

Réduction de la traînée en régime transsonique dans une boucle d'optimisation de formes aérodynamiques

par

Daniel FEZEU KEMBE

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE
LA MAÎTRISE AVEC MÉMOIRE EN GÉNIE AÉROSPATIAL
M. Sc. A.

MONTRÉAL, LE 24 AOÛT 2026

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC



Daniel Fezeu, 2026



Cette [licence Creative Commons CC BY-NC-ND 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/) signifie qu'il est permis de diffuser, d'imprimer ou de sauvegarder sur un autre support une partie ou la totalité de cette œuvre à condition de créditer l'auteur, que ces utilisations soient faites à des fins non commerciales et que le contenu de l'œuvre n'ait pas été modifié.

PRÉSENTATION DU JURY

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Patrick Germain, directeur de mémoire
Département de génie aérospatial à l'École de technologie supérieure

M. David St-Onge, président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. François Garnier, membre du jury,
Département de génie aérospatial à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 12 AOÛT 2026

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Je souhaite exprimer ma sincère gratitude à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce projet de recherche.

Je tiens d'abord à exprimer ma reconnaissance à mon directeur de recherche, le professeur Patrick Germain, pour son encadrement tout au long de ce projet. Sa disponibilité, sa patience, ses conseils et ses relectures attentives ont orienté ce travail et m'ont permis de progresser dans le domaine de l'optimisation aérodynamique.

Mes remerciements s'adressent également à l'ensemble de l'équipe de recherche associée à ce projet : Cédric Foffe, Chanaz Boumarafi, travailler à vos côtés a été une expérience enrichissante. Je vous suis reconnaissante pour votre collaboration, votre aide et votre disponibilité.

Je remercie grandement ma chère et tendre Désirée pour son soutien inconditionnel. Ta présence dans les moments difficiles a été primordiale.

À ma famille, je souhaite exprimer ma profonde gratitude pour leurs prières. Malgré la distance, vous avez toujours été avec moi. Mes parents, Mélanie et René Fezeu, mon grand-père et ma grand-mère chéris, Marie-Chantal et Jean-Daniel Sopgui, je vous aime très fort. Mon petit frère Hanniel et ma petite sœur Ketsia, vous êtes toujours ma motivation.

Réduction de la traînée en régime transsonique dans une boucle d'optimisation de formes aérodynamiques

Daniel Jucal FEZEU KEMBE

RÉSUMÉ

Ce mémoire porte sur la réduction de la traînée aérodynamique en régime transsonique au sein d'une boucle d'optimisation de formes. L'aile y est traitée comme sous-modèle d'une démarche d'optimisation à l'échelle de l'avion complet, en contexte d'aile intégrée (HWB). Le problème consiste à minimiser la traînée à portance imposée, le moment de tangage étant suivi comme grandeur de surveillance au moyen d'une contrainte.

La chaîne numérique couple la CAO (CATIA V5), la génération de maillage (Pointwise), la simulation CFD par les équations de Navier-Stokes moyennées (RANS, modèle de turbulence SST $k-\omega$, ANSYS Fluent) et le post-traitement (ParaView), le tout piloté par l'algorithme génétique NSGA-II sous modeFRONTIER. La méthode est d'abord appliquée au profil transsonique RAE2822 à l'aide de deux paramétrisations (NURBS puis iCST), avant d'être étendue à une aile tridimensionnelle par ajustement de la cambrure et du vrillage de chaque section.

Les résultats montrent une réduction notable de la traînée à portance maintenue, de l'ordre de 20 à 30 % selon les cas étudiés, obtenue principalement par l'atténuation du choc à l'extrados et une redistribution de la charge le long de l'envergure. Le moment de tangage reste maîtrisé et sa valeur absolue diminue légèrement, ce qui allège l'effort de trim à l'échelle de l'avion. Ces résultats fournissent une base méthodologique pour l'optimisation de l'aile comme sous-modèle d'une boucle d'optimisation d'un avion complet.

Mots-clés : optimisation de formes aérodynamiques, réduction de traînée, régime transsonique, portance imposée, CFD, RANS, NSGA-II

Transonic Drag Reduction in an Aerodynamic Shape Optimization Loop

Daniel Jucal FEZEU KEMBE

ABSTRACT

This thesis addresses transonic aerodynamic drag reduction within a shape optimization loop. The wing is treated as a sub-model of an aircraft-level optimization process, in a hybrid wing body (HWB) context. The problem consists of minimizing drag at a prescribed lift, while the pitching moment is monitored through a constraint.

The numerical chain couples computer-aided design (CATIA V5), mesh generation (Pointwise), CFD simulation based on the Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations (SST $k-\omega$ turbulence model, ANSYS Fluent) and post-processing (ParaView), driven by the NSGA-II genetic algorithm within modeFRONTIER. The method is first applied to the transonic RAE2822 airfoil using two parameterizations (NURBS and iCST), then extended to a three-dimensional wing through section camber and twist adjustment.

The results show a notable drag reduction at constant lift, on the order of 20 to 30% depending on the case, achieved mainly through weakening of the upper-surface shock and a redistribution of the spanwise load. The pitching moment remains controlled and its magnitude decreases slightly, which reduces the trim effort at the aircraft level. These results provide a methodological basis for optimizing the wing as a sub-model of a full-aircraft optimization loop.

Keywords: aerodynamic shape optimization, drag reduction, transonic flow, prescribed lift, CFD, RANS, NSGA-II

TABLE DES MATIÈRES

	Page
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 FONDEMENTS THÉORIQUES ET REVUE DE LITTÉRATURE	5
1.1 Aérodynamique transsonique et enjeux associés	5
1.1.1 Régime transsonique, Mach critique et Mach de divergence de traînée	5
1.1.2 Formation des chocs et interaction choc–couche limite.....	6
1.1.3 Effets transsoniques sur la stabilité longitudinale : déplacement du centre de pression et “Mach tuck”	6
1.1.4 Profils et technologies transsoniques : supercritique et cas de référence RAE2822	7
1.2 Moment de tangage : définitions, conventions et interprétation physique	7
1.2.1 Définition des coefficients aérodynamiques	7
1.2.2 Centre de pression et centre aérodynamique.....	9
1.2.3 Lien direct entre distribution de pression C_p et moment.....	10
1.3 Approches existantes de contrôle et d’amélioration du moment de tangage.....	10
1.4 Synthèse critique et positionnement du mémoire	14
CHAPITRE 2 METHODOLOGIE	15
2.1 Techniques d’optimisation.....	15
2.1.1 L’approche multi-objectifs.....	15
2.1.2 Méthode par multipoints	16
2.1.3 Technique d’optimisation basée sur le gradient.....	18
2.1.4 Algorithmes génétiques.....	18
2.1.5 Algorithme PSO (Particle Swarm Optimization).....	21
2.2 Techniques de représentation d’un profil d’aile	21
2.2.1 Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS).....	22
2.2.2 PARSEC (PARAmeterised SECTIONS).....	25
2.2.3 Méthode Class/Shape Transformation (CST)	28
2.2.4 Méthode Intuitive Class/Shape Transformation (iCST).....	31
2.3 Logiciels utilisés	31

2.3.1	Logiciel d'optimisation : ModeFrontier	31
2.3.2	Conception assistée par Ordinateur : CATIA V5.....	32
2.3.3	Mailleur : Pointwise	32
2.3.4	Solveur fluide : ANSYS Fluent.....	32
2.3.5	Post-Traitement : ParaView	34
CHAPITRE 3 OPTIMISATION DU PROFIL D'AILE RAE2822.....		35
3.1	Définition du problème	35
3.2	Optimisation NURBS	37
3.2.1	Définition des variables de design	37
3.2.2	Maillage.....	38
3.2.3	Résultats de l'optimisation	41
3.3	Optimisation iCST	46
3.3.1	Définition des variables de design	46
3.3.2	Représentation géométrique iCST du profil RAE2822.....	47
3.3.3	Résultats de l'optimisation	49
CHAPITRE 4 OPTIMISATION DE L'AILE 3D		55
4.1	Représentation géométrique et définition du problème	55
4.2	Maillage	58
4.3	Résultats de l'optimisation.....	60
4.4	Aile-fuselage	74
CONCLUSION.....		81
BIBLIOGRAPHIE.....		85

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1 Paramètres utilisés dans la méthode PARSEC et leur définition.....	26
Tableau 2.2 Types de géométrie en fonction des coefficients de la méthode CST	30
Tableau 3.1 Paramètres CFD en 2D	36
Tableau 3.2 Paramètres de maillage pour le profil RAE2822	38
Tableau 3.3 Résultats de l'analyse de maillage pour le profil RAE2822 initial.....	40
Tableau 3.4 Comparaison CFD des coefficients aérodynamiques (C_l , C_d , C_m) des profils RAE2822 initial et optimisé par NURBS ($M = 0,734$; $C_l = 0,824$)	44
Tableau 3.5 Comparaison CFD des coefficients aérodynamiques des profils RAE2822 initial et optimisé par iCST ($M = 0,734$; $C_l = 0,824$).....	51
Tableau 3.6 Comparaison des résultats 2D avec la littérature (ADODG Case 2) et les données expérimentales	53
Tableau 4.1 Paramètres de la simulation CFD 3D : conditions d'écoulement et réglages du solveur.....	57
Tableau 4.2 Paramètres de maillage pour l'aile 3D	58
Tableau 4.3 Valeurs optimisées des variables de conception 3D (facteurs de cambrure et angles de vrillage par section).....	61
Tableau 4.4 Comparaison CFD des coefficients aérodynamiques des ailes initiale et optimisée ($M = 0,85$; $C_L = 0,5$)	62

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1 Structure générale d'une boucle d'optimisation de formes aérodynamiques.....	14
Figure 2.1 Illustration d'un front de Pareto pour un problème d'optimisation bi-objectif....	16
Figure 2.2 Schéma général du fonctionnement d'un algorithme génétique	20
Figure 2.3 Profil représenté par une courbe NURBS et son polygone de contrôle	22
Figure 2.4 Influence locale d'un point de contrôle sur la courbe NURBS.....	24
Figure 2.5 Représentation géométrique des paramètres utilisés dans la méthode PARSEC.....	25
Figure 2.6 Workflow général de la boucle d'optimisation couplant CAO, maillage, CFD et algorithme sous ModeFrontier	34
Figure 3.1 Contraintes d'optimisation 2D dans ModeFrontier	36
Figure 3.2 Profil RAE2822 initial et ses 18 points de contrôle NURBS	38
Figure 3.3 Maillage grossier du RAE2822 utilisé pour l'optimisation.....	39
Figure 3.4 Maillage grossier du RAE2822 utilisé pour l'optimisation (vue)	40
Figure 3.5 Workflow de l'optimisation 2D NURBS	42
Figure 3.6 Front de Pareto de l'optimisation 2D NURBS du RAE2822 (traînée minimisée à portance imposée).....	43
Figure 3.7 Coefficient de traînée en fonction des itérations	44
Figure 3.8 Distributions du coefficient de pression C_p le long de la corde, profils RAE2822 original et optimisé par NURBS ($M = 0,734$; $C_l = 0,824$)	45
Figure 3.9 Paramètres géométriques de la méthode de paramétrisation iCST	47
Figure 3.10 Visualisation iCST du RAE2822.....	48
Figure 3.11 Workflow de l'optimisation 2D iCST.....	49
Figure 3.12 Front de Pareto de l'optimisation 2D iCST du RAE2822	50
Figure 3.13 Profils RAE2822 initial et optimisé issus de la paramétrisation iCST.....	50

Figure 3.14 Distributions du coefficient de pression C_p , profils RAE2822 original et optimisé par iCST ($M = 0,734$; $Cl = 0,824$).....	52
Figure 4.1 Aile 3D et ses quatre sections.....	55
Figure 4.2 Workflow de l'optimisation 3D.....	58
Figure 4.3 Maillage volumique de l'aile.....	59
Figure 4.4 Maillage de surface de l'aile.....	59
Figure 4.5 Front de Pareto de l'optimisation 3D de l'aile (traînée minimisée à portance imposée).....	60
Figure 4.6 Coefficient de traînée en fonction des itérations	63
Figure 4.7 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 3 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$).....	64
Figure 4.8 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 30 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$).....	65
Figure 4.9 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 65 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$).....	66
Figure 4.10 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 83 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$).....	67
Figure 4.11 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 95 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$).....	68
Figure 4.12 Évolution des résidus de la simulation CFD 3D sur maillage fin	69
Figure 4.13 Évolution du coefficient de portance CL au cours des itérations (maillage fin, $M = 0,85$)	70
Figure 4.14 Évolution du coefficient de traînée CD au cours des itérations (maillage fin, $M = 0,85$).....	71
Figure 4.15 Polaire de l'aile optimisée : évolution du CD en fonction du CL à $M = 0,85$	72
Figure 4.16 Distribution de portance entre l'aile initiale et l'aile optimisée	73
Figure 4.17 Jonction aile-demi-avion	75
Figure 4.18 Raccord fait à la jonction aile-fuselage	75
Figure 4.19 Maillage surfacique de l'aile-fuselage.....	76

Figure 4.20 Maillage volumique autour de la configuration aile-fuselage	76
Figure 4.21 Répartition des prismes autour de l'avion	77
Figure 4.22 Champ de pression sur la configuration aile-fuselage complète (vue de dessus)	78

LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES

ADODG	Aerodynamic Design Optimization Discussion Group
AGARD	Advisory Group for Aerospace Research and Development
AIAA	American Institute of Aeronautics and Astronautics
CAO	Conception assistée par ordinateur
CATIA	Computer-Aided Three-dimensional Interactive Application
CFD	Computational Fluid Dynamics
CRM	Common Research Model
CST	Class/Shape Transformation
DOE	Design of Experiments
ÉTS	École de technologie supérieure
HWB	Hybrid Wing Body
iCST	Intuitive Class/Shape Transformation
IGES	Initial Graphics Exchange Specification
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NSGA-II	Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II
NURBS	Non-Uniform Rational B-Splines
PARSEC	PARAmeterised SECTIONS
PSO	Particle Swarm Optimization
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
SBLI	Shock/Boundary-Layer Interaction

XX

SST Shear Stress Transport

STEP Standard for the Exchange of Product model data

LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

C_L	Coefficient de portance (sans dimension)
C_D	Coefficient de traînée (sans dimension)
C_M	Coefficient de moment de tangage (sans dimension)
C_p	Coefficient de pression (sans dimension)
M	Nombre de Mach (sans dimension)
Re	Nombre de Reynolds (sans dimension)
α	Angle d'incidence (degré)
c	Corde du profil (m)
b	Envergure de l'aile (m)
x/c	Position le long de la corde, normalisée (sans dimension)
$2y/b$	Position le long de l'envergure, normalisée (sans dimension)
t/c	Épaisseur relative maximale (sans dimension)
x_{shock}	Position du choc le long de la corde (sans dimension)

INTRODUCTION

L'optimisation aérodynamique d'un aéronef complet est un problème couplé dans lequel aucun composant ne peut être conçu de manière isolée. Une modification apportée à la position ou à l'intégration d'un moteur, par exemple, redistribue les charges aérodynamiques sur la voilure et l'empennage, modifie la distribution de pression autour du fuselage, et perturbe l'équilibre longitudinal établi lors du dimensionnement initial. Ce couplage prend une importance particulière dans les configurations de type Hybrid Wing Body (HWB), où le corps principal ne se limite pas à un rôle de support structurel mais participe activement à la génération de portance. La frontière classique entre « aile portante » et « fuselage porteur » y disparaît, si bien que chaque paramètre géométrique est susceptible d'affecter simultanément les trois coefficients aérodynamiques C_L , C_D et C_M .

Le présent travail s'inscrit dans un projet de reconstruction indépendante d'une configuration HWB à partir de données publiques, dont l'objectif à long terme est d'étudier l'effet d'une modification de la nacelle et de l'installation moteur sur les performances aérodynamiques de l'aéronef complet. Dans un tel contexte, l'optimisation de l'aéronef complet requiert que chaque sous-composant puisse être réoptimisé automatiquement à chaque itération de la boucle globale. Concrètement, lorsque la position ou l'intégration du moteur change, l'aile doit pouvoir s'ajuster pour rétablir le coefficient de portance à sa valeur de croisière imposée. Cette contrainte de C_L constant, loin d'être une simplification arbitraire, reflète une exigence opérationnelle : en faisant l'hypothèse que le poids total change peu à chaque itération de conception, l'aéronef doit continuer à voler au même point de croisière quelle que soit la configuration retenue en amont. L'objectif d'optimisation devient alors la minimisation du coefficient de traînée C_D sous cette contrainte, avec un intérêt particulier porté au moment de tangage C_M . Un $|C_M|$ élevé, en effet, oblige à compenser par braquage de la gouverne de profondeur par exemple, ce qui génère une traînée de compensation (trim drag) qui vient s'ajouter à la traînée de la voilure et dégrade le bilan énergétique global. Réduire C_D tout en maintenant $|C_M|$ faible se traduit ainsi directement par une diminution de la poussée requise, et donc de la consommation.

Ce mémoire ne prétend pas résoudre le problème d'optimisation avion au complet ni traiter directement de l'installation moteur. Il porte sur un maillon spécifique de la chaîne : l'optimisation de l'aile en tant que composante, qui sera appelée à chaque itération de la boucle globale par les travaux futurs. L'objectif est de développer, valider et caractériser une méthodologie rapide d'optimisation aérodynamique automatisée d'une aile en régime transsonique, à C_L imposé, permettant de minimiser C_D tout en surveillant l'évolution de C_M .

0.1 Question de recherche

Comment développer et valider une chaîne d'optimisation aérodynamique automatisée capable de minimiser la traînée d'un profil ou d'une aile en régime transsonique, sous contrainte de portance imposée, tout en surveillant l'évolution du moment de tangage ?

0.2 Objectifs

Pour répondre à cette question, ce mémoire vise à :

- Mettre en place une chaîne d'optimisation automatisée couplant CAO, générateur de maillage, solveur CFD et algorithme d'optimisation ;
- Comparer, sur un cas de référence 2D, des techniques de paramétrisation géométrique afin d'identifier celle qui offre le meilleur compromis entre performances aérodynamiques et interprétabilité des variables de design ;
- Valider la méthodologie sur un profil transsonique de référence et caractériser les gains obtenus sur la traînée et le moment de tangage à portance imposée ;
- Étendre la démarche à l'optimisation tridimensionnelle d'une aile de configuration représentative et vérifier si les tendances observées en 2D se maintiennent en 3D ;
- Réaliser une première simulation d'une configuration aile-fuselage afin d'identifier les difficultés méthodologiques associées à l'intégration et de préparer les travaux futurs.

La contribution principale de ce mémoire est ainsi méthodologique : la mise à disposition d'une chaîne d'optimisation opérationnelle, validée sur un cas de référence, étendue à une configuration tridimensionnelle, et dont les limites d'intégration sont documentées afin de préparer les travaux futurs d'optimisation d'un avion complet.

CHAPITRE 1

FONDEMENTS THÉORIQUES ET REVUE DE LITTÉRATURE

Ce chapitre présente les fondements théoriques nécessaires pour situer la démarche du mémoire. La première partie rappelle les enjeux du régime transsonique, formation des chocs, interaction choc-couche limite, déplacement du centre de pression et introduit le profil RAE2822 comme cas de référence. La deuxième partie précise la définition des coefficients C_L , C_D et C_M , puis établit le lien entre la distribution de pression et le moment de tangage. La troisième partie recense les approches existantes de gestion du C_M dans les boucles d'optimisation aérodynamique. Enfin, une synthèse critique permet de positionner le présent travail par rapport à cet état de l'art.

1.1 Aérodynamique transsonique et enjeux associés

1.1.1 Régime transsonique, Mach critique et Mach de divergence de traînée

Le régime transsonique peut être décrit comme une gamme de nombres de Mach où un écoulement mixte (subsonique et supersonique) existe autour d'un profil ou d'une aile soumise à une recompression ultérieure par une onde de choc. Ce type de structure est normalement décrit comme ayant une sensibilité élevée des coefficients aérodynamiques aux changements de nombre de Mach, d'angle d'attaque et de forme (Taley, 1975)

Traditionnellement, nous différencions entre :

- le nombre de Mach critique M_{crit} , où la première localisation dans la région sonique locale apparaît le long de la géométrie ;
- le nombre de Mach de divergence de traînée M_{dd} , la valeur à laquelle la traînée augmente sensiblement avec le Mach, en raison de l'effet combiné de la traînée d'onde et des forces visqueuses (séparation/épaississement de la couche limite) induites par le choc.

Ces concepts sont cruciaux pour une thèse sur les conditions de croisière transsonique courantes (par exemple, $M \approx 0,8 - 0,85$) car ils influencent non seulement la performance (traînée) mais aussi la stabilité (répartition de la pression et moment).

1.1.2 Formation des chocs et interaction choc–couche limite

Lorsque le nombre de Mach dépasse M_{crit} , une poche supersonique se forme généralement sur la surface supérieure et se termine par une onde de choc. Le choc impose un saut de pression et une décélération soudaine, provoquant selon la force du choc une séparation de la couche limite à proximité (séparation induite par le choc), influençant directement la traînée, la portance et les moments.

Physiquement, l'interaction choc–couche limite (SBLI) est un événement fondamentalement non linéaire et multi-échelle dont l'effet dépend du niveau de turbulence, de l'épaisseur de la couche limite en amont, de la force du choc, ainsi que de la forme locale (cambrure, épaisseur, courbure). On note en effet l'apparition de bulles de séparation, l'existence d'instabilités à basses fréquences, et les difficultés de prédiction numérique (modèles de turbulence, résolution de maillage) (Gaitonde, 2015).

C'est pourquoi la surveillance du moment de tangage dans une boucle d'optimisation transsonique ne peut être traitée indépendamment de la gestion des chocs et de la distribution de pression, car un changement pour ajuster C_M peut entraîner une amplification du choc, une dégradation de C_D ou une amplification de la séparation.

1.1.3 Effets transsoniques sur la stabilité longitudinale : déplacement du centre de pression et “Mach tuck”

En vol à haute vitesse Mach, la répartition de la portance et la position du centre de pression (CP) peuvent se déplacer de manière significative. Les documents de formation en aviation (FAA) nous rappellent que le déplacement du CP modifie le moment de tangage : un CP qui recule tend à produire un moment de cambrure moins favorable (tendance à piquer du nez) à un centre de gravité donné, un phénomène communément associé au phénomène de « Mach tuck » (Federal Aviation Administration, 2023).

L'intérêt pour cette thèse est méthodologique : si l'optimisation vise un $C_M \approx 0$ dans une condition transsonique donnée, il est nécessaire de contrôler (ou de contraindre) la sensibilité de C_M aux petites variations de Mach/incidence, car les chocs et les interactions choc/couche limite (SBLI) peuvent rendre C_M très "rigide" localement (Taley, 1975).

1.1.4 Profils et technologies transsoniques : supercritique et cas de référence RAE2822

Les travaux NASA sur les profils supercritiques montrent qu'une stratégie de conception efficace en transsonique consiste à façonner une distribution de courbure qui retarde et affaiblit le choc (plateau de pression plus étendu, recompression plus douce), augmentant ainsi M_{dd} et limitant la séparation induite par choc (Harris, 1990 ; Taley, 1975 ; Whitcomb, 1974).

Pour la validation CFD et l'étude de sensibilité en transsonique, l'un des cas expérimentaux les plus utilisés est le profil RAE2822 (base de données AGARD). Il est réputé pour ses distributions de pression transsoniques comportant un choc bien identifié, ce qui en fait un cas pertinent pour juger la capacité à simuler par analyse l'onde de choc, et ainsi vérifier la qualité des modèles de turbulence comme ceux basés sur la formulation RANS et la robustesse des métriques d'erreur sur C_p , C_l , C_d et C_m (Babinsky & Harvey, 2011)

1.2 Moment de tangage : définitions, conventions et interprétation physique

1.2.1 Définition des coefficients aérodynamiques

Dans des conditions stationnaires subsoniques ou transsoniques, l'écoulement autour d'un profil ou d'une aile crée des forces résultantes qui peuvent être décomposées en portance (L) et traînée (D) ainsi qu'un moment de tangage (M) qui est généralement pris autour du quart de corde, du centre de masse ou du centre aérodynamique. Ces quantités sont classiquement rendues adimensionnelles en introduisant le coefficient de portance C_L , le coefficient de traînée

C_D et le coefficient de moment C_M , définis à partir de la pression dynamique en amont et de la surface de référence. Nous avons donc :

$$C_L = \frac{L}{q_\infty S} \quad (1.1)$$

$$C_D = \frac{D}{q_\infty S} \quad (1.2)$$

$$C_M = \frac{M}{q_\infty S} \quad (1.3)$$

où q_∞ est la pression dynamique, S une surface de référence (aire alaire).

En 2D (profil), on emploie souvent une forme sectionnelle :

$$c_m = \frac{m}{q_\infty c} \quad (1.4)$$

avec c la corde du profil. Les bases NACA/AGARD et la littérature expérimentale rapportent fréquemment le moment à quart de corde (25% c) car c'est un repère pratique.

Parmi les trois moments aérodynamiques (roulis, tangage et lacet), seul le moment de tangage est pertinent ici. L'aile est analysée en demi-modèle (demi-envergure), et tant la configuration que la condition de croisière sont symétriques : l'écoulement est établi à incidence seule, sans dérapage. Dans ces conditions, la symétrie impose des efforts latéraux nuls, de sorte que le moment de roulis, le moment de lacet et la force latérale sont identiquement nuls. Le moment de tangage demeure donc le seul moment non trivial, et c'est aussi celui qui couple l'aérodynamique de l'aile à l'équilibrage longitudinal de l'avion.

Le moment de tangage intervient alors à deux niveaux qu'il importe de distinguer. La stabilité longitudinale statique est gouvernée par le signe de la pente $dC_M/d\alpha$: une pente négative rend

la configuration stable, indépendamment de la valeur du moment elle-même. La valeur du moment au point de vol, quant à elle, fixe l'effort de trim : un moment à piquer prononcé ($|C_M|$ élevé) doit être compensé par une déflexion de gouverne, qui produit une traînée de compensation (trim drag) et mobilise de l'autorité de commande. C'est cette seconde dimension qui pèse le plus en optimisation de forme, car la réduction de la traînée d'onde s'accompagne souvent d'un chargement plus marqué vers l'arrière du profil, qui accentue le moment à piquer. Il existe donc une tension entre minimiser la traînée et contenir le moment, ce qui justifie de surveiller CM tout au long de l'optimisation. Cette exigence est renforcée en configuration d'aile intégrée (HWB), où l'absence d'empennage classique et le faible bras de levier des gouvernes de bord de fuite limitent l'autorité en tangage.

1.2.2 Centre de pression et centre aérodynamique

Le centre de pression (CP) est le point où la résultante aérodynamique est appliquée de sorte que le moment autour de ce point soit nul. Il dépend fortement de l'angle d'attaque et, dans un écoulement compressible/transsonique, peut varier considérablement avec le Mach. Ce déplacement du CP selon les conditions de vol explique que la "stabilité" ne doit pas être discutée uniquement en termes de portance, mais aussi en termes de variation de moment (Federal Aviation Administration, 2023).

