

**ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE  
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC**

**THÈSE PRÉSENTÉE À  
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE**

**COMME EXIGENCE PARTIELLE  
À L'OBTENTION DU  
DOCTORAT EN GÉNIE**

**Ph.D.**

**PAR  
OKOU AIMÉ FRANCIS**

**COMMANDÉE NON LINÉAIRE ADAPTATIVE DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES  
MULTI-MACHINES**

**MONTRÉAL, LE 15 JANVIER 2002**

**© droits réservés de Aimé Francis Okou**

**CETTE THÈSE A ÉTÉ ÉVALUÉE  
PAR UN JURY COMPOSÉ DE :**

**Mme Ouassima Akhrif, directeur de thèse  
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure**

**M. Louis-A. Dessaint, codirecteur  
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure**

**M. Maarouf Saad, président du jury  
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure**

**M. Serge Lefebvre, chercheur  
Institut de recherche d'Hydro-Québec (IREQ)**

**M. Pierre-Jean Lagacé, professeur  
Département de génie électrique à l'École de technologie supérieure**

**ELLE A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET PUBLIC**

**LE 15 NOVEMBRE 2001**

**À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE**

# **COMMANDÉE NON LINÉAIRE ADAPTATIVE DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES MULTI-MACHINES**

Aimé Francis Okou

## **Sommaire**

Il est désormais indéniable que le réseau électrique est un système complexe, fortement non linéaire et multivariable. Cependant, sa stabilité et sa performance transitoire sont assurées par 3 compensateurs linéaires qui travaillent de façon indépendante et non coordonnée. Ceci entraîne nécessairement des compromis sur la performance et une stabilité qui n'est pas toujours garantie suite à une perturbation. L'objectif de cette thèse est de proposer une approche multivariable pour la conception de régulateurs non linéaires adaptatifs de tension et de vitesse qui sont plus adaptés à la nature du réseau électrique.

Pour atteindre cet objectif, nous proposons d'abord une approche de modélisation qui unifie les approches classiques. Le modèle obtenu est une équation dynamique multivariable où l'influence du réseau sur chaque générateur est une perturbation structurée. Cependant, ce modèle est à déphasage non minimal.

Une nouvelle méthode de synthèse adaptée aux systèmes non linéaires à déphasage non minimal est alors proposée. Elle consiste à appliquer la linéarisation entrée – sortie puis à stabiliser le système par une combinaison de commandes linéaire et non linéaire utilisant aussi bien les variables de la dynamique externe que celles de la dynamique interne. Cette nouvelle méthode de synthèse sert de base à la conception du régulateur décentralisé multivariable robuste de tension et de vitesse. Ce dernier atténue de façon efficace les oscillations inter zones. Une version adaptative du régulateur est proposée. Un processus d'adaptation met à jour les paramètres de ce dernier après une variation de la charge du réseau et renforce ainsi la robustesse du compensateur. Les résultats de simulation attestent de l'efficacité de la méthode de conception et de la validité de l'approche de modélisation.

Le réseau électrique étant un système de grande taille, une approche de conception globale où tous les compensateurs travaillent de façon plus coordonnée est une solution envisageable et intéressante mais un défi de taille.

# **ADAPTIVE NONLINEAR CONTROLLER FOR MULTIMACHINE POWER SYSTEMS**

Aimé Francis Okou

## **Abstract**

A decentralized adaptive nonlinear multivariable speed and voltage controller is proposed to improve the stability and to dampen local and inter-area oscillations in multimachine power systems.

The power system is first modeled using a novel approach that unifies the classic single machine infinite bus and multimachine modeling approaches. We obtain a decentralized nonlinear time-varying fifth order multivariable system. The time-varying parameters represent the influence of the rest of the power system on each generator. The excitation and the hydraulic turbine servomotor reference signal are the input variables. The terminal voltage d-q frame components, the rotor speed, the turbine flow rate and the gate opening are the new model's state variables.

A straightforward application of the input output linearization design technique leads to an unstable closed loop system because of the non-minimum phase property of the system. A novel design method for nonlinear non-minimum phase systems is then proposed. The technique consists of applying the input-output linearization procedure first and stabilizing the closed loop system using a nonlinear auxiliary control law of internal and external state variables. The novel technique is used to design a robust decentralized voltage and speed regulator. The gains of the controller's linear part are obtained by solving an algebraic Riccati equation. It considerably attenuates inter-area and local oscillations. Integrators are then introduced in the control law to improve the robustness of the controller. The effectiveness of our design procedure is tested on a four machines two-area power system. The simulation results assess the performance of the new controller compared to the standard power system regulator with PSS (power system stabilizer). An adaptive version of the controller is proposed to improve the robustness property. The parameters of the controller are updated after a load variation. The design of the new regulator is based on the adaptive version of our nonlinear control method for non-minimum phase systems. The adaptive voltage and speed regulator is also tested on the four machines power system. The results prove the effectiveness of the novel modeling approach and design procedure.

## **REMERCIEMENTS**

Cette thèse de doctorat a été effectuée au sein du Groupe de Recherche en Électronique de Puissance et en Commande Industrielle (G.R.E.P.C.I.), sous la supervision de Mme Ouassima AKHRIF Ph.D. et la codirection de M. Louis-A. DESSAINT, Ph.D. Mes premiers et sincères remerciements vont à ces deux illustres chercheurs pour leurs encadrements exemplaires, leurs critiques constructives et pour leur soutien financier. Ces six dernières années passées à leurs côtés resteront inoubliables.

Je tiens aussi à remercier les membres du jury M. Maarouf SAAD Ph.D., M. Serge LEFEBVRE Ph.D. et M. Pierre-Jean LAGACÉ Ph.D. pour avoir accepté d'évaluer notre travail et pour leurs critiques constructives durant l'examen de synthèse.

Je ne saurais terminer cette section sans adresser un remerciement tout particulier au Directeur du programme de doctorat Pr. Kamal Al-Haddad.

Enfin, à tous ceux qui de près ou de loin ont contribué à l'avancement de mes travaux, j'adresse mes sincères remerciements. Je pense notamment à Roger Champagne, Ph.D., Docteur Matei Kelemen et tous les autres collègues du GREPCI.

## TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE.....	i
ABSTRACT.....	ii
REMERCIEMENTS.....	iii
TABLE DES MATIÈRES.....	iv
LISTE DES TABLEAUX.....	vi
LISTE DES FIGURES.....	vii
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES.....	x
INTRODUCTION .....	1
REVUE DE LA LITTÉRATURE.....	5
PROBLÉMATIQUE ET CONTRIBUTION.....	9
CHAPITRE 1: RAPPEL DES APPROCHES CLASSIQUES DE MODÉLISATION...12	
1.1 Modèle à deux axes d'une machine synchrone.....	13
1.2 Approximation générateur/barre infinie.....	14
1.3 Modèle multimachine.....	16
CHAPITRE 2: MODÉLISATION DECENTRALISÉE DE RÉSEAU ÉLECTRIQUE.20	
2.1 Nouvelle approche de modélisation.....	21
2.2 Modèle du générateur.....	21
2.3 Modèle du reste du réseau.....	22
2.4 Modèle de la turbine et du servomoteur.....	23
2.5 Nouveau modèle décentralisé de réseau électrique.....	25
2.6 Analyse du modèle.....	26
2.7 Modèle d'état détaillé du système.....	28
CHAPITRE 3 : RAPPEL SUR LES RÉGULATEURS CONVENTIONNELS DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES.....	35
3.1 Système d'excitation : Type DC1A.....	35
3.2 Le stabilisateur (PSS).....	36
3.3 Régulateur de vitesse de turbine hydraulique ou gouverneur : Type PID.....	37

<b>CHAPITRE 4 : COMMANDE DES SYSTÈMES NON LINÉAIRES À DÉPHASAGE NON MINIMAL.....</b>	<b>40</b>
4.1 Rappel sur la linéarisation entrée – sortie.....	40
4.2 Linéarisation entrée – sortie approximée.....	47
4.3 Commande des systèmes non linéaires à déphasage non minimal.....	54
4.4 Exemple d'application : Régulateur de tension et de vitesse d'un générateur alimentant une barre infinie.....	59
<b>CHAPITRE 5 : RÉGULATEUR NON LINÉAIRE DÉCENTRALISÉ DE TENSION ET DE VITESSE.....</b>	<b>72</b>
5.1 Modèle du système.....	72
5.2 Conception du régulateur non linéaire de tension et de vitesse.....	74
5.3 Application à un réseau électrique à 4 générateurs.....	82
<b>CHAPITRE 6 : COMMANDE NON LINÉAIRE ADAPTATIVE DES SYSTÈMES À DÉPHASAGE NON MINIMAL.....</b>	<b>87</b>
6.1 Linéarisation entrée – sortie adaptative.....	88
6.2 Commande non linéaire adaptative des systèmes à déphasage non minimal.....	92
6.3 Exemple d'application : Régulateur de tension et de vitesse d'un générateur alimentant une barre infinie.....	95
<b>CHAPITRE 7 : RÉGULATEUR NON LINÉAIRE ADAPTATIF DÉCENTRALISÉ DE TENSION ET DE VITESSE.....</b>	<b>108</b>
7.1 Conception du régulateur non linéaire adaptatif.....	109
7.2 Tests de performance et résultats de simulations.....	121
<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>128</b>
<b>ANNEXES</b>	
1 : Expressions des paramètres du modèles.....	132
2 : Données des simulations.....	135
3 : Preuves de convergences.....	138
4 : Quelques définitions et théorèmes.....	145
<b>BIBLIOGRAPHIE.....</b>	<b>151</b>

## **LISTES DES TABLEAUX**

	Page
Tableau I      Paramètres du modèle.....	67
Tableau II     Pôles désirés en boucle fermée.....	68
Tableau III    Paramètres initiaux du modèle.....	83
Tableau IV    Paramètres en régime permanent du modèle.....	104
Tableau V     Pôles utilisés pour le calcul du gain K.....	104
Tableau VI    Paramètres en régime permanent du modèle.....	122
Tableau VII   Pôles intervenants dans le calcul du gain $\Gamma$ .....	123

## LISTES DES FIGURES

	Page	
Figure 1	Modèle générateur barre infinie.....	14
Figure 2	Réseau simple de 2 barres.....	19
Figure 3	Schéma bloc du servomoteur.....	24
Figure 4	Réseau électrique multimachine.....	27
Figure 5	Évolution de $g_1$ après un $\Delta P$ .....	27
Figure 6	Évolution de $\beta$ après un c/c.....	27
Figure 7	Évolution de $g_1$ après un c/c.....	27
Figure 8	Système d'excitation type DC1A de IEEE.....	36
Figure 9	Système d'excitation type DC1A avec PSS.....	37
Figure 10	Régulateur de vitesse de type PID.....	38
Figure 11	Schéma de principe de la linéarisation entrée – sortie.....	41
Figure 12	Réseau électrique hypothétique à 4 générateurs.....	67
Figure 13	Tension de $G_1$ après un c/c.....	69
Figure 14	Vitesse de $G_1$ après un c/c.....	69
Figure 15	Excitation de $G_1$ après un c/c.....	69
Figure 16	Vannage de $G_1$ après un c/c.....	69
Figure 17	Tension de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	69
Figure 18	Vitesse du rotor après un $\Delta P$ .....	69
Figure 19	Vannage de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	70
Figure 20	Excitation de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	70
Figure 21	Vitesse $G_1$ après un c/c.....	70
Figure 22	Tension de $G_1$ après un c/c.....	70
Figure 23	Oscillations interzones après un c/c.....	71
Figure 24	Réseau électrique hypothétique à 4 générateurs.....	82
Figure 25	Vitesse de $G_1$ après un c/c.....	84

Figure 26	Tension de $G_1$ après un c/c.....	84
Figure 27	Excitation de $G_1$ après un c/c.....	84
Figure 28	Vannage de $G_1$ après un c/c.....	84
Figure 29	Tension de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	85
Figure 30	Vitesse du rotor après un $\Delta P$ .....	85
Figure 31	Excitation de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	85
Figure 32	Vannage de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	85
Figure 33	Vitesse $G_1$ après un c/c.....	86
Figure 34	Tension de $G_1$ après un c/c.....	86
Figure 35	Oscillations interzones après un c/c.....	86
Figure 36	Réseau électrique hypothétique à 4 générateurs.....	103
Figure 37	Vitesse de $G_1$ après un c/c.....	105
Figure 38	Tension de $G_1$ après un c/c.....	105
Figure 39	Excitation de $G_1$ après un c/c.....	106
Figure 40	Vannage de $G_1$ après un c/c.....	106
Figure 41	$g_1$ estimé de $G_1$ après un c/c.....	106
Figure 42	$\alpha$ estimé de $G_1$ après un c/c.....	106
Figure 43	Tension de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	107
Figure 44	Vitesse du rotor après un $\Delta P$ .....	107
Figure 45	Excitation de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	107
Figure 46	Vannage de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	107
Figure 47	$g_2$ estimé de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	107
Figure 48	$\beta$ estimé de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	107
Figure 49	Réseau électrique hypothétique à 4 générateurs.....	121
Figure 50	Vitesse de $G_1$ après un c/c.....	124
Figure 51	Tension de $G_1$ après un c/c.....	124
Figure 52	Excitation de $G_1$ après un c/c.....	125
Figure 53	Vannage de $G_1$ après un c/c.....	125
Figure 54	$g_1$ estimé de $G_1$ après un c/c.....	125

Figure 55	$\alpha$ estimé de $G_1$ après un c/c.....	125
Figure 56	Vitesse du rotor après un $\Delta P$ .....	125
Figure 57	Tension de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	125
Figure 58	Excitation de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	126
Figure 59	Vannage de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	126
Figure 60	$g_1$ estimé de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	126
Figure 61	$\alpha$ estimé de $G_1$ après un $\Delta P$ .....	126
Figure 62	Vitesse $G_1$ après un c/c.....	126
Figure 63	Tension de $G_1$ après un c/c.....	126
Figure 64	Oscillations interzones après un c/c.....	127

## **LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES**

a(t)	Paramètre du nouveau modèle décentralisé
$\alpha(t)$	Paramètre du nouveau modèle décentralisé
A <sub>t</sub>	Le gain de la turbine
AVR	Le Régulateur Automatique de Tension
$\beta(t)$	Paramètre du nouveau modèle décentralisé
$\delta$	L'angle de charge du générateur
DC1A	système d'excitatrice à courant alternatif
E <sub>d</sub>	La composante de l'axe d de la tension interne transitoire
E <sub>fd</sub>	La tension de champ
E <sub>q</sub>	La composante de l'axe q de la tension interne transitoire
g	L'ouverture du vannage de la turbine
$g_1(t)$	Paramètre du nouveau modèle décentralisé
$g_2(t)$	Paramètre du nouveau modèle décentralisé
$\gamma(t)$	Paramètre du nouveau modèle décentralisé
H	La constante d'inertie du rotor exprimée en seconde
PSS	Le Stabilisateur de Réseaux Électriques
i	Le courant au stator
i <sub>d</sub>	La composante de l'axe d du courant du stator.
i <sub>q</sub>	La composante de l'axe q du courant du stator.
IEEE	Association Internationale des Ingénieurs Électriciens
K(t)	L'inductance généralisée.
L <sub>e</sub>	L'inductance de l'impédance dans un modèle générateur/barre infinie
P <sub>m</sub>	La puissance mécanique fournie par une turbine
q	Le débit d'eau dans la turbine
R(t)	La résistance généralisée.
R <sub>e</sub>	La résistance de l'impédance dans un modèle générateur/barre infinie

$R_s$	La résistance des enroulements du stator
$R^n$	Espace euclidien de dimension n.
$\sigma(t)$	Paramètre du nouveau modèle décentralisé
t	Le temps en seconde
$T_g$	La constante de temps équivalente du servomoteur réduit à un premier ordre
$T_{d0}^{'}$	La constante de temps transitoire en circuit ouvert de l'axe d
$T_{q0}^{'}$	La constante de temps transitoire en circuit ouvert de l'axe q
$T_w$	Le temps d'établissement du débit nominal
$v_d$	La Composante de l'axe d de la tension terminale du générateur
$v_{inf}$ ,	La tension de la barre infinie
$v_q$	La Composante de l'axe q de la tension terminale du générateur
$v_t$ .	La tension aux bornes du générateur
$\omega$	La vitesse de rotation du rotor
$\omega_s$	La vitesse de rotation synchrone du générateur
$W_1(t)$	Composante de l'effet du reste du réseau sur chaque générateur
$W_2(t)$	Composante de l'effet du reste du réseau sur chaque générateur
$W_3(t)$	Composante de l'effet du reste du réseau sur chaque générateur
$x_d$	La réactance synchrone dans l'axe d
$x_q$	La réactance synchrone dans l'axe q
$x_d^{'}$	La réactance transitoire dans l'axe d
$x_q^{'}$	La réactance transitoire dans l'axe q

## INTRODUCTION

L'automatique moderne connaît un essor considérable depuis quelques décennies. On dispose désormais d'un nombre impressionnant de techniques avancées pour la synthèse des compensateurs. Ces dernières s'appliquent notamment aux systèmes multivariables tant linéaires que non linéaires. Cette approche moderne a l'avantage de proposer des méthodes de conception systématiques, rigoureuses et basées sur des mathématiques avancées. Elle se distingue ainsi fortement de l'approche dite classique qui se caractérise par des procédures de conception par essai et erreur.

Plusieurs des méthodes modernes ont déjà fait l'objet d'applications industrielles dans des domaines de pointe tels que l'aéronautique et la robotique. On est alors en droit de s'interroger sur leur efficacité quant au problème de la conception des régulateurs de tension et de vitesse qui assurent la stabilité des réseaux électriques. Ces derniers sont régis par des équations dynamiques complexes et fortement non linéaires. La complexité des réseaux électriques de forte puissance réside notamment dans le fait qu'ils sont de grandes tailles et qu'ils possèdent plusieurs points d'équilibre. Ainsi leurs régulateurs de tension et de vitesse doivent être capables d'assurer la stabilité et une performance satisfaisante en régime transitoire sur toute la plage de fonctionnement. Ils doivent donc être robustes au sens de l'automatique.

Une des techniques de l'automatique moderne qui propose une procédure de conception pour les systèmes non linéaires est la commande basée sur la géométrie différentielle [1]. Cette méthode offre la possibilité de faire la synthèse de compensateurs dont les performances sont indépendantes du point de fonctionnement du système. Ses versions adaptatives permettent de la rendre robuste face aux variations des paramètres du système commandé [2].

L'objectif de la présente thèse est de proposer une méthode de conception de régulateur de tension et de vitesse non linéaire robuste pour les réseaux électriques. Les caractères non linéaire et robuste assurent que le régulateur conserve ses performances indépendamment du point d'opération et en présence des variations paramétriques du système. Les critères de performance portent notamment sur la stabilité en boucle fermée, la durée du régime transitoire de la tension et de la fréquence du réseau et l'amortissement des oscillations locales et inter zones.

Le Régulateur Automatique de Tension (AVR) et le Régulateur de Vitesse ou Gouverneur [3] sont les deux compensateurs conventionnels des réseaux électriques. Ces deux régulateurs sont conçus séparément pour différentes plages de fréquences. Ils fonctionnent donc de façon non coordonnée. La sortie du régulateur de tension dépend uniquement de la tension terminale et agit sur l'excitation du générateur, tandis que celle du Gouverneur est fonction uniquement de la vitesse du rotor et actionne indirectement l'ouverture du vannage de la turbine. Il est désormais indéniable que cette structure est incapable d'assurer de façon efficace la stabilité du réseau. Elle ne peut notamment pas amortir les oscillations inter zones. Ces dernières sont caractérisées par un échange faiblement amorti de puissance électrique entre deux ou plusieurs zones du réseau.

Le AVR et le Gouverneur ne peuvent donc pas garantir à eux seuls le bon fonctionnement des réseaux électriques sans l'aide d'un stabilisateur. Ce dernier communément appelé Stabilisateur de Réseaux Électriques (PSS) [3] ajoute un amortissement supplémentaire à travers l'excitation du générateur à partir de l'erreur de vitesse ou de la variation de la puissance électrique. Il ajoute donc une boucle indépendante supplémentaire. Cette nouvelle structure a une meilleure performance et amortit relativement bien les oscillations locales et inter zones. Cependant, le PSS et le AVR agissent simultanément, de façon indépendante et non coordonnée sur l'excitation du générateur. Un compromis est donc effectué afin d'assurer le bon fonctionnement de l'ensemble. Ainsi, avec l'ajout du PSS, on note généralement une certaine détérioration

de la qualité de la régulation de tension. La technique de détermination des paramètres du PSS et le caractère linéaire de ce dernier ne garantissent pas une bonne performance sur toute la plage de fonctionnement du réseau. Plusieurs travaux ont alors été proposés en vue d'accroître les performances de l'ensemble AVR, Gouverneur et PSS. Ils consistent, par exemple, en l'amélioration de la conception du PSS par l'application de techniques d'optimisation [4], la coordination de plusieurs PSS [5], l'utilisation des techniques issues de la commande moderne telles que  $H_{\infty}$  [6]  $\mu$ - synthèse [7] et en la coordination de l'ensemble PSS - AVR [8]. D'autres travaux, par contre, proposent de remplacer la structure précédente par une autre obtenue de façon plus systématique et basée sur la commande non linéaire [9].

Le problème de la conception des régulateurs de tension et de vitesse pour les réseaux électriques continue donc de faire l'objet de plusieurs travaux de recherche. Il convient donc, avant de proposer une nouvelle alternative de résolution, de faire une revue de la littérature. Elle nous permettra d'acquérir une compréhension profonde de la problématique et une idée des différentes approches de résolution proposées. Cette étude permettra aussi de dégager les avantages et limitations des travaux antérieurs. Elle constitue l'objet de la section suivante. Proposer une solution originale à un problème complexe demande une analyse détaillée de ce dernier afin de le scinder en sous problèmes. La dernière section de cette introduction propose une analyse approfondie de notre problème à la lumière de la revue de la littérature. Elle expose aussi les contributions de la présente thèse dans les domaines de l'électrotechnique et de l'automatique. Nous proposons, pour l'essentiel, une approche unifiée de modélisation décentralisée des réseaux électriques, un cadre multivariable systématisant l'obtention de lois de commande coordonnées des régulateurs de tension et de vitesse, et une méthode adaptative et non adaptative pour les systèmes non linéaires à déphasage non minimal.

La première partie de la thèse, constituée des chapitres 1 et 2, fait un rappel des approches classiques de modélisation de réseaux électriques. Elle traite aussi de la

nouvelle approche unificatrice que nous proposons. Une première version du régulateur non linéaire multivariable de tension et de vitesse est proposée dans la deuxième partie qui est composée des chapitres 3, 4 et 5. La procédure de conception est basée sur une nouvelle méthode de synthèse pour systèmes non linéaires à déphasage non minimal que nous proposons. En guise d'exemple, la synthèse des régulateurs de tension et de vitesse d'un réseau électrique hypothétique à 4 générateurs est traitée. La troisième partie de la thèse, constituée des chapitres 6 et 7 propose une version adaptative du régulateur proposé précédemment. Le caractère adaptatif renforce la robustesse du compensateur. Les paramètres du régulateur sont mis à jour automatiquement par un processus dynamique appelé loi d'adaptation, quand les paramètres du réseau changent. La méthode de synthèse est utilisée dans la conception des régulateurs adaptatifs de tension et de vitesse du réseau électrique à 4 générateurs. Ce dernier étant sujet aux contingences couramment rencontrées tels que le court-circuit et la variation de charge. La thèse se termine par une analyse et une critique de notre solution. Nous dégagerons ses avantages et ses limitations. L'objectif ultime étant de proposer une perspective à notre travail.

## **REVUE DE LA LITTÉRATURE**

La stabilité des réseaux électriques est présentement assurée par 3 types de compensateurs monovariables. Le Régulateur Automatique de la Tension (AVR) et le Régulateur de Vitesse ou Gouverneur s'occupent respectivement de la régulation de la tension terminale et de la vitesse du rotor de chaque générateur. Le Stabilisateur (PSS) est utilisé pour amortir les oscillations locales et inter zones. Ce dernier élabore sa sortie à partir de l'erreur de vitesse ou de la variation de la puissance électrique. Il agit sur l'excitation du générateur. Cette structure, constituée de trois boucles de rétroaction non coordonnées pour réguler deux variables en interaction dans un modèle multivariable non linéaire, est très peu rassurante. Le caractère linéaire de ces compensateurs et la procédure de synthèse des boucles de rétroaction ne garantissent pas la stabilité du réseau sur toute sa plage de fonctionnement. La méthode proposée pour le calcul des paramètres du PSS (qui est l'élément indispensable au bon fonctionnement de la structure) ne lui confère pas toujours une performance satisfaisante. Plusieurs améliorations du PSS ont donc été étudiées.

[4] propose, par exemple, une méthode de calcul des gains du PSS basée sur la minimisation de l'indice sélectif de performance modale. Ce dernier est étroitement lié à l'énergie contenue dans l'enveloppe des oscillations de la vitesse du rotor. Il est donc inversement proportionnel au coefficient d'amortissement. Le problème d'optimisation tient compte des contraintes non linéaires faisant intervenir la stabilité, la sensibilité et la robustesse. Le compensateur proposé donne de meilleurs résultats, comparé au PSS conventionnel. Une structure dite décentralisée/hierarchisée, dans laquelle des PSS locaux (au niveau de chaque générateur) travaillent en coordination avec des PSS globaux qui reçoivent leurs signaux de l'ensemble du réseau (à travers des unités de mesure de phaseur – PMU), est aussi proposée par les mêmes auteurs [5]. Elle peut aussi apporter une amélioration significative à la performance transitoire du réseau électrique.

[6] [10] et [7] [11] proposent de baser la conception du PSS respectivement sur les théories  $H_{\infty}$  et  $\mu$ -synthèse.

Malgré les améliorations apportées à cette structure (AVR-PSS et Gouverneur), ses performances restent limitées. En effet, elle est constituée de compensateurs linéaires. L'utilisation du PSS engendre toujours un compromis de performance entre la tension et l'amortissement des oscillations locales et inter zones. Le développement des techniques de commande avancées, mieux adaptées aux systèmes non linéaires, a donc poussé certains chercheurs à proposer d'autres alternatives pour améliorer la stabilité et les performances transitoires du réseau électrique. L'application de la théorie de la commande géométrique pour la conception des compensateurs de réseaux électriques est évidemment récente. On peut facilement distinguer deux grandes approches de résolution. La première consiste, pour la synthèse du régulateur de chaque générateur, à modéliser le réseau comme un générateur connecté à une barre de puissance infinie via une impédance constante. L'amplitude et la fréquence de la tension à cette barre sont fixes. Cette modélisation est communément appelée générateur/barre infinie. La plupart des travaux proposent des compensateurs à une entrée de commande pour réguler soit la tension terminale des générateurs, soit l'angle de charge [12][13]. Les performances de ces régulateurs sont évidemment très limitées. La variable non contrôlée a un comportement transitoire très peu satisfaisant. La seule entrée de commande utilisée est la tension d'excitation des générateurs. Le compensateur proposé par [14] est un régulateur de tension et d'angle de charge qui utilise aussi la tension d'excitation pour seule entrée de commande. Le compromis de performance sur la tension et sur l'angle de charge limite considérablement l'efficacité de la solution. Certains de nos travaux antérieurs [15] [16] s'inscrivent aussi dans cette approche de modélisation. Ils proposent un régulateur à deux entrées et deux sorties qui régule simultanément la tension terminale et l'angle de charge. Les variables de commande sont la tension d'excitation et l'entrée du servomoteur qui commande l'ouverture du vannage d'une turbine hydraulique. Les contraintes sur la vitesse d'ouverture et de fermeture du vannage de la

turbine ont été prises en considération. Les performances des compensateurs basés sur cette approche sont très bonnes quand l'approximation générateur/barre infinie est justifiée. Cependant, elles laissent à désirer quand les variations de la tension et de la fréquence dans le reste du réseau influencent fortement le générateur considéré. Les régulateurs ne garantissent pas toujours un amortissement satisfaisant des oscillations inter zones.

Plusieurs chercheurs ont alors envisagé une deuxième approche de modélisation. Elle consiste à considérer un modèle global du réseau où apparaissent de façon explicite les équations dynamiques de tous les générateurs [17][18][19][20][21][22]. Elle permet de prendre en compte toutes les interactions dans le système et donne ainsi la possibilité d'amortir efficacement les oscillations locales et inter zones. Deux types de compensateurs ont été proposés à partir de cette modélisation globale. Le premier est un régulateur centralisé où la loi de commande de chaque générateur dépend explicitement des variables d'état des autres générateurs et de la structure du réseau [17]. L'autre solution consiste à concevoir un régulateur décentralisé à partir du modèle global. La solution de [18] consiste à négliger, dans la loi de commande, les variations des variables d'état des autres générateurs. Ces variables sont alors considérées constantes. La mise en œuvre d'un tel compensateur nécessite la mise à jour continue de ces paramètres en cas de changement de point de fonctionnement du réseau. Les auteurs de [19][20] proposent que les courants du réseau, qui sont les principaux éléments de couplage des équations dynamiques, soient considérés comme paramètres et non comme variables d'état. Ces paramètres interviennent de façon explicite dans la loi de commande et sont alors estimés ou mesurés. Les travaux dans [21][22] proposent des régulateurs linéaires et non linéaires dont les gains et certains termes de la loi de commande sont déterminés de façon à minimiser l'influence des interactions entre les variables des générateurs. Ils utilisent comme seule entrée de commande l'excitation de chaque générateur pour améliorer la stabilité transitoire du réseau. Les compensateurs basés sur cette approche amortissent efficacement les oscillations inter zones. Cependant

les tensions terminales des générateurs ne sont pas régulées. Les auteurs de [18] suggèrent une solution de compromis entre le problème de la stabilité transitoire et celui de la régulation de tension. La solution consiste à tenir compte de la tension terminale dans l'expression de l'excitation qui est encore la seule entrée de commande. En fait, cette approche de modélisation globale ne permet pas de réaliser une régulation de tension décentralisée adéquate sans compromis ou approximation grossière. En effet, l'expression de la tension terminale d'un générateur dépend explicitement et très fortement des variables d'état des autres générateurs du réseau. La régulation de la tension est une fonction indispensable au bon fonctionnement du réseau électrique [3].

L'objectif de cette thèse est de proposer un régulateur non linéaire robuste décentralisé de tension et de vitesse capable d'assurer la stabilité du réseau dans toute sa plage de fonctionnement et d'amortir de façon significative les oscillations locales et inter zones. De l'étude précédente, il ressort qu'une nouvelle approche de modélisation s'impose afin d'atteindre notre objectif. Cette approche devra être capable de fournir un modèle qui permet de tenir compte des interactions inter machines. Les variables à réguler doivent s'exprimer en fonction des variables locales uniquement.

## **PROBLÉMATIQUE ET CONTRIBUTION**

Une analyse détaillée du problème à résoudre s'impose afin de le scinder en un ensemble de sous problèmes. Rappelons qu'il s'agit de proposer un régulateur non linéaire décentralisé de tension et de vitesse basé sur la géométrie différentielle pour assurer la stabilité d'un réseau électrique comportant plusieurs générateurs. La section précédente à savoir la revue de la littérature a permis de faire ressortir l'existence de deux approches de modélisation. L'approche dite du générateur et de la barre infinie a pour avantage de conduire systématiquement à un régulateur décentralisé. Cependant, elle ne permet pas de prendre en compte les changements et les phénomènes intervenant dans le reste du réseau. Ce dernier est vu comme une tension d'amplitude et de fréquence fixes. Quant à l'approche de modélisation globale, elle a pour principal avantage de tenir compte des interactions entre les différents générateurs du réseau. Elle donne donc la possibilité d'amortir de façon plus efficace les oscillations inter-zones. Cependant, elle ne permet pas de synthétiser un régulateur décentralisé de tension. Notre première contribution sera de proposer une nouvelle approche de modélisation. Le nouveau modèle devra permettre une conception systématique de régulateur décentralisé et de tenir compte des modifications intervenant dans le réseau. Il constituera donc un modèle qui unifie les deux approches classiques.

On constate aisément que les approches linéaires et la grande majorité des solutions non linéaires proposées sont des compensateurs monovariables. Deux variables indépendantes (la tension et la vitesse ou l'angle de charge) sont régulées à travers une entrée de commande (l'excitation du générateur). Ce qui engendre inévitablement un compromis. Nous proposons dans la présente thèse une approche multivariable pour la conception des régulateurs. Ce cadre de travail, déjà introduit dans [16], permet de faire simultanément la synthèse des lois de commande. Il évite ainsi les hypothèses non justifiées et les compromissions sur la performance. En effet, la méthode de conception étant basée sur le modèle du système, toutes les variables dynamiques de ce dernier

interviennent systématiquement dans les expressions de la commande. Les lois de commande sont obtenues simultanément. Par exemple, l'expression de la tension d'excitation fait intervenir aussi bien la tension terminale que la vitesse (ou l'angle de charge).

Nous proposerons un compensateur à deux sorties pour réguler la tension terminale de chaque générateur et sa vitesse (ou l'angle de charge). Les entrées de commande seront la tension d'excitation et la référence du servomoteur qui commande l'ouverture du vannage de la turbine. Le réseau électrique comportera donc des générateurs constitués d'une machine synchrone dont la puissance mécanique est fournie par une turbine hydraulique équipée d'un servomoteur pour l'ouverture du vannage. Toutes les contraintes sur la vitesse de fermeture et d'ouverture du vannage de la turbine seront rigoureusement prises en considération. Ces dernières sont indispensables pour le bon fonctionnement de la turbine. Elles pourraient limiter par la même occasion la performance du système en boucle fermée. Ces contraintes sont très sévères et ont d'ailleurs poussé plusieurs chercheurs et praticiens à ne pas utiliser le vannage de la turbine comme entrée de commande et à se servir uniquement de l'excitation pour améliorer les performances transitoires et réguler deux variables indépendantes (tension et vitesse).

