

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DE LA  
MAÎTRISE EN GÉNIE MÉCANIQUE  
M.ing.

PAR  
David PALAISI

SIMULATION NUMÉRIQUE DU COMPORTEMENT VIBRATOIRE D'ENGRENAGES  
ENDOMMAGÉS

MONTRÉAL, LE 24 FÉVRIER 2011

©Tous droits réservés, David Palaisi, 2011

**PRÉSENTATION DU JURY**  
**CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ**  
**PAR UN JURY COMPOSÉ DE :**

Professeur Thomas Marc, directeur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Professeur Guilbault Raynald, codirecteur de mémoire  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Professeur Hakim Bouzid, président du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

Professeur Zhaoheng Liu, Membre du jury  
Département de génie mécanique à l'École de technologie supérieure

**IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC**

**LE 27 JANVIER 2011**

**À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE**

## **REMERCIEMENTS**

Je tiens tout d'abord à remercier messieurs Marc Thomas et Raynald Guilbault, qui étaient respectivement directeur et co-directeur de recherche durant cette maîtrise, pour m'avoir assisté dans ce projet. Leur aide et leur disponibilité m'ont été très utiles tout au long de ce projet très complet, qui comportait, à la fois une phase théorique et une phase expérimentale. J'ai ainsi pu approfondir mon expérience dans le domaine de la maintenance et de la prévision de défaut de machine, tout en ayant un aperçu du monde de la recherche.

Merci aux techniciens du département de génie mécanique, notamment Patrick Sheridan et Olivier Bouthot ainsi qu'à Alexandre Vigneault du département Usinage qui ont pu m'assister dans les différentes étapes de mon projet, en particulier pour la réalisation des pièces et l'acquisition des résultats expérimentaux.

Je tiens aussi à remercier tous les amis que j'ai rencontrés et côtoyés tout au long de ma vie à Montréal, et qui m'ont permis de me sentir ici chez moi, même en étant à près de six mille kilomètres de la maison. Ils sont trop nombreux pour être cités ici mais ils se reconnaîtront j'en suis sûr.

Et pour finir un grand merci à ma famille pour m'avoir soutenu et encouragé tout au cours de ma scolarité, qui s'achève avec la rédaction de ce mémoire.

# **SIMULATION NUMÉRIQUE DU COMPORTEMENT VIBRATOIRE D'ENGRENAGES ENDOMMAGÉS**

David PALAISI

## **RÉSUMÉ**

Le besoin incessant d'optimisation des engrenages nécessite de bien comprendre leur comportement dynamique. Pour analyser théoriquement le comportement vibratoire des engrenages, il existe des modèles linéaires et non linéaires qui permettent d'analyser la réponse dynamique de l'engrènement. Cependant, la présence de défauts ou d'endommagements sur une dent modifie ce comportement. L'objectif de cette étude est de développer un modèle numérique permettant de simuler l'effet de défauts sur une denture sur les vibrations résultantes. Les défauts traités sont de deux types : des fissures et des défauts de surface. Les fissures modifient la rigidité de la dent. Une première étude montre l'influence de la taille de la fissure sur la rigidité. Les défauts de surface brisent quant à eux le film d'huile modifiant ainsi l'effort de frottement subi par la dent. Une deuxième étude s'attache à évaluer le pourcentage de surface concerné par ce phénomène. Ainsi, une fois les défauts pris en compte dans le modèle numérique, la réponse dynamique obtenue peut être analysée. Des mesures sur bancs d'essais des vibrations d'engrenages endommagés permettent d'étudier la corrélation des résultats avec le modèle numérique.

**Mots clefs:** engrenage, vibration, rigidité, denture, fissure, piqure.

# **NUMERICAL SIMULATION OF DAMAGED GEAR VIBRATIONS**

David PALAISI

## **ABSTRACT**

The need of gear optimization requires a better understanding of its vibratory behaviour. The theoretical dynamic analysis can be conducted by linear or non linear models. However, the presence of defects on a tooth changes this dynamic behaviour. The objective of this research is to develop a numerical model to simulate the effect of defects on gear vibration. The effects of tooth cracks and surface defects are analysed. Different sizes of defects are considered and vibration responses are computed for each case. Experimental tests are conducted in order to measure the vibrations of damaged gears and validate the numerical model.

**Keywords:** gear, vibration, stiffness, tooth portion, crack, pitting.

## TABLE DES MATIÈRES

|                                                                     | Page |
|---------------------------------------------------------------------|------|
| INTRODUCTION .....                                                  | 1    |
| CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE .....                               | 3    |
| 1.1 Introduction.....                                               | 3    |
| 1.2 Sources de vibration.....                                       | 4    |
| 1.3 Modèle numérique .....                                          | 5    |
| 1.3.1 Création du modèle .....                                      | 5    |
| 1.3.2 Modélisation du contact.....                                  | 11   |
| 1.3.2.1 Théorie de Hertz .....                                      | 11   |
| 1.3.2.2 Prise en compte d'un facteur d'erreur.....                  | 13   |
| 1.3.3 Modélisation du lubrifiant.....                               | 15   |
| 1.3.3.1 Coefficient de contact constant.....                        | 15   |
| 1.3.3.2 Coefficient linéaire.....                                   | 15   |
| 1.3.4 Défauts usuels et leur manifestation .....                    | 16   |
| 1.3.4.1 La corrosion .....                                          | 17   |
| 1.3.4.2 La fatigue de contact.....                                  | 17   |
| 1.3.4.3 Les fissures en fatigue.....                                | 17   |
| 1.3.5 Application aux défauts .....                                 | 18   |
| 1.4 Traitement des signaux .....                                    | 20   |
| 1.4.1 Analyse temporelle .....                                      | 20   |
| 1.4.2 Analyse fréquentielle .....                                   | 23   |
| 1.4.3 Ondelettes .....                                              | 25   |
| 1.4.4 Cyclo-stationnarité.....                                      | 27   |
| 1.5 Conclusion .....                                                | 27   |
| 1.6 Objectifs de l'étude et originalité des travaux .....           | 28   |
| CHAPITRE 2 MODÈLE DYNAMIQUE.....                                    | 29   |
| 2.1 Introduction.....                                               | 29   |
| 2.2 Point de départ du modèle.....                                  | 29   |
| 2.3 Modélisation des engrenages .....                               | 34   |
| 2.3.1 Les rigidités.....                                            | 34   |
| 2.3.1.1 Rigidité d'engrènement.....                                 | 34   |
| 2.3.1.2 Autres rigidités.....                                       | 36   |
| 2.3.1.3 Influence des fissures sur la rigidité.....                 | 37   |
| 2.3.1.4 Mise en équation du phénomène.....                          | 41   |
| 2.3.2 Les Amortissements.....                                       | 41   |
| 2.3.2.1 Amortissement d'engrènement .....                           | 41   |
| 2.3.2.2 Autres amortissement.....                                   | 42   |
| 2.3.3 Le coefficient de frottement.....                             | 43   |
| 2.3.3.1 Calcul du coefficient .....                                 | 43   |
| 2.3.3.2 Influence des piqures sur le coefficient de frottement..... | 44   |

|                                                              |                                                 |     |
|--------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|-----|
| 2.4                                                          | Intégration numérique .....                     | 49  |
| 2.5                                                          | Calcul des résonances du système .....          | 50  |
| 2.6                                                          | Conclusion .....                                | 52  |
| CHAPITRE 3 MATERIEL ET MÉTHODES .....                        |                                                 | 53  |
| 3.1                                                          | Introduction .....                              | 53  |
| 3.2                                                          | Banc d'essai .....                              | 53  |
| 3.3                                                          | Plan d'expérience .....                         | 54  |
| 3.3.1                                                        | Modélisation des fissures .....                 | 55  |
| 3.3.2                                                        | Modélisation des piqûres .....                  | 56  |
| 3.4                                                          | Choix des roues .....                           | 57  |
| 3.5                                                          | Conclusion .....                                | 59  |
| CHAPITRE 4 VALIDATION DU MODÈLE .....                        |                                                 | 60  |
| 4.1                                                          | Validation numérique .....                      | 60  |
| 4.2                                                          | Prise en compte des défauts .....               | 63  |
| 4.2.1                                                        | Fissures .....                                  | 64  |
| 4.2.2                                                        | Piqûres .....                                   | 65  |
| 4.3                                                          | Conclusion .....                                | 69  |
| CHAPITRE 5 ESSAIS EXPÉRIMENTAUX .....                        |                                                 | 70  |
| 5.1                                                          | Introduction .....                              | 70  |
| 5.2                                                          | Banc d'essai .....                              | 70  |
| 5.2.1                                                        | Analyse modale .....                            | 70  |
| 5.2.2                                                        | Variation de la vitesse .....                   | 73  |
| 5.3                                                          | Résultats temporels .....                       | 74  |
| 5.3.1                                                        | Détection des fissures .....                    | 75  |
| 5.3.2                                                        | Détection des piqûres .....                     | 77  |
| 5.4                                                          | Analyse des signaux .....                       | 78  |
| 5.4.1                                                        | Analyse fréquentielle .....                     | 78  |
| 5.4.2                                                        | Analyse angulaire .....                         | 81  |
| 5.5                                                          | Comparaison avec les résultats numériques ..... | 83  |
| 5.5.1                                                        | Comparaison des défauts de fissure .....        | 84  |
| 5.5.2                                                        | Comparaison des défauts de piqûre .....         | 86  |
| 5.6                                                          | Conclusion .....                                | 90  |
| CONCLUSION .....                                             |                                                 | 91  |
| ANNEXE I ENGRENAGES .....                                    |                                                 | 94  |
| ANNEXE II CALCUL DE CONTRAINTE SUIVANT LA NORME AGMA .....   |                                                 | 96  |
| ANNEXE III ESSAIS EXPÉRIMENTAUX À DIFFÉRENTES VITESSES ..... |                                                 | 99  |
| ANNEXE IV ORGANIGRAMME .....                                 |                                                 | 101 |

|                                            |     |
|--------------------------------------------|-----|
| LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES ..... | 103 |
|--------------------------------------------|-----|



## LISTE DES TABLEAUX

|             | Page                                                                                                      |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Tableau 1.1 | Critère de sévérité du Kurtosis.....23                                                                    |
| Tableau 2.1 | Plan d'expérience pour caractériser la rigidité .....39                                                   |
| Tableau 2.2 | Coefficient de l'équation du coefficient correcteur .....41                                               |
| Tableau 2.3 | Plan d'expérience et distance critique de la zone affectée.....45                                         |
| Tableau 2.4 | Valeur des coefficients de $\delta_{int}$ .....47                                                         |
| Tableau 3.1 | Choix des paramètres pour les fissures .....56                                                            |
| Tableau 3.2 | Choix des paramètres pour les piqûres .....57                                                             |
| Tableau 3.3 | Calcul des contraintes en flexion .....58                                                                 |
| Tableau 3.4 | Calcul des contraintes de surface .....59                                                                 |
| Tableau 5.1 | Amplitude des pics du spectre pour différentes vitesses de rotation .....73                               |
| Tableau 5.2 | Analyse globale des signaux temporels avec fissure .....75                                                |
| Tableau 5.3 | Analyse globale des signaux temporels avec piqûres .....77                                                |
| Tableau 5.4 | Résultats simulés avec fissures à partir du modèle .....84                                                |
| Tableau 5.5 | Résultats simulés avec fissures à partir du modèle pour un coefficient<br>d'amortissement de 0,12. ....85 |
| Tableau 5.6 | Résultats simulés avec piqûres à partir du modèle .....86                                                 |

## LISTE DES FIGURES

|             | Page                                                                                    |
|-------------|-----------------------------------------------------------------------------------------|
| Figure 1.1  | Montage à modéliser [9]. .....6                                                         |
| Figure 1.2  | Modélisation à 2 degrés de liberté (gauche) et 6 degrés de liberté (droite) [9]. .....7 |
| Figure 1.3  | Modélisation de la force de contact [9]. .....8                                         |
| Figure 1.4  | Réponse angulaire du pignon a) 2 DDL, b) 6 DDL, c) 8 DDL et d) 20 DDL [9]. .....9       |
| Figure 1.5  | Force de contact, a) 2 DDL, b) 6 DDL, c) 8 DDL et d) 20 DDL [9]. .....10                |
| Figure 1.6  | Modélisation d'une dent par éléments finis [9]. .....11                                 |
| Figure 1.7  | Calcul de la rigidité de contact [9]. .....13                                           |
| Figure 1.8  | Modèle d'un engrenage de pompe [10]. .....13                                            |
| Figure 1.9  | Modèle de Sawalhi comportant l'erreur de contact [11]. .....14                          |
| Figure 1.10 | Coefficient de friction expérimental [13]. .....16                                      |
| Figure 1.11 | Coefficient de friction dynamique [14]. .....16                                         |
| Figure 1.12 | Types de dégradation a) corrosion b) piqures c) fissure [15]. .....18                   |
| Figure 1.13 | Fissure en pied de dent. ....18                                                         |
| Figure 1.14 | Accélération angulaire du pignon .....19                                                |
| Figure 1.15 | Spectre a) par le modèle, b) expérimental. ....20                                       |
| Figure 1.16 | Analyse globale mensuelle [17]. .....21                                                 |
| Figure 1.17 | Sévérité en fonction du facteur de crête [16]. .....22                                  |
| Figure 1.18 | Niveau d'alarme en fréquence pour un engrenage [16]. .....24                            |
| Figure 1.19 | Ondelette de Morlet. ....26                                                             |

|             |                                                                                                                                                        |    |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 1.20 | Analyse d'engrenage sans défaut (gauche) et avec une dent manquante (droite) [18].                                                                     | 27 |
| Figure 2.1  | Modèle à six degrés de liberté [9].                                                                                                                    | 30 |
| Figure 2.2  | Paramétrage d'une dent.                                                                                                                                | 34 |
| Figure 2.3  | Flexion d'un arbre soumis à une force ponctuelle.                                                                                                      | 37 |
| Figure 2.4  | Modélisation d'une fissure.                                                                                                                            | 38 |
| Figure 2.5  | Position de la force exercée et du déplacement mesuré.                                                                                                 | 39 |
| Figure 2.6  | Déplacement d'une dent soumise à un chargement en bout de dent.                                                                                        | 40 |
| Figure 2.7  | Rigidité de la dent en fonction du module pour une fissure en pied de dent suivant les différents cas du tableau 2.1                                   | 40 |
| Figure 2.8  | Modèle éléments finis.                                                                                                                                 | 45 |
| Figure 2.9  | Répartition de la pression autour d'un trou.                                                                                                           | 46 |
| Figure 2.10 | Zone affectée par la surpression.                                                                                                                      | 47 |
| Figure 2.11 | Schéma d'une zone affectée.                                                                                                                            | 48 |
| Figure 2.12 | Schéma de la transmission.                                                                                                                             | 52 |
| Figure 3.1  | Banc d'essai Spectra Quest.                                                                                                                            | 53 |
| Figure 3.2  | Schéma du banc.                                                                                                                                        | 54 |
| Figure 3.3  | Modélisation d'une fissure.                                                                                                                            | 55 |
| Figure 3.4  | Modélisation des piquûres.                                                                                                                             | 56 |
| Figure 4.1  | ETD en fonction du temps à 1560 tr/min.                                                                                                                | 61 |
| Figure 4.2  | ETD en $\mu\text{m}$ obtenu par Parker à 1560 tr/min.                                                                                                  | 61 |
| Figure 4.3  | ETD en fonction du temps à 2880 tr/min.                                                                                                                | 62 |
| Figure 4.4  | ETD en $\mu\text{m}$ obtenu par Parker à 2880 tr/min.                                                                                                  | 62 |
| Figure 4.5  | Comparaison fréquentielle du DTE à 1560 tr/min a) modèle numérique b) modèle de référence et à 2880 tr/min c) modèle numérique d) modèle de référence. | 63 |

|             |                                                                                                                                          |    |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 4.6  | Rigidité de contact pour un engrenage sans défaut.....                                                                                   | 64 |
| Figure 4.7  | Rigidité de contact pour un engrenage avec fissure.....                                                                                  | 65 |
| Figure 4.8  | Coefficient de frottement constant.....                                                                                                  | 66 |
| Figure 4.9  | Coefficient de frottement linéaire.....                                                                                                  | 66 |
| Figure 4.10 | Force de frottement en présence de piqûres, pour des coefficients constant (en haut) et linéaire (en bas).....                           | 67 |
| Figure 4.11 | Force de frottement avec 5 piqûres.....                                                                                                  | 68 |
| Figure 4.12 | Force de frottement avec 7 piqûres.....                                                                                                  | 68 |
| Figure 4.13 | Force de frottement avec 9 piqûres.....                                                                                                  | 68 |
| Figure 5.1  | Schéma de la mesure pour l'analyse modale.....                                                                                           | 71 |
| Figure 5.2  | Analyse modale du capteur radial de 0 - 200 Hz.....                                                                                      | 72 |
| Figure 5.3  | Analyse modale du capteur radial de 0 - 3500 Hz.....                                                                                     | 72 |
| Figure 5.4  | Spectre de l'accélération radiale à 1000 tr/min.....                                                                                     | 73 |
| Figure 5.5  | Signal temporel obtenu par un des capteurs radiaux.....                                                                                  | 75 |
| Figure 5.6  | Facteur de Crête pour différentes largeurs de fissure.....                                                                               | 76 |
| Figure 5.7  | Kurtosis pour les différents cas de piqûre.....                                                                                          | 77 |
| Figure 5.8  | Spectre d'un engrenage en présence d'une dent défectueuse.....                                                                           | 78 |
| Figure 5.9  | Spectre du signal d'un engrenage avec une fissure de 3,07 mm de profondeur pour 10 mm de largeur.....                                    | 79 |
| Figure 5.10 | Spectres d'engrenages comportant une fissure de même largeur (30 mm) mais de profondeur différente a) 2,33 mm b) 3,07 mm c) 3,81 mm..... | 80 |
| Figure 5.11 | Spectres d'engrenages comportant des piqûres de 2 mm de diamètre a) 5 piqûres b) 7 piqûres c) 9 piqûres.....                             | 81 |
| Figure 5.12 | Analyse angulaire d'un engrenage comportant un défaut de surface.....                                                                    | 82 |
| Figure 5.13 | Analyse spectrale de la moyenne angulaire de la figure 5.12.....                                                                         | 83 |
| Figure 5.14 | Comparaison du Facteur de Crête pour les différents cas de fissure entre l'expérience (pointillé) et la simulation (plein).....          | 84 |

|             |                                                                                                                                  |    |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 5.15 | Comparaison du Facteur de Crête pour les différents cas de fissure entre l'expérience (pointillé) et la simulation (plein). .... | 85 |
| Figure 5.16 | Comaprraison du Facteur de Crête pour les différents cas de piqure entre l'expérience (pointillé) et la simulation (plein). .... | 87 |
| Figure 5.17 | Comparaison du Facteur de Crête pour les différents cas de piqure entre l'expérience (pointillé) et la simulation (plein). ....  | 88 |
| Figure 5.18 | Spectre de l'accélération angulaire du pignon sans défaut. ....                                                                  | 89 |
| Figure 5.19 | Spectre de l'accélération angulaire du pignon avec des piqures de 10 $\mu\text{m}$ sur une dent. ....                            | 89 |
| Figure 5.20 | Facteur de Crête en présence de fissure. ....                                                                                    | 90 |
| Figure 5.21 | Schéma d'une chaine de prise de décision. ....                                                                                   | 93 |

## **LISTE DES ABRÉVIATIONS, SIGLES ET ACRONYMES**

|      |                                         |
|------|-----------------------------------------|
| AGMA | American Gear Manufacturers Association |
| BPFO | Ball Pass Frequency Outer               |
| DDL  | Degré de liberté                        |
| ETD  | Erreur de Transmission Dynamique        |
| FC   | Facteur de crête                        |
| MEF  | Méthode des éléments finis              |
| REH  | Régime Elasto-Hydrodynamique            |
| RMS  | Root Mean Square                        |

## LISTE DES SYMBOLES ET UNITÉS DE MESURE

|                    |                                                                  |
|--------------------|------------------------------------------------------------------|
| $a$                | Demi-largeur de contact (m)                                      |
| $B$                | Largeur de l'engrenage (m)                                       |
| $c$                | Constante de calcul de Hertz                                     |
| $C$                | Matrice d'amortissement généralisé                               |
| $C_a$              | Amortissement de l'arbre (kg/s)                                  |
| $C_c$              | Matrice d'amortissement couplée                                  |
| $C_{px}$           | Amortissement transversal du support du pignon suivant x (kg/s)  |
| $C_{py}$           | Amortissement transversal du support du pignon suivant y (kg/s)  |
| $C_{rx}$           | Amortissement transversal du support de la roue suivant x (kg/s) |
| $C_{ry}$           | Amortissement transversal du support de la roue suivant y (kg/s) |
| $C_m$              | Amortissement du contact des dents (kg/s)                        |
| $C_x$              | Matrices d'amortissement en translation                          |
| $C_\theta$         | Matrices d'amortissement en rotation                             |
| $d$                | Vecteur des déplacements                                         |
| $\dot{d}$          | Vecteur des vitesses                                             |
| $\ddot{d}$         | Vecteur des accélérations                                        |
| $D$                | Diamètre de trou (m)                                             |
| $e$                | Déplacement due à l'erreur de profil (m)                         |
| $e_p$              | Espacement des piqures (m)                                       |
| $e_t$              | Déplacement de la dent (m)                                       |
| $E$                | Module de Young des matériaux (Pa)                               |
| $e_{runout}$       | Déplacement due aux défauts d'alignement (m)                     |
| $ETD$              | Erreur de Transmission Dynamique                                 |
| $e_{toothprofile}$ | Déplacement due su défauts du profil (m)                         |
| $E^*$              | Module de Young équivalent des deux matériaux (Pa)               |
| $FC$               | Facteur de crête                                                 |
| $f_{eng}$          | Fréquence d'engrènement (Hz)                                     |
| $f_m$              | Fréquence de rotation du moteur (Hz)                             |

|             |                                                                            |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------|
| $f_n$       | Force normale à la surface (N)                                             |
| $F$         | Vecteur des forces sur le système                                          |
| $F_t$       | Force de frottement (N)                                                    |
| $I$         | Moment d'inertie en flexion de l'arbre ( $m^4$ )                           |
| $J_p$       | Inertie du pignon ( $kg.m^2$ )                                             |
| $J_r$       | Inertie de la roue ( $kg.m^2$ )                                            |
| $J_\theta$  | Matrice d'inertie                                                          |
| $K$         | Matrice de rigidité généralisée                                            |
| $K_a$       | Rigidité de l'arbre ( $kg/s^2$ )                                           |
| $K_c$       | Matrice de rigidité couplée                                                |
| $K_f$       | Rigidité d'une dent d'engrenage ( $kg/s^2$ )                               |
| $K_{fp}$    | Rigidité d'une dent du pignon ( $kg/s^2$ )                                 |
| $K_{fr}$    | Rigidité d'une dent de la roue ( $kg/s^2$ )                                |
| $K_{Hertz}$ | Rigidité du contact calculé par la méthode de Hertz ( $kg/s^2$ )           |
| $K_m$       | Rigidité du contact des dents ( $kg/s^2$ )                                 |
| $K_{mi}$    | Rigidité du contact d'une seule paire de dents ( $kg/s^2$ )                |
| $K_{px}$    | Rigidité transversale du support du pignon suivant x ( $kg/s^2$ )          |
| $K_{py}$    | Rigidité transversale du support du pignon suivant y ( $kg/s^2$ )          |
| $K_{rx}$    | Rigidité transversale du support de la roue suivant x ( $kg/s^2$ )         |
| $K_{ry}$    | Rigidité transversale du support de la roue suivant y ( $kg/s^2$ )         |
| $K_x$       | Matrice de rigidité en translation                                         |
| $K_\theta$  | Matrice de rigidité en rotation                                            |
| $l$         | Distance entre le point de contact de la force et le centre de l'arbre (m) |
| $L$         | Longueur de l'arbre (m)                                                    |
| $L_f$       | Largeur des fissures (m)                                                   |
| $L_x$       | Positionnement de la force exercée sur l'arbre (m)                         |
| $l_1$       | Longueur de l'ellipse (m)                                                  |
| $l_2$       | Largeur de l'ellipse (m)                                                   |
| $M$         | Matrice de masse généralisée                                               |
| $M_{arbre}$ | Masse de l'arbre (kg)                                                      |



|            |                                                          |
|------------|----------------------------------------------------------|
| $M_c$      | Matrice de masse couplée                                 |
| $M_{eq}$   | Masse équivalente du contact (kg)                        |
| $M_p$      | Masses du pignon (kg)                                    |
| $M_r$      | Masses de la roue (kg)                                   |
| $m_t$      | Module de l'engrenage (m)                                |
| $M_x$      | Matrice de masse                                         |
| $N$        | Nombre de dents de l'engrenage                           |
| $N_c$      | Nombre de paires de dents en contact                     |
| $N_e$      | Nombre de données du signal                              |
| $P_0$      | Pression de contact (Pa)                                 |
| $P_f$      | Profondeur des fissures (m)                              |
| $R$        | Facteur correctif due aux fissures                       |
| $R_a$      | Rugosité composé des deux surfaces (m)                   |
| $R_{bp}$   | Rayon de base du pignon (m)                              |
| $R_{br}$   | Rayon de base de la roue (m)                             |
| $R_{eq}$   | Rayon de courbure équivalent au point de contact (m)     |
| $RMS$      | Valeur efficace du signal                                |
| $R_p$      | Rayon primitif du pignon (m)                             |
| $R_r$      | Rayon primitif de la roue (m)                            |
| $R_{rmsp}$ | Rugosité rms du pignon (m)                               |
| $R_{rmsr}$ | Rugosité rms de la roue (m)                              |
| $s$        | Dimension pour le calcul des coefficients de l'ondelette |
| $S_a$      | Surface affectée par la surpression (m <sup>2</sup> )    |
| $s_i$      | Coefficient pour le calcul de R                          |
| $T$        | Vecteur des couples sur le système                       |
| $T_a$      | Épaisseur de la dent (m)                                 |
| $T_c$      | Couple de la charge (Nm)                                 |
| $T_e$      | Période d'échantillonnage (s)                            |
| $T_{fp}$   | Couple due au frottement sur le pignon (Nm)              |
| $T_{fr}$   | Couple due au frottement sur la roue (Nm)                |

|              |                                                                         |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $T_m$        | Couple du moteur (Nm)                                                   |
| $T_r$        | Période de rotation de l'arbre (s)                                      |
| $u$          | Temps pour le calcul des coefficients de l'ondelette (s)                |
| $u_p$        | Déplacement du pignon (m)                                               |
| $u_r$        | Déplacement de la roue (m)                                              |
| $v_p$        | Vitesse du pignon (m/s)                                                 |
| $v_r$        | Vitesse de la roue (m/s)                                                |
| $v_g$        | Vitesse de glissement (m/s)                                             |
| $W$          | Force normale de contact (N)                                            |
| $x$          | Vecteur des déplacements en translation suivant l'axe horizontal        |
| $\dot{x}$    | Vecteur des vitesses en translation suivant l'axe horizontal            |
| $\ddot{x}$   | Vecteur des accélérations en translation suivant l'axe horizontal       |
| $X_L$        | Facteur correctif pour la présence d'additif                            |
| $x_p$        | Déplacements en translation suivant l'axe horizontal du pignon          |
| $\dot{x}_p$  | Vitesses en translation suivant l'axe horizontal du pignon              |
| $\ddot{x}_p$ | Accélérations en translation suivant l'axe horizontal du pignon         |
| $x_r$        | Déplacements en translation suivant l'axe horizontal de la roue         |
| $\dot{x}_r$  | Vitesses en translation suivant l'axe horizontal de la roue             |
| $\ddot{x}_r$ | Accélérations en translation suivant l'axe horizontal de la roue        |
| $x_t$        | Distance entre le pied de la dent et le point d'application de la force |
| $y$          | Vecteur des déplacements en translation suivant l'axe vertical          |
| $\dot{y}$    | Vecteur des vitesses en translation suivant l'axe vertical              |
| $\ddot{y}$   | Vecteur des accélérations en translation suivant l'axe vertical         |
| $y_p$        | Déplacements en translation suivant l'axe vertical du pignon            |
| $\dot{y}_p$  | Vitesses en translation suivant l'axe vertical du pignon                |
| $\ddot{y}_p$ | Accélérations en translation suivant l'axe vertical du pignon           |
| $y_r$        | Déplacements en translation suivant l'axe vertical de la roue           |
| $\dot{y}_r$  | Vitesses en translation suivant l'axe vertical de la roue               |
| $\ddot{y}_r$ | Accélérations en translation suivant l'axe vertical de la roue          |
| $y_k$        | Amplitude de $k^{\text{ieme}}$ valeur du signal temporel                |

|                  |                                                          |
|------------------|----------------------------------------------------------|
| $Y_{kurt}$       | Kurtosis du signal                                       |
| $Y_m$            | Valeur moyenne du signal                                 |
| $\alpha$         | Pourcentage de contact lubrifié                          |
| $\delta$         | Déplacement mesuré de la dent (m)                        |
| $\delta_{ext}$   | Distance affectée par la surpression coté extérieur      |
| $\delta_{int}$   | Distance affectée par la surpression coté intérieur      |
| $\Delta$         | Flèche de l'arbre au point d'application de la force (m) |
| $\theta$         | Vecteur des déplacements en rotation                     |
| $\dot{\theta}$   | Vecteur des vitesses en rotation                         |
| $\ddot{\theta}$  | Vecteur des accélérations rotation                       |
| $\theta_p$       | Déplacements en rotation du pignon (m)                   |
| $\dot{\theta}_p$ | Vitesses en rotation du pignon (m/s)                     |
| $\theta_r$       | Déplacements en rotation de la roue (m)                  |
| $\dot{\theta}_r$ | Vitesses en rotation de la roue (m)                      |
| $\lambda$        | Valeurs propres du système                               |
| $\mu$            | Coefficient de frottement                                |
| $\mu_{huile}$    | Coefficient de frottement du lubrifiant                  |
| $\mu_{solide}$   | Coefficient de frottement entre les solides              |
| $\nu_k$          | Viscosité cinématique du lubrifiant (St)                 |
| $\zeta$          | Taux d'amortissement de l'arbre                          |
| $\zeta_m$        | Taux d'amortissement du contact                          |
| $\rho$           | Masse volumique des matériaux (kg/m <sup>3</sup> )       |
| $\sigma$         | Contrainte dans le matériau (MPa)                        |
| $\sigma_{all}$   | Contrainte maximale admissible dans le matériau (MPa)    |
| $\gamma$         | Coefficient de Poisson des matériaux                     |
| $\varphi$        | Angle de pression du contact (rad)                       |
| $\varphi_k$      | Déphasage des deux arbres (rad)                          |
| $\psi$           | Fonction d'ondelette                                     |
| $\psi_\sigma$    | Fonction d'ondelette de Morlet                           |
| $\omega$         | Fréquences naturelle (rad/s)                             |

## INTRODUCTION

En maintenance des machines, la surveillance des vibrations d'engrenages est essentielle, mais en faire le diagnostic n'est pas toujours évident. Il faut parfois employer des techniques de traitement du signal sophistiquées telle l'analyse temps-fréquence, le Cepstre ou l'analyse d'enveloppe. Cependant, pour faire un bon diagnostic, il reste nécessaire de comprendre et de prédire comment se manifeste la vibration d'engrenages sous l'effet de défauts d'engrènements. Pour cela, il existe des modèles linéaires et non linéaires qui permettent de simuler la réponse dynamique des engrenages. Cependant, la présence de défauts ou d'endommagement sur une dent modifie le comportement vibratoire. C'est pourquoi l'objectif de cette étude est de développer un modèle numérique permettant de simuler l'effet des défauts de denture sur la signature vibratoire d'un engrenage.

Dans le chapitre 1, le mémoire s'attachera à faire le point sur les différents modèles existants. Puis, le chapitre 2 montrera le modèle optimum sélectionné. Les paramètres alors pris en compte se limiteront à l'intérieur de la transmission d'engrenage droit. Ainsi, le modèle ne tiendra pas compte ni du moteur, ni de la charge. Une fois le modèle établi pour un régime normal, il faudra intégrer des modules afin de gérer les défauts. Ces défauts traités sont de deux types : des fissures en pied de dent et des piqûres de surface. Les fissures seront considérées perpendiculaires à la dent et paramétrées par deux dimensions, leur largeur et leur profondeur. Une étude montrera l'influence de la taille de la fissure sur la rigidité de la dent. Ainsi, la dent endommagée modifiera à son passage, la rigidité de contact et donc la dynamique du système. En ce qui concerne les défauts de surface, ils seront ramenés à des piqures paramétrées par leur diamètre et leur nombre. Ces défauts peuvent quant à eux entraîner le bris du film de lubrification modifiant ainsi l'effort de frottement subit par la dent. Une partie s'attachera à évaluer l'influence d'une surface affectée par ce phénomène. Cela permettra de calculer le pourcentage de contact solide dans la zone endommagée.

Une fois les défauts pris en compte dans le modèle numérique, la réponse dynamique obtenue devra être comparée à une étude expérimentale menée selon un plan d'expériences

sur un banc d'essais d'engrenages. Le chapitre 3 décrira le banc d'essai, ainsi que les plans expérimentaux utilisés pour l'analyse vibratoire des défauts de fissures et de piqûres. Avant la validation expérimentale, le chapitre 4 mettra en avant la comparaison de simulations numériques obtenues à partir du modèle avec celles d'un modèle de référence. Cette étape permettra la validation du modèle ainsi que l'analyse de l'influence des défauts sur les résultats numériques. Le chapitre 5 montrera, par la suite, l'analyse des réponses vibratoires obtenues sur le banc d'essai, dans le domaine temporel et fréquentiel, ainsi qu'une comparaison de ces résultats avec ceux obtenus par le modèle numérique.

## **CHAPITRE 1**

### **REVUE DE LITTÉRATURE**

#### **1.1 Introduction**

Il existe dans la littérature un grand nombre de publications concernant les transmissions par engrenage. En effet, ces éléments étant très présents dans les machines actuelles, ils demandent une meilleure compréhension de leurs phénomènes dynamiques. Le but étant de répondre aux enjeux économiques, cette compréhension permet, entre autres, une amélioration continue à partir de différents aspects des trains d'engrenages, tels que l'allongement de la durée de vie, une meilleure surveillance de l'usure ou une réduction du niveau de bruit. De plus, dans le cadre d'une maintenance continue, il est très difficile d'arrêter les systèmes pour pouvoir observer la présence ou non des défauts. Une des données accessible représentant le dommage sont les vibrations mesurables de l'ensemble du système. Le signal obtenu prend en compte les vibrations générées par tous les éléments constituant le montage. Le but du diagnostic est de déterminer la présence d'un défaut dans le système, mais aussi de l'identifier. Cela nécessite de comprendre le comportement vibratoire des différents organes du mécanisme. C'est dans cette optique que différentes études proposent une approche numérique du comportement des engrenages afin d'analyser les facteurs importants dans cette dynamique comme les facteurs d'usure ou de conception.

