lindgren, 2006; Smith & Smith, 2009a,b; Yaghi *et al.*, 2020). Certains travaux évaluent l'importance de considérer les transformations de phases à l'état solide. Entre autres, le travail de Deng (2009) porte sur la simulation du dépôt de cordons de soudage en acier à bas ou moyen carbone. Il conclut que l'effet des transformations de phases à l'état solide (*SSPT*) augmente lorsque la concentration de carbone est suffisante pour entraîner la formation de martensite au refroidissement. Dans une autre étude, Rikken *et al.* (2018) arrivent à la même conclusion dans le cas d'un acier allié S55G10. Ces études montrent l'importance de considérer les transformations de phases lors de la simulation des procédés d'assemblage des matériaux les subissant, particulièrement lors du refroidissement.

D'autres études ont également souligné la nécessité de prendre en compte la plasticité induite par la transformation (*TRIP*) pendant la transformation martensitique afin de calculer une distribution de contraintes fiable. Jiang *et al.* (2018) ont comparé des résultats de simulation de soudage considérant la déformation associée aux transformations de phases à des mesures de contraintes résiduelles par la méthode de diffraction de neutrons. Les résultats numériques montrent l'effet de la température d'entreposage sur la distribution des contraintes résiduelles. Les travaux de Sun *et al.* (2019) montrent aussi l'importance de l'effet *TRIP* sur les contraintes

résiduelles. En outre, ils concluent qu'un modèle mixte pour la plasticité est mieux adapté à la simulation de l'acier S355. Les travaux de Zhang *et al.* (2022) et de (Coroas *et al.*, 2023) montrent aussi l'importance de la plasticité de transformation dans le contexte de la simulation du procédé de trempe.

La présente section porte sur la simulation du soudage par la méthode des éléments finis. La simulation thermique du procédé, permettant le calcul de la distribution de la température y est d'abord décrite. La simulation structurale élasto-plastique est présentée par la suite.

1.4.1 Architecture de simulation du soudage

La simulation du soudage est réalisée en deux étapes principales distinctes : une analyse thermique transitoire, qui permet de calculer la distribution de température à chaque instant, suivie d'une analyse structurale, qui permet d'évaluer les distorsions et contraintes générées par le procédé. Ces deux analyses sont effectuées de manière séquentielle : les résultats de la simulation thermique servent d'intrants à l'analyse structurale.

La simulation thermique doit prendre en charge plusieurs particularités propres au soudage :

- Modélisation de la source thermique mobile, généralement représentée par un flux surfacique ou volumique se déplaçant le long du joint selon le procédé.
- Discretisation temporelle suffisamment fine pour capturer les gradients thermiques et les effets métallurgiques associés.
- Utilisation d'un maillage adapté, avec une géométrie représentative et un raffinement suffisant dans la zone soudée afin d'assurer la convergence des températures, compte tenu des gradients thermiques importants induits par la source.
- Modélisation de l'ajout de matière, essentielle pour les procédés multipasses. On utilise généralement la technique *birth and death*, où les éléments du métal d'apport sont initialisés avec des propriétés minimales puis activés avec leurs propriétés réelles au moment du dépôt. L'évolution des conditions aux frontières doit également être prise en charge.

- Définition des propriétés thermophysiques (conductivité thermique (k), la chaleur spécifique (C_p), le coefficient de transfert de chaleur (h) et émissivité (ψ)), dépendantes de la température et, en présence de transformations de phases, de la fraction transformée.
- Modélisation de l'évolution métallurgique, puisque les transformations de phases dépendent de la température et du temps, influencent directement les propriétés thermiques et modifient l'écoulement de la chaleur, ce qui introduit un couplage fort entre thermique et métallurgie.

Au terme de la simulation thermique, le logiciel doit fournir, pour chaque incrément de temps, les températures nodales, l'évolution métallurgique ainsi que la progression du dépôt. Ces données constituent les intrants nécessaires à la simulation structurale, assurant ainsi un couplage séquentiel.

Comme pour l'analyse thermique, la simulation structurale doit tenir compte des spécificités du soudage :

- Utilisation d'un maillage suffisamment raffiné dans la zone soudée pour assurer la convergence des efforts ; le maillage thermique est généralement réutilisé.
- Modélisation de l'ajout de matière lors du dépôt des cordons.
- Définition des propriétés mécaniques (module d'élasticité (E), coefficient de poisson (ν), loi de consolidation ($S_y(\epsilon)$)) dépendantes de la température et, en cas de transformations de phases, de la fraction transformée.
- Prise en charge de la plasticité de transformation, liée à l'évolution de la fraction de martensite et à l'état de contrainte du matériau.

À l'issue de la simulation structurale, le logiciel fournit l'état de distorsion, de déformation et de contrainte du modèle, résultats qui peuvent être visualisés en post-traitement. Les logiciels généralistes comme Abaqus ou Ansys offrent une grande flexibilité pour modéliser le soudage, mais leur utilisation demande une expertise élevée et des temps de calcul importants, car ils ne sont pas spécifiquement optimisés pour ce procédé. À l'inverse, les logiciels spécialisés tels que SYSWELD et Simufact Welding intègrent directement les modèles thermiques, métallurgiques et procéduraux nécessaires à une prédiction plus fiable des contraintes résiduelles, distorsions et microstructures, bien que leur coût et la complexité de modélisation soient élevés. Enfin,

une solution interne ou open-source comme OS-WeldSim constitue une alternative flexible et économique, potentiellement optimisée pour réduire les temps de calcul, mais au prix d'une forte dépendance à une expertise interne pour l'implantation, la maintenance et la validation.

1.4.2 Modélisation thermique

La modélisation par éléments finis est utilisée pour résoudre l'équation générale d'écoulement de chaleur.

$$\rho C_p \dot{T} - \nabla \cdot (k \nabla T) = Q \quad (1.10)$$

où ρ est la densité, C_p la chaleur spécifique du matériau, T la température, k la conductivité thermique et Q la source de chaleur. En utilisant la méthode de Galerkin, la fonctionnelle suivante est obtenue :

$$\Pi = \int \left(\frac{1}{2} \{\mathbf{T}_\partial\}^T \{\kappa\} \{\mathbf{T}_\partial\} - QT + \rho C_p T \dot{T} \right) dV - \int \left(f_B T + \bar{h} T_f T - \frac{1}{2} h T^2 \right) dS \quad (1.11)$$

où $\{\mathbf{T}_\partial\}$ est le gradient de température T , $\{\kappa\}$ la matrice de conductivité, Q chaleur générée, C_p la chaleur spécifique, ρ la densité. Les flux de chaleur aux frontières, f_B , les échanges convectifs et radiatifs avec le milieu par le coefficient de convection global $\bar{h}$ et la température de ce dernier T_f , sont intégrés sur la surface. La méthode des éléments finis permet de résoudre de manière discrète un système d'équations aux dérivées partielles. Pour chacun des éléments du modèle d'éléments finis, les températures T et les taux de variation de température $\dot{T}$ sont évalués aux points d'intégration numériques en utilisant les fonctions d'interpolation élémentaires $[\mathbf{N}]$ dans le repère local de l'élément.

$$T = [\mathbf{N}] \{\mathbf{T}_e\} \quad , \quad \dot{T} = [\mathbf{N}] \{\dot{\mathbf{T}}_e\} \quad (1.12)$$

Les gradients thermiques sur l'élément sont évalués à l'aide de la dérivée des fonctions d'interpolation dans le repère orthonormé de l'élément de référence $[\mathbf{B}]$ défini comme suit :

$$[\mathbf{B}] = [\partial N_i / \partial x \quad \partial N_i / \partial y \quad \partial N_i / \partial z]^T \quad (1.13)$$

On obtient alors :

$$\{T_\partial\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{T}_e\} \quad (1.14)$$

L'équation 1.11 peut être réécrite sur le domaine de l'élément.

$$\Pi_e = \frac{1}{2}\{\mathbf{T}_e\}^T([\mathbf{k}] + [\mathbf{h}])\{\mathbf{T}_e\} + \{\mathbf{T}_e\}^T([\mathbf{c}]\{\dot{\mathbf{T}}_e\} - \{\mathbf{r}_b\} - \{\mathbf{r}_h\} - \{\mathbf{r}_Q\}) \quad (1.15)$$

où les matrices élémentaires sont définies comme suit :

$$\begin{aligned} [\mathbf{k}] &= \int_V [\mathbf{B}]^T [\kappa] [\mathbf{B}] dV \\ [\mathbf{h}] &= \int_S [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \bar{h} dS \\ [\mathbf{c}] &= \int_V [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] C_p dV \\ \{\mathbf{r}_b\} &= \int_S [\mathbf{N}]^T f_B dS \\ \{\mathbf{r}_h\} &= \int_S [\mathbf{N}]^T \bar{h} T_f dS \\ \{\mathbf{r}_Q\} &= \int_V [\mathbf{N}]^T Q dV \end{aligned} \quad (1.16)$$

Les matrices et vecteurs élémentaires sont assemblés en un système global qui pose la condition $\partial\Pi/\partial T = 0$ afin que le système soit stationnaire.

$$[\mathbf{K}_T]\{\mathbf{T}\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{T}}\} = \{\mathbf{R}_T\} \quad (1.17)$$

La matrice globale $[\mathbf{K}_T]$ est la sommation de la matrice de conduction $[\mathbf{K}]$ et de convection $[\mathbf{H}]$. Le vecteur global $\{\mathbf{R}_T\}$ comprend quant à lui les contributions des flux de chaleur $\{\mathbf{R}_b\}$, de la convection aux frontières du modèle $\{\mathbf{r}_h\}$ et de la génération de chaleur $\{\mathbf{r}_Q\}$.

Le procédé de soudage consiste à former un bain de fusion sur un matériau de base. Ce bain de fusion permet d'assembler différentes pièces et d'y ajouter un matériau d'apport. Le procédé utilisé dans le contexte de l'étude consiste à former un bain de fusion de petite taille qui est déplacé pour créer un cordon de métal déposé. Ceci en fait un problème thermique transitoire pour différentes raisons. D'abord la position de la source de chaleur évolue dans le temps.

Cette source est à l'origine d'un important gradient de température. Ensuite, les propriétés thermophysiques des matériaux dépendent de la température ce qui influence le comportement local du matériau en fonction de la distribution de température. Ceci s'effectue à mesure que l'exposition à la source de chaleur se prolonge. Enfin, l'ajout de matière et l'élévation de la température de la pièce modifie les conditions de transfert de chaleur avec le milieu ambiant. Pour tenir compte de l'évolution du modèle, le temps doit être discrétisé. Dès lors, deux solutions de températures, n et $n + 1$, séparées par un incrément de temps Δt sont considérées.

$$\{\mathbf{T}\}_{n+1} = \{\mathbf{T}\}_n + \Delta t \left((1 - \beta) \{\dot{\mathbf{T}}\}_n + \beta \{\dot{\mathbf{T}}\}_{n+1} \right) \quad (1.18)$$

où β est un paramètre permettant de contrôler la condition d'intégration numérique de l'algorithme. On utilise généralement $\beta = 0.5$ afin d'avoir une règle trapézoïdale inconditionnellement stable. Le paramètre β est incorporé à l'équation 1.17. Désormais, l'indice du pas de temps est présent. De plus, puisque l'incrément de temps est très court, l'hypothèse que les matrices $[\mathbf{K}_T]$ et $[\mathbf{C}]$ sont constantes dans cet intervalle de temps est formulée. Le couple d'équations suivant est obtenu :

$$\begin{aligned} (1 - \beta) \left([\mathbf{K}_T] \{\mathbf{T}\}_n + [\mathbf{C}] \{\dot{\mathbf{T}}\}_n \right) &= (1 - \beta) \left(\{\mathbf{R}_T\}_n \right) \\ \beta \left([\mathbf{K}_T] \{\mathbf{T}\}_{n+1} + [\mathbf{C}] \{\dot{\mathbf{T}}\}_{n+1} \right) &= \beta \left(\{\mathbf{R}_T\}_{n+1} \right) \end{aligned} \quad (1.19)$$

En sommant ce couple d'équations et en isolant les dérivées temporelles de la température $\{\dot{\mathbf{T}}\}_n$ et $\{\dot{\mathbf{T}}\}_{n+1}$, ces dernières peuvent être éliminées de l'équation 1.18. Le système suivant doit être résolu pour connaître la distribution températures à l'incrément $n + 1$:

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [\mathbf{C}] + \beta [\mathbf{K}_T] \right) \{\mathbf{T}\}_{n+1} = \left(\frac{1}{\Delta t} [\mathbf{C}] - (\beta - 1) [\mathbf{K}_T] \right) \{\mathbf{T}\}_n + (1 - \beta) \{\mathbf{R}\}_n + \beta \{\mathbf{R}\}_{n+1} \quad (1.20)$$

L'arc électrique formant le bain de fusion est modélisé par une source de chaleur. Cette source débite une puissance qui est intégrée aux noeuds du modèle. Le double ellipsoïde de Goldak *et al.* (1984) est le modèle le plus répandu pour modéliser l'arc du soudage *FCAW*. Il permet d'intégrer

une distribution gaussienne de la densité de puissance à l'intérieur d'un double ellipsoïde. Le modèle se présente ainsi :

$$q(x, y, \xi) = \frac{6\sqrt{3}fQ}{abc\pi\sqrt{\pi}} e^{-3x^2/a^2} e^{-3y^2/b^2} e^{-3\xi^2/c^2} \quad (1.21)$$

où q est la puissance débitée au point d'intérêt à l'intérieur du double ellipsoïde et localisée aux coordonnées x , y et ξ avec $\xi = z - vt$ où v est la vitesse de déplacement de la source selon z . Les bornes du double ellipsoïde sont définies par les constantes a pour la largeur, b pour la profondeur, et c pour l'étalement avant (c_f) ou arrière (c_r) selon si le point d'évaluation se trouve devant ou derrière l'origine de la source. De la même manière, le paramètre f , servant au dosage de la puissance entre la portion avant et la portion arrière de la source, prendra alors la valeur de f_f ou f_r selon la position du point d'évaluation. Le critère $f_f + f_r = 2$ doit cependant être respecté.

1.4.3 Simulation structurale

Une fois la distribution de température connue pour chaque incrément de temps, le calcul des contraintes thermomécaniques est réalisé par la MEF. La fonctionnelle suivante doit être minimisée pour tout le domaine.

$$\Pi_{\Omega} = \int_{\Omega} [\sigma][\epsilon] d\Omega - \int_{\Gamma} \{\mathbf{u}\}^T \{\mathbf{t}\} d\Gamma = 0 \quad (1.22)$$

où $[\sigma]$ est le tenseur des contraintes, $[\epsilon]$ est le tenseur des déformations et $[\mathbf{u}]$ le vecteur de déplacements. Ω et Γ sont les domaines d'intégration volumique et surfacique. Le domaine du modèle est discrétisé en éléments. La matrice de déformations $[\epsilon]$ peut être développée tel que $[\epsilon] = [\mathbf{B}]\{\mathbf{d}\}$ où $[\mathbf{B}]$ est une matrice de dérivées partielles des fonctions d'interpolation sur l'élément, liant l'état des déformations aux déplacements nodaux $\{\mathbf{d}\}$. Le vecteur de traction à la surface se développe $\{\mathbf{u}\} = [\mathbf{N}]\{\mathbf{d}\}$, où $\{\mathbf{N}\}$ sont les fonctions d'interpolation sur l'élément. En substituant ces relations dans l'équation 1.22 et en intégrant sur l'ensemble des éléments

constituants le modèle, on obtient :

$$\Pi_{\Omega} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \{d\} \left(\int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T [\boldsymbol{\sigma}] d\Omega - \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}] \{\mathbf{t}\} d\Gamma \right) = 0 \quad (1.23)$$

En introduisant la notion du travail virtuel, l'équation 1.23 est réécrite :

$$\Pi_{\Omega}(\{\mathbf{D}\}) = \sum_{e=1}^{n_{el}} \{\delta \mathbf{D}\}^T \left(\int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T [\boldsymbol{\sigma}] d\Omega - \int_{\Gamma_e} [\mathbf{N}] \{\mathbf{t}\} d\Gamma \right) = 0 \quad (1.24)$$

où $[\delta \mathbf{D}]$ est un vecteur contenant une quantité infinitésimale de déplacements pour tous les degrés de liberté du modèle. Les perturbations δD sont arbitraires et l'équation (1.24) est réécrite.

$$\{\mathbf{F}'\} = [\mathbf{I}'] \{\mathbf{F}\} = 0 \quad (1.25)$$

La matrice $[\mathbf{I}']$ est une matrice identité forçant les termes du résidu $\{\mathbf{F}\}$ à zéro aux degrés de libertés sur lesquels des conditions aux frontières sont imposées. Ce résidu est obtenu par la différence des forces intérieures $\{\mathbf{F}^{\text{int}}\}$ et des forces extérieures $\{\mathbf{F}^{\text{ext}}\}$ du modèle. Après manipulation, on obtient le système d'équations linéaires suivant à résoudre.

$$[\mathbf{K}]^n \{\Delta \mathbf{D}\}^{n+1(0)} = \{\Delta \mathbf{F}\}^{n+1} \quad (1.26)$$

La dernière équation fait intervenir une discrétisation temporelle, alors que le système doit être résolu pour chaque pas de temps n . Pour ce faire, on utilise une approche itérative de Newton pour mettre à jour l'incrément de déplacement nécessaire pour accommoder la variation des charges. Elle fait aussi intervenir la matrice de rigidité $[\mathbf{K}]$ globale définie comme suit :

$$[\mathbf{K}] = \sum_{e=1}^{n_{el}} [\mathbf{k}_e] = \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T \left[\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{\epsilon}} \right] [\mathbf{B}] d\Omega \quad (1.27)$$

$$(1.28)$$

Dans le cas du soudage, le vecteur des forces nodales ΔF est composé des charges nodales thermiques calculées lors de la simulation de l'écoulement de chaleur et des charges à la surface

du modèle.

$$\{\Delta \mathbf{F}\} = \{\Delta \mathbf{F}^{th}\} + \{\Delta \mathbf{F}^{ext}\} \quad (1.29)$$

$$\{\Delta \mathbf{F}^{th}\} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \{\Delta \mathbf{f}_e^{th}\} = - \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{T}} \right] \{\Delta \mathbf{T}\} d\Omega \quad (1.30)$$

$$\{\Delta \mathbf{F}^{ext}\} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \{\Delta \mathbf{f}_e^{ext}\} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Gamma_e \cap \Gamma} [\mathbf{N}]^T \{\Delta \bar{\mathbf{t}}\} d\Gamma \quad (1.31)$$

1.4.4 Lois de comportement pour matériaux élastoplastiques

Afin de simuler la formation des contraintes durant le soudage, le modèle constitutif doit inclure les effets de variations de température et la dépendance des propriétés mécaniques avec la température. Une décomposition additive du tenseur du taux de déformation $\dot{\epsilon}$ en ses composantes élastique $\dot{\epsilon}^e$, plastique $\dot{\epsilon}^p$ et thermique $\dot{\epsilon}^{th}$ se présente comme suit :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p + \dot{\epsilon}^{th} \quad (1.32)$$

La composante de déformation $\dot{\epsilon}^{th}$, résulte de la dilatation thermique du matériau et dépend du coefficient de dilation thermique du matériau α .

$$\dot{\epsilon}^{th} = \alpha(T) \dot{T} \mathbf{I} \quad (1.33)$$

où $\mathbf{I}$ est la matrice identité. La fonction d'écoulement F détermine le comportement élastoplastique du matériau. La relation suivante présente la fonction d'écoulement.

$$F = F(\sigma, \bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'}) = \bar{\sigma} - \sigma_y(\bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'}) \quad (1.34)$$

où $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente de von Mises et σ_y est la contrainte d'écoulement du matériau. La déformation plastique équivalente $\bar{\epsilon}^p$ est une variable d'état indiquant le niveau d'écrouissage du matériau. Le matériau soumis à un chargement thermomécanique aura une réponse purement

élastique ($\dot{\epsilon}^p = 0$) pour tout état de contrainte situé à l'intérieur de la surface d'écoulement ($F < 0$). Lorsque l'état de contrainte en un point atteint la surface d'écoulement ($F = 0$), la réponse du matériau est élastoplastique. Le comportement plastique du matériau est alors décrit par une loi de plasticité associative J_2 pour laquelle la direction d'écoulement $\mathbf{r}$ est normale à la surface d'écoulement. Le taux de déformation plastique est défini comme suit :

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \mathbf{r} = \dot{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (1.35)$$

où $\dot{\lambda}$ est le taux de variation du multiplicateur plastique. Le modèle constitutif est complété par des lois évolutives pour la déformation plastique équivalente $\bar{\epsilon}^p$ et la contrainte d'écoulement σ_y :

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p \cdot \dot{\epsilon}^p} \quad (1.36)$$

$$\dot{\sigma}_y = \frac{\partial \sigma_y}{\partial \bar{\epsilon}^p} \dot{\bar{\epsilon}}^p + \frac{\partial \sigma_y}{\partial T} \dot{T} \triangleq H_p(\bar{\epsilon}^p, T) \dot{\bar{\epsilon}}^p + H_T(\bar{\epsilon}^p, T) \dot{T} \quad (1.37)$$

Les coefficients $H_p(\bar{\epsilon}^p, T)$ et $H_T(\bar{\epsilon}^p, T)$ sont les dérivées de la contrainte d'écoulement par rapport à la déformation plastique équivalente et la température déterminées par des essais de traction effectués à différentes températures.

1.5 Résumé de la revue de littérature

La revue de littérature a d'abord porté sur les problématiques dans lesquelles le projet s'inscrit. La croissance de la demande énergétique dans le contexte des changements climatiques emmènera à augmenter la puissance débitée par les groupes turbine-alternateur. De plus, il sera nécessaire de diversifier les sources d'approvisionnement électrique par l'utilisation de technologies produisant de façon intermittente. Ces conditions de production exacerberont la distribution des contraintes d'opération et contribuera à l'augmentation de l'endommagement des turbines hydrauliques.

La fabrication des turbines hydrauliques y est aussi décrite. L'assemblage des différentes parties coulées de la roue étant assemblées par soudage, les contraintes résiduelles et l'état métallurgique découlant des cycles thermiques associés au soudage et au traitement thermique post-soudage

constituent l'état initial du matériau lors de la mise en service. Cet état est donc intimement lié aux transformations de phases que subit l'acier 13Cr-4Ni lors de la fabrication. Les principales transformations de phases à l'état solide se produisant durant le soudage sont décrites. Les principaux modèles des cinétiques de ces transformations y sont présentés. Le phénomène de la plasticité de transformation et sa modélisation y est abordé.

Enfin, la simulation du procédé de fabrication du soudage par la méthode des éléments finis est discutée. Un couplage unidirectionnel entre la simulation thermique de l'écoulement de chaleur et le calcul des déplacements qui sont associés est réalisé afin de déterminer l'état de contrainte.

Cet état de l'art met en évidence que peu de travaux de simulation du soudage incluant les transformations à l'état solide ont été produits. Les modèles permettant de simuler les transformations de phases sont disponibles, mais la calibration des paramètres, nécessaire pour la simulation des aciers des turbines hydrauliques reste à faire. Il en va de même pour la plasticité de transformation. La littérature propose des ouvrages sérieux sur le phénomène, tant expérimentaux que numériques, mais ceux-ci n'incluent pas les données concernant les aciers inoxydables martensitiques et les modèles proposés sont rarement utilisés dans des simulations du soudage, malgré leurs effets importants.

CHAPITRE 2

PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS

Ce chapitre présente d'abord la problématique de recherche. Les objectifs et sous objectifs sont ensuite discutés. Ces objectifs conditionnent les travaux contenus dans ce document.

2.1 Problématique

Le chapitre introductif mentionne que les turbines hydrauliques sont assemblées par soudage. De plus, les modes d'endommagement des turbines, l'endommagement par fatigue et le dommage par cavitation, sont identifiés. Lorsque ces dommages sont observés, ils doivent être réparés par soudage. Ce procédé génère d'importants gradients thermiques, lesquels sont à la source de la formation de contraintes résiduelles. En plus des gradients thermiques, la présence de transformations de phases a un effet important sur la distribution des contraintes résiduelles. L'objectif principal vise à simuler les contraintes résiduelles de soudage en incluant les transformations de phases des aciers inoxydables martensitiques 13Cr-4Ni. Ces travaux sont nécessaires afin de modéliser plus précisément la distribution des contraintes générées lors de la fabrication ou de la réparation de ces équipements de production d'électricité. À échéance, il est souhaité d'inclure ces contraintes résiduelles dans l'évaluation de la durée de vie des roues de turbine présentant une problématique de fissuration.

Un traitement thermique post-soudage suit l'assemblage des roues de turbine. Ce traitement thermique exerce un revenu de détente sur les raccords soudés. Il permet de réduire l'amplitude des contraintes résiduelles ayant été formées lors de l'assemblage. Il a cependant été démontré par Lanteigne *et al.* (1998) que l'effet bénéfique de ce traitement thermique peut dans certains cas être réduit. De plus, lorsque des travaux de réfection sont réalisés sur ces composantes pour la réparation de fissures ou de dommages de cavitation, le traitement thermique est difficilement réalisable dans le puits de la turbine (Gendron, 2018). Le risque de reformer une martensite non revenue lors d'un traitement thermique in-situ est très présent, menant à l'abandon de cette option. Dans ce contexte, la modélisation du soudage pourrait permettre de définir les paramètres de soudage limitant le niveau des contraintes résiduelles et ainsi limiter l'endommagement par

fatigue des roues de turbines.

Le choix du matériau est déterminant dans la conception et la performance de ce type d'équipement. Les dernières générations de turbines sont faites d'un acier inoxydable martensitique 13Cr-4Ni (CA6NM) offrant une meilleure résistance à la corrosion que l'acier carbone (A27) utilisé antérieurement. Il présente aussi une limite d'écoulement et une ténacité supérieures. Cependant, les transformations de phases que subit ce matériau agissent sur la distribution des contraintes résiduelles. D'abord les propriétés thermophysiques dépendent du contenu des phases dans le matériau. De plus, lors de la transformation martensitique ayant lieu au refroidissement depuis la phase austénitique, le passage de la structure cristalline cubique face centrée à cubique corps centré s'accompagne d'une augmentation de volume. Cette dernière modifie substantiellement la distribution des contraintes résiduelles de soudage. Qui plus est, le niveau et l'orientation des contraintes présentes dans le matériau durant cette transformation sont déterminantes pour la plasticité de transformation. Le soudage est un procédé hautement transitoire et les effets du matériau discutés dépendent notamment de l'historique thermique local. Ainsi la température atteinte, le taux de l'élévation de la température et le temps de maintien conditionnent le mélange des phases et leurs effets sur le matériau. Autour d'un cordon de soudure, il y aura une gradation de nuances métallurgiques. Seule la simulation du procédé pourra permettre d'en connaître la distribution.

2.2 Objectifs

Cette étude a pour objectif principal de permettre le calcul de la distribution des contraintes résiduelles dans un joint à l'état brut de soudage dans un acier 13Cr-4Ni. Elle doit ultimement permettre de comprendre et d'analyser les paramètres qui vont influencer cette distribution de contraintes. La revue de la littérature a permis de démontrer qu'il existe très peu d'études complètes traitant des transformations de phases dans un contexte de soudage et aucune pour le matériau concerné. Les carences les plus fréquemment rencontrées sont la pauvreté des données thermophysiques disponibles pour les matériaux étudiés, l'utilisation de modèles de transformation de phase intégrés dans les simulations des procédés de fabrication et le peu de

validations expérimentales des contraintes résiduelles modélisées. Par conséquent, ce travail de recherche comporte plusieurs sous-objectifs :

- Caractériser, en fonction de la température et des phases présentes, les données expérimentales des aciers 13Cr-4Ni servant d'intrants à la simulation du procédé de soudage.
- Prédire l'évolution des fractions des principales phases durant le soudage des aciers 13Cr-4Ni par le moyen de la modélisation des cinétiques de transformations.
- Intégrer la plasticité de transformation dans la simulation du soudage des aciers 13Cr-4Ni.
- Valider les contraintes résiduelles de soudage des aciers 13Cr-4Ni en intégrant ces phénomènes dans la simulation du soudage.

Les prochains chapitres seront dédiés à adresser ces sous-objectifs. À terme, ils permettront la simulation des contraintes de soudage par la méthode des éléments finis en incluant les effets des transformations de phases. Les développements seront intégrés à même un code de simulation du soudage en développement à Hydro-Québec.

CHAPITRE 3

ALGORITHMES POUR LA PRISE EN CHARGE DES TRANSFORMATIONS DE PHASES

Ce chapitre est dédié aux algorithmes de simulation du soudage par la méthode des éléments finis incluant les transformations de phases. Les ajouts à l'algorithme pour la simulation de l'écoulement de chaleur sont présentés. Ensuite, l'algorithme structural ainsi que le développement de la tangente algorithmique due au changement de phase sont présentés.

3.1 Introduction des transformations de phases dans la simulation par éléments finis de l'écoulement de chaleur

L'introduction des transformations de phases dans la simulation thermique du soudage permet de considérer l'évolution des proportions de phases en fonction de l'historique thermique. Ceci intervient principalement à deux niveaux. D'abord, lors de l'évaluation des propriétés thermophysiques des matériaux isotropes, une règle de mélange doit être employée afin de calculer une valeur effective. Dans le cas présent, deux phases sont considérées. La somme de leur proportion est égale à 1 et la fraction d'austénite (f_γ) peut être exprimée en fonction de la fraction de martensite (f'_α) comme suit :

$$f_\gamma = 1 - f'_\alpha \quad (3.1)$$

Une règle de mélange linéaire peut être directement appliquée. L'équation (3.2) exprime la relation pour le calcul de la valeur effective de la conductivités thermophysique.

$$\bar{k} = k_\gamma(T) + f'_\alpha(k_{\alpha'}(T) - k_\gamma(T)) \quad (3.2)$$

où $k_\gamma(T)$ et $k_{\alpha'}(T)$ sont les coefficients de conduction thermique propres à la phase austénitique et martensitique respectivement. $\bar{k}$ est le coefficient de conduction effectif. De la même manière, $C_{p,\gamma}(T)$, $C_{p,\alpha'}(T)$ et $\bar{C}_p$ sont les chaleurs spécifique de l'austénite, de la martensite et effective du mélange. Notons que le coefficient de transfert de chaleur $\bar{h}$ est indépendant des proportions des

phases et qu'il inclut la correction pour le flux radiatif. Les équations des matrices élémentaires présentées à l'équation (1.16) sont désormais écrites ainsi :

$$\begin{aligned} [\mathbf{k}] &= \int_V [\mathbf{B}]^T [\bar{k}] [\mathbf{B}] dV \\ [\mathbf{h}] &= \int_S [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \bar{h} dS \\ [\mathbf{c}] &= \int_V [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] \bar{C}_p dV \end{aligned} \quad (3.3)$$

L'ajout des transformations de phases permet d'inclure l'effet de l'énergie latente de transformation dans la simulation de l'écoulement de la chaleur. Lors de la mesure sur un calorimètre, la contribution des transformations de phases est captée par l'appareil. La quantité d'énergie emmagasinée ou relâchée, que la réaction soit endothermique ou exothermique, affecte les valeurs observées. Les taux de chauffe de ces appareils sont beaucoup plus faibles que les taux observés en périphérie des zones soudées. Dans le cas des transformations de phases diffusives, le taux de chauffage conditionne la cinétique de transformation. Cette quantité d'énergie liée à la réaction doit donc être isolée de la chaleur spécifique. Sa contribution sera cependant rendue au système sous la forme d'un vecteur de charge défini comme suit :

$$\{\mathbf{r}_{QH}\} = \int_V [\mathbf{N}]^T H_{tr} \Delta f_{\alpha'} dV \quad (3.4)$$

où H_{tr} est l'enthalpie de transformation et $\Delta f_{\alpha'}$ est la variation de la fraction transformée sur l'intervalle de temps. Les mesures expérimentales discutées plus loin dans ce document permettront de quantifier l'enthalpie de transformation.

C'est dans la simulation thermique que les cinétiques de transformation prennent place. Ainsi il n'est considéré ici que l'effet du temps et de la température sur l'évolution des fractions transformées. La prise en compte de l'effet de l'application d'une contrainte sur la cinétique de transformation impliquerait une approche itérative, nécessitant des échanges entre les simulations thermiques et structurales. L'hypothèse que cet effet est négligeable est posée. Les modèles de transformations sont introduits à la fin de la résolution de chaque pas de temps du problème thermique de manière explicite. Ils permettent d'évaluer la fraction transformée à chaque point

d'intégration du modèle d'éléments finis. Le modèle JMAK, est utilisé pour modéliser la cinétique de transformation austénitique. Ce modèle est adapté pour tenir compte des variations de température à l'aide des équations suivantes tirées des travaux de Zhang *et al.* (2002a).

$$f = 1 - e^{-(k_0 s)^n} \quad (3.5)$$

$$s = \sum_{i=1}^m e^{\frac{-E_a}{RT_i}} \Delta t_i \quad (3.6)$$

La transformation martensitique est indépendante du temps. La transformation débute seulement lorsque la température descend en dessous de la température de début de transformation (M_s). Le modèle du type Koistinen & Marburger (1959) est utilisé dans ce travail. La quantité de phase transformée ne dépend que de l'écart entre la température de début de transformation théorique T_{KM} et la température observée.

$$f_{\alpha'} = 1 - e^{-a_m(T_{KM}-T)} \quad (3.7)$$

Les paramètres, a_m et T_{KM} , des matériaux à l'étude et nécessaires aux modèles de transformation de phase ne sont pas disponibles dans la littérature. Ainsi une part importante de ce travail est dédiée à la caractérisation de ceux-ci. Ils permettront de répondre au second objectif de cette étude.

3.2 Introduction des transformations de phases dans la simulation par éléments finis structurale

L'introduction des transformations de phases dans la simulation structurale se fait à plusieurs niveaux. L'hypothèse de la décomposition additive du tenseur du taux de déformation $\dot{\epsilon}$ présentée à l'équation (1.32) est modifiée afin de tenir compte de l'effet de la variation de la fraction transformée. En plus des composantes élastique $\dot{\epsilon}^e$, plastique $\dot{\epsilon}^p$ et thermique $\dot{\epsilon}^{th}$, une contribution associée à l'écart de densité entre les phases lors de la transformation $\dot{\epsilon}^{tr}$ et une autre résultant

de la plasticité induite par la transformation $\dot{\epsilon}^{tp}$ sont présumées :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p + \dot{\epsilon}^{th} + \dot{\epsilon}^{tr} + \dot{\epsilon}^{tp} \quad (3.8)$$

La composante du taux de déformation $\dot{\epsilon}^{tr}$ s'applique pour les transformations austénitique et martensitique alors que la composante $\dot{\epsilon}^{tp}$ ne s'applique que lors de la transformation martensitique. La composante du taux de déformation $\dot{\epsilon}^{th}$, résultant de la dilatation thermique du matériau est affectée par les fractions transformées. Le coefficient d'expansion thermique du matériau $\bar{\alpha}$ doit inclure la contribution de chacune des phases. Les principales phases constituant les aciers inoxydables 13Cr-4Ni, soit la martensite (α') et l'austénite (γ) sont considérées. Les autres phases présentes, telles la ferrite delta et les carbures de chrome et fer, sont négligées, leur teneur étant jugée très faible dans le mélange. La fraction d'austénite peut être obtenue lorsque la fraction de martensite est connue par la relation $f_\gamma = 1 - f_{\alpha'}$. Une relation linéaire avec la proportion des phases est utilisée pour le calcul d'un coefficient de dilatation thermique effectif $\bar{\alpha}$. Le taux de déformation thermique dépend aussi du taux de variation de la température. Pour un matériau isotrope, le taux de déformation $\dot{\epsilon}^{th}$ s'exprime comme suit :

$$\dot{\epsilon}^{th} = \left[\alpha_\gamma(T) + f_{\alpha'}(\alpha_{\alpha'}(T) - \alpha_\gamma(T)) \right] \dot{T} \mathbf{I} = \bar{\alpha}(T, f_{\alpha'}) \dot{T} \mathbf{I} \quad (3.9)$$

où $\bar{\alpha}$ est le coefficient d'expansion thermique équivalent selon la fraction transformée $f_{\alpha'}$ et $\mathbf{I}$ est le tenseur identité de deuxième ordre. On suppose que les coefficients d'expansion thermique de chaque phase sont isotropes.

La composante de déformation due à la transformation de phase $\dot{\epsilon}^{tr}$ est conditionnée par la densité ρ de chacune des phases du matériau et par le taux de variation de transformation de phase $\dot{f}_{\alpha'}$. Elle est définie par la relation suivante :

$$\dot{\epsilon}^{tr} = \frac{1}{3} \left[1 - \frac{\rho_{\alpha'}(T)}{\rho_\gamma(T)} \right] \dot{f}_{\alpha'} \mathbf{I} \quad (3.10)$$

La composante de déformation due à la plasticité induite par la transformation martensitique dépend quant à elle du coefficient de plasticité induite par la transformation K , d'une fonction de la fraction transformée $\phi(f_{\alpha'})$, du taux de variation de transformation de phase $\dot{f}_{\alpha'}$. Cette composante est conséquemment donnée par la relation suivante :

$$\dot{\epsilon}^{tp} = \frac{3}{2} K \phi(f_{\alpha'}) \dot{f}_{\alpha'} \sigma' \quad (3.11)$$

où σ' est le tenseur déviateur des contraintes obtenu par la relation $\sigma' = \sigma - \frac{\text{tr } \sigma}{3} \mathbf{I}$.

D'après la loi généralisée de Hooke, le tenseur des contraintes σ dépend de la composante élastique du tenseur des déformations.

$$\sigma = \mathbf{C}^e(T) \epsilon^e \quad (3.12)$$

Le tenseur de rigidité élastique $\mathbf{C}^e$ des matériaux isotropes est défini par le module de compressibilité $k = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ et le module de rigidité en cisaillement $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$.

$$\mathbf{C}^e(T) = k(T) \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu(T) \mathbf{I}^{dev} \quad (3.13)$$

où E et ν sont le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau et $\mathbf{I}^{dev}$ l'identité déviatorique du quatrième ordre. Notons que les paramètres d'élasticité du matériau ne dépendent que de la température. L'hypothèse est posée qu'ils ont les mêmes valeurs tant pour la phase martensitique α' qu'austénitique γ . Le comportement élastoplastique du matériau est régi par sa fonction d'écoulement F . Cette fonction d'écoulement doit aussi inclure les effets des fractions transformées. Ainsi, en plus de l'état de contrainte, de l'état de déformation plastique et de la température, tel que décrit à l'équation (1.34), la fraction transformée doit être incluse dans l'évaluation de la limite élastique. Pour un matériau à consolidation isotrope, la fonction d'écoulement est définie selon la relation suivante :

$$F = F(\sigma, \bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'}) = \bar{\sigma} - \sigma_y(\bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'}) \quad (3.14)$$

où $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente de von Mises. Finalement, le modèle constitutif est complété par des lois évolutives pour la déformation plastique équivalente $\bar{\epsilon}^p$ et la contrainte d'écoulement σ_y :

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}^p \cdot \dot{\epsilon}^p} \quad (3.15)$$

$$\dot{\sigma}_y = \frac{\partial \sigma_y}{\partial \bar{\epsilon}^p} \dot{\bar{\epsilon}}^p + \frac{\partial \sigma_y}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial f_{\alpha'}} \dot{f}_{\alpha'} \triangleq H_p(\bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'}) \dot{\bar{\epsilon}}^p + H_T(\bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'}) \dot{T} + H_{f_{\alpha'}}(\bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'}) \dot{f}_{\alpha'} \quad (3.16)$$

Les coefficients $H_p(\bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'})$, $H_T(\bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'})$ et $H_{f_{\alpha'}}(\bar{\epsilon}^p, T, f_{\alpha'})$ sont les dérivées de la contrainte d'écoulement par rapport à la déformation plastique équivalente, la température et la fraction de phase martensitique, respectivement, déterminées par des essais de traction effectués à différentes températures et proportions de phase.

