

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN TECHNOLOGIE DES SYSTÈMES
M. ING.

PAR
OTHMAN SAOUD

CONCEPTION D'UNE LOI DE COMMANDE ROBUSTE DE LA PRESSION DANS
UN RÉSERVOIR PNEUMATIQUE À L'AIDE D'UNE FORMULATION IML.

MONTREAL, LE 15 AVRIL 2003

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

- M. Pascal Bigras, directeur de recherche et professeur au Département de génie de la production automatisée à l'École de Technologie Supérieure
- Mme. Ruxandra Botez, co-directrice de recherche et professeure au Département de génie de la production automatisée à l'École de Technologie Supérieure
- M. Rachid Aissaoui, Professeur au Département de génie de la production automatisée à l'École de Technologie Supérieure
- M. Tony Wong, Professeur au Département de génie de la production automatisée à l'École de Technologie Supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE PRÉSENTATION DEVANT UN JURY ET UN PUBLIC

LE 31 MARS 2003

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

Résumé

Ce mémoire présente une méthodologie d'élaboration d'une loi de commande proportionnelle-intégrale (PI) permettant la stabilisation robuste de la pression dans un réservoir pneumatique. L'idée principale est de convertir les non linéarités et les incertitudes du système en un certain nombre de contraintes qui seront traitées par le formalisme des inégalités matricielles linéaires (IML) en introduisant un ensemble d'équations généralisée de Lyapunov pour chaque contrainte. Ceci permet de contraindre les pôles du système dans une région prescrite du plan complexe selon les exigences désirées (temps de réponse, dépassement et mode du système en haute fréquence). La solution de ce problème d'optimisation convexe peut facilement être obtenue grâce à des algorithmes numériques implantés dans des logiciels de calcul tels que MATLAB.

SOMMAIRE

Bien qu'étant peu dispendieux et qu'offrant un bon rapport entre la puissance qu'ils peuvent fournir et leurs propres poids, les actionneurs pneumatiques sont encore peu utilisés en asservissement robotique. Leur faible utilisation est liée au fait qu'ils sont difficiles à commander à cause de leur modèle fortement non linéaire et incertain. La commande robuste de la pression dans un réservoir pneumatique permettra d'assurer un meilleur contrôle de positionnement des actionneurs pneumatiques en général.

Les objectifs de ce mémoire se dressent comme suit :

- i) Proposer une méthodologie d'élaboration d'une loi de commande proportionnelle-intégrale permettant la stabilisation robuste de la pression dans un réservoir pneumatique;
- ii) Valider la loi de commande par simulation et à l'aide d'un banc d'essai expérimental.

Le modèle de l'ensemble composé d'un réservoir pneumatique et d'une servovalve sera d'abord développé en tenant compte de ses deux principales causes de non-linéarités : l'élasticité du fluide et l'écoulement dans la valve de commande.

Une loi de commande proportionnelle-intégrale sera ensuite utilisée pour stabiliser la pression dans le réservoir. Grâce aux propriétés du système, les gains de cette loi de commande pourront être calculés de façon à assurer une meilleure robustesse en stabilité. Pour se faire, une formulation du problème de stabilisation à l'aide des inégalités matricielles linéaires (IML) sera utilisée.

Les résultats obtenus par simulation et d'un banc d'essai expérimental témoignent de la bonne fonctionnalité du formalisme IML, qui a pu fournir à travers une modélisation mathématique du système considéré une stabilité généralisée robuste et fiable.

TABLE DES MATIÈRES

SOMMAIRE	iii
REMERCIEMENTS	iv
TABLE DES MATIÈRES	v
LISTE DES FIGURES.....	v
LISTE DES FIGURES.....	i
LISTE DES TABLEAUX.....	i
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES	i
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES	i
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 REVUE DE LITTÉRATURE	3
1.1 Introduction.....	3
1.2 Méthodes de commandes	3
1.3 Inégalités matricielles linéaires.....	4
1.4 Modélisation des systèmes pneumatiques.....	4
1.5 Commande des systèmes pneumatiques	5
1.6 Conclusion	8
CHAPITRE 2 SYSTÈMES PNEUMATIQUES : GÉNÉRALITÉS ET.....	
MODÉLISATION	9
2.1 Introduction.....	9
2.2 Généralités	9
2.2.1 Présentation des systèmes pneumatiques comme source d'énergie.....	9
2.2.1.1 Actionneur.....	10
2.2.1.2 Distributeur	12
2.2.1.3 Compresseur.....	12
2.2.1.4 Les valves de commande	13
2.2.1.5 Les servovalves	16
2.2.2 Application des systèmes pneumatiques.....	17
2.2.3 Avantages et inconvénients des systèmes pneumatiques.....	18
2.3 Modélisation des systèmes pneumatiques.....	19
2.3.1 Écoulement dans une restriction	20
2.3.2 Compressibilité dans un réservoir.....	23
2.4 Conclusion	24
CHAPITRE 3 STABILITÉ ROBUSTE ET INÉGALITÉ MATRICIELLE	
LINÉAIRE.....	25
3.1 Introduction.....	25
3.2 Stabilité des systèmes.....	26
3.2.1 Définitions.....	26
3.2.2 Stabilité	28

3.2.3	Attractivité	29
3.2.4	Stabilité asymptotique.....	30
3.2.5	Stabilité exponentielle.....	31
3.2.6	Les méthodes de Lyapunov.....	31
3.2.6.1	Méthode directe de Lyapunov.....	31
3.2.6.2	Stabilité des systèmes linéaires	34
3.3	Inégalités matricielles linéaires.....	35
3.3.1	Historique.....	35
3.3.2	Définition	36
3.3.3	Propriétés des IML.....	37
3.3.5	Contrainte sur l'emplacement des pôles	38
3.3.5.1	Conditions de Lyapunov pour le placement de pôles	38
3.3.5.2	Régions IML	38
3.4	Conclusion	43
CHAPITRE 4	SIMULATION ET RÉALISATION	44
4.1	Introduction.....	44
4.2	Description du système	44
4.3	Modèle du système.....	47
4.4	Propriétés du système.....	49
4.5	Stratégie de commande	56
4.6	Loi de commande et modèle d'état.....	57
4.7	Synthèse de la commande par IML.....	58
4.8	Implantation et réalisation.....	62
4.9	Conclusion	69
CONCLUSION	70
ANNEXES		
1	: PRODUIT DE KRONECKER ET NOTION VECTORIELLE	72
2	: FICHE TECHNIQUE	75
3	: FONCTIONS ET PROGRAMMES	88
TABLEAUX		
1	: Paramètres du système.....	51
2	: Optimisation du coefficient C_s	55
RÉFÉRENCES	103

LISTE DES FIGURES

Figure 1	Vérin à simple effet.....	10
Figure 2	Vérin à simple effet avec ressort.....	11
Figure 3	Vérin à double effet.....	11
Figure 4	Organe coulissant.....	14
Figure 5	Organe à siège.....	15
Figure 6	Organe à partage de débit.....	16
Figure 7	Représentation symbolique d'une restriction.....	21
Figure 8	Réservoir pneumatique.....	23
Figure 9	Processus.....	26
Figure 10	Stabilité au sens de Lyapunov.....	29
Figure 11	Attractivité.....	30
Figure 12	Méthode directe de Lyapunov.....	33
Figure 13	Trajectoire du système.....	34
Figure 14	Région $S(\alpha, r, \theta)$	42
Figure 15	Schéma de commande.....	45
Figure 16	Élément pneumatique.....	46
Figure 17	Système pneumatique.....	47
Figure 18	Allure de la fonction du flux réduit.....	50
Figure 19	Schéma d'optimisation.....	52
Figure 20	Organigramme d'optimisation de C_s pour n intervalles.....	54
Figure 21	Optimisation du coefficient C_s	56
Figure 22	Région IML : Placement de pôle.....	59
Figure 23	Schéma bloc du système.....	62
Figure 24	Schéma de simulation.....	63
Figure 25	Résultat de simulation avec différentes valeurs de C_s	64
Figure 26	Temps de réponse des trois cas.....	65
Figure 27	Effort de commande.....	66
Figure 28	Réponse du système suite à un changement de consigne.....	67
Figure 29	Phénomène de recouvrement.....	68

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES

A	L'aire de la section effective de l'orifice
C	Constante
C_s	Coefficient de charge et de décharge
CSV	Commande à structure variable
e	Erreur
f_D	Fonction caractéristique
f_r	Équation du flux réduit
h_1	Limite inférieure de la région IML
h_2	Limite supérieure de la région IML
IB	Integrator backstepping
IML	Inégalité matricielle linéaire
K_p	Gain proportionnel
K_i	Gain intégral
LQG	Linéaire quadratique gaussien
\dot{m}_c	Écoulement (débit massique) dans la chambre (réservoir)
P	Pression
P_c	Pression dans la chambre
P_c^d	Pression désirée
P_e	Pression d'entrée
PI	Proportionnel Intégral
PID	Proportionnel Intégral Dérivé
P_s	Pression de sortie
Q_s	Débit volumique
R	Constante de gaz
r_c	Rapport critique
T_c	Température dans la chambre
T_e	Température d'entrée

T_s	Température de sortie
u	Commande
V_c	Volume de la chambre (Réservoir)
v_e	Vitesse d'entrée
v_s	Vitesse de sortie
y	Rapport de pression
y_c	Rapport de charge
y_d	Rapport de décharge
w_s	Paramètres de la servovalve
α	Variation de l'écoulement en fonction du temps
ξ	Coefficient d'amortissement
λ	Rapport de chaleur spécifique
ρ	Densité de masse
θ	Angle du secteur conique
ε	Marge d'erreur de pression

INTRODUCTION

Les premiers axes électropneumatiques asservis ont apparus sur le marché au cours des années 1980. Mais le principe de la commande pneumatique apparaît dès 300 ans av.J.C. En effet à cette époque, les syriens utilisaient la sarbacane pour chasser. Cet outil très astucieux est constitué des éléments essentiels composant un système pneumatique. Les poumons jouent le rôle du compresseur. La langue n'est autre qu'un distributeur assurant le transfert ou le blocage de l'air entre les poumons et la chambre de la sarbacane.

Deux mille ans plus tard, suite au effort et aux collaborations entre industriels et universitaires, des laboratoires de recherche et de développement ont mis au point des composants électropneumatiques.

Les fluides sont des substances capables de s'écouler et de prendre la forme du récipient qui les tient : ils continuent à se déformer, même sous sollicitations constantes.

On peut répartir les fluides en liquides et gaz :

- Les liquides occupent des volumes bien définis et présentent des surfaces libres. Ils sont quasi incompressibles.
- Les gaz se dilatent jusqu'à occuper tout le volume offert. Ils sont très compressibles.

L'objectif de ce mémoire, est l'établissement d'une loi de commande linéaire de type proportionnel intégral qui stabilise de façon robuste la pression dans un réservoir pneumatique alimenté par l'intermédiaire d'une servovalve.

Le mémoire est organisé de la façon suivante :

D'abord, une revue bibliographique qui couvre l'essentielle de la recherche qui a été faite dans le domaine de la modélisation et la commande des systèmes pneumatiques est présentée.

Ensuite, le chapitre 2 a pour but de démontrer toutes les étapes pour modéliser mathématiquement notre système.

Un rappel mathématique est alors nécessaire pour étaler plus clairement ce qui est proposé dans le domaine de la commande des processus (Régulation), ceci sera détaillé dans le chapitre 3.

Finalement, la validation de l'approche se fera d'abord par la simulation du système tout en présentant la synthèse des notions vues dans les chapitres antérieurs, ensuite, par une réalisation de la loi de commande en temps réel.

CHAPITRE 1

REVUE DE LITTÉRATURE

1.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre un aperçu générale sur la revue de la littérature qui a été faite, que ce soit du point de vue modélisation de systèmes pneumatiques et de commande des processus en général.

1.2 Méthodes de commandes

La propriété de robustesse est couramment sollicitée en automatique des systèmes (M. G. Safonov, 1980). La robustesse d'un système peut être définie comme sa capacité à conserver les propriétés spécifiées en présence de variations ou d'incertitude. On remarquera donc que la robustesse se définit par rapport à deux paramètres : le type de variation d'une part et la définition des qualités requises pour la sortie du système. La commande linéaire se divise en deux grandes parties, la commande optimale et la commande non optimale (Borne et *al*, 1993). Se basant sur des critères quadratiques, minimisation de performance, etc., la commande optimale fait appel à quelques précisions (De larminat, 1996):

- Toute recherche de commande optimale nécessite la manipulation d'expressions mathématiques. Le choix du modèle s'avère donc primordiale.
- La commande est en général soumise à diverses contraintes liées à sa réalisation, elle-même liée au matériel disponible au niveau de la mise en œuvre.
- Les variables caractéristiques du processus peuvent être soumises à diverses contraintes liées aux saturations, à la sécurité, à la construction, au confort, au coût, etc.

- Le critère à optimiser doit correspondre à l'expression d'un choix étudié avec soin, il peut être lié aux valeurs de l'état et de la commande pris à des instants donnés, liés à une intégrale d'une fonction de ces variables sur un intervalle de temps fixé ou non, ou les deux à la fois.

Quand on parle de commande non optimale, on pense entre autre à l'imposition des pôles ou à des contraintes sur l'emplacement des pôles du système. Cette notion de contraintes sur l'emplacement des pôles sera traitée en détail dans le chapitre 3. On pense également à la commande adaptative qui a donné naissance à de nombreuses études et à des applications (Borne et *al*, 1993).

1.3 Inégalités matricielles linéaires

Les inégalités matricielles linéaires permettent de résoudre plusieurs problèmes de stabilité robuste et de commande optimale. En effet, les inégalités multiples de Lyapunov et les inégalités algébriques de Riccati peuvent être représentées par une formulation IML (Borne et *al*, 1993). La synthèse des loi de commande à retour d'états assurant la stabilité du système tout en contraignant ses valeurs propres dans une région spécifiée du plan complexe peut également être résolue grâce à une formulation IML (Chilali et *al*, 1996).

De plus, la solution numérique des problèmes d'optimisations formulés par des IML peut être obtenue grâce à des bibliothèques comme celle réalisée par Chilali et *al* (1995) pour le logiciel Matlab.

1.4 Modélisation des systèmes pneumatiques

Richer et Hurmuzlu (2000) ont développé un modèle mathématique détaillé des actionneurs pneumatiques contrôlés par des valves à tiroir proportionnelles. La dynamique non-linéaire de flux au niveau de la valve, la compressibilité de l'air dans les chambres du cylindre, le retard et l'atténuation de flux dans les lignes pneumatiques ont

été soigneusement considérés. L'identification du système, la simulation numérique et des expériences de validation des modèles ont été réalisées pour deux types de cylindres à air comprimé et pour des longueurs de tubes et de connexions différentes. Ce modèle mathématique a été utilisé dans le développement de contrôleur de force de ces actionneurs fortement non-linéaires. Les résultats obtenus par la simulation numérique ont été validés expérimentalement.

1.5 Commande des systèmes pneumatiques

Les actionneurs pneumatiques sont capables de produire une grande puissance à un coût relativement bas. Ils sont légers et ont un potentiel d'utilisation dans les applications robotiques. Plusieurs algorithmes de contrôles de système pneumatique sont testés par simulation et par des expériences. Les applications utilisant des actionneurs pneumatiques le sont souvent à l'aide de contrôle en boucle ouverte. Liu et Bobrow (1988) proposent un modèle mathématique d'actionneur pneumatique avec une linéarisation de celui-ci dans l'espace d'état. L'étude réalisée, a permis de faire une comparaison entre la simulation et l'expérimentation en boucle fermée. Le principal inconvénient est que cette approche ne tient pas compte des non-linéarités du système.

Lai et al (1990) proposent une autre stratégie de contrôle d'actionneurs pneumatiques de robots dans un contexte de commande de position. Un modèle mathématique incorporant certaines non-linéarités du processus pneumatiques et de frottement mécanique a été développé pour caractériser la dynamique de l'actionneur. Ce modèle avec peu de simplifications est alors investi pour concevoir le contrôleur. Une boucle intérieure utilisant un proportionnel intégral (PI) est formée pour contrôler la pression de l'actionneur et une rétroaction de la vitesse est employée pour contrôler le déplacement de la charge. Les résultats expérimentaux sur un robot pneumatique à 1 degré de liberté indiquent l'efficacité du système de commande proposé pour atteindre une précision de

position désirable sans employer des butés mécaniques pour arrêter le système. La conception de la loi de commande ne prend cependant pas en compte toutes les non-linéarités du système. En effet, les fuites de gaz dans le système, la dynamique de la valve ainsi que la variation du frottement (composante de frottement dynamique) ont été négligés dans cette étude. En plus, la stratégie de commande utilisée de ce travail utilise une valve de type tout ou rien TOR.

Afin de surmonter les non-linéarités associées aux systèmes pneumatiques, Tang et Walker (1995) proposent une loi de commande à structure variable (CSV) pour contrôler l'actionneur pneumatique en position. Les résultats des simulations ont montré que la technique de CSV peut placer l'actionneur rapidement en réponse à une entrée échelon. Une étude expérimentale du système de commande CSV a été exécutée pour valider les résultats de simulation. Ces expériences manifestent des retards inhérents du système, la quantification des signaux contrôlés peut causer un comportement incontrôlable oscillant; les limites de stabilité ont été établies pour trois des paramètres du système. L'inconvénient de la commande à structure variable est qu'elle engendre des variations importantes de l'effort de commande pouvant endommager la servovalve.

Khayati et *al* (2002) ont proposé une technique de contrôle de pression en boucle fermée dans une chambre à air via une servovalve. Il s'agit d'une étape essentielle dans l'étude des performances des actionneurs pneumatiques en position et/ou en force. Ils proposent un retour d'état linéarisant du système tenant compte d'un modèle dynamique de la valve, suivi d'une loi de commande linéaire dont les gains sont ajustés par une méthode IML de façon à assurer la robustesse du système. Les résultats de simulation montrent l'efficacité de ce système de commande par le biais d'un suivi de trajectoire précis. Le désavantage de cette approche est la complexité de réalisation de la loi de commande non linéaire.

Dans ce mémoire, la conception d'une loi de commande linéaire à l'aide d'une formulation IML permet de remédier à cet inconvénient tout en assurant la stabilité

robuste du système. Cette loi de commande proportionnelle intégrale n'assure cependant pas la stabilité lors d'un suivi de trajectoire. Une autre stratégie de contrôle de position a été étudiée par Wang et al (1999), basée sur la minimisation du retard et la compensation de la position désirée.

En effet, la pression d'air peut servir pour déplacer ou maintenir en mouvement une charge donnée, mais la réalisation de cette tâche ne peut se faire immédiatement (autrement, au moment de basculement de la valve) à cause de la compressibilité de l'air qui engendre un retard dans le système. Ce retard représente en effet une source de dégradation des performances du système (Précision). Le retard dépend largement de l'ouverture de la valve (pour une valve à tiroir un large déplacement induit un débit d'air élevé), en d'autre terme, plus l'ouverture de l'orifice est grande plus le retard est petit. Dans ce sens, Wang et al (1999), ont implanté un algorithme qui réalise une ouverture appropriée maximale de l'orifice de la valve quasi-instantané. L'idée développée est d'utiliser l'erreur de position courante comme une pénalisation qui sera pondérée et de l'ajouter à l'erreur de position dans le cycle suivant. Un contrôleur proportionnel intégral dérivé (PID) a été mis au point pour cette stratégie de commande. Les résultats des simulations témoignent du bon fonctionnement des algorithmes.

Les actionneurs pneumatiques ont un intérêt particulier dans les applications robotisées grâce à leur grande production de force par unité de poids et leur bas prix (Bobrow et Jabbari, 1991), (Lai et al, 1990). La stabilisation d'un actionneur pneumatique reste difficile si on désire un système en boucle fermée de large bande passante. Le positionnement du piston et sa vitesse présentent aussi une difficulté dans le contrôle (Kobayashi et al, 1995). Cette difficulté est causée par la compressibilité de l'air et les caractéristiques non-linéaires de son écoulement dans un orifice de section variable. D'autres complications résultent de la géométrie du mécanisme. Bobrow et Jabbari (1991) ont mis en oeuvre une loi de commande adaptative pour un actionneur pneumatique. La difficulté de cet approche réside dans le fait que la commande

adaptative est basée sur l'hypothèse que les paramètres sont constants; ce qui n'est pas le cas des systèmes pneumatiques.

Rifai et Bridges (1997) ont fait l'étude de l'évolution de la performance d'un seul lien pneumatique du bras d'un robot. Ils ont pris en considération la dynamique de l'actionneur pneumatique, la modélisation d'un modèle précis de contrôleur "Integrator backstepping" (IB) et ils ont développé un modèle plus réel d'écoulement dans la valve.

La loi de commande a été utilisée pour contrôler l'écoulement dans la valve et la pression dans la chambre. Les gains du contrôleur ont été ajustés, pour éviter le retour de flux dans la valve, les singularités dans la fonction d'écoulement ainsi que pour maintenir la pression désirée dans la chambre tout au long de l'expérience.

En outre, la saturation de la valve impose des limitations supplémentaires sur la bande passante du système. La rapidité de poursuite du contrôleur IB peut être supérieure en variant les valeurs de la commande numérique associée à la trajectoire pré-assignée.

Cette méthode a montré que le contrôleur IB est plus performant qu'un proportionnel dérivé (PD) et permet d'obtenir des résultats satisfaisants.

1.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une revue de la littérature a permis de présenter les différents modèles mathématiques ainsi que les différentes méthodes de contrôle des systèmes pneumatiques. Dans le chapitre suivant, il sera question de la modélisation des systèmes pneumatiques.

CHAPITRE 2

SYSTÈMES PNEUMATIQUES : GÉNÉRALITÉS ET MODÉLISATION

2.1 Introduction

Le double objectif de ce chapitre est la description et la modélisation des systèmes pneumatiques. Dans un premier temps, il s'agit de décrire les systèmes pneumatiques comme une source d'énergie et aussi présenter quelques applications, les avantages et les inconvénients de ces systèmes. La deuxième partie de ce chapitre sera consacrée à la modélisation du système étudié. Nous entendons par modèle, un modèle de connaissance capable de représenter aux mieux les phénomènes physiques, mécaniques et thermodynamiques qui interviennent dans ce type de système. Nous allons aussi parler de quelques aspects de la commande des systèmes pneumatiques.

2.2 Généralités

Le contrôle de la pression des fluides est très important dans de nombreuses applications industrielles. Il intervient dans la détermination de paramètres tels que le niveau, le débit ou la température ainsi que dans les boucles de régulation hydraulique et pneumatique.