À partir des moyens informatiques actuels, il est possible d'établir des modèles plus ou moins complexes basés sur des théories différentes telles que des méthodes de résolution numérique [1], l'utilisation des éléments finis [2], la théorie de Floquet [3]... Une fois le type de modélisation discrète choisi, il faut alors déterminer le nombre de degrés de liberté. En faisant varier le nombre de degrés de liberté du modèle, il est possible de considérer juste le train d'engrenage ou le système au complet, incluant les arbres et le bâti. Ces modèles restent théoriques et doivent, par la suite, être validés à partir de résultats expérimentaux.

Une des méthodes les plus répandues pour mesurer cette dynamique sur un système réel est l'analyse vibratoire. Les vibrations mesurées sont essentiellement dues au phénomène d'engrènement, qui génère une réponse périodique à la fréquence d'engrènement. Cependant de nombreux effets peuvent s'ajouter à celle-ci, et modifier la réponse vibratoire. Parmi ceux-ci, on peut considérer les défauts de géométrie de l'engrenage, les défauts de montage, la corrosion et aussi les défauts d'usure telle que les fissures ou pertes de métal. Ainsi une simple modification de ces paramètres peut entraîner une variation importante des vibrations. Les précédentes publications sur le sujet mettent en avant trois points essentiels :

- L'influence des différents paramètres sur les vibrations d'engrenage. En effet, il est pertinent de montrer comment ces caractéristiques influencent le comportement dynamique des engrenages.
- Les différents modèles numériques existants, permettant la modélisation du contact, de la dent mais aussi des défauts et du lubrifiant.
- L'utilisation des méthodes de traitement des signaux vibratoires pour pouvoir détecter les défauts.

## **1.2 Sources de vibration**

Comme dit précédemment, la principale cause de vibration est due à l'engrènement. En effet, les contacts entre deux nouvelles dents créent des chocs périodiques. Il faut rajouter à cela, la variation du nombre de dents en contact au cours du temps. Cette variation change la rigidité du contact, ce qui la rend non-linéaire. Ceci influe sur les résonances du modèle.

De plus, un jeu est nécessaire pour permettre le fonctionnement et, en particulier, la lubrification du contact. Ce jeu permet alors à d'autres phénomènes, différents du rapport de conduite, de s'ajouter pour perturber également la dynamique du système. En particulier, l'erreur de transmission peut être ressentie comme une excitation extérieure, l'erreur de transmission étant un écart entre la développante de cercle théorique et la développante réelle. Cet écart résulte d'un manque de précision, d'une correction de la denture ou encore

de déformations élastiques des corps. D'autres éléments tels que des défauts d'alignement ou de centrage peuvent aussi venir perturber la dynamique.

### **1.3 Modèle numérique**

Dans un but de simplicité, la plupart des travaux de modélisation du comportement dynamique d'engrenages se sont orientés vers des modélisations discrètes de type masses-ressorts-amortisseurs. Les engrenages sont alors assimilés à des cylindres rigides liés par une raideur qui représente la liaison élastique entre les dentures (raideur d'engrènement) (Gregory et al [4] et Tulpin [5]). Les premiers travaux considèrent une raideur d'engrènement constante, ce qui nécessite l'ajout de différentes excitations externes, telles que les erreurs de forme et de montage, dans les équations dynamiques (Tulpin [5] et Pearce et al [6]). Il est actuellement admis (Kassaï et al [7] et Welbourn [8]) que les deux sources d'excitation interne à considérer sont celles produites par la fluctuation de raideur d'engrènement et celles générées par les écarts de formes sur la denture.

#### **1.3.1 Création du modèle**

La prise en compte de tous les phénomènes telles que la raideur variable, les contrecoups, la variation de vitesse de frottement en fonction du profil de la dent ou bien la variation en fonction du temps, de l'usure, de l'amortissement et du roulement nécessite un modèle lourd et complexe. Dans cette partie, il sera mis en évidence comment il est possible de résoudre ce problème à partir de modèles numériques non-linéaires. Il s'agit des méthodes d'intégration numérique dont les plus connues sont la méthode de la différence centrale, la méthode de Runge-Kutta ou la méthode Newmark.

Lalonde et Guilbault [9] ont développé différents modèles d'une transmission (Fig. 1.1) à partir d'éléments discrets de masse, inertie, rigidité et amortissement. Le modèle étudié est une transmission décomposée en éléments simples :

- Masses et moments d'inertie.



- Raideur de torsion de l'arbre, rigidité des roulements, rigidité de flexion de l'arbre.
- Amortissement en torsion de l'arbre, en translation des roulements.

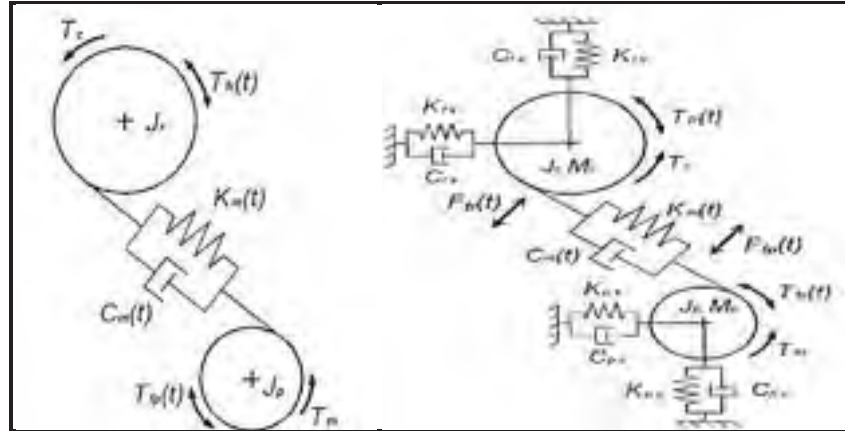
L'énergie perdue par la friction dans les roulements, n'est pas traitée comme une source d'excitation. Il y a deux sortes d'excitation, le couple d'entrée et la charge de sortie considérés comme des constantes, et la rigidité de contact variable en fonction du nombre de dent en contact et de la position du contact sur celle-ci.



**Figure 1.1 Montage à modéliser [9].**

Ainsi, ils définissent plusieurs modèles comportant chacun, un nombre différent de degrés de liberté (Fig. 1.2):

- Un modèle à deux degrés de liberté où ils considèrent seulement les degrés de liberté en rotation du pignon et de la couronne. Ils négligent donc tous les autres effets extérieurs.
- Un modèle à six degrés de liberté où ils ajoutent les déplacements en translation suivant  $x$  et  $y$  du pignon et de la couronne, ce qui implique que la rigidité et l'amortissement du support entrent en ligne de compte. Ils considèrent que l'arbre et les roulements ont les mêmes propriétés dans les deux directions.
- Deux modèles à huit et vingt degrés de liberté, comprenant les moments d'inertie du moteur et de la charge, permettent de comparer l'influence des éléments extérieurs dans la modélisation.



**Figure 1.2 Modélisation à 2 degrés de liberté (gauche) et 6 degrés de liberté (droite) [9].**

Pour décrire mathématiquement le système, ils écrivent le principe fondamental de la dynamique pour chaque degré de liberté ce qui aboutit à un système matriciel où  $x$  représente les déplacements en translation et  $\theta$  les rotations:

$$\begin{cases} [M_x] \cdot \ddot{x} + [C_x] \cdot \dot{x} + [K_x] \cdot x = \vec{F} \\ [J_\theta] \cdot \ddot{\theta} + [C_\theta] \cdot \dot{\theta} + [K_\theta] \cdot \theta = \vec{T} \end{cases} \quad (1.1)$$

Où :  $x, \dot{x}, \ddot{x}$  sont respectivement les déplacements, les vitesses et les accélérations en translation

$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$  sont respectivement les déplacements, les vitesses et les accélérations en rotation

$M_x$  est la matrice de masse

$J_\theta$  est la matrice d'inertie

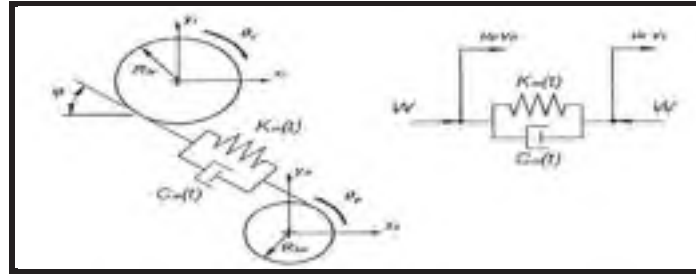
$C_x$  et  $C_\theta$  sont les matrices d'amortissement en translation et en rotation

$K_x$  et  $K_\theta$  sont les matrices de rigidité en translation et en rotation

$F$  est l'ensemble des forces

$T$  est l'ensemble des couples

La force d'excitation au niveau des dents est perpendiculaire au contact. Le contact peut alors être modélisé par une rigidité et un amortissement et la force résultante  $W$  est suivant la ligne d'action (Fig. 1.3).



**Figure 1.3 Modélisation de la force de contact [9].**

d'où la force :

$$W = C_m(v_p - v_r) + K_m(u_p - u_r) \quad (1.2)$$

Où :  $v$  et  $u$  représentent respectivement la vitesse et le déplacement des engrenages

$C_m$  est l'amortissement du contact

$K_m$  est la rigidité de contact

Cette équation est ensuite écrite en fonction des degrés de liberté du système. Pour le modèle à deux degrés de liberté :

$$W = C_m(\dot{\theta}_p R_{bp} - \dot{\theta}_r R_{br}) + K_m(\theta_p R_{bp} - \theta_r R_{br}) \quad (1.3)$$

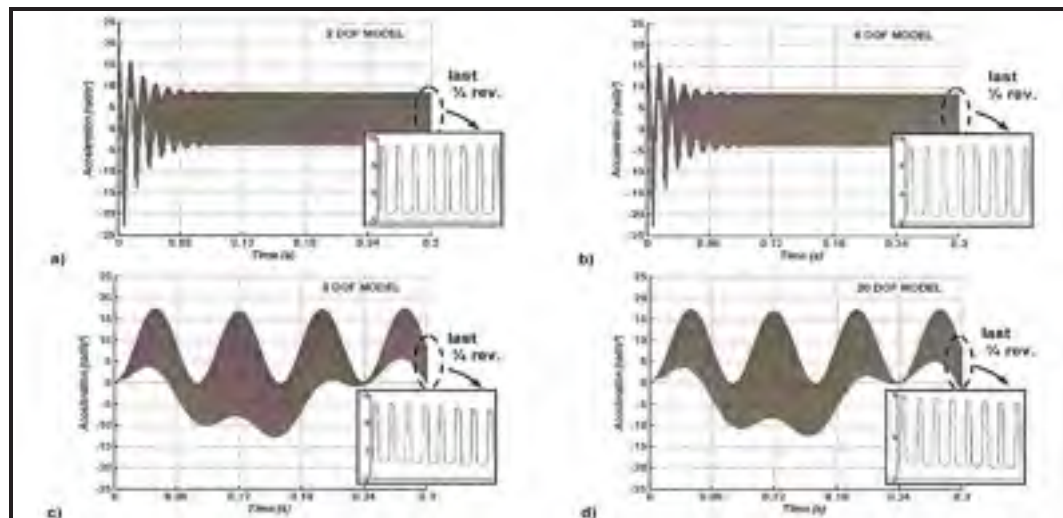
Où :  $\theta_p$  et  $\theta_r$  sont les déplacements en rotation du pignon et de la roue

$\dot{\theta}_p$  et  $\dot{\theta}_r$  sont les vitesses en rotation du pignon et de la roue

$R_{bp}$  et  $R_{br}$  sont les rayons de base du pignon et de la roue

Il faut maintenant définir la force de friction. Sa direction est opposée à celle du glissement. Le principal problème dans la détermination de cette force provient de la détermination du coefficient de friction  $\mu$  qui est un terme non constant avec un comportement non-linéaire.  $W$  est considéré comme réparti de manière uniforme entre toutes les paires de dents. Il est alors possible de calculer la force de friction et le couple en fonction de chaque paire, le couple total étant la somme de tous les couples résultants.

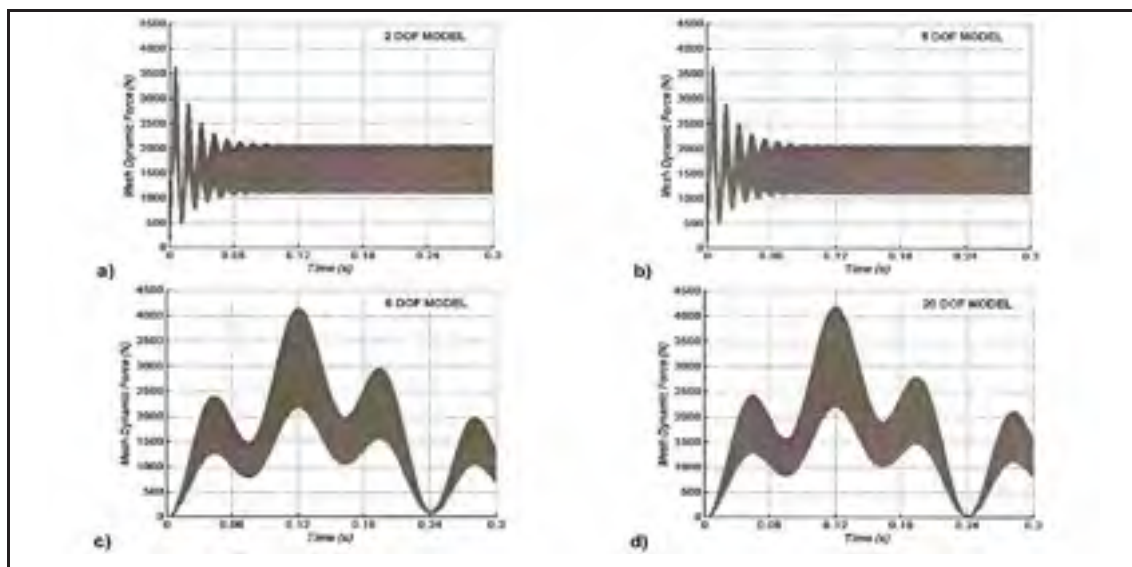
Les auteurs [9] comparent alors les réponses dynamiques du pignon obtenues par les différents modèles et mettent en évidence que l'accélération angulaire des modèles à deux et à six degrés de liberté est identique mais différente de celle des modèles à huit et vingt degrés de liberté. Cependant même si la forme du signal change d'un modèle à l'autre, l'amplitude maximale est comparable (Fig. 1.4). Or en règle générale, seule cette amplitude maximale est intéressante et donc un modèle à deux degrés de liberté peut suffire. Seulement dans le cas d'études en fatigue, les autres modèles deviendraient intéressants. L'augmentation du nombre de degrés de liberté (DDL) améliore la précision du modèle. Cependant, cela nécessite de préciser le nombre de paramètres extérieurs à la transmission, parfois difficiles à connaître.



**Figure 1.4 Réponse angulaire du pignon**  
a) 2 DDL, b) 6 DDL, c) 8 DDL et d) 20 DDL [9].

La partie transitoire n'est pas visible pour les modèles à huit et vingt degrés de liberté, représentés respectivement par les courbes c) et d), car la condition initiale correspond à une position réelle du système. Ce n'est pas le cas pour les modèles à deux et six degrés de liberté, représentés respectivement par les courbes a) et b), qui doivent se stabiliser vers la réponse stable.

En ce qui concerne les forces de contact, il vaut mieux privilégier les modèles élaborés (Fig. 1.5).



**Figure 1.5 Force de contact, a) 2 DDL, b) 6 DDL, c) 8 DDL et d) 20 DDL [9].**

Ainsi, il est nécessaire de faire un compromis entre la simplicité et la précision du modèle. Or, l'objectif du modèle développé est d'être rapide et adaptable à un grand nombre de situation. Le nombre de degré de liberté choisi va donc être le plus faible possible.

Les auteurs comparent aussi les amplitudes de l'accélération angulaire obtenues par les modèles à six et huit degrés de liberté avec des données expérimentales obtenues par Parey [34]. Cette validation montre une plus grande corrélation pour les résultats à six degrés de liberté.

### 1.3.2 Modélisation du contact

#### 1.3.2.1 Théorie de Hertz

Il a été montré, dans la partie précédente, différents modèles qui modélisent tous une rigidité du contact entre les dents de l'engrenage. Lalonde et Guilbault [9] proposent une modélisation de cette rigidité comme trois ressorts en séries : les rigidités en flexion des dents du pignon ( $K_{fp}$ ) et de la couronne ( $K_{fr}$ ) et la rigidité du contact des dents ( $K_{hertz}$ ).

La rigidité en flexion est définie à partir de la méthode des éléments finis en utilisant un maillage 3D quadratique. Cette rigidité doit être définie sur la longueur de la dent.

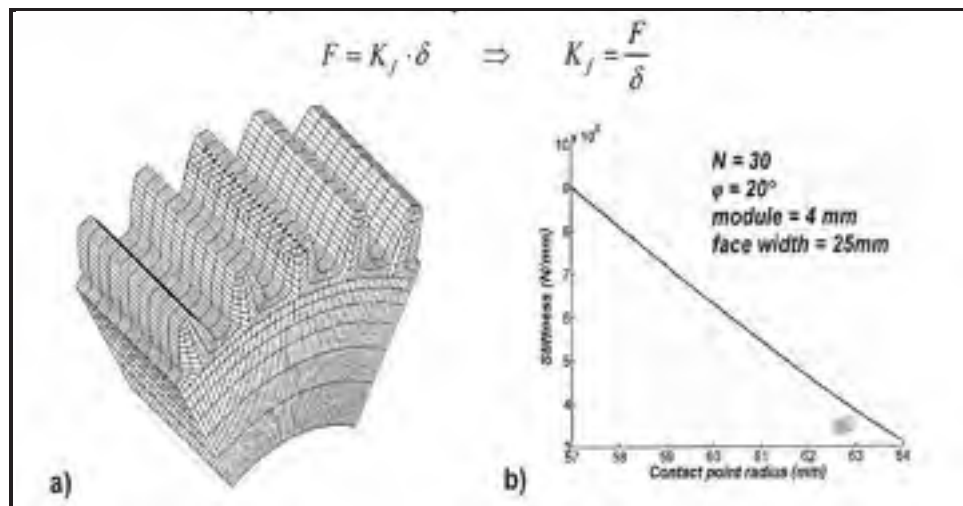


Figure 1.6 Modélisation d'une dent par éléments finis [9].

La rigidité de contact est définie par la théorie d'un contact Hertzien entre deux cylindres. La formule utilisée par les auteurs est développée dessous :

$$K_{Hertz} = b \cdot \pi \cdot \left( \frac{(1-\nu_p^2)}{E_p} + \frac{(1-\nu_r^2)}{E_r} \right) \cdot \left[ \ln \left( \frac{4\pi \cdot b \cdot \left[ \frac{1}{\rho_p} + \frac{1}{\rho_r} \right]^{1/2}}{F_n \left( \frac{(1-\nu_p^2)}{E_p} + \frac{(1-\nu_r^2)}{E_r} \right)} \right) - 1 \right]^{-1} \quad (1.4)$$

Où :  $b$  est la largeur de l'engrenage

$E_p$  et  $E_r$  sont les modules de Young du pignon et de la roue

$\nu_p$  et  $\nu_r$  sont les coefficients de Poisson du pignon et de la roue

$\rho_p$  et  $\rho_r$  sont les masses volumiques du pignon et de la roue

$F_n$  est la force normale de contact

Les auteurs [9] en déduisent ensuite la rigidité totale d'une paire de dent  $K_{mi}$ . Cette dernière est la somme de trois rigidités en série. Ainsi la réciproque de cette rigidité est égale à la somme des inverses de chaque rigidité (équ. 1.5).

$$K_{mi}(t) = \left[ \frac{1}{K_{fp}(t)} + \frac{1}{K_{fr}(t)} + \frac{1}{K_{Hertz}(t)} \right]^{-1} \quad (1.5)$$

Où :  $K_{fp}$  est la rigidité de la dent du pignon

$K_{fr}$  est la rigidité de la dent de la roue

$K_{Hertz}$  est la rigidité de contact calculé par la méthode de Hertz

Il faut ensuite sommer ces rigidités totales en fonction du nombre de paires de dents en contact pour obtenir la rigidité en fonction de la position angulaire (Fig. 1.7).

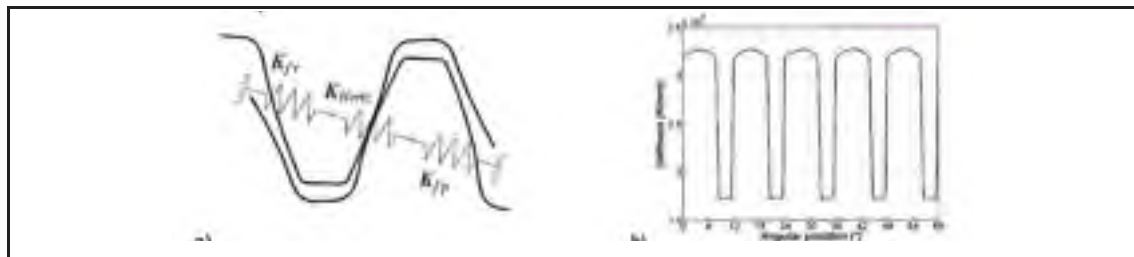


Figure 1.7 Calcul de la rigidité de contact [9].

### 1.3.2.2 Prise en compte d'un facteur d'erreur

Il est possible de modéliser différemment le contact entre les dents. Ainsi G. Dalpiaz, A. Fernández del Rincón, E. Mucchi et A. Rivola [10] proposent une modélisation différente dans le but d'étudier les phénomènes vibratoires engendrés par les engrenages dans une pompe (Fig. 1.8). En effet, ils décomposent le contact en deux blocs séparés, un qui prend en compte les effets directs sur la ligne de contact et l'autre les effets inverses. Ils considèrent la rigidité des dents ainsi que l'amortissement du aux frottements. Mais ils considèrent aussi les défauts de géométrie des dents modélisés par les éléments E ainsi que les contrecoups entre les dents.

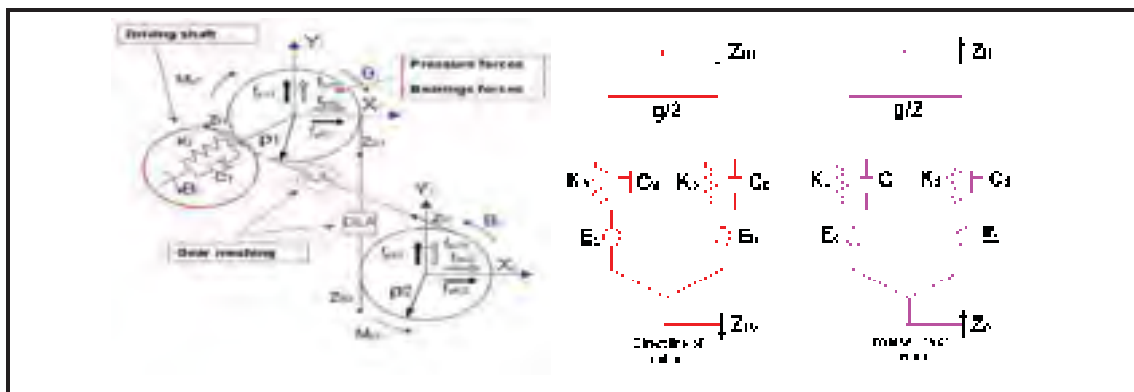


Figure 1.8 Modèle d'un engrenage de pompe [10].

Mais comme on l'a constaté, l'influence du nombre de degrés de liberté est importante et ne peut être négligée. Ainsi, Sawalhi et Randall [11] ont développé un modèle à 36 degrés de



liberté en tenant compte des défauts de profil. Cependant, la prise en compte du défaut de profil est considérée de manière différente (Fig. 1.9).

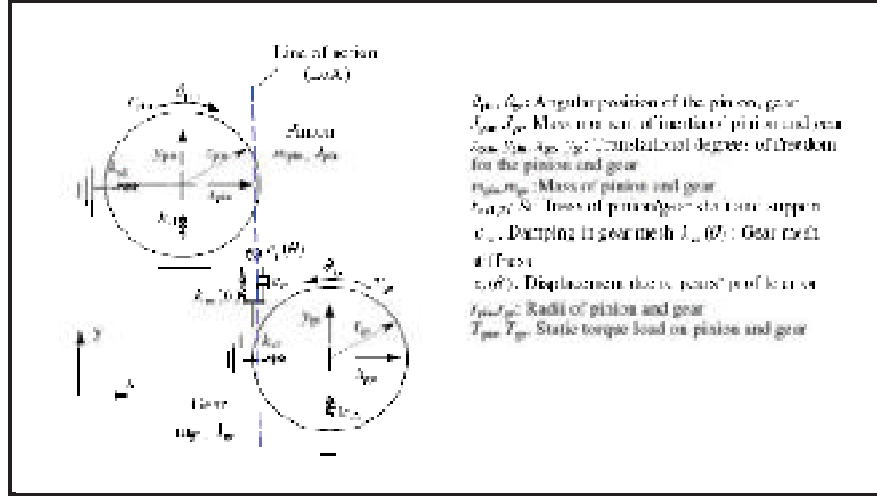


Figure 1.9 Modèle de Sawalhi comportant l'erreur de contact [11].

Ils décrivent mathématiquement ce défaut à partir des erreurs de fabrication connues. Pour cela, ils le décomposent en trois composantes :

$$e_t(\theta) = e_{runout} + e_{toothprofile} + 0,2 \times 10^{-6} randn \quad (1.6)$$

où :

- $e_{runout}$  représente les défauts d'alignement.
- $e_{toothprofile}$  représente le défaut du profil de dent.
- $randn$ , une composante d'erreur aléatoire.

$$e_{runout} = 30 \times 10^{-6} \sin\left(\frac{2\pi t}{T_r} + \varphi_k\right) \quad (1.7)$$

$$e_{toothprofile} = 12 \times 10^{-6} \sin\left(\frac{2\pi t N}{T_r} + \varphi_k\right) \quad (1.8)$$

$N$  est le nombre de dents par engrenage ;  $T_r$  la période de rotation de l'arbre et  $\varphi_k$  le déphasage des deux arbres.

### 1.3.3 Modélisation du lubrifiant

Le coefficient de friction intervient dans le calcul de la force de frottement. Dans le cas d'un contact lubrifié, il dépend de la viscosité du lubrifiant.

#### 1.3.3.1 Coefficient de contact constant

La première approximation est de considérer le coefficient de frottement, du au film d'huile, comme constant [12]. Ainsi la force résultante ne dépend que du sens de la vitesse de glissement. On obtient donc pour chaque paire de dents en contact :

$$F_t = \mu \cdot W \cdot \text{sign}(v_g) \quad (1.9)$$

Où :  $\mu$  est le coefficient de frottement du lubrifiant

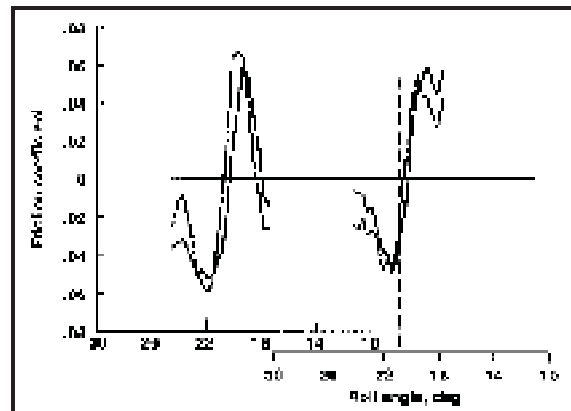
$W$  est la force suivant la ligne d'action

$v_g$  est la vitesse de glissement

Il suffit alors de faire la somme pour avoir l'effort de contact résultant.

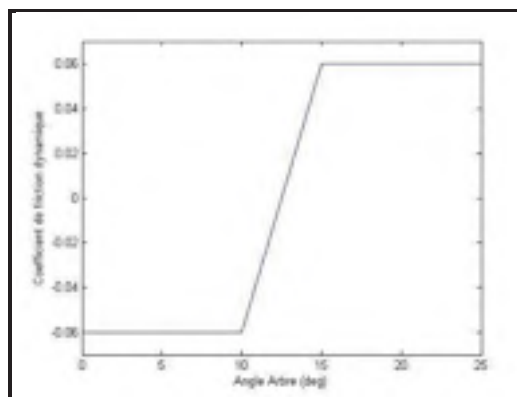
#### 1.3.3.2 Coefficient linéaire

Cependant, dans les faits, le coefficient de friction n'est pas constant. Il est donc possible de considérer le coefficient  $\mu$  comme ayant un comportement linéaire le long du profil de la dent. Rebbechi [13] détermine expérimentalement le coefficient de friction sur la ligne de contact de la dent (Fig. 1.10).



**Figure 1.10 Coefficient de friction expérimental [13].**

En se basant sur cette étude, Howard [14] détermine un coefficient de friction linéaire en fonction de la position du contact sur la dent pour l'appliquer à son modèle (Fig. 1.11).



**Figure 1.11 Coefficient de friction dynamique [14].**

#### 1.3.4 Défauts usuels et leur manifestation

Au cours du début du fonctionnement d'un engrenage, les légères imperfections des flancs vont avoir tendance à diminuer, voire même à disparaître. C'est ce qui constitue la période de rodage. Par la suite, lorsque l'engrenage se trouve dans de bonnes conditions de fonctionnement, l'usure des dentures devra rester faible. C'est lorsque les conditions

d'opération se dégradent, qu'il est possible d'observer des détériorations sur les flancs actifs des dents.

#### **1.3.4.1 La corrosion**

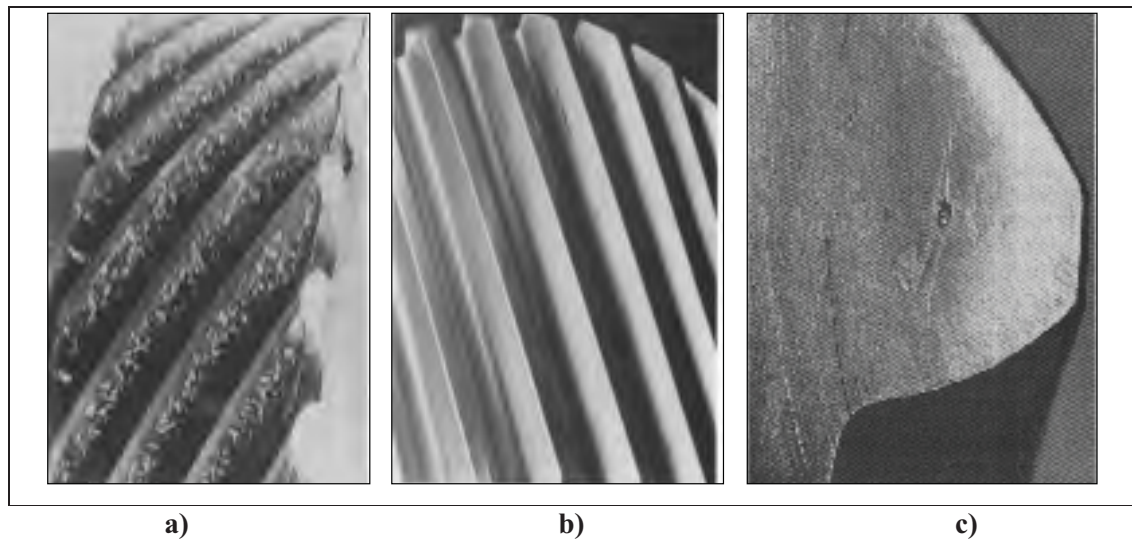
Ce type de détérioration se manifeste par la présence sur les flancs des dents de tâches de couleur brun rouge ou encore par de légères irrégularités de surface de la denture. Au cours de l'engrènement, les traces d'oxydes vont être continuellement chassées de la surface. Cela pourra entraîner une usure rapide du flanc des dents. Cette usure avancée augmente le jeu entre les dents [15].

#### **1.3.4.2 La fatigue de contact**

La fatigue de contact est une détérioration des surfaces qui est le résultat de contraintes répétées, à la surface ou en sous couche, dont les valeurs dépassent les limites d'endurance des matériaux. Ce type de détérioration se caractérise par un enlèvement de particules métalliques et la formation de petits cratères ou de cavités. La présence de ces piqures perturbe la lubrification, ce qui modifie le coefficient de friction, favorise la rupture du film d'huile et initie souvent la fatigue de flexion [15].

#### **1.3.4.3 Les fissures en fatigue**

Les fissures en fatigue se forment souvent à l'endroit où la contrainte est maximale, c'est-à-dire dans les arrondis au pied des dents, du côté où la dent est sollicitée en traction. Elle progresse, par la suite, en s'incurvant pour atteindre l'autre côté de la dent. Les fissures fragilisent les dents, ce qui diminue la rigidité de celles-ci. Toutefois, dans la majorité des cas, la fissure de flexion s'initie au creux d'une piqure de contact située près de la région de forte sollicitation en flexion [15].



**Figure 1.12** Types de dégradation a) corrosion b) piqures c) fissure [15].

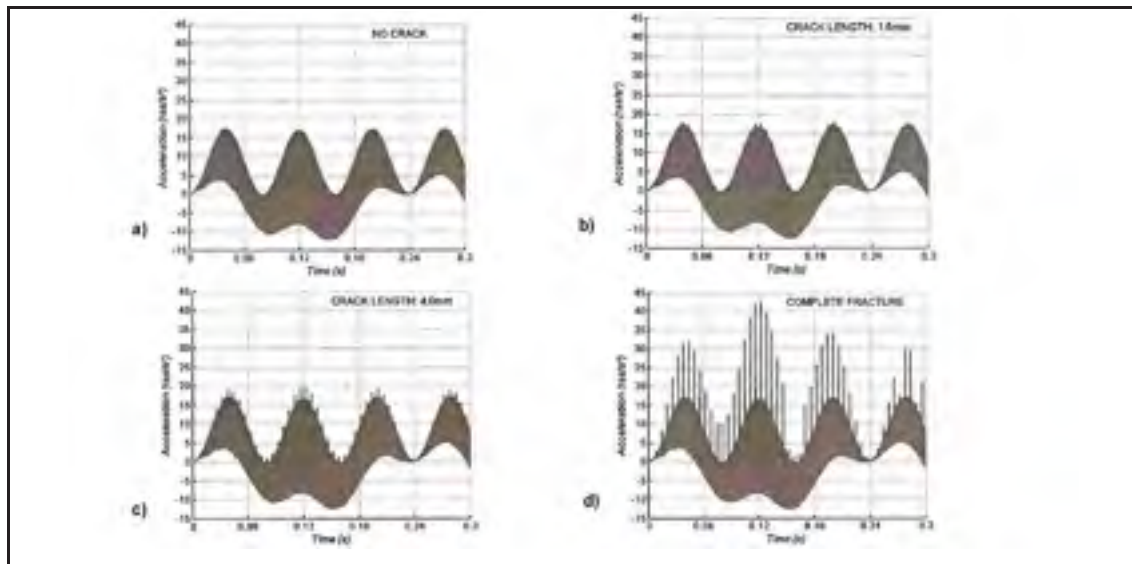
### 1.3.5 Application aux défauts

Les modèles développés permettent d'étudier les variations de la réponse vibratoire en fonction de différents paramètres. Ils peuvent ainsi simuler des défauts pour en visualiser le phénomène et faciliter le diagnostic de cas réels.

