

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

THÈSE PAR ARTICLES PRÉSENTÉE À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DU
DOCTORAT EN GÉNIE
Ph.D.

PAR
BOUZIDANE, Ahmed

CONCEPTION D'UN PALIER HYDROSTATIQUE INTELLIGENT POUR CONTRÔLER
LES VIBRATIONS DE ROTORS

MONTREAL, LE 21 JUIN 2007

© Bouzidane, 2007

CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

M. Marc Thomas, directeur de thèse
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. David Bensoussan, président du jury
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure

M. Hakim Bouzid, membre du jury
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

M. Azzedine Dadouche, examinateur externe
Laboratoire des turbines à gaz à l'Institut de recherche aérospatiale du CNRC

ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC

LE 21 JUIN 2007

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

REMERCIEMENTS

Cette thèse, dirigée par monsieur le Professeur Marc Thomas, a été effectuée au sein de Département de Génie Mécanique de l'École technologie supérieure, Université de Québec, et entamée en Mai 2003.

Je tiens à exprimer à monsieur Marc Thomas, Professeur au Département de Génie mécanique de l'École technologie supérieure ma gratitude, pour son support financier tout au long de cette thèse, pour la confiance qu'il m'a accordée, pour m'avoir toujours très bien guidé, encouragé et motivé, pour m'avoir permis de finaliser cette thèse. Je le remercie aussi pour ses qualités professionnelles et humaines.

Je suis très sensible à l'honneur que me fait le professeur David Bensoussan, Professeur au Département de Génie Électrique de l'École technologie supérieure, pour avoir accepté de présider le jury.

Mes remerciements vont également à monsieur Hakim Bouzid, Professeur au Département de Génie Mécanique de l'École technologie supérieure, pour avoir accepté d'examiner ce travail et de faire partie du jury.

Que monsieur Dr Azzedine Dadouche, Agent de Recherche au Laboratoire des turbines à gaz à l'Institut de recherche aérospatiale du CNRC, trouve ici l'expression de toute ma gratitude pour avoir accepté d'examiner ce travail, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et de faire partie du jury.

Je remercie vivement mes collègues du local 2215 à l'ETS, ainsi que mes professeurs de l'Institut de Génie Mécanique, Université de Chlef, Algérie, en particulier, Dr H. Zahloul, Pr. A. Bettahar et Pr. L. Loukarfi.

Je dédie cette thèse à mon père qui nous a malheureusement quitté et à ma très chère mère que Dieu tout puissant lui prête longue vie et bonne santé. Je dédie ce travail aussi à ma famille, d'Algérie et de France, qui m'a énormément soutenu.

Je tiens à dire un grand merci à mon épouse, pour les sacrifices surhumains qu'elle a consentis durant toute la durée de cette thèse. L'ampleur de sa contribution dépasse largement ce qui aurait du être. Je lui en suis très reconnaissant. Je remercie tout autant mes frères et soeurs pour leur appui immense qui m'ont soutenu surtout moralement dans l'accomplissement de ce travail.

Enfin, mes remerciements à tous mes amis qui m'ont soutenu et encouragé de près ou de loin, pour finaliser ce travail.

À Ryma et Tesnim mes filles adorées....

Je dédie cette thèse

CONCEPTION D'UN PALIER HYDROSTATIQUE INTELLIGENT POUR CONTRÔLER LES VIBRATIONS DE ROTORS

BOUZIDANE, Ahmed

RÉSUMÉ

La tendance d'augmenter les vitesses de rotation des machines tournantes exige des conceptions de rotors qui doivent fonctionner au delà d'une ou plusieurs de leurs vitesses critiques. Ces rotors fonctionnent alors dans leur mode flexible et sont sujets à des vibrations importantes. Lorsque les méthodes passives ne suffisent pas pour amortir les vibrations générées, on doit alors avoir recours à des techniques de contrôle des vibrations des rotors à l'aide de paliers intelligents.

Un nouveau palier hydrostatique intelligent à quatre butées hydrostatiques et alimentées par un fluide électrorhéologique, a été conçu pour contrôler les vibrations de rotor, excités par un balourd, et les forces transmises au palier.

Notre étude comporte deux volets, l'un portant sur l'analyse linéaire et l'autre portant sur l'analyse non - linéaire. Ils sont présentés comme suit:

Dans un premier volet qui porte sur la simulation linéaire, deux études ont été présentées, soit le calcul des caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier passif et le celui d'un palier contrôlé activement par un fluide électrorhéologique :

- Dans la première étude, on a développé un modèle théorique du nouveau palier hydrostatique passif, basé sur une analyse linéaire, afin d'étudier l'influence de l'épaisseur de film lubrifiant, du rapport de pression et de la configuration géométrique des patins sur les caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique. Les résultats obtenus montrent que le palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques présente de bonnes caractéristiques dynamiques et une excellente stabilité en raison de sa haute rigidité, de son amortissement et du découplage des rigidités.
- Dans la deuxième étude, un nouveau palier hydrostatique intelligent alimenté par un fluide électrorhéologique pour contrôler les vibrations des rotors rigides et les forces transmissibles en jouant sur le contrôle de l'amortissement est présenté. Dans un premier temps, un modèle numérique basé sur la théorie linéaire est développé pour étudier l'effet de fluides électrorhéologiques à effet négatif (NER) ainsi que celui du rapport de pressions et de l'excentricité statique, sur les caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique intelligent. Dans un second temps, une modélisation de l'arbre rigide monté dans un palier intelligent ayant un comportement linéaire est présentée. Ce type de modélisation met en évidence l'effet du fluide électrorhéologique sur le comportement dynamique d'une ligne d'arbre rigide.

Dans un deuxième volet qui porte sur la simulation non linéaire, deux études ont été présentées, soit le comportement vibratoire d'un arbre rigide monté dans un palier hydrostatique passif et celui d'un arbre flexible, montés dans un palier hydrostatique intelligent :

- Une modélisation d'un arbre rigide monté verticalement dans un palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques a été effectuée selon un modèle linéaire et non linéaire. Le calcul non linéaire consiste à résoudre les équations de la dynamique d'un arbre dans son palier et excité par un balourd, par un calcul temporel pas à pas par la méthode de d'Euler, les efforts hydrostatiques créés par le fluide sur l'arbre étant calculés à chaque itération à partir de l'équation de Reynolds écrite en régime dynamique. Il en résulte que le calcul effectué met en évidence l'effet des non linéarités lorsque le balourd devient trop important.
- Une modélisation d'un arbre flexible monté verticalement dans un palier hydrostatique intelligent été effectuée selon un modèle non linéaire. L'arbre est modélisé par éléments finis avec plusieurs dizaines de degrés de liberté prenant en compte les efforts gyroscopiques. Le calcul non linéaire consiste à résoudre les équations de la dynamique pour le système arbre - palier par un calcul temporel pas à pas par la méthode de Newmark avec un pas variable. Les efforts hydrostatiques créés par le fluide ER sur l'arbre étant calculés à chaque itération. Ceux-ci sont obtenus par intégration du champ de pression calculé à partir de l'équation de Reynolds écrite en régime dynamique. Une stratégie de contrôle se basant sur le contrôle direct de la viscosité par une mesure permanente des déplacements du rotor a été envisagée. Ce type de modélisation met en évidence le rôle prépondérant des paliers hydrostatiques intelligents sur le comportement d'une ligne d'arbre flexible.

DESIGN OF A SMART HYDROSTATIC JOURNAL BEARING TO CONTROL ROTOR VIBRATIONS

BOUZIDANE, Ahmed

ABSTRACT

The tendency to increase rotation speed of rotating machines requires rotor designs which must operate above of one or many of their critical speeds. These rotors operate in their flexible mode and are subject to important vibrations. When passive methods cannot be used to damp the vibrations, a control with smart journal bearing may be used instead.

A new smart hydrostatic journal bearing with four hydrostatic bearing flat pads fed by electrorheological fluid, has been designed to control rotor vibrations caused by imbalance and to reduce transmitted forces to the bearing.

Our study is divided in two sections; the first one is based on a linear analysis, while the second one is based on a non linear analysis. They are presented as following:

In the first section, two studies involving linear simulations are presented: calculation of the static and dynamics characteristics of a passive journal bearing and a journal bearing controlled actively by an electrorheological fluid.

- In the first study, a theoretical model of a new passive hydrostatic journal bearing has been developed. Based on a linear analysis, an investigation of the effects of film thickness, pressure ratio and bearing geometric configuration on the static and dynamic characteristics of a hydrostatic journal bearing has been made. The results show that the hydrostatic journal bearing has good dynamic characteristics and excellent stability because of its higher stiffness and damping and zero cross- coupling terms.
- In the second study, a new smart hydrostatic journal bearing fed by an electrorheological fluid to control rigid rotor vibrations and transmitted forces, is presented. In the first step, a numerical study based on a linear model is developed in order to investigate the effects of negative electrorheological fluids (NER) and ratios of pressure and static eccentricity, on the dynamic characteristics of a smart hydrostatic journal. In the second step, a model of rigid shaft in a smart hydrostatic journal having a linear behavior is presented. This type of model underlines the effects of NER on the rigid rotor dynamic behavior.

In the second section which involves the non linear method, two studies have been presented, that is to say the vibrations behavior of a rigid rotor set in the passive hydrostatic journal and the one of a flexible shaft set in a smart hydrostatic journal:

- A model of a rigid rotor set vertically in a hydrostatic journal bearing with four pads has been done according to a linear and a non linear behavior. The non linear calculation consists of solving, by the step by step Euler method, the dynamic equations of a shaft excited by imbalance. The hydrostatic forces created by the fluid on the shaft are computed at each step using the Reynolds dynamic equation. It is revealed that the effect of nonlinearity is significant when the unbalance becomes important.
- A modeling of a flexible shaft set vertically in a hydrostatic journal with four pads has been done according to a non linear model. The shaft is modeled with several degrees of freedom, by taking in to account gyroscopic efforts. Nonlinear calculation consists of solving, by using the method of Newmark with a variable step, the dynamic equations of the shaft and journal system by a temporal calculation. The hydrostatic efforts created by the fluid on the shaft are computed at each iteration. The results are obtained by integration of the pressure field calculated from the Reynolds dynamic equation. A strategy of control, based on the direct control of viscosity change and measurement of rotor displacements, was considered. This type of modeling underlines the preponderant role of the intelligent hydrostatic bearings on the behavior of a flexible shaft.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
REMERCIEMENTS	iii
RÉSUMÉ.....	v
ABSTRACT.....	viii
TABLE DES MATIÈRES.....	ix
LISTE DES TABLEAUX.....	xiii
LISTE DES FIGURES.....	xiv
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES.....	xvii
INTRODUCTION ET PRÉSENTATION DE LA PROBLÉMATIQUE	1
0.1 Problématique	1
0.1.1 Types de paliers	1
0.1.1.1 Les roulements	1
0.1.1.2 Les paliers hydrodynamiques.....	1
0.1.1.3 Les paliers hydrostatiques.....	2
0.1.2 Contrôle des vibrations de rotors	2
0.1.2.1 Contrôle passif	2
0.1.2.2 Contrôle actif	3
0.2 Étude Bibliographique	3
0.2.1 Les paliers hydrostatiques.....	3
0.2.1.1 Principe de la lubrification hydrostatique	3
0.2.1.2 Caractéristiques des paliers hydrostatiques	6
0.2.2 Contrôle des rotors	12
0.2.2.1 Modélisation des rotors.....	12
0.2.2.2 Contrôle des pressions et amortissement	12
0.2.2.3 Contrôle par fluide électro-rhéologique.....	13
0.3 Objectifs de la recherche.....	14
0.4 Présentation de l'étude	16
CHAPITRE 1 EQUIVALENT STIFFNESS AND DAMPING INVESTIGATION OF A HYDROSTATIC JOURNAL BEARING	18
1.1 Présentation.....	18
1.2 Article	20
1.2.1 Introduction.....	22
1.2.2 Hydrostatic Journal Bearing Description.....	24

1.2.3	Numerical modeling.....	26
1.2.3.1	Reynolds Equation	26
1.2.3.2	Carrying Load Capacity	28
1.2.3.3	Recess Pressure	29
1.2.3.4	Flow Rate Requirement	30
1.2.3.5	Dynamic Characteristics of Hydrostatic Journal Bearing.....	30
1.2.3.6	Flow charts	32
1.2.4	Numerical Results	35
1.2.4.1	Film thickness analysis	38
1.2.4.2	Equivalent stiffness analysis	38
1.2.4.3	Equivalent damping analysis	40
1.2.4.4	Comparisons between hydrostatic journal bearings and hybrid journal bearings.....	41
1.2.4.5	Flow analysis	42
1.2.4.6	Static load.....	44
1.3	Conclusion	45
1.4	References.....	47
CHAPITRE 2 AN ELECTORRHEOLOGICAL HYDROSTATIC JOURNAL BEARING FOR CONTROLLING ROTOR VIBRATION		49
2.1	Présentation.....	49
2.2	Article 2	51
2.2.1	Introduction.....	52
2.2.2	NER Hydrostatic Journal Bearing Description.....	54
2.2.2.1	Reynolds Equation	55
2.2.2.2	Recess Pressure	57
2.2.2.3	Flow Rate Requirement	58
2.2.2.4	Carrying Load Capacity	58
2.2.2.5	Dynamic Characteristics of Hydrostatic Journal Bearing.....	59
2.2.3	Rotor Dynamic Equation	60
2.2.3.1	Response of a Damped System under Harmonic Force.....	61
2.2.4	Numerical Results	63
2.2.4.1	Effect of pressure ratio and electric field	66
2.2.4.2	Effect of static eccentricity ratio and electric field	70
2.2.4.3	Effect of electric field on rotor response and transmitted force.....	72
2.3	Conclusion	75
2.4	References.....	77
CHAPITRE 3 NON LINEAR DYNAMIC BEHAVIOR OF A RIGID ROTOR SUPPORTED BY A HYDROSTATIC JOURNAL BEARING		80
3.1	Présentation.....	80
3.2	Article	82
3.2.1	Introduction.....	83
3.2.2	Mathematical Modeling	85
3.2.2.1	Reynolds Equation	86

3.2.2.2	Carrying Load Capacity	88
3.2.2.3	Recess Pressure	89
3.2.2.4	Flow Rate Requirement	90
3.2.3	Rotor Dynamics Equation.....	90
3.2.3.1	Linear and Non Linear Simulations.....	92
3.2.3.2	Linear approach method.....	92
3.2.3.3	Non Linear approach method.....	93
3.2.4	Numerical Results	94
3.2.4.1	Effect of unbalance eccentricity on rotor response and transmitted force	95
3.2.4.2	Effect of the supply pressure, viscosity and pressure ratio on rotor response and transmitted force, by the non linear method.	96
3.3	Conclusion	99
3.4	References	102

CHAPITRE 4 NON-LINEAR BEHAVIOUR OF A FLEXIBLE SHAFT CONTROLLED BY ELECTRO-RHEOLOGICAL HYDROSTATIC JOURNAL BEARING.....

4.1	Présentation.....	104
4.2	Article	106
4.2.1	Introduction.....	107
4.2.2	Negative Electro-rheological Fluids	109
4.2.3	Mathematical Modeling	111
4.2.3.1	NER Hydrostatic Journal Bearing Model	111
4.2.3.2	Shaft Model.....	116
4.2.3.3	Non-Linear Method	120
4.2.4	Numerical Results	121
4.2.4.1	Modal analysis	124
4.2.4.2	Transient response	124
4.2.4.3	The effect of the electric field.....	127
4.2.4.4	Control method for an NER hydrostatic journal bearing.....	130
4.3	Conclusion	133
4.3	References.....	135

CHAPITRE 5 COMPARAISON DES RESULTATS

5.1	Introduction.....	137
5.2	Calculs numérique et analytique.....	137
5.2.1	Calcul de l'épaisseur du film	138
5.2.2	Calcul de coefficient de raideur équivalente.....	138
5.2.3	Résultats Numérique.....	139
5.3	Comparaison entre le Palier hydrostatique et le palier Hybride hydrostatique.....	141
5.4	Conclusion	142

CONCLUSION.....

RECOMMANDATIONS

ANNEXE I	ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE REYNOLDS EN COORDONNEES CARTESIENNES	150
ANNEXE II	CALCULS DU PALIER HYDROSTATIQUE	157
ANNEXE III	CALCULS DES CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DU PALIER HYDROSTATIQUES.....	172
ANNEXE IV	METHODE D'INTEGRATION NUMERIQUE METHODE DES TRAPEZES.....	177
ANNEXE V	RESOLUTION DES EQUATIONS DE TYPE $F(X)=0$	179
ANNEXE VI	PAS VARIABLE (METHODE DE NEWMARK)	181
ANNEXE VII	PROGRAMMES - ORGANIGRAMMES	183
LISTE DE REFERENCES		189
BIBLIOGRAPHIE		194

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Table 1.1 Simulation parameters	34
Table 1.2 Lubricant properties	35
Table 1.3 Comparison between hydrostatic journal bearing and hybrid journal bearing	43
Table 2.1 Simulation parameters	67
Table 2.2 Numerical parameters for computation.....	73
Table 3.1 Simulation parameters	94
Table 4.1 Shaft geometric (from Bonneau, 1989).....	121
Table 5.1 Comparaison entre le Palier hydrostatique et le palier Hybride hydrostatique.....	141

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 0.1	Principe de fonctionnement et d'alimentation d'une butée hydrostatique..... 5
Figure 0.2	Principe de fonctionnement d'un palier hydrostatique à 4 butées hydrostatiques 6
Figure 0.3	Configurations de paliers hydrostatiques à 4 butées hydrostatiques..... 9
Figure 0.4	Film amortisseur cylindrique 10
Figure 0.5	Palier hydrostatique alimenté par un fluide électrorhéologique 15
Figure 1.1	Hydrostatic journal bearing geometry and nomenclature 25
Figure 1.2	Hydrostatic bearing flat pads 26
Figure 1.3	Boundary conditions of squeeze film dampers 27
Figure 1.4	Flow chart of the effect of the pressure ratio and dimension ratio A/B , on the film thickness, flow and dynamic characteristics, at the point of operation defined by $\lambda = 1$, in the y direction..... 32
Figure 1.5	Flow chart of the effect of the film thickness ratio λ and dimension ratio A/B on the static load, flow and static and dynamic characteristics in the y direction 34
Figure 1.6	Pressure distribution for many geometric configurations A/B 37
Figure 1.7	Film thickness versus pressure ratio for many geometric configurations A/B 38
Figure 1.8	Equivalent stiffness for many geometric configurations A/B 39
Figure 1.9	Equivalent stiffness with the film thickness ratio λ for many pressure ratios β_0 40
Figure 1.10	Equivalent damping for many geometric configurations of A/B 41
Figure 1.11	Equivalent damping with the film thickness ratio λ for many pressure ratios β_0 42
Figure 1.12	Flow for many geometric configurations A/B 44

Figure 1.13	Static load for many geometric configurations A/B	45
Figure 2.1	NER Hydrostatic journal bearing geometry	55
Figure 2.2	Boundary conditions of squeeze film dampers	56
Figure 2.3	Journal bearing model subjected to an unbalance.....	61
Figure 2.4	Variation of the viscosity of the suspension with an NER fluid ⁹	66
Figure 2.5	Film Thickness versus pressure ratio	67
Figure 2.6	Flow rate requirement versus pressure ratio for different electric fields ..	68
Figure 2.7	Equivalent stiffness versus pressure ratio for different electric fields	68
Figure 2.8	Equivalent damping versus pressure ratio for different electric fields	69
Figure 2.9	Damping factor versus pressure ratio for different electric fields	69
Figure 2.10	Static load versus eccentricity ratio for different electric fields	70
Figure 2.11	Equivalent stiffness versus eccentricity ratio for different electric fields.....	71
Figure 2.12	Equivalent damping versus eccentricity ratio for different electric fields.....	72
Figure 2.13	Response due to rotation unbalance for different electric fields.....	74
Figure 2.14	Transmitted force due to rotation unbalance for different electric fields.....	74
Figure 3.1	Hydrostatic journal bearing geometry and nomenclature	85
Figure 3.2	Hydrostatic bearing flat pads	86
Figure 3.3	Boundary conditions of squeeze film dampers	87
Figure 3.4	Journal bearing model subjected to an unbalance. Schematization of the forces.....	91
Figure 3.5	Flow chart for non-linear process	93
Figure 3.6	Influence of unbalance eccentricity on vibratory response and transmitted force	95

Figure 3.7	Influence of supply pressure on the vibratory response and transmitted force calculated using the non-linear method	97
Figure 3.8	Influence of viscosity on the vibratory response and transmitted force calculated using the non-linear method	98
Figure 3.9	Influence of pressure ratio on the vibratory response and transmitted force calculated using the non-linear method	99
Figure 4.1	Variation of the viscosity of the suspension with an NER fluid.....	110
Figure 4.2	NER Hydrostatic Journal Bearing Geometry.....	111
Figure 4.3	Hydrostatic bearing flat pads	112
Figure 4.4	Boundary conditions of squeeze film dampers.....	113
Figure 4.5	Finite element rotor degrees of freedom.....	116
Figure 4.6	Flow chart for the non-linear process	122
Figure 4.7	Schematic diagram of the model of shaft-bearings system.....	123
Figure 4.8	Campbell diagram.....	125
Figure 4.9	The first two backward and forward mode shapes	125
Figure 4.10	Transient response of the middle of the shaft vs. speed and time.....	126
Figure 4.11	Transient response of the shaft in the HJB vs. speed and time (E=0 kV/mm).	126
Figure 4.12	Force transmitted to the HJB vs. speed and time (E=0 kV/mm)	127
Figure 4.13	Response of the shaft in the HJB vs. speed and time.....	128
Figure 4.14	Response of the middle of the shaft vs. speed and time	129
Figure 4.15	Force transmitted to the HJB vs. speed and time	130
Figure 4.16	Electric field and fluid viscosity variation vs. speed and time.....	131
Figure 4.17	Control of vibration at the middle of the shaft vs. speed and time.	132
Figure 4.18	Control of vibration of the shaft inside the HJB vs. speed and time	132
Figure 4.19	Control of the force transmitted to the HJB vs. speed and time	133

Figure 5.1	Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et les résultats analytiques. Variation de l'épaisseur de film en fonction du rapport de pression, au point de fonctionnement.....	140
Figure 5.2	Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et les résultats analytiques. Variation du coefficient de raideur équivalente en fonction du rapport de pression, au point de fonctionnement.....	140

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

A	bearing pad length [m]
$\tilde{A}$	forced response []
A/B	ratio of hydrostatic bearing pad dimensions []
$a/A=b/B$	dimension ratio []
B	bearing pad width [m]
C_{Pi}	damping coefficient of the i^{th} hydrostatic bearing pad [N.s/m]
$C_{eqx} ; C_{eqy}$	equivalent damping, in the x and y directions, respectively [N.s/m]
C_{HJB}	hydrostatic journal bearing damping [N.s/m]
C_d	discharge coefficient []
C_{eqxy} and C_{eqyx}	cross- coupling damping [N.s/m]
d_c	capillary diameter [m] ;
d_o	orifice diameter [m] ;
E	young's modulus [N/m ²]
$F_X ; F_Y$	represent the hydrostatic forces, in the x and y directions [N]
$F_{imb,x} ; F_{imb,y}$	imbalance forces, in the x and y directions, respectively [N]
$\{F_{imb}\}$	imbalance force vector [N]
$\{F_{gr}\}$	gravity force vector [N]
$\{F_{nl}\}$	non-linear bearing force vector [N]
F_T	HJB transmitted force [N]
$[G]$	gyroscopic matrix
G	shear modulus [N/m ²]
$h_x, h_y,$	equilibrium state, in the x and y directions, respectively [m]
$h_{0x} ; h_{0y}$	film thickness, in the x and y directions, respectively ,at point of operation, respectively [m]
h_0	film thickness at the center position of the hydrostatic journal bearing [m]
h_i	film thickness of the i^{th} hydrostatic bearing pad [m]
I	area moment of inertia [m ⁴]
$[J_r]$	rotary mass matrice of the shaft [kg.m ²]
K_f	relative permittivity of host fluid []
K_{p0}	relative permittivity of particles []
K_{pi}	stiffness of the i^{th} hydrostatic bearing pad [N/m]
$K_{eqx} ; K_{eqy}$	equivalent stiffness, in the x and y directions, respectively [N/m]
$K_{eqxy} ; K_{eqyx}$	cross- coupling stiffness [N/m]
K_{HJB}	hydrostatic journal bearing stiffness [N/m]

K_{pi}	stiffness coefficient of the i^{th} hydrostatic bearing pad [N/m]
$[K]$	stiffness matrix of the shaft and rolling bearings [N/m; N.s/m]
$[k']$	modal stiffness matrix [N/m; N.s/m]
l_c	capillary length [m]
L	element length [m]
M	mass of the rotor [Kg]
$[M_t]$	translational mass matrice of the shaft [Kg]
P_{ri}	recess pressure of the i^{th} hydrostatic bearing pad [Pa]
P_{r0}, P_{a0}	recess pressure at the center position of the hydrostatic journal bearing [Pa]
P_s	supply pressure [Pa]
$Q_{oi}, Q_{oxi}; Q_{oyi}; Q_{ozi}$	flow rate requirement of the i^{th} hydrostatic bearing pad [m^3/s] flow rate requirement in the x, y and z direction respectively of the i^{th} hydrostatic bearing pad [m^3/s]
Q_{ri}	flow through an orifice or capillary of the i^{th} hydrostatic bearing pad [m^3/s]
Q_T	total flow rate requirement [m^3/s]
$\{q\}$	modal participation coefficients [m]
S_a	area of hydrostatic bearing pad [m^2]
S_p	area of hydrostatic bearing recess [m^2]
S	cross-section area [m^2]
$u_{xi}; u_{zi}$	flow velocities in the x and y directions, respectively of the i^{th} hydrostatic bearing pad [m/s]
V_{pi}	squeeze velocity of the i^{th} hydrostatic bearing pad [m/s]
W_{pi}	load capacity of the i^{th} hydrostatic bearing pad [N]
W_x, W_y	load capacity in direction x, y respectively [N]
W_0	static load [N]
$\dot{\gamma}$	shear rate [1/s]
Δh_1	small displacement [m]
$\Delta \dot{h}_1$	small speed [m/s]
$\beta_0 = \frac{P_{ri}}{P_s} \Big _{(h_i = h_0; P_{ri} = P_{r0})}$	ratio of recess pressure over supply pressure at the center
	position of hydrostatic journal bearing []
$\beta_x; \beta_y$	pressure ratio in the x and y direction, respectively []
$\{\delta\}$	node displacement vector
$\epsilon_b = e_b / h_0$	unbalance eccentricity []
$\epsilon_x; \epsilon_y$	static eccentricity ratio []
ϵ_{0v}	permittivity of vacuum space []
ϵ_f	permittivity of fluid []

ε_p	permittivity of particles []
$\lambda = \frac{h_3}{h_0} = \frac{h_4}{h_0}$	film thickness ratio []
$\lambda_x ; \lambda_y$	ratio of film thickness in the x and y direction, respectively
μ	viscosity [Pa.s]
$[\Phi]$	modal matrix
$\ddot{\phi}, \dot{\phi}; \phi$	represent the angular acceleration, angular velocity and angular displacement, respectively
ϕ	particle diameter [μm]
σ_p	particle conductivity [S/m]
σ_f	fluid conductivity [S/m]
κ	transverse shear effect parameter
ω	excitation frequency [rad/s]
$\omega_{nx}; \omega_{ny}$	natural frequencies in the x and directions, respectively [rad/s]

Acronymes

NER	negative electrorheological fluid
HJB	hydrostatic journal bearing

INTRODUCTION ET PRÉSENTATION DE LA PROBLÉMATIQUE

0.1 Problématique

Le comportement d'une ligne d'arbre composée de paliers et d'un rotor flexible se traduit par des phénomènes dynamiques complexes (vitesse critique, résonance etc.). Pour la sélection des paliers dans des nombreux cas, l'environnement ou d'autre paramètres particuliers sont à prendre en compte, en plus de la capacité de charge. Les paliers non lubrifiés ne sont utilisables que pour des vitesses de rotation faibles. Seuls les paliers fluides peuvent être utilisés aux vitesses et aux charges élevées [1].

Dans le domaine aéronautique, l'exigence d'atténuation des vibrations du rotor nécessite que les charges dynamiques transmises à travers les paliers soient minimisées, ce qui permet de réduire la sollicitation des supports dont le poids constitue une contrainte de conception et d'augmenter le confort vibratoire dans l'avion [2].

0.1.1 Types de paliers

0.1.1.1 Les roulements

Pour une question de fiabilité et de sécurité, le guidage du rotor est généralement assuré par des roulements à billes ou à rouleaux lesquels ne fournissent qu'un amortissement très faible. Il en résulte des pics de vibration d'amplitude dangereusement importante lorsque des vitesses critiques sont traversées. La vitesse maximale d'un palier à roulement croît lorsque le diamètre du rotor et la charge diminuent. A titre d'exemple, la vitesse maximale d'un palier à roulement ordinaire supporté par un arbre de diamètre de 100 mm ayant une charge maximale de 400 kN peut atteindre 30 krpm [1].

0.1.1.2 Les paliers hydrodynamiques

Les paliers hydrodynamiques sont fréquemment utilisés dans l'industrie. On les rencontre

dans les moteurs à combustion interne, les compresseurs et les turbines. La vitesse maximale d'un palier hydrodynamique supportant un arbre de diamètre de 100 mm ayant une charge maximale de 400 kN peut atteindre 60 krpm [1]. Cependant, l'emploi de paliers hydrodynamiques résulte en des seuils de vitesses supercritiques au delà desquelles ils rendent le système instable; ce qui découle des termes de couplage de la rigidité du film d'huile [3]. Cette instabilité, dénommée "oil whip", apparaît à une vitesse égale au double de la première vitesse critique du rotor et est caractérisée par un régime sous-synchrone qui dégrade dangereusement la performance de l'ensemble mécanique [4]. L'introduction d'une source de dissipation d'énergie à l'aide de paliers hydrostatiques et intelligents a démontré ses preuves d'efficacité dans la suppression de cette instabilité.

0.1.1.3 Les paliers hydrostatiques

Les paliers hydrostatiques peuvent être utilisés quelque soit la charge et la vitesse [1]. Ils sont utilisés avec succès dans un grand nombre de machines fonctionnant à faibles vitesses et supportant de fortes charges. Cependant, l'utilisation d'un palier hydrostatique dans des machines fonctionnant aux hautes vitesses en tant que support « ressort -amortisseur » par rapport aux autres types de paliers n'est pas répandue. Depuis l'avènement du contrôle des vibrations des rotors, le palier hydrostatique est nettement plus étudié en tant que structure contrôlable.

0.1.2 Contrôle des vibrations de rotors

0.1.2.1 Contrôle passif

Durant les dernières années, le contrôle des vibrations des rotors rigide ou flexible, a été utilisé dans un nombre croissant d'applications, surtout dans les pompes turbomoléculaires, les compresseurs, les broches tournantes des machines à moleter et les turbines à vapeur. Le réglage passif des paramètres du système n'aboutit généralement pas au comportement

dynamique désiré à cause des effets des fortes charges dynamiques. C'est une des raisons pour lesquelles on doit s'intéresser au contrôle des vibrations des rotors.

0.1.2.2 Contrôle actif

Les paliers intelligents deviennent ainsi un moyen pour contrôler les vibrations des rotors et les forces transmises aux bâtis lors du passage aux vitesses critiques. L'emploi de l'amortissement par écrasement du film d'huile, appelé également film fluide - amortisseur, (''squeeze film dampers''), constitue l'une des solutions techniques les plus intéressantes pour contrôler les vibrations lors des passages des vitesses critiques.

Une étude sur le contrôle des vibrations de rotors à l'aide des paliers hydrostatiques alimentés par un fluide électrorhéologique (Paliers intelligents) fait l'objet de cette étude.

0.2 Étude Bibliographique

Nous présentons ici une étude bibliographique sur l'état actuel des recherches consacrées au contrôle des vibrations de rotors à l'aide des paliers hydrostatiques. Cette étude bibliographique présente dans un premier temps les travaux les plus récents portant sur les paliers hydrostatiques, leur principe de lubrification et ensuite sur le contrôle des rotors.

0.2.1 Les paliers hydrostatiques

0.2.1.1 Principe de la lubrification hydrostatique

La lubrification hydrostatique est parmi les procédés les plus utilisés dans le domaine industriel. Un palier hydrostatique possède deux surfaces, l'une est lisse tandis que l'autre comporte une ou plusieurs cavités (ou alvéoles) (Figure. 0.1.a). On distingue deux régions : une zone où l'épaisseur h du film est mince (AB et CD) et une zone constituée par les cavités où l'épaisseur « e » de film est grande (BC). L'arrivée extérieure du fluide se fait dans

l'alvéole par une pompe extérieure qui permet l'introduction de fluide sous pression à travers à une résistance hydraulique.

Les deux principales méthodes utilisées pour introduire le fluide à l'intérieur des butées hydrostatiques sont :

- L'alimentation à débit constant (ce type de lubrification est seulement valable pour les liquides, figure 0.1.b),
- L'alimentation à pression constante (Figure 0.1.c).

Dans les systèmes à débit constant, on place une pompe à débit constant entre le réservoir et l'alvéole (figure 0.1.b). Lorsque le mécanisme comporte plusieurs alvéoles, on peut soit alimenter chaque butée hydrostatique par une pompe individuelle, soit utiliser des régulateurs à débit constant qui permettent de distribuer le fluide à partir d'une seule pompe. Cette solution qui assure une grande raideur est peu employée car elle est complexe et coûteuse. On préfère utiliser des systèmes à pression constante.

Dans les mécanismes à pression constante, on place une résistance hydraulique immédiatement en amont de l'alvéole (figure 0.1.c). Les types de résistances les plus fréquemment utilisés sont les types capillaires et les orifices à paroi mince (diaphragme). On emploie parfois des gicleurs qui représentent un compromis entre les deux systèmes précédents. On utilise aussi des résistances auto régulatrices (de type servovalve) qui possèdent une résistance variable avec le débit. Ceci permet d'accroître la raideur de la butée hydrostatique. Théoriquement, il est possible de dessiner des résistances variables de façon à ce que la raideur du système soit infinie. En pratique, ces résistances variables sont parfois des sources d'oscillations auto - entretenues. La butée hydrostatique devient alors un générateur de vibrations. On trouve peu de résultats publiés sur ce type de résistances hydrauliques et ils sont souvent obtenus en laboratoire [1].

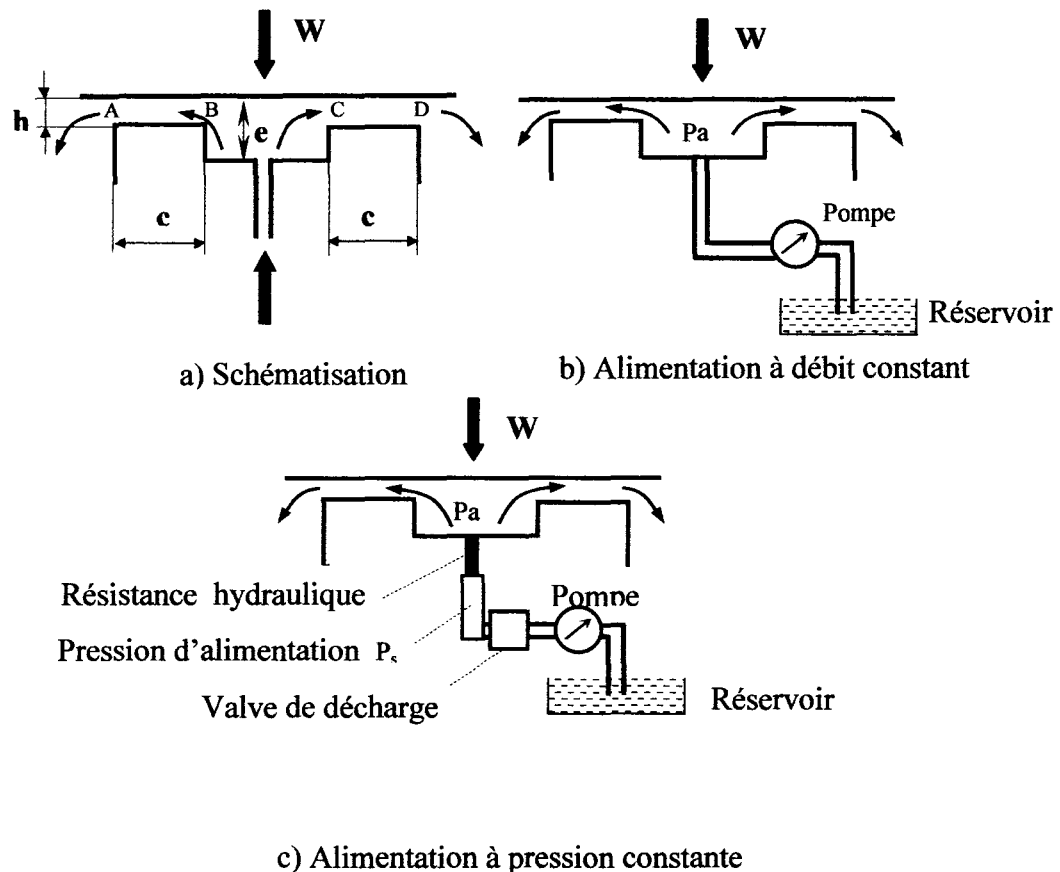


Figure 0.1 Principe de fonctionnement et d'alimentation d'une butée hydrostatique

Dans la pratique, le système hydraulique est plus complexe, la figure 0.2, donne le schéma du circuit pour l'alimentation à pression constante d'un palier hydrostatique à quatre alvéoles. Une pompe alimente le palier à un débit supérieur d'environ 30 % à celui nécessaire. Le surplus de liquide retourne au réservoir par l'intermédiaire d'un régulateur de pression. Un capteur de pression permet d'arrêter l'entraînement du rotor si la pression atteint une valeur trop faible. Le clapet anti-retour et l'accumulateur hydraulique assurent l'alimentation du palier jusqu'à l'arrêt complet de l'arbre. On peut aussi prévoir une pompe de secours. L'écoulement est ensuite dérivé vers chaque alvéole sur chaque portion du circuit. On peut prévoir un clapet anti-retour en cas de surpression dans une alvéole. La résistance hydraulique R_H doit être placée au plus près de l'alvéole afin d'éviter les instabilités de type

pneumatique dues à la compressibilité du lubrifiant. Une pompe peut être nécessaire pour assurer le retour du lubrifiant vers le réservoir. Un thermocouple permet de contrôler la température du liquide à la sortie du palier et déclencher l'arrêt si celle-ci devient trop importante. Enfin, un système de refroidissement assure une température constante au niveau de l'alimentation [1].

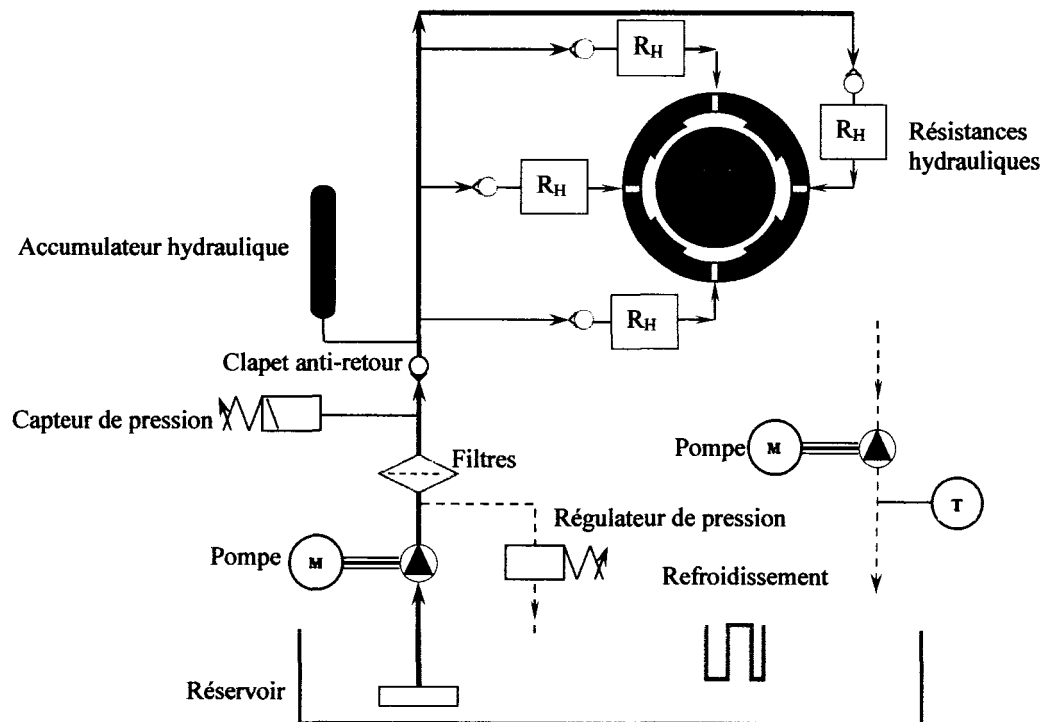


Schéma d'alimentation à pression constante : cas réel

Figure 0.2 Principe de fonctionnement d'un palier hydrostatique à 4 butées hydrostatiques

0.2.1.2 Caractéristiques des paliers hydrostatiques

Pour une application donnée, le choix d'un palier hydrostatique se fait à partir de ses caractéristiques statiques (la charge, débit, ...) et dynamiques (coefficients de raideur et

d'amortissement). Ces dernières interviennent pour la recherche des vitesses critiques de ligne d'arbres.

Historiquement, l'existence de la lubrification hydrostatique [5] était connue avant le début du XX^{ème} Siècle. Ainsi L.D. Girard en 1865 démontra le principe de la séparation des surfaces et de la réduction de frottement par injection d'huile sous pression. En 1917 Lord Rayleigh [5] fut le premier à présenter l'analyse d'un système hydrostatique et à calculer la charge et le couple de frottement d'une butée hydrostatique axiale. En 1948 Gérard [6,7] a réalisé des broches utilisant des paliers hydrostatiques dont la raideur était comprise entre $5 \cdot 10^7$ et 10^8 N/m. Ces paliers ont été utilisés sur des broches d'aléseuses et de rectifieuses de grande précision.

La différence essentielle des paliers hydrostatiques par rapport aux autres types de support réside en l'absence de contact entre les deux surfaces puisqu'une pompe extérieure permet l'introduction de fluide sous pression à l'intérieur de la zone de contact même à vitesse nulle. Cela entraîne les avantages et les inconvénients suivants [1] :

❑ **Avantages**

- Une très grande raideur permettant de conserver un positionnement précis malgré des fluctuations de charge importantes;
- L'existence d'un film lubrifiant quelque soit la vitesse des surfaces, même au démarrage, il n'y a pas de contact métal - métal ; l'usure est donc théoriquement nulle et la durée de vie du mécanisme infinie;
- L'inexistence de variation de la pression d'huile car la pression est sensiblement constante dans l'alvéole et la charge est supportée par une grande surface;

- Les défauts de forme des surfaces en présence ont moins d'importance qu'en régime hydrodynamique car la pression dans l'alvéole est fonction du débit global, et de sa géométrie et non pas de l'épaisseur du film ;
- Les problèmes thermiques sont très souvent secondaires car, on est en présence d'un écoulement forcé à débit important, et ainsi, l'hypothèse d'un régime d'écoulement isotherme est justifiée.

Les avantages précédemment énumérés montrent que le domaine d'application des paliers hydrostatiques est très vaste. Leurs propriétés spécifiques font qu'ils sont indiqués plus particulièrement pour :

- Supporter des éléments qui doivent être libres par rapport au reste de la machine et peuvent se déplacer à très faibles vitesses de manière uniforme (téléscope, broyeur à boulet par exemple) ;
- Centrer avec précision des éléments appelés à encaisser des charges pouvant varier très largement (machines-outils par exemple).

Ces avantages ont fait l'objet de nombreuses études qui ont permis d'appréhender assez bien leur comportement pendant le fonctionnement.

❑ Inconvénients

Les inconvénients majeurs des paliers hydrostatiques sont:

- Le coût, car ils nécessitent une pompe, des filtres, des régulateurs de pression, etc. ;
- La fiabilité, car le moindre incident dans le système d'alimentation peut entraîner la destruction des surfaces.

Il existe une grande variété de géométries de paliers hydrostatiques et de stratégies potentielles pour contrôler les pressions. Parmi les géométries les plus simples et appropriées au contrôle des vibrations d'un rotor, on dénote les paliers hydrostatiques à 4 butées

hydrostatiques. Notons qu'il existe plusieurs configurations des butées (supports), parmi lesquelles on distingue les configurations à support cylindrique et à support plat.

La configuration à support cylindrique (Figure 0.3.a) est moins coûteuse mais exige un mécanisme anti-rotation pour éviter la rotation du palier. Elle est similaire au film amortisseur cylindrique (Squeeze film dampers SFD) non hydrostatique conventionnel dans le cas où il n'y a pas de ressort de centrage (figure 0.4).

La configuration à support plat (Figure 0.3.b) dont l'anti-rotation est inhérente, peut être conçue pour que le moment de torsion du palier ne crée pas de problème de lignage [8].

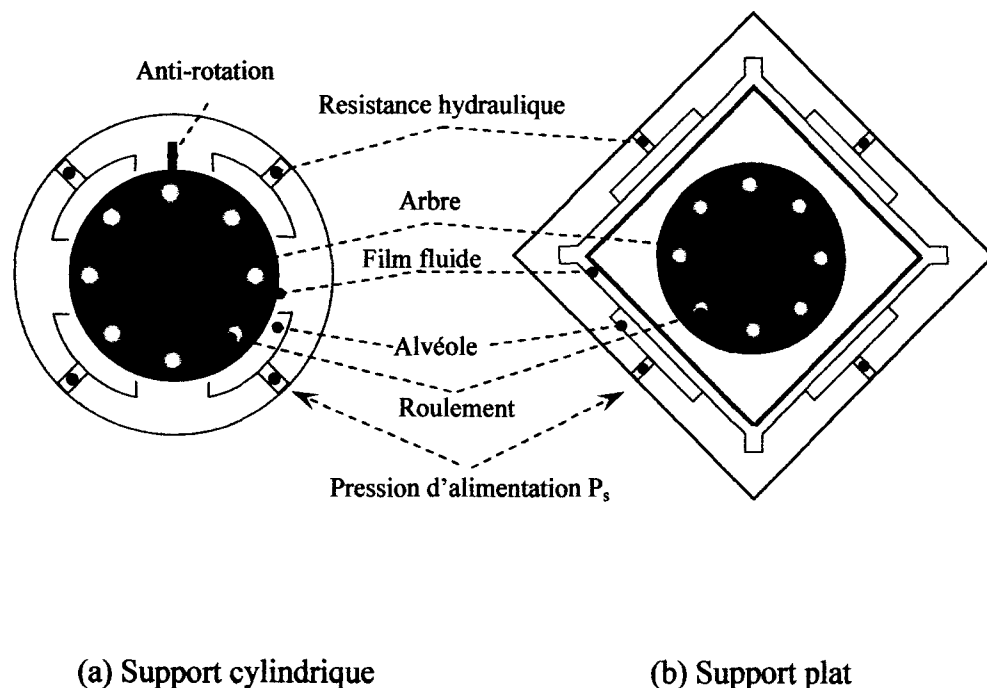


Figure 0.3 Configurations de paliers hydrostatiques à 4 butées hydrostatiques.

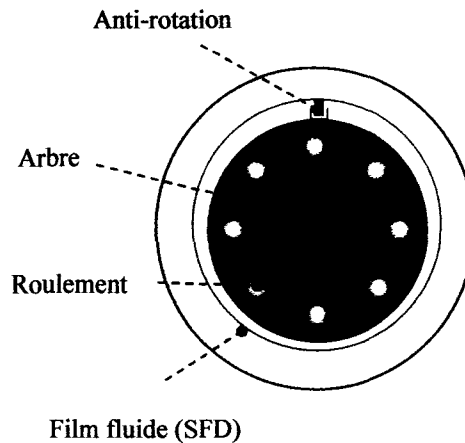


Figure 0.4 Film amortisseur cylindrique

Dès 1949 Shaw et Macks [9] proposent de calculer les caractéristiques statiques d'un palier hydrostatique en supposant des variations linéaires de la pression dans l'espace inter alvéoles et entre les alvéoles et le bord du palier. Si les résistances hydrauliques sont des capillaires, on obtient un système linéaire où les inconnues sont les pressions dans les alvéoles. Dans le cas d'orifice en paroi mince, on a un système non linéaire. L'approche analytique a été par la suite, reprise par Rowe [10] et Chaomleffel [11] pour calculer les coefficients dynamiques d'un palier hybride centré. San Andres [12] a également utilisé cette approche pour déterminer les coefficients dynamiques d'un palier en tenant compte de la compressibilité du fluide dans les alvéoles. Ce calcul approché donne de bons résultats lorsque le palier est centré et que les distances inter alvéoles, et les largeurs, des portées axiales sont petites devant la largeur du palier.

Dans le cas général (palier chargé, alvéoles quelconques), on doit recourir à des méthodes numériques. La méthode la plus utilisée est la méthode des différences finies. Toutefois, dès 1972, des auteurs ont utilisé la méthode des éléments finis [13, 14, 15]. La pression dans les

alvéoles peut être calculée par une méthode de superposition [15] ou par un processus itératif [1]. La méthode de superposition n'est applicable que s'il n'y a pas rupture du film lubrifiant et que le régime d'écoulement est laminaire.

Le calcul des coefficients dynamiques peut être traité par une différentiation numérique, méthode la plus utilisée car simple à mettre en œuvre, ou à partir d'une méthode de perturbation, Lund [16]. Cette dernière entraîne des calculs analytiques supplémentaires mais permet de déterminer les coefficients dynamiques du palier sans avoir à se fixer des valeurs de déplacement et de vitesse pour les incréments et sans avoir à s'imposer des précisions de calcul très sévères [17]. Cette méthode s'impose dès que l'influence de la compressibilité du fluide dans les alvéoles est prise en compte. En 1976, Rohde et Ezzat [18] montrent que la prise en compte de la compressibilité du fluide située dans les alvéoles modifie les coefficients dynamiques du palier. Les raideurs directes du palier augmentent avec la fréquence d'excitation tandis que les amortissements diminuent et tendent vers zéro. Des résultats similaires ont été obtenus par San Andres [11] et Ghoh et Viswanath [19]. Dans son approche analytique, San Andres met en évidence une fréquence critique au-delà de laquelle l'amortissement direct a été réduit de moitié par rapport à sa valeur correspondante au cas de fluide incompressible.

Les travaux de Shinkle [20], Rowe [21] et Attar [22], basés sur la continuité du débit circonférentiel, supposent une génération de pression dans l'alvéole selon la direction circonférentielle, donc une re-circulation du fluide. Le couple dû aux alvéoles peut parfois être plus important que celui dû au film mince. Bou-Said et Nicolas [23] ont étudié théoriquement et expérimentalement les effets de l'alignement sur les caractéristiques statiques et dynamiques des roulements hybrides. Ali [17] a étudié plus particulièrement l'influence de la masse du fluide située dans les alvéoles sur les coefficients dynamiques du palier hybride. Plus récemment, Bouzidane [24], Bouzidane et al [25,26], Zhloul et al [27] ont étudié les effets de rapport de pression sur les caractéristiques statiques et dynamiques

d'une butée hydrostatique infiniment longue à quatre patins à double effets. Une méthode de calcul numérique et une méthode de calcul analytique ont été présentées.

0.2.2 Contrôle des rotors

0.2.2.1 Modélisation des rotors

Afin de tenir compte des effets de fortes charges dynamiques ou bien dans le cas où le rotor opère hors de sa zone de stabilité, le calcul du comportement du rotor doit être effectué avec les modèles les plus appropriés. Les techniques de modélisation ont évolué au cours du temps. Le rotor a tout d'abord été supposé rigide. Puis des modélisations de type éléments finis (E. F.) ont été proposées. Bonneau (1989) [28], Kassai (1989) [29] et Bonneau (1997) [30] présentent la modélisation d'un rotor avec plusieurs dizaines de degrés de liberté prenant en compte les effets gyroscopiques. Ils utilisent la méthode de réduction dite « pseudo – modale » développée par Lalanne et Ferraris en dynamique des rotors [31].

0.2.2.2 Contrôle des pressions et amortissement

La tendance à des vitesses élevées de la rotation des machines tournantes et notamment plus élevées que les résonances fait que le comportement des rotors devient flexible [32]. L'emploi de SFD (Squeeze film dampers) pour contrôler les vibrations des rotors a fait l'objet de nombreuses études. Burrows et autres (1983) [33] ont étudié la possibilité de contrôler la pression dans un SFD pour diminuer la vibration des rotors. Adams et Zahloul, (1987) [8] ont étudié le contrôle de vibrations des rotors à l'aide du contrôle de la pression d'alimentation dans un palier hydrostatique à quatre patins. Les coefficients dynamiques de paliers hydrostatiques ont été déterminés en utilisant la méthode de l'analogie électrique. Mu et al (1991) [34] a suggéré un SFD actif avec un anneau conique mobile d'amortisseur. Cependant, dans un SFD, il en résulte que le premier mode est très dangereux par rapport au deuxième et troisième mode [35]. Le réglage des paramètres du système par optimisation passive n'aboutit généralement pas au comportement dynamique désiré.