La référence du servomoteur de la turbine n'est pas utilisée pour amortir les oscillations mécaniques du rotor du générateur. Elle s'impose dans notre approche multivariable. Ce cadre de travail sistématisé la synthèse de l'expression de la tension excitation sans compromis sur la performance. Les paramètres de cette dernière seront judicieusement choisis pour amortir efficacement les oscillations mécaniques et réguler la tension terminale. La deuxième entrée de commande permettra de positionner systématiquement l'ouverture du vannage afin que la puissance mécanique soit égale à la puissance électrique demandée.

La turbine hydraulique est un système à déphasage non minimal [15]. L'ensemble machine synchrone et turbine héritera donc de cette propriété problématique. Elle est problématique car la commande non linéaire conventionnelle ne s'applique qu'aux systèmes à déphasage minimal. Dans nos travaux antérieurs [15][16] une solution particulière est proposée pour stabiliser localement un tel système. Une autre contribution de cette thèse sera de proposer une nouvelle méthode de synthèse pour les systèmes non linéaires à déphasage non minimal qui garantisse une stabilité globale au système en boucle fermée. Aussi, pour tenir compte des variations de point de fonctionnement (variation de charge) ou de structure du réseau (variation de paramètre), nous proposerons une version robuste de cette nouvelle technique. Le réseau électrique est un système non linéaire multivariable dont la stabilité est assurée par 3 types de régulateurs linéaires monovariables et non coordonnés. Sa région de stabilité et sa performance transitoire sont donc limitées par la nature et la structure de ces compensateurs. Des régulateurs non linéaires robustes et multivariables, plus adaptés à la nature du réseau, sont alors proposés pour améliorer sa stabilité et son régime transitoire. Afin d'atteindre notre objectif nous proposerons une nouvelle approche de modélisation unificatrice, un cadre de synthèse multivariable et une nouvelle technique de commande robuste adaptée aux systèmes à déphasage non minimal.

## CHAPITRE 1

### RAPPEL DES APPROCHES CLASSIQUES DE MODÉLISATION

L'objectif de ce chapitre est d'exposer de façon succincte les deux approches de modélisation utilisées lors de la conception des régulateurs de réseaux électriques. Ce sont l'approximation générateur/barre infinie et le modèle global multi générateurs. Nous présenterons par la même occasion leurs avantages et leurs limitations respectives.

Il est essentiel de signaler que les modèles dynamiques finaux obtenus dans les deux approches dépendent fortement de celui de la machine synchrone utilisée en génératrice. Plusieurs modèles de machine synchrone existent dans la littérature [23]. Elles dérivent du modèle complet qui est un système d'équations dynamiques d'ordre 9. Le modèle complet prend en compte la dynamique au stator, la dynamique des amortisseurs, la dynamique du champ et la dynamique au rotor [24]. Les autres modèles sont des approximations du modèle complet et s'obtiennent en négligeant certaines dynamiques rapides. On obtient ainsi un premier modèle approché lorsque l'on ne tient pas compte de la dynamique du stator qui est la plus rapide. Le deuxième modèle approché est le modèle à deux axes. Il se déduit du modèle précédent en négligeant une partie de la dynamique des amortisseurs qui est communément appelée dynamique sous-transitoire. Le modèle dit à un axe s'obtient du modèle à deux axes en négligeant la dynamique restante des amortisseurs qui correspond aux phénomènes transitoires. Ce modèle ne tient donc compte que des dynamiques du champ et du rotor. Le dernier modèle est le modèle classique qui ne comporte que l'équation mécanique du mouvement du rotor. Les phénomènes électriques sont considérés stationnaires. Nous allons, pour cette étude qui se veut brève, choisir le modèle de la machine synchrone le plus couramment utilisé qui est le modèle à deux axes. Il représente un bon compromis entre la précision la simplicité.

## 1.1 Modèle à deux axes d'une machine synchrone

Le modèle à deux axes d'une machine synchrone est un système de quatre équations différentielles et de deux équations algébriques. Dans le plan d/q et en unité réduite, il est de la forme [23] :

$$\dot{T}_{dq} \dot{E}_q = -E_q + (x_d - x_d) i_d + E_{fd} \quad (1.1a)$$

$$\dot{T}_{q0} \dot{E}_d = -E_d + (x_q - x_q) i_q \quad (1.1b)$$

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \quad (1.1c)$$

$$H d(\omega^2)/dt = \omega_s (P_m - E_d i_d - E_q i_q - (x_q - x_d) i_d i_q) \quad (1.1d)$$

$$E_d = R_s i_d - x_q i_q + v_d \quad (1.1e)$$

$$E_q = R_s i_q + x_d i_d + v_q \quad (1.1f)$$

$i_d$  et  $i_q$  sont les courants au stator.  $E_{fd}$ ,  $E_d$  et  $E_q$  représentent respectivement la tension de champ et les tensions internes transitoires.  $T_{dq}$  et  $T_{q0}$  sont les constantes de temps transitoires en circuit ouvert exprimées en seconde.  $R_s$ ,  $x_d$ ,  $x_q$ ,  $x_d$  et  $x_q$  représentent la résistance des enroulements du stator, les réactances synchrones et transitoires.  $v_d$  et  $v_q$  sont les projections de la tension terminale sur les axes d et q respectivement.  $P_m$  est la puissance mécanique généralement fournie par une turbine.  $H$ ,  $\omega$ ,  $\delta$  et  $\omega_s$  sont respectivement la constante d'inertie du rotor exprimée en seconde, sa vitesse de rotation instantanée, son angle de charge et sa vitesse synchrone. Le temps  $t$  est exprimé en seconde. Les deux sections suivantes présentent respectivement l'approche de modélisation communément appelée approximation génératrice/barre infinie et celle de la modélisation globale ou multimachines.

## 1.2 Approximation générateur /barre infinie

L'approximation générateur/barre infinie est la première approche de modélisation utilisée pour la conception des compensateurs de réseaux électriques. Elle consiste à considérer le reste du réseau, vu d'un générateur, comme une tension d'amplitude et de fréquence fixes derrière une impédance fixe, comme illustré à la figure ci dessous.

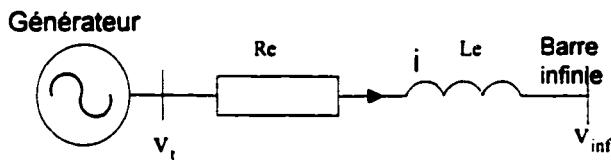


Figure 1 Modèle générateur - barre infinie

Notons  $v_t$ ,  $v_{\text{inf}}$ ,  $i$ ,  $R_e$  et  $L_e$  représentent respectivement la tension aux bornes du générateur, la tension de la barre infinie, le courant au stator, la résistance et l'inductance de l'impédance.

Supposons  $v_{\text{inf}} = (v_{\text{inf}a} \quad v_{\text{inf}b} \quad v_{\text{inf}c})^T$  avec  $v_{\text{inf}a} = \sqrt{2}V_{\text{inf}} \cos(\omega_s t + \alpha)$

L'équation du réseau s'écrit

$$v_t = R_e i + L_e \frac{di}{dt} + v_{\text{inf}} \quad (1.2)$$

En transformant (1.2) dans le référentiel d/q et en négligeant la dynamique au stator, on obtient l'équation algébrique suivante :

$$v_d = V_{\text{inf}} \cos(\delta - \alpha) + R_e i_d - X_e i_q$$

$$v_q = V_{\text{inf}} \sin(\delta - \alpha) + R_e i_q + X_e i_d \quad (1.3)$$

$v_d$  et  $v_q$  sont les transformées de  $v_t$  dans le référentiel d/q.

Les équations de la machine synchrone combinées à celles de la barre infinie donnent le modèle global du réseau.

$$\dot{T}_{dq} \dot{E}_q = -\dot{E}_d - (x_d - x'_d) i_d + E_{fd} \quad (1.4a)$$

$$\dot{T}_{qd} \dot{E}_d = -\dot{E}_q + (x_q - x'_q) i_q \quad (1.4b)$$

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \quad (1.4c)$$

$$H d(\omega^2)/dt = \omega_s (P_m - E_d' i_d - E_q' i_q - (x_q' - x_d') i_d i_q) \quad (1.4d)$$

$$E_d' = R_s i_d - x_q' i_q + v_d \quad (1.4e)$$

$$E_q' = R_s i_q + x_d' i_d + v_q \quad (1.4f)$$

$$v_d = V_{inf} \cos(\delta - \alpha) + R_e i_d - X_e i_q \quad (1.4g)$$

$$v_q = V_{inf} \sin(\delta - \alpha) + R_e i_q + X_e i_d \quad (1.4h)$$

La valeur efficace de la tension terminale du générateur est donnée par:

$$V_t = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \quad (1.5)$$

Il est ais   d'exprimer les courants  $i_d$  et  $i_q$  en fonction des tensions  $E_d'$ ,  $E_q'$ ,  $v_d$  et  $v_q$     partir des   quations pr  c  dentes et de les remplacer dans les   quations de la machine synchrone. Un changement de variables d'  tat   lectrique qui permet d'utiliser  $v_d$  et  $v_q$  en lieu et place de  $E_d'$ ,  $E_q'$ , donne un mod  le d'  tat enti  rement fonction des variables locales et mesurables [25].

$$\begin{aligned} \dot{v}_d &= a_1 v_d + a_2 v_q + a_3 V_{inf} \sin(\delta - \phi) - a_6 V_{inf} (\omega - \omega_s) \sin(\delta - \phi) + g_1 E_{fd} \\ &\quad + a_4 V_{inf} \cos(\delta - \phi) + a_5 V_{inf} (\omega - \omega_s) \cos(\delta - \phi) \end{aligned} \quad (1.6a)$$

$$\begin{aligned} \dot{v}_q &= b_1 v_d + b_2 v_q + b_3 V_{inf} \sin(\delta - \phi) - b_6 V_{inf} (\omega - \omega_s) \sin(\delta - \phi) + g_2 E_{fd} \\ &\quad + b_4 V_{inf} \cos(\delta - \phi) + b_5 V_{inf} (\omega - \omega_s) \cos(\delta - \phi) \end{aligned} \quad (1.6b)$$

$$\dot{d}\omega^2/dt = \frac{\omega_s}{H} [c_2 \cos(\gamma + \delta - \frac{\pi}{2}) v_d + c_2 \sin(\gamma + \delta - \frac{\pi}{2}) v_q] + \frac{\omega_s}{H} [P_m - c_1 (v_d^2 + v_q^2)] \quad (1.6c)$$

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \quad (1.6d)$$

$a_i$ ,  $b_i$  et  $c_i$  sont des fonctions des paramètres fixes du réseau.

Les variables régulées sont l'angle de charge et la tension terminale.

$$y_1 = \delta \quad (1.7a)$$

$$y_2 = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \quad (1.7b)$$

Il devient très alors aisément de concevoir un régulateur décentralisé de tension et d'angle de charge. Lorsque l'état du reste du réseau change, les paramètres de la barre infinie se modifient. En effet, lorsqu'il survient une perturbation importante dans le réseau l'amplitude, la fréquence et la phase de la tension de la barre infinie varient dans le temps. L'approximation de base n'est donc plus valide et les performances du compensateur laissent à désirer. Pour résoudre ce problème, plusieurs chercheurs ont proposé le modèle global à  $n$  générateurs pour la conception des compensateurs de réseaux électriques

### 1.3 Modèle multimachine

L'approche de modélisation multimachine consiste à décrire le réseau électrique par l'ensemble des équations dynamiques de tous les générateurs et l'équation algébrique (ou algébro-différentielle) de leur interconnexion. Soit un réseau électrique comportant  $n$  générateurs et  $m$  barres. Son modèle est

$$T_{doi} \dot{E}_{qi} = -E_{qi} - (x_{di} - x_{qi}) i_{di} + E_{fdi} \quad (1.8a)$$

$$T_{qoi} \dot{E}_{di} = -E_{di} + (x_{qi} - x_{di}) i_{qi} \quad (1.8b)$$

$$\dot{\delta}_i = \omega_i - \omega_s \quad (1.8c)$$

$$H d(\omega_i^2)/dt = \omega_s (P_m - E_{di}^+ i_{di} - E_{qi}^+ i_{qi} - (x_{qi}^+ - x_{di}^+) i_{di} i_{qi}) \quad (1.8d)$$

$$E_{di}^+ = R_{si} i_{di} - x_{qi}^+ i_{qi} + v_{di} \quad (1.8e)$$

$$E_{qi}^+ = R_{si} i_{qi} + x_{di}^+ i_{di} + v_{qi} \quad i = 1, \dots, n \quad (1.8f)$$

Lorsque les charges sont représentées par des impédances, l'équation du réseau est de la forme :

$$\frac{-1}{R_{si} + jx_{di}^+} (E_{di}^+ + (x_{qi}^+ - x_{di}^+) i_{qi} + jE_{qi}^+) e^{j(\delta_i - \pi/2)} + \sum_{k=1}^m (G_{ik}^+ + jB_{ik}^+) (v_{dk} + jv_{qk}) = 0$$

$$i = 1, \dots, n \quad (1.9a)$$

$$\sum_{k=1}^m (G_{ik}^+ + jB_{ik}^+) (v_{dk} + jv_{qk}) = 0 \quad i = n+1, \dots, m \quad (1.9b)$$

$G_{ik}^+ + jB_{ik}^+$  est l'élément de la ligne  $i$  et de la colonne  $k$  de la matrice d'admittance. Cette dernière contient toutes les charges modélisées sous forme d'impédance constante et  $1/(R_{si} + jx_{di}^+)$  sur la  $i^{\text{ème}}$  diagonale. (1.9a) est l'équation des courants à une barre comportant un générateur. L'équation (1.9b) concerne les barres sans générateur. La figure 2 illustre un réseau simple de 2 barres. Dans ce cas  $n$  et  $m$  valent respectivement 1 et 2. Le réseau sera donc représenté par une équation de forme (1.9a) à la barre 1 et une autre de la forme (1.9b) à la barre 2.

Il est possible d'extraire les courants  $i_{di}$  et  $i_{qi}$  des équations (1.9) et de les remplacer dans les équations du modèle des générateurs (1.8). Cet exercice est plus simple lorsque  $x_{qi}^+ = x_{di}^+$  et dans ce cas les expressions des courants sont

$$\dot{i}_{di} = \sum_{k=1}^n \{ G_{ik}^{\text{red}} (E_{dk} \cos(\delta_k - \delta_i) - E_{qk} \sin(\delta_k - \delta_i)) \\ - B_{ik}^{\text{red}} (E_{dk} \sin(\delta_k - \delta_i) + E_{qk} \cos(\delta_k - \delta_i)) \} \quad (1.10a)$$

$$\dot{i}_{qi} = \sum_{k=1}^n \{ G_{ik}^{\text{red}} (E_{dk} \sin(\delta_k - \delta_i) + E_{qk} \cos(\delta_k - \delta_i)) \\ + B_{ik}^{\text{red}} (E_{dk} \cos(\delta_k - \delta_i) - E_{qk} \sin(\delta_k - \delta_i)) \} \quad (1.10b)$$

$G_{ik}^{\text{red}} + jB_{ik}^{\text{red}}$  est l'élément à la ligne  $i$  et à la colonne  $k$  de la matrice admittance réduite en mode interne. On constate que l'équation de la tension terminale aux bornes de chaque générateur dépend fortement des variables d'état de tout le système. En effet, elle a pour expression:

$$V_t = \sqrt{(E_{di} - R_{si} i_{di} + x_{qi} i_{qi})^2 + (E_{qi} - R_{si} i_{qi} - x_{di} i_{di})^2} \quad (1.11)$$

où les courants  $i_{di}$  et  $i_{qi}$  ont les expressions données aux équations (1.10).

La conception d'un régulateur de tension décentralisé ne sera donc pas aisée. Elle est en un sens pratiquement impossible. Cependant ce modèle intègre toutes les interactions dynamiques du système. Ainsi lorsqu'on se limite à la conception d'un régulateur d'angle de charge, cette approche de modélisation permet d'obtenir des résultats très satisfaisants quant à l'amortissement des oscillations inter – zones [22].

Il est donc essentiel, pour la conception d'un régulateur de tension et de vitesse (ou d'angle de charge) qui amortirait efficacement les oscillations inter machines et inter zones, de proposer une nouvelle approche de modélisation. En effet, le modèle générateur/barre infinie permet de concevoir aisément des régulateurs décentralisés de tension et de vitesse mais ne permet pas la prise en compte des effets du reste du réseau sur chaque générateur. L'approche de modélisation intègre aisément toutes les interactions entre les générateurs du réseau électrique. Cependant, la conception de

régulateur de tension décentralisée est pratiquement impossible avec cette approche. La nouvelle approche devra donc combiner les avantages des deux méthodes précédentes.

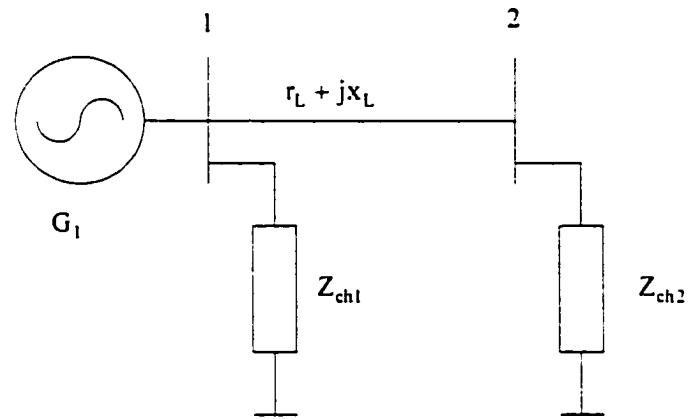


Figure 2 Réseau simple de 2 barres

## **CHAPITRE 2**

### **MODÉLISATION DÉCENTRALISÉE DE RÉSEAU ÉLECTRIQUE**

Le réseau électrique peut être modélisé comme un générateur alimentant une barre de puissance infinie ou comme un système multimachine. L'approche générateur/barre infinie est simple et offre la possibilité de concevoir un régulateur décentralisé de tension. Cependant, elle ne permet pas de prendre en compte les perturbations causées par les autres générateurs du réseau électrique. L'approche multimachine intègre de façon systématique toutes les interactions dans le système mais elle ne permet pas la conception de régulateur décentralisé de tension. Pour la synthèse de compensateur décentralisé de tension et de vitesse qui amortira efficacement les oscillations inter machine et inter zones, une nouvelle approche de modélisation est indispensable. Elle devra intégrer les avantages des deux approches classiques.

Ce chapitre propose une nouvelle philosophie de modélisation qui aboutit à un modèle décentralisé variant dans le temps pour le réseau électrique. Une meilleure caractérisation des paramètres du nouveau modèle permet de le mettre sous une forme adéquate pour l'application des techniques de commande moderne robuste. Cette nouvelle forme unifie, par la même occasion, les approches classiques de modélisation.

Nous présenterons successivement la nouvelle approche de modélisation, le modèle de chaque élément du système à commander et l'équation dynamique globale de l'ensemble. Une caractérisation par simulation permet d'affiner le modèle proposé. Nous montrerons, par la même occasion, que le nouveau formalisme unifie les approches classiques présentées au chapitre 1.

## 2.1 Nouvelle approche de modélisation

Notre approche de modélisation consiste à considérer que chaque générateur échange de la puissance active et réactive avec le reste du réseau. Ce dernier est donc une charge au sens général. Les valeurs instantanées des puissances échangées pouvant varier dans le temps. Le reste du réseau se comporte donc comme une charge variable. Ainsi, pour la conception du compensateur d'un générateur, le réseau électrique se réduit au générateur concerné connecté au reste du réseau modélisé comme une impédance variable. Pour un réseau électrique comportant N générateurs, le reste du réseau contiendra N-1 générateurs et les autres composants tels que les lignes, les transformateurs, les charges etc. La notion d'impédance variable permet de modéliser l'échange de puissance active et réactive instantanées entre chaque générateur et le reste du réseau. La partie résistance de l'impédance tient compte de l'échange de puissance active tandis que la partie réactive modélise le transfert de la puissance réactive. Le caractère variable de cette impédance permet de prendre en compte les variations de point de fonctionnement et de la structure du réseau électrique.

## 2.2 Modèle du générateur

Le générateur est une machine synchrone comprenant trois enroulements au stator, un enroulement au rotor et deux enroulements amortisseurs. Son modèle mathématique complet est un système d'équations différentielles d'ordre 9 [24]. Lorsque les dynamiques rapides des flux au stator et dans les amortisseurs sont négligées, on obtient un modèle réduit d'ordre 4 communément appelé modèle à deux axes. Ce modèle dans le plan d/q, en unité réduite, est

$$\dot{T}_{dq} \dot{E}_q = -E_d^* - (x_d - x_d^*) i_q + E_{fd} \quad (2.1a)$$

$$\dot{T}_{dq} \dot{E}_d = -E_d^* + (x_q - x_q^*) i_q \quad (2.1b)$$

$$\dot{\delta} = \omega - \omega_s \quad (2.1c)$$

$$H d(\omega^2)/dt = \omega_s (P_m - E_d' i_d - E_q' i_q - (x_q' - x_d') i_d i_q) \quad (2.1d)$$

$$E_d' = R_s i_d - x_d' i_q + v_d \quad (2.1e)$$

$$E_q' = R_s i_q + x_d' i_d + v_q \quad (2.1f)$$

$i_d$  et  $i_q$  sont les courants au stator.  $E_{fd}$ ,  $E_d'$  et  $E_q'$  représentent respectivement la tension de champ et les tensions internes transitoires.  $T_{do}$  et  $T_{q0}$  sont les constantes de temps transitoires en circuit ouvert exprimées en seconde.  $R_s$ ,  $x_d$ ,  $x_q$ ,  $x_d'$  et  $x_q'$  représentent la résistance des enroulements du stator, les réactances synchrones et transitoires.  $v_d$  et  $v_q$  sont les projections de la tension terminale sur les axes d et q respectivement.  $P_m$  est la puissance mécanique généralement fournie par une turbine.  $H$ ,  $\omega$ ,  $\delta$  et  $\omega_s$  sont respectivement la constante d'inertie du rotor exprimée en seconde, sa vitesse de rotation instantanée, son angle de charge et sa vitesse synchrone. Le temps  $t$  est exprimé en seconde.

### 2.3 Modèle du reste du réseau

Le reste du réseau est considéré comme une charge variable dont le modèle mathématique est une impédance instantanée. Cette dernière comporte une résistance modélisant l'échange de puissance active et une inductance généralisée pour l'échange de puissance réactive. L'inductance généralisée est une inductance conventionnelle si l'échange de puissance réactive est inductive ou une capacité conventionnelle (ou condensateur) si l'échange est capacitive. Son modèle mathématique est

$$v(t) = r(t)i + K(t)\frac{di}{dt} + \frac{dK}{dt}i = (r + \frac{dK}{dt})i + K\frac{di}{dt} = R(t)i + K(t)\frac{di}{dt} \quad (2.2)$$

$R(t)$  et  $K(t)$  étant respectivement la résistance et l'inductance généralisée. Cette équation, dans le référentiel d/q de la machine, devient

$$\begin{aligned} v_d &= R(t)i_d - K(t)\omega i_q + K(t) \frac{di_d}{dt} \\ v_q &= R(t)i_q + K(t)\omega i_d + K(t) \frac{di_q}{dt} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$\omega$  est la vitesse de rotation du rotor. En négligeant la dynamique au stator comme dans le modèle de la machine, on obtient l'équation algébrique suivante entre les tensions et courants dans les axes d et q.

$$\begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(t) & -K(t)\omega \\ K(t)\omega & R(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} I_d \\ I_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(t) & -b(t) \\ b(t) & a(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_d \\ V_q \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

$$a = \frac{R}{R^2 + (K\omega)^2} \text{ et } b = \frac{K\omega}{R^2 + (K\omega)^2} \quad (2.5)$$

Les paramètres a et b peuvent être exprimés en fonction des courants et tensions au stator. On peut constater  $a(t)$  et  $b(t)$  dépendent effectivement des puissances active et réactive instantanées.

$$a(t) = \frac{v_q i_q + v_d i_d}{V_t^2} \text{ et } b(t) = \frac{v_q i_d - v_d i_q}{V_t^2} \quad (2.6)$$

## 2.4 Modèle de la turbine et du servomoteur

Le système turbine et servomoteur est identique à celui proposé dans [24]. Il est constitué d'une turbine hydraulique comportant une conduite forcée, une galerie de fuite et une très grande chambre d'équilibre. Le vannage de la turbine est actionné par un servomoteur. Ce dernier est un moteur électrique asservi en position comme l'illustre la figure 3. Les vitesses maximale et minimale imposées permettent d'assurer le bon

fonctionnement de la turbine. Elles permettent d'éviter, par exemple, les coups de bâlier dans la conduite forcée. Les constantes  $g_{\min}$  et  $g_{\max}$  représentent respectivement la position fermée et la position totalement ouverte du vannage de la turbine.

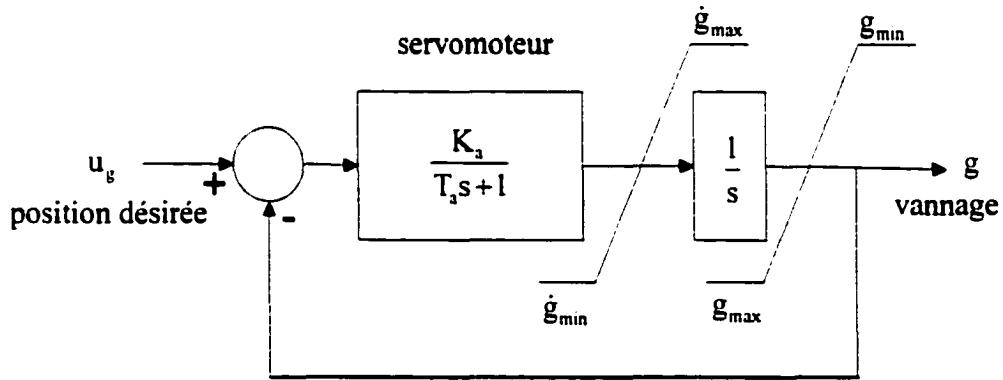


Figure 3 Schéma bloc du servomoteur

La turbine hydraulique est décrite par les équations (2.7) et (2.8) [26]. En général, la constante  $T_a$  (du schéma bloc de la figure 3) est négligeable car de l'ordre de 0.007s. Le modèle dynamique du servomoteur se réduit alors à l'équation (2.9).

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{T_w} \left( 1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2} \right) \quad (2.7)$$

$$P_m = \frac{q^3}{A_t^2 g^2} \quad (2.8)$$

$$T_g \frac{dg}{dt} = -g + u_g \text{ avec } T_g = 1/K_a \quad \dot{g}_{\min} \leq \dot{g} \leq \dot{g}_{\max} \text{ et } g_{\min} \leq g \leq g_{\max} \quad (2.9)$$

$q$ ,  $g$ ,  $P_m$ ,  $T_w$ ,  $A_t$  et  $T_g$  étant respectivement le débit d'eau dans la turbine, l'ouverture du vannage, la puissance mécanique, le temps d'établissement du débit nominal, le gain de la turbine et la constante de temps équivalente du servomoteur réduit à un premier ordre.

## 2.5 Nouveau modèle décentralisé de réseau électrique

Le modèle global du système consiste à mettre ensemble les équations dynamiques de chaque sous système. Quelques manipulations algébriques permettent d'aboutir à l'équation d'état finale qui est de la forme (2.10). Elles consistent essentiellement à remplacer l'expression des courants (2.4) dans le modèle (2.1). On exprime ensuite  $v_d$  et  $v_q$  en fonction de  $E_d$  et  $E_q$ . On dérive les expressions obtenues par rapport au temps. Enfin, on remplace  $E_d$  et  $E_q$  par leurs expressions qui dépendent de  $v_d$  et  $v_q$ .

$$\dot{v}_d = \alpha(t)v_d + \beta(t)v_q + g_1(t)E_{fd} \quad (2.10a)$$

$$\dot{v}_q = \sigma(t)v_d + \gamma(t)v_q + g_2(t)E_{fd} \quad (2.10b)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_s}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - a(t)(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (2.10c)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{T_w} \left( 1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2} \right) \quad (2.10d)$$

$$\dot{g} = -\frac{1}{T_g} g + \frac{1}{T_g} u_g \quad (2.10e)$$

avec  $\omega_2 = \omega^2$ .

$\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$ ,  $\gamma(t)$ ,  $a(t)$ ,  $g_1(t)$ ,  $g_2(t)$  et  $\sigma(t)$  dépendent des paramètres du générateur et du reste du réseau. Leurs expressions sont données en annexe 1, section 1.1. Le caractère variable dans le temps permet de modéliser le changement de point de fonctionnement, de structure du réseau, les perturbations et les oscillations inter machines. La nouvelle approche de modélisation donne un modèle décentralisé qui permet de prendre en compte de façon simple l'effet du reste du réseau sur chaque générateur. En effet, toutes les variables d'état du système sont locales et facilement mesurables. La tension

terminale et la vitesse du rotor de chaque générateur s'expriment uniquement en fonction des variables locales. Les perturbations telles que les court circuits ou les oscillations inter zones caractérisées par une variation des puissances échangées induisent une variation des paramètres du modèle.

Le fait que le réseau électrique possède un point de fonctionnement fixe permet de conclure que  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$ ,  $\gamma(t)$ ,  $a(t)$ ,  $g_1(t)$ ,  $g_2(t)$  et  $\sigma(t)$  ont des valeurs en régime permanent fixes. Cependant, nous ne possédons aucune information sur leurs comportements transitoires. Aussi est-il indispensable pour la synthèse d'un compensateur adéquat pour ce système d'avoir une bonne connaissance des propriétés transitoire et permanente de ses paramètres.

## 2.6 Analyse du modèle

L'objectif de cette section est de dégager les propriétés exploitables des paramètres  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$ ,  $\gamma(t)$ ,  $a(t)$ ,  $g_1(t)$ ,  $g_2(t)$  et  $\sigma(t)$  du modèle proposé. Ces propriétés concernent essentiellement les valeurs en régime permanent et la dynamique du régime transitoire. L'analyse des expressions de ces paramètres (annexe 1, section 1.1) permet de déduire une structure en deux (2) parties des paramètres. Pour une analyse plus détaillée, nous procéderons par une étude des résultats de simulation avec un réseau multi machines.

Le réseau ci-dessous comportant 4 générateurs a été utilisé à cet effet. Un court-circuit (c/c) et une augmentation de charge ( $\Delta P$ ) au niveau de la barre 8 ont été effectués. Les figures 5 à 7 donnent les évolutions de quelques paramètres.

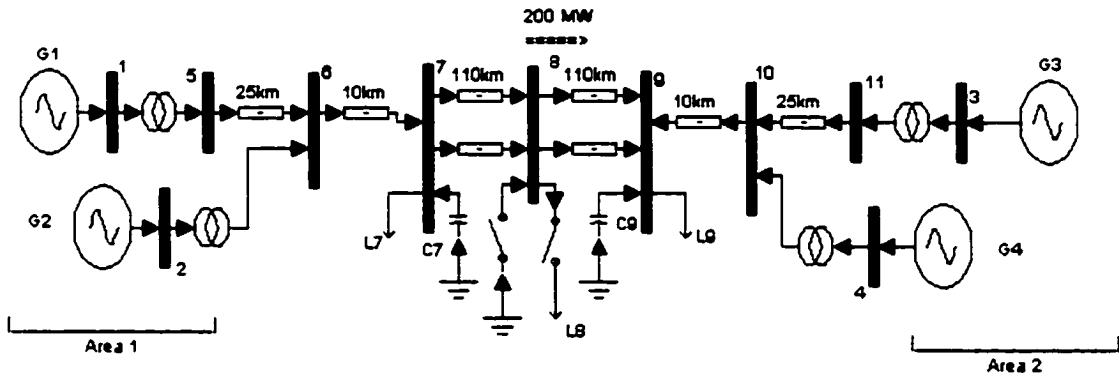
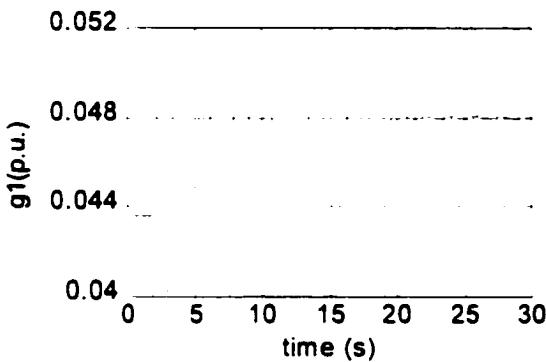
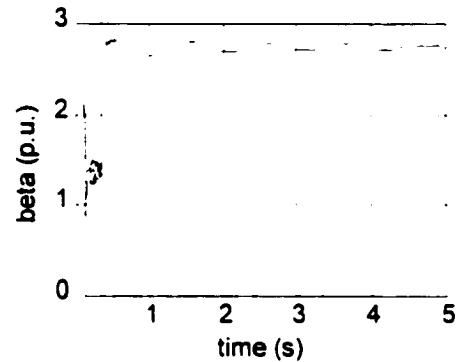
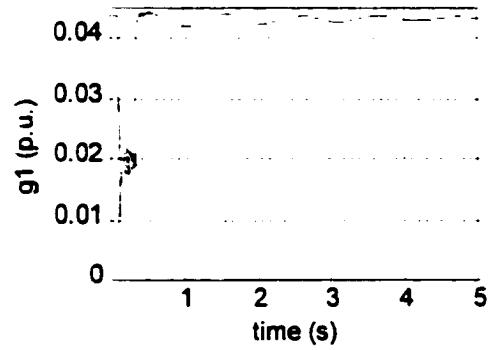


Figure 4 Réseau électrique multi machine

Figure 5 Évolution de  $g_1$  après un  $\Delta P$ Figure 6 Évolution de  $\beta$  après un c/cFigure 7 Évolution de  $g_1$  après un c/c

On constate qu'en régime permanent  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$ ,  $\gamma(t)$ ,  $a(t)$ ,  $g_1(t)$ ,  $g_2(t)$  et  $\sigma(t)$  sont fixes. En effet, ils sont constants avant le court-circuit et reviennent aux même valeurs après la

perturbation. Ils varient d'une valeur initiale à une valeur finale après une variation de la charge du réseau. On constate aussi que les paramètres varient autour de leurs valeurs en régime permanent suite à un court-circuit. On peut donc conclure que ces paramètres sont décomposables en deux parties. Une première partie fixe qui dépend uniquement du point de fonctionnement du générateur en régime permanent. Une deuxième partie qui tient compte du régime transitoire. La partie électrique du modèle peut donc se mettre sous la forme:

$$\dot{v}_d = (\alpha + \alpha_t)v_d + (\beta + \beta_t)v_q + (g_1 + g_{1t})E_{fd} \quad (2.9a)$$

$$\dot{v}_q = (\sigma + \sigma_t)v_d + (\gamma + \gamma_t)v_q + (g_2 + g_{2t})E_{fd} \quad (2.9b)$$

$$P_e = (a + a_t)(v_d^2 + v_q^2) \quad (2.9c)$$

$\alpha, \beta, \gamma, a, g_1, g_2$  et  $\sigma$  représentent les valeurs en régime permanent.  $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t, a_t, g_{1t}, g_{2t}$  et  $\sigma_t$  sont pour le régime transitoire et représente les perturbations dues au reste du réseau sur chaque générateur.