2.2.1 Présentation des systèmes pneumatiques comme source d'énergie

Le mot « pneumatique » nous arrive du grec ancien « pneuma » qui signifie « souffle » ou « respiration ». Dans son sens original, il définissait la science des mouvements ou phénomènes aériens. La technique a pour sa part adopté ses propres définitions en pneumatique pour les phénomènes de dépression ou de surpression.

2.2.1.1 Actionneur

Les sources d'énergie sont souvent utilisées pour engendrer un mouvement mécanique. Un actionneur est alors utilisé pour transformer l'énergie provenant de la source en énergie mécanique. Dans le domaine de la robotique, par exemple, l'actionneur est la partie motrice du robot. Lorsque la source d'énergie est électrique, l'actionneur est l'ensemble moteur plus réducteur plus transmission. Dans le cas d'un robot asservi, l'actionneur doit permettre à l'organe commandé d'atteindre une position désirée, une force désirée ou une combinaison des deux.

Lorsque la source d'énergie est pneumatique, cette dernière est véhiculée par un gaz maintenu sous pression par un compresseur, via des canalisations. Pour qu'il puisse exister une commande pneumatique, il est nécessaire de disposer d'une quantité d'air comprimé suffisante et sous une pression variant selon les différentes applications. L'actionneur est généralement un vérin ou un moteur à air comprimé ou pneumatique. Le vérin produit des mouvements rectilignes qu'il est possible de diviser en course d'aller et de retour. Il existe plusieurs familles de vérins. On citera les vérins linéaires, qui sont utilisés couramment dans les automatismes. Ils sont constitués d'un corps dans lequel se déplace une tige lors de l'admission de la pression. Plusieurs variantes sont disponibles :

- Le vérin à simple effet (figure 1), assure le déplacement de la tige dans un seul sens par l'admission de la pression. Le retour à la position d'origine est réalisé par une action externe.

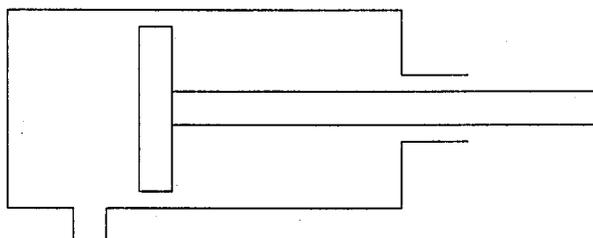


Figure 1 Vérin à simple effet

- Le vérin à simple effet avec ressort (figure 2), déplace la tige par admission de la pression en transférant à un ressort une énergie potentielle qui est utilisée pour remettre la tige en position d'origine lors de la disparition de la pression.

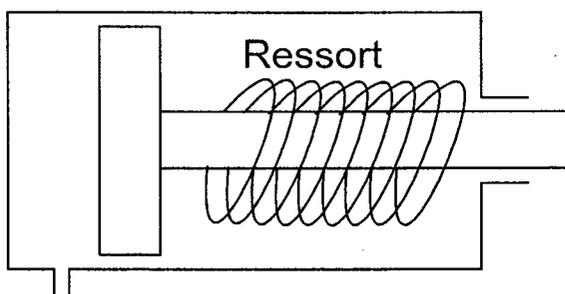


Figure 2 Vérin à simple effet avec ressort

- Le vérin à double effet (figure 3) possède deux orifices d'admission de la pression qui permettent le déplacement de la tige dans les deux sens.

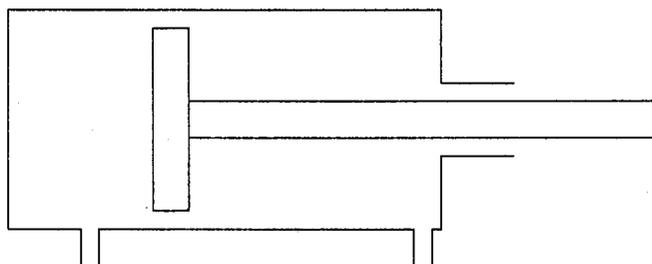


Figure 3 Vérin à double effet

- Les vérins amortis sont utilisés lorsque toute la course disponible est nécessaire à la tâche. Une chambre d'amortissement contrôle le ralentissement du déplacement en fin de course.

2.2.1.2 Distributeur

La distribution de l'énergie aux divers actionneurs est réalisée par des organes de commande binaire ou linéaire. Les organes de commande binaire sont activés de manière électrique, manuelle, pneumatique ou mécanique.

Deux technologies sont employées :

- La technologie des distributeurs à tiroir
- La technologie des distributeurs à clapet

Le distributeur à tiroir cylindrique est activé par le déplacement d'une tige. Le déplacement de la tige a pour objectif de mettre en correspondance l'alimentation de la pression et/ou la pression atmosphérique avec un orifice d'utilisation. La technologie à clapet est constitué d'un ou plusieurs clapets mobiles qui selon un ordre de commande ouvre ou ferme le circuit de pression.

2.2.1.3 Compresseur

Le compresseur est une installation de production d'air comprimée. Il peut avoir plusieurs formes de construction, qui varient en fonction des utilisations prévues. Selon le type de construction, on distingue deux grandes familles de compresseur, le compresseur à piston et le compresseur à flux continu. Le type le plus fréquemment rencontré est le compresseur à piston qui est utilisé en groupe stationnaire ou mobile (Deppert et Stoll, 1975). Pour les installations d'air comprimé, les compresseurs rotatifs ou compresseurs à palettes sont particulièrement recommandés. D'autres types de construction dans ce groupe existent mais ne sont pas utilisés en pratique (Deppert et Stoll, 1975).

2.2.1.4 Les valves de commande

La valve pneumatique est une composante critique de l'actionneur. Il s'agit de l'élément de commande qui doit être capable de fournir vite des courants d'air précisément contrôlés dans les chambres du cylindre. On distingue plusieurs conceptions disponibles pour les valves pneumatiques, qui diffèrent par la géométrie de l'orifice actif, le type de réglage de flux, le type de mise en marche, etc. L'étude est limitée ici aux valves à tiroir dites proportionnelles, activées par la bobine de voix. Cette conception présente plusieurs avantages : constante de temps petite, capacité d'ajuster les deux pressions des chambres employant un seul signal de contrôle et des frottements internes négligeables.

Les valves sont constituées par l'assemblage d'organe de restriction d'un seul ou plusieurs types. Presque tous les organes de base appartiennent à l'une des trois grandes classes suivantes : coulissants, à siège et à partage de débit. L'organe de restriction coulissant (figure 4), peut être géométriquement assimilé à une paire de cisailles; le fluide s'écoule entre deux angles vifs, par une ouverture dont la largeur peut varier entre une valeur maximale et zéro.

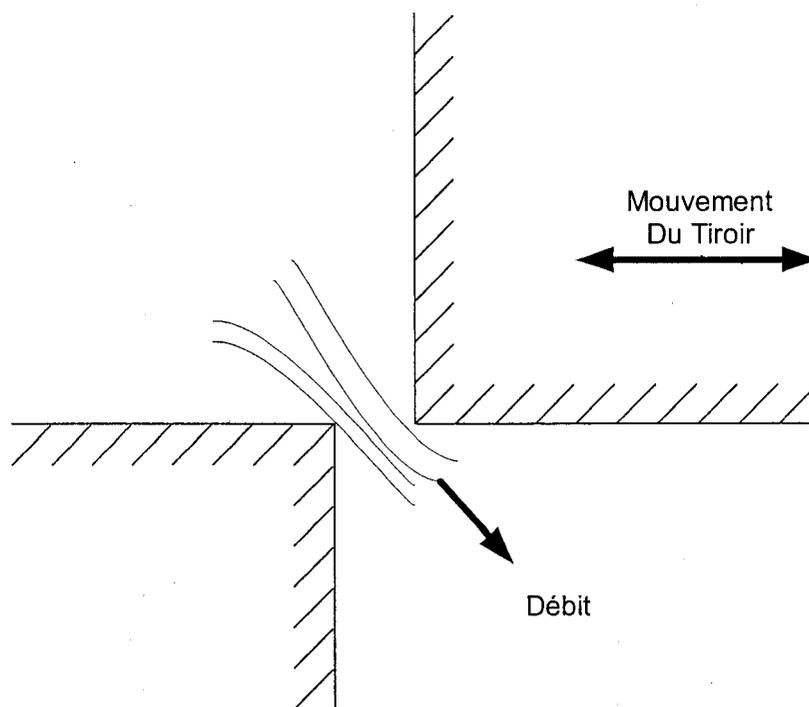


Figure 4 Organe coulissant

Théoriquement, la géométrie de l'ouverture est indépendante de la position de la pièce mobile. Pratiquement, la nécessité d'un jeu entre les deux pièces empêche qu'il en soit ainsi aux très petites ouvertures.

Comme nous le verrons à la section 2.3, le débit dans la valve est une fonction non-linéaire des pressions en amont et en aval. Cette non linéarité rend les circuits pneumatiques essentiellement différents des circuits électriques dans lesquels les résistances sont linéaires dans la plus grande partie, si ce n'est la totalité de leur domaine de fonctionnement.

La deuxième grande classe d'organes de restriction englobe ceux qui agissent sur l'écoulement non plus par sectionnement mais par pincement entre parois lisses.

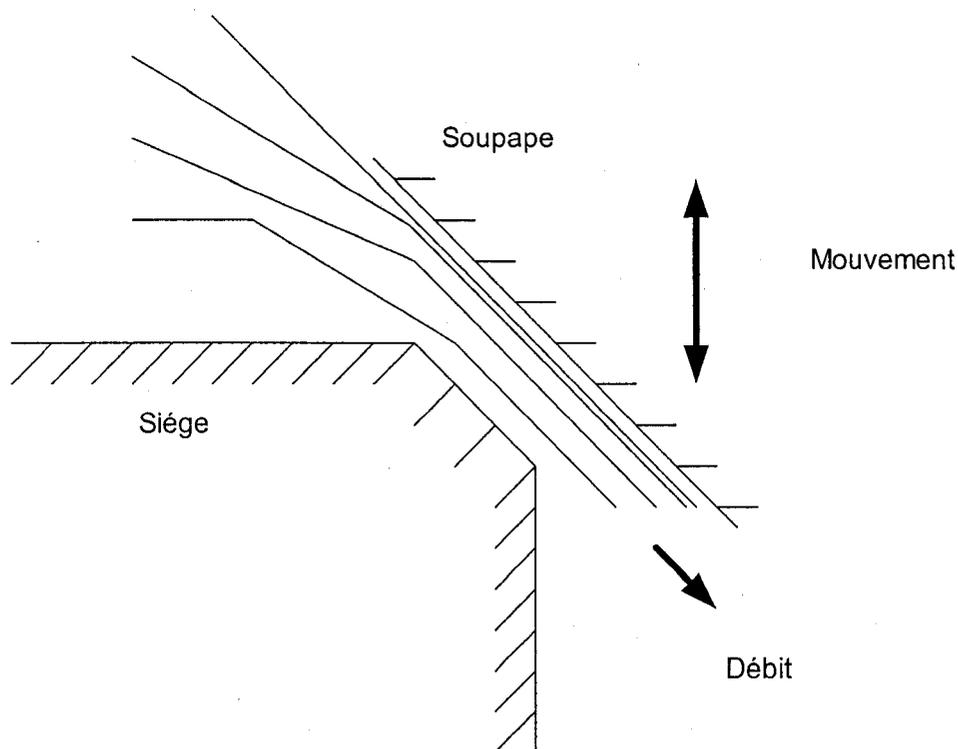


Figure 5 Organe à siège

L'organe de restriction à siège de la figure 5 a deux avantages majeurs : il échappe au risque de colmatage et permet une fermeture presque parfaitement étanche, alors qu'un organe coulissant, même avec le minimum de jeu réalisable présente toujours une fuite. Par contre, il a de nombreux inconvénients qui ont empêché son emploi généralisé dans les applications aux servomécanismes. Son équilibrage vis-à-vis des pressions est difficile, et il nécessite généralement des forces de manœuvre importantes et quelque peu mal définies. Sa courbe débit-déplacement a une tendance à devenir désagréablement non-linéaire aux petites ouvertures. Enfin, il présente un temps de retard qui, bien que petit, peut être un handicap dans les applications où une grande rapidité est nécessaire.

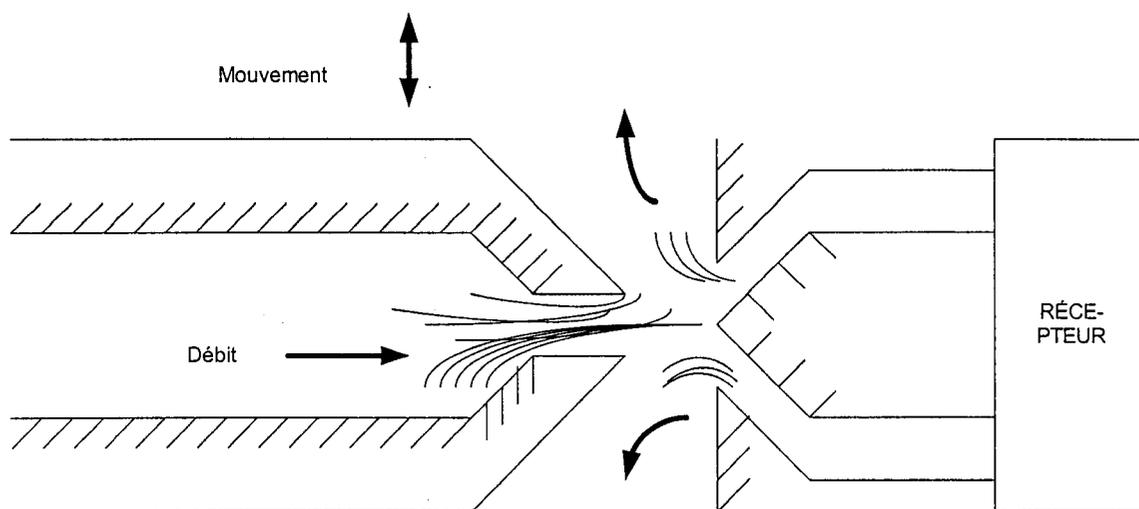


Figure 6 Organe à partage de débit

Le troisième type est la valve à partage de débit qui est représentée sur la figure 6. Avec ce type de valve, le débit prélevé sur la source varie relativement peu; c'est la répartition de ce débit entre deux voix, ou plus, qui varie.

2.2.1.5 Les servovalves

La servovalve électropneumatique est un organe à action proportionnelle (l'ouverture de la valve est proportionnelle à la tension d'entrée), dont l'entrée est un courant électrique et la sortie un débit pneumatique (parfois une pression). On comprend donc que la servovalve soit, en quelque sorte, l'âme des asservissements électropneumatiques.

La confusion très répandue, jusque dans les catalogues des fabricants, est faite entre servovalve et électrovalve. En principe, la désignation, d'électrovalve devrait être réservée à l'organe tout ou rien dont l'entrée est un courant électrique et la sortie un débit pneumatique.

La servovalve est née dans les années cinquante pour répondre à un besoin précis, celui d'un organe interface entre l'électronique de commande et le vérin de déplacement (bras d'un robots ou tout autre mécanisme de déplacement linéaire). Elle a été considérée d'emblée comme un composant de haute technologie et c'était vrai, essentiellement parce qu'elle avait dû être adaptée à l'électronique encore balbutiante de l'époque. Ainsi, on lui demandait de mobiliser des dizaines de kilowatts pneumatiques à partir de fractions de watt électriques.

Les avantages qu'apportait la servovalve à l'asservissement pneumatique étaient cependant tels qu'elle s'est répandue dans toutes les industries, en gardant toutefois la réputation, et certaines caractéristiques comme la sensibilité à la pollution ou le prix, d'un composant de haut de gamme. C'est cependant dans un passé récent que l'on a vu évoluer la servovalve en fonction des possibilités nouvelles de l'électronique.

2.2.2 Application des systèmes pneumatiques

Il a été prouvé que les technologies pneumatiques conviennent à la fois pour la partie puissance et la partie commande des machines. Elles utilisent l'air comprimé disponible dans toutes les usines et sont particulièrement adaptées à l'obtention simple des mouvements sur les machines. C'est pourquoi, pour toute production séquentielle, les machines pneumatiques et électropneumatiques occupent la place essentielle.

Dans cette partie, nous allons présenter quelques exemples d'applications des systèmes pneumatiques.

Pour l'équipement d'outils pneumatiques de serrage, on utilise des vérins pneumatiques à simple ou à double effet. Habituellement les courses, qui doivent être parcourues pour réaliser le serrage sont courtes. Les vérins plus particulièrement adaptés à ces conditions, sont les vérins à membranes (Deppert et Stoll, 1975).

Les dispositifs d'alimentation sont, la plupart du temps, indépendants des machines d'usinage, et peuvent être utilisés comme équipement supplémentaire.

Les avantages de la technique pneumatique sont depuis longtemps connus et utilisés par les fabricants de machine dans l'industrie de travail du bois. De nombreuses machines de ce genre sont équipées de pinces de serrage pneumatiques, et certains dispositifs d'alimentation en sont également dotés.

Les vérins pneumatiques s'introduisent aussi dans les opérations de transport. Il s'agit là, de manière générale, de faciliter le transport à l'intérieur d'une entreprise et d'emmener les pièces à usiner jusqu'à l'appareil d'usinage.

Dans le domaine de la robotique, la pneumatique s'introduit le plus souvent dans les unités de perçage, taraudage et vissage, qui forment le dernier degré de liberté du robot. Ces unités assurent les perçages et taraudages multiples et simultanés d'une pièce et les assemblages par vissage. Elles sont faciles à mettre en œuvre. Et leur faible encombrement en diamètre permet des montages très compacts.

Une unité pneumatique de perçage regroupe les actionneurs pneumatiques suivants :

- Un moteur pneumatique à palettes pour l'entraînement en rotation du foret.
- Un vérin pneumatique à double effet spécial, pour l'avance et le retour du foret.

Pour le taraudage, l'unité est équipée d'une tête spéciale comportant un système d'inversion du sens de rotation sous l'effort de rappel.

Les unités pneumatiques de vissage ont une structure semblable, et sont associées à un système d'alimentation automatique des vis (Bertrand et al, 1985).

2.2.3 Avantages et inconvénients des systèmes pneumatiques

Il existe beaucoup d'avantages à utiliser les systèmes pneumatiques.

L'air comprimé se trouve systématiquement distribué dans la plupart des ateliers, à des pressions basses généralement inférieures à 10 bars. Sa mise en œuvre est simple et se fait au moyen de canalisations souples et d'encombrement réduit (André et al, 1983).

Le fluide étant peu polluant, les problèmes d'étanchéité ne sont pas très contraignants et permettent la conception d'organes rustiques et de coût modéré (André et al, 1983).

La puissance massique est intermédiaire entre celles de l'électricité et de l'hydraulique. Le fonctionnement est peu sensible aux radiations ou aux températures extrêmes. La maintenance est facile et peut être assurée par un personnel peu qualifié (André et al, 1983).

Mais l'air comprimé n'a pas que des avantages. Il n'a pratiquement aucun pouvoir lubrifiant, ce qui conduit à des frottement secs important (Richer, E., Hurmuzlu, Y., 2000). Il comporte toujours une certaine proportion de vapeur d'eau, dont la condensation provoque une humidité difficile à éliminer et souvent nocive. Aussi, il occasionne des fonctionnements souvent bruyants, notamment en cas d'échappement libre à l'atmosphère (André et al, 1983).

De surcroît la compressibilité du fluide gazeux se traduit par une forte élasticité, qui confère aux systèmes pneumatiques une certaine capacité à résister à des surcharges brutales, mais qui engendre également un comportement dynamique oscillatoire à faible amortissement, difficile à maîtriser pour la réalisation d'asservissements performants (André et al, 1983).

2.3 Modélisation des systèmes pneumatiques

Dans cette partie le modèle mathématique de notre système sera établi en développant une équation différentielle qui lie la pression de la chambre au débit massique et le débit massique de la servovalve à son ouverture. Dans ce sens quelques hypothèses simplificatrices seront retenues pour obtenir un modèle simple permettant de faciliter la conception des lois de commande ultérieurement présenter au chapitre 3. Ces hypothèses se dressent comme suit :

1. Le gaz est supposé parfait.
2. Les variables thermodynamiques du gaz dans la chambre sont uniformes.
3. L'écoulement du gaz dans la chambre est isothermique.

4. L'écoulement dans la servovalve est un processus isentropique avec une variation de température négligeable.
5. Les fuites d'air dans la servovalve sont négligeables.
6. Le volume de la chambre est constant.

Ces hypothèses simplificatrices restent tous de même générales et vérifiables par voie expérimentale (Kawakami et al, 1987).

2.3.1 Écoulement dans une restriction

Pour les systèmes pneumatiques, l'écoulement du fluide dans une restriction est fortement non-linéaire à cause de sa nature hautement compressible. Si on néglige l'effet de la gravité, la forme différentielle de l'équation de Bernoulli s'exprime comme suit (Munson et al. 1998) :

$$\frac{dP}{\rho} + \frac{1}{2}d(v^2) = 0 \quad (2.1)$$

où P est la pression, ρ est la densité et v est la vitesse de l'écoulement.

En respectant les hypothèses 1 et 4 décrite dans la section 2.3 on obtient :

$$\rho = P^{\frac{1}{\lambda}} C^{\frac{1}{\lambda}} \quad (2.2)$$

où C est une constante et λ est le rapport de chaleur spécifique.

