

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE
M. Ing.

PAR
BRUNO MARTIN

APPLICATION DE LA PHOTOÉLASTICITÉ À LA MESURE DE LA
CONTRAINTES DYNAMIQUE DES ENGRENAGES CYLINDRIQUES

MONTREAL, LE 12 MAI 2006

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Raynald Guilbault, directeur de mémoire
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Anh Dung Ngô, président du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Marc Thomas, examinateur
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC
LE 10 MAI 2006
À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

APPLICATION DE LA PHOTOÉLASTICITÉ À LA MESURE DE LA CONTRAINTÉ DYNAMIQUE DES ENGRENAGES CYLINDRIQUES

Bruno Martin

SOMMAIRE

Il est de notion courante que la distribution de la charge appliquée sur une dent d'engrenage n'est pas linéaire d'un point de vue dynamique. Ce type de comportement peut seulement être décrit par une analyse en trois dimensions. Cependant, l'équation de la contrainte de flexion en tension selon la norme de l'AGMA donne une valeur linéaire pour toute la largeur de face ce qui résulte en un comportement à deux dimensions. Donc, les roues d'engrenage à large face ne peuvent être considérées lorsque l'équation de l'AGMA est utilisée. D'un autre côté, elle peut être valide avec des roues d'engrenage minces.

Un plan d'expériences a donc été mis en œuvre afin d'évaluer la contrainte dynamique sur des roues d'engrenage minces. À l'intérieur du plan, il va être question de l'effet de la variation du pas diamétral, de l'angle d'hélice, du couple appliqué, de la vitesse de rotation ainsi que du nombre de dents. Un banc d'essai a par la suite, été utilisé afin de recevoir des roues d'engrenage tenant compte des différents facteurs émis par le plan d'expérience. Le banc d'essai est composé principalement de deux arbres en rotation. Un des arbres est entraîné par un moteur électrique avec lequel la vitesse de rotation peut être ajustée. Le deuxième arbre est jumelé à un dynamomètre mécanique sur lequel différents couples sont appliqués. Les roues d'engrenage déterminées par le plan d'expérience sont attachées à l'une des extrémités des arbres sachant que l'une d'entre elles est définie comme le pignon et l'autre comme la roue. Cependant, la roue possède une dent de plus que le pignon afin d'obtenir un engrènement de toutes les dents du pignon avec toutes les dents de la roue. À l'autre extrémité des arbres, des roues d'engrenage similaires sont utilisées à l'exception de posséder trois fois plus de dents pour éviter une superposition de signaux lors de mesures vibratoires par accéléromètres. Finalement, l'espacement entre les arbres est ajustable afin de recevoir toutes les roues d'engrenage choisies dans le plan d'expérience.

La méthode de la photoélasticité a été appliquée pour déterminer la contrainte de flexion. Malheureusement, les résultats expérimentaux ont été jugés invalides. Les différentes valeurs de cette contrainte ne concordent pas avec la norme de l'AGMA. Il a été conclu que la colle utilisée avec le matériel photoélastique était la cause majeure pour l'invalidité des résultats expérimentaux.

DYNAMIC STRESS MEASUREMENTS BY PHOTOELASTICITY ON CYLINDRICAL GEARS

Bruno Martin

ABSTRACT

It is common knowledge that the load distribution on the face width of spur and helical gears is not linear considering a dynamic point of view. This type of behaviour can only be described in three dimensions. On the other hand, the AGMA equation for bending stress gives only one linear value throughout the entire length of the face width, resulting in a two dimensions behaviour. Obviously, thick gears must be discarded when using the AGMA equation but thin gears may be salvageable.

In order to measure dynamic stress of thin spur and helical gears, a factorial design has been drawn. This plan includes variations of the pitch, helix angle, applied torque, rotation speed and contact ratio. By respecting the constraints arising from these factors, a test bench has been built. This bench has two rotating shafts. One of these shafts is driven by an electric motor where the rotation speed can be varied. The other shaft has a mechanical dynamometer attached to it so that different torques can be applied. On one end of the two shafts are attached the gears given by the factorial design knowing that one of the gears is pinion and the other is wheel. The only difference between the two is for the wheel having one more tooth than the pinion. The reason for this variation is meshing all the teeth from the pinion with all the teeth from the wheel. At the other end of the two shafts, similar gears are used except that the pinion and the wheel have three times more teeth for noise purposes when taking measurements with accelerometers. Finally, the spacing between the two shafts is adjustable so that all the gears determined by the factorial design can be attached to it.

Photoelastic material and numerical imaging have been used to determine the bending stress at the root of the tooth. Unfortunately, the test results were not conclusive. The photoelastic method would only show the bending stress on the tension side but its values would not correspond to the AGMA equation. It was determined that the glue used between the photoelastic material and the gears was the major factor for the failure of the test.

REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord remercier le professeur Raynald Guilbault, mon directeur de recherche, pour son soutien technique tout au long de la réalisation de mon projet.

Je tiens à remercier aussi Alexandre Vigneault, Hugo Landry, Michel Drouin et Serge Plamondon, ingénieur et techniciens à l'École de technologie supérieure pour leur collaboration et la qualité du travail qu'ils ont offert durant ce projet.

Finalement, je voudrais dédier ce mémoire à ma famille et mes amis pour leur support et encouragements.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE	i
ABSTRACT	ii
REMERCIEMENTS	iii
TABLE DES MATIÈRES	iv
LISTE DES TABLEAUX.....	vii
LISTE DES FIGURES	ix
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES.....	xiv
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LA LITTÉRATURE	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Analyse	3
1.2.1 Méthodes expérimentales	3
1.2.2 Approches analytiques et méthodes numériques	6
1.2.2.1 Méthode des éléments finis	9
1.3 Conclusion	11
CHAPITRE 2 PRÉPARATION EXPÉRIMENTALE.....	14
2.1 Introduction.....	14
2.2 Élaboration du plan d'expérience	14
2.2.1 Paramètres intrinsèques des engrenages	15
2.2.2 Phénomènes physiques et caractéristiques de montage	22
2.2.3 Plan d'expérience.....	26
2.2.3.1 Facteurs invariables	26
2.2.3.2 Facteurs variables	27
2.3 Mesure des roues d'engrenage.....	37
2.3.1 Interprétation des résultats	38
2.3.2 Courbe de tendance de la tolérance sur le profil.....	39
2.3.3 Courbe de tendance de la tolérance sur l'angle d'inclinaison.....	42
2.3.4 Grade de qualité des roues d'engrenage	44
2.4 Description et fonctionnement du banc d'essai	46
2.4.1 Critères de fonctionnement du banc d'essai	47
2.5 Conclusion	51
CHAPITRE 3 MISE EN FONCTION DU BANC D'ESSAI.....	53
3.1 Introduction.....	53

3.2	Instrumentation du banc d'essai.....	53
3.2.1	Calibration de l'arbre	54
3.2.2	Mesures vibratoires	57
3.3	Instrumentation des roues d'engrenage.....	59
3.3.1	Photoélasticité	59
3.3.2	Jauges de déformation.....	60
3.4	Prise de mesures.....	62
CHAPITRE 4	APPLICATION DE LA PHOTOÉLASTICITÉ	64
4.1	Introduction.....	64
4.2	Fondement de la photoélasticité.....	64
4.2.1	Notions supplémentaires	67
4.2.1.1	Isotropie et anisotropie	67
4.2.1.2	Chromaticité	67
4.2.1.3	Photoélasticité et photoélasticimétrie	68
4.2.1.4	Biréfringence et biréfringence accidentelle	68
4.3	Principes fondamentaux de la lumière polarisée.....	69
4.4	Interprétation des franges photoélastiques.....	76
4.5	Mesure de l'ordre de frange	80
4.5.1	Mesure de l'ordre de frange par la méthode de Tardy.....	80
4.6	Essais expérimentaux statiques sur des plaques minces	82
4.6.1	Essai 1 : plaque en flexion	82
4.6.2	Essai 2 : plaque en flexion dans son plan.....	86
4.6.3	Essai 3 : plaque percée en flexion.....	90
4.6.4	Essai 4 : plaque trouée en flexion	94
4.7	Conclusion	99
CHAPITRE 5	ESSAIS EXPÉRIMENTAUX ET ANALYSE DES RÉSULTATS ...	100
5.1	Introduction.....	100
5.2	Photoélasticimétrie.....	100
5.3	Essais expérimentaux.....	109
5.3.1	Essais expérimentaux sur la roue d'engrenage $P_d4\psi0^\circ F^{1/2}N24$	110
5.3.2	Essais expérimentaux sur la roue d'engrenage $P_d4\psi0^\circ F^{1/2}N34$	112
5.3.3	Essais expérimentaux sur la roue d'engrenage $P_d4\psi20^\circ F^{1/2}N24$	113
5.3.4	Essais expérimentaux sur la roue d'engrenage $P_d4\psi20^\circ F^{1/2}N34$	114
5.3.5	Résultats expérimentaux	115
5.4	Analyse des résultats.....	118
5.4.1	Analyse de la contrainte de flexion en tension	119
5.4.2	Analyse de la contrainte de flexion en compression.....	122
5.4.3	Analyse de la contrainte de contact.....	124
5.4.4	Analyse du facteur dynamique expérimental $K_v'_{exp}$	127
5.5	Conclusion	128
CONCLUSION	129
RECOMMANDATIONS	132

ANNEXE 1 Application générale de la photoélasticité	136
ANNEXE 2 Fiches techniques des roues d'engrenage	155
ANNEXE 3 Calculs pour obtenir le grade de qualité des roues d'engrenage	188
ANNEXE 4 Photographies numériques des essais expérimentaux statiques	198
ANNEXE 5 Contraintes de flexion théoriques selon l'AGMA	209
ANNEXE 6 Photographies numériques des essais expérimentaux	213
BIBLIOGRAPHIE	226

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I	Valeurs de T en fonction de P_d et de F29
Tableau II	Première partie du plan d'expérience.....35
Tableau III	Deuxième partie du plan d'expérience.....36
Tableau IV	Q_v sur la tolérance sur le profil avec $P_d = 4$, $\psi = 0^\circ$ et $N = 24$40
Tableau V	Q_v sur la tolérance sur le profil avec $P_d = 4$, $\psi = 0^\circ$ et $N = 24$41
Tableau VI	Q_v sur la tolérance de l'angle d'inclinaison ($F = 0.5$ po)42
Tableau VII	Q_v sur la tolérance de l'angle d'inclinaison ($F = 0.5$ po)44
Tableau VIII	Q_v des roues d'engrenage ($F = 0.5$ po).....45
Tableau IX	Liste des roues d'engrenage nécessaires47
Tableau XII	Tension de voltage en fonction du couple appliqué.....55
Tableau XIII	Tension de voltage relative en fonction du couple appliqué.....57
Tableau X	Liste des roues d'engrenage pour la fermeture de la boucle58
Tableau XI	Valeurs radiales pour le positionnement des jauges62
Tableau XII	Valeur numérique des constantes géométrique de la plaque83
Tableau XIII	Constantes pour évaluer la contrainte de flexion84
Tableau XIV	Photélasticimétrie sur une plaque en flexion85
Tableau XV	Valeur numérique des constantes géométrique de la plaque87
Tableau XVI	Constantes pour évaluer la contrainte de flexion dans son plan88
Tableau XVII	Photélasticimétrie sur une plaque en flexion dans son plan.....89
Tableau XVIII	Valeur numérique des constantes géométrique de la plaque91
Tableau XIX	Constantes pour évaluer la contrainte de flexion92
Tableau XX	Photélasticimétrie d'une plaque percée en flexion.....93
Tableau XXI	Valeur numérique des constantes géométrique de la plaque95
Tableau XXII	Constantes pour évaluer la contrainte de flexion96
Tableau XXIII	Photélasticimétrie d'une plaque trouée en flexion.....97

Tableau XXIV	Valeur numérique des constantes pour les engrenages	109
Tableau XXV	Contraintes de flexion théoriques selon l'AGMA	115
Tableau XXVI	Résultats expérimentaux	117
Tableau XXVII	Écart relatifs de K_v et de σ_f	118
Tableau XXVIII	Excentricité cumulée des roues d'engrenage étudiées	134
Tableau XXIX	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi0^\circ N24$	189
Tableau XXX	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi0^\circ N25$	189
Tableau XXXI	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi0^\circ N34$	190
Tableau XXXII	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi0^\circ N35$	190
Tableau XXXIII	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi20^\circ N24$..	190
Tableau XXXIV	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi20^\circ N25$..	191
Tableau XXXV	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi20^\circ N34$..	191
Tableau XXXVI	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi20^\circ N35$..	191
Tableau XXXVII	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi0^\circ N24$	192
Tableau XXXVIII	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi0^\circ N25$	192
Tableau XXXIX	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi0^\circ N37$	192
Tableau XL	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi0^\circ N38$	193
Tableau XLI	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi20^\circ N24$..	193
Tableau XLII	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi20^\circ N25$..	193
Tableau XLIII	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi20^\circ N37$..	194
Tableau XLIV	Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi20^\circ N38$..	194
Tableau XLV	Q_v de la tolérance sur l'angle d'inclinaison ($F = 0.5$ po)	195
Tableau XLVI	Q_v de la tolérance sur l'angle d'inclinaison ($F = 3.0$ po)	195
Tableau XLVII	Q_v des roues d'engrenage ($F = 0.5$ po)	196
Tableau XLVIII	Q_v des roues d'engrenage ($F = 3.0$ po)	197
Tableau XLIX	Contraintes de flexion théoriques selon l'AGMA	210

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1	Paramètres intrinsèques des engrenages droits et hélicoïdaux 15
Figure 2	Paramètres intrinsèques des engrenages hélicoïdaux 16
Figure 3	Positionnement de l'engrenage entre deux roulements 19
Figure 4	Facteur géométrique pour les engrenages droits 20
Figure 5	Correction pour le facteur géométrique des engrenages hélicoïdaux 21
Figure 6	Charge appliquée sur une dent d'engrenage 22
Figure 7	Longueur d'action sur une paire d'engrenages droits 24
Figure 8	Points de la norme de la tolérance sur le profil 40
Figure 9	Points de la norme de la tolérance sur l'angle d'inclinaison 43
Figure 10	Schéma simplifié du dynamomètre mécanique 49
Figure 11	Schématisation du banc d'essai en circuit fermé 50
Figure 12	Banc d'essai 51
Figure 13	Banc d'essai 52
Figure 14	Jauges de torsion sur l'arbre instrumenté 54
Figure 19	Couple appliqué en fonction de la tension de voltage relative 56
Figure 15	Adaptateur pour les accéléromètres 57
Figure 16	Roue d'engrenage avec matériel photoélastique PSM-1 59
Figure 17	Positionnement radial des jauges de déformation 61
Figure 18	Matériel pour l'acquisition de donnée 63
Figure 19	Assemblage du polariscope de la série 030 65
Figure 20	Principe de la photoélasticité par transmission 70
Figure 21	Représentation schématique du polariscope 72
Figure 22	Chargement perpendiculaire au plan des contraintes 74
Figure 23	Chargement parallèle au plan des contraintes 75
Figure 24	Exemples de génération de franges 77

Figure 25	Séquence de franges sur une poutre encastrée	78
Figure 26	Séquence de frange sur un spécimen en flexion biaxiale.....	78
Figure 27	Caractéristiques des franges isochromatiques.....	79
Figure 28	Point de mesure entre deux ordres de franges.....	81
Figure 29	Plaque mince en flexion	83
Figure 30	Plaque mince en flexion à 3.81 mm de déflexion	85
Figure 31	Plaque mince en flexion dans son plan	86
Figure 32	Plaque mince en flexion à 3.81 mm de déflexion	88
Figure 33	Plaque mince en flexion avec un trou percé.....	90
Figure 34	Plaque percée en flexion à 2.54 mm de déflexion	92
Figure 35	Plaque mince en flexion avec un trou collé	94
Figure 36	Plaque trouée en flexion à 2.54 mm de déflexion.....	97
Figure 38	Contrainte de contact et contraintes de flexion	101
Figure 39	Contrainte de flexion en tension	102
Figure 40	Montage de l'appareil de calibration pour la photoélasticité.....	103
Figure 41	Ordre de frange statique et dynamique sur une roue d'engrenage.....	104
Figure 42	Modèle complet et vue agrandie	106
Figure 43	Champ de contraintes associés à σ_1	107
Figure 44	Champ de contraintes associés à σ_2	108
Figure 45	Effet de la chaleur sur le matériel photoélastique	111
Figure 46	Effet de la chaleur sur le matériel photoélastique	112
Figure 47	Effet combiné du couple et de la chaleur sur le PSM-1	113
Figure 48	Effet combiné du couple et de la chaleur sur le PSM-1	114
Figure 49	Position erronée de la contrainte de flexion en tension	119
Figure 50	Vue en coupe de la colle sur le contour du profil	121
Figure 51	Flambage du matériel photoélastique sur une roue d'engrenage	123
Figure 52	Contrainte de flexion en compression.....	124
Figure 53	Type de contact durant les essais expérimentaux	125
Figure 54	Contrainte de contact sur des roues d'engrenage hélicoïdales.....	126

Figure 55	Géométrie particulière des roues d'engrenage hélicoïdales.....	126
Figure 56	Point d'écrasement du matériel photoélastique.....	127
Figure 57	Collets avec leurs clavettes	132
Figure 58	Jeux causant l'excentricité	133
Figure 59	Support à accéléromètres	134
Figure 60	Représentation schématique du polariscope	137
Figure 61	Tension d'opération pour la lampe	138
Figure 62	Assemblage du polariscope.....	138
Figure 63	Tête du polariscope	139
Figure 64	Exemples de génération de franges.....	140
Figure 65	Séquence de franges sur une poutre encastrée	142
Figure 66	Séquence de frange sur un spécimen en flexion biaxiale.....	142
Figure 67	Caractéristiques des franges isochromatiques.....	143
Figure 68	Schématisation des déformations sur un échantillon	144
Figure 69	Orientation du polariscope	145
Figure 70	Orientation schématisée du polariscope.....	146
Figure 71	Orientation du polariscope	147
Figure 72	Analogie avec une balance mécanique	148
Figure 73	Compensateur pour la méthode de la balance nulle.....	148
Figure 74	Positionnement du compensateur sur le polariscope	149
Figure 75	Manipulation du polariscope avec le compensateur	150
Figure 76	Abaque de calibration pour le compensateur	150
Figure 77	Point de mesure entre deux ordres de frange	151
Figure 78	Schématisation du système optique	153
Figure 79	Montage du polariscope	153
Figure 80	Essai 1 à 2.54 mm de déflexion	199
Figure 81	Essai 1 à 3.81 mm de déflexion	199
Figure 82	Essai 1 à 5.08 mm de déflexion	200
Figure 83	Essai 1 à 6.35 mm de déflexion	200

Figure 84	Essai 1 à 7.62 mm de déflexion	201
Figure 85	Essai 2 à 2.54 mm de déflexion	201
Figure 86	Essai 2 à 3.81 mm de déflexion	202
Figure 87	Essai 2 à 5.08 mm de déflexion	202
Figure 88	Essai 2 à 6.35 mm de déflexion	203
Figure 89	Essai 2 à 7.62 mm de déflexion	203
Figure 90	Essai 3 à 2.54 mm de déflexion	204
Figure 91	Essai 3 à 3.81 mm de déflexion	204
Figure 92	Essai 3 à 5.08 mm de déflexion	205
Figure 93	Essai 3 à 6.35 mm de déflexion	205
Figure 94	Essai 3 à 7.62 mm de déflexion	206
Figure 95	Essai 4 à 2.54 mm de déflexion	206
Figure 96	Essai 4 à 3.81 mm de déflexion	207
Figure 97	Essai 4 à 5.08 mm de déflexion	207
Figure 98	Essai 4 à 6.35 mm de déflexion	208
Figure 99	Essai 4 à 7.62 mm de déflexion	208
Figure 100	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N24T275 \omega 0$	214
Figure 101	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N24T300 \omega 0$	214
Figure 102	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N24T275 \omega 500$	215
Figure 103	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N24T275 \omega 1000$	215
Figure 104	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N24T300 \omega 500$	216
Figure 105	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N24T300 \omega 1000$	216
Figure 106	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N34T275 \omega 0$	217
Figure 107	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N34T300 \omega 0$	217
Figure 108	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N34T275 \omega 500$	218
Figure 109	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N34T275 \omega 1000$	218
Figure 110	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N34T300 \omega 500$	219
Figure 111	$P_d A \psi 0^\circ F^{1/2} N34T300 \omega 1000$	219
Figure 112	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N24T275 \omega 0$	220

Figure 113	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 2.4 T 300 \omega 0$	220
Figure 114	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 2.4 T 275 \omega 500$	221
Figure 115	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 2.4 T 275 \omega 1000$	221
Figure 116	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 2.4 T 300 \omega 500$	222
Figure 117	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 2.4 T 300 \omega 1000$	222
Figure 118	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 3.4 T 275 \omega 0$	223
Figure 119	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 3.4 T 300 \omega 0$	223
Figure 120	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 3.4 T 275 \omega 500$	224
Figure 121	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 3.4 T 275 \omega 1000$	224
Figure 122	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 3.4 T 300 \omega 500$	225
Figure 123	$P_d A \psi 20^\circ F^{1/2} N 3.4 T 300 \omega 1000$	225

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES

a_p	saillie du pignon
a_r	saillie de la roue
AGMA	American Gear Manufacturers Association
b	largeur de la plaque
c	distance entre le point de mesure et l'axe de rotation géométrique
C	entraxe
C_B	coefficient de contrainte en flexion
C_e	constante de correction pour l'enlignement à l'engrènement
C_{met}	facteur d'enlignement à l'engrènement
C_{pt}	facteur de proportion du pignon
C_{pm}	constante modificatrice applicable à la proportion du pignon
C_{ps}	coefficient de contrainte en état plan
D_p	diamètre primitif
$D_{p \text{ pignon}}$	diamètre primitif du pignon
$D_{p \text{ roue}}$	diamètre primitif de la roue
E	module d'élasticité
E_e	module d'élasticité du matériel photoélastique
E_s	module d'élasticité du spécimen étudié
E^*	module d'élasticité relatif adimensionnel
f	facteur de frange du matériel photoélastique
F	largeur de face
I	inertie géométrique
I_e	intensité de la lumière émergente
I_0	intensité de la lumière entrante
J	facteur géométrique
K	coefficient de contrainte optique
K_B	facteur de jante

K_g	kilogramme
K_m	facteur de charge
K_o	facteur de surcharge
K_s	facteur de grosseur
K_f	facteur de concentration de contrainte
K_v	facteur dynamique
K_v^{exp}	facteur dynamique expérimental
K_v^{theo}	facteur dynamique théorique
L	longueur de la plaque
m	rapport de conduite
m_f	rapport de conduite de face
m_t	rapport de conduite transversal
M	moment appliqué
n	constante de nombre naturel
n_x	indice de réfraction selon la direction des abscisses
n_y	indice de réfraction selon la direction des ordonnées
NASA	National Aeronautics and Space Administration
N	nombre de dents
N_i	nombre de dents ajustées
N_{pignon}	nombre de dents du pignon
N_{roue}	nombre de dents de la roue
Nm	Newton-mètre
O_f	ordre de frange
$O_f \text{ statique}$	ordre de frange statique
$O_f \text{ dynamique}$	ordre de frange dynamique
P	puissance
P_d	pas diamétral
P_n	pas normal
P_t	pas tangentielle

P_x	pas axial
po	pouce
"	pouce
PSM-1	matériel photoélastique utilisé pour les essais expérimentaux
Q_v	grade de qualité
$Q_v \text{ roue}$	grade de qualité
$Q_v V_{rT}$	grade de qualité du faux-rond de l'engrenage
$Q_v V_\phi$	grade de qualité du profil de l'engrenage
$Q_v \pm V_{PA}$	grade de qualité du pas de l'engrenage
$Q_v V_{\psi T}$	grade de qualité de l'angle d'inclinaison de l'engrenage
r	constante obtenue du compensateur
R_b	rayon de base
R_{jauge}	rayon pour le positionnement des jauges de déformation
R_p	rayon primitif
R_{p-p}	rayon primitif du pignon
R_{p-r}	rayon primitif de la roue
t_c	épaisseur du matériel photoélastique
t_s	épaisseur du spécimen étudié
t^*	épaisseur relative adimensionnelle
T	couple transmis
tr/min	tour par minute
V	vitesse tangentielle
V_L	vitesse de la lumière dans le vide
$\pm V_{PA}$	tolérance du pas de l'engrenage
V_ϕ	tolérance du profil de l'engrenage
$V_{\psi T}$	tolérance de l'angle d'inclinaison de l'engrenage
V_{rT}	tolérance du faux-rond de l'engrenage
$V_{rT \text{ pignon}}$	tolérance du faux-rond de l'engrenage pignon
$V_{rT \text{ roue}}$	tolérance du faux-rond de l'engrenage roue

V_x	vitesse de la lumière vibrant selon la direction des abscisses
V_y	vitesse de la lumière vibrant selon la direction des ordonnées
W	charge transmise
W^r	charge transmise radiale
W^t	charge transmise tangentielle
Y	facteur de forme de Lewis
Z	longueur d'action
α	angle entre l'axe du polariseur et l'axe de référence
β	angle entre la direction des contraintes principales et l'axe de référence
δ	retard en phase dimensionnel
ε_x	déformation principale selon l'axe des abscisses
ε_y	déformation principale selon l'axe des abscisses
εK_v^s	écart relatif du facteur dynamique
$\varepsilon \sigma_f$	écart relatif de la contrainte de tension en flexion
ϕ	angle de pression
ϕ_n	angle de pression normal
γ_{xy}	déformation maximale en cisaillement
φ	retard en phase adimensionnel
λ	longueur d'onde
ν	coefficient de Poisson
θ	angle entre l'analyseur et la direction des contraintes principales
σ_f	contrainte de flexion en tension
$\sigma_{f_essai1_exp}$	contrainte de flexion en tension expérimentale de l'essai 1
$\sigma_{f_essai2_exp}$	contrainte de flexion en tension expérimentale de l'essai 2
$\sigma_{f_essai3_exp}$	contrainte de flexion en tension expérimentale de l'essai 3
$\sigma_{f_essai4_exp}$	contrainte de flexion en tension expérimentale de l'essai 4
$\sigma_{f_essai1_théo}$	contrainte de flexion en tension théorique de l'essai 1

$\sigma_{f_essai2_théo}$	contrainte de flexion en tension théorique de l'essai 2
$\sigma_{f_essai3_théo}$	contrainte de flexion en tension théorique de l'essai 3
$\sigma_{f_essai4_théo}$	contrainte de flexion en tension théorique de l'essai 4
σ_{f_exp}	contrainte de flexion en tension expérimentale
$\sigma_{f_théo}$	contrainte de flexion en tension théorique
σ_x	contrainte principale selon l'axe des abscisses
σ_y	contrainte principale selon l'axe des ordonnées
σ_1	première contrainte principale
σ_2	deuxième contrainte principale
τ_{max}	cisaillement maximum
ω	vitesse de rotation
ψ	angle d'hélice
ψ_b	angle d'hélice de base
$^{\circ}$	degré
\varnothing_{trou}	diamètre du trou

INTRODUCTION

Depuis quelques millénaires, les engrenages sont présents et se retrouvent un peu partout. Aujourd'hui, ils sont utilisés dans plusieurs domaines où leur importance est primordiale. Les domaines de l'automobile, de l'aviation et des machines industrielles en sont des exemples. Avec l'évolution constante de la technologie, les moteurs sont de plus en plus puissants, les propriétés mécaniques des matériaux sont accrues et le poids minimum est toujours visé dans une conception. Les engrenages ne font que s'adapter aux conséquences de cette évolution constante. En revanche, ces mêmes engrenages doivent être plus légers, plus résistants et d'une meilleure qualité de fabrication pour subvenir à cette demande.

Règle générale, pour une conception quelconque incluant une transmission de puissance par des engrenages droits ou hélicoïdaux, il faut déterminer le pas, l'angle d'hélice, la largeur de face ainsi que le nombre de dents pour être capable de résister à la charge appliquée en fatigue de flexion et en usure. Il faut donc calculer la contrainte de tension et la contrainte de contact afin de vérifier qu'elles sont toutes deux inférieures à la résistance du matériau. Dans la formulation des équations de calculs habituelles, se retrouve un facteur qui tient compte de l'effet dynamique. Cependant, les valeurs obtenues pour ce facteur peuvent être considérées trop générales pour bien quantifier l'effet dynamique. La mesure de la contrainte dynamique des engrenages inclut énormément de variables et différents phénomènes physiques, ce qui le rend en somme très complexe.

L'étude présentée dans ce document propose l'application de la photoélasticité à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Cette étude est basée sur un plan d'expérience double qui comporte deux volets. Le plan d'expérience a été conçu pour accommoder deux types de mesure expérimentale permettant ainsi une éventuelle comparaison entre les deux. Le premier volet concerne l'analyse

expérimentale à l'aide de la photoélasticité tandis que le deuxième volet couvre l'analyse expérimentale à l'aide de mesures directes par jauges de déformation et accéléromètres en torsion. Seulement le premier volet du plan d'expérience double est étudié dans le présent document, soit la mesure de la contrainte dynamique dans les engrenages cylindriques par l'application de la photoélasticité.

Le plan d'expérience double établi pour faire la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques avec la photoélasticité inclut l'effet des variations du pas, de l'angle d'hélice, de la largeur de face, du nombre de dents, du couple transmis et de la vitesse de rotation. Un banc d'essai a donc été exploité afin de subvenir aux exigences du plan d'expérience.

Une fois que le volet sur l'application de la photoélasticité du plan d'expérience double sera effectué, il sera possible d'identifier clairement le poids de chacun des facteurs étudiés. La photoélasticité appliquée sur des roues d'engrenage minces permet d'obtenir la contrainte de tension et de compression en pied de dent.

Le présent document comporte cinq chapitres. Le premier chapitre présente une revue littéraire afin de situer le projet dans le milieu scientifique. Le deuxième chapitre porte sur l'élaboration complète du plan d'expérience double de l'étude envisagée. Le troisième chapitre traite de la mise en fonction du banc d'essai. Le quatrième chapitre traite de la photoélasticité en général, expliquant les fondements de cette méthode de mesure expérimentale. Il traite aussi d'essais préliminaires montrant la validité et la précision de cette méthode. Le cinquième et dernier chapitre est une analyse des résultats provenant de l'application de la photoélasticité à la mesure de la contrainte dynamique à des engrenages cylindriques.

CHAPITRE 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1 Introduction

La section suivante traite de la revue littéraire. Elle permet de situer le projet de recherche par rapport aux différentes études et travaux effectués dans un domaine connexe ou similaire traitant des engrenages. Cette revue littéraire mettra en évidence que le sujet étudié dans le présent document possède certaines qualités significatives et uniques.

1.2 Analyse

Pour bien évaluer la mesure de la contrainte dynamique des engrenages, plusieurs méthodes sont accessibles. Il s'agit des méthodes expérimentales notamment de la photoélasticité et des méthodes numériques, particulièrement de la méthode des éléments finis (MEF).

1.2.1 Méthodes expérimentales

La photoélasticité est une méthode visuelle pour déterminer un champ de contraintes ou de déplacements d'une surface donnée d'un objet sur lequel on applique une charge. Pour ce faire, il faut recouvrir cette surface d'un enduit photoélastique et utiliser un polariscope. La lumière provenant du polariscope est filtrée et polarisée avant de rejoindre l'enduit photoélastique. Une fois que la lumière est en contact avec l'enduit, elle provoque une réaction optique donnant naissance à des franges de différentes couleurs qui sont perçues par un observateur regardant au travers d'un analyseur. Après avoir déterminé le nombre exact de franges pour la région étudiée, il est alors possible

d'obtenir les valeurs des contraintes et des déplacements à l'aide de formulations mathématiques déjà établies.

Les premiers essais photoélastiques sur des engrenages ont été faits par Dolan et Broghamer [1] ainsi que Allison et Hearn [2]. Leurs essais étaient en condition statique. De plus, les modèles utilisés ne permettaient pas de simuler un train d'engrenages (engrenages et conditions de chargement). Cependant, ils ont vu juste en utilisant la photoélasticité car c'est une méthode rapide, précise et très versatile. De plus, elle ne nécessite pas de modèles mathématiques complexes pour l'extraction des résultats.

Ming-Jong Wang [3] utilise aussi l'approche photoélastique pour mesurer et localiser la contrainte maximale en tension sur des engrenages droits. Il utilise un système photoélastique digital pour obtenir des images en temps réel. Il simule ainsi un train d'engrenage en rotation et inclut l'effet dynamique. Les paramètres étudiés sont la vitesse de rotation, le couple transmis et le point de contact entre les dents d'engrenages. Par la suite, il obtient l'effet dynamique, la position et l'amplitude de la contrainte de tension à l'aide d'une analyse rigoureuse des différentes images prises pendant les essais. Cependant, il utilise seulement une paire d'engrenages fait de matériel photoélastique PSM-I pour ses expériences. Il ne fait pas varier les différents paramètres intrinsèques à des engrenages comme le pas, l'angle d'hélice et la largeur de face qui peuvent avoir de l'influence sur l'effet dynamique et l'amplitude de la contrainte de flexion. De plus, en utilisant une paire d'engrenages fait de matériel photoélastique, on peut croire que les données associées à la mesure de la contrainte dynamique s'en trouvent affectées.

B. Rebbechi et al. [4] ont utilisé un banc d'essai pour valider un programme mathématique basé sur l'analyse modale. Leur modèle avait de 6 à 8 degrés de liberté dépendant de la valeur du rapport de conduite. Ils ont mesuré expérimentalement le bruit, les vibrations ainsi que la charge dynamique appliquée sur les dents d'engrenages

à l'aide de jauges de déformation et d'accéléromètres en se servant d'une paire d'engrenages identiques sur lesquels ils ont fait varier la vitesse d'opération et le couple transmis. Les jauges de déformation ont été placées sur deux dents successives au niveau de la racine pour mesurer les déformations dynamiques pour ensuite déduire les charges dynamiques. À l'aide des résultats expérimentaux, les auteurs ont pu valider leur code. Cependant, ils ont remarqué un phénomène de séparation des dents à l'engrènement pour des vitesses de rotation élevée avec un faible couple transmis. Ceci entraîne ce que l'on nomme comportement non-linéaire. Comme il a été mentionné précédemment, ils ont seulement fait varier le couple et la vitesse de rotation sans toutefois jouer sur les paramètres des engrenages. De plus, ils ont utilisé un engrenage ayant un nombre de dents identiques sur la roue et le pignon, ce qui favorise une usure particulière des dents.

En utilisant le même banc d'essai, F. B. Oswald et al. [5] ont aussi mesuré la charge dynamique appliquée sur les dents d'engrenages. Dans leurs essais, ils ont encore une fois, fait varier le couple transmis et la vitesse de rotation. Sauf que cette fois-ci, ils ont aussi modifié la forme des profils de denture. Selon les auteurs, ce dernier paramètre pourrait avoir une grande influence sur le comportement dynamique. Encore une fois, ils ont utilisé des paires de roues ayant le même nombre de dents.

Un autre facteur relié au comportement dynamique des engrenages est celui de la friction dynamique entre les dents. B. Rebbechi et al. [6] ont aussi étudié le phénomène. Ils ont mesuré sur un banc d'essai la friction dynamique pendant l'engrènement avec des jauges de déformation. Les jauges étaient placées en pied de deux dents successives. Les résultats présentés démontrent que les coefficients de friction ne sont pas influencés par le changement de direction du glissement au point de contact. De plus, la valeur des coefficients a tendance à augmenter lorsque cette vitesse de glissement est faible. Il est permis de croire que la friction dynamique peut engendrer des phénomènes vibratoires et donc influencer le comportement dynamique des engrenages.

Y. Ogawa et al. [7] ont développé un simulateur pouvant représenter les vibrations des engrenages droits en rotation. La particularité du simulateur est qu'il peut s'adapter à tous les types de déviations tant sur l'erreur du profil que sur l'angle d'hélice. Il est basé sur une analyse modale à un degré de liberté tenant compte des masses équivalentes, de l'amortissement et de la rigidité à l'engrènement pour une paire de roues d'engrenage. Pour valider leur simulateur, ils ont fait un montage expérimental sur lequel ils ont fait varier l'angle d'hélice, l'erreur du profil et le couple transmis. D'après ces essais, la déviation sur l'angle d'hélice ainsi que sur l'erreur du profil influence grandement le comportement vibratoire d'un engrenage droit en rotation. De plus, ils ont indiqué que la valeur du facteur d'amortissement est beaucoup plus faible que celle utilisée dans la littérature. Cependant, ils ne font pas varier le pas, la largeur de face, la vitesse de rotation et le rapport de conduite ce qui limite l'étendue de leur étude.

1.2.2 Approches analytiques et méthodes numériques

Les modèles mathématiques ont aussi été utilisés pour expliquer le comportement dynamique des engrenages. Ils se penchent cependant sur des points spécifiques. Il s'agit de la charge dynamique, les contraintes de tension et de contact, l'erreur de transmission, l'analyse vibratoire d'un train d'engrenages, l'effet de l'erreur du profil et de la vitesse d'engrènement d'une paire de dents.

J.-H. Kuang et A.-D. Lin [8] ont formulé un modèle analytique sur le comportement dynamique d'une paire d'engrenages droits. Leur modèle suggère un engrènement en deux étapes pour tenir compte de la variation de la rigidité des dents durant le temps d'engagement. Il tient compte aussi de l'erreur de profil sur le couple transmis. Les résultats numériques confirment que la variation de la rigidité des dents ainsi que le rapport de conduite ont une influence sur le couple transmis.

S. C. Mohanty [9] propose un modèle analytique capable de calculer la charge dynamique appliquée sur des engrenages droits ayant un rapport de conduite élevé. Son modèle est basé sur les vibrations des engrenages dues à la torsion. Il tient compte de la variation de la rigidité des dents pendant l'engrènement. Le paramètre est déterminant sur la charge dynamique. Les résultats numériques obtenus suggèrent que la position ainsi que l'amplitude de la charge dynamique dépendent de la vitesse d'opération.

F. Choi et al. [10] ont d'autre part développé un modèle numérique simulant l'effet de l'imperfection du profil des dents d'engrenages sur le comportement d'un train d'engrenages. L'imperfection du profil est due soit à de l'usure ou aux erreurs de fabrication. Les auteurs indiquent notamment que l'usure des dents affaiblit leur rigidité en statique et en dynamique.

F. Choi et al. [11] ont aussi développé un modèle mathématique à l'aide de l'analyse modale pour étudier le comportement dynamique d'un train d'engrenages à plusieurs étages. Leur modèle permet de calculer les vibrations transitoires dues aux différentes sources d'excitation sous des conditions d'opération normales. Il tient compte d'un mauvais équilibrage, de la déflexion des arbres, de la rigidité non linéaire à l'engrènement, de la friction entre les dents, de la rigidité axiale et latérale des roulements ainsi que l'effet gyroscopique. Les auteurs ont pu valider leur modèle avec des résultats expérimentaux appartenant à un des centres de recherche de la NASA. De plus, leurs résultats numériques concordent très bien avec ceux de la NASA ce qui implique la validité des facteurs émis précédemment.

S. S. Rao et K. Y. Yoon [12] ont trouvé une méthode afin de minimiser l'erreur de transmission sur des engrenages hélicoïdaux. Ils utilisent le concept de modification du plan d'action optimal avec l'utilisation des splines cubiques afin de générer un nouveau profil de dent. Cette méthode permet d'améliorer les performances d'un train d'engrenages et n'affecte presque pas les facteurs dynamiques.

J. D. Smith [13] propose un modèle mathématique pour déterminer les forces dynamiques lorsqu'il y a perte de contact entre les dents. Son modèle tient compte des dépouilles en sommet de dents, de l'erreur d'enlignement, de la rigidité et de la réponse harmonique. Il confirme que ces aspects influencent le comportement des engrenages.

P. K. Mahanta et L. Nayak [14] utilisent une approche non-Hertzienne approximative et simplifiée pour prédire la distribution de pression au contact des dents d'engrenages. Les auteurs ont souligné notamment que pendant l'engrènement, il y a une combinaison de roulement et de glissement ce qui crée une surface de contact n'ayant pas tout à fait la forme générale d'un rectangle. De plus, la combinaison de la traction tangentielle entre les dents avec les facteurs dynamiques et les conditions de chargement normales influencent de manière significative la forme et la superficie de la surface de contact et aussi la valeur des contraintes de contact et de tension.

Y. C. Chen et C. B. Tsay [15] étudient le rapport de conduite ainsi que l'erreur de transmission sur une paire d'engrenages hélicoïdaux par l'entremise de l'analyse de contact des dents. Leurs travaux démontrent que l'erreur de transmission et le rapport de conduite sont intimement liés au comportement dynamique. Cependant, les calculs de l'erreur de transmission, du rapport de conduite et de l'analyse de contact sont basés sur le principe de contact à une dent et sur la notion des corps rigides.

J. Perret-Liaudet et J. Sabot [16] ont étudié un modèle dynamique des engrenages à un degré de liberté. Ce modèle tient compte du jeu entre les dents et de la rigidité à l'engrènement en lien avec le rapport de conduite. Ils analysent la non-linéarité de la réponse due à l'erreur de transmission. Les résultats obtenus confirment la présence de phénomènes complexes quant aux résonances principales et secondaires qui sont dus principalement à des scénarios de type cascade harmonique (forme étagée du signal). Cependant, seuls des engrenages droits avec un rapport de conduite fixe ont été testés. De cette manière, l'étendue de leur recherche demeure limitée.

1.2.2.1 Méthode des éléments finis

D. Dennin et F. Pfeiffer [17] ont étudié les forces de contact dynamiques sur des engrenages droits et hélicoïdaux avec la méthode des éléments finis. Leur modèle est basé sur un train d'engrenage simple à trois degrés de liberté pour bien simuler l'engrènement. Les auteurs utilisent aussi la position exacte des points de contact ainsi que des éléments ressort-amortisseur simulant la lubrification et le jeu pour la génération du maillage. Pendant l'interaction des dents du pignon et de la roue, les forces dynamiques de contact et de friction sont considérées. Les auteurs concluent que les forces présentées sont dépendantes de la vitesse de rotation et du couple transmis.

K. Lee [18] a développé une méthode numérique analysant le contact dynamique entre des engrenages droits en rotation. Dans son étude, il utilise la méthode des éléments finis ainsi que la technique des corps dynamiques (*multi-body dynamics techniques*). Pour simuler un engrenage, il le modélise comme étant un disque rigide relié par une contrainte cinématique à une dent élastique ayant une masse. Il impose aussi des conditions de contact à l'engrènement. L'auteur conclut que l'effet de la masse au niveau de la dent est un facteur très influent. Cependant, son analyse est bidimensionnelle ce qui limite les résultats. De plus, il ne traite pas des engrenages hélicoïdaux puisqu'une analyse tridimensionnelle serait nécessaire.

L. D. MacLennan [19] utilise la méthode des éléments finis et analyse l'influence de l'erreur de profil des dents sur la distribution de la charge et la rigidité à l'engrènement des engrenages droits. Il conclut que le rapport de conduite est dépendant de la distribution de la charge. Cependant, son modèle est statique et bidimensionnel ce qui limite la portée des résultats à des engrenages minces dont la vitesse de rotation est très faible.

I. Huseyin Filiz et O. Eyercioglu [20] ont évalué les contraintes en pied de dent avec la méthode des éléments finis. Dans leur étude, ils font varier le module, le rapport de conduite, le rayon à la racine, la largeur de face, l'angle de pression, l'amplitude et la position de la charge transmise ainsi que le nombre de dents. Même si leur analyse est toutefois statique, les auteurs ont conclu que la contrainte de flexion est fonction des paramètres mentionnés ci haut. Cependant, ils n'ont pas réussi à quantifier l'influence de chacun des paramètres sur la contrainte de flexion.

M. H. Arafa et M. M. Megahed [21] ont étudié la facilité avec laquelle les dents sur des engrenages droits s'épousent l'une à l'autre pendant l'engrènement en utilisant la méthode des éléments finis. D'après leur analyse, la déflexion des dents se comporte de manière non-linéaire au commencement de l'application de la charge et devient linéaire avec une application complète. Ils stipulent aussi que cette déflexion est dépendante de la position de la charge appliquée sur le profil de la dent. Donc cette facilité d'engagement à l'engrènement peut être considérée comme un facteur qui aurait de l'influence sur le comportement vibratoire des engrenages. Cependant, leur modèle simule un pignon et une roue ayant un nombre de dents identiques. De plus, la roue et le pignon ont seulement une seule dent de modélisée ce qui amène un rapport de conduite unitaire.

R. G. Parker et al. [22] utilisent la méthode des éléments finis pour faire une analyse dynamique des engrenages axée sur le contact des dents. En prenant comme modèle une paire d'engrenages droits à un degré de liberté sur laquelle ils font varier la vitesse d'opération ainsi que le couple transmis, ils peuvent étudier la réponse dynamique. Dans leur étude, ils prennent en considération les fréquences de résonance par rapport au couple transmis ainsi que le nombre de dents à l'engrènement. Ils indiquent que la perte de contact entre les dents d'engrenages pendant qu'elles sont en opération est la non-linéarité du comportement dynamique. Cependant, ils se limitent seulement aux engrenages droits sur lesquels ils ne font pas varier les paramètres physiques de ceux-ci.

S. H. Choi et al. [23] ont investigué les vibrations latérales, axiales et de torsions de source inconnue provenant d'un générateur à turbine. Ils ont observé que la source des vibrations provenait de la boîte de transmission reliant la turbine au générateur. Dans cette boîte se trouvait un train d'engrenages hélicoïdaux sur lequel une étude des charges dynamiques était nécessaire. Les auteurs ont donc modélisé ce système utilisant la méthode des éléments finis. Dans leur modèle, ils ont simulé les conditions d'opération en faisant varier la vitesse de rotation et le couple transmis. Ils ont réussi à isoler la source du problème qui était reliée à l'erreur de transmission. Donc, le couple transmis ainsi que la vitesse d'opération influencent le comportement dynamique des engrenages.

M. Kubur et al. [24] ont créé un modèle dynamique basé sur un réducteur de vitesse à plusieurs arbres entraîné par des engrenages hélicoïdaux. En utilisant la méthode des éléments finis, ils ont modélisé les structures des arbres combinés avec un modèle discret d'une paire d'engrenages hélicoïdaux. Le modèle inclut aussi les roulements ainsi que leur support respectif. Il a été solutionné à l'aide des valeurs propres et de la technique de sommation modale afin de prédire les vibrations libres et forcées du système. Ils ont ensuite validé leur modèle à l'aide de résultats expérimentaux provenant d'un banc d'essai identique à leur modèle. Ils ont donc étudié les modes d'excitation ainsi que la réponse forcée sous la forme de l'erreur de transmission dynamique. Cependant, ils se limitent seulement à une paire d'engrenages hélicoïdaux sur lesquels ils ne font pas varier les paramètres physiques de ceux-ci.

1.3 Conclusion

Selon la littérature, deux avenues sont possibles pour la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Il s'agit de la modélisation autant par des modèles mathématiques spécifiques que par la méthode des éléments finis ou bien par les approches expérimentales comme la photoélasticité ou la mesure directe par jauges de déformation et accéléromètres.

Les approches analytiques et les méthodes numériques sont des méthodes de prédiction devant être validées par des résultats expérimentaux. Dans la littérature, les différents facteurs pouvant influencer la contrainte dynamique des engrenages sont abordés indépendamment. Cependant, l'existence d'un modèle complet éprouvé est toutefois manquante. Ces approches ou méthodes permettent de prédire l'influence de différents paramètres sur la contrainte dynamique avec l'avantage d'une très grande flexibilité au niveau des essais. En outre, cette flexibilité permet d'obtenir différents résultats pour un plus grand nombre d'essais et ce, en très peu de temps en comparaison avec les approches expérimentales.

L'application de la photoélasticité ainsi que la mesure directe par jauges de déformation et accéléromètres s'avèrent sans doute deux excellentes méthodes. Dans la littérature, des travaux présentent des essais expérimentaux pour étudier certains aspects pouvant influencer la mesure de la contrainte dynamique des engrenages droits et hélicoïdaux. Toutefois, à notre connaissance, aucune étude ne couvre l'effet d'une variation combinée des paramètres suivants :

- a. le pas ou le module;
- b. l'angle d'hélice;
- c. le nombre de dents;
- d. la largeur de face;
- e. le couple transmis;
- f. la vitesse de rotation.

L'étude présentée dans ce document propose l'application de la photoélasticité à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques sous l'effet de la variation des paramètres mentionnés précédemment. La photoélasticité permet d'étudier l'évolution et la distribution des contraintes de tension et de compression sur les dents d'engrenages. Elle est très efficace sur des roues minces mais n'est pas représentative sur des roues ayant une largeur de face plus grande. Il s'agit par contre d'une méthode

visuelle. En d'autres mots, l'ordre de frange doit être déterminé avec exactitude puisque ce nombre est directement proportionnel à l'amplitude de la contrainte.

Pour bien étudier et comprendre l'influence de chacun des facteurs, un plan d'expérience sera établi. Ce plan d'expérience devra cependant accommoder les deux types de mesures expérimentales mentionnés précédemment permettant ainsi une éventuelle comparaison entre les deux. Le premier volet de plan d'expérience concernera l'analyse expérimentale à l'aide de la photoélasticité tandis que le deuxième volet du plan d'expérience couvrira l'analyse expérimentale à l'aide de mesures directes par jauges de déformation et accéléromètres en torsion. Par la suite, un banc d'essai servira à étudier les différents trains d'engrenages inclus par le plan d'expérience.

La grande majorité des causes pouvant influencer la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques sera couverte. Donc, l'amplitude et la forme de la distribution des contraintes de flexion en tension et en compression seront traitées par l'application de la photoélasticité.

CHAPITRE 2

PRÉPARATION EXPÉRIMENTALE

2.1 Introduction

Le chapitre précédent a justifié l'élaboration d'une campagne expérimentale traitant de la mesure des contraintes dynamiques des engrenages cylindriques par l'application de la photoélasticité. Cette campagne expérimentale entraîne nécessairement la création d'un plan d'expérience afin de couvrir l'influence de différents paramètres sur la mesure des contraintes dynamiques des engrenages cylindriques. Cependant, il doit être conçu pour accommoder les deux avenues expérimentales déjà mentionnée. Ceci permettra une éventuelle comparaison entre les deux.

Le chapitre suivant porte sur l'élaboration et l'explication du plan d'expérience traitant de la mesure des contraintes dynamiques des engrenages cylindriques. Il porte aussi sur l'élaboration et le fonctionnement du banc d'essai s'y rattachant.

2.2 Élaboration du plan d'expérience

Le plan d'expérience porte uniquement sur les engrenages droits et hélicoïdaux car ceux-ci sont les plus répandus. Il aurait été intéressant d'étudier les autres familles d'engrenages (coniques, hypoïdes, spiroïdes, ...) mais la mesure de la contrainte dynamique de ces familles d'engrenages amenait un degré de complexité supplémentaire ce qui dépassait le cadre de l'étude.

Pour l'élaboration du plan, il a fallu cerner les paramètres pouvant influencer la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Les paramètres peuvent se diviser en deux groupes. Le premier groupe tient compte des caractéristiques intrinsèques des

engrenages tandis que le deuxième groupe tient compte des phénomènes physiques et des caractéristiques de montage.

2.2.1 Paramètres intrinsèques des engrenages

Les deux figures suivantes indiquent la majorité des paramètres intrinsèques des roues d'engrenage.

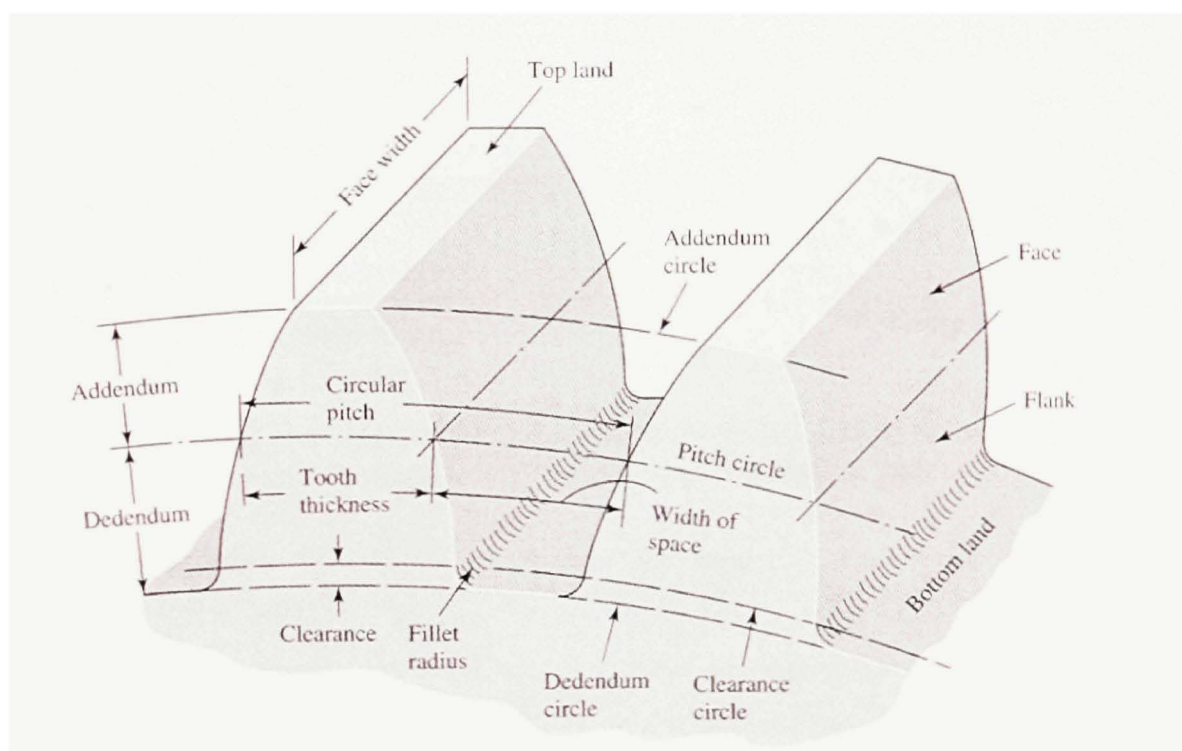


Figure 1 Paramètres intrinsèques des engrenages droits et hélicoïdaux
(Adapté de J. E. Shigley et C. R. Mischke, 2001)

La figure 1 présente une image de deux dents consécutives d'une roue d'engrenage droite. En regardant la figure, on y remarque plusieurs paramètres dont les principaux sont le pas diamétral (P_d), la largeur de face (F) et le nombre de dents (N).

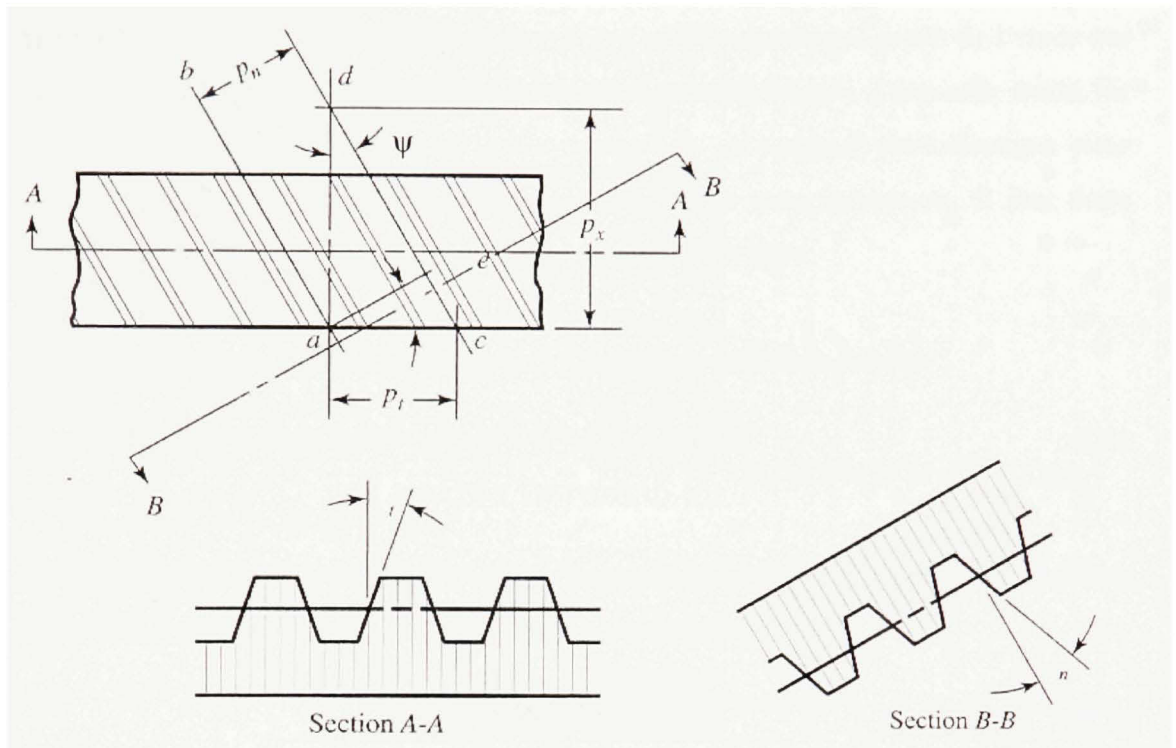


Figure 2 Paramètres intrinsèques des engrenages hélicoïdaux
(Adapté de J. E. Shigley et C. R. Mischke, 2001)

La figure 2 montre la seule différence entre un engrenage droit et un engrenage hélicoïdal. Cette différence se situe au niveau de l'angle entre la section normale (section B-B) et la section transversale (section A-A). Cet angle entre ces deux plans se nomme angle d'hélice (ψ). L'angle d'hélice montré est l'angle d'hélice primitif. Cette valeur diffère de l'angle d'hélice à d'autres rayons. De plus, il est important de savoir qu'un engrenage droit est considéré comme un engrenage hélicoïdal avec un angle d'hélice nul.

Tous les paramètres qui viennent d'être mentionnés sont des paramètres géométriques. D'autres paramètres comme le grade de qualité, le matériau utilisé et le traitement thermique sont aussi des paramètres propres aux engrenages même si on ne peut les voir. Il faut donc les prendre en considération.

La prochaine étape consiste à déterminer les paramètres qui feront partie de l'étude sur la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Dans cette étude, les déformations au niveau des dents seront transmises au matériel photoélastique pour ensuite établir les contraintes de flexion en tension et en compression. Il faut donc vérifier comment ces contraintes sont traitées dans la littérature.

Selon les normes de l'AGMA, la contrainte de flexion est définie comme :

$$\sigma_f = W^t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{P_d}{F} \cdot \frac{K_m \cdot K_B}{J} \quad (2.1)$$

L'expression de la contrainte de flexion contient plusieurs facteurs qui nécessitent d'être discutés. Le premier facteur, K_v , est le facteur dynamique :

$$K_v = \left(\frac{A + \sqrt{V}}{A} \right)^B \quad (2.2)$$

Où les variables de ce facteur sont égales à :

$$A = 50 + 56 \cdot (1 - B) \quad (2.3)$$

$$B = 0.25 \cdot (12 - Q_v)^{2/3} \quad (2.4)$$

En regardant de plus près les équations (2.2), (2.3) et (2.4), on remarque que le facteur dynamique dépend du grade de qualité (Q_v) et de la vitesse tangentielle (V).

