

Prédiction de la dispersion du chargement d'assemblages boulonnés à bride pleine lors de serrage multi-passes

par

Thomas JOLY

MÉMOIRE PAR ARTICLES PRÉSENTÉ À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE
SUPÉRIEURE
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE LA MAÎTRISE
AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE MÉCANIQUE
M. Sc. A.

MONTREAL, LE 14 JUILLET 2026

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Thomas Joly, 2026



Cette licence Creative Commons signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette oeuvre à condition de mentionner l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'oeuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE:

Prof. Hakim A. Bouzid, directeur de mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Prof. Anh Dung Ngô président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Prof. Omur Dagdeviren, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 8 JUILLET 2026

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Je souhaite remercier toutes les personnes ayant aidé, de près ou de loin à la réalisation de ce projet.

En particulier, merci à mon directeur de recherche Hakim Bouzid, pour son aide, ses conseils, ses connaissances et ses éclaircs de génie sur des problèmes que je ne parvenais pas à résoudre.

Je tiens à remercier aussi Djeidy Cissé pour avoir eu la patience de refaire les expériences, car les résultats ne convenaient pas.

Merci aussi à ma conjointe, Florence, pour son soutien tout au long de la rédaction de l'article et de ce mémoire, ainsi que du prêt de son bureau.

Enfin je tiens à remercier chaleureusement mes amis de Formule ETS : Pauline, Maxence, Sebastian et Étienne. Leur support et leur aide à me permettre de surmonter les obstacles a été plus important qu'ils ne le pensent.

Prédiction de la dispersion du chargement d'assemblages boulonnés à bride pleine lors de serrage multi-passes

Thomas JOLY

RÉSUMÉ

Dans le domaine industriel, les assemblages à brides boulonnés jouent un rôle fondamental pour assurer la sécurité de la connexion entre les différents équipements, tuyaux ou appareils sous pression. Dans ce contexte de sécurité et de fiabilité, réussir un serrage uniforme et efficace est d'une importance capitale. Des serrages progressifs, parfois sur plusieurs passes et en suivant des séquences pré-établies, représentent déjà une méthode reconnue de sécurité. Cependant, ces procédures sont intrinsèquement chronophages et, dans certains cas, peu précises.

Cette étude répond à ces lacunes en développant un modèle analytique capable de prédire l'évolution de la tension dans les boulons lors de serrage avec plusieurs passes d'assemblages à bride pleine. Ces pertes de charge proviennent du phénomène d'interaction élastique entre les boulons, qui doit être compris et anticipé afin d'optimiser le processus de serrage. Dans un premier temps, le modèle analytique développé repose sur celui d'une plaque trouée ou non soumise à une force concentrée reposant sur un support élastique et a été adapté pour répondre aux besoins d'étude d'interactions élastiques dans les assemblages à bride pleine. De plus, ce modèle est couplé avec l'approche faite par Zhu et al. (Zhu, Bouzid, Hong & Zhang, 2018b), permettant, à partir des coefficients de souplesse à chaque position de boulon, de prédire les pertes de charge.

Le modèle analytique est alors validé par une modélisation par éléments finis exécutée sur des assemblages à bride pleine de différentes dimensions et classes, respectivement une NPS 4 Classe 900, une NPS 24 Classe 150 et un plus grand assemblage NPS 52 Classe 600. Enfin, une expérience a été conduite sur un assemblage à bride pleine de type NPS 4 Classe 900 et sert à fournir de la robustesse aux modèles présentés ici.

Les résultats de cette recherche apportent une compréhension claire de la dispersion de la charge des boulons dans les assemblages à bride pleine lors du serrage et contribue à la réduction d'opérations coûteuses ou inutiles, tout en améliorant l'efficacité et la sécurité.

Mots-clés: Assemblage boulonné, bride pleine, interaction élastique, séquences de serrage, dispersion de la tension des boulons, modélisation par éléments finis

Prediction of load scatter during a multi-pass tightening of blind flange assemblies

Thomas JOLY

ABSTRACT

In the industrial domain, bolted joints play a fundamental role in ensuring the secure connection between equipment, pipelines, or pressurized piping systems. Within this framework of safety and reliability, the achievement of a uniform and effective tightening of bolts is of paramount importance. Progressive tightening sequences, often carried out in several passes and following well-established tightening patterns, already represent a recognized safety measure. Nevertheless, these procedures are inherently time-consuming and, in certain cases, lack precision.

The present study addresses this limitation by developing an analytical and numerical framework capable of predicting the change of preload that occurs during multi-pass tightening of bolted flange joints with blind covers. Such losses originate from elastic interactions between bolts, a phenomenon that must be understood and anticipated to optimize the tightening process. The developed analytical model is based on the classical theory of circular plate under a concentrated force, which has been adapted here to the specific investigation of elastic interactions in bolted flange assemblies. In addition, this formulation is coupled with the approach proposed by Zhu (Zhu, Bouzid & Hong, 2018a), allowing for the identification of local compliance values at each bolt position to predict the bolt load scatter.

The analytical predictions are subsequently validated through finite element simulations performed on blind flanges of different dimensions and classes, namely an NPS 4 Class 900 flange, an NPS 24 Class 150 and a larger NPS 52 Class 600 flange. Furthermore, an experimental campaign conducted on NPS 4 Class 900 flanges serves to corroborate the robustness of the proposed methodology.

The outcomes of this research provide a clearer understanding of load scatter in bolted flange assemblies during tightening and contribute to the mitigation of unnecessary or costly handling operations, thereby enhancing both efficiency and structural safety.

Keywords: Bolted flange joints, blind flange, elastic interaction, tightening sequences, bolt load scatter, finite element modeling

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE	3
1.1 Introduction	3
1.1.1 Description générale des assemblages boulonnés	3
1.1.2 L'importance de la qualité du serrage des assemblages à brides boulonnées	5
1.2 Facteurs d'influence du serrage d'un assemblage boulonné	6
1.2.1 La géométrie de l'assemblage	7
1.2.2 Le joint	17
1.2.3 Les séquences de serrage	21
1.2.4 Le nombre de passes	27
1.2.5 Les chargements extérieurs	30
1.2.6 Les interactions élastiques	33
1.3 Les différentes approches analytiques	40
1.4 Objectifs	46
CHAPITRE 2 MODÉLISATION ANALYTIQUE	49
2.1 Présentation du problème	49
2.1.1 Modèle pour bride pleine	50
2.1.1.1 Définition du problème et des inconnues	50
2.1.1.2 Mise en équations	53
2.1.2 Modèle pour bride à collerette	60
2.1.2.1 Définition du problème et des inconnues	60
2.1.2.2 Mise en équation	62
2.2 Résolution du problème	66
2.2.1 Algorithme de résolution du problème analytique	66
CHAPITRE 3 MODÉLISATION NUMÉRIQUE PAR ÉLÉMENTS FINIS (EF)	69
3.1 Modèle numérique simplifié d'une bride	69
3.1.1 Plaque type NPS 4 Classe 900	69
3.1.1.1 Matériaux et géométrie	69
3.1.1.2 Maillage et conditions aux limites	70
3.1.2 Plaque type NPS 24 Classe 150	72
3.1.2.1 Matériaux et géométrie	72
3.1.2.2 Maillage et conditions aux limites	73
3.1.3 Plaque type NPS 52 Classe 600	75
3.1.3.1 Matériaux et géométrie	75
3.1.3.2 Maillage et conditions aux limites	75
3.2 Modèle numérique de l'assemblage boulonné	77

3.2.1	Assemblage NPS 4 Classe 900	77
3.2.1.1	Géométrie et matériaux	77
3.2.1.2	Maillage et conditions aux limites	79
3.2.2	Assemblage NPS 24 Classe 150	84
3.2.2.1	Matériaux et géométrie	84
3.2.2.2	Maillage et conditions aux limites	86
3.2.3	Assemblage NPS 52 Classe 600	89
3.2.3.1	Géométrie et matériaux	89
3.2.3.2	Maillage et conditions aux limites	90
CHAPITRE 4 MONTAGE EXPÉRIMENTAL		95
4.1	Présentation du banc d'essai et du protocole de serrage	95
4.1.1	Présentation du banc d'essai	95
4.1.2	Protocole de l'expérience	97
4.1.2.1	1ère étape du serrage	97
4.1.2.2	2ème étape du serrage	97
4.1.2.3	3ème et 4ème étape du serrage	98
4.1.3	Discussion sur l'expérimentation	98
CHAPITRE 5 PREDICTION OF LOAD SCATTER DURING A MULTI-PASS TIGHTENING OF BLIND FLANGE ASSEMBLIES		101
5.1	Abstract	101
5.2	Introduction	104
5.3	Analytical modelling	106
5.3.1	Blind Flange	110
5.3.2	Weld Neck Flange	114
5.3.3	Algorithm for the solution of the analytical problem	116
5.4	Experimental procedure and test setup	118
5.5	Finite element model	119
5.5.1	Simplified FE flange plate models	120
5.5.2	Complete FE bolted flange assembly models	120
5.6	Results and discussion	121
5.6.1	Compliance evaluation	122
5.6.2	Elastic Interaction and bolt load scatter	123
5.7	Conclusion	133
CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS		135
ANNEXE I RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES		139
BIBLIOGRAPHIE		145

LISTE DES TABLEAUX

		Page
Tableau 2.1	Ensemble des données d'entrée de l'algorithme de résolution du problème analytique	67
Tableau 3.1	Dimensions caractéristiques utilisées pour la géométrie des modèles numériques simplifiés d'une bride NPS 4 Classe 900	70
Tableau 3.2	Dimensions caractéristiques utilisées pour la géométrie des modèles numériques simplifiés d'une bride NPS 24 Classe 150	73
Tableau 3.3	Dimensions caractéristiques utilisées pour la géométrie des modèles numériques simplifiés d'une bride NPS 52 Classe 600	75
Tableau 4.1	Tension finale dans les boulons et écart-type associé à chaque boulon ..	99
Tableau 5.1	Difference between the final bolt tension and the target values for the NPS 4 Class 900 assembly with criss-cross pattern	125
Tableau 5.2	Difference between the final bolt tension and the target values for the NPS 4 Class 900 assembly with sequential pattern	128

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1	Exemple d'assemblages à brides boulonnées 4
Figure 1.2	Assemblages boulonnés en service dans une zone industrielle 6
Figure 1.3	Angle d'appui d'une bride 7
Figure 1.4	Influence de l'épaisseur de la bride sur la pression de contact 9
Figure 1.5	Géométrie étudiée par Bouzid et Chaaban (Bouzid & Chaaban, 1993) .. 10
Figure 1.6	Influence de l'épaisseur de la bride sur les rigidités (Wang, Wu, Liu & Xu, 2016) 11
Figure 1.7	Influence de l'épaisseur de la bride sur la tension résultante du boulon (Wang <i>et al.</i> , 2017) 11
Figure 1.8	Comparaison des différentes formules étudiées par Bouzid (Bouzid, 2014) 13
Figure 1.9	Comparaison de la pression de contact pour différents nombres de boulons (Do, Bouzid & Dao, 2012) 14
Figure 1.10	Interaction élastique entre deux boulons en fonction de leur espacement (Wang <i>et al.</i> , 2016) 15
Figure 1.11	Déplacement de la bride et interaction élastique entre deux boulons (Wang <i>et al.</i> , 2017) 16
Figure 1.12	Déplacement de la bride et interaction élastique entre deux boulons (Wang <i>et al.</i> , 2017) 16
Figure 1.13	Espacement requis des boulons pour différentes tailles de bride (Koves, 2007) 17
Figure 1.14	Contraintes de contact d'un joint dans l'étude de (Coria, Martín, Bouzid, Heras & Abasolo, 2018) 18
Figure 1.15	Définition du comportement d'un joint selon (Zhu, Bouzid & Hong, 2017) 19
Figure 1.16	Définition du comportement d'un joint selon (Zhu <i>et al.</i> , 2018b) 20

Figure 1.17	Influence de la présence d'un joint sur la force de serrage, (Zheng, Li, Liu, Zhao & Yang, 2022)	21
Figure 1.18	Types de séquence de serrage	22
Figure 1.19	Types de séquence de serrage appliqués par Coria et al. (Coria, Abasolo, Aguirrebeitia & Heras, 2020).	23
Figure 1.20	Comparaison des deux types de séquence de serrage appliqués par Coria et al. (Coria <i>et al.</i> , 2020).	24
Figure 1.21	Comparaison des tensions des boulons après chaque passe, (Zhu <i>et al.</i> , 2018b)	25
Figure 1.22	Méthodes de serrage en une passe étudiées par Pan et al. (Pan <i>et al.</i> , 2025).	26
Figure 1.23	Méthodes de serrage en plusieurs passes étudiées par Pan et al. (Pan <i>et al.</i> , 2025).	26
Figure 1.24	Méthodes de serrage étudiées par Li et al. (Li, Liu, Wang, Cai & Xu, 2019)	27
Figure 1.25	Comparaison des tensions dans les boulons avec une ou plusieurs passes selon Pan et al. (Pan <i>et al.</i> , 2025)	28
Figure 1.26	Comparaison des tensions dans les boulons avec trois passes classiques ou une passe optimisée par Zhu et al. (Zhu <i>et al.</i> , 2018b)	29
Figure 1.27	Comparaison de la pression de contact après 25 cycles, selon Nelson (Nelson, 2024).	32
Figure 1.28	Montage expérimentale menée par Abid et al. (Abid, Awan & Nash, 2014).	33
Figure 1.29	Valeurs de tension résultante pour une bride face pleine (Alkelani, Nassar & Housari, 2009).	35
Figure 1.30	Prédiction numérique des tensions dans les boulons lors du desserrage (Nassar, Wu & Yang, 2010).	36
Figure 1.31	Tension résultante dans les boulons selon différentes configurations (Zheng <i>et al.</i> , 2022).	37
Figure 1.32	Modèle d'interaction élastique d'un ensemble de boulons (Wang <i>et al.</i> , 2016).	38

Figure 1.33	Modèle d'interaction élastique d'un ensemble boulon-bride (Yang, Yuan, Mu, Zhao & Sun, 2025).	39
Figure 1.34	Modèle analytique d'une bride pleine développé par Bouzid (Bouzid & Chaaban, 1993).	41
Figure 1.35	Schéma du modèle analytique de Do et al. (Do <i>et al.</i> , 2012)	42
Figure 1.36	Schéma des déplacements pris en compte par Zhu et al. (Zhu <i>et al.</i> , 2018a)	43
Figure 1.37	Modèle analytique de Alkeni et al. (Alkelani <i>et al.</i> , 2009)	44
Figure 1.38	Modèle analytique par Galai (Galai, 2009)	45
Figure 1.39	Schéma du modèle analytique de Pan et al. (Pan <i>et al.</i> , 2025)	46
Figure 2.1	Schéma de la modélisation analytique d'une bride pleine	51
Figure 2.2	Schéma de la modélisation analytique d'une bride à collerette	61
Figure 3.1	Maillage des plaques type NPS 4 Classe 900	71
Figure 3.2	Maillage des plaques type NPS 24 Classe 150	74
Figure 3.3	Maillage des plaques type NPS 52 Classe 600	76
Figure 3.4	Géométrie de l'assemblage NPS 4 Classe 900	79
Figure 3.5	Maillage du modèle d'assemblage NPS 4 Classe 900	80
Figure 3.6	Conditions aux limites du modèle complet	81
Figure 3.7	Définition de la pré-tension des boulons	82
Figure 3.8	Contrainte normale d'un boulon de l'assemblage NPS 4 Classe 900	83
Figure 3.9	Géométrie de l'assemblage NPS 24 Classe 150	85
Figure 3.10	Maillage du modèle d'assemblage NPS 24 Classe 150	86
Figure 3.11	Contrainte normale d'un boulon de l'assemblage NPS 24 Classe 150 ...	88
Figure 3.12	Maillage des plaques type NPS 52 Classe 600	90
Figure 3.13	Maillage du modèle d'assemblage NPS 52 Classe 600	91

Figure 3.14	Contrainte normale d'un boulon de l'assemblage NPS 52 Classe 600 ...	92
Figure 4.1	Montage expérimental	96
Figure 5.1	Analytical Model	107
Figure 5.2	Experimental Set-Up	118
Figure 5.3	FEM Modeling of Blind and Weldneck Flanges	121
Figure 5.4	Comparison of Analytical and FEM Compliances at Bolt Position For a) Blind Flange Plate b) Weld Neck Flange Plate	123
Figure 5.5	Bolt tension variations during a 3-pass criss-cross tightening a) bolts 1-3-5-7 b) bolts 2-4-6-8 for NPS 4 class 900	124
Figure 5.6	Comparison of bolt tension after each tightening under criss-cross pattern for NPS 4 class 900	126
Figure 5.7	Bolt tension variations during a 3-pass sequential tightening a) bolts 1-2-3-4 b) bolts 5-6-7-8 for NPS 4 class 900	127
Figure 5.8	Comparison of bolt tension after each tightening under sequential pattern for NPS 4 class 900	129
Figure 5.9	Comparison of Bolt Tension after Each Tightening Pass Under a) Criss-Cross b) Sequential Pattern for a NPS 24 Class 150	130
Figure 5.10	Comparison of Bolt Tension after Each Tightening Pass Under a) Criss-Cross b) Sequential Pattern for A NPS 52 Class 600	132

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

ETS	École de Technologie Supérieure
ASME	<i>American Society of Mechanical Engineers</i>
EF	Éléments Finis
NPS	<i>Nominal Pipe Size</i>
LVDT	<i>Linear Variable Differential Transformer</i>
ROTT	<i>ROom Temperature Tightness</i>
DCL	Diagramme des corps libres

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

(b)	Vecteur des seconds membres
D	Rigidité en flexion de la plaque, N.mm
D_s	Rigidité en flexion de la coque, N.mm
E	Module d'Young du matériau de la plaque, MPa
E_g	Module de compression du joint, MPa
q	Force appliquée sur la plaque, N
$F_{pretens}$	Pré-tension appliqué sur le boulon, N
g	Épaisseur à la base de la collerette (plus grande), mm
H_m	Matrice des coefficients
h	Hauteur de la collerette, mm
k_S	Constante de raideur équivalente du support élastique, N/mm ²
M_0	Moment d'équilibre du DCL, N.mm
M_r	Moment radial, N.mm/mm
$M_{r,\theta}$	Moment de torsion, N.mm/mm
m	Nombre de terme de la série de Fourier
N_0	Force d'équilibre du DCL, N
N_g	Largeur du joint, mm
P_0	Cisaillement d'équilibre du DCL, N
F	Magnitude de la force appliquée sur la plaque, N.mm
Q_r	Force de cisaillement, N.mm
$Q_{r^\pm}$	Force de cisaillement au rayon $r^+ = r + \Delta r$ et $r^- = r - \Delta r$, N.mm
r_F	Rayon d'application de la force sur la plaque, mm
r_i	Rayon intérieur de la plaque, mm
r_O	Rayon extérieur de la plaque, mm
r_S	Rayon du support élastique, mm

σ_z	Contrainte appliquée sur la section du boulon, MPa
t_e	Épaisseur équivalente de la collerette, mm
t_f	Épaisseur de la plaque, mm
t_g	Épaisseur du joint, mm
t_s	Épaisseur de la coque, mm
V	Force de cisaillement net aux bord de la plaque, N.mm
$w(r, \theta)$	Déplacement de la plaque au rayon r et à l'angle θ , mm
$\{X\}$	Vecteur des inconnus
κ	Courbure de la plaque, mm^{-1}
ν	Coefficient de Poisson du matériau de la plaque
θ_i	Angle d'inclinaison de la plaque, rad

INTRODUCTION

Dans l'industrie, les assemblages boulonnés jouent un rôle fondamental en assurant la jonction sécurisée entre différents équipements, conduits ou systèmes de tuyauterie sous pression. Ces composants essentiels garantissent l'étanchéité et la résistance mécanique des assemblages soumis à diverses sollicitations, telles que la pression interne, les efforts externes, les vibrations ou encore les variations de température. Une compréhension approfondie des types d'assemblages boulonnés et de leurs mécanismes d'assemblage est nécessaire afin d'assurer leur efficacité et leur durabilité.

Le bon fonctionnement de ces assemblages repose sur un facteur critique : le serrage adéquat des boulons. Ce serrage induit une force de précontrainte qui comprime le joint. Un serrage insuffisant peut provoquer des fuites, tandis qu'un serrage excessif peut endommager le joint ou engendrer une plastification des composants. Par exemple, dans une installation pétrochimique, une mauvaise estimation du couple de serrage peut engendrer une perte d'étanchéité coûteuse, voire un arrêt de production. C'est pourquoi des protocoles de serrage rigoureux sont définis (ASME, 2020b).

Néanmoins, dans les assemblages multi-boulonnés, un phénomène complexe et souvent sous-estimé entre en jeu : l'interaction élastique. Ce phénomène se manifeste lorsque le serrage d'un boulon affecte non seulement sa propre force de précharge, mais modifie également celle appliquée aux boulons voisins et même opposés. Lorsqu'un boulon est serré, il provoque une déformation locale de la bride, entraînant une redistribution des charges sur les autres éléments de fixation à proximité, mais aussi une déformation globale de la bride, influant sur les boulons opposés à celui serré. Ce phénomène étant un paramètre majeur de la qualité de l'assemblage, de nombreuses études visent à l'anticiper. Cependant, il est important de souligner que la majorité de ces études se concentrent sur les brides avec collerette à faces surélevées, où les interactions élastiques sont les plus marquées en raison de la flexibilité locale introduite par la géométrie de la bride. Dans les configurations à bride pleine, ces interactions existent et peuvent affecter

l'étanchéité.

Ce mémoire vise alors à développer un modèle analytique afin d'anticiper ce phénomène d'interactions élastiques dans les assemblages à bride pleine. Afin d'assurer la solidité du modèle, plusieurs tailles et pressions nominales de brides ont été étudiées : un assemblage NPS 4 Classe 900, un assemblage NPS 24 Classe 150 ainsi qu'un assemblage NPS 52 Classe 600. Pour chacune des géométries étudiées, un modèle numérique d'analyse par éléments finis a été construit. De plus, pour l'assemblage NPS 4 Classe 900, une étude d'un montage expérimental avec un joint en fibre permet une validation croisée des résultats. Enfin, pour chaque assemblage, deux types de serrages ont été utilisés : un premier dit séquentiel, constituant un serrage des boulons dans le sens horaire ; puis un second dit en étoile, comme indiqué dans la norme ASME PCC-1 (ASME, 2020b).

À travers cette étude, ce mémoire tend à approfondir les connaissances sur les assemblages à bride pleine lors de leurs installations afin d'assurer une plus grande sécurité et une future réduction du temps d'assemblage.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

1.1 Introduction

Ce chapitre permet d'effectuer un état de l'art des études consacrées aux assemblages boulonnés de manière générale et notamment celles concernant l'étude des interactions élastiques. Cette première étape est cruciale pour cerner les résultats préliminaires ainsi que les études sur lesquelles s'appuyer. Cet état de l'art permet aussi de justifier la légitimité de cette étude.

Dans un premier temps, une description générale du domaine des assemblages boulonnés sera effectuée. Cette description est nécessaire pour connaître les différents types de brides existantes, les problématiques actuelles ou encore l'importance de la qualité du serrage de ces assemblages. Ensuite dans un second temps, l'ensemble des facteurs d'influence sur la qualité du serrage sera présenté. Ces facteurs sont les suivants : la géométrie de l'assemblage, le joint, la séquence de serrage, le nombre de passes, les chargements extérieurs et enfin les interactions élastiques.

Une présentation non-exhaustive de l'ensemble des modèles analytiques construits sera effectuée. Cette présentation permet de mieux comprendre les différentes approches réalisées.

Enfin, un bref résumé sera présenté. À l'issue de ce chapitre, les manquements aux domaines seront clairement visibles et permettront, comme énoncé plus haut, de justifier le besoin de réaliser cette recherche.

1.1.1 Description générale des assemblages boulonnés

Il existe dans le domaine industriel de nombreux assemblages. en particulier, dans l'industrie pétrochimique ou nucléaire, les assemblages boulonnés sont omniprésents.

Parmi les différents assemblages, les brides font parties des éléments les plus répandus. Elles permettent le raccordement rapide et démontable de deux parties d'un système de tuyauterie ou d'un équipement. En fonction de l'utilisation, leurs géométries diffèrent : bride à collerette, souvent utilisée pour les hautes pressions en raison de leur capacité à réduire les concentrations

de contraintes ; bride à enfiler (slip-on), plus économique mais moins résistante mécaniquement ; bride à emboîtement pour les petits diamètres ; bride pleine, utilisée pour obturer une tuyauterie ; ou encore bride à recouvrement, adaptée aux assemblages nécessitant des démontages fréquents. Le choix du type de bride dépend de nombreux critères : pression et température de service, nature du fluide transporté, fréquence de démontage, ou encore considérations économiques.

De manière générale, la structure d'un assemblage par brides reste similaire, quel que soit le type de bride utilisé. Les deux brides sont séparées par un joint qui assure l'étanchéité de l'interface. Ce joint peut être métallique ou en feuille de fibre, graphite, polytétrafluoroéthylène (PTFE), métal ondulé, ou constitué d'un matériau composite, selon les conditions de service. Il est comprimé par l'action des boulons qui traversent les brides. Le nombre, la disposition et le diamètre des boulons sont normalisés (par exemple selon l'ASME B16.5 (ASME, 2020a) ou EN 1092-1 (Eur, 2018)) en fonction de la pression nominale (pressure class) et du diamètre nominal (NPS) du tuyau (fig. 1.1).



Figure 1.1 Exemple de montage d'assemblage à brides boulonnées, ici de grande taille et de type bride à collerette à droite et à gauche et pleine sur le dessus

1.1.2 L'importance de la qualité du serrage des assemblages à brides boulonnées

Le serrage des boulons constitue une étape cruciale dans l'installation des assemblages par brides. Il influence directement la stabilité mécanique, l'étanchéité, la sécurité en fonctionnement, ainsi que la durabilité de l'ensemble. Comme énoncé plus haut, le bon serrage des boulons garantit la compression optimale du joint, condition indispensable pour éviter les fuites de fluide, même sous pression ou en présence de variations thermiques. Une force de serrage insuffisante entraîne un contact inadéquat entre les surfaces d'appui, pouvant générer des fuites, des vibrations ou un relâchement progressif de l'assemblage. À l'opposé, un serrage excessif peut provoquer l'écrasement ou la rupture du joint, la plastification des boulons, voire induire des contraintes résiduelles trop importantes dans les brides, susceptibles d'amorcer des fissures.

Dans certaines industries à fortes contraintes de sécurité et de performance, telles que la pétrochimie ou la production d'énergie nucléaire, l'enjeu du serrage est démultiplié par la quantité importante de brides installées. À titre d'exemple, une raffinerie pétrolière peut contenir plus de 100 000 assemblages boulonnés (fig. 1.2). Chacun d'eux nécessite une procédure de serrage rigoureuse, exécutée en une ou plusieurs passes afin de répartir progressivement les efforts et d'éviter les déséquilibres de pression sur le joint. Une passe est un serrage progressif et uniforme de tous les boulons de la bride. Ce procédé est long et physiquement contraignant pour les opérateurs, surtout lorsque les brides sont installées dans des environnements exigus, à des hauteurs élevées ou dans des conditions climatiques extrêmes.

Dans ce contexte, l'optimisation du nombre de passes représente un enjeu industriel majeur. Réduire le nombre de cycles de serrage sans compromettre l'intégrité de l'assemblage présente plusieurs avantages significatifs.

Tout d'abord, cette optimisation permet une réduction notable des temps d'intervention, un aspect particulièrement critique lors des arrêts planifiés d'usine. En effet, dans ces situations, chaque heure d'immobilisation représente un coût élevé pour l'exploitant, tant en termes de production perdue que de main-d'œuvre mobilisée. Ensuite, une diminution du nombre de passes contribue à limiter l'usure des composants mécaniques. En réduisant les efforts répétitifs



Figure 1.2 Exemple de nombreux montages d'assemblage à brides boulonnées dans une zone industrielle

appliqués sur les boulons et les joints, leur durée de vie est prolongée, ce qui permet de réduire les coûts de maintenance et de remplacement. Ce point est d'autant plus pertinent dans les installations où les opérations de maintenance sont fréquentes et coûteuses. Par ailleurs, cette approche améliore également l'ergonomie des opérations de serrage. Les opérateurs, souvent amenés à serrer manuellement des centaines, voire des milliers de boulons, sont soumis à des efforts physiques importants. Réduire le nombre de passes allège leur charge de travail et diminue les risques de troubles physiques, améliorant ainsi les conditions de travail sur le terrain.

1.2 Facteurs d'influence du serrage d'un assemblage boulonné

De nombreux facteurs vont influencer la qualité du serrage d'un assemblage boulonné. Certains facteurs sont intrinsèques au montage et peuvent ou non être anticipés, comme la géométrie de l'assemblage ou les interactions élastiques, tandis que d'autres facteurs sont dépendant des choix effectués quant à l'assemblage. En effet, le nombre de passes ainsi que le type de séquence de serrage utilisé influence grandement la qualité de celui-ci.

1.2.1 La géométrie de l'assemblage

Tout d'abord, la géométrie de la bride elle-même constitue un axe de recherche. Si les standards (ANSI, DIN, ISO. . .) proposent des formes normalisées, certaines applications nécessitent une optimisation locale : modification de l'angle d'appui (fig. 1.3 extraite de l'étude de Abid et al. (Abid & Iqbal, 2008)), du diamètre d'appui du joint, ou encore de la section de la gorge. L'objectif est d'obtenir une répartition homogène des contraintes dans le joint, pour éviter les pics de pression susceptibles de l'endommager.

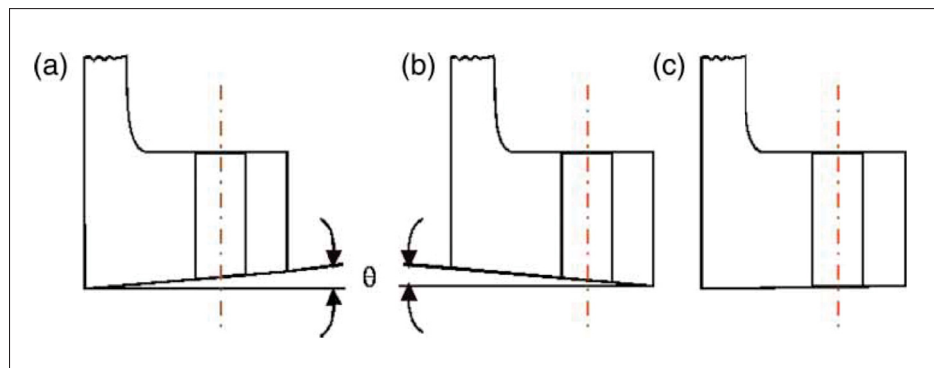


Figure 1.3 3 types d'angles d'appui d'une bride : a) positif, b) négatif ou c) neutre

De plus, la géométrie influence directement la rigidité de la bride, qui joue un rôle clé dans la stabilité de l'assemblage. Adapter la forme ou les dimensions à la taille du système et aux charges attendues permet non seulement d'assurer l'étanchéité, mais aussi d'éviter le surdimensionnement et donc d'optimiser les coûts et la masse.

Dans cette optique d'étanchéité, Rodery et al. (Rodery, Hamilton, Ferguson & Jung, 2019) ont déterminé des conditions sur le remplacement d'un seul boulon lorsque la bride est en service (aussi appelé "hot bolting" (Werner, 2005)) et ces conditions sont directement liées à la géométrie de la bride, que ce soit par la classe (capacité à résister à la pression, 150 à 2500 ici) ou par la taille (NPS, nominal pipe size de 1/2 pouce à 24 pouces). L'étude permet alors de généraliser les conditions de remplacements pour les différentes tailles.

De même, dans un souci de généralisation, Bouzid (Bouzid, 2014) détermine pour différentes épaisseurs de bride les espacements de boulons nécessaires en comparant différentes formules. Cette fois-ci, en plus de considérer plusieurs tailles de brides, il est question de différentes épaisseurs, car celles-ci jouent un rôle déterminant sur la pression de contact du joint.

Toujours afin de déterminer une méthode sur les espacements de boulons, Do et al. (Do *et al.*, 2012) ont eux aussi étudié plusieurs configurations. Ils ont alors considéré l'épaisseur comme non plus une variable discrète mais une variable continue, afin de déterminer la géométrie optimale en fonction du nombre de boulon, la pression de contact... (fig. 1.4) Ces courbes permettent de mieux comprendre comment l'épaisseur joue un rôle sur la pression de contact.

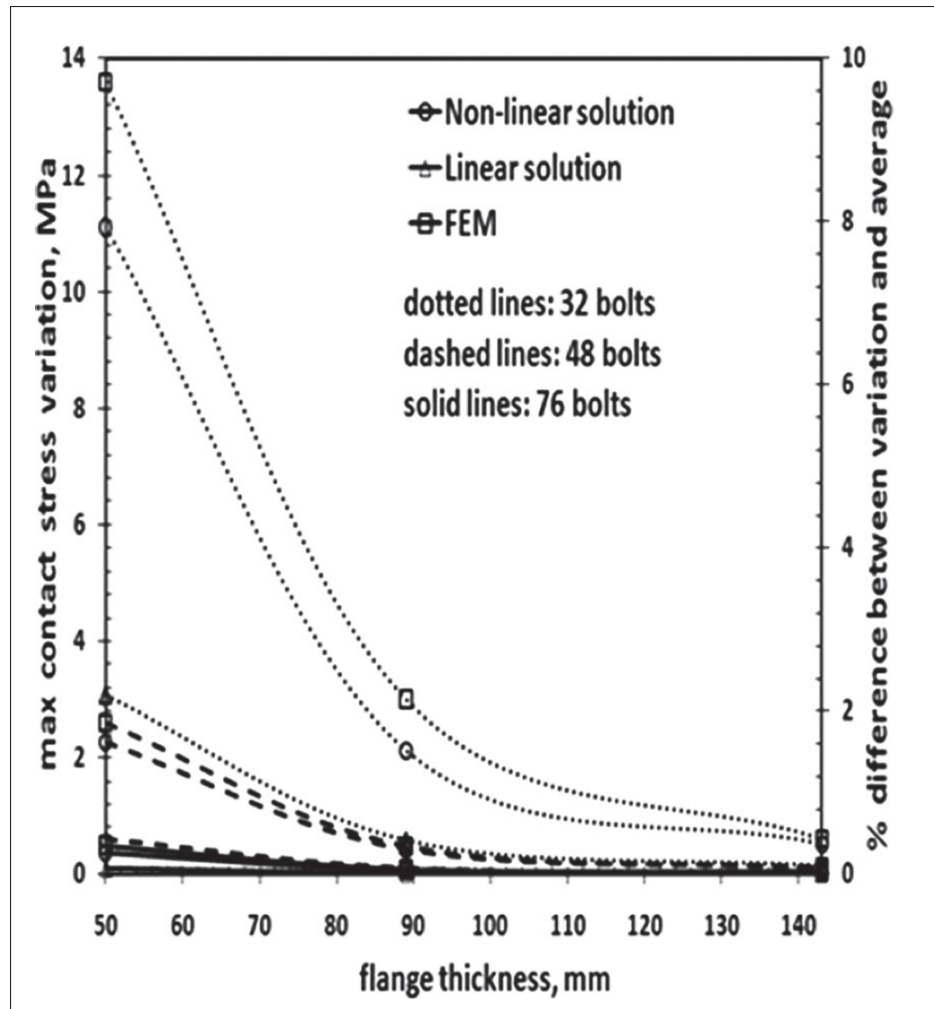


Figure 1.4 Influence de l'épaisseur de la bride sur la pression de contact, issu de l'étude de Do et al. (Do *et al.*, 2012)

Outre l'espacement des boulons, la géométrie totale de la bride peut parfois être à étudier. C'est ce que Bouzid et Chaaban (Bouzid & Chaaban, 1993) ont effectué sur des brides de 2 géométries différentes : un assemblage de 2 brides à recouvrement et un assemblage bride à recouvrement-bride pleine(fig. 1.5).

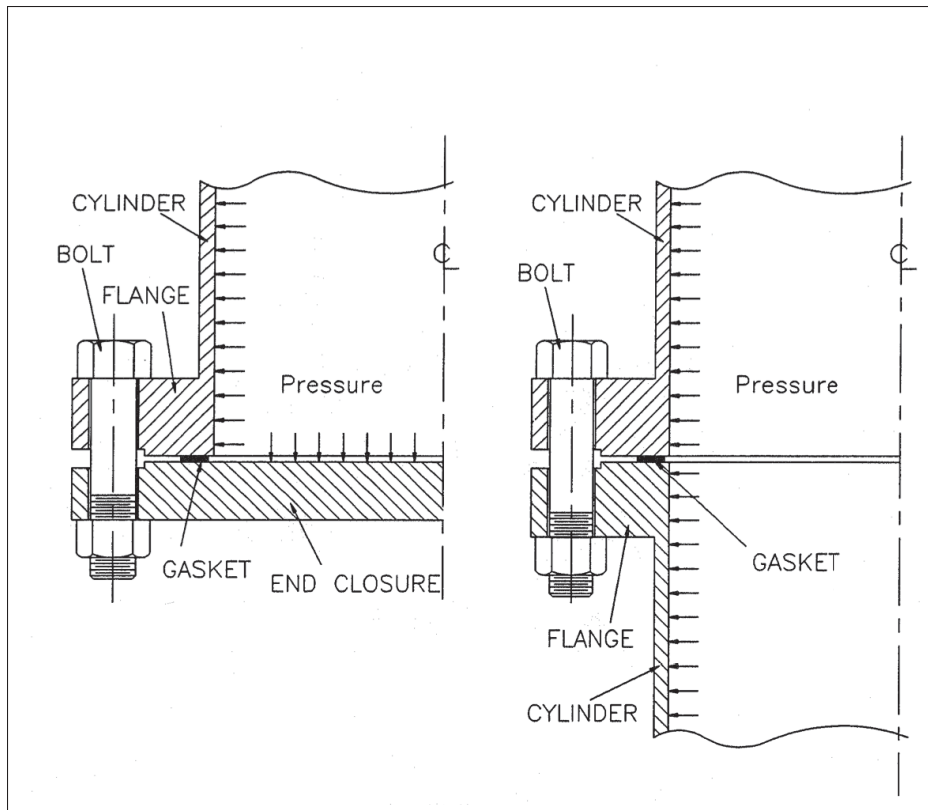


Figure 1.5 Géométrie étudiée par Bouzid
(Bouzid & Chaaban, 1993)

Ces deux géométries sont alors étudiées comme des poutres pour l'assemblage de deux brides à recouvrement ou comme des plaques pour la bride pleine. L'étude prend en compte différentes tailles (NPS) de bride pour différentes pressions de service. Cela permet de valider le modèle analytique sur différentes géométries.

Tout comme l'étude de Do et al. (Do *et al.*, 2012), Pan et al. (Pan *et al.*, 2025) ont étudié l'influence de l'épaisseur de la bride sur les valeurs de dispersion de tensions résultantes et de contraintes. Ces résultats permettent alors de conclure qu'une bride épaisse va induire des interactions élastiques importantes et donc disperser les tensions résultantes.

À la manière de Bouzid et Chaaban (Bouzid & Chaaban, 1993), Galai (Galai, 2009) a quant à lui étudié les brides à faces pleines : un modèle avec des joints parcourant la face complète et une

avec un contact métal-métal au delà du cercle des boulons. Il a alors été possible de créer des modèles analytiques afin de prédire les déplacements des différentes géométries face au serrage des boulons.

Plutôt que d'étudier les géométries actuelles, Abid et Iqbal (Abid & Iqbal, 2008) ont décidé de déterminer la géométrie optimisée des brides à contact métal-métal pour une contrainte sûre et une absence de fuite. Cette étude prend alors en compte un paramètre de géométrie : l'angle de la bride (fig. 1.3).

Un autre aspect de la géométrie de la bride est le coefficient de friction entre la tête du boulon et la bride. Celui-ci est bien étudié par Rousseau et Bouzid (Rousseau & Bouzid, 2024). Il permet alors de déterminer quelle va être le couple externe et la force dans le boulon en fonction du coefficient de friction. Ces paramètres sont à prendre en compte si l'on souhaite éviter un desserrage du boulon.

Lors de deux études, Wang et al. (Wang *et al.*, 2017, 2016) ont étudié l'influence de l'épaisseur des brides sur les interactions élastiques mais aussi sur le changement des tensions résultantes dans les boulons. Les résultats montrent que plus l'épaisseur augmente et plus les rigidités se réduisent (fig. 1.6) et donc plus la tension résultante dans les boulons change (fig. 1.7).

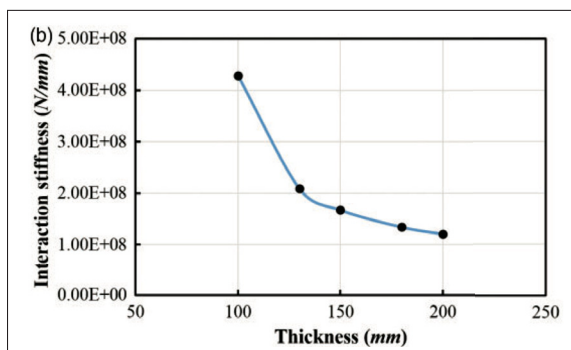


Figure 1.6 Influence de l'épaisseur de la bride sur les interactions élastiques, selon Wang et al. (Wang *et al.*, 2016)

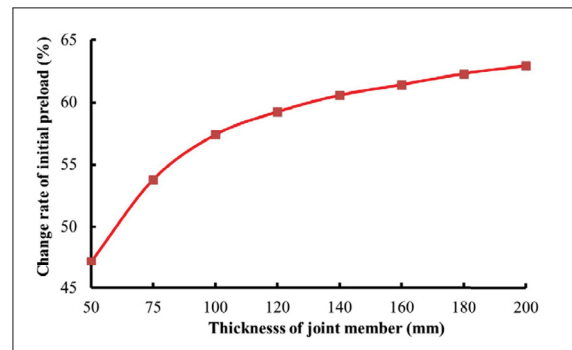


Figure 1.7 Influence de l'épaisseur de la bride sur le changement de la tension résultante du boulon, selon Wang et al. (Wang *et al.*, 2017)

Enfin, dans leur étude sur l'optimisation des méthodes de serrage pour différentes géométries de bride, Abid et al. (Abid, Khan, Hussain & Wajid, 2017) utilise de nombreuses tailles de brides afin de vérifier si les méthodes conçues et mises en place pour un serrage optimale fonctionnent pour toutes les brides.

Le nombre et la répartition des boulons autour d'une bride constituent également des facteurs majeurs de la géométrie pour garantir l'étanchéité. Un espacement trop large peut induire des zones de sous-compression du joint, entraînant un risque accru de fuite. À l'inverse, augmenter le nombre de boulons améliore la répartition des efforts, mais alourdit les opérations d'assemblage, de maintenance et les coûts associés. Les études cherchent donc à déterminer le compromis optimal entre performance d'étanchéité et facilité d'intervention. Des approches analytiques permettent d'évaluer l'influence de l'espacement sur la distribution des contraintes dans le joint et ce pour des brides de différentes tailles, et donc d'orienter les choix de conception.

Plusieurs études ont permis de construire des formules et méthodes pour déterminer l'espacement optimal des boulons. Dans un souci de généraliser toutes ces méthodes, afin de faciliter les calculs, Bouzid (Bouzid, 2014) compare alors différentes formules : la formule de TEMA (Tubular Exchanger Manufacturers Association) (TEMA, 1999), la formule développée par Roberts (Roberts, 1950), la formule développée par Koves (Koves, 2007) et enfin celle développée par Do et al. (Do, Bouzid & Dao, 2013) (fig. 1.8).