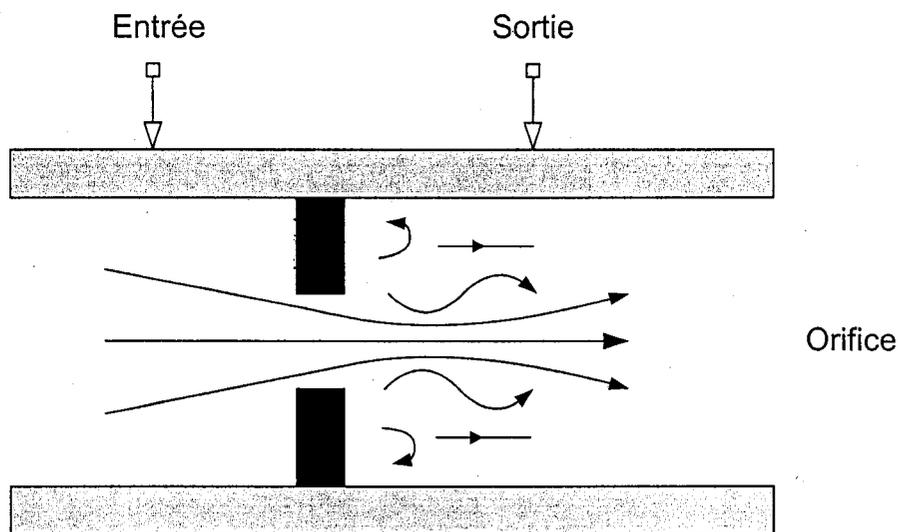


Figure 7 Représentation symbolique d'une restriction

En remplaçant l'équation (2.2) dans l'équation (2.1) et en intégrant entre les points d'entrée et de sortie (figure 7) (Munson et al. 1998), on obtient :

$$C^{\frac{1}{\lambda}} \int_e^s P^{-\frac{1}{\lambda}} dP + \frac{1}{2} \int_e^s d(v^2) = 0$$

Ce qui donne :

$$C^{\frac{1}{\lambda}} \frac{\lambda}{\lambda-1} \left(P_s^{(\lambda-1)/\lambda} - P_e^{(\lambda-1)/\lambda} \right) + \frac{1}{2} (v_s^2 - v_e^2) = 0 \quad (2.3)$$

Les indices e et s désignent l'entrée et la sortie de la restriction. Notons que l'équation des gaz parfaits s'écrit sous la forme suivante :

$$P = \rho RT \quad (2.4)$$

où R et T sont respectivement la constante de gaz et la température.

À cause de la différence de surface entre le tuyau et la restriction, on néglige la vitesse d'entrée v_e par rapport à celle de la sortie v_s (*i.e.* $v_e \ll v_s$). Sachant que la vitesse est le rapport du débit volumique par rapport à la surface de la restriction, on obtient alors à partir des équations (2.2), (2.3) et (2.4) le débit volumique Q_s à la sortie de la restriction :

$$Q_s = A \sqrt{RT_e} \sqrt{\frac{2\lambda}{\lambda-1}} \sqrt{1 - \left(\frac{P_s}{P_e}\right)^{\frac{\lambda-1}{\lambda}}} \quad (2.5)$$

Sachant que l'expression du débit massique (écoulement) \dot{m} par rapport au débit volumique Q est donnée par :

$$\dot{m} = \rho Q \quad (2.6)$$

En combinant les équations (2.2), (2.4), (2.5) et (2.6), on obtient :

$$\dot{m} = \frac{AP_e}{\sqrt{RT_e}} \sqrt{\frac{2\lambda}{\lambda-1}} \sqrt{\left(\frac{P_s}{P_e}\right)^{\frac{2}{\lambda}} - \left(\frac{P_s}{P_e}\right)^{\frac{\lambda+1}{\lambda}}} \quad (2.7)$$

Ceci est vrai dans le cas où l'écoulement est subsonique, c'est-à-dire que le rapport entre la pression de sortie P_s et la pression d'entrée P_e est strictement inférieur au rapport critique qui est donné par (Anderson, 1967) :

$$r_c = \left(\frac{2}{\lambda+1}\right)^{\frac{\lambda}{\lambda-1}} \quad (2.8)$$

Tant que l'écoulement est sonique, (la pression totale en amont de la restriction, reste supérieur au rapport de pression critique), le débit massique reste constant et s'exprime alors comme suit (Hanton, 1995) :

$$\dot{m} = \sqrt{\lambda \left(\frac{2}{\lambda+1}\right)^{\frac{\lambda+1}{\lambda-1}}} \quad (2.9)$$

On peut alors exprimer l'équation de débit massique, en regroupant les équations (2.7) et (2.9) comme suit :

$$\dot{m} = \frac{AP_e}{\sqrt{RT_e}} f_r \left(\frac{P_s}{P_e}\right) \quad (2.10)$$

où A , P_e et P_s sont respectivement l'aire de la section effective de l'orifice, la pression à l'entrée de l'orifice et la pression à sa sortie.

Ainsi on obtient l'équation du flux réduit à partir des équations (2.7) et (2.9) :

$$f_r(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\lambda}{\lambda-1}} \sqrt{y^{2/\lambda} - y^{(\lambda+1)/\lambda}} & \text{si } y > r_c \\ \sqrt{\lambda \left(\frac{2}{\lambda+1}\right)^{(\lambda+1)/(\lambda-1)}} & \text{si } y \leq r_c \end{cases} \quad (2.11)$$

Où y symbolise le rapport de pression en amont et en aval de la valve.

2.3.2 Compressibilité dans un réservoir

Soit un réservoir pneumatique tel qu'illustré par la figure 8.

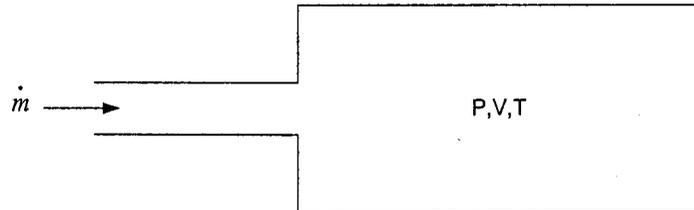


Figure 8 Réservoir pneumatique

En utilisant l'équation de continuité, le débit massique peut s'écrire comme suit (Richer et al, 2000) :

$$\dot{m} = \frac{d}{dt}(\rho V) \quad (2.12)$$

Où V est le volume de la chambre. L'équation (2.12) peut alors être réécrite comme suit :

$$\dot{m} = \dot{\rho}V + \rho\dot{V} \quad (2.13)$$

Selon l'hypothèse 3 l'écoulement dans la chambre est isothermique. L'équation des gaz parfaits (2.4) nous permet donc d'écrire :

$$\dot{P} = \dot{\rho}RT \quad (2.14)$$

D'où

$$\dot{\rho} = \frac{\dot{P}}{RT} \quad (2.15)$$

En remplaçant (2.15) dans (2.13), on obtient :

$$\dot{m} = \frac{\dot{P}}{RT} V + \rho \dot{V} \quad (2.16)$$

D'où

$$\dot{P} = \frac{RT}{V} \dot{m} - \frac{\dot{V}}{V} \rho RT \quad (2.17)$$

Puis, selon l'équation (2.4),

$$\dot{P} = \frac{RT}{V} \dot{m} - \frac{\dot{V}}{V} P \quad (2.18)$$

L'équation (2.18) modélise donc le comportement de la pression dans le réservoir de volume V en fonction du débit massique \dot{m} .

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une description générale des systèmes pneumatiques a été présentée. Ensuite, l'attention a été portée sur une introduction des composants constituant un système pneumatique. La modélisation mathématique du système considéré a été faite en prenant en considération les hypothèses décrites précédemment.

Le chapitre 3 sera réservé à la commande linéaire et la stabilité robuste. Il fait également appel aux inégalités matricielles, qui vont être présentée selon les besoins de ce projet.

CHAPITRE 3

STABILITÉ ROBUSTE ET INÉGALITÉ MATRICIELLE LINÉAIRE

3.1 Introduction

La technique la plus utilisée pour déduire d'un modèle non linéaire un modèle linéaire exploitable pour calculer une loi de commande repose sur l'élaboration d'un modèle linéarisé valable autour d'un point de fonctionnement. Cette technique est ancienne, son utilisation s'est répandue de par sa facilité d'analyse du comportement des systèmes linéaires. Elle a fait ses preuves dans de nombreux procédés de régulations. Elle ne permet cependant pas d'assurer la stabilité du système sur toute sa plage de fonctionnement. La théorie des systèmes non-linéaires permet aujourd'hui de faire la synthèse de loi de commande linéaire qui assure la stabilité du système pour presque toute sa plage de fonctionnement. Une formulation du problème de stabilité par IML permet cette synthèse.

Dans ce chapitre, un rappel de quelques notions de base ainsi que de la méthode de commande par contrainte sur l'emplacement des pôles basée sur une formulation IML sera présentée.

Le formalisme des inégalités matricielles linéaires (IML) est présenté aujourd'hui comme un outil efficace pour la résolution de nombreux problèmes d'asservissement, grâce aux avancées des algorithmes d'optimisation convexe développés au début des années 90 et de logiciels conviviaux tels que Matlab. Une part importante des recherches actuelles s'attache à formuler les problèmes d'automatiques avec le formalisme IML. Un des attraits de ce formalisme vient du fait qu'il semble convenir à des classes de systèmes a priori distincts et permet donc d'obtenir une approche unifiée pour l'analyse et la commande.

D'autre part, les IML permettent de traiter plusieurs contraintes successives, ce qui rend cet outil particulièrement adapté à l'analyse et à la synthèse multicritère.

3.2 Stabilité des systèmes

La commande des processus constitue un objectif fondamental dans le domaine des sciences de l'ingénieur.

Dans le cadre de la commande, il est nécessaire de préciser certaines notions de commande et de stabilité des systèmes.

3.2.1 Définitions

La définition la plus simple d'un processus, consiste à dire que c'est un "système" physique qui évolue dans le temps, sous l'effet de diverses influences internes et externes.

En général sur un processus on peut distinguer des entrées, des sorties et des perturbations comme le montre la figure 9.

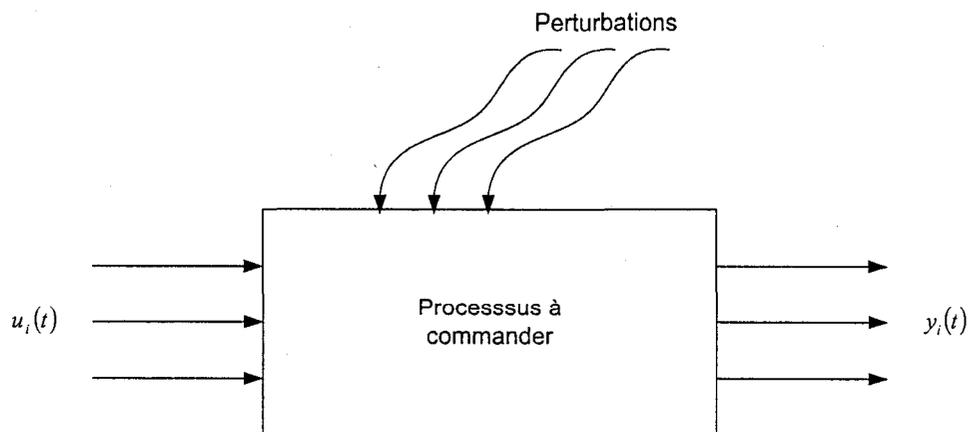


Figure 9 Processus

Dans ce sens, on peut dire qu'un processus est traversé par des flux de matière, d'énergie et d'information. Les sorties sont des variables mesurables, ou du moins perceptibles, caractéristiques de l'évolution du processus. Les entrées sont des variables d'origine externe susceptible d'influencer l'évolution de ce processus.

Un processus est dit continu si les grandeurs qui le caractérisent sont de nature continue, c'est-à-dire si leur évolution au cours du temps est caractérisée par des signaux continus au sens mathématique du terme.

Dans ce cas, l'information définie par ces grandeurs est disponible à chaque instant. Un système continu peut, dans la plupart des cas, être modélisé adéquatement par un ensemble d'équations différentielles et éventuellement algébriques de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t, p) \\ y &= h(x, u, t, p) \end{aligned} \quad (3.1)$$

où $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $t \in \mathfrak{R}$ désigne le temps, $x \in \mathfrak{R}^n$ le vecteur état, $u \in \mathfrak{R}^l$ le vecteur de commande, $y \in \mathfrak{R}^m$ le vecteur de sortie, et $p \in \mathfrak{R}^s$ le vecteur des perturbations. Les fonctions $f(\cdot)$ et $h(\cdot)$ sont, respectivement, les fonctions d'évolution et de sortie, de $\mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^l \times \mathfrak{R} \times \mathfrak{R}^s$ dans, respectivement, \mathfrak{R}^n et \mathfrak{R}^m .

Parmi les diverses représentations possibles d'un processus continu linéaire, une description très utilisée correspond au choix d'un modèle linéaire, obtenu soit directement soit par linéarisation d'un modèle non linéaire, dans ce cas le modèle n'est valable qu'au voisinage d'un point de fonctionnement donné.

Un système est dit linéaire si le principe de superposition est valable. C'est-à-dire que si, $\forall i \in \{1, \dots, k\}$, l'entrée $u_i(t)$ provoque la sortie $y_i(t)$, alors toute entrée combinaison linéaire des $u_i(t)$:

$$u(t) = \sum_{i=1}^k \alpha_i u_i(t), \alpha_i \in \mathfrak{R}, \forall i \in \{1, \dots, k\}, \quad (3.2)$$

ce qui provoquera la sortie :

$$y(t) = \sum_{i=1}^k \alpha_i y_i(t). \quad (3.3)$$

Un processus continu linéaire peut être décrit, en l'absence de perturbations ($\rho=0$), par une relation de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(t)x + B(t)u \\ y &= C(t)x + D(t)u \end{aligned} \quad (3.4)$$

Où $\forall t, A(t) \in \mathcal{R}^{n \times n}, B(t) \in \mathcal{R}^{n \times l}, C(t) \in \mathcal{R}^{m \times n}$, et $D(t) \in \mathcal{R}^{m \times l}$. L'existence d'une matrice $D(t)$ non nulle correspond à une transmission direct d'information de l'entrée vers la sortie. La plupart des systèmes physiques ont une réponse en fréquence limitée ce qui implique que cette transmission est généralement nulle.

Si le temps n'apparaît pas de façon explicite dans la définition du modèle, le processus est dit stationnaire. Un processus continu, linéaire, stationnaire est décrit par des équations différentielles à coefficients constants, dans l'équation (3.4) les matrices A, B, C et D sont alors constantes. En général, le mot "linéaire" est utilisé pour dire "linéaire stationnaire", dans le cas contraire, il est dit "linéaire non stationnaire".

3.2.2 Stabilité

Un système linéaire stationnaire est dit stable si ses valeurs propres ont tous une partie réelle négative. La stabilité de type asymptotique et exponentielle est alors acquise dans tout l'espace d'état le seul point d'équilibre étant conventionnellement l'origine.

Dans l'hypothèse non linéaire un processus peut admettre plusieurs points d'équilibre stables, ou instables et le domaine d'influence d'un point d'équilibre donné peut être limité dans l'espace d'état (Borne et al, 1993).

Sans perte de généralité, on suppose que le point d'équilibre étudié est à l'origine. En effet un simple changement de variable peut toujours valider cette hypothèse.

On dit que le point $x=0$ est stable (au sens de Lyapunov) si $\forall \varepsilon > 0, \forall t_0 > 0, \exists \eta(\varepsilon, t_0) > 0$ tel que $\|x_0\| < \eta \Rightarrow \|x(t; t_0, x_0)\| < \varepsilon \forall t \geq t_0$, où $x(t; t_0, x_1)$

est la trajectoire (figure 10) du système correspondant à une condition initiale $x_0 = x(t_0)$. La stabilité est uniforme si η est indépendant de t_0 .

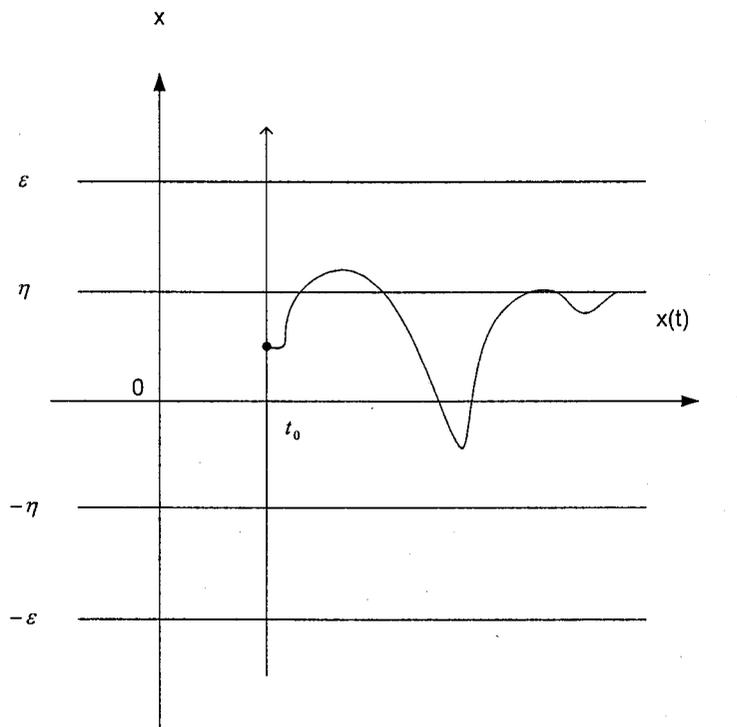


Figure 10 Stabilité au sens de Lyapunov

La stabilité simple implique que si l'état initial est proche de l'origine, il en sera de même de la trajectoire d'évolution future.

3.2.3 Attractivité

Le point d'équilibre $x = 0$ est attractif si $\forall t_0 > 0, \exists \delta(t_0) > 0$ tel que $\|x_0\| < \delta \Rightarrow x(t + t_0; t_0, x_0) \rightarrow 0$ lorsque $t \rightarrow \infty$.

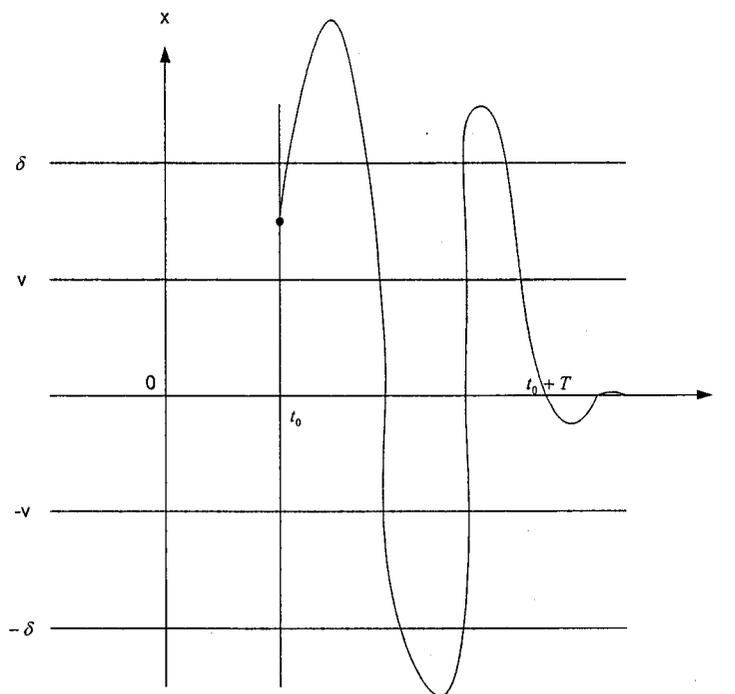


Figure 11 Attractivité

L'attractivité est uniforme si δ est indépendante de t_0 . Cette condition exprime que si l'état initial est dans un certain voisinage de l'origine, l'état du système reviendra nécessairement à l'origine au bout d'un temps suffisants.

3.2.4 Stabilité asymptotique

Un point d'équilibre est asymptotiquement stable s'il est à la fois stable et attractif.

En pratique, la stabilité asymptotique exprime que le système perturbé ne s'éloignera pas trop de son point d'équilibre (stabilité) et reviendra nécessairement après un certain temps (attractivité) (Borne et al.1993).

3.2.5 Stabilité exponentielle

La stabilité exponentielle implique que le comportement du système soit majoré par celui d'un système linéaire. Elle s'exprime sous la forme : le point d'équilibre $x = 0$ d'un système est exponentiellement stable si $\exists \alpha \geq 0$ et $\beta > 0$ tel que $\|x(t; t_0, x_0)\| \leq \alpha \|x_0\| e^{-\beta(t-t_0)}, \forall t > t_0$.

3.2.6 Les méthodes de Lyapunov

Les méthodes de Lyapunov permettent de déterminer la stabilité des systèmes linéaires ou non-linéaires qu'ils soient variants ou invariants dans le temps.

En général on distingue deux méthodes : la méthode directe et la méthode indirecte

3.2.6.1 Méthode directe de Lyapunov

Intuitive, cette méthode consiste à associer une fonction scalaire du vecteur d'état à un système dynamique et à examiner la variation dans le temps de celle ci dite " fonction de Lyapunov ".

On appelle fonction de Lyapunov une fonction $v(x)$ application de \mathfrak{R}^n dans \mathfrak{R}^+ possédant les propriétés suivantes :

- a. $v(x) > 0 \quad \forall x \neq 0$, et $v(0) = 0$. $v(x)$ est différentiable.
- b. $\exists a(\lambda)$ et $b(\lambda)$ fonctions scalaires continues monotones non décroissantes avec $a(0) = b(0) = 0$ telle que :

$$a(\|x\|) \leq v(x) \leq b(\|x\|).$$

- c. Les courbes $v(x) = Cte$ appelées équipotentielles de Lyapunov définissent des domaines connexes emboîtés avec :

$$D_1 = \{x | v(x_1) \leq c_1\}, D_2 = \{x | v(x) \leq c_2\}$$

$$c_1 < c_2 \Rightarrow D_1 \subset D_2$$

d. La condition $\|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow v(x) \rightarrow \infty$.

L'intérêt de la méthode directe de Lyapunov est de remplacer l'étude de la convergence d'un vecteur x vers l'origine par celle d'une fonction scalaire $v(x)$ de ce vecteur.

Si la fonction $v(x)$ de Lyapunov vérifie le long des trajectoires du système la condition $\forall x \in D_N, D_N$ étant un domaine entourant l'origine :

e. $\frac{dv(x)}{dt} \leq -\psi(x)$ avec $\psi(x) > 0 \forall x \neq 0$.

Alors l'origine est un point d'équilibre asymptotiquement stable et v est dite fonction de Lyapunov pour le système étudié. De plus en notant D_s le domaine de l'espace d'état délimité par la plus grande équipotentielle de Lyapunov incluse dans D_N , D_s est un domaine de stabilité par rapport aux condition initiales, c'est-à-dire que pour toute condition x_s initiale prise dans D_s le comportement du système sera asymptotiquement stable (figure 12).

