

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE  
M.Ing.

PAR  
REDOUANE BASTAJIB

SIMULATION DE LA FORGE D'ALLIAGE BIPHASÉ PAR LA MÉTHODE DES  
AUTOMATES CELLULAIRES

MONTREAL, LE 17 NOVEMBRE 2006

(c) droits réservés de Redouane Bastajib

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ  
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Philipe Bocher, directeur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Henri Champliaud, président du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Mohammad Jahazi, examinateur externe  
Département de fabrication et assemblage du Centre de Technologie et de Fabrication  
Aéronautique de Montréal

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 24 OCTOBRE 2006

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

# **SIMULATION DE LA FORGE D'ALLIAGE BIPHASÉ PAR LA MÉTHODE DES AUTOMATES CELLULAIRES**

Redouane Bastajib

## **SOMMAIRE**

Dans le but de comprendre les phénomènes qui se produisent au cours de la forge des alliages biphasés, un modèle mathématique, basé sur la méthode des automates cellulaires (AC) et utilisant la mécanique d'inclusion d'Eshlby, a été réalisé.

Dans le cadre de ce travail le matériau étudié est l'alliage de titane IMI 834. Il est du type quasi- $\alpha$ , c'est-à-dire qu'il est biphasé avec une proportion de phase  $\beta$  très faible. Sa microstructure est bimodale ( $\alpha$  équiaxe et  $\alpha$  lamellaire). Cet alliage combine de bonnes propriétés en fluage et en fatigue à des températures relativement hautes mais souffre de défauts en fatigue à froid lorsqu'une période de maintien de charge est appliquée.

Dans un premier temps, des données expérimentales de compression à chaud dans le domaine  $\beta$  pur et dans le domaine  $\alpha + \beta$  de l'alliage de titane IMI 834 ont été analysées dans le but de trouver les lois de comportement des deux phases, un modèle viscoplastique a été utilisé. Par la suite, les résultats numériques obtenus par les modèles d'AC ont permis de mieux comprendre le comportement local de l'alliage biphasé.

Des calculs par élément fini (EF) ont dû être développés pour remédier à certaines lacunes des AC en introduisant des facteurs correctifs. Cette approche permet de prendre en compte la morphologie des phases en présence.

Il s'avère que le modèle des AC a une bonne capacité à donner des informations précises sur les propriétés mécanique locale et globales des alliages de titane biphasés. Le modèle proposé ici, contrairement aux modèles déjà existants s'intéressent au comportement moyen du matériau tout en permettant de donner autant des détails sur les cas particuliers statistiquement peu probables. Cet avantage nous permet d'avancer des solutions pour une éventuelle amélioration des procédés de forgeage.

# **SIMULATION OF TWO-PHASE ALLOY FORGING BY THE CELLULAR AUTOMATA METHOD**

Redouane Bastajib

## **ABSTRACT**

To understand the phenomena which occur during the forging of two-phase alloys, mathematical models, based on the Eshlby theory and using the cellular automata method (CA), were conceived.

The material studied in this project is a titanium alloy, mainly used in high pressure parts of axial compressors for advanced gas turbine engines. It is quasi  $\alpha$ , i.e., two-phase with a very small proportion of  $\beta$  phase has a bimodal structure (equiaxed and lamellar  $\alpha$ ), this alloy combines good properties in creep and fatigue in high temperatures.

Initially, experimental data of hot compression were exploited in the pure  $\beta$  field and  $\alpha + \beta$  field of titanium alloy IMI 834. To highlight hot deformation behaviour using viscoplastic law, numerical results obtained by CA model were presented.

Calculations by finite element (FE) were proposed to cure certain CA gaps of Eshelby approach by introducing corrective factors. This approach will end up taking into consideration the morphology of the involved phases.

Thus, it proves that the cellular automata method has a good capacity for predicting the mechanical behaviour of two-phase material. These CA show the influence of the forging conditions on the local and global mechanical characteristics of the involved microstructures.

## REMERCIEMENTS

La réalisation de ce travail a demandé la collaboration, l'aide et le soutien de nombreuses personnes pour lesquelles je suis très reconnaissant.

Je tiens à remercier toutes celles et tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce projet. Tout d'abord je commence par M. Philippe Bocher, mon directeur de mémoire avec qui j'ai eu des nombreuses réunions et discussions pertinentes qui ont permis à ce manuscrit d'être ce qu'il est devenu. Je le remercie très particulièrement pour le temps qu'il a consacré à ce travail.

Un remerciement particulier aussi à M. Nabil Boutana, étudiant en doctorat qui n'a jamais hésité à me tendre la main dans beaucoup de situations au cours de l'élaboration de ce projet.

Je tiens aussi à remercier, M. Mohammad Jahazi, le directeur du département de fabrication et assemblage du Centre de Technologie et de Fabrication Aéronautique de Montréal qui m'a apporté une vision opérationnelle du projet, et je le remercie aussi pour sa collaboration en ce qui concerne les essais expérimentaux.

Je remercie aussi, M. Frank Montheillet, directeur de recherche de CNRS en France qui n'a pas hésité à répondre à mes questions pour tout ce qui concerne le développement mathématique du modèle automate cellulaire.

Finalement, je remercie Mme Jousserand Perrine et M. Vo Phung avec qui j'ai travaillé respectivement sur la modélisation par éléments finis et l'exploitation de l'expérimental.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE.....	i
ABSTRACT.....	ii
REMERCIEMENTS.....	iii
TABLE DES MATIÈRES.....	v
LISTE DES TABLEAUX .....	vii
LISTE DES FIGURES .....	ix
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES .....	xiv
INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE 1 INTRODUCTION À LA PROBLÉMATIQUE.....	3
1.1    Problématique .....	3
1.2    Origine du projet.....	4
CHAPITRE 2 GÉNÉRALITÉ SUR LES ALLIAGES DE TITANE.....	7
2.1    Introduction.....	7
2.2    Classification des alliages de titane .....	7
2.3    Les microstructures typiques des alliages de titane .....	8
2.4    Élaboration de l'IMI 834 .....	10
2.4.1    Étape de déformation au dessus du transus $\beta$ .....	11
2.4.2    Étape de forgeage biphasé.....	12
2.5    Difficultés rencontrées.....	13
CHAPITRE 3 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE .....	15
3.1    Introduction.....	15
3.2    Définition des automates cellulaires et de ses éléments .....	15
3.3    Principe des automates cellulaires .....	16
3.4    Le choix du voisinage d'une cellule .....	16
3.5    Évolution de l'automate cellulaire.....	17
3.6    Vue historique de l'application des automates cellulaires dans le domaine des matériaux .....	18
CHAPITRE 4 MODÈLE MATHÉMATIQUE .....	21
4.1    Introduction.....	21
4.2    Principe du modèle à base d'automates cellulaires .....	21
4.3    Estimation du comportement rhéologique.....	24
4.4    Limites du modèle .....	29

CHAPITRE 5	ANALYSE ET EXPLOITATION DES ESSAIS EXPÉRIMENTAUX ...	32
5.1	Description de l'expérimental.....	32
5.2	Calcul des propriétés de l'IMI 834 .....	39
CHAPITRE 6	ÉTUDE DES RÉSULTATS OBTENUS PAR AUTOMATES CELLULAIRES.....	53
6.1	Mise en contexte pour les simulations par AC .....	53
6.2	Validation du modèle des automates cellulaires.....	55
6.3	Résultats et analyses .....	57
6.4	Étude de l'hypothèse de l'élasticité de la phase $\alpha$ .....	72
CHAPITRE 7	ÉTUDE PAR ÉLÉMENTS FINIS .....	75
7.1	Introduction.....	75
7.2	Validation du modèle AC par comparaison avec les EF dans le domaine élastique .....	76
7.3	Calcul des facteurs de correction pour les AC.....	80
7.4	Localisation des contraintes dans une microstructure lamellaire par le modèle des AC.....	87
7.5	Étude de la rotation de l'ellipse .....	94
7.6	Conclusion sur les facteurs correctifs faites pour les AC .....	97
CONCLUSION.....		99
RECOMMANDATIONS .....		102
ANNEXE 1	Tenseurs de localisation d'Éshelby.....	103
ANNEXE 2	Modèle auto cohérent.....	108
ANNEXE 3	Simulation des contraintes de compression pour différents facteurs de forme.....	110
ANNEXE 4	Simulation des contraintes de cisaillement pour différents facteurs de forme.....	113
ANNEXE 5	Simulation de la rotation de l'ellipse pour différents facteurs de forme .	116
BIBLIOGRAPHIE.....		118



## LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau I Paramètres de l'équation (4.10) donnant les constantes du facteur de localisation $\delta_c$ pour une inclusion cylindrique de section elliptique, dans le cas de matériaux viscoplastique non linéaire en fonction de quelques valeurs de $m$ [23].....	27
Tableau II Composition chimique de l'alliage de titane IMI 834 [27] .....	32
Tableau III Valeurs des différents types de fractions volumiques de la phase $\alpha$ pour différents températures .....	39
Tableau IV Valeurs des constantes $K_{\epsilon\beta}$ , $n_\beta$ et $\epsilon_p$ pour trois conditions de forgeage.....	43
Tableau V Valeurs des paramètres $m'$ et $A$ de l'équation (5.3) calculées graphiquement à partir des données expérimentales pour le domaine $\beta$ pur .....	46
Tableau VI Calcul des valeurs de $K_\beta$ en fonction de la température .....	48
Tableau VII Calcul des valeurs de $\sigma_\alpha$ à partir de la loi de mélange .....	52
Tableau VIII Valeurs des énergies d'activation et des sensibilités à la vitesse des phases $\alpha$ et $\beta$ .....	55
Tableau IX Comparaison entre les résultats donnés par les automates cellulaires et les résultats donnés par les essais expérimentaux .....	56
Tableau X Comparaison entre les résultats donnés par les automates cellulaires et les résultats trouvés par la loi des mélanges.....	57
Tableau XI Valeur de la contrainte $\sigma$ dans un grain $\alpha$ en fonction de nombre de voisinage $\alpha$ .....	65
Tableau XII Résultats de simulation pour six conditions de forgeage .....	66
Tableau XIII Résultats de simulations pour six conditions de forgeage .....	69
Tableau XIV Valeurs des déformations de la phase $\alpha$ qui correspondent à la contrainte à l'état stationnaire.....	74
Tableau XV Résultats de comparaison entre la contrainte de compression obtenue par les AC $\sigma_{yAC}$ et la contrainte de compression obtenue par Ansys $\sigma_{yAnsys}$ pour un angle d'inclinaison de $0^\circ$ .....	79

Tableau XVI	Résultats de comparaison entre la contrainte de compression obtenue par les AC $\sigma_{yAC}$ et la contrainte de compression obtenue par Ansys $\sigma_{yAnsys}$ pour un angle d'inclinaison de $90^\circ$ .....	80
Tableau XVII	Exemple de calcul de convergence de la contrainte globale $\sigma^\infty$ .....	84
Tableau XVIII	Comparaison entre les résultats obtenus par les AC pour une microstructure de grains $\alpha$ équiaxes et une microstructure de grains $\alpha$ lamellaire .....	88
Tableau XIX	Comparaison entre les contraintes au pic obtenues expérimentalement pour une structure de grains $\alpha$ lamellaires et celles obtenues pour une structure de grains $\alpha$ équiaxes [27] .....	88
Tableau XX	Influence du nombre de voisins $\alpha$ et l'angle d'inclinaison $\phi_{inc}$ d'un grain $\alpha$ sur la contrainte $\sigma_y$ .....	91
Tableau XXI	Présentation des résultats du rapport de la rotation de l'ellipse par rapport à la déformation imposée en fonction de l'angle d'inclinaison $\phi_{inc}$ pour un facteur de forme de $\lambda = 0.1$ .....	95
Tableau XXII	Présentation des résultats de rotation de l'ellipse en fonction de l'angle d'inclinaison $\phi_{inc}$ pour plusieurs facteurs de forme .....	117

## LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1	Les parties de moteur utilisant les alliages de titane ainsi que les pourcentages volumiques de chaque classe d'alliages de titane [2] ..... 4
Figure 2	Observation microscopique de deux macrozones dans une billette..... 5
Figure 3	Principales structures cristallographiques du Titane..... 8
Figure 4	Représentation de trois types de microstructures d'alliage de titane $\alpha + \beta$ ..... 9
Figure 5	Les trois étapes de la mise en forme de l'IMI 834 par traitements thermomécaniques [8]..... 10
Figure 6	Structure lamellaire martensitique [8]..... 11
Figure 7	Évolutions possibles de la microstructure de l'alliage pendant le forgeage biphasé..... 12
Figure 8	Titre Structure équiaxe non fine [8] ..... 13
Figure 9	Représentation de quelques types de voisinages : a) Environnement de Moore, b) Type hexagonal, c) Environnement de Von Neumann ..... 17
Figure 10	Représentation schématique du modèle automate cellulaire : Chaque grain G du matériau (a) est mis en correspondance bijective avec une cellule C de l'automate (b) [22] ..... 22
Figure 11	Forme géométrique des domaines homogènes [22]..... 23
Figure 12	Représentation schématique du problème d'Eshelby [24]..... 25
Figure 13	Exemples de configurations au modèle d'AC, la cellule centrale n'aura pas le même comportement mécanique dans les deux cas de figures..... 30
Figure 14	Inclusion inclinée plongée dans une matrice homogène..... 30
Figure 15	Microstructure de l'essai composée de 20% $\alpha$ primaire équiaxe dans une matrice de phase $\beta$ transformée [27] ..... 33
Figure 16	Microstructure lamellaire après déformation à $T_{\text{déf}} = 1000^\circ\text{C}$ , $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ , $\varepsilon = 1$ , un taux de refroidissement de $1^\circ\text{C/s}$ et un temps de maintien de 15 min [27] ..... 34
Figure 17	Courbe contrainte-déformation d'une microstructure lamellaire de l'IMI 834 pour les températures $975^\circ\text{C}$ et $1000^\circ\text{C}$ pour une vitesse de déformation imposée de $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ [28] ..... 34

Figure 18	Courbes contrainte-déformation à la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ pour des températures comprises entre 975 °C et 1100 °C [27].....	35
Figure 19	Microstructure après déformation à $T_{\text{déf}} = 1060 \text{ °C}$ , $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ , $\varepsilon = 1$ , un taux de refroidissement de 5 °C/s et un temps de maintien de 15 min [27] .....	36
Figure 20	Microstructure équiaxe après déformation à $T_{\text{déf}} = 1000 \text{ °C}$ , $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ , $\varepsilon = 1$ , un taux de refroidissement de 1 °C/s et un temps de maintien de 15 min [27].....	37
Figure 21	Microstructure équiaxe après déformation à $T_{\text{déf}} = 975 \text{ °C}$ , $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ , $\varepsilon = 1$ , un taux de refroidissement de 1 °C/s et un temps de maintien de 15 min [27].....	38
Figure 22	Zoom de la microstructure après déformation à $T_{\text{déf}} = 975 \text{ °C}$ , $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ , $\varepsilon = 1$ , un taux de refroidissement de 1 °C/s et un temps de maintien de 15 min montrant des phases $\alpha$ lamellaires et des phases $\beta$ transformées [27] .....	38
Figure 23	Courbes contrainte-déformation de l'IMI 834 dans le domaine $\beta$ pure.....	42
Figure 24	Linéarisation de l'équation qui décrit la zone d'écrouissage dans le domaine $\beta$ pur.....	42
Figure 25	Linéarisation de l'équation qui décrit la fraction volumique des grains recristallisés dans le domaine $\beta$ pur .....	45
Figure 26	Calcul graphique des constantes $Q_{\beta}$ et $m_{\beta}$ de l'IMI 834 .....	49
Figure 27	Courbes contrainte déformation de l'IMI 834 .....	51
Figure 28	Courbes contrainte déformation de l'IMI 834 .....	51
Figure 29	Calcul graphique des constantes $Q_{\alpha}$ et $m_{\alpha}$ de l'IMI 834 .....	52
Figure 30	Microstructure étudiée avec les trois zones étudiées en détail : la phase $\alpha$ est représentée en rouge, la phase $\beta$ est représentée en bleu	54
Figure 31	Échelle des couleurs qui représente la variation des valeurs pour une carte de l'AC : la valeur la plus faible est bleue, la plus grande est rouge.....	54
Figure 32	a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule $\alpha$ est entourée par six voisins $\beta$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ .....	58

Figure 33	a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule $\alpha$ est entourée par six voisins $\beta$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ ..... 59
Figure 34	a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule $\alpha$ est entourée par six voisins $\beta$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ .... 60
Figure 35	a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule $\alpha$ est entourée par six voisins $\beta$ , b) Représentation de la distribution des vitesses déformations dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ ..... 60
Figure 36	a) Agrandissement de la zone 2 où une cellule $\beta$ est entourée par six voisins $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ ..... 61
Figure 37	a) Agrandissement de la zone 2 où une cellule $\beta$ est entourée par six voisins $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des vitesses de déformation dans la microstructure lors du forgeage dans l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ ..... 62
Figure 38	a) Agrandissement de la zone 2 où une cellule $\beta$ est entourée par six voisins $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ ..... 63
Figure 39	a) Agrandissement de la zone 2 où une cellule $\beta$ est entourée par six voisins $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des vitesses de déformation dans la microstructure lors du forgeage dans l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ ..... 63
Figure 40	a) Agrandissement de la zone 3 où la contrainte est maximale, b) Représentation de la distribution des vitesses déformations dans la microstructure lors du forgeage dans l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ .... 64
Figure 41	Représentation de l'histogramme de la distribution des vitesses de déformation dans la microstructure pour $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ ..... 67
Figure 42	Représentation de l'histogramme de distribution des vitesses de déformation dans la microstructure pour $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ ..... 68
Figure 43	a) Courbe contrainte- déformation obtenue expérimentalement pour le mélange $\alpha + \beta$ à la température 1025 °C (15% de $\alpha$ ), b) Courbe contrainte-déformation obtenue par les AC pour la phase $\beta$ pure à la température 1025 °C ..... 71

Figure 44	a) Courbe contrainte-déformation pour le mélange $\alpha + \beta$ à la température 1025 °C obtenu expérimentalement, b) Courbe contrainte-déformation pour le mélange $\alpha + \beta$ à la température 1025 °C en supposant $\alpha$ élastique.....	73
Figure 45	Géométrie utilisée dans la modélisation EF .....	77
Figure 46	a) Configuration Ansys, b) Configuration automates cellulaires.....	78
Figure 47	Distribution de la contrainte de compression $\sigma_y$ dans l'ellipse pour un facteur de forme de $\lambda = 0.1$ et un angle d'inclinaison de $\phi_{inc} = 45^\circ$ .....	81
Figure 48	Courbe contrainte moyenne suivant y $\langle \sigma_y \rangle$ versus angle d'inclinaison $\phi_{inc}$ pour un facteur de forme de $\lambda = 0.1$ .....	82
Figure 49	Localisation des contraintes de cisaillement $\sigma_{xy}$ dans l'ellipse pour un angle d'inclinaison de $\phi_{inc} = 45^\circ$ et pour un facteur de forme de $\lambda = 0.1$ .....	85
Figure 50	Courbe contrainte moyenne de cisaillement $\langle \sigma_{xy} \rangle$ versus angle d'inclinaison $\phi_{inc}$ pour un facteur de forme de $\lambda = 0.1$ .....	86
Figure 51	a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule $\beta$ entourés par six voisins $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lamellaire lors du forgeage à l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 1$ .....	89
Figure 52	a) Agrandissement de la zone 4 où la contrainte est maximale dans la microstructure, a) Représentation de la distribution des vitesses déformations dans la microstructure lamellaire lors du forgeage à l'état stationnaire $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ .....	90
Figure 53	a) Agrandissement de la zone où une cellule $\beta$ entourés par six voisins $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des vitesses de déformation dans la microstructure lamellaire lors du forgeage dans l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 1$ .....	92
Figure 54	Représentation de l'histogramme de distribution des vitesses de déformations dans la microstructure pour $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ , a) Microstructure équiaxe, b) Microstructure lamellaire .....	93
Figure 55	a) Agrandissement de la zone où la contrainte de cisaillement est maximale, b) Représentation de la distribution des contraintes de cisaillement dans la microstructure lamellaire lors du forgeage à l'état stationnaire pour $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ .....	94

Figure 56	Courbe rapport de la rotation de l'ellipse et la déformation imposée versus angle d'inclinaison $\phi_{inc}$ .....96
Figure 57	Courbe contrainte-déformation pour l'IMI 834 pour une microstructure lamellaires à une température de 975 °C pour une vitesse de déformation imposée de $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ .....97
Figure 58	Représentation schématique du modèle autocohérent à deux phases pour deux matériaux viscoplastiques $\alpha$ et $\beta$ [23]..... 109
Figure 59	Coubre contrainte (Y) moyenne $\langle \sigma_y \rangle$ - angle d'inclinaison $\phi_{inc}$ ..... 111
Figure 60	Coubre contrainte (XY) moyenne $\langle \sigma_{xy} \rangle$ - angle d'inclinaison $\phi_{inc}$ ..... 114

## LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

$Al_{eq\alpha}$	Pourcentage d'Aluminium équivalent dans la phase $\alpha$ , %
$Al_{eq\beta}$	Pourcentage d'Aluminium équivalent dans la phase $\beta$ , %
$E_{\alpha}$	Module de Young de la phase $\alpha$ , GPa
$E_{\beta}$	Module de Young de la phase $\beta$ , GPa
$E^{\infty}$	Module de Young global, GPa
$f_{\alpha}$	Fraction volumique de la phase $\alpha$ , %
$f_{\beta}$	Fraction volumique de la phase $\beta$ , %
$f_{v\alpha}$	Fraction volumique de la phase $\alpha$ dans le voisinage, %
$f_{\alpha\acute{e}qu}$	Fraction volumique de la phase $\alpha$ équiaxes, %
$f_{\alpha lam}$	Fraction volumique de la phase $\alpha$ lamellaire, %
$f_{\alpha lam G}$	Fraction volumique de lamellaire grossière dans les zones non équiaxes
G	Vitesse de croissance volumique des nouveaux grains germés, s <sup>-1</sup>
$k_c$	Viscosité de la cellule
$k_v$	Viscosité moyenne du voisinage de la cellule considérée
$K_c$	Constante liée à la composition chimique de la cellule
$K_{\alpha}$	Constante liée à la composition chimique de la phase $\alpha$
$K_{\beta}$	Constante liée à la composition chimique de la phase $\beta$
$K_{ecr}$	Constante d'écrouissage liée au matériau
$m_c$	Sensibilité à la vitesse de la cellule
$m_{\alpha}$	Sensibilité à la vitesse de la phase $\alpha$
$m_{\beta}$	Sensibilité à la vitesse de la phase $\beta$
$n$	Coefficient d'écrouissage
$n_{\alpha}$	Nombre de cellules de la phase $\alpha$



$n_\beta$	Nombre de cellules de la phase $\beta$
$\dot{N}$	Nombre de nouveaux grains germés par unité de temps
$Q_c$	Énergie d'activation de la cellule, J/mol
$Q_\alpha$	Énergie d'activation de la phase $\alpha$ , J/mol
$Q_\beta$	Énergie d'activation de la phase $\beta$ , J/mol
$R$	Constante des gaz parfaits
$R^2$	Coefficient de détermination
$R_{e0.2}$	Limite d'élasticité conventionnelle, MPa
$T$	Température de la phase, °C
$T_{\text{déf}}$	Température de déformation, °C
$T_\beta$	Température de transus $\beta$ , °C
$U_x$	Ligne de sommet de la matrice
$U_y$	Ligne de base de la matrice
$V$	Vitesse de recristallisation, s <sup>-1</sup>
$V_{eq}$	Pourcentage de Vanadium équivalent, %
$x_i^t$	État de la cellule d'un automate cellulaire unidimensionnel à l'instant $t$
$x_i^{t+1}$	État de la cellule d'un automate cellulaire unidimensionnel à l'instant $t + 1$
$x_{i,j}^t$	État de la cellule d'un automate cellulaire bidimensionnel à l'instant $t$
$x_{i,j}^{t+1}$	État de la cellule d'un automate cellulaire bidimensionnel à l'instant $t + 1$
$X_d$	Fraction volumique recristallisée, %
$Z$	Coefficient de Zenner Hollomon
$\alpha$	Indice de la phase bêta
$\beta$	Indice de la phase alpha
$\delta_c$	Facteur de localisation des vitesses de déformation
$\delta_{c\alpha}$	Facteur de localisation des vitesses de déformation correspond à la phase $\alpha$

$\delta_{c\beta}$	Facteur de localisation des vitesses de déformation correspond à la phase $\beta$
$\Delta^I$	Tenseur de localisation des déformations dans l'inclusion, %
$\varepsilon$	Déformation appliquée au matériau, %
$\varepsilon^c$	Déformation dans une cellule de l'automate, %
$\varepsilon_p$	Déformation au pic, %
$\varepsilon^\infty$	Déformation imposée, %
$\varepsilon^I$	Déformation dans l'inclusion, %
$\dot{\varepsilon}$	Vitesse de déformation imposée, %
$\dot{\bar{\varepsilon}}$	Vitesse de déformation équivalente de Von Mises, s <sup>-1</sup>
$\zeta$	Facteur géométrique
$\lambda$	Rapport de forme des domaines homogènes
$\dot{\lambda}$	Vitesse de variation de $\lambda$ au cours du temps, s <sup>-1</sup>
$\rho$	Constante de normalisation
$\rho_m$	Densité de dislocation
$\Lambda^I$	Tenseur de localisation des contraintes dans l'inclusion, MPa
$\sigma_c$	Contrainte dans la cellule, MPa
$\sigma_{ecr}$	Contrainte d'écrouissage, MPa
$\sigma_{exp}$	Contrainte obtenus expérimentalement, MPa
$\sigma_{st}$	Contrainte à l'état stationnaire (steady state), MPa
$\sigma_{xy}$	Contrainte de cisaillement, MPa
$\sigma_y$	Contrainte de compression, MPa
$\sigma_{y0}$	Contrainte de compression suivant y correspond à l'angle d'inclinaison 0°, MPa
$\sigma_{yAC}$	Contrainte de compression obtenue par les AC, MPa
$\sigma_{yAnsys}$	Contrainte de compression obtenue par Ansys, MPa

$\sigma_{\alpha}$	Contrainte dans la phase $\alpha$ , MPa
$\sigma_{\beta}$	Contrainte dans la phase $\beta$ , MPa
$\sigma_{\alpha+\beta}$	Contrainte globale dans le mélange $\alpha + \beta$ , MPa
$\sigma^I$	Contrainte dans l'inclusion, MPa
$\Sigma_c$	Rapport des consistances
$\phi_{inc}$	Angle d'inclinaison de l'ellipse, Degré
$\psi$	Rotation de la cellule ellipsoïdale, Degré

## INTRODUCTION

Le titane et ses alliages possèdent d'excellentes propriétés mécaniques ainsi qu'une bonne résistance à la corrosion. Cependant les propriétés d'emploi des alliages de titane sont extrêmement dépendantes des microstructures développées lors de leurs élaborations.

Des changements microstructuraux peuvent engendrer des endommagements précoces dont les conséquences en services peuvent être désastreuses. Ainsi dans leurs domaines d'application privilégiée qui est le secteur aéronautique et spatial, beaucoup de pièces sont retirées du service prématurément par mesure de précaution. Les charges et les coûts liés au retrait de ces pièces étant importantes, il serait intéressant de mieux comprendre l'origine des microstructures et comment elles peuvent être améliorées.

Le recours à l'expérimentation reste un moyen insuffisant, ceci demande beaucoup de matériels et de temps, engendrant une hausse des coûts. Heureusement le développement des outils informatiques, qui permettent de simuler la fabrication et le comportement en service de ses alliages, offre une alternative intéressante et peut gourmande en temps et en matériel. Ils restent une solution de choix adoptée par beaucoup de laboratoires de recherche et de compagnies qui utilisent ces alliages pour la fabrication de leurs produits. Ainsi beaucoup d'approches ont été développées pour simuler ces matériaux. On peut citer entre autre la méthode des éléments finis, les modèles auto cohérents et récemment la méthode des automates cellulaires (AC).

Dans cette perspective, le présent projet de maîtrise développe un code de calcul numérique qui permet d'étudier le comportement mécanique de matériaux hétérogènes. Cette étude sera faite à l'aide de la méthode des automates cellulaires. L'étude rhéologique sera appliquée à la déformation à chaud d'un alliage de titane biphasé lors de sa forge en fonction de la proportion et de la morphologie des phases. L'alliage choisi

est l'IMI 834, utilisé dans l'aéronautique pour les disques et pales de moteurs puisque son procédé de mise en forme nécessite la forge dans le domaine biphasé, afin de garantir l'obtention des bonnes propriétés mécaniques en service.

Le présent mémoire comportera une courte introduction qui fera une mise en contexte de la problématique et la genèse du projet. Dans un deuxième chapitre, une présentation générale des alliages de titane sera faite : les classifications de ces alliages, leurs microstructures typiques les étapes de mise en forme à chaud de l'IMI 834 seront détaillées. Le troisième chapitre sera consacré à une revue bibliographique sur les automates cellulaires (AC), les principaux travaux réalisés en utilisant les AC dans le domaine des matériaux seront présentés. Dans un quatrième chapitre, le modèle mathématique (équations qui traduisent les lois de comportements) et la méthode numérique (automates cellulaire) utilisés pour résoudre le problème seront détaillés. Les avantages ainsi que les limites de cette méthode seront précisées. Le cinquième chapitre portera sur l'analyse des courbes expérimentales de déformation à chaud (zones monophasées et biphasées) de l'IMI 834. Enfin le sixième et le septième chapitre traiteront respectivement des résultats numériques obtenus par le modèle des AC et des calculs par élément fini qui proposent de remédier à certaines lacunes du présent modèle en introduisant des facteurs correctifs, cette approche permettra de prendre en compte la morphologie des phases en présence.

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION À LA PROBLÉMATIQUE

#### 1.1 Problématique

Les métaux présentent généralement à l'état pur de faibles propriétés mécaniques, et sont donc le plus souvent utilisés sous forme d'alliages. Le comportement mécanique de ces derniers est alors fortement dépendant des microstructures développées. Pour être en mesure d'utiliser un alliage de façons optimales (qualité de fonctionnement et sécurité), les fabricants adoptent des procédés de mise en forme spécifiques à chaque alliage. Dans le cas des alliages de titane, la nécessité d'augmenter les propriétés mécaniques amène le fabricant à forger en partie dans le domaine biphasé  $\alpha + \beta$ , de manière à fragmenter les lamelles de phase alpha ( $\alpha$ ) pour obtenir une structure équiaxe (les différentes microstructures et leurs influences sur les propriétés seront données dans le chapitre 2). Ces matériaux ainsi produits, sont fortement hétérogènes en termes de distribution spatiale et d'orientation cristallographique des phases.