Le deuxième facteur, K_s , est le facteur de grosseur :

$$K_s = 1.192 \cdot \left(\frac{F \cdot \sqrt{Y}}{P_d} \right)^{0.0535} \quad (2.5)$$

Il est à noter que cette équation ne fait pas partie de l'AGMA. C'est une équation modifiée mais qui est valable pour interpréter physiquement le facteur de grosseur [25].

En regardant l'équation du facteur de grosseur, on remarque qu'il dépend notamment du pas diamétral et de la largeur de face. De plus, on y retrouve le facteur de forme de Lewis (Y) qui dépend uniquement du nombre de dents.

Le troisième facteur est le pas diamétral :

$$P_d = \frac{N}{D_p} \quad \text{pour un engrenage droit} \quad (2.6a)$$

$$P_d = \frac{N}{D_p \cdot \cos(\psi)} \quad \text{pour un engrenage hélicoïdal} \quad (2.6b)$$

Les équations pour le pas diamétral dépendent dans les deux cas du nombre de dents ainsi que du diamètre primitif de l'engrenage. Cependant, le pas diamétral pour un engrenage hélicoïdal dépend aussi de l'angle d'hélice.

Le quatrième facteur, K_m , est le facteur de distribution de charge :

$$K_m = 1 + C_{mc} \cdot (C_{pf} \cdot C_{pm} + C_{md} \cdot C_e) \quad (2.7)$$

Où les variables de ce facteur sont égales à :

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{F}{10 \cdot D_p} - 0.025 & \text{pour } F \leq 1 \text{ pouce} \\ \frac{F}{10 \cdot D_p} - 0.0375 + 0.0125 & \text{pour } 1 < F \leq 17 \text{ pouces} \end{cases} \quad (2.8)$$

$$C_{pm} = \begin{cases} 1.0 & \text{pour } SI/S < 0.175 \\ 1.1 & \text{pour } SI/S \geq 0.175 \end{cases} \quad (2.9)$$

L'équation (2.8) est l'équation pour établir le facteur de proportion du pignon (C_{pf}) tandis que l'équation (2.9) est plutôt une constante modificatrice servant à la proportion du pignon (C_{pm}).

La figure suivante indique la signification des variables S et S_1 pour l'équation (2.9). La variable S est la distance entre les deux roulements tandis que la variable S_1 est la distance entre le centre de la roue d'engrenage et le point milieu se situant entre les deux roulements.

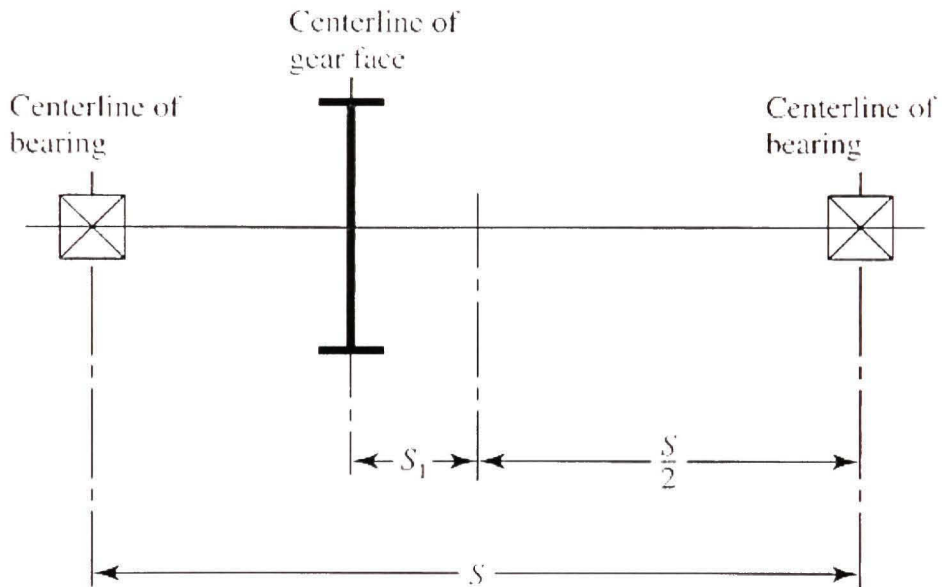


Figure 3 Positionnement de l'engrenage entre deux roulements
(Adapté de J. E. Shigley et C. R. Mischke, 2001)

$$C_{mi} = 0.127 + 0.0158 \cdot F + (-0.093 \times 10^{-4}) \cdot F^2 \quad (2.10)$$

$$C_e = \begin{cases} 0.8 & \text{pour un engrenement ajusté à l'assemblage} \\ 1.0 & \text{pour toutes autres conditions} \end{cases} \quad (2.11)$$

L'équation (2.10) est l'équation pour établir le facteur d'enlignement à l'engrenement (C_{mi}) tandis que l'équation (2.11) est plutôt une constante de correction pour l'enlignement à l'engrenement (C_e).

En inspectant les variables du facteur de distribution de charge, on remarque qu'elles dépendent essentiellement de la largeur de face et du diamètre primitif.

Le cinquième facteur, J , est le facteur géométrique.

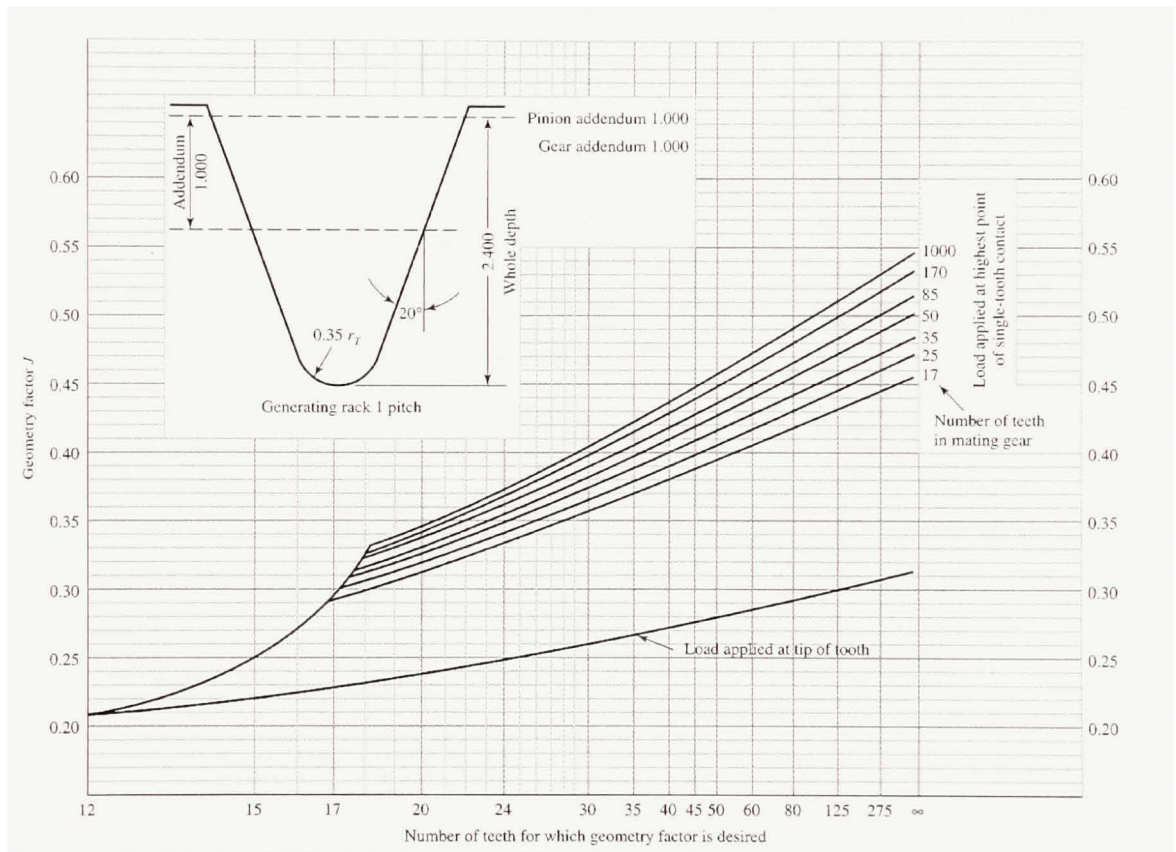


Figure 4 Facteur géométrique pour les engrenages droits
(Adapté de J. E. Shigley et C. R. Mischke, 2001)

Le facteur géométrique, pour des engrenages droits, peut être obtenu à l'aide de cet abaque (figure 4). Il est important de remarquer que ce facteur dépend directement du nombre de dents des roues d'engrenage. Il s'agit ici du nombre de dents du pignon et du nombre de dents de la roue.

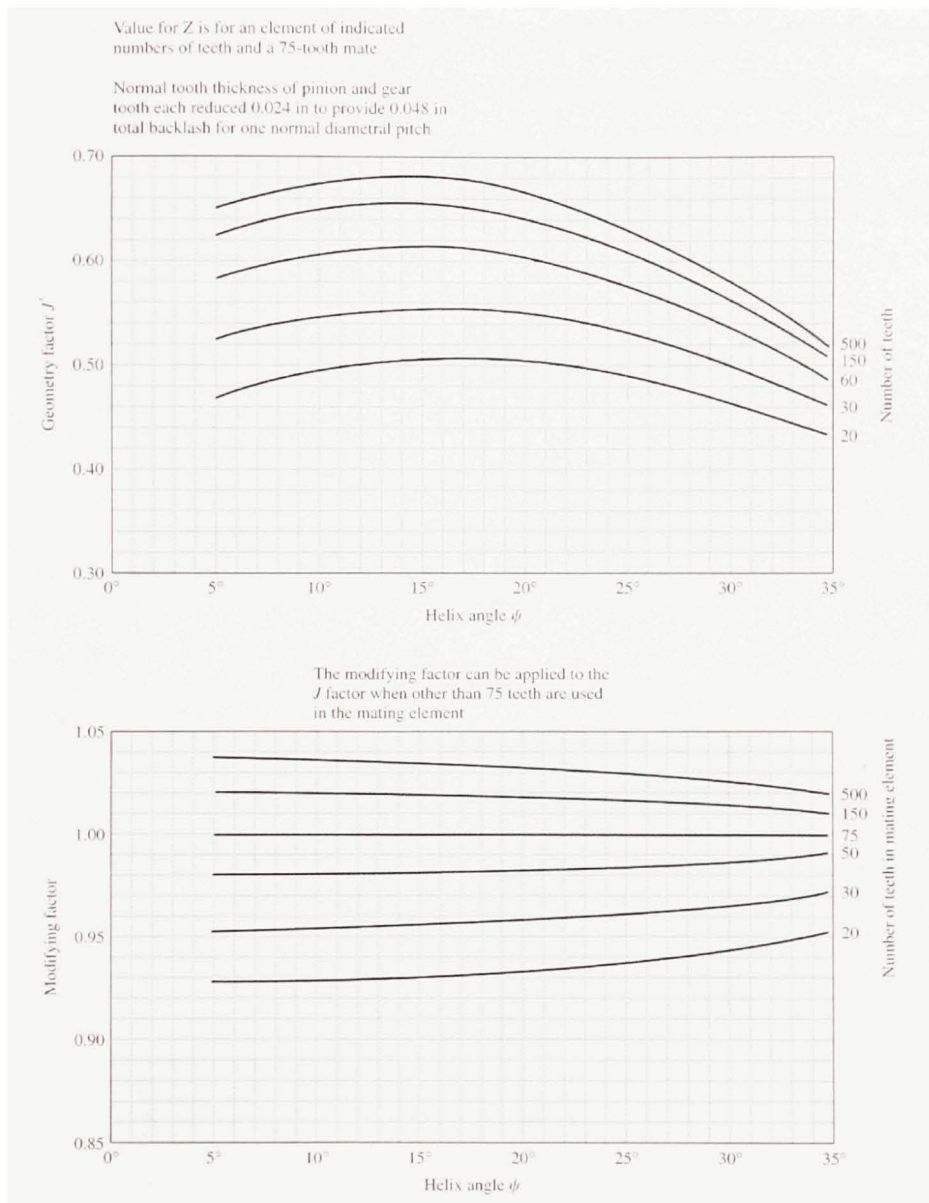


Figure 5 Correction pour le facteur géométrique des engrenages hélicoïdaux (Adapté de J. E. Shigley et C. R. Mischke, 2001)

Dans le cas des engrenages hélicoïdaux, il faut appliquer une correction à la valeur obtenue par l'entremise de la figure 4. Cette correction s'effectue à l'aide des deux abaques montrés à la figure 5.

En analysant toutes les figures et les équations mentionnées dans cette section, il est maintenant possible de dresser une liste des paramètres intrinsèques des engrenages droits et hélicoïdaux qui seront inclus dans le plan d'expérience. On y retrouvera donc le pas (P_d), le nombre de dents (N), l'angle d'hélice (ψ), le grade de qualité (Q_1) et la largeur de face (F).

2.2.2 Phénomènes physiques et caractéristiques de montage

La section suivante porte sur différents facteurs, phénomènes et caractéristiques particuliers pouvant influencer la mesure de la contrainte dynamique mais n'étant pas considérés comme des paramètres intrinsèques des engrenages.

En regardant de nouveau la formulation de la contrainte de flexion, équation (2.1), la majorité des facteurs de cette équation tient compte de phénomènes physiques et de caractéristiques de montage. Le premier terme attirant l'attention est celui de la charge tangentielle appliquée sur la dent.

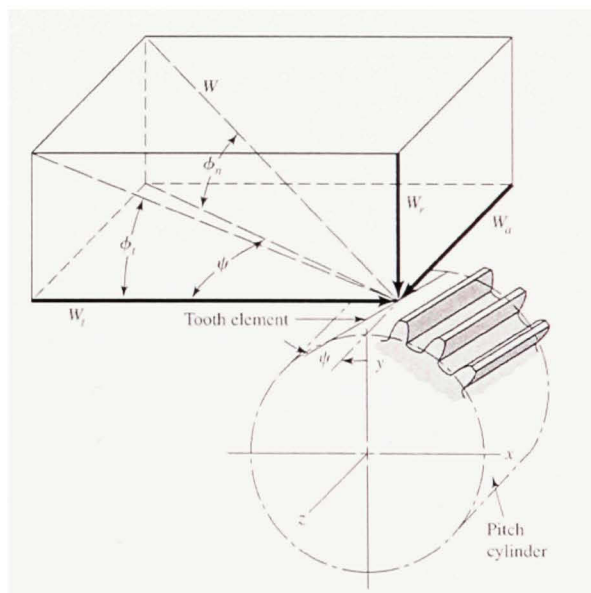
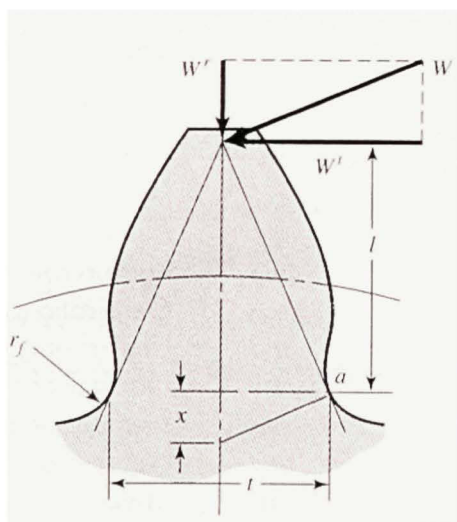


Figure 6 Charge appliquée sur une dent d'engrenage
(Adapté de J. E. Shigley et C. R. Mischke, 2001)

La figure 6 montre la charge appliquée sur une dent d'engrenage avec sa composante radiale et sa composante tangentielle. L'image de gauche traite une charge pour un engrenage droit tandis que l'image de droite traite une charge pour un engrenage hélicoïdal. Cependant, la charge tangentielle n'est pas un paramètre direct. Autrement dit, cette charge est obtenue en combinant la puissance du moteur ainsi que la résistance de l'appareil à entraîner. Dans la formulation générale, on retrouve :

$$P = T \cdot \omega \quad (2.12)$$

$$T = W' \cdot R_p \quad (2.13)$$

Les équations (2.12) et (2.13) illustrent bien la relation entre la puissance transmise (P) par le moteur, le couple induit (T) ainsi que la charge tangentielle (W').

Dans le cas du facteur dynamique, équation (2.2), on fait référence à la vitesse tangentielle (V) qui a une influence directe sur ce facteur. À l'aide de l'équation suivante :

$$V = R_p \cdot \omega \quad (2.14)$$

On remarque que la vitesse tangentielle est le produit entre le rayon primitif de l'engrenage (R_p) et la vitesse de rotation (ω).

Un dernier paramètre doit être mentionné dans cette section. Il fait allusion au nombre de dents en contact durant l'engrènement. Ce paramètre est le rapport de conduite et il est introduit d'une manière indirecte dans l'équation du facteur géométrique. Cependant, l'équation du facteur géométrique tient compte du facteur de distribution de charge qui est en fait presque l'inverse du rapport de conduite.

Le rapport de conduite, m , est défini comme :

$$m = m_f + m_F \quad (2.15)$$

Où :

$$m_t = \frac{P_d \cdot Z}{\pi \cdot \cos(\phi)} \quad (2.16)$$

$$m_F = \frac{F}{P_v} \quad (2.17)$$

L'équation (2.16) exprime le rapport de conduite transversal (m_t). Cette équation est valable pour les engrenages droits ainsi que les engrenages hélicoïdaux. Elle est composée du pas diamétral, de l'angle de pression (ϕ) et la longueur d'action (Z).

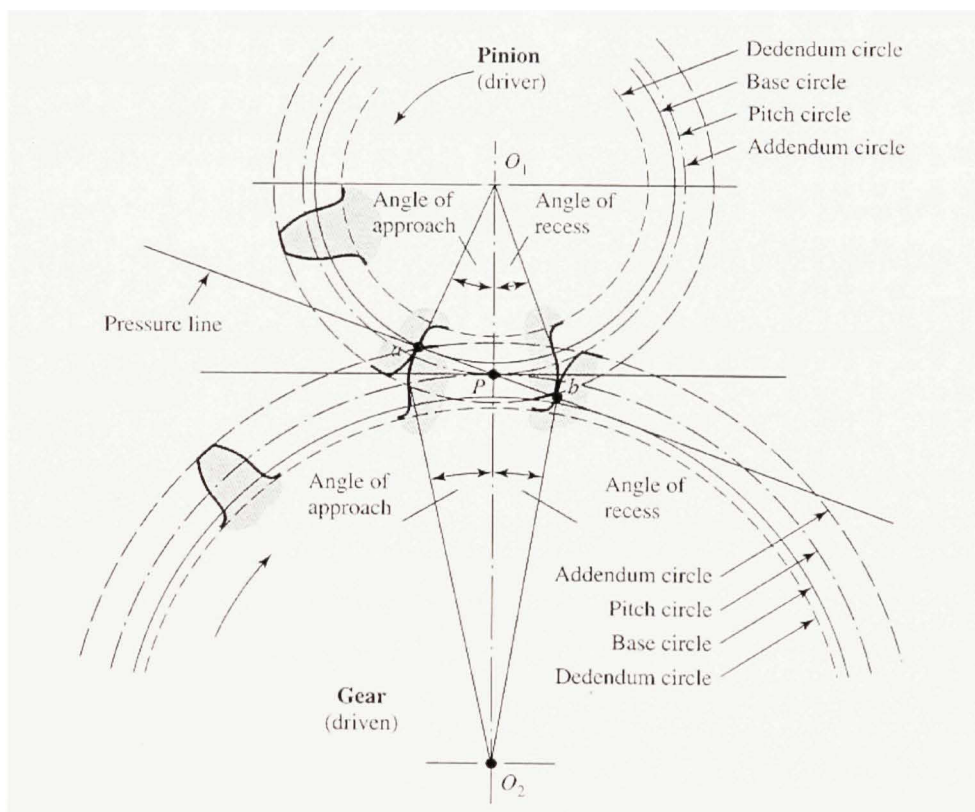


Figure 7 Longueur d'action sur une paire d'engrenages droits
(Adapté de J. E. Shigley et C. R. Mischke, 2001)

La figure 7 montre la longueur d'action entre deux engrenages. Il s'agit ici de la distance entre le point a et le point b. Cette longueur ne peut être mesurée à l'aide d'instruments

conventionnels. Elle est plutôt obtenue mathématiquement à l'aide de l'équation suivante :

$$Z = \sqrt{(R_{p-p} + a_p)^2 - (R_{p-p} \cos(\phi))^2} + \sqrt{(R_{p-r} + a_r)^2 - (R_{p-r} \cos(\phi))^2} - C \cdot \sin(\phi) \quad (2.18)$$

L'équation de la longueur d'action est basée sur les paramètres intrinsèques suivants : le rayon primitif (R_{p-p}) et la saillie du pignon (a_p), le rayon primitif (R_{p-r}) et la saillie de la roue (a_r), l'angle de pression et l'entraxe (C).

L'équation (2.17) exprime le rapport de conduite de face (m_F). Cette équation est valable seulement pour les engrenages hélicoïdaux. L'application de cette équation aux engrenages droits nous donne une valeur nulle. En fait, il s'agit du rapport entre la largeur de face et le pas axial (P_x). Ce dernier est défini comme :

$$P_x = \frac{2\pi \cdot R_b}{N \cdot \tan(\psi_b)} \quad (2.19)$$

Il y a cependant deux nouveaux paramètres intrinsèques qui se rajoutent. Il s'agit du rayon de base (R_b) :

$$R_b = R_p \cdot \cos(\phi) \quad (2.20)$$

Il est obtenu par le produit du rayon primitif avec le cosinus de l'angle de pression. L'équation (2.19) fait aussi mention de l'angle d'hélice de base (ψ_b) :

$$\psi_b = \sin^{-1}(\sin(\psi) \cdot \cos(\phi_n)) \quad (2.21)$$

Cet angle dépend de l'angle d'hélice et de l'angle de pression normal (ϕ_n). L'angle de pression normal est illustré à la figure 6.

En analysant toutes les figures et les équations mentionnées dans cette section, il est maintenant possible de dresser une liste des phénomènes physiques et des

caractéristiques de montage qui seront inclus dans le plan d'expérience. On y retrouvera donc le couple transmis (T) et la vitesse de rotation (ω). Dans le cas du rapport de conduite (m), il est déjà fonction du nombre de dents (N).

2.2.3 Plan d'expérience

Les sections 2.2.1 et 2.2.2 énumèrent tous les paramètres qui sont contenus dans la formulation du plan d'expérience. Il faut maintenant donner des valeurs tangibles aux paramètres pour compléter le plan d'expérience.

En premier lieu, il faut choisir le type de plan d'expérience utilisé pour la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Chaque paramètre choisi doit avoir au moins deux niveaux distincts afin d'en étudier son influence. Nous essaierons de nous limiter à deux valeurs par paramètre en raison des coûts associés et des temps d'étude. Donc, un plan d'expérience factoriel de type 2^f est mis en œuvre pour cette étude.

2.2.3.1 Facteurs invariables

Avant d'énumérer tous les paramètres à deux niveaux, il faut mentionner les autres paramètres auxquels une seule valeur a été fixée pour garder une invariabilité et du même coup, la validité du plan d'expérience. Il s'agit ici du matériau utilisé pour les engrenages, le traitement thermique associé aux dents, le grade de qualité et l'angle de pression. Les engrenages seront en acier 1045 et n'auront subi aucun traitement thermique. Ces derniers auront été usinés de manière à obtenir un grade de qualité AGMA 8 et l'angle de pression sera de vingt degrés ($\phi = 20^\circ$). Le grade de qualité sera néanmoins difficile à maintenir parfaitement constant, compte tenu que les roues seront fabriquées spécifiquement pour l'étude et que ce paramètre demeure difficile à contrôler sans inspection rigoureuse.

L'acier 1045 est un matériau commun. Il a été préféré à l'aluminium à cause d'une meilleure gamme de propriétés mécaniques en plus d'être largement documenté. Il a été décidé de ne pas faire subir de traitements thermiques aux engrenages à cause des coûts engendrés, mais surtout dans le but de limiter le nombre de facteurs étudiés. Il est certain que les traitements thermiques influencent la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Il serait intéressant de vérifier ce facteur dans le cadre d'une étude ultérieure.

2.2.3.2 Facteurs variables

Le premier facteur variable inscrit dans le plan d'expérience est le pas diamétral. Deux valeurs ont été déterminées pour ce facteur. Il y a donc des roues d'engrenage avec un pas d'une valeur de quatre ($P_d=4$) et des roues d'engrenage avec un pas d'une valeur de six ($P_d=6$). Les valeurs associées au pas diamétral étant mises à l'essai sont conséquentes de l'instrumentation utilisée dans cette étude. Autrement dit, une bonne grosseur de dent est nécessaire pour une utilisation adéquate du matériel photoélastique. Il en est de même pour l'utilisation ultérieure des jauges de déformation.

Le deuxième facteur variable inscrit dans le plan d'expérience est l'angle d'hélice. Deux valeurs ont été déterminées pour ce facteur. Il y a donc des roues d'engrenage avec un angle d'hélice d'une valeur nulle ($\psi=0^\circ$). Il s'agit donc d'engrenages droits. Il y a aussi des roues d'engrenage avec un angle d'hélice d'une valeur de vingt degrés ($\psi=20^\circ$). Il s'agit donc d'engrenages hélicoïdaux. La valeur de vingt degrés donnée à l'angle d'hélice a été établie en fonction de la valeur du nombre de dents et du rapport de conduite en utilisant une procédure itérative pour la validité du plan d'expérience.

Le troisième facteur variable inscrit dans le plan d'expérience est la largeur de face. Deux valeurs ont été déterminées pour ce facteur. Il y a donc des roues d'engrenage avec une largeur de face d'une valeur d'un demi-pouce ($F=0.5''$). Il s'agit donc d'engrenages

minces. Il y a aussi des roues d'engrenage avec une largeur de face d'une valeur de trois pouces ($F=3.0''$). Il s'agit donc d'engrenages à large face. Les deux valeurs choisies pour la largeur de face ont été déterminées en fonction de la distribution des contraintes sur la face car celle-ci n'est pas la même sur des engrenages minces et sur des engrenages épais. Il fallait aussi que la valeur associée à la largeur de face pour obtenir des engrenages à large face ne soit pas trop élevée car la comparaison entre les engrenages droits et hélicoïdaux aurait été biaisée. Il est important de noter que seulement les roues d'engrenage minces seront utilisées pour la mesure de la contrainte dynamique avec l'application de la photoélasticité.

Le quatrième facteur variable inscrit dans le plan d'expérience est le couple transmis. Les valeurs du couple ont été déterminées par rapport à la charge maximale qu'une dent d'engrenage pouvait subir avant qu'il y ait déformation plastique selon l'équation de la contrainte de flexion. Cependant les valeurs du couple varient d'une roue d'engrenage à l'autre dépendamment de la valeur du pas, de la valeur de l'angle d'hélice et de la valeur de la largeur de face.

Il est certain que les roues d'engrenage hélicoïdales peuvent supporter une plus grande charge que les roues d'engrenage droites ce qui laisse entendre que ces dernières vont limiter les valeurs données au couple. Avec cette limitation, les valeurs du couple données aux roues d'engrenage droites vont être les mêmes que celles données aux roues d'engrenage hélicoïdales.

Quant à la largeur de face, les roues d'engrenage à large face peuvent supporter une plus grande charge que les roues d'engrenage minces. Cependant, il faut limiter les valeurs données au couple pour les roues d'engrenage à large face car ces dernières déformeraient plastiquement les roues d'engrenage minces. Donc, les valeurs données au couples transmis vont être identiques peu importe la valeur associée à la largeur de face.

Le pas diamétral de l'engrenage est le dernier facteur pouvant influencer les valeurs données au couple transmis. Règle générale, la valeur maximale donnée au couple est plus grande pour une valeur de pas plus faible. Cependant, c'est la valeur la plus élevée du pas diamétral qui va limiter les valeurs du couple transmis.

Il faut aussi tenir compte des méthodes de mesures pour établir les différentes valeurs du couple transmis. La méthode de la photoélasticité nécessite des déformations suffisantes afin que des franges puissent apparaître.

Il est maintenant possible d'établir les deux valeurs du couple transmis qui vont s'intégrer au plan d'expérience.

Tableau I

Valeurs de T en fonction de P_d et de F

P_d	$F = 0.5''$	$F = 3.0''$
4 po^{-1}	275 Nm	275 Nm
	300 Nm	300 Nm
6 po^{-1}	275 Nm	275 Nm
	300 Nm	300 Nm

Le tableau I indique les deux valeurs données au couple transmis en fonction de la valeur du pas diamétral et de la largeur de face. On constate que les deux valeurs du couple transmis en fonction des deux largeurs de face ainsi que des deux valeurs du pas diamétral sont les mêmes.

Le cinquième facteur variable inscrit dans le plan d'expérience est la vitesse de rotation. La vitesse de rotation dépend du moteur électrique entraînant le banc d'essai mais surtout de la vitesse d'obturation de l'appareil photo (1/8000 sec) afin d'obtenir une

image claire lors de l'application de la méthode photoélastique. Deux valeurs ont été déterminées pour ce facteur. La première valeur est de 1000 tr/min car il s'agit de la vitesse limite à laquelle l'appareil photo numérique obtient des images claires. La deuxième valeur est égale à 50% de la vitesse limite qui est de 500 tr/min.

Le sixième facteur variable inscrit dans le plan d'expérience est le nombre de dents. Cependant, les valeurs associées au nombre de dents ont été très difficiles à déterminer car ce facteur se retrouve dans de nombreuses équations qui font varier les facteurs précédents.

Il a été mentionné précédemment que le rapport de conduite est directement lié au nombre de dents. Il est donc important d'obtenir des valeurs spécifiques associées au rapport de conduite pour être capable de déterminer un nombre de dents adéquat. De manière plus précise, le rapport de conduite doit posséder des valeurs entières ($m = 2$) et ($m = 3$) ainsi que des valeurs intermédiaires ($1 < m < 2$) et ($3 < m < 4$).

Sachant que les valeurs des autres facteurs sont déjà établies, il est possible d'étudier chacun des scénarios pour fixer le rapport de conduite et ainsi déterminer le nombre de dents.

Le premier scénario représente les deux valeurs du rapport de conduite sachant que le pas a une valeur de 4, l'angle d'hélice a une valeur de 0° et que la largeur de face a une valeur de $1/2''$. En faisant varier le nombre de dents du pignon et de la roue ainsi que la valeur de l'entraxe, il est possible d'obtenir deux valeurs différentes du rapport de conduite. Cependant, il y a un nombre de dents minimum et maximum à respecter à cause des limites du banc d'essai. De plus, il y a aussi une valeur minimale et maximale de l'entraxe qu'il faut respecter. Ces limitations seront expliquées dans la section traitant du banc d'essai. Donc en se servant d'une méthode itérative, les deux valeurs du rapport

de conduite sont fixées à 1.6 et 1.675. Le premier scénario permet d'obtenir le nombre de dents suivant :

- a. pour un rapport de conduite fixé à 1.6, le pignon doit posséder 24 dents tandis que la roue doit posséder 25 dents ;
- b. pour un rapport de conduite fixé à 1.675, le pignon doit posséder 34 dents tandis que la roue doit posséder 35 dents.

Le deuxième scénario représente les deux valeurs du rapport de conduite sachant que le pas a une valeur de 4, l'angle d'hélice a une valeur de 0° et que la largeur de face a une valeur de 3". Ce scénario est identique au premier à part la valeur de la largeur de face. Étant donné que ces deux scénarios traitent d'engrenages droits, les deux valeurs du rapport de conduite sont aussi fixées à 1.6 et 1.675. Le deuxième scénario permet d'obtenir le nombre de dents suivant :

- a. pour un rapport de conduite fixé à 1.6, le pignon doit posséder 24 dents tandis que la roue doit posséder 25 dents ;
- b. pour un rapport de conduite fixé à 1.675, le pignon doit posséder 34 dents tandis que la roue doit posséder 35 dents.

Le troisième scénario représente les deux valeurs du rapport de conduite sachant que le pas a une valeur de 4, l'angle d'hélice a une valeur de 20° et que la largeur de face a une valeur de $1/2''$. La valeur donnée à l'angle d'hélice est la seule différence entre ce scénario et le premier. Cette différence entraînera donc une légère augmentation des deux valeurs données au rapport de conduite. Il faut donc minimiser cette augmentation pour avoir une certaine similitude. Par conséquent, les deux valeurs du rapport de conduite sont fixées à 1.77 et 1.85. Le troisième scénario permet d'obtenir le nombre de dents suivant :

- a. pour un rapport de conduite fixé à 1.77, le pignon doit posséder 24 dents tandis que la roue doit posséder 25 dents ;

- b. pour un rapport de conduite fixé à 1.85, le pignon doit posséder 34 dents tandis que la roue doit posséder 35 dents.

Le quatrième scénario représente les deux valeurs du rapport de conduite sachant que le pas a une valeur de 4, l'angle d'hélice a une valeur de 20° et que la largeur de face a une valeur de 3". Ce scénario est bien différent du premier à cause des valeurs associées à l'angle d'hélice et à la largeur de face. Ceci a pour conséquence de fixer la valeur minimum au rapport de conduite égale à 3. Le quatrième scénario a donc 3 et 3.1 comme valeurs associées au rapport de conduite. Le quatrième scénario permet d'obtenir le nombre de dents suivant :

- a. pour un rapport de conduite fixé à 3, le pignon doit posséder 24 dents tandis que la roue doit posséder 25 dents ;
- b. pour un rapport de conduite fixé à 3.1, le pignon doit posséder 34 dents tandis que la roue doit posséder 35 dents.

Le cinquième scénario représente les deux valeurs du rapport de conduite sachant que le pas a une valeur de 6, l'angle d'hélice a une valeur de 0° et que la largeur de face a une valeur de 1/2". Ce scénario est similaire au premier à part la valeur du pas. Il a donc été possible, en ajustant le nombre de dents du pignon et de la roue ainsi que la valeur de l'entraxe, d'obtenir les mêmes valeurs associées au rapport de conduite du premier scénario. Donc, les deux valeurs du rapport de conduite ont été fixées à 1.6 et 1.675. Le cinquième scénario permet d'obtenir le nombre de dents suivant :

- a. pour un rapport de conduite fixé à 1.6, le pignon doit posséder 24 dents tandis que la roue doit posséder 25 dents ;
- b. pour un rapport de conduite fixé à 1.675, le pignon doit posséder 37 dents tandis que la roue doit posséder 38 dents.

Le sixième scénario représente les deux valeurs du rapport de conduite sachant que le pas a une valeur de 6, l'angle d'hélice a une valeur de 0° et que la largeur de face a une

valeur de 3". Ce scénario est identique au cinquième à part la valeur de la largeur de face. Étant donné que ces deux scénarios traitent d'engrenages droits comme le premier et le deuxième, les deux valeurs du rapport de conduite seront aussi fixées à 1.6 et 1.675. Le sixième scénario permet d'obtenir le nombre de dents suivant :

- a. pour un rapport de conduite fixé à 1.6, le pignon doit posséder 24 dents tandis que la roue doit posséder 25 dents ;
- b. pour un rapport de conduite fixé à 1.675, le pignon doit posséder 37 dents tandis que la roue doit posséder 38 dents.

Le septième scénario représente les deux valeurs du rapport de conduite sachant que le pas a une valeur de 6, l'angle d'hélice a une valeur de 20° et que la largeur de face a une valeur de $1/2''$. La valeur donnée au pas est la seule différence entre ce scénario et le troisième. Cette différence entraînera donc une légère augmentation des deux valeurs données au rapport de conduite. Il faut donc minimiser cette augmentation pour avoir une certaine similitude. Par conséquent, les deux valeurs du rapport de conduite sont fixées à 1.9 et 2. Le cinquième scénario permet d'obtenir le nombre de dents suivant :

- a. pour un rapport de conduite fixé à 1.9, le pignon doit posséder 24 dents tandis que la roue doit posséder 25 dents ;
- b. pour un rapport de conduite fixé à 2, le pignon doit posséder 37 dents tandis que la roue doit posséder 38 dents.

Le huitième scénario représente les deux valeurs du rapport de conduite sachant que le pas a une valeur de 6, l'angle d'hélice a une valeur de 20° et que la largeur de face a une valeur de 3". La valeur donnée au pas est la seule différence entre ce scénario et le quatrième. Cette différence entraînera donc une légère augmentation des deux valeurs données au rapport de conduite. Il faut donc minimiser cette augmentation pour avoir une certaine similitude. Par conséquent, les deux valeurs du rapport de conduite sont fixées à 3.75 et 3.85. Le huitième scénario permet d'obtenir le nombre de dents suivant :

- a. pour un rapport de conduite fixé à 3.75, le pignon doit posséder 24 dents tandis que la roue doit posséder 25 dents ;
- b. pour un rapport de conduite fixé à 3.85, le pignon doit posséder 37 dents tandis que la roue doit posséder 38 dents.

Le sixième et dernier facteur du plan d'expérience est maintenant complété. En résumant les huit scénarios possibles, on obtient pour un pas diamétral de 4 po^{-1} , deux paires d'engrenages. La première paire possède 24 et 25 dents tandis que la deuxième paire possède 34 et 35 dents. Dans le cas où le pas diamétral est de 6 po^{-1} , il y a aussi deux paires d'engrenages. La première paire possède 24 et 25 dents tandis que la deuxième paire possède 37 et 38 dents.

Comme on peut le remarquer, les deux valeurs associées au pas diamétral ne possèdent pas les mêmes valeurs associées au nombre de dents. Étant donné que les deux paires d'engrenages associées au pas diamétral de 4 po^{-1} ne sont pas identiques à celles du pas diamétral de 6 po^{-1} , le plan d'expérience ne peut être considéré complet ou fermé. Étant donné que la première paire d'engrenages est identique pour les deux valeurs du pas diamétral et que la deuxième paire est similaire pour les deux valeurs du pas diamétral, on peut quand même faire un plan d'expérience double. Ce plan pourra être résolu de la même manière qu'un plan d'expérience complet. Pour sa résolution, il faudra simplement interpoler les valeurs des contraintes obtenues avec les paires d'engrenages de 37 et 38 dents pour les ramener à des paires d'engrenages de 34 et 35 dents.

Nous avons maintenant tous les facteurs nécessaires ainsi que leurs valeurs respectives pour l'assemblage du plan d'expérience en tenant compte de l'application de la photoélasticité ainsi que de la mesure directe par jauges de déformation et accéléromètres. Il est maintenant possible d'écrire le plan d'expérience double.

Tableau II

Première partie du plan d'expérience

P_d	ψ	F	T	ω	m	N_{pignon}	N_{roue}
4	0°	1/2"	275 Nm	500 tr/min	1.6	24	25
					1.675	34	35
			1000 tr/min	1.6	24	25	
					1.675	34	35
		300 Nm	500 tr/min	1.6	24	25	
					1.675	34	35
			1000 tr/min	1.6	24	25	
					1.675	34	35
		3"	275 Nm	500 tr/min	1.6	24	25
					1.675	34	35
			1000 tr/min	1.6	24	25	
					1.675	34	35
		300 Nm	500 tr/min	1.6	24	25	
					1.675	34	35
			1000 tr/min	1.6	24	25	
					1.675	34	35
	20°	1/2"	275 Nm	500 tr/min	1.77	24	25
					1.85	34	35
			1000 tr/min	1.77	24	25	
					1.85	34	35
		300 Nm	500 tr/min	1.77	24	25	
					1.85	34	35
			1000 tr/min	1.77	24	25	
					1.85	34	35
		3"	275 Nm	500 tr/min	3	24	25
					3.1	34	35
			1000 tr/min	3	24	25	
					3.1	34	35

Tableau II (suite)

P_d	ψ	F	T	ω	m	N_{pignon}	N_{roue}
4	20°	3"	300 Nm	500 tr/min	3	24	25
					3.1	34	35
				1000 tr/min	3	24	25
					3.1	34	35

Tableau III

Deuxième partie du plan d'expérience

P_d	ψ	F	T	ω	m	N_{pignon}	N_{roue}
6	0°	1/2"	275 Nm	500 tr/min	1.6	24	25
					1.675	37	38
				1000 tr/min	1.6	24	25
					1.675	37	38
			300 Nm	500 tr/min	1.6	24	25
					1.675	37	38
				1000 tr/min	1.6	24	25
					1.675	37	38
		3"	275 Nm	500 tr/min	1.6	24	25
					1.675	37	38
				1000 tr/min	1.6	24	25
					1.675	37	38
			300 Nm	500 tr/min	1.6	24	25
					1.675	37	38
				1000 tr/min	1.6	24	25
					1.675	37	38
	20°	1/2"	275 Nm	500 tr/min	1.9	24	25
					2	37	38
				1000 tr/min	1.9	24	25

Tableau III (suite)

P_d	ψ	F	T	ω	m	N_{pignon}	N_{roue}
6	20°	$1/2''$	275 Nm	1000 tr/min	2	37	38
			300 Nm	500 tr/min	1.9	24	25
					2	37	38
				1000 tr/min	1.9	24	25
					2	37	38
		$3''$	275 Nm	500 tr/min	3.75	24	25
					3.85	37	38
				1000 tr/min	3.75	24	25
					3.85	37	38
			300 Nm	500 tr/min	3.75	24	25
					3.85	37	38
				1000 tr/min	3.75	24	25
					3.85	37	38

Le tableau II et le tableau III montrent le plan d'expérience double portant sur la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Le rapport de conduite y est présent, bien qu'il ne soit pas un facteur proprement dit, mais une conséquence des autres facteurs. Il inclut aussi, sans qu'ils soient affichés, les paramètres invariables qui ont été mentionnés à la section 2.2.3.1 à savoir que les engrenages sont en acier 1045 et n'ont subi aucun traitement thermique, que l'angle de pression est de vingt degrés ($\phi = 20^\circ$) et que le grade de qualité visé est de huit ($Q_v = 8$). Le plan d'expérience double est maintenant complété. La fabrication des roues d'engrenage peut être exécutée car toutes les informations nécessaires sont disponibles.

2.3 Mesure des roues d'engrenage

Dans la section précédente, un plan d'expérience double a été mis en œuvre. Ce dernier a établi de manière précise les roues d'engrenage nécessaires pour l'application de la

photoélasticité à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Celles-ci ont été taillées dans un atelier d'usinage.

Après avoir pris réception des engrenages, il faut connaître, de manière précise, le grade de qualité correspondant à chacun. Ce dernier est un facteur influençant directement la contrainte de flexion que nous voulons mesurer. Les roues d'engrenage ont donc été inspectées par une machine à mesurer les coordonnées spécialisée pour les roues d'engrenage. Il est important de noter que seulement les paires d'engrenages étudiés ont été mesurés.

2.3.1 Interprétation des résultats

Pour établir correctement le grade de qualité des roues d'engrenage, quatre facteurs doivent être mesurés selon la norme de l'AGMA [27]. Il s'agit du faux-rond (*runout*, V_{IT}), du pas (*pitch*, $\pm V_{PA}$), du profil (*profile*, V_ϕ) et de l'angle d'inclinaison (*lead*, $V_{\psi T}$). Une fois que les valeurs numériques pour ces quatre facteurs sont obtenues, on associe un grade de qualité à chacun des facteurs à partir de tables ou en utilisant les formules adéquates de la norme. Par la suite, il faut identifier le grade de qualité le plus faible parmi les quatre obtenus et celui-ci dictera le grade de qualité de l'engrenage. Il importe de noter que le facteur déterminant le grade de qualité est celui qui devrait aussi déterminer le comportement vibratoire d'une roue d'engrenage. Cette hypothèse sera vérifiée ultérieurement.

En regardant les équations normalisées de plus près, on remarque que des valeurs minimales et maximales spécifiques sont données pour le faux-rond, le pas, le profil et l'angle d'inclinaison. La valeur du grade de qualité associé au faux-rond varie entre 3 et 15 tandis que la valeur du grade de qualité associé au pas varie entre 6 et 15. De plus, la valeur du grade de qualité associé au profil et à l'angle d'inclinaison varie entre 8 et 15. Cette situation devient problématique lorsqu'une des valeurs numériques obtenues par

mesure pour un des quatre facteurs ne soit quantifiable selon les extremums des équations.

Ceci étant dit, chaque roue qui a été mesurée s'est vue liée avec une fiche technique spécifiant une valeur numérique précise pour le faux-rond, le pas, le profil et l'angle d'inclinaison. Après la lecture de chacune des fiches qui se retrouvent à l'annexe 2, le grade de qualité de la majorité des engrenages ne pouvait être obtenu car certaines valeurs associées au profil et à l'angle d'inclinaison n'étaient pas quantifiables par les tables ou avec les équations en admettant l'hypothèse que le grade de qualité de l'engrenage doit être obtenu à l'aide des quatre facteurs mesurés.

Pour remédier à cette situation, des courbes de tendance ont été établies pour les tolérances sur le profil et sur l'angle d'inclinaison afin d'estimer par extrapolation un grade de qualité représentatif.

2.3.2 Courbe de tendance de la tolérance sur le profil

Pour obtenir le grade de qualité du profil, il faut connaître au préalable la valeur du pas ainsi que le nombre de dents de l'engrenage. Dans le cas des engrenages hélicoïdaux, le nombre de dents doit être ajusté avec la formule suivante :

$$N_t = \frac{N}{\cos(\psi)} \quad (2.22)$$

Pour un engrenage droit connaissant la valeur du pas ($P_d = 4 \text{ po}^{-1}$) et le nombre de dents ($N = 24$ dents), la norme nous indique les différentes valeurs de la tolérance du profil en fonction du grade de qualité dans le tableau suivant.

Tableau IV

Q_v sur la tolérance sur le profil avec $P_d = 4$, $\psi = 0''$ et $N = 24$

Grade de qualité (Q_v)	8	9	10	11	12	13	14	15
Tolérance sur le profil (0.0001 po)	16.0	11.0	7.9	5.7	4.1	2.9	2.1	1.5

Les valeurs de la tolérance du profil mentionnées dans le tableau VI sont obtenues à l'aide de l'équation suivante :

$$V_{\Phi T} = 21.5 \cdot (N_r)^{0.154} \cdot (P_d)^{-0.589} \cdot (1.4)^{(8-Q_v)} \quad (2.23)$$

Il faut maintenant tracer le graphique pour être en mesure d'établir une courbe de tendance.

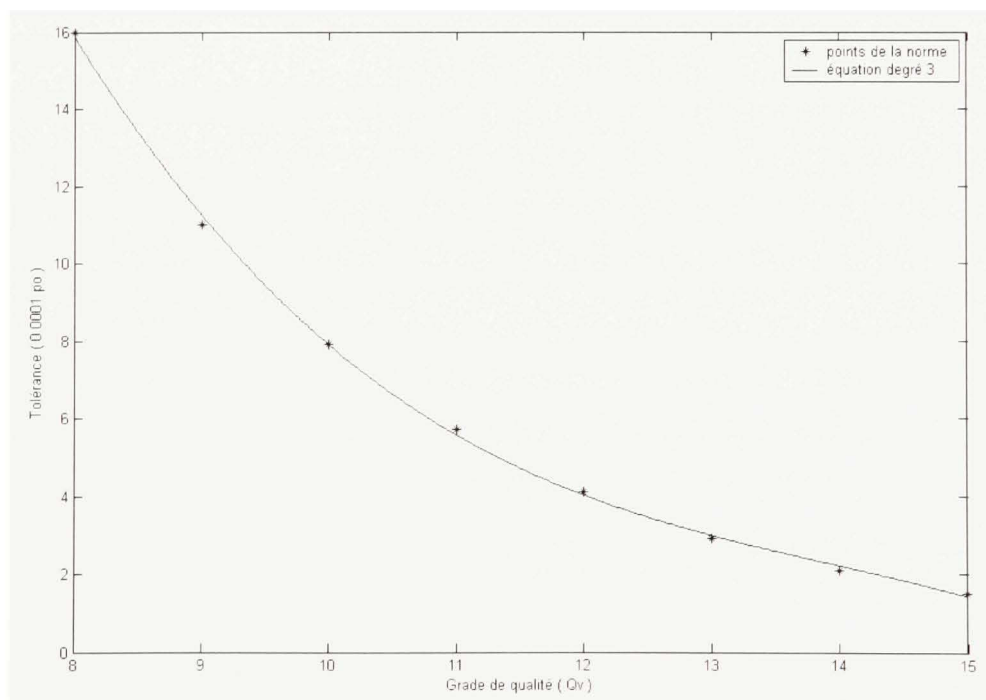


Figure 8 Points de la norme de la tolérance sur le profil

Le graphique donné à la figure 8 montre les points de la norme par des astérisques. Ces derniers ont pu être reliés seulement par une équation polynomiale du troisième degré. L'équation de la courbe est définie comme :

$$\text{Tolérance} = -0.043434 \cdot Q_v^3 + 1.8211 \cdot Q_v^2 - 26.187 \cdot Q_v + 131.07 \quad (2.24)$$

À l'aide de cette équation, on peut maintenant extrapoler les valeurs de la tolérance sur le profil en fonction du grade de qualité pour un engrenage droit ayant un pas de 4 po⁻¹ et 24 dents. De plus, on peut vérifier avec l'équation de la norme (équation 2.23) même si cette dernière est limitée dans son application. Les valeurs sont données dans le tableau suivant.

Tableau V

Q_v sur la tolérance sur le profil avec $P_d = 4$, $\psi = 0^{\text{te}}$ et $N = 24$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance sur le profil (0.0001 po) équation (2.24)	85.6	67.7	52.7	40.2	30.1	22.1
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (2.23)	116.7	83.4	59.6	42.5	30.4	21.7

En analysant les données du tableau V, on remarque que l'équation extrapolée (équation 2.24) est plus sévère que celle de la norme car les valeurs associées à la tolérance du profil sont plus faibles. Ceci nous permet donc de l'utiliser afin d'évaluer les grades de qualité manquants à la norme tout en sachant que les roues demeurent hors norme.

Il faut maintenant répéter la même démarche pour toutes les roues d'engrenage qui ont été mesurées afin d'obtenir le grade de qualité en fonction de la tolérance sur le profil. Tous les tableaux des résultats sont présentés à l'annexe 3.

2.3.3 Courbe de tendance de la tolérance sur l'angle d'inclinaison

Pour obtenir le grade de qualité de l'angle d'inclinaison, il faut connaître au préalable la valeur de la largeur de face de l'engrenage. Pour un engrenage dont la largeur de face (F) vaut 0.5 po, la norme nous indique les différentes valeurs de la tolérance sur l'angle d'inclinaison en fonction du grade de qualité dans le tableau suivant.

Tableau VI

Q_v sur la tolérance de l'angle d'inclinaison ($F = 0.5$ po)

Grade de qualité (Q_v)	8	9	10	11	12	13	14	15
Tolérance sur l'angle d'inclinaison (0.0001 po)	4.9	4.0	3.3	2.6	2.1	1.7	1.3	1.0

Les valeurs de la tolérance de l'angle d'inclinaison mentionnées dans le tableau VI sont obtenues à l'aide des équations suivantes :

$$V_{\psi_T} = -0.00244 \cdot Q_v^3 + 0.13638 \cdot Q_v^2 - 2.69177 \cdot Q_v + 18.956 \quad F \leq 1.0 \text{ po} \quad (2.25)$$

$$V_{\psi_T} = (-0.00244 \cdot Q_v^3 + 0.13638 \cdot Q_v^2 - 2.69177 \cdot Q_v + 18.956) \cdot F^{0.72} \quad 1.0 < F \leq 10 \text{ po} \quad (2.26)$$

Il faut maintenant tracer le graphique pour être en mesure d'établir une courbe de tendance.

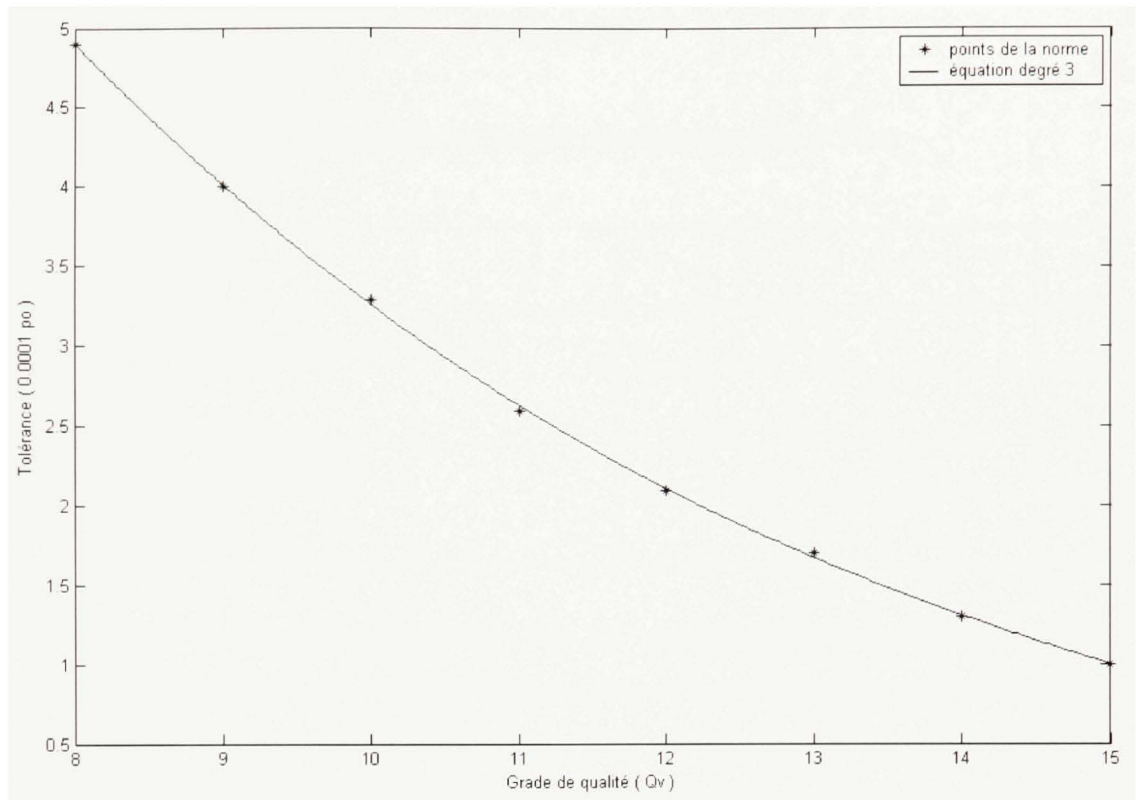


Figure 9 Points de la norme de la tolérance sur l'angle d'inclinaison

Le graphique donné à la figure 9 montre par des astérisques, les points de la norme. Ces derniers ont pu être reliés seulement par une équation polynomiale du troisième degré. L'équation de la courbe est définie comme :

$$Tolérance = -0.0027778 \cdot Q_v^3 + 0.14405 \cdot Q_v^2 - 2.7341 \cdot Q_v + 18.976 \quad (2.27)$$

À l'aide de cette équation, on peut maintenant extrapoler les valeurs de la tolérance de l'angle d'inclinaison en fonction du grade de qualité pour un engrenage dont la largeur de face (F) vaut 0.5 po. Les valeurs sont données dans le tableau suivant.

Tableau VII

Q_v sur la tolérance de l'angle d'inclinaison ($F = 0.5$ po)

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance sur l'angle d'inclinaison (0.0001 po) équation (2.27)	14.06	11.99	10.17	8.56	7.16	5.94
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (2.25 et 2.26)	14.10	12.04	10.21	8.60	7.19	5.96

En analysant les données du tableau VII, on remarque que l'équation extrapolée (équation 2.27) est légèrement plus sévère que celle de la norme car les valeurs associées à la tolérance de l'angle d'inclinaison sont plus faibles. Ceci nous permet donc de l'utiliser afin d'évaluer les grades de qualité manquants à la norme tout en sachant que les roues demeurent hors norme.

La démarche a été répétée pour les engrenages possédant une largeur de face de 3 po même si ces derniers ne se retrouvent pas dans la présente étude. Tous les tableaux des résultats sont présentés à l'annexe 3.

2.3.4 Grade de qualité des roues d'engrenage

Il est maintenant possible d'évaluer le grade de qualité des engrenages. Le tableau suivant résume les quatre grades de qualité associés à chaque engrenage et où le plus faible dictera le grade de qualité de l'engrenage. Le tableau VIII utilise beaucoup d'abréviations et de codes pour des raisons d'espace et sont expliqués dans les paragraphes suivants.

Tableau VIII

 Q_v des roues d'engrenage ($F = 0.5$ po)

Engrenage	$Q_v V_\phi$	$Q_v V_{\psi T}$	$Q_v \pm V_{pA}$	$Q_v V_{rT}$	$Q_v \text{ roue}$
$P_d A \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24$	<u>8</u>	<u>8</u>	9	<u>8</u>	8
$P_d A \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 25$	6	7	6	<u>4</u>	4
$P_d A \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 34$	6	<u>1</u>	8	7	1
$P_d A \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 35$	<u>7</u>	8	9	8	7
$P_d A \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24$	6	<u>3</u>	8	10	3
$P_d A \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 25$	5	<u>0</u>	6	8	0
$P_d A \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 34$	6	<u>1</u>	7	7	1
$P_d A \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 35$	6	<u>2</u>	8	8	2
$P_d 6 \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24$	5	<u>4</u>	8	8	4
$P_d 6 \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 25$	6	<u>5</u>	9	8	5
$P_d 6 \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 37$	6	<u>1</u>	7	6	1
$P_d 6 \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 38$	7	<u>5</u>	8	7	5
$P_d 6 \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24$	7	<u>3</u>	9	10	3
$P_d 6 \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 25$	6	<u>4</u>	8	8	4
$P_d 6 \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 37$	7	<u>1</u>	8	9	1
$P_d 6 \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 38$	7	<u>4</u>	9	8	4

Les lignes de la première colonne indiquent tous les engrenages nécessaires pour l'étude du comportement dynamique par photoélasticité. L'engrenage peut être décodé comme suit. Les trois premiers caractères indiquent qu'il s'agit du pas diamétral et de sa valeur. Le quatrième caractère indique l'angle d'hélice suivi de sa valeur en degrés. On retrouve par la suite la lettre F suivie de la fraction $\frac{1}{2}$. Ceci indique tout simplement la valeur de la largeur de face en pouces. Finalement, les trois derniers caractères indiquent qu'il s'agit du nombre de dents de l'engrenage et de sa valeur.

Les lignes de la deuxième colonne indiquent la valeur du grade de qualité de l'engrenage par rapport à la tolérance sur le profil ($Q_v V_\phi$). Les lignes de la troisième colonne indiquent la valeur du grade de qualité de l'engrenage par rapport à la tolérance sur l'angle d'inclinaison ($Q_v V_{\phi T}$). Les lignes de la quatrième colonne indiquent la valeur du grade de qualité de l'engrenage par rapport à la variation sur le pas ($Q_v \pm V_{pA}$). Les lignes de la cinquième colonne indiquent la valeur du grade de qualité de l'engrenage par rapport à la tolérance sur le faux-rond ($Q_v V_{rT}$). Finalement, les lignes de la sixième colonne indiquent la valeur du grade de qualité de l'engrenage ($Q_v \text{ roue}$). Il est aussi important de noter que pour chaque roue d'engrenage, le facteur déterminant pour le grade de qualité est souligné et en caractère gras.