Une solution d'essai $\{\mathbf{D}\}^{n+1(0)}$ est d'abord obtenue en développant en série de Taylor le résidu $\{\mathbf{F}'\}$ dans le voisinage de l'incrément n . Lors d'une analyse thermomécanique, le vecteur contrainte $\{\boldsymbol{\sigma}\}$ dépend des déplacements nodaux $\{\mathbf{D}\}$ ainsi que des températures nodales $\{\mathbf{T}\}$ et de la fraction de phase martensitique $\{f_{\alpha'}\}$. Par conséquent, la linéarisation de l'équation (1.25) mène à l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}'\}^{n+1(0)} &= \cancel{\{\mathbf{F}'\}^n} + \left[\frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial \mathbf{D}} \right]^n \{\Delta \mathbf{D}\}^{n+1(0)} + \left[\frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial \mathbf{T}} \right]^n \{\Delta \mathbf{T}\}^{n+1} + \left[\frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial f_{\alpha'}} \right]^n \{\Delta f_{\alpha'}\}^{n+1} \\ &\quad + \left[\frac{\partial \mathbf{F}'}{\partial \mathbf{t}} \right]^n \{\Delta \mathbf{t}\}^{n+1} = \{\mathbf{0}\} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Après manipulation, on obtient le système d'équations linéaires suivant à résoudre pour la solution d'essai $\{\Delta \mathbf{D}\}^{n+1(0)}$:

$$[\mathbf{I}'] [\mathbf{K}]^n \{\Delta \mathbf{D}\}^{n+1(0)} = [\mathbf{I}'] \left[\{\Delta \mathbf{F}^{th}\}^{n+1} + \{\Delta \mathbf{F}^{f_{\alpha'}}\}^{n+1} + \{\Delta \mathbf{F}^{ext}\}^{n+1} \right] \quad (3.18)$$

où la matrice de rigidité $[\mathbf{K}]$ et les vecteurs forces $\{\Delta \mathbf{F}^{th}\}$, $\{\Delta \mathbf{F}^{f_{\alpha'}}\}$ et $\{\Delta \mathbf{F}^{ext}\}$ sont définis comme suit :

$$[\mathbf{K}] = \sum_{e=1}^{n_{el}} [\mathbf{k}_e] = \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right] [\mathbf{B}] d\Omega \quad (3.19)$$

$$\{\Delta \mathbf{F}^{th}\} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \{\Delta \mathbf{f}_e^{th}\} = - \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial \mathbf{T}} \right] \{\Delta \mathbf{T}\} d\Omega \quad (3.20)$$

$$\{\Delta \mathbf{F}^{f_{\alpha'}}\} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \{\Delta \mathbf{f}_e^{f_{\alpha'}}\} = - \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} [\mathbf{B}]^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial f_{\alpha'}} \right] \{\Delta f_{\alpha'}\} d\Omega \quad (3.21)$$

$$\{\Delta \mathbf{F}^{ext}\} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \{\Delta \mathbf{f}_e^{ext}\} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Gamma_e \cap \Gamma} [\mathbf{N}]^T \{\Delta \bar{\mathbf{t}}\} d\Gamma \quad (3.22)$$

La formulation MEF présentée jusqu'ici utilise l'algorithme d'intégration numérique *return mapping* de Belytschko *et al.* (2000). L'algorithme de mise à jour des contraintes propose qu'avec l'état actuel de déformation ϵ_n , ϵ_n^p , ϵ_n^{tp} , ϵ_n^{th} , ϵ_n^{tr} , de contrainte σ_n , de température T_n , de fraction transformée $f_{\alpha',n}$, et d'écrouissage $\bar{\epsilon}_n^p$, de trouver l'incrément de contrainte $\Delta \sigma_{n+1}$ résultant des incréments de déformation $\Delta \epsilon_{n+1}$, de température ΔT_{n+1} et de fraction transformée $\Delta f_{\alpha',n+1}$. Une fois la convergence obtenue, l'incrément de contrainte $\Delta \sigma_{n+1}$, les incréments de déformations plastiques $\Delta \epsilon_{n+1}^p$ et de plasticité induite par la transformation $\Delta \epsilon_{n+1}^{tp}$, l'incrément de déformation plastique équivalente $\Delta \bar{\epsilon}_{n+1}^p$ et les incréments de déformation thermique $\Delta \epsilon_{n+1}^{th}$ et de déformation due à la transformation $\Delta \epsilon_{n+1}^{tr}$ sont mis à jour. Les incréments de déformation plastique $\Delta \epsilon_{n+1}^p$ et $\Delta \epsilon_{n+1}^{tp}$ ne peuvent être déterminés a priori et doivent être inclus dans le processus itératif d'Euler. L'incrément de déformation due à la plasticité induite par la transformation s'exprime ainsi :

$$\Delta \epsilon_{n+1}^{tp} = \frac{3}{2} K \phi(f_{\alpha',n+1}) \Delta f_{\alpha',n+1} \sigma'_{n+1} \quad (3.23)$$

où K , le coefficient de plasticité induite transformation, est une constante du matériau, la fonction ϕ et l'incrément de transformation de phase $\Delta f_{\alpha'}$ sont connus au temps $n+1$. Ils sont rassemblés dans une variable, κ_{n+1} définie à l'équation (3.24).

$$\kappa_{n+1} = 3\mu_{n+1} K \phi(f_{\alpha',n+1}) \Delta f_{\alpha',n+1} \quad (3.24)$$

L'introduction de l'équation (3.24) dans la relation (3.23) mène à l'équation (3.25) qui sera utilisée dans le processus itératif.

$$\Delta \epsilon_{n+1}^{tp} = \frac{\kappa_{n+1}}{2\mu_{n+1}} \sigma'_{n+1} \quad (3.25)$$

La méthode *Return Mapping* est implicite. Elle est donc développée à partir des relations du modèle constitutif appliquées à la fin de l'incrément $n + 1$. L'intégration numérique des lois de comportement, basée sur la méthode implicite d'Euler, mène au système d'équations suivant, à satisfaire, à la fin de l'incrément $n + 1$:

$$\epsilon_{n+1} = \epsilon_n + \Delta \epsilon_{n+1} \quad (3.26)$$

$$\epsilon_{n+1}^p = \epsilon_n^p + \Delta \lambda_{n+1} \mathbf{r}_{n+1} \quad (3.27)$$

$$\bar{\epsilon}_{n+1}^p = \bar{\epsilon}_n^p + \Delta \lambda_{n+1} \quad (3.28)$$

$$\epsilon_{n+1}^{tp} = \epsilon_n^{tp} + \Delta \epsilon_{n+1}^{tp} \quad (3.29)$$

$$\sigma_{n+1} = \mathbf{C}_{n+1}^e (\epsilon_{n+1} - \epsilon_{n+1}^p - \epsilon_{n+1}^{tp} - \epsilon_{n+1}^{th} - \epsilon_{n+1}^{tr}) \quad (3.30)$$

$$F_{n+1} = F(\sigma_{n+1}, \bar{\epsilon}_{n+1}^p, T_{n+1}, f_{\alpha', n+1}) = 0 \quad (3.31)$$

$\Delta \lambda$ est l'incrément du multiplicateur plastique et $\mathbf{r}$ est la direction de l'écoulement plastique. Dans le cas présent, la déformation due à la plasticité de transformation (ϵ^{tp}) ne contribue pas à la déformation plasiques équivalente $\bar{\epsilon}^p$. Pour un matériau isotrope, ce système d'équations peut être réduit à une seule équation non linéaire à résoudre pour le multiplicateur plastique $\Delta \lambda_{n+1}$. Le prédicteur des contraintes $\sigma_{n+1}^{(0)}$ est défini comme suit :

$$\sigma_{n+1}^{(0)} = \mathbf{C}_{n+1}^e \left(\epsilon_{n+1} - \epsilon_n^p - \epsilon_{n+1}^{tp(0)} - \epsilon_{n+1}^{th} - \epsilon_{n+1}^{tr} \right) \quad (3.32)$$

Dans l'équation (3.32), les termes $\mathbf{C}_{n+1}^e$, ϵ_{n+1}^{th} et ϵ_{n+1}^{tr} sont connus au temps $n + 1$. Le calcul d'une solution d'essai $\sigma_{n+1}^{(0)}$ pour laquelle $\Delta \lambda_{n+1}^{(0)}$ est nul nécessite la résolution d'un système de deux équations puisque $\Delta \epsilon_{n+1}^{tp}$ dépend du tenseur de contrainte déviatorique σ'_{n+1} . Ce système est

composé de l'équation (3.25) et de l'introduction de la relation (3.29) dans (3.30).

$$\Delta \epsilon_{n+1}^{tp(0)} = \frac{\kappa_{n+1}}{2\mu_{n+1}} \sigma_{n+1}'^{(0)} \quad (3.33)$$

$$\sigma_{n+1}^{(0)} = \mathbf{C}_{n+1}^e (\epsilon_{n+1} - \epsilon_n^p - \epsilon_n^{tp} - \Delta \epsilon_{n+1}^{tp(0)} - \epsilon_{n+1}^{th} - \epsilon_{n+1}^{tr}) \quad (3.34)$$

L'équation (3.13) permet de décomposer le prédicteur de contrainte en ses composantes hydrostatique $\sigma_{n+1}^{H(0)} = \frac{1}{3} \text{tr} \sigma_{n+1}^{(0)} \mathbf{I}$ et déviatorique $\sigma_{n+1}'^{(0)}$.

$$\sigma_{n+1}^{H(0)} + \sigma_{n+1}'^{(0)} = \left(k_{n+1} \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu_{n+1} \mathbf{I}^{dev} \right) (\epsilon_{n+1} - \epsilon_n^p - \epsilon_n^{tp} - \Delta \epsilon_{n+1}^{tp(0)} - \epsilon_{n+1}^{th} - \epsilon_{n+1}^{tr}) \quad (3.35)$$

La partie déviatorique du prédicteur de contrainte est obtenue en ne conservant que les termes déviatoriques de l'équation (3.35) selon le développement suivant :

$$\begin{aligned} \sigma_{n+1}'^{(0)} &= 2\mu_{n+1} (\epsilon_{n+1}' - \epsilon_n^p - \epsilon_n^{tp} - \Delta \epsilon_{n+1}^{tp(0)}) \\ &= 2\mu_{n+1} (\epsilon_{n+1}' - \epsilon_n^p - \epsilon_n^{tp}) - 2\mu_{n+1} \frac{\kappa_{n+1}}{2\mu_{n+1}} \sigma_{n+1}'^{(0)} \\ &= 2\mu_{n+1} (\epsilon_{n+1}' - \epsilon_n^p - \epsilon_n^{tp}) - \kappa_{n+1} \sigma_{n+1}'^{(0)} \\ \sigma_{n+1}'^{(0)} + \kappa_{n+1} \sigma_{n+1}'^{(0)} &= 2\mu_{n+1} (\epsilon_{n+1}' - \epsilon_n^p - \epsilon_n^{tp}) \\ \sigma_{n+1}'^{(0)} (1 + \kappa_{n+1}) &= 2\mu_{n+1} (\epsilon_{n+1}' - \epsilon_n^p - \epsilon_n^{tp}) \\ \sigma_{n+1}'^{(0)} &= \frac{2\mu_{n+1}}{1 + \kappa_{n+1}} (\epsilon_{n+1}' - \epsilon_n^p - \epsilon_n^{tp}) \end{aligned} \quad (3.36)$$

Une évaluation de l'incrément du tenseur de plasticité induite par la transformation peut dès lors être calculée pour l'itération courante permettant le calcul du prédicteur de contraintes $\sigma_{n+1}^{(0)}$ à l'équation (3.34).

$$\Delta \epsilon_{n+1}^{tp(0)} = \frac{\kappa_{n+1}}{2\mu_{n+1}} \sigma_{n+1}'^{(0)} = \frac{\kappa_{n+1}}{1 + \kappa_{n+1}} (\epsilon_{n+1}' - \epsilon_n^p - \epsilon_n^{tp}) \quad (3.37)$$

Ensuite, les relations (3.27) et (3.29) sont introduites dans l'équation (3.30) afin d'obtenir l'expression suivante pour la mise à jour des contraintes :

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\sigma}_{n+1} &= \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(0)} - \mathbf{C}_{n+1}^e \Delta \lambda_{n+1} \mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{C}_{n+1}^e \left(\Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp} - \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp(0)} \right) \\
 &= \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(0)} - 2\mu_{n+1} \Delta \lambda_{n+1} \mathbf{r}_{n+1} - 2\mu_{n+1} \left(\Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp} - \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp(0)} \right) \\
 &= \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(0)} - \sqrt{6}\mu_{n+1} \Delta \lambda_{n+1} \mathbf{N}_{n+1} - 2\mu_{n+1} \left(\Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp} - \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp(0)} \right)
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

la mise à jour de l'état de contrainte est obtenue après substitution de l'équation (3.37) dans (3.38). Le tenseur $\mathbf{N}$, introduit à l'équation (3.38)₃, est un tenseur unitaire indiquant la direction de l'écoulement plastique :

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{r}}{\|\mathbf{r}\|} = \sqrt{\frac{2}{3}} \mathbf{r} \tag{3.39}$$

où la dernière égalité résulte de la relation (B.6) tirée de l'annexe B de Paquet *et al.* (2013).

La résolution des équations (3.26) à (3.31) suit un processus itératif. Choisisant le prédicteur élastique $\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(0)}$ comme solution d'essai initiale ($\Delta \lambda_{n+1}^{(0)} = 0$), la mise à jour des contraintes à l'itération $k + 1$ peut être exprimée en fonction de la correction au multiplicateur plastique correspondant $\delta \lambda_{n+1}^{(k+1)}$ et de la correction de la déformation due à la plasticité de transformation $\delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp(k+1)}$:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(k+1)} = \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(0)} - \sqrt{6}\mu_{n+1} \Delta \lambda_{n+1}^{(k+1)} \mathbf{N}_{n+1}^{(k+1)} - 2\mu_{n+1} \left(\Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp(k+1)} - \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp(0)} \right) \tag{3.40}$$

avec

$$\Delta \lambda_{n+1}^{(k+1)} = \Delta \lambda_{n+1}^{(k)} + \delta \lambda_{n+1}^{(k+1)} \tag{3.41}$$

et

$$\Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp(k+1)} = \Delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{(k)} + \delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{(k+1)} \tag{3.42}$$

La direction de l'écoulement plastique est orthogonale à la surface d'écoulement dans l'espace des contraintes et le tenseur unitaire $\mathbf{N}_{n+1}^{(k)}$ st constant tout au long du processus itératif jusqu'à convergence (Belytschko *et al.*, 2000). Les variations de la fonction d'essai, $\delta \boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{(0)}$, et de l'estimation initiale de la plasticité de transformation, $\delta \boldsymbol{\epsilon}_{n+1}^{tp(0)}$, étant nulles durant le processus

itératif, l'équation (3.40) devient alors :

$$\delta\sigma_{n+1}^{(k+1)} = -\sqrt{6}\mu_{n+1}\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)}\mathbf{N}_{n+1} - 2\mu_{n+1}\delta\epsilon_{n+1}^{tp(k+1)} \quad (3.43)$$

La correction de l'incrément de déformation due à la plasticité de transformation peut être directement déterminée à partir du déviateur de tenseur de correction de la mise à jour des contraintes en utilisant la relation (3.25).

$$\delta\sigma_{n+1}^{(k+1)} = -\sqrt{6}\mu_{n+1}\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)}\mathbf{N}_{n+1} - \kappa_{n+1}\delta\sigma_{n+1}'^{(k+1)} \quad (3.44)$$

Les termes à droite de l'équation 3.44 sont strictement déviatoriques. Ainsi la variation de la composante hydrostatique est nécessairement nulle. Il en résulte :

$$\delta\sigma_{n+1}'^{(k+1)} = \delta\sigma_{n+1}^{(k+1)} = -\sqrt{6}\mu_{n+1}\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)}\mathbf{N}_{n+1} - \kappa_{n+1}\delta\sigma_{n+1}'^{(k+1)} \quad (3.45)$$

La correction appliquée au tenseur des contraintes à chaque itération est donc entièrement définie par $\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)}$:

$$\delta\sigma_{n+1}'^{(k+1)} = \frac{-\sqrt{6}\mu_{n+1}\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)}\mathbf{N}_{n+1}}{1 + \kappa_{n+1}} \quad (3.46)$$

La valeur de $\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)}$ est calculée en linéarisant la relation (3.31). La température ainsi que la fraction transformée étant fixe à chaque point au cours de l'itération, leur variation est nulle.

$$\begin{aligned}
0 &= F_{n+1}^{(k)} + \delta F_{n+1}^{(k+1)} \\
&= F_{n+1}^{(k)} + \left(\frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p} \right)_{n+1}^{(k)} \delta \bar{\epsilon}_{n+1}^{p(k+1)} + \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{n+1}^{(k)} \delta T_{n+1}^{(k+1)} \xrightarrow{0} \\
&\quad + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right)_{n+1}^{(k)} \cdot \delta \sigma_{n+1}^{(k+1)} + \left(\frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} \right)_{n+1}^{(k)} \delta f_{\alpha',n+1}^{(k+1)} \xrightarrow{0} \\
&= F_{n+1}^{(k)} - \left(\frac{\partial \sigma_y}{\partial \bar{\epsilon}^p} \right)_{n+1}^{(k)} \delta \bar{\epsilon}_{n+1}^{p(k+1)} + \left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial \sigma} \right)_{n+1}^{(k)} \cdot \delta \sigma_{n+1}^{(k+1)} \\
&\stackrel{(3.16),(3.28)}{=} F_{n+1}^{(k)} - (H_p)_{n+1}^{(k)} \delta \lambda_{n+1}^{(k+1)} + \frac{3}{2\bar{\sigma}_{n+1}^{(k)}} \sigma'_{n+1}^{(k)} \cdot \delta \sigma_{n+1}^{(k+1)} \\
&\stackrel{(3.46)}{=} F_{n+1}^{(k)} - (H_p)_{n+1}^{(k)} \delta \lambda_{n+1}^{(k+1)} + \frac{3}{2\bar{\sigma}_{n+1}^{(k)}} \sqrt{\frac{2}{3}} \bar{\sigma}_{n+1}^{(k)} \mathbf{N}_{n+1} \cdot \frac{-\sqrt{6}\mu_{n+1}\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)}\mathbf{N}_{n+1}}{1+\kappa_{n+1}} \\
&= F_{n+1}^{(k)} - (H_p)_{n+1}^{(k)} \delta \lambda_{n+1}^{(k+1)} - \frac{3\mu_{n+1}\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)}}{1+\kappa_{n+1}} \\
&= F_{n+1}^{(k)} - \left((H_p)_{n+1}^{(k)} + \frac{3\mu_{n+1}}{1+\kappa_{n+1}} \right) \delta \lambda_{n+1}^{(k+1)}
\end{aligned} \tag{3.47}$$

Finalement, en utilisant l'équation (3.14) la relation suivante pour $\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)}$ est obtenue :

$$\delta\lambda_{n+1}^{(k+1)} = \frac{F_{n+1}^{(k)}}{\left((H_p)_{n+1}^{(k)} + \frac{3\mu_{n+1}}{1+\kappa_{n+1}} \right)} = \frac{\bar{\sigma}_{n+1}^{(k)} - (\sigma_y)_{n+1}^{(k)}}{\left((H_p)_{n+1}^{(k)} + \frac{3\mu_{n+1}}{1+\kappa_{n+1}} \right)} \tag{3.48}$$

Cette dernière expression permet de calculer la correction à l'incrément du multiplicateur plastique en tenant compte de la plasticité de transformation.

3.3 Dérivation de la tangente algorithmique en fonction de la fraction transformée

Pour chaque point d'intégration du modèle, l'algorithme itératif de Newton nécessite le calcul des taux de variation de la limite d'écoulement. Ils permettent d'évaluer la consolidation du matériau en fonction de la variation de certaines variables d'état du matériau. Dans le cas du

soudage, il a été déterminé aux équations (3.14) et (3.16) qu'en plus de l'effet de la consolidation du matériau, les variations de température et de la fraction transformée doivent être considérées. Les dérivations des tangentes algorithmiques en fonction de la déformation plastique $\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon}$ et de la température $\frac{\partial \sigma}{\partial T}$ sont déjà développées (Paquet *et al.*, 2013). Leurs expressions se présentent :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_\epsilon^{alg} &= \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} = k \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu\beta_1 \mathbf{I}^{dev} + 2\mu\beta_2 \mathbf{N} \otimes \mathbf{N} \\ \mathbf{C}_T^{alg} &= \frac{\partial \sigma}{\partial T} = \left(\frac{dk}{dT} \text{tr } \epsilon^e - 3k\alpha \right) \mathbf{I} + 2\beta_1 \frac{d\mu}{dT} \epsilon^{e'} + \left(2\beta_2 \frac{d\mu}{dT} (\mathbf{N} \cdot \epsilon^e) + \sqrt{\frac{2}{3}} \beta_3 H_T \right) \mathbf{N} \end{aligned} \quad (3.49)$$

avec

$$\beta_1 = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\sigma} + 3\mu\Delta\lambda}, \quad \beta_2 = \frac{3\mu\Delta\lambda}{\bar{\sigma} + 3\mu\Delta\lambda} - \frac{1}{1 + \frac{H_p}{3\mu}}, \quad \beta_3 = 1 - \beta_1 - \beta_2 = \frac{1}{1 + \frac{H_p}{3\mu}}$$

La tangente algorithmique en fonction de la fraction transformée $\frac{\partial \sigma}{\partial f_{\alpha'}}$ reste à développer. Cette section présente les développements nécessaires.

3.3.1 Formes générales des tangentes algorithmiques

Les expressions générales des tangentes algorithmiques sont développées à partir des équations (3.26) à (3.31). L'équation de la loi de Hooke généralisée est réécrite sous sa forme différentielle. Le tenseur de rigidité $\mathbf{C}^e$ est indépendant de la fraction transformée de martensite $f_{\alpha'}$. Cette dérivée est par conséquent nulle. Par conséquent, certains termes de la dérivation en chaîne s'annulent. Les termes restants sont présentés dans la différentielle totale de σ .

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \left(\epsilon - \epsilon^p - \epsilon^{th} - \epsilon^{tr} - \epsilon^{tp} \right) dT + \mathbf{C}^e \left(d\epsilon - d\epsilon^p - \frac{d\epsilon^{th}}{dT} dT - \frac{d\epsilon^{tr}}{df_{\alpha'}} df_{\alpha'} - \frac{d\epsilon^{tp}}{df_{\alpha'}} df_{\alpha'} \right) \\ &= \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \epsilon^e dT + \mathbf{C}^e \left(d\epsilon - d\epsilon^p - \frac{d\epsilon^{th}}{dT} dT - \frac{d\epsilon^{tr}}{df_{\alpha'}} df_{\alpha'} - \frac{d\epsilon^{tp}}{df_{\alpha'}} df_{\alpha'} \right) \end{aligned} \quad (3.50)$$

La différentielle $d\epsilon^p$ est évaluée à partir de l'équation (3.27) :

$$\begin{aligned} d\epsilon^p &= d(\Delta\lambda) \mathbf{r} + \Delta\lambda d\mathbf{r} \\ &= d(\Delta\lambda) \mathbf{r} + \Delta\lambda \frac{d\mathbf{r}}{d\sigma} d\sigma \end{aligned} \quad (3.51)$$

Cette relation est introduite dans l'équation (3.50) :

$$d\sigma = \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e dT + \mathbf{C}^e \left(d\boldsymbol{\epsilon} - d(\Delta\lambda)\mathbf{r} - \Delta\lambda \frac{d\mathbf{r}}{d\sigma} d\sigma - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} dT - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} df_{\alpha'} - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} df_{\alpha'} \right) \quad (3.52)$$

Cette équation est remaniée afin de regrouper les dérivées.

$$\left(\mathbf{I}^{(4)} + \mathbf{C}^e \Delta\lambda \frac{d\mathbf{r}}{d\sigma} \right) d\sigma = \left(\frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \mathbf{C}^e \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT - \mathbf{C}^e \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \mathbf{C}^e d\boldsymbol{\epsilon} - \mathbf{C}^e d(\Delta\lambda)\mathbf{r} \quad (3.53)$$

où $\mathbf{I}^{(4)}$ est le tenseur identité d'ordre 4. La relation précédente est prémultipliée par le tenseur $\mathbf{C}^{e-1}$, le tenseur de rigidité inverse.

$$\left(\mathbf{C}^{e-1} + \Delta\lambda \frac{d\mathbf{r}}{d\sigma} \right) d\sigma = \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT - \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + d\boldsymbol{\epsilon} - d(\Delta\lambda)\mathbf{r} \quad (3.54)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}^{-1} d\sigma = \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT - \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + d\boldsymbol{\epsilon} - d(\Delta\lambda)\mathbf{r} \quad (3.55)$$

avec

$$\tilde{\mathbf{C}}^{-1} = \mathbf{C}^{e-1} + \Delta\lambda \frac{d\mathbf{r}}{d\sigma} \quad (3.56)$$

Finalement,

$$d\sigma = \tilde{\mathbf{C}} \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT - \tilde{\mathbf{C}} \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \tilde{\mathbf{C}} d\boldsymbol{\epsilon} - d(\Delta\lambda) \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} \quad (3.57)$$

La relation (3.57) doit être exprimée sous une forme où $d(\Delta\lambda)$ est formulé en termes de $d\epsilon$, dT et $df_{\alpha'}$. L'équation (3.31) est ré-écrite sous sa forme différentielle.

$$\begin{aligned}
0 &= dF \\
&= \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot d\sigma + \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p} d\bar{\epsilon}^p + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} df_{\alpha'} \\
&\stackrel{(3.28)}{=} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot d\sigma + \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p} d(\Delta\lambda) + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} df_{\alpha'} \\
&\stackrel{(3.57)}{=} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \left[\tilde{\mathbf{C}} \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT - \tilde{\mathbf{C}} \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \tilde{\mathbf{C}} d\boldsymbol{\epsilon} - d(\Delta\lambda) \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} \right] \\
&\quad + \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p} d(\Delta\lambda) + \frac{\partial F}{\partial T} dT + \frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} df_{\alpha'} \\
&= \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} + \frac{\partial F}{\partial T} \right) dT + \left(\frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} \\
&\quad + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} d\boldsymbol{\epsilon} - \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p} \right) d(\Delta\lambda)
\end{aligned} \tag{3.58}$$

Ce qui mène à la relation suivante pour $d(\Delta\lambda)$:

$$d(\Delta\lambda) = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} + \frac{\partial F}{\partial T} \right) dT + \left(\frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} d\boldsymbol{\epsilon}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p} \right)} \tag{3.59}$$

Substituant cette expression de $d(\Delta\lambda)$ dans l'équation (3.57), on obtient une expression pour $d\sigma$ ayant la forme recherchée :

$$\begin{aligned}
d\sigma &= \tilde{\mathbf{C}} \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT - \tilde{\mathbf{C}} \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \tilde{\mathbf{C}} d\boldsymbol{\epsilon} \\
&\quad - \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} + \frac{\partial F}{\partial T} \right) dT + \left(\frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} - \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} d\boldsymbol{\epsilon}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p} \right)} \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} \\
&= \tilde{\mathbf{C}} \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT - \tilde{\mathbf{C}} \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \tilde{\mathbf{C}} d\boldsymbol{\epsilon} \\
&\quad - \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \right) \cdot \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT + \frac{\partial F}{\partial T} dT - \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \right) \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} df_{\alpha'} + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \right) \cdot d\boldsymbol{\epsilon}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p} \right)} \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} \\
&= \tilde{\mathbf{C}} \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT - \tilde{\mathbf{C}} \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \tilde{\mathbf{C}} d\boldsymbol{\epsilon} \\
&\quad - \frac{\left((\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}) \otimes \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \right) \right) \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT + \frac{\partial F}{\partial T} \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} dT - \left((\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}) \otimes \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \right) \right) \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} + \frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} df_{\alpha'} + \left((\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}) \otimes \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \right) \right) d\boldsymbol{\epsilon}}{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p} \right)} \\
&= \left[\tilde{\mathbf{C}} - \frac{(\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}) \otimes \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \right)}{\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p}} \right] d\boldsymbol{\epsilon} \\
&\quad + \left[\tilde{\mathbf{C}} - \frac{(\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}) \otimes \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \right)}{\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p}} \right] \left(\mathbf{C}^{e-1} \frac{d\mathbf{C}^e}{dT} \boldsymbol{\epsilon}^e - \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{th}}{dT} \right) dT - \left(\frac{\frac{\partial F}{\partial T} \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p}} \right) dT \\
&\quad - \left[\tilde{\mathbf{C}} - \frac{(\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}) \otimes \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \right)}{\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p}} \right] \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right) df_{\alpha'} - \left(\frac{\frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p}} \right) df_{\alpha'}
\end{aligned} \tag{3.60}$$

Les deux premiers termes de droite correspondent aux tangentes de la déformation totale $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right)_{n+1}$ et de la température $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial T} \right)_{n+1}$. Le dernier terme de cette expression correspond à la tangente algorithmique associée à la variation de fraction transformée. Notons que l'expression de la tangente de la déformation totale est contenue dans l'expression de la tangente associée à la variation de fraction transformée. Elle est ré-écrite :

$$\mathbf{C}_{f_{\alpha'}}^{alg} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial f_{\alpha'}} \right)_{n+1} = -\mathbf{C}_{\boldsymbol{\epsilon}}^{alg} \left(\frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\boldsymbol{\epsilon}^{tp}}{df_{\alpha'}} \right)_{n+1} - \left(\frac{\frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p}} \right)_{n+1} \tag{3.61}$$

La prochaine section présente les développements pour introduire cette tangente dans l'algorithme.

3.3.2 Expressions particulières de la tangente algorithmique associée à la variation de fraction transformée

Les expressions particulières des tangentes algorithmiques associées au modèle constitutif $\mathbf{C}_\epsilon^{alg}$ et $\mathbf{C}_T^{alg}$ ont été développées dans le rapport de Paquet *et al.* (2013) à partir des premiers termes de droite de l'équation (3.60) et ne sont pas modifiés par l'introduction des transformations de phases. La tangente algorithmique $\mathbf{C}_{f_{\alpha'}}^{alg}$ est ici dérivée à partir de l'équation (3.61). En introduisant $\frac{\partial F}{\partial \sigma} = \mathbf{r}$ dans l'équation (3.61) la relation suivante est obtenue pour $\mathbf{C}_{f_{\alpha'}}^{alg}$:

$$\mathbf{C}_{f_{\alpha'}}^{alg} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial f_{\alpha'}} \right)_{n+1} = -\mathbf{C}_\epsilon^{alg} \left(\frac{d\epsilon^{tr}}{df_{\alpha'}} + \frac{d\epsilon^{tp}}{df_{\alpha'}} \right)_{n+1} - \left(\frac{\frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r}}{\mathbf{r} \cdot \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{r} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p}} \right)_{n+1} \quad (3.62)$$

Les expressions des dérivées partielles $\frac{\partial \epsilon^{tr}}{\partial f_{\alpha'}} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\rho_{\alpha'}}{\rho_\gamma} \right) \mathbf{I}$ et $\frac{\partial \epsilon^{tp}}{\partial f_{\alpha'}} = \frac{3}{2} K \sigma' \phi(f_{\alpha'})$ sont insérées dans l'équation (3.62) avec certaines relations développées dans Paquet *et al.* (2013) ce qui amène à la relation suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{f_{\alpha'}}^{alg} &= - \left[k \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu\beta_1 \mathbf{I}^{dev} + 2\mu\beta_2 \mathbf{N} \otimes \mathbf{N} \right] \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{\rho_{\alpha'}}{\rho_\gamma} \right) \mathbf{I} + \frac{3}{2} K \sigma' \phi(f_{\alpha'}) \right] \\ &\quad - \frac{\frac{\partial F}{\partial f_{\alpha'}} \sqrt{6} \mu \mathbf{N}}{3\mu - \frac{\partial F}{\partial \bar{\epsilon}^p}} \\ &= - \left[k \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu\beta_1 \mathbf{I}^{dev} + 2\mu\beta_2 \mathbf{N} \otimes \mathbf{N} \right] \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{\rho_{\alpha'}}{\rho_\gamma} \right) \mathbf{I} + \frac{3}{2} K \sigma' \phi(f_{\alpha'}) \right] \\ &\quad + \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{H_{f_{\alpha'}}}{1 + \frac{H_p}{3\mu}} \mathbf{N} \\ &= - \left[k \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu\beta_1 \mathbf{I}^{dev} + 2\mu\beta_2 \mathbf{N} \otimes \mathbf{N} \right] \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{\rho_{\alpha'}}{\rho_\gamma} \right) \mathbf{I} + \frac{3}{2} K \sigma' \phi(f_{\alpha'}) \right] \\ &\quad + \sqrt{\frac{2}{3}} \beta_3 H_{f_{\alpha'}} \mathbf{N} \\ &= -k \left(1 - \frac{\rho_{\alpha'}}{\rho_\gamma} \right) \mathbf{I} - 3\mu\beta_1 K \sigma' \phi(f_{\alpha'}) - 3\mu\beta_2 K \sigma' \phi(f_{\alpha'}) + \frac{\sigma'}{\sigma} \beta_3 H_{f_{\alpha'}} \\ &= -k \left(1 - \frac{\rho_{\alpha'}}{\rho_\gamma} \right) \mathbf{I} - 3\mu K \sigma' \phi(f_{\alpha'}) (1 - \beta_3) + \frac{\sigma'}{\sigma} \beta_3 H_{f_{\alpha'}} \end{aligned} \quad (3.63)$$

avec

$$\beta_3 = 1 - \beta_1 - \beta_2$$

Et puisque

$$3\mu(1 - \beta_3) = \beta_3 H_p \quad (3.64)$$

Finalement, l'expression de $\mathbf{C}_{f_{\alpha'}}^{alg}$ prend la forme suivante :

$$\mathbf{C}_{f_{\alpha'}}^{alg} = -k \left(1 - \frac{\rho_{\alpha'}}{\rho_{\gamma}} \right) \mathbf{I} - \beta_3 \left(K \phi(f_{\alpha'}) H_p - \frac{H_{f_{\alpha'}}}{\bar{\sigma}} \right) \boldsymbol{\sigma}' \quad (3.65)$$

3.4 Conclusion

Les ajouts et modifications présentés dans ce chapitre permettent la prise en charge des cinétiques de transformation de phases dans les aciers 13Cr-4Ni. Ces modèles sont intégrés à la simulation thermique et agissent sur la simulation de l'écoulement de chaleur par l'ajout du mélange des propriétés thermophysiques des phases et de l'enthalpie de transformation. À la fin de chaque pas de simulation thermique, des valeurs nodales de fractions transformées sont produites et servent d'intrants à la simulation structurale.

L'impact des changements de phase sur la simulation structurale est davantage significatif puisqu'en plus d'influencer fortement les propriétés du mélange, ceux-ci s'accompagnent de composantes de déformations associées aux changements volumiques et à la plasticité de transformation. Le modèle généralisé de la plasticité de transformation est intégré dans le calcul du multiplicateur plastique, des tangentes algorithmiques.

Les paramètres des matériaux nécessaires afin de modéliser correctement les transformations de phases ne sont pas disponibles dans la littérature. Ceux-ci doivent faire l'objet de travaux expérimentaux afin de les mesurer. Le chapitre 4 présente les méthodologies expérimentales utilisées pour la caractérisation des matériaux de cette étude.

CHAPITRE 4

MÉTHODOLOGIE POUR LA CARACTÉRISATION DES MATÉRIAUX

Ce chapitre présente la méthodologie expérimentale utilisée pour la caractérisation et la mesure des différentes propriétés et constantes des matériaux. Il se divise en sections décrivant les essais expérimentaux entrepris pour répondre aux objectifs énoncés au chapitre 2. Le matériau utilisé pour les travaux est présenté. Les essais requis pour la caractérisation des matériaux permettant la simulation sont abordés, suivent ensuite les essais nécessaires pour alimenter le modèle de plasticité induite par la transformation. Finalement, les essais requis pour la validation de la simulation du soudage sont présentés.

4.1 Matériaux

Les matériaux à l'étude sont des aciers inoxydables martensitiques à teneur de 13% de chrome et 4% de nickel. Le métal de base est une version laminée répondant à la norme ASTM A240 sous la désignation UNS S41500. Sa composition chimique correspond essentiellement à celle du CA6NM utilisé pour la fabrication des turbines hydrauliques. Il est disponible en plaques de 60 mm et provient de l'aciériste Arcelor-Mital. Le métal d'apport, un produit pour le soudage au fil fourré (FCAW) de la compagnie Hobart, répond quant à lui à la désignation E410NiMo de la norme AWS A5.22/A5.22M :2024. On l'utilise pour la fabrication d'un dépôt de soudage aux dimensions approximatives de 6 po X 3 po x 12 po en prévision de la fabrication des différentes éprouvettes. La composition chimique des matériaux est présentée au tableau 4.1.

Tableau 4.1 Compositions chimiques du métal de base UNS S41500 et du métal d'apport E410NiMo en acier inoxydable martensitique utilisés pour l'étude.

Materiau	wt%	C	Mn	P	S	Si	Cr	Ni	Mo
ASTM	Std.	<0.05	0.50–1.00	<0.030	<0.030	<0.60	11.5–14.0	3.5–5.5	0.50–1.00
S41500	Mes.	0.034	0.68	0.018	0.001	0.44	12.7	4.0	0.57
AWS	Std.	<0.06	<1.00	<0.04	<0.03	<1.0	11.0–12.5	4.0–5.0	0.40–0.70
E410NiMo	Mes.	0.019	0.37	0.010	0.008	0.49	11.9	4.5	0.62

Dans le contexte de ce travail, il est requis de caractériser le matériau lorsqu'il est constitué d'une seule phase. Ceci permet d'évaluer les différentes propriétés et ensuite d'appliquer une loi de mélange en fonction de la proportion des phases en présence. Ainsi les plaques de S41500 et le bloc de E410NiMo sont préalablement mises en solution par un traitement thermique d'austénitisation à 1050°C pour une durée de 2h suivi d'un refroidissement lent à l'intérieur du four. Le matériau étant autotrempant, une microstructure martensitique à près de 100% est obtenue. Lors des essais expérimentaux, la mesure des propriétés en phase austénitique nécessitera de former cette phase avec l'appareil de mesure.

4.2 Mesure de la chaleur spécifique

La simulation thermique du soudage est une simulation transitoire de l'écoulement de chaleur. Cette simulation est transitoire puisque :

- Les propriétés thermophysiques évoluent en fonction de la température
- Les conditions aux frontières du modèle varient en fonction de la température.
- La source de soudage se déplace sur le modèle

Ce type de simulation doit inclure les effets de l'accumulation de l'énergie thermique dans le temps en considérant la chaleur spécifique du matériau simulé. La mesure de cette propriété est réalisée à l'aide d'un calorimètre différentiel à balayage (*DSC*). Dans la présente étude, un DSC 404F1 Pegasus de Netzsch est utilisé. Son principe de fonctionnement consiste à mesurer l'écart de température entre deux creusets, l'un contenant un échantillon dont la masse est connue, et un creuset identique de référence vide. Ces deux creusets sont constitués d'un matériau qui ne réagit pas avec l'échantillon et dont les masses sont précisément mesurées au préalable. Ils sont placés à l'intérieur d'une fournaise et maintenus dans une atmosphère contrôlée d'argon pour éviter l'oxydation. Pour une température imposée par la fournaise, l'écart de température entre les deux creusets, attribuable à la capacité calorifique de l'échantillon est mesuré. La relation (4.1) permet le calcul de la chaleur spécifique de l'échantillon.

$$C_p(T) = \frac{\dot{Q}}{\dot{T}m_s} = \frac{\dot{Q}_s - \dot{Q}_B}{\dot{T}m_s} \quad (4.1)$$

où $\dot{T}$ est le taux de chauffe et m_s est la masse de l'échantillon. Le flux de chaleur $\dot{Q}$ est obtenu en faisant la différence entre la mesure de l'échantillon, $\dot{Q}_s$, et une mesure à vide, $\dot{Q}_B$. En effet, en préparation des mesures, différentes calibrations de l'appareil sont nécessaires afin de corriger sa sensibilité, l'écart entre la température de la fournaise et la température des creusets et l'inertie thermique de l'appareil. Le cycle thermique servant à la calibration ainsi que les mêmes creusets sont utilisés pour les mesures.

Le protocole expérimental prévoit l'utilisation de creusets en alliage de platine et rhodium avec une doublure d'alumine. Le taux de chauffage est de 20°C/min avec un débit d'Argon de 50 ml/min. La calibration du *baseline* est faite à l'aide d'un étalon de saphir. Trois échantillons, en forme de disque de 1mm de hauteur sur 5.5 mm de diamètre, sont prélevés dans les orientations longitudinale (L), travers (T) et travers court (TC) dans le métal de base. Trois autres échantillons orientés dans la direction du soudage sont prélevés dans le métal d'apport E410NiMo. Ils sont soumis à un historique thermique comprenant deux montées en température. La première permet la mesure de la chaleur spécifique en phase martensitique et la seconde prévoit la mesure en phase austénitique. Le premier refroidissement est interrompu avant la transformation martensitique. La figure 4.1 présente cet historique thermique.

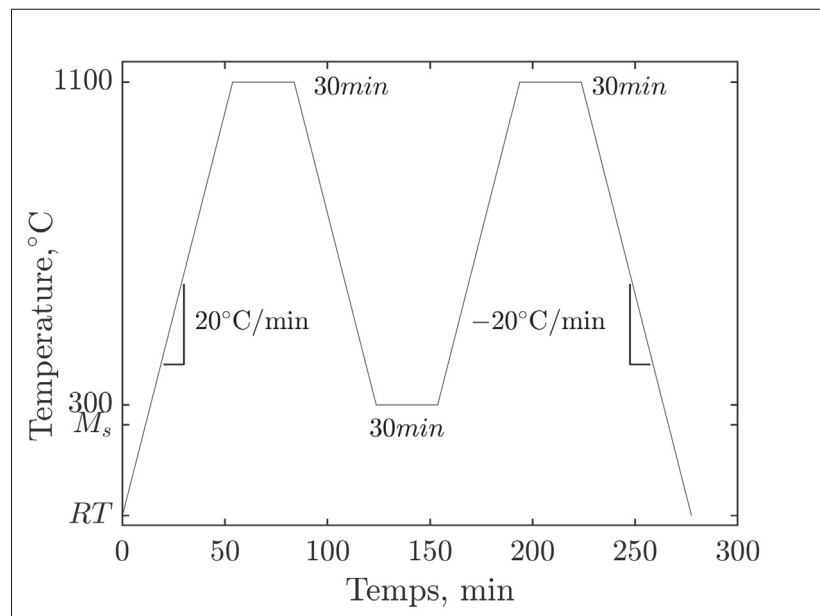


Figure 4.1 Historique thermique imposé lors de la mesure de la chaleur spécifique des aciers 13Cr-4Ni

Les mesures de la chaleur spécifique brutes sont ensuite traitées pour obtenir des courbes moyennes. Un exemple est présenté à la figure 4.2 dans lequel les deux montées en température sont affichées ainsi que la dernière descente depuis la température maximale.

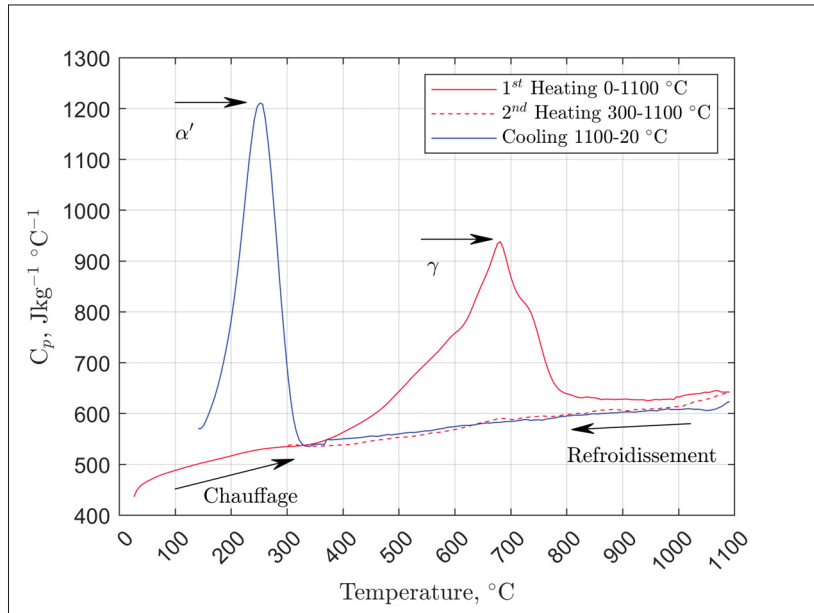


Figure 4.2 Mesures de la chaleur spécifique obtenues par calorimétrie différentielle balayage pour l'acier S41500

Ces données serviront à déterminer la chaleur spécifique du matériau, la chaleur latente de transformation et entrent dans le calcul de la conductivité thermique du matériau.

4.3 Mesure de la diffusivité thermique

La diffusivité thermique définit la capacité d'un matériau à transférer de l'énergie thermique. L'intérêt de mesurer la diffusivité thermique dans cette étude est qu'il est ensuite possible de déterminer la conductivité thermique, propriété nécessaire pour le calcul des matrices élémentaires de la simulation par éléments finis. La mesure est réalisée par analyse par flash laser *LFA*. Le principe consiste à chauffer le matériau à la température voulue. Une fois la température stabilisée, une impulsion thermique est donnée à un échantillon dont l'épaisseur est connue.

Cette impulsion est fournie par un laser, percutant le dessous de l'échantillon. Un capteur situé au-dessus de l'échantillon mesure la hausse de température et le temps nécessaire pour traverser le disque. La relation suivante permet de calculer la diffusivité.

$$D = 0.1388 \frac{d^2}{t_{\frac{1}{2}}} \quad (4.2)$$

où d est l'épaisseur de l'échantillon et $t_{\frac{1}{2}}$ le temps pour atteindre la moitié de la température maximale.

L'appareil utilisé dans ce travail est un LFA-457 de la compagnie Netzsch. Il permet la mesure de la diffusivité jusqu'à une température de 1000°C . L'appareil est équipé d'un carrousel permettant de tester trois échantillons dans la même séquence de mesures. Les échantillons consistent en des disques de 2 mm d'épaisseur et 12.7 mm de diamètre. Ils sont prélevés dans l'orientation longitudinale, travers et travers court pour le métal de base et orientés dans la direction du soudage pour le métal d'apport E410NiMo. L'appareil doit être calibré préalablement sur un échantillon connu subissant l'historique thermique désiré. Un disque d'acier SRM837 est utilisé à cette fin. Le programme thermique utilisé permet de tester le matériau dans sa phase martensitique et austénitique. Les mesures de la martensite sont faites de 100 à 550°C avec des plateaux aux incréments de 100°C . La température est par la suite montée à 900°C et maintenue pendant 15 minutes pour permettre l'austénitisation complète du matériau. Suivant l'austénitisation, la température est redescendue à 300°C pour permettre la mesure de la diffusivité dans l'austénite. Les mesures sont réalisées par incréments de 100°C jusqu'à l'atteinte d'une température maximale de 1000°C . La figure 4.3 montre le profil thermique décrit. Pour chaque niveau de température ciblée, cinq mesures sont réalisées avant de poursuivre la montée en température.

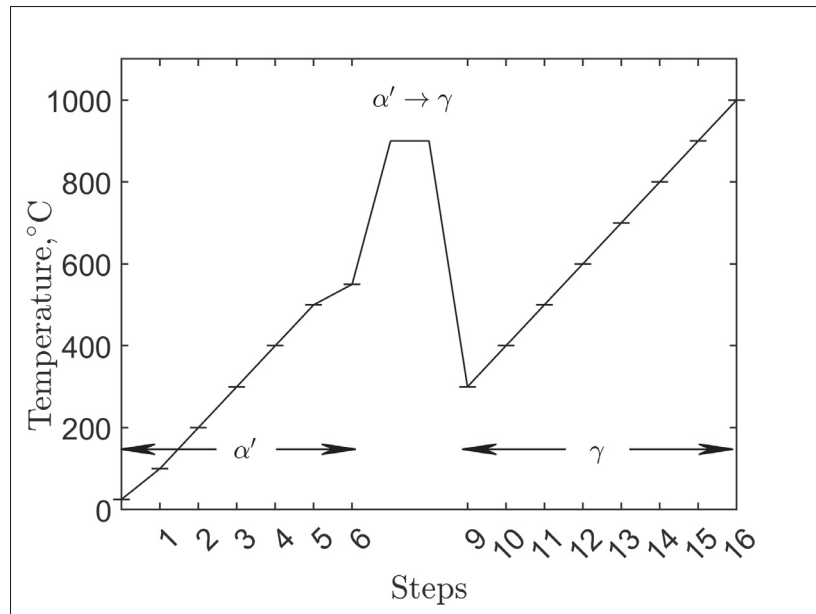


Figure 4.3 Niveaux de température testés pour la mesure de la diffusivité thermique

4.4 Mesure de dilatation thermique linéaire

Une partie significative des travaux expérimentaux réalisés dans cette étude consiste à mesurer la dilatation thermique linéaire des matériaux. Cette technique expérimentale permet de mesurer la dilatation thermique linéaire à partir de laquelle on dérive le coefficient d'expansion thermique. De plus, la mesure dilatométrique est utilisée pour la caractérisation des paramètres nécessaires à la modélisation des transformations de phases de la déformation due à la plasticité de transformation.