Afin de maîtriser le processus de fabrication et optimiser les microstructures de ces alliages, il paraît important de pouvoir prédire les effets des paramètres de fabrication sur l'évolution des microstructures. Le développement d'un modèle numérique basé sur les automates cellulaires sera un outil efficace qui permettra de prédire les conditions de déformations optimales dans le cas de la forge biphasée. Cependant les modèles mathématiques développés en se basant sur les automates cellulaires sont limités par plusieurs hypothèses simplificatrices dont le détail sera donné dans le chapitre 4. Ces limitations rendent nécessaire l'amélioration de ce modèle en s'inspirant de résultats obtenus par la méthode des éléments finis et en introduisant des facteurs correctifs.

## 1.2 Origine du projet

Afin d'assurer une très haute sécurité et qualité de fonctionnement de tous les composants de l'avion, les matériaux utilisés dans le domaine aéronautique doivent répondre à plusieurs exigences. Ces exigences se traduisent par des propriétés qui ont fait du titane un matériau de choix dans ce domaine. Ces propriétés sont : un très bon rapport résistance/densité et une excellente résistance à la corrosion, associée à une très bonne soudabilité. Sa résistance se compare à celle de l'acier, mais il est 45 % plus léger [1]. Plusieurs parties du moteur d'avion sont principalement conçues par différentes classes d'alliages de titane (figure 1 [2]).

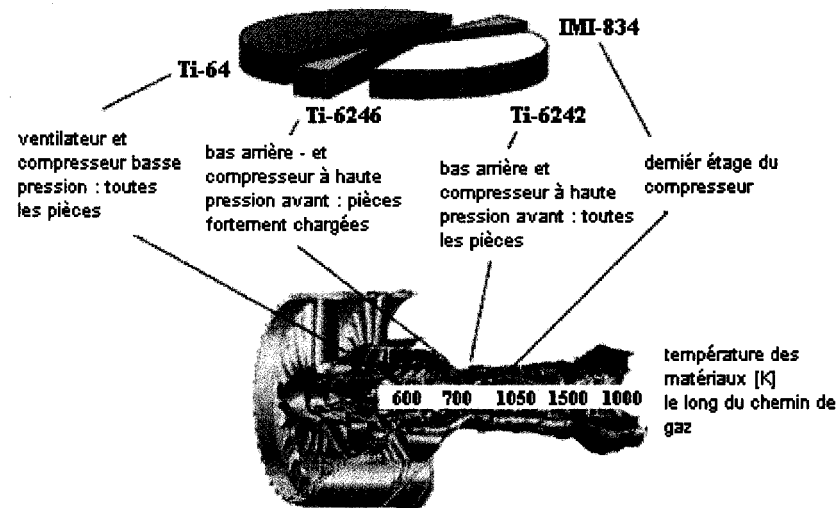


Figure 1 Les parties de moteur utilisant les alliages de titane ainsi que les pourcentages volumiques de chaque classe d'alliages de titane [2]

L'un de ces alliages qui est utilisé dans les zones les plus critiques du moteur d'avion est l'IMI 834 qui fait l'objet de notre étude. Il est du type quasi- $\alpha$ , c'est-à-dire qu'il est biphasé avec une proportion de phase bêta ( $\beta$ ) très faible, inférieure à 5%. Grâce à l'optimisation de sa microstructure, cet alliage combine de bonnes propriétés en fluage et en fatigue à des températures relativement hautes.

La mise en service de l'IMI 834 a nécessité des essais très poussés, en particulier des essais de fatigue qui ont permis de déterminer le nombre de cycles à la rupture de l'alliage. Cependant les ruptures en service en dessous du nombre de cycles prévus de l'alliage ont alerté les constructeurs et ont remis en cause la validité des tests réalisés. L'observation microstructurale des pièces fracturées a révélé que la rupture n'a pas eu lieu dans la zone de sollicitation maximale mais dans des zones de faibles contraintes (plus précisément dans la périphérie de la zone fortement déformée pendant la forge) [3].

L'analyse microstructurale a mis en évidence l'existence d'une zone d'orientation préférentielle des grains, appelée macrozone. C'est-à-dire une région de taille macroscopique, très fortement texturée (figure 2 [3]). Dans cette zone les plans basaux des grains  $\alpha$  (structure hexagonal pseudo compacte) correspondent au plan de rupture. L'absence de système de glissement dans ces plans entraîne une rupture par clivage.



Figure 2 Observation microscopique de deux macrozones dans une billette de l'IMI 834 entraînant la rupture prématurée de l'alliage [3]

Ainsi le besoin de mieux comprendre l'évolution de la microstructure pendant les étapes de mise en forme est apparu. Une étude fait actuellement l'objet d'un projet de recherche, initié par l'École de technologie supérieure de Montréal, le Centre national de recherche du Canada, et avec le support de l'entreprise de production de moteurs



d'avion Pratt & Whitney Canada., Cette étude cherche à comprendre les phénomènes qui, durant le forgeage, conduisent à l'orientation préférentielle des grains. Par la suite de proposer des solutions pour contrôler ou empêcher ces phénomènes et finalement d'optimiser les propriétés de ce matériau afin d'éviter le retrait prématuré du service de pièces encore utilisables.

## CHAPITRE 2

### GÉNÉRALITÉ SUR LES ALLIAGES DE TITANE

#### 2.1 Introduction

Dans cette section, une description de la classification des alliages de titane sera présentée ainsi que leurs procédés de transformation, leurs diverses microstructures et l'influence de ces dernières sur les propriétés mécaniques de ces alliages.

L'élément de titane a été découvert vers 1790 par le moine anglais Gregor. Cependant, sa métallurgie extractive n'a commencé que dans les années 1940. La simplification du procédé d'extraction du titane pur par la méthode Kroll a permis un démarrage de l'industrie du titane vers 1950. Dans les applications industrielles, le titane et ses alliages ont l'avantage de posséder deux propriétés bien particulières : la première est liée à sa résistance à la corrosion (elle est associée à une bonne souplesse de mise en œuvre, elle permet une utilisation croissante dans l'industrie chimique); La deuxième catégorie est liée à sa grande résistance mécanique et sa faible densité comparativement à l'acier. Ceci a privilégié leurs utilisations dans les domaines aéronautiques et spatiaux [4].

#### 2.2 Classification des alliages de titane

Le titane pur est un métal qui subit une transformation allotropique (changement de type de structure cristallographique) au voisinage de 882 °C. Cette température de transition  $\alpha \rightarrow \beta$  est appelée transus  $\beta$  ( $T_\beta$ ). En dessous de cette température la structure cristallographique est hexagonale pseudo compacte ( $a = 0,295\text{nm}$  ;  $c = 0,468\text{ nm}$  :  $c/a = 1,633$ ) (figure 3 a), cette structure est appelée  $\alpha$ . Au-dessus de cette température, la structure est cubique centrée ( $a = 0,332\text{ nm}$ ) (figure 3 b), elle est appelée  $\beta$ . Pour les

alliages de titane, la température pour le quelle l'alliage devient monphasé  $\beta$  varie en fonction des éléments d'addition.

Les alliages de titane peuvent être classés en trois grandes familles selon leurs proportions de phases  $\alpha$  et  $\beta$  retenues à la température ambiante :

- Les quasis  $\alpha$  : possèdent très peu de phase  $\beta$  stable (moins de 10 %)
- Les  $\alpha + \beta$
- Les quasis  $\beta$  possèdent très peu de phase  $\alpha$  (moins de 10 %) [5].

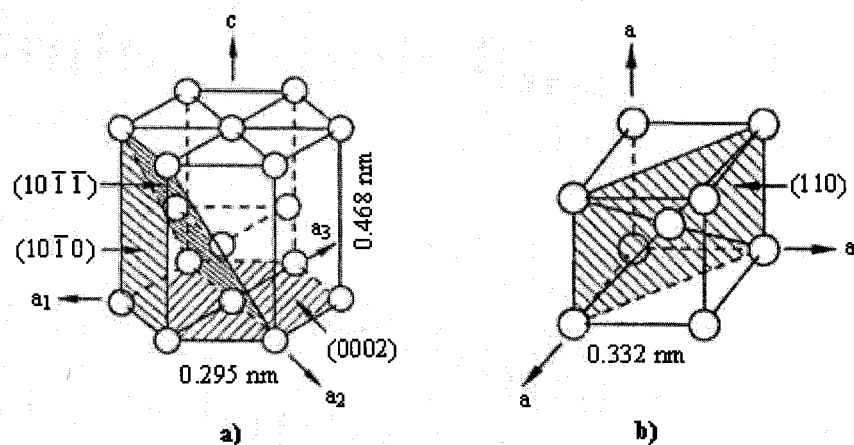


Figure 3 Principales structures cristallographiques du Titane, a) Hexagonale pseudo compacte, b) Cubique centrée

### 2.3 Les microstructures typiques des alliages de titane

Les trois principaux types de microstructures des alliages de titane quasi  $\alpha$  et  $\alpha + \beta$  développées dans la fabrication des demi-produits (figure 4 [6]) sont : I, grains lamellaires; II, grains globulaires et III, grains lamellaires-globulaires (bimodal). Les structures du type I sont caractérisées par une grande résistance à la rupture causée par la

fatigue, mais ils sont peu ductiles. Pour obtenir un niveau satisfaisant des caractéristiques en plasticité, la taille de grain ne devrait pas excéder 100 à 200  $\mu\text{m}$ .

Les structures du type II, au contraire, améliorent les propriétés en plasticité notamment la ductilité, mais les propriétés de résistance à la charge ultime et la résistance à la rupture sont inférieures à celles de la structure lamellaire.

L'alliage avec une structure bimodale montre une combinaison intéressante des caractéristiques opérationnelles. Cette structure combine les propriétés des structures I et II. Un optimal peut être obtenu dans le cas d'une structure avec des grains  $\beta$  transformés de taille de 20 à 40  $\mu\text{m}$  et une teneur limitée de particules globulaires  $\alpha$  entre 10 à 30 %.

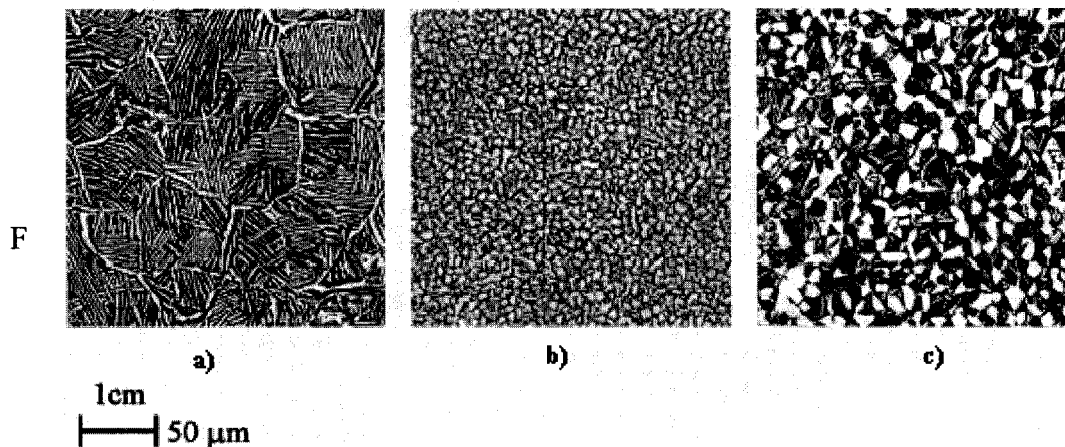


Figure 4 Représentation de trois types de microstructures d'alliage de titane  $\alpha + \beta$   
a : Lamellaire, b : Globulaire, c : Bimodal [6]

La finesse et la morphologie des microstructures influencent fortement les propriétés d'usage des alliages de titane. Pour un alliage de type  $\alpha$ , quasi  $\alpha$  ou  $\alpha + \beta$ , un refroidissement rapide de la phase  $\beta$  conduit à une structure aiguillée fine (morphologie

$\alpha$  aiguillée). Quand la vitesse de refroidissement diminue, les aiguilles  $\alpha$  augmentent de diamètre et se transforment en lamelles d'épaisseur de plus en plus importante [7]. Par traitement thermique ou thermomécanique, on peut agir directement sur la taille et la forme de ces particules de phase  $\alpha$ . Par déformation à chaud il est possible de globulariser les lamelles  $\alpha$ , en jouant sur les paramètres de forge on peut obtenir une morphologie  $\alpha$  équiaxe. Pour une structure bimodale un mélange entre les grains  $\alpha$  équiaxes et les lamelles  $\alpha$  est formé lors du forgeage.

## 2.4 Élaboration de l'IMI 834

Afin d'expliquer la formation des microstructures désirées, les étapes de mise en forme de l'alliage IMI 834 seront étudiées [8]. L'élaboration de cet alliage commence sous forme d'un lingot coulé d'environ un mètre de rayon. Le procédé qui suit se compose de trois grandes séries de déformation qui sont schématisées par la figure 5 [8]. Pour chacune de ces étapes, la déformation consiste en une compression appliquée à la surface du cylindre, ce qui entraîne une diminution du diamètre et une augmentation de la longueur de la billette.

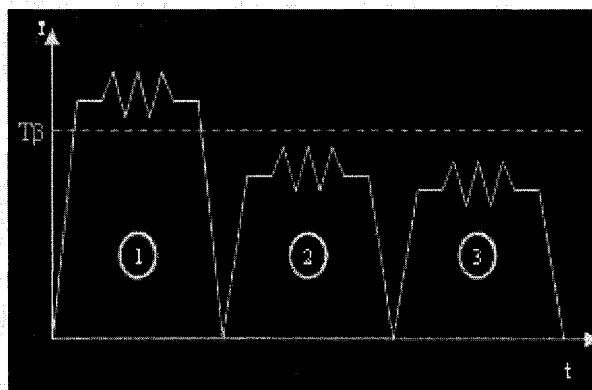


Figure 5 Les trois étapes de la mise en forme de l'IMI 834 par traitements thermomécaniques [8]

### 2.4.1 Étape de déformation au dessus du transus $\beta$

Le but des premières déformations visent la diminution de la taille des grains  $\beta$ . Il s'agit de casser la structure grossière et hétérogène du brut de coulée. Cette structure possède une taille moyenne de grains de l'ordre de  $1500\ \mu\text{m}$ .

Lors de refroidissement lent des billettes, les grains de  $\beta$  se transforment en une structure grossière de grains  $\alpha$  lamellaires (figure 4 a). Le diamètre des lamelles formées dépend de la vitesse de refroidissement (plus elle est lente plus les lamelles seront de  $\alpha$  épaisses). Pour un refroidissement rapide d'une microstructure  $\alpha$  du type martensitique est obtenue (figure 6 [8]). Cette microstructure est souvent appelée  $\beta$  transformée.

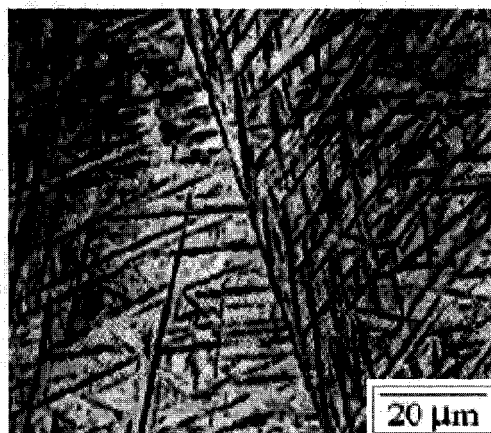


Figure 6 Structure lamellaire martensitique [8]

20°C. À cette température, le matériau se présente comme une matrice molle de phase  $\beta$  contenant 15% de phase  $\alpha$  allongées, résides de la structure présente à température ambiante. La direction d'allongement des  $\alpha$  est aléatoire dans l'espace (figure 7 a).

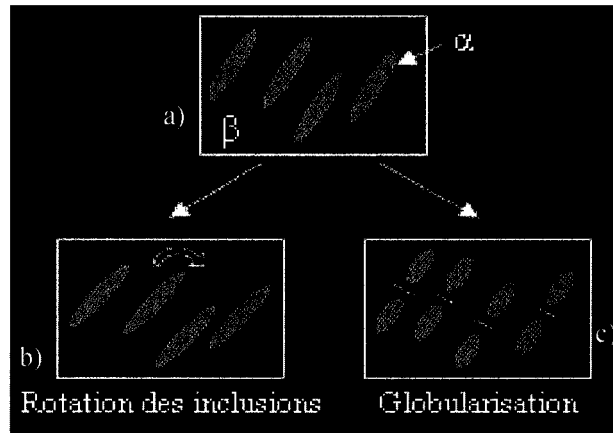


Figure 7 Évolutions possibles de la microstructure de l'alliage pendant le forgeage biphasé

Durant cette phase de déformation, deux phénomènes peuvent se produire : la rotation cristalline, ou la globularisation des régions de phase  $\alpha$  (figure 7 b et c). Les phénomènes de rotation et globularisation sont compliqués, il est difficile de savoir lequel des deux phénomènes prédomine et quelles conditions expérimentales qui privilégient l'un ou l'autre des mécanismes. On sait que la globularisation est très hétérogène au sein du matériau, et que certaines lamelles globularisent très vite alors que d'autres résistent fortement.

À la suite de cette deuxième étape, comme pour la précédente, un refroidissement de toute la billette détermine l'épaisseur des lamelles de  $\beta$  transformé qui se forment entre les globules d'alpha primaire (ces derniers proviennent des lamelles de départ de  $\alpha$ ). À la fin de ce traitement, on obtient donc une microstructure bimodale grossière comme présentée dans la figure 8.

les globules d'alpha primaire (ces derniers proviennent des lamelles de départ de  $\alpha$ ). À la fin de ce traitement, on obtient donc une microstructure bimodale grossière comme présentée dans la figure 8.

Les différents paramètres de forgeage telles que la température, la vitesse de déformation, la déformation cumulée et la vitesse de trempe vont faire varier la microstructure finale (taille, texture des grains  $\alpha$  primaires, fraction volumique, joints de grains).

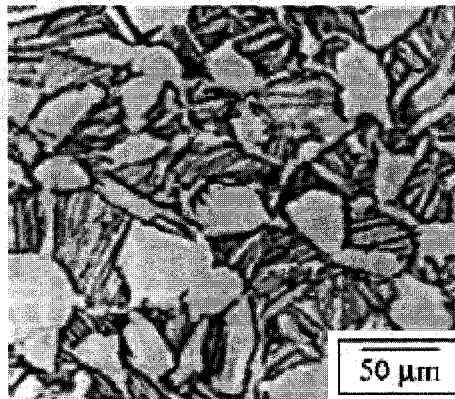


Figure 8      Titre Structure équiaxe non fine [8]

### 2.4.3 Étape finale

Cette étape suit le même principe que la deuxième étape mais pour une température de déformation plus basse. Le but ici est d'obtenir une microstructure de grains  $\alpha$  équiaxes fins dans une matrice de  $\beta$  transformée en forçant la globularisation des particules  $\alpha$ .



## **2.5 Difficultés rencontrées**

Le contrôle de la microstructure de l'IMI 834 dépend de plusieurs paramètres et passe par plusieurs étapes. Ce qui complique considérablement la compréhension du procédé de fabrication. Il faut noter qu'il est impossible de prédire le pourcentage des phases  $\alpha$  qui vont globulariser et celles qui vont tourner sans globulariser. La prédiction par simulation numérique de l'influence des paramètres de forgeage (la température, la vitesse de déformation, la déformation cumulée) sur la microstructure finale va aider à mieux comprendre et éventuellement contrôler le processus de forgeage. Par la suite, il sera peut être possible d'optimiser les propriétés locales et la performance des pièces en service.

## **CHAPITRE 3**

### **ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

#### **3.1 Introduction**

L'objectif de ce chapitre est de définir le principe des automates cellulaires et de dresser un récapitulatif des travaux où les AC ont été utilisés dans le domaine des matériaux. Cette revue bibliographique permet de justifier la validité de cette méthode et ouvrira le champ au développement de nouveaux modèles.

#### **3.2 Définition des automates cellulaires et de ses éléments**

Un automate cellulaire est constitué d'un domaine divisé en éléments appelés cellules. Il est défini par un ensemble d'états possibles, par un ensemble de règles de transition de ces états et par un mécanisme d'évolution temporelle gérant les transitions d'état des cellules.

- Un état est défini par une valeur quantitative que peut prendre la cellule à un instant donné.
- Une cellule est une région de l'espace, repérée par ses coordonnées  $[(i,j)]$  dans le cas bidimensionnel et  $(i,j,k)$  dans le cas tridimensionnel], divisant le domaine selon une partition formant un réseau régulier.
- Un domaine de l'automate cellulaire est constitué de l'espace formé par la réunion de l'ensemble de cellules.
- Une règle de transition est un algorithme ou opération de calcul qui s'applique à chaque cellule pour déterminer son état suivant en fonction de son état courant (initial) et de celles des cellules voisines.
- Un voisinage est constitué par l'ensemble des cellules qui auront une influence sur la cellule concernée.

### **3.3 Principe des automates cellulaires**

D'une manière générale le principe des automates cellulaires consiste en une division de l'espace en un réseau de cellules, qui constituera un maillage à 1D, 2D ou 3D, puis le voisinage de chaque cellule est précisé, et enfin les variables d'état de chaque cellule [9].

Dans l'ensemble, il y a deux principes pour pouvoir décider du nouvel état des cellules. Le premier principe consiste à donner le nouvel état de cellules sur la base de l'état actuel de l'ensemble des cellules et ce n'est qu'une fois que toutes les cellules seront recalculées que le domaine sera remis à jour. Le deuxième principe implique une décision de réactualiser l'état du domaine dès que le nouvel état de la cellule considérée est connu [10] [11].

### **3.4 Le choix du voisinage d'une cellule**

Le choix du nombre de voisins est un paramètre important de l'automate puisqu'il influence l'état futur de la cellule. Plusieurs types de voisinages sont possibles, on cite entre autres le type de réseaux hexagonaux adopté dans ce présent travail où chaque cellule peut avoir six premiers voisins immédiats (figure 9 b), le type unidimensionnel où la cellule a deux voisins et enfin le type carré dont chaque cellule aura quatre voisins (environnement de Von Neumann) où huit voisins (environnement de Moore) (figure 9 a et 9 c).

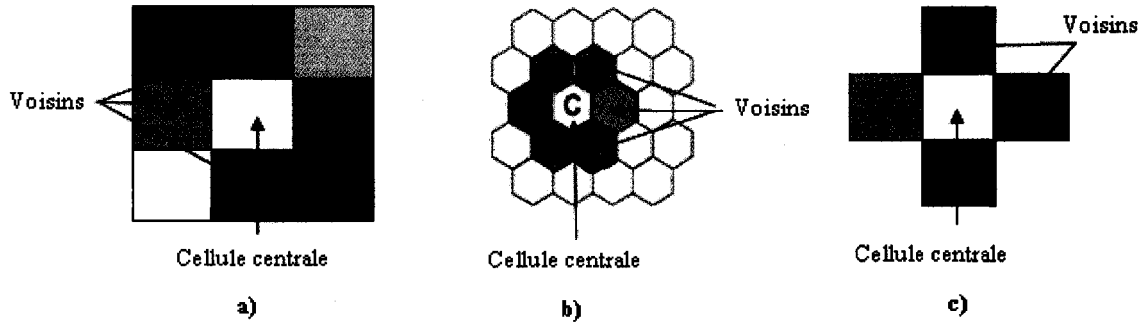


Figure 9 Représentation de quelques types de voisinages : a) Environnement de Moore, b) Type hexagonal, c) Environnement de Von Neumann

En pratique, le voisinage est souvent défini par la cellule cible et les cellules adjacentes, mais dans certain cas il arrive que la cellule cible puisse être privée de ses voisins notamment lorsqu'elle se trouve sur le bord du domaine et tous les voisins ne sont pas repérables. Pour traiter ce cas, on considère souvent que le domaine se referme sur lui-même en raccordant les deux bords horizontaux, puis les deux bords verticaux du domaine, de manière à constituer un tore [12].

### 3.5 Évolution de l'automate cellulaire

Soit  $x'_i$  l'état de la cellule  $i$  d'un automate cellulaire unidimensionnel à l'instant  $t$ , l'état suivant  $x_i^{t+1}$  de cette cellule est donné par la fonction de transition  $f$  :

$$x_i^{t+1} = f(x'_{i-1}, x'_i, x'_{i+1}) \quad (3.1)$$

La fonction  $f$  définit la règle de transition de l'automate cellulaire.

Dans le cas d'une configuration bidimensionnelle, l'état de la cellule  $x'_{i,j}$  au temps  $(t+1)$  est donné par la fonction de transition suivante :

➤ environnement de Von Neumann

$$x_{i,j}^{t+1} = f(x_{i-1,j}^t, x_{i+1,j}^t, x_{i,j}^t, x_{i,j+1}^t, x_{i,j-1}^t) \quad (3.2)$$

➤ environnement de Moor

$$x_{i,j}^{t+1} = f(x_{i-1,j}^t, x_{i+1,j}^t, x_{i,j+1}^t, x_{i,j-1}^t, x_{i,j}^t, x_{i-1,j-1}^t, x_{i-1,j+1}^t, x_{i+1,j-1}^t, x_{i+1,j+1}^t) \quad (3.3)$$

➤ environnement hexagonal

$$x_{i,j}^{t+1} = f(x_{i-1,j}^t, x_{i-1,j-1}^t, x_{i,j-1}^t, x_{i,j}^t, x_{i,j+1}^t, x_{i+1,j+1}^t, x_{j,i+1}^t) \quad (3.4)$$

### 3.6 Vue historique de l'application des automates cellulaires dans le domaine des matériaux

Les automates cellulaires (AC) ont été utilisés pour la première fois dans le domaine des matériaux par Hesselbarth et Gobel en 1991 [13] pour modéliser la recristallisation statique d'un métal déformé à froid. Ils ont pu simuler et examiner la cinétique de germination et de croissance des grains lors de la recristallisation. Dans le même sens, en 1995, Brown et Bruce [14] ont utilisé des modèles des automates cellulaires à 3D pour simuler la croissance dendritique. Ils ont pu mettre en évidence à l'aide de cette méthode les facteurs qui influencent la croissance thermique des dendrites ainsi que leurs changements morphologiques.

Les AC ont été utilisé aussi par Goezt et Seetheraman en 1996 [15] pour modéliser la recristallisation dynamique, qui avec la restauration dynamique forment deux processus avec lesquels les métaux et les alliages subissent une réduction de la densité de dislocations durant la déformation plastique à haute température. Avec le modèle des automates cellulaires, ces auteurs ont montré qu'ils peuvent prédire les observations

expérimentales de la recristallisation dynamique comme les microstructures en collier ainsi que les cinétiques de recristallisation.

Par la suite en 2000 Grandin et Rappaz [16] ont développé un algorithme basé sur des automates cellulaires pour simuler en 3D la croissance des grains dendritiques. Ils ont montré en particulier les effets de l'orientation cristallographique, du gradient thermique, de la vitesse des isothermes et de la cinétique de croissance.

Par la suite Matic et Geltmacher en 2001 [17] ont simulé l'évolution des structures aux morphologies endommagées caractérisées par des microfissures, des microvides et des petites et grandes inclusions. Ces travaux ont démontrés une efficacité et une rapidité de simulation de ces modèles.

En ce qui concerne les travaux qui touchent à la rhéologie des matériaux biphasés, l'historique est le suivant :

En 1994 Montheillet et Gilormini [18] [19] ont utilisé pour la première fois les automates cellulaires pour simuler un matériau biphasé soumis à des efforts mécaniques extérieures dans le domaine viscoplastique linéaire. Ces auteurs ont pu obtenir par les automates cellulaires la courbe contrainte-déformation, ainsi que la distribution spatiale des grandeurs mécaniques locales comme les déformations et les contraintes.

Dans le même ordre d'idée, Briottet, Jonas et Montheillet en 1996 [20] ont modélisé le comportement viscoplastique non linéaire d'un agrégat biphasé, ces auteurs ont apporté une description détaillée de la déformation locale dans chaque zone des agrégats. En 1997 Montheillet et Briottet [21] ont repris ces travaux mais cette fois ci, pour prédire les hétérogénéités des déformations dans un agrégat de deux phases viscoplastiques.

Finalement, en 2005, Boutana et Bocher [22] ont appliqué les AC pour simuler des essais de fluage et fatigue- fluage pour différents microstructures des alliages de titane. Dans le même sens de ces travaux, notre contribution consistera à simuler l'influence des conditions de forgeage sur les propriétés locales et globales d'un alliage biphasé.

## CHAPITRE 4

### MODÈLE MATHÉMATIQUE

#### 4.1 Introduction

Le comportement mécanique global et local d'un matériau biphasé peut être étudié à partir des lois de comportement des deux constituants et des paramètres qui caractérisent sa microstructure (fractions volumiques, forme des domaines homogènes, orientation et distribution des constituants). Plusieurs méthodes ont déjà été utilisées tel que l'élaboration empirique des lois de mélange, les calculs par éléments finis, la méthode différentielle et les modèles auto-cohérents. Le modèle développé ici cherche à simuler un matériau biphasé sujet à des essais en compression à chaud en utilisant une loi de type viscoplastique non linéaire. La mécanique d'inclusion d'Eshelby a été utilisée pour localiser les propriétés locales du matériau à savoir : les vitesses de déformations et les contraintes. Les hypothèses simplificatrices suivantes ont été utilisées.

- Le matériau est constitué de deux phases  $\alpha$  et  $\beta$ , de comportement viscoplastique, isotrope et incompressible.
- Déformation plane (2D).
- L'inclinaison des axes des inclusions et le cisaillement entre les cellules ne sont pas pris en compte.
- L'effet de l'orientation cristallographique des phases n'est pas considéré.

#### 4.2 Principe du modèle à base d'automates cellulaires

Dans ce type de modèle, le matériau réel, constitué d'un mélange de deux phases  $\alpha$  et  $\beta$ , est représenté par un réseau de cellules adjacentes, toutes identiques. Chaque cellule est mise en correspondance bijective avec un domaine homogène de l'agrégat dont elle définit la nature et les relations de voisinage. Pour un modèle à deux



dimensions, on choisit généralement un réseau de cellules hexagonales et chacune a six voisins. La figure 10 [22] montre une représentation bidimensionnelle d'un agrégat biphasé et son équivalent d'automate cellulaire.

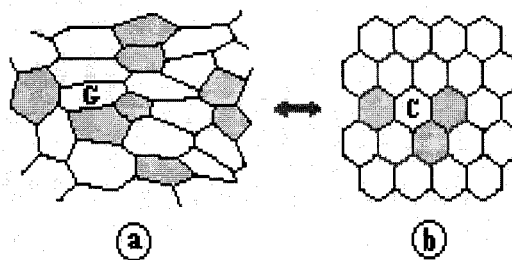


Figure 10 Représentation schématique du modèle automate cellulaire : Chaque grain  $G$  du matériau (a) est mis en correspondance bijective avec une cellule  $C$  de l'automate (b) [22]

#### 4.2.1 Fraction volumique

Étant donné un mélange de deux phases, on définit  $f_\alpha$  et  $f_\beta$  les fractions volumiques de la phase  $\alpha$  et de la phase  $\beta$  on obtient :

$$f_\alpha + f_\beta = 1 \quad (4.1)$$

Rappelons ici que si les mesures sont effectuées sur une quantité (volume) suffisamment grande pour être représentative de l'ensemble, la fraction volumique est la même quelles que soient la forme et la distribution des phases [23]. Les fractions volumiques en présence sont fonctions de la température.