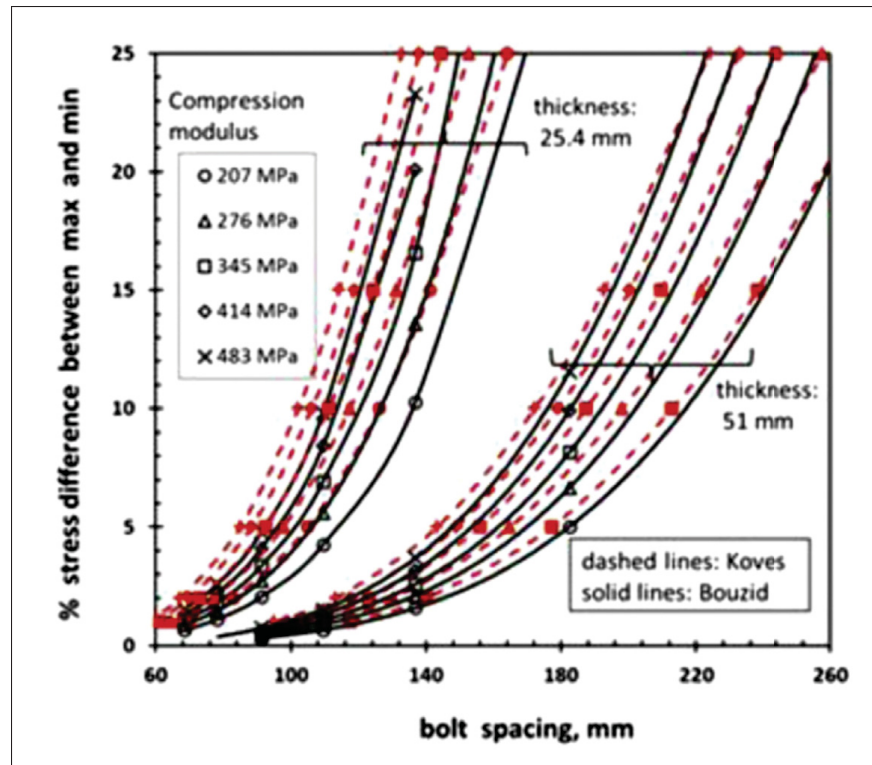


Figure 1.8 Comparaison des différentes formules étudiées par Bouzid (Bouzid, 2014)

Cette étude a pu alors déterminer quelle formule est la plus optimale : celle développée par Do et al. (Do *et al.*, 2013) semble être la plus adéquate dans le cas général. Il est cependant nécessaire de modifier un facteur dans le cas de petites brides, celles-ci agissant non plus comme des poutres mais comme des plaques.

Cette étude de Do et al. (Do *et al.*, 2013) fait suite à leur précédente étude (Do *et al.*, 2012). Cette dernière construit une méthode d'évaluation de l'espacement des boulons en utilisant un modèle de poutre sur fondation élastique non-linéaire. Il a été alors possible de comparer, tout d'abord, le modèle avec linéarité et sans, puis le nombre de boulon sur différentes brides (fig. 1.9).

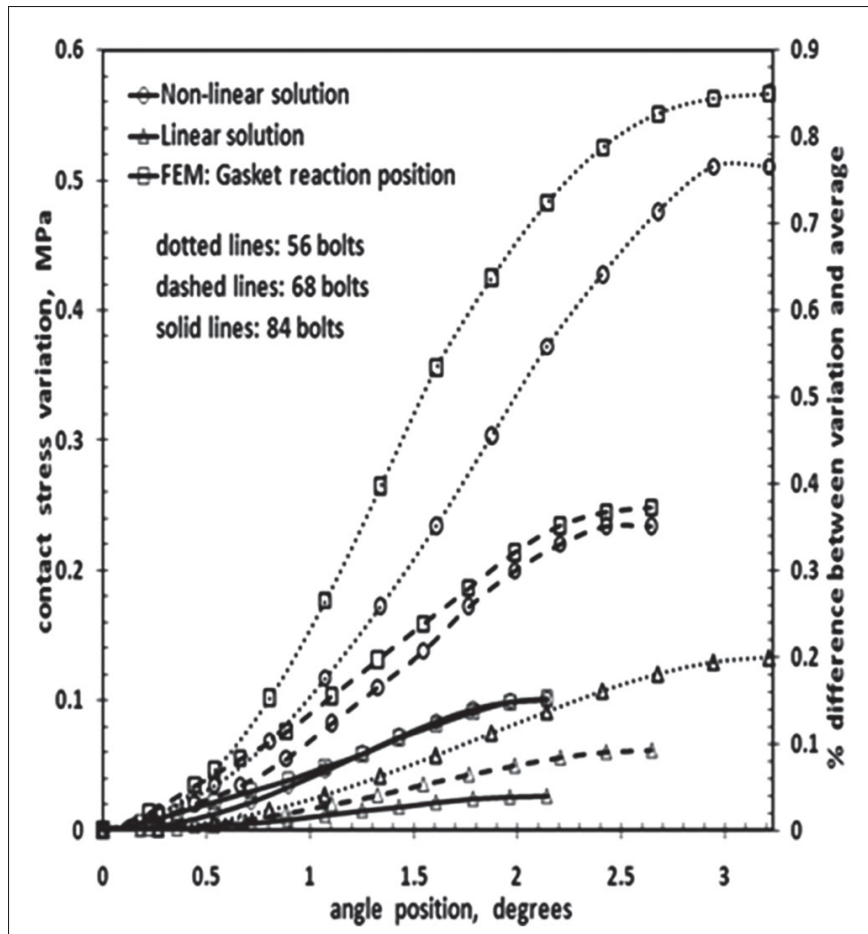


Figure 1.9 Comparaison de la pression de contact pour différents nombres de boulons étudiés dans un échangeur de chaleur de 120 pouces par Do et al. (Do *et al.*, 2012)

De la même manière, Alkelani et al. (Alkelani *et al.*, 2009) ont proposé une méthode pour prédire la tension finale des boulons en utilisant les interactions élastiques. Cela leur a permis alors de déterminer pour différents nombres de boulons les tensions résultantes à la fin d'un serrage avec une méthode séquentielle. Ils concluent alors sur le fait que plus le nombre de boulon augmente et plus les tensions résultantes vont se disperser.

Tout comme Alkelani et al. (Alkelani *et al.*, 2009), Wang et al. (Wang *et al.*, 2016) ont étudié les interactions élastiques entre les boulons, mais cette fois-ci en prenant en compte la relaxation

propre des boulons. Leur étude joue sur plusieurs variables, dont l'espacement des boulons. Ainsi, dans ce cas-ci, plus les boulons sont proches et plus la rigidité est faible (fig. 1.10).

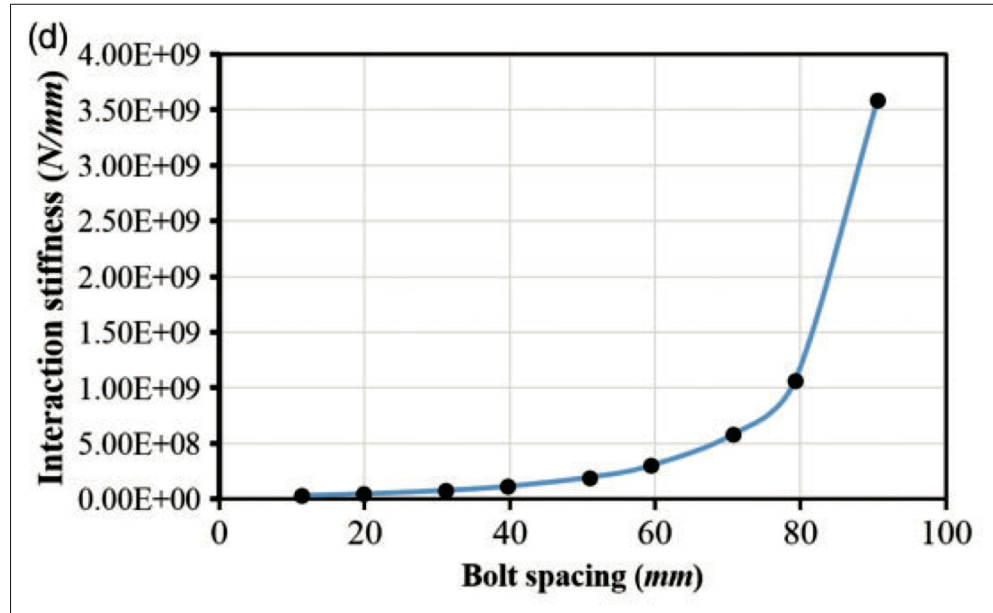


Figure 1.10 Valeur de la rigidité entre deux boulons en fonction de leur espacement, selon Wang et al. (Wang *et al.*, 2016)

Dans une étude plus récente, Wang et al. (Wang *et al.*, 2017) ont cette fois-ci étudié l'influence de l'espacement des boulons sur la charge résultante. Tout comme Alkelani et al. (Alkelani *et al.*, 2009), leurs résultats montrent un changement significatif de la tension résultante dans les boulons lorsque ceux-ci sont très rapprochés (fig. 1.11).

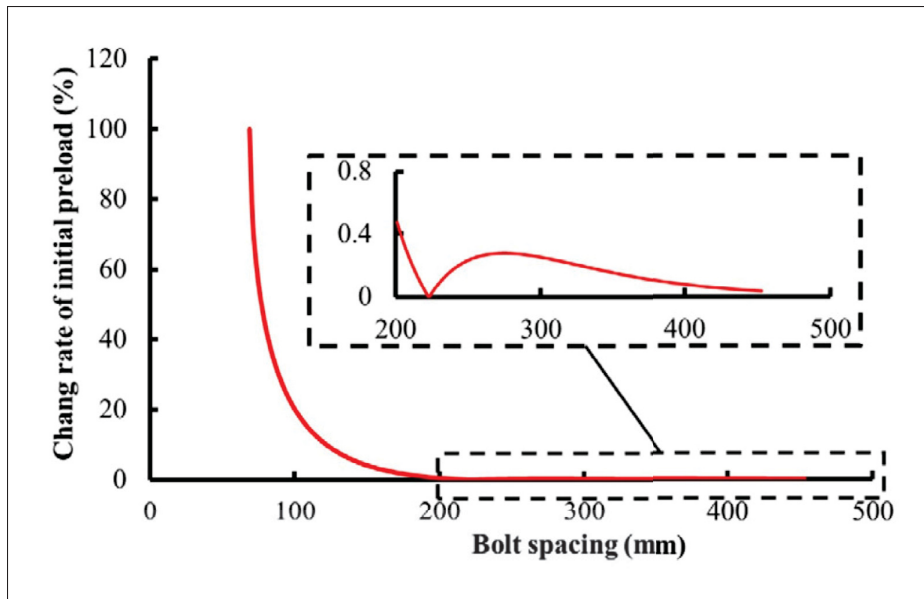


Figure 1.11 Différence de tension finale en fonction de l'espacement des boulons, selon Wang et al. (Wang *et al.*, 2017)

Ils ont aussi pu étudier le déplacement de la bride ainsi que les interactions élastiques entre 2 boulons. Leur formule analytique étant discontinue, les résultats le sont aussi (fig. 1.12).

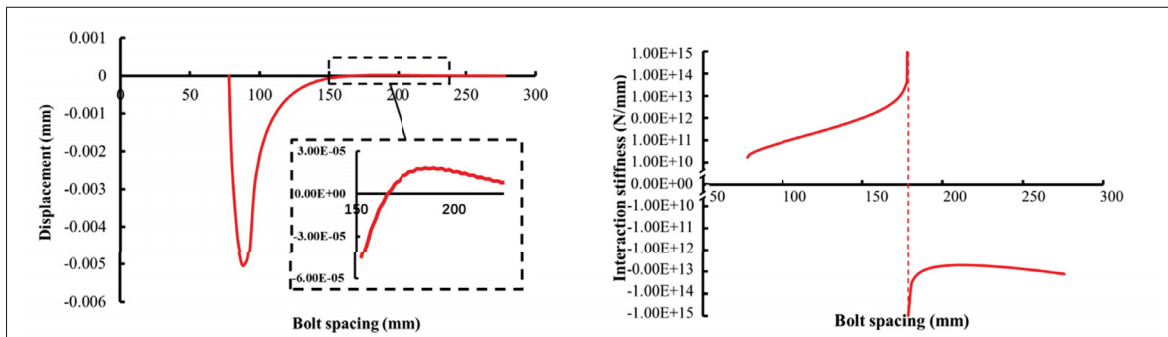


Figure 1.12 Déplacement de la bride et rigidité entre deux boulons en fonction de leur espacement, selon Wang et al. (Wang *et al.*, 2017)

Enfin, Koves (Koves, 2007) a quant à lui considéré plusieurs géométries de bride afin de déterminer l'espacement optimal. Tout comme Bouzid (Bouzid, 2014), il compare sa formule à celle de Taylor Forge (Forge, 1981) et à celle de Roberts (Roberts, 1950). L'espacement en

vigueur au moment de l'étude est aussi présenté, pour montrer les différences (fig. 1.13). Il utilise alors les valeurs de pression de contact sur le joint pour déterminer quelle est la valeur optimale d'espacement des boulons en fonction de la taille de la bride.

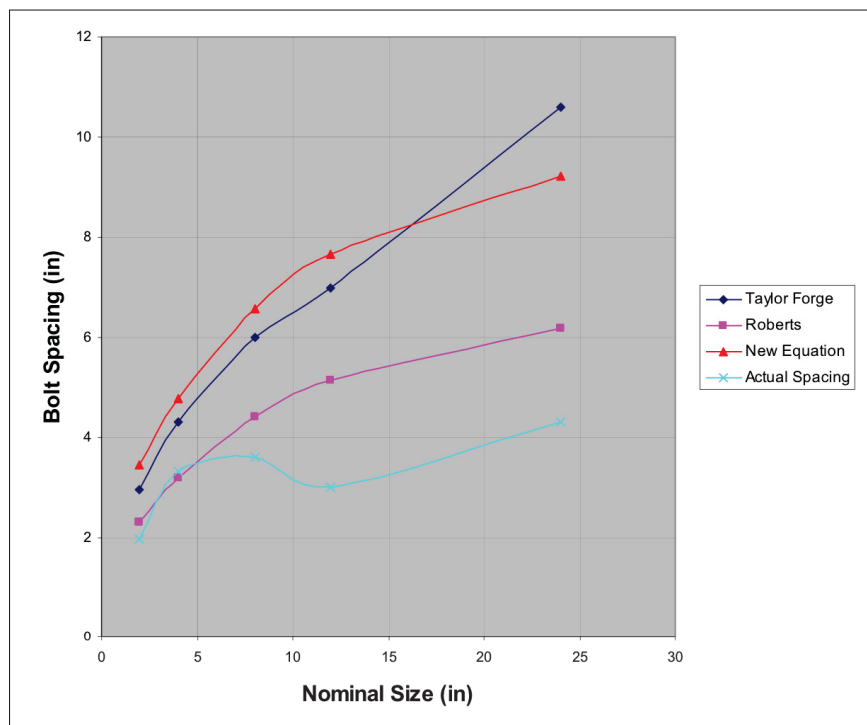


Figure 1.13 Espacement requis des boulons pour différentes tailles de bride de classe 600, selon Koves (Koves, 2007)

1.2.2 Le joint

Élément central de l'étanchéité d'un assemblage à brides, le joint joue un rôle déterminant dans la performance globale du système. Placé entre deux brides, il est chargé d'assurer une barrière efficace contre les fuites, même sous pression élevée ou en présence de fluides agressifs. Cependant, il n'existe pas de joint universel : le choix du joint dépend étroitement des conditions d'exploitation — nature du fluide transporté, pression interne, température, environnement chimique, vibrations. . . Il existe ainsi une grande variété de matériaux : silicone pour sa flexibilité, fibres composites pour leur comportement face à la température, graphite pour les applications

haute pression et haute température, ou encore PTFE (polytétrafluoroéthylène) pour sa résistance chimique. À cela s'ajoutent des formes diverses : joints plats, spiralés, à inserts métalliques etc.

Toutefois, les conditions optimales d'écrasement, de serrage et de positionnement doivent être réunies pour garantir une étanchéité efficace. C'est pourquoi de nombreuses études se sont attachées à analyser en détail les performances de cet élément, qui reste au cœur des problématiques de fuite dans les assemblages à brides.

Coria et al. (Coria *et al.*, 2018) ont étudié la contrainte de contact du joint lorsque la bride est soumise à des efforts extérieurs. Ainsi, ils ont pu optimiser les valeurs de serrage des boulons à partir de ces contraintes (fig.1.14). Le joint à ici été modélisé numériquement en prenant un comportement non-linéaire, obtenu à partir d'un test ROTT (Room Temperature Tightness Test).

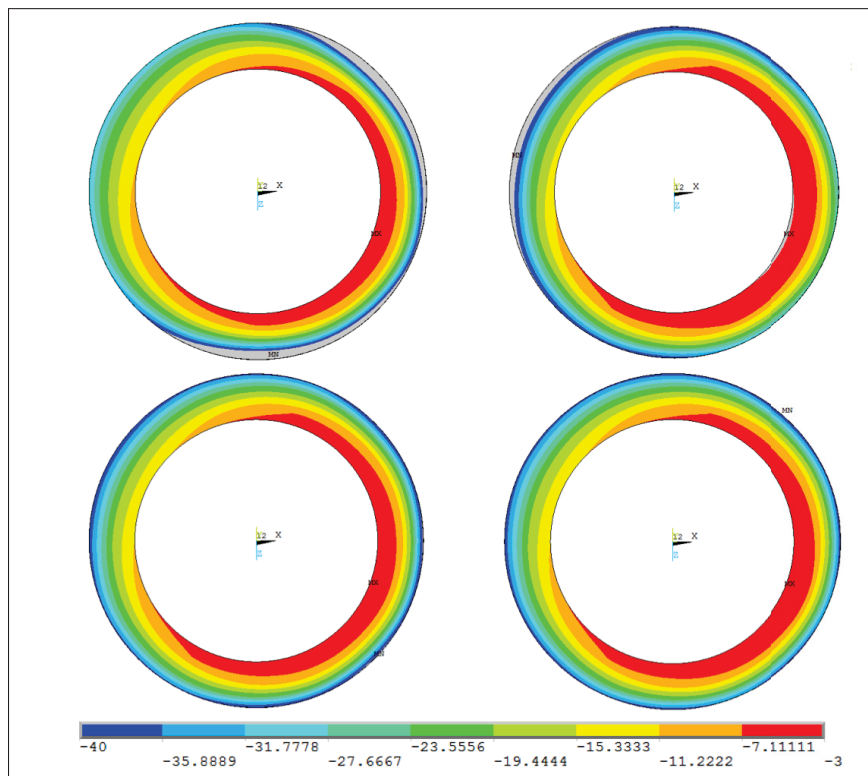


Figure 1.14 Contraintes de contact du joint à différentes étapes de l'optimisation de (Coria *et al.*, 2018)

Un autre aspect d'étude est le remplacement d'un boulon sur une bride alors qu'elle est en service, aussi connu sous le nom de 'hot bolting' (Werner, 2005). Dans ce domaine, Rodery et al. (Rodery *et al.*, 2019) ont étudié les conditions de contraintes de contact sur le joint afin de définir quand et comment remplacer un boulon tout en gardant la bride en service. Le joint est donc un moyen de mesurer si la méthode proposée est adéquate ou non.

Les joints sont de différents matériaux, comme évoqué précédemment. Ainsi, Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018a), dans leur étude sur les interactions élastiques, ont pris en compte 2 types de joints : un joint en fibre et un joint en graphite. Les deux joints ont été testé grâce à un essai ROTT afin d'avoir leurs courbes contrainte/déplacement (fig. 1.15).

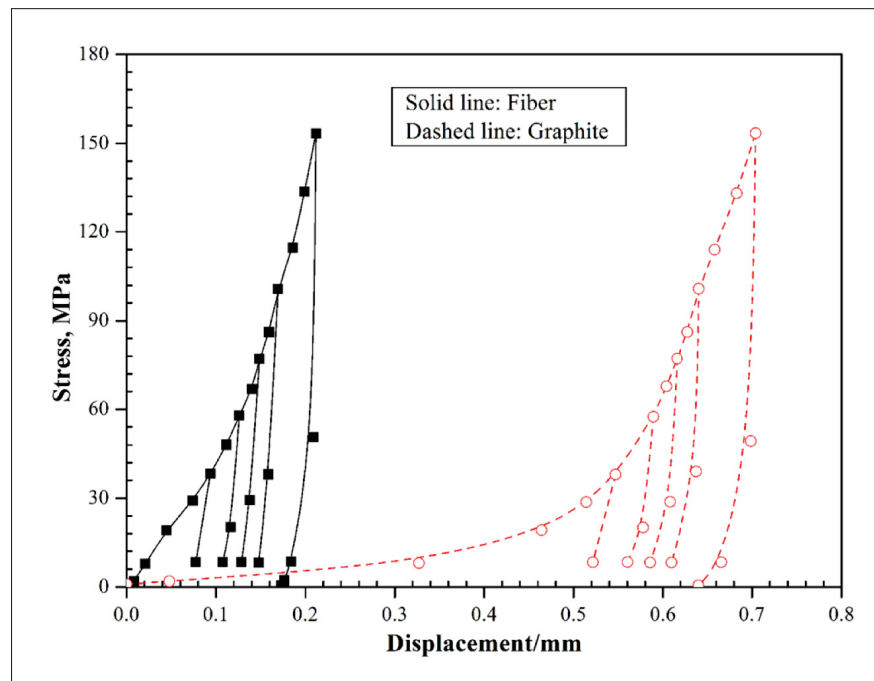


Figure 1.15 Définition du comportement non-linéaire d'un joint graphite et fibre utilisés dans l'étude de Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2017)

Dans une autre étude de Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018b), le modèle considère le joint comme un ressort. Il est donc modélisé en prenant en compte une approximation d'un comportement linéaire, ce qui permet alors de définir un module de compression du matériau (fig. 1.16). Cette

modélisation est plus simpliste que la précédente, mais est parfois suffisante si l'étude ne se concentre pas exclusivement sur le joint.

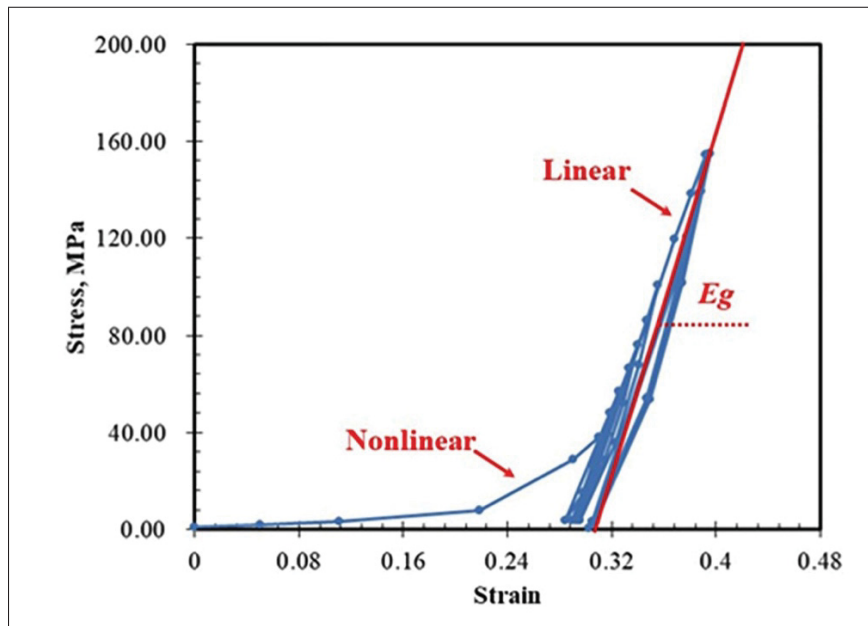


Figure 1.16 Définition du comportement linéaire du joint PFTE utilisé dans l'étude de Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018b)

Dans leur étude, Nassar et al. (Nassar *et al.*, 2010) ont quant à eux étudié un joint d'une bride pleine. Le joint est modélisé en utilisant un comportement simplifié, un modèle plastique isotrope, tout en conservant une caractéristique non-linéaire. Le modèle plastique est défini à partir d'un test de compression.

Une autre étude autour du joint est le caractère cyclique des chargements. Dans ce domaine-ci, Nelson (Nelson, 2024) a étudié la distribution de la contrainte dans un joint soumis à des chargements cycliques. Le joint était composé d'un anneau métallique dont le comportement non-linéaire a été déterminé par un graphique contrainte-déformation. La pression de contrainte est alors déterminée lors des différents chargements, afin de conclure sur la répétabilité des chargements et si celle-ci va influencer le comportement du joint et donc jouer sur son efficacité.

Un autre problème advenant des joints est leur relaxation. Avec le temps, le joint va perdre en compression et faire diminuer la pression de contact et ainsi provoquer des fuites (fig. 1.17). C'est ce que Zheng et al. (Zheng *et al.*, 2022) ont étudié. Ils ont pu alors comparer leurs différents modèles d'optimisation de serrage en prenant en compte ou non le joint.

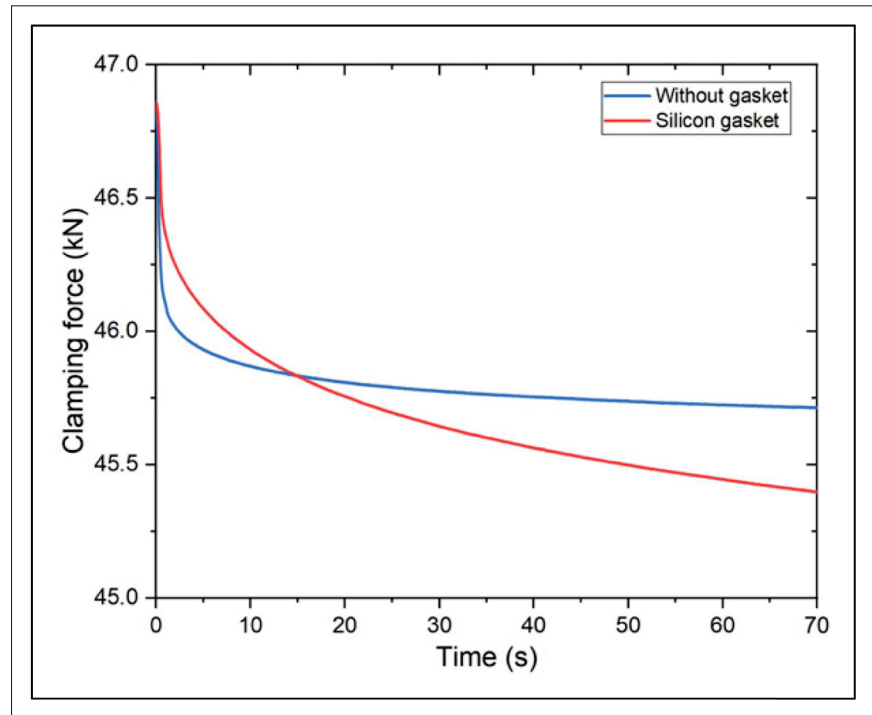


Figure 1.17 Comparaison de la force de serrage avec et sans joint au cours du temps, selon Zheng et al. (Zheng *et al.*, 2022)

1.2.3 Les séquences de serrage

L'un des moyens utilisés par les différents codes de conception de brides (ASME, 2020b) est la séquence de serrage. Le choix de la méthode de serrage influence énormément la tension de serrage résultante des boulons. Il existe une multitude de séquence de serrage.

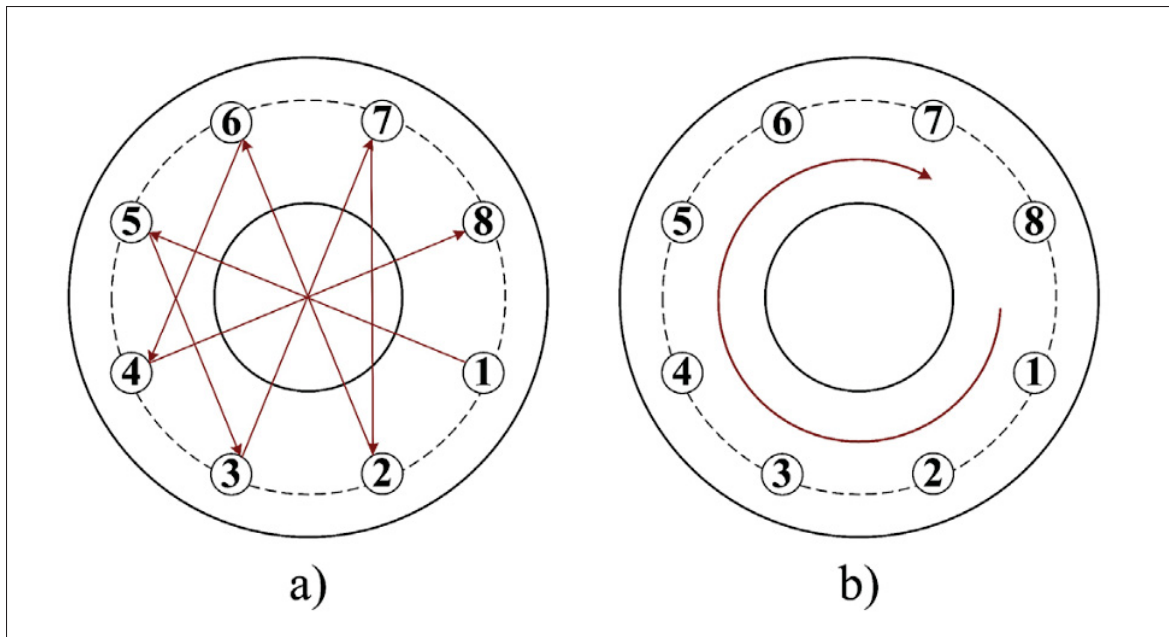


Figure 1.18 Types de séquence de serrage appliqués sur une bride : a) en étoile b) en séquentiel

La méthode classique est le serrage séquentiel (fig.1.18 b)). Cette méthode de serrage séquentiel consiste simplement à serrer les boulons les uns après les autres, dans le sens horaire ou anti-horaire.

Cette méthode est simple à appliquer mais les résultats en sont peu satisfaisants. La dispersion de la force de serrage résultante est assez conséquente et les écarts entre les différents extrémaux peuvent être parfois importants.

Une seconde méthode assez répandue est la méthode en étoile (fig.1.18 a)). Cette méthode consiste à serrer les boulons en effectuant un schéma d'étoile sur la bride. Ce schéma d'étoile peut prendre différents formats.

Cette méthode est avantageuse car elle permet à chaque fois de compenser la perte de tension dans un boulon en jouant sur l'interaction élastique par le serrage du boulon d'en face. Cependant, elle est parfois compliquée à mettre en place et chronophage sur les brides de grande taille. Cette méthode est cependant recommandée par la norme ASME (ASME, 2020b).

Une première étude remarquable sur l'influence de la séquence de serrage est celle de Coria et al. (Coria *et al.*, 2020). Les deux méthodes suivantes sont étudiées (fig. 1.19) :

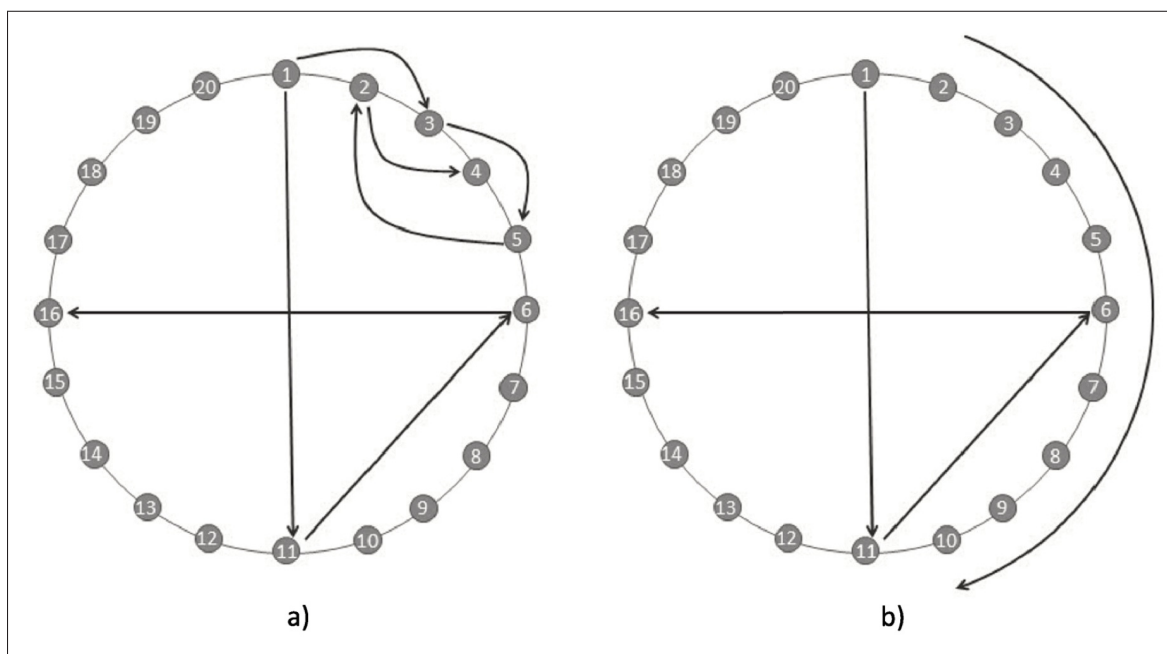


Figure 1.19 Types de séquence de serrage appliqués lors de l'étude de Coria et al. (Coria *et al.*, 2020)

La séquence a) est une de celles indiquées par la norme ASME (ASME, 2020b), tandis que la séquence b) est une séquence séquentielle légèrement modifiée, en serrant les 4 premiers boulons en étoile.

L'étude passe ici par des calculs de probabilité de la tension résultante de chaque boulon. Il est alors possible de déterminer une estimation de la tension finale de chaque boulon après une passe en utilisant chaque séquence (fig. 1.20). L'écart-type est alors aussi étudié sur ces séquences de serrage. Cela permet de quantifier à quel point telle ou telle séquence va faire varier les valeurs de tension résultante dans les boulons.

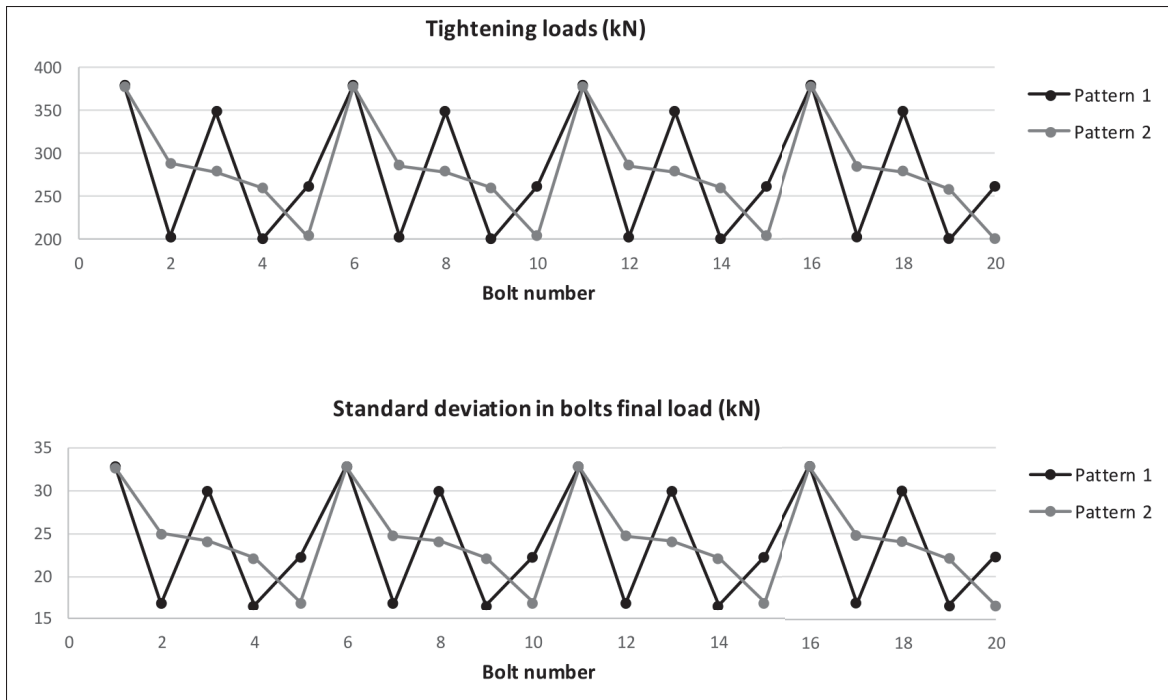


Figure 1.20 Comparaison des deux types de séquence de serrage appliqués lors de l'étude de Coria et al. (Coria *et al.*, 2020)

Une autre étude est celle de Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018b). Dans cette étude, les séquences classiques du code de l'ASME (ASME, 2020b) sont étudiées sur des brides à collerette. Il s'agit alors de déterminer avec ces deux séquences un modèle analytique et une méthode d'optimisation du serrage. Les recherches se font en étudiant 1 ou 3 passes (fig. 1.21). Ici il n'est pas question d'étudier la séquence mais plutôt de la prendre en compte dans l'optimisation du serrage.

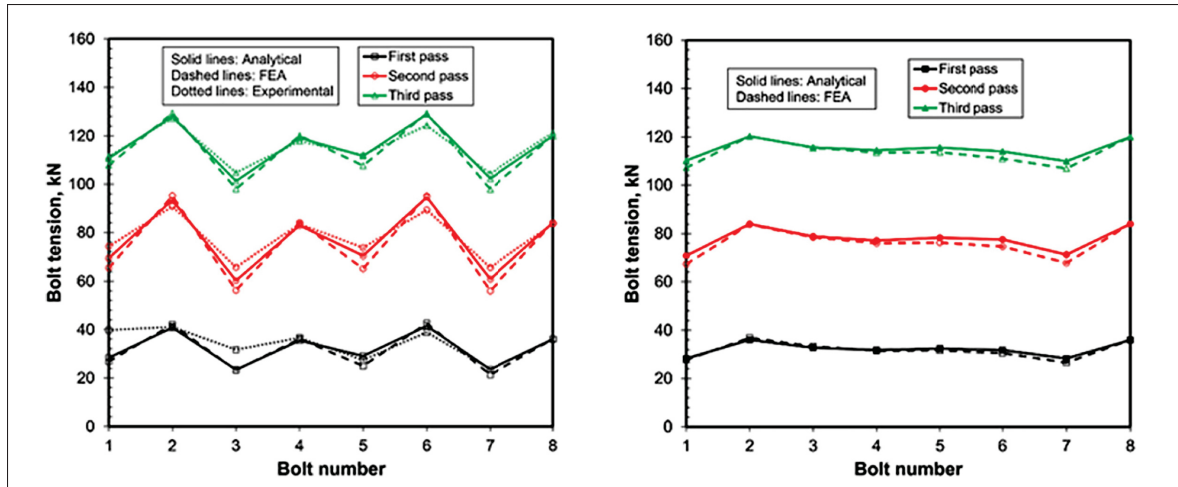


Figure 1.21 Comparaison des tensions des boulons après chaque passe avec un joint PTFE dans le cas : à gauche, d'un serrage en étoile, à droite d'un serrage séquentiel, (Zhu *et al.*, 2018b)

Les tensions finales des boulons dans l'industrie sont celles présentées dans la figure 1.21. Ces graphes sont ceux sans optimisation et comme il est possible de le remarquer, les tensions sont très variables d'une à l'autre. C'est pour cela qu'une optimisation du serrage est nécessaire.

Une autre étude de Zhu *et al.* (Zhu *et al.*, 2018b) met en avant cette fois-ci une méthode analytique d'évaluation des tensions résultantes dans les boulons. De la même manière que l'étude précédente, les séquences étudiées sont celle du code de l'ASME (ASME, 2020b). Les séquences sont étudiées sur des brides de 8 et 76 boulons, afin d'étudier aussi l'influence de la géométrie.

Tout comme Zhu *et al.* (Zhu *et al.*, 2018b), Alkelani *et al.* (Alkelani *et al.*, 2009) ont étudié les différentes séquences de serrage de la figure 1.18 sur des brides à faces pleines à 3, 5 et 7 boulons. De manière similaire, les deux séquences sont étudiées pour déterminer les tensions résultantes dans les boulons, après une passe. Cette étude conçoit alors un méthode permettant d'avoir un écart-type plus faible entre la tension cible et celle finale.

De même, Pan *et al.* (Pan *et al.*, 2025) ont quant à eux étudiés des méthodes de serrages moins conventionnelles. L'objectif était de tester différentes méthodes afin de possiblement en trouver

des plus efficaces. Ces méthodes ont été testées sur des cas concrets de brides à grandes tailles, en n'utilisant une seule ou plusieurs passes (fig. 1.22 et fig. 1.23 respectivement).

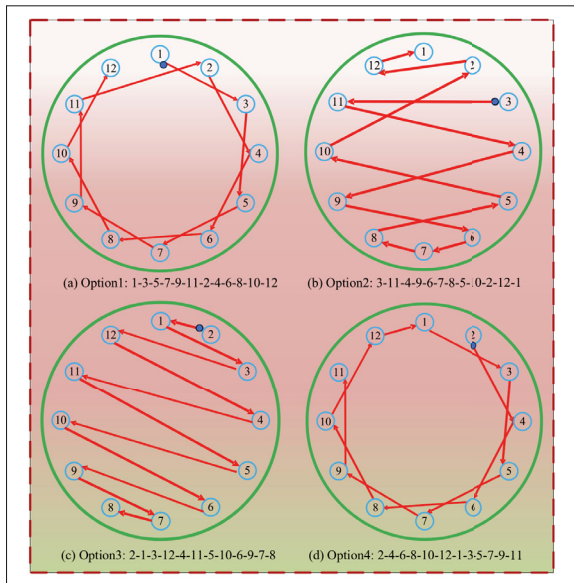


Figure 1.22 Méthodes de serrage en une passe étudiées par Pan et al. (Pan *et al.*, 2025)

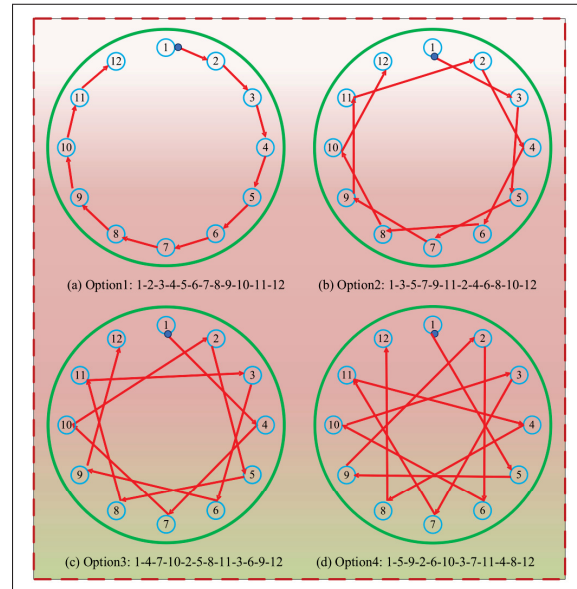


Figure 1.23 Méthodes de serrage en plusieurs passes étudiées par Pan et al. (Pan *et al.*, 2025)

Dans le cas de brides pleines munies d'un joint sur toute leur surface d'appui, Nassar et al. (Nassar *et al.*, 2010) ont eux aussi étudié les variations de la tension finale dans les boulons. Leur analyse portait notamment sur différentes méthodes de serrage, en particulier les méthodes séquentielle et en étoile. Contrairement à l'approche de Pan et al. (Pan *et al.*, 2025), leur étude numérique ne s'est pas focalisée sur le nombre de passes nécessaire, mais visait avant tout à obtenir une distribution de la force de serrage aussi uniforme que possible sur l'ensemble de la bride, condition essentielle pour assurer l'étanchéité et la durabilité de l'assemblage.