Les expériences nécessaires ont été conduites sur un dilatomètre de trempe DIL805 de la compagnie TA Instruments. Cet appareil est conçu pour la mesure de la dilatation thermique d'un échantillon. En général, ces équipements ont comme principales composantes une fournaise, permettant d'imposer une température à un échantillon et un transformateur différentiel linéaire variable *LVDT* permettant la mesure de la dimension de l'échantillon en temps réel. Dans le cas présent, le DIL805 est équipé d'une source de chauffage par induction. Ceci permet l'imposition de taux de chauffe beaucoup plus importants et s'approchant des taux que le matériau subit lors

du soudage. L'intérieur de la bobine d'induction prévoit l'admission d'un gaz pressurisé afin de contrôler les taux de refroidissements rapides. La source d'induction est contrôlée par un thermocouple fixé à la surface de l'échantillon et relié à un contrôleur Proportionnel, Intégral. Le capteur LVDT est relié à l'échantillon par des tiges en silice fondue maintenues en place à l'aide de ressorts. La figure 4.4 montre l'appareil utilisé pour les mesures dilatométriques. La figure 4.5 montre une vue rapprochée de la chambre de mesure. Celle-ci est divisée en deux sections. À gauche la bobine d'induction au centre de laquelle se trouve l'échantillon et à droite le lecteur LVDT. L'analyse dilatométrique sert dans un premier temps à caractériser le coefficient



Figure 4.4 Vue globale du dilatomètre de trempe DIL805 de TA Instruments

d'expansion thermique linéaire en fonction de la température. Cette propriété du matériau est obtenue en dérivant la dilatation thermique par rapport à la température. On utilise aussi la mesure dilatométrique pour calculer l'évolution de la densité en fonction de la température. En négligeant l'anisotropie due au sens de laminage, la densité est obtenue par la relation suivante :

$$\rho(T) = \frac{\rho_{amb}}{\left(1 + \frac{\Delta l(T)}{l_0}\right)^3} \quad (4.3)$$

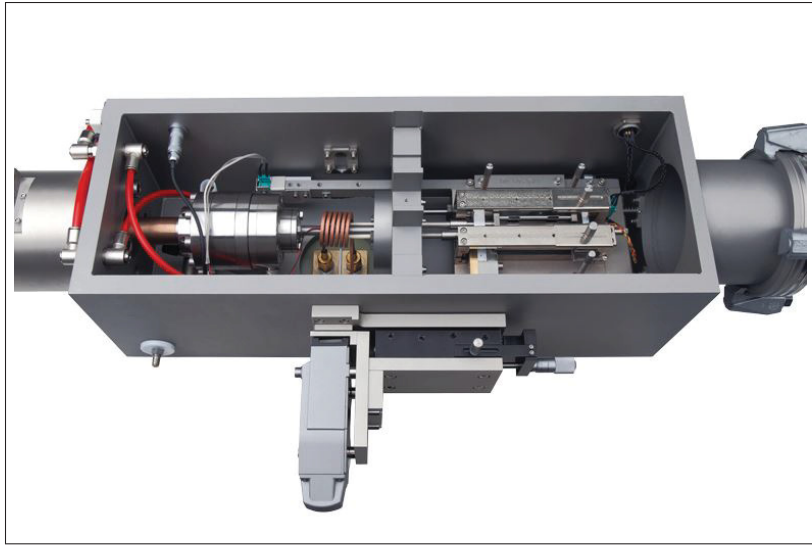


Figure 4.5 Vue rapprochée de la chambre du dilatomètre de trempe DIL805 de TA Instruments

où ρ_{amb} est la densité à la température ambiante et $\Delta l(T)$ est la dilatation thermique et l_0 la longueur initiale de l'échantillon.

De plus, l'analyse dilatométrique constitue une méthode sensible pour décrire les transformations à l'état solide. Les variations de longueur relative sont proportionnelles aux variations de volume et peuvent par conséquent être utilisées comme témoin d'une transformation de phase macroscopiquement isotrope (Mittermeijer *et al.*, 1986b). Dans ce travail, la mesure dilatométrique est essentielle pour caractériser les paramètres des matériaux utilisés pour la modélisation des transformations de phases, tant pour la transformation austénitique que la transformation martensitique. La méthodologie et les résultats de ces essais sont présentés dans l'article *Modelling Solid State Phase Transformations of 13cr-4ni Steels In Welding Heat Affected Zone* publié en 2020 dans la revue scientifique *Metallurgical and Materials Transaction A*.

Un changement de la configuration du dilatomètre permet l'ajout d'une cellule de charge dans la chambre d'essais. Cette cellule est placée entre l'échantillon et un vérin hydraulique permettant l'application d'une force sur l'échantillon. La géométrie de l'échantillon est adaptée afin de pouvoir le visser dans le mandrin de la cellule de charge et un mandrin fixe. La figure 4.6 montre la configuration décrite. L'ajout d'une contrainte au moment de la réalisation d'un

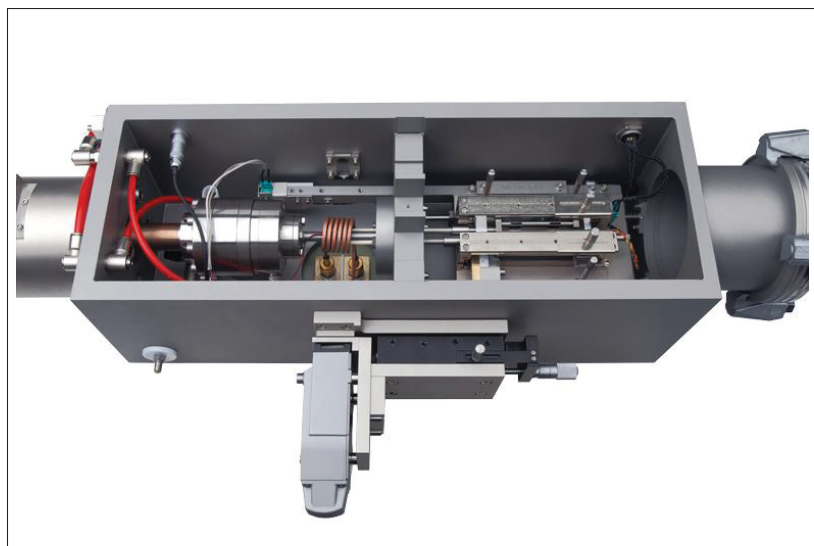


Figure 4.6 Vue rapprochée de la chambre du dilatomètre de trempe DIL805 dans une configuration permettant l'application d'une force

essai dilatométrique étend la capacité de l'appareil à mesurer les propriétés de matériau en température et caractériser la plasticité de transformation. Dans la présente étude, la plasticité de transformation est étudiée lors de la transformation martensitique. La méthodologie et les résultats de ces essais sont présentés dans l'article *Characterizing and Modeling Transformation-Induced Plasticity in 13Cr-4Ni Welds Upon Cooling* publié en 2023 dans la revue scientifique *Materials*.

4.5 Relation entre la contrainte et la déformation en fonction de la température

Les propriétés mécaniques des matériaux varient en fonction de la température et de la fraction transformée. Afin de réaliser une simulation du soudage fidèle à la réalité, les données expérimentales nécessaires à la caractérisation des propriétés élastiques et de la consolidation du matériau ont été recueillies expérimentalement. Ces données sont ensuite intégrées dans le programme de simulation. Cette section présente la méthodologie expérimentale utilisée pour ces travaux.

Les essais de traction en température sont mis en œuvre sur un banc servo-hydraulique d'une

capacité de 100 KN du fabricant Instron. Ce banc est équipé d'une unité de chauffage par induction LSS-15 du fabricant Lepel. Le contrôle de la température est exercé à l'aide d'un contrôleur Proportionnel, Intégral, Dérivé et d'un thermocouple installé sur la surface de l'échantillon au centre de la section réduite. Les échantillons cylindriques ont une section réduite d'un diamètre de 9.50 mm et 50.0 mm de long. Un extensomètre à haute température est utilisé pour mesurer la déformation durant l'essai. Ce dernier est capable de mesurer une déformation sur une plage allant de $\pm 8\%$ et est muni de deux rallonges faites d'alumine se glissant entre les spires de la bobine d'induction.

La matrice d'essais propose un certain nombre de couples de température et de phase. Les matériaux à l'essai sont initialement dans un état martensitique brut de trempe et on considère qu'ils sont constitués uniquement de martensite. Ils sont testés dans cet état ou dans leur état austénitique. Dans ces cas, la section réduite du spécimen est d'abord chauffée jusqu'à une température de 850 ° C pour permettre une austénitisation complète. La température cible est ensuite atteinte et l'application de la charge débute lorsque la déformation thermique est stabilisée. La mise en charge est effectuée en déplacement contrôlé à un taux de 1 mm/min. Les données d'essais sont captées par un système d'acquisition HBM à une fréquence d'acquisition de 100 pts/s. Le tableau 4.2 montre la matrice d'essais qui a été réalisée. Les résultats de ces essais sont présentés aux figures 4.7 et 4.8. Dans les cas où deux essais ont été réalisés pour un même couple de température et phase, une courbe moyenne est utilisée. Les données montrent en général un abaissement des propriétés mécaniques avec l'élévation de température. Un écart important est aussi présent entre les courbes de traction en phase martensitique et ceux en phase austénitique. Plus spécifiquement, la phase martensitique semble présenter un plateau sur une plage de température. Par exemple, à la figure 4.7, le comportement à 200 ° C est semblable et légèrement supérieur à celui à 20° C. La figure 4.8 montre un comportement semblable entre 200° C et 350° C. Les relations entre l'augmentation de la limite d'élasticité et la déformation équivalente qui est nécessaire afin d'alimenter le modèle du comportement plastique du matériau sont déterminées à partir de ces courbes. Elles sont aussi utilisées pour déterminer la relation du module d'élasticité en fonction de la température.

Tableau 4.2 Paramètres des essais de traction en température

Matériau	Phase	Température, ° C	Quantité
415	α'	20	2
415	α'	200	2
415	α'	350	2
415	α'	500	2
415	γ	350	2
415	γ	500	2
415	γ	650	2
415	γ	800	2
415	γ	950	2
E410NiMo	α'	20	1
E410NiMo	α'	200	1
E410NiMo	α'	350	1
E410NiMo	α'	500	1
E410NiMo	γ	350	1
E410NiMo	γ	500	1
E410NiMo	γ	950	1

4.6 Calibration et validation de la simulation du soudage

Le soudage d'une plaque instrumentée de thermocouples est nécessaire pour la calibration et la validation du soudage. Cette section présente les travaux expérimentaux qui y sont associés. La calibration de la simulation thermique est abordée, suivie de la mesure de contraintes résiduelles de soudage.

4.6.1 Calibration de la simulation thermique du soudage

Un essai de soudage instrumenté est nécessaire pour la calibration de la simulation thermique du soudage. Le premier objectif de cet essai est de permettre la calibration de la simulation thermique du soudage. D'une part, il permet de déterminer le coefficient de pertes par convection, mais surtout de calibrer les paramètres géométriques et d'efficacité de la source de chaleur. Pour cette étude, il est proposé de réaliser le soudage d'un dépôt de soudure multipasse. Ceci permet d'obtenir un échantillonnage conséquent pour la calibration des paramètres de la source et de

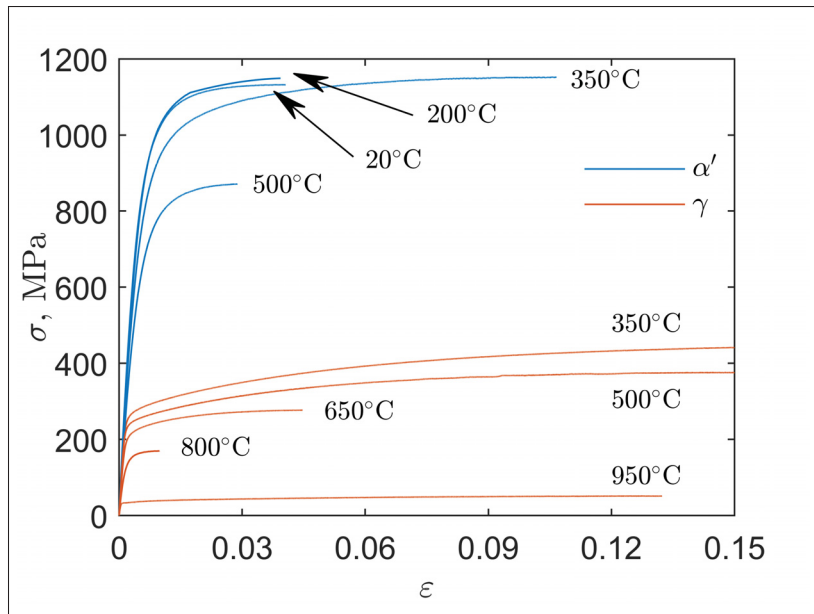


Figure 4.7 Relations contrainte/déformation obtenues lors des essais de traction en température dans l'acier inoxydable 415

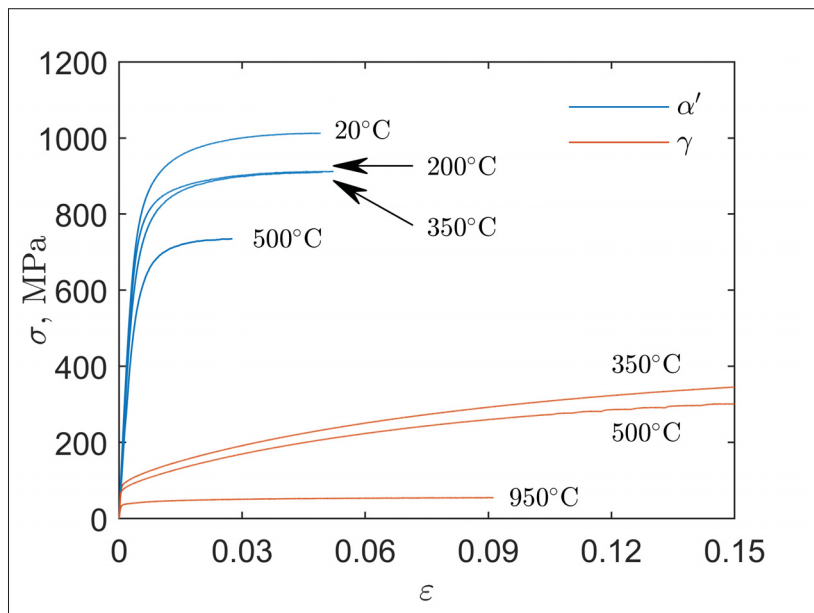


Figure 4.8 Relations contrainte/déformation obtenues lors des essais de traction en température dans le métal d'apport en acier inoxydable E410NiMo

conditions aux frontières du modèle. Il permet aussi de mieux comprendre l'interaction et les effets métallurgiques dus aux dépôts de cordons successifs.

La plaque conçue pour l'essai a une dimension de 150 mm de large par 160 mm de long et 25 mm d'épaisseur. Ces surfaces sont usinées conventionnellement. Une gorge est prévue pour le dépôt de 10 cordons de soudure. Cette gorge de 15 mm de profondeur comporte un rayon de 5 mm au fond et un angle d'ouverture de 35° . Elle est usinée par coupe par électroérosion. Le dessous de la plaque est percé à de multiples endroits afin de permettre l'installation de thermocouples. Au total, 15 trous à fond plat sont percés. Ceux-ci sont disposés en périphérie de la gorge afin de mesurer la température le plus près possible des différents cordons. La figure 4.9 montre la disposition des trous sous la plaque. La profondeur de ceux-ci varie selon leur position respective.

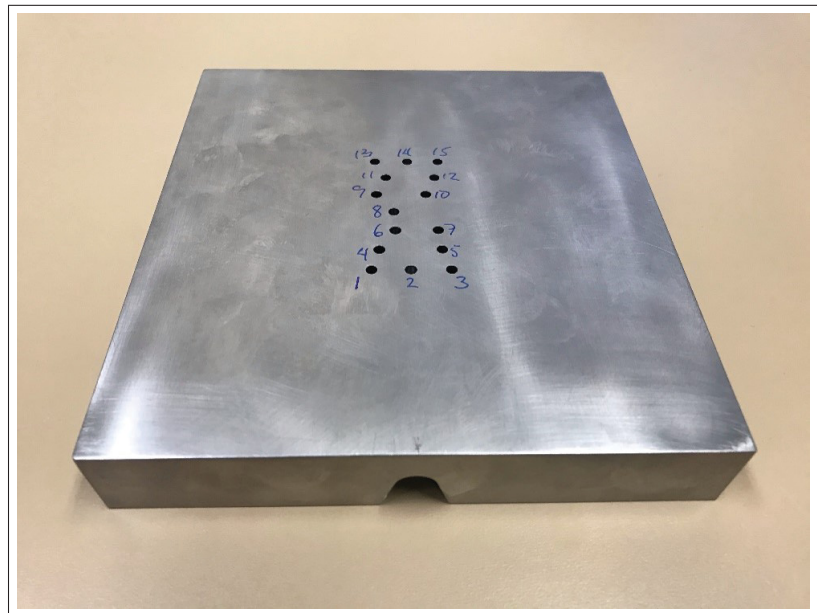


Figure 4.9 Vue du dessous de la plaque après l'installation des thermocouples

Le dessin de fabrication de la plaque instrumentée est disponible à annexe I

Les thermocouples utilisés pour la mesure de la température sont de type K. Ceux-ci ont la capacité de mesurer la température jusqu'à 1200°C . Les fils sont soudés par point au fond des

trous à fond plat. Une gaine d'alumine est utilisée pour prévenir un court-circuit entre les fils et la plaque. Un thermocouple supplémentaire est fixé sur un coin de la plaque, à 25 mm de chaque côté. Celui-ci est nécessaire pour calibrer le coefficient de perte de chaleur convective. Un total de 16 thermocouples sont fixés à la plaque. Ces thermocouples sont reliés à un système d'acquisition HBM. La fréquence d'acquisition est de 100 pt/s durant le soudage. Elle est réduite à 1 pt/s durant les entrepasses et le refroidissement final. La figure 4.10 montre la plaque une fois l'instrumentation terminée. La plaque équipée de thermocouples est posée sur trois pointes

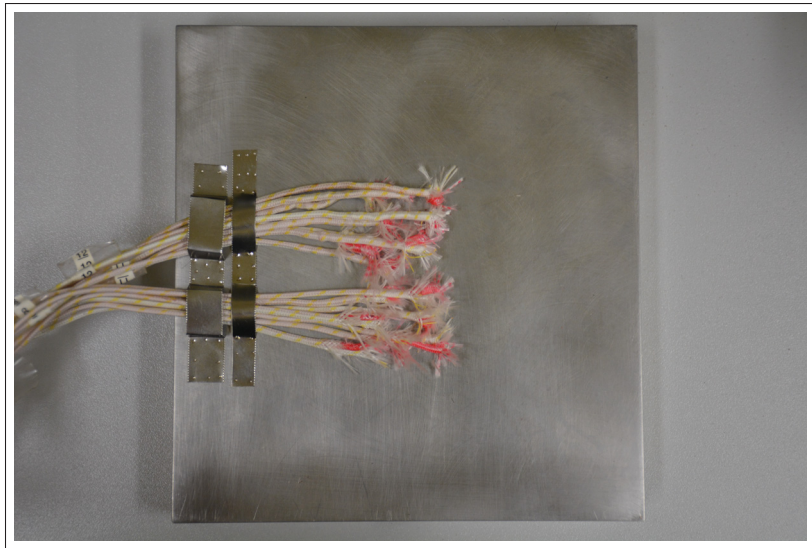


Figure 4.10 Vue du dessous de la plaque après l'installation des thermocouples

d'acier. Cette précaution est nécessaire pour minimiser les pertes de chaleur par conduction. Des butées sont aussi prévues pour garantir le positionnement de la plaque entre chaque cordon. La figure 4.11 montre le montage avant le début du soudage. Le soudage du métal d'apport E410NiMo FCAW est robotisé. Un robot Scompi de la 4e génération développée à l'IREQ est utilisé pour cette tâche. Chacun des cordons débute et se termine à 3 mm du début et de la fin de la gorge. La longueur des cordons est de 154 mm. Avant le soudage, la plaque est préchauffée à 100°C à l'aide d'une torche oxyacétylénique. L'homogénéité de la préchauffe est assurée par l'atteinte de la température par l'ensemble des thermocouples. Les paramètres de soudage sont énumérés dans le tableau 4.3. Le laitier de soudage doit être retiré à la fin du soudage de

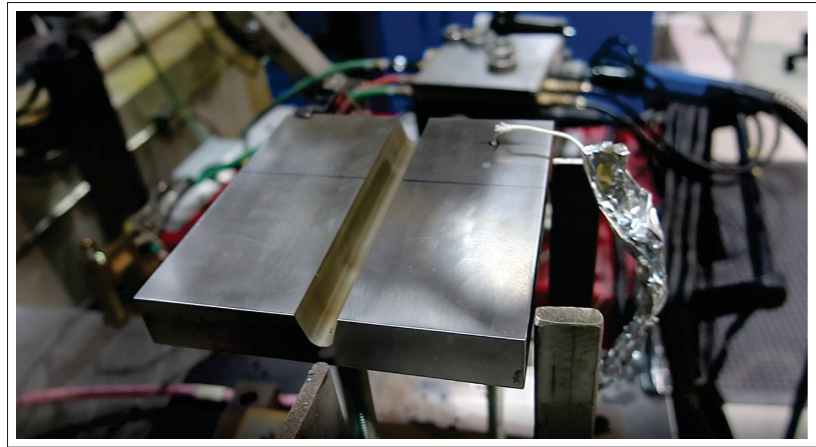


Figure 4.11 Plaque instrumentée avant le soudage

Tableau 4.3 Paramètres de soudage au FCAW

Électrode	E410NiMo
Diamètre du fil, mm	1.6
Courant, A	268
Tension, V	28.4
Taux de dépôt, $\frac{kg}{h}$	5
Vitesse, mm/s	6.5
Longueur terminale, mm	20
Energie linéaire, J/mm	1158
Angle de la torche, °	0-15, 6 drag
Protection gazeuse	Argon 25%-CO ₂
Position de soudage	1G
Température de Préchauffe, °C	100
Température d'entrepasse, °C	150

chacun des cordons. Le point de départ du soudage doit aussi être meulé. Ensuite, un appareil de mesure au laser est installé sur le robot soudeur. Le laser est positionné transversalement à 95 mm du début de la plaque par le robot avant de prendre une mesure. Cette opération permet de mesurer la géométrie de la matière ajoutée entre chaque cordon. Une fois ces opérations terminées, le soudage reprend lorsque la température d'entrepasse est respectée. La figure 4.12 montre l'ensemble des mesures de la géométrie des cordons de soudure. La figure 4.13 montre la plaque lorsque le soudage est complété.

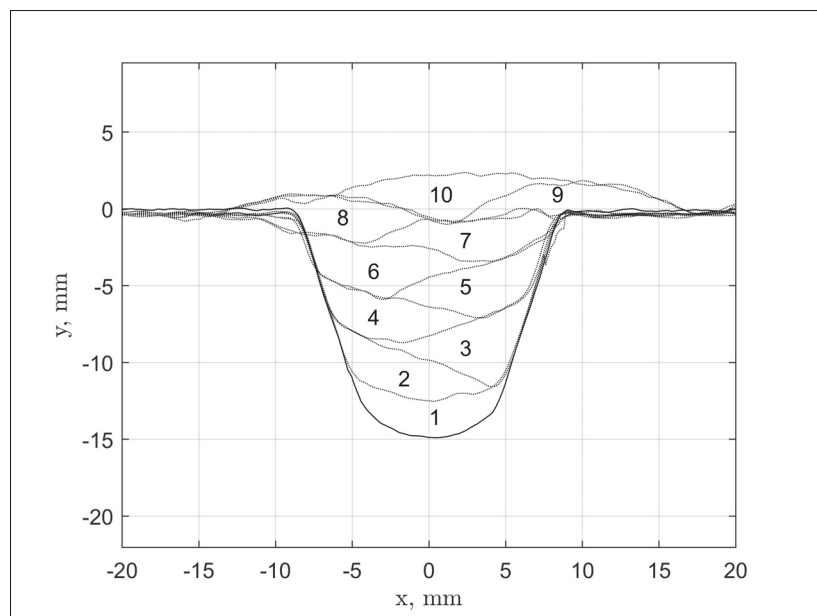


Figure 4.12 Profils successifs des cordons de soudure suivant leur dépôt à l'aide d'un appareil de mesure au laser.

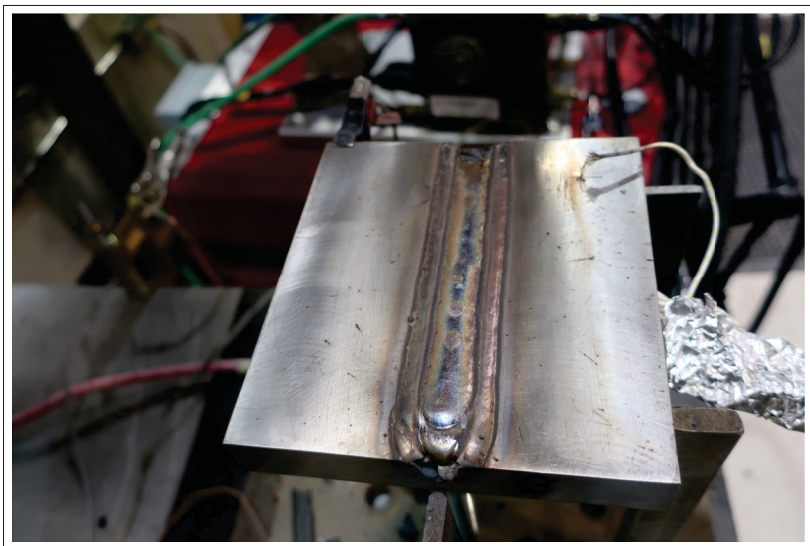


Figure 4.13 Plaque instrumentée après la complétion du soudage

4.6.2 Mesures des contraintes résiduelles par la méthode du contour

La mesure de contraintes résiduelles a pour but de valider les résultats de simulation du soudage. Elle présente l'avantage de mesurer les contraintes normales à section complète. La technique a originalement été proposée par Prime (2001). Le fondement de la technique découle du principe de superposition de Bueckner (1958) :

« The energy available for crack extension . . . equals the strain energy of the difference of the stress fields before and after crack extension. These have no body forces ; they show surface tractions at the crack surfaces only ; these tractions are induced by the field of the uncracked specimen. »

Lorsqu'un corps contenant des contraintes internes est sectionné selon un plan, le relâchement élastique des contraintes déforme les surfaces nouvellement générées. Les contraintes nécessaires pour ramener ces nouvelles surfaces à leur configuration plane originale correspondent alors aux contraintes internes présentes avant la coupe et qui ont déformé les surfaces nouvellement créées. La technique consiste donc à mesurer expérimentalement la déformation des surfaces suivant une coupe et de calculer le champ de pression nécessaire pour forcer l'état plan des surfaces à l'aide de la méthode des éléments finis (MEF). Certaines hypothèses sont posées pour l'application de la méthode du contour. D'abord, le relâchement des contraintes est présumé totalement élastique. Ensuite, la coupe doit être réalisée selon un plan. À cet effet un maintien adéquat et symétrique de la pièce est nécessaire durant la coupe. De plus, puisqu'il n'est possible de mesurer que le déplacement normal à la surface, seul le champ de contrainte normale et non le cisaillement peut être mesuré. Pour les cas où un cisaillement est présent, son effet sur le déplacement normal de la surface est annulé en moyennant les déplacements des deux surfaces opposées. La méthode de coupe utilisée pour sectionner le corps contraint doit minimiser l'introduction de nouvelles contraintes résiduelles. La coupe est réalisée par électroérosion (*electro discharge machining* EDM), produisant ainsi une coupe sans contact et limitant l'imposition de contraintes résiduelles au matériau à proximité des nouvelles surfaces.

Pour cette étude, la coupe est réalisée sur une machine Sodick AQ327L. Un fil de laiton de 0.250 mm est utilisé pour la coupe. La plaque soudée est maintenue et bridée sur la machine à l'aide

d'une bride conçue à cette fin. La figure 4.14 montre une vue d'ensemble de la machine avec la plaque installée avant le début de la coupe. La figure 4.15 montre la plaque soudée une fois la coupe terminée. Suivant la coupe, les surfaces déformées sont mesurées. Un microscope



Figure 4.14 Préparation à la coupe par EDM

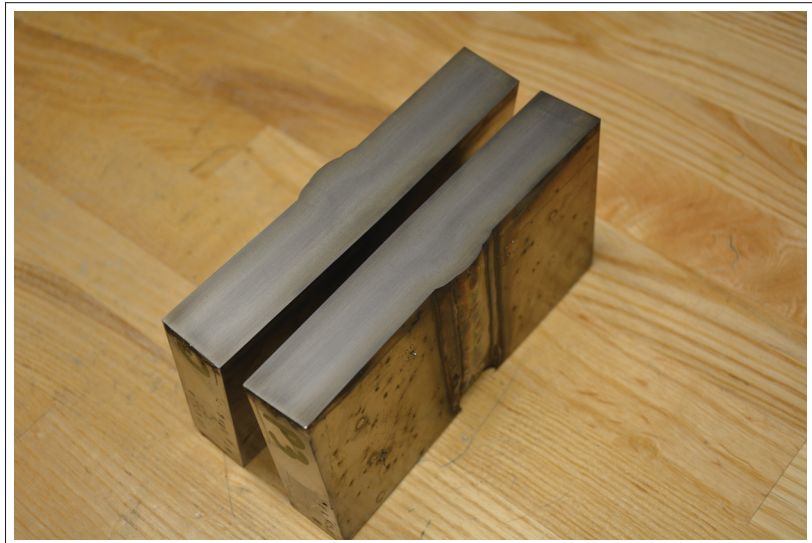


Figure 4.15 Plaque soudée après la coupe par EDM pour la mesure des contraintes résiduelles par la méthode du contour

confocal en lumière blanche Altimet est utilisé pour mesurer le profil des surfaces. Les mesures

d'élévation sont par la suite traitées pour minimiser le bruit et juxtaposer parfaitement les deux surfaces. Un profil de déplacements moyens est calculé. Une régression polynomiale de la surface à l'aide de splines cubiques est réalisée afin d'imposer les déplacements aux noeuds d'un modèle d'éléments finis. La méthode de traitement des données est décrite dans Lévesque *et al.* (2015). Le résultat de la simulation constitue la réponse élastique du matériau à la distribution de déplacements imposés.

4.7 Conclusion

Ce chapitre décrit les différentes méthodes expérimentales utilisées pour générer les résultats. Ces techniques agissent à plusieurs niveaux. Certaines sont utiles pour la caractérisation des propriétés des matériaux nécessaires à la simulation. D'autres, comme la mesure dilatométrique, permettent de déterminer les intrants des modèles de transformation de phases. Les essais de traction en température sont utiles pour alimenter les modèles constitutifs de plasticité. Enfin, la mise en place d'un essai de soudage instrumenté et la caractérisation des contraintes par la méthode du contour ont pour but de valider les modèles utilisés.

CHAPITRE 5

MODELLING SOLID STATE PHASE TRANSFORMATIONS OF 13CR-4NI STEELS IN WELDING HEAT AFFECTED ZONE

Jean-Benoit Lévesque¹ , Jacques Lanteigne¹ , Henri Champiaud² , Daniel Paquet¹

¹ Institut de Recherche d'Hydro-Québec,
1800 Boul. Lionel-Boulet, Varennes, Québec, Canada, J3X 1S1

² Département de Génie Mécanique, École de Technologie Supérieure,
1100 Notre-Dame Ouest, Montréal, Québec, Canada, H3C 1K3

Article publié dans la revue « Metallurgical and Materials Transaction A » en mars 2020.

5.1 Abstract

Fatigue damage is commonly encountered by operators of Francis type hydraulic turbine runners made of 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steel. These large and complex welded casting assemblies are subjected to fatigue crack initiation and growth in the vicinity of their welded regions. It is well known that fatigue behavior is influenced by residual stresses and the microstructure. By including solid state phase transformation models in welding simulations, phase distribution can be evaluated along with their respective volumetric change and their effect on residual stresses. Thus, it enables the assessment of welding process on fatigue crack behavior by numerical methods. This paper focuses on modelling solid state phase transformations of 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steel, used for manufacturing hydraulic turbine runners, occurring upon welding. It proposes to determine the material parameters of the models for both the austenitic and the martensitic transformation by nonisothermal dilatometry tests. The experiments are conducted in a quenching dilatometer with applied thermal conditions as experienced in the heat affected zone of homogeneous welds. The activation energy and the kinetic parameters of the austenitic transformation from fully martensitic state are measured from the experimental results. The martensitic transformation modelling from a fully austenitic domain is also presented.

5.2 Introduction

Since its elaboration in the late fifties, 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steel has been extensively preferred to low carbon steel for the manufacturing of hydraulic turbines as it offers better mechanical properties, toughness and corrosion resistance (Iwabuchi & Sawada, 1982; Gysel *et al.*, 1982). Moreover, this steel is weldable, has a higher yield strength than common austenitic stainless steels and it is less expensive, owing to a low alloying nickel content. These benefits made this material a good candidate for the manufacturing of Francis type hydraulic turbines, which are large and complex structures generally made of multiple cast components assembled with homogeneous Flux Core Arc Welding (FCAW) deposits. Despite the advantages of 13Cr-4Ni steels, fatigue damage initiation and growth in the welded regions continue to be a recurrent problem that must be addressed by hydraulic powerplant operators (Lanteigne *et al.*, 1998; Trudel *et al.*, 2014). Numerous factors promote fatigue damage such as geometry, microstructures, casting defects, weld porosity, residual stresses that are inherent to welding operations and excessive cyclic loading. Several studies have addressed the interaction between welding residual stresses and fatigue crack initiation and growth (Itoh *et al.*, 1989; Beghini & Bertini, 1990; Paquet *et al.*, 2014; Deschênes *et al.*, 2017). Nevertheless, a better understanding of the welding residual stresses build up and of their interaction with the hydraulic load applied on the turbine requires the development of appropriate numerical tools. Once developed, these tools can be used to simulate the welding operations and to model the associated solid state phase transformations the material undergoes. This will allow modelling the microstructure distribution and use of appropriate constitutive law for residual stresses calculation. Moreover, it enables to assess the effect of the welding process on fatigue crack behavior by numerical methods.

During welding, 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steels experience different solid state phase transformations (Côté, 2007). Fig.5.1 shows an example of a dilatometric curve of subsequent heating and cooling. Upon heating from room temperature, the martensite to austenite transformation is characterized by a volumetric contraction. It starts at temperature (A_{c1}), which depends on the heating rate. This transformation is diffusive and its kinetics is

driven by numerous factors such as temperature, soaking time, chemical composition and microstructural morphology. In some circumstances when facing very high heating rates, the austenitic transformation can exhibit massive transformation behavior. However, to the knowledge of the authors, this phenomenon has not yet been observed in the martensitic stainless steel under study and will not be distinctly considered.

The Leblond's model (Leblond & Devaux, 1984) and the Johnson-Mehl-Avrami-Kolmogorov (JMAK) (Johnson & Mehl, 1939; Avrami, 1939; Kolmogorov, 1937; Barmak, 2010) models can be used to simulate diffusive phase transformation kinetics. The later is preferred in this study since it is based on reaction parameters that can be measured from experiments. Numerous studies (Piekarska *et al.*, 2011; Zhang *et al.*, 2002a,b; Elmer *et al.*, 2003) use the JMAK model in the context of welding simulation. For example, Zhang *et al.* (Zhang *et al.*, 2002a,b; Elmer *et al.*, 2003) applied this model to estimate the austenite fraction formed during gas tungsten arc welding of 1005 mild carbon steel with good agreement with the experiments.

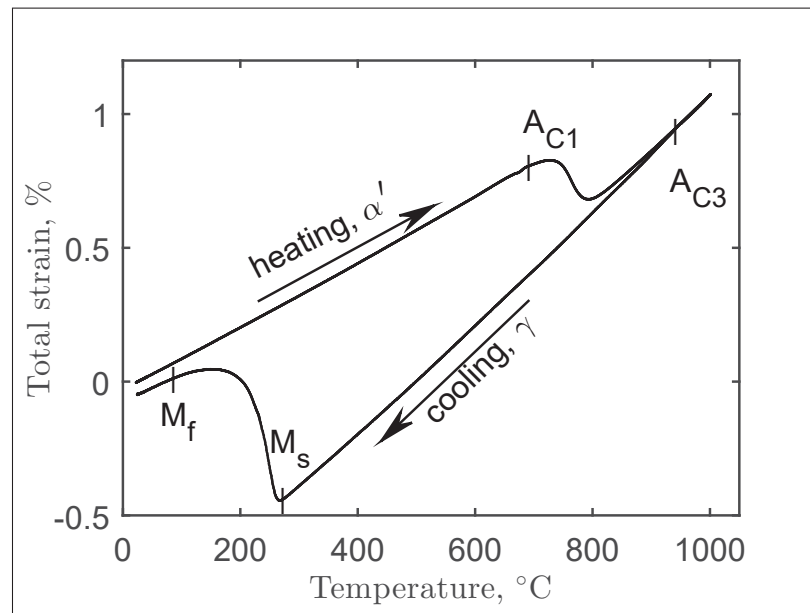


Figure 5.1 Dilatation as a function of temperature during heating and cooling of 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steel

Upon cooling from an austenitic state, 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steels undergo a martensitic transformation at the martensitic start temperature (M_s), regardless of the cooling rate.

This transformation takes place within a temperature range at which mobility of atoms in the iron matrix is negligible. Thus the transformation occurs briskly when a large amount of atoms of the iron crystal lattice move from the austenitic centered cubic f.c.c. structure to a more stable b.c.t. structure by a shearing process (Christian, 2002). This transformation is athermal and is driven by several factors excluding time such as temperature, chemical composition, external stresses, etc. A volumetric expansion is associated with this transformation which induce compressive residual stresses. (Thibault *et al.*, 2009, 2010; Godin *et al.*, 2013; Sarafan *et al.*, 2016). Most studies on residual stress calculation in materials subjected to martensitic transformation during welding found in the literature (Babu & Prasanna Kumar, 2014; Ferro *et al.*, 2006, 2012; Deng, 2009) uses the Koistinen-Marburger (Koistinen & Marburger, 1959) (K-M) relation to address the austenite to martensite phase transformation problem. Since then, subsequently derived models have been proposed within the same framework (van Bohemen & Sietsma, 2009; Lee & Van Tyne, 2012).

A welding process involves a high thermal energy input source bounded within a small volume that moves along with the arc during welding. This creates a thermal transient phenomenon characterized by a large temperature gradient. It therefore generates different thermal histories specific to the locations, giving rise to a variety of metallurgical states, depending on whether the location is within the fusion zone (FZ), the heat affected zone (HAZ) or elsewhere in the base metal. The thermal history of a particular region will therefore dictate its microstructural evolution over time. Since material thermomechanical governing constitutive relations in a particular region are conditioned by its phases content, it becomes necessary to model the kinetics of phase transformations in order to adequately predict the formation of residual stresses. In the context of welding simulation, the objective of this paper is to establish the parameters of the austenite and martensite solid state phase transformation models in 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steel. For this purpose, homogeneous welding of UNS S41500 hot rolled martensitic stainless steel using E410NiMo weld metal is studied. Although hydraulic turbines are made of CA6NM cast martensitic stainless steel, all three steels have the same chemical composition and have very similar thermo-physical properties. They also exhibit very similar dilatometric

behavior. We then assume that these three steels behave thermally the same and also exhibit the same phase transformations.

5.3 Modelling Solid State Phase Transformation

5.3.1 Austenitic Transformation During Welding

The parameters governing austenitic transformation kinetics need to be determined for the aforementioned stainless steel. The development of the model and how the parameters are obtained from experimental measurements is presented next.

5.3.1.1 Modelling Diffusive Phase Transformations

The JMAK theory (Johnson & Mehl, 1939; Avrami, 1939; Kolmogorov, 1937; Barmak, 2010) is intended to model diffusive transformation kinetics. It consists of an equation describing the formed phase f , over time usually expressed as :

$$f = 1 - e^{-k\tau^n} \quad (5.1)$$

where k parameter characterizes the contribution of both nucleation and growth to the reaction rate and is dependent of the temperature T . τ is the time spent from the beginning of the transformation ; ie. $\tau = t - t_0$. The JMAK exponent n , which is related to phase rate of nucleation and growth mechanisms, is a material constant. Since welding involves a thermal transient phenomenon, Eq.(5.1) must be further developed to integrate over the time the temperature changes. It is proposed for continuous heating rate to use the following form for the JMAK equation (Zhang *et al.*, 2002a,b; Elmer *et al.*, 2003; Kruger, 1993; Starink & Zahra, 1997; Mittemeijer *et al.*, 1986b,a).

$$f = 1 - e^{-(k\tau)^n} \quad (5.2)$$

The Arrhenius function often used to model chemical reactions is used to take into account the evolution of the temperature during the thermal history. As such, Eq.(5.2) is modified as

suggested by Zhang *et al.* (2002a) :

$$f = 1 - e^{-\left[\sum_{i=1}^m k_0 e^{\frac{-E_a}{RT_i}} \Delta t_i\right]^n} \quad (5.3)$$

where Δt_i and T_i are the i^{th} interval of time and temperature respectively, m the total number of increments, k_0 is the chemical reaction pre-exponential factor of the Arrhenius function, E_a the phase transformation apparent activation energy and R the universal gas constant. Variables E_a , k_0 and n must be determined from appropriate experiments to describes the transformation kinetics. It is then proposed (Zhang *et al.*, 2002a) to define s as follows :

$$s = \sum_{i=1}^m e^{\frac{-E_a}{RT_i}} \Delta t_i \quad (5.4)$$

which further simplifies Eq.(5.3) to :

$$f = 1 - e^{-(k_0 s)^n} \quad (5.5)$$

5.3.1.2 Calibration of JMAK Model Parameters

The amount of formed phase can be evaluated by measuring thermophysical properties such as heat capacity, thermal expansion or magnetization among others. In this study, the austenitic phase volume content is calculated from dilatometric measurements. A dilatometer is an equipment that allows recording the change of length of a sample over controlled temperature and time exposure. Since free thermal strain can generally be expressed by either a linear or a quadratic function, a disparity with this trend in the recorded strains is an indication that a phase transformation is ongoing. A lever rule can then be used to evaluate the phase transition. Fig.5.2 is an example of a dilatometer experiment showing a complete austenitization from a fully martensitic state from which the austenitic phase volume content, f_γ , can be extracted at each time during the experiment. The austenitic transformation on Fig.5.2 leads to the following

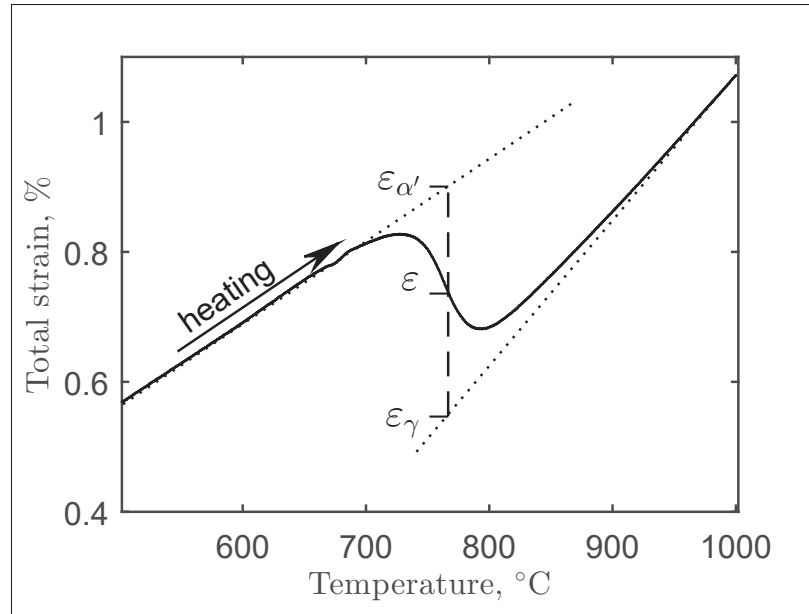


Figure 5.2 Dilatation vs temperature during the continuous heating of a sample. The total strains needed for the evaluation of the austenitic phase volume content at a given temperature using the Eq.(5.6) are identified.

equation :

$$f_{\gamma} = \frac{\varepsilon_{\alpha'} - \varepsilon}{\varepsilon_{\alpha'} - \varepsilon_{\gamma}} \quad (5.6)$$

where ε is the total strain of the sample at time t . $\varepsilon_{\alpha'}$ and ε_{γ} are the thermal strains at the correspondent temperature T of the starting martensitic and ending austenitic phases respectively.