#### 4.2.2 Forme des domaines homogènes

Dans un matériau comportant deux phases distinctes, les domaines homogènes pourront être constitués, soit d'un seul grain, soit d'un agrégat de plusieurs grains appartenant à la même phase. Les domaines homogènes sont caractérisés par trois paramètres : la forme, la distribution et le comportement.

Dans cette étude, on considère que la déformation est localement plane et on travaille dans le plan sur des domaines elliptiques de demi-axes  $a$  et  $b$  (figure 11). Le rapport de forme des domaines homogènes est défini par la relation suivante :

$$\lambda = \frac{a}{b} \quad (4.2)$$

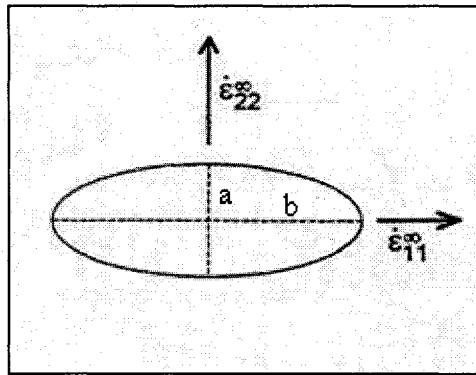


Figure 11 Forme géométrique des domaines homogènes [22]

Leur excentricité  $e$  a pour expression :

$$e = \frac{a-b}{a+b} = \frac{\lambda-1}{\lambda+1} \quad (4.3)$$

Un domaine circulaire est caractérisé par  $\lambda = 1$  et  $e = 0$ . Pour une ellipse, changer  $\lambda$  en  $\frac{1}{\lambda}$  et  $e$  en  $-e$  équivaut à considérer le même domaine homogène ayant subi une rotation de  $90^\circ$ .

Il faut noter ici que le facteur de forme change au cours de la déformation. Pour un matériau incompressible la vitesse de variation de  $\lambda$  au cours de la déformation pour une ellipse allongée s'exprime sous la forme [23] :

$$\dot{\lambda} = \lambda \zeta \dot{\varepsilon} \operatorname{sgn}(\varepsilon^\infty) \quad (4.4)$$

Où  $\zeta$  représente le facteur géométrique qui prend la valeur  $\sqrt{3}$  pour une déformation plane,  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation équivalente de Von Mises et  $\operatorname{sgn}(\varepsilon^\infty)$  le signe de la déformation  $\varepsilon^\infty$  (compression ou traction).

### 4.3 Estimation du comportement rhéologique

#### 4.3.1 Principe du mécanisme de l'inclusion d'Eshelby

La plupart des modèles permettant d'obtenir une estimation du comportement mécanique des matériaux multiphasés sont basés sur l'approche d'Eshelby, qui sera présentée de manière simplifiée dans ce paragraphe. Le principe d'Eshelby [24] considère une inclusion isolée dans une matrice infinie, le matériau est soumis à l'infini à une sollicitation uniforme caractérisée par le tenseur des déformations  $\varepsilon^\infty$ , le problème d'Eshelby consiste à déterminer le tenseur de déformation  $\varepsilon^I$  dans l'inclusion (figure 12) résultat de la déformation à l'infini  $\varepsilon^\infty$ .

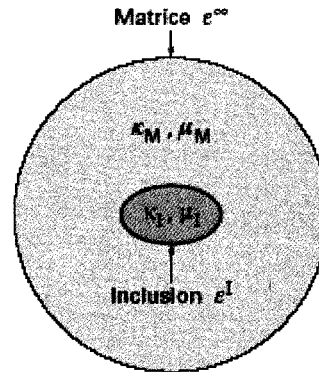


Figure 12 Représentation schématique du problème d'Eshelby [24]

#### 4.3.2 Inclusion et matrice élastiques

Eshelby a montré [24] que dans le cas où une inclusion élastique isolée dans une matrice elle-même élastique et d'extension infinie, lorsque la matrice est soumise à un chargement uniforme à l'infini, le tenseur des déformations est uniforme à l'intérieur de l'inclusion. La déformation dans l'inclusion s'exprime alors par la relation suivante :

$$\varepsilon_{ij}^I = \Delta_{ijkl}^I \varepsilon_{kl}^\infty \quad (4.5)$$

$\Delta^I$  étant le tenseur de localisation des déformations dans l'inclusion (voir démonstration et expression du tenseur en annexe 1).

L'équation (4.5) a été couplée avec les lois de comportement de l'inclusion et de la matrice pour en déduire une relation analogue :

$$\sigma_{ij}^I = \Lambda_{ijkl}^I \sigma_{kl}^\infty \quad (4.6)$$

où  $\Lambda^I$  est le tenseur de localisation des contraintes dans l'inclusion (voir démonstration et expression du tenseur en annexe 1).

#### 4.3.3 Inclusion et matrice viscoplastiques non linéaires

L'approche d'Eshelby concerne en premier lieu les matériaux élastiques, mais peut être transposée à des constituants viscoplastiques non linéaires [12]. En considérant un cas de compression uniaxiale, la relation de localisation appliquée à une cellule particulière C de l'automate cellulaire (équivalent d'une inclusion I dans la théorie d'Eshelby) peut s'écrire :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \rho \delta_c \dot{\varepsilon}_{ij}^\infty \quad (4.7)$$

où  $\dot{\varepsilon}_{ij}^\infty$  est la vitesse de déformation imposée au matériau,  $\delta_c$  le facteur de localisation des vitesses de déformation et  $\rho$  une constante de normalisation choisie de manière à ce que la moyenne des vitesses de déformation associées aux cellules du réseau soit égale à la vitesse de déformation imposée :

$$\langle \dot{\varepsilon}_{ij}^c \rangle = \dot{\varepsilon}_{ij}^\infty \quad (4.8)$$

Des équations (4.7) et (4.8), on trouve que :

$$\varepsilon_{ij}^c = \frac{\delta_c}{\langle \delta_c \rangle} \varepsilon_{ij}^\infty \quad (4.9)$$

Le facteur de localisation  $\delta_c$  des vitesses de déformation peut être calculé à partir de la relation suivante [23] :

$$\delta_c = \frac{(1 + aF)\{1 - \tanh[(b + cF)(\Sigma_c - 1)]\}}{1 + aF + (-1 + dF) \tanh[(b + eF)(\Sigma_c - 1)]} \quad (4.10)$$

Les composants de l'équation (4.10) sont présentés comme suit :

⇒ Les valeurs des coefficients a, b, c, d, et e sont donnés dans le tableau I pour  $m = 0.1$ , 0.2 et 0.3.

Tableau I

Paramètres de l'équation (4.10) donnant les constantes du facteur de localisation  $\delta_c$  pour une inclusion cylindrique de section elliptique, dans le cas de matériaux viscoplastique non linéaire en fonction de quelques valeurs de  $m$  [23]

	a	b	c	d	e
m = 0.1	-0.26	0.139	1.312	4.02	-0.057
m = 0.2	0.698	0.1	0.863	7.677	-0.007
m = 0.3	0.855	0.089	0.536	11.134	-0.011

⇒ F désigne une fonction de facteur de forme  $\lambda$  (voir l'équation 4.2) :

$$F(\lambda) = 2\lambda / (1 + \lambda^2) \quad (4.11)$$

⇒  $\Sigma_c$  est le rapport des consistances, il est définit par la relation suivante :

$$\Sigma_c = \frac{k_c}{k_v} \quad (4.12)$$

Où  $k_c$  est la viscosité de la cellule et  $k_v$  la viscosité moyenne du voisinage de la cellule considérée. En fait, le paramètre  $k_v$  est donné par la relation suivante (un détail de son calcul est présenté dans l'annexe 2) [25] :

$$k_v = k_\alpha \left[ \left( \frac{1}{6} \right) (3 - 2\rho + 5(1 - f_{v\alpha})(\rho - 1)) + \sqrt{(3 - 2\rho + 5(1 - f_{v\alpha})(\rho - 1))^2 + 24\rho} \right] \quad (4.13)$$

Où  $\rho = k_\beta / k_\alpha$ ,  $k_\alpha$  est la viscosité de la phase  $\alpha$ ,  $k_\beta$  est la viscosité de la phase  $\beta$ ,  $f_{v\alpha}$  est la fraction volumique de la phase  $\alpha$  dans le voisinage (seulement pour 6 voisins). La moyenne des facteurs de localisation est calculée par l'équation linéaire de mélange :

$$\langle \delta_c \rangle = f_\beta \frac{\sum \delta_{c\beta}}{n_\beta} + f_\alpha \frac{\sum \delta_{c\alpha}}{n_\alpha} \quad (4.14)$$

$(n_\alpha, f_\alpha)$  et  $(n_\beta, f_\beta)$  sont les nombres de cellules et les fractions volumiques de la phase  $\alpha$  et la phase  $\beta$  respectivement  $\delta_{c\alpha}$  et  $\delta_{c\beta}$  sont les facteurs de localisation des vitesses de déformation correspondant à la phase  $\alpha$  et à la phase  $\beta$  respectivement.

Après avoir donné le détail du calcul de la vitesse de déformation locale pour chaque cellule, le calcul de la contrainte locale dans la même cellule se fait à partir de la loi de comportement viscoplastique non linéaire de chacune des phases selon l'équation suivante :

$$\sigma_c = (K_c \exp(Q_c / RT) \dot{\epsilon})^{m_c} \quad (4.15)$$

Où l'indice c représente la phase ( $\alpha$  ou  $\beta$ ),  $K_c$  est une constante liée à la composition chimique de la phase,  $R$  est la constante des gaz parfaits,  $Q_c$  est l'énergie d'activation de

la phase,  $T$  est la température de déformation,  $m_c$  est le coefficient de sensibilité à la vitesse de la phase considérée.

#### 4.4 Limites du modèle

Dans cette partie du rapport les limitations du modèle basé sur la théorie d'Eshelby seront présentées. Ces limitations peuvent être supprimées au moins partiellement grâce à des études par éléments finis [26].

##### 4.4.1 Entourage des cellules

Le principal problème lié à l'approche d'Eshelby réside dans le fait que l'on ne tienne pas compte en effet de la répartition spatiale des cellules voisines autour de la cellule considérée. En effet, le modèle actuel donne les mêmes résultats pour les 2 configurations présentées dans la figure 13. Or les deux cellules centrales n'ont pas le même voisinage ce qui influence leurs caractéristiques mécaniques (contrainte, déformation et vitesse de déformation). Une étude a été menée dans le cas d'une cellule centrale dure puis étendue, au cas d'une cellule centrale molle. Les variables sont le nombre de cellules dures dans le voisinage, et leur emplacement. L'effet de la présence d'une à cinq cellule(s) dure(s) dans le voisinage a été observé. Pour tous les cas étudiés, il a été remarqué que plus les cellules dures dans l'axe de sollicitation sont nombreuses, plus les contraintes moyennes dans la cellule centrale sont élevées. Pour toutes les configurations (c'est-à-dire  $\forall n_v$ , nombre de cellules voisines dures), le passage de  $n$  à  $(n+1)$  cellules dans l'axe de sollicitation entraîne une augmentation approximative de la contrainte de 20% ( $\pm 3\%$ )[26].



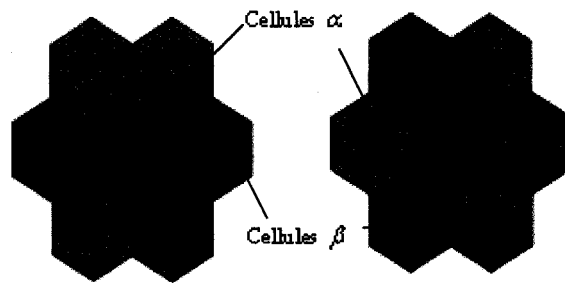


Figure 13 Exemples de configurations au modèle d'AC, la cellule centrale n'aura pas le même comportement mécanique dans les deux cas de figures

#### 4.4.2 Inclinaison des axes des inclusions

Le modèle mathématique dont on dispose actuellement ne peut pas simuler le comportement mécanique d'une inclusion, inclinée par rapport au plan de compression, et ayant un facteur de forme  $\lambda$  différent de 1 (voir exemple figure 14). En effet le modèle permet de localiser les déformations seulement si un des axes principaux des inclusions est parallèle à l'axe de l'application de la contrainte. Cette limitation sera partiellement levée grâce à une étude par éléments finis présentée au chapitre 7.

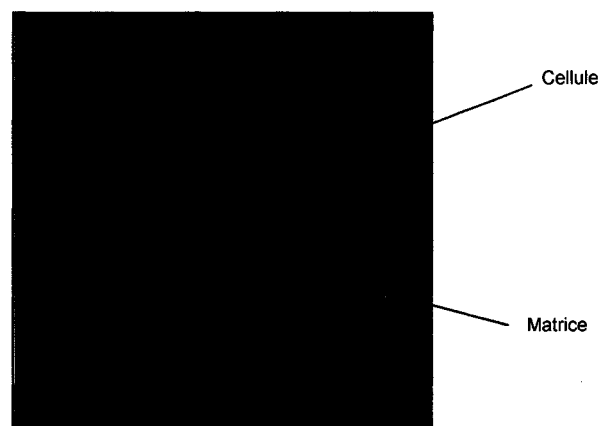


Figure 14 Inclusion inclinée plongée dans une matrice homogène

#### **4.4.3 Cisaillement**

Le modèle actuel des AC ne tient pas en compte le cisaillement entre les cellules dû à l'effet de voisinage ainsi que le cisaillement d'une inclusion inclinée par rapport au plan de compression de facteur de forme  $\lambda$  différent de 1. Pour remédier à cette limitation, une étude préliminaire par éléments finis présentera les tendances (chapitre 7).

#### **4.4.4 Rotation des cellules**

Enfin, on peut supposer que dans certains cas, la déformation subie par l'inclusion peut entraîner sa rotation en même temps que le changement de son facteur de forme (équation 4.4). Ce phénomène de rotation n'est pas considéré dans le modèle d'Eshelby. Une étude par éléments finis en élasticité quantifiera la rotation des inclusions inclinées et son influence sur le comportement mécanique globale du matériau étudié.

## CHAPITRE 5

### ANALYSE ET EXPLOITATION DES ESSAIS EXPÉRIMENTAUX

#### 5.1 Description de l'expérimental

##### 5.1.1 Mise en contexte

Afin de connaître les paramètres viscoplastiques des phases  $\alpha$  et  $\beta$ , des essais de compression à chaud ont été réalisés dans le domaine  $\beta$  pur et dans le domaine  $\alpha + \beta$  de l'alliage de titane IMI 834. Les essais de compression ont été réalisés à des températures de 950 °C à 1100 °C, avec des vitesses de déformation de 0.1 s<sup>-1</sup> et de 1 s<sup>-1</sup>, les déformations s'étendant de 0.7 à 1.4. Ces essais ont été effectués sur une machine de compression MTS 810. Les échantillons choisis sont de forme cylindrique de diamètre 76 mm et de longueur 11.4 mm. La composition chimique des échantillons utilisés dans cette étude est donnée dans le tableau II.

Tableau II

Composition chimique de l'alliage de titane IMI 834 [27]

Élément	Al	Sn	Zr	Nb	Mo	Si	C	Ti
Proportion (%)	5.8	4	3.5	0.7	0.5	0.3	0.06	balance

Pour la majorité des essais, la microstructure initiale est composée de 20 % de phase  $\alpha$  équiaxe plongée dans une matrice  $\beta$  transformée ( $\alpha$  lamellaire fine) (figure 15) [27]. Les échantillons ont été chauffés aux températures de déformation  $T_{\text{def}}$  pendant 15 min, déformés puis refroidis à des vitesses de 1, 2 ou 5 °C/s. Les échantillons ainsi préparés

ont été coupés le long de l'axe de compression, ils ont subi un polissage jusqu'à  $0.2 \mu m$  et ont été attaqués avec une solution de  $60H_2O_2-10HF-30H_2O$  [28] aux extrémités pour réduire l'effet de friction.

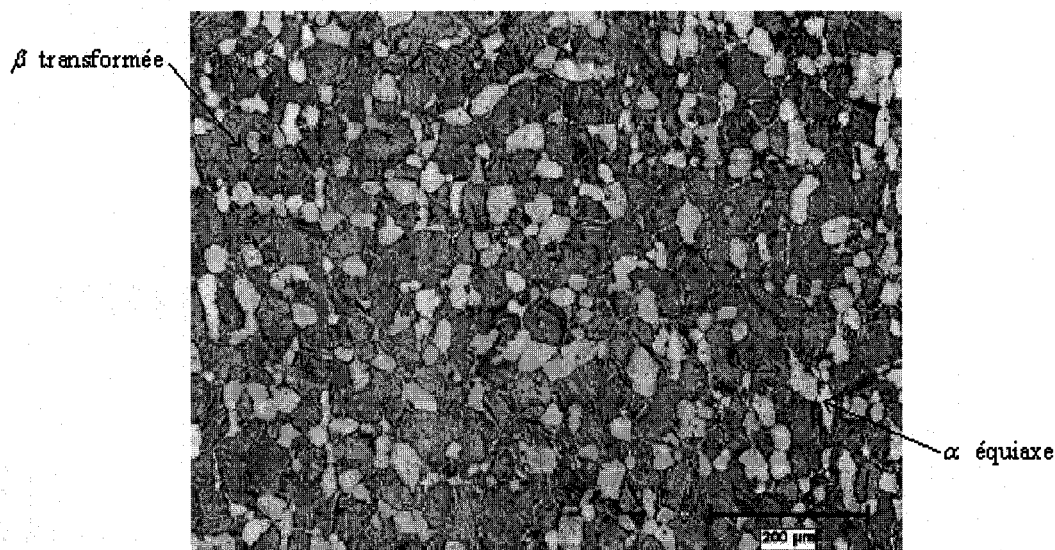


Figure 15 Microstructure de l'essai composée de 20%  $\alpha$  primaire équiaxe dans une matrice de phase  $\beta$  transformée [27]

Une autre série d'échantillons a été utilisée afin d'étudier le comportement mécanique d'une structure lamellaire grossière. Grâce à un refroidissement d'une microstructure 100 %  $\beta$  une structure grossière de grains  $\alpha$  lamellaire a été obtenue. Après déformation les lamelles sont cisillées et fractionnées comme l'illustre la figure 16 [27]. À partir la microstructure de départ des essais de compressions ont été réalisés, la courbe de contrainte versus déformation est représentée dans la figure 17.

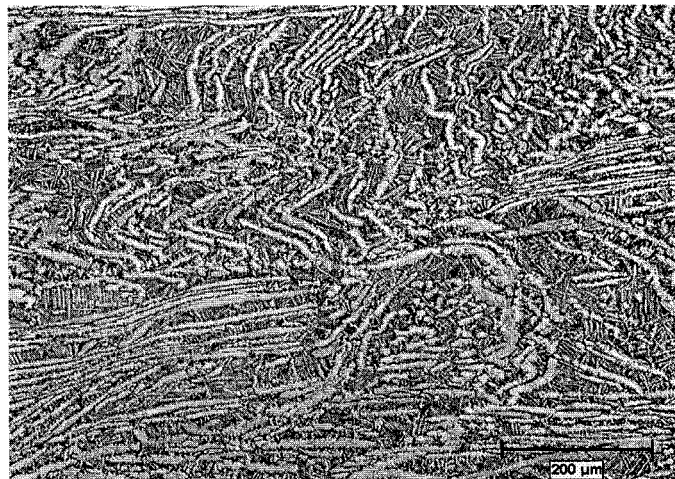


Figure 16 Microstructure lamellaire après déformation à  $T_{\text{déf}} = 1000\text{ °C}$ ,  $\dot{\varepsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ ,  $\varepsilon = 1$ , un taux de refroidissement de  $1\text{ °C/s}$  et un temps de maintien de 15 min [27]

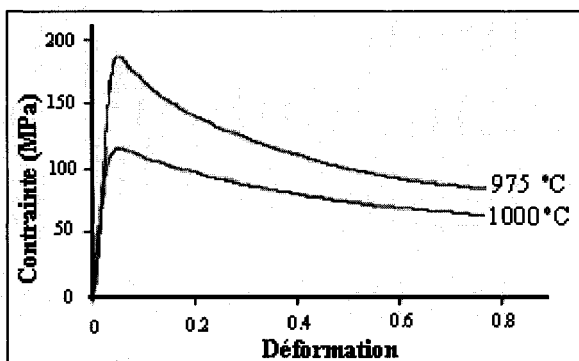


Figure 17 Courbe contrainte-déformation d'une microstructure lamellaire de l'IMI 834 pour les températures  $975\text{ °C}$  et  $1000\text{ °C}$  pour une vitesse de déformation imposée de  $\dot{\varepsilon} = 1\text{ s}^{-1}$  [28]

### 5.1.2 Analyse des résultats

L'analyse des courbes contrainte-déformation des échantillons obtenus à partir de l'échantillon de départ (figure 18) a montré l'apparition d'une zone d'écrouissage entre les valeurs de déformation 2 % et 6 %. Ce type d'écrouissage est suivi par un phénomène de recristallisation dynamique qui atteint un état stationnaire à une

déformation d'environ 0.7. Au-dessus de la température 1025 °C, la contrainte à l'état stationnaire a été atteinte rapidement et vaut 10 % à 20 % de la valeur de la contrainte maximale (figure 18 [27]). Par contre, cette différence de variation de contrainte est beaucoup plus grande aux températures de 975 °C et 1000 °C. Cela pourrait être dû à la contribution des grains  $\alpha$  et sera discuté dans le chapitre 6.

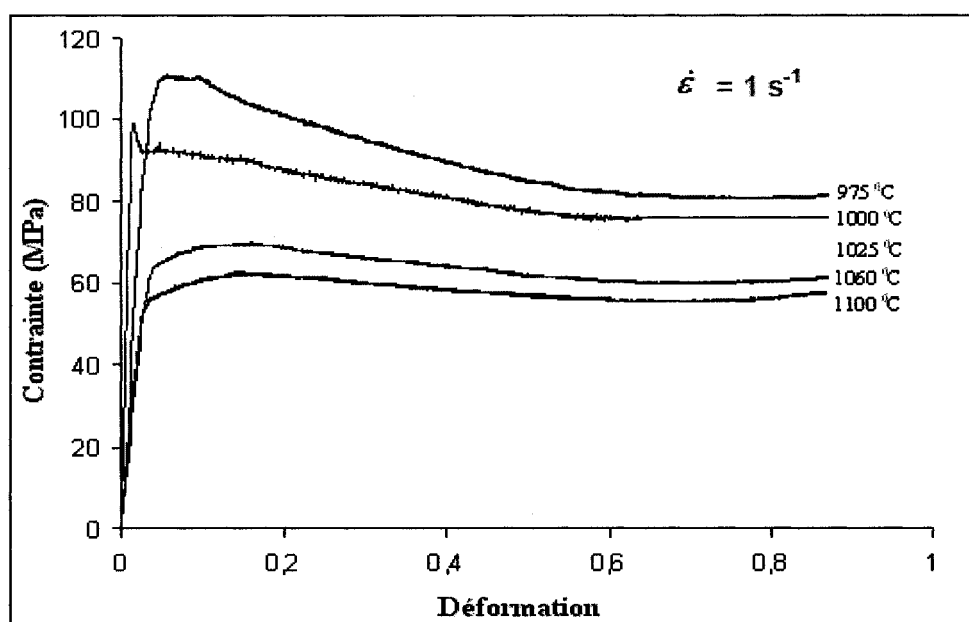


Figure 18 Courbes contrainte-déformation à la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$  pour des températures comprises entre 975 °C et 1100 °C [27]

L'analyse microstructurale a révélé qu'au-dessus de la température de transus  $\beta$  (1045 °C), la microstructure à la température ambiante de tous les échantillons est caractérisée par une phase  $\beta$  transformée avec une taille moyenne de grains avoisinant 300  $\mu\text{m}$ . Les échantillons fortement déformés à ces températures élevées et refroidi rapidement montrent la présence de petits grains  $\beta$  équiaxe qui entourent les grains antérieurs de  $\beta$ .

Après une déformation de 1 et sous les conditions suivantes :  $T_{\text{déf}} = 1060\text{ °C}$  et  $\dot{\varepsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ , la proportion des grains recristallisés dynamiquement est de l'ordre de 15% de la microstructure (figure 19 [27]) même si l'état stationnaire semble atteint.

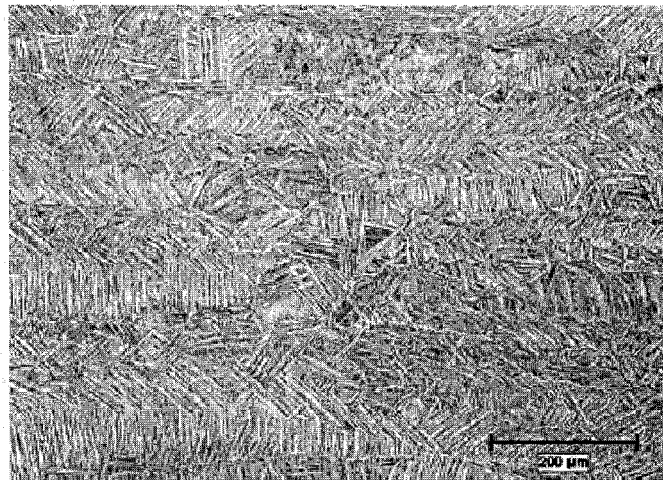


Figure 19 Microstructure après déformation à  $T_{\text{déf}} = 1060\text{ °C}$ ,  $\dot{\varepsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ ,  $\varepsilon = 1$ , un taux de refroidissement de  $5\text{ °C/s}$  et un temps de maintien de 15 min [27]

Afin de trouver les coefficients de l'équation 4.15 ( $Q_c$  l'énergie d'activation de la phase considéré et  $m_c$  le coefficient de sensibilité à la vitesse de la phase considérée) les fractions volumiques de la phase  $\alpha$  seront mesurées pour plusieurs échantillons. Pour les températures basses ( $T_{\text{déf}} \leq 1000\text{ °C}$ ), les particules  $\alpha$  primaires apparaissent au premier coup d'œil sur la microstructure; de forme relativement équiaxe et non déformée elles sont visibles dans la figure 20 et la figure 21 pour  $1000\text{ °C}$  et  $975\text{ °C}$  respectivement.

Des difficultés ont été rencontrées au cours de la mesure du pourcentage réel de la phase  $\alpha$  : si les phases  $\alpha$  équiaxes ont été faciles à repérer, de larges lamelles  $\alpha$  présentes lors de la déformation à chaud ont été observées au sein des phases  $\beta$  déformées. Ces lamelles grossières sont le résultat d'une résistance à une

transformation : elles sont supposées se transformer en phase  $\beta$ . La figure 22 montre une zone où on voit clairement un mélange entre des phases  $\alpha$  lamellaires (grossières et déformées) et des lamelles fines de  $\beta$  transformée. La mesure sur des grandes zones de la fraction volumique de ces types de lamelles  $\alpha$  grossière est particulièrement difficile. Pour chaque échantillons des zooms entre les grains équiaxes ont été prises afin de donner une estimation approximative de la fraction volumique dans ces zones de ces lamelles grossières de  $\alpha$  déformées  $f_{\alpha lamG}$ . Pour trouver la fraction volumique de ces lamelles dans la microstructure totale, on a multiplié le pourcentage des zones non équiaxes dans toute la microstructure par la fraction volumique  $f_{\alpha lamG}$ .

Le tableau III montre les estimations des pourcentages de la phase  $\alpha$  équiaxes  $f_{\alpha \acute{e}qu}$ , celles de la phase  $\alpha$  lamellaire grossière dans les zones non équiaxes  $f_{\alpha lamG}$  et celles de la phase  $\alpha$  lamellaire grossière  $f_{\alpha lam}$  dans le total de la microstructure pour différents températures.