Le centre aérodynamique (CA) est défini comme le point pour lequel le moment varie peu avec l'angle d'attaque (dans une plage donnée). Dans un écoulement subsonique (théorie des profils minces), il est proche du quart de corde pour un profil. Cependant, la compressibilité et surtout les chocs rendent cette propriété plus délicate : le moment peut devenir fortement non linéaire avec α et Mach. C'est précisément l'une des raisons pour lesquelles une stratégie de contrôle de C_m doit être formulée avec soin dans un écoulement transsonique (objectif vs contrainte vs pénalité), en lien avec la physique des chocs (Federal Aviation Administration, 2023 ; Taley, 1975).

1.2.3 Lien direct entre distribution de pression C_p et moment

Le moment aérodynamique s'exerçant sur un profil (2D) est le résultat d'une fonction intégrale faisant à la fois la somme de la charge venant du champ de pression pariétale et celui des contraintes de cisaillement (et, selon le degré de détail). Première approximation : la contribution de la pression au moment autour de x_{ref} s'exprime dans une expression intégrale avec $C_p(x)$ et le bras de levier $(x - x_{\text{ref}})$. Cette relation est essentielle pour ce mémoire : surveiller C_m dans ce cas revient à suivre l'effet de la distribution de pression sur l'équilibre du bras de levier (extrados/intrados) au cours de l'optimisation. Dans les cas transsoniques, la localisation et l'intensité du choc ont une forte influence sur le C_p à l'arrière du profil et par conséquent sur C_m (Gaitonde, 2015).

Dans une boucle d'optimisation visant $C_m \approx 0$, il ne s'agit pas simplement d'imposer une valeur scalaire : il s'agit de limiter une famille de distributions de pression admissibles. Les profils supercritiques montrent que maîtriser le choc (position, force, recompression) est une manière indirecte, mais puissante, de stabiliser C_d tout en accommodant la variabilité des charges, et qui pourrait également conduire à un moment "contrôlable" par la géométrie.

1.3 Approches existantes de contrôle et d'amélioration du moment de tangage

Le moment de tangage C_M est un indicateur central de l'équilibre longitudinal : en vol « trimé », l'aéronef satisfait simultanément une condition de portance (force verticale) et une condition de moment (somme des moments nulle autour du centre de gravité, ou d'un point de référence fixé). Autrement dit, pour une condition de vol donnée, l'état trimé est un problème d'équilibre (forces + moments) et non une simple conséquence des performances en C_L et C_D .

Dans la pratique (conception, essais, exploitation), le moment de tangage est géré par une combinaison de leviers aérodynamiques : répartition de portance (cambrure, twist, planform), dispositifs de contrôle (empennage, élévons/élevateurs), et choix de centrage (position du CG).

Au début des travaux modernes sur les configurations non conventionnelles, en particulier les Blended Wing Body (BWB) et son aile en flèche, la question du moment de tangage apparaît rapidement comme majeure. Chen et son équipe (Chen, Lyu, Kenway, & Martins, 2015) ont montré que la recherche de bonnes performances aérodynamiques globales (notamment en transsonique) devait être couplée aux exigences de trim longitudinal et de stabilité, ce qui est loin d'être évident pour les configurations intégrées. Leur analyse met en évidence qu'un trim obtenu par de fortes déflexions des élevons peut générer une pénalité de traînée importante (trim drag), ce qui pousse à rechercher des solutions de neutralisation du moment directement par la géométrie de la cellule (cambrure, vrillage, distribution de portance).

Dans la continuité de cette logique, les travaux sur les BWB de petite taille ont mis en avant des stratégies de trim intrinsèques à la géométrie. Dans l'étude quasi-3D sur les configurations BWB UAV (Unmanned Aerial-Vehicle), Panagiotou et son équipe (Panagiotou, Dimopoulos, Dimitriou, & Yakinthos, 2021) montrent que l'usage d'un profil réflexe (caractérisé par un bord de fuite qui remonte) combiné à un vrillage géométrique permet de compenser le moment piqueur et d'obtenir un moment longitudinal plus favorable. Cette approche est intéressante, car elle traite le moment de tangage non pas uniquement comme une variable de contrôle par gouverne, mais comme une conséquence directe de l'architecture aérodynamique. Toutefois, ces méthodes restent dépendantes du niveau de fidélité (quasi-3D) et du domaine d'application visé.

Par ailleurs, Panagiotou (Panagiotou et al., 2021) a montré que la neutralisation du moment de tangage ne pouvait pas être correctement traité si l'on optimise l'aile seule, sans tenir compte des surfaces de compensation. Les travaux sur les configurations couplées aile-empennage insistent sur la notion de traînée de trim, en expliquant que la redistribution de portance entre l'aile et l'empennage modifie directement le compromis entre performance et équilibre longitudinal. Dans ce cadre, la réduction du moment ne se résume plus à imposer une contrainte sur un coefficient global, mais implique un problème de répartition aérodynamique à l'échelle de la configuration.

Cette idée est reprise plus formellement dans les travaux d'optimisation haute-fidélité sur des configurations complètes comme le CRM Wing-Body-Tail. Dans ces études (Chen et al., 2015 ; Koo & Zingg, s.d.), la neutralisation (ou au moins la maîtrise) du moment de tangage est généralement introduite par une contrainte explicite sur le moment dans un problème de minimisation de traînée sous contrainte de portance et contraintes géométriques. Ils montrent ainsi qu'il est possible d'obtenir des gains de performance (traînée, consommation) sans dégrader la faisabilité aérodynamique du point de vol mais au prix d'une augmentation significative de la complexité numérique (plus de variables, interactions aile-fuselage-empennage, contraintes de trim).

Dans la même lignée, certaines études plus récentes ont proposé de dépasser les formulations multipoints « heuristiques » en utilisant des données opérationnelles réelles pour définir la fonction objectif. Liem et son équipe (Liem, Martins, & Kenway, 2017) ont montré que la performance aérodynamique peut être optimisée sur une distribution de conditions de vol, tout en conservant une contrainte sur le moment de tangage au point de référence. Cette approche est particulièrement intéressante, car elle rapproche la neutralisation du moment dans un cadre plus réaliste de mission.

Au début des années 2000, les travaux de Nemec et son équipe (Nemec, Zingg, & Pulliam, 2004) ont contribué à structurer les formulations modernes d'optimisation aérodynamique en introduisant des approches multipoints et multi-objectifs basées sur des méthodes à gradients et adjointes discrètes. Leurs travaux montrent l'intérêt d'une optimisation par gradients pour traiter des problèmes de dimension croissante, tout en soulignant une difficulté réelle : le choix des points de design et des pondérations, qui influence fortement la solution finale. Ils ont préparé le passage vers des formulations plus réalistes mais aussi plus coûteuses.

Par la suite, l'optimisation haute-fidélité s'est progressivement imposée autour d'un schéma devenu quasi standard, c'est-à-dire : solveur RANS, méthode adjointe, optimisation basée sur les gradients, paramétrisation géométrique. (Lyu & Martins, 2014) insistent sur le fait que, lorsque le nombre de variables devient élevé, les méthodes sans gradient deviennent

rapidement compliquées, ce qui explique la domination des approches adjointes dans les travaux industriels et académiques avec espace de conception de grande dimension. Cette étude montre aussi que malgré les gains avec la méthode adjointe, le coût de calcul reste un obstacle majeur.

Dans le cas des profils d'aile transsoniques, des géométries de référence comme le profil RAE2822 se sont imposées comme profils d'essai pour comparer les méthodes. (Li, Deng, Zhang, & Chen, 2018) dans leurs études d'optimisation de profil en transsonique par la méthode adjointe ont montré qu'il était possible de réduire la traînée tout en imposant des contraintes de portance et d'épaisseur. Ces travaux ont joué un rôle important dans l'évolution des boucles d'optimisation avant d'aller aux ailes 3D complètes.

Dans la continuité de ces travaux, des études (Lee et al., 2015) ont mené l'optimisation de profils supercritiques par méthode adjointe, confirmant que cette approche reste une référence en transsonique. En parallèle, Gramanzini (Gramanzini, 2015) a élargi les objectifs d'optimisation à des problématiques plus pointues par exemple en intégrant la transition laminaire-turbulent dans une formulation adjointe discrète pour des profils à écoulement laminaire naturel (NLF). Cette évolution est importante, car elle montre une progression d'objectifs purement drag/lift vers des formulations plus riches physiquement.

Parallèlement à l'évolution des solveurs et des approches d'optimisation, la paramétrisation géométrique est devenue un axe central de la littérature. Les approches de Free-Form Deformation (FFD) se sont largement diffusées, car elles permettent de manipuler des géométries 2D et 3D avec un nombre assez digeste de variables, tout en restant compatibles avec les méthodes adjointes. Toutefois, ces approches supposent en général une topologie fixe, ce qui limite leur adaptabilité pour des transformations conceptuelles plus profondes. Cette limite a motivé le développement de variantes plus adaptatives, telles que les B-splines volumiques et les méthodes d'adaptation de paramétrisation (Lyu & Martins, 2014 ; Martin, Andres, Lozano, & Valero, 2014).

Dans cette perspective, plusieurs travaux (Majd, 2014 ; Papadimitriou & Papadimitriou, 2016) ont comparé différentes formes de contrôle géométrique et montré que la qualité de la paramétrisation influe directement sur la convergence et la pertinence de la solution optimale. Ils proposent également d'adapter la paramétrisation au cours de l'optimisation, de manière analogue à l'adaptation de maillage, afin d'optimiser la résolution géométrique uniquement là où c'est réellement nécessaire. Ces développements sont importants pour les problèmes transsoniques, où la sensibilité locale (notamment près du choc) peut être très forte.

1.4 Synthèse critique et positionnement du mémoire

La littérature montre que l'optimisation aérodynamique a atteint une forte maturité méthodologique (paramétrisations, adjoint, modèles de substitution, algorithmes), mais que l'usage « systématique » en transsonique reste contraint par la robustesse CFD et la fiabilité des métriques (séparation, SBLI, sensibilité aux réglages numériques, etc.).

Dans ce contexte, la contribution de ce mémoire se positionne sur un point pratique et souvent coûteux industriellement : intégrer la surveillance du moment de tangage directement dans la boucle d'optimisation, sous forme de contrainte, plutôt que de corriger C_M a posteriori (par exemple en redimensionnant l'empennage ou en braquant la profondeur), tout en démontrant la crédibilité numérique via convergence, indépendance maillage et validation (RAE2822, puis extension à la configuration 3D).

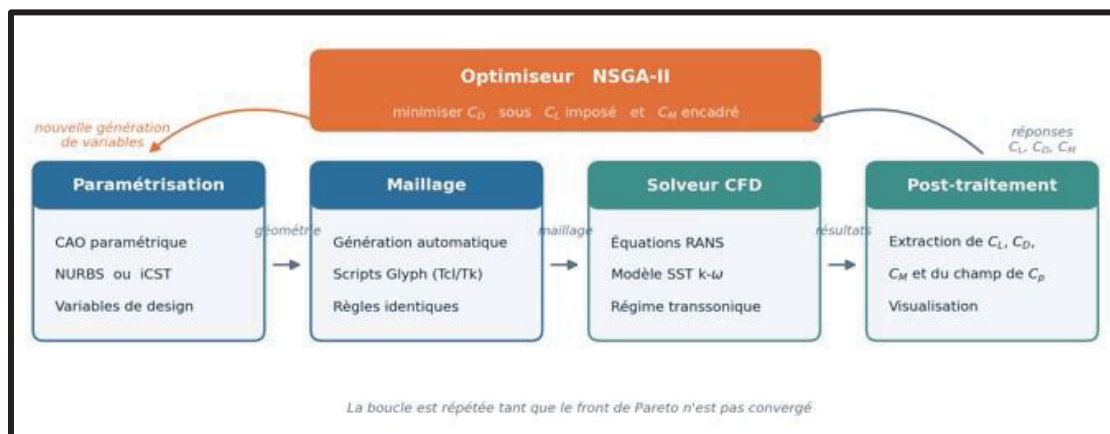


Figure 1.1 Structure générale d'une boucle d'optimisation de formes aérodynamiques

CHAPITRE 2

METHODOLOGIE

2.1 Techniques d'optimisation

Il existe de nombreux algorithmes basés sur différentes approches. Les principales approches ainsi que leurs points forts et points faibles seront présentés dans cette partie, afin de mieux comprendre l'état actuel du domaine et les choix réalisés dans ce mémoire.

2.1.1 L'approche multi-objectifs

L'approche multi-objectifs pour l'optimisation des profils d'aile se distingue par sa capacité à considérer divers aspects du problème afin d'évaluer la pertinence d'une solution. Dans le contexte de la conception des ailes, un objectif fréquent est de réduire la traînée tout en augmentant la portance, ce qui nécessite de rechercher un compromis optimal entre ces deux critères. En outre, il peut s'agir d'objectifs interdisciplinaires, tels que l'amélioration des performances aérodynamiques sans accroître le poids ou en allégeant la structure elle-même. L'optimisation multiobjectif ne vise pas à fournir une solution unique optimale, mais plutôt un ensemble de solutions chacune optimale selon un critère spécifique ; ainsi, un compromis sur l'ensemble des objectifs permet de sélectionner la solution la plus appropriée au problème rencontré. Ce système repose souvent sur le concept de « front de Pareto » : une solution est dite dominante si elle excelle au moins dans un objectif et ne se révèle pas moins performante dans les autres. Les solutions qui ne sont pas dominées par aucune autre composent le front de Pareto, représentant ainsi l'ensemble des solutions optimales disponibles.

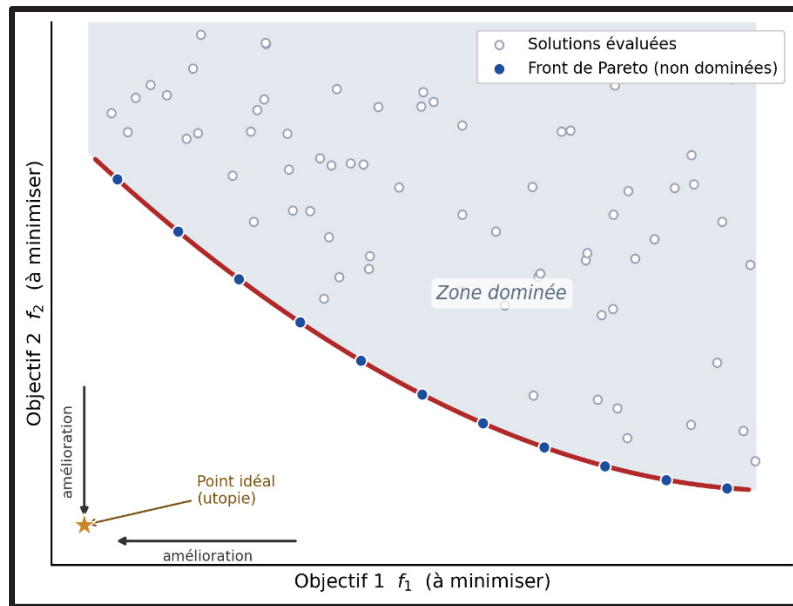


Figure 2.1 Illustration d'un front de Pareto pour un problème d'optimisation bi-objectif

Adaptée de Verdier (2020)

Il existe deux façons de résoudre un problème multi-objectifs : la première consiste à combiner les différents objectifs en un seul, généralement en les pondérant, ce qui permet une optimisation mono-objectif. La seconde est d'utiliser un véritable algorithme multi-objectifs pour déterminer le « front de Pareto ». L'avantage de la deuxième méthode est qu'une fois que vous avez obtenu les résultats, vous pouvez choisir quel objectif prioriser. En pondérant les objectifs dans la première méthode, vous êtes obligé de le faire avant d'obtenir les résultats. Si l'évaluation de l'importance des objectifs spécifiques n'est pas judicieuse, pondérer les objectifs avant d'avoir les résultats peut conduire à une solution non optimale. Cependant, reprioriser les objectifs au fur et à mesure que les résultats arrivent aide à atténuer ce risque.

2.1.2 Méthode par multipoints

Lorsque l'on commence l'optimisation, il est nécessaire de choisir entre une approche multipoints et une approche monopoint. Chacune de ces méthodes présente des avantages et des inconvénients, ce qui rend cruciale l'analyse du problème à résoudre afin de sélectionner

l'approche la plus appropriée. Dans la majorité des cas d'optimisation, l'approche monopoint est privilégiée. Pour un profil d'aile, cela consiste à déterminer la forme optimale pour une condition de vol particulière, comme le vol de croisière, définie par divers paramètres tels que la vitesse, le nombre de Mach et l'angle d'attaque.

Cependant, cette méthode présente une limitation. En effet, lorsque les conditions de vol changent, les performances de l'aile peuvent se dégrader par rapport à celles du modèle initial. Cela s'explique par le fait que les conceptions actuelles des profils d'ailes reposent sur un compromis visant à optimiser les performances sur toutes les phases du vol.

L'optimisation utilisant une approche multipoints permet de contourner cette contrainte en recherchant la solution optimale pour plusieurs conditions de vol. Cela conduit finalement à une amélioration substantielle des performances globales de l'aile sur toute sa plage opératoire. Les travaux de Chai et de son équipe (Chai, Yu, & Wang, 2018) ont comparé les résultats obtenus par l'approche multipoints avec ceux issus de l'approche monopoint pour un avion gros porteur, en s'appuyant sur les données de vol du Boeing 787-8 pour représenter les conditions d'exploitation réelles. Leur comparaison montre que la configuration issue de l'optimisation multipoints améliore la productivité horaire spécifique de 7,72 % sur l'ensemble des missions considérées, contre 5,73 % seulement pour la configuration monopoint. Les auteurs en concluent que prendre en compte les conditions de vol réelles dès la phase de conception permet de gagner en efficacité sur l'ensemble du domaine d'exploitation, et non au seul point de dimensionnement.

De manière générale, dans le secteur aéronautique, il est recommandé d'adopter une approche multipoints et multi-objectifs, car la conception d'un avion représente un défi multidisciplinaire. De telles approches permettent ainsi d'obtenir le meilleur équilibre possible entre performance, coût et faisabilité du design.

2.1.3 Technique d'optimisation basée sur le gradient

La méthode d'optimisation par gradient est l'une des plus anciennes. Sa forme la plus élémentaire consiste à minimiser une fonction par le biais d'itérations, en orientant la recherche de la solution dans la direction opposée au gradient.

Mathématiquement, les algorithmes reposant sur cette approche peuvent être assez complexes et nécessitent un temps de calcul considérable, car à chaque itération, le gradient de la fonction cible est évalué jusqu'à ce qu'il atteigne un seuil prédéfini. Ce seuil, déterminé par l'utilisateur, représente la valeur à partir de laquelle la solution est jugée satisfaisante, c'est-à-dire lorsque l'équation $\nabla f(x) = 0$ est considérée comme remplie. L'efficacité de ces algorithmes repose donc en grande partie sur le choix du gradient et du produit scalaire utilisés. En effet, cette méthode s'applique dans un cadre qualifié d'espace hilbertien. Les propriétés mathématiques inhérentes à ce type d'espace indiquent que toute direction d pour laquelle $f'(x) \cdot d < 0$ correspond au négatif du gradient de f en x selon un certain produit scalaire. Les méthodes basées sur le gradient ont tendance à s'arrêter dans un minimum local de l'espace de design, pas nécessairement le minimum global qu'on cherche vraiment. Ces méthodes sont difficiles à mettre en œuvre et n'ont pas été utilisées dans le cadre de ce projet.

2.1.4 Algorithmes génétiques

Un algorithme génétique est une technique de recherche, sans gradient, qui imite la sélection naturelle pour trouver des solutions optimales en affinant de manière itérative une population de solutions candidates. Les algorithmes génétiques sont conçus autant qu'inspirés par le processus d'évolution naturelle. Souvent, des termes biologiques sont utilisés en relation avec les concepts abstraits sous-jacents à ces algorithmes, comme un moyen d'expliquer comment ils sont utilisés pour communiquer leur fonctionnement en général.

Une population se réfère à un groupe d'individus. Un individu indique une solution potentielle à un problème particulier. Un gène décrit une pièce essentielle d'un individu, et donc d'une solution. Une génération désigne une itération du processus. Ces algorithmes fonctionnent selon la théorie de l'évolution darwinienne. Par conséquent, chaque génération contient des

membres qui ont le mieux performé lors de la génération précédente. Ce sont les solutions choisies en fonction de leur capacité à survivre.

Le fonctionnement d'un algorithme génétique se décompose en cinq étapes :

La première étape est la création de la population initiale. Chaque individu doit représenter une solution admissible du problème. Cette population est le plus souvent générée aléatoirement, ce qui réduit le temps de préparation. Elle n'a pas besoin d'être nombreuse, mais doit présenter une diversité suffisante pour constituer un pool génétique exploitable.

La deuxième étape est l'évaluation des individus. Chaque individu est noté selon la fonction objectif et les critères définis par l'utilisateur, ce qui détermine les individus retenus pour la sélection.

La troisième étape est la génération de nouveaux individus. Les parents sont d'abord choisis dans la population au moyen d'un opérateur de sélection. Plusieurs opérateurs existent : la sélection par roulette, où la probabilité de choisir un individu est proportionnelle à sa qualité ; la sélection par rang, fondée sur le classement des individus plutôt que sur la valeur brute de leur qualité ; la sélection par tournoi, où quelques individus tirés au hasard sont mis en concurrence et où le meilleur est retenu ; et l'élitisme, qui conserve d'office les meilleurs individus, ce qui accélère la convergence mais peut réduire la diversité génétique. Les individus sélectionnés produisent ensuite une descendance par croisement et mutation.

La quatrième étape est le renouvellement de la population : la descendance est intégrée à la population, puis les meilleurs individus sont conservés de façon à maintenir un effectif constant de N individus.

La cinquième étape reboucle le processus : les étapes précédentes sont répétées, génération après génération, jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit atteint. La meilleure solution rencontrée est alors retenue.

Cette souplesse de paramétrage permet d'adapter l'algorithme à une grande variété de problèmes. Le schéma d'ensemble est présenté à la Figure 2.2.

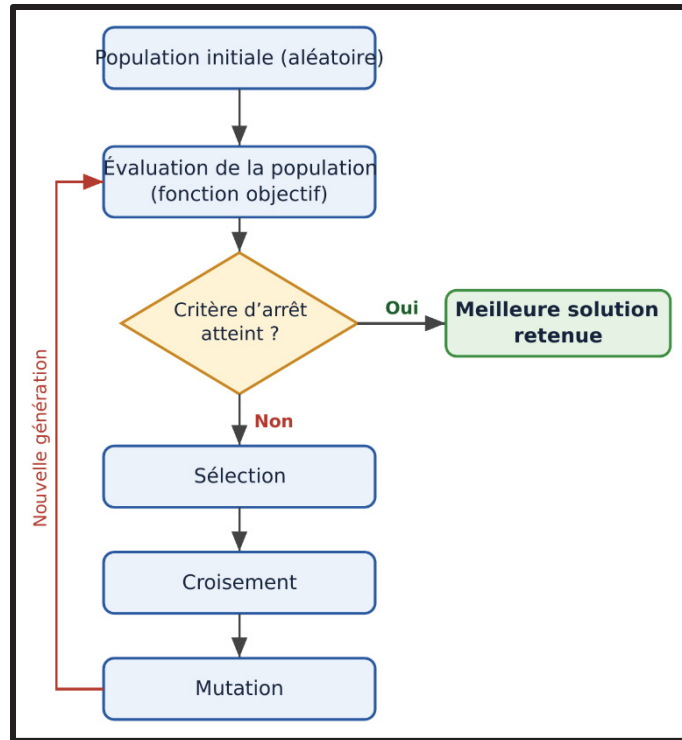


Figure 2.2 Schéma général du fonctionnement d'un algorithme génétique
Adaptée de Verdier (2020)

L'algorithme retenu pour ce travail est NSGA-II (Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II), exécuté via ModeFrontier. Conçu pour l'optimisation multi-objectifs, il classe les individus par fronts de non-domination et répartit la sélection en construisant le front de Pareto tout en préservant la diversité des solutions (Deb et al., 2002). Élitiste et capable de gérer des contraintes, il impose dans notre cas la portance cible tout en surveillant le moment de tangage. Ne nécessitant pas de gradient, il s'adapte à la chaîne d'évaluation CAO - maillage - CFD utilisée ici, dont les gradients ne sont pas directement disponibles, et sa nature globale le rend robuste à un espace de conception potentiellement multimodal. Il s'applique à des problèmes ayant 1 à 3 objectifs. Pour un problème mono-objectif, le tri se réduit à un classement par valeur de la fonction objectif. Au-delà de trois objectifs, presque tous les individus deviennent non-dominés. Le tri ne discrimine plus.

2.1.5 Algorithme PSO (Particle Swarm Optimization)

Cet algorithme applique une méthode d'optimisation introduite par Kennedy et Eberhart (Kennedy & Eberhart, 1995), inspirée du vol groupé des oiseaux et du déplacement des bancs de poissons. Il présente une grande similitude avec les algorithmes génétiques, car les deux approches partent d'une population générée aléatoirement et font évoluer les individus au fil des itérations pour converger vers la solution.

Contrairement aux algorithmes génétiques, le PSO ne fait pas appel aux opérateurs de croisement et de mutation : chaque particule se déplace dans l'espace de conception selon sa vitesse et sa position, à la manière d'un oiseau cherchant sa nourriture au sein d'une nuée. À chaque itération, deux positions de référence sont mises à jour : la meilleure position atteinte par la particule elle-même, notée *pbest*, et la meilleure position atteinte par l'ensemble de l'essaim, notée *gbest*. Le déplacement de chaque particule est ensuite ajusté en fonction de ces deux positions, ce qui guide progressivement l'essaim vers la solution optimale.

2.2 Techniques de représentation d'un profil d'aile

Le choix de la paramétrisation géométrique conditionne l'ensemble de la boucle d'optimisation. Elle définit l'espace de conception accessible à l'algorithme et aussi l'ensemble des distributions de pression atteignables sur le profil, dont dépendent directement C_d et C_m . Une paramétrisation trop pauvre restreindra mécaniquement les géométries admissibles et à l'inverse, une paramétrisation trop riche augmentera le coût par évaluation CFD sans nécessairement produire de gain aérodynamique, et qu'une aile découlant de cette paramétrisation n'est pas réaliste du point de vue du manufacturier.

Cette section passe en revue quatre méthodes largement utilisées en aérodynamique et discute pour chacune de son adéquation au problème traité ici : optimisation d'un profil transsonique à C_l imposé, avec surveillance simultanée de C_d et C_m . La présentation comparative s'appuie en partie sur la synthèse proposée par Verdier (2020, chap. 1), les sources originales de chaque méthode étant citées en regard.

