

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PAR ARTICLES PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE DE LA PRODUCTION AUTOMATISÉE

M.Ing.

PAR  
JEAN-FRANÇOIS BOULET

OPTIMISATION SIMULTANÉE DES PROCESSUS DE PRODUCTION  
ET DES STRATÉGIES DE MAINTENANCE

MONTRÉAL, LE 6 SEPTEMBRE 2007

**CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ**

**PAR UN JURY COMPOSÉ DE :**

**M. Ali Gharbi, directeur de mémoire**

Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

**M. Jean-Pierre Kenné, codirecteur de mémoire**

Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

**M. Artiba, Abdelhakim, président du jury**

Département de génie de la production automatisée à l'École de technologie supérieure

**M. Robert Pellerin, examinateur externe**

Département de mathématiques et de génie industriel à l'École Polytechnique de Montréal

**IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC**

**LE 6 SEPTEMBRE 2007**

**À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE**

# **OPTIMISATION SIMULTANÉE DES PROCESSUS DE PRODUCTION ET DES STRATÉGIES DE MAINTENANCE**

Jean-François Boulet

## **SOMMAIRE**

Ce mémoire porte sur la planification de la production et de la maintenance de système manufacturier affecté par des pannes et des réparations aléatoires. Partant des politiques de contrôle et des stratégies de maintenance existants, plusieurs concepts seront explorés afin d'améliorer les modèles existants. L'objectif est de déterminer des stratégies de maintenance plus flexible limitant les contraintes de modélisation et facilitant l'adoption dans certains contextes industriels.

Constatant les limites mathématiques des approches classiques de résolution analytique, une approche expérimentale intégrant l'outil de simulation aux techniques de modélisation et d'optimisation statistiques est privilégiée. Cette approche expérimentale combine la simulation combinée discrète/continue, les plans d'expérience, la méthodologie de surface de réponse ainsi que l'analyse de la variance afin d'optimiser les paramètres. Cette approche permet de restreindre les hypothèses simplificatrices, nécessaire à la résolution analytique, des modèles classiques déjà développés dans la littérature scientifique.

En effet, dans plusieurs cas, l'ajout de fluctuations dans l'ensemble des systèmes de production, vient souvent perturber l'équilibre lié à l'optimalité des modèles. Pour limiter ces perturbations, la littérature scientifique comporte déjà un bon nombre de modèles répondant à cette éventualité. Toutefois, sous plusieurs de ces modèles analytiques se cachent des hypothèses simplificatrices afin de lier les fondements et les équations mathématiques. Le but principal de ce projet est d'éliminer plusieurs de ces hypothèses simplificatrices et d'analyser les comportements des stratégies résultantes.

# **SIMULTANEOUS OPTIMIZATION OF PRODUCTION AND MAINTENANCE POLICIES IN UNRELIABLE MANUFACTURING SYSTEMS**

Jean-François Boulet

## **ABSTRACT**

This master considers the optimisation problem of controlling maintenance of unreliable manufacturing system. In order to improve the existing model, different concepts will be explored. The objective is to determine strategy that can be easily integrated in real manufacturing environment.

Observing the mathematical limitations of the proposed analytical approach already developed in the scientific literature, we decided to use an experiment approach integrating simulation and statistical methods. This experiment approach combining the continuous and discrete event simulation models, design of experiment (DOE), response surface methodology and the variance analysis (ANOVA) in order to determine each model optimal parameters. This approach is used to limit the assumption numbers needed to solve the problem.

In several cases, fluctuations in the manufacturing process can have high repercussion in the entire system. To limited these disturbances, the scientific literature already develop some models to take into account this eventuality. However, under some of these analytical models, simplifying assumption is needed to link the mathematical equations. The main objective is to eliminate some of these simplifying assumptions and to analyze the resultant strategies behaviour.

## REMERCIEMENTS

Je désire offrir mes sincères remerciements à toutes les personnes qui ont rendu possible la réalisation de ce mémoire. En premier lieu, je désire remercier mon directeur de recherche, le professeur Ali Gharbi, pour m'avoir donné la chance de réaliser un projet de recherche sur un sujet pertinent et intéressant. Les nombreuses heures qu'il m'a consacrées, ses précieux commentaires ainsi que son support financier m'ont permis de mener à terme ce projet. Par la suite, je tiens également à remercier mon co-directeur de recherche, le professeur Jean-Pierre Kenné pour m'avoir fourni temps, encouragement et commentaires tout au long de mon projet de recherche. Une personne à ne pas oublier est le professeur du département de mathématique et de génie industriel de l'école Polytechnique de Montréal, Robert Pellerin. Je le remercie pour la confiance qu'il m'a accordée et pour m'avoir permis d'approfondir mes connaissances du progiciel de gestion intégré SAP. Sans le dévouement du professeur Pellerin, il m'aurait été impossible de suivre le cours PLM-300 offert par SAP Education et d'avoir une expérience de travail international avec l'équipe du centre d'excellence de SAP situé en Allemagne. De plus, je tiens à remercier madame Sylvie Doré, doyenne aux études de l'École de Technologie Supérieure, pour avoir autorisé l'écriture de mon mémoire par cumulatif d'articles.

Je me dois également de remercier toute l'équipe du laboratoire de recherche C2SP pour leurs soutiens et leurs supports. Leurs nombreux conseils m'ont permis d'économiser

beaucoup de temps et d'énergie. Je tiens également à remercier toute ma famille et mes amis pour leurs soutiens et leurs supports moraux. Finalement, je ne dois pas passer sous silence le support de ma copine Mélanie Marois pour m'avoir encouragé à persévérer dans l'avancement de mon mémoire de maîtrise.

Tous les gestes d'aide, que chacun d'entre vous m'ont fourni m'ont permis d'avancer dans mon cheminement universitaire. Je ne peux que vous exprimer toute ma gratitude.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE .....	iii
ABSTRACT .....	iv
REMERCIEMENTS .....	v
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 POLITIQUE DE CONTRÔLE DE LA PRODUCTION ET STRATÉGIE DE MAINTENANCE CORRECTIVE .....	4
1.1    Introduction .....	4
1.2    Politique de contrôle.....	5
1.3    Améliorations proposées .....	7
1.3.1    Modification dynamique du taux de maintenance corrective.....	7
1.3.2    Contrôle du taux de maintenance corrective .....	8
1.3.3    Politique de maintenance avec temps de diagnostic.....	8
CHAPITRE 2 POLITIQUE DE CONTRÔLE DE LA PRODUCTION ET STRATÉGIE DE MAINTENANCE PRÉVENTIVE.....	11
2.1    Introduction .....	11
2.2    Stratégie de maintenance préventive .....	12
2.2.1    Saut de maintenance dans l'approche de type bloc .....	14
2.2.2    Politique de contrôle et stratégie de maintenance préventive .....	14
2.3    Améliorations proposées .....	16
CHAPITRE 3 STRATÉGIE DE MAINTENANCE PRÉVENTIVE ET POLITIQUE D'APPROVISIONNEMENT DE PIÈCES DE REMPLACEMENT .	17
3.1    Introduction .....	17
3.2    Stratégie de maintenance et politique d'approvisionnement.....	18
3.3    Améliorations proposées .....	20
3.3.1    Stratégie conjointe intégrant un délai d'approvisionnement variable ...	21
3.3.2    Optimisation multicritère .....	23
CONCLUSION .....	25
ANNEXE I     AMÉLIORATION DES TAUX DE PRODUCTION ET DE MAINTENANCE CORRECTIVE D'UN SYSTÈME DE PRODUCTION .....	26

ANNEXE II	IMPROVEMENT OF PRODUCTION PLANNING AND CORRECTIVE RATE POLICY IN A RELIABLE MANUFACTURING SYSTEM .....	38
ANNEXE III	PRODUCTION AND MAINTENANCE CONTROL POLICY IMPROVEMENT IN AN UNRELIABLE FAILURE-PRONE MANUFACTURING SYSTEM .....	49
ANNEXE IV	DÉVELOPPEMENT D'UNE POLITIQUE INTÉGRÉE DE CONTRÔLE DES TAUX DE PRODUCTION ET DE MAINTENANCE CORRECTIVE AVEC DIAGNOSTIC .....	67
ANNEXE V	AMÉLIORATION D'UNE POLITIQUE COMBINÉE DE MAINTENANCE ET DE CONTRÔLE D'INVENTAIRE DANS UN CONTEXTE MANUFACTURIER .....	88
ANNEXE VI	OPTIMISATION CONJOINTE D'UNE STRATÉGIE DE MAINTENANCE DE TYPE BLOC ET D'UNE POLITIQUE D'APPROVISIONNEMENT EN PIÈCE DE REMPLACEMENT DE TYPE (R, S) .....	102
ANNEXE VII	MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION OF PREVENTIVE AND CORRECTIVE MAINTENANCE POLICIES IN UNRELIABLE MANUFACTURING SYSTEMS .....	130
BIBLIOGRAPHIE .....	143	

## LISTE DES FIGURES

	Page	
Figure 1	Schématisation de l'approche de résolution utilisée .....	2
Figure 2	Politique de production et de maintenance corrective.....	4
Figure 3	Politique de production et de maintenance corrective avec diagnostic	10
Figure 4	Politique de production et de maintenance préventive.....	12
Figure 5	Politique d'approvisionnement et de maintenance préventive.....	18
Figure 6	Variation de l'inventaire lors de la synchronisation des commandes .	20
Figure 7	Effet d'une variabilité dans le délai d'approvisionnement.....	21
Figure 8	Modification du point de commande.....	22

## INTRODUCTION

La mondialisation des marchés et la compétition accrue, incitent les dirigeants d'entreprises à être davantage préoccupés par l'ensemble de leurs systèmes de production et de leurs modes de gestion d'entreprise. Dans cet objectif de performance, les gestionnaires tentent de trouver les solutions d'affaire leurs permettant d'augmenter globalement l'efficacité de leurs installations manufacturières. Tout ceci dans le but ultime d'être reconnu comme leader dans leur domaine d'exploitation respectif. Pour réussir à atteindre cette distinction, ils n'hésitent pas à investir dans l'ensemble de leurs activités afin de garantir à leurs clients une entière satisfaction et surtout pour assurer le lien de confiance développé avec celui-ci.

Dans ce contexte économique, plusieurs méthodes sont apparues afin de développer des installations fiables respectant les demandes client (qualité demandée, coût, et temps de livraison exigé). L'une des premières solutions à préconiser est d'assurer un suivi sur les équipements de production. Par différentes techniques, on est en mesure de prédire, avec une certaine certitude, le fonctionnement et surtout l'arrêt de plusieurs systèmes. En effet, depuis la publication des travaux de Barlow et Proschan (1965), qui définissaient les bases des modèles de maintenance, plusieurs chercheurs se sont penchés sur cette problématique afin de développer des modèles qui permettrait de contrôler les coûts encourus des systèmes de production. Toutefois, puisque la majorité des modèles sont définis de façon analytique, trop d'hypothèses simplificatrices sont nécessaire afin de respecter leurs fondements mathématiques. Dans ce contexte, les modèles résultants sont difficilement applicables dans des systèmes de production d'où la nécessité d'utiliser des méthodes de résolution plus flexible.

Pour ces raisons, l'approche de résolution utilisée dans ce mémoire, est basée sur la combinaison d'outils de simulation et de méthodes statistiques. En reproduisant la dynamique des systèmes manufacturiers à l'aide de la simulation, il est possible de

résoudre des systèmes d'équations difficiles à solutionner analytiquement. De plus, cette méthode de résolution ne nécessite pas d'hypothèses contraignantes quant au type et à la variabilité des distributions de probabilité utilisées. Cette méthode permet également d'éliminer plusieurs hypothèses simplificatrices puisque que la complexité des modèles à analyser ne dépend que des notions et des qualités de simulation du modélisateur (Schmidt et Taylor (1970)) (Shannon (1975)).

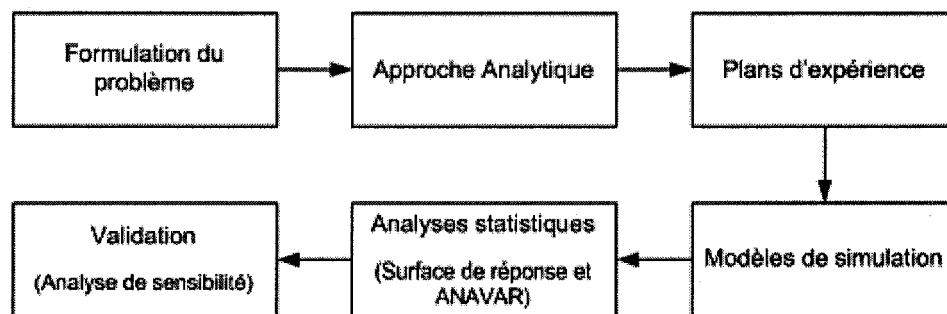


Figure 1 Schématisation de l'approche de résolution utilisée

La figure 1 représente l'approche complète de résolution que nous avons préconisée afin de déterminer expérimentalement les variables de décision optimisant chaque modèle. La première étape de cette approche expérimentale consiste à identifier les paramètres à optimiser et les méthodes de résolution à préconiser. Par la suite, la limitation de méthode classique de résolution analytique est démontrée afin de justifier l'utilisation d'une méthodologie expérimentale. Le design d'expérience sert à organiser logiquement les données que nous désirons analyser. Par la suite, nous représentons la dynamique des systèmes à l'aide de modèles de simulation combinant l'approche par événements discrets/continues en utilisant le langage Visual SLAM (Pritsker et O'Reilly (1999)). L'optimisation des données recueillies est effectuée à la l'aide de la méthodologie de surface de réponse. Cette méthodologie est un regroupement de techniques mathématiques et statistique qui permet l'optimisation d'une variable de réponse dépendant de plusieurs variables de décision (Montgomery (2000)). Finalement, la

validation des comportements de chacun de nos modèles est effectuée par une analyse de sensibilité sur les coûts d'inventaire (stockage et pénurie) et de maintenance (corrective et préventive). Cette dernière permet de démontrer que les améliorations proposées restent valides dans différents contextes.

# CHAPITRE 1

## POLITIQUE DE CONTRÔLE DE LA PRODUCTION ET STRATÉGIE DE MAINTENANCE CORRECTIVE

### 1.1 Introduction

Dans un environnement manufacturier, les interruptions de production causées par des pannes d'équipement peuvent engendrées des ruptures importantes de stock. En effet, en plus des coûts liés à la réparation, les arrêts prolongés d'équipement de production causent bien souvent des coûts de non-satisfaction de la demande client. Ces coûts sont liés à la perte de clients, aux pénalités imposées par ceux-ci ou à la sous-traitance de production. Dans ces conditions, il devient essentiel d'utiliser une politique de contrôle d'inventaire afin de limiter ces coûts supplémentaires. Cette politique consiste à construire et maintenir de manière constante un stock de produits finis dans le but de continuer à satisfaire la demande durant les états non opérationnels liés aux activités de maintenance corrective (MC).

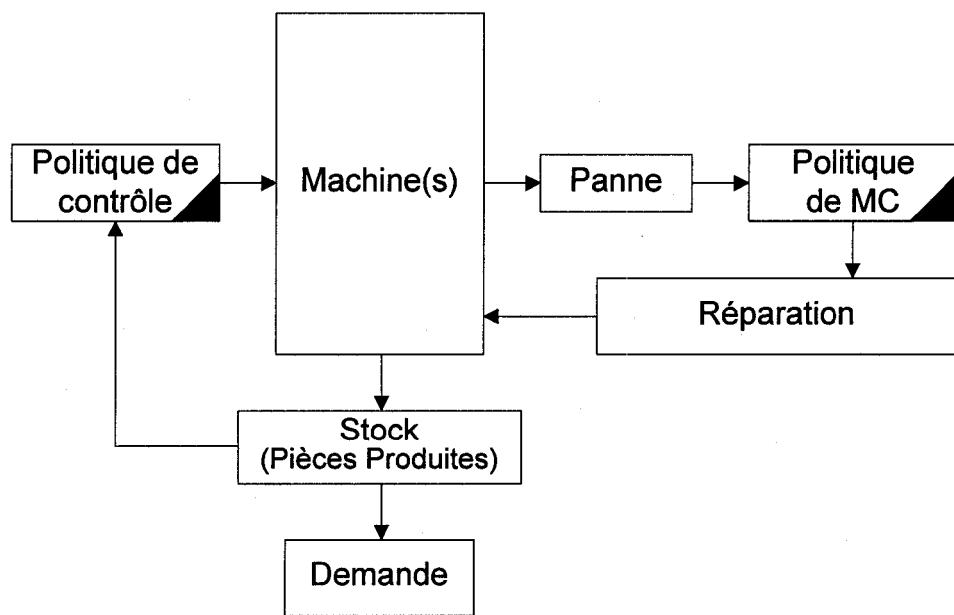


Figure 2 Politique de production et de maintenance corrective

En plus d'illustrer globalement cette politique de contrôle, la figure 2 représente la structure et la dynamique du système de production étudié. Cette structure traite du problème de planification de la production et de la maintenance corrective d'un système manufacturier simple affecté par des pannes et des réparations aléatoires. Le reste du chapitre est organisé comme suit. La section 1.2 introduit brièvement les politiques de contrôle existant dans la littérature scientifique. La section 1.3 propose trois améliorations ayant chacune fait l'objet de publications scientifiques. Premièrement la section 1.3.1 propose un modèle permettant de changer dynamiquement le taux de réparation lors d'une intervention corrective. Deuxièmement, la section 1.3.2 présente un modèle contrôlant les taux de réparation Finalement, un modèle de maintenance corrective tenant compte d'un processus d'inspection et d'exécution de maintenance préconisé dans un progiciel de gestion intégré est présenté à la section 1.3.3.

## 1.2 Politique de contrôle

Les politiques de contrôle s'articulent principalement sur le maintien d'un certain niveau de produits finis afin de limiter les pénuries de matériel lors de l'arrêt du système. Parmi les auteurs ayant traité cette problématique, Akella et Kumar (1986) ont proposé une politique de contrôle régissant un système constitué d'une machine qui ajustait le taux de production en fonction du niveau d'inventaire de produits finis. La combinaison de leur travail à celui de Kimemia et Gershwin (1983) montrent que pour un système où les transitions d'états sont décrites par une chaîne de Markov homogène, la politique à seuil critique est optimale. Cette politique de contrôle, représentée par l'équation 1, préconise ainsi l'utilisation d'un taux de production qui s'ajuste à la demande lorsque le niveau d'inventaire est égal à un seuil critique ( $Z$ ) et qui prend la valeur du taux de production maximal lorsque le niveau d'inventaire est inférieur à celui-ci.

$$u = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x < Z \\ d & \text{si } x = Z \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1)$$

Ce basant sur les résultats obtenus par Akella et Kumar (1986), Boukas et Haurie (1990), Hu et Xiang (1994) et Hu et al. (1995) ont étudiés d'autres aspects de la politique de contrôle à seuil critique. Toutes ces recherches ont introduit les travaux de Kenne et Boukas (1997) qui étendirent le modèle de la politique à seuil critique en introduisant un taux de réparation influencé par le niveau du stock de produits finis.

$$u_r(x) = \begin{cases} u_r^{\max} & \text{si } x < Y \\ u_r^{\min} & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2)$$

La politique de contrôle obtenue, représenté par l'équation 2, stipule que lorsqu'une panne survient et que le niveau d'inventaire de produits finis est élevé (Y), la réparation du système peut s'effectuer à un taux minimal entraînant des coûts plus faibles. Toutefois, lorsqu'une panne survient et que le niveau d'inventaire est faible, la réparation du système s'effectue à un taux maximal entraînant des coûts plus élevés. Il a été prouvé que l'introduction d'un seuil critique d'inventaire pour l'établissement des taux de réparation permet ainsi de réduire de façon significative les coûts encourus dans le système. Certaines extensions de ce modèle ont permis de traiter le cas des systèmes constitués de plusieurs machines identiques pouvant produire différents types de produits (Kenne et al. (2003)) et celui de machines non identiques produisant plusieurs types de produits (Kenne et Gharbi (2004)).

### 1.3 Améliorations proposées

Les modèles existants dans la littérature présentent deux variables de décision (taux de production et taux de réparation) qui changent d'états selon le niveau d'inventaire. Par exemple, le taux de production s'ajuste à la demande lorsque le niveau d'inventaire atteint un niveau ou prend la valeur du taux de production maximal lorsque le niveau d'inventaire est inférieur à ce même niveau (voir équation 1). Un phénomène semblable s'applique au taux de réparation. En effet, celui-ci s'ajuste au taux de réparation maximal lorsque le niveau d'inventaire est inférieur à un niveau critique et il prend la valeur minimale lorsque le niveau d'inventaire est supérieur au niveau de stock critique (voir équation 2). Dans l'attribution des taux de chacun des deux cas, le modèle respectif valide le niveau d'inventaire et attribue les valeurs appropriées aux variables de décision. A partir de ces attributions, les valeurs des variables de décision demeurent inchangées jusqu'à la fin de l'activité. Cette approche est essentielle pour le maintient des équations mathématiques régissant les modèles analytiques. Toutefois, cette méthode d'attribution des taux de réparation reste questionnable. En effet, lorsque l'attribution des taux de réparation s'effectue dans la zone avoisinant le niveau d'inventaire critique d'attribution, il est possible que le modèle attribut un taux qui engendre des coûts supplémentaires. Alors, plutôt que de déterminer le taux de réparation au début de chaque panne, il serait plus avantageux de suivre l'inventaire et d'accélérer la réparation si le niveau de stock passe en dessous d'un niveau critique. Afin d'illustrer ce concept, différentes alternatives ont été étudiées et seront présentées brièvement dans les sections suivantes.

#### 1.3.1 Modification dynamique du taux de maintenance corrective

Comme nous l'avons déjà précisé, les modèles analytiques développés dans la littérature fixe le taux de réparation en fonction du niveau d'inventaire en début d'activité. Cette section propose une approche plus réaliste limitant les possibles coûts de pénurie

d'inventaire. En effet, plutôt que de fixer le taux de réparation au début de la panne, il serait plus avantageux de suivre l'inventaire et de varier dynamiquement le taux de réparation lorsque le niveau de stock devient critique, diminuant ainsi les probabilités de pénuries. Pour ce faire, nous avons discrétisé le temps total de réparation en plusieurs sous intervalles afin de suivre dynamiquement le niveau de stock afin d'ajuster le taux de réparation en conséquence. L'amélioration prend de l'ampleur lorsque le temps de réparation est grand ou lorsque le niveau de stock est faible. Tous les détails associés à ce concept sont présentés dans l'article de conférence figurant dans l'annexe 1.

### **1.3.2 Contrôle du taux de maintenance corrective**

Dans quelque cas spécifique, l'amélioration proposée précédemment autorise certaines modifications du taux de réparation qui ne sont pas nécessaire. En effet, lorsqu'une intervention de maintenance est presque terminée et que le niveau d'inventaire est suffisant, il n'est pas essentiel de payer les frais supplémentaires pour l'achever plus rapidement. Cette section présente donc une version améliorée du modèle permettant de changer dynamiquement le taux de réparation, présenté dans la section précédente. Elle vise à déterminer le temps à partir duquel il est avantageux d'accélérer la réparation corrective permettant ainsi de limiter les coûts supplémentaires et de réduire le coût total de la politique proposée. L'objectif de cette section est de déterminer les conditions nécessaires à l'accélération des réparations correctives dans un système manufacturier simple possédant une machine affectée par des pannes et des réparations aléatoires. Tous les détails associés à ce modèle sont présentés dans l'article de conférence de l'annexe 2 ainsi que dans son extension soumise dans une revue scientifique qu'on retrouve en annexe 3.

### **1.3.3 Politique de maintenance avec temps de diagnostic**

Cette section introduit une stratégie de maintenance corrective basée sur le changement du taux de réparation tenant compte d'un processus d'inspection et d'exécution de

maintenance adapté pour l'implémentation dans un progiciel de gestion intégrée, appelé communément ERP (Entreprise Ressource Planning). Malgré les gains substantiels obtenus par les deux politiques précédentes, le recours à des taux de réparation accélérés dynamiquement pose certains problèmes en pratique. En premier lieu, les modèles supposent que l'ajout de ressources supplémentaires est toujours possible et qu'il en résulte nécessairement une réduction du temps total de réparation. Dans certains cas cependant, la nature de la réparation, le type d'outil utilisé ou l'espace disponible pour la réparation de composantes de petites tailles empêche l'utilisation de ressources multiples pour effectuer la réparation (Pellerin (1997)). Le taux de réparation dépend alors plus des modes de maintenance corrective choisis que des ressources allouées au processus lui-même. Par exemple, il est souvent possible de corriger un bris en réparant une pièce défectueuse identifiée ou en remplaçant un sous-assemblage complet. La réparation et le remplacement constituent ici deux modes de maintenance avec des taux de réparation et des coûts encourus distincts. Compte tenu de ce contexte, les progiciels ERP ont souvent recours à un processus de maintenance corrective composé d'un sous-processus d'inspection suivi d'un sous-processus d'exécution. Lors d'une panne, la phase d'inspection de l'équipement est enclenchée dans le but d'identifier les modes de réparation possibles. Dans tous les cas, le choix du mode de maintenance corrective, illustré dans la figure 3, est désigné suite à un processus de diagnostic.

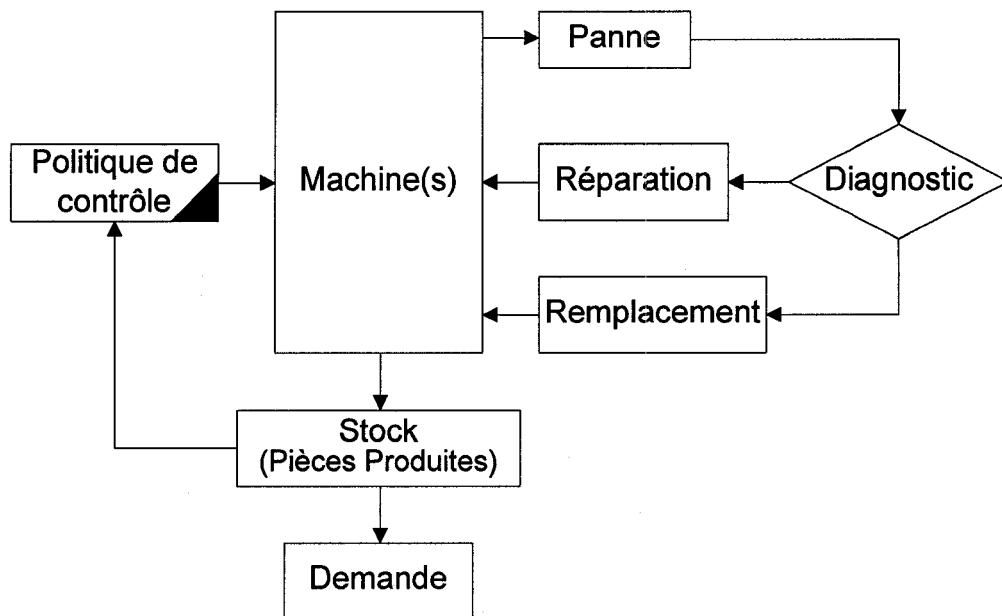


Figure 3 Politique de production et de maintenance corrective avec diagnostic

L'objectif est de développer une stratégie de maintenance corrective basée sur le changement du taux de réparation durant la période d'arrêt qui tient compte du processus de diagnostic et d'exécution de maintenance préconisé dans un progiciel ERP. Tous les détails associés à ce modèle sont présentés dans l'article de journal scientifique qu'on retrouve en annexe 4.

## **CHAPITRE 2**

### **POLITIQUE DE CONTRÔLE DE LA PRODUCTION ET STRATÉGIE DE MAINTENANCE PRÉVENTIVE**

#### **2.1 Introduction**

Dans le contexte industriel d'aujourd'hui, la planification des opérations est devenue essentielle dans le bon fonctionnement des entreprises (Karen et al. 2003). En ayant un suivi sur chacun des événements d'un système manufacturier (demande, opération de production, maintenance, gestion d'inventaire), il devient possible d'améliorer la rentabilité des entreprises. Dans cet objectif de performance, la défaillance d'un équipement de production peut avoir de graves conséquences. Les stratégies de maintenance préventives (MP) représentent une partie de la solution envisageable pour atteindre ces buts. En dictant la séquence des interventions d'entretien préventif, ces stratégies cherchent à minimiser les coûts de production ou à maximiser la disponibilité des équipements. Toutefois, dans bien des cas, l'optimisation des activités de production et de maintenance est traitée distinctement, limitant ainsi l'effet et l'implication des activités de maintenance (corrective et préventive) sur les coûts de production, sur les inventaires de pièces produites et sur la disponibilité des systèmes de production. L'objectif principal de ce chapitre est double. Premièrement, il vise à introduire les stratégies de maintenance préventive et de démontrer les bénéfices engendrés lors de leurs applications à des systèmes de production. De plus, ce chapitre propose un concept améliorant les modèles intégrant les stratégies de maintenance préventive et les politiques de contrôle d'inventaire déjà développés dans la littérature scientifique. La structure générale du système manufacturier, illustrée dans la figure 4, intègre donc une stratégie de maintenance préventive à une politique de contrôle d'inventaire de type seuil critique.

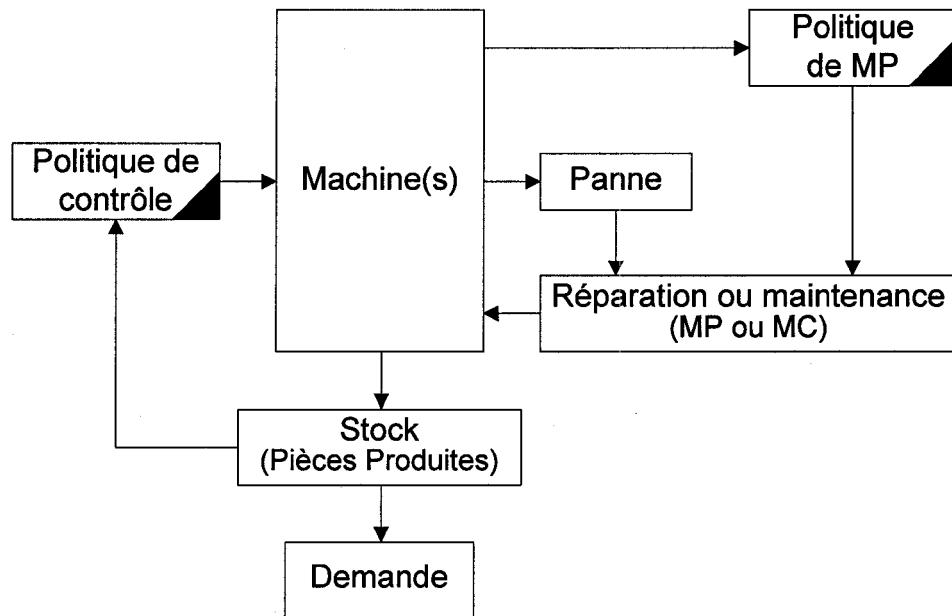


Figure 4 Politique de production et de maintenance préventive

Le reste du chapitre est organisé de la façon suivante. La section 2.2 introduit brièvement les politiques de maintenance préventive existant dans la littérature scientifique. La section 2.3 présente les développements scientifiques concernant les politiques de contrôle et les stratégies de maintenance préventive. Par la suite, une amélioration permettant d'omettre certains remplacements préventifs est introduite dans la section 2.4. Cet article se retrouve intégralement dans les annexes 5.

## 2.2 Stratégie de maintenance préventive

Dans le but de réduire ses coûts d'opération, l'entreprise d'aujourd'hui se doit de bien organiser la séquence d'actions nécessaires au maintient de ses équipements en état de fonctionnement. Puisque la durée de vie des équipements de production est dictée par des distributions statistiques, plusieurs auteurs ont proposé des stratégies permettant de limiter les perturbations, sur les cycles de production, lors d'intervention de maintenance (Duffuaa et al. (1999)). Ces stratégies se distinguent principalement par la nature des

activités, le critère de performance retenu et par le caractère déterministe ou stochastique des paramètres qu’elles prennent en considération (Jamali et al. (2002)). Il est toutefois possible de scinder toutes ces stratégies en deux grandes familles. La première consiste à remplacer préventivement l’équipement, après un temps d’utilisation prédéterminé ou lors de panne de l’équipement. Ce type de maintenance, caractérisée par l’âge ou l’utilisation de l’équipement est connue sous le nom de maintenance préventive de type âge (ARP). Plusieurs caractéristiques de ce type de maintenance ont été analysées par Barlow et Hunter (1960). Toutefois, ce type de maintenance est difficile à administrer, car il exige un suivi systématique sur l’état et le vieillissement des équipements. Pour sa part, la stratégie de maintenance préventive de type bloc (BRP), consiste à utiliser des équipements neufs à la panne ou lors des remplacements préventifs à tous les intervalles de temps prédéterminé, indépendamment de l’âge et de l’état de l’équipement. Les fondements mathématiques de ce type de maintenance ont été développés par Barlow et Hunter (1960) ainsi que par Barlow et Proschan (1965). La majorité des auteurs du domaine s’entendent sur le fait que cette stratégie est supérieure à la stratégie de type âge par sa simplicité d’application. Cependant, ce type de maintenance implique un certain niveau de gaspillage, car il est possible de remplacer un équipement presque neuf lors d’intervention de maintenance préventive. En effet, si une panne est survenue peu de temps avant la maintenance préventive, ce remplacement prive l’équipement d’une durée de vie utilisable. Pour limiter cette perte, certains auteurs proposent d’effectuer des réparations minimales afin de remettre fonctionnel un équipement en panne pour que celui-ci puisse être remis à neuf lors du prochain remplacement préventif cédulé (Cox (1962)) (Crookes (1963)) et (Nakagawa (1981) et (1983)). Pour réduire les coûts d’intervention corrective, d’autres modèles favorisent l’utilisation d’équipements usagés lors des remplacements correctifs (Bhat (1969)) (Tango (1978)) (Murthy et Nguyen (1982)). Toutefois, pour des raisons de modélisations mathématiques, tous ces modèles de maintenance sont régis par l’hypothèse que le temps d’exécution des activités de maintenance est négligeable comparativement à la durée de fonctionnement des équipements de production. Cette hypothèse simplificatrice restreint l’utilisation des

modèles à des contextes manufacturiers où la production n'interagit pas avec les activités de maintenance. Malgré tous les bénéfices démontrés en analysant individuellement les stratégies de maintenance préventive, il devient intéressant de les combiner à des politiques de contrôle afin d'analyser les effets des interventions de maintenance sur les politiques de contrôle et sur les inventaires de pièces produites.

### **2.2.1 Saut de maintenance dans l'approche de type bloc**

Dans le but d'intégrer les avantages des deux types de stratégie (ARP et BRP), Berg et Epstein (1976) ont proposé un modèle modifié de la stratégie de maintenance de type bloc (MBRP) qui permet de sauter certains remplacements préventifs lorsqu'une intervention corrective venait d'être effectuer. Ceci permet d'éviter les pénalités liées au remplacement hâtif d'équipement. Suite à un remplacement correctif, cette stratégie exige un suivi de l'état et du vieillissement des équipements. Ce modèle est donc un compromis entre le suivi systématique de tous les équipements lié à la stratégie ARP et la perte de vie utile lors de certains remplacements préventifs de la stratégie BRP. Ceci fait en sorte que les équipements remis à neuf lors d'activité de maintenance corrective n'ont pas à être remplacer systématiquement lors des remplacements préventifs. Toutefois, leur technique de résolution ne permettait l'utilisation que de distribution exponentielle et gamma d'ordre deux pour la durée de vie des équipements. Par cette raison, Archibald et Dekker (1996) ont étendu le modèle MBRP proposé par Berg et Epstein (1976) afin de permettre l'utilisation de différentes distributions statistiques. De plus, ils ont démontré que le coût optimal de la stratégie MBRP pouvait se comparer au coût optimal de la stratégie ARP sans toutefois avoir l'inconvénient de suivre l'état de tous les équipements de production.

### **2.2.2 Politique de contrôle et stratégie de maintenance préventive**

Avec l'amélioration des méthodes de résolution analytiques et l'émergence des méthodes de résolution numérique et expérimentale, la considération simultanée des

politiques de contrôle et des stratégies de maintenance est maintenant envisageable. Il est donc possible d'optimiser simultanément les paramètres liés aux politiques de contrôle et aux stratégies de maintenance préventive. Cette optimisation conjointe permet d'analyser les effets pénalisant des interventions de maintenance sur les niveaux d'inventaire de pièces produites. Contrairement aux politiques de contrôle standard de type seuil critique, les modèles incluant des stratégies de maintenance préventive permettent de réduire les états non opérationnels de la machine liée aux activités de maintenance corrective. De plus, comme la durée des interventions de maintenance de type corrective est habituellement plus longue que celle de type préventive, la considération de stratégie de maintenance préventive permet de réduire les niveaux d'inventaire maintenu afin continuer à satisfaire la demande durant les états non opérationnels de la machine. Dans ce contexte, la panne d'un équipement de production devient doublement pénalisée par les coûts de réparation et par les possibles coûts de pénurie engendrés lors d'arrêts prolongés d'équipement. Dans le but d'intégrer les stratégies de maintenance préventive au politique de contrôle d'inventaire, plusieurs auteurs (Ki-Ling et Warren (1997)) (Salameh et Ghattas (2001)) (Rezg et al. (2004)) (Gharbi et al. (2006)) ont proposé des modèles incorporant les temps improductifs liés aux actions de maintenance. Les modèles proposés combinaient des stratégies de maintenance préventive de type âge (Salameh et Ghattas (2001)) (Rezg et al. (2004)) et de type bloc (Ki-Ling et Warren (1997)) aux notions d'inventaire liés à la construction et au maintien d'un inventaire de sécurité afin de continuer de répondre à la demande lors de actions des maintenances (MC et MP). Toutefois, pour des raisons de modélisation, leurs modèles étaient soumis à l'hypothèse que le temps de construction du stock de sécurité était relativement court comparativement au temps de bon fonctionnement de l'équipement (MTBF). Cette hypothèse excluait donc la possibilité de panne lors de la construction du stock de sécurité. Afin d'enlever cette hypothèse simplificatrice, Gharbi et al. (2006) ont proposé une politique de maintenance et de production plus réaliste intégrant une stratégie de maintenance préventive de type ARP et une politique de contrôle de type seuil critique dans un système ayant une possibilité de panne.

indépendante de l'état de production de la machine (possibilité de panne lors de la construction du stock de sécurité).

### **2.3 Améliorations proposées**

Comme mentionné dans la section 2.1, la stratégie de maintenance préventive de type âge est rarement utilisée en industrie, due à sa complexité d'intégration. Malgré les gains démontrés par la politique conjointe de production et de maintenance développée par Gharbi et al. (2006), son intégration dans un environnement de production devient difficilement justifiable. Dans ce contexte, il devient intéressant d'analyser les effets engendrés d'une stratégie de maintenance préventive de type bloc sur une politique de contrôle de type seuil critique. De plus, en intégrant la stratégie de maintenance MBRP, proposé par Berg & Epstein (1976), il est possible de réduire significativement les coûts encourus dans le système. En effet, en omettant certain remplacement préventif, lorsque le niveau d'inventaire de pièce produite n'est pas à son niveau maximal, il est possible de limiter les coûts supplémentaires d'une intervention de maintenance et les possibles coûts de pénurie engendrés lors d'arrêts des équipements. L'objectif visé est donc de déterminer les paramètres qui permettent de minimiser les coûts d'inventaire, de rupture de stock et de maintenance sur un horizon infini. Tous les détails associés à cette politique de maintenance et de production se retrouvent dans l'article de conférence présenté intégralement dans l'annexe 5.

## **CHAPITRE 3**

### **STRATÉGIE DE MAINTENANCE PRÉVENTIVE ET POLITIQUE D'APPROVISIONNEMENT DE PIÈCES DE REMPLACEMENT**

#### **3.1 Introduction**

Ce chapitre vise à introduire les concepts de gestion de pièces de remplacement nécessaire lors d'intervention de maintenance. Traditionnellement, les politiques de maintenance préventive et d'approvisionnement en pièces de remplacement étaient traitées de façons distinctes. Effectivement la majorité des modèles analytiques, traitant de maintenance, reposait sur l'hypothèse que les pièces de remplacement étaient considérées toujours disponibles. En supposant le coût lié aux pièces de remplacement négligeable comparativement aux coûts d'arrêt de production découlant des activités de maintenance, cette hypothèse simplificatrice était justifiable. Toutefois, dans certains secteurs manufacturiers constitués d'équipement hautement spécialisés, le coût lié à la gestion de pièces de remplacement peut devenir un facteur important. Dans ce contexte, il devient utile d'analyser conjointement des stratégies de maintenance et des politiques d'approvisionnement en pièces de remplacement. La figure 5 illustre le concept développé dans ce chapitre.