C'est dans ce but que Lalonde et Guilbault [9] considèrent une fissure au pied d'une dent du pignon qu'ils agrandissent petit à petit. Ceci entraîne une baisse de rigidité de la dent, ce qui nous permet de visualiser l'évolution de l'accélération angulaire du pignon selon l'état de la fissure (Fig. 1.14).



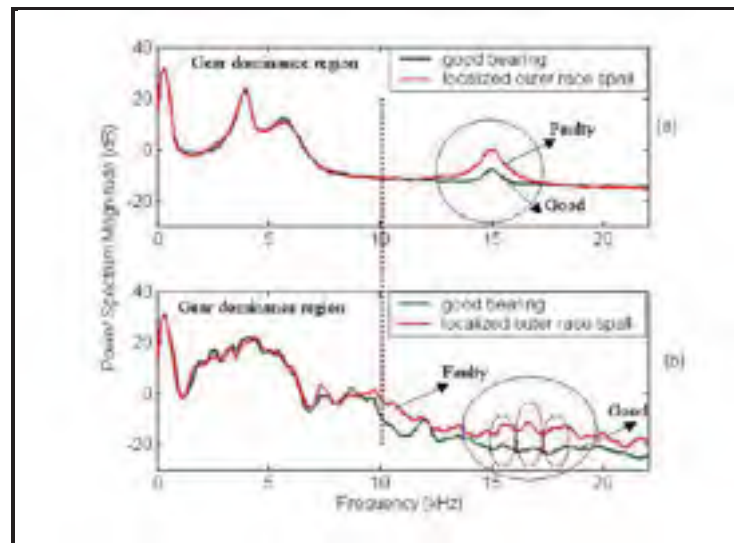
**Figure 1.13** Fissure en pied de dent.



**Figure 1.14 Accélération angulaire du pignon**  
**a) Sans défaut, b) 1.5 mm, c) 4 mm et d) Fissure complète.**

On peut constater l'apparition de pics d'accélération qui génèrent des impulsions. Ces pics sont des impulsions périodiques, preuve de la présence de défauts dans l'engrenage. La fréquence de ces pics correspond à la fréquence de rotation du pignon. Un pic est généré à chaque passage de la dent endommagée.

De même, Sawalhi et Randall [11] utilisent leur modèle à 36 degrés de liberté pour tracer le spectre en fréquence de la réponse vibratoire du signal dans un cas où il n'y a pas de défaut comme dans un cas où il y a un défaut sur un roulement. La différence observée sur le modèle est semblable à celle détectée par l'expérimentation (Fig. 1.15). Il s'agit d'un pic à la fréquence de résonance du roulement.



**Figure 1.15 Spectre a) par le modèle, b) expérimental.**

## 1.4 Traitement des signaux

Les signaux bruts obtenus expérimentalement sont bien souvent inexploitable sans traitement ou analyse. Ainsi l'analyse vibratoire est un des moyens utilisés pour suivre la santé des machines tournantes en fonctionnement. Cela s'inscrit dans le cadre d'une politique de maintenance prévisionnelle de l'outil de production industrielle. À partir des vibrations régulièrement recueillies sur une machine tournante, l'analyse vibratoire consiste à détecter d'éventuels dysfonctionnements et à suivre leur évolution dans le but de planifier ou reporter une intervention mécanique.

### 1.4.1 Analyse temporelle

Cette analyse est une première approche facile et rapide pour extraire des informations des mesures expérimentales effectuées. Elle permet principalement de constater la présence ou non d'un défaut mais ne permet pas d'en déterminer l'origine. Cette analyse, en niveau global, permet la comparaison de sévérité avec des normes d'une valeur calculée statistiquement, à partir de l'ensemble du signal vibratoire [16].



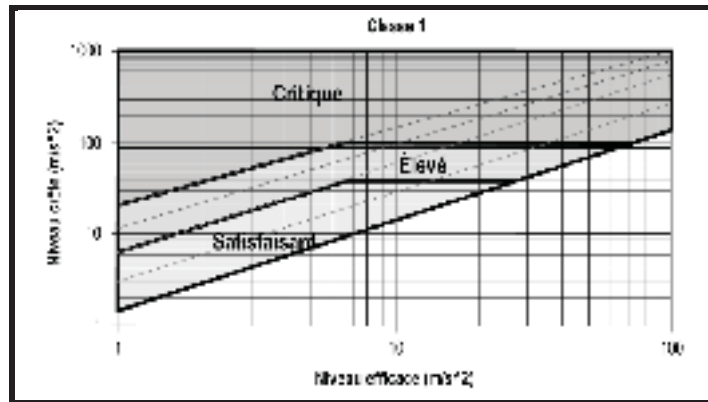


On peut aussi établir le facteur de crête (FC) qui est le rapport de la valeur de crête sur la valeur efficace (éq. 1.11).

$$FC = \frac{\sup_{1 \leq k \leq N_e} |y_k|}{\sqrt{1/N_e \sum_{k=1}^{N_e} y_k^2}} \quad (1.11)$$

où :  $y_k$  est la valeur de la  $k^{\text{ième}}$  valeur

Avec ces deux niveaux globaux, il est possible d'établir des graphes de sévérité (Fig. 1.17).



**Figure 1.17 Sévérité en fonction du facteur de crête [16].**

Les valeurs du facteur de crête pour la vibration d'un rotor en bon état doivent être proches de  $\sqrt{2}$ . Lorsqu'une dégradation survient, le FC devient supérieur à 3.

Un autre facteur à considérer est le Kurtosis. Il s'agit d'un facteur scalaire qui se définit comme le rapport du moment d'ordre 4 sur le carré du moment d'ordre 2. Le Kurtosis donne une plus grande importance aux amplitudes élevées tout en pondérant les événements isolés, contrairement au facteur de crête. Il permet lui aussi d'établir un critère de sévérité pour le diagnostic de défaut.

$$Y_{kurt} = \frac{\frac{1}{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} (y_k - Y_m)^4}{\left( \frac{1}{N_e} \sum_{k=1}^{N_e} (y_k - Y_m)^2 \right)^2} \quad (1.12)$$

où :  $Y_m$  est la valeur moyenne du signal

Une défectuosité montre un Kurtosis supérieur à 4 (Tableau 1.1).

Tableau 1.1 Critère de sévérité du Kurtosis

| <b>Kurtosis</b> | <b>Sévérité</b>             |
|-----------------|-----------------------------|
| 1,5             | Bon : signal harmonique     |
| 2,8 à 3,2       | Passable : signal aléatoire |
| 3,2 à 4         | Élevé                       |
| > 4             | Critique                    |

#### 1.4.2 Analyse fréquentielle

L'analyse fréquentielle permet non seulement de détecter l'apparition d'un défaut mais aussi d'en trouver la source en identifiant les fréquences actives, contrairement à l'analyse temporelle qui ne donne qu'une information globale. Elle montre les fréquences de vibration et leurs amplitudes respectives. Pour passer dans le domaine fréquentiel, il faut appliquer la transformée de Fourier au signal temporel.

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1.13)$$

Où :  $y(t)$  représente la fonction du signal.

C'est ainsi que l'on détermine le spectre en fréquence du signal vibratoire. Chaque phénomène excite alors le système à une ou plusieurs fréquences prévisibles. Ainsi l'apparition et l'évolution de pics permettent de visualiser la présence ou non et l'importance des défauts. Il est donc possible de déterminer par la suite un niveau d'alarme dont l'amplitude est imposée en fonction de l'amplitude de vibration usuellement présente dans un signal.

L'usure des dents est particulièrement visible à partir de la troisième harmonique de la fréquence d'engrènement. En effet, si toutes les dents sont usées, cela entraîne un choc à chaque passage de dent et donc l'apparition des harmoniques de la fréquence d'engrènement. Cependant, comme il est possible de le constater sur la figure 1.18, les deux premières harmoniques sont particulièrement sensibles aux problèmes d'engrènement et au jeu. C'est donc bien à partir de la troisième harmonique que seul le problème d'usure des dents va apparaître. Il est donc nécessaire d'avoir une fréquence d'échantillonnage, pour la mesure, supérieure à la fréquence de cette troisième harmonique. Le théorème de Shannon demande au minimum, le double de la fréquence maximale recherchée, c'est-à-dire au moins six fois la fréquence d'engrènement.

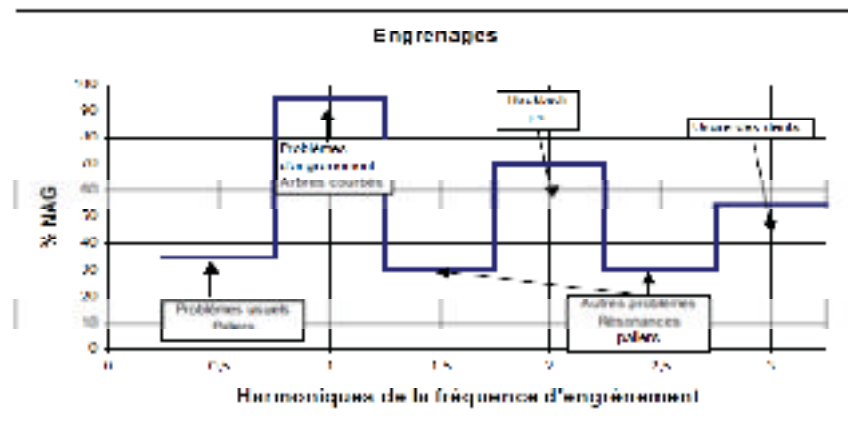


Figure 1.18 Niveau d'alarme en fréquence pour un engrenage [16].

### 1.4.3 Ondelettes

Une ondelette est une fonction mathématique qui est utilisée pour décomposer une fonction ou un signal en différentes composantes fréquentielles avec une résolution adaptée à leur échelle. Une transformée en ondelettes est la représentation d'une fonction par des ondelettes. Les ondelettes dites « filles » sont des copies décalées ou/et allongées/compressées d'une ondelette dite « mère ». Ces différentes ondelettes sont chacune dédiées à l'analyse d'une partie précise de la fonction ou du signal. L'avantage des ondelettes sur la transformée de Fourier (restreinte à des systèmes stationnaires) est qu'elles permettent une meilleure analyse des fonctions non stationnaires ou présentant des discontinuités ou des pics.

Si  $y(t)$  est une fonction temporelle, alors on peut définir les transformées d'ondelettes continues tel que :

$$W(s, u) = \langle y, \psi_{s,u} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^* \left( \frac{t-u}{s} \right) dt = y \times \overline{\psi_s}(u) \quad (1.14)$$

Où :  $\psi$  représente la fonction ondelette,  $s$  et  $u$  sont respectivement la dimension et le temps avec lesquels les coefficients de l'ondelette sont calculés.

Le paramètre de dimension  $s$  est appelé le facteur de dilatation et le paramètre  $u$  qui décale la fonction dans le temps est appelé le facteur de translation. Ensemble ces facteurs donnent naissance à une famille d'ondelettes à partir d'une ondelette mère grâce à la relation :

$$\psi_{(s,u)}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi \left( \frac{t-u}{s} \right) \quad (1.15)$$

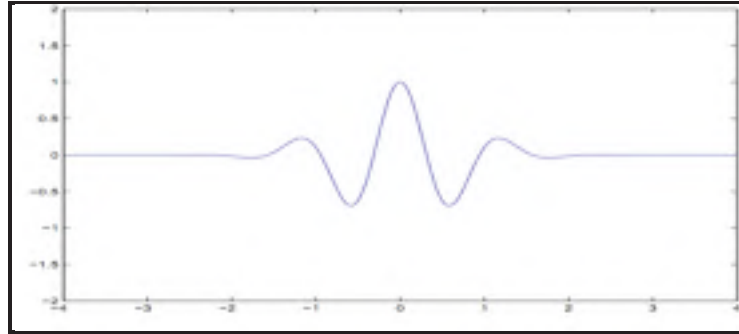
Où :  $\psi_{(s,u)}$  est l'ondelette fille et  $\psi \left( \frac{t-u}{s} \right)$  est l'ondelette mère.

Il existe différentes familles d'ondelettes mais les ondelettes les plus couramment utilisées dans l'analyse des signaux vibratoires pour les machines tournantes sont les ondelettes de Morlet (Fig. 1.19) car elles sont capables de mettre en valeur des impulsions générées par les éléments en rotation.

$$\psi_{\sigma}(t) = c_{\sigma} \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{1}{2}t^2} (e^{i\sigma t} - k_{\sigma}) \quad (1.16)$$

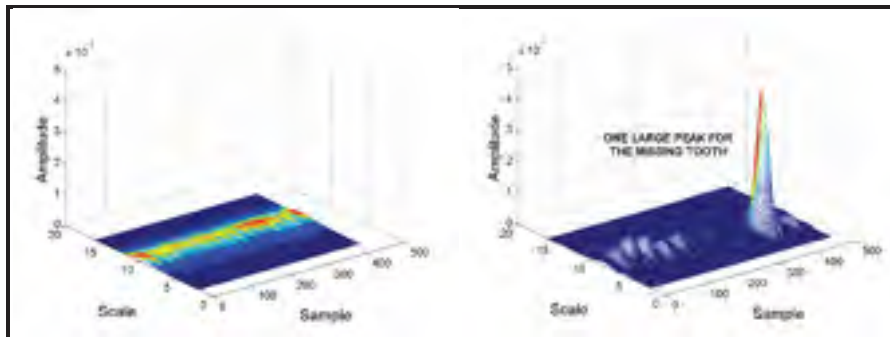
$$k_{\sigma} = e^{-\frac{1}{2}\sigma^2} \quad (1.17)$$

$$c_{\sigma} = \left(1 + e^{-\sigma^2} - 2e^{-\frac{3}{4}\sigma^2}\right)^{-1/2} \quad (1.18)$$



**Figure 1.19 Ondelette de Morlet.**

B. Halim, Sirish L. Shah, Ming J. Zuo et M. A. A. Shoukat Choudhury [18] utilisent ainsi cette méthode pour repérer des défauts sur un engrenage. Pour un signal sans défaut, on peut observer sur le tracé de l'analyse en temps échelle que les pics ont une faible amplitude, ce qui confirme qu'il n'y a pas de défaut dans les engrenages (Fig. 1.20). En revanche, dans le cas d'une dent manquante, on retrouve bien une impulsion importante générée par l'impact du couple de dents suivant la dent manquante (Fig. 1.20).



**Figure 1.20** Analyse d'engrenage sans défaut (gauche) et avec une dent manquante (droite) [18].

#### 1.4.4 Cyclo-stationnarité

Les premières études sur la cyclo-stationnarité datent des années 1950 avec les travaux précurseurs de Benett [19] et Gladyshev [20], [21]. Récemment, le domaine a connu un intérêt croissant, principalement en raison de ses applications en télécommunication. Les machines tournantes sont régies par des mécanismes qui évoluent cycliquement. Par conséquent, pour un fonctionnement stable (vitesse, pression, température, durée du cycle moteur, période du réducteur), les paramètres physiques qui décrivent la génération des vibrations subissent des évolutions périodiques [22]. L'innovation réside en l'ajout d'une dimension supplémentaire liée à la variable angulaire (plutôt que le temps) qui décrit l'évolution de la machine. De cette manière, on définit des indicateurs énergétiques et spectraux instantanés ou cycliques.

### 1.5 Conclusion

Dans un engrenage, la principale source de vibration provient du fonctionnement normal où les changements de rigidité modifient la dynamique du système. Mais à cela s'ajoute l'influence de paramètres nécessaires au fonctionnement tels que le jeu. Aussi, à ces vibrations liées à la nature de l'engrenage, se rajoutent les perturbations provenant de multiples défauts : fissures, usure... Face à cette complexité, les modèles numériques non-linéaires offrent une alternative performante pour la modélisation des engrenages. Cependant,

là encore, différentes modélisations (degré de liberté, force d'excitation, contact) permettent de s'adapter suivant les besoins et les résultats attendus. Ces modèles ont aussi besoin d'être ajustés afin de coller le plus possible à la réalité. C'est à ce niveau que le traitement et l'analyse des signaux interviennent. Ils permettent la comparaison entre les résultats obtenus numériquement avec ceux obtenus expérimentalement, bien souvent sur un banc d'essai dont on connaît les paramètres.

## **1.6 Objectifs de l'étude et originalité des travaux**

En maintenance des machines, la surveillance des vibrations d'engrenages est essentielle [23-26], mais en faire le diagnostic n'est pas toujours évident et on doit parfois employer des techniques de traitement du signal sophistiquées telle l'analyse temps-fréquence [24,25], le Cepstre [29-31] ou l'analyse d'enveloppe [32]. En fait, pour faire un bon diagnostic, on doit comprendre comment se manifeste la vibration d'engrenages sous l'effet de défauts d'engrènements [33] et c'est pourquoi l'objectif de cette étude est d'analyser l'effet des défauts de denture, de type fissure ou piqures, sur la signature vibratoire d'un engrenage, en utilisant un modèle numérique préalablement développé. Les défauts de surface nécessiteront aussi le calcul du coefficient de frottement tenant compte de ces piqures et de la rupture du film d'huile. Les résultats numériques seront par la suite validés par des résultats de la littérature. Pour cela, des simulations obtenues à partir du modèle établie seront comparées à celles d'un article de référence pour un même système d'engrenage. Une fois la validation terminée, des résultats expérimentaux obtenus sur un banc d'essai seront comparés aux simulations numériques de notre modèle. L'analyse des résultats temporels et fréquentiels permettra de comprendre à quel stade de gravité, ces défauts peuvent être détectés et ainsi déterminer une manière de les diagnostiquer, le but ultime étant de pouvoir établir des critères de sévérité, propre à chaque système.

## **CHAPITRE 2**

### **MODÈLE DYNAMIQUE**

#### **2.1 Introduction**

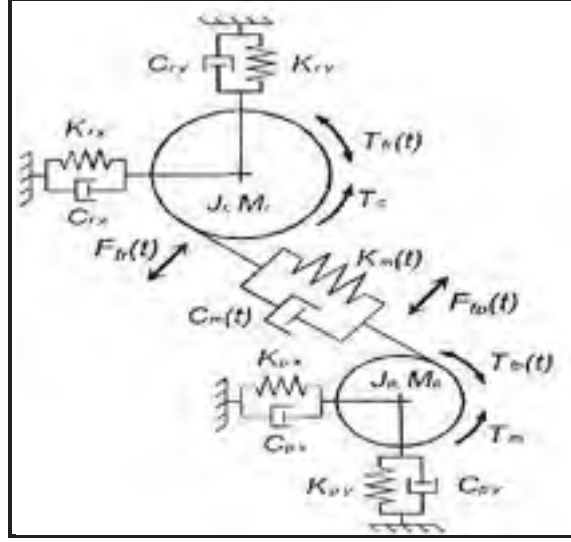
La revue de littérature a mis en évidence l'importance de la compréhension de la dynamique des engrenages et l'importance des différents paramètres pour sa modélisation. Le présent travail s'intéresse donc à l'influence de défauts sur cette dynamique. Pour cela, il est nécessaire d'introduire les bases qui serviront de point de départ au modèle numérique. Le modèle numérique alors choisi calcule la force de contact en fonction de la position des roues, des vitesses de l'instant d'avant, cette durée de temps définissant la résolution du calcul. La partie suivante développe les calculs effectués afin de résoudre, de façon itérative, les équations dynamiques. Il sera alors possible de modéliser les défauts afin de les incorporer au modèle.

#### **2.2 Point de départ du modèle**

Le modèle pourrait se baser sur un système à deux degrés de liberté. Cependant, ce type de modèle donne uniquement les réponses angulaires des engrenages et ne prend pas en compte l'influence des roulements et des arbres. Afin d'avoir ces informations, le modèle choisi sera donc basé sur un système à six degrés de liberté au minimum. Les modèles comprenant un nombre de degrés de liberté supérieur à huit nécessitent quant à eux de connaître plus de détails sur le bâti, le moteur et la charge. Ces données sont parfois difficiles à connaître et à modéliser efficacement. C'est par exemple le cas pour le banc d'essai utilisé. Ainsi pour ne pas surcharger inutilement le modèle, le modèle utilisé comportera six degrés de liberté.

Les six degrés de liberté sont les deux rotations du pignon et de la roue et les quatre translations (deux pour le pignon et deux pour la roue). Les arbres et les roulements sont considérés comme étant en série et ayant les mêmes propriétés dans les deux directions.





**Figure 2.1** Modèle à six degrés de liberté [9].

Le modèle de la figure 2-1 peut donc être mis sous la forme de six équations correspondant chacune à un degré de liberté, le couplage provenant des forces d'excitation ( $W$ ,  $T$ ,  $F_t$ ). En effet, la force de contact  $W$  dépend des positions et des vitesses des différents degrés de liberté. On retrouve  $W$  la force de contact qui est perpendiculaire à la surface de contact,  $F_t$  qui est la force de frottement perpendiculaire à  $W$  et  $T_f$  le couple généré par la force de frottement.

$$\begin{cases} J_p \times \ddot{\theta}_p = T_{fp} + T_m - W \times R_p \\ J_r \times \ddot{\theta}_r = T_{fr} + T_c + W \times R_r \\ M_p \times \ddot{x}_p + C_{px} \times \dot{x}_p + K_{px} \times x_p = W \times \cos(\varphi) + F_t \times \sin(\varphi) \\ M_r \times \ddot{x}_r + C_{rx} \times \dot{x}_r + K_{rx} \times x_r = -W \times \cos(\varphi) - F_t \times \sin(\varphi) \\ M_p \times \ddot{y}_p + C_{py} \times \dot{y}_p + K_{py} \times y_p = -W \times \sin(\varphi) + F_t \times \cos(\varphi) \\ M_r \times \ddot{y}_r + C_{ry} \times \dot{y}_r + K_{ry} \times y_r = W \times \sin(\varphi) - F_t \times \cos(\varphi) \end{cases} \quad (2.1)$$

L'indice  $p$  est attribué au pignon alors que l'indice  $r$  est attribué à la roue. Les coordonnées  $x$  et  $y$  représentent les déplacements des engrenages. L'angle  $\theta$  représente leur rotation sur eux-même et  $\varphi$  est l'angle de pression. Les facteurs  $M$ ,  $C$  et  $K$  sont respectivement la masse de

l'engrenage, l'amortissement et la rigidité des éléments qui supportent l'engrenage. Il faut maintenant considérer la force contact qui, pour six degrés de liberté, devient :

$$W = C_m[(\dot{\theta}_p R_{bp} - \dot{\theta}_r R_{br}) + (\dot{x}_r - \dot{x}_p) \cdot \cos(\varphi) + (\dot{y}_p - \dot{y}_r) \cdot \sin(\varphi)] \\ + K_m[(\theta_p R_{bp} - \theta_r R_{br}) + (x_r - x_p) \cdot \cos(\varphi) + (y_p - y_r) \cdot \sin(\varphi)] \quad (2.2)$$

où :  $\theta_p$  et  $\theta_r$  sont les déplacements en rotation du pignon et de la roue

$\dot{\theta}_p$  et  $\dot{\theta}_r$  sont les vitesses en rotation du pignon et de la roue

$x_p, y_p, x_r$  et  $y_r$  sont les déplacements en translation du pignon et de la roue

$\dot{x}_p, \dot{y}_p, \dot{x}_r$  et  $\dot{y}_r$  sont les vitesses en translation du pignon et de la roue

$R_{bp}$  et  $R_{br}$  sont les rayons de base du pignon et de la roue

$C_m$  est l'amortissement du contact

$K_m$  est la rigidité du contact

$\varphi$  est l'angle de pression de l'engrenage

Cette force  $W$  permet de déterminer le couple  $T$  et la force normale  $F_t$ .

$$F_t = \frac{\mu \cdot W \cdot \text{sign}(v_g)}{N_c} \quad (2.3)$$

$$T_{fp} = \sum_{i=1}^{N_c} F_t \times l \quad (2.4)$$

$$T_{fp} = \mu \cdot W \cdot \text{sign}(v) \times l \quad (2.5)$$

où :  $\mu$  est le coefficient de frottement du lubrifiant

$W$  est la force le long de la ligne de contact

$v_g$  est la vitesse de glissement

$N_c$  est le nombre de dent en contact

$l$  est la distance entre le point de contact de la force et le centre de l'arbre

Par la suite, en écrivant les équations (2.2 à 2.5) dans le système matriciel (éq. 2.1), on obtient un système d'équations couplées (éq. 2.6) où  $d$  représente le déplacement des degrés de liberté généralisés.

$$[M] \times \ddot{d} + [C] \times \dot{d} + [K] \times d = Force(d, \dot{d}) \quad (2.6)$$

Ainsi, en repassant du côté gauche, les termes concernant les variables de l'équation, on obtient un nouveau système (éq. 2.7) dont la force est constante :

$$[Mc] \times \ddot{d} + [Cc] \times \dot{d} + [Kc] \times d = Force \quad (2.7)$$

Les matrices  $M_c$ ,  $C_c$  et  $K_c$ , présentées ci-dessous (éq. 2.8), sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité du système, et montrent en effet le couplage entre les différents degrés de liberté. Ces matrices dépendent des valeurs suivantes:

$\mu$  est le coefficient de frottement du lubrifiant

$R_p$  et  $R_r$  sont les rayons primitifs du pignon et de la roue

$R_{bp}$  et  $R_{br}$  sont les rayons de base du pignon et de la roue

$l$  est la distance entre le point de contact de la force et le centre de l'arbre

$C_m$  est l'amortissement du contact

$K_m$  est la rigidité du contact

$\varphi$  est l'angle de pression de l'engrenage

$J_p$  et  $J_r$  sont les inerties du pignon et de la roue

$M_p$  et  $M_r$  sont les matrices de masse du pignon et de la roue

$C_{px}$  et  $C_{py}$  sont les amortissements transversaux du support du pignon suivant x et y

$C_{rx}$  et  $C_{ry}$  sont les amortissements transversaux du support de la roue suivant x et y

$K_{px}$  et  $K_{py}$  sont les rigidités transversales du support du pignon suivant x et y

$K_{rx}$  et  $K_{ry}$  sont les rigidités transversales du support de la roue suivant x et y

$$\begin{aligned}
Mc &= \begin{bmatrix} J_p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_r \end{bmatrix} \\
Cc &= C_m \begin{bmatrix} (\mu l - R_p) R_{bp} & -(\mu l - R_p) R_{br} & (\mu l - R_p) \cos \varphi & (\mu l - R_p) \sin \varphi & -(\mu l - R_p) \sin \varphi \\ (R_r - \mu l) R_{bp} & -(R_r - \mu l) R_{br} & (R_r - \mu l) \cos \varphi & (R_r - \mu l) \sin \varphi & -(R_r - \mu l) \sin \varphi \\ (\cos \varphi + \mu \sin \varphi) R_{bp} & -(\cos \varphi + \mu \sin \varphi) R_{br} & (\cos \varphi + \mu \sin \varphi) \cos \varphi & (\cos \varphi + \mu \sin \varphi) \sin \varphi & -(\cos \varphi + \mu \sin \varphi) \sin \varphi \\ (-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) R_{bp} & -(-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) R_{br} & (-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) \cos \varphi + \frac{C_{rx}}{C_m} & (-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) \sin \varphi & -(-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) \sin \varphi \\ (-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) R_{bp} & -(-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) R_{br} & (-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) \cos \varphi & (-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) \sin \varphi + \frac{C_{ry}}{C_m} & -(-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) \sin \varphi \\ (\sin \varphi - \mu \cos \varphi) R_{bp} & -(\sin \varphi - \mu \cos \varphi) R_{br} & (\sin \varphi - \mu \cos \varphi) \cos \varphi & (\sin \varphi - \mu \cos \varphi) \sin \varphi & -(\sin \varphi - \mu \cos \varphi) \sin \varphi + \frac{C_{ry}}{C_m} \end{bmatrix} \\
Kc &= K_m \begin{bmatrix} (\mu l - R_p) R_{bp} & -(\mu l - R_p) R_{br} & (\mu l - R_p) \cos \varphi & (\mu l - R_p) \sin \varphi & -(\mu l - R_p) \sin \varphi \\ (R_r - \mu l) R_{bp} & -(R_r - \mu l) R_{br} & (R_r - \mu l) \cos \varphi & (R_r - \mu l) \sin \varphi & -(R_r - \mu l) \sin \varphi \\ (\cos \varphi + \mu \sin \varphi) R_{bp} & -(\cos \varphi + \mu \sin \varphi) R_{br} & (\cos \varphi + \mu \sin \varphi) \cos \varphi & (\cos \varphi + \mu \sin \varphi) \sin \varphi & -(\cos \varphi + \mu \sin \varphi) \sin \varphi \\ (-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) R_{bp} & -(-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) R_{br} & (-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) \cos \varphi + \frac{K_{rx}}{K_m} & (-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) \sin \varphi & -(-\cos \varphi - \mu \sin \varphi) \sin \varphi \\ (-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) R_{bp} & -(-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) R_{br} & (-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) \cos \varphi & (-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) \sin \varphi + \frac{K_{ry}}{K_m} & -(-\sin \varphi + \mu \cos \varphi) \sin \varphi \\ (\sin \varphi - \mu \cos \varphi) R_{bp} & -(\sin \varphi - \mu \cos \varphi) R_{br} & (\sin \varphi - \mu \cos \varphi) \cos \varphi & (\sin \varphi - \mu \cos \varphi) \sin \varphi & -(\sin \varphi - \mu \cos \varphi) \sin \varphi + \frac{K_{ry}}{K_m} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

(2.8)

## 2.3 Modélisation des engrenages

Les équations choisies aux paragraphes précédents donnent un système matriciel d'ordre six. La matrice de masse est facile à obtenir et ses coefficients dépendent de la masse volumique du matériau et de la géométrie des différents éléments. Les matrices d'amortissement et de rigidité demandent une attention particulière.

### 2.3.1 Les rigidités

#### 2.3.1.1 Rigidité d'engrènement

Pour calculer la force de contact, il est nécessaire de connaître la rigidité totale du contact. Cette rigidité totale se décompose en trois rigidités : les deux rigidités de flexion des dents et la rigidité de contact obtenue par la théorie de Hertz.

#### Rigidité de flexion

Il faut établir une équation qui détermine la rigidité de la dent en fonction du point de contact.

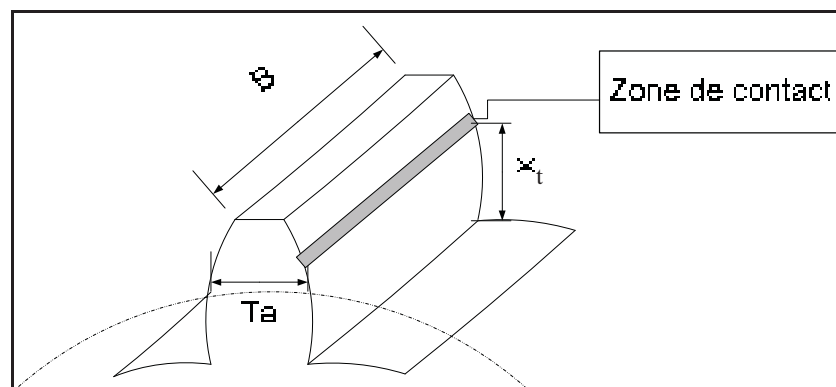


Figure 2.2 Paramétrage d'une dent.

La rigidité de la dent peut être calculée à partir de la théorie des poutres en considérant un côté libre et un côté encastré.

$$k_d = \frac{EBT_a^3}{4x_t^3} \quad (2.9)$$

où : B est la largeur de l'engrenage.

$T_a$  est l'épaisseur de la dent au niveau du cercle primitif.

$x_t$  est la distance entre le pied de la dent et le point d'application de la force.

E est le module de Young du matériau.

### **Rigidité de contact**

La rigidité de contact est calculée à partir de la théorie de Hertz. Cette théorie permet de calculer le déplacement des surfaces en fonction de la charge. Il faut par la suite diviser la charge par ce déplacement pour avoir la rigidité.

$$\delta = P_0 a c \left( \frac{(1 - \gamma_p^2)}{E_p} + \frac{(1 - \gamma_r^2)}{E_r} \right) \quad (2.10)$$

où :  $\delta$  est le déplacement des surfaces.

$P_0$  est la pression au point de contact.

$a$  est la demi-largeur de contact.

$c$  est une constant proche de 2.

$E_p$  et  $E_r$  sont respectivement les modules de Young des matériaux du pignon et de la roue.

$\gamma_p$  et  $\gamma_r$  sont respectivement les coefficients de Poisson du pignon et de la roue.

$$P_0 = \frac{2 W}{B a \pi} \quad (2.11)$$

où :  $P_0$  est la pression au point de contact.

$W$  est la charge normale.

$B$  est la largeur de l'engrenage.

$a$  est la demi-largeur de contact.