The Eq.(5.5) can be rearranged in the following form :

$$\ln(-\ln(1 - f_{\gamma})) = n \ln s + n \ln k_0 \quad (5.7)$$

Therefore, from experimental data in which the evolution of the austenitic phase volume content f_{γ} over the temperature T and the time t is recorded, a plot of $\ln(-\ln(1 - f_{\gamma}))$ against $\ln(s)$ would allow determining the values of k_0 and n .

5.3.1.3 Transformation Activation Energy From Continuous Heating Rate Experiments

In this work, the Kissinger method (Kissinger, 1957) is used to determine the transformation apparent activation energy, E_a . This method has been proven effective to characterize the austenitization activation energy of steels from various continuous heating dilatometry experiments (Mittemeijer *et al.*, 1986b; Bojack *et al.*, 2016). The proposed method consists in determining the temperature at which the maximum reaction rate occurs for dilatometry experiments conducted with different continuous heating rates. Mittemeijer *et al.* (1986b,a) made the assumption that the phase volume content is determined by a state variable β . For the nonisothermal case, β relies on the integration over time of the transformation

$$\beta = \int_0^t k dt \quad (5.8)$$

where k is expressed with the Arrhenius function :

$$k = k_0 e^{\frac{-E_a}{RT}} \quad (5.9)$$

The heating rate ϕ is given as :

$$\phi = \frac{dT}{dt} \quad (5.10)$$

Using Eq.(5.9) and (5.10), the Eq.(5.8) becomes :

$$\beta = \frac{k_0}{\phi} \int_{T_0}^T e^{\frac{-E_a}{RT}} dT \quad (5.11)$$

An approximate solution for this exponential integral is given by Mittemeijer *et al.* (1986a) :

$$\beta = \frac{T^2}{\phi} \frac{R}{E_a} k \left\{ 1 - 2 \frac{RT}{E_a} + \dots \right\} \simeq \frac{T^2}{\phi} \frac{R}{E_a} k_0 e^{\frac{-E_a}{RT}} \quad (5.12)$$

Considering that RT/E_a is small, only the first term of a developed series of the exponential function is considered. Since the maximum reaction rate is expected to occur after the same

amount of transformation Kissinger (1957) regardless of the heating rate, β is constant at the maximum transformation rate temperature T_{infl} . Eq.(5.12) is rearranged to give Eq.(5.13) :

$$\ln \frac{T_{infl}^2}{\phi} = \ln \frac{E_a}{Rk_0} + \frac{E_a}{RT_{infl}} + \ln \beta_{infl} = \frac{E_a}{RT_{infl}} + C \quad (5.13)$$

where T_{infl} is the sample inflection temperature recorded in Kelvin at which the maximum transformation rate occurs with the correspondent β_{infl} and C is a constant. The determination of the maximum transformation rate temperature, used in the Kissinger method, relies on the determination of the temperature at which the first derivative, df/dt is maximum, i.e. when $d^2f/dt^2 = 0$. This is by definition the inflection point of the transformed fraction curve deduced from the continuous heating dilatometric curve.

This relation, firstly developed for homogeneous reactions, can also be applied to heterogeneous transformations with preferential nucleation sites. When applicable, a plot of $\ln \frac{T_{infl}^2}{\phi}$ against $\frac{1}{T_{infl}}$ leads to a linear relation between these two quantities. The slope of this curve is equal to the ratio E_a/R .

5.3.2 Martensitic Transformation During Welding

The modelling of the martensitic transformation occurring upon cooling of welded 13Cr-4Ni steel is now addressed. The following section proposes a review of few models and their experimental calibration steps.

5.3.2.1 Modelling Diffusionless Phase Transformations

The martensitic transformation behavior has been extensively modelled through the Koistinen-Marburger (K-M) relation Koistinen & Marburger (1959). This empirical relation is written as follows :

$$f_{\alpha'} = 1 - e^{-0.011(M_s - T)} \quad (5.14)$$

Eq.(5.14) gives the martensitic phase volume content $f_{\alpha'}$ as a function of the temperature T and the martensitic transformation start temperature M_s . The constant -0.011 was obtained by the authors through the fitting of a series of experiments in which carbon steel samples were quenched at temperatures ranging from -79°C to room temperature. The remaining austenite fraction after the quench was measured by X-ray diffraction.

van Bohemen & Sietsma (2009) (VB) studied the influence of the chemical composition on the martensitic transformation. Adding more experimental data to the plain carbon steels experiments, the authors proposed to review published data on martensitic transformation and to develop an empirical expression for the K-M relation's parameters in terms of the chemical composition of steels. Following their work, Eq.(5.14) can be rewritten as :

$$f_{\alpha'} = 1 - e^{-a_m(T_{KM}-T)} \quad (5.15)$$

where T_{KM} is the theoretical martensitic start temperature and a_m is a transformation rate parameter which is calculated from a fit of martensitic transformation data. The transformation rate is affected by the change in transformation driving force with temperature and the deformation energy related to the volume and shear strain accommodation (van Bohemen & Sietsma, 2009). The determination of M_s generally relies on the measurement of the first measurable indications of transformation that occur when the martensitic transformation starts. On the other hand, the evaluation of T_{KM} has for purpose to model the transformation and is evaluated from an extension of the thermal expansion curve. It therefore misses the very first steps when the martensitic transformation gradually starts and its value is therefore below M_s (cf. Fig. 5.4). However, for very small austenitic grain size, M_s can approximate T_{KM} . After the determination of coefficients for 19 different chemical compositions of steel, the following expressions were obtained :

$$T_{KM} = 462 - 273x_C - 26x_{Mn} - 16x_{Ni} - 13x_{Cr} - 30x_{Mo} \quad (5.16)$$

$$a_m = 0.0224 - 0.0107x_C - 0.0007x_{Mn} - 0.00005x_{Ni} - 0.00012x_{Cr} - 0.0001x_{Mo} \quad (5.17)$$

with T_{KM} and a_m expressed in $^{\circ}\text{C}$ and $^{\circ}\text{C}^{-1}$ respectively. The x_i variables refer to the weight percentages of elements i . The authors van Bohemen & Sietsma (2009) reported that the largest discrepancies between calculated values of a_m with Eq.(5.17) and values determined from transformation data fitting were found for steels with high concentrations of both nickel and chromium, which is the case for the 13Cr-4Ni steel studied in this paper. Moreover, these authors suggest, for their model to be applicable, to limit the carbon content to the range 0.3% to 1%. This range is however one order of magnitude beyond the acceptable level for the fore-mentioned chromium alloy used in this study, which chemical composition is shown in Table 5.1.

Lee & Van Tyne (2012) proposed a new model for martensitic transformation. This model reads :

$$f_{\alpha'} = 1 - e^{-K_{LV}(M_s - T)^{n_{LV}}} \quad (5.18)$$

where K_{LV} and n_{LV} are material parameters. The authors used the equation developed in the study of Capdevilla *et al.* (2002) for the determination of M_s . They also suggest the following relations for the determination of the model's parameters based on the chemical composition.

$$K_{LV} = 0.0231 - 0.0105x_C - 0.0017x_{Ni} + 0.0074x_{Cr} - 0.0193x_{Mo} \quad (5.19)$$

$$n_{LV} = 1.4304 - 1.1836x_C + 0.7527x_C^2 - 0.0258x_{Ni} - 0.0739x_{Cr} + 0.3108x_{Mo} \quad (5.20)$$

Though, the usage of this model should be limited to plain carbon or low alloyed steels.

5.3.2.2 Calibration of Martensitic Transformation Model Parameters

The martensitic transformation models presented in this section are often used in the literature to conduct simulation on materials and processes for which the parameters are unknown. Insufficient attention to these particularities inevitably leads to misevaluation of the phases content and

erroneous residual stress calculation. In this work, the martensitic phase volume content is experimentally evaluated by the analysis of dilatometric curves upon cooling. Fig. 5.3 shows an example, where at a given temperature, the total strain ϵ is measured. Again, a lever rule is used, with the extrapolated values of the fully martensitic $\epsilon_{\alpha'}$ and fully austenitic ϵ_{γ} thermal strains. Eq.(5.21) expresses the relation used for the evaluation of the sample martensite content :

$$f_{\alpha'} = \frac{\epsilon - \epsilon_{\gamma}}{\epsilon_{\alpha'} - \epsilon_{\gamma}} \quad (5.21)$$

Some discussed models use the theoretical martensitic transformation start temperature T_{KM} ,

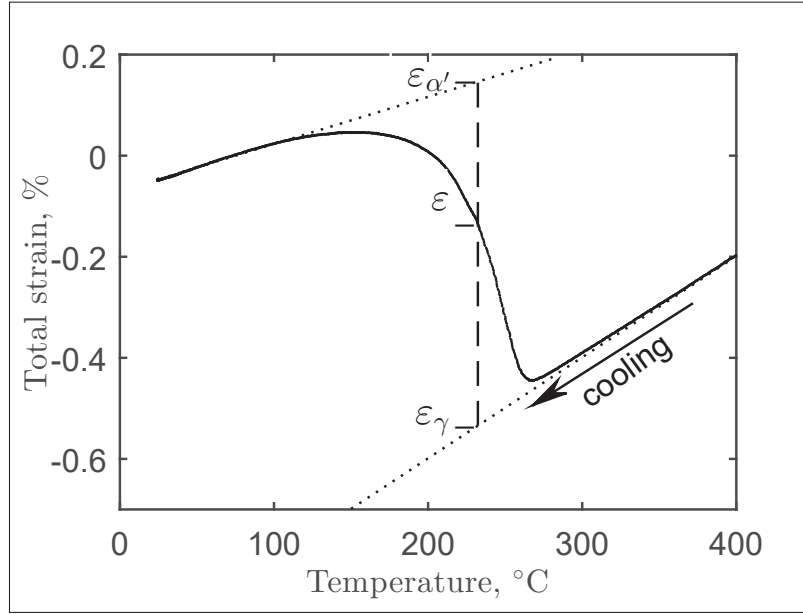


Figure 5.3 Dilatation vs temperature during the continuous cooling of a sample. The total strains needed for the evaluation of the martensitic phase volume content at a given temperature using the Eq.(5.21) are identified.

which is determined with the onset method. Fig.5.4 shows an example of the application of the method that consists to find the intersection between the free thermal strain of the dilatometric curve portions before and after the start of the martensitic transformation. For this purpose, second order polynomials are fitted on each described portion of the dilatometric curve. The intersection point of the two polynomials is the theoretical martensitic transformation temperature start.

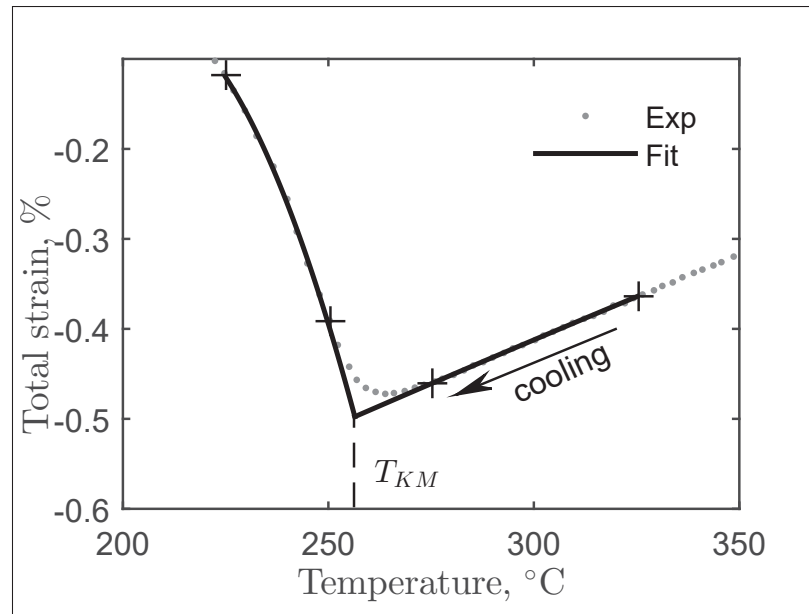


Figure 5.4 Determination of the theoretical martensitic start temperature T_{KM} by the onset method

5.4 Material and Equipment

The material under study is a 13Cr-4Ni soft martensitic hot rolled stainless steel denominated as UNS S41500 in accordance with ASTM A240 / A240M-18 delivered in 60 mm thick plate. The carbon and phosphorus contents have been measured with a combustion infra-red detection technique. The other chemical constituents proportions have been measured by glow discharge atomic emission spectrometry. The measured values are presented, together with standard requirements, in Table 5.1.

Tableau 5.1 Chemical composition of UNS S41500 stainless steel

wt%	C	Mn	P	S	Si	Cr	Ni	Mo
ASTM	<0.05	0.50-1.00	<0.030	<0.030	<0.60	11.5-14.0	3.5-5.5	0.50-1.00
S41500	0.034	0.68	0.018	0.001	0.44	12.7	4.0	0.57

Prior to the tests, the material has been fully austenitized at 1050°C for 1 hour to allow microstructure homogenization and then furnace-cooled to room temperature. The microstructure obtained following the heat treatment is fully martensitic with less than 1% of retained austenite as observed by Godin *et al.* (2017). Tubular samples of 10 mm length, 4 mm external and 3.4 mm internal diameters are then prepared by wire electro discharge machining. The sample longitudinal axis is aligned with the rolling direction. A small specimen thickness is intended to achieve high heating rates. These samples are meant to be used in a TA Instruments DIL805 A/D/T™ quenching dilatometer to characterize the austenite and the martensite transformation behaviors. The quenching dilatometer is set in alpha mode, which allows a more sensitive thermal expansion measurement through a linear variable differential transformer (LVDT). Sample heating is performed with an induction coil to allow fast heating capability, whereas the cooling is controlled by the admission of argon around the sample.

5.5 Determination of Experimental Heating and Cooling Rates by FE Simulation of Welding

At a particular location of a welded assembly, the maximum reached temperature and the rate at which it is attained are closely related to the weld procedure and the distance from the welding heating source path. Numerical simulation allows to determine the range of heating rates in these regions. This range will provide an experimental domain of heating rates that are meant to reproduce those encountered in the heat affected zone (HAZ) of 13Cr-4Ni during the FCAW welding process. This diversity of thermal histories during heating generates various volume fractions of austenite that eventually, upon cooling, give rise to different amounts of martensite transformation, ultimately acting on the welding residual stress development. The dilatometric experiments are meant to be performed at least within these two heating rate limits to ensure that the austenitic transformation mechanisms involved during FCAW are correctly modelled by the JMAK model developed in this work.

5.5.1 Finite Element Model and Simulation Parameters

In order to define the rates controlling solid phase transformations during FCAW of 13Cr-4Ni steels, which is the weld procedure used for manufacturing hydraulic turbines, a finite element (FE) simulation of the welding process is performed. *In situ* temperatures resulting from a FCAW on a 13Cr-4Ni steel were measured in a previous study (Tireh-Dast, 2015). A 456 mm long $\times$ 254 mm wide $\times$ 36.9 mm thick UNS S41500 steel plate was prepared with a 60° and 12.7 mm depth "V" shaped groove to receive three FCAW beads of homogeneous weld metal E410NiMo. The first bead was performed along the full plate length, the second along the 2/3 and the third along 1/3 of the plate length. Twenty K-type thermocouples were installed on the plate, among which 18 were inserted and spot welded in flat end holes of different depths, to allow collecting temperature measurements in the vicinity of the HAZ. Fig.5.5 shows the overall dimensions of the plate and the weld groove, along with bead lengths. A FE mesh of this geometry was prepared. The FE model used to calculate the temperature distribution contains 297816 eight-node hexahedral elements. Both the welded region and the HAZ were meshed using 1 mm side length elements, whereas in the remaining of the plate, the element size was gradually coarsened as the distance from the weld root increased. The geometry of the beads has been previously determined from metallographic observations (Tireh-Dast, 2015). A close view of the weld region is shown in Fig.5.6.

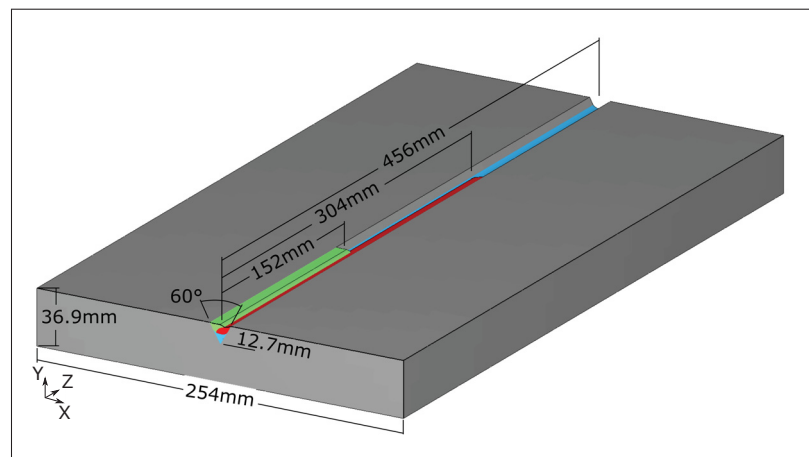


Figure 5.5 Geometry of the instrumented welded plate. The first bead is colored in blue, the second bead in red and the third in green. Adapted from reference Tireh-Dast (2015)

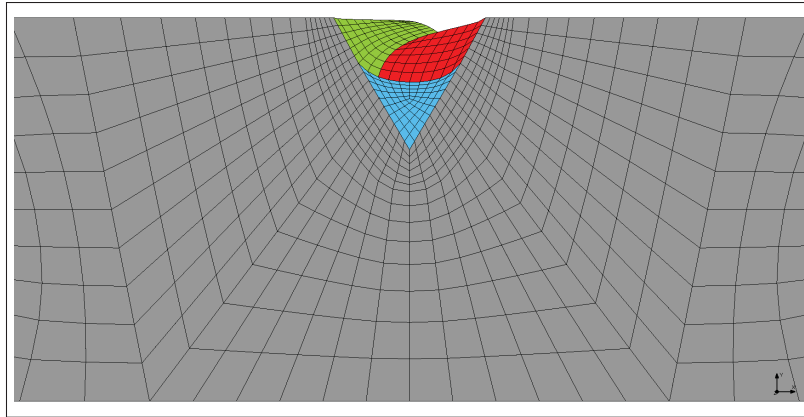


Figure 5.6 Close view of the welded region of the FE mesh

Thermal simulation of welding involves solving heat transfer equations for transient phenomena. Temporal discretization was done in several time increments in order to integrate adequately the specific and latent heat contributions to the heat transfer, to account for the movement of the heat source and to capture the temperature dependence of material properties. The simulation has been conducted using a 0.01 s time step during welding and 1.0 s time step at the interpasses. The thermal properties of the material were updated at the current temperature at each time step. Fig.5.7 and Fig.5.8 show the temperature dependence of thermal conductivity and specific heat of 13Cr-4Ni steel that were used Tireh-Dast (2015). It is noteworthy that although the solid state transformation kinetics was not taken into account in the FE simulation, both material properties, conductivity and specific heat, did incorporate the effect of the latent heat of the transformations. These two properties may therefore be considered as apparent thermal conductivity and specific heat. The thermal conductivity has been measured up to 900°C by Laser Flash Analysis (Netzsch LFA457) and the specific heat, up to 1050°C by Differential Scanning Calorimetry (Netzsch DSC402). These maximal temperatures were limited by the range of applicability of these devices. Databases of steels of comparable chemical compositions, available in the literature (Touloukian & Ho, 1979) have been used for estimating these two material properties at temperatures exceeding the equipment capabilities and are considered the same for heating and cooling.

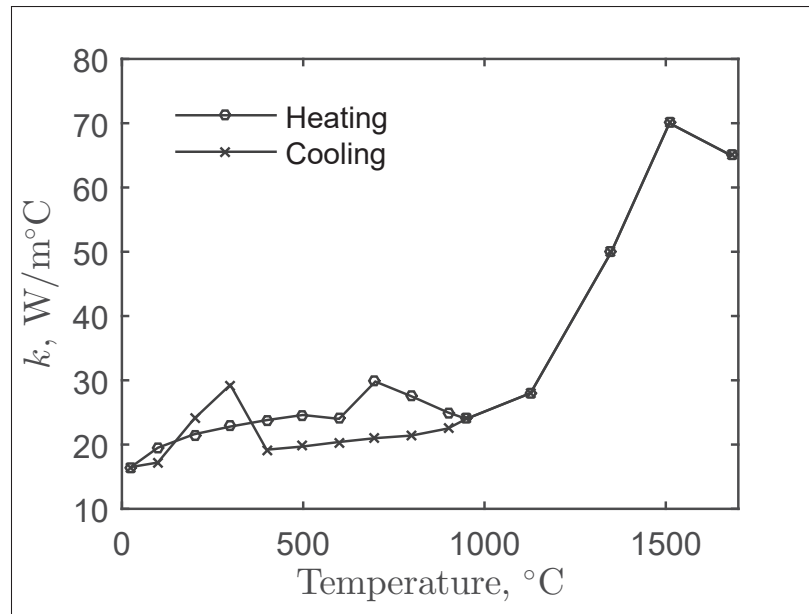


Figure 5.7 Thermal conductivity of S41500 as a function of temperature

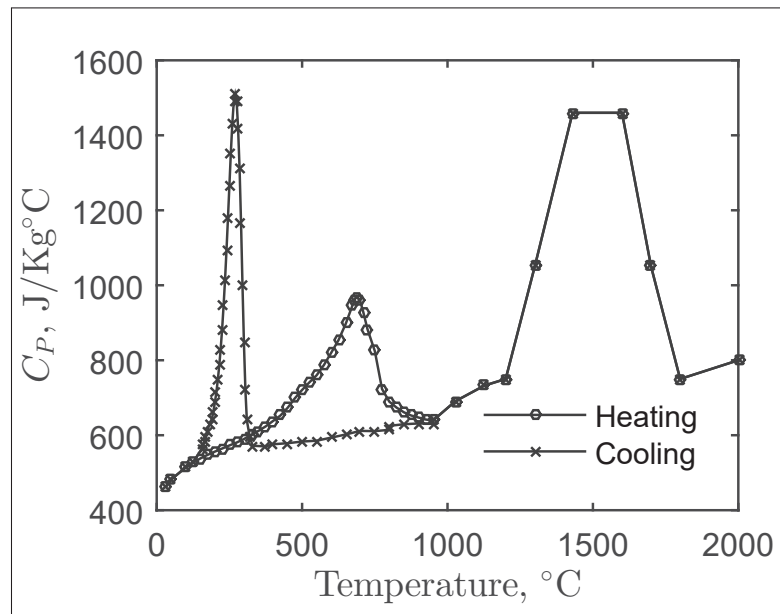


Figure 5.8 Specific heat of S41500 as a function of temperature

The welding simulation also considered radiative and convective heat losses to the environment. A convective heat transfer coefficient of $8 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C})$ was used. As the plate is heated, oxidation occurs on the outer surfaces which modifies the emissivity coefficient ψ . Fig.5.9, adapted

Tableau 5.2 Goldak's welding source model parameters for FCAW of S41500 steel plate

a , mm	b , mm	c_f , mm	c_r , mm	f_f	f_r	η	V , V	I , A	v , mm/s
6.6	6.3	12.0	24.0	0.6	1.4	0.80	28.0	292.9	6.5

from Bouffard Bouffard & Lanteigne (2017), shows the dependence between the emissivity coefficient of a 13Cr-4Ni cast steel (CA6NM) as a function of the temperature. It was observed that emissivity coefficient remained constant during cooling.

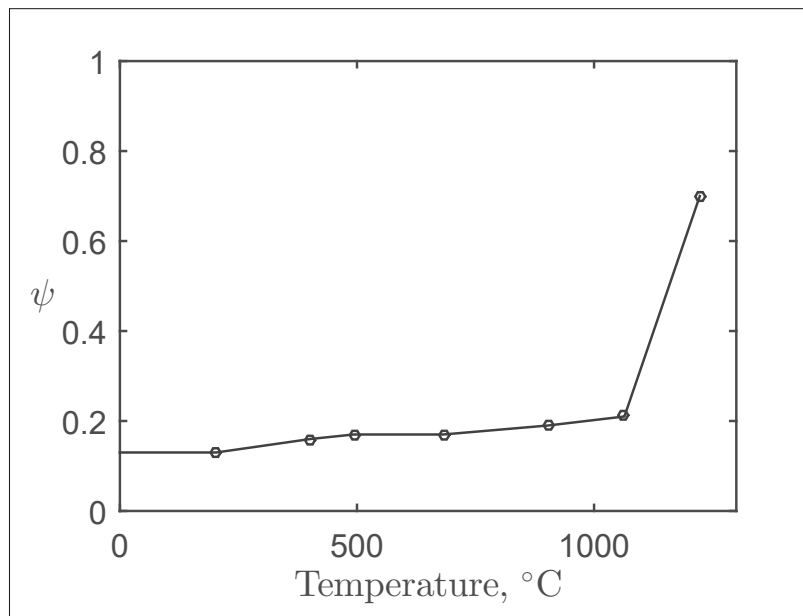


Figure 5.9 Emissivity coefficient of CA6NM as a function of temperature. Adapted from reference Bouffard & Lanteigne (2017)

The heat input of the welding torch is modelled in the FE simulation with the model proposed by Goldak *et al.* (1984). This model consists of two semi ellipsoids, at the front and rear of the source, approximating the geometry of the weld pool. Fig.5.10 shows a schematic of Goldak's model with its geometrical parameters : a and b for the lateral extent of the ellipsoid and its penetration depth, whereas c_f and c_r are the front and rear extents of the semi-ellipsoids respectively. Eq.(5.22) and (5.23) give the power density within the double-ellipsoid Goldak

et al. (1984).

$$q_f = \frac{6\sqrt{3}f_f Q}{a b c_f \pi \sqrt{\pi}} e^{-3x^2/a^2} e^{-3y^2/b^2} e^{-3(z-vt)^2/c_f^2} \quad (5.22)$$

$$q_r = \frac{6\sqrt{3}f_r Q}{a b c_r \pi \sqrt{\pi}} e^{-3x^2/a^2} e^{-3y^2/b^2} e^{-3(z-vt)^2/c_r^2} \quad (5.23)$$

The power density within the double-ellipsoid is assumed to follow a Gaussian distribution

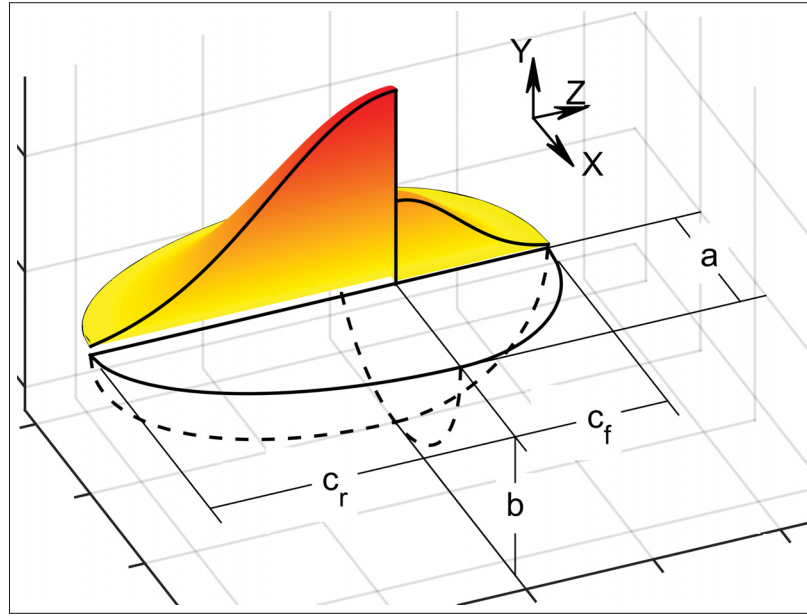


Figure 5.10 Heat source model used for FCAW welding. Are shown the power distribution and front/rear ellipsoids. Adapted from reference Goldak *et al.* (1984)

that is unevenly shared between the front and the rear ellipsoids. This uneven distribution is triggered with parameters f_f and f_r , representing the fraction of the total heat input distributed in the front and in the rear ellipsoids respectively. In Eq.(5.22) and (5.23), Q is the total power input, which is equal to :

$$Q = \eta IV \quad (5.24)$$

where V and I are the source voltage and current respectively, and η , the source efficiency. Table 5.2 presents the list of parameters defining the heat source of the model studied in this work. The source voltage, current and speed (v) were set during the experiment, whereas the source efficiency was calibrated from temperature measurements. According to the welding procedure

for E410NiMo weld metal, preheat and interpass temperatures were set to 100°C and 130°C respectively.

5.5.2 Finite Element Results

Post-processing the welding simulation results described in Section 5.5.1 allows to investigate the temperature and the heating rate distributions in the plate. Austenitic start temperature (A_{c1}) of 13Cr-4Ni stainless steel at 620°C and 660°C have been reported after experiment performed at continuous heating rates of 1°C/min and 5°C/min respectively (Côté, 2007). It has also been reported that austenitic grain coarsening occurs during expositions to temperatures above 1050°C (Godin *et al.*, 2017). To be consistent with these observations, the experimental temperature range of interest in which the austenitic transformation from martensitic phase in the weld HAZ will start and finish, encompassing the studied heating rates, should extend from 600°C to 1000°C. For this study, it is therefore assumed that if the maximum temperature reached at a location is below 600°C, the austenitic transformation does not take place. It is also assumed that a complete austenitic transformation was achieved if the maximum temperature is above 1000°C. The nodal heating rates at each time step of the simulation were calculated using linear interpolation. Fig.5.11 shows the maximum heating rates reached during welding and the region for which the temperature range described above was achieved. These correspond to the 600°C and 1000°C isotherms that are drawn on the figure with solid black and solid white lines. Thus, the minimum heating rate needed for a region to achieve 600°C is 60°C/s. Besides, the maximum heating rate that allows reaching a maximum of 1000°C is 218°C/s.

Upon cooling, the temperature gradient and the cooling rate in the welded region decrease. As the martensitic start temperature (M_s) is reached, at around 270°C, the cooling rate is between -6°C/s to -10°C/s. These heating and cooling rates are used to guide the selection of the dilatometer experimental test parameters for an adequate determination of the austenitic transformation apparent activation energy and the JMAK parameters. Fig.5.12 shows a schematic of the proposed dilatometric thermal history imposed to the tubular dilatometric samples previously described in Section 5.4. All specimens were subjected to a continuous heating segment from a

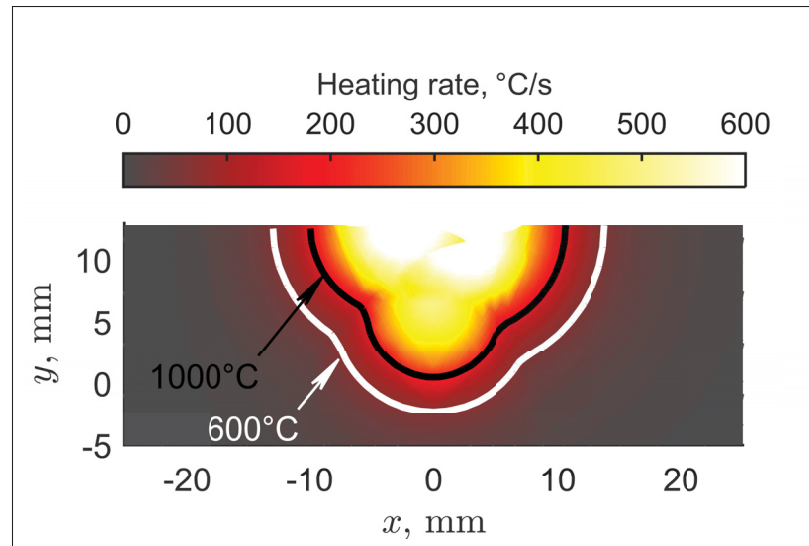


Figure 5.11 Simulated maximum heating rate in the welded region. The white and the black solid lines locate the 600°C and 1000°C isotherms respectively.

starting temperature of 25°C to an austenitization temperature, $T_\gamma = 1000^\circ\text{C}$, within a vacuum atmosphere. The continuous heating rate ϕ is set to 1, 3, 10, 30, 100, 200, 300 °C/s to assess the kinetics of austenitic transformation. A dwell time, $t_d = 10$ s is then applied at the austenitization temperature to ensure the temperature within the sample to homogenize and the dilatometer temperature control device to stabilize. Then, the cooling phase at a constant rate, $v = -10^\circ\text{C/s}$ is initiated. Cooling is controlled by the admission of argon in the chamber and around the sample until room temperature is reached within the sample.

5.6 Results and Discussion

5.6.1 Determination of the Austenitic Transformation Activation Energy in 13Cr-4Ni Steel

The austenitic phase volume content during continuous heating is evaluated from dilatometric experiments using the approach described by Eq.(5.6) and Fig.5.2. Fig.5.13 displays a typical result for each of the tested heating rates. As expected, the increase of the heating rate is reflected in an increase in the austenitic transformation start temperature, which leads to a shift of the

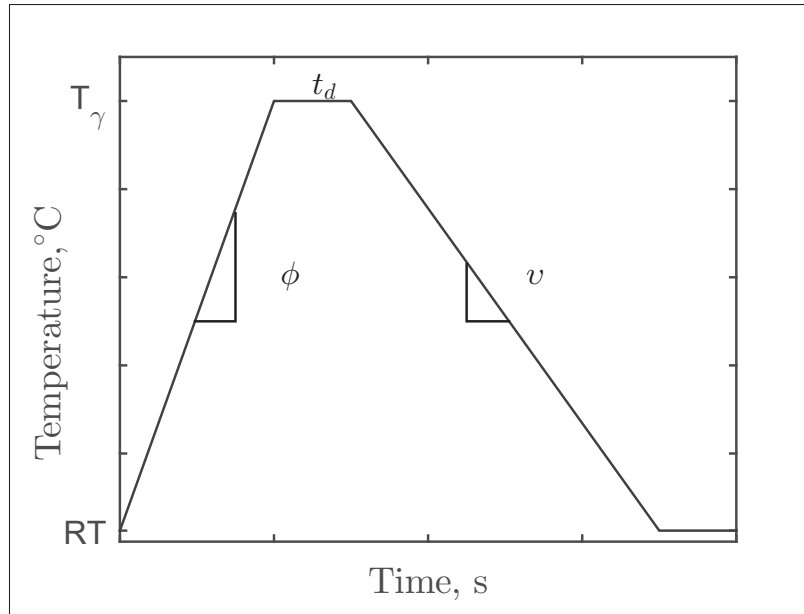


Figure 5.12 Thermal cycle for dilatometric tests. The heating rate ϕ is a variable of this test program.

curves towards higher temperatures. It can be seen on the Fig.5.13 that for a heating rate of 1°C/s , the transformation rate is significantly different at the end of the transformation. According to the study of Bojack *et al.* (2016) on 13Cr6NiMo steel, this could result from a change of transformation mechanism during the austenitic transformation attributed to a mechanism of nickel and molybdenum partitioning. Thus, enriched regions of an austenite-stabilizing element would have a lower activation energy and would therefore transform first, which would lead to a two stages complete austenitization transformation. At the last stage, diffusivity of Ni and Mn increases and the remaining amount of martensite transforms while nitrides and carbides dissolve. As the heating rate is increased, the occurrence of the second stage is avoided, which is mostly the case in welding.

Inflection temperatures (T_{inf}) are determined from the experimental austenitic phase volume content curves. A third degree polynomial fit, $F(T)$, is performed on the central portion for each transformation curves, where maximum transformation is expected. First and second temperature derivatives are computed. The inflexion temperature is the temperature for which the second derivative is zero, i.e. $d^2F(T)/dT^2 = 0$. This procedure avoids the error that would result from a

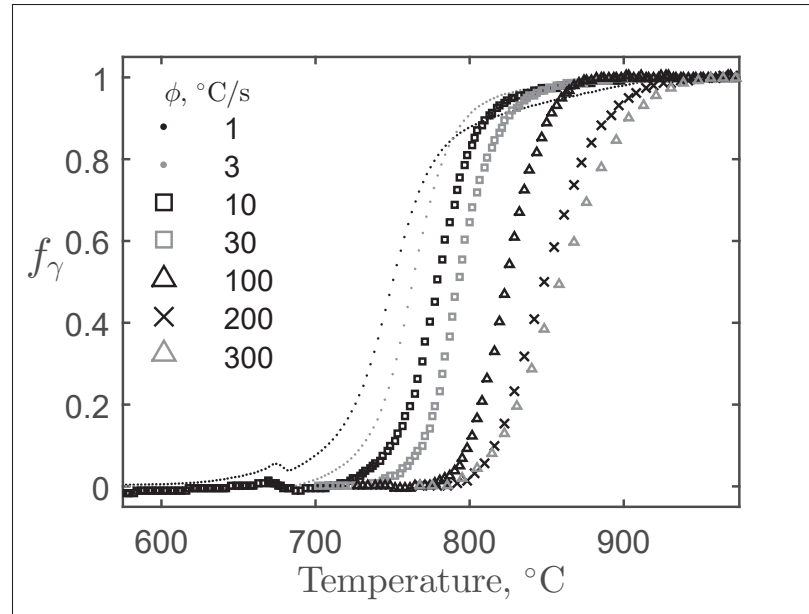


Figure 5.13 Kinetics of austenitic transformation for different continuous heating rates. Only 10% of data are displayed on the curves.

numerical derivation of somewhat scattered experimental points. Fig.5.14 shows a typical test performed at 10°C/s and the first derivative of the experimental results. The experimental data and the polynomial fit are plotted in Fig.5.14 a) whereas their derivatives are plotted in b). The experimental data derivatives are obtained by central derivative approximations. The dashed line indicates the calculated inflection temperature. The average austenitic phase volume content of all dilatometric tests at T_{infl} is of 0.46, with a standard deviation of 0.03, which shows that the transformation is almost halfway completed when its rate reaches a maximum.

Inflection temperatures thus determined are further used to estimate the activation energy of austenitic transformation, which is related to the decomposition of a fully martensitic matrix. For this purpose, the effective heating rates recorded during the transformation are used for the application of the Kissinger method. According to Eq.(5.13), the activation energy can be extracted from the calculation of the slope of a linear regression plot of $\ln(T_{infl}^2/\phi)$ against $1/T_{infl}$, as shown in Fig.5.15. The inflection temperatures are more scattered for tests performed at heating rates equal to and larger than 100°C/s. It is noteworthy that these tests also presented

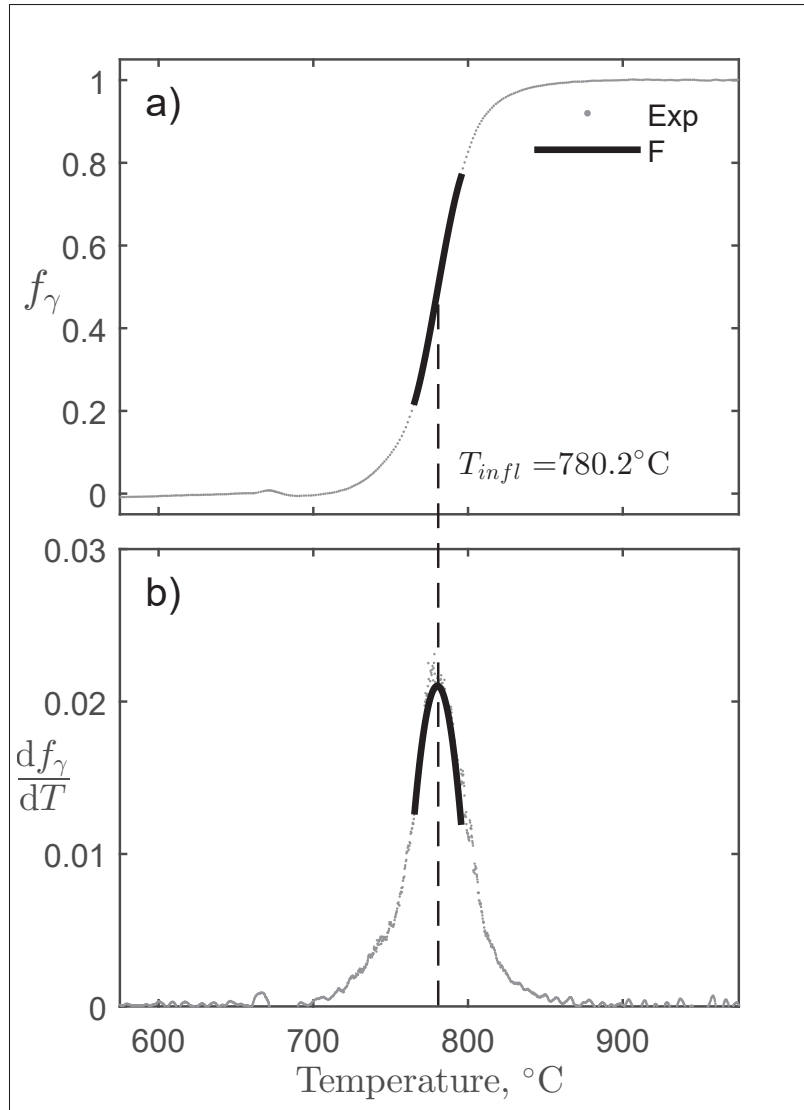


Figure 5.14 Determination of T_{infl} at a heating rate of $\phi = 10^\circ\text{C/s}$: a) Polynomial fitting of the central portion of the austenitic phase volume content curve, b) Derivative of the polynomial determined in a) plotted against temperature.

more discrepancy between the programmed and the effective heating rates, suggesting that the experimental device might be used at its limit capacity.

A resulting activation energy of 509.9 kJ/mol is calculated, which agrees with the value previously obtained value by Bojack *et al.* (2016) on a similar fully martensitic steel however tested at lower

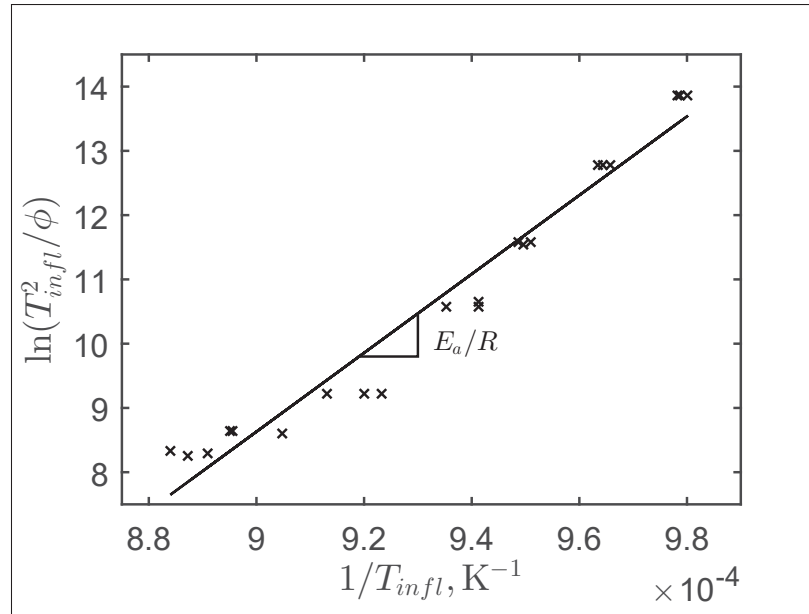


Figure 5.15 Kissinger's plot used for activation energy evaluation

heating rates. Hereafter, this austenitic transformation activation energy is used to compute the JMAK model parameters.