## 2.7 Modèle d'état détaillé du système

L'étude précédente des propriétés des paramètres variants dans le temps permet de mettre le modèle dynamique du système sous la forme

$$\dot{v}_d = (\alpha + \alpha_t)v_d + (\beta + \beta_t)v_q + (g_1 + g_{1t})E_{fd} \quad (2.10a)$$

$$\dot{v}_q = (\sigma + \sigma_t)v_d + (\gamma + \gamma_t)v_q + (g_2 + g_{2t})E_{fd} \quad (2.10b)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_s}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - (a + a_t)(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (2.10c)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{T_w} \left( 1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2} \right) \quad (2.10d)$$

$$\dot{g} = -\frac{1}{T_g} g + \frac{1}{T_g} u_g \quad (2.10e)$$

avec  $\omega_2 = \omega^2$ .

$\alpha, \beta, \gamma, a, g_1, g_2$  et  $\sigma$  sont fixes et dépendent du régime permanent du réseau. Cependant,  $\alpha_t, \beta_t, \gamma_t, a_t, g_{1t}, g_{2t}$  et  $\sigma_t$  modélisent l'effet du reste du réseau sur chaque générateur. Lorsqu'on ne désire pas prendre en compte les perturbations dues au reste du réseau sur chaque générateur, on obtient un modèle équivalent à l'approximation générateur/barre infinie (équation 1.16). Le modèle dynamique devient alors

$$\dot{v}_d = \alpha v_d + \beta v_q + g_1 E_{fd} \quad (2.11a)$$

$$\dot{v}_q = \sigma v_d + \gamma v_q + g_2 E_{fd} \quad (2.11b)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_s}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - a(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (2.11c)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{T_w} \left( 1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2} \right) \quad (2.11d)$$

$$\dot{g} = -\frac{1}{T_g} g + \frac{1}{T_g} u_g \quad (2.11e)$$

Il existe un avantage considérable à utiliser la forme générée par notre approche par rapport à celle de l'approximation générateur /barre infinie conventionnelle. En effet, le calcul des paramètres  $\alpha, \beta, \gamma, a, g_1, g_2$  et  $\sigma$  est simple et donne un résultat unique. Il suffit de connaître la puissance active et la puissance réactive pour calculer les paramètres  $b$  et  $a$  à l'aide de l'équation (2.6). Les autres paramètres se déduisent

aisément à l'aide des équations en annexe 1, section 1.2. Les paramètres intervenant dans le modèle de l'approximation générateur – barre infinie ne sont pas, par contre, faciles à obtenir. On pourrait procéder par la méthode de Thévenin. Cet exercice est fastidieux surtout pour un grand réseau. Une autre méthode consiste à déterminer un ensemble de paramètres de la barre infinie et de l'impédance qui donnerait le même transfert de puissance. Cependant, plusieurs solutions sont possibles dans ce cas. Un autre avantage de notre approche réside dans la simplicité du modèle obtenu comparé à celui des équations du modèle générateur – barre infinie (1.6). La loi de commande du compensateur de vitesse et de tension est évidemment plus facile à mettre en œuvre.

En isolant dans (2.10) tous les termes dus à l'effet du reste du réseau, on obtient une nouvelle expression où l'interaction entre chaque générateur et le réseau est modélisée comme une perturbation non structurée.

$$\dot{v}_d = \alpha v_d + \beta v_q + g_1 E_{fd} + W_1(t) \quad (2.12a)$$

$$\dot{v}_q = \sigma v_d + \gamma v_q + g_2 E_{fd} + W_2(t) \quad (2.12b)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_s}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - a(v_d^2 + v_q^2) \right) + W_3(t) \quad (2.12c)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{T_w} \left( 1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2} \right) \quad (2.12d)$$

$$\dot{g} = -\frac{1}{T_g} g + \frac{1}{T_g} u_g \quad (2.12e)$$

où  $W_1(t)$ ,  $W_2(t)$  et  $W_3(t)$  représentent l'effet du reste du réseau sur chaque générateur. Ils regroupent, entre autres, les interactions inter zones. Ils ont pour expressions

$$W_1(t) = \alpha_t v_d + \beta_t v_q + g_{1t} E_{fd} \quad (2.13)$$

$$W_2(t) = \sigma_t v_d + \gamma_t v_q + g_{2t} E_{fd} \quad (2.14)$$

$$W_3(t) = -a_t(v_d^2 + v_q^2)\omega_s/H \quad (2.15)$$

Vu sous cet angle, il est alors possible de retrouver la forme (2.12) à partir des équations du modèle multimachine. La section suivante traite de cette démarche. Elle permet ainsi de voir notre approche comme une unification des approches classiques dans une perspective décentralisée.

Rappelons que dans l'approche de modélisation globale que nous appelons affectueusement modèle multimachine, les équations dynamiques d'un réseau de n générateurs sont:

$$T_{doi} \frac{dE_{qi}'}{dt} = -E_{qi}' - (x_{di} - x_{qi}') i_{di} + E_{fdi} \quad (2.16a)$$

$$T_{qoi} \frac{dE_{di}'}{dt} = -E_{di}' + (x_{qi} - x_{di}') i_{qi} \quad (2.16b)$$

$$\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_s \quad (2.16c)$$

$$\frac{H}{\omega_s} \frac{d(\omega_i^2)}{dt} = P_m - E_{di}' i_{di} - E_{qi}' i_{qi} - (x_{qi}' - x_{di}') i_{di} i_{qi} \quad (2.16d)$$

$$E_{di}' = R_{si} i_{di} - x_{qi}' i_{qi} + v_{di} \quad (2.16e)$$

$$E_{qi}' = R_{si} i_{qi} + x_{di}' i_{di} + v_{qi} \quad i = 1, \dots, n \quad (2.16f)$$

Lorsque les charges sont représentées par des impédances et que  $x_{qi}' = x_{di}'$  les expressions des courants sont

$$\begin{aligned} i_{di} = & \sum_{k=1}^n \left\{ G'_{\text{red}} \left( E'_{dk} \cos(\delta_k - \delta_i) - E'_{qk} \sin(\delta_k - \delta_i) \right) \right. \\ & \left. - B'_{\text{red}} \left( E'_{dk} \sin(\delta_k - \delta_i) + E'_{qk} \cos(\delta_k - \delta_i) \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.17a)$$

$$\begin{aligned} i_{qi} = & \sum_{k=1}^n \left\{ G'_{\text{red}} \left( E'_{dk} \sin(\delta_k - \delta_i) + E'_{qk} \cos(\delta_k - \delta_i) \right) \right. \\ & \left. + B'_{\text{red}} \left( E'_{dk} \cos(\delta_k - \delta_i) - E'_{qk} \sin(\delta_k - \delta_i) \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.17b)$$

$G'_{ik} + jB'_{ik}$  est l'élément à la ligne  $i$  et à la colonne  $k$  de la matrice admittance réduite en mode interne. En regroupant tous les termes contenant les variables des autres générateurs, on obtient une expression décentralisée des courants

$$i_{di} = G'_{ii} E'_{di} - B'_{ii} E'_{qk} + R(i_{di}) \quad (2.18a)$$

$$\begin{aligned} R(i_{di}) = & \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \left\{ G'_{\text{red}} \left( E'_{dk} \cos(\delta_k - \delta_i) - E'_{qk} \sin(\delta_k - \delta_i) \right) \right. \\ & \left. - B'_{\text{red}} \left( E'_{dk} \sin(\delta_k - \delta_i) + E'_{qk} \cos(\delta_k - \delta_i) \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.18b)$$

$$i_{qi} = G'_{ii} E'_{qi} + B'_{ii} E'_{dk} + R(i_{qi}) \quad (2.18c)$$

$$\begin{aligned} R(i_{qi}) = & \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^n \left\{ G'_{\text{red}} \left( E'_{dk} \sin(\delta_k - \delta_i) + E'_{qk} \cos(\delta_k - \delta_i) \right) \right. \\ & \left. + B'_{\text{red}} \left( E'_{dk} \cos(\delta_k - \delta_i) - E'_{qk} \sin(\delta_k - \delta_i) \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.18d)$$

En remplaçant (2.18) dans l'expression algébrique de l'équation (2.16), on peut exprimer  $E'_{di}$  et  $E'_{qi}$  en fonction des tensions  $v_{di}$  et  $v_{qi}$ .

$$\dot{E}_{di} = \frac{(1 + B_{red}x_{di} - R_{si}G_{red})v_{di} - (G_{red}x_{qi} + R_{si}B_{red})v_{qi}}{(1 + B_{red}x_{di} - R_{si}G_{red})(1 + B_{red}x_{qi} - R_{si}G_{red}) + (G_{red}x_{qi} + R_{si}B_{red})(G_{red}x_{di} + R_{si}B_{red}) + R(E_{di})} \quad (2.19a)$$

$$\dot{E}_{qi} = \frac{(1 + B_{red}x_{qi} - R_{si}G_{red})v_{qi} - (G_{red}x_{di} + R_{si}B_{red})v_{di}}{(1 + B_{red}x_{di} - R_{si}G_{red})(1 + B_{red}x_{qi} - R_{si}G_{red}) + (G_{red}x_{qi} + R_{si}B_{red})(G_{red}x_{di} + R_{si}B_{red}) + R(E_{qi})} \quad (2.19b)$$

Les termes  $R(E_{di})$  et  $R(E_{qi})$  contiennent les variables des autres générateurs.

En dérivant (2.19) par rapport au temps et en le remplaçant dans l'équation dynamique de (2.16) on obtient une expression de la forme

$$\dot{v}_{di} = c_1 v_{di} + c_2 v_{qi} + c_3 E_{fd} + r_1(t) \quad (2.20a)$$

$$\dot{v}_{qi} = c_4 v_{di} + c_5 v_{qi} + c_6 E_{fd} + r_2(t) \quad (2.20b)$$

$$\frac{H}{\omega_s} \frac{d(\omega_i^2)}{dt} = P_m - c_7(v_{di}^2 + v_{qi}^2) + r_3(t) \quad (2.20c)$$

Les expressions des constantes  $c_i$  ( $i=1,2,\dots,7$ ) sont données en annexe 1, section 1.3. Nous retrouvons ainsi une forme analogue à celle obtenue en (2.12). Le modèle ainsi proposé constitue donc une unification des approches classiques de modélisation. Si l'on ne tient pas compte des perturbations dues aux interactions avec le reste du réseau, on a un modèle analogue à celui du générateur/barre infinie. Lorsqu'on tient compte de ces perturbations, on retrouve aisément le modèle multimachine.

Une question toute nature sera de savoir le lien existant entre la nouvelle approche de modélisation proposée et celle des équivalents dynamiques [41]. Cette dernière consiste à remplacer un groupe de plusieurs générateurs par un seul générateur équivalent. Le but étant d'alléger la simulation des grands réseaux. La méthode de réduction est basée sur

les notions de cohérence ou de synchronie [42]. Autrement dit, plusieurs générateurs oscillants de façon synchrone sont remplacés par un générateur équivalent. Dans le même ordre d'idée, on pourrait dire que pour la conception d'un régulateur décentralisé le réseau vu par un générateur est remplacé par un équivalent dynamique qui est une impédance variable. Cependant les deux méthodes de réduction diffèrent fortement. La notre est effectuée pour des fins de conception de compensateurs. Elle réduit plusieurs générateurs à leurs échanges de puissances active et réactive en les remplaçant par une impédance variable. Le réseau entier est alors substitué par un générateur alimentant une charge variable. La méthode des équivalents dynamiques est effectuée pour des besoins de simulation et remplace un groupe de générateur par un seul générateur. Le réseau obtenu comporte en général plus d'un générateur.

## CHAPITRE 3

### RAPPEL SUR LES RÉGULATEURS CONVENTIONNELS DES RÉSEAUX ÉLECTRIQUES

L'objectif de ce chapitre est de présenter un exemple de régulateur classique du réseau électrique. Le lecteur pourra consulter [3] pour de plus amples informations sur le sujet. L'exposé se limitera à la structure générale de chaque composante du compensateur. Les techniques de calcul des paramètres du régulateur ne seront pas abordées. Cependant, quelques valeurs types seront données pour permettre au lecteur d'apprecier les ordres de grandeurs. Nous présenterons successivement un exemple de système d'excitation, de stabilisateur et de régulateur de vitesse.

#### 3.1 Système d'excitation : Type DC1A

Le régulateur conventionnel est composé d'un régulateur automatique de tension (AVR) associé à une excitatrice qui joue le rôle d'amplificateur de puissance, d'un régulateur de vitesse et d'un stabilisateur. Le AVR et l'excitatrice constituent le système d'excitation. On distingue les systèmes d'excitation à courant continu (la tension de sortie de l'excitatrice est une tension continue), à courant alternatif (l'excitatrice produit une tension alternative qui est ensuite redressée par un convertisseur CA-CC ) et statique (la tension terminale du générateur ou du réseau est redressée par un convertisseur CA-CC puis utilisée comme tension d'excitation du générateur). Douze types de systèmes d'excitation ont été standardisés par l'association internationale des ingénieurs électriciens (IEEE). Le type DC1A est représenté à la figure ci-dessous. DC1A est un système d'excitatrice à courant alternatif. L'excitatrice pouvant être auto - excitée ou à excitation séparée.

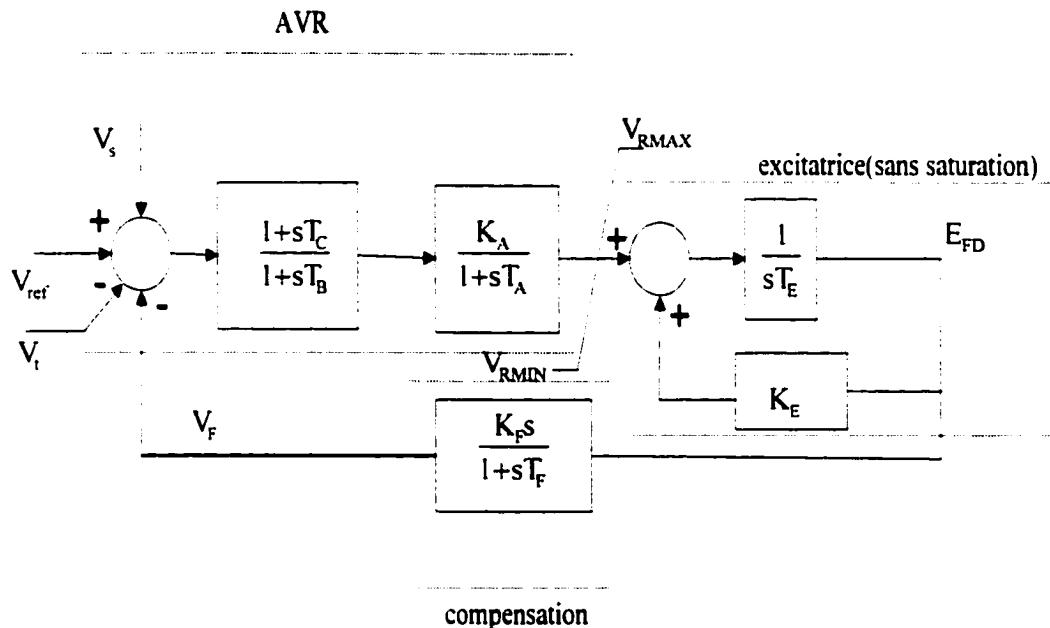


Figure 8 Système d'excitation type DC1A de IEEE

Le type DC1A (les systèmes d'excitation continu et alternatif en général) nécessite un compensateur de type dérivatif pour minimiser l'effet du retard de phase considérable introduite par les éléments de sa chaîne directe. Sans cette compensation, le système serait instable quand le générateur est à vide. Un exemple de valeurs types est donné en annexe 2, section 2.2.

### 3.2 Le stabilisateur (PSS)

La fonction du stabilisateur est d'amortir les oscillations du rotor. Il agit sur l'excitation de la machine et constitue une entrée supplémentaire au système d'excitation comme l'illustre la figure ci-dessous. Pour atteindre son objectif, le stabilisateur doit produire une composante du couple électrique en phase avec l'erreur de vitesse. Il est constitué d'un gain, d'un filtre passe-haut et d'un compensateur de phase. Le gain détermine le niveau d'amortissement du PSS. Le filtre passe-haut annule l'action de ce dernier à la vitesse nominale et permet ainsi au PSS de ne réagir qu'aux variations de vitesse. Le

compensateur de phase fournit une avance de phase qui compense le retard de phase entre l'entrée de l'excitatrice et le couple électrique. Une méthode de calcul des paramètres du PSS est fournie dans [3]. Elle se fait à une fréquence donnée. Le stabilisateur est capable d'amortir les oscillations locales et inter zones de fréquences comprises dans une certaine plage. Un exemple de paramètres du PSS est donné en annexe 2, section 2.2.

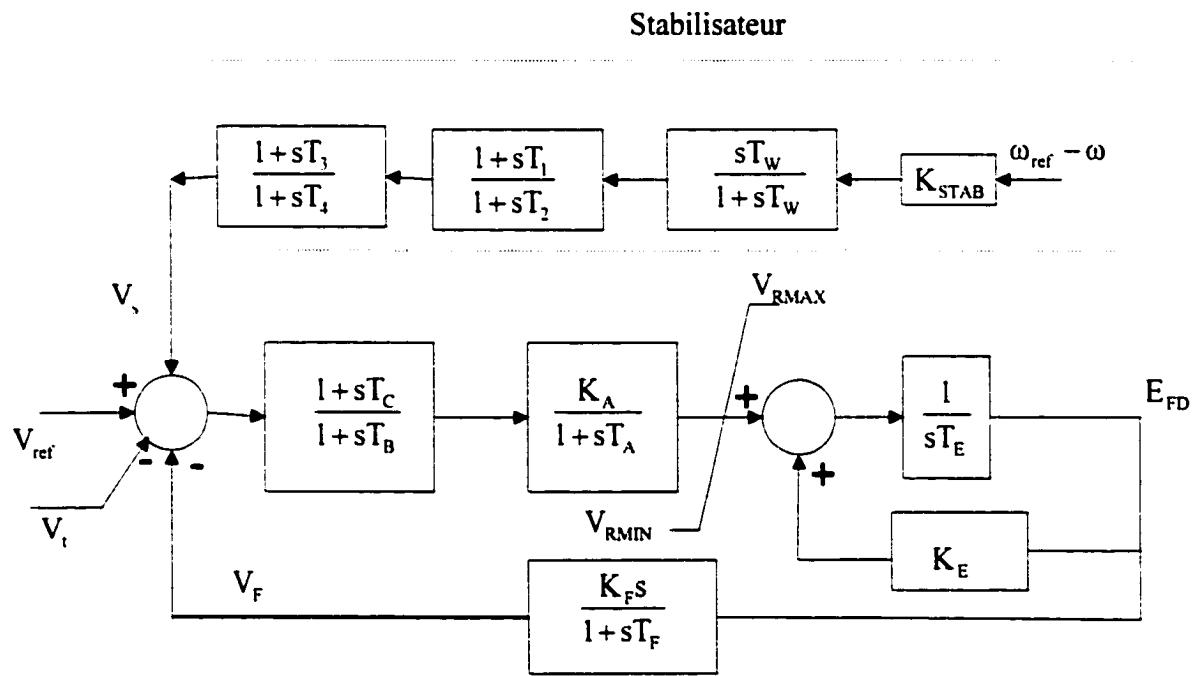


Figure 9 Système d'excitation type DC1A avec PSS

### 3.3 Régulateur de vitesse de turbine hydraulique ou gouverneur : Le type PID

La fonction de base du gouverneur est de réguler la vitesse ou la puissance fournie par la turbine. Il utilise la déviation de la vitesse par rapport à sa valeur nominale pour modifier la position du vannage. Afin d'assurer un fonctionnement d'ensemble adéquat de

plusieurs turbines, le régulateur de vitesse est muni d'un statisme. L'objectif de ce dernier est de permettre un partage équitable de la charge totale du réseau entre les générateurs. Parce que la turbine est à déphasage non minimal, son gouverneur doit être équipé d'un compensateur ayant un statisme transitoire de grande valeur. L'entrée de ce dernier est fonction de la dérivée de la position du vannage. La figure ci-dessous représente un régulateur de vitesse de type PID. Les valeurs typiques de ce dernier sont:  $K_p=3.0$ ,  $K_i=0.7$  et  $K_d=0.5$ . En général, le gain  $K_D$  est égal à zéro afin d'éviter les oscillations excessives et parfois l'instabilité.

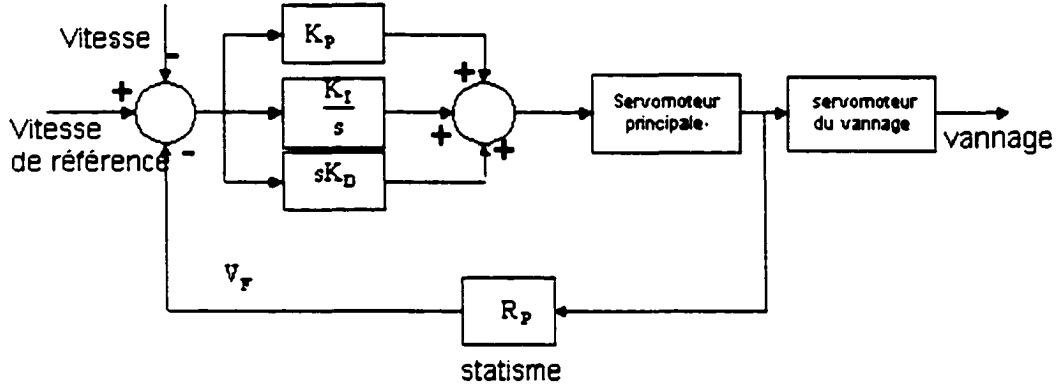


Figure 10 Régulateur de vitesse de type PID

Il convient de noter que la conception et la détermination des paramètres des composantes du régulateur classique sont effectuées de façon indépendante les unes des autres. Cette méthode ne garantit pas toujours un fonctionnement adéquat de l'ensemble et un compromis sur la performance est souvent effectué. En effet, la tension d'excitation est utilisée conjointement mais de façon non coordonnée par le PSS et le AVR pour stabiliser la tension terminale et amortir les oscillations de la vitesse du rotor. Le gouverneur et le PSS participent à la stabilisation de la vitesse de façon non coordonnée. Il est aisément de comprendre que choisir les paramètres adéquats d'un tel système ne peut se faire que par essai et erreur. Plusieurs auteurs ont donc proposé des techniques plus systématiques pour déterminer les paramètres du PSS [4]. D'autres

structures de PSS basées sur les techniques de conception plus efficaces tel que le QFT [27],  $H_{\infty}$  [6] et  $\mu$  - synthèse [7] ont été aussi proposées pour les mêmes raisons. Cependant, vu le caractère fortement non linéaire et multivariable du réseau électrique, il serait plus judicieux, pour la conception de ces régulateurs, de faire usage de techniques de synthèse non linéaires et multivariables.

## **CHAPITRE 4**

### **COMMANDÉ DES SYSTÈMES NON LINÉAIRES À DÉPHASAGE NON MINIMAL**

La commande non linéaire basée sur la géométrie différentielle est une extension de l'approche géométrique de la commande linéaire proposée par [28]. Elle a connu un essor considérable et a été largement publiée dans la littérature [1] [2]. Plusieurs applications témoignent de sa validité et de ses performances. La section suivante rappelle les principes de base et la procédure de conception de la technique de linéarisation entrée - sortie. C'est l'une des deux approches qui composent la commande non linéaire géométrique. L'objectif étant d'attirer l'attention du lecteur sur les limitations de la méthode. Nous exposerons ensuite les différentes approches proposées par la littérature pour solutionner ces limitations. Le chapitre se termine avec notre approche de résolution et une application de cette dernière.

#### **4.1 Rappel sur la linéarisation entrée - sortie**

La linéarisation entrée - sortie consiste à rendre linéaire la relation dynamique entre l'entrée de commande d'un système et sa sortie en utilisant une loi de commande non linéaire. Cette dernière est dite linéarisante. Une autre loi de commande linéaire est ensuite employée pour stabiliser le système linéaire ainsi obtenu. La figure 9 ci-dessous illustre bien le principe. Cette approche de linéarisation se distingue fortement de la linéarisation autour d'un point de fonctionnement. En effet, le modèle linéaire obtenu avec cette dernière n'est valide que dans un voisinage du point de fonctionnement. C'est donc un modèle approché. Par contre, le modèle linéaire que donne la linéarisation entrée - sortie est valide dans tout l'espace d'état. Le compensateur linéaire qui stabilise ensuite le système est en principe plus performant.

Les deux sections suivantes résument cette méthode de conception et sont inspirées de [1][2]. Le cas des systèmes à une entrée et une sortie est d'abord présenté pour sa simplicité. Le lecteur est invité à consulter ces références pour les notions de base en géométrie différentielle. Cependant, une collection de définitions et théorèmes essentiels à l'étude de la stabilité des systèmes dynamiques est donnée en annexe 4.

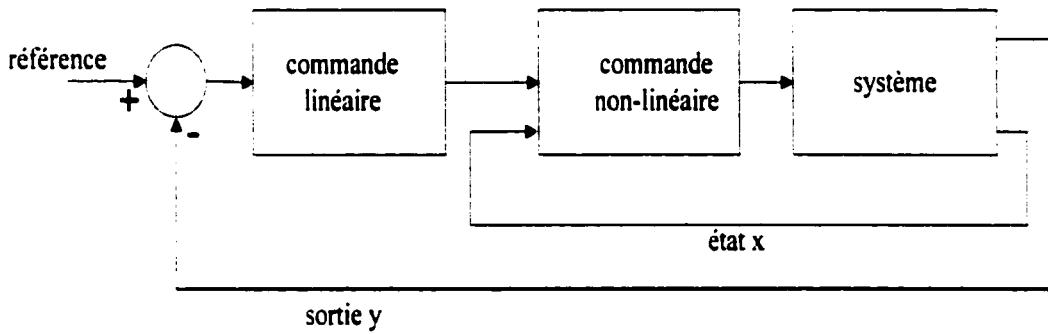


Figure 11 Schéma de principe de la linéarisation entrée - sortie.

#### 4.1.1 Système à une entrée et une sortie

Considérons le système dynamique non autonome représenté par l'équation d'état non linéaire d'ordre  $n$  suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.1a)$$

$$y = h(x) \quad (4.1b)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}$  et  $u \in \mathbb{R}$  sont respectivement le vecteur d'état, les variables de sortie et d'entrée du système. Les fonctions  $f(x)$ ,  $g(x)$  et  $h(x)$  sont considérées infiniment dérивables sur  $\mathbb{R}^n$ .

Supposons que  $x = 0$  est un point d'équilibre du système et que  $g(0) \neq 0$ . On dit que (4.1) est de degré relatif  $r$  en 0 si  $L_g L_f^k h(x) = 0 \quad \forall x$  dans le voisinage de 0  $\forall k < r - i$  et  $L_g L_f^{r-i} h(0) \neq 0$ .

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} g(x) \text{ et } L_f^k h(x) = L_f(L_f^{k-1} h(x)) \quad (4.2)$$

Le degré relatif est donc le nombre de fois qu'il faut dériver la variable de sortie avant que l'entrée apparaisse de façon explicite dans l'expression des dérivées. Notons que dans le cas des systèmes linéaires, le degré relatif correspond à la différence entre l'ordre du dénominateur de la fonction de transfert de celui du numérateur. Supposons que (4.1) soit de degré relatif  $r$ . La technique de linéarisation entrée–sortie consiste à déterminer une transformation de coordonnées  $(z \ \eta)^T = T(x)$  qui met le système sous la forme canonique suivante :

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (4.3a)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 \quad (4.3b)$$

...

$$\dot{z}_r = a(z, \eta) + b(z, \eta)u \quad (4.3c)$$

$$\dot{\eta} = q(z, \eta) \quad (4.3d)$$

$$\eta = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_{n-r}]^T \quad z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_r]^T.$$

$$a(x) = L_f^r h(x) \quad b(x) = L_g L_f^{r-1} h(x) \quad (4.4)$$

La transformation de coordonnées  $T = [T_1 \ T_2 \ \dots \ T_r \ \dots \ T_n]^T$  a pour composantes,

$$T_1 = h(x) \quad (4.5a)$$

$$T_2 = L_f h(x) \quad (4.5b)$$

...

$$T_r = L_f^{r-1} h(x) \quad (4.5c)$$

Les composantes  $T_i$  pour  $i \in \{r+1, r+2, \dots, n\}$  sont déterminées en résolvant les équations aux dérivées partielles (4.6).

$$L_g T_j(x) = 0 \quad \forall r < j < n+1. \quad (4.6)$$

On peut aisément constater que le système (4.3) devient partiellement linéaire en choisissant  $u(x)$  de la forme

$$u(x) = \frac{(v - a(x))}{b(x)} \quad \forall x \in V = \{x \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } b(x) \neq 0\}. \quad (4.7)$$

La variable  $v$  est une commande auxiliaire généralement utilisée pour stabiliser le système en boucle formée. L'équation dynamique, sous une forme compacte, devient :

$$\dot{z} = Az + Bv \quad (4.8a)$$

$$\dot{\eta} = q(z, \eta) \quad (4.8b)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

La dynamique de  $z$  est communément appelée dynamique externe et a été rendue linéaire par la commande  $u(x)$ . La dynamique de la variable  $\eta$  est appelée dynamique interne car n'apparaissant plus dans la relation entrée-sortie du système en boucle fermée.

$$\dot{\eta} = q(0, \eta) \quad (4.10)$$

L'équation (4.10) est appelée dynamique du zéro. Elle correspond à l'équation de la dynamique interne dans laquelle la variable d'état externe  $z$  est en régime permanent. Le

système (4.1) est alors dit à déphasage minimal si sa dynamique du zéro est stable et à déphasage non minimal si cette dernière est instable. Si et seulement si le système est à déphasage minimal, une commande auxiliaire de la forme (4.11) permet de stabiliser le système (4.1) en boucle fermée [2]. Le gain  $K$  est tel que la matrice des paramètres  $A_s = A - BK$  est une matrice stable.

$$v = -Kz = -[k_1 \ k_2 \ \cdots \ k_r]z = -k_1 z_1 - k_2 z_2 - \cdots - k_r z_r \quad (4.11)$$

#### 4.1.2 Système à plusieurs entrées et plusieurs sorties

Considérons le système dynamique carré représenté par les équations d'état

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i \quad (4.12a)$$

$$y_i = h_i(x) \quad (4.12b)$$

...

$$y_m = h_m(x) \quad (4.12c)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T \in \mathbb{R}^m$  et  $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T \in \mathbb{R}^m$  sont respectivement le vecteur des variables états, le vecteur des variables des sorties et le vecteur des variables des entrées du système. Les fonctions  $f(x)$ ,  $g(x) = [g_1, g_2, \dots, g_m]^T$  et  $h(x) = [h_1, h_2, \dots, h_m]^T$  sont des fonctions vectorielles infiniment dérивables sur  $\mathbb{R}^n$ .