Ce sont donc les grades de qualité retrouvés dans cette colonne ($Q_v \text{ roue}$) qui vont servir à établir la valeur du facteur dynamique (K_v') que l'on retrouve dans la formule de la contrainte en flexion de l'AGMA. Par contre, les grades de qualité associés à la tolérance sur le profil, à la tolérance sur l'angle d'inclinaison, à la variation sur le pas et à la tolérance sur le faux-rond vont plutôt servir à expliquer les différents phénomènes rencontrés durant l'étude associée à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques.

2.4 Description et fonctionnement du banc d'essai

La section 2.2 nous a permis d'établir un plan d'expérience double nécessaire pour la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Elle a aussi permis de déterminer toutes les caractéristiques nécessaires pour la fabrication des roues d'engrenage servant à l'étude. Par la suite, les roues d'engrenage ont été mesurées afin d'extraire toutes leurs caractéristiques intrinsèques. Toutes ces informations nous donnent maintenant les lignes directrices pour un bon fonctionnement du banc d'essai servant à l'étude.

2.4.1 Critères de fonctionnement du banc d'essai

Le premier critère de fonctionnement du banc d'essai est celui traitant de l'ajustement des différentes paires d'engrenages à étudier. D'après le plan d'expérience, il y a seize paires d'engrenages au total mais pour l'application de la photoélasticité, seulement huit paires seront étudiées.

Tableau IX

Liste des roues d'engrenage nécessaires

P_d	ψ	F	N_{pignon}	$D_{p \text{ pignon}}$	N_{roue}	$D_{p \text{ roue}}$
4	0°	$1/2''$	24	6.0000"	25	6.2500"
			34	8.5000"	35	8.7500"
		$3''$	24	6.0000"	25	6.2500"
			34	8.5000"	35	8.7500"
	20°	$1/2''$	24	6.3850"	25	6.6511"
			34	9.0455"	35	9.3116"
		$3''$	24	6.3850"	25	6.6511"
			34	9.0455"	35	9.3116"
6	0°	$1/2''$	24	4.0000"	25	4.1667"
			37	6.1667"	38	6.3333"
		$3''$	24	4.0000"	25	4.1667"
			37	6.1667"	38	6.3333"
	20°	$1/2''$	24	4.2567"	25	4.4341"
			37	6.5624"	38	6.7398"
		$3''$	24	4.2567"	25	4.4341"
			37	6.5624"	38	6.7398"

Le tableau IX énumère les roues d'engrenage nécessaires pour la complétion adéquate des expériences en spécifiant les paramètres intrinsèques importants. Il indique aussi le diamètre primitif du pignon et de la roue.

Le premier point important à remarquer du tableau IX est que le nombre de dents du pignon est différent du nombre de dents de la roue. La roue a toujours une dent de plus que le pignon. La raison de cette différence s'explique en deux points. La première raison veut que le pignon et la roue possèdent un diamètre primitif semblable à cause des applications de charges. La deuxième raison veut que toutes les dents du pignon puissent interagir avec toutes les dents de la roue pour obtenir une usure globale sans correspondance entre les dents.

Le deuxième point important du tableau IX est que les diamètres primitifs des seize paires d'engrenages diffèrent de l'un à l'autre. Cette différence implique que le banc d'essai soit ajustable afin de pouvoir monter toutes les paires d'engrenages sur le même banc. Il faut donc être capable de modifier l'entraxe entre les différents essais.

Le deuxième critère de fonctionnement du banc d'essai est celui traitant de sa rigidité. Il doit être rigide pour absorber les vibrations encourues sans affecter la prise de mesure. Il y a donc deux options pour respecter ce deuxième critère. La première option propose que le banc soit ancré dans le béton mais cette option doit être rejetée car elle annule toute possibilité d'ajustement au niveau de l'engrènement. La deuxième option propose que le banc d'essai soit monté sur une plaque d'acier rainurée permettant la possibilité d'ajustement. Cette plaque doit être d'une certaine masse pour ne pas être affectée par les vibrations transmises par le banc lors de sa mise en opération. Le banc d'essai sera donc monté sur une plaque d'acier rainurée dont la masse sera d'au moins 1000 Kg.

Le troisième critère de fonctionnement du banc d'essai est celui traitant de l'entraînement du système. Le moteur doit avoir la puissance nécessaire pour entraîner le

banc d'essai. De plus, il faut que la vitesse de rotation du moteur soit ajustable pour répondre à un des paramètres du plan d'expérience. Pour répondre à ce critère, le système d'entraînement est un moteur électrique de 10 Hp muni d'une commande électrique pouvant ajuster la vitesse de rotation.

Le quatrième critère de fonctionnement du banc d'essai est celui traitant de la variation du couple appliquée aux engrenages. Il faut donc qu'une section du banc d'essai soit capable d'introduire et d'ajuster le couple comme il est spécifié dans le plan d'expérience. Il faut aussi que le couple soit introduit de manière mécanique et non pas hydraulique comme peut le faire un dynamomètre car on ne veut pas de perte énergétique.

Pour introduire le couple de manière mécanique, il faut que la roue menée possède une certaine résistance en rotation durant l'engrènement.

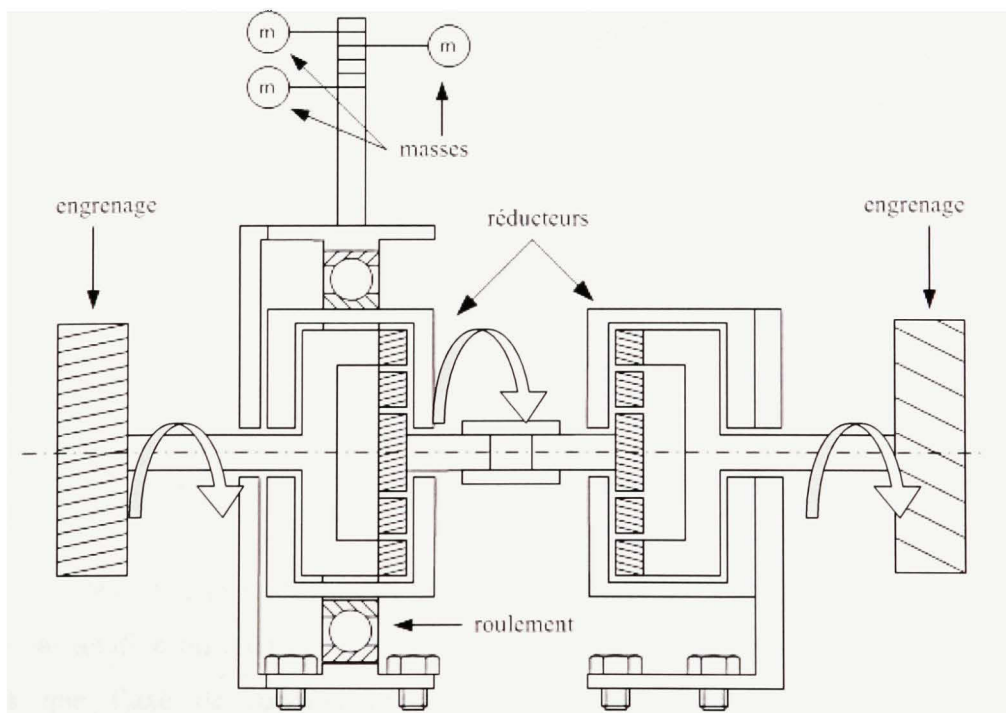


Figure 10 Schéma simplifié du dynamomètre mécanique

La figure 10 présente, de façon simplifiée, le module du banc d'essai permettant d'introduire et de varier le couple. Le module est conçu avec deux réducteurs de vitesse dont l'un des deux est placé en position inverse. Un des deux réducteurs est fixé à la plaque et l'autre est monté sur un roulement à bille. Le réducteur monté sur roulement possèdera une tige sur laquelle des masses sont ajoutées ou enlevées afin d'introduire et de varier le couple. Pour que ce module puisse fonctionner correctement, il est nécessaire d'avoir une paire d'engrenages à l'entrée et une paire d'engrenages à la sortie. Ceci implique donc que le banc d'essai doit être en circuit fermé.

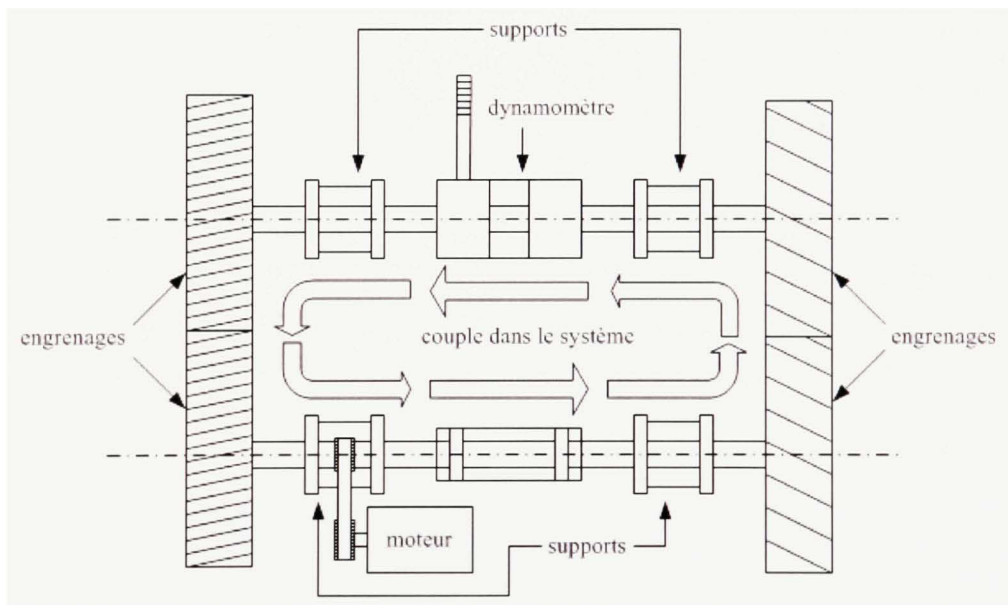


Figure 11 Schématisation du banc d'essai en circuit fermé

La figure 11 nous montre un circuit fermé entre deux paires d'engrenages avec des flèches représentant le couple restant prisonnier du système. Il est important de remarquer les deux axes de rotation nécessaires pour que tout le système fonctionne. L'axe de rotation du haut comporte le module servant à introduire et varier le couple tandis que l'axe de rotation du bas comporte le moteur électrique servant à l'entraînement du banc d'essai. On constate aussi les quatre modules servant de support

aux engrenages. Le banc d'essai est donc composé de six modules qui sont liés par des accouplements flexibles pour des raisons d'assemblages et d'ajustements.

La figure 11 nous montre aussi que les deux paires d'engrenages ne possèdent pas le même nombre de dents. L'engrenage de droite représente les engrenages déterminés par le plan d'expérience. L'engrenage de gauche représente les engrenages nécessaires pour obtenir un circuit fermé possédant un nombre de dents plus élevé. La raison du nombre de dents plus élevé est expliquée dans le chapitre suivant.

2.5 Conclusion

Ce chapitre a permis d'établir un plan d'expérience double pour l'application de la photoélasticité à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Le plan d'expérience a aussi dû tenir compte d'une éventuelle mesure directe de la contrainte dynamique par jauges de déformation et accéléromètres lors de sa conception. Par la suite, les roues d'engrenage ont été usinées puis mesurées. Finalement, le banc d'essai a été assemblé. Les figures 12 et 13 montrent le banc d'essai une fois complété.

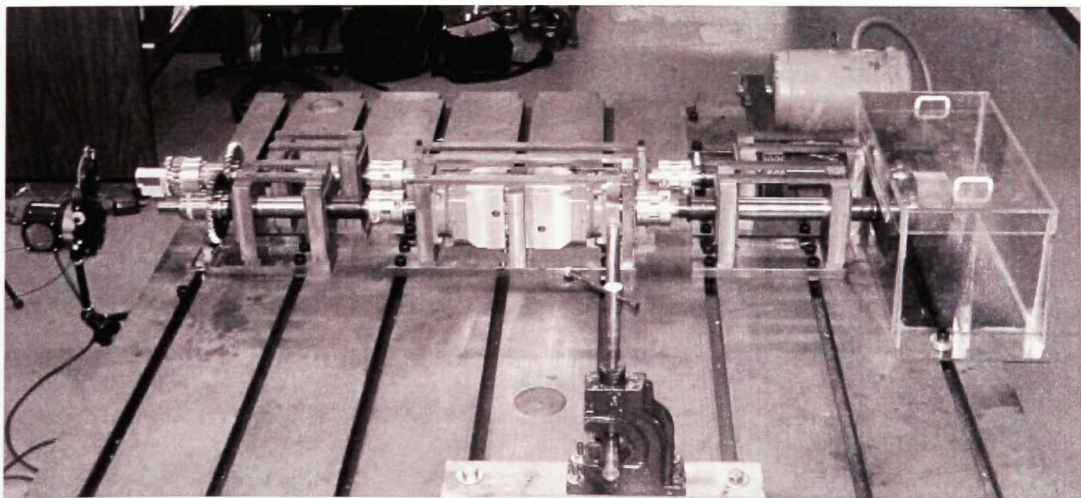


Figure 12 Banc d'essai

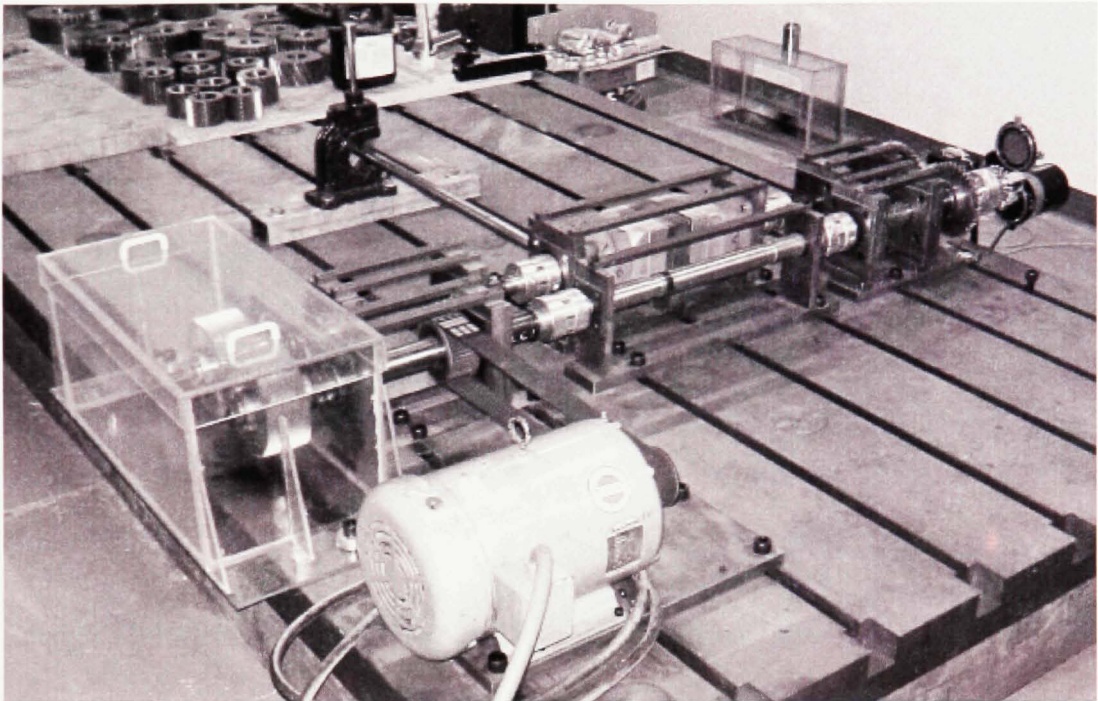


Figure 13 Banc d'essai

Les résultats finaux permettront de tester les facteurs suivants :

- a. le pas (P_d) diamétral;
- b. l'angle d'hélice (ψ);
- c. le couple transmis (T);
- d. la vitesse de rotation (ω);
- e. le nombre de dents (N).

Ceci aura pour conséquence de réduire le plan d'expérience à 5 facteurs. Ils permettront cependant d'établir la contrainte de flexion (tension et compression) statique et dynamique pour en extraire le facteur dynamique (K_v').

CHAPITRE 3

MISE EN FONCTION DU BANC D'ESSAI

3.1 Introduction

Le présent chapitre porte sur la mise en fonction du banc d'essai. Il s'agit de l'instrumentation utilisée pour récupérer l'information nécessaire afin de mesurer la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Il est question de l'instrumentation du banc d'essai et de l'instrumentation des roues d'engrenage.

3.2 Instrumentation du banc d'essai

Le banc d'essai est instrumenté de deux manières. La première traite de l'instrumentation nécessaire pour la mesure du couple. La deuxième traite de l'instrumentation nécessaire pour les mesures vibratoires. Même si les mesures vibratoires ne font pas partie de cette étude, il faut cependant les considérer pour ne pas avoir à modifier le banc d'essai à nouveau lorsqu'elles seront entreprises.

Pour la mesure du couple, il faut coller deux jauges de torsion sur l'arbre de l'un des quatre modules supportant les roues d'engrenage. Elles sont collées à 180° d'intervalle et l'arbre instrumenté sera par la suite calibré. La figure suivante montre la position de l'une des deux jauges de torsion.

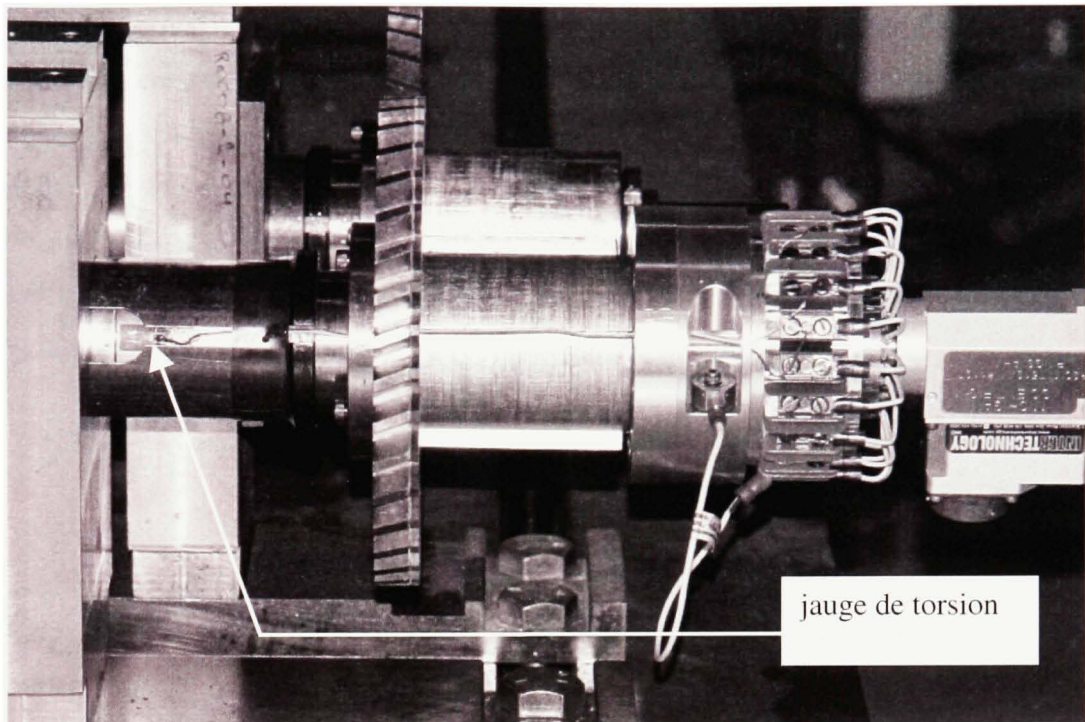


Figure 14 Jauges de torsion sur l'arbre instrumenté

Une fois que les deux jauges de torsion ont été collées et que le signal électrique a été vérifié, il est maintenant possible de calibrer l'arbre en fonction du couple à transmettre selon le plan d'expérience.

3.2.1 Calibration de l'arbre

La première étape pour être en mesure de faire les essais expérimentaux est la calibration de l'arbre où se situent les jauges de torsion. L'arbre a donc été maintenu en place à une de ses extrémités et tordu à l'autre par l'introduction de différents couples. Les couples ont été introduits à l'aide d'une barre et de masses calibrées.

Lorsqu'un couple est introduit, il faut prendre deux mesures de tension de voltage. La première s'effectue au niveau des jauges de torsion tandis que la deuxième s'effectue au niveau de la source. Il faut aussi s'assurer que les tensions de voltage sont stables lorsque prises en note. Par la suite, il faut diviser la tension de voltage des jauges de torsion par la tension de voltage de la source pour obtenir une tension de voltage relative. Le tableau XII montre toutes les mesures effectuées afin d'obtenir les tensions de voltage relatives pour les différents couples introduits.

Tableau XII

Tension de voltage en fonction du couple appliqué

Couple (Nm)	119.546	165.636	206.830	248.024	294.114
Tension de voltage des jauges de torsion (V)	-2.215	-2.368	-2.506	-2.645	-2.801
Tension de voltage de la source (V)	9.480	9.480	9.480	9.480	9.480
Tension de voltage relative (V/V)	-0.2336	-0.2498	-0.2643	-0.2790	-0.2955

Une fois que toutes les valeurs des tensions relatives ont été compilées, il faut ensuite tracer une droite qui relie tous les points et vérifier qu'il y a régression linéaire.

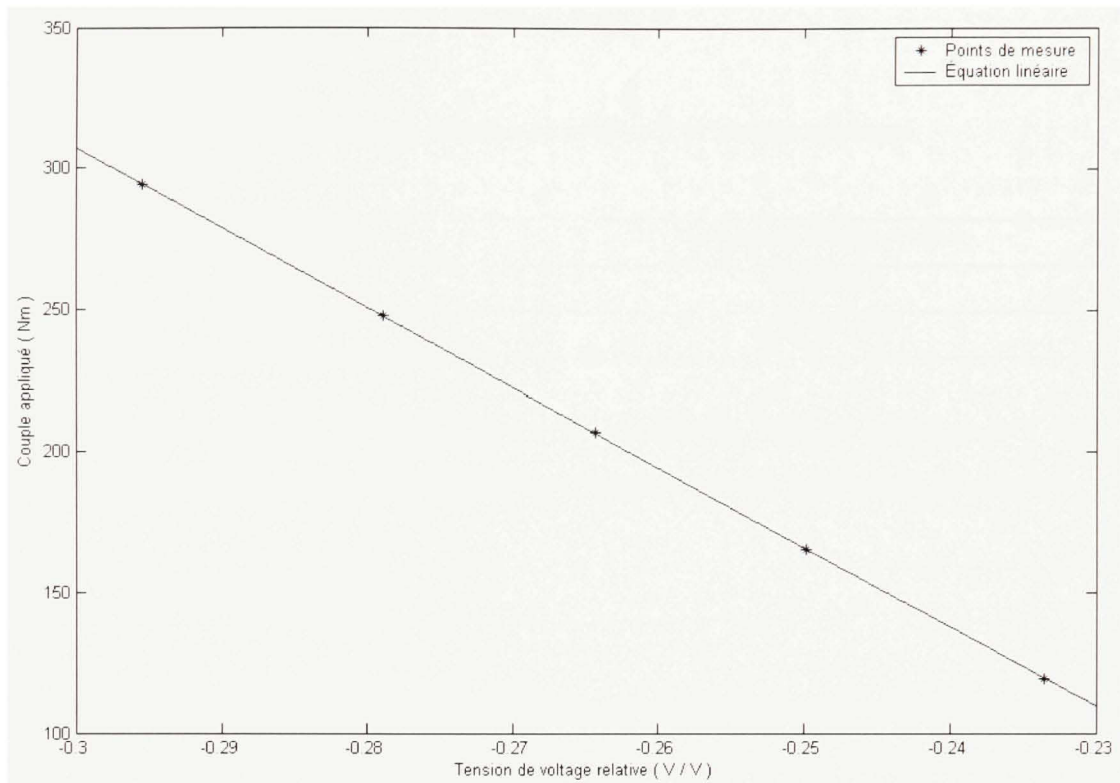


Figure 19 Couple appliqué en fonction de la tension de voltage relative

La figure 19 illustre les points de la tension de voltage relative en fonction du couple appliqué. De plus, la droite qui passe par ces points indique de manière concluante qu'il y a régression linéaire à cause de la proximité entre la droite et les points de mesure.

Il est maintenant possible d'extraire l'équation de la droite car il y a régression linéaire. L'équation (4.1) est l'équation de cette droite :

$$\text{Couple} = -2823.24 \cdot \text{Tension de voltage relative} - 539.77 \quad (3.1)$$

À l'aide de cette équation, il faut maintenant trouver les deux valeurs de tension de voltage relative pour les couples exigés par le plan d'expériences.

Tableau XIII

Tension de voltage relative en fonction du couple appliqué

Couple appliqué	Tension de voltage relative
275 Nm	-0.2886 V/V
300 Nm	-0.2974 V/V

Le tableau XIII indique les deux valeurs de tension de voltage relative qu'il faut atteindre lors de la mise en opération du banc d'essai pendant l'application du couple.

3.2.2 Mesures vibratoires

Pour les mesures vibratoires, il faut installer des accéléromètres sur le même arbre où se trouvent les jauges de torsion. Un adaptateur spécialement conçu est mis en place sur l'arbre pour les accommoder et les positionner à 180° d'intervalle. Les mesures vibratoires servent essentiellement à enregistrer les variations de positions, vitesses et accélérations. La figure suivante montre l'adaptateur avec ses accéléromètres installés sur l'arbre instrumenté. Les accéléromètres sont de marque ISOTRON, ENDEVCO et possède une sensibilité de $10.24 \text{ mV/m/s}^2 @ 100 \text{ Hz}$ avec une bande passante de 0.6 %.

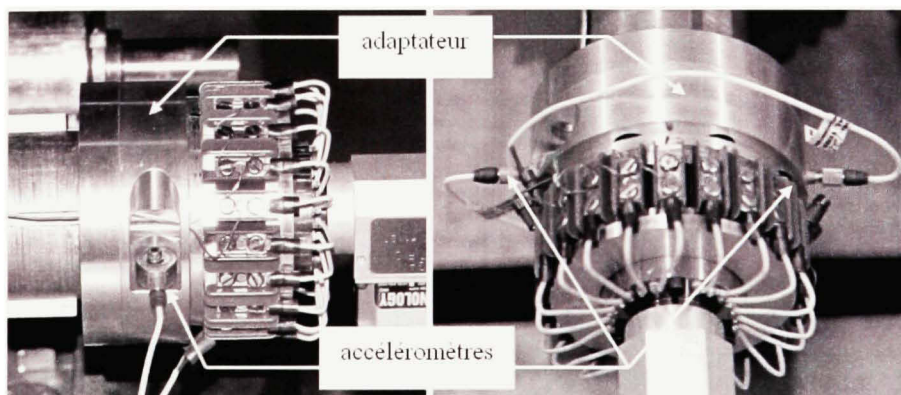


Figure 15 Adaptateur pour les accéléromètres

Étant donné que le banc d'essai doit être en circuit fermé, il est nécessaire d'avoir deux engrenages. Le premier engrenage est celui décrit dans le plan d'expérience. Le deuxième engrenage ou engrenage de fermeture de la boucle doit posséder trois fois plus de dents en ayant aussi le même diamètre primitif respectif. L'objectif est d'obtenir des fréquences d'engrènement dissociables dans le signal mesuré.

Lorsqu'un engrenage du plan d'expérience sera étudié sur le banc d'essai, il possèdera une fréquence d'engrènement propre. Dans le cas où l'engrenage de fermeture de la boucle serait identique, il possèderait la même fréquence d'engrènement. Le signal mesuré serait l'addition des fréquences d'engrènement, la lecture serait faussée. Dans le cas où l'engrenage de fermeture de la boucle aurait trois fois plus de dents, il possèderait une fréquence trois fois plus élevée que l'engrenage étudié. Sachant que l'usure des profils fait apparaître de manière dominante la deuxième harmonique dans la réponse vibratoire, cette situation est un bon compromis pour décomposer et traiter le signal mesuré.

Tableau X

Liste des roues d'engrenage pour la fermeture de la boucle

P_d	ψ	F	N_{pignon}	$D_{p \text{ pignon}}$	N_{roue}	$D_{p \text{ roue}}$
12	0°	3"	72	6.0000"	75	6.2500"
			102	8.5000"	105	8.7500"
	20°		72	6.3850"	75	6.6511"
			102	9.0455"	105	9.3116"
18	0°		72	4.0000"	75	4.1667"
			111	6.1667"	114	6.3333"
	20°		72	4.2567"	75	4.4341"
			111	6.5624"	114	6.7398"

Le tableau X énumère toutes les paires d'engrenages nécessaires pour fermer la boucle du banc afin de pouvoir réaliser tous les essais du plan d'expérience.

3.3 Instrumentation des roues d'engrenage

Les roues d'engrenage vont être instrumentées de deux manières. La première implique le matériel nécessaire pour l'application de la méthode de la photoélasticité. La deuxième impliquera ultérieurement des jauges de déformation.

3.3.1 Photoélasticité

Pour l'application de la photoélasticité, chaque pignon du plan d'expérience a une feuille de matériel photoélastique collée sur un côté (figure 16). Les feuilles de type PSM-1 sont taillées à l'aide d'une fraiseuse à commande numérique pour obtenir un bon mariage entre la roue d'engrenage et la feuille taillée au niveau du profil de la dent. Il est important de noter que la méthode de la photoélasticité employée s'applique pour des roues d'engrenage minces, donc en état plan de contrainte.

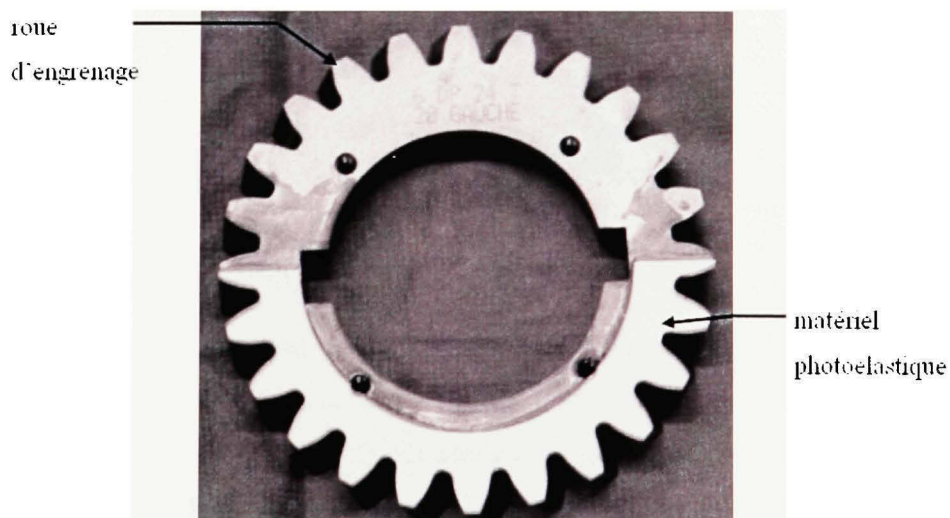


Figure 16 Roue d'engrenage avec matériel photoélastique PSM-1

3.3.2 Jauges de déformation

Les jauges de déformation seront, dans une étude à venir, installées en racine de dents pour mesurer les déformations du côté de la dent qui est en compression. Il est très important d'installer les jauges du côté en compression car c'est à cet endroit qu'il y a un jeu pendant l'engrènement. Ceci permet donc d'éviter d'endommager les jauges durant les expériences. Le nombre de jauges varie d'un engrenage à l'autre en fonction de la largeur de face, de l'angle d'hélice et du rapport de conduite qui lui est associé. Cependant, les jauges seront seulement installées sur les roues d'engrenage pignons du plan d'expérience.

Pour une roue d'engrenage droite et mince, quatre jauges lui sont associées. Elles seront installées sur deux dents consécutives au dessus du rayon de la racine et localisées au tiers au deux tiers de l'épaisseur de la dent.

Pour une roue d'engrenage droite à large face, six jauges lui sont associées. Elles seront installées sur deux dents consécutives au dessus du rayon de la racine de la dent et localisées au quart, à la moitié et au trois quarts de l'épaisseur de la dent.

Pour une roue d'engrenage hélicoïdale et mince, quatre jauges lui sont associées. Elles seront installées sur deux dents consécutives au dessus du rayon de la racine de la dent. Les deux dents ont chacune deux jauges placées au tiers et au deux tiers de l'épaisseur de la dent.

Pour une roue d'engrenage hélicoïdale à large face, huit jauges lui sont associées. Elles seront installées sur trois dents consécutives au dessus du rayon de la racine de la dent. La première et la troisième dent ont chacune deux jauges placées au tiers et au deux tiers de l'épaisseur de la dent. La deuxième dent a quatre jauges placées au cinquième, au deux cinquième, au trois cinquième et au quatre cinquième de l'épaisseur de la dent.

Il est important de noter que le positionnement des jauges de déformation près du rayon de la racine est différent pour chacun des engrenages. De manière plus exacte, le positionnement des jauges se situe à la jonction de la développante de cercle et de la trochoïde de cône.

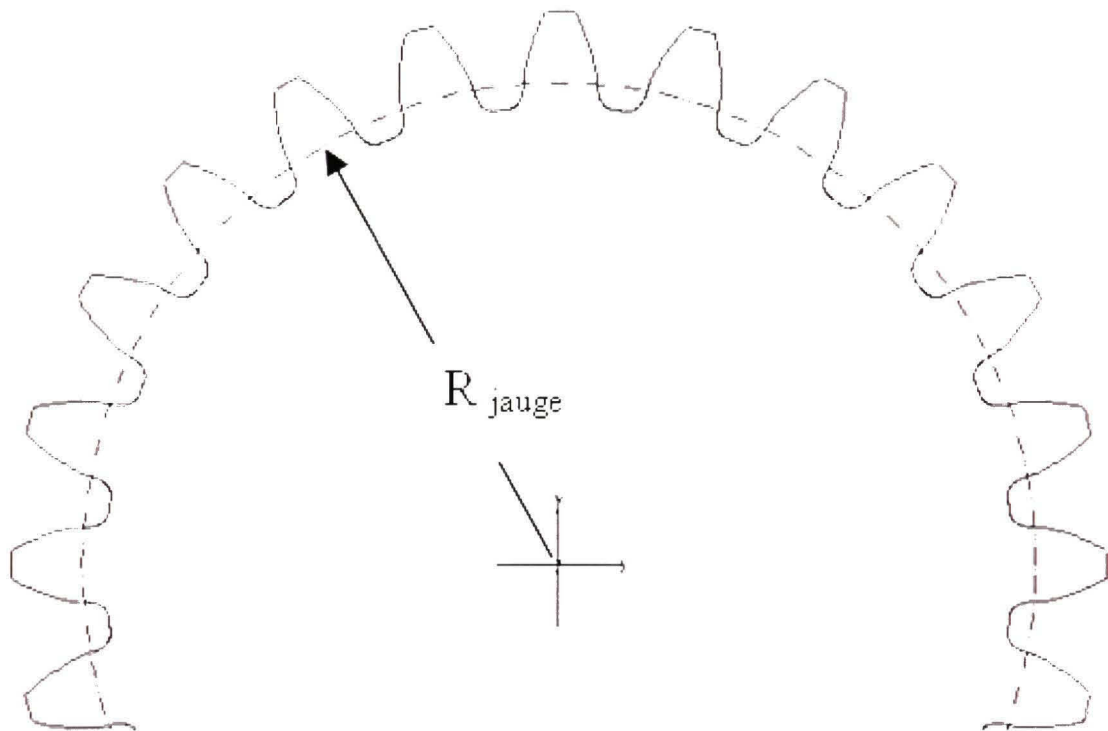


Figure 17 Positionnement radial des jauges de déformation

La figure 17 montre schématiquement la position radiale à laquelle les jauges de déformation doivent être collées. Les différentes valeurs du rayon (R_{jauge}) sont données au tableau XI. Elles ont été obtenues en traçant chacune des roues d'engrenage pignons du plan d'expérience avec un logiciel de simulation.

Tableau XI

Valeurs radiales pour le positionnement des jauges

P_d	ψ	F	N_{pignon}	R_{jauges}
4	0°	0.5"	24	2.8290"
			34	4.0450"
		3"	24	2.8290"
			34	4.0450"
	20°	0.5"	24	3.0012"
			34	4.3072"
		3"	24	3.0012"
			34	4.3072"
6	0°	0.5"	24	1.8897"
			37	2.9524"
		3"	24	1.8897"
			37	2.9524"
	20°	0.5"	24	2.0083"
			37	3.1441"
		3"	24	2.0083"
			37	3.1441"

3.4 Prise de mesures

Dans cette section, il est question de l'acquisition de donnée en rapport à l'application de la méthode de la photoélasticité et aux jauges de torsion mais aussi de la mesure directe par jauges de déformation et accéléromètres.

Dans le cas de la méthode de la photoélasticité, des photographies numériques sont prises à travers un polariscope et sont interprétées à partir d'un logiciel de traitement

d'images pour en dégager les valeurs des contraintes de flexion. Toutes les étapes à suivre quant à cette méthode sont décrites dans l'annexe 1.

Dans le cas des jauges de torsion, des accéléromètres et des jauges de déformation, tout le filage nécessaire passe par une bague collectrice (*slipring*) pour se rendre vers un ordinateur. Dans le cas de la mesure du couple, une carte d'acquisition indépendante est installée pour le mesurer instantanément à l'aide d'un multimètre. Le couple doit être mesuré instantanément pour des fins d'ajustement et de contrôle lors des essais expérimentaux. Pour le reste, un système d'acquisition de donnée *Wavebook* sera utilisé pour récupérer les valeurs provenant des jauges de déformation et des accéléromètres. La figure 18 illustre bien tout le matériel nécessaire pour la prise de mesures.

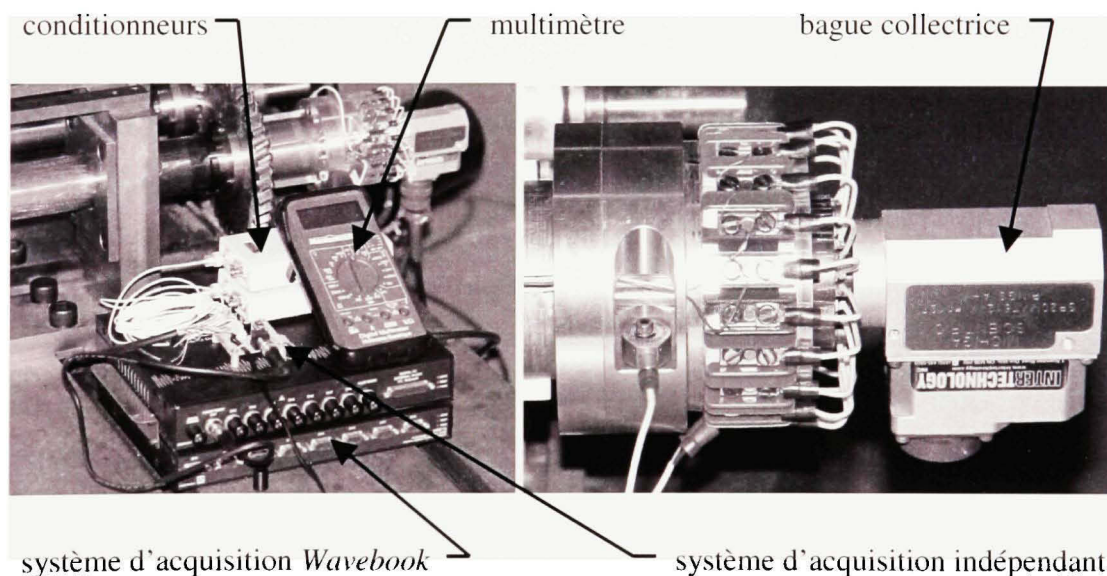


Figure 18 Matériel pour l'acquisition de donnée

Tout est maintenant en place pour l'application de la photoélasticité à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques.

CHAPITRE 4

APPLICATION DE LA PHOTOÉLASTICITÉ

4.1 Introduction

Le présent chapitre a pour but de présenter la méthode de la photoélasticité. Il s'agit des fondements de la photoélasticité, l'interprétation des franges photoélastiques ainsi que de la mesure des franges photoélastiques. De manière générale, la photoélasticité peut aussi bien mesurer les contraintes que les déformations selon du type de franges observées. Cependant, ce chapitre met l'emphasis sur les franges permettant la mesure des contraintes.

Par la suite, différents essais statiques sont effectués sur des plaques minces pour valider cette méthode de mesure expérimentale et ainsi justifier son utilisation pour la mesure de la contrainte dynamique sur des engrenages cylindriques.

4.2 Fondement de la photoélasticité

La méthode de la photoélasticité est fondée sur des principes théoriques simples, explicables par des calculs trigonométriques [28]. Un des avantages de la méthode de la photoélasticité veut que ces calculs trigonométriques soient uniquement nécessaires à la compréhension du fonctionnement des différents instruments de mesures. Ils n'ont pas à être repris lors des essais. Il faut toutefois suivre attentivement les instructions du manufacturier pour obtenir de bons résultats. Dans le cadre de ce projet d'étude, l'instrument de mesure choisi est le polariscopes de la série 030 (voir la figure suivante). Il s'agit d'un instrument optique de précision permettant de mesurer quantitativement les contraintes et les déformations. Il le fait par la méthode PhotoStress® à partir de la

réflexion et/ou réfraction photoélastique [26]. La démarche à suivre pour son utilisation est donnée à l'annexe 1.

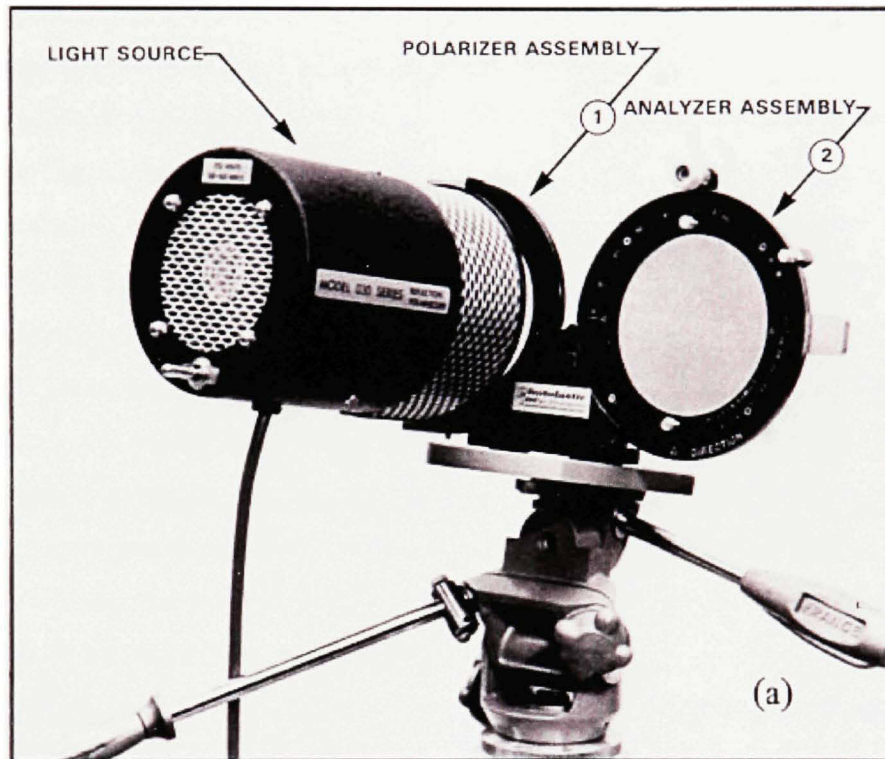


Figure 19 Assemblage du polariscope de la série 030
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Pour bien comprendre les aspects théoriques derrière la méthode de la photoélasticité, il faut maîtriser la connaissance de certains principes de physiques. Ces principes ont été adaptés de R. Bouzidi [28] et ils se définissent comme :

- a. en un point de la surface d'un corps soumis à un chargement, la contrainte normale à la surface est nulle ou négligeable comparativement aux deux autres contraintes. Ces contraintes principales, nommées σ_x et σ_y , se situent dans le plan tangent à la surface, suivant deux directions principales. Les déformations principales, nommées ε_x et ε_y , sont orientées dans les mêmes directions que les contraintes principales dans le cas des matériaux isotropes;

- b. dans le cas des poutres droites, la première direction principale est suivant l'axe ou la longueur de la poutre, l'autre est dans une direction perpendiculaire à la première mais parallèle à la surface;
- c. l'indice de réfraction d'un milieu transparent est le rapport de la vitesse de la lumière dans le vide sur celui de la vitesse de la lumière dans ce milieu;
- d. la lumière se propage sous la forme d'ondes sinusoïdales. Chaque onde peut être décrite plane, monochromatique et représentée par deux grandeurs vectorielles sinusoïdales, en phase et perpendiculaires l'une à l'autre. Les deux grandeurs vectorielles représentent le champ électrique et le champ magnétique. En un point de l'espace, chacun de ces champs est défini comme une fonction sinusoïdale du temps. Donc, à un instant donné, la distribution dans l'espace est sinusoïdale le long de l'axe de propagation. Sous cette forme, la lumière monochromatique est maintenant polarisée du fait que les vecteurs du champ électrique et du champ magnétique restent parallèles à une direction fixe. Les vecteurs du champ électrique et du champ magnétique étant perpendiculaires, synchrones et en phase, il est permis de les alterner au cours des calculs;
- e. de manière générale, les composantes d'une même onde monochromatique, c'est à dire de même période mais de phases et directions différentes se composent pour former une onde elliptique. En un point donné, l'extrémité du vecteur du champ magnétique ou du champ électrique décrit une ellipse dans un champ perpendiculaire à la direction de propagation. Donc, à un instant donné, l'onde est représentée par une hélice elliptique centrée sur l'axe de propagation;
- f. une couleur spécifique est toujours associée à une longueur d'onde provenant d'un rayonnement monochromatique. La lumière blanche visible comprend toutes les longueurs d'ondes comprises entre 800nm et 400nm approximativement. Les couleurs forment donc un spectre passant progressivement par le rouge, l'orange, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo et le violet;
- g. L'énergie transportée par une onde lumineuse est proportionnelle au produit des champs électrique et magnétique, donc au carré de l'amplitude de l'un ou l'autre.

4.2.1 Notions supplémentaires

Comme il a été expliqué précédemment, la photoélasticité présente différents phénomènes optiques résultat de certaines propriétés des matériaux. Il est important de les définir et de bien les différencier. Il faut parler d'isotropie, d'anisotropie et de chromaticité. Il faut faire la distinction entre la photoélasticité et la photoélasticimétrie. De plus, il faut bien expliquer la différence entre la biréfringence et la biréfringence accidentelle.

4.2.1.1 Isotropie et anisotropie

P. Robert et A. Rey. [29] stipulent que l'isotropie est la qualité d'un matériau dont les caractéristiques mécaniques sont les mêmes dans toutes les directions, de sorte qu'il se déforme élastiquement ou plastiquement, et à la limite se rompt, toujours dans les mêmes conditions quelle que soit l'orientation de la microstructure. L'anisotropie est relative à un milieu dont l'évaluation des propriétés physiques dépend de la direction suivant laquelle on observe ce milieu. Elle est donc la qualité d'un milieu dont les propriétés varient suivant la direction selon laquelle on les évalue.

4.2.1.2 Chromaticité

P. Robert et A. Rey. [29] définissent la chromaticité comme une caractéristique colorimétrique d'un stimulus de couleur ou d'une réalisation colorée repérable, soit par les coordonnées trichromatiques X et Y, soit par l'ensemble de la longueur d'onde dominante ou complémentaire dans le cas des pourpres et de la pureté. Il faut ensuite parler des propriétés monochromatiques et isochromatiques qui s'associent à la chromaticité. Une propriété monochromatique se dit d'un rayonnement lumineux qui ne comporte que des radiations d'une même longueur d'onde alors qu'une propriété

isochromatique se dit de rayonnements ou de réalisations colorées qui ont même chromaticité.

4.2.1.3 Photoélasticité et photoélasticimétrie

La photoélasticité est la science qui étudie en physique les effets sur la lumière des contraintes ou déformations appliquées à des corps élastiques. Par contre, la technique expérimentale qui sert à mesurer les contraintes par photoélasticité est la photoélasticimétrie. Cependant, dans la littérature, on lui substitue souvent le mot photoélasticité.

4.2.1.4 Biréfringence et biréfringence accidentelle

Comme définition, P. Robert et A. Rey. [29] stipulent que la biréfringence est une propriété que possède un matériau cristallin de produire une double réfraction de la lumière. R. Bouzidi [28] décrit de manière plus détaillée, la différence entre la biréfringence et la biréfringence accidentelle.

Pour qu'un matériau présente le phénomène de biréfringence, il faut qu'une lumière polarisée le traverse. Cependant, elle ne doit pas se propager à la même vitesse suivant chacune de deux directions perpendiculaires propres au corps biréfringent. Donc, chacune des composantes vectorielles suivant ces deux directions se comporte comme une onde plane autonome et progresse à la vitesse propre à cette direction toujours en conservant la même fréquence. Le phénomène de biréfringence peut donc être défini comme un retard optique entre deux composantes.

La biréfringence est une propriété intrinsèque d'un matériau transparent. Cependant, la majorité des matériaux transparents isotropes ne présentent pas naturellement cette propriété. Ils peuvent seulement la présenter lorsqu'ils sont soumis à un chargement

quelconque. Ce phénomène se nomme biréfringence accidentelle et son amplitude ou son niveau de sensibilité dépend uniquement de la nature du matériau.

Les matériaux qui sont utilisés pour la photoélasticité possèdent donc un niveau de biréfringence accidentelle très élevée. De plus, les axes de biréfringence du matériel photoélastique utilisé suivent toujours les directions des déformations principales lorsque celui-ci est chargé.

La première notion importante de la biréfringence accidentelle veut que le retard optique δ entre les deux composantes est le même pour toutes les couleurs du spectre en ce qui concerne les phénomènes photoélastiques. Par contre, pour un même retard optique exprimé en longueur, le retard en phase φ augmente à mesure que la longueur d'onde diminue. Le retard en phase est donc inversement proportionnel à la longueur d'onde et prend donc la formulation suivante :

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{\delta}{\lambda} \quad (4.1)$$

4.3 Principes fondamentaux de la lumière polarisée

La section suivante a été adaptée de R. Bouzidi [28] ainsi que d'A. Kuske et G. Robertson [30] expliquant que la vibration associée à la lumière est perpendiculaire à sa direction de propagation. Une source lumineuse émet un agrégat d'ondes contenant des vibrations dans toutes les directions perpendiculaires. Cependant, l'ajout d'un polariseur permet seulement à une composante de ces vibrations d'être transmise. La figure suivante montre cette composante qui est parallèle à l'axe privilégié du polariseur. Sur la figure, l'axe privilégié est nommé α .

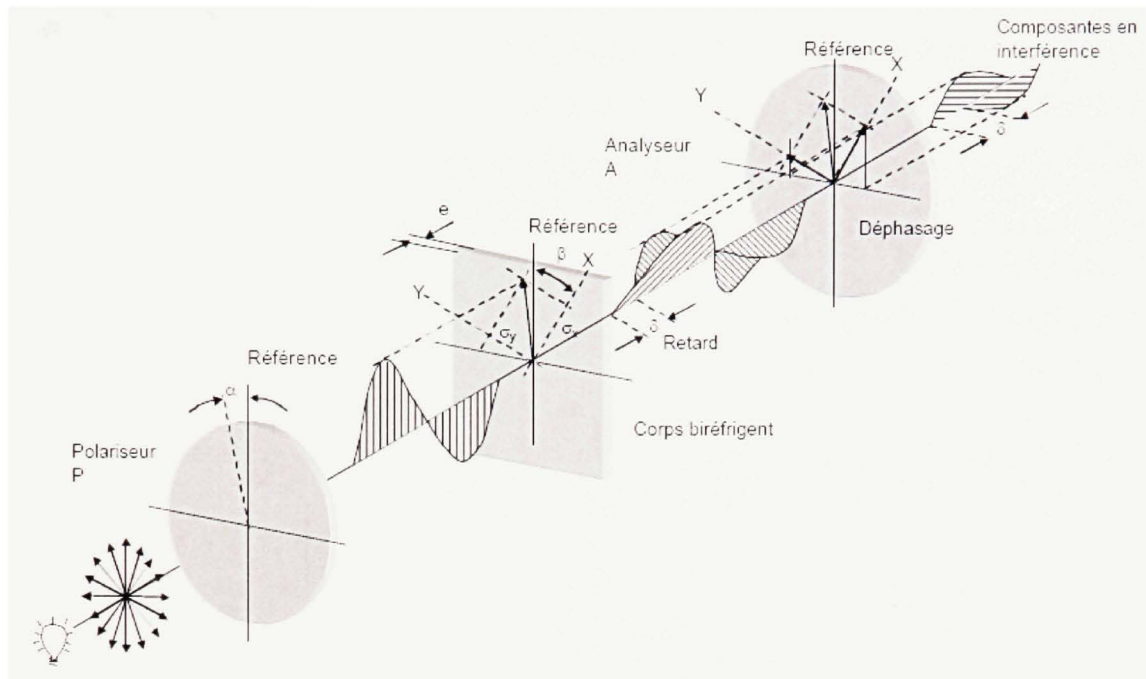


Figure 20 Principe de la photoélasticité par transmission
(Adapté de R. Bouzidi, 2004)

Un tel faisceau lumineux se nomme lumière polarisée parce que la vibration est contenue dans une direction. Si un autre polariseur est placé à la suite, l'extinction complète du faisceau lumineux transmis peut être obtenue quand les directions des deux polariseurs sont perpendiculaires à l'un à l'autre.

Il est de notion courante que la lumière se propage dans le vide ou dans l'air à une vitesse où $V_L = 3 \times 10^8$ m/s. Dans tout autres corps transparents, la vitesse de la lumière est inférieure et le rapport obtenu entre les deux se nomme indice de réfraction. Dans un corps homogène, cet indice est constant indépendant de la direction de la propagation ou du plan de la vibration. Cependant, dans les cristaux, l'indice de réfraction dépend de l'orientation de la vibration. Certains plastiques se comportent comme un matériau isotrope quand ils sont non chargés mais deviennent optiquement anisotropes une fois soumis à une déformation. La variation de l'indice de réfraction est fonction de la déformation résultante. Cette variation est donc fonction de la contrainte résultante.

Quand un faisceau lumineux polarisé traverse un plastique transparent d'épaisseur t_c , où X et Y sont les directions principales des déformations au point d'étude, deux composantes polarisées se propagent dans les plans X et Y comme illustrés à la figure 20.

La déformation suivant l'axe X se nomme ε_x et celle suivant l'axe Y se nomme ε_y . La vitesse de la lumière vibrant respectivement dans ces directions est représentée par V_x et V_y . Le temps nécessaire pour traverser le plastique pour chacune d'elles devient t_c/V . Le retard relatif entre ces deux faisceaux s'écrit comme :

$$\delta = 2 \cdot V_L \cdot \left(\frac{t_c}{V_x} - \frac{t_c}{V_y} \right) + 2 \cdot t_c \cdot \left(\frac{V_L}{V_x} - \frac{V_L}{V_y} \right) = 2 \cdot t_c \cdot (n_x - n_y) \quad (4.2)$$

Où n_x et n_y sont les indices de réfraction.

Le changement relatif de l'indice de réfraction est proportionnel à la différence des déformations principales dans le cas de la photoélasticité par réflexion [26]. Cette loi donne sous forme d'équation la relation suivante :

$$(n_x - n_y) = K \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \quad (4.3)$$

La constante K se nomme coefficient de contrainte optique car il caractérise une propriété physique du matériau. C'est une constante adimensionnelle habituellement établie par calibration. La combinaison des expressions 4.2 et 4.3 donne maintenant :

$$\delta = 2 \cdot t_c \cdot K \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \quad (4.4)$$

En conséquence, la relation de base pour la mesure de contrainte employant la technique de photoélasticité est :

$$(\varepsilon_x - \varepsilon_y) = \frac{\delta}{2 \cdot t_c \cdot K} \quad (4.5)$$

En raison du retard relatif, les deux ondes n'ont pas la même phase en émergeant du plastique. L'analyseur transmettra seulement une composante de chacune de ces ondes comme illustré à la figure 35. En les projetant sur un écran, ces ondes s'y mêleront et l'intensité de la lumière résultante devient une fonction du retard φ , de l'angle entre l'analyseur et la direction des contraintes principales ($\theta = (\beta - \alpha)$) et de l'intensité de la lumière entrante (I_0). Dans le cas d'un polariscope plat, l'intensité de la lumière émergente (I_e) est définie comme :

$$I_e = I_0 \cdot \sin^2(2 \cdot \theta) \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = I_0 \cdot \sin^2(2 \cdot (\beta - \alpha)) \sin^2\left(\frac{\pi \cdot \delta}{\lambda}\right) \quad (4.6)$$

L'intensité de la lumière devient nulle quand $\beta - \alpha = 0$ ou quand le polariseur/analyseur croisé est parallèle à la direction des contraintes principales. En ajoutant des filtres optiques connus sous le nom de lame quart-d'onde (*1/4-wave plate*) sur l'axe de propagation de la lumière, on produit ainsi de la lumière circulairement polarisée, et l'image observée n'est pas influencée par la direction des déformations principales.

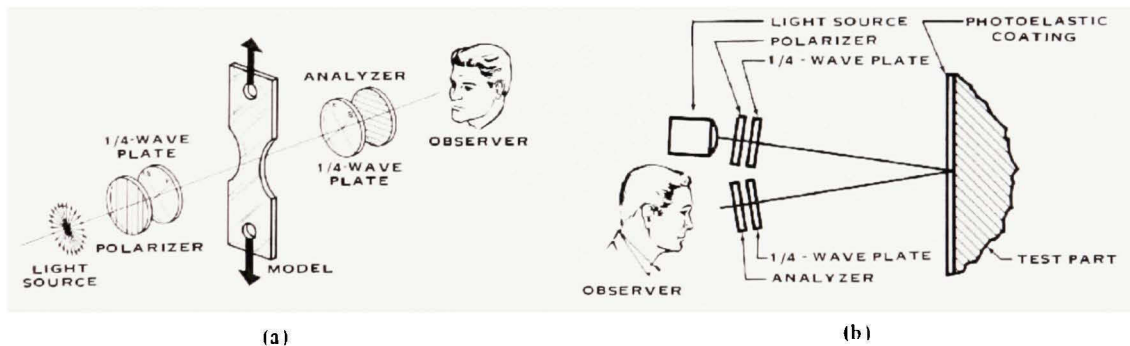


Figure 21 Représentation schématique du polariscope
(Adapté de Photoelastic Division measurement group, Inc., 1992)

La figure 21 schématise l'ajout des filtres optiques. Il est important de remarquer qu'il y a deux types de photoélasticité. La photoélasticité par transmission est illustrée en (a) tandis que la photoélasticité par réflexion est illustrée en (b). Dans le cadre de ce projet d'étude, la photoélasticité par réflexion est celle qui est employée.