5.6.2 Determination of JMAK Equation Parameters

Once the activation energy is known, the JMAK equation parameters, n and k_0 , can be calculated from the same set of experiments. For each sample, the summation in Eq.(5.5) is performed as the test progresses. This enables to trace a plot of $\ln(-\ln(1-f_\gamma))$ against $\ln(s)$. Since the data points of the tests are not evenly distributed as the transformation occurs, the data are re-sampled to the nearest 5% increment of f_γ to prevent the regression to be biased by high data density regions. Fig.5.16 displays the selected data points for all tests along with the linear regression equation that was used to calculate the JMAK model parameters. A coefficient of determination of the linear regression $R^2=0.83$ is obtained. Parameters n and k_0 , respectively 0.66 and 4.04×10^{24} ($\ln(K_0) = 37.19$), are calculated from the slope and the intersect of the linear regression.

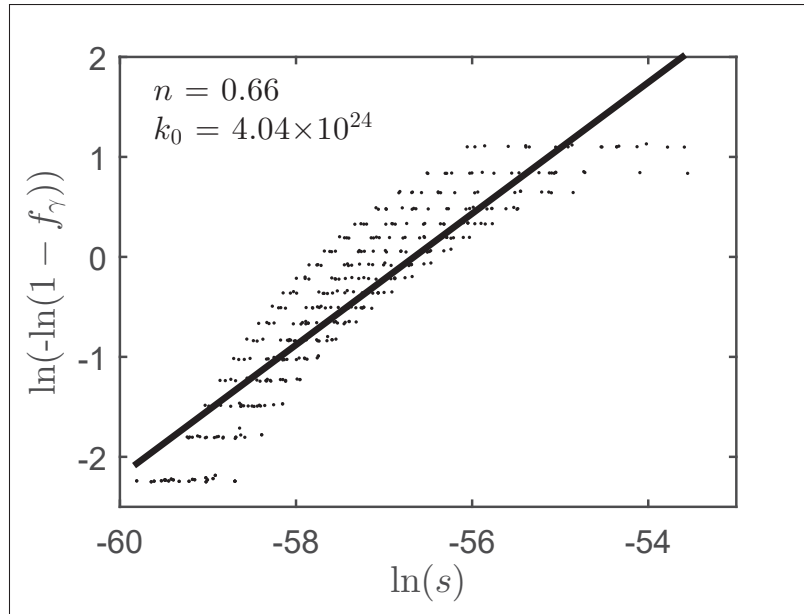


Figure 5.16 Plot of $\ln(-\ln(1 - f_\gamma))$ against $\ln(s)$ allowing JMAK parameters calculation

Fig.5.17 presents the variation of the austenitic phase volume content according to the JMAK model with E_a , n and k_0 previously determined as input to the model. For comparison, experimental data are also shown in the figure. Predicted values of f_γ are in good agreement with the experiments. A maximum difference of 19% in the volume fraction is observed between the model prediction and the experiment for the 100°C/s test sample. Also, a significant difference arises for the 1°C/s test sample as the volume fraction of formed austenite exceeds 80%. As discussed previously in Section 5.6.1, a change of transformation mechanism is the likely cause of the observed reduction in the transformation rate. Nevertheless, the mean error on the austenite phase volume content, all tests being considered, stands at 7.9% with a 4.3% standard deviation. Better agreements are observed for the 1°C/s and 300°C/s test samples with mean errors of 3.9% and 7.5% respectively. The model is effective in replicating the shift of the curves towards higher temperatures as the heating rate increases, but tends to underestimate the transformation start temperature at higher rates. However, this is thought to be of a limited impact on the overall formed austenite and the welding residual stress calculation since for higher rates, both the maximum reached temperature and the amount of austenite formed are higher.

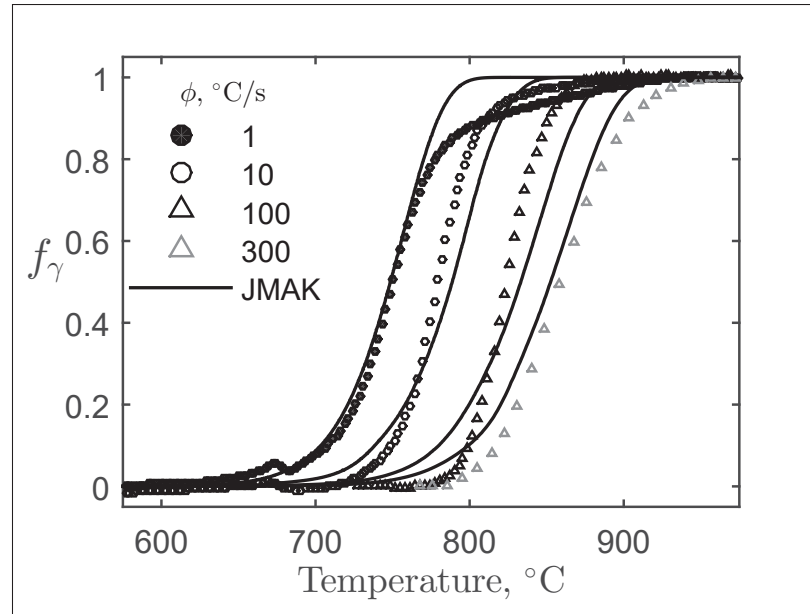


Figure 5.17 Comparison between measured and calculated austenite volume fraction

5.6.3 Influence of Time Step on Austenitic Transformation Model

It has been discussed in Section 5.5.1 that the simulation of thermal transient processes involves discretizing the time of simulation in increments for each of which the temperature distribution is computed. This allows updating the material specific heat and thermal conductivity and thus accounting for any temperature change during the time increment. It also allows up-dating the position of the power source and the calculation of the power density within the double-ellipsoid, to account for the evolution of the model boundary conditions and finally the progress of undergoing temperature and time dependent phase transformations. The prediction of the austenitic phase volume content when applying the JMAK model to FE thermal computation in welding depends on the duration of the time increments between each calculation step. The influence of the duration of the time increment, Δt (see Eq.5.3), on the prediction of the amount of austenite formed during heating at a rate of 200°C/s was assessed. The time increments used between calculation steps were ranging from 0.1 s to 0.0001 s for the case of an explicit integration. The difference is calculated in comparison with a 0.0001 s time length reference. A 0.01 s time step increment appears to be a fair compromise between precision and computation

cost as it would generate a maximum difference of 1.19% in the resulting austenitic phase volume content, which seems acceptable considering the error of the model against experimental measurements. Using a smaller time step would unjustifiably raise the FE welding simulation time while using larger time step would lead to inaccurate predictions.

5.6.4 Determination of Martensitic transformation Parameters

The martensitic transformation behavior of 13Cr-4Ni martensitic stainless steel is studied using the same set of dilatometric measurements as described in Section 5.5.2. For each sample, the deformation upon cooling is used to calibrate the parameters of the martensitic transformation models. At first, the theoretical martensitic transformation start temperature T_{KM} , which is determined using the method described in Section 5.3.2.2 is defined. Averaging the 21 dilatometric tests, a value of 254.2°C is obtained. This value is significantly different than the value obtained with Eq.(5.16), proposed by van Bohemen & Sietsma (2009) (VB), using the chemical composition of 13Cr-4Ni steel (cf. Table 5.1), which gives 188.8°C.

The same trend is noticed for the determination of M_s for the Lee & Van Tyne (2012) (L-V) model. The value of M_s is measured at 263.2°C while the suggested relation (Capdevilla *et al.*, 2002) ended at 548.6°C. Many empirical equations for the evaluation of M_s from chemical compositions can be found in the literature. In their work, Lippold & Kotecki (2005) review some of them which are all non applicable at predicting M_s for the steel used in this work. Unfortunately, these relations do not take into account the specific metallurgical interactions that arise in steels. For instance, in 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steel, partitioning of austenitic stabilizing elements and carbides precipitation have been reported (Song *et al.*, 2010; Zhang *et al.*, 2015; Amrei *et al.*, 2016). These two phenomena, which depend on temperature and time exposure, will locally modify the chemical composition and nucleation sites. Unfortunately, these particularities cannot be taken into account when using empirical relations, especially for high alloy steel. Hence, it is recommended to measure experimentally M_s , based on the specific austenite condition and the cooling rate encountered, when using a martensitic transformation model.

The rate parameter a_m of the V-B model Eq.(5.17) as to be defined to fit at best the behavior of the martensitic transformation. Calculation of the rate value according to the relation based on chemical compositions (Eq.(5.17)) with the chemical composition of Table 5.1 results in a value of 0.020°C^{-1} . To achieve a better agreement with experimental data, a rate parameter is calculated with a least squares method. A transformation rate of 0.0267 C^{-1} is obtained, which allows minimizing the mean of differences of transformed martensite between Eq.(5.15) and the experimental results to 1.77%.

The parameters of the L-V model in Eq.(5.18) are firstly determined with the use of Eq.(5.19) and (5.20) according to the chemical composition of Table 5.1. The values obtained for K_{LV} and n_{LV} are 0.0989 and 0.526 respectively. However, a least squares method leads to a better agreement with the experimental data. With the experimentally determined M_s of 263.2°C and values of 0.0029 for K_{LV} and 1.486 for n_{LV} , a mean of differences of 3.64% between Eq.(5.18) and the experimental results is obtained.

Fig.5.18 shows, in comparison with experimental values, the reliability of the Koistinen-Marburger (K-M) relation Eq.(5.14) along with the van Bohemen's (VB) Eq.(5.15) and the Lee (L-V) Eq.(5.18) relations. The first and the last equations use the martensitic start temperature measured in this work. The VB curve uses T_{KM} and the a_m as determined from Eq.(5.16) and (5.17). At last, the calibrated curves for VB and L-V models use the measured T_{KM} , M_s and fitted parameters determined in the present study. As it can be seen, the VB relation cannot describe properly the expansion associated with the martensitic transformation of 13Cr-4Ni with the parameters determined from chemical compositions. However, when used with the parameters fitted in this work, it has a better agreement with the experimental results.

5.7 Conclusion

In this study, solid state phase transformation models parameters for 13Cr-4Ni soft martensitic stainless steel in the context of welding were experimentally determined by nonisothermal dilatometry experiments. The tests were conducted in the temperature rate range experienced in

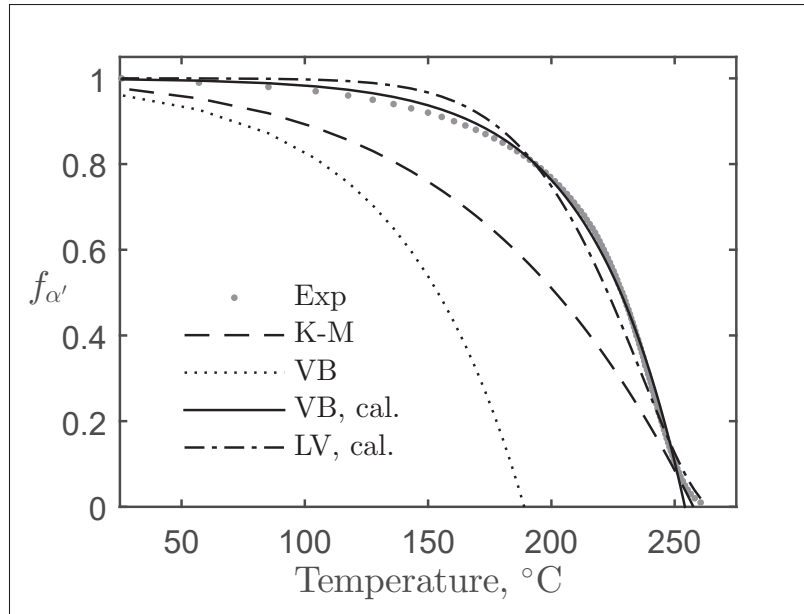


Figure 5.18 Comparison of measured and calculated martensitic phase volume content for different models

the weld HAZ, where the austenitic transformation is assumed to be only partial. This variation of austenitic phase volume content will influence the amount of martensitic transformation upon cooling and the resulting welding residual stress formation. To determine the heating and cooling rates affecting the transformation kinetics in that particular region of the weld, a FE simulation of the FCAW welding process has been performed. It was found that the region of interest is subject to heating rates varying from 60°C/s to 218°C/s and cooling rates from -6°C/s to -10°C/s.

Following the methodology in Mittemeijer *et al.* (1986b); Kissinger (1957); Bojack *et al.* (2016), the activation energy of austenitic transformation from a fully martensitic state has been estimated to 509.9 kJ/mol. This allowed determining the kinetic parameters of the JMAK model for the austenitic transformation evolution, $\ln(k_0)$ and n , to 37.19 and 0.66 respectively. The capabilities of the model have been evaluated in the context of a simulation with various time increments at a heating rate of 200°C/s. It showed that a 0.01 s discretization enables sufficient precision for welding computation with a maximum difference of 1.19% of austenitic phase volume content.

The martensitic transformation behavior has been studied with the widely used Koistinen-Marburger (K-M) empirical relation and few derived models. The methodology used to determine $T_{km} = 254.2^{\circ}\text{C}$ and $a_m = 0.0267^{\circ}\text{C}^{-1}$ allows to satisfactorily represent the experimental data with the van Bohemen (VB) model. The martensitic transformation takes place at a low temperature for which the material mechanical properties, such as the Young's modulus and the yield stress are almost at their maximum value, giving rise to a significant amount of residual stress. These residual stresses are also an influencing parameter of the martensitic transformation expansion behavior. This phenomenon known as transformation induced plasticity (TRIP) will be addressed in a future work.

CHAPITRE 6

CHARACTERIZING AND MODELING TRANSFORMATION-INDUCED PLASTICITY IN 13CR-4NI WELDS UPON COOLING

Jean-Benoit Lévesque¹ , Carlo Baillargeon¹ , Daniel Paquet¹ ,
Jacques Lanteigne¹ , Henri Champlaud²

¹ Institut de Recherche d'Hydro-Québec,
1800 Boul. Lionel-Boulet, Varennes, Québec, Canada, J3X 1S1

² Département de Génie Mécanique, École de Technologie Supérieure,
1100 Notre-Dame Ouest, Montréal, Québec, Canada, H3C 1K3

Article publié dans la revue « Materials » en novembre 2023.

6.1 Abstract

Dilatometric experiments were conducted with the main purpose of measuring the transformation-induced coefficients of 13% chromium and 4% nickel, which are martensitic stainless steel base and filler materials used for hydraulic turbine manufacturing. To this end, a set of experiments was conducted in a quenching dilatometer equipped with loading capabilities. The measurement system was further improved by means of modified pushrods to allow for the use of specimens with geometries that are compliant with tensile test standards. This improvement allowed for the measurement of the materials' phases and respective yield strengths. The dataset was further used to determine the relationship between the applied external stress and the martensitic start temperature (M_s) upon cooling. The TRIP coefficient's K values for both the S41500 steel and E410NiMo filler material were measured at 8.12×10^{-5} and 7.11×10^{-5} , respectively. Additionally, the solid phase transformation model parameters for both the austenitic and martensitic transformation of the filler material were measured. These parameters were then used to model austenitic-phase-transformation kinetics and martensite transformation, including transformation-induced plasticity effects. Good agreement was achieved between the calculation and the experiments.

6.2 Introduction

Hydroelectric turbines commonly fail due to fatigue damage, resulting in unexpected and often long-term shutdowns, productivity losses, and significant expenses for repairs. Francis-type turbine runners are manufactured from large cast parts, with the blades welded to the crown and ring belt. A common base and filler material used for their manufacture is martensitic stainless steel with a nominal content of 13% chromium and 4% nickel. Over the years, multiple incidents have revealed that fatigue cracks typically initiate and grow within or near the fillet weld in the heat-affected zone (HAZ), which is the region of the structure known to experience the highest operation stresses and high residual stress due to welding processes and potentially containing casting and welding defects. Once discovered, these cracks are usually repaired on-site using gouging and welding operations.

It is well known that residual stresses left by manufacturing and repairing operations, such as welding or heat treatment, have an effect on the initiation and propagation of fatigue cracks (Hensel *et al.*, 2018). For example, Savaria *et al.* (2016) demonstrated that the residual stress field left by induction gear tooth heat treatment had a significant effect on the fatigue life of MS6414 steel. Paquet *et al.* (2014) showed that the evolution of residual stresses after loading could lead, in some cases, to unexpected fatigue life, stating that great care should be taken to consider the phenomenon in fatigue life calculations. Itoh *et al.* (1989) conducted experiments to study the effect of welding residual stresses on fatigue crack propagation rate and found that the effective stress intensity range, ΔK_{eff} , must consider residual stress distribution and related crack opening effects. This has been confirmed by Deschênes *et al.* (2017) on 13Cr-4Ni steel for the use of a specimen specially designed to include welding residual stress while avoiding microstructure alteration. Liljedahl *et al.* (2010) performed in situ neutron diffraction on welding residual stress during fatigue tests to analyze residual stress redistribution and successfully predicted fatigue crack growth. Jones & Dunn (2008), used plastically bent specimens to evaluate superposition concepts for fatigue crack growth rate estimation, concluding that the method is accurate but relies on precise knowledge of the residual stress field. This level of knowledge of residual stress distribution arising from turbine runner assembly operations cannot yet be

known experimentally. One way to circumvent this lack of experimental capacity is to model the fabrication steps.

In the last few decades, finite element method frameworks for the simulation of residual stresses left by welding operations have proven effective (Lindgren, 2006; Yaghi *et al.*, 2020). Among others, the works of Deng (2009) and Rikken *et al.* (2018) have shown the importance of considering solid-state phase transformation (SSPT) in the simulation of the welding processes of materials experiencing martensitic transformation upon cooling. Other studies (Jiang *et al.*, 2018; Sun *et al.*, 2019; Zhang *et al.*, 2022; Coroas *et al.*, 2023) have also highlighted the need to consider transformation-induced plasticity (TRIP) during martensitic transformation in order to compute a reliable stress distribution. These plastic strains are induced as the SSPT progresses while stress, σ , is applied, even if the stress is below the yield strength of the weakest phase. This phenomenon is commonly explained by two mechanisms : (i) a mismatch of the volume expansion coefficient results of microplasticity in the weaker phase (Greenwood & Johnson, 1965), and (ii) the application of stress, which promotes the formation of preferred martensite variants (Magee, 1966), resulting in anisotropic permanent strains.

For the purpose of evaluating TRIP strains, Leblond *et al.* (1989); Leblond (1989) proposed an undisputed model. In this model, the total strain rate, $\dot{\epsilon}$, is decomposed as follows :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^{thm} + \dot{\epsilon}^p \quad (6.1)$$

where $\dot{\epsilon}^e$ is the elastic strain rate, $\dot{\epsilon}^{thm}$ is the thermo-metallurgical strain rate, which includes thermal strains as well as the strains resulting from the evolution of phases in proportion, and $\dot{\epsilon}^p$ is the plastic strain rate. This last term is a summation of the contributions of the classical plasticity strain rate, which is time-independent in this case, $\dot{\epsilon}^{cp}$, and relies on external stress and temperature rates, and the transformation-induced plasticity strain rate, $\dot{\epsilon}^{tp}$, which depends on the phase transformation rate. This summation is decomposed as the sum of

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}^{cp} + \dot{\epsilon}^{tp} \quad (6.2)$$

The term ϵ^{tp} can be obtained via a relation to the following form :

$$\epsilon^{tp} = \frac{3}{2} K S \phi(f) \dot{f} \quad (6.3)$$

where K is the TRIP coefficient, S is the stress deviatoric tensor, $\phi(f)$ is a normalized function of the volume increase in the product phase formed, for instance, expressed as $\phi(f) = f(1 - \ln f)$, and $\dot{f}$ is the transformation rate. In their article series, Leblond et al. thoroughly derive each of the terms of Equation (6.1) to (6.3) based on material properties and constitutive relations. They even supply a theoretical background for the determination of the TRIP coefficient based on the difference between the expansion curves of the phases and the yield strength of the parent phase. However, the determination of the TRIP coefficient can be conducted experimentally (Neubert *et al.*, 2016; Huo *et al.*, 2023), which provides an even better evaluation of the final TRIP strains.

This paper proposes the measurement of the TRIP coefficients of both the base and filler 13Cr-4Ni martensitic stainless steels used for turbine runner fabrication and assembly. Attention is also given to the effect of the application of external stress on the martensitic start temperature. Along with the help of the model proposed by Leblond et al., the values measured are then used to evaluate the strains that occur as martensitic transformation takes place and transformation-induced plasticity is triggered by the application of an external load. The results were then compared to the experimental results.

6.3 Materials and Methods

6.3.1 Materials

The two materials under study are (1) a base metal, 13Cr-4Ni soft martensitic hot-rolled stainless steel, denominated as UNS S41500, as per ASTM A240 / A240M-18, and (2) the filler material, a homogeneous electrode, designated E410NiMo according to ASME BPVC.II.C-2021. The base material used in this study was in the shape of a 60 mm thick plate (ArcelorMittal, France). The filler metal (Hobart Welding Products, Appleton, WI, USA) was deposited in several layers on a

substrate plate in order to form an 80 mm thick weldment and allow further specimen sampling. Both materials were fully austenitized at 1050° for 1 h for microstructure homogenization and then furnace-cooled to room temperature in order to obtain fully martensitic microstructures. The micrographs of both materials, obtained at a 200× magnification, are presented in Figure 6.1. UNS S41500 shows a fully martensitic microstructure with few solid inclusions located at the prior austenitic grains boundaries. The E410NiMo filler material also presents a fully martensitic microstructure, with smaller prior austenitic grains and smaller martensite blocs. Many micrometric inclusions of flux and the microporosities left by the welding operations can be observed.

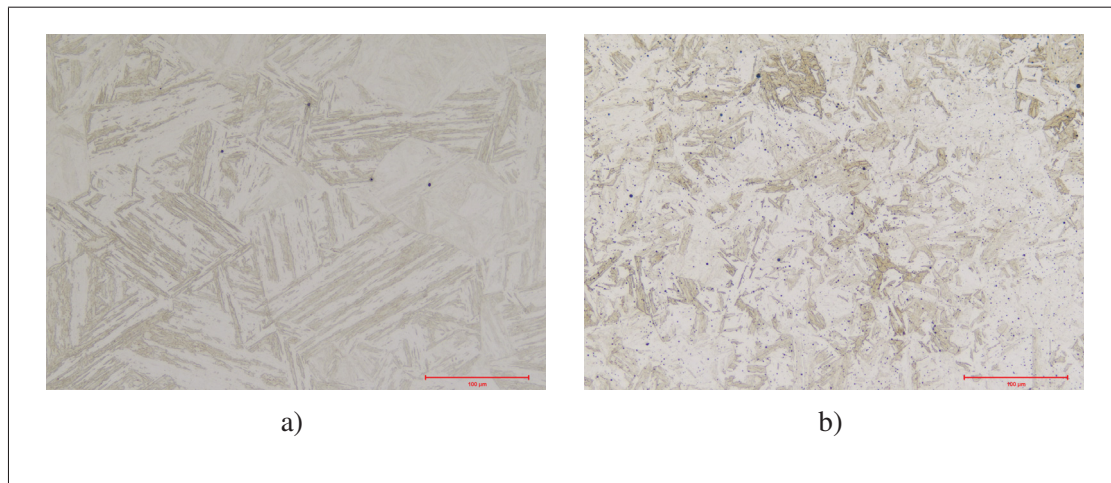


Figure 6.1 Micrographs of the materials under study : (a) UNS S41500 base metal ; (b) E410NiMo base metal.

An analysis of the chemical content was conducted on both materials to ensure compliance with the standards. The results, provided in weight percentage (wt%), are shown in Table 6.1. The chemical contents were measured by glow discharge atomic emission spectrometry, except for carbon and phosphorus, which were measured by using the mean of the combustion infra-red detection technique.

Tableau 6.1 Chemical compositions of UNS S41500 stainless steel and E410NiMo filler material.

Material	wt%	C	Mn	P	S	Si	Cr	Ni	Mo
ASTM	Std.	<0.05	0.50–1.00	<0.030	<0.030	<0.60	11.5–14.0	3.5–5.5	0.50–1.00
S41500	Meas.	0.034	0.68	0.018	0.001	0.44	12.7	4.0	0.57
ASME	Std.	<0.06	<1.00	<0.04	<0.03	<1.0	11.0–12.5	4.0–5.0	0.40–0.70
E410NiMo	Meas.	0.019	0.37	0.010	0.008	0.49	11.9	4.5	0.62

Figure 6.2 shows the results of the dilatometric experiments carried out in the preamble of this study. It shows that both materials follow nearly the same thermal expansion in both the fully austenitic and martensitic states. However, significant differences arise when focusing on the regions where solid phase transformations occurred. During heating at the same rate, austenitic transformation starts at the same temperature but behaves differently as austenite grows more quickly in the E410NiMo filler material. Upon cooling, the temperature at which martensitic transformation starts also differs. A martensitic transformation start temperature of E410NiMo, M_s^{410} , was measured at $307.9\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 8.4\text{ }^{\circ}\text{C}$, which is noticeably higher than that of S41500, M_s^{415} , at $261.7\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 7.0\text{ }^{\circ}\text{C}$. This trend was also observed for the end of the martensitic transformation temperatures, with M_f^{410} measured at $161.1\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 19.6\text{ }^{\circ}\text{C}$ and M_f^{415} measured at $127.2\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 8.1\text{ }^{\circ}\text{C}$.

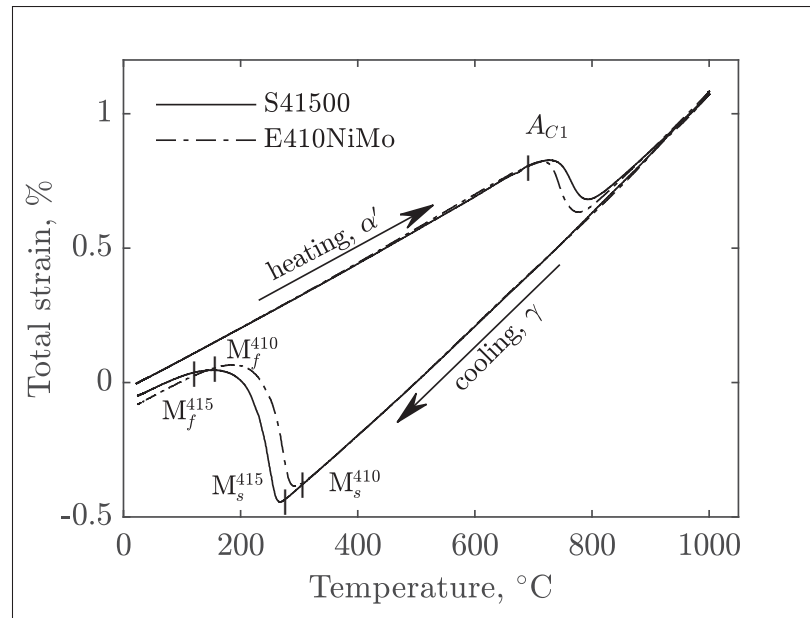


Figure 6.2 Dilatation as a function of temperature during the heating and cooling of S41500 and E410NiMo soft martensitic stainless steels

6.3.2 Experimental Setup

A set of experiments was designed for both materials. These experiments needed to allow for a measurement of material strain while changing temperature. The apparatus also needed to permit a controlled tensile or compressive stress to be applied to the specimen in order to trigger transformation-induced plasticity upon cooling the specimen. The device used for this purpose was a DIL805 A/D/T™ quenching dilatometer (TA Instruments, New Castle, DE, USA). The quenching dilatometer was set to the tension mode, which enables the use of a hydraulic actuator to apply both tensile and compressive stresses. The actuator was linked to the sample through a load cell, allowing for the measurement of the applied force, F . Heating of the samples was carried out by using an induction coil, well-known for its fast heating capability. Cooling was controlled by the admission of an argon flow around the sample. Strain measurements were accomplished by using a linear variable differential transformer (LVDT). In this study, an improvement to the measuring system is proposed in order to allow for the use of a specimen geometry that complies with the ASTM E8/E8M ASTM E8/E8M-22 standard for tensile tests. A

modification of the extensions of the LVDT, namely push-rods, was made to introduce wedges pointing toward the specimen's reduced section. A small force, radial to the specimen, was applied on the wedge during the installation and was maintained during the test. The movement associated with the specimen strain was then followed as the wedge's tip stayed on the sample due to friction. Prior to mounting a specimen, the LVDT must be tared to the initial gauge length, with a calibration specimen consisting of a tensile sample with 2 radial grooves precisely distanced by 10.0 mm. The use of this configuration removes the stress concentration in the reduced section of the usual geometry and thereby prevents the formation of plastic strain in the early loading stages, which, in turn, enables the measurement of stress-strain curves with small-size specimens at different temperatures. Figure 6.3 shows a schematic of the system used for the experiments.

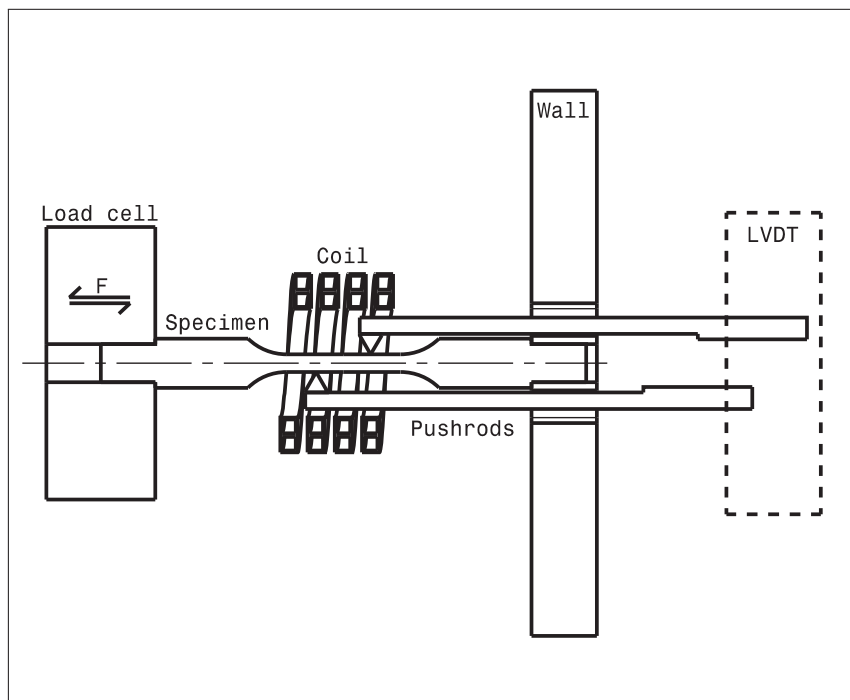


Figure 6.3 Schematic of the test chamber of the quenching dilatometer. The force, F , compressive or tensile, is applied to the sample through the Load cell. The other end of the sample is fixed to the wall.

6.3.3 Specimen Design

The specimen is designed to meet the ASTM E8/E8M-22 geometric requirements for tensile tests on a cylindrical specimen (testing device loading attachment geometry and capacity). The maximum load that can be applied by the actuator is 10 kN, and the room temperature ultimate tensile stress of the steels under study falls just below 1200 MPa. Therefore, a reduced section with a 3.25 mm nominal diameter was selected, allowing the materials to reach their ultimate strength during a tensile test. The length of the reduced section is 21 mm, with a fillet radius of 10.0 mm. A finite element simulation was performed to validate that no buckling would occur at the compression stress level in this study. Specimen fabrication was accomplished by using conventional machining, with the specimen axis oriented along the rolling direction of the S41500 steel and along the welding direction for the E410NiMo deposit.

6.3.4 Thermal Cycle

Since one of the goals of this work was to determine the materials' transformation-induced plasticity parameters during martensitic transformation, the temperature of the specimen needed to be modulated for SSPT to occur. The thermal history is shown in Figure 5.4 and described here. The specimen was heated to a sufficient temperature to allow the martensite-to-austenite transformation to be completed. From room temperature, RT , the specimen was heated at a continuous heating rate of $10\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ until it reached an austenitization temperature, T_{γ} , of $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$. Once this temperature was attained, it was maintained for a 30-second soaking time before starting the cooling process. This short soaking time ensured the complete austenitization of the specimen's reduced section and conformed to the thermal histories encountered during the welding process. From the thermal finite element method simulation of welding performed in previous work Lévesque *et al.* (2020), it is known that the cooling rate that occurs in the weld, following the flux-cored arc welding (FCAW) process, is around $10\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ as martensitic transformation starts. Therefore, this cooling rate was maintained from T_{γ} until the specimen temperature dropped to $350\text{ }^{\circ}\text{C}$, a temperature slightly above martensitic transformation, which is the M_s of the studied steels. Both materials are known to experience martensitic transformation

independently of the cooling rate, allowing the temperature to be held just before the martensitic transformation starts. A 55-second dwell time was maintained while a load was gradually applied to the specimen. The cooling was then resumed at the same previous rate and continued until RT was reached, allowing martensitic transformation to be completed.

6.3.5 Loading for TRIP Experiments

The amount of TRIP strain encountered during transformation is related to the deviatoric stress tensor and the yield stress of the parent phase. Multiple stress levels must be performed to determine the materials' transformation-induced plasticity parameters. These stress levels must be lower than the parent austenitic phase yield stress, σ_y^y , to prevent the plasticity of the parent phase prior to phase transformation. The yield stress of the austenitic phase was measured using the previously described apparatus and specimens for both materials. The temperature at which to perform the tensile test has to be higher than the martensitic start temperature, M_s , which was measured at 307.9 °C for E410NiMo, as stated in Section 6.3.1. Hence, a temperature of 350°C was chosen to perform the tensile tests after a full austenitization at 1000 °C. The tensile tests were performed at a constant loading rate of 10 N/s. According to these tests, yield strengths of 90 MPa and 110 MPa were measured for S41500 and E410NiMo, respectively.

The tested stress levels were then determined from these values. Stress levels of the same magnitude in tension and compression were tested. This strategy allows for the transformation-induced strain to be isolated. As suggested by Neubert *et al.* (2016), by averaging the absolute value of the final total strains of the paired stress levels, the strains due to phase thermal coefficient mismatches and prestresses vanished. Table 6.2 summarizes the stress levels tested for both materials. Two specimens were tested for each stress level. The bottom of Figure 6.4 shows the loading history over time. The magnitude of the force was determined prior to the experiment in order to obtain the intended stress value. This force was gradually applied during the 350 °C isotherm in a 5 s time lapse before sample cooling was resumed.

Tableau 6.2 Selected uniaxial loading ratio for the transformation-induced plasticity parameter determination experiments.

Material		Loading Ratio σ/σ_γ^y					
S41500	−0.73	−0.36	−0.18	0	0.18	0.36	0.73
E410NiMo	−0.60	−0.30	−0.15	0	0.15	0.30	0.60

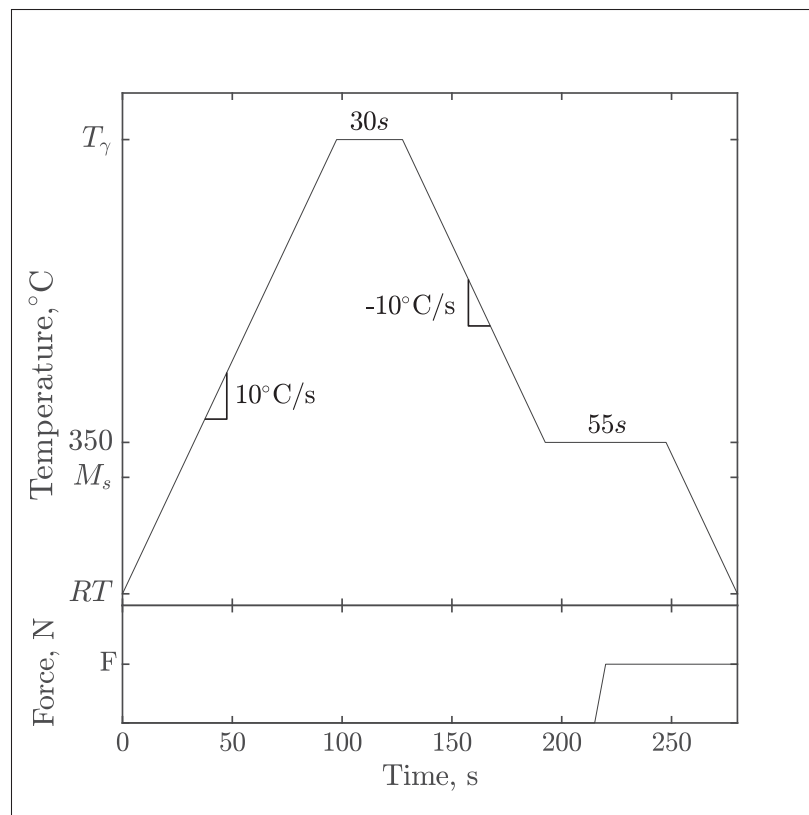


Figure 6.4 TRIP experiments : thermal and loading history.

6.4 Results and Discussion

6.4.1 Effect of the Application of Stress on the Total Strain Upon Martensitic Transformation

The results of the experiments described in Section 6.3 are shown in Figure 6.5 for S41500, and Figure 6.6 shows the results of E410NiMo. These figures show the evolution of strain as the specimens are cooled from the 350°C isotherm after the imposition of the load. The corresponding load-to-yield stress ratios are given in the inset. The strain signals are filtered by means of a moving average to remove noise. Since the obtained data are similar for a given stress level, the test results of both specimens are averaged for each load level for the sake of clarity. At first, it can be observed that the final total strains are distributed roughly linearly with applied stress. The effect of applied stress on M_s can also be seen in these figures. With increasing stress magnitude for both tension and compression, the martensitic transformation starts at higher temperatures.

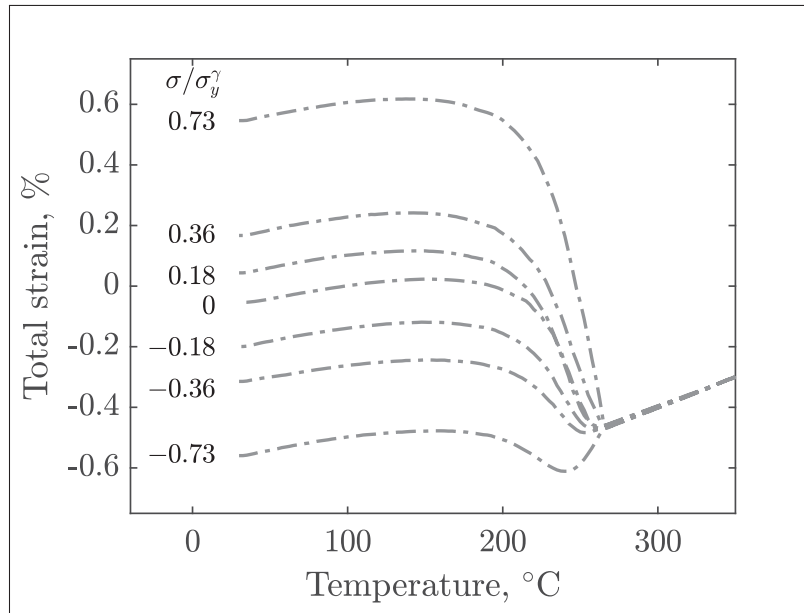


Figure 6.5 Total strain measured during the cooling of the S41500 specimens for various magnitudes of uniaxial stress (compressive and tensile).

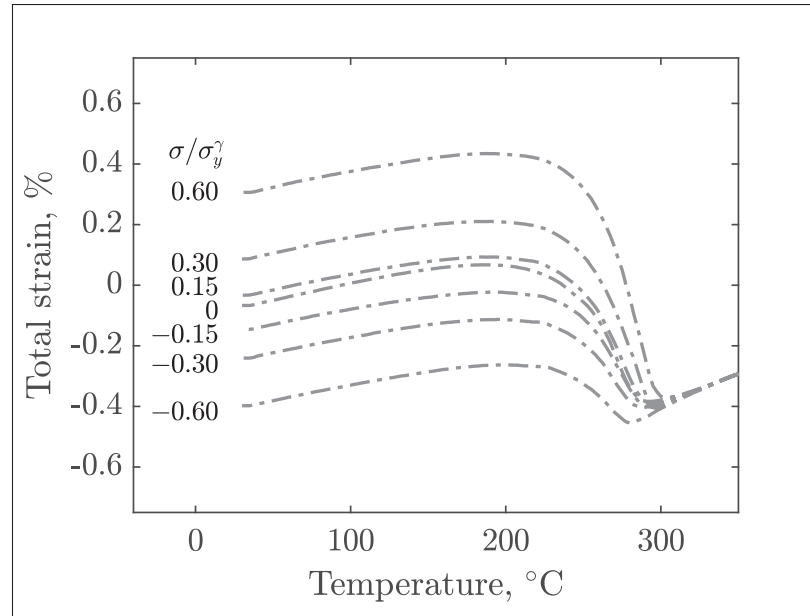


Figure 6.6 Total strain measured during the cooling of the E410NiMo specimens for various magnitudes of uniaxial stress (compressive and tensile).

6.4.2 Experimental Determination of the TRIP Parameter

From these experimental results, and with the assumption that the TRIP strain rate is a function of the transformation rate $\dot{f}$, the TRIP parameter K can be determined, as indicated in (6.3). Figure 6.7 shows the final transformation-induced strains as a function of the magnitude of the applied stress for both materials. The absolute final strain, which is the strain left at the end of the experiment when reaching room temperature, is used for this purpose. During the tests, other sources, such as prestress from specimen preparation or internal thermal forces, contribute to plastic strain. However, it is assumed that these remain constant between the experiments. Therefore, the TRIP strain for a given stress magnitude can be obtained by calculating the difference between the final strain of the tests with and without applied stress. Then, the results of the experiments with the same equivalent stress, both in tension and compression, are averaged. This procedure reveals the amount of strain attributable to the transformation-induced plasticity as the other plastic strain sources vanish. The stress-strain couples are used to perform a linear regression, assuming that TRIP strain is zero when no stress is applied. The slope of this

regression is the transformation-induced plasticity parameter.

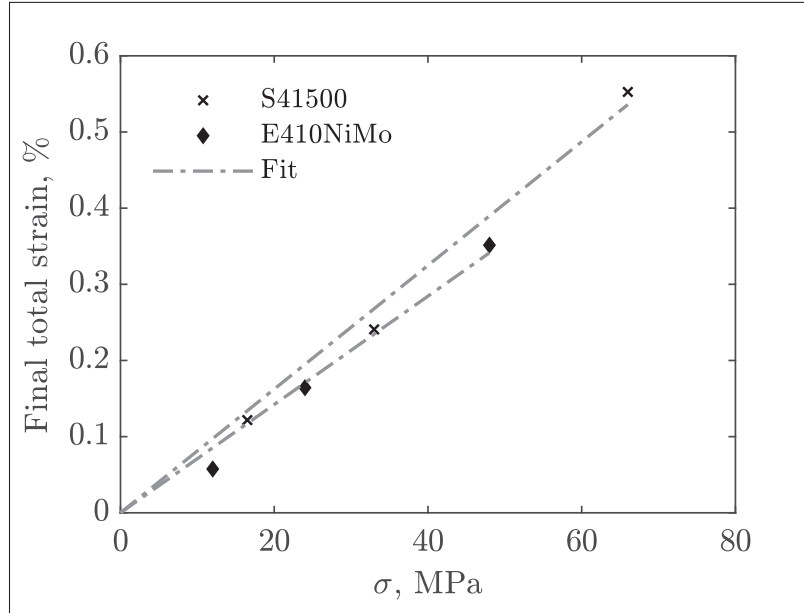


Figure 6.7 Final transformation-induced strains as a function of the applied stress magnitude for S41500 and E410NiMo.