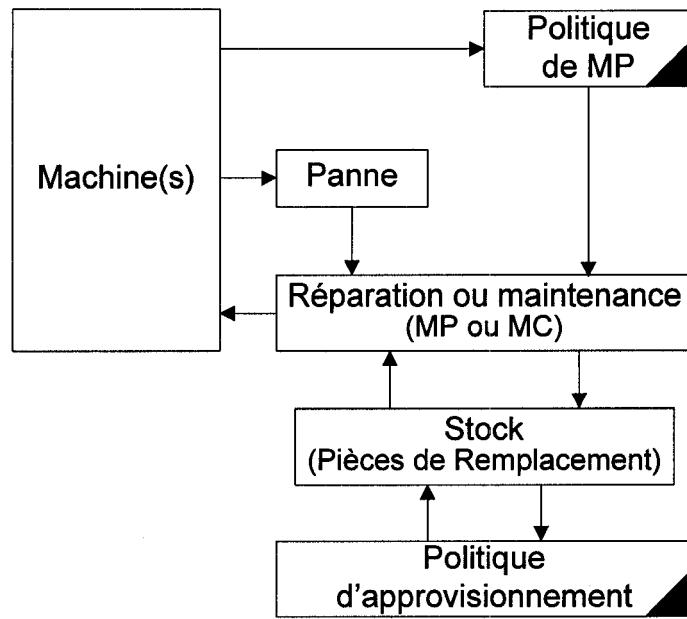


Figure 5 Politique d'approvisionnement et de maintenance préventive

Dans ce chapitre, les politiques d'approvisionnement et de maintenance préventive sont introduites dans la section 3.1. Par la suite, deux améliorations des politiques conjointes d'approvisionnement et de maintenances existantes sont exposées dans la section 3.2. La première démontre, à la section 3.2.1, l'importance des fluctuations aléatoires dans le délai d'approvisionnement. Tandis que la section 3.2.2 présente un modèle permettant l'optimisation simultanée des coûts et de la disponibilité d'un système de production sujettes à une politique de maintenance et d'approvisionnement. Les annexes 5 et 6 présentent chacune de ces améliorations.

### 3.2 Stratégie de maintenance et politique d'approvisionnement

Dans le but de se rapprocher des contextes industriels, les modèles de maintenance prennent maintenant en considération la disponibilité des pièces de remplacement. Dans cet objectif, Acharya et al. (1986) furent parmi les premiers à développer un modèle analytique permettant d'intégrer la gestion des pièces de rechange lors des interventions

de maintenance. Toutefois, pour des raisons de simplification mathématique, leur modèle ne tenait compte d'aucun délai de livraison lors de la réception des pièces de remplacement. Cette hypothèse simplificatrice rend donc leur modèle difficilement applicable dans un contexte manufacturier. De plus, la technique de résolution qu'ils ont proposée s'appuyait sur la théorie de renouvellement. La forme explicite de la fonction de renouvellement n'étant connu que pour des distributions exponentielles et gamma d'ordre deux, la résolution analytique, de leur modèle, était donc limitée à ces distributions. Malgré tout, leurs travaux ont montré l'existence d'un lien direct entre les coûts d'inventaire et le coût total de la politique de maintenance. Par la suite, Chelbi et Aït-Kadi (2001) ont utilisé une méthode d'approximation basée sur les transformés inverses de Laplace permettant d'évaluer la fonction de renouvellement pour des distributions statistiques plus complexe. Cette stratégie a permis d'étendre le modèle d'Acharya et al. (1986) à des distributions couramment utilisées dans le domaine de la maintenance et de l'approvisionnement sans toutefois enlever l'hypothèse d'un délai d'approvisionnement négligeable. Afin d'éliminer cette dernière hypothèse simplificatrice, Brezavšček et Hudoklin (2003) ont proposé un modèle mathématique tenant compte d'un délai de livraison fixe ( $\tau$ ) dans l'approvisionnement. Leur modèle est basé sur une maintenance préventive de type bloc et sur une politique de réapprovisionnement de type (R, S). La stratégie de maintenance préventive de type bloc consiste à effectuer des remplacements à la panne ou préventivement à des intervalles de temps prédéterminé (T). La politique d'approvisionnement consiste à commander une quantité suffisante pour augmenter l'inventaire au niveau (S) à toutes les périodes (R). Pour annuler les coûts de stockage et de pénurie, les auteurs ont privilégié le point de commande  $R = (i \cdot T) - \tau$  où  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Puisque que leur modèle n'admet aucune variabilité dans le délai de livraison, il est optimal de synchroniser les activités de maintenance et la réception de pièces de rechange. La figure 6, illustre le concept proposé par Brezavšček et Hudoklin (2003) pour un système constitué de plusieurs machines identiques (m machines).

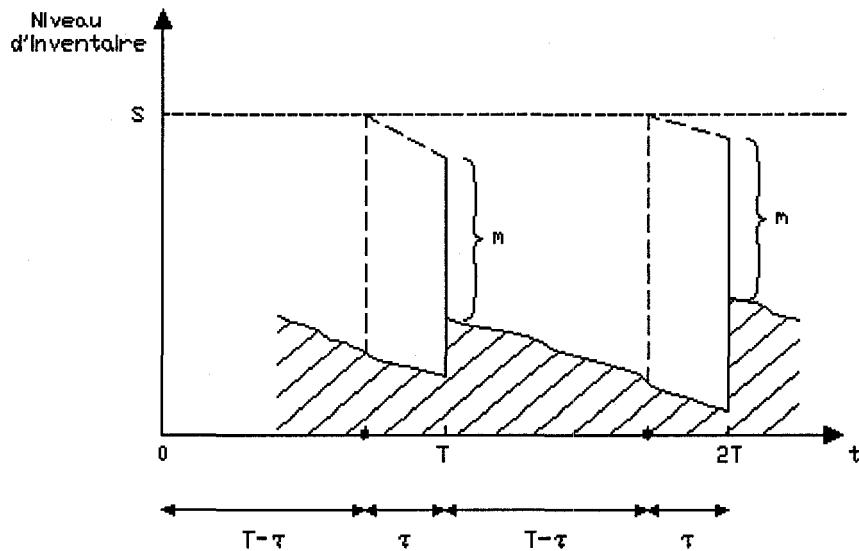


Figure 6 Variation de l'inventaire lors de la synchronisation des commandes

### 3.3 Améliorations proposées

Dans un contexte manufacturier, la variabilité est un facteur du quotidien. En effet, par la nature stochastique des différents processus il est difficile, même impossible, de prédire avec exactitude le déroulement complet d'un cycle de production. Les délais d'approvisionnement n'échappent pas à cette doctrine. Afin d'adapter les modèles de maintenance et d'approvisionnement existants, cette section propose des alternatives afin d'éliminer l'hypothèse d'un délai d'approvisionnement fixe. En enlevant cette hypothèse, l'approche de résolution et les fondements mathématiques des modèles existants deviennent inexacts et doivent être revues. Pour ce faire, deux stratégies combinées de maintenance préventive et d'approvisionnement en pièces de remplacement ayant des délais variables seront développées. Le premier modèle analyse l'effet d'un délai aléatoire sur la politique d'approvisionnement et propose des solutions envisageables. Tandis que le deuxième propose une approche expérimentale permettant d'optimiser simultanément le coût de la politique conjointe et la disponibilité des équipements de production.

### 3.3.1 Stratégie conjointe intégrant un délai d'approvisionnement variable

La stratégie conjointe présentée par Brezavšček et Hudoklin (2003) propose une structure synchronisant parfaitement la réception des commandes et les interventions de maintenance préventive (voir figure 6). Dans ce contexte, toutes les commandes de pièces de remplacement doivent absolument arriver sans fluctuation aléatoire. À moins d'avoir des ententes très serrées avec ses fournisseurs, une telle hypothèse reste questionable. En effet, en n'arrivant pas précisément à l'instant de leur consommation, les pièces de rechange perturbent l'équilibre du système, entraînant des coûts supplémentaires de stockages ou de pénurie. Cette section cherche à résoudre cette problématique en intégrant une variabilité au délai de livraison. Les modèles proposés permettent de déterminer la stratégie optimale permettant de minimiser les coûts encourus lorsque les délais d'approvisionnement en pièces de remplacement sont sujets à des fluctuations aléatoires.

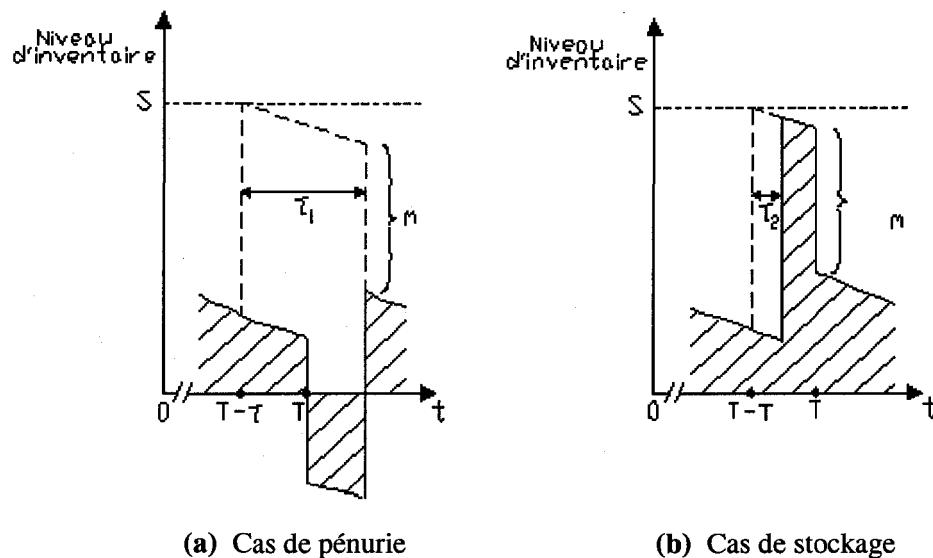


Figure 7      Effet d'une variabilité dans le délai d'approvisionnement.

La figure 7 illustre les situations pouvant subvenir lorsque le délai d'approvisionnement varie. On observe qu'une pénurie se produit par un délai d'approvisionnement plus long que la normale, tandis qu'un stockage est provoqué lorsqu'une commande arrive prématièrement. Pour limiter l'effet de la fluctuation aléatoire sur le délai d'approvisionnement, il devient intéressant de modifier le point de commande afin d'assurer la disponibilité des pièces de rechange lors de l'activité de maintenance préventive. En effet, il est possible de décaler le point de commande sur l'intervalle  $[k \cdot T, (k+1) \cdot T]$  où  $k = 0, 1, 2, \dots$  pour déterminer l'endroit exact qui minimise le coût d'inventaire (stockage et pénurie). En introduisant une variable continue ( $\beta$ ), il est possible de déplacer le point de commande en utilisant la forme  $R = \beta \cdot (i \cdot T)$  où  $i = 0, 1, 2, \dots$  avec  $0 < \beta < 1$  (voir figure 8).

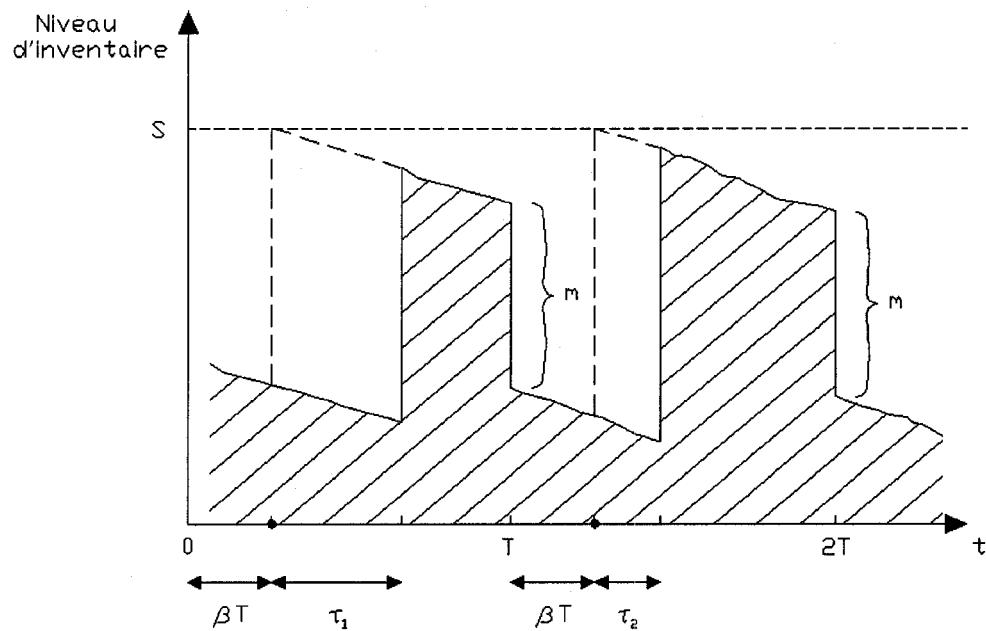


Figure 8      Modification du point de commande

Le point de commande  $R = \beta \cdot (i \cdot T)$  où  $i = 0, 1, 2, \dots$  avec  $0 < \beta < 1$  à l'avantage de permettre l'utilisation d'un délai d'approvisionnement variable sans entraîner les coûts

d'inventaire lié au stockage et la pénurie de lorsque le point de commande est  $R = (i \cdot T) - \tau$  où  $i = 1,2,3,\dots$ . Cette stratégie combinée permettra de déterminer l'intervalle optimal de remplacement préventif (T) des équipements, le nombre de pièces de rechange (S) à maintenir en inventaire ainsi que la variable  $\beta$  qui minimise le coût du système.

### 3.3.2 Optimisation multicritère

La majorité des études sur la planification de la production et de la maintenance considèrent uniquement le coût moyen lors de l'optimisation et de l'attribution des paramètres de décision. Toutefois, dans un système considérant la durée des activités de maintenance et l'inventaire des pièces de remplacement, il est possible d'optimiser la disponibilité des équipements de production. Certains auteurs ont d'ailleurs proposé des modèles considérant la disponibilité comme critère de décision et de performance (Wortman et al. (1994)) (Sheu, (1995)). Toutefois, très peu d'auteurs ont réussi à optimiser simultanément la disponibilité des équipements et le coût résultant de la politique. La difficulté principale avec cette optimisation simultanée est le manque de méthode efficace de résolution analytique pour des problèmes ne possédant pas dans la même base d'unité (coût (\$) et disponibilité (%)). De plus, les paramètres de décision optimisant individuellement chacune des deux variables de réponse ne vont pas la même direction. Effectivement, la maximisation de la disponibilité dégrade nécessaire la fonction coût, en raison des budgets importants devant être attribuer afin de maintenir, le plus longtemps possible, les équipements de production en état de fonctionnement. Dans bien des cas, les derniers pourcents permettant d'atteindre la disponibilité maximale nécessite des coûts supplémentaires énormes.

Pour cette raison, il est intéressant d'analyser l'impact engendré sur la disponibilité de chaque dollar investi et de déterminer un compromis entre la minimisation du coût et la maximisation de la disponibilité des équipements de production. En utilisant une

approche expérimentale basée sur la fonction de désirabilité, Boschian et al. (2006), ont proposé un modèle permettant d'atteindre cet objectif. Toutefois, leur modèle d'optimisation simultanée n'était soumis à aucun politique d'approvisionnement en pièces de remplacement. Nous proposons donc un modèle, également basé sur la fonction de désirabilité, permettant d'optimiser conjointement une stratégie de maintenance préventive et une politique d'approvisionnement en pièces de remplacement sujette à des délais d'approvisionnement aléatoire. La stratégie de maintenance préventive utilisée est de type bloc et la politique d'approvisionnement est de type (S, Q). Cette politique d'approvisionnement consiste à commander une quantité de pièce (Q) lorsque le niveau d'inventaire passe sous un seuil critique (S). Les objectifs visés sont d'analyser l'effet de la gestion d'inventaire et de déterminer la périodicité optimale d'entretien préventif lors de l'optimisation simultanée des variables de réponse.

## **CONCLUSION**

Dans ce mémoire nous avons traité de différents problèmes retrouvés lors de la planification de la production et de la maintenance des systèmes manufacturiers affecté par des pannes et des réparations aléatoires. Par des méthodes de résolution expérimentale, nous avons proposé des améliorations aux modèles de production et de maintenance développés dans la littérature scientifique. Ce type de résolution intègre des modèles de simulation et des techniques d'optimisation mathématiques et statistiques qui permettent de réduire le nombre d'hypothèses simplificatrices nécessaires lors de la résolution analytiques. En restreignant ce nombre d'hypothèses simplificatrices, les paramètres optimaux des améliorations proposées reflètent donc mieux le comportement des systèmes manufacturiers étudiés. De plus, nous avons montré la validité de cette méthode de résolution dans différents contextes.

De plus, par cette méthode, il est plus facile de développer des modèles supportant les structures et les exigences des systèmes de production interagissant avec un progiciel de gestion intégrée, communément appelé système ERP. En effet, la méthode de résolution expérimentale permet de combiner les processus d'affaire régissant les modules de maintenance et de production des progiciels de gestion intégrée. Cette approche est difficilement réalisable avec les méthodes classiques de résolution analytique.

Une recherche plus approfondie sur l'optimisation des processus d'affaire régie dans les progiciels de gestion intégré devrait permettre de développé des modèles d'optimisation pouvant régir en quasi temps réel avec les opérations liées au processus de maintenance, de production et de gestion de stock.

## **ANNEXE I**

### **AMÉLIORATION DES TAUX DE PRODUCTION ET DE MAINTENANCE CORRECTIVE D'UN SYSTÈME DE PRODUCTION**

Article de conférence scientifique présenté lors du :  
**6<sup>ème</sup> CONGRÈS INTERNATIONAL DE GÉNIE INDUSTRIEL,**  
**BESANÇON (France), 7-10 JUIN 2005**

# Amélioration des taux de production et de maintenance corrective d'un système de production.

Ali Gharbi<sup>1</sup>, Jean-Pierre Kenné<sup>2</sup>, Jean-François Boulet<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Département de génie de la production automatisée,  
École de Technologie Supérieure, Université du Québec,  
1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (QC), Canada H3C 1K3,  
E-mail : [ali.gharbi@etsmtl.ca](mailto:ali.gharbi@etsmtl.ca)

<sup>2</sup> Département de génie mécanique, École de Technologie Supérieure,  
E-mail : [jean-pierre.kenne@etsmtl.ca](mailto:jean-pierre.kenne@etsmtl.ca)

<sup>3</sup> Laboratoire de conception et de contrôle des systèmes de production, École de Technologie Supérieure,  
E-mail : [jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca](mailto:jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca)

---

**RÉSUMÉ :** Cet article s'intéresse au problème de planification de la production et de la maintenance d'un système manufacturier possédant une machine sujette à des pannes et des réparations aléatoires. L'objectif visé est de minimiser les coûts d'inventaire, de rupture de stock et de maintenance dans un horizon de planification infini. Le modèle mathématique de cette problématique a déjà été développé dans la littérature. Toutefois, avec une approche expérimentale, nous allons montrer que la solution optimale obtenue par le modèle analytique décrivant la planification de la production d'un système manufacturier peut être améliorée. Pour ce faire nous proposons une stratégie de maintenance corrective basée sur le changement du taux de réparation durant la période d'arrêt. La politique résultante est de type seuil critique caractérisé par deux niveaux optimaux d'inventaire.

---

**MOTS-CLÉS :** Modélisation et simulation des systèmes de production, Plans d'expérience, Méthodologie de surface de réponse, planification de la production, maintenance corrective

---

## 1. Introduction

Le modèle traité dans cet article est basé sur un système manufacturier constitué d'une machine dédiée à la production d'un seul type de pièce. Cette machine est sujette à des pannes et réparations aléatoires. La politique de commande utilisée consiste à maintenir un certain niveau de produits finis afin de limiter les pénuries lors de l'arrêt du système. Les variables de décision sont le taux de production qui influence l'inventaire et le taux de réparation qui influence la capacité du système.

Dans cet article, nous proposons une politique améliorée qui consiste à accélérer ou à varier le taux de réparation pendant la panne lorsque le niveau de stock s'abaisse en dessous du seuil critique associé. Nous obtenons ainsi un meilleur suivi du taux de réparation du système, et par conséquent une réduction du coût total (inventaire, rupture de stock et maintenance) du système. L'article proposé est inspiré des modèles à seuils critiques déjà développés dans la littérature. Parmi les auteurs ayant traité ce sujet, Akella & Kumar (1986) ont proposé le modèle d'un système constitué d'une machine avec un taux de production qui s'ajuste avec le niveau d'inventaire. Le résultat de leurs études montre que pour ce type de système, la politique à seuil critique est optimale. Par la suite, Kenne & Boukas (1997) ont étendu ce modèle en introduisant un taux de réparation influencé par le niveau du stock de produits finis. En effet, l'approche utilisée par ces auteurs stipule que lorsqu'une panne survient et que le niveau d'inventaire de produits finis est élevé, la réparation du système peut s'effectuer à un taux minimal entraînant des coûts plus faibles. Toutefois, lorsqu'une panne survient et que le niveau d'inventaire est faible, la réparation du système s'effectue à un taux maximal entraînant des coûts plus élevés. Il a été montré que cet ajout réduisait de façon significative les coûts encourus dans le système (Kenne & Boukas, 1997). Le même système fut encore amélioré lorsque, Kenne et al. (2003) ont étendu le modèle au cas des systèmes constitués de plusieurs machines identiques pouvant produire des types de produits différents. Finalement, Kenne & Gharbi (2004) ont à nouveau amélioré le modèle en permettant d'introduire des machines non identiques pouvant produire plusieurs types de produits.

Les stratégies de production et de maintenance corrective, basées sur la littérature précédente, sont données respectivement par les équations (1) et (2) suivantes :

$$u = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x < Z \\ d & \text{si } x = Z \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1)$$

$$u_r = \begin{cases} \overline{u}_r & \text{si } x < Y \\ \underline{u}_r & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2)$$

Où  $u$  = taux de production,  $U_{\max}$  = taux de production maximal,  $d$  = demande du système,  $u_r$  = taux de réparation,  $\overline{u}_r$  = taux de réparation maximal,  $\underline{u}_r$  = taux de réparation minimal,  $x$  = inventaire de produits finis,  $Z$  = seuil critique d'inventaire associé à la production de pièces,  $Y$  = seuil critique d'inventaire associé à la réparation et ( $Y < Z$ )

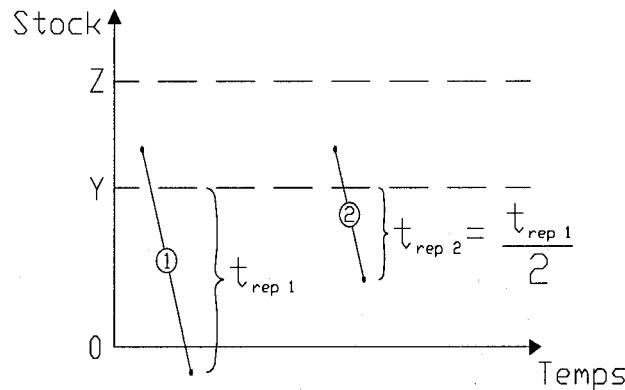
Le reste de l'article est organisé comme suit. La section 2 énonce les problèmes liés aux modèles analytiques déjà explorés dans la littérature. La logique du modèle de simulation est brièvement présentée dans la section 3. Dans la section 4, l'approche basée sur le plan d'expérience et sur la méthodologie de surface de réponse est décrite. Finalement la section 5 conclu l'article en présentant un rappel des méthodes utilisées et les extensions possibles du modèle de simulation.

## 2. Limitation des modèles existants

Les systèmes étudiés présentent deux variables de décision (taux de production et taux de réparation) qui changent d'états selon le niveau d'inventaire. Par exemple, le taux de production s'ajuste à la demande lorsque le niveau d'inventaire atteint un niveau  $Z$  ou prend la valeur du taux de production maximal lorsque le niveau d'inventaire est inférieur à ce même niveau  $Z$  (équation 1). Un phénomène semblable s'applique au taux de réparation. En effet, celui-ci s'ajuste au taux réparation maximal lorsque le niveau d'inventaire est inférieur à un niveau critique  $Y$  et il prend la valeur minimale lorsque le niveau d'inventaire est supérieur au niveau de stock critique  $Y$  (équation 2).

Les modèles analytiques développés dans la littérature précédente ont donné la politique suivante : avant chaque intervention (production d'une pièce ou réparation du système), le modèle valide le niveau d'inventaire et attribue les valeurs appropriées aux variables de décision. A partir de cette attribution, les valeurs des variables de décision demeurent les mêmes jusqu'à la fin l'activité en question. Dans cet article, nous proposons une approche plus réaliste, basée sur les mêmes équations que le modèle de Kenne et Gharbi (2004). En effet, plutôt que de déterminer le taux de réparation au début de la panne (selon le niveau de stock à cet instant), il serait plus avantageux de suivre l'inventaire et de varier le taux de réparation si le niveau de stock passe en dessous d'un niveau critique ( $Y$ ). Pour ce faire, nous avons discrétilisé le temps total de réparation en plusieurs sous intervalles afin de pouvoir accéder au niveau de stock et d'effectuer les interventions en conséquence.

L'amélioration obtenue par cette façon de faire prend de l'ampleur lorsque le temps de réparation est grand ou lorsque le niveau de stock est faible. Afin de réaliser concrètement l'accélération proposée, nous devons avoir recours à des ressources externes qui viennent diminuer le temps de réparation. Afin d'illustrer le concept, nous avons figuré que l'ajout d'une ressource externe permettait de réduire de moitié le temps restant de réparation. La figure 1 illustre bien ce concept et permet de visualiser les conséquences (possibilités de pénurie) engendrées par la politique déjà développée dans la littérature. Cette figure montre qu'il peut être avantageux de réduire le temps restant de réparation.



**Figure 1.** Schématisation de la politique de réparation

La principale difficulté des approches classiques est le manque de méthode efficace pour résoudre les équations d'optimum issues de l'application de la théorie de commande optimale stochastiques de type HJB (Hamilton, Jacobi Bellman). Pour cette raison, nous avons privilégié une approche expérimentale basée sur la combinaison des plans d'expérience et d'un réseau de simulation.

### 3. Modèle de simulation

Deux modèles de simulation par événements discrets ont été développés avec le langage de programmation Visual SLAM (Pritsker et al., 1999) afin de représenter la dynamique des systèmes. Ces modèles comprennent plusieurs réseaux, dont chacun décrit une tâche spécifique dans le système (génération de la demande, politique de contrôle, gestion de l'état des machines, contrôle de l'inventaire). Le premier modèle reproduit la politique déjà développée dans la littérature, cette politique prendra maintenant le nom de politique standard. Tandis que le second représente la politique améliorée, proposée dans cet article. L'allure générale des deux modèles de simulation est similaire et est représentée dans la figure 2. Cette figure illustre les concepts généraux que nous avons utilisés dans le modèle de simulation. Les différences entre les deux modèles se situent au niveau de la politique de réparation. En effet, dans le cas de la politique améliorée, une étape de mise à jour est ajoutée entre la réparation et la politique de réparation. Cette étape est représentée par une ligne pointillée (\*\*) dans le diagramme de la simulation (figure 2).

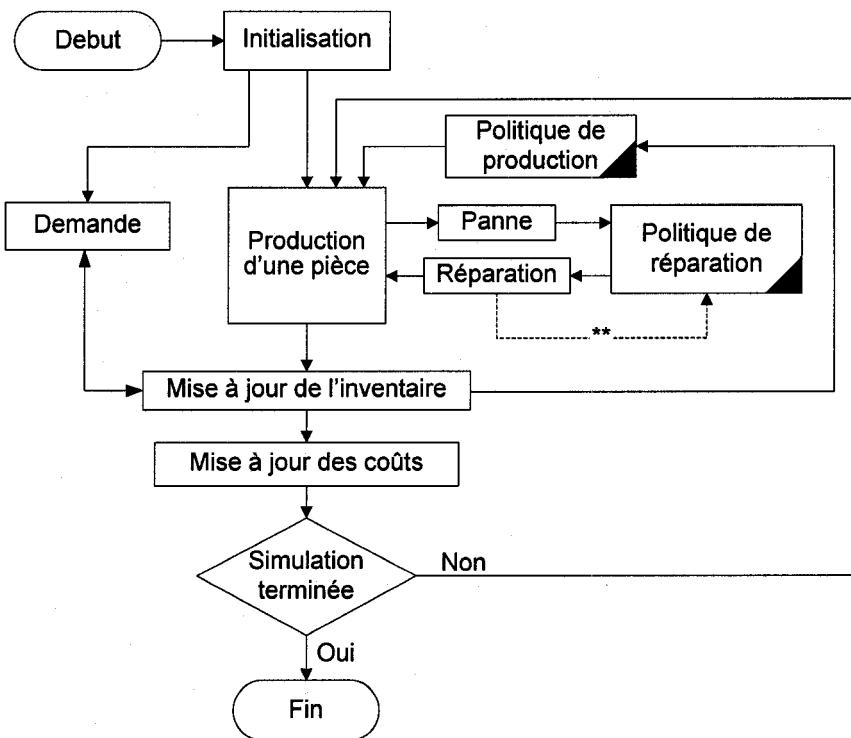


Figure 2. Diagramme de simulation

La figure 3 illustre la différence entre les niveaux de stock pour la politique standard et pour la politique améliorée. Une simple analyse visuelle montre bien que le stock de la politique standard est sujet à plus de pénuries que celui de la politique améliorée. Afin de valider cette observation, des tests statiques (plan d'expérience, ANAVAR,...) ont été utilisés pour prouver que notre approche permet de réduire le coût du système (soumis aux conditions que nous avons décrites).

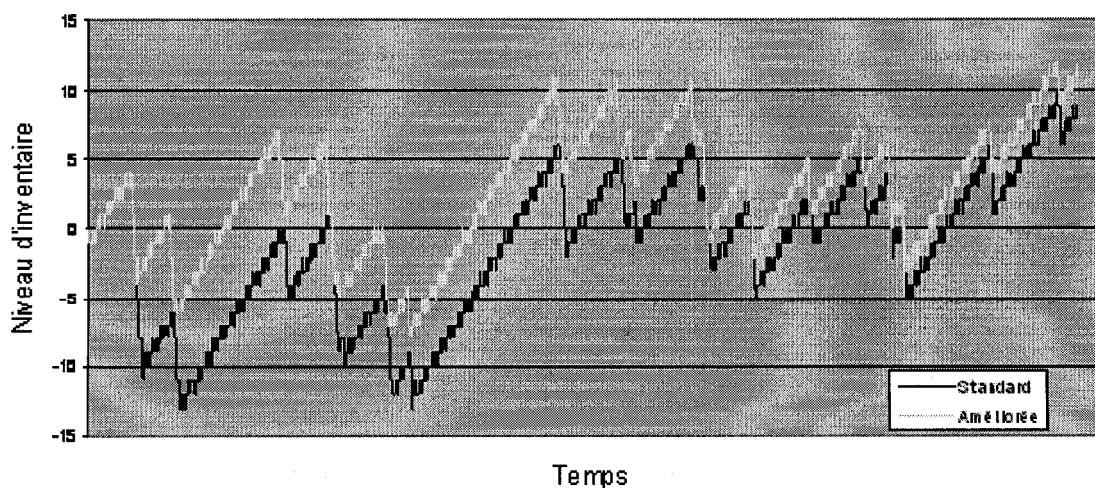


Figure 3. Comparaison de la trajectoire des stocks pour les deux politiques étudiées ( $Z = 12$  et  $Y = 5$ )

#### 4. Plan d'expérience et méthodologie de surface de réponse

Pour illustrer le concept développé dans cet article, nous avons traité le cas d'un système de production constitué d'une machine dédiée à la production d'un seul type de pièce. Afin de récupérer le maximum d'information de notre modèle de simulation proposé, nous avons choisi un plan de surface de réponse 3<sup>2</sup> (2 facteurs ayant chacun 3 modalités). Cette approche expérimentale est utilisée pour étudier et comprendre les effets des niveaux d'inventaire Z et Y sur le coût associé au système. Les valeurs des paramètres que nous avons utilisés sont présentées dans le tableau 1. Partant de l'hypothèse que le niveau d'inventaire Z est toujours supérieures au niveau Y, nous avons eu recours à la transformation suivant  $Y = yZ$  (i.e.,  $y < 1$ ). Cette transformation est essentielle pour le fonctionnement de la méthodologie de surface de réponse. En effet, les analyses seront faites avec la variable y.

**Tableau 1.** Paramètres de simulation

Facteurs	Limite inférieure	Point milieu	Limite supérieure	Description
Z	12	27	42	Variable associée à la politique de production
y	0,1	0,5	0,9	Variable associée à la politique de maintenance corrective

Afin de bien visualiser les effets de l'amélioration proposée, nous avons testé le modèle aux limites de faisabilité. Pour ce faire, nous avons vérifié que le modèle était apte à répondre à la demande tout en permettant des situations de pénuries lors d'une intervention de réparation (dépendant de la durée de la réparation). Nous devons alors respecter l'équation (3) qui décrit la faisabilité des systèmes.

$$U_{\max} \cdot d + \frac{\frac{1}{MTTF}}{\frac{1}{MTTF} + \frac{1}{MTTR_1}} \leq 1 \quad (3)$$

Où      MTTF = Moyenne des Temps Totale de Fonctionnement, MTTR<sub>1</sub> = Moyenne des Temps Totale de Réparation (accélérée)

Dans cet article, nous avons utilisé les paramètres de simulation qui sont présenté dans le tableau 2 (scénario de base). Ces paramètres ont été choisis afin de bien faire ressortir le comportement du système décrit dans les sections précédentes.

**Tableau 2.** Liste des paramètres de simulation (cas de base)

MTTF	MTTR <sub>1</sub>	MTTR <sub>2</sub>	U <sub>max</sub>	d	c+	c-	c <sub>r+</sub>
35	2	4	2.2	2	2,5	30	100

Où      MTTR<sub>2</sub> = Moyenne des Temps Totale de Réparation (lente), c+ = Coût de stockage, c- = Coût de rupture de stock, c<sub>r+</sub> = Coût de réparation accélérée

Afin de calculer le coût de la politique, nous avons tenu compte du coût d'inventaire (stockage et pénurie) ainsi que du coût de maintenance corrective. Pour simplifier la notation, nous avons émis deux hypothèses. La première hypothèse est que nous

disposons d'une ressource dédiée à la réparation de la machine. La deuxième est que nous considérons uniquement les coûts d'utilisons des ressource externe dans le coût de maintenance corrective.

$$\text{Coût} = \left[ \int_0^t \left( [c^+ x^+(t)] + [c^- x^-(t)] \right) dt \right] + \left[ c_r^+ \left( \sum r_a / t \right) \right] \quad (4)$$

Où :  $x^+(t)$  = stock moyen en inventaire,  $x^-(t)$  = stock moyen en pénurie,  $t$  = temps de simulation,  $r_a$  = nombre de réparation accélérée (ressource externe)

#### 4.1 Analyse des résultats

Pour analyser les données de la simulation, nous avons utilisé l'application statistique STATGRAPHICS. Ce logiciel a été utilisé pour générer les plans d'expérience et pour produire les analyses statistiques telles que : Analyse de la variance (ANAVAR), calcul des coefficients de régression, surface de réponse, analyse des résidus et pour l'obtention des valeurs de paramètres optimaux. Les tableaux 3 et 4 présentent l'analyse de la variance des deux modèles. A partir de cette analyse, on remarque que P-values de tous les facteurs sont inférieurs à 5%, ce qui nous indique que les facteurs principaux (Z et Y), leurs effets quadratiques ainsi que leur interaction sont significatifs à un seuil de 0.05. Les deux analyses de la variance nous indiquent également que nos modèles correspondent bien à la forme des données car nous avons des coefficients de corrélation ajustés de 97,6778% et 95,7054% (politique standard et politique améliorée).

**Tableau 3.** Analyse de la variance ANAVAR (Politique standard)

Facteurs	SC	dl	MC	F-Ratio	P-Value
A: Z	31484,4	1	31484,4	569,45	0,0000
B: y	47275,4	1	47275,4	855,06	0,0000
AA	6811,55	1	6811,55	123,2	0,0000
AB	601,324	1	601,324	10,88	0,0022
BB	3857,72	1	3857,72	69,77	0,0000
blocs	2047,94	4	511,985	9,26	0,0000
Erreur Totale	1935,12	35	55,2891		
Total (corr.)	94013,5	44			
$R^2$ (ajusté au dl) = 97,6778 %					

**Tableau 4.** Analyse de la variance ANAVAR (Politique améliorée)

Facteurs	SC	dl	MC	F-Ratio	P-Value
A: Z	76,0115	1	76,0115	6,78	0,0135
B: y	3198,34	1	3198,34	285,14	0,0000
AA	2115,66	1	2115,66	188,61	0,0000
AB	2717,04	1	2717,04	242,23	0,0000
BB	1066,87	1	1066,87	95,11	0,0000
blocs	747,057	4	186,7643	16,65	0,0000
Erreur Totale	392,589	35	11,2168		
Total (corr.)	10313,6	44			

R2 (ajusté au dl) = 95,7054 %

Où SC = Somme des carrées, dl = degré de liberté, MC = Moyenne des carrées

L'application STATGRAPHICS, nous permet également d'obtenir les coefficients (coefficients de régression) de chacun des paramètres des fonctions coûts à optimiser. Les équations 5 et 6 présentent les fonctions coûts de chacune des deux politiques (standard et améliorée) que nous devons analyser pour obtenir les paramètres optimaux de chacun des deux systèmes.

$$\text{Coût (standard)} = 333,545 - 8,8804*Z - 246,674*y + 0,116*Z^2 + 0,9139*Z*y + 122,757*y^2 \quad (5)$$

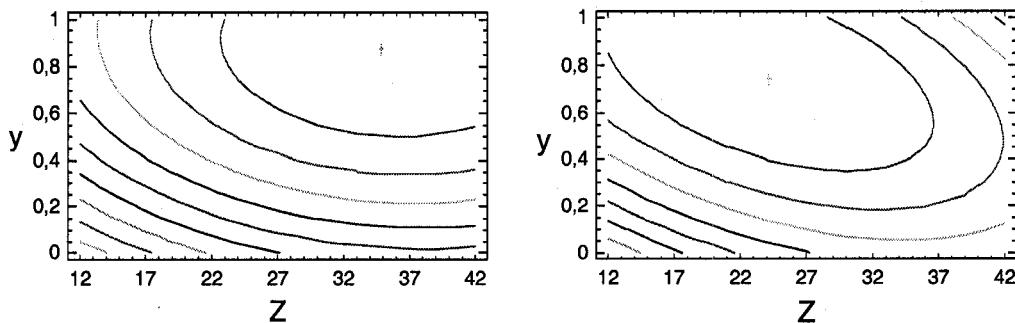
$$\text{Coût (améliorée)} = 170,46 - 4,5683*Z - 142,819*y + 0,06465*Z^2 + 1,9426*Z*y + 64,5557*y^2 \quad (6)$$

A partir de ces deux équations, nous sommes en mesure de calculer les paramètres optimaux de chacune des politiques (tableau 5).

**Tableau 5.** Paramètres optimaux des deux politiques (Cas de base)

	Z	y	Y (Y=yz)	Coût
Politique standard	34,8307	0,8751	30,4795	70,9556
Politique améliorée	24,1797	0,7423	17,9486	62,2254

Le contour des surfaces de réponse montre graphiquement (figure 4) les valeurs optimales de chacune des deux politiques (tableau 5). Ces résultats montrent bien l'amélioration du modèle proposé dans cet article comparativement au modèle existant dans la littérature. Toutefois, pour des couples de paramètres différents, il est possible d'obtenir des améliorations supérieures (tableau 6).



**Figure 4.** Surface de réponse (Politique standard et politique améliorée)

#### 4.2 Analyse de sensibilité

Une série de combinaisons a été considérée pour analyser et valider le comportement du système. Dans cet article, nous avons comparé différentes combinaisons de coûts afin de déterminer si l'amélioration que nous avons proposée était valide dans différents contextes. De plus, nous avons vérifié si le comportement du modèle était réaliste en comparant différentes combinaisons de coûts (inventaire, pénurie et maintenance accélérée) au modèle de base. Pour ce faire, nous avons vérifié si le modèle répond aux conditions suivantes :

- Diminuer  $c_+$  : cette modification augmente l'inventaire et limite les pénuries, diminuant ainsi les coûts totaux de la politique.
- Augmenter  $c_+$  : cette modification diminue l'inventaire et augmente les coûts totaux de la politique (causée par les pénuries plus fréquentes).
- Diminuer  $c_-$  : cette modification entraîne des diminutions d'inventaire et des coûts totaux.
- Augmenter  $c_-$  : cette modification entraîne des augmentations d'inventaire (protection contre les pannes) ainsi qu'une augmentation des coûts totaux.
- Diminuer  $c_r+$  : cette modification augmente le niveau d'inventaire ( $Y$ ) à partir duquel on utilise une ressource externe pour réduire le temps restant de réparation. Elle entraîne également une diminution du coût total de la politique
- Augmenter  $c_r+$  cette modification diminue le niveau d'inventaire ( $Y$ ) à partir duquel on utilise une ressource externe pour réduire le temps restant de réparation. Elle entraîne également une augmentation du coût total de la politique

**Tableau 6.** Analyse de sensibilité

			Z		Y		Coût total ( C )		% d'amélioration	Remarque (améliorée)
c+	c-	cr+	Sta	Amé	Sta	Amé	Sta	Amé		
2,5	30	100	34,83	24,17	30,47	17,94	70,95	62,22	12,30%	Cas de base
<b>2,25</b>	30	100	<b>35,70</b>	25,81	31,73	19,06	64,95	57,82	10,98%	Z*↑, C*↓
<b>2,75</b>	30	100	<b>33,97</b>	22,45	29,30	16,88	76,72	66,30	13,58%	Z*↓, C*↑
2,5	<b>25</b>	100	33,12	20,71	28,22	15,80	68,61	58,71	14,44%	Z*↓, C*↓
2,5	<b>35</b>	100	36,09	26,43	32,26	19,58	72,62	64,82	10,75%	Z*↑, C*↑
2,5	30	<b>5</b>	34,87	23,76	30,29	18,09	70,58	60,30	14,56%	Y*↑, C*↓
2,5	30	<b>200</b>	34,78	24,60	30,6	17,78	71,33	64,20	10,00%	Y*↓, C*↑

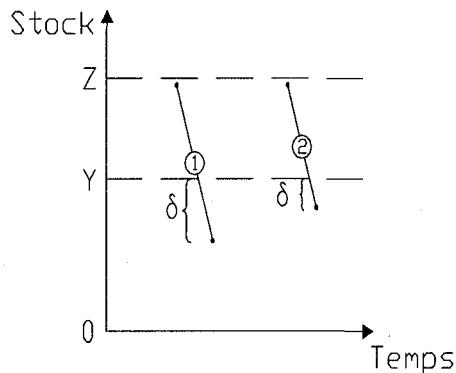
Où : Sta = Standard, Amé = Améliorée

Par les tests statistiques que nous avons présentés, il apparaît clairement que l'amélioration proposée dans cet article permet de réduire les coûts du système étudié. En effet, les résultats obtenus montrent que l'amélioration présentée dans cet article permet de réduire les coûts totaux de la politique entre 10.00% et 14.56%, dépendant des paramètres que nous avons appliqués au système.