Supposons que  $x = 0$  est un point d'équilibre du système et que  $g(0) \neq 0$ . On dit que

(4.12) a un vecteur de degré relatif  $\{r_1 \ r_2 \ \cdots \ r_m\}$  en 0,  $r = \sum_{i=1}^m r_i \leq n$ , si

1-  $L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0 \quad 1 \leq j \leq m, \ k < r_i - 1, \ 1 \leq i \leq m$  et  $\forall x$  au voisinage de 0

2-  $A(x)$  est non singulière au voisinage du point 0.

$$A(x) = \begin{pmatrix} L_{g_1} L_f^{\eta-1} h_1(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\eta-1} h_1(x) \\ L_{g_1} L_f^{\eta-1} h_2(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{\eta-1} h_2(x) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ L_{g_1} L_f^{m-1} h_m(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{m-1} h_m(x) \end{pmatrix}$$

La technique de linéarisation entrée - sortie consiste dans un premier temps à mettre le système (4.12) sous la forme canonique ci-dessous à l'aide d'une transformation de coordonnée particulière.

$$\dot{z}_1^i = z_2^i \quad (4.13a)$$

...

$$\dot{z}_{r_i-1}^i = z_{r_i}^i \quad (4.13b)$$

$$\dot{z}_{r_i}^i = b_i(z, \eta) + \sum_{j=1}^m a_{ij}(z, \eta) u_j \quad (4.13c)$$

$$\dot{\eta} = q(z, \eta) + \sum_{i=1}^m p_i(z, \eta) u_i = q(z, \eta) + p(z, \eta) u \quad (4.13d)$$

$$y_i = z_i^1 \quad (4.13e)$$

pour tout  $1 \leq i \leq m$

$$z^i = (z_1^i \ z_2^i \ \cdots \ z_{r_i}^i)^T \text{ et } z = (z^1 \ z^2 \ \cdots \ z^m)^T \quad \eta = (\eta_1 \ \eta_2 \ \cdots \ \eta_{n-r})^T$$

La transformation de coordonnées qui réalise la forme canonique ci-dessus est :

$$z^i = (z_1^i \ z_2^i \ \cdots \ z_{r_i}^i)^T = (h_i(x) \ L_f h_i(x) \ \cdots \ L_f^{r_i-1} h_i(x))^T \quad 1 \leq i \leq m \quad (4.14a)$$

$$\eta = (\eta_1 \ \eta_2 \ \cdots \ \eta_{n-r})^T = (T_{r+1}(x) \ T_{r+2}(x) \ \cdots \ T_n(x))^T \quad (4.14b)$$

$$\Phi(x) = (h_1(x), \ \cdots, \ L_f^{\eta-1} h_1(x), \ \cdots \ h_m(x) \ L_f^{m-1} h_m(x) \ T_{r+1} \ T_{r+2} \ \cdots \ T_n)$$

Les composantes  $T_i$  ( $i = r+1 \dots n$ ) de la transformation  $T$  sont telles que le jacobien de la fonction  $\Phi(x)$  est non singulier au voisinage de 0. Ainsi,

$$a_{ij}(z, \eta) = L_{g_j}^T L_f^{-1} h_i(\Phi^{-1}(z, \eta)) \quad 1 \leq i, j \leq m \quad (4.15a)$$

$$b_i(z, \eta) = L_f^T h_i(\Phi^{-1}(z, \eta)) \quad 1 \leq i \leq m \quad (4.15b)$$

Le système (4.13) devient partiellement linéaire si on choisit le vecteur des entrées de la forme (4.16). La commande auxiliaire  $v$  est généralement utilisée pour stabiliser le système en chaîne fermée.

$$u = A^{-1}(z, \eta)(-B(z, \eta) + v) \quad (4.16)$$

où  $v = (v_1 \ \dots \ v_m)^T$  et  $B(z, \eta) = (b_1 \ \dots \ b_m)^T$

L'équation dynamique en boucle fermée, sous une forme compacte, devient alors

$$\dot{z} = Fz + Gv \quad (4.17a)$$

$$\dot{\eta} = \beta(z, \eta) + \gamma(z, \eta)v \quad (4.17b)$$

$$F = \text{diag}(F_1 \ \dots \ F_m) \text{ et } G = \text{diag}(G_1 \ \dots \ G_m)$$

$$F_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \text{ et } G_i = (0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1)^T \quad (4.18)$$

Notons que si  $\{g_1(x) \ g_2(x) \ \dots \ g_m(x)\}$  sont tels que  $L_{g_j} T_i(x) = 0 \quad 1 \leq j \leq m$ , la dynamique interne ne dépend plus de l'entrée auxiliaire  $v$  et peut donc être mise sous une forme similaire à celle du cas des systèmes monovariables.

$$\dot{\eta} = q(z, \eta) \quad (4.19)$$

Si et seulement si le système est à déphasage minimal, une commande auxiliaire de la forme (4.20) permet de stabiliser le système (4.1) en boucle fermée [2]. La matrice de gains  $K$  est tel que  $F_s = F - GK$  est une matrice stable.

$$v = -Kz \quad (4.20)$$

Deux conditions sont donc nécessaires pour appliquer la technique de linéarisation entrée - sortie. Le système considéré doit avoir un degré relatif bien défini au point d'équilibre et la dynamique du zéro doit être stable. Ces deux conditions sont très restrictives et limitent la portée de cette élégante technique. En effet, plusieurs systèmes physiques tel que les réacteurs chimiques, les avions de chasse à décollage/atterrissage vertical (PVTOL) et les turbines hydrauliques sont à déphasage non minimal ou non pas de degré relatif bien défini au point d'équilibre. Une extension de cette méthode de synthèse, dite linéarisation entrée - sortie approximée, visant à éliminer les limitations précitées, a été proposée dans [29] et [30]. Elle constitue en fait une continuation des travaux de [31] qui propose la linéarisation entrée – état approximée. Cette dernière vise à éliminer les conditions d'application de la technique de linéarisation entrée–état [1][2]. Contrairement à la linéarisation étendue [32] et à la pseudo - linéarisation [33], la linéarisation entrée – sortie approximée n'approxime pas le système non linéaire par un système linéaire ou par une famille de systèmes linéaires, mais plutôt par un autre qui est aussi non linéaire et linéarisable au sens entrée–sortie. La section suivante traite de cette méthode de synthèse car elle a suscité un certain intérêt auprès d'autres chercheurs [34]. Nous dégagerons par la même occasion ses limitations. Le cas des systèmes monovariables est présenté pour sa simplicité.

## 4.2 Linéarisation entrée – sortie approximée

Deux techniques différentes de linéarisation entrée – sortie approximée existent. L'une est applicable aux systèmes à degré relatif non défini et l'autre vise à résoudre le cas d'une classe de systèmes à déphasage non minimal.

#### 4.2.1 Cas des systèmes à degré relatif non défini

Considérons le système dynamique non autonome représenté par l'équation d'état non linéaire d'ordre  $n$  suivante:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.20a)$$

$$y = h(x) \quad (4.20b)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}$  et  $u \in \mathbb{R}$  sont respectivement le vecteur d'état, les variables de sortie et d'entrée du système. Les fonctions  $f(x)$ ,  $g(x)$  et  $h(x)$  sont considérées infiniment dérивables sur  $\mathbb{R}^n$ .

Supposons que  $x = 0$  est un point d'équilibre du système et que  $g(0) \neq 0$ .

On dit que (4.20) est de degré relatif  $r$  en 0 si

$$L_g L_f^k h(x) = 0 \quad \forall x \text{ dans le voisinage de } 0, \quad \forall k < r-1 \text{ et } L_g L_f^{r-1} h(0) \neq 0 \quad (4.21)$$

avec

$$L_g h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} g(x) \text{ et } L_f^k h(x) = L_f(L_f^{k-1} h(x)) \quad (4.22)$$

Cependant, si  $L_g L_f^{r-1} h(x) = 0$  en  $x = 0$ , mais n'est pas identiquement nulle dans un voisinage  $U$  de 0, on dit que le degré relatif de (4.20) n'est pas bien défini. Il n'est donc pas linéarisable au sens entrée – sortie. La linéarisation entrée – sortie approximée propose de chercher un ensemble de fonctions  $\phi_i(x)$ ,  $i = 1, \dots, r$  qui approxime, d'une certaine manière, la sortie du système et ses dérivées. La première fonction  $\phi_1(x)$  doit approximer la sortie, ainsi

$$h(x) = \phi_1(x) + \psi_0(x) \quad (4.23)$$

où  $\psi_0(x)$  est d'ordre  $O(x)^2$ . Rappelons qu'une fonction  $\delta(x)$  est d'ordre  $O(x)^m$  si  $\lim_{|x| \rightarrow 0} (\delta(x)/|x|^m)$  existe et est différent de 0. En dérivant  $\phi_1(x)$  le long de la trajectoire du système, on obtient,

$$\dot{\phi}_1(x) = L_f \phi_1(x) + L_g \phi_1(x) u \quad (4.24)$$

Si  $L_g \phi_1(x)$  est d'ordre supérieur ou égal à  $O(x)$ , on le néglige dans le choix de  $\phi_2(x)$ .

$$\dot{\phi}_1(x) = L_{f+gu} \phi_1(x) = \phi_2(x) + \psi_1(x, u) \quad (4.25)$$

où  $\psi_1(x, u)$  est d'ordre  $O(x, u)^2$ . On continue ce processus (de dérivation) avec,

$$\dot{\phi}_i(x) = L_{f+gu} \phi_i(x) = \phi_{i+1}(x) + \psi_i(x, u) \quad (4.26)$$

jusqu'à une certaine étape  $\gamma$  où le terme  $L_g \phi_\gamma(x)$  est d'ordre  $O(x)^0$  c'est à dire,

$$\dot{\phi}_\gamma(x) = L_{f+gu} \phi_\gamma(x) = a(x) + b(x)u + \psi_\gamma(x, u) \quad (4.27)$$

où  $b(x)$  est d'ordre  $O(x)^0$ . On dit alors que le système est de degré relatif robuste d'ordre  $\gamma$ . On détermine ensuite un ensemble de fonctions  $\eta_i(x)$ ,  $i = 1, \dots, n - \gamma$  linéairement indépendantes telles que

$$L_g \eta_i(x) = 0, \forall x \in U \quad (4.28)$$

Considérons la transformation de coordonnées suivantes:

$$\begin{bmatrix} \xi_1 & \dots & \xi_\gamma & \eta_1 & \dots & \eta_{n-\gamma} \end{bmatrix}^T := \begin{bmatrix} \phi_1(x) & \dots & \phi_\gamma(x) & \eta_1(x) & \dots & \eta_{n-\gamma}(x) \end{bmatrix}^T := \Phi(x) \quad (4.29)$$

L'équation dynamique du système dans la nouvelle coordonnée devient :

$$\dot{\xi}_1 = \xi_2 + \psi_1(x, u) \quad (4.30a)$$

⋮

$$\xi_{\gamma-1} = \xi_\gamma + \psi_{\gamma-1}(x, u) \quad (4.30b)$$

$$\dot{\xi}_\gamma = a(\xi, \eta) + b(\xi, \eta)u + \psi_\gamma(x, u) \quad (4.30c)$$

$$\dot{\eta} = L_f \eta = q(\xi, \eta) \quad (4.30d)$$

$$y = \xi_1 + \psi_0(x) \quad (4.30e)$$

Il est aisé de constater que (4.30) est une forme perturb e de la forme canonique. Le système est alors approximativement lin arisi par une loi de commande de la forme,

$$u = \frac{v - a(\xi, \eta)}{b(\xi, \eta)} \quad (4.31)$$

Si la dynamique du zéro de ce système est stable, une loi de commande auxiliaire  $v$  de la forme (4.32) peut assurer une poursuite de trajectoire d sir e  $y_d$  sous certaines conditions [29].

$$v = y_d^{(\gamma)} + \alpha_{\gamma-1}(y_d^{(\gamma-1)} - L_f^{\gamma-1}h(x)) + \dots + \alpha_0(y_d - h(x)) \quad (4.32)$$

#### 4.2.2 Cas des systèmes   dephasage non minimal

Considérons le système dynamique non autonome représenté par l'équation d'état non linéaire d'ordre  $n$  suivante :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.33a)$$

$$y = h(x) \quad (4.33b)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}$  et  $u \in \mathbb{R}$  sont respectivement le vecteur d'état, les variables de sortie et d'entrée du système. Les fonctions  $f(x)$ ,  $g(x)$  et  $h(x)$  sont consid r es infiniment dérivables sur  $\mathbb{R}^n$ .

Supposons que  $x = 0$  est un point d'équilibre du système et que  $g(0) \neq 0$ . Supposons ensuite que,

$$L_g h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} g(x) = \varepsilon \psi(x) \quad (4.34)$$

avec  $\psi(x)$  une certaine fonction scalaire et  $\varepsilon$  un petit nombre positif. Autrement dit le degré relatif de (4.33) est 1, mais est très près d'être plus grand que 1. Ce système peut donc se mettre sous la forme normale (4.35) avec la transformation de coordonnées (4.36) :

$$\dot{\xi}_1 = L_f h(x) + L_g h(x) u \quad (4.35a)$$

$$\dot{\eta} = q(\xi, \eta) \quad (4.35b)$$

$$(\xi^T \quad \eta^T)^T = (\xi_1 = h(x) \quad \eta_1(x) \quad \dots \quad \eta_{n-1}(x))^T \quad (4.36)$$

avec

$$\frac{\partial \eta_i}{\partial x} g(x) = 0, \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (4.37)$$

Cependant, si on néglige la présence de  $\varepsilon \psi(x)$  (autrement dit si on suppose  $\varepsilon = 0$ ), le système pourrait se mettre sous la forme normale (4.38) avec la transformation de coordonnées (4.39) :

$$\dot{\tilde{\xi}}_1 = \tilde{\xi}_2 \quad (4.38a)$$

$$\dot{\tilde{\xi}}_2 = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u \quad (4.38b)$$

$$\dot{\tilde{\eta}} = \tilde{q}(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) \quad (4.38c)$$

$$(\tilde{\xi}^T \quad \tilde{\eta}^T)^T = (\tilde{\xi}_1 = h(x) \quad \tilde{\xi}_2 = L_f h(x) \quad \tilde{\eta}_1(x) \quad \dots \quad \tilde{\eta}_{n-1}(x))^T \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial \tilde{\eta}_i}{\partial x} g(x) = 0, \quad i = 1, \dots, n-2 \quad (4.40)$$

On dit alors que (4.33) est légèrement à déphasage non minimal si (4.35) est à déphasage non minimal mais (4.38) est à déphasage minimal. (4.38) est la forme approximée du système réel (4.33). En fait, avec la transformation de coordonnées (4.39) le système (4.33) peut se mettre sous la forme (4.41) qui est une forme perturbée de la forme normale (4.38) :

$$\dot{\tilde{\xi}}_1 = \tilde{\xi}_2 + L_g h(x) u \quad (4.41a)$$

$$\dot{\tilde{\xi}}_2 = L_f^2 h(x) + L_g L_f h(x) u \quad (4.41b)$$

$$\dot{\tilde{\eta}} = \tilde{q}(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) \quad (4.41c)$$

La procédure précédente est généralisable au cas où la différence de degré relatif, entre le système réel et la formée approximée, est plus grande que 1. Supposons par exemple que :

$$L_g h(x) = \varepsilon \psi_1(x) \quad (4.42a)$$

$$L_g L_f h(x) = \varepsilon \psi_2(x) \quad (4.42b)$$

$$\vdots$$

$$L_g L_f^{\gamma-2} h(x) = \varepsilon \psi_{\gamma-1}(x) \quad (4.42c)$$

mais  $L_g L_f^\gamma h(x)$  n'est pas de l'ordre  $\varepsilon$ . Considérons la transformation de coordonnées suivante :

$$\begin{pmatrix} \tilde{\xi}^T & \tilde{\eta}^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(x) & L_f h(x) & \cdots & L_f^{\gamma-1} h(x) & \tilde{\eta} \end{pmatrix}^T \in \mathbb{R}^n \quad (4.43)$$

Le système réel peut donc se mettre sous la forme suivante

$$\tilde{\xi}_1 = \tilde{\xi}_2 + \varepsilon \psi_1(x) u \quad (4.44a)$$

⋮

$$\tilde{\xi}_{\gamma-1} = \tilde{\xi}_\gamma + \varepsilon \psi_{\gamma-1}(x) u \quad (4.44b)$$

$$\tilde{\xi}_\gamma = L_f^\gamma h(x) + L_g L_f^{\gamma-1} h(x) u \quad (4.44c)$$

$$\tilde{\eta} = \tilde{q}(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) \quad (4.44d)$$

Son approximation au sens de la linéarisation entrée – sortie approximée est alors

$$\tilde{\xi}_1 = \tilde{\xi}_2 \quad (4.45a)$$

⋮

$$\tilde{\xi}_{\gamma-1} = \tilde{\xi}_\gamma \quad (4.45b)$$

$$\tilde{\xi}_\gamma = L_f^\gamma h(x) + L_g L_f^{\gamma-1} h(x) u \quad (4.45c)$$

$$\tilde{\eta} = \tilde{q}(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) \quad (4.45d)$$

Si le système (4.45) est à déphasage minimal alors que le système réel est à déphasage non minimal on dit que ce dernier est légèrement à déphasage non minimal. Dans ce cas, une commande de poursuite de trajectoire de la forme (4.46) est réalisable sous certaines conditions [30].

$$u = \frac{1}{L_g L_f^{\gamma-1} h(x)} (-L_f^\gamma h(x) + y_d^{(\gamma)} + \alpha_{\gamma-1} (y_d^{(\gamma-1)} - L_f^{\gamma-1} h(x)) + \dots + \alpha_0 (y_d - h(x))) \quad (4.46)$$

Cette technique n'est pas applicable à tous les systèmes à déphasage non minimal. Aussi la commande stabilisatrice n'est valable que dans une région autour de la trajectoire désirée ou du point d'équilibre. Cette dernière région peut être très restreinte. Notre

objectif est de proposer une nouvelle méthode valide pour tous les systèmes à déphasage non minimal.

### 4.3 Commande des systèmes non linéaires à déphasage non minimal

Une limitation de la linéarisation entrée – sortie exposée précédemment est qu'elle ne s'applique qu'aux systèmes à déphasage minimal (dynamique du zéro stable). La linéarisation entrée – sortie approximée fait une extension de cette méthode de synthèse aux systèmes dits légèrement à déphasage non minimal. Nous proposons, dans cette section, une méthode synthèse non linéaire applicable à tous les systèmes dont la dynamique du zéro est instable et le degré relatif bien défini. En fait, l'objectif ici n'est pas de rendre le système linéaire, mais de le stabiliser en boucle fermée. Nous ne présenterons, par souci de clarté, que le cas des systèmes à une entrée et une sortie. Le cas multivariable se déduit aisément.

Considérons le système dynamique non autonome représenté par l'équation d'état non linéaire d'ordre n.

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (4.47a)$$

$$y = h(x) \quad (4.47b)$$

Où  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $y \in \mathbb{R}$  et  $u \in \mathbb{R}$  sont respectivement le vecteur d'état, les variables de sortie et d'entrée du système. Les fonctions  $f(x)$ ,  $g(x)$  et  $h(x)$  sont considérées infiniment dérивables sur  $\mathbb{R}^n$ . Supposons que  $x = 0$  est un point d'équilibre et que  $g(0) \neq 0$ .

Supposons que (4.47) soit de degré relatif r. Le système est mis sous sa forme canonique (4.48) par la transformation de coordonnées,  $(z - \eta)^T = T(x)$  donnée par l'équation (4.49) :

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (4.48a)$$

$$\dot{z}_2 = z_3 \quad (4.48b)$$

...

$$\dot{z}_r = a(z, \eta) + b(z, \eta)u \quad (4.48c)$$

$$\dot{\eta} = q(z, \eta) \quad (4.48d)$$

$$\text{où } \eta = [\eta_1 \ \eta_2 \ \dots \ \eta_{n-r}]^T, \ z = [z_1 \ z_2 \ \dots \ z_r]^T.$$

$a(x) = L_f^r h(x)$  et  $b(x) = L_g L_f^{r-1} h(x)$  avec  $T = [T_1 \ T_2 \ \dots \ T_r \ \dots \ T_n]^T$  tel que

$$T_1 = h(x) \quad (4.49a)$$

$$T_2 = L_f h(x) \quad (4.49b)$$

...

$$T_r = L_f^{r-1} h(x) \quad (4.49c)$$

Les composantes  $T_i$  pour  $i \in \{r+1, r+2, \dots, n\}$  sont déterminées en résolvant les équations aux dérivées partielles suivantes

$$L_g T_j(x) = 0 \quad \forall r < j < n+1. \quad (4.50)$$

On peut rendre le système (4.48) partiellement linéaire en choisissant  $u(x)$  tel que

$$u(x) = \frac{(v - a(x))}{b(x)} \quad \forall x \in V = \{x \in \mathbb{R}^n \text{ tel que } b(x) \neq 0\}. \quad (4.51)$$

La variable  $v$  est une commande auxiliaire utilisée pour stabiliser le système. L'équation dynamique en boucle fermée, sous une forme compacte, devient donc

$$\dot{z} = A_r z + B v \quad (4.52a)$$

$$\dot{\eta} = q(z, \eta) \quad (4.52b)$$

$$A_r = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.53)$$

Le système est à déphasage non minimal puisque sa dynamique du zéro est instable. Notre objectif est de synthétiser une entrée auxiliaire  $v$  qui stabilise aussi bien la dynamique interne que la dynamique externe. Pour ce faire, nous proposons de récrire la dynamique interne en séparant sa partie linéaire et sa partie non linéaire d'ordre plus grand que 1.

$$\dot{\eta} = q(z, \eta) = A_z z + A_\eta \eta + G(z, \eta) \quad (4.54)$$

$$A_z = \frac{\partial q(z, \eta)}{\partial z} \Big|_{(z, \eta)=(0,0)} \text{ et } A_\eta = \frac{\partial q(z, \eta)}{\partial \eta} \Big|_{(z, \eta)=(0,0)} \quad (4.55a)$$

$$G(z, \eta) = q(z, \eta) - (A_z z + A_\eta \eta) \quad (4.55b)$$

L'équation dynamique (4.52) peut être réécrite sous la forme compacte.

$$\begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix} + B \cdot v(t) + \begin{pmatrix} 0_r \\ G(z, \eta) \end{pmatrix} \quad (4.56)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_r & 0_r \\ A_z & A_\eta \end{bmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0_{r-1} \\ 1 \\ 0_{n-r} \end{pmatrix} \quad (4.57a)$$

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.57b)$$

Un avantage de la décomposition précédente (4.54 et 4.55) est que la partie non linéaire  $G(z, \eta)$  est nulle si la fonction  $q(z, \eta)$  de la dynamique interne était déjà linéaire. Autrement dit, la décomposition n'est pas nécessaire si la dynamique interne est linéaire. Nous proposons alors de choisir une entrée auxiliaire  $v$  composée d'une partie linéaire et d'une autre non linéaire de la forme :

$$v(t) = -K \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix} + v_{NL} \quad (4.58)$$

$K$  est un vecteur ligne de gains constants et  $v_{NL}$  est une autre commande auxiliaire non linéaire. En combinant (4.56) et (4.58), on obtient en boucle fermée :

$$\begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = (A - BK) \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_r \\ G(z, \eta) \end{pmatrix} + B \cdot v_{NL} \quad (4.59)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = (A - BK) \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0_{r-1} \\ v_{NL} \\ G(z, \eta) \end{pmatrix} \quad (4.60)$$

$K$  est choisi de telle sorte que la matrice  $A_s = (A - BK)$  est stable. Il peut être déterminer par exemple en imposant des pôles désirés à  $A_s$ . On sait alors que pour toute matrice  $Q$  définie positive, il existe une matrice  $P$ , elle aussi définie positive, solution de l'équation de Lyapunov [2].

$$A_s^T P + P A_s = -Q \quad (4.61)$$

Notons aussi qu'un autre avantage de la décomposition (4.54 et 4.55) est que la structure de commande (4.58) permet de stabiliser localement le système (4.52).

L'étape suivante consiste à déterminer l'expression de la commande auxiliaire non linéaire  $v_{NL}$ . Elle est déterminée à partir d'une étude de stabilité du système en chaîne fermée. La méthode consiste à se donner une équation candidate de Lyapunov définie

positive du système et ensuite à rendre la dérivée temporelle de cette dernière définie négative. Considérons une fonction candidate de Lyapunov du système (4.60).

$$L(z, \eta) = \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix}^T \cdot P \cdot \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix} \quad (4.62)$$

$L(z, \eta)$  est une fonction définie positive sur  $\Re^n$  et sa dérivée est,

$$\dot{L}(z, \eta) = -\begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix}^T Q \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix} + 2(0_{r-1} \ v_{NL} \ G(z, \eta)^T) P \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix} \quad (4.63)$$

Afin de rendre la dérivée précédente définie négative, nous proposons de choisir la commande auxiliaire non linéaire  $v_{NL}$  telle que:

$$(0_{r-1} \ v_{NL} \ G(z, \eta)^T) P \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix} = 0 \text{ ou } v_{NL} = \frac{-\sum_{i=r+1}^n G_i(z, \eta) P_i \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix}}{P_r \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix}} \quad (4.64)$$

où  $P_1, \dots, P_n$  sont les lignes de la matrice  $P$  et  $G(z, \eta) = (G_{r+1}(z, \eta) \ \dots \ G_n(z, \eta))^T$ . Le système (4.60) est alors asymptotiquement stable [2] car,

$$\dot{L}(z, \eta) = -\begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix}^T Q \begin{pmatrix} z \\ \eta \end{pmatrix} < 0 \quad \forall (z, \eta) \in \Re^n. \quad (4.65)$$

On peut montrer que  $v_{NL}$  tend vers zéro quant  $x$  tend vers zéro. La preuve est donnée en annexe 3 section 3.1. La méthode de synthèse que nous proposons peut se résumer en 4 étapes.

### Étape 1 : Mettre le système (4.47) sous la forme canonique (4.48).

- Dériver la sortie jusqu'à ce que l'entrée apparaisse de façon explicite dans son expression et définir la transformation de coordonné (4.49).
- Mettre le système sous la forme (4.48).

**Étape 2 :** Compenser une partie des non linéarités par le choix de l'entrée  $u$  (4.51).

**Étape 3 :** Mettre le système sous la forme canonique (4.56).

- Séparer la partie linéaire et la partie non linéaire de la dynamique interne (4.54).
- Récrire l'équation sous forme compacte (4.56).

**Étape 4 :** Stabiliser le système.

- Déterminer  $K$  qui rend  $(A-BK)$  stable.
- Déterminer  $P$  en résolvant l'équation (4.61).
- La commande  $v_{NL}$  est donnée par la relation (4.64).
- La commande auxiliaire stabilisante est de la forme (4.58).

La technique de conception ainsi proposée peut être appliquée aussi bien aux systèmes à déphasage non minimal qu'aux systèmes à déphasage minimal. Pour ces derniers, elle n'est pas indispensable mais permet d'avoir un contrôle sur l'évolution des variables de la dynamique interne. Notons que la procédure précédente s'applique aussi à une classe de systèmes multivariables. Cette classe est caractérisée par le fait que la dynamique interne puisse se mettre sous la forme (4.19). En guise d'application, la nouvelle technique de synthèse est utilisée dans la section suivante pour concevoir un régulateur de tension et de vitesse pour un réseau électrique modélisé comme un générateur alimentant une barre infinie.

#### **4.4 Exemple d'application : Régulateur de tension et de vitesse pour un générateur alimentant une barre infinie.**

La méthode de synthèse, adaptée au système à déphasage non minimal, développée précédemment, est utilisée pour la conception d'un régulateur de tension et de vitesse multivariable et décentralisé. Le réseau est modélisé comme un générateur connecté à une barre de puissance infinie. Nous utiliserons notre nouvelle approche unificatrice pour modéliser le réseau. L'objectif est de valider la procédure de conception ci-dessus.

#### 4.4.1 Modèle dynamique du système

Modéliser un réseau électrique comme un générateur connecté à une barre infinie revient à négliger l'effet des perturbations des autres générateurs. Nous avons montré au chapitre 2 qu'avec cette approximation, le modèle dynamique du réseau peut se mettre sous la forme

$$\dot{v}_d = \alpha v_d + \beta v_q + g_1 E_{fd} \quad (4.66a)$$

$$\dot{v}_q = \sigma v_d + \gamma v_q + g_2 E_{fd} \quad (4.66b)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_s}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - a(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (4.66c)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{T_w} \left( 1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2} \right) \quad (4.66d)$$

$$\dot{g} = -\frac{1}{T_g} g + \frac{1}{T_g} u_g \quad (4.66e)$$

Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $a$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  et  $\sigma$  sont constants et connus. Leurs valeurs dépendent du point de fonctionnement du réseau. Ils se calculent, à partir des équations (2.6) et ceux de la section 1.2 de l'annexe 1, pour un échange de puissance active et réactive données.

Les grandeurs sorties à réguler sont la tension terminale de chaque générateur et la vitesse de rotation du rotor. Cependant, afin d'annuler les éventuelles erreurs en régime permanent qui pourraient être causées par des imperfections de modélisation et/ou paramétriques, les grandeurs de sorties que nous considérons sont les intégrales des erreurs sur la tension terminale et sur la vitesse mécanique du rotor. Ce choix permet d'introduire une action intégrale dans la loi de commande et ainsi d'assurer une certaine

stabilité structurelle au système en boucle fermée[35]. Les sorties du système deviennent donc :

$$y_1(t) = \int_0^t (v_d^2(\tau) + v_q^2(\tau) - l) d\tau \quad (4.67a)$$

$$y_2(t) = \int_0^t (\omega_2(\tau) - l) d\tau \quad (4.67b)$$

Notre stratégie de conception consiste à appliquer une commande non linéaire afin de compenser une partie des non – linéarités du système. Ensuite, à stabiliser le système ainsi obtenu par une commande auxiliaire composée de deux parties. La première partie est une commande linéaire chargée de stabiliser localement le système. La deuxième partie de la commande auxiliaire est une loi de commande non linéaire qui servira à élargir le domaine de stabilité du système en chaîne fermée.

#### 4.4.2 Conception du régulateur de tension et de vitesse

**Étape 1 :**

Appliquons la transformation de cordonnée ci-dessous :

$$z_1 = \int_0^t (v_d^2 + v_q^2) d\tau \quad (4.68a)$$

$$z_2 = v_d^2 + v_q^2 \quad (4.68b)$$

$$z_3 = \int_0^t (\omega_2 - l) d\tau \quad (4.68c)$$

$$z_4 = \omega_2 - l \quad (4.68d)$$

$$z_5 = \frac{1}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - a(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (4.68e)$$

$$\eta_l = q^2 - a^2 \quad (4.68f)$$

$$\eta_2 = E_d - (x_q - x_{q0})(bv_{d0} + av_{q0}) \quad (4.68g)$$

où,  $E_d$ ,  $v_{d0}$ ,  $v_{q0}$ ,  $x_q$ , et  $\dot{x}_q$  sont respectivement la tension interne transitoire, les composantes d-q de la tension terminale en régime permanent, les réactances synchrones et transitoires du générateur. Elle permet de transformer l'équation dynamique (4.65) en la dynamique suivante :

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (4.69a)$$

$$\dot{z}_2 = F_2(v_d, v_q) + G_2(v_d, v_q)E_{fd} \quad (4.69b)$$

$$\dot{z}_3 = z_4 \quad (4.69c)$$

$$\dot{z}_4 = z_5 \quad (4.69d)$$

$$\dot{z}_5 = F_5(q, g, v_d, v_q, E_{fd}) + G_5(q, g)U_g \quad (4.69e)$$

$$\dot{\eta}_1 = \frac{2H}{T_w}z_5 - \frac{2a}{T_w}z_2 + \frac{2}{T_w}\sqrt{\eta_1 + a^2} - \frac{2a}{T_w} \quad (4.69f)$$

$$\dot{\eta}_2 = \frac{-1}{T_{q0}}\eta_2 - (x_q - \dot{x}_q)(b(v_d - v_{d0}) + a(v_q - v_{q0})) \quad (4.69g)$$

avec

$$F_2 = 2(v_d^2\alpha + v_d v_q \beta + v_d v_q \sigma + v_q^2 \gamma) \quad (4.70a)$$

$$G_2 = 2(v_d g_1 + v_q g_2) \quad (4.70b)$$

$$F_5 = -\frac{a}{H}(F_2 + G_2 E_{fd}) + \frac{1}{H}\left(\frac{3q^2}{T_w A_t^2 g^2}(1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2}) + \frac{2q^3}{T_g A_t^2 g^2}\right) \quad (4.70c)$$

$$G_5 = -\frac{2q^3}{HT_g A_t^2 g^3} \quad (4.70d)$$

La dynamique du zéro du système est :

$$\dot{\eta}_1 = \frac{2}{T_w} \sqrt{\eta_1 + a^2} - \frac{2a}{T_w} \quad (4.71a)$$

$$\dot{\eta}_2 = \frac{-1}{T_{q0}} \eta_2 \quad (4.71b)$$

Il est aisé de remarquer que la dynamique associ e   la variable interne  $\eta_1$  est instable. La dynamique du zéro est donc instable et le système est   déphasage non minimal. On remarque aussi que la dynamique associ e   la variable interne  $\eta_2$  est stable et que l'expression de chaque variable interne est indépendante de l'autre. La stabilité du système en chaîne fermée ne dépend donc que de celle des variables de la dynamique externe  $z$  et de celle de la variable interne  $\eta_1$ . Ainsi pour alléger l'exposé, la variable  $\eta_2$  ne sera plus consid r e .

###  t pe 2 :

Afin de compenser une partie des non linéarités du système, on choisit l'excitation et l'entr e  du servomoteur de chaque générateur de la forme :

$$E_{id} = \frac{v_1 - F_2(v_d, v_q)}{G_2(v_d, v_q)} = \frac{v_1 - 2(v_d^2\alpha + v_d v_q \beta + v_d v_q \sigma + v_q^2 \gamma)}{2(v_d g_1 + v_q g_2)} \quad (4.72a)$$

$$U_g = \frac{v_2 - F_5(v_d, v_q, q, g)}{G_5(q, g)} \quad (4.72b)$$

$v_1$  et  $v_2$  sont des entrées auxiliaires qui seront utilis es pour stabiliser le système.