The values obtained are $K^{415} = 8.12 \times 10^{-5}$ and $K^{410} = 7.11 \times 10^{-5}$ for both materials. The TRIP parameter for S41500 steel is slightly higher than that for E410NiMo, which complies with their respective measured yield stress. As stated in Section 6.3, the S41500 austenitic phase yield stress is lower than that of E410NiMo, which means that for an equivalent external stress ratio, the austenitic parent phase of S41500 stainless steel is more likely to develop microplastic strains as the harder martensitic phase grows, resulting in a volumetric expansion. The TRIP parameter value obtained for S41500 steel in the current study is in accordance with the 7.7×10^{-5} value obtained in the preamble of this work, where the tests were performed on a tensile test frame equipped with an electric furnace and a high-temperature extensometer. The value obtained for E410NiMo also compares well with the work of Neubert *et al.* (2016), who obtained 5.3×10^{-5} using another type of equipment and a slightly different material.

6.4.3 Relationship Between M_s and Applied Stress

In addition to the TRIP parameters, the experimental results, along with the results of some higher stress ratios not suitable for TRIP parameters measurements, were used further to determine a relationship between the applied external stress and the martensitic transformation start temperature. The temperature and strain measurements are processed in the same manner as in previous work (Lévesque *et al.*, 2020). Polynomial regressions were performed on the strain recording : one on the part before and another on the part after the martensitic transformation had started. The point where the extrapolated regression curves cross each other is then referenced as the theoretical martensite start temperature, T_{KM} . This process is repeated on each set of measurements to obtain scattered data on the effect of applied stress on the martensitic transformation of both materials at distinct plots. The regressions are constrained to reduce to the measured T_{KM} with respect to the material when no stress was applied, which was measured as being 254.6 ± 4.2 °C and 288.3 ± 3.6 °C for S41500 and E410NiMo, respectively. The results are shown in Figure 6.8, along with a linear regression of those data points. The coefficients of determination, R^2 , are 0.875 and 0.836 for S41500 and E410NiMo, respectively, with S41500 steel showing better agreement. This might be because E410NiMo is a weld metal and, therefore, shows a columnar microstructure more prone to heterogeneity. Equations (6.4) and (6.5) give the above-mentioned relations for each material.

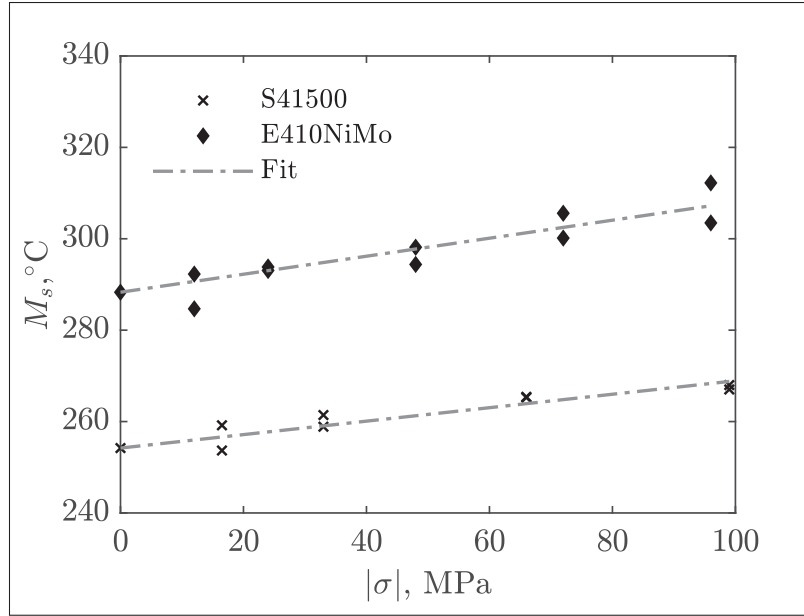


Figure 6.8 Martensitic start transformation as a function of applied stress.

$$T_{KM}^{415} = 254.6 + 0.147|\sigma| \quad (6.4)$$

$$T_{KM}^{410} = 288.3 + 0.197|\sigma| \quad (6.5)$$

6.4.4 Validation of the Transformation-Induced Plasticity Model

The transformation-induced plasticity parameters calculated in Section 6.4.2 were used, along with the martensite start temperature equations defined in Section 6.4.3, to model the materials' behavior under the experimental conditions described in Section 6.3. For this purpose, the evolution of the phase proportion must be modeled as temperature and time vary. The S41500 stainless steel material parameters for modeling phase transformation during heating and cooling were experimentally determined (Lévesque *et al.*, 2020).

The austenitic transformation was modeled using the so-called Johnson–Mehl–Avrami–Kolmogorov (JMAK) model (Johnson & Mehl, 1939; Avrami, 1939; Kolmogorov, 1937; Barmak, 2010) by considering the isochronal heating of dilatometric specimens. The same methodology was used

here to characterize the parameters for the E410NiMo filler material, which, in turn, allowed us to determine the activation energy (E_a) by using the Kissinger (1957) method, the chemical reaction pre-exponential factor of the Arrhenius function, k_0 , and the JMAK exponent, n . These parameters allow the next equations to be used to model the proportion of the austenite phase during austenitic transformation :

$$f_\gamma = 1 - e^{-(k_0 s)^n} \quad (6.6)$$

with

$$s = \sum_{i=1}^m e^{\frac{-E_a}{RT_i}} \Delta t_i \quad (6.7)$$

where Δt_i and T_i are the i^{th} intervals of time and temperature, respectively, m is the total number of increments, and R is the universal gas constant.

The martensitic transformation was modeled by using a Koistinen–Marburger (K-M)-type model (Koistinen & Marburger, 1959; van Bohemen & Sietsma, 2009). Therefore, the same set of experiments enabled the determination of the E410NiMo theoretical martensite start temperature without applied stress, T_{KM} , and the transformation rate, a_m . These parameters are used in Equation ((6.8)) to determine the proportion of the martensite phase upon cooling.

$$f_{\alpha'} = 1 - e^{-a_m(T_{KM}-T)} \quad (6.8)$$

The parameters for both materials' phase transformation models are listed in Table 6.3. However, in this study, the values of T_{KM} refer to the previously defined Equations (6.4) and (6.5). The martensitic and austenitic phase coefficients of thermal expansion (CTE) of S41500 and E410NiMo are also listed in Table 6.3. These material parameters enable the modeling of the thermal and transformation strains associated with the proportion of the austenitic and martensitic phases and the transformation from one phase to another.

Tableau 6.3 Material parameters for thermal strain calculations and phase transformation models.

Material	CTE, °C ⁻¹		JMAK, $\alpha' \rightarrow \gamma$			K-M, $\gamma \rightarrow \alpha'$	
	α'	γ	$E_a, \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$	n	K_0	$a_m, ^\circ\text{C}^{-1}$	$T_{KM}, ^\circ\text{C}$
S41500	$2.2 \times 10^7 T + 0.0011$	$7.0 \times 10^7 T + 0.0017$	509.9	0.66	$4.04e^{24}$	0.0267	Eq. (5.4)
E410NiMo	$3.5 \times 10^7 T + 0.0011$	$7.4 \times 10^7 T + 0.0016$	468.9	0.58	$7.31e^{22}$	0.0280	Eq. (5.5)

Figure 6.9 compares the modeled total strains to the strains measured during the transformation-induced plasticity experiments for S41500 stainless steel. Each of the strain rate components of Leblond's model was computed using the previously defined parameters and by using an explicit scheme. A good agreement between the modeled behavior and experimental data was achieved. For stress ratios between -0.36 and 0.36 , the maximum difference in the strain is 0.025 when room temperature is reached. For the higher stress ratio of 0.73 , a maximum difference of 0.08% is recorded for the tensile test as the cooling ends. An additional experiment was conducted with a stress ratio of 1.09 , exceeding the austenite yield strength. This last test makes it possible to visualize the behavior of the material when it undergoes a classical plastic strain component as the transformation occurs. For this test, the model overestimates the strains in the early transformation stage. A discrepancy is formed as the strains accumulate at a faster rate in the model. However, as the transformation continues, the gap gradually narrows and ends with a difference of 0.075% between the two strains.

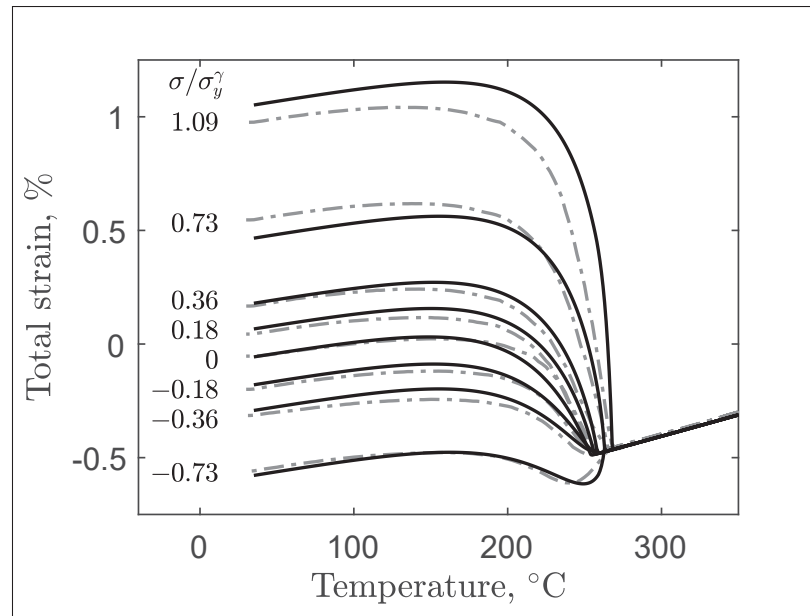


Figure 6.9 Comparison of modeled total strains (solid) and experimental total strains data (dashed) for S41500 stainless steel.

Figure 6.10 shows the results obtained using the model, along with the experimental values for the E410NiMo filler metal. Again, the model is in good agreement with the experimental data, especially for the lower stress ratios between -0.60 and 0.60 , where the largest strain gap is 0.05% for the higher applied tensile stress ratio (0.60) test at room temperature. Two more tests with high tensile stress ratio levels were performed at 0.90 and 1.20 for the cases where the applied stress was close to or above the yield strength. A discrepancy is noticeable at the end of the 0.90 stress ratio test. For the 1.20 stress ratio, the model overestimates the strains at the start of martensitic transformation. However, as the cooling proceeds, the gap between the measured and modeled strains vanishes.

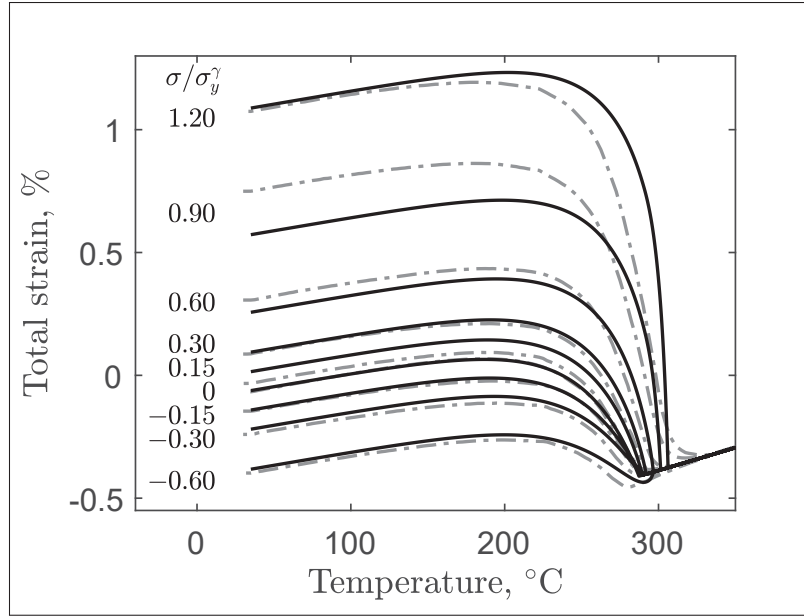


Figure 6.10 Comparison of modeled total strains (solid) and experimental total strains data (dashed) for E410NiMo stainless steel.

Feeding the model with the parameters presented here enables a consistent simulation of the material behavior during martensitic transformation under the effect of stresses for both materials. However, a discrepancy is observed for stress ratios close to or above the material yield strength. This disparity is due to different sources. One of these is the difficulty associated with measuring material properties for phases separately. In the present study, the austenite and martensite stress-strain curves were measured at 350°C to obtain a realistic elastic limit. However, these properties are used throughout the entire cooling process as this is the only temperature at which the material properties were evaluated. Additionally, although this temperature has been chosen to be close to M_s , it may not be high enough to completely avoid triggering the martensitic transformation at the beginning of plasticity. Moreover, the plasticity model considers a perfectly plastic material for both phases. This choice has been made since the TRIP coefficients are determined experimentally and, therefore, account mainly for the parent phase yield. Finally, in this study, the transformation parameter α_m of the K-M model was kept constant throughout the modeling of martensitic transformation. Recently, Liu & Guo (2021) reported better agreement

with experiments when α_m is defined based on phase proportion and applied stress, especially for the early transformation steps.

6.5 Conclusions

In this paper, the material parameters required to model the transformation-induced plasticity of the 13Cr-4Ni base metal, as well as those of the filler material, during martensitic transformation were determined experimentally. For this purpose, the experiments were performed in a quenching dilatometer. The following conclusions can be drawn :

- An improvement to the measurement system was made, allowing for the use of specimen geometry that met the requirements of the tensile test standards.
- The TRIP coefficient's K values for both S41500 steel and the E410NiMo filler material were determined as 8.12×10^{-5} and 7.11×10^{-5} , respectively.
- The set of experiments was used to determine a linear relationship between applied stress and the martensitic start temperature (M_s) for both materials. This feature allows for martensitic transformation in the model to be triggered consistently with that in the experiments.
- The solid state phase transformation model parameters for the E410NiMo filler material were also determined following the same methodology used in the author's previous work (Lévesque *et al.*, 2020) for S41500.
- When fed with the material parameters found in this study, the Leblond model has been successfully compared with the experiments. The model showed very good agreement with the experiments and has proven effective in reproducing the transformation-induced plastic strain behavior of the stress levels used for TRIP coefficient determination. Although more discrepancy is observed at higher magnitudes of stress close to or beyond the austenitic phase yield strength, the model still provides results that are consistent with the experiments.

The presented work, thus, allows for the strains that occur during martensitic transformation in 13Cr-4Ni steels upon cooling with applied external loads to be predicted accurately. It also

allows for the simulation of the manufacturing and repairing processes of hydraulic turbines, which will enhance residual stress calculations and fatigue life assessments.

CHAPITRE 7

SIMULATION ET VALIDATION EXPÉRIMENTALE DU SOUDAGE

Ce chapitre présente des travaux qui ont été réalisés et qui sont des avancements importants pour la simulation du soudage. Ils constituent des travaux en cours et qui feront éventuellement l'objet d'une publication.

7.1 Énergie latente de transformation

Les mesures de chaleur spécifique présentées à la section 4.2 sont traitées pour déterminer l'énergie latente de transformation. Lors de la mesure, le DSC mesure la capacité calorifique de l'échantillon sans discerner s'il s'agit de l'énergie nécessaire afin d'augmenter la température de l'échantillon ou pour permettre une transformation de phase. La figure 7.1 montre la variation de l'enthalpie durant les différentes étapes de montées et de descente de la température.

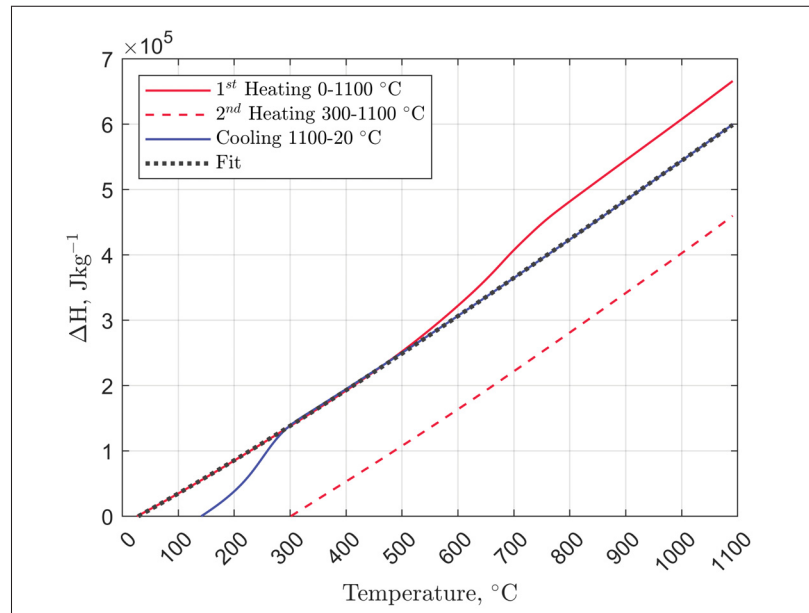


Figure 7.1 Variation de l'enthalpie spécifique durant la mesure de la chaleur spécifique de l'acier inoxydable S41500

De plus, la figure 7.1 montre qu'en l'absence de transformation de phase, le taux de variation de l'enthalpie est équivalent pour les phases austénitique et martensitique. Une régression polynomiale permet d'isoler la contribution des transformations de phases de la variation d'enthalpie du système. Cette régression permet de différencier l'effet de l'enthalpie de transformation sur la mesure de la chaleur spécifique. La figure 7.2 montre que la quantité d'énergie nécessaire pour la formation de l'austénite est semblable à celle rejetée lors de la transformation martensitique. Notons cependant que l'appareil ne parvient pas à mesurer la capacité calorifique jusqu'à la fin de la transformation martensitique lors du refroidissement puisqu'il ne parvient plus à maintenir les conditions d'essais prescrites.

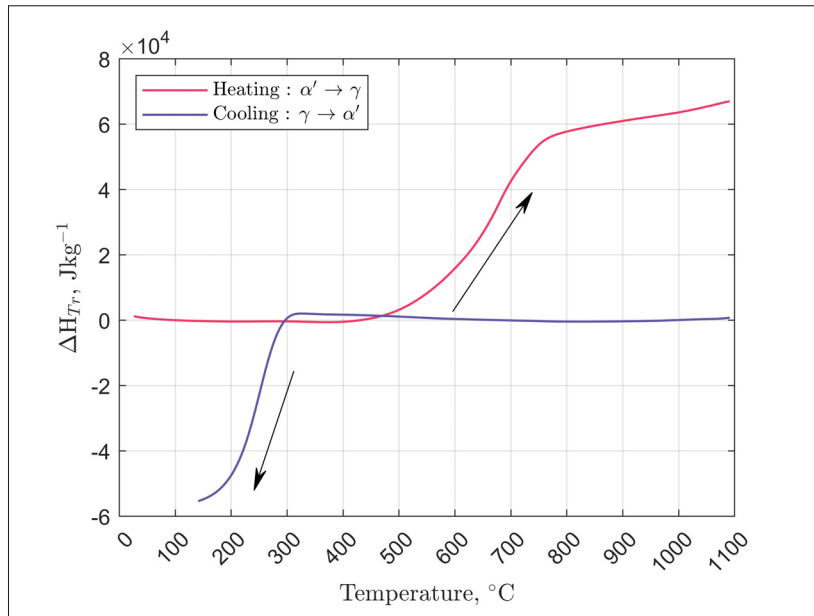


Figure 7.2 Variation d'enthalpie durant les transformations de phases de l'acier inoxydable S41500

La quantité totale d'énergie attribuable aux transformations de phases est évaluée à 58200 kJ/g pour l'acier inoxydable S41500 et de 54000 kJ/g pour le métal d'apport E410NiMo. Cette quantité est introduite dans la simulation thermique sous la forme d'un vecteur de charge volumique tel que décrit à l'équation (3.4). Ainsi la contribution est dictée par la progression de la fraction transformée de martensite.

7.2 Chaleur spécifique

Les mesures de la chaleur spécifique brutes peuvent désormais être corrigées afin de ne tenir compte que de l'élévation de température. La régression polynomiale de la différence d'enthalpie ayant servi à isoler l'enthalpie de formation des phases est dérivée par rapport à la température. Les figures 7.3 et 7.4 présentent les résultats pour l'acier inoxydable S41500 et le métal d'apport E410NiMo respectivement. Les polynômes de régression utilisés dans la simulation du soudage sont présents sur les figures.

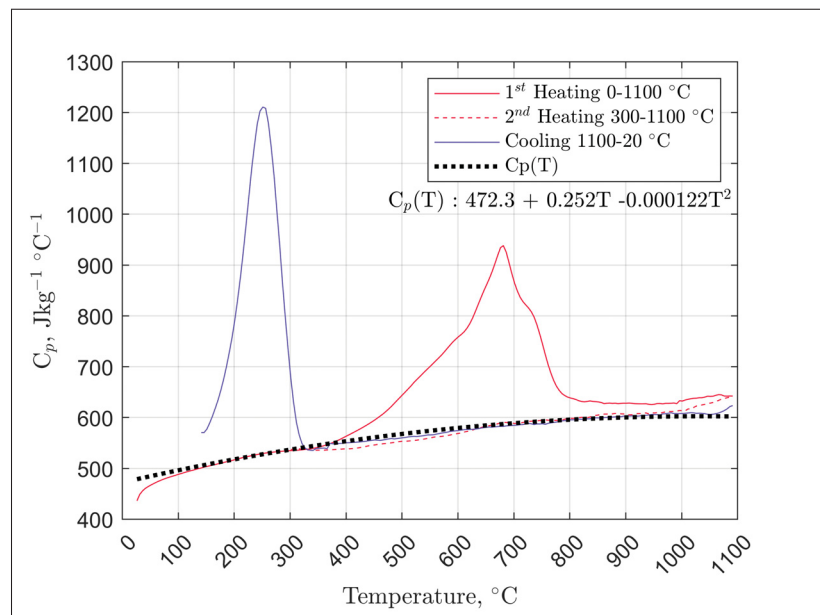


Figure 7.3 Chaleur spécifique brute de l'acier inoxydable S41500 et régression excluant la contribution des transformations de phases austénitique au chauffage et martensitique au refroidissement

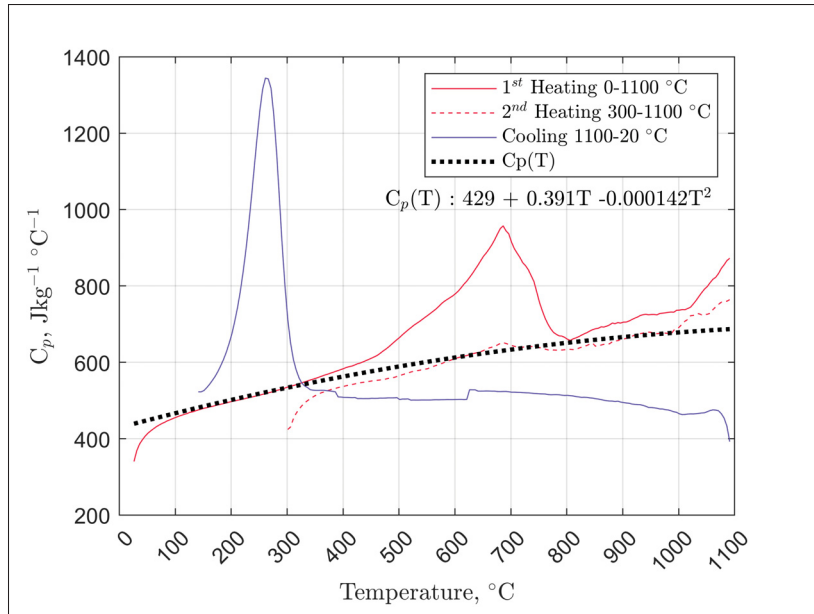


Figure 7.4 Chaleur spécifique brute du métal d'apport E410NiMo et régression excluant la contribution des transformations de phases austénitique au chauffage et martensitique au refroidissement

7.3 Conductivité thermique

L'évolution de la conductivité thermique en fonction de la température est nécessaire afin de calculer les matrices de conductivité thermique requises pour le calcul de l'écoulement de chaleur par conduction. Les mesures de la chaleur spécifique de la section 4.2 de diffusivité thermique décrite à la section 4.3 sont utilisées pour le calcul de la conductivité thermique des matériaux. La relation suivante est utilisée pour évaluer la conductivité thermique.

$$k = \rho DC_p \quad (7.1)$$

où k est la conductivité thermique, ρ la densité, D la diffusivité thermique et C_p la chaleur spécifique. La conductivité est évaluée à différentes températures en utilisant les régressions polynomiales des propriétés thermophysiques mentionnées en fonction de la température pour chacune des phases. Les régressions pour le calcul de la densité sont réalisées à partir des

mesures de Baillargeon *et al.* (2015). Les figures 7.5 et 7.6 montrent les résultats obtenus pour les deux matériaux considérés dans cette étude.

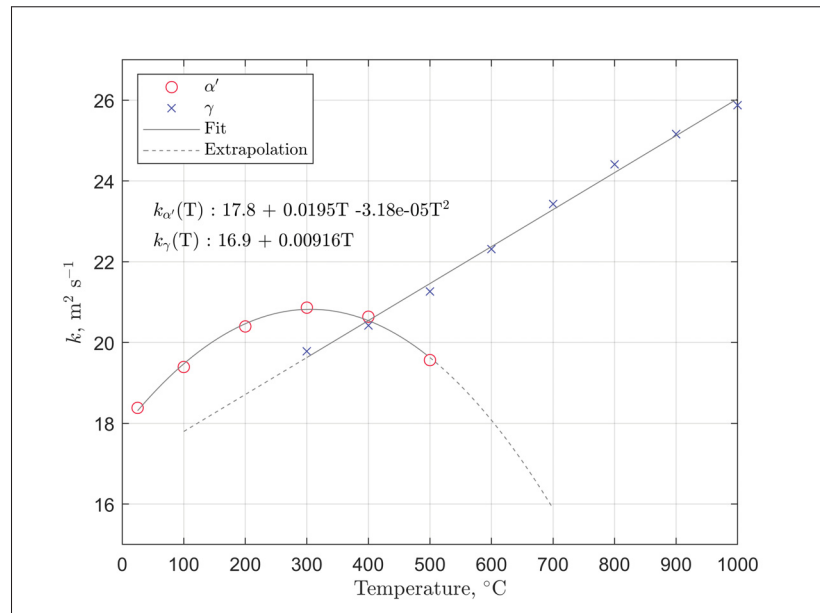


Figure 7.5 Variation de la conductivité thermique de l'acier S41500 en fonction de la température selon l'équation (7.1)

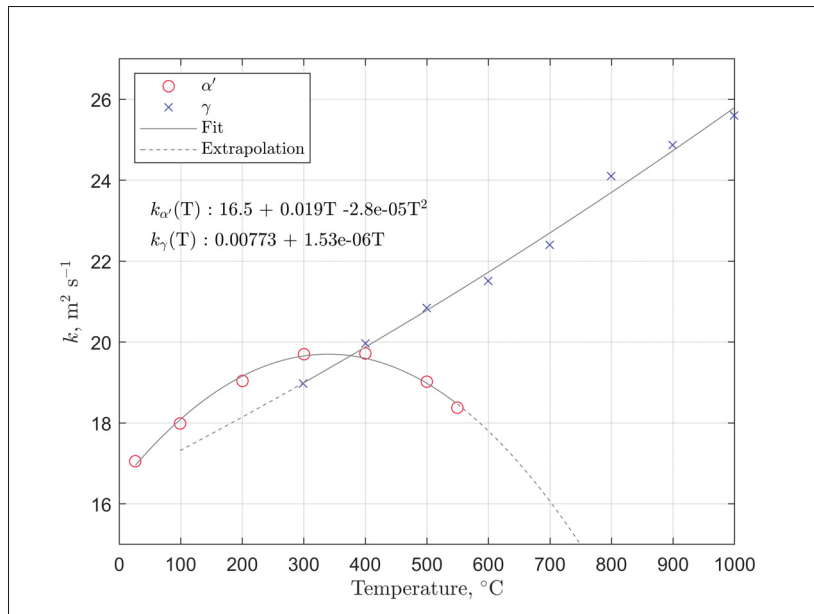


Figure 7.6 Variation de la conductivité thermique du métal d'apport E410NiMo en fonction de la température selon l'équation (7.1)

7.4 Coefficient d'expansion thermique

Les mesures de dilatation sont utilisées pour calculer les coefficients d'expansion thermique en fonction de la température. Les essais utilisés sont ceux ayant permis la caractérisation des paramètres des modèles de transformation de phase présentés au chapitre 5. Le coefficient d'expansion thermique est évalué indépendamment pour la phase martensitique et austénitique pour les deux matériaux. La plage de température sur laquelle la phase martensitique est étudiée se situe au début de l'essai entre 100 $^{\circ}\text{C}$ et 600 $^{\circ}\text{C}$ à partir des données recueillies lors de la chauffe initiale. Le comportement de l'austénite est caractérisé au refroidissement depuis la température maximale de 1000 $^{\circ}\text{C}$ jusqu'à 300 $^{\circ}\text{C}$, juste avant le début de la transformation martensitique. Des polynômes de régression de degré 2 sont calés sur les données de dilatation thermique. Ils sont par la suite dérivés en fonction de la température pour obtenir le coefficient d'expansion thermique. Les figures 7.7 et 7.8 présentent les résultats pour les deux matériaux.

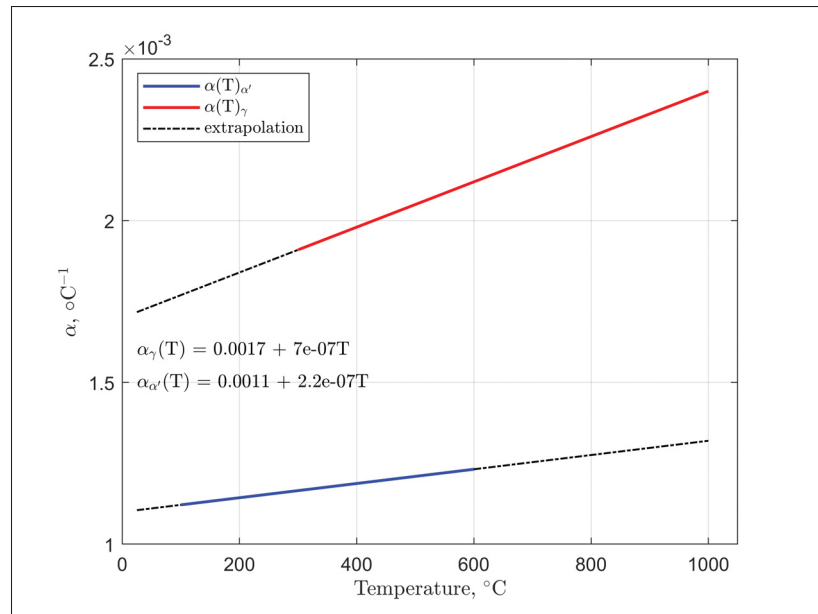


Figure 7.7 Variation de coefficient de dilatation thermique linéaire pour chacune des phases de l'acier inoxydable martensitique S41500

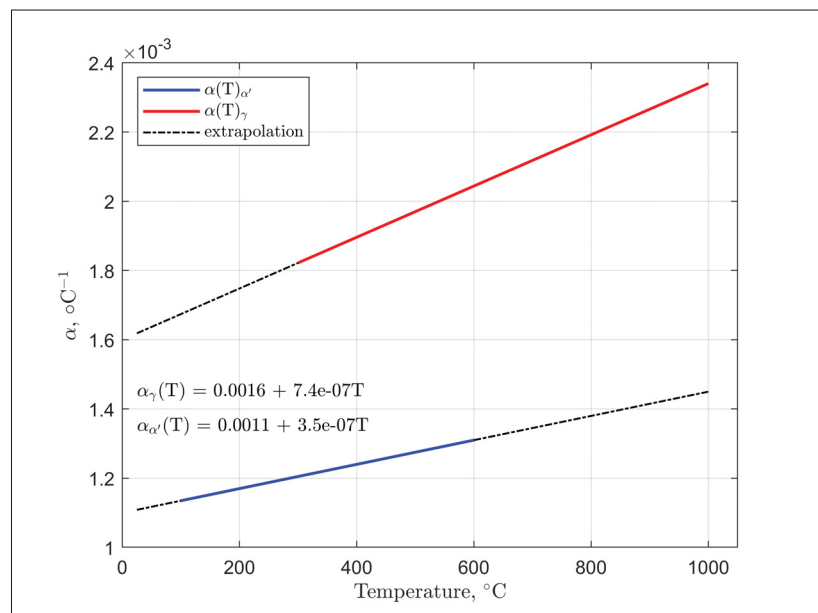


Figure 7.8 Variation de coefficient de dilatation thermique linéaire pour chacune des phases du métal d'apport E410NiMo

7.5 Densité

Les essais dilatométriques permettent de définir les relations entre la densité et la température. La densité du matériau à la température ambiante étant mesurée à l'aide d'une balance hydrostatique. La relation (4.3) est utilisée pour déterminer la densité sur une plage de température en fonction de la dilatation thermique linéaire. La relation de la densité en fonction de la température pour chacune des phases est ainsi caractérisée. Les figures 7.9 et 7.10 présentent les résultats obtenus pour l'acier inoxydable martensitique S41500 et le métal d'apport E410NiMo respectivement.

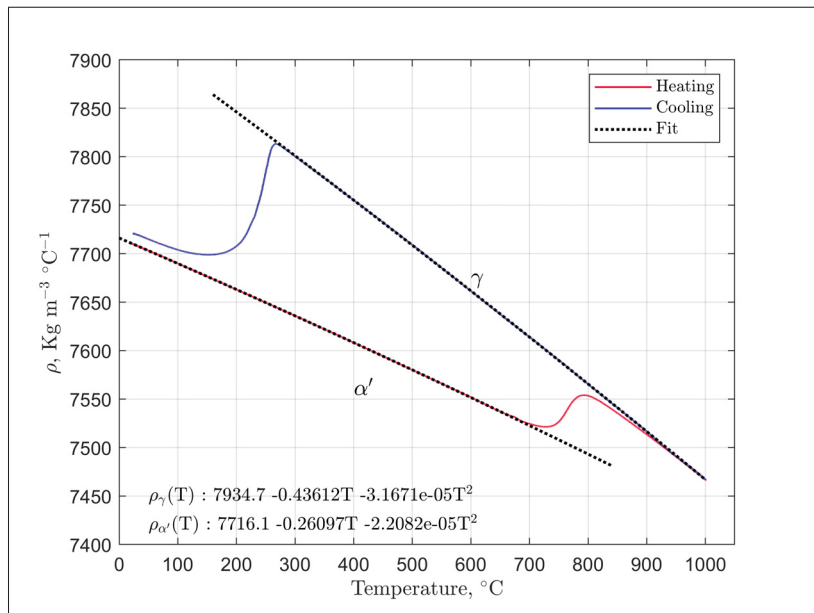


Figure 7.9 Variation de la densité pour chacune des phases de l'acier inoxydable martensitique S41500

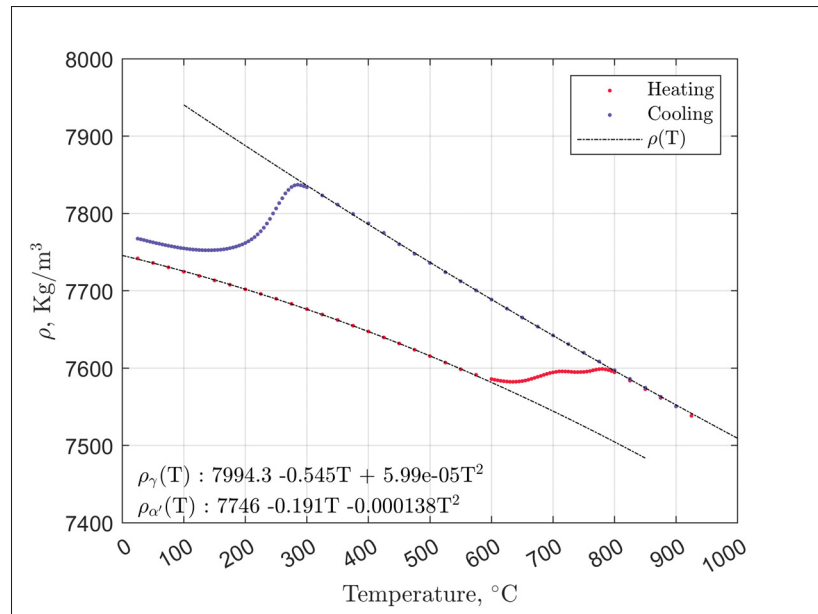


Figure 7.10 Variation de la densité pour chacune des phases du métal d'apport E410NiMo

7.6 Propriétés mécaniques des matériaux

Les essais de traction en température discutés à la section 4.5 sont effectués pour recueillir les propriétés des matériaux nécessaires pour alimenter le modèle constitutif des matériaux. Cette section présente les résultats obtenus en ce qui concerne la consolidation du matériau et le module d'élasticité.

7.6.1 Module d'élasticité en fonction de la température

Les essais de traction en température sont effectués pour déterminer l'effet de la température sur le module d'élasticité. Les figures 7.11 et 7.12 montrent les relations pour l'acier inoxydable 415 et le métal d'apport E410NiMo respectivement. Globalement, le module de Young diminue à mesure que la température s'élève. De plus, les phases martensitique et austénitique forment un point de croisement autour de 350° C pour les deux matériaux. Ceci confirme que l'hypothèse selon

laquelle les propriétés élastiques sont équivalentes pour les deux phases dans les développements du modèle constitutif et de la tangente algorithmique au chapitre 3 se vérifie.

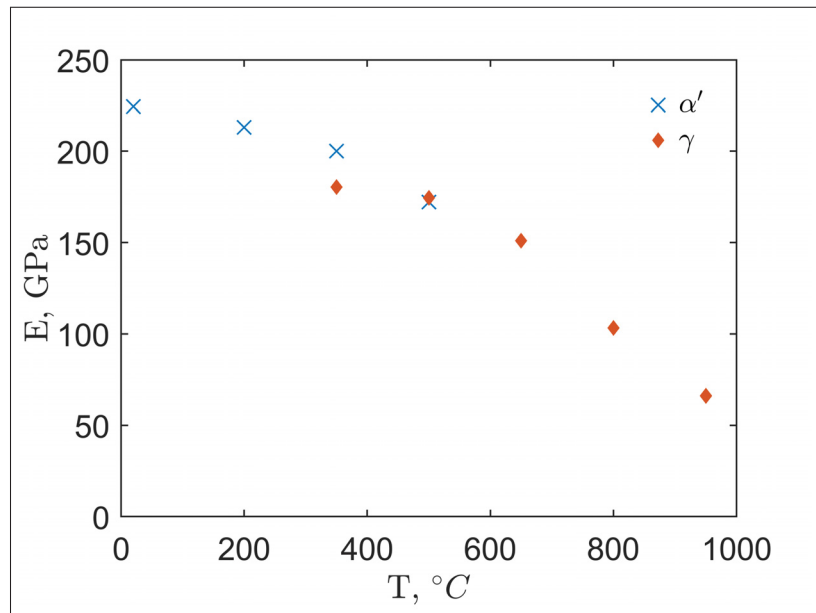


Figure 7.11 Relation entre le module d'élasticité et la température mesurée lors des essais de traction dans l'acier inoxydable 415

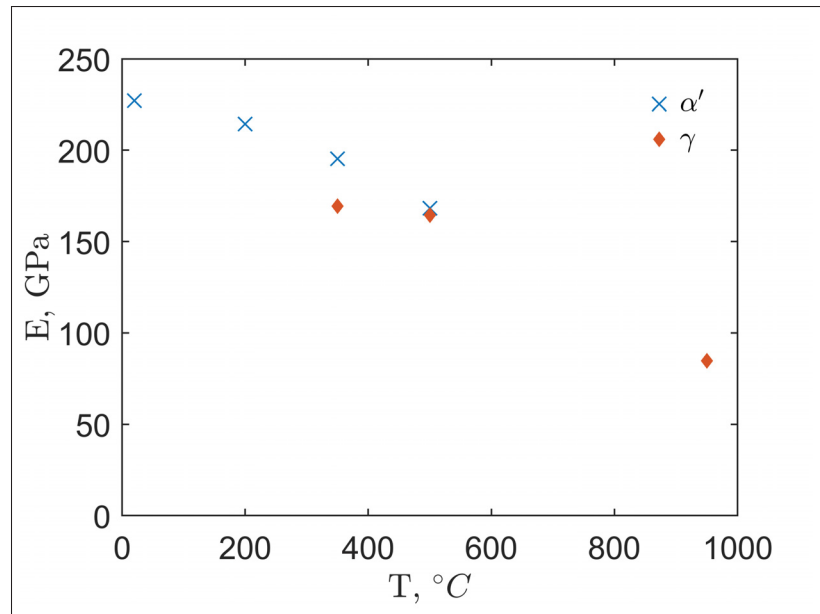


Figure 7.12 Relation entre le module d'élasticité et la température mesurée lors des essais de traction dans le métal d'apport en acier inoxydable E410NiMo

7.6.2 Relation entre la déformation et la contrainte en fonction de la température

La mesure des lois de comportement est nécessaire afin de déterminer l'évolution de la limite d'élasticité en fonction de la déformation plastique équivalente. De plus, l'élévation de la température inhérente au procédé de soudage exige de caractériser ces lois de comportement lorsque le matériau est affecté par la température. La matrice d'essais proposée permet la mesure sur une plage allant de la température ambiante jusqu'à 950°C dans les deux principales phases étudiées.

Pour rendre les données de consolidation utilisables, la déformation élastique doit être retirée de la déformation totale mesurée par l'extensomètre lors de l'essai. La relation (7.2) permet d'isoler la composante plastique en utilisant la loi de Hooke :

$$\epsilon_p = \epsilon - \epsilon_e = \epsilon - \frac{\sigma}{E} \quad (7.2)$$

où σ est la contrainte mesurée et E est le module d'élasticité évalué dans la première portion de la courbe. Les figures 7.13 et 7.14 montrent les lois de comportement plastique obtenues pour l'acier S41500 et le métal d'apport E410NiMo pour la phase martensitique et austénitique.

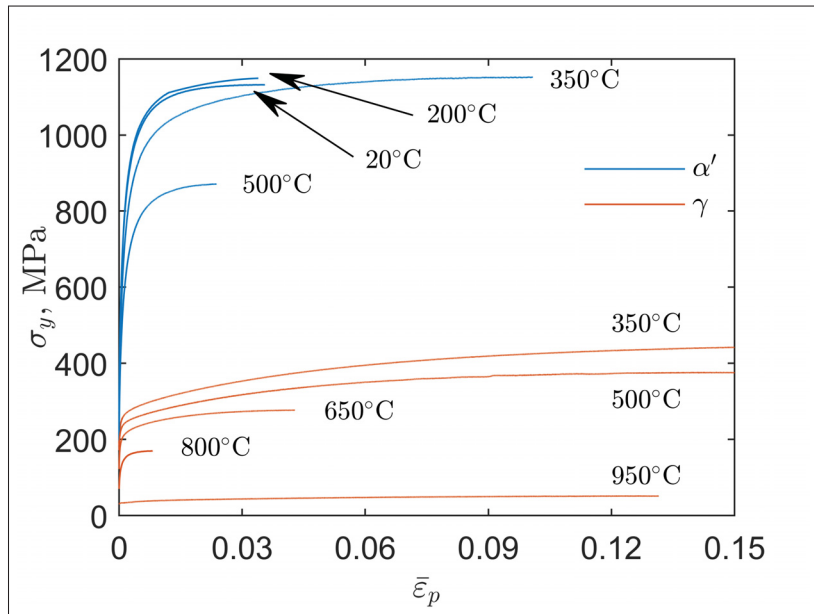


Figure 7.13 Relation entre la limite d'élasticité et la déformation plastique en fonction de la température de l'acier inoxydable 415

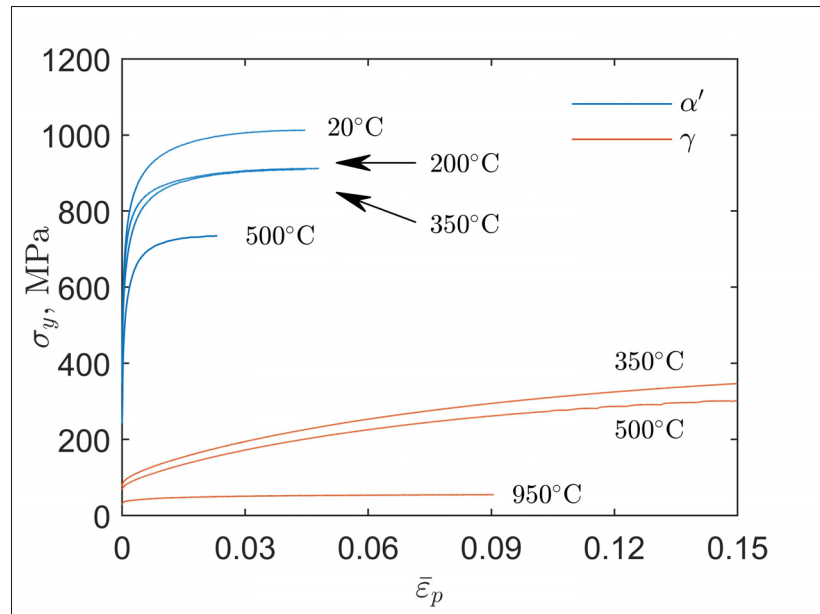


Figure 7.14 Relation entre la limite d'élasticité et la déformation plastique en fonction de la température du métal d'apport en acier inoxydable E410NiMo

Les courbes montrent un effet important de la hausse de la température sur la résistance du matériau. En général, la limite d'élasticité initiale, et la limite ultime diminuent avec l'augmentation de la température. À l'inverse, l'allongement à la rupture tend à augmenter, signe que le matériau devient plus malléable. Des différences marquées entre les phases martensitique et austénitique sont observées. Les essais réalisés à 350 °C et 500 °C montrent un écart important au niveau de la limite ultime atteinte. Le taux de consolidation de la phase austénitique est plus élevé. Les courbes obtenues sont converties en valeurs tabulées pouvant être introduites dans le code de simulation.