## 5. Conclusion

Dans cet article, nous avons contrôlé le taux de production et de réparation d'un système manufacturier constitué d'une machine sujette à des pannes et des réparations aléatoires. Afin de contourner la complexité des conditions d'optimum de type HJB, nous avons privilégié une approche expérimentale. Cette façon de faire nous a permis d'obtenir expérimentalement le couple ( $Z^*$ ,  $Y^*$ ) qui minimise la fonction coût associée à la politique de production et de maintenance considérée. Par la suite, nous avons montré que le modèle permettait de réduire les coûts pour différents couples de paramètres permettant ainsi de ressortir l'avantage du modèle proposé.

Il est intéressant de montrer qu'il est encore possible d'améliorer le modèle proposé. En effet, plutôt que d'accélérer les réparations dans toutes les situations, il serait préférable d'accélérer le temps de réparation uniquement si le temps restant à la réparation est inférieur à une certaine valeur. Effectivement, lorsque la réparation est sur le point de se terminer, il n'est peut-être pas nécessaire de payer des frais supplémentaires pour accélérer cette réparation. La figure 5 illustre la situation où l'accélération du temps de réparation n'est pas nécessaire car la réparation au taux normal n'entraîne pas de pénurie. Il serait donc inutile de payer des frais supplémentaires pour accélérer ce temps.



**Figure 5.** Politique avec delta

Ce phénomène est explicable par le fait que la réparation a débuté lorsque le stock était élevé. Avec cette nouvelle approche, nous pensons introduire une nouvelle variable de décision ( $\delta$ ). Cette variable détermine le temps de réparation restant à partir duquel on doit accélérer la réparation en utilisant des ressources externes. Les variables de décision optimales ( $Z^*$ ,  $Y^*$ ,  $\delta^*$ ) représenteraient aussi les meilleures paramètres à appliquer pour contrôler la production et la maintenance du système. Cette extension fera l'objet de l'un de nos travaux de recherche futurs.

## 6. Références :

- Akella, R., & Kumar, P. R. (1986). Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-31(2), 116–126.
- Kenne, J. P., & Boukas, E. K. (1997). Production and corrective maintenance planning problem of a failure prone manufacturing system. *Proceedings of the American Control Conference*, Albuquerque, New Mexico.
- Kenne, J. P., Boukas, E. K., & Gharbi, A. (2003). Control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system. *Mathematical and Computer Modelling Journal*, 38, 351–365.
- Kenne, J. P., & Gharbi, A. (2004). Stochastic optimal production control problem with corrective maintenance. *Computers and Industrial Engineering*. Vol. 46, No. 4. July, 2004, p 865-875.
- Pritsker, A. A. B. et O'Reilly, J.J. (1999) « Simulation with Visual SLAM and Awesim », Wiley, John Wiley et Sons, inc, NY

## **ANNEXE II**

### **IMPROVEMENT OF PRODUCTION PLANNING AND CORRECTIVE RATE POLICY IN A RELIABLE MANUFACTURING SYSTEM**

Article de conférence scientifique présenté lors du :

**35<sup>th</sup> INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER AND INDUSTRIAL  
ENGINEERING, ISTANBUL, (TURKEY), JUNE 19-21 2005**

Voir ANNEXE III:

Sélectionné pour soumission dans une édition spéciale  
du journal scientifique de Computer and Industrial Engineering (CIE):  
**NEW TRENDS IN THE DESIGN AND MANAGEMENT OF MANUFACTURING  
SYSTEM**

# Production and corrective maintenance rate policy improvement in an unreliable failure-prone manufacturing system

Jean-François Boulet<sup>1</sup>, Ali Gharbi<sup>2</sup>, Jean-Pierre Kenné<sup>3</sup>

<sup>1</sup> École de Technologie Supérieure, Production Systems Design and Control,  
Université du Québec, 1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (QC), Canada H3C 1K3,  
Phone number: (514) 396-7575, E-mail: [jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca](mailto:jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca)

<sup>2</sup> Automated Production Engineering Department,  
Phone number: (514) 396-8969, Fax number (514) 396-8595  
E-mail: [ali.gharbi@etsmtl.ca](mailto:ali.gharbi@etsmtl.ca)

<sup>3</sup> Mechanical Engineering Department, École de Technologie Supérieure,  
Phone number: (514) 396-8549, Fax number (514) 396-8530  
E-mail: [jean-pierre.kenne@etsmtl.ca](mailto:jean-pierre.kenne@etsmtl.ca)

---

*ABSTRACT:* This article considers a production control problem in a manufacturing system with a machine subject to random breakdowns and repair. The main objective is to minimize the inventory, backlog and maintenance costs over an infinite planning horizon. The decision variables are the production and the machines repair rate, which influence the inventories levels and the system capacity. The mathematical model of this problem was already developed in the literature. In this paper, we develop an improved policy, which consists of varying the repair rate during the repair activity, only if the inventory exceeds a critical threshold. In addition, the change, in the repair rate, is allowed only if the remaining repair time is lower than a certain value. With an experimental approach, we will show that the control policies for a failure prone manufacturing system, previously obtained analytically, can be improved by changing the repair rate during the breakdown period.

---

*KEYWORDS:* Production Planning and Inventory Control, Corrective maintenance, Experimental design, Response Surface Methodology, Simulation

---

## 1. Introduction:

The model treated in this paper is based on a machine dedicated to the one product type production and subject to unpredictable breakdowns and repairs. The production policy consists of maintaining a certain finished products level to hedge against the shortages during the system breakdowns. The decisions variables are the production rate, which influences the inventory, and the repair rate that influences the system capacity. In this article, we propose an improved policy, which consists to accelerate the repair activity during the breakdown only if the inventory goes under a certain threshold.

The control policy proposed in this paper is based on the hedging point policy already developed in the literature. Among the authors having investigated the subject, Akella & Kumar (1986) solved analytically the one-machine, one-part type problem where the production rate fitted the inventory. Their studies result shows that the hedging point policy is optimal. Kenne & Boukas (1997) extended the model by introducing a repair rate influenced by the inventory level. Indeed, the approach used by these authors stipulates that when a breakdown arises and the stock level is comfortable, the system repair can be made at minimal rate entailing minimal costs. However, when a breakdown arises and the inventory level is weak, the repair activity is made at a maximal rate involving large costs (to prevent the finished product shortage). It was proved that this modification reduces significantly the cost. The same system is also considered in Kenne & al (2003) for systems including multiple identical machines, which can produce several different products types. Finally, Kenne & Gharbi (2004) improved the model though a more general case based on multiple non-identical machines producing different part types.

The production and corrective maintenance policies presented in Kenne & Gharbi (2004) are described equation (1) and (2).

$$u = \begin{cases} U_{\max} & \text{if } x < Z \\ d & \text{if } x = Z \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

$$u_r = \begin{cases} \overline{u_r} & \text{if } x < Y \\ \underline{u_r} & \text{if } x \geq Y \end{cases} \quad (2)$$

Where:  $u$  = production rate ,  $U_{\max}$  = maximal production rate,  $d$  = demand,  $u_r$  = repair rate,  $\overline{u_r}$  = maximal repair rate,  $\underline{u_r}$  = minimal repair rate,  $x$  = stock,  $Z$  = stock level which influence the production rate,  $Y$  = stock level which influence the repair rate and ( $Y < Z$ )

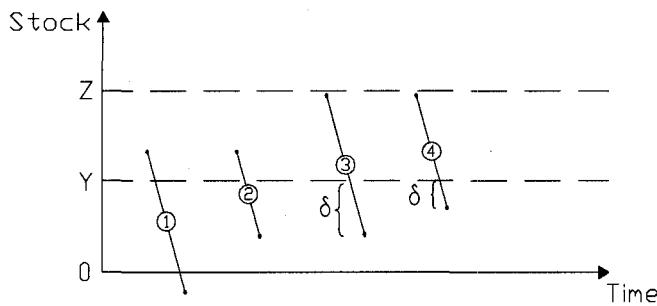
The remaining of this paper is organized as follows. Section 2 describes the previous model limitation and outlines the paper contribution. The simulation model is presented in section 3. Section 4 presents the experimental design approach and response surface methodology. Section 5 concludes the paper.

## 2. Literature model limitation:

In the literature, the studied systems present decisions variables (production rate and repair rate) which change states according to the inventory level. For example, the production rate fits the demand when the inventory level affects the level  $Z$  or sets the maximal production rate when the inventory level is lower than the same level  $Z$  (equation 1). A similar phenomenon can also be applied to the repair rate. Indeed, this one fits the maximal repair rate when the inventory level is lower than a critical level  $Y$  and it takes the minimal repair rate when the inventory level is superior at this critical level (equation 2). The analytical models developed in the literature are defined by the following policy: before every intervention (production or breakdown), the model confirms the inventory level and attributes the values suited to the decision variables and these values remain until the activity end. In this article, we propose two more realistic control policies, based on the same equations as Kenne and Gharbi (2004) model. Indeed, rather than determining the repair rate at the breakdown beginning (according to the stock level at this time), it would be more advantageous to follow the inventory and to vary the repair rate if the stock level passes below the critical level ( $Y$ ). To do it, we have to break the repair time in several

intervals to be able to track the stock level and make the interventions in consequence. The cost improvement is growing when the repair time is long and when the finished product consumption during this breakdown is raised. The figure 1(case 1 and 2) illustrate this event, when the inventory level goes under the critical level ( $Y$ ), the remaining repair time is accelerate (figure 1: case 2) to limit the backlog. This change in the repair rate will decrease the shortage by reducing the remaining repair time. This acceleration is made possible by the external resource call, which comes to help to return the system to his operating state. The policy objective is to determine the decisions variables ( $Z^*$ ,  $Y^*$ ) who minimize the policy cost.

Afterward, to improve the policy cost even more we authorise the change in the repair rate only if the repair remaining time is lower than a certain value ( $\delta$ ). Effectively, when the breakdown is almost ended, it is not necessary to pay expenses incurred by the repair rate acceleration. This phenomenon is illustrated in figure 1 (case 3 and 4). Effectively, we can see, in this figure, that the acceleration is not necessary because the inventory level at the breakdown beginning is comfortable and the breakdown is almost ended. With this approach, we have introduced a new decision variable ( $\delta$ ). This decision variable determines the optimum remaining repair time that is essential to accelerate the repair by using an external resource. The optimum decisions variables ( $Z^*$ ,  $Y^*$ ,  $\delta^*$ ) define the best modified hedging point policy to be applied to the manufacturing system.

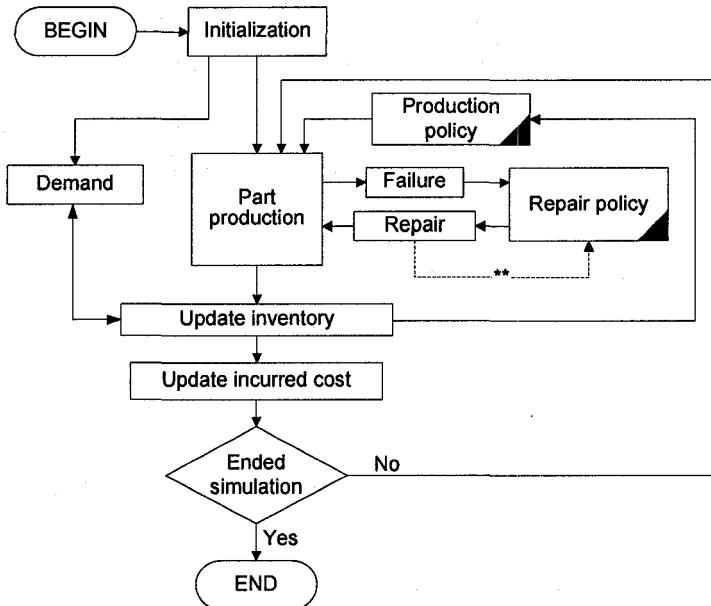


**Fig. 1:** Repair control policy

The classic approaches main difficulty is the lack of effective method for solving the optimum HJB equations (Hamilton Jacobi-Bellman). For this reason, we privileged an experimental approach based on the experiment design. Indeed, with the response surface methodology and the simulation combination, we show that those extensions, will reducing the policy cost. Finally, the improved policy robustness will be validated by a sensitivity analysis.

### 3. Simulation model

Three discrete event simulation models that describe the system dynamics are developed using the Visual SLAM language (Pritsker, O'Reilly & LaVal, 1999). Those models consists of several networks, each describes a specific task (demand generation, control policy, inventory control). The first model represent the existing policy developed in the literature, this policy will be named *standard policy*. The second one consists to accelerate the repair time during the breakdown, this one will be named *improved policy*. Finally, the last model represent the *delta policy* which accelerate the repair rate only if the repair remaining time is lower than a certain value ( $\delta$ ). The figure 2 represents the concepts that we use in our simulation model. The major different between the three model are in the repair policy. Indeed, in the improved policy and delta policy case, an update stage is added between the repair and the repair policy. This stage is schematized by a dashed line (\*\*) in the simulation model diagram (figure 2).



**Fig. 2:** Simulation model diagram

### 4. Experimental design and response surface methodology

In this study, we collect and analyse data for a steady state cost. To get back the maximum information, we choose a response surface plan  $3^2$  (2 factors having each 3 modalities) for the standard and the improved policies and a response surface plan  $3^3$  (3 factors having each 3 modalities) for the delta policy. This experimental approach is used to study and understand the

effects between our variables ( $Z$ ,  $Y$  and  $\delta$ ) and the system cost. Five replications were conducted for each factors combination. The parameters values we used are presented in the table 1. Leaving the assumption that the inventory level  $Z$  is always superior to the level  $Y$ , we had appeal to the following transformation  $Y = yZ$  ( $y < 1$ ). This transformation is essential for the response surface methodology functioning. Indeed, the statistical analyses will be made with the variable  $y$ .

**Table 1:** Independent variables levels

Factors	Low level	Center	High level	Description
$Z$	12	27	42	Variable which influences the production rate
$y$	0,1	0,5	0,9	Variable which influences the repair rate
Delta( $\delta$ )	0,5	0,74	0,98	Variable which determines the remaining repair time

In this article, we used the simulation parameters, which are presented in the table 2 (basis case). These parameters were chosen to highlight the system behaviour described in the previous sections.

**Table 2:** Simulation data

MTBF	MTTR <sub>1</sub>	MTTR <sub>2</sub>	U <sub>max</sub>	d	c+	c-	c <sub>r</sub> +
35	2	4	2.2	2	2,5	30	100

Where MTBF = Mean Time Between Failure, MTTR<sub>1</sub> = Mean Time To Repair (fast), MTTR<sub>2</sub> = Mean Time To Repair (slow), c+ = Inventory Cost, c- = Backlog Cost and c<sub>r</sub>+ = Repair Cost

To show the improvement effects, we tested the model in the feasibility limits. To do it, we verified that our model was able to satisfy the demand while allowing falling in shortage during a repair intervention. For this fact, we had to respect the equation (3) which describes the system feasibility.

$$\frac{d}{U_{\max}} + \frac{\frac{1}{MTBF}}{\frac{1}{MTBF} + \frac{1}{MTTR_1}} \leq 1 \quad (3)$$

To calculate the policy cost we use the equation 4 which include all the parameters, which influence the policy cost. The first part of the equation represents the inventory and backlog costs and the second part represents the maintenance cost. To simplify the notation, we put forth two assumptions:

- 1- One resource is always available for repair this machine.
- 2- Only the external resource was consider in the policy cost.

$$\text{Policy Cost} = \left[ \int_0^t \left( [c^+ x^+(t)] + [c^- x^-(t)] \right) dt \right] + \left[ c_r^+ \left( \sum r_a / t \right) \right] \quad (4)$$

Where:  $x^+(t)$  = mean item in stock,  $x^-(t)$  = mean item in shortage,  $t$  = simulation time (steady state),  $r_a$  = number of accelerated repair (external resource)

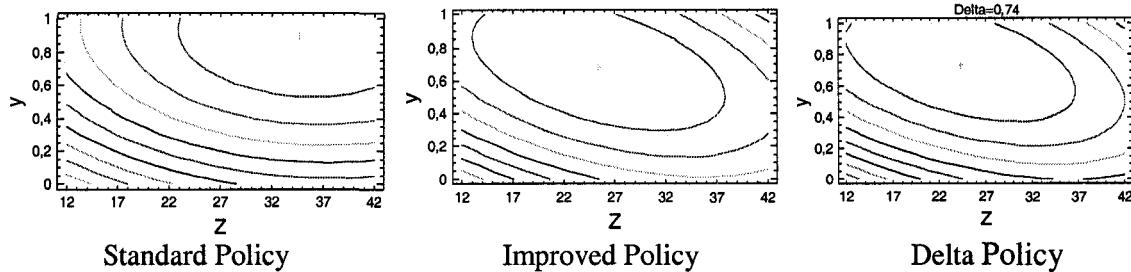
#### 4.1 Result analysis

The statistical analysis consist a multifactor variance analysis (ANOVA). This is done using a statistical software application, such as STATGRAPHICS, to provide the independent variables effect ( $Z$ ,  $Y$  and  $\delta$ ) on the dependant variable. From the ANOVA, we notice that all P-values factors are lower than 5 %, this indicates us that the main factors ( $Z$ ,  $y$  and  $\delta$ ), are significant at a 0.05 level of significant. This is not the case for all the interaction and the quadratics effects. The ANOVA table also indicate that our models are significantly because we have three high adjusted correlation coefficients: 97.6678% (standard policy), 95.7054% (improved policy) and 95.7924% (delta policy). The fact that the adjusted correlation coefficients are raised in all models and the residues analysis loosens no tendency, indicates that the answer variable is enough clear to have no appeal to transformation. The response surface contour shows (figure 3) the three policies optimal values. We also find the basis case results in the sensitivity analysis first line (table 4). However, for different parameters couple, the improvement can be superior (table 4). The STATGRAPHICS application, also given the cost equation coefficients (regressions coefficients) for each cost functions.

$$\text{Cost (Standard policy)} = 333,55 - 8,88*Z - 246,67*y + 012*Z^2 + 0,91*Z*y + 122,76*y^2 \quad (5)$$

$$\text{Cost (Improved policy)} = 170,46 - 4,57*Z - 142,82*y + 0,06*Z^2 + 1,94*Z*y + 64,56*y^2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{Cost (Delta policy)} = & 199,84 - 4,66*Z - 172,12*y - 48,81*\delta + 0,06*Z^2 + 1,98*Z*y + 0,15*Z*\delta \\ & + 72,96*y^2 + 21,72*y*\delta + 19,32*\delta^2 \end{aligned} \quad (7)$$



**Fig 3.** Response surface contour plot

## 4.2 Sensitivity analysis

To illustrate the cost effect variation, a sensitivity analysis was used. In this analysis, we compared various inventory, backlog and repair cost (i.e.  $c_+$ ,  $c_-$ ,  $c_{r+}$ ), in order to validate the improvement in several situations. Moreover, we checked if the model behaviour is realistic by comparing the basis case to several combinations (table 4). With this intention, we checked if our model answered the following conditions.

- Decreasing  $c_+$ : this result in a tendency to increase the stock level in order to reduce the backlog, which involves the policy cost.
- Increasing  $c_+$ : this modification result in a tendency to decrease the stock level in order to increase the policy cost (caused by the more frequent shortages)
- Decreasing  $c_-$ : this result in a tendency to decrease the stock level  $Z$  and the policy cost.
- Increasing  $c_-$ : this result in tendency to increase the stock level  $Z$  and the policy cost
- Decreasing  $c_{r+}$ : this result in a tendency to increase the stock level  $Y$  and the delta (increase the utilization of external resource) and decrease the policy cost
- Increasing  $c_{r+}$ : this result in a tendency to decrease the stock level  $Y$  and the delta (reduce the utilization of external resource) and increase the policy cost

**Table 4:** Sensitivity analysis table

			Z		Y ( $Y = yZ$ )		Delta		Total Cost				
c+	c-	c <sub>r</sub> +	Sta	Imp	Del	Sta	Imp	Del	Del	Sta	Imp	Del	Remark
2,5	30	100	34,83	24,18	24,33	30,48	17,95	17,9	0,757	70,96	62,23	61,27	Basis case
<b>2,25</b>	30	100	35,71	25,81	25,95	31,73	19,06	19,1	0,755	64,95	57,82	56,86	Z*↑, C*↓
<b>2,75</b>	30	100	33,98	22,46	22,62	29,30	16,88	16,8	0,757	76,72	66,30	65,35	Z*↓, C*↑
2,5	<b>25</b>	100	33,13	20,71	20,89	28,23	15,80	15,8	0,754	68,62	58,71	57,91	Z*↓, C*↓
2,5	<b>35</b>	100	36,10	26,44	26,59	32,27	19,60	19,6	0,754	72,63	64,82	63,72	Z*↑, C*↑
2,5	30	<b>5</b>	34,88	23,77	23,94	30,30	18,10	18,04	0,761	70,58	60,31	59,47	Y*↑, δ*↑, C*↓
2,5	30	<b>200</b>	34,78	24,60	24,92	30,67	17,79	17,76	0,749	71,34	64,20	64,05	Y*↓, δ*↓, C*↑

Where: Sta = Standard Policy, Imp = Improved Policy, Del = Delta Policy

For the variables  $y$  and delta( $\delta$ ), the modifications are difficult to quantify because our modifications are made feel in level Z and the maintenance cost is lower than the inventory cost (inventory, backlog). The improvement generated by the policies proposed in this paper reduces the policy cost by 10.00% to 14.56% for the improved policy comparatively to 10.22% to 15.75% for the delta policy. However, it is possible to improve even more the policy cost by choosing superior maintenance cost.

**Table 5:** Improvement cost comparison

c+	c-	cr+	Cost			Improvement	
			Standard (1)	Improved (2)	Delta (3)	(2) vs (1)	(3) vs (1)
2,5	30	100	70,9556	62,2254	61,27	12,30%	13,65%
<b>2,25</b>	30	100	64,9535	57,8244	56,86	10,98%	12,45%
<b>2,75</b>	30	100	76,7208	66,3002	65,35	13,58%	14,82%
2,5	<b>25</b>	100	68,6199	58,713	57,91	14,44%	15,60%
2,5	<b>35</b>	100	72,6292	64,8204	63,72	10,75%	12,27%
2,5	30	<b>5</b>	70,583	60,309	59,465	14,56%	15,75%
2,5	30	<b>200</b>	71,337	64,202	64,048	10,00%	10,22%

Through the above analysis, it clearly appears that the results obtained make sense because all the result goes in the right direction.

## 5. Conclusion

In this paper, we have extended the hedging point policy concept in two steps. The first one was to follow the inventory and to vary the repair rate if the stock level passes below a critical level. This acceleration in the repair rate was possible by the external resource call. However this

external call has often a highly cost. Then we make a second improvement. This second step was to authorise the change in the repair rate (external call) only if the repair remaining time is lower than a certain value ( $\delta$ ). By the fact that the lack of effective method for solving the HJB optimum equations (Hamilton Jacobi-Bellman), we privileged an experimental approach based on the experiment design and statistical analysis to resolve our problem. With a statistical software application we proved that our improvement are able to reduce the policy cost by 10.00% to 15.75% (depend of the simulation data combination).

## **6. References:**

- Akella, R., & Kumar, P. R. (1986). Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-31(2), 116–126.
- Kenne, J. P., & Boukas, E. K. (1997). Production and corrective maintenance planning problem of a failure prone manufacturing system. *Proceedings of the American Control Conference*, Albuquerque, New Mexico.
- Kenne, J. P., Boukas, E. K., & Gharbi, A. (2003). Control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system. *Mathematical and Computer Modelling Journal*, 38, 351–365.
- Kenne, J. P., & Gharbi, A. (2004). Stochastic optimal production control problem with corrective maintenance. *Computers and Industrial Engineering*. Vol. 46, No. 4. July, 2004, p 865-875.
- PRITSKER, A. A. B. et O'REILLY, J.J. (1999) « Simulation with Visual SLAM and Awesim », Wiley, John Wiley et Sons, inc, NY

### **ANNEXE III**

#### **PRODUCTION AND MAINTENANCE CONTROL POLICY IMPROVEMENT IN AN UNRELIABLE FAILURE-PRONE MANUFACTURING SYSTEM**

Article de journal scientifique soumis pour évaluation dans:  
L'édition spéciale du journal scientifique du Computer and Industrial Engineering (CIE)  
**NEW TRENDS IN THE DESIGN AND MANAGEMENT OF MANUFACTURING  
SYSTEM**

Extension de l'article de conférence présenté lors du :  
**35<sup>th</sup> INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER AND INDUSTRIAL  
ENGINEERING, ISTANBUL, (TURKEY), JUNE 19-21, 2005**

# **Production and maintenance control policy improvement in an unreliable failure-prone manufacturing system**

**Jean-François Boulet<sup>1</sup>, Ali Gharbi<sup>2</sup>, Jean-Pierre Kenné<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> École de Technologie Supérieure, Production Systems Design and Control (C2SP), Université du Québec, 1100, Notre-Dame Street West, Montréal (QC), Canada H3C 1K3,

Phone number: (514) 396-7575, E-mail: [jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca](mailto:jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca)

<sup>2</sup> Automated Production Engineering Department,  
Phone number: (514) 396-8969, Fax number (514) 396-8595

E-mail: [ali.gharbi@etsmtl.ca](mailto:ali.gharbi@etsmtl.ca)

<sup>3</sup> Mechanical Engineering Department,  
Phone number: (514) 396-8549, Fax number (514) 396-8530  
E-mail: [jean-pierre.kenne@etsmtl.ca](mailto:jean-pierre.kenne@etsmtl.ca)

---

*ABSTRACT: This article considers a production control problem in a manufacturing system with a machine subject to random breakdowns and repair. The main objective is to minimize the holding, backlog and maintenance costs over an infinite planning horizon. The decision variables are the production and the machine repair rate, which influence the inventories levels and the system capacity. The mathematical model of this problem was already developed in the literature under the simplification hypothesis that the repair rate is constant. In this paper, we will propose two extensions of the existing policies. The first consists of varying the repair rate during the repair activity, if the inventory goes below a critical threshold. The second extension consists to keep the same repair rate if the remaining repair time is lower than a certain value. This extension will show that in certain case (when the repair activity is almost completed) is not necessary to pay for extra resources even if the inventory level is low. With an experimental approach, we will show that the control polices for a failure prone manufacturing system, previously obtained analytically, can be improved by changing the repair rate during the breakdown periods.*

---

**KEYWORDS:** *Production Planning and Inventory Control, Corrective maintenance, Experimental design, Response Surface Methodology, Simulation*

---

### **1. Introduction:**

The production planning of manufacturing system is a complex stochastic control problem which is difficult to solve analytically. However, some researches have solved analytically different parts of the problem under some assumptions. Effectively, many authors contributed in the sphere of the production-planning problem of flexible manufacturing systems (FMS) and proposed different formalisms. Based on the pioneering work of Rishel (1975), Older and Suri (1980) presented a model for FMS with unreliable machines whose failures and repairs are described by certain homogeneous Markov process. The main difficulty with this approach is the lack of efficient methods for solving the optimisation problem characterised by stochastic Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equation. However, the problem becomes much more complicated with large FMS involving multiple machines, multiple parts and random demands. For this reason, Akella & Kumar (1986) limited their model to the simplest expression (one machine producing one product type) and solve analytically the problem where the production rate fitted the inventory. Their result combined with the work of Kimemia & Gershwin (1983) showed that the optimal control has a special structure called hedging point policy. The policy principle consists in maintaining a significant stock level to compensate the possible backlog caused by machine failures.

Investigation in the same direction gave rise to the extension presented in Boukas & Haurie (1990) where the authors considered a machine age dependent matrix generator for the Markov process which describes the machine state. They added to the previous models (as Akella & Kumar (1986)) the possibility to perform preventive maintenance. Thereafter, some other aspect of the hedging point policy was studied by Hu & Xiang (1994) and by Hu & *al.* (1995). All of these researches introduce the work of Boukas & al. (1990) that shown the existence of an optimal machine age at which it is necessary to apply the classical strategy of the hedging point policy and before this age, the machine is considered as a new one. Kenne & Boukas (1997) extended the model of Akella & Kumar (1986) by introducing a repair rate influenced by the inventory level. The

approach used by these authors stipulates that when a breakdown arises and the stock level is comfortable, the repair can be made at minimal rate entailing minimal costs. However, when a breakdown arises and the inventory level is low, the repair activity is made at a maximal rate involving large costs (to prevent the finished product shortage). It was proved that this modification reduces significantly the total incurred cost. However, the complexity of the optimal control problem increases with the fact that the Markov chain is non-homogeneous. The non-homogeneous Markov processes, such as in Boukas & Haurie (1990) and Kenne & Boukas (1997) are considered in order to increase the capacity of the FMS. But this consideration increases the difficulty level to find an analytical optimal solution.

To overpass this difficulty, some authors propose an alternative approach which consists of combining an analytical model with a simulation based experimental design in order to obtain a near-optimal solution corresponding to complex stochastic control problem. This is motivated by the fact that a mathematical model cannot take into account all details about the structure and the dynamic of the FMS. This approach was considered in Gharbi & Kenne (2003) and allowed to solve a system of multiple machines that can produce several different products types with corrective maintenance activities performed at constant repair rate. The same approach was also used by Kenne & Gharbi (2004) to extend the work of Kenne & Boukas (1997) and Kenne & al (2003). Moreover, the production repair control policy (PRCP) proposed in Kenne & Gharbi (2004) allows the possibility to perform corrective maintenance at two different repair rates according to stock threshold level. This policy concern is when the maintenance activity is started, the repair rate cannot be accelerated same if shortage is eminent.

In this article, we propose extensions, based on the existing PRCP, which consists of accelerating the repair activity during breakdown if the inventory goes under a certain threshold. The stochastic model is based on a machine dedicated to production of one product type and subject to random breakdowns. The production policy consists of maintaining a certain finished products level to hedge against the shortages during the system breakdowns. The repair strategy consists of continually tracking the inventory

level to dynamically change the repair rate even during the corrective maintenance execution. The decisions variables are the production rate, which influences the inventory levels and the repair rate with influences the system capacity.

The remaining of this paper is organized as follows. Section 2 describes the statement of the optimum control problem. Thereafter, the section 3 presents the previous model limitation and outlines the paper contribution. The control approach and the simulation model are explained in section 4. In section 5, the experimental design approach and response surface methodology are outlined. Finally, section 6 concludes the paper.

## **2. Problem statement**

In this section, we present an explicit formulation of the stochastic optimal control problem related to the production control and corrective maintenance strategy of one-machine producing one-part-type. In fact, we will consider a system that can modify the repair rate even during the breakdowns when the stock level goes down a certain value in order to limit the cost associated with the shortage. The classic hedging point policy system dynamic is described by an irreducible continuous time Markov process. The machine operational mode, at time  $t$ , can be described by the variable  $\{\alpha(t), t \geq 0\}$  with values in  $B = \{1, 2, 3\}$  where:

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1 & \text{if the machine is in use} \\ 2 & \text{if the machine is under ordinary repair} \\ 3 & \text{if the machine is under accelerate repair} \end{cases}$$

This process is describes by a  $3 \times 3$  transition matrix  $Q$ . We assume that we have two different repair type defined respectively by minimal repair rate (ordinary repair) and by maximal repair rate (accelerate repair). Thus, to increase the system capacity, the transition rate of the mode 3 to mode 1 is controlled by associating the transition rate matrix to the control policy (i.e.,  $q_{31} = u_r$ ). By denoting the minimal and maximal repair rate by  $u_r^{\min}$  and  $u_r^{\max}$  respectively, the transition matrix is represented by:

$$Q(\cdot) = \begin{pmatrix} -q_{12} & q_{12} & 0 \\ 0 & -q_{23} & a_{23} \\ u_r & 0 & -u_r \end{pmatrix}$$

Where  $u_r^{\min} \leq u_r \leq u_r^{\max}$ . The inventory/backlog level  $x(t)$ , at time  $t$ , of the manufacturing system vary according to the machine production rate at time  $t$ ,  $u(t) \in \mathcal{R}$  and is given by:

$$\frac{d}{dt}(x(t)) = u(t) - d, \quad x(0) = x \quad (1)$$

Where  $d$  and  $x$  are the vectors of the constant demand rates and initial stock levels, respectively. The objective of the control problem is to minimise the following discounted function:

$$J(x, \alpha, u, u_r) = E \left\{ \int_0^\infty e^{-\rho t} [c^+ x^+(t) + c^- x^-(t) + c_r^+ U_r^+(t) + c_r^- U_r^-(t)] dt \mid x(0) = x, \alpha(0) = \alpha \right\} \quad (2)$$

Where  $\rho$  is the discount rate,  $c^+$  and  $c^-$  are costs per unit time per unit of product used to penalize the inventory and the backlog of a part,  $c_r^+$  and  $c_r^-$  are costs per unit time that penalize the accelerate and ordinary repair. Lets us note that  $x^+(t) = \max(0, x(t))$ ,  $x^-(t) = \max(-x(t), 0)$  and

$$U_r^+(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_r(\cdot) = u_r^{\max} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad U_r^-(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } u_r(\cdot) = u_r^{\min} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

The value function of such a problem is given by :

$$v(x, \alpha) = \inf_{(u, u_r) \in \Gamma(\alpha)} J(x, \alpha, u, u_r) \quad (3)$$

Where the eligible order are  $\Gamma(\cdot) = \{(u, u_r) \mid 0 \leq u(\cdot) \leq U_{\max}, u_r^{\min} \leq u_r(\cdot) \leq u_r^{\max}\}$  with  $U_{\max}$  representing the machine maximal production rate. The value function property can be found in Kenne et al. (2003). This function is convex, derivative and represents the only solution of the Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) equations. The HJB equations

resolutions are possible only in some specific cases. In context of machine described by two Markov process states (operation and repair), the numerical resolution of HJB equation give the production and repair control policy (PRCP) as presented in Kenne and Gharbi (2004).

$$u(x) = \begin{cases} U_{\max} & \text{if } x < Z \\ d & \text{if } x = Z \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4)$$

$$u_r(x) = \begin{cases} u_r^{\max} & \text{if } x < Y \\ u_r^{\min} & \text{if } x \geq Y \end{cases} \quad (5)$$

Where  $Z$  et  $Y$  represent respectively the inventory threshold associated with part production and repair rate (with  $Y < Z$ ). However, the complexity of solving the HJB equations increases with the fact that the Markov chain is non-homogeneous. The main difficulty is the lack of effective method for solving the optimality condition described by the HJB equations.

This paper aim is to present an improvement of the existing PRCP by continually tracking the inventory level to dynamically change the repair rate even during corrective maintenance execution. This has been made possible by breaking the repair time into several intervals, each interval represents a repair time section and corresponding to a new mode in the operational Markov process. This modification adds some analytical difficulty by increasing the transition matrix  $Q$  size. The machine operational mode can be described by the variable  $\{\alpha(t), t \geq 0\}$  with values in  $B = \{1, 2, 3, \dots, (n+3)\}$ , where  $n$  represent the discretized intervals number. The interval number depends of the desired model precision. To overpass the difficulty associated with the large number of modes in the Markov process (tracking the inventory level) and the fact that the Markov chain is non-homogeneous, we privileged an experimental approach.

### **3. Analytic model limitation and proposed extension:**

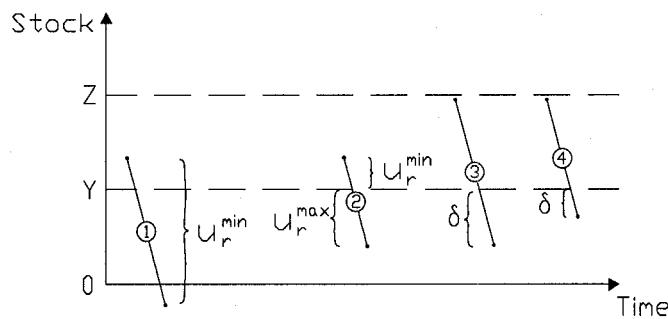
Previous systems present decisions variables (production rate and repair rate) which change states according to the inventory level. For example, the production rate fits the demand when the inventory level affects the level  $Z$  or sets the maximal production rate when the inventory level is lower than the same level  $Z$  (equation 4). A similar phenomenon can also be applied to the repair rate. Indeed, this one fits the maximal repair rate when the inventory level is lower than a critical level  $Y$  and it takes the minimal repair rate when the inventory level is greater than at this critical level (equation 5). The analytical models developed in the literature are defined by the following policy: before every intervention (production or breakdown), the model confirms the inventory level and attributes the values suited to the decision variables and these values remain until the activity ends. In this article, we propose two more realistic control extensions, based on the same equations as in Kenne and Gharbi (2004) model.

#### **3.1 Extension 1**

Rather than determining the repair rate at the breakdown beginning (according to the stock level at this time), it would be more advantageous to follow the inventory and to vary the repair rate if the stock level goes below the critical level ( $Y$ ). To do this, we have to break the repair time into several intervals to track the inventories in order to make the consequently interventions. The cost improvement is growing when the repair time is long and when the finished product consumption during this breakdown is raised. Figure 1(case 1 and 2) illustrate this event. When the inventory level goes under the critical level ( $Y$ ), the remaining repair time is accelerated (figure 1: case 2) to limit possible backlogs caused by fixing the repair rate at the repair activity beginning (figure 1: case 1). This change in the repair rate will decrease the shortage by reducing the remaining repair time. Acceleration is made possible by external resource call, which comes to help to return the system to his operating state. The policy objective is to determine the decisions variables ( $Z^*$ ,  $Y^*$ ) who minimize the policy cost.

### 3.2 Extension 2

Afterward, in order to improve the policy cost even more, we authorise the repair changes, if the repair remaining time is lower than a certain value ( $\delta$ ). Effectively, when the breakdown is almost over, expenses incurred by the repair rate acceleration would not have to be paid. This phenomenon is illustrated in figure 1 (case 3 and 4). We can also notice in this figure, that acceleration is not necessary because of the breakdown beginning inventory level is comfortable and almost over. With this approach, we have introduced a new decision variable ( $\delta$ ). This decision variable determines the optimum remaining repair time that is essential to accelerate the repair by using an external resource. The optimum decisions variables ( $Z^*$ ,  $Y^*$ ,  $\delta^*$ ) define the best modified PRCP to be applied to the manufacturing system.



**Fig. 1:** Repair control policy

As mentioned earlier, the lack of effective method in solving the optimum HJB equations guide us to privilege an experimental approach. With this approach, we will show that the two extensions will reduce the policy cost.

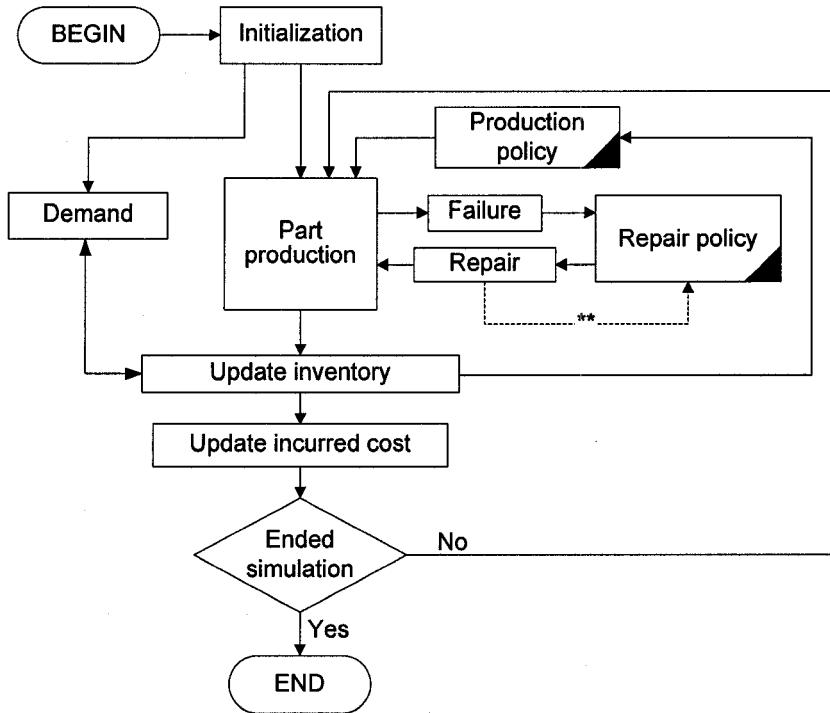
### 4. Control approach and simulation model

In this paper, we have adopted an experimental approach used in Kenne & Gharbi (2004) and Gharbi and Kenne (2003). This approach consists of a combination of simulation model and statistical method (experimental design, response surface methodology and variance analysis (ANOVA)) to determine the model optimal

parameters. This experimental approach structure consists of the following sequential step:

- The control problem statement and the analytical approach, as in section 2, consist to represent the production and maintenance planning problem by a stochastic optimal control model based on the control theory.
- The experimental design approach defines the way of varying the decisions variables.
- The system dynamic is represent by three discrete event simulation models in order to obtain the response variable associate to each set of simulation experiments.
- The statistical analysis step is used to obtain the relationship between the incurred cost and significant main factor and interactions given by the analysis of the variance.
- The final step is to validate the model robustness through a sensitivity analysis.