Avec l'ajout des filtres optiques, l'intensité de la lumière sortante devient ainsi :

$$I_c = I_0 \cdot \sin^2 \left(\frac{\pi \delta}{\lambda} \right) \quad (4.7)$$

Dans un polariscope circulaire, l'intensité de la lumière devient nulle quand $\delta = 0$, $\delta = \lambda$, $\delta = 2\lambda, \dots$ ou en général lorsque :

$$\delta = n \cdot \lambda \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots \quad (4.8)$$

La différence des déformations principale peut maintenant s'écrire comme :

$$(\varepsilon_x - \varepsilon_y) = \frac{\delta}{2 \cdot t_c \cdot K} = n \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot t_c \cdot K} = n \cdot f = O_f \cdot f \quad (4.9)$$

Où O_f représente le résultat des mesures ou le nombre de franges. Ce terme se nomme ordre de frange. La constante f est une constante globale qui regroupe toutes les constantes précédentes. Elle est fonction du matériau utilisé et de la longueur d'onde de la lumière transmise. Dans la littérature, cette constante se nomme coefficient photoélastique et il peut être défini comme la différence entre les contraintes principales nécessaire afin de produire une variation sur la valeur de l'ordre de frange par unité d'épaisseur du matériau utilisé [30].

La loi de Hooke permet d'écrire que :

$$(\sigma_x - \sigma_y) = \frac{E_y}{1 + \nu_y} \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \quad (4.10)$$

Où E_y est le module de Young du matériau et ν_y est le coefficient de Poisson du même matériau. En combinant les équations 4.9 et 4.10, on obtient :

$$(\sigma_x - \sigma_y) = \frac{E_y}{1 + \nu_y} \cdot f \cdot O_f \quad (4.11)$$

L'équation 4.11 est la formulation générale pour évaluer les contraintes avec l'application de la photoélasticité. Cependant, cette équation doit être ajustée par l'ajout d'un facteur de correction qui dépend du type de chargement appliqué.

Lorsqu'il s'agit d'un essai en flexion où la charge appliquée est perpendiculaire aux contraintes mesurées, il faut ajouter à l'équation 4.10, le facteur de correction associé à la flexion comme prescrit par la compagnie Photoelastic Division measuring group [26]. Le type de chargement est illustré à la figure suivante.

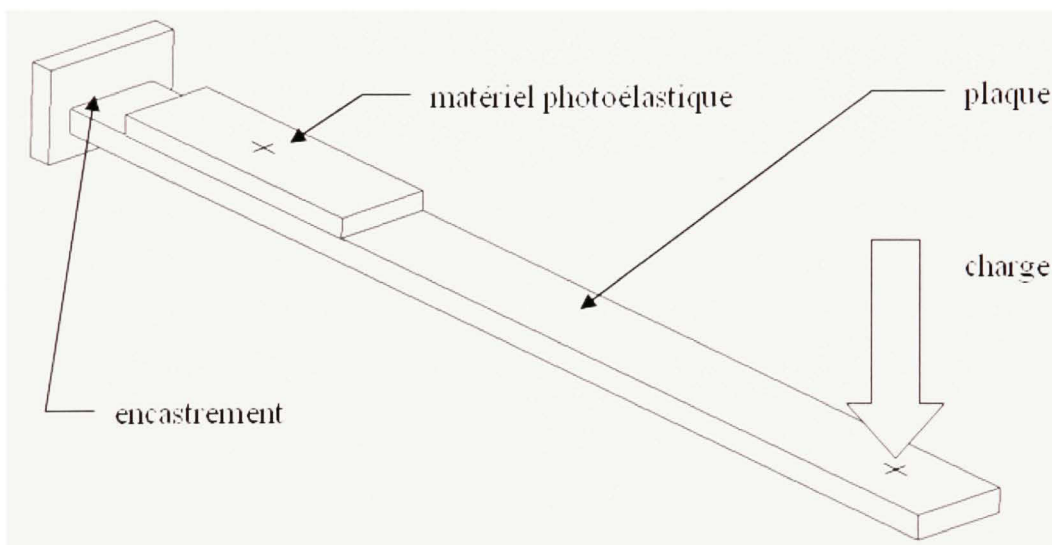


Figure 22 Chargement perpendiculaire au plan des contraintes

L'équation 4.11 prend maintenant la forme suivante :

$$(\sigma_x - \sigma_y) = \frac{E_s}{1 + \nu_s} \cdot f \cdot O_f \cdot C_B \quad (4.12)$$

Où C_B est défini comme le facteur de correction pour compenser l'influence de la flexion sur la lecture de l'ordre de frange lors de la prise de mesure. Il s'agit d'un facteur adimensionnel employé lorsque la charge appliquée est perpendiculaire aux contraintes et déformations principales.

Le facteur de correction C_B est défini comme :

$$C_B = \frac{1 + E^* \cdot (4t^{*2} + 6t^{*2} + 4t^{*3}) + E^{*2} \cdot t^{*4}}{1 + t^*} \quad (4.13)$$

$$E^* = \frac{E_c}{E_s} \quad (4.14)$$

$$t^* = \frac{t_c}{t_s} \quad (4.15)$$

Où E_c et E_s sont respectivement les modules de Young du matériel photoélastique et du spécimen étudié. Il y a aussi t_c et t_s qui sont respectivement les épaisseurs du matériel photoélastique et du spécimen étudié.

Lorsqu'il s'agit d'un essai en flexion où la charge appliquée est localisée dans le même plan que contraintes mesurées, il faut ajouter à l'équation 4.11, le facteur de correction associé à la flexion comme prescrit par la compagnie Photoelastic Division measuring group [26]. Le type de chargement est illustré à la figure suivante.

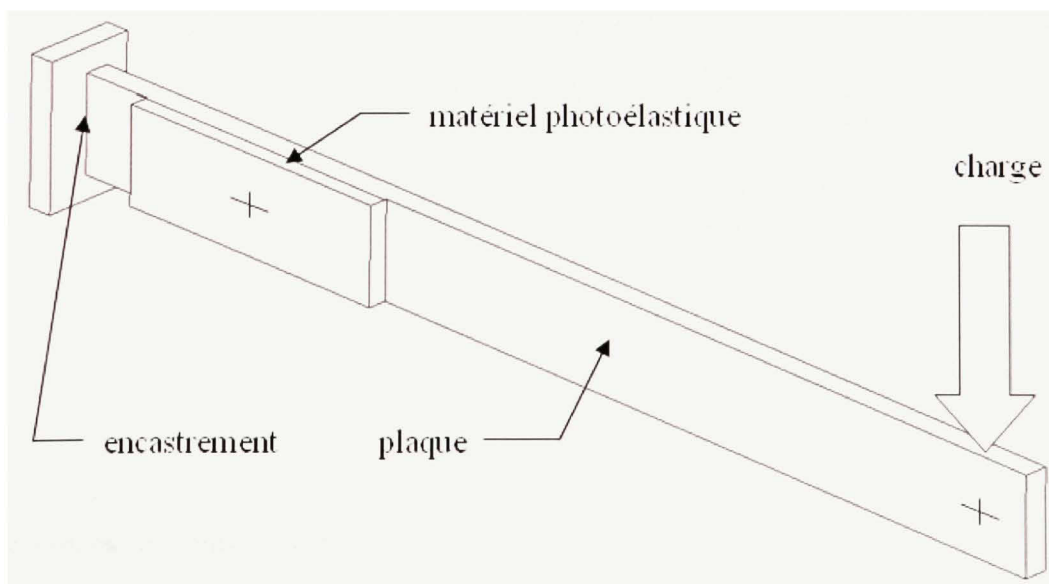


Figure 23 Chargement parallèle au plan des contraintes

L'équation 4.11 prend maintenant la forme suivante :

$$(\sigma_x - \sigma_y) = \frac{E_s}{1 + \nu_s} \cdot f \cdot O_f \cdot C_{ps} \quad (4.16)$$

Où C_{ps} est défini comme le facteur de correction pour compenser l'influence de la flexion sur la lecture de l'ordre de frange lors de la prise de mesure. Il s'agit d'un facteur adimensionnel employé lorsque la charge appliquée se situe dans le même que les contraintes et les déformations principales.

Le facteur de correction C_{ps} est défini comme :

$$C_{ps} = 1 + E^* \cdot t^* \quad (4.17)$$

$$E^* = \frac{E_c}{E_s} \quad (4.18)$$

$$t^* = \frac{t_c}{t_s} \quad (4.19)$$

Où E_c et E_s sont respectivement les modules de Young du matériel photoélastique et du spécimen étudié. Il y a aussi t_c et t_s qui sont respectivement les épaisseurs du matériel photoélastique et du spécimen étudié.

4.4 Interprétation des franges photoélastiques

Lorsqu'un échantillon recouvert d'un enduit photoélastique est soumis à une charge, des franges isochromatiques apparaissent. Elles sont visibles seulement lorsqu'on regarde l'échantillon au travers du polariseur. Plus la charge est élevée, plus le nombre de franges augmente. De plus, les franges vont toujours se concentrer aux endroits où les contraintes sont plus importantes. Ceci est montré à la figure suivante.

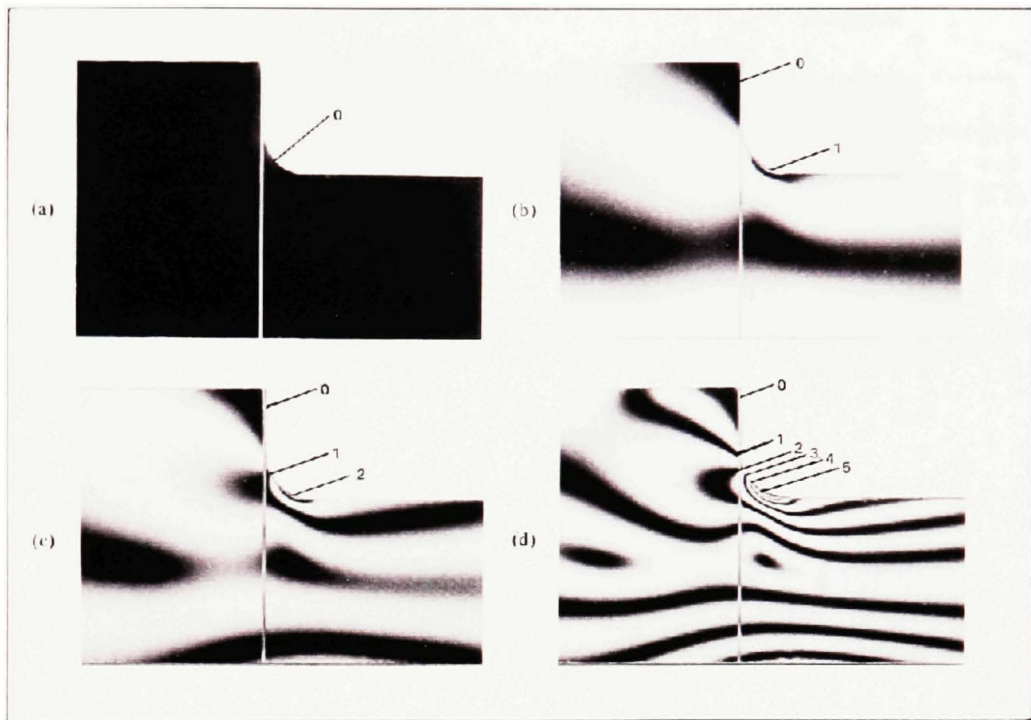


Figure 24 Exemples de génération de franges
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Il y a deux manières de compter les franges lorsqu'elles apparaissent. On peut soit les compter par nombre ou les compter par ordre. Pour le calcul des contraintes, il faut savoir l'ordre des franges. L'ordre des franges observé sur l'enduit photoélastique est proportionnel à l'écart entre les déformations de l'enduit et de l'échantillon.

Donc en appliquant une source de lumière blanche, les franges photoélastiques apparaissent en une série de bandes continues de couleur différentes. Ces bandes ont la forme d'une boucle fermée ou d'une ligne courbée. Chaque bande possède une couleur unique qui est reliée directement à la valeur de l'ordre de frange (O_f). Les couleurs de bandes apparaissent toujours dans la même séquence ce qui rend possible d'associer une valeur à O_f (ordre de frange). Ce phénomène est démontré sur les deux figures suivantes.

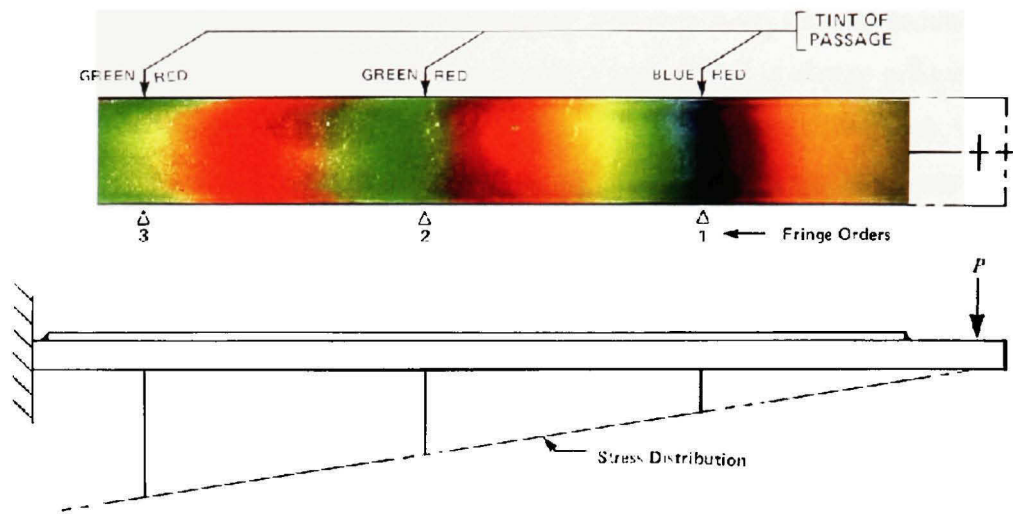


Figure 25 Séquence de franges sur une poutre encastree
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

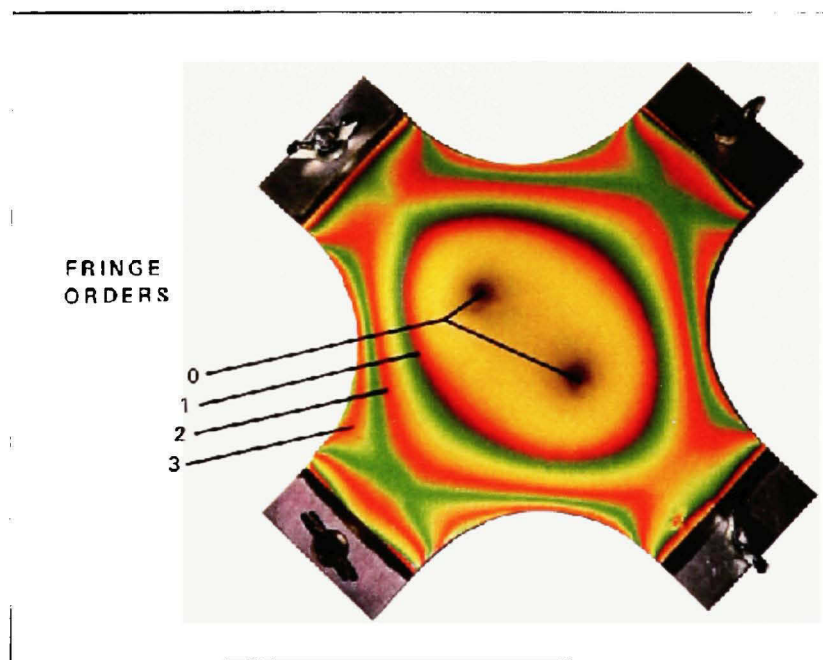


Figure 26 Séquence de frange sur un spécimen en flexion biaxiale
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Le polariscope de la série 030 est un instrument à champ noir: lorsque aucune charge n'est appliquée, l'échantillon apparaît noir. Quand on applique la charge graduellement, le gris commence à apparaître suivi du blanc et quand le violet disparaît, le jaune apparaît. Avec plus de charge, le bleu cède sa place pour de l'orange et le vert pour du rouge. Par la suite, le jaune tourne au mauve suivi de la disparition de l'orange pour un bleu plus riche. La frange mauve est très sensible aux déformations ce qui lui mérite le titre de teint de passage et donc possède un ordre de frange égal à un ($O_f = 1$). La figure suivante indique plusieurs valeurs d'ordre de frange associées à leur couleur respective.

Color	Approximate Relative Retardation nm	Fringe Order O_f	Strain* $\mu\epsilon$
BLACK	0	0	0
GRAY	160	0.28	265
WHITE	260	0.45	425
PALE YELLOW	345	0.60	570
ORANGE	460	0.80	760
DULL RED	520	0.90	855
PURPLE (TINT OF PASSAGE)	575	1.00	950
DEEP BLUE	620	1.08	1025
BLUE-GREEN	700	1.22	1160
GREEN-YELLOW	800	1.39	1320
ORANGE	935	1.63	1550
ROSE RED	1050	1.82	1730
PURPLE (TINT OF PASSAGE)	1150	2.00	1900
GREEN	1350	2.35	2230
GREEN-YELLOW	1440	2.50	2380
RED	1520	2.65	2520
RED/GREEN TRANSITION	1730	3.00	2850
GREEN	1800	3.10	2950
PINK	2100	3.65	3470
PINK/GREEN TRANSITION	2300	4.00	3800
GREEN	2400	4.15	3940
* Type PS-1 photoelastic plastic, 0.080" (2 mm) thick, $f = 950 \mu\epsilon/\text{fringe}$ (reflection)			

Figure 27 Caractéristiques des franges isochromatiques
(Adapté de Photoelastic Division measurement group, Inc., 1992)

4.5 Mesure de l'ordre de frange

Lorsque l'on veut obtenir une plus grande précision sur la valeur de l'ordre de frange, il est suggéré d'utiliser l'une des trois méthodes suivantes :

- a. méthode de la balance nulle (*null-balance compensation method*);
- b. méthode de Tardy (*Tardy compensation method*);
- c. méthode d'incidence oblique (*oblique incidence method*).

Durant des essais préliminaires, ces trois méthodes de mesure ont été mises à l'épreuve. La méthode d'incidence oblique n'a pas été retenue du fait qu'elle est encombrante et nécessite beaucoup d'ajustement. La méthode de la balance nulle n'a pas été retenue du fait qu'il est très difficile d'obtenir avec constance, un ordre de frange nul à l'aide du compensateur. La méthode de Tardy a été choisie comme méthode de mesure car elle a été la seule des trois méthodes à donner des résultats avec une bonne précision. Les démarches nécessaires pour l'application de ces méthodes sont décrites à l'annexe 1.

4.5.1 Mesure de l'ordre de frange par la méthode de Tardy

Lors des essais de photoélasticité, on ne peut pas se fier uniquement au tableau de la figure 27 pour obtenir l'ordre de frange. Ce tableau sert essentiellement de référence. En utilisant la méthode de Tardy, on peut interpréter l'ordre de frange avec une bonne précision.

Le principe de base de la méthode de Tardy ressemble à une échelle Vernier. Un point de mesure quelconque sur un échantillon chargé se trouve toujours entre deux ordres de frange entiers. Le point de mesure se trouve donc toujours entre l'ordre de frange n et l'ordre de frange $n + 1$. La figure suivante en est un exemple.

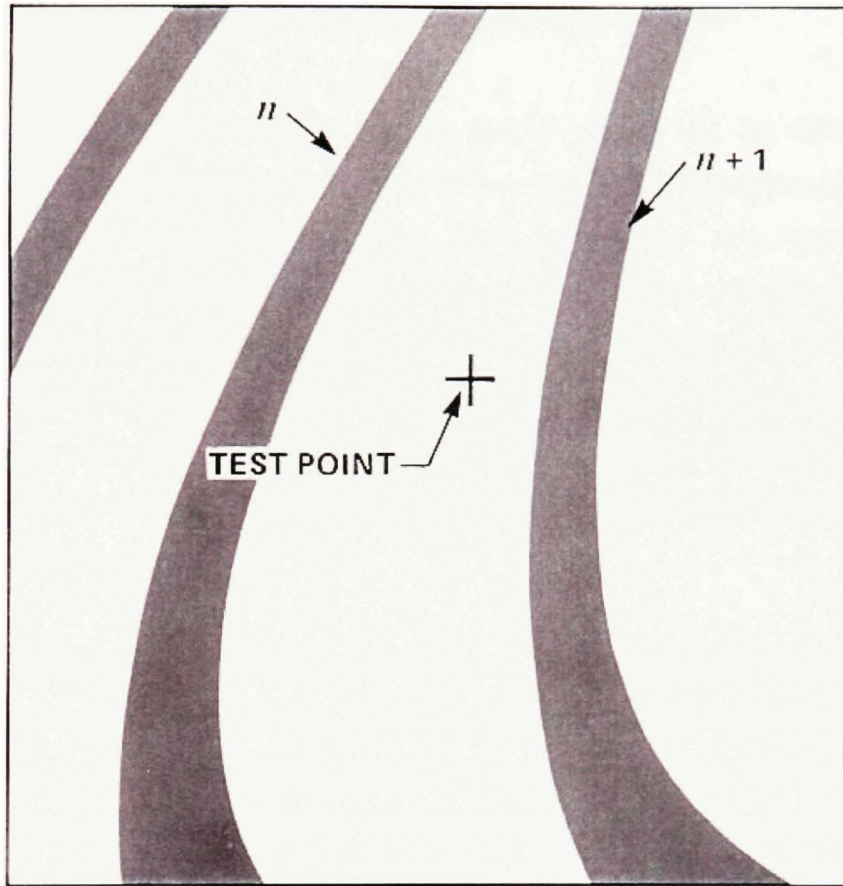


Figure 28 Point de mesure entre deux ordres de franges
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Le polariscope de la série 030 possède un compensateur spécialement conçu pour la méthode de Tardy. En le déplaçant dans le sens horaire ou anti horaire d'une valeur r , la frange d'ordre inférieur ou d'ordre supérieur va se déplacer vers le point de mesure. L'ordre de frange est donc établi en utilisant les relations suivantes :

$$O_f = n + r \quad \text{si la frange d'ordre inférieur se déplace} \quad (4.20)$$

$$O_f = n + 1 - r \quad \text{si la frange d'ordre supérieur se déplace} \quad (4.21)$$

4.6 Essais expérimentaux statiques sur des plaques minces

Des essais expérimentaux statiques sur des plaques minces ont été définis afin de représenter le type de contrainte que l'on retrouve sur une dent d'engrenage soumise à une charge. Trois caractéristiques doivent être retenues pour cette application. La première veut que la contrainte se retrouve dans le même plan que la charge appliquée, montrant ainsi de la tension et de la compression. La deuxième veut que la contrainte soit maximale au niveau du contour. La troisième veut que le matériel photoélastique soit usiné puis collé sur les roues d'engrenage. Les essais statiques doivent tenir compte de ces trois caractéristiques. Il s'agit ici d'étudier le comportement de la méthode face à ces trois conditions particulières.

Ainsi, quatre essais expérimentaux ont été définis. Le premier essai est un test en flexion dans le plan perpendiculaire au plan d'une plaque mince. Le deuxième essai est un test flexion dans le plan d'une plaque mince. Le troisième essai est un test en flexion identique au premier essai, mais avec une plaque mince percée. Le quatrième essai est un test identique au troisième essai. Cependant, la méthode de perçage diffère entre les deux. La plaque et le matériel photoélastique pour le troisième essai sont déjà collés pour être percés par la suite tandis que la plaque et le matériel photoélastique pour le quatrième essai sont percés indépendamment et collés par la suite. Pour tous les essais effectués, les plaques minces sont encastrées à une extrémité et chargée à l'autre extrémité. Cependant, les plaques sont chargées par une déflexion contrôlée à l'aide d'une vis micrométrique.

4.6.1 Essai 1 : plaque en flexion

Cet essai a pour but de se familiariser avec l'application de la photoélasticité pour ainsi effectuer une lecture adéquate des franges qui apparaissent lorsque la plaque mince est soumise à une charge. Ce cas n'est pas représentatif du cas d'une roue d'engrenage. La

figure suivante illustre une plaque mince en flexion. La plaque est encastree à une extrémité et chargée à l'autre extrémité.

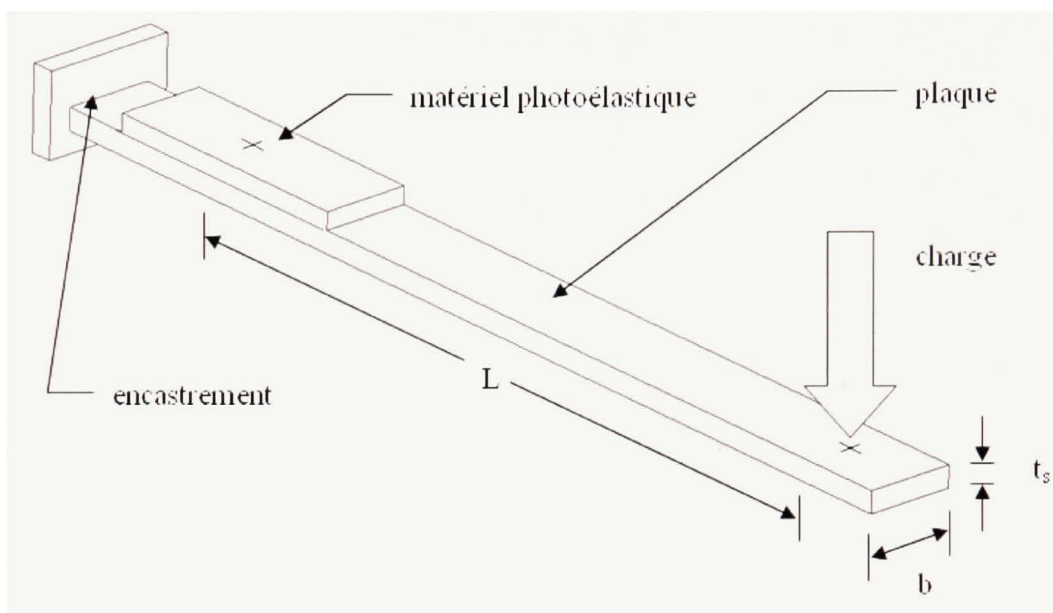


Figure 29 Plaque mince en flexion

Il faut maintenant évaluer la contrainte théorique de la plaque en flexion pour ensuite la comparer avec les résultats obtenus de la photoélasticité. La plaque mince possède une section de largeur b par une épaisseur t_s . Le point de mesure est à une distance de L de la charge appliquée. Le tableau suivant donne les dimensions exactes.

Tableau XII

Valeur numérique des constantes géométrique de la plaque

Constante	L	b	t_s
Valeur	190,500 mm	11,455 mm	6,375 mm

La contrainte de la plaque mince est obtenue avec l'équation suivante :

$$\sigma_{f_essai_theo} = \frac{M \cdot c}{I} \quad (4.22)$$

Où :

$$M = charge \cdot L \quad (4.23)$$

$$c = \frac{t_s}{2} = 3.188 \text{ mm} \quad (4.24)$$

$$I = \frac{b \cdot t_s^3}{12} = 247.372 \text{ mm}^4 \quad (4.25)$$

Pour évaluer ce type de contrainte par photoélasticité, il faut se référer à l'équation 4.12 de la section 4.3 où la preuve mathématique a été faite. Avec une nouvelle terminologie, cette équation s'écrit maintenant comme :

$$\sigma_{f_essai_exp} = \frac{E_s}{(1+\nu_s)} \cdot f \cdot O_f \cdot C_B \quad (4.26)$$

Tableau XIII

Constantes pour évaluer la contrainte de flexion

t_c	t_s	t^*	E_c	E_s	E^*	C_B	f	ν_s
3.073 mm	6.375 mm	0.484	2.5 GPa	70 GPa	0.036	0.803	625 $\mu\epsilon$	0.3

Le tableau XIII indique toutes les valeurs numériques des constantes nécessaires pour évaluer la contrainte de flexion sur la plaque décrite par l'équation 4.26. Elles proviennent des équations 4.13 à 4.15.

Le point de lecture doit s'effectuer à la position des deux marques blanches montré à la figure 30. Les cinq essais de déflexion sur cette plaque ont été photographiés et se retrouvent à l'annexe 4. Le tableau suivant résume et compare les résultats obtenus par l'application de la photoélasticité avec la théorie.

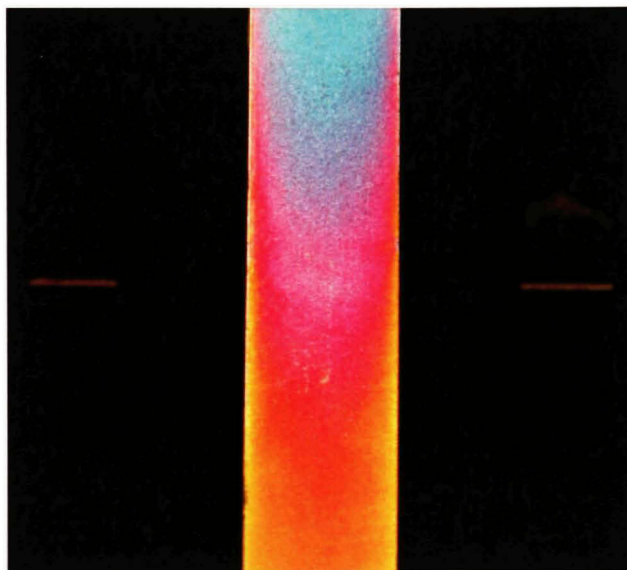


Figure 30 Plaque mince en flexion à 3.81 mm de déflexion

Tableau XIV

Photoélasticimétrie sur une plaque en flexion

Déflexion mm	Charge N	$\sigma_{f\ theo}$ MPa	O_f	$\sigma_{f\ exp}$ MPa	Erreur relative
2.54	7.94	19.48	0.71	19.19	-2%
3.81	11.91	29.23	1.02	27.57	-6%
5.08	15.87	38.97	1.37	37.02	-5%
6.35	19.84	48.71	1.76	47.56	-2%
7.62	23.81	58.45	2.14	57.83	-1%

Les données du tableau XIV indiquent une bonne corrélation entre la théorie et l'application de la photoélasticité. Pour tous les essais, l'erreur relative est inférieure ou égale à 6%. De plus, l'erreur relative moyenne est de 3.2%. Il est donc permis d'affirmer que l'application de la photoélasticité est une méthode de mesure expérimentale précise dans le cas d'un essai simple.

4.6.2 Essai 2 : plaque en flexion dans son plan

Cet essai a pour but de vérifier la précision de l'application de la photoélasticité à de la flexion dans le plan de la plaque. Cet essai permet d'obtenir des contraintes de tension et de compression simultanément. Cette condition correspond à l'état de chargement d'une dent d'engrenage. La figure suivante illustre le type d'essai effectué. Il s'agit d'une plaque en flexion. La plaque est encastree à une extrémité et chargée à l'autre extrémité.

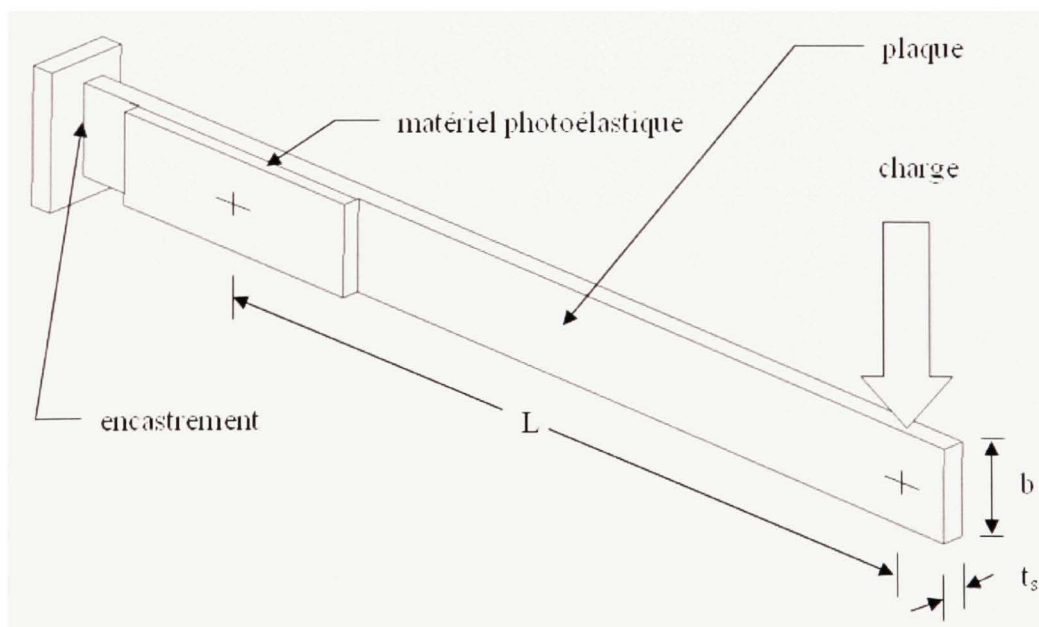


Figure 31 Plaque mince en flexion dans son plan

Il faut maintenant évaluer la contrainte théorique de la plaque en flexion pour ensuite la comparer avec les résultats obtenus de la photoélasticité. La plaque mince possède une section de largeur t_s par une épaisseur b . Le point de mesure est à une distance de L de la charge appliquée. Le tableau suivant donne les dimensions exactes.

Tableau XV

Valeur numérique des constantes géométrique de la plaque

Constante	L	b	t_s
Valeur	190.500 mm	11.455 mm	6.375 mm

La contrainte de la plaque mince est obtenue avec l'équation suivante :

$$\sigma_{f_cvsat2_theo} = \frac{M \cdot c}{I} \quad (4.27)$$

Où :

$$M = charge \cdot L \quad (4.28)$$

$$c = \frac{b}{2} = 5.728 \text{ mm} \quad (4.29)$$

$$I = \frac{t_s \cdot b^3}{12} = 798.651 \text{ mm}^4 \quad (4.30)$$

Pour évaluer ce type de contrainte avec l'application de la photoélasticité, il faut se référer à l'équation 4.16 de la section 4.3 où la preuve mathématique a été faite. Avec une nouvelle terminologie, cette équation s'écrit maintenant comme :

$$\sigma_{f_cvsat2_exp} = \frac{E_s}{(1 + \nu_s)} \cdot f \cdot O_f \cdot C_{p_s} \quad (4.31)$$

Tableau XVI

Constantes pour évaluer la contrainte de flexion dans son plan

t_i	t_s	t^*	E_i	E_s	E^*	C_{ps}	f	ν_s
3.073 mm	6.375 mm	0.484	2.5 GPa	70 GPa	0.036	1.017	625 $\mu\epsilon$	0.3

Le tableau XVI indique toutes les valeurs numériques des constantes nécessaires pour évaluer la contrainte de flexion sur la plaque décrite par l'équation 4.31. Elles proviennent des équations 4.17 à 4.19.

La figure 32 montre l'essai effectué avec une déflexion de 3.81 mm. Cet essai montre de la tension et de la compression sur le même échantillon. Le point de lecture doit s'effectuer à la position de la marque blanche où il faut prendre une mesure de chaque coté. Les cinq essais de déflexion sur cette plaque ont été photographiés et se retrouvent à l'annexe 4. Le tableau suivant résume et compare les résultats obtenus par l'application de la photoélasticité avec la théorie sur une plaque avec de la flexion dans son plan. La comparaison est faite pour la tension et la compression.

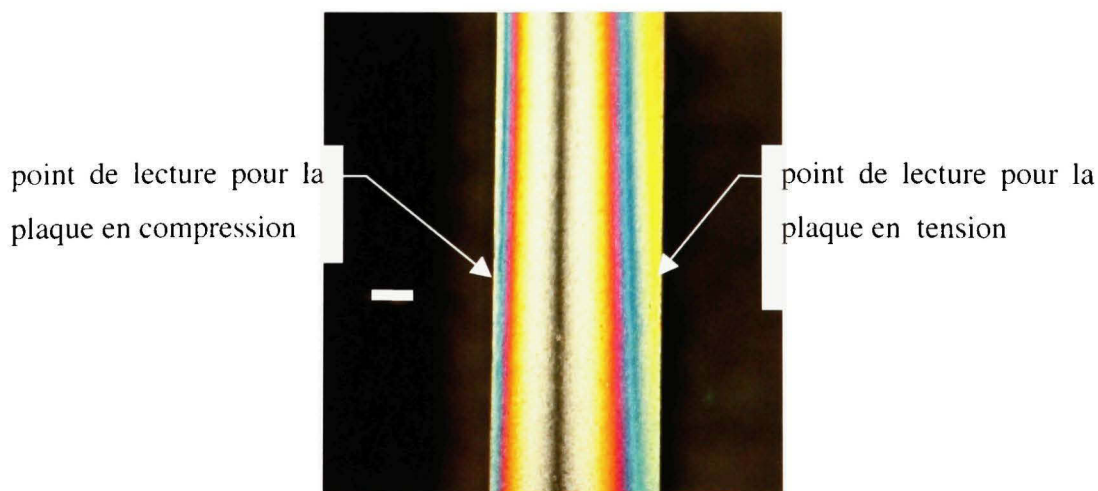


Figure 32 Plaque mince en flexion à 3.81 mm de déflexion

Tableau XVII

Photoélasticimétrie sur une plaque en flexion dans son plan

Déflexion mm	Charge N	$\sigma_{f\,théo}$ MPa	O_f tension	$\sigma_{f\,exp}$ tension MPa	Erreur relative	O_f compression	$\sigma_{f\,exp}$ compression MPa	Erreur relative
2.54	25.62	35.01	1.00	34.24	-2%	0.86	29.44	-16%
3.81	38.44	52.51	1.48	50.67	-4%	1.25	42.79	-19%
5.08	51.25	70.02	1.96	67.10	-4%	1.78	60.94	-13%
6.35	64.06	87.52	2.58	88.33	+1%	2.14	73.26	-16%
7.62	76.87	105.03	2.99	102.36	-3%	2.54	86.96	-17%

Les données du tableau XVII des résultats indiquent une bonne corrélation entre la théorie et l'application de la photoélasticité pour la contrainte de tension. Pour la contrainte de compression, il y a un manque de précision ce qui donne un écart beaucoup plus grand entre la théorie et l'application de la photoélasticité. Dans le cas de la contrainte de tension, l'erreur relative est toujours inférieure ou égale à 4%. L'erreur relative moyenne est de 2.8%. Dans le cas de la contrainte de compression, l'erreur relative est toujours inférieure ou égale à 19%. De plus, l'erreur relative moyenne est de 16.2%. Cet essai a permis de constater lors d'un essai en flexion dans le plan de la plaque, que la contrainte en tension mesurée concorde avec la théorie. Cependant, la contrainte en compression affiche des valeurs de 13% à 19% inférieures à celles de la théorie selon cet essai. Lors de la mesure expérimentale de la contrainte dynamique sur des roues d'engrenage cylindriques, il faut s'attendre à obtenir une contrainte de flexion en tension représentative de la théorie. Il faut aussi s'attendre à obtenir une erreur beaucoup plus importante sur la contrainte de flexion en compression. Une analyse précise des causes de divergence sera présentée au chapitre 5 traitant des engrenages.

4.6.3 Essai 3 : plaque percée en flexion

Cet essai a pour but de vérifier la précision de l'application de la photoélasticité lorsque la contrainte étudiée se situe dans une région où il y a concentration de contraintes. Il est très important de vérifier cet aspect car il se retrouve aussi dans la mesure de la contrainte dynamique sur des roues d'engrenage cylindriques. En effet, la contrainte maximale sur une dent d'engrenage se localise en pied de dent au niveau du contour. Pour tenir compte de cet aspect, l'essai se fait donc sur une plaque dont le matériel photoélastique a été collé et percé par la suite afin d'obtenir des conditions de lecture idéales.

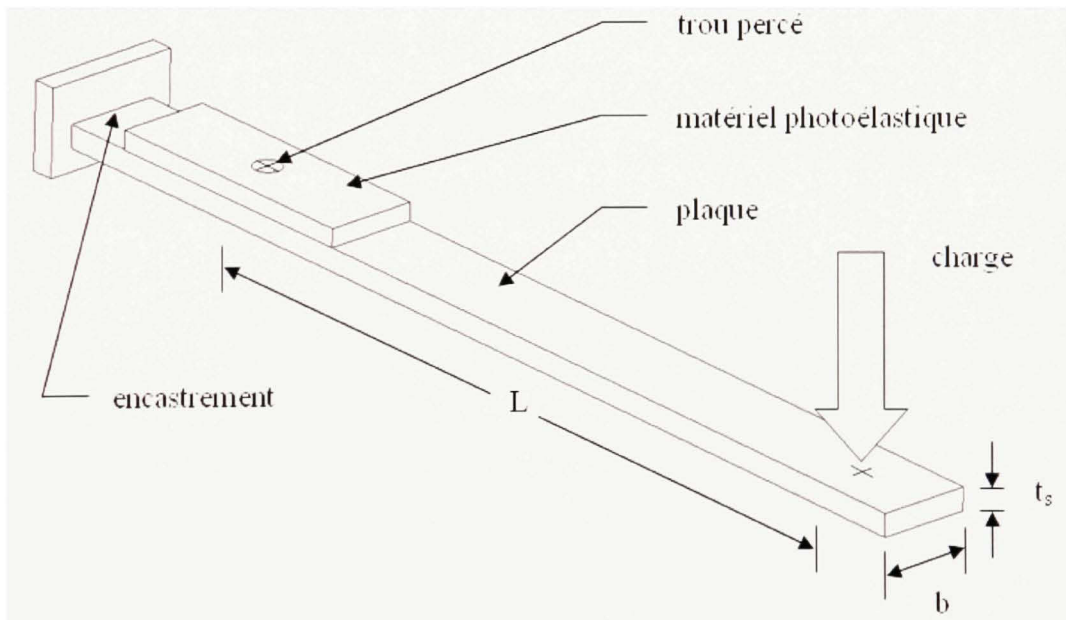


Figure 33 Plaque mince en flexion avec un trou percé

Il faut maintenant évaluer la contrainte théorique de la plaque en flexion pour ensuite la comparer avec les résultats obtenus de la photoélasticité. La plaque mince possède une section de largeur b par une épaisseur t_s . Le point de mesure est à une distance de L de la charge appliquée. Le tableau suivant donne les dimensions exactes.

Tableau XVIII

Valeur numérique des constantes géométrique de la plaque

Constante	L	b	t_s	ϕ_{trou}
Valeur	190.500 mm	24.409 mm	6.223 mm	7.938 mm

La contrainte au niveau du trou percé de la plaque est obtenue avec l'équation suivante :

$$\sigma_{f_essai3_théo} = K_t \frac{M \cdot c}{I} \quad (4.32)$$

Où :

$$M = charge \cdot L \quad (4.33)$$

$$c = \frac{t_s}{2} = 3.112 \text{ mm} \quad (4.34)$$

$$I = \frac{(b - \phi_{trou}) \cdot t_s^3}{12} = 330.797 \text{ mm}^4 \quad (4.35)$$

Le facteur K_t est obtenu à l'aide de la table pour une plaque mince trouée en flexion. Cette table se retrouve dans l'ouvrage de J. E. Shigley et C. R. Mischke [25]. La valeur du facteur de concentration de contraintes est de 1.65 ($K_t = 1.65$).

Pour évaluer ce type de contrainte avec l'application de la photoélasticité, il faut se référer à l'équation 4.12 de la section 4.3 où la preuve mathématique a été faite. Avec une nouvelle terminologie, cette équation s'écrit maintenant comme :

$$\sigma_{f_essai3_exp} = \frac{E_s}{(1 + \nu_s)} \cdot f \cdot O_f \cdot C_B \quad (4.36)$$

Le tableau XIX indique toutes les valeurs numériques des constantes nécessaires pour évaluer la contrainte de flexion sur la plaque décrite par l'équation 4.36. Elles proviennent des équations 4.13 à 4.15.

Tableau XIX

Constantes pour évaluer la contrainte de flexion

t_c	t_v	t^*	E_c	E_v	E^*	C_B	f	ν_v
3.073 mm	6.223 mm	0.496	2.5 GPa	70 GPa	0.036	0.804	625 $\mu\epsilon$	0.3

La figure 34 montre un des essais effectués avec une déflexion de 2.54 mm. En regardant à gauche et à droite du trou, on remarque clairement les deux régions où il y a concentration de contraintes. Le point de lecture doit s'effectuer à la position des deux marques blanches et à l'intérieur de ces régions. Les cinq essais de déflexion sur cette plaque ont été photographiés et se retrouvent à l'annexe 4.

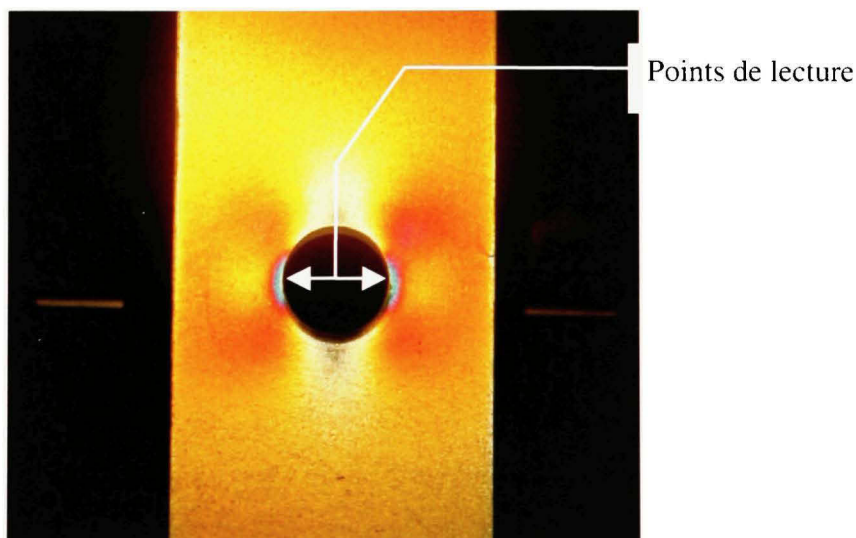


Figure 34 Plaque percée en flexion à 2.54 mm de déflexion

Le tableau suivant résume et compare les résultats obtenus par l'application de la photoélasticité avec la théorie sur une plaque mince percée en flexion. Il est important de noter que l'interprétation de l'ordre de frange sur cet essai a été beaucoup plus difficile que les deux essais précédents à cause d'une zone de lecture réduite.

Tableau XX

Photoélasticimétrie d'une plaque percée en flexion

Déflexion mm	Charge N	$\sigma_{t,theo}$ MPa	O_f	$\sigma_{f,exp}$ MPa	Erreur relative
2,54	15,73	46,50	1,50	40,59	-13%
3,81	23,59	69,75	2,34	63,32	-9%
5,08	31,46	93,00	3,00	81,17	-13%
6,35	39,32	116,25	3,70	100,11	-14%
7,62	47,18	139,50	4,40	119,05	-15%

Les données du tableau XX indiquent une corrélation entre la théorie et l'application de la photoélasticité. Cependant, il faut remarquer que la valeur de la contrainte expérimentale est toujours inférieure à celle de la théorie. Cet écart est causé par la localisation du point de lecture ; la valeur maximale de la contrainte se situe exactement sur le contour du trou, ce qui rend la lecture de la contrainte difficile avec la photoélasticité. Il est simplement impossible d'avoir une précision parfaite sur l'épaisseur des franges et c'est pour cela que les valeurs expérimentales sont inférieures à la théorie. Par contre, l'erreur relative des essais est toujours inférieure ou égale à 15%. De plus, l'erreur relative moyenne est de 12,8%. Il est donc permis de croire que l'application de la photoélasticité est une méthode de mesure expérimentale de précision adéquate ou suffisante dans le cas d'un essai avec concentration de contraintes. Lors de la mesure expérimentale de la contrainte dynamique sur des roues d'engrenage

cylindriques, il faut s'attendre à obtenir une contrainte de flexion en tension représentative mais inférieure à la contrainte théorique.

4.6.4 Essai 4 : plaque trouée en flexion

Cet essai a aussi pour but de vérifier la précision de l'application de la photoélasticité lorsque la contrainte étudiée se situe dans une région où il y a concentration de contraintes. Comme dans l'essai précédent, une plaque trouée a été employée. La seule différence avec l'essai précédent est au niveau du trou. La plaque mince et le matériel photoélastique ont été percés séparément et collés par la suite. Ceci a pour but de vérifier le comportement du matériel photoélastique, car dans le cas de la mesure de la contrainte dynamique sur des roues d'engrenage cylindriques, ce dernier a été usiné et collé par la suite.

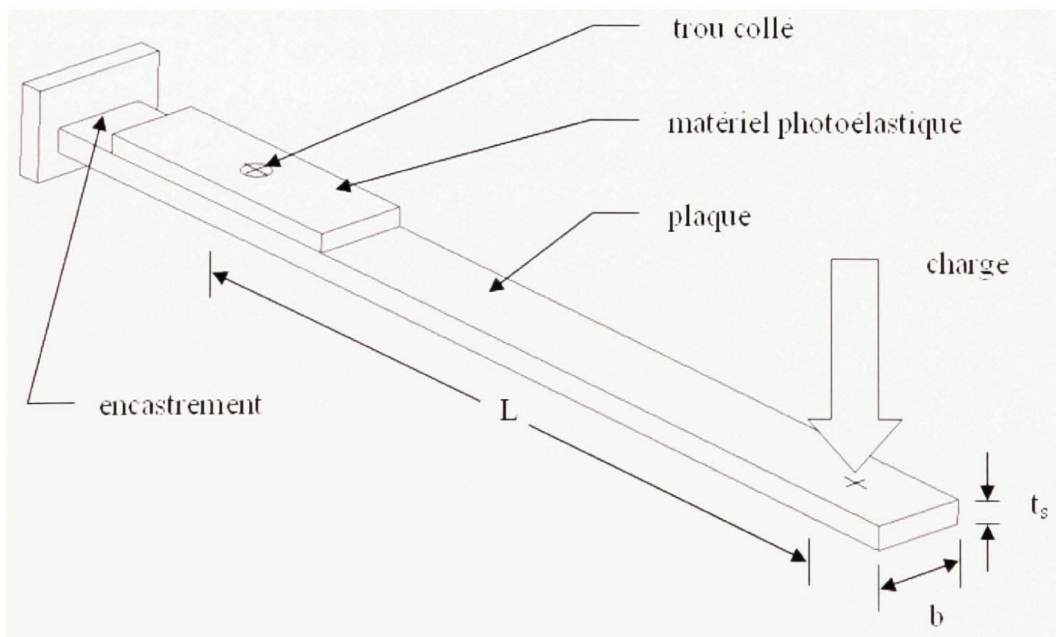


Figure 35 Plaque mince en flexion avec un trou collé

Il faut maintenant évaluer la contrainte théorique de la plaque en flexion pour ensuite la comparer avec les résultats obtenus de la photoélasticité. La plaque mince possède une section de largeur b par une épaisseur t_s . Le point de mesure est à une distance de L de la charge appliquée. Le tableau suivant donne les dimensions exactes.

Tableau XXI

Valeur numérique des constantes géométrique de la plaque

Constante	L	b	t_s	O_{trou}
Valeur	190.500 mm	24.409 mm	6.248 mm	7.938 mm

La contrainte au niveau du trou collé de la plaque est obtenue avec l'équation suivante :

$$\sigma_{t_essai+théor} = K_t \frac{M \cdot c}{I} \quad (4.37)$$

Où :

$$M = charge \cdot L \quad (4.38)$$

$$c = \frac{t_s}{2} = 3.112 \text{ mm} \quad (4.39)$$

$$I = \frac{(b - \phi_{trou}) \cdot t_s^3}{12} = 334.864 \text{ mm}^4 \quad (4.40)$$

Le facteur K_t est obtenu à l'aide de la table pour une plaque mince trouée en flexion. Cette table se retrouve dans l'ouvrage de J. E. Shigley et C. R. Mischke [25]. La valeur du facteur de concentration de contraintes est de 1.65 ($K_t = 1.65$).

Pour évaluer ce type de contrainte avec l'application de la photoélasticité, il faut se référer à l'équation 4.12 de la section 4.3 où la preuve mathématique a été faite. Avec une nouvelle terminologie, cette équation s'écrit maintenant comme :

$$\sigma_{t_essai4_exp} = \frac{E_s}{(1+\nu_s)} \cdot f \cdot O_t \cdot C_B \quad (4.41)$$

Le tableau XXII indique toutes les valeurs numériques des constantes nécessaires pour évaluer la contrainte de flexion sur la plaque décrite par l'équation 4.41. Elles proviennent des équations 4.13 à 4.15.

Tableau XXII

Constantes pour évaluer la contrainte de flexion

t_c	t_s	t^*	E_c	E_s	E^*	C_B	f	ν_s
3.073 mm	6.248 mm	0.494	2.5 GPa	70 GPa	0.036	0.804	625 $\mu\epsilon$	0.3

La figure 36 montre l'essai avec 2.54 mm de déflexion. En regardant à gauche et à droite du trou, on remarque les deux régions où il y a concentration de contraintes. On remarque aussi certaines anomalies. Si l'on regarde l'essai dans son ensemble, il y a un manque de symétrie par rapport à l'axe longitudinal de la plaque. Il y a aussi certaines déformations quant à la dispersion des franges en comparant avec l'essai précédent (voir la figure 34). Le champ de contraintes est perturbé dans les zones de contraintes maximales.

Comme pour l'essai précédent, le point de lecture doit s'effectuer à la position des deux marques blanches et à l'intérieur des régions où il y a concentration de contraintes. Les cinq essais de flexion sur cette plaque ont été photographiés et se retrouvent à l'annexe 4. Le tableau XXIII résume et compare les résultats obtenus par l'application de la

photoélasticité avec la théorie sur une plaque mince en flexion. Il est important de noter que l'interprétation de l'ordre de frange sur cet essai a entraîné le même niveau de difficulté que l'essai précédent à cause de la zone de lecture très réduite.

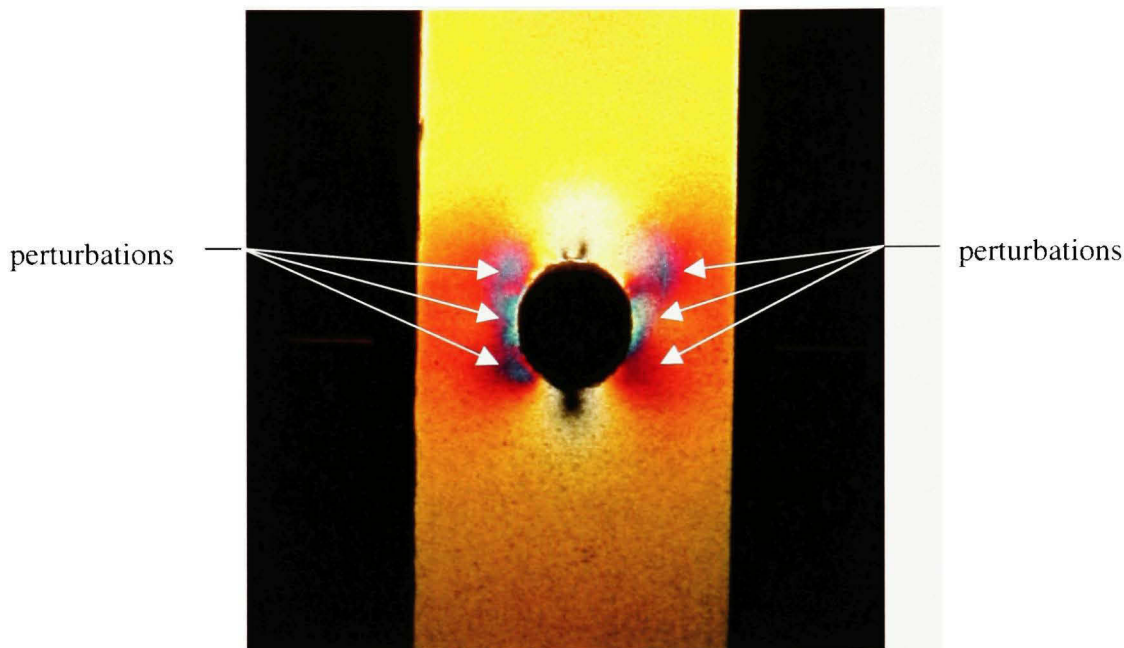


Figure 36 Plaque trouée en flexion à 2.54 mm de déflexion

Tableau XXIII

Photoélasticimétrie d'une plaque trouée en flexion

Déflexion mm	Charge N	$\sigma_{f\text{ théo}}$ MPa	O_f	$\sigma_{f\text{ exp}}$ MPa	Erreur relative
2.54	15.92	46.69	1.40	37.82	-19%
3.81	23.88	70.04	2.20	59.51	-15%
5.08	31.84	93.38	2.90	78.45	-16%
6.35	39.80	116.73	3.60	97.39	-17%
7.62	47.76	140.07	4.30	116.32	-17%

En comparant les résultats expérimentaux obtenus pour cet essai avec ceux de l'essai précédent, il y a une moins bonne corrélation entre la théorie et l'application de la photoélasticité. Toujours en comparaison avec l'essai précédent, la valeur de la contrainte expérimentale est encore une fois inférieure à celle de la théorie et ce, pour les mêmes raisons évoquées dans l'analyse à la section 4.6.3. Pour l'essai 4, l'erreur relative des essais est toujours inférieure ou égale à 19%. De plus, l'erreur relative moyenne est de 16.8%. Ce qui retient surtout l'attention pour cet essai, c'est l'apparition de perturbations importantes dans le champ de contraintes (dispersion des franges sur le matériel photoélastique à la figure 36). En regardant cette plaque de plus près, deux différences ont été remarquées par rapport à la plaque percée de la section 4.5.3. Premièrement, le trou du matériel photoélastique est décentré de quelques millièmes de pouce par rapport à celui de la plaque malgré les précautions importantes prises lors de l'assemblage. Deuxièmement, la colle qui joint le matériel photoélastique et la plaque s'est rétractée durant son durcissement. En combinant ces deux aspects, on obtient un trou non-uniforme entre la plaque et le matériel. La figure suivante illustre ce phénomène.