7.7 Simulation thermique du soudage

Les modèles de transformation de phase discutés plus tôt ainsi que les propriétés des matériaux sont intégrés dans un logiciel d'éléments finis dédié à la simulation du soudage. Ce logiciel est utilisé pour réaliser une simulation du soudage de la plaque instrumentée de thermocouples

décrite à la section 4.6.1. Un maillage représentant la plaque est d'abord préparé. Le pré-processeur du logiciel Ansys est utilisé pour générer un maillage contenant 199040 éléments hexaédriques linéaires à 8 noeuds. Ce maillage contient au total 208100 noeuds. Une dimension minimale de 1 mm est appliquée aux éléments constituant le métal d'apport ainsi que la zone affectée thermiquement. Deux matériaux sont définis dans le modèle, le premier pour le métal de base en acier inoxydable S41500 et le second pour le métal d'apport E410NiMo. La figure 7.15 montre une vue générale du maillage avec le métal d'apport en bleu.

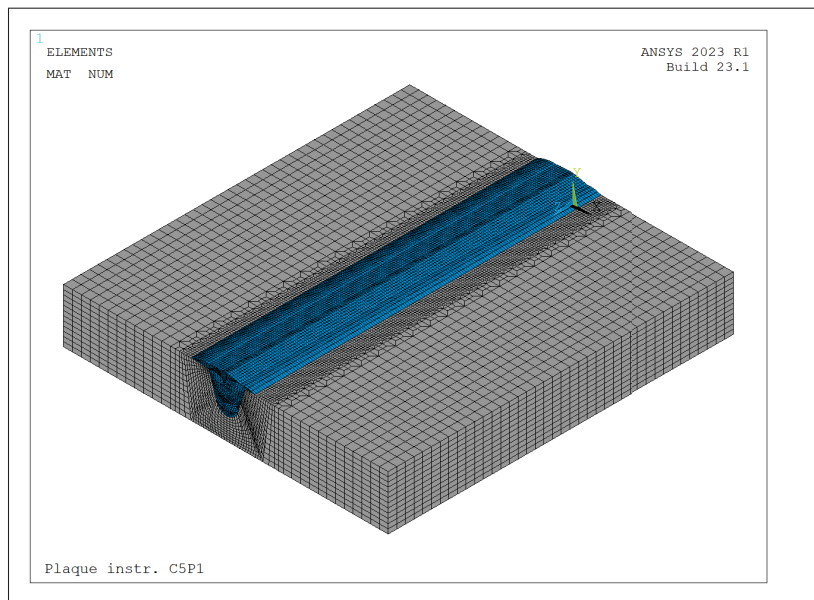


Figure 7.15 Maillage complet utilisé pour la simulation du soudage

Un soin particulier est porté au maillage des cordons de soudure. Lors de la réalisation du soudage, des mesures de géométrie ont été effectuées à la suite de chacun des cordons de soudure. Ces mesures des profils de surface permettent d'identifier précisément la section du matériau ajoutée lors du dépôt de chacun des cordons. La figure 7.16 montre une superposition du maillage et des mesures de profil. L'ordre de dépôt des cordons est identifié. Ainsi, lors de la simulation, la naissance des éléments reflète fidèlement la matière ajoutée.

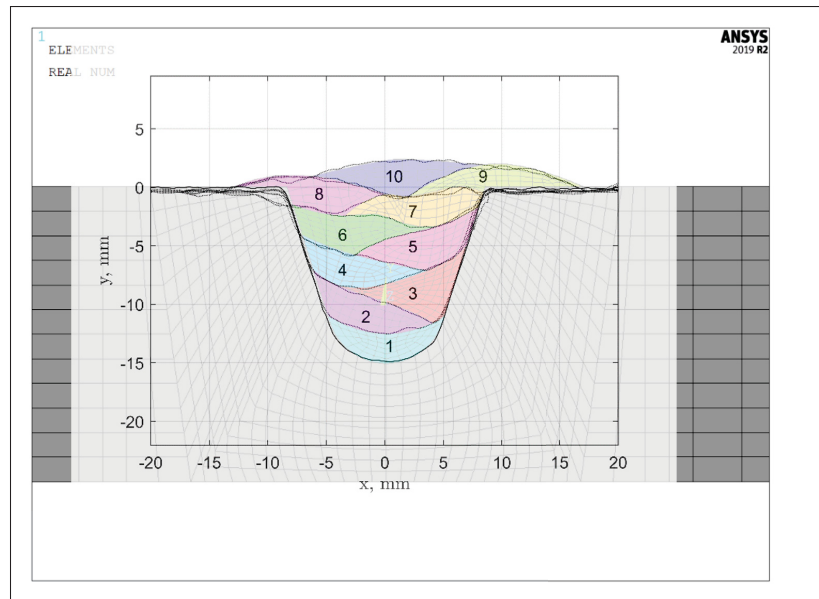


Figure 7.16 Maillage détaillé des cordons de soudure comparé aux mesures laser entre le dépôt de chacun des cordons

L'ajout de la matière est réalisé en utilisant une technique de naissance des éléments. Au début du soudage, les éléments constituant le métal d'apport sont éteints, c'est à dire qu'ils ont des propriétés quasiment "nulles" ce qui leur ôte toute influence sur le comportement thermique ; le programme leur confère les propriétés de l'air et les faces convectives du modèle sont celles des éléments du métal de base. Lorsque la source de chaleur englobe au moins un point d'intégration numérique d'un élément, celui-ci naît ; son numéro de matériau lui est rendu et la frontière convective du modèle est mise à jour. La figure 7.17 montre l'état du modèle après le soudage du quatrième cordon de soudure. Sur cette figure, les éléments en bleu sont éteints et possèdent les propriétés de l'air. La frontière convective se situe à la limite des éléments allumés de couleur grise.

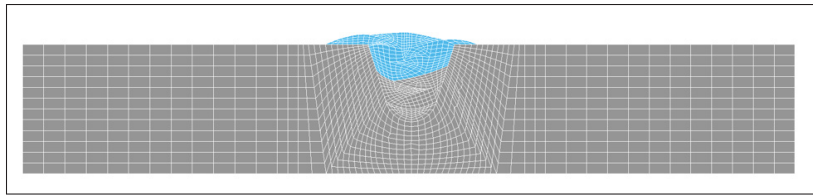


Figure 7.17 Technique de la naissance des éléments du modèle pour simuler l'ajout progressif de matière et la mise à jour des conditions aux frontières du modèle

Les frontières convectives étant mises à jour à chaque pas de temps, elles évoluent au cours de la progression de la source dans le modèle. Ainsi lors du dépôt d'un cordon, chaque pas de temps constitue un modèle distinct. La figure 7.18 montre une vue isométrique du modèle à mi-chemin du soudage du quatrième cordon.

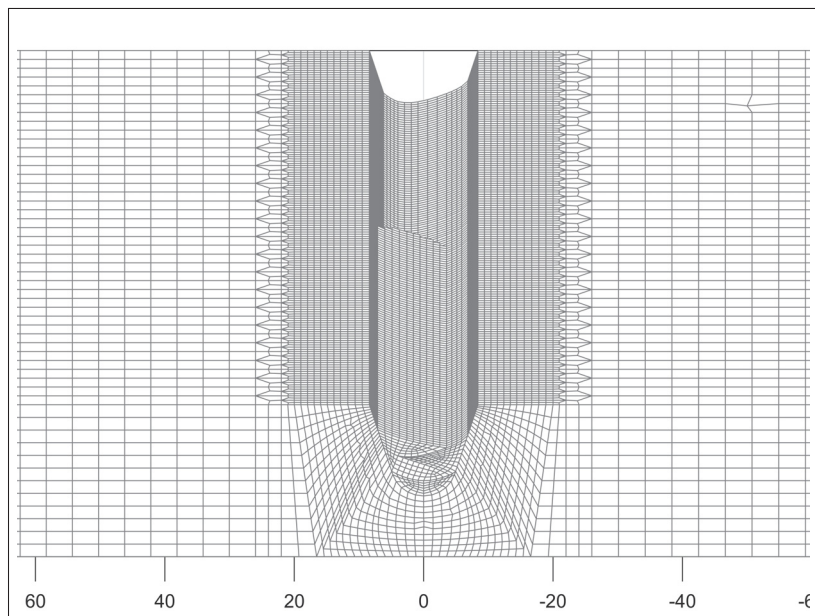


Figure 7.18 Vue tridimensionnelle de la naissance des éléments du modèle lors du soudage pour simuler l'ajout progressif de matière et la mise à jour des conditions aux frontières du modèle

L'impact de la mise à jour de propriétés des matériaux ainsi que des frontières convectives a fait l'objet de simulation pour fins de comparaisons. La stratégie de naissance des éléments

est comparée à une série de simulations indépendantes de chacun des cordons. Le soudage du premier cordon est réalisé avec un maillage et des surfaces convectives fixes. La simulation est arrêtée avant le début du soudage du deuxième cordon. Un nouveau maillage contenant le deuxième cordon, avec les faces convectives associées, est créé et la simulation est relancée à partir de la distribution de température du dernier pas de temps. Cette simulation est à son tour arrêtée avant le début du soudage du troisième cordon. La procédure est répétée jusqu'à la fin du soudage du dixième cordon. La figure 7.19 montre les distributions de températures maximales atteintes au centre de la plaque pour les 10 cordons. En a), la distribution de température sans activation. En b) la distribution de la température lorsque la stratégie d'activation est utilisée et en c), la distribution de l'écart de température entre les deux simulations. L'écart reste très faible sur toute la distribution, à l'exception de points chauds aux limites du dixième cordon. La stratégie est considérée très efficace.

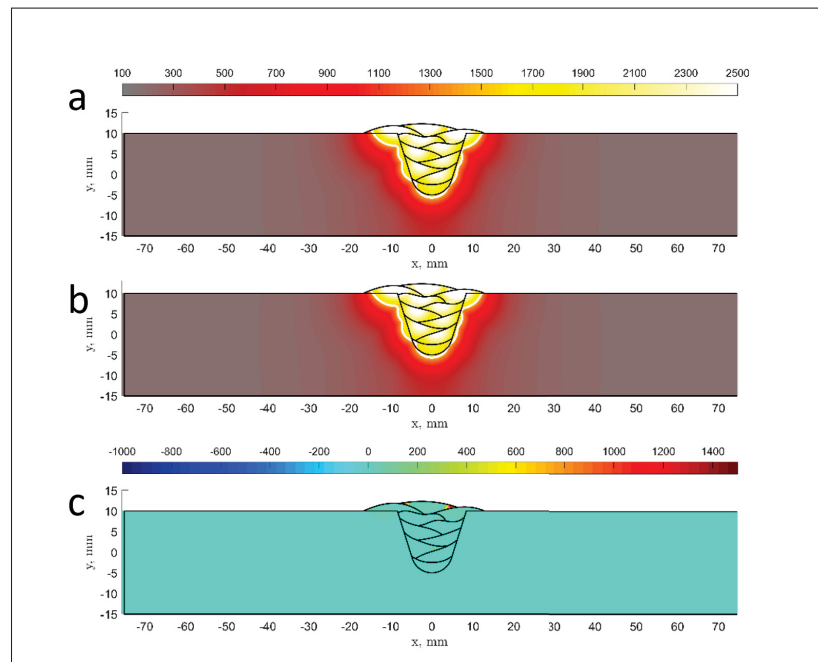


Figure 7.19 Comparaison des résultats de simulation validant la stratégie de naissance des éléments : En a), la distribution de températures maximales enregistrées sur la durée de la simulation au centre de la plaque sans activation, en b), la même distribution de températures maximales en utilisant la naissance des éléments et en c), l'écart entre les deux distributions de températures maximales

Les modèles des transformations de phases austénitique et martensitique sont intégrés au programme de simulation thermique du soudage. Ceux-ci permettent de suivre l'évolution des fractions transformées en fonction de l'historique thermique. Ils permettent aussi d'inclure l'effet des énergies latentes de transformation. La figure 7.20 montre à un instant la distribution de température lors de la simulation du cinquième cordon. Le plan de vue transversale de la figure 7.21 y est indiqué.

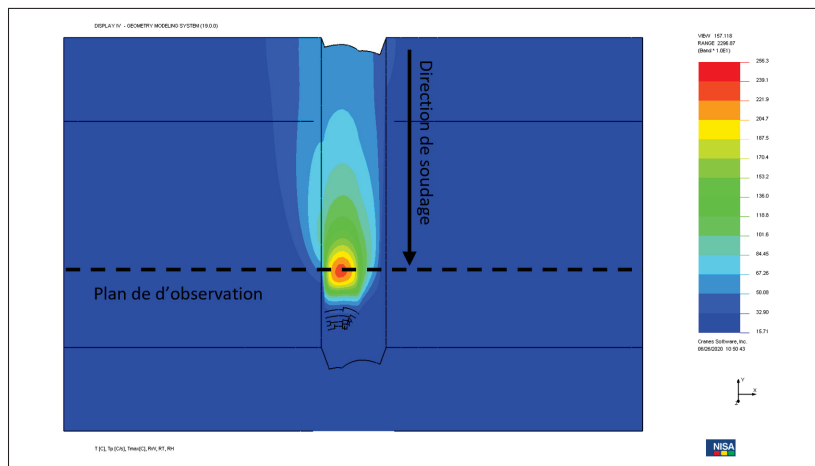


Figure 7.20 Distribution de température lors du soudage du cinquième cordon

La distribution de température sur le plan transversal est affichée en a) à la figure 7.21. En b), la distribution des phases est présentée. Un gradient de phase demeure présent dans les cordons précédents et la ZAT puisque le soudage n'est pas terminé et que la température du modèle n'est pas revenue à la température ambiante. La transformation martensitique est incomplète à ces endroits. La zone incluse et en périphérie de la source de soudage est complètement transformée en austénite. La section c) de la figure montre la distribution des charges nodales issue de l'énergie latente de la transformation austénitique. Cette transformation de phase étant endothermique, le modèle prévoit un flux de chaleur négatif dans le gradient de fraction transformée.

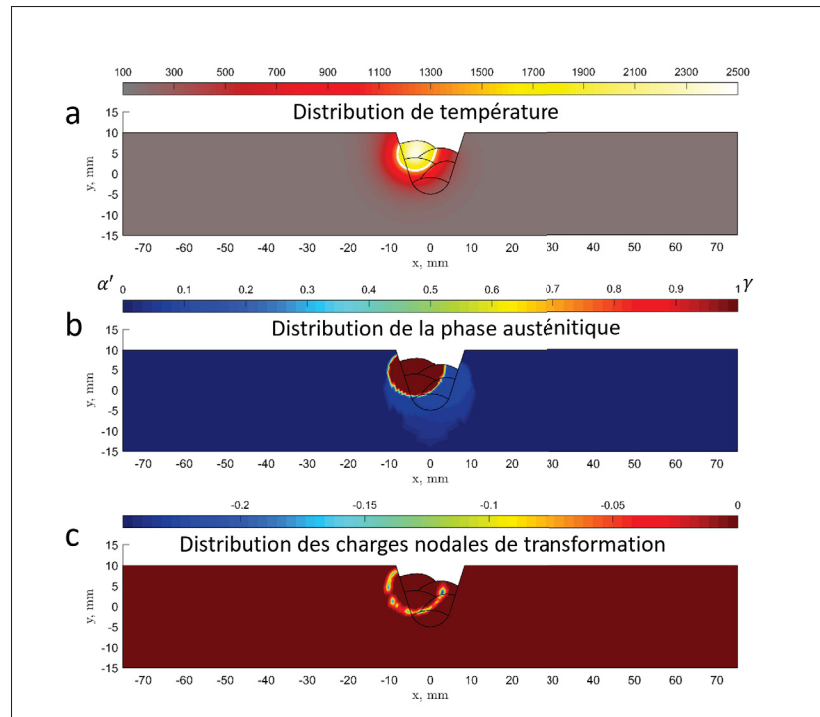


Figure 7.21 Distributions sur un plan lors du soudage du cinquième cordon : En a), la distribution de température, en b), la distribution des fractions transformées et en c), les charges nodales associées à la réaction endothermique de la transformation de phase austénitique

L'évolution des transformations de phases peut être suivie en tout point du modèle. Deux points sont sélectionnés afin de suivre leur historique thermique durant le soudage ainsi que l'évolution des fractions de phase. Ces points sont situés dans la zone affectée thermiquement et sont assujettis à plusieurs hausses de température successive. Leur emplacement est montré à la figure 7.22.

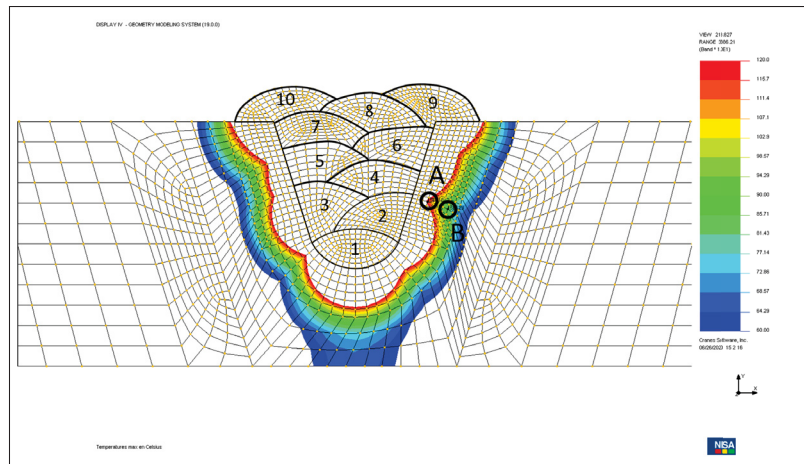


Figure 7.22 Sélection de deux noeuds, A et B, du modèle dans la zone affectée thermiquement : Les isocontours montrent la distribution de températures maximales atteintes lors de la simulation et contenue entre 600 °C et 1200 °C

La figure 7.23 montre l'historique thermique au point A, tracé en bleu, et l'historique de la fraction austénitique est tracé en orange. Pour chacun des cycles thermiques où la température maximale est suffisante pour déclencher la transformation austénitique, cette transformation est complète. Cependant, au refroidissement la température n'atteint pas la température de fin de transformation martensitique et la transformation est incomplète. Il aussi est possible de voir l'effet de l'augmentation progressive de la température d'entrepasse. Après le soudage du sixième cordon, la fraction de phase martensitique persiste au-dessus de 10% jusqu'à la fin du soudage.

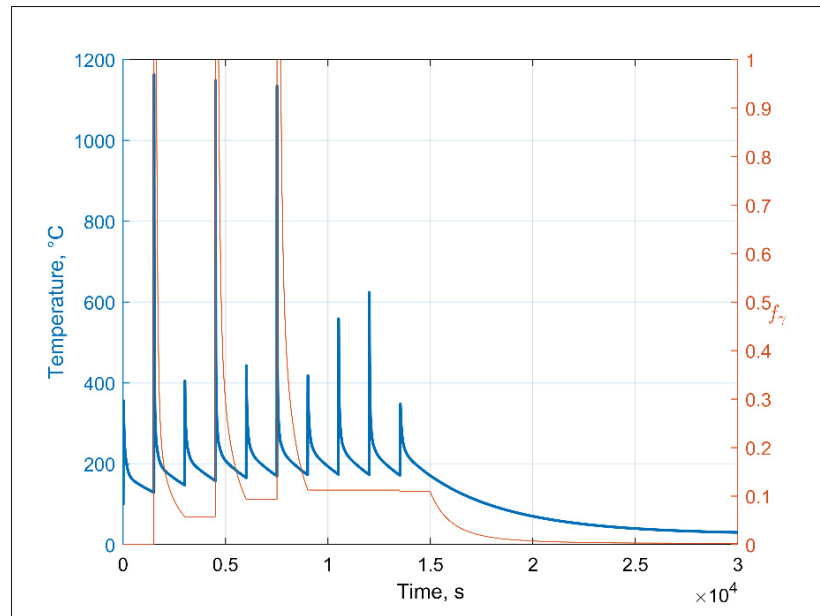


Figure 7.23 Évolution de la température et de la fraction transformée au noeud A

L'historique du point B est présenté à la figure 7.24. Celui-ci est plus éloigné de la ligne de fusion que le point A qui subit plusieurs austénitisations complètes. Son historique thermique présente toujours des hausses de température suffisantes pour amorcer la transformation austénitique. Cependant la température atteinte et le temps de maintien sont insuffisants pour former 100% d'austénite lors des dépôts des cordons 4 et 6. La transformation martensitique survenant durant l'entrepasse est toutefois incomplète.

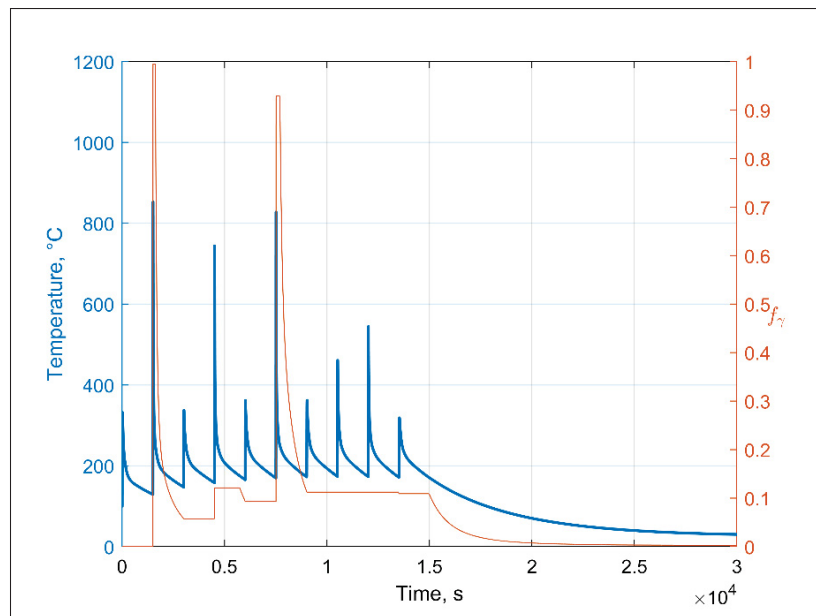


Figure 7.24 Évolution de la température et de la fraction transformée au noeud B

L'efficacité de la source de chaleur η et le coefficient de transfert de chaleur par convection h sont définis à partir de l'historique thermique enregistré au thermocouple 16 installé en surface sur le coin de la plaque. Ce thermocouple est moins affecté par la géométrie des sources de chaleur. La puissance de la source et les pertes convectives sont cependant significatives. La figure 7.25 montre l'historique thermique mesuré lors de l'essai de soudage instrumenté et une série de couples (η, h) . L'augmentation de l'efficacité thermique se traduit par une hausse de température trop importante. Un coefficient de perte convective se traduit par une accumulation de chaleur dans le modèle.

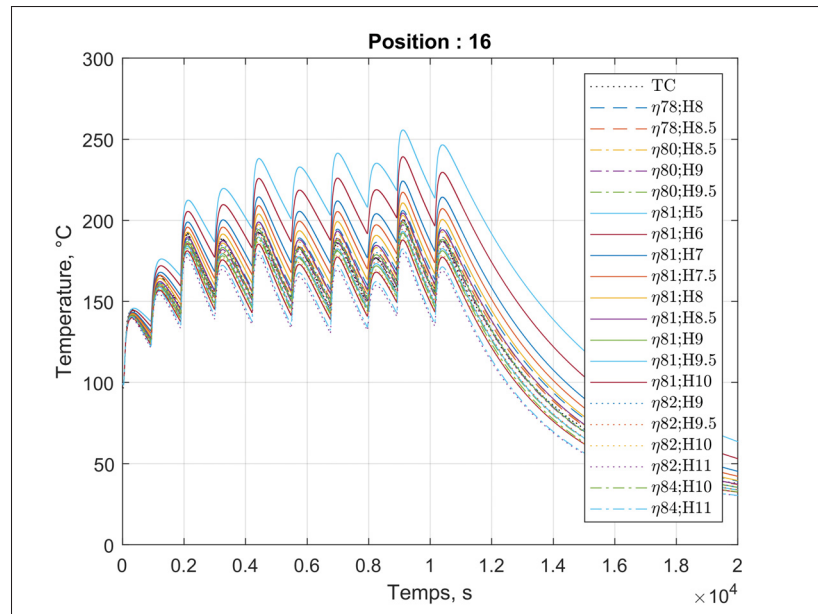


Figure 7.25 Historiques thermiques mesurés et simulés de couples d'efficacité de la source η et du coefficient de transfert de chaleur par convection h

Une surface d'optimisation est construite afin de minimiser l'écart moyen entre les historiques thermiques mesurés et simulés. Cette surface est présentée à la figure 7.26. Les points bleus représentent les couples (η, h) simulés de la figure 7.25. Le point rouge montre le couple minimisant l'écart entre les valeurs mesurées et simulées. Ainsi un facteur d'efficacité de la source η de $\approx 80.8\%$ et un coefficient de convection h de $8.7 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}$ sont privilégiés.

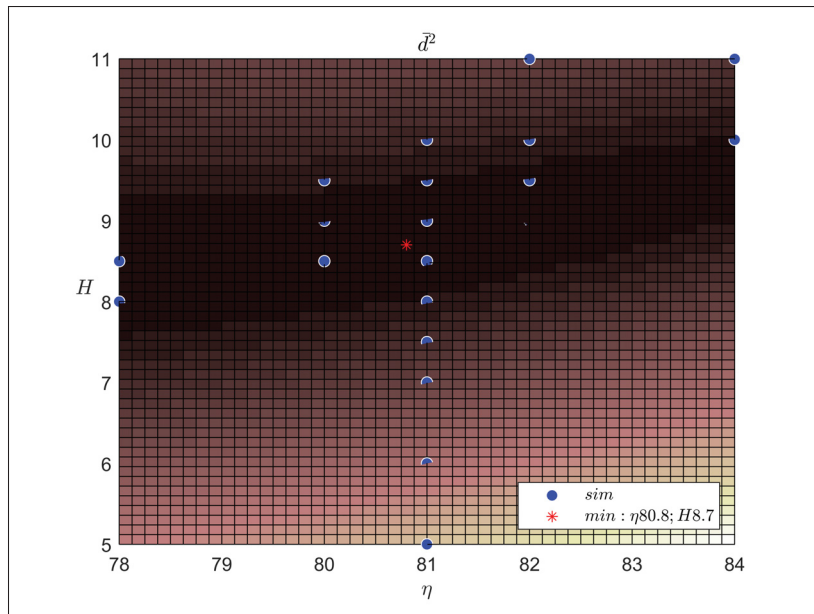


Figure 7.26 Détermination du couple d'efficacité de la source η et du coefficient de transfert de chaleur par convection h minimisant l'écart avec le l'historique thermique mesuré au thermocouple 16

Trois sources de chaleur sont définies pour réaliser le soudage. Ces sources présentent différentes géométries pour accommoder les cordons déposés au centre, à gauche où à droite de la rainure. Une approche itérative a permis de déterminer les dimensions du double ellipsoïde décrivant la source de chaleur et minimisant l'écart avec les mesures expérimentales. Pour chacun des cordons, l'évaluation est réalisée sur les valeurs de températures mesurées et simulées à l'emplacement des thermocouples représentatifs pour le cordon étudié. La position des thermocouples est disponible à l'annexe I. Les figures 7.27 et 7.28 donnent en exemple les historiques thermiques représentatifs lors du soudage des cordons 1 et 8 respectivement. L'ensemble des cordons sont disponibles à l'annexe II.

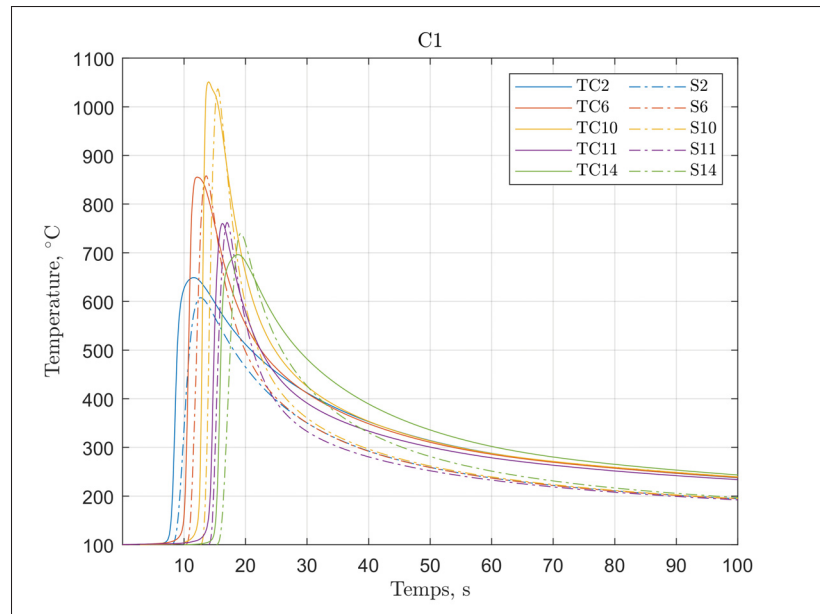


Figure 7.27 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés à la position des thermocouples 2, 6, 10, 11 et 14 lors du soudage du premier cordon de soudage

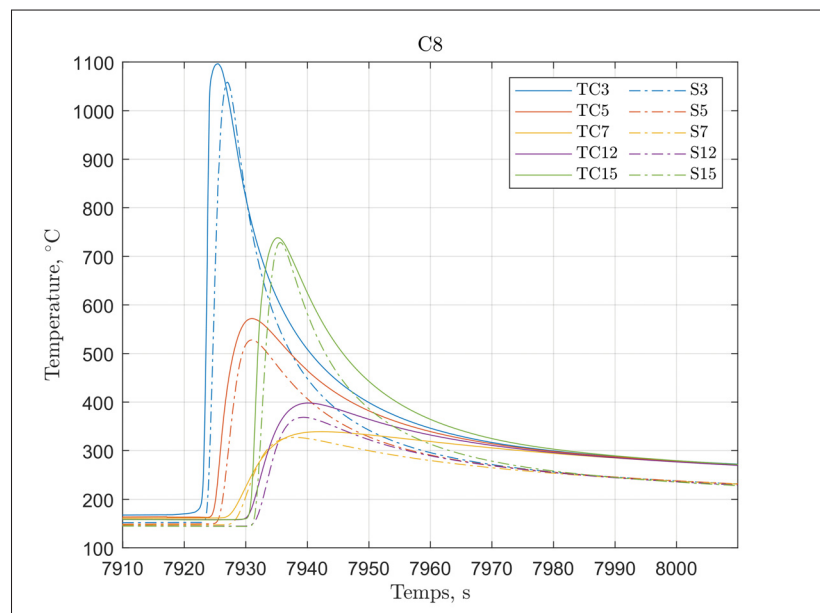


Figure 7.28 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés à la position des thermocouples 3, 5, 7, 12 et 15 lors du soudage du huitième cordon de soudage

Les paramètres définissant les sources de chaleur sont présentés dans le tableau 7.1. Ces paramètres permettent de réaliser la simulation avec un écart moyen de 6.26% sur les températures maximales atteintes lors du soudage des 10 cordons.

Tableau 7.1 Paramètres du modèle de Goldak pour la définition des sources de soudage
FCAW

Source #	a , mm	b , mm	c_f , mm	c_r , mm	f_f	f_r	η	V , V	I , A
1	4.25	1.75	6.0	24.0	0.6	1.4	0.808	28.4	268.0
2	6.5	0.05	6.0	24.0	0.6	1.4	0.808	28.4	268.0
3	4.0	1.0	12.0	36.0	0.6	1.4	0.808	28.4	268.0

La figure 7.29 superpose la zone de fusion et la ZAT obtenue par simulation avec une métallographie de la zone fondue. La ligne de fusion simulée correspond à l'isotherme de 1450°C alors que la limite de la ZAT correspond à l'isotherme de 600°C. Les résultats observés et mesurés se comparent avantageusement. La ligne de fusion simulée suit fidèlement la ligne observée à l'exception de la portion gauche du huitième cordon. Ceci peut être due à l'affaissement de la géométrie lors du soudage du sixième cordon qui n'est pas considéré avant le dépôt du huitième cordon.

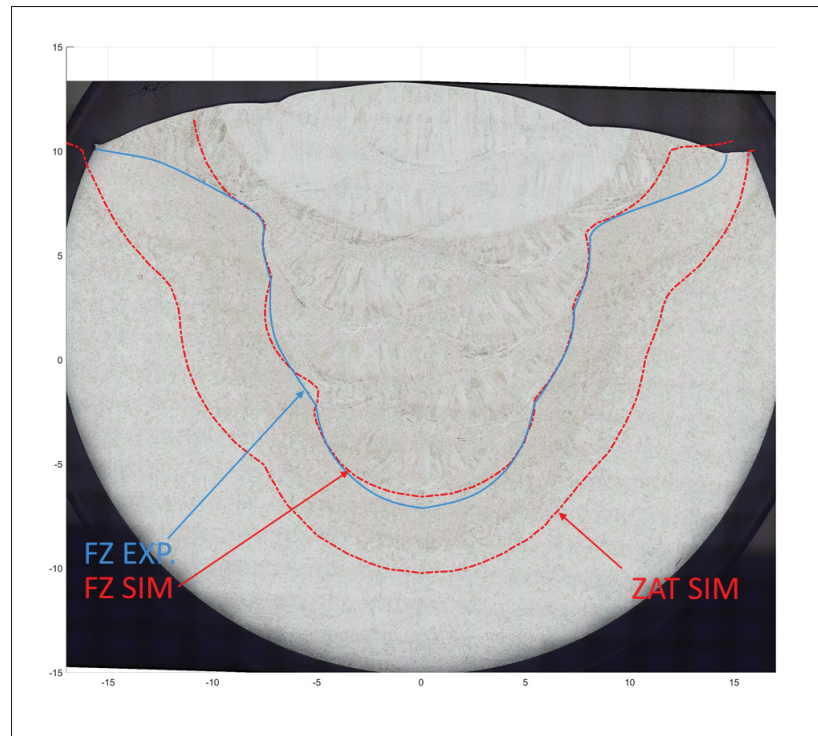


Figure 7.29 Comparaison de la zone de fusion observée par métallographie et la zone de fusion estimée par simulation

7.8 Mesures des contraintes résiduelles

La méthode du contour décrite à la section 4.6.2 est utilisée pour produire une distribution de contraintes résiduelles. La coupe étant faite transversalement au soudage, les contraintes mesurées sont parallèles à la direction du soudage. Après la coupe, les déplacements mesurés sont imposés aux noeuds du modèle d'éléments finis. La distribution des déplacements est présentée à la figure 7.30.

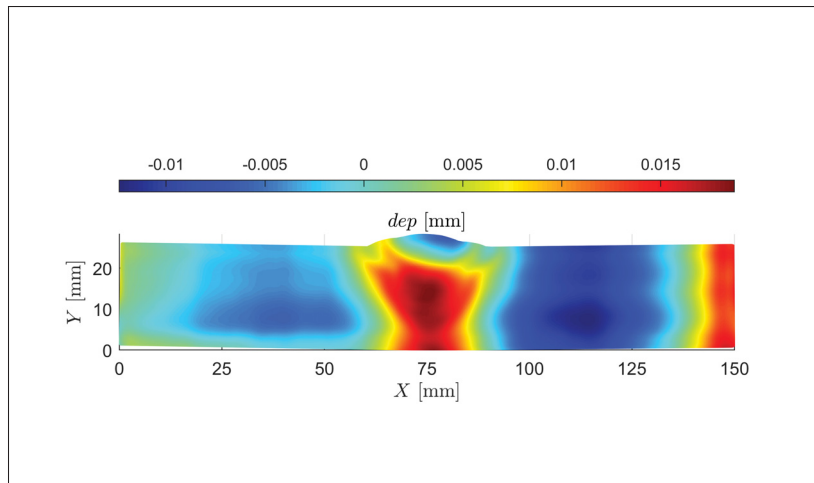


Figure 7.30 Distribution des déplacements imposés au modèle d'éléments finis pour le calcul des contraintes résiduelles de soudage

Le modèle d'éléments finis reproduit précisément la géométrie des surfaces mesurées. Il est composé de 56700 éléments prismatiques linéaires. La dimension maximale des éléments à la surface mesurée est inférieure à 1 mm. La longueur du modèle correspond à une demi-plaque, soit 80 mm. La figure 7.31 présente le maillage utilisé pour la méthode du contour.

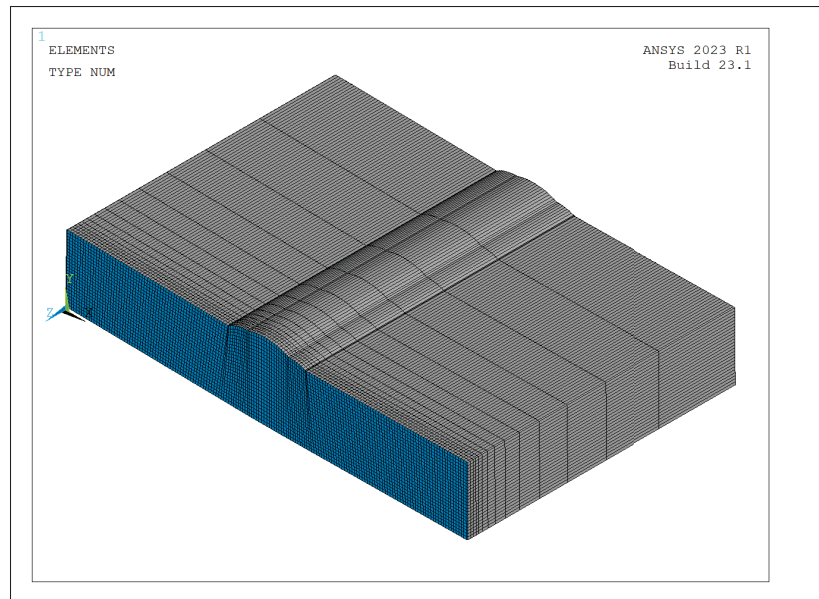


Figure 7.31 Maillage préparé pour le calcul d'éléments finis des contraintes résiduelles par la méthode du contour. Les déplacements sont imposés sur la surface bleue du modèle

Ce maillage ainsi que les déplacements sont introduits dans un programme de simulation développé spécifiquement pour la méthode du contour. Les degrés de liberté nécessaires pour éviter un déplacement de corps rigide sont bloqués. Le calcul est réalisé en utilisant un module d'élasticité de 200 GPa et un coefficient de Poisson de 0.3. Le résultat du calcul des contraintes est présenté à la figure 7.32. L'effet de la transformation martensitique observée au refroidissement du dernier cordon de soudage est très visible au centre et en surface. Tout autour, une région en tension correspond à la région de la zone affectée thermiquement n'ayant pas atteint une température suffisante pour former de l'austénite lors du dépôt de ce dernier cordon. Plus loin vers l'extérieur, une portion de la zone de compression des cordons numéro 8 et 9 reste visible. Enfin, le centre et la périphérie de la soudure présentent des contraintes résiduelles de tension. Le maximum de tension est calculé au centre de l'assemblage à 363 MPa. L'amplitude de contrainte de compression maximale est calculée au centre du dernier cordon avec une valeur de -285 MPa. Une zone de contrainte en compression encercle la zone soudée afin d'équilibrer les contraintes sur la surface.

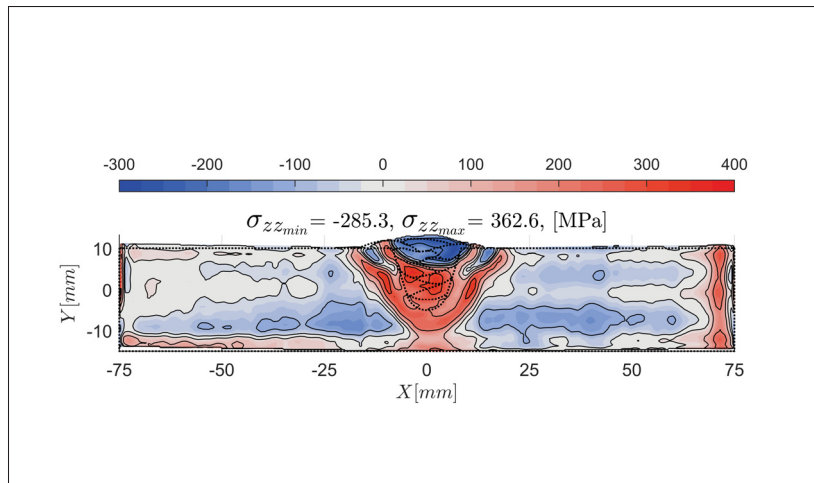


Figure 7.32 Distribution des contraintes résiduelles obtenue par la méthode du contour

7.9 Conclusion

Ce chapitre a présenté différents résultats de caractérisations de matériaux ayant pour but d'alimenter les simulations du soudage. L'intégration des modèles de transformation de phase présentée dans le chapitre 5 requiert de déterminer les propriétés thermophysiques effectives. Il est conséquemment nécessaire de caractériser ces propriétés individuellement pour chacune des phases. Ainsi les données de la chaleur spécifique, de la conductivité thermique, du coefficient de dilatation thermique et de la densité ont été présentées. De plus, l'analyse de la capacité calorifique mesurée a permis de mesurer la chaleur latente de transformation de phase des deux matériaux à l'étude et de considérer son effet dans la simulation thermique du soudage. La consolidation du matériau a aussi fait l'objet de caractérisations pour chacune des phases. Ces relations sont nécessaires pour alimenter le modèle constitutif de la plasticité utilisé dans la simulation mécanique. Les mesures ont permis de valider l'hypothèse que les propriétés élastiques des phases austénitiques et martensitiques sont semblables.

Les résultats de la simulation thermique de l'essai de soudage instrumenté présenté à la section 4.6.1 ont corroboré les mesures expérimentales de deux façons. Après la calibration des sources de soudage, les historiques thermiques simulés sont en accord avec les historiques mesurés

expérimentalement. L'étendue des zones fondue et affectée thermiquement identifiées à la fin du soudage corrobore aussi les résultats numériques. Enfin, la mesure des contraintes résiduelles par la méthode du contour permettra de valider la simulation de la distribution des contraintes résiduelles dans un matériau à changement de phase.

CONCLUSION

Ce travail a permis de développer une approche intégrée pour la simulation des contraintes résiduelles dans les soudures d'aciers inoxydables martensitiques 13Cr-4Ni en considérant les transformations de phases et la plasticité induite par transformation (TRIP). Après avoir établi le contexte industriel lié à la réparation des turbines hydrauliques et aux enjeux de fatigue, une revue de littérature a mis en évidence le manque de modèles calibrés pour ces aciers et l'absence fréquente de la plasticité induite par la transformation de phase dans les études publiées dans la littérature.

Avec l'intention de répondre à ces lacunes, des modèles de transformation de phase austénitique et martensitique ont été intégrés à la simulation thermique du soudage. De plus, les transformations de phases sont désormais considérées dans le développement du modèle de plasticité et l'expression du module tangent a été développée. De plus, la plasticité de transformation a été intégrée à l'algorithme de simulation structurale.