###  t pe 3 :

L'equation dynamique de  $\eta_1$  est non linéaire. Il faut alors séparer la partie linéaire de cette dernière de sa partie non linéaire d'ordre plus grand 1.

$$\dot{\eta}_1 = \frac{1}{T_w a} \eta_1 + \frac{2H}{T_w} Z_s - \frac{2a}{T_w} Z_2 + \left( \frac{2}{T_w} \sqrt{\eta_1 + a^2} - \frac{1}{T_w a} \eta_1 - \frac{2a}{T_w} \right) \quad (4.73)$$

L'équation dynamique en boucle fermée peut alors se mettre sous la forme compacte

$$\dot{x} = Ax + Bv + \Phi \quad (4.74)$$

$$x = (z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ z_5 \ \eta_1)^T \quad v = (v_1 \ v_2)^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2a}{T_w} & 0 & 0 & \frac{-2H}{T_w} & \frac{1}{aT_w} \end{bmatrix} \quad (4.75a)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left( \frac{2}{T_w} \sqrt{\eta + a^2} - \frac{1}{T_w a} \eta - \frac{2a}{T_w} \right) \end{pmatrix} \quad (4.75b)$$

#### Étape 4 :

Les entrées auxiliaires seront composées de deux parties qui assurent respectivement la stabilité locale et globale du système. Elles sont de la forme

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = Kx + (0 \ v_{nl})^T \quad (4.76)$$

Le gain  $K$  sert à stabiliser localement le système et  $(0, v_{nl})^T$  est la partie non-linéaire pour élargir son domaine de stabilité. L'équation dynamique du système en boucle fermée s'obtient en substituant la commande auxiliaire  $(v_1, v_2)^T$  dans l'équation (4.75).

$$\dot{x} = A_s x + B \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + \Phi \quad A_s = A - BK \quad (4.77)$$

$K$  est calculé de façon à ce que tous les pôles de  $A_s$  aient leurs parties réelles négatives. Il peut, par exemple, se déterminer par la technique d'imposition de pôles en boucle fermée.

#### 4.4.2.1 Détermination du gain $K$

$K$  est calculé par la technique d'imposition des pôles. Elle consiste à se donner des valeurs propres désirées de la matrice  $A_s$  et à calculer son équation caractéristique désirée. L'équation caractéristique en boucle fermée du système est ensuite déterminée. Le gain  $K$  est tel que l'équation caractéristique désirée est égale à l'équation caractéristique en boucle fermée. Soient  $p_1, p_2, p_3, p_4$  et  $p_5$  les pôles désirés du système en boucle fermée. Notons qu'aucune règle existe pour le choix de ces pôles. Ils dépendent fortement de l'expertise du concepteur. L'équation caractéristique désirée est donc

$$(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)(s - p_5) = 0 \quad (4.78)$$

L'équation caractéristique en boucle fermée du système (ou polynôme caractéristique de la matrice  $A_s$ ) est

$$\det(sI - A_s) = |sI - (A - BK)| = 0 \quad (4.79)$$

Il suffit alors de calculer  $K$  de sorte que

$$|sI - (A - BK)| = (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)(s - p_5) \quad (4.80)$$

On peut s'aider de la fonction "Place" fournie avec l'utilitaire Control Toolbox de Matlab® pour le calcul de  $K$ .

#### 4.4.2.2 Détermination de la composante non linéaire $v_{NL}$

La commande auxiliaire  $v_{NL}$  se détermine à partir d'une étude de stabilité en chaîne fermée. La matrice  $A_s$  étant constante et stable, pour toute matrice symétrique définie

positive  $Q$  donnée, il existe une matrice  $P$  symétrique définie positive solution de l'équation de Lyapunov.

$$A_s^T P + P A_s = -Q \quad (4.81)$$

Considérons la fonction candidate de Lyapunov du système en boucle fermée  $L(t)$ . Elle est définie positive car la matrice  $P$  est définie positive.

$$L(t) = x^T P x \quad (4.82)$$

La dérivée temporelle de cette fonction est donc :

$$\dot{L}(t) = x^T (A_s^T P + P A_s) x + x^T P B \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + x^T P \Phi \quad (4.83)$$

$$\dot{L}(t) = -x^T Q x + x^T P B \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + x^T P \Phi \quad (4.84)$$

Afin de rendre la dérivée précédente définie négative, la commande auxiliaire non linéaire  $v_{NL}$  est choisie de telle que :

$$x^T P B \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + x^T P \Phi = 0 \quad (4.85)$$

$$\dot{L}(t) = -x^T Q x < 0 \quad (4.86)$$

Le système est donc stable en boucle fermée [2].

#### 4.4.3 Simulation et résultats

Le réseau électrique représenté à la figure ci-dessous et comportant quatre (4) générateurs a été utilisé pour juger de l'efficacité et de la performance des régulateurs décentralisés. Le premier test est un court-circuit de 100 ms appliqué à la barre 8. Le second test est une variation de la charge de 10% au niveau de la barre 8. Les paramètres des composantes du réseau sont donnés en annexe 2 section 2.1.

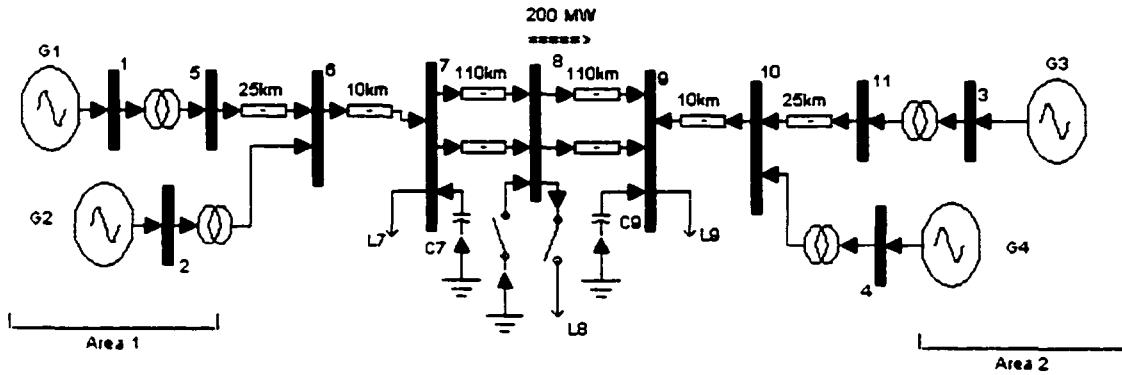


Figure 12 Réseau électrique hypothétique à 4 générateurs

#### 4.4.3.1 Paramètres de conception des régulateurs

La première étape de la conception consiste à déterminer les paramètres en régime permanent du modèle du système. Ces données sont regroupées dans le tableau I pour les quatre régulateurs. En ce point de fonctionnement  $G_1, G_2, G_3$  et  $G_4$  fournissent approximativement respectivement 700 MW, 540 MW, 700 MW et 719 MW. Notons que pour les besoins du logiciel, des charges fictives de 7 MW ont été ajoutées aux bornes de chaque générateur.

Tableau I

Paramètres du modèle

	G1	G2	G3	G4
$\alpha$	-2.6998e+000	-2.9175e+000	-2.8813e+000	-2.6988e+000
$\beta$	2.7640e+000	2.1556e+000	2.6662e+000	2.8221e+000
$\sigma$	4.3663e-001	3.7116e-001	4.6677e-001	4.4786e-001
$\gamma$	-7.6914e-001	-5.3026e-001	-7.4728e-001	-7.9926e-001
$g_1$	4.3763e-002	3.3553e-002	4.1357e-002	4.4644e-002

	G1	G2	G3	G4
$g_2$	1.1017e-001	1.1203e-001	1.0827e-001	1.0960e-001
a	0.77778	0.60583	0.77778	0.79889

Tableau II

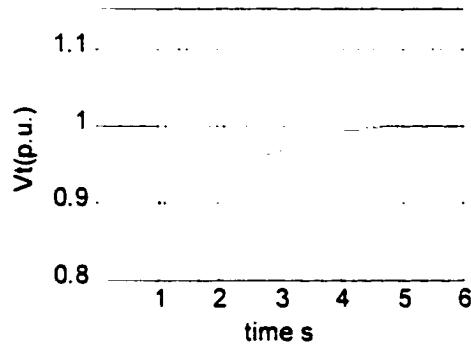
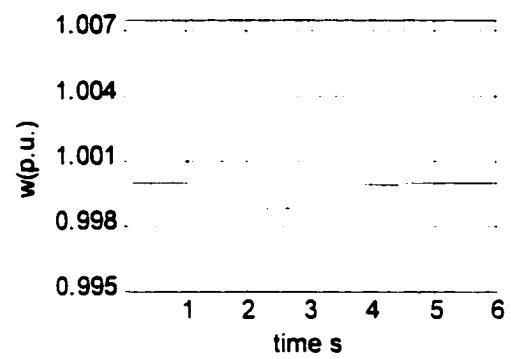
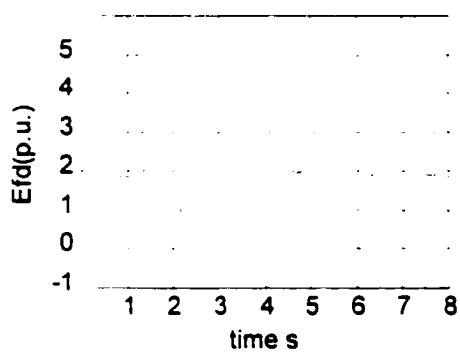
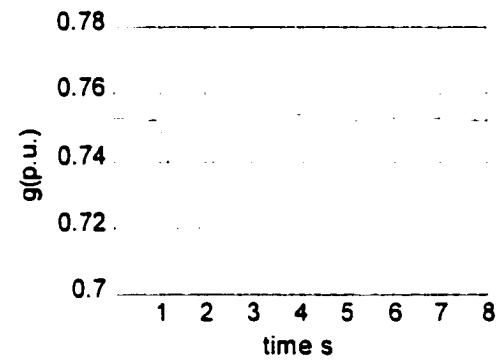
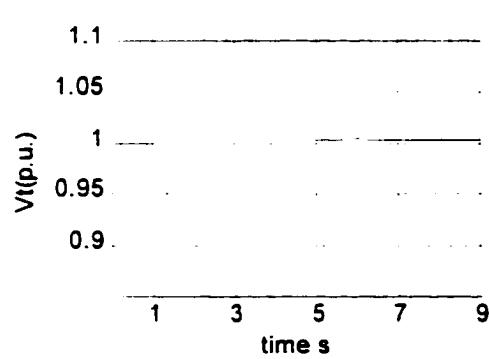
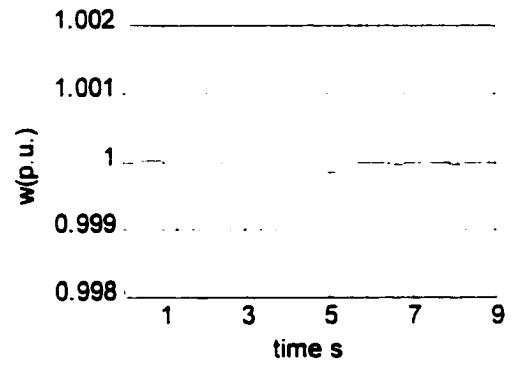
**Pôles désirés en boucle fermée**

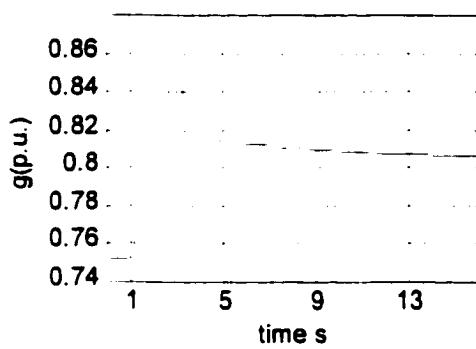
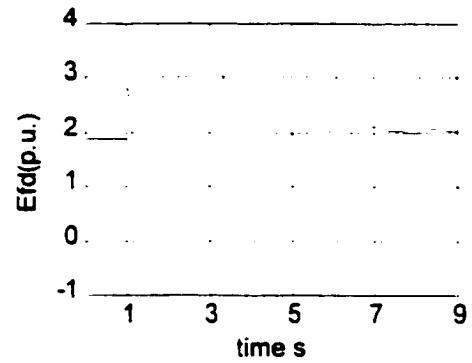
$p_1 = -2.9$	$p_3 = -2.1 + 0.17j$	$p_5 = -2.2 + 0.5j$
$p_2 = -2.7$	$p_4 = -2.1 - 0.17j$	$p_6 = -2.2 - 0.5j$

Le gain K du régulateur est obtenu par la technique d'imposition des pôles. Les pôles désirés sont donnés par le tableau 2. Il convient de noter qu'il n'existe pas de règle générale pour le choix des pôles désirés. Ils dépendent fortement de l'expertise du concepteur.

**4.4.3.2 Résultats de la simulation**

Le premier test consiste à appliquer un court-circuit au niveau de la barre 8. Les figures 13 à 16 illustrent l'évolution de la tension terminale et de la vitesse du rotor du générateur G1. Avant la perturbation, la tension terminale et la vitesse du rotor sont régulées à 1 p.u. Après le court-circuit, elles reviennent à leurs valeurs d'équilibre en 3 secondes. L'ouverture du vannage de la turbine revient également à sa valeur initiale. Toutes les variables dynamiques du système du système sont donc stables. Les résultats du second test sont illustrés aux figures 17 à 20. Une variation de 10% de la charge totale du réseau a été appliquée au niveau de la barre 8. La tension terminale revient bien à sa valeur d'équilibre de 1 p.u. en 2 secondes. La vitesse du rotor se stabilise aussi à sa valeur nominale de 1 p.u. en 3 secondes. La compensateur est donc robuste. L'ouverture du vannage de la turbine se stabilise à sa nouvelle valeur d'équilibre.

Figure 13 Tension de  $G_1$  après un c/cFigure 14 Vitesse de  $G_1$  après un c/cFigure 15 Excitation de  $G_1$  après un c/cFigure 16 Vannage de  $G_1$  après un c/cFigure 17 Tension de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 18 Vitesse du rotor après un  $\Delta P$

Figure 19 vannage de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 20 Excitation de  $G_1$  après un  $\Delta P$ 

Les résultats attestent la validité de la méthode de conception et de la nouvelle approche de modélisation. Le réseau est stable bien qu'à déphasage non minimal. Le régulateur de tension et de vitesse est robuste. Ses performances face aux oscillations inter zones sont illustrées par les figures ci-dessous. On constate qu'il amortit ces oscillations moins bien que le régulateur classique (AVR PSS et Gouverneur dont les paramètres sont donnés en annexe 2 section 2.2). Cependant ce dernier introduit une erreur en régime permanent sur la vitesse et sur la tension terminale du générateur. Les oscillations inter zones représentent la différence entre les puissances actives des générateurs  $G_1$  et  $G_2$ , et celles des générateurs  $G_3$  et  $G_4$  [36].

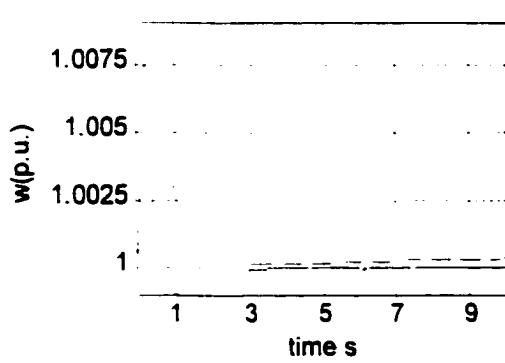


Figure 21 Vitesse  $G_1$  après un c/c  
Traits discontinus : Régulateur classique  
Traits continus : Régulateur proposé

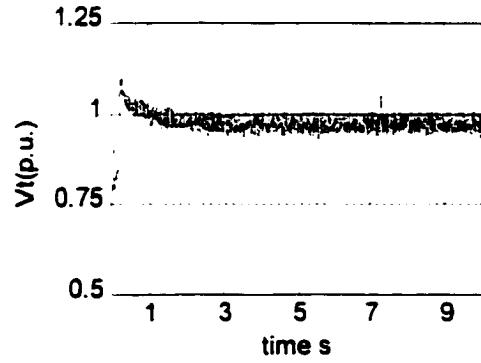


Figure 22 Tension de  $G_1$  après un c/c  
Traits discontinus : Régulateur classique  
Traits continus : Régulateur proposé

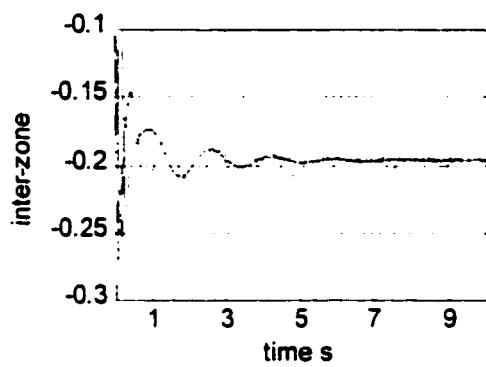


Figure 23 Oscillations interzones après un c/c  
Traits discontinus : Régulateur classique  
Traits continus : Régulateur proposé

## CHAPITRE 5

### RÉGULATEUR NON LINÉAIRE DÉCENTRALISÉ DE TENSION ET DE VITESSE

Ce chapitre traite de la conception du régulateur non linéaire décentralisé de tension et de vitesse des réseaux électriques. Nous préconisons une approche multivariable où l'excitation et la commande du servomoteur des vannages de la turbine sont synthétisées simultanément. La conception est basée sur la nouvelle méthode de synthèse pour système à déphasage non minimal. Le réseau est modélisé avec l'approche proposée au chapitre 2. Les gains des compensateurs sont judicieusement calculés pour atténuer les effets des interactions dynamiques entre générateurs. Les performances de notre approche de conception seront testées sur un réseau électrique comportant 4 générateurs.

#### 5.1 Modèle du système

Le modèle dynamique du système considéré est de la forme

$$\dot{v}_d = (\alpha + \alpha_t)v_d + (\beta + \beta_t)v_q + (g_1 + g_{1t})E_{fd} \quad (5.1a)$$

$$\dot{v}_q = (\sigma + \sigma_t)v_d + (\gamma + \gamma_t)v_q + (g_2 + g_{2t})E_{fd} \quad (5.1b)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_s}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - (a + a_t)(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (5.1c)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{T_w} \left( 1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2} \right) \quad (5.1e)$$

$$\dot{g} = \frac{-1}{T_g} g + \frac{1}{T_g} u_g \quad (5.1f)$$

Ce modèle (obtenu au chapitre 2) est celui d'une machine synchrone utilisée en génératrice, et échangeant de la puissance active et réactive, avec le reste du réseau. Ce dernier est modélisé par une impédance dynamique. Par notre approche, la conception de N régulateurs décentralisés est nécessaire pour stabiliser un réseau électrique comportant N générateurs.

Les signaux à réguler sont la tension terminale de chaque générateur et la vitesse de rotation du rotor. Cependant, pour assurer une certaine stabilité structurelle au système, et ainsi annuler les éventuelles erreurs en régime permanent qui pourraient être causées par des imperfections de modélisation ou des imprécisions sur les paramètres, les grandeurs de sorties que nous considérons sont les intégrales des erreurs sur la tension terminale et sur la vitesse mécanique du rotor. Cela revient à introduire une action intégrale dans les lois de commande. Les sorties du système sont alors

$$y_1(t) = \int_0^t (v_d^2(\tau) + v_q^2(\tau) - l) d\tau \quad (5.2a)$$

$$y_2(t) = \int_0^t (\omega_2(\tau) - l) d\tau \quad (5.2b)$$

Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $a$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  et  $\sigma$  du modèle sont constants et connus. Leurs valeurs dépendent du point de fonctionnement donné du système. Ils se calculent à partir des équations (2.16) et celles de l'annexe 1 section 1.2. Les paramètres  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $a_t$ ,  $g_{1t}$ ,  $g_{2t}$  et  $\sigma_t$  représentent l'effet du reste du réseau sur chaque générateur suite à un contingent. Les paramètres  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $a_t$ ,  $g_{1t}$ ,  $g_{2t}$  et  $\sigma_t$  ne peuvent, de toute évidence, pas être de nature quelconque. Ils doivent posséder certaines bonnes propriétés afin que des compensateurs décentralisés puissent stabiliser le réseau. Ces propriétés sont résumées dans les hypothèses 1 et 2. L'hypothèse 1 signifie que le reste du réseau est stable au sens de Lyapunov tandis que l'hypothèse 2 veut dire que le reste du réseau est asymptotiquement stable.

**Hypothèse 1 :** Les paramètres  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $a_t$ ,  $g_{1t}$ ,  $g_{2t}$  et  $\sigma_t$  sont bornés.

**Hypothèse 2 :** Les paramètres  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $a_t$ ,  $g_{1t}$ ,  $g_{2t}$  et  $\sigma_t$  sont bornés et tendent vers zéro quand le temps tend vers l'infini.

L'objectif de chaque compensateur décentralisé est alors de stabiliser localement son générateur et d'atténuer l'effet du reste réseau sur ce dernier. Le bon fonctionnement de chaque compensateur permettra d'assurer la validité des hypothèses ci-dessus.

## 5.2 Conception du régulateur non linéaire de tension et de vitesse

La méthode de conception consiste, dans un premier temps, à déterminer une transformation de coordonnée qui met le système commandé sous une certaine forme dite canonique. Considérons la transformation de coordonnées ci dessous

$$z_1 = \int_0^t (v_d^2 + v_q^2 - 1) dt \quad (5.3a)$$

$$z_2 = v_d^2 + v_q^2 - 1 \quad (5.3b)$$

$$z_3 = \int_0^t (\omega_2 - 1) dt \quad (5.3c)$$

$$z_4 = \omega_2 - 1 \quad (5.3d)$$

$$z_5 = \frac{1}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - a(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (5.3e)$$

$$\eta_1 = q^2 - a^2 \quad (5.3f)$$

$$\eta_2 = E_d - (x_q - x_{q0})(bv_{d0} + av_{q0}) \quad (5.3g)$$

$E_d$ ,  $v_{d0}$ ,  $v_{q0}$ ,  $x_q$ , et  $x_{q0}$  sont respectivement la tension interne transitoire, les composantes d-q de la tension terminale en régime permanent, les réactances synchrone

et transitoire de la machine synchrone utilisée comme générateur. La transformation ci-dessus transforme le modèle (5.1) en la dynamique suivante :

$$\dot{z}_1 = z_2 \quad (5.4a)$$

$$\dot{z}_2 = F_2(v_d, v_q) + G_2(v_d, v_q)E_{fd} + W_2(t) \quad (5.4b)$$

$$\dot{z}_3 = z_4 \quad (5.4c)$$

$$\dot{z}_4 = z_5 + W_4(t) \quad (5.4d)$$

$$\dot{z}_5 = F_5(q, g, v_d, v_q, E_{fd}) + G_5(q, g)U_g + W_5(t) \quad (5.4e)$$

$$\dot{\eta}_1 = \frac{1}{T_w a} \eta_1 - \frac{2H}{T_w} z_5 - \frac{2a}{T_w} z_2 + \left( \frac{2}{T_w} \sqrt{\eta_1 + a^2} - \frac{1}{T_w a} \eta_1 - \frac{2a}{T_w} \right) \quad (5.4f)$$

$$F_2 = 2(v_d^2 \alpha + v_d v_q \beta + v_d v_q \sigma + v_q^2 \gamma) \quad (5.5a)$$

$$G_2 = 2(v_d g_1 + v_q g_2) \quad (5.5b)$$

$$F_5 = -\frac{a}{H}(F_2 + G_2 E_{fd}) + \frac{1}{H} \left( \frac{3q^2}{T_w A_t^2 g^2} \left( 1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2} \right) + \frac{2q^3}{T_g A_t^2 g^2} \right) \quad (5.5c)$$

$$G_5 = -\frac{2q^3}{HT_g A_t^2 g^3} \quad (5.5d)$$

et

$$W_2(t) = 2(v_d^2 \alpha_t + v_d v_q \beta_t + v_d v_q \sigma_t + v_q^2 \gamma_t + v_d E_{fd} g_{1t} + v_q E_{fd} g_{2t}) \quad (5.6a)$$

$$W_4(t) = -\frac{v_d^2 + v_q^2}{H} a_t \quad (5.6b)$$

$$W_5(t) = -\frac{a}{H} W_2(t) \quad (5.6c)$$

La variable  $\eta_2$  n'est pas considérée dans la suite de l'exposé pour les mêmes raisons que celles évoquées à la section 4.4.2. Elle est stable et n'influence pas la stabilité du système en chaîne fermée. En effet la dynamique du zéro du système est

$$\dot{\eta}_1 = \frac{2}{T_w} \sqrt{\eta_1 + a^2} - \frac{2a}{T_w} \quad (5.7a)$$

$$\dot{\eta}_2 = \frac{-1}{T_{q0}} \eta_2 + (x_q - \dot{x}_q)(b_t v_{d0} + a_t v_{q0}) = \frac{-1}{T_{q0}} \eta_2 + p_t \quad (5.7b)$$

Il est aisément de remarquer que la dynamique associée à la variable interne  $\eta_1$  est instable. La dynamique du zéro est donc instable et le système est dit à déphasage non minimal. On remarque aussi que la dynamique associée à la variable interne  $\eta_2$  est bornée dans le cas de l'hypothèse 1 car  $p_t$  est bornée. Cette dynamique tend vers 0 dans le cas de l'hypothèse 2 car  $p_t$  tend vers 0. La stabilité du système en chaîne fermée ne dépend donc que de celle des variables de la dynamique externe  $z$  et de celle de la variable interne  $\eta_1$ . Ainsi pour alléger l'exposé, la variable  $\eta_2$  ne sera plus considérée.

La seconde étape de la conception consiste à annuler une partie des non linéarités du système (5.4). La tension d'excitation et l'entrée du servomoteur de la turbine de chaque générateur qui compensent ces non linéarités sont

$$E_{rd} = \frac{v_1 - F_2(v_d, v_q)}{G_2(v_d, v_q)} = \frac{v_1 - 2(v_d^2 \alpha + v_d v_q \beta + v_d v_q \sigma + v_q^2 \gamma)}{2(v_d g_1 + v_q g_2)} \quad (5.8a)$$

$$U_g = \frac{v_2 - F_5(v_d, v_q, q, g)}{G_5(q, g)} \quad (5.8b)$$

$v_1$  et  $v_2$  sont des entrées de commande auxiliaires qui seront utilisées pour stabiliser le système et atténuer l'effet des perturbations non structurées  $W_2$ ,  $W_4$  et  $W_5$ .

Supposons que les variables dynamiques de chaque générateur soit bornées. Cette supposition est tout à fait réaliste car les entrées de commande  $E_{fd}$  et  $U_g$  comportent des limitations physiques. Les perturbations  $W_2$ ,  $W_4$  et  $W_5$  sont alors bornées. C'est à dire qu'il existe  $W_{2\max}$ ,  $W_{4\max}$  et  $W_{5\max}$  tels que  $\|W_2\|_\infty \leq W_{2\max}$ ,  $\|W_4\|_\infty \leq W_{4\max}$  et  $\|W_5\|_\infty \leq W_{5\max}$ . Posons alors  $W_{2m} = W_2/W_{2\max}$ ,  $W_{4m} = W_4/W_{4\max}$  et  $W_{5m} = W_5/W_{5\max}$ .

L'équation dynamique en boucle fermée peut alors se mettre sous la forme

$$\dot{x} = Ax + Bv + W + \Phi \quad (5.9)$$

avec  $x = (z_1 \ z_2 \ z_3 \ z_4 \ z_5 \ \eta_1)^T$   $v = (v_1 \ v_2)^T$

et

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2a}{T_w} & 0 & 0 & \frac{-2H}{T_w} & \frac{2}{aT_w} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \Psi = \begin{bmatrix} 0 \\ W_2 \\ 0 \\ W_4 \\ W_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.10a)$$

$$\Phi = \left( 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ (\frac{2}{T_w} \sqrt{\eta + a^2} - \frac{2}{T_w a} \eta - \frac{2a}{T_w}) \right)^T \quad (5.10b)$$

Les entrées auxiliaires sont composées de deux parties qui permettent d'assurer respectivement la stabilité locale tout en atténuant les effets de perturbations et la stabilité globale. Elles sont de la forme :

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{1L} \\ v_{2L} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nL} \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

$(v_{1L}, v_{2L})^T$  constitue la partie linéaire de la commande auxiliaire. Elle servira à la stabilité locale et l'atténuation des perturbations.  $(0, v_{NL})^T$  est la partie non – linéaire qui assure la stabilité globale du système (5.9). Nous proposons une résolution en deux étapes pour la détermination des composantes linéaires et non – linéaires de la loi de commande auxiliaire. La première étape consistera à faire la synthèse de la partie linéaire de (5.11) en ne considérant que la partie linéaire de (5.9) sujette aux perturbations modélisées par  $W(t)$ . La composante non – linéaire  $(0, v_{NL})^T$  s'obtiendra par une technique basée sur théorie de stabilité de Lyapunov afin de compenser l'existence de  $\Phi(t)$  dans le modèle (5.9).

### 5.2.1 Synthèse de $(v_{1L} \quad v_{2L})^T$

La synthèse de la partie linéaire de (5.11) se fait en s'inspirant de [37]. Considérons pour ce faire le modèle dynamique ci dessous

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2a}{T_w} & 0 & 0 & -\frac{2H}{T_w} & \frac{2}{aT_w} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_{1L} \\ v_{2L} \end{pmatrix} + \text{diag} \left( \begin{bmatrix} 0 \\ W_{2m} \\ W_{4m} \\ W_{5m} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \right) \begin{pmatrix} 0 \\ W_{2m} \\ 0 \\ W_{4m} \\ W_{5m} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

Il est aisément de constater qu'elle correspond au modèle (5.9) sans la composante non – linéaire de la dynamique interne  $\Phi(t)$ .  $W_{2m}$ ,  $W_{4m}$  et  $W_{5m}$  ont la définition de l'hypothèse 1. Les sorties du système sont la tension terminale et la vitesse mécanique du rotor. Notre objectif est de faire la synthèse de la loi de commande afin de stabiliser (5.12) et d'atténuer les effets des perturbations. Pour ce problème [37] propose une technique de synthèse basée sur la résolution d'une certaine équation de Riccati. L'auteur montre que la résolution de ce problème revient à minimiser la norme infinie de l'erreur due aux

perturbations sur la sortie. La commande réalisant cette minimisation et stabilisant le système en chaîne fermée est

$$\begin{pmatrix} v_{1L} \\ v_{2L} \end{pmatrix} = Kx = -\frac{1}{2\epsilon} R^{-1} B^T P x \quad (5.13)$$

avec  $P$  solution de l'équation de Riccati suivante.

$$A^T P + PA - \frac{1}{\epsilon} PBR^T B^T P + \frac{1}{\mu} PDD^T P + \frac{1}{\mu} E^T E + \epsilon Q = 0 \quad (5.14)$$

$R$  et  $Q$  sont des matrices définies positives.  $\mu$  et  $\epsilon$  sont des constantes positives.

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (5.15a)$$

$$D = \text{diag}([0 \quad W_{2\max} \quad 0 \quad W_{4\max} \quad W_{5\max} \quad 0]) \quad (5.15b)$$

$$W_m = [0 \quad W_{2m} \quad 0 \quad W_{4m} \quad W_{5m} \quad 0]^T \quad (5.15c)$$

Si la solution de (5.14) existe, [37] montre que le système décrit par (5.12) est stable. Une fonction de Lyapunov de (5.12) est alors

$$L(t) = x^T P x \quad (5.16)$$

avec  $P$  solution de l'équation (5.14). En dérivant (5.16) on obtient

$$\dot{L}(t) = x^T ((A + BK)^T P + P(A + BK)) x + 2x^T P D W_m \quad (5.17)$$

En remplaçant  $K$  par son expression (5.13) et en tenant compte du fait que

$$2x^T P D W_m \leq \frac{1}{\mu} x^T P D D^T P x + \mu W_m^T W_m \quad (5.18)$$

on obtient, après utilisation de l'expression (5.14)

$$\dot{L}(t) \leq -\nu x^T P x - x^T (E^T E + \epsilon Q - \nu P) x + \mu \|W_m\|^2 \quad (5.19)$$

Le réel positif  $\nu$  est tel que  $0 < \nu < \frac{(\varepsilon \lambda_{\min}(Q) + \mu^{-1} \lambda_{\min}(E^T E))}{\lambda_{\max}(P)}$ . Les nombres  $\lambda_m(F)$  et  $\lambda_M(F)$  sont respectivement la plus petite et la plus grande valeurs propres de  $F$ .

Il est montré dans [37] que  $\|E(sI - A)^{-1} D\|_\infty \leq \mu$ . La fonction de transfert  $E(sI - A)^{-1} D$  représente la relation entre la sortie du système (5.12) et les perturbations. L'amplitude de l'effet des perturbations sur les sorties du système est inférieure ou égale à la constante  $\mu$ . Le gain  $K$  assure donc une robustesse face aux perturbations au sens de l'optimisation  $H_\infty$  [37]. La technique de conception consiste donc à se donner les paramètres  $R$ ,  $Q$  et  $\mu$ . Ensuite, à effectuer une itération sur la valeur de  $\varepsilon$  jusqu'à obtenir une solution de l'équation de Riccati. On obtient par cette approche, un gain  $K$  judicieusement calculé pour stabiliser le système et atténuer l'influence des variations des paramètres suite à une perturbation sur le réseau.