0.2.2.3 Contrôle par fluide électro-rhéologique

Le contrôle des vibrations des rotors par des paliers intelligents s'avère très recommandé pour contrôler les vibrations lors du passage des vitesses critiques. Plusieurs chercheurs ont étudié la possibilité d'employer les fluides électrorhéologiques ER en tant que lubrifiants intelligents [36]. Les fluides électrorhéologiques ER sont des suspensions de particules solides dans un liquide à base huileuse. Ses propriétés rhéologiques changent avec l'application de champs électriques. Ainsi, la viscosité apparente du fluide change. Le changement de viscosité est réversible et se produit en quelques millisecondes par l'application du champ électrique. Notons qu'il existe deux types de fluides ER: les fluides dits positive (fluide non Newtonien) et ceux dits négatifs (fluide Newtonien). Malheureusement, de tels dispositifs industriels ne sont pas répandus. Ces dernières années, et grâce aux propriétés des fluides électrorhéologiques ER, quelques résultats de recherche traitant du contrôle de films amortisseurs SFDs par fluide électrorhéologique ont été rapportés. En 1990, Nikolajsen et Hoque [37] ont été les premiers à appliquer expérimentalement les fluides électrorhéologiques ER pour contrôler les vibrations d'un système de rotor. Le contrôle de la viscosité a été effectué par la variation du champ électrique. Ils ont montré que l'amortisseur électrorhéologiques ER a pu réduire les niveaux élevés des vibrations du rotor excité par une force de type balourd. Morishita et Mitsui (1992) [38] ont présenté des résultats expérimentaux préliminaires du fluide ER dans le SFD (ER-SFD). Les résultats de leur recherche prouvent que la vibration du rotor pouvait être réduite d'une manière remarquable sur une large gamme de vitesse de rotation en contrôlant l'amortisseur électrorhéologique ER dans SFD. Tichy (1993) [39] a analysé théoriquement le fluide ER dans les SFD, en utilisant le modèle plastique de Bingham. La réponse d'amplitude - vitesse et la transmissibilité d'un rotor rigide supporté par un film amortisseur électrorhéologique ER-SFD ont été calculées. Lee et al (2000) [40] ont présenté la performance de contrôle des vibrations d'un rotor pour un palier hydrostatique ER-SFD (fluide pressurisé). Seungchul et al (2005) [41] ont conçu un nouveau palier basé sur les fluides électrorhéologiques ER, afin de contrôler les vibrations de rotors flexibles opérant à

hautes vitesses. Guozhi et al (2000) [42] ont étudié théoriquement et expérimentalement le contrôle des vibrations d'un rotor flexible considéré comme un simple disque supporté par un palier de type ER-SFD. Ce palier est conçu en couches multiples pour contrôler les vibrations du rotor. L'analyse théorique d'un fluide ER dans le SFD a été effectuée à l'aide de la résolution de l'équation de Reynolds. Pecheux et al (1997) [43] ont étudié numériquement le contrôle actif par fluides ER négatifs, pour contrôler les vibrations d'une ligne d'arbre flexible lors du passage des vitesses critiques. Le rotor flexible est supporté par un roulement rigide à billes à une extrémité et par un roulement monté dans un film ER-SFD à l'autre. La mise en vitesse a été effectuée en montant de 6000 à 20000 tr/min avec un chargement du type balourd. Le champ électrique a été varié en fonction de la vitesse de rotation. Ils ont montré que l'amortisseur électrorhéologique ER permettait une diminution significative des amplitudes au milieu de l'arbre lors de passage de vitesse critique. Cependant, les déplacements dans le film amortisseur ER-SFD augmentent avec l'application du champ électrique. En plus, ils ont montré que le film amortisseur a donc un rôle de dissipation d'énergie due à sa viscosité.

0.3 Objectifs de la recherche

L'objet principal de notre travail est de concevoir un palier hydrostatique intelligent à quatre patins hydrostatiques alimentés par un fluide électrorhéologique, pour contrôler les vibrations des rotors flexibles lors du passage des vitesses critiques. Afin de contrôler l'amortissement des paliers, une stratégie de contrôle basée sur le contrôle direct de la viscosité par une mesure permanente des déplacements du rotor est proposée.

L'idée originale est de monter un roulement à billes dans un palier hydrostatique alimenté par un fluide électrorhéologique (Figure 0.5).

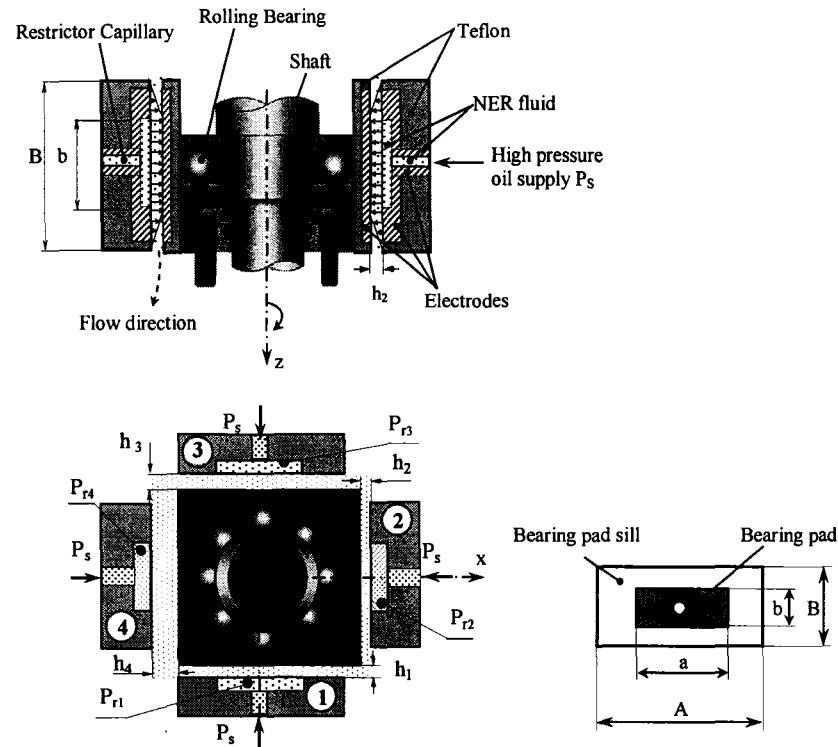


Figure 0.5 Palier hydrostatique alimenté par un fluide électrorhéologique

La rotation de l'arbre est supportée par le roulement, alors que le palier hydrostatique joue le rôle d'un amortisseur visqueux adaptatif. La viscosité est contrôlée en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre. Le mouvement de la bague dans le palier se réduit à un mouvement de translation. Il n'y a pas de rotation entre la bague extérieure du roulement et son logement. Cette solution originale qui consiste à ajouter un palier hydrostatique intelligent alimenté par un fluide électrorhéologique (amortisseur adaptatif) peut être appliquée en certains endroits appropriés de la ligne d'arbre et ainsi faciliter le passage des vitesses critiques incriminées.

0.4 Présentation de l'étude

Les travaux présentés dans cette thèse de doctorat concernent la conception d'un palier hydrostatique intelligent pour contrôler les vibrations de rotors. Nous avons axé nos travaux autour de quatre articles de revue (inclus intégralement dans les chapitres 1,2 3 et 4).

- Le premier article, intitulé : « **Equivalent Stiffness and Damping Investigation of a Hydrostatic Journal Bearing** » a été publié dans "Tribology Transactions" en avril 2007. L'objet principal de cet article est consacré à l'étude des caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques, alimentées par un fluide sous pression extérieure à travers des résistances hydrauliques de type orifice.
- Le deuxième article, intitulé : « **An Electrorheological Hydrostatic Journal Bearing for Controlling Rotor Vibration** » a été publié dans "International Journal of Computers and Structures", 2007. Dans cet article, une étude sur les caractéristiques statiques et dynamiques d'un rotor rigide supporté par un nouveau palier hydrostatique intelligent alimenté par un fluide electrorheological négatif (NER) sous pression extérieure à travers des résistances hydrauliques de type capillaire est présentée.
- Le troisième article, intitulé : « **Non Linear Dynamic Behavior of a Rotor Rigid Supported by a Hydrostatic Journal Bearing** » a été soumis en Mai 2007 au journal « Journal of Tribology ». Cet article est consacré à l'étude du comportement dynamique non linéaire d'un rotor supporté par un palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques, alimentées par une pression extérieure à travers des résistances hydrauliques de type capillaire.
- Le quatrième article, a été soumis en Avril 2007 au journal, « Journal of Vibration and Control », et est intitulé, « **Non Linear Behaviour of a Flexible Shaft controlled by Electrorheological Hydrostatic Journal Bearings** ». L'objet principal de cet article

est d'étudier le comportement dynamique non linéaire d'une ligne d'arbre flexible supporté par un nouveau palier hydrostatique intelligent à quatre butées hydrostatiques, alimentées par un fluide électrorhéologique sous pression extérieure à travers des résistances hydrauliques de type capillaire, pour contrôler les vibrations de rotor lors de passage des vitesses critiques.

Enfin nous dégagerons dans une conclusion générale les principaux résultats et les différentes perspectives qui peuvent être envisagés.

CHAPITRE 1

EQUIVALENT STIFFNESS AND DAMPING INVESTIGATION OF A HYDROSTATIC JOURNAL BEARING

1.1 Présentation

L'objet principal de cet article est consacré à l'étude des caractéristiques statiques et dynamiques d'un palier hydrostatique à quatre butées, alimentées par une pression extérieure à travers des résistances hydrauliques de type orifice. L'écoulement est considéré incompressible et le régime est laminaire, isotherme et permanent. Un modèle d'approche numérique, basé sur la théorie linéaire, est développé afin d'étudier l'effet de l'épaisseur du film, le rapport de pression et les configurations géométriques du palier hydrostatique sur les caractéristiques statiques (débit et charge statique) et dynamiques (raideur et amortissement) du palier hydrostatique au point de fonctionnement (palier non chargé) et lorsqu'on s'éloigne du point de fonctionnement (palier chargé). Les résultats obtenus montrent que le palier hydrostatique à quatre butées présente de bonnes caractéristiques dynamiques et une excellente stabilité en raison de sa haute rigidité, son amortissement adéquat ainsi que des valeurs nulles des termes de raideurs croisées du film d'huile.

Le calcul des caractéristiques dynamiques du palier peut être effectué de deux manières différentes (annexe 2 et 3):

- ✓ Soit en considérant le palier comme un ensemble indissociable;
- ✓ Soit en considérant le palier comme la juxtaposition de quatre butées hydrostatiques à simple effet, qui par assemblage, constituent le palier hydrostatique. Dans ce cas, le calcul des caractéristiques de chaque butée hydrostatique à simple effet se fait successivement.

Dans la présente étude nous allons utiliser la seconde méthode, car elle est couramment utilisée. Elle nous permet de réduire les dimensions des programmes de calcul, mais impose

la connaissance de la pression dans l'alvéole et les pressions aux extrémités libres au niveau de chaque butée à simple effet. Le calcul des caractéristiques du palier revient donc, au calcul des caractéristiques de quatre butées hydrostatiques partielles dont l'étude est analogue à celle d'une butée hydrostatique à simple effet.

Cette étude a été publiée dans Tribology Transactions, Avril 2007 et est présentée intégralement dans la section suivante.

1.2 Article

EQUIVALENT STIFFNESS AND DAMPING INVESTIGATION OF A HYDROSTATIC JOURNAL BEARING

A. Bouzidane and M. Thomas

Department of Mechanical Engineering, École de technologie supérieure
1100 Notre-Dame Street West, H3C 1K3 Montreal (Quebec), Canada

ahmed.bouzidane@etsmtl.ca

marc.thomas@etsmtl.ca

http://www.mec.etsmtl.ca/recherche/prof/mthomas/mthomas_frame.htm

ABSTRACT

The aim of this research is to study the dynamic characteristics of a hydrostatic journal bearing, with four hydrostatic bearing flat pads fed by diaphragm restrictors, and supporting a rotor. It is assumed that the fluid flow is incompressible, laminar, isothermal and steady state. Linear modeling was performed using a numerical method in order to investigate the effects of film thickness, recess pressure and geometric configuration on the equivalent stiffness and damping of a hydrostatic journal bearing. In the first step, the variation of the equivalent stiffness and damping is studied according to the pressure ratio for different geometric configurations of a hydrostatic bearing at the point of operation. In the second step, the variation of the equivalent stiffness and damping is studied according to the ratio of film thickness, for different geometric configurations of a hydrostatic bearing away from the point of operation. The results show that the hydrostatic journal bearing has good dynamic characteristics and excellent stability because of its higher stiffness, damping and zero cross-coupling terms.

KEY WORDS: Hydrostatic bearing, Squeeze film lubrication, rotor bearing dynamics, stiffness, damping.

Nomenclature

A/B	ratio of hydrostatic bearing pad dimension
C_d	discharge coefficient
C_{eqx} and C_{eqy}	equivalent damping [Nm/s] in direction x and y respectively.
C_{eqxy} and C_{eqyx}	cross- coupling damping [N.s/m]
C_{pi}	damping [Nm/s] of the i^{th} hydrostatic bearing pad
d_o	orifice diameter [m] ;
h_i	h_i [m] is the film thickness of the i^{th} hydrostatic bearing pad .
h_0	the film thickness at the center position of the hydrostatic journal bearing
K_{eqx} and K_{eqy}	equivalent stiffness [N/m] in direction x and y respectively
K_{eqxy} and K_{eqyx}	cross- coupling stiffness [N/m]
K_{pi}	stiffness [N/m] of the i^{th} hydrostatic bearing pad
P_{ri}	recess pressure [Pa] corresponding to hydrostatic bearing pad n° i
P_{r0}	recess pressure respectively at the center position of the hydrostatic journal bearing
P_s	supply pressure [Pa]
$Q_{oi}, Q_{oxi} ; Q_{ozi}; Q_{oyi}$	flow rate requirement [m^3/s] of the i^{th} hydrostatic bearing pad flow rate requirement [m^3/s] in direction x, z and y respectively of the i^{th} hydrostatics bearings pad
Q_{ri}	flow through an orifice [m^3/s] of the i^{th} hydrostatic bearing pad
Q_T	total flow rate requirement [m^3/s]
S_a	area [m^2] of hydrostatic bearing pad
S_p	area [m^2] of hydrostatic bearing recess
$u_{xi} ; u_{zi}; u_{yi}$	flow velocities [m/s] in the directions x , z and y respectively of the i^{th} hydrostatic bearing pad

V_{pi}	squeeze velocity [m/s] of the i^{th} hydrostatic bearing pad
W_{pi}	load capacity [N] of the i^{th} hydrostatics bearings pad
W_x, W_y	load capacity [N] in direction x, y respectively
$\beta_0 = \frac{P_{ri}}{P_s} \Big _{(h_i = h_0; P_{ri} = P_{r0})}$	ratio of recess pressure over supply pressure at the center position of hydrostatic journal bearing
$\lambda = \frac{h_3}{h_0} = \frac{h_4}{h_0}$	film thickness ratio
μ	viscosity [Pa.s]

1.2.1 Introduction

The technological evolution of machines requires high performance operating conditions in terms of power, rotational speed and load capacity. As a result, bearing-associated problems have arisen in high speed rotating machines. Hydrodynamic journal bearings have a self-excited instability, which is commonly called “whirl instability”. The speed of the journal at the onset of this instability is a limiting factor of a rotor-bearing system operation [1].

Squeeze Film Dampers (SFDs) are efficient in reducing vibration of rotor bearing systems when reaching critical speeds. SFDs generate their damping force capability in reaction to dynamic journal motions squeezing a thin film of lubricant in the clearance between a stationary housing and a whirling journal [2]. Many efforts have been made to use the SFD as a device for actively controlling rotors. Burrows et al (1983) [3] have investigated the possibility of controlling pressure in an SFD as a mean of controlling rotating machinery. Adams and Zahloul, (1987) [4] have studied the vibration of rotors by controlling the pressure in hydrostatic four-pad SFDs. The flat pad coefficients were determined using an electrical analog method. They showed, using a linear method, that stiffness is quite controllable with supply pressure while damping is nearly insensitive to supply pressure changes. Mu et al (1991) [5] suggested an active SFD with a movable conical damper ring.

Bou-Said and Nicolas (1992) [6] theoretically and experimentally investigated the effects of misalignment on the static and dynamic characteristics of hybrid bearings.

Lately, El-Shafei and Hathout (1995) [7] developed a complete mathematical model of the hybrid squeeze film dampers (HSFDs) rotor system and its automatically controlled circuit. As a first attempt in controlling HSFDs for the active control of rotors, the rotor model was simplified and taken as a conventional Jeffcott rotor. An ON-OFF control algorithm based on rotor speed feedback was proposed and was shown by numerical simulation to be quite powerful in controlling rotor vibration. Braun et al (1994) [8] and (1995) [9] performed an extensive analysis of variable lubricant viscosity with pressure and temperature and also flow pattern in the recesses. Sawicki et al (1997) [10] experimentally and theoretically investigated the effects of dynamic eccentricity ratio on the dynamic characteristic of a four-pocket, oil-fed, orifice-compensation hydrostatic bearing including the hybrid effects of journal rotation. Hathout et al (1997) [11] summarized the modeling and control of hybrid squeeze film dampers for the active vibration control of rotors exhibiting multiple modes.

However, even with these kinds of bearings, there is still vibration due to the unbalanced mass of the rotor and whirl instability of the bearing. Therefore, there is still the need for an effective method of suppressing the unbalanced response and whirl instability of the system. Harma et al (1998) [12] investigated the effects of unconventional recess geometries on the minimum film thickness, flow rate, rotor dynamic coefficients and threshold speed. To reduce these cross-coupled forces and raise the onset speed of instability, San Andres and Childs (1997) [13] investigated the angled injection hydrostatic bearings. The analysis revealed that the fluid momentum exchange at the orifice discharge produces a pressure rise in the hydrostatic recess, which delays the shear flow induced by the journal rotation, and thus, reduces cross-coupling forces. The predictions as well as the measurements demonstrate that the advantage of angled injection in hybrid bearings is lost as the journal speed increases, causing a dominance of hydrodynamic over hydrostatic effects. Also aimed at reducing cross-coupled forces, the use of deliberately roughened stators, which has already been successfully tested for liquid “damper” seals, has been theoretically as well as

experimentally investigated by Fayolle and Childs (1999) [14]. Zahloul, et al (2004) [15] investigated the effects of film thickness on the static characteristics of a rectangular four-pad hydrostatic thrust bearing when one moves away from the center position of the hydrostatic journal bearing. Ilmar and Flavio (2004) [16] have shown that it is possible to reduce cross-coupling stiffness and increase the direct damping coefficients through active lubrication, which results in rotor-bearing systems with larger thresholds of stability. Bouzidane and Thomas (2005) [17] applied a negative electrorheological fluid (NERF) within the four pad hydrostatic bearing that they had developed. They investigated the effects of electrorheological fluids, recess pressure and eccentricity ratio on load carrying capacity, flow, the equivalent dynamic characteristics, and the effects of electrorheological fluids on variation of the unbalance response and the transmissibility of an NERF hydrostatic journal bearing.

The objective of this research is to study the dynamic characteristics of a hydrostatic journal bearing, with four identical hydrostatic bearing flat pads fed by diaphragm restrictors. The static and dynamic characteristics of the hydrostatic journal bearing, such as the static load, flow rate and the equivalent dynamic characteristics (stiffness and damping) are investigated. The advantage of using a hydrostatic journal bearing consists of eliminating cross-coupling terms (stiffness and damping). Furthermore it allows for the increase of the direct damping coefficients when operating far from the point of operation.

1.2.2 Hydrostatic Journal Bearing Description

Two kinds of configurations for segregated four-pad bearings may be considered from among the simplest geometries: the cylindrical and the rectangular configuration.

The cylindrical pad configuration is probably the least expensive to manufacture, but requires a mechanical anti-rotation device to prevent rotation of the supported bearing. The cylindrical configuration is similar to conventional non hydrostatic cylindrical squeeze-film dampers without the use of a mechanical centering spring.

By comparison, the rectangular pad configuration, (figure 1.1), is inherently without rotation and consequently, one may make the assumption that the bearing is not allowed to have tilting and/or misalignment [4, 15].

In this paper, the hydrostatic journal bearing rectangular pad configuration (figure 1.1) has been investigated. It is composed of four identical hydrostatic bearing flat pads in a zero-tilt configuration, with indices 1, 2, 3 and 4 respectively indicating the lower, right, upper and left characteristics of the thrust bearings. The hydrostatic journal bearing is fed with fluid by the recesses, which are themselves supplied with an external pressure P_s through diaphragm restrictor-type hydraulic resistances. It is assumed that the fluid flow is incompressible, laminar, isothermal and steady state.

The calculation of hydrostatic journal bearing characteristics is given by considering the hydrostatic journal bearing as the juxtaposition of four hydrostatic bearing flat pads (figure 1.2).

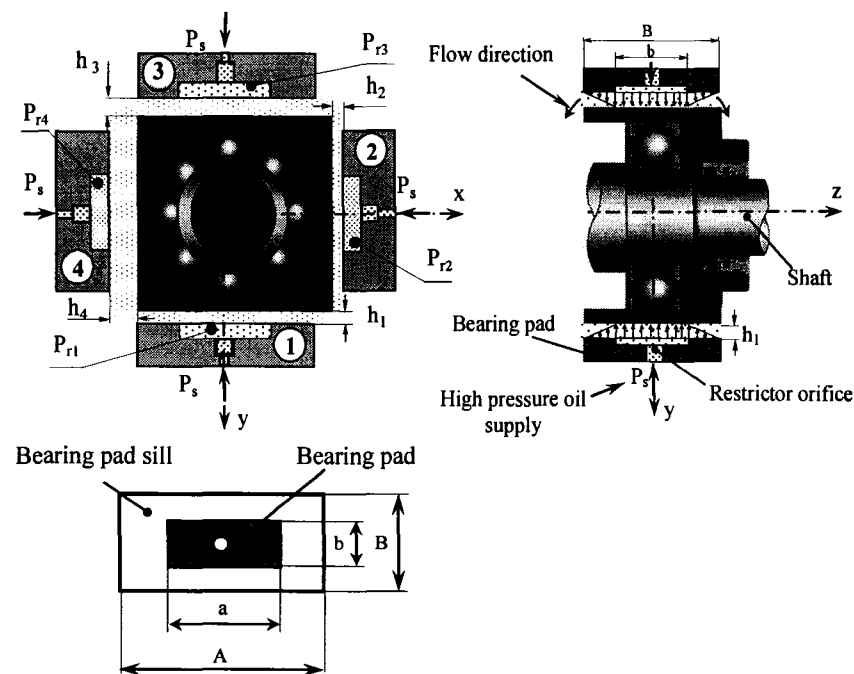


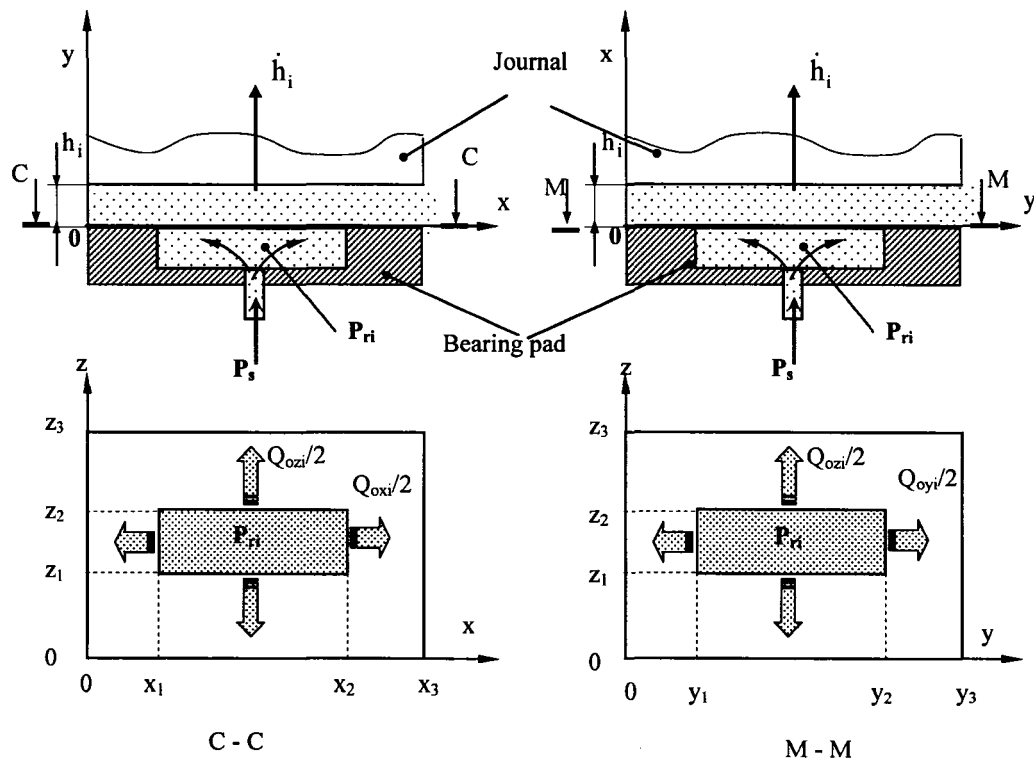
Figure 1.1 Hydrostatic journal bearing geometry and nomenclature

1.2.3 Numerical modeling

1.2.3.1 Reynolds Equation

The Reynolds equation allows for the computation of the distribution pressure $P(x,z)$ and $P(y,z)$. These equations can be solved numerically by applying the centered finite difference method or analytically, by considering the particular assumption of infinitely long journal bearing.

If no slip between the fluid and the housings is assumed, the boundary conditions associated with the field speed will be as follows (figure 1.3):



a) Bearing flat pads N° i (i=1 and 3)

b) Bearing flat pads N° i (i= 2 and 4)

Figure 1.2 Hydrostatic bearing flat pads

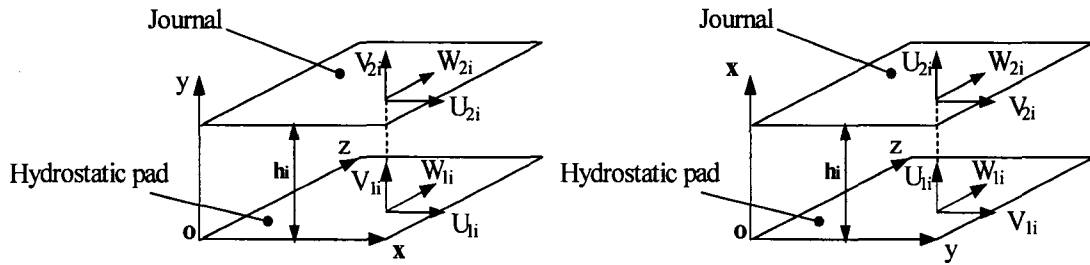
- on bearing flat pad:

$$\begin{aligned} U_{1i} &= 0 ; V_{1i} = 0 ; W_{1i} = 0 ; i = 1 \text{ and } 3 \\ V_{2i} &= 0 ; U_{2i} = 0 ; W_{2i} = 0 ; i = 2 \text{ and } 4 \end{aligned} \quad (1.1)$$

- on journal:

$$\begin{aligned} U_{2i} &= 0 ; V_{2i} = \dot{h}_i ; W_{2i} = 0 ; i = 1 \text{ and } 3 \\ V_{2i} &= 0 ; U_{2i} = \dot{h}_i ; W_{2i} = 0 ; i = 2 \text{ and } 4 \end{aligned} \quad (1.2)$$

where $U_{1i}; V_{1i}$ and W_{1i} are the speeds of the surface of the bearing pad N° i and $U_{2i}; V_{2i}$ and W_{2i} are the speeds of the surface of the journal.



a) Bearing flat pads N° i ($i=1$ and 3)

b) Bearing flat pads N° i ($i=2$ and 4)

Figure 1.3 Boundary conditions of squeeze film dampers

With these boundary conditions, and for an incompressible, laminar, isoviscous, inertialess fluid flow that is free of cavitations, the Reynolds equation may be written as:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu}{h_i^3} \dot{h}_i \quad (i=1 \text{ and } 3) \quad (1.3)$$

where: $0 \leq x \leq A$ and $0 \leq z \leq B$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_i(y, z)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_i(y, z)}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu}{h_i^3} \dot{h}_i \quad (i=2 \text{ and } 4) \quad (1.4)$$

where: $0 \leq y \leq A$ and $0 \leq z \leq B$.

$P_i(x, z)$ is the hydrostatic pressure field of the first and the third hydrostatic bearings ;

$P_i(y, z)$ is the hydrostatic pressure field of the second and fourth hydrostatic bearings ;

$\dot{h}_i$ represents the squeeze velocity of the i^{th} hydrostatic bearing pad, and

h_i is the film thickness of the i^{th} hydrostatic bearing pad ($i=1, 2, 3$ and 4).

It is assumed that the pressure in the recess is constant and equal to P_{ri} and the ambient pressure is equal to 0. Thus the boundary conditions of equations (1.3) and (1.4) are:

for $i = 1$ and 3

$$\begin{aligned} P_i(0 \leq x \leq A; z = 0, B) &= 0; \quad P_i(x = 0, A; 0 \leq z \leq B) = 0 \\ P_i(x_1 \leq x \leq x_2; z_1 \leq z \leq z_2) &= P_{ri} \end{aligned} \quad (1.5)$$

and for $i = 2$ and 4

$$\begin{aligned} P_i(0 \leq y \leq A; z = 0, B) &= 0; \quad P_i(y = 0, A; 0 \leq z \leq B) = 0 \\ P_i(y_1 \leq y \leq y_2; z_1 \leq z \leq z_2) &= P_{ri} \end{aligned} \quad (1.6)$$

The resolution of the equations (1.3) and (1.4) enables us to obtain the pressure field $P_i(x, z)$ and $P_i(y, z)$. The resolution of the Reynolds equation can be solved numerically by applying the centered finite difference method or the finite element method. The finite difference method is most generally used when considering a rectangular surface.

1.2.3.2 Carrying Load Capacity

The integration of pressure over the bearing area yields the following load capacity result:

$$W_{pi} = \int_s P_i \, ds \quad (1.7)$$

where s is contact surface and ds is an element of the surface.

Therefore, the fluid film forces on the journal may be written as:

$$\begin{cases} W_x = W_{P2} - W_{P4} \\ W_y = W_{P1} - W_{P3} \end{cases} \quad (1.8)$$

where W_x and W_y are the load capacities in directions x and y , respectively .

1.2.3.3 Recess Pressure

The recess pressure for each hydrostatic bearing pad (figure 1.2) is determined from the resolution of the flow continuity equation as follows:

$$Q_{ri} = Q_{oi} \quad (1.9)$$

for $i = 1$ and 3

$$Q_{oi} = Q_{oxi} + Q_{ozi} + Q_{vi} \quad (1.10)$$

where:

$$Q_{oxi} = 2 \int_0^B dz \int_0^{h_i} u_{xi} dy ; Q_{ozi} = 2 \int_0^A dx \int_0^{h_i} u_{zi} dy \quad (1.11)$$

$$u_{xi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial x} (y - h_i)y ; u_{zi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} (y - h_i)y \quad (1.12)$$

and for $i = 2$ and 4

$$Q_{oi} = Q_{oyi} + Q_{ozi} + Q_{vi} \quad (1.13)$$

where:

$$Q_{oyi} = 2 \int_0^B dz \int_0^{h_i} u_{yi} dx ; Q_{ozi} = 2 \int_0^A dy \int_0^{h_i} u_{zi} dx \quad (1.14)$$

$$u_{yi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial y} (x - h_i)x ; u_{zi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} (x - h_i)x \quad (1.15)$$

where u_{xi} , u_{yi} and u_{zi} are the flow velocities in the x , y and z directions respectively.

$$Q_{vi} = S_a \dot{h}_i \quad (1.16)$$

where Q_{vi} represents the squeeze flow of the i^{th} hydrostatic bearing pad ($i = 1, 2, 3$ and 4)

The flow through an orifice [18] is governed by :

$$Q_{ri} = \pi C_d R_o^2 \sqrt{\frac{2}{\rho} (P_s - P_{ri})} \quad (1.17)$$

where R_o is the orifice radius and C_d is the discharge coefficient.

Parameter C_d is a function of the Reynolds number, Re . Typically, it varies in a nonlinear fashion from $C_d \approx 0.3$ for $Re \approx 2$ to $C_d \approx 0.7$ at $Re \approx 100$, and drops to about $C_d \approx 0.6$ for higher Re values [18].

1.2.3.4 Flow Rate Requirement

The total volumetric flow rate that must be supplied to the hydrostatic journal bearing is:

$$Q_T = \sum_{i=1}^4 Q_{oi} \quad (1.18)$$

1.2.3.5 Dynamic Characteristics of Hydrostatic Journal Bearing

Each individual pad of the hydrostatic bearing contributes to the stiffness and the damping of the complete multi-pad device. As a flat pad is considered, each pad provides stiffness and a damping effect only in the direction perpendicular to the plane of the flat pad [4].

The pad stiffness may be obtained using a linear approximation. If a small displacement Δh_1 and a small speed $\Delta \dot{h}_1$ are imposed around the equilibrium state defined by h_x, h_y , in direction y , for the hydrostatic bearing pad N° 1, a first-order expansion therefore gives:

$$W_{p1}(h_x, h_y + \Delta h_1, \Delta \dot{h}_x = 0, \Delta \dot{h}_1) = W_{p1}(h_x, h_y, 0, 0) + \Delta h_1 \left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial h_1} \right)_0 + \Delta \dot{h}_1 \left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial \dot{h}_1} \right)_0 + \dots \quad (1.19)$$

Equation (1.19) can then be expressed as:

$$W_{p1}(h_x, h_y + \Delta h_1, \Delta \dot{h}_x = 0, \Delta \dot{h}_1) - W_{p1}(h_x, h_y, 0, 0) = -K_{p1} \Delta h_1 - C_{p1} \Delta \dot{h}_1 \quad (1.20)$$

The single pad linearized stiffness and damping coefficients of the hydrostatic bearing pad N° 1 may thus be obtained by identification of equations (1.19) and (1.20):

$$K_{P1} = -\left(\frac{\partial W_{P1}}{\partial h_1}\right)_0 \quad (1.21)$$

$$C_{P1} = -\left(\frac{\partial W_{P1}}{\partial \dot{h}_1}\right)_0 \quad (1.22)$$

A similar approach can be extended to the calculation of the other hydrostatic bearing pads:

$$K_{P2} = -\left(\frac{\partial W_{P2}}{\partial h_2}\right)_0 ; K_{P3} = -\left(\frac{\partial W_{P3}}{\partial h_3}\right)_0 ; K_{P4} = -\left(\frac{\partial W_{P4}}{\partial h_4}\right)_0 \quad (1.23)$$

$$C_{P2} = -\left(\frac{\partial W_{P2}}{\partial \dot{h}_2}\right)_0 ; C_{P3} = -\left(\frac{\partial W_{P3}}{\partial \dot{h}_3}\right)_0 ; C_{P4} = -\left(\frac{\partial W_{P4}}{\partial \dot{h}_4}\right)_0 \quad (1.24)$$

K_{Pi} and C_{Pi} represent the stiffness and damping coefficients of the i^{th} hydrostatic bearing pad ($i = 1, 2, 3$ and 4), respectively .

The partial derivatives are calculated numerically. Thus, the equivalent dynamic characteristics of the hydrostatic journal bearing are written as:

$$K_{eqx} = K_{P2} + K_{P4} \text{ and } K_{eqy} = K_{P1} + K_{P3} \quad (1.25)$$

$$C_{eqx} = C_{P2} + C_{P4} \text{ and } C_{eqy} = C_{P1} + C_{P3} \quad (1.26)$$

where K_{eqx} and K_{eqy} represent the equivalent stiffness, in directions x and y, respectively, and C_{eqx} and C_{eqy} represent the equivalent damping, in directions x and y, respectively.

Note that the cross-coupling forces are equal to zero, which implies that the cross-coupling stiffness and damping will be zero.

$$K_{eqxy} = K_{eqyx} = 0 \text{ and } C_{eqxy} = C_{eqyx} = 0 \quad (1.27)$$

1.2.3.6 Flow charts

The flow charts of the numerical simulations used for computing the dynamic characteristics as functions of the pressure ratio, dimensions and film thickness are shown in figures 1.4 and 1.5.

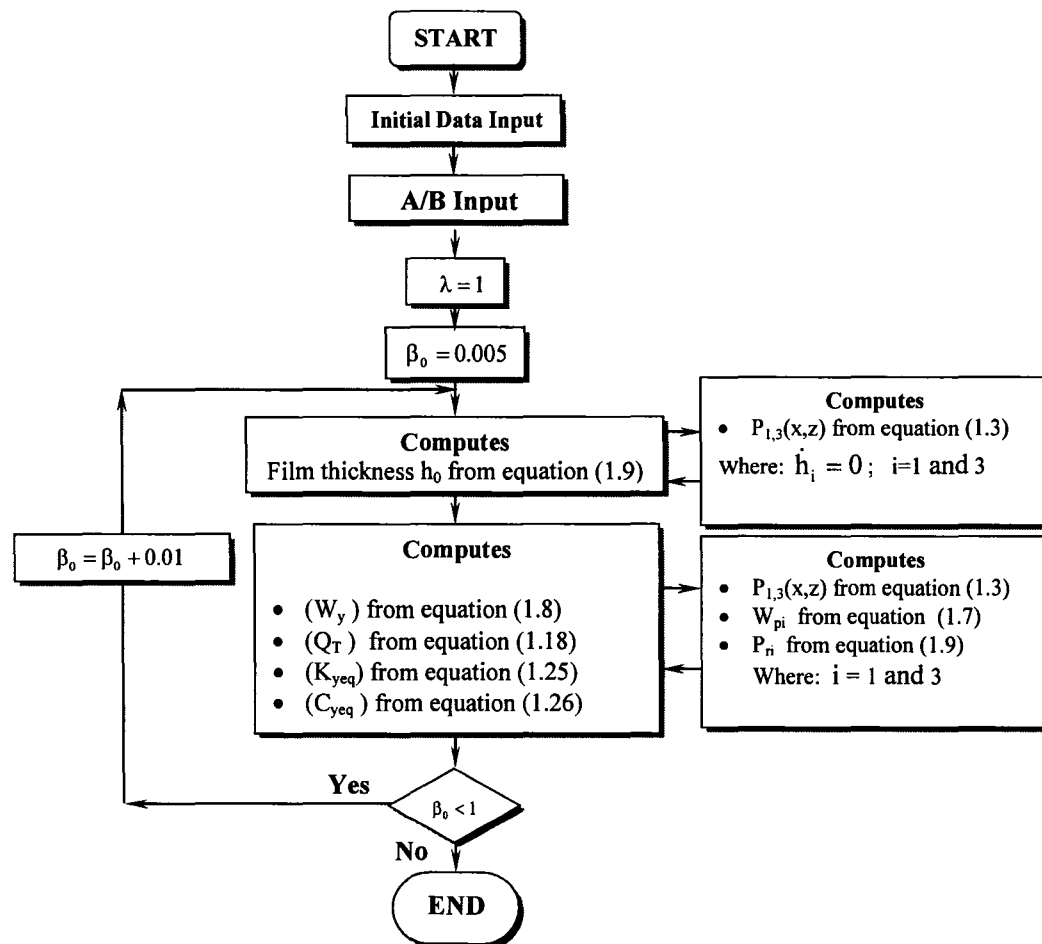


Figure 1.4 Flow chart of the effect of the pressure ratio and dimension ratio A/B, on the film thickness, flow and dynamic characteristics, at the point of operation defined by $\lambda = 1$, in the y direction.

As the dynamic behavior is the same in both directions, the computations have been carried out in the y direction by considering pads 1 and 3 (figure 1.4 and figure 1.5). Then, the same computations have been carried in the x direction by considering pads 2 and 4. The computations of the pressure distribution were determined from resolution of the Reynolds equations (equations 1.3) by applying the centered finite difference method. The linear systems of equation were solved by using Gauss-Seidel method using an over relaxation factor $\omega = 1.7$. The computation of the film thickness and recess pressure were determined using an iterative secant method after bounding the roots. The convergence tolerances of these computations were defined as follows:

- on the pressure: $\left(\frac{P_{i,j}^r - P_{i,j}^{r-1}}{100 P_{ri}} \right)_{\max} = 5.10^{-3}$ (1.28)
- on the film thickness: 10^{-6}
- on recess pressure: 10^{-6}

where: $P_{i,j}^r$ represented the computation of pressure at each mesh point (i,j) and r is the iteration number of computation.

The linear stiffness and damping coefficients are obtained numerically using small perturbations of the shaft position, at the equilibrium position of the shaft. The following equations, which take into account the supply pressure, the film thickness, the oil viscosity and the bearing dimension were developed.

- Small displacement: $\Delta h_i = 0.05 h_0$ (i=1 and 3) (1.29)

- Small speed : $\Delta \dot{h}_i = \frac{0.01 P_s h_0^3}{\mu B^2}$ (i=1 and 3) (1.30)

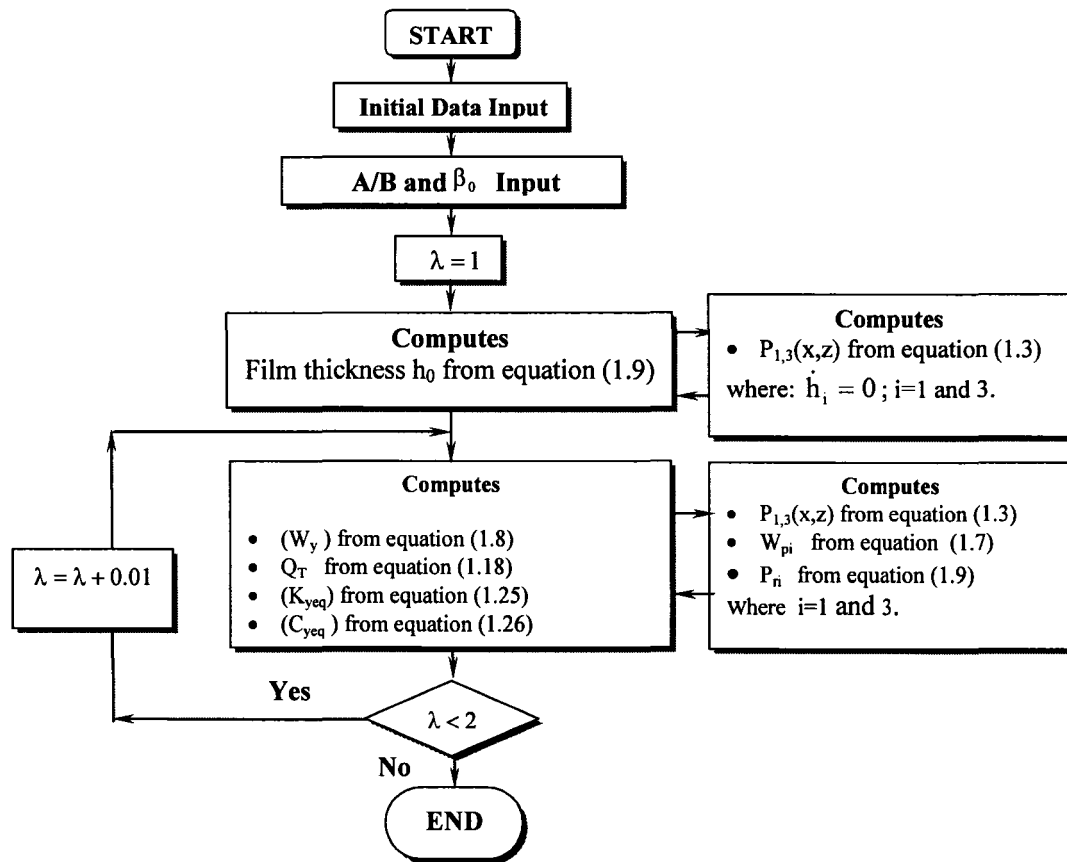


Figure 1.5 Flow chart of the effect of the film thickness ratio λ and dimension ratio A/B on the static load, flow and static and dynamic characteristics in the y direction

The numerical parameters for computation are summarized in Table 1.1 and the properties of the lubricant are given in Table 1.2 [10]. The orifice radius d_o is 2.234 mm and the discharge coefficient, C_d , is 0.6.

	SI
S_p ($A \times B = D \times L$)	$6.192 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$
a/A	2.0436
b/B	1.5180

Table 1.1 Simulation parameters

Non - Detergent Oil SAE 30	
Grade	100
ρ : Density	879.5 kg/m ³
μ : Absolute Viscosity @37.8° C (100° F)	97987.10 ⁻⁶ Pa.s (14.212.10 ⁻⁶ reyn)
Viscosity Index	95

Table 1.2 Lubricant properties

1.2.4 Numerical Results

λ and β are defined as the ratio of film thickness from the equilibrium position and pressure ratio respectively :

$$\lambda = \frac{h_3}{h_0} = \frac{h_4}{h_0} \quad (1.31)$$

We have made the assumption that the film thickness is the same in both directions ($h_{0x} = h_{0y} = h_0$).

$$h_1 + h_3 = 2h_0 ; \quad \frac{h_1}{h_0} = 2 - \lambda \quad (1.32)$$

$$h_2 + h_4 = 2h_0 ; \quad \frac{h_2}{h_0} = 2 - \lambda \quad (1.33)$$

The ratio of the recess pressure over the supply pressure β_i is defined by:

$$\beta_i = \frac{P_{ri}}{P_s} \quad (1.34)$$

At the point of operation which is defined as the hydrostatic journal bearing center position of zero load, the following relations are obtained:

$$\lambda = 1 \Rightarrow \begin{cases} h_i = h_0 \\ P_{ri} = P_{r0} \\ \beta_0 = \frac{P_{r0}}{P_s} \end{cases} \quad (1.35)$$

where h_0 and P_{r0} are the film thickness and the recess pressure respectively at the center position of hydrostatic journal bearing, and h_i is the film thickness of the i^{th} hydrostatic bearing pad ($i = 1, 2, 3$ and 4).

The characteristics of a hydrostatic journal bearing such as the static load, flow, equivalent stiffness and damping are investigated.

In the first step, the variation of the film thickness, flow and dynamic characteristics are studied according to the ratio of pressure β_0 , for different geometric configurations A/B , at the point of operation ($\lambda=1$);

In the second step, the variation of static load and dynamic characteristics, as a function of the ratio of film thickness λ , for different geometric configurations (A/B) at the point of operation ($\beta_0 = 0.69$), are examined;

In the third step, the variation of the static load and dynamic characteristics as a function of to the film thickness ratio λ are studied for different ratios of pressure β_0 , when the dimension ratio is $A/B=2.125$. The dimension ratio $A/B=2.125$ ($D/L=2.125$, where D : diameter of test bearing; L : length of test bearing) was chosen in order to compare the results with those described in the work of Sawicki et al [10].

In the second step and third step, the supply pressure P_s was defined as follows: $P_s = 25.855$ Bar ($P_r = 10.342$ Bar, $\beta_0 = 0.4$) in order to compare the results obtained with the new hydrostatic journal bearing and those obtained with the hybrid journal bearing presented in the work of Sawicki et al [10]. Figure 1.6 describes the variation of pressure distribution for four dimension ratios: $A/B=1$, 2.125, 3 and 6. These curves show that the pressure distribution is spread along the entire bearing pad surface, without concentration of pressure. Note that when the value of dimension ratio A/B moves away from 1, the pressure distribution according the length of the bearing pads (A) decreases because the flow increases.

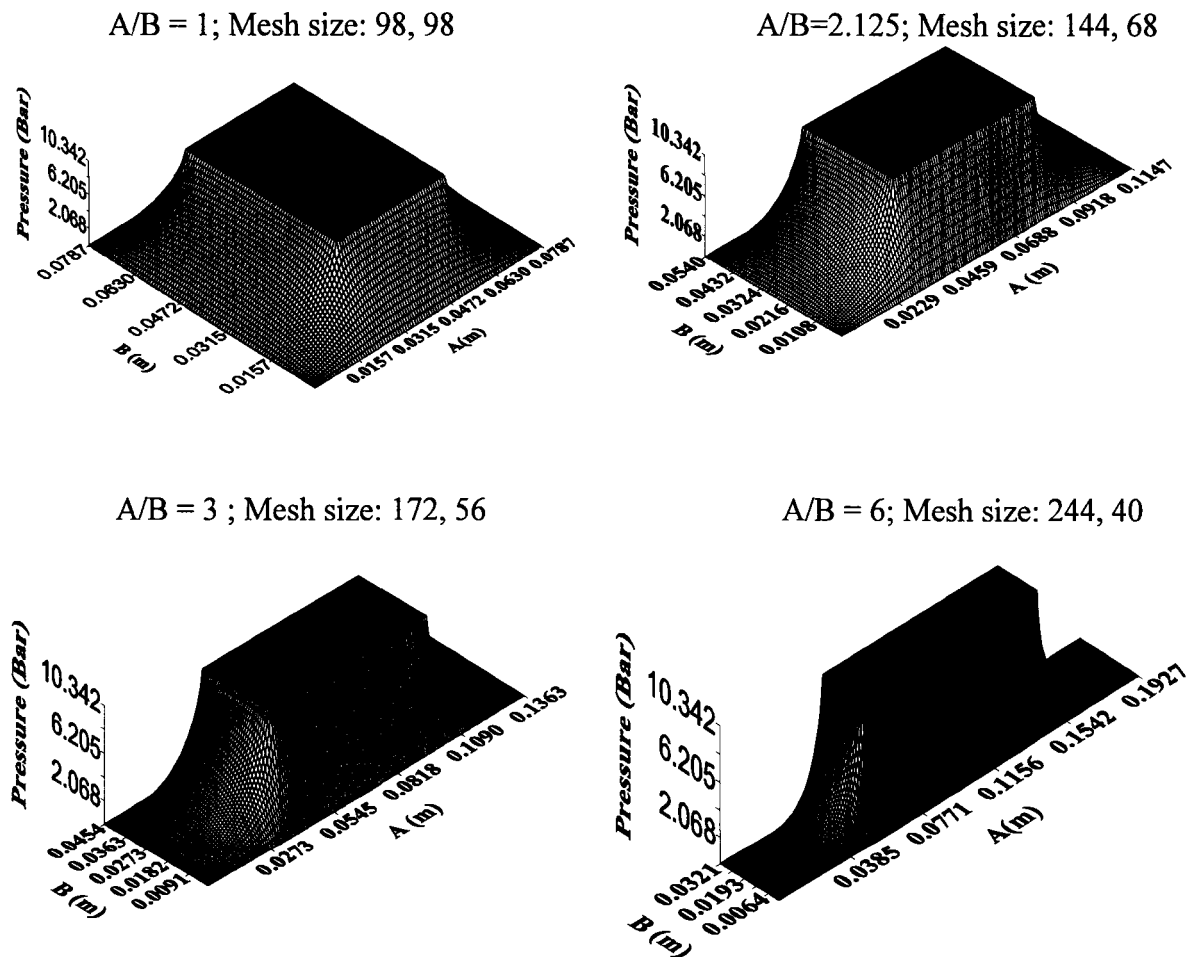


Figure 1.6 Pressure distribution for many geometric configurations A/B ($P_{r0} = 10.342$ Bar, $\beta_0 = 0.4$, $h_0 = 2.11$ mm)

1.2.4.1 Film thickness analysis

Figure 1.7 shows the effect of the pressure ratio and dimension ratios A/B , on the film thickness, flow at the point of operation defined by $\lambda = 1$ ($h_i = h_o$ for $i=1, 2, 3$ and 4). The variation of film thickness is studied according to the pressure ratio β_0 , for different geometric configurations A/B at the point of operation ($\lambda = 1$). Figure 1.7 shows that the film thickness decreases when the pressure ratio increases and that the film thickness decreases when the value of dimension ratio A/B moves away from 1.

Rippel [19] had obtained similar results using an analytical method. The flat pad coefficients of the hydrostatic bearing were obtained by using an analogy with an electric field.

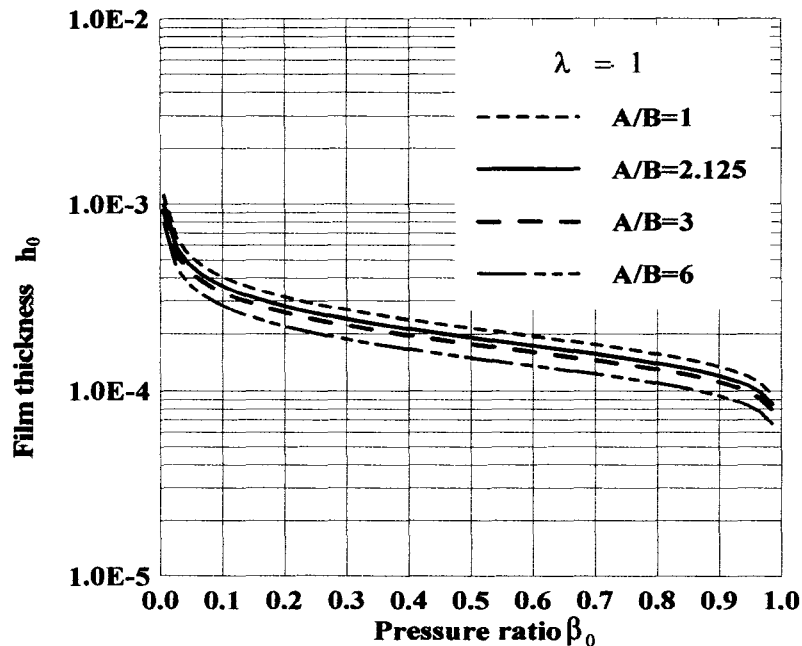


Figure 1.7 Film thickness versus pressure ratio for many geometric configurations A/B

1.2.4.2 Equivalent stiffness analysis

Figure 1.8 shows the effect of the pressure ratio β_0 and film thickness ratio λ on the equivalent stiffness of the hydrostatic bearing for different geometric configurations (A/B).

This figure shows that the optimal stiffness is obtained for a pressure ratio value close to 0.69, irrespective of the ratio of A/B . Again Rippel [19] had obtained similar results using an analytical method. The flat pad coefficients of hydrostatic bearing had been obtained using an analogy with an electric field. At this pressure ratio and at the point of operation ($\lambda=1$), the stiffness increases with the ratio A/B , and decreases with the film thickness ratio λ .