Let us now present the simulation concept used herein. Three discrete event simulation models are used to describe the system dynamics using the Visual SLAM language (Pritsker, O'Reilly (1999)). Those models consists of several networks, each describes a specific task (demand generation, control policy, inventory control). The first model represents the PRCP developed in Kenne & Gharbi (2004). The second represents the extension 1 which consists to accelerate the repair time during the breakdown. Finally, the last model represent the *extension 2* which accelerate the repair rate if the repair remaining time is lower that a certain value ( $\delta$ ).



**Fig. 2:** Simulation model diagram

The figure 2 represents the concepts that we use in our simulation models.

- The *Production Policy* segment block is defined in Section 2 (see Eq. (4) for the machine production rates). This block is used to permanently verify the variation in the stock  $x(t)$ . The production rate fits the demand when the inventory level affects the level Z or sets the maximal production rate when the inventory level is lower than the same level Z.
- The *Repair Policy* segment block is defined in Section 3 (see Eq. (5)). This block is used to permanently track the inventory and to dynamically change repair rate.
- The other blocks are used to perform the arrival and the production of finished goods and to permanently update the inventory and the incurred cost.

The major difference between the three models is in the repair policy. Indeed, in the two extended policies, an update stage is added between the repair and its policy. This stage is schematized by a dashed line (\*\*) in the simulation model diagram (figure 2).

## 5. Experimental design and response surface methodology

In this study, we collect and analyse data for a steady state cost. Due to the convexity property of the value function, we choose a response surface plan  $3^2$  (2 factors having each 3 modalities) for the PRCP and extension 1 and a response surface plan  $3^3$  for the extension 2. This experimental approach is used to study and understand the effects between variables ( $Z$ ,  $Y$  and  $\delta$ ) and system cost. Five replications were conducted for each factors combination. The parameters values we used are presented in the table 1. To make sure that ( $Y < Z$ ) we define a new variable  $y$  ( $0 < y < 1$ ) where  $Y = yZ$ . To determine the variables range (table 1), we have used some offline simulations in order to center domains.

**Table 1:** Independent variables levels

Factor	Low level	Center	High level	Description
$Z$	12	27	42	Influences the production rate
$y$	0,1	0,5	0,9	Influences the repair rate
Delta( $\delta$ )	0,5	0,74	0,98	Determines the optimum remaining repair time

In this article, we used the simulation parameters, which are presented in the table 2 (basic case). These parameters were chosen to highlight the system behaviour described in previous sections.

**Table 2:** Simulation data

MTBF	MTTR <sub>1</sub>	MTTR <sub>2</sub>	Umax	d	c <sup>+</sup>	c <sup>-</sup>	cr <sup>+</sup>
35	2	4	2.2	2	2,5	30	100

Where MTBF = Mean Time Between Failure, MTTR<sub>1</sub> = Mean Time To Repair (fast), MTTR<sub>2</sub> = Mean Time To Repair (ordinary), c<sup>+</sup> = Inventory Cost, c<sup>-</sup> = Backlog Cost and cr<sup>+</sup> = Repair Cost

To show the improvement effects, we tested the model in the feasibility limits. To do that, we verified that our model was able to satisfy the demand while allowing falling in shortage during repair intervention. For this fact, we had to respect the constraint (6) which represents the system feasibility.

$$\frac{d}{U_{\max}} + \frac{\frac{1}{MTBF}}{\frac{1}{MTBF} + \frac{1}{MTTR_1}} \leq 1 \quad (6)$$

The policy cost is described by the equation 7. The first part of the equation represents the inventory/backlog costs and the other represents maintenance cost. To simplify the notation, we put forth two assumptions:

- 1- One resource is always available to repair this machine.
- 2- Policy cost take into account only external resource cost.

$$\text{Policy Cost} = \left[ \int_0^t \left( [c^+ x^+(t)] + [c^- x^-(t)] \right) dt \right] + [c_r^+ (\sum r_a / t)] \quad (7)$$

Where:  $x^+(t)$  = mean item in stock,  $x^-(t)$  = mean item in shortage,  $t$  = simulation time (steady state),  $r_a$  = number of accelerated repair (external resource)

The response surface methodology was used to optimize the simulation result. This method is a collection of mathematical and statistical techniques that are useful for modeling and analyzing problems in which a response is influenced by several variables (Montgomery, 2000). In our case, model contains three inputs variables ( $Z$ ,  $Y$  and  $\delta$ ) and one response variables (Cost). We assume here that there exists a function  $\phi$  of  $z_1, \dots, z_n$  that provides the value of the cost corresponding to any given combination of input factor. That is:

$$Cost = \phi(z_1, z_2, \dots, z_n) \quad (8)$$

This function  $\phi(\cdot)$  is called the response surface and is assumed to be a continuous function of  $z_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Due to the convexity property of the value function, the first-order response surface method is rejected. We choose the second-order model given by:

$$Cost = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i Z_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} Z_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=2, i < j}^k \beta_{ij} Z_i Z_j + \varepsilon \quad (9)$$

where  $k = n$  and  $Z_j = z_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  are the input variables;  $\beta_0$ ,  $\beta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ),  $\beta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ) are unknown parameters and  $\varepsilon$  is a random error. The complete cost function parameters are presented in the equation:

$$\text{Cost (PRCP)} = 333,55 - 8,88*Z - 246,67*y + 012*Z^2 + 0,91*Z*y + 122,76*y^2 \quad (10)$$

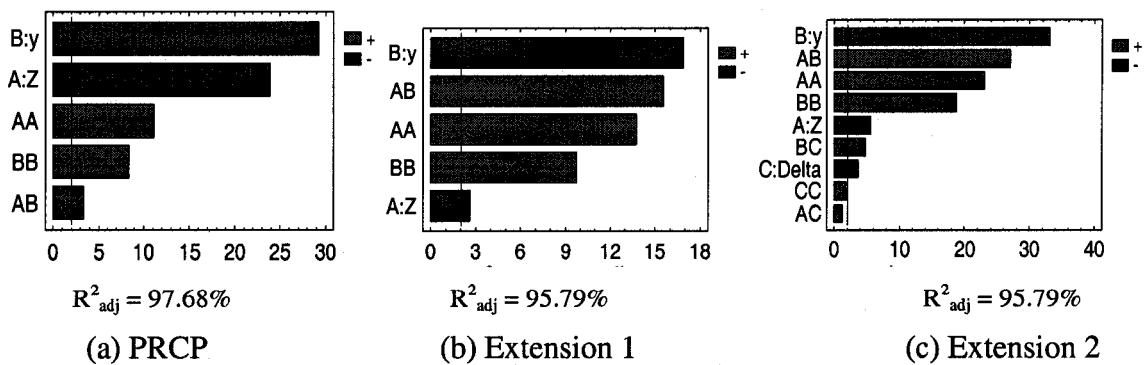
$$\text{Cost (Ext. 1)} = 170,46 - 4,57*Z - 142,82*y + 0,06*Z^2 + 1,94*Z*y + 64,56*y^2 \quad (11)$$

$$\text{Cost (Ext. 2)} = 199,84 - 4,66*Z - 172,12*y - 48,81*\delta + 0,06*Z^2 + 1,98*Z*y + 0,15*Z*\delta + 72,96*y^2 + 21,72*y*\delta + 19,32*\delta^2 \quad (12)$$

The third order interactions and all other effects were neglected or added to the error. More detail on the response surface methodology can be founded in Khuri and Cornell (1987).

### 5.1 Result analysis

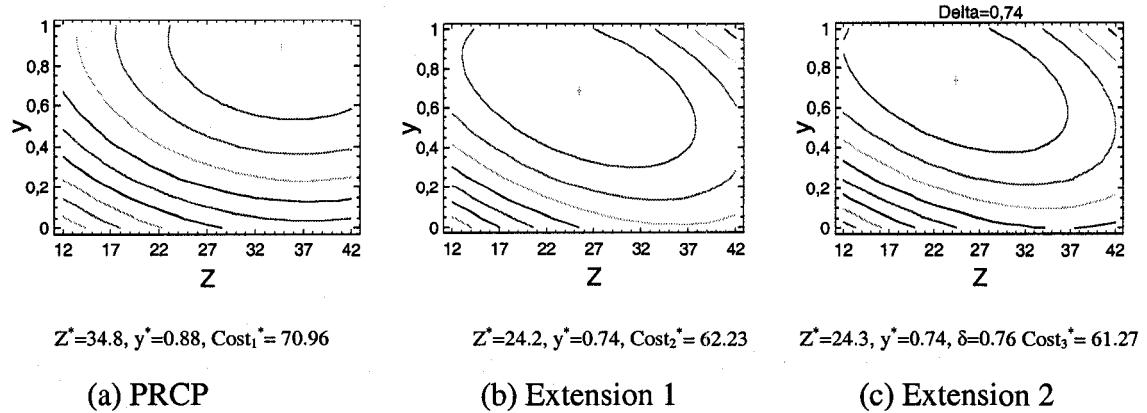
The statistical analysis consist a multifactor variance analysis (ANOVA). This is done using a statistical software application, such as STATGRAPHICS, to provide the independent variables effect on the dependant variable. The Pareto chart (figure 3), notice that all main factors P-values are lower than 5 %, this indicates that they are significant at a 0.05 level. The same conclusion can be applied to almost all the interactions and quadratics effects.



**Fig 3.** Pareto Chart

The adjusted correlation coefficient ( $R^2_{adj}$ ) also indicates that more than 95% of the system variability is explained by the model. The fact that adjusted correlation

coefficients are raised in all models and residues analysis loosens no tendency, indicates that the answer variable is enough clear to have no appeal to transformation. The response surface contour shows (figure 4) the three policies optimal values. We note, in this figure, that  $\text{Cost}_3^* < \text{Cost}_2^* < \text{Cost}_1^*$ .



**Fig 4.** Response surface contour plot

## 5.2 Sensitivity analysis

To illustrate the model robustness, a sensitivity analysis is conducted. In this analysis, we will vary inventory, backlog and repair cost (i.e.  $c^+$ ,  $c^-$ ,  $c_r^+$ ), in order to make sure that the cost improvement is maintained in the extension 1 and 2. Moreover, we checked if the model behaviour is realistic by comparing the basis case to several combinations (table 3). With this intention, we checked if model answered to the following conditions.

- Decreasing (*increasing*)  $c^+$ : this result in a tendency to increase (*decrease*) the stock level
- Decreasing (*increasing*)  $c^-$ : this result in a tendency to decrease (*increase*) the stock level  $Z$ .
- Decreasing (*increasing*)  $c_r^+$ : this result in a tendency to increase (*decrease*) the stock level  $Y$  and the delta (*increase* (*decrease*) the utilization of external resource).

**Table 3:** Sensitivity analysis table

			Z		Y (Y= yZ)		Delta( $\delta$ )		Total Cost				
c+	c-	c <sub>r</sub> +	PRCP	Ext. 1	Ext. 2	PRCP	Ext. 1	Ext. 2	PRCP	Ext. 1	Ext. 2	Remark	
2,5	30	100	34,83	24,18	24,33	30,48	17,95	17,9	70,96	62,23	61,27	Basis case	
<b>2,25</b>	30	100	35,71	25,81	25,95	31,73	19,06	19,1	64,95	57,82	56,86	Z*↑, C*↓	
<b>2,75</b>	30	100	33,98	22,46	22,62	29,30	16,88	16,8	76,72	66,30	65,35	Z*↓, C*↑	
2,5	<b>25</b>	100	33,13	20,71	20,89	28,23	15,80	15,8	68,62	58,71	57,91	Z*↓, C*↓	
2,5	<b>35</b>	100	36,10	26,44	26,59	32,27	19,60	19,6	72,63	64,82	63,72	Z*↑, C*↑	
2,5	30	<b>5</b>	34,88	23,77	23,94	30,30	18,10	18,04	70,58	60,31	59,47	Y*↑, δ*↑, C*↓	
2,5	30	<b>200</b>	34,78	24,60	24,92	30,67	17,79	17,76	71,34	64,20	64,05	Y*↓, δ*↓, C*↑	

The improvement generated by the proposed policies reduces the policy cost by 10.00% to 14.56% for extension 1 comparatively to 10.22% to 15.75% for extension 2 (table 4). The cost improvement should be much more important if the ratio  $c^+/c^-$  or the repair time is higher.

**Table 4:** Improvement cost comparison

			Cost			Improvement	
c+	c-	cr+	PRCP (a)	Ext. 1 (b)	Ext. 2 (c)	(b) vs (a)	(c) vs (a)
2,5	30	100	70,9556	62,2254	61,27	12,30%	13,65%
<b>2,25</b>	30	100	64,9535	57,8244	56,86	10,98%	12,45%
<b>2,75</b>	30	100	76,7208	66,3002	65,35	13,58%	14,82%
2,5	<b>25</b>	100	68,6199	58,713	57,91	14,44%	15,60%
2,5	<b>35</b>	100	72,6292	64,8204	63,72	10,75%	12,27%
2,5	30	<b>5</b>	70,583	60,309	59,465	14,56%	15,75%
2,5	30	<b>200</b>	71,337	64,202	64,048	10,00%	10,22%

Through the above analysis, it clearly appears that the obtained results make sense because all the results go in right direction.

## 6. Conclusion:

In this paper, two extensions of PRCP concept have been developed. The first one consists of following inventory and accelerates the repair rate if the stock level passes below a critical level. This acceleration in the repair rate can be made by an external resource call. However this external call has often an extra cost and in certain cases is not justified (ex:  $\delta <<$ ). Then we have proposed a second extension. This extension

consists of authorising the repair rate change (external resource call) if the repair remaining time is greater than a certain value ( $\delta$ ). Due to the lack of effective method for solving the optimality condition described by the HJB equations (Hamilton Jacobi-Bellman), we privileged an experimental approach, based on the experimental design and simulation to resolve our problem. Thought this approach, we showed that we could reduce the existing policy control cost by 10.00% to 15.75% depend the simulation data combination. Moreover, in some specific cases (high ratio  $c^+/c^-$ ) the improvement could be much more important.

## **7. References:**

- Akella, R., & Kumar, P. R. (1986). Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-31(2), 116–126.
- Boukas E. K. and Haurie A. (1990), Manufacturing Flow Control and Preventive Maintenance : A Stochastic Control Approach, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 33, No. 9, 1024-1031.
- Gharbi & Kenne (2003), Optimal production control problem in stochastic multiple-product multiple-machine manufacturing systems, *IIE Transactions* (Institute of Industrial Engineers), v 35, n 10, October, 2003, 941-952
- Hu, J.Q., and Xiang, D., (1994), Monotonicity of optimal flow control for failure-prone production systems. *Journal of Optimization Theory and Application*, 31(1), 75-71
- Hu, J. Q., Vakili, P., and Yu, G. X., (1995). Optimality of hedging point policies in the production control of failure-prone manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(9), 1875-1879.
- Kenne, J. P., & Boukas, E. K. (1997). Production and corrective maintenance planning problem of a failure prone manufacturing system. *Proceedings of the American Control Conference*, Albuquerque, New Mexico.

- Kenne, J. P., Boukas, E. K., & Gharbi, A. (2003). Control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system. Mathematical and Computer Modelling Journal, 38, 351–365.
- Kenne, J. P., & Gharbi, A. (2004). Stochastic optimal production control problem with corrective maintenance. Computers and Industrial Engineering. Vol. 46, No. 4. July, 2004, 865-875.
- Kimemia, J. G., and Gershwin, S. B., (1983), An algorithm for computer control of production in flexible manufacturing system. IIE Transactions AC-15, 353-362.
- Khuri, A. I. and Cornell, J. A. (1987) Response Surfaces: Design and Analysis, Marcel Dekker
- Montgomery, D.C. 2000. Design and Analysis of Experiments, fifth edition., John Wiley and Sons, New York.
- Older G.J. and Suri R. (1980), Time optimal of part-routing in a Manufacturing system with failure prone machines, Proc. 19th IEEE Conf. Decis. Contr., Albuquerque, 722-727.
- Pritsker, A. A. B. and O'ReillyY, J.J. (1999) « Simulation with Visual SLAM and Awesim », Wiley, John Wiley et Sons, inc, NY
- Rishel, R., (1975), Control of systems with jump Markov disturbances. IEEE Transactions on Automatic Control, 241-244.

## **ANNEXE IV**

### **DÉVELOPPEMENT D'UNE POLITIQUE INTÉGRÉE DE CONTRÔLE DES TAUX DE PRODUCTION ET DE MAINTENANCE CORRECTIVE AVEC DIAGNOSTIC**

Article de journal scientifique accepté pour publication dans :  
**INFOR, JOURNAL CANADIEN DE RECHERCHE OPÉRATIONNELLE ET  
D'INFORMATIQUE**

# Développement d'une politique intégrée de contrôle des taux de production et de maintenance corrective avec diagnostic

Robert Pellerin<sup>1</sup>, Jean-François Boulet<sup>2</sup>, Ali Gharbi<sup>2</sup>, Jean-Pierre Kenné<sup>2</sup>

<sup>1</sup>École Polytechnique de Montréal  
2900, boul. Édouard-Montpetit, Montréal (QC), Canada H3T 1J4.

<sup>2</sup>Laboratoire de conception et de contrôle des systèmes de production  
École de Technologie Supérieure, Université du Québec,  
1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (QC), Canada H3C 1K3.

---

**RÉSUMÉ :** *Cet article s'intéresse au problème de planification de la production et de la maintenance d'un système manufacturier régi par un progiciel de gestion intégrée (ERP) et possédant une machine sujette à des pannes aléatoires. L'objectif est ici de développer une politique de contrôle qui minimise les coûts d'inventaire, de rupture de stock et de maintenance sur un horizon de planification infini. Certains modèles basés sur l'optimisation de processus stochastiques et sur la simulation par événements discrets ont déjà abordé cette problématique. Cependant, ces derniers sont bien souvent sujets à des contraintes trop sévères ou mal intégrés aux autres fonctions d'entreprise pour en permettre leur utilisation dans des cas réels. Leur intégration à des plates-formes commerciales de gestion d'entreprise de type ERP est en conséquence rarement réalisée. Nous proposons ici une stratégie de maintenance corrective basée sur le changement du taux de réparation durant la période d'arrêt qui tient compte du processus d'inspection et d'exécution de maintenance préconisé dans un progiciel ERP. Notre approche expérimentale, basée sur la simulation, les plans d'expériences et la méthodologie de réponse de surface, démontre la supériorité de la politique proposée comparativement à la politique à double seuil critique.*

---

**MOTS-CLÉS :** *Modélisation et simulation des systèmes de production, plans d'expérience, méthodologie de surface de réponse, maintenance corrective, progiciel de gestion intégré (ERP)*

---

## 1. Introduction

La fonction de maintenance est traditionnellement considérée comme une fonction de support et non comme un processus clé d'une organisation manufacturière. Les entreprises manufacturières ont d'ailleurs consacré peu d'effort à intégrer cette fonction au sein de leurs systèmes de gestion de la production (Ip et al., 2000) et de gestion d'entreprise (Nikolopoulos et al., 2003; Pellerin 2005). Les besoins grandissants d'augmentation de productivité au cours des dernières années ont toutefois amené les entreprises manufacturières à chercher à gérer plus efficacement leur parc d'équipements et à adopter des stratégies intégrées de production et de maintenance. Ces stratégies cherchent en pratique à régir les décisions qui entourent le type et la séquence des actions de maintenance préventive et corrective à entreprendre dans le but de minimiser les coûts de production, de maximiser la disponibilité des équipements et de réduire les coûts de non qualité.

La littérature scientifique comprend de multiples stratégies de maintenance adaptées à différents contextes (Duffuaa et al. 1999). Ces stratégies se distinguent principalement par la nature des activités, le critère de performance retenu et par le caractère déterministe ou stochastique des paramètres qu'elles prennent en considération (Jamali et al. 2002). Les modèles proposés sont dans bien des cas basés sur la modélisation de processus stochastiques et sur la simulation par événements discrets. Cependant, ces derniers sont bien souvent sujets à des contraintes trop sévères ou mal intégrés aux autres fonctions d'entreprise pour en permettre leur utilisation dans des cas réels. Leur intégration à des plates-formes commerciales de gestion intégrée, appelées communément *ERP* (*Enterprise Resource Planning*), est en conséquence rarement réalisée.

Compte tenu du fort taux d'adoption des progiciels ERP, le besoin de développer et d'intégrer de nouvelles stratégies de maintenance adaptées au fonctionnement des progiciels ERP est bien réel (Nikolopoulos et al., 2003). Aujourd'hui, près de 80% des 500 plus grandes entreprises au monde utilise un progiciel de gestion intégrée et un nombre croissant de petites et moyennes entreprises adopte la même stratégie (Wagner et al. 2004). Cette tendance est aussi présente au sein du secteur public où plusieurs organisations ont remplacé leurs anciens systèmes fonctionnels par une application ERP unique (Blick et al. 2000, Boyer 2001, Chang et al. 2001, Ménard et al. 2004, Wagner et al. 2004).

Cet article cherche à résoudre une partie de cette problématique. Nous nous intéressons plus particulièrement au problème de planification de la production et de la maintenance d'un système manufacturier régi par un progiciel de gestion intégrée et possédant une machine sujette à des pannes aléatoires. L'objectif est ici de développer une politique de contrôle qui minimise les coûts d'inventaire, de rupture de stock et de maintenance sur un horizon de planification infini. Nous proposons une stratégie de maintenance

corrective basée sur le changement du taux de réparation durant la période d'arrêt qui tient compte du processus de diagnostic et d'exécution de maintenance préconisé dans un progiciel ERP. Notre approche de résolution est basée sur la simulation, les plans d'expériences et la méthodologie de réponse de surface.

L'article est organisé comme suit. La section 2 présente une revue des modèles de contrôle de production et de maintenance corrective tout en énonçant les difficultés liées à leurs intégrations au sein des progiciels ERP. La politique de contrôle proposée et l'approche de résolution retenue sont par la suite présentées à la section 3. La section suivante présente les résultats obtenus. Nous concluons cet article avec une discussion portant sur l'implantation pratique du modèle proposé, les limites du modèle et un rappel des résultats importants obtenus.

## **2. Contrôle de la production et de la maintenance corrective**

Le modèle traité ici correspond à un système manufacturier constitué d'une machine dédiée à la production d'un seul type de pièce. Cette machine est sujette à des pannes aléatoires. Lors de pannes, la capacité de la machine est supprimée de façon à mener les actions de maintenance corrective requises. Les politiques de commande développées dans ce contexte s'articulent principalement sur le maintien d'un certain niveau de produits finis afin de limiter les pénuries de matériel lors de l'arrêt du système. Les variables de décision courantes sont le taux de production et le taux de réparation qui influencent respectivement les niveaux d'inventaire de produits finis et la capacité du système.

Parmi les auteurs ayant traité cette problématique, Akella et Kumar (1986) ont proposé une politique de contrôle qui régit un système constitué d'une machine en ajustant le taux de production en fonction du niveau d'inventaire de produits finis. Leurs travaux montrent que pour un système où les transitions d'états sont décrites par une chaîne de Markov homogène, la politique à seuil critique est optimale. Cette politique de contrôle préconise ainsi l'utilisation d'un taux de production qui s'ajuste à la demande lorsque le niveau d'inventaire est égal à un seuil critique et prend la valeur du taux de production maximal lorsque le niveau d'inventaire est inférieur à celui-ci.

Kenne et Boukas (1997) ont étendu ce modèle en introduisant un taux de réparation influencé par le niveau du stock de produits finis. La politique de contrôle obtenue (*politique à double seuil critique*) stipule que lorsqu'une panne survient et que le niveau d'inventaire de produits finis est élevé, la réparation du système peut s'effectuer à un taux minimal entraînant des coûts plus faibles. Toutefois, lorsqu'une panne survient et que le niveau d'inventaire est faible, la réparation du système s'effectue à un taux maximal entraînant des coûts plus élevés. L'introduction d'un seuil critique d'inventaire pour l'établissement des taux de réparation permet ainsi de réduire de façon significative les coûts encourus dans le système.

Certaines extensions de ce modèle ont permis de traiter le cas des systèmes constitués de plusieurs machines identiques pouvant produire différents types de produits (Kenne et al. 2003) et celui où des machines non identiques produisent plusieurs types de produits (Kenne et Gharbi 2004). Tous ces modèles fixent les valeurs des variables de décision avant chaque intervention de production ou de maintenance corrective. Les taux établis demeurent donc les mêmes jusqu'à la fin l'activité en question. Gharbi et al. (2005) ont toutefois démontré qu'il est plus avantageux d'opter pour un taux de réparation dynamique qui fluctue en fonction du niveau d'inventaire. Le modèle suppose qu'il est possible d'accélérer une réparation en cours en allouant des ressources externes supplémentaires. La diminution du temps de réparation permet de réduire les risques de pénurie et il en résulte une réduction moyenne des coûts encourus de l'ordre de 10%. La réduction des coûts est particulièrement significative lorsque le temps de réparation est élevé ou lorsque le niveau de stock est faible (Gharbi et al. 2005).

Malgré les gains substantiels obtenus par cette politique, le recours à des taux de réparation accélérés dynamiques pose certains problèmes en pratique. En premier lieu, le modèle suppose que l'ajout de ressources supplémentaires est toujours possible et qu'il en résulte une réduction du temps de réparation proportionnelle au nombre de ressources allouées. Dans certains cas cependant, la nature de la réparation, le type d'outil utilisé ou l'espace disponible pour la réparation de composantes de petites tailles empêche l'utilisation de ressources multiples pour effectuer la réparation (Pellerin 1997). Le taux de réparation dépend alors plus des modes de maintenance corrective choisies que des ressources allouées au processus lui-même. Par exemple, il est souvent possible de corriger un bris en réparant une pièce défectueuse identifiée ou en remplaçant un sous-assemblage complet. La réparation et le remplacement constituent ici deux modes de maintenance avec des taux de réparation et des coûts encourus distincts. Dans tous les cas, le choix du mode de maintenance corrective est désigné suite à un processus de diagnostic.

Malgré la faisabilité de taux de réparation multiples, la mise en place d'une politique de contrôle qui permet de modifier dynamiquement le mode de réparation pose un autre problème lors d'utilisation d'un progiciel de gestion intégrée. Dans une application ERP, les différents modes de maintenance corrective sont définis par des gammes de maintenance et des listes de pièces distinctes mais associés au même équipement. Une fois le mode sélectionné, les opérations de la gamme choisie sont insérées dans un ordre de maintenance, le matériel de réparation est réservé et la capacité de l'unité de production est recalculée. Le changement du mode de maintenance en cours d'exécution oblige donc le rappel du matériel, la modification du plan détaillé de production et la modification des coûts planifiés. L'exécution de transactions supplémentaires pour renverser les décisions prises antérieurement nécessite ainsi un temps appréciable et est peu utilisée en pratique. D'ailleurs, bien que théoriquement plus rapide, le recours à un mode de maintenance accélérée (remplacement) offre de moins en moins de gains de temps à mesure que la réparation d'une pièce d'équipement progresse.

Compte tenu de ce contexte, les progiciels ERP ont souvent recours à un processus de maintenance corrective composé d'un sous-processus d'inspection suivi d'un sous-processus d'exécution comme l'illustre la figure 1. Cette figure représente, en format EPC (*Event Process Chain*), les processus intégrés d'exécution de la production (à gauche) et de maintenance corrective (à droite). Lors d'une panne, la phase d'inspection de l'équipement est enclenchée dans le but d'identifier les modes de réparation possibles. Une fois choisis, les opérations et le matériel requis sont insérés dans un ordre de maintenance afin d'enclencher les processus connexes de comptabilisation des coûts et de consommation de matériel et de capacité. La modification des choix est par la suite interdite ou restreinte de façon à minimiser l'impact sur les autres processus de l'organisation. Compte tenu de cette réalité, la politique de contrôle proposée par Gharbi et al. (2005) est donc difficilement utilisable dans un système manufacturier régi par un progiciel de gestion intégrée. Nous présentons dans la section suivante une nouvelle politique qui tient compte de ces contraintes.

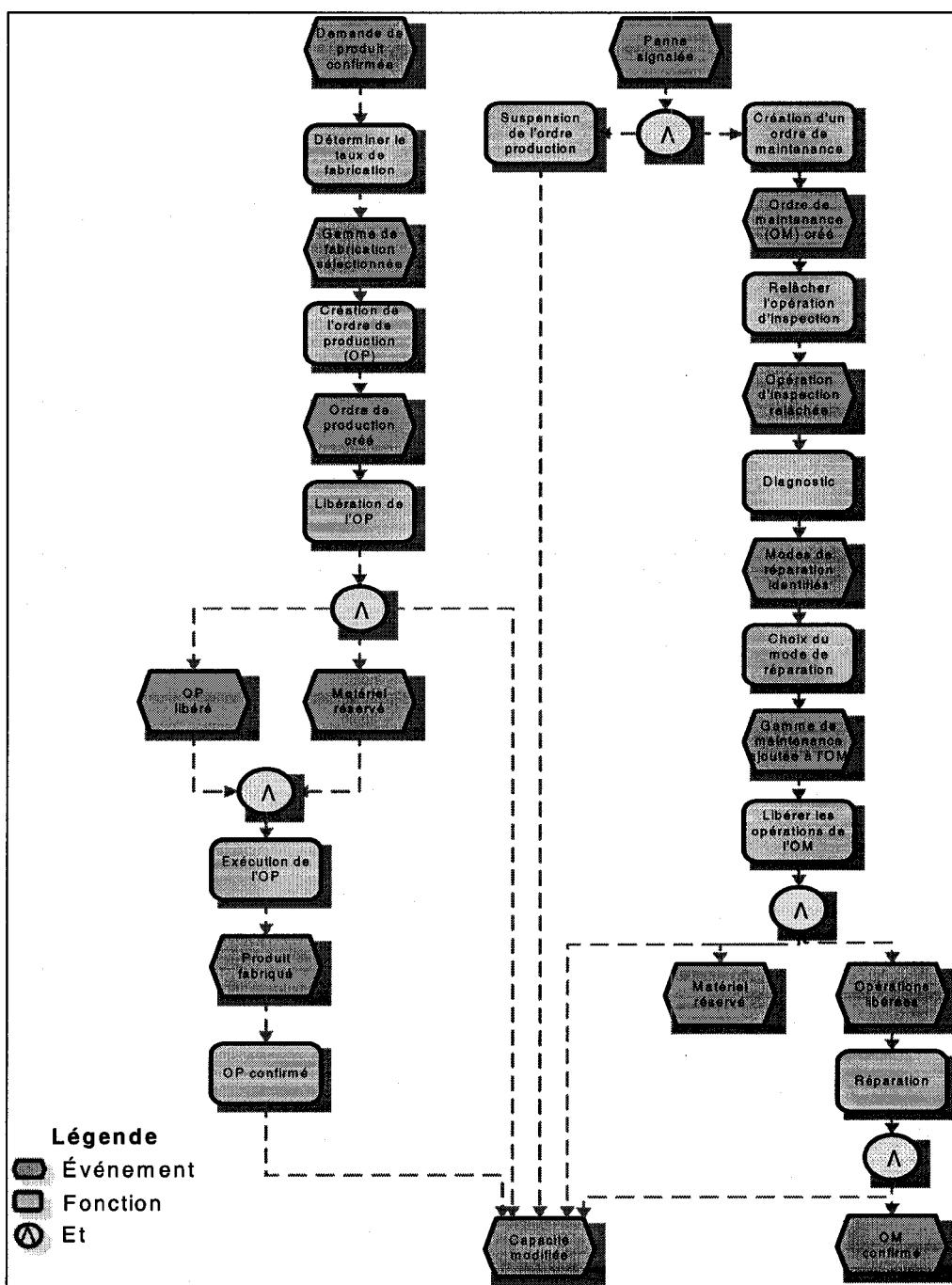


Figure 1. Processus ERP intégré d'exécution manufacturière

### 3. Présentation du modèle et de l'approche de résolution

La stratégie de maintenance corrective proposée est basée sur le changement du taux de réparation durant la période d'arrêt qui tient compte du processus d'inspection et d'exécution de maintenance préconisé dans un progiciel ERP tel que décrit précédemment. La dynamique de la machine peut être décrite par un processus stochastique modélisé par une chaîne de Markov irréductible à temps continu  $\{\alpha(t), t \geq 0\}$  à valeurs dans  $B = \{1, 2, 3\}$  telles que :

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la machine est opérationnelle} \\ 2 & \text{si la machine est en inspection} \\ 3 & \text{si la machine est en réparation} \end{cases}$$

La matrice des taux de transition  $Q$  de ce processus est de dimension  $3 \times 3$ . Nous émettons ainsi l'hypothèse qu'il existe au moins 2 types de réparation possibles décrits respectivement par un taux minimal et un taux maximal. La réparation à taux maximal peut prendre différentes formes dépendamment de la nature de la panne. Elle entraîne toutefois des coûts supplémentaires reliés à l'utilisation de ressources additionnelles ou l'utilisation d'une stratégie de remplacement. Ainsi, pour améliorer la capacité du système, le taux de transition du mode 3 au mode 1 est contrôlé en faisant dépendre la matrice des taux de transition de la politique de contrôle (i.e.,  $q_{31} = u_r$ ). En dénotant les taux de réparation minimal et maximal par  $u_r^{\min}$  et  $u_r^{\max}$  respectivement, son expression est donnée par :

$$Q(\cdot) = \begin{pmatrix} -q_{12} & q_{12} & 0 \\ 0 & -q_{23} & a_{23} \\ u_r & 0 & -u_r \end{pmatrix}$$

avec  $u_r^{\min} \leq u_r \leq u_r^{\max}$ . Pour la suite de l'article, nous dénoterons  $MTTF = q_{12}^{-1}$ ,  $Diag = q_{23}^{-1}$ ,  $u_r^{\min} = MTTR_2$  et  $u_r^{\max} = MTTR_1$ .

La dynamique du stock  $x(t)$  au temps  $t$  varie en fonction du taux de production de la machine au temps  $t$ , soit  $u(t) \in \mathbb{R}$ , et est donnée par :

$$\frac{d}{dt}(x(t)) = u(t) - d, \quad x(0) = x \tag{1}$$

avec  $d$  et  $x$  désignant respectivement le taux de demande des produits finis et le niveau de stock initial.

L'objectif du problème de commande optimale stochastique considéré est de minimiser le coût total sur un horizon infini donné par l'expression suivante :

$$J(x, \alpha, u, u_r) = E \left\{ \int_0^\infty e^{-\rho t} [c^+ x^+(t) + c^- x^-(t) + c_r^+ U_r^+(t) + c_r^- U_r^-(t)] dt \mid x(0) = x, \alpha(0) = \alpha \right\} \quad (2)$$

où  $\rho$  est le taux d'actualisation,  $c^+$  le coût de mise en inventaire d'une pièce,  $c^-$  le coût de pénurie d'une pièce,  $c_r^+$  le coût de réparation accélérée et  $c_r^-$  le coût de réparation lente. Notons que  $x^+(t) = \max(0, x(t))$ ,  $x^-(t) = \max(-x(t), 0)$  et

$$U_r^+(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } u_r(\cdot) = u_r^{\max} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad U_r^-(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } u_r(\cdot) = u_r^{\min} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La fonction valeur associée au problème d'optimisation posé est alors donnée par l'expression suivante :

$$v(x, \alpha) = \inf_{(u, u_r) \in \Gamma(\alpha)} J(x, \alpha, u, u_r) \quad (3)$$

où l'ensemble des commandes admissibles est

$\Gamma(\cdot) = \{(u, u_r) \mid 0 \leq u(\cdot) \leq U_{\max}, u_r^{\min} \leq u_r(\cdot) \leq u_r^{\max}\}$  avec  $U_{\max}$  désignant le taux de production maximal de la machine. Les propriétés de cette fonction valeur peuvent être obtenues en adaptant celles présentées dans Kenne et al. (2003). Cette fonction est convexe, continument différentiable et est l'unique solution des équations d'Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB) associés. Dans le cas d'une machine décrite par une chaîne de Markov à deux modes (opérationnel et en réparation) sans diagnostic, la résolution numérique des équations d'HJB donne les stratégies de production et de maintenance corrective décrites respectivement par les équations (4) et (5) suivantes :

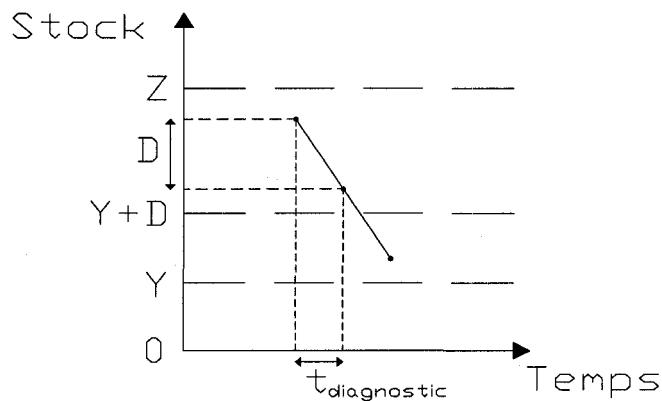
$$u(x) = \begin{cases} U_{\max} & \text{si } x < Z \\ d & \text{si } x = Z \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (4)$$

$$u_r(x) = \begin{cases} u_r^{\max} & \text{si } x < Y \\ u_r^{\min} & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (5)$$

où  $Z$  et  $Y$  désignent respectivement le seuil critique d'inventaire associé à la production de pièces et le seuil critique d'inventaire associé à la réparation (avec  $Y < Z$ ).

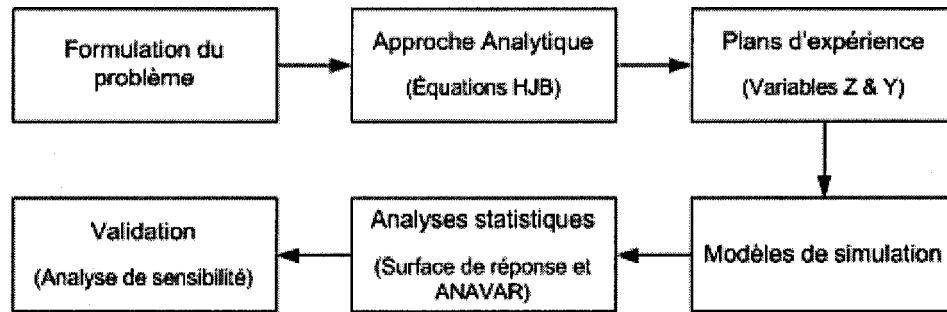
La loi de commande décrite par les équations (4) et (5) peut être étendue au cas du modèle à trois modes (opération, diagnostic, réparation) avec des valeurs appropriées des seuils critiques  $Z$  et  $Y$ . D'après le processus stochastique  $\{\alpha(t), t \geq 0\}$ , il suffit de

définir la période d'arrêt en deux segments de durées aléatoires, soit une première durée nécessaire au processus de diagnostic suivie du temps pour l'exécution de la réparation proprement dite. La durée du deuxième segment dépend du mode de maintenance sélectionné au moment de fin du diagnostic en fonction du niveau d'inventaire tel que définie par l'équation (5). Le seuil critique d'activation du mode accéléré de maintenance corrective au moment de la panne est ainsi fixé par la somme du seuil critique  $Y$  et de la quantité de pièce consommée durant l'activité de diagnostic, désignée par  $D$ . De façon concrète, la politique permet d'accélérer le taux de réparation avant la fin de la période de diagnostic seulement. Une fois la réparation démarrée, il devient impossible de passer à un mode accéléré. La figure 2 suivante illustre la variation du niveau d'inventaire lorsque cette politique est appliquée.



**Figure 2.** Schématisation de la politique intégrée

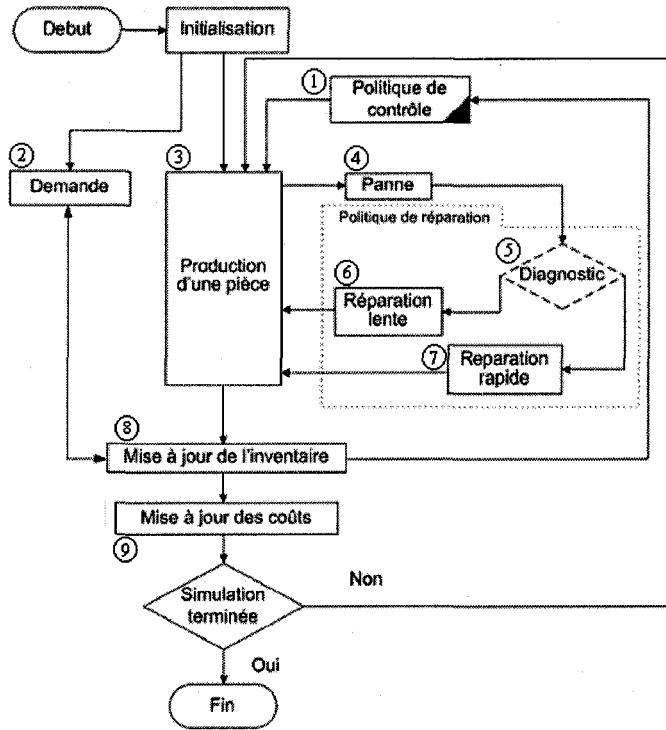
La résolution des équations d'HJB et la détermination des seuils optimaux deviennent malheureusement fort complexes dans un contexte réel où les transitions d'états du système ne sont pas décrites par un processus Markovien homogène. La principale difficulté des approches classiques est d'ailleurs le manque de méthode efficace pour résoudre les équations d'optimum décrites par les équations de type HJB. Pour cette raison, nous avons privilégié une approche expérimentale basée sur la combinaison des plans d'expérience et d'un réseau de simulation. La figure 3 représente l'approche de résolution que nous avons préconisée afin de déterminer expérimentalement les variables de décision qui minimise la fonction coût de notre système. Les étapes de formulation du problème et d'approche analytique ont déjà traité précédemment, ce qui fait en sorte que l'approche expérimentale débute avec les plans d'expérience.