De manière similaire, Li et al. (Li *et al.*, 2019) ont conduit une étude analytique sur l'influence des méthodes de serrage sur la tension résultante dans les boulons. Leur travail intègre les effets des interactions élastiques entre les boulons via la déformation de la bride, tout en portant une

attention particulière au phénomène de relâchement des boulons après le serrage. Les méthodes de serrage qu'ils ont évaluées sont représentées sur la figure 1.24.

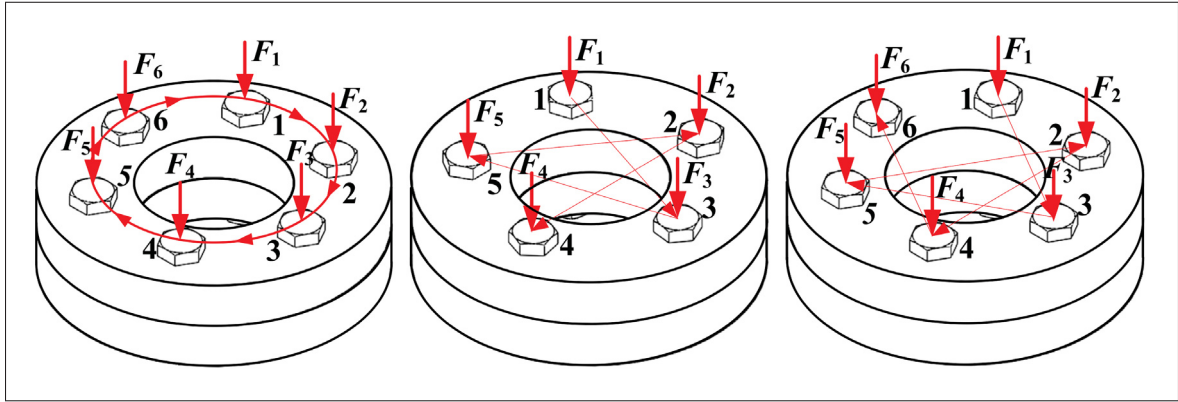


Figure 1.24 Méthodes de serrage étudiées par Li et al. (Li *et al.*, 2019).

Enfin, Abid et al. (Abid *et al.*, 2017) ont étendu l'étude numérique en variant plusieurs paramètres d'analyse. Non seulement trois méthodes de serrage différentes ont été évaluées, mais l'impact de la géométrie a également été pris en compte, en étudiant des brides comportant 16 ou 20 boulons, ainsi que des assemblages de classes de pression nominale (PN) allant de 1 à 20. Cette approche plus généraliste permet de valider l'efficacité des méthodes testées sur une large gamme de configurations, rendant les résultats particulièrement intéressants pour des applications industrielles variées.

1.2.4 Le nombre de passes

Un autre facteur clé influençant la qualité du serrage d'une bride est le nombre de passes effectuées lors de l'assemblage. Comme défini précédemment, une passe correspond à un serrage complet de l'ensemble des boulons présents sur la bride, selon une méthode de serrage définie. Il est alors possible d'effectuer soit une seule passe, soit plusieurs passes successives.

Réaliser une seule passe présente un intérêt non négligeable en termes de coût et de temps de main-d'œuvre, ce qui est particulièrement avantageux pour les applications industrielles où la rapidité

d'intervention est un facteur critique. Toutefois, cette approche comporte également des limites : en ne serrant qu'une seule fois, les risques d'obtenir une dispersion importante de la tension résultante dans les différents boulons augmentent sensiblement et de dépasser la contrainte d'écoulement dans les boulons voisins. Cette hétérogénéité peut nuire aux performances mécaniques de l'assemblage, voire compromettre son étanchéité.

À l'inverse, l'utilisation de plusieurs passes successives permet de réduire de manière significative le risque de dépasser la limite et cette dispersion. Chaque passe corrige progressivement les déséquilibres de tension causés par les interactions mécaniques dans les boulons et la déformation de la bride. Cette méthode assure ainsi une meilleure homogénéité des efforts de serrage, mais au prix d'un temps d'exécution plus long. Ces différentes observations sont illustrées par la figure 1.25, où l'on constate que l'utilisation de plusieurs passes améliore la répartition des tensions finales.

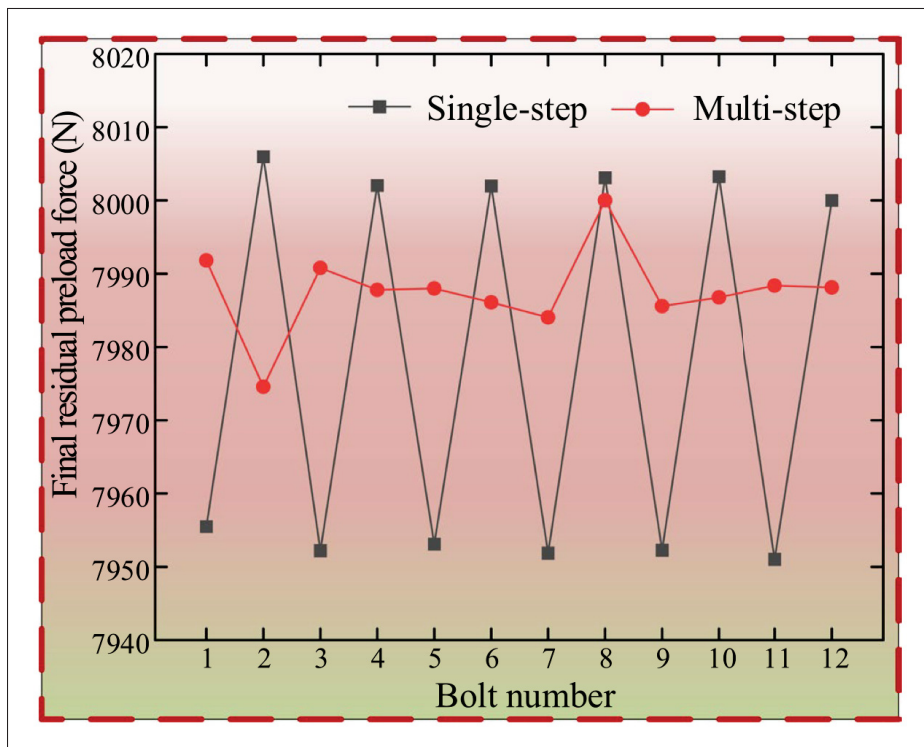


Figure 1.25 Comparaison des tensions dans les boulons avec une ou plusieurs passes selon Pan et al. (Pan *et al.*, 2025)

En raison de l'importance de l'uniformité des tensions dans les assemblages critiques, le code ASME (ASME, 2020b) impose l'utilisation de plusieurs passes de serrage. Toutefois, cette exigence peut devenir extrêmement chronophage lors d'opérations sur de grandes brides. D'où l'intérêt d'étudier des stratégies permettant d'optimiser ce processus.

Dans cette optique, Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018b) ont proposé une méthode d'optimisation permettant de réaliser un serrage en une seule passe tout en maintenant une bonne homogénéité des tensions (figure 1.26). Leur approche vise à minimiser la dispersion tout en réduisant considérablement le temps d'assemblage. Cependant, bien que cette méthode soit globalement efficace, elle présente une limite notable : dans certains cas spécifiques, l'optimisation conduit à appliquer des forces de serrage excessives sur certains boulons, dépassant la limite d'écoulement du matériau, ce qui risque d'endommager les boulons, mais surtout le joint, ainsi que d'altérer la performance de l'assemblage.

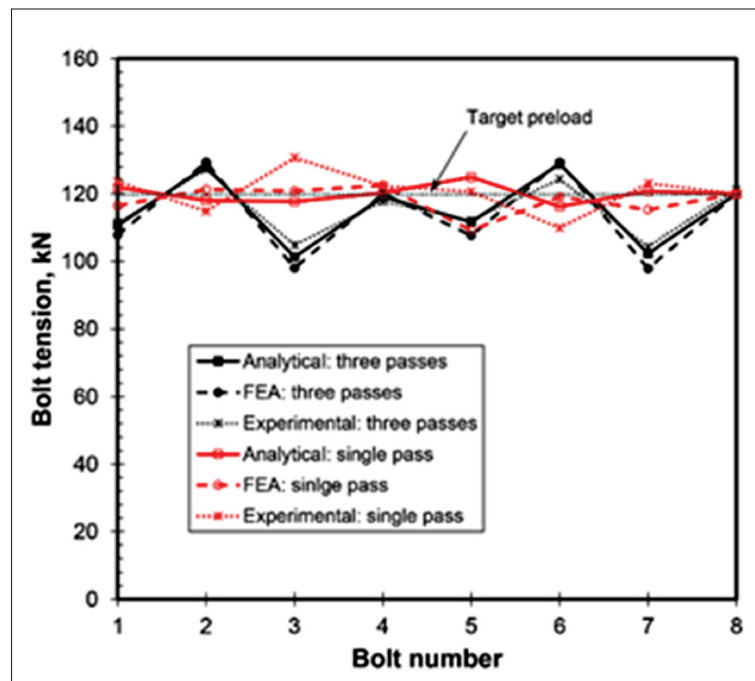


Figure 1.26 Comparaison des tensions dans les boulons avec trois passes classiques ou une passe optimisée par Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018b)

De son côté, Coria et al. (Coria *et al.*, 2020) ont proposé une autre approche visant également à réduire le nombre de passes nécessaires. Ils ont développé une méthode pour estimer l'écart-type entre la tension cible des boulons et la tension réellement obtenue après serrage. Sur cette base, ils proposent de n'effectuer qu'une seule passe complète, suivie d'un resserrage stratégique de certains boulons identifiés comme critiques. Cette approche permet d'améliorer la répartition des tensions sans imposer un cycle complet supplémentaire. Toutefois, malgré ses avantages en termes de gain de temps, cette méthode reste légèrement moins efficace que celle consistant à réaliser deux passes optimisées. Ainsi, un compromis intéressant peut être trouvé entre un serrage rapide et une bonne homogénéité des efforts.

Ensuite, tout comme pour les séquences de serrage, Pan et al. (Pan *et al.*, 2025) ont également étudié de manière approfondie l'influence du nombre de passes sur la distribution des tensions finales. Les résultats obtenus respectent les résultats précédents : plus le nombre de passes augmente, plus l'écart-type des tensions mesurées diminue, atteignant une réduction d'un facteur cinq lorsqu'on compare plusieurs passes à une seule. Ces conclusions viennent confirmer l'importance de soigner le processus de serrage pour garantir la fiabilité des assemblages boulonnés.

Enfin, dans la même perspective que Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018b), Takaki et Fukuoka (Takaki & Fukuoka, 2004) ont construit une méthode se basant sur les interactions élastiques et les éléments finis afin de déterminer une méthode pour réduire le nombre de passes à effectuer, tout en gardant un serrage uniforme. La méthode à une passe unique a tendance à proposer des valeurs de serrage trop importante, dépassant la zone d'écoulement du boulon. Une seconde partie a donc été consacré aux passes multiples. L'étude portait sur le choix de 2 types de joints : un joint plat fait de métal et un autre en amiante (produit prohibé de nos jours).

1.2.5 Les chargements extérieurs

Les efforts extérieurs appliqués à un système de bride, tels que les moments de flexion, forces latérales ou vibrations, peuvent compromettre l'efficacité d'un assemblage, même lorsque le

serrage initial semble adéquat. Par exemple, un moment de flexion induit par le poids propre de l'assemblage ou par un mauvais alignement peut engendrer une non-uniformité de la pression de contact sur le joint, conduisant à des zones de décollement ou de surcompression. Il devient alors crucial d'anticiper ces effets dès la phase de serrage. Une analyse des chargements extérieurs et de leurs conséquences permet d'ajuster le serrage des boulons ou de renforcer certaines zones, assurant ainsi une meilleure tenue dans le temps.

Dans ce domaine, Coria et al. (Coria *et al.*, 2018) ont étudié l'influence des chargements extérieurs sur le joint (voir 2.4). Cette étude a permis de déterminer un algorithme qui, en fonction des chargements extérieurs, calcul la valeur du couple de serrage à appliquer à chaque boulon afin d'uniformiser la pression de contact au niveau du joint en opération.

Un autre aspect des chargements extérieurs est le chargement cyclique dû à la pression interne. Ce chargement est étudié dans l'article de Nelson (Nelson, 2024). Dans ce cas là, les systèmes étudiés sont sujets à de la fatigue, qui est due aux chargements répétés au sein de la bride ou du tuyau. La pression de contact au niveau du joint change alors après chaque cycle (fig. 1.27), et peut parfois arriver à une valeur critique, imposant un resserrage complet de la bride. Cette valeur critique est à éviter à tout prix. Les raisons sont non seulement sécuritaires (fuites du produits, explosions...) mais aussi économiques (temps de mains d'œuvre, de matériel...).

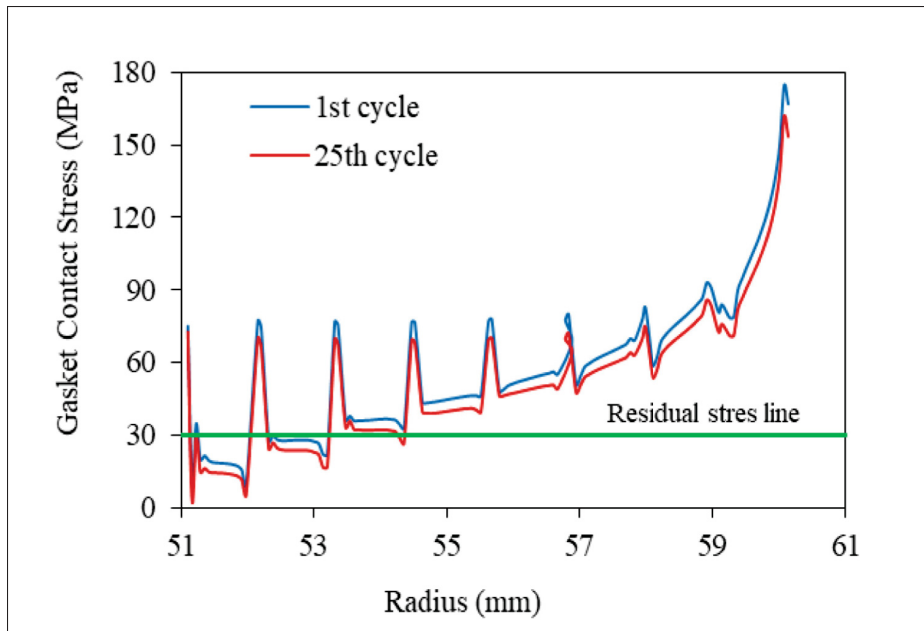


Figure 1.27 Comparaison de la pression de contact après 25 cycles, selon Nelson (Nelson, 2024).

Une autre façon d’aborder le problème est de ne plus prendre les chargements extérieurs comme des constantes. Ainsi, les valeurs de moments de flexion, compression etc deviennent des paramètres dont il est possible de faire varier la valeur et donc de déterminer pour chaque chargement quelle est la limite acceptable. C’est ce qu’ont fait Abid et al. (Abid *et al.*, 2014) dans leur étude sur la détermination de la capacité de chargement des brides à contact métal-métal faces aux différents contraintes extérieures. Ils ont ainsi étudiier de manière numériques et expérimentales les valeurs limites en imposant sur un système de bride des chargements (fig. 1.28).

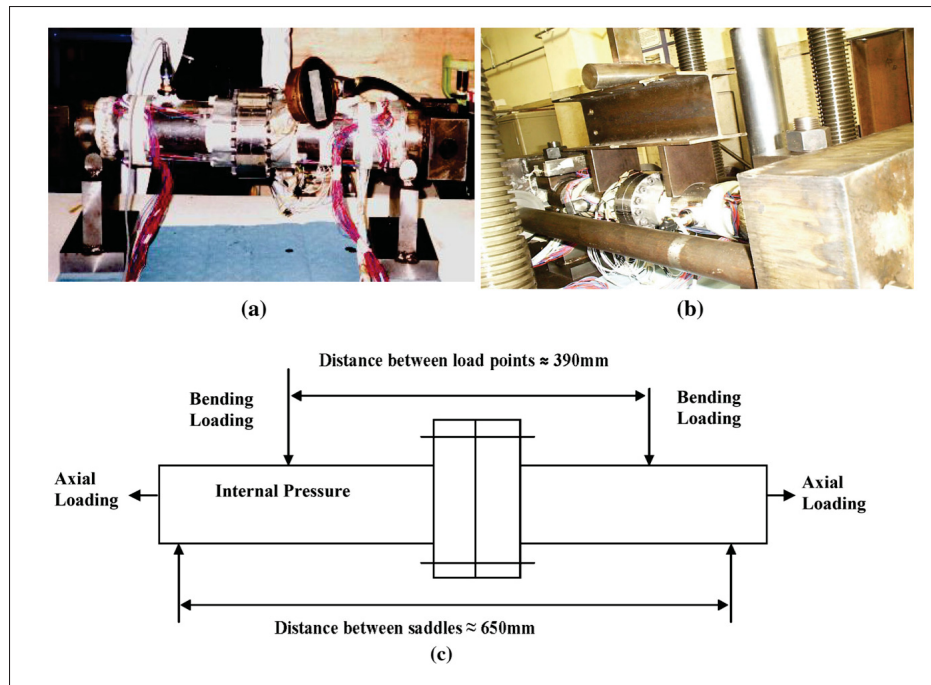


Figure 1.28 Montage expérimentale menée par Abid et al. (Abid *et al.*, 2014).

1.2.6 Les interactions élastiques

Un phénomène critique dans la tenue d'un assemblage boulonné est celui des interactions élastiques. Ce phénomène a été expliqué en introduction. Ces variations de charge non souhaitées compromettent l'uniformité de la compression sur le joint, et donc son efficacité. De nombreuses recherches ont été menées pour modéliser et quantifier ces interactions, notamment en introduisant des coefficients d'interaction élastique. Ces travaux permettent aujourd'hui d'optimiser les séquences de serrage ou de développer des procédures de montage mieux adaptées, réduisant le risque de sous-charge ou de surpression locale sur le joint.

Une première façon d'approcher ce problème est l'utilisation des probabilités. C'est ce que Coria et al. (Coria *et al.*, 2020) ont fait dans leur étude. Leur étude utilise alors les coefficients d'interaction élastique d'une bride afin de concevoir un modèle probabiliste sur chaque boulon.

L'objectif est alors d'étudier comment l'interaction élastique disperse les tensions résultantes dans les boulons, en fonction de la séquence de serrage utilisée ou du nombre de passes.

Ensuite, les travaux de Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018a,b, 2017) traitent de manière complète le problème des interactions élastiques dans les brides. Dans leur première étude, Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2017) étudient ce phénomène de manière globale. À partir de tests expérimentaux, ils construisent un modèle numérique fiable, qui sera utilisé par la suite dans des études. Grâce à ce modèle numérique, ils optimisent les valeurs de serrage des boulons afin d'obtenir un serrage plus uniforme. Aussi, dans une seconde étude, Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2017) évaluent analytiquement ces interactions élastiques. Le modèle se base sur une matrice d'interaction élastique. Grâce à leur étude précédente, ce modèle analytique est validé numériquement.

Maintenant que les modèles analytiques et numériques sont validés par triangulation avec des tests expérimentaux, Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018b) utilisent les interactions élastiques pour prédire et optimiser le serrage des boulons. Leur méthode anticipe les valeurs de tension résultante de chaque boulon, par calcul analytique, puis ajuste les valeurs de couple de serrage afin d'obtenir un serrage le plus uniforme possible sur l'ensemble de la bride.

Une autre étude sur les interactions élastiques dans les brides est celle de Bouzid et Chaaban (Bouzid & Chaaban, 1993). Dans cette étude, ces derniers construisent un modèle analytique afin de déterminer les déplacements et rotations agissant dans une bride en prenant en compte les interactions élastiques entre chaque partie de la bride.

Pour les brides à faces pleines, Alkelani et al. (Alkelani *et al.*, 2009) ont formulé les expressions des interactions élastiques entre les boulons lors du serrage. À la manière de Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018b), la formulation des interactions élastiques permet ici d'anticiper les changements de tension de chaque boulon lors du serrage. Avant toute tentative d'optimisation du serrage, une comparaison entre les prédictions du modèle analytique et les valeurs réelles de couple de serrage est effectuée (fig. 1.29a et fig. 1.29b). Les deux courbes ayant la même tendance et des valeurs finales proches, le modèle analytique est alors validé.

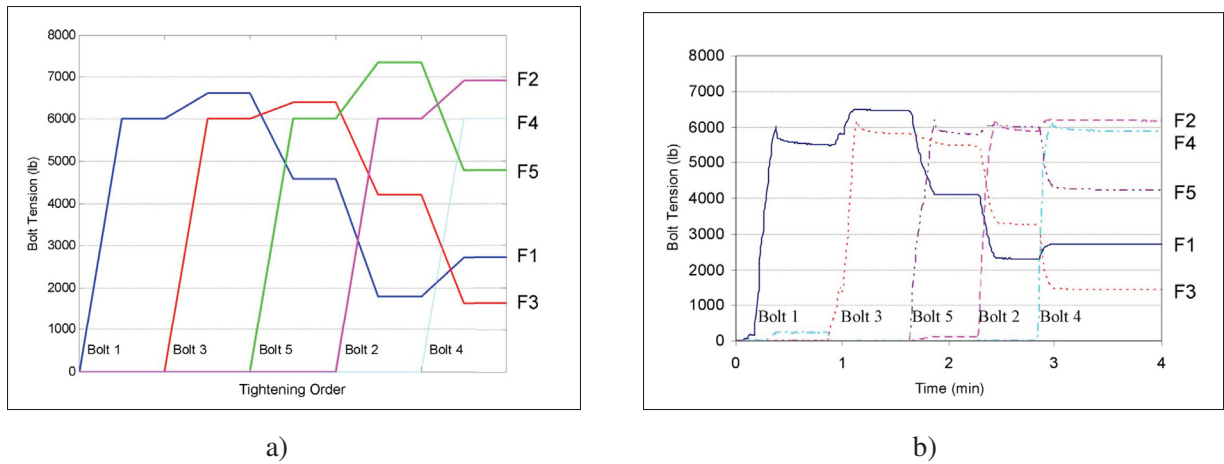


Figure 1.29 Valeurs de tension résultante pour une bride face pleine, selon Alkelani et al. (Alkelani *et al.*, 2009) : a) valeurs prédites b) valeurs expérimentales

Dans le cas de géométrie de bride plus grande, Pan et al. (Pan *et al.*, 2025) ont étudié les conséquences de différentes méthodes de serrage ainsi que du nombre de passes en prenant en compte les interactions élastiques. Leur étude propose même les valeurs des matrices des interactions élastiques de chacune des brides. Cette étude complète permet de bien visualiser le phénomène des interactions et quels en sont les facteurs d'influence de leur présence.

Un autre aspect non-négligeable des interactions élastiques est le desserrage. En effet, bien que les interactions élastiques ne soient présentées que lors du serrage, elle agisse d'une manière néfaste au desserrage. Ainsi, Nassar et al. (Nassar *et al.*, 2010) ont étudié cet effet sur les tensions des boulons (fig.1.30) dans des brides à faces pleines. Ainsi, en desserrant les boulons, la tension des autres boulons voisins ou opposés peut augmenter ou diminuer, de manière significative. Cette variation peut parfois engendrer des dommages dans les boulons ou même dans l'assemblage. La géométrie des faces pleines étant particulière, il est important de pouvoir modéliser les interactions élastiques entre chaque boulon.

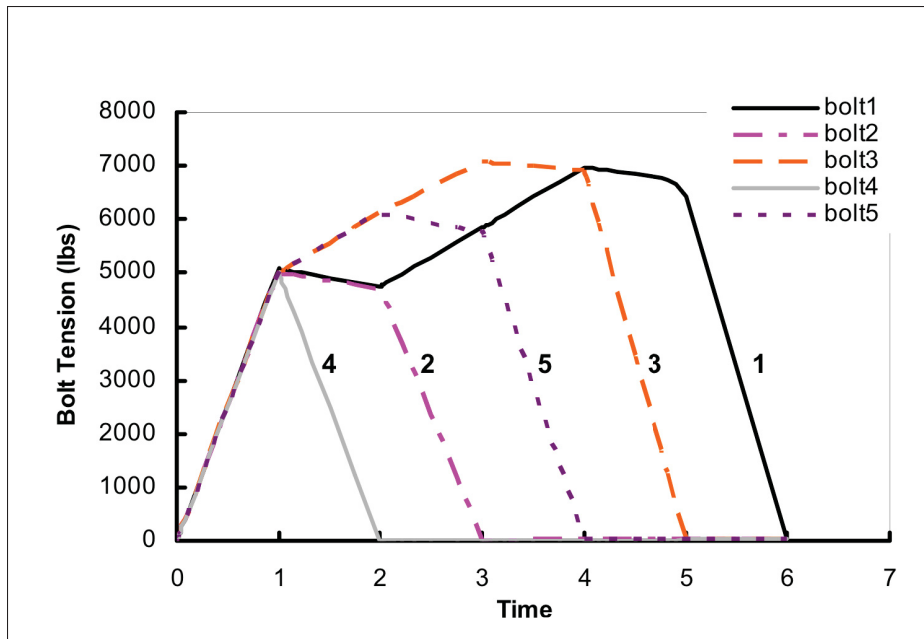


Figure 1.30 Prédiction numérique des tensions dans les boulons lors du desserrage d'une bride, selon Nassar et al. (Nassar *et al.*, 2010).

Une autre étude sur l'optimisation du serrage est celle de Zheng et al. (Zheng *et al.*, 2022). Dans cette étude, les interactions élastiques sont couplées avec la relaxation du joint pour étudier comment les tensions dans les boulons évoluent. Grâce à ce nouveau modèle plus complet, Zheng et al. (Zheng *et al.*, 2022) peuvent optimiser les valeurs de serrage, que ce soit avec ou sans joint (fig. 1.31).

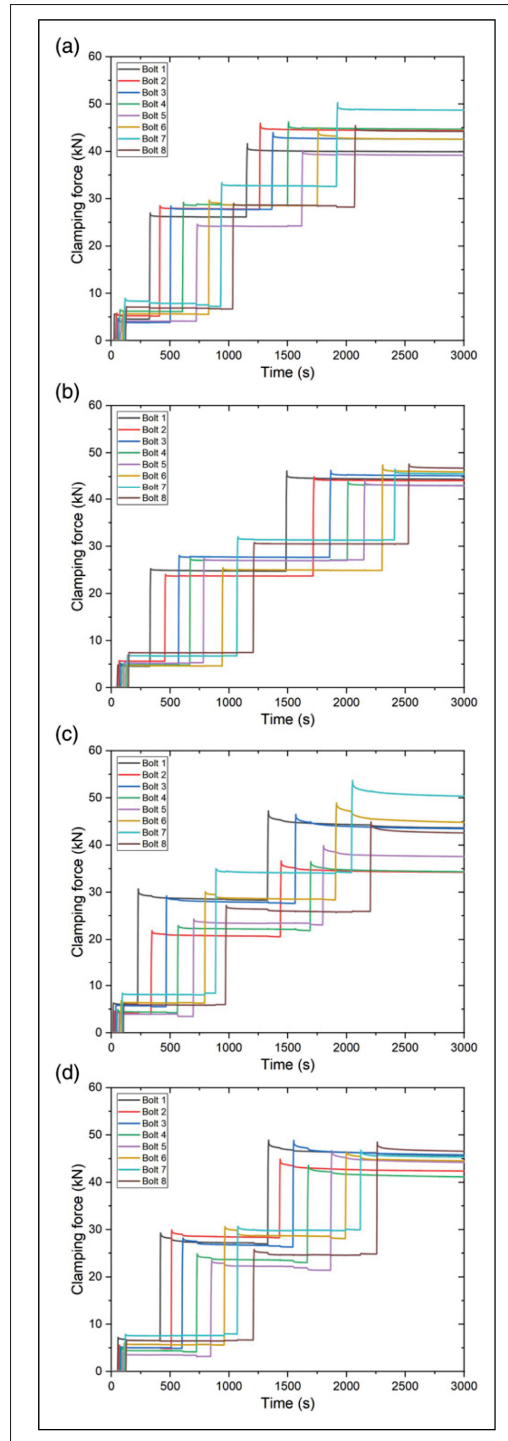


Figure 1.31 Tension résultante dans les boulons : (a) sans joint ni optimisation, (b) sans joint avec optimisation, (c) avec joint sans optimisation, (d) avec joint et optimisation ; selon Zheng et al. (Zheng *et al.*, 2022)

De manière plus globale, Wang et al. (Wang *et al.*, 2017, 2016) ont étudié les interactions élastiques d'un ensemble de boulons, de la relaxation du boulon et les conséquences sur la tension résultante. Le modèle développé est assimilable à un ensemble de ressort agissant les uns sur les autres, induisant ainsi des coefficients d'élasticité entre chaque partie (fig. 1.32). Ainsi, lors du serrage, les coefficients de raideurs influencent les déplacements des autres parties, qui influencent elles-mêmes de manière plus faible les autres parties etc.

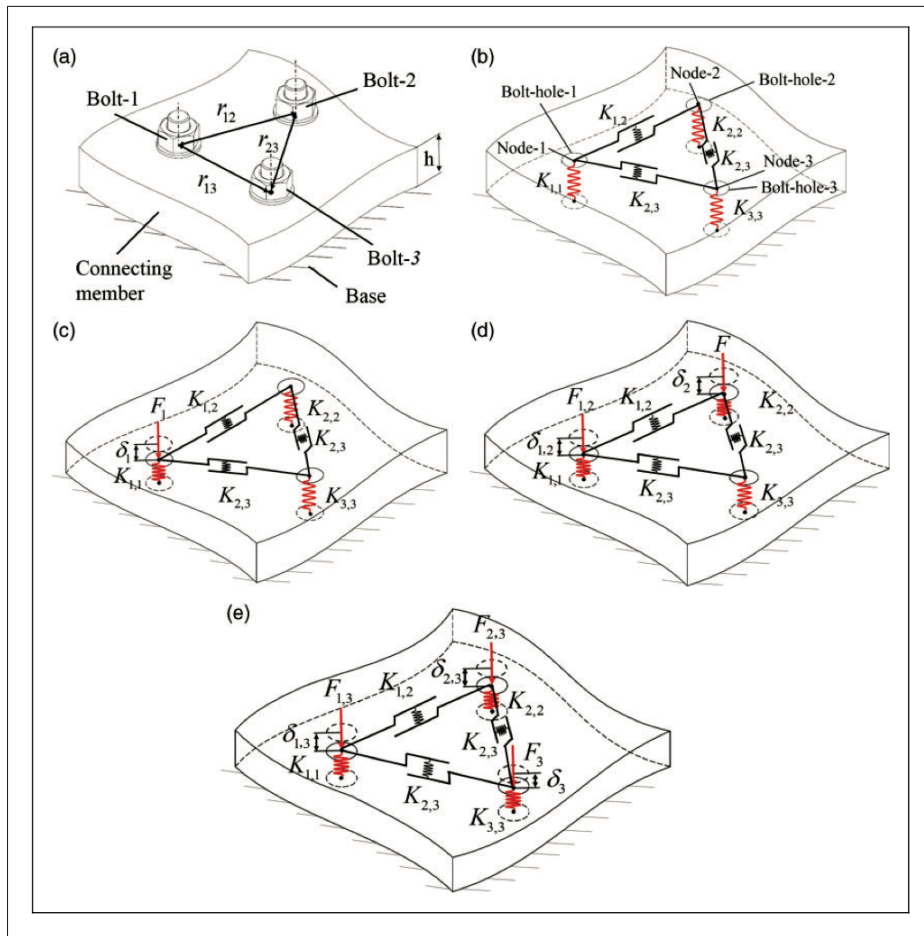


Figure 1.32 Modèle d'interaction élastique d'un ensemble de boulons, selon Wang et al. (Wang *et al.*, 2016)

Ce modèle servira par la suite à déterminer comment l'espacement des boulons influence la tension finale de ceux-ci (voir 1.2.1).

Tout comme Wang et al. (Wang *et al.*, 2017, 2016), Yang et al. (Yang *et al.*, 2025) ont eux aussi modélisé leur assemblage par un ensemble de ressort. Cette fois-ci, la bride est devenue un ensemble de ressort répondant à la sollicitation mécanique du boulon. Le boulon, lors du serrage, va modifier la géométrie de la bride qui va donc se déplacer, provoquant des réactions élastiques au sein de sa géométrie (fig. 1.33).

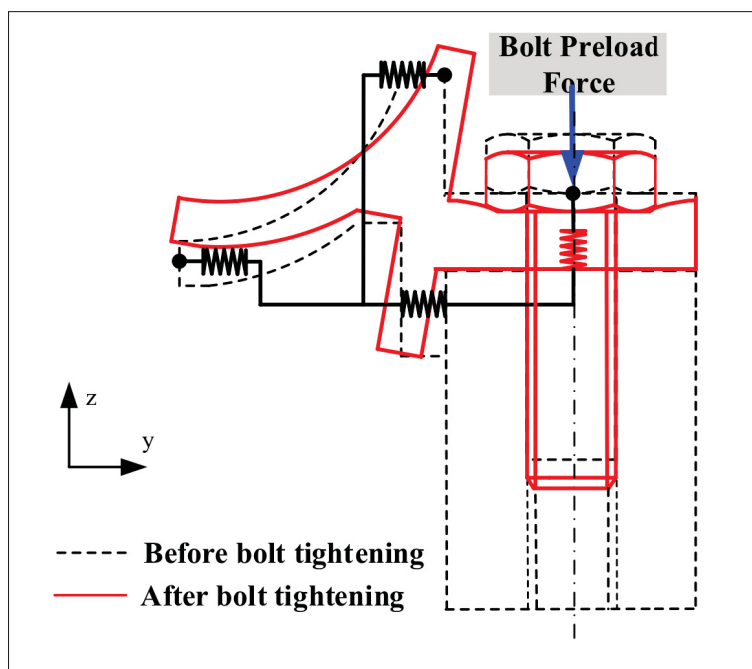


Figure 1.33 Modèle d'interaction élastique d'un ensemble boulon-bride selon Yang et al. (Yang *et al.*, 2025)

Enfin, les interactions élastiques peuvent être étudiées non plus pour déterminer les forces de serrage optimales mais pour déterminer quelle est la séquence de serrage optimale. Dans ce domaine-ci, Li et al. (Li *et al.*, 2019) ont étudié l'influence des séquences de serrage en prenant en compte les interactions élastiques et la relaxation des boulons. Tout comme Wang et al. (Wang *et al.*, 2017, 2016), leur modèle se compose d'un ensemble de ressorts modélisant les boulons et les interactions élastiques entre chaque boulon.

1.3 Les différentes approches analytiques

L'une des premières étapes dans l'étude des assemblages boulonnés consiste à mettre en place un modèle analytique permettant de prédire le comportement mécanique de la bride, du joint et des boulons. Ces modèles peuvent s'appuyer sur différentes approches théoriques, telles que la modélisation par poutres sur fondation élastique, les modèles d'anneaux ou encore les théories de plaques sur des supports ou fondations élastiques. Le but est d'obtenir des expressions analytiques gouvernant les déplacements, les efforts internes et les interactions au sein de l'assemblage, en particulier lors des opérations de serrage.

Une première étude marquante est celle de Bouzid et Chaaban (Bouzid & Chaaban, 1993), qui proposent une méthode simplifiée d'analyse des brides boulonnées intégrant le phénomène d'interaction élastique des différents éléments de l'assemblage boulonné. L'étude traite à la fois des brides à faces surélevées et des brides pleines, comme celles utilisées dans les applications haute pression (ex. : trous de poing dans les échangeurs thermiques). Leur approche met en lumière l'importance de considérer l'effet combiné de la géométrie et du comportement des composants sur la répartition des forces dans les assemblages.

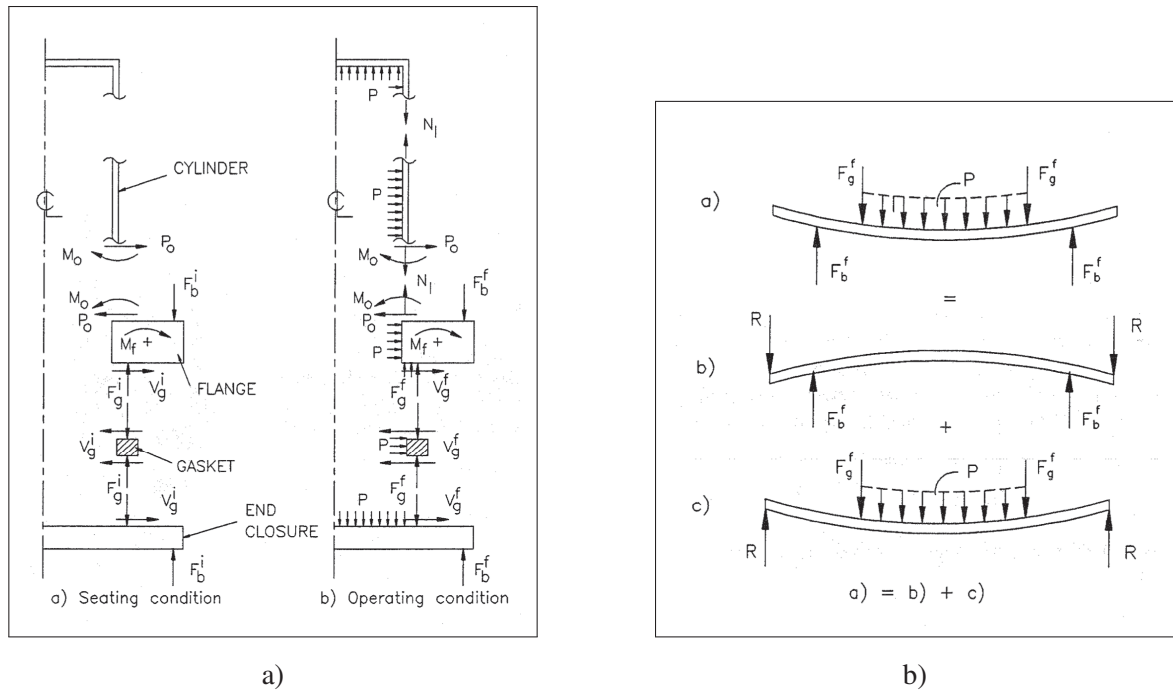


Figure 1.34 Modèle analytique d'une bride pleine développé par Bouzid (Bouzid & Chaaban, 1993) : a) diagramme des corps libres, b) approche basée sur la théorie des plaques.

Ces deux modèles sont différents : le premier fait état du diagramme des corps libres et utilise l'équilibre de chaque partie pour en déterminer les équations de déplacement tandis que le second utilise la théorie des plaques pour déterminer le déplacement dans le couvercle de fermeture d'une bride pleine (fig. 1.34a et fig. 1.34b respectivement) .

Dans une autre approche, Do et al. (Do *et al.*, 2012) développent un modèle basé sur un anneau reposant sur une fondation élastique pour étudier l'effet de l'espacement des boulons sur les contraintes sur le joint (fig. 1.35). En considérant l'équilibre d'un élément infinitésimal de l'anneau, ils établissent un système d'équations différentielles décrivant les déplacements radiaux et axiaux ainsi que les rotations de la bride sous l'effet du serrage. Ce modèle constitue une base théorique robuste pour les études ultérieures.

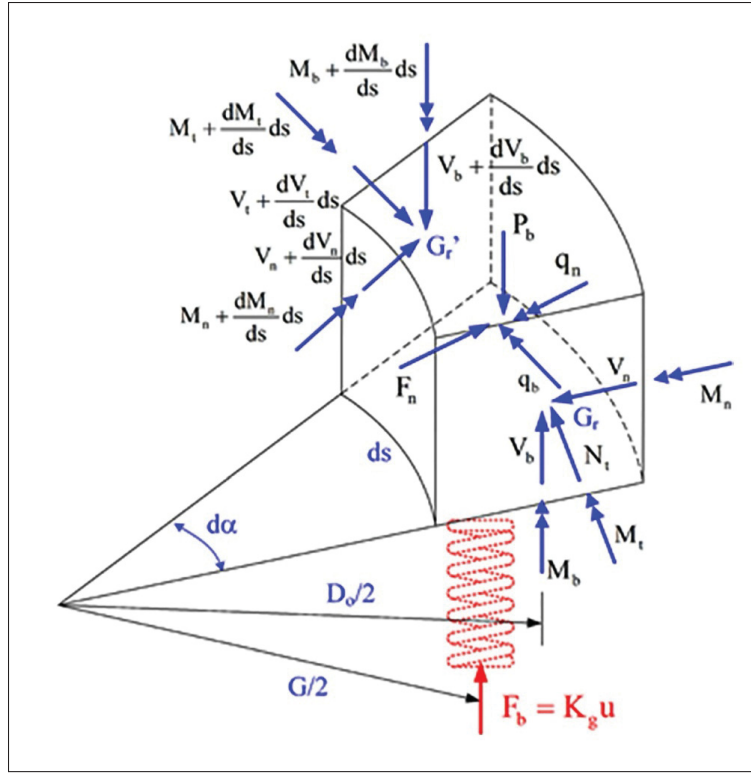


Figure 1.35 Schéma des efforts agissant sur un élément infinitésimal d'un anneau sur fondation élastique, (Do *et al.*, 2012)

Ce modèle est repris par Zhu *et al.* (Zhu *et al.*, 2018a,b), qui approfondissent l'analyse des interactions élastiques en milieu industriel. Dans leur travail, ils évaluent d'abord les effets du serrage successif sur la tension des boulons, puis propose un modèle analytique intégrant l'optimisation des efforts de serrage. La particularité de leur approche repose sur la prise en compte des trois types de déplacement de la bride pour évaluer la rigidité local (fig. 1.36) : (a) la compression locale de la bride sous l'action du boulon, (b) le déplacement axial autour du point d'appui, et (c) la flexion globale de la bride autour de son axe médian. Cette modélisation fine permet une meilleure prédiction de la répartition des contraintes après serrage.

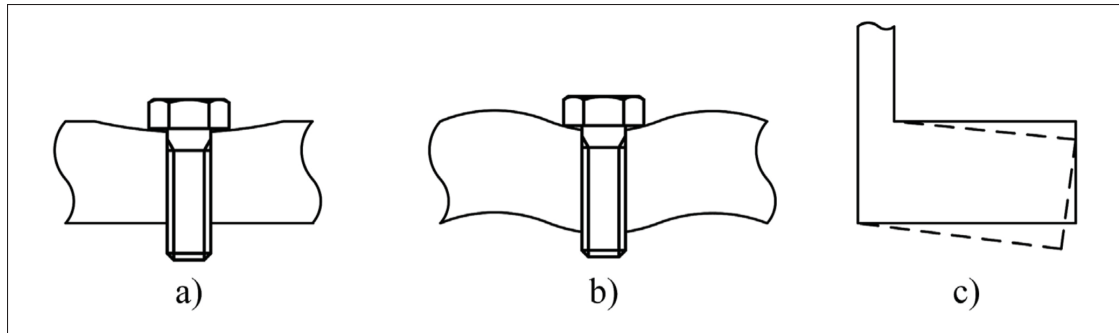


Figure 1.36 Schéma des différentes rotations et déplacements d'une bride à face surélevée lors du serrage d'un boulon, pris en compte par (Zhu *et al.*, 2018a)

Coria et al. (Coria *et al.*, 2020), quant à eux, abordent la problématique sous un angle statistique. Ils s'intéressent à l'influence des séquences de serrage sur la dispersion des charges résiduelles dans les boulons. Leur approche s'appuie sur une analyse probabiliste, combinant calculs de moyenne et d'écart-type, afin d'évaluer la probabilité de devoir effectuer un resserrage localisé. Cette méthode permet d'anticiper les pertes de précharge et de recommander des resserrages stratégiques.