2.2.1 Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS)

Les NURBS (Non-Uniform Rational B-Splines) généralisent les B-splines en associant un poids à chaque point de contrôle. Cette pondération leur permet, contrairement aux B-splines classiques, de représenter exactement des courbes coniques et de nombreuses géométries industrielles complexes (Piegl & Tiller, 1997). Dans le contexte de la conception aérodynamique, deux propriétés les rendent particulièrement adaptées à une boucle d'optimisation : leur support natif dans la quasi-totalité des logiciels de CAO et le caractère local de l'influence de chaque point de contrôle, sur lequel on revient plus bas.

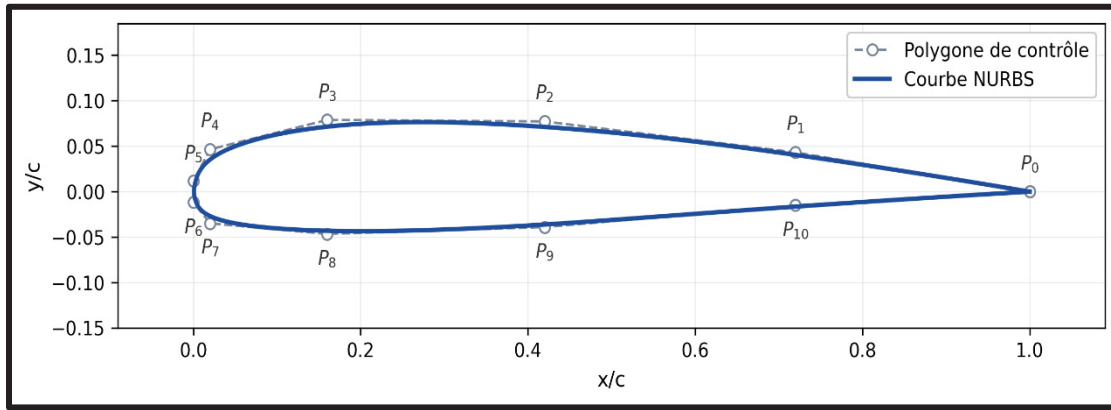


Figure 2.3 Profil représenté par une courbe NURBS et son polygone de contrôle

Sur le plan mathématique, une courbe NURBS se caractérise par son ordre, ses points de contrôle et le vecteur nodal suivant :

$$C(u) = \sum_{i=1}^k \frac{N_{i,n}(u) * w_i}{\sum_{j=1}^k N_{j,n}(u) * w_j} P_i \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (2.1)$$

Où n représente le nombre de points de contrôle, w_i le poids associé au $i^{\text{ème}}$ point de contrôle, $P_i = [x_i, y_i]$ est le point de contrôle et $N_{i,n}$ représente la $i^{\text{ème}}$ fonction de base d'ordre n . Cette fonction est définie comme suit :

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.2)$$

$$N_{i,n}(u) = f_{i,n}N_{i,n-1}(u) + g_{i+1,n}N_{i+1,n-1}(u) \quad (2.3)$$

Où u est le paramètre de la courbe et u_i est le $i^{\text{ème}}$ nœud qui permettent de représenter f et g :

$$f_{i,n} = \frac{u - u_i}{u_{i+n} - u_i} \quad (2.4)$$

$$g_{i,n} = 1 - f_{i,n} = \frac{u_{i+n} - uu_i}{u_{i+n} - u_i} \quad (2.5)$$

Il découle des formules précédentes que les fonctions de base sont nulles en dehors de l'intervalle $[u_i, u_{i+1}]$, ce qui distingue les NURBS des courbes de Bézier traditionnelles en leur conférant une nature locale. Ainsi, un point de contrôle n'influence pas la totalité de la courbe, mais seulement la section adjacente (Verdier, 2020).

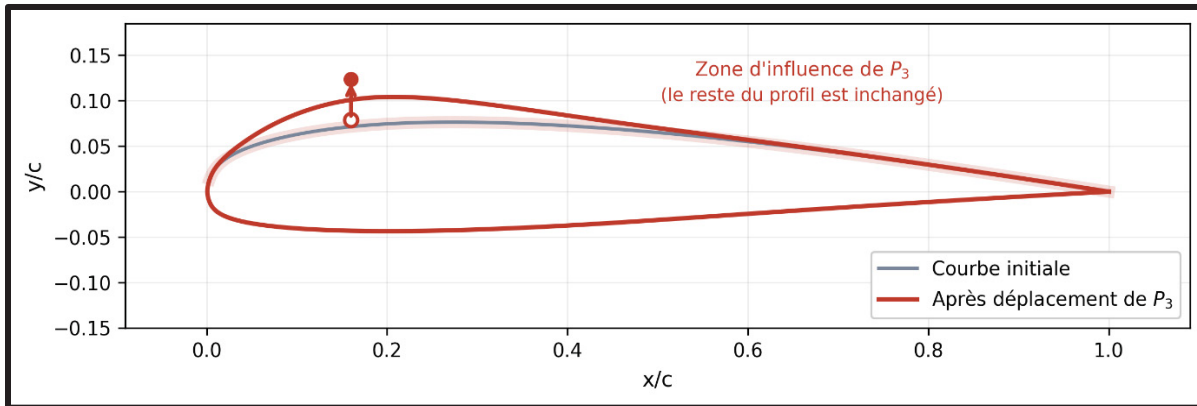


Figure 2.4 Influence locale d'un point de contrôle sur la courbe NURBS

Les points de contrôle jouent un rôle déterminant dans la configuration de la courbe, puisque chaque point sur celle-ci est obtenu par une somme pondérée d'un certain nombre de points de contrôle prédéfinis, lesquels dépendent du degré de la courbe.

Le vecteur nodal contient une série de valeurs qui régissent l'impact des points de contrôle sur la courbe. Ce vecteur segmente la courbe en plusieurs intervalles (le nombre d'intervalles étant équivalent au nombre total des points de contrôle additionné au degré de la courbe). Lorsque le paramètre u entre dans un nouvel intervalle, un point de contrôle s'active tandis qu'un autre se désactive (Verdier, 2020).

Une courbe NURBS de degré 3 assure une continuité C^2 (courbe, tangente et courbure), ce qui protège le solveur RANS d'oscillations géométriques susceptibles de perturber la position ou l'intensité du choc transsonique (Lépine, 1999). En général, une quinzaine de points de contrôle suffit généralement pour représenter fidèlement un profil transsonique (Sugar Gabor, 2015), ce qui maintient la dimension de l'espace de conception à un niveau compatible avec le budget CFD disponible.

2.2.2 PARSEC (PARAmeterised SECTIONS)

La méthode PARSEC a été élaborée par Sobieczky (Sobieczky & Trapp, 1999). Il s'agit d'une technique largement reconnue qui emploie des polynômes de degré 6 pour approximativement représenter les contours de l'extrados et de l'intrados d'un profil.

Un des principaux atouts de cette approche réside dans le fait qu'elle est fondée sur des caractéristiques géométriques réelles, bien que le nombre de variables qu'elle utilise soit limité à 12 (Verdier, 2020). Les paramètres concernés sont illustrés dans la figure ci-dessous :

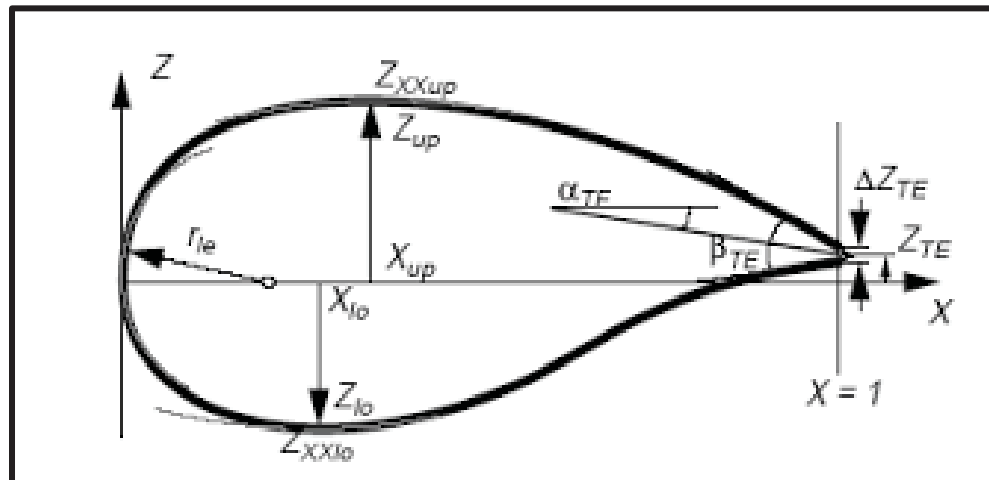


Figure 2.5 Représentation géométrique des paramètres utilisés dans la méthode PARSEC

Tirée de Verdier (2020)

Les dimensions géométriques présentées dans la figure ont été soigneusement sélectionnées, car chacune d'elles joue un rôle essentiel dans la détermination d'un aspect spécifique du profil. Toute modification de ces paramètres a un impact direct sur les performances aérodynamiques du profil. Le tableau ci-dessous répertorie et explique ces différents paramètres :

Tableau 2.1 Paramètres utilisés dans la méthode PARSEC et leur définition

Paramètre	Définition
Rayon du bord d'attaque de la face supérieure (r_{LEu})	$r_{LEu} = a_1$
Rayon du bord d'attaque de la face supérieure (r_{LEl})	$r_{LEl} = a_2$
Point le plus haut sur la face supérieure (Z_{up})	$Z_{up} = z_{up}(X_{up})$
Point le plus haut sur la face inférieure (Z_{lo})	$Z_{lo} = z_{lo}(X_{lo})$
Position du point le plus haut (X_{up})	$z'_{up}(X_{up}) = 0$
Position du point le plus bas (X_{lo})	$z'_{lo}(X_{lo}) = 0$
Courbure au point le plus haut (Z_{XXup})	$z''_{up}(X_{up}) = Z_{XXup}$
Courbure au point le plus bas (Z_{XXlo})	$z''_{lo}(X_{lo}) = Z_{XXlo}$
Décalage du bord de fuite (Z_{TE})	$z_{lo}(1) = Z_{TE}$
Épaisseur du bord de fuite (ΔZ_{TE})	$z_{up}(1) = Z_{TE} + \Delta Z_{TE}$
Angle du bord de fuite (cambrure et corde) (α_{TE})	$z'_{up}(1) = -\tan(\alpha_{TE} + \beta_{TE}/2)$
Angle de rétreinte (β_{TE})	$z'_{lo}(1) = -\tan(\alpha_{TE} + \beta_{TE}/2)$

Une fois ces paramètres choisis, la méthode définit le profil par les deux polynômes suivants d'ordre 6 :

$$Z^1 = \sum_{n=1}^6 a_n^1 (X^1)^{n-1/2} \quad (2.6)$$

$$Z^2 = \sum_{n=1}^6 a_n^2 (X^2)^{n-1/2} \quad (2.7)$$

Où les couples (X^1, Z^1) et (X^2, Z^2) sont les coordonnées de l'extrados et de l'intrados du profil.

En introduisant les paramètres mentionnés dans le tableau 2.1 dans les deux équations précédentes, on obtient le système linéaire suivant :

$$\forall k \in [1, 2]$$

$$a_1^k = (-1)^{(k+1)} \sqrt{2r_{LE}} \quad (2.8)$$

$$\sum_{n=1}^6 a_n^k (X_M^k)^{n-1/2} = Z_M^k \quad (2.9)$$

$$\sum_{n=1}^6 a_n^k = Z_{TE}^k + \frac{(-1)^{k+1}}{2} \Delta Z_{TE} \quad (2.10)$$

$$\sum_{n=1}^6 \left(n - \frac{1}{2}\right) a_n^k (X_M^k)^{n-3/2} = 0 \quad (2.11)$$

$$\sum_{n=1}^6 \left(n - \frac{3}{2}\right) \left(n - \frac{1}{2}\right) a_n^k (X_M^k)^{n-5/2} = Z_{XX}^k \quad (2.12)$$

$$\sum_{n=1}^6 \left(n - \frac{1}{2}\right) a_n^k = \tan(\alpha_{TE} + (-1)^k \beta_{TE}) \quad (2.13)$$

Dans ce système linéaire, X_M^1, Z_M^1 et Z_{XX}^1 représentent X_{up}, Z_{up} et Z_{XXup} . De la même manière, X_M^2, Z_M^2 et Z_{XX}^2 représentent X_{lo}, Z_{lo} et Z_{XXlo} .

La méthode PARSEC permet de modéliser un profil et de réguler sa forme en se basant sur un nombre minimal de paramètres géométriques (Salunke, Ahamad, & Channiwala, 2014).

Néanmoins, cette réduction du nombre de paramètres limite son efficacité dans le contrôle de la forme du bord de fuite (Shahrokhi & Jahangirian, 2007).

Pour résoudre ce problème, des paramètres supplémentaires ont été intégrés, facilitant ainsi la gestion de la forme du bord de fuite par le biais d'une approche connue sous le nom de Sobieczki modifiée. Cela implique l'ajout d'une couche d'épaisseur au niveau du bord de fuite selon la formule suivante :

$$\Delta Z_k = \frac{\tan \Delta \alpha}{\mu \cdot n} [1 - \eta \cdot \xi_k^n - (1 - \xi_k^n)^\mu] \quad (2.14)$$

Où η est fixé à 0.8 et n est fixé à 6.

Pour l'optimisation traitée dans ce mémoire, la méthode PARSEC présente néanmoins deux limitations importantes. D'abord, le contrôle limité de la forme du bord de fuite (Shahrokhi & Jahangirian, 2007) constitue un handicap en régime transsonique, où cette région joue un rôle sensible sur le comportement du choc et sur le moment de tangage. Ensuite, les 12 paramètres géométriques standards ne laissent pas de latitude pour affiner localement l'extrados au voisinage du choc, ce qui restreint la capacité de la méthode à explorer des variations subtiles de la distribution de pression. Pour ces raisons, la méthode PARSEC n'a pas été retenue pour l'optimisation.

2.2.3 Méthode Class/Shape Transformation (CST)

La méthode Class/Shape Transformation (CST) a été développée par Kulfan (Kulfan & Bussoletti, 2006) afin de représenter un profil grâce à un minimum de paramètres.

La forme générale de l'équation permettant de décrire un profil d'aile est la suivante :

$$z(x) = C(x) \sum_{i=0}^n A_i B_i^n(x) + x \Delta z_{TE} \quad (2.15)$$

Où $B_i^n(x)$ sont les polynômes de Bernstein et Δz_{TE} permet d'imposer une épaisseur au bord de fuite.

Cette méthode est intitulée Class/Shape Transformation Method car elle exprime la fonction de l'équation du profil en une combinaison de deux fonctions :

- la fonction *shape* développée qui définit la forme particulière du profil et assure une courbe lisse. Cette fonction *shape* qui définit la forme particulière du profil a pour principale caractéristique d'être une fonction analytique dont le comportement est connu et fiable. Elle est développée sur une base de Bernstein :

$$S(x) = \sum_{i=0}^n A_i B_i^n(x) \quad (2.16)$$

$$B_i^n(x) = \binom{n}{i} x^i (1-x)^{n-i} \quad (2.17)$$

En certains points, elle est directement reliée à des caractéristiques géométriques du profil :

- A $x/c = 0$, elle est reliée au rayon de courbure du bord d'attaque :

$$S(0) = \sqrt{2 \frac{r_{LE}}{c}} \quad (2.18)$$

- A $x/c = 1$, elle est reliée à l'angle de culot (« boat-tail angle ») β et à l'épaisseur du bord de fuite Δz_{TE} :

$$S(1) = \tan \beta + \frac{\Delta z_{TE}}{c} \quad (2.19)$$

- la fonction *class* $C(x) = x^{N1}(1-x)^{N2}$ qui définit les caractéristiques importantes comme un bord d'attaque arrondi et un bord de fuite pointu.

Les valeurs des exposants $N1$ et $N2$ définissent le type de géométrie. En faisant varier ces deux exposants, il est possible de modéliser différents types de géométrie comme indiqué dans le tableau suivant :

Tableau 2.2 Types de géométrie en fonction des coefficients de la méthode CST

Valeurs des coefficients $N1$ et $N2$	Type de géométrie
$N1 = 0.5$ et $N2 = 1$	Nez arrondi avec partie arrière pointue
$N1 = 0.5$ et $N2 = 0.5$	Nez arrondi avec partie arrière arrondie
$N1 = 1$ et $N2 \approx 0^+$	Cône
$N1 \approx 0^+$ et $N2 \approx 0^+$	Rectangle, tube circulaire
$N1 = 1$ et $N2 = 1$	Nez pointu avec partie arrière pointue
$N1 = 0.75$ et $N2 = 0.25$	Nez de Sears-Haack et bord abrupt
$N1 = 0.75$ et $N2 = 0.75$	Sears-Haack body

Pour un bord d'attaque arrondi et une partie arrière pointue, c'est-à-dire pour une forme souhaitée pour un profil classique, $N1 = 0.5$ et $N2 = 1$.

On peut donc facilement obtenir les coordonnées d'un profil à partir des fonctions suivantes :

$$\frac{z}{c} \left(\frac{x}{c} \right) = C \left(\frac{x}{c} \right) \sum_{i=0}^n A_i B_i^n(x) + x \Delta z_{TE} \quad (2.20)$$

Bien que la méthode CST offre une représentation compacte et lisse, ses coefficients A_i des polynômes de Bernstein constituent des variables mathématiques dépourvues d'interprétation géométrique directe. Cette caractéristique complique le pilotage de la boucle d'optimisation : il devient difficile de traduire un objectif intuitif comme par exemple « déplacer la position de la cambrure maximale » en une combinaison de coefficients. Elle rend également l'analyse des solutions plus délicate, ce qui est un inconvénient dans une démarche méthodologique où l'on cherche à comprendre les mécanismes conduisant aux gains observés. La formulation iCST, présentée dans la section suivante, préserve les qualités analytiques de la CST tout en levant cette limitation.

2.2.4 Méthode Intuitive Class/Shape Transformation (iCST)

La formulation iCST vise à conserver les qualités de la paramétrisation CST (expression analytique, forme lisse), tout en remplaçant les coefficients abstraits par des paramètres géométriques interprétables comme dans l'approche PARSEC.

L'idée principale est de contraindre la courbe (points, pentes, courbures, épaisseur au bord de fuite...) et de déterminer les coefficients A_i de la représentation CST à travers la résolution d'un système souvent linéaire pour que la courbe respecte ces caractéristiques intuitives (Zhu & Qin, 2014).

Il suffirait donc de faire varier les paramètres intuitifs pour changer la courbe. Si pour $n = 7$, on avait 8 coefficients A_i pour l'extrados et 8 pour l'intrados (16 paramètres au total plus les paramètres de classe $N1$ et $N2$), on se retrouverait avec des paramètres intuitifs comme l'épaisseur maximum relative, sa position dans l'axe de la corde, la cambrure maximum relative, sa position sur l'axe de la corde, l'épaisseur au bord de fuite et les paramètres de classe $N1$ et $N2$.

2.3 Logiciels utilisés

2.3.1 Logiciel d'optimisation : ModeFrontier

Dans ce projet, modeFRONTIER constitue le cœur de la boucle d'optimisation : il sert à formaliser le workflow, définir l'espace de conception (variables d'entrée), piloter l'exécution des outils externes (CAO, maillage, CFD, post-traitement) et centraliser la récupération des sorties pour l'évaluation des objectifs et contraintes. Concrètement, l'éditeur de workflow permet d'enchaîner les étapes (génération géométrique → maillage → calcul Fluent → extraction C_L , C_D , C_M → post-traitement), tout en documentant explicitement la stratégie d'évaluation (DOE, optimisation, robustesse) et les critères de décision (objectifs/contraintes). Enfin, modeFRONTIER met à disposition des algorithmes d'optimisation multi-objectifs, dont

NSGA-II, directement intégrables au processus d'automatisation, ce qui est adapté à la recherche de compromis (Pareto) entre la réduction de la traînée et la maîtrise du moment de tangage.

2.3.2 Conception assistée par Ordinateur : CATIA V5

La géométrie paramétrique est construite dans CATIA V5, un environnement CAO largement utilisé en ingénierie (notamment aéronautique) pour la conception et la modification de formes complexes. Dans le cadre de la boucle, CATIA est mobilisé pour générer automatiquement le profil à partir des variables de conception (ici les paramètres) via des relations, en garantissant une définition géométrique cohérente et reproductible d'un design à l'autre. L'échange avec les étapes aval (maillage et CFD) repose sur l'export de la géométrie vers des formats standards d'interopérabilité (p. ex. STEP/IGES), ce qui facilite l'intégration dans un pipeline automatisé piloté par modeFRONTIER.

2.3.3 Mailleur : Pointwise

Le maillage est réalisé avec Fidelity Pointwise (Cadence), choisi pour sa capacité à produire des maillages adaptés à la CFD et surtout pour sa forte intégrabilité dans une chaîne automatisée. Pointwise supporte l'import de géométries issues de différents environnements CAO (y compris des formats standards), ce qui simplifie le passage depuis CATIA. Pour l'optimisation, un point essentiel est la scriptabilité : le langage Glyph (basé sur Tcl/Tk) permet d'automatiser tout ou partie de la génération de maillage, de réduire les actions manuelles et d'améliorer la répétabilité (mêmes règles de maillage pour chaque design), ce qui est déterminant pour limiter le "bruit" numérique dans l'évaluation des fonctions objectif et contraintes.

2.3.4 Solveur fluide : ANSYS Fluent

Les performances aérodynamiques de chaque design sont évaluées avec ANSYS Fluent, un solveur CFD de référence disposant de modèles physiques avancés et, en particulier, d'un

ensemble complet de modèles de turbulence (utiles pour des écoulements aérodynamiques à haut Reynolds). Dans cette boucle, Fluent fournit les grandeurs intégrées nécessaires à l'optimisation (C_L , C_D , C_M), extraites via des moniteurs de forces et moments. Un point méthodologique essentiel, documenté dans le guide utilisateur, est que les coefficients sont calculés à partir des Reference Values (aire, longueur de référence, densité, vitesse, etc.) : celles-ci doivent donc être définies de manière cohérente et maintenues constantes (ou calculées de manière contrôlée) pour assurer la comparabilité des résultats d'une itération à l'autre.

Le modèle de turbulence retenu est le SST $k-\omega$ (Shear Stress Transport). Il emploie une formulation $k-\omega$ près de la paroi, précise pour la couche limite et les gradients de pression adverses, et bascule vers un comportement $k-\varepsilon$ loin de la paroi, ce qui évite la sensibilité du $k-\omega$ à l'écoulement libre et à la couche externe de la couche limite. Cette construction le rend adapté à l'aérodynamique transsonique, où la prévision du décollement sous gradient adverse et de l'interaction choc-couche limite gouverne la position du choc et la traînée d'onde. Le modèle SST $k-\omega$ figure aujourd'hui parmi les modèles de turbulence les plus employés en aérodynamique appliquée (Xiao et Cinnella, 2019 ; Duraisamy, Iaccarino et Xiao, 2019) et est reconnu comme un standard industriel depuis une vingtaine d'années (Menter, Kuntz et Langtry, 2003). Il offre un bon compromis précision/coût en approche RANS.

Aux nombres de Reynolds considérés ($Re = 6,5 \times 10^6$ en 2D, de l'ordre de 10^7 en 3D), la transition de la couche limite du régime laminaire au régime turbulent se produit très près du bord d'attaque. Sur une aile en flèche, ce processus est encore accéléré par les instabilités de survitesse transverse (crossflow), qui déclenchent la turbulence dès les premiers pourcents de corde. La portion laminaire de l'écoulement est donc très limitée et sa contribution aux efforts aérodynamiques est négligeable. Les calculs sont par conséquent menés en supposant l'écoulement pleinement turbulent du bord d'attaque au bord de fuite, sans modèle de transition, hypothèse courante et justifiée pour ce type d'écoulement transsonique à haut Reynolds.

2.3.5 Post-Traitement : ParaView

Le post-traitement est réalisé avec ParaView, un outil open-source et multiplateforme de visualisation et d'analyse scientifique adapté à des jeux de données volumineux. Il est utilisé pour analyser les champs issus de Fluent ou de n'importe quel autre solveur (pression, Mach, gradients, etc.), produire des visualisations comparatives entre designs (cartes de pression, iso-surfaces, coupes) et appuyer l'interprétation physique des mécanismes liés à la variation de C_M (déplacement du centre de pression, effets transsoniques, etc...).

La Figure 2-4 illustre le Workflow qui sera utilisé dans ce travail.

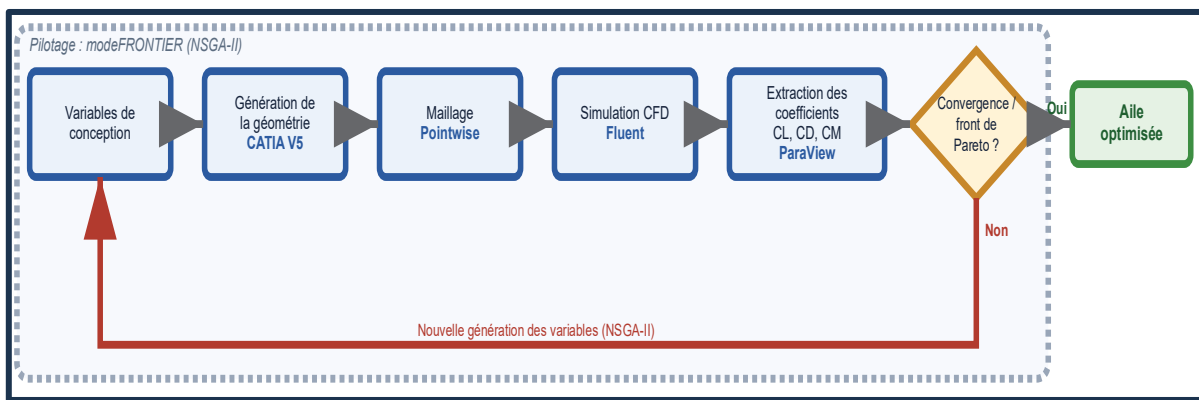


Figure 2.6 Workflow général de la boucle d'optimisation couplant CAO, maillage, CFD et algorithmes sous ModeFrontier

CHAPITRE 3

OPTIMISATION DU PROFIL D'AILE RAE2822

Ce chapitre présente la mise en œuvre de la méthodologie d'optimisation sur un profil d'aile de référence, le RAE2822, largement utilisé comme cas test en aérodynamique transsonique et en validation CFD. N'ayant pas le profil exact utilisé pour l'aile de l'avion N2A dans la littérature, notre regard se portera sur ce profil (épaisseur $\frac{t}{c} = 12\%$). Le cas étudié s'appuie sur le benchmark ADODG Case 2, consacré à la minimisation de la traînée en régime transsonique visqueux, sous contraintes aérodynamiques et géométriques.