### 5.2.2 Synthèse de $v_{nl}$

L'étape précédente nous permet de choisir une structure de la partie linéaire de la commande auxiliaire (5.11) en s'inspirant de [37]. La composante non – linéaire  $v_{nl}$  assure la stabilité globale du système en chaîne fermée. Le calcul de la partie linéaire de la loi commande auxiliaire par l'approche précédente est basé sur une linéarisation locale de la dynamique interne. Par conséquent, elle ne garantit que la stabilité locale. L'équation dynamique du système en boucle fermée s'obtient en substituant la commande auxiliaire  $(v_1, v_2)^T$  dans l'équation (5.9) avec  $(v_{1L}, v_{2L})^T$  ayant la forme de l'expression (5.13).

$$\dot{x} = A_s x + B \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + W + \Phi \quad A_s = A - BK \quad (5.20)$$

L'étape suivante consiste à déterminer la composante non linéaire de (5.11) par une étude de stabilité. Elle consiste à se donner une fonction candidate de Lyapunov définie

positive et à rendre la dérivée de cette dernière définie négative par un choix judicieux de  $v_{NL}$ . Considérons la fonction candidate de Lyapunov du système en boucle fermée suivante :

$$L(t) = x^T P x \quad (5.21)$$

$P$  étant la solution à l'équation de Riccati (5.14). Elle est définie positive alors  $L(t)$  est aussi définie positive dans une certaine région. La dérivée temporelle de (5.21) donne

$$\dot{L}(t) = x^T (A_s^T P + PA_s)x + 2x^T PDW_m + 2x^T PB \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + x^T P\Phi \quad (5.22)$$

Afin de rendre (5.22) définie négative, on choisit la commande auxiliaire non linéaire  $v_{nl}$  de telle sorte que

$$x^T PB \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + x^T P\Phi = 0 \quad (5.23)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov du système devient donc

$$\dot{L}(t) = x^T (A_s^T P + PA_s) + 2x^T PDW_m \quad (5.24)$$

La relation (5.19) permet de conclure que

$$\dot{L}(t) < -\nu x^T Px + \mu \|W_m\|^2 \quad (5.25)$$

En vertu du théorème 2.19 de [40], le système est globalement borné dans le cas de l'hypothèse 1. Un choix approprié de la constante de conception  $\mu$  permet de maintenir les variables d'état très proche de l'équilibre. Autrement dit, si le reste du réseau est stable, le compensateur décentralisé stabilise le générateur. Le système tend vers son point d'équilibre 0 quand le temps tend vers l'infini dans le cas de l'hypothèse 2. En d'autres mots, si le reste du réseau est asymptotiquement stable, le compensateur décentralisé stabilise aussi de façon asymptotique le générateur.

Le compensateur ainsi proposé est robuste et amortira aussi bien les oscillations locales qu'inter - zones. Il est utilisé pour assurer la stabilité et amortir les oscillations dans un réseau test comportant 4 générateurs. Notons que pour un tel réseau, quatre (4) compensateurs décentralisées sont nécessaire pour assurer la stabilité.

### 5.3 Application à un réseau électrique à 4 générateurs

#### 5.3.1 Description du réseau et des tests

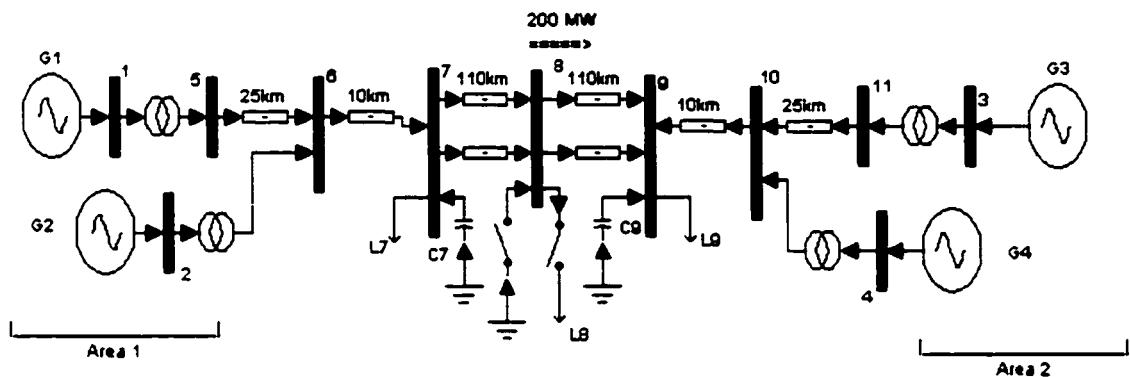


Figure 24 Réseau électrique hypothétique à 4 générateurs.

Le réseau électrique représenté à la figure 24 est utilisé pour juger de la performance de nos régulateurs décentralisés. La structure particulière du réseau laisse apparaître deux zones. L'une constituée des générateurs G1 et G2 est la zone 1, et l'autre comportant les générateurs G3 et G4 est la zone 2. Les tests ont été effectués à partir d'un point de fonctionnement initial où G1, G2, G3 et G4 produisent respectivement 700 MW, 500 MW, 700 MW et 719 MW. La zone 1 fournissant alors 200 MW à la zone 2. Le premier test est un court-circuit de 100 ms appliqué à la barre 8. Cette perturbation de forte amplitude est sensée provoquer une oscillation inter zone. En effet ce court-circuit interrompt momentanément et rétablit le transfert de puissance entre les deux zones du réseau. Le régime transitoire provoqué par la perturbation engendre une fluctuation dans la direction du transfert de puissance. Les régulateurs seront jugés sur leur capacité à amortir cette fluctuation. Le second test est une variation de la charge de 10% au niveau

de la barre 8. Cette perturbation modifie le point de fonctionnement du réseau et excite par la même occasion les modes de vibrations locales et inter zones. Les régulateurs seront jugés sur leur capacité à stabiliser rapidement le réseau à son nouveau point de fonctionnement.

### 5.3.2 Paramètres de conception des régulateurs

La première étape de la conception consiste à déterminer les paramètres en régime permanent du modèle du système à commander. Ces données sont regroupées dans le tableau suivant pour les quatre régulateurs.

Tableau III

Paramètres initiaux du modèle

	G1	G2	G3	G4
$\alpha$	-2.6998e+000	-2.9175e+000	-2.8813e+000	-2.6988e+000
$\beta$	2.7640e+000	2.1556e+000	2.6662e+000	2.8221e+000
$\sigma$	4.3663e-001	3.7116e-001	4.6677e-001	4.4786e-001
$\gamma$	-7.6914e-001	-5.3026e-001	-7.4728e-001	-7.9926e-001
$g_1$	4.3763e-002	3.3553e-002	4.1357e-002	4.4644e-002
$g_2$	1.1017e-001	1.1203e-001	1.0827e-001	1.0960e-001
a	0.77778	0.60583	0.77778	0.79889

Le gain de la partie linéaire de la commande auxiliaire (5.11) s'obtient après la résolution de l'équation de Riccati (5.14). Le gain du régulateur de la machine G1 est

$$K = \begin{bmatrix} -22.8331 & 7.8477 & -148.5831 & -430.0472 & 7.3383 & -120.7489 \\ -1.2704 & 0.7617 & 2.6618 & 3.4739 & 15.1287 & -7.0185 \end{bmatrix}$$

Les paramètres des composants du réseau sont donnés en annexe 2, section 2.1.

### 5.3.3 Paramètres de conception des régulateurs

Le premier test consistait à appliquer un court-circuit au niveau de la barre 8. Les résultats sont illustrés aux figures 25 à 28. Après le court-circuit, la tension terminale, la vitesse du rotor et l'ouverture du vannage de la turbine du générateur G1 reviennent à leurs valeurs d'équilibre en respectivement 3, 7 et 5 secondes.

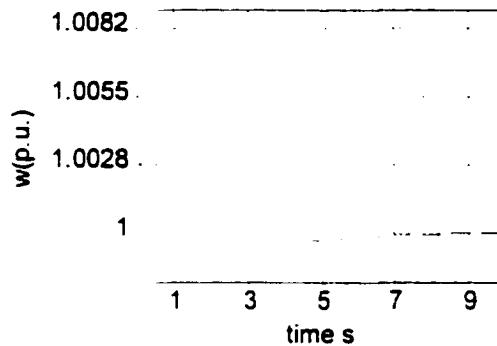


Figure 25 Vitesse de  $G_1$  après un c/c

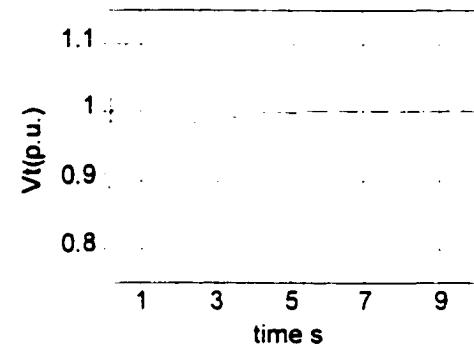


Figure 26 Tension de  $G_1$  après un c/c

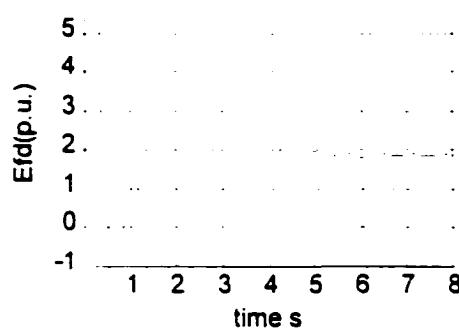


Figure 27 Excitation de  $G_1$  après un c/c

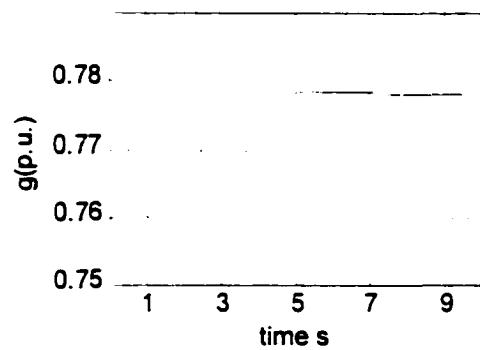


Figure 28 Vannage de  $G_1$  après un c/c

Suite à une variation de 10% de la charge totale du réseau, la tension terminale revient bien à sa valeur d'équilibre de 1 p.u. en 7 secondes. La vitesse du rotor se stabilise aussi à sa valeur nominale de 1 p.u. en 9 secondes. Ces résultats, illustrés par les figures 29 à 32, témoignent de la robustesse des régulateurs non linéaires. L'ouverture du vannage de la turbine atteint sa nouvelle valeur en 9 secondes.

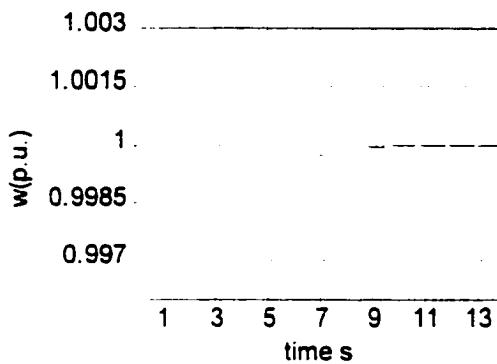
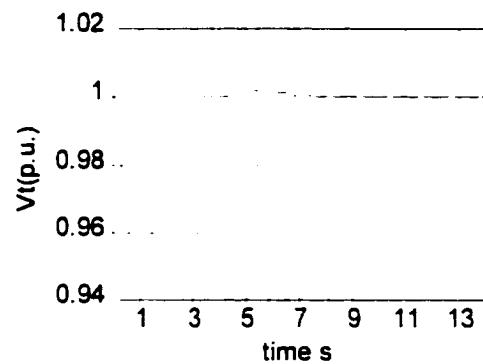
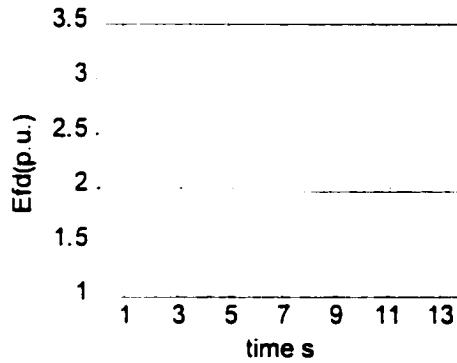
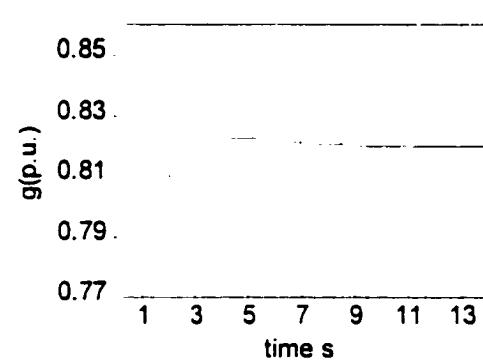
Figure 29 Tension de G<sub>1</sub> après un ΔP

Figure 30 Vitesse du rotor après un ΔP

Figure 31 Excitation de G<sub>1</sub> après un ΔPFigure 32 Vannage de G<sub>1</sub> après un ΔP

Les performances du régulateur non linéaire sont comparées à celles du régulateur classique. Les figures suivantes attestent bien de l'efficacité de la solution proposée. Les oscillations inter zones sont relativement mieux amorties par le compensateur non linéaire. Les erreurs en régime permanent sont nulles. Les résultats de ces tests attestent bien de l'efficacité de notre approche de conception et de modélisation. Nous obtenons des régulateurs décentralisés robustes qui amortissent très bien les oscillations locales et inter zones. Cependant, la robustesse de la solution proposée est assurée par une action intégrale introduite dans les lois commandes. Les intégrateurs annulent en général les erreurs en régime permanent suite à une variation de faible amplitude des paramètres du modèle. Ils sont parfois incapables d'assurer une bonne performance lors des variations de grandes amplitudes. Afin de garantir une robustesse aux compensateurs lors de

grandes variations de charge, nous proposons d'adoindre aux caractéristiques précédentes, un processus de mis à jour en temps réel des paramètres des régulateurs. Ce dernier permettrait de réduire ou d'annuler l'écart entre les paramètres réels du modèle et ceux utilisés par le compensateur. Nous renforcerons ainsi la robustesse de la solution.

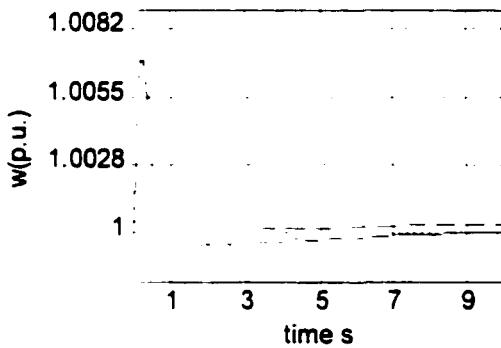


Figure 33 Vitesse  $G_1$  après un c/c  
Traits discontinus : Régulateur classique  
Traits continus : Régulateur proposé

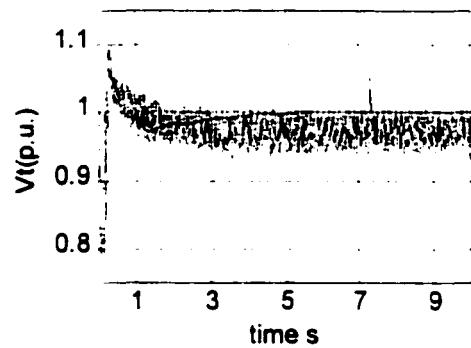


Figure 34 Tension de  $G_1$  après un c/c  
Traits discontinus : Régulateur classique  
Traits continus : Régulateur proposé

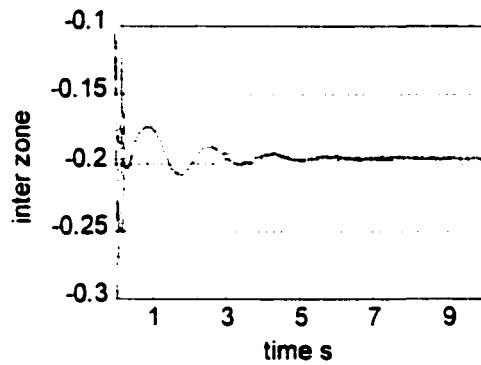


Figure 35 Oscillations interzones après un c/c  
Traits discontinus : Régulateur classique  
Traits continus : Régulateur proposé

Les chapitres à venir proposent une approche adaptative en vue de renforcer la robustesse des régulateurs non linéaires de tension et de vitesse.

## CHAPITRE 6

### COMMANDÉ NON LINÉAIRE ADAPTATIVE DES SYSTÈMES À DÉPHASAGE NON MINIMAL

La commande robuste non - linéaire par l'adaptation des paramètres du compensateur est un sujet largement publié dans la littérature [1][2]. L'objectif de cette méthode de synthèse est de fournir un compensateur qui garde sa performance malgré les variations des paramètres du système commandé. On dit alors que le compensateur est robuste. Lorsque ce dernier intègre un processus de mise à jour en ligne de ces paramètres, il est qualifié d'adaptatif. En général et surtout en commande non linéaire, ce processus d'adaptation appelé loi d'adaptation dérive d'une condition de stabilité en boucle fermée du système. On parle alors de méthode adaptative directe. La loi d'adaptation est qualifiée d'indirecte si elle est indépendante de la loi de commande. La preuve de stabilité en boucle fermée doit alors être établie.

La commande non linéaire adaptative basée sur la géométrie différentielle est née du besoin de garantir les conditions de linéarisation d'un système non linéaire dont les paramètres sont connus avec une certaine imprécision. [38] proposa une méthode de synthèse basée sur l'hypothèse d'incertitude reproductible à l'entrée (ou matching conditions) qui aboutit à une sur-paramétrisation des paramètres à estimer. L'étude des conditions pour que deux systèmes non linéaires appartiennent à la même orbite permet à [39] de mettre en relief une certaine structure triangulaire des incertitudes et de proposer une méthode de synthèse qui n'engendre pas de sur-paramétrisation. Notre méthode de synthèse adaptative s'inspire fortement de cette dernière approche. Le prochain paragraphe fait un rappel de la méthode de conception proposée dans [39]. Nous limiterons notre exposé au cas des systèmes monovariables afin d'alléger la

présentation. Le lecteur pourra consulter la référence pour le cas des systèmes multivariables.

### 6.1 Linéarisation entrée – sortie adaptative

Considérons la classe de systèmes non linéaires à une entrée et une sortie définie par l'équation dynamique ci dessous

$$\dot{x} = f(x, \theta) + g(x, \theta)u \quad (6.1a)$$

$$y = h(x) \quad (6.1b)$$

$x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état et  $\theta \in B_0 \subset \mathbb{R}^q$  est le vecteur des paramètres inconnus mais fixes. Les fonctions vectorielles  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont dérивables et de dérivés continues.

On suppose que les paramètres  $\theta$  interviennent de façon linéaire dans  $f$  et  $g$ , et que le système est à phase minimale de degré relatif  $r$  pour tout  $\theta$  dans  $B_0$ . Elles peuvent alors se mettre sous la forme :

$$f(x, \theta) = f_0(x) + \sum_{i=1}^q f_i(x)\theta_i \quad (6.2)$$

$$g(x, \theta) = g_0(x) + \sum_{i=1}^q g_i(x)\theta_i \quad (6.3)$$

Si les paramètres  $\theta$  sont connus, l'application de la technique de linéarisation entrée – sortie consiste à déterminer d'abord la transformation de coordonnées qui met le système sous une certaine forme canonique.

$$\begin{aligned} \xi(x, \theta) &= [T_1(x, \theta) \quad \dots \quad T_r(x, \theta)]^T \\ &= [h(x) \quad L_{f(x, \theta)}h(x) \quad \dots \quad L_{f(x, \theta)}^{r-1}h(x)]^T \end{aligned} \quad (6.4)$$

$$\eta(x, \theta) = [T_{r+1}(x, \theta) \quad \dots \quad T_n(x, \theta)]^T \quad (6.5)$$

$T_{r+1}, \dots, T_n$  sont tels que  $(T_1, \dots, T_n)$  est une transformation de coordonnées avec

$$L_g T_i = 0, \quad i = r + 1, \dots, n \quad (6.6)$$

La description du système dans la nouvelle coordonnée donne

$$\dot{\xi} = A\xi + B(L_f^r h(x, \theta) + L_g L_f^{r-1} h(x, \theta) u) \quad (6.7a)$$

$$\dot{\eta} = \Psi(\xi, \eta, \theta) \quad (6.7b)$$

$$y = C^T \xi \quad (6.7c)$$

Les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont sous la forme canonique ci-dessous.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

Une loi de commande d'expression (6.9) linéarise le système et une entrée auxiliaire de la forme (6.10) le stabilise si la dynamique du zéro décrite par (6.11) est stable [39].

$$u(x, \theta) = \frac{1}{L_g L_f^{r-1} h(x, \theta)} (-L_f^r h(x, \theta) + v) \quad (6.9)$$

$$v = K\xi \quad (6.10)$$

$$\dot{\eta} = \Psi(0, \eta, \theta) \quad (6.11)$$

Le gain  $K$  est tel que la matrice  $(A - BK)$  est stable. Cependant les paramètres  $\theta$  ne sont pas connus. L'idée ici est d'utiliser une valeur estimée de  $\theta$ , notée  $\hat{\theta}$ , dans la transformation de coordonnée (6.4 et 6.5) et dans la loi de commande (6.9) en lieu et place de  $\theta$ . La transformation de coordonnée devient donc :

$$\begin{aligned}\hat{\xi}(x, \hat{\theta}) &= \left[ \hat{T}_1(x, \hat{\theta}) \quad \cdots \quad \hat{T}_r(x, \hat{\theta}) \right]^T \\ &= \left[ h(x) \quad L_{\hat{f}(x, \hat{\theta})}^{-1} h(x) \quad \cdots \quad L_{\hat{f}(x, \hat{\theta})}^{r-1} h(x) \right]^T\end{aligned}\tag{6.12}$$

$$\hat{\eta}(x, \hat{\theta}) = \left[ \hat{T}_{r+1}(x, \hat{\theta}) \quad \cdots \quad \hat{T}_n(x, \hat{\theta}) \right]^T\tag{6.13}$$

Le modèle dynamique dans la nouvelle cordonnée s'obtient en dérivant chaque variable d'état. On peut montrer que [39],

$$\dot{\hat{\xi}}_i = \hat{\xi}_{i+1} + \sum_{k=1}^q L_{f_0} L_{\hat{f}}^{k-1} \hat{T}_l (\theta_k - \hat{\theta}_k) + \frac{\partial L_{\hat{f}}^{i-1} \hat{T}_l}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \quad i = 1, \dots, r-1\tag{6.14}$$

$$\dot{\hat{\xi}}_r = \left[ L_{g_0} L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l + \sum_{k=1}^q L_{g_k} L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l \theta_k \right] \hat{u} + \frac{\partial L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}}\tag{6.15}$$

La loi de commande (6.16) transforme le modèle ci-dessus (6.14 et 6.15) en la dynamique décrite par (6.17).

$$\hat{u} = \frac{1}{L_g L_{\hat{f}}^{r-1} h(x, \hat{\theta})} (-L_{\hat{f}}^r h(x, \hat{\theta}) + \hat{v})\tag{6.16}$$

$$\dot{\hat{\xi}}_r = \sum_{k=1}^q L_{f_k} L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l (\theta_k - \hat{\theta}_k) + \hat{v} + \sum_{k=1}^q L_{g_k} L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l (\theta_k - \hat{\theta}_k) \hat{u} + \frac{\partial L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}}\tag{6.17}$$

Le modèle du système dans la nouvelle coordonnée peut donc être mis sous la forme :

$$\dot{\hat{\xi}} = A \hat{\xi} + B \hat{v} + W_1(x, \hat{\theta}, \hat{u}) \Delta \theta + W_2(x, \hat{\theta}) \dot{\hat{\theta}}\tag{6.18a}$$

$$\dot{\hat{\eta}} = \Phi(\hat{\xi}, \hat{\eta}, \hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}})\tag{6.18b}$$

$$W_2(x, \hat{\theta}) = \frac{\partial T(x, \hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}}\tag{6.19}$$

$$W_l(x, \hat{\theta}, \hat{u}) = \begin{pmatrix} L_{f_1} \hat{T}_l & \dots & L_{f_q} \hat{T}_l \\ L_{f_1} L_{\hat{f}} \hat{T}_l & \dots & L_{f_q} L_{\hat{f}} \hat{T}_l \\ \vdots & & \vdots \\ L_{f_1} L_{\hat{f}}^{r-2} \hat{T}_l & \dots & L_{f_q} L_{\hat{f}}^{r-2} \hat{T}_l \\ L_{f_1} L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l + L_{g_1} L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l \hat{u} & \dots & L_{f_q} L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l + L_{g_q} L_{\hat{f}}^{r-1} \hat{T}_l \hat{u} \end{pmatrix} \quad (6.20)$$

Les matrices A et B sont sous leur forme canonique (équation 6.8). L'hypothèse du système à déphase minimale (pour tout ensemble de paramètres) assure la stabilité de la dynamique du zéro. La stabilité en boucle fermée du système dépend donc exclusivement de celle de la dynamique externe. Cette dernière dépend du choix de la commande auxiliaire  $\hat{v}$  et de la loi d'adaptation du vecteur des paramètres  $\hat{\theta}$ . La loi de commande auxiliaire n'est fonction que des variables de la dynamique externe et, dans le cas d'une régulation de la sortie, elle est de la forme :

$$\hat{v} = K \hat{\xi} \quad (6.21)$$

Le gain K est tel que la matrice  $A_m = A + BK$  est stable. La suite de l'exposé consiste à déterminer la loi d'adaptation des paramètres estimés à partir d'une étude de stabilité. L'équation de la dynamique externe du système en boucle fermée est,

$$\dot{\hat{\xi}} = A_m \hat{\xi} + W_l \Delta \theta + W_2 \dot{\hat{\theta}} \quad (6.22)$$

La référence [39] préconise l'introduction de changement de variable facilitant l'étude de stabilité. Pour ce faire, considérons la nouvelle variable  $\hat{e}$  qui satisfait à l'équation dynamique (6.23) et la variable  $\hat{e}$  appelé erreur augmentée et définie par (6.24).

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}} &= A_m \hat{e} + W_2 \dot{\hat{\theta}} \\ \hat{e}(0) &= 0 \end{aligned} \quad (6.23)$$

$$\hat{e} = \hat{\xi} - \hat{e} \quad (6.24)$$

L'équation dynamique de cette erreur augmentée est alors

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = A_m \hat{\varepsilon} + W_1 \Delta \theta \quad (6.25)$$

Considérons maintenant une fonction candidate de Lyapunov de (6.25)

$$V(\hat{\varepsilon}, \Delta \theta) = \hat{\varepsilon}^T P \hat{\varepsilon} + \Delta \theta^T \Gamma \Delta \theta \quad (6.26)$$

$\Gamma$  est une matrice définie positive et  $P$  est la matrice solution de l'équation (6.27). La matrice  $A_m$  étant stable, la solution  $P$  de l'équation (6.27) est définie positive [2] ainsi que la fonction candidate  $V$ .

$$A_m^T P + P A_m = -I \quad (6.27)$$

La dérivée de  $V$  par rapport au temps est donnée par (6.28). La loi d'adaptation (6.29) est alors choisie de façon à rendre cette dérivée semi définie négative.

$$\dot{V} = -\hat{\varepsilon}^T \varepsilon + 2\hat{\varepsilon}^T P W_1 \Delta \theta + 2\Delta \theta^T \Gamma \Delta \theta \quad (6.28)$$

$$\Delta \dot{\theta} = -\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma^{-1} W_1^T P \hat{\varepsilon} \quad (6.29)$$

On peut montrer [39] qu'avec (6.21) et (6.29) le système (6.18) est asymptotiquement stable et que les paramètres estimés sont bornés.

## 6.2 Commande non linéaire adaptative des systèmes à déphasage non minimal

Notre objectif dans cette section est d'étendre la technique précédente au cas des systèmes à déphasage non minimal. L'idée principale, pour atteindre cet objectif, est de faire une synthèse de la technique adaptative précédente et de la méthode de conception proposée à la section 4.2. Rappelons que le modèle dynamique du système dans la nouvelle coordonnée (6.18) est de la forme

$$\dot{\xi} = A\xi + B\hat{v} + W_1(x, \hat{\theta}, \hat{u})\Delta\theta + W_2(x, \hat{\theta})\dot{\hat{\theta}} \quad (6.30a)$$

$$\dot{\hat{\eta}} = \Phi(\hat{\xi}, \hat{\eta}, \hat{\theta}, \dot{\hat{\theta}}) = \Phi_1(\hat{\xi}, \hat{\eta}, \hat{\theta}) + W_{1\eta}\Delta\theta + W_{2\eta}\dot{\hat{\theta}} \quad (6.30b)$$

La dynamique du zéro étant instable, nous proposons de prendre en compte la dynamique interne dans l'expression de la commande auxiliaire pour stabiliser le système en boucle fermée. En séparant les parties linéaires et non linéaires de la dynamique interne (6.30) on obtient,

$$\dot{\hat{\xi}} = A\hat{\xi} + B\hat{v} + W_1(x, \hat{\theta}, \hat{u})\Delta\theta + W_2(x, \hat{\theta})\dot{\hat{\theta}} \quad (6.31a)$$

$$\dot{\hat{\eta}} = \hat{A}_1(\hat{\theta})\hat{\xi} + \hat{A}_2(\hat{\theta})\hat{\eta} + \phi(\hat{\xi}, \hat{\eta}, \hat{\theta}) + W_{1\eta}\Delta\theta + W_{2\eta}\dot{\hat{\theta}} \quad (6.31b)$$

Afin de rendre la partie linéaire de cette dynamique interne indépendante des paramètres estimés, introduisons les paramètres nominaux  $\theta_0$  du système. Le modèle devient alors.

$$\dot{\hat{\xi}} = A\hat{\xi} + B\hat{v} + W_1(x, \hat{\theta}, \hat{u})\Delta\theta + W_2(x, \hat{\theta})\dot{\hat{\theta}} \quad (6.32a)$$

$$\dot{\hat{\eta}} = A_{10}(\theta_0)\hat{\xi} + A_{20}(\theta_0)\hat{\eta} + \phi_0(\hat{\xi}, \hat{\eta}, \hat{\theta}, \theta_0) + W_{1\eta}\Delta\theta + W_{2\eta}\dot{\hat{\theta}} \quad (6.32b)$$

Sous une forme plus compacte, l'équation dynamique donne :

$$\begin{pmatrix} \dot{\hat{\xi}} \\ \dot{\hat{\eta}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ A_{10} & A_{20} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\xi} \\ \hat{\eta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} \hat{v} + \begin{pmatrix} W_1 \\ W_{1\eta} \end{pmatrix} \Delta\theta + \begin{pmatrix} W_2 \\ W_{2\eta} \end{pmatrix} \dot{\hat{\theta}} + \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0 \end{pmatrix} \quad (6.33)$$

Posons, pour simplifier les expressions,

$$A_T = \begin{pmatrix} A & 0 \\ A_{10} & A_{20} \end{pmatrix} \quad B_T = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix} \quad W_{1T} = \begin{pmatrix} W_1 \\ W_{1\eta} \end{pmatrix} \quad W_{2T} = \begin{pmatrix} W_2 \\ W_{2\eta} \end{pmatrix} \quad \phi_T = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0 \end{pmatrix} \quad \hat{z} = \begin{pmatrix} \hat{\xi} \\ \hat{\eta} \end{pmatrix} \quad (6.34)$$

Le modèle s'écrit sous la forme plus compacte,

$$\dot{\hat{z}} = A_T \hat{z} + B_T \hat{v} + W_{1T} \Delta\theta + W_{2T} \dot{\hat{\theta}} + \phi_T \quad (6.35)$$

Choisissons une expression de la commande auxiliaire de la forme :

$$\hat{v} = K\hat{z} + \hat{v}_{NL} \quad (6.36)$$

$\hat{v}_{nl}$  servira à compenser l'effet de la partie non linéaire de la dynamique interne. La matrice des gains  $K$  est tel que  $A_s = A_T - B_T K$  est une matrice stable. Considérons la variable  $\hat{e}$  qui satisfait à l'équation (6.37) et la variable  $\hat{\epsilon}$  dite erreur augmentée définie par (6.38).

$$\dot{\hat{e}} = A_s \hat{e} + W_{2T} \dot{\theta} \quad (6.37a)$$

$$\hat{e}(0) = 0 \quad (6.37b)$$

$$\hat{\epsilon} = \hat{z} - \hat{e} \quad (6.38)$$

L'équation dynamique de cette erreur augmentée est alors

$$\dot{\hat{\epsilon}} = A_s \hat{\epsilon} + B \hat{v} + W_{1T} \Delta \theta + \phi_0 \quad (6.39)$$

La suite du développement traite de la détermination de la loi d'adaptation et de l'expression de la commande non linéaire  $\hat{v}_{nl}$ . Considérons pour ce faire, la fonction candidate de Lyapunov ci-dessus

$$V(\hat{\epsilon}, \Delta \theta) = \hat{\epsilon}^T P \hat{\epsilon} + \Delta \theta^T \Gamma \Delta \theta \quad (6.40)$$

$\Gamma$  est une matrice définie positive et  $P$  est la matrice solution définie positive de l'équation (6.41).

$$A_m^T P + P A_m = -I \quad (6.41)$$

La dérivée de la fonction  $V$  par rapport au temps donne

$$\dot{V} = -\hat{\epsilon}^T \dot{\hat{\epsilon}} + 2\hat{\epsilon}^T P W_{1T} \Delta \theta + 2\Delta \theta^T \Gamma \Delta \theta + 2\hat{\epsilon}^T P B \hat{v}_{nl} + 2\hat{\epsilon}^T P \phi_0 \quad (6.42)$$

La loi d'adaptation et  $\hat{v}_{nl}$  sont déterminés de façon à rendre la dérivé précédente définie semi-négative. Cette loi d'adaptation est de la forme (6.43) tandis que la composante non linéaire  $\hat{v}_{nl}$  de l'entrée auxiliaire  $\hat{v}$  est telle que l'équation (6.44) soit vérifiée.

$$\Delta \dot{\theta} = -\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma^{-1} W_1^T P \hat{\epsilon} \quad (6.43)$$

$$2\hat{\varepsilon}^T P B \hat{v}_{nl} + 2\hat{\varepsilon}^T P \phi_0 = 0 \quad (6.44)$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov devient donc :

$$\dot{V} = -\hat{\varepsilon}^T \hat{\varepsilon} \leq 0 \quad (6.45)$$

On peut montrer comme dans [39], que le système est asymptotiquement stable et que les paramètres estimés sont bornés. La preuve est donnée en annexe 3, section 3.2.