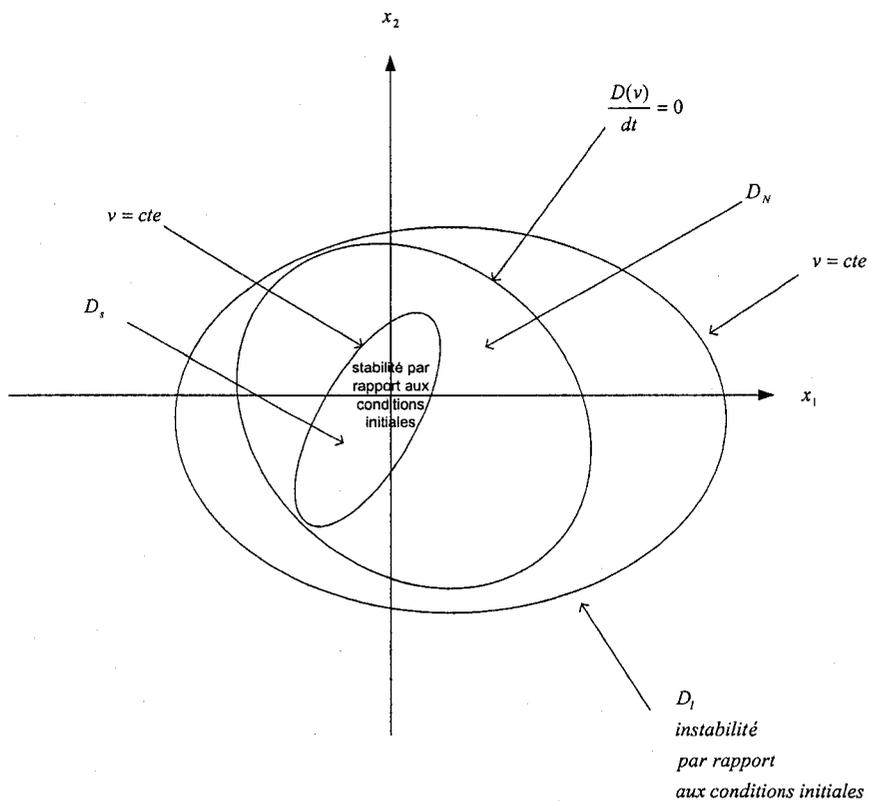


Figure 12 Méthode directe de Lyapunov

Cette méthode admet une interprétation simple, considérons diverses trajectoires du système de la figure 13 sur laquelle est représenté un ensemble d'équipotentiels de Lyapunov emboîtées.

La condition $\dot{v} < 0$ implique que le point représentatif de l'évolution du système se dirige vers des équipotentiels plus proches de l'équilibre (v décroît, condition c).

Si le point x est dans D_s , son évolution se fera en conservant $\dot{v} < 0$ et la trajectoire se dirigera donc vers l'origine (condition b).

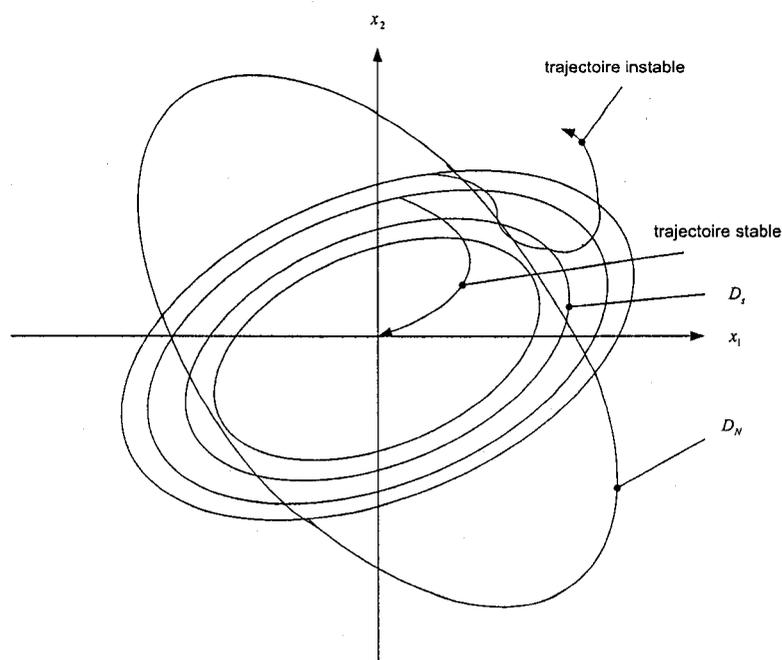


Figure 13 Trajectoire du système

Si le point x est dans D_N sans être dans D_s , la trajectoire peut très bien, tout en ayant v décroissante, se diriger dans la région telle que $\dot{v} > 0$ permettant ainsi la divergence. Il est donc important de définir un domaine D_s invariant, c'est-à-dire tel qu'une trajectoire initialisée dans D_s reste dans D_s , pour pouvoir appliquer la méthode.

En considérant le domaine D_I (figure 12) le domaine extérieur à la plus petite équipotentielle telle que $\dot{v} \geq 0$, un raisonnement semblable au précédent montre que pour tout x dans D_I la trajectoire sera divergente: il n'y a pas stabilité.

3.2.6.2 Stabilité des systèmes linéaires

Dans le cas des systèmes linéaires, la solution du problème de Lyapunov peut facilement être obtenue. En effet, si on considère un système linéaire de la forme $\dot{x} = Ax$ et sa fonction candidate de Lyapunov $v = x^T P x$ ou P est une matrice symétrique définie positive, nous obtenons :

$$\dot{v} = x^T [PA + A^T P] x$$

si on pose $-Q = A^T P + PA$, le système est alors exponentiellement stable si $\forall Q$ symétrique définie positive, il existe une matrice P symétrique définie positive qui solutionne l'équation de Lyapunov suivante :

$$A^T P + PA = -Q$$

On peut également montrer que cette condition de stabilité des systèmes linéaire est une nécessité (De Larminat, 1996).

3.3 Inégalités matricielles linéaires

3.3.1 Historique

L'histoire des IML a plus de 100 ans, elle semble avoir débuté en 1890 quand Lyapunov montre que la stabilité du système $\dot{x} = Ax$ est équivalente à l'existence d'une matrice P symétrique définie positive telle que $A^T P + PA < 0$, Lyapunov montre aussi qu'il est possible de résoudre analytiquement ce problème. Dans les années 1940, Lur'e et Postnikov énoncent des critères de stabilité, en particulier pour des systèmes non linéaires, sous forme de IML. Celles-ci étaient résolues analytiquement pour des systèmes de faible taille. L'étape suivante dans l'évolution du formalisme IML, a lieu au début des années 1960 lorsque Yakubovich, Kalman, Zames et Popov traduisent les

problèmes d'analyse par des critères graphiques que l'on connaît aujourd'hui sous le nom de "Critère du cercle" par exemple. Au début des années 1970, il a été démontré que certaines IML peuvent être résolues en terme d'équations de Riccati algébriques. La dernière étape de cette évolution repose sur la formulation des problèmes classiques d'automatique en tant que problème d'optimisation convexe. Pyatnitski et Skorodinski réduisent le problème de Lur'e sous la forme d'un problème d'optimisation convexe qu'ils résolvent numériquement en utilisant l'algorithme de l'ellipsoïde en 1982. On assiste alors durant les années 1980 et 1990 au développement des méthodes de résolution des problèmes d'optimisation convexe (Clement et G. Duc, 2001).

3.3.2 Définition

Une inégalité matricielle linéaire est une expression de la forme :

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (3.5)$$

Où :

- $x = (x_1, \dots, x_m)$ est un vecteur de m nombres réels appelé variables de décision.
- F_1, \dots, F_m sont des matrices symétriques réelles, c'est à dire :
 $F_i = F_i^T \in R^{n \times n}, i = 0, \dots, m$ pour $n \in Z^+$.
- L'inégalité positive dans l'équation (3.5), indique "définie positive", c'est à dire :
 $u^T F(x) u > 0$ pour tout $u \in R^n, u \neq 0$ est équivalent à ce que la plus petite valeur propre de $F(x)$ soit positive.

3.3.3 Propriétés des IML

Dans cette partie nous allons voir certaines propriétés des IML qui s'avèrent être d'aide imminente pour réduire les contraintes multiples. Un système d'IML est un ensemble fini d'inégalités matricielles linéaires.

$$F_1(x) > 0, \dots, F_k(x) > 0 \quad (3.6)$$

L'inégalité (3.7) est une propriété simple mais essentielle qui exprime que chaque système d'IML peut être réécrit comme un IML simple. Spécifiquement, $F_1(x) > 0, \dots, F_k(x) > 0$ si et seulement si :

$$F(x) := \begin{pmatrix} F_1(x) & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & F_2(x) & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & F_k(x) \end{pmatrix} > 0 \quad (3.7)$$

L'inégalité (3.7) signifie en effet que $F(x)$ est symétrique pour tout x . Puisque l'ensemble des valeurs propres de $F(x)$ est simplement l'union des valeurs propres de $F_1(x), \dots, F_k(x)$, (3.6) est vérifiée si et seulement si $F(x) > 0$.

Une autre propriété des IML est obtenue d'une simple manipulation algébrique. Il s'avère qu'il est possible de convertir certaines inégalités non-linéaires à des inégalités linéaires.

Supposons la répartition d'une matrice comme suit :

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$$

Où $M \in R^{n \times n}$ et M_{11} est de dimension $r \times r$. On suppose dans ce cas que M_{11} est non-singulière. Alors la matrice $S := M_{22} - M_{21}M_{11}^{-1}M_{12}$ est appelée le complément de Schur de M_{11} dans M . Si M est symétrique, on obtient :

$$\begin{aligned}
 M > 0 &\Leftrightarrow \begin{pmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} > 0 \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} M_{11} > 0 \\ S > 0 \end{cases}
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

3.3.5 Contrainte sur l'emplacement des pôles

Dans ce paragraphe, la méthode utilisée pour assurer la stabilisation du système pneumatique étudié sera présentée. Il s'agit de la caractérisation basée sur un ensemble d'IML pour une large classe de régions de stabilité.

3.3.5.1 Conditions de Lyapunov pour le placement de pôles

Considérons la sous-région D du plan complexe. Le système dynamique $\dot{x} = Ax$ est stable dans D si et seulement si toutes les valeurs propres de la matrice A se situent dans la sous-région D . Quand D est le demi plan gauche en entier, cette notion se réduit à la stabilité asymptotique, qui est caractérisée en termes d'IML par le théorème de Lyapunov décrit à la section 3.2.6.2. Spécifiquement, la matrice A est stable si et seulement si, il existe une matrice P symétrique Qui satisfait (Boyd et al, 1993) :

$$AP + PA^T < 0, \quad P > 0 \tag{3.9}$$

Cette caractérisation de Lyapunov pour la stabilité a été élargie en une variété de régions de stabilité IML.

3.3.5.2 Régions IML

Le sous-ensemble D du plan complexe est appelé région IML s'il existe une matrice symétrique $\alpha = [\alpha_{kl}] \in \mathcal{R}^{m \times m}$ et une matrice $\beta = [\beta_{kl}] \in \mathcal{R}^{m \times m}$ tel que :

$$D = \{z \in \mathbb{C} : f_D(z) < 0\} \quad (3.10)$$

Avec

$$f_D(z) := \alpha + z\beta + \bar{z}\beta^T = \left[\alpha_{kl} + \beta_{kl}z + \beta_{lk}\bar{z} \right]_{0 \leq k, l \leq m} \quad (3.11)$$

En d'autres termes, la région IML est un sous-ensemble du plan complexe qui peut être représenté par une IML en z et \bar{z} . Ceci est équivalent à une IML en $x = \text{Re}(z)$ et $y = \text{Im}(z)$. De plus, les régions IML sont convexes et symétriques par rapport à l'axe réel, i.e. $z \in D$:

$$f_D(\bar{z}) = \overline{f_D(z)} < 0 \quad (3.12)$$

L'emplacement des pôles dans une région IML donné peut être caractérisé par un bloque de matrice de dimension $m \times m$:

$$\begin{aligned} M_D(A, X) &:= \alpha \otimes X + \beta \otimes (AX) + \beta^T \otimes (AX)^T \\ M_D(A, X) &= \left[\alpha_{kl}X + \beta_{kl}AX + \beta_{lk}XA^T \right]_{1 \leq k, l \leq m} \end{aligned} \quad (3.13)$$

L'opérateur \otimes désigne le produit de Kronecker¹.

Théorème 1 (Chilali et Gahinet 1995) :

La matrice A est D -stable si et seulement si il existe une matrice symétrique X tel que :

$$M_D(A, X) < 0, \quad X > 0 \quad (3.14)$$

Notons que $M_D(A, X)$ dans (3.14) et $f_D(z)$ dans (3.11) peuvent être lié par $(X, AX, XA^T) \leftrightarrow (1, z, \bar{z})$.

Preuve du théorème 1 :

Condition suffisante : Supposons λ une valeur propre de A , et $v \in \mathbb{C}^n$ un vecteur non nul tel que $v^H A = \lambda v^H$. En utilisant la propriété 3 du produit de Kronecker donnée à l'annexe 1, on obtient alors l'identité suivante :

¹ Voir annexe

$$(I_m \otimes v^H) M_D(A, X) (I_m \otimes v) = \alpha \otimes (v^H \times v) + \beta \otimes (v^H AXv) + \beta^T \otimes (v^H X^T A^T v) \quad (3.15)$$

$$(I_m \otimes v^H) M_D(A, X) (I_m \otimes v) = (v^H \otimes v) f_d(\lambda) \quad (3.16)$$

On peut écrire dans ce cas $M_D(A, X) < 0$ et $X > 0$, ceci implique que $f_D(\lambda) < 0$, c'est équivalent à $\lambda \in D$. D'où, A est D -stable quand (3.14) est vérifié.

Condition nécessaire : Supposons que A est D -stable. On doit prouver l'existence d'une matrice réel $X > 0$ tel que $M_D(A, X) < 0$.

Pour cette fin, il sera utile de faire une extension de la fonction M_D par une matrice complexe $A \in C^{n \times n}$ et $X = X^H \in C^{n \times n}$ comme suit :

$$M_D(A, X) := \alpha \otimes X + \beta \otimes (AX) + \beta^T \otimes (AX)^H \quad (3.17)$$

Tout d'abord, on considère le cas où A est une matrice diagonale $\Delta = \text{Diag}(\lambda_i)$ avec $\lambda_i \in D$, l'équation (3.17) devient :

$$M_D(A, I) := \alpha \otimes I + \beta \otimes \Delta + \beta^T \otimes \Delta^H \quad (3.18)$$

Selon la propriété 7 (Annexe 1)

$$M_D(A, I) := U^T [I \otimes \alpha + \Delta \otimes \beta + \Delta^H \otimes \beta^T] U \quad (3.19)$$

En effet, il existe une matrice de permutation U , qui permet d'échanger lignes et colonnes de sorte que (Graham, 1981) :

$$\begin{aligned} \beta \otimes \Delta &= U^T (\Delta \otimes \beta) U \\ \beta^T \otimes \Delta^H &= U^T (\Delta^H \otimes \beta^T) U \\ \alpha \otimes I &= U^T (I \otimes \alpha) U \end{aligned} \quad (3.20)$$

D'après les égalités (3.20), on peut déduire :

$$M_D(\Delta, I) = U^T \text{Diag}(f_D(\lambda_i)) U \quad (3.21)$$

Où U est une matrice de perturbation. Par conséquent, $M_D(\Delta, X) < 0$ est vérifié pour $X := I$.

En générale, on prend Δ une matrice diagonale de valeurs propres de A , on a aussi $M_D(\Delta, I) < 0$. En appliquant la forme canonique de Jordan de A , on peut construire une séquence de matrices inversibles T_k tel que $\lim_{k \rightarrow \infty} T_k^{-1} A T_k = \Delta$ [on considère que :

$T_k = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ si $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}$]. Puisque $M_D(Y, I)$ est une fonction continue par rapport à

Y , on obtient alors :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} M_D(T_k^{-1} A T_k, I) = M_D(\Delta, I) < 0 \quad (3.22)$$

D'où $M_D(T_k^{-1} A T_k, I) < 0$ pour k assez large. Posons $T = T_k$ et en utilisant la propriété 3 du produit de Kronecker $[(A \otimes B)(C \otimes D) = AC \otimes BD]$, on obtient :

$$(I_m \otimes T) M_D(T^{-1} A T, I) (I_m \otimes T^H) = M_D(A, T T^H)$$

Avec $M_D(T^{-1} A T, I) < 0$, ceci implique que $M_D(A, X) < 0$ pour $X = T T^H > 0$.

Pour compléter la démonstration, on note que même si la matrice $X = T T^H$ n'est pas nécessairement réel, on a toujours : $\text{Re}(X) > 0$ et $M_D(A, \text{Re}(X)) = \text{Re}(M_D(A, X)) < 0$ selon le lemme suivant (A réelle).

Lemme (Scherer et Weiland, 2000) : $X \in C^{n \times n}$ est une matrice hermitienne définie positive, la partie réelle de X ($\text{Re}(X)$) est une matrice réelle symétrique définie positive.

Considérons l'exemple d'un disque de rayon r et de centre $(-q, 0)$ qui est une région IML avec la fonction caractéristique :

$$f_D(z) = \begin{pmatrix} -r & q+z \\ q+z & -r \end{pmatrix}. \quad (3.23)$$

Si on applique l'équation (3.14) du théorème 1 on obtient :

$$\begin{pmatrix} -rX & qX + AX \\ qX + XA^T & -rX \end{pmatrix} < 0, \quad X > 0 \quad (3.24)$$

Selon le théorème 1, l'IML donné par l'équation (3.24) est une condition nécessaire et suffisante assurant que toutes les valeurs propres de la matrice A sont dans la région du plan complexe décrite par un cercle de rayon r et de centre $(-q, 0)$.

Considérons comme autre exemple, la région $S(\alpha, r, \theta)$, définie par la figure 14 :

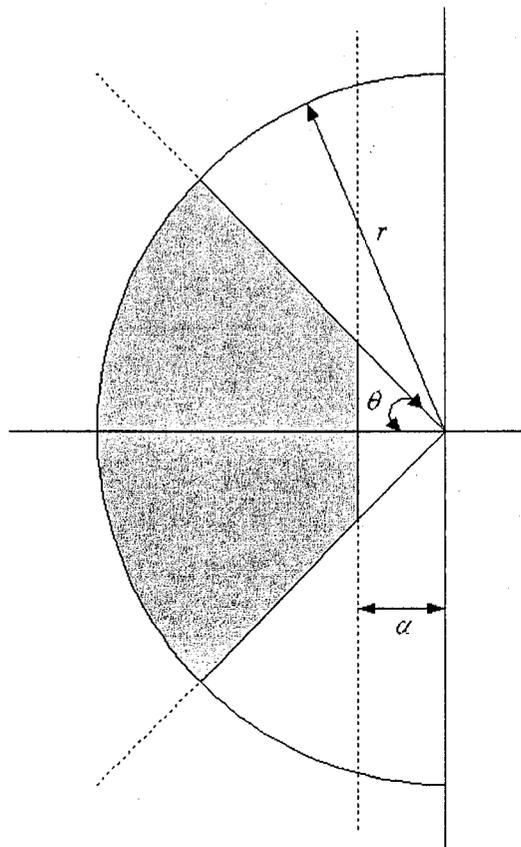


Figure 14 Région $S(\alpha, r, \theta)$

$$x < -\alpha < 0, |x + jy| < r, \tan \theta x < -|y| \quad (3.25)$$

Dans ce cas les valeurs propres du système ont une marge de stabilité minimale α , un facteur d'amortissement minimum $\zeta = \cos \theta$ et une fréquence naturelle maximale $\omega_d = r \sin \theta$.

Considérons dans le cas de notre exemple que $\alpha=r=0$.

En appliquant l'équation (3.14) du théorème 1, la matrice A a ses pôles dans la région $S(0,0,\theta)$ si et seulement s'il existe $X>0$ tel que :

$$\begin{pmatrix} \sin \theta (AX + XA^T) & \cos \theta (AX - XA^T) \\ \cos \theta (XA^T - AX) & \sin \theta (AX + XA^T) \end{pmatrix} < 0 \quad (3.26)$$

Considérons deux régions IML D_1 et D_2 associés aux deux fonctions caractéristique f_{D_1} et f_{D_2} , l'intersection des deux régions est une région IML avec une fonction caractéristique $f_{D_1 \cap D_2} = \text{Diag}(f_{D_1}, f_{D_2})$.

En conséquence, la classe de région IML inclus toutes les régions polygonales qui sont convexes et symétriques par rapport à l'axe réel. En effet, toute région peut être obtenue par l'intersection de secteurs coniques, bandes verticales et/ou horizontales.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, quelques définitions générales ont été présentées, la définition de l'IML est d'une grande importance pour la compréhension et l'aboutissement de ce projet ainsi que le placement de pôles qui a pour objectif d'imposer un comportement dynamique souhaité.

Dans le chapitre 4, le système à commander sera présenté et la modélisation mathématique faite précédemment au chapitre 2 sera utilisée pour le modéliser. Le développement d'une loi de commande linéaire, va permettre d'atteindre les objectifs de stabilisation robuste en utilisant le formalisme des IML.

CHAPITRE 4

SIMULATION ET RÉALISATION

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, les notions théoriques qui ont été présentées précédemment seront appliquées pour commander la pression dans un réservoir pneumatique. Dans un premier temps, les équations descriptives de notre système seront présentées. Ensuite, une loi de commande robuste sera considérée en utilisant le formalisme IML. Enfin, des résultats expérimentaux et de simulation seront présentés et comparés.

4.2 Description du système

Le système électropneumatique étudié dans ce mémoire est composé d'un réservoir, d'un filtre régulateur, d'un capteur de pression et d'une servovalve. Cette dernière est commandée par un ordinateur via une carte d'acquisition qui permet de faire la conversion analogique à numérique et numérique à analogique.

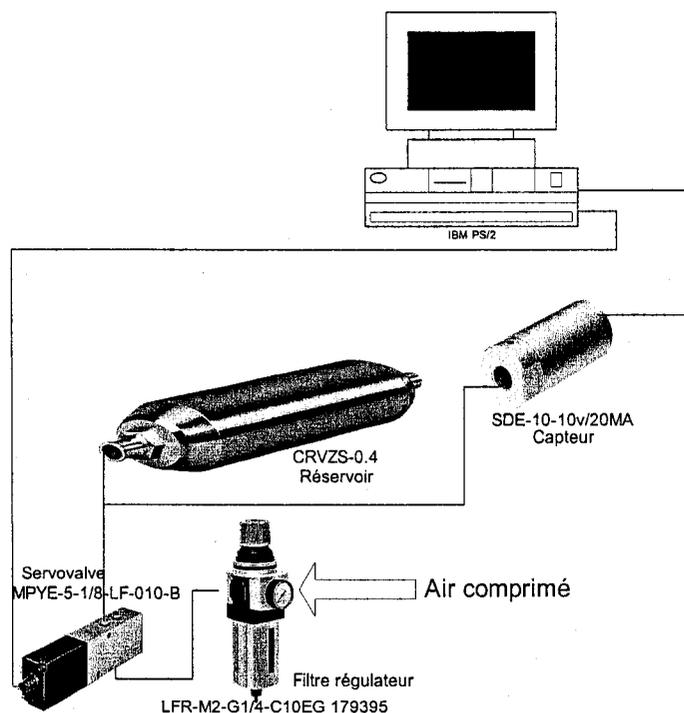


Figure 15 Schéma de commande

La commande envoyée par l'ordinateur à la servovalve passe par une conversion numérique-analogique et permet le passage de l'air comprimé du filtre régulateur au réservoir. La pression est mesurée par le biais d'un capteur de pression. Le système d'exploitation utilisé est DOS à cause de sa simplicité et de sa capacité de programmation en temps réel. L'algorithme de commande est réalisé en utilisant le langage C. La figure 16 montre l'ensemble du matériel pneumatique utilisé pour la réalisation.