La rigidité de contact  $k_f$  choisie est constante sur la longueur du profil [34].

$$k_f = \frac{W}{\delta} = \frac{B \times \pi}{4 \left( \frac{(1 - \gamma_p^2)}{E_p} + \frac{(1 - \gamma_r^2)}{E_r} \right)} \quad (2.12)$$

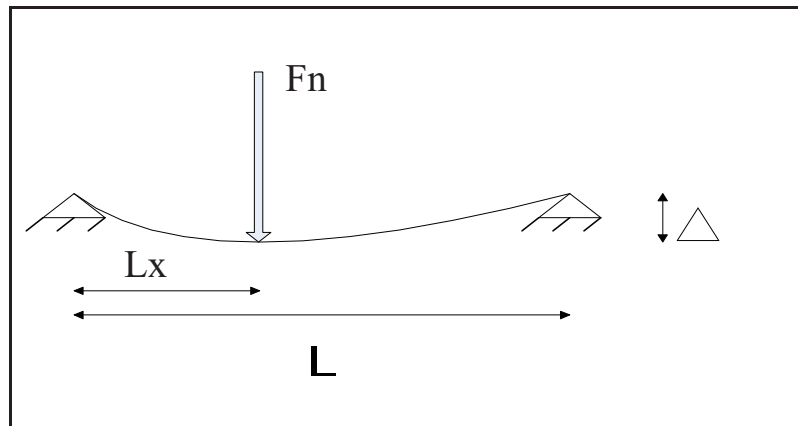
où :  $B$  est la largeur de l'engrenage.

$E_p$  et  $E_r$  sont respectivement les modules de Young des matériaux du pignon et de la roue.

$\gamma_p$  et  $\gamma_r$  sont respectivement les coefficients de Poisson du pignon et de la roue.

### 2.3.1.2 Autres rigidités

Dans les calculs des déplacements, la rigidité des arbres intervient. Cette rigidité s'obtient à partir du calcul de la flèche  $\Delta$  (eq. 2.13) pour une poutre soumise à une charge ponctuelle. La flèche est calculée au point d'application de la charge.



**Figure 2.3 Flexion d'un arbre soumis à une force ponctuelle.**

$$\Delta = \frac{F_n L_x^2 (L - L_x)^2}{3EIL} \quad (2.13)$$

$$K_a = \frac{F_n}{\Delta} = \frac{3EIL}{L_x^2 (L - L_x)^2} \quad (2.14)$$

Où :  $F_n$  est la force normale

$L$  est la longueur de l'arbre

$L_x$  est le positionnement de la force sur l'arbre

$E$  est le module de Young de l'arbre

$I$  est le moment d'inertie de flexion de l'arbre

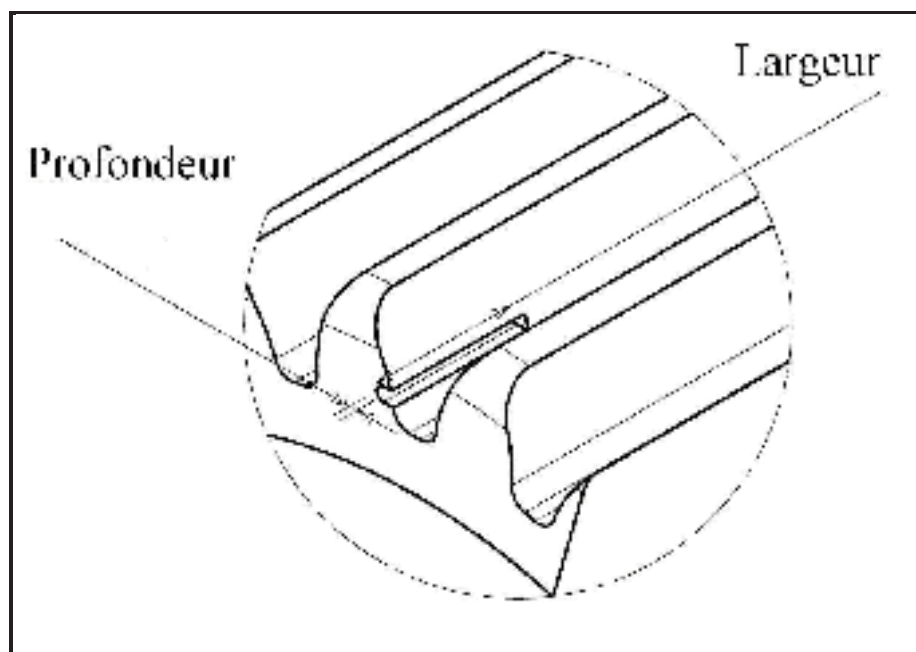
### 2.3.1.3 Influence des fissures sur la rigidité

La présence d'une fissure ne modifie pas la rigidité de contact, mais uniquement la rigidité de flexion des dents. Dans cette étude, les paramètres qui définissent la fissure sont sa profondeur et sa largeur. La position axiale de la fissure n'est pas utilisée, car il est en effet considéré que la fissure s'étend jusqu'à un des bouts de la dent. Il est intéressant de définir ces paramètres en fonction des dimensions de la dent qui sont elles-mêmes liées au module. Ainsi la profondeur de la fissure est un pourcentage de l'épaisseur du pied de la dent et la



largeur de la fissure est un pourcentage de celle de la dent. Cette dénomination permet ainsi de se rapprocher de celle choisie pour le plan expérimental.

Une étude par éléments finis montre qu'il est possible d'obtenir une équation de la rigidité d'une dent donnée [35] en fonction des paramètres de définition de la fissure. Cependant, il faut vérifier la linéarité de cette équation pour pouvoir l'étendre à toutes les dents quelque soit le module. L'étude présente reprend le principe de calcul de la rigidité d'une dent en y incluant à la base, une fissure définie par sa profondeur et sa largeur, telle que décrite à la figure 2.4.



**Figure 2.4** Modélisation d'une fissure.

Les fissures sont paramétrées en fonction du module de l'engrenage. Le plan d'expérience numérique est décrit dans le tableau 2.1 et permet de voir le comportement des différentes tailles de fissure suivant le module.

Tableau 2.1 Plan d'expérience pour caractériser la rigidité

| Cas        | 1   |   |   | 2    |   |   | 3    |   |   | 4    |   |   | 5    |   |   |
|------------|-----|---|---|------|---|---|------|---|---|------|---|---|------|---|---|
| Largeur    | 0 % |   |   | 25 % |   |   | 25 % |   |   | 50 % |   |   | 50 % |   |   |
| Profondeur | 0 % |   |   | 25 % |   |   | 50 % |   |   | 25 % |   |   | 50 % |   |   |
| Module     | 1   | 2 | 3 | 1    | 2 | 3 | 1    | 2 | 3 | 1    | 2 | 3 | 1    | 2 | 3 |

L'objectif de cette méthode est de déterminer le déplacement de la dent pour un chargement connu. Pour cela, la dent est modélisée en trois dimensions à l'aide d'un logiciel de conception. Les calculs de contraintes et de déplacement sont effectués par la méthode des éléments finis (Fig. 2.6). La force et la mesure du déplacement sont mises afin de correspondre à la figure 2.5. Il s'agit donc toujours d'un déplacement selon la ligne d'action.

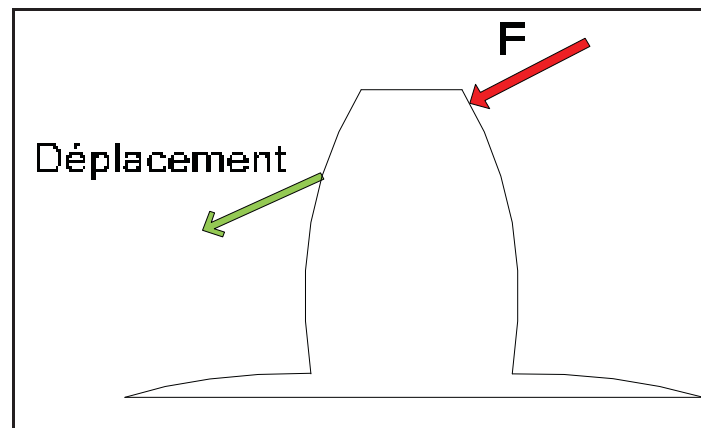
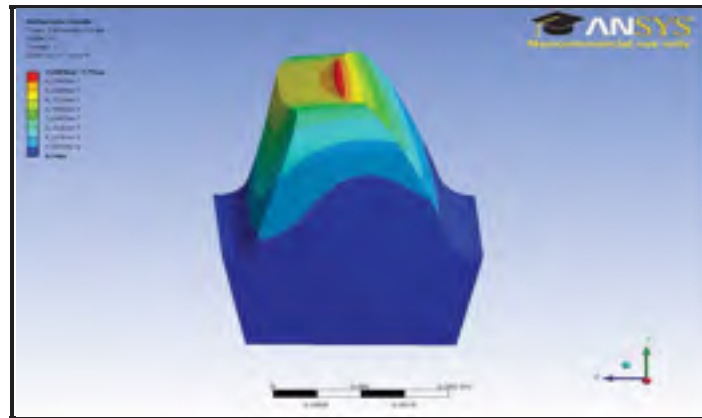
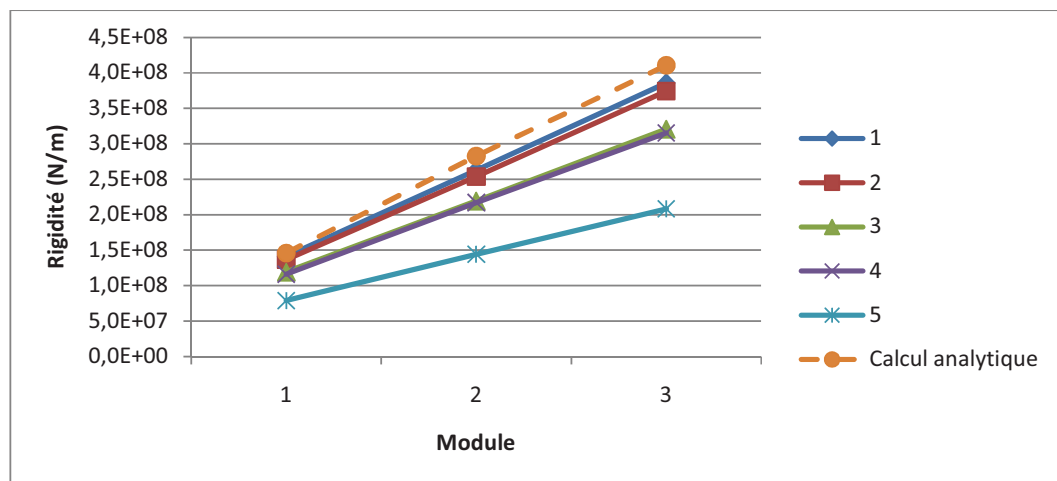


Figure 2.5 Position de la force exercée et du déplacement mesuré.



**Figure 2.6** Déplacement d'une dent soumise à un chargement en bout de dent.

La rigidité de la dent est obtenue en divisant la force du chargement par le déplacement. Ainsi, en faisant varier les paramètres de la fissure, pour des dents de modules différents, on peut mettre en évidence, la linéarité de la rigidité en fonction du module. La figure 2.7 montre les diverses courbes de rigidité en fonction du module lorsque la fissure est paramétrée en pourcentage du module.



**Figure 2.7** Rigidité de la dent en fonction du module pour une fissure en pied de dent suivant les différents cas du tableau 2.1.

La rigidité du cas 1, qui correspond au cas sans défaut, est aussi comparée à celle obtenue analytiquement par l'équation 2.9. Cette étape permet de valider l'équation analytique développée pour le modèle.

#### 2.3.1.4 Mise en équation du phénomène

Ainsi, pour tenir compte des fissures, l'équation obtenue pour la rigidité de flexion de la dent peut être ajustée, en ajoutant un facteur correctif. La formule développée [35] pour le calcul de ce coefficient dépend de deux paramètres, la profondeur et la largeur. Ces paramètres sont aussi définis en pourcentage du module de l'engrenage. L'équation ainsi obtenue est la suivante, où les variables  $P_f$  et  $L_f$  sont respectivement, la profondeur et la largeur de la fissure et les coefficients  $s_i$  sont les coefficients calculés regroupés au tableau 2.2:

$$R = s_1 + s_2 P_f + s_3 P_f^2 + s_4 L_f + s_5 L_f^2 + s_6 L_f \times P_f + s_7 L_f \times P_f^2 + s_8 L_f^2 \times P_f + s_9 L_f^2 \times P_f^2 \quad (2.15)$$

Tableau 2.2 Coefficient de l'équation du coefficient correcteur

|       |             |       |             |
|-------|-------------|-------|-------------|
| $s_1$ | 21,2799461  | $s_6$ | -134,606935 |
| $s_2$ | -6,91931337 | $s_7$ | -102,370148 |
| $s_3$ | 63,9798611  | $s_8$ | 158,419115  |
| $s_4$ | 12,5385342  | $s_9$ | 22,1217772  |
| $s_5$ | -15,9990468 |       |             |

### 2.3.2 Les Amortissements

#### 2.3.2.1 Amortissement d'engrènement

L'amortissement de l'engrènement  $C_m$ , pourrait être calculé en employant un modèle élasto-hydro-dynamique, mais pour raisons de simplicité, on a préféré le calculer à partir de la

rigidité d'engrènement, en supposant un taux d'amortissement du contact dans un modèle visqueux à 1 degré de liberté (ddl) [36].

$$C_m = 2\xi_m \sqrt{k_m M_{eq}} \quad (2.16)$$

où :  $\xi_m$  est le taux d'amortissement du contact.

$k_m$  est la rigidité de contact.

$M_{eq}$  est la masse équivalente.

Comme la rigidité varie et dépend de la présence de fissure, il en est de même pour l'amortissement. La masse équivalente du contact  $M_{eq}$  peut être calculée par équivalence de l'énergie cinétique en supposant un modèle à 1 ddl [15].

$$M_{eq} = \frac{J_p J_r}{(J_p R_p^2 + J_r R_r^2)} \quad (2.17)$$

où :  $J_p$  et  $J_r$  sont les inerties du pignon et de la roue

$R_p$  et  $R_r$  sont les rayons primitifs du pignon et de la roue

### 2.3.2.2 Autres amortissement

L'amortissement de l'arbre est, quant à lui, calculé à partir de la rigidité de l'arbre  $k_a$ , selon la même hypothèse basée sur une estimation du taux d'amortissement de l'arbre dans un modèle à 1 ddl.

$$C_a = 2\xi \sqrt{K_a M_{arbre}} \quad (2.18)$$

Où :  $\xi$  est le taux d'amortissement de l'arbre.

$K_a$  est la rigidité de l'arbre.

$M_{arbre}$  est la masse de l'arbre.

### 2.3.3 Le coefficient de frottement

#### 2.3.3.1 Calcul du coefficient

Il n'y a roulement d'une dent sur l'autre qu'au point primitif. Ainsi pour le reste du contact, on a un glissement d'une dent sur l'autre, qui génère une force de frottement. Pour la calculer, il est nécessaire de connaître le coefficient de frottement. Ce coefficient  $\mu$  dépend de différents facteurs tels que la pression de contact, la vitesse de glissement, la viscosité du lubrifiant. L'auteur K. L. Johnson [37] a proposé l'expression ci-dessous :

$$\mu = 0,048 \left( \frac{F_n/B}{v_g R_{eq}} \right)^{0,2} \eta_k^{-0,05} R_a^{0,25} X_L \quad (2.19)$$

où :  $F_n$  = la force normale.

$B$  = l'épaisseur de l'engrenage.

$v_g$  = la vitesse de glissement.

$R_{eq}$  = le rayon de courbure équivalent au point de contact.

$\eta_k$  = la viscosité cinématique du film d'huile.

$R_a$  = la rugosité composée des deux surfaces.

$X_L$  = un facteur correctif pour la présence d'additif (=1).

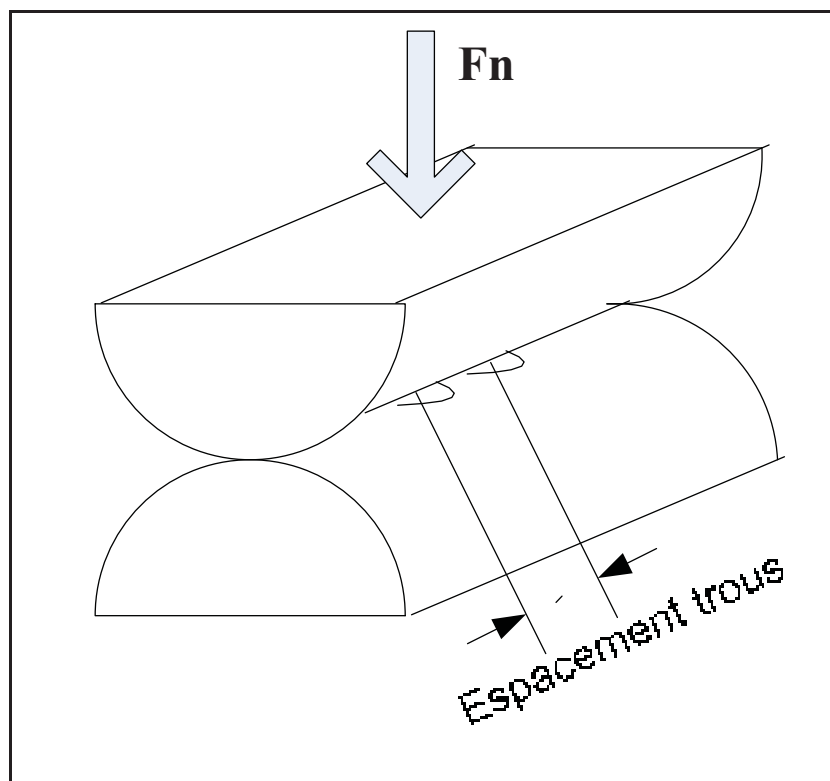
La rugosité composée  $R_a$  est obtenue à partir de la rugosité rms ( $R_{rmsp}$  et  $R_{rmsr}$ ) des deux surfaces.

$$R_a = \sqrt{R_{rmsp}^2 + R_{rmsr}^2} \quad (2.20)$$

### 2.3.3.2 Influence des piqûres sur le coefficient de frottement

Les piqûres de surface entraînent aussi des perturbations du comportement vibratoire de l'engrenage, sans toutefois en modifier la rigidité. L'influence des piqûres est dominante sur le coefficient de frottement au contact. En effet, l'apparition de piqûres crée une surpression localisée autour du défaut pouvant entraîner une rupture du film de lubrification et provoquer un contact onctueux. Les piqûres modifient donc le frottement et le couple qui en découle.

Il est pris pour hypothèse que l'augmentation de pression dans le fluide autour du trou est identique à celle constatable lors d'un contact sec. Cette surpression dépend alors du diamètre de la piqûre et de la proximité des piqûres voisines. L'effet des piqûres sur la distribution de la pression de contact et donc sur le coefficient de frottement peut être établi à partir d'un plan d'expérience numérique. Le modèle, créé par la Méthode des Éléments Finis (MEF)[38], est composé de deux demi-cylindres en contact l'un contre l'autre (Fig. 2-8). Le cylindre supérieur comprend deux trous de diamètre et d'espacement variables. Le plan d'expérience est présenté au tableau 2-3. L'espacement est donné en pourcentage du diamètre des trous équivalents aux piqûres. La force de contact  $F_n$  est choisie constante pour l'expérience et correspond à un couple de 100 N.m sur l'engrenage. La pression résultante n'étant pas linéaire à la force soumise, le calcul de la surface affectée devra par la suite être généralisé.



**Figure 2.8**    **Modèle éléments finis.**

Tableau 2.3    Plan d'expérience et distance critique de la zone affectée

| Diamètre trou | Espacement Trou | $\delta_{\text{int}}$ (mm) | $\delta_{\text{ext}}$ (mm) |
|---------------|-----------------|----------------------------|----------------------------|
| 0,5 mm        | 100%            | 0,8                        | 0,23                       |
|               | 200%            | 0,11                       | 0,23                       |
|               | 300%            | 0,14                       | 0,23                       |
| 1 mm          | 100%            | 0,10                       | 0,29                       |
|               | 200%            | 0,15                       | 0,29                       |
|               | 300%            | 0,17                       | 0,29                       |
| 1,5 mm        | 100%            | 0,12                       | 0,32                       |
|               | 200%            | 0,17                       | 0,32                       |
|               | 300%            | 0,18                       | 0,32                       |



La figure 2.9 montre la distribution de pression obtenue pour un trou.  $x$  représente le déplacement le long du contact.  $x=0$  correspond à l'axe de symétrie entre les deux trous. Cette distribution est obtenue en relevant la pression de surface le long de la ligne de contact.

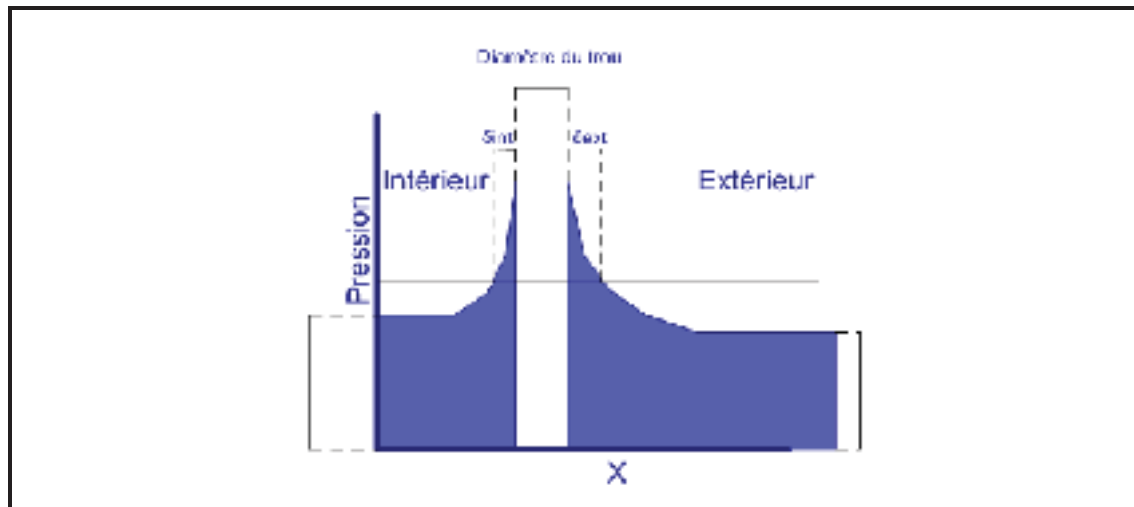


Figure 2.9 Répartition de la pression autour d'un trou.

La zone de pression de contact affectée à proximité d'un trou de piqure peut être décrite par deux distances :  $\delta_{int}$  (entre 2 trous) et  $\delta_{ext}$ . La zone affectée est déterminée lorsque la pression devient supérieure à la pression limite du lubrifiant, ce qui conduit à la rupture du film d'huile. Il est alors possible de tirer des expressions pour  $\delta$  en fonction du diamètre des trous  $D$  et de l'espacement entre eux  $e_p$ . Ainsi, pour le côté extérieur où la valeur ne dépend pas de la position de l'autre trou, on trouve une équation fonction de  $D$  uniquement.

$$\delta_{ext} = -0,06 \times D^2 + 0,21 * D + 0,14 \quad (2.21)$$

Pour le  $\delta_{int}$ , l'équation prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \delta_{int} = & c_1.D^2 + c_2.D + c_3.e_p.D + c_4.e_p + c_5.e_p^2 + c_6.D^2.e_p + c_7.D.e_p^2 \\ & + c_8.D^2.e_p^2 + c_9 \end{aligned} \quad (2.22)$$

Tableau 2.4 Valeur des coefficients de  $\delta_{int}$ 

|       |          |       |         |       |         |
|-------|----------|-------|---------|-------|---------|
| $c_1$ | 4,4000   | $c_4$ | -0,0548 | $c_7$ | -0,0002 |
| $c_2$ | -10,9800 | $c_5$ | 0,0001  | $c_8$ | 0,0001  |
| $c_3$ | 0,0928   | $c_6$ | -0,0370 | $c_9$ | 6,6000  |

Connaissant les grandeurs limites, une zone en forme d'ellipse correspondant à la surface concernée par la surpression autour du trou peut alors être définie (Fig. 2.10).

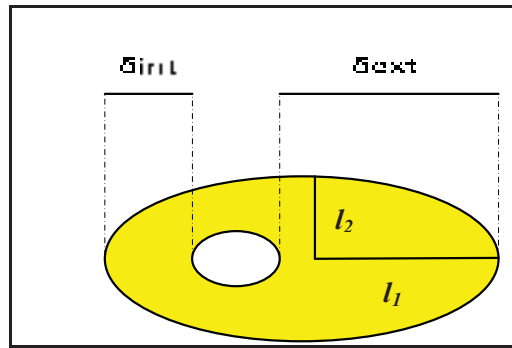


Figure 2.10 Zone affectée par la surpression.

La surface calculée précédemment correspond à un cas de chargement précis. Afin de la généraliser, sa taille est considérée comme linéaire par rapport à la pression de contact. Or, cette pression de contact n'est pas linéaire au chargement. Le modèle choisi pour calculer la pression de contact  $P_0$  en fonction de la force de contact  $F_n$  est le modèle de Hertz pour un contact cylindrique (éq.2.23).

$$P_0 = \sqrt{\frac{F_n E^*}{R_{eq} B \pi}} \quad (2.23)$$

où :  $F_n$  est la force de contact.

$E^*$  est le module de Young équivalent des deux matériaux.

$R_{eq}$  est le rayon équivalent des deux surfaces.

$B$  est la largeur de l'engrenage.

Ce qui donne pour la surface affectée  $S_a$  :

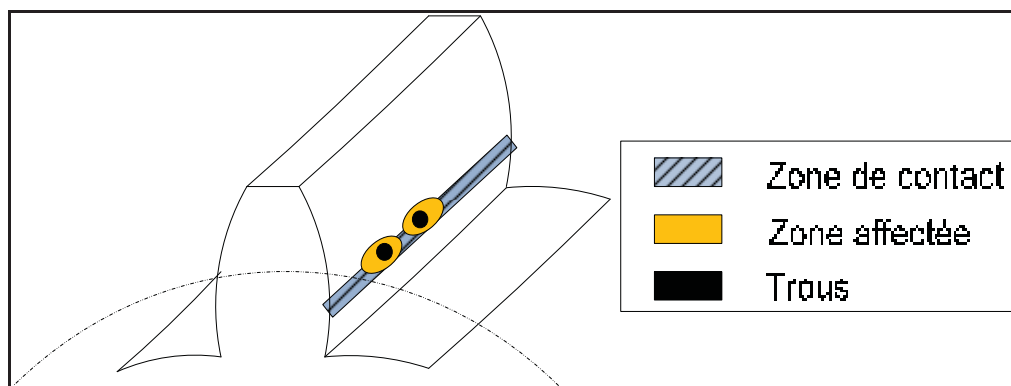
$$S_a = \frac{P_0}{422} \times \left( \pi l_1 l_2 - \pi \frac{D^2}{4} \right) \quad (2.24)$$

où :  $P_0$  est la pression maximale.

$l_1$  et  $l_2$  sont les longueurs de l'ellipse.

$D$  est le diamètre du trou.

La présence des défauts réduit l'épaisseur du film d'huile et entraîne des contacts en régime onctueux. En absence de défaut de surface, il est considéré que le coefficient de frottement correspond à celui produit en Régime Élasto-Hydrodynamique (REH) et on fait l'hypothèse que l'épaisseur du film n'a pas d'influence significative sur les paramètres vibratoires. En revanche, en présence de défauts, il est nécessaire de prendre en compte le pourcentage de contact solide. Le calcul de la zone affectée permet donc de trouver le pourcentage de contact sec et d'en déduire la force de friction modifiée (éq. 2-25). Pour cela, il faut enlever de la zone de contact la surface affectée concernée, comme le montre la figure 2.11.



**Figure 2.11** Schéma d'une zone affectée.

$$F = [\alpha \times \mu_{huile} + (1 - \alpha) \times \mu_{solide}] \times \frac{W}{N_c} \quad (2.25)$$

où :  $\alpha$  représente le pourcentage de la surface recouverte par le REH

$\mu_{huile}$  est le coefficient de frottement du lubrifiant calculé par l'équation 2.17

$\mu_{solide}$  le coefficient de frottement solide qui dépend des matériaux en contact

$W$  est la force suivant la ligne d'action

$N_c$  est le nombre de dent en contact

## 2.4 Intégration numérique

Le modèle d'équations dynamiques (eq. 2.1) permet de déterminer l'accélération au temps  $t$  à partir des caractéristiques de la transmission et des variables (vitesses et déplacements) au temps  $t-1$ . Une fois cette accélération déterminée, il est nécessaire de calculer les vitesses et déplacements au temps  $t$  afin de poursuivre les itérations et calculer l'accélération au temps  $t+1$ . Pour cela, il faut intégrer deux fois l'accélération.

Une étude de Lalonde et Guilbault [9] compare différentes méthodes d'intégration numérique. Les deux critères considérés sont la rapidité et la convergence des méthodes. Les méthodes les plus rapides sont la méthode de Newmark et la méthode des différences centrales. La méthode des différences centrales est la plus précise. Cependant, ces deux méthodes peuvent présenter des problèmes d'instabilité. La méthode alors préconisée est la méthode de Runge-Kutta. Cette dernière peut nécessiter un pas d'intégration très petit mais assure une convergence complète. Afin de réduire le temps de calcul, la méthode de Runge-Kutta a été réduite à l'ordre 1. Cette méthode itérative réduite revient alors à celle d'Euler, qui demande un pas très fin. Elle consiste donc à définir les différentes variables comme des polynômes d'ordre 1. On n'a besoin que de deux valeurs, les valeurs aux temps  $t$  et  $(t-1)$ , pour pouvoir intégrer (voir annexe IV). La méthode Runge-Kutta à l'ordre 4 est décrite à l'équation 2.26.

$$y_{n+1} = y_n + \frac{T_e}{6} \times (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \quad (2.26)$$

avec :

$$\begin{aligned} k_1 &= \text{fontion}(t_n, y_n) \\ k_2 &= \text{fontion}\left(t_n + \frac{T_e}{2}, y_n + \frac{T_e}{2}k_1\right) \\ k_3 &= \text{fontion}\left(t_n + \frac{T_e}{2}, y_n + \frac{T_e}{2}k_2\right) \\ k_4 &= \text{fontion}(t_n + T_e, y_n + T_ek_3) \end{aligned} \quad (2.27)$$

où :  $T_e$  est la période d'échantillonnage.

$y_n$  et  $y_{n+1}$  le valeur respective de  $y$  au temps  $t_n$  et  $t_{n+1}$ .

Ce qui nous donne dans notre cas à l'ordre 1, pour le calcul de la vitesse et du déplacement :

$$Vit(t) = Vit(t-1) + \frac{Acc(t) + Acc(t-1)}{2} \times T_e \quad (2.28)$$

De même :

$$Pos(t) = Pos(t-1) + \frac{Vit(t) + Vit(t-1)}{2} \times T_e \quad (2.29)$$

Cette solution entraine une phase transitoire entre les conditions initiales et le régime permanent recherché. Cependant, elle est stable pour un temps de calcul assez court.

## 2.5 Calcul des résonances du système

Les résonances du système non linéaire variant à chaque instant, il est tout de même possible de les calculer à partir du système matriciel à une position donnée, et d'en trouver les fréquences de résonance non amorties. Pour cela, il ne faut pas considérer les forces

extérieures ni les amortissements, ce qui conduit à un système non amorti homogène (eq. 2.30). En fait, la rigidité de contact des dents étant bien supérieure aux autres rigidités, la variation de cette rigidité de contact n'a pratiquement pas de répercussion sur les résonances du système.

$$[M_c]\{\ddot{d}\} + [K_c]\{d\} = \{0\} \quad (2.30)$$

où :  $M_c$  est la matrice de masse couplée

$K_c$  est la matrice de rigidité couplée

$d$  et  $\ddot{d}$  sont les déplacements et les accélérations

Les valeurs propres ( $\lambda$ ) sont trouvées en calculant l'équation 2.31 :

$$\det[K_c - \lambda M_c] = \{0\} \quad (2.31)$$

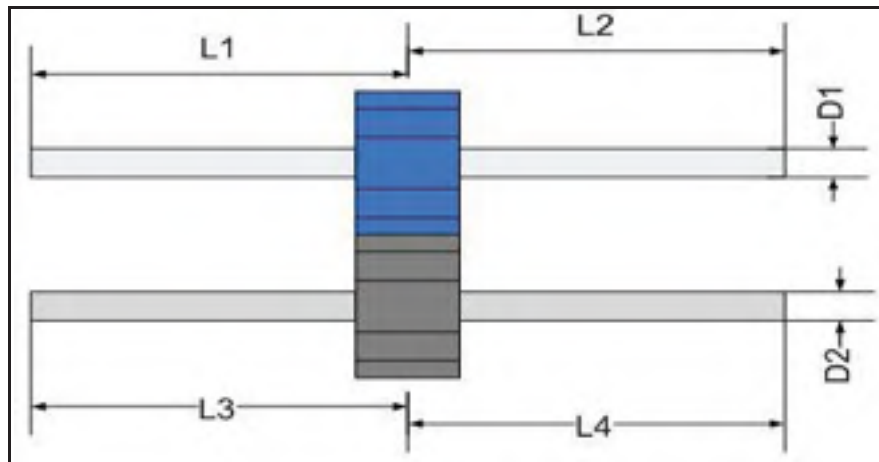
Or, les valeurs propres représentent le carré des fréquences naturelles ou résonances ( $\omega$ ).

Ainsi, trouver les fréquences de résonances revient à résoudre l'équation 2.32 :

$$|K_c - \omega^2 M_c| = 0 \quad (2.32)$$

Le calcul est effectué pour deux engrenages de 30 dents, de diamètre 90 mm et de largeur 30 mm et dont les dimensions sont les suivantes :

- $L1 = L2 = L3 = L4 = 100$  mm.
- $D1 = D2 = 25$ mm.



**Figure 2.12 Schéma de la transmission.**

Les fréquences de résonance trouvées sont de 706 Hz, 1077 Hz et 4251Hz. Les trois autres valeurs trouvées sont soit quasi-nulles, soit identiques à une de ces valeurs.

## 2.6 Conclusion

Cette partie a permis de montrer le modèle choisi et donc le contexte dans lequel les modèles des défauts vont être ajoutés. Dans ce modèle à six degrés de liberté, les défauts vont modifier temporairement et de façon périodique les paramètres qui permettent de calculer la force de contact.

Les fissures influencent la rigidité de la dent, ce qui a un impact sur la rigidité de contact. Les défauts de surface créent une zone de contact solide qui affecte le pourcentage de contact lubrifié. Cela a pour conséquence de modifier la force de frottement sur la dent. Dans les deux cas, ces modifications influent sur la réponse vibratoire du système. Il sera alors possible d'observer leurs impacts sur les niveaux globaux d'alerte. L'objectif d'un tel modèle étant de prédire des problèmes réels, il faut maintenant comparer puis ajuster les résultats du modèle avec des essais expérimentaux. Ces résultats ont été publiés dans une conférence internationale [38].