Tout d'abord, les conditions de calcul CFD 2D seront définies ainsi que le maillage utilisé. Ensuite, une étude d'indépendance du maillage est réalisée pour justifier le niveau de discrétisation sélectionné pour l'optimisation. Le chapitre se conclut par une discussion sur les résultats obtenus avec deux techniques de paramétrisation de profil : NURBS et iCST, en se concentrant sur l'évolution de la traînée, de la portance et du moment de tangage, ainsi que sur les compromis mis en évidence par l'algorithme NSGA-II.

3.1 Définition du problème

Il s'agira ici de ADODG Case 2: Drag Minimization of the RAE 2822 in Transonic Viscous Flow (Nadarajah, 2013). Le problème d'optimisation peut se résumer ainsi :

Minimiser C_d ;

Contraintes:

$$\begin{cases} C_l = 0.824 \\ C_m \geq -0.092 \\ Aire \geq Aire_{initiale} \end{cases} \quad (3.1)$$

Où l'aire initiale du profil dans le plan 2D est $Aire_{initiale} = 0.077 \text{ m}^2$. Ce C_l de 0.824 est déterminé pour un angle d'attaque $\alpha = 2.79^\circ$. C'est cet angle qui sera utilisé tout au long de l'optimisation.

Plus rigoureusement dans ModeFrontier, ces contraintes sont définies comme présentées dans la figure ci-dessous :

The screenshot shows the 'Constraints' window in ModeFrontier. It has a tab 'Scalar' with a count of 4. Below the tab are buttons: '+ Create', 'X Delete', 'Edit selected' (with a pencil icon), 'Export table' (with an up arrow icon), and 'Import table' (with a down arrow icon). The main area contains a table with 7 columns: Name, Label, Expression, Type, Limit, and Tolerance. There are four rows of constraints, with the third row selected.

	Name	Label	Expression	Type	Limit	Tolerance
1	const_Aire		Aire/0.077	Greater than	1.00000	0.00000
2	const_CI		CI/0.824	Greater than	1.00000	0.00000
3	const_CI2		CI/0.825	Less than	1.00000	0.00000
4	const_Cm		abs(Cm/0.09)	Less than	1.00000	0.00000

Figure 3.1 Contraintes d'optimisation 2D dans ModeFrontier

Ainsi, tout design qui ne respecte pas ces contraintes sera rejeté.

De même, la fonction objectif est représentée sous la forme $\min_{Cd}$ où Cd est normalisé par la valeur du profil initial.

Les simulations 2D sont réalisées sous ANSYS Fluent dans les conditions de vol résumées au Tableau 3.1:

Tableau 3.1 Paramètres CFD en 2D

Paramètre	Valeur
Densité	0.3839228 kg.m ⁻³
Nombre de Reynolds	6.5*10 ⁶
Mach	0.734
Angle d'attaque	2.79°

Paramètre	Valeur
Longueur caractéristique	1 m
Pression	23877.5 Pa
Viscosité	$1.269876 \times 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Modèle de turbulence	<i>SST $k - \omega$</i>
Altitude	35000 ft
Solveur	▪ Pressure based ▪ Time : Steady

Les paramètres choisis correspondent au cadre transsonique visqueux du cas benchmark, avec un nombre de Mach de 0.734 et un nombre de Reynolds de 6.5×10^6 . La longueur de référence est fixée à 1 m, ce qui permet de normaliser directement les résultats et de faciliter la comparaison entre géométries.

3.2 Optimisation NURBS

3.2.1 Définition des variables de design

Dans la première phase, la géométrie du profil est paramétrée à l'aide d'une représentation NURBS et d'un ensemble de 18 points de contrôle. Les variables de design dans cette optimisation sont les coordonnées y des 18 points de contrôle dont 9 sur l'intrados et 9 sur l'extrados. Elles sont autorisées à se déplacer dans une certaine gamme pendant l'optimisation. Le point du bord d'attaque et celui du bord de fuite sont maintenus fixes tout du long afin de préserver la cohérence géométrique globale du profil et d'éviter des déformations non physiques.

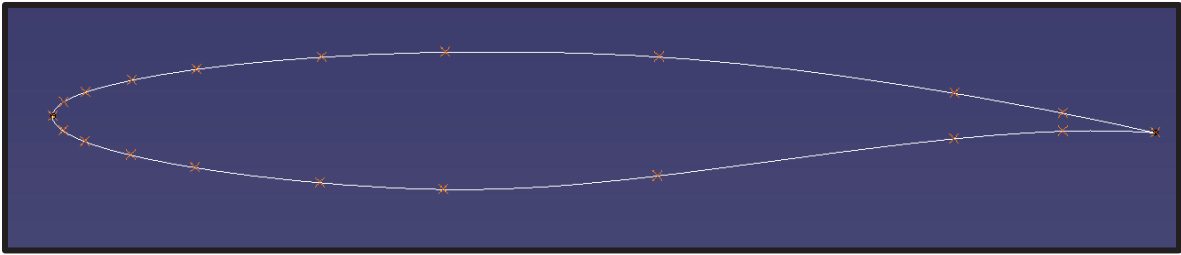


Figure 3.2 Profil RAE2822 initial et ses 18 points de contrôle NURBS

3.2.2 Maillage

Un maillage de type *C-Mesh* est généré autour du profil RAE2822 afin de bien capturer les gradients en bord d’attaque, les effets visqueux près de la paroi et la structure de l’écoulement dans le sillage.

Trois niveaux de raffinement (grossier, moyen et fin) sont construits en réduisant progressivement les espacements caractéristiques et en augmentant le nombre total de cellules, comme présenté au Tableau 3.2.

Tableau 3.2 Paramètres de maillage pour le profil RAE2822

Maillage	Cellules	Off-Wall Spacing	Leading-Edge Spacing	Trailing-Edge Spacing
Grossier	54 242	$2.93.10^{-6}$	$1. 10^{-3}$	$1. 10^{-3}$
Moyen	212 746	$1.46.10^{-6}$	$5. 10^{-4}$	$5. 10^{-4}$
Fin	845 262	$7.04. 10^{-7}$	$2.5. 10^{-4}$	$2.5. 10^{-4}$

Le Tableau 3.2 montre une progression cohérente des niveaux de raffinement. Le nombre de cellules passe de 54 242 (grossier) à 212 746 (moyen), puis à 845 262 (fin), soit un facteur d’environ 4 entre deux niveaux successifs. Parallèlement, les espacements caractéristiques au bord d’attaque et au bord de fuite sont divisés par deux à chaque raffinement, ce qui traduit une stratégie de raffinement quasi régulière en 2D.

Cette progression est favorable à une étude de convergence, puisqu'elle permet d'évaluer l'effet de la discrétisation sur les coefficients aérodynamiques tout en conservant une logique de raffinement maîtrisée.

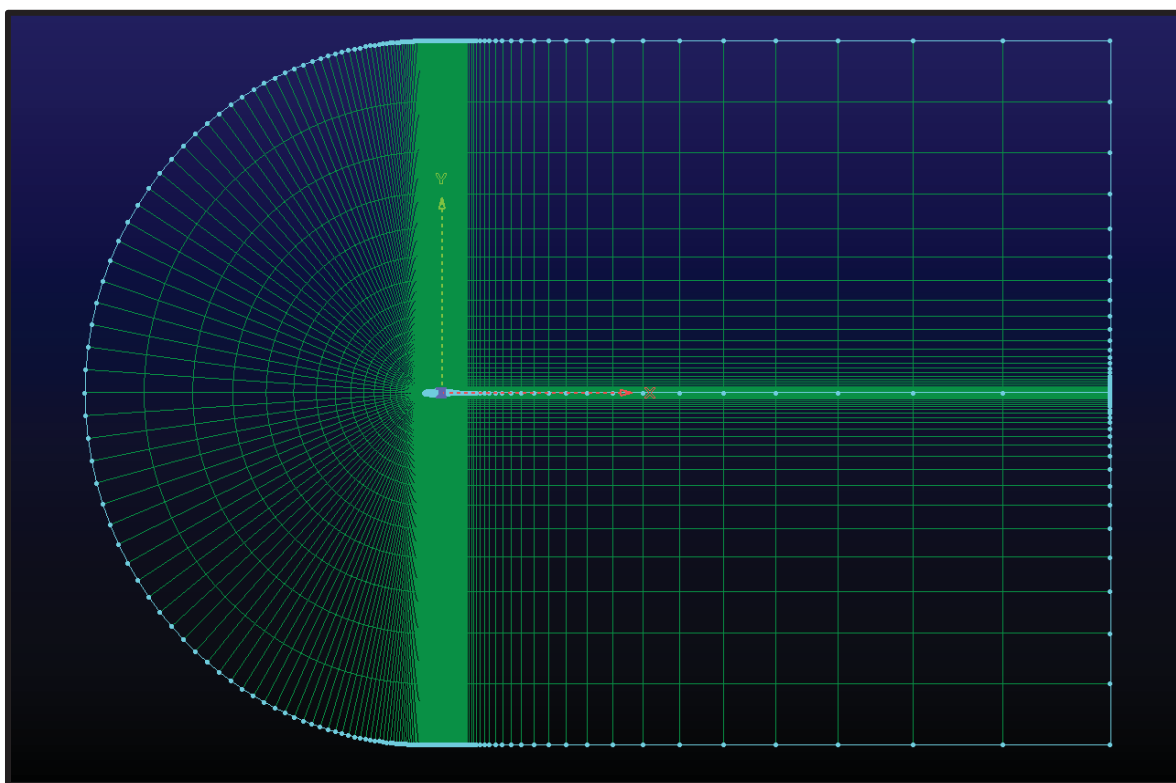


Figure 3.3 Maillage grossier du RAE2822 utilisé pour l'optimisation

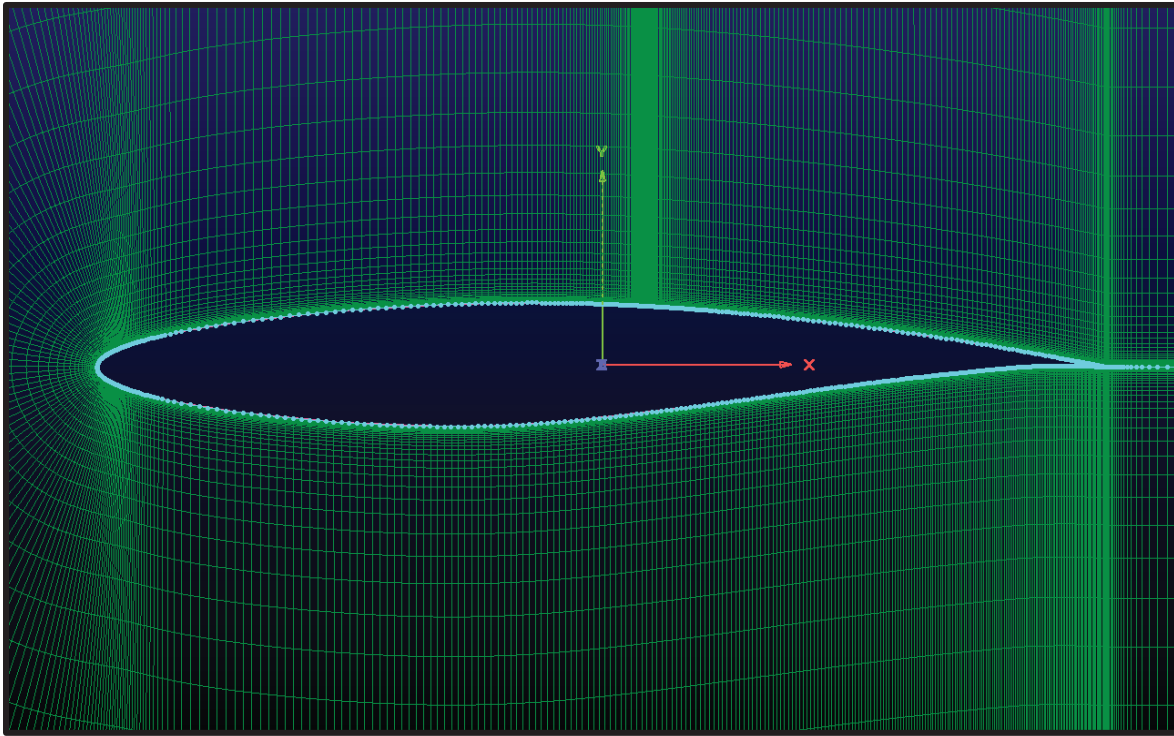


Figure 3.4 Maillage grossier du RAE2822 utilisé pour l'optimisation (vue)

Le Tableau 3.3 présente les résultats de l'analyse d'indépendance au maillage pour le profil RAE2822 initial à partir de trois niveaux de discrétisation (grossier, moyen et fin).

Tableau 3.3 Résultats de l'analyse de maillage pour le profil RAE2822 initial

Maillage	y^+	C_l	C_d (counts)	C_m
Grossier	0.71	0.8241	228.754	-0.0889
Moyen	0.34	0.8247	227.931	-0.0897
Fin	0.16	0.8249	227.585	-0.0901

Le coefficient de portance C_l présente une convergence très satisfaisante avec le raffinement. L'écart relatif entre le maillage moyen et le maillage fin est d'environ 0.024%, tandis que l'écart entre le maillage grossier et le maillage fin reste inférieur à 0.1%. Ces résultats montrent que la portance est faiblement sensible au maillage dans les conditions étudiées.

Le coefficient de traînée C_d (exprimé en counts) évolue de manière monotone croissante. L'écart entre le maillage grossier et le maillage fin est de 1.169 count (environ 0.51%), ce qui traduit un bon niveau de convergence de la traînée malgré la sensibilité attendue des écoulements transsoniques aux phénomènes de choc et de couche limite.

Le coefficient de moment de tangage C_m converge également de manière monotone. L'écart entre le maillage grossier et le maillage fin est de $12 * 10^{-4}$ (environ 1.35% en valeur absolue), ce qui indique une sensibilité modérée mais maîtrisée de cette grandeur au raffinement du maillage.

Dans l'ensemble, ces résultats montrent une convergence nette des coefficients aérodynamiques avec le raffinement, en particulier pour C_l , ainsi qu'une convergence satisfaisante de C_d et C_m . Compte tenu du coût numérique associé à la campagne d'optimisation (environ 1000 itérations), le maillage grossier a été retenu, car il permet de réduire significativement le temps de calcul tout en conservant des tendances cohérentes sur C_l , C_d et C_m .

3.2.3 Résultats de l'optimisation

Le workflow utilisé dans ModeFrontier est présenté sur la figure ci-dessous :

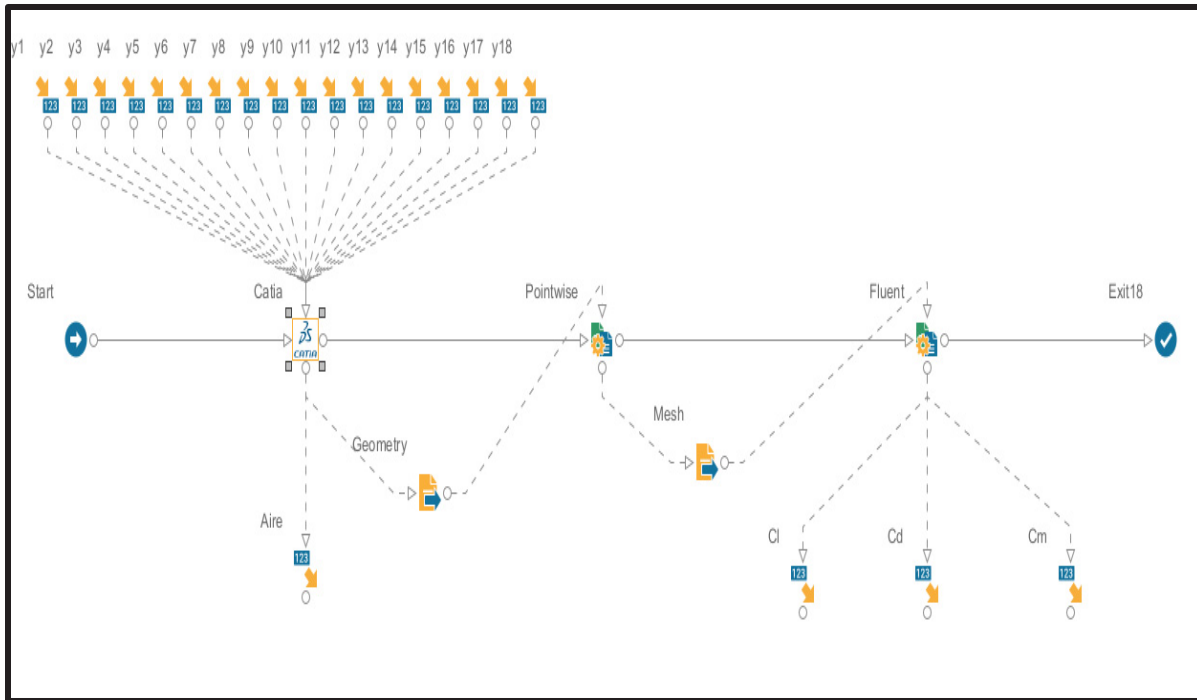


Figure 3.5 Workflow de l'optimisation 2D NURBS

La Figure 3.6 présente le nuage de solutions générées par l'algorithme NSGA-II dans l'espace des designs associé à la contrainte de portance ($const_{C_l}$) et à la fonction objectif liée à la traînée (min_{C_d}). On observe une séparation nette entre les solutions faisables (en vert) et infaisables (en orange), ce qui montre que l'algorithme explore un espace de conception relativement large tout en identifiant progressivement une zone de solutions qui respecte la contrainte de portance.

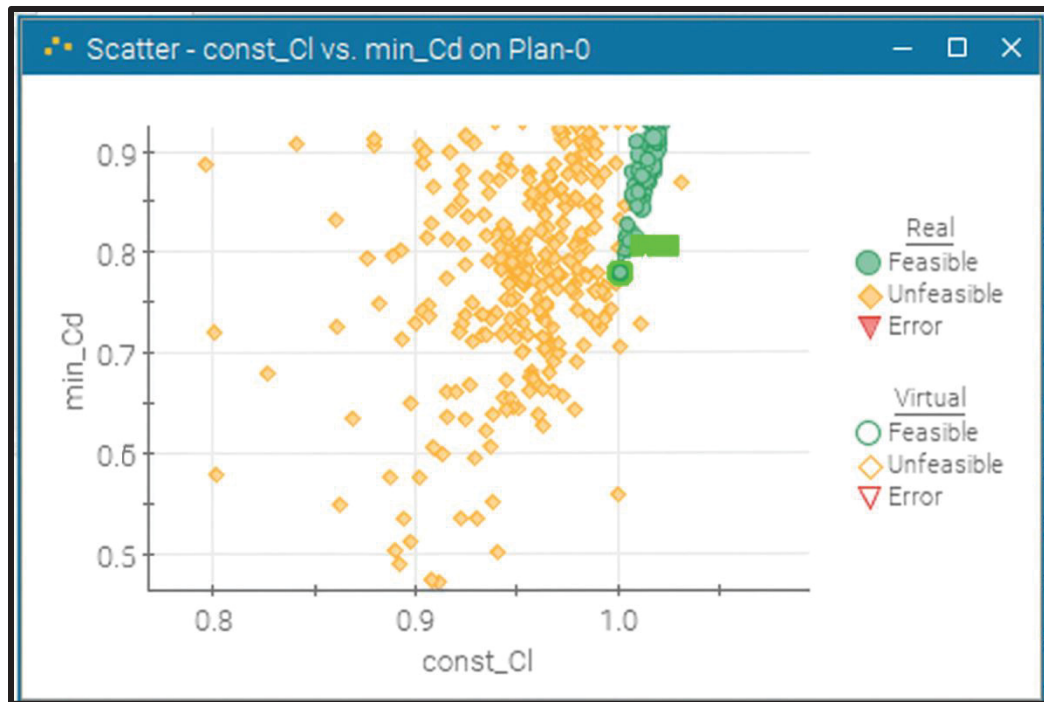


Figure 3.6 Front de Pareto de l'optimisation 2D NURBS du RAE2822
(traînée minimisée à portance imposée)

Le design optimal est donc obtenu pour la géométrie qui a la plus petite valeur de Cd qui respecte toutes les contraintes d'optimisation.

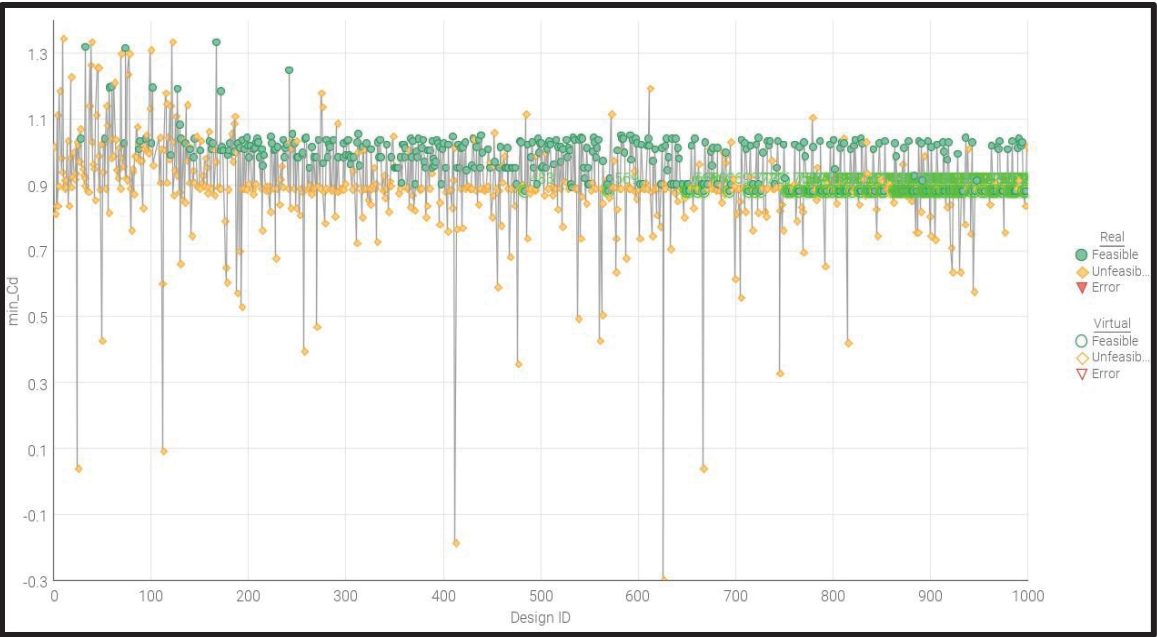


Figure 3.7 Coefficient de traînée en fonction des itérations

Tableau 3.4 Comparaison CFD des coefficients aérodynamiques (C_l , C_d , C_m) des profils RAE2822 initial et optimisé par NURBS ($M = 0,734$; $C_l = 0,824$)

Profil	Aire (m^2)	C_l	C_d (Counts)	C_m
Initial	0,077	0,824	228,754	-0.0889
Optimisé	0,078	0,824	176,064	-0,0814

Le Tableau 3.4 compare les performances du profil initial et du profil optimisé (paramétrisation NURBS) sur le maillage retenu pour l’optimisation. Les résultats montrent une réduction significative de la traînée, qui passe de 228.754 counts à 176.064 counts, soit un gain d’environ 23.0 %. Cette amélioration est obtenue tout en maintenant la portance à la valeur cible ($C_l \approx$

0.824), ce qui confirme que les contraintes aérodynamiques imposées ont correctement rempli leur rôle.

On note également une diminution de la valeur absolue du moment d'environ 8.4%. Cette évolution traduit une amélioration du contrôle du moment de tangage.

La Figure 3.8 compare les distributions de coefficient de pression C_p du profil initial et du profil optimisé (paramétrisation NURBS). L'optimisation modifie surtout l'extrados, la portance globale restant fixée à la valeur cible ($C_l = 0.824$).

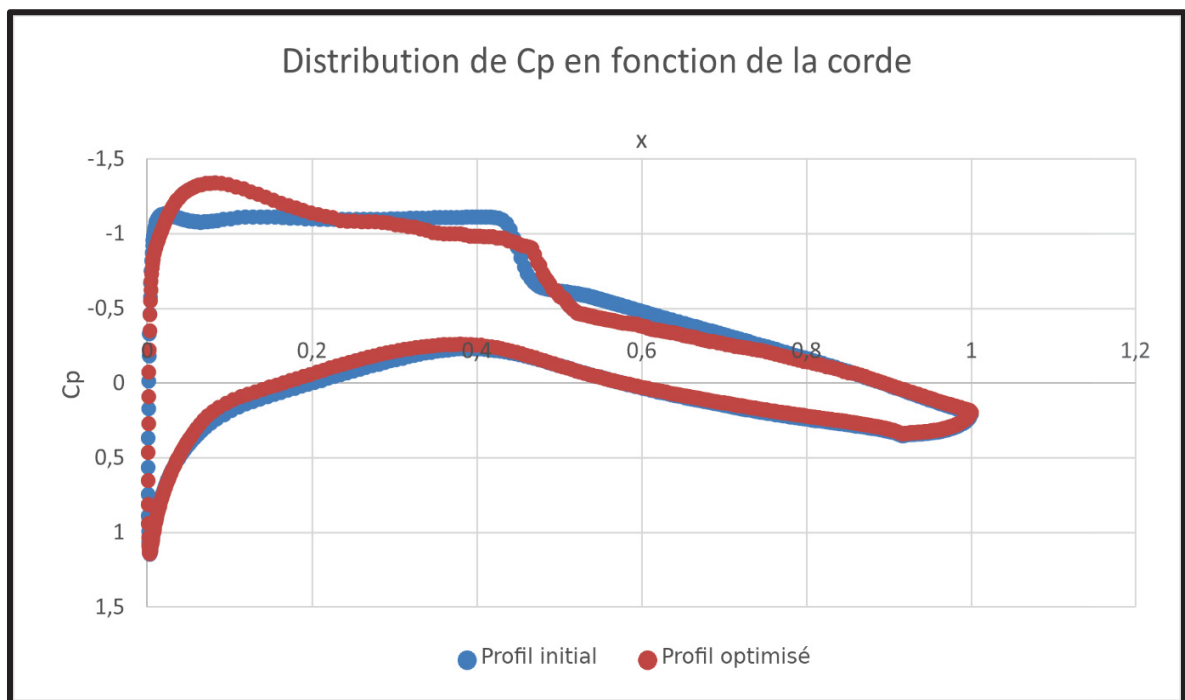


Figure 3.8 Distributions du coefficient de pression C_p le long de la corde, profils RAE2822 original et optimisé par NURBS ($M = 0,734$; $C_l = 0,824$)

Sur l'extrados, le profil initial présente un plateau de succion étendu terminé par une recompression brutale, caractéristique d'une onde de choc marquée située au-delà du milieu de la corde. Le profil optimisé montre au contraire une succion plus forte près du bord

d'attaque, suivie d'une décroissance progressive et d'une recompression plus douce : le choc est affaibli et sa transition étalée. C'est cette atténuation du choc qui explique l'essentiel du gain de traînée (de 228.754 à 176.064 counts, soit environ 23 %), la traînée d'onde étant une composante majeure du régime transsonique.