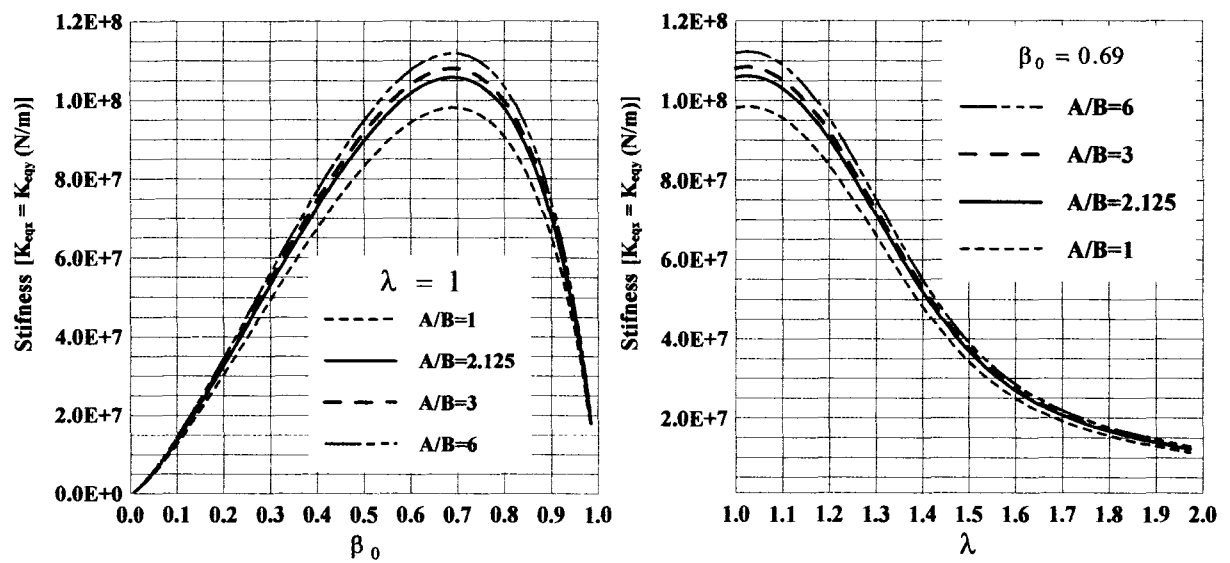


Figure 1.8 Equivalent stiffness for many geometric configurations A/B

Figure 1.9 shows the effect of film thickness ratio λ for different pressure ratio β_0 on the equivalent stiffness of the hydrostatic bearing for $A/B = 2.125$. This plot shows that the optimal equivalent stiffness is obtained for a pressure ratio of 0.69 for film thickness ratio λ lower than 1.3. On the other hand, the equivalent stiffness increases with the pressure ratio β_0 when the film thickness ratio λ is greater than 1.75. When the film thickness ratio λ increases, the equivalent stiffness is strongly affected by the pressure ratio β_0 .

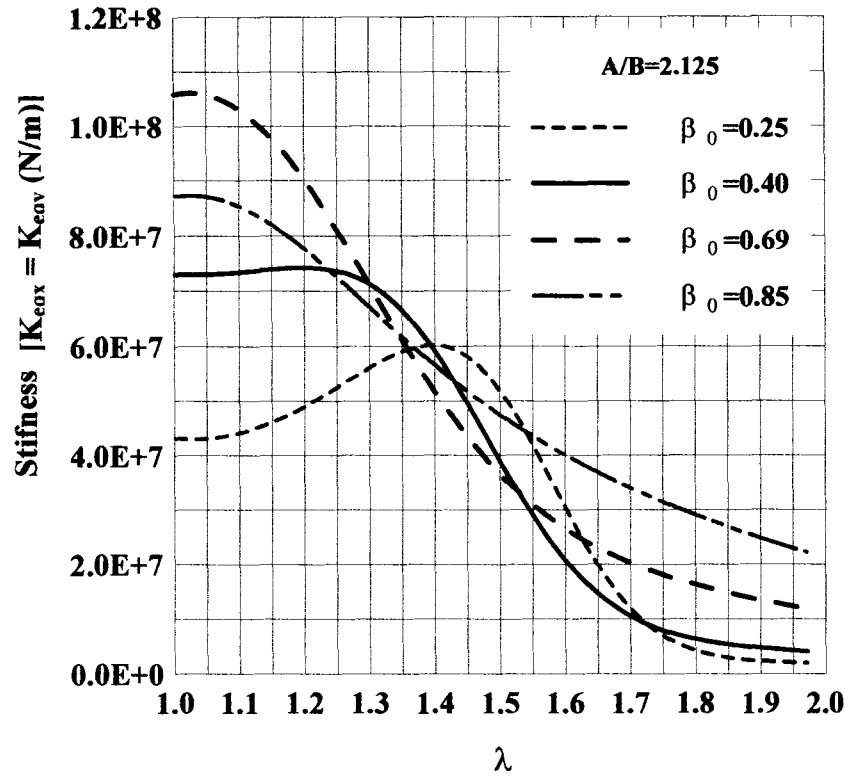


Figure 1.9 Equivalent stiffness with the film thickness ratio λ for many pressure ratios β_0

1.2.4.3 Equivalent damping analysis

Figure 1.10 shows the effect of pressure ratio β_0 , film thickness ratio λ for different geometric configurations on the equivalent damping of the hydrostatic bearing. The latter increases with film thickness ratio λ and with the dimension ratio A/B . This curve also shows that damping increases almost linearly with the pressure ratio β_0 for values lower than 0.5, and increases significantly for higher values of pressure ratio β_0 . When the pressure ratio is higher than 0.69, the equivalent damping increases and this increase is more pronounced with the dimension ratio A/B .

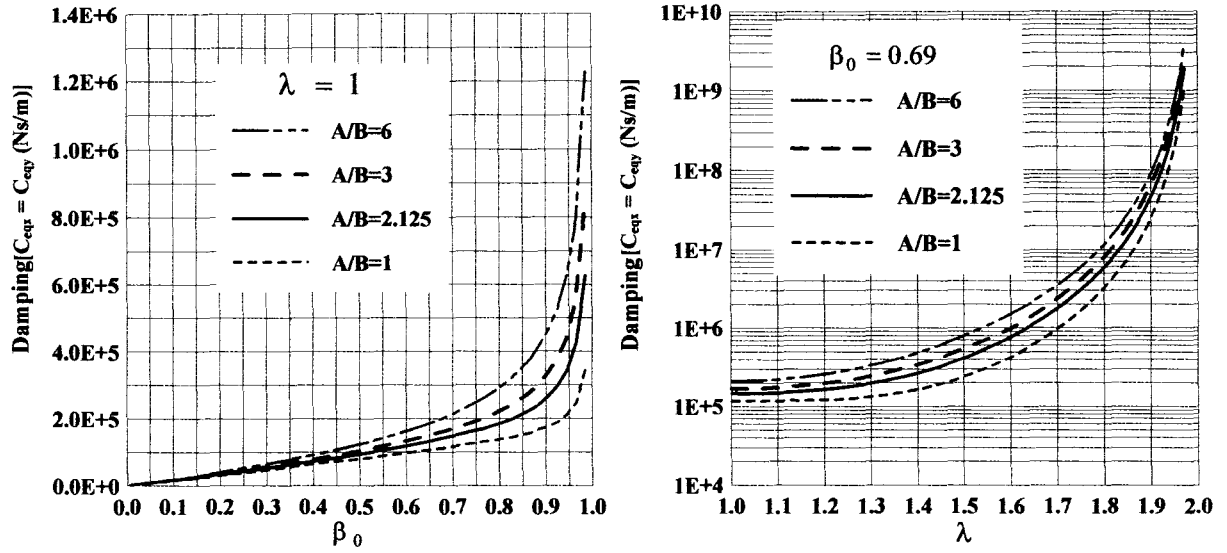


Figure 1.10 Equivalent damping for many geometric configurations of A/B

Figure 1.11 shows the effect of film thickness ratio λ for different pressure ratio β_0 on the equivalent damping of the hydrostatic bearing, when the dimension ratio is $A/B=2.125$. This figure shows that the equivalent damping increases with the pressure ratio β_0 and with the film thickness ratio λ . This increase of damping can be explained by the fact that an increase of recess pressure produces a decrease of film thickness h_0 and that an increase of the film thickness ratio λ produces a decrease of film thickness h_1 and h_2 .

1.2.4.4 Comparisons between hydrostatic journal bearings and hybrid journal bearings

Table 1.3 shows a comparison of the stiffness and damping obtained with the hydrostatic journal bearing that has been developed and with the hybrid journal bearing presented in the work of Sawicki et al [10] for two static ratios:

- $\lambda = 1$ or $\varepsilon_s = 0$ and
- $\lambda = 1.25$ or $\varepsilon_s = 0.25$ ($\varepsilon_s = \lambda - 1$ [17]).

The film thickness is $h_0 = 2.11$ mm, the recess pressure: $P_{r,0}$ is 1.0342 MPa, the pressure ratio is $\beta_0 = 0.4$ [10]. Table 1.3 data reveals that because of its higher stiffness, good damping and zero cross-coupling terms, the hydrostatic bearing has better dynamic characteristics and stability than the hybrid journal bearing.

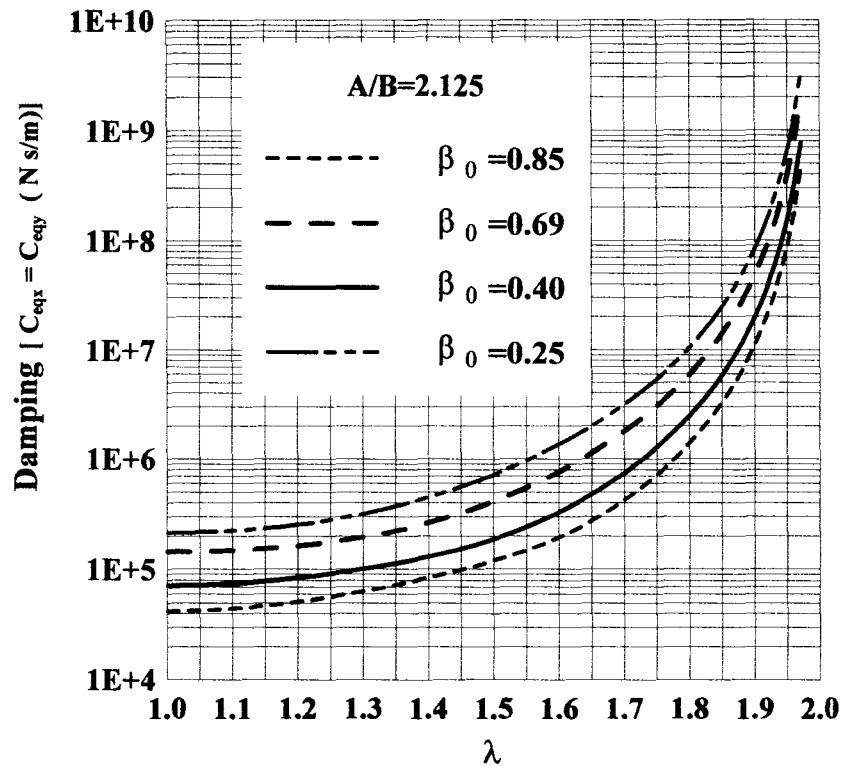


Figure 1.11 Equivalent damping with the film thickness ratio λ for many pressure ratios β_0

1.2.4.5 Flow analysis

Figure 1.12 investigates the effect of pressure ratio and film thickness on flow for different geometric configurations (A/B). This figure shows that the flow decreases when the pressure ratio β_0 increases. When the value of the ratio is $\beta_0 = 1$, flow is zero because the recess pressure is equal to the supply pressure and consequently the film thickness h_0 is null. The results were determined with no film speed ($V_{pi} = 0$ m/s). The flow decreases when the film

thickness λ increases to a minimum of 1.7 and increases for higher values. The effect of geometry (ratio of A/B) does not affect the flow because the recess pressure is considered constant.

		Static ratio $\lambda = 1$ or $\epsilon_s = 0$ $\beta_0 = 0.4$		Static ratio $\lambda = 1.25$ or $\epsilon_s = 0.25$ $\beta_0 = 0.4$	
		Hydrostatic journal bearing	Hybrid journal bearing [10]	Hydrostatic journal bearing	Hybrid journal bearing [10]
Stiffness (MN/m)	K_{xx}	73	58.5	73.5	58.2
Stiffness (MN/m)	K_{yy}	73	58.5	73.5	58.2
Damping (KN.s/m)	C_{xx}	71.6	79	90.6	82
Damping (KN.s/m)	C_{yy}	71.6	79	90.6	82
Cross – stiffness (MN/m)	K_{xy}	0	8	0	2.5
	K_{yx}	0	-8	0	-6
Cross- damping (KN.s/m)	C_{xy}	0	0	0	1
	C_{yx}	0	0	0	1

Table 1.3 Comparison between hydrostatic journal bearing and hybrid journal bearing

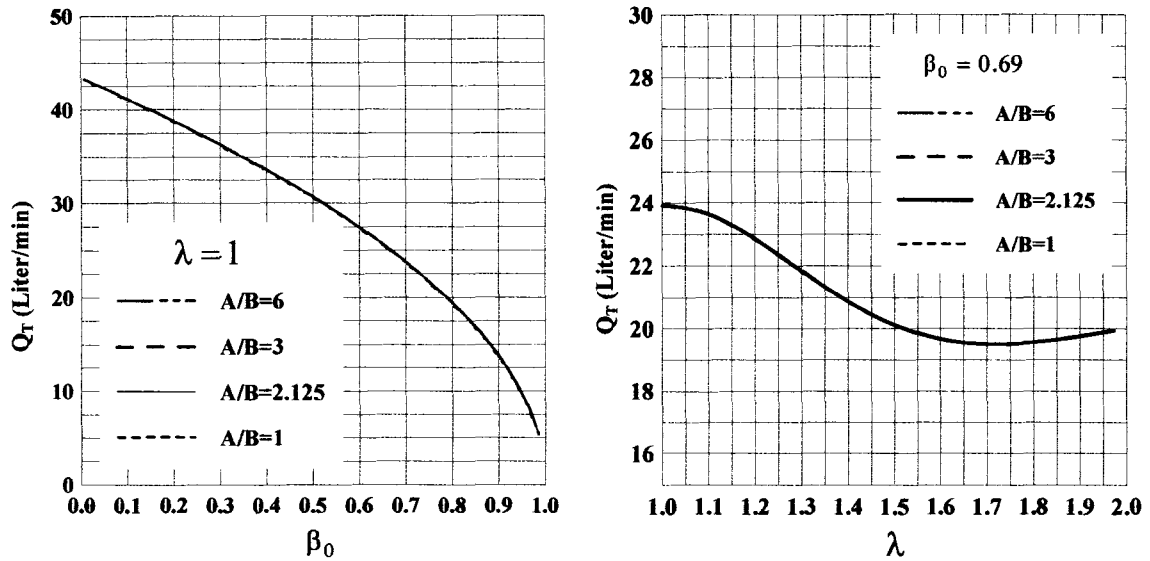


Figure 1.12 Flow for many geometric configurations A/B

1.2.4.6 Static load

Figure 1.13 shows the effect of the film thickness ratio for different geometric configurations on the static load of the hydrostatic journal bearing, when the point of operation is defined: $\beta_0 = 0.69$; $\lambda = 1$. The results show that the static load increases with the film thickness ratio and decreases with the dimension ratio A/B . This is due to the fact that the film thickness decreases with the dimension ratio A/B (figure 1.7). It can be noticed that the static load is null at the point of operation ($\lambda = 1$) as expected. The results were determined with no film speed ($V_{pi} = 0$ m/s).

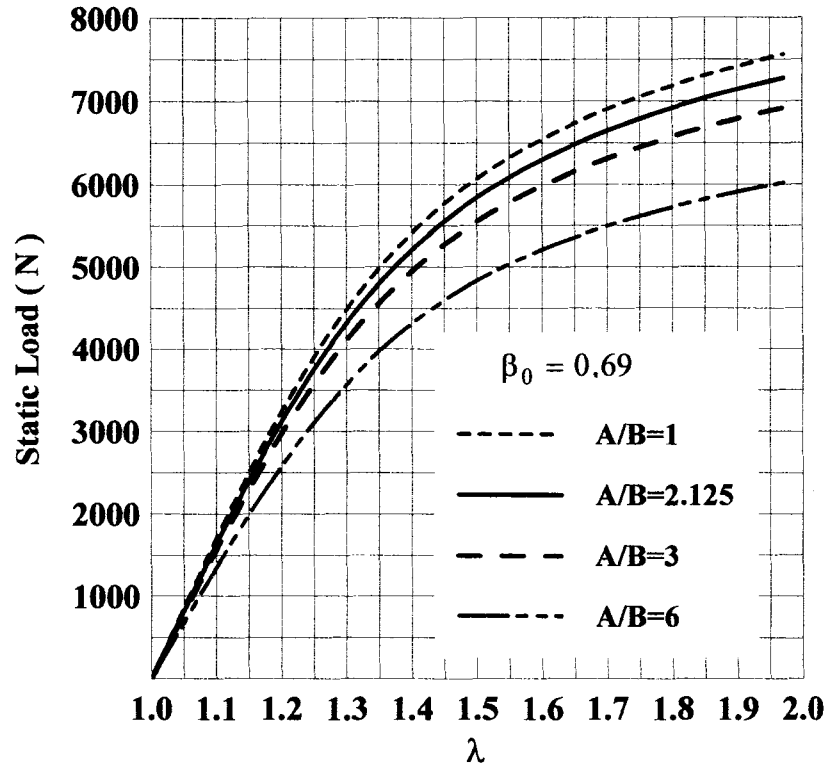


Figure 1.13 Static load for many geometric configurations A/B

1.3 Conclusion

Linear approximation has been conducted in order to investigate the effects of film thickness, pressure and geometric configurations on the equivalent stiffness and damping of a hydrostatic journal bearing (HJB). The results of the numerical simulation can be summarized as follows:

- The HJB presents good dynamic characteristics and an excellent stability because of its high stiffness and damping and zero cross-coupling terms.
- The film thickness h_0 decreases with the pressure ratio and with the dimension ratio (A/B).
- An optimal equivalent stiffness is obtained for a pressure ratio close to 0.69 irrespective of the geometric configurations A/B at the point of operation ($\lambda=1$). The equivalent

stiffness increases with the value of dimension ratio A/B . When the film thickness ratio increases, the stiffness decreases. However, a high pressure ratio allows a large stiffness for when the film thickness ratio becomes larger than 1.55.

- The equivalent damping increases with the pressure ratio β_0 , with the film thickness ratio λ and with the dimension ratio (A/B) . This is because an increase of pressure ratio produces a decrease of film thickness h_0 and because an increase of the film thickness parameter λ produces a decrease of film thickness
- The flow decreases with increased pressure ratio. It decreases to a minimum at $\lambda = 1.7$ and increases slightly for higher values.
- The static load increases with the film thickness ratio and decreases with the dimension ratio A/B .

Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by the Natural Sciences and Engineering research council of Canada (NSERC).

1.4 References

- [1] Rho, B.-H. and Kim, K.-W. (2002), "A study of the dynamic characteristics of synchronously controlled hydrodynamic journal bearings", *Tribology International* 35, No.6, pp. 339–345
- [2] San Andrés, L. and De Santiago, O. (2004), "Forced Response of a Squeeze Film Damper and Identification of Force Coefficients from Large Orbital Motions." *ASME Journal of Tribology*, Vol. 126, pp 292 -300
- [3] Burrows, C. R., Sahinkaya, M. N., and Turkaya, O.S. (1983), "An Adaptive Squeeze-Film Bearing," *ASME Paper*, No. 83-Lub-23, pp 939-946
- [4] Adams, M.L., and Zhloul, H. (1987), "Attenuation of Rotor Vibration Using Controlled-Pressure Hydrostatic Squeeze Film Dampers," *Eleventh Biennial ASME Vibrations Conference*, Boston, MA, No.9, pp. 99-108
- [5] Mu,C., Darling, J., and Burrows, C. R.(1991), "An appraisal of a Proposed Active Squeeze Film Damper ", *ASME Journal of Tribology* , Vol.113,No.4, pp.750-754.
- [6] Bou-Said, B., and Nicolas, D. (1992), "Effects of Misalignment on Static and Dynamics Characteristics of Hybrid Bearings," *STLE, Tribology Transactions*, 35(2), pp. 325–331.
- [7] El-Shafei A. and Hathout, J.-P. (1995), "Modelling and Control of HSFDs for Active Control of Rotor – Bearing Systems " *ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Vol. 117, No. 4, pp 757-766
- [8] Braun, M. J., Zhou, Y. M., and Choy, F. K. (1994), "Transient Flow Patterns and Pressures Characteristics in a Hydrostatic Pocket," *ASME Journal of Tribology*, 116, pp. 139 –146.
- [9] Braun, M. J., Choy, F. K., and Zhu, N. (1995), "Flow Patterns and Dynamic Characteristics of a Lightly Loaded Hydrostatic Pocket of Variable Aspect Ratio and Supply Jet Strength," *STLE Tribology Transactions*, 38(1), pp. 128–136.
- [10] Sawicki, J.T., Capaldi, R.J. and Adams, M.L. (1997), "Experimental and Theoretical Rotordynamic Characteristics of a Hybrid Journal Bearing", *ASME Journal of Tribology*, Vol.119, pp. 132-141.
- [11] Hathout, J.P., El-Shafei, A. and Youssef, R. (1997), "Active Control of Multi-Mode-Rotor-Bearing Systems Using HSFDs", *ASME Journal of Tribology*, Vol.119, No. 7, pp. 49 – 56.

- [12] Harma, S. C., Sinhasan, R., Jain, S. C., Singh, N., and Singh, S. K. (1998), "Performance of Hydrostatic/Hybrid Journal Bearings with Unconventional Recess Geometries," *STLE Tribology Transactions*, 41(3), pp. 375–381.
- [13] San Andres, L., and Childs, D. (1997), "Angled Injection-Hydrostatic Bearings Analysis and Comparison to Test Results," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 119, 1, pp. 179-187
- [14] Fayolle, P., and Childs, D. W. (1999), "Rotor Dynamic Evaluation of a Roughened-Land Hybrid Bearing," *ASME Journal of Tribology*, Vol. 121, No. 1, pp. 133–138.
- [15] Zahloul, H. Bouzidane, A. and Bonneau, O. (2004), "Static Characteristics of a Rectangular Four-Pad Hydrostatic Thrust Bearing", *International Mechanical Engineering Conference*, December 5-8, Kuwait, pp. 460-471
- [16] Santos I.F., and Watanabe, F.Y. (2004), "Compensation of Cross-Coupling Stiffness and Increase of Direct Damping in Multirecess Journal Bearings Using Active Hybrid Lubrication: Part I—Theory", *ASME Journal of Tribology*, No.8 Vol. 126, pp. 147-155.
- [17] Bouzidane A. and Thomas M., (2005), An electrorheological hydrostatic journal bearing for controlling rotor vibration, *Proceedings and papers of II Eccomas thematic conference on smart structures and materials*, Edited by C.A.Mota Soares et al, Instituto Superior Tecnico, Lisbon, July 18-21, pp 1-18.
- [18] Khonsari, M.M and Boosser, E.R. (2001), *Applied Tribology Bearing Design and Lubrication*, a Wiley- Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc.
- [19] Rippel, H.C. (1964), *Cast Bronze Hydrostatic Bearing Design Manual*, Mechanical and Nuclear Engineering Division the Franklin Institute Philadelphia, Pa. pp. 6-24.

CHAPITRE 2

AN ELECTORRHEOLOGICAL HYDROSTATIC JOURNAL BEARING FOR CONTROLLING ROTOR VIBRATION

2.1 Présentation

Nous avons présenté dans cet article un nouveau palier hydrostatique intelligent alimenté par un fluide électrorhéologique (ER - HJB) basé sur le contrôle de l'amortissement pour contrôler les vibrations des rotors rigides et de réduire les forces transmises au bâti.

Dans l'analyse dynamique d'une ligne d'arbre supporté par un palier hydrostatique, le comportement du palier est gouverné par les forces hydrostatiques engendrées par le film lubrifiant et qui s'opposent au mouvement de l'arbre (annexe 2 et 3). Dans le cas général, celles-ci sont obtenues par intégration du champ de pression calculé à partir de l'équation de Reynolds écrite en régime dynamique (annexe 1). Ces forces étant des fonctions non linéaires de la position et de la vitesse du centre de l'arbre. L'analyse exacte d'un système rotor - palier est donc très complexe puisqu'elle nécessite la résolution simultanée des équations relatives au mouvement du rotor et de l'équation relative au comportement hydrostatique de chaque patin hydrostatique. Cette étude peut néanmoins être largement simplifiée si on suppose le rotor parfaitement rigide et si on se limite aux petits déplacements au voisinage d'une position d'équilibre statique définie.

Dans une première étape, un modèle numérique se basant sur la théorie linéaire est développé, afin d'étudier l'effet de fluide électrorhéologique négatif (NER) ainsi que le rapport de pression et l'excentricité statique sur les caractéristiques dynamiques équivalentes (raideur, amortissement et facteur d'amortissement) d'un palier hydrostatique intelligent au point de fonctionnement (centre de palier) et lorsqu'on s'éloigne du point de fonctionnement. Le calcul des caractéristiques statiques et dynamiques du palier est effectué en considérant le palier hydrostatique comme la juxtaposition de quatre patins hydrostatiques à simple effet.

Dans une deuxième étape, une modélisation d'un arbre rigide monté dans un palier intelligent (ER-HJB) ayant un comportement linéaire est présentée.

Cet article a été publié à « l'International Journal of Computer and Structures » Avril 2007, et est présenté intégralement dans la section suivante.

2.2 Article 2

AN ELECTORRHEOLOGICAL HYDROSTATIC JOURNAL BEARING FOR CONTROLLING ROTOR VIBRATION

A. Bouzidane and M. Thomas

Department of Mechanical Engineering, École de technologie supérieure

1100 Notre-Dame Street West, H3C 1K3 Montréal (Québec), Canada

ahmed.bouzidane@etsmtl.ca

marc.thomas@etsmtl.ca

http://www.mec.etsmtl.ca/recherche/prof/mthomas/mthomas_frame.htm

ABSTRACT

The objective of this work is to study the dynamic behavior of a rotor supported by a new hydrostatic journal bearing, and fed with a negative electrorheological (NER) fluid. The hydrostatic bearing consists of four hydrostatic bearing flat pads fed by capillary restrictors. An ER fluid consists of a suspension of micron-sized particles dispersed in a dielectric liquid. A negative electrorheological (NER) fluid is a Newtonian fluid with a viscosity which decreases when an electric field is applied, and which can restore its property when the field is removed. A reversible change in viscosity occurs in milliseconds with the application of an electric field. Therefore, these fluids are suitable for the real-time control of vibration and vibration damping. A linear modeling was performed using numerical methods in order to investigate the effect of negative electrorheological fluids, recess pressure and static eccentricity ratio on carrying load capacity, flow, and the equivalent dynamic characteristics (stiffness, damping, and damping factor) of a new NER hydrostatic journal bearing. In a first step, the flow, equivalent stiffness and damping and damping factor are studied as a function of the pressure ratio, for different electric field values at the point of operation. In a second step, the variation of carrying load capacity and equivalent stiffness and damping are studied as a function to the static eccentric ratio, for different electric field values. In a third step, an

application study of an NER hydrostatic journal bearing based on linear theory is presented in order to reduce or suppresses the imbalance-induced vibration or the force transmitted to the base. The discussion of results includes some thoughts on future trends.

KEYWORDS: Electrorheological fluid, Hydrostatic bearing, Squeeze film lubrication, Newtonian fluids, Reynolds equation, Rotor vibration, Journal bearing dynamics.

2.2.1 Introduction

Rotating machinery, such as machining spindles, industrial turbomachinery, and aircraft gas turbine engines, are very commonly used in industry. One of the major problems faced by these machines is the harmful imbalance-induced vibrations. Vibrations caused by mass imbalance are an important factor limiting the performance and the fatigue life of a rotating system¹. As a result, bearing-associated problems arise in high-speed rotating machines. Hydrodynamic journal bearings have a self-excited instability, which is commonly called the “whirl instability”. The speed of the journal at the onset of this instability is a limiting factor for rotor-bearing system operation². Squeeze Film Dampers (SFDs) are efficient in reducing vibrations in rotor bearing systems while passing critical speeds. They generate their damping force capability in reaction to dynamic journal motions squeezing a thin film of lubricant in the clearance between a stationary housing and a whirling journal³. However, excessive vibration problems occur when the rotors pass through their critical speeds. As an efficient vibration attenuation device, controllable SFDs working in an active or semi-active manner were studied recently, and related research works are still in progress, including those on semi-active-type SFDs using a controllable fluid as the working fluid. Many studies have investigated the possibility of using ER fluids as smart lubricants.

An ER fluid consists of a suspension of micron-sized polarizable particles dispersed in a dielectric liquid. Its rheological properties change when subjected to an electric field. The apparent viscosity of this controllable fluid varies in response to the applied field. A reversible change in viscosity occurs in milliseconds with the fields applied. Since the study

of the ER effect introduced in 1947 by Winslow⁴, most related studies concentrated on the increase rheological properties induced by the electric field^{5,6,7}. The property of increasing the viscosity by applying an electric field to the ER fluid induced is termed as the positive ER effect. Many particle-fluid combinations have been tried in order to find a high increment in viscosity⁸. Consequently, much as the positive ER effect has found large potential industrial applications, the negative ER⁹ effect could also be used in industry when a controllable decrease of the viscosity is expected. C.W. Wua¹⁰ and H. Kimura et al¹¹ studied the ER effect in various urethane-modified polypropylene glycol (UPPG)/dimethylsiloxane (DMS) blends. They found that:

- the ER effect is positive when the viscosity of UPPG is larger than that of DMS, and negative when the viscosity of UPPG is smaller than that of DMS;
- both positive and negative ER effects for UPPG/DMS blends are caused by the connection of UPPG between electrodes under the electric field;
- the sign (positive or negative) and the strength of the ER effect can be controlled by changing the temperature and/or viscosity ratio of UPPG and DMS.

Unfortunately, such industrial devices are not yet in wide application. In recent years, a few research results dealing with controllable SFDs using the viscosity change of an ER fluid have been reported. Morishita¹² presented preliminary experimental results on the performance of the ER fluid-based SFD (ER-SFD). The results of their investigation show that the vibration of the rotor could be reduced remarkably over a wide range of rotational speeds by controlling the supporting damping capacity. Moreover, the existence of an optimum supporting damping for every vibration mode has been shown experimentally. Jung¹³ tried to obtain the solutions for a short and open-end SFD using a modified Reynolds equation in which the ER fluid is designed according to a Bingham plastic model. Pecheux, et al¹⁴ numerically investigated the squeeze film damper applied for the active control of a flexible rotor dynamic by using the viscosity change of a negative NER fluid, in order to control the dynamic behavior of the shaft. They showed that it is possible to monitor the damping of a squeeze film damper. They found that the influence of the SFD is very different, according to the rotor speed. In fact they propose to give to the SFD the opposite

effect from the rotor behavior in order to dissipate rotor energy. When the speed is near-critical, the rotor vibration must be reduced and the SFD must dissipate a lot of energy, and consequently, SFD viscosity must be kept small. On the other hand, a high viscosity is required to reduce rotor vibration at speeds very different from the critical speed. Lee et al¹⁵ presented the vibration control performance of a pressurized, sealed, ER-SFD supported rotor. Yao Guozhi et al¹⁶ investigated the behavior of a rotor system to prove the effectiveness of the ER damper in suppressing the vibration around the critical speed due to unbalance excitation.

A hydrostatic journal bearing consists of four hydrostatic bearing flat pads fed by restrictor capillars. Zahloul, et al.¹⁷ investigated the effects of film thickness on the static characteristics of a rectangular four-pad hydrostatic thrust bearing operating away from the center position. However, the dynamic behavior of the hydrostatic journal bearing was not considered.

The objective of this research is to study the dynamic behavior of a new hydrostatic journal bearing, supporting a rigid rotor and fed with a negative ER fluid. The need to design SFD with an adaptive viscosity is necessary in order to control rotor vibration, at different speeds. A negative ER (NER) fluid was selected instead of a Bingham fluid because it is necessary to reduce viscosity. A linear modeling is presented in order to investigate the effect of negative electrorheological fluids, recess pressure and static eccentricity ratio on carrying load capacity, flow, and equivalent dynamic characteristics (stiffness, damping, and damping factor) of an NER hydrostatic journal bearing. An application study of an NER hydrostatic journal bearing based on linear theory is presented in order to reduce the imbalance-induced vibration and the force transmitted to the base. It is assumed that the fluid flow is incompressible, laminar, isotherm and permanent.

2.2.2 NER Hydrostatic Journal Bearing Description

Figure 2.1a shows a hydrostatic journal bearing made of four identical plane hydrostatic

bearing pads, with indices 1, 2, 3 and 4 respectively indicating the upper, left, lower and right characteristics of the thrusts.

The hydrostatic journal bearing is fed with a negative electrorheological (NER) fluid (Figure 2.1.b) by the recesses, which are themselves supplied with an external pressure P_s through capillary restrictor-type hydraulic resistances.

The calculation of hydrostatic journal bearing characteristics is done by considering the hydrostatic journal bearing as the juxtaposition of four hydrostatic bearing flat pads.

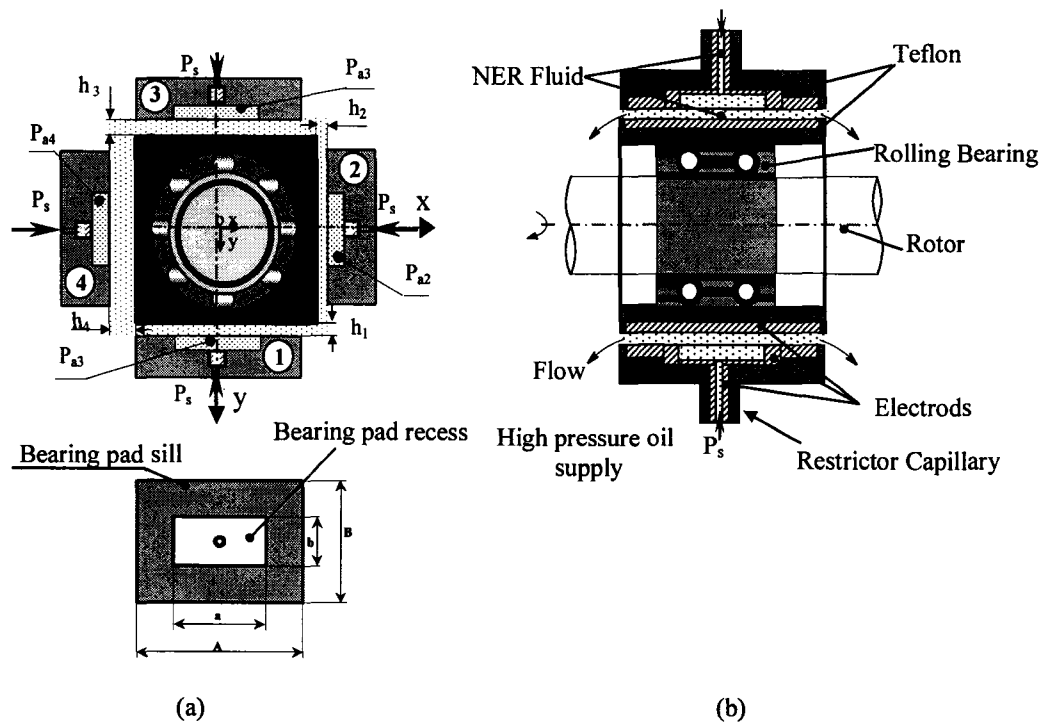


Figure 2.6 NER Hydrostatic journal bearing geometry

2.2.2.1 Reynolds Equation

The Reynolds equation allows the computation of the pressure distribution $P_i(x,z)$. This

equation can be solved numerically by applying the centered finite differences method or analytically, by considering the particular assumption of infinitely long journal bearings.

If no slip between the fluid and housings is assumed, the boundary conditions associated with the speed field will be as follows (Figure 2.2):

$$\begin{aligned}
 \text{➤ on bearing pad (y = 0):} \quad & U_{1i} = 0 ; V_{1i} = 0 ; W_{1i} = 0 \\
 \text{➤ on bearing (y = h_i):} \quad & U_{2i} = 0 ; V_{2i} = \dot{h}_i ; W_{2i} = 0
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

where U_{1i} ; V_{1i} and W_{1i} are the speeds of the surface of the bearing pad N° i and U_{2i} ; V_{2i} and W_{2i} are the speeds of the surface of the journal in directions x, y and z, respectively.

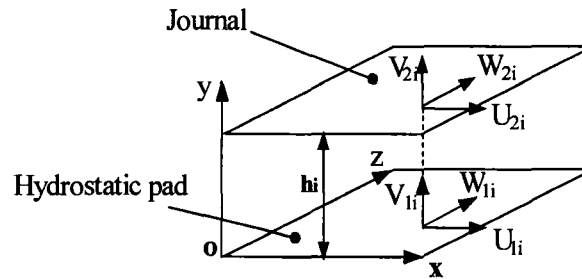


Figure 2.2 Boundary conditions of squeeze film dampers

With these boundary conditions, and for an incompressible, laminar, isoviscous, inertialess fluid flow free of cavitations, the Reynolds equation may be written as:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu}{h_i^3} \dot{h}_i \tag{2.2}$$

where P_i is the hydrostatic pressure field of the i^{th} hydrostatics bearings pad;

μ is the fluid viscosity;

$V_{pi} = \frac{\partial h_i}{\partial t}$ represents the squeeze velocity of the i^{th} hydrostatics bearings pad, and

h_i is the film thickness of the i^{th} hydrostatics bearings pad ($i=1, 2, 3$ and 4).

$0 \leq x \leq A$ and $0 \leq z \leq B$.

By experimentally and theoretically investigating the effects of dynamic eccentricity ratio on the dynamic characteristic of a four- pocket, oil-fed, orifice-compensation hydrostatic bearing including the hybrid effects of journal rotation, Sawicki et al¹⁸ showed that oil compressibility had no effect on stiffness for a low recess pressure (0.48 MPa) and a small effect when the recess pressure was higher (1,03 MPa) . Consequently, the compressibility term in the Reynolds equations was not considered. It is assumed that for each hydrostatic bearing pad, the recess pressure is constant and equal to P_{ai} and the ambient pressure is equal to 0. The resolution of equation (2.2) gives the pressure field $P_i(x,z)$. The resolution of the Reynolds equation can be solved numerically by applying the centered finite difference method or the finite element method. The finite difference method is most generally used when considering a rectangular surface.

2.2.2.2 Recess Pressure

The recess pressure for each hydrostatic bearing pad is determined from the resolution of the flow continuity equation:

$$Q_{ri} = Q_{Si} \quad (2.3)$$

where:

$$Q_{Si} = Q_{sxi} + Q_{szi} + S_a \dot{h}_i \quad ; \quad (S_a = a \times b) \quad (2.4)$$

$$Q_{sxi} = \int_0^A dz \int_0^{h_i} u_{xi} dy \quad (2.5)$$

$$Q_{szi} = \int_0^B dx \int_0^{h_i} u_{zi} dy \quad (2.6)$$

$$u_{xi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial x} (y - h_i) y \quad (2.7)$$

$$u_{zi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} (y - h_i) y \quad (2.8)$$

where u_{xi} and u_{zi} are the flow velocities in the x and z directions, respectively, of the i^{th} hydrostatic bearings pad.

The flow through a capillary restrictor - type hydraulic resistance is:

$$Q_{ri} = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu l_c} (P_s - P_{ai}) \quad (2.9)$$

where d_c is the capillary diameter and l_c is the capillary length.

2.2.2.3 Flow Rate Requirement

The total volumetric flow rate that must be supplied to the hydrostatic journal bearing according to axis x and y are given by:

$$\begin{cases} Q_{tx} = Q_{s2} + Q_{s4} \\ Q_{ty} = Q_{s1} + Q_{s3} \end{cases} \quad (2.10)$$

2.2.2.4 Carrying Load Capacity

The integration of pressure over the bearing area yields the following load capacity result:

$$W_{Pi} = \int_S P_i ds = \int_0^A \int_0^B P_i dx dy \quad (2.11)$$

where s is the contact surface and ds is an element of the surface.

Therefore, the fluid film forces on the journal may be written as:

$$\begin{cases} W_x = W_{P1} - W_{P3} \\ W_y = W_{P2} - W_{P4} \end{cases} \quad (2.12)$$

where W_x and W_y are the load capacities in directions x and y , respectively .

2.2.2.5 Dynamic Characteristics of Hydrostatic Journal Bearing

Each individual pad of the hydrostatic bearing contributes to the stiffness and to the damping of the complete multi-pad device. As a flat pad is considered, each pad provides stiffness and damping effect only in the direction perpendicular to the plane of the flat pad ¹⁹.

The pad stiffness may be obtained using a linear method. If a small displacement Δh_1 and a small speed $\Delta \dot{h}_1$ are imposed around the equilibrium state defined by h_x, h_y , in direction y , for the hydrostatic bearing pad N° 1; a first-order development therefore gives:

$$W_{p1}(h_x, h_y + \Delta h_1, \Delta \dot{h}_x = 0, \Delta \dot{h}_1) = W_{p1}(h_x, h_y, 0, 0) + \Delta h_1 \left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial h_1} \right)_0 + \Delta \dot{h}_1 \left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial \dot{h}_1} \right)_0 + \dots \quad (2.13)$$

Equation (13) can then be expressed as:

$$W_{p1}(h_x, h_y + \Delta h_1, \Delta \dot{h}_x = 0, \Delta \dot{h}_1) - W_{p1}(h_x, h_y, 0, 0) = -K_{p1} \Delta h_1 - C_{p1} \Delta \dot{h}_1 \quad (2.14)$$

The single pad linearized stiffness and damping coefficients of the hydrostatic bearing pad N° 1 may thus be obtained by identification of the equations (2.13) and (2.14):

$$K_{p1} = - \left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial h_1} \right)_0 \quad (2.15)$$

$$C_{p1} = - \left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial \dot{h}_1} \right)_0 \quad (2.16)$$

A similar approach can be extended to the calculation of the others hydrostatic bearing pad:

$$K_{P2} = -\left(\frac{\partial W_{P2}}{\partial h_2}\right)_0; K_{P3} = -\left(\frac{\partial W_{P3}}{\partial h_3}\right)_0; K_{P4} = -\left(\frac{\partial W_{P4}}{\partial h_4}\right)_0 \quad (2.17)$$

$$C_{P2} = -\left(\frac{\partial W_{P2}}{\partial \dot{h}_2}\right)_0; C_{P3} = -\left(\frac{\partial W_{P3}}{\partial \dot{h}_3}\right)_0; C_{P4} = -\left(\frac{\partial W_{P4}}{\partial \dot{h}_4}\right)_0 \quad (2.18)$$

K_{Pi} and C_{Pi} represent the stiffness and damping coefficients of the i^{th} hydrostatic bearing pad ($i=1, 2, 3$ and 4), respectively .

The partial derivatives are calculated numerically using the numerical differentiation method. Thus, the equivalent dynamic characteristics of the hydrostatic journal bearing are written as:

$$K_{eqx} = K_{P2} + K_{P4} \text{ and } K_{eqy} = K_{P1} + K_{P3} \quad (2.19)$$

$$C_{eqx} = C_{P2} + C_{P4} \text{ and } C_{eqy} = C_{P1} + C_{P3} \quad (2.20)$$

where K_{eqx} and K_{eqy} represent the equivalent stiffness, in the x and y directions, respectively, and C_{eqx} and C_{eqy} represent the equivalent damping, in directions x and y , respectively.

2.2.3 Rotor Dynamic Equation

The forced vibration in a rigid rotor system is very often excited by centrifugal forces due to residual mass imbalance. In order to reduce excessive high amplitude of forced vibration or to reduce the force transmitted to the base, an application study on the dynamic behavior of a rotor supported by the new hydrostatic journal bearing is presented. The hydrostatic journal bearing consists of four hydrostatic bearing flat pads fed by restrictor capillaries, and is fed with a negative NER fluid. The response of a damped system under a harmonic force is presented.

2.2.3.1 Response of a Damped System under Harmonic Force

a) Rotating imbalance

Let (O, x, y) be an inertial coordinate frame with the origin at the housing center. It is assumed that:

- ✓ the housings for the rotor, shaft and bearings are rigid;
- ✓ the displacement in the x - and y - direction of the rotor are decoupled;
- ✓ ill-balanced rotor, where the centre of inertia G is at the distance e_b (e_{bx}, e_{by}) to the geometrical center O_a (Figure 2.3).

The equations of rotor motion in the Cartesian coordinates can be written as:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + C_{eqx}\dot{x} + K_{eqx}x = Me_{bx}\omega^2\cos\omega t \\ M\ddot{y} + C_{eqy}\dot{y} + K_{eqy}y = Me_{by}\omega^2\sin\omega t \end{cases} \quad (2.21)$$

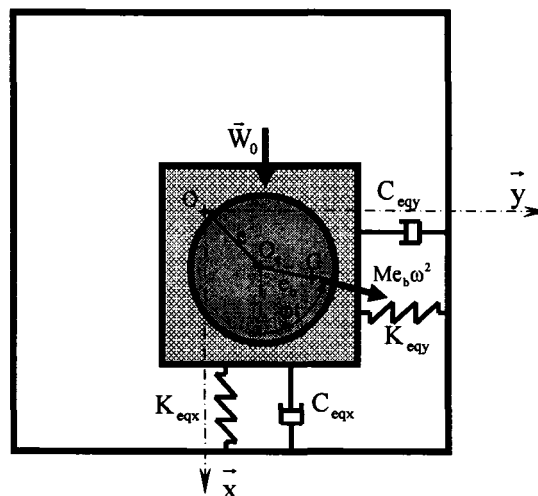


Figure 2.3 Journal bearing model subjected to an unbalance

where: M is the mass of the rotor, ω the excitation frequency; $e_{bx} = \varepsilon_b h_{0x}$ and $e_{by} = \varepsilon_b h_{0y}$; ε_b is the imbalance eccentricity; h_{0x} and h_{0y} are the film thickness, in direction x and y at point of operation, respectively; and, W_0 is static load.

By neglecting the transient vibration and considering only the steady state condition, the response of the displacements x and y due to a rotation unbalance are given by:

$$\begin{cases} x(t) = X \cos(\omega t - \varphi_x) \\ y(t) = Y \sin(\omega t - \varphi_y) \end{cases} \quad (2.22)$$

then

$$\begin{cases} X = \frac{\varepsilon_b h_{0x} r_x^2}{\sqrt{(1 - r_x^2)^2 + (2 \zeta_x r_x)^2}}; r_x = \frac{\omega}{\omega_{nx}}; \zeta_x = \frac{C_{eqx}}{2\sqrt{MK_{eqx}}} \\ Y = \frac{\varepsilon_b h_{0y} r_y^2}{\sqrt{(1 - r_y^2)^2 + (2 \zeta_y r_y)^2}}; r_y = \frac{\omega}{\omega_{ny}}; \zeta_y = \frac{C_{eqy}}{2\sqrt{MK_{eqy}}} \end{cases} \quad (2.23)$$

where ω_{nx} and ω_{ny} are the natural frequencies in the x and y directions, and the phases are:

$$\begin{cases} \varphi_x = \tan^{-1} \left(\frac{2 \zeta_x r_x}{1 - r_x^2} \right) \\ \varphi_y = \tan^{-1} \left(\frac{2 \zeta_y r_y}{1 - r_y^2} \right) \end{cases} \quad (2.24)$$

b) Force transmitted due to rotation imbalance

Forces transmitted (F_{tx} and F_{ty}) to the base by the rotating unbalance are given by:

$$\begin{cases} F_{tx} = K_{eqx} x + C_{eqx} \dot{x} = K_{eqx} X \cos(\omega t - \varphi_x) - C_{eqx} \omega X \sin(\omega t - \varphi_x) \\ F_{ty} = K_{eqy} y + C_{eqy} \dot{y} = K_{eqy} Y \sin(\omega t - \varphi_y) + C_{eqy} \omega Y \cos(\omega t - \varphi_y) \end{cases} \quad (2.25)$$

The amplitude of the force transmitted due to a rotation unbalance according to axis x and y has been defined as:

$$\begin{cases} |F_{tx}| = M\epsilon_b h_{ox} \omega^2 \sqrt{\frac{1 + (2\zeta_x r_x)^2}{(1 - r_x^2)^2 + (2\zeta_x r_x)^2}} & ; r_x = \frac{\omega}{\omega_{nx}} ; \zeta_x = \frac{C_{eqx}}{2\sqrt{MK_{eqx}}} \\ |F_{ty}| = M\epsilon_b h_{oy} \omega^2 \sqrt{\frac{1 + (2\zeta_y r_y)^2}{(1 - r_y^2)^2 + (2\zeta_y r_y)^2}} & ; r_y = \frac{\omega}{\omega_{ny}} ; \zeta_y = \frac{C_{eqy}}{2\sqrt{MK_{eqy}}} \end{cases} \quad (2.26)$$

2.2.4 Numerical Results

We define λ_x and λ_y as the ratio of film thickness; ϵ_x and ϵ_y as the static eccentricity ratio, and h_{0x} and h_{0y} as the film thickness from the equilibrium position:

$$\begin{aligned} \bullet \lambda_y &= \frac{h_3}{h_{0y}} ; \lambda_x = \frac{h_4}{h_{0x}} \\ \bullet h_1 + h_3 &= 2h_{0y} ; \frac{h_1}{h_{0y}} = 2 - \lambda_y ; \epsilon_y = \lambda_y - 1 \\ \bullet h_2 + h_4 &= 2h_{0x} ; \frac{h_2}{h_{0x}} = 2 - \lambda_x ; \epsilon_x = \lambda_x - 1 \end{aligned} \quad (2.27)$$

We define β_x and β_y as the pressure ratio. The ratio of the recess pressure over the supply pressure β_x and β_y are defined by:

$$\begin{cases} \beta_{y1} = \frac{P_{a1}}{P_s} ; \beta_{y3} = \frac{P_{a3}}{P_s} \\ \beta_{x2} = \frac{P_{a2}}{P_s} ; \beta_{x4} = \frac{P_{a4}}{P_s} \end{cases} \quad (2.28)$$

At the point of operation, the following relations are obtained:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_x = \varepsilon_y = 0 \Rightarrow \begin{cases} h_i = h_0 \\ P_{ai} = P_{a0} \\ \beta_i = \beta_0 = \frac{P_{a0}}{P_s} \end{cases} \quad (2.29)$$

where h_0 and P_{a0} are the film thickness and the recess pressure, respectively, at the center position of the hydrostatic journal bearing, and h_i is the film thickness of the i^{th} hydrostatic bearing pad ($i=1, 2, 3$ and 4).

By studying the behavior of electrorheological fluids, Boissy⁹ reported a phenomenon observed in the suspension containing polymethylmethacrylate (PMMA) powder dispersed into the mixture of silicone oil. The PMMA (particle diameter $\phi \approx 15\mu\text{m}$, conductivity $\sigma_s \approx 10^{-14}$ S/m) powder was dehydrated for 40 hours in a vacuum, and dispersed in a mixture of two liquids (conductivity $\sigma_L \approx 3.10^{-10}$ S/m), Ugilec T (a weakly polar solvent) and a mineral oil, TF 50, in proportion keeping the liquid density equals to that of the solid phase. For a volumic fraction of 30% PMMA powder, the results showed that the electric field had a strong influence on the oil mixture viscosity with a fairly good linear variation of shear stress as a function of shear rate within shear rates ranging from 0 to $\dot{\gamma} = 500$ (1/s). They found that the apparent viscosity of the whole suspension decreases (by a factor up to about 5) as the external electric field increases.

This phenomenon is the total opposite of usual electrorheological fluids showing a positive effect. It is termed the negative ER effect. A Negative Electrorheological (NER) fluid is a Newtonian fluid that presents a viscosity which decreases when an electric field is applied, and can restore its property when the field is removed. The electrophoresis process is usually deemed to be responsible for the negative ER effect. The principle of the negative ER fluid can be explained as follows.

The following relationships are defined:

- ε_{0v} the permittivity of vacuum space

- ϵ_f the permittivity of fluid
- ϵ_p the permittivity of particles
- $K_f = \epsilon_f / \epsilon_{0v}$, the relative permittivity of host fluid
- $K_p = \epsilon_p / \epsilon_{0v}$ the relative permittivity of particles
- σ_p , the conductivity of particles
- σ_f , the conductivity of fluid

With these parameters, the following variable is defined:

$$\beta' = (K_p - K_f) / (K_p + 2K_f) \quad (2.30)$$

It is known that if the conductivity of the particles σ_p is very low, there will only be a very weak ER response under the DC field. Moreover, if $\sigma_p < \sigma_f$ (for $\beta' < 0$), a negative ER response is obtained.

The effects of electric fields applied to a negative electrorheological fluid, recess pressure and static eccentricity ratio on the carrying load capacity, the flow, and the equivalent dynamic characteristics (stiffness, damping, damping factor) are investigated.

Figure 2.4 describes the relationship between viscosity and electric field for the considered NER. The values of viscosity have been obtained from Boissy's studies⁹.

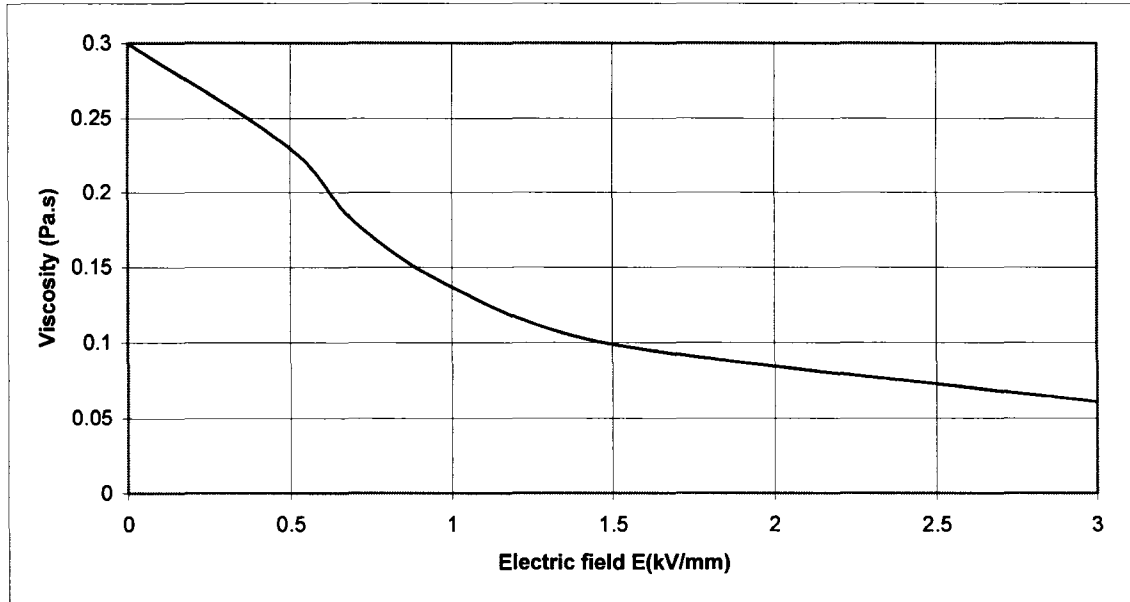


Figure 2.4 Variation of the viscosity of the suspension with an NER fluid⁹.