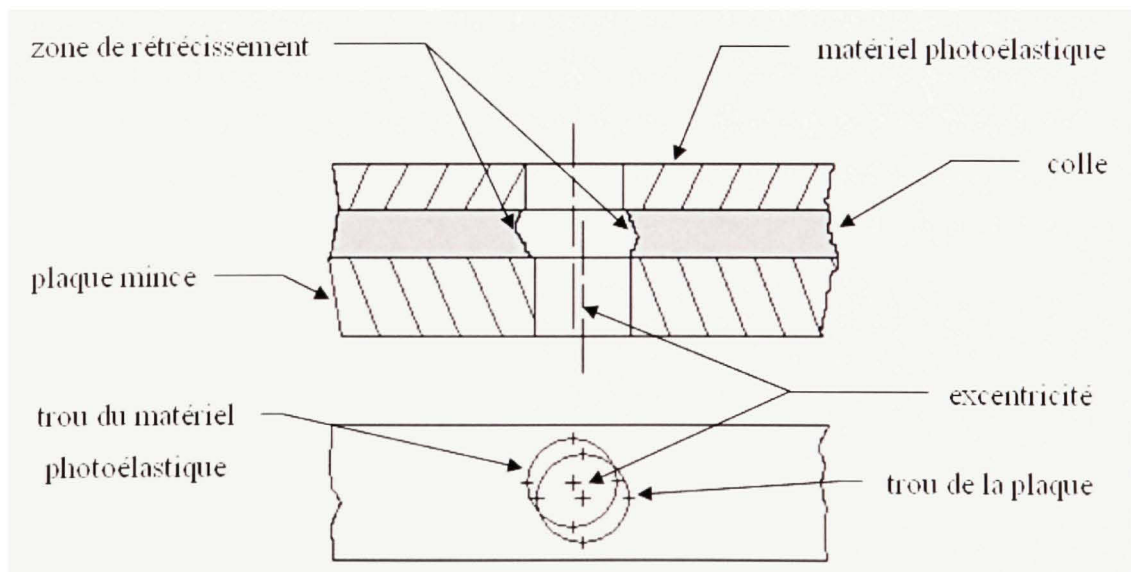


Figure 37 Différences sur la plaque mince trouée

Comme il a été dit précédemment, il y a seulement deux différences entre la plaque de l'essai 3 et celle de l'essai 4. Ces différences sont les seules causes pouvant expliquer les perturbations du champ de contraintes observées lors de l'essai 4 (voir la figure 51 et l'annexe 4). Il est permis de croire que l'application de la photoélasticité est une méthode de mesure expérimentale acceptable dans le cas d'un essai avec concentration de contraintes où la plaque mince et le matériel photoélastique ont été usinés séparément et collés par la suite. Lors de la mesure expérimentale de la contrainte dynamique sur des roues d'engrenage cylindriques, il faut s'attendre à obtenir une contrainte de flexion en tension représentative mais inférieure à la contrainte réelle. Il faut aussi s'attendre à obtenir des déformations quant à la dispersion des franges sur le matériel photoélastique. Par contre, le niveau d'erreur introduit demeure à vérifier.

4.7 Conclusion

Ce chapitre a traité, en premier lieu, de l'application générale de la photoélasticité. Les fondements de la méthode ainsi que l'interprétation et la mesure des franges photoélastiques y sont définis. Par la suite, il a traité d'essais expérimentaux statiques sur des plaques minces afin de représenter les conditions retrouvées sur des dents de roues d'engrenage soumises à une charge. Les quatre essais réalisés ont donné des résultats permettant de mettre en perspective la précision de la méthode dans le cas des engrenages, que ce soit en statique ou en chargement dynamique. Avec les roues d'engrenage, il faudra s'attendre à une erreur sur la lecture pouvant être importante.

CHAPITRE 5

ESSAIS EXPÉRIMENTAUX ET ANALYSE DES RÉSULTATS

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, il est question des essais expérimentaux ainsi que de l'analyse des résultats provenant de la photoélasticité. De manière plus précise, les ordres de frange des différents essais ont été extraits pour établir les valeurs du facteur dynamique $K_{v, exp}$ et les valeurs de la contrainte de flexion en tension $\sigma_{f, exp}$. Cependant, les essais expérimentaux n'ont pas été concluants. L'analyse dans ce chapitre traite donc des différents phénomènes observés expliquant ainsi l'échec des essais.

5.2 Photoélasticimétrie

Lorsque la méthode de la photoélasticité est appliquée, des franges apparaissent si l'échantillon testé est soumis à une charge. Dans le cas des roues d'engrenage pendant l'engrènement, ce sont les dents qui sont soumises à des charges. Des franges vont apparaître à trois endroits précis :

- a. à la position du contact;
- b. en pied de dent du côté flexion positive;
- c. en pied de dent du côté flexion négative.

Il faut maintenant vérifier comment le matériel photoélastique réagira au chargement. La première vérification se fait avec deux roues d'engrenages composées uniquement de matériel photoélastique de type PSM-1. Cette première vérification est montrée à la figure suivante.

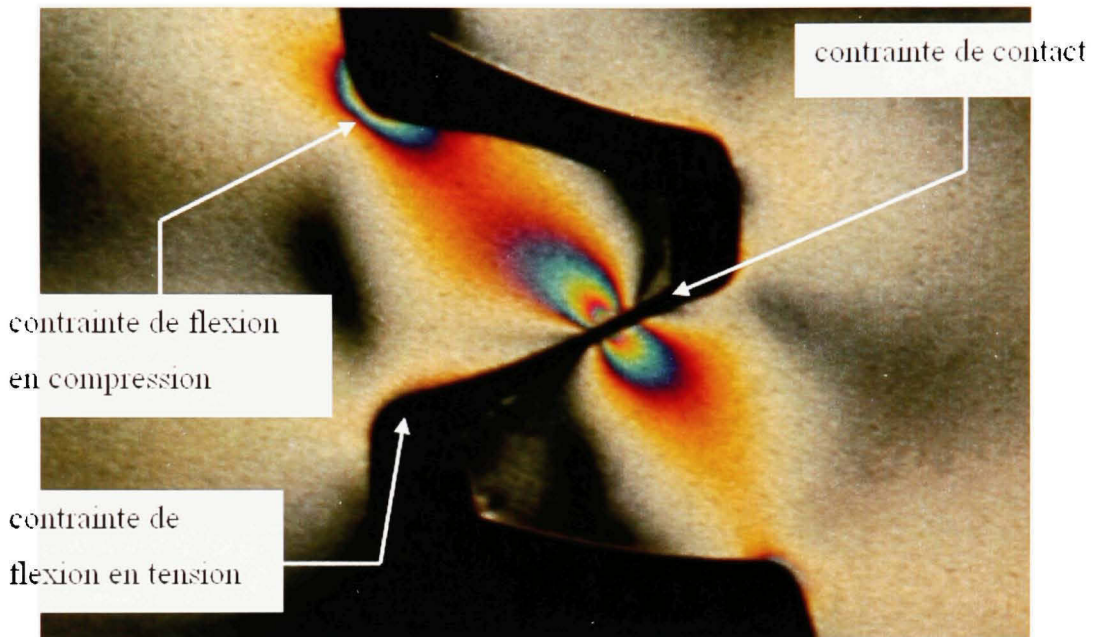


Figure 38 Contrainte de contact et contraintes de flexion

La figure 38 illustre bien les trois contraintes en présence. L'intensité de la contrainte de contact est la plus grande des trois. La contrainte de flexion en compression arrive au deuxième rang suivie de la contrainte de flexion en tension. Cependant, il s'agit d'un essai statique n'impliquant que deux roues d'engrenage faites seulement de matériel photoélastique. Le contact entre les deux roues est plastique sur plastique. Par contre, pour les essais expérimentaux, le contact est métal sur métal, ce qui veut dire que le matériel photoélastique collé sur les roues d'engrenage testées ne sera jamais en contact pendant l'engrènement. Ceci a pour but d'éviter des erreurs de lecture provenant d'un contact indésirable.

La deuxième vérification se fait maintenant avec deux roues d'engrenages en acier pour lesquelles le matériel photoélastique de type PSM-1 a été collé sur l'une d'entre elle. Cette deuxième vérification est montrée à la figure suivante.

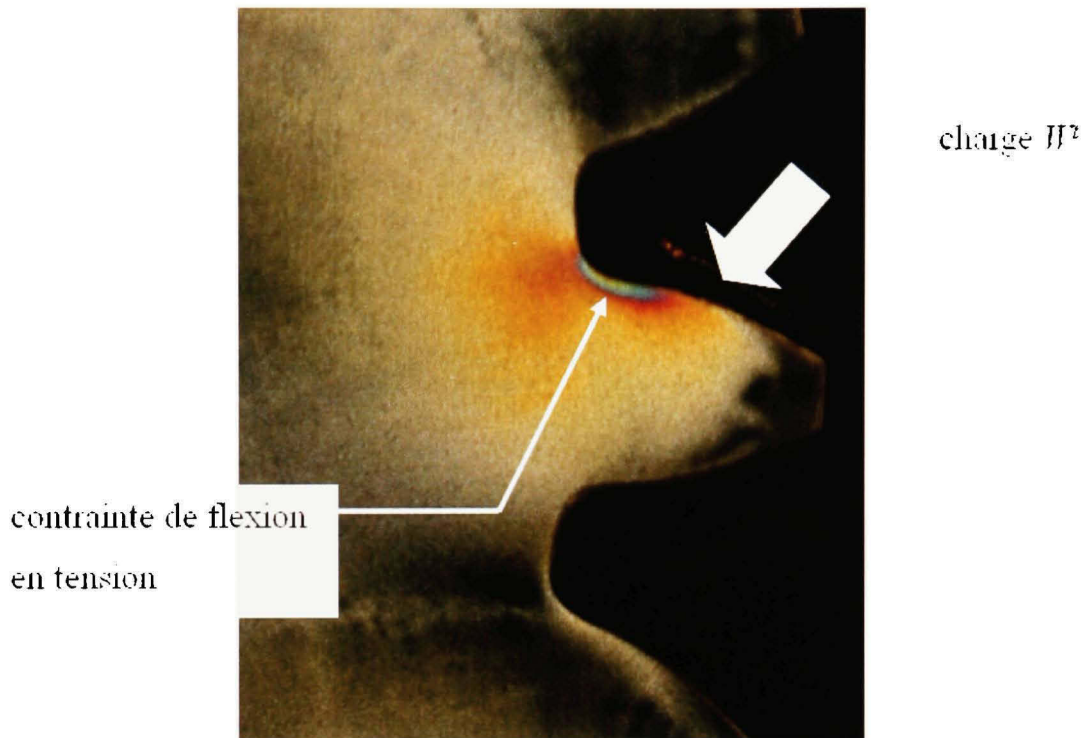


Figure 39 Contrainte de flexion en tension

La figure 39 montre la présence de la contrainte de flexion en tension mais ne montre pas la contrainte de flexion en compression ni la contrainte de contact. En faisant une comparaison avec les résultats obtenus au chapitre précédent, on peut conclure que l'erreur sur la lecture de la contrainte de flexion en compression est très grande mais qu'il est possible de travailler seulement avec la contrainte de flexion en tension pour obtenir son amplitude et dégager les différentes valeurs du facteur dynamique. La contrainte de contact est par ailleurs complètement absente.

La seule difficulté lors de l'application de la photoélasticité est de déterminer correctement l'ordre de frange. Dans le cadre de la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindrique, l'ordre de frange a été déterminé par une approche comparative à l'aide d'un appareil de calibration (Figure 40) en utilisant la méthode de

Tardy (voir l'annexe 1). En d'autres mots, l'ordre de frange est évalué en comparant les photographies des essais expérimentaux avec un échantillon en flexion sur l'appareil de calibration. Pour chaque essai, il fallait localiser la contrainte maximale et identifier visuellement la couleur associée à l'ordre de frange. Par la suite, il fallait retrouver cette même couleur sur l'échantillon en flexion pour en dégager l'ordre de frange.

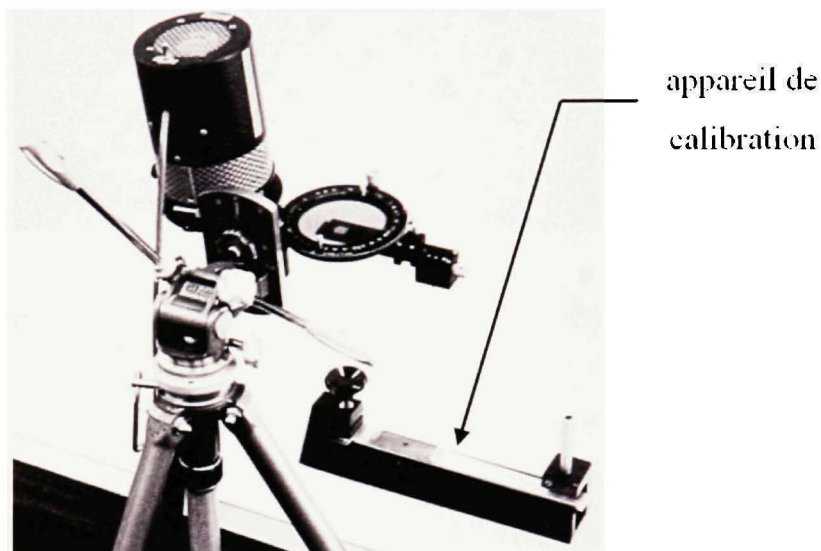


Figure 40 Montage de l'appareil de calibration pour la photoélasticité

À l'aide des différentes photos prises durant les essais, il devrait être possible de déterminer les valeurs du facteur dynamique expérimental $K_v'_{exp}$ ainsi que les valeurs de la contrainte de flexion en tension $\sigma_f'_{exp}$.

Le facteur dynamique expérimental doit être obtenu en faisant un rapport mathématique de la valeur de l'ordre de frange dynamique sur la valeur de l'ordre de frange statique. L'ordre de frange dynamique est obtenu lorsque les roues d'engrenage sont en mouvement de rotation et en appliquant un couple donné. L'ordre de frange statique est obtenu lorsque les roues d'engrenage sont au repos et en appliquant le même couple.

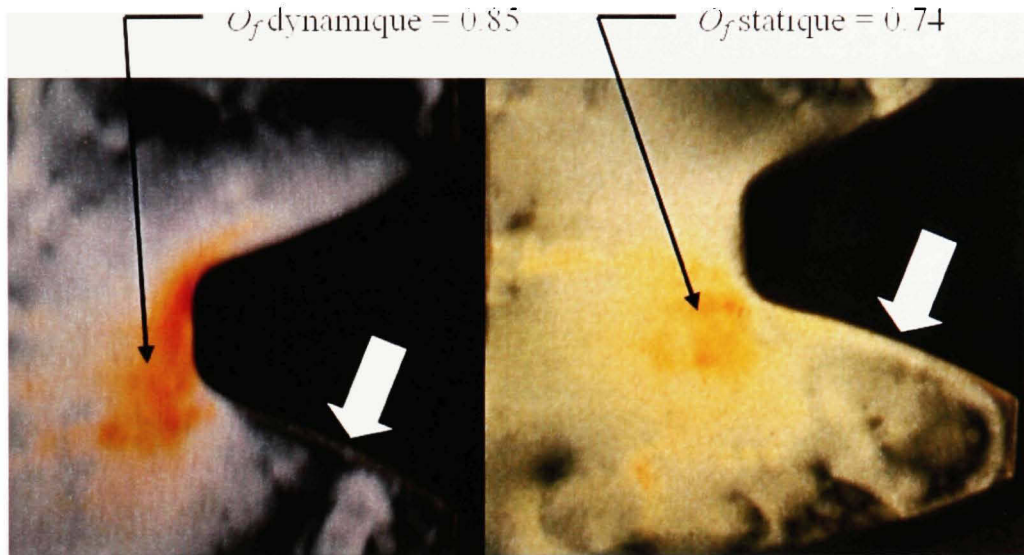


Figure 41 Ordre de frange statique et dynamique sur une roue d'engrenage

La figure 41 montre l'ordre de frange statique et dynamique de l'essai expérimental $P_{et} \psi 20^{\circ} F 1/2 N 3 4 T 275 \omega 500$ où la charge appliquée est représentée par une flèche blanche. Les photos montrent des contraintes sans lien avec l'aspect habituel des contraintes dans un engrenage en prise. Une comparaison des figures 38 et 41 illustre la divergence. Néanmoins, il existe une différence appréciable entre l'ordre de frange statique et dynamique. Cette différence permet une évaluation du facteur dynamique. Il va sans dire que le facteur dynamique tiré de la comparaison des images de la figure 41 ne conduira pas à l'évaluation du facteur habituel d'accroissement de la contrainte, mais plutôt à l'estimation de l'effet dynamique sur l'ensemble des phénomènes présents dans cette mesure, et affectant le champ de contraintes observé.

Le facteur dynamique de la figure 41 est établi par le rapport de l'ordre de frange dynamique sur l'ordre de frange statique:

$$K'_{\text{vexp}} = \frac{O_{f \text{ dynamique}}}{O_{f \text{ statique}}} = \frac{0.85}{0.74} = 1.15 \quad (5.1)$$

Pour obtenir la contrainte du coté tension σ_{f_exp} , il faut utiliser l'ordre de frange dynamique adéquat dans l'équation suivante :

$$\sigma_{f_exp} = \frac{E_s}{(1+\nu_s)} \cdot f \cdot O_f \cdot C_{ps} \quad (5.2)$$

Où :

$$C_{ps} = 1 + E^* \cdot t^* \quad (5.3)$$

$$E^* = \frac{E_c}{E_s} \quad (5.4)$$

$$t^* = \frac{t_c}{t_s} \quad (5.5)$$

Les équations (5.2) à (5.5) sont exactement les mêmes que les équations (4.17) à (4.19) et l'équation (4.31). Cependant, la contrainte de flexion exprimée par l'équation (4.31) s'écrit comme :

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = (\sigma_x - \sigma_y) = \frac{E_s}{(1+\nu_s)} \cdot f \cdot O_f \cdot C_{ps} \quad (5.6)$$

Dans le cas des plaques décrites au chapitre précédent, la première contrainte principale σ_1 est équivalente à la contrainte suivant l'axe longitudinal de la plaque σ_x . Il en est de même pour la deuxième contrainte principale σ_2 qui est équivalente à la contrainte σ_y qui est perpendiculaire à l'axe longitudinal de la plaque, mais dans le plan de la plaque. Étant donné la localisation du point de mesure près du bord de la plaque, la contrainte σ_2 ou σ_y était nulle. L'équation (5.6) devient ainsi :

$$\sigma_1 = \sigma_x = \sigma_{f_essai2_exp} = \frac{E_s}{(1+\nu_s)} \cdot f \cdot O_f \cdot C_{ps} \quad (5.7)$$

Dans le cas de la contrainte de flexion en tension sur la dent d'une roue d'engrenage, l'équation (5.2) s'écrit aussi comme l'équation (5.6) :

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{E_s}{(1 + \nu_s)} \cdot f \cdot O_f \cdot C_{ps} \quad (5.8)$$

En comparaison avec l'équation (5.6), les axes des contraintes principales (σ_1 et σ_2) ne coïncident pas avec les contraintes σ_x et σ_y du repère cartésien. Cependant, l'une des deux contraintes principales possède une valeur nulle au point de lecture. La façon la plus efficace d'illustrer ce cas est d'utiliser un modèle d'éléments finis à deux dimensions. Celui-ci permettra de vérifier l'amplitude des contraintes principales.

Un modèle à une dent a donc été choisi. La dent possède un pas diamétral de 4 po^{-1} , une largeur de face d'un demi-pouce. La roue d'engrenage initiale possède 24 dents. Le couple appliqué est de 275 Nm, ce qui résulte en une charge tangentielle (W') de 1732,3 N et une charge radiale (W'') de 630,5 N appliquées en sommet de dent. Les deux figures suivantes illustrent le modèle.

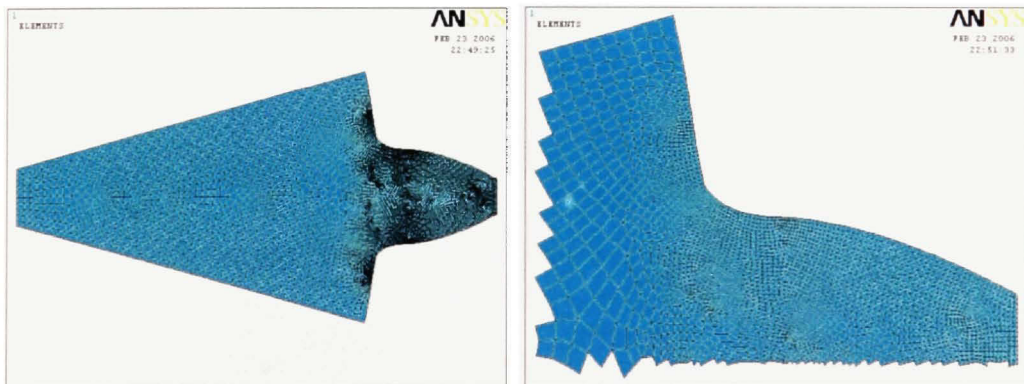


Figure 42 Modèle complet et vue agrandie

Le modèle est traité avec le logiciel ANSYS pour en extraire les deux contraintes principales.

L'équation de la contrainte de flexion de l'AGMA correspond à la contrainte principale du coté tension. Avec une charge appliquée en sommet de dent, elle s'écrit comme :

$$\sigma_t = W' \cdot \frac{P_d}{F} \cdot \frac{1}{J} = 86.3 \text{ MPa} \quad (5.9)$$

La figure 43 montre les champs associés à la première contrainte principale (σ_I) du coté en tension. Elle possède une amplitude maximale de 113.79 MPa. Il est important de noter que la localisation de la contrainte maximale (σ_I) est plus basse que le point de rencontre entre la développante de cercle et la trochoïde de cône. Il faut aussi noter que son amplitude est plus grande que celle de la norme. Le modèle de la dent utilisé est une représentation exacte de la roue d'engrenage $P_d 4\psi 0^\circ F 1/2 N 24$. Cette dent a été taillée avec un couteau usé, donc hors-norme. Ce couteau a ainsi produit un congé dont la courbure est inférieure à la courbure standard provoquant une concentration de contrainte plus importante.

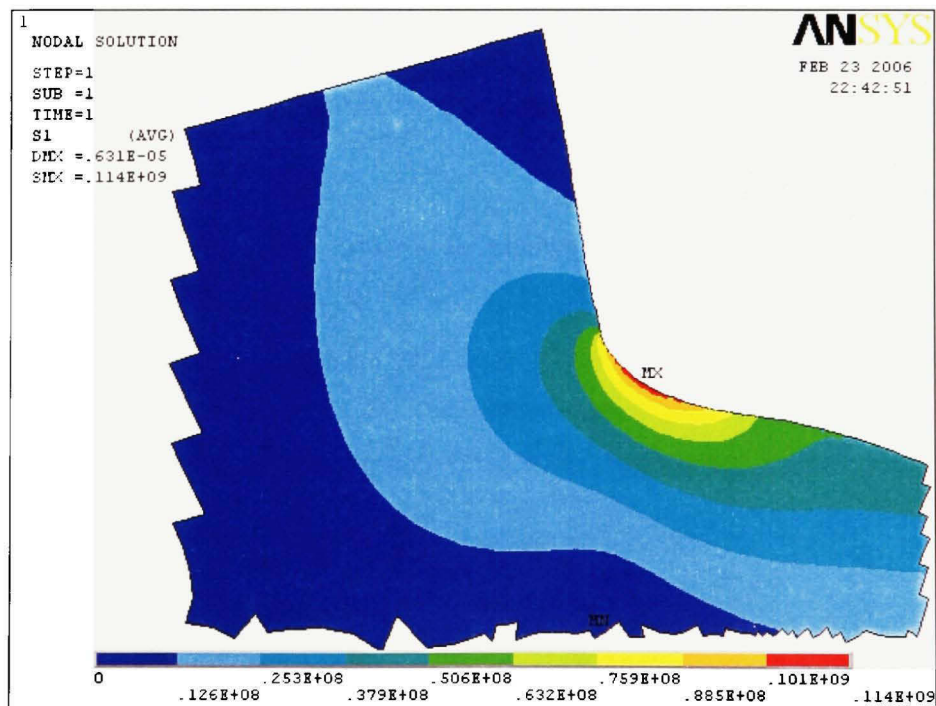


Figure 43 Champ de contraintes associés à σ_I

La figure 44 montre les champs associés à la contrainte principale minimale (σ_2) du côté en tension. Elle possède une amplitude maximale de 0.24 MPa où se situe la valeur maximale de la première contrainte principale.

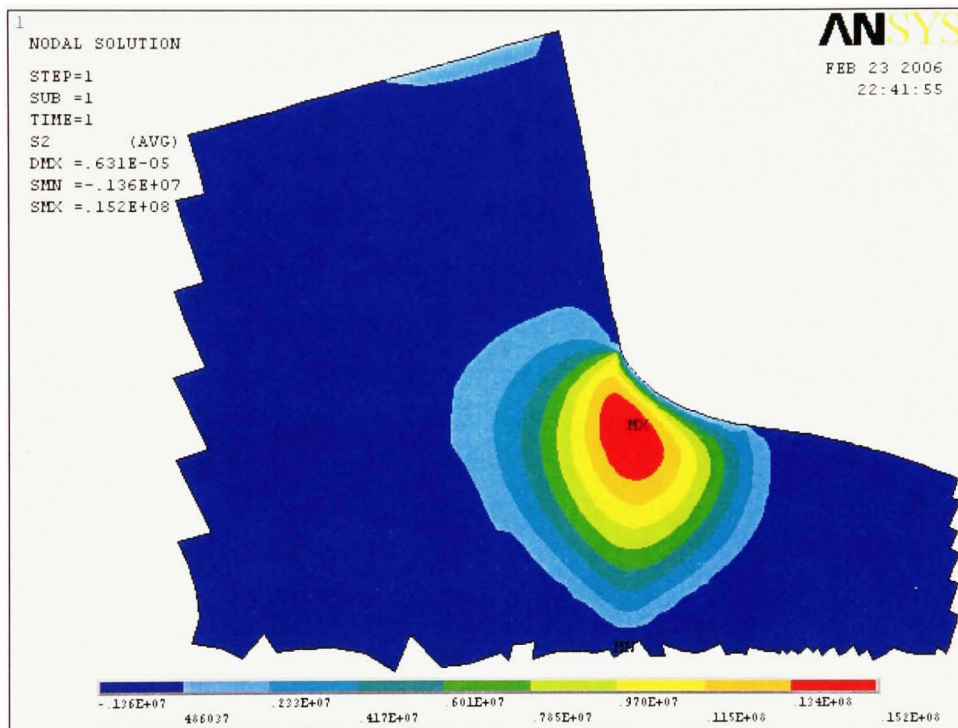


Figure 44 Champ de contraintes associés à σ_2

Étant donné la localisation du point de mesure qui est sur le contour du profil et les résultats obtenus avec l'analyse par éléments finis, il peut être considéré que la contrainte σ_2 est nulle où σ_1 est maximum. L'équation (5.8) devient maintenant :

$$\sigma_1 = \sigma_{f \exp} = \frac{E_s}{(1 + \nu_s)} \cdot f \cdot O_f \cdot C_{ps} \quad (5.10)$$

Le tableau suivant indique maintenant toutes les valeurs numériques des constantes nécessaires de l'équation (5.10) pour évaluer la contrainte de flexion en tension sur une

dent d'engrenage. Les valeurs numériques du tableau XIV sont valables pour tous les essais expérimentaux associés à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques.

Tableau XXIV

Valeur numérique des constantes pour les engrenages

t_c	t_s	t^*	E_c	E_s	E^*	C_{ps}	f	v_s
0.121''	0.5''	0.242	2.5 GPa	207 GPa	0.012	1.003	625 $\mu\epsilon$	0.3

5.3 Essais expérimentaux

Lors de chaque montage, une séquence d'opération a été établie pour éviter des erreurs de manipulation. Voici donc la démarche à suivre pour la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques avec l'application de la photoélasticité :

- installer les roues d'engrenage adéquates sur les arbres;
- brancher l'instrumentation pour les jauges de torsion;
- ajuster l'entraxe des arbres pour obtenir le rapport de conduite spécifié;
- graisser les roues d'engrenage pour avoir une bonne lubrification;
- positionner et ajuster le polariscope ainsi que l'appareil photo numérique;
- ajuster le couple à 275 Nm en mode statique et prendre une photo;
- ajuster le couple à 300 Nm en mode statique et prendre une photo;
- allumer le moteur du banc d'essais et ajuster la vitesse de rotation à 500 tr/min ainsi que le couple à 275 Nm;
- vérifier la stabilité de la vitesse de rotation et du couple appliqué et prendre plusieurs photos;
- arrêter le moteur et laisser refroidir les roues d'engrenage;

- k. allumer le moteur du banc d'essai et ajuster la vitesse de rotation à 500 tr/min ainsi que le couple à 300 Nm;
- l. vérifier la stabilité de la vitesse de rotation et du couple appliqué et prendre plusieurs photos;
- m. arrêter le moteur et laisser refroidir les roues d'engrenage;
- n. allumer le moteur du banc d'essai et ajuster la vitesse de rotation à 1000 tr/min ainsi que le couple à 275 Nm;
- o. vérifier la stabilité de la vitesse de rotation et du couple appliqué et prendre plusieurs photos;
- p. arrêter le moteur et laisser refroidir les roues d'engrenage;
- q. allumer le moteur du banc d'essai et ajuster la vitesse de rotation à 1000 tr/min ainsi que le couple à 300 Nm;
- r. vérifier la stabilité de la vitesse de rotation et du couple appliqué et prendre plusieurs photos;
- s. arrêter le moteur et laisser refroidir les roues d'engrenage;
- t. débrancher l'instrumentation pour les jauges de torsion;
- u. démonter les roues d'engrenage sur les arbres.

Une fois que tous les essais ont été effectués, les photographies numériques sont identifiées et classées pour en faire l'analyse.

5.3.1 Essais expérimentaux sur la roue d'engrenage $P_d 4\psi 0^\circ F^{1/2} N 24$

Les essais effectués sur cette roue n'ont rien donné de tangible. Le premier essai effectué pour un couple de 275 Nm et une vitesse de rotation de 500 RPM a produit des mesures. Cependant, lors de la variation du couple et de la vitesse de rotation, le montage s'est mis à vibrer à cause d'une mauvaise lubrification. Ceci a entraîné une usure prématurée des dents sur les roues d'engrenage. Beaucoup de chaleur s'en est dégagée contaminant le matériel photoélastique et rendant ainsi le reste des essais inutilisable.

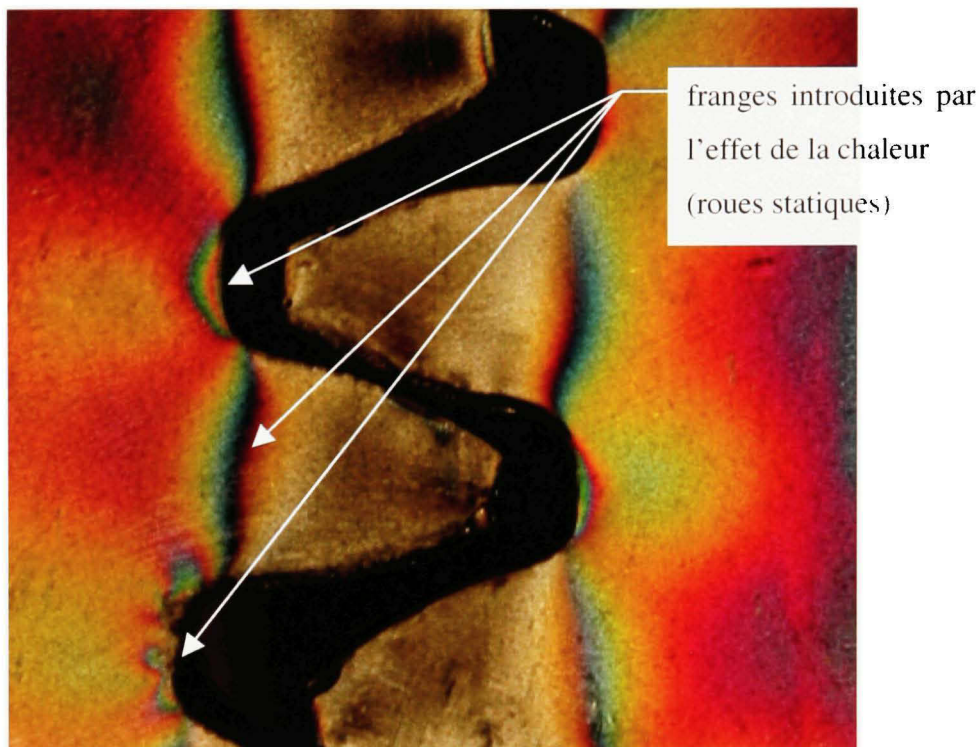


Figure 45 Effet de la chaleur sur le matériel photoélastique

La chaleur est très néfaste sur le matériel photoélastique car elle y introduit des franges permanentes. L'effet de la chaleur cause une dilatation de la roue d'engrenage dont l'effet est maximal au rayon de racine comme montré à la figure 45. De plus, la contrainte de flexion se retrouve à peu près au même endroit ce qui rend les mesures par la méthode de la photoélasticité très difficiles.

Pour conclure sur les essais expérimentaux effectués sur cette roue d'engrenage, la photoélasticité détecte une contrainte du côté habituel de flexion positive mais ne détecte pas la contrainte de flexion en compression ni la contrainte de contact. De plus, la contrainte de flexion positive (tension) n'est pas bien localisée par rapport à la réalité. L'analyse de ces résultats est faite à la section 5.4 de ce chapitre.

5.3.2 Essais expérimentaux sur la roue d'engrenage $P_d 4\psi 0^\circ F^{1/2} N 34$

Les essais effectués sur cette roue se sont bien déroulés mais les résultats obtenus ont été difficiles à interpréter. Le matériel photoélastique était moins sensible que sur la roue précédente. Les franges apparaissaient difficilement et étaient perturbées par la dilatation causé par la chaleur. La figure suivante montre la dilatation qui masque la contrainte de flexion.

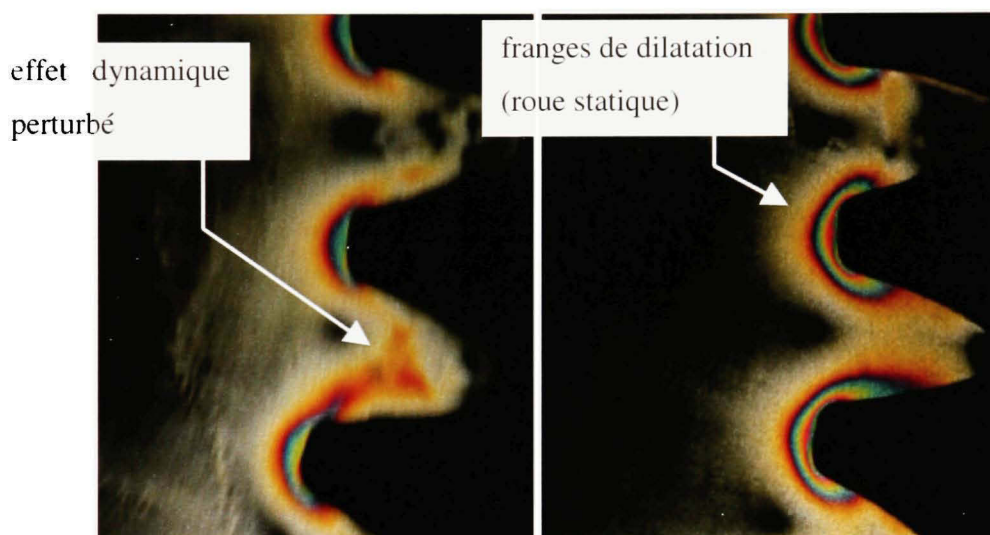


Figure 46 Effet de la chaleur sur le matériel photoélastique

La figure 46 illustre deux scénarios. L'image de gauche est la roue d'engrenage durant un essai. Elle est donc chargée et en mouvement. L'image de droite est la même roue d'engrenage après les essais. Elle est arrêtée et n'a aucune charge appliquée. L'effet dynamique sur les franges est difficile à voir sur l'image de gauche.

Pour conclure sur les essais expérimentaux effectués sur cette roue d'engrenage, la photoélasticité détecte une contrainte du côté de la flexion positive, mais ne détecte pas la contrainte de flexion en compression. De plus, la contrainte du côté de la flexion

positive n'est pas bien localisée par rapport à la réalité. L'analyse de ces résultats est faite à la section 5.4.

5.3.3 Essais expérimentaux sur la roue d'engrenage $P_d4\psi20^\circ F^{1/2}_1N24$

Les essais effectués sur cette roue se sont bien déroulés mais les résultats obtenus ont été difficiles à interpréter. Le matériel photoélastique affichait une bonne sensibilité comme en témoigne l'image de gauche de la figure 47. Cependant, l'effet de la chaleur engendrée par l'engrènement des roues d'engrenage s'est fait sentir avec la progression des essais. Ceci a donc amené une juxtaposition de franges comme en témoigne l'image de droite de la figure 47.

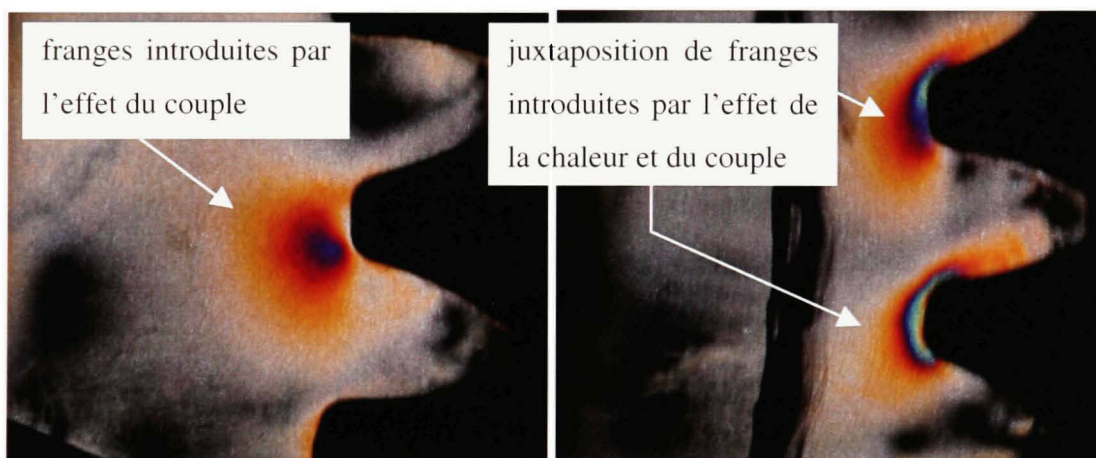


Figure 47 Effet combiné du couple et de la chaleur sur le PSM-1

Pour conclure sur les essais expérimentaux effectués sur cette roue d'engrenage, la photoélasticité détecte une contrainte du côté de la flexion positive mais ne détecte pas la contrainte de flexion en compression ou la contrainte de contact. De plus, la contrainte du côté habituel de la tension n'est pas bien localisée par rapport à la réalité. L'analyse de ces résultats est faite à la section 5.4.

5.3.4 Essais expérimentaux sur la roue d'engrenage $P_d4\psi20^\circ F^{1/2}N34$

Les essais effectués sur cette roue se sont bien déroulés, mais les résultats obtenus ont été très difficile à interpréter. Le matériel photoélastique affichait une très grande sensibilité. Cependant, l'effet de la chaleur engendrée par l'engrènement des roues d'engrenage s'est fait sentir très rapidement avec la progression des essais. Ceci a donc amené une juxtaposition de franges comme en témoigne l'image la figure 48. Contrairement à la figure 47, l'effet de la chaleur a été beaucoup plus néfaste.

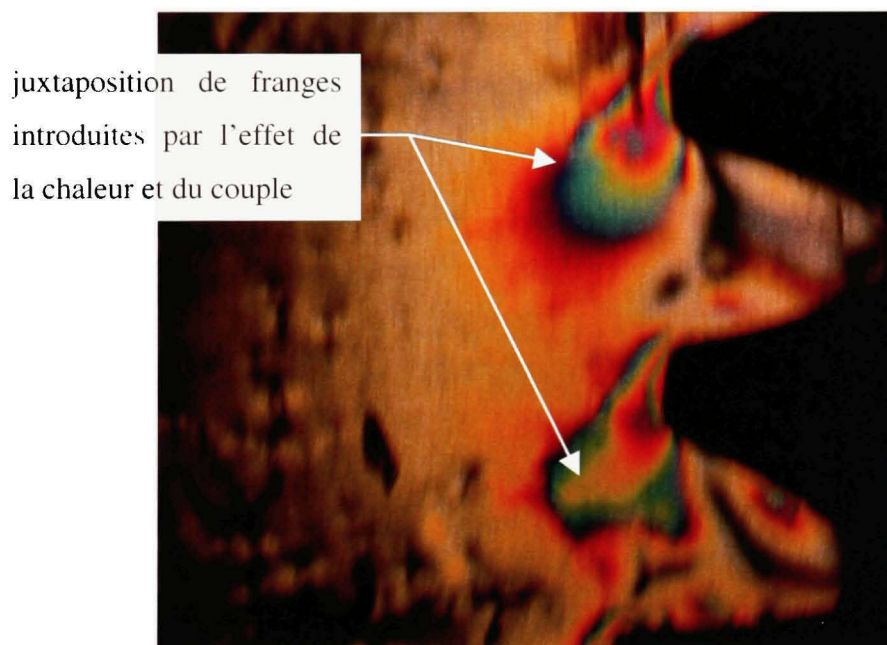


Figure 48 Effet combiné du couple et de la chaleur sur le PSM-1

Pour conclure sur les essais expérimentaux effectués sur cette roue d'engrenage, la photoélasticité détecte une contrainte de flexion positive mais ne détecte pas la contrainte de flexion en compression ou la contrainte de contact. De plus, la contrainte de flexion positive n'est pas bien localisée par rapport à la réalité. L'analyse de ces résultats est faite à la section 5.4 de ce chapitre.

5.3.5 Résultats expérimentaux

La première étape à suivre pour la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques est de calculer le facteur dynamique K_v' ainsi que la contrainte de flexion σ_f selon la norme de l'AGMA, car ce sont les deux paramètres qui peuvent être vérifiés et mesurés expérimentalement. Le tableau suivant donne les valeurs de ces deux paramètres pour tous les essais expérimentaux dictés par le plan d'expériences.

Tableau XXV

Contraintes de flexion théoriques selon l'AGMA

Paire d'engrenage étudiée	$W' (N)$	K_a	K_v'	K_s	K_m	K_B	J	$\sigma_f (MPa)$
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N24T275 \omega 500$	1732,28	1	1,560	1,036	1,229	1	0,341	125,176
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N24T275 \omega 1000$	1732,28	1	1,793	1,036	1,229	1	0,341	143,799
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N24T300 \omega 500$	1889,76	1	1,560	1,036	1,229	1	0,341	136,556
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N24T300 \omega 1000$	1889,76	1	1,793	1,036	1,229	1	0,341	156,872
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N34T275 \omega 500$	1237,35	1	2,222	1,039	1,229	1	0,385	113,071
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N34T275 \omega 1000$	1237,35	1	2,776	1,039	1,229	1	0,385	141,236
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N34T300 \omega 500$	1349,83	1	2,222	1,039	1,229	1	0,385	123,350
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N34T300 \omega 1000$	1349,83	1	2,776	1,039	1,229	1	0,385	154,076
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N24T275 \omega 500$	1627,81	1	2,297	1,036	1,229	1	0,497	111,593
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N24T275 \omega 1000$	1627,81	1	2,900	1,036	1,229	1	0,497	140,876
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N24T300 \omega 500$	1775,80	1	2,297	1,036	1,229	1	0,497	121,737
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N24T300 \omega 1000$	1775,80	1	2,900	1,036	1,229	1	0,497	153,683
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N34T275 \omega 500$	1162,72	1	2,264	1,039	1,229	1	0,590	66,375
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N34T275 \omega 1000$	1162,72	1	2,837	1,039	1,229	1	0,590	83,184
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N34T300 \omega 500$	1268,43	1	2,264	1,039	1,229	1	0,590	72,409
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N34T300 \omega 1000$	1268,43	1	2,837	1,039	1,229	1	0,590	90,747
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N24T275 \omega 500$	2598,43	1	1,458	1,014	1,229	1	0,341	257,437

Tableau XXV (suite)

Paire d'engrenage étudiée	$W^s(N)$	K_o	$K_{s'}$	K_s	K_m	K_B	J	$\sigma_f(MPa)$
$P_{\phi} \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 275 \omega 1000$	2598,43	1	1,647	1,014	1,229	1	0,341	290,916
$P_{\phi} \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 500$	2834,65	1	1,458	1,014	1,229	1	0,341	280,840
$P_{\phi} \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 1000$	2834,65	1	1,647	1,014	1,229	1	0,341	317,363
$P_{\phi} \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 275 \omega 500$	1709,49	1	2,030	1,017	1,229	1	0,395	204,312
$P_{\phi} \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 275 \omega 1000$	1709,49	1	2,493	1,017	1,229	1	0,395	250,868
$P_{\phi} \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 300 \omega 500$	1864,90	1	2,030	1,017	1,229	1	0,395	222,885
$P_{\phi} \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 300 \omega 1000$	1864,90	1	2,493	1,017	1,229	1	0,395	273,674
$P_{\phi} \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 275 \omega 500$	1606,40	1	1,714	1,017	1,229	1	0,615	97,844
$P_{\phi} \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 275 \omega 1000$	1606,40	1	2,016	1,017	1,229	1	0,615	115,145
$P_{\phi} \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 300 \omega 500$	1752,43	1	1,714	1,017	1,229	1	0,615	106,739
$P_{\phi} \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 300 \omega 1000$	1752,43	1	2,016	1,017	1,229	1	0,615	125,613
$P_{\phi} \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 275 \omega 500$	2441,72	1	1,847	1,014	1,229	1	0,499	196,791
$P_{\phi} \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 275 \omega 1000$	2441,72	1	2,223	1,014	1,229	1	0,499	236,934
$P_{\phi} \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 500$	2663,70	1	1,847	1,014	1,229	1	0,499	214,681
$P_{\phi} \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 1000$	2663,70	1	2,223	1,014	1,229	1	0,499	258,474

La première colonne du tableau XXIV donne tous les paramètres étudiés. Elle indique le pas diamétral, l'angle d'hélice, la largeur de face, le nombre de dents, le couple ainsi que la vitesse de rotation. Il est à noter que le tableau complet se retrouve à l'annexe 5.

Le tableau suivant présente maintenant les résultats de la photoélasticité appliquée à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Il indique les valeurs de l'ordre de frange statique et dynamique, les valeurs du facteur dynamique expérimental et les valeurs de la contrainte évaluée du côté flexion positive. La valeur est mesurée à la position de contrainte maximale malgré le fait que cette position soit complètement erronée par rapport à ce à quoi l'on pouvait s'attendre. Toutes les photos des essais expérimentaux sont disponibles à l'annexe 6.

Tableau XXVI

Résultats expérimentaux

Paire d'engrenage étudiée	O_f statique	O_f dynamique	$K_{f,exp}$	$\sigma_{f,exp}(MPa)$
$P_d\psi 0^\circ F1/2N24T275\omega 500$	0,40	0,75	1,88	74,86
$P_d\psi 0^\circ F1/2N24T275\omega 1000$	0,40	N/D	N/D	N/D
$P_d\psi 0^\circ F1/2N24T300\omega 500$	0,45	N/D	N/D	N/D
$P_d\psi 0^\circ F1/2N24T300\omega 1000$	0,45	N/D	N/D	N/D
$P_d\psi 0^\circ F1/2N34T275\omega 500$	0,45	0,60	1,33	59,89
$P_d\psi 0^\circ F1/2N34T275\omega 1000$	0,45	0,70	1,56	69,87
$P_d\psi 0^\circ F1/2N34T300\omega 500$	0,50	0,72	1,44	71,87
$P_d\psi 0^\circ F1/2N34T300\omega 1000$	0,50	0,80	1,60	79,85
$P_d\psi 20^\circ F1/2N24T275\omega 500$	0,70	0,88	1,26	87,84
$P_d\psi 20^\circ F1/2N24T275\omega 1000$	0,70	1,05	1,50	104,81
$P_d\psi 20^\circ F1/2N24T300\omega 500$	0,86	1,10	1,28	109,80
$P_d\psi 20^\circ F1/2N24T300\omega 1000$	0,86	1,20	1,40	119,78
$P_d\psi 20^\circ F1/2N34T275\omega 500$	0,74	1,00	1,35	99,82
$P_d\psi 20^\circ F1/2N34T275\omega 1000$	0,74	1,20	1,62	119,78
$P_d\psi 20^\circ F1/2N34T300\omega 500$	0,82	1,20	1,46	119,78
$P_d\psi 20^\circ F1/2N34T300\omega 1000$	0,82	1,40	1,71	139,74

Il est important de remarquer que seulement les roues d'engrenage avec un pas diamétral de 4 po^{-1} ont été étudiées. En fait, les essais expérimentaux ont été arrêtés. Deux raisons ont motivé l'arrêt de l'expérimentation. La première raison s'appuie sur l'absence de la contrainte de flexion en compression pour tous les essais. La deuxième raison est la mauvaise localisation de la contrainte de flexion positive pour tous les essais. À ce stade des essais expérimentaux, il semblait inutile de poursuivre.

5.4 Analyse des résultats

Maintenant que des résultats partiels sont présentés, une analyse peut être faite pour expliquer les différents phénomènes présents dans les mesures de photoélasticimétrie. La première étape consiste à vérifier les écarts relatifs entre les valeurs théoriques et les résultats expérimentaux portant sur le facteur dynamique K_v' et la contrainte de flexion positive σ_f .

Tableau XXVII

Écart relatifs de K_v' et de σ_f

Paire d'engrenage étudiée	$K_v'_{théo}$	$K_v'_{exp}$	$\varepsilon K_v'$	$\sigma_{f_{exp}}$ (MPa)	$\sigma_{f_{théo}}$ (MPa)	$\varepsilon \sigma_f$
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N24T275 \omega 500$	1,560	1,88	20,15%	125,176	74,86	-40%
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N24T275 \omega 1000$	1,793	N/D	N/D	143,799	N/D	N/D
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N24T300 \omega 500$	1,560	N/D	N/D	136,556	N/D	N/D
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N24T300 \omega 1000$	1,793	N/D	N/D	156,872	N/D	N/D
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N34T275 \omega 500$	2,222	1,33	-40,00%	113,071	59,89	-47%
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N34T275 \omega 1000$	2,776	1,56	-43,96%	141,236	69,87	-51%
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N34T300 \omega 500$	2,222	1,44	-35,20%	123,350	71,87	-42%
$P_d \psi 0^\circ F1/2 N34T300 \omega 1000$	2,776	1,60	-42,36%	154,076	79,85	-48%
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N24T275 \omega 500$	2,297	1,26	-45,27%	87,84	97,82	-21%
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N24T275 \omega 1000$	2,900	1,50	-48,27%	104,81	109,80	-26%
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N24T300 \omega 500$	2,297	1,28	-44,31%	109,80	119,78	-10%
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N24T300 \omega 1000$	2,900	1,40	-51,88%	119,78	129,76	-22%
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N34T275 \omega 500$	2,264	1,15	-49,26%	66,375	84,85	28%
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N34T275 \omega 1000$	2,837	1,62	-42,84%	83,184	119,78	44%
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N34T300 \omega 500$	2,264	1,46	-35,35%	72,409	119,78	65%
$P_d \psi 20^\circ F1/2 N34T300 \omega 1000$	2,837	1,71	-39,82%	90,747	139,74	54%

En regardant les écarts relatifs du facteur dynamique $\varepsilon K_v'$ et de la contrainte de flexion positive $\varepsilon \sigma_f$, il est important de remarquer la divergence entre la théorie et les valeurs expérimentales. Du côté du facteur dynamique, l'écart relatif moyen se situe à environ 41 %. Du côté de la contrainte de flexion en tension, l'écart relatif moyen se situe à environ 38 %.

5.4.1 Analyse de la contrainte de flexion en tension

Après une analyse complète des photos portant sur les essais expérimentaux, les contraintes de flexion en tension sont jugées invalides à cause de leur mauvaise localisation. La figure suivante est un bel exemple montrant la position erronée de la contrainte de flexion en tension.

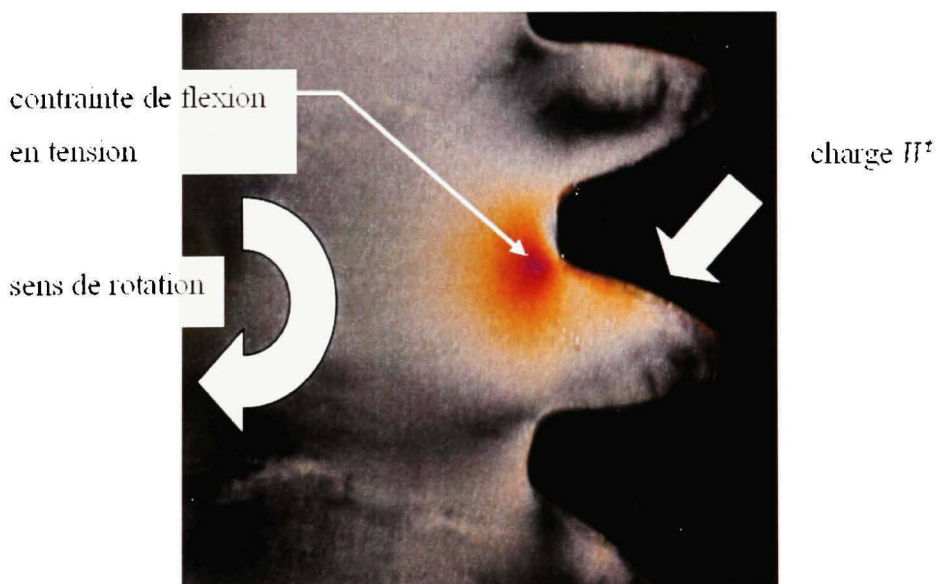


Figure 49 Position erronée de la contrainte de flexion en tension

En comparant la figure 49 avec la figure 38, il est évident que la position de la contrainte de flexion positive est erronée. Du côté de la photoélasticité, cette position indique qu'il

Il y a une contrainte, mais que cette dernière n'est pas la contrainte de flexion. Les valeurs obtenues après l'analyse sont donc inutilisables.

La mauvaise position de la contrainte du côté de la flexion positive peut s'expliquer de la manière suivante. Lors de la préparation des échantillons, il faut coller le matériel photoélastique sur les roues d'engrenage avec une colle de type résine-durcisseur. Tout le processus pour coller le matériel photoélastique s'est fait à la main. De manière plus précise, le processus peut se décrire comme suit :

- a. nettoyer les surfaces des roues d'engrenage;
- b. mélanger de la résine avec le durcisseur pendant 10 minutes;
- c. étendre uniformément la colle sur la surface des roues d'engrenage et éviter la formation de bulles d'air;
- d. déposer et positionner le matériel photoélastique sur les roues d'engrenage;
- e. appliquer de la pression sur le matériel photoélastique;
- f. laisser sécher la colle pour qu'elle durcisse pendant 24 heures;
- g. inspecter les roues d'engrenage et enlever l'excédent de colle.

Les étapes à suivre semblent très simples mais elles sont beaucoup plus complexes à exécuter. Par exemple :

- a. mélanger la résine n'assure pas nécessairement un mélange homogène;
- b. étendre la colle à la main sur la surface des roues d'engrenage implique que cette dernière ne sera pas répandue uniformément;
- c. placer le matériel photoélastique sur les roues d'engrenage implique nécessairement une erreur de positionnement;
- d. appliquer de la pression sur le matériel photoélastique n'assure pas un parallélisme parfait entre les deux surfaces collées;
- e. laisser sécher la colle pendant 24 heures affecte le positionnement du matériel photoélastique et engendre des contraintes résiduelles à certains endroits.

Par ailleurs, après la période de 24 heures de séchage, un phénomène de récession s'est produit sur le contour du profil des dents. La colle a rétrécie et créée une concavité sur tout le contour extérieur. La figure 50 illustre deux sections d'échantillons. Celui de gauche est un schéma idéal où aucune concavité n'apparaît après que le matériel photoélastique ait été collé. Celui de droite est un schéma illustrant la situation réelle.

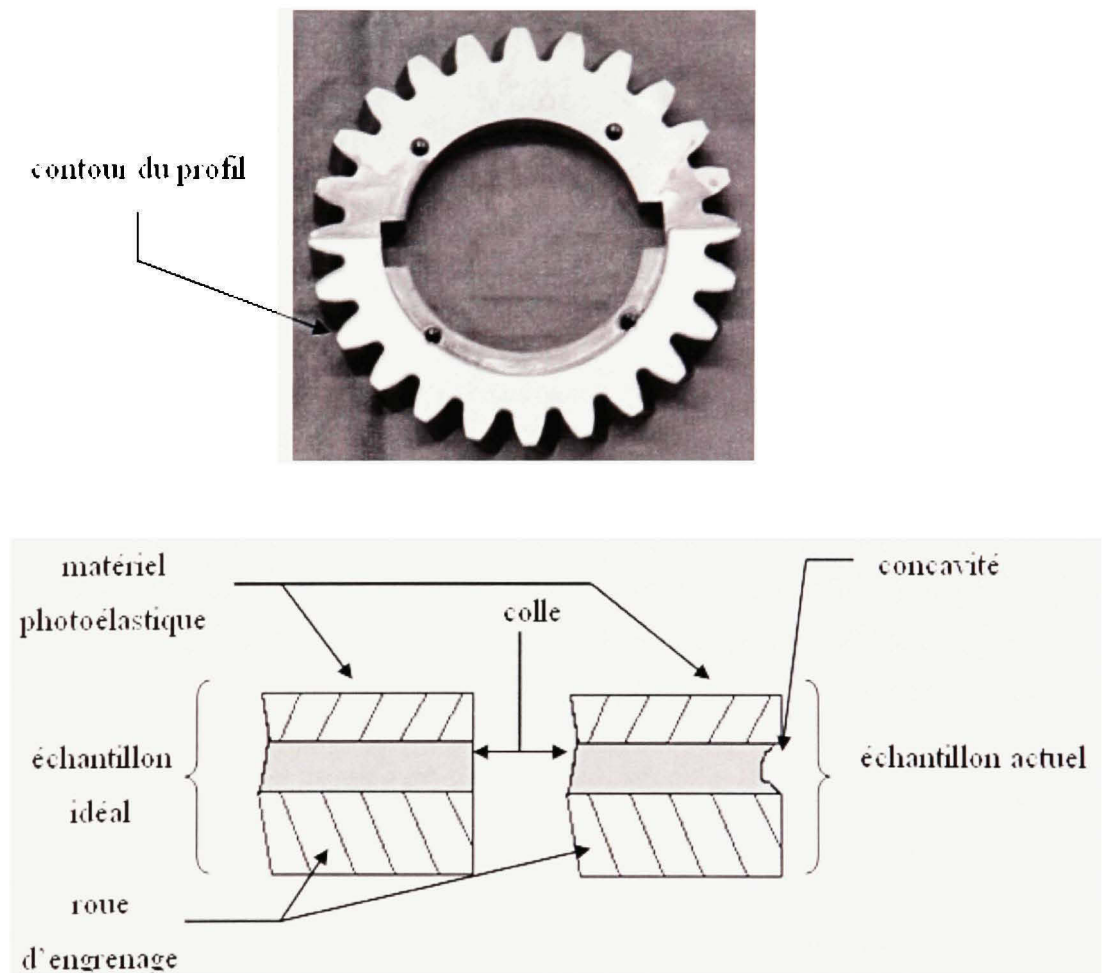


Figure 50 Vue en coupe de la colle sur le contour du profil

Il est permis de croire que la concavité est en bonne partie responsable de la mauvaise localisation de la contrainte de flexion en tension. La position réelle de la contrainte de

flexion en tension se trouve près du contour du profil de la dent. Cependant, la photoélasticité ne permet pas de la détecter correctement probablement à cause de la concavité introduite par la colle. La photoélasticité donne donc une valeur réduite de la contrainte de flexion en tension selon la profondeur de la concavité dans la colle le long du profil de la dent et selon le taux de réussite du collage entre le matériel photoélastique et la roue d'engrenage. Bien que l'effet était moins important, le même phénomène a été observé avec la plaque percée à la section 4.6.4.