Concernant les brides à faces pleines, les études sont plus rares, mais quelques contributions notables méritent d'être mentionnées. Alkelani et al. (Alkelani *et al.*, 2009) ont proposé une formulation analytique des interactions élastiques dans des assemblages boulonnés avec joints plats. Leur méthode, proche de celle de Do (Do *et al.*, 2012), repose sur l'équilibre d'une portion infinitésimale de la bride (fig. 1.37). En analysant les forces et moments résultants de la compression du joint lors du serrage, ils parviennent à modéliser l'impact du serrage d'un boulon sur ses voisins.

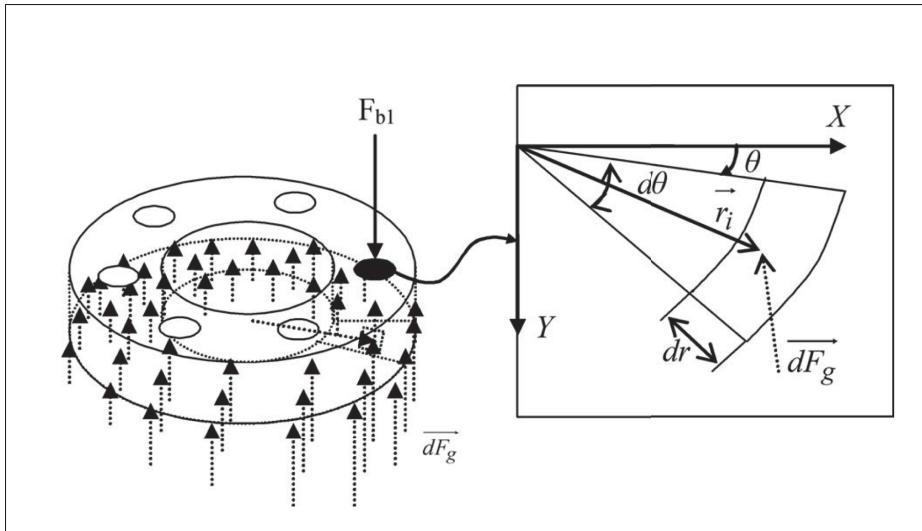


Figure 1.37 Schéma du modèle analytique de Alkeni et al.
(Alkelani *et al.*, 2009)

Dans une démarche similaire, Galai (Galai, 2009) explore différentes modélisations analytiques selon le type de contact et de géométrie de la bride. Pour les brides à joint pleine face, ils utilisent une représentation par un ensemble de ressorts circulaires et hélicoïdaux simulant le comportement élastique de la bride (fig. 1.38). Pour les brides avec contact métal-métal au-delà de la zone boulonnée, ils appliquent deux approches distinctes : l'une basée sur la théorie de la poutre continue, l'autre sur une plaque percée en son centre. Ces modèles permettent d'évaluer précisément la rigidité globale de la bride et sa réponse au serrage.

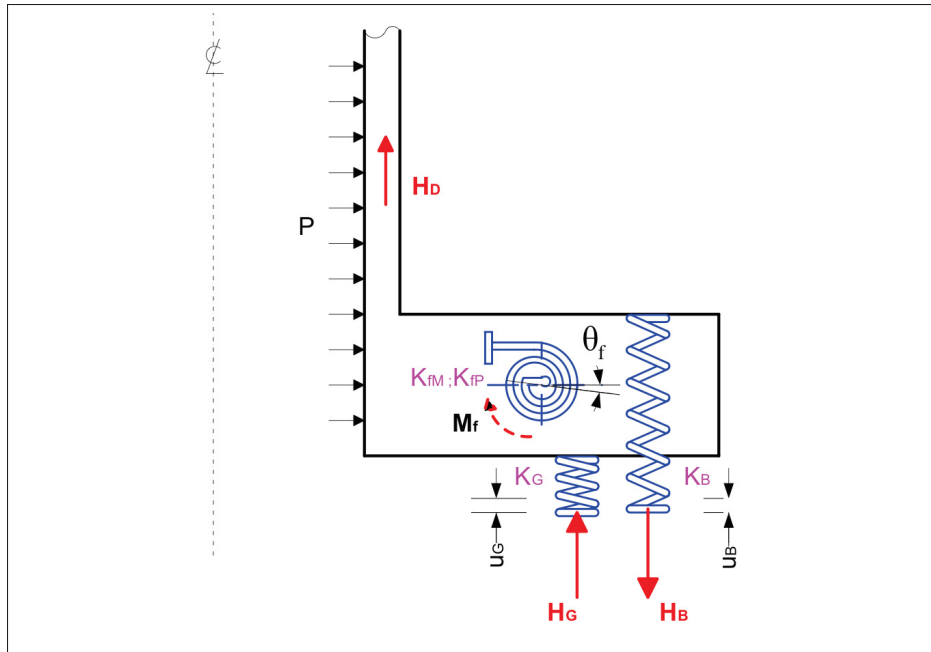


Figure 1.38 Modélisation d'une bride munie de joint pleine face par Galai (Galai, 2009)

Enfin, plus récemment, Pan et al. (Pan *et al.*, 2025) se sont intéressés à un cas particulier de bride à face pleine de grand diamètre, comportant jusqu'à 60 boulons. Leur approche repose sur la théorie des groupes de boulons, où chaque boulon est assimilé à un ressort avec une raideur propre (fig. 1.39). Lors du serrage d'un boulon, une nouvelle constante de raideur se crée entre ce boulon et ses voisins, modifiant la distribution de la tension dans l'ensemble du groupe. Le système d'équation final est alors un système assez répandu : la tension finale de chaque boulon s'exprime en fonction des constantes de raideurs de chaque inter-boulons, tout en prenant en compte la raideur du boulon lui-même. Ce modèle permet de prédire la tension finale dans chaque boulon en fonction de l'ordre de serrage et des coefficients de raideur induits par les interactions élastiques.

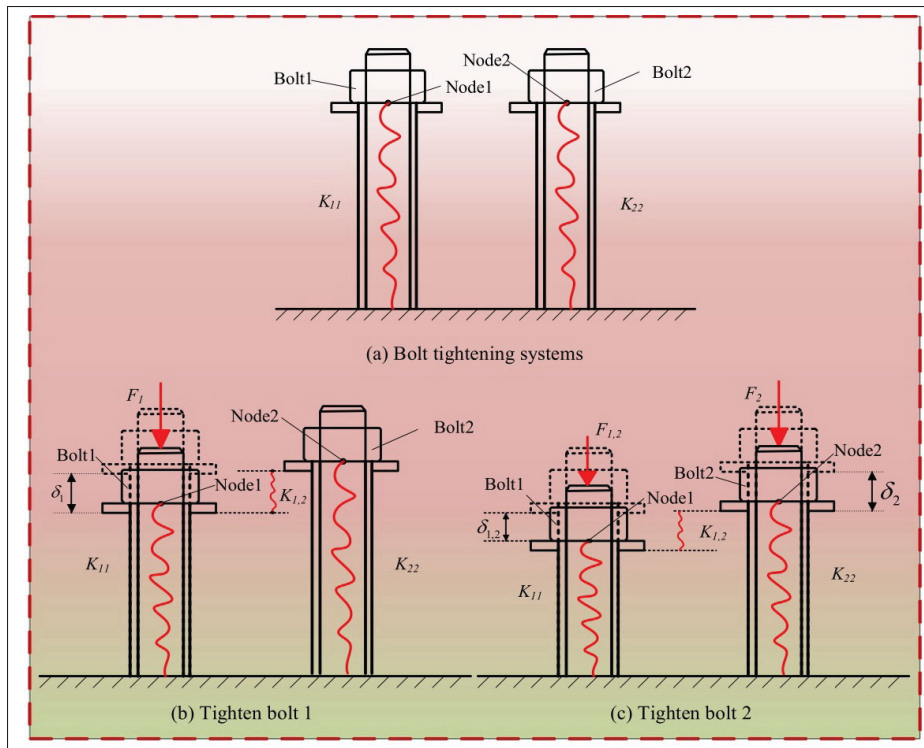


Figure 1.39 Modèle d'interaction élastique utilisé pour le modèle analytique de Pan et al. (Pan *et al.*, 2025)

Ces différents travaux montrent l'intérêt croissant porté à la compréhension analytique des assemblages boulonnés. La diversité des approches, allant de la mécanique des milieux continus à l'analyse statistique, témoigne de la complexité du phénomène et de la nécessité de le modéliser précisément pour garantir la sécurité, la performance et la durabilité des assemblages industriels.

1.4 Objectifs

Comme vu dans cette revue de la littérature, de nombreuses études sur les assemblages boulonnés sont à relever. Les études se concentrent sur différents facteurs d'influence de la qualité de l'étanchéité de la bride (géométrie de la bride, les séquences de serrage, le nombre de passes, le joint, l'espacement des boulons, la prise en compte des chargements extérieurs et enfin les interactions élastiques). Parmi toutes ces études, la majorité s'effectue sur les brides à faces surélevées avec un joint. Pour autant, les brides pleines sont des éléments présents dans l'industrie

et le manque de connaissance quant à ces dispositifs est une faiblesse. Les brides pleines en particulier sont souvent sujettes au serrage et desserrage, car elles sont régulièrement utilisées pour des inspections à l'intérieur des appareils pressurisés. Il est donc crucial de comprendre et d'appréhender les différents phénomènes agissant sur ce genre de dispositif lors de leur installation et utilisation.

L'objectif principal de cette étude est alors de construire un modèle analytique capable de déterminer les coefficients de souplesse de brides pleines et à collerettes de différentes géométries et classes. Cet objectif est justifié par l'utilisation de ces coefficients : ils permettent de déterminer les tensions dans les boulons lors des différents serrages. Un des objectifs secondaires est de construire des modèles numériques pour chacune des dimensions et classes de bride étudiées afin de comparer les résultats du modèle analytique à ceux du modèle numérique. Un autre objectif est de réaliser une étude expérimentale sur un assemblage de taille connue afin d'effectuer une validation croisée entre les trois modèles. Ces validations croisées (numérique-analytique et numérique-analytique-expérimentale) permettront de valider la robustesse du modèle analytique.

CHAPITRE 2

MODÉLISATION ANALYTIQUE

La première approche pour étudier ce phénomène est de développer un modèle analytique. Ce modèle est construit à partir de la théorie des plaques minces non axisymétriques reposant sur des appuis élastiques soumise à un chargement ponctuel à un rayon donné. Ce travail est une extension de la théorie détaillé dans le livre de Timoshenko (Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1959) et adapté pour correspondre aux différents cas étudiés.

2.1 Présentation du problème

Le modèle développé permet de déterminer les constantes de souplesse correspondant à chaque localisation des boulons nécessaire pour l'étude inter-élastique des assemblages à brides boulonnées soumises à un serrage de la boulonnerie. Pour cela, il est impératif d'obtenir le déplacement à ces localisations particulières. Le déplacement est alors obtenu grâce à la résolution de l'équation bi-harmonique, qui régit le déplacement dans une plaque soumise à une force concentrée :

$$\Delta\Delta w = \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0 \quad (2.1)$$

Où w correspond au déplacement dans la plaque et x, y, z les coordonnées cartésiennes.

Dans le cas de bride, qu'elles soient pleine ou à collerette, la géométrie est circulaire. L'équation bi-harmonique s'écrit alors en coordonnées polaires de la façon suivante :

$$\Delta\Delta w = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right) \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial r^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} - \frac{2}{r^3} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial r} + \frac{4}{r^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = 0 \quad (2.2)$$

Où w est toujours le déplacement dans le plaque et r, θ les coordonnées polaires.

Cette équation est alors résolue par Michell (Michell, 1899) et l'expression du déplacement en coordonnées polaires s'écrit comme :

$$w(r, \theta) = R_0(r) + R_1(r) \cos(\theta) + \sum_{m=2}^{+\infty} R_m(r) \cos(m\theta) \quad (2.3)$$

Où les constantes $R_m(r)$ sont exprimées comme suit :

$$\begin{cases} R_0(r) = A_0 + B_0 r^2 + C_0 \log(r) + D_0 r^2 \log(r) \\ R_1(r) = A_1 r + B_1 r^3 + C_1 r^{-1} + D_1 r \log(r) \\ R_m(r) = A_m r^m + B_m r^{m+2} + C_m r^{-m} + D_m r^{-m+2} \end{cases} \quad (2.4)$$

Par la suite, les dépendances en r des constantes R_m seront omises. Il est nécessaire de définir correctement le modèle. Pour cela, une distinction sera faite dans chaque cas, celui d'une bride pleine ou d'une bride à collerette.

2.1.1 Modèle pour bride pleine

2.1.1.1 Définition du problème et des inconnues

Pour commencer, certaines approximations sont à prendre en compte. Dans le cas d'une bride pleine, une première modélisation est de considérer la bride comme une plaque de rayon extérieur r_O et d'épaisseur finie non trouée, reposant sur un support élastique (ressort de constante k_S) de rayon r_S modélisant le joint et soumise à une force ponctuelle à un rayon d'application r_F , modélisant le serrage d'un boulon.

La plaque modélisant la bride est alors découpée en 3 régions. La première région, celle la plus à l'extérieur, est comprise entre le rayon extérieur et rayon d'application de la force. La seconde région est celle comprise entre le rayon d'application de la force et le rayon du support élastique. Enfin, la troisième région correspond à celle entre le centre de la plaque et du support élastique.

Ce découpage de région est résumé dans la figure 2.1. Par la suite, une distinction sera alors faite sur le déplacement dans chaque région. Ainsi, le déplacement global w devient $\forall i \in [[1; 3]]$, w_i et les constantes R_m deviennent $\forall i \in [[1; 3]]$, $R_{m,i}$ pour chacune des régions étudiées.

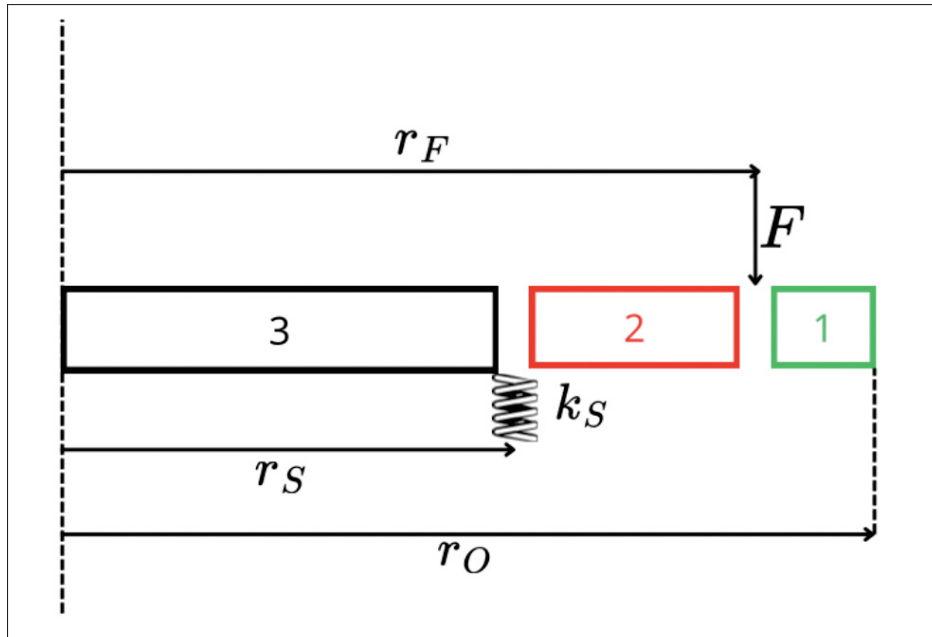


Figure 2.1 Schéma de la modélisation analytique de la bride pleine en plusieurs régions

Pour une bride pleine, des simplifications apparaissent. En effet, dans le cas où $r \rightarrow 0$, c'est à dire dans la région centrale, le déplacement se doit d'être fini. Or, les constantes présentes dans l'équation 2.4 ne le sont pas lorsque $r \rightarrow 0$. Il en découle alors des simplifications :

$$C_{0,3} = D_{0,3} = C_{1,3} = D_{1,3} = C_{m,3} = D_{m,3} = 0 \quad (2.5)$$

Ainsi, dans le cas où $m = 0$, les inconnues s'écrivent :

$$\begin{cases} R_{0,1} = A_{0,1} + B_{0,1}r^2 + C_{0,1} \log(r) + D_{0,1}r^2 \log(r) \\ R_{0,2} = A_{0,2} + B_{0,2}r^2 + C_{0,2} \log(r) + D_{0,2}r^2 \log(r) \\ R_{0,3} = A_{0,3} + B_{0,3}r^2 \end{cases} \quad (2.6)$$

Dans le cas où $m = 1$, les inconnues s'écrivent :

$$\begin{cases} R_{1,1} = A_{1,1}r + B_{1,1}r^3 + C_{1,1}r^{-1} + D_{1,1}r \log(r) \\ R_{1,2} = A_{1,2}r + B_{1,2}r^3 + C_{1,2}r^{-1} + D_{1,2}r \log(r) \\ R_{1,3} = A_{1,3}r + B_{1,3}r^3 \end{cases} \quad (2.7)$$

Et enfin, dans le cas où $m > 1$, les inconnues s'écrivent :

$$\begin{cases} R_{m,1} = A_{m,1}r^m + B_{m,1}r^{m+2} + C_{m,1}r^{-m} + D_{m,1}r^{-m+2} \\ R_{m,2} = A_{m,2}r^m + B_{m,2}r^{m+2} + C_{m,2}r^{-m} + D_{m,2}r^{-m+2} \\ R_{m,3} = A_{m,3}r^m + B_{m,3}r^{m+2} \end{cases} \quad (2.8)$$

Puisque la résolution se fera par itération sur m , il y a, à chaque itération, 10 inconnues :

- 4 inconnues dans la région 1
- 4 inconnues dans la région 2
- 2 inconnues dans la région 3

Il est donc nécessaire de trouver 10 équations indépendantes afin de résoudre le problème.

2.1.1.2 Mise en équations

Avant de définir les 10 équations permettant de résoudre le problème, il est nécessaire de définir la force concentrée. Dans son livre, Timoshenko (Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1959) définit cette force répartie par :

$$q = \frac{F}{\pi r_F} \left(\frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{+\infty} \cos(m\theta) \right) \quad (2.9)$$

À des fins de compréhension et d'écriture, cette force a été travaillée pour être exprimée sous la forme de la série suivante :

$$q = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{F a_m}{2\pi r_F} \cos(m\theta) \text{ où } \begin{cases} a_m = 1 \text{ si } m = 0 \\ a_m = 2 \text{ si } m > 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

De plus, par la forme de l'expression du déplacement, des simplifications sont à exhiber. En effet, l'expression de la dérivée seconde du déplacement par rapport à la variable angulaire autorise une simplification :

$$\forall i \in \llbracket 1; 3 \rrbracket, \forall m \in \mathbb{N}, \frac{\partial^2 w_i}{\partial \theta^2} = -m^2 w_i = -m^2 \left(R_{0,i} + R_{1,i} \cos(\theta) + \sum_{m=2}^{+\infty} R_{m,i} \cos(m\theta) \right) \quad (2.11)$$

Où i fait référence aux régions 1, 2 et 3 de la plaque.

Cette simplification vient de la double dérivée de $\cos(m\theta)$:

$$\forall i \in \llbracket 1; 3 \rrbracket, \begin{cases} \frac{\partial^2 R_{0,i}}{\partial \theta^2} = 0 = -m^2 R_{0,i} & \text{si } m = 0 \\ \frac{\partial^2 (R_{1,i} \cos(\theta))}{\partial \theta^2} = -R_{1,i} \cos(\theta) = -m^2 R_{1,i} \cos(\theta) & \text{si } m = 1 \\ \frac{\partial^2 (R_{m,i} \cos(m\theta))}{\partial \theta^2} = -m^2 R_{m,i} \cos(m\theta) & \text{si } m > 1 \end{cases} \quad (2.12)$$

Tout comme la bride est modélisée par une plaque, le joint est lui modélisé comme un support élastique. Ce support est représentée dans le problème par un ressort de constante k_S . Ce ressort n'a pas de largeur et donc le rayon r_S est pris comme étant le rayon moyen du joint réel. Concernant l'expression de la constante k_S , celle-ci va dépendre du joint utilisé. Le joint réel a un module de compression, une épaisseur et une largeur. Dans le cas analytique, la constante k_S est pour une moitié d'un joint puisqu'il y a une symétrie à la mi-épaisseur et est alors exprimée comme :

$$k_S = \frac{2E_g N_g}{t_g} \quad (2.13)$$

De plus, le rigidité en flexion de la plaque est définie par :

$$D = \frac{Et_f^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (2.14)$$

Ceci étant fait, la mise en équation peut être construite. Les 10 équations sont alors déterminées à partir des conditions aux rives.

2.1.1.2.1 Région 1

Dans le cas de la région 1, des conditions de bord libre sont appliquées à r_O . Ainsi, les 2 équations trouvées sont celles de moment libre ainsi que de cisaillement libre :

$$\begin{aligned}
 M_r &= 0 \Leftrightarrow D \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_O} \frac{\partial w_1}{\partial r} + \frac{1}{r_O^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) \right] = 0 \\
 V &= Q_r + \frac{\partial M_{r\theta}}{r \partial \theta} = 0 \\
 \Leftrightarrow D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_O} \frac{\partial w_1}{\partial r} + \frac{1}{r_O^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) \right] - \frac{D(1-\nu)}{r_O} \left[-\frac{1}{r_O^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r_O} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) \right] &= 0
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

2.1.1.2.2 Région 2

Dans le cas de la région 2, deux types de conditions sont utilisées. La première est celle de la discontinuité du cisaillement. En effet, sur tout le pourtour du cercle de rayon r_F , le cisaillement est égale à la force répartie. Cette discontinuité permet alors d'exprimer le cisaillement en fonction de la force appliquée :

$$Q_{r_F^-} - Q_{r_F^+} = q \Leftrightarrow D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_F} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{m^2}{r_F^2} w_2 \right) \right] = \frac{F a_m}{2\pi r_F} \tag{2.16}$$

Les cisaillements $Q_{r_F^-}$ et $Q_{r_F^+}$ correspondent chacun au cisaillement présent à $r_F - \Delta r$ et $r_F + \Delta r$ respectivement. Cela correspond à une position de r_F plus ou moins une distance infinitésimale. De plus, en effectuant un bilan sur la région 1, les équations indiquent que $Q_{r_F^+}$ est nul. Le second type de conditions aux limites utilisées est celui des compatibilités géométriques. En effet, à r_F , il y a continuité du déplacement, de la rotation et du rayon de courbure :

$$\begin{aligned}
 w_1 &= w_2 \\
 \theta_1 &= \theta_2 \text{ où } \theta_i = \frac{\partial w_i}{\partial r} \\
 \kappa_1 &= \kappa_2 \text{ où } \kappa_i = \frac{\partial^2 w_i}{\partial r^2}
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

2.1.1.2.3 Région 3

Enfin pour la région 3, les conditions trouvées sont similaires à celles de la région 2. À r_S , le cisaillement est non-nul par la présence du support élastique, qui implique une force proportionnelle au déplacement à ce rayon :

$$Q_{r_S^-} - Q_{r_S^+} = k_S w_3 \Leftrightarrow -D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_S} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{m^2}{r_S^2} w_2 \right) \right] = k_S w_3 \quad (2.18)$$

Tout comme pour l'équation 2.16, le bilan sur la région 3 indique un cisaillement $Q_{r_S^-}$ nul. De plus, tout comme pour la région 2, des conditions de compatibilités géométriques s'appliquent :

$$\begin{aligned} w_2 &= w_3 \\ \theta_2 &= \theta_3 \\ \kappa_2 &= \kappa_3 \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.1.1.2.4 Résumé des équations

En prenant en compte la simplification démontrée dans l'équation 2.11, les 10 équations sont obtenues comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l}
M_r = D \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_O} \frac{\partial w_1}{\partial r} - \frac{m^2}{r_O^2} w_1 \right) \right] = 0 \\
V = D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_O} \frac{\partial w_1}{\partial r} - \frac{m^2}{r_O^2} w_1 \right) \right] - D(1 - \nu) \left[\frac{m^2}{r_O^3} w_1 + -\frac{m^2}{r_O^2} \frac{\partial w_1}{\partial r} \right] = 0 \\
w_1 = w_2 \\
\theta_1 = \theta_2 \\
\kappa_1 = \kappa_2 \\
Q_{r_F^-} = D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_F} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{m^2}{r_F^2} w_2 \right) \right] = \frac{F a_m}{2\pi r_F} \\
w_2 = w_3 \\
\theta_2 = \theta_3 \\
\kappa_2 = \kappa_3 \\
Q_{r_S^+} = D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_S} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{m^2}{r_S^2} w_2 \right) \right] = -k w_3
\end{array} \right. \quad (2.20)$$

Cela permet alors d'avoir un système de 10 équations à 10 inconnues. Ce problème peut alors être écrit en problème matriciel :

$$[H]_m \{X\} = (b) \quad (2.21)$$

Où $\{X\}$ est le vecteur des 10 inconnues $A_{k,i}, B_{k,i}, C_{k,i}, D_{k,i}$:

$$\{X\}^T = [A_{m,1}, B_{m,1}, C_{m,1}, D_{m,1}, A_{m,2}, B_{m,2}, C_{m,2}, D_{m,2}, A_{m,3}, B_{m,3}] \quad (2.22)$$

Et (b) le vecteur des seconds membres définit par :

$$(b)^T = \left(0, 0, 0, 0, 0, \frac{F a_m}{2\pi r_F}, 0, 0, 0, 0 \right) \quad (2.23)$$

Enfin, les matrices $[H]_m$ sont les coefficients de la m-ième itération de la série définie dans l'équation 2.3. Il existe 3 possibilités pour ces matrices : si $m = 0$, $m = 1$ ou $m > 1$. Pour $m = 0$,

$[H]_0$ s'exprime comme :

$$[H]_{m=0} = \begin{bmatrix} 0 & -2D(1+\nu) & D(1-\nu)r_O^{-2} & -D(2\log(r_O)(1+\nu)+3+\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4Dr_O^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & r_F^2 & \log(r_F) & r_F^2 \log(r_F) & -1 & -r_F^2 & -\log(r_F) & -r_F^2 \log(r_F) & 0 & 0 \\ 0 & 2r_F & r_F^{-1} & r_F + 2r_F \log(r_F) & 0 & -2r_F & -r_F^{-1} & -r_F - 2r_F \log(r_F) & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -r_F^{-2} & 2\log(r_F) + 3 & 0 & -2 & r_F^{-2} & -2\log(r_F) - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4Dr_F^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & r_S^2 & \log(r_S) & r_S^2 \log(r_S) & -1 & -r_S^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2r_S & r_S^{-1} & r_S + 2r_S \log(r_S) & 0 & -2r_S \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -r_S^{-2} & 2\log(r_S) + 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4Dr_S^{-1} & -k_S & -k_S r_S^2 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Dans le cas ou $m = 1$, $[H]_1$ s'exprime comme :

$$[H]_{m=1} = \begin{bmatrix} 0 & -2Dr_O(3+\nu) & 2Dr_O^{-3}(1-\nu) & -Dr_O^{-1}(1+\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D(2\nu-10) & -2D(\nu-1)r_O^{-4} & Dr_O^{-2}(3-\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_F & r_F^3 & r_F^{-1} & r_F \log(r_F) & -r_F & -r_F^3 & -r_F^{-1} & -r_F \log(r_F) & 0 & 0 \\ 1 & 3r_F^2 & -r_F^{-2} & \log(r_F) + 1 & -1 & -3r_F^2 & r_F^{-2} & -\log(r_F) - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6r_F & 2r_F^{-3} & r_F^{-1} & 0 & -6r_F & -2r_F^{-3} & -r_F^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8D & 0 & 2Dr_F^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_S & r_S^3 & r_S^{-1} & r_S \log(r_S) & -r_S & -r_S^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3r_S^2 & -r_S^{-2} & \log(r_S) + 1 & -1 & -3r_S^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6r_S & 2r_S^{-3} & r_S^{-1} & 0 & -6r_S \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8D & 0 & 2Dr_S^{-2} & -k_S r_S & -k_S r_S^3 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Dans le cas ou $m > 1$, $[H]_m$ s'exprime comme :

$$[H]_m = [[L][M][N]] \quad (2.26)$$

où :

$$[L] = \begin{bmatrix} -Dr_O^{m-2}(m(m+1)+v(m-m^2)) & -Dr_O^{-m-2}(m(m+1)+v(m-m^2)) & -Dr_O^m(m(m+1)+v(m-m^2)) \\ -Dr_O^{m-3}(m^2(1-v)(1-m)) & -Dr_O^{-m-3}(m^3+m^2)(v-1) & -Dr_O^{m-1}(m(m+1)(m(v-1)+4)) \\ r_F^m & r_F^{-m} & r_F^{m+2} \\ mr_F^{m-1} & -mr_F^{-m-1} & (m+2)r_F^{m+1} \\ (m+1)r_F^{m-2} & -m(-m-1)r_F^{-m-2} & (m+2)(m+1)r_F^m \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

et :

$$[M] = \begin{bmatrix} -Dr_O^{-m}((m-2)(m-1)-v(m-2+m^2)) & 0 & 0 \\ Dr_O^{-m-1}m(m-1)(m(v-1)-4) & 0 & 0 \\ r_F^{-m+2} & -r_F^m & -r_F^{-m} \\ (-m+2)r_F^{-m+1} & -mr_F^{m-1} & mr_F^{-m-1} \\ (m-2)(m-1)r_F^{-m} & -m(m-1)r_F^{m-2} & -m(m+1)r_F^{-m-2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_S^m & r_S^{-m} \\ 0 & mr_S^{m-1} & -mr_S^{-m-1} \\ 0 & m(m-1)r_S^{m-2} & m(m+1)r_S^{-m-2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

et :

$$[N] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -r_F^{m+2} & -r_F^{-m+2} & 0 & 0 \\ -(m+2)r_F^{m+1} & -(-m+2)r_F^{-m+1} & 0 & 0 \\ -(m+2)(m+1)r_F^m & -(-m+2)(-m+1)r_F^{-m} & 0 & 0 \\ -4Dr_F^{m-1}m(m+1) & -4Dr_F^{-m-1}m(m-1) & 0 & 0 \\ r_S^{m+2} & -r_S^{2-m} & -r_S^m & -r_S^{m+2} \\ (m+2)r_S^{m+1} & (2-m)r_S^{-m+1} & -mr_S^{m-1} & -(m+2)r_S^{m+1} \\ (m+2)(m+1)r_S^m & (m-2)(m-1)r_S^{-m} & -m(m-1)r_S^{m-2} & (m+2)(m+1)r_S^m \\ -4Dr_S^{m-1}(m(m+1)) & -4Dr_S^{-m-1}(m(m-1)) & -k_s r_S^m & -k_s r_S^{m+2} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

2.1.2 Modèle pour bride à collerette

2.1.2.1 Définition du problème et des inconnues

Tout comme pour la bride pleine, des approximations sont à prendre en compte. La bride à collerette est alors modélisée comme une plaque trouée de rayon extérieur r_O et intérieur r_i reposant sur un support élastique (ressort de constante k_s) à r_S et soumise à une force ponctuelle appliquée à un rayon r_F . La collerette est modélisée par une coque d'épaisseur équivalente t_e définie par Lake et Boyd (Lake & Boyd, 1957), placée à r_i , dont un diagramme des corps libres (DCL) est à considérer.

Tout comme la bride pleine, la plaque est découpée en 3 régions. Les limites des régions 1 et 2 restent identiques, tandis que la région 3 est comprise entre r_i et r_S . Le schéma du problème se trouve sur la figure 2.2.

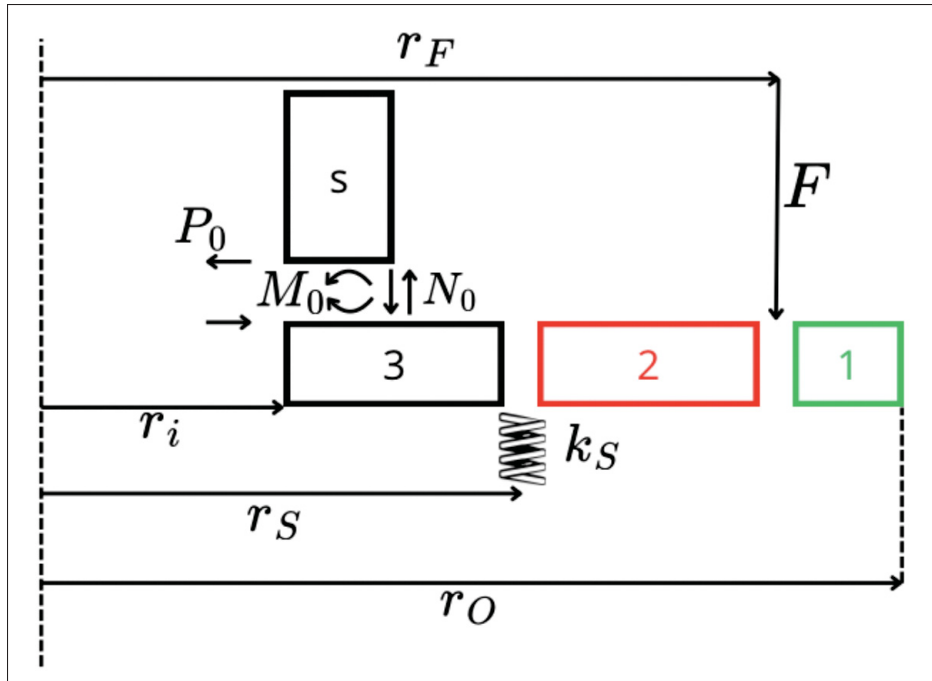


Figure 2.2 Schéma de la modélisation analytique de la bride à collerette en plusieurs régions

Cette fois-ci, la plaque a un rayon intérieur. Les approximations faites pour le cas d'une bride pleine dans l'équation 2.5 ne sont plus valides. Ainsi, les inconnues dans ce cas-ci s'écrivent, si $m = 0$:

$$\begin{cases} R_{0,1} = A_{0,1} + B_{0,1}r^2 + C_{0,1} \log(r) + D_{0,1}r^2 \log(r) \\ R_{0,2} = A_{0,2} + B_{0,2}r^2 + C_{0,2} \log(r) + D_{0,2}r^2 \log(r) \\ R_{0,3} = A_{0,3} + B_{0,3}r^2 + C_{0,3} \log(r) + D_{0,3}r^2 \log(r) \end{cases} \quad (2.30)$$

Dans le cas où $m = 1$, les inconnues s'écrivent :

$$\begin{cases} R_{1,1} = A_{1,1}r + B_{1,1}r^3 + C_{1,1}r^{-1} + D_{1,1}r \log(r) \\ R_{1,2} = A_{1,2}r + B_{1,2}r^3 + C_{1,2}r^{-1} + D_{1,2}r \log(r) \\ R_{1,3} = A_{1,3}r + B_{1,3}r^3 + C_{1,3}r^{-1} + D_{1,3}r \log(r) \end{cases} \quad (2.31)$$

Enfin dans le cas où $m > 1$:

$$\begin{cases} R_{m,1} = A_{m,1}r^m + B_{m,1}r^{m+2} + C_{m,1}r^{-m} + D_{m,1}r^{-m+2} \\ R_{m,2} = A_{m,2}r^m + B_{m,2}r^{m+2} + C_{m,2}r^{-m} + D_{m,2}r^{-m+2} \\ R_{m,3} = A_{m,3}r^m + B_{m,3}r^{m+2} + C_{m,3}r^{-m} + D_{m,3}r^{-m+2} \end{cases} \quad (2.32)$$

Tout comme la bride pleine, la résolution se fait par itération sur m . Ainsi, cette fois-ci, il n'y a plus 10 mais 15 inconnues à chaque itérations : 4 dans chaque région ainsi que les 3 inconnues du DCL N_0 , M_0 et P_0 . Il faut donc trouver 15 équations indépendantes pour résoudre le problème.

2.1.2.2 Mise en équation

De la même manière que la bride pleine, l'expression de la force s'exprime comme :

$$q = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{F a_m}{2\pi r_F} \cos(m\theta) \text{ où } \begin{cases} a_m = 1 \text{ si } m = 0 \\ a_m = 2 \text{ si } m > 0 \end{cases} \quad (2.33)$$

En revanche, la présence de la collerette ici produit 3 nouvelles inconnues N_0 , M_0 et P_0 . Ces constantes sont calculées à partir du DCL du problème.

Aussi, la simplification présentée dans 2.1.1 est toujours valide. Il est donc possible de construire les 15 équations nécessaires à la résolution du problème.

Enfin, l'expression présentée dans l'équation 2.14 reste elle aussi identique.

2.1.2.2.1 Région 1

Les conditions aux limites de cette région sont les mêmes que celle de la bride pleine. Ainsi :

$$\begin{aligned}
M_r = 0 &\Leftrightarrow D \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_O} \frac{\partial w_1}{\partial r} + \frac{1}{r_O^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) \right] = 0 \\
V = Q_r + \frac{\partial M_{r\theta}}{r \partial \theta} &= 0 \\
\Leftrightarrow D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_O} \frac{\partial w_1}{\partial r} + \frac{1}{r_O^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) \right] - \frac{D(1-\nu)}{r_O} \left[-\frac{1}{r_O^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r_O} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) \right] &= 0
\end{aligned} \tag{2.34}$$

2.1.2.2.2 Région 2

De même que pour la région 1, la région 2 présente les mêmes conditions aux limites que pour la bride pleine :

$$\begin{aligned}
Q_{r_F^-} - Q_{r_F^+} = q &\Leftrightarrow D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_F} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{m^2}{r_F^2} w_2 \right) \right] = \frac{F a_m}{2\pi r_F} \\
w_1 &= w_2 \\
\theta_1 &= \theta_2 \text{ où } \theta_i = \frac{\partial w_i}{\partial r} \\
\kappa_1 &= \kappa_2 \text{ où } \kappa_i = \frac{\partial^2 w_i}{\partial r^2}
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Les significations des expressions $Q_{r_F^-}$ et $Q_{r_F^+}$ sont les mêmes que pour la bride pleine. De plus, le cisaillement $Q_{r_F^+}$ est lui aussi nul.

2.1.2.2.3 Région 3

Dans cette région, les conditions aux limites à r_S de la bride pleine sont toujours valables :

$$\begin{aligned}
Q_{r_S^-} - Q_{r_S^+} = k_S w_3 &\Leftrightarrow -D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_S} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{m^2}{r_S^2} w_2 \right) \right] = k_S w_3 \\
w_2 &= w_3 \\
\theta_2 &= \theta_3 \\
\kappa_2 &= \kappa_3
\end{aligned} \tag{2.36}$$

De même, $Q_{r_S^-}$ est nul. Cependant, à r_i , la présence de la collerette change les équations. Cela donne 5 équations supplémentaires :

$$\begin{aligned}
M_r &= M_0 \\
Q_r &= N_0 \\
w_3 &= \frac{N_0}{Et_e \beta} \\
\theta_3 &= a_2 P_0 + a_3 M_0 \\
\theta_3 \frac{t_f}{2} &= -\frac{P_0 r_i}{Et_f} \left(\frac{Y^2+1}{Y^2-1} + \nu \right) - a_1 P_0 - a_2 M_0
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Où les constantes sont définies par :

$$\begin{aligned}
Y &= \frac{r_0}{r_i} \\
t_e &= \begin{cases} t_s + \frac{h(g-t_s)}{2\sqrt{r_i g}} & \text{si } h < \sqrt{\frac{g}{2}} \\ \frac{(g+t_s)}{2} & \text{si } h \geq \sqrt{\frac{g}{2}} \end{cases} \\
\beta &= \sqrt{\frac{3(m^2+1)(1-\nu^2)}{(r_i t_e)^2}} \\
D_s &= \frac{Et_e^3}{12(1-\nu^2)} \\
a_1 &= \frac{1}{2\beta^3 D_s} \\
a_2 &= \frac{1}{2\beta^2 D_s} \\
a_3 &= \frac{1}{\beta D_s}
\end{aligned} \tag{2.38}$$

2.1.2.2.4 Résumé des équations

Tout comme la bride pleine, en prenant en compte les simplifications énoncées dans l'équation 2.11, les 15 équations sont obtenues comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_r = D \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_O} \frac{\partial w_1}{\partial r} - \frac{m^2}{r_O^2} w_1 \right) \right] = 0 \\ V = D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_O} \frac{\partial w_1}{\partial r} - \frac{m^2}{r_O^2} w_1 \right) \right] - D(1 - \nu) \left[\frac{m^2}{r_O^3} w_1 + -\frac{m^2}{r_O^2} \frac{\partial w_1}{\partial r} \right] = 0 \\ w_1 = w_2 \\ \theta_1 = \theta_2 \\ \kappa_1 = \kappa_2 \\ Q_{r_F^-} = D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_F} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{m^2}{r_F^2} w_2 \right) \right] = \frac{F a_m}{2\pi r_F} \\ w_2 = w_3 \\ \theta_2 = \theta_3 \\ \kappa_2 = \kappa_3 \\ Q_{r_S^+} = D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w_2}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r_S} \frac{\partial w_2}{\partial r} - \frac{m^2}{r_S^2} w_2 \right) \right] = -k_S w_3 \\ M_r = M_0 \\ Q_r = N_0 \\ w_3 = \frac{N_0}{E t_e \beta} \\ \theta_3 = a_2 P_0 + a_3 M_0 \\ \theta_3 \frac{t_f}{2} = -\frac{P_0 r_i}{E t_f} \left(\frac{Y^2 + 1}{Y^2 - 1} + \nu \right) - a_1 P_0 - a_2 M_0 \end{array} \right. \quad (2.39)$$

Le problème devient alors aussi matriciel :

$$[H]_m \{X\} = (b) \quad (2.40)$$

Or cette fois-ci, le vecteur $\{X\}$ est un vecteur à 15 inconnues :

$$\{X\}^T = [A_{m,1}, B_{m,1}, C_{m,1}, D_{m,1}, A_{m,2}, B_{m,2}, C_{m,2}, D_{m,2}, A_{m,3}, B_{m,3}, C_{m,3}, D_{m,3}, M_0, N_0, P_0] \quad (2.41)$$

et le vecteur (b) est défini par :

$$(b)^T = \left(0, 0, 0, 0, 0, \frac{F a_m}{2\pi r_F}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right) \quad (2.42)$$

Enfin, pour les matrices $[H]_m$, celles-ci sont de tailles 15x15. Les 10 premières lignes sont identiques à celles du modèle de plaque de type bride pleine. Les 5 dernières lignes sont les ajouts des nouvelles équations.

2.2 Résolution du problème

Afin de résoudre ce problème, un code MATLAB a été construit. Ce code prend en entrée les caractéristiques de chacune des brides et permet d'obtenir le déplacement en tout point de la bride mais aussi les coefficients de souplesse à chaque position des boulons.