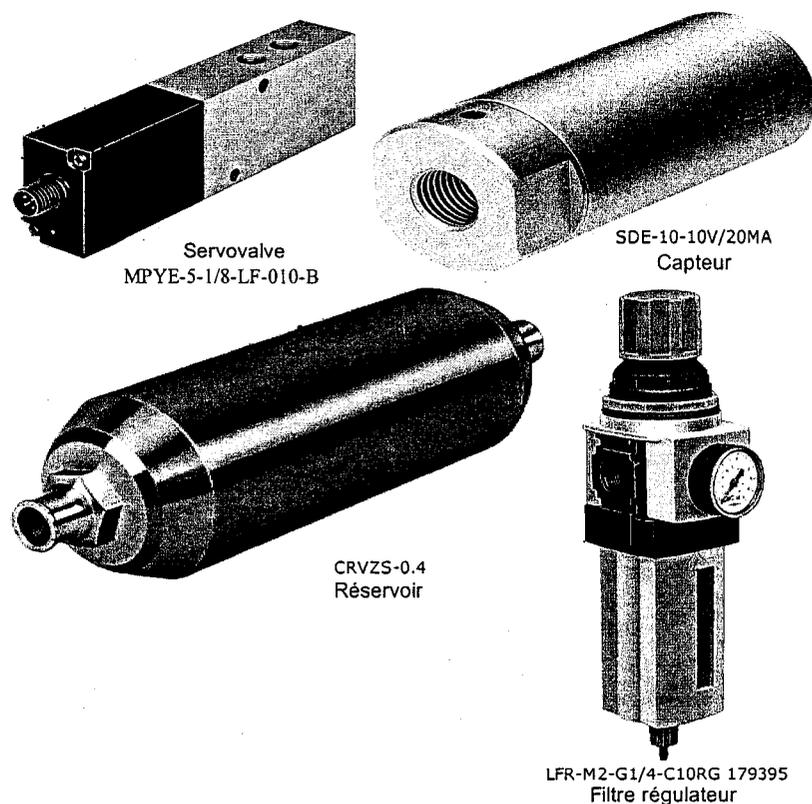


Figure 16 Élément pneumatique

La valve (MPYE-5-1/8-LF-010-B), fabriquée et distribuée par la compagnie FESTO, fait partie de la série des valves de contrôle dynamique et des valves proportionnelles. La valve est normalement fermée en position initiale. La mise en action est effectuée au moyen d'un signal analogique. L'ouverture de la valve est proportionnelle au signal d'entrée.

Résistant à la corrosion, le réservoir (CRVZS-0.4) sert à emmagasiner l'énergie de pression pneumatique.

Le capteur (SDE-10-10V/20MA) est utilisé pour mesurer la pression pneumatique. Il est équipé d'un élément de commutation électronique sans contact mécanique. Le capteur a un signal de production électrique.

Le filtre régulateur contient une boule en plastique avec une jauge de pression qui a un degré de filtrage de 5 μm , ainsi qu'un condensateur d'écoulement manuel. Il a pour

objectif de stopper les particules de saleté contenues dans l'air comprimé. Celui-ci doit être évacuée manuellement avant d'atteindre le maximum d'accumulation pour empêcher la saleté de s'infiltrer dans la tuyauterie du système.

La pression d'alimentation P_e peut ainsi être fixée manuellement et maintenue à un niveau constant. Le filtre régulateur contient aussi une boule en polymère qui protège des dommages mécaniques.

4.3 Modèle du système

La figure 17 montre le schéma de commande du système.

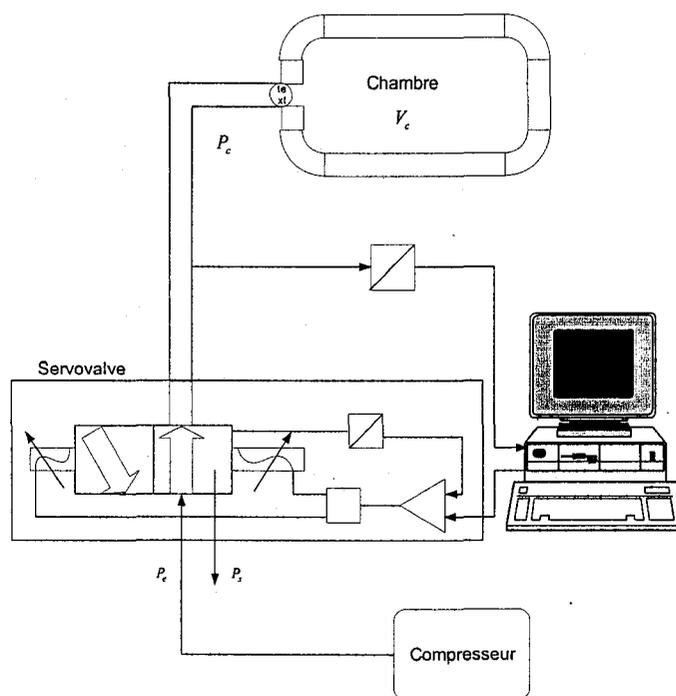


Figure 17 Système pneumatique

Selon l'hypothèse 6 du chapitre 2 (le volume de la chambre est constant), l'équation de la pression donnée par la relation (2.18) devient :

$$\dot{P}_c = \frac{RT_c}{V_c} \dot{m}_c(P_c, x) \quad (4.1)$$

Où T_c et V_c sont respectivement la température et le volume de la chambre, \dot{P}_c est la pression dans la chambre et \dot{m}_c est l'écoulement dans le réservoir.

À partir de l'équation (2.10) on peut ensuite déterminer le modèle de la servovalve illustré à la figure 17. En effet, la servovalve est un ensemble de restrictions dont les surfaces d'ouverture peuvent être modifiées à l'aide d'un signal de commande électrique.

Les équations (2.7), (2.9) et (2.10) nous permettent d'obtenir l'équation de l'écoulement :

$$\dot{m}_c = x \dot{\bar{m}}_c \quad (4.2)$$

où

$$\dot{\bar{m}}_c = \begin{cases} \frac{C_s W_s P_e}{\sqrt{RT_e}} f_r \left(\frac{P_c}{P_e} \right) & \text{si } x > 0 \\ \frac{C_s W_s P_c}{\sqrt{RT_c}} f_r \left(\frac{P_s}{P_c} \right) & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

et où C_s , W_s , x , P_e , P_c et P_s sont respectivement le coefficient de charge et de décharge du réservoir, l'aire de la section effective de l'orifice, l'ouverture de la valve, la pression à l'entrée de l'orifice, la pression dans la chambre et la pression à la sortie de l'orifice.

La fonction du flux réduit est donné par :

$$f_r(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2\lambda}{\lambda-1}} \sqrt{y^{2/\lambda} - y^{(\lambda+1)/\lambda}} & \text{si } y > r_c \\ \sqrt{\lambda \left(\frac{2}{\lambda+1}\right)^{(\lambda+1)/(\lambda-1)}} & \text{si } y \leq r_c \end{cases} \quad (4.3)$$

Où r_c est le rapport critique défini comme suit :

$$r_c = \left(\frac{2}{\lambda+1}\right)^{\lambda/\lambda-1} \quad (4.4)$$

Finalement et à partir des équations (4.1) à (4.4), on obtient une modélisation complète de notre système pneumatique. Remarquez que dans l'équation (4.2), la variable x représente l'ouverture de la servovalve. Cette ouverture, qui est assurée par un système électromécanique, est l'entrée de notre système puisqu'elle permet de commander le débit du gaz qui sera fourni au réservoir.

4.4 Propriétés du système

Un système pneumatique est un système fortement non linéaire, ce qui complique d'avantage l'étude théorique.

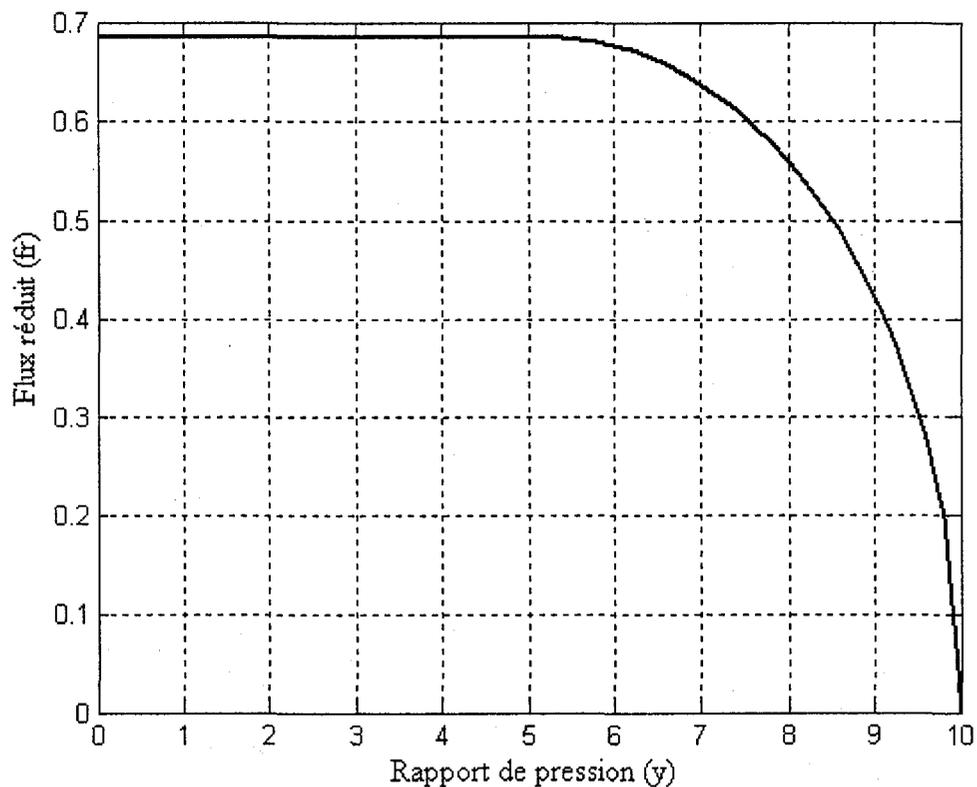


Figure 18 Allure de la fonction du flux réduit

La figure 18 montre la caractéristique du flux réduit, donnée par la relation (4.3). Quoique fortement non-linéaire, cette caractéristique montre que le flux est toujours borné dans la servovalve. Lors de la conception du contrôleur, cette propriété nous permettra de remplacer les non-linéarités du système par des variations temporelles bornées. Le tableau qui suit contient les valeurs des variables mécaniques et thermodynamiques pour le calcul des bornes inférieures et supérieures de l'écoulement.

Tableau I
Paramètres du système

Symboles	Descriptions	Valeurs	Unité
T_s, T_c, T_p	Températures atmosphérique, dans la chambre et dans le tuyau	294	K
R	Constante de gaz	287	1/K
λ	Constante de chaleur spécifique	1.4	
P_e	Pression à la sortie	0.7	Mpa
P_s	Pression à l'entrée	0.1	Mpa
V_c	Volume de la chambre	0.0004	m ³
w_s	Paramètre de la servovalve	0.002	m

Pour le calcul des bornes de l'écoulement, on suppose que :

$$(1 + \varepsilon)P_s \leq P_c \leq (1 - \varepsilon)P_e \quad (4.5)$$

Dans ce travail, nous avons considéré que $\varepsilon = 0.1$. Ce qui représente un compromis entre la plage d'opération du système et la difficulté de concevoir la loi de commande linéaire qui assure la stabilité pour toute cette plage.

Deux cas se présentent alors, soit la charge et la décharge de la chambre. Selon l'équation (4.5), on obtient pour ces cas un rapport de charge y_c et de décharge y_d qui respectivement son compris entre :

$$(1 + \varepsilon) \frac{P_e}{P_s} \leq y_c \leq 1 - \varepsilon$$

$$\frac{1}{1 - \varepsilon} \frac{P_e}{P_s} \leq y_d \leq \frac{1}{1 + \varepsilon}$$
(4.6)

Où $y_c = \frac{P_c}{P_e}$ et $y_d = \frac{P_s}{P_e}$. Ces rapports sont directement impliqués dans l'équation du flux de la servovalve donné par la relation (4.3).

Un autre paramètre qui est pris en considération dans l'équation du flux est le coefficient de charge et de décharge représenté par le symbole C_s . Malheureusement, ce coefficient est incertain et il peut varier en fonction des états du système et de la géométrie de la valve. Les résultats obtenus par la réponse en boucle ouverte du système en temps réel avec différentes amplitudes d'échelons d'entrée (tableau 2), nous ont permis d'obtenir les variations du coefficient C_s par un processus d'identification. Ce processus d'identification est illustré par la figure 19.

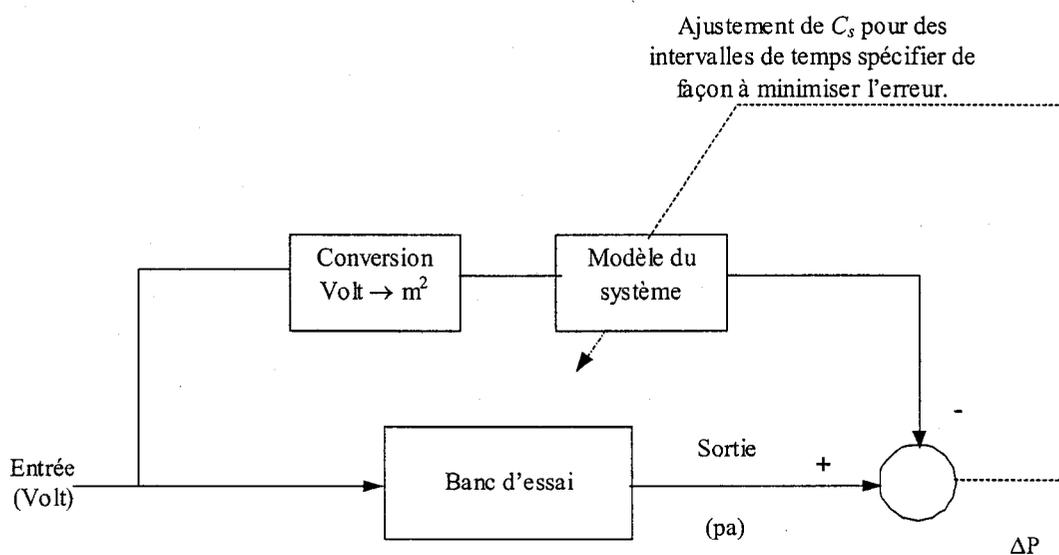


Figure 19 Schéma d'optimisation

Le bloc conversion de la figure 19, permet d'associer à une section d'ouverture de la valve une tension exprimée en volts comme suit :

Lorsque la valve est fermée ($A=0$) le tiroir se trouve à une position intermédiaire à laquelle on associe une tension d'excitation de 5V. Lorsque la valve est complètement ouverte pendant la phase d'admission, on associe une tension d'excitation de 10V. Dans le cas contraire, la valve est complètement ouverte pendant la phase de refoulement, on associe une tension de 0V. D'autre part, le recouvrement dans la servovalve représente un aspect non négligeable et omniprésent dans de tel système. La modélisation de ce phénomène est interprétée comme une zone morte.

Comme le montre la figure 20, la procédure d'identification du paramètre C_s se résume de la façon suivante. Après avoir obtenu les vecteurs «pression» et «temps» de la réponse à l'échelon expérimentale, une période de temps est choisie. Ensuite, le calcul de C_s est pris en considération pour la période de temps choisit en minimisant l'erreur de pression symbolisée par ΔP entre celle obtenue en simulation (P_{sim}) et celle obtenu en temps réel (P_{pr}) ($\Delta P = P_{pr} - P_{sim}$). Un nouveau C_s est ensuite obtenu par la même procédure d'optimisation mais pour l'intervalle de temps suivant. La procédure se répète jusqu'à ce que la période complète de la réponse du système soit couverte. Remarquer que l'algorithme d'optimisation choisi est celui de recherche de section d'or et l'interpolation parabolique (Forsythe et al, 1976) parce qu'il n'est pas basée sur le gradient de la fonction objective. En effet, le gradient est difficile à obtenir puisque la fonction objective est calculée à partir des résultats de simulation et de la réponse expérimentale du système.

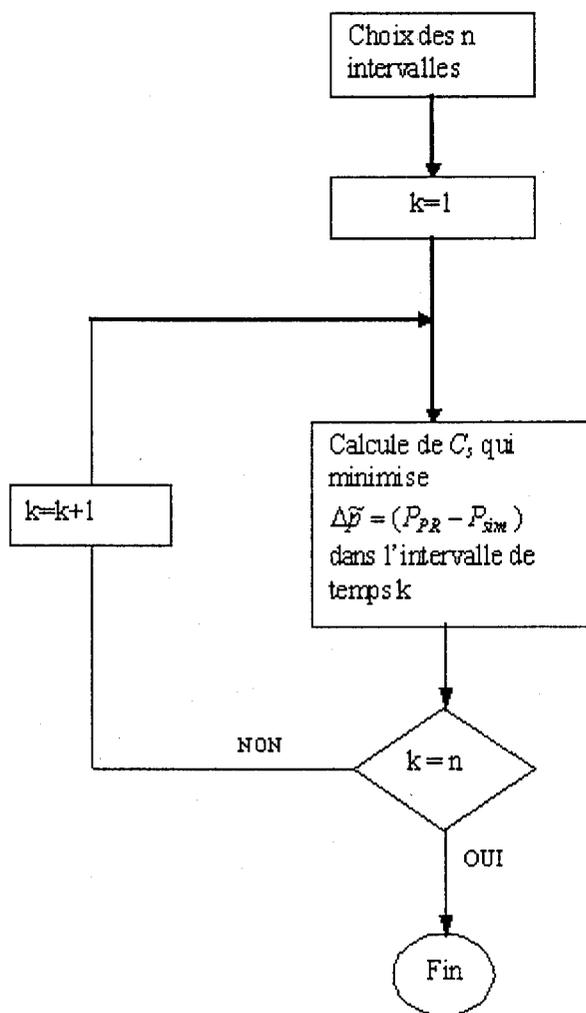


Figure 20 Organigramme d'optimisation de C_s pour n intervalles

Tableau II
Optimisation du coefficient C_s

Tension (V)	C_s $t=[0.0.1]$	C_s $t=[0.1.0.2]$	C_s $t=[0.2.0.3]$	C_s $t=[0.3.0.4]$	C_s $t=[0.4.0.5]$	C_s $t=[0.5.0.6]$	C_s $t=[0.6.0.99]$
10	0.8622	0.5797	0.5294	NA	NA	NA	NA
9	0.9407	0.6653	0.6150	NA	NA	NA	NA
8	0.9994	0.7740	0.7028	0.5272	NA	NA	NA
7	0.9841	0.8376	0.7881	0.7184	0.6437	0.5404	NA
6	1.0790	0.8118	0.8961	0.8103	0.8383	0.8384	NA

Le tableau II montre les résultats obtenus par la procédure d'identification du paramètre C_s . D'après ce tableau l'intervalle de variation du coefficient de charge et de décharge est :

$$C_s \in [0.5272 \quad 1.0790] \quad (4.7)$$

Noter que le calcul de ce coefficient comprend les incertitudes au niveau de la quantification d'autres paramètres comme la température et le rapport de chaleur spécifique. La figure 21 montre un exemple de l'allure des courbes obtenues à partir du banc d'essai en comparaison avec celle d'une simulation en boucle ouverte.

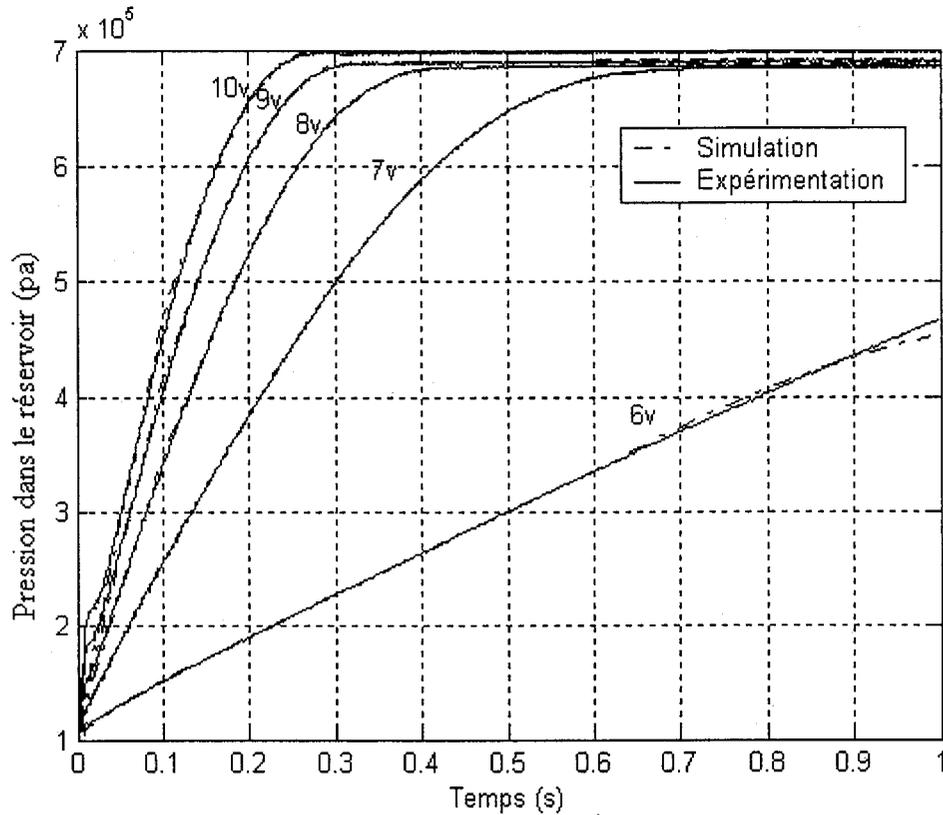


Figure 21 Optimisation du coefficient C_s

En remplaçant les variations des rapports de pression décrites par l'équation (4.6) ainsi que la variation du coefficient de charge et de décharge (C_s) donné par (4.7) dans l'équation de l'écoulement de la servovalve décrit par l'équation (4.2), on obtient l'intervalle de variation de l'écoulement:

$$\dot{\bar{m}}_c \in [m_1 \quad m_2] = [0.53378447 \quad 9.8945102] \quad (4.8)$$

Dans le prochain paragraphe, une loi de commande sera conçue de façon à assurer la stabilité robuste du système par rapport à cette variation.