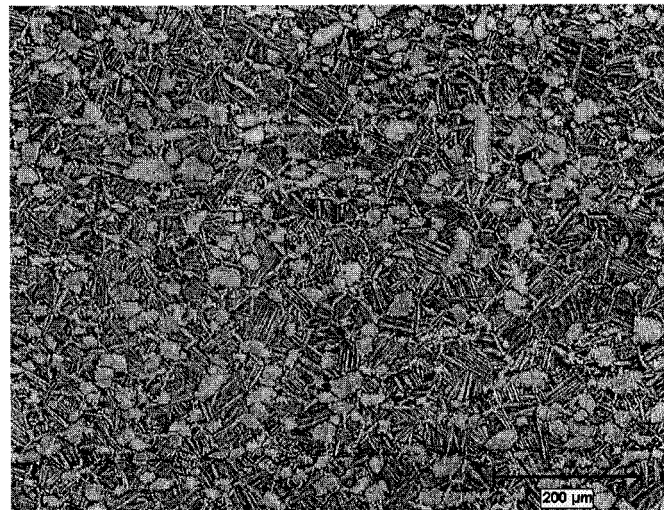


Figure 20 Microstructure équiaxe après déformation à  $T_{\text{def}} = 1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $\dot{\epsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ ,  $\epsilon = 1$ , un taux de refroidissement de  $1\text{ }^{\circ}\text{C/s}$  et un temps de maintien de 15 min [27]



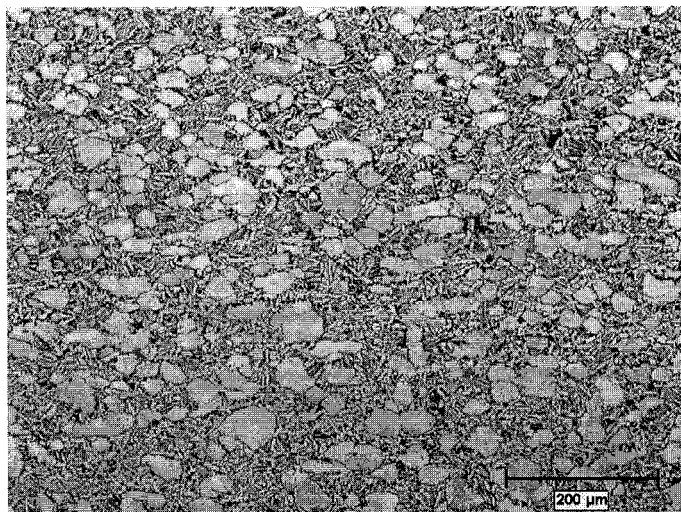


Figure 21 Microstructure équiaxe après déformation à  $T_{\text{déf}} = 975\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $\dot{\varepsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ ,  $\varepsilon = 1$ , un taux de refroidissement de  $1\text{ }^{\circ}\text{C/s}$  et un temps de maintien de 15 min [27]

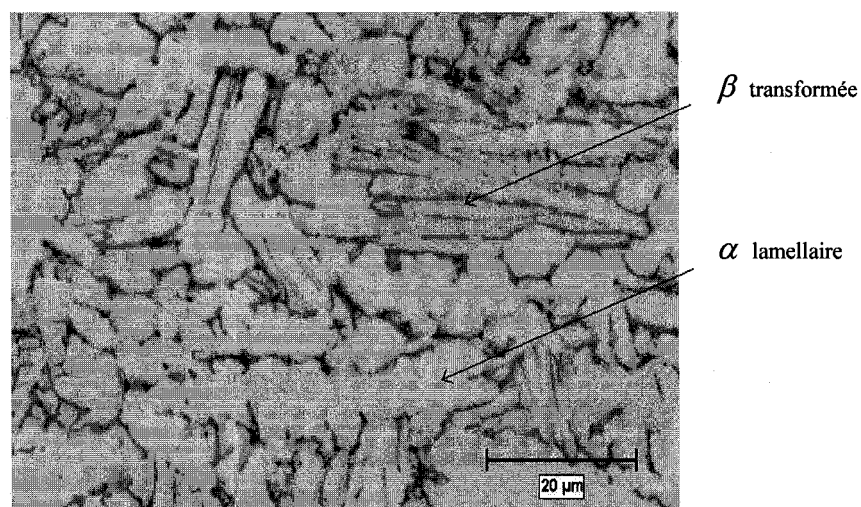


Figure 22 Zoom de la microstructure après déformation à  $T_{\text{déf}} = 975\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,  $\dot{\varepsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ ,  $\varepsilon = 1$ , un taux de refroidissement de  $1\text{ }^{\circ}\text{C/s}$  et un temps de maintien de 15 min montrant des phases  $\alpha$  lamellaires et des phases  $\beta$  transformées [27]

Tableau III

Valeurs des différents types de fractions volumiques de la phase  $\alpha$  pour différents températures

	975( $^{\circ}C$ )	1000( $^{\circ}C$ )	1025( $^{\circ}C$ )
$f_{\alpha\acute{e}qu}$ (%)	23	19	10
% des zones non équiaxes	77	81	90
$f_{\alpha lam G}$ (%)	46	14	6
$f_{\alpha lam}$ (%)	36	11	5
$f_{\alpha}$ (%)	60	30	15

## 5.2 Calcul des propriétés de l'IMI 834

### 5.2.1 Lois de comportement de l'IMI 834 en déformation à chaud

L'évolution des propriétés mécaniques de l'IMI 834 lors de la déformation à chaud passe par des stades importants : Le premier stade est élastique, et il est suivi par l'écrouissage (caractérisé par une augmentation dans la contrainte d'écoulement du matériau). Ce dernier phénomène est décrit par la loi de comportement suivant [1] :

$$\sigma_{ecr} = K_{ecr} \cdot \dot{\varepsilon}^m \cdot \varepsilon^n \quad (5.1)$$

Où  $K_{ecr}$  est une constante liée au matériau,  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation,  $\varepsilon$  la déformation appliqué au matériau,  $m$  la sensibilité à la vitesse de déformation, et  $n$  le coefficient d'écrouissage.

Le troisième stade est l'adoucissement en cours de déformation dû à une recristallisation dynamique. Celle-ci s'amorce pour une valeur critique de la déformation. L'équilibre

entre l'écrouissage et la recristallisation dynamique fait que la contrainte passe par un maximum puis diminue vers un palier correspondant au régime stationnaire. La contrainte augmente donc jusqu'à une valeur maximale appelée « pic de contrainte »  $\sigma_p$ . La recristallisation dynamique est caractérisée par une phase de germination suivie d'une croissance des grains puis d'une phase d'écrouissage. La vitesse de recristallisation [29] (fraction volumique recristallisée par unité de temps) qui décrit ce phénomène est donnée par :

$$\frac{dV}{dt} = \dot{N} \cdot G \quad (5.2)$$

Où  $\dot{N}$  désigne le nombre de nouveaux grains germés par unité de temps et  $G$  leur vitesse de croissance volumique.

Comme ces deux quantités dépendent du temps, la cinétique de recristallisation ne suit pas une fonction simple [29]. Cependant, la fraction volumique recristallisée peut être assez bien décrite par l'équation d'Avrami [30] :

$$X_d = 1 - \exp\left[-A \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\varepsilon_p}\right)^{m'}\right] \quad (5.3)$$

Où  $A$  et  $m'$  sont des paramètres liés au matériau,  $\varepsilon_p$  la déformation au pic (déformation qui correspond au pic de la contrainte  $\sigma_p$ ), et  $\varepsilon$  la déformation subie par le matériau.

Lorsqu'il y a autant de grains qui recristallisent que de grains qui s'écrouissent, un état stationnaire est atteint et la contrainte obtenue peut être décrite par l'équation suivante [31]:

$$\sigma = (K \exp(Q / RT) \cdot \dot{\varepsilon})^m \quad (5.4)$$

Où  $K$  est une constante liée à la composition chimique de l'alliage,  $R$  la constante des gaz parfaits,  $Q$  l'énergie d'activation apparente,  $T$  la température de l'alliage et  $m$  sa sensibilité à la vitesse.

### 5.2.2 Calcul des paramètres de l'équation d'écrouissage pour le domaine $\beta$ pur

La contrainte d'écrouissage  $\sigma_{ecr\beta}$  pour la phase  $\beta$  pure, peut être décrite par l'équation 5.1 et les coefficients de cette équation seront affectés d'un indice  $\beta$ .

On suppose que l'écrouissage peut décrire le comportement du matériau jusqu'à la déformation au pic  $\varepsilon_p$  correspondant à la contrainte maximale  $\sigma_p$ . Le calcul de  $K_{ecr\beta}$  se fait à partir de la linéarisation de l'équation (5.1) et des équations des droites ( $y = ax + b$ ) obtenus à partir des données expérimentales présentées dans la figure 23. Ainsi l'équation (5.1) sera écrite sous la forme suivante :

$$\log(\sigma_{ecr\beta}) = \log(K_{ecr\beta}) + m_\beta \log(\dot{\varepsilon}) + n_\beta \log(\varepsilon) \quad (5.5)$$

L'évolution de  $\log(\sigma_{ecr\beta})$  versus  $\log(\varepsilon)$  est montrée à la figure 24 pour différents vitesses de déformation imposées  $\dot{\varepsilon}$  et températures  $T$ .

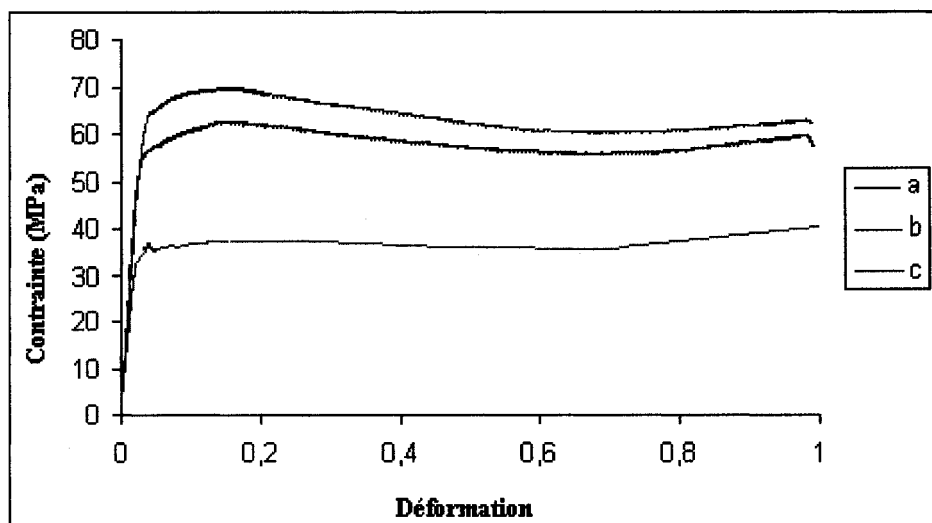


Figure 23 Courbes contrainte-déformation de l'IMI 834 dans le domaine  $\beta$  pur [27]

a)  $T = 1100\text{ }^{\circ}\text{C}$  et  $\dot{\epsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ , b)  $T = 1060\text{ }^{\circ}\text{C}$  et  $\dot{\epsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ , c)  $T = 1060\text{ }^{\circ}\text{C}$  et  $\dot{\epsilon} = 0.1\text{ s}^{-1}$

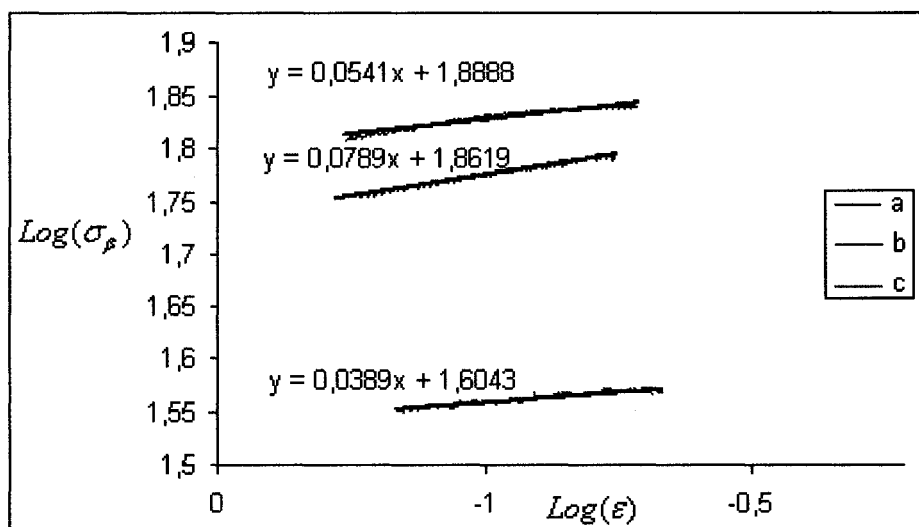


Figure 24 Linéarisation de l'équation qui décrit la zone d'écrouissage dans le domaine  $\beta$  pur

a)  $T = 1100^{\circ}\text{C}$  et  $\dot{\epsilon} = 1$ , b)  $T = 1060^{\circ}\text{C}$  et  $\dot{\epsilon} = 1$ , c)  $T = 1060^{\circ}\text{C}$  et  $\dot{\epsilon} = 0.1$

Les valeurs des paramètres  $K_{ecr\beta}$ ,  $n_\beta$  et  $\varepsilon_p$  obtenues à partir des courbes de droites linéaires sont représentés au tableau IV pour trois conditions de forgeage. Elles peuvent être exprimées sous la forme de l'équation de Zenner Hollomon [32] suivante :

$$Z = \dot{\varepsilon} \exp \frac{Q}{RT} \quad (5.6)$$

Afin de permettre de calculer les valeurs de  $K_{ecr\beta}$ ,  $n_\beta$  et  $\varepsilon_p$  quelles que soient la température et la vitesse de déformation imposées.

Tableau IV

Valeurs des constantes  $K_{ecr\beta}$ ,  $n_\beta$  et  $\varepsilon_p$  pour trois conditions de forgeage.

	$T = 1100 \text{ }^\circ\text{C}$ $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$	$T = 1060 \text{ }^\circ\text{C}$ $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$	$T = 1060 \text{ }^\circ\text{C}$ $\dot{\varepsilon} = 0.1 \text{ s}^{-1}$
$K_{ecr\beta}$	72.76	77.41	67.90
$n_\beta$	0.07	0.05	0.03
$\varepsilon_p$	0.16	0.14	0.18

Donc  $K_{ecr\beta}$ ,  $n_\beta$  et  $\varepsilon_p$  s'écrivent comme suit :

$$K_{ecr\beta} = A_1 \left( \dot{\varepsilon} \exp \left( \frac{Q_1}{RT} \right) \right)^{c_1} \quad (5.7)$$

$$n_\beta = A_2 \left( \dot{\varepsilon} \exp \left( \frac{Q_2}{RT} \right) \right)^{c_2} \quad (5.8)$$

$$\varepsilon_p = A_3 \left( \dot{\varepsilon} \exp\left(\frac{Q_3}{RT}\right) \right)^{c_3} \quad (5.9)$$

En résolvant le système d'équation (5.7), (5.8) et (5.9) et en tenant compte des valeurs de  $K_{ecr\beta}$ ,  $n_\beta$  et  $\varepsilon_p$  présentées dans le tableau V. On peut calculer les coefficients  $A_1, C_1, Q_1, A_2, C_2, Q_2, A_3, C_3$  et  $Q_3$ . Ceux-ci nous permettent d'avoir une expression générale des paramètres  $K_{ecr\beta}$ ,  $n_\beta$  et  $\varepsilon_p$ .

$$K_{ecr\beta} = 1.27 \left( \dot{\varepsilon} \exp\left(\frac{852862}{RT}\right) \right)^{0.05} \quad (5.10)$$

$$n_\beta = 2.56 \cdot 10^{-7} \left( \dot{\varepsilon} \exp\left(\frac{916919}{RT}\right) \right)^{0.15} \quad (5.11)$$

$$\varepsilon_p = 0.0031 \left( \dot{\varepsilon} \exp\left(\frac{1012504}{RT}\right) \right)^{0.04} \quad (5.12)$$

Ainsi à partir des équations (5.10), (5.11) et (5.12) on peut calculer les valeurs de  $K_{ecr\beta}$ ,  $n_\beta$  et  $\varepsilon_p$  quelles que soient la température et la vitesse de déformation imposées.

### 5.2.3 Calcul des constantes de l'équation de recristallisation dynamique pour le domaine $\beta$ pur

Dans cette partie, on va calculer les paramètres  $A$  et  $m'$  de l'équation (5.3). Cette équation est utilisée en faisant l'hypothèse que la recristallisation commence dès que la déformation sera égale à  $\varepsilon_p$  (déformation de pic) et se complète au début de l'état stationnaire.

Les paramètres  $A$  et  $m'$  de cette équation sont obtenus grâce aux données expérimentales, en supposant que le pourcentage des grains recristallisée  $X_d$  est proportionnel à l'adoucissement de la courbe de contrainte-déformation :

$$X_d = \frac{\sigma_{\exp \beta} - \sigma_{ecr\beta}^{\max}}{\sigma_{st\beta} - \sigma_{ecr\beta}^{\max}} \quad (5.13)$$

Où  $\sigma_{\exp \beta}$  représente la contrainte expérimentale de la phase de recristallisation,  $\sigma_{st\beta}$  la contrainte expérimentale de l'état stationnaire (figure 23) et  $\sigma_{ecr\beta}^{\max}$  la contrainte maximale qui correspond au pic (équation 5.4). La linéarisation de l'équation (5.3) donne :

$$\ln(-\ln(1 - X_d)) = \ln(A) + m' \ln\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\varepsilon}\right) \quad (5.14)$$

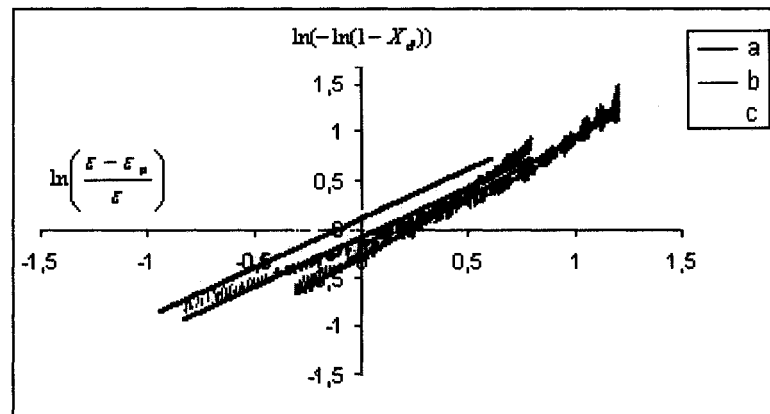


Figure 25 Linéarisation de l'équation qui décrit la fraction volumique des grains recristallisés dans le domaine  $\beta$  pur

a)  $T = 1100\text{ °C}$  et  $\dot{\varepsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ , b)  $T = 1060\text{ °C}$  et  $\dot{\varepsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ , c)  $T = 1060\text{ °C}$  et  $\dot{\varepsilon} = 0.1\text{ s}^{-1}$



Les équations des droites a, b et c trouvées (figure 25) sont données par les relations suivantes :

$$a \rightarrow y = 1.2x - 0.34$$

$$b \rightarrow y = 1.04x - 0.05$$

$$c \rightarrow y = 1.02x + 1.15$$

Le tableau V montre les valeurs des  $m'$  et  $A$  obtenues à partir des équations de droites pour trois conditions de forgeage.

Tableau V

Valeurs des paramètres  $m'$  et  $A$  de l'équation (5.3) calculées graphiquement à partir des données expérimentales pour le domaine  $\beta$  pur

	$T = 1100^{\circ}\text{C}$ $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$	$T = 1060^{\circ}\text{C}$ $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$	$T = 1060^{\circ}\text{C}$ $\dot{\epsilon} = 0.1 \text{ s}^{-1}$
$m'$	1.2	1.04	1.027
$A$	0.7	0.94	1.16

Les paramètres  $A$  et  $m'$  peuvent être exprimés sous la forme de l'équation de Zenner Hollomon :

$$m' = A_4 \left( \dot{\epsilon} \frac{Q_4}{RT} \right)^{c_4} \quad (5.15)$$

$$A = A_5 \left( \dot{\epsilon} \frac{Q_5}{RT} \right)^{c_5} \quad (5.16)$$

La résolution du système d'équation (5.15), (5.16) pour les trois conditions de forgeage présentées dans le tableau VI nous permet d'exprimer  $A$  et  $m'$  comme suit :

$$m' = 142.09(\dot{\epsilon} \cdot \exp(\frac{-10^7}{RT}))^{0.0054} \quad (5.17)$$

$$A = 3.78 \cdot 10^{-5} (\dot{\epsilon} \cdot \exp(\frac{1228217}{RT}))^{0.09} \quad (5.18)$$

Ainsi, à partir des équations (5.17) et (5.18), les valeurs de  $m'$  et  $A$  peuvent être calculées quelles que soient la température et la vitesse de déformation imposées.

#### 5.2.4 Calcul des paramètres de l'équation de l'état stationnaire pour le domaine $\beta$ pur

Le dernier stade observé sur la contrainte est le stade d'équilibre « état stationnaire ». Le comportement de la phase  $\beta$  en domaine viscoplastique non linéaire est décrit par l'équation 5.4 [25] .

Afin de calculer le comportement mécanique de la phase  $\beta$  dans la zone biphasée, Semiati et al [25] ont introduit une description du paramètre  $K_\beta$  . En effet, grâce à une courbe de tendance trouvée expérimentalement pour plusieurs alliages de titane [25], ces auteurs ont constaté que le paramètre  $K_\beta$  dépend du contenu équivalent en Vanadium ( $V_{eq}$ ) dans la phase  $\beta$  . Ainsi, ils ont exprimé  $K_\beta$  sous la forme :

$$K_\beta = 10^{(a \ln(V_{eq}) + b)} \quad (5.19)$$

Où  $a = 1.4712$  et  $b = -1.7691$

$$V_{eq} = 0.27 Al_{eq\beta} + 0.5Sn + 2Mo + 0.3Zr + Cr + 0.4Nb + 13Si \quad (5.20)$$

$Al_{eq\beta}$  représente le pourcentage d'Aluminium équivalent pour la phase  $\beta$ , et  $V_{eq}$  le pourcentage de Vanadium équivalent.  $Al_{eq\beta}$  change en fonction de la température selon l'équation suivante [27] :

$$Al_{eq\beta} = 0.85[(T - 45)^2 \cdot (-2.92 \cdot 10^{-5}) + 6.44 \cdot 10^{-2} \cdot (T - 45) - 29] \quad (5.21)$$

Ce qui a pour effet de faire varier  $K_\beta$ . Le tableau VI montre les valeurs de ce dernier pour différents températures de forgeage.

Tableau VI

Calcul des valeurs de  $K_\beta$  en fonction de la température

T (°C)	1100	1060	1025	1000	975
$K_\beta$	37.28	37.27	36.47	35.79	35.10

Le calcul de  $Q_\beta$  et  $m_\beta$  se fait à partir des trois données expérimentales des contraintes à l'état stationnaire présentées dans la figure 23. L'équation de contrainte peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\sigma_\beta^{1/m_\beta} = K_\beta \exp\left(\frac{Q_\beta}{RT}\right) \dot{\epsilon} \quad (5.22)$$

Ce qui donne :

$$\frac{1}{m_\beta} \ln(\sigma_\beta) = \ln(K_\beta) + \frac{Q_\beta}{RT} + \ln(\dot{\epsilon}) \quad (5.23)$$

D'où :

$$\frac{\ln(K_\beta) + \ln(\dot{\epsilon})}{\ln(\sigma_\beta)} = \frac{1}{m_\beta} - \frac{Q_\beta}{RT \ln(\sigma_\beta)} \quad (5.24)$$

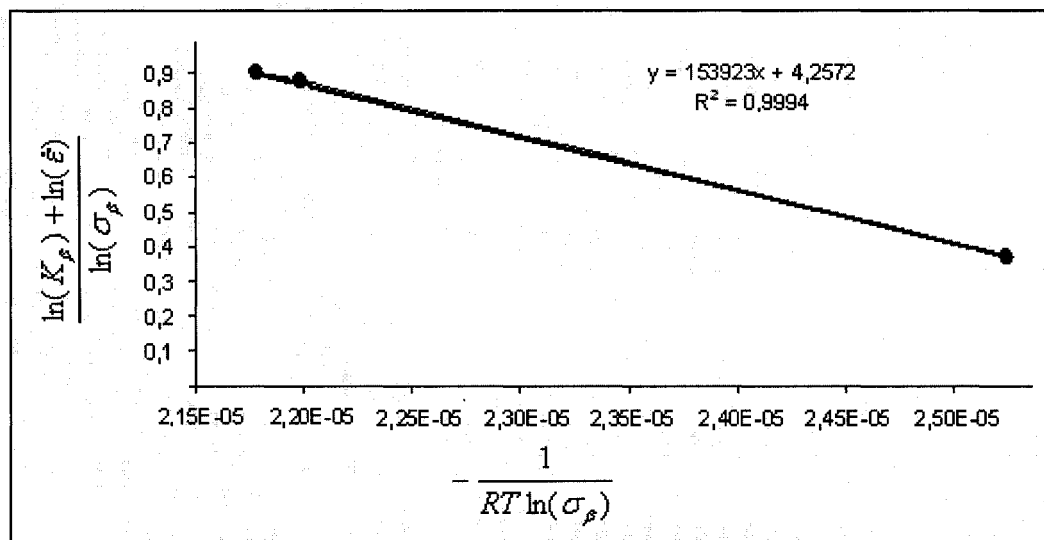


Figure 26 Calcul graphique des constantes  $Q_\beta$  et  $m_\beta$  de l'IMI 834

On obtient donc :  $Q_\beta = 153923$  J/mol et  $m_\beta = 0.23$  devant  $Q_\beta = 160000$  J/mol et  $m_\beta = 0.23$  trouvée dans la littérature calculées pour la contrainte au pic [25]

### 5.2.5 Calcul des constantes de l'équation de l'état stationnaire pour le domaine $\alpha$ pur

Le calcul des constantes régissant le comportement mécanique de la phase  $\alpha$  à l'état stationnaire se fait d'une manière analogue à celle de la phase  $\beta$ . Ainsi, les paramètres  $K_\alpha$ ,  $Q_\alpha$  et  $m_\alpha$  peuvent être définis d'une manière équivalente.

Comme  $K_\beta$  le paramètre  $K_\alpha$  dépend de la teneur en aluminium équivalent  $Al_{eq\alpha}$  [27]. La courbe de tendance de  $K_\alpha$  est obtenue grâce aux données expérimentales trouvées pour plusieurs alliages de titane [25], l'équation du paramètre  $K_\alpha$  est donnée comme suit :

$$K_\alpha = 10^{(a \cdot Al_{eq\alpha} + b)} \quad (5.25)$$

Où  $a = 0.37$  et  $b = -3.37$

$$Al_{eq\alpha} = Al + (1/3Sn + 1/6Zr + 10C) \quad (5.26)$$

$K_\alpha$  est peu dépendant de la température, il est de l'ordre 0.75 pour l'IMI 834.

Le calcul des coefficients  $Q_\alpha$  et  $m_\alpha$  se fait d'une façon analogue que la phase  $\beta$ .

La contrainte à l'état stationnaire de la phase  $\alpha$   $\sigma_\alpha$  ne peut pas être calculée directement. En première approximation, elle peut être mesurée à partir des données expérimentales à partir de la loi de mélange suivante :

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_{\alpha+\beta} - (1 - f_\alpha)\sigma_\beta}{f_\alpha} \quad (5.27)$$

Où  $\sigma_{\alpha+\beta}$  est la contrainte globale du mélange obtenue à partir des données expérimentales (figures 27 et 28),  $\sigma_\beta$  la contrainte de la phase  $\beta$  dans le mélange (l'extrapolation dans la zone biphasée des résultats obtenus dans le  $\beta$  pur) et  $f_\alpha$  la fraction volumique de la phase  $\alpha$  présente lors de la déformation (tableau VII). La fraction volumique de la phase  $\alpha$  doit tenir compte de la fraction volumique des grains équiaxes  $f_{\alpha\text{équi}}$  et de la fraction volumique des grains lamellaires  $f_{\alpha\text{lam}}$  (voir discussion paragraphe 5.1.2).

$$f_\alpha = f_{\alpha\text{équi}} + f_{\alpha\text{lam}} \quad (5.28)$$

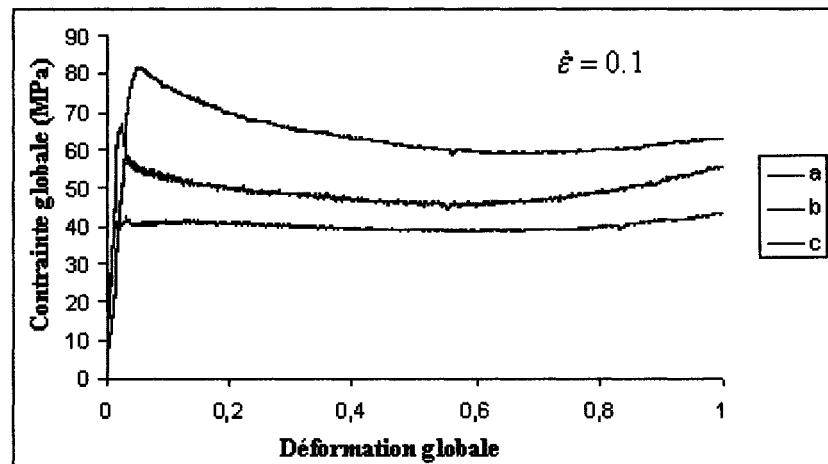


Figure 27 Courbes contrainte déformation de l'IMI 834

a)  $T = 1025\text{ °C}$ , b)  $T = 1000\text{ °C}$ , c)  $T = 975\text{ °C}$

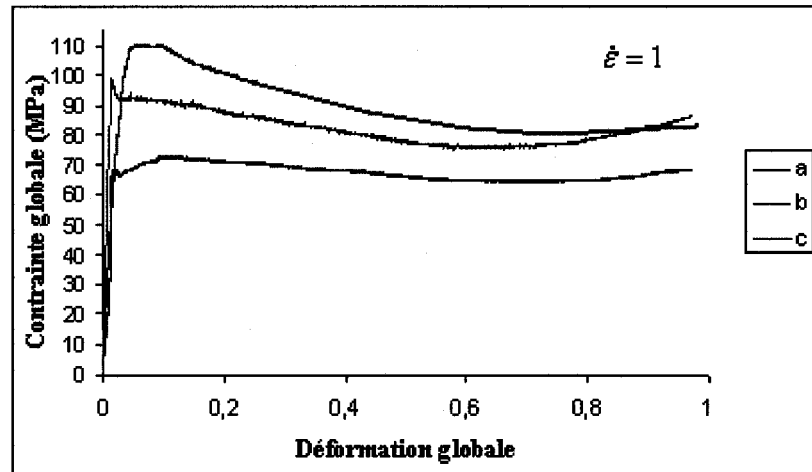


Figure 28 Courbes contrainte déformation de l'IMI 834

a)  $T = 1025\text{ }^{\circ}\text{C}$ , b)  $T = 1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ , c)  $T = 975\text{ }^{\circ}\text{C}$

Tableau VII

Calcul des valeurs de  $\sigma_{\alpha}$  à partir de la loi de mélange

$T\text{ (}^{\circ}\text{C)}$	975	975	1000	1000	1025	1025
$\dot{\epsilon}\text{ (s}^{-1}\text{)}$	1	0,1	1	0,1	1	0,1
$\sigma_{\beta}\text{ (MPa)}$	75,04	43,7	70,4	41,00	66,21	38,56
$f_{\alpha\acute{e}qu}\text{ (}\%\text{)}$	23	23	19	19	10	10
$f_{\alpha lam}\text{ (}\%\text{)}$	37	37	11	11	5	5
$f_{\alpha}\text{ (}\%\text{)}$	60	60	30	30	15	15
$\sigma_{\alpha+\beta}\text{ (MPa)}$	85	54	76	45	68	40
$\sigma_{\alpha}\text{ (MPa)}$	91,63	60,86	89,05	54,32	78,09	48,13

D'une manière analogue aux calculs des  $Q_{\beta}$  et  $m_{\beta}$ , on obtient la figure (29) pour  $Q_{\alpha}$  et  $m_{\alpha}$  à partir des données expérimentales des contraintes  $\sigma_{\alpha}$  à l'état stationnaire cités dans le tableau VII. Ainsi à partir de la figure (29) on a obtenues  $Q_{\alpha} = 234549\text{ J/mol}$  et

$m_\alpha = 0.20$  devant  $Q_\alpha = 273000$  J/mol et  $m_\alpha = 0.20$  trouvés dans la littérature calculées pour la contrainte au pic.