2.2.1 Algorithme de résolution du problème analytique

Pour résoudre ce problème, comme énoncé plus tôt, un programme MATLAB a été créé. Ce programme fonctionne par différentes étapes :

1. *Initialisation* : l'ensemble des variables nécessaires est initialisé en variable symbolique. La matrice $[H]_m$ est initialisé ainsi que les vecteurs (b) et $\{X\}$. L'expression des constantes $R_{m,i}$ en fonction de la région est aussi définie. La matrice $[H]_m$ est une matrice 10x10x3 dans le cas d'une bride pleine et 15x15x3 dans le cas d'une bride à collerette. Cela correspond au nombre d'inconnus et des 3 cas en fonction de m .
2. *Conditions aux limites* : les équations sont écrites en variables symboliques.
3. *Construction de la matrice $[H]_m$* : la matrice $[H]_m$ est remplie des coefficients symboliques des termes $A_{m,i}$, $B_{m,i}$, $C_{m,i}$, $D_{m,i}$ et N_0 , M_0 , P_0 le cas échéant où $m \in \mathbb{N}$ et $i \in \llbracket 1; 3 \rrbracket$.
4. *Choix du cas étudié* : les données d'entrées sont définis ici. Les 3 géométries sont étudiées (NPS 4 Classe 900, NPS 24 Classe 150 et NPS 52 Classe 600). Les données d'entrées sont les suivantes :

Tableau 2.1 Ensemble des données d'entrée de l'algorithme de résolution du problème analytique

Type d'assemblage	Paramètre	Unité
Pleine et à collerette	Module d'Young	MPa
	Coefficient de Poisson	s.u.
	Épaisseur de la plaque	mm
	Rayon extérieur de la plaque	mm
	Rayon du cercle de boulonnage	mm
	Rayon intérieur du joint	mm
	Rayon extérieur du joint	mm
	Force appliquée	N
	Module de compression du joint	MPa
	Épaisseur du joint	mm
	Nombre de boulons	s.u.
	Angle d'application de la force	degrés
Collerette seulement	Épaisseur de la collerette à la base	mm
	Hauteur de la collerette	mm
	Épaisseur du tube	mm
	Rayon intérieur de la plaque	mm

5. *Calcul de constantes propres au cas étudié* : les constantes des différents cas (collerette ou bride pleine) sont calculées.
6. *Évaluation numérique* : la matrice $[H]_m$ et le vecteur (b) sont évaluées maintenant que toutes les valeurs sont connues.
7. *Résolution du problème linéaire* : détermination des constantes $A_{m,i}$, $B_{m,i}$, $C_{m,i}$, $D_{m,i}$ et N_0 , M_0 , P_0 par résolution du problème linéaire, pour $m \in \mathbb{N}$ et $i \in [[1; 3]]$. La méthode de solveur linéaire utilisée est déterminée par le logiciel. En fonction des caractéristiques de la matrice (presque nulle, diagonale), le solveur utilise une factorisation LU ou QR.
8. *Extraction des constantes pour chaque région et calcul du déplacement* : les constantes $A_{m,i}$, $B_{m,i}$, $C_{m,i}$, $D_{m,i}$ et N_0 , M_0 , P_0 sont extraites et les déplacements sont calculés en fonction de la région étudiée, pour $m \in \mathbb{N}$ et $i \in [[1; 3]]$.
9. *Post-processing* : le déplacement est exploité pour afficher des courbes, des surfaces de déplacement ou encore calculer les coefficients de souplesse aux localisation des boulons.

CHAPITRE 3

MODÉLISATION NUMÉRIQUE PAR ÉLÉMENTS FINIS (EF)

Afin de comparer les résultats obtenus analytiquement, plusieurs modèles numériques ont été développés sur le logiciel ANSYS 2024. Dans un premier temps, un modèle dit "simplifié" servira de comparaison avec le modèle analytique développé dans le chapitre précédent, produisant les coefficients de souplesse locales. Ensuite, un second modèle, cette fois-ci plus complet, permettra d'obtenir quant à lui directement les tensions dans les boulons à la fin de chaque serrage.

3.1 Modèle numérique simplifié d'une bride

Comme évoqué précédemment, un premier modèle simplifié d'une bride a été construit. Ce modèle a été développé pour les 3 tailles d'assemblage. Dans chaque cas, le calcul a été effectué avec une plaque pleine représentant la bride pleine, et une plaque trouée avec une collerette pour représenter la bride à collerette.

3.1.1 Plaque type NPS 4 Classe 900

3.1.1.1 Matériaux et géométrie

Tout d'abord, il est important de bien définir les matériaux utilisés. Dans ce modèle, seul 2 matériaux sont présents : celui de la plaque et celui du joint. Pour la plaque, le matériau utilisé est un acier classique de module d'Young 210 GPa et de 0.3 de coefficient de Poisson. En revanche, le matériau du joint a une définition plus complète. Tout d'abord, comme pour le modèle analytique, le joint est considéré par ayant un comportement linéaire afin de simplifier la modélisation. Puisqu'il est modélisé par du *gasket material* dans ANSYS, il faut définir un ensemble de point de type (*closure ; pressure*). Ces points permettent au logiciel de définir à partir de la valeur d'écrasement quelle est la contrainte sur le joint résultante. Afin d'obtenir ces couples de point, la formule suivante est utilisée :

$$S_g = \frac{E_g C}{t_g} \quad (3.1)$$

Où C correspond à la valeur de l'écrasement du joint et S_g la contrainte sur le joint résultante. Le module de compression est déterminé par Zhu et al (Zhu *et al.*, 2017) lors d'un test et est de 1915 MPa. Ce joint est aussi utilisé dans le cas de la partie expérimentale.

Une fois les matériaux définis, la géométrie est à construire. Cette géométrie reprendra les dimensions caractéristiques des brides étudiées. Les dimensions sont alors les suivantes :

Tableau 3.1 Dimensions caractéristiques utilisées pour la géométrie des modèles numériques simplifiés d'une bride NPS 4 Classe 900

Dimensions	Bride pleine	Bride à collerette
Rayon extérieur r_O (mm)		145
Épaisseur de la plaque t_f (mm)		44.5
Rayon intérieur du joint r_{gi} (mm)		57.15
Rayon extérieur du joint r_{ge} (mm)		78.35
Épaisseur du joint t_g (mm)		1.3
Rayon intérieur r_i (mm)	N/A	51
Épaisseur du tuyau t_s (mm)	N/A	6
Épaisseur de la base de la collerette g_1 (mm)	N/A	25.4
Hauteur de la collerette h (mm)	N/A	50.8

Puisque la plaque et le joint sont 2 corps différents, il faut définir le type de contact entre chaque partie. Ainsi, entre le joint et la plaque, le contact est instauré comme frictionnel, avec un coefficient de friction de 0.6 : ce coefficient correspond aux parois rugueuses du joint mais aussi de la bride dans la réalité.

3.1.1.2 Maillage et conditions aux limites

Lors d'une simulation numérique, un maillage adapté est nécessaire. Lors de ces simulations, le maillage a été choisi d'ordre quadratique. Le joint a été maillé en utilisant un maillage adapté de type *gasket element* permettant de définir correctement la réaction du joint aux sollicitations. Concernant la bride, en prenant en compte la géométrie, le maillage a été effectué de manière

axisymétrique. Cette méthode permet alors de créer 28 940 éléments de maillages avec 132 459 nœuds pour la plaque représentant une bride pleine et 22 528 éléments de maillages avec 108 608 nœuds pour la plaque représentant la bride à collerette. Ce maillage prend alors la forme suivante :

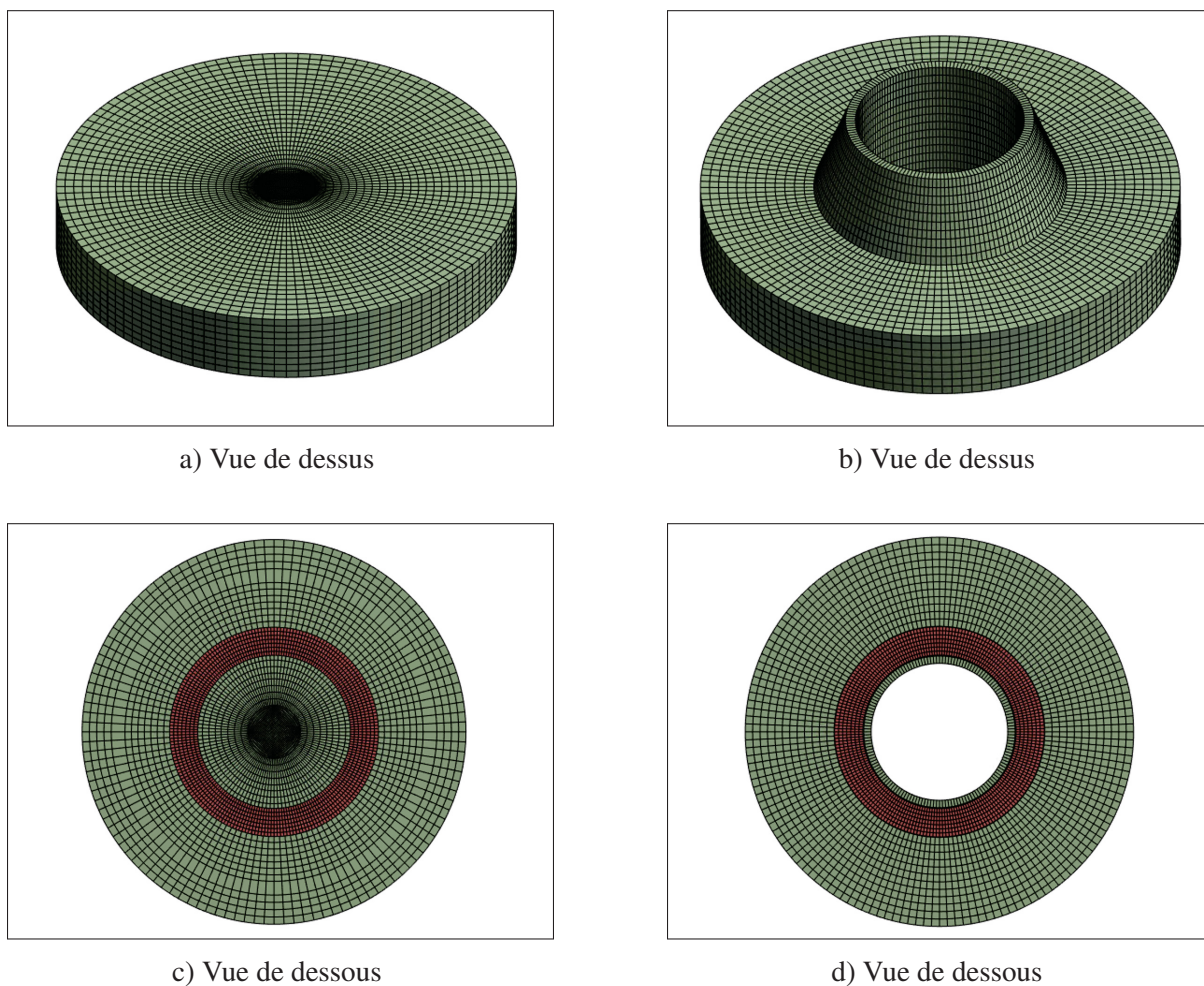


Figure 3.1 Maillage des plaques de type NPS 4 Classe 900

Le but de cette simulation est de confronter les résultats analytiques et numériques. Ainsi, les conditions aux limites doivent se rapprocher au mieux de celle du modèle analytique. Pour cela, il est nécessaire d'appliquer 2 types de conditions : celles permettant au modèle d'être stable et celles simulant l'action extérieure appliquée sur les brides.

Afin de permettre au système d'être stable, il est nécessaire d'agir sur les degrés de liberté des 2 corps présent dans le modèle. Dans le cas du joint, 2 conditions sont appliquées : une première est imposée sur l'ensemble des points du plan inférieur de la moitié du joint pour empêcher leur déplacement dans le sens axial ; une seconde comprend 2 points placés à 180° chacun, empêchant les déplacements dans les 3 directions. Ces conditions sont suffisantes pour bloquer le joint mais aussi correspondre à la réalité. Dans le cas de la bride, les conditions sont les suivantes : 3 points, placés à 90° chacun, empêchent les déplacements radiaux, évitant ainsi le problème de singularité.

Les conditions appliquées au modèle pour simuler la force concentrée sont plus complexes. En effet, après avoir réalisé de nombreux tests, il apparaissait que le système était instable sur le contact entre le joint et la plaque. Ainsi, pour s'assurer de ce contact, l'application de la force s'effectue en 2 étapes. La première est une force concentrée au centre de la plaque d'une valeur de $3F$ afin de "pré-contraindre" le modèle. La seconde force est appliquée au cercle de boulonnage avec une valeur F .

3.1.2 Plaque type NPS 24 Classe 150

3.1.2.1 Matériaux et géométrie

Dans le cas de la modélisation d'une plaque correspondant aux brides NPS 24 Classe 150, la définition des matériaux reste la même sauf pour le joint. Celui-ci n'est plus en feuille de fibre mais en joint spiralé. La valeur du module de compression va alors être modifiée. Celle-ci a fait office de sujet d'étude par Attoui et al. (Attoui & Bouzid, 2016). Cette valeur est alors déterminée à 4010 MPa. Les matériaux de la plaque et du joint étant définis, la géométrie est alors construite à partir des dimensions suivantes :

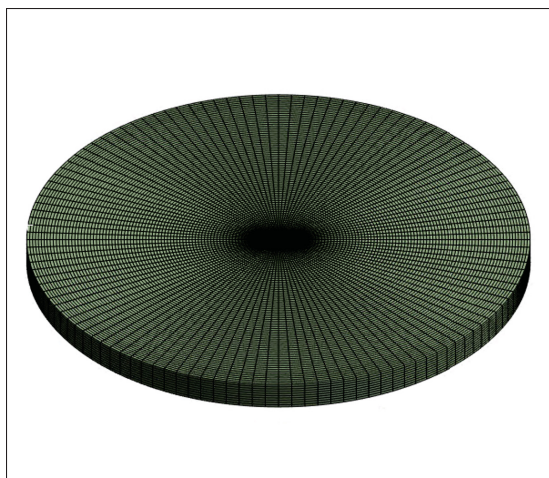
Tableau 3.2 Dimensions caractéristiques utilisées pour la géométrie des modèles numériques simplifiés d'une bride NPS 24 Classe 150

Dimensions	Bride pleine	Bride à collerette
Rayon extérieur r_O (mm)	407.5	
Épaisseur de la plaque t_f (mm)	46.1	
Rayon intérieur du joint r_{gi} (mm)	314.35	
Rayon extérieur du joint r_{ge} (mm)	342.9	
Épaisseur du joint t_g (mm)	4.445	
Rayon intérieur r_i (mm)	N/A	295
Épaisseur du tuyau t_s (mm)	N/A	17.4498
Épaisseur de la base de la collerette g_1 (mm)	N/A	44.3738
Hauteur de la collerette h (mm)	N/A	61.9125

La modélisation du contact plaque-joint reste la même, le contact est défini comme frictionnel de coefficient 0.6 de friction.

3.1.2.2 Maillage et conditions aux limites

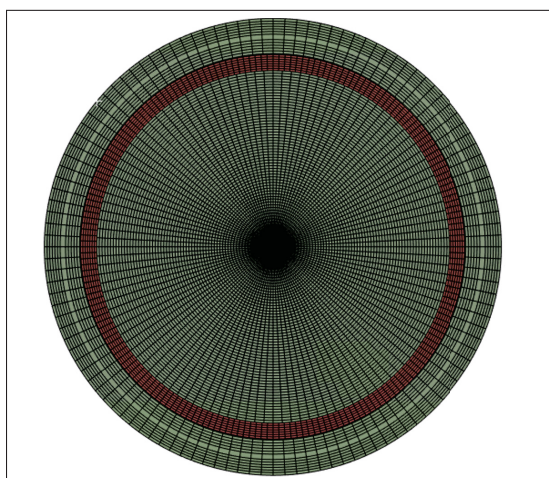
Le choix du maillage et de sa création reste identique à la géométrie précédente. Ainsi, le maillage développé est le suivant :



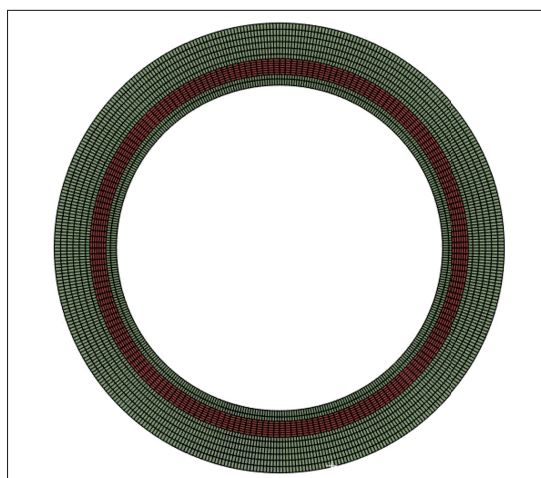
a) Vue de dessus



b) Vue de dessus



c) Vue de dessus



d) Vue de dessus

Figure 3.2 Maillage des plaques de type NPS 24 Classe 150

Cette méthode permet d'obtenir 62 240 éléments pour 284 561 nœuds dans le cas de la plaque représentant la bride pleine et 63 888 éléments pour 298 528 nœuds pour la plaque représentant la bride à collerette.

Le modèle reste avec le même objectif, seul la géométrie et la définition des matériaux changent. Ainsi, les conditions aux limites, elles, restent identiques.

3.1.3 Plaque type NPS 52 Classe 600

3.1.3.1 Matériaux et géométrie

Pour ce cas-ci, la définition des matériaux est exactement la même que pour le cas précédent. La géométrie elle, en revanche, diffère :

Tableau 3.3 Dimensions caractéristiques utilisées pour la géométrie des modèles numériques simplifiés d'une bride NPS 52 Classe 600

Dimensions	Bride pleine	Bride à collerette
Rayon extérieur r_O (mm)	860	
Épaisseur de la plaque t_f (mm)	209.6	
Rayon intérieur du joint r_{gi} (mm)	692.15	
Rayon extérieur du joint r_{ge} (mm)	704.85	
Épaisseur du joint t_g (mm)	4.445	
Rayon intérieur r_i (mm)	N/A	650
Épaisseur du tuyau t_s (mm)	N/A	12.7
Épaisseur de la base de la collerette g_1 (mm)	N/A	49.2260
Hauteur de la collerette h (mm)	N/A	127

3.1.3.2 Maillage et conditions aux limites

La méthode de maillage reste identique. Cela permet d'avoir le maillage suivant :

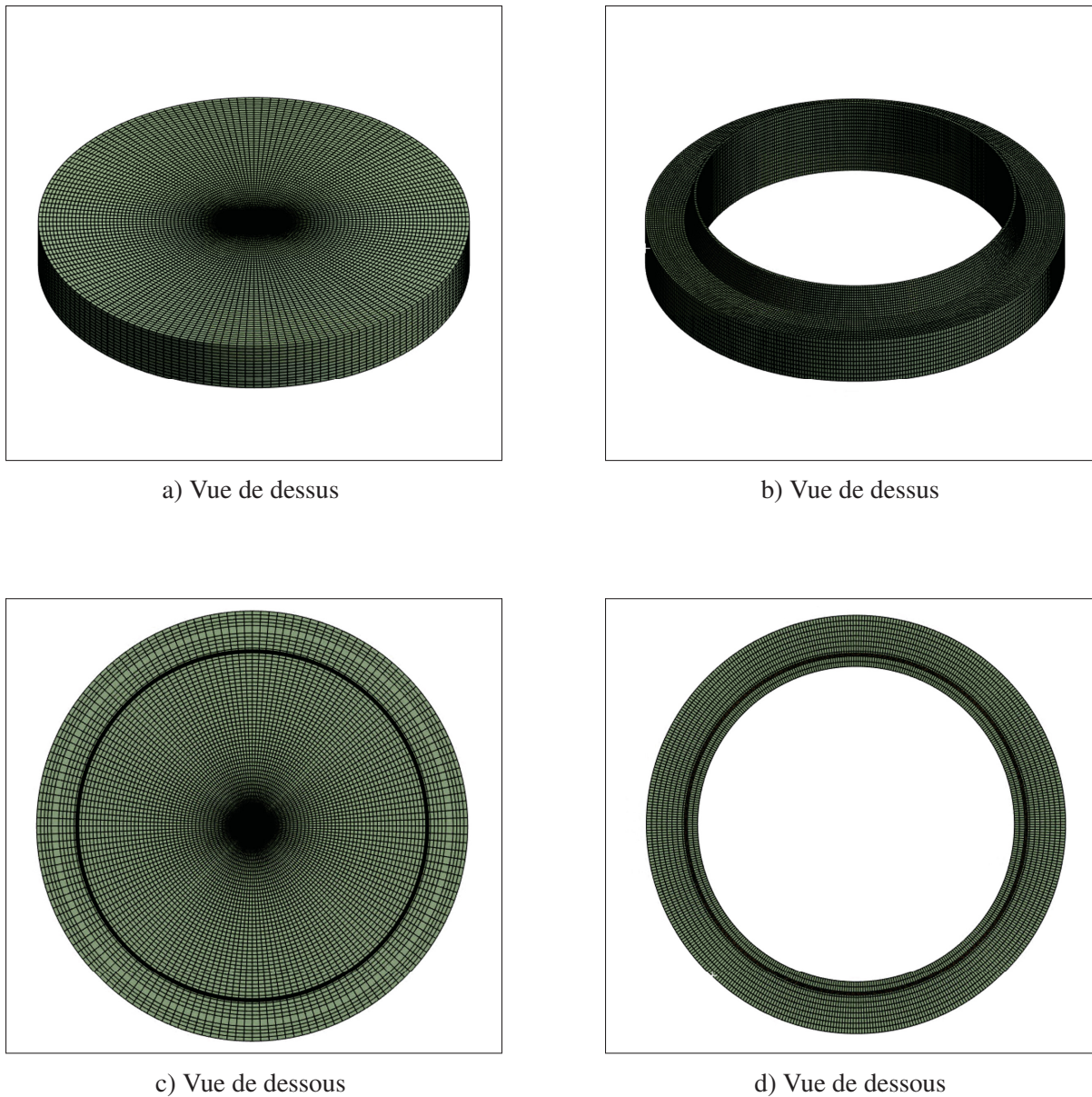


Figure 3.3 Maillage des plaques de type NPS 52 Classe 600

Ce maillage contient 94 080 éléments pour 412 189 nœuds dans le cas de la plaque représentative de la bride pleine et 92 356 éléments pour 418 432 nœuds pour la plaque représentant la bride à collerette.

Les conditions aux limites restent elles aussi les mêmes, tout comme les contacts.

3.2 Modèle numérique de l'assemblage boulonné

Dans cette section, la présentation du modèle complet sera effectuée. Puisqu'il est nécessaire d'obtenir les tensions dans les boulons, des modèles dits complets sont créés : ces modèles représentent plus fidèlement la géométrie réelle, puisqu'ils contiennent les brides à collerette et pleines mais aussi les goujons et les écrous. Le joint est lui aussi modélisé complètement. Ces modèles permettent d'obtenir directement les tensions des boulons en tout temps lors des différentes phases de serrage.

3.2.1 Assemblage NPS 4 Classe 900

3.2.1.1 Géométrie et matériaux

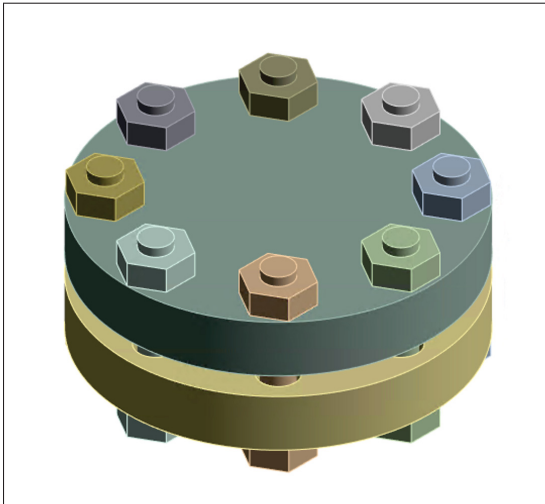
Le modèle complet comprend les mêmes matériaux que le modèle simplifié. Les goujons, écrous, bride à collerette et bride pleine sont faits d'acier de module d'Young de 210 GPa et d'un coefficient de Poisson de 0.3, tandis que le joint est défini grâce à sa relation écrasement-pression, toujours en utilisant la formule 3.1. En revanche, la géométrie, elle, diffère drastiquement. Le modèle n'est plus simplement un demi-assemblage mais l'assemblage complet du système. Ainsi, le modèle comprend les différents boulons (donc goujon et écrou), au nombre de 8, mais aussi la bride pleine et à collerette avec les trous pour les boulons et le joint. Pour de ce qui est de la géométrie de ces derniers, elle reste identique à celle définie dans le tableau 3.1. Les seuls ajouts viennent de la présence des trous pour les boulons et d'une face surélevée. Les centres de ces trous se trouvent sur le cercle de boulonnerie de rayon 117.5 mm et la face surélevée a une épaisseur de 7 mm.

Concernant les goujons et les écrous, leur géométrie est un peu spéciale. Tout d'abord, il est nécessaire de définir 2 concepts : la surface à la racine et la surface de contrainte en traction. La première surface correspond à la surface du boulon définie par le constructeur pour assurer un facteur de sécurité lors des calculs de contrainte au sein du boulon. La seconde surface représente la surface "réelle" de calcul de la contrainte au sein du boulon. Il est donc nécessaire

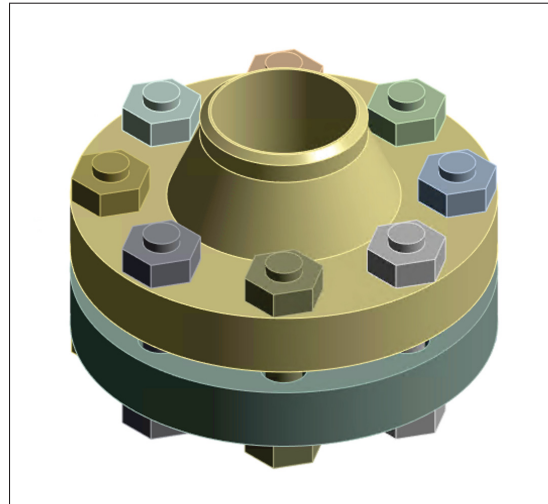
de calculer le rayon de cette surface de contrainte en traction afin de l'utiliser comme surface dans les goujons du modèle FE :

$$D_{traction} = D_{nominal} - \frac{0.9745}{n} \quad (3.2)$$

Où $D_{nominal}$ est le diamètre nominal du goujon et n le nombre de filets par pouce. Les dimensions des boulons étant en impérial, il est plus simple d'utiliser cette formule et de convertir en mm par la suite. Dans le cas d'une bride NPS 4 Classe 900, le goujon est de taille 1 1/8 po et a 7 filets par pouce donc le diamètre de traction calculé est de $D_{traction} = 0.98 \text{ po} = 25.04 \text{ mm}$. L'écrou pris en compte est donc adapté au goujon. La longueur du goujon est calculée afin que 3 filets dépassent l'écrou. Ces caractéristiques permettent d'obtenir la géométrie suivante :



a) Vue côté bride pleine



b) Vue côté bride à collerette

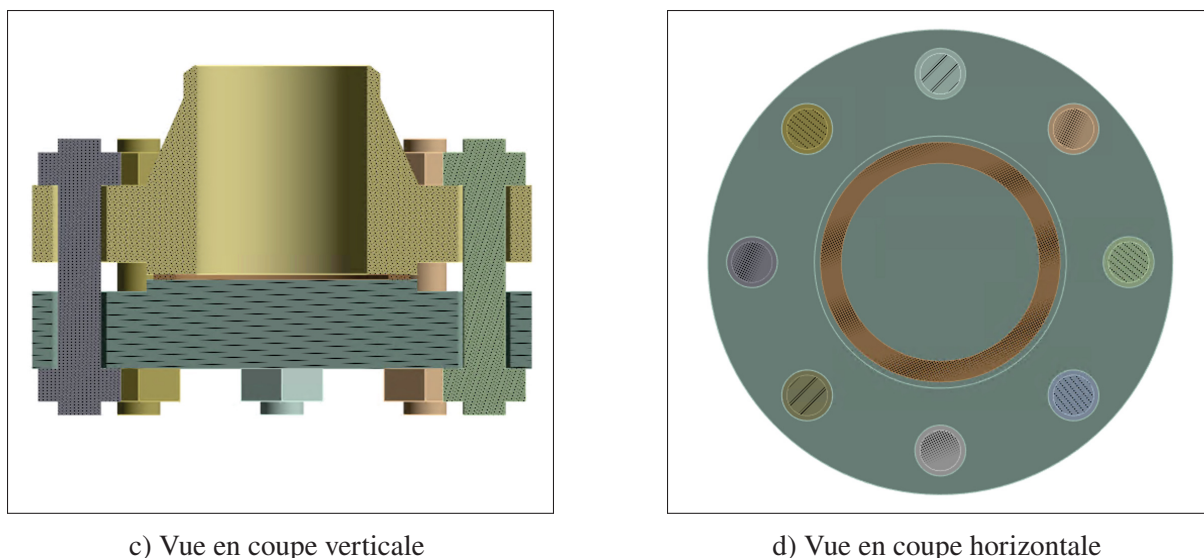
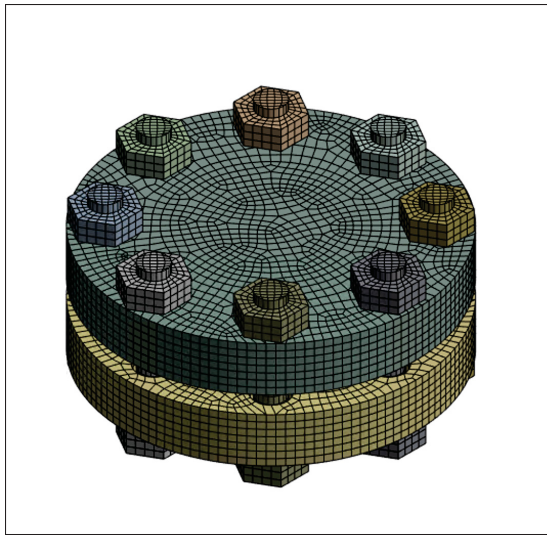


Figure 3.4 Géométrie de l'assemblage NPS 4 Classe 900

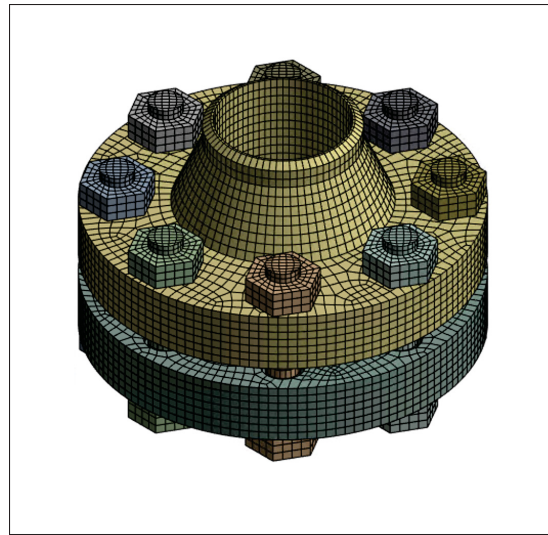
Il existe désormais beaucoup plus de contact que précédemment. Le contact entre le joint et les brides reste le même : un contact frictionnel de coefficient 0.6 sur chaque face. Concernant tous les contacts de type métal-métal, soit ceux entre les écrous et les brides, là aussi le contact est défini comme frictionnel mais le coefficient de friction tombe à 0.15, puisque les surfaces de contact ne sont plus aussi rugueuses que celle du joint et sont lubrifiées.

3.2.1.2 Maillage et conditions aux limites

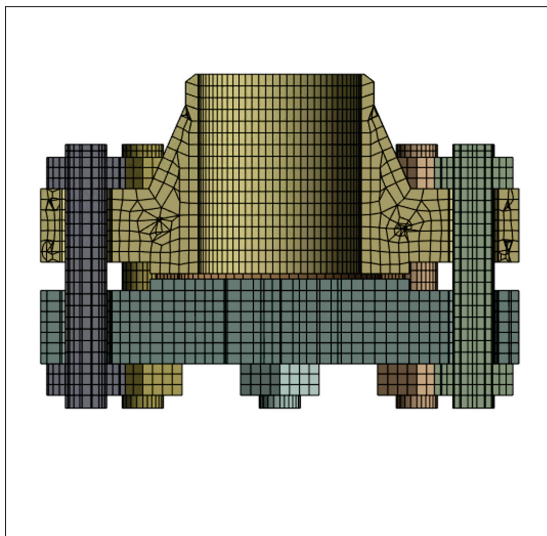
De la même manière que pour le modèle dit "simple", le maillage joue un rôle important dans ce modèle. Afin de le contrôler, plusieurs options ont été choisies. Tout d'abord, le joint est maillé en utilisant, comme dans le modèle précédent, l'option *gasket element*, permettant de bien définir le comportement du joint. Les autres pièces, c'est-à-dire celles en acier, sont maillées de manière à avoir un maillage régulier et optimal. Ces conditions permettent d'avoir le maillage suivant :



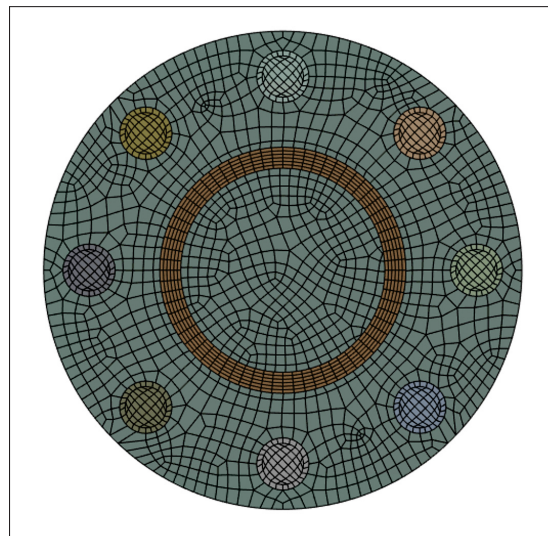
a) Vue côté bride pleine



b) Vue côté bride à collerette



c) Vue en coupe verticale



d) Vue en coupe horizontale

Figure 3.5 Maillage du modèle d'assemblage NPS 4 Classe 900

Ce maillage est de bonne qualité, malgré l'aspect visuel de la bride à collerette. Il contient 33 705 éléments pour 154 124 nœuds.

Concernant les conditions aux limites, celles-ci diffèrent du modèle précédent. En effet, il est seulement nécessaire de bloquer la bride à collerette et le joint désormais. La bride pleine est quant à elle déjà contrainte par la présence de l'ensemble des boulons. 3 conditions de déplacements sont alors appliquées sur la bride à collerette, comme affiché sur la figure 3.6.

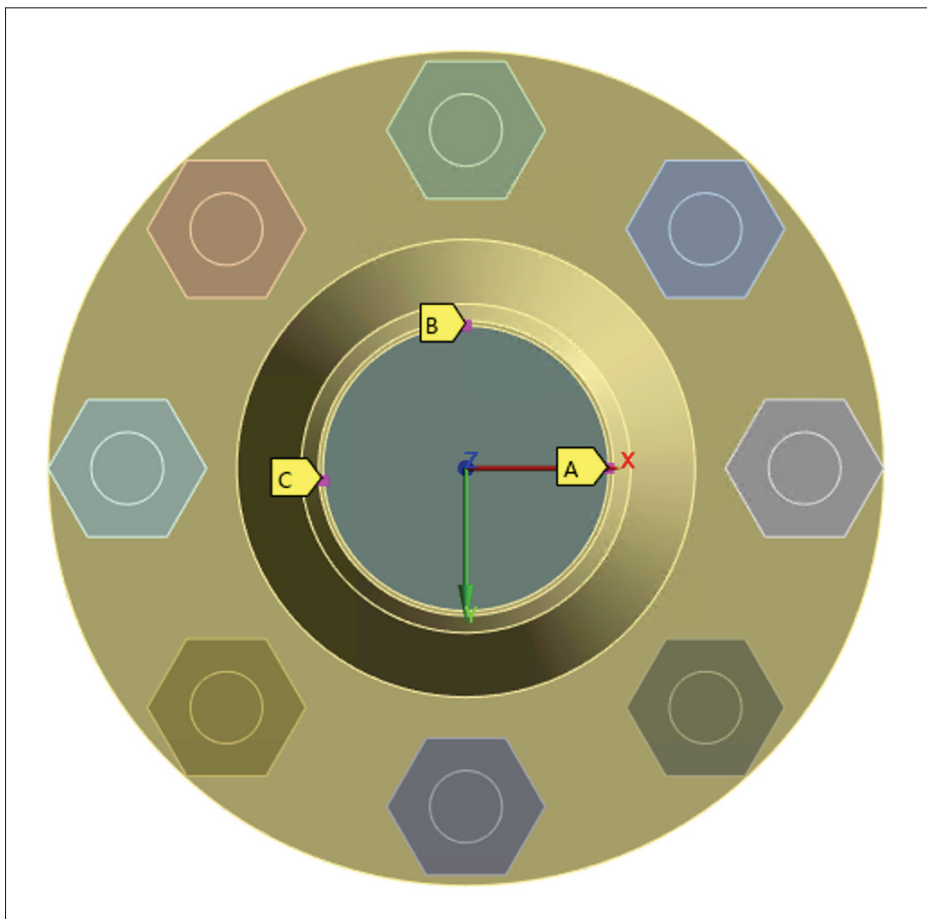


Figure 3.6 Conditions aux limites appliquées sur la bride à collerette pour le modèle FE complet

En utilisant la légende de la figure 3.6, le nœud A est bloqué en déplacement selon X, Y et Z, le nœud B selon Y et le nœud C selon X et Z. Cela permet de bloquer les différents rotations et déplacements non désirés du modèle. Enfin, le joint est quant à lui bloqué en translation selon X et Y grâce à la sélection de 2 nœuds diamétralement opposés.

Les conditions de chargement sont définies grâce la possibilité d'ANSYS d'appliquer des pré-tensions sur les boulons. Cette pré-tension s'applique alors entre l'ensemble des nœuds appartenant à deux surfaces différentes localisée sur l'axe du boulon. Dans le cas de cette étude, le plan d'application a été celui du milieu du joint :

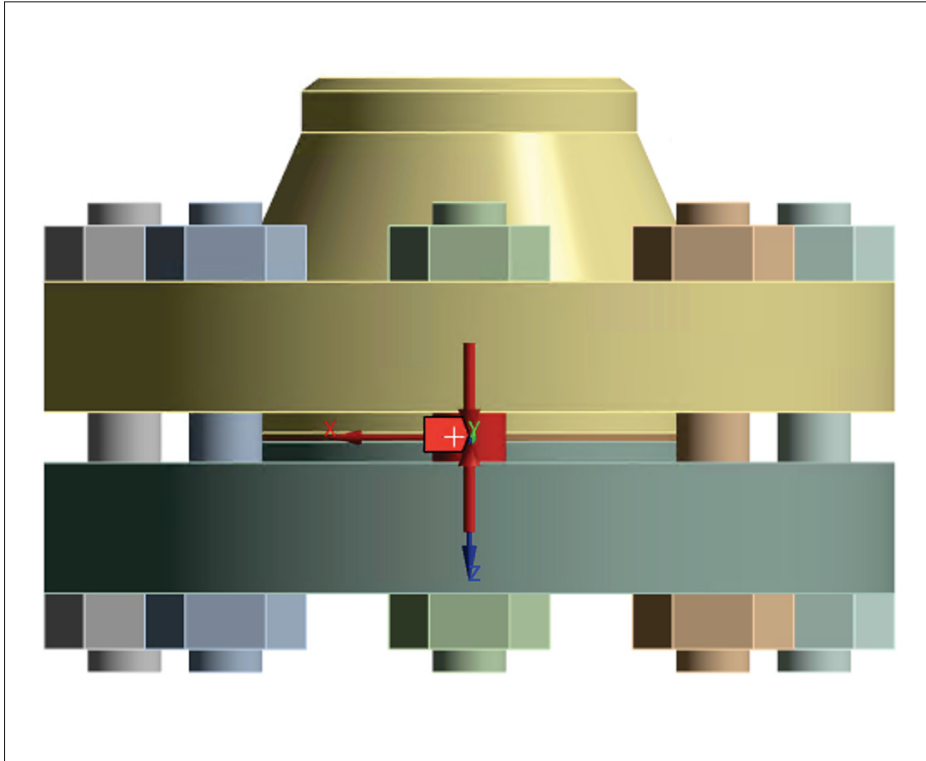


Figure 3.7 Définition de la pré-tension des boulons sur le modèle NPS 4 Classe 900

Le choix des tensions utilisées n'est pas arbitraire. Tout d'abord, la tension finale doit être telle que la contrainte moyenne dans le boulon soit de l'ordre de 250 MPa. Cette valeur vient des conditions imposées par la norme PCC-1 (ASME, 2020b). Dans le cas d'une bride NPS 4 Classe 900, la valeur de cette contrainte est donnée par la formule suivante

$$\sigma_z = \frac{F}{S} \quad (3.3)$$

avec F la pré-tension appliquée et S la surface de coupe du boulon. Puisque la contrainte doit être de 250 MPa et que le rayon de contrainte est connu, alors la tension est déterminée :

$$F_{pretens} = \sigma_z S = 250 \times \frac{25.04^2 \times \pi}{4} = 123\,111\,N \quad (3.4)$$

Il sera donc choisi de prendre 120 kN de force de tension, cette valeur étant plus facilement atteignable expérimentalement. Un fois la simulation terminée, il est possible de contrôler la contrainte moyenne au sein du boulon :

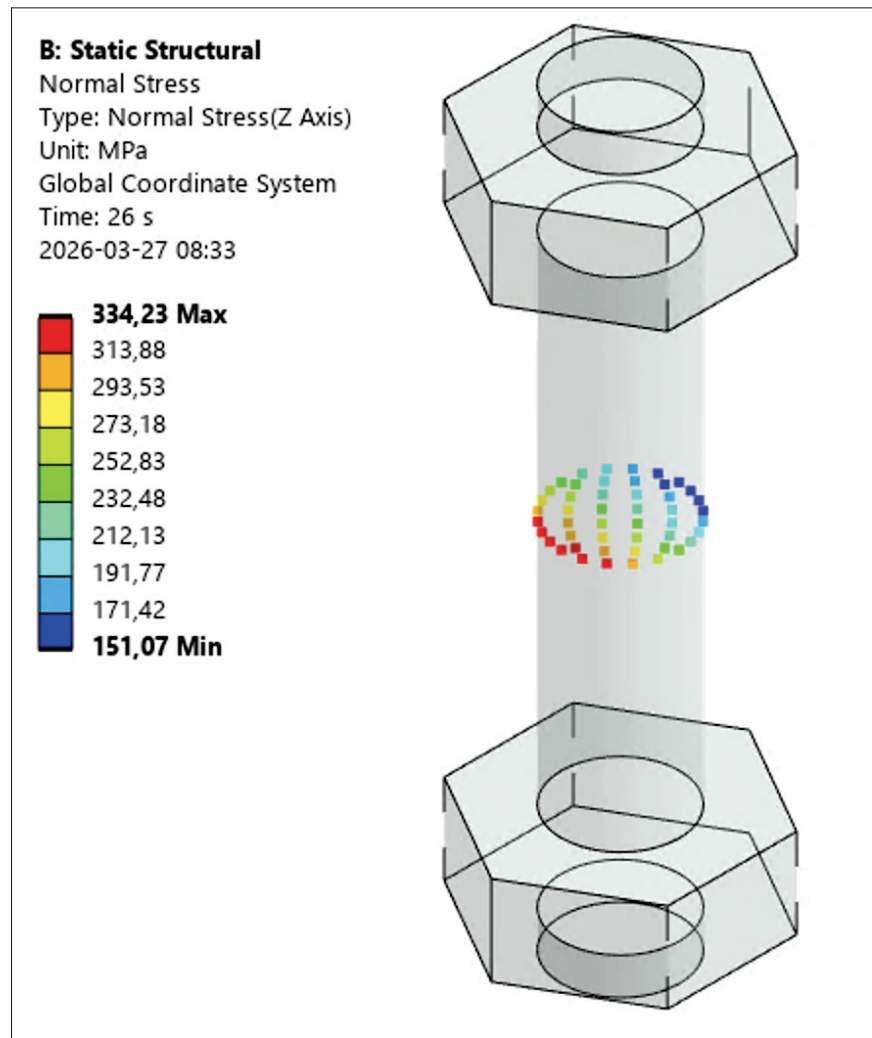


Figure 3.8 Contrainte normale d'un boulon de l'assemblage NPS 4 Classe 900, après le dernier serrage

Cette contrainte est vérifiée sur le dernier boulon serré, puisque celui-ci est serré à 120 kN. La contrainte moyenne appliquée sur le boulon estimée numériquement est de 244.25 MPa, ce qui correspond bien à la contrainte théorique de :

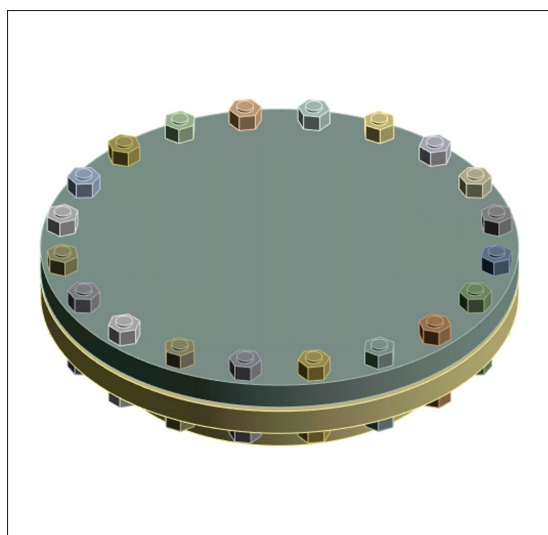
$$\sigma_z = \frac{F_{pretens}}{S} = \frac{4 \times 120e3}{25.04^2 \times \pi} = 243.68 \text{ MPa} \quad (3.5)$$

Les trois niveaux de passes sont alors pris à 30%, 70% et 100% de la tension finale. Ces valeurs sont prises car elles correspondent à des paliers équivalents. Cela correspond aussi aux tensions utilisées par Zhu et al dans leur étude (Zhu *et al.*, 2018a,b, 2017).