Le phénomène de retrait pourrait être évité en collant le matériel photoélastique avant le taillage des roues d'engrenage. Par contre, cette façon de faire conduirait à une détérioration de ce matériau lors de l'usinage, ce qui pourrait ainsi introduire des perturbations tout aussi nuisibles à la lecture des contraintes.

5.4.2 Analyse de la contrainte de flexion en compression

L'absence générale de la contrainte de flexion en compression peut s'expliquer par la combinaison de deux phénomènes (section 4.6.2) : le premier est le même que celui décrit à la section précédente pour expliquer la mauvaise localisation de la contrainte de flexion en tension. Il s'agit de la profondeur de la concavité dans la colle le long du profil de la dent. Le deuxième phénomène s'explique par l'hypothèse d'un flambage du matériel photoélastique en pied de dent. La flexion de la dent se fait dans le plan du matériel photoélastique. L'essai au chapitre 4 sur une plaque en flexion dans son plan permettait d'entrevoir ce phénomène. La figure 51 illustre schématiquement le phénomène de flambage durant les essais expérimentaux.

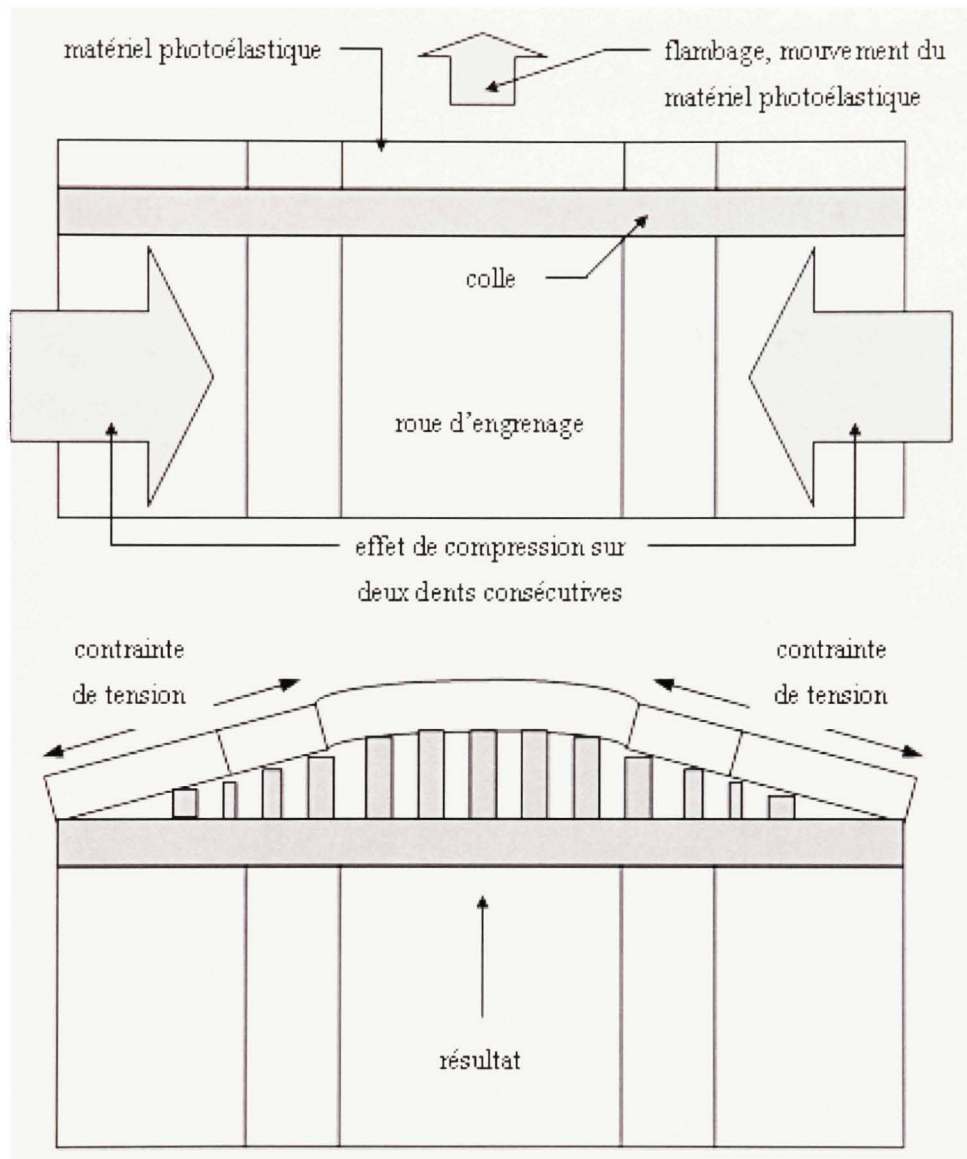


Figure 51 Flambage du matériel photoélastique sur une roue d'engrenage

Le matériel photoélastique ne se comprime pas sur lui-même pour créer la contrainte de flexion en compression. Plutôt il flambe, ce qui annule l'effet de la contrainte de flexion en compression par une superposition de tension en surface (voir figure 51). La zone du matériel photoélastique qui flambe ne serait ainsi plus contrainte, d'où l'absence de frange dans le matériel photoélastique. Cependant, durant certains essais expérimentaux,

la contrainte de compression pouvait apparaître, en étant assez bien localisée. Toutefois, l'ordre de frange affiché était presque impossible à déterminer en raison de l'effet de la chaleur. La figure suivante en est un exemple.

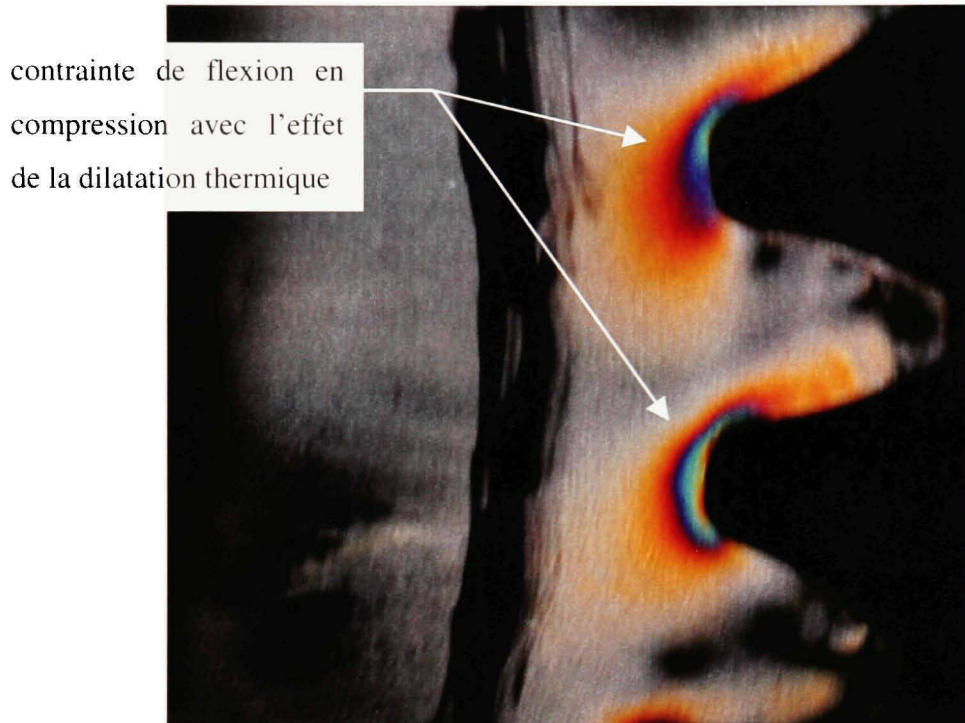


Figure 52 Contrainte de flexion en compression

5.4.3 Analyse de la contrainte de contact

En premier lieu, la contrainte de contact est une contrainte de surface localisée au point de contact. Ce point de contact se déplace le long du profil pendant l'engrènement lorsque les deux surfaces en contact roulent et glissent l'une sur l'autre. L'absence générale de la contrainte de contact peut s'expliquer par la combinaison de deux phénomènes. Le premier est le même phénomène de rétraction de la colle décrit aux sections précédentes pour expliquer la mauvaise localisation de la contrainte de flexion

en tension et en compression. Il s'agit de la profondeur de la concavité dans la colle le long du profil de la dent. Le deuxième phénomène s'explique par l'engrènement des roues d'engrenage. Durant l'engrènement, le contact entre les roues d'engrenage s'effectuait métal sur métal. Le matériel photoélastique n'était jamais en contact pendant l'engrènement en raison de la précision d'agencement entre profil de dent métal et profil de dent plastique. La figure 53 montre le type de contact obtenu durant les essais expérimentaux.

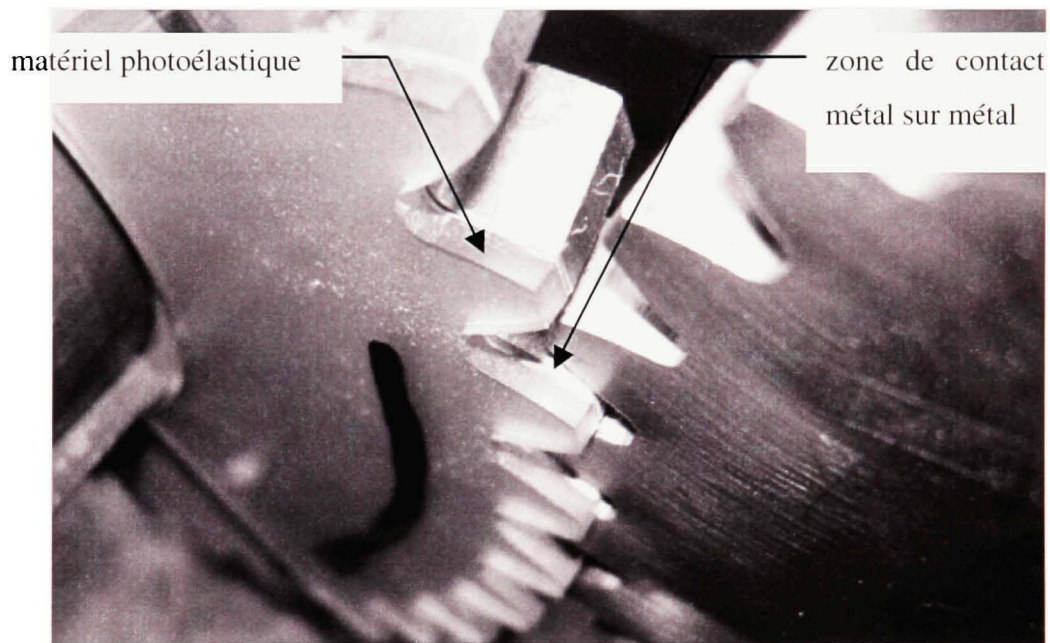


Figure 53 Type de contact durant les essais expérimentaux

Étant donné que le matériel photoélastique n'entrait pas dans la zone de contact et qu'il y avait une concavité dans la colle entre le matériel et la roue d'engrenage, il est donc compréhensible que la photoélasticité ne puisse détecter la contrainte de contact. Cependant, la contrainte de contact pouvait s'observer à certaines occasions. Particulièrement, elle apparaissait sur les roues d'engrenage hélicoïdales. La figure suivante illustre bien l'effet de la contrainte de contact.

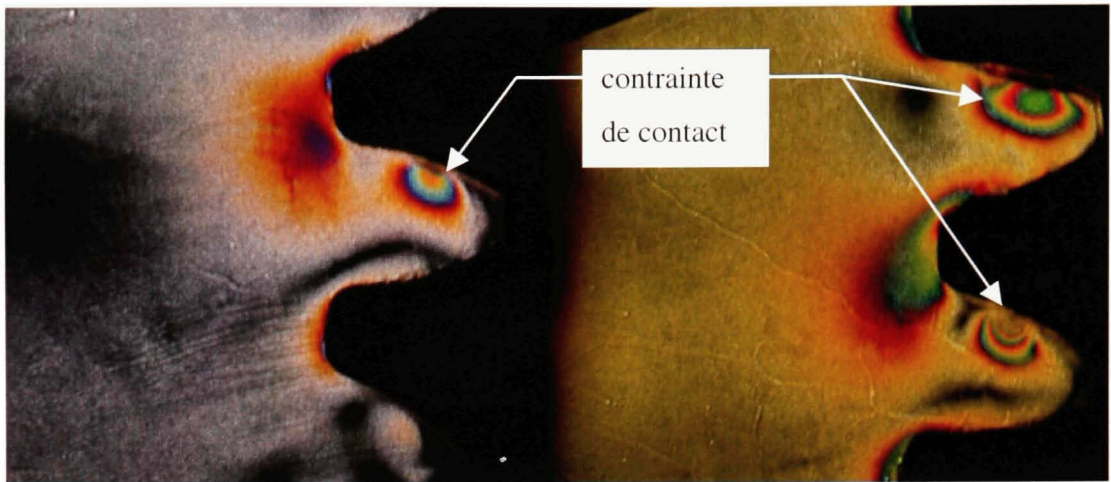


Figure 54 Contrainte de contact sur des roues d'engrenage hélicoïdales

En étudiant les photographies de plus près, il a été noté qu'il ne s'agissait pas de la contrainte de contact mais plutôt de l'effet de l'écrasement du matériel photoélastique combiné à de la chaleur. Ceci peut être expliqué par la géométrie obtenue en collant le matériel photoélastique sur les roues d'engrenage hélicoïdales. La figure 55 illustre cette géométrie particulière.

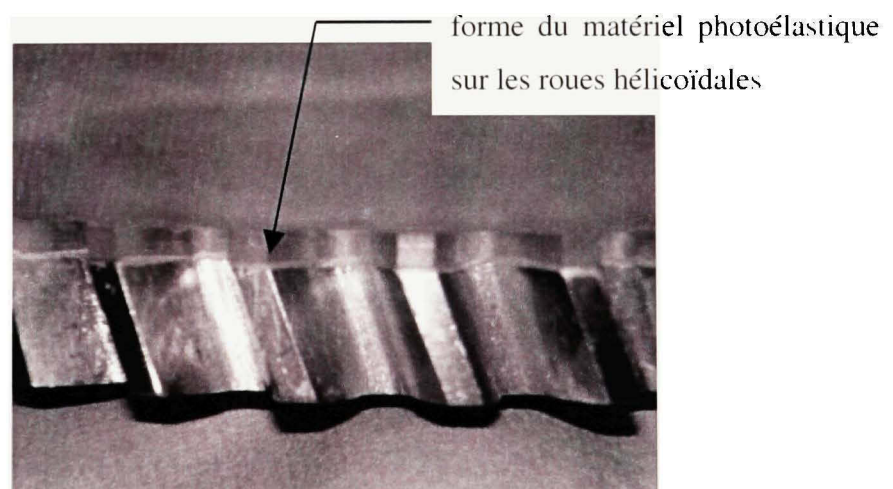


Figure 55 Géométrie particulière des roues d'engrenage hélicoïdales

Sur la figure 55, le changement de l'angle d'hélice est très visible. Le matériel photoélastique utilisé pour les roues d'engrenage hélicoïdales a été taillé comme des roues d'engrenage à denture droite.

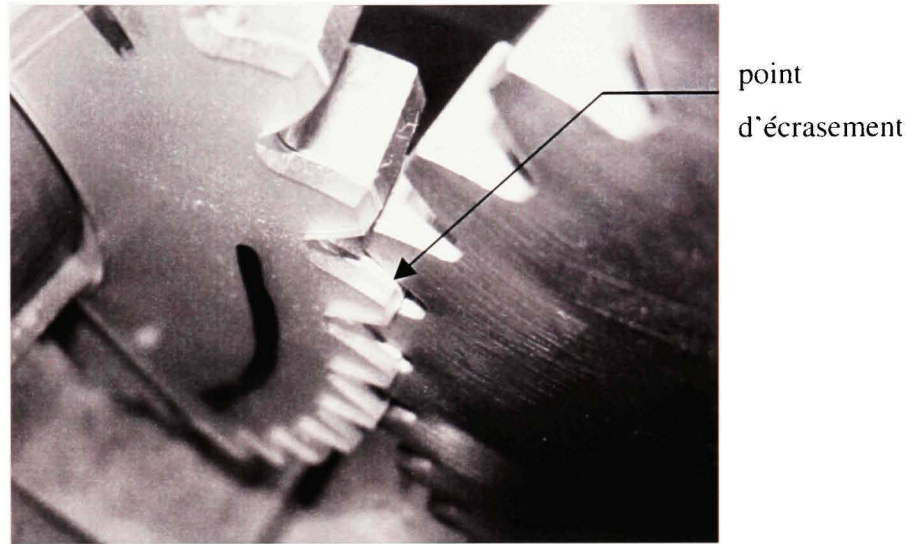


Figure 56 Point d'écrasement du matériel photoélastique

La figure 56 montre le point d'écrasement entre les deux roues d'engrenage hélicoïdales à l'engrènement.

5.4.4 Analyse du facteur dynamique expérimental $K_r'_{exp}$

Comme il a été mentionné à la section 5.2, le facteur dynamique expérimental a été obtenu en faisant un rapport mathématique de la valeur de l'ordre de frange dynamique sur la valeur de l'ordre de frange statique. Pour ce faire, la photoélasticité devait montrer l'apparition de franges dans une même région pour tous les essais expérimentaux. Dans le cadre de la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques, seule la région de la contrainte de flexion en tension répondait à ce critère, malgré que le champ de contraintes ne soit pas représentative de la réalité.

Le facteur dynamique expérimental a donc été calculé avec les ordres de frange statiques et dynamiques provenant de la région où se situe la contrainte de tension maximale. Les résultats ont été présentés aux tableaux XV et XVI. Même si la contrainte de flexion en tension a été jugée invalide, il y avait présence d'un effet dynamique entre l'ordre de frange statique et l'ordre de frange dynamique. C'est pour cette raison que le facteur dynamique expérimental a été calculé. D'après les résultats obtenus, deux conclusions sont à retenir : le facteur expérimental calculé est un facteur dynamique, mais n'est en aucun cas lié au facteur dynamique établi par la norme de l'AGMA. Ce facteur dynamique correspond plutôt à l'effet du mouvement sur les diverses sources d'erreur déjà mentionnées.

5.5 Conclusion

La photoélasticité appliquée à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques a permis de détecter seulement l'ordre de frange associé à une contrainte du côté tension. Cependant, la localisation et l'ordre de ces franges étaient affectés et non représentatifs des champs de contraintes normaux. Ceci a conduit à des résultats expérimentaux invalides. L'échec au niveau des essais peut s'expliquer par l'effet combiné de la chaleur générée à l'engrènement et du comportement de la colle entre le matériel photoélastique et les roues d'engrenage. Bien que ces effets étaient prévisibles, à la suite des mesures réalisées sur des plaques, leur importance réelle ne pouvait être estimée avant les premiers essais dynamiques sur les engrenages cylindriques.

CONCLUSION

Une revue de la littérature a été effectuée pour situer le projet de recherche par rapport aux différentes études et travaux dans le domaine des engrenages droits et hélicoïdaux. Elle a démontré que deux avenues étaient possibles pour la mesure expérimentale de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. La première s'appuie sur la méthode de la photoélasticité, alors que la deuxième fait appel à des mesures par jauges de déformation et accéléromètres en torsion.

L'étude présentée dans ce document proposait l'application de la photoélasticité à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques. Cette étude a été basée sur un plan d'expérience double comportant chacun deux volets. Le plan d'expérience a été conçu pour accommoder deux types de mesure expérimentale permettant ainsi une éventuelle comparaison entre les deux. Le premier volet concerne l'analyse expérimentale à l'aide de la photoélasticité alors que le deuxième couvre l'analyse expérimentale à l'aide de mesures directes par jauges de déformation et accéléromètres en torsion. Donc, pour la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques par l'application de la photoélasticité, le premier volet du plan d'expérience double a été étudié.

Le volet du plan d'expérience conçu pour l'application de la photoélasticité à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages couvre l'effet d'une variation des paramètres suivants :

- a. le pas diamétral ($P_d = 4\text{ po}^{-1}$ et 6 po^{-1});
- b. l'angle d'hélice ($\psi = 0^\circ$ et 20°);
- c. la largeur de face ($F = \frac{1}{2}\text{ po}$ et 3 po);
- d. le nombre de dents ($N = 24\text{-}25$ avec $N = 34\text{-}35$ et $N = 24\text{-}25$ avec $N = 37\text{-}38$);
- e. le couple transmis ($T = 275\text{ Nm}$ et 300 Nm);
- f. la vitesse de rotation ($\omega = 500\text{ tr/min}$ et 1000 tr/min).

Un banc d'essai a, par la suite, été utilisé afin de recevoir les roues d'engrenage tenant compte des différents facteurs considérés dans le plan d'expérience. Le banc d'essai est composé principalement de deux arbres en rotation. Un des arbres est entraîné par un moteur électrique avec lequel la vitesse de rotation peut être ajustée. Le deuxième arbre est jumelé à un dynamomètre mécanique sur lequel différents couples sont appliqués. Les roues d'engrenage déterminées par le plan d'expérience sont attachées à l'une des extrémités des arbres. Dans ces engrenages, une roue agit comme le pignon et l'autre comme la roue. La roue possède une dent de plus que le pignon afin d'obtenir un engrenement de toutes les dents du pignon avec toutes les dents de la roue. À l'autre extrémité des arbres, des roues d'engrenage similaires sont utilisées. Cependant, les roues possèdent trois fois plus de dents, afin d'éviter une superposition de signaux lors de mesures vibratoires par accéléromètres. Finalement, l'espacement entre les arbres est ajustable, ceci afin de recevoir toutes les roues d'engrenage du dans le plan d'expérience.

Les roues d'engrenage ont été usinées selon les spécifications du plan d'expérience. Par la suite, elles ont été mesurées afin de connaître leur grade de qualité. La contrainte de tension en flexion selon la norme de l'AGMA pouvait être calculée et servir de point de comparaison à la mesure expérimentale.

Les essais expérimentaux, ainsi que l'analyse des résultats provenant de la photoélasticité ont été réalisés. De manière plus précise, les ordres de frange des différents essais ont été extraits pour établir les valeurs d'un facteur dynamique et les valeurs d'une contrainte mesurée du côté positif. Cependant, les essais expérimentaux n'ont pas été concluants. Seulement les roues d'engrenage avec un pas de 4 po^{-1} ont été étudiées. Les tests ont été arrêtés pour deux raisons : l'absence de la contrainte de flexion en compression pour tous les essais et la mauvaise localisation de la contrainte de flexion en tension pour tous les essais.

La photoélasticité appliquée à la mesure de la contrainte dynamique des engrenages cylindriques a permis de détecter seulement l'ordre de frange associé une contrainte localisée du côté de la flexion en tension. Cependant, la localisation et l'ordre de ces franges étaient erronés. Ceci a donc conduit à des résultats expérimentaux invalides. L'échec des essais peut s'expliquer par l'effet de la chaleur générée à l'engrènement combiné au comportement de la colle entre le matériel photoélastique et les roues d'engrenage.

En conclusion, la méthode de la photoélasticité avec du matériel collé n'est pas applicable à la mesure de contraintes sur des engrenages en mouvement. Cette approche ne devrait pas davantage être utilisée pour des applications susceptibles de dégager de la chaleur.

RECOMMANDATIONS

Cette section discute des mesures correctives à apporter pour la deuxième campagne de mesure expérimentale traitant du même sujet, mais utilisant les accéléromètres et les jauges de déformation.

Dans le cadre de la deuxième campagne de mesure, deux aspects devront être traités pour obtenir des résultats expérimentaux significatifs. Le premier aspect porte sur les jauges de déformation. Il s'agit de les coller comme il a été expliqué au deuxième chapitre.

Le deuxième aspect porte sur les accéléromètres. Avant d'effectuer les essais, il est primordial d'éliminer toutes sources de déséquilibre autres que celles provenant des roues d'engrenage. Dans le cas des roues d'engrenage minces, il faudra absolument enlever le matériel photoélastique ainsi que la colle. Il faudra aussi vérifier que les deux collets avec leurs clavettes respectives tenant les roues d'engrenage sont bien équilibrés. La figure suivante montre les collets avec leurs clavettes sur le banc d'essai.

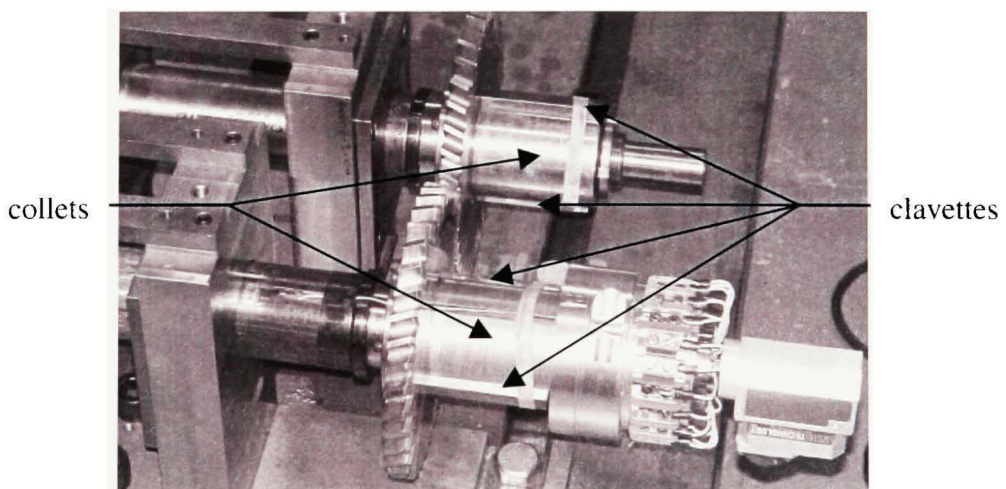


Figure 57 Collets avec leurs clavettes

Durant les essais expérimentaux avec la photoélasticité, un débalancement a été remarqué au niveau des roues d'engrenage. Ce débalancement est causé principalement par une excentricité cumulée dans les jeux associés au montage des roues d'engrenage. La figure suivante montre où se trouvent les jeux causant l'excentricité.

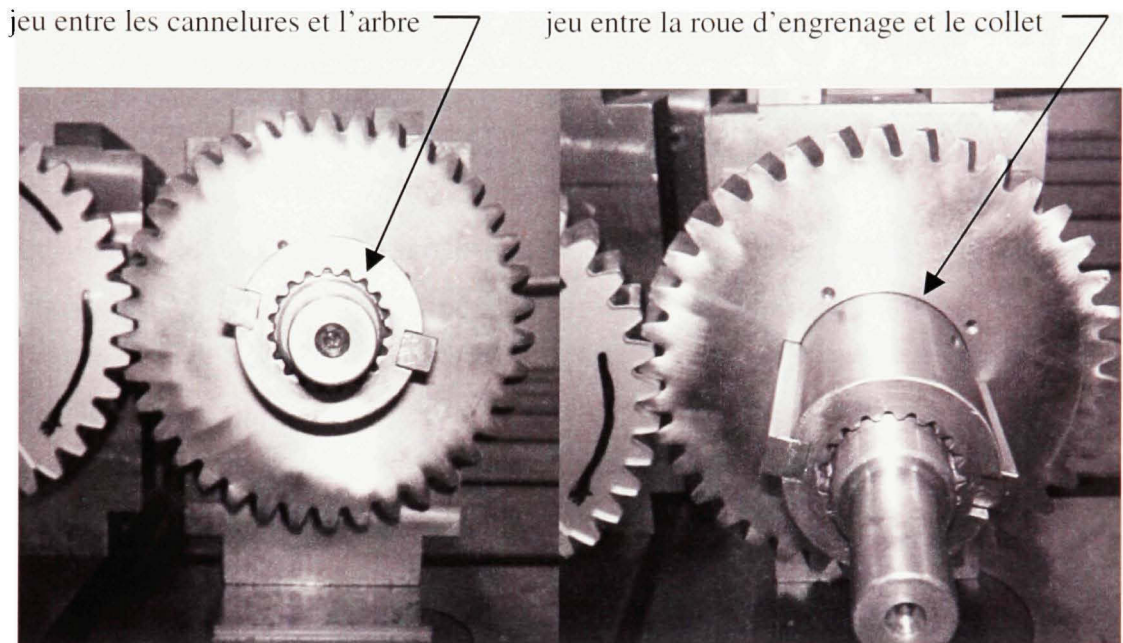


Figure 58 Jeux causant l'excentricité

Il faudra donc éliminer cette excentricité cumulée pour ne pas introduire des vibrations indésirables pendant les essais expérimentaux avec les accéléromètres. Le tableau suivant indique les valeurs de l'excentricité cumulée selon les différentes roues d'engrenage qui ont été testées avec la méthode de la photoélasticité. Cette excentricité a été mesurée en sommet de dent à l'aide d'un vernier de hauteur et d'un indicateur à cadran. Les colonnes du centre indiquent la valeur initiale du faux-rond pour chacune des roues d'engrenage afin de permettre une comparaison avec l'excentricité cumulée.

Tableau XXVIII

Excentricité cumulée des roues d'engrenage étudiées

Paire d'engrenage étudiée	$V_{rT \text{ pignon}}$	$V_{rT \text{ roue}}$	Excentricité cumulée
$P_D 4 \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 \text{ ET } P_D 4 \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 25$	0.00331 "	0.01420 "	0.025 "
$P_D 4 \psi 1^\circ F \frac{1}{2} N 34 \text{ ET } P_D 4 \psi 1^\circ F \frac{1}{2} N 35$	0.00555 "	0.00496 "	0.010 "
$P_D 4 \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24 \text{ ET } P_D 4 \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 25$	0.00236 "	0.00465 "	0.008 "
$P_D 4 \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 34 \text{ ET } P_D 4 \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 35$	0.00602 "	0.00504 "	0.004 "

Le dernier point à corriger sur le banc d'essai est le positionnement du support à accéléromètres sur l'arbre instrumenté. Ce dernier est décentré car il est retenu incorrectement. La pièce qui retient le tout est positionnée sur les filets de l'arbre instrumenté, ce qui est une erreur. Ce débalancement n'a toutefois pas influencé les essais expérimentaux avec la photoélasticité mais doit être corrigé pour l'utilisation des accéléromètres. La figure suivante montre le problème.

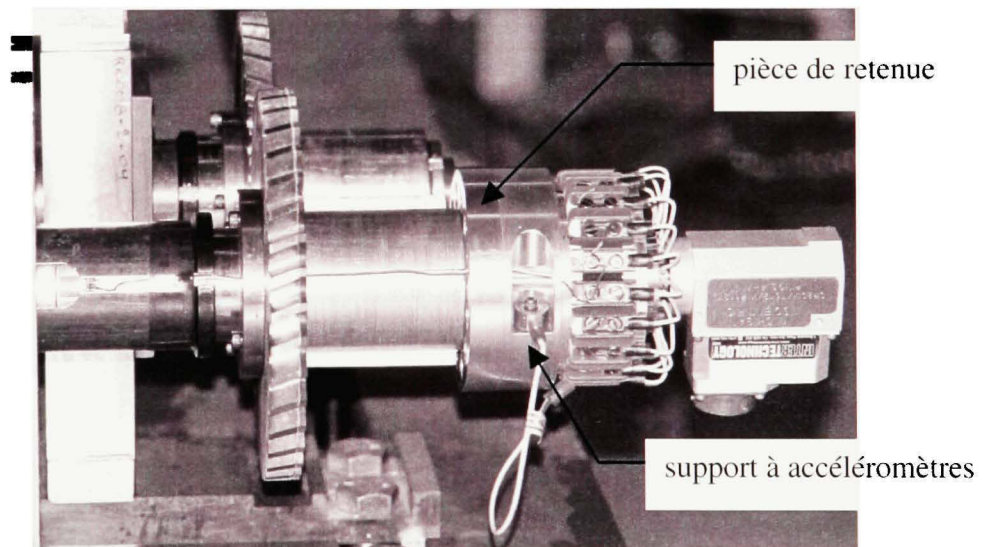


Figure 59 Support à accéléromètres

La qualité première du support à accéléromètre est la facilité d'installation au montage entre les essais expérimentaux. Il faudra trouver une solution afin de conserver cette qualité tout en éliminant l'excentricité rattachée au support à accéléromètres.

ANNEXE 1

Application générale de la photoélasticité

Description, assemblage et montage du polariscope

Le polariscope de la série 030 est un instrument optique de précision qui permet de mesurer quantitativement les contraintes et les déformations. Il le fait grâce à la méthode PhotoStress® à partir de la réflexion photoélastique [26]. La figure suivante en est une représentation schématique.

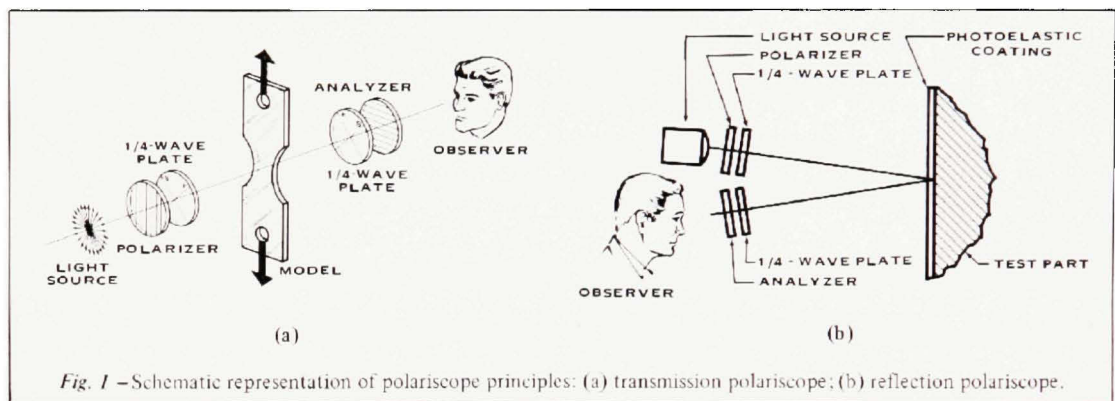


Figure 60 Représentation schématique du polariscope
(Adapté de Photoelastic Division measurement group, Inc., 1992)

Voici maintenant les étapes à suivre pour l'assemblage et le montage du polariscope. La première étape consiste à retirer la tête du polariscope, la lampe ainsi que la poignée de la boîte de rangement. La deuxième étape consiste à nettoyer les surfaces optiques avec un chiffon doux et de l'alcool. La troisième étape consiste à vérifier que l'ampoule est installée dans la lampe. La quatrième étape consiste à ajuster le voltage de la lampe en utilisant l'information donnée à la figure 61.

VOLTAGE	BLK WIRE FROM SWITCH	WHT WIRE FROM SWITCH	BLK JUMPER		WHT JUMPER	
			FROM	TO	FROM	TO
100	A 0	A 100	A 0	B 0	A 100	B 100
115	A 0	A 115	A 0	B 0	A 115	B 115
130	A 0	A 130	A 0	B 0	A 130	B 130
200	A 0	B 100	A 100	B 0	—	—
230	A 0	B 115	A 115	B 0	—	—
260	A 0	B 130	A 130	B 0	—	—

Figure 61 Tension d'opération pour la lampe
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

La cinquième étape consiste à assembler la lampe avec la tête du polariscope pour ensuite le monter sur le trépied. Il s'assurer de serrer la vis pour le maintenir en place. Cette étape est illustrée à la figure suivante.

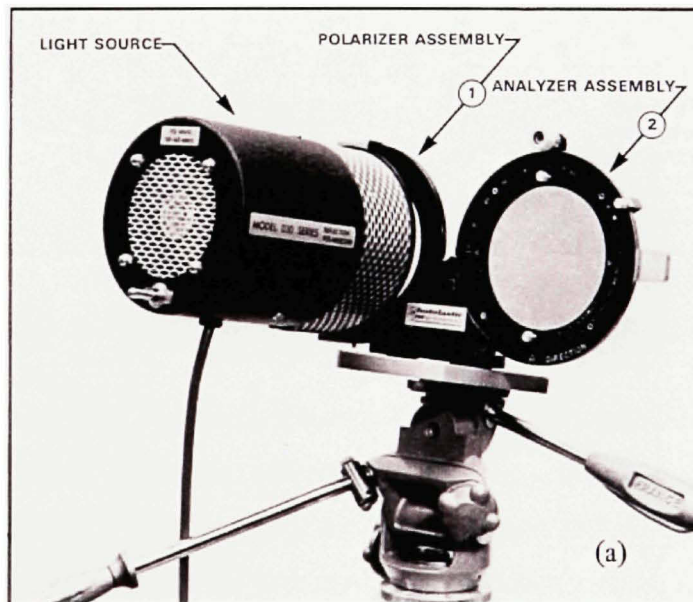


Figure 62 Assemblage du polariscope
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Une fois la lampe branchée dans une prise de courant, le polariscope est prêt à être utilisé. Il faut ensuite aligner le centre du trépied perpendiculairement au plan de l'échantillon qui va être étudié. Ensuite, il faut ajuster le faisceau lumineux vers le point d'étude de l'échantillon.

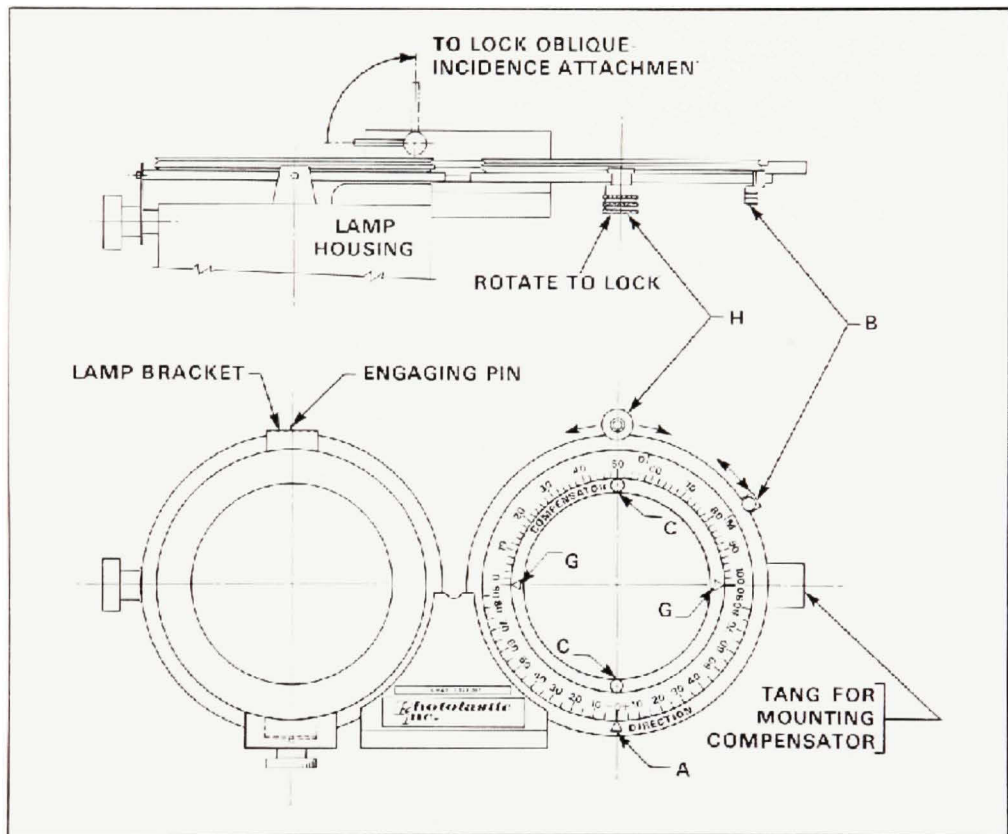


Figure 63 Tête du polariscope
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

La figure précédente nous montre la tête du polariscope. L'analyse de la photoélasticité se fait avec la partie droite du polariscope. Elle est composée de trois anneaux concentriques. Le plus grand des trois est stationnaire. Celui du milieu possède des échelles graduées. Le plus petit des trois est le compensateur comme son nom l'indique. De plus, elle possède trois boutons de réglage soit le bouton « B », « H » et « C ».

La position du bouton « B » détermine si l'on veut mesurer la direction ou l'amplitude des contraintes principales. La position du bouton « H » détermine l'angle du polariseur. La position du bouton « C » sert seulement pour compter les fractions de franges par la méthode de Tardy. Dans tous les autres cas, les marques « G » doivent être alignées avec le 0 et le 100 de l'anneau intermédiaire.

Interprétation des franges photoélastiques

Lorsqu'un échantillon recouvert d'un enduit photoélastique est soumis à une charge, des franges isochromatiques apparaissent. Elles sont visibles seulement lorsqu'on regarde l'échantillon au travers du polariseur. Plus la charge est élevée, plus le nombre de franges augmente. De plus, les franges vont toujours se concentrer aux endroits où les contraintes sont plus importantes. Ceci est démontré à la figure suivante.

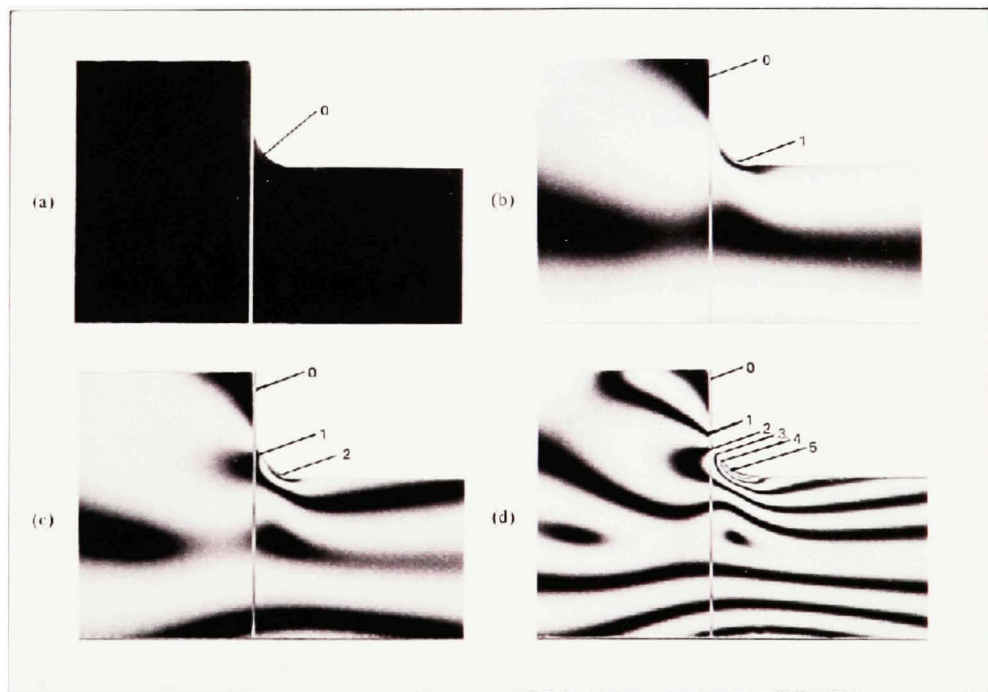


Figure 64 Exemples de génération de franges
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Il y a deux manières de compter les franges lorsqu'elles apparaissent. On peut soit les compter par nombre ou les compter par ordre. Pour le calcul des contraintes et des déformations, il faut connaître l'ordre des franges. L'ordre des franges observé sur l'enduit photoélastique est proportionnel à l'écart entre les déformations de l'enduit et de l'échantillon. Cette dernière affirmation peut s'écrire sous forme d'équation comme :

$$\gamma_{12} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = f \cdot O_f \quad (\text{A1.1})$$

Il est cependant préférable de travailler avec les équations de contraintes. Elles sont définies comme :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{E}{(1-\nu)} \cdot f \cdot O_f \quad (\text{A1.2})$$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{E}{(1-\nu)} \right) \cdot f \cdot O_f \quad (\text{A1.3})$$

Donc en appliquant une source de lumière blanche, les franges photoélastiques apparaissent en une série de bandes continues de couleur différentes. Ces bandes ont la forme d'une boucle fermée ou d'une ligne courbée. Chaque bande possède une couleur unique qui est reliée directement à la valeur de l'ordre de frange (O_f). Les couleurs de bandes apparaissent toujours dans la même séquence ce qui rend possible d'associer une valeur à O_f (ordre de frange). Ce phénomène est démontré sur les figures 65 et 66.

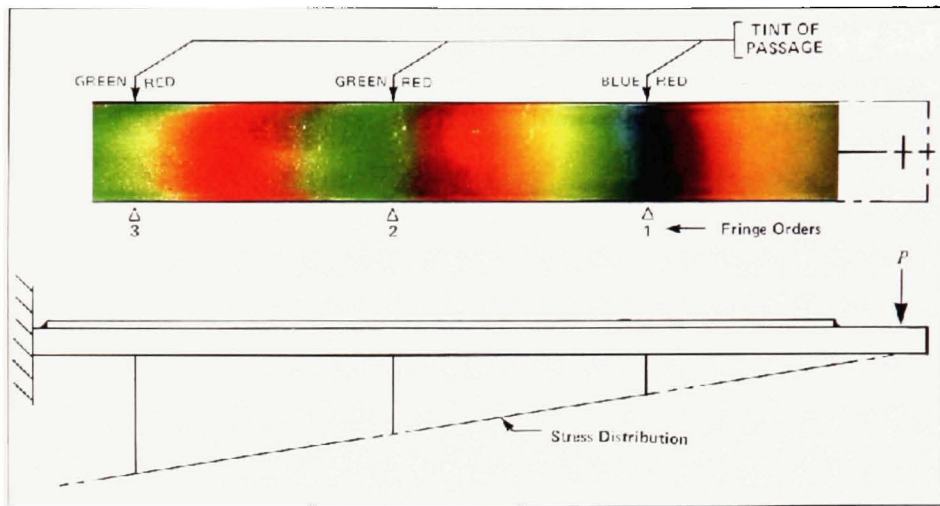


Figure 65 Séquence de franges sur une poutre encastree
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

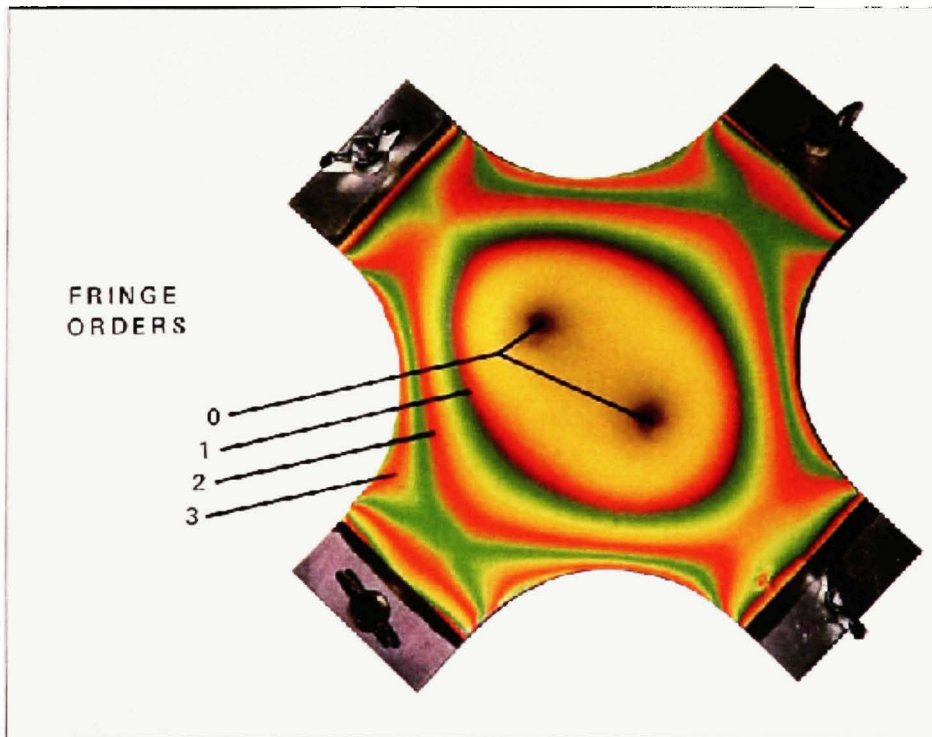


Figure 66 Séquence de frange sur un spécimen en flexion biaxiale
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Le polariscope de la série 030 est un instrument à champ noir. Lorsqu'aucune charge n'est appliquée, l'échantillon apparaît noir. Quand on applique la charge graduellement, le gris commence à apparaître suivi du blanc et quand le violet disparaît, le jaune apparaît. Avec plus de charge, le bleu cède sa place pour de l'orange et le vert pour du rouge. Par la suite, le jaune tourne au mauve suivi de la disparition de l'orange pour un bleu plus riche. La frange mauve est très sensible aux déformations ce qui lui mérite le titre de teinte de passage et donc possède un ordre de frange égal à un ($O_f = 1$). La figure suivante indique plusieurs valeurs d'ordre de frange associées à leur couleur respective.

Color	Approximate Relative Retardation nm	Fringe Order O_f	Strain* $\mu\epsilon$
BLACK	0	0	0
GRAY	160	0.28	265
WHITE	260	0.45	425
PALE YELLOW	345	0.60	570
ORANGE	460	0.80	760
DULL RED	520	0.90	855
PURPLE (TINT OF PASSAGE)	575	1.00	950
DEEP BLUE	620	1.08	1025
BLUE-GREEN	700	1.22	1160
GREEN-YELLOW	800	1.39	1320
ORANGE	935	1.63	1550
ROSE RED	1050	1.82	1730
PURPLE (TINT OF PASSAGE)	1150	2.00	1900
GREEN	1350	2.35	2230
GREEN-YELLOW	1440	2.50	2380
RED	1520	2.65	2520
RED/GREEN TRANSITION	1730	3.00	2850
GREEN	1800	3.10	2950
PINK	2100	3.65	3470
PINK/GREEN TRANSITION	2300	4.00	3800
GREEN	2400	4.15	3940
* Type PS-1 photoelastic plastic, 0.080" (2 mm) thick, $f = 950 \mu\epsilon/\text{fringe}$ (reflection)			

Figure 67 Caractéristiques des franges isochromatiques
(Adapté de Photoelastic Division measurement group, Inc., 1992)

Mesure directionnelle des déformations principales

Lorsque l'on veut obtenir une plus grande précision sur la valeur de l'ordre de frange, on utilise une des trois méthodes suivantes :

- méthode de la balance nulle (*null-balance compensation method*);
- méthode de Tardy (*Tardy compensation method*);
- méthode d'incidence oblique (*oblique incidence method*).

Cependant, ces trois méthodes nécessitent un alignement optique du polariscope par rapport aux directions des contraintes et déformation principales de l'échantillon.

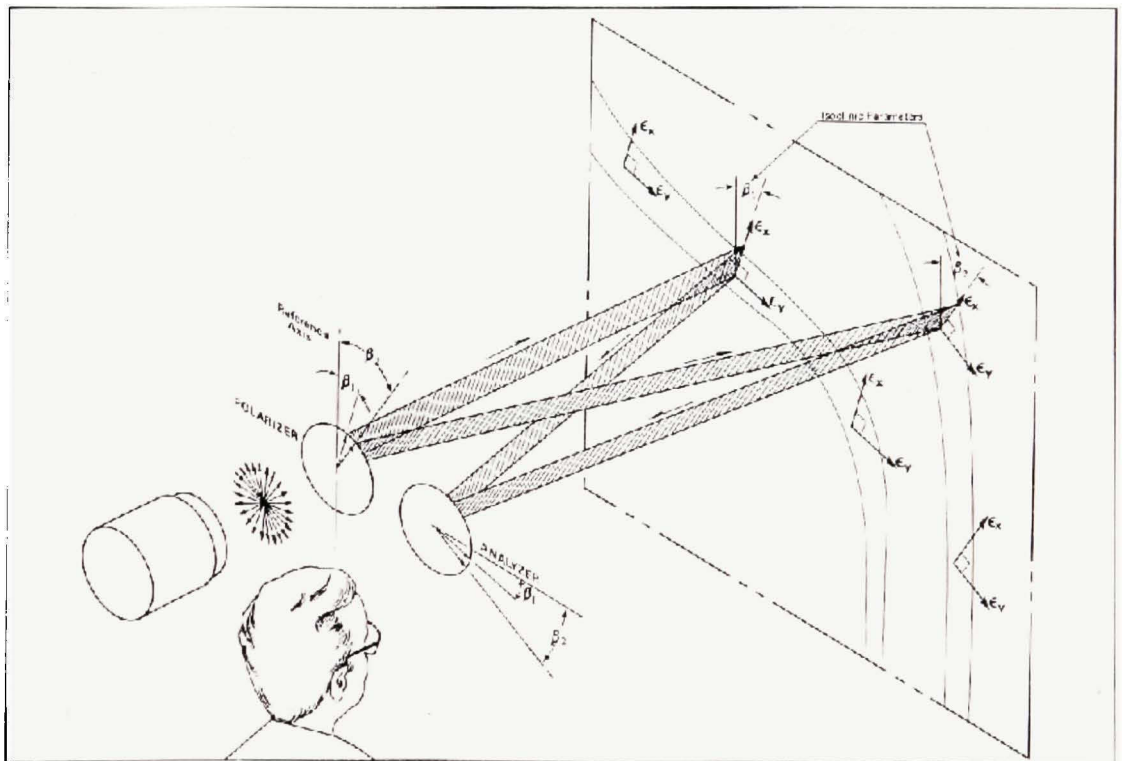


Figure 68 Schématisation des déformations sur un échantillon
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Voici maintenant la démarche à suivre :

- a. ajuster et positionner le polariscope en fonction de la zone d'étude désirée sur l'échantillon;
- b. choisir un axe de référence sur l'échantillon;
- c. orienter le polariscope de manière à ce que son axe de symétrie soit parallèle à l'axe de référence sur l'échantillon. De plus, l'index de direction du polariscope doit être à 0 degré;

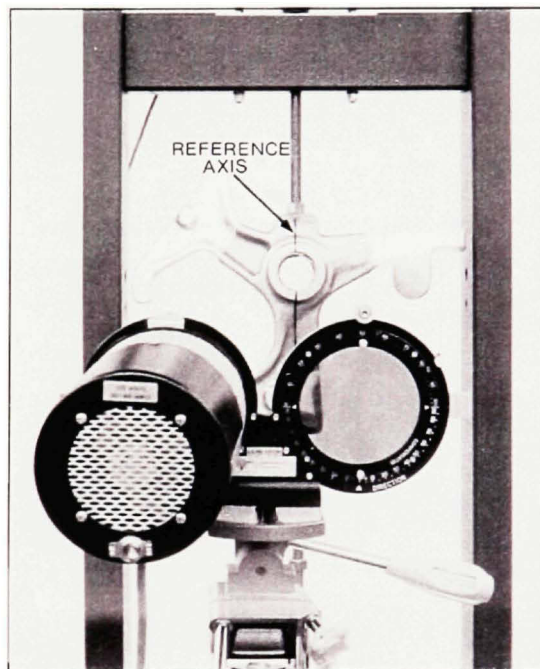


Figure 69 Orientation du polariscope
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

- d. vérifier à l'aide du polariscope que l'échantillon soit de couleur noire uniformément répartie sur toute sa surface. Il faut cependant que le compensateur soit à la position zéro et que le bouton « B » soit à la position « M ». **Si l'échantillon n'est pas noir, consultez la partie COR du guide d'instruction pour des mesures correctives;**
- e. appliquer la charge de manière incrémentielle tout en regardant les franges isochromatiques apparaître. À l'aide d'un crayon gras, marquer les endroits où les

mesures vont être prises. Aussi, vérifier s'il y a des endroits où les franges sont d'ordre zéro;

- f. mettre le bouton « B » à la position « D »;
- g. différencier les franges isocliniques des franges isochromatiques. Il faut simplement déplacer le bouton « H » en va-et-vient de plus ou moins 20°. En déplaçant le bouton « H » de cette manière, les franges isocliniques vont se déplacer tandis que les franges isochromatiques vont être stationnaires;
- h. remettre le bouton « H » à sa position initiale. Ajuster le polariseur de manière à ce que la frange isoclinique noire passe par les marques faites à l'étape 5. Raffiner l'ajustement pour que la partie la plus noire soit sur les marques.

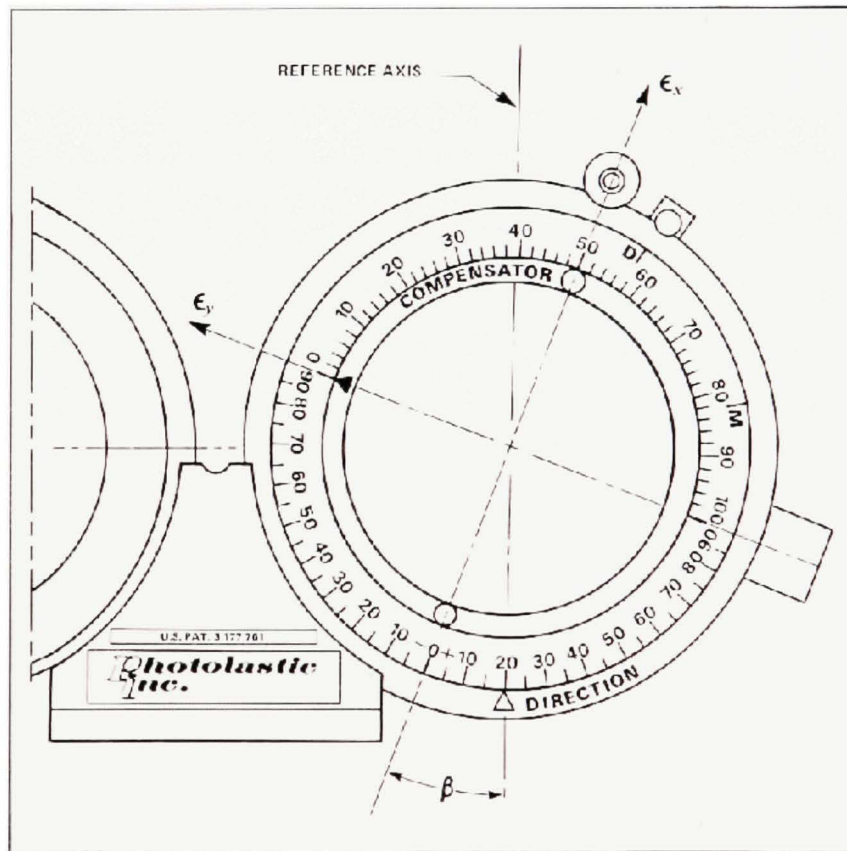


Figure 70 Orientation schématisée du polariscope
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

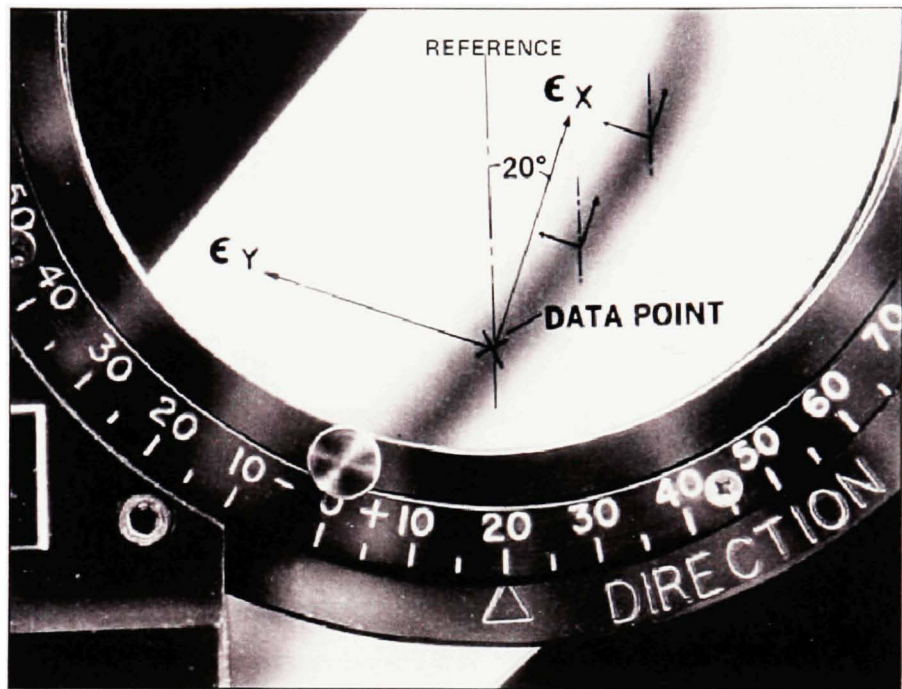


Figure 71 Orientation du polariscope
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Une fois que l'alignement optique du polariscope a été complété, il est maintenant possible d'appliquer une des trois méthodes mentionnées au début de cette section.