## CHAPITRE 3

### MATERIEL ET MÉTHODES

#### 3.1 Introduction

Une fois défini, le modèle doit être validé par des essais expérimentaux. Ces essais seront menés sur un banc ayant des caractéristiques propres. Dans un premier temps, l'objectif de ce chapitre sera donc de présenter le banc et les mesures effectuées. Deux cas de défauts seront alors testés, les fissures et les défauts de surface, chacun d'eux étant défini par deux paramètres. Dans un deuxième temps, ce chapitre développera le plan d'expérience.

#### 3.2 Banc d'essai

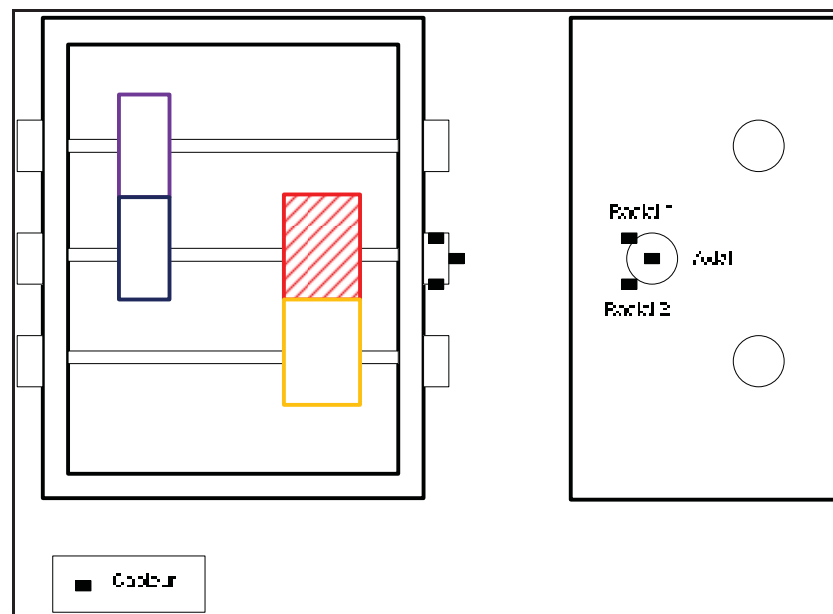
Les essais ont été réalisés sur un banc d'essai de la marque Spectra Quest. Les mesures ont été effectuées grâce au système d'acquisition LMS et de trois accéléromètres uni-axiaux.



Figure 3.1 Banc d'essai Spectra Quest.



Le moteur est à vitesse variable (0 à 5000 tr/min). La vitesse est mesurée sur l'arbre d'entrée par un tachymètre. À la sortie, un frein électromagnétique est commandé en courant et permet de varier le couple entre 0 et 25 N.m. Le banc comporte deux engrenages. L'engrenage comportant le défaut, en rayé sur la figure 3.2, est positionné sur l'arbre intermédiaire. Les capteurs uni-axiaux sont placés sur le porte-roulement de cet arbre intermédiaire.



**Figure 3.2 Schéma du banc.**

Le système d'acquisition utilisé est le système LMS Test Lab. Ce montage permet donc d'avoir l'accélération suivant les trois axes dans le domaine temporel.

### 3.3 Plan d'expérience

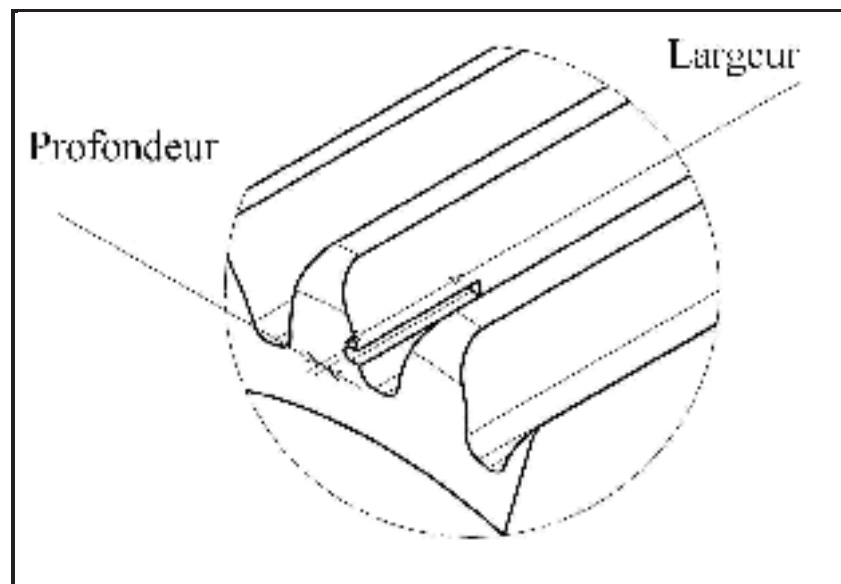
L'objectif est de valider le modèle comprenant des défauts à partir d'essais expérimentaux. Les défauts à tester sont de deux types :

- les fissures en pied de dents qui influencent la rigidité de la dent,

- les piqures considérées comme des défauts de surface et incorporées dans le coefficient de frottement du modèle.

### 3.3.1 Modélisation des fissures

Les fissures sont définies grâce à deux paramètres : la profondeur et la largeur (Fig. 3.3).



**Figure 3.3 Modélisation d'une fissure.**

Afin de pouvoir par la suite généraliser à d'autres cas, la profondeur de la fissure est donnée en pourcentage du module et la largeur de celle-ci est donnée en pourcentage de la largeur de l'engrenage. Les différents cas testés sont marqués par une croix dans le tableau 2-1. Ces points expérimentaux sont choisis dans un plan  $2^2$ , c'est-à-dire qu'ils permettent l'étude de l'influence quadratique de deux paramètres. Cette étude nécessite de préférence 8 points équi-répartis autour du domaine d'étude et d'un point au centre. Dans notre cas, le point central n'a pas été choisi afin de réduire les coûts de l'expérience.

Tableau 3.1 Choix des paramètres pour les fissures

| Profondeur<br>Largeur | 13 % | 26 % | 39 % |
|-----------------------|------|------|------|
| 33 %                  | x    | X    | x    |
| 66 %                  | x    |      | x    |
| 100 %                 | x    | X    | x    |

### 3.3.2 Modélisation des piqûres

Pour les piqûres, les dimensions caractéristiques sont le diamètre du trou ( $\varnothing$ ) et le nombre de trous. Ainsi, la taille de la zone affectée par le phénomène variera. Les trous sont répartis sur deux lignes et en quinconce comme le montre la figure 2.4, et couvrent la largeur complète de la face des dents. Cette disposition garde les trous dans la zone de contrainte maximale, lieu d'apparition des défauts de surface tout en facilitant la fabrication des défauts sur l'engrenage.

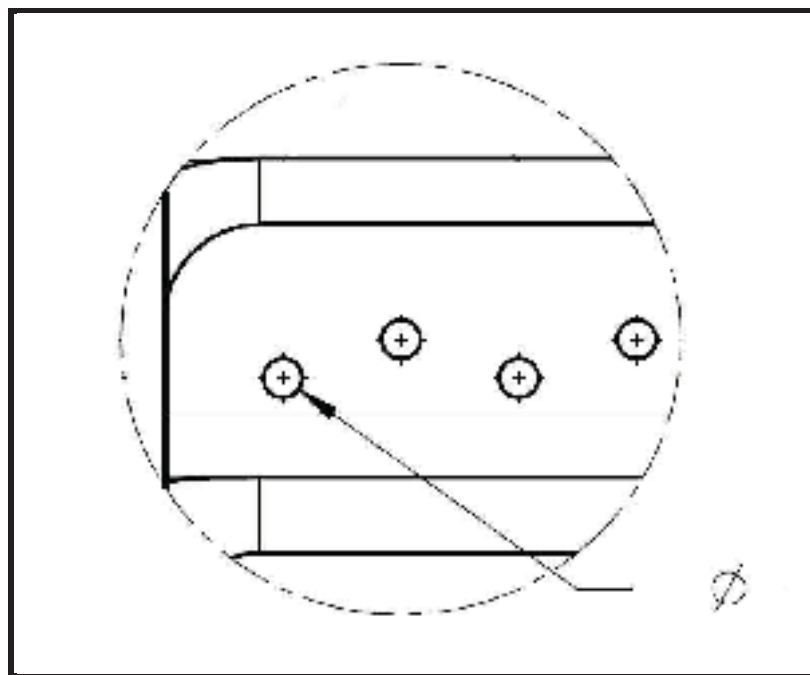


Figure 3.4 Modélisation des piqûres.

Le plan d'expérience utilisé est similaire à celui décrit pour les fissures. Il s'agit là-aussi d'un plan d'expérience  $2^2$ . Pour cela, le diamètre des trous varie entre 1 et 2 mm pour un nombre de 5 à 9 trous. Les grandeurs sont aussi ramenées en fonction du module de l'engrenage, en prenant le pourcentage du diamètre par rapport à la largeur de la dent. Pour la même raison budgétaire, le point expérimental central n'est pas réalisé.

Tableau 3.2 Choix des paramètres pour les piqûres

| <b>Diamètre</b><br><b>Nb de trou</b> | <b>3,3 %</b> | <b>5 %</b> | <b>6,6 %</b> |
|--------------------------------------|--------------|------------|--------------|
| <b>5</b>                             | X (430 %)    | X (260 %)  | X (175 %)    |
| <b>7</b>                             | X (300 %)    |            | X (110 %)    |
| <b>9</b>                             | X (230 %)    | X (130 %)  | X (80 %)     |

Les chiffres entre parenthèses du Tableau 3.2 correspondent à la distance, en pourcentage, entre deux trous successifs par rapport à leur diamètre. Les trous ont une profondeur différente suivant leur diamètre. Pour les trous de diamètre 1 mm, la profondeur est de 0,32 mm. Pour ceux de 1,5 mm, la profondeur est de 0,48 et pour ceux de 2 mm, elle est de 0,64 mm.

### 3.4 Choix des roues

Le premier engrenage sert uniquement à transmettre la puissance à l'arbre intermédiaire. Le second permet la connexion avec le frein électromagnétique qui applique le couple. Le défaut est placé sur ce deuxième palier. Afin de minimiser l'influence du premier engrenage dans la lecture, sa fréquence d'engrènement a été choisie trois fois supérieure à celle du second. De plus, le rapport de réduction a été choisi proche de 1. Cela permet aux arbres d'avoir une vitesse de rotation similaire et de ne pas exciter le bâti à des fréquences différentes :

- Premier palier : 88/90 dents.
- Deuxième palier : 30/29 dents.

Ainsi, pour une fréquence du moteur de 16,66 Hz, la fréquence d'engrènement du premier palier est  $f_{eng1} = 1466$  Hz et celle du second palier est  $f_{eng2} = 489$  Hz. Il faut aussi considérer les fréquences de coïncidence qui correspondent aux fréquences auxquelles deux dents définies entrent en contact l'une avec l'autre. Dans ce cas-ci,  $f_{coi1} = 0,37$  Hz et  $f_{coi2} = 0,56$  Hz.

Les engrenages sont constitués de roues à dentures droites commerciales et faites d'acier (Quality Transmission Components, QTC). Les caractéristiques sont données en annexe I. Il est nécessaire de vérifier la résistance des roues par rapport aux conditions du banc d'essai. Cette vérification consiste à calculer le facteur de sécurité (FS) pour les contraintes en flexion et les contraintes en surface. L'objectif étant de trouver un facteur de sécurité supérieur à 1 pour ne pas avoir d'usure prématurée des engrenages. Afin d'optimiser le choix des roues, la limite du facteur de sécurité est prise à 1,5. Les calculs sont faits pour une durée de vie de  $10^7$  cycles avec une fiabilité de 0,9999. Pour cela, il faut considérer la contrainte au pied de la dent. Les contraintes sont calculées à partir de la norme AGMA :

$$\sigma = W^t K_0 K'_v K_s \times \frac{1}{b m_t} \times \frac{K_h K_B}{Y_j} \quad (3.1)$$

Les valeurs des différents coefficients sont résumées dans le tableau suivant et détaillées en annexe II :

Tableau 3.3 Calcul des contraintes en flexion

| Module   | Wt  | Ko | K'v  | Ks | b    | mt    | Kh    | Kb | Yj   | $\sigma$ (MPa) | $\sigma_{all}$ (MPa) | FS   |
|----------|-----|----|------|----|------|-------|-------|----|------|----------------|----------------------|------|
| <b>1</b> | 520 | 1  | 1,53 | 1  | 0,03 | 0,003 | 1,364 | 1  | 0,4  | 30             | 276                  | 9,2  |
| <b>3</b> | 520 | 1  | 1,53 | 1  | 0,01 | 0,001 | 1,117 | 1  | 0,47 | 189            | 276                  | 1,46 |

Les engrenages sont aussi soumis à une usure de surface. Pour cela les contraintes de surfaces sont elles aussi calculées à partir de la norme AGMA :

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W^t K_0 K'_v K_S \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_I}} \quad (3.2)$$

Les valeurs des différents coefficients sont résumées dans le tableau suivant et détaillées en annexe II :

Tableau 3.4 Calcul des contraintes de surface

| Module   | Wt  | Ko | K'v  | Ks | Kh    | Ze  | Zr | d    | b    | Zi   | $\sigma_c$ (MPa) | $\sigma_{c,all}$ (Mpa) | FS  |
|----------|-----|----|------|----|-------|-----|----|------|------|------|------------------|------------------------|-----|
| <b>3</b> | 520 | 1  | 1,53 | 1  | 1,364 | 191 | 1  | 0,09 | 0,03 | 0,12 | 350              | 804                    | 2,3 |
| <b>1</b> | 520 | 1  | 1,53 | 1  | 1,117 | 191 | 1  | 0,09 | 0,01 | 0,08 | 670              | 804                    | 1,2 |

On obtient un facteur de sécurité de 1,46 dans le plus mauvais des cas pour les contraintes en flexion et de 1,2 pour les contraintes de surface. Ainsi les engrenages choisis peuvent résister aux conditions limites du banc suivant la norme AGMA.

### 3.5 Conclusion

Cette partie a permis de présenter le plan expérimental. Les essais ont été menés sur le banc SpectraQuest pour chacun des cas décrits plus haut. Cependant les caractéristiques du banc ont une influence sur les résultats mesurés. Les résonances du banc vont plus ou moins accentuer les vibrations des engrenages et ainsi fausser les résultats. Une analyse préliminaire du banc, présentée au chapitre V, sera donc nécessaire. Elle consiste, dans un premier temps, à effectuer une analyse modale du banc complètement assemblé à partir d'un test d'impact. Cela s'accompagne d'une étude en fonctionnement, afin d'apprécier l'influence de la vitesse sur les résultats.

## CHAPITRE 4

### VALIDATION DU MODÈLE

#### 4.1 Validation numérique

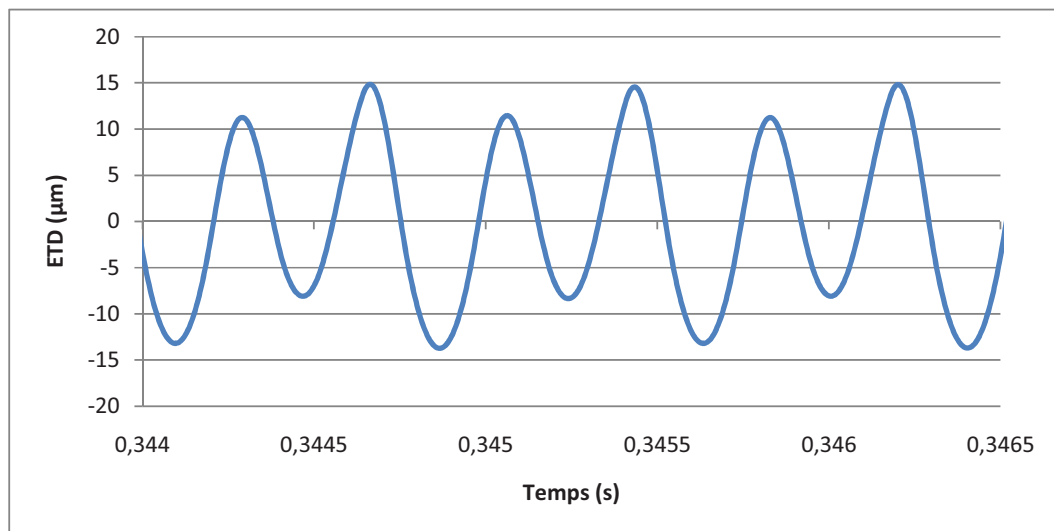
L'objectif de cette partie est de comparer le modèle établi par rapport à des résultats valides provenant d'autres simulations. Dans le cas présent, les résultats obtenus par Parker [2] serviront de base. Pour cela, la roue et le pignon sont considérés identiques. Chacun des deux possédant 50 dents, un module de 3 mm et un angle de pression de 20°. Les engrenages sont en acier dont le module d'élasticité est de  $207 \times 10^9 \text{ N/m}^2$  et la densité est de  $7600 \text{ kg/m}^3$ . Les supports sont considérés comme rigides, il ne reste que les degrés de liberté en rotation. Les simulations sont effectuées pour deux vitesses. La première correspond à la seconde fréquence de résonance calculée par les auteurs, soit 1560 tr/min pour un couple de 150 Nm. La seconde correspond à la résonance primaire, soit une vitesse de 2880 tr/min pour le même couple de 150 Nm.

Le signal choisi doit prendre en compte les vibrations angulaires de chaque engrenage. La comparaison sera donc faite sur l'erreur de transmission dynamique (ETD) choisie dans l'article de référence et donné par l'équation 4.1.

$$ETD = R_p \theta_p + R_r \theta_r \quad (4.1)$$

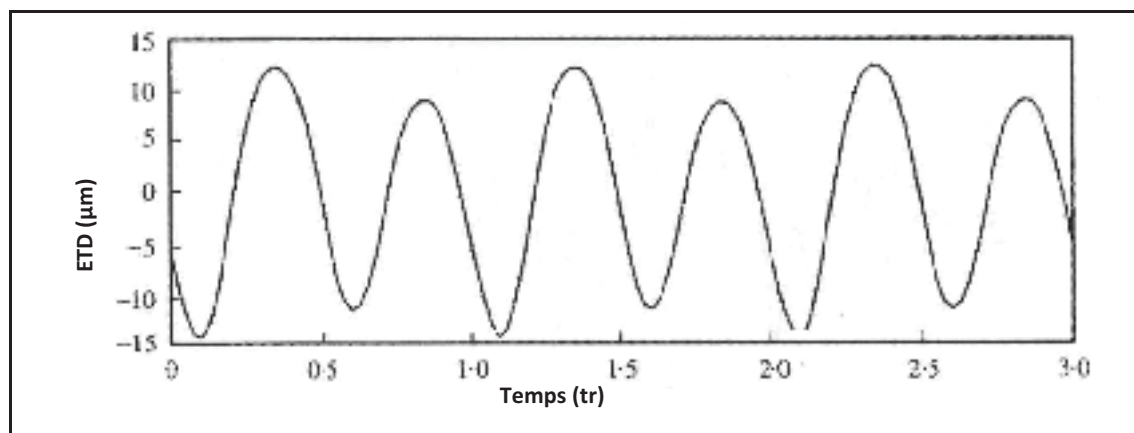
où :  $R_p$  et  $R_r$  sont les rayons primitifs du pignon et de la roue  
 $\theta_p$  et  $\theta_r$  sont les déplacement en rotation du pignon et de la roue

La figure 4.1 présente l'ETD obtenue par le modèle. Elle correspond au passage de trois dents au niveau du contact.



**Figure 4.1 ETD en fonction du temps à 1560 tr/min.**

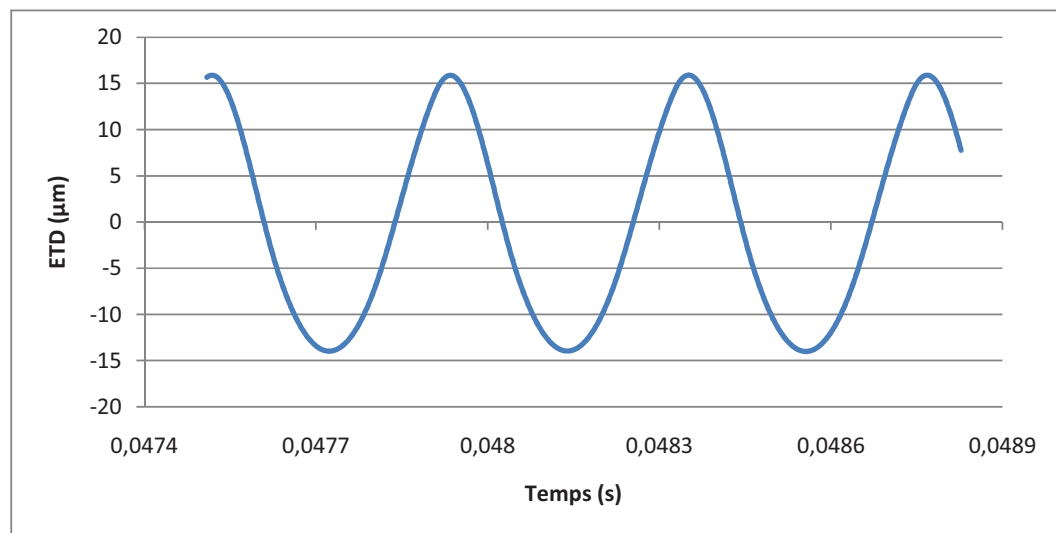
La forme, de deux pics par passage de dent, et l'amplitude, de 15  $\mu\text{m}$ , sont comparables à la réponse obtenue (Fig. 4.2) par Parker [2].



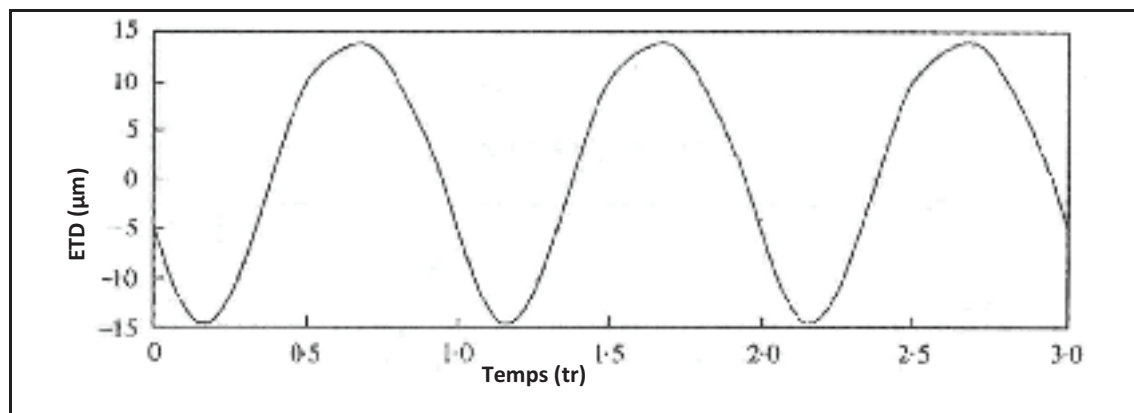
**Figure 4.2 ETD en  $\mu\text{m}$  obtenu par Parker à 1560 tr/min.**



Pour la vitesse de 2880 tr/min (Fig. 4.3), le signal comporte lui aussi le passage de trois dents. Ce signal se différencie du précédent par sa forme. Il n'y a plus qu'un seul pic par passage de dent. De plus, l'amplitude de l'ETD à 2880 tr/min est supérieure à celle de celui de 1560tr/min. Cette évolution est en accord avec les résultats obtenus par Parker (Fig. 4.4)

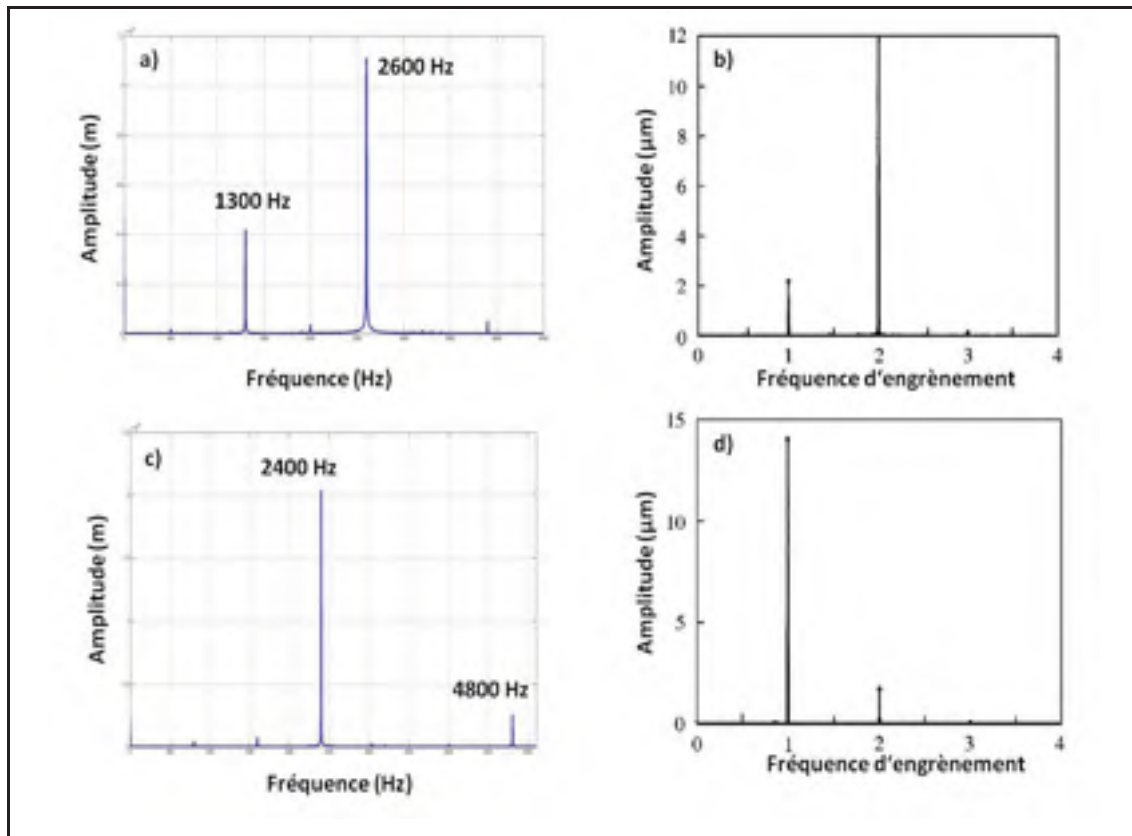


**Figure 4.3 ETD en fonction du temps à 2880 tr/min.**



**Figure 4.4 ETD en μm obtenu par Parker à 2880 tr/min.**

Il est possible de poursuivre la comparaison dans le domaine fréquentiel pour les deux vitesses de rotation présentées ci-dessus.



**Figure 4.5 Comparaison fréquentielle du DTE à 1560 tr/min a) modèle numérique b) modèle de référence et à 2880 tr/min c) modèle numérique d) modèle de référence.**

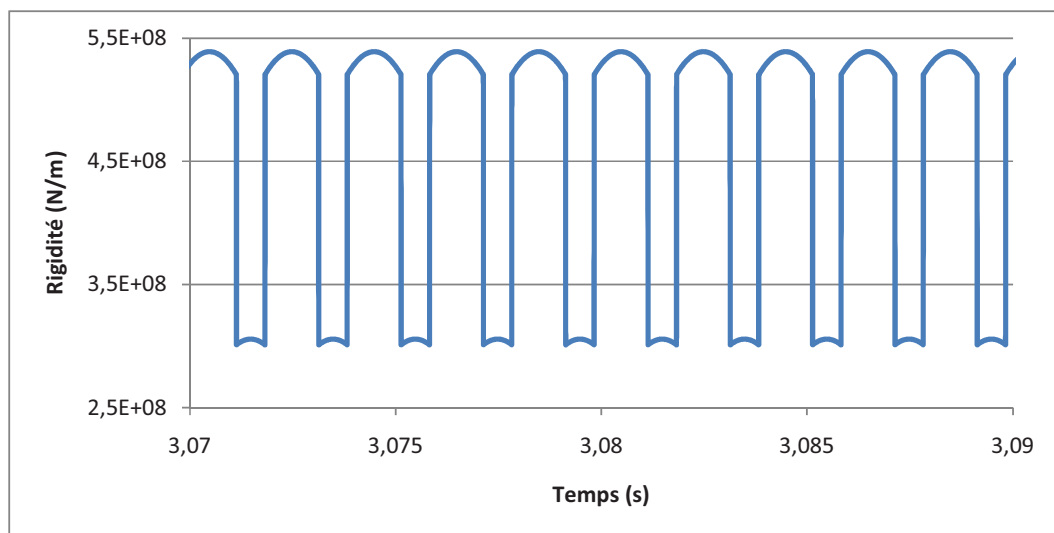
Il est possible d'observer que pour une vitesse de 2880 tr/min (Fig. 4.5 c et d) on retrouve, pour mon modèle comme pour le modèle de référence, le pic principal à la fréquence d'engrènement, soit 2400 Hz. En revanche pour les simulations à 1560 tr/min, le pic principal se trouve à deux fois la fréquence d'engrènement de 1300 Hz. Ceci n'est pas dû à un problème de jeu mais plus probablement à la présence d'une résonance près de cette deuxième harmonique.

## 4.2 Prise en compte des défauts

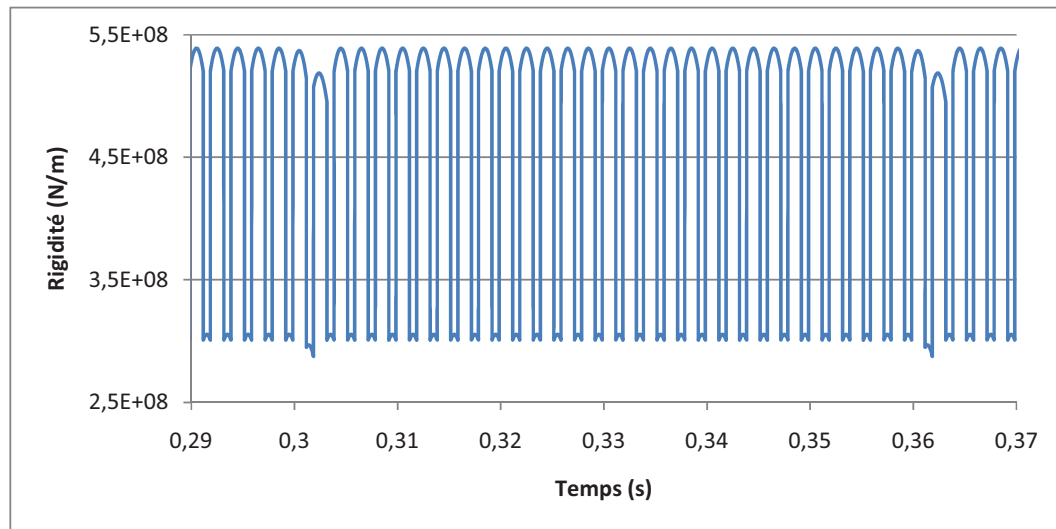
L'insertion des défauts s'effectue sur le modèle présent sur le banc d'essai, c'est-à-dire deux engrenages identiques de 30 dents et de module 3.

#### 4.2.1 Fissures

La rigidité de contact dépend de différents paramètres dont la rigidité de la dent. Or, une fissure fragilise la dent et diminue sa rigidité. Ainsi, la fissure a un impact direct sur la rigidité de contact. La rigidité de contact pour un engrenage sans défaut est presque similaire à une fonction créneau (Fig. 4.5) dont la fréquence est la fréquence d'engrènement. La présence de la fissure diminue cette rigidité ponctuellement. Cet événement a lieu à chaque passage de la dent défectueuse. Ainsi, en simulant la rigidité de contact en présence d'une fissure au pied d'une dent (Fig. 4.6), le signal obtenu présente bien un créneau d'amplitude plus faible à chaque passage de la dent endommagée.



**Figure 4.6 Rigidité de contact pour un engrenage sans défaut.**

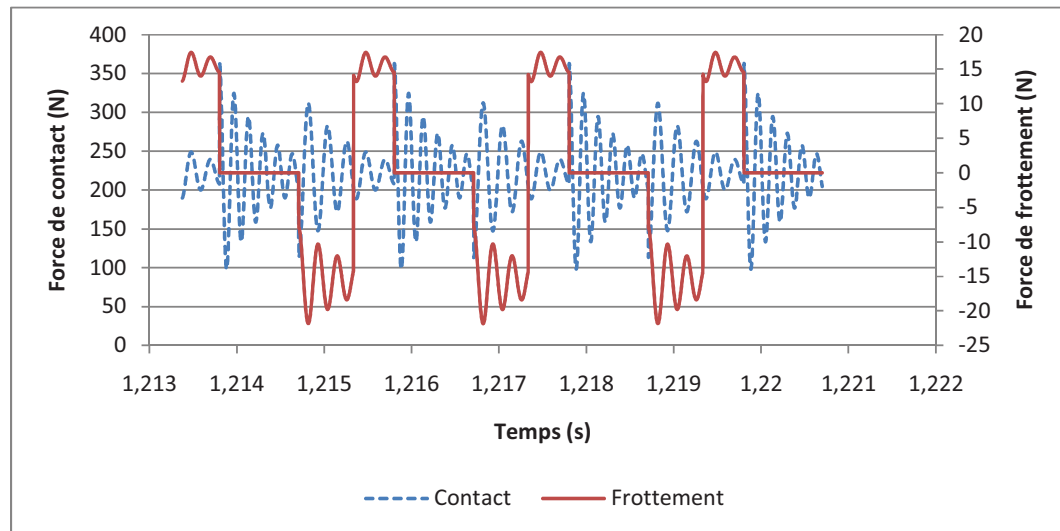


**Figure 4.7 Rigidité de contact pour un engrenage avec fissure.**

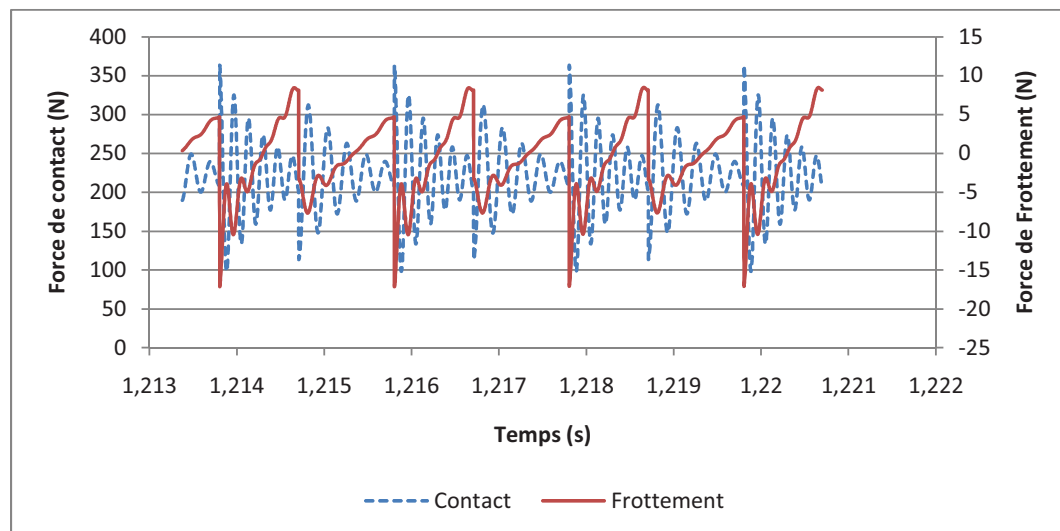
#### 4.2.2 Piqûres

Les piqûres ont un effet différent de celui des fissures. Ce défaut de surface perturbe la lubrification et crée une zone de contact solide. Ainsi, sur la surface affectée, le coefficient de frottement augmente. C'est pourquoi le modèle de lubrification choisi a une influence importante sur les résultats.