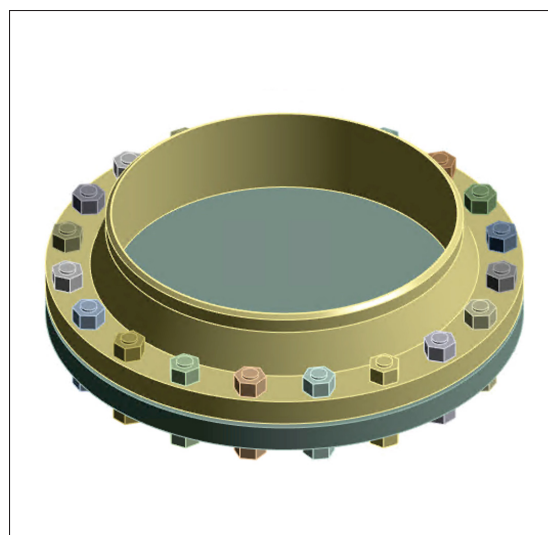
3.2.2 Assemblage NPS 24 Classe 150

3.2.2.1 Matériaux et géométrie

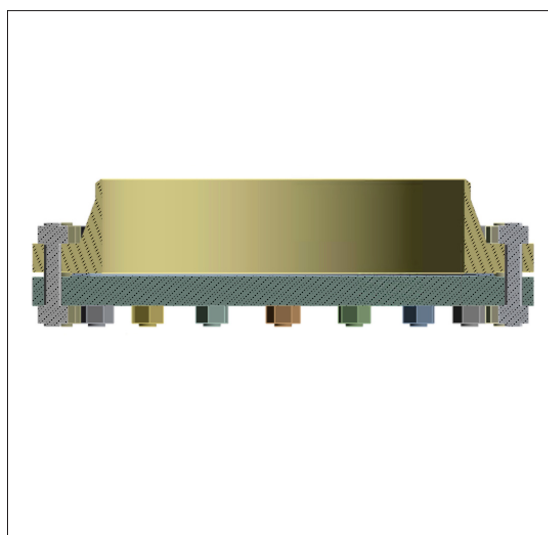
Pour cette géométrie étudiée, le matériaux de type acier garde les mêmes propriétés. En revanche, le joint devient un joint spiralé d'épaisseur différente (voir tableau 3.2) et de module de compression différent (Attoui & Bouzid, 2016). La géométrie globale reste identique au cas précédent : une bride à collerette et une bride pleine, des goujons, au nombre de 20, et des écrous. La face surélevée sur chacune des brides est bien présente aussi, avec une épaisseur de 2 mm cette fois-ci. Concernant la taille du goujon, le diamètre nominal est de 1.25 po et a 7 filets par po. Le diamètre de traction est d'alors de 1.11 po soit 28.21 mm. Ces caractéristiques permettent d'obtenir la géométrie suivante :



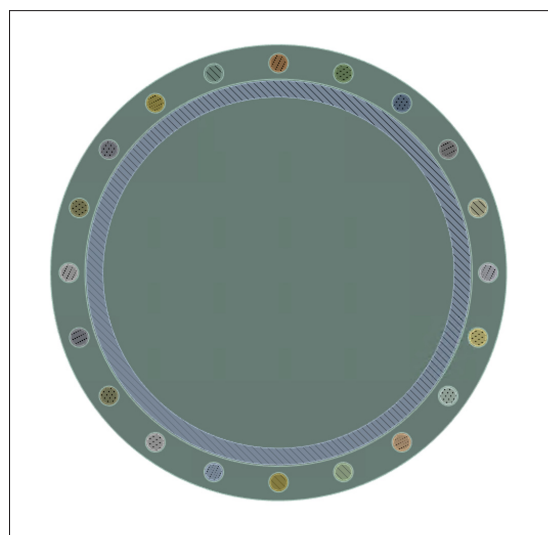
a) Vue côté bride pleine



b) Vue côté bride à collerette



c) Vue en coupe verticale



d) Vue en coupe horizontale

Figure 3.9 Géométrie de l'assemblage NPS 24 Classe 150

Les contacts entre les différentes parties sont modélisés de la même manière que la géométrie NPS 4 Classe 900 : contact frictionnel de coefficient 0.6 entre les brides et le joint et 0.15 entre les différents contacts métal-métal.

3.2.2.2 Maillage et conditions aux limites

Le maillage de cette géométrie respecte les mêmes conditions que la géométrie précédente. Cependant, pour des raisons de géométrie complexe (petite surface, petite arête...) la qualité du maillage en pâte, pour autant le maillage reste largement acceptable. Ce maillage contient 51 106 éléments pour 216 928 nœuds.

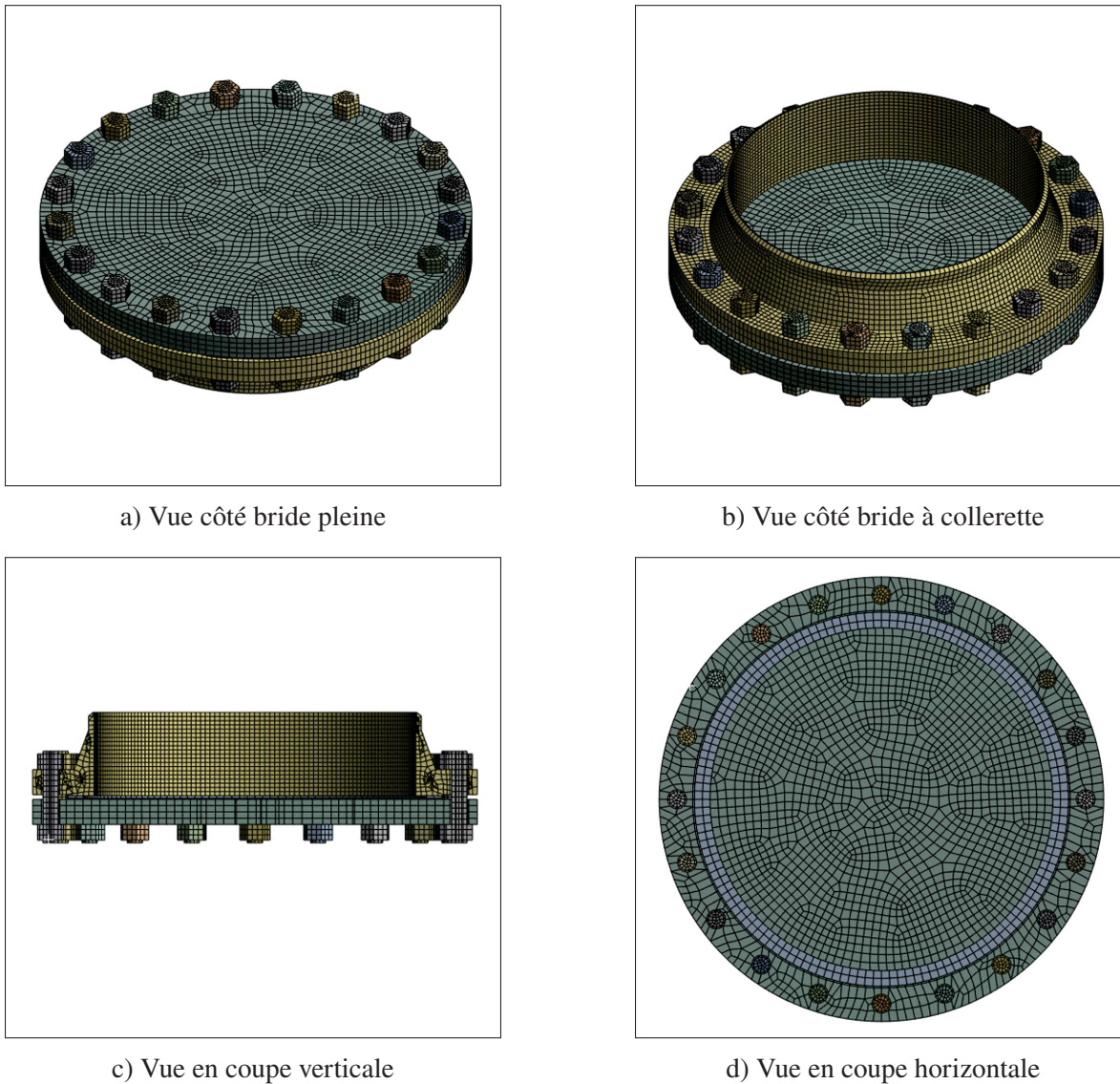


Figure 3.10 Maillage du modèle d'assemblage NPS 24 Classe 150

Ensuite, les conditions aux limites présentées dans le modèle de l'assemblage NPS 4 Classe 900 restent identiques ici : 3 nœuds bloquent les 6 degrés de liberté de la bride à collerette tandis que 2 nœuds bloquent le joint.

Ici aussi, il est nécessaire de calculer la tension. Le calcul est alors le suivant :

$$F_{pretens} = \sigma_z S = 250 \times \frac{28.21^2 \times \pi}{4} = 156\,255 \text{ N} \quad (3.6)$$

La tension finale choisie est alors de 150 kN. Cette tension donne une contrainte numérique moyenne de 240.69 MPa :

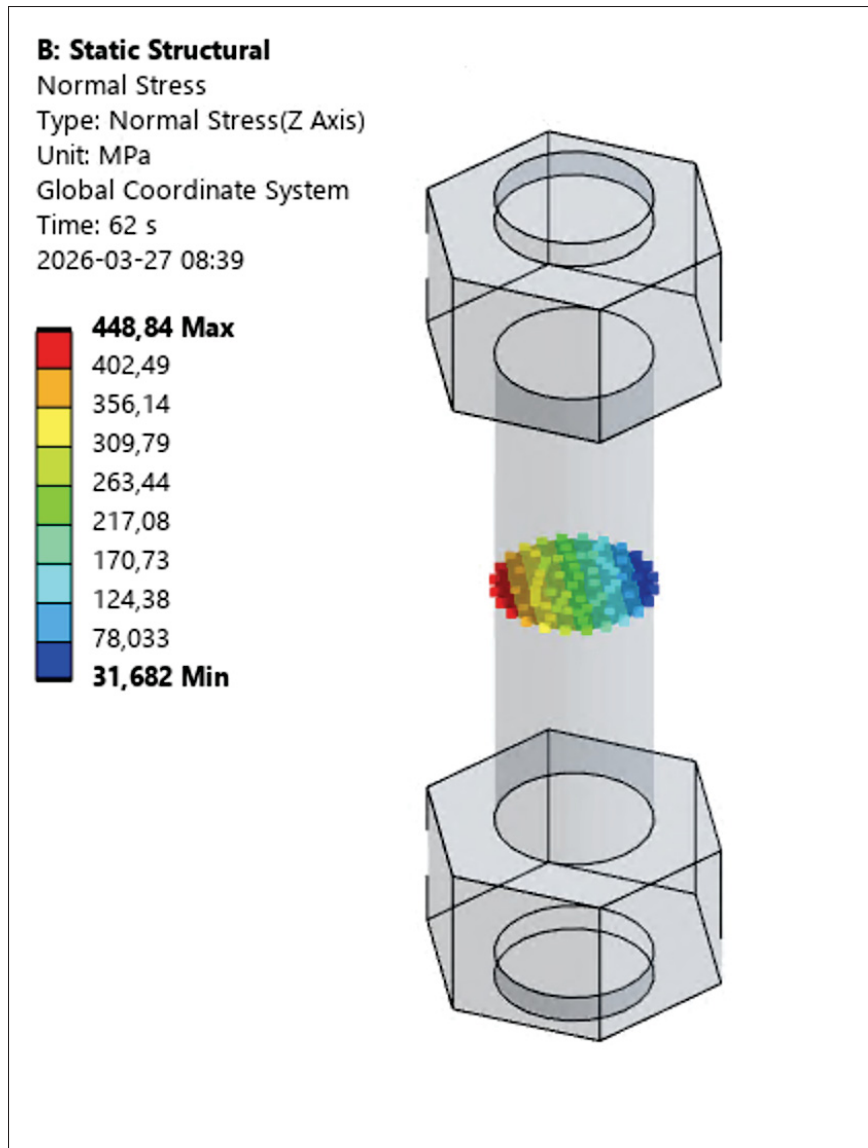


Figure 3.11 Contrainte normale d'un boulon de l'assemblage NPS 24 Classe 150, après le dernier serrage

Cette contrainte moyenne finale correspond bien à celle calculée :

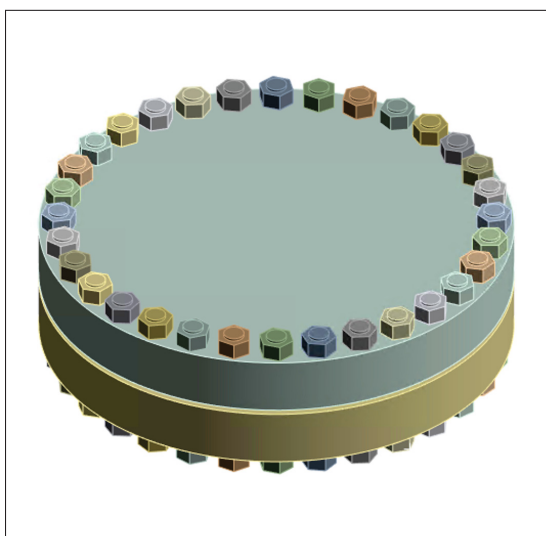
$$\sigma_z = \frac{F_{pretens}}{S} = \frac{4 \times 150e3}{28.21^2 \times \pi} = 239.99 \text{ MPa} \quad (3.7)$$

De même manière, les trois passes sont évaluées à 30%, 70% et 100% de la tension finale.

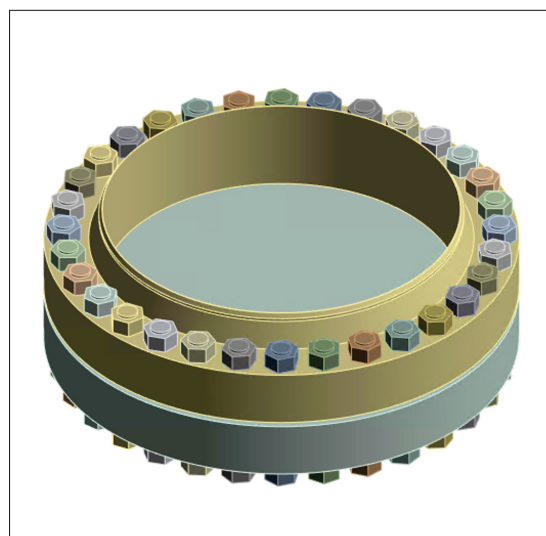
3.2.3 Assemblage NPS 52 Classe 600

3.2.3.1 Géométrie et matériaux

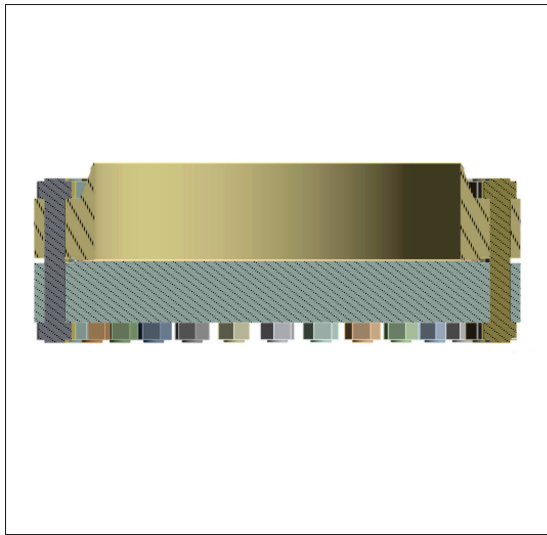
Enfin, le modèle de l'assemblage de type NPS 52 Classe 600 contient les mêmes propriétés de matériaux que l'assemblage précédent. La géométrie, elle, est similaire. Comme pour les géométries précédentes, les seuls ajouts sont les boulons au nombre de 32, les trous des brides et la face surélevée de 7 mm. Les goujons ont normalement un diamètre nominal de 3 pouces avec 8 filets par pouce. Pour cette géométrie, le rayon sera alors pris de 2.88 pouces soit 73.11 mm. Ces données permettent d'obtenir la géométrie suivante :



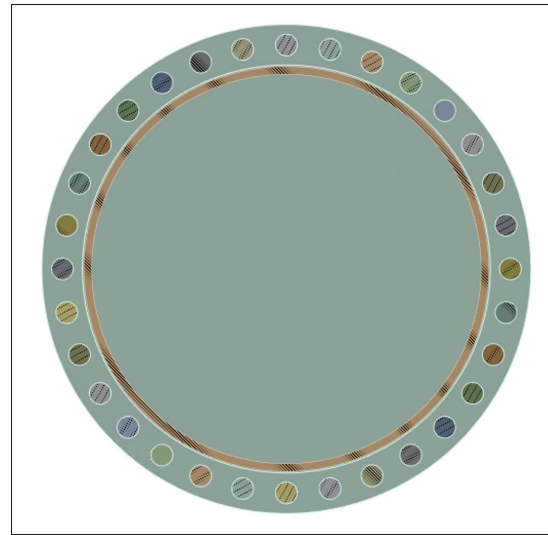
a) Vue côté bride pleine



b) Vue côté bride à collerette



c) Vue en coupe verticale



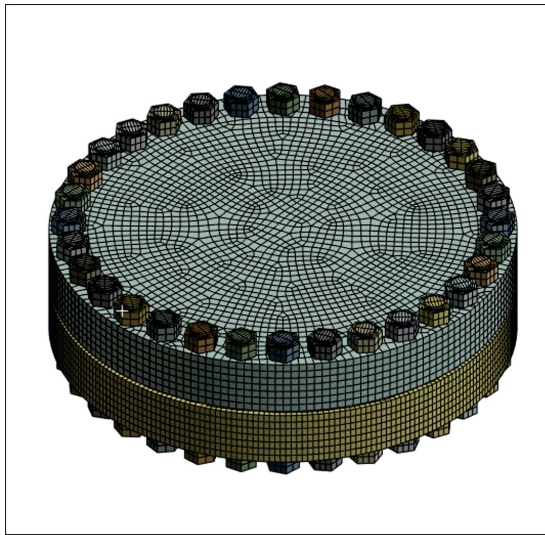
d) Vue en coupe horizontale

Figure 3.12 Maillage des plaques de type NPS 52 Classe 600

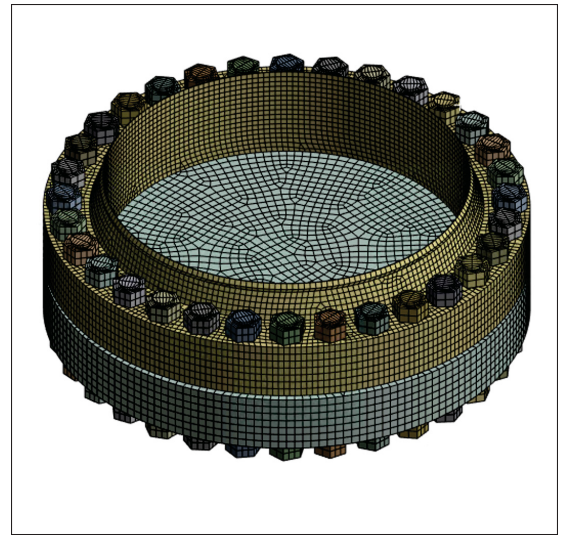
Tout comme les 2 autres modèles précédents, les contacts restent frictionnels de coefficient 0.6 entre les brides et le joint et 0.15 entre chaque contact métal-métal.

3.2.3.2 Maillage et conditions aux limites

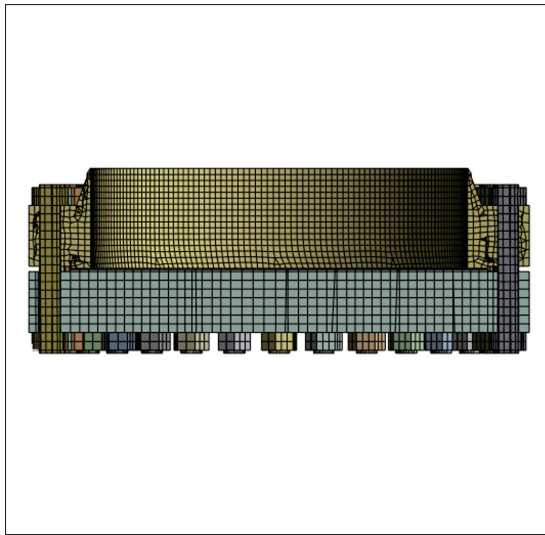
Le maillage appliqué sur ce modèle est relativement de meilleure qualité que le précédent. Ce maillage a les mêmes caractéristiques que le précédent et contient 77 112 éléments pour 324 550 nœuds :



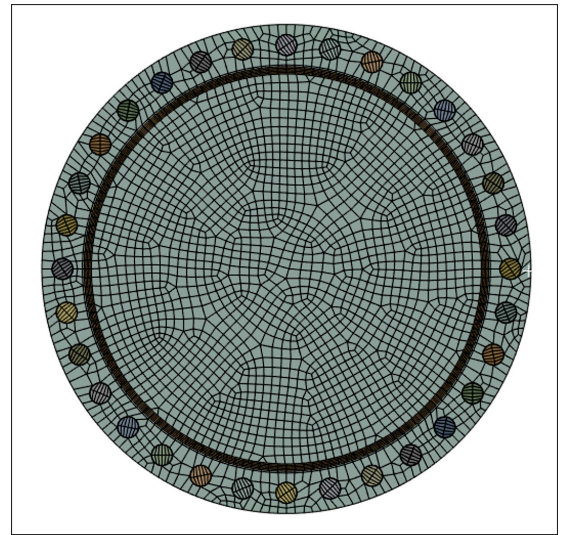
a) Vue côté bride pleine



b) Vue côté bride à collerette



c) Vue en coupe verticale



d) Vue en coupe horizontale

Figure 3.13 Maillage du modèle d'assemblage NPS 52 Classe 600

Les conditions aux limites restent identiques aux deux géométries précédentes.

Enfin, la tension finale calculée pour une contrainte de 250 MPa est de :

$$F_{pretens} = \sigma_z S = 250 \times \frac{73.11^2 \times \pi}{4} = 1\,049\,502\,N \quad (3.8)$$

Cependant, la tension finale choisit a été prise à 1 200 kN. Cette valeur peut avoir été choisie un peu haute. Cette tension permet d'avoir les contraintes finales suivantes :

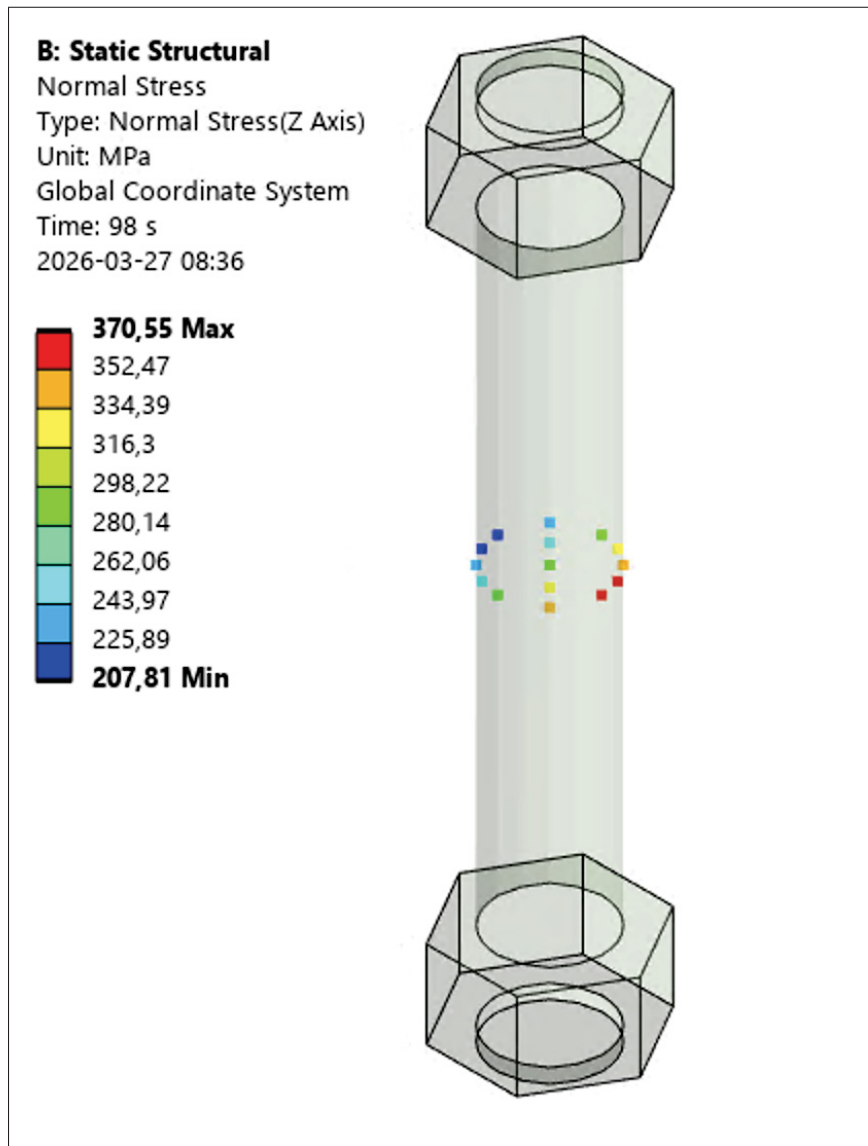


Figure 3.14 Contrainte normale d'un boulon de l'assemblage NPS 52 Classe 600, après le dernier serrage

Cette tension permet d'obtenir une contrainte moyenne de 285.96 MPa au sein du boulon. De même, cette contrainte est bien corrélée avec celle estimée analytiquement :

$$\sigma_z = \frac{F_{pretens}}{S} = \frac{4 \times 120e4}{73.11^2 \times \pi} = 285.84 \text{ MPa} \quad (3.9)$$

Enfin, les tensions évaluées sont aussi à 30%, 70% et 100% de la tension finale.

CHAPITRE 4

MONTAGE EXPÉRIMENTAL

4.1 Présentation du banc d'essai et du protocole de serrage

Dans un but de validation croisée des résultats, des essais expérimentaux ont été réalisés sur un assemblage NPS 4 Classe 900 contenant une bride pleine et une bride à collerette. Après calibration, 2 types de serrages ont été étudiés : un serrage séquentiel ainsi qu'un serrage en étoile. Ces deux serrages sont présentés dans la figure 1.18. Ceux-ci proviennent des réglementations imposées par l'ASME dans la norme PCC-1 (ASME, 2020b). De nombreux autres types de serrage existent, mais cette étude se concentre sur ces 2 types de serrages, puisqu'ils sont les plus courants.

4.1.1 Présentation du banc d'essai

Le banc d'essai utilisé pour conduire ces expériences est un assemblage d'une bride pleine et d'une bride à collerette toutes les deux de taille NPS 4 et de classe 900. Ces brides sont assemblées avec des goujons instrumentés de jauges de déformations à pont complets, permettant alors de mesurer la tension dans les boulons à chaque instant de l'expérience. De plus, des capteurs de déplacement de haute précision de type LVDTs ont été positionnés sur le pourtour de la bride pleine face à côté de chaque goujon permettant de mesurer le déplacement local de la bride. L'utilisation de capteurs de déplacement permet de mettre en lumière le phénomène d'interaction élastique causé par la compression du joint mais aussi le déplacement caractéristique de la bride. Ces capteurs sont reliés à un système d'acquisition permettant de convertir les signaux électriques en données utilisables. Ces données sont alors lues sur un ordinateur via le logiciel LabVIEW, obtenant les informations en temps réel. Afin de contrôler précisément la valeur de la tension de serrage, un amplificateur de couple à haute précision a été utilisé. Cet instrument permet de transmettre jusqu'à 1600 N.m de couple à l'écrou. Grâce à cet instrument, la tension de serrage du boulon est obtenue par palier progressif empêchant ainsi de dépasser la tension cible. L'ensemble du montage décrit ci-dessus est présenté sur la figure 4.1.

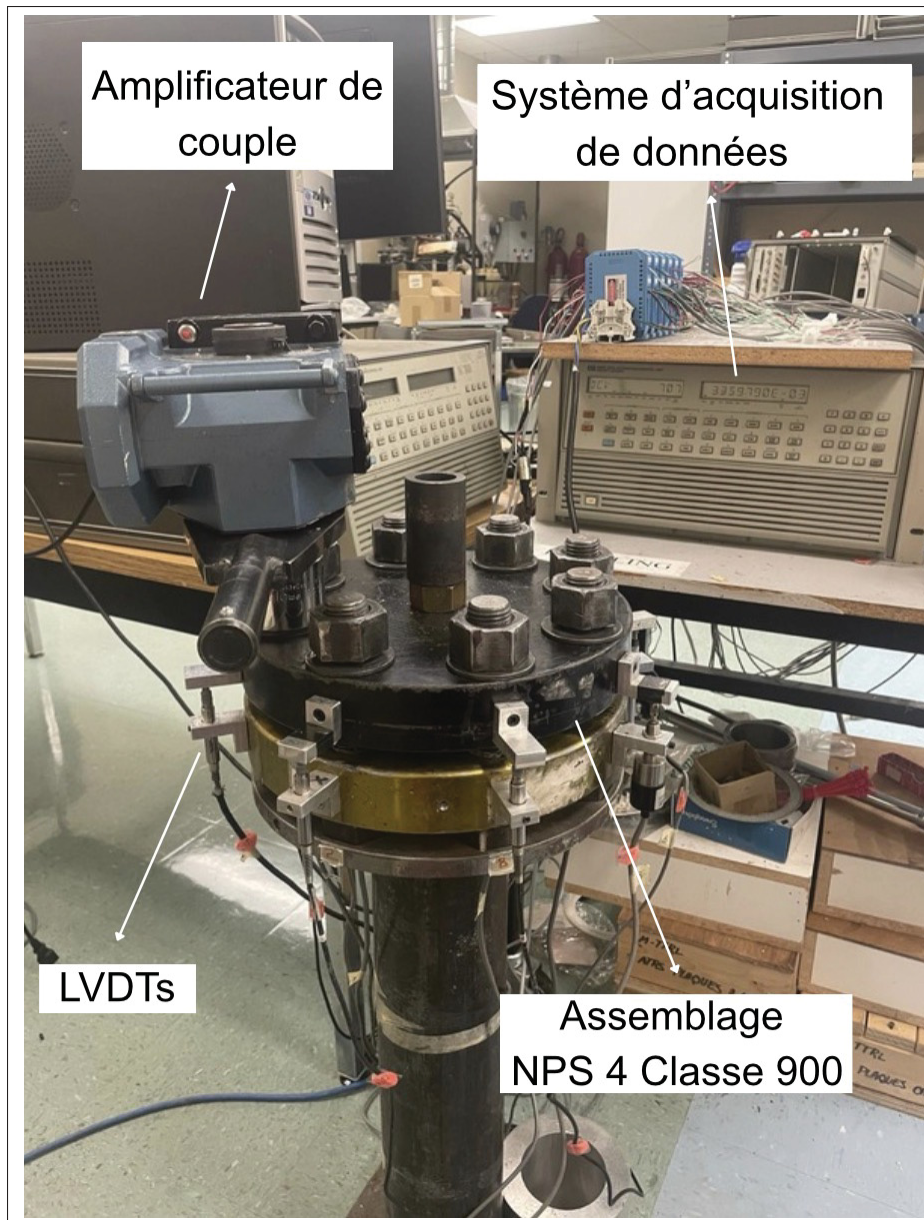


Figure 4.1 Présentation du banc d'essai du Laboratoire d'Étanchéité de l'ÉTS

Le choix du joint est primordial dans cette expérience. En effet, la connaissance du comportement du joint face à une compression est fondamentale. Dans un but de concordance des modèles, le joint sélectionné est un joint en feuille de fibre étudié auparavant. Afin de connaître son module de compression, Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018b) ont réalisé un test de compression à température ambiante (*ROTT Test*). Le module de compression alors déterminé est de 1915 MPa.

4.1.2 Protocole de l'expérience

La première étape du protocole est l'initialisation du montage. Tout d'abord, chaque LVDT est fixé sur un support rigide. Afin de l'étalonner, chaque LVDT est ensuite aligné avec une platine de translation actionnée par micromètre. Cette platine est alors remise à zéro, puis un déplacement est appliqué dans chacune des directions à partir du centre électrique. La tension de sortie, qui a été mesurée à chaque position à l'aide du système de conditionnement du signal, est enregistrée sur LabVIEW. Afin de contrôler la bonne linéarité de mesure du LVDT, la valeur de sortie est tracée en fonction des déplacements connus grâce au micromètre. Enfin, au besoin, un ajustement de la courbe est effectué, grâce à une régression linéaire pour générer un facteur de calibration.

Une fois l'initialisation effectuée, le montage est assemblé : le joint est placé entre les deux brides, les goujons et écrous ajustés dans leurs emplacements et le logiciel d'acquisition de données mis à zéro. Le serrage peut alors débuter.

4.1.2.1 1ère étape du serrage

Le serrage commence par le "snug". Cette étape consiste à serrer à *la main* chaque boulon afin de pré-comprimer le joint et de fixer l'assemblage. Lors de cette étape, la tension des boulons monte à 100 N environ. Le serrage s'effectue de manière séquentiel. Une fois tous les boulons serrés, une première acquisition des données est effectuée. Cela constitue alors le serrage *zéro* du montage.

4.1.2.2 2ème étape du serrage

Cette étape est la première passe. Il est alors question de serrer chaque boulon, en suivant l'ordre pré-établi par la figure 1.18, à 30% de la charge final. Dans le cas étudié ici, la charge finale étant de 120 kN, le première passe est de 36 kN. Grâce à l'acquisition en temps réel de la tension dans les boulons, le serrage peut s'effectuer progressivement sans dépasser la tension cible. Ce serrage s'effectue à la clé. Enfin, après chaque serrage, l'acquisition de la tension de tous les

boulons est effectuée. Cela permet de bien observer les différents changement de charge dans chaque boulon et ce à chaque serrage.

4.1.2.3 3ème et 4ème étape du serrage

La 3ème et 4ème étape du serrage suit le même protocole que la 2ème étape. La différence s'effectue sur la tension appliquée dans les boulons et la manière de l'appliquer. Cette fois-ci, les tensions sont appliquées grâce à l'amplificateur de couple présenté dans la figure 4.1. Lors de la 2ème passe, la tension appliquée correspond à 70% de la tension finale, soit 84 kN. Enfin, la troisième passe correspond à 100% de la tension finale, soit 120 kN. Comme lors de la première passe, les tensions des boulons sont récupérées après chaque serrage. Cela donne donc en tout 25 acquisitions (1 snug et 24 serrages).

4.1.3 Discussion sur l'expérimentation

Un premier sujet de discussion sur l'expérience est la répétabilité de celle-ci. Pour chaque type de serrage, séquentiel et en étoile, 3 essais ont été effectués. Pour chaque essai, l'écart-type de la tension finale a été calculé, comme détaillé dans le tableau suivant :

Tableau 4.1 Tension finale dans les boulons et écart-type associé à chaque boulon

Serrage séquentiel								
Numéro boulon	1	2	3	4	5	6	7	8
Essai 1 (N)	109481	117309	113277	110871	113265	113013	108506	120085
Essai 2 (N)	109342	117663	115137	113760	114689	112271	109097	120167
Essai 3 (N)	109071	118157	114597	113467	114945	112809	109131	120119
Écart type (N)	208	426	956	1590	905	383	351	41
Serrage en étoile								
Numéro boulon	1	5	3	7	2	6	4	8
Essai 1 (N)	101298	105204	98573	95915	122932	121262	119760	120263
Essai 2 (N)	108241	109944	101652	104476	124338	124373	119824	120207
Essai 3 (N)	107608	110057	101725	103352	124995	124113	120551	120219
Écart type (N)	3839	2770	1798	4652	1054	1725	439	29

Dans le cas du serrage séquentiel, le plus grand écart-type correspond à 1590 N, soit un écart de 1.32% par rapport à la tension finale. Dans le cas du serrage en étoile, le plus grand écart-type relevé est de 4653 N, soit un écart de 3.87% de la tension finale. Dans les deux cas, cet écart reste satisfaisant et l'expérience peut être considérée comme répétable.

La précision des capteurs est aussi une source non négligeable d'erreur. Cette erreur peut venir principalement de 2 systèmes : les capteurs de déplacements (LVDTs) et les jauges de déformations. Concernant les LVDTs, leur résolution, lorsque bien calibrés et monitorés, est théoriquement infinie. En revanche, leur précision est quant à elle finie. Elle correspond à $\pm \frac{1}{50\,000}$ de pouces, soit environ 0.5 μ m. Cette précision est suffisante pour assurer des résultats solides. Concernant les jauges de déformation, celles-ci permettent d'obtenir la tension appliquée dans le boulon. La précision de ces jauges à ponts complets est alors de $\pm 50/100$ livres, soit environ $\pm 222/444$ N. Par rapport aux 120 000 N appliqués sur les boulons, cette précision est suffisante.

CHAPITRE 5

PREDICTION OF LOAD SCATTER DURING A MULTI-PASS TIGHTENING OF BLIND FLANGE ASSEMBLIES

Thomas Joly¹, Linbo Zhu², Abdel-Hakim Bouzid¹

¹ Département de Génie Mécanique, École de Technologie Supérieure,
1100 Notre-Dame Ouest, Montréal, Québec, Canada H3C 1K3

² School of Chemical Engineering and Technology,
Xi'an Jiatong University, Xi'an, Shaanxi, P.R. China

Article soumis à la revue « Pressure Vessels and Piping » en Mars 2026.

5.1 Abstract

In the industrial domain, bolted joints play a fundamental role in ensuring the secure connection between equipment, pipelines, or pressurized piping systems. Within this framework of safety and reliability, the achievement of a uniform and effective tightening of bolts is of paramount importance. Progressive tightening sequences, often carried out in several passes and following well-established tightening patterns, already represent a recognized safety measure. Nevertheless, these procedures are inherently time-consuming and, in certain cases, lack precision.

The present study addresses this limitation by developing an analytical and numerical framework capable of predicting the change of preload that occurs during multi-pass tightening of bolted flange joints with blind covers. Such losses originate from elastic interactions between bolts, a phenomenon that must be understood and anticipated to optimize the tightening process. The developed analytical model is based on the classical theory of circular plate under a concentrated force, which has been adapted here to the specific investigation of elastic interactions in bolted flange assemblies. In addition, this formulation is coupled with the approach proposed by Zhu *et al.* (Zhu *et al.*, 2018a), allowing for the identification of local compliance values at each bolt position to predict the bolt load scatter.

The analytical predictions are subsequently validated through finite element simulations performed on blind flanges of different dimensions and rigidity, namely an NPS 4 Class

900 flange, an NPS 24 Class 150 and a larger NPS 52 Class 600 flange. Furthermore, an experimental campaign conducted on NPS 4 Class 900 flanges serves to corroborate the robustness of the proposed methodology. The outcomes of this research provide a clearer understanding of load scatter in bolted flange assemblies during tightening and contribute to the mitigation of unnecessary or costly handling operations, thereby enhancing both efficiency and structural safety.

Keywords : Tightening, elastic interaction, bolted joints, simulation, FE modelling, blind flange, sequential and criss-cross pattern.

NOMENCLATURE

D	flexural rigidity of the plate, N.mm
D_s	flexural rigidity of the shell, N.mm
E	elastic modulus of flange material, MPa
E_g	compression modulus of gasket material, MPa
F	force applied on a plate, N
g	big end thickness of hub, mm
H	matrix of coefficient
h	height of hub, mm
k_s	spring stiffness of the elastic foundation, N/mm ²
K	curvature of the plate, mm ⁻¹
m	number of Fourier terms
M_r	radial moment, Nmm/mm
$M_{r,\theta}$	twisting moment, Nmm/mm
q	slope of plate in radial direction, rad.
Q_r	shear force of plate at location $r^+ = r + \Delta r$ and $r^- = r - \Delta r$
r_O	outer radius of plate, mm
r_i	inner radius of plate, mm
r_F	radius of concentrated load application, mm
r_S	radius of the elastic foundation, mm
t_f	thickness of plate, mm
t_e	equivalent thickness of the hub, mm
t_s	thickness of the shell, mm
V	net shear force at the plate edge, N.mm
ν	Poisson's ratio of the flange material
$w(r,\theta)$	displacement of the plate at radius r and angle θ , mm
(X)	vector of the unknowns

5.2 Introduction

The tightening of bolts is a critical operation in the assembly of flanged joints, as it directly affects structural integrity, sealing performance, operational safety, and long-term durability. During tightening, however, the preload in bolts that have already been tightened is modified by elastic interaction and cross-talk effects among the joint components. These phenomena may result in bolt over-stress, leading to plastic deformation or failure, or bolt under-stress, creating conditions conducive to leakage.

Bolted flange connections are widely used in safety-critical industries such as nuclear and petrochemical facilities, where proper installation requires highly skilled personnel. To promote uniform practices, ASME provides recommended tightening procedures in ASME PCC-1 (ASME, 2020b). These procedures typically involve multiple tightening passes with incrementally increasing preload levels and prescribed bolt-tightening patterns. Although effective, such procedures are often labor-intensive and time-consuming, motivating extensive research aimed at reducing the number of tightening passes and improving tightening sequences. With respect to tightening patterns, Coria et al. (Coria *et al.*, 2020) investigated the influence of two tightening sequences on a 20-bolt flange and quantified their effect on bolt preload scatter. Their results demonstrated the effectiveness of certain patterns, including those incorporating individual sequential re-tightening steps. Regarding pass optimization, Zhu et al. (Zhu *et al.*, 2018a,b, 2017) studied elastic interaction in weld-neck flanges by evaluating the compliance at bolt locations. This approach enabled prediction of preload scatter and determination of optimized target bolt loads, thereby reducing the number of tightening passes while ensuring that bolt stresses remain below the yield limit. The optimized number of passes was shown to depend on flange geometry and target preload level.

Because joint rigidity strongly influences elastic interaction and preload redistribution, the flexibility of flange assemblies has been the focus of numerous investigations. Bouzid and Chaaban (Bouzid & Chaaban, 1993) developed a simplified analytical model for slip-on flange joints assembled in pairs or with blind flanges. The model was validated for NPS 12, 24, and 42

flanges and subsequently extended to weld-neck flanges, full-face flanges, and configurations with metal-to-metal contact (Bouzid & Chaaban, 1993; Galai & Bouzid, 2010; Galai, 2009). Similar studies on Class 900 flanges were conducted in (Abid *et al.*, 2017), examining variations in bolt and gasket stresses under external loading.