**Figure 3.** Schématisation de l'approche de résolution utilisée

La première étape de cette approche expérimentale consiste à organiser logiquement les données que nous désirons analyser à l'aide des plans d'expériences. Par la suite, nous avons représenté la dynamique du système à l'aide de deux modèles de simulation combinant l'approche par événements discrets à des variables continues en utilisant le langage Visual SLAM (Pritsker et al. 1999). Le premier modèle reproduit la politique à double seuil critique, déjà développée dans la littérature (Kenne et Boukas 1997). Celle-ci sera dénotée ci-après comme la politique standard. Le second modèle représente pour sa part la politique intégrée proposée dans cet article. L'allure générale des deux modèles de simulation est similaire à l'exception du fait que le modèle standard combine le temps de diagnostic avec le temps de réparation. L'état de diagnostic est donc uniquement présent dans la politique intégrée. Le comportement du modèle de simulation, tel qu'illustré à la figure 4, se résume comme suit :

1. Détermination du taux de production (selon l'équation 4);
2. Arrivée d'une demande selon une distribution de probabilité indépendant de l'état du système (panne ou opération);
3. Création d'une pièce dans le système;
4. Arrivée d'une panne selon une distribution de probabilité (voir tableau 3);
5. Activité de diagnostic (partie de la réparation qui représente le démontage de l'équipement et l'analyse de l'état du système) qui détermine le taux de réparation selon le niveau d'inventaire;
6. Réparation lente déterminée selon le niveau d'inventaire après le temps de diagnostic;
7. Réparation rapide déterminée selon le niveau d'inventaire après le temps de diagnostic (ajout de ressource ou remplacement de pièces);
8. Compilation des données et incrémentation des variables du système; et
9. Mise à jour des coûts selon l'activité (mise en inventaire de pièce, rupture de stock, réparation accélérée ou réparation lente).



**Figure 4.** Diagramme du modèle de simulation

Les données recueillies à l'aide des deux modèles de simulation ont été traitées à l'aide d'applications statistiques afin de déterminer les variables de décision optimales. Pour valider le comportement de notre modèle, nous avons finalement effectué une analyse de sensibilité sur les coûts d'inventaire et de maintenance afin démontrer que l'amélioration proposée reste valide dans différents contextes.

## 4. Expérimentations et analyse des résultats

Pour illustrer le concept développé dans cet article, nous avons traité le cas d'un système de production constitué d'une machine dédiée à la production d'un seul type de pièce. Les prochaines sections présentent les résultats de nos expérimentations en plus de comparer la politique proposée avec la politique à double seuil critique.

### 4.1 Plan d'expérience et méthodologie de surface de réponse

Afin d'optimiser les résultats du modèle de simulation, nous l'avons couplé avec un plan de surface de réponse  $3^2$  (2 facteurs ayant chacun 3 modalités). Cette approche expérimentale est utilisée pour étudier et comprendre les effets des niveaux d'inventaire  $Z$  et  $Y$  sur le coût associé au système et ainsi, dégager un modèle polynomial du coût en

fonction de ces paramètres, qu'on peut par la suite optimiser. Les valeurs des paramètres que nous avons utilisés comme entrée au modèle de simulation sont présentées dans le tableau 2. Partant de l'hypothèse que le niveau d'inventaire  $Z$  est toujours supérieur au niveau  $Y$ , nous avons eu recours à la transformation suivant :  $Y = y*Z$  (i.e.,  $y < 1$ ). Pour déterminer l'étendue des variables indépendantes (voir tableau 1), nous avons eu recours à des tests de simulation afin de bien centrer notre domaine de réponse conformément aux paramètres et distributions utilisées dans la simulation.

Facteur	Limite inférieure	Point milieu	Limite supérieure	Description
$Z$	12	27	42	Politique de production
$y$	0,1	0,5	0,9	Politique de maintenance corrective

Tableau 1. Niveau des variables indépendantes

Afin de bien visualiser les effets de l'amélioration proposée, nous avons testé le modèle aux limites de faisabilité. Pour ce faire, nous avons vérifié que le modèle était apte à répondre à la demande tout en permettant des situations de pénuries lors d'une intervention de réparation (dépendant de la durée de la réparation). Dans cet article, nous avons utilisé les paramètres de simulation qui sont présentés dans les tableaux 2 et 3. Ces paramètres ont été choisis afin d'obtenir un système à la limite de la faisabilité où les coûts d'inventaire et de maintenance sont équilibrés.

$U_{max}$	$d$	$c_+$	$c_-$	$c_{r-}$	$c_{r+}$
2.2	2	2,5	30	25	100

où  $U_{max}$  = taux de production maximal,  $d$  = demande du système,  $c_+$  = Coût de stockage,  $c_-$  = Coût de rupture de stock,  $c_{r+}$  = Coût de réparation accélérée,  $c_{r-}$  = Coût de réparation lente

Tableau 2. Liste des paramètres de simulation (cas de base)

MTTF	MTTR <sub>1</sub>	MTTR <sub>2</sub>	Diag
~expon(35)	~expon(1)	~expon(3)	~expon(1)

où MTTF = Moyenne des Temps Totales de Fonctionnement, MTTR = Moyenne des Temps Totale de Réparation : 1-rapide 2-lente, Diag = Temps de diagnostic

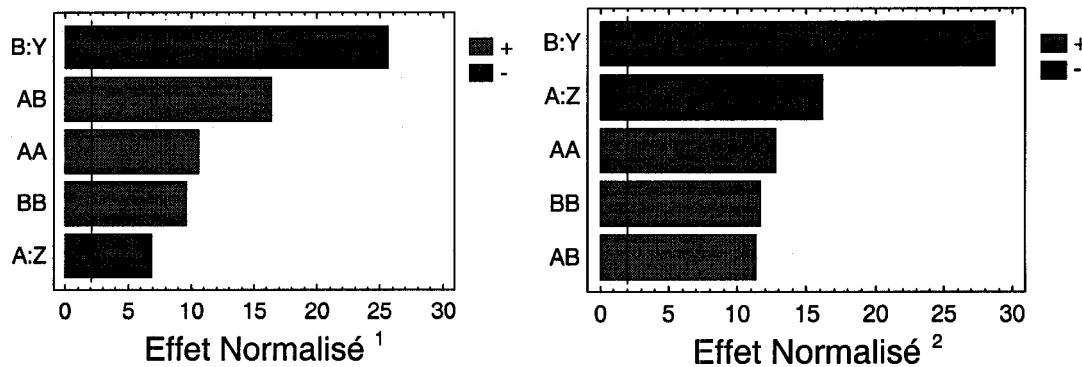
Tableau 3. Liste des distributions utilisées dans la simulation (politique intégrée)

Pour optimiser les données recueillies à partir de nos modèles de simulation, nous avons eu recours à la méthodologie de surface de réponse. Cette méthodologie est un regroupement de techniques mathématiques et statistique qui permet d'optimisation une variable de réponse qui dépendant de plusieurs variables de décision (Montgomery 2000). Dans notre cas, notre modèle regroupe deux variables de décision ( $Z$  et  $Y$ ) qui influence une variable de réponse (coût du modèle). Comme la majorité des auteurs ayant publié sur le sujet (Gharbi et al. 2000, Gharbi et al. 2005 et Kenne et al. 2004),

nous avons eu recours à un modèle quadratique afin d'approximer notre fonction coût. Cette approximation est utilisable, car il a été démontré (Gershwin. 1994), que pour des politiques de contrôle traitant d'inventaire ce type de modèle est optimal. De plus, les hauts coefficients de corrélation ( $R^2_{adj}$ ) que nous avons obtenus, dans l'analyse de la variance, confirment cette approximation quadratique. Ceci fait en sorte que les interactions de troisième degré sont négligeables et qu'elles sont ajoutées à l'erreur du modèle.

#### 4.2 Analyse des résultats

Pour mettre en œuvre notre plan d'expérience, nous avons utilisé l'application statistique STATGRAPHICS. Ce logiciel a été utilisé pour générer les plans d'expérience et pour produire les analyses de la variance (ANAVAR), le calcul des coefficients de régression, la surface de réponse, l'analyse des résidus et pour l'obtention des valeurs de paramètres optimaux. La figure 5 présente les effets de chacune des variables de décision sur la variable de réponse sous formes de diagrammes de Pareto. À partir de cette figure, on remarque que tous les facteurs sont significatifs à un seuil de 5%; ceci nous indique que les facteurs principaux ( $Z$  et  $Y$ ), leurs effets quadratiques ainsi que leur interaction sont significatifs. Les deux analyses de la variance montrent que la variabilité des deux modèles est expliquée à 96,74%<sup>1</sup> et 97,45%<sup>2</sup> (politique intégrée<sup>1</sup> et politique standard<sup>2</sup>).



**Figure 5.** Diagramme de Pareto (Politique intégrée<sup>1</sup> et Politique standard<sup>2</sup>)

L'application STATGRAPHICS a également permis d'obtenir les coefficients de régression de chacun des paramètres des fonctions coûts à optimiser. Les équations (6) et (7) présentent les fonctions coûts de chacune des deux politiques (intégrée et standard).

$$\text{Coût (intégrée)} = 206,237 - 5,203*Z - 205,922*y + 0,065*Z^2 + 2,665*Z*y + 82,961*y^2 \quad (6)$$

$$\text{Coût (standard)} = 248,210 - 6,717*Z - 232,253*y + 0,088*Z^2 + 2,057*Z*y + 112,545*y^2 \quad (7)$$

À partir de ces deux équations, les paramètres optimaux de chacune des politiques ont été calculés comme suit (tableau 4) :

	Z	y	$Y(Y=yZ)$	Coût
Politique intégrée	21,744	0,892	19,4172	57,591
Politique standard	29,377	0,764	22,439	60,728

Tableau 4. Paramètres optimaux des deux politiques (Cas 1)

Le contour des surfaces de réponse montre graphiquement (figure 6) les valeurs optimales de chacune des deux politiques (tableau 4). Ces résultats montrent bien l'amélioration du modèle proposé dans cet article comparativement au modèle existant dans la littérature. Toutefois, pour des couples de paramètres différents, il est possible d'obtenir des améliorations supérieures (tableau 5).

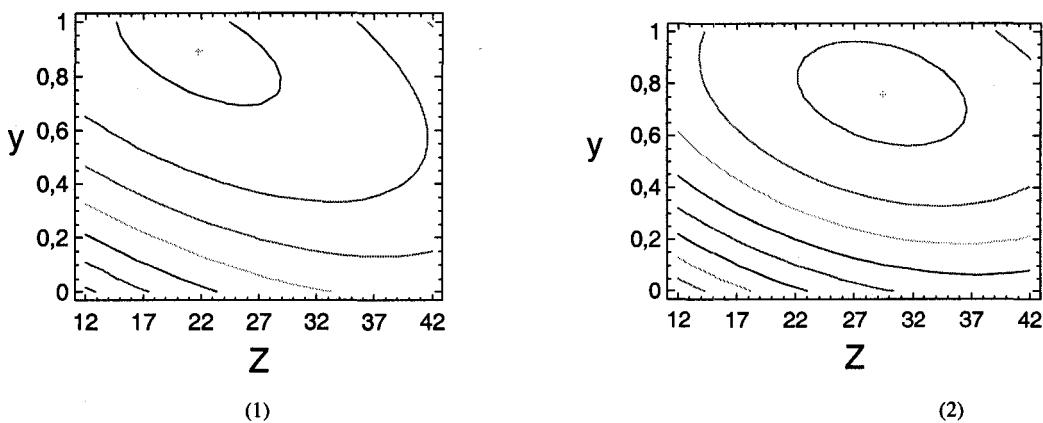


Figure 6. Surface de réponse (Politique intégrée<sup>1</sup> et Politique standard<sup>2</sup>)

### 4.3 Analyse de sensibilité

Une série de combinaisons a été considérée pour analyser et valider le comportement du système. Dans cet article, nous avons comparé différentes combinaisons de coûts afin de déterminer si l'amélioration que nous avons proposée était valide dans différents contextes. De plus, nous avons vérifié si le comportement du modèle était réaliste en comparant différentes combinaisons de coûts (inventaire, pénurie et maintenance accélérée) au modèle de base. Pour ce faire, nous avons vérifié si le modèle répond aux conditions suivantes :

- Diminuer  $c+$  : cette modification augmente l'inventaire et limite les pénuries, diminuant ainsi les coûts totaux de la politique.

- Augmenter  $c_+$  : cette modification diminue l'inventaire et augmente les coûts totaux de la politique (causée par les pénuries plus fréquentes).
- Diminuer  $c_-$  : cette modification entraîne des diminutions d'inventaire et des coûts totaux.
- Augmenter  $c_-$  : cette modification entraîne des augmentations d'inventaire (protection contre les pannes) ainsi qu'une augmentation des coûts totaux.
- Diminuer  $c_r^-$  : cette modification entraîne une diminution du coût total de la politique et fait varier le niveau d'inventaire  $Y$  (augmentation pour la politique intégrée et diminution dans la politique standard; le temps de diagnostic et le recours moins fréquent à la réparation accélérée étant les facteurs influençant la direction de la variation).
- Augmenter  $c_r^-$  : cette modification entraîne une diminution du coût total de la politique en plus de modifier le niveau d'inventaire  $Y$  (diminution pour la politique intégrée et augmentation dans la politique standard; le temps de diagnostic et le recours plus fréquent aux réparations accélérées étant les facteurs influençant la direction de la variation).
- Diminuer  $c_r^+$  : cette modification entraîne une diminution du coût total de la politique en plus de varier le niveau d'inventaire  $Y$  (diminution pour la politique intégrée et augmentation dans la politique standard; le temps de diagnostic et le recours plus fréquent aux réparations accélérées étant les facteurs influençant la direction de la variation).
- Augmenter  $c_r^+$  : cette modification entraîne une diminution du coût total de la politique en plus de modifier le niveau d'inventaire  $Y$  (augmentation pour la politique intégrée et diminution dans la politique standard; le temps de diagnostic et le recours moins fréquent à la réparation accélérée étant les facteurs influençant la direction de la variation).

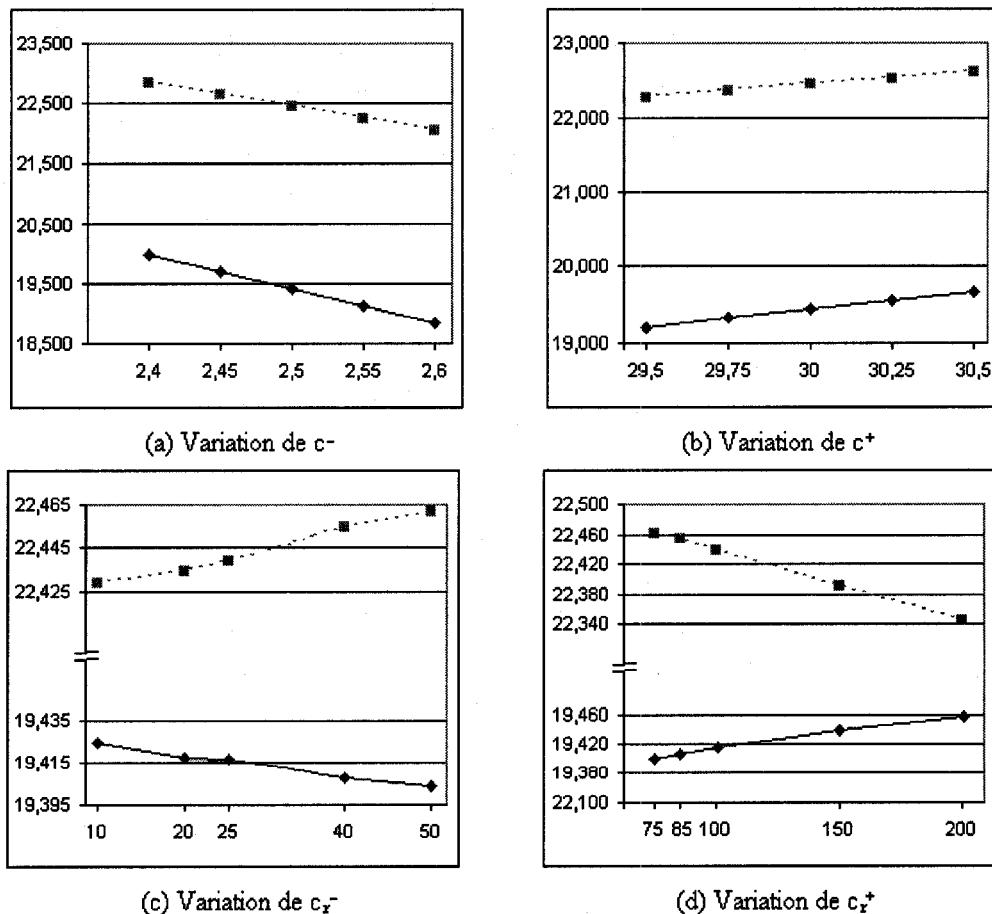
Cas	$c_+$	$c_-$	$c_r^-$	$c_r^+$	Z		Y		Coût total (C)		%
					Intégrée	Standard	Intégrée	Standard	Intégrée	Standard	
<b>1</b>	<b>2,5</b>	<b>30</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>21,744</b>	<b>29,377</b>	<b>19,417</b>	<b>22,439</b>	<b>57,591</b>	<b>60,728</b>	<b>5,45%</b>
<b>2</b>	<b>2,4</b>	<b>30</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>22,526</b>	<b>29,811</b>	<b>19,986</b>	<b>22,844</b>	<b>56,020</b>	<b>58,819</b>	<b>5,00%</b>
<b>3</b>	<b>2,6</b>	<b>30</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>20,932</b>	<b>28,946</b>	<b>18,834</b>	<b>22,045</b>	<b>59,099</b>	<b>62,598</b>	<b>5,92%</b>
<b>4</b>	<b>2,5</b>	<b>29,5</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>21,410</b>	<b>29,197</b>	<b>19,172</b>	<b>22,270</b>	<b>57,303</b>	<b>60,530</b>	<b>5,63%</b>
<b>5</b>	<b>2,5</b>	<b>30,5</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>22,059</b>	<b>29,554</b>	<b>19,650</b>	<b>22,604</b>	<b>57,867</b>	<b>60,919</b>	<b>5,27%</b>
<b>6</b>	<b>2,5</b>	<b>30</b>	<b>10</b>	<b>100</b>	<b>21,824</b>	<b>29,397</b>	<b>19,425</b>	<b>22,429</b>	<b>57,494</b>	<b>60,561</b>	<b>5,33%</b>
<b>7</b>	<b>2,5</b>	<b>30</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>21,607</b>	<b>29,351</b>	<b>19,403</b>	<b>22,462</b>	<b>57,749</b>	<b>61,004</b>	<b>5,64%</b>
<b>8</b>	<b>2,45</b>	<b>30</b>	<b>25</b>	<b>75</b>	<b>21,600</b>	<b>29,346</b>	<b>19,401</b>	<b>22,462</b>	<b>57,083</b>	<b>60,345</b>	<b>5,71%</b>
<b>9</b>	<b>2,45</b>	<b>30</b>	<b>25</b>	<b>200</b>	<b>22,296</b>	<b>29,500</b>	<b>19,458</b>	<b>22,345</b>	<b>59,589</b>	<b>62,253</b>	<b>4,47%</b>

Tableau 5. Analyse de sensibilité

On note ainsi que les variations de l'écart entre le coût de la réparation lente et accélérée se répercutent sur le rendement de la politique. En effet, une augmentation de l'écart entre le coût des deux types de réparation entraîne une diminution de l'amélioration de la politique proposée. Cette diminution est attribuée à l'augmentation des coûts de maintenance. À l'opposé, une diminution de cet écart produit l'effet contraire.

Les résultats des tests statistiques montrent clairement que la politique de contrôle proposée permet de réduire les coûts du système étudié et que le modèle se comporte de façon cohérente. En effet, l'utilisation de la politique intégrée permet de réduire les coûts totaux encourus de l'ordre de 5%.

De plus, afin de bien faire ressortir les effets qu'on retrouve dans l'analyse de sensibilité, nous avons effectué une étude plus poussée sur la variable de décision (Y). Cette variable est à la base de notre modèle, car elle est dictée le comportement du taux de réparation. La figure 7 présente les courbes de variation de cette dernière variable en fonction des coûts d'inventaire et de maintenance.



**Figure 7.** Variation du paramètre Y en fonction des coûts d'inventaire et de maintenance sur la politique intégrée (—◆—) et sur la politique standard (····■···)

Cette figure montre bien que notre modèle est réaliste puisque chacune des conditions présentées plus haut trouve leurs équivalences dans les quatre graphiques.

#### 4.4 Comparaison des politiques

Pour confirmer la réduction des coûts encourus dans le système pour l'ensemble des expériences menées lors de l'analyse de sensibilité, nous avons utilisé le test de « Student » pour calculer l'intervalle de confiance de la différence des coûts entre la politique standard et la politique intégrée. Nous avons ainsi calculé le coût encouru des deux politiques pour les neuf combinaisons de paramètres du tableau 5 (coût stockage, pénurie et réparation) et pour chaque couple  $(Z^*, Y^*)$  associé. Dans le cas où les bornes inférieures de cet intervalle de confiance sont positives, le coût de la politique intégrée est inférieur au coût de la politique standard. L'intervalle de confiance prend ainsi la forme suivante :

$$\overline{C^*}_{\text{standard}} - \overline{C^*}_{\text{intégrée}} - t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq C^*_{\text{standard}} - C^*_{\text{intégrée}} \leq \overline{C^*}_{\text{standard}} - \overline{C^*}_{\text{intégrée}} + t_{\alpha/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

(8)

où

- $\overline{C^*}_{\text{standard}}$  : moyenne de la fonction coût de la politique standard,
- $\overline{C^*}_{\text{intégrée}}$  : moyenne de la fonction coût de la politique intégrée,
- $t_{\alpha/2, n-1}$  : coefficient de la distribution de Student,
- $s$  : écart-type de l'échantillon,
- $n$  : nombre d'échantillon (fixé à 10) et
- $\alpha$  : probabilité complémentaire au niveau de confiance  $(1-\alpha)$  (fixé à 95%).

Cas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Limite inférieure</b>	6,15	5,86	6,99	6,38	6,13	5,87	6,48	7,06	6,33
<b>Limite supérieure</b>	6,65	6,36	7,40	6,99	6,89	6,46	7,02	6,58	5,44

Tableau 6. Intervalle de confiance pour  $C^*_{\text{standard}} - C^*_{\text{intégrée}}$

Le tableau 6 montre que le coût optimal de la politique intégrée est inférieur au coût optimal de la politique standard car les limites inférieures de l'intervalle de confiance sont toujours supérieures à zéro. À partir de ce test, on peut conclure que la différence  $C^*_{\text{standard}} - C^*_{\text{intégrée}} > 0$  avec un niveau de confiance de 95%. La politique optimale intégrée est donc meilleure que la politique optimale classique à double seuil critique.

## 5. Discussion et conclusion

Nous avons proposé une stratégie de maintenance corrective basée sur le changement du taux de réparation durant la période d'arrêt qui tient compte du processus d'inspection et d'exécution de maintenance préconisé dans un progiciel ERP. Afin de contourner la complexité des conditions d'optimum de type HJB, nous avons privilégié une approche expérimentale basée sur la simulation, les plans d'expériences et la méthodologie de réponse de surface. Cette approche a permis d'obtenir le couple de seuils critiques ( $Z^*$ ,  $Y^*$ ) qui minimise la fonction coût associée à la politique de contrôle de la production et de maintenance corrective. Les résultats obtenus démontrent que la politique proposée est meilleure que la politique à double seuil critique.

En plus d'obtenir des économies significatives de l'ordre de 5 %, la politique de contrôle proposée utilise une structure simple d'utilisation et caractérisée par deux seuils de contrôle. Une telle structure s'intègre facilement à une plate-forme commerciale de gestion d'entreprise de type ERP en favorisant un contrôle coordonné des processus d'exécution de production et de maintenance corrective.

En effet, la plupart des progiciels ERP adopte un modèle transactionnel qui repose sur la définition de données maîtresses qui sont utilisées par un ensemble de modules. Il est donc possible d'y insérer des règles d'opérations qui s'appliquent à plus d'un processus d'affaire et qui tient compte des informations tirées de ces derniers. Comme un processus d'affaire est habituellement formé par une séquence de transactions enclenchées de façon successive par des événements, il est possible de prendre ou de modifier les décisions prises tout au long d'un processus à chaque occurrence d'un événement prédéterminé. Dans notre cas précis, il est possible de déclarer l'enregistrement du diagnostic de maintenance comme un événement et de déterminer les règles à suivre pour la suite du processus de réparation.

À titre d'exemple, le progiciel SAP R/3, largement répandu au sein des grandes entreprises, préconise une définition centralisée des produits, des machines et des gammes d'opérations pour tous les processus logistiques. Une fois le couple de seuils critiques ( $Z^*$ ,  $Y^*$ ) calculés par l'approche proposée, il est possible d'enregistrer les valeurs à l'intérieur de la fiche machine de façon à influencer le cycle transactionnel. Ainsi, en utilisant la fonction standard de gestion de flux transactionnels (*workflow*) de cette application, il est facile d'y modéliser un événement déclenché par l'enregistrement du diagnostic et qui résulte sur la sélection automatique de la gamme

appropriée de maintenance corrective et des pièces de rechange requises en fonction du niveau de stocks des produits finis réalisés par la même machine.

Malgré la faisabilité technique de cette approche, il est essentiel d'en reconnaître les limites d'application. Ainsi, on doit tout d'abord reconnaître que l'utilisation de ce modèle est restreinte aux systèmes de production constitués d'une seule machine. Aussi, l'approche proposée demande d'évaluer en premier lieu le couple de seuils critiques. Cette évaluation cherche avant tout à minimiser le coût total sur un horizon infini et suppose que les paramètres du modèle demeure constant. En pratique, il est normal d'observer des taux de pannes et des coûts de réparation croissants à mesure que les équipements prennent de l'âge. On recommande donc de recalculer le couple de seuils critiques lorsque l'on remarque un écart important de ces valeurs par rapport aux paramètres initiaux. Aussi, il faut noter que nous avons ici considéré l'existence de 2 modes de réparation possibles. En pratique, le nombre de modes de réparation est variable et le modèle de simulation devrait donc être ajusté en conséquence.

## 6. Références

- Akella, R., Kumar, P. R. 1986. Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31 (2), 116–126.
- Blick, G., Gulledge, T., Sommer, R. 2000. Defining Business Process Requirements for Large-Scale Public Sector ERP Implementations: A Case Study. Proceedings of the European Conference on Information Systems, *Wirtschafts Universitat, Wien*.
- Boyer, D. 2001. ERP Implementations: Managing the Final Preparation and Go-Live Stages. *Government Finance Review*, décembre 41-44.
- Chang, S., Gable, G., Smythe, E., Timbrell, G., 2001. A Delphi examination of public sector ERP implementation issues. Proceedings of the twenty first International Conference on Information Systems, 494-500.
- Duffuaa, S.O., Raouf, A., Campbell, J.D. 1999. *Planning and Control of Maintenance Systems*. John Wiley and Sons, New York.
- Gershwin, S.B. 1994. *Manufacturing Systems Engineering*. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ
- Gharbi, A., Kenne, J.P. 2000. Production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system: An experimental design approach. *International journal of production economics*. 65 275-287
- Gharbi, A., Kenne, J.P., Boulet, J.F. 2005. Amélioration des taux de production et de maintenance corrective d'un système de production. Actes du 6<sup>ème</sup> Congrès international de génie industriel, Besançon (France), 7-10 juin.
- Ip, W., Kwong, C., Fung, R., 2000. Design of maintenance system in MRPII. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, 6 (3) 177-191.

- Jamali, M.A., Fagnart, C., Iassinovalski, S.I., Ait-kadi, D., Artiba, A. 2002. Apport de la simulation dans l'analyse de stratégies de maintenance. Proceedings of the third International Conference In Operations Research - Theory and Application, Marrakech, 4-6 juin.
- Kenne, J. P., Boukas, E. K. 1997. Production and corrective maintenance planning problem of a failure prone manufacturing system. Proceedings of the American Control Conference, Albuquerque, New Mexico.
- Kenne, J. P., Boukas, E. K., Gharbi, A. 2003. Control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system. *Mathematical and Computer Modelling Journal*, **38** 351-365.
- Kenne, J. P., Gharbi, A. 2004. Stochastic optimal production control problem with corrective maintenance. *Computers and Industrial Engineering*. **46** (4) 865-875.
- Menard, C., Bernier, C. 2004. Le cas d'une mise en oeuvre ERP réussie aux centres hospitaliers de LaSalle et de Verdun : comprendre la démarche par laquelle s'installent les nouvelles façons de faire. *Gestion* **28** (4) 61-68.
- Montgomery, D.C. 2000. *Design and Analysis of Experiments*, fifth edition., John Wiley and Sons, New York.
- Nikolopoulos, K., Metaxiotis, K., Lekatis, N., Assimakopoulos, V. 2003. Integrating industrial maintenance strategy into ERP. *Industrial Management & Data Systems*, **103** (3) 184-191.
- Pellerin, R. 2005. Adapting ERP Systems for Supporting Defense Maintenance Processes. Proceedings of ICEIS 2005, Miami FL, 24-28 mai.
- Pellerin, R. 1997. Modèle d'ordonnancement dynamique de projets de réfection, Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montreal (QC, Canada).
- Pritsker, A. A. B., O'Reilly, J.J. 1999. *Simulation with Visual SLAM and Awesim* . John Wiley and Sons, New York.
- Wagner, W. , Antonucci, Y. 2004. An Analysis of the Imagine PA Public Sector ERP Project. *Proceedings of the 37<sup>th</sup> Hawaii International Conference on System Sciences*.

## **ANNEXE V**

### **AMÉLIORATION D'UNE POLITIQUE COMBINÉE DE MAINTENANCE ET DE CONTRÔLE D'INVENTAIRE DANS UN CONTEXTE MANUFACTURIER**

Article de conférence scientifique soumis pour présentation lors du :

**7<sup>ème</sup> CONGRÈS INTERNATIONAL DE GÉNIE INDUSTRIEL,  
TROIS-RIVIÈRE (CANADA), 5-8 JUIN, 2007**

# Amélioration d'une politique combinée de maintenance et de contrôle d'inventaire dans un contexte manufacturier

**Jean-François Boulet<sup>1</sup>, Ali Gharbi<sup>1</sup>, Jean-Pierre Kenné<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Laboratoire de conception et de contrôle des systèmes de production

Département de génie de la production automatisée,

École de Technologie Supérieure, Université du Québec,

1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (QC), Canada H3C 1K3,

E-mail : [jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca](mailto:jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca),

[ali.gharbi@etsmtl.ca](mailto:ali.gharbi@etsmtl.ca)

<sup>2</sup> Département de génie mécanique,

E-mail : [jean-pierre.kenne@etsmtl.ca](mailto:jean-pierre.kenne@etsmtl.ca)

**RÉSUMÉ** On s'intéresse à la planification de la production et de la maintenance d'un système manufacturier affecté par des pannes et des réparations aléatoires. La politique de contrôle utilisé est de type seuil critique et consiste à construire et maintenir un niveau d'inventaire permettant de continuer à satisfaire la demande lors des périodes de non-productivité liées aux opérations de maintenance. La stratégie de maintenance préventive consiste à effectuer des remplacements préventifs, à des intervalles de temps prédéterminé. La politique améliorée, présentée dans cet article, permet d'éviter des remplacements hâtifs d'équipement venant d'être introduit dans le système lors d'action corrective. En effet, en sautant certains remplacements préventifs, cette politique améliorée de maintenance et de production permet d'éviter les coûts supplémentaires d'intervention de maintenance et les possibles coûts de pénurie engendrés lors d'arrêts prolongés d'équipements. L'objectif visé est de déterminer les variables qui permettant de minimiser les coûts d'inventaire, de rupture de stock et de maintenance sur un horizon infini.

**MOTS-CLÉS :** Modélisation et simulation des systèmes de production, Plans d'expérience, Méthodologie de surface de réponse, Planification de la production, Stratégie de maintenance

---

## 1. Introduction

Dans le contexte industriel d'aujourd'hui, la planification des opérations est devenue essentielle dans le bon fonctionnement des entreprises (Karen et al. 2003). En ayant un suivi sur chacun des événements d'un système manufacturier (demande, opération de production, maintenance, gestion d'inventaire), il devient possible d'améliorer la rentabilité des entreprises. Dans cet objectif de performance, la défaillance d'un équipement de production peut avoir de graves conséquences. Les stratégies de maintenance préventives (MP) représentent une partie de la solution envisageable pour atteindre ces buts. En dictant la séquence des interventions d'entretien préventif, ces stratégies cherchent à minimiser les coûts de production et à maximiser la disponibilité des équipements. Puisque la durée de vie des équipements de production est dictée par des distributions statistiques, plusieurs auteurs ont proposé des modèles permettant de limiter les perturbations, sur les cycles de production, lors d'intervention de maintenance (Duffuaa et al. 1999). Il est possible de scinder toutes ces stratégies en deux grandes familles. La première consiste à remplacer l'équipement, après un temps d'utilisation prédéterminé. Ce type de maintenance, caractérisée par l'âge ou l'utilisation de l'équipement est connue sous le nom de maintenance préventive de type âge (ARP). Plusieurs caractéristiques de ce type de maintenance ont été analysées par Barlow et Hunter (1960). Toutefois, ce type de maintenance est difficile à administrer, car il exige un suivi systématique sur l'état et le vieillissement des équipements. Pour sa part, la stratégie de maintenance préventive de type bloc (BRP), consiste à utiliser des équipements neufs à la panne ou lors des remplacements préventifs à tous les intervalles de temps prédéterminé  $T$ , indépendamment de l'âge et de l'état de l'équipement. Les fondements mathématiques de ce type de maintenance ont été développés par Barlow et Hunter (1960) ainsi que par Barlow et Proschan (1965). La majorité des auteurs du domaine s'entendent sur le fait que cette stratégie est supérieure à la stratégie de type âge par sa simplicité d'application. Cependant, ce type de maintenance implique un certain niveau de gaspillage, car il est possible de remplacer un équipement presque neuf lors d'intervention de maintenance préventive. En effet, si une panne est survenue peu de temps avant la maintenance préventive, ce remplacement prive l'équipement d'une durée de vie utilisable. Pour limiter cette perte, certains auteurs proposent d'effectuer des réparations minimales afin de remettre fonctionnel un équipement en panne pour que celui-ci puisse être remis à neuf lors du prochain remplacement préventif cédulé (Cox 1962, Crookes 1963 et Nakagawa 1981 et 1983). Pour réduire les coûts d'intervention corrective, d'autres modèles favorisent l'utilisation d'équipements usagés lors des remplacements correctifs (Bhat 1969, Tango 1978 et Murthy & al. 1982).

Dans le but d'intégrer les avantages des deux types de stratégie (ARP et BRP), Berg & al. (1976) ont proposé un modèle modifié de la stratégie de maintenance de type bloc (MBRP) qui permet de sauter certain remplacement préventif lorsqu'une intervention corrective venait d'être effectuer. Ceci permet d'éviter les pénalités liées au remplacement hâtif d'équipement. Suite à un remplacement correctif, cette stratégie

exige un suivi de l'état et du vieillissement des équipements. Ce modèle est donc un compromis entre le suivi systématique de tous les équipements lié à la stratégie ARP et la perte de vie utile lors de certain remplacement préventif de la stratégie BRP. Ceci fait en sorte que les équipements remis à neuf lors d'activité de maintenance corrective (MC) n'ont pas à être remplacer systématiquement lors des remplacements préventifs. Toutefois, leur technique de résolution ne permettait l'utilisation que de distribution exponentielle et gamma d'ordre deux pour la durée de vie des équipements. Par la suite, Archibald & al. (1996) ont étendu le modèle MBRP proposé par Berg & al. (1976) afin de permettre l'utilisation de différentes distributions statistiques. De plus, ils ont démontré que le coût optimal de la stratégie MBRP pouvait se comparer au coût optimal de la stratégie ARP sans toutefois avoir l'inconvénient de suivre l'état de tous les équipements de production.

Toutefois, pour des raisons de modélisations mathématiques, tous ces modèles de maintenance sont régis par l'hypothèse que le temps d'exécution des activités de maintenance est négligeable comparativement à la durée de fonctionnement des équipements de production. Cette hypothèse simplificatrice restreint l'utilisation des modèles à des contextes manufacturiers où la production n'interagit pas avec les activités de maintenance. Malgré tous les bénéfices obtenus en analysant individuellement les stratégies de maintenance préventive, il devient intéressant de les combiner à des politiques de contrôle. En effet, la considération simultanée de politique de contrôle et de stratégie de maintenance renforce le modèle et l'approche d'un réel plancher de production. De plus, en combinant des notions de pièces produites (inventaires et pénuries) à des stratégies de maintenance, la panne d'un équipement de production devient doublement pénalisée par les coûts supplémentaires d'une intervention de maintenance et par les possibles coûts de pénurie engendrés lors d'arrêts prolongés des équipements. Depuis les travaux pionniers de Rishel (1975) sur les politiques de contrôle, Akella & al. (1986) ont montré l'optimalité de la politique de contrôle à seuil critique (Hedging Point Policy) dans le cas d'une machine produisant un type de produit. Cette politique de contrôle consiste à construire et maintenir de manière constante un stock de produits finis dans le but de continuer à satisfaire la demande durant les états non opérationnels de la machine liée aux activités de maintenance corrective. Plusieurs extensions du modèle d'Akella & al. (1986) ont été développé afin d'intégrer différentes notions à la politique de type seuil critique (Boukas et al. 1990, Hu et al. 1994 et 1995, Kenne & al. 2003, Boulet et al. 2005).

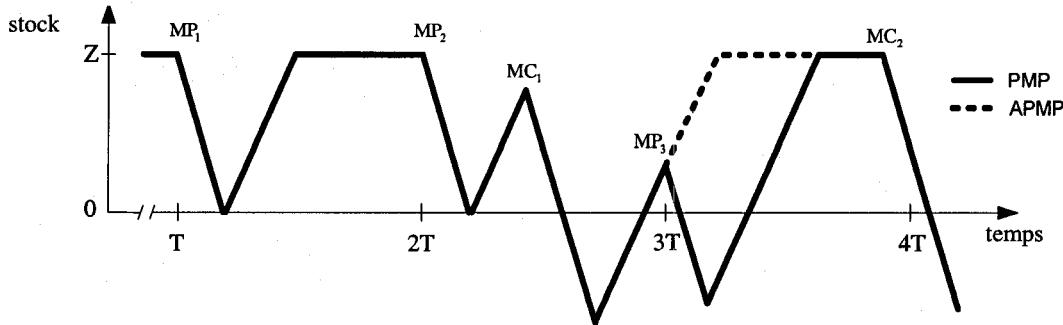
Dans le but d'intégrer les stratégies de maintenance préventive au politique de contrôle d'inventaire, plusieurs auteurs (Ki-Ling et al. 1997, Salameh et al. 2001, Rezg et al. 2004 et Gharbi et al. 2006) ont proposé des modèles incorporant les temps improductifs liés aux actions de maintenance. Les modèles proposés combinaient des stratégies de maintenance préventive de type âge (Salameh et al. 2001, Rezg et al. 2004) et de type bloc (Ki-Ling et al. 1997) aux notions d'inventaire liés à la construction et au maintient d'un inventaire de sécurité afin de continuer de répondre à la demande lors de actions des maintenances (MC et MP). Toutefois, pour des raisons de modélisation, leurs modèles étaient soumis à l'hypothèse que le temps de construction du stock de sécurité

était relativement court comparativement au temps de bon fonctionnement de l'équipement (MTBF). Cette hypothèse excluait donc la possibilité de panne lors de la construction du stock de sécurité. Afin d'enlever cette hypothèse simplificatrice, Gharbi et al. (2006) ont proposé une politique de maintenance et de production plus réaliste intégrant une stratégie de maintenance préventive de type ARP et une politique de contrôle de type seuil critique dans un système ayant une possibilité de panne indépendante de l'état de production de la machine (possibilité de panne lors de la construction du stock de sécurité).

Dans cet article, nous allons améliorer la politique développée par Gharbi et al. (2006) en modifiant la stratégie de maintenance préventive utilisée. En utilisant une stratégie de type MBRP, nous montrerons les avantages liés à la combinaison de cette stratégie de maintenance à une politique de contrôle d'inventaire de type seuil critique. Pour ce faire, une politique de maintenance et de production (PMP), utilisant les caractéristiques d'une politique de contrôle de type seuil critique et de maintenance de type BRP sera utilisée comme référence lors de la comparaison. Cette amélioration de la politique de maintenance et de production (AMPM) permettra de réduire l'effet doublement pénalisant des remplacements hâtifs d'équipement lors de maintenance préventive. En effet, en sautant certain remplacement préventif, ceci permettra d'éviter les coûts supplémentaires d'une intervention de maintenance et les possibles coûts de pénurie engendrés lors d'arrêts prolongés d'équipements. Le reste de l'article est organisé comme suit. La politique proposée et l'approche de résolution sont expliquées dans la section 2. Les résultats obtenus ainsi que leur analyse sont présentés à la section 3. Finalement, la section 4 conclut l'article en présentant un rappel des méthodes utilisées.