2.2.4.1 Effect of pressure ratio and electric field

The variation of the film thickness as a function of the pressure ratio at the point of operation ($\epsilon_0 = 0$) without an electric field, is studied. Figure 2.5 shows that when the pressure ratio increases, the film thickness decreases. Rippel²⁰ has obtained similar results by using an analytical method. The flat pad coefficients of the hydrostatic bearing were obtained using the analogy with an electric field. Table 2.1 shows the numerical parameters applied for computation.

Figure 2.6 shows the effect of the pressure ratio and of the electric field on the flow rate requirement at the point of operation ($\epsilon_0 = 0$). This curve shows that the flow rate decreases when the pressure ratio increases and when the electric field decreases. This means that when the electric field increases the viscosity of the suspension decreases, and as a result, the flow increases since it is inversely proportional to the viscosity.

	SI
A	$25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
B	$25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
$a/A = b/B$	0.5
P_s	$16 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
d_c	$1.2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
l_c	$58 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
M	8 Kg

Table 2.1 Simulation parameters

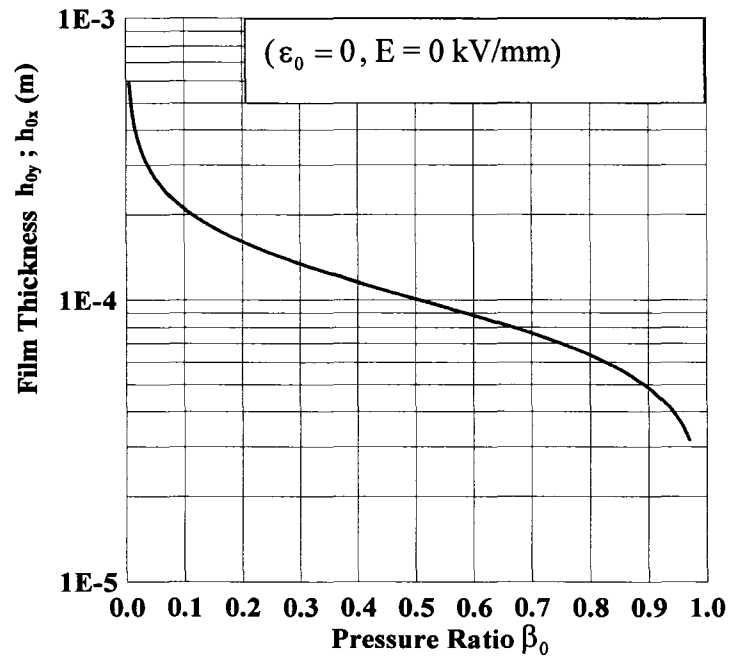


Figure 2.5 Film Thickness versus pressure ratio

Figure 2.7 shows the effect of the pressure ratio and the electric field on the equivalent stiffness of the hydrostatic bearing at the point of operation ($\epsilon_0 = 0$). This curve shows that the electric field has no effect on the equivalent stiffness of the hydrostatic bearing, because the equivalent stiffness is independent of the viscosity of the suspension. At the point of

operation ($\varepsilon_0 = 0$), the optimal stiffness is obtained for a pressure ratio value β close to 0.67.

Rippel²⁰ had obtained similar results using an analytical method.

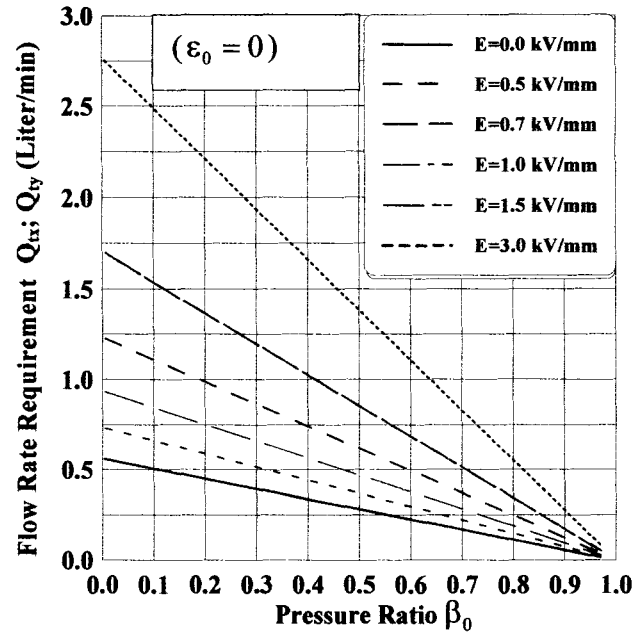


Figure 2.6 Flow rate requirement versus pressure ratio for different electric fields

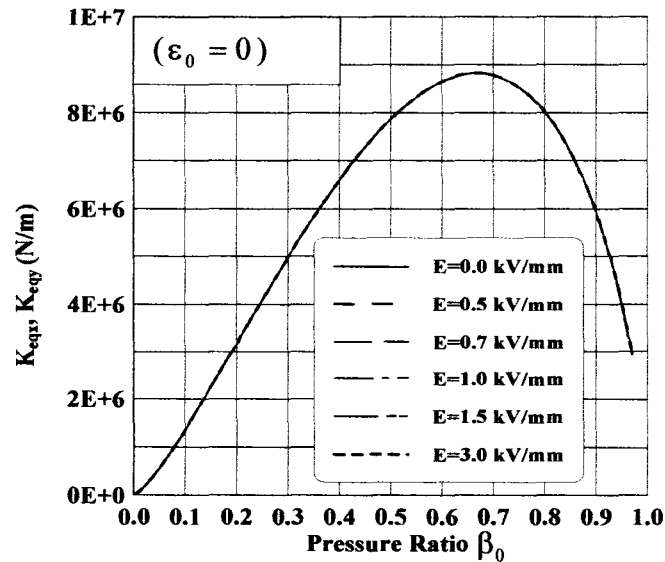


Figure 2.7 Equivalent stiffness versus pressure ratio for different electric fields

Figures 2.8 and 2.9 show the effects of the pressure ratio and electric field on the equivalent damping and damping factor ζ of the hydrostatic bearing at the point of operation ($\varepsilon_0 = 0$). These figures show that the damping increases with the pressure ratio. This means that when the pressure ratio increases, the film thickness ratio increases (λ_x and λ_y), and consequently the damping increases. However, because of the reduction of viscosity, the damping decreases with the electric field.

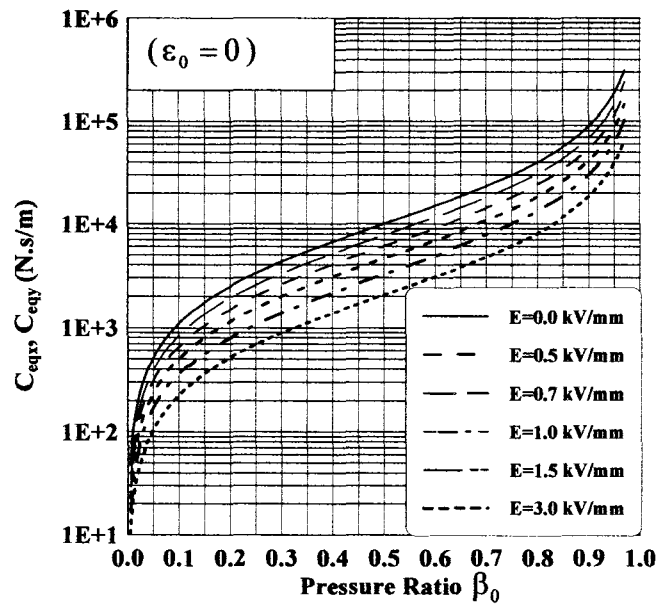


Figure 2.8 Equivalent damping versus pressure ratio for different electric fields

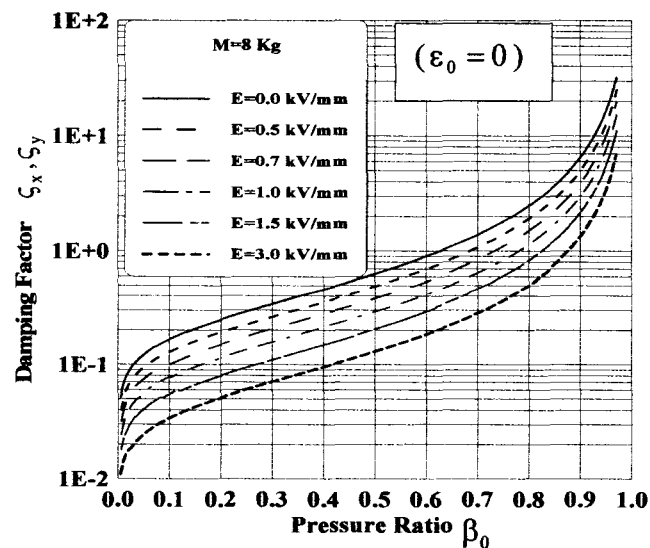


Figure 2.9 Damping factor versus pressure ratio for different electric fields

2.2.4.2 Effect of static eccentricity ratio and electric field

The variations of the carrying load capacity, the equivalent stiffness, and the damping are studied according to the static eccentricity ratio, for different electric field values away from point of operation ($\beta_0 = 0.52 ; \epsilon_0 = 0$). The parameters considered for simulation are shown in Table 2.1.

Figure 2.10 shows the effect of the static eccentricity ratio and electric field on the static load of the hydrostatic bearing, where the point of operation is defined: $\beta_0 = 0.52 ; \epsilon_0 = 0$. The results show that the static load increases with the eccentricity ratio, and that the electric field has no effect on the static load, since it is independent of the viscosity of the suspension.

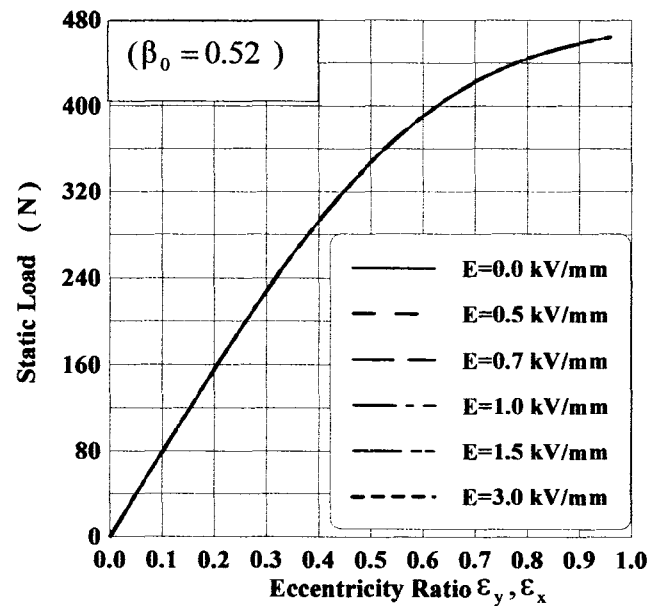


Figure 2.10 Static load versus eccentricity ratio for different electric fields

Figure 2.11 shows the effect of the static eccentricity ratio and electric field voltage values on the equivalent stiffness of the hydrostatic bearing, when the point of operation is defined as:

$\beta_0 = 0.52; \varepsilon_0 = 0$. This curve shows that the electric field has no effect on the equivalent stiffness of the hydrostatic bearing, because the equivalent stiffness is independent of the viscosity of the suspension. When the static eccentricity ratio ε increases and we move away from point of operation ($\beta_0 = 0.52; \varepsilon_0 = 0$), the film thickness ratio increases, and consequently, the equivalent stiffness decreases.

Figure 2.12 shows the effect of the static eccentricity ratio and of the electric field on the equivalent damping of the hydrostatic bearing, when the point of operation is defined as: $\beta_0 = 0.52; \varepsilon_0 = 0$. This Figure shows that the equivalent damping increases with static eccentricity ratio. The equivalent damping decreases with the electric field, because the viscosity decreases when the electric field increases.

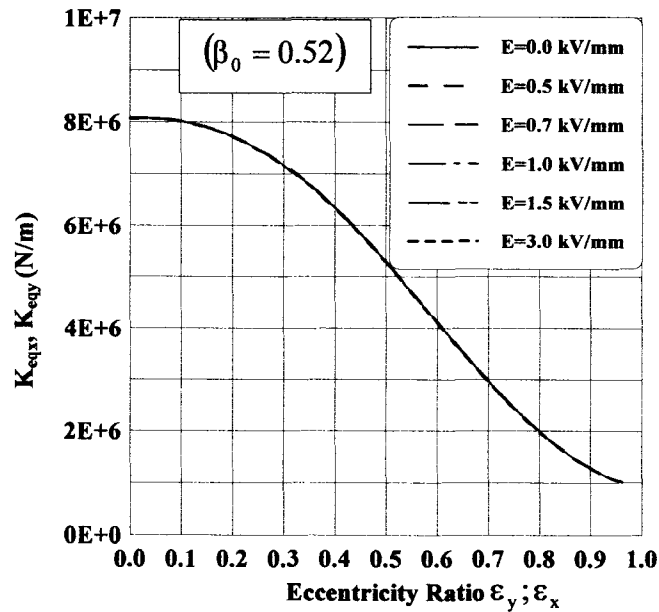


Figure 2.11 Equivalent stiffness versus eccentricity ratio for different electric fields

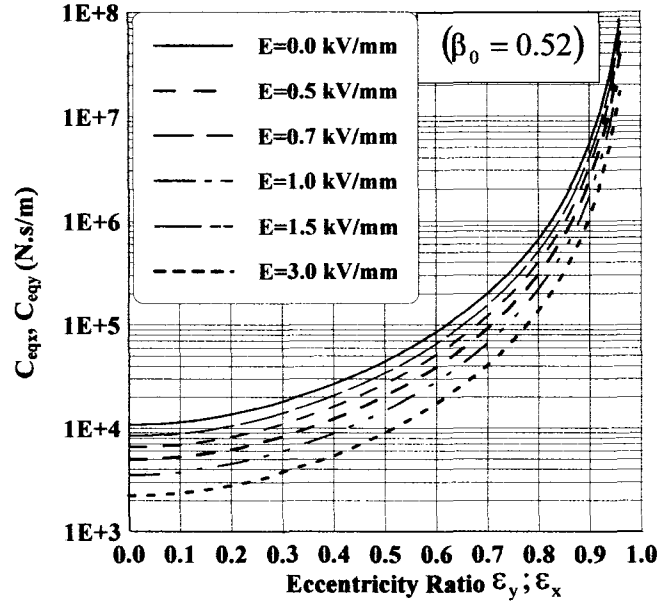


Figure 2.12 Equivalent damping versus eccentricity ratio for different electric fields

2.2.4.3 Effect of electric field on rotor response and transmitted force

The effect of negative electrorheological fluids on the variation of the unbalance response and transmitted forces of a NER hydrostatic journal bearing are also investigated. The variation of the unbalance response and the force transmitted to the base is studied according to the frequency ratio, when the unbalance eccentricity ϵ_b is equal to 0.2, for different electric field values.

The pressure ratio β_{0x} (from Figure 2.9) and b_{0y} were selected, by considering a damping factor of 70%:

$$\bullet \zeta_x = \zeta_0 \Big|_{(E=0 \text{ kV/mm}; \mu=0.3 \text{ Pa.s}; \epsilon=0)} = 0.7 \Rightarrow \beta_{0x} = 0.53 \quad (h_{0x} = 0.09712 \text{ mm})$$

$$\bullet \zeta_y = \zeta_0 \Big|_{(E=0 \text{ kV/mm}; \mu=0.3 \text{ Pa.s}; \epsilon=0.1)} = 0.7 \Rightarrow \beta_{0y} = 0.52 \quad (h_{0y} = 0.09843 \text{ mm})$$

The numerical parameters for computation for this step are shown in Table 2.2.

Figure 2.13 shows the effect of the rotational speed and electric field on the vibratory response due to rotation unbalance. The results show that around the critical speed, the vibratory response due to a rotation unbalance is very large when an electric field is applied. It is thus shown that it is better not to apply the electric field around the critical speed in order to reduce rotor vibration. Pecheux et al¹⁴ have obtained similar results. On the other hand, when the speed is far from the critical speed, the NER Fluid has no effect.

Figure 2.14 shows the effect of the excitation speed and of the electric field on the force transmitted to the base. The results show that close to the critical speed, the transmitted force due to a rotation unbalance is very large when an electric field is applied. On the other hand, when the speed is higher than 1.4 times the critical speed, the transmitted force due to a rotation unbalance is reduced when an electric field is applied. This result shows that the NER fluid is very efficient in reducing the forces transmitted to the base. In fact, it is sufficient and highly recommended to decrease fluid viscosity by applying an electric field when the rotation frequency is 1.4 times higher the rotor critical speed.

Electric field E (kV/mm)	0	0.5	0.7	1	1.5	3
Viscosity μ (Pa.s)	0.3	0.23	0.18	0.137	0.099	0.0609
ζ_x	0.7	0.539	0.419	0.319	0.225	0.144
ζ_y	0.715	0.547	0.423	0.329	0.231	0.147
ω_{nx} (RPM)(10 ³)	9.56	9.56	9.56	9.56	9.56	9.56
ω_{ny} (RPM)(10 ³)	9.55	9.55	9.55	9.55	9.55	9.55

Table 2.2 Numerical parameters for computation

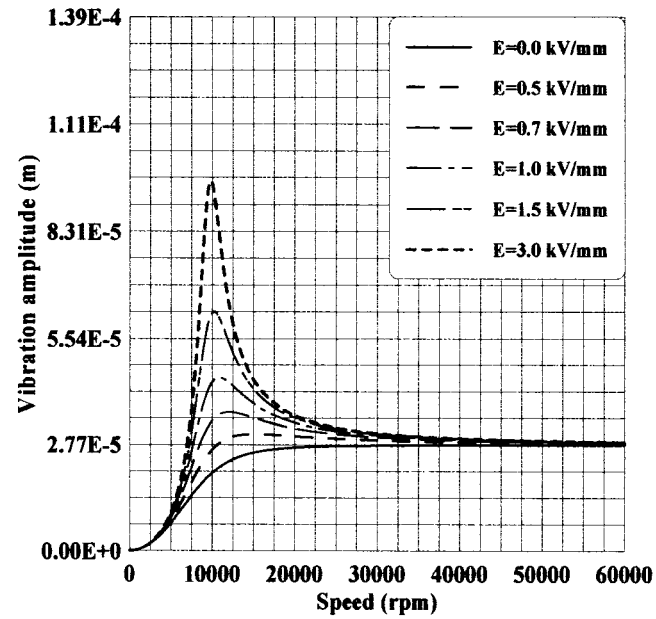


Figure 2.13 Response due to rotation unbalance for different electric fields

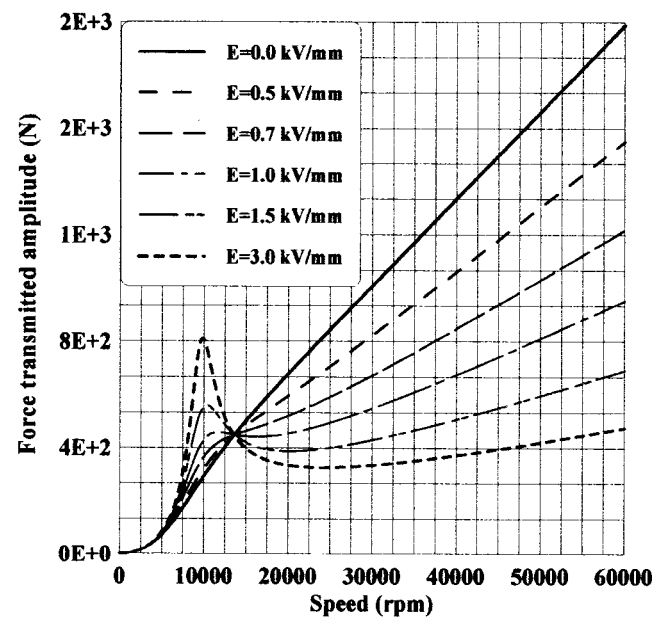


Figure 2.14 Transmitted force due to rotation unbalance for different electric fields

2.3 Conclusion

Linear modeling has been presented, in order to investigate the effect of negative electrorheological fluids, pressure ratio and static eccentricity ratio on the carrying load capacity, flow, and equivalent dynamic characteristics (stiffness, damping, damping rate) of a NER hydrostatic journal bearing. In order to reduce the force transmitted to the base, an application study of an NER hydrostatic journal bearing has been presented. The results of the numerical simulation can be summarized as follows:

- The electric field has no effect on the equivalent stiffness of the hydrostatic bearing, because it is independent of the viscosity of the suspension, at the point of operation ($\varepsilon_0 = 0$). Away from point of operation, when the static eccentricity ratio ε increases, the film thickness ratio increases, and consequently, the equivalent stiffness decreases.
- When the pressure ratio and static eccentricity ratio increase, the film thickness ratio increases and consequently, the equivalent damping increases. However, the equivalent damping decreases with the electric field voltage due to the reduction of the viscosity.
- In order to reduce vibratory response of the rotor excited by an imbalance, it is sufficient to use a fluid with a high viscosity in order to obtain a high damping. In this case, the use of a negative electrorheological fluid is not necessary. However, the NER fluid can be activated when operating at speeds higher than the critical speed without increasing rotor vibration.
- On the other hand, using a negative electrorheological fluid (NER) is very efficient to reduce the force transmitted to the base. When the rotor operates close to the critical speed (during starting up, for example), the electric field has not to be activated in order to obtain a high damping. When the excitation speed is higher than 1.4 times the critical speed, the electric field must be activated in order to reduce damping.

This theoretical simulation will have to be experimentally validated in a future work. A study on the compressibility and inertia effects will have to be considered, in order to improve the study.

Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by the Natural Sciences and Engineering research council of Canada (NSERC).

2.4 References

- [1] S. Zhou and J. Shi1, “Imbalance Estimation for Speed-Varying Rigid Rotors Using Time-Varying Observer ”, *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 123, 637-644 (2001).
- [2] Rho, B.-H. and, Kim, K.-W., “A study of the dynamic characteristics of synchronously controlled hydrodynamic journal bearings”, *Tribology International* 35, No.6, 339–345 (2002).
- [3] San Andres. L. and, De Santiago, O., “Forced Response of a Squeeze Film Damper and Identification of Force Coefficients from Large Orbital Motions”, *Transactions of the ASME*, 126, 292 -300 (2004).
- [4] Winslow, W. M., “Induced vibration of suspensions”, *Journal of Applied Physics*, 20, pp. 1137-1140 (1947).
- [5] Sun Y, Thomas M. and Masounave J., “Investigation of Dynamic Behavior of Electrorheological Fluids by Experimental Design”, *Proceedings of the 7th Cansmart meeting, International workshop, Smart Materials and structures*, Montreal, 153-162 (2004).
- [6] Sassi S., Chérif K. and Thomas M., “On the design and testing of a smart car damper based on electro-rheological technology”, *International journal of smart materials and structures*, 12 (6), 873 – 880 (2003).
- [7] Thomas M, Masounave J. and Jacotot L, “Damping and stiffness properties of electrorheological fluids”, *Fourth International Conference on Composites Engineering*, Hawaii, 983-984 (1997).
- [8] Tian Hao, “Electrorheological suspensions”, *Advances in Colloid and Interface Science*, 97, 1-35 (2002).
- [9] Boissy C., Atten P. and Foulc J.-N., “On a negative electrorheological effect”, *Journal of electrostatic*, 35, 13 - 20 (1995).
- [10] Wua C. W. and Conrad H., “Influence of a surface film on the particles on the electrorheological response”, *Journal of Applied Physics*, 81 (1), 383-389 (1997).

- [11] Kimura H., Aikawa K., Masubuchi Y., Takimoto J., Koyama K., and Uemura T., "Positive and negative electrorheological effect of liquid blends", *Non-Newtonian Fluid Mech*, **76**, 199 - 211 (1998).
- [12] Morishita, S. and J. Mitsui, "Controllable Squeeze Film Damper (An Application of Electro-Rheological Fluid)", *ASME, Transactions, Journal of Vibration and Acoustics*, **114**, no. 3, 354-357 (1992).
- [13] Jung, S.Y., "Analysis of Short Squeeze Film Dampers Operating with electro-rheological Fluids", *Journal of KSTLE*, **11**, 5-11 (1995).
- [14] Pecheux B., Bonneau O. and Frêne J., "Investigation about Electro-Rheological Squeeze Film Damper Applied to Active Control of Rotor Dynamic", *International Journal of Rotating Machinery, Gordon and Breach Science Publishers*, vol. **3**, No.1, 53-60, (1997).
- [15] Lee, N.S., D.H. Choi, K.Y. Seok, Y.B. Lee, and C.H. Kim, "Vibration Control of a Flexible Rotor with a Slotted-Ring Sealed Electro-Rheological Squeeze Film Damper", *IMECH 7th International Conference*, 499-506 (2000).
- [16] Yao Guozhi, Meng Guang, Qui Yang, "Electro-Rheological Multi-layer Squeeze Film Damper and Its Application to Vibration Control of Rotor System", *Journal of Vibration and Acoustics*, **122**, Issue 1, 7-11 (2000).
- [17] Zahloul H., Bouzidane A. and Bonneau O. "Static Characteristics of a Rectangular Four-pad Hydrostatic Thrust Bearing", *International Mechanical Engineering Conference*, December 5-8, Kuwait, pp. 460-471 (2004).
- [18] Sawicki, j.t., Capaldi, R.J. and Adams, M.L. "Experimental and Theoretical Rotordynamic Characteristics of a Hybrid Journal Bearing", *ASME Journal of Tribology*, Vol.119, pp.132-141, (1997).
- [19] Adams, M.L. and Zahloul, H., "Attenuation of Rotor Vibration Using Controlled-Pressure Hydrostatic Squeeze Film Dampers", *presented at the Eleventh Biennial ASME Vibrations Conference, Boston, MA, No.9*, 99-108 (1987).

- [20] Rippel H.C., *Cast Bronze Hydrostatic Bearing Design Manual*, Mechanical and nuclear Engineering Division the Franklin Institute Philadelphia, Pa, 6-24 (1964).

CHAPITRE 3

NON LINEAR DYNAMIC BEHAVIOR OF A RIGID ROTOR SUPPORTED BY A HYDROSTATIC JOURNAL BEARING

3.1 Présentation

L'objet principal de cet article est consacré à l'étude du comportement dynamique non linéaire d'un rotor vertical guidé par un palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques, alimenté par quatre résistances hydrauliques de type capillaire. L'écoulement est considéré incompressible et le régime est laminaire, isotherme et permanent. Les perturbations dynamiques sont engendrées par un balourd. Une étude simplifiée, qui ne prend pas en compte les déformations de l'arbre est effectuée.

Dans un premier temps, une modélisation de l'arbre rigide monté verticalement dans un palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques (HJB) ayant un comportement linéaire et non linéaire a été envisagée. Il en résulte pour les faibles valeurs de balourd, que la théorie linéaire permet d'approcher adéquatement le comportement dynamique du palier avec des résultats comparables à ceux prédits par la théorie non linéaire. Cependant, pour les fortes valeurs de balourd, les amplitudes de la réponse dynamique obtenue par la théorie linéaire dépassent les limites du jeu de l'épaisseur de film, ce qui est physiquement absurde. Le calcul effectué sur l'arbre rigide supporté par un palier HJB soumis à un balourd met en évidence l'effet de non linéarité lorsque le balourd devient trop important.

Dans un second temps, un modèle numérique basé sur la théorie non linéaire a été développé afin d'étudier l'effet de la pression d'alimentation, la viscosité et le rapport de pression sur la réponse dynamique du rotor et les forces transmises au palier. Le calcul non linéaire consiste à résoudre les équations de la dynamique pour le système arbre palier par un calcul temporel pas à pas par la méthode d'Euler. Les efforts hydrostatiques créés par le fluide sur l'arbre sont calculés à chaque itération. Ils sont obtenus par intégration du champ de pression calculé

à partir de l'équation de Reynolds écrite en régime dynamique. Ces forces sont des fonctions non linéaires de la position et de la vitesse du centre de l'arbre.

Cet article a été soumis à la revue, « Journal of Tribology », en Mai 2007 et est présenté intégralement dans la section suivante.

3.2 Article

NON LINEAR DYNAMIC BEHAVIOR OF A RIGID ROTOR SUPPORTED BY A HYDROSTATIC JOURNAL BEARING

Bouzidane A¹., Thomas M.¹ and Lakis A.A.²

¹ Department of Mechanical Engineering, École de technologie supérieure,
1100, Notre-Dame Street West, Montreal, Quebec, (H3C 1K3), CANADA

Ahmed.bouzidane@etsmtl.ca

marc.thomas@etsmtl.ca

²Department of Mechanical Engineering

École Polytechnique de Montréal, P.O. Box 6079, Station "Centre-Ville", Montréal,

Québec, H3C 3A7, CANADA

aouni.lakis@meca.polymtl.ca

ABSTRACT

The aim of this research is to study the non-linear dynamic behavior of a rigid rotor supported by a Hydrostatic Journal Bearing (HJB). The HJB consists of four hydrostatic bearing flat pads fed by capillary restrictors. It is assumed that the fluid flow is incompressible, laminar, isothermal and steady state. In a first step, the effect of imbalance eccentricity on the vibration response and the transmitted force of a HJB are investigated using linear and non-linear models. The results show good agreement between linear and non-linear methods when the unbalance force is small. However, as the unbalance forces become larger, the results obtained using the linear models are not representative of the real behavior of the rotor dynamic. In a second step, the effect of supply pressure, viscosity, pressure ratio and rotational speed on the response and the force transmitted to a HJB are investigated using a non-linear approach.

KEY WORDS: Non-linear vibration, rotor bearing, vibration, unbalance, hydrostatic bearing, Squeeze film lubrication, critical speed.

3.2.1 Introduction

In many industrial applications, mechanisms such as turbines or pumps are used under more and more severe conditions: higher operating speeds, pressures and loads. As a result, bearing-associated problems have become more frequent in high speed rotating machines. Hydrodynamic journal bearings have a self-excited instability which is commonly called “whirl instability”. The speed of the journal at the onset of this instability is a limiting factor of rotor-bearing system operation [1].

Squeeze Film Dampers (SFDs) are effective in reducing vibration on rotor bearing systems when crossing critical speeds. SFDs generate their damping force in reaction to dynamic journal motion by squeezing a thin film of lubricant in the clearance space between a stationary housing and a whirling journal [2]. Squeeze film dampers can significantly reduce vibration amplitudes and bearing transmitted forces caused by rotor imbalance and allow the passage through critical speeds. The influence of squeeze film dampers on the dynamic behavior of rigid and flexible rotors has been the subject of many theoretical and experimental investigations. Burrowz et al. (1983) [3] have investigated the possibility of adjusting pressure in an SFD as a mean for controlling rotating machinery. More recently, El-Shafei A. et al (1994) [4] developed a complete mathematical model of the HSFD rotor system and its automatically controlled circuit. As a first attempt in controlling HSFDs for the active control of rotors, the rotor model was simplified and taken as a conventional Jeffcott rotor. An on-off control algorithm based on rotor speed feedback was proposed and was shown by numerical simulation to be quite a powerful tool to control rotor vibration. Braun et al (1994) [5] and (1995) [6] performed an extensive analysis of the variation in lubricant viscosity with pressure and temperature and also analyzed the flow pattern in the recesses. Hathout et al (1997) [7] summarized the modeling and control of hybrid squeeze film dampers for active vibration control of rotors exhibiting multiple modes.

Even with these kinds of bearings however, vibration still remains present due to the unbalanced mass of the rotor and the whirl instability of the bearing. Therefore, there is still a need for an effective method for suppressing the unbalance response and whirl instability of the system. Bonneau, O. (1989) [8] completed a numerical study of a non-linear dynamic behavior of an elastic rotor mounted in a squeeze film damper and found that the influence of the squeeze film damper is very important but its effect varies widely depending on the rotor speed. When the rotational speed is close to a critical speed the squeeze film damper must dissipate a lot of energy and consequently the mechanical system must be flexible. However a high stiffness is recommended when the speed is very different from the critical speeds. An active squeeze film damper has been modeled in order to experiment with better control strategies [9, 10]. The bearing damping is not as efficient for controlling the amplitude through the first mode as it is through the second and third mode. In fact, the additional bearing damping completely eliminates the response peaks at the second and third natural frequencies [11]. Adams and Zhloul, (1987) [12] have investigated the control of rotors by adjusting the pressure in hydrostatic four-pad SFDs. The flat pad coefficients were determined using the electrical analogy method. They showed, using a linear method, that stiffness is quite controllable with supply pressure while damping is nearly insensitive to supply pressure changes. Using a similar system, Bouzidane et al (2007) [13] have investigated the effects of film thickness, recess pressure and geometric configuration on the equivalent stiffness and damping of a hydrostatic journal bearing. They applied a negative electro-rheological fluid (NER) within the four-pad hydrostatic bearing that they developed [14]. In order to control the viscosity, they investigated the effects of electro-rheological fluids, recess pressure and eccentricity ratio on load carrying capacity, flow and the equivalent dynamic characteristics. The effects of electro-rheological fluids on variation of the unbalance response and the transmissibility of an NERF hydrostatic journal bearing were investigated.

This paper presents the application of non-linear modeling to study the dynamic response of a rigid rotor supported by a HJB. It is assumed that the rotor shaft is vertical and the housings for the rotor, shaft and bearings are rigid. In a first step, the effect of unbalance eccentricity

on the unbalance response and the transmitted force is investigated using both linear and non-linear methods. In a second step, the effect of supply pressure, viscosity, pressure ratio and rotational speed on the unbalance response and the transmitted force is investigated using the non-linear method only.

3.2.2 Mathematical Modeling

Figure 3.1 shows a vertical rigid rotor supported by a hydrostatic journal bearing (HJB) composed of four identical plane hydrostatic bearing pads. The indices 1, 2, 3 and 4 refer to the upper, left, lower and right characteristics of the thrusts, respectively. The hydrostatic journal bearing is fed by capillary restrictors through recesses, which are supplied with an external pressure P_s through capillary restrictor-type hydraulic resistances. It is assumed that the fluid flow is incompressible, laminar, isothermal and steady state.

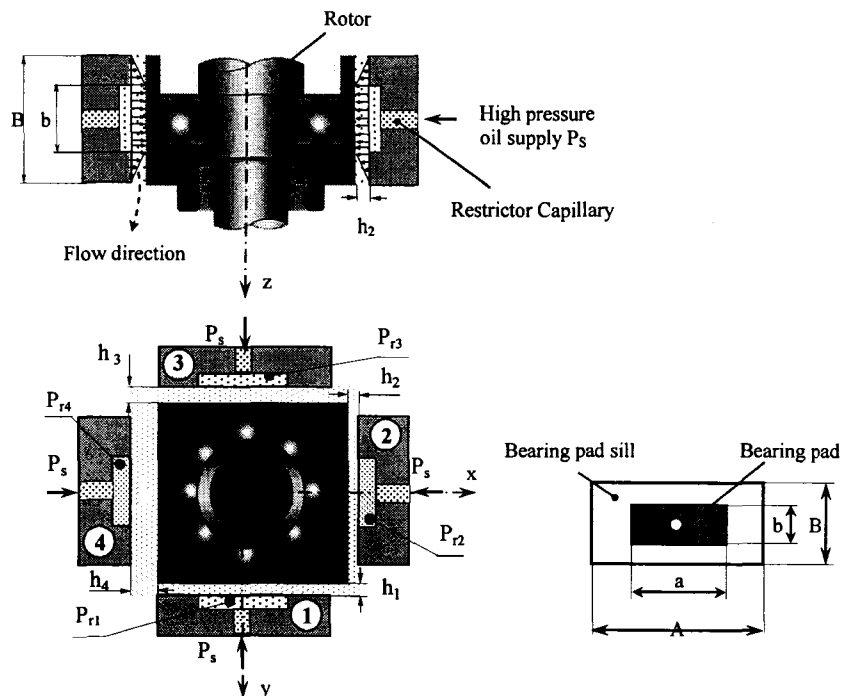


Figure 3.1 Hydrostatic journal bearing geometry and nomenclature

The calculation of hydrostatic journal bearing characteristics was generated by viewing the hydrostatic journal bearing as the juxtaposition of four hydrostatic bearing flat pads (Figure 3.2).

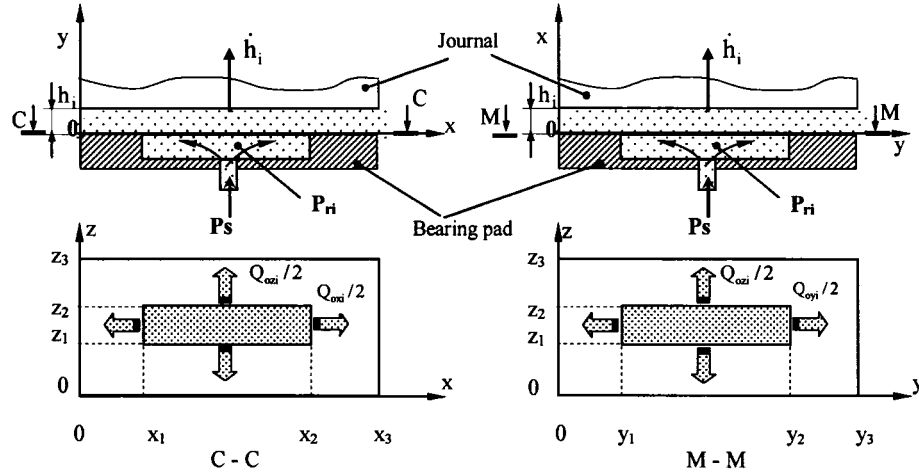


Figure 3.2 Hydrostatic bearing flat pads

3.2.2.1 Reynolds Equation

The Reynolds equation allows computation of the pressure distribution $P(x,z)$ and $P(y,z)$. These equations can be solved numerically by applying the centered finite differences method or analytically by considering the particular assumption of infinitely long journals.

If we consider that there is no slip between the fluid and housings, the boundary conditions associated with the field speed will be as follows (Figure 3.3):

- on bearing flat pads:

$$U_{li} = 0 ; V_{li} = 0 ; W_{li} = 0 ; i = 1 \text{ and } 3$$

$$V_{li} = 0 ; U_{li} = 0 ; W_{li} = 0 ; i = 2 \text{ and } 4$$

(3.1)

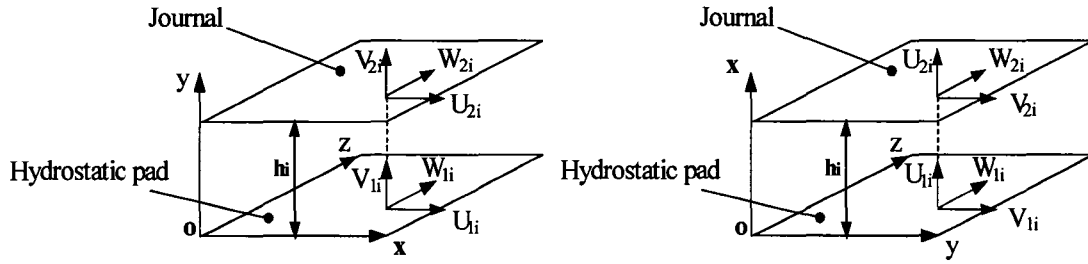
- on the journal:

$$U_{2i} = 0 ; V_{2i} = \dot{h}_i ; W_{2i} = 0 ; i = 1 \text{ and } 3$$

$$V_{2i} = 0 ; U_{2i} = \dot{h}_i ; W_{2i} = 0 ; i = 2 \text{ and } 4$$

(3.2)

where $U_{1i}; V_{1i}$ and W_{1i} are the speeds of the surface of the bearing pad N° i and $U_{2i}; V_{2i}$ and W_{2i} are speeds of the surface of the journal.



a) Bearing flat pads N° i (i=1 and 3)

b) Bearing flat pads N° i (i= 2 and 4)

Figure 3.3 Boundary conditions of squeeze film dampers

With these boundary conditions, and for an incompressible, laminar, isoviscous, inertialess fluid flow free of cavitations, the Reynolds equation may be written as:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu}{h_i^3} \dot{h}_i \quad (i=1 \text{ and } 3) \quad (3.3)$$

Where: $0 \leq x \leq A$ and $0 \leq z \leq B$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_i(y, z)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_i(y, z)}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu}{h_i^3} \dot{h}_i \quad (i=2 \text{ and } 4) \quad (3.4)$$

where: $0 \leq y \leq A$ and $0 \leq z \leq B$.

$P_i(x, z)$ is the hydrostatic pressure field of the first and the third hydrostatic bearings ; $P_i(y, z)$ is the hydrostatic pressure field of the second and fourth hydrostatic bearings ; $\dot{h}_i$ represents the squeeze velocity of the i^{th} hydrostatic bearing pad, and h_i is the film thickness of the i^{th} hydrostatic bearing pad ($i=1,2,3$ and 4).

It is assumed that the pressure in the recess is constant and equal to P_{ri} and the ambient pressure is equal to 0. Thus the boundary conditions for Equations (3.3) and (3.4) are:

- for $i=1$ and 3

$$\begin{aligned} P_i(0 \leq x \leq A; z=0, B) &= 0; \quad P_i(x=0, A; 0 \leq z \leq B) = 0 \\ P_i(x_1 \leq x \leq x_2; z_1 \leq z \leq z_2) &= P_{ri} \end{aligned} \quad (3.5)$$

- for $i=2$ and 4

$$\begin{aligned} P_i(0 \leq y \leq A; z=0, B) &= 0; \quad P_i(y=0, A; 0 \leq z \leq B) = 0 \\ P_i(y_1 \leq y \leq y_2; z_1 \leq z \leq z_2) &= P_{ri} \end{aligned} \quad (3.6)$$

The resolution of equations (3.3) and (3.4) enables us to obtain the pressure field $P_i(x, z)$ and $P_i(y, z)$. The Reynolds equation can be solved numerically by applying the centered finite difference method or the finite element method. The finite difference method is most generally used when considering a rectangular surface.

3.2.2.2 Carrying Load Capacity

The integration of pressure over the bearing area yields the following load capacity:

$$W_{pi} = \int_S P_i \, ds \quad (3.7)$$

where: s is the contact surface and ds is an element on the surface.

Therefore, the fluid film forces on the journal may be written as:

$$\begin{cases} W_x = W_{P2} - W_{P4} \\ W_y = W_{P1} - W_{P3} \end{cases} \quad (3.8)$$

where: W_x and W_y are the load capacities in the x and y directions, respectively.

3.2.2.3 Recess Pressure

The recess pressure for each hydrostatic bearing pad (Figure 3.2) is determined through resolution of the following flow continuity equation:

$$Q_{ri} = Q_{oi} \quad (3.9)$$

- for $i=1$ and 3

$$Q_{oi} = Q_{oxi} + Q_{ozi} + Q_{vi} \quad (3.10)$$

where:

$$Q_{oxi} = 2 \int_0^B dz \int_0^{h_i} u_{xi} dy \quad ; \quad Q_{ozi} = 2 \int_0^A dx \int_0^{h_i} u_{zi} dy \quad (3.11)$$

$$u_{xi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial x} (y - h_i)y \quad ; \quad u_{zi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} (y - h_i)y \quad (3.12)$$

- for $i=2$ and 4

$$Q_{oi} = Q_{oyi} + Q_{ozi} + Q_{vi} \quad (3.13)$$

where:

$$Q_{oyi} = 2 \int_0^B dz \int_0^{h_i} u_{yi} dx \quad ; \quad Q_{ozi} = 2 \int_0^A dy \int_0^{h_i} u_{zi} dx \quad (3.14)$$

$$u_{yi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial y} (x - h_i)x \quad ; \quad u_{zi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} (x - h_i)x \quad (3.15)$$

where: u_{xi} , u_{yi} and u_{zi} are the flow velocities in the x , y and z directions respectively.

$$Q_{vi} = S_a \dot{h}_i \quad (3.16)$$

Q_{vi} represents the squeeze flow of the i^{th} hydrostatics bearings pad ($i=1,2,3$ and 4)

The flow through a capillary restrictor-type hydraulic resistance is:

$$Q_{ri} = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu l_c} (P_s - P_{ri}) \quad (3.17)$$

where: d_c is the capillary diameter and l_c is the capillary length.

3.2.2.4 Flow Rate Requirement

The total volumetric flow rate that must be supplied to the hydrostatic journal bearing is:

$$Q_T = \sum_{i=1}^4 Q_{oi} \quad (3.18)$$

3.2.3 Rotor Dynamics Equation.

The forced vibration in a rigid rotor system is very often excited by centrifugal forces due to residual mass imbalance. In order to develop an approach to reduce excessively high amplitudes of forced vibration and to reduce the forces transmitted to the base, a study on the dynamic behavior of a rotor supported by hydrostatic journal bearings using both linear and non-linear methods was undertaken.

Let (O_a, x, y) be an inertial coordinate frame with the origin at the housing center. It is assumed that:

- the rotor shaft is vertical
- the housings for the rotor, shaft and bearings are rigid;
- the x - and y - direction movements of the rotor are uncoupled;

the rotor is unbalanced with a centre of inertia G at a distance e_b from the geometrical center O_a (Figure 3.4).

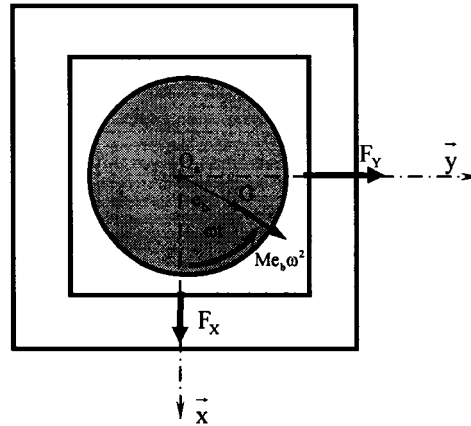


Figure 3.4 Journal bearing model subjected to an unbalance. Schematization of the forces

The equations of rotor motion in Cartesian coordinates can be written as:

$$\begin{cases} M\ddot{x} = F_x + M\varepsilon_b h_0 \omega^2 \cos\omega t \\ M\ddot{y} = F_y + M\varepsilon_b h_0 \omega^2 \sin\omega t \end{cases} \quad (3.19)$$

where

- M is the mass of the rotor, ε_b is the unbalance eccentricity, and ω is the excitation frequency,
- $\varepsilon_b = e_b / h_0$; e_b is the eccentricity; h_0 is the film thickness,
- The hydrostatic forces (F_x and F_y) are determined as follows:

➤ Linear model:

$$F_x = -C_{eqx} \dot{x} - K_{eqx} x ; \text{ and } F_y = -C_{eqy} \dot{y} - K_{eqy} y \quad (3.20)$$

➤ Non linear model:

$$F_x = \sum_{i=1}^3 W_{pi} ; i = 1 \text{ and } 3 ; \text{ and } F_y = \sum_{i=2}^4 W_{pi} ; i = 2 \text{ and } 4 \quad (3.21)$$

3.2.3.1 Linear and Non Linear Simulations

The fluid-film pressure effects on rotor dynamics are characterized by the hydrostatic force generated by a pressure field. These forces are non-linear, varying according to the position and velocity of the shaft center in the journal bearing. In general, the shaft is excited by a combination of several forces due to static loads (weight, belt tension, etc) and dynamic loads such as unbalance and shaft vibration. The static loads imply an equilibrium position and the dynamic loads create an orbital trajectory of the shaft. Either a linear or a non-linear approach can be applied, depending on the amplitude of the force. The linear approach is based on the dynamic coefficients. It is typically used to determine the linear stability of a static equilibrium or to estimate the dynamic response of the rotor. However, the linear model generates erroneous results when the amplitude is significant or when the equilibrium is unstable. For these cases, it is necessary to apply a non-linear solution by computing the equations of motion which are integrated using a step-by-step approach. At each step, the Reynolds equation is solved to evaluate the film forces, and then the fundamental principle of mechanics is integrated to obtain speeds and position for the next step [4].

The forced response $\tilde{A}$ and the transmitted force F_T due to a rotating unbalance vary depending on the speed of rotation and are determined by resolution of the equations of rotor motion (3.19). The following sections compare linear and non-linear methods.

3.2.3.2 Linear approach method

- $$\tilde{A} = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (3.22)$$

where:

$$X = \frac{M \varepsilon_b h_0 \omega^2 / K_{eqx}}{\sqrt{(K_{eqx} - M\omega^2)^2 + (C_{eqx} \omega)^2}} ; Y = \frac{M \varepsilon_b h_0 \omega^2 / K_{eqy}}{\sqrt{(K_{eqy} - M\omega^2)^2 + (C_{eqy} \omega)^2}} \quad (3.23)$$

- $$F_T = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2} \quad (3.24)$$

where:

$$F_X = X \sqrt{K_{eqx}^2 + (C_{eqx} \omega)^2} ; F_Y = Y \sqrt{K_{eqy}^2 + (C_{eqy} \omega)^2} \quad (3.25)$$

3.2.3.3 Non Linear approach method

Non-linear calculation of the unbalance response and the transmitted force is a numerical study of the equations of motion which are integrated using a step-by-step method. The flow chart for this non-linear process is presented in Figure 3.5.

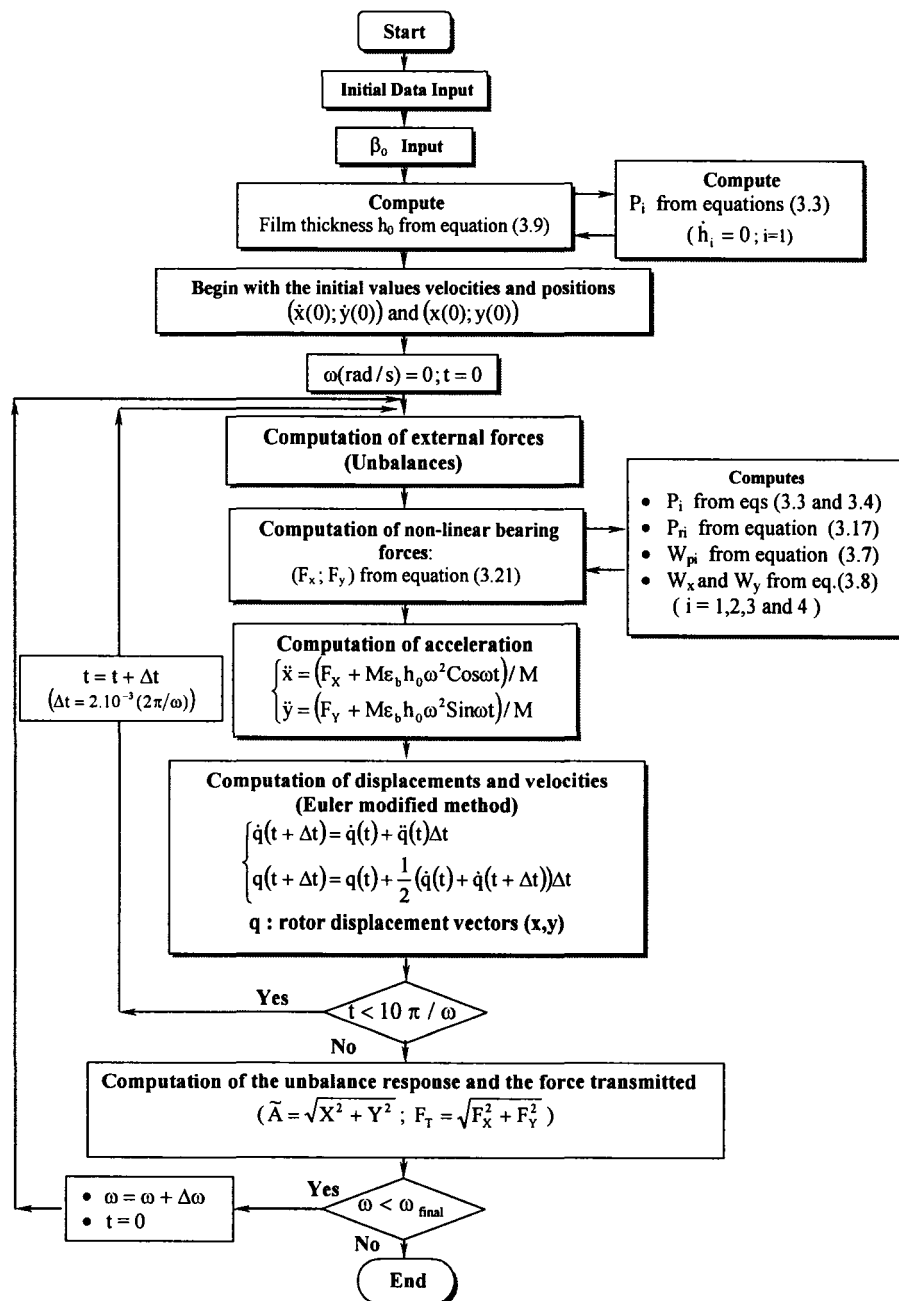


Figure 3.5 Flow chart for non-linear process

3.2.4 Numerical Results

Non-linear modeling using numerical methods to study the dynamic behavior of the rigid rotor supported by hydrostatic journal bearing was investigated.

- ✓ In the first step, the effect of unbalance eccentricity (ϵ_b) on the unbalance response $\tilde{A}$ and the transmitted force F_T of a HJB using linear and non-linear methods were computed. Note that the values of the dynamic coefficients ($K_{eqx} = K_{eqy} = 551296 \text{ N/m}$; $C_{eqx} = C_{eqy} = 873.74 \text{ N.s/m}$) were determined numerically using small perturbations of the shaft position at the equilibrium position of the shaft [13, 14]. The pressure ratio β_0 is equal to 0.67, the viscosity coefficient μ is equal to 0.0135 Pa.s and the supply pressure P_s is equal to 1 Bar.
- ✓ In the second step, the effect of supply pressure (P_s), viscosity (μ), pressure ratio (β_0) and rotational speed on the unbalance response and transmitted force of a HJB were investigated using a non-linear method. The unbalance Me_b is equal to $19 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}$.

Table 1 shows the numerical parameters applied for computation.