Comme il a été dit dans la revue de littérature, les types de coefficient les plus utilisés sont les coefficients constants (équ. 1.10) et les coefficients linéaires (Fig. 1.11). Les graphiques suivants (Fig. 4.7 et 4.8) comparent les forces de contact et de frottement pour les deux possibilités. Il est alors possible de constater que la force de contact  $W$  globale n'est pas influencée par le choix du modèle de lubrification. En revanche, la force de frottement passe d'un comportement créneau à un comportement triangulaire.

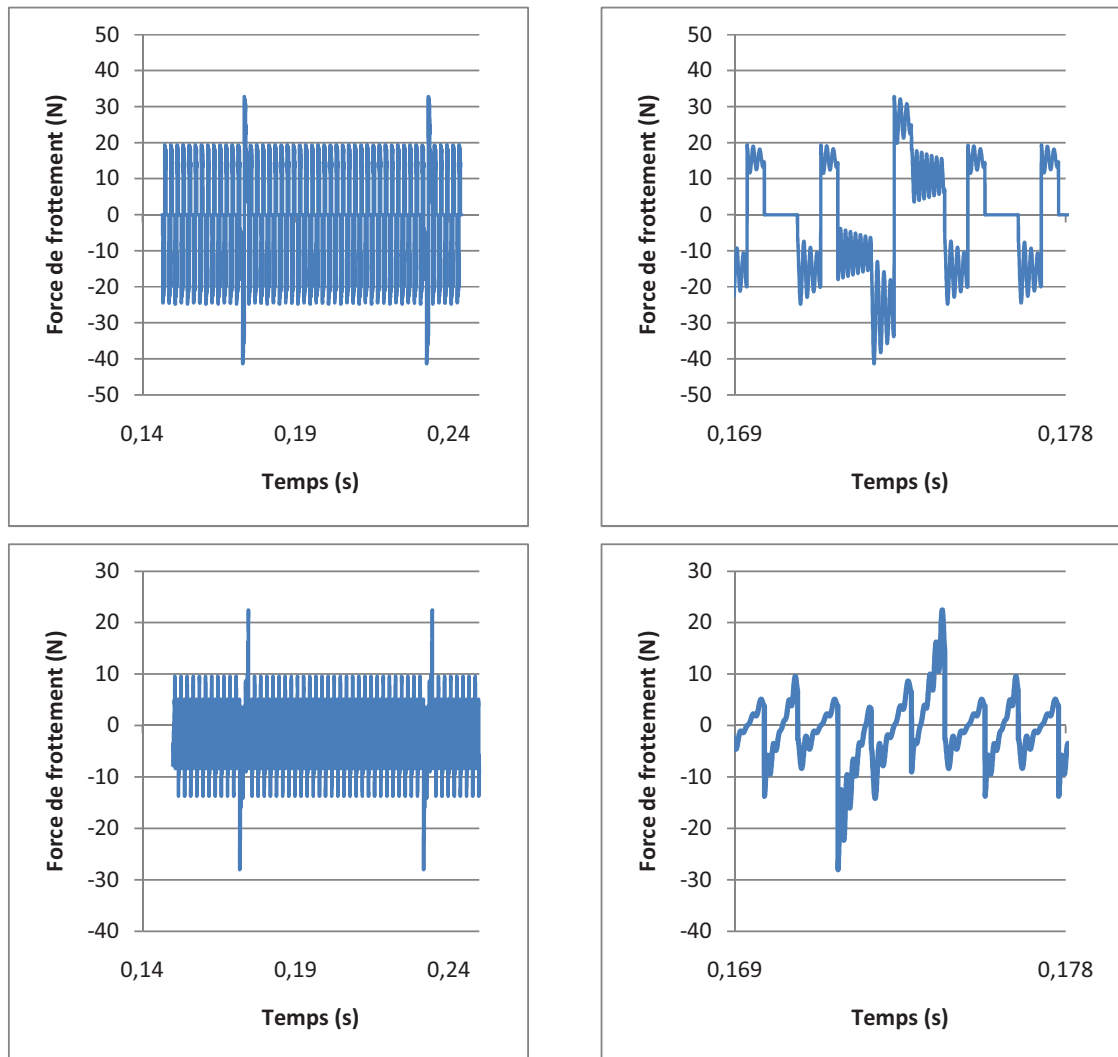


**Figure 4.8 Coefficient de frottement constant.**



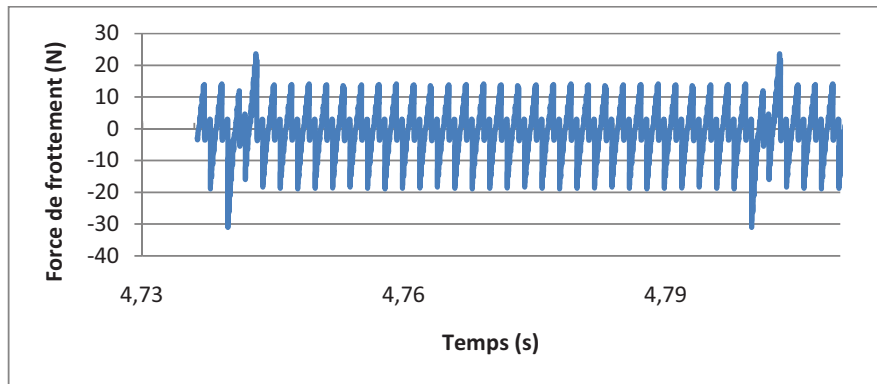
**Figure 4.9 Coefficient de frottement linéaire.**

L'ajout d'une piqûre sur l'une des dents, augmente ponctuellement la force de frottement. Les figures qui suivent montrent le cas d'un engrenage dont l'une des dents est affectée par 5 piqûres de 1,5 mm de diamètre. La force de frottement est alors calculée suivant les deux types de coefficient de frottement possibles.

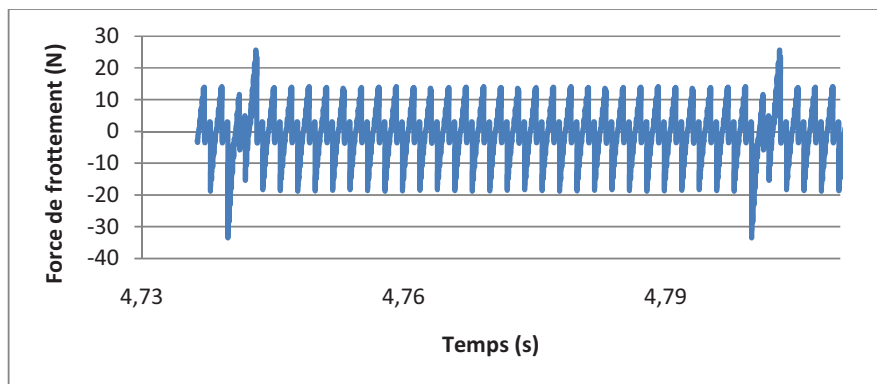


**Figure 4.10 Force de frottement en présence de piqûres, pour des coefficients constant (en haut) et linéaire (en bas).**

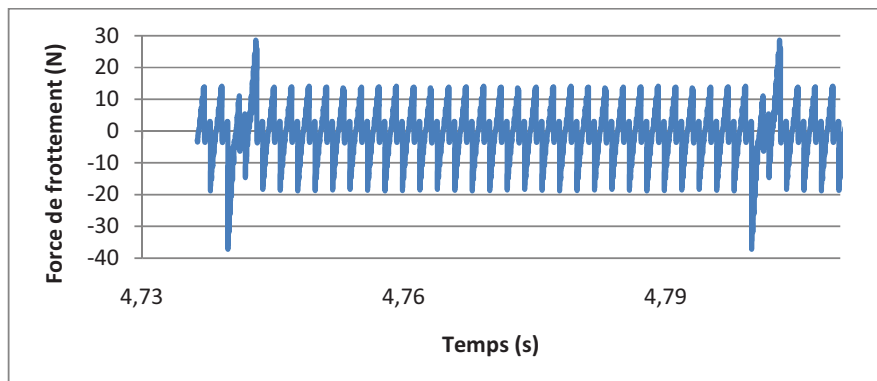
La présence des piqûres génère donc une force de frottement plus importante à chaque passage de la dent défectueuse. Il est donc intéressant de voir l'évolution de ce phénomène en fonction du nombre de piqûres sur la dent. La simulation précédente est donc refaite avec des piqûres de 1,5 mm de diamètre et un coefficient de frottement linéaire. Seul le nombre de piqûres change. Ainsi les résultats obtenus pour 5 piqûres (Fig. 4.10), pour 7 piqûres (Fig. 4.11) et pour 9 piqûres (Fig. 4.12) sont présentés ci-dessous :



**Figure 4.11** Force de frottement avec 5 piqûres.



**Figure 4.12** Force de frottement avec 7 piqûres.



**Figure 4.13** Force de frottement avec 9 piqûres.

L'amplitude des pics causés par les défauts augmente avec le nombre de piqûres. Ce phénomène s'explique par une augmentation de la surface affectée et donc un pourcentage de contact solide plus important.

### **4.3 Conclusion**

Le modèle numérique donne des résultats similaires à un modèle de référence. La comparaison étant faite pour un même modèle à deux vitesses différentes. Cette étape, effectuée sans l'inclusion des défauts, vérifie la validité du modèle. L'ajout de défauts permet, par la suite, de visualiser l'effet attendu de ceux-ci. Les fissures affectent effectivement la rigidité de contact pour chaque passage de la dent endommagée. Les piqûres, quant à elles, perturbent, par la présence d'un contact solide, la force de frottement. Il faut maintenant comparer les résultats obtenus par le modèle numérique à des résultats expérimentaux obtenus par le banc d'essai.



## **CHAPITRE 5**

### **ESSAIS EXPÉRIMENTAUX**

#### **5.1 Introduction**

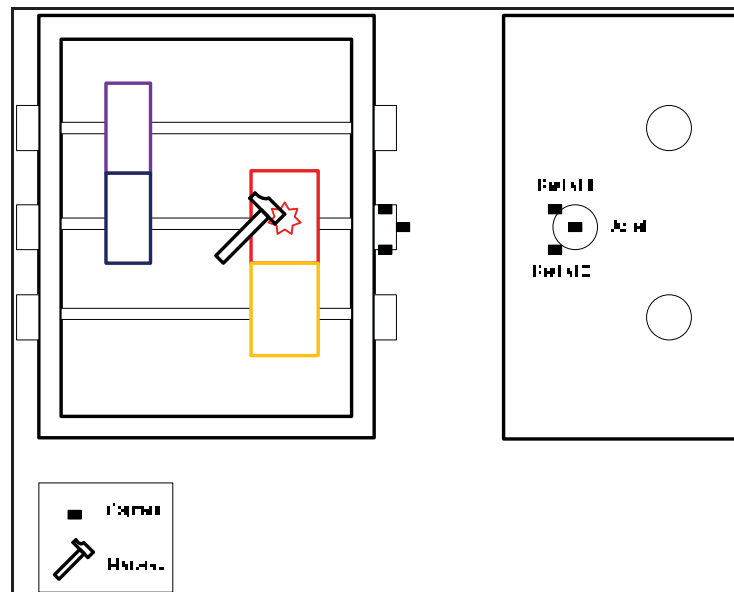
L'objectif de cette partie est de comparer les résultats des simulations numériques avec des résultats obtenus sur un banc d'essai expérimental, dans le but de valider le modèle à l'égard de différents aspects. Pour cela, une étude préliminaire des résonances est menée sur le banc d'essai afin d'évaluer l'influence de celui-ci sur les mesures. Cette étude permet d'établir les conditions optimales pour effectuer la prise de mesure et de choisir la vitesse de rotation des essais. Des différents cas de fissures et de piqûres sont alors testés sur le banc et les vibrations résultantes sont mesurées par des accéléromètres.

#### **5.2 Banc d'essai**

Il faut connaître les modes de résonance du banc d'essai pour vérifier son influence sur les réponses vibratoires. Pour cela une analyse modale est nécessaire. Des mesures à différentes vitesses permettront, par la suite, de visualiser l'évolution des amplitudes des harmoniques en fonction de la fréquence.

##### **5.2.1 Analyse modale**

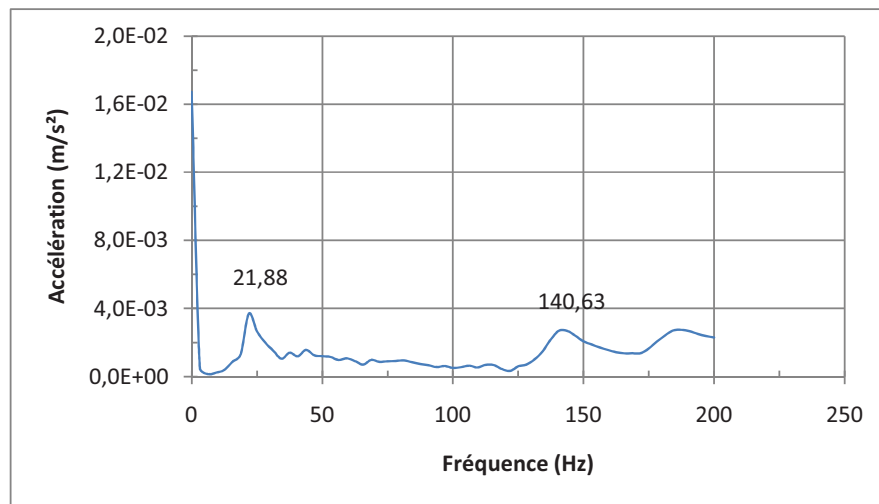
L'objectif est d'établir les résonances du banc pour que le boîtier ne perturbe pas les mesures en amplifiant certaines fréquences. Différents facteurs influencent ces résonances, tels que le type et la quantité d'huile, la présence ou non des engrenages, la mise en rotation des éléments. Afin de se rapprocher du cas expérimental, l'analyse modale sera effectuée sur le banc monté au complet et à l'arrêt. La technique choisie est un test d'impact au marteau. Cette méthode permet d'exciter le banc à toutes les fréquences en un seul essai. L'impact est donné au niveau de la dent de l'engrenage. Des capteurs mesurent les réponses vibratoires sur le porte roulement (Fig. 5.1). Les signaux sont ensuite traités par transformée de Fourier.



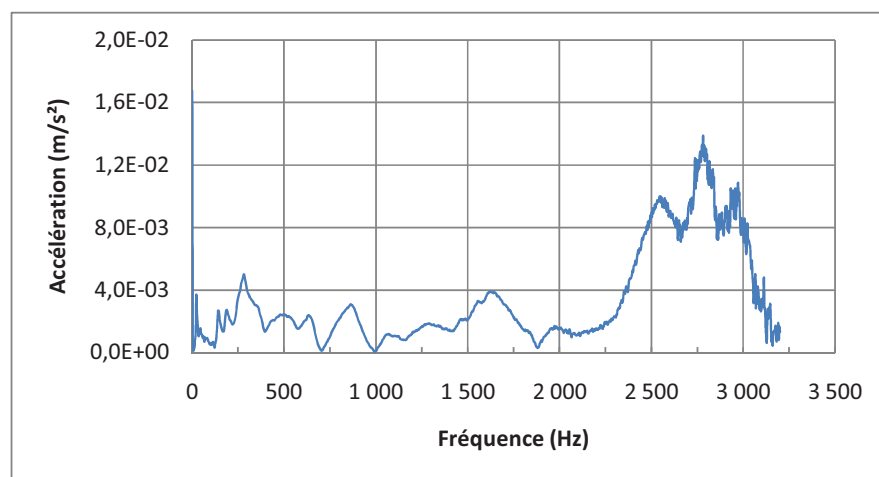
**Figure 5.1** Schéma de la mesure pour l'analyse modale.

Les mesures sont réalisées avec les engrenages choisis au chapitre 3, c'est-à-dire 88/99 dents de module 1 pour le premier palier et 29/30 dents de module 3 pour le palier 2 soumis à l'impact. Seules les vibrations suivant les directions radiales, c'est-à-dire les capteurs *Radial 1* et *Radial 2*, sont utiles pour la validation de notre modèle. De plus, étant donné la symétrie du banc, ces deux capteurs radiaux nous donnent des résultats identiques. Aussi, pour la suite de l'étude, seuls les résultats du capteur *radial 1* sont présentés.

Les figures 5.2 et 5.3 représentent ces résultats obtenues pour le capteur *radial 1* lors du test d'impact. La première permet d'observer une résonance autour des 22 Hz. Le moteur tourne entre 0 et 5000 tr/min (0 et 83 Hz). Ainsi, cette fréquence est dans la plage d'utilisation du moteur et sera donc à éviter. Par la suite, l'autre domaine intéressant se situe entre la fréquence d'engrènement, qui est 30 fois supérieure à la fréquence du moteur, et sa troisième harmonique. Pour cela, la figure 5.3 montre une résonance pour les fréquences supérieures à 2300 Hz.



**Figure 5.2** Analyse modale du capteur radial de 0 - 200 Hz



**Figure 5.3** Analyse modale du capteur radial de 0 - 3500 Hz

Cette étude par impact à l'arrêt, montre des résonances qui peuvent s'avérer gênantes lors de l'acquisition des mesures. Une approche dynamique, c'est-à-dire en fonctionnement, va permettre de déterminer une vitesse de rotation du moteur optimale.

### 5.2.2 Variation de la vitesse

Cette étude permet de compléter l'analyse modale du banc. L'objectif est d'établir l'effet de la vitesse sur les résonances et leurs conséquences sur les harmoniques de la fréquence d'engrènement. Pour cela, les mesures sont prises à quatre vitesses différentes entre 1000 tr/min et 1700 tr/min. À partir des spectres obtenus, par exemple la figure 5.4 pour 1000 tr/min, il est possible de relever les différentes amplitudes des pics à la fréquence d'engrènement et à ses harmoniques. L'ensemble des résultats obtenus est en Annexe III, et l'amplitude des pics peut être résumée dans le tableau 5.1.

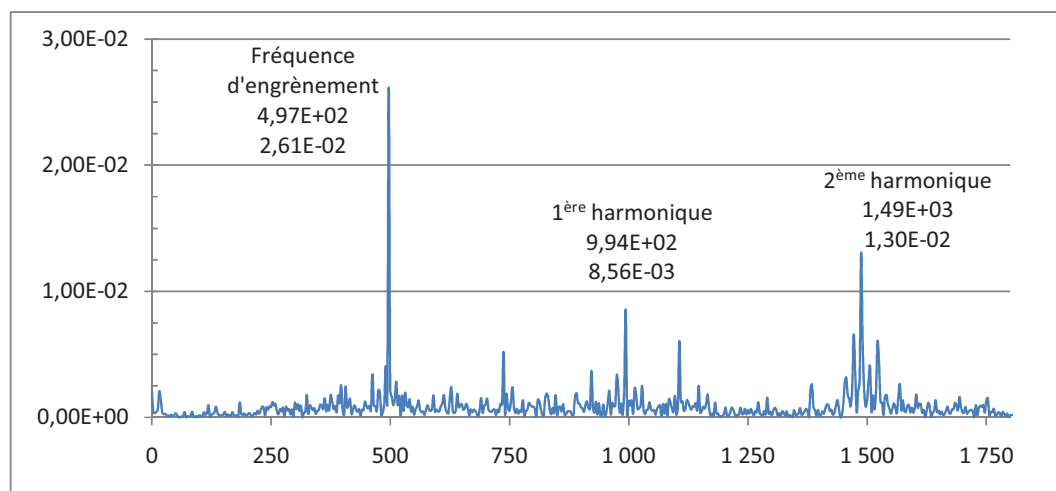


Figure 5.4 Spectre de l'accélération radiale à 1000 tr/min

Tableau 5.1 Amplitude des pics du spectre pour différentes vitesses de rotation

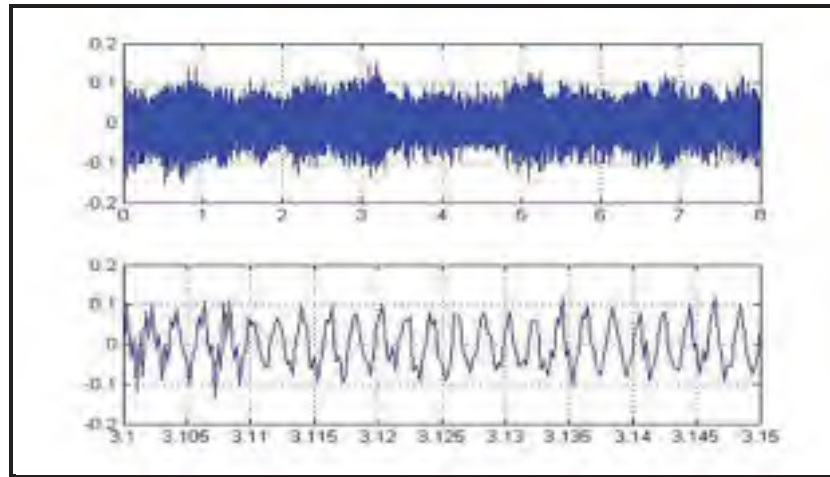
| Fréquence<br>tr/min | D'engrènement          | 2 <sup>ème</sup> Harmonique | 3 <sup>ème</sup> Harmonique | 4 <sup>ème</sup> Harmonique |
|---------------------|------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1000                | 0,025 m/s <sup>2</sup> | 0,008 m/s <sup>2</sup>      | 0,013 m/s <sup>2</sup>      | 0,04 m/s <sup>2</sup>       |
| 1350                | 0,031 m/s <sup>2</sup> | 0,0076 m/s <sup>2</sup>     | 0,04 m/s <sup>2</sup>       | 0,13 m/s <sup>2</sup>       |
| 1500                | 0,013 m/s <sup>2</sup> | 0,028 m/s <sup>2</sup>      | 0,06 m/s <sup>2</sup>       | 0,07 m/s <sup>2</sup>       |
| 1700                | 0,033 m/s <sup>2</sup> | 0,041 m/s <sup>2</sup>      | 0,17 m/s <sup>2</sup>       | N/A                         |

Dans le cas d'un engrenage sans défaut, l'amplitude des vibrations à la fréquence d'engrènement doit être supérieure aux amplitudes de ses harmoniques. Ainsi, l'augmentation des amplitudes des harmoniques est une conséquence des résonances du banc. En observant le tableau 5.1, les cases grisées représentent les pics concernant des fréquences supérieures à 2000 Hz. Ces pics ont une amplitude bien supérieure à celle de leur fréquence d'engrènement. Ce résultat confirme bien l'influence du banc sur les expériences et la résonance du banc pour les fréquences supérieures à 2000 Hz.

Il faut donc choisir une vitesse faible pour ne pas perturber les mesures. Aussi, les mesures seront effectuées à une vitesse 1000 tr/min, soit 16,6 Hz, pour le moteur et par conséquent une fréquence d'engrènement de 500 Hz. Ce paramètre nous permet d'éviter les deux résonances critiques de 22 Hz et de 2300 Hz.

### **5.3 Résultats temporels**

Les tests sont effectués pour différents cas, 8 fissures et 8 piqures, décrits dans le chapitre III. Les signaux bruts, directement mesurés à partir des accéléromètres (Fig. 5.5), ne permettent pas de conclure directement sur la présence ou non des défauts. Ainsi, une analyse statistique à partir des niveaux globaux va permettre une première approche. Les deux critères utilisés sont le Facteur de Crête et le Kurtosis (Chapitre I). Ces critères permettent de faire ressortir les amplitudes élevées, générées par le défaut, tout en négligeant les événements isolés causés par le bruit.



**Figure 5.5** Signal temporel obtenu par un des capteurs radiaux.

### 5.3.1 Détection des fissures

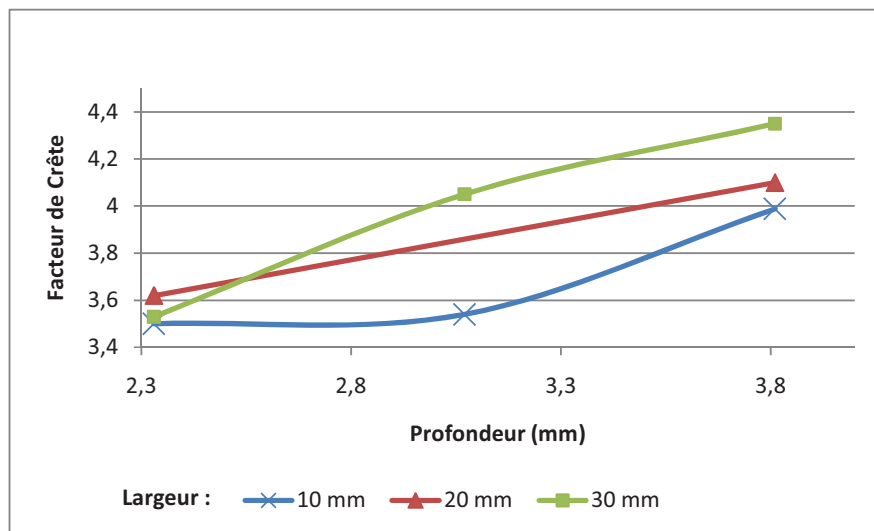
Pour chaque essai, les capteurs enregistrent l'accélération du porte-roulement dans les trois directions (Fig. 3.2). Les vibrations dans le sens axial n'apportent pas d'information sur la présence des fissures, ses données ne seront pas présentées par la suite. Les deux capteurs radiaux donnant des informations redondantes, seules les informations provenant du capteur *radial 1* sont présentées. L'analyse globale du signal temporel est faite à partir des accélérations ( $\text{m/s}^2$ ) et est récapitulée dans le tableau 5.2. On y retrouve la moyenne  $M$ , la valeur efficace rms, le facteur de crête  $FC$  et le kurtosis  $K$ .

**Tableau 5.2** Analyse globale des signaux temporels avec fissure

| Largeur    | 10 mm   |         |         | 20 mm   |         |  | 30 mm   |         |         |
|------------|---------|---------|---------|---------|---------|--|---------|---------|---------|
| Profondeur | 2,33    | 3,07    | 3,81    | 2,33    | 3,81    |  | 2,33    | 3,07    | 3,81    |
| <b>M</b>   | -0,0017 | -0,0018 | -0,0016 | -0,0017 | -0,0015 |  | -0,0013 | -0,0019 | -0,0015 |
| <b>rms</b> | 0,0376  | 0,048   | 0,0527  | 0,0396  | 0,0467  |  | 0,0465  | 0,038   | 0,0435  |
| <b>FC</b>  | 3,50    | 3,54    | 3,988   | 3,62    | 4,11    |  | 3,53    | 4,05    | 4,35    |
| <b>K</b>   | 2,9776  | 3,089   | 3,1566  | 2,9045  | 2,9501  |  | 2,921   | 2,9995  | 3,011   |

Le kurtosis ne permet pas d'établir de bilan précis sur l'influence des fissures. En effet, pour une largeur de fissure précise, le kurtosis augmente lorsque la fissure est de plus en plus profonde. Cependant, la largeur ne semble pas avoir d'influence sur le kurtosis.

La présence du défaut semble plus facilement observable grâce au Facteur de Crête. La valeur minimale obtenue pour la plus petite fissure est de 3,5, ce qui est déjà supérieur au niveau limite acceptable ( $FC=3$ , Tableau 1-1). Par la suite, si la fissure se propage en profondeur, la valeur du Facteur de Crête augmente et cela dans le cas des trois largeurs. La largeur de la fissure accentue ce phénomène. Ainsi, comme il est possible d'observer sur la figure 5.6, pour une faible profondeur le facteur de crête donne des valeurs très proches quelque soit la largeur de la fissure alors qu'à une profondeur plus importante la différence est plus marquée.



**Figure 5.6 Facteur de Crête pour différentes largeurs de fissure.**

La taille de la fissure influence directement la rigidité de la dent. Plus la fissure est importante et plus la rigidité sera affectée. Les résultats obtenus vont effectivement dans ce sens.

### 5.3.2 Détection des piqûres

Dans le cas des piqûres aussi, seules les informations provenant du capteur *radial 1* sont présentées. L'analyse globale du signal temporel est faite à partir des accélérations ( $\text{m/s}^2$ ) et est récapitulée dans le tableau 5.3. On y retrouve la moyenne M, la valeur efficace rms, le facteur de crête FC et le kurtosis K.

Tableau 5.3 Analyse globale des signaux temporels avec piqûres

| $\phi$ | 1 mm    |         |         | 1,5 mm  |         | 2 mm    |         |         |
|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Nbre   | 5       | 7       | 9       | 5       | 9       | 5       | 7       | 9       |
| M      | -0,0016 | -0,0014 | -0,0015 | -0,0015 | -0,0015 | -0,0016 | -0,0015 | -0,0016 |
| rms    | 0,0473  | 0,0526  | 0,0458  | 0,0474  | 0,041   | 0,058   | 0,039   | 0,0431  |
| FC     | 3,76    | 3,85    | 4,53    | 4,1     | 4,3     | 3,6     | 3,69    | 3,98    |
| K      | 2,97    | 3,11    | 3,46    | 2,85    | 3,22    | 2,79    | 2,88    | 3,1     |

Pour le cas des piqûres, le facteur de crête et le kurtosis donnent des résultats semblables. Quand le nombre de trous augmente, les facteurs augmentent avec lui (Fig. 5.7). Par contre, on constate que ces facteurs diminuent lorsque la taille des trous augmente. Ceci est dû au fait qu'à partir d'un certain niveau critique de défectuosité, le niveau RMS augmente plus vite que le niveau crête [16].

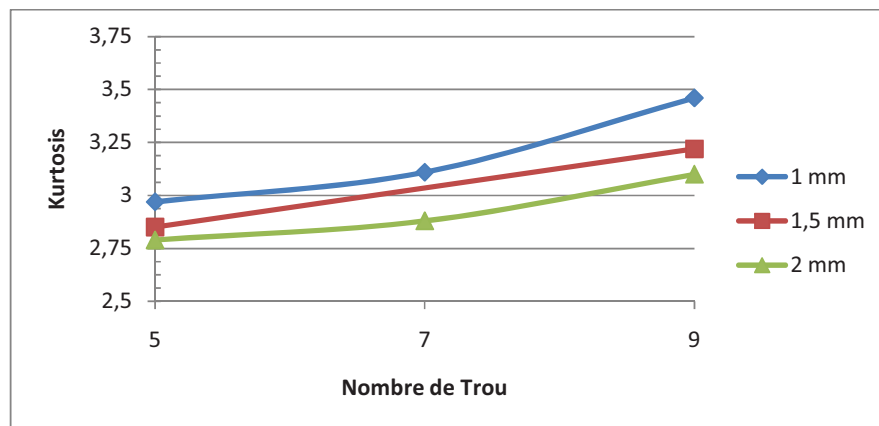


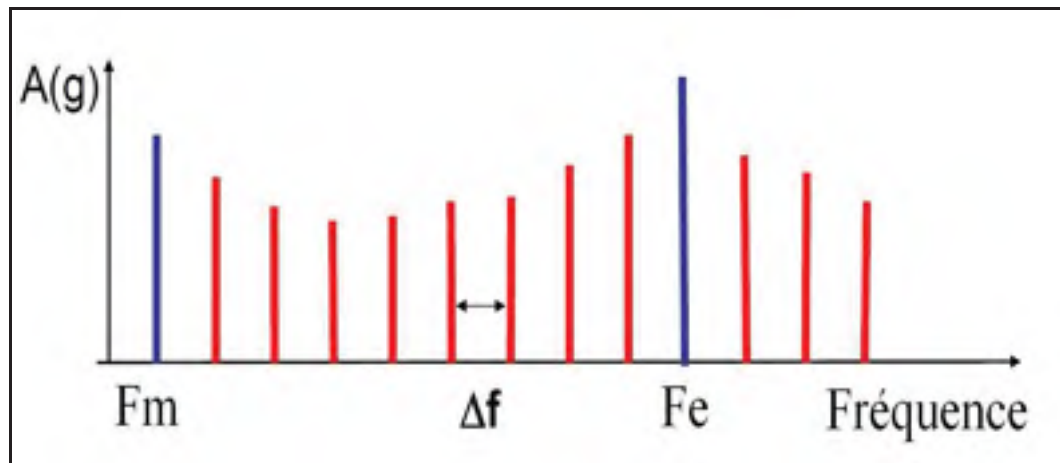
Figure 5.7 Kurtosis pour les différents cas de piqûre.