4.5 Stratégie de commande

Le choix du contrôleur est une étape primordiale pour la commande des systèmes en général.

Un contrôleur proportionnel intégral (PI) a été choisi pour sa simplicité et sa grande disponibilité industrielle. La partie intégrale permet d'assurer une certaine robustesse par rapport au phénomène de recouvrement au niveau de la servovalve, ce phénomène est modélisé par une zone morte puisque la dimension du tiroir est plus grande que la surface de l'orifice. L'action intégrale permet de remédier à ce problème, à tous le moins en régime permanent, en éliminant l'erreur statique.

4.6 Loi de commande et modèle d'état

Le choix des variables d'états est comme suit :

$$\begin{cases} X_1 = e \\ X_2 = \int e dt \end{cases} \quad (4.9)$$

L'erreur e étant définie comme la différence entre la pression désirée P_c^d et la pression dans le réservoir P_c , les variables d'état peuvent être réécrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} X_1 = P_c^d - P_c \\ X_2 = \int (P_c^d - P_c) dt \end{cases} \quad (4.10)$$

La dérivée des deux variables X_1 et X_2 est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = \dot{P}_c^d - \dot{P}_c \\ \dot{X}_2 = P_c^d - P_c \end{cases} \quad (4.11)$$

Dans ce cas, on désire avoir une pression désirée constante ce qui nous permet d'obtenir :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -\dot{P}_c \\ \dot{X}_2 = P_c^d - P_c \end{cases} \quad (4.12)$$

En remplaçant les expressions \dot{P}_c donné par l'équation (4.1) et $P_c^d - P_c$ par leurs expressions respectives dans \dot{X}_1 et \dot{X}_2 on obtient :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = -\frac{RT_c}{V_c} \dot{m}(t)u + \dot{P}_c^d \\ \dot{X}_2 = X_1 \end{cases} \quad (4.13)$$

Finalement, l'équation (4.2) nous permet d'obtenir le modèle d'état sous la forme matricielle suivante :

$$\dot{X} = AX + B(t)u \quad (4.14)$$

Où $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ et $B(t) = \begin{bmatrix} -\frac{RT_c}{V_c} \dot{m}(P_c(t), u(t)) \\ 0 \end{bmatrix}$ et $u=x$ est l'ouverture de la servovalve.

La loi de commande proportionnelle intégrale est alors donnée par :

$$\begin{aligned} u &= k_p (P_c^d - P_c) + k_i \int (P_c^d - P_c) dt \\ u &= k_p X_1 + k_i X_2 \\ u &= [K_p \quad K_i] X = KX \end{aligned} \quad (4.15)$$

En appliquant cette loi de commande au système décrit par l'équation (4.14), on obtient :

$$\dot{X} = (A + B(t)K)X \quad (4.16)$$

Par ailleurs $B(t) = \begin{bmatrix} -\alpha(t) \\ 0 \end{bmatrix}$ où $\alpha(t) = \frac{RT_c}{V_c} \dot{m}_c(P_c(t), u(t))$.

L'intervalle de variation de \dot{m}_c décrit par la relation (4.8) nous permet alors de déduire l'intervalle de variation de $\alpha(t)$:

$$\alpha(t) \in [\alpha_1 \quad \alpha_2] = [0.1125 \times 10^9 \quad 2.0871 \times 10^9] \text{ (pa/s)} \quad (4.17)$$

4.7 Synthèse de la commande par IML

Selon le théorème 1, présenté au chapitre 3, les valeurs propres du système en chaîne fermée décrit par la relation (4.14) sont contraintes dans la région IML suivante :

$$D = \{z \in \mathbb{C} : L + Mz + M^T \bar{z} < 0\} \quad (4.18)$$

Où $L = L^T = [\lambda_{ij}]_{1 \leq i, j \leq m}$ et $M = [\mu_{ij}]_{1 \leq i, j \leq m}$ sont des matrices réelles, si et seulement si il existe une matrice symétrique X_{pol} satisfaisant :

$$\begin{cases} [\lambda_{ij}P + \mu_{ij}(A + B(t)K)P + \mu_{ij}P(A + B(t)K)^T]_{1 \leq i, j \leq m} < 0 \\ P > 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

Dans notre cas, on choisit une région IML décrite par les limites verticales et le secteur conique montré à la figure 22. Ce choix est fait pour limiter le temps de réponse par la droite (AD), pour ne pas exciter les hautes fréquences du système par la droite (BC) et pour limiter le dépassement en agissant sur le facteur d'amortissement par les droites (OB) et (OC).

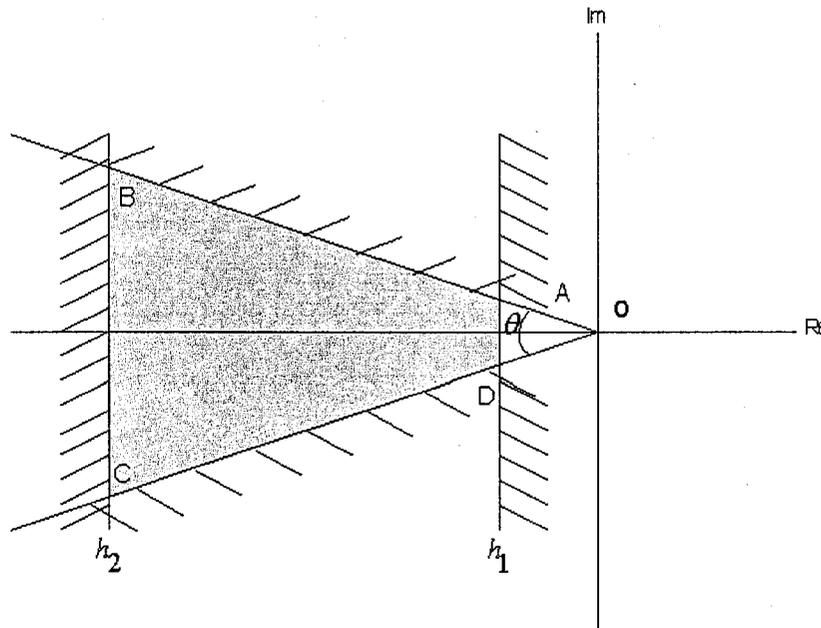


Figure 22 Région IML : Placement de pôle

Les pôles doivent être situés dans la région limitée par (ABCD) (figure 21), où la fonction caractéristique est décrite par l'union de deux fonctions :

$$f_D(z) = \begin{pmatrix} 2h_1 - (z + \bar{z}) & 0 \\ 0 & (z + \bar{z}) - 2h_2 \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

Contraignant les pôles dans la bande comprise entre les droites (AD) et (BC) et :

$$f_D(z) = \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2} (z + \bar{z}) & -\cos \frac{\theta}{2} (z - \bar{z}) \\ \cos \frac{\theta}{2} (z - \bar{z}) & \sin \frac{\theta}{2} (z + \bar{z}) \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Contraignant les pôles dans le cône décrit par les droites (OB) et (OC).

Noter que le facteur d'amortissement des pôles situés à l'intérieure de ce secteur est

donné par $\xi = \cos \frac{\theta}{2}$.

Les fonctions caractéristiques décrites par les relations (4.20) et (4.21) sont ensuite utilisées pour préciser l'IML décrite par (4.19).

Pour la fonction caractéristique (4.20), la contrainte (4.19) devient :

$$\begin{cases} P > 0 \\ 2h - AP - PA^T - B(t)KP - PK^T B(t)^T < 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

Pour la fonction caractéristique (4.21) du secteur conique on pose $\cos \frac{\theta}{2} = C$ et

$\sin \frac{\theta}{2} = S$ et on obtient :

$$f_D(z) = \begin{pmatrix} S & -C \\ C & S \end{pmatrix} z + \begin{pmatrix} S & C \\ -C & S \end{pmatrix} \bar{z} < 0 \quad (4.23)$$

La relation (4.18) nous permet alors d'obtenir la contrainte suivante :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} SAP + SB(t)KP & -CAP - CB(t)KP \\ CAP + CB(t)KP & SAP + SB(t)KP \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} SPA^T + SPK^T B^T(t) & CPA^T + CPK^T B^T(t) \\ -CPA^T - CPK^T B^T(t) & SPA^T + SPK^T B^T(t) \end{pmatrix} < 0 \\ P > 0 \end{cases} \quad (4.24)$$

La contrainte décrite par les équations (4.22) et (4.24) n'est pas linéaire par rapport aux variables P et K (la matrice de Lyapunov et la matrice des gains du contrôleur). Cette

contrainte peut cependant être transformée sous forme linéaire en utilisant le simple changement de variable suivant (Scherer et Weiland, 2000) :

$$W = KP \quad (4.25)$$

Ainsi, la contrainte décrite par les équations (4.22) et (4.24) devient :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} SAP + SB(t)W + SPA^T + SW^T B^T(t) & -CAP - CB(t)W + CPA^T + CW^T B^T(t) \\ CAP + CB(t)W - CPA^T - CW^T B^T(t) & SAP + SB(t)W + SPA^T + SW^T B^T(t) \end{pmatrix} < 0 \\ P > 0 \end{cases} \quad (4.26)$$

$$\begin{cases} P > 0 \\ 2h - AP - PA^T - B(t)W - W^T B(t)^T < 0 \end{cases} \quad (4.27)$$

Pour assurer que les valeurs propres du système soient à l'intérieur de la région IML décrite par la figure 21 en tous temps, la contrainte décrite par (4.26) et (4.27) doit être vérifiée en tous temps. Cependant, parce que cette contrainte est une fonction affine de $\alpha(t)$ (inclue dans la matrice $B(t)$), l'IML décrit par (4.26) et (4.27) est vérifié $\forall t$ si et seulement si les IMLs suivante sont vérifiées : $\forall i = 1, 2$

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} SAP + SB_i W + SPA^T + SW^T B_i^T & -CAP - CB_i W + CPA^T + CW^T B_i^T \\ CAP + CB_i W - CPA^T - CW^T B_i^T & SAP + SB_i W + SPA^T + SW^T B_i^T \end{pmatrix} < 0 \\ P > 0 \end{cases} \quad (4.28)$$

$$\begin{cases} P > 0 \\ 2h - AP - PA^T - B_i W - W^T B_i^T < 0 \end{cases} \quad (4.29)$$

Avec $B_1 = \begin{bmatrix} -\alpha_1 \\ 0 \end{bmatrix}$ et $B_2 = \begin{bmatrix} -\alpha_2 \\ 0 \end{bmatrix}$, α_1 et α_2 désignent les limites de l'intervalle de variation du paramètre α défini par l'équation (4.17).

4.8 Implantation et réalisation

Le schéma bloc du système de contrôle se présente comme suit :

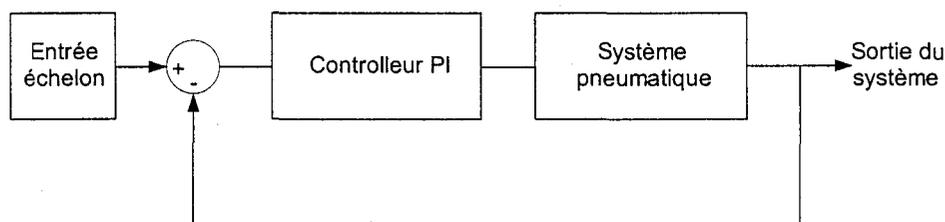


Figure 23 Schéma bloc du système

La simulation du système via le logiciel Matlab-Simulink permet une première validation du système de commande. Parallèlement, l'évolution de la pression dans la chambre obtenue de la simulation sera comparée avec celle obtenue du banc d'essai.

Avant de simuler le système, le logiciel MATLAB a été utilisé pour résoudre les IML décrites par les équations (4.28) et (4.29). Cette procédure a permis d'obtenir les gains K_p et K_i de façon à respecter les contraintes d'emplacement des pôles illustrées par la figure 22.

Quelques essais nous ont permis de paramétrer les contraintes de la façon suivante : $h_1 = -0.2771$, $h_2 = -10$ et $\theta = 0.7954$. Cette paramétrisation est le résultat d'un compromis entre le dépassement ainsi que le temps de réponse du système versus la saturation de l'effort de commande. Remarque que l'ouverture maximale de la valve est de 2.1mm et correspond à une tension de 10 volts. Les gains K_p et K_i correspondant à ces paramètres sont :

$$K = \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4923 \times 10^{-8} \\ 0.1362 \times 10^{-8} \end{bmatrix} (\text{m/pa}) \quad (4.30)$$

Les gains du contrôleur PI sont faibles à cause de la pression qui est de l'ordre de 10^5 pa qui est très élevée par rapport à l'ouverture de la servovalve qui est en millimètre.

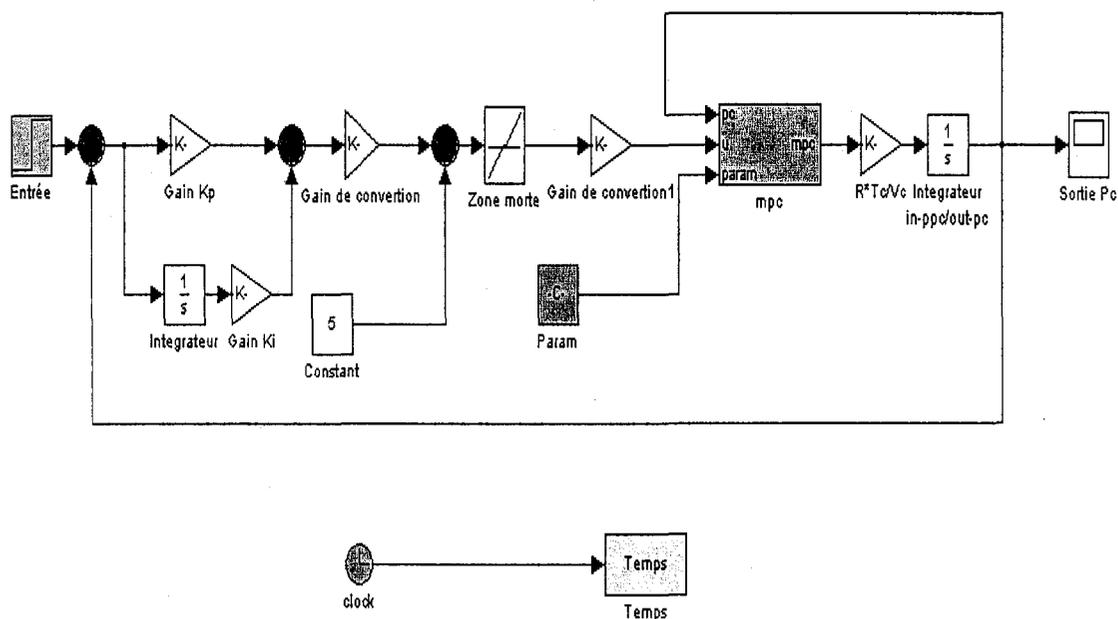


Figure 24 Schéma de simulation

Le système de commande a été simulé à l'aide du logiciel Simulink. La figure 24 montre ce schéma de simulation. Les fonctions du bloc mpc sont données en annexe3.

Le contrôleur PI a également été réalisé en temps réel pour assurer la régulation de la pression du banc d'essai expérimental. Les listes des programmes associés à la carte d'acquisition et à l'implantation de la loi de commande sont données à l'annexe 3. La figure 25 montre les résultats de simulation du système pour deux valeurs de C_s : Sa valeur minimale de 0.5272 et sa valeur maximale de 1.0790. Les résultats expérimentaux sont également illustrés sur cette figure.

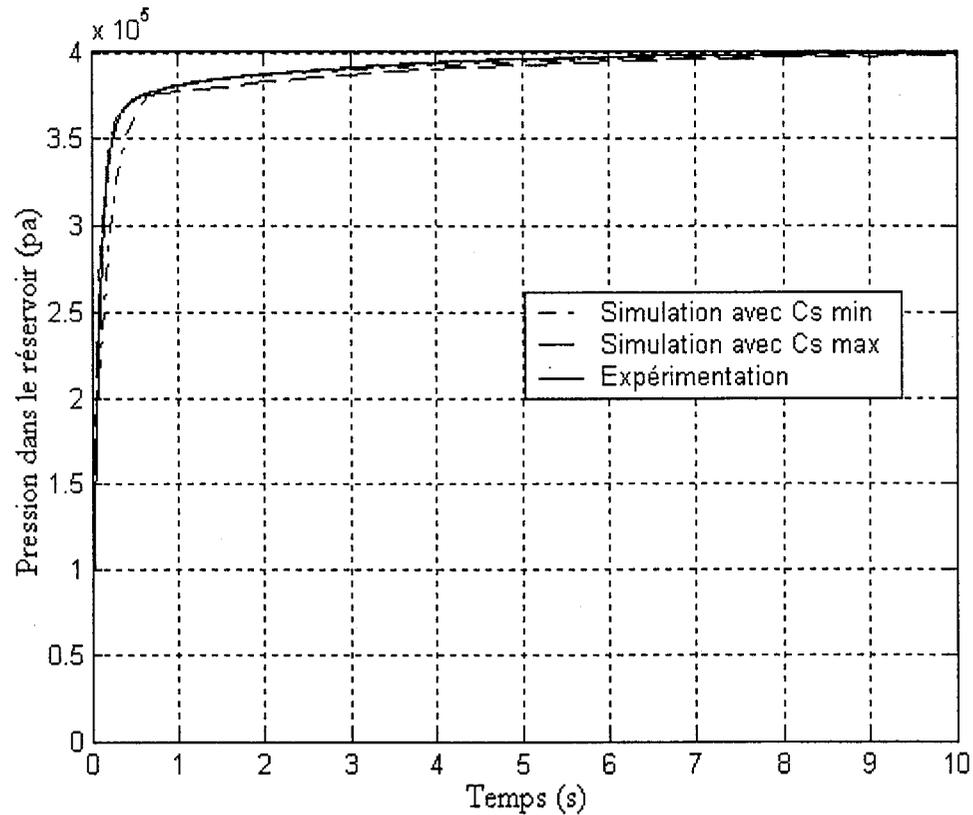


Figure 25 Résultat de simulation avec différentes valeurs de C_s

La figure 26 montre clairement l'effet de la variation du coefficient C_s dans l'intervalle de temps $[0, 0.5]$. La simulation avec C_s maximale et l'expérimentation coïncident durant cet intervalle. Ensuite, la courbe expérimentale se rapproche du résultat de simulation avec C_s minimale. Puis, en régime permanent on voit clairement, d'après les résultats, que les trois signaux atteignent la même valeur désirée, ce qui donne une erreur nulle.

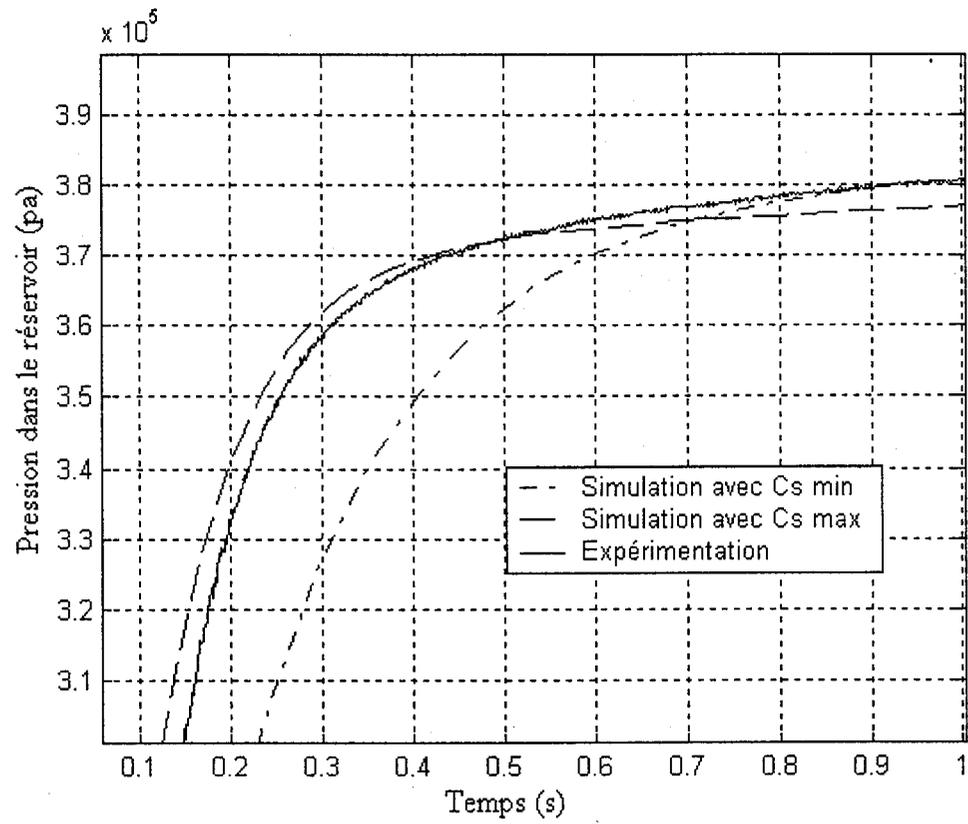


Figure 26 Temps de réponse des trois cas

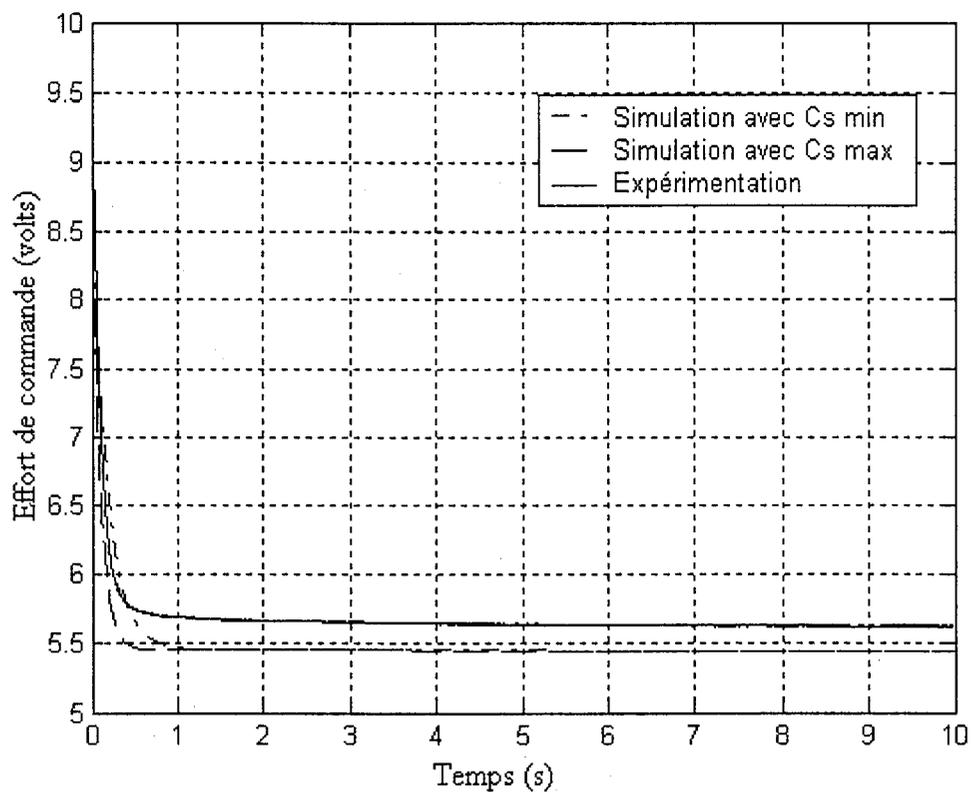


Figure 27 Effort de commande

L'effort de commande montrée à la figure 27 est raisonnable avec une erreur de seulement 0.25V entre la simulation et l'expérimentation. Ceci est dû à l'incertitude de la quantification au niveau des paramètres de la valve ainsi qu'à la zone morte qui ne modélise pas parfaitement bien le phénomène de recouvrement de la servovalve.