	SI
$A=B$	$25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
$a/A=b/B$	0.5
d_c	0.0012 m
l_c	0.058 m
M	8 kg

Table 3.1 Simulation parameters

3.2.4.1 Effect of unbalance eccentricity on rotor response and transmitted force

Figure 3.6 shows the effect of unbalance eccentricity (ε_b) and the effect of the rotational speed on the unbalance response $\tilde{A}$ and the transmitted force F_T of an HJB. This presentation allows a comparison of results from linear and non-linear methods.

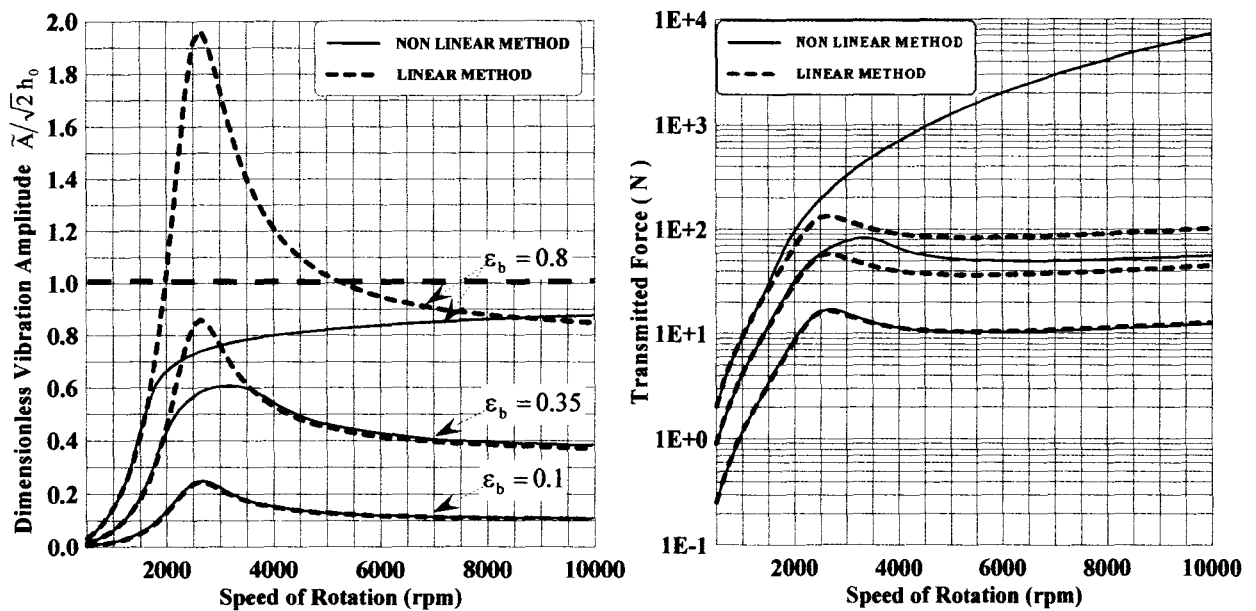


Figure 3.6 Influence of unbalance eccentricity on vibratory response and transmitted force

The vibratory response shows that the results presented by the linear method are not accurate when the unbalance eccentricity values become significant ($\varepsilon_b=0.8$). This occurs when the dimensionless vibration amplitude exceeds the film thickness ($\tilde{A}/\sqrt{2} h_0 > 1$). The results from linear and non-linear methods coincide during periods when the rotational speed is less than 0.6 times the critical speed (2640 rpm) or greater than 3 times the critical speed. The transmitted forces calculated using linear and non-linear methods coincide when the rotational speed is less than 0.6 times the analytical critical speed (2640 rpm). These results demonstrate that the vibration amplitude and transmitted force increase with unbalance

eccentricity (ϵ_b). When the unbalance eccentricity is small ($\epsilon_b=0.1$), the linear method describes the dynamic behavior of an HJB with very good precision. Results obtained using the non-linear method are almost identical to those predicted by the linear method. In the vicinity of the critical speed, the effect of non-linear dynamic behavior increases as the unbalance eccentricity (ϵ_b) increases. The non-linear results show that the critical speed increases with unbalance eccentricity because the film damping increases with unbalance eccentricity.

3.2.4.2 Effect of the supply pressure, viscosity and pressure ratio on rotor response and transmitted force, by the non linear method.

Figures 3.7 to 3.9 show the effect of supply pressure (P_s), viscosity (μ), pressure ratio (β_0) and rotational speed ($N(\text{rpm})$) on the unbalance response and the transmitted force of a HJB as computed using the non-linear method.

3.2.4.2.1 Effect of Supply Pressure

Figure 3.7 shows the effect of supply pressure and rotational speed on the vibratory response and the transmitted force due to a rotation unbalance of the HJB. The pressure ratio β_0 is equal to 0.67, the unbalance Me_b is equal to 19.10^{-5} kg.m and the viscosity at 25° C is equal to 0.05 Pa.s.

These results show that the critical speed shifts to higher values with supply pressure because the stiffness of the film increases. The vibration amplitude and transmitted force also increase with supply pressure. As the film stiffness increases, the critical damping increases and consequently the damping rate decreases when the supply pressure increases. It is also shown that the supply pressure must be high in order to reduce vibration amplitude when the speed of rotation is low ($N < 5000$ rpm). However, when the speed of rotation is high ($N > 10000$ rpm), the supply pressure must be low to reduce vibration amplitude and transmitted force.

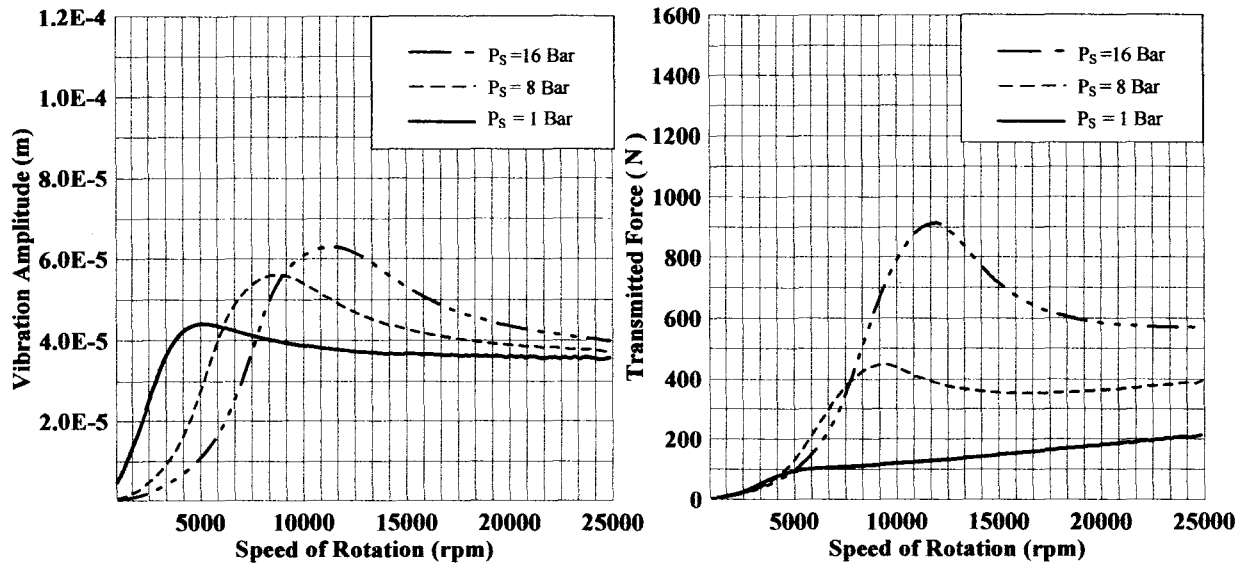


Figure 3.7 Influence of supply pressure on the vibratory response and transmitted force calculated using the non-linear method

3.2.4.2.2 Influence of the Viscosity

A rise in temperature will create a decrease in fluid viscosity. Two temperatures have been applied: an ambient temperature of 25°C corresponding to a viscosity of 0.05 Pa.s, and a temperature of 60°C corresponding to a viscosity of 0.0135 Pa.s [8].

Figure 3.8 shows the influence of viscosity and rotational speed on the vibratory response and transmitted force due to a rotation unbalance of the HJB. The pressure ratio β_0 is equal to 0.67, the unbalance Me_b is equal to $19 \cdot 10^{-5}$ kg.m and the supply pressure P_s is equal to 1 Bar.

The vibratory response shows that a decrease in viscosity (increase in temperature) led to higher amplitudes of the unbalance response when the speed was close to a critical speed. When the speed is greater than 2.5 times the critical speed (2640 rpm), variations in viscosity have no effect on the amplitudes of the response. The transmitted force increases as the

viscosity decreases when the speed is close to a critical speed. When the speed is greater than 1.4 times the critical speed, the amplitude of the transmitted force decreases as viscosity decreases.

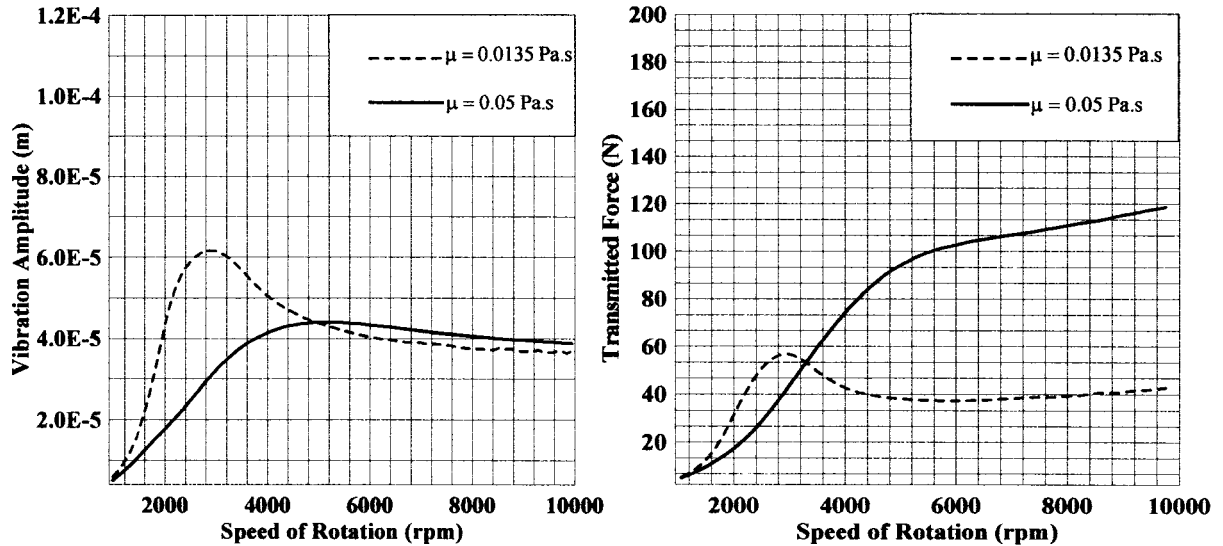


Figure 3.8 Influence of viscosity on the vibratory response and transmitted force calculated using the non-linear method

3.2.4.2.3 Influence of the Pressure Ratio

Figure 3.9 shows the influence of pressure ratio and rotational speed on the vibratory response and the transmitted force due to a rotation unbalance of the HJB. The unbalance Me_b is equal to 19.10^{-5} kg.m , the supply pressure P_s is equal to 1 Bar and the viscosity is equal to 0.05 Pa.s .

These graphs show that the critical speed shifts to higher values when pressure ratio increases. The vibratory response shows that the vibration amplitude increases when pressure ratio decreases and when the rotational speed is lower than 8000 rpm. However, when the rotational speed is higher than 8000 rpm, variations in pressure ratio have no effect on the

amplitude of the response. A decrease in pressure ratio (increase in film thickness h_0) led to higher amplitudes of the transmitted force at speeds close to a critical speed. When the speed of rotation is low ($N < 3000$ rpm), the pressure ratio must be high in order to reduce the vibration amplitude and transmitted force. When the speed of rotation is high ($N > 7000$ rpm), the pressure ratio must be low in order to reduce the transmitted force.

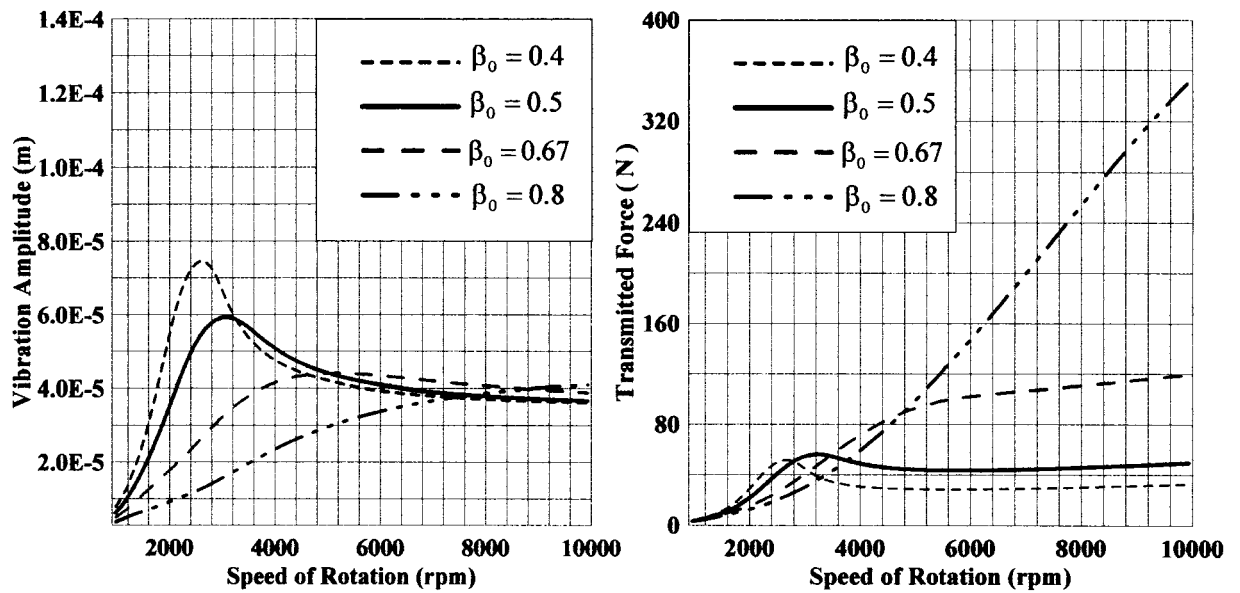


Figure 3.9 Influence of pressure ratio on the vibratory response and transmitted force calculated using the non-linear method

3.3 Conclusion

Non-linear modeling has been presented here as a tool to study the conditions that can be applied to limit the vibration amplitude and reduce the transmitted force of a rigid rotor supported on a HJB. The following is a summary of the results and conclusions derived from this work.

- When the value of the unbalance eccentricity is small ($\epsilon_b=0.1$), the linear method can be applied to describe the dynamic behavior of a HJB with reasonable accuracy. The results presented using the non-linear method are almost identical to those predicted by the linear method.
- When the value of the unbalance eccentricity becomes larger ($\epsilon_b=0.8$), the results presented by the linear method are overestimated.
- When the rotational speed is close to the critical speed, non-linearity effects increase with the unbalance eccentricity.
- The critical speed increases with unbalance eccentricity and with the supply pressure because the film stiffness increases.
- To reduce the amplitude of the unbalance response and transmitted force, the pressure should be increased at low rotational speeds and at high rotational speeds, the pressure should be decreased;
- A decrease in viscosity leads to increased amplitudes of the vibratory response when the speed is close to a critical speed. When the speed is further from critical speeds, variations in viscosity have no effect on the amplitudes of the unbalance response.
- A decrease in viscosity leads to larger amplitudes of the transmitted force when the speed is close to a critical speed. Elsewhere, the amplitude of the transmitted force decreases as viscosity decreases.
- A decrease in pressure ratio (increase in film thickness h_0) led to increased amplitudes of the vibratory response when the speed is close to a critical speed. As the rotational speed gets further away from critical speeds, variations in pressure ratio have no effect on the amplitudes of the response.
- A decrease in pressure ratio (increase in film thickness h_0) lead to higher amplitudes of the transmitted force when the speed is close to a critical speed. When the speed is not close to critical speeds, the amplitude of the transmitted force decreases as the pressure ratio decreases.

Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge the financial support provided by the Natural Sciences and Engineering research council of Canada (NSERC).

3.4 References

- [1] Rho, B.-H. and Kim, K.-W. (2002), "A study of the dynamic characteristics of synchronously controlled hydrodynamic journal bearings", *Tribology International* 35, No.6, pp. 339–345
- [2] San Andres, L. and De Santiago, O. (2004), "Forced Response of a Squeeze Film Damper and Identification of Force Coefficients from Large Orbital Motions." *Transactions of the ASME*, Vol. 126, pp 292 -300
- [3] Burrows, C. R., Sahinkaya, M. N., M.N., and Turkaya, O.S. (1983), "An Adaptive Squeeze-Film Bearing," *ASME Paper*, No. 83-Lub-23, pp 939-946
- [4] El-Shafei A. and Hathout J.P., (1994), "Modelling and control of HSFDs for Active Control of Rotor – Bearing System " *ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Vol. 117, No. 4, pp 757-766
- [5] Braun, M. J., Zhou, Y. M., and Choy, F. K. (1994), "Transient Flow Patterns and Pressures Characteristics in a Hydrostatic Pocket," *ASME Journal of Tribology*, 116, pp. 139 –146.
- [6] Braun, M. J., Choy, F. K., and Zhu, N. (1995), "Flow Patterns and Dynamic Characteristics of a Lightly Loaded Hydrostatic Pocket of Variable Aspect Ratio and Supply Jet Strength," *STLE Tribology Transactions*, 38(1), pp. 128–136.
- [7] Hathout, J.P., El-Shafei, A. and Youssef, R. (1997), "Active Control of Multi-Mode-Rotor-Bearing Systems Using HSFDs", *Journal of Tribology*, Vol.119, No. 7, pp.49 – 56.
- [8] Bonneau, O. 1989, "Comportement statique et dynamique de ligne d'arbre montée sur paliers fluides : influence des caractéristiques des paliers", Ph.D thesis, the University of Poitiers, France.
- [9] Bonneau, O. Frene, J., 1994, "Numerical study of a flexible rotor mounted in an active squeeze film damper", *Fourth International Conference on Rotor-Dynamic IFToMM, Chicago*, pp. 327-331.

- [10] Sébastien,B, Bonneau, and O. Frene, J., (2001),'' Influence of axial thrust bearing on the dynamic behavior of an elastic shaft : Coupling between the axial dynamic behavior and the bending vibration of a flexible shaft'', *Journal of vibration and acoustics*, vol.123,pp.145-149.
- [11] Swanson E.,Powell, C.D.and Weissman S. (2005), ''A Practical Review of Rotating Machinery Critical Speeds and Modes'', *Sound and vibration*, pp. 10-17.
- [12] Adams, M.L., and Zhloul, H. (1987), "Attenuation of Rotor Vibration Using Controlled-Pressure Hydrostatic Squeeze Film Dampers," *presented at the Eleventh Biennial ASME Vibrations Conference*, Boston, MA, No.9, pp. 99-108
- [13] Bouzidane A. and Thomas M., 2007, ''Equivalent Stiffness and damping investigation of a hydrostatic journal bearing, *Tribology transactions*,'' 50:1-11.
- [14] Bouzidane A. and Thomas M., 2007,''An electrorheological hydrostatic journal bearing for controlling rotor vibration,'' in press as *Computer structures*, doi:10.10.16/j. compstruc.2007.02.006, 10 pages.

CHAPITRE 4

NON-LINEAR BEHAVIOUR OF A FLEXIBLE SHAFT CONTROLLED BY ELECTRO-RHEOLOGICAL HYDROSTATIC JOURNAL BEARING

4.1 Présentation

L'objet principal de cet article est consacré à l'étude du comportement dynamique non linéaire d'une ligne d'arbre flexible montée verticalement et guidée par un nouveau palier hydrostatique intelligent à quatre patins hydrostatiques alimentés par un fluide électrorhéologique par quatre résistances hydrauliques, pour contrôler les vibrations de rotor et réduire les forces transmises aux bâtis lors de passage des vitesses critiques.

Dans un premier temps, une modélisation non linéaire d'une ligne d'arbre flexible montée verticalement et supportée une extrémité par deux roulements rigides à billes et à l'autre par un roulement monté dans un film ER-HJB est présentée afin d'étudier l'effet de fluide NER sur le comportement dynamique. La vitesse a été variée en montant de 5000 à 60000 tr/min avec un chargement de type balourd. Dans cette étude, seul l'arbre se déforme. Le carter est supposé rigide. L'arbre est modélisé par éléments finis avec plusieurs de degrés de liberté en prenant compte des efforts gyroscopiques. Une réduction modale du système dite « pseudo – modale » développée par Lalanne et Ferraris [33] est effectuée afin de diminuer le nombre des inconnues du problème. Le calcul non linéaire consiste à résoudre les équations de la dynamique pour le système arbre palier par un calcul temporel pas à pas utilisant la méthode de Newmark avec un pas variable (ANNEXE VI). Les efforts hydrostatiques créés par le fluide ER sur l'arbre sont calculés à chaque itération. Ils sont obtenus par intégration du champ de pression calculé à partir de l'équation de Reynolds écrite en régime dynamique. Ces forces étant des fonctions non linéaires de la position et de la vitesse du centre de l'arbre.

Dans un second temps, une stratégie de contrôle basée sur l'ajustement de la viscosité en mesurant constamment les déplacements du rotor est proposée pour contrôler les vibrations

de rotor et les forces transmissibles au palier ER-HJB lors de passage des vitesses critiques. Le champ électrique varie en fonction de la vitesse de rotation. Il en résulte que l'amortisseur électrorhéologique ER permet une diminution significative des amplitudes des vibrations et des forces transmissibles au milieu de l'arbre lors de passage de vitesse critique. Cependant, les déplacements dans le film d'amortisseur ER-HJB augmentent avec l'application de champ électrique. Par l'intermédiaire de la viscosité variable, le film amortisseur joue un rôle de dissipation d'énergie.

La différence de comportement de ce type de rotor avec ceux étudiés précédemment est essentiellement due à la flexibilité très importante de l'arbre; ce qui se traduit par des phénomènes dynamiques plus complexes.

Cet article a été soumis à la revue, « Journal of Vibration and Control », en mars 2007 et est présenté intégralement dans la section suivante.

4.2 Article

NON-LINEAR BEHAVIOUR OF A FLEXIBLE SHAFT CONTROLLED BY ELECTRO-RHEOLOGICAL HYDROSTATIC JOURNAL BEARING

Bouzidane A¹, Thomas M.¹ and Lakis A.A.²

¹ Department of Mechanical Engineering, École de technologie supérieure,
1100, Notre-Dame Street West, Montreal, Quebec, (H3C 1K3), CANADA

Ahmed.bouzidane@etsmtl.ca

marc.thomas@etsmtl.ca

Department of Mechanical Engineering

École Polytechnique de Montréal, P.O. Box 6079, Station "Centre-Ville", Montréal,
Québec, H3C 3A7, CANADA

aouni.lakis@meca.polymtl.ca

ABSTRACT

The aim of this research is to study the non-linear dynamic behavior of a flexible shaft supported by hydrostatic journal bearings which are filled with a Negative Electro-Rheological (NER) fluid. The hydrostatic bearing contains four hydrostatic flat pads fed by capillary restrictors. In order to study the effect of the electro-rheological fluid on the dynamic behavior of a flexible shaft, non-linear modeling is performed using numerical representations of the equations of motion which are integrated step-by-step on a modal basis. At each step, the Reynolds equation is solved to evaluate the film forces, and then the fundamental principal of mechanics is integrated using the Newmark method to obtain speeds and positions for the next step. Use of a modal technique reduces the number of degrees of freedom. Modeling and analysis of the non-linear behavior of hydrostatic journal bearings and the flexibility of the rotor using finite-element methods are discussed. A control system is proposed to reduce the transient response of the shaft and the force transmitted to

the journal bearing. The logic for this system is based on the application of an electric field to control the viscosity of the NER fluid in the hydrostatic journal.

KEY WORDS: Electro-rheological fluid, journal hydrostatic bearing, vibration control, Squeeze film dampers.

4.2.1 Introduction

The tendency towards higher speeds in turbo machinery has necessitated the creation of more flexible shafts, which run at angular speeds above several of their natural frequencies (Baaklini et al, 2002). For this reason, passive squeeze film dampers (SFD) are often used in high speed rotors for aircraft engines. This type of damper offers advantages of simplicity, robustness, and low cost. Unfortunately the effect of SFD dampers does not vary with rotor speed. On the other hand, in the regions of critical speed, displacement of the rotor in the damper is significant and energy must be dissipated, by means of reducing the viscosity. On the other hand, non-critical conditions require a high viscosity (Bonneau and Frene, 1997) to control rotor vibration.

As an effective vibration attenuation device, controllable SFDs working in an active or semi-active manner were recently studied and related research works are still in progress, including those focusing on semi-active-type SFDs using a controllable fluid as the working fluid. Several researchers have investigated the possibility of using ER fluids as smart lubricants (Sun et al, 2006). An ER fluid is a suspension of micron-sized polarizable particles dispersed in a dielectric liquid. Its rheological properties change when an electric field is applied. The apparent viscosity of this controllable fluid varies in response to the applied field. A reversible change in viscosity occurs within milliseconds once the field is applied. Unfortunately, such industrial devices are not yet available on a large scale. In recent years, a few research reports have been published presenting an approach for controlling SFDs using the viscosity change of an ER fluid. Nikolajsen and Hoque (1990) first experimented with the application of an ER fluid for vibration control of a rotor system; the damping capacity was controlled by the voltage. They found that a shear mode ER damper could reduce high levels of unbalanced excited vibrations. Morishita and Mitsui (1992) presented preliminary experimental results on the performance of an ER fluid-based SFD (ER-SFD). The results of their investigation show that the vibration of the rotor could

be reduced remarkably over a wide range of rotational speeds by controlling the damping capacity of the SFD. Moreover, the existence of optimum supporting damping for every vibration mode was shown experimentally. Tichy (1993) presented a theoretical analysis of an ER fluid SFD using the Bingham plastic model. The amplitude–speed response and transmissibility were calculated for a rigid rotor supported by the SFD. Lee et al (2000) presented the vibration attenuation capacities of a pressurized, sealed, ER-SFD supported rotor. In order to suppress flexural vibrations of high-speed rotor systems, a compact damper incorporating ER fluid was designed by Seungchul et al (2005). Based on the system model, a semi- active artificial intelligent (AI) feedback controller was developed, taking into account the stiffening effect of the point damper in flexible rotor applications.

Jung and Choi (1995) tried to obtain the solutions for a short and open-end SFD using a modified Reynolds equation. It was shown that a substantial increase in both direct and cross-coupled damping could be achieved by increasing the yield shear stress of the ER fluids. Guozhi et al (2000) designed a multi-layer ER fluid SFD, derived the Reynolds equation for the fluid film and studied both theoretically and experimentally the unbalance properties of a single-disk mounted on a flexible rotor that is supported by the multi-layer ER fluid SFD.

Pecheux et al (1997) numerically investigated the application of squeeze film dampers for active control of flexible rotor dynamics using viscosity change of a negative ER fluid to control the dynamic behavior of the shaft. They showed that it is possible to monitor the damping effect of a squeeze film damper. They also demonstrated that the influence of the SFD varies widely depending on the rotor speed. In fact they proposed that the ER fluid viscosity be controlled so that the SFD opposes the rotor behavior in order to dissipate rotor energy. This is particularly important when the speed is near-critical, in which case SFD viscosity must be kept small. However, a high viscosity is required to reduce rotor vibrations at speeds that are not close to the critical speed. Zhloul et al (2004) investigated the effects of film thickness on the static characteristics of a rectangular four-pad hydrostatic thrust bearing when one moves away from the center position of the hydrostatic journal bearing. Bouzidane and Thomas (2007) have numerically simulated the effect of a negative electro-rheological fluid (NERF) within a four-pad hydrostatic bearing. Using a linear assumption for modal analysis, they investigated the effects of electro-rheological fluids, recess pressure and eccentricity ratio on load carrying capacity, flow and the equivalent dynamic characteristics. They also studied the effects of electro-rheological fluids on the variation of

the unbalance response and the transmissibility of a NERF hydrostatic journal bearing.

The objective of this research is to adapt ER technology to hydrostatic journal bearings in order to control the vibration of high speed flexible shafts. A non-linear model of the ER fluid hydrostatic journal bearing has been developed. The transient amplitude–speed response and transmissibility are calculated for a flexible shaft supported partly by an ER fluid hydrostatic journal bearing. A control strategy is proposed for an NER hydrostatic journal bearing based on the application of an electric field with a trapezoidal variation according to the rotational speed. This should reduce the transient amplitude–speed response of the shaft, of the rotor inside the hydrostatic journal bearing and should also reduce the force transmitted to the supports.

4.2.2 Negative Electro-rheological Fluids

An ER fluid is a suspension of micron-sized polarizable particles dispersed in a dielectric liquid. Negative electro-rheological (NER) fluids are suspensions of insulating particles in a high dielectric constant liquid. They are Newtonian fluids with a viscosity which decreases when an electric field is applied, and which is restored to its original value when the field is removed. The decrease can be explained by the following principle; without an electric field the insulating particles form chains in the liquid through mutual attraction. These chains cause the suspension viscosity to be higher than that of the base liquid. If an electric field is applied, repelling forces are created between adjacent particles. The apparent viscosity of the suspension then becomes lower than the initial viscosity.

By studying the behavior of electro-rheological fluids, Boissy et al (1995) reported a phenomenon observed in a suspension containing polymethylmethacrylate (PMMA) powder dispersed in a mixture of silicone oil. The PMMA powder (particle diameter $\phi \approx 15\mu\text{m}$, conductivity $\sigma_s \approx 10^{-14}$ S/m) was dehydrated for 40 hours in a vacuum and dispersed in a mixture of two liquids (conductivity $\sigma_L \approx 3.10^{-10}$ S/m); Ugilec T (a weakly polar solvent) and a mineral oil, TF 50, in proportions that yielded a liquid density equal to that of the solid phase. For a volumic fraction of 30% PMMA powder, results showed that the electric field had a strong influence on the oil mixture viscosity with a fairly good linear variation of shear stress as a function of shear rate for shear rates $\dot{\gamma}$ (1/s) ranging from 0 to 500. They found

that the apparent viscosity of the whole suspension decreased by a factor up to about 5 as the external electric field was increased. This phenomenon is the total opposite of usual electro-rheological fluids showing a positive effect. It is termed the negative ER effect. The relationship between viscosity and electric field for the NER studied is presented in Figure 4.1

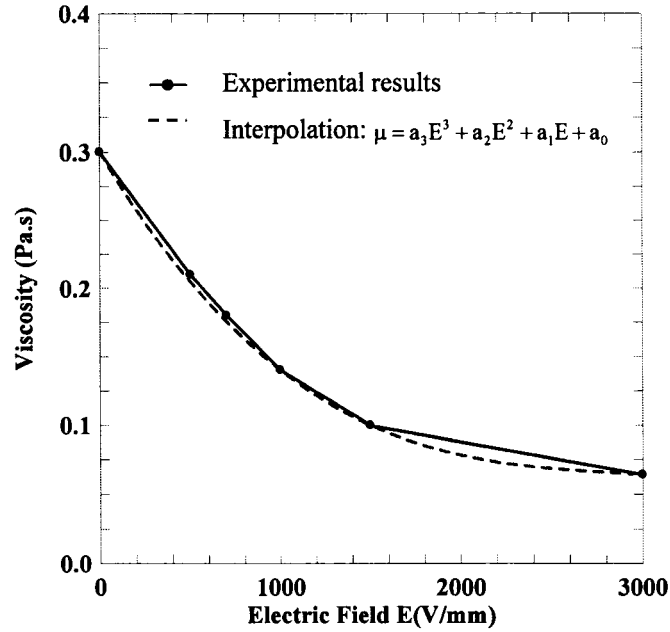


Figure 4.1 Variation of the viscosity of the suspension with an NER fluid
(from Boissy, 1995)

The experimental viscosity obtained from Boissy's studies has been interpolated in a polynomial form as following:

$$\mu = a_3 E^3 + a_2 E^2 + a_1 E + a_0 \quad (4.1)$$

with $a_3 = -8.4 \cdot 10^{-12}$; $a_2 = 7.4 \cdot 10^{-8}$; $a_1 = -2.26 \cdot 10^{-4}$; $a_0 = 0.3$

One of the problems using this type of fluid is that the viscosity may retain its low value for a long time after the electric field is removed. This problem is due to a slow electrophoresis between the suspended particles and base liquid (Pechoux et al, 1997).

4.2.3 Mathematical Modeling

4.2.3.1 NER Hydrostatic Journal Bearing Model

Figure 4.2 shows a hydrostatic journal bearing made of four identical plane hydrostatic bearing pads with indices 1, 2, 3 and 4 respectively indicating the lower, right, upper and left characteristics of the thrusts.

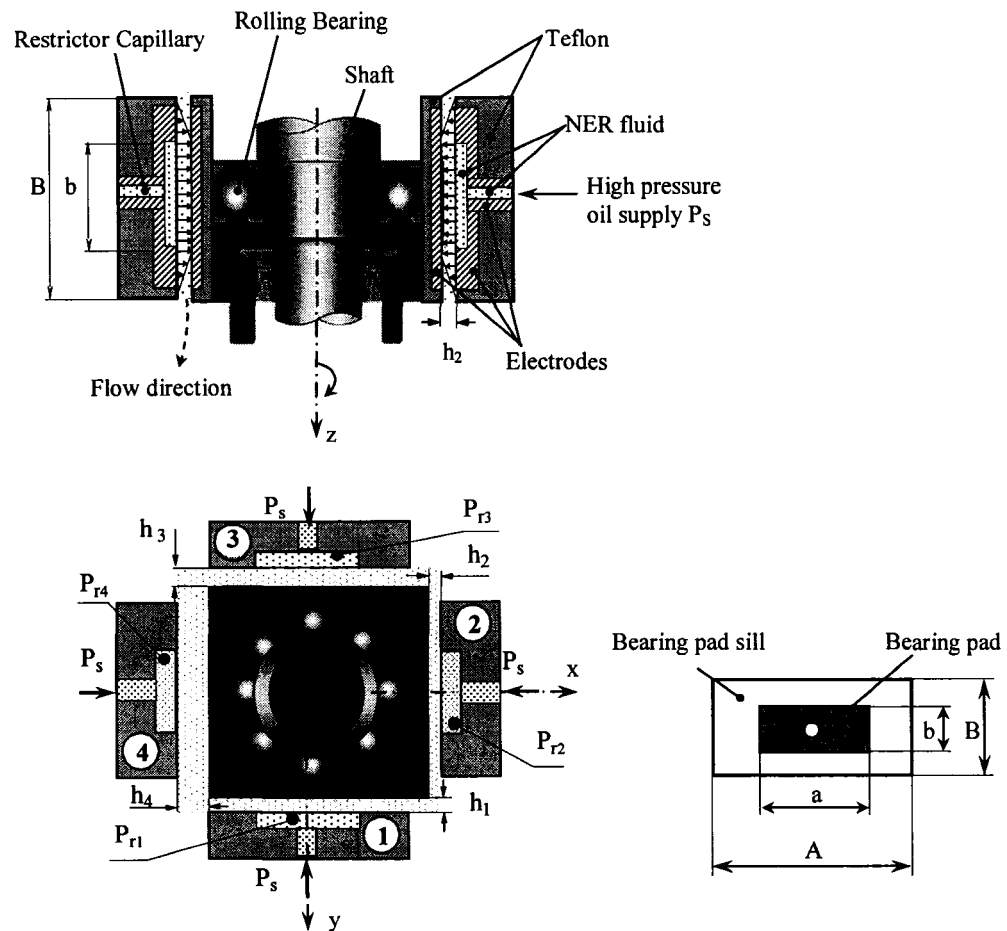


Figure 4.2 NER Hydrostatic Journal Bearing Geometry

The hydrostatic journal bearing is fed with the negative electro-rheological (NER) fluid through recesses in the bearing, which are themselves supplied with external pressure P_s through capillary restrictor-type hydraulic resistances. Calculation of hydrostatic journal bearing characteristics is done by considering the hydrostatic journal bearing as the

juxtaposition of four hydrostatic bearing flat pads (Figure 4.3).

4.2.3.1.1 Reynolds Equation

Reynolds equation allows computation of the distributed pressure $P(x,z)$ and $P(y,z)$. These equations can be solved numerically by applying the centered finite difference method or analytically by assuming infinitely long journals.

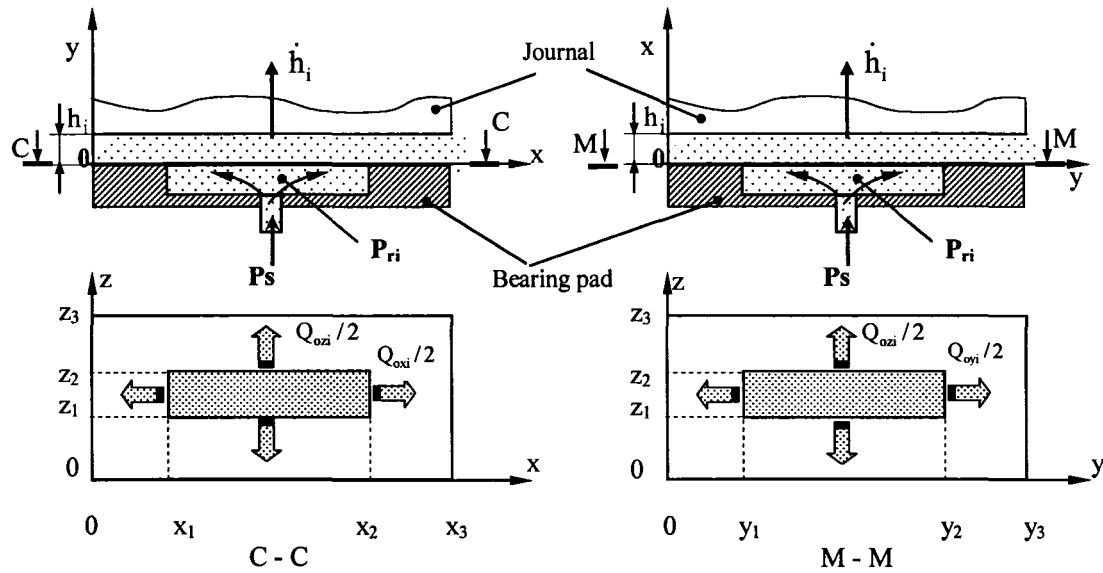


Figure 4.3 Hydrostatic bearing flat pads

If we consider that there is no slip between the fluid and housings, the boundary conditions associated with the field speed will be as follows (Figure 4.4):

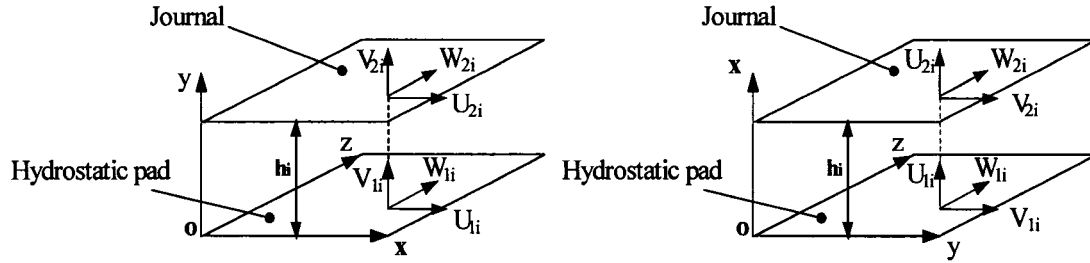
- on bearing flat pad:

$$\begin{aligned} U_{li} &= 0 ; V_{li} = 0 ; W_{li} = 0 ; i = 1 \text{ and } 3 \\ V_{li} &= 0 ; U_{li} = 0 ; W_{li} = 0 ; i = 2 \text{ and } 4 \end{aligned} \quad (4.2)$$

- on journal:

$$\begin{aligned} U_{2i} &= 0 ; V_{2i} = \dot{h}_i ; W_{2i} = 0 ; i = 1 \text{ and } 3 \\ V_{2i} &= 0 ; U_{2i} = \dot{h}_i ; W_{2i} = 0 ; i = 2 \text{ and } 4 \end{aligned} \quad (4.3)$$

where U_{1i} ; V_{1i} and W_{1i} are the speeds of the surface of the bearing pad N° i and U_{2i} ; V_{2i} and W_{2i} are speeds of the surface of the journal.



a) Bearing flat pads N° i (i=1 and 3)

b) Bearing flat pads N° i (i= 2 and 4)

Figure 4.4 Boundary conditions of squeeze film dampers

With these boundary conditions, and for an incompressible, laminar, isoviscous, inertialess fluid flow, free of cavitation, the Reynolds equation may be written as:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu}{h_i^3} \dot{h}_i \quad (i=1 \text{ and } 3) \quad (4.4)$$

where: $0 \leq x \leq A$ and $0 \leq z \leq B$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_i(y, z)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_i(y, z)}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu}{h_i^3} \dot{h}_i \quad (i=2 \text{ and } 4) \quad (4.5)$$

where: $0 \leq y \leq A$ and $0 \leq z \leq B$.

$P_i(x, z)$ is the hydrostatic pressure field of the first and the third hydrostatics bearings ; $P_i(y, z)$ is the hydrostatic pressure field of the second and fourth hydrostatics bearings ; $\dot{h}_i$ represents the squeeze velocity of the i^{th} hydrostatics bearings pad, and h_i is the film thickness of the i^{th} hydrostatic bearing pad ($i=1, 2, 3$ and 4). It is assumed that the pressure in the recess is constant and equal to P_{ri} and the ambient pressure is equal to 0. Thus the boundary conditions for equations (4.4) and (4.5) are:

for $i=1$ and 3

$$\begin{aligned} P_i(0 \leq x \leq A; z=0, B) &= 0; \quad P_i(x=0, A; 0 \leq z \leq B) = 0 \\ P_i(x_1 \leq x \leq x_2; z_1 \leq z \leq z_2) &= P_{ri} \end{aligned} \quad (4.6)$$

and for $i=2$ and 4

$$\begin{aligned} P_i(0 \leq y \leq A; z=0, B) &= 0; \quad P_i(y=0, A,; 0 \leq z \leq B) = 0 \\ P_i(y_1 \leq y \leq y_2; z_1 \leq z \leq z_2) &= P_{ri} \end{aligned} \quad (4.7)$$

The resolution of equations (4.4) and (4.5) enables definition of the pressure field $P_i(x,z)$ and $P_i(y,z)$. All the analytical solutions suggested for the resolution of the Reynolds equation are complex. The resolution of the Reynolds equations can be done numerically by applying the centered finite difference method or the finite element method. The finite difference method is most generally used when considering a rectangular surface.

4.2.3.1.2 Load Carrying Capacity

The integration of pressure over the bearing area yields the following load capacity results:

$$W_{pi} = \int_s P_i ds \quad (4.8)$$

where s is the contact surface and ds is an element of the surface.

Therefore, the fluid film forces on the journal may be written as:

$$\begin{cases} W_x = W_{p2} - W_{p4} \\ W_y = W_{p1} - W_{p3} \end{cases} \quad (4.9)$$

where W_x and W_y are the load capacities in directions x and y , respectively.

4.2.3.1.3 Recess Pressure

The recess pressure for each hydrostatic bearing pad (Figure 4.3) is determined through resolution of the following flow continuity equation:

$$Q_{ri} = Q_{oi} \quad (4.10)$$

for $i=1$ and 3

$$Q_{oi} = Q_{oxi} + Q_{ozi} + Q_{vi} \quad (4.11)$$

where:

$$Q_{oxi} = 2 \int_0^B dz \int_0^{h_i} u_{xi} dy ; Q_{ozi} = 2 \int_0^A dx \int_0^{h_i} u_{zi} dy \quad (4.12)$$

$$u_{xi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial x} (y - h_i)y ; u_{zi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} (y - h_i)y \quad (4.13)$$

and for $i=2$ and 4

$$Q_{oi} = Q_{oyi} + Q_{ozi} + Q_{vi} \quad (4.14)$$

where:

$$Q_{oyi} = 2 \int_0^B dz \int_0^{h_i} u_{yi} dx ; Q_{ozi} = 2 \int_0^A dy \int_0^{h_i} u_{zi} dx \quad (4.15)$$

$$u_{yi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial y} (x - h_i)x ; u_{zi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} (x - h_i)x \quad (4.16)$$

where u_{xi} , u_{yi} and u_{zi} are the flow velocities in directions x , y and z .

$$Q_{vi} = S_a \dot{h}_i \quad (4.17)$$

where Q_{vi} represents the squeeze flow of the i^{th} hydrostatic bearing pad ($i=1, 2, 3$ and 4)

The flow through capillary restrictor hydraulic resistances is:

$$Q_{ri} = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu l_c} (P_s - P_{ri}) \quad (4.18)$$

where d_c is the capillary diameter and l_c is the capillary length.

4.2.3.1.5 Flow Rate Requirement

The total volumetric flow rate that must be supplied to the hydrostatic journal bearing is:

$$Q_T = \sum_{i=1}^4 Q_{oi} \quad (4.19)$$

4.2.3.2 Shaft Model

The rotor is modeled with typical beam finite elements including gyroscopic effects. Each element has four degree of freedom per node as shown in Figure 4.5.



Figure 4.5 Finite element rotor degrees of freedom

To account for rotor speed variation, as is the case during start-up for example, two terms (circulatory matrix and forcing function) must be introduced into Lagrange's equations for the derivation of governing equations of rotating components (Chen and Gunter, 2005). The governing equations of motion become:

$$[[M_t] + [J_r]]\{\ddot{\delta}\} + \phi[G]\{\dot{\delta}\} + [[K] + \dot{\phi}[G]]\{\delta\} = \{F_{imb}\} + \{F_{gr}\} + \{F_{nl}\} \quad (4.20)$$

where $[M_t]$ and $[J_r]$ are the translational and rotary mass matrices of the shaft, $[G]$ is the gyroscopic matrix, $[K]$ is the stiffness matrix of the shaft and rolling bearings, $\{\delta\}$ is the node displacement vector, $\{F_{imb}\}$ are the imbalance forces, $\{F_{gr}\}$ are the gravity forces, and $\{F_{nl}\}$ are the non-linear bearing forces.

For mass unbalance, the imbalance forces $\{F_{imb}\}$ at station 'i' can be obtained from the following expression:

$$\begin{Bmatrix} F_{imb,x} \\ F_{imb,y} \end{Bmatrix} = \dot{\phi}^2 \begin{Bmatrix} me \cos \phi \\ me \sin \phi \end{Bmatrix} + \ddot{\phi} \begin{Bmatrix} me \sin \phi \\ -me \cos \phi \end{Bmatrix} \quad (4.21)$$

where $F_{imb,x}$ and $F_{imb,y}$ represent the imbalance forces in direction x and y respectively; me is the unbalance (kg.m). $\ddot{\phi}$, $\dot{\phi}$ and ϕ represent the angular acceleration, angular velocity and angular displacement respectively, which are given by:

$$\begin{cases} \bullet \ddot{\phi} = \text{const} \\ \bullet \dot{\phi} = \dot{\phi}_0 + \ddot{\phi} t \\ \bullet \phi = \phi_0 + \dot{\phi}_0 t + \frac{1}{2} \ddot{\phi} t^2 \end{cases} \quad (4.22)$$

The translational mass matrix, rotational inertia matrix, gyroscopic matrix, stiffness matrix (Lalanne and Ferraris) and node displacement vector of one shaft element are respectively:

$$[M_t^e] = \frac{\rho S L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$[J_r^e] = \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$[G^e] = \frac{\rho I \dot{\phi}}{15L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$[K^e] = \frac{EI}{(1+\kappa)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+\kappa)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-\kappa)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+\kappa)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-\kappa)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-\kappa)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+\kappa)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-\kappa)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+\kappa)L^2 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\text{and } \{\delta^e\}_{8 \times 1} = [u_1 \quad w_1 \quad \theta_1 \quad \psi_1 \quad u_2 \quad w_2 \quad \theta_2 \quad \psi_2]^t \quad (4.27)$$

where:

- κ : the transverse shear effect parameter $\left(\kappa = \frac{12EI}{k_0 SGL^2}, k_0 \approx 1 \right)$

- E : young's modulus (N/m²)
- G: shear modulus (N/m²)
- I: area moment of inertia (m⁴)
- S: cross-section area (m²)
- L: element length (m)

By inserting the bearing stiffness into the stiffness matrix, the journal bearing is first modeled as a linear stiffness case and the equations of motion without damping can be written as:

$$[[M_t] + [J_r]]\{\ddot{\delta}\} + [[K] + [K_{HJB}]]\{\delta\} = 0 \quad (4.28)$$

where $[K_{HJB}]$ is the hydrostatic journal bearing stiffness.

The normal mode approach has been applied in order to uncouple the equations:

$$\{\delta\} = [\Phi]\{q\} \quad (4.29)$$

with $[\Phi]$ the modal matrix and $\{q\}$ the modal participation coefficients.

The system has $4n$ degrees of freedom (n is the number of nodes). The Rayleigh Ritz method has been applied in order to reduce the number of degrees of freedom to eight. Lacroix (1988) has shown that eight modes and even six are sufficient to obtain an acceptable precision.

Consequently, the first eight modes have been computed.

The modal equations become:

$$[m]\{\ddot{q}\} + [g]\{\dot{q}\} + [k']\{q\} = \{f\} \quad (4.30)$$

with the modal matrices:

$$[m] = [\Phi]^t [[M_r] + [J_r] \mathbf{I} [\Phi]] \quad (4.31)$$

$$[g] = [\Phi]^t [G] [\Phi] \quad (4.32)$$

$$[k'] = [\Phi]^t [[K] + [K_{HJB}] \mathbf{I} [\Phi]] \quad (4.33)$$

$$\{f\} = [\Phi]^t \{F\} \quad (4.34)$$

For a non-linear calculation, the hydrostatic journal bearing stiffness $[K_{HJB}]$ must be removed from the modal stiffness matrix $[k']$ and introduced as a non-linear force. Then

$$[m]\{\ddot{q}\} + [g]\{\dot{q}\} + [k]\{q\} = \{f\} + \{F_{mnl}\} \quad (4.35)$$

with

$$[k] = [\Phi]^t [K] [\Phi] = [k'] - [\Phi]^t [K_{HJB}] \mathbf{I} [\Phi] \quad (4.36)$$

- $\{F_{mnl}\}$ is the modal non-linear force obtained, at each step of time, computed from the non-linear forces (W_x ; W_y).
- The value of $[K_{HJB}]$ is determined numerically using small perturbations of the shaft at its equilibrium position for computing the modal basis.
- No material damping is considered.

4.2.3.3 Non-Linear Method

The non-linear dynamic behavior of the flexible rotor is simulated step by step on a modal basis. At each step the Reynolds equation is solved to evaluate the film forces, and then the equations of motion are integrated using the Newmark method with a step variable to obtain speeds and the position for the next step. Computation of the pressure distribution was done through resolution of the Reynolds equations (equations 4.4 and 4.5) by applying the centered finite difference method. The linear systems of the equation were solved using Gauss-Seidel methods including an over relaxation factor. Computation of the film thickness and recess pressure was done by applying iterative secant methods after bounding the roots.

The values of hydrostatic journal bearing stiffness $[K_{HJB}]$ and damping $[C_{HJB}]$ ($K_{HJB} = 3.026 \times 10^7$ N/m; $C_{HJB} = 132740.2$ N.s/m) were determined numerically using small perturbations of the shaft at its equilibrium position. The flow chart is shown in Figure 4.6.

4.2.4 Numerical Results

The shaft under investigation is a rotating flexible shaft supported at one end by two rolling bearings and at the other end by an NER Journal Hydrostatic Bearing (Figure 4.2). The model of the shaft is presented in Figure 4.7.

The dynamic behavior of the shaft is computed using the finite element method. The shaft is divided into 11 beam elements and 12 nodes. Every node has four degrees of freedom including two translation and two rotation. It should be noted that this example was extracted from the work conducted by Bonneau (1989) in order to facilitate comparison of the results. The shaft characteristics are summarized in Table 4.1.