## 5.4 Analyse des signaux

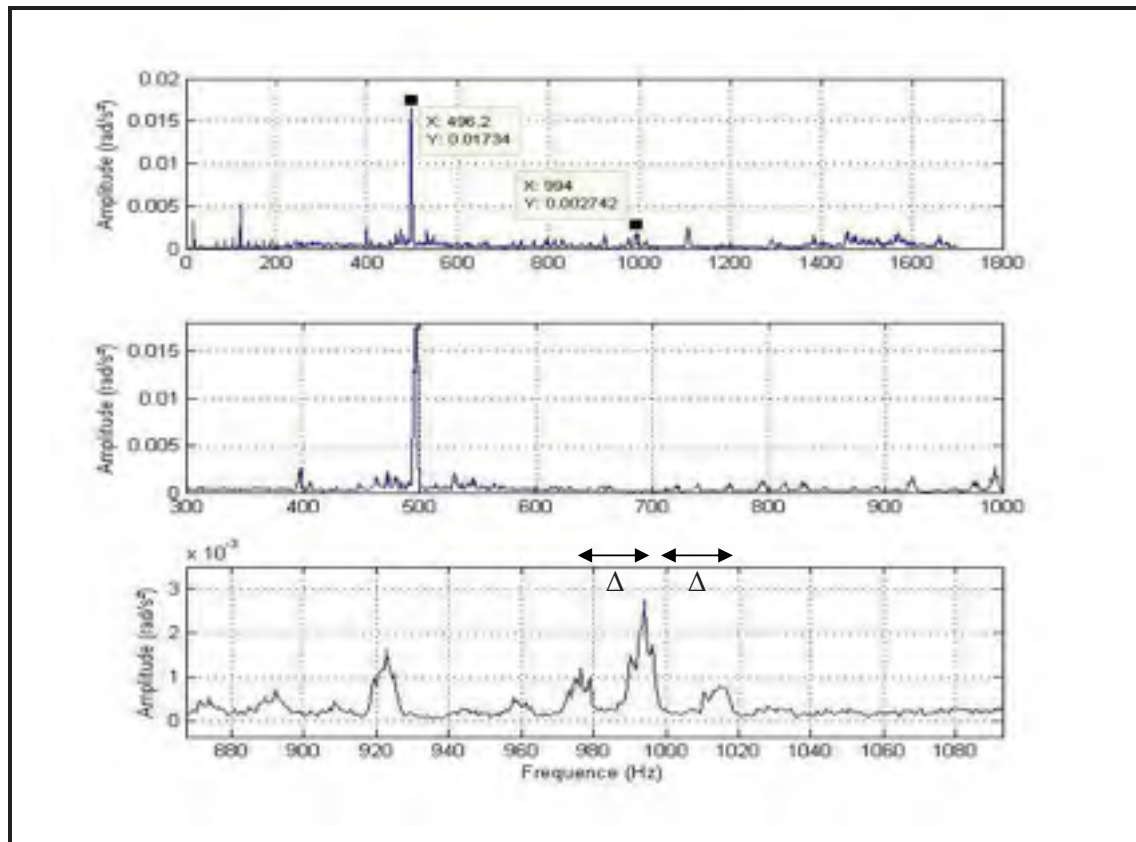
### 5.4.1 Analyse fréquentielle

En fonctionnement normal, l'effet de l'engrènement crée une composante importante sur le spectre à cette fréquence ( $F_e$ ). L'apparition d'un défaut sur une dent modifie le spectre en modulant le signal à la fréquence de rotation de l'arbre. Ceci se traduit par l'apparition de pics de chaque côté des pics principaux. L'écart de fréquences entre les nouveaux pics ( $\Delta f$ ) est égal à la fréquence de rotation du moteur  $F_m$ . Ce sont ses harmoniques et les fréquences de modulation. La gravité du défaut est alors fonction du nombre et de la taille de ces pics.



**Figure 5.8** Spectre d'un engrenage en présence d'une dent défectueuse.

Sur le signal représenté à la figure 5-9, le pic principal est bien à la fréquence d'engrènement, c'est-à-dire à 500 Hz. De même, un autre pic est visible à deux fois cette fréquence. Les zooms suivants permettent de mettre en évidence les fréquences de modulation dues à un défaut de fissure. Le décalage  $\Delta$  entre chaque pic étant bien de l'ordre de 16,6 Hz qui est la fréquence de rotation de l'arbre.

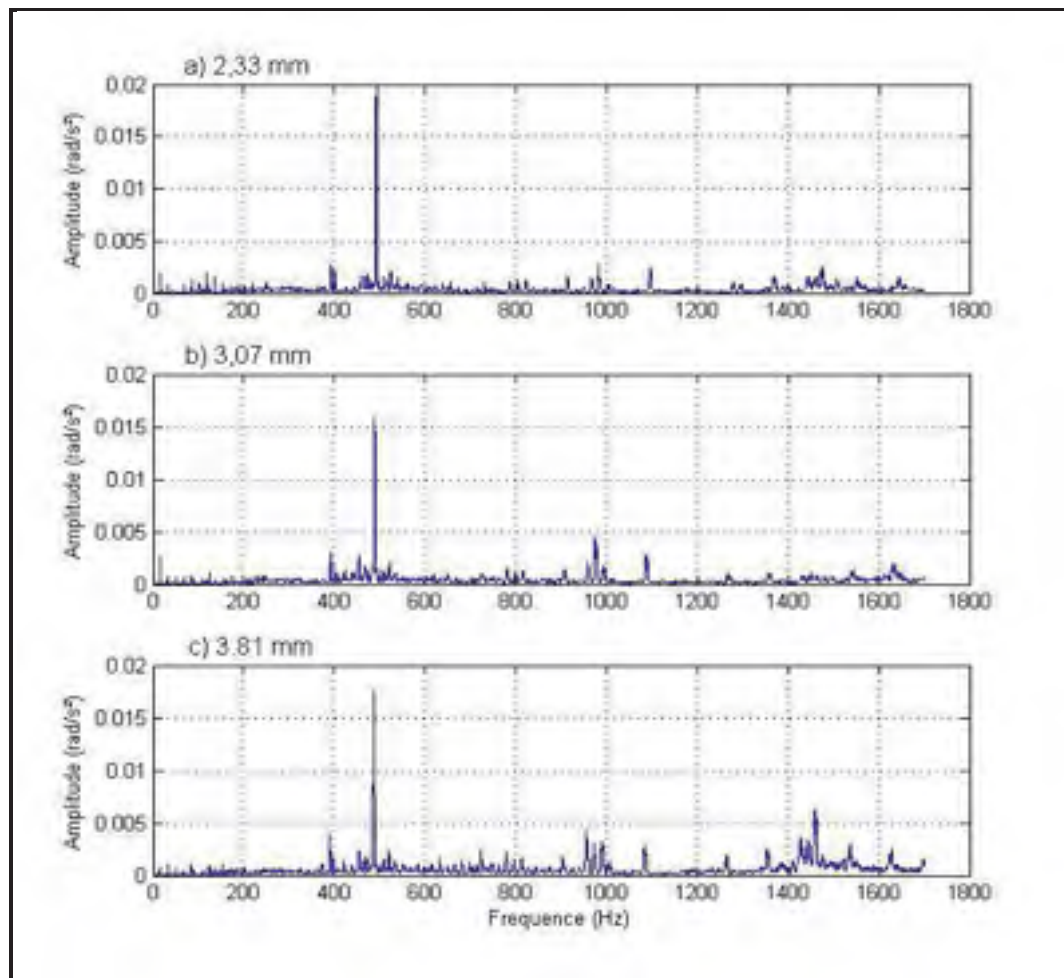


**Figure 5.9** Spectre du signal d'un engrenage avec une fissure de 3,07 mm de profondeur pour 10 mm de largeur.

L'analyse de la figure 5.9 permet de mettre en évidence la présence d'un défaut sur l'une des dents de l'engrenage. C'est donc cette observation des pics qui va permettre, comme pour les niveaux globaux en temporel, de suivre l'évolution d'un défaut. Au cours du temps, une fissure se propage et donc s'agrandit. Son effet est alors de plus en plus marqué.

Dans le cas des fissures, sur la figure 5.10, la comparaison est menée pour des fissures de même largeur (30 mm) mais de profondeurs différentes. Dans les trois cas, la fréquence d'engrènement est bien visible à 500 Hz. L'amplitude de ces pics n'évolue pas de manière cohérente. Elle diminue entre les profondeurs de 2,33 mm et 3,07 pour remonter par la suite, alors qu'elle devrait augmenter avec la taille de la fissure. Cette anomalie peut être expliquée par une différence de couple entre les essais, la fréquence d'engrènement étant sensible à la

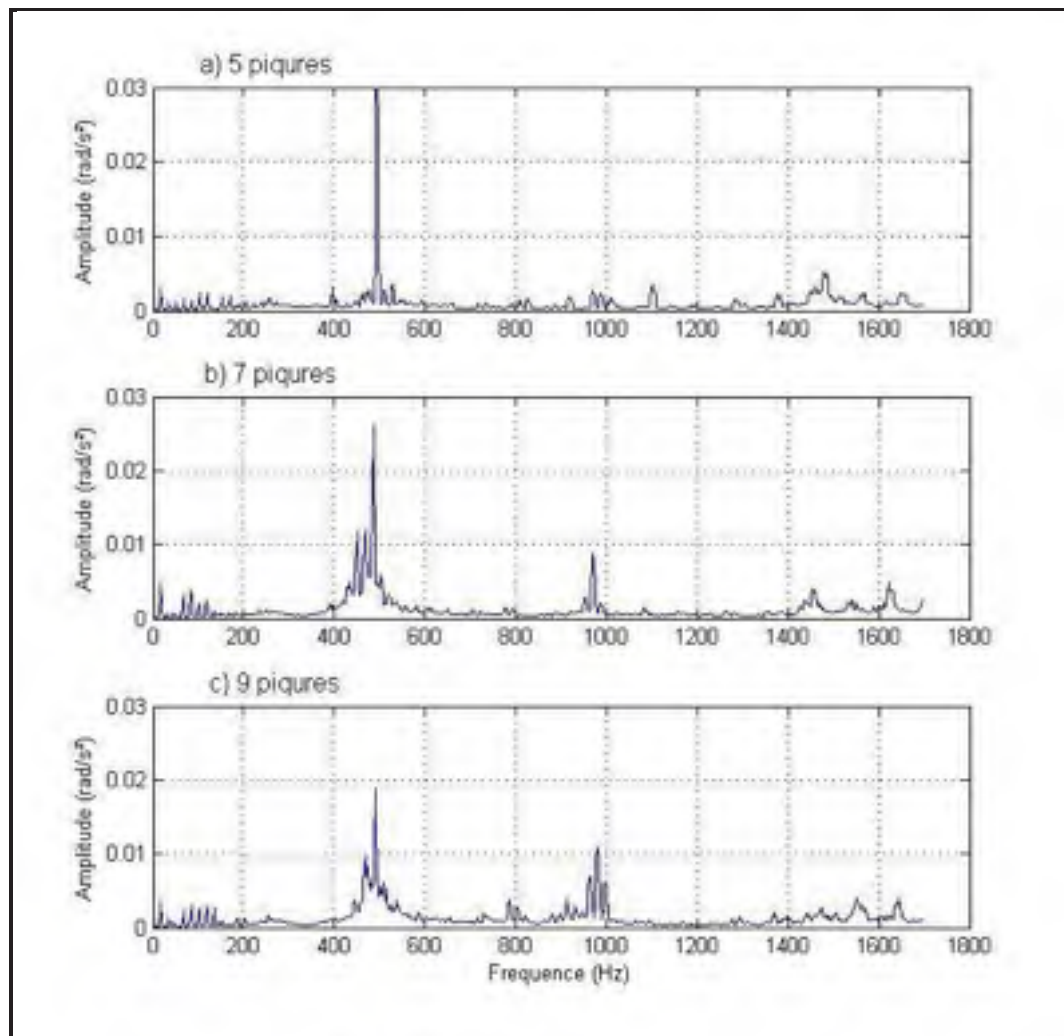
charge [16]. La deuxième harmonique de la fréquence d'engrènement, proche de 1000 Hz, est de plus en plus modulée. En effet, les fréquences qui l'encadrent ( $\Delta = 16,6$  Hz) sont de plus en plus importantes au fur et à mesure que la fissure devient profonde. La troisième harmonique quant à elle n'est pas trop visible sur le deuxième essai mais l'est particulièrement sur le cas le plus endommagé.



**Figure 5.10 Spectres d'engrenages comportant une fissure de même largeur (30 mm) mais de profondeur différente a) 2,33 mm b) 3,07 mm c) 3,81 mm.**

La présence de piqûres a les mêmes répercussions que celle décrites précédemment, à la différence près que la zone de contact solide augmente la force de frottement. Ainsi en

augmentant le nombre de piqûres de 5 à 9, il est possible de voir sur la figure 5.11 ce phénomène.

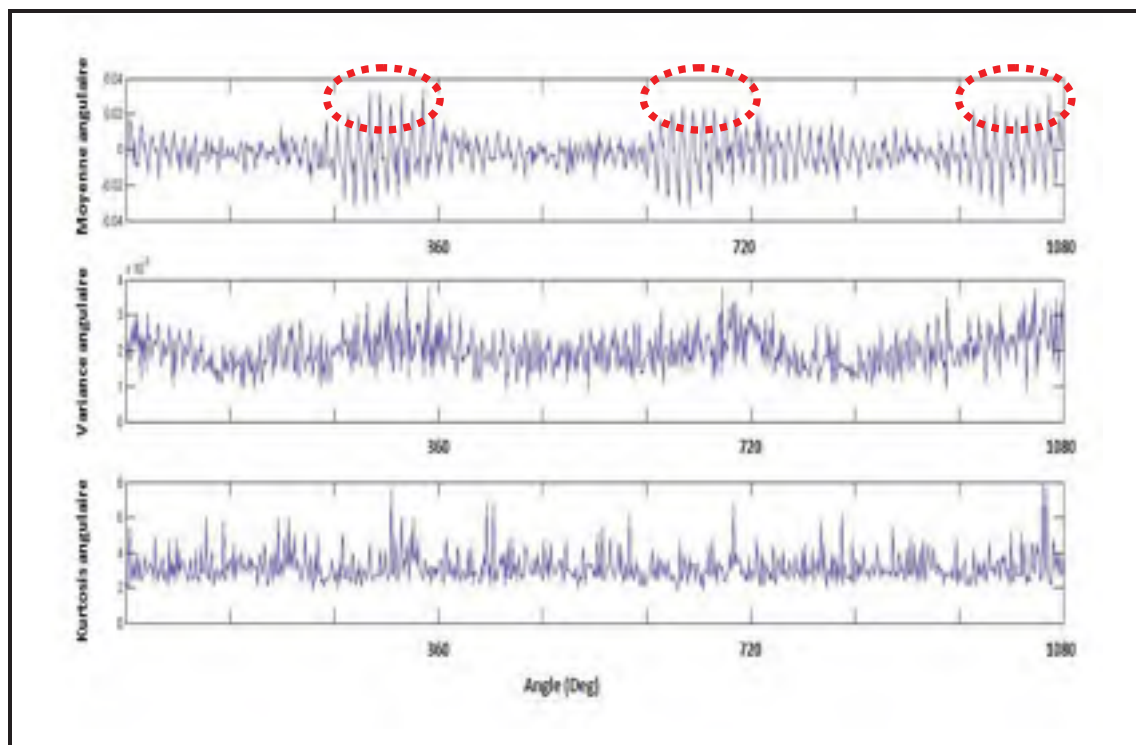


**Figure 5.11 Spectres d'engrenages comportant des piqûres de 2 mm de diamètre  
a) 5 piqûres b) 7 piqûres c) 9 piqûres.**

#### 5.4.2 Analyse angulaire

L'analyse du spectre ou l'analyse globale ne permettent pas de visualiser la présence de différents défauts. Pour cela, il faut utiliser des méthodes qui gardent l'information

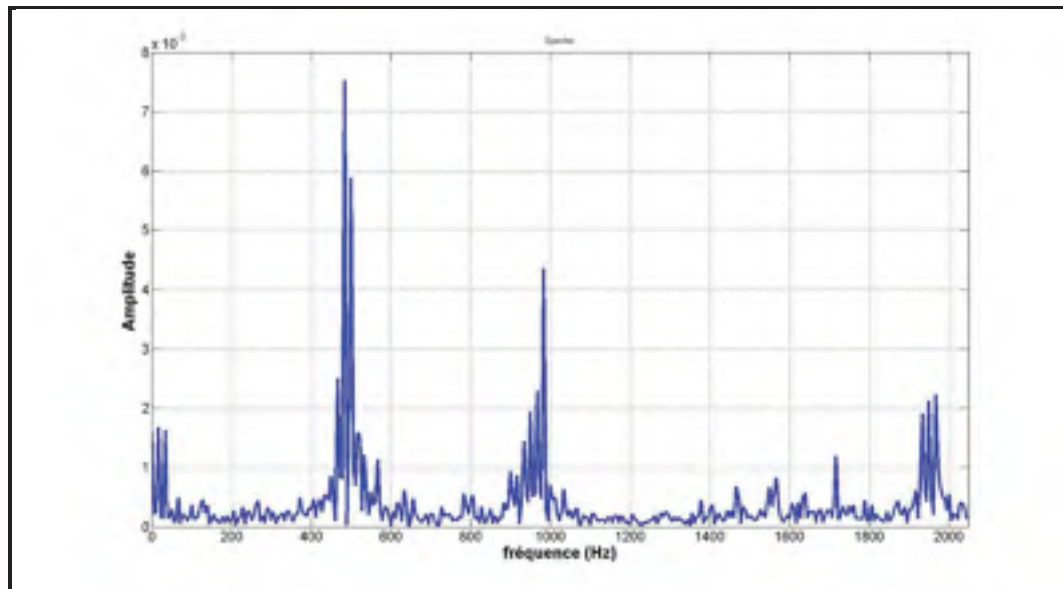
temporelle. L'analyse angulaire, qui ramène le signal temporel sur un nombre fini de cycles, répond à ce critère. Ce traitement permet d'obtenir un signal moyenné en fonction de la position de l'arbre. Il est alors possible d'analyser le nouveau signal de manière globale telle que la variance ou le kurtosis (éq. 1-13). Ainsi, l'amplitude plus élevée du signal due au passage du défaut est identifiable sur l'analyse angulaire. Dans notre cas, l'analyse angulaire reste difficile à mettre en pratique car le banc d'essais n'a pas une vitesse exactement constante durant un essai. Ce problème entraîne des difficultés au niveau de la synchronisation du signal. Sans tachymètre, il faut identifier un phénomène particulier qui sert de référence. Cette étape de synchronisation devient donc assez longue.



**Figure 5.12** Analyse angulaire d'un engrenage comportant un défaut de surface.

La figure précédente (Fig. 5.12) montre, dans le cas d'un engrenage ayant 9 piqures de 1 mm de diamètre, le signal angulaire ramené sur trois périodes. La période correspondant à un tour

complet étant de 0,06 seconde. Ainsi, proche de 0,6 seconde, 0,12 seconde et 0,18 seconde, l'apparition de pics plus importants semble révéler la présence d'un défaut ponctuel.



**Figure 5.13 Analyse spectrale de la moyenne angulaire de la figure 5.12.**

Le spectre en fréquence de la figure 5.13 met en évidence les signes caractéristiques de la présence d'un défaut de surface. À basse fréquence, on trouve un signal peigne à la fréquence de rotation de l'arbre, ce qui correspond aux chocs périodiques lors du passage de la dent endommagée. Au niveau de la fréquence d'engrènement, on a une modulation à la fréquence de rotation ainsi qu'un important pic au niveau de la deuxième harmonique.

## **5.5 Comparaison avec les résultats numériques**

Les simulations sont effectuées pour les engrenages sélectionnés lors de l'étude expérimentale menée sur le banc d'essai.

### 5.5.1 Comparaison des défauts de fissure

Le tableau 5.4 ci-dessous résume les résultats obtenus à partir du modèle numérique pour différentes fissures dont on a fait changer la largeur et la profondeur.

Tableau 5.4 Résultats simulés avec fissures à partir du modèle

| Largeur fissure    | 10 mm |      |      | 20 mm |      |      | 30 mm |       |      |
|--------------------|-------|------|------|-------|------|------|-------|-------|------|
| Profondeur fissure | 2,33  | 3,07 | 3,81 | 2,33  | 3,07 | 3,81 | 2,33  | 3,07  | 3,81 |
| FC                 | 3,74  | 3,82 | 3,91 | 3,74  | 4,08 | 4,64 | 3,75  | 4,25  | 4,95 |
| K                  | 5,42  | 5,43 | 5,44 | 5,42  | 5,47 | 5,6  | 5,42  | 5,478 | 5,65 |

Ces résultats sont à comparer aux résultats expérimentaux obtenus au chapitre 5.3.1. Les kurtosis montrent une évolution semblable à celle décrite pour les cas expérimentaux. Cependant, les valeurs numériques sont bien plus importantes que les valeurs expérimentales. Le facteur de crête donne, quant à lui, des résultats très similaires dans les deux cas. La figure 5.14 montre la comparaison entre les facteurs de crête obtenues numériquement (trait plein) et expérimentalement (trait pointillé).

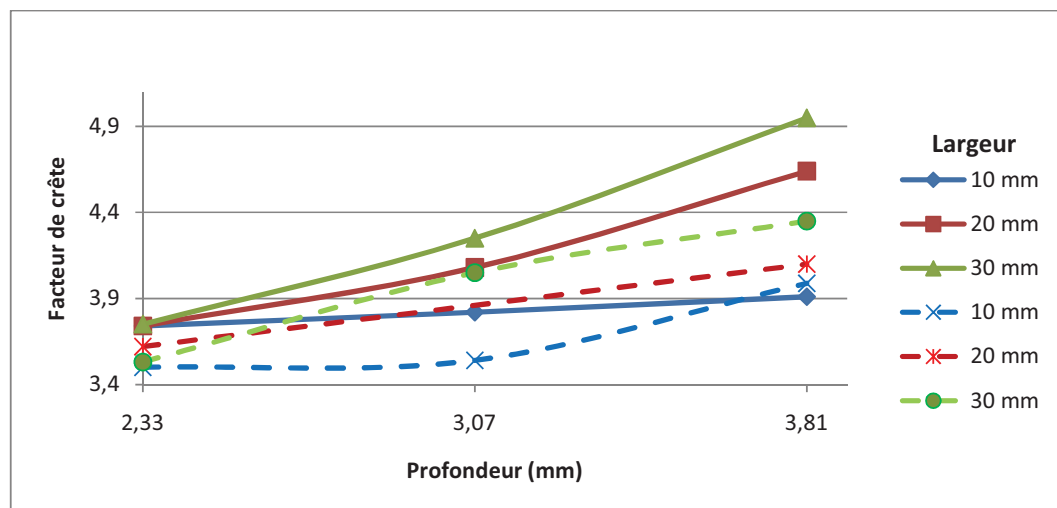


Figure 5.14 Comparaison du Facteur de Crête pour les différents cas de fissure entre l'expérience (pointillé) et la simulation (plein).

L'observation de la figure 5.14 permet de valider le modèle par rapport aux essais menés sur le banc d'essai. Ainsi, lorsque la fissure est peu profonde, la largeur n'a pas beaucoup d'influence sur le facteur de crête. En revanche, dès que la profondeur devient plus importante, la largeur joue un rôle important. Cependant, les valeurs obtenues par le modèle numérique sont supérieures à celles obtenues sur le banc expérimental. Cette différence peut provenir du coefficient d'amortissement choisi à 0,08. Il faut donc modifier ce coefficient afin de ramener les valeurs trouvées par le modèle plus proche des valeurs réelles. En augmentant le coefficient d'amortissement à 0,12, les résultats offrent une meilleure correspondance. On obtient alors les résultats suivant pour le modèle ajusté :

Tableau 5.5 Résultats simulés avec fissures à partir du modèle pour un coefficient d'amortissement de 0,12.

| Largeur fissure | 10 mm |      |      | 20 mm |      |      | 30 mm |      |      |
|-----------------|-------|------|------|-------|------|------|-------|------|------|
|                 | 2,33  | 3,07 | 3,81 | 2,33  | 3,07 | 3,81 | 2,33  | 3,07 | 3,81 |
| FC              | 3,65  | 3,68 | 3,72 | 3,66  | 3,81 | 4,19 | 3,67  | 3,91 | 4,42 |
| K               | 5,74  | 5,75 | 5,75 | 5,74  | 5,76 | 5,80 | 5,74  | 5,78 | 5,82 |

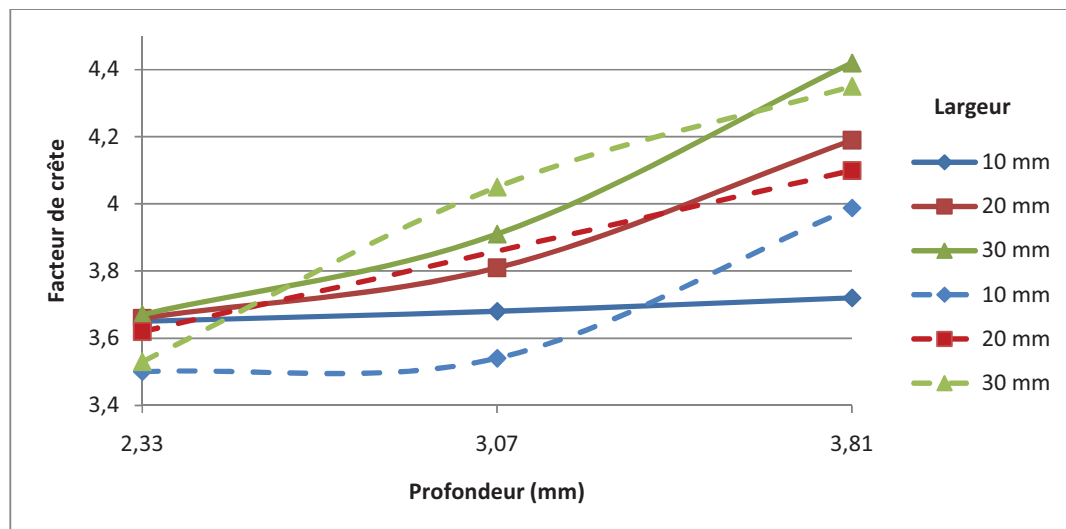


Figure 5.15 Comparaison du Facteur de Crête pour les différents cas de fissure entre l'expérience (pointillé) et la simulation (plein).



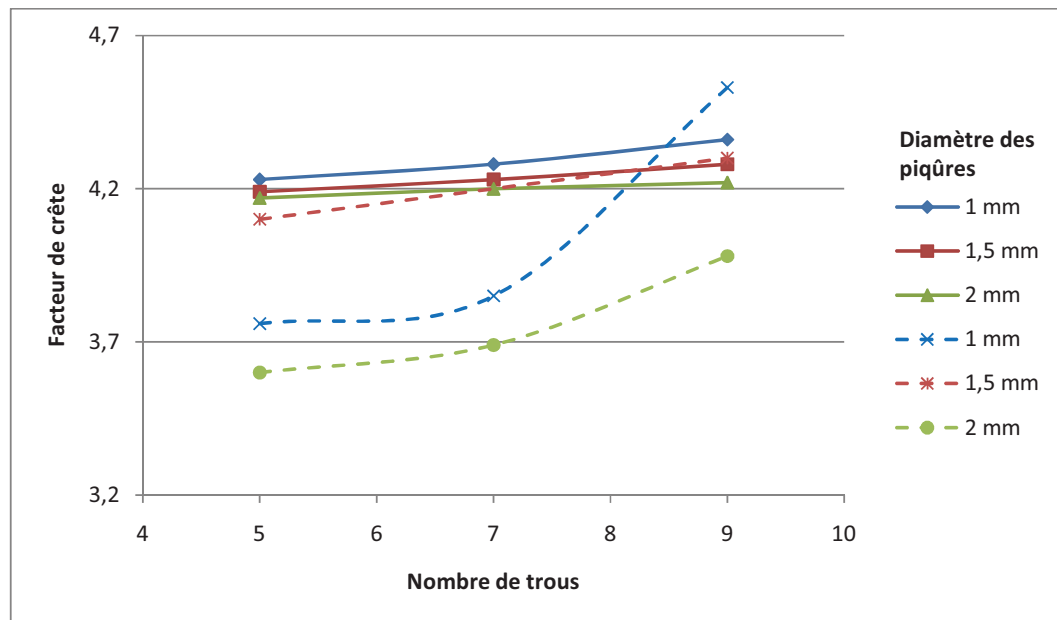
### 5.5.2 Comparaison des défauts de piqûre

Le tableau 5.6 ci-dessous résume les résultats obtenus à partir du modèle numérique pour différentes piqûres en variant le diamètre et le nombre.

Tableau 5.6 Résultats simulés avec piqûres à partir du modèle

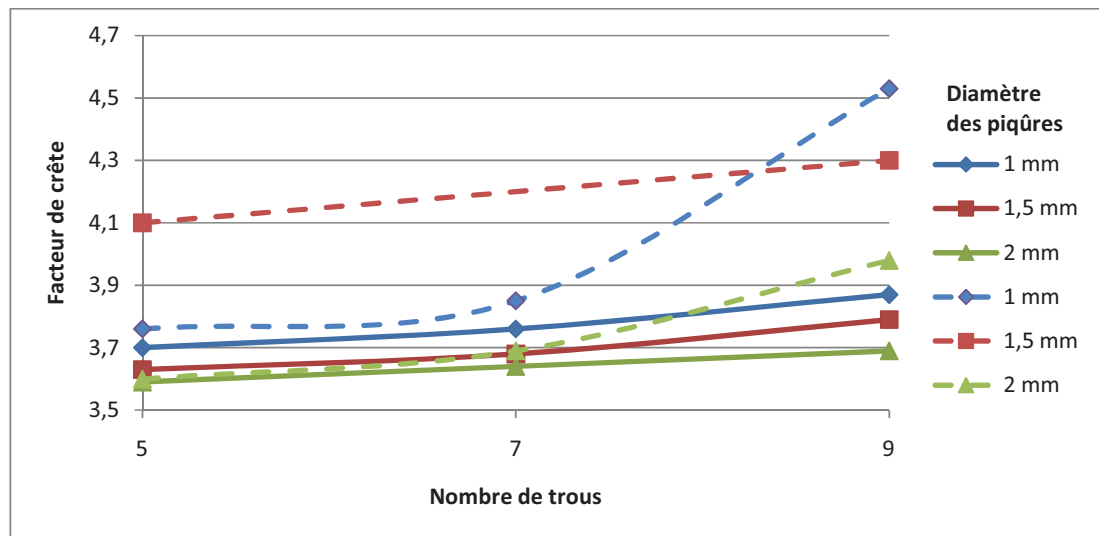
| Diamètre trou   | 1 mm |      |      | 1,5 mm |      |      | 2 mm |     |      |
|-----------------|------|------|------|--------|------|------|------|-----|------|
| Nbre de piqûres | 5    | 7    | 9    | 5      | 7    | 9    | 5    | 7   | 9    |
| FC              | 4,23 | 4,28 | 4,36 | 4,19   | 4,23 | 4,28 | 4,17 | 4,2 | 4,22 |
| K               | 3,1  | 3,1  | 3,1  | 3,1    | 3,1  | 3,1  | 3,1  | 3,1 | 3,1  |

Ces résultats sont à comparer aux résultats expérimentaux obtenus au chapitre 5.3.2. Dans le cas du modèle, le Kurtosis obtenu par calcul ne permet pas de confirmer la présence des défauts car il est constant pour les différents cas testés. En revanche, le facteur de crête augmente bien avec le nombre de trous. On retrouve bien, comme dans le cas expérimental, que le facteur de crête augmente lorsque la taille des trous augmente. La figure 5.16 compare sur le même graphique les facteurs de crête obtenus numériquement et expérimentalement. La variation est moins prononcée dans le cas du modèle numérique (trait plein) que dans le cas expérimental (trait pointillé).



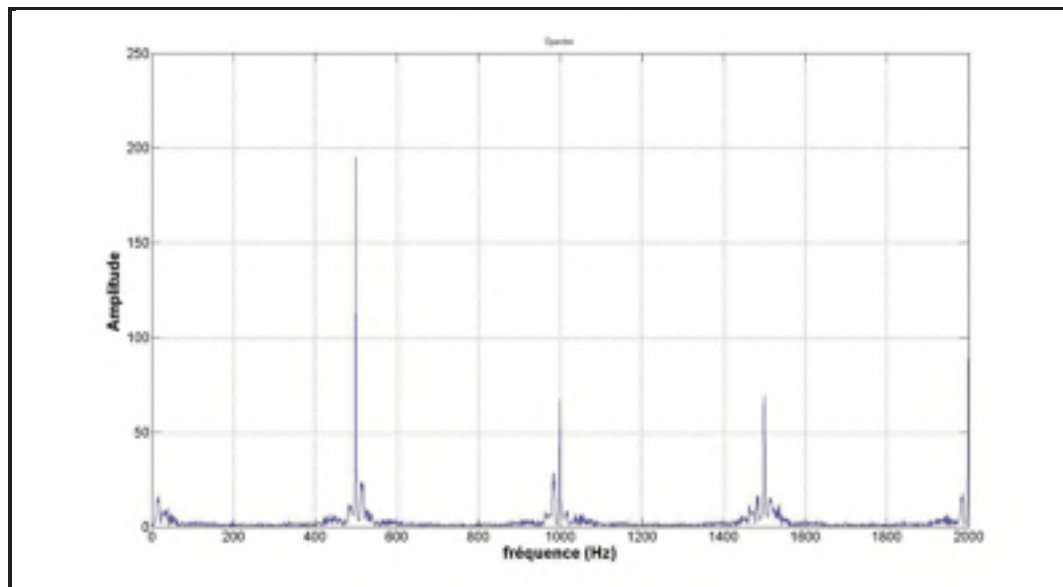
**Figure 5.16** Comparaison du Facteur de Crête pour les différents cas de piqûre entre l'expérience (pointillé) et la simulation (plein).

Il est aussi possible de modifier le coefficient d'amortissement afin de s'ajuster aux valeurs expérimentales. En augmentant le coefficient jusqu'à une valeur de 0,12, les valeurs pour cinq et sept piqûres semblent correspondre. En revanche une importante différence existe encore pour les cas de neuf piqûres. Cette différence peut s'expliquer par d'autres phénomènes tel qu'une baisse de la rigidité due au nombre plus important de piqûres.