La robustesse du contrôleur PI a également été vérifiée en changeant la consigne (pression désirée) comme le montre la figure 28.

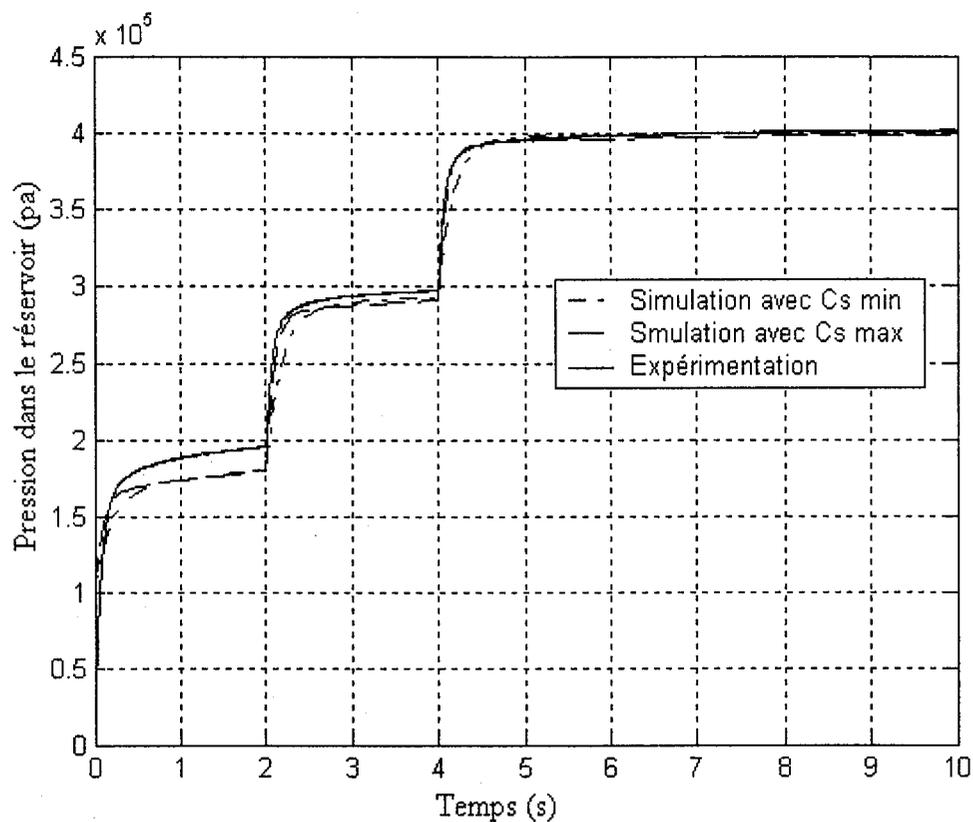


Figure 28 Réponse du système suite à un changement de consigne

D'après cette figure, on remarque que le contrôleur applique instantanément la nouvelle commande, ce qui donne un bon suivi de la consigne. Les différences entre les résultats de simulation et expérimentaux sont en partie causés par le phénomène de recouvrement (figure 29) de la servovalve qui prend d'avantage d'importance pour de faibles consignes.

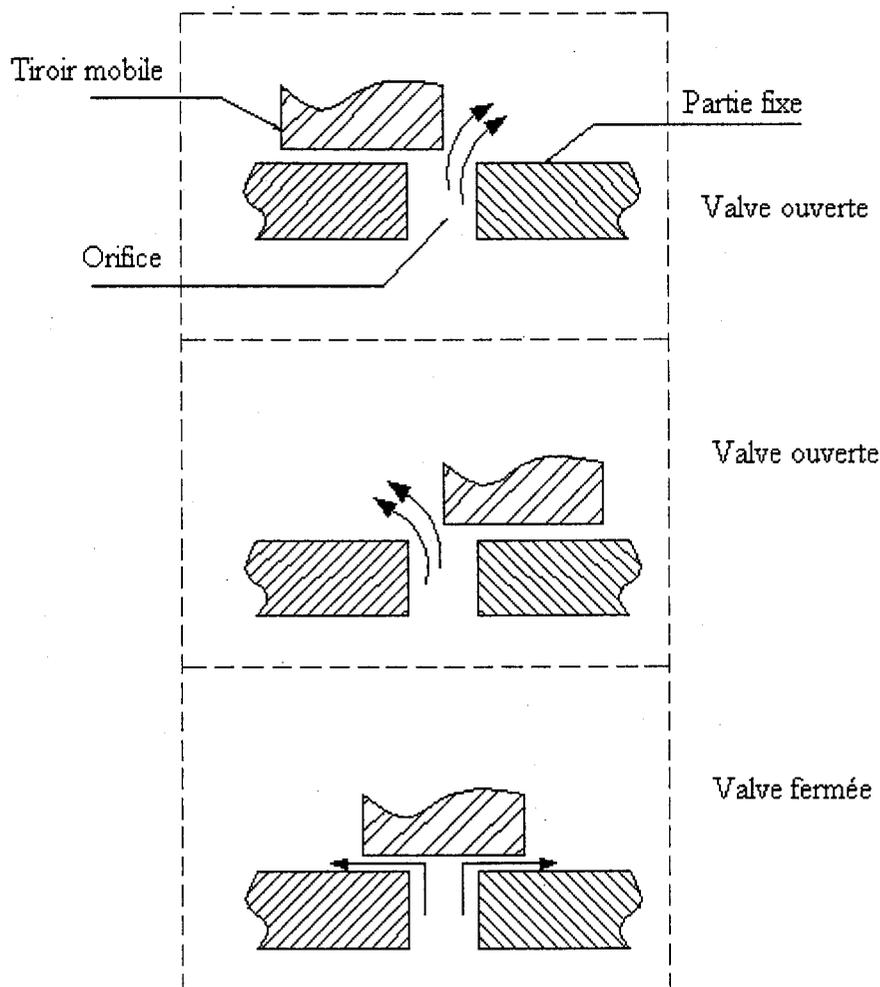


Figure 29 Phénomène de recouvrement

Le phénomène de recouvrement est dû à la différence de grandeur entre l'orifice de la valve et le tiroir mobile. En effet le tiroir mobile est légèrement plus grand que l'ouverture de l'orifice, ce phénomène peut être approximé par une zone morte. Cependant il faut noter que même lorsque ce phénomène se produit il peut exister un débit causé par une étanchéité non parfaite.

4.9 Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les différents résultats de simulation et d'expérimentations en passant par une identification du modèle du système pneumatique. La loi de commande proportionnelle intégrale a été obtenue en appliquant le formalisme IML. Les résultats obtenus montrent la stabilité robuste du système.

CONCLUSION

Le travail présenté dans ce mémoire relève du domaine de la commande des processus et plus particulièrement, s'intéresse à la commande pneumatique.

Dans le but de situer notre travail, nous avons procédé à une revue de la documentation spécialisée concernant les différentes méthodes de commande, ainsi que les façons et les considérations prises pour l'obtention du modèle mathématique des systèmes pneumatiques.

Lors de la modélisation du procédé pneumatique, les difficultés rencontrées concernaient essentiellement les non linéarités dues à la représentation du débit massique délivré par la valve, ce qui nous a poussé à approfondir l'étude théorique et expérimentale. L'étude a débouché sur un modèle mathématique adapté.

De façon quantitative, la valeur du coefficient de charge et de décharge n'a pas pu être fixée du fait des variations qui peuvent se manifester selon le point d'opération. Néanmoins, nous sommes parvenus à résoudre le problème à partir d'un nombre d'essais expérimentaux pour obtenir une marge de variation minimale et maximale de ce coefficient.

À l'heure actuelle, il existe plusieurs méthodes de commande des systèmes dynamiques. Le chapitre 3 présente un certain éventail de ces méthodes.

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressé à une loi de commande linéaire PI, pour sa simplicité et sa disponibilité au niveau industriel.

Une partie importante du travail a été la formulation du problème de stabilité robuste à l'aide des IML. Cette formulation a permis le calcul des gains d'un simple contrôleur PI de façon à assurer la stabilité généralisée du système non linéaire à paramètre incertain et variant dans le temps. De plus, la stabilité généralisée, définie par une région du plan

complexe, a été définie pour répondre à des spécifications transitoires telles que le temps de réponse, le dépassement et la limitation aux hautes fréquences.

La loi de commande a ensuite été simulée puis validée sur un banc d'essai expérimental. Cette étude a été d'une très grande importance. On a pu traiter et résoudre certains problèmes et en faire ressortir d'autres comme :

- La difficulté de modéliser adéquatement la zone de recouvrement de la servovalve.

Cet aspect pourrait être étudié plus en détail dans des travaux à venir.

ANNEXE 1

PRODUIT DE KRONECKER ET NOTION VECTORIELLE

Définition 1 :

Soient $A \in \mathcal{R}^{p \times q}$ et $B \in \mathcal{R}^{m \times n}$. Le produit de Kronecker de A et B , noté $A \otimes B$, est la matrice $(pm \times qn)$ définie par :

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \dots & a_{1q}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \dots & a_{2q}B \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{p1}B & a_{p2}B & \dots & a_{pq}B \end{pmatrix}$$

Définition 2 :

Soit $A \in \mathcal{R}^{p \times q}$. On note par A_i ; $i \in \{1, \dots, q\}$ la $i^{\text{ème}}$ colonne : $A = \{A_1 | A_2 | \dots | A_q\}$ alors

$$\text{vec}(A) = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_q \end{pmatrix}$$

Propriétés :

Les principales propriétés du produit de Kronecker sont :

$$1. \quad \forall x \in \mathcal{R}^n, \forall y \in \mathcal{R}^m, \forall A \in \mathcal{R}^{n \times m},$$

$$x^T A y = [\text{vec}^T(A^T)] x \otimes y = [\text{vec}^T(A)] y \otimes x$$

2. Le produit de kronecker est associatif, i.e. :

$$\forall A \in \mathcal{R}^{p \times q}, \forall B \in \mathcal{R}^{s \times t}, \forall C \in \mathcal{R}^{m \times n},$$

$$(A \otimes B) \otimes C = A \otimes (B \otimes C) = A \otimes B \otimes C$$

$$3. \quad \forall A \in \mathcal{R}^{p \times q}, \forall B \in \mathcal{R}^{s \times t}, \forall D \in \mathcal{R}^{q \times s}, \forall G \in \mathcal{R}^{t \times u},$$

$$(A \otimes B)(D \otimes G) = AD \otimes BG$$

4. $\forall A \in \mathfrak{R}^{p \times q}, \forall B \in \mathfrak{R}^{s \times t}$,

$$(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T$$

5. Soit $A \in \mathfrak{R}^{p \times q}$, si $D \in \mathfrak{R}^{q \times s}$,

$$\text{vec}(AD) = [D^T \otimes I_p] \text{vec}(A) = [I_s \otimes A] \text{vec}(D)$$

6. Soient $A \in \mathfrak{R}^{p \times q}, B \in \mathfrak{R}^{s \times t}, D \in \mathfrak{R}^{q \times s}$, alors :

$$\text{vec}(ADB) = (B^T \otimes A) \text{vec}(D)$$

7. Soient $A \in \mathfrak{R}^{p \times q}, B \in \mathfrak{R}^{s \times t}$:

$$A \otimes B = U_1 (B \otimes A) U_2$$

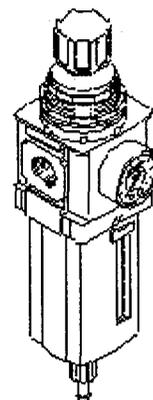
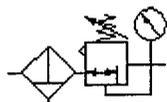
U_1 et U_2 sont des matrices de permutation.

ANNEXE 2

FICHE TECHNIQUE

Detail view

Filter regulator
LFR-M2-G1/4-C10RG 179395



Discontinued model

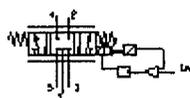
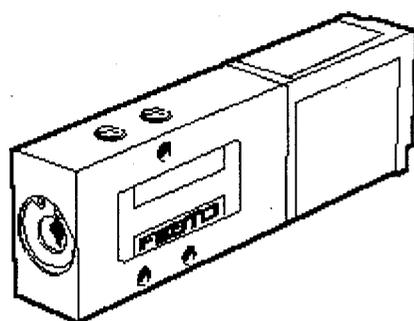
Criterion	Feature
Modular design	Yes
Input pressure 1 max. (bar)	12 bar
Output pressure 2 min.	bar
Output pressure 2 max.	10 bar
Thread for port 1	G 1/4
Thread for port 2	G 1/4
Type of mounting	In-line/bracket

Minimum ambient temperature	-10 °C
Maximum ambient temperature	60 °C
Minimum medium temperature	-10 °C
Maximum medium temperature	60 °C
Metal bowl guard	No
Grade of filtration	5 um
Maximum condensate capacity	52.75 cm ³
Condensate drain system	Manual, rotary
Actuator locking (press. reg.)	Pull-up-and-turn adjustment
Pressure gauge yes/no	Yes
Material of housing	Die-cast zinc
Material of bowl	PC
Contains silicone materials	Yes
Product weight	0.848 kg
Standard nominal flow rate 1-2	2700 l/min

Detail view

Proportional directional control valve 151692

MPYE-5-1/8-LF-010-B



Criterion	Feature
Switching function	5/3-way valve, closed in mid- position
EU conformity (CE)	CE
Note on EU conformity	Electromagnetic compatibility
Switching function short code	5/3
Function in mid- position (neutral)	Closed
Operating principle	Slide
Shape of function component	Piston

Type of regulation	Direct
Installation position	Any
Type of mounting	Hole
Nominal size	4 mm
Operating pressure min.	bar
Operating pressure max.	10 bar
Minimum ambient temperature	°C
Maximum ambient temperature	50 °C
Minimum medium temperature	5 °C
Maximum medium temperature	40 °C
Connection type main connections	Thread
Main port ducted exhaust	Yes
Connector thread for main connections	G 1/8
Nominal operating voltage (DC)	24 V
Operating voltage	17 V

min. (DC)	
Operating voltage	30 V
max. (DC)	
Residual ripple	5 %
Power consumption	20 W
max.	
Duty cycle	100 %
Signal type	voltage
setpoint	
Setpoint voltage	V
min.	
Setpoint voltage	10 V
max.	
Hysteresis	0.4 %
maximum	
Material of cap	ABS
Material of housing	Aluminium
Material of seals	NBR
Product weight	0.33 kg
Standard nominal	350 l/min
flow rate	
Medium	Compressed air, filtered 5 µm, unlubricated
Degree of	IP65
protection	

Product description

Proportional directional control valve

MPYE-5-1/8-LF-010-B 151692

The valve influences the flow rate. The valve is normally closed in its mid position (initial position). The valve can be mounted in-line. Analogue voltage. Actuation is effected by means of an electrical analogue signal. The pneumatic output signal is proportional to the input signal. Solenoid actuated.

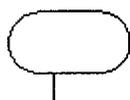
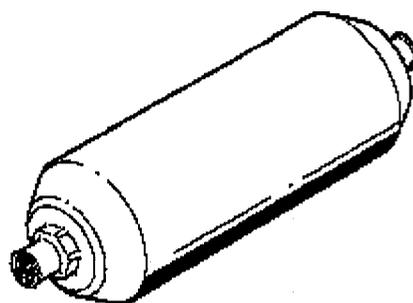
This valve is part of Festo's series of dynamic control valves and proportional valves.

Detail view

Compressed air reservoir

160234

CRVZS-0.4



Criterion	Feature
EU conformity (CE)	CE
Volume	0.4 l
Air connection type	Female thread
Connector thread	G 1/4
Type of mounting	Clip
Operating pressure	16 bar max.
Minimum ambient temperature	-10 °C
Maximum ambient temperature	100 °C

Product weight 0.543 kg

Standard/technical rule EN 286

Product description

Compressed air reservoir

CRVZS-0.4

160234

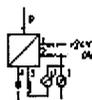
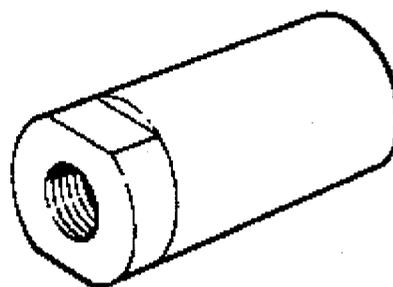
Corrosion resistant, as per EN 286 and EU Directive 87/404.

Material: Steel.

The reservoir stores pneumatic pressure energy.

Detail view

Pressure sensor
19562
SDE-10-10V/20MA



Criterion	Feature
EU conformity (CE)	CE
Note on EU conformity	Electromagnetic compatibility
Conversion principle	Piezo
Pressure range	gauge pressure
Converter function	Relative pressure
Number of analog outputs	1 ---
Operating pressure min.	bar

Operating pressure max.	10 bar
Minimum ambient temperature	°C
Maximum ambient temperature	85 °C
Air connection type elec.	Plug
Thread for connector	M 12x1
Number of pins, plug connection	4
Short-circuit strength	Yes
Protection against incorrect polarity	built-in
Air connection type pneumatic	Female thread
No. of pneumatic connections	1 ---
Connector thread	G 1/4
Type of mounting	Cartridge
Material of housing	Aluminium
Voltage type	DC
Operating voltage min. (DC)	12 V

Operating voltage max. (DC)	30 V
Medium	Compressed air, filtered 40 µm
Degree of protection	IP65

Product description

Pressure sensor
SDE-10-10V/20MA
19562

The sensor is actuated via pneumatic pressure.

The sensor is equipped with an electronic switching element, without a mechanical contact.

The sensor housing is of cylindrical design.

The sensor has an electrical output signal.

The housing is fitted with a plug connector which accepts a cable. The sensor output supplies an analogue signal.