Diameters	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6	ϕ_7
(m)	0.040	0.050	0.060	0.064	0.060	0.04	0.032
Lengths	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7
(m)	0.018	0.038	0.0460	0.0340	0.750	0.0520	0.0580

Table 4.1 Shaft geometric (from Bonneau, 1989)

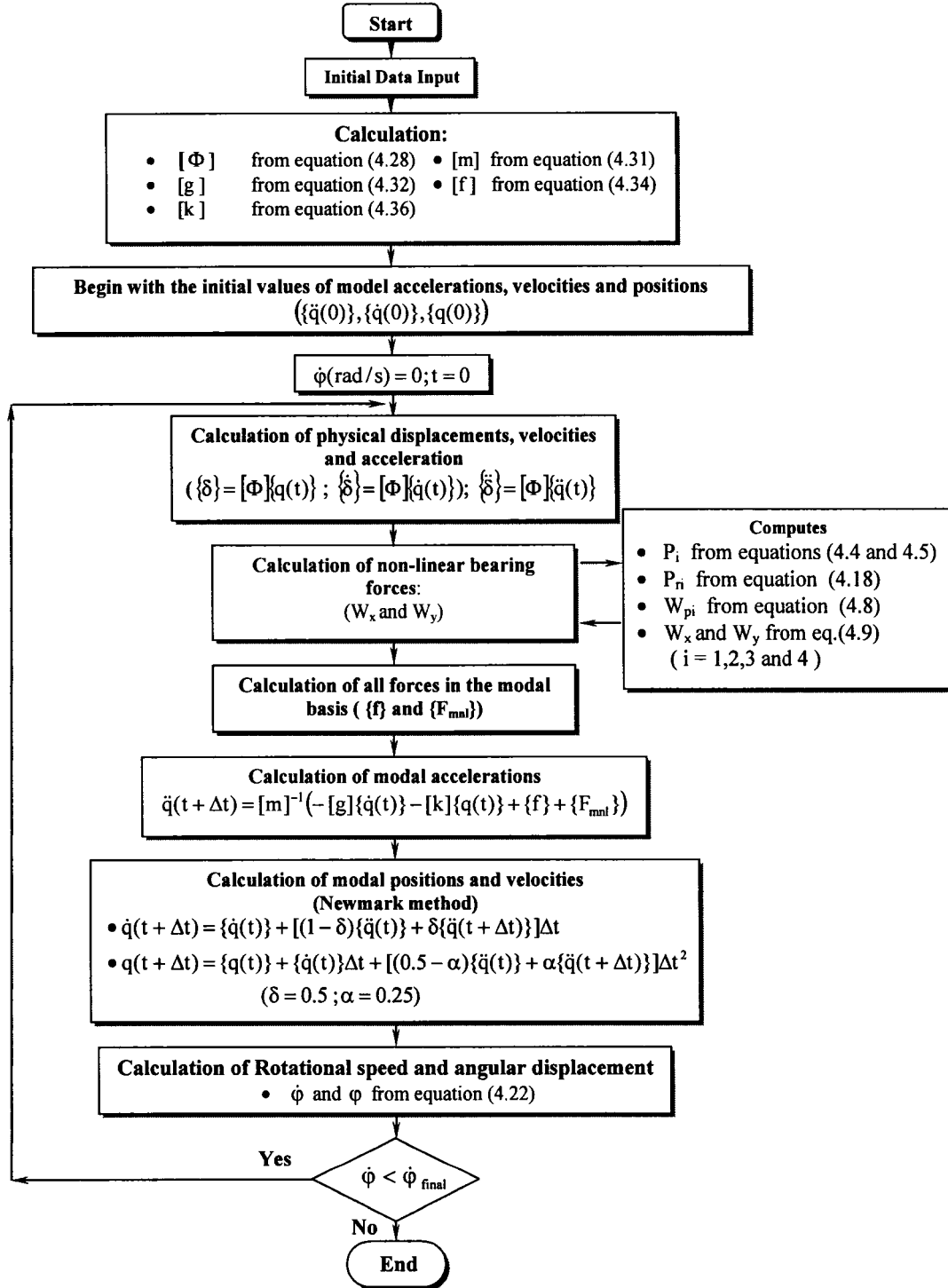


Figure 4.6 Flow chart for the non-linear process

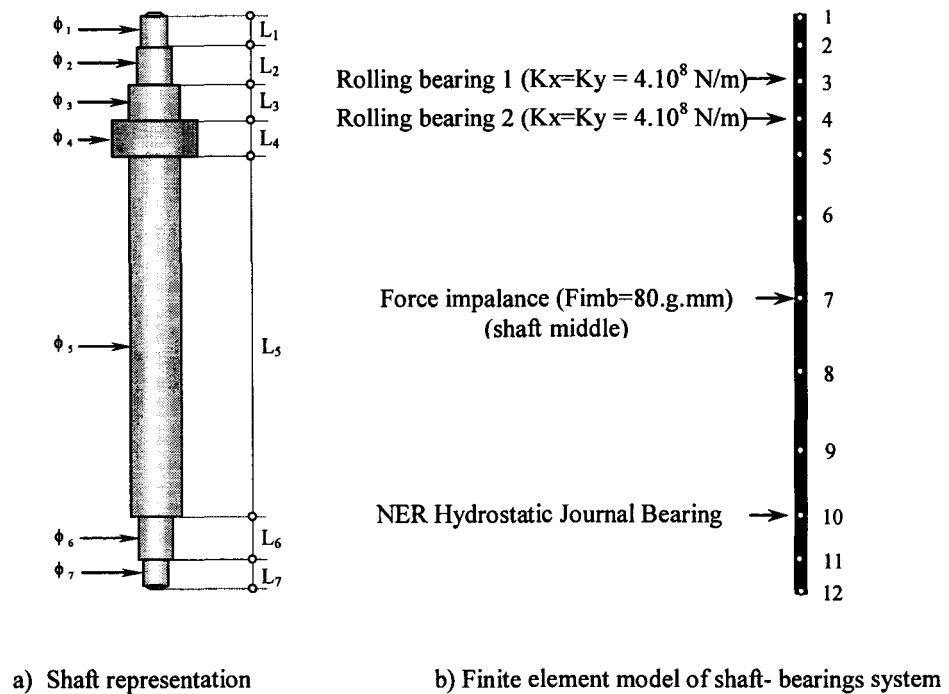


Figure 4.7 Schematic diagram of the model of shaft-bearings system

The bearing characteristics are the following: bearing pad length A is 0.09 m (diameter 0.09 m); bearing pad width B is 0.015 (bearing length 0.015); dimension ratio $a/A=b/B$ is 0.5; pressure ratio $\beta_0 = 0.48$ (film thickness h_0 is 0.07 mm). The capillary diameter d_c is 1.2 mm; l_c the capillary length is 58 mm; the pressure supply is 25 Bar.

The rotor system is subjected to an imbalance value $\|F_{imb}\| = 80 \cdot 10^{-6}$ kg.m located at the middle of the shaft (node 7). Observations were made with a linear variation of rotation speed between 5000 and 60 000 rpm over a 20 second interval.

The effect of variation in electric fields and rotor speeds on the transient response computed at the middle of the shaft and in the Journal Hydrostatic Bearing were investigated. The effect of variation of these parameters on the force transmitted was also studied.

4.2.4.1 Modal analysis

Figure 4.8 uses a Campbell diagram to present the evolution of the first two natural frequencies with the operating speed in the forward and backward directions (Swanson et al, 2005). This diagram enables the identification of the two critical speeds (close to 17 and 47 krpm). At rest, the two first natural frequencies have been computed to 13.9 and 28.1 kpm. It is to be noted that these natural frequencies were determined with a zero rotational speed/critical speed ratio (without gyroscopic effect). The first two normalized forward and backward mode shapes have been computed at the rotating frequencies of 13.9 kpm and 28.1 kpm. Figure 4.9a shows the backward and forward mode shapes at the rotating frequency of 13.9 krpm while Figure 4.9b shows the backward and forward mode shapes at the rotating frequency of 28.1 krpm. . It can be seen that the first two modes are characterized as flexible rotor modes.

4.2.4.2 Transient response

All the amplitudes of transient responses given in this paper are non-dimensional (amplitude/film thickness). Figure 4.10, 4.11 and 4.12 present the time transient response of the shaft at its midpoint, at the hydrostatic journal bearing and the force transmitted to the hydrostatic journal bearing respectively versus speed and time, for $E = 0$ kV/mm ($\mu = 0.3$ Pa.s).

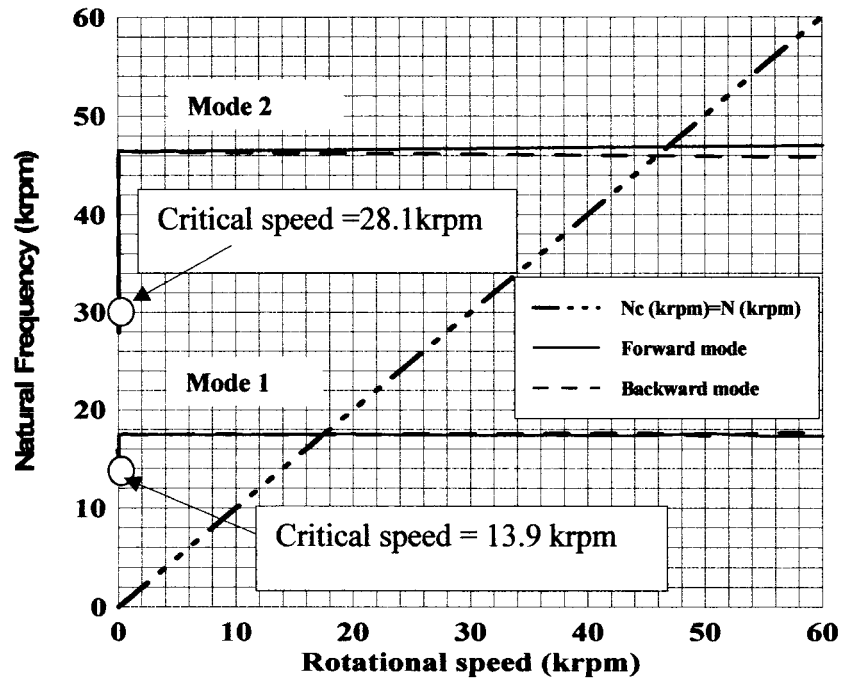
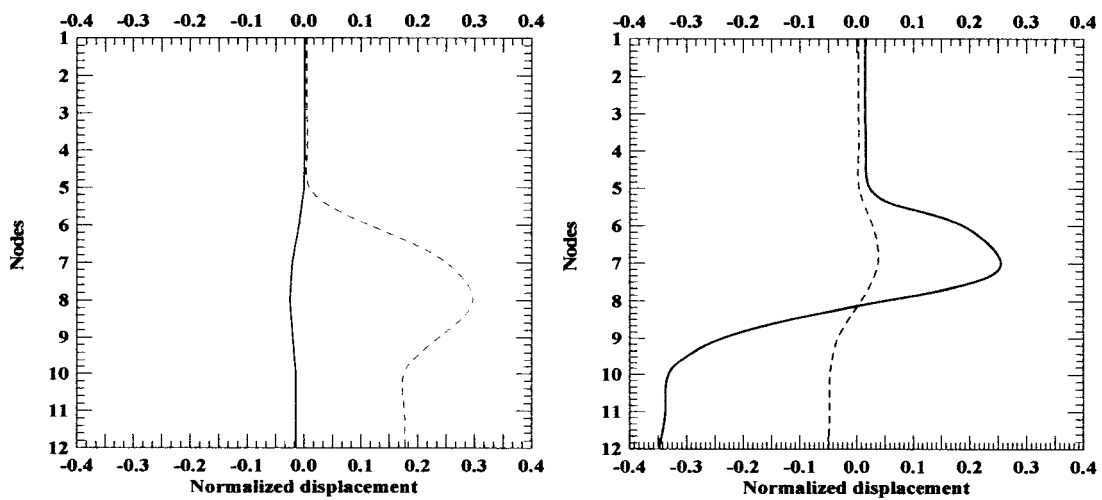


Figure 4.8 Campbell diagram

— Forward mode shape
 --- Backward mode shape

(Rotational speed/Critical speed ratio = 0)



a) Mode $N^0=1$: Critical speed = 13.9 krpm b) Mode $N^0=2$: Critical speed = 28.1 krpm

Figure 4.9 The first two backward and forward mode shapes

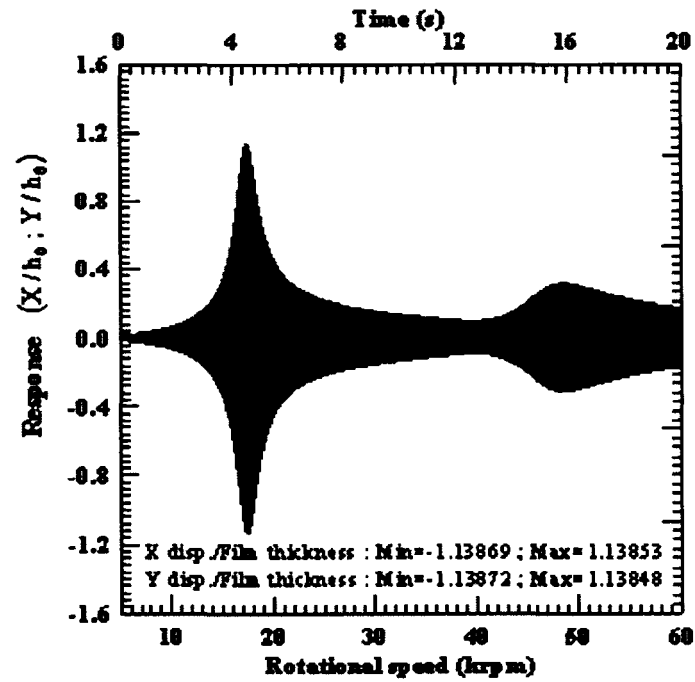


Figure 4.10 Transient response of the middle of the shaft vs. speed and time
($E=0$ kV/mm)

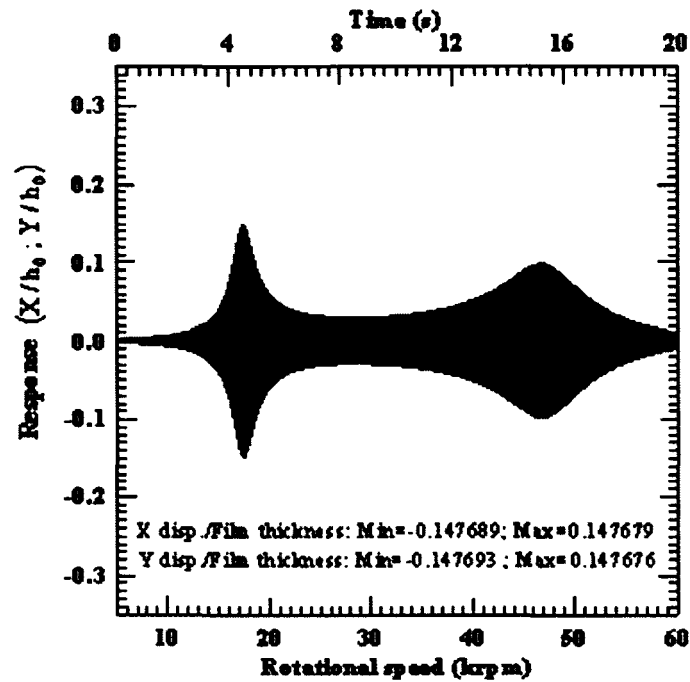


Figure 4.11 Transient response of the shaft in the HJB vs. speed and time ($E=0$ kV/mm).

When the electric field is applied, damping in the bearing decreases due to the decrease of the fluid viscosity. This leads to more displacement in the HJB and more dissipated energy. Consequently, Figure 4.13 shows that increasing the electric field results in increased vibration across the entire frequency range.

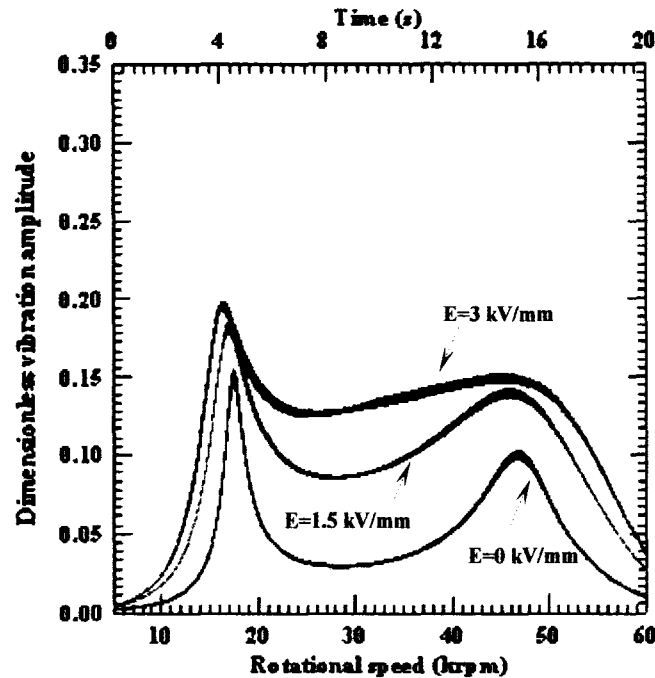


Figure 4.13 Response of the shaft in the HJB vs. speed and time

Figure 4.14 reveals an inverse effect. When the electric field is applied, this causes a low viscosity in the bearing. Vibration increases in the HJB (Figure 4.13) and consequently the vibration in the middle of the shaft decreases when the operating speed is close to the critical speeds. These results are similar to those of Pecheux, et al (1997) and Bonneau (1997). One can conclude that the electric field must be large when operating close to critical speeds in order to control the vibration of the shaft. On the other hand, Figure 4.14 shows that when the speed is not close to the critical speeds the response due to rotation unbalance increases with electric field. When operating at speeds that are not close to the critical speeds it is preferable not to apply the electric field; in this way vibration is reduced.

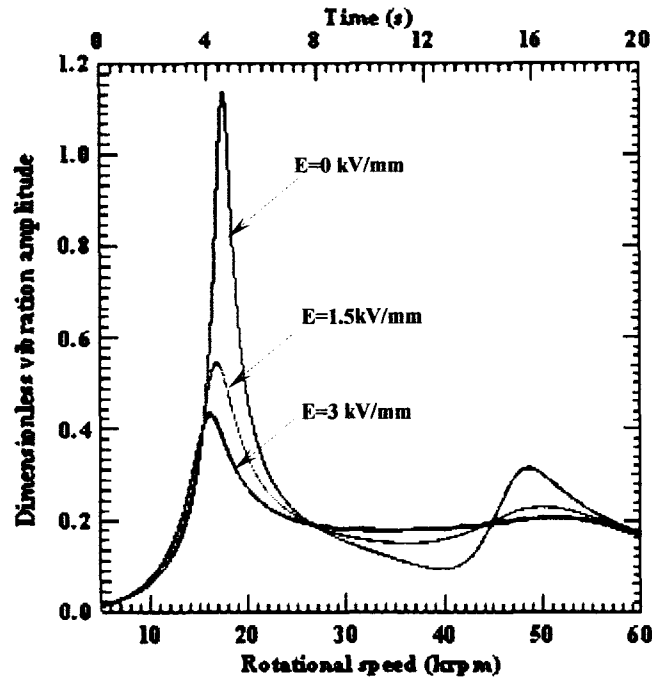


Figure 4.14 Response of the middle of the shaft vs. speed and time

Figure 4.15 shows the effect of the electric field on the force transmitted to the HJB base. The results reveal that close to the critical speeds, the force transmitted due to a rotation unbalance is reduced when an electric field is applied. It is therefore highly recommended that the fluid viscosity be decreased by applying an electric field at critical speeds. Note that the amplitude of the force transmitted at the second critical speed is larger than at the first critical speed. This phenomenon, explained by Swanson et al (2005), is due to the mode shape at this frequency (Figure 4.9-b). When the operating speed is not close to the critical speeds, there is no significant effect of the electric field on the force transmitted to the HJB and it is better to not apply the electric field.

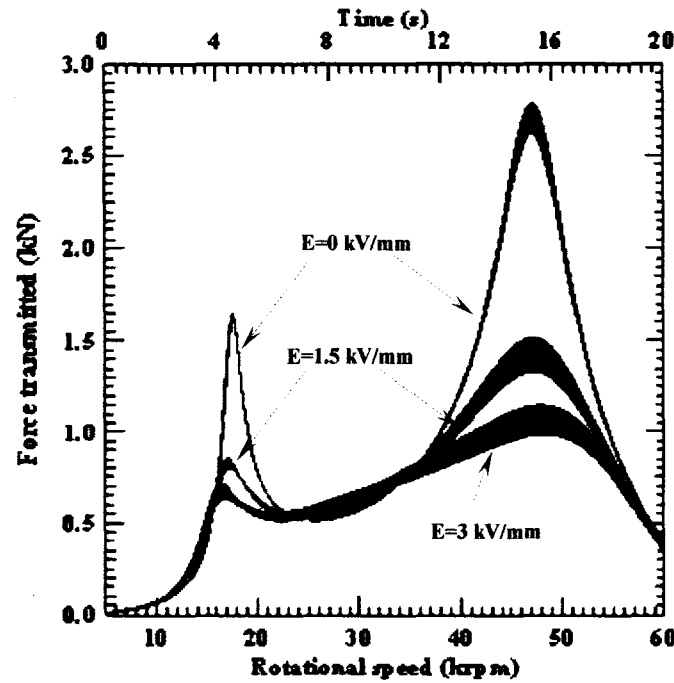


Figure 4.15 Force transmitted to the HJB vs. speed and time

4.2.4.4 Control method for an NER hydrostatic journal bearing

A semi-active control system based on use of an NER hydrostatic journal bearing can be developed to control flexible shaft vibration, reduce excessively high amplitudes of forced vibration and reduce the force transmitted to the bearing base.

This control system functions by applying an electric field according to the operating speed of the shaft in relation to its critical speeds. A trapezoidal variation of the electric field up to 3kV/mm is proposed (Figure 4.16-a). When the electric field is applied (3kV/mm), the NER fluid viscosity decreases from 0.3 Pa.s to 0.0609 Pa.s, the amplitude of shaft movement in the HJB increases and consequently the amplitude of the rotor at its mid point decreases. The force transmitted to the base of the journal hydrostatic bearing also decreases. Figure 4.16-b shows the variation of viscosity according to rotational speed and time as the electric field is

applied. This viscosity variation has been determined by interpolation of the experimental results presented in Figure 4.1.

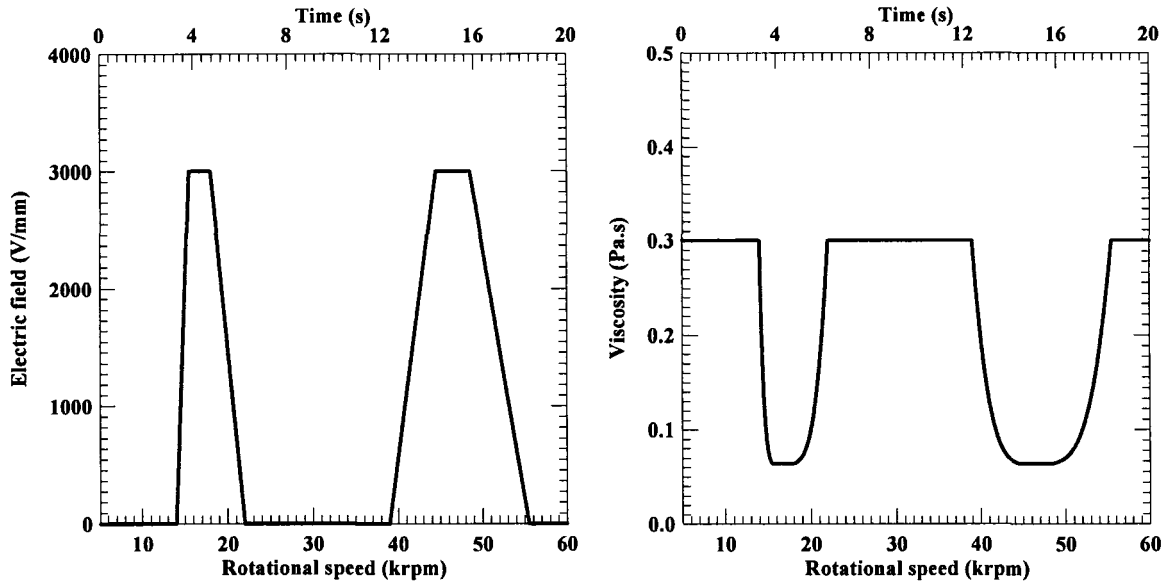


Figure 4.16 Electric field and fluid viscosity variation vs. speed and time

Figure 4.17, 4.18 and 4.19 demonstrate the use of the control system and the corresponding vibratory response. One can observe the effect of variations in the applied electric field on vibratory response versus speed and time at the middle of the shaft, the end of the shaft in the HJB and the force transmitted to HJB.

It can be seen from these results that the application of an electric field to control the viscosity of a NER hydrostatic journal bearing is an effective way to reduce the vibration of a flexible shaft and the force transmitted to HJB when operating close to critical speeds. As speeds get further away from these critical frequencies, the same approach reduces vibration of the shaft inside the HJB.

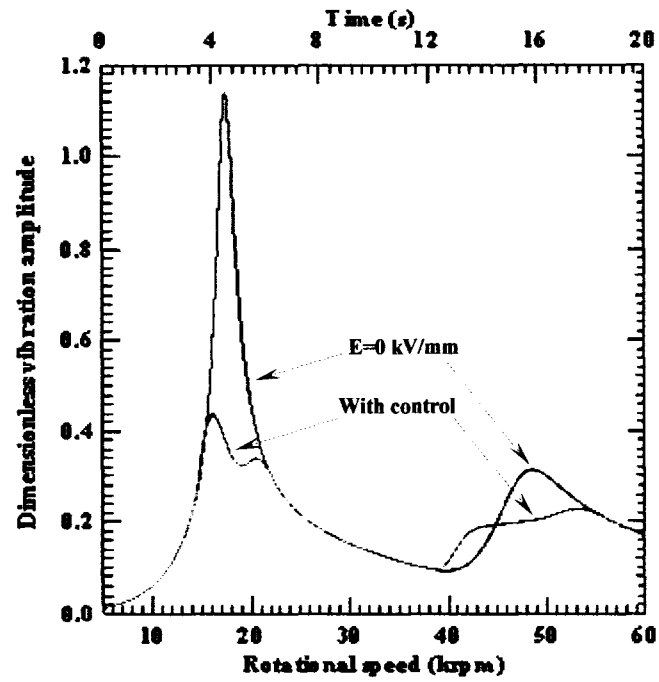


Figure 4.17 Control of vibration at the middle of the shaft vs. speed and time.

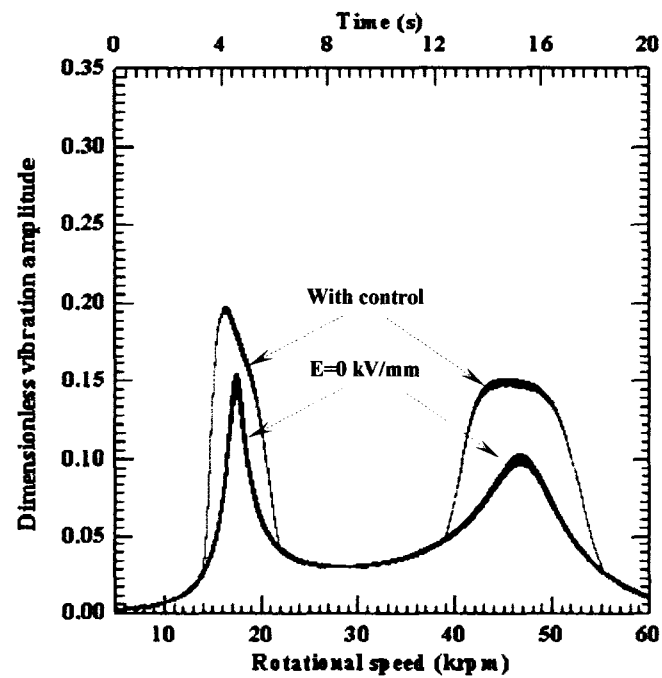


Figure 4.18 Control of vibration of the shaft inside the HJB vs. speed and time

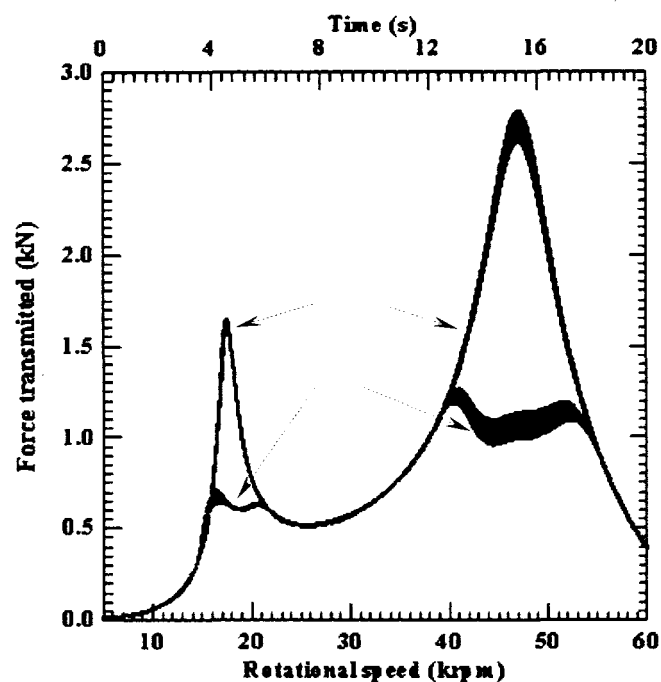


Figure 4.19 Control of the force transmitted to the HJB vs. speed and time

4.3 Conclusion

Non-linear modeling of a hydrostatic journal bearing has been presented and applied in a control system to limit the vibration amplitude and to reduce the transmitted force of a partly supported flexible shaft.

To reduce the vibration of a flexible shaft and the force transmitted to the base, the results have revealed that the vibration inside the journal bearing must be kept large in order to dissipate energy when operating close to critical speeds.

This can be achieved by using a negative electro-rheological fluid (NERF) inside the hydrostatic journal bearing (NERHJB). The basis of the control system is that the viscosity of a negative electro-rheological fluid decreases when an electric field is applied.

The logic of the new control system involves increasing the electric field to reduce fluid viscosity inside the HJB when crossing the critical speeds. When the speed is different from the critical speeds, the electric field is kept null.

The results of experiments done during this study demonstrate that the viscosity of the fluid inside the HJB can be controlled using an electric field and that this approach can effectively reduce flexible shaft vibration and force transmitted to the base.

4.3 References

- Baaklini, G., A. L. Gyekenyesi, K. D. Smith, J. T. Sawicki, and L. Brasche. , 2002, "Tools for Engine Diagnostics under the NASA Aviation Safety Program," *Materials Evaluation, Journal of the American Society for Nondestructive Testing*, Vol. 60, No. 7, pp. 878-883.
- Boissy C., Atten P. and Foulc J.-N., 1995, "On a negative electrorheological effect", *Journal of electrostatic*, 35, pp 13 - 20.
- Bonneau O. and Frene J., 1997, "Non-linear behavior of a flexible shaft partly supported by a squeeze film damper", *Wear*, vol.206, pp.244-250.
- Bonneau O., 1989, "Comportement statique et dynamique de ligne d'arbre montée sur paliers fluides : influence des caractéristiques des paliers", Thèse de doctorat de l'université de Poitiers, France.
- Bouzidane A. and Thomas M., 2007, Equivalent Stiffness and damping investigation of a hydrostatic journal bearing, *Tribology transactions*, 50 (2) : 257-267.
- Bouzidane A. and Thomas M., 2007, "An electrorheological hydrostatic journal bearing for controlling rotor vibration", in press as *Computer structures*, doi:10.1016/j.compstruc.2007.02.006, 10 pages.
- Chen W.J. and Gunter E. J., 2005, "Introduction Dynamics of Rotor-Bearing Systems", Trafford Publishing, Printed in Victoria, BC, Canada, 469 pages.
- Guozhi, Y, Fah Y.F.,Guang C, Guang M.,Tong F and Yang Q., 2000, "Electro-Rheological Multi-layer Squeeze Film Damper and Its Application to Vibration Control of Rotor", *ASME, Transactions, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 122, pp. 7-11.
- Jung, S. Y.; Choi S.-B., 1995, "Analysis of a short squeeze-film damper operating with electrorheological fluids", *Tribology transactions*, vol. 38, n°4, pp. 857-862.
- Lacroix, J.,1988, "Comportement dynamique d'un rotor au passage des vitesses critiques", thèse de doctorat de l'INSA de Lyon France.
- Lalanne, M. et Ferraris, G., 1996," Dynamique des rotors en flexion", *Techniques de l'ingénieur, traité Génie mécanique*, pages B5-110-1, B5110-39.
- Lee, N.S., D.H. Choi, K.Y. Seok, Y.B. Lee, and C.H. Kim, 2000, "Vibration Control of a

- Flexible Rotor with a Slotted-Ring Sealed Electro-Rheological Squeeze Film Damper”, in proceedings of IMECH 7th International Conference, pp. 499-508.
- Morishita, S. and J. Mitsui, 1992, “Controllable Squeeze Film Damper (An Application of Electro-Rheological Fluid)”, ASME, Transactions, Journal of Vibration and Acoustics, 114, no. 3, pp. 354-357.
- Nikolajsen, J.L. and Hoque, M.S., 1990, “An Electroviscous damper for rotor applications”, Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, vol. 112, pp. 440-443.
- Pechoux B., Bonneau O. and Frêne J., 1997, “Investigation about Electro-Rheological Squeeze Film Damper Applied to Active Control of Rotor Dynamic”, International Journal of Rotating Machinery, Gordon and Breach Science Publishers, vol. 3, No.1, pp. 53-60.
- Seungchul Lima, Sang-Min Parka, Kab-Il Kimb, 2005, “AI vibration control of high-speed rotor systems using electrorheological fluid” Journal of Sound and Vibration 284, 685–703.
- Sun Y, Thomas M. and Masounave J., 2006, Damping of rotor torsional vibrations with electrorheological fluids, in Proceedings of the 24th Seminar on machinery vibration, Canadian Machinery Vibration Association, ISBN 2-921145-61-8, éditeur M. Thomas, ÉTS Montréal, pp. 344-369.
- Swanson E, Powell C.D. and Weissman S., May 2005, A practical review of rotating machinery critical speeds and modes, Sound and Vibration, pp 10-17.
- Tichy J A , 1993, “Behavior of a squeeze film damper with an electrorheological fluid”, STLE Tribology Transactions, 36, pp. 127–133.
- Zahloul, H. Bouzidane, A. and Bonneau, O., 2004, “Static Characteristics of a Rectangular Four-Pad Hydrostatic Thrust Bearing”, in Proceedings of International Mechanical Engineering Conference, December 5-8, Kuwait, pp. 460-471.

CHAPITRE 5

COMPARAISON DES RESULTATS

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à présenter les comparaisons des résultats numériques avec ceux obtenus analytiquement d'un palier hydrostatique à quatre patins hydrostatiques. Les caractéristiques dynamiques du palier hydrostatique de la présente étude sont aussi comparées à ceux d'un palier hybride. Dans une première étape, nous avons étudié l'effet de l'épaisseur du film et le coefficient de raideur équivalente du palier hydrostatique alimenté par quatre résistances hydrauliques, au point de fonctionnement (palier non chargé) par deux méthodes : une méthode numérique et une méthode analytique. La deuxième étape a été consacrée à présenter une comparaison entre les caractéristiques dynamiques du palier hydrostatique (HJB) de la présente étude et celui du palier hybride hydrostatique (JHB) déduit des travaux de Sawicki et al [49].

5.2 Calcul numérique et analytique

Nous présentons ici, les résultats numériques et analytiques qui représentent l'effet du rapport de pression sur l'épaisseur de film et la raideur équivalente d'un palier hydrostatique à quatre patins hydrostatiques alimentés par quatre résistances hydrauliques au point de fonctionnement. Deux types de résistance hydrauliques sont choisis : capillaire et orifice en paroi mince.

Les résultats numériques sont obtenus en utilisant la même méthode de calcul que celle présentée dans les chapitres 1 et 2.

Les résultats analytiques sont obtenus à l'aide des relations présentées par Rippel [48].

5.2.1 Calcul de l'épaisseur du film

$$\square \quad \text{Capillaire : } h_0 = \left[\left(\frac{1 - \beta_0}{\beta_0} \right) \left(\frac{k_c}{a_f q_f} \right) \right]^{1/3} \quad (5.1)$$

avec :

- a_f : coefficient de charge ($a_f = f(A/B)$; $a_f = 0.54$ si $A = B$ et $a/A = b/B = 0.5$);
- q_f : coefficient de débit ($q_f = f(A/B)$; $q_f = 1.4$ si $A = B$ et $a/A = b/B = 0.5$);
- $k_c = \frac{\pi d_c^4}{128 l_c}$: coefficient de perte de charge;
- β_0 : rapport de pression au point de fonctionnement.

$$\square \quad \text{Orifice : } h_0 = \left(\frac{2(1 - \beta)}{\beta_0^2} \right)^{1/6} \left(\frac{k_o \mu}{a_f q_f P_s^{1/2}} \right)^{1/3} \quad (5.2)$$

avec :

- $k_o = \frac{C_d \pi d_o^4}{4 \rho^{1/2}}$: coefficient de perte de charge

5.2.2 Calcul de coefficient de raideur équivalente

Le coefficient de raideur équivalente au point de fonctionnement est déterminé par la juxtaposition de coefficient de raideur relative à chaque butée hydrostatique qui constitue le palier hydrostatique. Il est déterminé comme suit :

$$K_{eqx} = K_{eqy} = 2 K_{Pi} \quad (5.3)$$

Le coefficient de raideur relative à chaque butée hydrostatique est déterminé comme suit Rippel [48] :

$$\square \quad \text{Capillaire : } K_{Pi} = \frac{3 W_{Pi}}{h_0} (1 - \beta_0) \quad (5.4)$$

avec :

- $W_{Pi} = a_f S_p \beta_0 P_s$: la charge portante

- S_p : surface de patin (A x B)

$$\square \quad \text{Orifice : } K_{Pi} = \frac{6 W_{Pi}}{h_0} \left(\frac{1 - \beta_0}{2 - \beta_0} \right) \quad (5.5)$$

5.2.3 Résultats Numériques

Les caractéristiques géométriques et les conditions de fonctionnement du palier hydrostatique sont :

- Dimension de chaque patin
 - Longueur : $A=0.057355$ m
 - Largeur : $B=A$
 - $a/A = b/B = 0.5$
- La viscosité dynamique : $\mu=0.097987$ Pa.s
- La masse volumique du lubrifiant: $\rho =879.5$ Kg/m³
- La pression d'alimentation (Pompe) : $P_s = 25.855$ Bar
- Les paramètres géométriques des résistances hydrauliques
 - Type Capillaire : $L_c = 0.058$ m et $d_c= 0.002$ m
 - Orifice : $C_d= 0.6$; $d_0= 0.002234$ m

Les figures (5.1) et (5.2) présentent la comparaison entre les résultats numériques et analytiques qui montrent l'effet du rapport de pression sur l'épaisseur de film du palier hydrostatique alimenté par quatre résistances hydrauliques de type capillaire et orifice. Elles montrent que l'épaisseur du film diminue lorsque la pression croît. Nous devons signaler ici, la très bonne concordance entre les résultats numériques et analytiques.

Les figures (5.3) et (5.4) illustrent les résultats numériques et analytiques de la variation du coefficient de raideur équivalent en fonction du rapport de pression β_0 en position centrée. Les résultats montrent une bonne concordance entre les résultats numériques et analytiques.

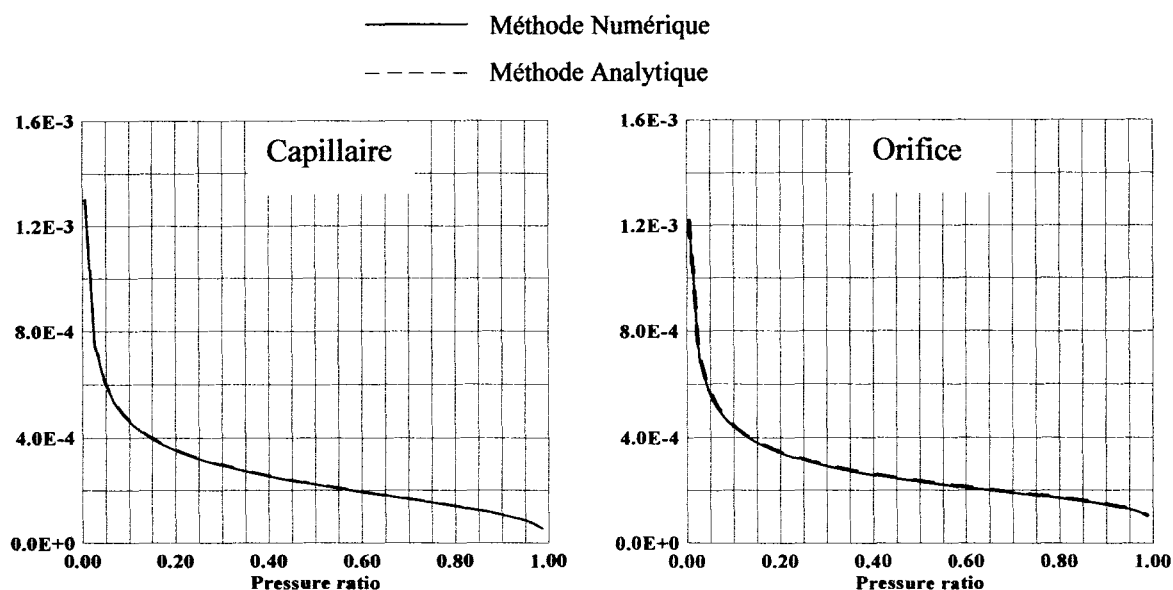


Figure 5.1 Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et les résultats analytiques. Variation de l'épaisseur de film en fonction du rapport de pression, au point de fonctionnement.

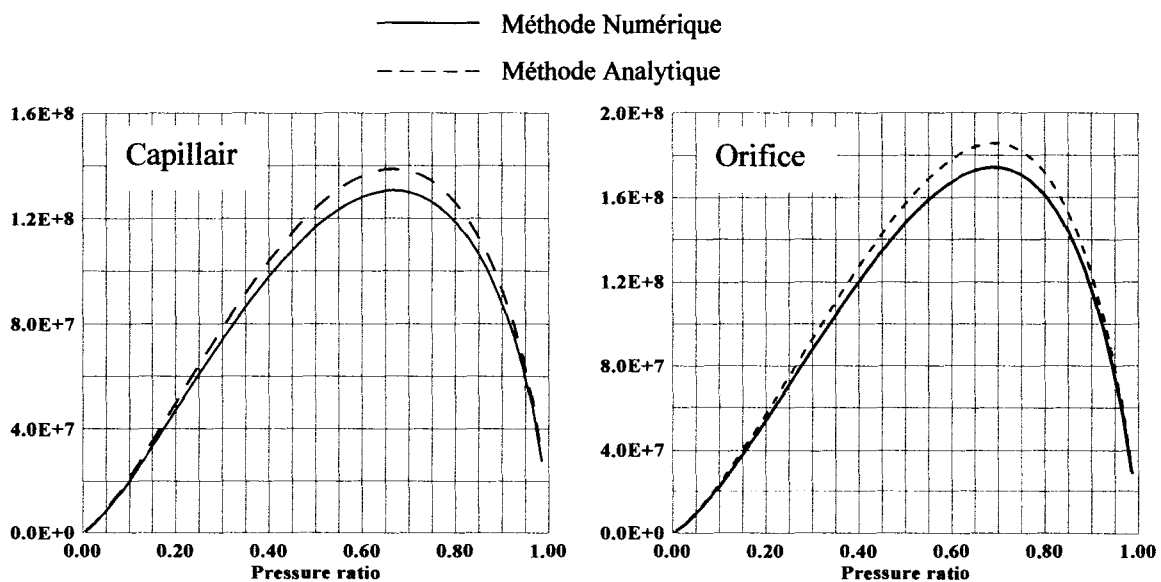


Figure 5.2 Comparaison entre les résultats numériques de la présente étude et les résultats analytiques. Variation du coefficient de raideur équivalente en fonction du rapport de pression, au point de fonctionnement.

5.3 Comparaison entre le Palier hydrostatique et le palier Hybride hydrostatique

Nous présentons ici une comparaison entre les caractéristiques du palier hydrostatique et celui du palier hybride déduit des travaux de Sawicki et al. [49]. Deux analyses sont présentées :

- la première analyse représente le cas du palier non chargé qui est définie par : $\lambda = 1 ; \beta_0 = 0.4$
- la deuxième analyse représente le cas du palier chargé qui est à son tour définie par : $\lambda = 1.25 ; \beta_0 = 0.4$

Les résultats obtenus (Tableau 5.1) montrent que le palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques présente de bonnes caractéristiques dynamiques et une excellente stabilité par rapport au palier hybride, en raison de sa haute rigidité, de son amortissement et des termes nuls de raideurs croisées du film d'huile.

		Static ratio $\lambda = 1$ or $\epsilon_s = 0$ $\beta_0 = 0.4$		Static ratio $\lambda = 1.25$ or $\epsilon_s = 0.25$ $\beta_0 = 0.4$	
		Hydrostatic journal bearing	Hybrid journal bearing [10]	Hydrostatic journal bearing	Hybrid journal bearing [10]
Stiffness (MN/m)	K_{xx}	73	58.5	73.5	58.2
Stiffness (MN/m)	K_{yy}	73	58.5	73.5	58.2
Damping (KN.s/m)	C_{xx}	71.6	79	90.6	82
Damping (KN.s/m)	C_{yy}	71.6	79	90.6	82
Cross – stiffness (MN/m)	K_{xy}	0	8	0	2.5
	K_{yx}	0	-8	0	-6
Cross- damping (KN.s/m)	C_{xy}	0	0	0	1
	C_{yx}	0	0	0	1

Table 5.4 Comparaison entre le Palier hydrostatique et le palier Hybride hydrostatique

5.4 Conclusion

L'objet principal du présent chapitre était de comparer les résultats numériques et analytiques d'un palier hydrostatique ainsi que les caractéristiques dynamiques du palier hydrostatique et ceux du palier hybride. De manière générale, nous avons noté que les résultats obtenus par la méthode numérique sont en bonne concordance avec ceux obtenus par la méthode analytique. Notons que le palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques présente de bonnes caractéristiques dynamiques et une excellente stabilité par rapport du palier hybride.

CONCLUSION

L'objet principal de notre travail était de concevoir un nouveau palier hydrostatique intelligent alimenté par un fluide électrorhéologique, pour contrôler les vibrations de rotor et de réduire les forces transmises aux bâtis. L'écoulement est considéré incompressible et le régime est laminaire, isotherme et permanent. Afin de contrôler l'amortissement de palier, une stratégie de contrôle se basant sur le contrôle direct de la viscosité par une mesure permanente des déplacements du rotor pour contrôler les vibrations des rotors et les forces transmises a été envisagée.

L'idée originale de notre étude est donc de monter un roulement à billes dans un palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques alimenté par un fluide électrorhéologique à effet négatif. La rotation de l'arbre est supportée par le roulement, alors que le palier hydrostatique joue le rôle d'un amortisseur visqueux adaptatif (la viscosité varie en fonction de vitesse de rotation de l'arbre). Le mouvement de la bague dans le palier se réduit à une translation, il n'y a pas de rotation entre la bague extérieur du roulement et son logement. Le fluide électrorhéologique joue un rôle d'un amortisseur adaptatif en certains endroits de ligne d'arbre, afin de faciliter et contrôler les vibrations lors des passages des vitesses critiques incriminées.

Dans l'analyse dynamique d'une ligne d'arbre supportée par un palier hydrostatique, le comportement du palier est gouverné par les forces hydrostatiques engendrées par le film lubrifiant et qui s'opposent au mouvement de l'arbre. Dans le cas général, celles-ci sont obtenues par intégration du champ de pression calculé à partir de l'équation de Reynolds écrite en régime dynamique. Ces forces étant des fonctions non linéaires de la position et de la vitesse du centre de l'arbre. L'analyse exacte d'un système rotor - palier est donc très complexe puisqu'elle nécessite la résolution simultanée des équations relatives au mouvement du rotor et de l'équation relative au comportement hydrostatique de chaque patin hydrostatique.

L'étude de comportement dynamique d'une ligne d'arbre montée dans des paliers hydrostatiques intelligent alimentés par un fluide électrorhéologique nécessite une bonne connaissance du rôle de ces paliers. Une modélisation linéaire permet de déterminer les coefficients de raideur et d'amortissement du palier, qui nous permettent par exemple à déterminer la réponse vibratoire, les vitesses critiques et, les forces transmissibles aux bâtis, d'une ligne d'arbre soumis à des excitations de type balourd. Cependant, il est souvent nécessaire de modéliser plus finement le comportement des paliers. En effet, sous l'effet de fortes charges dynamiques ou si le palier fonctionne hors de sa zone de stabilité, l'analyse linéaire s'avère très insuffisante. Une analyse non linéaire est alors effectuée. Cette analyse non linéaire est une étude numérique pas à pas de l'évolution des différents paramètres au cours du temps.

Nous avons axé nos travaux autour de quatre articles de revue qui ont été présentés intégralement dans les chapitres 1, 2, 3 et 4.

□ Dans le premier article, nous avons développé un modèle théorique basé sur l'analyse linéaire afin d'étudier l'influence de l'épaisseur du film lubrifiant, du rapport de pression, et de configuration géométrique des patins sur les caractéristiques statiques (la charge statique et le débit volumique) et les caractéristiques dynamiques (raideurs et amortissement) d'un palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques alimentées par une pression extérieure à travers des résistances hydrauliques de type orifice, au point de fonctionnement (palier non chargé), et lorsque l'on s'éloigne du point de fonctionnement (palier chargé).

Les résultats obtenus montrent que:

- a) Le palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques présente de bonnes caractéristiques dynamiques et une excellente stabilité en raison de sa haute rigidité, d'amortissement et des zéro termes de raideurs croisées du film d'huile.
- b) L'épaisseur de film lubrifiant h_0 diminue lorsque la valeur du rapport de dimension A/B s'éloigne de la valeur de 1 et, lorsque le rapport de pression croît.

- c) Au point de fonctionnement ($\lambda=1$, $\beta_i = \beta_0$ $i=1,4$), les coefficients de raideur équivalents optimaux sont obtenues pour une valeur du rapport de pression voisine de 0.69. Les coefficients de raideur équivalents croient avec la valeur du rapport de dimension A/B . Lorsque l'on s'éloigne du point de fonctionnement, les coefficients de raideur équivalents est inversement proportionnel au rapport de l'épaisseur de film $\lambda = h_1/h_0$.
- d) Les coefficients d'amortissement équivalents croient avec le rapport de pression, le rapport de l'épaisseur de film λ et rapport de dimension A/B .
- e) Le débit volumique diminue lorsque le rapport de pression croit.
- f) La charge portante croit avec le rapport de l'épaisseur de film et, diminue lorsque la valeur du rapport de dimension A/B s'éloigne de la valeur de 1.

□ Dans le deuxième article, un nouveau palier hydrostatique intelligent alimenté par un fluide électrorhéologique (ER-HJB), par une pression extérieure à travers des résistances hydrauliques de type capillaire, basé sur le contrôle de l'amortissement pour contrôler les vibrations des rotors rigides et les forces transmissibles est présenté.

Les résultats de simulation numérique obtenus montrent que:

- a) au point de fonctionnement (palier non chargé), les coefficients de raideur équivalents ne sont pas influencés par l'application du champ électrique (variation de la viscosité), puisque, ceux-ci sont indépendants de la variation de viscosité. Lorsque le rapport de l'excentricité statique croit, c'est-à-dire, lorsqu'on s'éloigne de point de fonctionnement (palier chargé), le rapport de l'épaisseur de film croit, et par conséquent, les coefficients de raideur équivalents diminuent;
- b) lorsque le rapport de pression et le rapport de l'excentricité statique croient, le rapport de l'épaisseur de film croit, et par conséquent, les coefficients d'amortissement équivalents croient. Cependant, l'amortissement équivalent diminue avec l'application de champ électrique, en raison de la diminution de la viscosité lors de l'application de champ électrique (fluide électrorhéologique négative);
- c) afin de réduire l'amplitude de vibration d'un rotor soumis à une excitation de type de

balourd, il est suffisant d'utiliser un fluide avec une viscosité élevée afin d'obtenir un amortissement élevé. Dans ce cas-ci, l'utilisation de fluide électrorhéologique négatif NER n'est pas nécessaire. Cependant, le fluide NER peut être activé lorsque la vitesse de rotation fonctionne plus vite que la vitesse critique;

- d) D'autre part, l'utilisation de fluide NER est très efficace, lorsque les forces transmises aux bâtis doivent être réduites (domaine aéronautique). Lorsque la vitesse de rotation fonctionne autour de la vitesse critique, on n'applique pas le champ électrique afin d'obtenir un amortissement élevé. Lorsque la vitesse de rotation fonctionne plus vite que 1.4 fois la vitesse critique, le champ électrique doit être appliqué afin de réduire l'amortissement.

□ Dans le troisième article, consacré à étudier le comportement dynamique non linéaire d'un rotor soumis à une force d'excitation de type balourd supporté par un palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques alimentées en fluide par une pression extérieure à travers des résistances hydrauliques de type capillaire, on s'est attaché à la mise en œuvre d'un logiciel permettant le calcul d'ensembles rotors – palier hydrostatique en comportement non linéaire.

Les résultats de simulation numérique obtenus montrent que:

a) Influence Pression d'alimentation

La vitesse critique croît avec la pression d'alimentation P_s . Ceci est dû à l'augmentation de la raideur de fluide qui a pour effet de conduire l'amplitude de la réponse au balourd et l'amplitude de la force transmise au bâtis plus importants.

b) Influence de la viscosité

À la résonance, une baisse de la viscosité (augmentation de température) conduit à des

amplitudes de la réponse au balourd et des forces transmises au bâti plus importants. La baisse de la viscosité a pour effet de diminuer l'amortissement du film ainsi que la vitesse critique. Lorsque la vitesse de rotation est différente de la vitesse critique. Il en résulte qu'il n'y a pas d'effet de la viscosité sur l'amplitude de la réponse au balourd. Cependant, l'amplitude de la force transmise au bâti diminue avec la viscosité.

c) Influence du rapport de pression

A la résonance, la diminution du rapport de pression (augmentation de l'épaisseur de film) conduit à des amplitudes de la réponse au balourd et des forces transmises au bâti plus importantes. La diminution du rapport de pression a pour effet de diminuer les amortissements du film et la vitesse critique. Lorsque la vitesse de rotation est différente de la vitesse critique, il n'y a pas d'effet du rapport de pression sur l'amplitude de la réponse du balourd. Néanmoins, l'amplitude de la force transmise au bâti augmente avec le rapport de pression.

□ Dans le quatrième article, une solution originale consiste à ajouter une nouvelle conception du palier hydrostatique intelligent alimenté par un fluide électrorhéologique, par une pression extérieure à travers des résistances hydrauliques de type capillaire, en certains endroits de ligne d'arbre a été proposée, afin de faciliter et contrôler les vibrations lors des passages des vitesses critiques incriminées.

Afin d'étudier le comportement dynamique non linéaire d'une ligne d'arbre flexible supportée par un nouveau palier hydrostatique intelligent à quatre patins hydrostatiques alimentés par un fluide électrorhéologique, on s'est attaché à la mise en œuvre d'un logiciel permettant le calcul d'ensembles rotors flexible – palier hydrostatique intelligent (ER-HJB) en comportement non linéaire.

Dans cette étude, seul l'arbre se déforme. En effet, le carter est supposé rigide. L'arbre est modélisé par éléments finis avec plusieurs dizaines de degrés de liberté prenant en compte les efforts gyroscopiques.

Les résultats obtenus montrent que l'amortisseur électrorhéologique ER a permis une diminution significative des amplitudes des vibrations au milieu de l'arbre et des forces transmises au bâti lors de passage de vitesse critique. Cependant, les déplacements dans le film d'amortisseur ER-HJB sont augmentés avec l'application de champ électrique. Par l'intermédiaire de la viscosité variable, le film amortisseur joue un rôle de dissipation d'énergie.