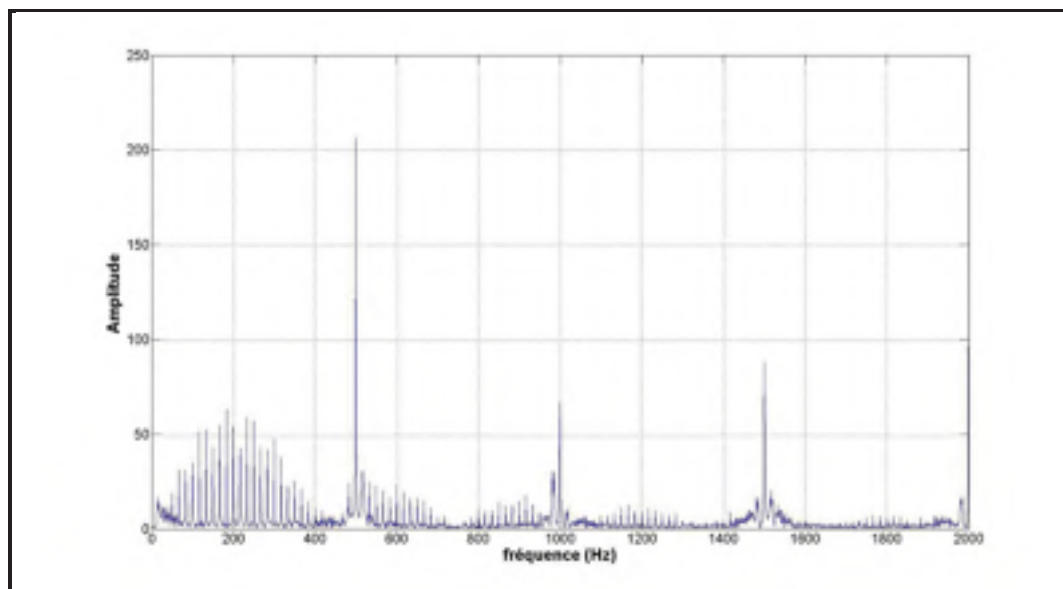


**Figure 5.17 Comparaison du Facteur de Crête pour les différents cas de piqure entre l'expérience (pointillé) et la simulation (plein).**

La simulation vibratoire dans le cas de présence de piqures a été effectuée dans le cadre de piqures grossières. Dans la réalité, les piqures ont une taille généralement plus petite, de l'ordre du dizaine de micromètres. Il est donc important d'analyser les résultats numériques obtenus à partir modèle pour des piqures de cette dimension. Ainsi, une analyse fréquentielle compare le spectre d'un signal comportant des piqures de 10  $\mu\text{m}$  sur une dent par rapport à un signal sans défaut. Dans les deux cas, les engrenages sont de module 3, d'angle de pression de 20°, de rayon 45 mm et de 30 dents. La vitesse de rotation est de 1000 tr/min, soit 16,6 Hz et la fréquence d'engrènement est de 500 Hz.



**Figure 5.18** Spectre de l'accélération angulaire du pignon sans défaut.



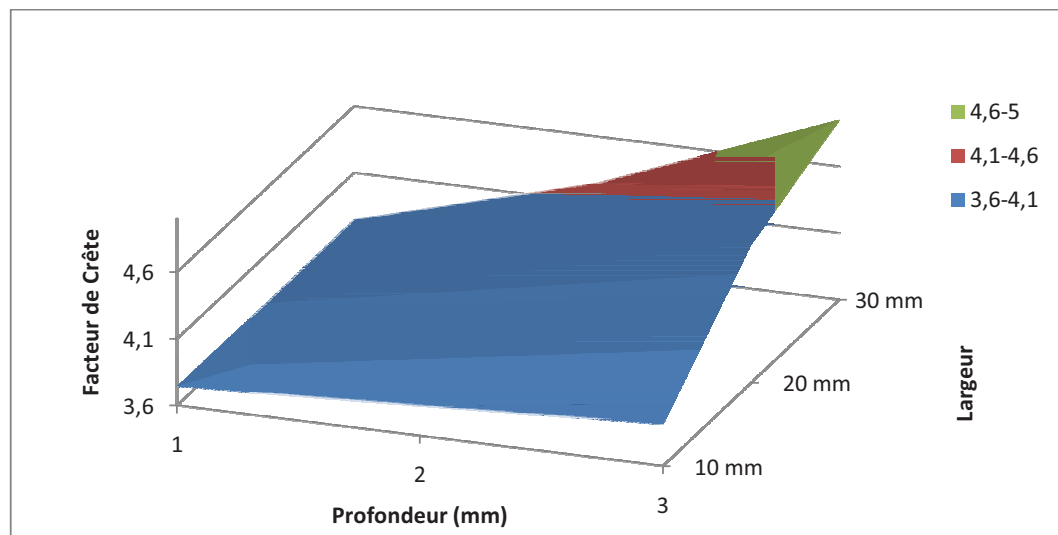
**Figure 5.19** Spectre de l'accélération angulaire du pignon avec des piqûres de 10  $\mu\text{m}$  sur une dent.

L'observation des figures 5.17 et 5.18 permet de confirmer l'influence des piqûres même de taille microscopique sur le spectre du signal. On constate en effet un important peigne à

basses fréquences montrant les chocs à la fréquence de rotation et une augmentation des harmoniques de la fréquence d'engrènement.

## 5.6 Conclusion

La simulation des vibrations engendrées par une transmission comportant des défauts va permettre d'établir des gabarits personnalisés. Ainsi pour le banc précédent, les informations, obtenues pour les vibrations du banc d'essais avec fissure, peuvent être regroupées pour former un gabarit (Fig. 5.19). En déterminant une taille de fissure maximale, il sera possible de choisir le niveau d'alerte optimum propre à la machine.



**Figure 5.20** Facteur de Crête en présence de fissure.

## CONCLUSION

La quantité de publications dans le domaine montre l'importance de la compréhension des phénomènes vibratoires à l'intérieur des transmissions par engrenage, cela dans le but de mieux diagnostiquer les problèmes pouvant survenir durant la vie du produit. Il faut donc arriver à prévoir l'influence des différents facteurs afin d'établir des gabarits de référence, propres à chaque système. Cette étape nécessite d'établir un modèle capable de simuler les vibrations de l'engrenage en présence de défaut.

Le présent mémoire a eu pour but, dans un premier temps, de sélectionner un type de modèle non-linéaire. C'est un modèle à six degrés de liberté permettant de simuler les vibrations d'engrenage droit, en tenant compte du support, mais pas des autres éléments extérieurs tels que le moteur ou la charge. Il a par la suite, permis d'intégrer les défauts considérés, c'est-à-dire, la prise en compte de l'influence d'une fissure ou de défauts de surfaces sous la forme de piqûres de corrosion. En diminuant la rigidité d'une dent, la fissure modifie la rigidité de contact et, du même coup, la force de contact. La présence des piqûres brise le film d'huile et crée une zone de contact solide. Ce phénomène a pour effet d'augmenter la force de frottement de la dent endommagée.

Les résultats simulés par le modèle semblent en définitive assez proche de ceux obtenus par l'expérimentation sur un banc d'essai. Cependant, le banc utilisé générait beaucoup de bruit et la corrélation a été difficile. Il pourrait être envisagé de valider à l'avenir, le modèle à partir d'un autre banc d'essai afin d'une part de réduire les imprécisions possibles dues au côté expérimental, et d'autre part de pouvoir vérifier la validité de la prise en compte du support. Pour finir, ce document ouvre le débat sur les hypothèses à faire concernant le lubrifiant. Dans le modèle, les cas d'un coefficient de frottement constant et linéaire sont testés. Étant donné que ce choix influence directement la force de frottement à la surface de la dent, il serait intéressant de vérifier laquelle des hypothèses donnent les résultats les plus réalistes. Mais aussi, si les propriétés du lubrifiant ont une influence sur le phénomène de rupture du film décrit.

### **Critiques et recommandations**

La modélisation des engrenages par le modèle choisi donne des résultats satisfaisants en comparaison au modèle de référence. De même, l'ajout des défauts considérés influence le modèle dans le sens attendu. Cependant, la modélisation du lubrifiant est sommaire et ne permet pas l'inclusion de déchets métalliques ou autres dues à l'usure. Ainsi, une meilleure caractérisation permettra une modélisation plus réaliste du contact. Il faut aussi agrandir le plan d'expérience des défauts considérés pour permettre le meilleur diagnostic possible. Et pour finir, l'étude se limite au engrenage droit, il serait donc intéressant d'effectuer une approche similaire pour les engrenages à denture hélicoïdale.

L'objectif d'une meilleure compréhension des phénomènes vibratoires des engrenages en présence de défaut est l'amélioration des diagnostics des engrenages dans le cadre d'une maintenance continue. Ainsi, à partir de mesures vibratoires, il est intéressant de connaître l'état du système afin de pouvoir prendre la bonne décision. C'est dans ce but que des réseaux de neurones sont introduits dans la chaîne de diagnostic (Fig. 5.20). Afin d'être opérationnel, le réseau de neurones nécessite un apprentissage à partir de simulations numériques. Il serait donc intéressant de créer un réseau de neurones capable de détecter les défauts sur les engrenages en prenant pour base d'apprentissage les données fournis par des simulation du modèle développé dans le cadre de cette étude.

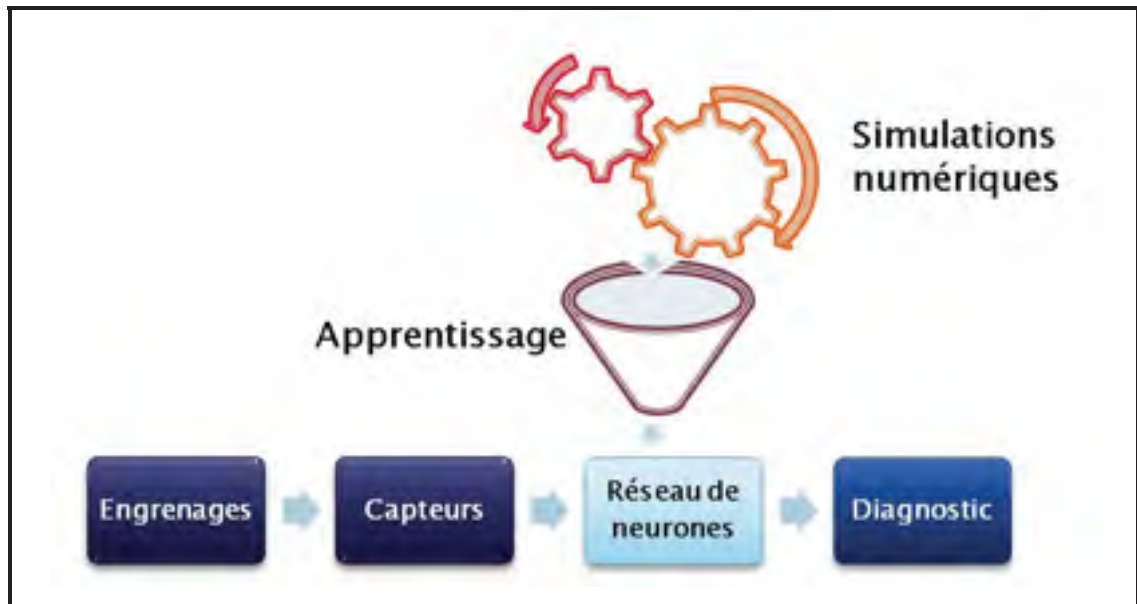


Figure 5.21 Schéma d'une chaîne de prise de décision.



## **ANNEXE I**

### **ENGRENAGES**

Tableau A.I.1 Paramètres des engrenages

|                              | Catalog No.   | No. of teeth<br><b>z</b> | Bore<br><b>A<sub>H7</sub></b> | Hub dia.<br><b>B</b> | Pitch dia.<br><b>C</b> | Outside dia.<br><b>D</b> | Face width<br><b>E</b> | Hub width<br><b>F</b> | Total length<br><b>G</b> | Allowable torque (N.m) |                    | Backlash (mm) | Weight (kgf) |
|------------------------------|---------------|--------------------------|-------------------------------|----------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|-----------------------|--------------------------|------------------------|--------------------|---------------|--------------|
|                              |               |                          |                               |                      |                        |                          |                        |                       |                          | Bending strength       | Surface durability |               |              |
| <b>Palier 1<br/>Module 1</b> | <b>SS1-88</b> | 88                       | 10                            | 40                   | 88                     | 90                       | 10                     | 10                    | 20                       | 37.79                  | 7.615              | 0.16-0.32     | 0.57         |
|                              | <b>SS1-90</b> | 90                       | 10                            | 40                   | 90                     | 92                       | 10                     | 10                    | 20                       | 38.77                  | 7.984              | 0.16-0.32     | 0.59         |
| <b>Palier 2<br/>Module 3</b> | <b>SS3-29</b> | 29                       | 20                            | 70                   | 87                     | 93                       | 30                     | 15                    | 45                       | 261.6                  | 22.3               | 0.18-0.38     | 1.7          |
|                              | <b>SS3-30</b> | 30                       | 20                            | 75                   | 90                     | 96                       | 30                     | 15                    | 45                       | 273.8                  | 23.95              | 0.18-0.38     | 1.8          |

## ANNEXE II

### CALCUL DE CONTRAINTE SUIVANT LA NORME AGMA

Les calculs sont effectuée pour la roue de module 3.

#### a) Contrainte en Flexion :

Équation de Lewis modifiée (AGMA)

$$\sigma = W^t K_0 K'_v K_s \times \frac{1}{bm_t} \times \frac{K_h K_B}{Y_j}$$

- Facteur de surcharge  $K_0$

$$\boxed{K_0 = 1}$$

- Facteur dynamique  $K'_v$

$$K'_v = \left( \frac{A + \sqrt{200V}}{A} \right)^B$$

$$A = 50 + 56(1 - B)$$

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{2/3}$$

$$\boxed{K'_v = 1.53}$$

- Facteur de dimension  $K_s$

$$\boxed{K_s = 1}$$

- Facteur de répartition de la charge  $K_h$

$$K_h = 1 + C_{mc}(C_{pf}C_{pm} + C_{ma}C_e)$$

$$C_{mc} = 1$$

$$C_{pf} = \frac{F}{10d} - 0.0375 + 0.0125F = 0.296$$

$$C_{pm} = 1$$

$$C_{ma} = A + BF + CF^2 = 0.0678$$

$$C_e = 1$$

$$\boxed{K_h = 1.364}$$

- Facteur d'épaisseur de la jante  $K_b$

$$K_b = 1$$

- Facteur géométrique  $Y_j$

$$Y_j = 0.4$$

$$W_t = \frac{T}{r} = \frac{T}{R_p + m} = 520$$

$$\sigma = 30.2 \text{ MPa}$$

- Contrainte admissible

$$\sigma_{all} = \sigma_{FP} \frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z}$$

- Résistance en flexion  $\sigma_{FP}$

$$\sigma_{FP} = 413.8 \text{ MPa}$$

- Facteur de durée de vie en flexion  $Y_N$

$$Y_N = 1$$

- Facteur de fiabilité  $Y_Z$

$$Y_Z = 1.5$$

- Facteur de température  $Y_\theta$

$$Y_\theta = 1$$

$$\sigma_{all} = 275.8 \text{ MPa}$$

$$FS = \frac{\sigma_{all}}{\sigma} = \frac{275.8}{30.2} = 9.1$$

#### b) Calcul de la contrainte de surface

- Équation de Lewis modifiée (AGMA)

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{W^t K_0 K'_v K_S \frac{K_H}{d_{w1} b} \frac{Z_R}{Z_I}}$$

- Coefficient élastique  $Z_E$

$$Z_E = 191 \text{ MPa}$$

- Facteur géométrique relatif à la résistance de surface  $Z_I$

$$Z_I = \frac{\cos \varphi \sin \varphi}{2} \frac{m_g}{m_g + 1} = 0.12$$

$$\sigma_c = 34.25 \text{ MPa}$$

- Resistance en fatigue relative aux contraintes de surface.

$$\sigma_{c,all} = \sigma_{HP} \frac{Z_N Z_W}{Y_\theta Y_Z}$$

- Résistance de la surface  $\sigma_{HP}$

$$\sigma_{HP} = 1206.9 \text{ MPa}$$

- Facteur de rapport de dureté  $Z_W$

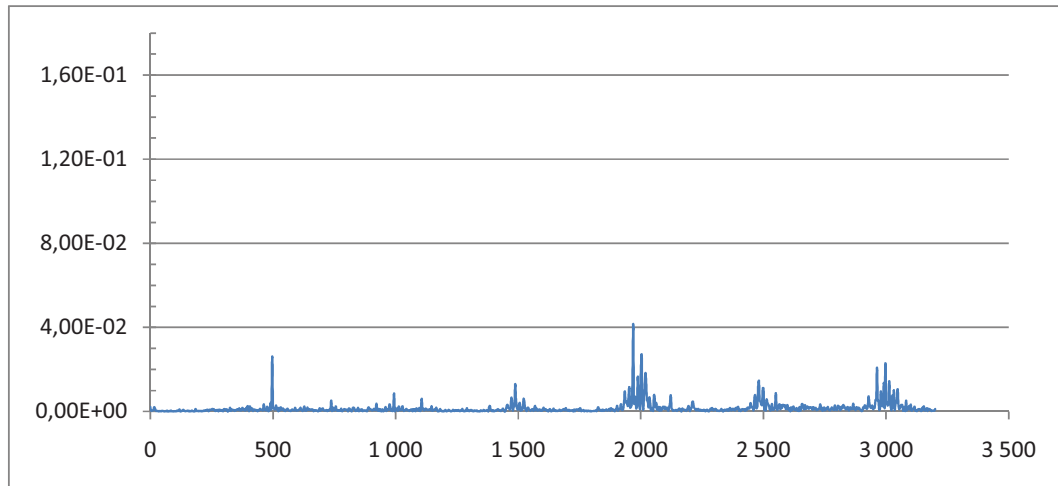
$$Z_W = 1$$

$$\sigma_{c,all} = 804.6 \text{ MPa}$$

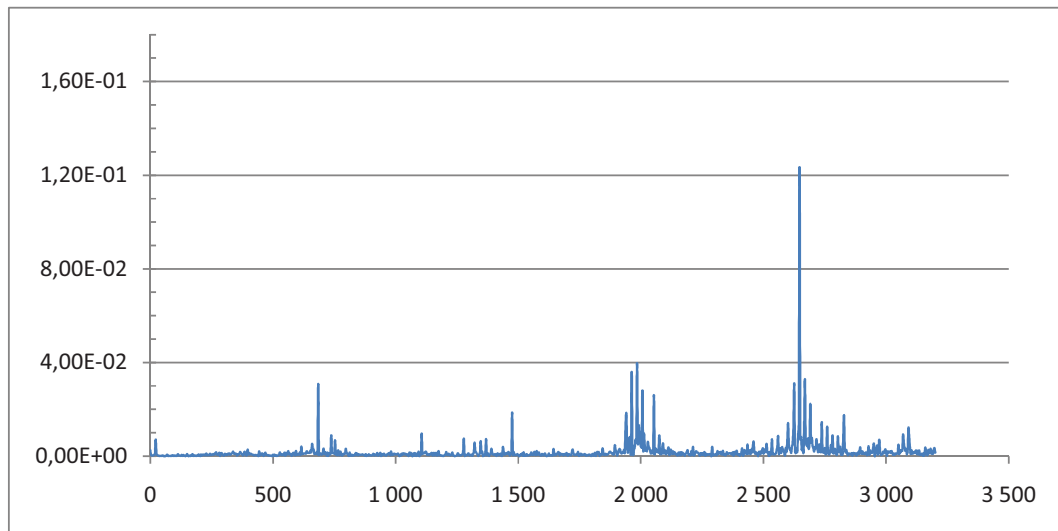
$$FS = \frac{\sigma_{c,all}}{\sigma_c} = \frac{804.6}{340.25} = 2.35$$

### ANNEXE III

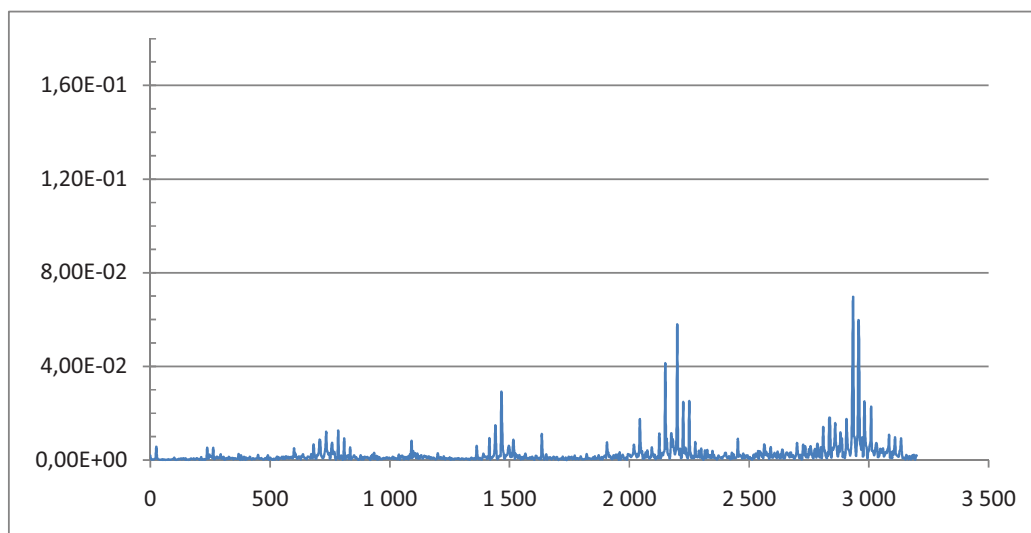
#### ESSAIS EXPÉRIMENTAUX À DIFFÉRENTES VITESSES



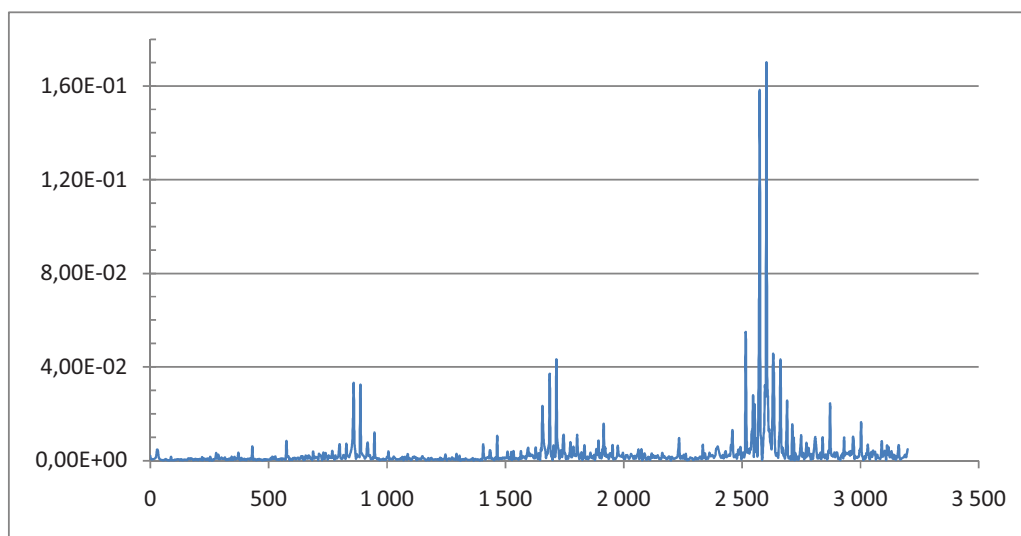
**Figure A.III.1** Spectre de l'accélération radiale à 1000 tr/min (16,67 Hz)



**Figure A.III.2** Spectre de l'accélération radiale à 1350 tr/min (22,5 Hz)



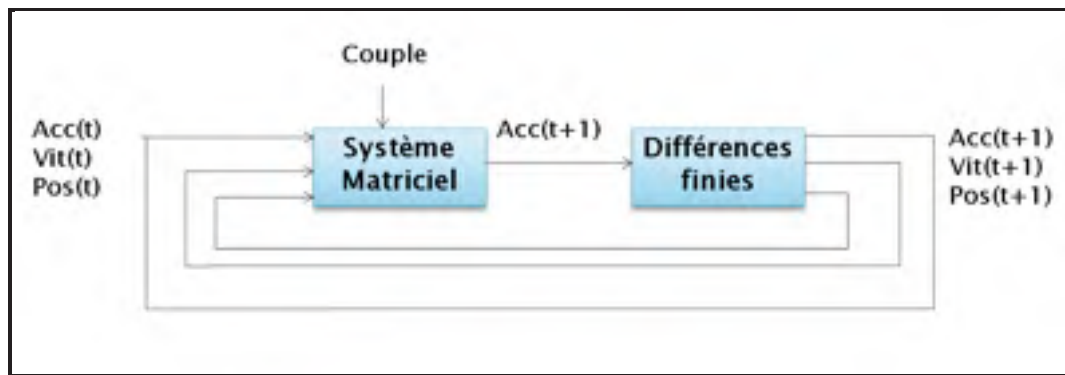
**Figure A.III.3**      **Spectre de l'accélération radiale à 1500 tr/min (25 Hz)**



**Figure A.III.4**      **Spectre de l'accélération radiale à 1700 tr/min (28,33 Hz)**

## ANNEXE IV

### ORGANIGRAMME



**Figure A.IV.1** Méthode de résolution des calculs numériques.

La méthode numérique utilisé est la méthode de Runge-Kutta réduite à l'orde 1, appelée aussi méthode d'Euler.

$$y_{n+1} = y_n + T_e \times fonction(t_n, y_n)$$

où :  $T_e$  est la période d'échantillonnage.

$y_n$  et  $y_{n+1}$  le valeur respective de  $y$  au temps  $t_n$  et  $t_{n+1}$ .

*fonction* est la moyenne de l'accélération au cours de l'intervalle  $T_e$ .



Voici le code utilisé :

```

W=(Cm*(R1*Vit(1,j-1)-R2*Vit(2,j-1))+cos(phirad)*(Vit(5,j-1)-Vit(3,j-1))+sin(phirad)*(Vit(4,j-1)-Vit(6,j-1)))+Km*(R1*Pos(1,j-1)-R2*Pos(2,j-1))+cos(phirad)*(Pos(5,j-1)-Pos(3,j-1))+sin(phirad)*(Pos(4,j-1)-Pos(6,j-1)));
F=Fg*W;
Tfp=Tp*W;
Tfr=Tr*W;

Acc(:,j)=[ 1/J1*(-W*R1-Tfp+Couple);
            1/J2*(W*R2-Tfr-Couple);
            1/M1*(W*cos(phirad)+F*sin(phirad)-Carbre1*Vit(3,j-1)-Karbrel*Pos(3,j-1));
            1/M1*(-W*sin(phirad)+F*cos(phirad)-Carbre1*Vit(4,j-1)-Karbrel*Pos(4,j-1));
            1/M2*(-W*cos(phirad)-F*sin(phirad)-Carbre2*Vit(5,j-1)-Karbrel*Pos(5,j-1));
            1/M2*(W*sin(phirad)-F*cos(phirad)-Carbre2*Vit(6,j-1)-Karbrel*Pos(6,j-1))];
t(1,j)=t(1,j-1)+Te;
Vit(:,j)=Vit(:,j-1)+(Acc(:,j)+Acc(:,j-1))/2*Te;
Pos(:,j)=Pos(:,j-1)+(Vit(:,j)+Vit(:,j-1))/2*Te;

```

$T_e$  est le temps d'échantillonnage.

$Acc(:,j)$  est l'accélération des 6 degrés de liberté au temps  $j$ .

$Vit(:,j)$  est la vitesse des 6 degrés de liberté au temps  $j$ .

$Pos(:,j)$  est la position des 6 degrés de liberté au temps  $j$ .

$Phirad$  est la position angulaire de la roue.

$M1$  est la masse du pignon.

$M2$  est la masse de la roue.

$J1$  est l'inertie du pignon.

$J2$  est l'inertie de la roue

$Cm$  est l'amortissement de contact.

$Km$  est la rigidité de contact.

$F$  est la force de frottement.

$T_f$  est le couple due au frottement.

$Carbre$  est l'amortissement du support.

$Karbrel$  est la rigidité du support.

## LISTE DE RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Cai, Y. and T. Hayashi, *Linear approximated equation of vibration of a pair of spur gears (theory and experiment)*. Journal of Mechanical Design, Transactions Of the ASME, 1994. 116(2): p. 558-564.
2. Parker, R.G., S.M. Vijayakar, and T. Imajo, *Non-linear dynamic response of a spur gear pair: modelling and experimental comparisons*. Journal of Sound and Vibration, 2000. 237(3): p. 435-455.
3. Vaishya, M. and R. Singh, *Analysis of periodically varying gear mesh systems with Coulomb friction using Floquet theory*. Journal of Sound and Vibration, 2001. 243(3): p. 525-545.
4. Gregory, R. W., Harris, S.L., Munro, R.G. *Torsional motion of a pair of spur gears*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1963-64, Vol. 178, Part3, p. 166-173
5. Tulpin, W.A. *Dynamic loads on gear teeth*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, International Conference on Gearing, London, 1958, p. 24-30.
6. Pearce, W.J., Neilsen, M.A. et Rouverol, W.S. *Reducing Gear Noise Excitation*. Proc. of the 2<sup>nd</sup> Worl Congress on Gearing, Paris 1986, Vol. 1, p.587-598.
7. Kassaï, A., Mathieu, J.P. et Chahmirian, G. *Sirèment de denture : Composantes non harmoniques de l'engrènement liées à la rectification par génération*. Porc. of the 3rd World Congress on Gearing and Power Transmissions, Paris, 1992, Vol. 2, p. 853-864.
8. Welbourn, D.B. *Gear errors and their resultant noise spectra*. Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, 1969-70, Vol. 184, Part 30, p. 131-139.
9. Lalonde, S., Guilbault, R., (2006). *Dynamic analysis of spur gears by nonlinear modelisation*. Proceedings of the 24<sup>nd</sup> Seminar on machinery vibration, Canadian Machinery Vibration Association, ISBN 2-921145-61-8, Montréal, Paper A3, p. 15-35.
10. Dalpiaz, G., Fernández del Rincón, A.; Mucchi, E., Rivola, A. (2004). *Model-based analysis of dynamic phenomena in gear pumps*. Surveillance 5 CETIM Senlis.
11. Sawalhi, N., Randall, R. B., *Simulating gear and bearing interactions in the presence of faults*. Mechanical Systems and Signal Processing.

12. Liu, G. and Parker, R.G., *Impact of tooth friction and its bending effect on gear dynamics*. Journal of Sound and Vibration, 2008, p. 1039-1063.
13. Rebbechi, B., Oswald F.B. and Townsend, P., *Measurement of gear tooth dynamic friction*. Proceedings of the 7th Power Transmission and Gearing Conference, 1996 ASME, DE-Vol. 88, p. 355-363.
14. Howard, I., Jia, S. and Wang, J., *The dynamic modelling of a spur gear in mesh including friction and a crack*. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, V. 15, p. 831-853.
15. Faure, L., *Aspect des dentures d'engrenages après fonctionnement*. Mécanique et maintenance CETIM Senlis, 1992.
16. Thomas. M. *Fiabilité, maintenance prédictive et vibration des machines*. École de technologie supérieure, 2002.
17. Ashraf Abdel-Rahim Ali, (2007). *Center-Hung Induced Draft Fan Axial Vibration*. Vibrations, Volume 23, Number 2. Pages 14-16.
18. Halim, E.B., Shah, S.L., Zuo, M.J. and Shoukat Choudhury, M.A.A. *Fault Detection of Gearbox from Vibration Signals using Time-Frequency Domain Averaging*. Proceedings of the American Control Conference [0743-1619], 2006, p. 4430 -4435
19. Bennett W., *Statistics of regenerative digital transmission*, Bell Systems Technical Journal, 1958, 37, p. 1501-1542.
20. Gladyshev E., *Periodically correlated random sequences*, Soviet Mathematics Doklady, 1961, 2, p. 385-388.
21. Gladyshev E., *Periodically and almost-periodically correlated random processes with continuous time parameter*, Theory of Probability and Its Applications, 1963, 8, p. 173-177.
22. Antoni J., F. B., 2004,. Cyclostationary modelling of rotating machine vibration signals. *Mechanical Systems and Signal Processing* , 18 (6), 1285-1314.
23. Campagna et Varennes, 1984, *Étude des engrenages par analyse spectrale*, Vibrations actualité, No 2, p. 30.
24. Enayet B. Halim, Sirish L. Shah, Ming J. Zuo and M. A. A. Shoukat Choudhury, (2006). *Fault Detection of Gearbox from Vibration Signals using Time-Frequency*

- Domain Averaging*. Proceedings of the American Control Conference [0743-1619] Halim, Vol : 2006, p. 4430 -4435.
25. Safizadeh M.S., Lakis A.A. and Thomas M., Octobre 2002, *Gear fault diagnosis using time-frequency methods*, Compte rendu du 20e séminaire en vibration de machines, CMVA, Québec, p. 7.19-7.29.
  26. Martin H.R. and Ismail F., 1989, *Review of gear damage monitoring techniques*, IMMDC No 1.
  27. Sidahmed M. et Grenier Y., 1991, *Surveillance et diagnostic de réducteurs à engrenages*, Proceeding of conferences, CETIM.
  28. Howes B.C., Octobre 2002, *A gearbox vibration- Fact or fiction*, Compte rendu du 20e séminaire en vibration de machines, CMVA, Québec, p. 2.1-2.10.
  29. Capdessus C. et Sidahmed M. ; *Analyse des vibrations d'un engrenage : cepstre, corrélation, spectre*, Traitement du signal ISSN 0765-0019 1992, vol. 8, n° 5, p. 365-372
  30. Cousinard O et Marconnet P., Sept 2003, *Détection de l'endommagement d'un engrenage par l'emploi de l'analyse cepstrale et de la détection d'enveloppe : application et validation industrielles pour le diagnostic d'un réducteur fonctionnant à faible vitesse*, 16<sup>e</sup> congrès français de mécanique. 6p.
  31. El Badaoui M., Guillet F. et Danière J., 1999, *Surveillance des systèmes complexes à engrenages par l'analyse cepstrale synchrone*. Traitement du signal, Vol 16, No 5, p. 371-381.
  32. Merzoug M et Miloudi A, Aout 2007, *Diagnostic des transmissions par engrenages double étages via l'analyse d'enveloppe*, 18e congrès français de mécanique, Grenoble, 6 pages.
  33. Guilbault R. and Thomas M., June 2008. *Prediction of Resonances of Thin-Rimmed Cylindrical Gears from a Sub-Structuring Approach*, Proceedings of the CSME, Forum 2008, Ottawa, No 1569100493, 8 p.
  34. Parey A., El Badaoui M., Guillet F., Tandon N., 2006. *Dynamic modelling of spur gear pair and application of empirical mode decomposition-based statistical analysis for early detection of localized tooth defect*, Journal of sound and vibration, vol. 294, n°3, p. 547-561
  35. Lavoie P. *Analyse de l'effet d'une fissure dans un engrenage*. Rapport de projet de fin d'études. École de technologie supérieure. Montréal (Qc), Canada.

36. Maliha, R., Dogruer, C. U. And Ozguven, H. N., 2004. *Nonlinear dynamic modeling of gear-shaft-disk-bearing systems using finite elements and describing function*, Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME, 126(3), p. 534-541.
37. Johnson K.L., 1985. *Contact mechanics*, EngineeringPro collection.
38. Palaisi D., Guilbault R., Thomas M., Lakis A. and Mureithi N. October 2009, Simulations numériques du comportement vibratoire d'engrenages endommagés, Proceedings of the 27<sup>th</sup> Seminar on machinery vibration, Canadian Machinery Vibration Association CMVA 09, Vancouver, CB, 16 p.