Sur l'intrados, les écarts entre les deux profils restent limités : le gain provient donc principalement de la réorganisation des pressions sur l'extrados. La portance étant imposée, l'aire comprise entre les courbes d'extrados et d'intrados, qui représente la charge, reste globalement conservée. L'optimisation ne réduit pas la portance, elle redistribue la pression pour affaiblir le choc à charge égale.

3.3 Optimisation iCST

3.3.1 Définition des variables de design

Nous reprenons la même logique d'optimisation que celle appliquée à la paramétrisation NURBS, mais en remplaçant la représentation géométrique du profil par une formulation iCST. L'objectif est de disposer de variables de design plus directement interprétables d'un point de vue géométrique et aérodynamique, afin de mieux contrôler la déformation du profil pendant l'optimisation.

Les variables de design ici seront les paramètres intuitifs iCST représentés dans la figure ci-dessous

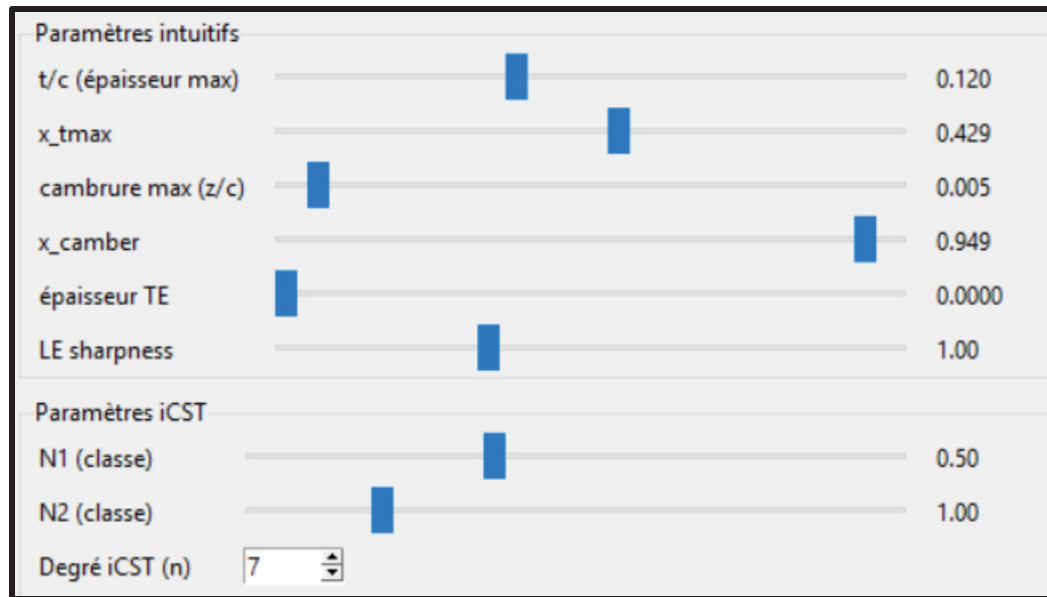


Figure 3.9 Paramètres géométriques de la méthode de paramétrisation iCST

Certains paramètres resteront fixes, comme l'épaisseur max $\frac{t}{c} = 12\%$, l'épaisseur au bord de fuite d_{TE} et les paramètres de classe $N1$ et $N2$.

Le problème d'optimisation est ainsi réduit à trois variables de design que sont : la position de l'épaisseur max x_{tmax} , la cambrure max f_{max} et sa position x_{fmax} .

3.3.2 Représentation géométrique iCST du profil RAE2822

La figure 3.10 permet de comparer le profil RAE2822 initial en NURBS et sa représentation iCST. On constate que les profils sont pratiquement confondus. Les deux méthodes de modélisation sont donc efficaces et permettent de représenter le profil de façon précise.

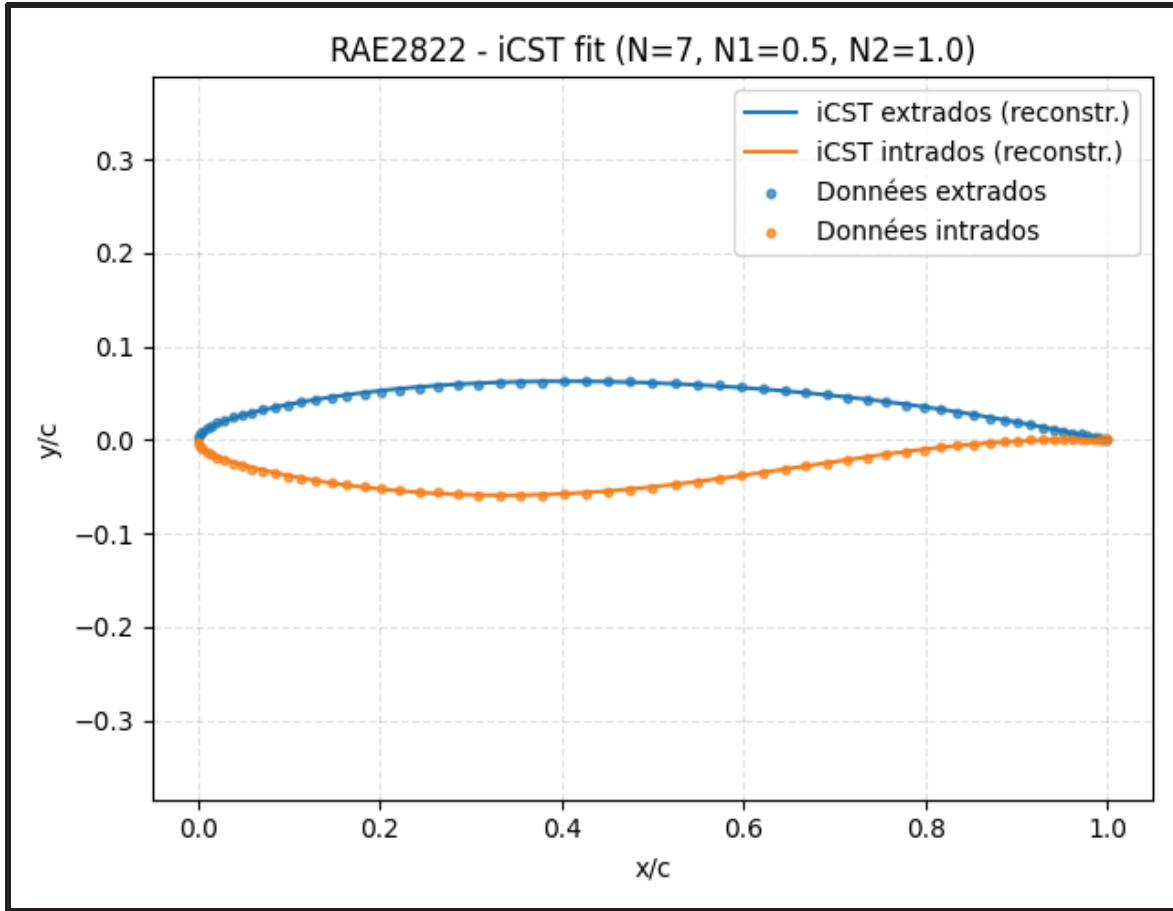


Figure 3.10 Visualisation iCST du RAE2822

Dans CATIA, le profil est construit par des lois paramétriques. Nous avons donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} X(t) = Chord * t \\ Y_{extrados}(t) = Chord * t^{N1}(1-t)^{N2} * \sum_{i=0}^7 A_{iextrados} B_i^7(t) \\ Y_{intrados} = Chord * t^{N1}(1-t)^{N2} * \sum_{i=0}^7 A_{iintrados} B_i^7(t) \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Avec $B_i^7(t) = \binom{7}{i} t^i (1-t)^{7-i}$; où $t \in [0; 1]$ et $A_{iextrados}$ et $A_{iintrados}$ des coefficients fonction de $\frac{t}{c}$, x_{tmax} , f_{max} et x_{fmax} .

3.3.3 Résultats de l'optimisation

Le workflow utilisé dans ModeFrontier est présenté sur la figure ci-dessous. Il reprend l'architecture générale de la boucle d'optimisation mise en place précédemment : génération de la géométrie dans CATIA à partir des variables de design, génération du maillage, simulation CFD sous Fluent, extraction des coefficients aérodynamiques puis on recommence la boucle.

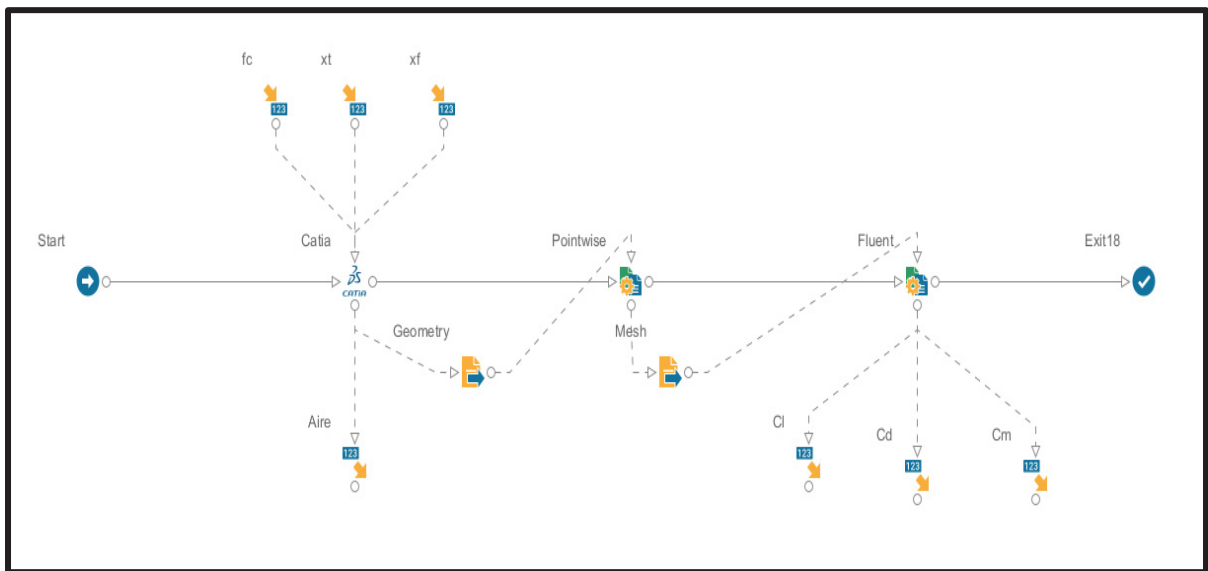


Figure 3.11 Workflow de l'optimisation 2D iCST

L'optimisation iCST repose sur le même algorithme NSGA-II que le cas NURBS et produit un front de Pareto de même structure, avec la même séparation entre designs valides et designs non conformes aux contraintes. Le front de Pareto reproduit à la figure 3.12 illustre cette structure commune aux deux paramétrisations.

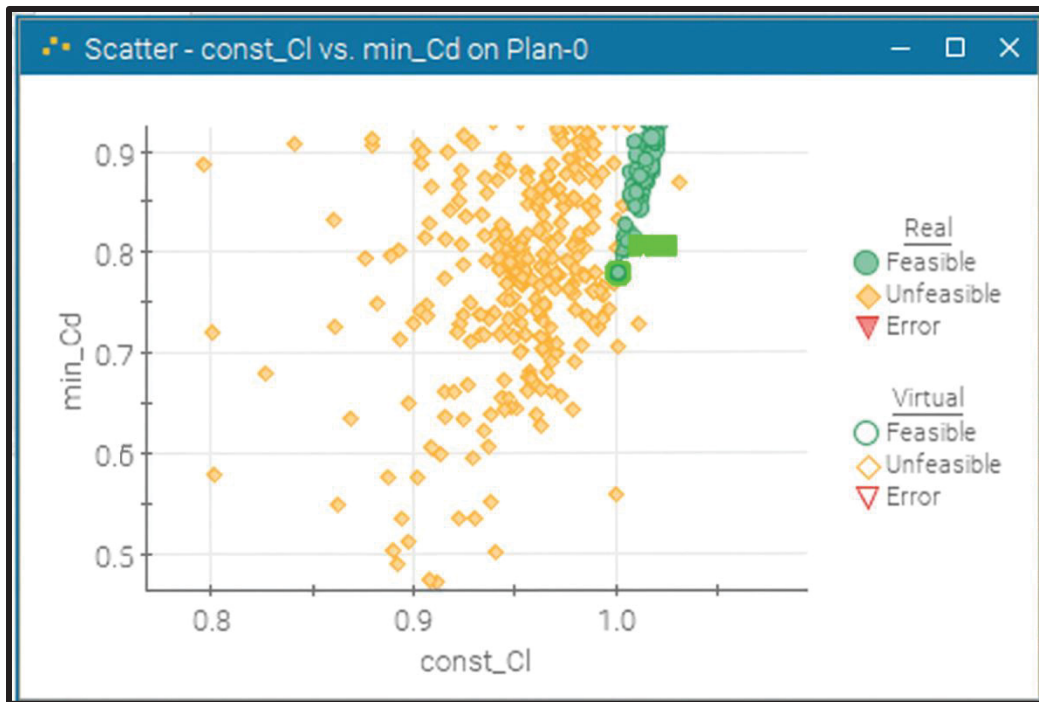


Figure 3.12 Front de Pareto de l'optimisation 2D iCST du RAE2822

La figure 3.13 présente le profil initial et le profil optimisé issus de la modélisation iCST.

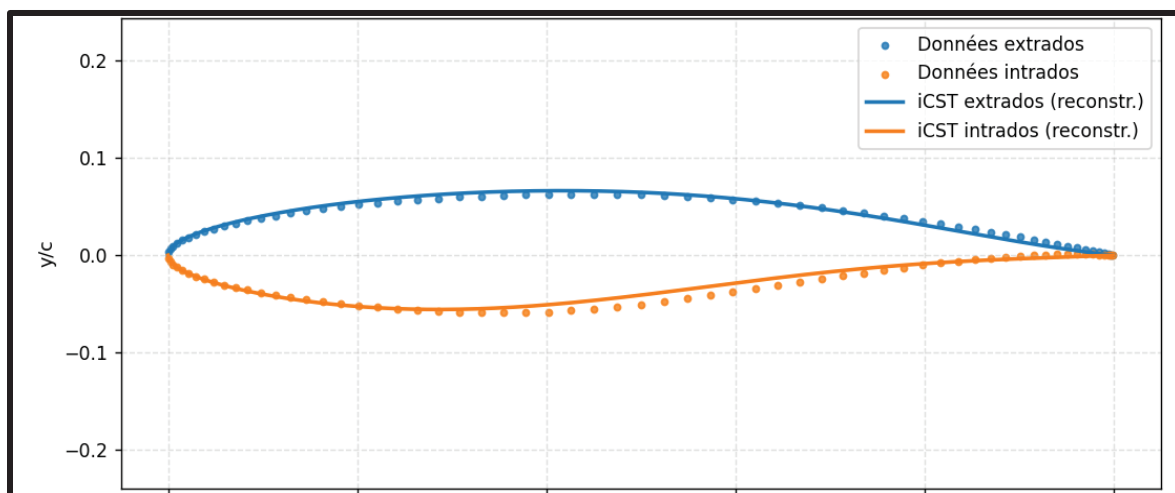


Figure 3.13 Profils RAE2822 initial et optimisé issus de la paramétrisation iCST

Le Tableau 3.5 compare les performances du profil initial et du profil optimisé iCST. Les résultats montrent une réduction significative de la traînée, qui passe de 229,318 counts à 164.042 counts, soit un gain d'environ 28.46 %. Cette amélioration est meilleure comparée à celle de l'optimisation NURBS.

On note également une diminution de la valeur absolue du moment d'environ 10.29%. Cette évolution traduit une amélioration du contrôle du moment de tangage.

Tableau 3.5 Comparaison CFD des coefficients aérodynamiques des profils RAE2822 initial et optimisé par iCST ($M = 0,734$; $Cl = 0,824$)

Profil	Aire (m^2)	C_l	C_d (Counts)	C_m
Initial	0,077	0,824	229,318	-0.0894
Optimisé	0,079	0,824	164,042	-0,0802

La figure 3.14 rappelle la distribution de C_p du profil optimisé NURBS. L'optimisation iCST agit sur le même mécanisme, l'atténuation du choc à l'extrados, ce qui explique le gain de traînée reporté au Tableau 3.5.

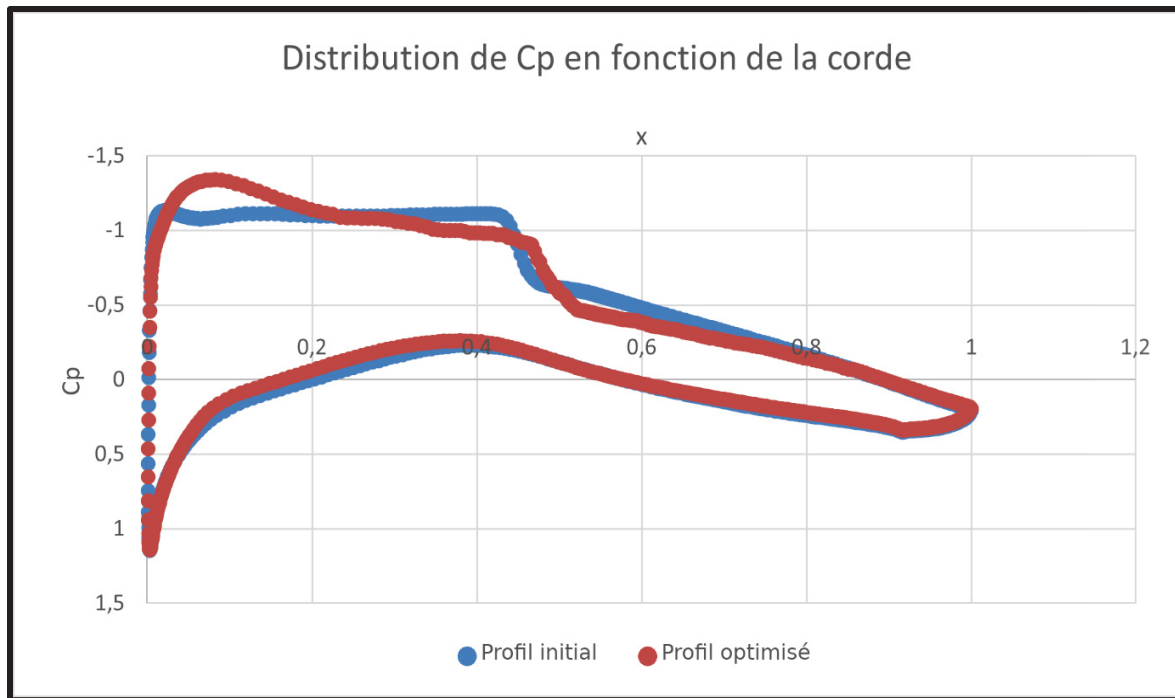


Figure 3.14 Distributions du coefficient de pression C_p , profils RAE2822 original et optimisé par iCST ($M = 0,734$; $Cl = 0,824$)

La comparaison des résultats obtenus avec les paramétrisations NURBS et iCST met en évidence l'influence du choix de représentation géométrique sur les performances finales et sur la qualité des profils générés. On notera que les profils « initiaux » des deux approches ne sont pas strictement identiques : chacun est le RAE2822 reconstruit dans sa propre paramétrisation (NURBS ou iCST). Ce faible écart de reconstruction explique la légère différence sur le C_d initial (228.754 counts en NURBS contre 229.318 counts en iCST).

Dans les conditions de calcul retenues (maillage d'optimisation, portance imposée), la paramétrisation iCST permet d'obtenir une réduction de traînée plus importante que celle observée avec la paramétrisation NURBS. En prenant comme référence les profils optimisés sélectionnés dans chaque approche, la traînée passe de 176.064 counts (NURBS) à 164.042 counts (iCST), soit un gain supplémentaire de 12.586 counts (environ 7.08 % par rapport à la solution NURBS optimisée). Le moment de tangage est lui aussi légèrement réduit en valeur absolue. Il n'est pas optimisé directement mais surveillé via sa contrainte. Cette réduction est

favorable à l'intégration du profil dans la boucle d'optimisation de l'aile puis dans celle de l'avion.

Au-delà des performances chiffrées, la paramétrisation iCST présente l'avantage de reposer sur des variables de design plus directement liées aux caractéristiques géométriques du profil (cambrure, épaisseur...), ce qui facilite l'interprétation physique des résultats et le contrôle des déformations au cours de l'optimisation. De plus, le nombre de variables en iCST est largement inférieur à celui de la formulation NURBS.

Le profil optimisé iCST est donc retenu comme géométrie de base pour la suite de ce mémoire.

Le tableau 3.6 présente une comparaison avec les résultats publiés dans la littérature (Lee et al., 2015), et avec les mesures expérimentales du profil.

Tableau 3.6 Comparaison des résultats 2D avec la littérature (ADODG Case 2) et les données expérimentales

Configuration	Cl	Cd (counts)	Cm
Base - présent travail (maillage fin)	0,825	227,6	-0,090
Base - Lee et al. (2015), maillage fin	0,852	229,7	-0,095
Base - expérimental (Cook et al., 1979)	0,803	168	-0,099
Optimisé iCST - présent travail	0,824	164,0	-0,080
Optimisé NURBS - présent travail	0,824	176,1	-0,081
Optimisé - Lee et al. (2015), 17 variables	0,824	119,2	$\geq -0,092$

La traînée de base obtenue ici est validée par la littérature. Sur maillage fin, le calcul donne $C_d = 227,6$ counts et $C_m = -0,090$, contre $C_d = 229,7$ counts et $C_m = -0,095$ pour le calcul RANS de référence de Lee et al. (2015), soit un écart inférieur à 1 %. Les deux études de maillage présentent en outre la même tendance. Le profil de base et le champ de pression sur lequel repose l'optimisation sont donc représentatifs.

Les données expérimentales du RAE2822 (Cook, McDonald et Firmin, 1979) correspondent à un point de vol différent : $C_d = 168$ counts à $C_l = 0,803$ ($\alpha = 2,79^\circ$), et non au point de dimensionnement ADODG ($C_l = 0,824$, $\alpha \approx 3,1^\circ$). En régime transsonique, ce léger surcroît de portance suffit à faire passer la traînée d'environ 168 à 230 counts, ce que confirme Lee et al. (2015), dont le calcul à $\alpha = 2,79^\circ$ redonne $C_d = 167$ counts, en accord avec l'expérience. La référence de Lee et al. (2015), dont le calcul de base concorde avec le présent travail, a par ailleurs été validée contre ces mesures expérimentales, ce qui conforte indirectement le profil de base retenu ici.

L'optimisation réduit la traînée de 23,0 % en NURBS ($228,8 \rightarrow 176,1$ counts) et de 28,5 % en iCST ($229,3 \rightarrow 164,0$ counts), tout en respectant la portance imposée et la contrainte de moment ($C_m \approx -0,08 \geq -0,092$). Cette réduction est réelle mais plus modérée que celle du benchmark de référence, où Lee et al. (2015) atteignent 48 % ($229,7 \rightarrow 119,2$ counts) en éliminant quasiment le choc. L'écart, d'environ 45 counts, s'explique par des choix de méthode : une optimisation sans gradient (NSGA-II) menée avec un nombre limité d'évaluations, une paramétrisation volontairement parcimonieuse (3 variables en iCST, 18 en NURBS, contre 17 et plus dans la référence), un maillage grossier pour la campagne d'optimisation, et une incidence fixée alors que la référence l'ajuste pour tenir exactement la portance. Lee et al. (2015) montrent d'ailleurs eux-mêmes que la profondeur de réduction dépend de la richesse de la paramétrisation. La démarche retenue ici privilégie donc la parcimonie et l'interprétabilité des variables, en vue de son extension au cas tridimensionnel, plutôt que la minimisation absolue de la traînée sur ce cas académique.

CHAPITRE 4

OPTIMISATION DE L'AILE 3D

4.1 Représentation géométrique et définition du problème

Cette aile est construite au travers de quatre sections de l'emplanture au bout d'aile.

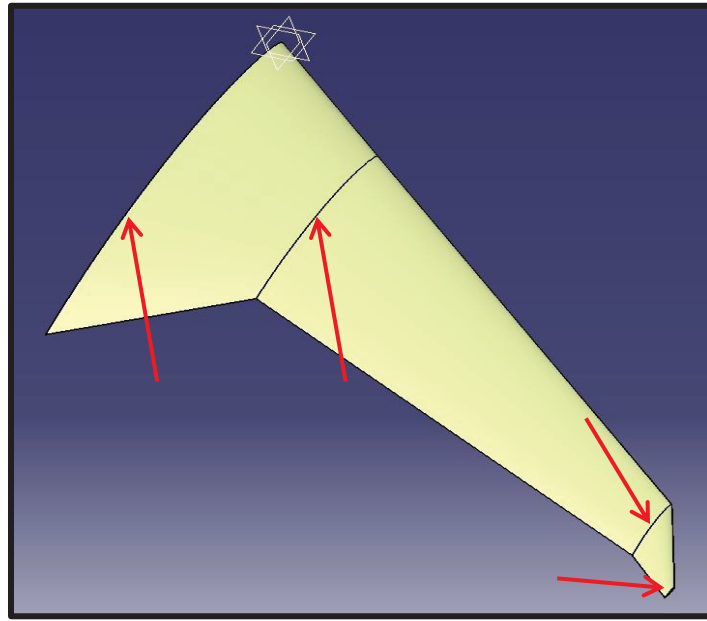


Figure 4.1 Aile 3D et ses quatre sections

On rappelle les équations paramétriques du profil iCST :

$$\left\{ \begin{array}{l} X(t) = Chord * t \\ Y_{extrados}(t) = Chord * t^{N1}(1-t)^{N2} * \sum_{i=0}^7 A_{iextrados} B_i^7(t) \\ Y_{intrados} = Chord * t^{N1}(1-t)^{N2} * \sum_{i=0}^7 A_{iintrados} B_i^7(t) \end{array} \right. \quad (4.1)$$

À chaque station j , il y a une corde $Chord_j$ bien précise. Et les paramètres x_{tmax} , f_{max} et x_{fmax} restent bien fixes.

A chaque station, il faudra donc faire varier la cambrure locale (*CamberScale*) et le vrillage (*Twist*). On a donc pour une section j :

$$\begin{cases} X(t) = Chord_j * t \\ Y(t) = y_j \\ Z_{extrados}(t) = Chord_j * CamberScale_j * t^{N1}(1 - t)^{N2} * K_{extrados} \end{cases} \quad (4.2)$$

Et à l'intrados :

$$\begin{cases} X(t) = Chord_j * t \\ Y(t) = y_j \\ Z_{intrados}(t) = Chord_j * CamberScale_j * t^{N1}(1 - t)^{N2} * K_{intrados} \end{cases} \quad (4.3)$$

y_j représente la position de la section dans la direction de l'envergure.