Mesure de l'ordre de frange

La méthode de la balance nulle fonctionne de manière à introduire dans le passage de la lumière vers le polariscope une variable à réfraction double calibrée et de signe opposé au champ induit par l'enduit photoélastique.

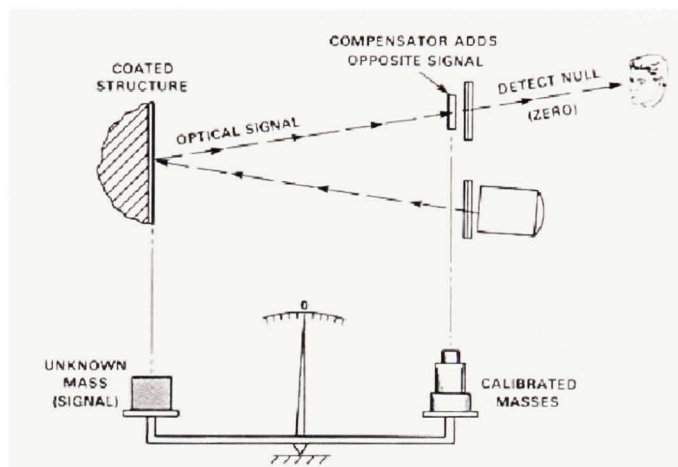


Figure 72 Analogie avec une balance mécanique
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Voici maintenant les étapes à suivre pour utiliser la méthode de la balance nulle :

- a. attacher le compensateur au polariscopes et vérifier que son échelle est bien à zéro;

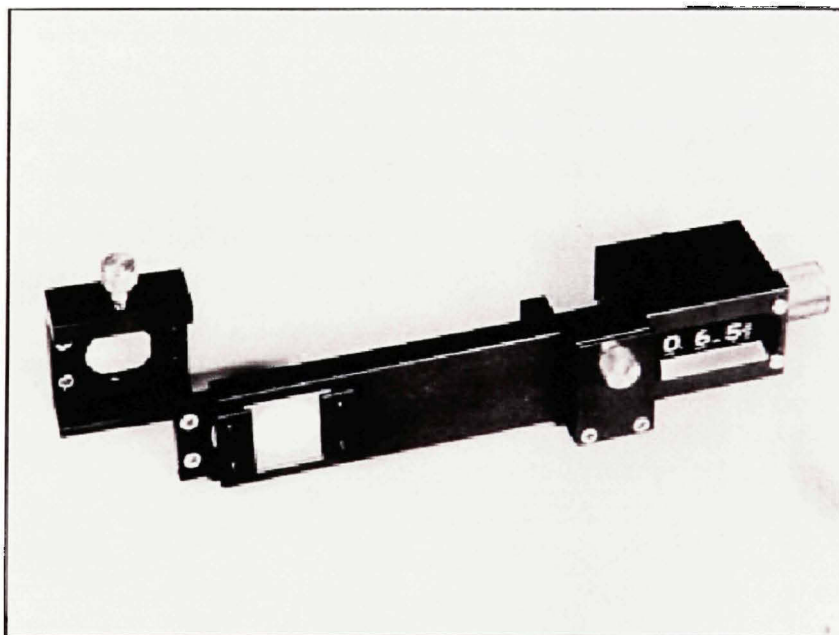


Figure 73 Compensateur pour la méthode de la balance nulle
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

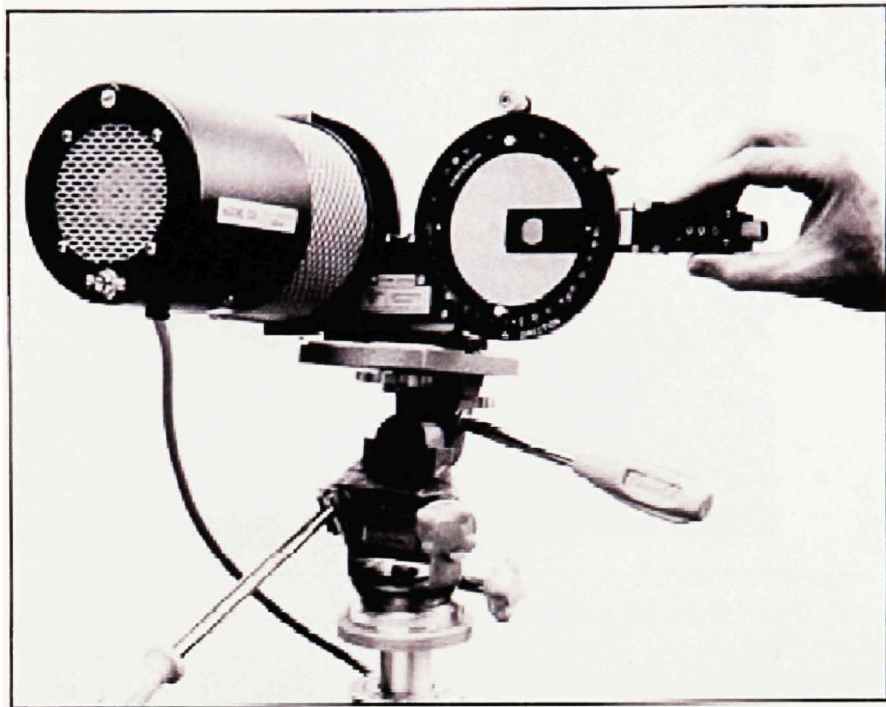


Figure 74 Positionnement du compensateur sur le polariscope
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

- b. déplacer le bouton « B » à la position « D ». Regarder l'échantillon avec le polariscope sans toutefois utiliser la lentille du compensateur et ajuster le bouton « H » pour qu'une frange isoclinique passe par le point d'étude;
- c. déplacer le bouton « B » à la position « M ». En observant l'échantillon avec la lentille du compensateur, tourner le bouton de contrôle dans le sens anti-horaire pour qu'une frange isochromatique d'ordre zéro passe par le point désiré. Cette manipulation peut être vue à la figure suivante:



Figure 75 Manipulation du polariscope avec le compensateur
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

- d. prendre la lecture du compteur digital sur le compensateur et référez-vous à la figure suivante pour obtenir l'ordre de frange.

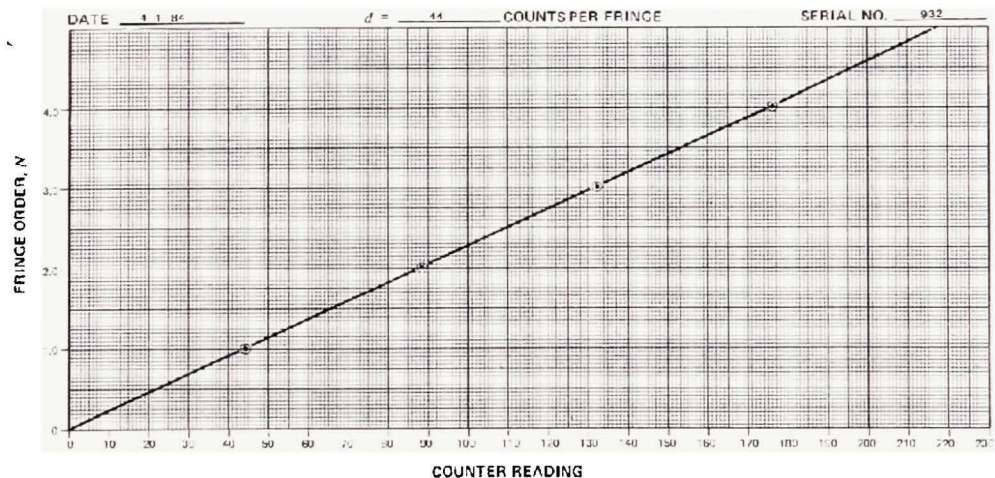


Figure 76 Abaque de calibration pour le compensateur
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Pour mieux utiliser cette méthode, lire la section NBC du guide d'instruction [26]. Il s'agit ici d'instructions sommaires.

La méthode de Tardy est une approche simple, rapide et efficace pour obtenir la partie fractionnaire de l'ordre de frange.

Voici maintenant les étapes à suivre pour utiliser la méthode de Tardy :

- a. placer le bouton « B » à la position « M » et examiner l'échantillon. À l'aide d'un crayon gras, inscrire l'ordre sur chacune des franges (0, 1, 2, 3, etc.);

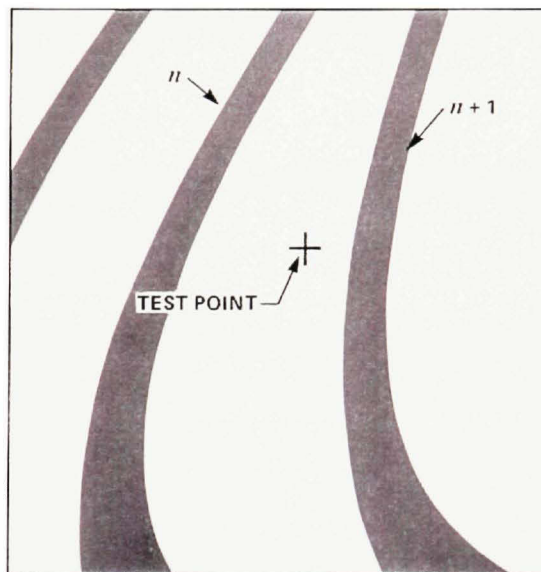


Figure 77 Point de mesure entre deux ordres de frange
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

- b. identifier le ou les points de mesure sur l'échantillon et faire une mince croix dessus;
- c. déplacer le bouton « B » à la position « D »;
- d. déplacer le bouton « H » en va-et-vient de plus ou moins 20°. En déplaçant le bouton « H » de cette manière, les franges isocliniques vont se déplacer tandis que les franges isochromatiques vont être stationnaires. Ajuster le polariseur de manière à ce que la frange isoclinique noire passe par les croix faites à l'étape 2. Raffiner l'ajustement pour que la partie la plus noire soit sur les marques. Barrer le bouton « H » à cette position;

- e. placer le bouton « B » à la position « M »;
- f. tourner le bouton « C » dans le sens horaire pour qu'une frange isochromatique passe par le point de mesure désiré. Prendre la lecture de la fraction r sur l'échelle du compensateur;
- f. établir l'ordre de frange en utilisant les relations suivantes :
 - $O_f = n + r$ si la frange d'ordre inférieur se déplace;
 - $O_f = - (n + I - r)$ si la frange d'ordre supérieur se déplace;
- g. calculer les contraintes et les déformations avec les formules vues dans la deuxième section.

Pour mieux utiliser cette méthode, lire la section TDC du guide d'instruction [26]. Il s'agit ici d'instructions sommaires.

La méthode d'incidence oblique est une méthode fréquemment utilisée dans le domaine de la photoélasticité. Comme son nom l'indique, elle utilise le principe des angles d'incidences pour établir l'ordre de frange. La méthode ne peut pas vraiment se résumer car elle est très détaillée et chacun de ses détails sont importants. Les deux figures suivantes montrent une schématisation de son fonctionnement ainsi qu'un montage du polariscope.

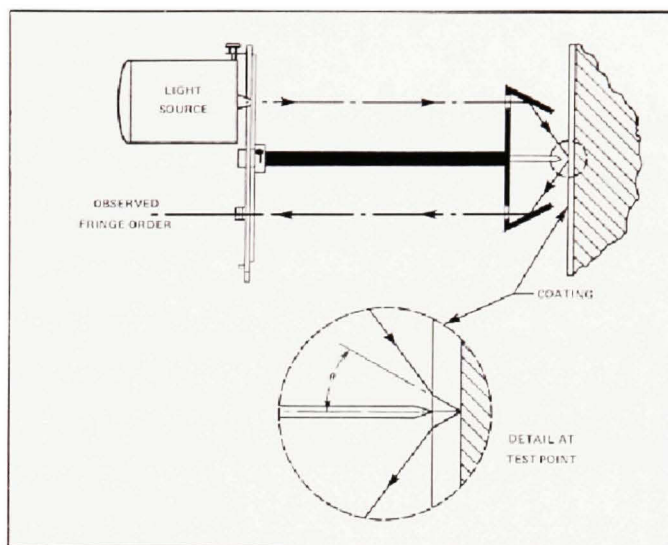


Figure 78 Schématisation du système optique
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

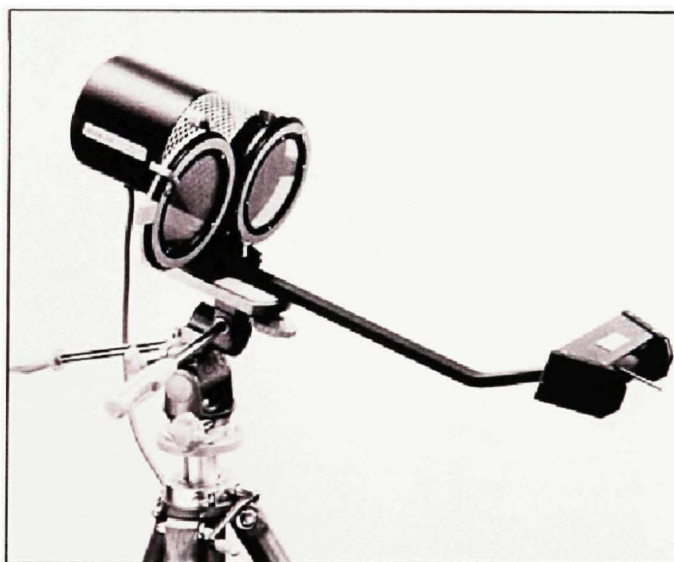


Figure 79 Montage du polariscope
(Adapté de Photolastic Division measurement group, Inc., 1992)

Pour bien comprendre et utiliser cette méthode à son plein potentiel, lire très attentivement la section SPS du guide d'instruction [26].

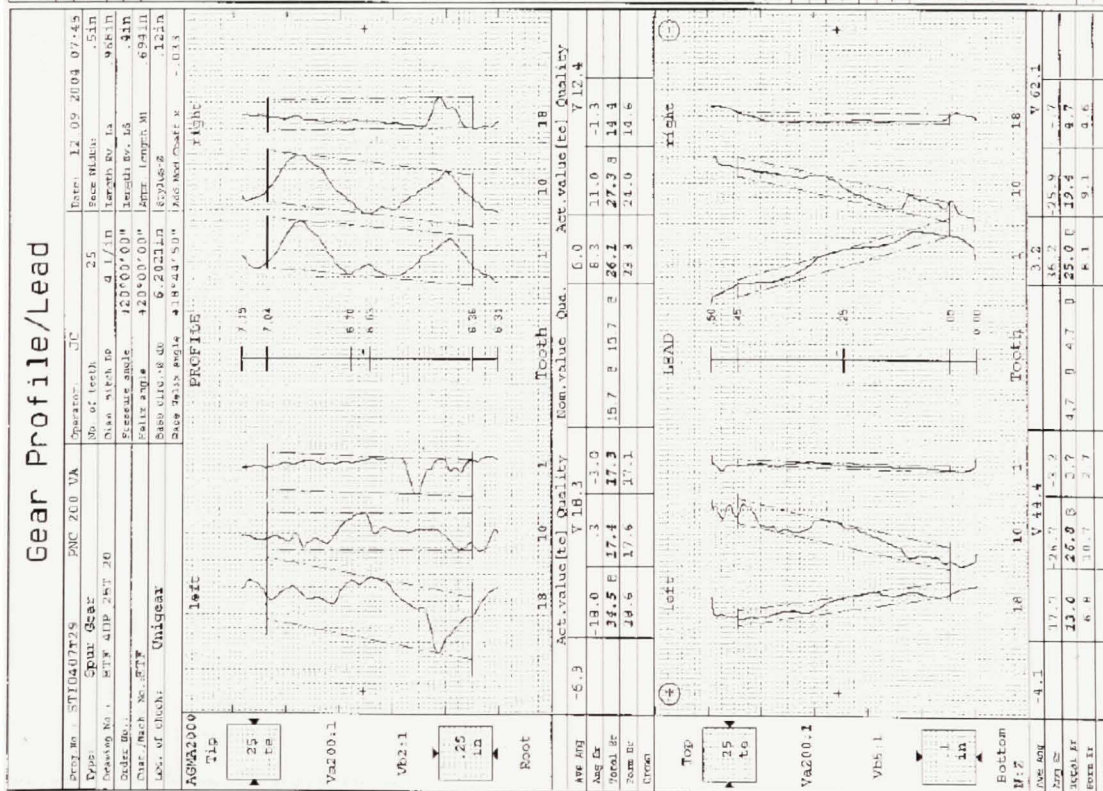
Instructions spécialisées

Pour les instructions et recommandations pour faire adhérer une feuille photoélastique à un échantillon de surface plane, référez-vous au bulletin IB-223-F [26]. Pour les instructions et recommandations pour adhérer un enduit photoélastique à un échantillon de surface complexe, référez-vous au bulletin IB-221-C [26]. Pour les instructions et recommandations pour la calibration d'une couche photoélastique à un échantillon de surface quelconque, référez-vous au bulletin TN-701 [26]. Pour les instructions et recommandations pour le choix des différents types de matériaux photoélastiques, référez-vous au bulletin S-116 [26].

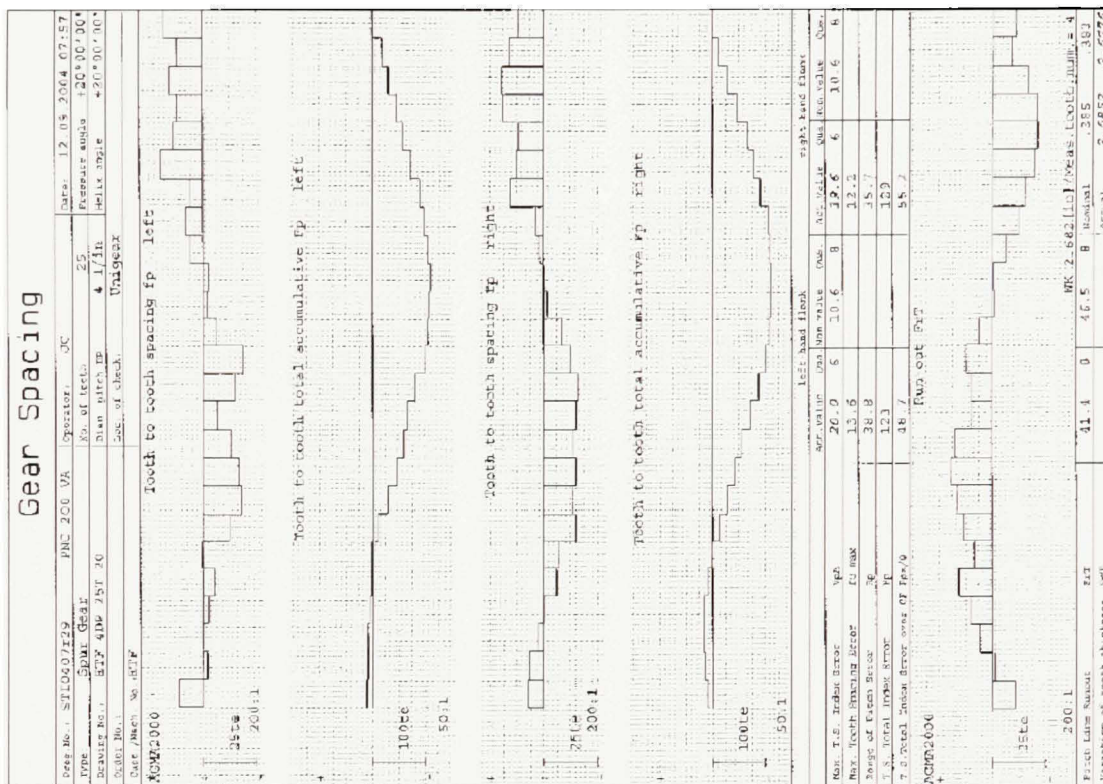
ANNEXE 2

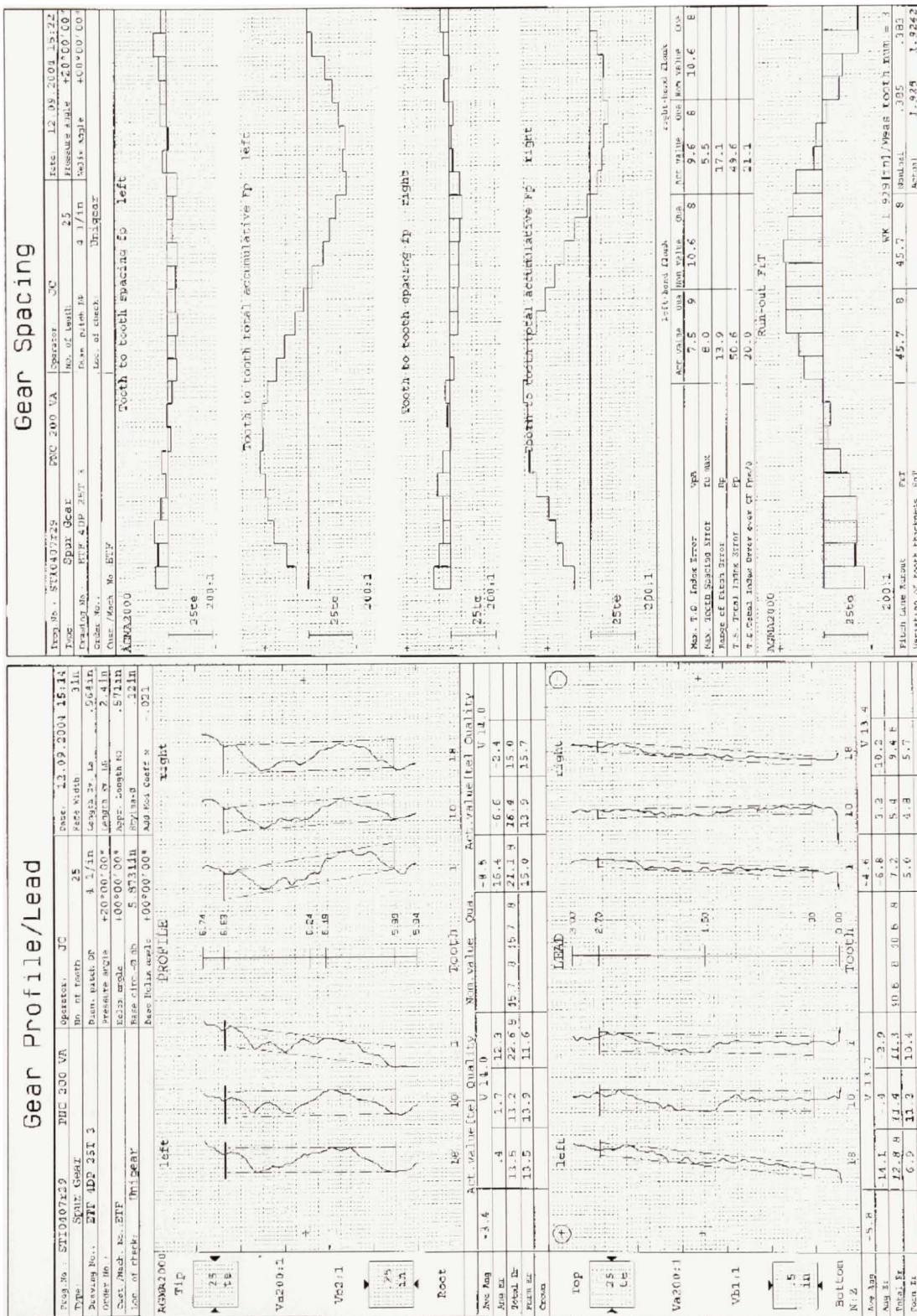
Fiches techniques des roues d'engrenage

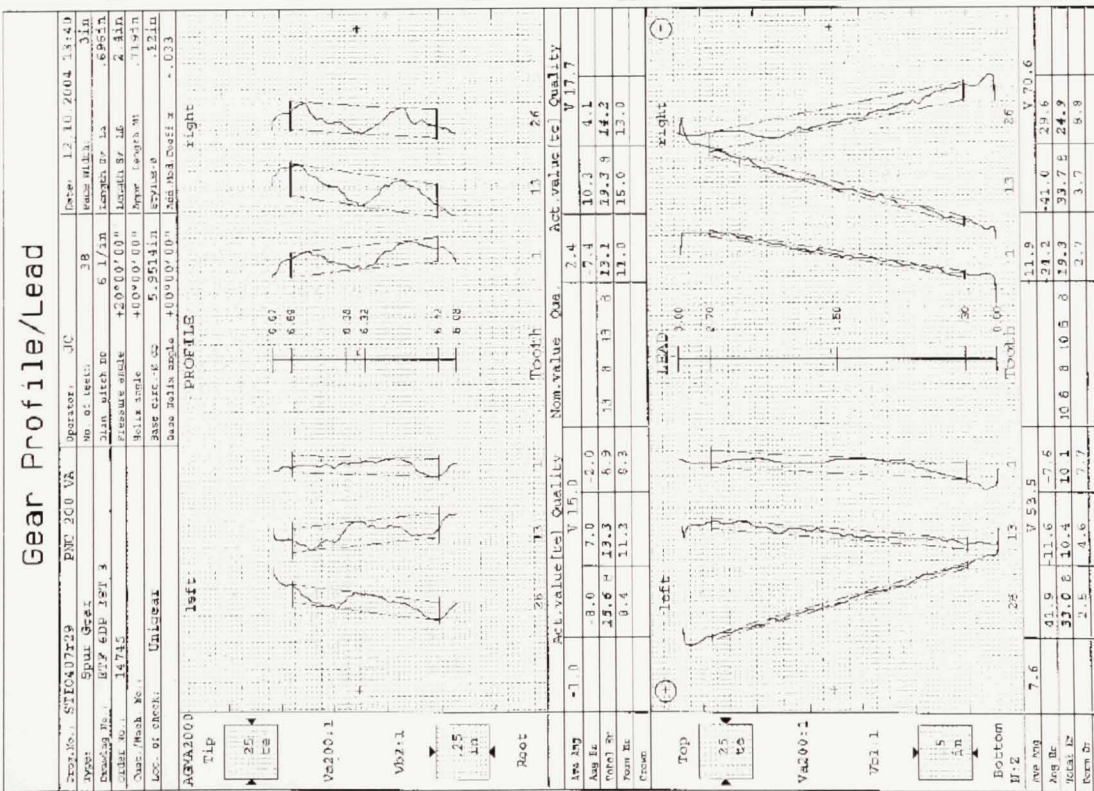
Gear Profile/Lead

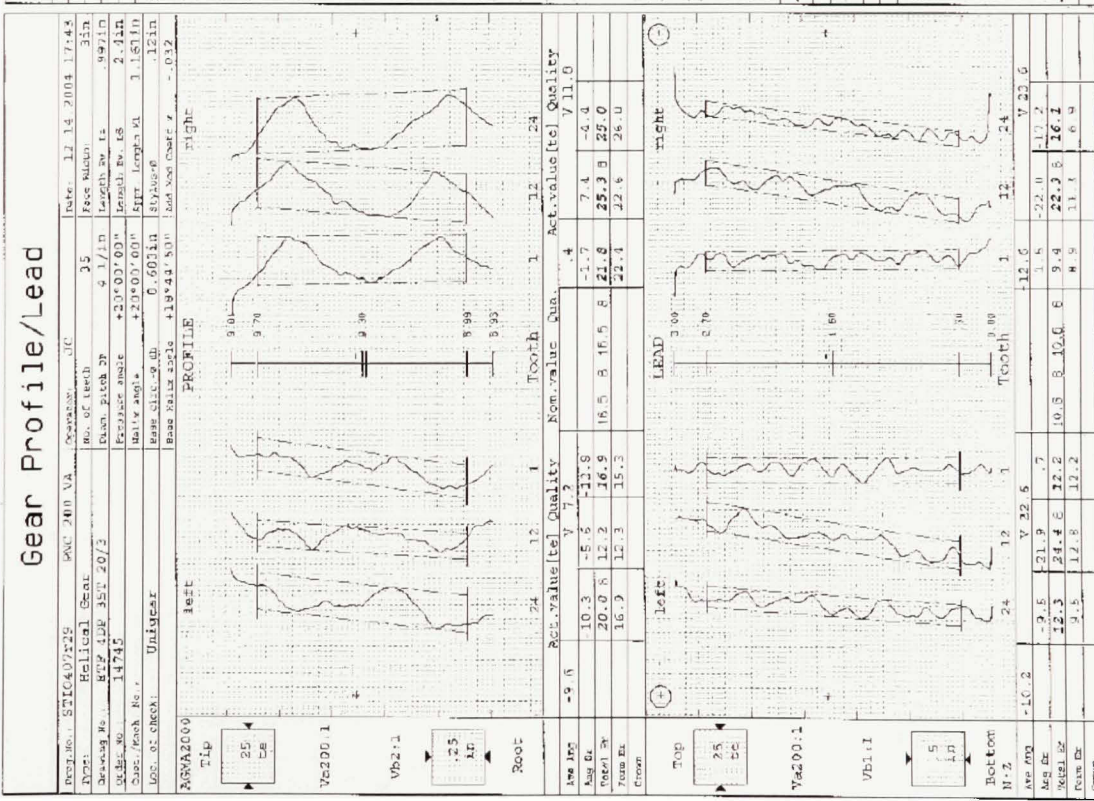
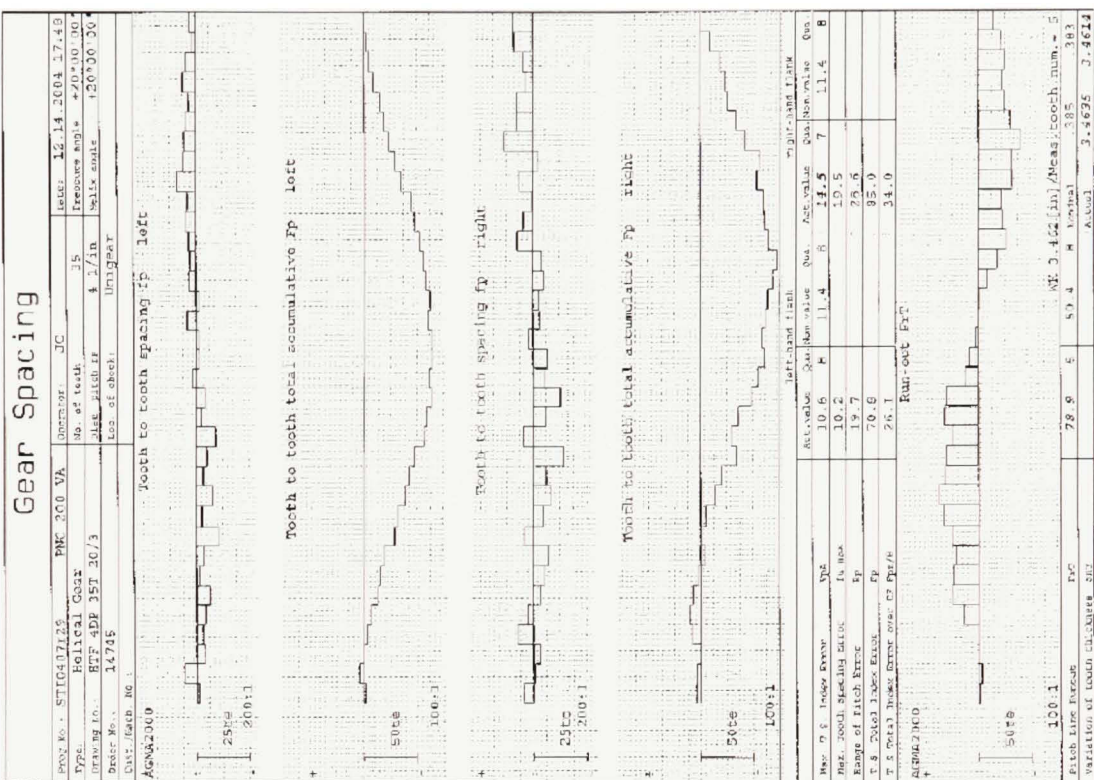


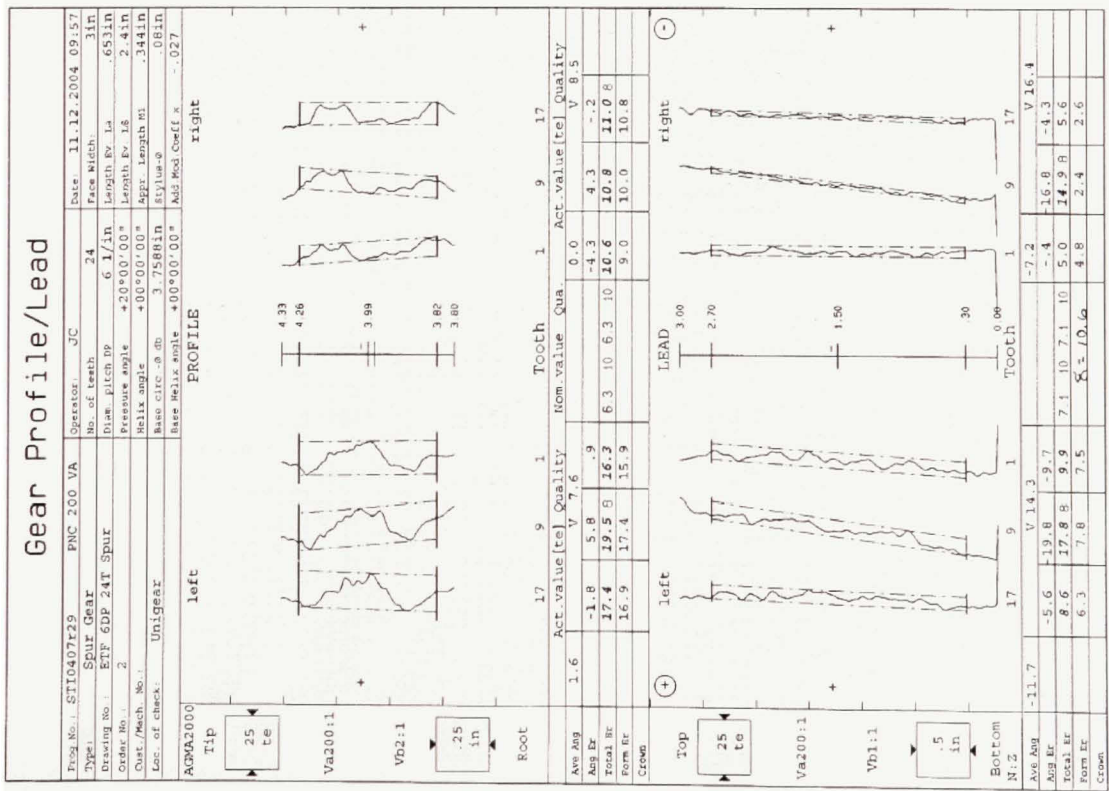
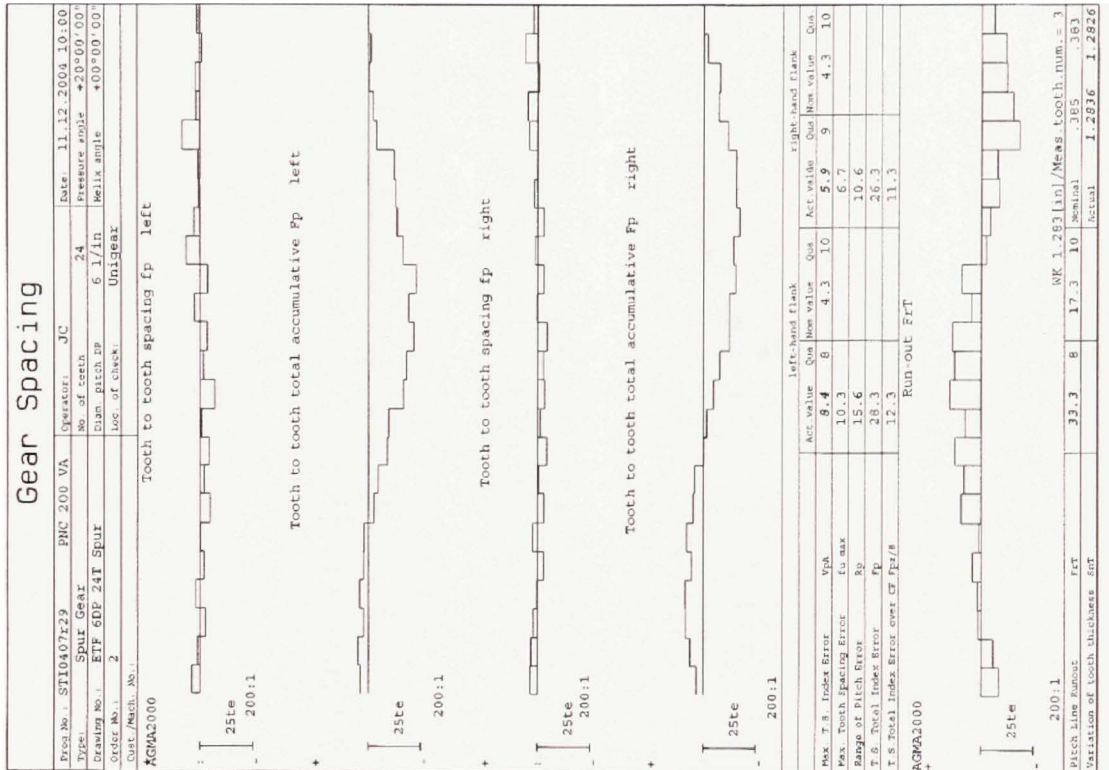
Gear Spacing

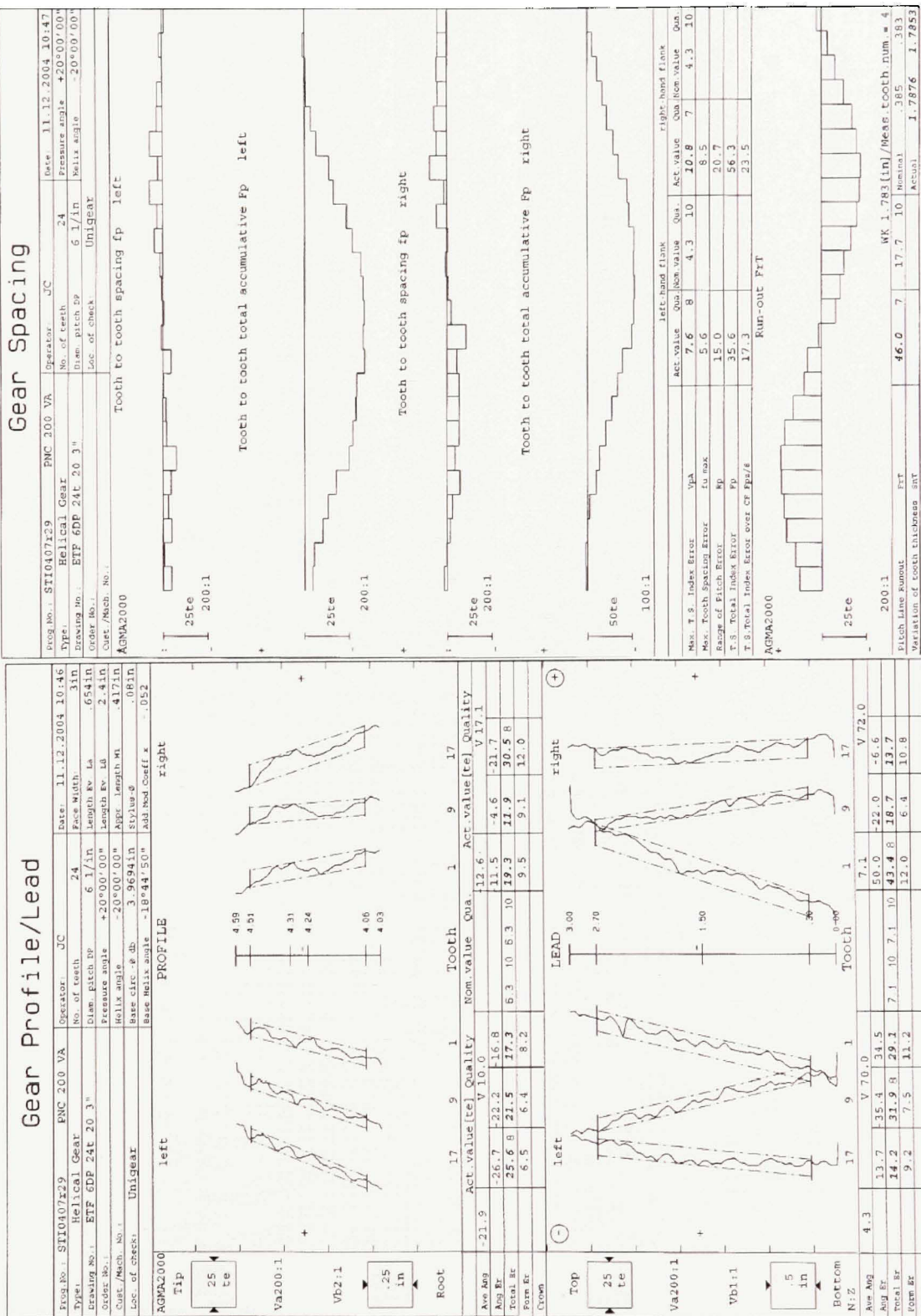




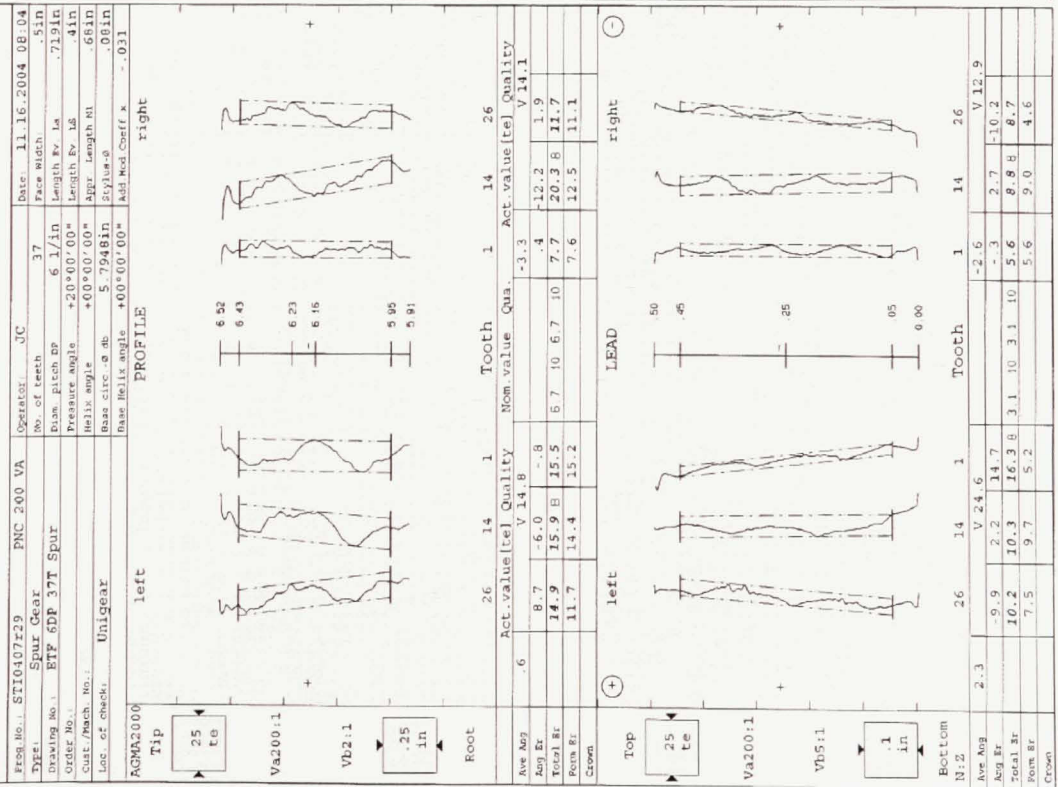




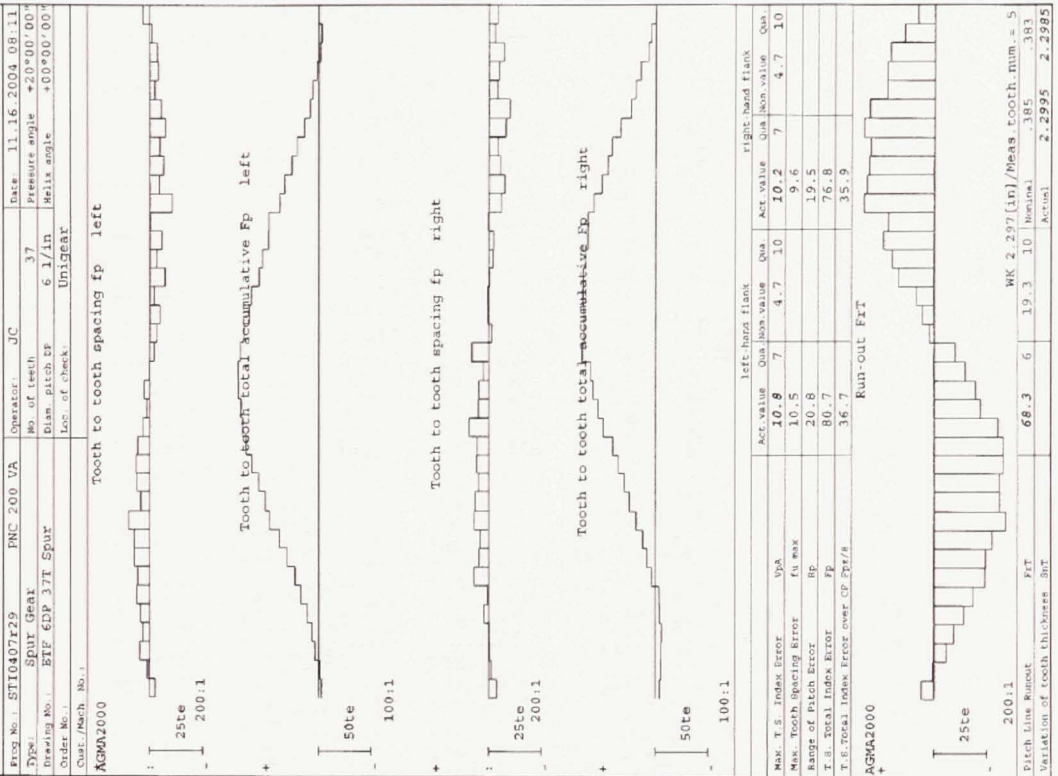




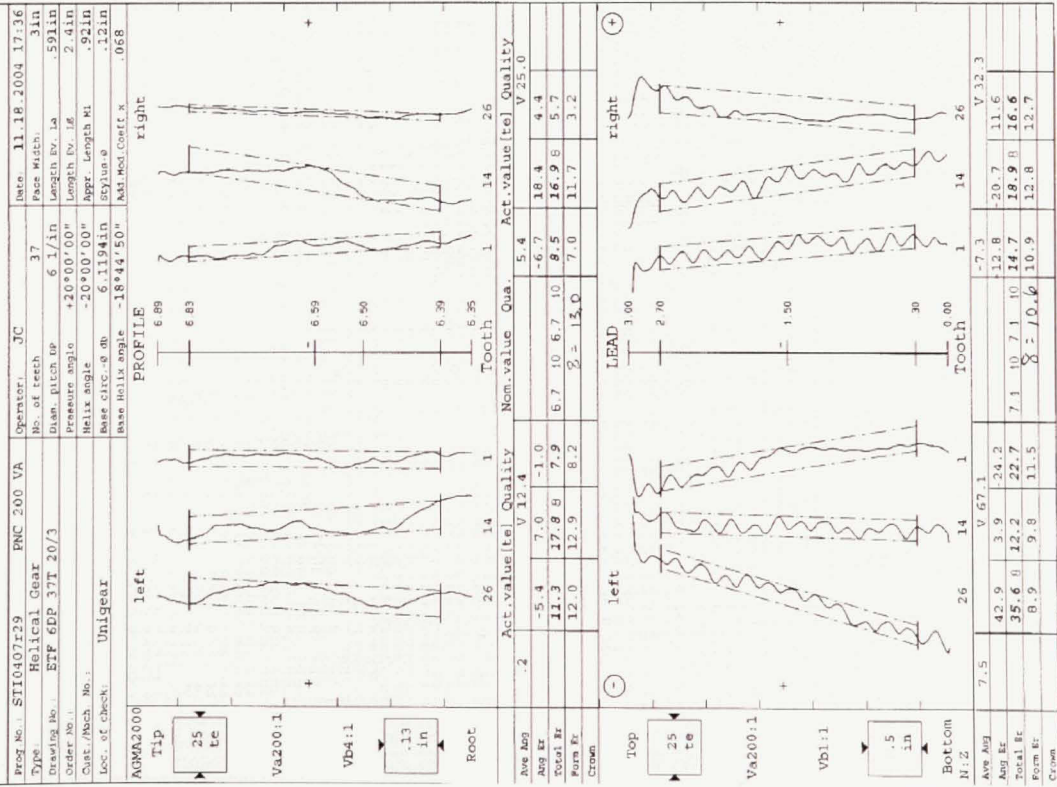
Gear Profile/Lead



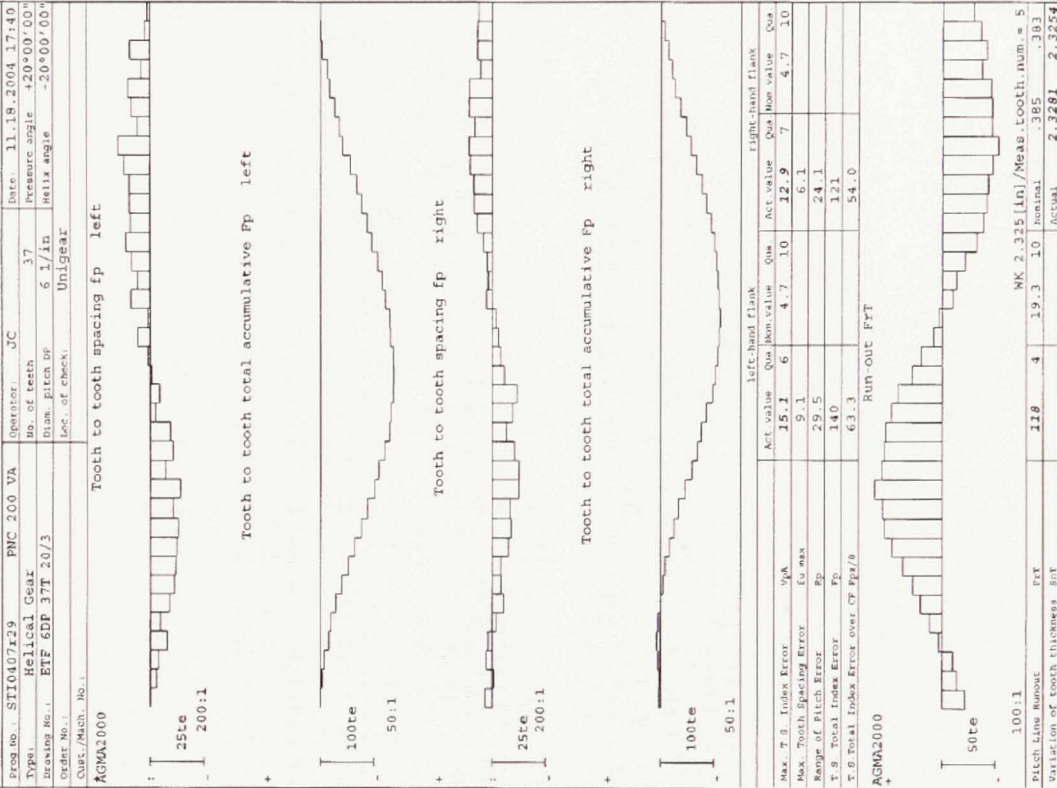
Gear Spacing



Gear Profile/Lead



Gear Spacing



Gear Spacing

Proj. No.	ST10407129	PNC 200 VA	Operator	JC	Date	11.23.2004 11:20																																																													
Type	Spur Gear		No. of teeth	34	Pressure angle	+20°00'00"																																																													
Drawing No.	ETP 4DP 34T 20		Cham pitch Ep	4.1/in	Helix angle	-20°00'00"																																																													
Order No.			Loc. of check	Unigear																																																															
Cust./Mach. No.1																																																																			
AGMA2000																																																																			
Tooth to tooth spacing fp left																																																																			
Tooth to tooth total accumulative fp left																																																																			
Tooth to tooth spacing fp right																																																																			
Tooth to tooth total accumulative fp right																																																																			
<table><tr><th colspan="4">left-hand flank</th><th colspan="4">right-hand flank</th></tr><tr><th>Max. T.S. Index Error</th><th>VpA</th><th>Act. value</th><th>Qual. from value</th><th>Qual. from value</th><th>Act. value</th><th>Qual. from value</th><th>Qual. from value</th></tr><tr><td>Max. Tooth Spacing Error</td><td>Ep</td><td>16.2</td><td>7</td><td>5.5</td><td>10</td><td>14.7</td><td>7</td><td>5.5</td></tr><tr><td>Max. Total Index Error</td><td>Ep</td><td>12.9</td><td></td><td></td><td></td><td>16.5</td><td></td><td></td></tr><tr><td>Range of Pitch Error</td><td>Ep</td><td>29.1</td><td></td><td></td><td></td><td>29.3</td><td></td><td></td></tr><tr><td>T.S. Total Index Error</td><td>Ep</td><td>108</td><td></td><td></td><td></td><td>110</td><td></td><td></td></tr><tr><td>T.S. Total Index Error over CP Pp/s</td><td></td><td>42.2</td><td></td><td></td><td></td><td>41.9</td><td></td><td></td></tr></table>							left-hand flank				right-hand flank				Max. T.S. Index Error	VpA	Act. value	Qual. from value	Qual. from value	Act. value	Qual. from value	Qual. from value	Max. Tooth Spacing Error	Ep	16.2	7	5.5	10	14.7	7	5.5	Max. Total Index Error	Ep	12.9				16.5			Range of Pitch Error	Ep	29.1				29.3			T.S. Total Index Error	Ep	108				110			T.S. Total Index Error over CP Pp/s		42.2				41.9		
left-hand flank				right-hand flank																																																															
Max. T.S. Index Error	VpA	Act. value	Qual. from value	Qual. from value	Act. value	Qual. from value	Qual. from value																																																												
Max. Tooth Spacing Error	Ep	16.2	7	5.5	10	14.7	7	5.5																																																											
Max. Total Index Error	Ep	12.9				16.5																																																													
Range of Pitch Error	Ep	29.1				29.3																																																													
T.S. Total Index Error	Ep	108				110																																																													
T.S. Total Index Error over CP Pp/s		42.2				41.9																																																													
Run-out P-T																																																																			
AGMA2000																																																																			
<table><tr><th colspan="2">left-hand flank</th><th colspan="2">right-hand flank</th></tr><tr><th>Max. T.S. Index Error</th><th>VpA</th><th>Max. T.S. Index Error</th><th>VpA</th></tr><tr><td>Max. Tooth Spacing Error</td><td>Ep</td><td>Max. Tooth Spacing Error</td><td>Ep</td></tr><tr><td>Max. Total Index Error</td><td>Ep</td><td>Max. Total Index Error</td><td>Ep</td></tr><tr><td>Range of Pitch Error</td><td>Ep</td><td>Range of Pitch Error</td><td>Ep</td></tr><tr><td>T.S. Total Index Error</td><td>Ep</td><td>T.S. Total Index Error</td><td>Ep</td></tr><tr><td>T.S. Total Index Error over CP Pp/s</td><td></td><td>T.S. Total Index Error over CP Pp/s</td><td></td></tr></table>							left-hand flank		right-hand flank		Max. T.S. Index Error	VpA	Max. T.S. Index Error	VpA	Max. Tooth Spacing Error	Ep	Max. Tooth Spacing Error	Ep	Max. Total Index Error	Ep	Max. Total Index Error	Ep	Range of Pitch Error	Ep	Range of Pitch Error	Ep	T.S. Total Index Error	Ep	T.S. Total Index Error	Ep	T.S. Total Index Error over CP Pp/s		T.S. Total Index Error over CP Pp/s																																		
left-hand flank		right-hand flank																																																																	
Max. T.S. Index Error	VpA	Max. T.S. Index Error	VpA																																																																
Max. Tooth Spacing Error	Ep	Max. Tooth Spacing Error	Ep																																																																
Max. Total Index Error	Ep	Max. Total Index Error	Ep																																																																
Range of Pitch Error	Ep	Range of Pitch Error	Ep																																																																
T.S. Total Index Error	Ep	T.S. Total Index Error	Ep																																																																
T.S. Total Index Error over CP Pp/s		T.S. Total Index Error over CP Pp/s																																																																	
200:1																																																																			
Pitch Line Amount																																																																			
Variation of tooth thickness																																																																			
Fr																																																																			
60.2																																																																			
7																																																																			
25.6																																																																			
10																																																																			
Normal																																																																			
.385																																																																			
Actual																																																																			
.4601																																																																			
3.455																																																																			
ME 3.456[in]/Meas.tooth.num.= 5																																																																			

ANNEXE 3

Calculs pour obtenir le grade de qualité des roues d'engrenage

Extrapolation de la tolérance sur le profil des roues d'engrenage

Tableau XXIX

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d 4 \psi 0^\circ N 24$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	85.6	67.7	52.7	40.2	30.1	22.1
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	116.7	83.4	59.6	42.5	30.4	21.7