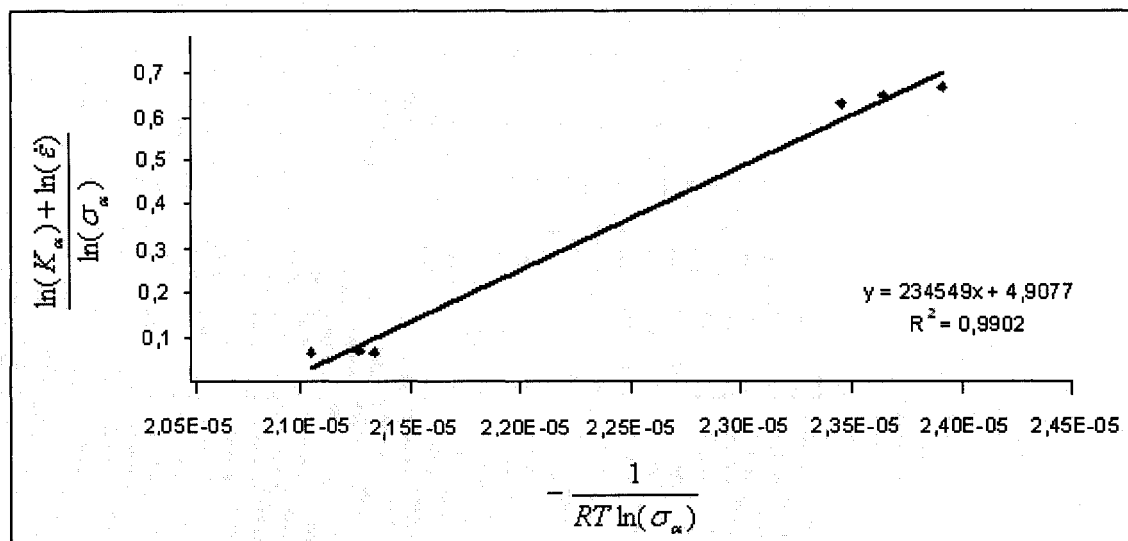


Figure 29 Calcul graphique des constantes  $Q_\alpha$  et  $m_\alpha$  de l'IMI 834



## CHAPITRE 6

### ÉTUDE DES RÉSULTATS OBTENUS PAR AUTOMATES CELLULAIRES

Dans ce chapitre, les résultats obtenus grâce aux AC développés dans cette étude seront présentés. Une comparaison avec les essais expérimentaux a été réalisée afin de valider et mettre en évidence certaines particularités de cette approche.

#### 6.1 Mise en contexte pour les simulations par AC

Pour présenter les possibilités des AC à étudier l'influence des conditions de forgeage sur les caractéristiques mécaniques locales et globales des microstructures, une microstructure constituée de phases  $\alpha$  aléatoirement dispersées dans une matrice  $\beta$  sera simulée et analysée en détail : le pourcentage de la phase  $\alpha$  est de 15 %, ce qui correspond à une température de déformation de 1025 °C.

Les simulations ont été faites pour des vitesses de déformation imposées de 0.1 s<sup>-1</sup> et 1 s<sup>-1</sup>, correspondant aux conditions de forgeage typique d'un essai expérimental, en plus une à 100 s<sup>-1</sup> pour simuler un procédé industriel réel. La forme des grains (équivalant aux cellules dans les AC) est considérée équiaxe, ce qui correspond à un facteur de forme  $\lambda = 1$ . Rappelons ici que ce facteur de forme diminuera légèrement au cours de la déformation (équation 4.4). La figure 30 montre la microstructure simulée de l'alliage. Les cellules de la phase  $\alpha$  sont rouges tandis que les cellules de la phase  $\beta$  sont bleues.

Afin de bien décrire les phénomènes observés, trois zones bien spécifiées vont être étudiées : la zone 1 où une cellule  $\alpha$  est plongée dans un environnement  $\beta$ , la zone 2 où la contrainte maximale de la microstructure est localisée, et finalement la zone 3 où une cellule  $\beta$  est entourée par un environnement  $\alpha$ . À titre indicatif, sur les cartes illustrant les résultats des AC, plus les valeurs sont faibles plus elles tendent vers la couleur bleu,

et plus elles sont grandes, plus elles tendent vers le rouge (figure 31). Il faut aussi noter que les couleurs sont relatives à un résultat de simulation donné. C'est-à-dire en d'autres mots, les couleurs de deux cartes issues de différentes simulations ne peuvent pas être comparées quantitativement les unes aux autres.

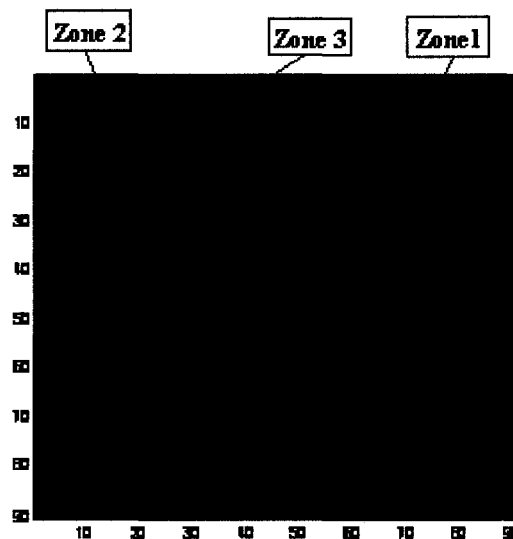


Figure 30 Microstructure étudiée avec les trois zones étudiées en détail : la phase  $\alpha$  est représentée en rouge, la phase  $\beta$  est représentée en bleu

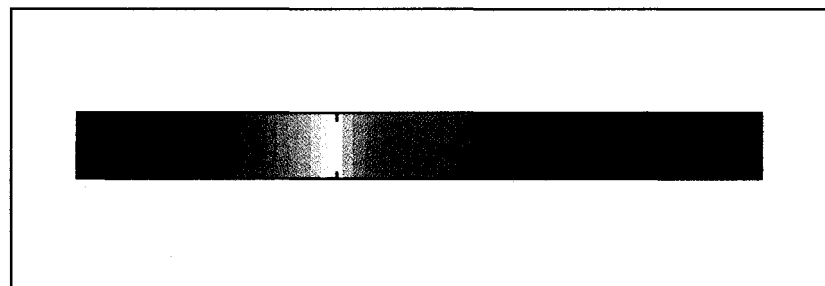


Figure 31 Échelle des couleurs qui représente la variation des valeurs pour une carte de l'AC : la valeur la plus faible est bleue, la plus grande est rouge

## 6.2 Validation du modèle des automates cellulaires

La validation du modèle AC a été faite, en comparant les contraintes à l'état stationnaire obtenues par les AC avec ceux obtenus expérimentalement pour différentes conditions de forgeage de l'IMI 834 (tableau IX). Les énergies d'activation et les sensibilités à la vitesse des phases  $\alpha$  et  $\beta$  utilisées pour les simulations sont présentées dans le tableau VIII. Les paramètres  $K_\alpha$  et  $K_\beta$  sont donnés dans le paragraphe 5.2.3 (tableau VI) et le paragraphe 5.2.4 respectivement. Les lois qui régissent les comportements mécaniques des deux phases  $\alpha$  et  $\beta$  sont décrites par les équations (5.27) et (5.20) respectivement.

Tableau VIII

Valeurs des énergies d'activation et des sensibilités à la vitesse des phases  $\alpha$  et  $\beta$

	Phase $\alpha$	Phase $\beta$
$Q$ (J/mol)	234549	153923
$m$	0.2037	0.2348

On remarque que globalement le modèle prédit assez fidèlement les valeurs des contraintes globales à l'état stationnaire ( $\sigma_{st}$ ) grâce au tableau IX. On peut conclure que notre modèle mathématique basé sur les AC permet de donner une bonne estimation du comportement mécanique des matériaux biphasés.

Tableau IX

Comparaison entre les résultats donnés par les automates cellulaires et les résultats donnés par les essais expérimentaux

$\sigma_{st}$ (MPa)	975 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1025 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	975 (°C) 0.1 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 0.1 (s <sup>-1</sup> )	1025 (°C) 0.1 (s <sup>-1</sup> )
A C	86	75	68.24	52	44.67	40
Essais expérimentaux	85	76	68	54	45	40
Marge d'erreur (%)	1.17	1.31	0.35	-3.70	-0.73	0

Puis que les valeurs expérimentales des énergies d'activation et de coefficients de sensibilité à la vitesse utilisée dans les AC ont été calculées en appliquant la loi des mélanges, il est intéressant de faire une estimation des contraintes avec la loi des mélanges (équation 5.30). Comme le montre le tableau (X), les résultats obtenus par les AC concordent en général avec ceux de la loi des mélanges.

Ces résultats similaires s'expliquent par le fait que les valeurs des vitesses de déformations locales dans les microstructures étudiées sont proches de la valeur de la vitesse de déformation imposée à l'infini (la dispersion des vitesses de déformation locales sera étudiée plus en détail au paragraphe 6.3.4). On peut donc dire que la loi des mélanges peut donner de bonnes estimations du comportement global de l'IMI 834 lors du forgeage, mais elle ne peut pas donner des informations locales sur la microstructure en question.

Tableau X

Comparaison entre les résultats donnés par les automates cellulaires et les résultats trouvés par la loi des mélanges

$\sigma_{st}$ (MPa)	975 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1025 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	975 (°C) 0.1 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 0.1 (s <sup>-1</sup> )	1025 (°C) 0.1 (s <sup>-1</sup> )
A C	86	75	68.24	52	44.67	40
Loi des mélanges	86.51	79.77	68.32	52.81	48.68	40.35
Marge d'erreurs (%)	-0.58	-6.36	-0.11	-1.53	-8.23	-0.86

### 6.3 Résultats et analyses

Le but de cette partie est d'étudier en premier lieu le comportement mécanique locale des phases  $\alpha$  en fonction de leur localisation. Deux cas de localisations vont être étudiés : un grain  $\alpha$  plongé dans une matrice  $\beta$  et une zone  $\beta$  entourée de grains  $\alpha$ . Par la suite, une section sera consacrée à la localisation de la contrainte maximale dans la microstructure. Puis, la distribution des vitesses de déformation au sein de la microstructure sera présentée, ainsi qu'une récapitulation de plusieurs conditions de forgeage. Finalement, l'influence du pourcentage de la phase  $\alpha$  sur la contrainte globale du matériau sera discuté.

#### 6.3.1 Un grain $\alpha$ plongé dans un environnement $\beta$

Le premier cas étudié est celui d'une cellule  $\alpha$  entourée par six voisins  $\beta$  pour une vitesse de déformation imposée de 1 s<sup>-1</sup> (figures 32 et 33) et 100 s<sup>-1</sup> (figures 34 et 35).

Dans le cas où  $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$  (figure 32), la contrainte locale de la cellule  $\alpha$  est supérieure de 14 % à celles de ses voisins  $\beta$ . La contrainte locale de ces derniers est plus faible d'un pourcentage de 0.34 % par rapport à la contrainte locale d'un grain  $\beta$  qui n'a pas dans son voisinage des grains  $\alpha$ . Un grain  $\alpha$  entouré d'un environnement purement  $\beta$  a une contrainte moins élevée d'un pourcentage d'environ 2 % par rapport à un grain  $\alpha$  qui a un voisinage hétérogène ( $\alpha + \beta$ ).

L'analyse de la matrice des vitesses des déformations a montré que la vitesse de déformation est minimale pour la cellule  $\alpha$  considérée, alors que son voisinage se déforme plus rapidement que la moyenne. Au fur et à mesure qu'on s'éloigne du voisinage immédiat de cette cellule  $\alpha$ , la vitesse de déformation de l'environnement  $\beta$  diminue d'environ 1.66 %. Les cellules  $\alpha$  qui possèdent un coefficient de viscosité plus grand que celui des cellules  $\beta$ , ne se déforment pas rapidement mais augmentent localement la vitesse de déformation de leur voisinage  $\beta$ .

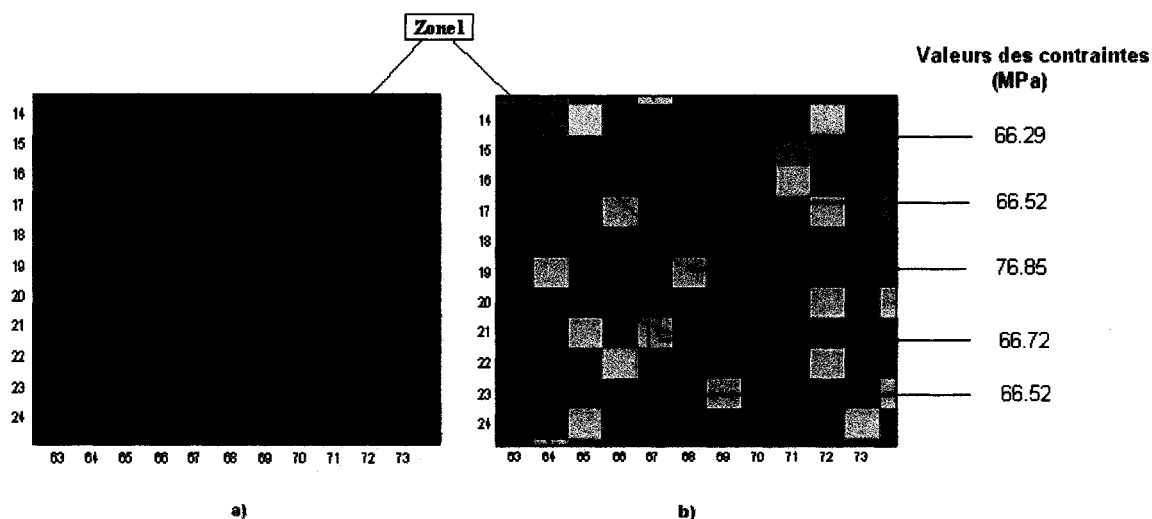


Figure 32 a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule  $\alpha$  est entourée par six voisins  $\beta$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour  $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$

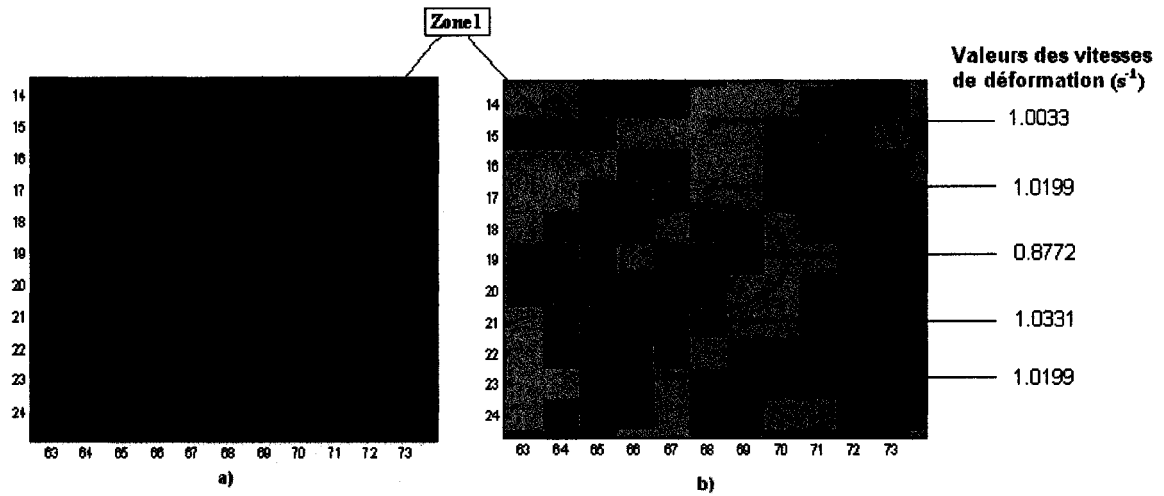


Figure 33 a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule  $\alpha$  est entourée par six voisins  $\beta$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$

Dans le cas où la vitesse de déformation imposée est de  $100 \text{ s}^{-1}$ , on constate les mêmes tendances, sauf que les valeurs des contraintes de la cellule concernée  $\alpha$  et les cellules voisines  $\beta$  sont très proches. La contrainte de la cellule  $\alpha$  reste légèrement plus élevée que la contrainte des cellules  $\beta$ . On remarque toujours que la contrainte des cellules  $\beta$  diminue en s'éloignant du voisinage; cette fois ci avec un pourcentage faible de 0.1 %.

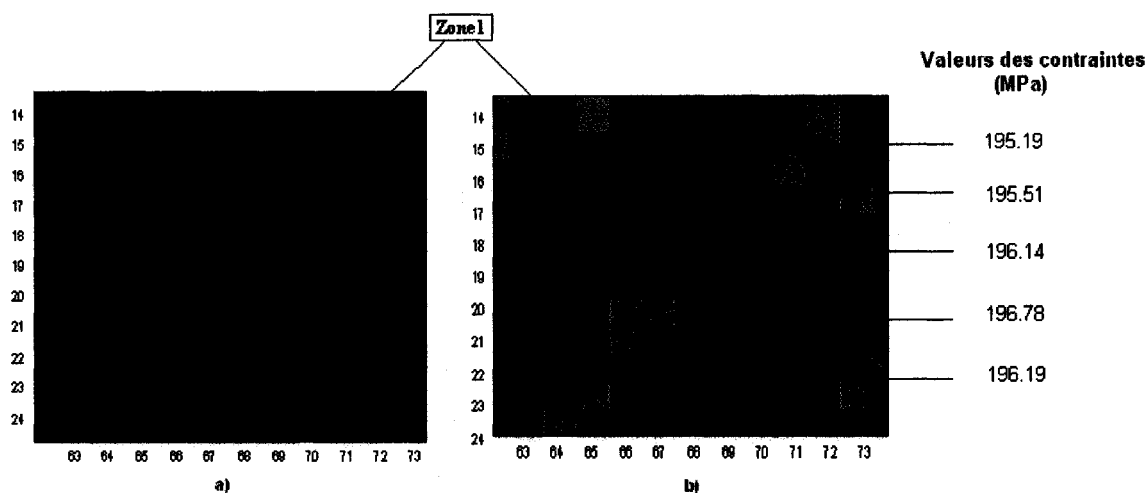


Figure 34 a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule  $\alpha$  est entourée par six voisins  $\beta$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$

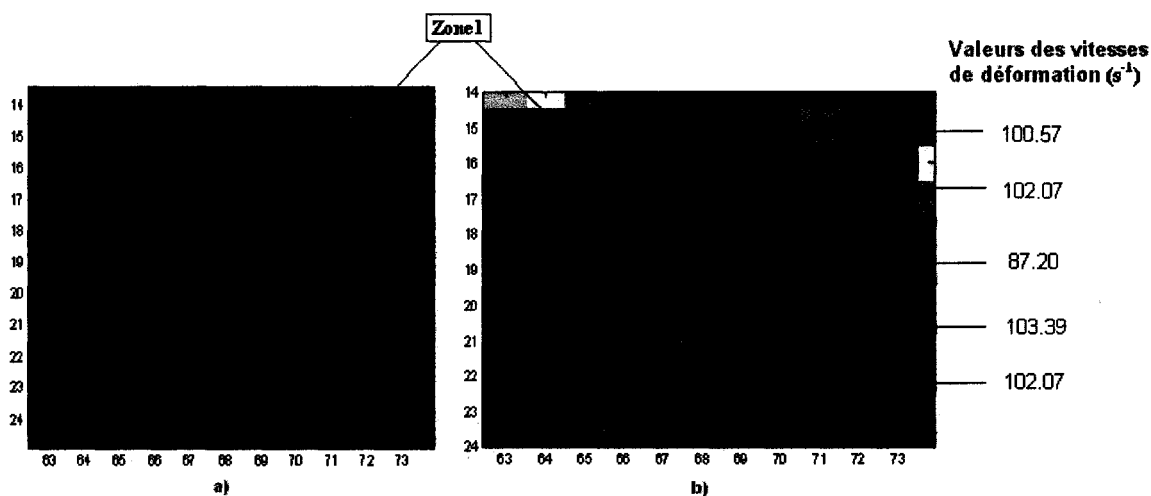


Figure 35 a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule  $\alpha$  est entourée par six voisins  $\beta$ , b) Représentation de la distribution des vitesses déformations dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$



### 6.3.2 Région $\beta$ entourée de grains $\alpha$

Le deuxième cas étudié est celui d'une cellule  $\beta$  entourée par six voisins  $\alpha$  pour une vitesse de déformation imposée de  $1 \text{ s}^{-1}$  (figures 36 et 37) et  $100 \text{ s}^{-1}$  (figures 38 et 39).

L'analyse microstructurale montre que la contrainte de la cellule  $\beta$  entourée par des grains  $\alpha$  augmente de 1.55 % par rapport aux cellules  $\beta$  entourées de grains  $\beta$ . Cette augmentation n'est pas grande dans ce cas de figure. La figure 36 montre que quand une cellule  $\beta$  est entourée par des voisins  $\alpha$ , elle se déforme plus vite que ces voisins de 13 %. Ceci est dû à l'influence du voisinage qui tend à exercer une certaine pression sur la cellule  $\beta$ .

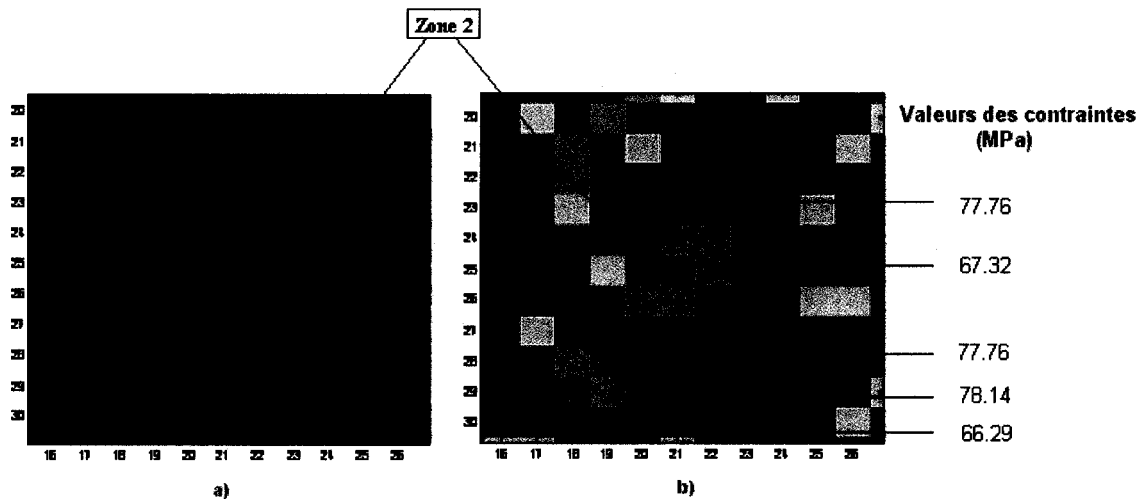


Figure 36 a) Agrandissement de la zone 2 où une cellule  $\beta$  est entourée par six voisins  $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$

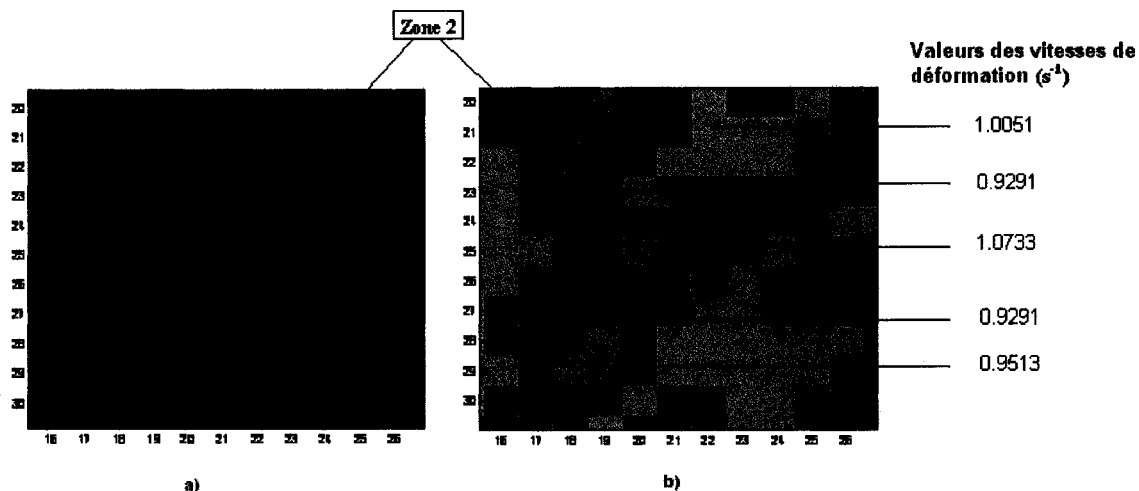


Figure 37 a) Agrandissement de la zone 2 où une cellule  $\beta$  est entourée par six voisins  $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des vitesses de déformation dans la microstructure lors du forgeage dans l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$

Pour une vitesse de déformation imposée de  $100 \text{ s}^{-1}$ , on remarque que les contraintes de la cellule  $\beta$  et celles de son voisinage sont presque identiques (figure 38). Ainsi, l'augmentation de la vitesse de déformation influe sur l'état de contrainte des cellules  $\alpha$  et  $\beta$  partout dans la zone hétérogène. Par contre on constate que dans la zone  $\beta$  la contrainte diminue légèrement de 1.58 %. L'interaction entre les cellules  $\alpha$  et  $\beta$  tend à équilibrer l'état de contrainte à des grandes vitesses de déformation. L'analyse de la répartition des vitesses de déformation (figure 39), montre que la cellule  $\beta$  se déforme plus vite que le voisinage  $\alpha$  d'un pourcentage très faible de 0.06%, ceci parce qu'un voisinage  $\alpha$  fait augmenter la vitesse de déformation de la cellule  $\beta$ .

Selon les résultats de simulations faites précédemment on peut conclure que le comportement mécanique local d'un grain est influencé par les conditions de forgeage appliquées à la microstructure ainsi que par sa localisation (type de voisinage).

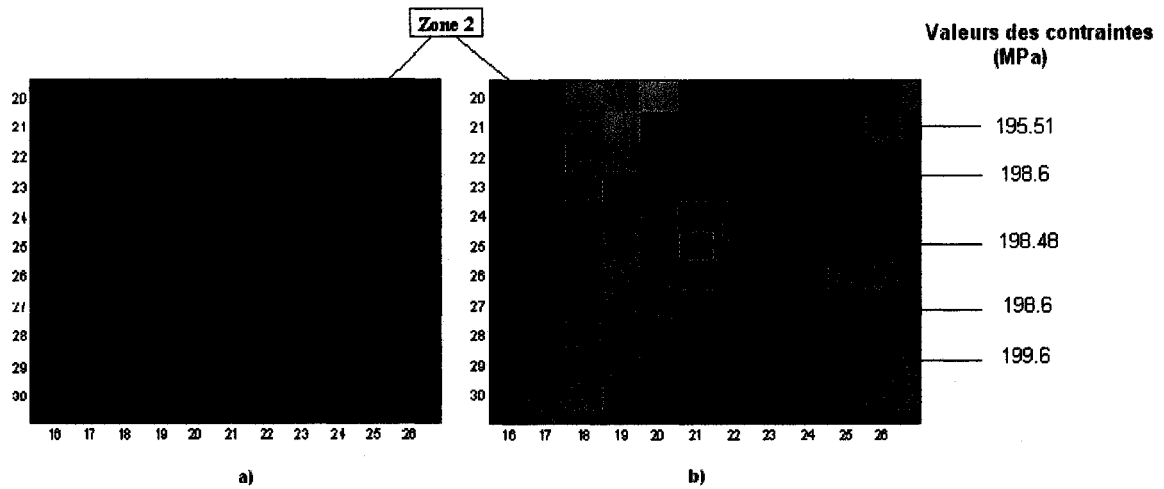


Figure 38 a) Agrandissement de la zone 2 où une cellule  $\beta$  est entourée par six voisins  $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lors du forgeage à l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$

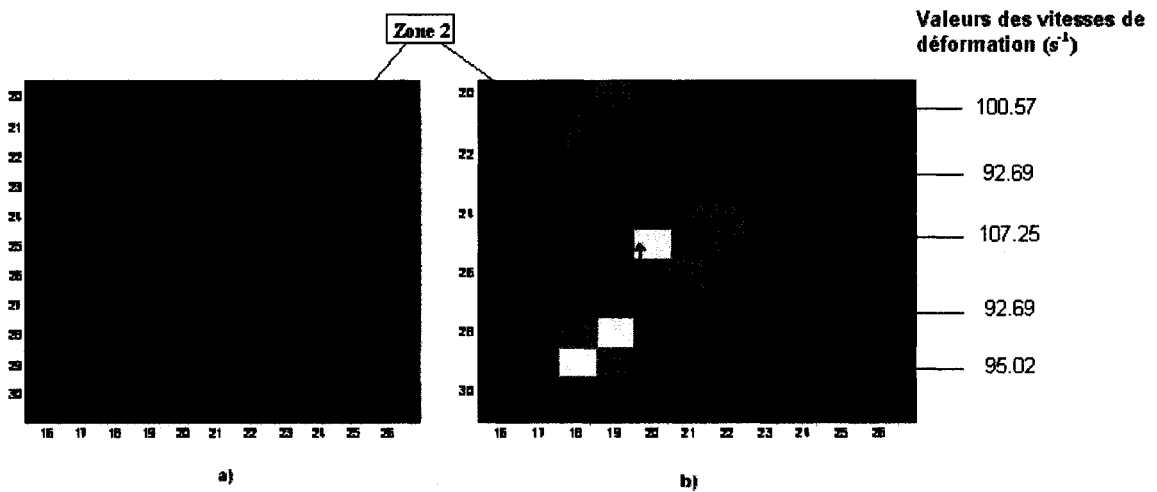


Figure 39 a) Agrandissement de la zone 2 où une cellule  $\beta$  est entourée par six voisins  $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des vitesses de déformation dans la microstructure lors du forgeage dans l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$

### 6.3.3 Localisation des contraintes maximales dans les phases $\alpha$ et $\beta$

L'agrandissement de la zone 3 (figure 40) a été fait afin de localiser la contrainte maximale dans la microstructure générée pour simuler la déformation biphasée (15 % de  $\alpha$  primaire) à 1025 °C. On remarque que la valeur de la contrainte maximale est localisée au niveau d'une cellule  $\alpha$  dont le voisinage est composé de plusieurs cellules  $\alpha$ . La contrainte de cette cellule  $\alpha$  atteint une valeur de 78 MPa, c'est-à-dire une augmentation de 2 % par rapport à un grain  $\alpha$  plongé dans un environnement pur  $\beta$ . Le nombre de voisins  $\alpha$  influe sur la contrainte du grain  $\alpha$ , il a été remarqué que plus le nombre des voisins  $\alpha$  est grand, plus la contrainte du grain  $\alpha$  augmente (tableau XI). Notons ici que la vitesse de déformation maximale est localisée sur une cellule  $\beta$  (figures 37 et 39) alors que la contrainte minimale est localisée dans des grains  $\beta$  plongés dans une région purement  $\beta$ .