Le problème étudié s'inspire du cas ADODG 4.1, qui correspond à une minimisation de traînée à portance constante pour une aile de type CRM avec variation des sections et du vrillage sous écoulement gouverné par les équations de Navier–Stokes moyennées (RANS) (Nadarajah, 2013).

Le problème d'optimisation peut se résumer ainsi :

Minimiser C_D

Contraintes:

$$\begin{cases} C_L = 0.5 \\ C_M \geq -0.27 \\ Volume \geq Volume_{initial} \end{cases} \quad (4.4)$$

Pour une aile de transport, le C_L global est d'environ Ce C_L de 0.5 est déterminé pour un angle d'attaque $\alpha = 3^\circ$. C'est cet angle qui sera utilisé tout au long de l'optimisation.

Tableau 4.1 Paramètres de la simulation CFD 3D : conditions d'écoulement et réglages du solveur

Paramètre	Valeur
Densité	0.3839228 kg.m ⁻³
Nombre de Reynolds	5.3*10 ⁷
Mach	0.85
Angle d'attaque	3°
Longueur caractéristique	7.824 m
Pression	23877.5 Pa
Viscosité	1.421657e ⁻⁰⁵ kg.m ⁻¹ .s ⁻¹
Modèle de turbulence	<i>SST k – ω</i>
Altitude	35000 ft
Solveur	▪ Pressure based ▪ Time : Steady

Le workflow dans modeFRONTIER présenté à la Figure 4.2 reprend l'architecture générale de la boucle d'optimisation développée dans les chapitres précédents : génération paramétrique de la géométrie, maillage, simulation CFD, post-traitement et retour des réponses vers l'algorithme d'optimisation. Cette architecture permet d'automatiser l'enchaînement des étapes et d'assurer une exécution cohérente sur un grand nombre d'itérations.

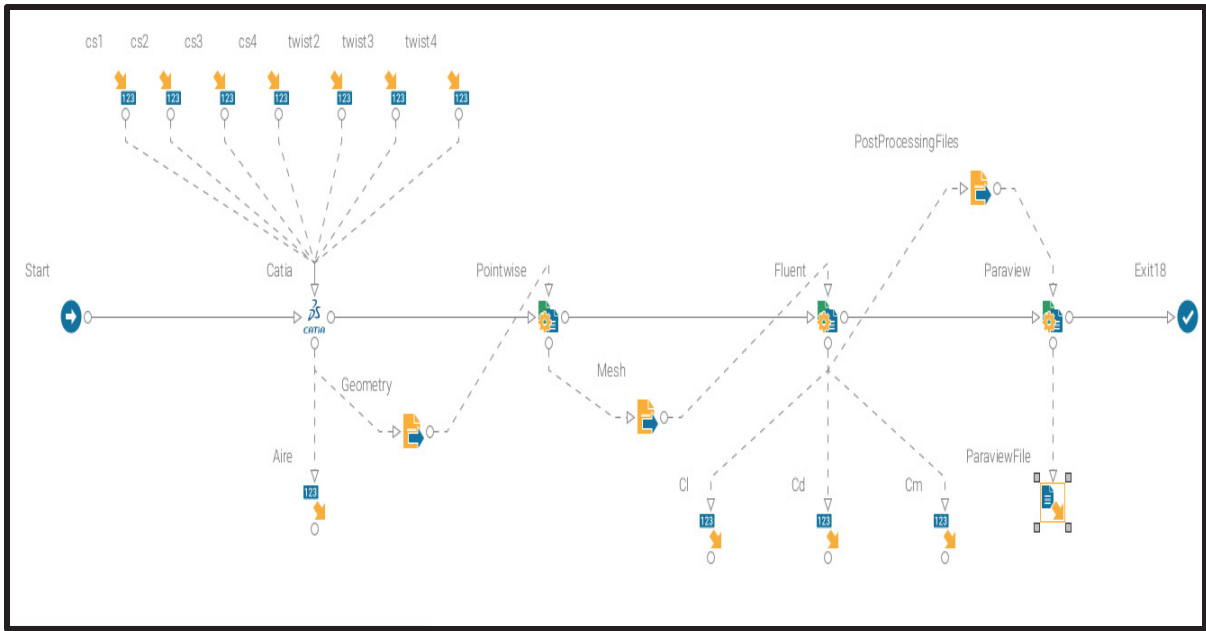


Figure 4.2 Workflow de l’optimisation 3D

4.2 Maillage

Un maillage surfacique puis volumique (demi-sphère) est généré autour de l’aile afin de bien capturer les gradients en bord d’attaque, les effets visqueux près de la paroi et la structure de l’écoulement dans le sillage.

Trois niveaux de raffinement (grossier, moyen et fin) sont construits en réduisant progressivement les espacements caractéristiques et en augmentant le nombre total de cellules, comme présenté au Tableau 4.2.

Tableau 4.2 Paramètres de maillage pour l’aile 3D

Maillage	Cellules	Off-Wall Spacing	y^+
Grossier	944 482	$3.2.10^{-6}$	0.8
Moyen	1 935 086	$8.7.10^{-7}$	0.5
Fin	2 679 314	$4.1.10^{-7}$	0.33

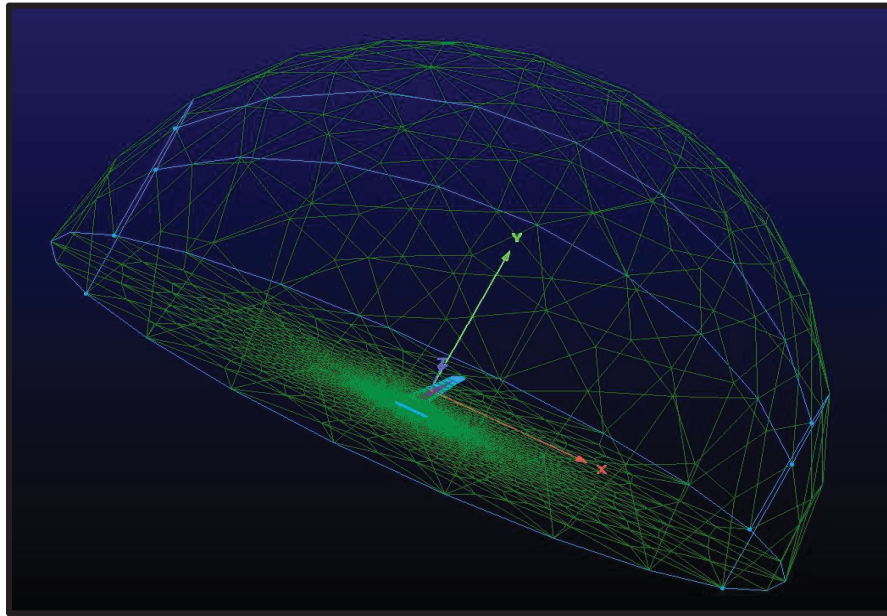


Figure 4.3 Maillage volumique de l'aile

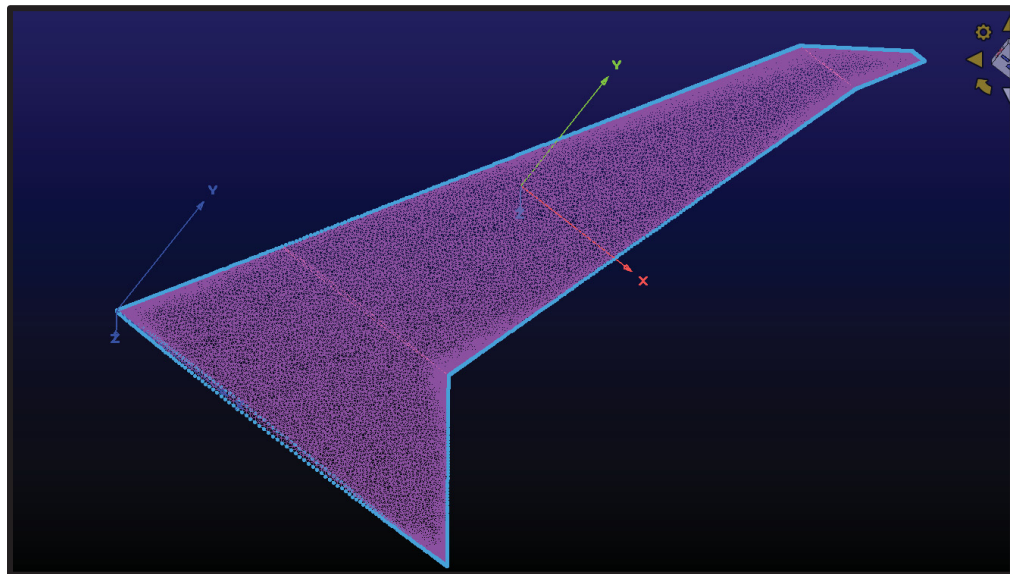


Figure 4.4 Maillage de surface de l'aile

4.3 Résultats de l'optimisation

Après environ 1000 itérations, une solution optimale se dégage à travers le front de Pareto

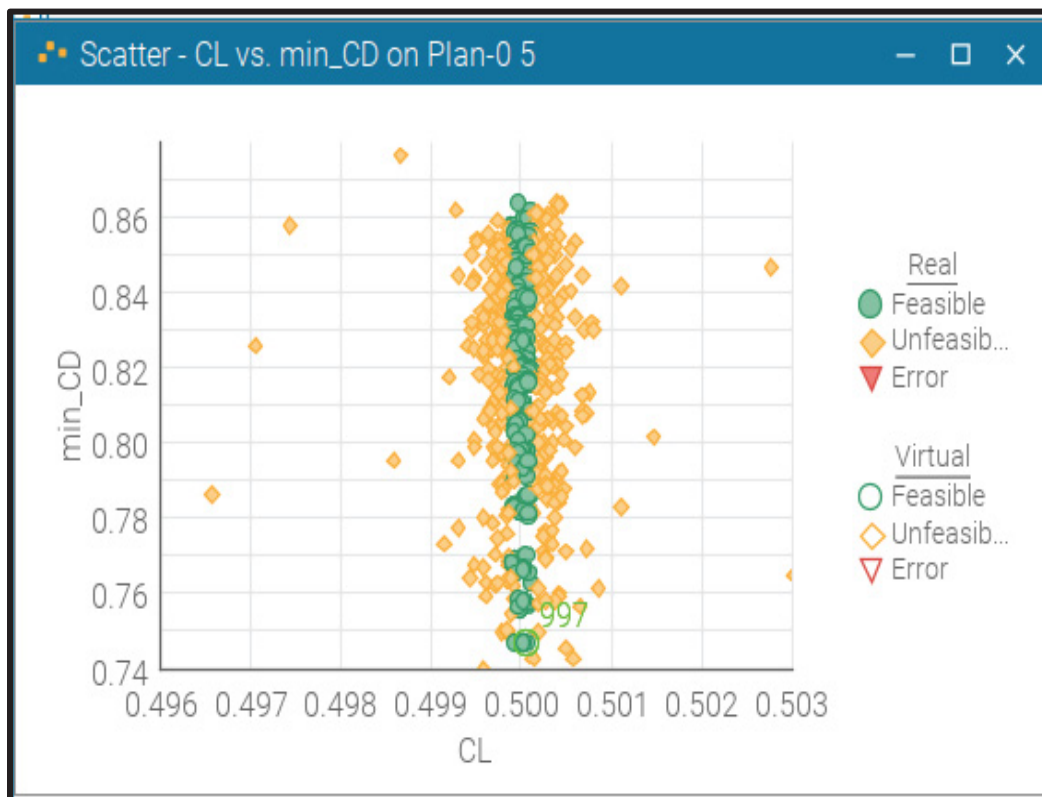


Figure 4.5 Front de Pareto de l'optimisation 3D de l'aile (traînée minimisée à portance imposée)

Le tableau des variables optimisées (Tableau 4.3) montre que l'algorithme a identifié une combinaison non uniforme des facteurs de cambrure et du vrillage le long de l'envergure, ce qui est physiquement cohérent dans un problème de minimisation de traînée sous contrainte de portance.

Tableau 4.3 Valeurs optimisées des variables de conception 3D (facteurs de cambrure et angles de vrillage par section)

Paramètre	Valeur
CamberScale1	0.95
CamberScale2	1.015
CamberScale3	0.977
CamberScale4	1.004
Twist2	0.63°
Twist3	2.64°
Twist4	0.07°

Les paramètres de cambrure indiquent une réduction de cambrure à l'emplanture, une légère augmentation à la station 2, une réduction modérée à la 3eme station et un retour proche de la référence en bout d'aile.

Cette distribution suggère que l'optimisation ne cherche pas une augmentation uniforme de la cambrure, mais une redistribution de la charge tout au long de l'envergure, afin d'ajuster localement la contribution des sections à la portance et au moment, tout en contrôlant la traînée globale.

Concernant le twist, la station 3 présente la variation de vrillage la plus marquée, ce qui indique que la zone médiane (mi-envergure) joue un rôle important dans le compromis aérodynamique atteint. À l'inverse, la faible valeur en station 4 suggère une correction plus limitée près du bout d'aile.

Tableau 4.4 Comparaison CFD des coefficients aérodynamiques des ailes initiale et optimisée ($M = 0,85$; $CL = 0,5$)

Maillage	C_L	C_D	C_M
Grossier	0.500	0.0361429	-0.272561
Grossier (Opti)	0.501	0.0278172	-0.241111

La contrainte de portance est bien respectée dans cette boucle d'optimisation. Nous n'avons en effet qu'un écart relatif de 0.2%.

La traînée évolue de 361.429 counts à 278.172 counts, ce qui correspond à un gain absolu de 83.257 counts (environ 23.03 %). Cette amélioration traduit l'efficacité de la combinaison des variables de cambrure et de vrillage pour redistribuer la charge aérodynamique le long de l'envergure dans les conditions de vol considérées.

Le coefficient de moment de tangage évolue de $C_M = -0.272561$ à $C_M = -0.241111$: le moment reste à piquer mais devient moins prononcé, soit une baisse d'environ 11.54 % en valeur absolue. Ce moment n'est pas une cible d'optimisation. Il est surveillé via sa contrainte ($C_M \geq -0.27$). Sa réduction reste favorable au niveau avion car un moment à piquer plus faible allège l'effort de trim, point sensible pour une configuration HWB dont l'influence sur le tangage est limitée.

Globalement, ces résultats montrent que l'optimisation 3D permet d'obtenir simultanément une réduction importante de la traînée et une amélioration du moment de tangage, tout en maintenant la portance imposée. Ils confirment ainsi l'intérêt de la méthodologie proposée pour le contrôle aérodynamique du moment dans une boucle d'optimisation de formes.

La courbe de convergence de la figure 4.6 montre que l'algorithme explore l'espace puis concentre progressivement la population vers des géométries à plus faible traînée.

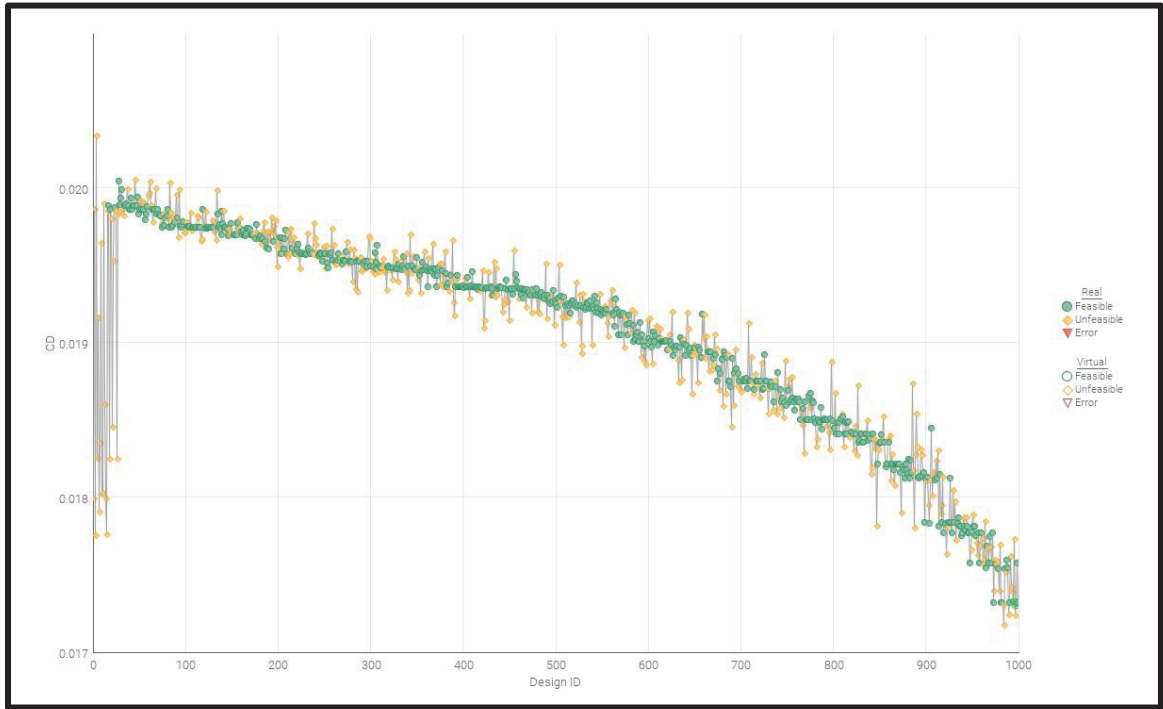


Figure 4.6 Coefficient de traînée en fonction des itérations

Les figures 4.7 à 4.11 présentent la comparaison des distributions de coefficient de pression C_p aux différentes sections de l'aile. Cette comparaison permet d'interpréter physiquement les variations observées sur les coefficients globaux C_D et C_M . Les figures de C_p montrent que l'optimisation 3D agit de manière non uniforme le long de l'envergure, ce qui est cohérent avec la présence de variables de design CamberScale et Twist par station.

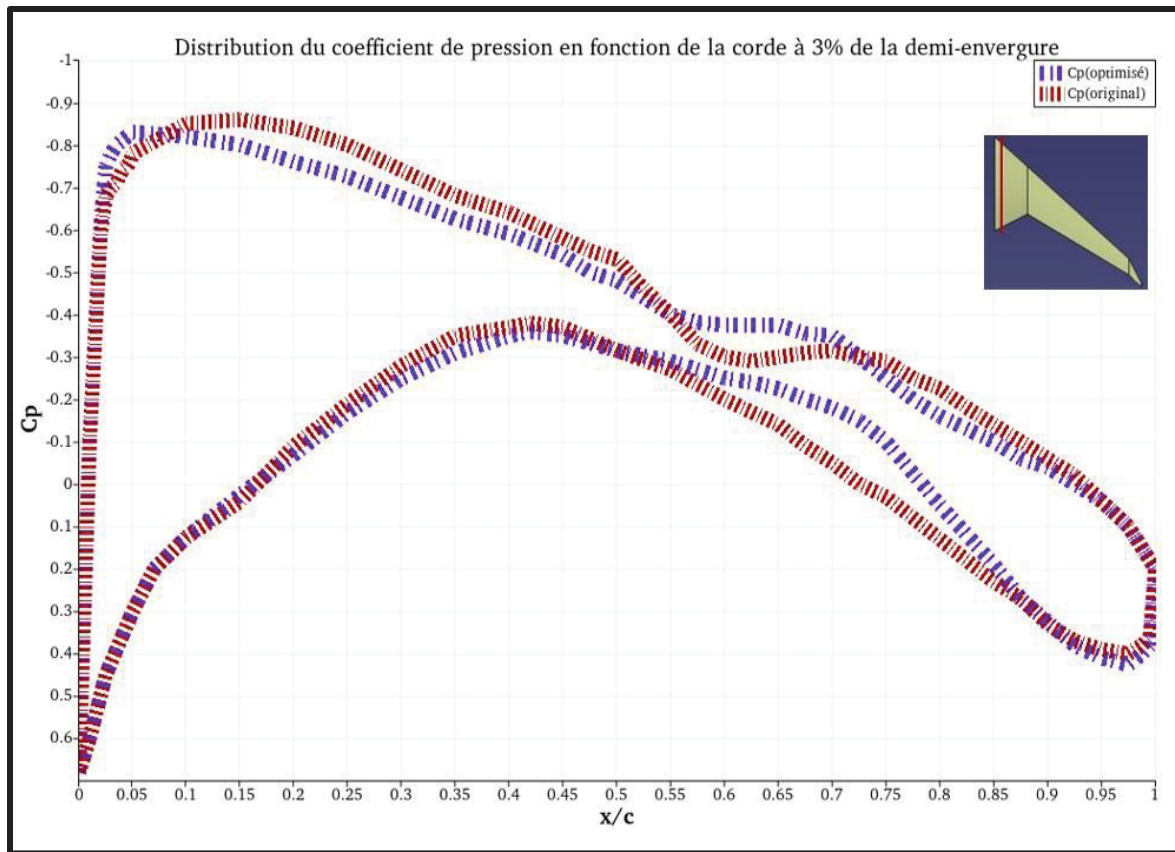


Figure 4.7 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 3 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$)

Au voisinage de l'emplanture, les distributions de C_p de l'aile initiale et de l'aile optimisée restent proches. Sur l'extrados, la zone de succion est légèrement abaissée et le pied de choc peu déplacé, ce qui est cohérent avec la réduction de cambrure appliquée à cette station ($\text{CamberScale1} = 0.95$). L'intrados est quasi inchangé.

Cette section porte néanmoins une part importante de la charge, et la distribution de portance (Figure 4.16) montre que l'aile optimisée y recharge légèrement l'emplanture. Compte tenu de la flèche, ce report de charge vers l'intérieur avance le centre de poussée et participe à la réduction du moment à piquer discutée plus haut. L'effet sur le moment provient donc surtout de la répartition d'ensemble de la charge, et non de la seule modification locale due à cette station.

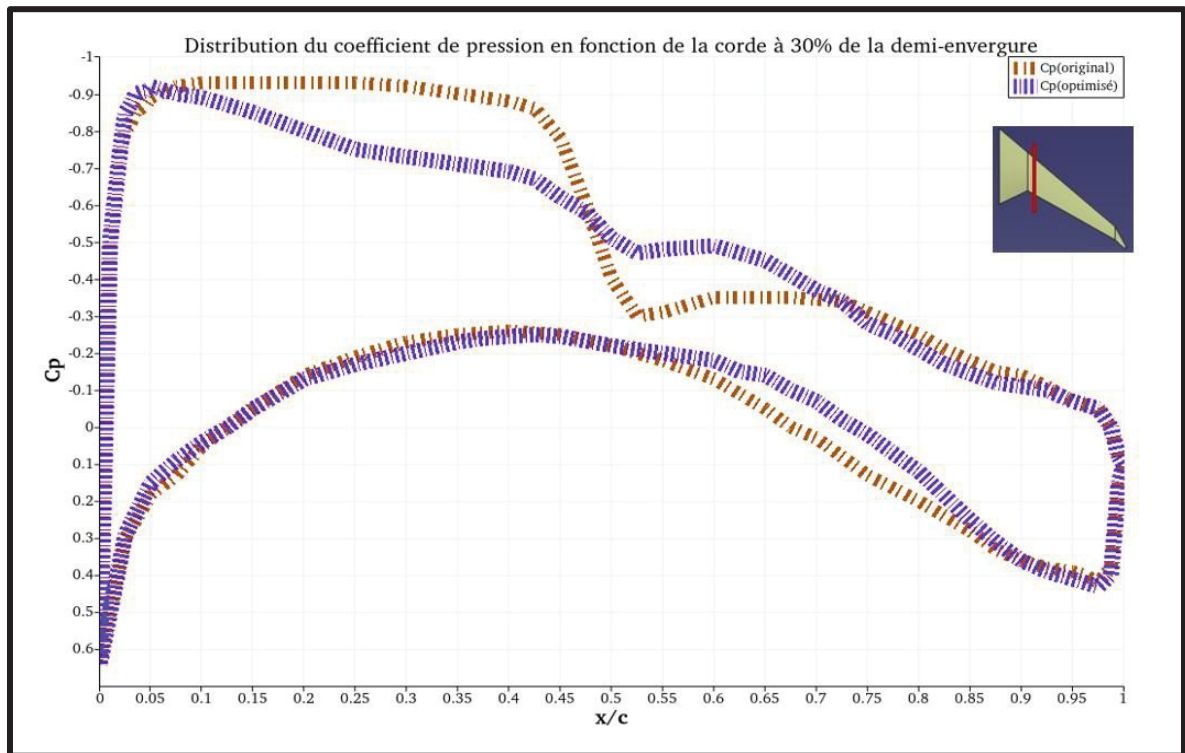


Figure 4.8 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 30 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$)

À 30 % de l'envergure, l'écart entre les deux distributions s'accroît sur l'extrados. Sur l'aile initiale, la succion se maintient en un plateau étendu suivi d'une recompression brutale caractéristique d'un choc. Sur l'aile optimisée, ce plateau est abaissé et la recompression devient plus progressive, signe d'un choc atténué. La réduction de l'intensité du choc à cette station traduit directement une baisse de traînée d'onde.

Ce comportement est cohérent avec l'action combinée de la cambrure et du vrillage à cette station ($\text{CamberScale2} = 1.015$, $\text{Twist2} = 0.63^\circ$), qui ajustent l'incidence effective locale et lissent le gradient de pression sur l'extrados.

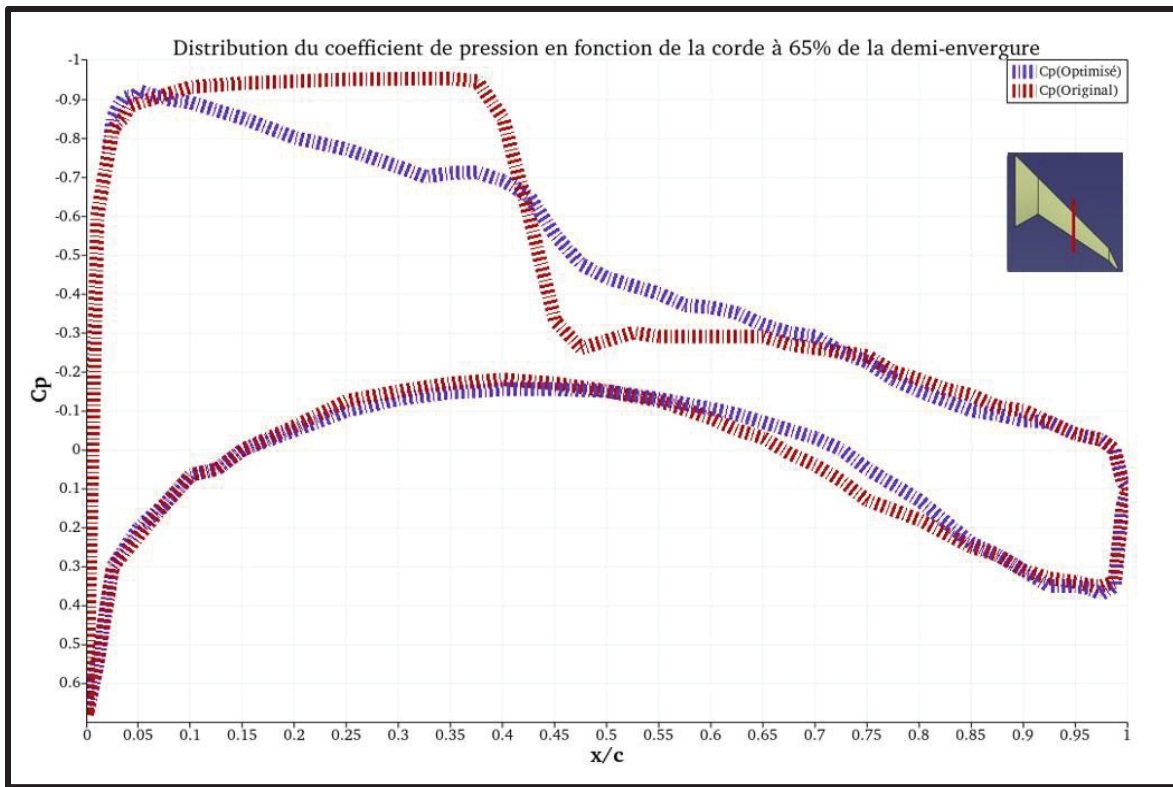


Figure 4.9 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 65 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$)

À 65 % de l'envergure, à mi-parcours vers le bout d'aile, l'écart entre les deux distributions est le plus marqué de toutes les sections. Sur l'aile initiale, l'extrados présente un plateau de succion étendu terminé par un choc net vers le milieu de corde. Sur l'aile optimisée, le plateau est nettement remodelé et la recompression étalée, ce qui correspond à un choc sensiblement affaibli.