## **2. Présentation du modèle**

La politique présentée, dans cet article, est inspirée de la politique proposée par Gharbi et al. (2006). La stratégie de maintenance consiste à remplacer les équipements à la panne ou préventivement à des intervalles cédulé ( $T$ ) si une intervention corrective ne vient pas d'être effectuée. La politique de contrôle consiste à construire et maintenir un stock de produits finis ( $Z$ ) dans le but de continuer à satisfaire la demande durant les activités de maintenance. Afin d'éviter le suivi des équipements remplacés prématurément lors d'invention corrective associé à la stratégie MBRP, le modèle proposé tient plutôt compte des inventaires afin de valider l'exécution, ou non, des interventions de maintenance préventive. Comme illustré à la figure 1, cette façon permet de limiter les pénalités liées aux pénuries en sautant certains remplacements préventifs ( $MP_3$ ) lorsque le niveau d'inventaire de pièce produite n'est pas à son niveau maximal ( $Z$ ). En agissant ainsi, il est donc possible de limiter les coûts supplémentaires d'une intervention de maintenance et les possibles coûts de pénurie engendrés lors d'arrêts des équipements.



**Figure 1.** Dynamique du système

L'objectif visé est donc de déterminer le couple de paramètres  $(T^*, Z^*)$  qui permet de minimiser les coûts d'inventaire, de rupture de stock et de maintenance sur un horizon infini.

## 2.1 Approche de résolution

La dynamique de la machine peut être décrite par un processus stochastique modélisé par une chaîne de Markov irréductible à temps continu  $\{\alpha(t), t \geq 0\}$  à valeurs dans  $B = \{1, 2, 3\}$  :

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1 & \text{si la machine est opérationnelle} \\ 2 & \text{si la machine est en panne (MC)} \\ 3 & \text{si la machine est en maintenance préventive} \end{cases}$$

La dynamique du stock  $x(t)$  au temps  $t$  varie en fonction du taux de production de la machine au temps  $t$ , soit  $u(t) \in \mathbb{R}$ , et est donnée par :

$$\frac{d}{dt}(x(t)) = u(t) - d, \quad x(0) = x \quad (1)$$

avec  $d$  et  $x$  désignant respectivement le taux de demande des produits finis et le niveau de stock initial. L'objectif du problème de commande optimale stochastique considéré est de minimiser le coût total sur un horizon infini donné par l'expression suivante :

$$J(x, \alpha, u, u_r) = E \left\{ \int_0^\infty e^{-\rho t} [c^+ x^+(t) + c^- x^-(t) + c_1 U_r^-(t) + c_2 U_r^+(t)] dt \mid x(0) = x, \alpha(0) = \alpha \right\} \quad (2)$$

où  $\rho$  est le taux d'actualisation,  $c^+$  le coût de mise en inventaire d'une pièce,  $c^-$  le coût de pénurie d'une pièce,  $c_1$  le coût de réparation à la panne (MC) et  $c_2$  le coût de réparation préventive (MP). Notons que  $x^+(t) = \max(0, x(t))$ ,  $x^-(t) = \max(-x(t), 0)$  et que

$$U_r^-(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } u_r(\cdot) = u_r^{MC} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}, \quad U_r^+(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } u_r(\cdot) = u_r^{MP} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

La fonction valeur associée au problème d'optimisation posé est alors:

$$v(x, \alpha) = \inf_{(u, u_r) \in \Gamma(\alpha)} J(x, \alpha, u, u_r) \quad (3)$$

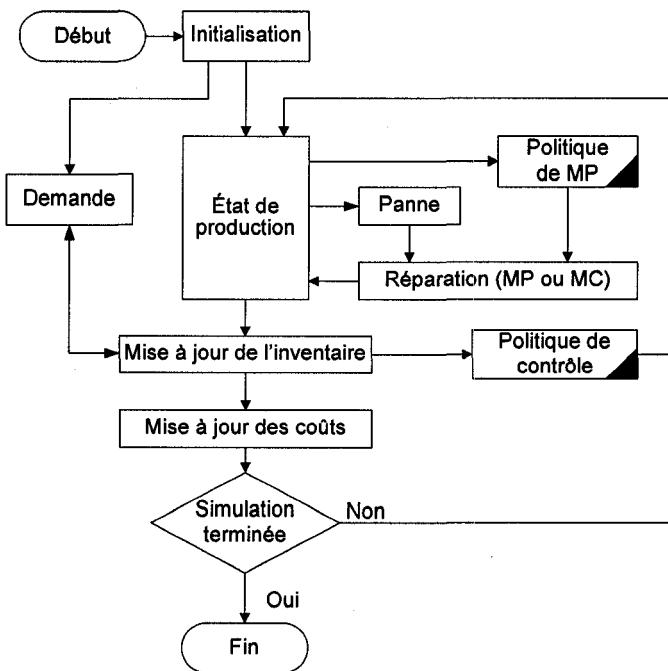
où l'ensemble des commandes admissibles est  $\Gamma(\cdot) = \{(u, u_r) \mid 0 \leq u(\cdot) \leq U_{max}, u_r^{MC} \leq u_r(\cdot) \leq u_r^{MP}\}$  avec  $U_{max}$  désignant le taux de production maximal de la machine. Cette fonction peut être obtenue en solutionnant un ensemble de solution de type Hamilton-Jacobi-Bellman (HJB). L'adaptation de la résolution numérique des équations d'HJB présenté dans Kenne et al. (2003) donne la politique de production décrite par l'équation (4).

$$u(x) = \begin{cases} U_{max} & si \ x < Z \\ d & si \ x = Z \\ 0 & ailleurs \end{cases} \quad (4)$$

La résolution des équations d'HJB et la détermination des seuils optimaux deviennent malheureusement fort complexes dans un contexte réel où les transitions d'états du système ne sont pas décrites par un processus Markovien homogène. La principale difficulté des approches classiques est d'ailleurs le manque de méthode efficace pour résoudre les équations d'optimum décrites par les équations de type HJB. Pour cette raison, nous avons privilégié une approche expérimentale basée sur la combinaison de réseaux de simulation et de plans d'expérience.

## 2.2 Modèle de simulation

Dans cet article, nous avons utilisé une approche de résolution expérimentale basée sur la méthodologie développée par Gharbi et al. (2000). Cette approche est une combinaison de méthodes statistiques (plan d'expérience, méthodologie de surface de réponse et analyse de la variance(ANAVAR)) utilisée pour analyser les données recueillies avec les modèles de simulation. Afin de représenter la dynamique des systèmes, deux modèles de simulation continue ont été développés avec le langage de programmation Visual SLAM (Pritsker & al., 1999). Le politique de contrôle des deux modèles est de type seuil critique (Hedging Point Policy) tandis que la stratégie de maintenance varie pour chacun. Le premier modèle représente une stratégie de maintenance classique de type bloc (PMP) tandis que le deuxième modèle intègre le saut de maintenance (APMP) lorsque que le niveau d'inventaire n'a pas atteint son niveau maximal.



**Figure 2.** Diagramme de simulation

La figure 2 représente la logique de simulation utilisée dans chacun des deux modèles. Les données recueillies à l'aide des deux modèles de simulation ont été, par la suite, traitées à l'aide d'applications statistiques afin de déterminer les variables de décision optimales. Pour valider le comportement de notre modèle, nous avons finalement effectué une analyse de sensibilité sur les coûts d'inventaire et de maintenance afin démontrer que l'amélioration proposée reste valide dans différents contextes.

### 3. Expérimentations et Analyse des résultats

Pour illustrer le concept regroupant la politique de contrôle à seuil critique et la stratégie de maintenance MBRP, développé dans cet article, nous avons traité le cas d'un système de production constitué d'une machine dédiée à la production d'un seul type de pièce. Les prochaines sections présentent les résultats de nos expérimentations et compare les résultats des deux politiques (PMP et APMP) afin de démontrer l'avantage d'effectuer des sauts de maintenance préventive lorsqu'une intervention correction vient d'être effectuée.

#### 3.1 Plan d'expérience et méthodologie de surface de réponse

Pour bien visualiser les bénéfices d'un saut de maintenance préventive, nous avons testé le modèle de simulation aux limites faisabilité. Pour ce faire, nous avons vérifié que les modèles de contrôle étaient aptes à répondre à la demande tout en permettant des situations de pénuries engendrés par les périodes de non productivité des interventions de maintenance. Les paramètres de simulation sont présentés dans le tableau 1.

**Tableau 1.** Paramètres de simulation

<b>U<sub>max</sub></b>	<b>d</b>	<b>c<sub>1</sub></b>	<b>c<sub>2</sub></b>	<b>c<sup>+</sup></b>	<b>c-</b>	<b>MTBF</b>	<b>MTTR</b>	<b>MTTM</b>
2.5	2	400	200	30	50	~Lognormal(200,100)	~Lognormal(20,2)	~Lognormal(10,1)

Où  $U_{max}$  = taux de production maximal,  $d$  = demande du système,  $c_1$  = Coût de maintenance corrective,  $c_2$  = Coût de maintenance préventive,  $c^+$  = Coût de stockage par unité de temps,  $c^-$  = Coût de pénurie par unité de temps, MTBF = Moyenne de Temps de Bon Fonctionnement, MTTR = Moyenne des Temps Total de Réparation (MC), MTTM = Moyenne des Temps Total de Maintenance (MP)

Afin de récupérer un maximum d'information de notre modèle de simulation, nous avons choisi un plan de surface de réponse 3<sup>2</sup> (2 facteurs ayant chacun 3 modalités). Cette approche expérimentale est utilisée pour étudier et comprendre les effets de la période de remplacement préventive (T) et du niveau d'inventaire (Z) sur le coût des deux politiques. Pour déterminer l'étendue des variables indépendantes (voir tableau 2), nous avons eu recours à des tests de simulation afin de bien centrer notre domaine de réponse conformément aux paramètres et distributions utilisées dans la simulation.

**Tableau 2.** Niveau des variables indépendantes

Facteurs	Limite inférieure	Point milieu	Limite supérieure	Description
T	75	100	125	Variable associée à la stratégie de maintenance
Z	10	15	20	Variable associée à la politique de production

Les données de simulation recueillies ont été optimisées avec la méthodologie de surface de réponse. Cette méthodologie est un regroupement de techniques mathématiques et statistiques qui permet d'optimiser une variable de réponse dépendant de plusieurs variables de décision (Montgomery 2000). Dans notre cas, notre modèle comporte deux variables de décision (T et Z) qui influence le coût de la politique de contrôle. Pour notre variable de réponse, nous assumons qu'il existe une fonction continue  $\Phi(\cdot)$ , appelée surface de réponse permettant d'associer à chaque couple de facteurs à une variable de réponse. La propriété de convexité de la variable de réponse favorise l'utilisation d'un modèle quadratique comparativement à un modèle de premier ordre lors de l'approximation de la fonction coût. Cette approximation est utilisable, puisqu'il a été démontrer (Gershwin 1994) que pour des politiques de contrôle traitant d'inventaire, ce type de modèle est optimal. L'allure générale de la fonction coût prend donc la forme suivante :

$$\text{Fonction coût} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i Z_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} Z_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=2, i < j}^k \beta_{ij} Z_i Z_j + \varepsilon \quad (6)$$

Où  $k = n$ ,  $Z_j = z_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  sont les variables de décision,  $\beta_0, \beta_1$  ( $i = 1, \dots, n$ ),  $\beta_{ij}$  ( $i, j = 1, \dots, n$ ) sont les coefficients de régression avec  $n = 2$  et  $\varepsilon$  est l'erreur du modèle. Afin de déterminer les coefficients de régression des fonctions coût de chaque modèle (PMP et

APMP), nous avons eu recours à l'application STATGRAPHICS. Les fonctions de coût de chaque politique de contrôle sont représentées par les équations suivantes :

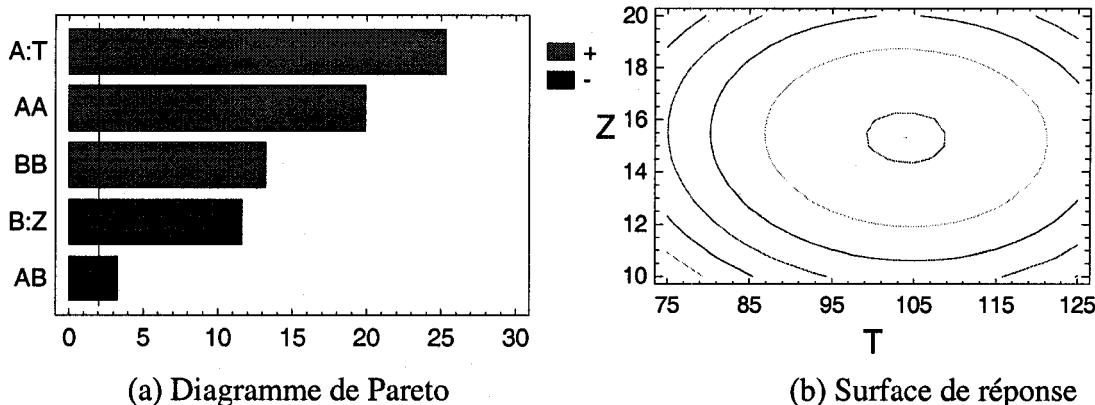
$$\text{Coût (PMP)} = 9,206 - 0,0784 \cdot T - 0,2184 \cdot Z + 0,0005 \cdot T^2 - 0,0003 \cdot T \cdot Z + 0,0075 \cdot Z^2 \quad (7)$$

$$\text{Coût (APMP)} = 8,8029 - 0,0631 \cdot T - 0,2436 \cdot Z + 0,0003 \cdot T^2 + 0,0001 \cdot T \cdot Z + 0,0075 \cdot Z^2 \quad (8)$$

De plus, les interactions de troisièmes ordres ainsi que tous leurs effets sont négligées et ajoutées à l'erreur du modèle. Les bases mathématiques de cette méthode de résolution sont expliquées en détails dans Khuri et al. (1987).

### 3.2 Analyse des résultats

Pour analyser les données recueillies, nous avons eu recours à l'application STATGRAPHICS. Ce logiciel a été utilisé pour générer les plans d'expérience et pour produire les analyses de la variance, le calcul des coefficients de régression, la surface de réponse, l'analyse des résidus et pour l'obtention des valeurs de paramètres optimaux. La figure 3 présente les effets de chacune des variables de décision sur la variable de réponse sous formes de diagrammes de Pareto (figure 3 (a)) ainsi que les surfaces de contours des paramètres optimaux (figure 3 (b)).



**Figure 3.** Graphique de la politique AMPM

À partir de la figure 3 (a), on remarque que tous les facteurs sont significatifs à un seuil de 5%; ceci nous indique que les facteurs principaux (T et Z), leurs effets quadratiques ainsi que leur interaction sont significatifs.

**Tableau 3.** Paramètres optimaux des deux politiques (Cas 1)

	T	Z	Coût	R <sup>2</sup> adj
<b>Politique PMP</b>	94,86	16,17	3,79	96,73 %
<b>Politique APMP</b>	111,11	15,27	3,51	97,62 %

L'application STATGRAPHICS a également permis d'identifier les paramètres optimaux de chacune des deux politiques tout en montrant, à l'aide de l'analyse de la variance, que la variabilité des modèles est expliquée à 96,73 % et 97,62 % (voir tableau 3).

### 3.3 Analyse de sensibilité

Une série de combinaisons a été considérée pour analyser le comportement du système. Dans cet article, nous avons comparé différentes combinaisons de coûts afin de déterminer si l'amélioration que nous avons proposée était valide dans différents contextes. De plus, nous avons vérifié si le comportement du modèle était réaliste en comparant différentes combinaisons de coûts (inventaire, pénurie et maintenance) au modèle de base (Tableau 4, cas 1).

**Tableau 4.** Analyse de sensibilité

Cas	$c_1$	$c_2$	$c^+$	$c^-$	T		Z		Coût		% Amélioration
					PMP	APMP	PMP	APMP	PMP	APMP	
1	400	200	0,1	0,5	94,86	111,11	16,17	15,27	3,79	3,52	7,84
2	250	200	0,1	0,5	98,95	119,52	16,23	15,21	3,69	3,34	10,42%
3	550	200	0,1	0,5	91,16	104,03	16,12	15,32	3,87	3,65	6,06%
4	400	125	0,1	0,5	80,88	91,37	15,90	15,39	2,96	2,85	4,11%
5	400	275	0,1	0,5	104,17	122,83	16,36	15,19	4,51	4,06	11,03%
6	400	200	0,05	0,5	97,18	112,00	18,98	18,07	3,22	2,95	9,25%
7	400	200	0,15	0,5	92,15	110,19	13,64	12,74	4,25	3,97	6,95%
8	400	200	0,1	0,25	104,63	121,52	11,55	10,25	3,42	3,14	8,98%
9	400	200	0,1	0,75	89,09	103,87	17,83	17,12	3,98	3,72	7,22%

Par les tests statistiques que nous avons présentés, il apparaît clairement que l'amélioration proposée dans cet article permet de réduire les coûts du système étudié. En effet, les résultats obtenus montrent que l'amélioration présentée (APMP) dans cet article permet de réduire les coûts totaux de la politique de contrôle entre [4 %; 11 %], dépendamment des paramètres que nous avons appliqués au système.

### 3.4 Comparaison des politiques

Pour confirmer la réduction des coûts encourus dans le système enregistrée lors de l'analyse de sensibilité, nous avons utilisé le test de « Student » pour calculer l'intervalle de confiance de la différence des coûts entre les deux politiques. Nous avons ainsi calculé le coût encouru pour les neuf combinaisons de paramètres du tableau 4 (coût stockage, pénurie et réparation) et pour chaque couple  $(T^*, Z^*)$  associé. Dans le cas où les bornes inférieures de cet intervalle de confiance sont positives, le coût de la politique APMP est inférieur au coût de la politique PMP. L'intervalle de confiance prend ainsi la forme suivante :

$$\overline{C}^*_{PMP} - \overline{C}^*_{APMP} - t_{\alpha/2,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq C^*_{PMP} - C^*_{APMP} \leq \overline{C}^*_{PMP} - \overline{C}^*_{APMP} + t_{\alpha/2,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (9)$$

où

- $\bar{C}^*_{PMP}$  : moyenne de la fonction coût de la politique PMP;
- $\bar{C}^*_{APMP}$  : moyenne de la fonction coût de la politique APMP;
- $t_{\alpha/2,n-1}$  : coefficient de la distribution de Student;
- s : écart-type de l'échantillon;
- n : nombre d'échantillon (fixé à 10); et
- $\alpha$  : probabilité complémentaire au niveau de confiance ( $1 - \alpha$ ) (fixé à 95%).

**Tableau 5.** Intervalle de confiance pour  $C^*_{PMP} - C^*_{APMP}$

Cas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Limite inférieure</b>	0,256	0,337	0,185	0,105	0,463	0,245	0,214	0,247	0,214
<b>Limite supérieure</b>	0,272	0,358	0,207	0,124	0,487	0,274	0,243	0,274	0,254

Le tableau 5 montre que le coût optimal de la politique APMP, proposé dans cet article, est inférieur au coût optimal de la politique utilisant la stratégie classique BRP car les limites inférieures de l'intervalle de confiance sont toujours supérieures à zéro. À partir de ce test, on peut conclure que la différence  $C^*_{PMP} - C^*_{APMP} > 0$  à un niveau de confiance de 95%. La politique proposée APMP est donc meilleure que la politique PMP.

#### 4. Conclusion

Dans cet article, nous avons démontré les avantages d'une politique améliorée de maintenance et de production. En effet, en associant une politique de contrôle de type seuil critique à la stratégie de maintenance MBRP, nous avons diminué les effets négatifs engendré par les interventions de maintenance. Dans un tel contexte, les activités de maintenance ne devenaient plus doublement pénalisées par les coûts supplémentaires des interventions préventives et les coûts de pénurie engendrés lors d'arrêts d'équipements. De plus, afin d'éviter le suivi systématique des équipements remplacés prématurément lors d'invention corrective associé à la stratégie MBRP, la politique proposée tient plutôt compte des inventaires afin de valider l'exécution, ou non, des interventions de maintenance préventive. Afin de contourner la complexité des conditions d'optimum de type HJB, nous avons privilégié une approche expérimentale basée sur la simulation, les plans d'expériences et la méthodologie de réponse de surface. Cette approche a permis d'obtenir le couple de seuils critiques ( $T^*, Z^*$ ) qui minimise la fonction coût associée à la politique de production et de maintenance. Les résultats obtenus démontrent que la politique proposée est meilleure que la politique PMP. En plus d'obtenir des économies significatives de l'ordre de 10%, la politique proposée utilise une structure d'utilisation simple.

## 5. Références

- Akella, R., & Kumar, P. R. (1986), Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-31(2), 116–126.
- Archibald, T. W., Dekker, R., (1996), Modified block-replacement for multiple-component systems. IEEE Transactions on Reliability, v 45, n 1, Mar, p 75-83
- Barlow, R. E., Hunter. (1960), Optimal preventive maintenance policies. Operations Research, 8, 90-100.
- Barlow R.E., Proschan F. (1965), Mathematical theory of reliability, Wiley, New York.
- Berg, M., Epstein B., (1976), A modified block replacement policy. Naval Research Logistics Quarterly, 23, 15-24
- Bhat, B. R. (1969), Used Item Replacement Policy, Journal of Applied Probability 6, 309-318
- Boukas E. K., Haurie A. (1990), Manufacturing Flow Control and Preventive Maintenance : A Stochastic Control Approach, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. 33, No. 9, 1024-1031.
- Boulet, J.F., Gharbi, A., Kenne J.P., (2005), Production and correctives maintenance rate policy improvement in an unreliable failure-prone manufacturing system, Actes de la 35<sup>ème</sup> Conférence International du CIE (Computers and Industrial Engineering), Istanbul (Turquie), 19-22 Juin
- Cox, D. R. (1962), Renewal Theory, John Wiley & Sons inc., New York
- Cookes, P. C. I. (1963), Replacement Strategies, Operations Research Quarterly, 14, 167-184
- Duffuaa, S.O., Raouf, A., Campbell, J.D. (1999), Planning and Control of Maintenance Systems. John Wiley and Sons, New York.
- Gharbi, A., Kenne, J.P. (2000), Production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system : An experimental design approach. International journal of production economics., 65 275-287
- Gharbi, A., Kenne, J.P., Beit, M., (2006), Optimal safety stocks and preventive maintenance periods in unreliable manufacturing systems. International Journal of Production Economics (to appear)
- Hu, J.Q., Xiang, D., (1994), Monotonicity of optimal flow control for failure-prone production systems. Journal of Optimization Theory and Application, 31(1), 75-71
- Hu, J. Q., Vakili, P., Yu, G. X., (1995), Optimality of hedging point policies in the production control of failure-prone manufacturing systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 39(9), 1875-1879.
- Karen K. Y., Liu H. and Yin G. G., (2003), Stochastic Models and Numerical Solutions for Production Planning with Applications to the paper Industry, Computers and Chemical Engineering, 27, 1693-1706.
- Kenne, J. P., Boukas, E. K., Gharbi, A. (2003), Control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system. Mathematical and Computer Modelling Journal, 38, 351–365.
- Khuri, A. I., Cornell, J. A., (1987), Response Surfaces: Design and Analysis, Marcel Dekker
- Ki-Ling, C., Warren, H.H., (1997), Joint determination of preventive maintenance and safety stocks in an unreliable production environment. Naval Research Logistics 44 (3), 257–272.
- Murthy, D.N.P., Nguyen D.G., (1982), A note on extended block replacement policy with used items., J. Applied Propability, vol 19, Dec, pp 885-889
- Montgomery, D.C., (2000), Design and Analysis of Experiments, fifth edition., John Wiley and Sons, New York.

- Nakagawa T., (1981), Modified periodic replacement with minimal repair at failure, IEEE Trans. Reliability, vol R-30, Jun, pp 165-168.
- Nakagawa T., (1983), Combined replacement models", RAZRO Operations Research, vol 17, May, pp 193-203.
- Pritsker, A. A. B. et O'Reilly, J.J. (1999), Simulation with Visual SLAM and Awesim, John Wiley et Sons, inc, NY
- Rezg, N., Xie, X., Mati, Y., (2004), Joint optimisation of preventive maintenance and inventory control in a production line using simulation. International Journal of Production Research 42 (10), 2029–2046.
- Salameh, M.K., Ghattas, R.E., (2001), Optimal just-in-time buffer inventory for regular preventive maintenance. International Journal of Production Economics 74 (1-3), 157–161.
- Tango, T. (1978), Extended block replacement policy with used items. Journal of Applied Probability, 15(3), 560-572

## **ANNEXE VI**

### **OPTIMISATION CONJOINTE D'UNE STRATÉGIE DE MAINTENANCE DE TYPE BLOC ET D'UNE POLITIQUE D'APPROVISIONNEMENT EN PIÈCE DE REMPLACEMENT DE TYPE (R, S)**

Article prêt pour soumission dans le journal scientifique :

**IEEE Transactions on Reliability**

# Optimisation conjointe d'une stratégie de maintenance de type bloc et d'une politique d'approvisionnement en pièce de rechange de type (R, S)

**Jean-François Boulet<sup>1</sup>, Ali Gharbi<sup>2</sup>, Jean-Pierre Kenné<sup>3</sup>**

<sup>1</sup> Laboratoire de conception et de contrôle des systèmes de production  
 École de Technologie Supérieure, Université du Québec,  
 1100, rue Notre-Dame Ouest, Montréal (QC), Canada H3C 1K3,  
 E-mail : [jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca](mailto:jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca)

<sup>2</sup> Département de génie de la production automatisée, École de Technologie Supérieure,  
 E-mail : [ali.gharbi@etsmtl.ca](mailto:ali.gharbi@etsmtl.ca)

<sup>3</sup> Département de génie mécanique, École de Technologie Supérieure,  
 E-mail : [jean-pierre.kenne@etsmtl.ca](mailto:jean-pierre.kenne@etsmtl.ca)

---

**RÉSUMÉ :** Cet article s'intéresse à l'approvisionnement en pièces de rechange, utilisées lors des interventions de maintenance corrective et préventive, d'un système de machines identiques sujettes à des pannes aléatoires. L'objectif visé est de minimiser les coûts de stockage, de pénurie et de maintenance du système sur un horizon de temps infini. Traditionnellement, les politiques de maintenance préventive et d'approvisionnement en pièces de rechange étaient traitées de façons distinctes. Toutefois, certains auteurs ont élaboré des modèles analytiques permettant de traiter conjointement ces deux politiques. Cependant, ces derniers modèles nécessitent un certain nombre d'hypothèses restrictives pour permettre leur résolution. Leur intégration à des applications industrielles est en conséquence difficile due aux conditions particulières de modélisation à laquelle ils doivent répondre. Nous proposons ici une stratégie combinée de maintenance préventive et d'approvisionnement de pièces de rechange plus réaliste qui tient compte d'imprévus liés aux délais d'approvisionnement aléatoires. Cette stratégie combinée permettra de déterminer l'intervalle optimal de remplacement préventif des équipements ainsi que le nombre de pièces de rechange à maintenir en inventaire afin de minimiser le coût du système.

---

**MOTS-CLÉS :** Maintenance, Approvisionnement, Pièces de rechange, Modélisation, Simulation, Plan d'expérience, Méthodologie de surface de réponse

---

## 1. Introduction

Dans un contexte industriel, la défaillance d'un équipement de production peut avoir de graves conséquences sur la compétitivité de l'entreprise. Pour remédier à de telles situations, il est essentiel d'avoir un programme permettant d'accroître la fiabilité et la disponibilité des équipements de production. Les stratégies de maintenance préventives sont une des solutions envisageables pour atteindre ces buts. En dictant la séquence des interventions d'entretien préventif, ces stratégies cherchent à minimiser les coûts de production et à maximiser la disponibilité des équipements. Puisque la durée de vie des équipements de production est dictée par des distributions statistiques, plusieurs auteurs ont proposé des modèles permettant de limiter les perturbations, sur les cycles de production, lors d'intervention de maintenance. En effet, la littérature scientifique comprend plusieurs stratégies de maintenances préventives systématiques adaptées à différents contextes industriels (Duffuaa et al. 1999). Toutefois, il est possible de scinder toutes ces politiques en deux grandes familles. La première consiste à remplacer l'équipement, après un temps d'utilisation prédéterminé ( $T$ ). Ce type de maintenance, caractérisée par l'âge ou l'utilisation de l'équipement est connue sous le nom de maintenance préventive de type âge. Plusieurs caractéristiques de ce type de maintenance ont été analysées par Barlow et Hunter (1960). Toutefois, ce type de maintenance est difficile à administrer, car il est impératif d'avoir un suivi systématique sur l'état et le vieillissement de l'équipement pour bien la gérer. Pour sa part, la maintenance préventive de type bloc, deuxième famille de maintenance systématique, consiste à utiliser des équipements neufs lors des remplacements préventifs à tous les intervalles de temps prédéterminé  $T$ , indépendamment de l'âge et de l'état de l'équipement. Les fondements mathématiques de ce type de maintenance ont été développés par Barlow et Hunter (1960) ainsi que par Barlow et Proschan (1965). La majorité des auteurs du domaine s'entendent sur le fait que cette politique est supérieure à la politique de type âge par sa simplicité d'application.

Cependant, ce type de maintenance implique un certain niveau de gaspillage, car il est possible de remplacer un équipement presque neuf lors d'intervention de maintenance. En effet, si une panne est survenue peu de temps avant la période de remplacement préventif, ce remplacement prive l'équipement d'un temps de vie utilisable. Pour limiter cette perte, plusieurs extensions de la politique de type bloc ont été développées. Premièrement, Cox (1962) et Crookes (1963) ont montré qu'il était avantageux d'effectuer des réparations minimales afin de remettre fonctionnel un équipement en panne afin que celui-ci puisse être remis à neuf lors du prochain remplacement préventif. Par la suite, Bhat (1969) a démontré qu'il était profitable d'utiliser des composantes usagées lors des remplacements correctifs. Comme suite à ces dernières avancées, plusieurs stratégies mixtes ont été proposées. Tango (1978) montra l'avantage d'intégrer un point de décision qui régissait l'emploi de pièces usagées ou neuves lors d'une maintenance corrective. Tandis que Nakagawa (1979) présentait une stratégie permettant de modéliser une dégradation de l'état original lors des interventions de maintenance.

Outre ces politiques, la communauté scientifique a considérablement amélioré les stratégies de maintenance. En effet, pour se rapprocher des contextes industriels, les modèles de maintenance prennent maintenant en considération la disponibilité des pièces de rechange. En effet, beaucoup des modèles de maintenance qu'on retrouve dans la littérature considère que les pièces de remplacement, qu'elles soient neuves ou usagées, sont toujours disponible. Pour ce faire, des politiques d'approvisionnement ont été ajoutées au modèle de maintenance préventive.

Parmi les auteurs ayant traité cette problématique, Acharya et al. (1986) ont proposé un modèle analytique permettant d'intégrer la gestion du stock des pièces de rechange à une politique de maintenance préventive de type bloc. Le modèle qu'ils ont proposé est toutefois lacunaire puisqu'il ne tient compte d'aucun délai de livraison dans la réception des commandes de pièces de rechange. Il suppose donc que toutes les pièces arrivent instantanément dès qu'ils sont commandés. Cette hypothèse rend leur modèle difficilement applicable dans un contexte industriel. De plus, la technique de résolution qu'ils ont proposée s'appuie sur la théorie de renouvellement pour recenser le nombre de

pannes entre les interventions de maintenance préventive. La forme explicite de la fonction de renouvellement n'étant connue que pour des distributions exponentielles et gamma d'ordre deux, la résolution analytique, de leur modèle, était donc limitée à ces distributions. Toutefois, leurs travaux ont montré l'existence d'un lien direct entre les coûts d'inventaires et le coût total de la politique de maintenance.

Par la suite, Chelbi et Aït-Kadi (2001) ont utilisé une méthode d'approximation basée sur les transformés inverses de Laplace permettant d'évaluer la fonction de renouvellement pour d'autres distributions statistiques. Cette stratégie a permis d'étendre le modèle d'Acharya et al. (1986) à des distributions couramment utilisées dans le domaine de la maintenance et de l'approvisionnement sans toutefois enlever l'hypothèse d'un délai d'approvisionnement négligeable.

Une autre extension du modèle d'Acharya et al. (1986) a permis d'intégrer un délai lors de l'approvisionnement en pièce de rechange. En effet, Brezavšček et Hudoklin (2003) ont proposé un modèle mathématique, également basé sur l'approximation de la fonction de renouvellement par les transformés inverses de Laplace, qui tenait compte d'un délai de livraison fixe ( $\tau$ ) dans l'approvisionnement. Leurs résultats ont démontré qu'il est optimal de synchroniser le réapprovisionnement des pièces de remplacement avec les activités de maintenance. Cet ajout a permis d'obtenir un modèle plus près du contexte industriel d'aujourd'hui. Toutefois, pour permettre la synchronisation parfaite de la réception des commandes et des interventions de maintenance, toutes les commandes de pièces de remplacement doivent absolument arriver sans fluctuation aléatoire. À moins d'avoir des ententes très serrées avec les fournisseurs, une telle hypothèse reste questionnable.

Cet article cherche à résoudre cette problématique en intégrant une variabilité au délai de livraison des pièces de rechange. Le modèle proposé dans cet article permet de déterminer la stratégie optimale qui permet de minimiser les coûts encourus dans le système lorsque les délais d'approvisionnement en pièces de rechange sont sujets à des

fluctuations aléatoires. De plus, ce modèle permet d'analyser l'effet de la variation sur les paramètres du système.

L'article est organisé comme suit. La section 2 présente les notations et hypothèses de modélisation. La problématique liée aux politiques conjointes existantes est expliquée dans la section 3. Le modèle proposé regroupant l'approvisionnement en équipements de remplacement et la stratégie de maintenance est présenté en détail dans la section 4. L'approche de résolution retenue est par la suite présentée à la section 5. La section suivante présente les résultats obtenus et l'analyse de sensibilité du modèle. Finalement, la section 7 conclut l'article en présentant un bref rappel des méthodes utilisées.

## 2. Notation et hypothèses

### 2.1 Notation

$\beta$ :	variable continue $[0, 1]$ permettant de déplacer le point de commande sur l'intervalle $[kT, (k+1)T]$ où $k = 0, 1, 2, \dots$ ;
$\tau$ :	délai d'approvisionnement;
$C_i$ :	coût d'inventaire ;
$C_h$ :	coût de maintien d'inventaire;
$C_t$ :	coût total de la politique conjointe;
$C_o$ :	coût de passation de commande;
$C_r$ :	coût de remplacement (maintenance corrective et préventive);
$C_{sh}$ :	coût de rupture d'inventaire;
$g(x_m)$	fonction de densité de pannes;
$m$ :	nombre de machines dans le système ;
$R$ :	point de réapprovisionnement en pièce de remplacement;
$S$ :	niveau d'inventaire maximal;
$S'$ :	niveau d'inventaire après un remplacement préventif
$T$ :	temps prédéterminé de remplacement préventif;

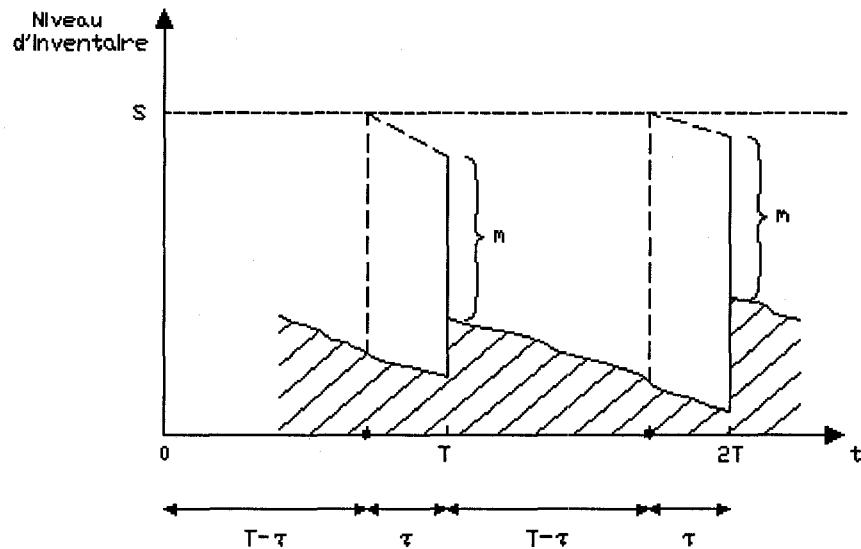
- $T_1$  : section du cycle (T) où l'inventaire est positif  
 $T_2$  : section du cycle (T) où l'inventaire est négatif  
 $x_m$  : nombre moyen de remplacement correctif durant l'intervalle  $[k \cdot T, (k+1) \cdot T]$  ou  $k = 0, 1, 2, \dots$  pour un système comportant  $m$  machine(s) identique(s);

## 2.2 Hypothèses

- 1- Le délai de livraison moyen est plus petit que la période de remplacement préventif ( $\tau_{moy} < T$ ).
- 2- Le coût de remplacement préventif est inférieur au coût de remplacement correctif ( $c_2 < c_1$ ).
- 3- Afin de se comparer au modèle existant, les temps de remplacement (correctif et préventif) sont considérés négligeables par rapport à l'intervalle de remplacement T.
- 4- A chaque période de remplacement, les ressources nécessaires sont disponibles.
- 5- Le délai de livraison est indépendant de la quantité commandée.
- 6- A chaque point de réapprovisionnement, une quantité suffisante de pièces de remplacement est disponible pour réapprovisionner le système au niveau d'inventaire maximal S.

## 3. Formulation du problème

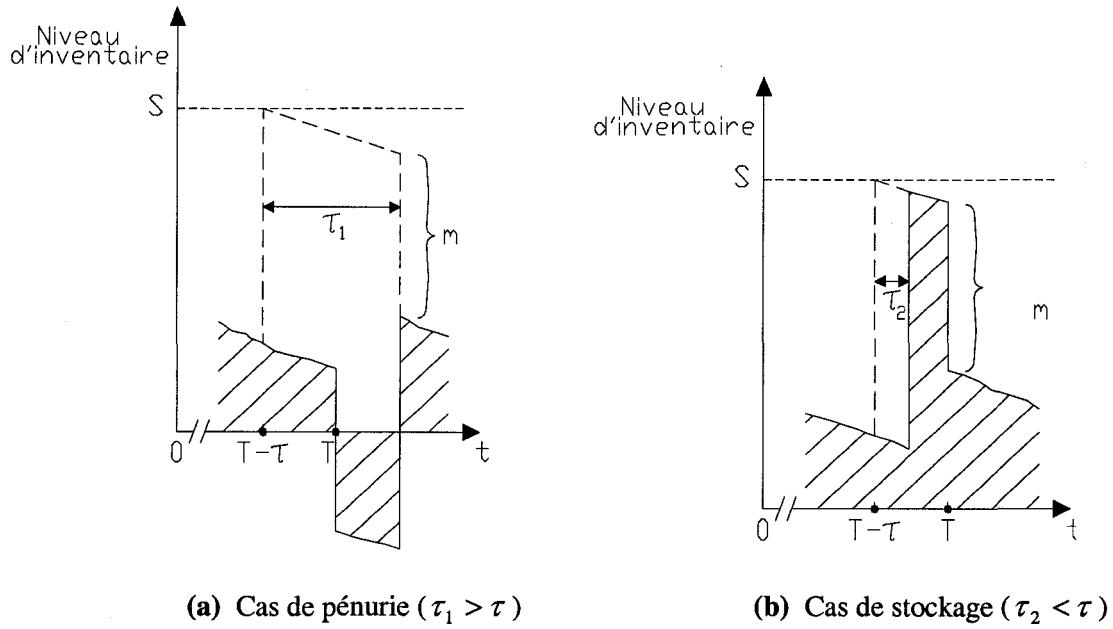
La stratégie conjointe d'approvisionnement en pièces de rechange et de maintenance proposée par Brezavšček et Hudoklin (2003) est basée sur une maintenance préventive de type bloc et une politique de réapprovisionnement de type (R, S). Cette politique consiste à commander une quantité suffisante pour augmenter l'inventaire au niveau S à toutes les périodes R. Afin d'annuler les coûts de stockage et de pénurie, les auteurs ont privilégié le point de commande  $R = (i \cdot T) - \tau$  où  $i = 1, 2, 3, \dots$  (voir figure 1).



**Figure 1.** Variation de l'inventaire pour le modèle de Brezavšček et Hudoklin (2003)

Puisque que leur modèle n'admet aucune variabilité dans le délai de livraison, il est optimal de synchroniser les activités de maintenance et la réception de pièces de rechange. Toutefois dans un contexte industriel où la variabilité est chose du quotidien, cette politique entraîne des coûts d'inventaire (stockage et pénurie). En effet, en n'arrivant pas précisément à l'instant de leur consommation, les pièces de rechange perturbent l'équilibre du système, en entraînant des coûts supplémentaires. La figure 2 montre les deux situations susceptibles de se produire :

- Une pénurie de pièces de rechange sera provoquée par un délai d'approvisionnement plus long que la normale et entraînera des coûts supplémentaires de pénurie.
- Un stockage adviendra lorsque les pièces arriveront prématûrement.