Wang *et al.* (Wang *et al.*, 2017) analyzed bolt preload scatter in non-standard flanges following initial tightening and evaluated the influence of several parameters, including joint member thickness, bolt-hole diameter, flange material Young's modulus, washer outer diameter, and bolt spacing. Among these parameters, bolt spacing was shown to have a pronounced effect on preload scatter. Dan Do *et al.* (Do *et al.*, 2012) employed circular ring theory on a nonlinear elastic foundation to predict local flange ring displacements and rotations and to assess their impact on gasket stress distribution.

Early methods for predicting bolt preload scatter relied on experimentally determined elastic interaction coefficients (Bibel & Ezell, 1996). These compliance-based models enabled compensation for elastic interaction during tightening, allowing nearly uniform bolt preload (within $\pm 2\%$) to be achieved in a single pass. The results demonstrated that accounting for bolt-to-bolt interaction significantly reduces preload variability.

Coria *et al.* (Coria *et al.*, 2018) introduced the Tetraparametric Assembly Method (TAM) and compared its performance with the classical Elastic Interaction Coefficient Matrix (EICM) approach. TAM substantially reduces the experimental or finite-element effort required to obtain interaction coefficients by relying on a limited number of load steps and measurement points, while achieving preload uniformity comparable to that of the full EICM formulation. Alkelani *et al.* (Alkelani *et al.*, 2009) proposed a formulation of elastic interaction coefficients for flat-face gasketed flange joints. The model was validated experimentally using a five-bolt flat-face steel flange assembled with a flexible graphite gasket and M12 bolts. The effects of gasket thickness, bolt spacing, preload level, and tightening pattern were investigated. The formulation is based on a rigid plate supported by a linear elastic foundation and does not account for flange-ring flexibility. Zhu *et al.* (Zhu *et al.*, 2018a,b, 2017) later incorporated flange-ring flexural rigidity

into their formulation by modeling the flange as a circular ring resting on an elastic foundation with added local member stiffness. Bolt-location compliances were assembled into a matrix to predict preload scatter for flanges of arbitrary size. Experimental validation was performed using an NPS 4 Class 900 weld-neck flange pair. However, the formulation is not applicable to blind flanges, and the effects of the hub and cylindrical shell were neglected. Wang et al. (Wang *et al.*, 2016) also developed a stiffness model for an infinite plate with a hole subjected to transverse pressure, which was applied to a two-bolt configuration. While suitable for simplified systems, this approach cannot be extended to flange rings with multiple bolts undergoing coupled bending and torsional deformation in the radial and circumferential directions.

Accurate prediction of bolt preload scatter in flanged joints is essential for ensuring joint safety and reliability. In addition to improving structural integrity and leakage resistance, such predictions enable optimization of tightening procedures and development of more efficient tightening sequences. The present study proposes a new elastic interaction model for flange joints based on non-axisymmetric plate-on-elastic-foundation theory. Particular attention is given to blind flange configurations subjected to criss-cross and sequential tightening. Model validation is conducted experimentally on an NPS 4 Class 900 flange joint and numerically for flanges of various sizes and pressure classes. Bolt preload scatter is evaluated for each configuration to assess the accuracy and applicability of the proposed formulation.

5.3 Analytical modelling

The analytical elastic interaction model that is developed hereafter will be used to determine the load scatter during tightening of a flange gasketed assembly. It is based on the combine work of Timoshenko and al. (Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1959) on the asymmetrical bending of plates and Zhu and al. (Zhu *et al.*, 2018a) on the elastic interaction compliance methodology. The model is based on asymmetric bending of circular plates resting on elastic foundation. Figure 5.1 shows the two considered cases : on top a blind flange considered as plate and resting on an elastic foundation that simulate the gasket subjected to a point load at the bolt circle diameter and at the bottom a weld neck flange considered as a plate with a central hole

reinforced at the inside periphery by the presence of the hub and shell and subjected to the same loading and support conditions.

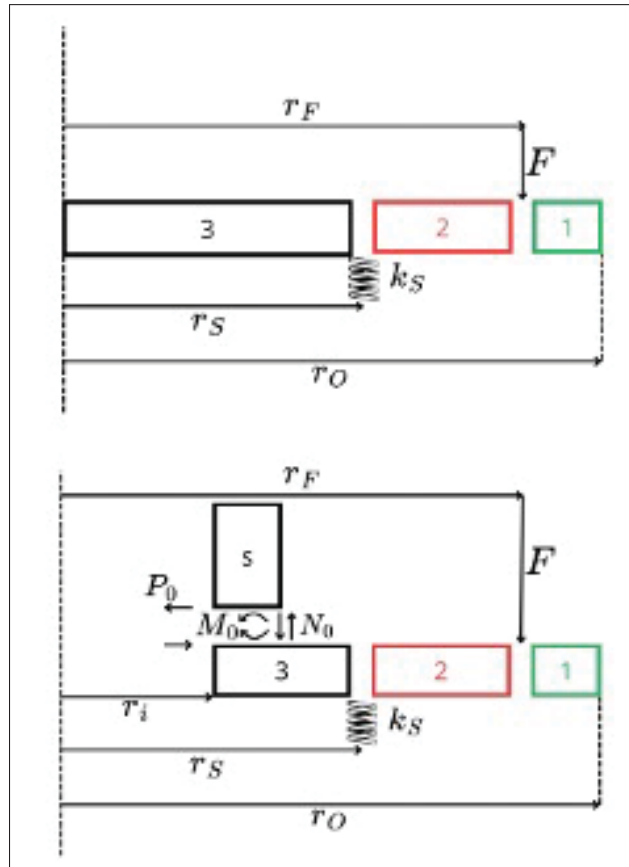


Figure 5.1 Analytical Model : on top, Blind Flange Plate ; at the bottom Weld Neck Flange Plate With a Central Hole and a Shell “s”

The blind flange plate is divided in 3 parts : the outer part bound by $r_F \leq r \leq r_O$, the middle part bound by $r_S \leq r \leq r_F$ and inner part bound by $0 \leq r \leq r_S$. The plate is subjected to a concentrated force at r_F and supported by the gasket considered as a foundation with an annular reaction at a radius r_S . The weld neck flange is divided in a similar 3 regions : the outer part bound by $r_F \leq r \leq r_O$, the middle part bound by $r_S \leq r \leq r_F$ and inner part bound by $r_i \leq r \leq r_S$. The plate is subjected to the same external load as the blind flange plate.

The displacement on any point of the plate is defined by the biharmonic equation, in polar coordinates :

$$\Delta\Delta w = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right) \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial r^2} + \frac{1}{r^4} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} - \frac{2}{r^3} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^2 \partial r} + \frac{4}{r^4} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = 0 \quad (5.1)$$

The bending and twisting moments and shear force per unit of circumference M_r , M_θ , and Q_r are given by :

$$\begin{aligned} M_r &= D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] \\ M_{r,\theta} &= -D(1-\nu) \left(-\frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} \right) \\ Q_r &= D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.2)$$

Where $w(r, \theta)$ is the displacement of the plate located at r , the radius variable and θ , the angle variable. The equation was solved and the displacement is given by Timoshenko (Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1959) :

$$w_i(r, \theta) = R_{0,i}(r) + R_{1,i}(r) \cos(\theta) + \sum_{m=2}^{+\infty} R_{m,i}(r) \cos(m\theta) \quad (5.3)$$

Where $w_i(r, \theta)$ is the displacement in the area i defined in Fig. 5.1. The terms of the Fourier series of each part i are defined as :

$$\begin{cases} R_{0,i} = A_{0,i} + B_{0,i}r^2 + C_{0,i} \log(r) + D_{0,i}r^2 \log(r) \\ R_{1,i} = A_{1,i}r + B_{1,i}r^3 + C_{1,i}r^{-1} + D_{1,i}r \log(r) \\ R_{m,i} = A_{m,i}r^m + B_{m,i}r^{m+2} + C_{m,i}r^{-m} + D_{m,i}r^{-m+2} \end{cases} \quad (5.4)$$

For the plate part 1 and 2, there is no simplification possible and all constants are non-zero. However, in plate part 3 or $i=3$, when the radius is equal to zero, the displacement, slope and moment must be finite and therefore the logarithm and inverse function terms must vanish :

$$C_{0,3} = D_{0,3} = C_{1,3} = D_{1,3} = C_{m,3} = D_{m,3} = 0 \quad (5.5)$$

Moreover, the force F is expressed in a Fourier series such that :

$$F = \frac{q}{\pi r_F} \left(\frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{+\infty} \cos(m\theta) \right) \quad (5.6)$$

Which can be define as a single series to simplify the calculus :

$$F = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{q a_m}{2\pi r_F} \cos(m\theta) \text{ where } \begin{cases} a_m = 1 \text{ si } m = 0 \\ a_m = 2 \text{ si } m > 0 \end{cases} \quad (5.7)$$

Also, it is useful to note that :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}(r, \theta) = -m^2 w(r, \theta) \quad (5.8)$$

The bending moment expressed in terms of m becomes :

$$M_r = D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{m^2}{r^2} w \right) \right] \quad (5.9)$$

Where D is the plate flexural rigidity defined by

$$D = \frac{Et_f^3}{12(1-\nu)} \quad (5.10)$$

At the free edge the net shear force should equal to zero giving :

$$\begin{aligned} V &= Q_r + \frac{\partial M_{r\theta}}{r \partial \theta} = 0 \\ V &= D \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta^2} \right) \right] - \frac{D(1-\nu)}{r} \left[-\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

The rotation and curvature are given by

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{\partial w}{\partial r} \\ \kappa &= \frac{\partial^2 w}{\partial^2 r}\end{aligned}\tag{5.12}$$

5.3.1 Blind Flange

With the previous quantities being expressed, the problem is clearly defined. For each value m of the series $w(r, \theta)$, in the blind flange plate there are 2 unknowns at the radius r_O , 4 unknowns in r_F and 4 unknowns in r_S . To solve the problem, 10 boundary conditions must be found. Noticing that, at r_O , there is a free edge condition, which implies the moment and net force are zero. At r_F , the conditions of displacement, slope and curvature must prevail. Moreover, the shear force is continued except all along the edge of the radius r_F where it is discontinued because of the presence of the force F . Similar reasoning can be made at r_S . In addition to continuity of displacement, slope and curvature, the gasket reaction force $k_s w$ acting as an elastic foundation there is also a discontinuity in the shear force. Therefore the 10 equations from the boundary conditions are summarized as follows :

$$\begin{aligned}
\text{At } r_0 : \quad & \begin{cases} M_r = 0 \\ V = Q_r + \frac{\partial M_{r\theta}}{r \partial \theta} = 0 \end{cases} \\
\text{At } r_F : \quad & \begin{cases} w_1 = w_2 \\ \theta_1 = \theta_2 \\ \kappa_1 = \kappa_2 \\ Q_{r^-} - Q_{r^+} = F \end{cases} \\
\text{At } r_S : \quad & \begin{cases} w_2 = w_3 \\ \theta_2 = \theta_3 \\ \kappa_2 = \kappa_3 \\ Q_{r^-} - Q_{r^+} = k_S w_3 \end{cases}
\end{aligned} \tag{5.13}$$

This gives a system of equations of 10 unknowns expressed in a matrix form :

$$[H]_m \{X\} = (b) \tag{5.14}$$

Where $\{X\}$ is the vector of the unknowns $A_{m,i}, B_{m,i}, C_{m,i}, D_{m,i}$, which are the constants that describe the displacement of the three parts of the plate such that :

$$\{X\}^T = [A_{m,1}, B_{m,1}, C_{m,1}, D_{m,1}, A_{m,2}, B_{m,2}, C_{m,2}, D_{m,2}, A_{m,3}, B_{m,3}] \tag{5.15}$$

And (b) is the constant vector given by :

$$(b)^T = \left(0, 0, 0, 0, 0, \frac{qa_m}{2\pi r_F}, 0, 0, 0, 0 \right) \tag{5.16}$$

$[H]_m$ is the matrix of coefficient of the m term of the Fourier series and therefore it is 10 x 10. There are three possible expressions for this matrix for $m = 0$, $m = 1$ and $m > 1$.

For $m = 0$, this matrix is given by :

$$[H]_{m=0} = \begin{bmatrix} 0 & -2D(1+\nu) & D(1-\nu)r_O^{-2} & -D(2\log(r_O)(1+\nu)+3+\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4Dr_O^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & r_F^2 & \log(r_F) & r_F^2 \log(r_F) & -1 & -r_F^2 & -\log(r_F) & -r_F^2 \log(r_F) & 0 & 0 \\ 0 & 2r_F & r_F^{-1} & r_F + 2r_F \log(r_F) & 0 & -2r_F & -r_F^{-1} & -r_F - 2r_F \log(r_F) & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -r_F^{-2} & 2\log(r_F) + 3 & 0 & -2 & r_F^{-2} & -2\log(r_F) - 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4Dr_F^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & r_S^2 & \log(r_S) & r_S^2 \log(r_S) & -1 & -r_S^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2r_S & r_S^{-1} & r_S + 2r_S \log(r_S) & 0 & -2r_S \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -r_S^{-2} & 2\log(r_S) + 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -4Dr_S^{-1} & -k_S & -k_S r_S^2 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

For $m = 1$, this matrix is given by :

$$[H]_{m=1} = \begin{bmatrix} 0 & -2Dr_O(3+\nu) & 2Dr_O^{-3}(1-\nu) & -Dr_O^{-1}(1+\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D(2\nu-10) & -2D(\nu-1)r_O^{-4} & Dr_O^{-2}(3-\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r_F & r_F^3 & r_F^{-1} & r_F \log(r_F) & -r_F & -r_F^3 & -r_F^{-1} & -r_F \log(r_F) & 0 & 0 \\ 1 & 3r_F^2 & -r_F^{-2} & \log(r_F) + 1 & -1 & -3r_F^2 & r_F^{-2} & -\log(r_F) - 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6r_F & 2r_F^{-3} & r_F^{-1} & 0 & -6r_F & -2r_F^{-3} & -r_F^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8D & 0 & 2Dr_F^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_S & r_S^3 & r_S^{-1} & r_S \log(r_S) & -r_S & -r_S^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 3r_S^2 & -r_S^{-2} & \log(r_S) + 1 & -1 & -3r_S^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6r_S & 2r_S^{-3} & r_S^{-1} & 0 & -6r_S \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -8D & 0 & 2Dr_S^{-2} & -k_S r_S & -k_S r_S^3 \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

and for $m > 1$, the matrix $[H]_m$ is expressed as :

$$[H]_{m>1} = [[L][M][N]] \quad (5.19)$$

Where :

$$[L] = \begin{bmatrix} -Dr_O^{m-2}(m(m+1)+v(m-m^2)) & -Dr_O^{-m-2}(m(m+1)+v(m-m^2)) & -Dr_O^m(m(m+1)+v(m-m^2)) \\ -Dr_O^{m-3}(m^2(1-v)(1-m)) & -Dr_O^{-m-3}(m^3+m^2)(v-1) & -Dr_O^{m-1}(m(m+1)(m(v-1)+4)) \\ r_F^m & r_F^{-m} & r_F^{m+2} \\ mr_F^{m-1} & -mr_F^{-m-1} & (m+2)r_F^{m+1} \\ (m+1)r_F^{m-2} & -m(-m-1)r_F^{-m-2} & (m+2)(m+1)r_F^m \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

And

$$[M] = \begin{bmatrix} -Dr_O^{-m}((m-2)(m-1)-v(m-2+m^2)) & 0 & 0 \\ Dr_O^{-m-1}m(m-1)(m(v-1)-4) & 0 & 0 \\ r_F^{-m+2} & -r_F^m & -r_F^{-m} \\ (-m+2)r_F^{-m+1} & -mr_F^{m-1} & mr_F^{-m-1} \\ (m-2)(m-1)r_F^m & -m(m-1)r_F^{m-2} & -m(m+1)r_F^{-m-2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_S^m & r_S^{-m} \\ 0 & mr_S^{m-1} & -mr_S^{-m-1} \\ 0 & m(m-1)r_S^{m-2} & m(m+1)r_S^{-m-2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

and

$$[N] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -r_F^{m+2} & -r_F^{-m+2} & 0 & 0 \\ -(m+2)r_F^{m+1} & -(-m+2)r_F^{-m+1} & 0 & 0 \\ -(m+2)(m+1)r_F^m & -(-m+2)(-m+1)r_F^{-m} & 0 & 0 \\ -4Dr_F^{m-1}m(m+1) & -4Dr_F^{-m-1}m(m-1) & 0 & 0 \\ r_S^{m+2} & -r_S^{2-m} & -r_S^m & -r_S^{m+2} \\ (m+2)r_S^{m+1} & (2-m)r_S^{-m+1} & -mr_S^{m-1} & -(m+2)r_S^{m+1} \\ (m+2)(m+1)r_S^m & (m-2)(m-1)r_S^{-m} & -m(m-1)r_S^{m-2} & (m+2)(m+1)r_S^m \\ -4Dr_S^{m-1}m(m+1) & -4Dr_S^{-m-1}m(m-1) & -k_s r_S^m & -k_s r_S^{m+2} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

5.3.2 Weld Neck Flange

In the case of a plate with a central hole attached to a cylinder as shown in Fig. 5.1, the solution given by Eq. 5.3 is still applicable with all the terms being present. The presence of a finite inner radius of the inner part 3 introduces different boundary conditions, rendering the simplifying assumptions adopted in Eq. 5.4 no longer valid. As a consequence, the displacement field must be described using a more general formulation, which increases the number of unknown constants from 10 to 15 and therefore requires the introduction of five additional boundary conditions.

At r_i , the edge cannot be considered to be free, since the attached pipe provides movement restraint and edge loads. The attached hub and shell are then modeled as a cylinder with an equivalent thickness t_e (Lake & Boyd, 1957) and from the free body diagram of the plate and the shell, three new unknown edge loads are present : M_0 , P_0 and N_0 , which are respectively the moment, normal force and shear force as shown in Fig. 5.1. To the ten equations coming from the boundary conditions at r_O , r_F and r_S , the additional five equations are then coming from the equilibrium of moment and force and continuity of displacement in the radial and axial displacements and rotation between the plate and the cylinder. The complete set of boundary conditions is summarized as follows :

$$\begin{aligned}
\text{At } r_O : \quad & \begin{cases} M_r = 0 \\ V = Q_r + \frac{\partial M_{r,\theta}}{r \partial \theta} = 0 \end{cases} \\
\\
\text{At } r_F : \quad & \begin{cases} w_1 = w_2 \\ \theta_1 = \theta_2 \\ \kappa_1 = \kappa_2 \\ Q_{r_F^-} - Q_{r_F^+} = F \end{cases} \\
\\
\text{At } r_S : \quad & \begin{cases} w_2 = w_3 \\ \theta_2 = \theta_3 \\ \kappa_2 = \kappa_3 \\ Q_{r_S^+} - Q_{r_S^-} = -k_S w_3 \end{cases} \tag{5.23} \\
\\
\text{At } r_i : \quad & \begin{cases} M_r = M_0 \\ Q_r = N_0 \\ w_3 = \frac{N_0}{Et_e \beta} \\ \theta_3 = a_2 P_0 + a_3 M_0 \\ \theta_3 \frac{t_f}{2} = -\frac{P_0 r_i}{Et_f} \left(\frac{Y^2 + 1}{Y^2 - 1} + \nu \right) - a_1 P_0 - a_2 M_0 \end{cases}
\end{aligned}$$

Where the constants are defined as :

$$\begin{aligned}
Y &= \frac{r_0}{r_i} \\
t_e &= \begin{cases} t_s + \frac{h(g-t_s)}{2\sqrt{r_i g}} & \text{if } h < \sqrt{\frac{g}{2}} \\ \frac{(g+t_s)}{2} & \text{if } h \geq \sqrt{\frac{g}{2}} \end{cases} \\
\beta &= \sqrt{\frac{3(m^2+1)(1-\nu^2)}{(r_i t_e)^2}} \\
D_s &= \frac{E t_e^3}{12(1-\nu^2)} \\
a_1 &= \frac{1}{2\beta^3 D_s} \\
a_2 &= \frac{1}{2\beta^2 D_s} \\
a_3 &= \frac{1}{\beta D_s}
\end{aligned} \tag{5.24}$$

For convenience, the coefficient matrix $[H]_m$ is not explicitly detailed here, in contrast to the case of the blind flange. Nevertheless, its construction follows the same methodological framework as that employed for the blind flange, the only difference being its dimension, which increases to 15x15 for the present problem. The unknown vector $\{X\}$ will be composed of 12 constants $A_{m,i}, B_{m,i}, C_{m,i}, D_{m,i}$, $i = 1$ to 3 and the 3 unknowns N_0, P_0, M_0 ; and finally, (b) the vector associated with the imposed boundary and continuity conditions will have 5 more elements all equal to zero. The hub and pipe were modeled as a shell of equivalent thickness as detailed earlier.

5.3.3 Algorithm for the solution of the analytical problem

The analytical formulation leads to a linear system of n equations with n unknowns. Depending on the flange configuration, n equals 10 for blind flanges and 15 for weld-neck flanges, with the unknown coefficients denoted by $A_{m,i}, B_{m,i}, C_{m,i}, D_{m,i}$ and N_0, M_0, P_0 as applicable. Owing to the linear nature of the governing equations and boundary conditions, the system can be efficiently solved using MATLAB. The computational procedure is organized into the following steps.

1. Matrix formulation : The displacement fields in each flange region are expressed in terms of Fourier series expansions. The n boundary and continuity conditions defined by Eqs. 5.13-5.14 and 5.23 as the case may be are written in symbolic form. The different vectors

and matrixes are created automatically by MATLAB code and checked manually. For each Fourier mode, the coefficient matrix $[H]_m$ is assembled. The resulting matrix has dimensions $3 \times n \times n$, corresponding to the cases $m = 0$, $m = 1$, and $m > 1$, with n equations and n unknowns for each mode.

2. Input parameters : Geometric and material properties are specified, including the Young's modulus and Poisson's ratio of the flange plate material, plate thickness, outer radius, bolt circle radius, gasket material properties and dimensions, and the magnitude of the applied concentrated bolt load.
3. Solution of the linear system : The linear system is solved iteratively for the prescribed number of Fourier terms. In the present study, convergence is achieved by retaining Fourier modes up to $m=50$. The linear method used is selected by the software : considering the type of matrix used (sparse matrix, diagonal matrix etc. . .), the software uses LU factorization or QR factorization decomposition methods depending on the case stability.
4. Extraction of integration constants : For each Fourier mode, the n integration constants associated with the different flange regions are extracted and stored for subsequent evaluation of displacement fields.
5. Computation of displacements : Using the computed constants, the displacement field in each flange region is evaluated. Contributions from all retained Fourier modes are superposed to obtain the global displacement response.
6. Post-processing and compliance evaluation : The displacements at the bolt locations around the flange circumference are extracted and normalized by the applied load to obtain local compliances. These compliances are subsequently assembled into the elastic compliance matrix used to predict bolt preload redistribution.
7. Elastic interaction analysis : The elastic interaction model is then run to obtain the bolt load variation according to the selected tightening pattern are obtained using the approach detailed in (Zhu *et al.*, 2018a).

5.4 Experimental procedure and test setup

To validate the proposed analytical model, experimental tests were conducted on a bolted flange joint consisting of an NPS 4 Class 900 weld-neck flange assembled with a blind flange of the same nominal size and pressure class, as seen on Fig. 5.2. The flange assembly was secured using stud bolts instrumented with full-bridge strain gauges to measure bolt preload during tightening. In addition, high-precision linear variable differential transformers (LVDTs) were positioned at the outer diameter of the flange, directly facing each bolt, to measure local flange displacements.

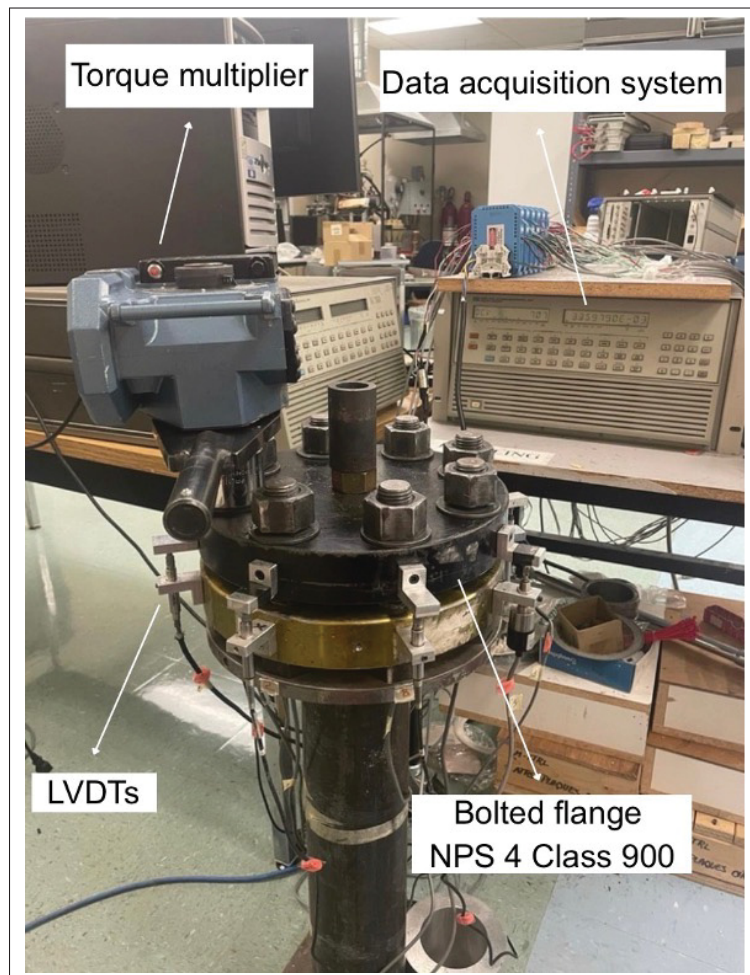


Figure 5.2 Experimental Set-Up

In addition to monitoring bolt load variations, the measured flange displacements provide insight into elastic interaction mechanisms associated with gasket compression and flange warping. A fiber sheet gasket was used in the experimental program. Its compression modulus was independently characterized using a ROTT testing machine and incorporated into the analytical model.

The flange joint was tightened using two tightening strategies : a sequential pattern and a criss-cross pattern. In both cases, the target preload was achieved in three tightening passes. The sequential pattern consisted of tightening the bolts in the order 1–2–3–4–5–6–7–8, whereas the criss-cross pattern followed the sequence 1–5–3–7–2–6–4–8.

During testing, bolt tightening was performed using a high-precision torque multiplier, shown in Fig. 5.2. Applied torque and corresponding bolt load were monitored in real time to ensure attainment of the prescribed preload at each pass. The three tightening levels corresponded to 30%, 70%, and 100% of the final target load of 120 kN. This preload level corresponds to an average nominal bolt stress of approximately 275 MPa (40 ksi).

All measurement instruments were connected to a data acquisition system, with signals transmitted to a computer using LabVIEW software. This setup enabled synchronized, real-time monitoring and recording of bolt loads and flange displacements throughout the tightening process.

5.5 Finite element model

This section presents the Finite Element Models (FEM) developed to further validate the developed analytical model. Firstly, simplified models representing separately the blind flange and the weld neck flange, with a half gasket thickness subjected to a concentrated load were built to validate the analytical models of Fig. 5.1. These models allow to compare the displacements and obtain the compliance at the bolt locations.

Secondly, a complete model of the flange joint with a blind cover plate is built to follow the tightening sequences suggested in the experiment to simulate the elastic interaction and obtain the

bolt scatter after each pass for comparison with the analytical model. The numerical validation has two objectives. The first one is to complete the triangulation of validation reinforcing the undertaken systematic approach based on the three independent but complementary methods. The second objective is to extend the validation to large diameter flange joints that are not covered experimentally.

5.5.1 Simplified FE flange plate models

The simplified FEM were developed using the ANSYS Workbench 2024 R2 software. These simplified models are specifically built to validate the approach undertaken to solve the asymmetric bending of circular plates resting on elastic foundation. The models are blind flanges with half the gasket and similarly for the weld neck flanges. The support is at the gasket mid-plane and the concentrated load is applied at the bolt location. It is to note that these models do not include bolt holes nor bolts. The two configurations are simulated on ASME weld neck and blind Flanges of sizes NPS 4 class 900, NPS24 class 150 and NPS 52 class 600 series A. The gaskets are fiber sheet for the size NPS 4 and spiral wound for the larger sizes. In each geometry, the contact between the gasket and the flange is set as frictional, with a friction coefficient of 0.6.

5.5.2 Complete FE bolted flange assembly models

The complete flange joint with blind cover models were also run under ANSYS Workbench 2024 R2 software. As the problem is asymmetric, the full geometry has been modeled. This contains the weld neck flange, the studs, the nuts, the gasket and the blind flange. The same three flange joint sizes have been meshed as shown in Fig. 5.3. For the NPS 4 class 900 geometry, the model contains 142495 nodes and 31692 elements. The NPS 24 Class 150 contains 144573 nodes and 31317 elements. Finally, the NPS 52 Class 600 contains 207380 nodes and 46710 elements. A mesh refinement criterion based on a 1% bolt load variation was applied to validate the mesh. The flange, gasket and bolt are modeled using 20-node isoparametric elements. A coefficient of friction of 0.15 is considered between metallic mating surface while a coefficient of 0.6 is applied at the flange gasket interface.

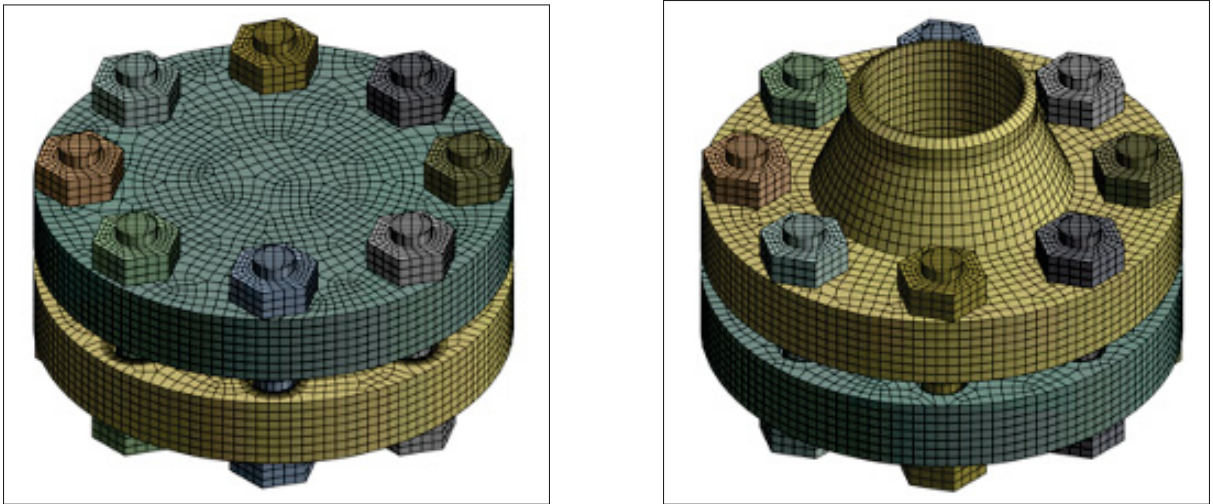


Figure 5.3 FEM Modeling of Blind and Weldneck Flanges

The flanges and the bolt have a Young's modulus and a Poisson's ratio of 210 GPa and 0.3 respectively. The gasket material is defined using a gasket material on the software. This allows to describe the compression-stress curve of the gasket. The compression modulus of the gasket used for the NPS 4 class 900 joint is 1915 MPa. This value was determined by Zhu and al. (Zhu *et al.*, 2018a) for a fiber sheet gasket. For the NPS 24 class 150 and NPS 52 class 600 flanges, the spiral wound gasket compression modulus is set to 4010 MPa. This value is taken from reference (Attoui & Bouzid, 2016). The target loads are 120, 150 and 1200 kN for the NPS 4 Class 900, NPS 24 class 150, NPS 52 class 600 bolted joints respectively. These loads are applied in 3 passes corresponding to the three levels (30, 70 and 100%) of full load. Both the sequential and criss-cross patterns were investigated.

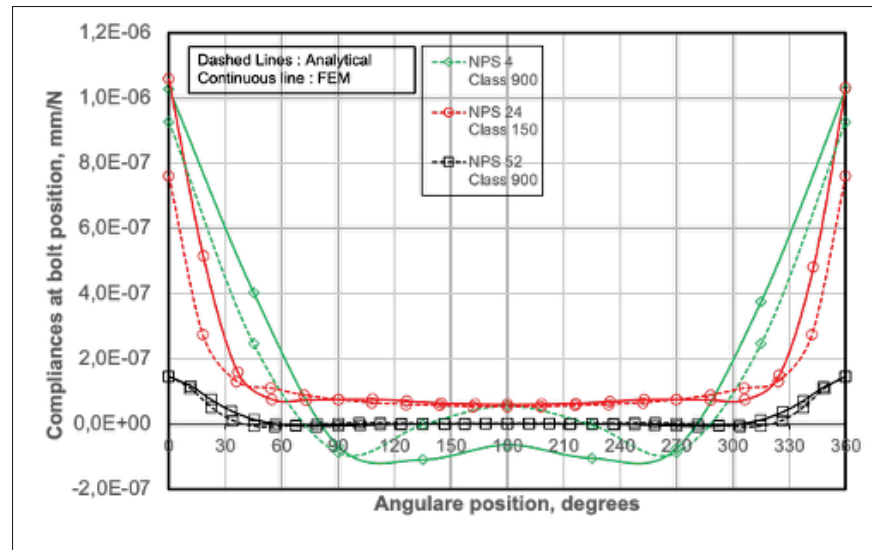
5.6 Results and discussion

This section details the different results between the analytical model, FEM and experimental investigation. The comparison between analytical and FEM is done for the three different flange geometries. The compliances obtained from the developed analytical model based on asymmetrical bending of plates resting on elastic foundation are compared allowing a first validation of the model. The second part compares the results of the bolt load scatter as a result

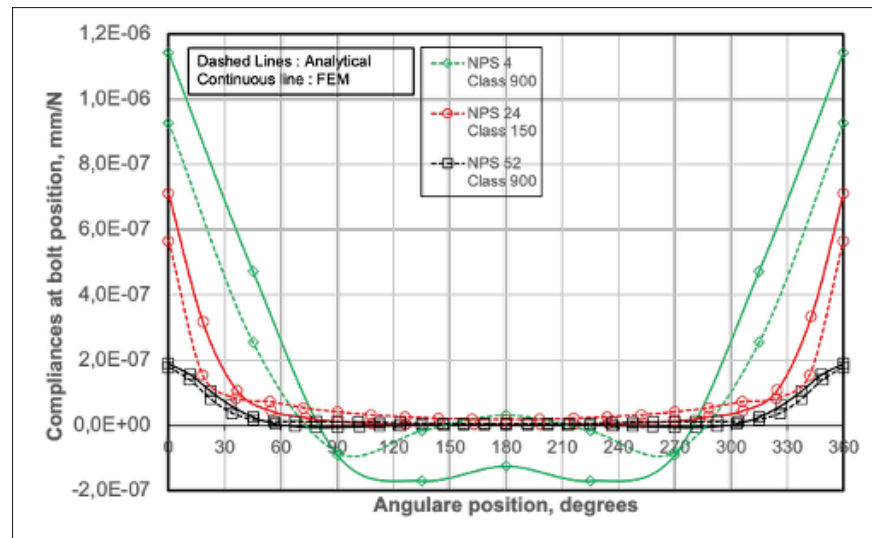
of both the criss-cross and sequential patterns highlighting the effect of elastic interaction during the tightening.

5.6.1 Compliance evaluation

Figure 5.4a) and 5.4b) compares respectively the compliances of a blind plate and weld neck flange obtained analytically and numerically using FEM. The separate values of the two compliances are added together to obtain the combined values of a bolted joint made of weld neck flange used with a blind flange. In the case of a bolted joint with a pair of weld neck flanges the overall compliance is the addition of the two weld neck values. One can note that the markers represent the compliances at the bolt locations with 8 values for the NPS 4 class 900, 20 for the NPS 24 class 150 and 32 for the NPS 52 class 600 series A flanges. The curves compare well considering the fact that the analytical model does not consider the bolt holes. In addition, the model is based on Kirchhoff theory of thin plates neglecting shear deformation.



a)



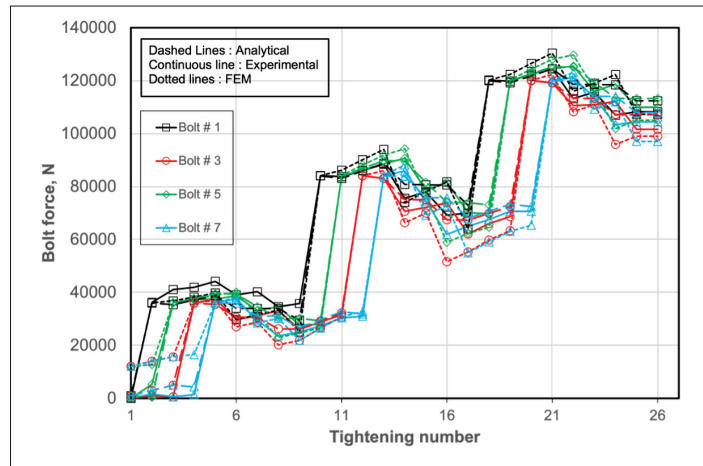
b)

Figure 5.4 Comparison of Analytical and FEM Compliances at Bolt Position For a) Blind Flange Plate b) Weld Neck Flange Plate

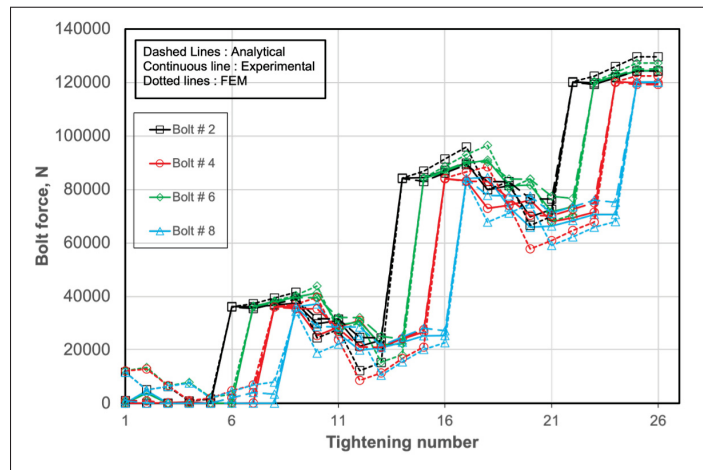
5.6.2 Elastic Interaction and bolt load scatter

As previously described, a cross-validation was performed between the analytical, experimental, and numerical approaches for the NPS 4 Class 900 flange assembly. For the two tightening

patterns, the bolts are numbered sequentially. As shown in Figures 5.5 a) and 5.5 b), the evolution of bolt tension during successive tightening of the bolts using a criss-cross pattern highlights pronounced elastic interactions between bolts.



a)



b)

Figure 5.5 Bolt tension variations during a 3-pass criss-cross tightening a) bolts 1-3-5-7 b) bolts 2-4-6-8 for NPS 4 class 900

For this configuration, a good level of agreement is observed among the three approaches. The maximum discrepancy between the FEM and analytical models during each tightening pass is limited to 12%, 13%, and 8%, for respectively pass 1, 2 and 3. When comparing the FEM and

experimental results, the largest differences reach 17%, 11%, and 4% for the successive passes. Finally, the discrepancies between the experimental measurements and the analytical predictions amount to 20%, 7%, and 4%. Overall, the differences between the three models decrease with the number of tightening passes, indicating a progressive convergence toward a common final load state. Since the final bolt tension after the last pass is the most critical parameter from a structural and sealing standpoint, this improved agreement at the end of the tightening process is particularly relevant and supports the validity of the proposed modeling approaches.

For both bolt groups (bolts 1–3–5–7 and bolts 2–4–6–8), tightening a given bolt systematically induces a redistribution of load in previously tightened bolts, meanwhile adjacent bolts experience a partial loss of tension. This behavior is consistently observed across all tightening passes. During the first tightening pass, bolt forces remain relatively low and highly uneven, with significant differences between individual bolts. As tightening progresses through subsequent passes, the overall bolt tension increases ; however, noticeable scatter persists. Each tightening action induces a temporary overload in certain bolts, followed by a relaxation phase as neighboring bolts are tightened. Bolts tightened earlier in each pass systematically exhibit higher peak forces, while those tightened later tend to lag until the completion of the pass. This effect becomes particularly pronounced at higher tightening levels, where peak bolt forces approach or exceed the target preload. When comparing final bolt loads to the target value, the largest drop observed is 19% for the FEM, 10% for the analytical model, and 15% for the experimental results, whereas the largest increase above the target preload reaches 8% in the FE model and 4% for both the analytical and experimental approaches as reported in Table 5.1.

Tableau 5.1 Difference between the final bolt tension and the target values for the NPS 4 Class 900 assembly with criss-cross pattern

Model	Bolt 1	Bolt 2	Bolt 3	Bolt 4	Bolt 5	Bolt 6	Bolt 7	Bolt 8
Experimental	-9	-2	-5	-6	-4	-6	-9	0
FE Model	-11	1	-3	-5	-6	-9	-12	0
Analytical Model	-7	-2	-4	-4	-3	-3	-5	0

Figure 5.6 presents the final bolt tension distribution after each pass. After each pass, the bolt force fluctuations are quite regular, with a scatter slightly higher in the case of FEM. The second pass increases this dispersion, with noticeable variations persisting between adjacent bolts. That pass exhibits the largest scatter, with significant differences between bolts, reflecting the strong influence of tightening sequence on the load state. Finally, the last pass reduces the scatter, as standard deviation drops from 17 kN to 13 kN for the FEM, 9 kN to 7 kN for the analytical model and 11 kN to 9kN for the experiment. This proves the importances of a three-pass tightening.