Tableau XXX

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d 4 \psi 0^\circ N 25$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	76.1	60.9	48.8	37.2	28.4	21.2
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	117.5	83.9	59.9	42.8	30.6	21.8

Tableau XXXI

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi0^\circ N34$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	80.4	64.3	50.7	39.3	29.9	22.3
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	123.2	88.0	62.8	44.9	32.1	22.9

Tableau XXXII

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi0^\circ N35$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	80.1	64.1	50.5	39.2	29.8	22.3
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	123.7	88.4	63.1	45.1	32.2	23.0

Tableau XXXIII

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi20^\circ N24$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	77	61.6	48.6	37.6	28.6	21.4
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	117.8	84.2	60.1	42.9	30.7	21.9

Tableau XXXIV

Q_V de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi20^\circ N25$

Grade de qualité (Q_V)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	77	61.6	48.6	37.6	28.6	21.4
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	118.6	84.7	60.5	43.2	30.9	22.0

Tableau XXXV

Q_V de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi20^\circ N34$

Grade de qualité (Q_V)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	81	64.8	51.5	39.6	30.1	22.5
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	124.3	88.8	63.4	45.3	32.4	23.1

Tableau XXXVI

Q_V de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d4\psi20^\circ N35$

Grade de qualité (Q_V)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	81.4	65.1	51.3	39.8	30.3	22.6
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	124.9	89.2	63.7	45.5	32.5	23.2

Tableau XXXVII

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi0^\circ N24$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	60.3	48.8	37.9	29.4	22.3	16.6
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	91.9	65.7	46.9	33.5	23.9	17.1

Tableau XXXVIII

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi0^\circ N25$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	59.0	47.3	37.4	29.1	22.2	16.7
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	92.5	66.1	47.2	33.7	24.1	17.2

Tableau XXXIX

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi0^\circ N37$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	61.9	49.7	39.3	30.6	23.4	17.6
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	98.3	70.2	50.1	35.8	25.6	18.3

Tableau XL

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi0^\circ N38$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	62.8	50.4	39.9	31.0	23.7	17.8
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	98.7	70.5	50.3	36.0	25.7	18.3

Tableau XLI

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi20^\circ N24$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	59.0	47.3	37.4	29.1	22.2	16.7
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	92.8	66.3	47.4	33.8	24.2	17.3

Tableau XLII

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi20^\circ N25$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	59.9	48.1	38.0	29.5	22.5	16.9
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	93.4	66.7	47.6	34.0	24.3	17.4

Tableau XLIII

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi20^\circ N37$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	64.6	51.7	40.8	31.6	24.1	18.0
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	99.2	70.9	50.6	36.2	25.8	18.4

Tableau XLIV

Q_v de la tolérance sur le profil pour un engrenage $P_d6\psi20^\circ N38$

Grade de qualité (Q_v)	2	3	4	5	6	7
Tolérance du profil (0.0001 po) équation (3.3)	65.7	52.5	41.3	31.9	24.2	18.0
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.2)	99.6	71.2	50.8	36.3	25.9	18.5

Extrapolation de la tolérance sur l'angle d'inclinaison des roues d'engrenage

Tableau XLV

Q_V de la tolérance sur l'angle d'inclinaison ($F = 0.5$ po)

Grade de qualité (Q_V)	2	3	4	5	6	7
Tolérance de l'angle d'inclinaison (0.0001 po) équation (3.6)	14.06	11.99	10.17	8.56	7.16	5.94
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.4 et 3.5)	14.10	12.04	10.21	8.60	7.19	5.96

Tableau XLVI

Q_V de la tolérance sur l'angle d'inclinaison ($F = 3.0$ po)

Grade de qualité (Q_V)	2	3	4	5	6	7
Tolérance de l'angle d'inclinaison (0.0001 po) équation (3.6)	31.08	26.55	22.52	18.97	15.85	13.14
Tolérance normalisée (0.0001 po) équation (3.4 et 3.5)	31.10	26.56	22.53	18.97	15.85	13.14

Grade de qualité des roues d'engrenage

Tableau XLVII

 Q_v des roues d'engrenage ($F = 0.5$ po)

Engrenage	$Q_v V_\phi$	$Q_v V_{\psi I}$	$Q_v \pm V_{PA}$	$Q_v V_{rI}$	$Q_v \text{ roue}$
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 24$	<u>8</u>	<u>8</u>	9	<u>8</u>	8
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 25$	6	7	6	<u>4</u>	4
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 34$	6	<u>1</u>	8	7	1
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 35$	<u>7</u>	8	9	8	7
$P_d \psi 20^\circ F 1/2 N 24$	6	<u>3</u>	8	10	3
$P_d \psi 20^\circ F 1/2 N 25$	5	<u>0</u>	6	8	0
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 34$	6	<u>1</u>	7	7	1
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 35$	6	<u>2</u>	8	8	2
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 24$	5	<u>4</u>	8	8	4
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 25$	6	<u>5</u>	9	8	5
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 37$	6	<u>1</u>	7	6	1
$P_d \psi 0^\circ F 1/2 N 38$	7	<u>5</u>	8	7	5
$P_d \psi 20^\circ F 1/2 N 24$	7	<u>3</u>	9	10	3
$P_d \psi 20^\circ F 1/2 N 25$	6	<u>4</u>	8	8	4
$P_d \psi 20^\circ F 1/2 N 37$	7	<u>1</u>	8	9	1
$P_d \psi 20^\circ F 1/2 N 38$	7	<u>4</u>	9	8	4

Tableau XLVIII

 Q_v des roues d'engrenage ($F = 3.0$ po)

Engrenage	$Q_v V_\phi$	$Q_v V_{\psi T}$	$Q_v \pm V_{PA}$	$Q_v V_{iT}$	$Q_v roue$
$P_H \psi 0^\circ F3N24$	<u>6</u>	<u>6</u>	8	8	6
$P_H \psi 0^\circ F3N25$	<u>6</u>	7	8	8	6
$P_H \psi 0^\circ F3N34$	<u>5</u>	6	6	6	5
$P_H \psi 0^\circ F3N35$	7	<u>4</u>	8	6	4
$P_H \psi 20^\circ F3N24$	<u>5</u>	6	7	10	5
$P_H \psi 20^\circ F3N25$	5	<u>0</u>	7	7	0
$P_H \psi 0^\circ F3N34$	<u>5</u>	<u>5</u>	9	10	5
$P_H \psi 0^\circ F3N35$	6	<u>3</u>	7	6	3
$P_J \psi 0^\circ F3N24$	6	<u>5</u>	8	8	5
$P_J \psi 0^\circ F3N25$	6	<u>0</u>	6	5	0
$P_J \psi 0^\circ F3N37$	6	<u>0</u>	8	7	0
$P_J \psi 0^\circ F3N38$	6	<u>1</u>	7	5	1
$P_J \psi 20^\circ F3N24$	4	<u>0</u>	7	7	0
$P_J \psi 20^\circ F3N25$	6	<u>0</u>	9	8	0
$P_J \psi 20^\circ F3N37$	7	<u>1</u>	6	4	1
$P_J \psi 20^\circ F3N38$	<u>6</u>	<u>6</u>	8	<u>6</u>	6

ANNEXE 4

Photographies numériques des essais expérimentaux statiques

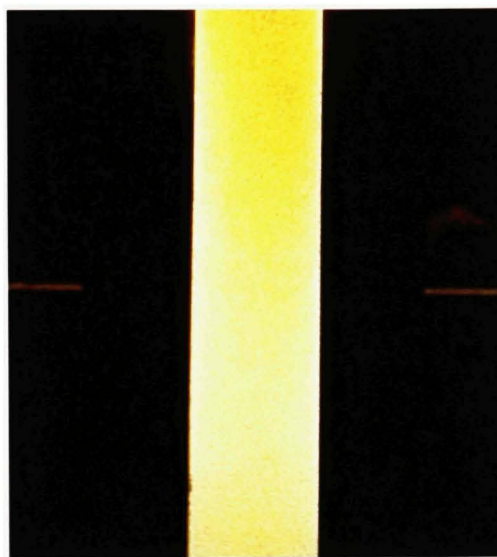


Figure 80 Essai 1 à 2.54 mm de déflexion

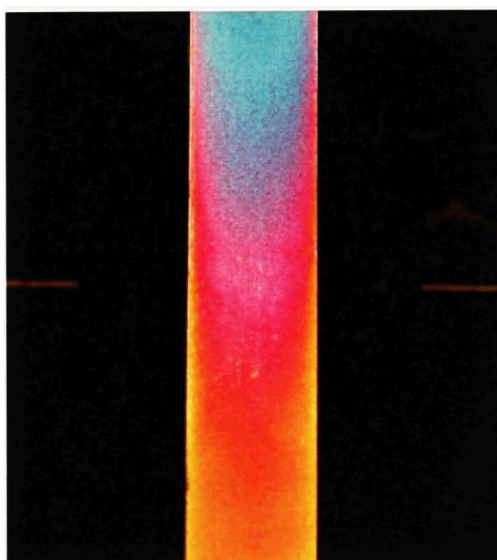


Figure 81 Essai 1 à 3.81 mm de déflexion

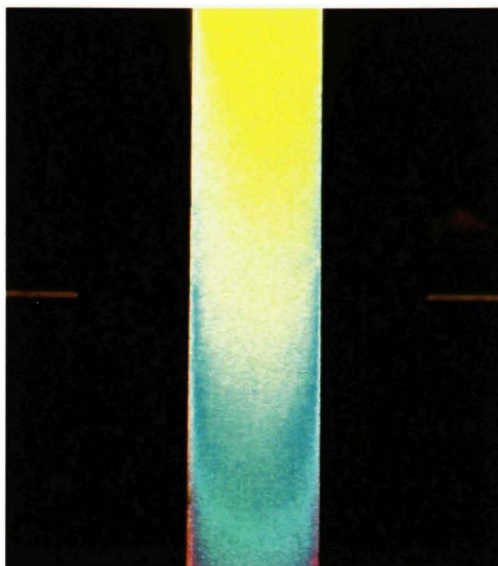


Figure 82 Essai 1 à 5.08 mm de déflexion

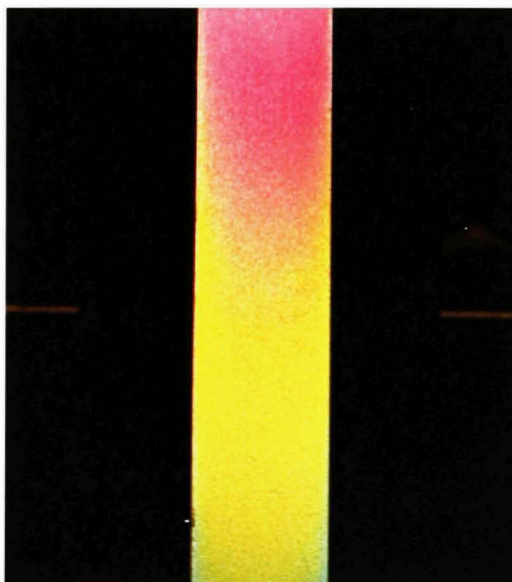


Figure 83 Essai 1 à 6.35 mm de déflexion

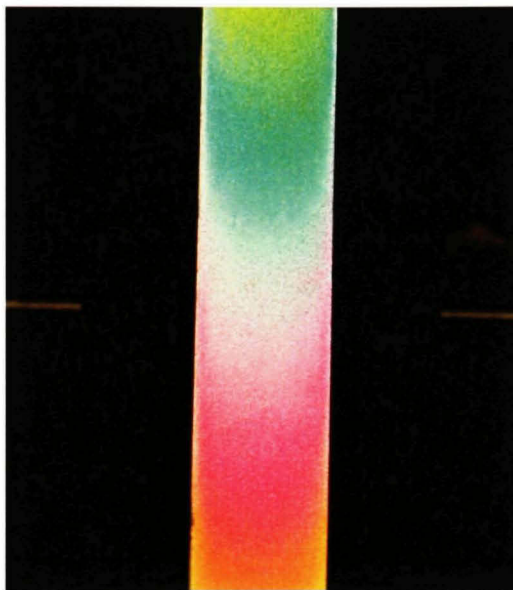


Figure 84 Essai 1 à 7.62 mm de déflexion

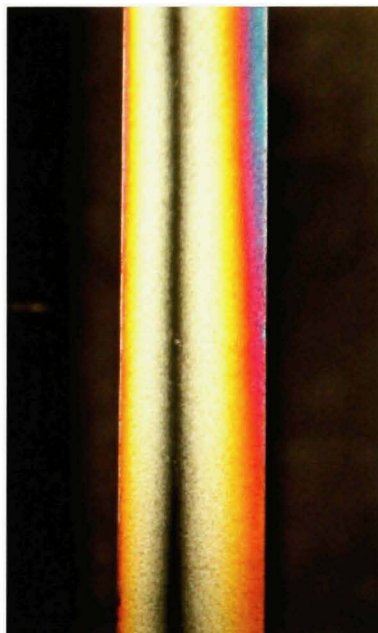


Figure 85 Essai 2 à 2.54 mm de déflexion

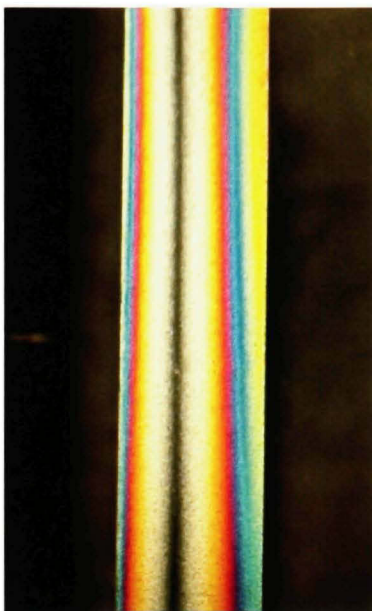


Figure 86 Essai 2 à 3.81 mm de déflexion

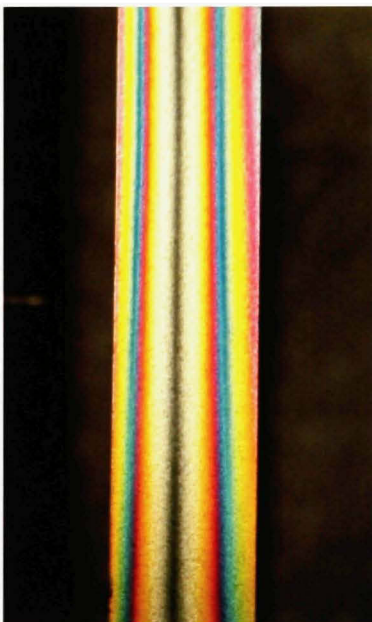


Figure 87 Essai 2 à 5.08 mm de déflexion

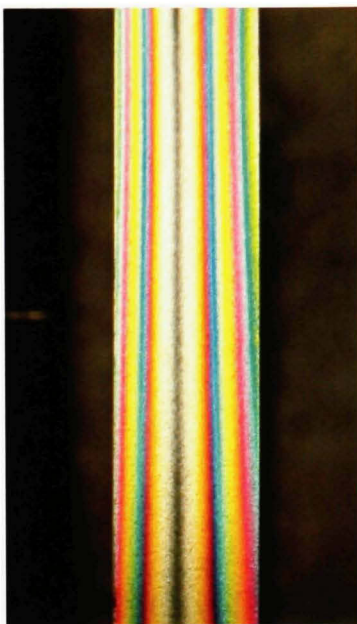


Figure 88 Essai 2 à 6.35 mm de déflexion

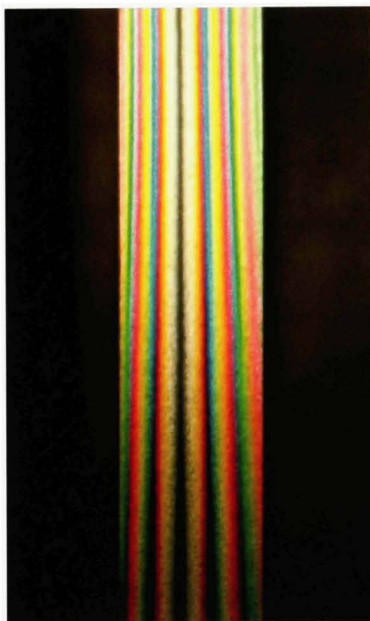


Figure 89 Essai 2 à 7.62 mm de déflexion

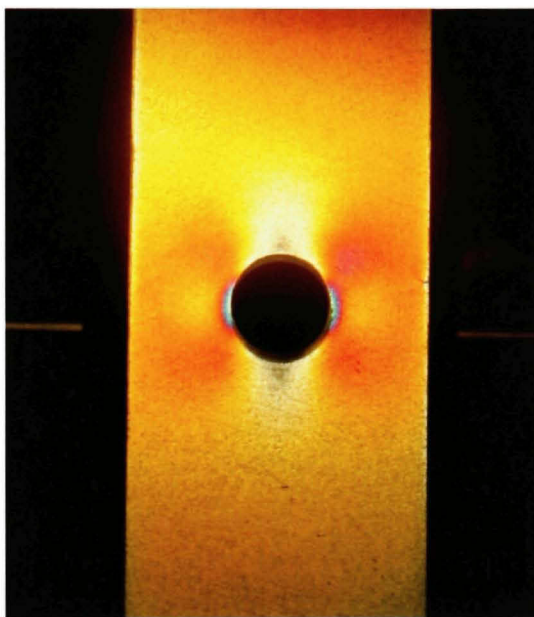


Figure 90 Essai 3 à 2.54 mm de déflexion

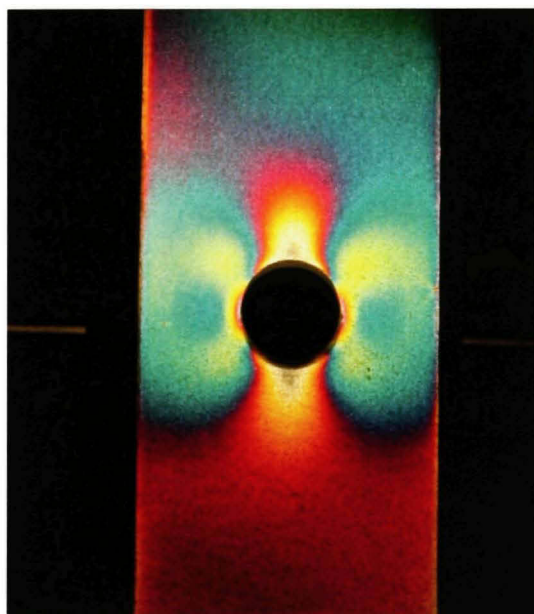


Figure 91 Essai 3 à 3.81 mm de déflexion

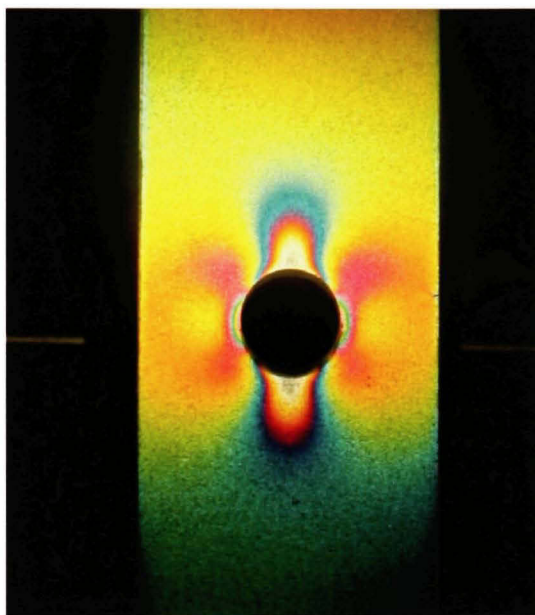


Figure 92 Essai 3 à 5.08 mm de déflexion

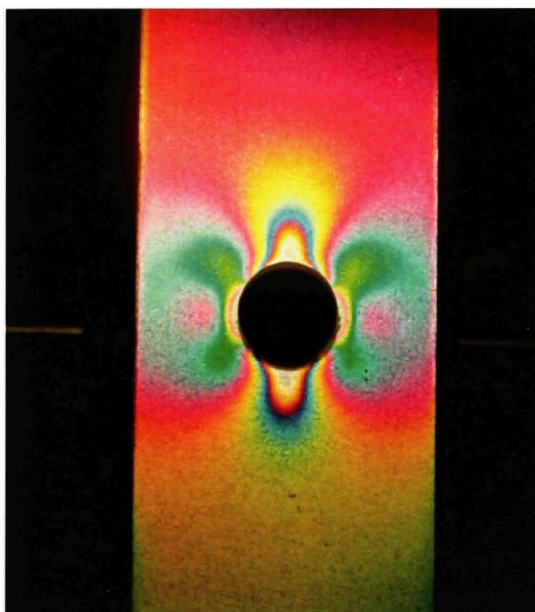


Figure 93 Essai 3 à 6.35 mm de déflexion

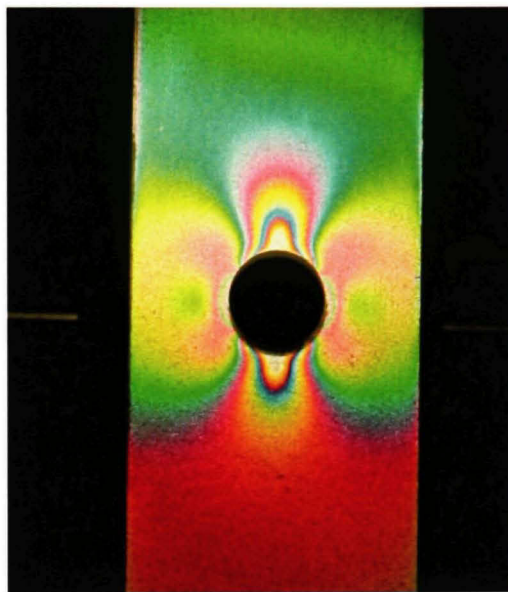


Figure 94 Essai 3 à 7.62 mm de déflexion

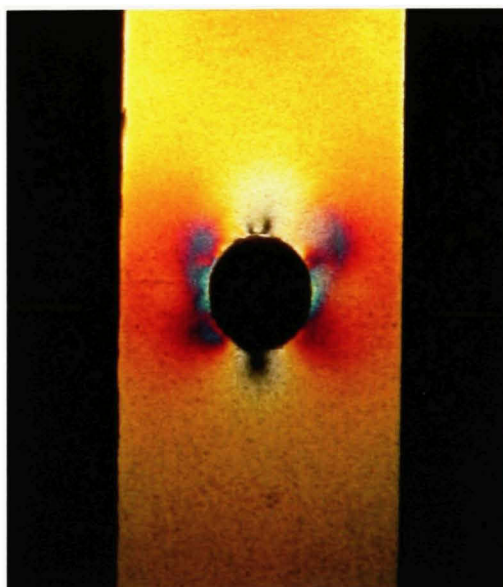


Figure 95 Essai 4 à 2.54 mm de déflexion

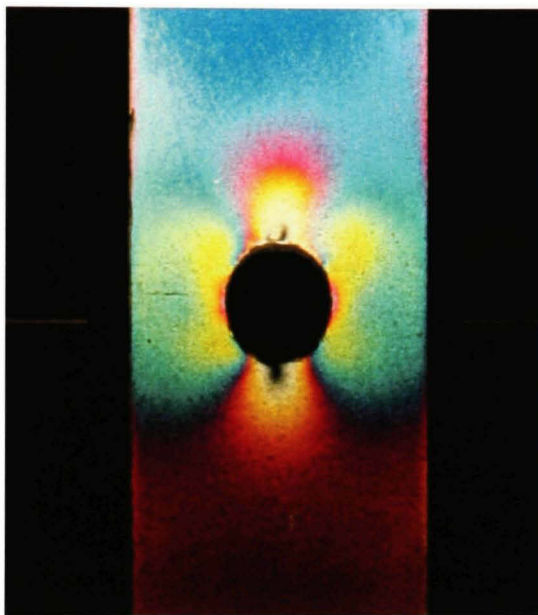


Figure 96 Essai 4 à 3.81 mm de déflexion

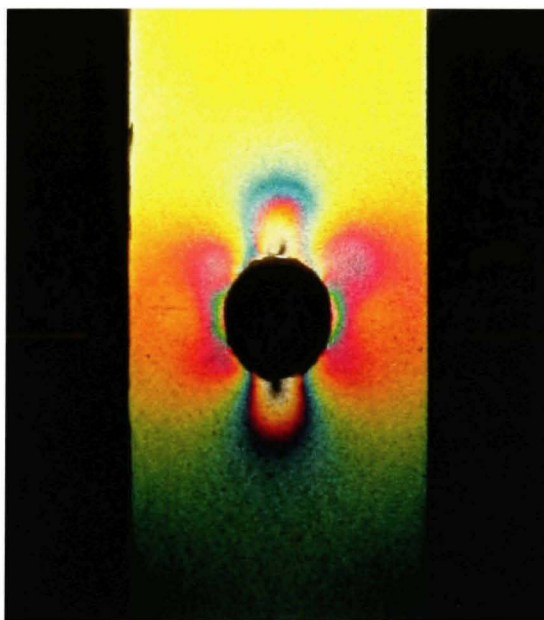


Figure 97 Essai 4 à 5.08 mm de déflexion

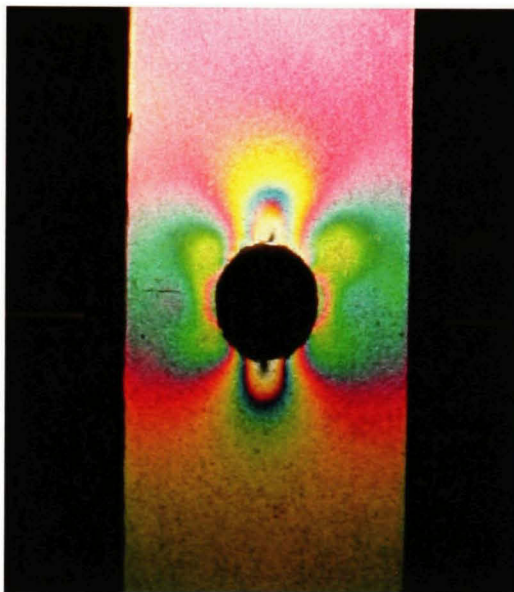


Figure 98 Essai 4 à 6.35 mm de déflexion

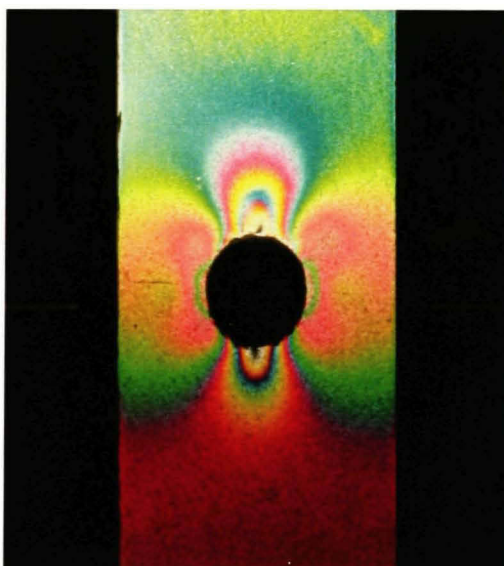


Figure 99 Essai 4 à 7.62 mm de déflexion

ANNEXE 5

Contraintes de flexion théoriques selon l'AGMA

Tableau XLIX

Contraintes de flexion théoriques selon l'AGMA

Paire d'engrenage étudié	$W'(N)$	K_o	K_v^*	K_s	K_m	K_B	J	$\sigma_f (MPa)$
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 275 \omega 500$	1732,28	1	1,560	1,036	1,229	1	0,341	125,176
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 275 \omega 1000$	1732,28	1	1,793	1,036	1,229	1	0,341	143,799
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 500$	1889,76	1	1,560	1,036	1,229	1	0,341	136,556
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 1000$	1889,76	1	1,793	1,036	1,229	1	0,341	156,872
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 275 \omega 500$	1237,35	1	1,353	1,039	1,229	1	0,385	68,855
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 275 \omega 1000$	1237,35	1	1,490	1,039	1,229	1	0,385	75,795
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 300 \omega 500$	1349,83	1	1,353	1,039	1,229	1	0,385	75,114
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 300 \omega 1000$	1349,83	1	1,490	1,039	1,229	1	0,385	82,685
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 275 \omega 500$	1627,81	1	1,241	1,036	1,229	1	0,497	60,291
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 275 \omega 1000$	1627,81	1	1,333	1,036	1,229	1	0,497	64,760
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 500$	1775,80	1	1,241	1,036	1,229	1	0,497	65,772
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 1000$	1775,80	1	1,333	1,036	1,229	1	0,497	70,647
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 275 \omega 500$	1162,72	1	1,455	1,039	1,229	1	0,590	42,677
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 275 \omega 1000$	1162,72	1	1,635	1,039	1,229	1	0,590	47,941
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 300 \omega 500$	1268,43	1	1,455	1,039	1,229	1	0,590	46,556
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 300 \omega 1000$	1268,43	1	1,635	1,039	1,229	1	0,590	52,300
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 275 \omega 500$	2598,43	1	1,193	1,014	1,229	1	0,341	210,723
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 275 \omega 1000$	2598,43	1	1,268	1,014	1,229	1	0,341	223,923
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 500$	2834,65	1	1,193	1,014	1,229	1	0,341	229,879
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 24 T 300 \omega 1000$	2834,65	1	1,268	1,014	1,229	1	0,341	244,280
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 275 \omega 500$	1709,49	1	1,303	1,017	1,229	1	0,395	131,156
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 275 \omega 1000$	1709,49	1	1,421	1,017	1,229	1	0,395	143,032
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 300 \omega 500$	1864,90	1	1,303	1,017	1,229	1	0,395	143,079
$P_d \psi 0^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 300 \omega 1000$	1864,90	1	1,421	1,017	1,229	1	0,395	156,035
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 275 \omega 500$	1606,40	1	1,244	1,017	1,229	1	0,615	71,041
$P_d \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 37 T 275 \omega 1000$	1606,40	1	1,337	1,017	1,229	1	0,615	76,357

Tableau XLIX (suite)

Paire d'engrenage étudié	$W'(N)$	K_a	K_s	K_v	K_m	K_B	J	$\sigma_f (MPa)$
$P_d\psi 20^\circ F_{1/2}N37T300\omega 1000$	1752,43	1	1,337	1,017	1,229	1	0,615	83,298
$P_d\psi 20^\circ F_{1/2}N24T275\omega 500$	2441,72	1	1,199	1,014	1,229	1	0,499	127,765
$P_d\psi 20^\circ F_{1/2}N24T275\omega 1000$	2441,72	1	1,276	1,014	1,229	1	0,499	135,955
$P_d\psi 20^\circ F_{1/2}N24T300\omega 500$	2663,70	1	1,199	1,014	1,229	1	0,499	139,380
$P_d\psi 20^\circ F_{1/2}N24T300\omega 1000$	2663,70	1	1,276	1,014	1,229	1	0,499	148,315
$P_d\psi 0^\circ F3N24T275\omega 500$	1732,28	1	1,374	1,140	1,287	1	0,341	21,162
$P_d\psi 0^\circ F3N24T275\omega 1000$	1732,28	1	1,522	1,140	1,287	1	0,341	23,446
$P_d\psi 0^\circ F3N24T300\omega 500$	1889,76	1	1,374	1,140	1,287	1	0,341	23,086
$P_d\psi 0^\circ F3N24T300\omega 1000$	1889,76	1	1,522	1,140	1,287	1	0,341	25,578
$P_d\psi 0^\circ F3N34T275\omega 500$	1237,35	1	1,667	1,143	1,287	1	0,385	16,292
$P_d\psi 0^\circ F3N34T275\omega 1000$	1237,35	1	1,943	1,143	1,287	1	0,385	18,992
$P_d\psi 0^\circ F3N34T300\omega 500$	1349,83	1	1,667	1,143	1,287	1	0,385	17,773
$P_d\psi 0^\circ F3N34T300\omega 1000$	1349,83	1	1,943	1,143	1,287	1	0,385	20,719
$P_d\psi 20^\circ F3N24T275\omega 500$	1627,81	1	2,297	1,140	1,287	1	0,493	21,606
$P_d\psi 20^\circ F3N24T275\omega 1000$	1627,81	1	2,900	1,140	1,287	1	0,493	27,275
$P_d\psi 20^\circ F3N24T300\omega 500$	1775,80	1	2,297	1,140	1,287	1	0,493	23,570
$P_d\psi 20^\circ F3N24T300\omega 1000$	1775,80	1	2,900	1,140	1,287	1	0,493	29,755
$P_d\psi 20^\circ F3N34T275\omega 500$	1162,72	1	2,264	1,143	1,287	1	0,593	12,689
$P_d\psi 20^\circ F3N34T275\omega 1000$	1162,72	1	2,837	1,143	1,287	1	0,593	15,903
$P_d\psi 20^\circ F3N34T300\omega 500$	1268,43	1	2,264	1,143	1,287	1	0,593	13,843
$P_d\psi 20^\circ F3N34T300\omega 1000$	1268,43	1	2,837	1,143	1,287	1	0,593	17,349
$P_d\psi 0^\circ F3N24T275\Omega 500$	2598,43	1	1,376	1,116	1,312	1	0,341	47,591
$P_d\psi 0^\circ F3N24T275\Omega 1000$	2598,43	1	1,529	1,116	1,312	1	0,341	52,879
$P_d\psi 0^\circ F3N24T300\Omega 500$	2834,65	1	1,376	1,116	1,312	1	0,341	51,918
$P_d\psi 0^\circ F3N24T300\Omega 1000$	2834,65	1	1,529	1,116	1,312	1	0,341	57,686
$P_d\psi 0^\circ F3N37T275\Omega 500$	1709,49	1	2,273	1,119	1,287	1	0,395	43,927
$P_d\psi 0^\circ F3N37T275\Omega 1000$	1709,49	1	2,863	1,119	1,287	1	0,395	55,345
$P_d\psi 0^\circ F3N37T300\Omega 500$	1864,90	1	2,273	1,119	1,287	1	0,395	47,921
$P_d\psi 0^\circ F3N37T300\Omega 1000$	1864,90	1	2,863	1,119	1,287	1	0,395	60,377

Tableau XLIX (suite)

Paire d'engrenage étudié	$W(N)$	K_o	K_v	K_s	K_m	K_B	J	$\sigma_f (MPa)$
$P_{\phi} \psi 20^{\circ} F3N24T275 \omega 500$	2441,72	1	2,041	1,116	1,308	1	0,495	42,818
$P_{\phi} \psi 20^{\circ} F3N24T275 \omega 1000$	2441,72	1	2,518	1,116	1,308	1	0,495	52,829
$P_{\phi} \psi 20^{\circ} F3N24T300 \omega 500$	2663,70	1	2,041	1,116	1,308	1	0,495	46,711
$P_{\phi} \psi 20^{\circ} F3N24T300 \omega 1000$	2663,70	1	2,518	1,116	1,308	1	0,495	57,632
$P_{\phi} \psi 20^{\circ} F3N37T275 \omega 500$	1606,40	1	2,065	1,119	1,287	1	0,610	22,836
$P_{\phi} \psi 20^{\circ} F3N37T275 \omega 1000$	1606,40	1	2,544	1,119	1,287	1	0,610	28,133
$P_{\phi} \psi 20^{\circ} F3N37T300 \omega 500$	1752,43	1	2,065	1,119	1,287	1	0,610	24,912
$P_{\phi} \psi 20^{\circ} F3N37T300 \omega 1000$	1752,43	1	2,544	1,119	1,287	1	0,610	30,691

ANNEXE 6

Photographies numériques des essais expérimentaux

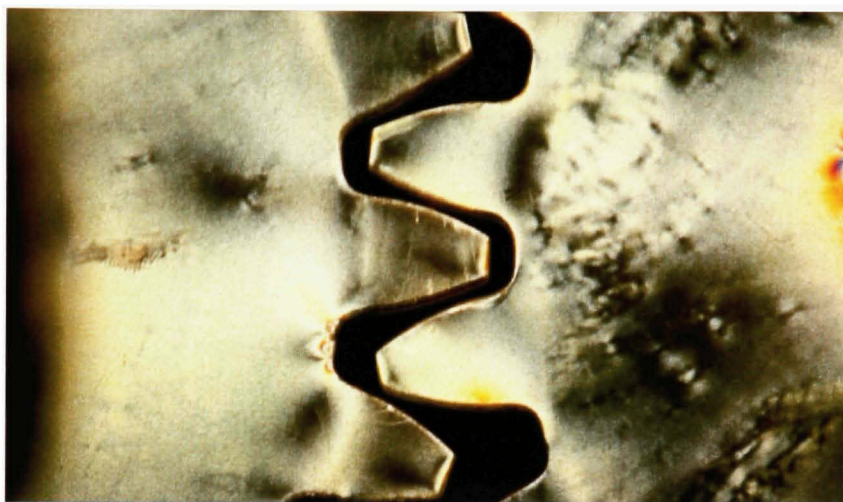


Figure 100 $P_4\psi 0^\circ F^{1/2}N24T275\omega 0$



Figure 101 $P_4\psi 0^\circ F^{1/2}N24T300\omega 0$

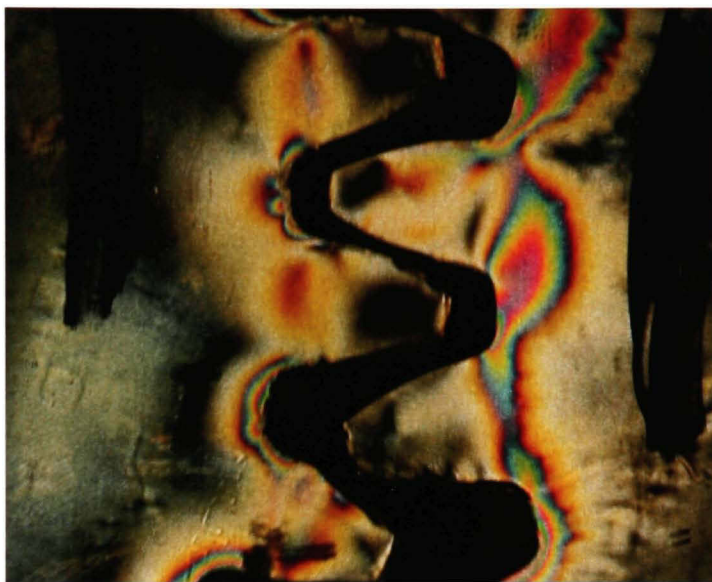


Figure 102 $P_d 4\psi 0^\circ F^{1/2} N24T275 \omega 500$

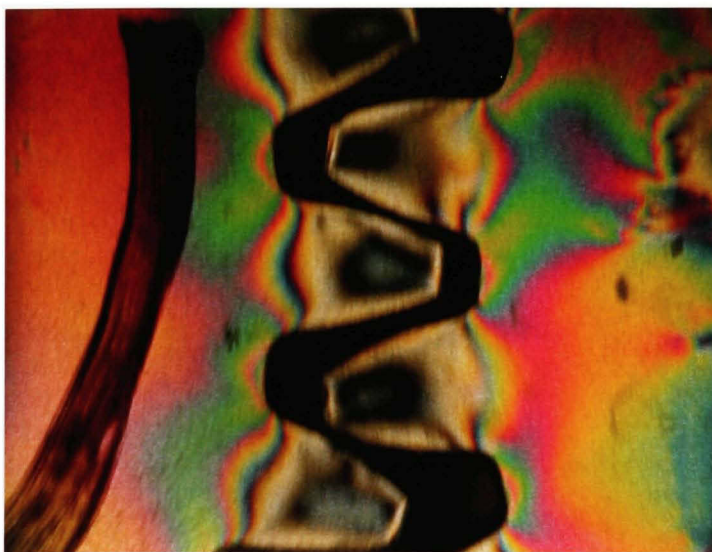


Figure 103 $P_d 4\psi 0^\circ F^{1/2} N24T275 \omega 1000$

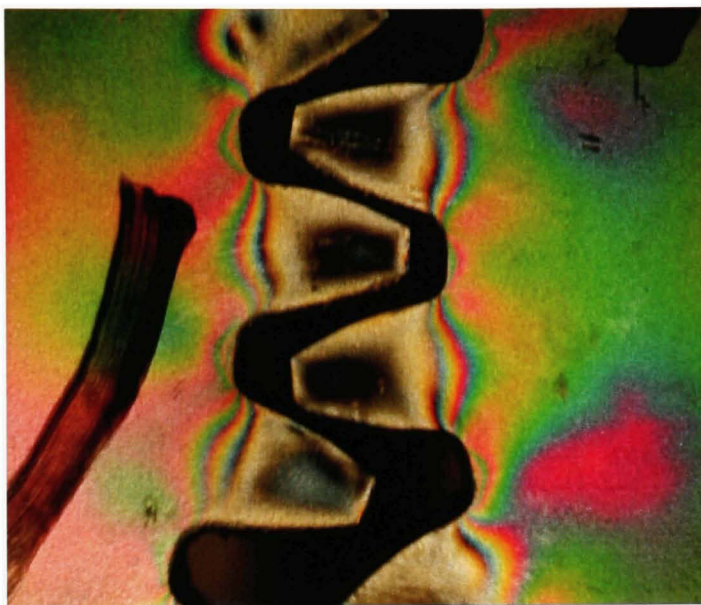


Figure 104 $P_d4\psi0^\circ F^{1/2}N24T300\omega500$

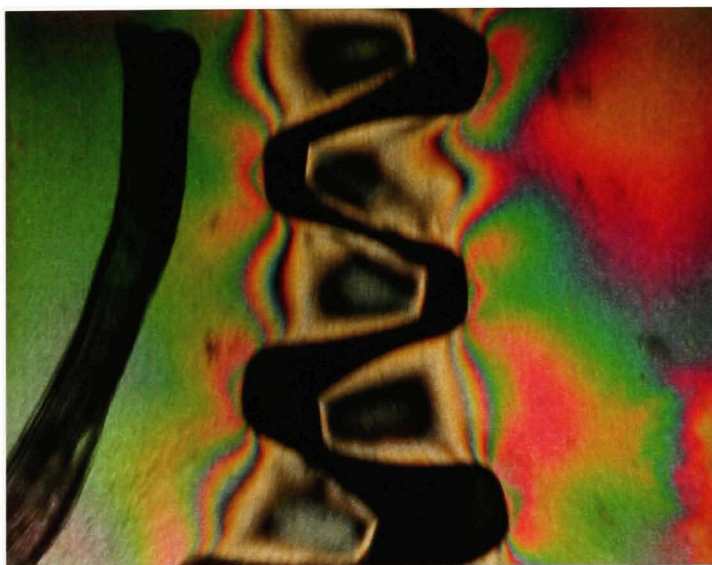


Figure 105 $P_d4\psi0^\circ F^{1/2}N24T300\omega1000$



Figure 106 $P_d4\psi0^\circ F^{1/2}N34T275\omega0$

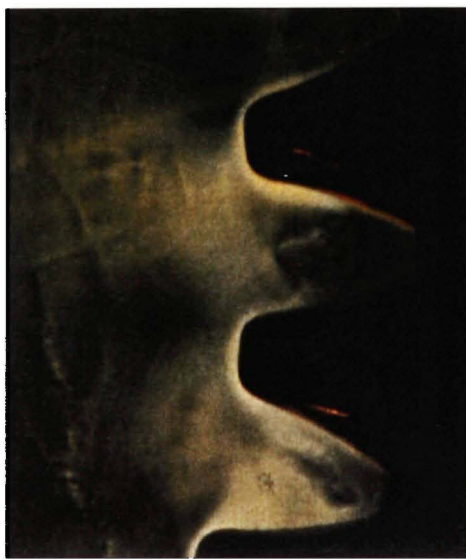


Figure 107 $P_d4\psi0^\circ F^{1/2}N34T300\omega0$



Figure 108 $P_d 4\psi 0^\circ F^{1/2} N 34 T 275 \omega 500$

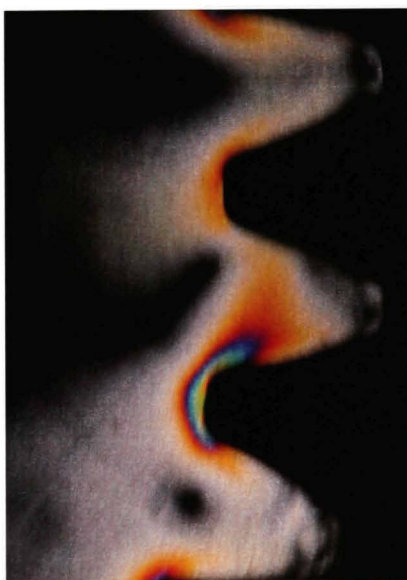


Figure 109 $P_d 4\psi 0^\circ F^{1/2} N 34 T 275 \omega 1000$

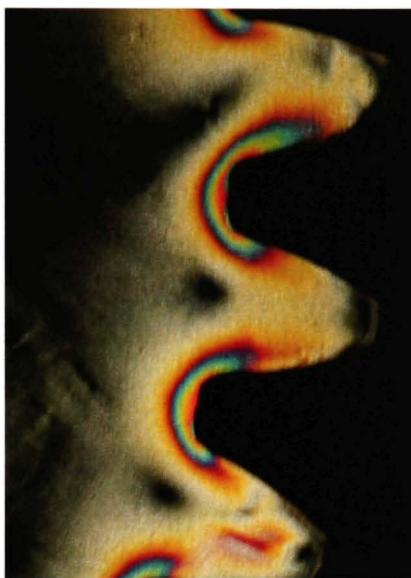


Figure 110 $P_d 4\psi 0^\circ F^{1/2} N 34 T 300 \omega 500$

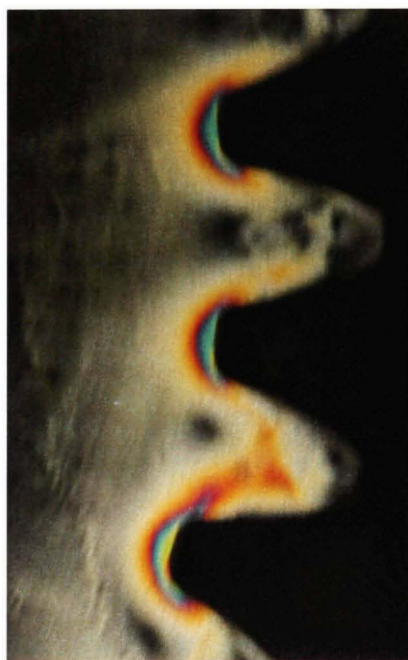


Figure 111 $P_d 4\psi 0^\circ F^{1/2} N 34 T 300 \omega 1000$



Figure 112 $P_d4\psi20^\circ F^{1/2}N24T275\omega0$

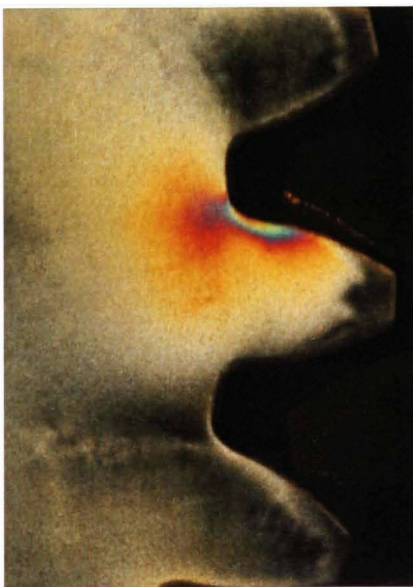


Figure 113 $P_d4\psi20^\circ F^{1/2}N24T300\omega0$

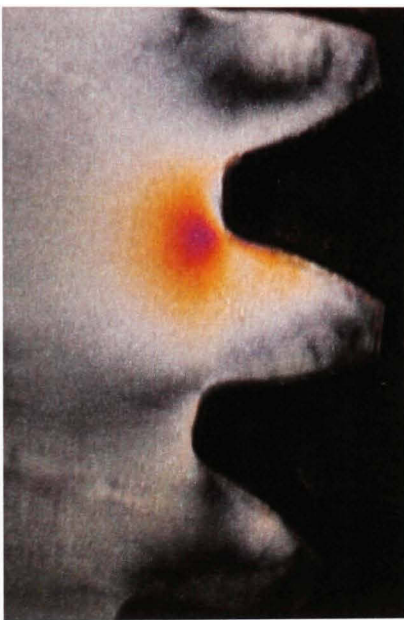


Figure 114 $P_d 4\psi 20^\circ F^{1/2} N24T275 \omega 500$

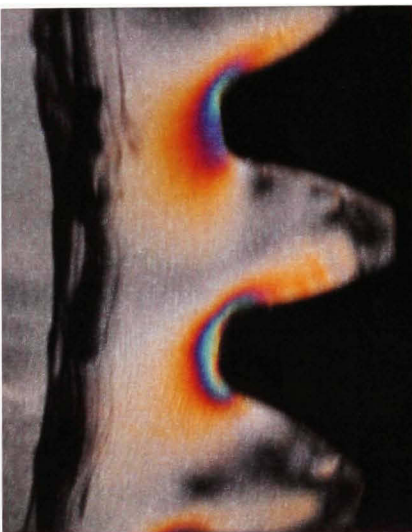


Figure 115 $P_d 4\psi 20^\circ F^{1/2} N24T275 \omega 1000$

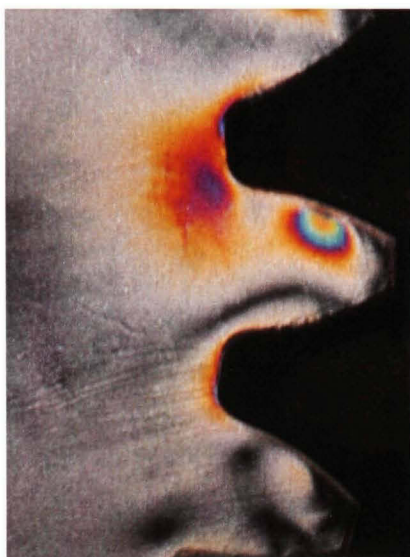


Figure 116 $P_d 4\psi 20^\circ F 1/2 N 24 T 300 \omega 500$

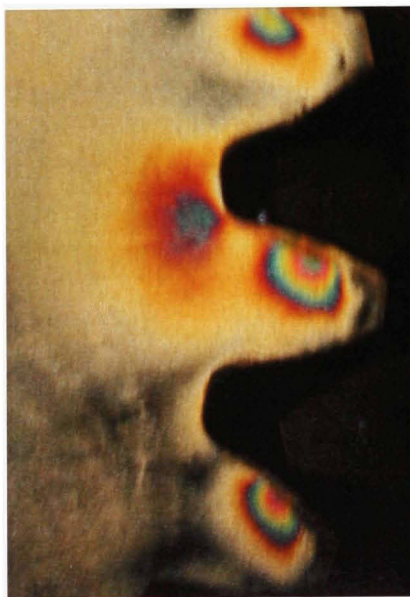


Figure 117 $P_d 4\psi 20^\circ F 1/2 N 24 T 300 \omega 1000$



Figure 118 $P_d4\psi20^\circ F\frac{1}{2}N34T275\omega0$



Figure 119 $P_d4\psi20^\circ F\frac{1}{2}N34T300\omega0$



Figure 120 $P_d A \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 275 \omega 500$

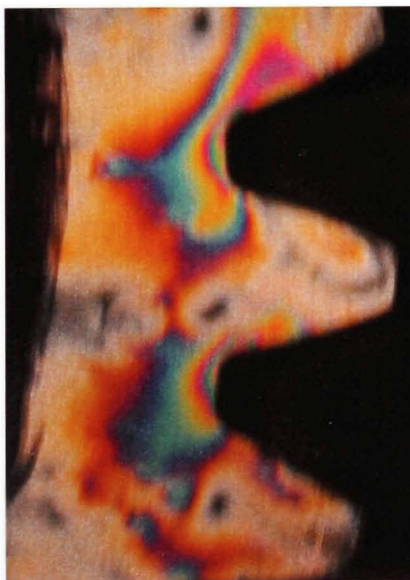


Figure 121 $P_d A \psi 20^\circ F \frac{1}{2} N 34 T 275 \omega 1000$



Figure 122 $P_d 4\psi 20^\circ F^{1/2} N 34 T 300 \omega 500$

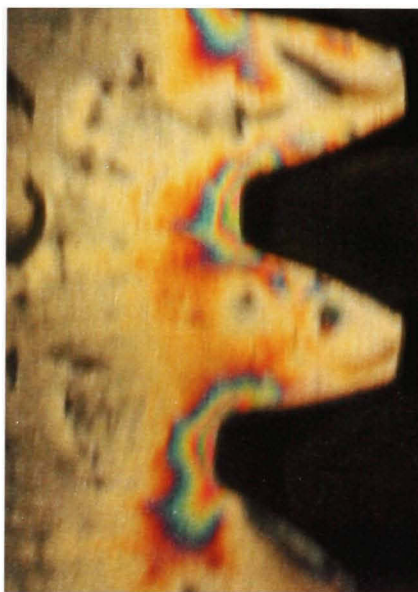


Figure 123 $P_d 4\psi 20^\circ F^{1/2} N 34 T 300 \omega 1000$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] T. J. Dolan et E. L. Broghamer. A photoelastic study of the stresses in gear tooth fillet. *University of Illinois Bull*, 1942, 335.
- [2] I. M. Allison et E. J. Hearn. A new look at the bending strength of gear teeth. *Exp. Mech.*, 1980, p 217-226.
- [3] Wang, Ming-Jong. A new photoelastic investigation of the dynamic bending stress of spur gears. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, v 125, n 2, June, 2003, p 365-372.
- [4] B. Rebbechi, B. D. Forrester, F. B. Oswald et D. P. Townsend. Comparison between theoretical prediction and experimental measurement of the dynamic behavior of spur gears. *American Society of Mechanical Engineers, Design Engineering Division (Publication) DE*, v 43 pt 2, *Advancing Power Transmission Into the 21st Century*, 1992, p 431-438.
- [5] F. B. Oswald, D. P. Townsend, B. Rebbechi et H. H. Lin. Dynamic forces in spur gears - measurement, prediction, and code validation. *American Society of Mechanical Engineers, Design Engineering Division (Publication) DE*, v 88, 1996, p 9-15.
- [6] B. Rebbechi, F. B. Oswald et D. P. Townsend. Measurement of gear tooth dynamic friction. *American Society of Mechanical Engineers, Design Engineering Division (Publication) DE*, v 88, 1996, p 355-363.
- [7] Y. Ogawa, S. Matsumura, H. Houjoh, T. Sato et K. Umezawa. Rotational vibration of a spur gear pair considering tooth helix deviation (Development of simulator and verification). *JSME International Journal. Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing*, v 43, n 2, Jun, 2000, p 423-431.
- [8] J.-H. Kuang et A.-D. Lin. Theoretical aspects of torque responses in spur gearing due to mesh stiffness variation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v 17, n 2, March, 2003, p 255-271.
- [9] S. C. Mohanty. Dynamic load and contact stress analysis of high contact ratio spur gears. *Journal of the Aeronautical Society of India*, v 53, n 1, 2001, p. 44-51.

- [10] F. Choy, G. Xu, V. Polyshchuk, J. J. Zakrajsek et D. P. Townsend. Effect of gear tooth imperfection on dynamics of gear transmission systems. *International Journal of Turbo and Jet Engines*, v 16, n 3, 1999, p. 161-176.
- [11] F. Choy, G. Xu et V. Polyshchuk. Dynamic Analysis and Experimental Correlation of a Gear Transmission System. *International Journal of Turbo and Jet Engines*, v 12, n 4, 1995, p. 269-282.
- [12] S. S. Rao et K. Y. Yoon. Minimization of transmission error in helical gears. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers -C- Journal of Mechanical Engineering Science*, v 215, n 4, 2001, p. 447-460.
- [13] J. D. Smith. Modeling the dynamics of misaligned helical gears with loss of contact. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, v 212, n 3, 1998, p 217-224.
- [14] P. K. Mahanta et L. Nayak. Non-Hertzian approach to predict pressure distribution in gear tooth contact problem. *Journal of Scientific and Industrial Research*, v 59 , n 5 , 2000, p 400-406.
- [15] Y. C. Chen et C. B. Tsay. Contact ratios and transmission errors of a helical gear set with involute-teeth pinion and modified-circular-arc-teeth gear. *JSME International Journal - Series C - Mechanical Systems Machine Elements and Manufacturing*, v 44, n 3, 2001, p 867-874.
- [16] J. Perret-Liaudet et J. Sabot. On some nonlinear dynamic behaviours of gears. *Mécanique Industrielle et Matériaux*, v 51, n 4, 1988, p. 170-172.
- [17] D. Dennin et F. Pfeiffer. Dynamic contact loads of spur and helical gears. *ZAMM - Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, v 76, n 5, pt. supplement, 1996, p. 117-118.
- [18] K. Lee. Analysis of the dynamic contact between rotating spur gears by finite element and multi-body dynamics techniques. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers -C- Jnl of Mechanical Engin Science*, v 215, n 4, 2001, p 423-436.
- [19] L. D. MacLennan. An analytical method to determine the influence of shape deviation on load distribution and mesh stiffness for spur gears. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers -C- Jnl of Mechanical Engin Science*, v 216, n 10, 2002, p 1005-1016.

- [20] I. Huseyin Filiz et O. Eyercioglu. Evaluation of gear tooth stresses by finite element method. *Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME*, v 117, n 2, May, 1995, p 232-239.
- [21] M. H. Arafa et M. M. Megahed. Evaluation of spur gear mesh compliance using the finite element method. *Institution of Mechanical Engineers -C- Jnl of Mechanical Engin Science*, v 213, n 6, 1999, p 569-580.
- [22] R. G. Parker, S. M. Vijayakar et T. Imajo. Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons. *Journal of Sound and Vibration*, v 237, n 3, 2000, p. 435-456.
- [23] S. H. Choi, J. Glienicke, D. C. Han et K. Urlichs. Dynamic gear loads due to coupled lateral, torsional and axial vibrations in a helical geared system. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, v 121, n 2, Apr. 1999, p 141-148.
- [24] M. Kubur, A. Kahraman, D.M. Zini et K. Kienzle. Dynamic Analysis of a Multi-Shaft Helical Gear Transmission by Finite Elements: Model and Experiment. *Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME*, v 126, n 3, July, 2004, p 398-406.
- [25] J. E. Shigley et C. R. Mischke. Mechanical engineering design, sixth edition. McGraw-Hill, 2001, p. 831-990.
- [26] Photolastic Division measuring group, inc. Strain measurement with the 030-series reflection polariscope. Operating instructions and technical manual, 1992.
- [27] ANSI/AGMA 2000-A88. Tolerances an measuring methods for unassembled spur and helical gears (including metric equivalents). Gear classification and inspection handbook, 2000, p. 1-46.
- [28] R. Bouzidi. Projet de photoélasticité. Cours de mécanique des milieux continus. Université de Nantes, Octobre 2004, p. 1-16.
- [29] P. Robert et A. Rey. Le Grand Robert de la langue française, dictionnaire alphabétique et analogique de la langue française, deuxième édition, 1989, tome I p. 384, tome II p. 3 et 597 et tome V p. 763.
- [30] A. Kuske et G. Robertson. Photoelastic stress analysis. J. Wiley & Sons, 1974, p. 86-274.