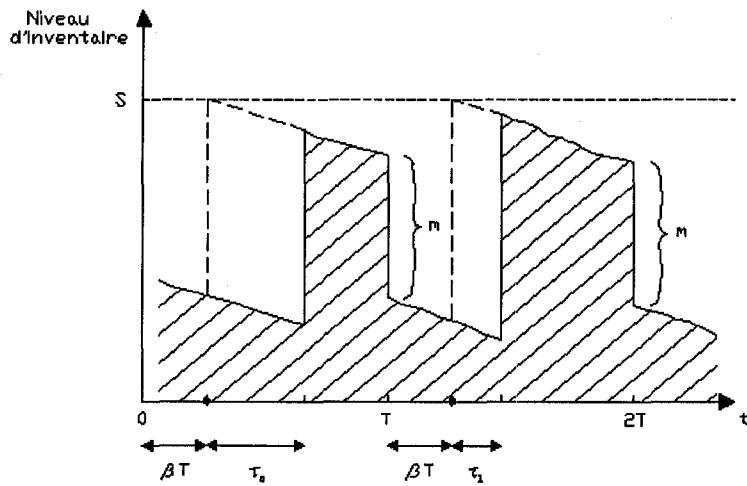


**Figure 2.** Variation de l'inventaire pour le modèle (R, S) avec  $R = (i \cdot T) - \tau$  où  $i = 1,2,3,\dots$  avec  $\tau$  sujet à des fluctuations aléatoire

De plus, cette figure montre l'importance de tenir compte d'une variabilité dans le délai d'approvisionnement.

#### 4. Politique proposée

Pour limiter l'effet de la fluctuation aléatoire sur le délai d'approvisionnement, il devient intéressant de modifier le point de passation de commande afin d'assurer la disponibilité des pièces de rechange lors de l'activité de maintenance préventive. En effet, il est possible de décaler le point de commande sur l'intervalle  $[k \cdot T, (k+1) \cdot T]$  où  $k = 0,1,2,\dots$  pour déterminer l'endroit exact qui minimise le coût d'inventaire (stockage et pénurie). En introduisant une variable continue ( $\beta$ ), il est possible de déplacer le point de commande en utilisant la forme  $R = \beta \cdot (i \cdot T)$  où  $i = 0,1,2,\dots$  avec  $0 < \beta < 1$  (voir figure 3). Il faut toutefois noter que nous n'allons pas traiter les points extrêmes de la variable  $\beta$  puisque ceux-ci entraînent du stockage (si  $\beta$  s'approche de 0) et des pénuries supplémentaires (si  $\beta$  s'approche de 1).



**Figure 3.** Variation de l'inventaire pour le modèle  $(R, S)$  avec  $R = \beta \cdot (i \cdot T)$  où  $i = 0,1,2,\dots$   
avec  $\tau$  sujet à des fluctuations aléatoire

Le point de commande  $R = \beta \cdot (i \cdot T)$ , où  $i = 0,1,2,\dots$  avec  $0 < \beta < 1$ , à l'avantage de permettre l'utilisation d'un délai d'approvisionnement variable sans entraîner les coûts d'inventaire lié au stockage et la pénurie lorsque le point de commande est  $R = (i \cdot T) - \tau$  où  $i = 1,2,3,\dots$ . Cette stratégie combinée permettra de déterminer l'intervalle optimal de remplacement préventif ( $T$ ) des équipements, le nombre de pièces de rechange ( $S$ ) à maintenir en inventaire ainsi que la variable  $\beta$  qui minimise le coût du système.

## 5. Méthode analytique

La stratégie conjointe de maintenance et d'approvisionnement en pièce de remplacement proposée est basée sur le modèle déjà développé par Brezavšček et Hudoklin (2003). Toutefois, l'ajout d'une fluctuation dans le délai de réapprovisionnement apporte un degré de difficulté supplémentaire à la modélisation analytique du modèle mathématique. Dans le cas d'un délai de réapprovisionnement fixe, il est possible de fixer les équations régissant le coût total unitaire de notre stratégie conjointe de maintenance et d'approvisionnement. Ce coût est représenté par la somme des coûts

associés aux activités de maintenance et au mouvement d'inventaire et est défini de la façon suivant :

$$C_t = \frac{C_r + C_i}{T} \quad (1)$$

Afin de conserver une base commune, chacun des coûts (remplacement, passation de commande, stockage et rupture) doivent être défini sur l'intervalle  $[kT, (k+1)T]$  où  $k = 0, 1, 2, \dots$ . Dans cet ordre d'idées, le coût lié aux activités de remplacement (préventives et correctives) est défini par :

$$C_r = m \cdot c_2 + E[x_m] \cdot c_1 \quad (2)$$

Où :  $c_1$  = coût d'un remplacement correctif,  $c_2$  = coût d'un remplacement préventif

Le coût associé au mouvement d'inventaire (passation de commande, stockage et rupture) est représenté par :

$$C_i = C_o + C_h + C_{sh} \quad (3)$$

Chacun des coûts compris dans le coût d'inventaire est défini séparément. D'abord, le coût de passation de commande est défini par :

$$C_o = k + p \cdot (m + E[x_m]) \quad (4)$$

Où :  $k$  = coût de passation de commande,  $p$  = coût d'achat d'une pièce de rechange

Pour définir analytiquement l'équation du coût de maintien d'inventaire, il faut supposer que la consommation de pièces de remplacement décroît linéairement entre les intervalles de remplacement préventif ( $T$ ). Sous cette hypothèse, le coût d'inventaire est représenté par la somme du nombre moyen de pièces de remplacement lors d'un excès (figure 4 (a)) et lors d'une pénurie (figure 4 (b)) dans un cycle de calcul ( $T$ ). Dans le cas d'un excès ( $x_m < S'$ ), l'horizon de calcul  $T$  définit entièrement la portion passée en excès d'inventaire ( $T_1 = T$ ) et le nombre moyen de pièce en inventaire est  $S' - (x_m/2)$ . Dans la situation d'une pénurie ( $x_m > S'$ ), le temps  $T_1$  représente une proportion du cycle  $T$  où  $T$

$= T_1 + T_2$ . Toujours sous l'hypothèse que le stock de remplacement décroît linéairement, la portion de l'intervalle  $T$  passée en excès est  $T_1 = (S'/x_m) \cdot T$  et l'inventaire moyen durant cette période est  $S'/2$ .

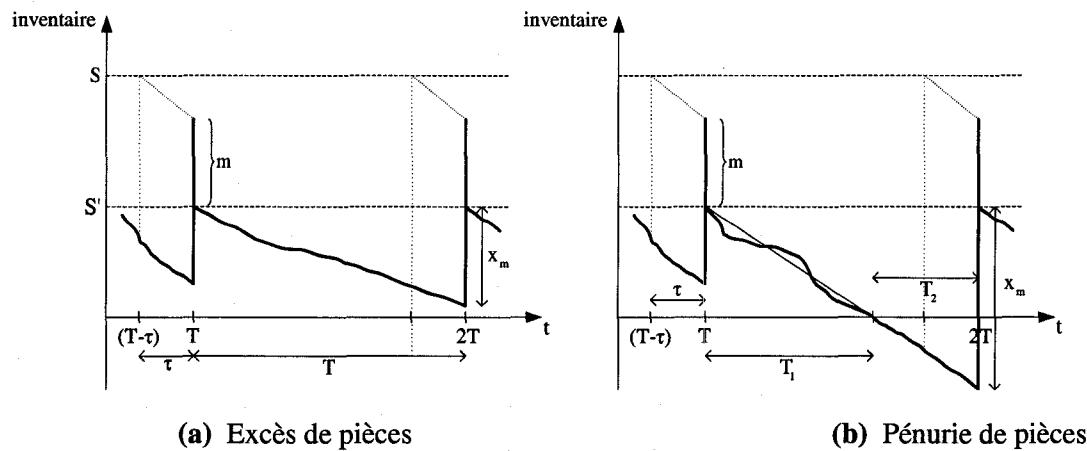


Figure 4. Représentation des périodes  $T_1$  et  $T_2$  pour un délai d'approvisionnement fixe

En combinant les paramètres de ces deux situations (excès et pénurie) il est possible d'obtenir l'équation de coût de maintien d'inventaire en intégrant, par rapport au nombre de panne, le produit du niveau d'inventaire moyen et de la période de temps associée.

$$C_h = c^+ \left[ \int_0^{S'} \left( S' - \frac{x_m}{2} \right) \cdot T \cdot g(x_m) \cdot dx_m + \int_{S'}^{\infty} \left( \frac{S'}{2} \right) \cdot \left( \frac{S'}{x_m} \cdot T \right) \cdot g(x_m) \cdot dx_m \right] \quad (5)$$

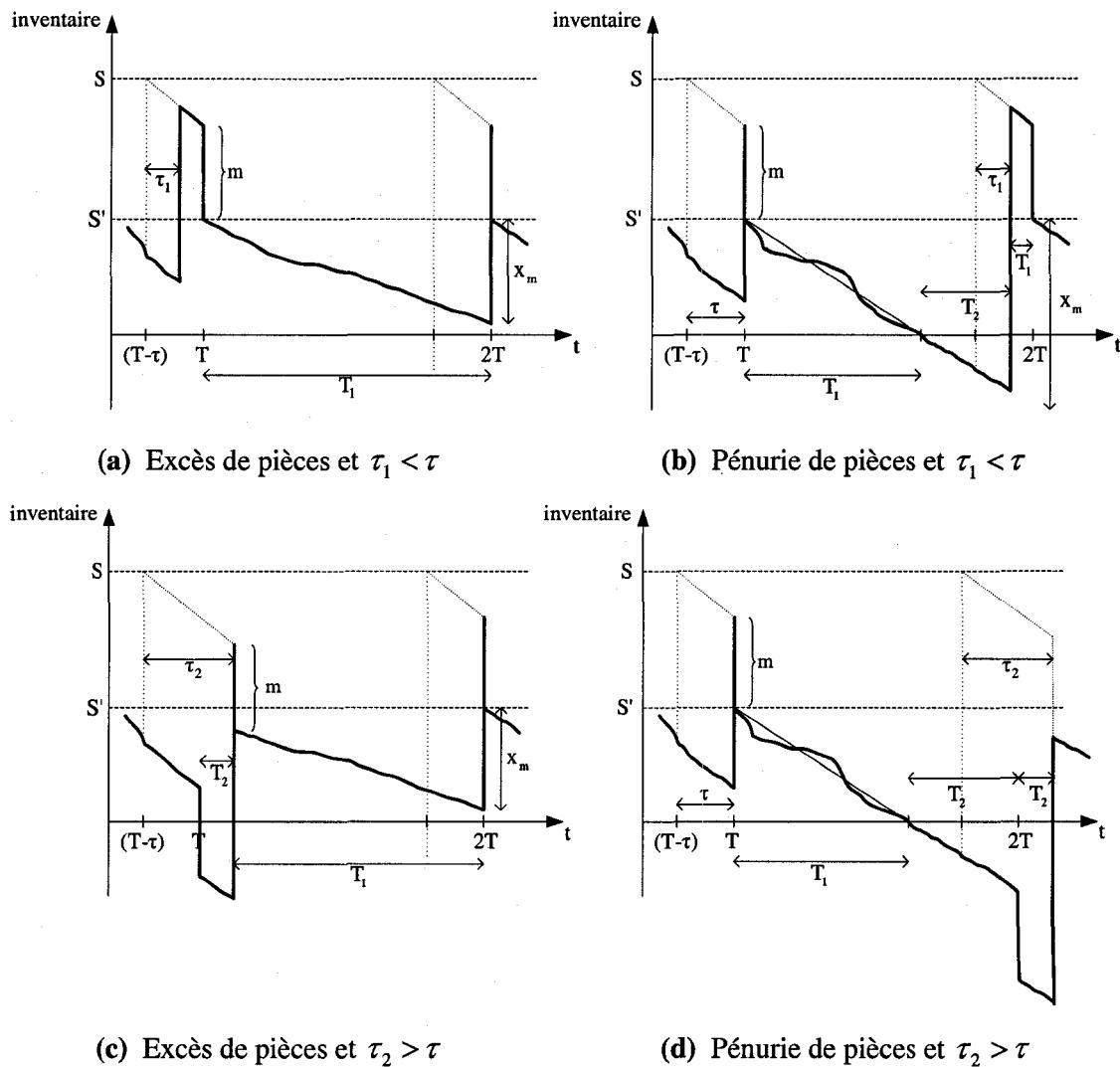
Où :  $c^+$  = coût d'inventaire d'une pièce;

Par la même logique de calcul, il est possible d'obtenir l'équation du coût de pénurie. Dans cette situation, la portion de l'intervalle  $T$  passée en pénurie est  $T_2 = [(x_m - S')/x_m] \cdot T$  et l'inventaire moyen durant cette période est  $(x_m - S')/2$ .

$$C_{sh} = \begin{cases} 0 & \text{si } x_m \leq S' \\ c^- \cdot T \cdot \int_{S'}^{\infty} \frac{(x_m - S')^2}{2 \cdot x_m} g(x_m) \cdot dx_m & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (6)$$

Où :  $c^-$  = coût de pénurie d'une pièce;

Pour des raisons de représentation analytique, cette approche de résolution est applicable uniquement lorsque le délai d'approvisionnement est fixe. Comme représenté à la figure 2, l'ajout d'un délai d'approvisionnement variable peut entraîner des excès ou des pénuries lors de la réception d'une commande. Dans cette situation, les intervalles en amont et en aval de l'horizon de calcul,  $[kT, (k+1)T]$ , doivent être pris en compte afin de représenter l'effet d'une commande prématuée ( $\tau_1 < \tau$ ) ou d'une commande retardataire ( $\tau_2 > \tau$ ). La figure 5 illustre ces répercussions et illustre les 4 cas possibles.



**Figure 5.** Effets d'une fluctuation d'un délai d'approvisionnement sur les périodes  $T_1$  et  $T_2$

Ces quatre dernières situations font en sorte que les équations (5) et (6) deviennent inutilisables et très difficile à représenter analytiquement puisque qu'ils sont basées sur le nombre moyen de panne sur l'intervalle  $[kT, (k+1)T]$  et qu'ils ne n'admettent pas la variabilité liée à l'écart-type de la distribution du délai d'approvisionnement (figure 5). De plus, l'ajout d'un délai d'approvisionnement variable modifie toute la logique du calcul des portions  $T_1$  et  $T_2$ . Pour toutes ces raisons, nous avons privilégié une méthode expérimentale basée sur la combinaison des plans d'expérience et d'un réseau de simulation. Ce type de résolution permet d'obtenir des résultats similaires aux résultats obtenus analytiquement lorsque le régime permanent du système est atteint. Les équations de mise en inventaire et de pénurie deviennent :

$$C_h = c^+ \cdot x^+(t) \quad (7)$$

$$C_{sh} = c^- \cdot x^-(t) \quad (8)$$

Où :  $x^+(t)$  = pièce(s) moyenne(s) en inventaire,  $x^-(t)$  = pièce(s) moyenne(s) en pénurie

De plus, le choix d'une méthode de résolution expérimentale est renforcé par le fait qu'il devient difficile de dénombrer le nombre de pannes survenant entre les interventions de maintenance préventive par l'utilisation de la fonction de renouvellement.

$$\eta(t) = F(t) + \int_0^t \eta(t-x) f(x) dx \quad (9)$$

De plus, pour certaines distributions, cette équation n'admet pas de forme explicite la rendant impossible à résoudre analytiquement. Dans le cas de la distribution normale, utilisée pour modéliser les pannes dans le modèle de Brezavšček et Hudoklin (2003), la fonction de densité et la fonction cumulative de densité sont représentées respectivement par les équations 10 et 11.

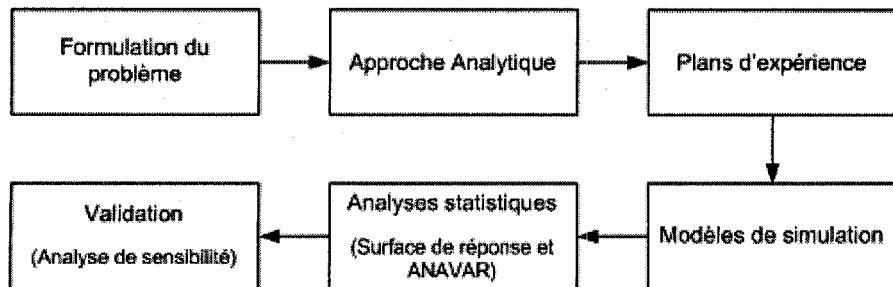
$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{e^{-\left[\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \quad (10)$$

$$F(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\left[\frac{(v-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]} dv \quad (11)$$

Pour ce type de distribution, une approximation par les transformées inverses de Laplace est essentiel pour recenser le nombre de panne survenant sur l'intervalle  $[kT, (k+1)T]$  car la forme explicite de la fonction de renouvellement n'existe pas. Les équations nécessaires à la compréhension du modèle étant définies, l'approche de résolution peut être présentée.

## 6. Approche de résolution

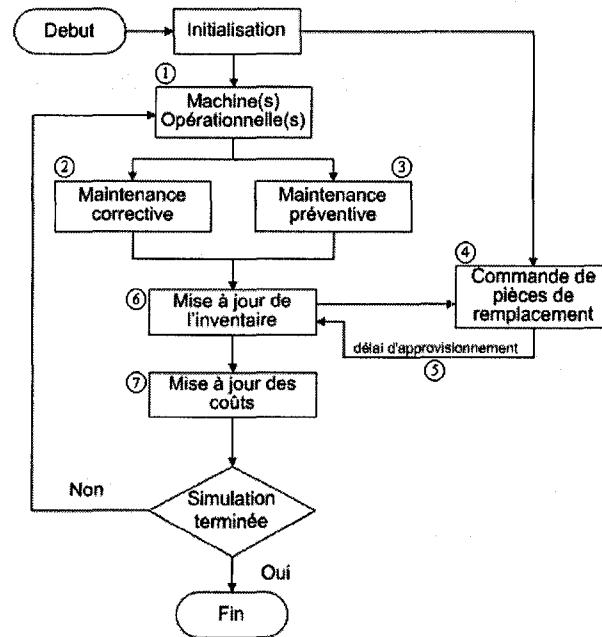
L'approche utilisée (voir figure 6) combine les outils de simulation et d'analyse statistique. Ces outils permettent de résoudre des systèmes d'équations difficiles à résoudre analytiquement. La première étape de cette approche consiste à organiser logiquement les données que nous désirons analyser à l'aide des plans d'expériences. Par la suite, nous avons représenté la dynamique du système à l'aide de modèles de simulation par événements discrets en utilisant le langage Visual SLAM (Pritsker et al. 1999). L'optimisation des données recueillies est effectuée à la l'aide de la méthodologie de surface de réponse. Finalement, la validation des comportements de chacun de nos modèles est effectuée par une analyse de sensibilité sur les coûts d'inventaire (stockage et pénurie) et de maintenance (corrective et préventive). Cette dernière permet de démontrer que les améliorations proposées restent valides dans différents contextes.



**Figure 6.** Schématisation de l'approche de résolution

Le comportement des modèles de simulation, tel qu'illustré à la figure 7, se résume comme suit :

- 1- État de fonctionnement des  $m$  machines;
- 2- Remplacement correctif selon une distribution de probabilité de panne;
- 3- Remplacement préventif de  $m$  machine(s) selon l'intervalle  $k \cdot T$  où  $k = 1,2,3,\dots$ ;
- 4- Commande de pièces de remplacement selon la politique (R, S) en vigueur dans le modèle;
- 5- Délai d'approvisionnement lié à la politique de commande;
- 6- Compilation des données et incrémentation des variables du système; et
- 7- Mise à jour des coûts selon l'activité (maintenance préventive ou correction, stockage, rupture de stock et passation de commande).



**Figure 7.** Diagramme du modèle de simulation

## 7. Expérimentations et Analyse des résultats

Avant d'obtenir les paramètres optimaux liés à notre stratégie conjointe de maintenance et d'approvisionnement en pièce de remplacement nous avons effectué quelques étapes. Tout d'abord, nous avons validé le comportement de notre modèle dans le cas d'un délai

d'approvisionnement fixe et nous avons comparé les résultats obtenus avec ceux présentés dans la littérature. Par la suite, nous avons analysé les implications d'un délai d'approvisionnement variable sur les paramètres de notre système. Nous avons observé que la fluctuation dans le délai d'approvisionnement perturbe l'équilibre entre la consommation et la commande des pièces de remplacement détériorant ainsi les paramètres optimaux du système. Les stockages et les pénuries de pièces de remplacement, liés au délai d'approvisionnement variable, font donc augmenter le coût de la politique conjointe. Afin de limiter les fluctuations dans les stocks de pièces de remplacement, nous avons proposé une politique qui déplaçait le point de commande des pièces de remplacement.

### **7.1 Validation de l'approche**

Pour valider notre modèle, nous avons reproduit celui proposé par Brezavšček et Hudoklin (2003). En introduisant les mêmes paramètres dans notre simulateur, nous avons été en mesure de comparer les résultats obtenus numériquement par l'approximation de la fonction de renouvellement avec ceux de notre méthode expérimentale (voir tableau 4). Afin d'optimiser les résultats du modèle de simulation, nous l'avons couplé avec un plan de surface de réponse  $3^2$  (2 facteurs ayant chacun 3 modalités). Ce plan a été répliqué 3 fois (36 essais) pour représenter l'erreur du modèle avec plusieurs degrés de liberté. Cette approche expérimentale est utilisée pour étudier et comprendre les effets de la période de remplacement préventif  $T$  et le niveau d'inventaire maximal  $S$  sur le coût associé au système et ainsi, dégager un modèle polynomial du coût en fonction de ces paramètres, qu'on peut optimiser. Les valeurs des paramètres que nous avons utilisés sont présentées dans le tableau 1.

<b>Facteur</b>	<b>Limite</b>	<b>Point</b>	<b>Limite</b>	<b>Description</b>
	inférieure	milieu	supérieure	
<b>T</b>	21	22	23	Temps prédéterminé de remplacement préventif
<b>S</b>	136	139	142	niveau d'inventaire maximal

**Tableau 1.** Niveau des variables indépendantes du modèle utilisées pour la validation

Les paramètres que nous avons utilisés pour tester chacune des politiques présentées dans cet article sont les mêmes que ceux utilisés dans l'article de Brezavšček et Hudoklin (2003). L'ensemble de ces paramètres est présenté dans les tableaux 2 et 3.

<b>c<sub>1</sub></b>	<b>c<sub>2</sub></b>	<b>k</b>	<b>p</b>	<b>c<sup>+</sup></b>	<b>c<sup>-</sup></b>	<b>m</b>	<b>Distribution de panne</b>	<b>τ</b>
800,5	58,5	20	43	0,6	5196	120	~Normal(44, 12)	12

**Tableau 2.** Liste des paramètres de simulation

L'analyse de la variance (ANAVAR), que nous avons effectuée avec l'application du logiciel STATGRAPHICS, (voir tableau 3) montre que la variabilité de la méthode est expliquée à 94,3529% pour le modèle.

<b>Facteur</b>	<b>SC</b>	<b>dl</b>	<b>MC</b>	<b>F-Ratio</b>	<b>P-Value</b>
A : T	228,599	1	228,599	343,51	0,0000
B : S	9,8688	1	9,86884	14,83	0,0007
AA	69,9942	1	69,9942	105,18	0,0000
AB	33,8142	1	33,8142	50,81	0,0000
BB	8,208	1	8,208	12,33	0,0016
blocs	2,7574	3	0,9191	1,38	0,2698
Erreur totale	17,9681	27	0,6655		
Total (corr.)	371,209	35			

$$R^2 \text{ (ajusté au dl)} = 94,3529\%$$

Où SC = Somme des carrées, dl = degré de liberté, MC = Moyenne des carrées

**Tableau 3.** Analyse de la variance du modèle développé selon  
la politique proposée par Brezavšček et Hudoklin (2003)

Cette analyse indique également que tous les facteurs principaux (T, S), leurs effets quadratiques ainsi que leur interaction sont significatifs à un seuil de 5%. À partir de ces dernières informations, il est maintenant possible de poser un diagnostic sur la validité de notre méthode expérimentale pour résoudre ce problème d'optimisation conjointe d'une stratégie de maintenance préventive et d'une politique d'approvisionnement. Le tableau 4 présente la comparaison des principales variables du système pour chacune des méthodes.

	T*	S*	C <sub>t</sub> *
<b>Méthode numérique</b>	23	135	710,2583
<b>Méthode expérimentale</b>	22,54	139,212	713,747

**Tableau 4.** Comparaison des méthodes numériques et expérimentales

L'erreur relative du coût des deux méthodes est de l'ordre de 0,488%. Cette erreur est attribuable à la combinaison de l'erreur d'approximation de la fonction de renouvellement par les transformées de Laplace (dans le cas du modèle numérique de Brezavšček et Hudoklin (2003)) et de l'erreur liées à la variabilité de la méthodologie de surface de réponse ( $R^2_{adj} = 94,3529\%$ ) utilisée dans cet article. Avec une erreur de cet ordre, on peut affirmer que le modèle de simulation que nous avons élaboré est suffisamment précis pour tirer des conclusions.

### 7.2 Analyse de l'effet de la variation dans le délai d'approvisionnement

Pour vérifier l'effet d'une fluctuation aléatoire dans le délai d'approvisionnement sur les variables de décision de notre modèle (T, S), différentes variations ont été testées ( $\sigma/\mu$ ). En effet, pour remplacer le délai d'approvisionnement fixe  $\tau$ , nous avons utilisé une distribution normale ayant pour moyenne  $\tau$  et un pourcentage de cette moyenne pour écart-type. Le tableau 5 permet de bien visualiser l'effet d'une variation dans la distribution normale du délai d'approvisionnement sur notre variable de réponse.

$\sigma/\mu$	$R^2_{adj}$	T	S*	C <sub>t</sub> *
<b>1%</b>	98,97%	22,601	252,91	818,41
<b>5%</b>	99,46%	22,606	255,38	819,01
<b>10%</b>	99,28%	22,606	256,45	818,49
<b>15%</b>	99,48%	22,603	256,84	818,46
<b>20%</b>	99,19%	22,602	257,61	817,87
<b>25%</b>	99,42%	22,601	257,42	817,34

**Tableau 5.** Effet de la variation du délai d'approvisionnement sur les paramètres du système pour la politique d'approvisionnement existante

On note ainsi que la variation du délai d'approvisionnement a peu d'effet sur le coût associé à cette politique. Cette situation s'explique par le fait qu'une simple modification dans le délai d'approvisionnement fait gonfler le niveau d'inventaire maximal ( $S$ ) afin de contrer les effets néfastes des fluctuations. Que ce soit pour une variation minime ( $\sigma/\mu = 1\%$ ) ou pour une variation plus grande ( $\sigma/\mu = 25\%$ ), le système doit augmenter le niveau d'inventaire afin de réduire l'effet d'une pénurie. Comme le niveau maximal ( $S$ ) est sensiblement le même dans les six conditions testées (tableau 5), ceci vient confirmer notre affirmation. De plus, on remarque que la quantité maximale d'inventaire  $S^*$ , est augmentée d'environ  $m$  pièces comparativement au cas sans fluctuation (voir tableau 6). L'application STATGRAPHICS a permis d'obtenir les coefficients de régression de chacun des paramètres des fonctions coûts à optimiser. Les équations (12) et (13) présentent respectivement les fonctions coûts des politiques conjointes avec et sans fluctuation dans le délai d'approvisionnement.

$$C_t \text{ (délai variable; } \sigma/\mu = 10\%) = 8964,04 + 4,129*T - 63,996*S + 2,810 * T^2 + 0,147 * S^2 - 0,511 * T * S \quad (12)$$

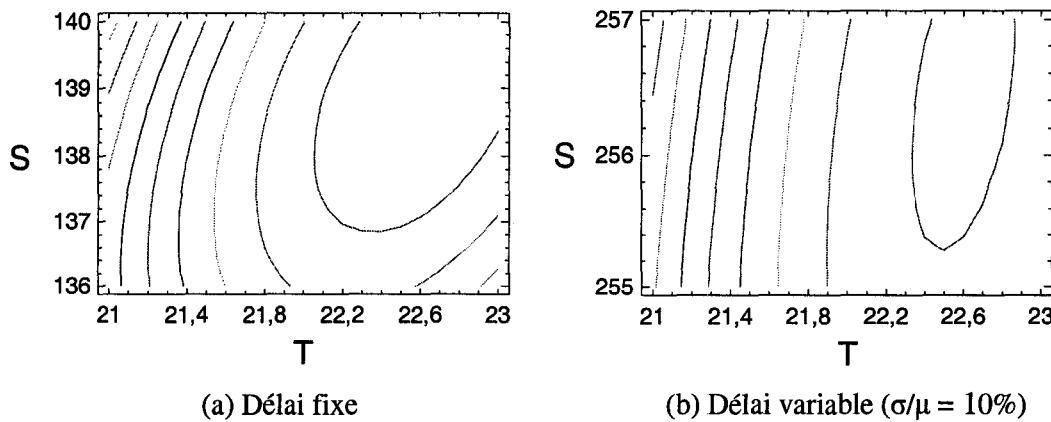
$$C_t \text{ (délai fixe)} = 3887,04 - 38,753*T - 39,367*S + 3,041 * T^2 + 0,199 * S^2 - 0,710 * T * S \quad (13)$$

À partir de ces deux équations, les paramètres optimaux de chacune des politiques ont été calculés. Les résultats de ces optimisations sont présentés dans le tableau 6.

	$R^2_{adj}$	$T^*$	$S^*$	$S$	$C_t^*$
<b>Délai variable (<math>\sigma/\mu = 10\%</math>)</b>	99,29%	23	256,45	256	818,489
<b>Délai fixe</b>	95,09%	22,6	138,99	139	713,266

Tableau 6. Impact d'une variation dans le délai d'approvisionnement

Le contour des surfaces de réponse montre graphiquement (figure 8) les valeurs optimales de chacune des deux politiques (tableau 6). Ces résultats montrent bien le déplacement des variables de décision de chacune des deux politiques d'approvisionnement.



**Figure 8.** Surface de réponse

L'augmentation du coût de la politique engendrée par la fluctuation dans le délai d'approvisionnement est de l'ordre de 15% par rapport au délai fixe. Ceci nous indique qu'il est essentiel de tenir compte de l'éventualité d'une fluctuation pour représenter le comportement d'une situation industrielle réelle. Toutefois, avec certaines modifications à la politique de commande, il est possible de réduire cet écart.

### 7.3 Modification du point d'approvisionnement avec un délai variable.

La politique proposée, dans cet article, tente de réduire le coût de la politique conjointe en modifiant le point de commande R. Pour diminuer l'effet des fluctuations dans le délai d'approvisionnement, nous allons déplacer le point de commande à  $R = \beta \cdot (i \cdot T)$  avec  $i = 0,1,2,\dots$ . L'optimisation de la variable  $\beta$ , indiquera le meilleur moment pour commander en dépit des pénalités engendrées par les coûts de pénurie et de stockage. Pour déterminer les points optimaux de cette politique conjointe d'approvisionnement et de maintenance préventive, nous avons utilisé un plan de surface de réponse  $3^3$  (3 facteurs ayant chacun 3 modalités). Les valeurs des paramètres que nous avons utilisés comme entrée au modèle de simulation pour ces deux politiques sont présentées dans le tableau 7.

	T	S	$\beta$
<b>Politique proposée</b>	21.5-22.5	130-138	0.22-0.28

**Tableau 7.** Niveau des variables indépendantes du modèle proposé

L'équation (14) montre les coefficients de régression, sous forme d'équation, associée à la politique proposée.

$$\text{Cm (politique proposée)} = 16043,4 - 149,289*T - 213,303*S + 6642,46*\beta + 22,8294*T^2 + 1,29921*S^2 + 3983,18*\beta^2 - 5,9762 * T*S - 186,361*T*\beta - 32,7309*S*\beta \quad (14)$$

À partir de cette équation, nous avons pu déterminer les paramètres qui minimisaient la fonction de chacune des politiques (voir tableau 9).

	R <sup>2</sup> adj	T	S*	$\beta$	C <sub>t</sub> *	% amélioration
i (T- $\tau$ )	99,285%	22,606	256,45	-	818,49	-
i ( $\beta T$ )	92,705%	22,005	135,702	0,2385	728,85	10,95%

**Tableau 8.** Comparaison pour un délai d'approvisionnement variable ( $\sigma/\mu = 10\%$ )

De plus, on remarque dans ce tableau l'amélioration générée par la modification du point de commande, comparativement au point  $R = (i \cdot T) - \tau$ . En modifiant le point de commande, nous avons amélioré le coût de la politique conjointe sujette à des variations aléatoires dans la réception de pièces de rechange. Cette amélioration est très importante, car il est techniquement impossible de réduire les coûts en dessous du niveau de la politique de Brezavšček et Hudoklin (2003) dû au fait que cette politique n'admet aucun coût d'inventaire (stockage et pénurie). Donc, en actualisant le pourcentage d'amélioration de la politique proposée par rapport à la politique existante (Brezavšček et Hudoklin (2003)), notre solution, basée sur un délai d'approvisionnement variable se rapproche à 82,82% de la solution optimale (lorsque le délai d'approvisionnement est fixe).

#### **7.4 Analyse de sensibilité**

Une série de combinaisons a été considérée pour analyser et valider le comportement du système. En effet, nous avons comparé différentes combinaisons de coûts (stockage, pénurie, maintenance corrective et maintenance préventive) afin démontrer que la politique d'approvisionnement  $R = \beta \cdot (i \cdot T)$  proposée, améliore le coût du système dans différents contextes. De plus, nous avons analysé le comportement du modèle pour voir si celui-ci vérifiait certaines conditions (voir tableau 9) :

- Diminuer  $c_1$  : En diminuant  $c_1$ , on diminue l'écart entre le coût de maintenance corrective ( $c_1$ ) et le coût de maintenance préventive ( $c_2$ ), ceci devrait augmenter la période de remplacement préventif ( $T$ ) et diminuer le coût total de la politique.
- Augmenter  $c_1$  : L'augmentation de  $c_1$  accentue le ratio  $c_1/c_2$  ce qui devrait diminuer la période de remplacement préventif  $T$  tout en augmentant le coût de la politique.
- Diminuer  $c_2$  : En diminuant  $c_2$ , on accentue le ratio  $c_1/c_2$  ce qui devrait avoir comme conséquence de diminuer la période  $T$  et d'augmenter le coût total.
- Augmenter  $c_2$  : Une augmentation de  $c_2$ , diminue l'écart entre les coûts de stockage et de pénurie, entraînant une augmentation dans la période  $T$  tout en diminuant le coût.
- Diminuer  $c^+$  : Ceci devrait augmenter le niveau d'inventaire maximal ( $S$ ) pour permettre au système de contrer l'effet des pénuries et réduire le coût total de la politique.
- Augmenter  $c^+$  : Une augmentation de  $c^+$ , devrait entraîner une diminution du niveau d'inventaire et augmenter le coût total.

- Diminuer  $c^-$ : En diminuant  $c^-$ , on augmente le ratio  $c^+/c^-$  ce qui devrait engendrer une diminution du niveau S et occasionner une diminution du coût de la politique
- Augmenter  $c^-$ : En augmentant  $c^-$ , on diminue le ratio  $c^+/c^-$  ce qui devrait engendrer une augmentation du niveau S et occasionner une augmentation du coût total.

Cas	$c_1$	$c_2$	$c^+$	$c^-$	Politique existante			Politique proposée				% d'amélioration
					T	S	$C_m$	T	S	$\beta$	$C_m$	
1	800,5	58,5	0,6	5196	22,61	256,45	818,49	22,00	135,70	0,239	728,85	10,95%
2	700	58,5	0,6	5196	22,97	257,48	798,46	22,12	136,02	0,243	710,29	11,04%
3	900	58,5	0,6	5196	21,88	254,25	837,46	21,90	135,41	0,235	747,32	10,76%
4	800,5	50	0,6	5196	21,98	254,52	774,49	21,92	135,46	0,235	684,41	11,63%
5	800,5	70	0,6	5196	22,94	257,36	880,34	22,13	136,05	0,243	792,45	9,98%
6	800,5	58,5	0,3	5196	22,54	259,68	762,71	22,02	135,81	0,235	718,00	5,86%
7	800,5	58,5	0,9	5196	21,12	252,17	879,48	22,00	135,62	0,243	729,77	17,02%
8	800,5	58,5	0,6	2500	21,98	253,18	818,32	22,12	135,90	0,252	727,84	11,06%
9	800,5	58,5	0,6	7500	22,36	257,81	819,54	21,96	135,63	0,234	729,55	10,98%

Tableau 9. Analyse de sensibilité de la politique de Brezavšček et Hudoklin (2003) (politique existante) et de la politique proposée pour un délai d'approvisionnement variable ( $\sigma/\mu = 10\%$ )

Les résultats des tests statistiques montrent clairement que la politique d'approvisionnement  $R = \beta \cdot (i \cdot T)$  proposée permet de réduire les coûts du système étudié. En effet, l'amélioration obtenue pour les 9 cas étudiés varie entre 5,86% et 17,02% selon les paramètres appliqués au système.

### **7.5 Comparaison des politiques**

Pour confirmer la réduction des coûts encourus par la modification du point d'approvisionnement, nous avons utilisé le test de « Student ». Ce test nous a permis de calculer l'intervalle de confiance de la différence des coûts entre les politiques. Dans le cas où les bornes inférieures de cet intervalle de confiance sont positives, nous pouvons affirmer que la réduction est significative. Nous avons utilisé ce test pour vérifier que la politique conjointe proposée présentait des diminutions significatives du coût du système (équation 15). Pour ce faire, nous avons calculé le coût encouru des deux politiques pour les neuf combinaisons de paramètres du tableau 9 (coût stockage, pénurie maintenance corrective et préventive) et pour chaque couple  $(T^*, S^*, \beta^*)$  associé. L'intervalle de confiance prend ainsi la forme suivante :

$$\overline{C^*}_e - \overline{C^*}_p - t_{\alpha/2,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq C^*_e - C^*_p \leq \overline{C^*}_e - \overline{C^*}_p + t_{\alpha/2,n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (15)$$

où :

$\overline{C^*}_e$  : moyenne de la fonction coût de la politique existante;

$\overline{C^*}_p$  : moyenne de la fonction coût de la politique proposée;

$C^*_e$  : coût optimal de la politique existante

$C^*_p$  : coût optimal de la politique proposée

$t_{\alpha/2,n-1}$  : coefficient de la distribution de Student;

n : nombre d'échantillon

s : écart-type de l'échantillon

$\alpha$  : probabilité complémentaire au niveau de  $(1 - \alpha)$  (fixé à 95%);

A partir de cette équation, nous avons calculé les bornes de l'intervalle de confiance entre la différence des coûts des politiques à un seuil significatif de 95%.

Cas	1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>Limite inférieure</b>	89,40	87,88	89,73	89,79	87,57	44,44	147,45	90,28	89,65
<b>Limite supérieure</b>	89,88	88,45	90,56	90,36	88,19	44,98	151,98	90,66	90,33

Tableau 10. Intervalle de confiance pour  $C_e^*$  et  $C_p^*$  ( $\sigma/\mu = 10\%$ )

Le tableau 10 montre que le coût optimal de la politique d'approvisionnement proposée est inférieur au coût optimal de la politique d'approvisionnement existante, car les limites inférieures de l'intervalle de confiance sont toujours supérieures à zéro. À partir de ce test, on peut conclure que la différence  $C_e^* - C_p^* > 0$  à un niveau de confiance de 95%.

## 8. Conclusion

Nous avons proposé une stratégie conjointe de maintenance et d'approvisionnement en pièces de remplacements plus flexible qui permettait d'introduire de la variabilité dans le délai d'approvisionnement. Afin de contourner la complexité de la résolution analytique, nous avons privilégié une approche expérimentale basée sur la simulation, les plans d'expériences et la méthodologie de réponse de surface. La première étape de notre approche expérimentale fût de valider le comportement du modèle dans le cas d'un délai d'approvisionnement fixe et de comparer les résultats obtenus avec ceux présentés dans la littérature. Par la suite, nous avons étudié les implications d'un délai d'approvisionnement variable. Afin de limiter les fluctuations dans les stocks de pièces de remplacement, nous avons proposé une politique qui déplaçait le point de commande des pièces de remplacement. Cette approche a permis d'obtenir le couple de seuils critiques ( $T^*$ ,  $S^*$ ,  $\beta^*$ ) qui minimise la fonction coût associée à la politique conjointe. Les résultats obtenus démontrent que la politique proposée est meilleure que la politique déjà développée dans la littérature.

**Référence :**

- Acharya D., Nagabhushanam G., Alam S.S. (1986), Jointly optimal block replacement and spare provisioning policy, IEEE Transactions on Reliability R-35 (4), pp. 447-451.
- Barlow, R. E., & Hunter. (1960), Optimal preventive maintenance policies. Operations Research, 8, 90-100.
- Barlow R.E.& Proschan F. (1965), Mathematical theory of reliability, Wiley, New York.
- Bhat, B. R. (1969), Used Item Replacement Policy, Journal of Applied Probability 6, 309-318
- Brezavšček, A. et Hudoklin A. (2003), Joint optimization of block-replacement and periodic review spare-provisioning policy., IEEE Transactions on Reliability, 52 (1), pp. 112-117.
- Chelbi, A. & Aït-Kadi D. (2001), Spare provisioning strategy for preventively replaced systems subjected to random failure., International Journal of Production Economics, 74, pp. 183-189.
- Cox, D. R. (1962), Renewal Theory, John Wiley & Sons inc., New York
- Cookes, P. C. I. (1963), Replacement Strategies, Operations Research Quarterly, 14, 167-184
- Duffuaa, S.O., Raouf, A., Campbell, J.D. (1999), Planning and Control of Maintenance Systems., John Wiley and Sons, New York.
- Nakagawa, T. (1979), A Summary of periodic Replacement Policies, R.A.I.R.O., Ops. Res., Vol 13, No. 4, pp 542-552
- Pritsker, A. A. B., O'Reilly, J.J. (1999), Simulation with Visual SLAM and Awesim . John Wiley and Sons, New York.
- Tango, T. (1978), Extended block replacement policy with used items. Journal of Applied Probability, 15(3), 560-572.