La stratégie de contrôle qui a été développée pour contrôler l'amortissement du palier, met en évidence le rôle prépondérant des paliers hydrostatique intelligent sur le comportement de ligne d'arbre flexible.

RECOMMANDATIONS

Les programmes de calcul mis au point présentent un intérêt certain pour le concepteur de palier et de rotor. En effet ces programmes notamment celui de l'arbre flexible peuvent être adaptés a des nombreux types de rotor : rotor monté sur plusieurs paliers, rotor soumis à des charges quelconques.

Les prolongements de cette étude sont importants. Quatre thèmes peuvent être dégagés:

- La prise en compte de modèles plus fins pour le calcul du palier : turbulence, effet d'inertie et de la compressibilité dans les alvéoles.
- La prise en compte de l'environnement de l'ensemble arbre - palier : modélisation du bâti, interaction entre les mouvements de l'arbre et le comportements des autres organes de machines tels que les engrenages, les accouplements,...etc.
- Conception d'un Banc d'essai, afin de valider les résultats numériques obtenus, ainsi que, de reformuler les hypothèses de base réalistes pour les modélisations.
- Conception d'un prototype de contrôle des vibrations de rotors adaptable à des applications industrielles.

ANNEXE I

ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE REYNOLDS EN COORDONNEES CARTESIENNES

1.1 Relations de base

Pour établir l'équation de Reynolds en coordonnées cartésiennes x_1, x_2, x_3 nous utiliserons les relations et lois suivantes :

1.1.1 Équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (i = 1, 3) \quad (A1.1)$$

avec :

ρ : masse volumique du fluide,

$x_i = x_1, x_2, x_3$ coordonnées cartésiennes,

$u_i = u_1, u_2, u_3$: vitesse d'une particule fluide selon les directions x_1, x_2, x_3 .

1.1.2 Équation de la dynamique

L'application de l'équation de la dynamique à un milieu déformable s'écrit :

$$\rho \gamma_i = \rho f_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (i = 1, 3 ; j = 1, 3) \quad (A1.2)$$

avec :

γ_i : accélération d'une particule fluide selon la direction i ,

f_i : force extérieurs,

σ_{ij} : termes du tenseur des contraintes.

1.1.3 Loi de comportement rhéologique pour un fluide visqueux

$$\sigma_{ij} = (-P + \lambda \theta) \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} \quad (i = 1, 3 ; j = 1, 3) \quad (A1.3)$$

avec :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) : \text{tenseur des taux de déformation,}$$

$$\theta_{ij} = \frac{\partial u_j}{\partial x_i} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} : \text{taux de dilatation cubique,}$$

Avec :

P : pression

δ_{ij} : symbole de Kronecker

λ et μ : coefficients de viscosité

1.2 Hypothèse et démonstration

Pour établir l'équation de Reynolds, nous allons faire des hypothèses que nous préciserons à chaque étape.

En décrivant les termes du tenseur des contraintes σ_{ij} par rapport aux coordonnées x_j et en les remplaçant dans l'équation de la dynamique, on obtient les équations de Navier qui s'écrivent :

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = & -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \lambda \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_j} \right) \\ & + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \mu}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (\text{A1.4})$$

La figure A1.1 représente la géométrie et cinématique de contact.

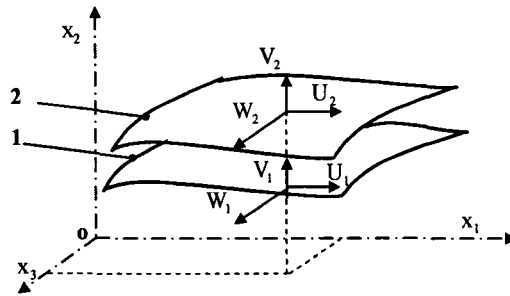


Figure A1.1 Géométrie et cinématique de contact

A partir des équations de Navier, nous allons introduire un facteur d'échelle ϵ caractérisant la faible épaisseur du film par rapport aux autres dimensions de contact (figure A1.1); ce qui forme l'hypothèse de la mécanique des films minces visqueux.

Afin de déterminer l'ordre de grandeur des différents termes de l'équation de Navier (A1.4), on introduit des variables suivantes sans dimensions :

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1}{L}, \bar{x}_2 = \frac{x_2}{L}, \bar{x}_3 = \frac{x_3}{L}$$

$$\bar{u}_1 = \frac{u_1}{V}, \bar{u}_2 = \frac{u_2}{V}, \bar{u}_3 = \frac{u_3}{V}$$

Par commodité de calcul, on pose :

$$\bar{t} = t \frac{V}{L}, \quad \bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0}, \quad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0}, \quad \bar{P} = \frac{h^2}{\mu_0 L V} P$$

$$\mathfrak{R} = \rho \frac{VL}{\mu}, \quad \mathcal{E} = \frac{h}{L} \approx 10^{-3}$$

Dans ces expressions, L et V sont respectivement la dimension et la vitesse selon les axes ox_1 et ox_3 , h et $\frac{Vh}{L}$ celle suivant x_2 , $\frac{L}{V}$, μ_0 et λ_0 définissent l'ordre de grandeur du temps et des coefficients de lamé.

Compte tenu de ces changements de variable, les équations s'écrivent :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}_1} &= \mathcal{E} \left[-\mathfrak{R} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_j} \right) + \mathcal{E} \left(\bar{\mu} + \bar{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}_1} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + \mathcal{E} \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_3^2} \right) \right] \\ &\quad + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2^2} + \mathcal{E}^2 \left[\frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}_1} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} + 2 \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_1} \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_1} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_3} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_3} + \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_1} \right) \right] \\ &\quad + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2} + \mathcal{E}^2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_1} \right), \\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}_2} &= \mathcal{E}^2 \left\{ \mathcal{E} \left[-\mathfrak{R} \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_j} \right) + \mathcal{E} \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_3^2} \right) \right] \right. \\ &\quad + \left(\bar{\mu} + \bar{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}_2} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_2^2} + \frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}_2} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + 2 \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_2} \\ &\quad \left. + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_1} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_2} + \mathcal{E}^2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_1} \right) + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_3} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_2} + \mathcal{E}^2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_3} \right) \right\} \\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}_3} &= \mathcal{E} \left[-\mathfrak{R} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{t}} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_j} \right) + \mathcal{E} \left(\bar{\mu} + \bar{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{x}_3} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} \right) + \mathcal{E} \bar{\mu} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_3^2} \right) \right] \\ &\quad + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_2^2} + \mathcal{E}^2 \left[\frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial \bar{x}_3} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial \bar{x}_j} + 2 \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_3} \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_3} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_1} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_1} + \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial \bar{x}_3} \right) \right] \\ &\quad + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{x}_2} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial \bar{x}_2} + \mathcal{E}^2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial \bar{x}_3} \right), \end{aligned} \right. \quad (A1.5)$$

Sachant que ε est petit et en négligeant les termes d'ordre supérieure en ε^2 et en $\varepsilon^3 \mathcal{R}$, on obtient l'équation:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} = - \varepsilon \mathcal{R} \left[\frac{\partial \bar{x}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right] + \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_2^2} + \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_2} \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial x_2} \quad (i = 1 \text{ et } 3) \\ \left(\begin{array}{c} \text{terme} \\ \text{de pression} \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \text{terme d'inertie} \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \text{terme de viscosité} \end{array} \right) \\ \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_2} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{A1.6})$$

La pression ne varie pas suivant l'épaisseur du film.

Le coefficient $\varepsilon \mathcal{R}$ caractérise l'importance des termes d'inertie devant les termes de viscosité. En général, on négligera l'effet des forces d'inertie devant les forces de viscosité lorsque $\varepsilon \mathcal{R} \ll 1$.

Dans un grand nombre d'applications industrielles, on peut négliger les termes d'inertie devant les termes de viscosité.

Dans ce cas et en revenant aux variables dimensionnées, les équations de Navier réduites s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) \\ \frac{\partial P}{\partial x_2} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial x_3} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\mu \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \end{array} \right. \quad (\text{A1.7})$$

Pour intégrer ces équations, on fait l'hypothèse suivante :

□ La viscosité ne varie pas suivant l'épaisseur du film : $\mu = \mu(x_1, x_3)$

Physiquement la viscosité n'est fonction que de la température et de la pression
 $\mu = \mu(P, T)$

P et T ne sont pas fonction de x_2 mais de x_1 et x_3

Les équations A1.7 se réduisent à :

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x_1} = \mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \\ \frac{\partial P}{\partial x_3} = \mu \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \end{cases} \quad (A1.8)$$

Il en résulte que les termes en u_2 ont disparu et le second coefficient de viscosité λ a été éliminé par la simplification avec le facteur d'échelle ε .

L'intégration du système d'équations (A1.8) compte tenu des conditions aux limites (figure A1.1) :

$$\begin{aligned} \bullet \quad x_2 = h_1(x_1, x_3) & \begin{cases} u_1 = U_1 \\ u_2 = V_1 \\ u_3 = W_1 \end{cases} \\ \bullet \quad x_2 = h_2(x_1, x_3) & \begin{cases} u_1 = U_2 \\ u_2 = V_2 \\ u_3 = W_2 \end{cases} \end{aligned}$$

conduit à :

$$\begin{cases} \bullet \quad u_1 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x_1} (x_2^2 - x_2(h_1 + h_2) + h_1 h_2) + \frac{(U_1 - U_2)}{(h_1 - h_2)} (x_2 - h_1) + U_1 \\ \bullet \quad u_3 = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x_3} (x_2^2 - x_2(h_1 + h_2) + h_1 h_2) + \frac{(W_1 - W_2)}{(h_1 - h_2)} (x_2 - h_1) + W_1 \end{cases} \quad (A1.9)$$

Ecoulement de poiseuille Ecoulement de Couette

La répartition de la vitesse u_2 selon l'épaisseur de film x_2 est obtenue à partir de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \rho u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho u_3}{\partial x_3} = 0 \quad (A1.10)$$

u_2 est inconnue, mais, ses valeurs limites aux parois sont V_1 et V_2 .

En intégrant l'équation de continuité (A1.10) à travers le film, on obtient :

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial \rho u_1}{\partial x_1} dx_2 + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial \rho u_2}{\partial x_2} dx_2 + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial \rho u_3}{\partial x_3} dx_2 + \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial \rho}{\partial t} dx_2 = 0 \quad (A1.11)$$

Physiquement, la masse volumique ρ dépend de la température T et de la pression P qui sont indépendants de x_2 . Par conséquent, ρ est indépendant de x_2 .

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial \rho u_1}{\partial x_1} dx_2 = \frac{\partial}{\partial x_1} \int_{h_1}^{h_2} \rho u_1 dx_2 - \rho u_1(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x_1} + \rho u_1(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x_1} \\ \bullet \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial \rho u_2}{\partial x_2} dx_2 = \rho \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} dx_2 = \rho(V_2 - V_1) \\ \bullet \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial \rho u_3}{\partial x_3} dx_2 = \frac{\partial}{\partial x_3} \int_{h_1}^{h_2} \rho u_3 dx_2 - \rho u_3(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x_3} + \rho u_3(h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x_3} \\ \bullet \int_{h_1}^{h_2} \frac{\partial \rho}{\partial t} dx_2 = \frac{\partial \rho}{\partial t} [x_2]_{h_1}^{h_2} = \frac{\partial \rho}{\partial t} (h_2 - h_1) \end{array} \right. \quad (A1.12)$$

L'équation de continuité (A1.11) devient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\rho (h_2 - h_1)^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\rho (h_2 - h_1)^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x_3} \right) = & 6 \frac{\partial}{\partial x_1} [\rho (U_1 - U_2)(h_2 - h_1)] - 12 \rho U_2 \frac{\partial h_2}{\partial x_1} \\ & + 12 \rho U_1 \frac{\partial h_1}{\partial x_1} + 6 \frac{\partial}{\partial x_3} [\rho (W_1 - W_2)(h_2 - h_1)] - 12 \rho W_2 \frac{\partial h_2}{\partial x_3} + 12 \rho W_1 \frac{\partial h_1}{\partial x_3} \\ & + 12 \rho (V_2 - V_1) + 12 \frac{\partial \rho}{\partial t} (h_2 - h_1) \end{aligned} \quad (A1.13)$$

Si on place l'origine du système d'axe sur l'une des parois du contact (Figure 1.2), on obtient l'équation de Reynolds qui s'écrit comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6 \rho (U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 6 \rho (W_1 - W_2) \frac{\partial h}{\partial z} \\ \quad + 6 h \frac{\partial}{\partial x} \{ \rho (U_1 + U_2) \} + 6 h \frac{\partial}{\partial z} \{ \rho (W_1 + W_2) \} \\ \quad + 12 \rho V_2 + 12 h \frac{\partial \rho}{\partial t} \end{array} \right. \quad (A1.14)$$

On note: $x = x_1$, $y = x_2$ et $z = x_3$

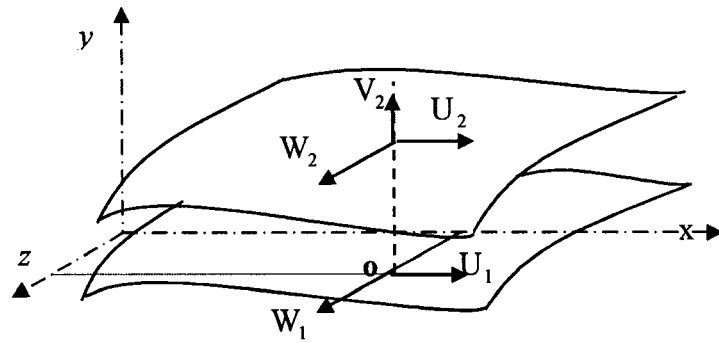


Figure A1.2 - Système d'axe lié à l'une des parois en coordonnées cartésiennes

ANNEXE II

CALCULS DU PALIER HYDROSTATIQUE

2.1 Étude d'un palier à quatre butées hydrostatiques.

Sur la figure A2.1, nous avons schématisé un palier à roulement supporté sur quatre butées hydrostatiques planes identiques où les indices 1, 2, 3 et 4 indiquent respectivement les caractéristiques des butées inférieure, droite, supérieure et gauche.

Les butées hydrostatiques sont alimentées en fluide par les alvéoles, eux-mêmes alimentés par une pression extérieure à travers des résistances hydrauliques.

On suppose que la profondeur des alvéoles est suffisante pour permettre l'hypothèse d'une pression constante.

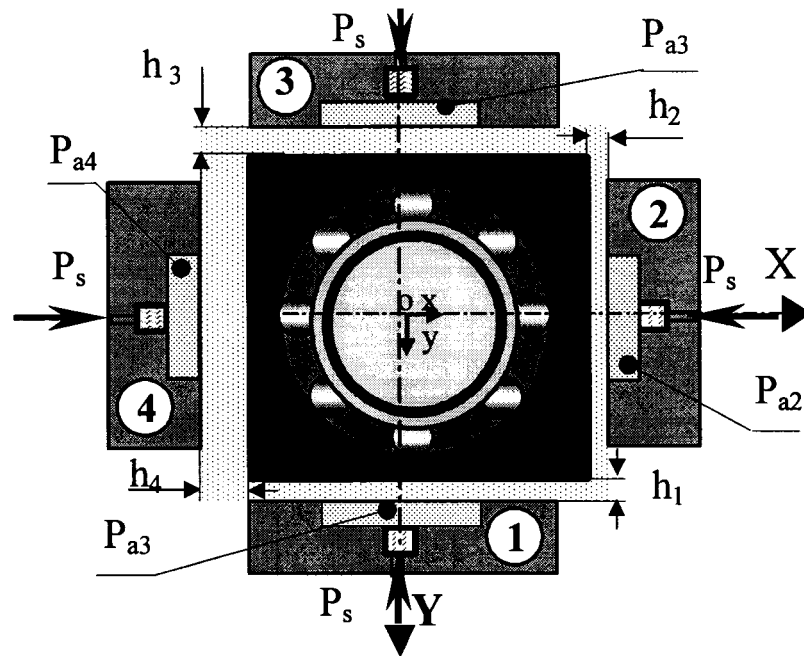


Figure A2.1 Palier à roulement supporté sur quatre butées hydrostatiques

2.2 Calcul d'un palier à roulement supporté par quatre butées hydrostatiques

Le calcul des caractéristiques dynamiques du palier peut être effectué de deux manières différentes :

- Soit en considérant le palier comme un ensemble indissociable;
- Soit en considérant le palier comme la juxtaposition de quatre butées hydrostatiques à simple effet, qui par assemblage, constituent la butée hydrostatique à double effet. Dans ce cas, pour le calcul des caractéristiques de chaque butée hydrostatique à simple effet se fait successivement.

Dans la présente étude nous allons utiliser la seconde méthode car, elle est couramment utilisée. Elle nous permet de réduire les dimensions des programmes de calcul, mais impose la connaissance de la pression dans l'alvéole et les pressions aux extrémités libres au niveau de chaque butée à simple effet. Le calcul des caractéristiques du palier revient donc, au calcul des caractéristiques de quatre butées hydrostatiques partielles dont l'étude est analogue à celle d'une butée hydrostatique à simple effet.

2.2.1 Calcul numérique

Sur la figure A2.2, nous avons schématisé une butée hydrostatique à simple effet n°i, qui est constitué par une partie fixe appelé patin à un alvéole central et une partie mobile palier à roulement animé d'une vitesse linéaire V_{pi}

Où :

h_i : représente l'épaisseur du film lubrifiant relative à la butée à simple effet n° i.

V_{pi} (V_a): représente la vitesse d'écrasement du grain mobile relative à la butée à simple effet n° i.

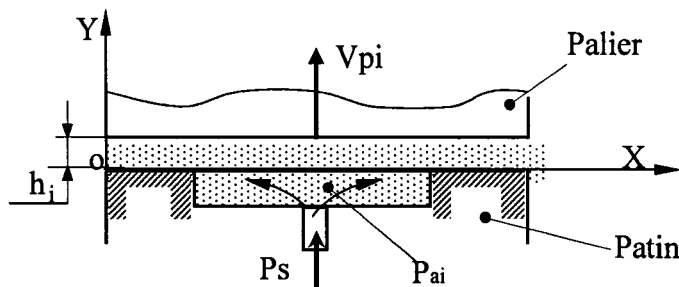


Figure A2.2 Butée hydrostatique à simple effet n°i

2.2.1.1 Equation de Reynolds

L'équation de Reynolds permet de connaître la répartition de pression $P(X,Z)$. Cette équation est résolue selon différentes méthodes numériques comme celle de la méthode des différences finies centrées qui consiste à discrétiser le domaine d'intégration ou analytique représenté dans le cas d'hypothèse particulière d'une butée infiniment longue.

Dans une butée hydrostatique, si on suppose qu'il n'existe pas de glissement entre le fluide et les parois, les conditions aux limites associées au champ de vitesse sont les suivantes (figure A2.3):

Sur le patin ($Y = 0$) : $U_{2i} = 0$; $V_{2i} = V_{pi} \neq 0$; $W_{2i} = 0$
 Sur le grain mobile ($Y = h_i$) : $U_{1i} = 0$; $V_{1i} = 0$; $W_{1i} = 0$

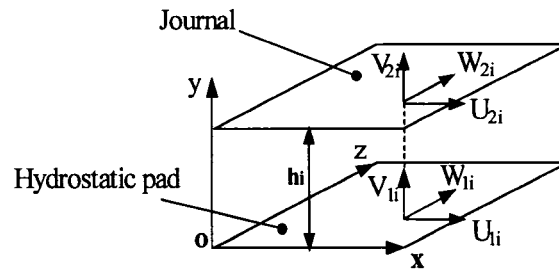


Figure A2.3 Système d'axe

Où :

U_{1i} ; V_{1i} et W_{1i} sont respectivement les vitesses de surface du patin relatives à la butée à simple effet n°i dans les directions X, Y et Z.

U_{2i} ; V_{2i} et W_{2i} sont respectivement les vitesses de surface du palier relatives à la butée à simple effet n°i dans les directions X, Y et Z.

Avec ces conditions et pour un fluide incompressible et isovisqueux en régime permanent, l'équation de Reynolds relative à la butée à simple effet n° i. s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{h_i^3}{\mu} \left(\frac{\partial P_i}{\partial X} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial Z} \left[\frac{h_i^3}{\mu} \left(\frac{\partial P_i}{\partial Z} \right) \right] = 12V_{pi} \quad (A2.1)$$

avec :

P_i : Pression en un point quelconque relative à la butée à simple effet n° i.

V_{pi} : Vitesse d'écrasement de l'arbre (grain mobile) relative à la butée à simple effet n° i.

$0 \leq X \leq A$ et $0 \leq Z \leq B$ (dimension du patin de la butée)

2.2.1.2 Calcul du champ de pression

La résolution de l'équation (A3.1), nous permet de donner le champ de pression dans la butée

hydrostatique à condition de connaître la pression dans l'alvéole et les pressions au niveau des extrémités libres du patin

Toutes les solutions proposées pour la résolution de l'équation de Reynolds, sont complexes et leur calcul est très long ou non acceptable (loin de la réalité). Cependant, grâce aux progrès des techniques numériques et du développement des ordinateurs, le calcul peut s'effectuer aisément. La méthode des différences finies est la plus généralement employée, car, sa mise en œuvre est simple. Elle est utilisée dans le cas de butée de longueur finie et elle permet d'obtenir un système matriciel dont le vecteur est constitué de l'ensemble des pressions. C'est cette méthode que nous allons décrire.

a) Discrétisation de l'équation de Reynolds

L'emploi de la méthode des différences finies exige le maillage du domaine d'intégration et la discrétisation de l'équation de Reynolds (A3.1)

Le domaine d'intégration est découpé en un certain nombre de rectangles élémentaires et les variables continues X et Z sont remplacés par des variables discrètes I et J (Figure A2.4).

En utilisant le développement de Taylor au premier ordre et au second ordre, la valeur de la pression P au point de coordonnées I et J est fonction de la valeur de la pression aux points situés au voisinage de ce même point (Figure A2.5). On a les relations :

$$\frac{\partial P_i(I, J)}{\partial X} = \frac{P_i(I+1, J) - P_i(I-1, J)}{2\Delta X} \quad (A2.2)$$

$$\frac{\partial P_i(I, J)}{\partial Z} = \frac{P_i(I, J+1) - P_i(I, J-1)}{2\Delta Z} \quad (A2.3)$$

$$\frac{\partial^2 P_i(I, J)}{\partial X^2} = \frac{P_i(I+1, J) - 2P_i(I, J) + P_i(I-1, J)}{\Delta X^2} \quad (A2.4)$$

$$\frac{\partial^2 P_i(I, J)}{\partial Z^2} = \frac{P_i(I, J+1) - 2P_i(I, J) + P_i(I, J-1)}{\Delta Z^2} \quad (A2.5)$$

avec ΔX et ΔZ étant les pas, c'est à dire les distances séparant deux points consécutifs, respectivement suivant X et suivant Z.

En reportant ces expressions dans l'équation(A3.1), on obtient au point I, J la relation :

$$\begin{aligned}
 -2 \left(\frac{1}{\Delta X^2} + \frac{1}{\Delta Z^2} \right) P_i(I, J) + \frac{1}{\Delta X^2} (P_i(I+1, J) + P_i(I-1, J)) \\
 + \frac{1}{\Delta Z^2} (P_i(I, J+1) + P_i(I, J-1)) = -12 \frac{\mu}{h_i^3} V_{2i}
 \end{aligned}
 \quad (A2.6)$$

On peut ainsi écrire à chaque nœud situé à l'intérieur du domaine la relation précédente. On obtient alors un système de $(M3-2)(N3-2)$ équations à $M3.N3$ inconnues si $N3$ et $M3$ sont les nombres des points suivant X et Z . Les $[2(M3+N3) - 4]$ équations restantes sont obtenues en écrivant les conditions aux limites sur la pression en chaque point de la frontière.

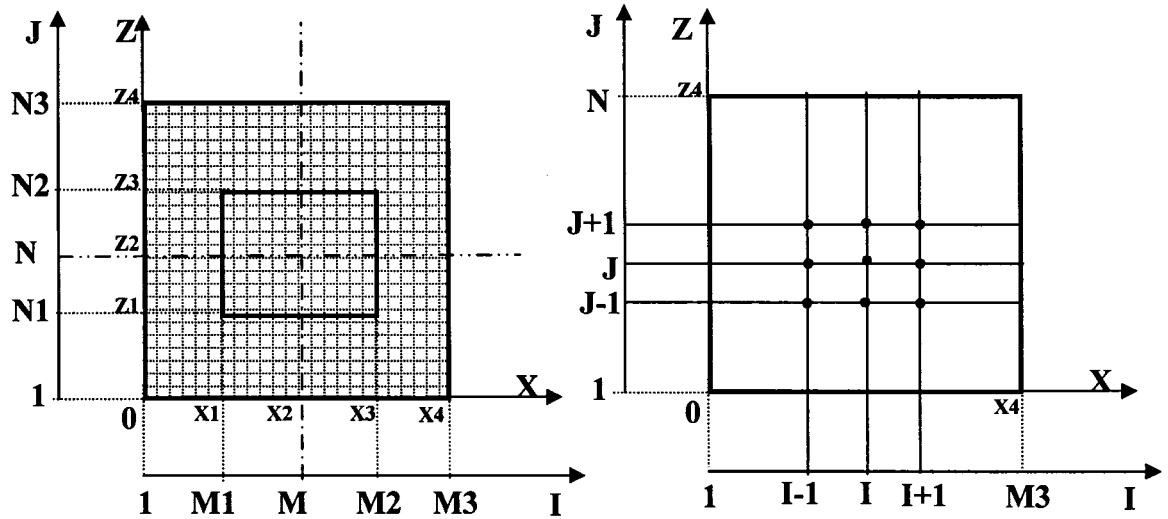


Figure A2.4 Domaine de calcul

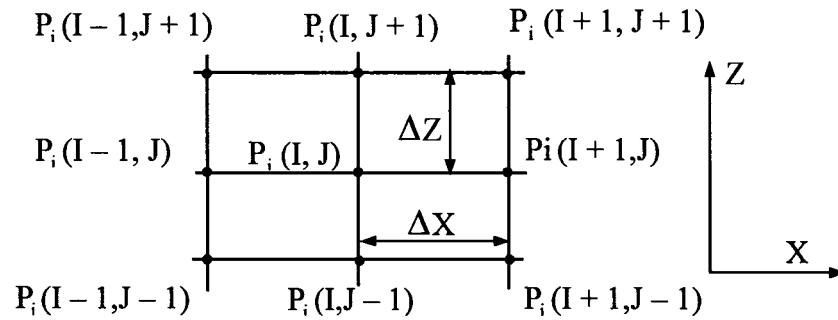


Figure A2.5 Description d'un nœud

b) Résolution numérique

Le système de $M \cdot N$ équations n'est généralement pas résolu par une méthode directe, puisque la taille de ce système est très importante; on choisit donc une méthode itérative. On utilise généralement la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-relaxation. Pour appliquer cette méthode, il suffit d'écrire l'équation aux différences finies sous forme:

$$P_i(I, J)^{(K+1)} = (1 - \Omega) P_i(I, J)^{(K)} + \Omega [AR_i + AJ_i (P_i(I+1, J)^{(K)} + P_i(I-1, J)^{(K+1)}) + AI_i (P_i(I, J+1)^{(K)} + P_i(I, J-1)^{(K+1)})] \quad (A2.7)$$

Avec Ω coefficient de sur-réaxation (compris entre 1.4 et 1.8), AR_i , AJ_i et AI_i coefficients des équations des différences finies obtenus par identification, et K nombre d'itération

On a les relations

$$AR_i = 12 \cdot AA \cdot \mu \frac{V_{2i}}{h_i^3} \quad (A2.8)$$

$$AJ_i = \frac{AA}{\Delta X^2} \quad (A2.9)$$

$$AI_i = \frac{AA}{\Delta Z^2} \quad (A2.10)$$

avec :

$$AA = \frac{\Delta X^2 \times \Delta Z^2}{2(\Delta X^2 + \Delta Z^2)} \quad (A2.11)$$

Vu la symétrie du maillage du domaine d'intégration par rapport aux axes des X et Z , on prend le quart du domaine d'intégration, afin de réduire les dimensions des programmes de calcul (Figure.A2.6).

Sur la Figure A2.6, M et N représentent respectivement le nombre de noeuds du domaine selon l'axe X et selon l'axe Z . MP et NP représentent respectivement les nombres des mailles du domaine d'alimentation (alvéole) selon l'axe X et selon l'axe Z ,

— ΔX et ΔZ sont déterminés respectivement par :

$$\Delta X = \frac{A}{2KA(MP-1)} \text{ et } \Delta Z = \frac{B}{2KB(NP-1)} \quad (A2.12)$$

avec :

$$KA = A/a \text{ et } KB = B/b \quad (A2.13)$$

— M et N sont déterminés respectivement par :

$$M=KA(MP-1)+1 \quad (A2.14)$$

$$N=KB(NP-1)+1 \quad (A2.15)$$

○ Remarque

Les nombres des mailles suivants M1,M2,M3, N1, N2 et N3 (Figure A2.4) sont déterminés respectivement par :

$$M1=M-MP+1, M2=M+MP-1 \text{ et } M3=2M-1 \quad (A2.16)$$

$$N1=N-NP+1, N2=N+NP-1 \text{ et } N3=2N-1 \quad (A2.17)$$

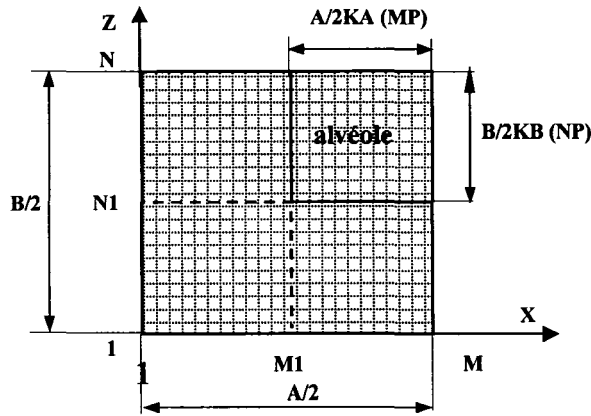


Figure A2.6 Discretisation d'un quart du domaine d'intégration

L'application de la méthode de Gauss-Seidel avec coefficient de sur-réaxation consiste à choisir au début un ensemble de valeurs $P(I,J)$, qu'on affecte à la variable $P(I, J)$, correspondant aux nœuds de l'intérieur du domaine d'intégration. Les valeurs $P(I, J)$ à la frontière sont données par les conditions aux limites, par suit en reportant les valeurs $P(I,J)^0$ dans second membre de l'équation (A2.7) pour tous $I = 2, M - 1$ et $J = 2, N - 1$. On obtient les valeurs $P(I,J)^1$, l'exposant 1 correspond à la première itération. On refait la même opération jusqu'à ce que les valeurs $P(I,J)^{(k)}$ et $P(I,J)^{(k+1)}$ en chaque nœud soient suffisamment voisines, autrement dit le système converge, ainsi on arrête le processus itératif si:

$$\left(\frac{P_{i,j}^r - P_{i,j}^{r-1}}{100 P_{ri}} \right)_{\max} = \varepsilon \quad (A2.18)$$

Avec : $I=2, M-1$ et $J=2, N-1$;

ε : marge d'erreur tolérée sur la pression

c) Conditions aux limites

Pour intégrer l'équation de Reynolds (A2.1), il convient de tenir compte à la connaissance de la pression dans l'alvéole et des conditions aux limites des pressions sur les parois.

On a alors :

1) Pour :

$$\begin{cases} I=1 & P_i(1, J) = P_0 & \text{avec } J = 1, N \\ J=1 & P_i(I, 1) = P_0 & \text{avec } I = 1, M \end{cases}$$

Où P_0 : pression ambiante

2) Pour :

$$\begin{cases} I \geq M+1 \\ J \geq N+1 \end{cases} \quad P_i(I, J) = P_{ai}$$

3) Pour :

$$\begin{cases} I=M+1; J \in]1, N[\\ P_i(I, J) \text{ est déterminé par la résolution de l'équation de Reynolds} \\ \left. \frac{\partial P_i(I, J)}{\partial Z} \right|_M = 0 \end{cases}$$

5) Pour

$$\begin{cases} J=N+1; I \in]1, M[\\ P_i(I, J) \text{ est déterminé par la résolution de l'équation de Reynolds} \\ \left. \frac{\partial P_i(I, J)}{\partial X} \right|_N = 0 \end{cases}$$

2.2.2 Calcul des caractéristiques de butée hydrostatique

2.2.2.1 La charge portante

La valeur de la charge W_{pi} que peut supporter la butée hydrostatique est obtenue par intégration du champ de pression dans le film sur toute la surface de contact.

$$W_{pi} = \int_S P_i ds \quad (A2.19)$$

avec :

S : surface de contact

ds : élément d'aire.

Ou bien :

$$W_{pi} = \int_0^A \int_0^B P_i dX.dZ = 4 \int_0^{A/2} \int_0^{B/2} P_i dX.dZ \quad (A2.20)$$

W_{pi} : Charge portante relative à la butée à simple effet n°i

La charge portante est déterminée à partir de l'intégration du champ de pression, en utilisant une méthode d'intégration numérique, Pour cela, nous allons envisager la méthode des Trapèzes (Annexe IV).

Ainsi donc, la charge portante relative à la butée hydrostatique plane à simple effet n° i s'écrit comme suit :

$$W_{pi} = 4 \left[\sum_{J=2}^{N-1} \sum_{I=2}^{M-1} P_i(I, J) \Delta X \Delta Z + \frac{1}{2} \left[\sum_{I=2}^{M-1} (P_i(I, 1) + P_i(I, N)) \Delta X \Delta Z \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{2} \left[\sum_{J=2}^{N-1} (P_i(1, J) + P_i(M, J)) \right] \Delta X \Delta Z \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{4} [P_i(1, 1) + P_i(1, N) + P_i(M, 1) + P_i(M, N)] \Delta X \Delta Z \right] \right] \quad (A2.21)$$

2.2.2.2 Débits du lubrifiant

Le débit volumique est utilisé pour les fluides incompressibles ; il est donné par le flux du vecteur vitesse à travers une surface perpendiculaire au film.

On a ainsi :

$$Q_j = \int_{S_j} u_j ds \quad (\text{A2.22})$$

Dans cette relation, u_j et Q_j sont respectivement la composante de la vitesse et le débit volumique dans la direction j et S_j la section normale à l'axe j , à travers laquelle est calculé le débit.

a) Débits sortant de l'alvéole

Q_{si} désigne le débit volumique sortant de l'alvéole relatif à la butée à simple effet n°i (Figure A2.7).

$$Q_{si} = Q_{xi}^+ + Q_{xi}^- + Q_{zi}^+ + Q_{zi}^- \quad (\text{A2.23})$$

En raison de la symétrie du patin :

$$Q_{si} = 2(Q_{xi}^- + Q_{zi}^-) \quad (\text{A2.24})$$

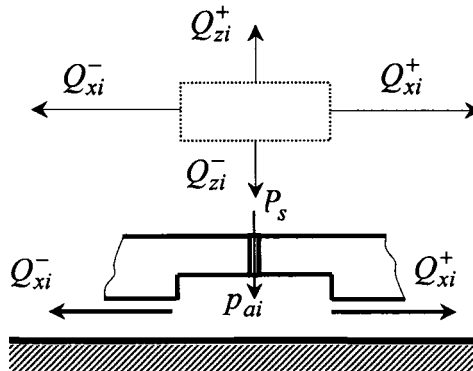


Figure A2.7 Débit sortant de l'alvéole du patin de la butée à simple effet n°i

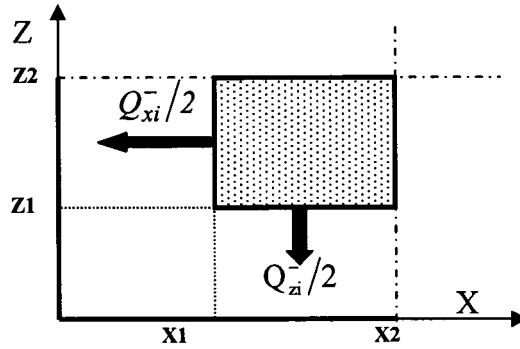


Figure A2.8 Débit sortant de l'alvéole pour un quart du patin de la butée à simple effet n°i

- **Débit sortant de l'alvéole suivant l'axe X**

Le débit sortant de l'alvéole de la butée à simple effet n°i suivant l'axe X (Figure A2.8) s'écrit :

$$Q_{xi}^- = -2 \int_{Z_1}^{Z_2} \int_0^{h_i} u_{xi} \cdot dY dZ \quad (A2.25)$$

avec:

$$u_{xi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial X} y (y - h_i) + \frac{h_i - y}{h_i} u_{li} + \frac{y}{h} u_{2i} \quad (A2.26)$$

avec : $u_{li} = 0$. et $u_{2i} = 0$.

Alors u_{xi} devient:

$$u_{xi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial X} y (y - h_i) \quad (A2.27)$$

d'où

$$Q_{xi}^- = -2 \int_{Z_1}^{Z_2} \int_0^{h_i} \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial X} y (y - h_i) dy \cdot dz = \frac{h_i^3}{6\mu} \int_{Z_1}^{Z_2} \frac{\partial P_i}{\partial X} dz \quad (A2.28)$$

- **Débit sortant de l'alvéole suivant l'axe Z**

Une démarche analogue à celle de Q_{xi}^- montre que :

$$Q_{zi}^- = -2 \int_{x_1}^{x_2} \int_0^{h_i} \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} y (y - h_i) dy dx = \frac{h_i^3}{6\mu} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial P_i}{\partial z} dx \quad (A2.29)$$

Les calculs Q_{xi}^- et Q_{zi}^- sont effectués à partir de l'intégration du gradient du champ de pression, en utilisant la méthode d'intégration numérique de Trapèzes (Annexe IV)

Ainsi :

$$Q_{xi}^- = \frac{h_i^3}{6\mu} \left[\frac{\Delta Z}{2\Delta X} [(P_i(M_1, N_1) - P_i(M_1 - 1, N_1)) + (P_i(M_1, N) - P_i(M_1 - 1, N))] \right. \\ \left. + \frac{h_i^3}{6\mu} \left[\frac{\Delta Z}{\Delta X} \left[\sum_{J=N_1+1}^{N-1} (P_i(M_1, J) - P_i(M_1 - 1, J)) \right] \right] \right] \quad (A2.30)$$

$$Q_{zi}^- = \frac{h_i^3}{6\mu} \left[\frac{\Delta X}{2\Delta Z} [(P_i(M_1, N_1) - P_i(M_1, N_1 - 1)) + (P_i(M, N_1) - P_i(M, N_1 - 1))] \right. \\ \left. + \frac{h_i^3}{6\mu} \left[\frac{\Delta X}{\Delta Z} \left[\sum_{I=M_1-1}^{M-1} (P_i(I, N_1) - P_i(I, N_1 - 1)) \right] \right] \right] \quad (A2.31)$$

b) Débits de la variation du volume dans l'alvéole

Le débit dû à la variation du volume dans l'alvéole relatif à la butée à simple effet n°i est donné par :

$$Q_{vol.i} = \frac{\partial V_i}{\partial t} \quad (A2.32)$$

avec:

$$\begin{cases} V_i = S_1 \times e_i \\ e_i = h_i + e_a \end{cases} \quad (A2.33)$$

Où :

V_i : volume de l'alvéole relatif à la butée à simple effet n°i

S_1 : Surface de l'alvéole

e_i : épaisseur de film de l'alvéole relative à la butée à simple effet n°i

e_a : Profondeur de l'alvéole

h_i : épaisseur de film dans la zone de surface de la portée relative à la butée à simple effet n°i

Ainsi :

$$Q_{\text{Vol. } i} = S_i \frac{dh_i}{dt} \quad (\text{A2.34})$$

c) Débits des résistances hydrauliques de type capillaire

Parmi les types de résistances hydrauliques les plus fréquemment utilisés, on cite les types capillaires (Figure A2.9).

Un capillaire [1] est un tube relativement long dont le rapport de la longueur L_c au rayon r est grand ($L_c / r > 50$); lorsque l'écoulement est laminaire (c'est à dire pour des nombres de Reynolds inférieurs à 1000) le débit est donné par la loi de Hagen-Poiseuille:

$$Q_{ri} = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu L_c} (P_s - P_{ai}) \quad (\text{A2.35})$$

Avec $\left\{ \begin{array}{l} P_{ai} : \text{La pression dans l'alvéole relative à la butée à simple effet n°i} \\ P_s : \text{La pression d'alimentation} \\ d_c L_c : \text{Caractéristiques géométriques du capillaire} \\ \mu : \text{Viscosité dynamique} \end{array} \right.$

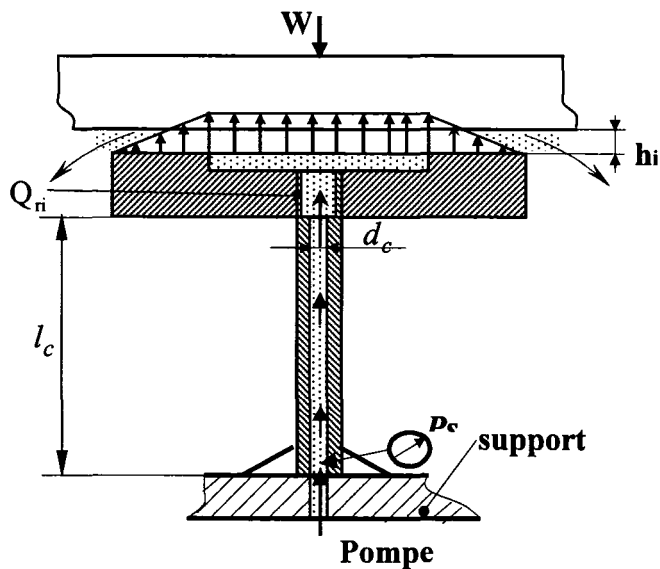


Figure A2.9 Résistance hydraulique de type capillaire

2.2.2.3 Calcul de la pression dans l'alvéole du lubrifiant

Le calcul de la pression dans l'alvéole relative à la butée à simple effet n°i est effectué en écrivant la conservation du débit volumique, en tenant compte de la variation du volume de fluide dans l'alvéole due au déplacement de l'arbre (grain mobile).

L'équation de conservation du débit volumique s'écrit comme suit :

$$Q_{ri} = Q_{si} + Q_{vol.i} \quad (A2.36)$$

où :

Q_{ri} : débit à travers une résistance hydraulique relatif à la butée à simple effet n°i

Q_{si} : débit sortant de l'alvéole relatif à la butée à simple effet n°i

$Q_{vol.i}$: débit dû à la variation du volume de l'alvéole relatif à la butée à simple effet n°i

L'équation (A2.36) peut s'écrire comme suit :

$$Q_{ri} = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu L_c} (P_s - P_{ai}) = Q_{si} + Q_{vol.i} \quad (A2.37)$$

Le calcul de la pression dans l'alvéole relative à la butée à simple effet n°i est déterminé à partir de la résolution de l'équation linéaire de la conservation du débit volumique (A2.37), en utilisant la méthode numérique de la sécante (Annexe V)

2.2.3 Calcul des caractéristiques du palier hydrostatique

2.2.2.1 La charge totale

Les charges des paliers hydrostatiques appliquées selon l'axe X et Y sont déterminées comme suit dans le repère $(O_1, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ (Figure A2.9).

$$W_{Px} = W_{p2} - W_{p4} \quad (A2.38)$$

$$W_{Py} = W_{p1} - W_{p3} \quad (A2.39)$$

2.2.2.1 Débit total

La charge totale Q_T du palier hydrostatique est obtenue en sommant les débits Q_i relatives à chaque butée à simple effet, on obtient alors :

$$Q_T = \sum_{i=1}^4 (Q_{si} + Q_{vol.i}) \quad (A2.40)$$

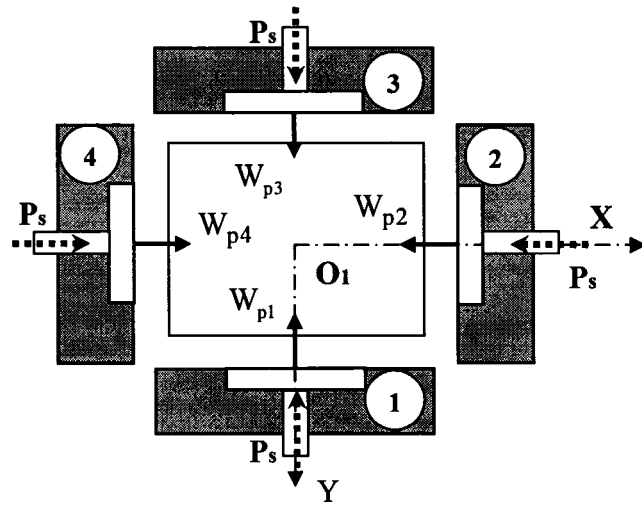


Figure A2.9 Représentation des charges portantes

ANNEXE III

CALCULS DES CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DU PALIER HYDROSTATIQUES

3.1 Modélisation linéaire

Dans le cas général pour les paliers de longueur finie, le calcul des coefficients dynamiques n'a pu se faire qu'avec le développement des moyens de calcul numériques. La connaissance de ces coefficients dynamiques permet aux spécialistes de la dynamique des rotors de modéliser linéairement le comportement du palier pour la recherche des instabilités, des vitesses critiques et des réponses de ligne d'arbre aux excitations de type balourd.

Dans l'analyse dynamique d'une ligne d'arbre supporté par un palier hydrostatique, le comportement du palier est gouverné par les forces hydrostatiques engendrées par le film lubrifiant et qui s'opposent au mouvement de l'arbre. L'analyse exacte d'un système rotor - palier est donc très complexe puisqu'elle nécessite la résolution simultanée des équations relatives au mouvement du rotor et de l'équation relative au comportement hydrostatique de chaque patin hydrostatique. Cette étude peut néanmoins être largement simplifiée si l'on suppose le rotor parfaitement rigide et si on se limite aux petits déplacements au voisinage d'une position d'équilibre statique [1].

Les calculs des coefficients dynamiques du palier hydrostatiques sont déterminés par superposition des coefficients dynamiques de chaque butée hydrostatique à simple effet, qui se font successivement.

Une étude simplifiée peut être réalisée en linéarisant les équations, elle comporte deux étapes :

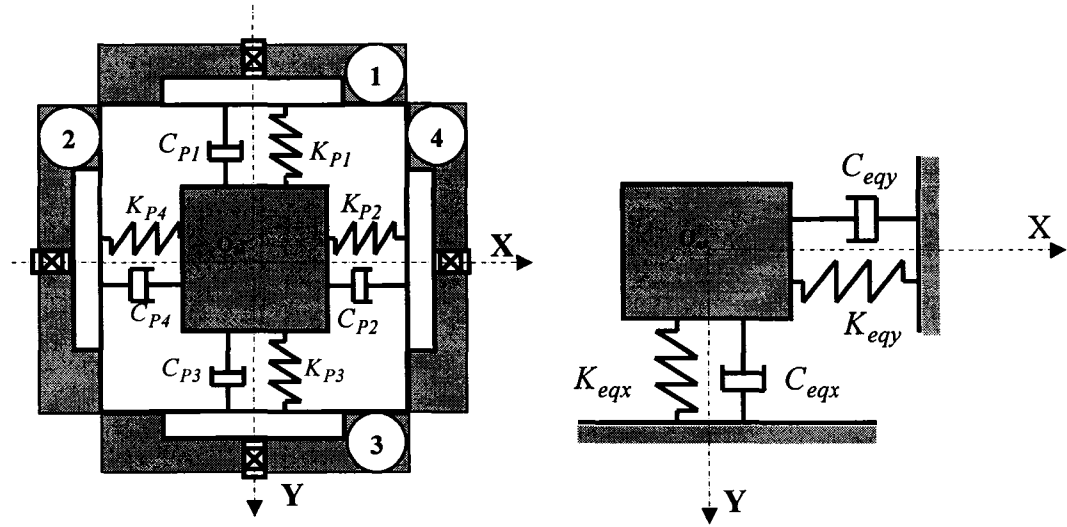
- Une analyse statique permettant de déterminer la position d'équilibre du grain mobile (arbre) à l'intérieur de la butée sous une charge extérieure W_0 ;
- Une analyse dynamique linéarisée pour le mouvement du grain mobile (arbre) au voisinage de la position d'équilibre statique O_{as} ;

Cette analyse linéaire du comportement d'une butée fluide autour de la position d'équilibre statique permet de modéliser le film lubrifiant par huit coefficients dynamiques à savoir quatre coefficients de raideurs et quatre coefficients d'amortissements (figure 3.1).

La détermination de ces coefficients permet :

- de connaître la stabilité d'un point de fonctionnement (masse critique),

- d'introduire l'effet du film fluide sur la réponse d'une structure (ligne d'arbre soumise à des sollicitations dynamiques de faibles amplitudes ; le balourd par exemple),
- de rechercher les vitesses critiques du grain mobile (d'une ligne d'arbre).



a) Représentation des caractéristiques dynamiques

b) Représentation des caractéristiques dynamiques équivalents

Figure A3.1: Représentation dynamique du film lubrifiant du palier hydrostatique à quatre butées hydrostatiques

3.1.1 Calcul des caractéristiques dynamiques

Le calcul des coefficients dynamiques se fait à partir d'une méthode des petits déplacements et vitesses de déplacement. Nous allons calculer tout d'abord les coefficients dynamiques de la butée hydrostatique à simple effet n°1, pour cela, on a la démarche suivante :

Si on impose un petit déplacement Δh_1 et une petite vitesse de déplacement $\Delta \dot{h}_1$ au voisinage de la position d'équilibre statique h_x, h_y , colinéaire à l'axe $(o, \vec{Y})$, on peut écrire :

$$W_{pl}(h_x, h_y + \Delta h_1, \dot{h}_x = 0, \dot{h}_y = \Delta \dot{h}_1) = W_{pl}(h_x, h_y, 0, 0) + \Delta h_1 \left(\frac{\partial W_{pl}}{\partial h_1} \right)_0 + \Delta \dot{h}_1 \left(\frac{\partial W_{pl}}{\partial \dot{h}_1} \right)_0 + \dots (A3.1)$$

En se limitant au premier ordre, la relation précédente peut se mettre sous la forme :

$$W_{p1}(h_x, h_y + \Delta h_1, \dot{h}_x = 0, \Delta \dot{h}_1) - W_{p1}(h_x, h_y, 0, 0) = -K_{p1} \Delta h_1 - C_{p1} \Delta \dot{h}_1 \quad (A3.2)$$

Les coefficients K_{p1} et C_{p1} correspondent respectivement à la raideur et à l'amortissement dus à l'existence du film lubrifiant de la butée hydrostatique à simple effet n°1, au voisinage du point d'équilibre statique.

Ils sont donc obtenus par identification des équations (A3.1) et (A3.2) :

$$K_{p1} = -\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial h_1}\right)_0, \quad C_{p1} = -\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial \dot{h}_1}\right)_0 \quad (A3.3)$$

Le calcul des coefficients dynamiques est effectué en utilisant la méthode de différentiation numérique. C'est la méthode la plus simple à mettre en œuvre et également la plus utilisée. Dans cette approche, les dérivées partielles sont calculées numériquement.

La démarche de cette méthode est la suivante:

- Recherche de la position d'équilibre statique; celle-ci étant caractérisée par (h_x, h_y)
- Calcul de la dérivée $\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial h_1}\right)_0$: L'équation est résolue pour une position du centre du grain mobile défini par : $(h_x, h_y + \Delta h_1, \dot{h}_x = 0, \dot{h}_y = 0)$

L'intégration du champ de pression permet de calculer la composante W_{p1} de la force hydrostatique correspondante à cette position. On en déduit donc :

$$\frac{\partial W_{p1}}{\partial h_1} = \frac{W_{p1}(h_x, h_y + \Delta h_1, 0, 0) - W_{p1}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta h_1} \quad (A3.4)$$

- Calcul de la dérivée $\left(\frac{\partial W_{p1}}{\partial \dot{h}_1} \right)_0$: L'équation de Reynolds est résolue dans le cas où $(h_x, h_y, \dot{h}_x = 0, \dot{h}_y = \Delta \dot{h}_1)$

On en déduit :

$$\frac{\partial W_{p1}}{\partial \dot{h}_1} = \frac{W_{p1}(h_x, h_y, 0, \Delta \dot{h}_1) - W_{p1}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta \dot{h}_1} \quad (A3.5)$$

Ainsi, les coefficients dynamiques de la butée 1 :

$$K_{p1} = - \frac{W_{p1}(h_x, h_y + \Delta h_1, 0, 0) - W_{p1}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta h_1} \quad (A3.6)$$

$$C_{p1} = - \frac{W_{p1}(h_x, h_y, 0, \Delta \dot{h}_1) - W_{p1}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta \dot{h}_1} \quad (A3.7)$$

Une démarche analogue à celle du calcul des caractéristiques de la butée hydrostatique à simple effet n°1 montre que :

- les coefficients de raideurs pour les autres butées à simple effet sont donnés par :

$$K_{p2} = - \left(\frac{\partial W_{p2}}{\partial h_2} \right)_0 = - \frac{W_{p2}(h_x + \Delta h_2, h_y, 0, 0) - W_{p2}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta h_2} \quad (A3.8)$$

$$K_{p3} = - \left(\frac{\partial W_{p3}}{\partial h_3} \right)_0 = - \frac{W_{p3}(h_x, h_y + \Delta h_3, 0, 0) - W_{p3}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta h_3} \quad (A3.9)$$

$$K_{p4} = - \left(\frac{\partial W_{p4}}{\partial h_4} \right)_0 = - \frac{W_{p4}(h_x + \Delta h_4, h_y, 0, 0) - W_{p4}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta h_4} \quad (A3.10)$$

- les coefficients d'amortissements pour les autres butées à simple effet sont donnés par :

$$C_{P2} = - \left(\frac{\partial W_{P2}}{\partial \dot{h}_2} \right)_0 = - \frac{W_{P2}(h_x, h_y, \Delta \dot{h}_2, 0) - W_{P2}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta \dot{h}_2} \quad (A3.11)$$

$$C_{P3} = - \left(\frac{\partial W_{P3}}{\partial \dot{h}_3} \right)_0 = - \frac{W_{P3}(h_x, h_y, 0, \Delta \dot{h}_3) - W_{P3}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta \dot{h}_3} \quad (A3.12)$$

$$C_{P4} = - \left(\frac{\partial W_{P4}}{\partial \dot{h}_4} \right)_0 = - \frac{W_{P4}(h_x, h_y, \Delta \dot{h}_4, 0) - W_{P4}(h_x, h_y, 0, 0)}{\Delta \dot{h}_4} \quad (A3.13)$$

La méthode de différentiation numérique impose le choix d'incrément de déplacement et de vitesse suffisamment petits pour rester dans le cadre de la théorie linéaire, mais suffisamment important afin d'engendrer des perturbations significatives devant les erreurs numériques et d'approximations. Elle est d'un emploi commode car on résout toujours la même équation.