ANNEXE 3

FONCTIONS ET PROGRAMMES

Fonction Matlab

```
function sys=mpc(u)
csi=u(3);
ws=u(4);
ps=u(5);
pe=u(6);
r=u(7);
ts=u(8);
tp=u(9);
gam=u(10);
cso=u(11);
if u(2) >= 0
    sys=((csi*ws*u(2)*ps)/(sqrt(r*ts))*fr([u(1)/ps,gam]));
else
    sys=((cso*ws*u(2)*u(1))/(sqrt(r*tp))*fr([pe/u(1),gam]));
end
```

```
function sys=fr(u)
gam=u(2);
y=u(1);
rc=(2/(gam+1))^(gam/(gam-1));
if y > 1, y=1; end;
if y >= rc
    sys=sqrt((2*gam)/(gam-1))*sqrt(y^(2/gam)-y^((gam+1)/gam));
else
    sys=sqrt(gam*(2/(gam+1))^((gam+1)/(gam-1)));
end
```

Programme C

```

/*****
*****
** main.c                               **
** fichier principal pour le projet gpa781.prj utilise pour faire le      **
** controle numerique de l'ascenseur en utilisant la carte d'acquisition  **
** modele 425 de la compagnie s ensory                                     **
*****
*****/

#include "drv425.h"
#include <stdlib.h>
#include <alloc.h>
#include <conio.h>
#include <dos.h>

/***** constantes associees aux interruptions du PC *****/

#define IRQ5_VECT    0x0D    /* vecteur d'interruption de IRQ5 */
#define IRQ5_MASK    0x20    /* mask pour IRQ5 */
#define IRQ5_EOI    0x65    /* fin de l'interruption IRQ5 */
#define INTR_VECT    IRQ5_VECT /* vecteur de l'interruption */
#define INTR_MASK    IRQ5_MASK /* mask de l'interruption */
#define INTR_EOI    IRQ5_EOI /* fin de l'interruption */
#define INTR_CTRL_REG 0x20    /* registre de control des interruptions*/
#define INTR_MASK_REG 0x21    /* registre de maskque des interruptions */

#define ADC_BSY    0x0008

/***** constantes associees a la carte d'acquisition *****/

#define AD_MAX_LSB    4096    /* valeur entiere maximale du AD */
#define DA_MAX_VOLT    10    /* tension de sortie maximale du AD */
#define AD_MAX_VOLT    10    /* tension d'entree maximale du DA */
#define DA_MAX_LSB    4096    /* valeur entiere maximale du DA */
#define INIT_TIME    10    /* temps d'initialisation du compteur(0.33us)*/
#define COUNT_CHANGE    (3*15) /* nb de count a 3Mhz pour un temps de 15 usec
*/

#define INIT_DAC0    5.0
#define INIT_DACF    4.0

/***** constantes associees a la a l'ascenseur *****/

```

```

#define NB_PULSE_ENC 512 /* nombre de pulse de l'encodeur */
#define KT 0.0191 /* constante du tachymetre (volt/rad/sed) */
#define L 1.0
#define KMANO 100e3

/***** constantes associees a la sauvegarde des resultats *****/

#define NB_COL 6
#define NB_ROW_MIN 10
#define NB_ROW_MAX 10000
#define FILE_NAME "results.dat"

/***** variables statiques *****/

static int k=0; /* compteur d'echantillonnage */
static int K=-1; /* Nombre total d'echantillonnage */
static float T = 0.001; /* periode d'echantillonnage */
static long counts_T; /* compte du compteur pour une periode T */

/***** gains de conversion d'unite *****/

static float KPOS = 1/L * AD_MAX_VOLT/AD_MAX_LSB;
static float KPRES = KMANO * AD_MAX_VOLT/AD_MAX_LSB;
static float KU = DA_MAX_LSB/DA_MAX_VOLT;

static float **results = NULL;

/***** prototipe des fonctions de l'usage *****/
void Init(void);
float Controle(float,float,float,float);

/***** pointeur de sauvegarde de l'anceinne interruption *****/
static void interrupt (*oldInterup)(void);

/***** Initialisation du nombre de periode T a executer *****/
void SetK(int val)
{
int i;

/* verifie si K est deja initialise */
if (results != NULL) return;

/* initialise K et verifit ses limites */

```

```

K=val;
if (K<NB_ROW_MIN) K = NB_ROW_MIN;
if (K>NB_ROW_MAX) K=NB_ROW_MAX;

/* Allocation de memoire pour souvegarder les resultats */
results = (float **) malloc(K*sizeof(float *));
if (results == NULL) {
    printf("\n\n Erreur: Manque de memoire");
    exit(0);
}
for(i=0;i<K;i++) {
    results[i] = (float *) calloc(NB_COL,sizeof(float));
    if (results[i] == NULL) {
        printf("\n\n Erreur: Manque de memoire");
        exit(0);
    }
}
}

/***** Retourne du nombre de periode T a executer *****/
int GetK(void) {return K;}

/***** Initialisation de la periode T *****/
void SetT(float t)
{
    T=t;
}

/***** Initialisation l'element de reference R[k] *****/
void SetReference(int k,float val)
{
    if (k>=0) results[k][1]=val;
}

/***** fonction d'interution *****/
extern void interrupt far interup(void)
{
    float pos,pres1,pres2,u;
    int i;

    /* masque les interuptions du PC */
    _disable();

```

```

/* rearme la detection des evenement sur la carte d'acquisition */
DRV_SetCounterReArm(PORT_BASE,0);
/* reinitialise le compteur */
DRV_SetCounter(PORT_BASE,0,counts_T-INIT_TIME);

if (k < K) {
  /* Lecture de la position en (m) et de la vitesse en (m/s) */
  DRV_StartDigitizer(PORT_BASE);
  //pos = (float) (DRV_GetCounter(PORT_BASE,1)) * KPOS;
  while ((inport(PORT_BASE | PORT_STATUS) & ADC_BSY) != 0);
  pos = (float) DRV_GetDigitizerData(PORT_BASE) *KPOS;
  pres1 = 0;
  pres2 = 0;

  /* Fonction de l'usager qui calcul la commande u en volt en fonction
  de la reference, de la vitesse en de la position */
  u = Controle(results[k][1],pos,pres1,pres2);

  /* envoie de la commande au D/A */
  DRV_SetDacData(PORT_BASE,0,(int) (u*KU));

  /* sauvegarde les resultats */
  results[k][0] = k*T;    /* temps */
  results[k][2] = u;      /* commande */
  results[k][3] = pos;    /* vitesse */
  k++;
}
/* rearme l'interruption au niveau du PC */
outportb(INTR_CTRL_REG,INTR_EOI);
/* unmasque les interuptions du PC */
_enable();
}

/***** fonction d'interution *****/
void boucle(void)
{
float pos,pres1,pres2,u;
int i;
long count,countBiginChange;

/* reinitialise le compteur */
DRV_SetCounter(PORT_BASE,0,counts_T);
count = DRV_GetCounter(PORT_BASE,0);

```

```

if(k < K) {
    /* Lecture de la position en (m) et de la vitesse en (m/s) */
    DRV_StartDigitizer(PORT_BASE);
    while ((inport(PORT_BASE | PORT_STATUS) & ADC_BSY) != 0);
    pos = (float) DRV_GetDigitizerData(PORT_BASE) *KPOS;

    /* Choisi le A/D canalle 1 */
    DRV_SetDigitizerChannel(PORT_BASE,1);
    countBiginChange = DRV_GetCounter(PORT_BASE,0);
    while((countBiginChange - DRV_GetCounter(PORT_BASE,0)) <
COUNT_CHANGE);
    /* Lecture de la pression au port 1*/
    DRV_StartDigitizer(PORT_BASE);
    while ((inport(PORT_BASE | PORT_STATUS) & ADC_BSY) != 0);
    pres1 = ((float) DRV_GetDigitizerData(PORT_BASE)) *KPRES;
    pres1 -= 2000;

    /* Choisi le A/D canalle 2 */
    DRV_SetDigitizerChannel(PORT_BASE,2);
    countBiginChange = DRV_GetCounter(PORT_BASE,0);
    while((countBiginChange - DRV_GetCounter(PORT_BASE,0)) <
COUNT_CHANGE);
    /* Lecture de la pression au port 2*/
    DRV_StartDigitizer(PORT_BASE);
    while ((inport(PORT_BASE | PORT_STATUS) & ADC_BSY) != 0);
    pres2 = ((float) DRV_GetDigitizerData(PORT_BASE)) *KPRES;

    /* Choisi le A/D canalle 0 pour la lecture a la prochaine echantillonnage*/
    DRV_SetDigitizerChannel(PORT_BASE,0);

    /* Fonction de l'usager qui calcul la commande u en volt en fonction
de la reference, de la vitesse en de la position */
    u = Controle(results[k][1],pos,pres1,pres2);

    /* envoie de la commande au D/A */
    DRV_SetDacData(PORT_BASE,0,(int) (u*KU));

    /* sauvegarde les resultats */
    results[k][0] = k*T;    /* temps */
    results[k][2] = u;     /* commande */
    results[k][3] = pos;   /* position */
    results[k][4] = pres1; /* pression 1 */
    results[k][5] = pres2; /* pression 2 */

```

```

    k++;
  }
  /* rearme l'interuption au niveau du PC */
  outportb(INTR_CTRL_REG,INTR_EOI);
}

/***** Fonction d'initialisation *****/
void Initialisation(void)
{
  int i;

  /* initialisation de l'usager */
  Init();
  if (K < 0) {
    printf("\n\n Erreur: Vous devez initialiser le nombre de periode T");
    exit(0);
  }

  /* set le counter 1 pour qu'il recoive des signaux d'encodeur 4x */
  DRV_SetCounterMode(PORT_BASE,1,0x1);
  /* initialise le compteur a zeros */
  DRV_SetCounter(PORT_BASE,1,0);

  /* set les dac a zero et les rend actif */
  DRV_SetDacData(PORT_BASE,0,(int) (INIT_DAC0*KU));
  DRV_SetDacData(PORT_BASE,1,0x0000);
  DRV_SetDacData(PORT_BASE,2,0x0000);
  DRV_SetDacEnable(PORT_BASE,MCTRL_VAL);
  delay(1000);

  /* A/D en mode unipolaire */
  DRV_SetDigitizerMode(PORT_BASE,0);
  DRV_SetDigitizerChannel(PORT_BASE,0);

  /* enable les interuptions sur la carte d'acquisition */
  outport(PORT_BASE | PORT_MCTRL,CMD_EINTC);

  /* mask les interuptions du PC */
  //_disable();
  /* rearme l'interuption */

```

```

//outportb(INTR_CTRL_REG,INTR_EOI);
/* sauve l'ancien vecteur d'interuption */
//oldInterup = _dos_getvect(INTR_VECT);
/* ramplace le nouveau vecteur d'interuption */
//_dos_setvect(INTR_VECT, interup);
/* unmask l'interuption */
//outportb(INTR_MASK_REG,inportb(INTR_MASK_REG) & ~INTR_MASK);
/* unmask les interuptions */
//_enable();

/* set le counter 0 pour qu'il agisse comme un timer */
DRV_SetCounterMode(PORT_BASE,0,0xB);
/* initialise le compteur pour correspondre avec la periode d'echantillonnage */
counts_T = (long) (3000) * (long) (1000*T);
DRV_SetCounter(PORT_BASE,0,counts_T);
DRV_SetCounterArm(PORT_BASE,0,0x0);
/* active les interuption pour ce timer */
DRV_SetCounterIEN(PORT_BASE,0,0xFF);
/* arm le detecteur d'evenement */
DRV_SetCounterArm(PORT_BASE,0,0xFF);

/* Compteur d'echantillonnage a zero */
k=0;
}

/***** Fonction de terminaison *****/
void Stop(void)
{
FILE *file;
int i,j;

/* envoie zeros au DAC0 */
DRV_SetDacData(PORT_BASE,0,(int) (INIT_DACF*KU));
DRV_SetDacData(PORT_BASE,1,0x0000);
DRV_SetDacData(PORT_BASE,2,0x0000);
DRV_SetDacEnable(PORT_BASE,MCTRL_VAL);

/* disable les interuptions de la carte d'acquisition */
outport(PORT_BASE | PORT_MCTRL,MCTRL_VAL | CMD_EINTC);

/* masque les interuptions du PC */

```

```

//_disable();
/* replace l'ancien vecteur d'interruption */
//_dos_setvect(INTR_VECT,oldInterup);
/* unmasque les interruptions du PC */
//_enable();

/* sauve les resultats dans le fichier results.dat */
file = fopen(FILE_NAME,"wt");
if (file == NULL) {
    printf("\n\n  Erreur: Ne peut ouvrir le fichier %s",FILE_NAME);
    exit(0);
}
for(i=0;i<K;i++) {
    for(j=0;j<NB_COL;j++) fprintf(file,"%f\t",results[i][j]);
    fprintf(file,"\n");
}
fclose(file);

/* libere la memoire */
for(i=0;i<K;i++) free(results[i]);
free(results);
results = NULL;
K = -1;
}

/***** programme principal *****/

int main(void)
{
    long count;
    long val[1000];

    /* initialisation */
    clrscr();
    printf("\n\n  Initialisation ...");
    Initialisation();

    /* Boucle de commande */
    printf("\n\n  Boucle de commande ...");
    while(k < K) {
        count = DRV_GetCounter(PORT_BASE,0);
        if (count <= INIT_TIME) boucle();
    }
}

```

```
// val[k++]= count;
// if (k >= 1000) break;
}
```

```
/* Fin de la boucle de commande */
printf("\n\n  Fin de l'execution ...");
Stop();
return 0;
}
```

```
#include "drv425.h"
```

```
static int relay[3]={0,0,0};
```

```
void DRV_SetRelayState(int baseport,int chan,int state)
{
register int bitmask;
register int index;
```

```
if (chan <= 47) {
bitmask = 1 << (chan & 15);
index = chan >> 4;
```

```
relay[index] &= ~bitmask;
relay[index] |= state & bitmask;
```

```
outport(baseport + PORT_RELAY + index + index,relay[index]);
}
}
```

```
void DRV_SetCounterMode(int baseport,int chan,int mode)
{
outport(baseport | PORT_CCTRL,CMD_MODE | ((chan & 3) << 4) | (mode & 0xF));
}
```

```
void DRV_SetCounterIEN(int baseport,int chan,int enable)
{
outport(baseport | PORT_CCTRL,(enable !=0 ? CMD_EINT : CMD_DINT) | ((chan &
3) << 4));
}
```

```
void DRV_SetCounterArm(int baseport,int chan,int arm)
```

```

{
outport(baseport | PORT_CCTRL,(arm ? CMD_ARM : CMD_DARM) | ((chan & 3) <<
4));
}

```

```

void DRV_SetCounterReArm(int baseport,int chan)
{
outport(baseport | PORT_CCTRL,CMD_DARM | ((chan & 3) << 4));
outport(baseport | PORT_CCTRL,CMD_ARM | ((chan & 3) << 4));
}

```

```

int DRV_GetCounterCapture(int baseport,int chan)
{
return ( (inport(baseport | PORT_STATUS) & (0x1000 << (chan & 3))) != 0);
}

```

```

void DRV_SetCounter(int baseport,int chan,long counts)
{
/* copy counts to preload register */
outport(baseport | PORT_COUNTER,counts);
outport(baseport | (PORT_COUNTER + 2),counts >> 16);
/* copy preload register to counter */
outport(baseport | PORT_CCTRL,CMD_LOAD | ((chan & 3) << 4));
}

```

```

long DRV_GetCounter(int baseport,int chan)
{
long counts;
/* compteur -> holding_reg */
outport(baseport | PORT_CCTRL,CMD_GRAB | ((chan & 3) << 4));
/* get holding register */
counts = (unsigned int) inport(baseport | PORT_COUNTER);
counts |= (long) (inport(baseport | (PORT_COUNTER+2)) * 65536);
return counts;
}

```

```

void DRV_SetDacData(int baseport,int chan,int dacdata)
{
int address = baseport | PORT_DAC | ((chan & 3) << 2);
outportb(address,dacdata);
outportb(address+2,dacdata >> 8);
inportb(baseport | PORT_DAC);
}

```

```
}

```

```
void DRV_SetDacEnable(int baseport,int enable)
{
  outputport(baseport | PORT_MCTRL,(MCTRL_VAL & enable) | MCTRL_DEN);
}

```

```
void DRV_SetDigitizerMode(int baseport,int bipolar)
{
  outputport(baseport | PORT_MCTRL,(MCTRL_VAL & bipolar) | MCTRL_BIP);
}

```

```
void DRV_SetDigitizerChannel(int baseport,int chan)
{
  outputport(baseport | PORT_ADCHAN,chan);
}

```

```
void DRV_StartDigitizer(int baseport)
{
  outputport(baseport | PORT_MCTRL,MCTRL_VAL | MCTRL_DIG);
}

```

```
int DRV_GetDigitizerData(int baseport)
{
  return inport(baseport | PORT_ADDATA);
}

```

```
void DRV_SetDacBiData0(int baseport,int dacdata)
{
  int address = baseport | PORT_DAC;
  /* set le registre du DAC avec les 12 premier bits */
  outputportb(address,dacdata);
  outputportb(address+2,(dacdata >> 8) & 0x0F);
  /* set le port 0 avec le 13ieme bits (le signe) */
  relay[0] &= 0xFFFE;
  relay[0] |= (dacdata >> 12) & 0x0001;
  outputport(baseport+PORT_RELAY,relay[0]);
  /* Transfert les registres des DACs pour activer les sorties des DACs */
  inportb(address);
}

```

```

/*****
*****
** controle.c **
** fichier de l'usager pour le projet utilisé pour faire le **
** controle numerique de l'ascenseur en utilisant la carte d'acquisition **
** modele 425 de la compagnie sensory **
*****/

#include "drv425.h"

#define PERIODE_T 0.001 /* periode d'echantillonnage */
#define NB_PERIODE_T 10000 /* nombre de periode d'echantillonnage */

#define U_GAIN 2500.0
#define U_OFFSET 5.0
#define Kp 0.4923e-8
#define Ki 0.1362e-8
static float Q0= Kp + Ki*PERIODE_T/2.0;
static float Q1= -Kp + Ki*PERIODE_T/2.0;

void SetK(int val);
int GetK(void);
void SetT(float T);
void SetReference(int k,float val);

static float x1,e1;

/***** Fonction d'initialisation *****/

void Init(void)
{
int K,k;

x1 = e1 = 0;
/* periode d'echantillonnage */
SetT(PERIODE_T);

printf("Q0 = %e Q1 = %e\n",Q0,Q1);

/* nombre de periode d'echantillonnage */

```

```

SetK(NB_PERIODE_T);

/* initialise le vecteur de reference */
//for(k=0;k<GetK();k++) SetReference(k,(k<1000)? 10:0);
for(k=0;k<GetK();k++) /*SetReference(k,2e5);*/

    if (k<2000) SetReference(k,2e5);
    else if (k<4000) SetReference(k,3e5);
    else SetReference(k,4e5);
    /*else SetReference(k,4e5);*/
}

/**** Fonction de controle executee a chaque periode d'echantillonnage ****/
float Controle(float R,float pos,float pres1,float pres2)
{
float u,x,e,y,v;

/* calcul de la commande */
e = R-pres2;
x = x1 + Q0*e + Q1*e1;
x1 = x;
e1 = e;

/*x=1e-3;
y=(R/1e5)-7.5;*/

u = U_GAIN*x + U_OFFSET;
if (u > 10) u = 10;
if (u < 0) u = 0;

if (u > 0) v = (u + 0.6)*0.943;

return v;
}

```

RÉFÉRENCES

- Anderson, B., W. (1967). *The Analysis and Design of Pneumatic Systems*, John Wiley, New York.
- André P., Kauffmann, J., M., Lhote, F., Thailard, J.P. (1983). *Les robots- constituants technologiques, tome.4* (Hermès). Paris : Hermes Publishing.
- Bertrand, P., Daniel Bouteille, René Collot, Jean-Claude Garnier, Jean-Francois Hénau. (1985). *Les automatismes électropneumatiques et pneumatiques. Éditions de l'usine*, Paris. France.
- Bobrow, J. E., Jabbari, F. (1991). Adaptive pneumatic force actuation and position control. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and control- Transaction of the ASME*, pp. 267-272
- Bobrow, P., Dauphin-Tanguy, G., Richard, J. P., Rotella, F., Zambettakis, I. (1993). *Automatique : Analyse et régulation des processus industriels, tome 1 : Régulation continue* (Technip). Paris.
- Borne, P., G. Dauphin-Tanguy, J. P. Richard, F. Rotella, I. Zambettakis. (1993). *Analyse et régulation des processus industriels*.
- Boyd, S., V. Balaskrishnan, E.Feron, L. El Ghaoui.(1993) Control système and synthesis via linear Matrix Inequalities, *American Control Conference*, San Francisco, pp.2147-2154.
- Bruce R. Munson, Donald F. Young, Theodore H. Okiishi. (1998). *Fundamentals of fluid mechanics, third edition*, *John Wiley & sons inc*, New York
- Chilali, M., Gahinet, P., Nemirovski, A., Laub, A. J. (1995). LMI Control Toolbox. *The MATHWORKS Inc*.
- Chilali, M., Gahinet, P. (1996). H_{∞} design with pole placement constraints: An LMI approach. *IEEE Transaction Control*, vol. 41, NO. 3.
- Clement, B.,Duc, G. (2001). Synthèse Multicritère par Retour de Sortie: Formulation LMI. *Journées Doctorales d'Automatique*, Nancy, pp. 127-131.
- Corriou, J. P. (1996). *Commande des Procédés Industriels (Technique et Documentation)*, *Hermès Science Publications*, Paris. France.

- de Larminat, P. (1996). *Automatique, commande des systèmes linéaires* (2^e éd) Paris. Hermès.
- Deppert, W., K. Stoll. (1975) *La commande pneumatique*, CEP Édition, Paris. France.
- Draknov, S., Hanchin, G. D., Su, W. C., Özgüner, Ü. (1997). Nonlinear control of a rodless pneumatic servoactuator, or sliding modes versus Coulomb friction. *Automatica*, 33(7), pp. 1401-1408.
- Forsythe, G. E., M. A. Malcolm, and C. B. Moler, (1976), *Computer Methods for Mathematical Computations*, Prentice-Hall.
- Graham, A. (1981), *Kronecker Products and Matrix Calculus : With Applications*, Halsted Press.
- Hanton, J. (1995). *Circuits Hydrauliques et pneumatiques*. Notes de cours, ENIM. Rabat. MAROC.
- Kawakami, Y., Akao, J., Kawai, S., Machiyama, T. (1987), Some Considerations on the Dynamic Characteristics of Pneumatic Cylinders. Proceeding of 1st joint symposium on fluid control and measurement, pp. 139-144.
- Khayati, K., Bigras, P., Dessaint, L. A. (2002), A robust pole clustering design of pneumatic systems using LMI approach. *IEEE SMC 2002*, vol. 4, pp. 274-279, Hammamet, Tunisia.
- Kobayachi, S., Cotsaftis, M., Takamori, T. (1995). Robust control of pneumatic actuators based on dynamic impedance matching. *IEEE Transaction on Automatic Control*, pp. 983-987.
- Lai, J. Y., Singh, R., Menq, C. H. (1990). Accurate position control of pneumatic actuator. *Journal of dynamic systems, Measurement and control-Transaction of the ASME*, pp. 734-739
- Lai, J. Y., Singh, R., Menq, C. H. (1990). Pressure control of a pneumatic chamber. *Journal of Fluid Control*, 19(4), pp. 7-31.
- Liu, S., Bobrow, J.E. (1988). An analysis of pneumatic servo system and its application to a computer-controlled robot. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, pp. 228-235.
- Outbib, R., Richard, E. (2000). State feedback stabilization of electropneumatic system. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and control-Transaction of the ASME*, pp. 410-415.

- Richer, E., Hurmuzlu, Y. (2000). A high performance pneumatic force actuator system : Part I- Nonlinear mathematical model. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control- Transaction of the ASME*, pp. 416-425.
- Richer, E., Hurmuzlu, Y. (2000). A high performance pneumatic force actuator system : Part II- Nonlinear controller design. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control- Transaction of the ASME*, 122, pp. 416-425.
- El Rifai, O., Bridges, M. (1997). Integrator backstepping control of a pneumatic actuator-based robot manipulator. *Proceeding of the ASME- Dynamic Systems and Control Division*, pp. 487-495.
- Safonov, M.G. (1980). *Stability and Robustness of Multivariable Feedback Systems*, MIT Press Cambridge.
- Scherer, C., S. Weiland, (2000). *Linear Matrix Inequalities in Control*. Version 3.0. <http://www.cs.ele.tue.nl/SWeiland/lmid.pdf>
- Shearer, J. L. (1956). Study of pneumatic processes in the continuous control of motion with compressed air, I, II. *Transaction of ASME*, pp. 233-249.
- Tang, J., Walker, G. (1995). Variable structure control of a pneumatic actuator. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control- Transaction of the ASME*, pp. 88-92.
- Wang, J., Pu, J., Moore, P. R. (1999). Accurate position control of servopneumatic actuator systems- An application to food packaging. *Control Engineering Practice*, pp. 699-706.