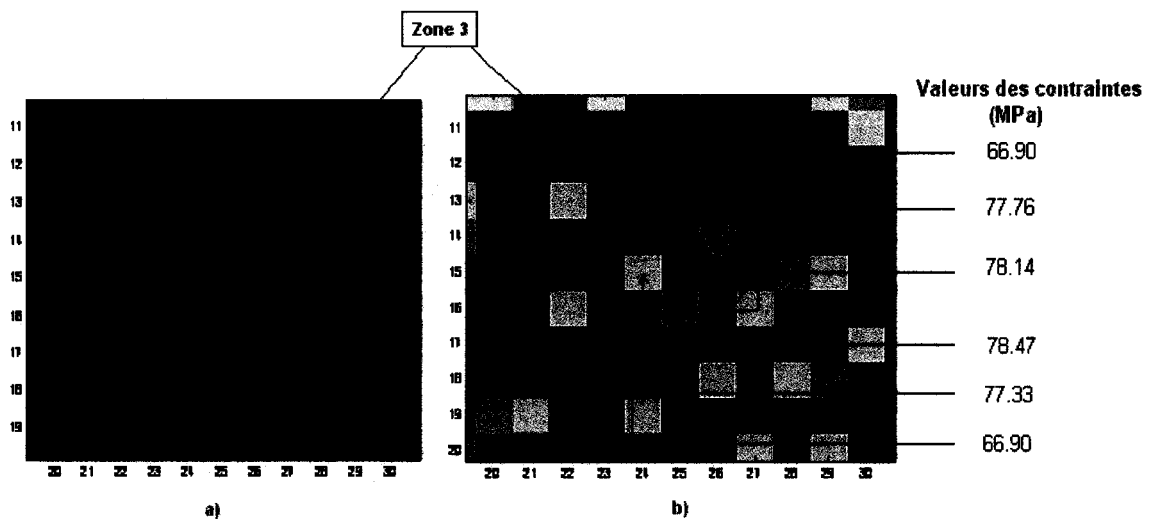


Figure 40 a) Agrandissement de la zone 3 où la contrainte est maximale, b) Représentation de la distribution des vitesses de déformations dans la microstructure lors du forgeage dans l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$

Tableau XI

Valeur de la contrainte  $\sigma$  dans un grain  $\alpha$  en fonction de nombre de voisinage  $\alpha$

Nombre de voisins $\alpha$ d'un grain $\alpha$	1	2	3	4	5	6
Valeur de la contrainte $\sigma$ (MPa)	77.33	77.76	78.14	78.47	78.56	78.94

Un récapitulatif de résultats de simulations pour six conditions de forgeage est présenté dans le tableau XII, dans le but de présenter la dispersion des valeurs de  $\sigma$  pour les deux phases. Ce tableau contient :

- La fraction volumique de la phase  $\alpha$   $f_\alpha$
- La contrainte maximale dans la phase  $\sigma^{\max}$
- La contrainte minimale dans la phase  $\sigma^{\min}$
- La contrainte moyenne dans la phase  $\langle \sigma \rangle$
- L'écart type des contraintes dans la phase  $s\sigma$
- La contrainte globale dans tout le matériau  $\sigma_{\alpha+\beta}^{\text{global}}$

Tableau XII

Résultats de simulation pour six conditions de forgeage

	1025 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1025 (°C) 100 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 100 (s <sup>-1</sup> )	975 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	975 (°C) 100 (s <sup>-1</sup> )
$f_\alpha$ (%)	15	15	30	30	60	60
$\sigma_\alpha^{\max}$ (MPa)	78.47	200.48	86.28	220.50	94.49	241.53
$\sigma_\alpha^{\min}$ (MPa)	76.85	196.14	83.41	212.84	90.73	231.44
$\langle \sigma_\alpha \rangle$ (MPa)	77.32	197.40	84.52	215.82	93.34	238.46
$s\sigma_\alpha$	0.38	1.04	0.60	1.63	0.67	1.80
$\sigma_\beta^{\max}$ (MPa)	67.32	198.48	71.76	211.57	76.64	225.95
$\sigma_\beta^{\min}$ (MPa)	66.29	195.50	70.57	208.13	75.27	222.02
$\langle \sigma_\beta \rangle$ (MPa)	66.51	196.14	71.02	209.47	76.21	224.76
$s\sigma_\beta$	0.19	0.56	0.25	0.73	0.24	0.70
$\sigma_{\alpha+\beta}^{\text{global}}$ (MPa)	68.30	196.35	75.13	211.40	86.44	232.94

Quand la vitesse de déformation imposée passe de 1 s<sup>-1</sup> à 100 s<sup>-1</sup>, les valeurs des contraintes locales des deux phases  $\alpha$  et  $\beta$  se rapprochent, cela veut dire que la déformation des grains devient plus homogène. D'une façon générale, les résultats

montrent que les valeurs des contraintes les plus élevées sont attribuées à des grains de la phase  $\alpha$  alors que les valeurs des vitesses de déformations locales sont attribuées à des régions  $\beta$ .

### 6.3.4 Distribution des vitesses de déformation dans la microstructure

L'étude de la distribution des vitesses de déformation montre que du point de vue locale les grains ne se déforment pas tous à la même vitesse. Pour l'IMI 834 les valeurs des vitesses de déformations ne sont pas très dispersées (figures 41 et 42). Ces valeurs avoisinent la valeur de la déformation imposée à l'infinie mais il est clair que les vitesses de déformation dans la phase  $\alpha$  sont moins importantes que celles de la phase  $\beta$ . De plus, le comportement d'un grain est fonction de son voisinage. Il a été remarqué que les fractions volumiques des grains ne se déforment pas de la même vitesse entre les deux cas de figures (vitesse de déformation imposée de  $1 \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ ).

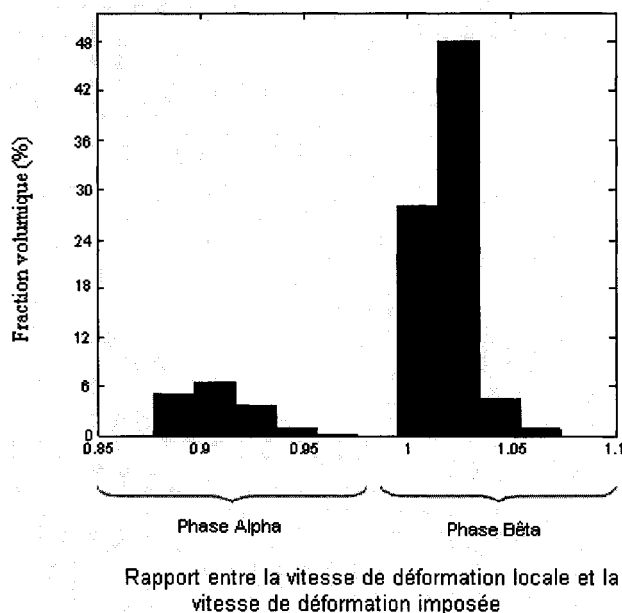


Figure 41 Représentation de l'histogramme de la distribution des vitesses de déformation dans la microstructure pour  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$

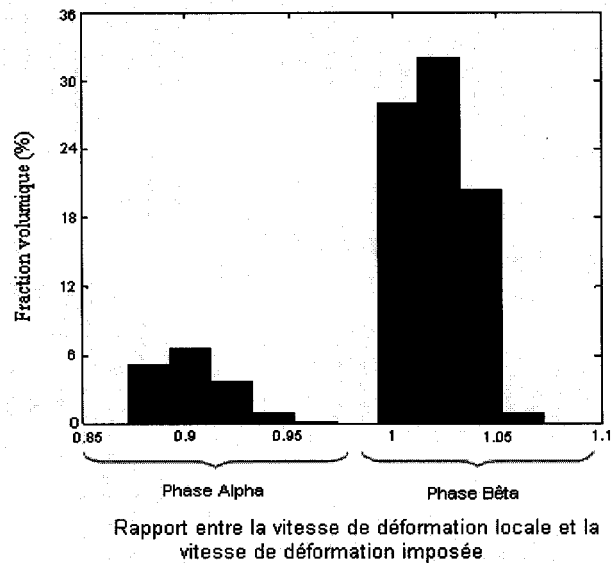


Figure 42 Représentation de l'histogramme de distribution des vitesses de déformation dans la microstructure pour  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$

Un récapitulatif de résultats de simulations pour six conditions de forgeage va être présenté dans le tableau XIII dans le but de mieux comprendre la localisation de la vitesse de la déformation dans la microstructure. Ce tableau contient :

- La fraction volumique de la phase  $\alpha$   $f_\alpha$
- La vitesse de déformation maximale dans la phase  $\dot{\epsilon}^{\max}$
- La vitesse de déformation minimale dans la phase  $\dot{\epsilon}^{\min}$
- La vitesse de déformation moyenne dans la phase  $\langle \dot{\epsilon} \rangle$
- L'écart type des vitesses des déformations dans la phase  $s\dot{\epsilon}$



Tableau XIII

Résultats de simulations pour six conditions de forgeage

	1025 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1025 (°C) 100 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 100 (s <sup>-1</sup> )	975 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	975 (°C) 100 (s <sup>-1</sup> )
$f_\alpha$ (%)	15	15	30	30	60	60
$\dot{\epsilon}_\alpha^{\max}$ (s <sup>-1</sup> )	0.97	97.09	1.01	101.12	1.01	101.45
$\dot{\epsilon}_\alpha^{\min}$ (s <sup>-1</sup> )	0.87	87	0.85	85	0.82	82
$\frac{\langle \dot{\epsilon}_\alpha \rangle}{\dot{\epsilon}^\infty}$	0.90	0.90	0.91	0.91	0.95	0.95
$\frac{s\dot{\epsilon}_\alpha}{\dot{\epsilon}^\infty}$ (s)	0.02	0.02	0.03	0.03	0.03	0.03
$\dot{\epsilon}_\beta^{\max}$ (s <sup>-1</sup> )	1.07	107.25	1.08	108.42	1.09	109.31
$\dot{\epsilon}_\beta^{\min}$ (s <sup>-1</sup> )	1.00	100.57	1.01	101.12	1.01	101.45
$\frac{\langle \dot{\epsilon}_\beta \rangle}{\dot{\epsilon}^\infty}$	1.0198	1.0198	1.0391	1.0391	1.0690	1.0690
$\frac{s\dot{\epsilon}_\beta}{\dot{\epsilon}^\infty}$ (s)	0.0124	0.0124	0.0155	0.0155	0.0141	0.0141

L'analyse du tableau a révélé que le rapport de l'écart type et la vitesse de déformation imposée à 100 s<sup>-1</sup> est le même que celui à la vitesse de déformation imposée de 1 s<sup>-1</sup>,

c'est-à-dire qu'il y a une proportionnalité entre les vitesses de déformation locales et celles imposées. D'une façon générale, les résultats montrent que les valeurs des vitesses de déformations les plus élevées sont attribuées à des grains de la phase  $\beta$ .

### 6.3.5 Effet de la présence des grains $\alpha$ sur la courbe contrainte déformation

Les calculs présentés dans le chapitre 5 permettent de simuler le comportement hypothétique de la phase  $\beta$  à 1025 °C. En comparant les résultats obtenus par les simulations et ceux obtenus par essais expérimentaux où le pourcentage de la phase  $\alpha$  est de 15% il est possible de voir l'effet de la phase  $\alpha$  sur la contrainte globale du matériau. La courbe *a* de la figure 43 représente l'évolution de la contrainte expérimentale du mélange  $\alpha + \beta$  à la température 1025 °C et  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ , alors que la courbe *b* de la même figure donne l'évolution de la contrainte de la phase  $\beta$  pure déduite des équations d'état de cette phase (équations 5.5, 5.14 et 5.20).

On remarque qu'une quantité de 15% de phase  $\alpha$  augmente la contrainte globale du matériau de seulement 3 MPa. En effet selon les prédictions de notre modèle AC la phase  $\alpha$  a une contribution sur la contrainte globale du mélange  $\alpha + \beta$ . Cela est dû à son coefficient de viscosité qui est relativement plus grand que celui de la phase  $\beta$ . Par contre, on remarque ainsi que les phases d'écrouissage des deux courbes ne concordent pas. Ce décalage montre que la phase  $\alpha$  joue seulement un rôle sur le comportement mécanique de la phase  $\beta$  en accélérant la déformation de pic  $\epsilon_p$  où la recristallisation dynamique commence. Le résultat est d'ailleurs cohérent avec le fait que  $\epsilon_p$  augmente avec la vitesse de déformation, et qu'il a été montré que la présence de phase  $\alpha$  dans l'alliage a tendance à augmenter la vitesse de déformation de la phase  $\beta$ . Il faut noter aussi que la présence de la phase  $\alpha$  fait augmenter la contrainte de pic  $\sigma_p$ .

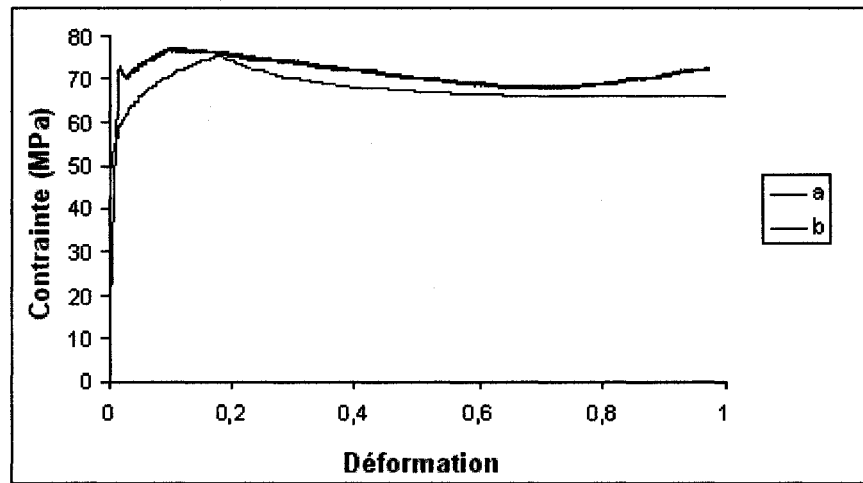


Figure 43 a) Courbe contrainte- déformation obtenue expérimentalement pour le mélange  $\alpha + \beta$  à la température 1025 °C (15% de  $\alpha$  ), b) Courbe contrainte-déformation obtenue par les AC pour la phase  $\beta$  pure à la température 1025 °C (0% de  $\alpha$  )

### 6.3.6 Interprétations métallurgiques des résultats

Les simulations qui ont été réalisées donnent des informations sur les propriétés locales du matériau (contrainte, vitesse de déformation) lors de l'état stationnaire. On sait bien que la déformation est le résultat du mouvement des dislocations. Selon plusieurs ouvrages de métallurgie il y a une relation de proportionnalité entre la contrainte et la racine carré de la densité de dislocation  $\rho_m$  [1]. Ce qui revient à dire que pour une phase donnée, plus la contrainte sera importante plus la densité de dislocation dans cette région du matériau sera élevée. Dans les cas précédemment étudiés, les régions où les grains  $\alpha$  auront une contrainte élevée, elles se déforment pour globulariser par la suite. Rappelons ici que les grains  $\alpha$  ont une contrainte élevée lorsqu'ils sont regroupés, c'est-à-dire que plus le nombre des voisins  $\alpha$  est grand, plus la contrainte du grain  $\alpha$  augmente (plus les grains  $\alpha$  sont regroupés plus ils tendront à globulariser).

#### 6.4 Étude de l'hypothèse de l'élasticité de la phase $\alpha$

Dans les simulations précédentes la phase  $\alpha$  a été simulée avec un comportement viscoplastique se comportait viscoplastique. Il a semblé intéressant d'étudier l'hypothèse que la phase  $\alpha$  se déforme seulement dans le domaine élastique pendant la forge, c'est-à-dire qu'elle ne rentre pas dans la zone plastique alors que la phase  $\beta$  continue à se déformer dans cette zone. Rappelons ici qu'aucun modèle de localisation qui traite le problème de l'élastoviscoplasticité n'a encore été développé et que ce travail est trop complexe pour être résolu dans un cadre de travail de maîtrise. Pour cette raison le modèle proposé ici a été pris en adoptant l'hypothèse suivante : les grains  $\alpha$  ont un comportement élastique et ils ne prennent en considération que leur voisinage élastique, alors que les grains  $\beta$  eux ne considèrent que le comportement viscoplastique des siens.

Les valeurs des modules de Young des deux phases ont été prises dans les conditions ambiantes afin d'avoir des tendances générales:  $E_\alpha = 120 \text{ GPa}$  et  $E_\beta = 65 \text{ GPa}$  (ces valeurs sont consécutivement celles de l'alliage quasi  $\alpha$  l'IMI 685 [33] et l'alliage quasi  $\beta$  Ti-30Ta [1]).

Pratiquement, l'AC est utilisé pour calculer la contrainte globale pour une déformation imposée jusqu'à 1 %. Cette contrainte est plus grande que la valeur réelle obtenue à l'état stationnaire, mais les résultats permettent de trouver la déformation pour laquelle le renforcement dû à la présence de la phase  $\alpha$  donne la contrainte stationnaire expérimentale. Il est alors possible de calculer la déformation élastique équivalente à la phase  $\alpha$  et vérifier qu'elle est dans le domaine élastique de cette phase.

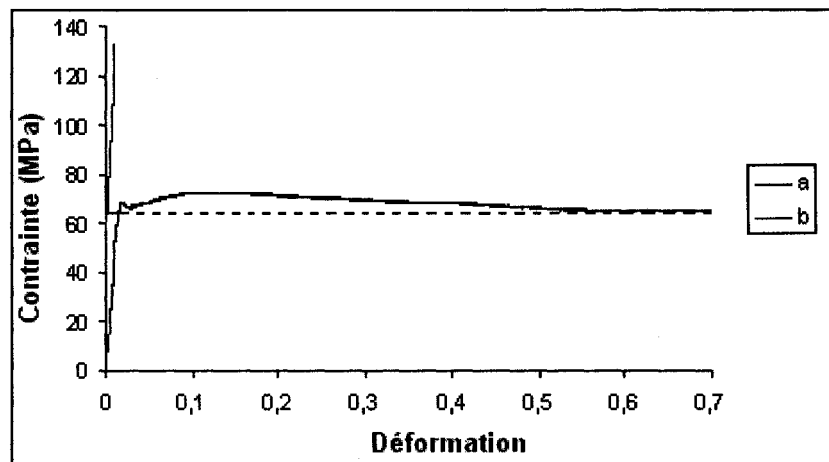


Figure 44 a) Courbe contrainte-déformation pour le mélange  $\alpha + \beta$  à la température 1025 °C obtenu expérimentalement, b) Courbe contrainte-déformation pour le mélange  $\alpha + \beta$  à la température 1025 °C en supposant  $\alpha$  élastique

Par exemple, pour une température de 1025 °C et une vitesse de déformation de  $1 \text{ s}^{-1}$ , la déformation de la phase  $\alpha$  qui correspond à la contrainte 64 MPa (contrainte à l'état stationnaire) est de 0.1 % (figure 44). Cette valeur est inférieure à la limite d'élasticité conventionnelle  $R_{e0.2}$ .

L'hypothèse selon laquelle la phase  $\alpha$  se déforme peu lors de la déformation à chaud est tout à fait raisonnable. En effet, une récapitulation des simulations pour d'autres conditions de forgeage est donnée dans le tableau XIV. Les résultats de ces simulations vont tous dans le même sens, c'est-à-dire qu'ils renforcent l'hypothèse que  $\alpha$  pourrait se comporter d'une façon élastique.

Tableau XIV

Valeurs des déformations de la phase  $\alpha$  qui correspondent à la contrainte à l'état stationnaire

	975 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1025 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	975 (°C) 0.1 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 0.1 (s <sup>-1</sup> )	1025 (°C) 0.1 (s <sup>-1</sup> )
$\sigma_{st}$ (MPa)	85	76	68	54	45	40
Déformation de $\alpha$ (%)	0.07	0.07	0.05	0.04	0.04	0.03

## CHAPITRE 7

### ÉTUDE PAR ÉLÉMENTS FINIS

#### 7.1 Introduction

On rappelle ici qu'afin d'améliorer les propriétés mécaniques de l'alliage IMI 834, le fabricant doit réaliser des opérations de forgeage dans le domaine biphasé ( $\alpha + \beta$ ), juste au dessous du transus  $\beta$  vers  $T_\beta - 20^\circ\text{C}$ . Le matériau se présente à cette température comme une matrice de phase  $\beta$  contenant 15 % de phase  $\alpha$  lamellaire. Deux phénomènes sont susceptibles de se produire : la rotation ou la globularisation des lamelles de phase  $\alpha$ . En effet, soit la phase  $\alpha$  se déforme suffisamment pour se globulariser ou soit les lamelles de la phase  $\alpha$  auront tendance à tourner dans la matrice  $\beta$  qui se déforme. Pour modéliser ces phénomènes et étudier le comportement mécanique local des lamelles de ce matériau, une étude par éléments finis (EF) a été faite. Une cellule  $\alpha$  inclinée de forme elliptique (équivalant à une cellule  $\alpha$  de l'automate cellulaire) a été plongée dans une matrice  $\beta$  et soumise à un essai de compression dans le domaine élastique (étude en 2D).

L'étude par éléments finis permet d'avoir une première approche du problème et aussi de trouver des lois permettant de décrire le comportement élastique de ce type de structure hétérogène. Par la suite les lois trouvées seront transposées au modèle de l'automate cellulaire pour décrire un comportement plus complexe. Considérant que les résultats sur les contraintes et sur la rotation de l'ellipse vont suivre la même tendance dans les deux domaines (élastique et viscoplastique). Il sera fait l'hypothèse que la localisation des contraintes simulées en élasticité par EF donne une bonne approximation du comportement viscoplastique de l'AC.

## 7.2 Validation du modèle AC par comparaison avec les EF dans le domaine élastique

### 7.2.1 Géométrie du modèle

Le modèle étudié sera en déformation plane, il est constitué d'une cellule  $\alpha$  de forme elliptique plongée dans une matrice carrée de  $\beta$ . L'ellipse est définie par son facteur de forme  $\lambda$  et son angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$  par rapport à l'axe horizontal X, cette ellipse aura une surface constante pour toutes les simulations (figure 45).

Les données de la géométrie sont les suivantes :

⇒ Surface de la matrice = 1440000 unités (1200x1200)

⇒ Surface de l'ellipse = 1570.80 unités

⇒ Déplacements imposés : Ligne de base :  $U_y = 0$  unités

Ligne de sommet :  $U_y = -10$  unités

Cette microstructure est soumise à un chargement élastique imposée en compression  $\varepsilon^\infty = 0.83\% = (10/1200)$ . Rappelons ici que cette déformation imposée est arbitraire et que les résultats seront proportionnels à la déformation imposée puisque l'on est dans un domaine élastique. Le type d'élément de maillage utilisé est celui de "Plane 42", il est bilinéaire défini par quatre nœuds, la taille du maillage est de 5 unités pour l'ellipse. Il faudrait préciser que les nœuds sont communs à l'interface ellipse matrice.

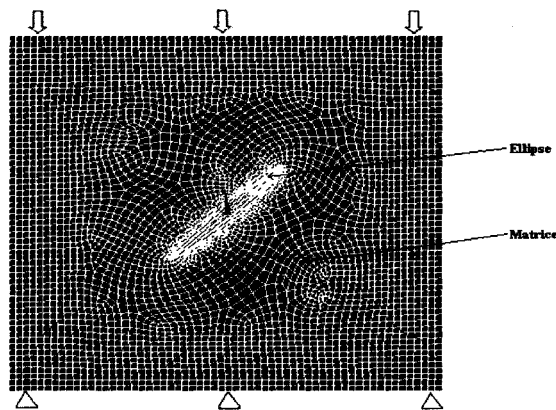


Figure 45 Géométrie utilisée dans la modélisation EF



### 7.2.2 Caractéristique mécanique du modèle

La différence entre les phases  $\alpha$  et  $\beta$  sera identifiée par leurs module de Young ( $E_\alpha$  pour la phase  $\alpha$  et  $E_\beta$  pour la phase  $\beta$ ). Comme cité précédemment dans le chapitre 6, les valeurs prises comme modules de Young des deux phases sont :  $E_\alpha = 120 \text{ GPa}$  et  $E_\beta = 65 \text{ GPa}$ . Le coefficient de Poisson pour les deux phases est  $\mu = 0.3$ . Pour une déformation imposée de  $\varepsilon^\infty = 0.83 \%$ , la contrainte imposée sera de  $\sigma^\infty = 540 \text{ MPa}$ . Le module de Young global. :

$$E^\infty = 0.11\% \times E_\alpha + 99.89\% \times E_\beta = 65.0605 \text{ GPa} \quad (7.1)$$

La surface de l'ellipse valant 0.11 % de celle du matériau, ce pourcentage correspond à une seule cellule dans une matrice (30x30) de l'automate cellulaire (figure 46).

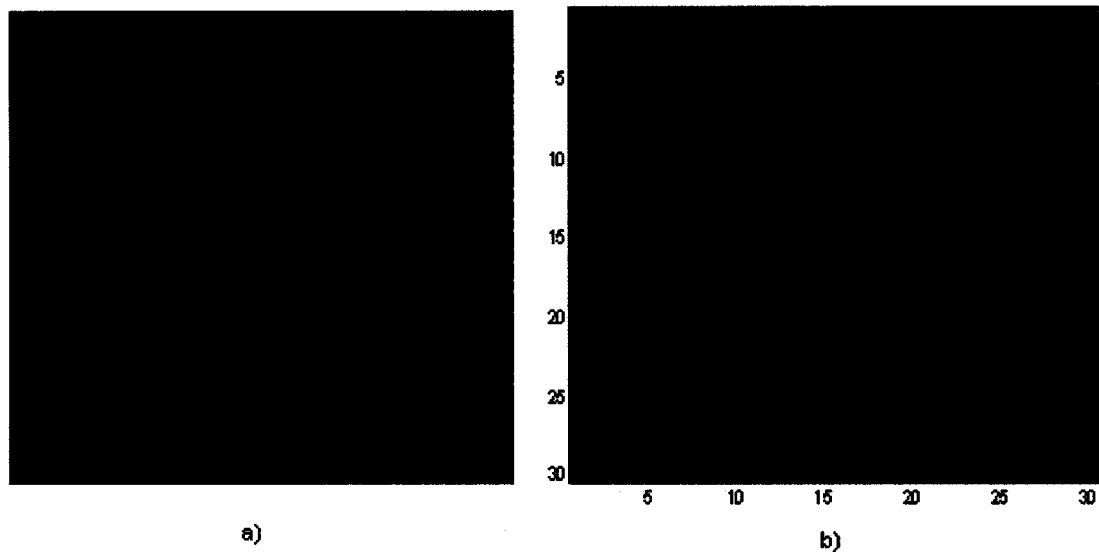


Figure 46 a) Configuration Ansys, b) Configuration automates cellulaires

### 7.2.3 Comparaison des résultats obtenus par AC et par EF dans le domaine élastique

Cette partie permettra de valider l'analogie entre AC (modèle élastique) [22] et EF par une étude comparative des résultats obtenus par ces deux modèles (figures 46 a) et 46 b). Les premières simulations ont été réalisées pour deux angles d'inclinaison ( $\phi_{inc} = 0^\circ$ ) et ( $\phi_{inc} = 90^\circ$ ) et pour différents facteurs de forme  $\lambda$ . Ces deux angles représentent les deux solutions analytiques possibles que peuvent simuler la méthode d'Eshelby.

Les résultats des simulations sont présentés dans les tableaux (XV) et (XVI). Les valeurs de la contrainte  $\langle \sigma_y \rangle$  obtenues par les AC (modèle élastique) concordent bien avec celles obtenues par les EF (Ansys) avec une marge d'erreur moyenne en valeur absolue de 1.8 %. De plus, on constate que cette contrainte augmente au fur et à mesure que le rapport de forme  $\lambda$  augmente et que pour un facteur de forme équivalent, une cellule a une contrainte plus élevée si elle est inclinée de  $90^\circ$  par rapport au plan de compression. Rappelons ici que le facteur de forme correspondant à l'angle  $90^\circ$  est égal à l'inverse du facteur de forme correspondant à l'angle  $0^\circ$ .

Tableau XV

Résultats de comparaison entre la contrainte de compression obtenue par les AC  $\sigma_{yAC}$  et la contrainte de compression obtenue par Ansys  $\sigma_{yAnsys}$  pour un angle d'inclinaison de  $0^\circ$

$\lambda / 0^\circ$	$\lambda / 90^\circ$	$\sigma_{yAC}$ (MPa)	$\sigma_{yAnsys}$ (MPa)	Marge d'erreur (%)
0,05	20	542	544	-0.28
0,1	10	546	549	-0.46
0,2	5	555	563	-1.43
0,3	3.33	565	570	-0.84
0,5	2	586	570	2.82
1	1	633	644	-1.78

Tableau XVI

Résultats de comparaison entre la contrainte de compression obtenue par les AC  $\sigma_{yAC}$  et la contrainte de compression obtenue par Ansys  $\sigma_{yAnsys}$  pour un angle d'inclinaison de  $90^\circ$

$\lambda / 90^\circ$	$\lambda / 0^\circ$	$\lambda$	$\sigma_{yAC}$ (MPa)	$\sigma_{yAnsys}$ (MPa)	Marge d'erreurs (%)
0,05	20	0,05	931	958	-2.81
0,1	10	0,1	882	862	2.25
0,2	5	0,2	811	824	-1.6
0,3	3.33	0,3	763	793	-3.75
0,5	2	0,5	703	716	-1.81

### 7.3 Calcul des facteurs de correction pour les AC

L'effet de l'angle d'inclinaison de l'ellipse sur la contrainte moyenne suivant  $y$   $\langle \sigma_y \rangle$  ainsi que sur la contrainte moyenne de cisaillement  $\langle \sigma_{xy} \rangle$  sera étudiée dans cette partie du rapport. Le but est de trouver des lois qui permettront de décrire l'évolution de ces contraintes quelle que soit l'inclinaison de l'ellipse et par la suite transposer ces résultats à l'AC afin de simuler la localisation des contraintes aux seins des microstructures lamellaires. L'étude a été réalisée sur une microstructure, constituée d'une cellule  $\alpha$  de forme elliptique ayant un rapport de forme de  $\lambda = 0.1$  plongée dans une matrice  $\beta$ . Ce facteur de forme correspond typiquement à celui de la structure lamellaire grossière de l'IMI 834. Comme précédemment cette microstructure a été soumise à un essai de compression en déformation imposée de  $\varepsilon^\infty = 0.83\%$ .

#### 7.3.1 Étude de la contrainte de compression moyenne suivant $y$ $\langle \sigma_y \rangle$ dans l'ellipse

Les résultats des simulations par EF dans les conditions citées précédemment montrent que les contraintes de compression ne sont pas uniformes au sein de l'ellipse. Les contraintes varient généralement autour de la contrainte moyenne de 619 MPa pour une inclinaison de  $\phi_{inc} = 45^\circ$  et d'un écart type d'environ 6.26 (figure 47).