3.1.2 Calcul des coefficients dynamiques équivalents

Les coefficients dynamiques relatifs à la butée hydrostatique complète sont déterminés par superposition des coefficients de chaque butée à simple effet, on obtient alors dans le repère $(O, \vec{X}, \vec{Y})$. Les coefficients dynamiques équivalents (Figure A3.1) :

$$K_{eqx} = K_{P2} + K_{P4} \quad \text{et} \quad C_{eqx} = C_{P2} + C_{P4} \quad (A3.14)$$

$$K_{eqy} = K_{P1} + K_{P3} \quad \text{et} \quad C_{eqy} = C_{P1} + C_{P3} \quad (A3.15)$$

Où : K_{eqx} et K_{eqy} : représentent les coefficients de raideurs équivalents, respectivement suivant l'axe X et suivant l'axe Y,

C_{eqx} et C_{eqy} : représentent les coefficients d'amortissement équivalent, respectivement suivant l'axe X et suivant l'axe Y.

ANNEXE IV

METHODE D'INTEGRATION NUMERIQUE METHODE DES TRAPEZES

4.1 Méthode des Trapèzes

Soit une fonction continue $y = f(x)$ définie sur le segment $[a, b]$, On se propose de calculer l'intégrale définie :

$$\int_a^b f(x) dx \quad (A4.1)$$

Découpons le segment $[a, b]$ en n parties égales de longueurs Δx :

$$\Delta x = \frac{b - a}{n} \quad (A4.2)$$

et désignons par $y_i = f(x_i)$ ($i = 0, 1, \dots, n$) les valeurs de la fonction sous le signe somme aux points x_i , il vient :

$$\begin{aligned} \int_a^b y dx &= \frac{h}{2}(y_0 + y_1) + \frac{h}{2}(y_1 + y_2) + \dots + \frac{h}{2}(y_{n-1} + y_n) \\ &= \frac{h}{2}(y_0 + y_1) + h \sum_{i=1}^{n-1} y_i \end{aligned} \quad (A4.3)$$

Géométriquement la formule (A4.1) s'obtient en remplaçant la courbe de la fonction sous signe $y = f(x)$ par une ligne brisée (Figure A4.1)

4.2 Formule des Trapèzes générale :

L'erreur de la formule des trapèzes pour la fonction $y = f(x)$ est donnée par :

$$\begin{aligned} R &= \int_{x_0}^{x_n} y dx - \frac{h}{2} \sum_{i=1}^n (y_{i-1} + y_i) = \sum_{i=1}^n \left[\int_{x_{i-1}}^{x_i} y dx - \frac{h}{2} (y_{i-1} + y_i) \right] = -\frac{h^3}{12} \sum_{i=1}^n y''(\xi_i) \\ &\text{ou } \xi_i \in (x_{i-1}, x_i) \end{aligned} \quad (A4.4)$$

Considérons la moyenne arithmétique :

$$v = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y''(\xi) \quad (\text{A4.5})$$

Évidemment, v est compris entre les valeurs minimale m_2 et maximale M_2 de la dérivée seconde y'' sur le segment $[a, b]$.

$$m_2 \leq v \leq M_2 \quad (\text{A4.6})$$

Comme y'' est continue sur le segment $[a, b]$, elle prend comme valeurs sur $[a, b]$ tout les nombres intermédiaires entre m_2 et M_2

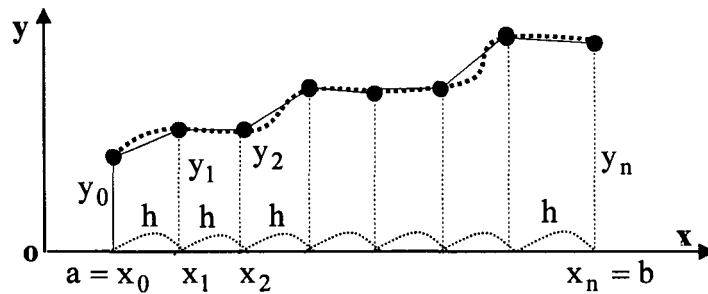


Figure A4.1 Discretisation de la courbe de la fonction $y = f(x)$

Il existe donc un point $\xi \in [a, b]$ telle que

Les formules (4.3) et (4.4) entraînent :

$$R = -\frac{nh^3}{12} y''(\xi) = -\frac{(b-a)h^2}{12} y''(\xi) \quad (\text{A4.7})$$

où $\xi \in [a, b]$

ANNEXE V

RESOLUTION DES EQUATIONS DE TYPE $F(X)=0$

5.1 Calcul approché de la racine

Soit une fonction continue $y = f(x)$ définie sur le segment $[a, b]$.

- si $f(a).f(b) < 0 \Rightarrow \exists !$ racine dans $[a, b]$

5.2.1 Séparation des racines

5.2.1.1 Méthode de Dichotomie :

Dans $[a, b]$, il y a une racine et une seule.

On calcule $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$

- si $f\left(\frac{a+b}{2}\right) = 0$ fini,
- si $f\left(\frac{a+b}{2}\right).f(a) < 0 \Rightarrow$ on pose : $a = a, b = \frac{a+b}{2}$
- si non : $a = \frac{a+b}{2}, b = b$ et ceci tant que $i \leq i_{\max}$.

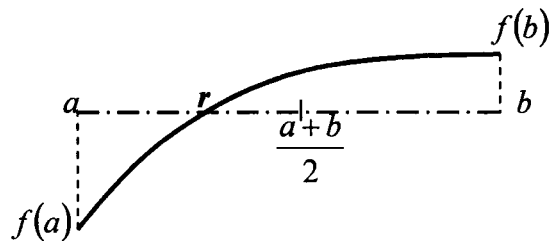


Figure A5.1 Méthode de Dichotomie

5.2.1.2 Méthode de la sécante

On remplace f par la fonction affine prenant les mêmes valeurs entre a et b .

C : racine de l'approximation affine.

- si $f(a)f(c) < 0 \Rightarrow$ on pose $b = c$ si non $a = c, \dots, \bar{r} = c$

Équation de la corde :

- $y = f(a) + (x - a) \frac{f(b) - f(a)}{(b - a)}$
- $y = 0 = f(a) + (c - a) \frac{f(b) - f(a)}{(b - a)} \Rightarrow c = a - f(a) \frac{(a - b)}{f(b) - f(a)}$

$$\text{ainsi : } c = \frac{a f(b) - b f(a)}{f(b) - f(a)}$$

Remarque :

$\bar{r}$: solution approchée

r : solution exacte

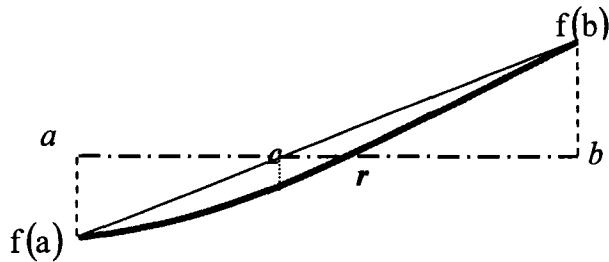


Figure A5.2 Méthode de la sécante

ANNEXE VI

PAS VARIABLE (METHODE DE NEWMARK)

6.1 Problème du pas de temps

Le temps de calcul est essentiellement dû à la résolution de l'équation de Reynolds qui doit être intégrée à chaque pas de temps.

La difficulté majeure de l'intégration numérique est le choix du pas de temps. Un pas trop petit entraîne des calculs importants et des erreurs d'arrondi cumulées non négligeable, alors qu'un pas trop grand entraîne la divergence du calcul.

Pour pouvoir contrôler le pas, il faut ajuster la valeur du pas en fonction des conditions de fonctionnement.

6.2 Méthode d'intégration numérique à pas variable

Le processus permet d'augmenter la vitesse de convergence des méthodes (en augmentant le pas lorsqu'il n'y a pas d'instabilités) et leur précision (lorsqu'il y a des singularités le pas de temps est diminué). Cette méthode nécessite la connaissance à chaque pas de l'erreur due à la méthode d'intégration.

Avec la méthode de Newmark, nous effectuons des calculs au troisième ordre. Une estimation de l'erreur peut donc s'écrire :

$$\text{Err}_n = \frac{\Delta t_n^4}{4!} q_n^{(4)}(t) + O(\Delta t_n^5) \quad (\text{A6.1})$$

Δt_n : pas de calcul au $n^{\text{ième}}$ pas.

L'erreur peut s'écrire au deuxième ordre :

$$\text{Err}_n = \frac{\Delta t_n^2}{24} (q_{n+1}'' - q_n'') \quad (\text{A6.2})$$

6.3 Processus de calcul

Le calcul est lancé, à chaque pas le calcul de l'erreur est effectué. Un paramètre ξ est donné, il définit l'erreur admissible [28].

- Si $\text{Err}_n < 0.9 \xi \Rightarrow \Delta t_{n+1} = \inf(\Delta t_n \sqrt{\xi / \text{Err}_n}, 10\sqrt{\xi})$: l'erreur est trop petite par rapport à la tolérance, le pas peut être augmenté avec une limite de $10\sqrt{\xi}$ pour éviter que le pas ne soit trop grand;
- Si $0.9 < \text{Err}_n < 1.1 \xi \Rightarrow \Delta t_{n+1} = \Delta t_n$: l'erreur est limitée, le pas est inchangé;
- Si $1.1 < \text{Err}_n < 1.2 \xi \Rightarrow \Delta t_{n+1} = \Delta t_n \sqrt{\xi / \text{Err}_n}$: l'erreur est entre 10 et 20 % de la limite admise, le pas est diminué et le processus continue;
- Si $\text{Err}_n > 1.2 \xi \Rightarrow \Delta t_{n+1} = \Delta t_n \sqrt{0.9 \xi / \text{Err}_n}$: l'erreur est supérieure à 20% de la limite admise, le pas est diminué et le calcul est relancé au pas précédent;

ANNEXE VII

PROGRAMMES - ORGANIGRAMMES

7.1 Étudier d'un palier hydrostatique passif

Afin d'étudier l'effet du rapport de pression et les configurations géométriques du palier hydrostatique sur les caractéristiques statiques et dynamiques du palier hydrostatique passif, au point de fonctionnement et lorsque l'on s'éloigne du point de fonctionnement, une série de programmes écrits en Fortran 90 ont été développés. Ces programmes sont basés sur :

- a) Calcul de champ de pression
- b) L'effet de rapport de pression et la configuration géométrique des patins sur les caractéristiques statiques et dynamiques au point de fonctionnement.
- c) L'effet de rapport de l'épaisseur de film et la configuration géométrique des patins sur les caractéristiques statiques et dynamiques lorsque l'on s'éloigne du point de fonctionnement.

Sur la figure A7.1, nous avons schématisé l'organigramme de calcul de l'influence du rapport de pression et la configuration géométrique des patins (A/B) sur l'épaisseur de film, débit volumique et caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique passif à quatre butées hydrostatiques alimentées par quatre résistances hydrauliques de type orifice, au point de fonctionnement.

La figure A7.2, montre l'organigramme de calcul des effets du rapport de pression et la configuration géométrique des patins (A/B) sur l'épaisseur de film, débit volumique et caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique passif à quatre butées hydrostatiques alimentées par quatre résistances hydrauliques de type orifice, lorsqu'on s'éloigne de point de fonctionnement (palier chargé).

Les résultats de ces programmes sont présentés au chapitre 1.

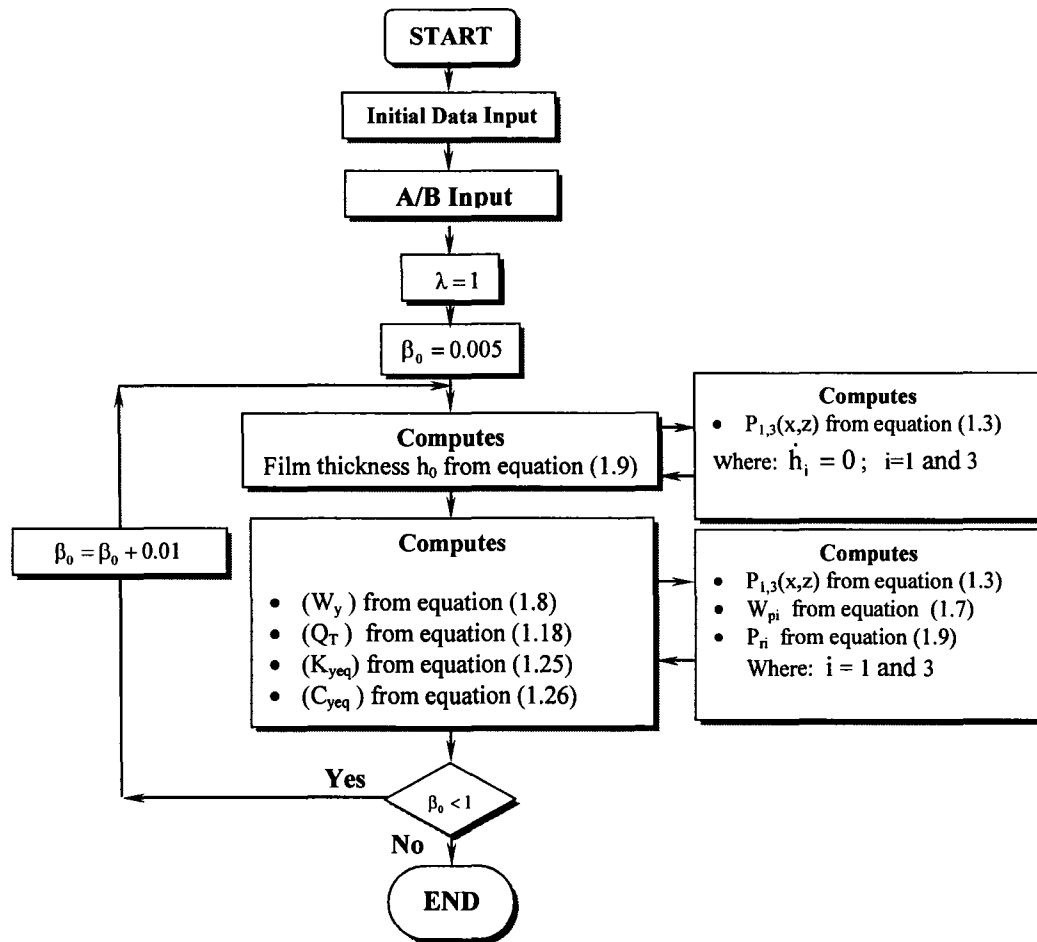


Figure A7.1 Effet du rapport de pression et les configurations géométriques des patins sur l'effet de l'épaisseur du film, débit volumique et caractéristiques dynamiques du palier hydrostatique passif, au point de fonctionnement, selon l'axe y.

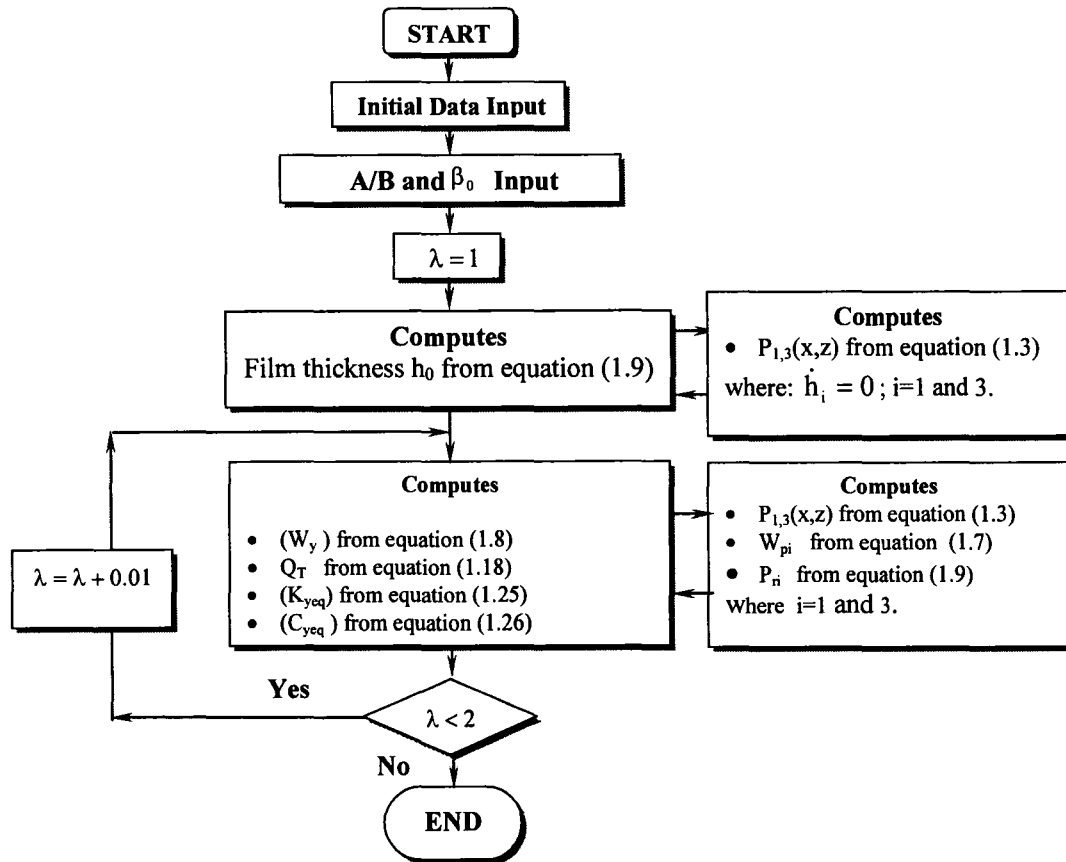


Figure A7.2 Effet du rapport de pression et les configurations géométriques des patins sur la charge statique, débit volumique et caractéristiques dynamiques du palier hydrostatique passif, lorsqu'on s'éloigne de fonctionnement, selon l'axe y.

7.2 Étudier d'un palier hydrostatique intelligent

Une série de programmes écrits en Fortran 90 basé sur la théorie linéaire sont développés ici pour :

- Étudier l'effet de fluides électrorhéologiques à effet négatif (NER) ainsi que celui du rapport de pressions et de l'excentricité statique, sur les caractéristiques dynamiques d'un palier hydrostatique intelligent,
- Contrôler l'amplitude de vibration d'un rotor soumis à une excitation de type de balourd et les forces transmises aux bâtis.

Les résultats de ces programmes sont présentés au chapitre 2.

7.3 Étude non linéaire d'une ligne d'arbre rigide

Une modélisation d'un arbre rigide monté verticalement dans un palier hydrostatique intelligent a été effectuée selon un modèle linéaire et non linéaire. Quatre programmes de calcul en comportement non linéaire écrits en Fortran 90 ont été développés, afin d'étudier le comportement dynamique non linéaire d'une ligne d'arbre rigide supportée par un nouveau palier hydrostatique passif à quatre patins hydrostatiques, dans lesquels nous avons étudié l'effet de plusieurs paramètres sur la réponse de vibration et la force transmise :

- a) Effet du balourd
- b) Influence de la pression d'alimentation
- c) Influence de la viscosité
- d) Influence du rapport de pression

La figure A7.4 montre l'organigramme de calcul non linéaire d'une ligne d'arbre rigide supportée par un nouveau palier hydrostatique intelligent.

Le calcul non linéaire consiste à résoudre les équations de la dynamique pour le système arbre - palier par un calcul temporel pas à pas par la méthode d'Euler. Les résultats de cette étude sont présentés au chapitre 3.

7.4 Étude non linéaire d'une ligne d'arbre flexible

Une modélisation d'un arbre flexible monté verticalement dans un palier hydrostatique intelligent a été effectuée selon un modèle non linéaire. Deux programmes de calcul en comportement non linéaire écrits en Fortran 90 ont été développés, en tenant compte de l'ensemble de rotors flexible – palier hydrostatique intelligent (ER-HJB), afin d'étudier le comportement dynamique non linéaire d'une ligne d'arbre flexible supportée par un nouveau palier hydrostatique intelligent à quatre patins hydrostatiques alimentés par un fluide électrorhéologique. Les résultats sont présentés au chapitre 4.

Le calcul non linéaire consiste à résoudre les équations de la dynamique pour le système arbre - palier par un calcul temporel pas à pas par la méthode de Newmark avec un pas variable (ANNEXE VI).

La figure A7.4 montre l'organigramme de calcul non linéaire d'une ligne d'arbre flexible supportée par un nouveau palier hydrostatique intelligent.

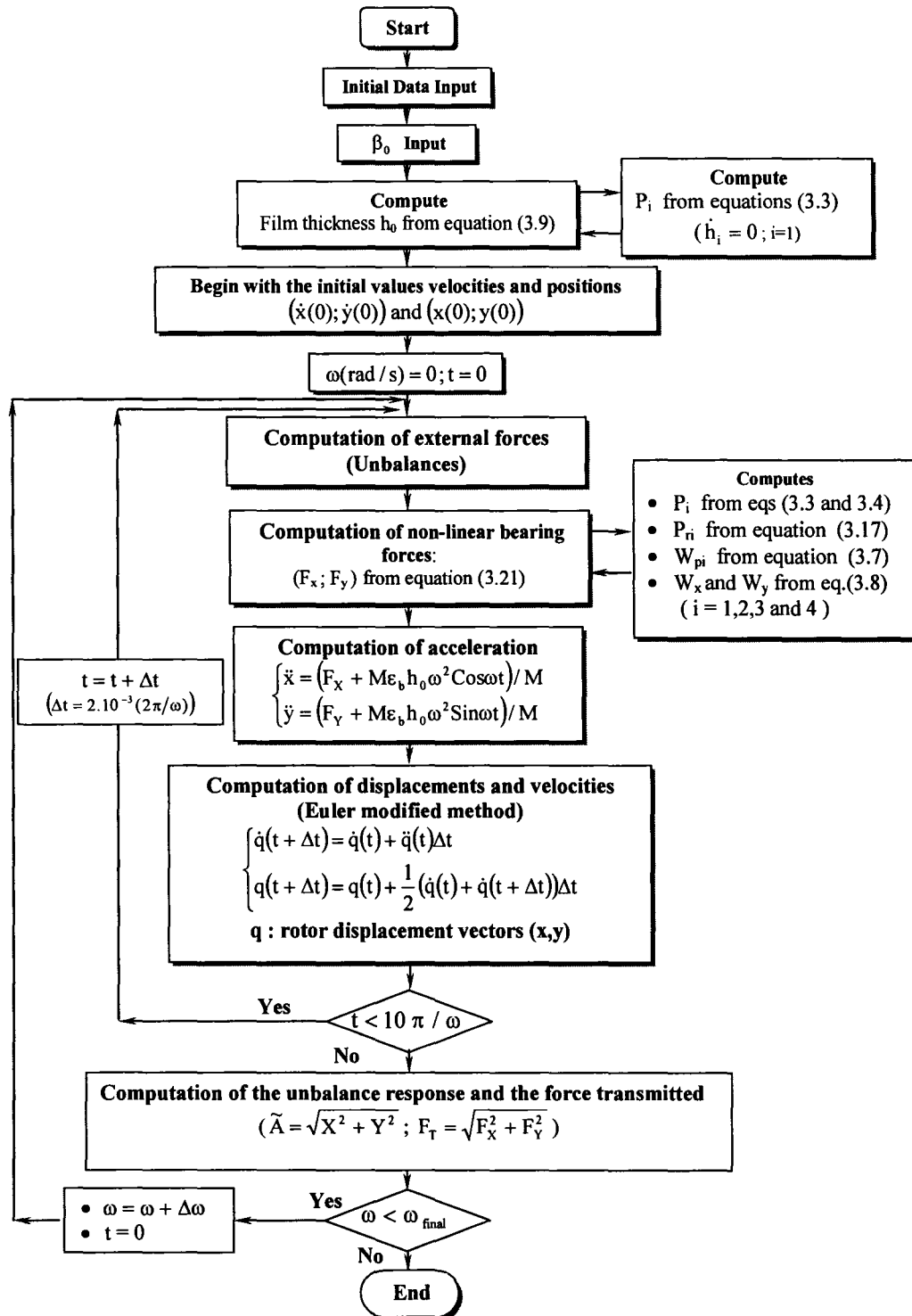


Figure A7.3 Organigramme générale de calcul non linéaire d'une ligne d'arbre rigide.

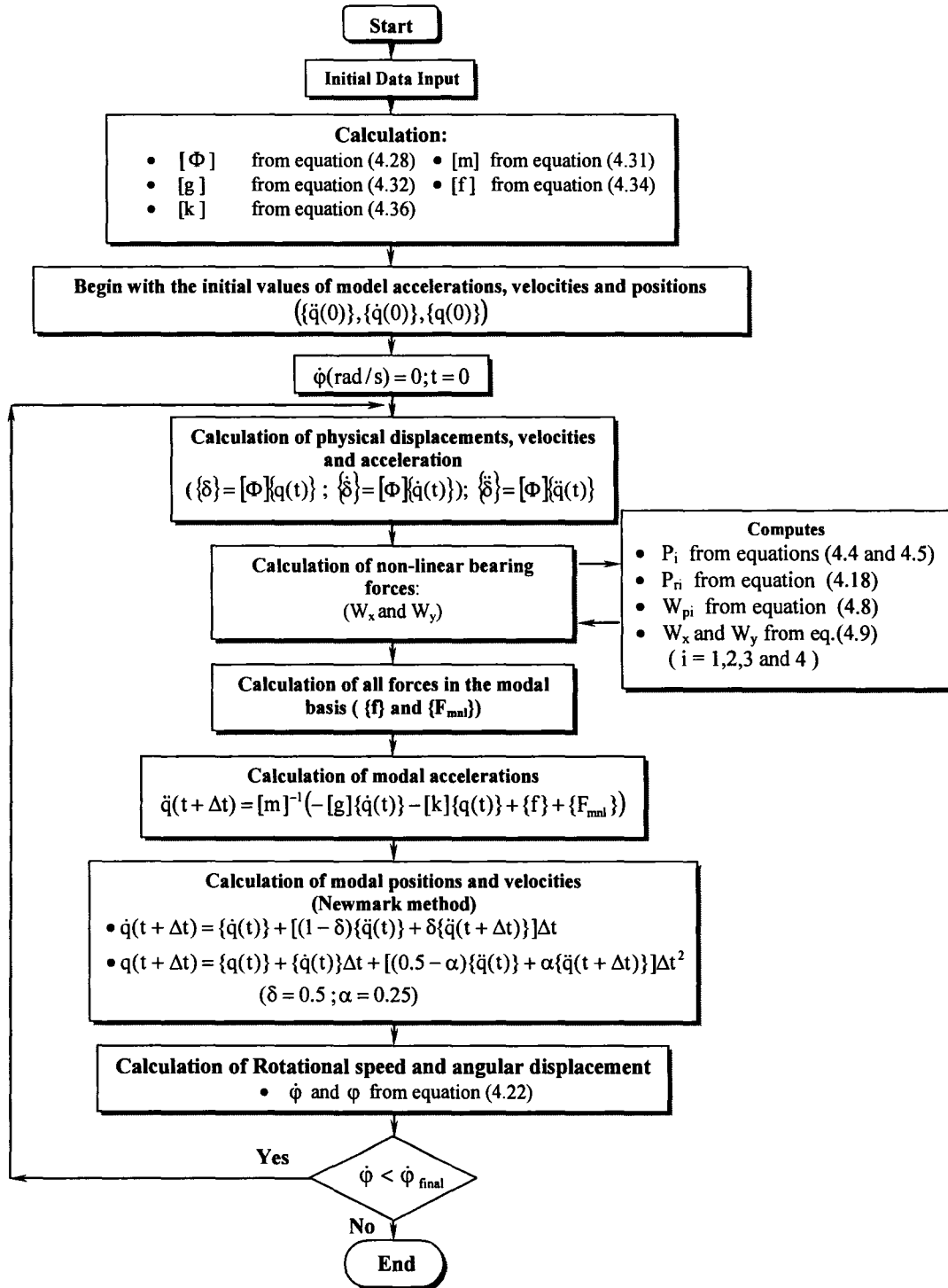


Figure A7.4 Organigramme de calcul non linéaire d'une ligne d'arbre flexible

LISTE DE RÉFÉRENCES

- [1] Frêne J., Nicolas D., Degueurce B., Berthe D., Godet M., "Lubrification hydrodynamique. Paliers et butées", Eyrolles – Editeur Paris. 1990.
- [2] Vance J.M., "Rotordynamics of Turbomachinery", John Wiley & Sons, 1988.
- [3] Nelson F.C. , "A review of the origins and current status of rotor dynamics," Proceedings of the Sixth International Conference on Rotor Dynamics (IFTToMM), Sydney, Australia, pp. 745-751, Sept. 30-Oct. 4, 2002.
- [4] Childs D., "Turbomachinery Rotor dynamics - Phenomena, Modeling and Analysis," Wiley, 1993.
- [5] Grand dictionnaire universel du XIX siecle par Pierre Larousse (Palier), Tome 12, pp 63, 1865.
- [6] Charcosset C., "Butées et glissière hydrostatiques avec régulation des laminages de tête," Mécanique, avril 1970, pp. 16-25.
- [7] Cusano C., "Characteristics of externally pressurized journal bearings with membrane type variable flow restrictors as compensating elements, " Proc. Inst. Mech. Eng., 1977, vol. 188, 52/74, pp. 527-536.
- [8] Adams, M.L., and Zahloul, H., "Attenuation of Rotor Vibration Using Controlled-Pressure Hydrostatic Squeeze Film Dampers," Eleventh Biennial ASME Vibrations Conference, Boston, MA, No.9, pp. 99-108, 1987
- [9] Rowe W.B., " Dynamic and static properties of recessed hydrostatic journal bearings by small displacement analysis", Trans. of ASME, J. of Lub. Tech., Jan. 1980, vol. 102, pp. 71-79.
- [10] Chaomleffel J.P., " Influence des forces d'inertie en lubrification hybride", Thèse docteur ingénieur., INSA. Lyon, décembre 1983.

- [11] San Andres L., "Effects of fluid compressibility on the dynamic response of hydrostatic journal bearings with journal rotation", *Wear*, 146, 1991, pp. 269-283.
- [12] Singh D.V., Sinhasan R., Ghai R. C., "Static and dynamic analysis of an capillary compensated hydrostatic journal bearing by finite element method", *Trans. of ASME, J. of Lub., Tech. series F*, 1977, vol. 99, No: 4, pp. 472-484.
- [13] Kocur J. A., Alaire P. E., "Finite element analysis of turbulent lubricated hydrostatic journal bearings for static and dynamic conditions", *ASLE Trans.*, 1986, vol. 29, No: 2, pp. 126-135.
- [14] Bou-Said B., "La lubrification a la base pression par la méthode des éléments finis. Application aux paliers", *Thèse de Doctorat, INSA, Lyon, Décembre 1985*.
- [15] Ghosh B., "An exact analysis of hydrostatic journal bearing with a large circumferential sill", *Wear*, vol. 21, 1972, pp. 367-375.
- [16] Lund, J. W., 1987, "Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings", *ASME J. Trib.* 1987, **109**, pp. 37-41.
- [17] Ali Mohamed A., "Contribution à l'étude des paliers hybrides: Prise en compte de la compressibilité du fluide dans les alvéoles", *Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, Décembre 1994*.
- [18] Rohde S.M., Ezzat H. A., "On the dynamic behaviour of hybrid journal bearings", *ASME, J. of Lub. Tech.*, Jan. 1976, vol. 98, pp. 557-575.
- [19] Ghosh M.K., Viswanath N.S., "Recess volume fluid compressibility effect on the dynamic characteristics of multirecess hydrostatic journal bearings with journal rotation", *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, 1987; 109(3): pp. 417-26.
- [20] Shinkle J. N., Horning K. G., "Frictional characteristics of liquid hydrostatic journal bearings", *J. of Basic Eng., ASME, serie D*, 1965, vol 87, No: 1, pp. 163-169.

- [21] Rowe W. B., Koshal D., Aston L., and Stout K. J., "Friction and torque characteristics of liquid hydrostatic journal bearings", 2nd Leeds – Lyon symposium 1975.
- [22] Attar S. E., Nicolas D., Lucas V., Frene J., and Constantinescu V.N., "Pressure induced torque in unloaded hybrid bearings: a case study", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Pt. J. Journal of Engineering Tribology, 1995, vol. 209, no. J3, pp. 183-8.
- [23] Bou-Said, B., and Nicolas, D., "Effects of Misalignment on Static and Dynamics Characteristics of Hybrid Bearings," STLE, Tribology Transactions, 1992, 35(2), pp. 325–331.
- [24] Bouzidane A., "Calculs d'approche numérique et analytique d'une butée hydrostatique à double effet à quatre patins", Mémoire de Magister, UNHB Chlef, Algérie, Juin 2000.
- [25] Bouzidane, A. Zahloul ,H., Bonneau, O., and Denai, M., "Étude d'une butée hydrostatique a simple effet", première journées Pluridisciplinaire sur les Sciences de l'Ingénieur – JPST1, du 15 au 17 Décembre 2002. Université de Chlef, Algeria.
- [26] Bouzidane, A. Zahloul, H. Bonneau, O., Denai A. M. and Bettahar, A., "Calcul des Caractéristiques Statiques d'un palier a quatre Butées Hydrostatiques ", 3^{èmes} Journées de Mécanique 24 -25 Décembre 2002, Ecole Militaire Polytechnique Alger, Algérie.
- [27] Zahloul, H.,Bouzidane A. and Bonneau , O. 2004,"Static Characteristics of a rectangular four-pad Hydrostatic Thrust Bearing", Proceedings of IMEC2004, International Mechanical. Engineering Conference, December 5-8, Kuwait, pp. 460-471.
- [28] Bonneau O., "Comportement statique et dynamique de ligne d'arbre montée sur paliers fluides : influence des caractéristiques des paliers", Thèse de doctorat de l'université de Poitiers, France. Février 1989.
- [29] Kassai A., "Contribution à l'étude dynamique des rotors amortis", Thèse de Doctorat, INSA, Lyon, Juillet 1989.

- [30] Bonneau O. and Frêne J., 1997, "Non-linear behavior of a flexible shaft partly supported by a squeeze film damper", *Wear*, vol.206, pp.244-250.
- [31] Lalanne, M. and Ferraris, G., "Rotordynamics Prediction in Engineering", 2nd edition Chichester : J. Wiley and Sons, 1998. 254 p.
- [32] Baaklini, G., A. L. Gyekenyesi, K. D. Smith, J. T. Sawicki, and L. Brasche., "Tools for Engine Diagnostics under the NASA Aviation Safety Program," *Materials Evaluation, Journal of the American Society for Nondestructive Testing*, 2002, vol. 60, No. 7, pp. 878-883.
- [33] Burrows, C. R., Sahinkaya, M. N., and Turkaya, O.S. (1983), "An Adaptive Squeeze-Film Bearing," *ASME Paper*, No. 83-Lub-23, pp. 939-946.
- [34] Mu, C., Darling, J., and Burrows, C. R., "An appraisal of a Proposed Active Squeeze Film Damper ", *ASME Journal of Tribology* , 1991, vol.113, No.4, pp.750-754.
- [35] Swanson E., Powell, C.D. and Weissman S., "A Practical Review of Rotating Machinery Critical Speeds and Modes", *Sound and vibration*, May 2005, pp. 10-17.
- [36] Sun Y, Thomas M. and Masounave J., "Damping of rotor torsional vibrations with electrorheological fluids", in *Proceedings of the 24th Seminar on machinery vibration*, Canadian Machinery Vibration Association, ISBN 2-921145-61-8, 2006, éditeur M. Thomas, ÉTS Montréal, p. 344-369.
- [37] Nikolajsen, J. L. and Hoque M. S., "An Electroviscous damper for rotor applications", *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, 1990, vol. 112, pp. 440-443.
- [38] Morishita, S. and Mitsui J., "Controllable Squeeze Film Damper (An Application of Electro-Rheological Fluid)", *ASME, Transactions, Journal of Vibration and Acoustics*, 1992, 114, no. 3, pp. 354-357.
- [39] Tichy J A, "Behavior of a squeeze film damper with an electrorheological fluid", *STLE Tribology Transactions*, 1993, 36, pp. 127-133.

- [40] Lee, N.S., D.H. Choi, K.Y. Seok, Y.B. Lee, and C.H. Kim, "Vibration Control of a Flexible Rotor with a Slotted-Ring Sealed Electro-Rheological Squeeze Film Damper", in proceedings of IMECH 7th International Conference, 2000, pp. 499-508.
- [41] Seungchul L., Sang-Min P., and Kab-Il K., "AI vibration control of high-speed rotor systems using electrorheological fluid" *Journal of Sound and Vibration* 284, 2005, pp. 685-703.
- [42] Guozhi, Y, Fah Y.F., Guang C, Guang M., Tong F and Yang Q., "Electro-Rheological Multi-layer Squeeze Film Damper and Its Application to Vibration Control of Rotor," *ASME, Transactions, Journal of Vibration and Acoustics*, 2000, Vol. 122, 7-11.
- [43] Pecheux B., Bonneau O. and Frêne J., "Investigation about Electro-Rheological Squeeze Film Damper Applied to Active Control of Rotor Dynamic", *International. Journal of Rotating Machinery*, Gordon and Breach Science Publishers, 1997, vol. 3, No.1, pp. 53-60.
- [44] Bouzidane A. and Thomas M., "Equivalent Stiffness and damping investigation of a hydrostatic journal bearing," *Tribology transactions*, 2007, vol.50, Issue 2, pp. 257-267.
- [45] Bouzidane A. and Thomas M., "An electrorheological hydrostatic journal bearing for controlling rotor vibration," in press as *Computer structures*, doi:10.10.16/j.compstruc.2007.02.006, pp. 1-11.
- [46] Rippel, H.C. 1964. *Cast Bronze Hydrostatic Bearing Design Manual*, Mechanical and Nuclear Engineering Division the Franklin Institute Philadelphia, Pa. pp. 6-24.
- [47] Sawicki, J.T., Capaldi, R.J. and Adams, M.L. 1997. « Experimental and Theoretical Rotordynamic Characteristics of a Hybrid Journal Bearing » *ASME Journal of Tribology*, Vol.119, pp. 132-141.

BIBLIOGRAPHIE

- Ali Mohamed A.1994, « Contribution à l'étude des paliers hybrides: Prise en compte de la compressibilité du fluide dans les alvéoles » Thèse de Doctorat, Poitiers, Université de Poitiers, 150 p.
- Adams, M.L., et Zahloul, H.1987. « Attenuation of Rotor Vibration Using Controlled-Pressure Hydrostatic Squeeze Film Dampers » *Eleventh Biennial ASME Vibrations Conference*, Boston, MA, No.9, pp. 99-108.
- Attar S. E., Nicolas D., Lucas V., et Frene J.1995. « Constantinescu V.N.,'' Pressure induced torque in unloaded hybrid bearings'': a case study » *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Pt. J. Journal of Engineering Tribology*, vol. 209, no. J3, pp. 183-8.
- Baaklini, G., A. L. Gyekenyesi, K. D. Smith, J. T. Sawicki, et L. Brasche. 2002. « Tools for Engine Diagnostics under the NASA Aviation Safety Program ». *Materials Evaluation, Journal of the American Society for Nondestructive Testing*. vol. 60, No. 7, pp. 878-883.
- Boissy C., Atten P. et Foulc J.-N.1995. «On a negative electrorheological effect» *Journal of electrostatic*. 35, pp 13 - 20.
- Bonneau O.1989. « Comportement statique et dynamique de ligne d'arbre montée sur paliers fluides : influence des caractéristiques des paliers » Thèse de doctorat, Poitiers, Université de Poitiers, 132 p.
- Bonneau O. et Frêne J.1997. « Non-linear behavior of a flexible shaft partly supported by a squeeze film damper » *Wear*, vol.206, pp.244-250.
- Bou-Said B.1985. « La lubrification a la base pression par la méthode des éléments finis. Application aux paliers » Thèse de Doctorat. Lyon. INSA. 165 p.
- Bou-Said, B., et Nicolas, D.1992. « Effects of Misalignment on Static and Dynamics Characteristics of Hybrid Bearings» *STLE, Tribology Transactions*, 1992, 35(2), pp. 325-331.

- Bouzidane A.,2000. « Calculs d'approche numérique et analytique d'une butée hydrostatique à double effet à quatre patins » Mémoire de Magister, UNHB Chlef, Algérie, 130 p.
- Bouzidane A. et Thomas M.2005. « An electrorheological hydrostatic journal bearing for controlling rotor vibration » *Proceedings and papers of II Eccomas thematic conference on smart structures and materials*, (Lisbon, July 18-21 2005), pp 1-18. Edited by C.A.Mota Soares et al, Instituto Superior Tecnico.
- Bouzidane A. et Thomas M.2007. « Equivalent Stiffness and damping investigation of a hydrostatic journal bearing » *STLE, Tribology Transactions*,vol.50, Issue 2, pp. 257-267.
- Bouzidane A. et Thomas M.,2007. « An electrorheological hydrostatic journal bearing for controlling rotor vibration » *in press as Computer structures*, doi:10.10.16/j.compstruc.2007.02.006, pp. 1-11.
- Bouzidane, A. Zahloul, H. Bonneau, O. et Denai, A. M.2002. « Étude d'une butée hydrostatique a simple effet » *Première journées Pluridisciplinaire sur les Sciences de l'Ingénieur – JPST1*, (Chlef du 15 au 17 Décembre 2002). Université de Chlef, Algeria, pp.1-7.
- Bouzidane, A. Zahloul, H. Bonneau, O. Denai A. M. et Bettahar, A.2002. « Calcul des Caractéristiques Statiques d'un palier a quatre Butées Hydrostatiques » *3èmes Journées de Mécanique*. (Alger, du 24 au 25 Décembre 2002), École Militaire Polytechnique Alger, Algérie, pp.1-8.
- Braun, M. J., Zhou, Y. M., et Choy, F. K.1994. « Transient Flow Patterns and Pressures characteristics in a Hydrostatic Pocket » *ASME Journal of Tribology*, 116. pp. 139 -146.
- Braun, M. J., Choy, F. K., et Zhu, N. 1995. « Flow Patterns and Dynamic Characteristics of a Lightly Loaded Hydrostatic Pocket of Variable Aspect Ratio and Supply Jet Strength » *STLE Tribology Transactions*, 38(1), pp. 128–136.

- Burrows, C. R., Sahinkaya, M. N., et Turkaya, O.S. 1983. « An Adaptive Squeeze-Film Bearing » *ASME Paper*, No. 83-Lub-23, pp. 939-946.
- Chaomleffel J.P. 1983. « Influence des forces d'inertie en lubrification hybride » Thèse docteur ingénieur. Lyon France. INSA 157 p.
- Charcosset C. 1970. « Butées et glissière hydrostatiques avec régulation des laminages de tête » *Mécanique*. pp. 16-25.
- Chen W.J. et Gunter E. J., 2005. *Introduction Dynamics of Rotor-Bearing Systems*. Trafford Publishing, Printed in Victoria, BC, Canada, 469 p.
- Childs D.1993. « Turbomachinery Rotor dynamics - Phenomena, Modeling and Analysis » *Wiley*. 476p.
- Cusano C. 1977. « Characteristics of externally pressurized journal bearings with membrane type variable flow restrictors as compensating elements» *Proc. Inst. Mech. Eng.* vol. 188, 52/74, pp. 527-536.
- El-Shafei A. et Hathout, J.P. 1995. « Modelling and Control of HSFDs for Active Control of Rotor – Bearing Systems » *ASME Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, Vol. 117, No. 4, pp 757-766.
- Fayolle, P., et Childs, D. W. 1999. « Rotor Dynamic Evaluation of a Roughened-Land Hybrid Bearing » *ASME Journal of Tribology*, Vol. 121, No. 1, pp. 133–138.
- Frêne J., et Nicolas D. Degueurce B., Berthe D., Godet M. 1990. *Lubrification Hydrodynamique Paliers et butées*. Eyrolles - Editeur Paris. 488 p.
- Ghosh B. 1972. « An exact analysis of hydrostatic journal bearing with a large circumferential sill » *Wear*. vol. 21. pp. 367-375.
- Ghosh M.K., et Viswanath N.S. 1987. « Recess volume fluid compressibility effect on the dynamic characteristics of multirecess hydrostatic journal bearings with journal rotation » *Transactions of the ASME, Journal of Tribology*, 109(3): pp. 417–26.

Grand dictionnaire universel du XIX siècle par Pierre Larousse (Palier).1865. Tome 12, p. 63.

Guozhi, Y, Fah Y.F.,Guang C, Guang M.,Tong F et Yang Q.2000. « Electro-Rheological Multi-layer Squeeze Film Damper and Its Application to Vibration Control of Rotor » *ASME, Transactions, Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 122, pp. 7-11.

Harma, S. C., Sinhasan, R., Jain, S. C., Singh, N., et Singh, S. K.1998. « Performance of Hydrostatic / Hybrid Journal Bearings with Unconventional Recess Geometries » *STLE Tribology Transactions*, 41(3), pp. 375–381.

Hathout, J.P., El-Shafei, A. et Youssef, R.1997. « Active Control of Multi-Mode- Rotor-Bearing Systems Using HSFDs » *ASME Journal of Tribology*, Vol.119, No. 7, pp. 49 – 56.

Jung, S. Y., et Choi S.B.1995. « Analysis of a short squeeze-film damper operating with electrorheological fluids » *Tribology transactions*, vol. 38, n°4, pp. 857-862.

Kassai A. 1989. « Contribution à l'étude dynamique des rotors amortis »Thèse de Doctorat, Lyon France, INSA, 159 p.

Khonsari, M.M et Boosser, E.R.2001. *Applied Tribology Bearing Design and Lubrication*, a Wiley- Interscience Publication John Wiley & Sons, Inc.

Kimura H., Aikawa K., Masubuchi Y., Takimoto J., Koyama K., et Uemura T. 1998. « Positive and negative electrorheological effect of liquid blends » *Non-Newtonian Fluid Mech*, 76, pp.199 - 211.

Kocur J. A., et Alaire P. E.1986. « Finite element analysis of turbulent lubricated hydrostatic journal bearings for static and dynamic conditions » *ASLE, Trans.* vol. 29. 29, No: 2, pp. 126-135.

Lacroix, J.1988. « Comportement dynamique d'un rotor au passage des vitesses critiques » thèse de doctorat,Lyon France,l'INSA . 160 p.

Lalanne, M. et Ferraris, G.1996. *Dynamique des rotors en flexion*. Techniques de l'ingénieur, traité Génie mécanique, pages B5-110-1, B5110-39.

- Lalanne, M. et Ferraris, G.1998. *Rotordynamics Prediction in Engineering*. 2nd edition
Chichester : J. Wiley and Sons, 254 p.
- Lee, N.S., D.H. Choi, K.Y. Seok, Y.B. Lee, et C.H. Kim.2000. « Vibration Control of a Flexible Rotor with a Slotted-Ring Sealed Electro-Rheological Squeeze Film Damper » In *proceedings of IMECH 7th International Conference*, pp. 499-508.
- Lund, J. W.1987. « Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings » *ASME J. Trib.* 1987, 109, pp. 37-41.
- Morishita, S. et J. Mitsui.1992. « Controllable Squeeze Film Damper (An Application of Electro-Rheological Fluid) » *ASME, Transactions, Journal of Vibration and Acoustics*, 114, no. 3, pp. 354-357.
- Mu,C., Darling, J., et Burrows, C. R.1991. « An appraisal of a Proposed Active Squeeze Film Damper » *ASME Journal of Tribology*, Vol.113, No.4, pp.750-754.
- Nelson F.C.2002. «A review of the origins and current status of rotor dynamics »
Proceedings of the Sixth International Conference on Rotor Dynamics (IFTToMM),
(Sydney, Australia, Sept. 30-Oct. 4.). pp. 745-751.
- Nikolajsen,J.L. et Hoque,M.S..1990. « An Electroviscous damper for rotor applications »
Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. vol. 112, pp. 440-443.
- Pecheux B., Bonneau O. et Frêne J.1997. « Investigation about Electro-Rheological Squeeze Film Damper Applied to Active Control of Rotor Dynamic» *International Journal of Rotating Machinery, Gordon and Breach Science Publishers*, vol. 3, No.1, pp. 53-60.
- Rho, B.-H. et Kim, K.-W. 2002. « A study of the dynamic characteristics of synchronously controlled hydrodynamic journal bearings » *Tribology International* 35, No.6, pp. 339-345.
- Rippel, H.C.1964. *Cast Bronze Hydrostatic Bearing Design Manua.*, Mechanical and Nuclear Engineering Division the Franklin Institute Philadelphia, Pa. pp. 6-24.

- Rohde S.M., et Ezzat H. A.1976. « On the dynamic behaviour of hybrid journal bearings » *ASME, J. of Lub. Tech.* , Jan. 1976, vol. 98, pp. 557-575.
- Rowe W.B.1980. « Dynamic and static properties of recessed hydrostatic journal bearings by small displacement analysis » *Trans. of ASME, J. of Lub. Tech.*..vol. 102, pp. 71-79.
- Rowe W. B., Koshal D., Aston L., et Stout K. J. 1975. *Friction and torque characteristics of liquid hydrostatic journal bearings*, 2 nd Leeds - Lyon symposium.
- Santos I.F., et Watanabe, F.Y. 2004. « Compensation of Cross-Coupling Stiffness and Increase of Direct Damping in Multirecess Journal Bearings Using Active Hybrid Lubrication: Part I—Theory » *ASME Journal of Tribology*, No.8 Vol. 126, pp. 147-155.
- San Andres L. 1991. « Effects of fluid compressibility on the dynamic response of hydrostatic journal bearings with journal rotation » *Wear*, 146, 1991, pp. 269-283.
- San Andres, L., et Childs, D. 1997. « Angled Injection-Hydrostatic Bearings Analysis and Comparison to Test Results » *ASME Journal of Tribology*, Vol. 119, 1, pp. 179-187.
- San Andrés, L. et De Santiago, O. 2004. « Forced Response of a Squeeze Film Damper and Identification of Force Coefficients from Large Orbital Motions » *ASME Journal of Tribology*, Vol. 126, pp 292 -300.
- Sassi S., Chérif K. et Thomas M.2003. « On the design and testing of a smart car damper based on electro-rheological technology » *International journal of smart materials and structures*, 12 (6), pp.873 – 880.
- Sawicki, J.T., Capaldi, R.J. et Adams, M.L.1997. « Experimental and Theoretical Rotordynamic Characteristics of a Hybrid Journal Bearing » *ASME Journal of Tribology*, Vol.119, pp. 132-141.
- Sébastien, B., Bonneau, O. et Frene, J.2001. « Influence of axial thrust bearing on the dynamic behavior of an elastic shaft: Coupling between the axial dynamic behavior and the bending vibration of a flexible shaft » *Journal of vibration and acoustics*, vol.123, pp.145-149.

- Seungchul Lima, Sang-Min Parka, et Kab-Il Kimb. 2005. « AI vibration control of high-speed rotor systems using electrorheological fluid » *Journal of Sound and Vibration*, 284, pp. 685–703.
- Shinkle J. N., et Horning K. G. 1965. « Frictional characteristics of liquid hydrostatic journal bearings » *Journal. of Basic Eng., ASME*, serie D, 1965, vol 87, No: 1, pp. 163-169.
- Singh D.V., Sinhasan R., et Ghai R. C. 1977. « Static and dynamic analysis of an capillary compensated hydrostatic journal bearing by finite element method » *Trans. of ASME, J. of Lub., Tech.* series F, vol. 99, No: 4, pp. 472-484.
- Sun Y, Thomas M. et Masounave J. 2004. « Investigation of Dynamic Behavior of Electrorheological Fluids by Experimental Design » *Proceedings of the 7th Cansmart meeting, International workshop, Smart Materials and structures*, Montreal, pp.153-162.
- Swanson E, Powell C.D. et Weissman S. 2005. « A practical review of rotating machinery critical speeds and modes » *Sound and Vibration*, pp 10-17.
- Thomas M, Masounave J. et Jacotot L. 1997. « Damping and stiffness properties of Electrorheological fluids » *Fourth International Conference on Composites Engineering*, Hawaii, pp.983-984.
- Tian Hao. 2002. « Electrorheological suspensions » *Advances in Colloid and Interface Science*, 97, pp.1-35.
- Tichy J A .1993. « Behavior of a squeeze film damper with an electrorheological fluid » *STLE Tribology Transactions*, 36, pp. 127–133.
- Vance J.M. 1988. *Rotor dynamics of Turbomachinery* . John Wiley & Sons.
- Winslow, W. M. 1947. « Induced vibration of suspensions » *Journal of Applied Physics*, 20, pp. 1137-1140.
- Wua C. W. et Conrad H. 1997. « Influence of a surface film on the particles on the electrorheological response » *Journal of Applied Physics*, 81 (1). pp. 383-389.

- Yao G., Meng G., et Qui Y. 2000. « Electro-Rheological Multi-layer Squeeze Film Damper and Its Application to Vibration Control of Rotor System » *Journal of Vibration and Acoustics*, 122, Issue 1, pp.7-11.
- Zahloul, H. Bouzidane, A. et Bonneau, O.2004. « Static Characteristics of a Rectangular Four-Pad Hydrostatic Thrust Bearing » In *Proceedings of International Mechanical Engineering Conference*, (Kuwait December 5-8), pp. 460-47
- Zhou S. et Shi1 J.2001. « Imbalance Estimation for Speed-Varying Rigid Rotors Using Time-Varying Observer » *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 123, pp.637-644.