Cette station porte la variation de vrillage la plus forte ($\text{Twist}_3 = 2.64^\circ$) et une réduction de cambrure ($\text{CamberScale}_3 = 0.977$). C'est aussi la zone où la distribution de portance (Figure 4.15) montre la plus forte baisse de portance locale de l'aile optimisée. La conjonction de ces éléments désigne la mi-envergure comme le principal contributeur à la baisse de traînée d'onde. En diminuant la portance sur cette partie de l'aile, l'optimisation déplace aussi le centre de poussée vers l'avant, ce qui réduit le moment à piquer et donc $|C_M|$.

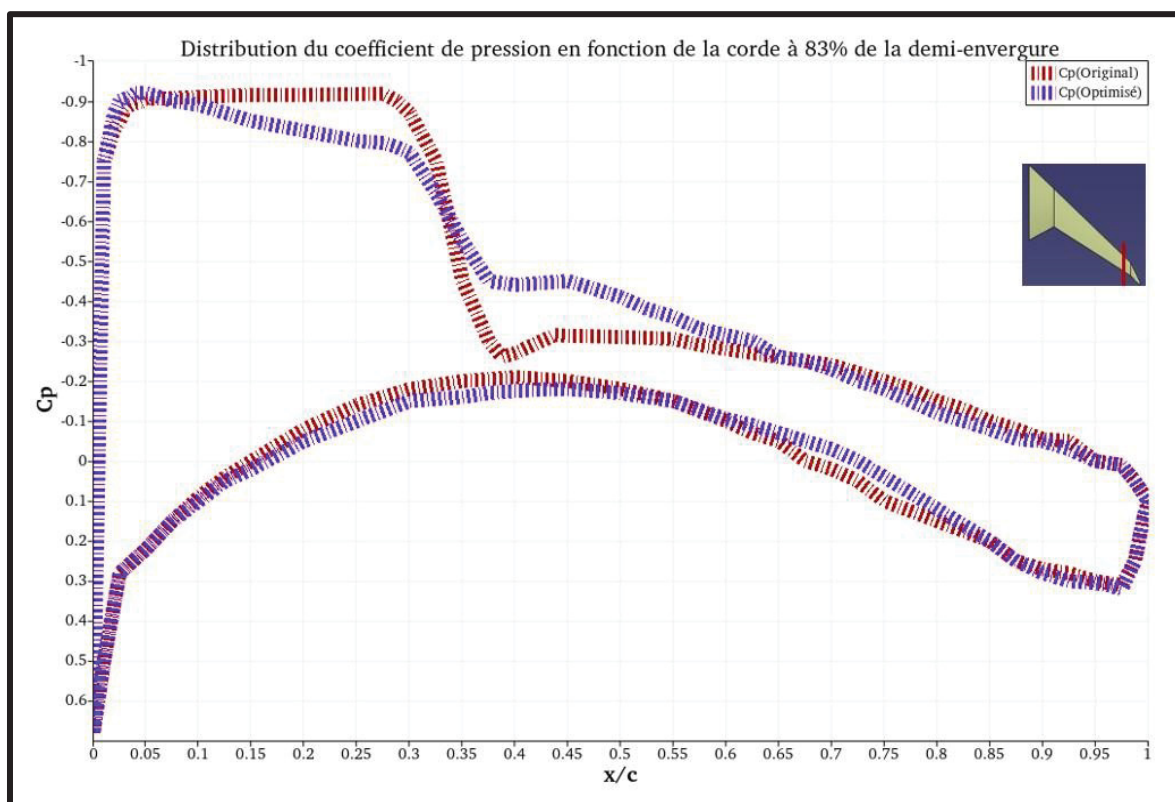


Figure 4.10 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 83 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$)

À 83 % de l'envergure, les tendances observées à mi-envergure se prolongent mais s'atténuent. L'extrados de l'aile optimisée conserve une recompression plus douce que l'aile initiale, avec un choc encore visible mais moins intense. L'écart entre les deux distributions reste net sans atteindre l'ampleur de la section à 65 %.

Cette station se situe dans la zone de transition entre la mi-envergure, fortement retravaillée, et le bout d'aile, peu modifié. La baisse de portance locale visible sur la distribution de portance s'y poursuit, ce qui confirme le caractère progressif de la correction apportée le long de l'envergure.

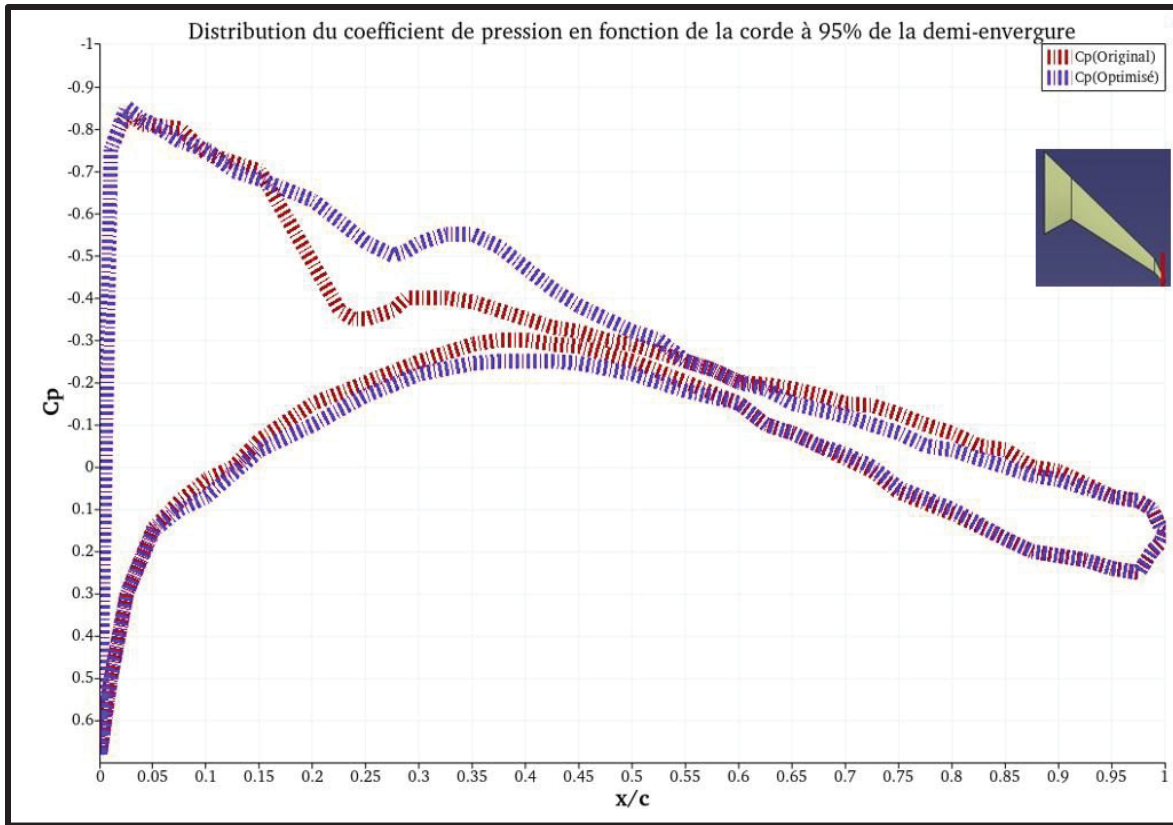


Figure 4.11 Comparaison des distributions de C_p des ailes initiale et optimisée à 95 % de la demi-envergure ($M = 0,85$; $CL = 0,5$)

Près du bout d'aile, les distributions de C_p de l'aile initiale et de l'aile optimisée sont proches, avec des écarts plus faibles que dans les sections proches de l'emplanture et à mi-envergure. La charge sectionnelle y est réduite et l'écoulement davantage marqué par les effets tridimensionnels de bout d'aile.

Ce faible écart reflète directement les variables retenues à cette station, restées proches de la référence ($CamberScale4 = 1.004$, $Twist4 = 0.07^\circ$). L'optimiseur n'a donc quasiment pas modifié le bout d'aile, ce qui est cohérent avec sa faible contribution à la charge et à la traînée d'onde, et évite d'introduire des gradients inutiles dans une région déjà sensible aux effets tridimensionnels.

Un maillage plus fin a été construit autour de la géométrie optimisée afin de vérifier la convergence de la solution retenue et de confirmer les performances obtenues sur le maillage grossier.

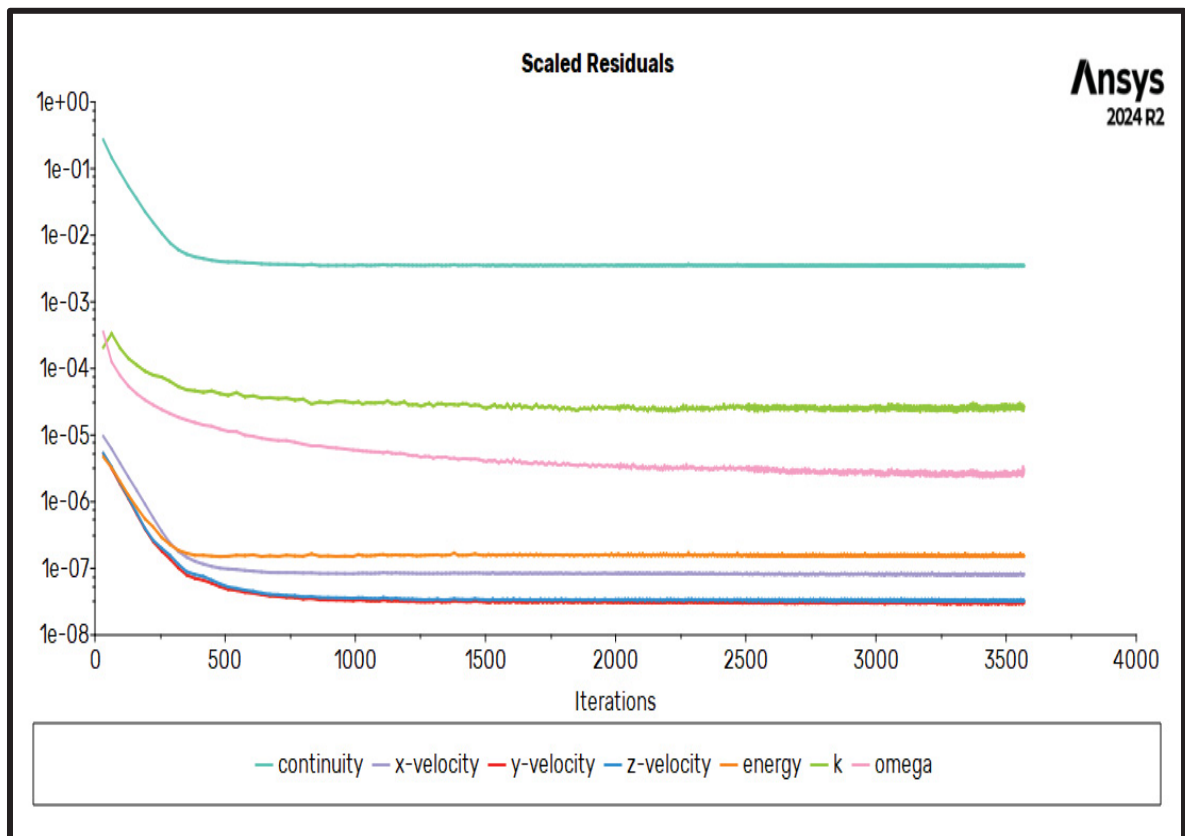


Figure 4.12 Évolution des résidus de la simulation CFD 3D sur maillage fin

La Figure 4.12 présente l'évolution des résidus. Après une phase transitoire, toutes les grandeurs se stabilisent et restent constantes jusqu'à la fin du calcul. Le résidu de continuité plafonne autour de $3 \cdot 10^{-3}$, les grandeurs turbulentes k et ω se situent quelques ordres de grandeur plus bas, et les équations de quantité de mouvement et d'énergie descendent jusqu'à 10^{-7} à 10^{-8} . Cette stabilisation sur plusieurs ordres de grandeur, sans dérive ni oscillation entretenue, indique une solution convergée.

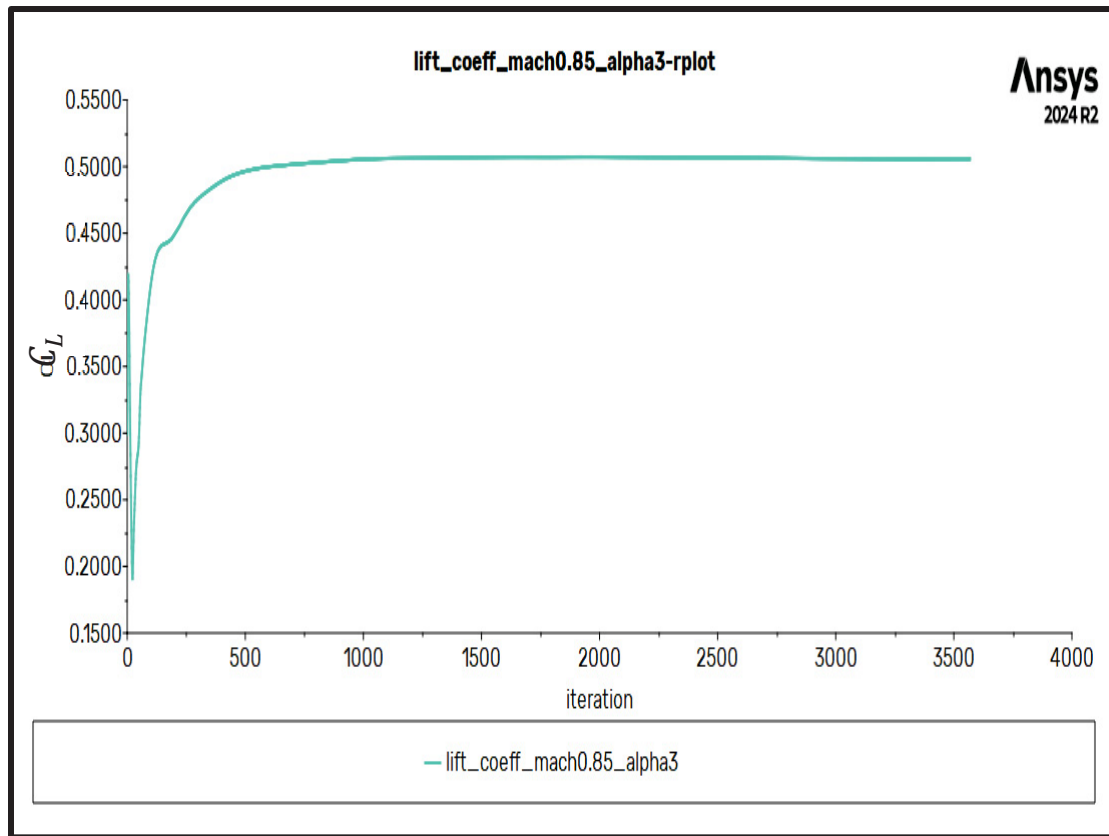


Figure 4.13 Évolution du coefficient de portance CL au cours des itérations (maillage fin, $M = 0,85$)

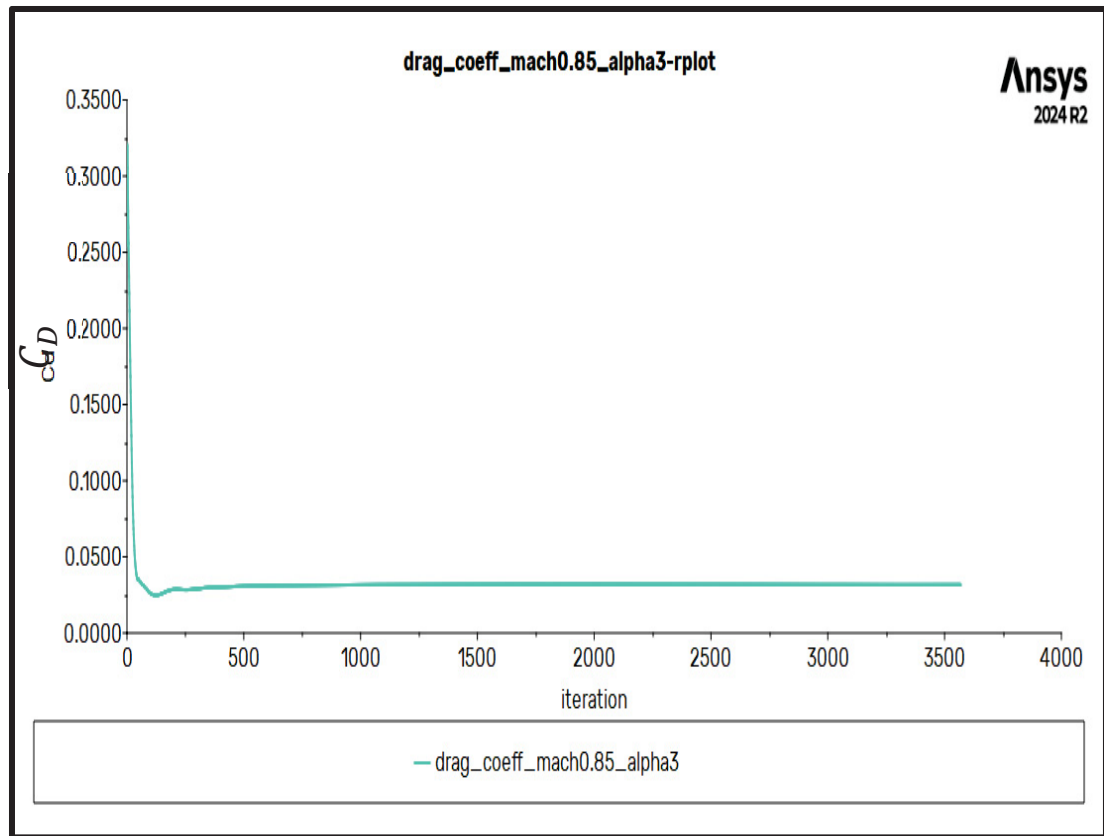


Figure 4.14 Évolution du coefficient de traînée C_D au cours des itérations (maillage fin, $M = 0,85$)

Les coefficients aérodynamiques confirment cette convergence. Le coefficient de portance (Figure 4.13) atteint un palier dès quelques centaines d'itérations et se maintient autour de 0.505, en accord avec la portance imposée ($C_L = 0.5$). Le coefficient de traînée (Figure 4.14) se stabilise de la même manière autour de 0.028, valeur pratiquement identique à celle obtenue sur le maillage grossier (0.0278). Le maillage fin confirme donc à la fois le niveau de portance et celui de traînée de la solution optimisée, ce qui valide le choix du maillage grossier pour la campagne d'optimisation et conforte les gains rapportés au Tableau 4.3.

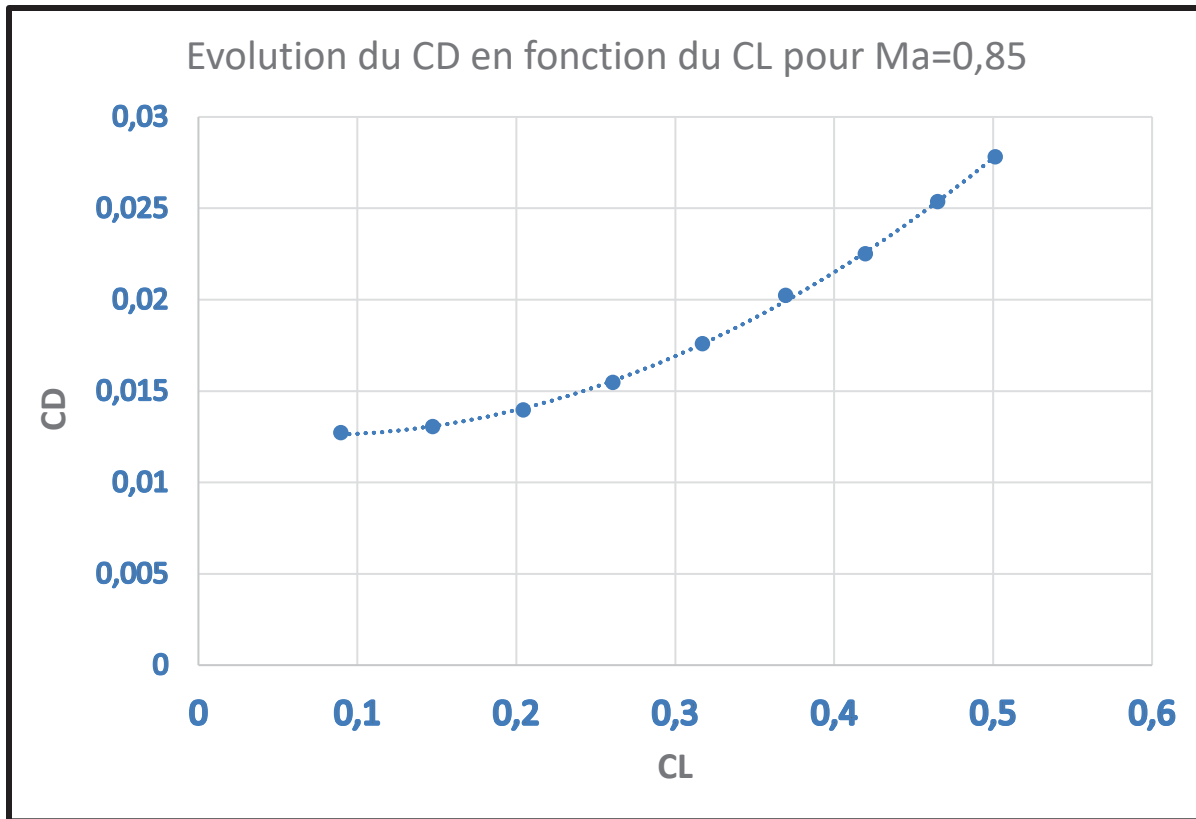


Figure 4.15 Polaire de l'aile optimisée : évolution du C_D en fonction du C_L à $M = 0,85$

La polaire (Fig 4.15) donne l'évolution de C_D en fonction de C_L à $M = 0.85$ pour l'aile optimisée. La traînée croît de façon monotone avec la portance, d'environ 0.0127 à bas C_L jusqu'à 0.0278 au point de dimensionnement $C_L = 0.5$. La pente reste modérée jusqu'à $C_L \approx 0.3$ puis s'accroît, ce qui traduit la montée conjointe de la traînée induite (en C_L^2) et de la contribution d'onde propre au régime transsonique. La valeur au point de calcul ($C_D \approx 0.0278$) coïncide avec le résultat du Tableau 4.3, ce qui confirme la cohérence de la solution sur toute la plage de C_L explorée.

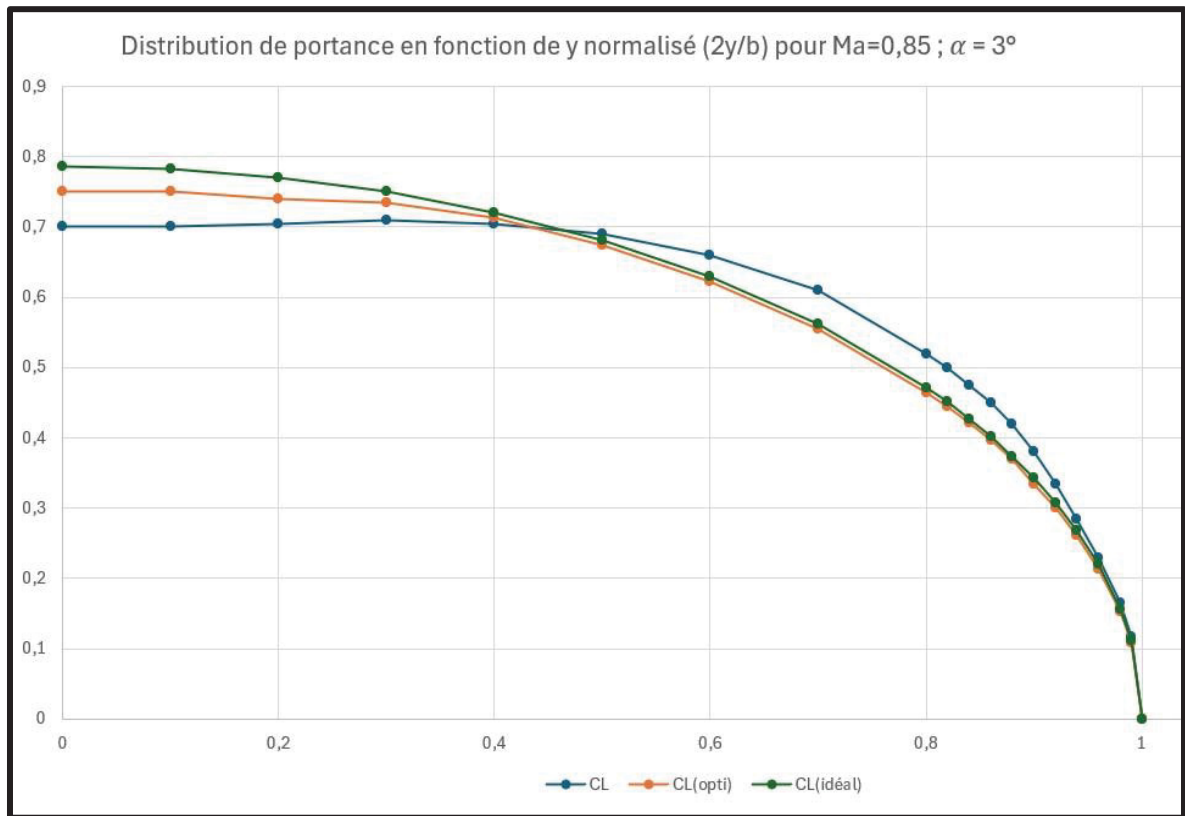


Figure 4.16 Distribution de portance entre l'aile initiale et l'aile optimisée

La Figure 4.16 compare la distribution de portance de l'aile initiale et de l'aile optimisée le long de la demi-envergure ($2y/b$), à $M = 0.85$ et $\alpha = 3^\circ$. Les deux distributions correspondent à la même portance globale imposée ($C_L = 0.5$) : la comparaison porte donc sur la répartition de la charge et non sur son niveau total.