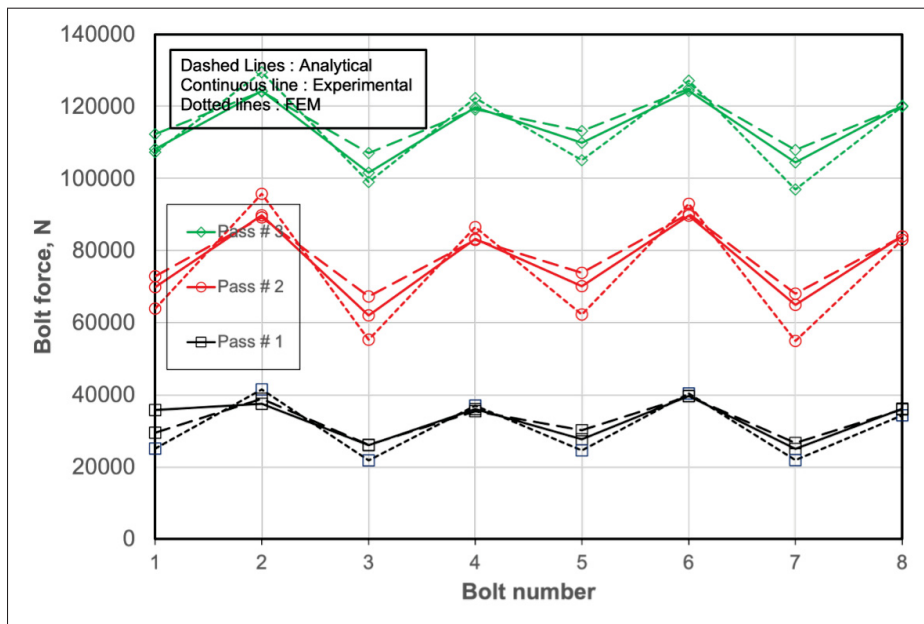
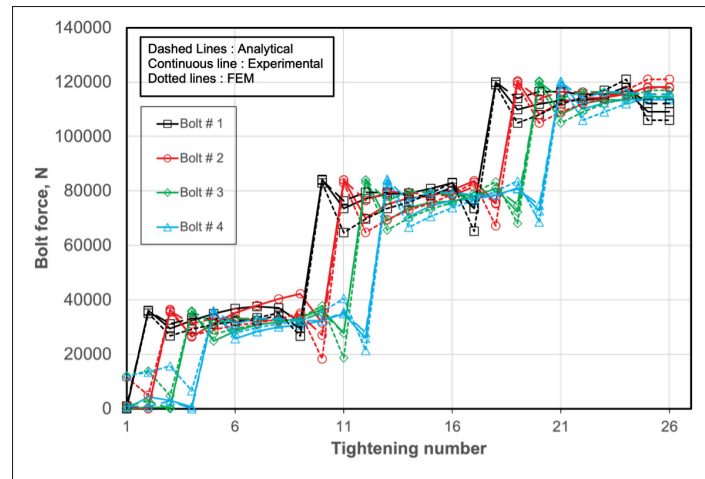
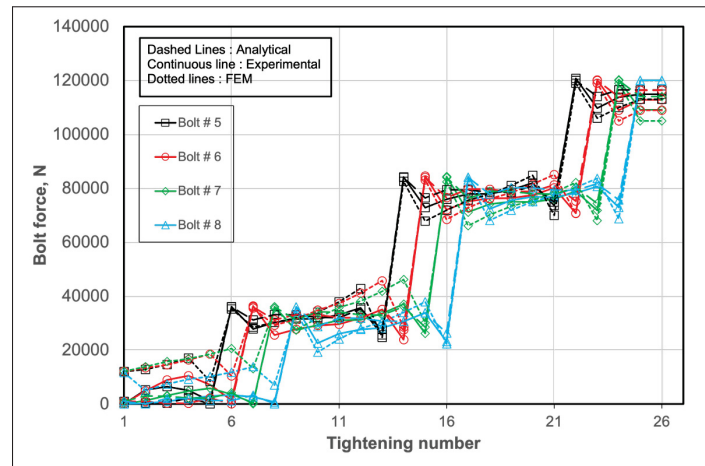


Figure 5.6 Comparison of bolt tension after each tightening under criss-cross pattern for NPS 4 class 900

Similarly, as illustrated in Figures 5.7 a) and 5.7 b), the sequential tightening process leads to systematic tension losses in adjacent bolts after each tightening step. For each pass, the most affected bolts are consistently the two bolts adjacent to bolt 8. In the experimental investigation, the tension drop reaches approximately 9% for both bolts 7 and 1.



a)



b)

Figure 5.7 Bolt tension variations during a 3-pass sequential tightening a) bolts 1-2-3-4 b) bolts 5-6-7-8 for NPS 4 class 900

In comparison, the analytical model predicts reductions of 5% and 6%, respectively, while the FEM indicates larger drops of 12% and 11% as shown in Table 5.2. The remaining five bolts also experience a loss of tension, although to a lesser extent, with maximum reductions of about 6% in the experimental results, and approximately 4% and 9% in the analytical and FEM, respectively. Despite this decrease, these bolts remain closer to the target preload than the two bolts adjacent to bolt 8.

Tableau 5.2 Difference between the final bolt tension and the target values for the NPS 4 Class 900 assembly with sequential pattern

Model	Bolt 1	Bolt 2	Bolt 3	Bolt 4	Bolt 5	Bolt 6	Bolt 7	Bolt 8
Experimental	-10	4	-15	-1	-8	4	-13	0
FE Model	-11	8	-17	2	-12	6	-19	0
Analytical Model	-6	4	-11	-1	-6	4	-10	0

This trend is further confirmed in Figure 5.8, where bolts 1 and 7 consistently exhibit a noticeable tension drop after each tightening pass. In contrast, the remaining bolts maintain a relatively stable load level, with only minor reductions observed. Overall, these results demonstrate a clear and repeatable pattern of elastic interaction during tightening, strongly governed by bolt position and tightening sequence, and consistently captured by the analytical, FEM, and experimental approaches. Once again, the analytical results are in good agreement with the experimental ones. The differences are due to the presence of relaxation due to creep of the gasket and nonlinear non elastic behavior; two material properties not account for by the analytical and numerical FEM. Other factors such as shear deformation, bending of the bolt and the presence of the holes and threads have certainly some effects on the evaluation of the compliance matrix and eventually on the elastic interaction and load scatter.

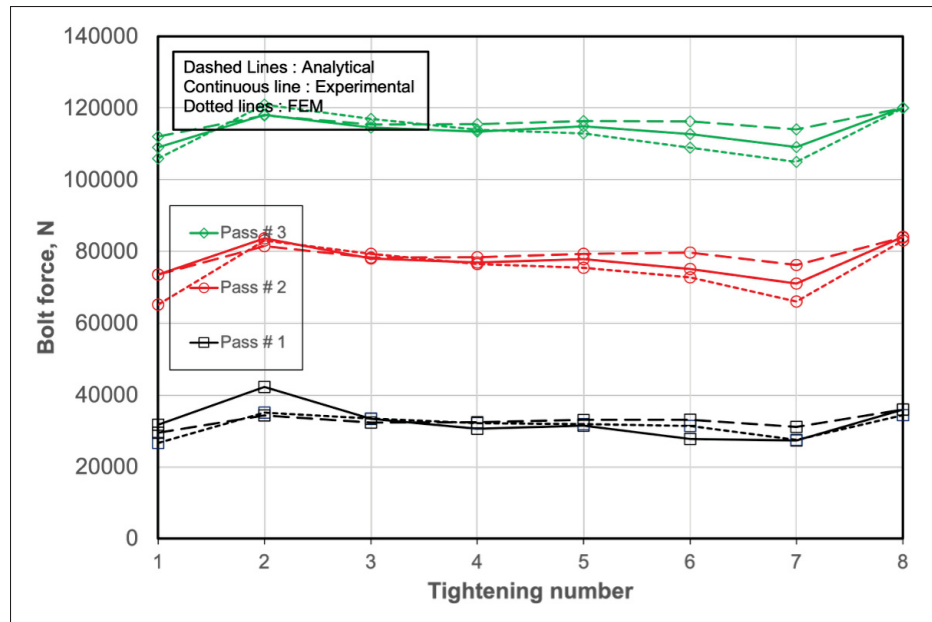
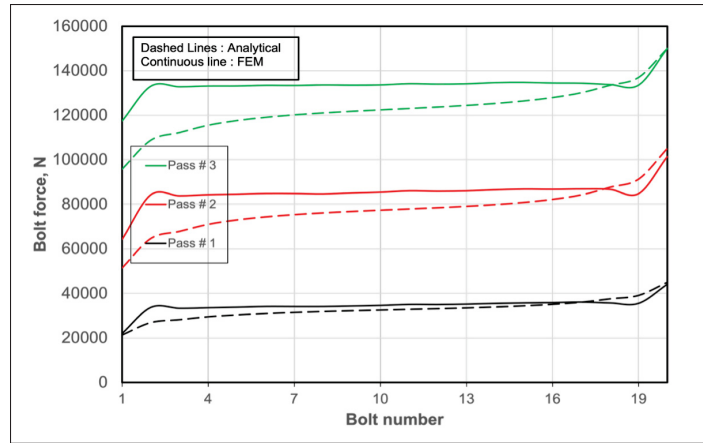
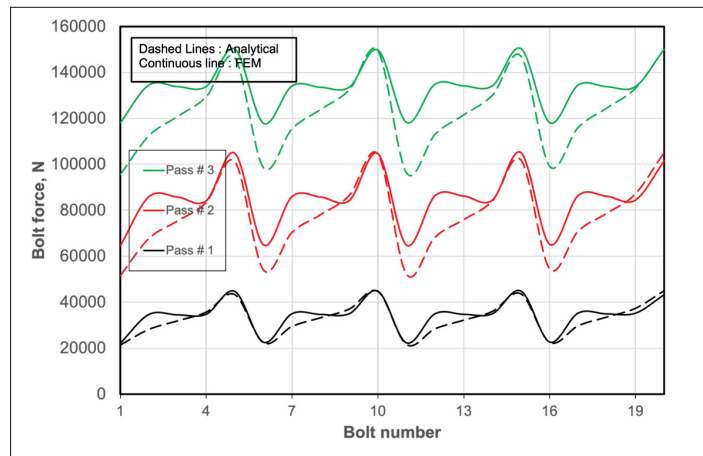


Figure 5.8 Comparison of bolt tension after each tightening under sequential pattern for NPS 4 class 900

The analytical elastic interaction model is further validated using numerical finite element modelling of large diameter flange joints. In this section, an NPS 24 Class 150 flange assembly is investigated using both numerical FE and analytical models. Due to the large number of bolts in this configuration, only the bolt tensions measured at the end of each tightening pass are reported in Fig. 5.9. As illustrated in Fig. 5.9a), a significant drop in bolt tension is observed in the proximity of the last bolt tightened during each pass. For every tightening pass, the bolt adjacent to the final tightened bolt experiences a noticeable loss of tension, while the majority of the remaining bolts retain a nearly constant load level. This behavior highlights the strong elastic interaction between neighboring bolts and the sensitivity of the system to the tightening sequence. In the FEM, bolt 1 exhibits a 22% reduction in tension compared to bolt 20, which is tightened last. In contrast, the analytical model predicts a larger tension drop of 36% between the same bolts. Such discrepancies are far from negligible : for a target preload of 150 kN, these reductions correspond to final bolt tensions of 117 kN for the FE model and almost 96 kN for the analytical model.



a)



b)

Figure 5.9 Comparison of Bolt Tension after Each Tightening Pass Under a) Criss-Cross
b) Sequential Pattern for a NPS 24 Class 150

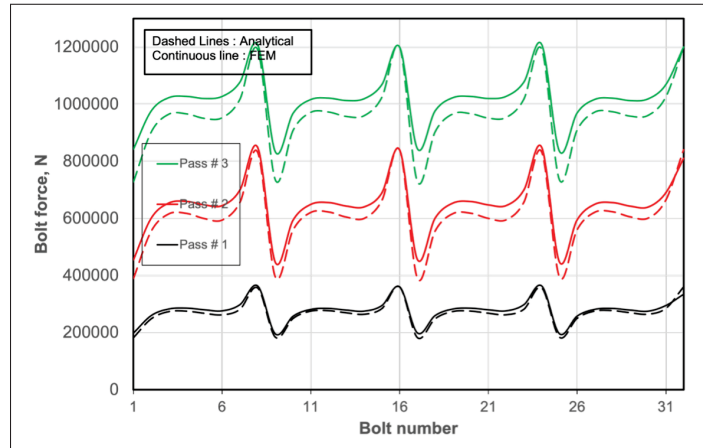
Furthermore, for this particular geometry, the maximum deviation between the numerical and analytical predictions reaches 20%, 23%, and 18% for the first, second, and third tightening passes, respectively. These relatively large differences indicate that the agreement between the two approaches remains limited for this configuration.

For the criss-cross pattern (Fig. 5.9b), the scatter is less predictable. For the FEM, the bolts 1, 6, 11 and 16, the first tightened and located at 90 degrees apart experience the largest loss of tension, with an average drop of 50%, 38% and 21% for pass 1,2 and 3 respectively. Bolts 5,

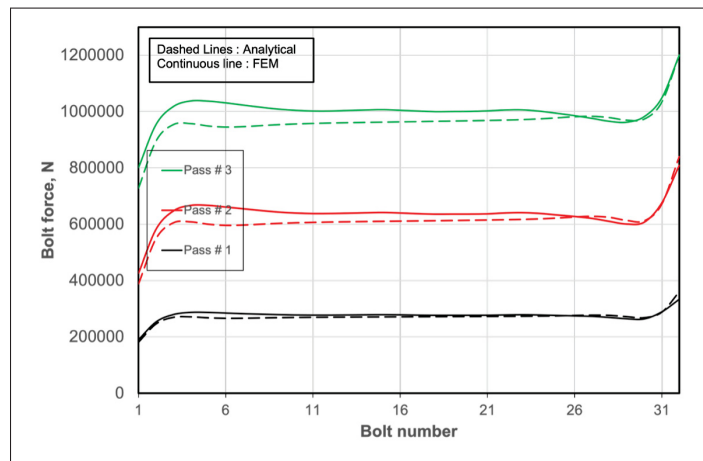
10, 15 and 20, located at 90 degrees apart remains the closest to the target, as their order of tightening are among the last. All the other bolts drop by 20%, 18% and 10% during the three passes. For the analytical model, bolts 1, 6, 11 and 16 also experience a big loss of tension : 52%, 50% and 35% during the three passes. The analytical tensions of bolt 5, 10, 15 and 20 compare well with those of FEM for all passes. For the other bolts, the final tensions are a bit different : the drop is between 17 to 37% for the first and second pass and 11 to 25% for the final pass. The difference is due to several factors ; bending due to shear in ring flange ignored by the plate model, hub to cylinder simplification, gasket reaction location and bolt holes are to name a few. These parameters have a non-negligible influence on the elastic interaction of the flange assembly. As for the sequential pattern, the difference between analytical model and FEM are not negligible. The maximum difference between the analytical and FEM is 23%, 26% and 23% for the 3 passes respectively.

Finally, for the last model validation, the NPS 52 Class 600 flange configuration is analyzed using both tightening patterns, with attention also focused on the bolt tensions at the end of each tightening pass. As in the previous case, intermediate tightening states are not reported. As shown in Figure 5.10, a reduction in the bolt tension is again observed in the proximity of the final bolt tightened, confirming the influence of the tightening sequence on load redistribution of the sequential tightening. Consequently, the results must be interpreted with caution, as the different model assumptions may not fully capture the complex elastic interactions and load redistribution mechanisms occurring in this geometry precisely. Nevertheless, as recommended by the ASME PCC1 a final circular pass (or multiple circular passes) is recommended until the nuts stop turning. For each tightening pass, as seen in Fig. 5.10a), the bolt adjacent to the last tightened one undergoes a marked decrease in tension, whereas the majority of the remaining bolts maintain relatively stable load levels. Compared to the target preload, the FEM predicts a tension drop of 33% for the most affected bolt, while the analytical model indicates a slightly larger reduction of 40%. Still those drops represent a substantial deviation from the intended tightening level of 1200 kN and underline the importance of elastic interactions between

neighboring bolts in large-bolt-count assemblies. For instance, the FEM predicts a final bolt tension of 800 kN while the analytical model predicts a final tension of 728 kN, both for bolt 1.



a)



b)

Figure 5.10 Comparison of Bolt Tension after Each Tightening Pass Under a) Criss-Cross
b) Sequential Pattern for A NPS 52 Class 600

When comparing the two modeling approaches, the maximum discrepancy between the FEM and analytical results remains limited, reaching 8%, 10%, and 9% for the first, second, and third tightening passes, respectively. These differences are relatively smaller than those observed in the previous configuration, suggesting a better agreement between the numerical and analytical models for this geometry. For the criss-cross pattern, as seen in Fig. 5.10b), the difference in the

tensions between the two models is smaller than the NPS 24 Class 150 flanges. According to the FEM, the bolts 1, 9, 17 and 25 90° apart experience the largest drop, with an expected loss of tension averaging 45% for the first and second passes and 30% for the third pass. The last tightened bolts 8, 16, 24 and 32 are the ones less impacted, with an average loss of 1% for each pass. Finally, all the others bolt experienced steady drop between 17% to 27% for the first pass, 16% to 28% for the second and 10% to 18% for the third pass. With the analytical model, the bolts 1, 9, 17 and 25 are also the ones with the largest drop : 50%, 53% and 40% respectively for each pass. For the bolts 8, 16, 24 and 32, the conclusion is the same as the FEM. For the other bolts, tension drops are in between 31% and 21% for the first pass, 33% and 21% for the second and 24% and 15% for the final one. The criss-cross pattern results in less agreement between the two models. Indeed, the largest difference are 8%, 17% and 15% for the three passes respectively.

The observed difference is expected because the developed model is a simplified representation of a complex flange structure subjected to complex phenomenon. The applicability of the theory of plate on elastic foundation for large diameter flanges may not be representative as the latter behave more like rings and the model in (Galai & Bouzid, 2010) could be a better solution for some flanges. Alternatively, Mindlin plate theory could be more appropriate than that of Kirchhoff but would require a more elaborate analysis. In fact, the deformation due to shear and local deformation of the flange at the bearing surface with the bolt are major contributing factors to the observed difference and are not addressed by the analytical model. Other factors such as the presence of the bolt holes, the reaction location and the bending of bolt can also add to the discrepancy.

5.7 Conclusion

This study investigates the load scatter produced by elastic interaction and bolt cross-talk that occur during the tightening process of bolted flange assemblies composed of a weld neck flange and a blind flange. The problem was addressed through a combined analytical, experimental, and numerical approach, allowing a comprehensive assessment of bolt load redistribution mechanisms. Several flange geometries and assembly stiffness levels were examined, considering

both sequential and criss-cross tightening strategies. In addition, two different gasket materials were employed, selected in accordance with the normalized size of each flange configuration. The results demonstrate that the phenomena of elastic interaction can reasonably be well modelled both analytically and numerically using FEM. The tightening sequence and flange geometry have a significant influence on preload retention. For an NPS 4 Class 900 flange, a three-pass criss-cross tightening sequence leads to a preload loss of approximately 10%. In contrast, for all geometries investigated, a three-pass sequential tightening procedure induces substantially larger losses, reaching approximately 15% for the NPS 4 Class 900, 30% for the NPS 24 Class 150, and up to 35% for the NPS 52 Class 600 flange. These reductions are far from negligible : depending on the target preload, they may correspond to an absolute loss exceeding several hundred kilo-Newton for the NPS 52 flange. Such preload losses can critically compromise joint integrity, potentially leading to leakage or premature degradation of the assembly.

Overall, these findings provide a first quantitative framework for understanding load scatter and preload loss during multi-pass tightening of blind flange assemblies. Improved insight into these elastic interaction phenomena contributes directly to enhancing the reliability and safety of flange assembly procedures. Furthermore, the developed analytical model may serve as a basis tool for the optimization of tightening strategies and the development of more robust installation guidelines for industrial bolted flange joints.

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Le but de cette étude a été de proposer un modèle analytique fiable permettant de modéliser le comportement d'un assemblage à bride pleine lors du processus de serrage. Comme démontré dans la revue de littérature, il n'existe pas de modèle analytique pour ce type de géométrie. En effet, la plupart des études se concentrent sur les assemblages symétriques de bride à collerette, que ce soit de l'analyse du comportement à l'optimisation du serrage à partir de cette analyse.

Il a été aussi présenté l'ensemble des facteurs d'influence de la qualité du serrage et ceux que cette étude devait prendre en compte. Concernant la géométrie de l'assemblage, 3 types de géométries ont été étudiées. Ces 3 géométries ont permis d'étudier différentes classe de bride (de 150 à 900) ainsi que différentes tailles (de 4 à 52). Ceci permet de couvrir un ensemble de brides plus larges ainsi que de s'assurer de la robustesse du modèle développé. Le joint lui a été modélisé de la manière la plus simpliste : un modèle élastique linéaire. Cette modélisation est d'autant plus valide si le joint est réutilisé pour le serrage. Dans le cas d'un serrage avec un joint neuf, des modélisations non-linéaires sont justifiées mais requièrent plus d'analyse. Les séquences de serrage de type séquentielles et en étoile ont été utilisées, car ce sont les séquences les plus présentes dans l'industrie. D'autres séquences existent mais sont moins fréquentes. Le nombre de passes a été fixé à 3. En effet, ce nombre correspond au nombre de passes recommandé par l'ASME (ASME, 2020b). Il est normalement demandé d'effectuer, dans le cas d'un serrage en étoile, un serrage séquentiel après les 3 passes obligatoires. Les chargements extérieurs n'ont pas été pris en compte dans ce sujet d'étude. En effet, en raison du mauvais alignement et non-parallélisme, le moment de flexion (qui est le facteur principal) peut être présent. En revanche, la présence du fluage interne serait une source d'étude nécessaire. Les interactions élastiques ont été le facteur le plus étudié mais ce phénomène est responsable de la plupart des pertes de tension (parfois de l'ordre de 10% et jusqu'à 40% lors du serrage) et n'est clairement pas à négliger.

Ainsi, comme énoncé au début de cette conclusion, un modèle analytique reposant sur la théorie des plaques sur support élastique a été développé. Afin de vérifier la solidité de ce modèle, une première étude numérique a été faite sur les 3 géométries : NPS 4 Classe 900, NPS 24 Classe 150 et NPS 52 Classe 600. Cette étude avait pour but de vérifier si les résultats analytiques et numériques coïncident. Cette comparaison a permis de mettre en évidence une concordance satisfaisante, puisque les courbes ont des formes similaires. Les erreurs sont parfois assez élevées. Ensuite, une étude plus complète a été faite. Le modèle numérique est cette fois-ci plus représentatif de la réalité. Tout comme le modèle simple, les 3 géométries ont été étudiées et les résultats ne sont plus les déplacements mais directement les tensions dans les boulons. Une étude expérimentale a alors été faite sur un assemblage de type NPS 4 Classe 900. Les résultats montrent alors une bonne concordance pour cette dernière géométrie, puisque les erreurs maximales sont de l'ordre de 20%. Pour l'assemblage NPS 24 Classe 150, l'étude dans le cas d'un serrage en séquentiel permet une erreur maximale de l'ordre de 23% tandis que pour le serrage en étoile cette erreur monte à 26%. En revanche, ces erreurs sont moins importantes pour l'assemblage NPS 52 Classe 600, puisque le serrage séquentiel et en étoile ont une erreur maximale de 10% et 17% respectivement.

Cette étude permet alors de poser une base de recherche sur cette géométrie. Ces résultats peuvent permettre d'améliorer la sécurité et la fiabilité des assemblages boulonnés à brides pleines. En effet, en prenant en compte ces modèles, il est possible de construire des algorithmes d'optimisation pour améliorer la qualité de la procédure de serrage.

Des recommandations sont cependant à émettre concernant cette étude :

- Par rapport au modèle analytique :
 - Prendre en compte l'effet de déformation locale de la plaque
 - Utiliser la théorie d'anneau sur fondation élastique dans le cas de bride à collerette, développée par Do et al. (Do *et al.*, 2012) et la théorie des plaque pour les brides pleines.

- Prendre en compte la flexion du boulon
- Par rapport au modèle numérique :
 - Prendre en compte la présence des filets dans le calcul de la rigidité du boulons, qui ont un impact sur la qualité du serrage
 - Considérer le joint comme non-linéaire et affiner sa modélisation
 - Prendre en compte le fluage et les effets de désalignement et non-parallélisme
 - Étudier les brides à faces pleines pour lesquels le joint est une fondation élastique et non un support élastique.
- Par rapport à l'expérience ;
 - Réaliser en amont un test ROTT sur le joint, afin de mieux connaître ses caractéristiques
 - Réaliser l'expérience sur des brides de tailles différentes

ANNEXE I

RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES

1. Résultats et comparaison : modèle analytique et numérique simplifié

Afin de s'assurer que le modèle analytique est fiable, un modèle numérique simplifié a été construit pour être comparé au modèle analytique, comme détaillé dans le chapitre 3.1. Il est donc important de comparer les différents résultats provenant de ces 2 modèles. Pour chaque géométrie, l'étude du déplacement ainsi que des coefficients de souplesse au cercle de boulonnage sera effectué. Un regard critique sera fait sur les résultats.

1.1 Cas NPS 4 Classe 900

Comme indiqué précédemment, les forces appliquées sur la plaque s'effectuent en 2 étapes. Puisque seule la réaction de la plaque à la force concentrée au cercle de boulonnage est intéressante, il est nécessaire de récupérer les déplacements provoqués par cette force. Pour cela, la méthode de superposition est utilisée. En notant w_F le déplacement de la plaque provoqué seulement par la force au cercle de boulonnage, w_{3F} le déplacement de la plaque provoqué seulement par la force concentrée au centre et enfin w_{tot} le déplacement finale, alors $w_F = w_{tot} - w_{3F}$. Cette méthode permet d'obtenir le déplacement de toute la plaque, et en particulier sur le cercle de boulonnage.

Cette méthode permet d'obtenir les courbes suivantes :

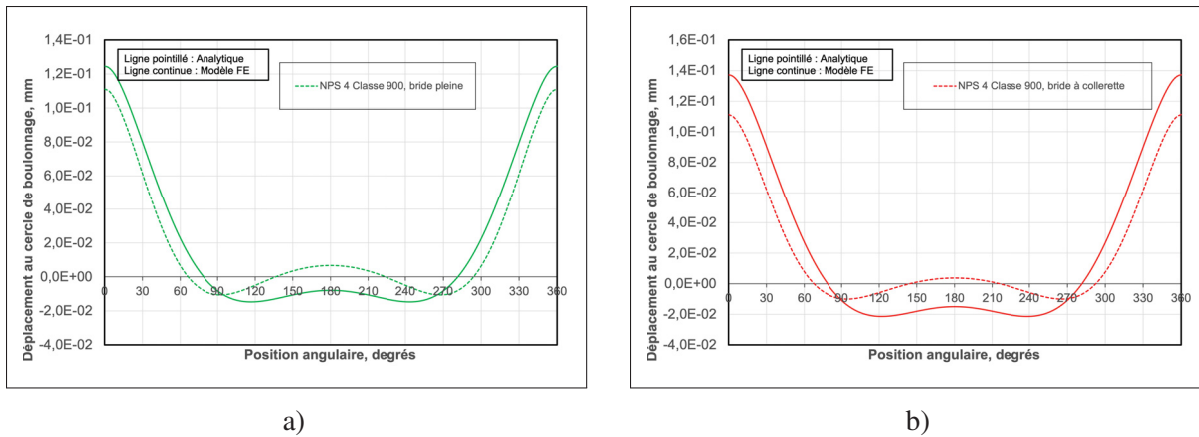


Figure-A I-1 Comparaison des déplacements au cercle de boulonnage en fonction de la position angulaire dans le cas de plaque de type NPS 4 Classe 900 :
a) bride pleine b) bride à collerette

Comme il est possible d'observer, les deux courbes ne corrèlent pas de manière satisfaisante. En effet, l'erreur entre les deux courbes est comprise entre 11% et 97% pour la bride pleine et 10% et 90% pour la bride à collerette. Ces erreurs sont calculées au niveau des boulons pour estimer les coefficients de souplesse. Pour autant, les courbes suivent la même tendance, ce qui permet d'affirmer que le modèle analytique capte bien la forme du déplacement de la plaque. De plus, l'influence sur les boulons loin de l'application de la charge est faible et donc même si l'erreur est grande, l'effet est minime.

1.2 Cas NPS 24 Classe 150

Le même calcul s'effectue sur le cas d'un assemblage NPS 24 Classe 150. Les courbes alors produites sont les suivantes :

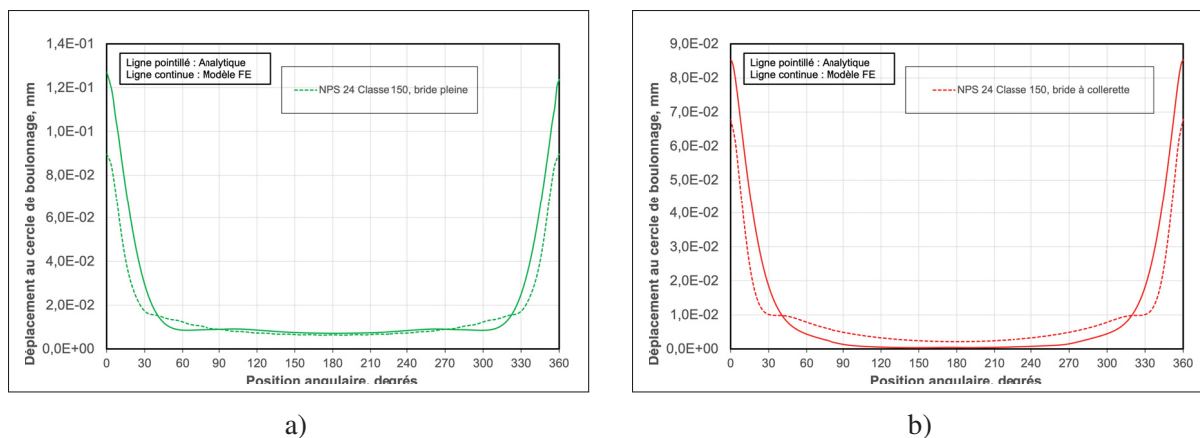


Figure-A I-2 Comparaison des déplacements au cercle de boulonnage en fonction de la position angulaire dans le cas de plaque de type NPS 24 Classe 150 : a) bride pleine b) bride à collerette

Cette fois-ci, la courbe a une forme différente : la faible classe de la bride ainsi que la plus grande taille sont des éléments faisant varier la forme du déplacement. Celui-ci est prononcé autour de l'application de la force tandis que, entre 120° et 270° , le déplacement est plus constant. Concernant la comparaison entre les deux modèles, celui-ci est de meilleure qualité pour la bride pleine. En effet, en prenant toujours les déplacements au niveau des boulons, les écarts observés sont compris entre 0.13% et 89%. En revanche, la bride à collerette a une comparaison moins qualitative que le modèle précédent, puisque les erreurs sont comprises entre 20% et 569%. Cette grande valeur s'explique par la différence de puissance entre les deux termes. En effet, le modèle analytique estime un déplacement de l'ordre de 10^{-3} mm tandis que les éléments finis estiment un déplacement de l'ordre de 10^{-4} mm. Cette erreur est localisée à l'opposée du point d'application de la charge, et n'aura donc que peu d'influence sur les résultats.

1.3 Cas NPS 52 Classe 600

Enfin, l'ultime géométrie a été comparée :

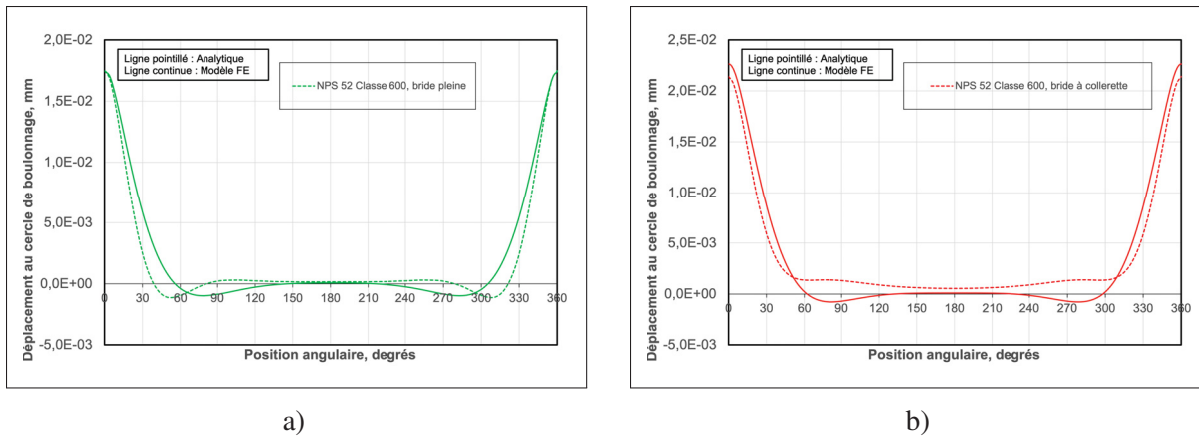


Figure-A I-3 Comparaison des déplacements au cercle de boulonnage en fonction de la position angulaire dans le cas de plaque de type NPS 52 Classe 600 : a) bride pleine b) bride à collerette

La forme de la courbe est un mélange entre les deux modèles précédents : le déplacement constant entre 150° et 210° provient de la taille de la bride, tandis que la forme, en double sinusoïde provient de la classe de la bride, indiquant une plus grande rigidité. Concernant les erreurs, celles-ci sont comprises entre 0.6% et 2066 % pour la bride pleine. Ces erreurs sont aussi dues à des différences de puissance (10^{-6} mm contre 10^{-4} mm). Ces ordres de grandeur d'erreurs restent identiques pour la bride à collerette, puisqu'elles sont comprises entre 5% et 4081 %. De même, les différences de puissance jouent un rôle dans ces grandes erreurs (10^{-5} mm contre 10^{-4} mm).

Tout comme pour les deux modèles précédents, les grandes erreurs sont présentes à l'opposé du point d'application de la charge, et n'a donc que peu d'influence sur les résultats finaux.

2. Discussion sur les résultats

Ces erreurs peuvent venir de plusieurs facteurs. Tout d'abord, dans le modèle analytique, le joint est modélisé comme un support élastique linéaire à un rayon fixe, alors que dans le modèle numérique le joint a une largeur. Cette différence peut induire une différence de déplacement sur la région au-dessus du joint. Une autre source d'erreur est le type de modèle utilisé. Les erreurs

des brides à collerette sont bien plus grandes que celles des brides pleines. Il serait peut être plus juste d'utiliser un modèle d'anneau reposant sur une fondation élastique pour modéliser le comportement de ces brides. De plus, le modèle analytique ne permet pas de capturer le phénomène de cisaillement et déformation local autour du point d'application de la force. Cette supposition permettrait d'expliquer en quoi les brides NPS 4 Classe 900 et NPS 24 Classe 150, qui ont sensiblement la même épaisseur, ont une erreur de 10% et 41% pour la bride pleine et 19% et 20% pour la bride à collerette concernant le déplacement au point d'application de la force, tandis que la bride NPS 52 Classe 600, qui a une épaisseur 5 fois plus importante, a une erreur de 0.06% et 5% pour la bride pleine et à collerette respectivement. Enfin, le type de modèle pris pour les brides pleines serait aussi à reconsidérer. Dans chaque cas, un modèle de Kirchhoff a été utilisé ; celui-ci statue qu'une plaque circulaire est considérée comme mince si le rapport entre l'épaisseur et le rayon est inférieur à 0.1, or dans le cas du modèle NPS 4 Classe 900, ce rapport vaut 0.31 ; pour la bride NPS 24 Classe 150, celui-ci vaut 0.11 ; pour la bride NPS 52 Classe 600, ce rapport vaut 0.24.

BIBLIOGRAPHIE

- Abid, M. & Iqbal, M. (2008). Determination of optimized non-gasketed flange geometry for safe stress and no leak condition : Finite-element analysis approach. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E : Journal of Process Mechanical Engineering*, 222(1), 31–39. doi : 10.1243/09544089JPME154.
- Abid, M., Awan, A. W. & Nash, D. H. (2014). Determination of load capacity of a non-gasketed flange joint under combined internal pressure, axial and bending loading for safe strength and sealing. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 36(3), 477–490. doi : 10.1007/s40430-014-0136-0.
- Abid, M., Khan, A., Hussain, M. & Wajid, H. A. (2017). Optimized bolt tightening procedure for different tightening strategies—FEA study. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E : Journal of Process Mechanical Engineering*, 231(2), 236–249. doi : 10.1177/0954408915589687.
- Alkelani, A. A., Nassar, S. A. & Housari, B. A. (2009). Formulation of Elastic Interaction Between Bolts During the Tightening of Flat-Face Gasketed Joints. *Journal of Mechanical Design*, 131(2), 021004. doi : 10.1115/1.3042149.
- ASME. (2017). *Rules for Construction of Pressure Vessels, Division 1*. ASME Section VIII. New York, USA : ASME International.
- ASME. (2020a). *Pipe Flanges and Flanged Fittings – NPS 1/2 Through NPS 24 Metric/Inch Standard*. ASME B16.5. New York, USA : ASME International.
- ASME. (2020b). *Guidelines for Pressure Boundary Bolted Flange Joint Assembly*. ASME PCC-1. New York, USA : ASME International.
- Attoui, H. & Bouzid, H. (2016). On the Equivalent Mechanical Properties of Spiral Wound Gaskets. pp. V002T02A005. doi : 10.1115/PVP2016-63166.
- Bibel, G. & Ezell, R. (1996). Bolted flange assembly : Preliminary elastic interaction data and improved bolt-up procedures. *Bulletin - Welding Research Council*, (408). Repéré à <https://www.osti.gov/biblio/379774>.
- Bibel, G. D. & Ezell, R. M. (1992). An Improved Flange Bolt-Up Procedure Using Experimentally Determined Elastic Interaction Coefficients. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 114(4), 439–443. doi : 10.1115/1.2929252.

- Bouزيد, A. & Chaaban, A. (1993). Flanged Joint Analysis : A Simplified Method Based on Elastic Interaction. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, 17(2), 181–196. doi : 10.1139/tcsme-1993-0011.
- Bouزيد, A.-H. (2014). Comparative study of bolt spacing formulas used in bolted joint designs. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 120-121, 47–54. doi : 10.1016/j.ijpvp.2014.04.001.
- Coria, I., Martín, I., Bouزيد, A.-H., Heras, I. & Abasolo, M. (2018). Efficient assembly of bolted joints under external loads using numerical FEM. *International Journal of Mechanical Sciences*, 142-143, 575–582. doi : 10.1016/j.ijmecsci.2018.05.022.
- Coria, I., Abasolo, M., Aguirrebeitia, J. & Heras, I. (2020). Study of bolt load scatter due to tightening sequence. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 182, 104054. doi : 10.1016/j.ijpvp.2020.104054.
- Coria, I., Abasolo, M., Olaskoaga, I., Etxezarreta, A. & Aguirrebeitia, J. (2025). *A new methodology for the optimization of bolt tightening sequences for ring type joints*. doi : 10.48550/arXiv.2501.04422.
- Do, T. D., Bouزيد, A.-H. & Dao, T.-M. (2012). On the Use of Theory of Rings on Nonlinear Elastic Foundation to Study the Effect of Bolt Spacing in Bolted Flange Joints. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 134(6), 061203. doi : 10.1115/1.4007030.
- Do, T. D., Bouزيد, A.-H. & Dao, T.-M. (2013). Development of a New Bolt Spacing Formula. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 136(011206). doi : 10.1115/1.4025613.
- European Committee for Standardization. (2018). *Flanges and Their Joints – Circular Flanges for Pipes, Valves, Fittings and Accessories, PN Designated – Part 1 : Steel Flanges*. EN 1092-1. Brussels, Belgium : European Committee for Standardization.
- Forge, T. (1981). *Modern Flange Design* (éd. 7th). Taylor Forge Pipe Works.
- Galai, H. (2009). *Analyse des Assemblages à Brides Boulonnées à Face Plate*. (Mémoire de maîtrise, École de Technologie Supérieure, Université du Québec, Montréal).
- Galai, H. & Bouزيد, A.-H. (2010). Analytical Modeling of Flat Face Flanges With Metal-to-Metal Contact Beyond the Bolt Circle. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 132(061207). doi : 10.1115/1.4001655.
- Galai, H. & Bouزيد, A.-H. (2011). A New Approach to Model Bolted Flange Joints With Full Face Gaskets. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 133(021203). doi : 10.1115/1.4001920.

- Koves, W. J. (2007). Flange Joint Bolt Spacing Requirements. *Volume 3 : Design and Analysis*, pp. 3–9. doi : 10.1115/PVP2007-26089.
- Lake, G. F. & Boyd, G. (1957). Design of Bolted, Flanged Joints of Pressure Vessels. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 171(1), 843–872. doi : 10.1243/PIME_PROC_1957_171_070_02.
- Li, Y., Liu, Z., Wang, Y., Cai, L. & Xu, W. (2019). Research on preload of bolted joints tightening sequence-related relaxation considering elastic interaction between bolts. *Journal of Constructional Steel Research*, 160, 45–53. doi : 10.1016/j.jcsr.2019.01.016.
- Michell, J. H. (1899). On the Direct Determination of Stress in an Elastic Solid, with application to the Theory of Plates. *Proceedings of the London Mathematical Society*, s1-31(1), 100–124. doi : 10.1112/plms/s1-31.1.100.
- Nassar, S. A., Wu, Z. & Yang, X. (2010). Achieving Uniform Clamp Load in Gasketed Bolted Joints Using a Nonlinear Finite Element Model. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 132(3), 031205. doi : 10.1115/1.4001040.
- Nelson, N. R. (2024). Stress Distribution in the Bolted Flange Connection with Gasket Subjected to Cyclic Loading Condition. Dans Mazzolani, F. M., Piluso, V., Nastri, E. & Formisano, A. (Éds.), *Proceedings of the 11th International Conference on Behaviour of Steel Structures in Seismic Areas* (vol. 519, pp. 652–661). Cham : Springer Nature Switzerland. doi : 10.1007/978-3-031-62884-9_57.
- Pan, W., Xu, H., Wang, J., Bao, J., Gao, P., Zeng, X. & Nie, P. (2025). The preload prediction model of single- and multi-step preload of the casing connection system is obtained by using the elastic interaction theory of bolt group. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 47(3), 106. doi : 10.1007/s40430-025-05391-6.
- Roberts, I. (1950). Gaskets and Bolted Joints. *Journal of Applied Mechanics*, 17(2), 169–179. doi : 10.1115/1.4010096.
- Rodery, C. D., Hamilton, S., Ferguson, N. & Jung, G. (2019). Defining the How and When to Execute Single Stud Replacement (SSR) of Bolted Flanged Joints. *Volume 3 : Design and Analysis*, pp. V003T03A018. doi : 10.1115/PVP2019-93687.
- Rousseau, R. I. & Bouzid, A.-H. (2024). The Tightening and Untightening Modeling and Simulation of Bolted Joints. *Machines*, 12(9), 654. doi : 10.3390/machines12090654.
- Takaki, T. & Fukuoka, T. (2004). Effective Bolting Up Procedure Using Finite Element Analysis and Elastic Interaction Coefficient Method. *Analysis of Bolted Joints*, pp. 155–162. doi : 10.1115/PVP2004-2634.

- TEMA. (1999). *Standards of Tubular Exchanger Manufacturers Association* (éd. 8th). N.Y. 10591 : TEMA Inc.
- Timoshenko, S. & Woinowsky-Krieger, S. (1959). *Theory of plates and shells* (éd. 2nd). New York, N.Y. : McGraw-Hill.
- Wang, Y.-Q., Wu, J.-K., Liu, H.-B. & Xu, S.-T. (2016). Modeling and numerical analysis of multi-bolt elastic interaction with bolt stress relaxation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 230(15), 2579–2587. doi : 10.1177/0954406215615155.
- Wang, Y.-Q., Wu, J.-K., Liu, H.-B., Kuang, K., Cui, X.-W. & Han, L.-S. (2017). Analysis of elastic interaction stiffness and its effect on bolt preloading. *International Journal of Mechanical Sciences*, 130, 307–314. doi : 10.1016/j.ijmecsci.2017.05.032.
- Werner, S. (2005). What is Hot Bolting [Page web]. Repéré à https://www.wermac.org/specials/hot_bolting.html.
- Yang, Y., Yuan, B., Mu, X., Zhao, Y. & Sun, Q. (2025). Modeling and Analysis of Gyroscope Air-Floating Support Assembly Precision Under Uncertain Process Loads. *Machines*, 13(4), 281. doi : 10.3390/machines13040281.
- Zheng, M., Li, Y., Liu, Z., Zhao, Y. & Yang, C. (2022). A multi-bolt tightening method based on elastic interaction coefficient and gasket creep relaxation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C : Journal of Mechanical Engineering Science*, 236(17), 9639–9647. doi : 10.1177/09544062221096242.
- Zhu, L., Bouzid, A.-H. & Hong, J. (2017). Numerical and Experimental Study of Elastic Interaction in Bolted Flange Joints. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 139(2), 021211. doi : 10.1115/1.4035316.
- Zhu, L., Bouzid, A.-H. & Hong, J. (2018a). Analytical evaluation of elastic interaction in bolted flange joints. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 165, 176–184. doi : 10.1016/j.ijpvp.2018.06.012.
- Zhu, L., Bouzid, A.-H., Hong, J. & Zhang, Z. (2018b). Elastic Interaction in Bolted Flange Joints : An Analytical Model to Predict and Optimize Bolt Load. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 140(4), 041202. doi : 10.1115/1.4040421.