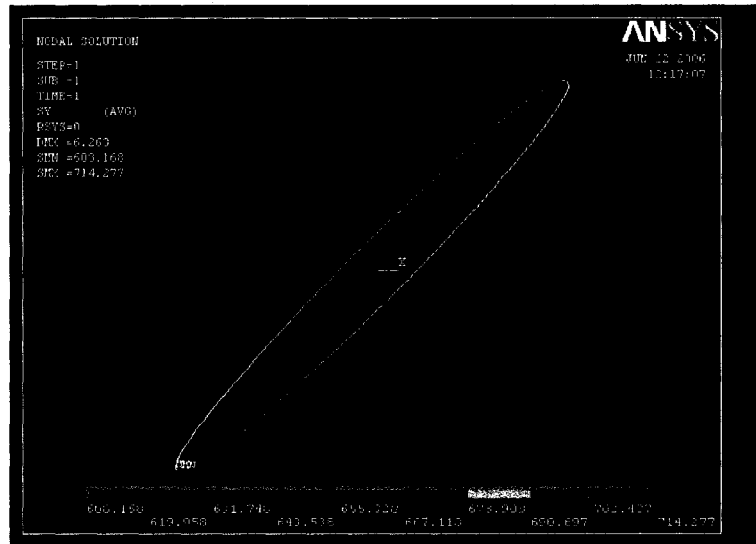


Figure 47 Distribution de la contrainte de compression  $\sigma_y$  dans l'ellipse pour un facteur de forme de  $\lambda = 0.1$  et un angle d'inclinaison de  $\phi_{inc} = 45^\circ$

Pour calculer la contrainte de compression au sein de l'ellipse en fonction de l'angle d'inclinaison, des simulations par EF ont été faites (figure 48). D'autres simulations ont été faites pour d'autres facteurs de formes (Annexe 3).

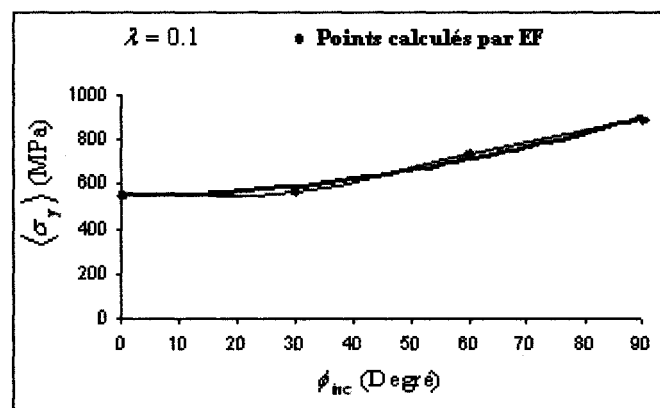


Figure 48 Courbe contrainte moyenne suivant y  $\langle \sigma_y \rangle$  versus angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$  pour un facteur de forme de  $\lambda = 0.1$

Les résultats des simulations montrent que la contrainte de compression dans l'ellipse peut être exprimée en fonction d'une équation de second degré ( $R^2 = 0.98$ ) :

$$\sigma_y = 0.039\phi_{inc}^2 + 0.42\phi_{inc} + \sigma_{y0} \quad (7.2)$$

Où  $\sigma_{y0}$  est la contrainte calculée grâce à la méthode d'Éshelby pour  $\lambda = 1$  et un angle d'inclinaison  $0^\circ$ .

À partir de l'équation (7.2) on peut calculer  $\sigma_y$  quel que soit l'angle d'inclinaison en ajoutant à la valeur  $\sigma_{y0}$  un terme correctif  $a\phi_{inc}^2 + b\phi_{inc}$  où les coefficients  $a$  et  $b$  sont des fonctions valables suivant les conditions de chargement et de la géométrie de la phase.

Comme l'idée du présent travail est de pouvoir appliquer ces résultats au modèle des AC en viscoplasticité, il est nécessaire de calculer les coefficients  $a$  et  $b$  indépendamment des conditions utilisées pour faire le présent calcul. La contrainte à l'infini dans le calcul élastique de  $\sigma^\infty = 540MPa$ , il est donc possible de récrire l'équation 7.2 en fonction de la contrainte à l'infini  $\sigma^\infty$  :

$$\sigma_y = \left( \frac{0.039}{540}\phi_{inc}^2 + \frac{0.42}{540}\phi_{inc} \right) \sigma^\infty + \sigma_{y0} \quad (7.3)$$

En calculant les coefficients multiplicateurs, l'équation (7.3) devient :

$$\sigma_y = (7.22e^{-5}\phi_{inc}^2 + 7.77e^{-4}\phi_{inc})\sigma^\infty + \sigma_{y0} \quad (7.4)$$

Il est important de remarquer que dans le modèle viscoplastique des AC, c'est la vitesse de déformation qui est imposée et la contrainte globale du matériau  $\sigma^\infty$  n'est donc pas une donnée, mais un résultat.

Pour calculer la contrainte globale  $\sigma^\infty$  dans un AC viscoplastique où les corrections dues à la géométrie et l'inclinaison des ellipses sont prises en compte, plusieurs étapes doivent être réalisées :

La première étape est de calculer la contrainte globale en considérant que les grains ne sont pas inclinés. On obtient ainsi une contrainte initiale à l'infini  $\sigma_0^\infty$ . Par la suite, cette valeur est utilisée comme contrainte à l'infini dans l'équation (7.4). On calcule les contraintes de chaque cellule ainsi corrigées et on obtient une nouvelle contrainte  $\sigma_1^\infty$ . Cette procédure est répétée plusieurs fois jusqu'à ce que la solution converge vers une contrainte globale  $\sigma^\infty$ . Un exemple de calcul est illustré dans le tableau XVII pour une microstructure contenant 15 % de  $\alpha$  lamellaires et inclinées aléatoirement, une température de  $T = 1025^\circ\text{C}$  et pour une vitesse de déformation imposée de  $\dot{\epsilon} = 1\text{ s}^{-1}$ .

Tableau XVII

Exemple de calcul de convergence de la contrainte globale  $\sigma^\infty$ 

1 ère étape	Calcul de la contrainte globale $\sigma^\infty$ sans tenir compte les corrections de l'inclinaison	$\sigma^\infty = 68.32$ MPa
2 ème étape	Intégration de la valeur de $\sigma^\infty$ calculée dans la 1 ère étape dans l'équation (7.4) et calcul de la nouvelle valeur de la contrainte globale $\sigma^\infty$	$\sigma^\infty = 70.91$ MPa
3 ème étape	Intégration de la valeur de $\sigma^\infty$ calculée dans la 2 ème étape dans l'équation (7.4) et calcul de la nouvelle valeur de la contrainte globale $\sigma^\infty$	$\sigma^\infty = 70.97$ MPa
4 ème étape	Répétition de la même opération et convergence de la contrainte globale $\sigma^\infty$	$\sigma^\infty = 70.97$ MPa

### 7.3.2 Étude de la contrainte moyenne de cisaillement $\sigma_{xy}$ dans l'ellipse

Lors du forgeage de l'alliage IMI 834, il serait très intéressant de pouvoir quantifier le cisaillement de certains grains. Pour déterminer l'évolution du cisaillement en fonction de l'angle d'inclinaison de l'ellipse, le taux de cisaillement pour un facteur de forme de  $\lambda = 0.1$  a été étudié en détail (les même conditions prises précédemment). D'autres simulations ont été faites pour d'autres facteurs de formes (Annexe 4).

L'étude par éléments finis a permis de mettre en évidence la présence du cisaillement dans l'ellipse en cas d'inclinaison. Une légère hétérogénéité dans le cisaillement de l'ellipse a été remarquée pour tous les cas d'inclinaison. Un exemple d'inclinaison de  $\phi_{inc} = 45^\circ$  est illustré dans la figure 49 : l'écart type est de 6.26 pour une valeur de la contrainte de cisaillement moyenne de 60 MPa.



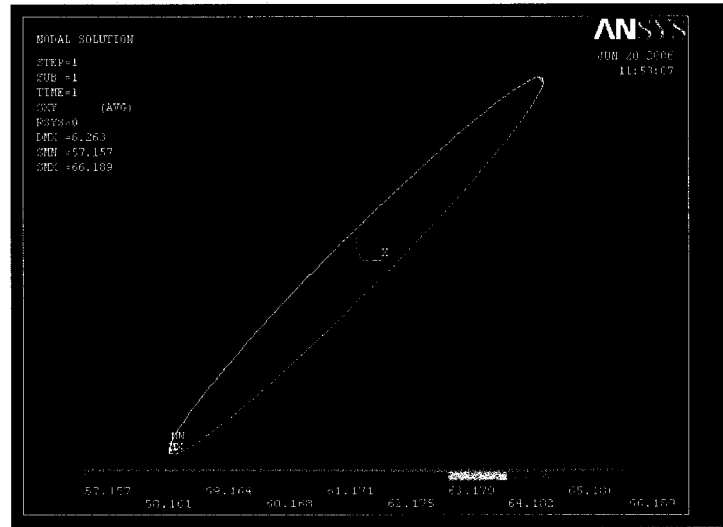


Figure 49 Localisation des contraintes de cisaillement  $\sigma_{xy}$  dans l'ellipse pour un angle d'inclinaison de  $\phi_{inc} = 45^\circ$  et pour un facteur de forme de  $\lambda = 0.1$

La figure (50) montre l'évolution de la contrainte moyenne de cisaillement  $\langle \sigma_{xy} \rangle$  versus l'inclinaison  $\phi_{inc}$ . On voit dans la figure 50 que le cisaillement à l'angle  $\phi_{inc} = 0^\circ$  et  $\phi_{inc} = 90^\circ$  est évidemment nul, il atteint un minimum de -17 MPa pour un angle d'inclinaison de  $\phi_{inc} = 10^\circ$  et un maximum de 98 MPa à un angle d'inclinaison d'environ  $\phi_{inc} = 60^\circ$ .

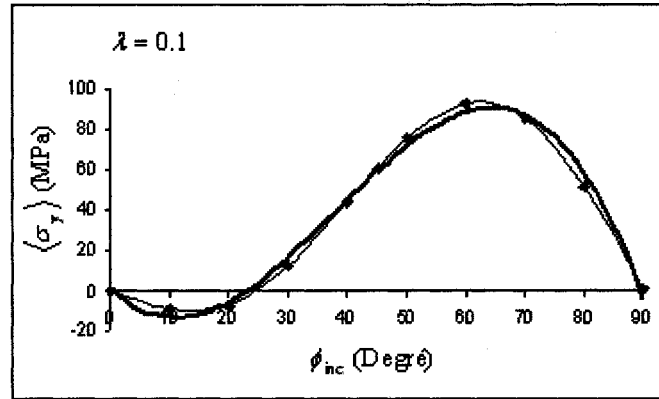


Figure 50 Courbe contrainte moyenne de cisaillement  $\langle \sigma_{xy} \rangle$  versus angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$  pour un facteur de forme de  $\lambda = 0.1$

La courbe de tendance qui décrit l'évolution de la contrainte de cisaillement  $\sigma_{xy}$  en fonction de l'angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$  peut être décrite par l'équation (7.5) ( $R^2 = 0.98$ ) :

$$\sigma_{xy} = -0.0014\phi_{inc}^3 + 0.1539\phi_{inc}^2 - 2.8785\phi_{inc} \quad (7.5)$$

Comme vu précédemment les coefficients sont fonctions des conditions de simulations des EF.

Sachant que l'équation est calculée pour des conditions élastiques bien spécifiques ( $\sigma^\infty = 540 \text{ MPa}$ ), l'équation 7.5 peut être réécrite de la manière suivante :

$$\sigma_{xy} = \left( -\frac{0.0014}{540}\phi_{inc}^3 + \frac{0.1539}{540}\phi_{inc}^2 - \frac{2.8785}{540}\phi_{inc} \right) \sigma^\infty \quad (7.6)$$

En calculant les coefficients multiplicateurs, l'équation (7.5) devient :

$$\sigma_{xy} = (-2.59e^{-6}\phi_{inc}^3 + 2.85e^{-4}\phi_{inc}^2 - 5.33e^{-3}\phi_{inc})\sigma^\infty \quad (7.7)$$

Il est désormais possible de calculer la contrainte de cisaillement à chaque cellule de l'AC puisque la contrainte globale dans le matériau a été calculé précédemment dans le paragraphe 7.3.1.

## **7.4 Localisation des contraintes dans une microstructure lamellaire par le modèle des AC**

### **7.4.1 Les contraintes de compression**

Après avoir déterminé un facteur correctif pour calculer la contrainte  $\sigma_y$ , quelle que soit l'inclinaison des lamelles dans le modèle viscoplastique des AC, il est désormais possible de modéliser la forge d'un alliage qui contient 15% de  $\alpha$  de formes lamellaires inclinées aléatoirement de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ .

La simulation a été faite pour une température de  $1025^\circ\text{C}$  et une vitesse de déformation imposée de  $1\text{ s}^{-1}$ . Le facteur de forme est  $\lambda = 1$  pour la phase  $\beta$  et  $\lambda = 0.1$  pour la phase  $\alpha$ , ce qui veut dire que les grains  $\beta$  sont de forme équiaxes et les grains  $\alpha$  sont de forme lamellaire. Les valeurs des énergies d'activation des phases  $\alpha$  et  $\beta$ , des sensibilités à la vitesse et des coefficients  $K_\alpha$  et  $K_\beta$  sont les mêmes que celles prises dans le chapitre 6.

Afin de mettre en évidence l'effet des grains lamellaires sur le comportement mécanique global du matériau, une série de comparaisons entre la contrainte moyenne à l'état stationnaire pour les grains  $\alpha$  équiaxes et  $\alpha$  lamellaires a été faite (tableau XVIII). Les lamelles  $\alpha$  contribuent à l'augmentation de la contrainte à l'état stationnaire. L'écart de contraintes entre ces deux types de microstructures tend à diminuer au fur et à mesure que la température de forgeage augmente.

Tableau XVIII

Comparaison entre les résultats obtenus par les AC pour une microstructure de grains  $\alpha$  équiaxes et une microstructure de grains  $\alpha$  lamellaire

$\sigma_{st}$ (MPa)	975(°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1000(°C) 1(s <sup>-1</sup> )	1025(°C) 1(s <sup>-1</sup> )	975(°C) 100(s <sup>-1</sup> )	1000(°C) 100(s <sup>-1</sup> )	1025(°C) 100(s <sup>-1</sup> )
$\alpha$ équiaxes	86	75	68.24	232.94	211.4	196.35
$\alpha$ lamellaires	98.19	80.93	71.30	265.33	226.35	203.86
% de variation	+ 12.41	+ 7.32	+ 4.29	+ 12.20	+ 6.60	+ 3.68

Dans la même suite d'idées, une comparaison entre les contraintes globales au pic obtenues expérimentalement pour la microstructure avec des  $\alpha$  équiaxes et celles de  $\alpha$  lamellaires a montré que les phases  $\alpha$  lamellaires contribuent à l'augmentation de la contrainte au pic (tableau XIX). Ces résultats expérimentaux valident et confirment les tendances obtenus par les EF. En particulier, les résultats expérimentaux montrent aussi que l'effet est plus prononcé à basse température.

Tableau XIX

Comparaison entre les contraintes au pic obtenues expérimentalement pour une structure de grains  $\alpha$  lamellaires et celles obtenues pour une structure de grains  $\alpha$  équiaxes [27]

$\sigma_{st}$ (MPa)	975 (°C) 1 (s <sup>-1</sup> )	1000 (°C) 1(s <sup>-1</sup> )
$\alpha$ lamellaires	190	120
$\alpha$ équiaxes	109	92
Augmentation (%)	74.31	30.43

Dans le but de mieux comprendre ce qui se passe au cours du forgeage d'un point de vue local, la figure 51 montre la distribution des contraintes dans la microstructure lors du

procédé de forgeage. Pour mieux analyser ces résultats il faut se focaliser sur la zone 1 qui montre une cellule  $\beta$  entourée par 6 voisins  $\alpha$ . Comme vu dans le chapitre 6 on remarque que la contrainte moyenne du voisinage  $\alpha$  est plus importante que celle des grains équiaxes figure 32. L'inclusion des lamelles  $\alpha$  contribue à l'augmentation locales des contraintes (équation 7.3 et figure 51).

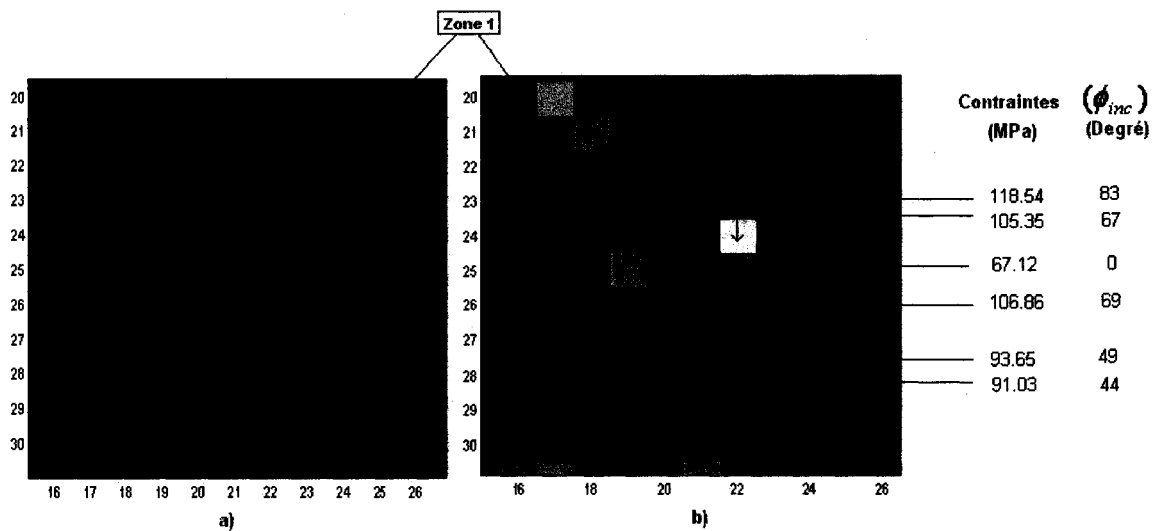


Figure 51 a) Agrandissement de la zone 1 où une cellule  $\beta$  entourés par six voisins  $\alpha$ , b) Représentation de la distribution des contraintes dans la microstructure lamellaire lors du forgeage à l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 1$

L'analyse de la microstructure montre que la contrainte maximale est localisée sur un grain  $\alpha$  incliné de  $89^\circ$  et dont le voisinage est constitué d'un mélange de deux grains  $\alpha$  et quatre grains  $\beta$  (figure 52). Cette contrainte atteint une valeur de 124 MPa. Il faut préciser ici que c'est l'inclinaison qui fait le plus augmenter la contrainte dans un grain  $\alpha$  jusqu'à 85 % alors que sa localisation ne fait augmenter sa contrainte que de 2 %. Notons ici qu'une relation de proportionnalité existe entre la contrainte et la racine carrée de la densité de dislocation. Cela veut dire qu'une lamelle  $\alpha$  proche de la verticale a plus tendance à globulariser que de subir une simple rotation (tableau XX).

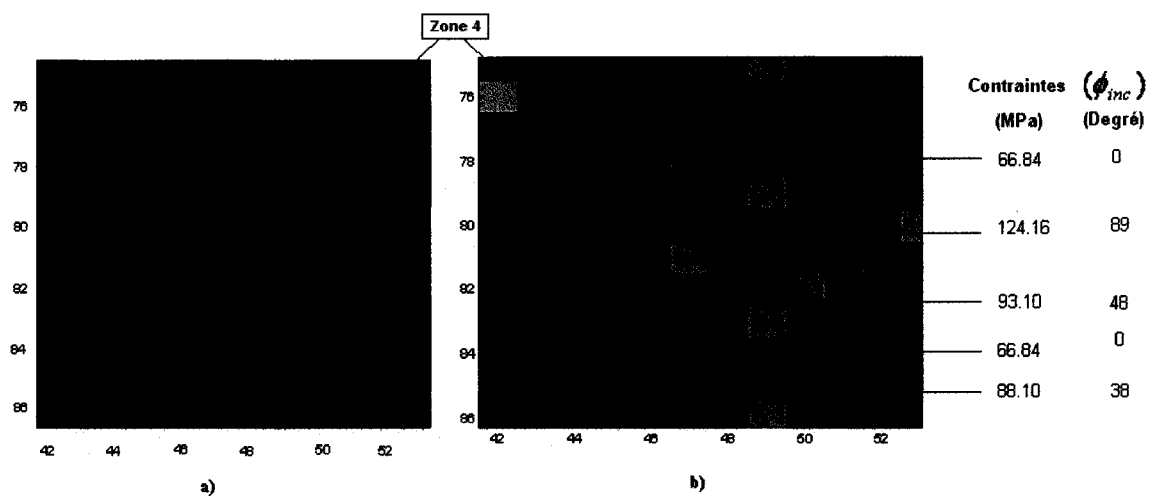


Figure 52 a) Agrandissement de la zone 4 où la contrainte est maximale dans la microstructure, b) Représentation de la distribution des vitesses déformations dans la microstructure lamellaire lors du forgeage à l'état stationnaire  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$

Tableau XX

Influence du nombre de voisins  $\alpha$  et l'angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$  d'un grain  $\alpha$  sur la contrainte  $\sigma_y$

Nombre de voisins de type grain $\alpha$	Angle d'inclinaison $\phi_{inc}$ (Degré)	Valeur de la contrainte $\sigma_y$ dans le grain $\alpha$ (MPa)
1	8	78.88
	34	79.01
	60	108.41
	78	127.22
2	8	79.01
	34	88.22
	60	108.55
	78	128
3	8	79.18
	34	89.08
	60	108.77
	78	128.02
4	8	79.33
	34	89.24
	60	108.91
	78	128.24
5	8	79.49
	34	89.39
	60	109.06
	78	128.33
6	8	79.63
	34	89.56
	60	109.12
	78	123.88

### 7.4.2 Les vitesses de déformation

L'effet de la nature et la forme des grains  $\alpha$  sur la vitesse de déformation ont été étudiés. A ce sujet, il a été constaté comme le montre la figure 53 que lorsqu'un grain  $\beta$  est entouré d'un voisinage  $\alpha$ , il se déforme plus rapidement que son voisinage  $\alpha$ . Cela veut dire que les mêmes tendances que dans une microstructure équiaxe ont été remarquées. Par contre il a été remarqué que certaines vitesses de déformation dans une microstructure avec grains lamellaires  $\alpha$  ( $\lambda = 0.1$ ) sont plus grandes que dans celle avec des grains  $\alpha$  équiaxes ( $\lambda = 1$ ). Comme pour le cas équiaxe les vitesses de déformation dans la phase  $\alpha$  sont moins importantes que celle imposée à l'infini, tandis qu'elles sont plus grandes dans la phase  $\beta$

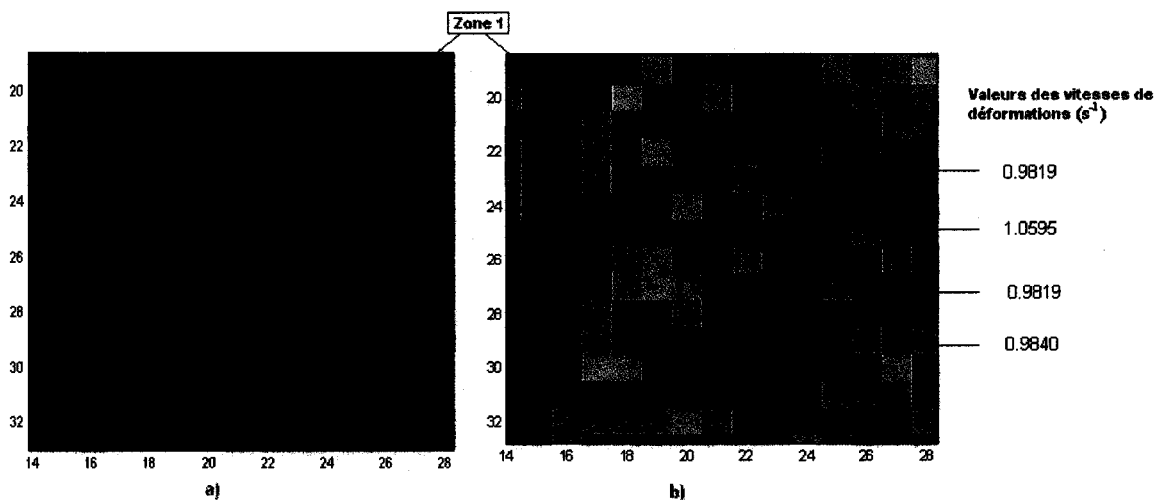


Figure 53 a) Agrandissement de la zone où une cellule  $\beta$  entourés par six voisins  $\alpha$ ,  
 b) Représentation de la distribution des vitesses de déformation dans la microstructure lamellaire lors du forgeage dans l'état stationnaire pour  $\dot{\epsilon} = 1$

Il faut noter que les microstructures avec les grains lamellaires se déforment plus vite que ceux des phases  $\alpha$  équiaxes (voir figures 54). Les vitesses de déformation des



grains  $\alpha$  sont moins dispersées pour une microstructure lamellaire. En ce qui concerne les grains  $\beta$ , c'est le contraire c'est-à-dire que les vitesses de déformation des grains  $\beta$  sont plus dispersées dans la microstructure lamellaire par rapport à celles de la microstructure équiaxe.

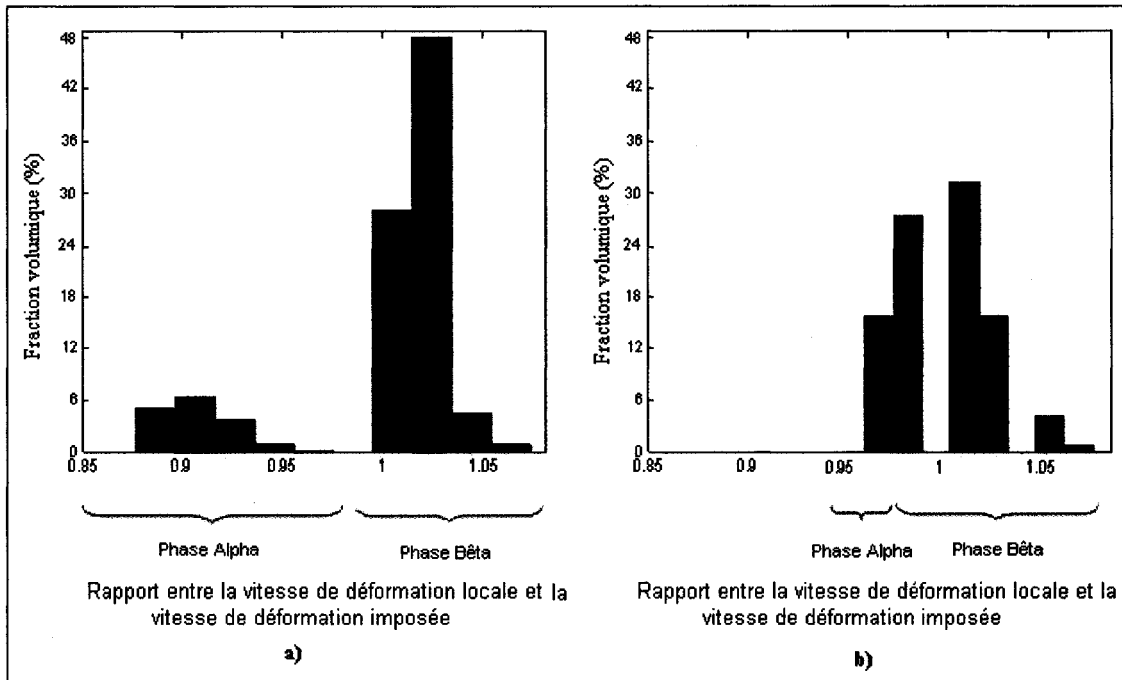


Figure 54 Représentation de l'histogramme de distribution des vitesses de déformations dans la microstructure pour  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ , a) Microstructure équiaxe, b) Microstructure lamellaire

#### 7.4.3 Les contraintes de cisaillement

Une simulation de la distribution des contraintes de cisaillement de la même microstructure a été faite en appliquant l'équation (7.7) à chaque grain. En fait la contrainte de cisaillement n'est fonction que de  $\phi_{inc}$  et  $\sigma^\infty$ . Des hypothèses simplificatrices ont été prises dans cette simulation :

⇒ On ne considère pas le cisaillement des grains  $\beta$ .

⇒ On ne tient pas compte de l'effet du voisinage, c'est-à-dire que le cisaillement d'un grain n'est pas influencé par le cisaillement de son voisinage.

Globalement les contraintes de cisaillements dans les grains  $\alpha$  valent de 1 MPa à 11 MPa. La zone 5 a été agrandie pour voir un exemple de distribution spatiale des contraintes de cisaillement. Les résultats de cette simulation montrent (figure 55) que les contraintes de cisaillement maximales sont localisées sur les grains  $\alpha$  dont l'inclinaison est la plus grande (équation 7.6).

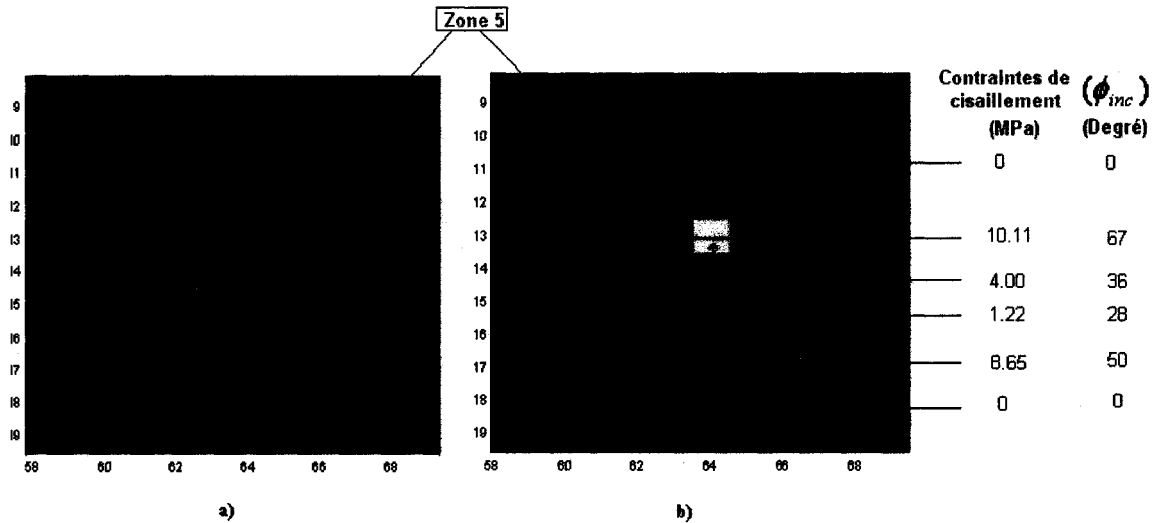


Figure 55 a) Agrandissement de la zone où la contrainte de cisaillement est maximale, b) Représentation de la distribution des contraintes de cisaillement dans la microstructure lamellaire lors du forgeage à l'état stationnaire pour  $\dot{\varepsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$

## 7.5 Étude de la rotation de l'ellipse

Cette étude porte sur la rotation  $\psi$  de la cellule ellipsoïdale lors de la déformation. Le sens positif de cette rotation sera celui correspondant au sens horaire. Cette étude permet de quantifier cette rotation en fonction de la géométrie et l'inclinaison de la cellule. La même configuration standard illustrée par la figure 46 a été utilisée pour faire ces essais. La déformation imposée est toujours de  $\varepsilon^\infty = 0.83\%$ .