L'aile optimisée recharge la région d'emplanture, où la portance locale passe d'environ 0.70 à 0.75 en deçà de $2y/b \approx 0.4$. Au-delà d'un croisement situé vers $2y/b \approx 0.45$, la tendance s'inverse : l'aile optimisée porte moins que l'aile initiale sur toute la zone médiane et externe, les deux courbes se rejoignant au bord marginal. L'optimisation déplace donc la charge vers l'intérieur de l'aile.

Rapportée à la distribution elliptique idéale, ajoutée en référence sur la figure et associée à la traînée induite minimale pour l'envergure et la portance considérées, la distribution optimisée s'en rapproche. La charge initiale, trop soutenue en zone externe (de l'ordre de 0.74 fois la valeur d'emplanture vers $2y/b = 0.8$, contre environ 0.60 pour l'ellipse), est ramenée près du niveau elliptique par l'optimisation. L'écart résiduel à l'ellipse reflète le compromis avec la traînée d'onde propre au régime transsonique et le respect de la contrainte sur le moment. Ce report de charge vers l'emplanture éclaire aussi l'évolution du moment de tangage. Compte tenu de la flèche de l'aile, les sections internes sont situées plus en avant que les sections externes ; concentrer la charge à l'intérieur avance le centre de poussée et réduit le moment à piquer, en cohérence avec le passage de C_M de -0.2726 à -0.2411 . La distribution de portance relie ainsi les deux résultats globaux : la baisse de traînée, obtenue en rapprochant la charge de l'optimum induit tout en réorganisant les chocs section par section (Figures 4.7 à 4.11), et la réduction de $|C_M|$, issue du recentrage de la charge vers l'avant.

4.4 Aile-fuselage

L'aile optimisée est ensuite raccordée au demi-fuselage afin d'évaluer la configuration complète par simulation CFD. Cette étape situe l'optimisation de l'aile dans son cadre d'ensemble, comme sous-modèle de la boucle avion complet en configuration HWB.

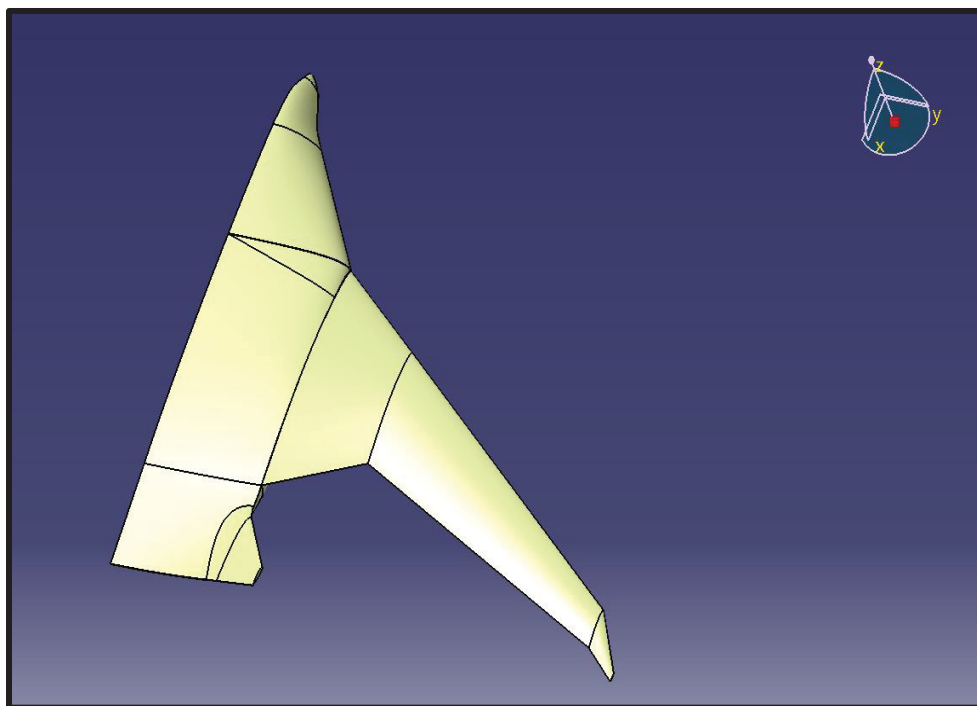


Figure 4.17 Jonction aile-demi-avion



Figure 4.18 Raccord fait à la jonction aile-fuselage

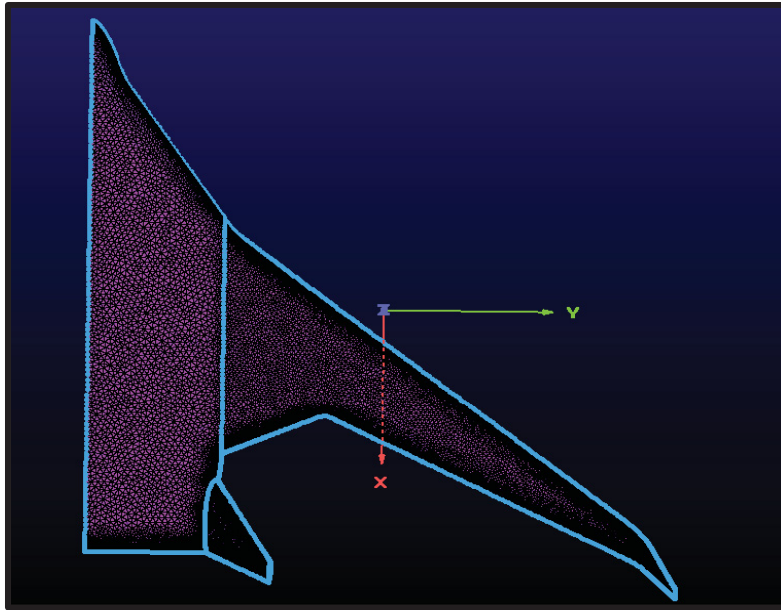


Figure 4.19 Maillage surfacique de l'aile-fuselage

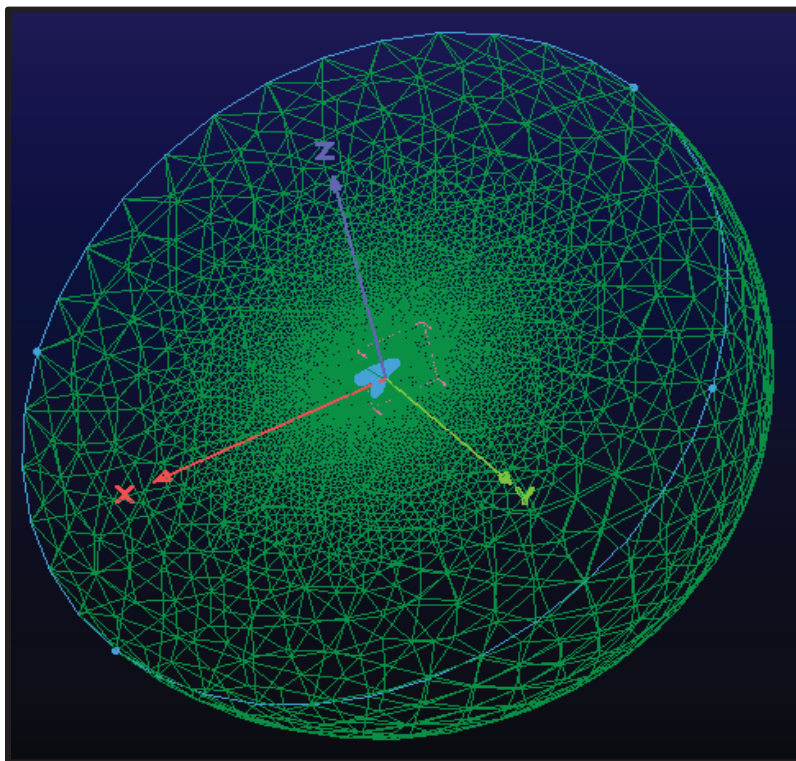


Figure 4.20 Maillage volumique autour de la configuration aile-fuselage

La hauteur de première couche est fixée à $3 \cdot 10^{-6}$ m, avec un taux de croissance (growth rate) de 1,2.

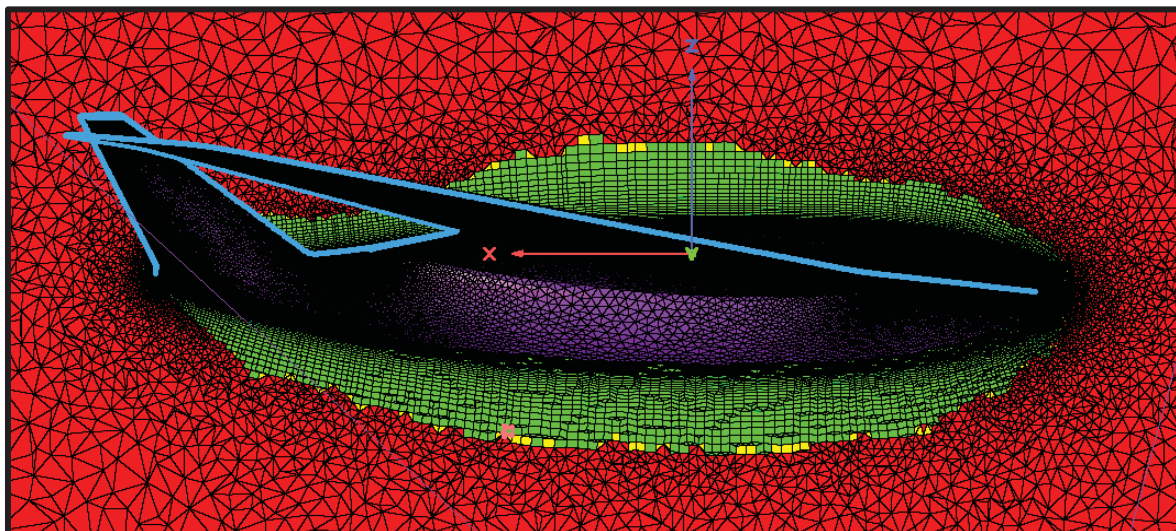


Figure 4.21 Répartition des prismes autour de l'avion

La simulation est réalisée dans les mêmes conditions de vol que pour l'aile seule.

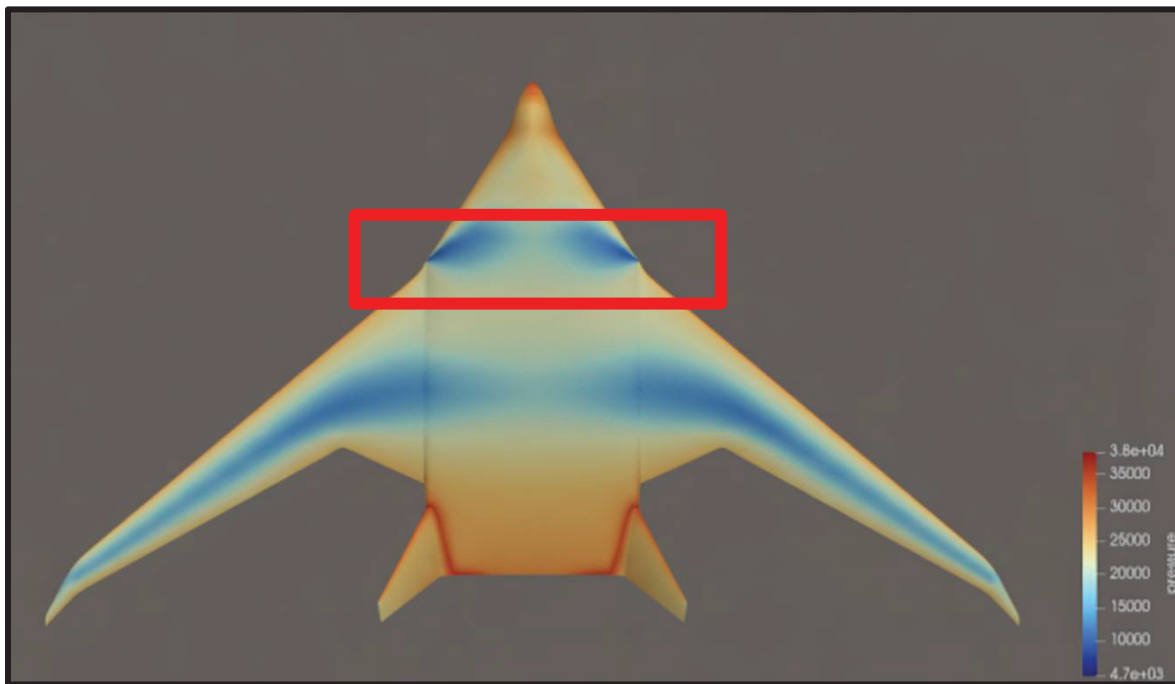


Figure 4.22 Champ de pression sur la configuration aile-fuselage complète (vue de dessus)

Le champ de pression de la configuration complète (Figure 4.22) fait apparaître des irrégularités localisées au raccord entre l'aile et le fuselage. Ces artefacts sont concentrés à la jonction et n'affectent pas le comportement de l'aile mis en évidence précédemment. Ils proviennent vraisemblablement de la qualité du raccord aile-fuselage et de la géométrie du fuselage, qui n'a pas été conçue dans le cadre de ce travail. Le raccord mériterait donc d'être affiné avant toute exploitation quantitative de la configuration intégrée.

Cette étape reste cohérente avec la démarche d'ensemble : l'aile a été optimisée comme sous-modèle, et la simulation de la configuration complète permet de situer ce sous-modèle à l'échelle de l'avion et d'identifier les points d'intégration à traiter, au premier rang desquels la jonction aile-fuselage.

CONCLUSION

La présente étude a porté sur l'optimisation aérodynamique d'une aile, traitée comme sous-modèle d'une boucle d'optimisation avion complet en contexte d'aile intégrée (HWB). Le problème consiste à minimiser la traînée à portance imposée tout en surveillant le moment de tangage, au moyen d'une démarche couplant la CAO, le maillage, la CFD, le post-traitement et l'optimisation. Les objectifs fixés ont été atteints à travers une progression allant des aspects théoriques à la paramétrisation géométrique, puis à la mise en œuvre de la chaîne numérique et aux résultats obtenus en 2D puis en 3D.

Les résultats ont montré qu'en agissant sur la géométrie du profil puis sur la géométrie 3D de l'aile (cambrure et vrillage en envergure), il est possible de réduire significativement la traînée tout en maintenant la portance imposée. Le moment de tangage, suivi comme grandeur de surveillance via sa contrainte, reste maîtrisé et voit même sa valeur absolue diminuer, ce qui allège l'effort de trim requis à l'échelle de l'avion complet.

Les travaux menés en 2D sur le profil RAE2822 ont permis de comparer deux approches de paramétrisation, soit les NURBS et l'iCST, dans un cadre CFD identique. Cette comparaison a montré une bonne cohérence des tendances entre les deux approches, tout en mettant en évidence l'intérêt particulier de la paramétrisation iCST, notamment en raison de la meilleure interprétabilité des variables géométriques et du nombre de variables de design utilisés pour l'optimisation. Le profil optimisé iCST a ensuite été retenu comme base pour l'optimisation 3D de l'aile.

En 3D, les résultats obtenus ont confirmé la pertinence de la méthodologie proposée. L'optimisation de l'aile a permis de conserver la portance cible ($C_L \approx 0.5$) et de réduire la traînée de manière notable, tout en rendant le moment de tangage moins négatif, ce qui va dans le sens d'un trim allégé sans être un objectif direct de l'optimisation. L'analyse des distributions de pression C_p aux différentes sections de l'aile a permis de relier ces gains à une

redistribution cohérente de la charge aérodynamique, en particulier sur l'extrados en régime transsonique et vers la mi-envergure.

Malgré ces avancées, certaines limitations doivent être prises en considération. L'utilisation d'un maillage grossier pour les campagnes d'optimisation, justifiée par le nombre élevé d'évaluations CFD requises par la boucle d'optimisation, implique que les gains quantitatifs gagneraient à être systématiquement confirmés sur maillage fin, comme cela a été fait pour la solution 3D retenue. Par ailleurs, le moment de tangage n'est pas optimisé directement mais surveillé via sa contrainte : sa réduction observée est un effet favorable de la minimisation de traînée à portance imposée, et non une cible atteinte de façon garantie. Enfin, les résultats restent dépendants des hypothèses numériques retenues (modèle de turbulence, conditions de vol, calcul stationnaire), ce qui limite leur généralisation immédiate à d'autres configurations sans adaptation.

En résumé, cette étude fournit une méthodologie et des éléments numériques solides pour l'optimisation de l'aile comme sous-modèle d'une boucle d'optimisation avion complet, avec minimisation de la traînée à portance imposée et surveillance du moment de tangage. La chaîne développée (CATIA, Pointwise, Fluent, modeFRONTIER), combinée à une paramétrisation adaptée et à l'algorithme NSGA-II, offre une base robuste pour les travaux futurs d'optimisation à l'échelle de l'avion complet, notamment en contexte HWB.

Afin de consolider les résultats obtenus dans cette recherche et d'élargir leur portée, des recherches futures pourraient :

- Valider systématiquement les solutions optimisées sur des maillages plus fins et quantifier l'incertitude de discrétisation sur C_D et C_M .
- Reformuler le problème d'optimisation en intégrant plus explicitement le moment de tangage (objectif dédié, contrainte plus stricte, pénalisation adaptative ou formulation multiobjectif avec C_M).

- Introduire l'angle d'incidence comme variable de la boucle, afin d'imposer exactement la portance cible par ajustement de l'incidence plutôt que par la seule géométrie, à la manière d'un avion trimé en croisière.
- Étendre la paramétrisation 3D (épaisseur, bord de fuite, variables supplémentaires de cambrure/vrillage) afin d'augmenter les degrés de liberté disponibles pour l'optimisation.
- Étudier la configuration aile-fuselage complète afin de prendre en compte les effets d'interférence aérodynamique sur la traînée et le moment de tangage.
- Réaliser une analyse multi-point (plusieurs Mach, incidences et altitudes) afin d'évaluer la robustesse des performances, en traînée comme en moment de tangage, sur un domaine de vol élargi.
- Comparer différents algorithmes d'optimisation (gradient, hybrides, heuristiques avancées) afin d'améliorer l'efficacité de convergence de la boucle, en particulier pour des problèmes intégrant davantage de variables et de contraintes.
- Intégrer un déformeur de maillage (mesh-mover) qui adapte le maillage existant à chaque nouvelle géométrie au lieu de le régénérer entièrement, afin de réduire le temps de maillage et de fiabiliser la boucle d'optimisation.

BIBLIOGRAPHIE

- Babinsky, H., & Harvey, J. K. (Éds). (2011). *Shock Wave-Boundary-Layer Interactions*. Cambridge :Cambridge University Press.
- Chai, X., Yu, X., & Wang, Y. (2018). Multipoint optimization on fuel efficiency in conceptual design of wide-body aircraft. *Chinese Journal of Aeronautics*, 31(1), 99-106. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2017.10.006>
- Chen, S., Lyu, Z., Kenway, G. K., & Martins, J. R. R. A. (2015). Aerodynamic Shape Optimization of the Common Research Model Wing-Body-Tail Configuration. Dans *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*. Kissimmee, Florida : American Institute of Aeronautics and Astronautics. <https://doi.org/10.2514/6.2015-1718>
- Cook, P. H., McDonald, M. A., & Firmin, M. C. P. (1979). *Aerofoil RAE 2822 : pressure distributions, and boundary layer and wake measurements* (AGARD Advisory Report No. 138). Advisory Group for Aerospace Research and Development.
- Duraisamy, K., Iaccarino, G., & Xiao, H. (2019). Turbulence modeling in the age of data. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 51, 357-377. <https://doi.org/10.1146/annurev-fluid-010518-040547>
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182-197.
- Federal Aviation Administration. (2023). Aerodynamics of Flight. Dans *Pilot's Handbook of Aeronautical Knowledge* (FAA-H-8083-25A, p. 41). Oklahoma : (s.n.).
- Gaitonde, D. V. (2015). Progress in shock wave/boundary layer interactions. *Progress in Aerospace Sciences*, 72, 80-99. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2014.09.002>
- Gramanzini, J.-R. (2015). *ADJOINT-BASED AIRFOIL SHAPE OPTIMIZATION IN TRANSONIC FLOW* (Mémoire de maîtrise). MISSOURI UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY, Missouri.
- Harris, D. (1990). *NASA Supercritical Airfoils* (Rapport No. 2969). Hampton : Langley Research Center, NASA.

- Kennedy, J., & Eberhart, R. (1995). Particle swarm optimization. Dans *Proceedings of ICNN'95 – International Conference on Neural Networks* (Vol. 4, p. 1942-1948). Perth, Australie : IEEE.
- Koo, D., & Zingg, D. W. (s.d.). An Investigation into Aerodynamic Shape Optimization of Planar and Nonplanar Wings.
- Kulfan, B., & Bussoletti, J. (2006). « *Fundamental* » *Parameteric Geometry Representations for Aircraft Component Shapes*. Portsmouth, Virginia : (s.n). <https://doi.org/10.2514/6.2006-6948>
- Lee, C., Koo, D., Telidetzki, K., Buckley, H., Gagnon, H., & Zingg, D. W. (2015). Aerodynamic Shape Optimization of Benchmark Problems Using Jetstream. Dans *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*. Kissimmee, Florida : American Institute of Aeronautics and Astronautics. <https://doi.org/10.2514/6.2015-0262>
- Lépine, J. (1999). *Optimisation de la représentation de profils d'ailes pour application au design aérodynamique*. masters. École Polytechnique de Montréal. Repéré à <https://publications.polymtl.ca/8723/>
- Li, R., Deng, K., Zhang, Y., & Chen, H. (2018). Pressure distribution guided supercritical wing optimization. *Chinese Journal of Aeronautics*, 31(9), 1842-1854. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2018.06.021>
- Liem, R. P., Martins, J. R. R. A., & Kenway, G. K. W. (2017). Expected drag minimization for aerodynamic design optimization based on aircraft operational data. *Aerospace Science and Technology*, 63, 344-362. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.01.006>
- Lyu, Z., & Martins, J. R. R. A. (2014). Strategies for Solving High-Fidelity Aerodynamic Shape Optimization Problems. Dans *15th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*. (S.l.) : American Institute of Aeronautics and Astronautics. <https://doi.org/10.2514/6.2014-2594>
- Majd, B. A. E. (2014). Parameterization adaption for 3D shape optimization in aerodynamics. *International Journal of Science and Engineering*, 6(1), 61-69. <https://doi.org/10.12777/ijse.6.1.61-69>
- Martin, M. J., Andres, E., Lozano, C., & Valero, E. (2014). Volumetric b-splines shape parametrization for aerodynamic shape design. *Aerospace Science and Technology*, 37, 26-36. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2014.05.003>

- Menter, F. R., Kuntz, M., & Langtry, R. (2003). Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. Dans K. Hanjalić, Y. Nagano, & M. J. Tummers (Éds.), *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4* (p. 625-632). West Redding, CT : Begell House.
- Nadarajah, S. (2013, 12 juillet). Drag Minimization of the RAE 2822 in Transonic Viscous Flow. *Google Docs*. Montréal, Canada.
- Nemec, M., Zingg, D. W., & Pulliam, T. H. (2004). Multipoint and Multi-Objective Aerodynamic Shape Optimization. *AIAA Journal*, 42(6), 1057-1065. <https://doi.org/10.2514/1.10415>
- Panagiotou, P., Dimopoulos, T., Dimitriou, S., & Yakinthos, K. (2021). Quasi-3D Aerodynamic Analysis Method for Blended-Wing-Body UAV Configurations. *Aerospace*, 8(1), 13. <https://doi.org/10.3390/aerospace8010013>
- Papadimitriou, D. I., & Papadimitriou, C. (2016). Aerodynamic shape optimization for minimum robust drag and lift reliability constraint. *Aerospace Science and Technology*, 55, 24-33. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2016.05.005>
- Piegl, L., & Tiller, W. (1997). *The Nurbs book*. Germany : (s.n.). Repéré à <https://home.zcu.cz/~bastl/GM1/the-nurbs-book.pdf>
- Salunke, N., Ahamad, J., & Channiwala, S. (2014). Airfoil Parameterization Techniques: A Review. *American Journal of Mechanical Engineering*, 2, 99-102. <https://doi.org/10.12691/ajme-2-4-1>
- Shahrokhi, A., & Jahangirian, A. (2007). Airfoil shape parameterization for optimum Navier–Stokes design with genetic algorithm. *Aerospace Science and Technology - AEROSP SCI TECHNOL*, 11, 443-450. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2007.04.004>
- Sobieczky, H., & Trapp, J. C. (1999). Interactive Parametric Geometry Design. Communication présentée au 37th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Repéré à https://www.researchgate.net/publication/224784632_Interactive_Parametric_Geometry_Design
- Sugar Gabor, O. (2015). *Validation of morphine wing methodologies on an unmanned aerial system and a wind tunnel technology demonstrator*. phd. École de technologie supérieure, Montréal. Repéré à <https://espace.etsmtl.ca/id/eprint/1614/>

- Taley, T. A. (1975). *Introduction to the Aerodynamics of Flight* (Rapport No. SP-367). Hampton : Langley Research Center, NASA. Repéré à <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/19760003955/downloads/19760003955.pdf>
- Verdier, F. (2020). *Développement d'une méthodologie d'optimisation du profil d'aile de l'UAS-S45 en utilisant les algorithmes ABC et PSO*. Mémoire de maîtrise. École de technologie supérieure. Repéré à <https://espace.etsmtl.ca/id/eprint/2499/>
- Whitcomb, R. T. (1974). Review of NASA supercritical airfoils. Communication présentée au International Council of the Aeronautical Sciences Congress, Haifa. Repéré à <https://ntrs.nasa.gov/citations/19740058562>
- Xiao, H., & Cinnella, P. (2019). Quantification of model uncertainty in RANS simulations: A review. *Progress in Aerospace Sciences*, 108, 1-31. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2018.10.001>
- Zhu, F., & Qin, N. (2014). Intuitive Class/Shape Function Parameterization for Airfoils. *AIAA Journal*, 52(1), 17-25. <https://doi.org/10.2514/1.J052610>