### 6.3 Exemple d'application: Régulateur adaptatif de tension et de vitesse pour un générateur alimentant une barre infinie

La méthode de synthèse, adaptée au système à déphasage non minimal, développée précédemment, est utilisée pour la conception d'un régulateur adaptatif de tension et de vitesse. Le réseau est modélisé comme un générateur connecté à une barre de puissance infinie. Nous utiliserons notre nouvelle approche unificatrice pour modéliser le réseau. L'objectif est de valider la procédure ci-dessus.

#### 6.3.1 Modèle du réseau

Modéliser un réseau électrique, comme un générateur connecté à une barre infinie, revient à négliger l'effet des perturbations du reste du réseau sur chaque générateur. La section 2 a montré que dans ce cas son modèle est de la forme

$$\dot{v}_d = \alpha v_d + \beta v_q + g_1 E_{fd} \quad (6.46a)$$

$$\dot{v}_q = \sigma v_d + \gamma v_q + g_2 E_{fd} \quad (6.46b)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_s}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - a(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (6.46c)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{T_w} (1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2}) \quad (6.46d)$$

$$\dot{g} = -\frac{1}{T_g} g + \frac{1}{T_g} u_g \quad (6.46e)$$

Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $a$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  et  $\sigma$  sont inconnus. Afin de conférer au système en boucle fermée une stabilité structurelle en plus du caractère adaptatif, les signaux de sorties sont les intégrales des erreurs sur la tension terminale et la vitesse du rotor. Cette technique permet d'introduire une action intégrale dans la loi de commande.

$$y_1(t) = \int_0^t (v_d(\tau) + v_q(\tau)) d\tau \quad (6.47a)$$

$$y_2(t) = \int_0^t (\omega_2(\tau) - l) d\tau \quad (6.47b)$$

### 6.3.2 Conception du régulateur

Appliquons la transformation de cordonnée ci dessous au modèle (6.46).

$$\bar{z}_1 = \int_0^t (v_d^2 + v_q^2) d\tau \quad (6.48a)$$

$$\bar{z}_2 = v_d^2 + v_q^2 - l \quad (6.48b)$$

$$\bar{z}_3 = \int_0^t (\omega_2 - l) d\tau \quad (6.48c)$$

$$\hat{z}_4 = \omega_2 - l \quad (6.48d)$$

$$\hat{z}_5 = \frac{1}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - \hat{a}(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (6.48e)$$

$$\hat{\eta}_1 = q - \hat{a} \quad (6.48f)$$

$$\hat{\eta}_2 = E_d - (x_q - \dot{x}_q)(\hat{a}v_{q0} + \hat{b}v_{d0}) \quad (6.48g)$$

$\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\sigma}$ ,  $\hat{\gamma}$ ,  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ ,  $\hat{g}_1$  et  $\hat{g}_2$  sont les valeurs estimées des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$ ,  $\gamma$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $g_1$  et  $g_2$ . Le processus d'estimation sera déterminé ultérieurement.

**N.B:** La variable interne  $\eta_2$  sera par la suite éliminée dans le développement pour les mêmes raisons que celles évoquées à la section 4.4.2. Elle est stable et n'influence donc pas la stabilité du système en chaîne fermée [39].

Le réseau électrique se distingue particulièrement de la plupart des systèmes dynamiques en ce sens que le point de fonctionnement de chaque générateur (en terme de puissances active et réactive fournies) n'est pas connu à l'avance suite à une variation de charge. Autrement dit, personne ne peut prédire les nouvelles valeurs des paramètres inconnus du modèle. Chaque générateur évolue vers un nouveau point d'équilibre qui dépend de la participation des autres générateurs. Dans le régulateur de vitesse classique, la notion de statisme permet de fixer la participation de chaque générateur suite à une charge additionnelle. Dans notre cas, la loi d'adaptation et la loi de commande participeront à la fois à la recherche du nouveau point d'équilibre et à la stabilité du système. Nous sommes donc en présence d'un cas non classique de commande adaptative. Une solution sera donnée à ce problème lors du choix des gains du régulateur et de loi d'adaptation afin de fixer le rôle de chaque entité.

**Hypothèse 1 :** Les paramètres inconnus -  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $a$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  et  $\sigma$  - existent après toutes les contingences dans le réseau. Ils sont fixes mais inconnus.

L'hypothèse implique qu'après par exemple une variation de charge, un point d'équilibre du système, en terme de puissances fournies par chaque générateur, existe. Autrement dit, la charge demandée n'est pas supérieure à la capacité maximale du réseau. La nouvelle structure du réseau permet de satisfaire à la demande.

La méthode de conception consiste d'abord à mettre le système sous une certaine forme dite canonique, ensuite, à compenser une partie des non linéarités par un choix judicieux des entrées de commande. Le modèle dynamique du système dans la nouvelle coordonnée (après application de la transformation(6.48)) est de la forme :

$$\dot{\hat{z}}_1 = \hat{z}_2 \quad (6.49a)$$

$$\dot{\hat{z}}_2 = \hat{F}_2(v_d, v_q) + \hat{G}_2(v_d, v_q)\hat{E}_{fd} + \hat{W}_{p2}\Delta p \quad (6.49b)$$

$$\dot{\hat{z}}_3 = \hat{z}_4 \quad (6.49c)$$

$$\dot{\hat{z}}_4 = \hat{z}_5 + \hat{W}_{p4}\Delta p$$

$$\dot{\hat{z}}_5 = \hat{F}_5(q, g, v_d, v_q, \hat{E}_{fd}) + \hat{G}_5(q, g)\hat{U}_g + \hat{W}_{p5}\Delta p + \Psi_5\dot{p} \quad (6.49d)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}}_1 &= \frac{1}{\hat{a}T_w} \hat{\eta}_1 - \frac{H}{T_w \hat{a}} \hat{z}_5 - \frac{1}{T_w} \hat{z}_2 + \\ &\quad \left( -\frac{1}{\hat{a}T_w} \hat{\eta}_1 + \frac{H}{T_w \hat{a}} \hat{z}_5 + \frac{1}{T_w} \hat{z}_2 - \frac{1}{T_w} + \frac{H\hat{z}_5 + a(\hat{z}_2 + 1)}{(\hat{\eta}_1 + \hat{a})T_w} \right) + \Psi_6\dot{p} \end{aligned} \quad (6.49e)$$

$$F_2 = 2(v_d^2 \hat{\alpha} + v_d v_q \hat{\beta} + v_d v_q \hat{\sigma} + v_q^2 \hat{\gamma}) \quad (6.50a)$$

$$G_2 = 2(v_d \hat{g}_1 + v_q \hat{g}_2) \quad (6.50b)$$

$$F_5 = -\frac{\hat{a}}{H}(F_2 + G_2 E_{fd}) + \frac{1}{H} \left( \frac{3q^2}{T_w A_t^2 g^2} (1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2}) + \frac{2q^3}{T_g A_t^2 g^2} \right) \quad (6.50c)$$

$$G_5 = -\frac{2q^3}{HT_g A_t^2 g^3} \quad (6.50d)$$

$$\hat{W}_{p2} = 2 \begin{bmatrix} v_d^2 & v_d v_q & v_d v_q & v_q^2 & 0 & v_d E_{fd} & v_q E_{fd} \end{bmatrix} \quad (6.51a)$$

$$\hat{W}_{p4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{v_d^2 + v_q^2}{H} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.51b)$$

$$\hat{W}_{p5} = -\frac{\hat{a}}{H} \hat{W}_{p2} \quad (6.51c)$$

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{v_d^2 + v_q^2}{H} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.52a)$$

$$\Psi_6 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0] \quad (6.52b)$$

où  $\Delta p = [\Delta\alpha \ \Delta\beta \ \Delta\sigma \ \Delta\gamma \ \Delta a \ \Delta g_1 \ \Delta g_2]$   $\dot{p} = [\dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \dot{\sigma} \ \dot{\gamma} \ \dot{a} \ \dot{g}_1 \ \dot{g}_2]$   
 $\Delta\alpha = \alpha - \hat{\alpha}$ ,  $\Delta\beta = \beta - \hat{\beta}$ , ...,  $\Delta g_2 = g_2 - \hat{g}_2$ .

Afin de compenser une partie des non linéarités du système, il convient de choisir l'excitation et l'entrée du servomoteur de chaque générateur comme suite :

$$E_{fd} = \frac{v_1 - \hat{F}_2(v_d, v_q)}{\hat{G}_2(v_d, v_q)} = \frac{\hat{v}_1 - 2(v_d^2 \hat{\alpha} + v_d v_q \hat{\beta} + v_d v_q \hat{\sigma} + v_q^2 \hat{\gamma})}{2(v_d \hat{g}_1 + v_q \hat{g}_2)} \quad (6.53a)$$

$$U_g = \frac{v_2 - \hat{F}_5(v_d, v_q, q, g)}{\hat{G}_5(q, g)} \quad (6.53b)$$

$v_1$  et  $v_2$  sont des entrées de commande auxiliaires qui seront utilisées pour stabiliser le système et réduire les effets des perturbations paramétriques. L'équation dynamique en boucle fermée peut alors se mettre sous la forme.

$$\dot{x} = Ax + Bv + \hat{W}_p \Delta p + \Psi \dot{p} + \Phi \quad (6.54)$$

avec  $\hat{x} = (\hat{z}_1 \ \hat{z}_2 \ \hat{z}_3 \ \hat{z}_4 \ \hat{z}_5 \ \hat{\eta}_1)^T$   $\hat{v} = (\hat{v}_1 \ \hat{v}_2)^T$

et

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_w} & 0 & 0 & \frac{-H}{\hat{a}T_w} & \frac{\hat{a}}{\hat{a}^2 T_w} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \hat{W}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{W}_{p2} \\ 0 \\ \hat{W}_{p4} \\ \hat{W}_{p5} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Psi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Psi_6 \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left( -\frac{\hat{a}}{\hat{a}^2 T_w} \hat{\eta}_l + \frac{H}{\hat{a} T_w} \hat{z}_5 + \frac{1}{T_w} \hat{z}_2 - \frac{1}{T_w} - \frac{1}{\hat{\eta}_l + \hat{a}} \left( \frac{\hat{a}}{T_w} + \frac{\hat{a}}{T_w} \hat{z}_2 + \frac{H}{T_w} \hat{z}_5 \right) \right) \end{pmatrix} \quad (6.56)$$

Afin de rendre la matrice A constante et ainsi utiliser une démarche de conception similaire au cas non adaptatif précédent, on introduit le point de fonctionnement nominal du réseau. Ce point est caractérisé par une puissance active nominale et un facteur de puissance nominale (ou une puissance réactive nominale) pour chaque générateur.

Soit  $a_0$  la valeur du paramètre  $a$  en ce point de fonctionnement nominal du générateur synchrone. Le modèle (6.10) peut donc s'écrire,

$$\dot{\hat{x}} = A_0 \hat{x} + B \hat{v} + \hat{W}_p \Delta p + \Psi \dot{\hat{p}} + \Phi_m \quad (6.60)$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{T_w} & 0 & 0 & \frac{-H}{a_0 T_w} & \frac{1}{a_0 T_w} \end{bmatrix} \quad (6.61)$$

$$\Phi_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left( -\frac{1}{a_0 T_w} \hat{\eta}_l + \frac{H}{a_0 T_w} \hat{z}_5 + \frac{1}{T_w} \hat{z}_2 - \frac{1}{T_w} - \frac{1}{\hat{\eta}_l + \hat{a}} \left( \frac{\hat{a}}{T_w} + \frac{\hat{a}}{T_w} \hat{z}_2 + \frac{H}{T_w} \hat{z}_5 \right) \right) \end{pmatrix} \quad (6.62)$$

L'étape suivante consistera en un choix judicieux de la structure des entrées auxiliaires et d'une loi adaptation des paramètres  $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\sigma}, \hat{\gamma}, \hat{a}, \hat{g}_1$  et  $\hat{g}_2$ . Nous proposons – à l'instar des régulateurs non adaptatifs- une structure en deux parties des entrées auxiliaires de la forme :

$$\begin{pmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \end{pmatrix} = K\hat{x} + \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{v}_{nl} \end{pmatrix} \quad (6.63)$$

Le gain  $K$  servira à stabiliser localement le système.  $(0, v_{nl})^T$  est la partie non - linéaire pour élargir le domaine de stabilité du système. En substituant la commande auxiliaire  $(v_1, v_2)^T$  dans l'équation (6.16) on obtient le modèle dynamique en chaîne fermée suivant.

$$\dot{\hat{x}} = A_s \hat{x} + B \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{v}_{nl} \end{pmatrix} + \hat{W}_p \Delta p + \Psi \dot{\hat{p}} + \Phi_m \quad A_s = A_0 - BK \quad (6.64)$$

Le gain  $K$  est tel que tous les pôles de  $A_s$  sont à partie réelle négative. Il peut être calculé par la technique d'imposition des pôles. Cette dernière consiste à se donner des valeurs propres désirées de la matrice  $A_s$ , et à calculer  $K$  de façon à ce que l'équation caractéristique de  $A_s$  soit égale à l'équation caractéristique désirée obtenue à partir des pôles désirés.

Soit  $p_1, p_2, p_3, p_4$  et  $p_5$  les pôles désirés en boucle fermée. L'équation caractéristique désirée est

$$(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)(s - p_5) = 0 \quad (6.65)$$

L'équation caractéristique en boucle fermée du système (ou polynôme caractéristique de la matrice  $A_s$ ) est:

$$\det(sI - A_s) = |sI - (A_0 - BK)| = 0 \quad (6.66)$$

Il suffit alors de calculer  $K$  de sorte que (6.65) soit égale à (6.66).

$$|sI - (A_0 - BK)| = (s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)(s - p_5) \quad (6.67)$$

L'étape suivante concerne la détermination de la loi d'adaptation et de la commande non linéaire auxiliaire  $v_{nl}$  à partir d'une étude de stabilité basée sur la théorie de Lyapunov. Posons pour ce faire,

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = A_s \hat{\varepsilon} + \Psi \dot{\hat{p}} \quad (6.68)$$

$$\hat{e} = \hat{x} - \hat{\varepsilon} \quad (6.69)$$

Le modèle dynamique en boucle fermée peut se mettre sous la forme,

$$\dot{\hat{e}} = A_0 \hat{e} + B v + \hat{W}_p \Delta p + \hat{W}_t + \Phi_m \quad (6.70)$$

$A_s$  est une matrice constante et stable. Par conséquent, pour toute matrice symétrique définie positive  $Q$  donnée, il existe une matrice  $P$  symétrique définie positive solution de l'équation de Lyapunov ci-dessous

$$A_s^T P + P A_s = -Q \quad (6.71)$$

Soit une fonction candidate de Lyapunov pour le modèle (6.70).

$$L(t) = \hat{e}^T P \hat{e} + \Delta p^T \Gamma \Delta p \quad (6.72)$$

$\Gamma$  est une matrice définie positive. Par conséquent,  $L(t)$  est définie positive car  $P$  est une matrice définie positive. La dérivée temporelle de la fonction candidate donne:

$$\dot{L}(t) = \hat{e}^T (A_s^T P + P A_s) \hat{e} + 2\hat{e}^T P B \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + 2\hat{e}^T P \Phi_m + 2\Delta p^T \hat{W}^T P \hat{e} + 2\Delta p^T \Gamma \Delta p \quad (6.73)$$

$$\dot{L}(t) = -\hat{e}^T Q \hat{e} + 2\hat{e}^T P B \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + 2\hat{e}^T P \Phi_m + 2\Delta p^T \hat{W}^T P \hat{e} + 2\Delta p^T \Gamma \Delta p \quad (6.74)$$

Nous proposons de déterminer  $v_{NL}$  et la loi d'adaptation afin que soient vérifier les équations (6.75) et (6.76).

$$2\hat{e}^T P B \begin{pmatrix} 0 \\ v_{nl} \end{pmatrix} + 2\hat{e}^T P \Phi_m = 0 \quad (6.75)$$

$$2\Delta p^T \hat{W}^T P e + 2\Delta p^T \Gamma \Delta \dot{p} = 0 \quad (6.76)$$

La loi de mise à jour des paramètres a donc pour expression finale

$$\Delta \dot{p} = -\dot{\hat{p}} = -\Gamma^{-1} \hat{W}^T P e \quad (6.77)$$

avec  $\dot{\hat{e}} = A_0 e + \Psi \dot{\hat{p}}$

$$e = \hat{x} - \hat{e}$$

La dérivée de la fonction candidate devient alors

$$\dot{L}(t) = -e^T Q e \leq 0 \quad (6.78)$$

### 6.3.3 Exemple d'application : Régulateur de tension et de vitesse d'un générateur

alimentant une barre infinie

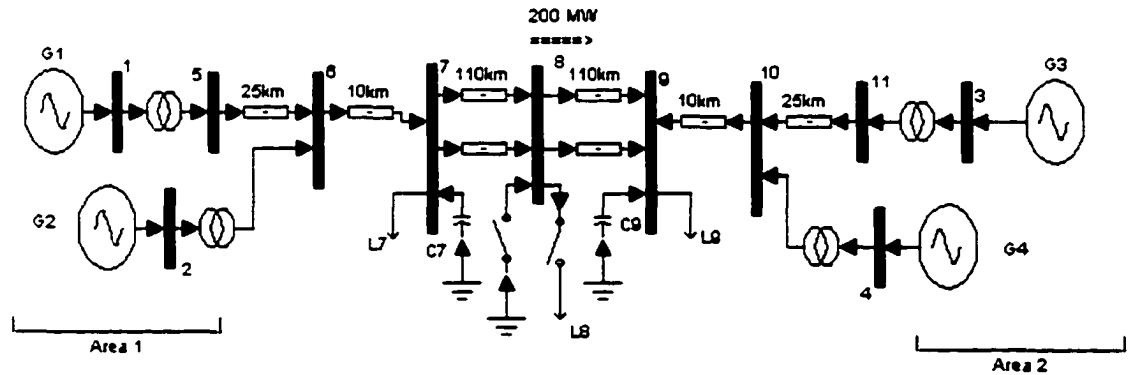


Figure 36 Réseau électrique hypothétique à 4 générateurs

Le réseau électrique représenté à la figure ci-dessus et comportant quatre (4) générateurs a été utilisé pour juger de la performance du régulateur précédent. Le premier test est un court-circuit de 100 ms appliqué à la barre 8. Le second test est une variation de la

charge de 5% au niveau de la barre 8. Le régulateur sera jugé sur sa capacité à stabiliser rapidement le réseau à son nouveau point de fonctionnement.

Les paramètres des générateurs et des autres composants du réseau sont donnés en annexe. La première étape de la conception consiste à déterminer les paramètres en régime permanent du modèle du système à commander. Ces données sont regroupées dans le tableau 4 pour les quatre régulateurs. Le gain K du compensateur est obtenu par la technique d'imposition de pôle. Le tableau 5 illustre les pôles utilisés.

Tableau IV

Paramètres en régime permanent du modèle

	G1	G2	G3	G4
$\alpha$	-2.6998e+000	-2.9175e+000	-2.8813e+000	-2.6988e+000
$\beta$	2.7640e+000	2.1556e+000	2.6662e+000	2.8221e+000
$\sigma$	4.3663e-001	3.7116e-001	4.6677e-001	4.4786e-001
$\gamma$	-7.6914e-001	-5.3026e-001	-7.4728e-001	-7.9926e-001
$g_1$	4.3763e-002	3.3553e-002	4.1357e-002	4.4644e-002
$g_2$	1.1017e-001	1.1203e-001	1.0827e-001	1.0960e-001
a	0.77778	0.60583	0.77778	0.79889

Tableau V

Pôles utilisés pour le calcul du gain K

$p_1 = -2.9$	$p_3 = -2.1 + 0.17j$	$p_5 = -2.2 + 0.5j$
$p_2 = -2.7$	$p_4 = -2.1 - 0.17j$	$p_6 = -2.2 - 0.5j$

Le gain  $\Gamma$  de la loi adaptation est une matrice définie positive. Sa valeur est

$$\Gamma^{-1} = \begin{bmatrix} 0.8463 & -0.4996 & 0.1793 & -0.0101 & -0.0293 & 0.0172 & -0.0052 \\ -0.4996 & 0.6696 & -0.4968 & 0.2127 & -0.0194 & -0.0437 & 0.0374 \\ 0.1793 & -0.4968 & 0.6147 & -0.4652 & 0.2282 & -0.0695 & 0.0158 \\ -0.0101 & 0.2127 & -0.4652 & 0.5582 & -0.4713 & 0.3226 & -0.2076 \\ -0.0293 & -0.0194 & 0.2282 & -0.4713 & 0.5838 & -0.5361 & 0.4107 \\ 0.0172 & -0.0437 & -0.0695 & 0.3226 & -0.5361 & 0.5806 & -0.4858 \\ -0.0052 & 0.0374 & 0.0158 & -0.2076 & 0.4107 & -0.4858 & 0.4270 \end{bmatrix}$$

Ce gain a été obtenu par une technique particulière. En fait, elle est le résultat de la résolution d'une équation de Lyapunov. La technique consiste à se donner une certaine matrice stable  $A_\Gamma$ . Dans notre cas,  $A_\Gamma$  est sous la forme normale et a pour pôles le dixième de ceux utilisés pour calculer  $K$ .  $\Gamma$  est la solution de l'équation

$$A_\Gamma^T \Gamma + \Gamma A_\Gamma = -I \quad (6.79)$$

On peut constater que le gain de la loi de commande et celui de la loi d'adaptation ont été choisis de façon à découpler leurs activités et ainsi fixer leurs rôles respectifs. La loi de commande s'occupe de stabiliser le réseau à un autre point d'équilibre, tandis que le processus d'adaptation met lentement à jour les paramètres estimés pour assurer l'efficacité future du régulateur. Le régulateur aura ainsi le bon paramètre du réseau et pourra assurer la stabilité suite à une prochaine variation de charge.

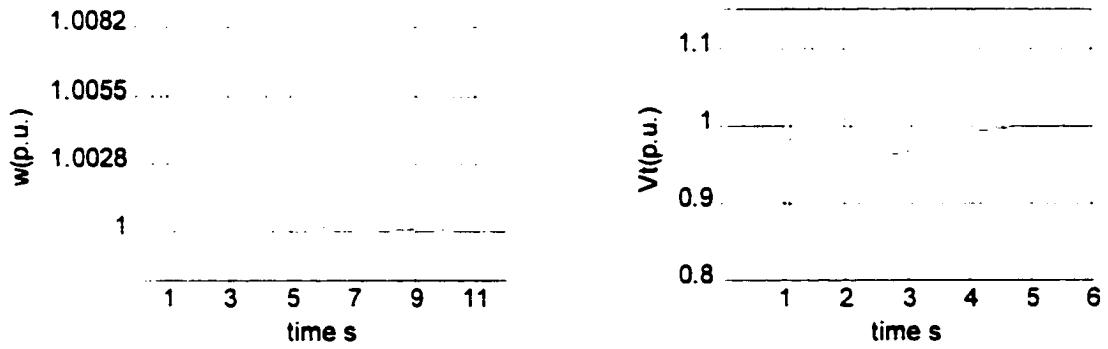
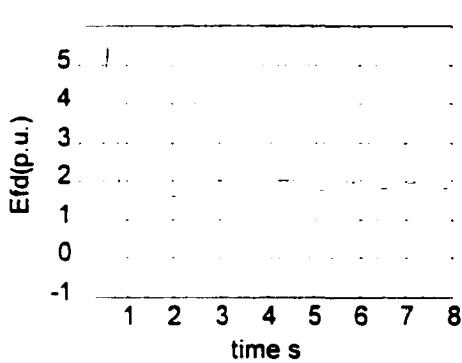
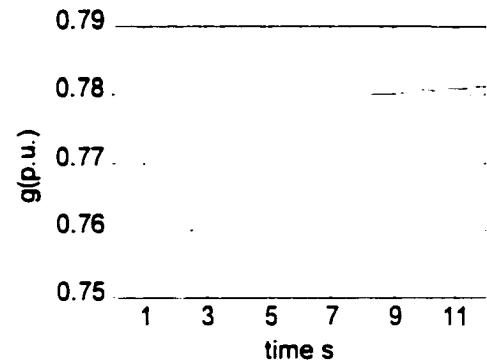
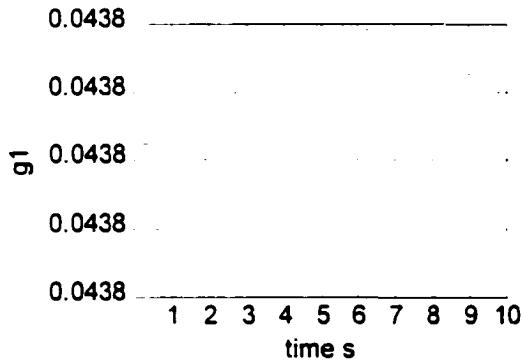
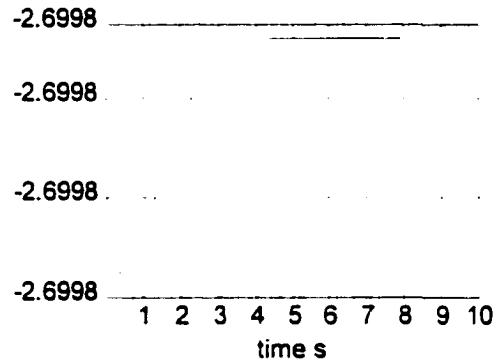
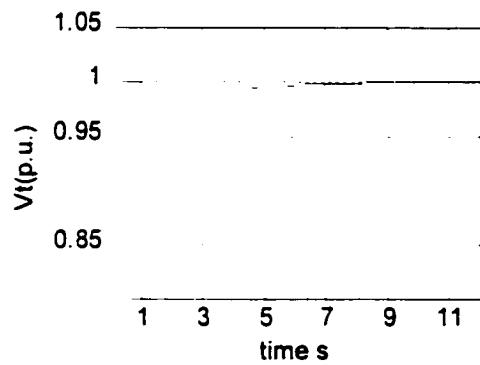
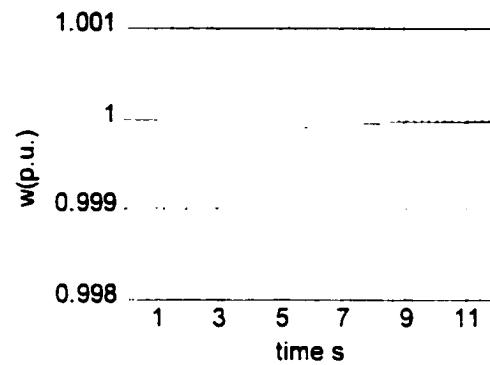
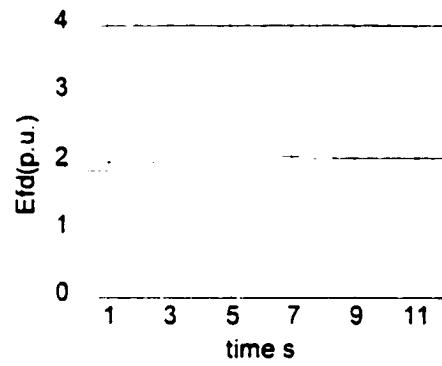
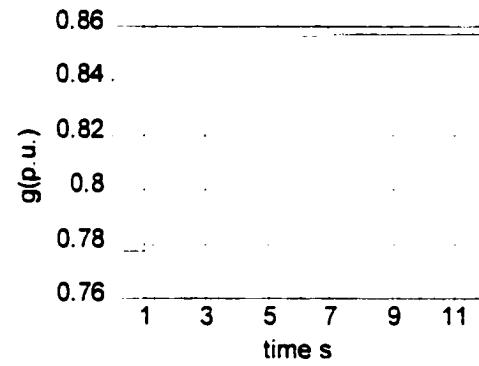
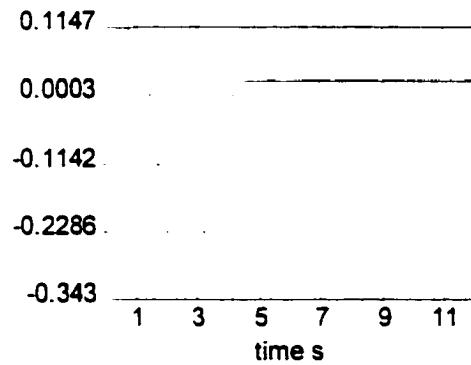
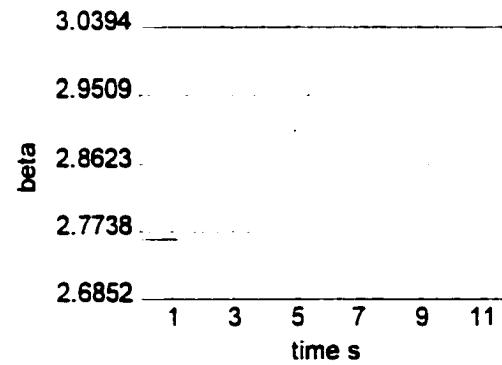


Figure 37 Vitesse de  $G_1$  après un c/c

Figure 38 Tension de  $G_1$  après un c/c

Figure 39 Excitation de  $G_1$  après un c/cFigure 40 Vannage de  $G_1$  après un c/cFigure 41  $g_1$  estimé de  $G_1$  après un c/cFigure 42  $\alpha$  estimé de  $G_1$  après un c/c

Les figures 37 à 42 illustrent les résultats du test de court-circuit à la barre 8. La tension terminale et de la vitesse du rotor ainsi que l'ouverture du vannage reviennent à leurs valeurs initiales. Les paramètres estimés ne sont pratiquement pas influencés. Le second test consiste en une variation de 2.5% de la charge totale du réseau au niveau de la barre 8. Les figures 43 à 48 montrent l'évolution de quelques grandeurs significatives du système. La tension terminale revient à sa valeur nominale en 6 secondes. La vitesse du rotor et l'ouverture du vannage de la turbine se stabilisent respectivement en 8 et 6 secondes. La performance et le comportement du régulateur témoignent bien de la validité de la méthode de conception proposée.

Figure 43 Tension de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 44 Vitesse du rotor après un  $\Delta P$ Figure 45 Excitation de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 46 Vannage de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 47  $g_2$  estimé de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 48  $\beta$  estimé de  $G_1$  après un  $\Delta P$

## **CHAPITRE 7**

### **RÉGULATEUR NON LINÉAIRE ADAPTATIF DÉCENTRALISÉ DE TENSION ET DE VITESSE**

Il est bien connu qu'un réseau électrique est un système complexe et très non linéaire. Il possède (afin de satisfaire les besoins instantanés des clients) plusieurs points d'opération caractérisés par les différentes puissances active et réactive fournies par chaque générateur. Les variations en puissances fournies peuvent être imprévues et de grandes amplitudes surtout lors d'un court-circuit ou la perte d'un générateur. Ces variations sont souvent appelées perturbations. Le réseau ne doit pas perdre sa stabilité. Il doit atteindre un autre point d'équilibre ou retourner au point initial de façon satisfaisante.

Le compensateur proposé précédemment a démontré sa performance face aux courts circuits et aux variations de puissances. Cette performance est due à son caractère non linéaire et au fait qu'il confère au système en chaîne fermée une stabilité structurelle (existence d'intégrateur dans la boucle de rétroaction). Cependant il ne donne aucune garantie théorique quant à sa performance face aux variations de puissance de grandes amplitudes. Afin de s'assurer que le réseau ne perd pas sa stabilité après de telles perturbations. nous préconisons le renforcement de sa robustesse à l'aide d'un processus adaptatif. Le caractère adaptatif permet au régulateur de réajuster ses paramètres afin de préserver la stabilité du système.

Nous proposons dans la section suivante la version adaptative du compensateur proposé au chapitre 5. La conception repose sur la méthode proposée à la section 6.2. Sa particularité est que le gain de la commande linéaire est calculé de façon à atténuer l'effet du reste du réseau sur chaque générateur.