La rotation de l'ellipse ( $\lambda = 0.1$ ) a été mesurée par référence à son axe principal pour différents angles d'inclinaison. Les résultats présentés dans le tableau XXI et dont une partie est présentée dans l'annexe 5 montrent que plus l'angle d'inclinaison est grand plus la rotation de la lamelle augmente. Il est intéressant de remarquer que cette augmentation de l'angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$  de l'ellipse correspond également à l'augmentation des contraintes au sein de l'ellipse.

Tableau XXI

Présentation des résultats du rapport de la rotation de l'ellipse par rapport à la déformation imposée en fonction de l'angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$  pour un facteur de forme de  $\lambda = 0.1$

$\phi_{inc}$ (Degré)	0	10	30	45	60	75	85
$\frac{\psi}{\varepsilon^\infty}$ (Degré)	0	12	24	36	43	48	52

La courbe de tendance qui décrit l'évolution du rapport de la rotation de l'ellipse et la déformation imposée versus l'angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$  est donnée par l'équation (7.7) avec un coefficient de détermination de  $R^2 = 0.99$  :

$$\frac{\psi}{\varepsilon^\infty} = -0.0041\phi_{inc}^2 + 0.9424\phi_{inc} + 1.0316 \quad (7.7)$$

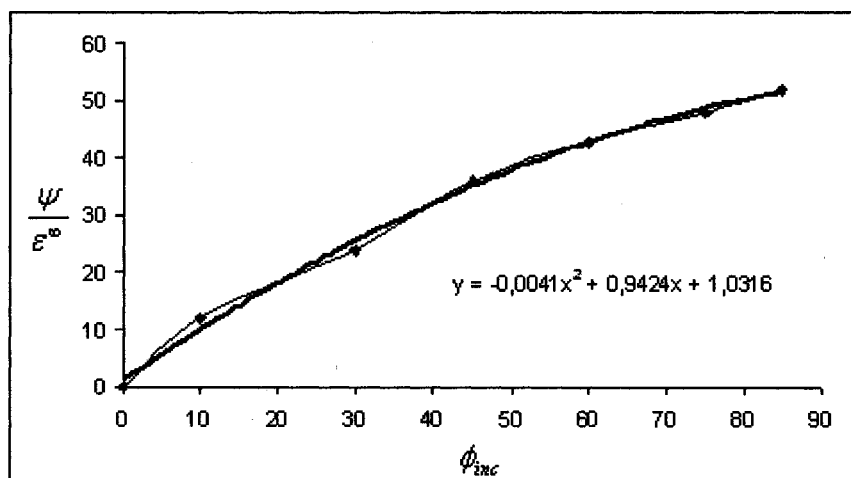


Figure 56 Courbe rapport de la rotation de l'ellipse et la déformation imposée versus angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$

Ceci signifie que plus l'inclinaison de l'ellipse augmente, plus la rotation de l'ellipse augmente. Il faut noter que l'angle d'inclinaison de l'ellipse diminue au cours de la déformation à cause de la rotation de l'ellipse. Cet effet fait diminuer la contrainte au sein du grain et par conséquent la contrainte globale dans le matériau. Pour montrer ce phénomène, une simulation de la courbe contrainte- déformation de l'IMI 834 à la température 975 °C pour une vitesse de déformation imposée de  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$  a été fait (figure 57).

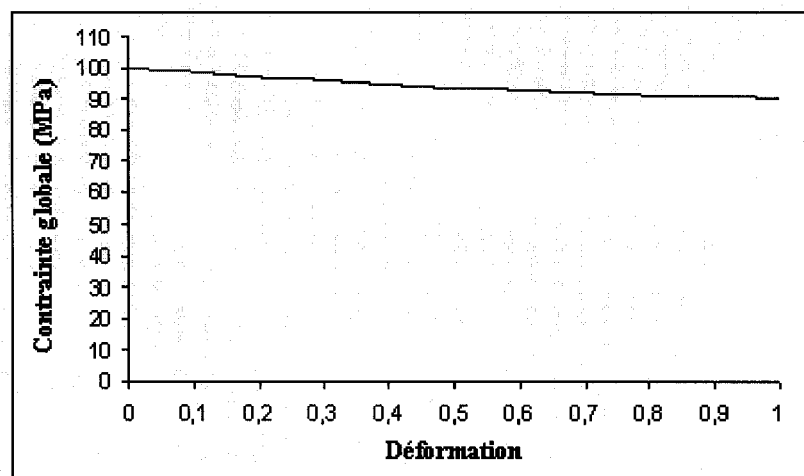


Figure 57 Courbe contrainte-déformation pour l'IMI 834 pour une microstructure lamellaires à une température de 975 °C pour une vitesse de déformation imposée de  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$

## 7.6 Conclusion sur les facteurs correctifs faites pour les AC

Les travaux réalisés dans ce projet de mémoire ont permis de prendre en compte pour les AC l'effet de l'inclinaison des lamelles sur les propriétés locales et globales de l'IMI 834. Il faut préciser ici que l'inclinaison fait augmenter la contrainte dans un grain  $\alpha$  jusqu'à 85 % par rapport à un autre grain  $\alpha$  non incliné. Ces travaux ont ainsi validé la présence et les tendances du cisaillement au cœur des grains : les valeurs des contraintes de cisaillement sont petites devant celles des contraintes de compression, le pourcentage de variation peut aller jusqu'à 98 %. Finalement, cette étude a permis de pouvoir intégrer l'influence de la rotation des lamelles sur la contrainte globale de l'IMI 834 dans les AC. Il a été prouvé que la rotation des grains au cours de la déformation fait diminuer la contrainte globale du matériau d'environ 10 %.

Dans la même direction, les travaux faits par Perrine Jousserand [26] montrent qu'il est possible de prendre en compte l'influence du voisinage sur l'état de contrainte d'une cellule quelconque. Les observations faites lors de cette étude ont montré que

l'hétérogénéité peut faire varier la contrainte jusqu'à 44 % [26] par rapport à une configuration de type Eshelby. De plus, elles ont permis d'étudier plus précisément les phénomènes de cisaillement locaux justement dus à la présence de ces répartitions hétérogènes des phases. L'observation des 22 configurations possibles (différents cas de distributions des phases) a permis de remarquer que pour 11 des configurations, le cisaillement représente moins de 1 % de la déformation totale appliquée, alors que pour les 11 autres, il a une valeur d'environ 10 % de cette même déformation. Ceci dit que la déformation est plus activée par la contrainte de compression  $\sigma_y$  que par la contrainte de cisaillement  $\sigma_{xy}$ .

## CONCLUSION

Dans le cadre de la problématique générale de l'optimisation des procédés de forgeage biphasé de l'alliage de titane IMI 834, un modèle mathématique a été développé en utilisant le formalisme d'Eshelby en l'adoptant à la méthode des automates cellulaires.

En premier lieu, les lois de comportement des deux phases ont été décrites grâce à des lois viscoplastiques. A cet effet, une exploitation des essais de compression à chaud dans le domaine  $\beta$  pur et dans le domaine  $\alpha + \beta$  de l'alliage de titane IMI 834 a été réalisée. À partir de ces données, des AC ont été construits et leur validation a été faite en comparant les contraintes à l'état stationnaire obtenues par les AC avec ceux obtenus expérimentalement. En effet, le modèle mathématique basé sur lequel les AC ont été développés permet de donner une bonne estimation du comportement mécanique des matériaux biphasés.

L'influence des conditions de forgeage sur les caractéristiques mécaniques locales et globales des microstructures a été réalisée pour une phase  $\alpha$  équiaxe dispersée aléatoirement dans une matrice  $\beta$ . Il a été montré que la vitesse de déformation des grains  $\alpha$  sont plus faibles que celle de  $\beta$ . À l'inverse, la vitesse de déformation de  $\beta$  est plus élevée que celle imposée à l'infini. Au fur et à mesure qu'on s'éloigne du voisinage immédiat d'un grain  $\alpha$ , la vitesse de déformation de l'environnement  $\beta$  diminue.

En ce qui concerne la contrainte d'un grain  $\alpha$  entouré de grain  $\beta$ , sa contrainte est plus élevée que la contrainte des grains  $\beta$ . Au sein de la microstructure, la contrainte maximale est localisée sur les grains  $\alpha$ , il a été remarqué que plus le nombre des grains voisins  $\alpha$  qui entourent un grain  $\alpha$  est grand, plus la contrainte est grande. Dans le cas où le grain  $\beta$  sera entouré par plusieurs grains  $\alpha$ , l'analyse microstructurale montre que

la contrainte du grain  $\beta$  concernée augmente par rapport à des grains  $\beta$  plongés dans une matrice  $\beta$ .

L'AC permet de simuler le comportement local de l'alliage à de grandes vitesses de déformation imposées. Dans ce cas, les contraintes des grains  $\beta$  et  $\alpha$  sont presque identiques. En ce qui concerne les vitesses de déformations locales, elles avoisinent la valeur de la déformation imposée à l'infini. Ces résultats montrent bien que la déformation dans le matériau ne se fait pas à la même vitesse au niveau local. Finalement les prédictions de notre modèle AC ont montré ainsi que la contribution de la phase  $\alpha$  sur la contrainte globale du mélange  $\alpha + \beta$  est réelle mais faible.

En parallèle, une étude par éléments finis a permis d'avoir une première approche du problème des microstructures qui contiennent des phases  $\alpha$  lamellaires en définissant des facteurs correctifs.

Ces facteurs correctifs ont été transposés sur le modèle de l'automate cellulaire pour décrire un comportement viscoplastique, en faisant l'hypothèse que les résultats suivent la même tendance dans les deux domaines (élastique et viscoplastique).

Ces facteurs correctifs permettent de calculer la contrainte de compression quelle que soit l'inclinaison des lamelles dans le modèle viscoplastique des AC. Une simulation de forgeage d'une microstructure qui contient des grains  $\alpha$  de formes lamellaires inclinées aléatoirement a été faite. L'analyse de la microstructure a montré que la contrainte maximale est localisée sur les grains  $\alpha$  les plus inclinés et dont le voisinage est constitué de plusieurs grains  $\alpha$ . C'est l'inclinaison d'un grain  $\alpha$  qui dicte principalement son état de contrainte, alors que son nombre de voisins  $\alpha$  a un ordre de contribution moindre. D'une façon générale, il a été remarqué que la contrainte globale dans une microstructure lamellaire est plus importante que dans une microstructure équiaxe. De la même manière, les vitesses de déformation locales des grains lamellaires  $\alpha$  sont plus



importantes que celles des grains  $\alpha$  équiaxes. Les contraintes de cisaillement ont été également mesurées. Ces résultats ont montré que les contraintes de cisaillement maximales sont localisées sur les grains  $\alpha$  dont l'inclinaison est la plus grande. Finalement, l'effet de la rotation des lamelles sur le comportement mécanique du matériau a été étudié par les éléments finis.

Toutes ces simulations ont permis de mieux comprendre les phénomènes qui se produisent lors du forgeage et de simuler plus particulièrement la courbe contrainte-déformation en tenant compte de la microstructure et de son évolution. À ce sujet, il a été remarqué que pour une microstructure aléatoire, la contrainte globale diminue au cours de la déformation sous l'effet de la rotation des lamelles.

Les résultats présentés dans ce rapport montrent la capacité du modèle des automates cellulaires, à fournir des informations et prédire le comportement mécanique local et globale d'un matériau biphasé.

## RECOMMANDATIONS

Une autre étude pourrait se pencher sur le développement d'un modèle élasto-viscoplastique pour mieux analyser l'hypothèse qui considère le comportement de la phase  $\alpha$  purement élastique. Une étude par éléments finis dans le domaine viscoplastique pourrait donner des corrections plus proches de la réalité du comportement des microstructures lamellaires. Finalement une étude plus détaillée du phénomène de la rotation des lamelles donnera plus d'éclaircissement sur ce qui se passe exactement aux phases  $\alpha$  lamellaires au cours de la forge de l'IMI 834.

## **ANNEXE 1**

### **Tenseurs de localisation d'Éshelby**

Dans le cas bidimensionnel et en déformation plane, les composants du tenseur de localisation des contraintes seront représentés par  $\gamma_{11}$ ,  $\gamma_{22}$ ,  $\gamma_{12}$ ,  $\gamma_{21}$  comme suit :

$$\gamma_{11} = \frac{t1 * \mu_M^3 + t2 * \mu_M^2 + t3 * k_M \mu_M + t4 * k_M^2}{2(3\mu_M + 3k_I + \mu_I) [\mu_M^2 + (3k_M + 7\mu_I)\mu_M + 3k_M \mu_I] (3 * k_M + \mu_V)} \quad (A.1)$$

Où

$$t1 = 12k_I + 18\mu_I \quad (A.2)$$

$$t2 = (45k_I + 105\mu_I)k_M + 108k_I\mu_I + 36\mu_I^2 \quad (A.3)$$

$$t3 = (27k_I + 36\mu_I)k_M + 189k_I\mu_I + 63\mu_I^2 \quad (A.4)$$

$$t4 = 81k_I\mu_I + 27\mu_I^2 \quad (A.5)$$

$$\gamma_{22} = \gamma_{11} \quad (A.6)$$

Où :

$$t11 = 12k_I - 20\mu_I \quad (A.7)$$

$$t22 = (45k_I - 75\mu_I)k_M + 60k_I\mu_I + 20\mu_I^2 \quad (A.8)$$

$$t33 = (27k_I - 45\mu_I)k_M + 9k_I\mu_I + 3\mu_I^2 \quad (A.9)$$

$$t44 = 27k_I\mu_I + 9\mu_I^2 \quad (A.10)$$

$$\gamma_{12} = \frac{t11 * \mu_M^3 + t22 * \mu_M^2 + t33 * k_M \mu_M - t44 * k_M^2}{2(3\mu_M + 3k_I + \mu_I) [\mu_M^2 + (3k_M + 7\mu_I)\mu_M + 3k_M \mu_I] (3 * k_M + \mu_V)} \quad (A.11)$$

$$\gamma_{21} = \gamma_{12} \quad (A.12)$$

Les composants du tenseur des contraintes seront comme suit :

$$\sigma_{11}^I = \gamma_{11} \sigma_{11}^\infty + \gamma_{12} \sigma_{22}^\infty \quad (\text{A.13})$$

$$\sigma_{22}^I = \gamma_{21} \sigma_{11}^\infty + \gamma_{22} \sigma_{22}^\infty \quad (\text{A.14})$$

$$\sigma_{33}^I = \left( \frac{3k_I - 2\mu_I}{2(3k_I + \mu_I)} \right) (\gamma_{11} + \gamma_{12}) \quad (\text{A.15})$$

Les composants du tenseur de déformation  $\varepsilon_{11}^I$ ,  $\varepsilon_{22}^I$  seront déterminés par les relations suivantes :

$$ep11 = 7 + 3 \frac{k_M}{\mu_M} + 9 \frac{\mu_I}{\mu_M} + 3 \frac{k_M}{\mu_M} \frac{\mu_I}{\mu_M} + 6 \frac{k_I}{\mu_I} \frac{\mu_I}{\mu_M} \quad (\text{A.16})$$

$$ep12 = 5 + 3 \frac{k_M}{\mu_M} + 5 \frac{\mu_I}{\mu_M} + 3 \frac{k_M}{\mu_M} \frac{\mu_I}{\mu_M} - 6 \frac{k_I}{\mu_I} \frac{\mu_I}{\mu_M} \quad (\text{A.17})$$

$$ep13 = 3 + 3 \frac{k_I}{\mu_I} \frac{\mu_I}{\mu_M} + \frac{\mu_I}{\mu_M} \quad (\text{A.18})$$

$$ep14 = 1 + 3 \frac{k_M}{\mu_M} + 7 \frac{\mu_I}{\mu_M} + 3 \frac{k_M}{\mu_M} \frac{\mu_I}{\mu_M} \quad (\text{A.19})$$

$$ep21 = ep12 \quad (\text{A.20})$$

$$ep22 = ep11 \quad (\text{A.21})$$

$$ep23 = ep13 \quad (\text{A.22})$$

$$ep24 = ep14 \quad (\text{A.23})$$

$$\varepsilon_{11}^I = \frac{\left(3 \frac{k_M}{\mu_M} + 4\right) (ep11 * \varepsilon_{11}^\infty + ep12 * \varepsilon_{22}^\infty)}{2 * ep13 * ep14} \quad (\text{A.24})$$

$$\varepsilon_{11}^I = \frac{\left(3 \frac{k_M}{\mu_M} + 4\right) (ep21 * \varepsilon_{11}^\infty + ep22 * \varepsilon_{22}^\infty)}{2 * ep23 * ep24} \quad (\text{A.25})$$

## **ANNEXE 2**

### **Modèle auto cohérent**

Les matériaux décrits par cette approche sont des mélanges dans lesquels aucune des phases ne joue le rôle de matrice, ce qui suppose que les fractions volumiques sont du même ordre de grandeur. Le principe de ce modèle consiste à considérer chaque domaine homogène comme une inclusion dans une matrice homogène dont les propriétés sont celles du mélange, et donc inconnues (figure 58 [23]). Les relations de localisation permettent d'exprimer les vitesses de déformation dans chacune des phases en fonction des constantes caractérisant le comportement global du mélange. Pour illustrer cette approche dans un cas très simple, considérons comme ci-dessus un mélange de deux phases viscoplastiques, chacun des domaines homogènes étant supposé sphérique. Une équation de localisation [23] s'écrit sous forme :

$$\dot{\varepsilon}_\alpha = \frac{5k}{2k_\beta + 3k} \dot{\varepsilon} \quad (\text{A.26})$$

$$\dot{\varepsilon}_\beta = \frac{5k}{2k_\beta + 3k} \dot{\varepsilon} \quad (\text{A.27})$$

Pour les phases  $\alpha$  et  $\beta$ , avec  $k$  viscosité inconnue du mélange. En introduisant ces expressions dans la relation de la loi de mélange :

$$\dot{\varepsilon} = f_\alpha \dot{\varepsilon}_\alpha + (1 - f_\alpha) \dot{\varepsilon}_\beta \quad (\text{A.28})$$

On obtient une équation du second degré en  $k$  qui possède une racine positive unique, ce qui permet d'écrire l'équation (4.13). Finalement, en reportant cette valeur de  $k$  dans les équations (A.26) et (A.27) on obtient les vitesses de déformation dans les deux phases.



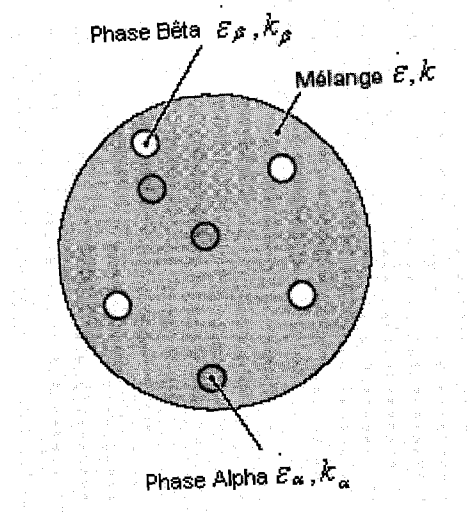


Figure 58 Représentation schématique du modèle autocohérent à deux phases pour deux matériaux viscoplastiques  $\alpha$  et  $\beta$  [23]

## **ANNEXE 3**

### **Simulation des contraintes de compression pour différents facteurs de forme**

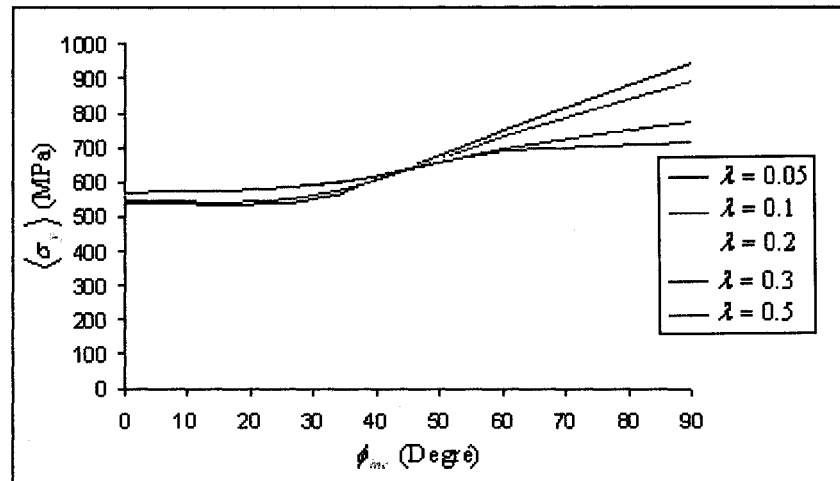


Figure 59 Courbes contrainte (Y) moyenne  $\langle \sigma_y \rangle$  - angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$

Les équations sont donc les suivantes :

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.05$

$$\sigma_y = 0.0498\phi_{inc}^2 + 0.147\phi_{inc} + \sigma_{y0} \quad (\text{A.29})$$

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.1$

$$\sigma_y = 0.0398\phi_{inc}^2 + 0.42\phi_{inc} + \sigma_{y0} \quad (\text{A.30})$$

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.2$

$$\sigma_y = 0.0257\phi_{inc}^2 + 0.7291\phi_{inc} + \sigma_{y0} \quad (\text{A.31})$$

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.3$

$$\sigma_y = 0.0167\phi_{inc}^2 + 0.874\phi_{inc} + \sigma_{y0} \quad (\text{A.32})$$

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.5$

$$\sigma_y = 0.008\phi_{inc}^2 + 1.7265\phi_{inc} + \sigma_{y0} \quad (\text{A.33})$$

## **ANNEXE 4**

### **Simulation des contraintes de cisaillement pour différents facteurs de forme**

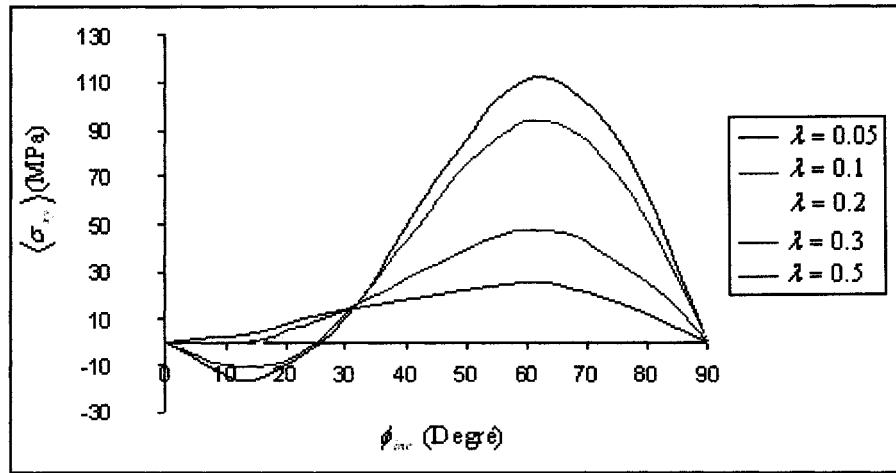


Figure 60 Courbes contrainte (XY) moyenne  $\langle \sigma_{xy} \rangle$  - angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$

Donc l'équation est la suivante :

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.05$

$$\sigma_{xy} = -0.0017\phi_{inc}^3 + 0.1928\phi_{inc}^2 - 3.7785\phi_{inc} + 0.2003 \quad (\text{A.34})$$

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.1$

$$\sigma_{xy} = -0.0014\phi_{inc}^3 + 0.1539\phi_{inc}^2 - 2.8785\phi_{inc} + 0.9554 \quad (\text{A.35})$$

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.2$

$$\sigma_{xy} = -0.001\phi_{inc}^3 + 0.1095\phi_{inc}^2 - 1.9602\phi_{inc} + 0.0389 \quad (\text{A.36})$$

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.3$

$$\sigma_{xy} = -0.0006\phi_{inc}^3 + 0.0641\phi_{inc}^2 - 0.885\phi_{inc} + 0.4131 \quad (\text{A.37})$$

$\Rightarrow$  Pour  $\lambda = 0.4$

$$\sigma_{xy} = -0.0006\phi_{inc}^3 + 0.0683\phi_{inc}^2 - 1.0105\phi_{inc} - 0.01 \quad (\text{A.38})$$

## **ANNEXE 5**

### **Simulation de la rotation de l'ellipse pour différents facteurs de forme**



Tableau XXII

Présentation des résultats de rotation de l'ellipse en fonction de l'angle d'inclinaison  $\phi_{inc}$   
pour plusieurs facteurs de forme

	Angle de rotation (Degré) Pour le cas $\phi_{inc0} = 10^0$	Angle de rotation (Degré) Pour le cas $\phi_{inc0} = 30^0$	Angle de rotation (Degré) Pour le cas $\phi_{inc0} = 45^0$	Angle de rotation (Degré) Pour le cas $\phi_{inc0} = 60^0$	Angle de rotation (Degré) Pour le cas $\phi_{inc0} = 75^0$
$\lambda = 0.05$	0,1123	0,2124	0,3082	0,3781	0,4244
$\lambda = 0.1$	0,1025	0,2094	0,3025	0,3618	0,4026
$\lambda = 0.5$	0,0978	0,1803	0,2503	0,2925	0,3218
Moyenn e	0,1010	0,2007	0,2854	0,3441	0,3829

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. Leyens and M. Peters, "Titanium and Titanium alloys Fundamentals and Applications," 2003, pp. 433-434
- [2] J. Esslinger, "Titanium in aeroengines," *MTU Aero Engines, Munich, Germany*
- [3] L. German, N. Gey, M. Humbert, P. Bocher, and M. Jahazi, "Analysis of sharp microtexture heterogeneities in a bimodal IMI 834 billet," *Acta Materialia*, pp. 3535-3543, 2005
- [4] Y. Combres, "Mise en forme des alliages du titane et de ses alliages," *Traité Matériaux métalliques*, vol. M3II, pp. M 685, 1999
- [5] Y. Combres and B. Champin, "Traitements thermiques des alliages de titane.," *Traité Matériaux métalliques*, vol. M4, pp. M 1 335, 1995
- [6] M. Brun, N. Anoshkin, and G. Shakhanova, "Physical processes and regimes of thermomechanical processing controlling development of regulated structure in the alpha / beta titanium alloys," *Materials Science and Engineering*, vol. A243, pp. 77-81, 1998
- [7] Y. Combres, "Propriétés du titane et de ses alliages," *Traité Matériaux métalliques*, vol. M2III, pp. M 557, 1999
- [8] M. Jahazi and S. Yue, "The influence of processing parameters on microstructural evolution of near-alpha Ti alloys (particularly IMI 834) during ingot breakdown," *Literature review*, 2001
- [9] S. Wolfram, "Cellular automata," *Los Alamos Science*, pp. 2-21, 1983
- [10] T. Toffoli, "Cellular automata as an alternative to differential equations in modeling physics," *Physica*, vol. 10D, pp. 117-127, 1984
- [11] M. Smith, "Cellular automata methods in mathematical physics", 1994
- [12] F. Montheillet and P. Gilorimi, "Prévision du comportement mécanique d'un mélange de deux phases viscoplastiques linéaires à l'aide d'un modèle de type automate cellulaire," *Mécanique des Solides*, vol. t.319, pp. 483-490, 1994
- [13] H. Hesselbarth and W. Göbel, "Simulation of recrystallization by cellular automata," *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. 39, pp. 2135-2143, 1991

- [14] S. G. R. Brown, N.B. Bruce, "A 3-Dimensional cellular automaton model of free dendritic growth," *Scripta Metallurgica et Materialia*, vol. 32, pp. 241-246, 1995
- [15] R. L. Goetz, M. Seetharaman, "Dynamic recrystallization using cellular automata," *Scripta Materialia*, vol. 38, pp. 405-413, 1998
- [16] C. A. Grandin and M. Rappaz, "A 3D cellular automaton algorithm for the prediction of dendritic grain growth," *Acta Materialia*, vol. 45, pp. 2187-2195, 1997
- [17] P. Matic and A. B. Geltmacher, "A cellular automaton based technique for modeling mesoscale damage evolution," *Computational Materials Science*, vol. 20, pp. 120-141, 2001
- [18] F. Montheillet, P. Gilormini, "Prévision du comportement mécanique d'un agrégat de deux phases viscoplastiques linéaires à l'aide d'un modèle de type automate cellulaire," *C R Acad Sci Paris*, vol. 319, pp. 483-490, 1994
- [19] F. Montheillet, P. Gilormini, "Predicting the mechanical behavior of two phase materials with cellular automata," *International Journal of Plasticity*, vol. 12, pp. 561-574, 1996
- [20] L. Briottet, J. Jonas, F. Montheillet, "A cellular automation simulation of the mechanical behavior of two phase-power law materials," 1995
- [21] F. Montheillet, L. Briottet, "Prévision des hétérogénéités de déformation dans un agrégat de deux phases viscoplastiques," *La revue des Métallurgie-CIT/Science et génie des matériaux*, 1997
- [22] N. Boutana and P. Bocher, "Modèle des automates cellulaires," pp. 6-11, 2005
- [23] F. Montheillet, "Comportement rhéologique des matériaux métalliques multiphasés," *Techniques de l'ingénieur*, pp. M3 010, 2004
- [24] J. D. Eshelby, *The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems*, vol. A 241. London, 1957
- [25] S. L. Semiatin, F. Montheillet, G. Shen, and J. J. Jonas, "Self-consistent modeling of the flow behavior of wrought Alpha/Beta titanium alloys under Isothermal and nonisothermal hot-Working conditions," *Metallurgical and Materials Transaction*, vol. 33A, pp. 2719-2727, 2002
- [26] P. Jousserand, "Calcul de la localisation des contraintes dans un voisinage hétérogène," 2005

- [27] P. Vo, M. Jahazi, and S. Yue, "Modelling Flow Stress of a Near- $\alpha$  Titanium Alloy," *Materials Science and Engineering*, To be published
- [28] P. Wanjara and al., *Materials Science and Engineering*, vol. A396, pp. 50-60, 2005
- [29] J. Philiberts, A. Vignes, Y. Bréchet, and P. Combrade, *Métallurgie du minerai au matériau*, Masson ed. 75280 Paris, 1998
- [30] S. F. Medina and C. A. Hernandez, "Modelling of the dynamic recrystallization of austenite in low alloy and microalloyed steels," *Acta Metallurgica*, vol. 44, pp. 165-171, 1995
- [31] H. Oikawa and T. Oomoro, "Steady state deformation characteristics of  $\alpha$ -Ti solid solutions," *Materials Science and Engineering*, vol. A104, pp. 125-130, 1988
- [32] J. P. Poirier, *Plasticité des solides cristallins à haute température*, Eyrolles ed. 75005 Paris, 1976
- [33] M. R. Bache, "A review of dwell sensitive fatigue in titanium alloys : the role of microstructure, texture and operating conditions," *International Journal of Fatigue*, pp. 1079-1087, 2003