Le premier article est dédié à la caractérisation expérimentale des paramètres des modèles des cinétiques de transformation austénitique et martensitique. Dans le contexte du soudage, il permet une modélisation fidèle des transformations de phases lorsque le matériau est soumis aux cycles thermiques du soudage.

Le deuxième article se concentre sur l'évaluation des propriétés des matériaux et des paramètres nécessaires pour la modélisation de la plasticité de transformation. Les travaux expérimentaux qui y sont décrits permettent la modélisation de cette composante de déformation et ont aussi permis de mettre en évidence l'effet de l'application d'une contrainte sur la cinétique de transformation. Les propriétés thermophysiques et mécaniques en phase martensitique et austénitique des matériaux (chaleur spécifique, diffusivité, dilatation, densité, comportement en traction) ont été mesurées. Ces propriétés permettent la simulation du soudage des aciers inoxydables martensitiques étudiés. Un essai de soudage instrumenté de thermocouples permet de vérifier la calibration des paramètres de soudage et des conditions aux frontières du modèle. Cette

simulation thermique sert d'intrant à la simulation structurale qui peut être validée par la mesure des contraintes résiduelles de soudage utilisant la méthode du contour.

Ces avancées permettent une prédiction plus réaliste des contraintes résiduelles et ouvrent la voie à une meilleure compréhension de l'effet des contraintes résiduelles sur la propagation des fissures de fatigues et sur l'optimisation des procédures de soudage pour améliorer la durée de vie des turbines hydrauliques.

RECOMMANDATIONS

Cette thèse représente l'aboutissement d'un travail mené sur plusieurs années. Bien que de nombreux objectifs aient été atteints, certains aspects mériteraient encore d'être approfondis afin d'améliorer la représentation du comportement des matériaux dans le contexte du soudage d'aciers 13Cr-4Ni. Voici quelques pistes pour poursuivre ces recherches :

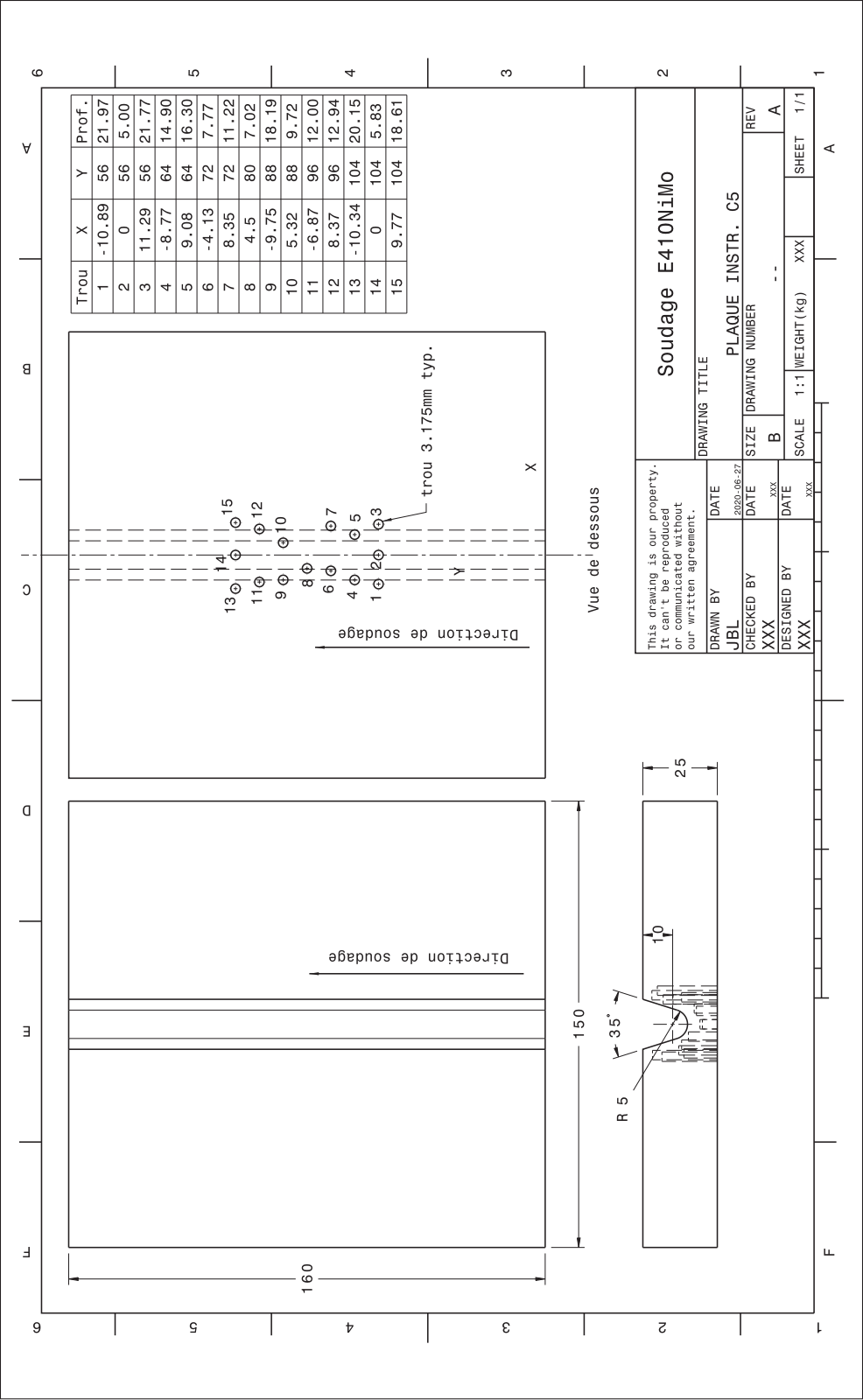
- Les développements nécessaires à l'intégration des transformations de phases et de la plasticité de transformation ont été ajoutés au logiciel de simulation du soudage. Toutefois, certains ajustements restent à effectuer pour finaliser les validations. Il est donc recommandé de compléter l'implantation.
- La calibration des sources de soudage représente un travail fastidieux. Le contexte de la présente étude demandait de déterminer avec précision les paramètres permettant la simulation des historiques thermiques mesurés. La définition d'une seule source aurait été préférable, mais la définition de trois sources de chaleur a été nécessaire pour obtenir des résultats satisfaisant comparables aux mesures expérimentales. Il est recommandé de développer une stratégie intégrant des outils d'optimisation pour la définition de paramètres des sources de chaleur.
- Les effets de la viscoplasticité n'ont pas été pris en compte dans ce travail. Cette hypothèse simplifiait un problème très complexe avec la prise en charge des transformations de phases et de la plasticité de transformation. L'hypothèse est cependant légitime dans le contexte du soudage. Considérer les effets de la viscoplasticité dans le modèle constitutif permettrait de simuler la redistribution des contraintes résiduelles lors du traitement thermique post-soudage. La distribution de contraintes ainsi obtenues correspondrait à celles des turbines nouvellement fabriquées lorsqu'elles sont exploitées, après un traitement thermique post-soudage appliqué sur la roue entière.
- Lors du traitement thermique post-soudage des aciers 13Cr4Ni, la température atteinte et la durée du temps de maintien favorise la formation d'une austénite retenue, stable à

température ambiante. Cette austénite permet entre autres d'augmenter la résilience de l'acier. Le développement de modèles constitutifs intégrant la stabilité de l'austénite retenue améliorerait la justesse des simulations (Hosseini *et al.*, 2024).

- Dans ce travail, une loi de mélange proportionnelle aux fractions des phases est considérée pour le calcul des propriétés thermophysiques des matériaux. Cette loi de mélange peut aussi constituer une première approximation pour les propriétés mécaniques. Des travaux devraient être dirigés afin de valider cette hypothèse.

ANNEXE I

DESSIN DE FABRICATION DE LA PLAQUE INSTRUMENTÉE POUR LE SOUDAGE



ANNEXE II

COMPARAISON DES PROFILS THERMIQUES MESURÉS ET SIMULÉS POUR CHACUN DES CORDONS

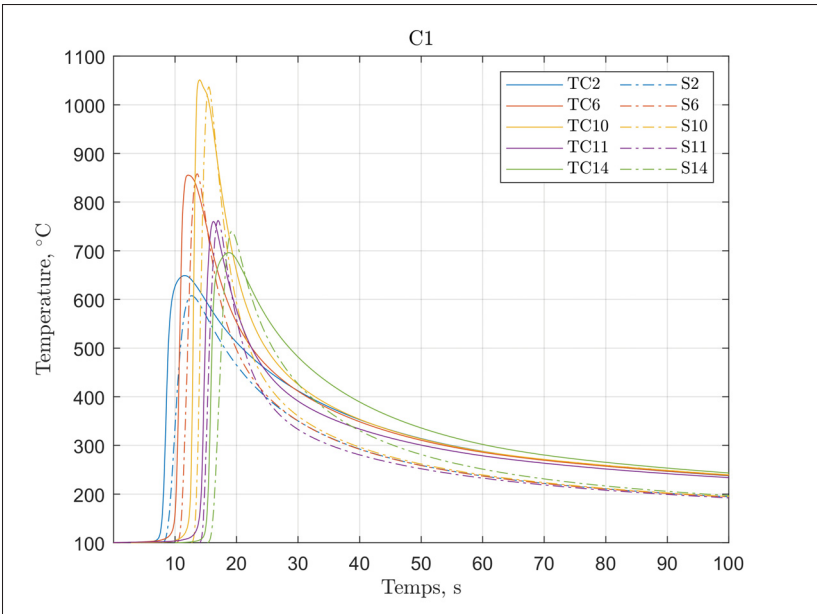


Figure-A II-1 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #1

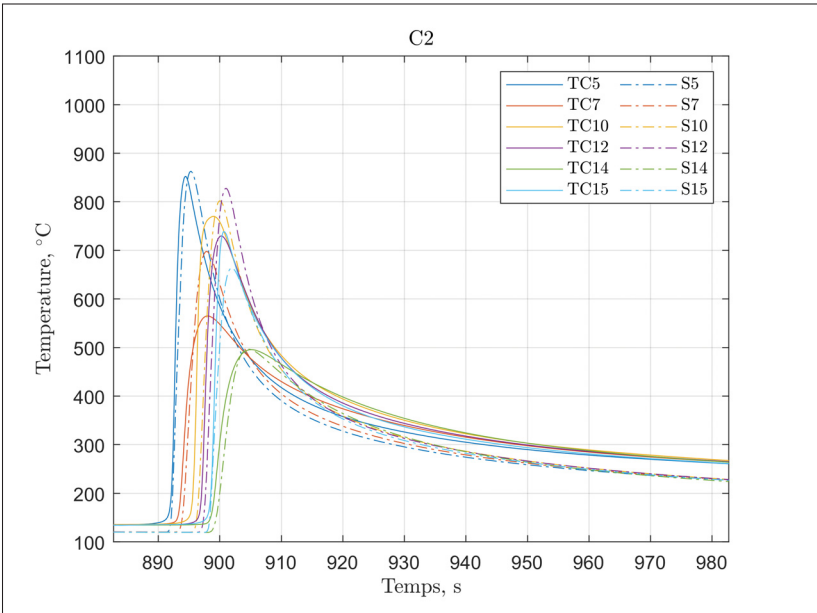


Figure-A II-2 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #2

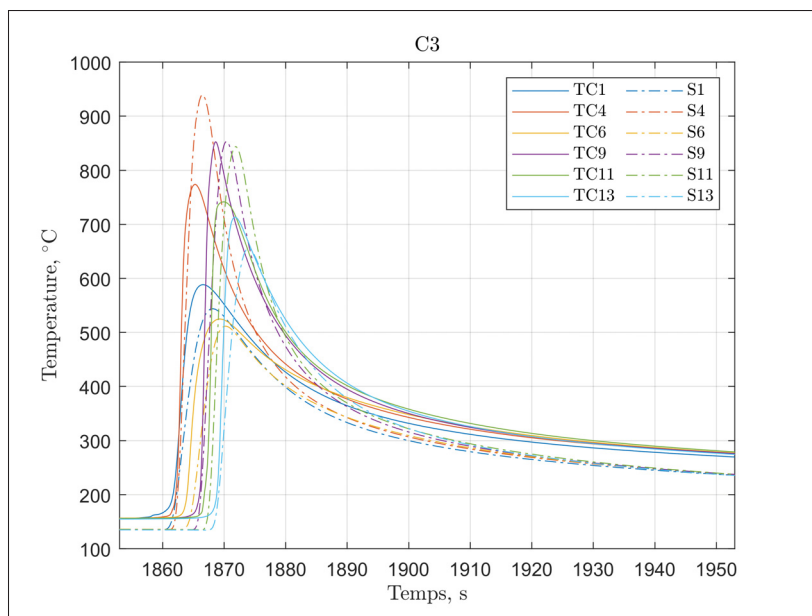


Figure-A II-3 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #3

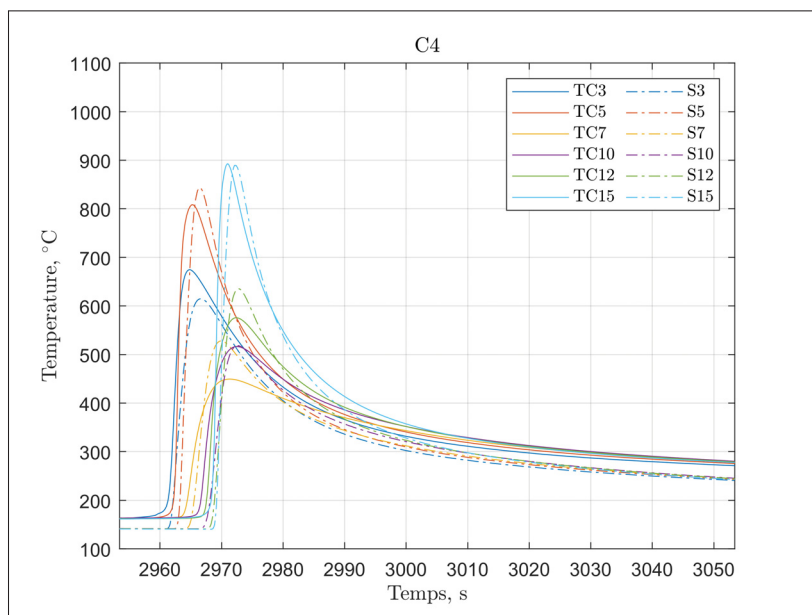


Figure-A II-4 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #4

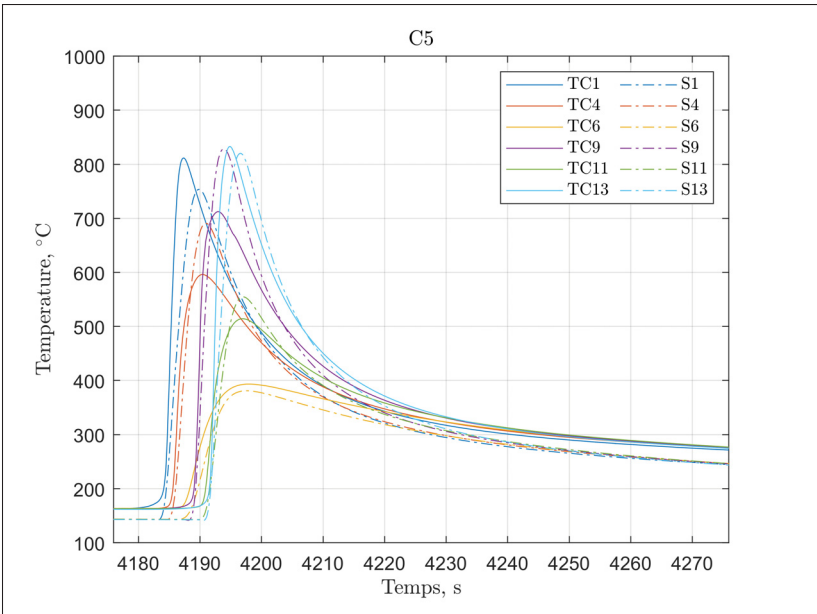


Figure-A II-5 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #5

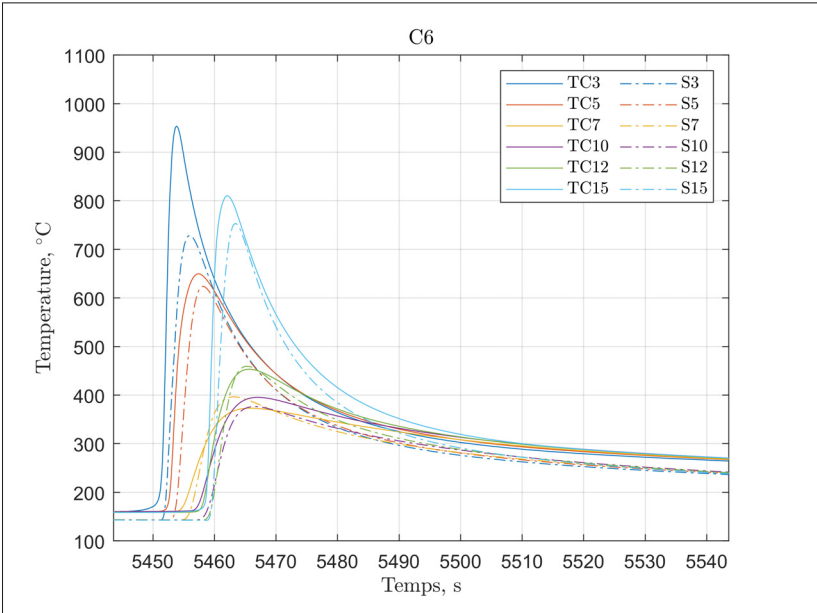


Figure-A II-6 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #6

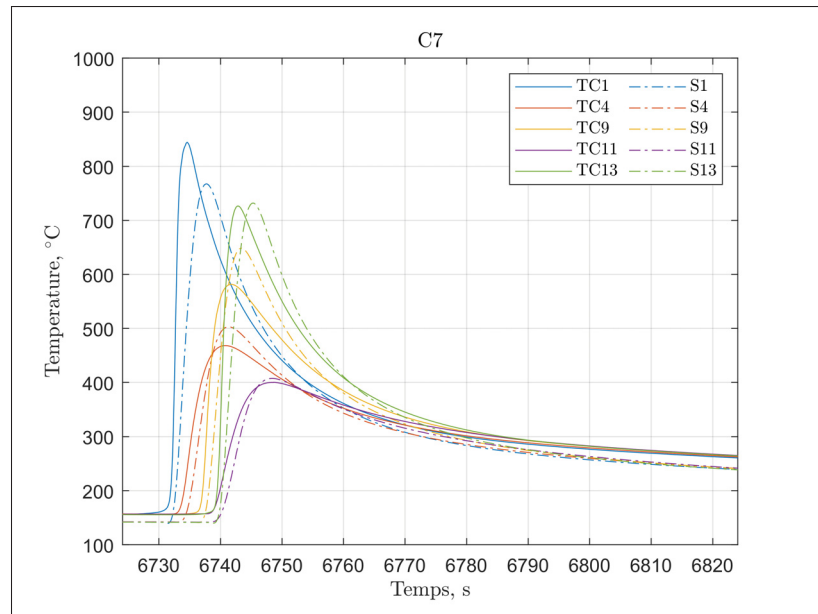


Figure-A II-7 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #7

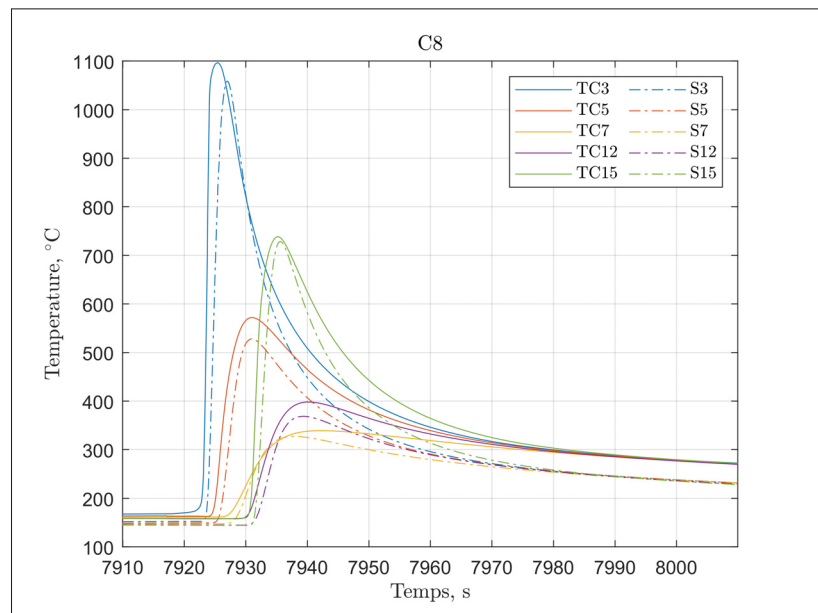


Figure-A II-8 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #8

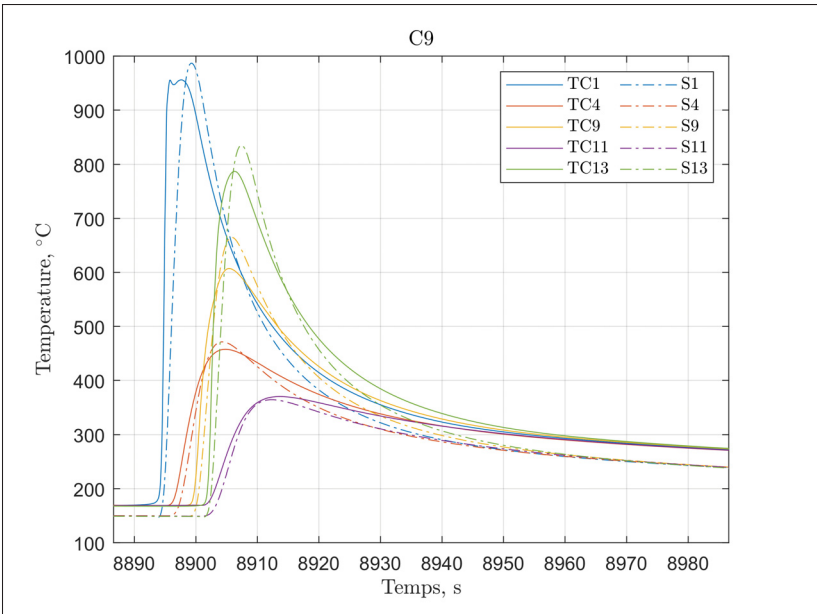


Figure-A II-9 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #9

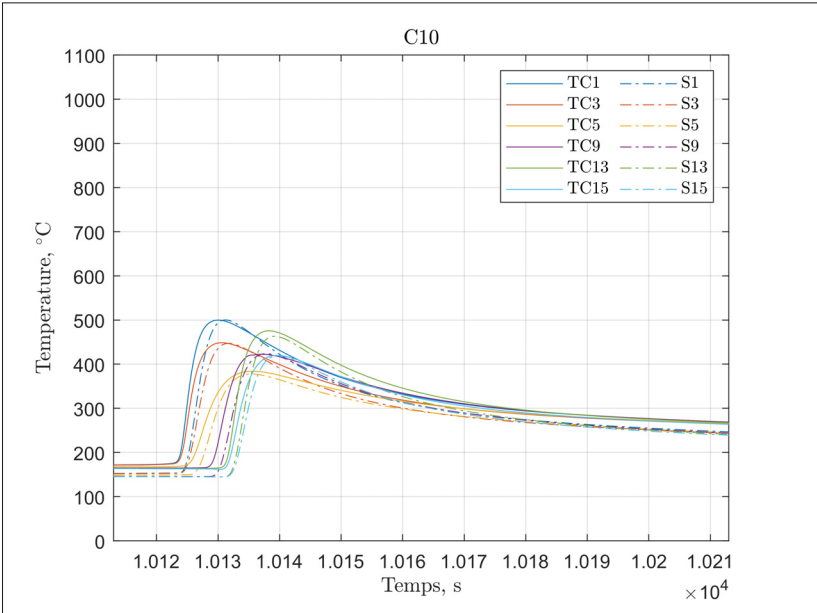


Figure-A II-10 Comparaison des historiques thermiques simulés et mesurés aux thermocouples d'intérêts lors du soudage du cordon #10

BIBLIOGRAPHIE

- Amrei, M., Monajati, H., Thibault, D., Verreman, Y. & Bocher, P. (2016). Effects of Various Post-Weld Heat Treatments on Austenite and Carbide Formation in a 13Cr4Ni Steel Multipass Weld. *Metallography, Microstructure, and Analysis*, 5, 50-61.
- ASME BPVC.II.C-2021. (2021). *ASME Boiler and Pressure Vessel Code SECTION II Part C Specifications for Welding Rods, Electrodes, and Filler Metals*. New York, NY.
- ASTM A240 / A240M-18. (2018). *Standard Specification for Chromium and Chromium-Nickel Stainless Steel Plate, Sheet, and Strip for Pressure Vessels and for General Applications*. West Conshohocken, PA.
- ASTM A27/A27M-20. (2020). *Standard Specification for Steel Castings, Carbon, for General Application*. West Conshohocken, PA.
- ASTM E8/E8M-22. (2022). *Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials*. West Conshohocken, PA.
- Avrami, M. (1939). Kinetics of phase change. I : General theory. *The Journal of Chemical Physics*, 7(12), 1103–1112.
- AWS A5.22/A5.22M :2024. (2024). *Specification for Stainless Steel Flux Cored and Metal Cored Welding Electrodes and Rods*. Danvers, MA.
- Babu, K. & Prasanna Kumar, T. (2014). Comparison of Austenite Decomposition Models During Finite Element Simulation of Water Quenching and Air Cooling of AISI 4140 Steel. *Metallurgical and Materials Transaction B*, 45B, 1530-544.
- Baillargeon, C., Lantaigne, J., Paquet, D. & Lévesque, J.-B. (2015). *Mesures des propriétés thermiques et thermomécaniques des matériaux utilisés pour la fabrication et la réparation des turbines hydrauliques* (Rapport n°IREQ-2015-0134).
- Barmak, K. (2010). A Commentary on : Reaction Kinetics in Processes of Nucleation and Growth. *Metallurgical and Materials Transaction A*, 41A, 2711-775.
- Beghini, M. & Bertini, L. (1990). Fatigue crack propagation through residual stress fields with closure phenomena. *Engineering Fracture Mechanics*, 36, 379-387.
- Belytschko, T., Liu, W. K. & Moran, B. (2000). *Nonlinear finite elements for continua and structures*. Chichester : John Wiley.

- Bojack, A., Zhao, L., Morris, P. F. & Sietsma, J. (2016). Austenite Formation from Martensite in a 13Cr6Ni2Mo Supermartensitic Stainless Steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 47, 1996–2009.
- Bouffard, D. & Lanteigne, J. (2017). *Détermination de l'historique thermique du passage d'un arc de soudage par la méthode des éléments finis* (Rapport n°IREQ-2004-158). Varennes, Québec.
- Bueckner, H. F. (1958). The propagation of cracks and the energy of elastic deformation. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 80, 1225-1230.
- Capdevilla, C., Caballero, F. & García De Andrés, C. (2002). Determination of Ms Temperature in Steels : A Bayesian Neural Network Model. *ISIJ International*, 42, 894-902.
- Christian, J. (2002). *The Theory of Transformations in metals and Alloys* (éd. 3). Oxford, UK : Pergamon.
- Coroas, C., Viéitez, I., Martín, E. & Román, M. (2023). Numerical Modeling for the Prediction of Microstructure and Mechanical Properties of Quenched Automotive Steel Pieces. *Materials*, 16(11), 4111.
- Côté, M. (2007). *Etude des Cinétiques de transformation de phase d'un acier inoxydable martensitique 13%Cr-4%Ni*. (Mémoire de maîtrise, Ecole de technologie supérieure, Montréal, Ca).
- Deng, D. (2009). FEM prediction of welding residual stress and distortion in carbon steel considering phase transformation effects. *Materials and Design*, 30, 359-366.
- Denis, S., Simon, A. & Beck, G. (1982). Estimation of the Effect of Stress/Phase Transformation Interaction when Calculating Internal Stress during Martensitic Quenching of Steel :. *Transactions of the Iron and Steel Institute of Japan*, 22(7), 504–513.
- Denis, S., Gautier, E., Simon, A. & Beck, G. (1985). Stress-phase-transformation interactions - basic principles, modelling, and calculation of internal stresses. *Materials Science and Technology*, 1(10), 805–814.
- Denis, S., Sjostrom, S. & Simon, A. (1987). Coupled Temperature, Stress, Phase Transformation Calculation ; Model Numerical Illustration of the Internal Stresses Evolution During Cooling of a Eutectoid Carbon Steel Cylinder. *Metallurgical transactions. A, Physical metallurgy and materials science*, 18 A(7), 1203–1212.

- Deschênes, P.-A., Lanteigne, J., Verreman, Y., Paquet, D., Lévesque, J.-B. & Brochu, M. (2017). A new experimental method to study the influence of welding residual stresses on fatigue crack propagation. *International Journal of Fatigue*, 100, 444-452.
- Elmer, J., Palmer, T., Zhang, W., Wood, B. & DebRoy, T. (2003). Kinetic modelling of phase transformations occurring in the HAZ of C-Mn steel welds based on direct observations. *Acta Materialia*, 51, 3333-49.
- Ferro, P., Porzner, H., Tiziani, A. & Bonollo, F. (2006). The influence of phase transformations on residual stresses induced by the welding process ?3D and 2D numerical models. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 14, 117-136.
- Ferro, P., Porzner, H., Tiziani, A. & Bonollo, F. (2012). Influence of phase transformations on the asymptotic residual stress distribution arising near a sharp V-notch tip. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 20, 085003.
- Fischer, F. D., Sun, Q.-P. & Tanaka, K. (1996). Transformation-Induced Plasticity (TRIP). *Applied Mechanics Reviews*, 49(6), 317-364.
- Fischer, F. D., Reisner, G., Werner, E., Tanaka, K., Cailletaud, G. & Antretter, T. (2000). A new view on transformation induced plasticity (TRIP). *International Journal of Plasticity*, 16(7-8), 723-748.
- Folkhard, E. (1988). *Welding metallurgy of stainless steels*. Berlin : Springer-Verlag.
- Gendron, M. (2018). 'Modélisation électro-magnéto-thermique et optimisation des paramètres de chauffe d'un nouveau système de traitement thermique par induction robotisé'. (Thèse de doctorat, ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE).
- Godin, S., Boudreault, E., Lévesque, J.-B. & Hazel, B. (2013). On-site postweld heat treatment of welds made of 410NiMo steel. *Materials Science and Technology Conference and Exhibition 2013*, 4, 754-765.
- Godin, S., Lévesque-Tremblay, C., Lapointe, A. & Hovington, P. (2017). *Étude préliminaire : Effet de la température d'austénitisation sur les propriétés mécaniques et la microstructure de deux aciers de type 13%Cr-4%Ni utilisés dans la fabrication de roues de turbines hydrauliques* (Rapport n°IREQ-2017-0059). Varennes, Québec.
- Goldak, J., Chakravarti, A. & Bibby, M. (1984). A new finite element model for welding heat sources. *Metallurgical Transaction B*, 15, 299-305.
- Greenwood, G. & Johnson, R. (1965). The Deformation of Metals Under Small Stresses During Phase Transformations. *Proceedings of the Royal Society*, 283, 403-422.

- Gysel, W., Gerber, E. & Trautwein, A. (1982). CA6NM : New Developpments Based on 20 Year's Experience. *Stainless Steel Castings, ASTM STP756*, pp. 403-435.
- Hensel, J., Nitschke-Pagel, T., Tchoffo Ngoula, D., Beier, H.-T., Tchuindjang, D. & Zerbst, U. (2018). Welding residual stresses as needed for the prediction of fatigue crack propagation and fatigue strength. *Engineering Fracture Mechanics*, 198, 123 – 141.
- Hosseini, M. M., Lanteigne, J., Baillargeon, C., Jahazi, M. & Champlaud, H. (2024). Development of a Flow Rule Based on a Unified Plasticity Model for 13Cr-4Ni Low-Carbon Martensitic Stainless Steel Subject to Post-Weld Heat Treatment. *Metals*, 14(7).
- Huo, Y., Liu, Y., Zuo, S., Wang, B. & Li, Q. (2023). Prediction and experimental verification of phase transformation plasticity. *Materials Today Communications*, 36, 106769.
- Itoh, Y. Z., Suruga, S. & Kashiwaya, H. (1989). Prediction of fatigue crack growth rate in welding residual stress field. *Engineering Fracture Mechanics*, 33, 397-407.
- Iwabuchi, Y. & Sawada, S. (1982). Metallurgical Characteristics of a Large Hydraulic Runner Casting of Type 13Cr-Ni Stainless Steel. *Stainless Steel Castings, ASTM STP756*, pp. 332-354.
- Jiang, W., Chen, W., Woo, W., Tu, S.-T., Zhang, X.-C. & Em, V. (2018). Effects of low-temperature transformation and transformation-induced plasticity on weld residual stresses : Numerical study and neutron diffraction measurement. *Materials and Design*, 147, 65 – 79.
- Johnson, W. A. & Mehl, R. F. (1939). Reaction kinetics in processes of nucleation and growth. *Trans. AIME*, 135(8), 396–415.
- Jones, K. W. & Dunn, M. (2008). Fatigue crack growth through a residual stress field introduced by plastic beam bending. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 31(10), 863 – 875.
- Kissinger, H. (1957). Reaction kinetics in differential thermal analysis. *Analytical Chemistry*, 29, 1702-1706.
- Koistinen, D. & Marburger, R. (1959). A general equation prescribing the extent of the austenite-martensite transformation in pure iron-carbon alloys and plain carbon steels. *Acta Metallurgica*, 7, 59–60.
- Kolmogorov, A. (1937). On the static theory of metal crystallization. *Izv Akad Nauk USSR Ser Fiz*, 3, 355–9.

- Kruger, P. (1993). On The Relation Between Non-Isothermal and Isothermal KJMA Crystallization Kinetics. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 54, 1549-555.
- Lanteigne, J., Lalonde, S., Baillargeon, C. & Fihey, J.-L. (1998). *Mesures de contraintes résiduelles de soudage sur la roue Francis du groupe #10 de la centrale de Beauharnois* (Rapport n°IREQ-1998-209C). Varennes, Québec.
- Leblond, J.-B., Mottet, G., Devaux, J. & Devaux, J.-C. (1984). Mathematical Models of Anisothermal Phase Transformations in Steels, and Predicted Plastic Behaviour. *Materials Science and Technology*, 1(10), 815–822.
- Leblond, J. (1989). Mathematical modelling of transformation plasticity in steels II : Coupling with strain hardening phenomena. *International Journal of Plasticity*, 5(6), 573 – 591.
- Leblond, J. & Devaux, J. (1984). A new kinetic model for anisothermal metallurgical transformations in steels including effect of austenite grain size. *Acta Metallurgica*, 32, 137–146.
- Leblond, J., Devaux, J. & Devaux, J. (1989). Mathematical modelling of transformation plasticity in steels I : Case of ideal-plastic phases. *International Journal of Plasticity*, 5(6), 551 – 572.
- Lee, S.-J. & Van Tyne, C. (2012). A Kinetics Model for Martensite Transformation in Plain Carbon and Low-Alloyed Steel. *Metallurgical and Materials Transaction A*, 43A, 422-27.
- Liljedahl, C., Zanellato, O., Fitzpatrick, M., Lin, J. & Edwards, L. (2010). The effect of weld residual stresses and their re-distribution with crack growth during fatigue under constant amplitude loading. *International Journal of Fatigue*, 32(4), 735 – 743.
- Lindgren, L.-E. (2006). Numerical modelling of welding. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(48-49), 6710 – 6736.
- Lippold, C. & Kotecki, D. (2005). *Welding Metallurgy and Weldability of Stainless Steels*. Hoboken, NJ : John Wiley & sons.
- Liu, L. & Guo, B. (2021). Dilatometric analysis and kinetics research of martensitic transformation under a temperature gradient and stress. *Materials*, 14(23), 7271.
- Lévesque, J., Lanteigne, J., Champiaud, H. & Paquet, D. (2020). Modeling Solid-State Phase Transformations of 13Cr-4Ni Steels in Welding Heat-Affected Zone. *Metallurgical and Materials Transactions A : Physical Metallurgy and Materials Science*, 51(3), 1208 – 1220.

- Lévesque, J.-B., Lantaigne, J. & Paquet, D. (2015). *Programme de calcul des contraintes résiduelles par la méthode du contour* (Rapport n°IREQ-2013-0137).
- Magee, C. (1966). *Transformation Kinetics, Microplasticity and Aging of Martensite in Fe-31Ni*. (Thèse de doctorat, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA,).
- Mittemeijer, E., Cheng, L., Van Der Schaaf, P., Brakman, C. & Korevaar, B. (1986a). Analysis of Nonisothermal Transformation Kinetics ; Tempering of Iron-Carbon and Iron-Nitrogen Martensites. *Metallurgical transactions. A*, 19A, 925-932.
- Mittemeijer, E., Van Gent, A. & Van Der Schaaf, P. (1986b). Analysis of transformation kinetics by nonisothermal dilatometry. *Metallurgical Transactions A*, 17(8), 1441-1445.
- Neubert, S., Pittner, A. & Rethmeier, M. (2016). Experimental determination of TRIP-parameter K for mild- and high-strength low-alloy steels and a super martensitic filler material. *SpringerPlus*, 5(1), 754.
- Paquet, D., Lantaigne, J., M., B. & Baillargeon, C. (2014). Characterizing the effect of residual stresses on high cycle fatigue (HCF) with induction heating treated stainless steel specimens. *International Journal of Fatigue*, 59, 90-101.
- Paquet, D., Lantaigne, J. & Jean-Benoit, L. (2013). *Simulation thermomécanique du soudage par la méthode des éléments finis. Partie 1 : Développement du modèle numérique et analyse de ses performances* (Rapport n°IREQ-2015-0054).
- Piekarska, W., Kubiak, M. & Bokota, A. (2011). Numerical simulation of thermal phenomena and phase transformations in laser-arc hybrid welded joints. *Archives of Metallurgy and Materials*, 56, 409-421.
- Prime, M. (2001). Cross-sectional mapping of residual stresses by measuring the surface contour after a cut. *Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME*, 123(2), 162–168.
- Prime, M., Sebring, R., Edwards, J., Hughes, D. & Webster, P. (2004). Laser surface-contouring and spline data-smoothing for residual stress measurement. *Experimental Mechanics*, 44(2), 176–184.
- Rikken, M., Pijpers, R., Slot, H. & Maljaars, J. (2018). A combined experimental and numerical examination of welding residual stresses. *Journal of Materials Processing Technology*, 261, 98 – 106.

- Sarafan, S., Lévesque, J.-B., Wanjara, P., J., G. & Champliand, H. (2016). Distortion and residual stresses in electron beam welded hydroelectric turbine materials. *Science and Technology of Welding and Joining*, 21, 473-478.
- Savaria, V., Bridier, F. & Bocher, P. (2016). Predicting the effects of material properties gradient and residual stresses on the bending fatigue strength of induction hardened aeronautical gears. *International Journal of Fatigue*, 85, 70 – 84.
- Smith, M. C. & Smith, A. C. (2009a). NeT bead-on-plate round robin : Comparison of transient thermal predictions and measurements. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 86(1), 96–109.
- Smith, M. C. & Smith, A. C. (2009b). NeT bead-on-plate round robin : Comparison of residual stress predictions and measurements. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 86(1), 79–95.
- Song, Y., Ping, D., Yin, F., Li, X. & Li, Y. (2010). Microstructural evolution and low temperature impact toughness of a Fe 13 *Materials Science and Engineering : A*, 527, 614-618.
- Starink, M. & Zahra, A.-M. (1997). An analysis method for nucleation and growth controlled reactions at constant heating rate. *Thermochim Acta*, 292, 158-169.
- Sun, J., Hensel, J., Klassen, J., Nitschke-Pagel, T. & Dilger, K. (2019). Solid-state phase transformation and strain hardening on the residual stresses in S355 steel weldments. *Journal of Materials Processing Technology*, 265, 173 – 184.
- Taleb, L. & Sidoroff, F. (2003). A micromechanical modeling of the Greenwood-Johnson mechanism in transformation induced plasticity. *International Journal of Plasticity*, 19(10), 1821–1842.
- Taleb, L., Duchaussoy, A. & Jimenez, J. (2023). Transformation induced plasticity in ferritic steels : New experiments and updated modeling. *International Journal of Plasticity*, 171, 103775.
- Tanaka, K., Terasaki, T., Goto, S., Antretter, T., Fischer, F. & Cailletaud, G. (2003). Effect of back stress evolution due to martensitic transformation on iso-volume fraction lines in a Cr–Ni–Mo–Al–Ti maraging steel. *Materials Science and Engineering : A*, 341(1), 189-196.
- Thibault, D., Bocher, P. & Thomas, M. (2009). Residual stress and microstructure in welds of 13%Cr-4%Ni martensitic stainless steel. *Journal Material Processing Technology*, 209, 2195-202.

- Thibault, D., Bocher, P., Thomas, M., Gharghour, M. & Côté, M. (2010). Residual Stress Characterization in Low Transformation Temperature 13%Cr-4%Ni stainless steel weld by neutron diffraction and the contour method. *Materials Science and Engineering : A*, 527, 6205-10.
- Tireh-Dast, M. (2015). *Finite element modelling of the heat source during welding of 415 steel joints (13%CR-4%NI) with the robotic FCAW*. (Mémoire de maîtrise, École de technologie supérieure, Montréal, Ca).
- Touloukian, Y. & Ho, C. (1979). *Thermophysical Properties of Matter*. New York, N.Y. : Plenum Publishing Corporation.
- Trudel, A., Sabourin, M., M., L. & M., B. (2014). Fatigue crack growth in the heat affected zone of a hydraulic turbine runner weld. *International Journal of Fatigue*, 66, 39-46.
- Ueda., Y. & Yamakawa, T. (1971). Analysis of Thermal Elastic-Plastic Stress and Strain during Welding by Finite Element Method. *Transactions of the Japan Welding Society*, 2(2), 186-196.
- van Bohemen, S. M. C. & Sietsma, J. (2009). Effect of composition on kinetics of athermal martensite formation in plain carbon steels. *Material Science and Technology*, 25, 1009-012.
- Videau, J., Cailletaud, G. & Pineau, A. (1994). Modelisation des effets mecaniques es transformations de phases pour le calcul de structures. 4(3), 227-232.
- Weisz-Patrault, D. (2017). Multiphase model for transformation induced plasticity. Extended Leblond's model. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 106, 152-175.
- Wolff, M., Böhm, M., Dalgic, M., Löwisch, G., Lysenko, N. & Rath, J. (2006a). Parameter identification for a TRIP model with backstress. *Computational Materials Science*, 37(1), 37-41. Proceedings of the 14th International Workshop on Computational Mechanics of Materials.
- Wolff, M., Böhm, M., Dalgic, M., Löwisch, G. & Rath, J. (2006b). TRIP and phase evolution for the pearlitic transformation of the steel 100Cr6 under. step-wise loads. *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, 37(1), 128-133.
- Yaghi, A. H., Hyde, T. H., Becker, A. A., Sun, W., Wen, W., Hilson, G., Simandjuntak, S., Flewitt, P. E., Pavier, M. J. & Smith, D. J. (2020). Comparison of measured and modelled residual stresses in a welded P91 steel pipe undergoing post weld heat treatment. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 181, 104076.

- Zhang, K., Dong, W. & Lu, S. (2022). Experimental and Numerical Investigation of Stress and Distortion in AF1410 Steel Under Varying Quenching Conditions. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 31(8), 6858 – 6869.
- Zhang, S., Wang, P., Li, D. & Li, Y. (2015). Investigation of the evolution of retained austenite in Fe13%Cr4%Ni martensitic stainless steel during intercritical tempering. *Materials and Design*, 84, 385-394.
- Zhang, W., Elmer, J. & DebRoy, T. (2002a). Modeling and real time mapping of phases during {GTA} welding of 1005 steel. *Materials Science and Engineering : A*, 333, 320 - 335.
- Zhang, W., Elmer, J. & DebRoy, T. (2002b). Kinetics of ferrite to austenite transformation during welding of 1005 steel. *Scripta Materialia*, 46(10), 753 - 757.