## **ANNEXE VII**

### **MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION OF PREVENTIVE AND CORRECTIVE MAINTENANCE POLICIES IN UNRELIABLE MANUFACTURING SYSTEMS**

Article de conférence scientifique accepté pour présentation lors du :

**INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL ENGINEERING AND  
SYSTEMS MANAGEMENT (IESM), BEIJING, (CHINA), MAY 30 – JUNE 2, 2007**



# Multiobjective Optimization of Preventive and Corrective Maintenance Policies in Unreliable Manufacturing Systems<sup>\*</sup>

Jean-François BOULET<sup>a</sup>, Ali GHARBI<sup>a</sup>,  
Jean-Pierre KENNÉ<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *École de Technologie Supérieure, Automated Production Engineering Department, University of Québec  
Production Systems Design and Control Laboratory (C2SP),  
1100, Notre-Dame Street West, Montréal(QC), Canada, H3C 1K3*

<sup>b</sup> *École de Technologie Supérieure, Mechanical Engineering Department,*

---

## Abstract

This paper considers the optimisation problem of controlling preventive and corrective maintenance policies of unreliable manufacturing systems by minimizing the surplus cost and by maximizing the system availability. The considered manufacturing systems consist of two machines, producing one part type and subject to random failures and repairs. A multiobjective optimisation approach, based on the desirability function, is used to determine the parameters of the production, preventive and corrective maintenance policies. The maintenance policy is based on the existing block-replacement policy. Such a policy consists of replacing component at failure periods or preventively at scheduled intervals ( $T$ ). The spare parts inventory management is based on  $(S, Q)$  model in which an order is placed when the replacement stock level decreases under a safety threshold level ( $S$ ). A replacement part quantity ( $Q$ ) is then ordered and received after a stochastic lead time ( $\tau$ ). Compared to the most maintenance models developed in the scientific literature, based on a single response variable, the proposed model, allows optimizing simultaneously two response variables (cost and availability) and shows the best compromise parameters ( $T, S, Q$ ) between the cost minimization and the system availability maximization.

**Key words:** Maintenance policies, Desirability function, Multiresponse system, Simultaneous optimization, Experimental design and simulation, Response Surface Methodology

---

---

\* This paper was not presented at any other revue. Corresponding author: J.-F. Boulet. Tel. +1-514-396-8800 ext:7574  
Email addresses: jean-francois.boulet.1@ens.etsmtl.ca (Jean-François Boulet), ali.gharbi@etsmtl.ca (Ali Gharbi),  
jean-pierre.kenne@etsmtl.ca (Jean-Pierre Kenné).

## 1. Introduction

In real production environment, failures of equipments could have serious consequences on the company competitiveness. For that reason, it's essential to have maintenance programs to increase the production equipments reliability and therefore their availability. By using preventive maintenance (PM) interventions sequences, the system availability is increased. Therefore PM interventions minimize the impact of failures on the production system. Over the last few decades, many researchers developed preventive maintenance policies adapted to different industrial contexts [10]. It's possible to regroup all those policies into two distinct categories. The first category is characterized by a policy which consists of replacing the equipment at a failure period or preventively after a predetermined utilization time. Several characteristics of this age replacement policy (ARP) were analyzed by Barlow & Hunter [1]. However, the age replacement policy implementation requires continuous tracking of the equipment utilization time. For this reason, it's difficult to implement the ARP in real production environment. But, the block replacement policy (BRP) doesn't have this implementation inconvenient. The second category is based on BRP which consists of replacing equipment at failure or after fixed intervals times. The block replacement policy model were developed by Barlow & Hunter [1] and Barlow & Proschan [2]. Thereafter, several extensions of the BRP were developed. Firstly, Cox [6] and Crookes [7] developed some models using minimal repairs at the corrective maintenance (CM) interventions. Therefore, Bhat [3] showed that it is more advantageous to perform corrective replacement with used components. Tango [21] proposed a mixed strategy where the corrective maintenance can be perform with used or new components. Based on this work, several authors focused their optimization approaches on a single response variable in order to found optimal replacement policies. Such policies minimize the average cost per unit time (see [5], [17] and [22] for details). However, those models considered the cost optimization as the unique index criteria; assuming that the maintenance duration are negligible compared to the operation time. Also, to simplify the mathematical model, the spare parts inventory is assumed to be infinite. Due to the aforementioned two assumptions, their models cannot consider the system availability. In some specific continuous processes, the production equipment availability is very important. For example, in the pulp and paper industry, a breakdown can cause very high profits loss and have high repercussion on the whole production process. The same logic can also be applied to the metallurgy industry. For this reason, some researchers took into account the maintenance duration in order to optimize the equipment availability [20], [23]. However, in those last models, the replacement part inventory is also considered infinite, which does not exactly represent issues involved in manufacturing systems. Effectively, in the case of spare parts backlog case, the maintenance activity cannot be performed; such a situation decreases the system availability.

In a real manufacturing environment, the two performance criterions considered in this paper (system cost and equipment availability) are very important and the parameters associated to each of the related two response variable are not necessary the same. Effectively, to maximize the system availability, the enterprise decision makers have to allow an important budget to the maintenance activities. Hence, the real challenge is to find an optimal solution that minimize the cost and maximize the production equipment availability. This optimization objective is to determine a compromise between each individually optimal policy parameters. Therefore, it is interesting to analyse simultaneously the cost effectiveness and the production equipment availability for different maintenance policies parameters. Moreover, the two response variables considered herein cannot be directly compared because they have different measure units (cost (\$) and availability (%)). The main difficulty with this simultaneous optimization is the lack of analytically efficient methods for solving this multiobjective optimization approach [8]. This is the reason why most of the previous models in the literature have considered only one response variable. To overpass this problem, some authors [4], [13] and [16] proposed an alternative approach which consists of combining a simulation based experimental design with a desirability approach in order to obtain an optimal solution for two response variables. This technique has been proposed because the mathematical model cannot take into account the different measure units (\$ and %) in multiobjective optimization approach. The desirability approach proposed by the authors consists of

maximizing a function called "desirability". Details on such an approach can be found in Harrington [13], Derringer & Suich [9] and Derringer [8].

In this paper, we propose a realistic model based on the existing corrective and preventive maintenance models, already developed in the literature. The proposed model jointly minimizes the overall production cost and maximizes the system availability using a multiobjective optimization desirability approach. The model is applied to a two-machine manufacturing system subject to random failures and repairs combined with an inventory control policy to manage the replacement parts used in the maintenance activities (corrective and preventives). The spare parts management model is (S, Q), i.e., when the replacement stock level decrease under a safety threshold level (S) a replacement part quantity (Q) is ordered and will be available for consumption after a certain stochastic purchasing lead time ( $\tau$ ). This paper is organized as follows. Section 2 presents the notation and the model's assumptions. Thereafter, the section 3 describes the control problem statement. The multiobjective optimisation approach and the simulation model are explained in section 4. In section 5, the experimental design approach and response surface methodology are outlined. Section 6 explains the desirability function and finally, section 7 concludes the paper.

## 2. Notation and Assumptions

### 2.1 Notation

$C_T$	Total maintenance cost
$C_R$	Replacement cost (PM & CM)
$C_I$	Inventory cost
MDT	Mean Downtime (PM or CM)
MTTF	Mean Time To Failure
MTTM	Mean Time To Maintenance (PM)
MTTR	Mean Time To Repair (CM)
Q	Quantity of ordered replacement parts
S	Safety threshold level of replacement parts (Ordered point)
T	Block-replacement policy cycle length

### 2.2 Assumptions

1. The preventive replacement cost is lower than the corrective replacement cost ( $c_2 < c_1$ )
2. The time for a preventive maintenance is shorter than the time for a corrective maintenance.
3. The purchasing lead time ( $\tau$ ) is independent of the ordered quantity (Q).
4. At each reorder point, a sufficient replacement parts quantity (Q) is available

## 3. Problem statement

The simultaneous optimal solution, where the two response variables parameters are set to their optimum values, cannot be reached. Indeed, the parameter which optimize individually each response variables are not necessary the same. For that reason, a desirability approach is proposed. This approach consists of optimizing each response variable individually in order to maximize the combination of each codified response variable. Before analyzing simultaneous the two response variables, it is essential to optimize them separately. The total maintenance cost is represented by the sum of the replacement and the spare parts inventory costs:

$$C_T = \frac{C_R + C_I}{T} \quad (1)$$

In order to simplify the notation, involved costs (maintenance interventions and replacement part inventory) are defined on the interval  $[k \cdot T, (k+1) \cdot T]$  where  $k = 1, 2, n$ .

$$C_R = c_1 \cdot E[x_{cm}] + c_2 \quad (2)$$

$$C_I = [k + p \cdot (1 + E[x_{cm}])] + [c^- \cdot E[x_{c-}]] + [c^+ \cdot x^+(t)] \quad (3)$$

where:  $c_1$  is the CM cost;  $c_2$  is the PM cost;  $k$  is the set-up cost for an order;  $p$  is the replacement part cost;  $E[x_{cm}]$  is the CM mean number between two PM intervals;  $c^-$  is the backlog cost;  $E[x_{c-}]$  is the mean number of replacement part backlog between two PM intervals;  $c^+$  is the inventory cost,  $x^+(t)$  is the replacement part stock

The system availability, illustrated in the figure 1, take in account the unavailability periods associated to maintenance activities (CM and PM) and to spare parts backlog. This figure represents the different maintenance possibilities that can appear in a real production environment. Firstly, at each PM interval time  $(k \cdot T)$ , a preventive maintenance is performed, in order to prevent the CM. Thereafter, if a breakdown appears during the production state, a CM intervention is performed and the system returns into the production mode until the next maintenance intervention. Finally, if the CM intervention ended after the next planned PM replacement time scheduled at time  $[k \cdot T]$ , this planned PM is jumped and the next PM activity is performed at time  $[(k+1) \cdot T]$ . In each case, if the replacement parts are not available at the replacement time, the system has to wait the next spare part order reception to perform the maintenance intervention (PM or CM).

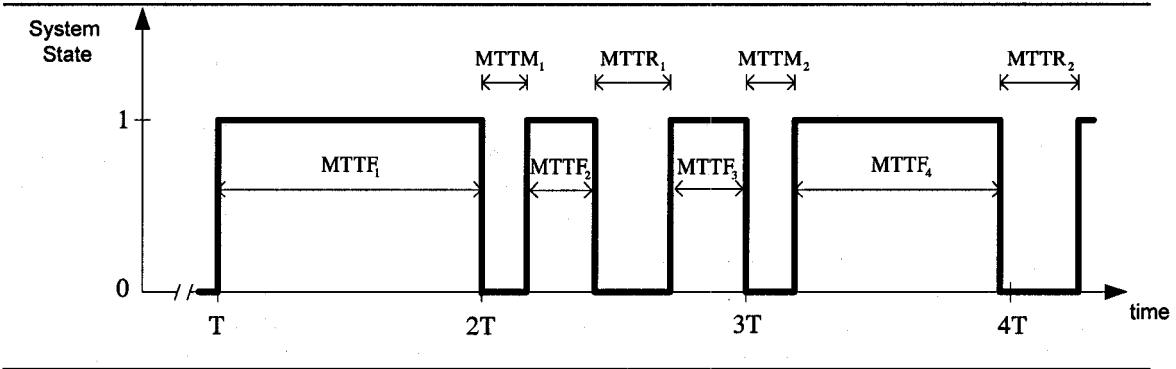


Fig. 1. System availability diagram

The MTTR and MTTM are representing respectively the mean time to repair for the corrective and for the preventive maintenance activity. The equation (4) represents the time percentage when the system is operational and defines the system availability.

$$\text{Availability} = \frac{\text{MTTF}}{(\text{MDT}) + \text{MTTF}} \quad (4)$$

where: MTTF is the Mean Time To Failure, MDT is the time to perform CM or PM.

By the lack of efficient methods for solving analytically a multiobjective optimization [11], an experimental approach is proposed to determine the parameters which minimize the cost and maximize the production equipment availability. In addition, this experimental approach is used to determine individually the optimal parameters for each response variable (cost and system availability).

#### 4. Control approach and simulation model

In this paper, we have adopted an experimental approach used in Gharbi and Kenne [12] to determine individually each response variable (cost and system availability). This approach is based on the combination of simulation model and experimental method (experimental design, response surface methodology and variance analysis (ANOVA)) in order to determine each model optimal parameters. This experimental approach structure consists of the following sequential step:

- The experimental design approach defines the way of varying the decisions variables.
- The system dynamic is representing by a continuous event simulation model (see figure 2) in order to obtain individually each response variable (cost and system availability) associate to each simulation experimental parameters set.
- The statistical analysis is used to obtain the relationship between the incurred response variable (cost and system availability) and significant main factors and interactions given by the variance analysis.
- The desirability approach (bound determination, codification and desirability function (D)) is used to determine the multiobjective optimization.
- The final step is to validate the model robustness through a sensitivity analysis.

Let us now present the simulation concept used herein. A combined continuous and discrete event simulation models is used to describe the system dynamics using the Visual SLAM language [19]. This model consists of several networks; each one describes a specific task (breakdown generation, repair policy and replacement parts inventory control).

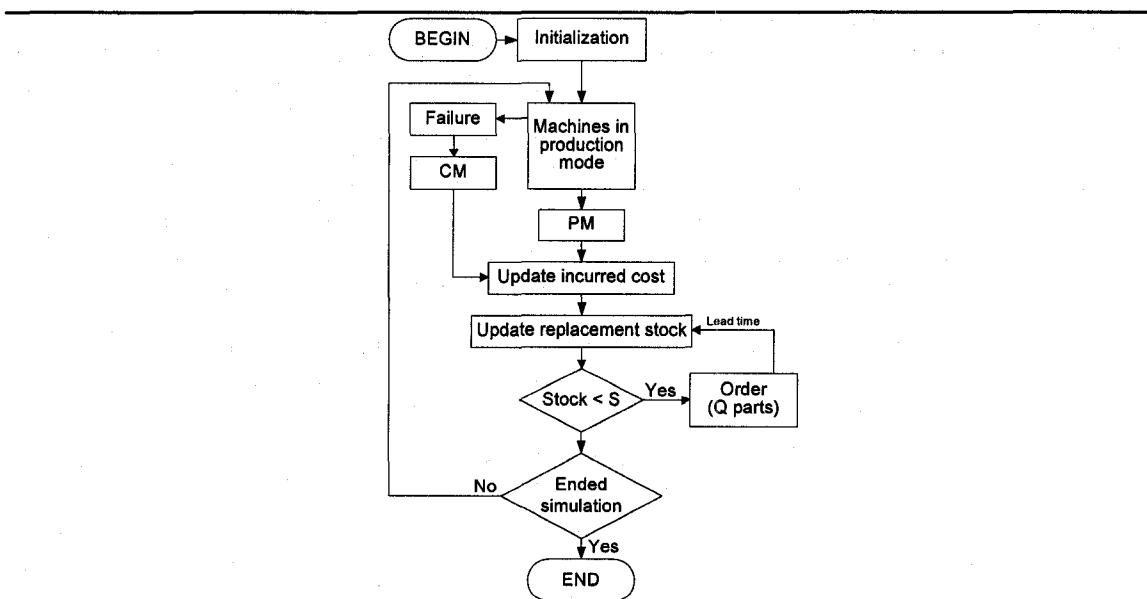


Fig.2: Simulation model diagram

Figure 2 represents the concepts that we use in our simulation model.

### 5. Experimental design and response surface methodology

In this article, we used the simulation parameters, which are presented in tables 1 and table 2. These parameters were chosen to highlight the system behaviour described in previous sections.

Table 1 Simulation data

m	c <sub>1</sub>	c <sub>2</sub>	p	k	c <sup>+</sup>	c <sup>-</sup>
2	3900	2900	100	200	10	1000

In table 1, m is the number of machine; c<sub>1</sub> is the corrective maintenance cost; c<sub>2</sub> is the preventive maintenance cost; p is the spare part cost; k is the cost for placing an order and c<sup>+</sup> is the inventory cost; c<sup>-</sup> is the backlog cost

Table 2 Simulation distributions

τ	MTTF	MTTR	MTTM
~lognormal(25,5)	~lognormal(200,100)	~lognormal(100,10)	~lognormal(10,2)

In table 2, τ is the purchasing lead time; MTTF is the Mean Time To Failure; MTTR is the Mean Time To Repair (CM) and MTTM is the Mean Time To Maintenance (PM)

In this study, we collect and analyse data for a steady state. Due to the convexity property of the two values functions [11], we selected a response surface plan 3<sup>3</sup> (3 factors having each 3 modalities) for both response functions. This experimental approach is used to study and understand the effects between independent variables (T, S and Q) and two response functions (cost and system availability). In order to understand the system variability, four replications were conducted for each factors combination. To determine the range of variables (table 3), we used some offline simulations in order to define the responses functions domains.

Table 3 Independent variables levels

Factors	Low level	Center	High level	Description
T	60	110	180	Preventive maintenance point
S	0	1	2	Ordering point
Q	2	3	4	Quantity in each order

The response surface methodology was used to optimize the simulation results. This method is a collection of mathematical and statistical techniques that are useful for modeling and analyzing problems in which a response is influenced by several variables [18]. In our case, the model contains three inputs variables (T, S and Q) and two response variables (cost and system availability). For each response variable, we assume here that there exists a function Φ of z<sub>1</sub>, ..., z<sub>n</sub> that provides the response variable value corresponding to any given input factor combination. This function Φ(.) is called the response surface and is assumed to be a continuous function of z<sub>j</sub>, j = 1, ..., n where n represent the number of independent variables. Due to the convexity property of the value function [11], the first-order response surface method is rejected. We choose the second-order model given by:

$$\text{Response variables (Cost & Availability)} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i Z_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} Z_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=2, i < j}^k \beta_{ij} Z_i Z_j + \varepsilon \quad (5)$$

where  $k = n$  and  $Z_j = z_j$ ,  $j = 1, \dots, n$  are the input variables;  $\beta_0$ ,  $\beta_i$  ( $i = 1,2,3$ ),  $\beta_{ij}$  ( $i,j = 1,2,3$ ) are unknown parameters and  $\varepsilon$  is a random error. The complete cost function parameters are presented in those equations:

$$\text{Cost} = 195.321 - 1.6568 T + 1.5290 S + 0.7312 Q + 0.0046 T^2 + 0.0235 T \cdot S + 0.0095 T \cdot Q + 1.3616 S^2 + 0.5203 S \cdot Q + 0.2887 Q \quad (6)$$

$$\text{Availability} = 70.097 + 0.1643 T + 4.9237 S + 1.2772 Q - 0.0008 T^2 - 0.0146 T \cdot S - 0.0023 T \cdot Q - 0.7680 S^2 - 0.2878 S \cdot Q - 0.0821 Q^2 \quad (7)$$

The third order interactions and all other effects were neglected or added to the error. More details on the response surface methodology can be founded in Khuri and Cornell [15].

### 5.1 Result analysis

The statistical analysis consist a multifactor variance analysis (ANOVA). This is done using a statistical software application, such as STATGRAPHICS, to provide the independent variables effect on the dependant variables. The Pareto chart (figure 3), indicates the main factors, interactions and quadratics effects significant at a 0.05 level.

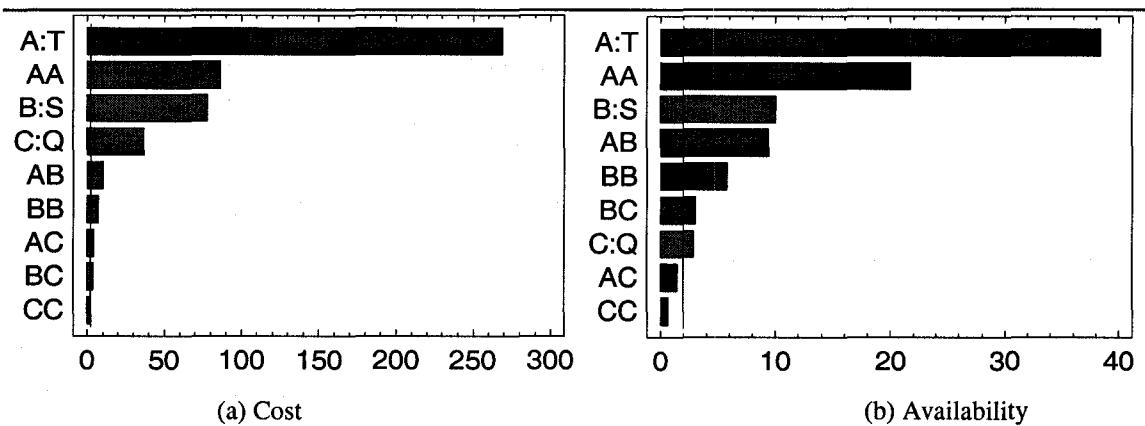


Fig. 3. Response Function Pareto Chart

The adjusted correlation coefficient ( $R^2_{\text{adj}}$ ) also indicates that more than 95% of the system variability is explained by the model (see table 4). The fact that adjusted correlation coefficients are high in all models and residues analysis did not indicate any tendency, shows that the answer variable is enough clear without consider transformation of response variable. With the simulation and statistical analysis combination we determine experimentally the optimal parameters ( $T^*$ ,  $S^*$  and  $Q^*$ ) for the system cost and for the production equipment availability (see table 4).

Table 4 Optimal parameters

	$T^*$	$S^*$	$Q^*$	Cost	Availability	$R^2_{\text{adj}}$
Cost optimization	177,51	0	2	<b>52,49</b>	75,6 %	99,88 %
Availability optimization	81,66	1,76	3,54	104,57	<b>84,9 %</b>	95,46 %

In the cost optimization (see table 4), we observe that the system does not need any inventory to minimize the overall cost. Moreover, by comparing each response optimum values, we observe that the cost optimization decreases the system availability by approximately 10% but allows saving 50% in the maintenance budget (see table 4). In the next section, we will determine the best compromise between the cost minimization and the system availability maximization.

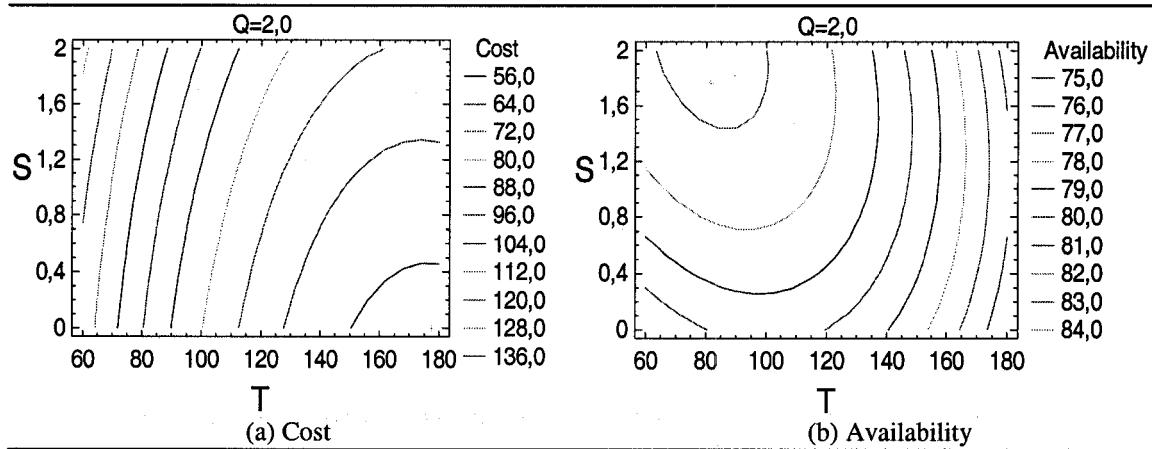


Fig. 4. Response surface contour plot

The response surface contour shows (figure 4) the optimal parameters for each individual response variable.

## 6 Desirability

The ideal solution, where the two responses variables are set simultaneous to the optimal values, cannot be reached because the factors values ( $T$ ,  $S$  and  $Q$ ) which optimize individually the two responses variables are not necessary the same. For that reason, the desirability approach converts a multiresponse problem into a maximization problem with a single aggregate measure and solves it as a single maximization objective optimization problem.

### 6.1 Desirability function approach

The desirability function approach transforms an estimated response to a scale-free value  $d_k$ , called desirability. It is a value between 0 and 1, and increases if the desirability of the corresponding response increases [16]. The global desirability  $D$ , developed by Harrington [13] is defined by combining the  $d_k$  (see equation 8) where  $k$  is number of response variables.

$$D = (d_1 \times d_2 \times \dots \times d_r)^{1/r} \quad (8)$$

Based on the pioneering work of Harrington [13] and Derringer & Suich [9], on the desirability concept, Derringer [8] extended the desirability approach by including the response variable relative weigh on the global desirability function ( $D$ ):

$$D = (d_1^{w1} \times d_2^{w2} \times \dots \times d_r^{wr})^{1/\sum wr} \quad (9)$$

where the  $w_j$  are the relative weights among the  $r$  responses,  $j = 1, 2, \dots, r$ . With this desirability approach, each response variable can have different effects on the global optimal.

## 6.2 Desirability bounds determination

The bounds of each individual response variable ( $y_j^{\min}$  and  $y_j^{\max}$ ) are set at the extreme values of each individual response. This value will be used to determine the codified value for each response variable.

$$y_j^{\min} = \min_{x \in \Omega} \{y_j(T, S \text{ and } Q)\} \quad (10)$$

$$y_j^{\max} = \max_{x \in \Omega} \{y_j(T, S \text{ and } Q)\} \quad (11)$$

In this specific case,  $y_1$  represent the cost response variable and  $y_2$  represent the system availability response variable. The bounds determined by equation (10) and (11) represent the minimum and the maximum values of the individual response variable (cost and system availability) within the experimental region  $\Omega$ .

## 6.3 Desirability codification

This simultaneous multiobjective optimization approach uses a factors codification system which depends on the objective (minimization or maximisation) of each response variables. The figure 5 illustrates each codification case.

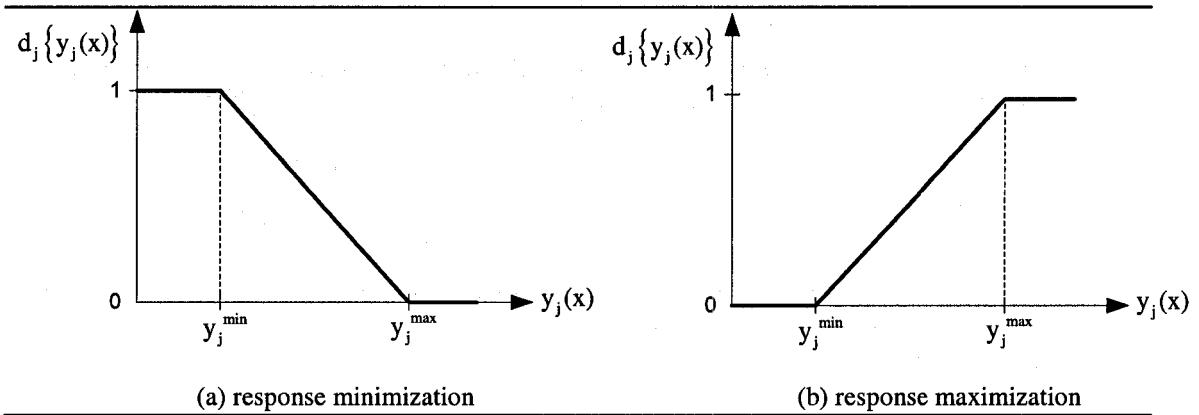


Fig. 5 Desirability codification

In this paper, each response variable has a different objective. The cost and system availability response variables are respectively subject to minimization and maximization. In each case, the response variable needs to be codified (value between 0 and 1) in order to compare it with the desirability function (see equation (9)). For the cost response desirability ( $d_1$ ), the minimum value takes the maximum codification value (1) and the rest of the value decrease linearly according to the equation (12) until the maximum cost value that takes the minimum codification value (0). The system availability response variable uses the same approach but in the opposite case (see equation (13)). In other word, we penalize the lowest value and improve the biggest values.

$$d_1 = \begin{cases} 1 & \text{if } y_1 \leq y_1^{\min} \\ \frac{(y_1^{\max} - y_1)^s}{(y_1^{\max} - y_1^{\min})^s} & \text{otherwise} \\ 0 & \text{if } y_1 \geq y_1^{\max} \end{cases} \quad (12)$$

$$d_2 = \begin{cases} 0 & \text{if } y_2 \leq y_2^{\min} \\ \frac{(y_2 - y_2^{\min})^s}{(y_2^{\max} - y_2^{\min})^s} & \text{otherwise} \\ 1 & \text{if } y_2 \geq y_2^{\max} \end{cases} \quad (13)$$

Where the shape factor ( $s$ ) is set at 1 for each desirability ( $d_1$  and  $d_2$ ). With this transformations (equation (12) and (13)) it is possible to analyse simultaneous the cost effectiveness and the equipment availability for different maintenance policies parameters with the desirability function (equation (9)).

#### 6.4 Sensitivity analysis

To illustrate the model robustness, a sensitivity analysis on the desirability approach is conducted. In this analysis, we will vary the relative weight ( $w_1$  and  $w_2$ ) of each response variable ( $d_1$  and  $d_2$ ), in order to make sure that the optimums parameters for the simultaneous optimization move in the right and the logical direction. Moreover, we checked if the model behaviour is realistic by comparing the optimum parameters for each individual response variable to the multiobjective optimum parameters (table 5). This analysis shows the benefice obtained with the desirability approach (table 5; case3). This case represents the maintenance budget to obtain the compromise between the maximal system availability (high maintenance budget) and its minimal value (low maintenance budget).

Table 5 Sensitivity analysis

Case	$w_1$	$w_2$	$T^*$	$S^*$	$Q^*$	Cost	Availability	Comments
1	1	0	177,51	0,00	2,00	<b>52,49</b>	75,6	<b>Cost*</b>
2	0	1	81,66	1,76	3,54	104,57	<b>84,9</b>	<b>Availability*</b>
3	1	1	115,12	1,00	2,42	<b>73,36</b>	<b>82,3</b>	<b>Desirability Basic Case</b>
4	1	2	110,33	1,14	2,32	76,30	82,8	Cost ↑; Availability ↑
5	1	5	103,83	1,31	2,22	80,54	83,4	Cost ↑; Availability ↑
6	1	10	99,39	1,41	2,16	83,47	83,8	Cost ↑; Availability ↑
7	2	1	120,32	0,86	2,57	70,90	81,4	Cost ↓; Availability ↓
8	5	1	128,76	0,73	2,73	67,71	80,8	Cost ↓; Availability ↓
9	10	1	135,75	0,67	2,77	65,34	79,9	Cost ↓; Availability ↓

Where  $w_2 = 0$  (case 1) indicates the optimum parameters for the cost analysis and  $w_1 = 0$  (case 2) indicates the optimum parameters for system availability analysis. Through the above analysis, it clearly appears that the obtained results make sense because all the results go in right and logical direction. The sensitivity analysis also indicates the advantage to use a multiobjective approach to determine the compromise between each response variable optimum parameters. Effectively, by modifying each variable relative weigh ( $w_1$  and  $w_2$ ), it is possible to get closer to each response optimum value. That means that the enterprise decision makers have, with this model, the possibility to adjust the system parameters with the market demand. In some financial period, they can decide to reduce the maintenance budget and decrease the equipment availability. In some others production periods, they can decide to increase the production equipment availability by increasing the maintenance budget.

## 7. Conclusion

In this paper, a multiobjective optimization desirability approach has been developed. This approach determines the best compromise parameters ( $T$ ,  $S$  and  $Q$ ) between the cost minimization and the system availability maximization. Due to the lack of effective method for solving analytically a multiobjective optimization, we proposed an experimental approach. Based on the experimental design and simulation, this methodology was used to solve the multiobjective problem. Compared to models previously developed in literature, based on a single response variable, this approach proposes the possibility to determine each response variable relative weight. So, the importance level that the decision maker attaches to each response variable should be reflected in the optimal solution. This also means that the maintenance parameters ( $T$ ,  $S$  and  $Q$ ) can vary, depending on the order and fiscal period, in order to adjust the desired budget cost and production equipment availability.

## 8. References

- [1] Barlow, R. E., & Hunter. (1960), Optimal preventive maintenance policies. *Operations Research*, 8, 90-100.
- [2] Barlow R.E. & Proschan F. (1965), Mathematical theory of reliability., Wiley, New York.
- [3] Bhat, B. R. (1969), Used Item Replacement Policy., *Journal of Applied Probability* 6, 309-318
- [4] Boschian, V., Rezg, N., Chelbi, A. (2006), Apport de la simulation dans le choix d'une stratégie de maintenance pour des systèmes de production soumis à des périodes d'indisponibilité., *Actes de la 6e conférence francophone de modélisation et de simulation.*, Rabat, Maroc, 3-5 avril
- [5] Canfield, R.V. (1986), Cost Optimization of Periodic Preventive Maintenance., *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. R-35, No. 1. pp.78-81
- [6] Cox, D. R. (1962), Renewal Theory, John Wiley & Sons inc., New York
- [7] Cookes, P. C. I. (1963), Replacement Strategies, *Operations Research Quarterly.*, 14, 167-184
- [8] Derringer G. (1994), A Balancing Act: Optimizing a Product's Properties., *Qual. Prog.*, 51-58
- [9] Derringer, G., Suich, R. (1980), Simultaneous Optimization of several Response Variables., *Journal of Quality technology*, 12(4), 214-219
- [10] Duffuaa, S.O., Raouf, A., Campbell, J.D. (1999), *Planning and Control of Maintenance Systems.*, John Wiley and Sons, New York.
- [11] Gershwin, S.B. (1994), Manufacturing Systems Engineering. PTR Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ
- [12] Gharbi, A., Kenne, J.P. (2000), Production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system : An experimental design approach. *International journal of production economics.*, 65 275-287
- [13] Harrington, E. C. Jr. (1965), The Desirability Function., *Industrial Quality Control.*, 21(10), 494-498
- [14] Kralj, B. & Petroviv R. (1995), A Multiobjective Optimization Approach to Thermal Generating Units Maintenance Scheduling., *European Journal of Operational Research*, Vol. 84, pp. 481-493
- [15] Khuri, A. I. and Cornell, J. A. (1987), *Response Surfaces: Design and Analysis.*, Marcel Dekker
- [16] Kim, K. J., & Lin, K. J. D., (2000), Simultaneous optimization of mechanical properties of steel by maximizing exponential desirability functions., *Appl. Stat.*, pt. 3, vol. 49, pp. 311-325
- [17] Lam, C.T. & Yeh R.H., (1994), Optimal Maintenance-Policiesfor Deteriorating Systems Under Various Maintenance Strategies., *IEEE Transaction on Reliability*, Vol 43, No. 3, pp.423-430.
- [18] Montgomery, D.C. (2000), *Design and Analysis of Experiments.*, fifth edition, John Wiley and Sons, New York.
- [19] Pritsker, A. A. B., O'Reilly, J.J. (1999), *Simulation with Visual SLAM and Awesim.*, John Wiley and Sons, New York.
- [20] Sheu S.H. (1995), Extended block replacement policy of a system subject to shocks, *IEEE Transaction on Reliability*, vol 46.

- [21] Tango, T. (1978), Extended block replacement policy with used items, *Journal of Applied Probability.*, 15(3), 560-572
- [22] Valdez-Flores, C. & Feldman R.M., (1989), A Survey of Preventive Maintenance Models for Stochastically Deterioration Single-Unit Systems., *Naval research logistics.*, Vol. 36, pp. 419-446.
- [23] Wortman, M.A., Klutke, G.-A., Ayhan, H., (1994), A maintenance strategy for systems subjected to determination governed by random shocks., *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 43, No. 3, pp. 439-445

## BIBLIOGRAPHIE

- Acharya D., Nagabhushanam G., & Alam S.S. (1986). Jointly optimal block replacement and spare provisioning policy. *IEEE Transactions on Reliability*, R-35 (4), pp. 447-451.
- Akella, R., & Kumar, P. R. (1986). Optimal control of production rate in a failure prone manufacturing system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 31 (2), 116–126.
- Archibald, T. W., & Dekker, R. (1996). Modified block-replacement for multiple-component systems. *IEEE Transactions on Reliability*, v 45, n 1, Mar, p 75-83
- Barlow, R. E., & Hunter, L. (1960). *Optimal preventive maintenance policies*. *Operations Research*, 8, 90-100.
- Barlow R.E., & Proschan F. (1965). *Mathematical theory of reliability*, Wiley, New York.
- Berg, M., & Epstein B. (1976). A modified block replacement policy. *Naval Research Logistics Quarterly*, 23, 15-24
- Bhat, B. R. (1969). Used Item Replacement Policy. *Journal of Applied Probability*, 6, 309-318
- Boschian, V., Rezg, N., & Chelbi, A. (2006). *Apport de la simulation dans le choix d'une stratégie de maintenance pour des systèmes de production soumis à des périodes d'indisponibilité*. Actes de la 6e conférence francophone de modélisation et de simulation., Rabat, Maroc, 3-5 avril
- Boukas E. K., & Haurie A. (1990). Manufacturing Flow Control and Preventive Maintenance : A Stochastic Control Approach. *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 33, No. 9, 1024-1031.
- Brezavšček, A., & Hudoklin, A. (2003). Joint optimization of block-replacement and periodic review spare-provisioning policy. *IEEE Transactions on Reliability*, 52 (1), pp. 112-117.
- Chelbi, A., & Aït-Kadi D. (2001). Spare provisioning strategy for preventively replaced systems subjected to random failure. *International Journal of Production Economics*, 74, pp. 183-189.
- Cox, D. R. (1962). *Renewal Theory*, John Wiley & Sons inc., New York

- Cookes, P. C. I. (1963). Replacement Strategies, *Operations Research Quarterly*, 14, 167-184
- Duffuaa, S.O., Raouf, A., & Campbell, J.D. (1999). *Planning and Control of Maintenance Systems*. John Wiley and Sons, New York.
- Gharbi, A., Kenne, J.P., & Beit, M. (2006). Optimal safety stocks and preventive maintenance periods in unreliable manufacturing systems. *International Journal of Production Economics (to appear)*
- Hu, J.Q., & Xiang, D., (1994). Monotonicity of optimal flow control for failure-prone production systems. *Journal of Optimization Theory and Application*, 31(1), 75-71
- Hu, J. Q., Vakili, P., & Yu, G. X. (1995). Optimality of hedging point policies in the production control of failure-prone manufacturing systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(9), 1875-1879
- Jamali, M.A., Fagnart, C., Iassinovski, S.I., Ait-kadi, D., & Artiba, A. (2002). Apport de la simulation dans l'analyse de stratégies de maintenance. *Proceedings of the third International Conference In Operations Research - Theory and Application*, Marrakech, 4-6 juin.
- Karen K. Y., Liu H. & Yin G. G. (2003). Stochastic Models and Numerical Solutions for Production Planning with Applications to the paper Industry, *Computers and Chemical Engineering*, 27, 1693-1706.
- Kenne, J. P., & Boukas, E. K. (1997). Production and corrective maintenance planning problem of a failure prone manufacturing system. *Proceedings of the American Control Conference*, Albuquerque, New Mexico.
- Kenne, J. P., Boukas, E. K., & Gharbi, A. (2003). Control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine, multiple-product manufacturing system. *Mathematical and Computer Modelling Journal*, 38 351–365.
- Kenne, J. P., & Gharbi, A. (2004). Stochastic optimal production control problem with corrective maintenance. *Computers and Industrial Engineering*, 46 (4) 865-875.
- Ki-Ling, C., & Warren, H.H. (1997). Joint determination of preventive maintenance and safety stocks in an unreliable production environment. *Naval Research Logistics*, 44 (3), 257–272.
- Kimemia, J. G., & Gershwin, S. B. (1983). An algorithm for computer control of production in flexible manufacturing system. *IIE Transactions AC-15*, 353-362.

- Murthy, D.N.P., & Nguyen D.G. (1982). A note on extended block replacement policy with used items. *Journal Applied Propability*, vol 19, Dec, pp 885-889
- Montgomery, D.C. (2000). *Design and Analysis of Experiments*, fifth edition., John Wiley and Sons, New York.
- Nakagawa T. (1981). Modified periodic replacement with minimal repair at failure. *IEEE Trans. Reliability*, vol R-30, Jun, pp 165-168.
- Nakagawa T., (1983), Combined replacement models. *RAZRO Operations Research*, vol 17, May, pp 193-203.
- Pellerin, R. (1997). *Modèle d'ordonnancement dynamique de projets de réfection*, Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montreal (QC, Canada).
- Pritsker, A. A. B., & O'Reilly, J.J. (1999). *Simulation with Visual SLAM and Awesim*. John Wiley and Sons, New York.
- Rezg, N., Xie, X., & Mati, Y. (2004). Joint optimisation of preventive maintenance and inventory control in a production line using simulation. *International Journal of Production Research*, 42 (10), 2029–2046.
- Salameh, M.K., & Ghattas, R.E. (2001). Optimal just-in-time buffer inventory for regular preventive maintenance. *International Journal of Production Economics*, 74 (1–3), 157–161.
- Tango, T. (1978). Extended block replacement policy with used items. *Journal of Applied Probability*, 15(3), 560-572
- Schmidt, J. W., & Taylor, R. E. (1970). *Simulation and Analysis of Industrial Systems*, Richard D. Irwin, Homewood, Illinois.
- Shannon, R.E. (1975). *Systems Simulation: The Art and Science*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 387 p.
- Sheu S.H. (1995). Extended block replacement policy of a system subject to shocks. *IEEE Transaction on Reliability*, vol 46.
- Wortman, M.A., Klutke, G.-A., & Ayhan, H. (1994). A maintenance strategy for systems subjected to determination governed by random shocks. *IEEE Transaction on Reliability*, Vol. 43, No. 3, pp. 439-445