## 7.1 Conception du régulateur non linéaire adaptatif

Le réseau électrique est représenté par ses équations dynamiques ci-dessous

$$\dot{v}_d = (\alpha + \alpha_t)v_d + (\beta + \beta_t)v_q + (g_1 + g_{1t})E_{fd} \quad (7.1a)$$

$$\dot{v}_q = (\sigma + \sigma_t)v_d + (\gamma + \gamma_t)v_q + (g_2 + g_{2t})E_{fd} \quad (7.1b)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{\omega_s}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - (a + a_t)(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (7.1c)$$

$$\dot{q} = \frac{1}{T_w} \left( 1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2} \right) \quad (7.1d)$$

$$\dot{g} = \frac{-1}{T_g} g + \frac{1}{T_g} u \quad (7.1e)$$

Ce modèle est celui d'une machine synchrone utilisée en génératrice, et échangeant de la puissance active et réactive, avec le reste du réseau considéré comme une charge dynamique.  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $a$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  et  $\sigma$  sont constantes et inconnues. Elles dépendent des puissances active et réactive fournies par chaque générateur du réseau. Les paramètres  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $a_t$ ,  $g_{1t}$ ,  $g_{2t}$  et  $\sigma_t$  représentent l'effet du reste du réseau sur chaque générateur suite à un contingent. Les paramètres  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $a_t$ ,  $g_{1t}$ ,  $g_{2t}$  et  $\sigma_t$  ne peuvent, de toute évidence, pas être de nature quelconque. Ils doivent posséder certaines bonnes propriétés afin que des compensateurs décentralisés puissent stabiliser le réseau. Ces propriétés sont résumées dans les hypothèses 1 et 2. L'hypothèse 1 signifie que le reste du réseau est stable au sens de Lyapunov tandis que l'hypothèse 2 veut dire que le reste du réseau est asymptotiquement stable.

**Hypothèse 1 :** Les paramètres  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $a_t$ ,  $g_{1t}$ ,  $g_{2t}$  et  $\sigma_t$  sont bornés.

**Hypothèse 2 :** Les paramètres  $\alpha_t$ ,  $\beta_t$ ,  $\gamma_t$ ,  $a_t$ ,  $g_{1t}$ ,  $g_{2t}$  et  $\sigma_t$  sont bornés et tendent vers zéro quand le temps tend vers l'infini.

L'objectif de chaque compensateur décentralisé est alors de stabiliser localement son générateur et d'atténuer l'effet du reste réseau sur ce dernier. Le bon fonctionnement de chaque compensateur permettra d'assurer la validité des hypothèses.

Les signaux de sorties sont les intégrales des erreurs sur la tension terminale et la vitesse du rotor. Ce choix permet d'assurer une certaine stabilité structurelle au système, en plus du caractère adaptatif.

$$y_1(t) = \int_0^t (v_d(\tau) + v_q(\tau)) d\tau \quad (7.2a)$$

$$y_2(t) = \int_0^t (\omega_2(\tau) - l) d\tau \quad (7.2b)$$

Le réseau électrique se distingue de la plupart des systèmes dynamiques en ce sens que le point de fonctionnement de chaque générateur (en terme de puissances active et réactive fournies) n'est pas connu à l'avance suite à une variation de charge. Autrement dit, personne ne peut prédire les nouvelles valeurs des paramètres inconnus du modèle. Chaque générateur évolue vers un nouveau point d'équilibre qui dépend de la participation des autres générateurs. Dans le régulateur de vitesse classique, la notion de statisme permet de fixer la participation de chaque générateur suite à une charge additionnelle. Dans notre cas, la loi d'adaptation et la loi de commande participeront à la fois à la recherche du nouveau point d'équilibre et à la stabilité du système. Nous sommes donc en présence d'un cas non classique de commande adaptative. Une solution sera donnée à ce problème lors du choix des gains du régulateur et de loi d'adaptation afin de fixer le rôle de chaque entité.

**Hypothèse 3 :** Les paramètres inconnus -  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $a$ ,  $g_1$ ,  $g_2$  et  $\sigma$  - existent suite à une contingence dans le réseau. Ils sont fixes mais inconnus.

L'hypothèse 3 précédente implique qu'après par exemple une variation de charge, un point d'équilibre du système, en terme de puissances fournies par chaque générateur,

existe. Autrement dit, la charge demandée n'est pas supérieure à la capacité maximale du réseau.

La méthode de conception consiste à mettre le système sous une forme canonique à l'aide d'une transformation de coordonnées appropriée. Ensuite, à annuler une partie des non linéarités par un choix judicieux des entrées de commande. Appliquons la transformation de coordonnée ci dessous aux équations (7.1 et 7.2)

$$\hat{z}_1 = \int_0^t (v_d^2 + v_q^2 - l) d\tau \quad (7.3a)$$

$$\hat{z}_2 = v_d^2 + v_q^2 - l \quad (7.3b)$$

$$\hat{z}_3 = \int_0^t (\omega_2 - l) d\tau \quad (7.3c)$$

$$\hat{z}_4 = \omega_2 - l \quad (7.3d)$$

$$\hat{z}_5 = \frac{1}{H} \left( \frac{q^3}{A_t^2 g^2} - \hat{a}(v_d^2 + v_q^2) \right) \quad (7.3e)$$

$$\hat{\eta}_1 = q - \hat{a} \quad (7.3f)$$

La variable interne  $\eta_2$  n'est pas prise en compte dans la conception pour les mêmes raisons que celles évoquées dans la section 4.4.2.  $\hat{\alpha}$ ,  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\sigma}$ ,  $\hat{\gamma}$ ,  $\hat{a}$ ,  $\hat{g}_1$  et  $\hat{g}_2$  sont les valeurs estimées des paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\sigma$ ,  $\gamma$ ,  $a$ ,  $g_1$  et  $g_2$  par un processus d'estimation qui sera déterminé ultérieurement. Le modèle dynamique dans la nouvelle coordonnée est de la forme,

$$\dot{\hat{z}}_1 = \hat{z}_2 \quad (7.4a)$$

$$\dot{\hat{z}}_2 = \hat{F}_2(v_d, v_q) + \hat{G}_2(v_d, v_q)\hat{E}_{fd} + \hat{W}_{p2}\Delta p + \hat{W}_{2t}(t) \quad (7.4b)$$

$$\dot{\hat{z}}_3 = \hat{z}_4 \quad (7.4c)$$

$$\dot{\hat{z}}_4 = \hat{z}_5 + \hat{W}_{p4} \Delta p + \hat{W}_{4t}(t) \quad (7.4d)$$

$$\dot{\hat{z}}_5 = \hat{F}_5(q, g, v_d, v_q, \hat{E}_{fd}) + \hat{G}_5(q, g) \hat{U}_g + \hat{W}_{p5} \Delta p + \Psi_2 \dot{p} + \hat{W}_{5t}(t) \quad (7.4e)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\eta}}_1 &= \frac{1}{\hat{a}T_w} \hat{\eta}_1 - \frac{H}{T_w \hat{a}} \hat{z}_5 - \frac{1}{T_w} \hat{z}_2 + \\ &(- \frac{1}{\hat{a}T_w} \hat{\eta}_1 + \frac{H}{T_w \hat{a}} \hat{z}_5 + \frac{1}{T_w} \hat{z}_2 - \frac{1}{T_w} + \frac{H\hat{z}_5 + a(\hat{z}_2 + l)}{(\hat{\eta}_1 + \hat{a})T_w}) + \Psi_6 \dot{p} \end{aligned} \quad (7.4f)$$

avec

$$\hat{F}_2 = 2(v_d^2 \hat{\alpha} + v_d v_q \hat{\beta} + v_d v_q \hat{\sigma} + v_q^2 \hat{\gamma}) \quad (7.5a)$$

$$\hat{G}_2 = 2(v_d \hat{g}_1 + v_q \hat{g}_2) \quad (7.5b)$$

$$\hat{F}_5 = -\frac{\hat{a}}{H} (\hat{F}_2 + \hat{G}_2 E_{fd}) + \frac{1}{H} \left( \frac{3q^2}{T_w A_t^2 g^2} (1 - \frac{q^2}{A_t^2 g^2}) + \frac{2q^3}{T_g A_t^2 g^2} \right) \quad (7.5c)$$

$$\hat{G}_5 = -\frac{2q^3}{HT_g A_t^2 g^3} \quad (7.5d)$$

et

$$\hat{W}_{p2} = 2 \begin{bmatrix} v_d^2 & v_d v_q & v_d v_q & v_q^2 & 0 & v_d E_{fd} & v_q E_{fd} \end{bmatrix} \quad (7.6a)$$

$$\hat{W}_{p4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{v_d^2 + v_q^2}{H} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.6b)$$

$$\hat{W}_{p5} = -\frac{\hat{a}}{H} \hat{W}_{p2} \quad (7.6c)$$

$$\hat{W}_2(t) = 2(v_d^2 \alpha_t + v_d v_q \beta_t + v_d v_q \sigma_t + v_q^2 \gamma_t + v_d E_{fd} g_{1t} + v_q E_{fd} g_{2t}) \quad (7.7a)$$

$$\hat{W}_4(t) = -\frac{v_d^2 + v_q^2}{H} a_t \quad (7.7b)$$

$$\hat{W}_5(t) = -\frac{\hat{a}}{H} W_2(t) \quad (7.7c)$$

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{v_d^2 + v_q^2}{H} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.8a)$$

$$\Psi_6 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0] \quad (7.8b)$$

où  $\Delta p = [\Delta\alpha \ \Delta\beta \ \Delta\sigma \ \Delta\gamma \ \Delta a \ \Delta g_1 \ \Delta g_2]$   $\dot{\hat{p}} = [\dot{\hat{\alpha}} \ \dot{\hat{\beta}} \ \dot{\hat{\sigma}} \ \dot{\hat{\gamma}} \ \dot{\hat{a}} \ \dot{\hat{g}}_1 \ \dot{\hat{g}}_2]$

$\Delta\alpha = \alpha - \hat{\alpha}$ ,  $\Delta\beta = \beta - \hat{\beta}$ , ...,  $\Delta g_2 = g_2 - \hat{g}_2$ . L'excitation et l'entrée du servomoteur de chaque générateur qui compensent une partie des non linéarités du système sont :

$$E_{fd} = \frac{v_1 - \hat{F}_2(v_d, v_q)}{\hat{G}_2(v_d, v_q)} = \frac{\hat{v}_1 - 2(v_d^2 \hat{\alpha} + v_d v_q \hat{\beta} + v_d v_q \hat{\sigma} + v_q^2 \hat{\gamma})}{2(v_d \hat{g}_1 + v_q \hat{g}_2)} \quad (7.9a)$$

$$U_g = \frac{v_2 - \hat{F}_5(v_d, v_q, q, g)}{\hat{G}_5(q, g)} \quad (7.9b)$$

$v_1$  et  $v_2$  sont des entrées de commande auxiliaires qui seront utilisées pour stabiliser le système et atténuer l'effet des oscillations inter – zones. L'équation dynamique en boucle fermée peut alors se mettre sous la forme compacte

$$\dot{\hat{x}} = Ax + B\hat{v} + \hat{W}_p \Delta p + \hat{W}_t + \Psi \dot{\hat{p}} + \hat{\Phi} \quad (7.10)$$

avec  $\hat{x} = (\hat{z}_1 \ \hat{z}_2 \ \hat{z}_3 \ \hat{z}_4 \ \hat{z}_5 \ \hat{\eta}_1)^T$      $\hat{v} = (\hat{v}_1 \ \hat{v}_2)^T$

et

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_w} & 0 & 0 & \frac{-H}{\hat{a}T_w} & \frac{\hat{a}}{\hat{a}^2 T_w} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \hat{W}_p = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{W}_{p2} \\ 0 \\ \hat{W}_{p4} \\ \hat{W}_{p5} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Psi = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Psi_5 \\ \Psi_6 \end{bmatrix} \quad \hat{W}_t = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{W}_{t2} \\ 0 \\ \hat{W}_{t4} \\ \hat{W}_{t5} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left( -\frac{\hat{a}}{\hat{a}^2 T_w} \hat{\eta}_1 + \frac{H}{\hat{a} T_w} \hat{z}_5 + \frac{1}{T_w} \hat{z}_2 - \frac{1}{T_w} - \frac{1}{\hat{\eta}_1 + \hat{a}} \left( \frac{\hat{a}}{T_w} + \frac{\hat{a}}{T_w} \hat{z}_2 + \frac{H}{T_w} \hat{z}_5 \right) \right) \end{pmatrix} \quad (7.12)$$

Les étapes suivantes consisteront à déterminer les expressions des entrées auxiliaires et la dynamique de mise à jour des paramètres estimés. Afin de rendre la matrice A constante et ainsi utiliser une démarche de conception similaire au cas non adaptatif précédent, on introduit le point de fonctionnement nominal du réseau. Ce point est caractérisé par une puissance active nominale et un facteur de puissance nominale (ou une puissance réactive nominale) pour chaque générateur. Soit  $a_0$  la valeur du paramètre  $a$  en ce point de fonctionnement nominal du générateur synchrone. Le modèle (7.10) peut donc s'écrire comme suit

$$\dot{\hat{x}} = A_0 \hat{x} + B \hat{v} + \hat{W}_p \Delta p + \hat{W}_t + \Psi \dot{\hat{p}} + \hat{\Phi}_m \quad (7.13)$$

où

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{T_w} & 0 & 0 & \frac{-H}{a_0 T_w} & \frac{1}{a_0 T_w} \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

$$\hat{\Phi}_m = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \left( -\frac{1}{a_0 T_w} \hat{\eta}_1 + \frac{H}{a_0 T_w} \hat{z}_5 + \frac{1}{T_w} \hat{z}_2 - \frac{1}{T_w} - \frac{1}{\hat{\eta}_1 + \hat{a}} \left( \frac{\hat{a}}{T_w} + \frac{\hat{a}}{T_w} \hat{z}_2 + \frac{H}{T_w} \hat{z}_5 \right) \right) \end{pmatrix} \quad (7.15)$$

Nous proposons de décomposer les entrées auxiliaires en deux parties qui permettront d'assurer respectivement la stabilité locale tout en atténuant les effets de perturbations et d'élargir de domaine de stabilité par compensation des effets des non linéarités de la dynamique interne. Elles seront donc de la forme :

$$\begin{pmatrix} \hat{v}_1 \\ \hat{v}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{v}_{1L} \\ \hat{v}_{2L} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{v}_{nL} \end{pmatrix} \quad (7.16)$$

Nous supposons pour la détermination analytique de  $(\hat{v}_1 \ \hat{v}_2)^T$  que les paramètres estimés sont connus et fournis par une loi d'adaptation supposée connue.  $(\hat{v}_{1L} \ \hat{v}_{2L})^T$  constitue la partie linéaire de la commande auxiliaire et servira pour la stabilité locale et l'atténuation des perturbations.  $(0 \ \hat{v}_{nL})^T$  est la partie non - linéaire pour élargir le domaine de stabilité du système. Une résolution en deux étapes est proposée pour la détermination des composantes linéaires et non - linéaires de la loi de commande auxiliaire et de la loi d'adaptation des paramètres estimés. La première étape consistera à faire la synthèse de la partie linéaire en considérant la partie linéaire du système (7.13)

sujet aux perturbations modélisées par  $\hat{W}_t$ . La composante non - linéaire de  $(v_1, v_2)^T$  et la loi d'adaptation s'obtiendront par une technique basée sur théorie de la stabilité de Lyapunov.

Supposons que les variables dynamiques de chaque générateur soit bornées. Cette supposition est tout à fait réaliste car les entrées de commande  $E_{fd}$  et  $U_g$  comportent des limitations physiques. Les perturbations  $W_2$ ,  $W_4$  et  $W_5$  sont alors bornées. C'est à dire qu'il existe  $W_{2\max}$ ,  $W_{4\max}$  et  $W_{5\max}$  tels que  $\|W_2\|_\infty \leq W_{2\max}$ ,  $\|W_4\|_\infty \leq W_{4\max}$  et  $\|W_5\|_\infty \leq W_{5\max}$ . Posons  $W_{2m} = W_2/W_{2\max}$ ,  $W_{4m} = W_4/W_{4\max}$  et  $W_{5m} = W_5/W_{5\max}$ .

### 7.1.1 Synthèse de $(\hat{v}_{1L} \quad \hat{v}_{2L})^T$

La synthèse de la partie linéaire de (7.16) se fait en s'inspirant de [37]. Considérons pour ce faire le modèle dynamique ci dessous

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-2a_0}{T_w} & 0 & 0 & \frac{-2H}{T_w} & \frac{2}{a_0 T_w} \end{bmatrix} \hat{e} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \hat{v}_{1L} \\ \hat{v}_{2L} \end{pmatrix} + \text{diag}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ W_{2\max} \\ 0 \\ W_{4\max} \\ W_{5\max} \\ 0 \end{bmatrix}^T\right) \begin{bmatrix} 0 \\ W_{2m} \\ 0 \\ W_{4m} \\ W_{5m} \\ 0 \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{e} \end{aligned} \quad (7.17)$$

On peut constater que le modèle ci-dessus correspond au modèle (7.13) sans la composante non - linéaire de la dynamique interne  $\Phi_m$  et les effets de la mise à jour des paramètres estimés et des paramètres inconnus.  $\hat{W}_t$  a la même définition que dans les équations (7.11). Les sorties du système sont la tension terminale et la vitesse mécanique

du rotor. Notre objectif est de faire la synthèse de la loi de commande afin de stabiliser (7.17) et d'atténuer les effets des perturbations. Pour ce problème [37] propose une technique de synthèse basée sur la résolution d'une certaine équation de Riccati. L'auteur montre que la résolution de ce problème revient à minimiser la norme infinie de l'erreur due aux perturbations sur la sortie. La commande réalisant cette minimisation et stabilisant le système en chaîne fermée est :

$$\begin{pmatrix} \hat{v}_{1L} \\ \hat{v}_{2L} \end{pmatrix} = K\hat{e} = -\frac{1}{2\varepsilon} R^{-1} B^T P \hat{e} \quad (7.18)$$

La matrice P est la solution de l'équation de Riccati suivante :

$$A_0^T P + PA_0 - \frac{1}{\varepsilon} PBR^T B^T P + \frac{1}{\mu} PDD^T P + \frac{1}{\mu} E^T E + \varepsilon Q = 0 \quad (7.19)$$

R et Q sont des matrices définies positives.  $\mu$  et  $\varepsilon$  sont des constantes positives.

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (7.20)$$

$$D = \text{diag}([0 \quad W_{2\max} \quad 0 \quad W_{4\max} \quad W_{5\max} \quad 0]) \quad (7.21a)$$

$$W_m = [0 \quad W_{2m} \quad 0 \quad W_{4m} \quad W_{5m} \quad 0]^T \quad (7.21b)$$

Si la solution existe, [37] montre que le système décrit par (7.17) est stable. Sa fonction de Lyapunov est

$$L(t) = \hat{e}^T P \hat{e} \quad (7.22)$$

avec P solution de l'équation (7.19). En dérivant (7.22) on obtient,

$$\dot{L}(t) = \hat{e}^T ((A + BK)^T P + P(A + BK)) \hat{e} + 2\hat{e}^T P D W_m \quad (7.23)$$

En remplaçant K par son expression (7.18) et en tenant compte du fait que

$$2\hat{e}^T P D W_m \leq \frac{1}{\mu} \hat{e}^T P D D^T P \hat{e} + \mu W_m W_m^T \quad (7.24)$$

on obtient, après utilisation de l'expression (7.19)

$$\dot{L}(t) \leq -\nu e^T P e - e^T (E^T E + \varepsilon Q - \nu P) e + \mu \|W_m\|^2 \quad (7.25)$$

Le réel positif  $\nu$  est tel que  $0 < \nu < \frac{(\varepsilon \lambda_{\min}(Q) + \mu^{-1} \lambda_{\min}(E^T E))}{\lambda_{\max}(P)}$ . Les nombres  $\lambda_m(F)$  et  $\lambda_M(F)$  sont respectivement la plus petite et la plus grande valeurs propres de  $F$ .

Il est montré dans [37] que  $\|E(sI - A)^{-1} D\|_\infty \leq \mu$ . La fonction de transfert  $E(sI - A)^{-1} D$  représente la relation entre la sortie du système (7.17) et les perturbations. L'amplitude de l'effet des perturbations sur les sorties du système est inférieure ou égale à la constante  $\mu$ . Le gain  $K$  assure donc une robustesse face aux perturbations au sens de l'optimisation  $H_\infty$  [37]. La technique de conception consiste donc à se donner les paramètres  $R$ ,  $Q$  et  $\mu$ . Ensuite, à effectuer une itération sur la valeur de  $\varepsilon$  jusqu'à obtenir une solution de l'équation de Riccati. On obtient par cette approche, un gain  $K$  judicieusement calculé pour stabiliser le système et atténuer l'influence des variations des paramètres suite à une perturbation sur le réseau.

### 7.1.2 Synthèse de $(0 \ \hat{v}_{nl})^T$ et de la loi d'adaptation

L'équation dynamique du système en chaîne fermée s'obtient en substituant la commande auxiliaire  $(\hat{v}_1, \hat{v}_2)^T$  dans l'équation (7.13) avec  $(\hat{v}_{1L}, \hat{v}_{2L})^T$  ayant l'expression (7.18). Elle est de la forme

$$\dot{\hat{e}} = A_s \hat{e} + B \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{v}_{nl} \end{pmatrix} + \hat{W}_p \Delta p + \hat{W}_t + \Psi \dot{p} + \hat{\Phi}_m \quad A_s = A_0 + BK \quad (7.25)$$

Considérons la variable  $\hat{e}$  qui satisfait à l'équation (7.26) et la variable  $\hat{e}$  appelée erreur augmentée définie par (7.27).

$$\begin{aligned}\dot{\hat{e}} &= A_s \hat{e} + \Psi \dot{\hat{p}} \\ \hat{e}(0) &= 0\end{aligned}\tag{7.26}$$

$$\hat{\varepsilon} = \hat{z} - \hat{e} \tag{7.27}$$

L'équation dynamique de cette erreur augmentée est

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = A_s \hat{\varepsilon} + B \hat{v} + \hat{W}_p \Delta p + \hat{W}_t + \hat{\Phi}_m \tag{7.28}$$

L'étape suivante traite de la détermination de la commande auxiliaire non linéaire et la loi d'adaptation à partir d'une étude stabilité basée sur la théorie de Lyapunov. La méthode consiste à se donner une fonction candidate de Lyapunov du système et à rendre sa dérivée définie semi-négative par un choix judicieux de la commande auxiliaire non linéaire et de la loi d'adaptation. Considérons une fonction candidate de Lyapunov du modèle (7.28).

$$L(t) = \hat{\varepsilon}^T P \hat{\varepsilon} + \Delta p^T \Gamma \Delta p \tag{7.29}$$

$\Gamma$  est une matrice définie positive et  $P$  est la solution définie positive de l'équation de Riccati (7.19). La dérivée de  $L(t)$  par rapport au temps est donnée par (7.30).

$$\begin{aligned}\dot{L}(t) &= \hat{\varepsilon}^T (A_s^T P + P A_s) \hat{\varepsilon} + 2 \hat{\varepsilon}^T P B \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{v}_{nl} \end{pmatrix} + 2 \hat{\varepsilon}^T P \Phi_m + 2 \Delta p^T \hat{W}^T P \hat{\varepsilon} + \\ &2 \Delta p^T \Gamma \Delta p + 2 \hat{\varepsilon}^T P \hat{W}_t\end{aligned}\tag{7.30}$$

Nous proposons de déterminer  $\hat{v}_{nl}$  et la loi d'adaptation de façon à satisfaire les équations (7.31) et (7.32) suivantes:

$$2 \hat{\varepsilon}^T P B \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{v}_{nl} \end{pmatrix} + 2 \hat{\varepsilon}^T P \Phi_m = 0 \tag{7.31}$$

$$2 \Delta p^T \hat{W}^T P \hat{\varepsilon} + 2 \Delta p^T \Gamma \Delta p = 0 \tag{7.32}$$

La loi de mise à jour des paramètres a pour expression définitive,

$$\Delta \dot{\mathbf{p}} = -\dot{\hat{\mathbf{p}}} = -\Gamma^{-1} \hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{e}} \quad (7.33a)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{e}}} = \mathbf{A}_0 \hat{\mathbf{e}} + \Psi \dot{\hat{\mathbf{p}}} \quad (7.33b)$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \hat{\mathbf{x}} - \hat{\mathbf{e}} \quad (7.33c)$$

La dérivée de la fonction candidate devient alors

$$\dot{L}(t) = \hat{\mathbf{e}}^T (\mathbf{A}_s^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}_s) \hat{\mathbf{e}} + 2 \hat{\mathbf{e}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{W}}_t \quad (7.34)$$

La relation (7.25) permet de conclure que

$$\dot{L}(t) \leq -\nu \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mu \| \mathbf{W}_m \|^2 \quad (7.35)$$

Le réel positif  $\nu$  est tel que  $0 < \nu < \frac{(\varepsilon \lambda_{\min}(Q) + \mu^{-1} \lambda_{\min}(E^T E))}{\lambda_{\max}(P)}$ . Les nombres  $\lambda_m(F)$  et

$\lambda_M(F)$  sont respectivement la plus petite et la plus grande valeurs propres de  $F$ .

En vertu du théorème 2.19 de [40], le système est globalement borné dans le cas de l'hypothèse 1. Un choix approprié de la constante de conception  $\mu$  permet de rapprocher les variables d'état très proche de l'équilibre. Autrement dit, si le reste du réseau est stable, le compensateur décentralisé stabilise le générateur. On peut montrer que le système tend vers son point d'équilibre 0 quand le temps tend vers l'infini dans le cas de l'hypothèse 2 et que les paramètres estimés sont bornés. La preuve est donnée en annexe 3, section 3.3. Autrement dit, si le reste du réseau est asymptotiquement stable, le compensateur décentralisé stabilise aussi de façon asymptotique le générateur. Le compensateur ainsi proposé est robuste et amortira aussi bien les oscillations locales qu'inter zones. Il est utilisé pour assurer la stabilité et amortir les oscillations dans un réseau test comportant 4 générateurs. Notons pour un tel réseau, quatre (4) compensateurs décentralisés sont nécessaire pour assurer la stabilité.

## 7.2 Tests de performance et résultats de simulation

### 7.2.1 Description du réseau et des tests

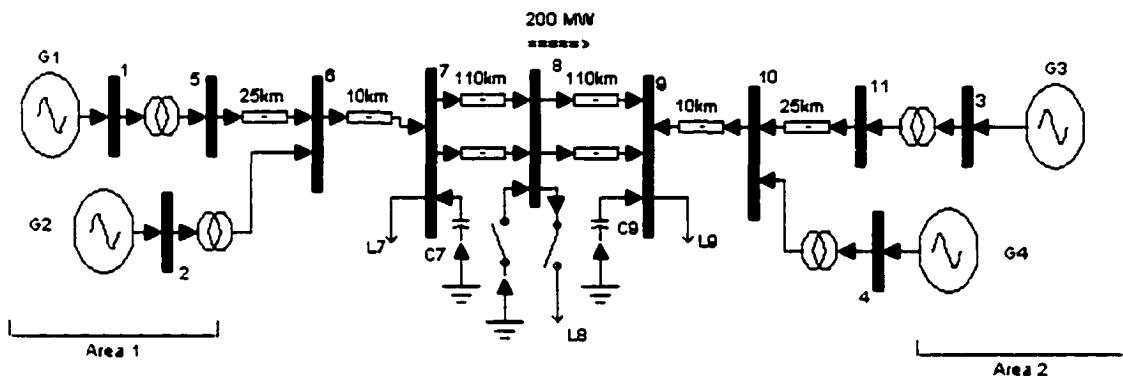


Figure 49 Réseau électrique hypothétique à 4 générateurs

Le réseau électrique comportant quatre (4) générateurs et représenté à la figure 49, a été utilisé pour juger de la performance du régulateur non linéaire adaptatif. La structure particulière du réseau laisse apparaître deux zones. La zone 1 contient les générateurs G1 et G2, tandis que la zone 2 contient les générateurs G3 et G4. Les tests ont été effectués à partir d'un point de fonctionnement initial caractérisé par les données du tableau 1. La zone 1 fournissant alors 200 MW à la zone 2.

Le premier test est un court-circuit de 100 ms appliqué à la barre 8. Cette perturbation de forte amplitude devrait provoquer une oscillation inter zone. En effet le court-circuit interrompt momentanément et rétablit le transfert de puissance entre les deux zones du réseau. Le régime transitoire provoqué par la perturbation engendre une fluctuation dans la direction du transfert de puissance. Les régulateurs seront jugés sur leur capacité à amortir cette fluctuation. Le second test est une variation de la charge de 10% au niveau de la barre 8. Cette perturbation modifie le point de fonctionnement du réseau et excite par la même occasion les modes de vibrations locales et inter zones. Les régulateurs seront jugés sur leur capacité à stabiliser rapidement le réseau à son nouveau point de

fonctionnement. Les paramètres des composants du réseau sont donnés en annexe 2, section 2.1.

### 7.2.2 Paramètres de conception des régulateurs

Les paramètres en régime permanent du modèle servent de valeurs initiales au processus adaptation. Ces données sont regroupées dans le tableau suivant, pour les quatre régulateurs.

Tableau VI

Paramètres en régime permanent du modèle

	G1	G2	G3	G4
$\alpha$	-2.6998e+000	-2.9175e+000	-2.8813e+000	-2.6988e+000
$\beta$	2.7640e+000	2.1556e+000	2.6662e+000	2.8221e+000
$\sigma$	4.3663e-001	3.7116e-001	4.6677e-001	4.4786e-001
$\gamma$	-7.6914e-001	-5.3026e-001	-7.4728e-001	-7.9926e-001
$g_1$	4.3763e-002	3.3553e-002	4.1357e-002	4.4644e-002
$g_2$	1.1017e-001	1.1203e-001	1.0827e-001	1.0960e-001
a	0.77778	0.60583	0.77778	0.79889

Le gain de la partie linéaire de la commande auxiliaire (7.16) s'obtient après la résolution l'équation de Riccati (7.19). Le gain du régulateur de la machine G2 est

$$K = \begin{bmatrix} -22.8331 & 7.8477 & -148.5831 & -430.0472 & 7.3383 & -120.7489 \\ -1.2704 & 0.7617 & 2.6618 & 3.4739 & 15.1287 & -7.0185 \end{bmatrix}$$

Le gain  $\Gamma$  de la loi adaptation est une matrice définie positive dont l'inverse est donné ci-dessous. Ce gain a été obtenu par la résolution d'une équation de Lyapunov. La technique consiste à se donner une certaine matrice stable  $A_\Gamma$ . Dans notre cas,  $A_\Gamma$  est sous la forme normale et a pour pôles le dixième des pôles donnés dans le tableau ci-dessous.  $\Gamma$  est la solution de l'équation (7.36)

$$\Gamma^{-1} = \begin{bmatrix} 0.8463 & -0.4996 & 0.1793 & -0.0101 & -0.0293 & 0.0172 & -0.0052 \\ -0.4996 & 0.6696 & -0.4968 & 0.2127 & -0.0194 & -0.0437 & 0.0374 \\ 0.1793 & -0.4968 & 0.6147 & -0.4652 & 0.2282 & -0.0695 & 0.0158 \\ -0.0101 & 0.2127 & -0.4652 & 0.5582 & -0.4713 & 0.3226 & -0.2076 \\ -0.0293 & -0.0194 & 0.2282 & -0.4713 & 0.5838 & -0.5361 & 0.4107 \\ 0.0172 & -0.0437 & -0.0695 & 0.3226 & -0.5361 & 0.5806 & -0.4858 \\ -0.0052 & 0.0374 & 0.0158 & -0.2076 & 0.4107 & -0.4858 & 0.4270 \end{bmatrix}$$

$$A_\Gamma^T \Gamma + \Gamma A_\Gamma = -I \quad (7.36)$$

Tableau VII

#### Pôles intervenants dans le calcul du gain $\Gamma$

$p_1 = -2.9$	$P_3 = -2.1 + 0.17j$	$P_5 = -2.2 + 0.5j$
$P_2 = -2.7$	$P_4 = -2.1 - 0.17j$	$P_6 = -2.2 - 0.5j$

Les gains de la loi de commande et ceux de la loi d'adaptation ont été choisis de façon à assigner un rôle spécifique à chacune. La loi de commande s'occupe de stabiliser le réseau à un autre point d'équilibre, tandis que le processus d'adaptation met lentement à jour les paramètres estimés pour assurer l'efficacité future du régulateur. Le régulateur aura ainsi le bon paramètre du réseau et pourra assurer la stabilité suite à une prochaine variation de charge.

### 7.2.3 Résultats des simulations

Les figures 50 à 55 illustrent les résultats du premier test qui consistait à appliquer un court-circuit au niveau de la barre 8. On peut constater que la tension terminale, la vitesse du rotor et l'ouverture du vannage de la turbine reviennent à leurs valeurs initiales en respectivement 4, 6 et 5 secondes. Les paramètres ne sont presque pas affectés par cette perturbation. Suite à une variation de 5% de la charge totale du réseau au niveau de la barre 8, la tension terminale et la vitesse du rotor se stabilisent à leurs valeurs nominales en respectivement 13 et 20 secondes. Cela confirme la robustesse du régulateur proposé. Les paramètres estimés convergent. Il faut toutefois noter une dégradation de la performance du régulateur adaptatif par rapport au compensateur non adaptatif. Ce constat ne peut pas être généralisé. Cependant il témoigne de la délicatesse de ce type de régulateur. En effet, un choix judicieux des gains de la loi d'adaptation est indispensable. Une coordination de ces derniers avec ceux de la loi de commande est primordiale pour le bon fonctionnement de l'ensemble. La performance du régulateur adaptatif comparativement au régulateur classique est néanmoins bonne. En effet, les erreurs en régime permanent sont nulles. Les oscillations inter zones sont amorties de façon plus significative.

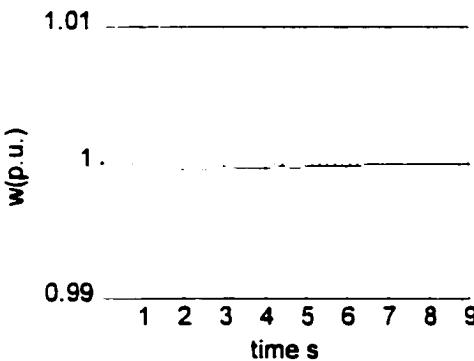


Figure 50 Vitesse de  $G_1$  après un c/c

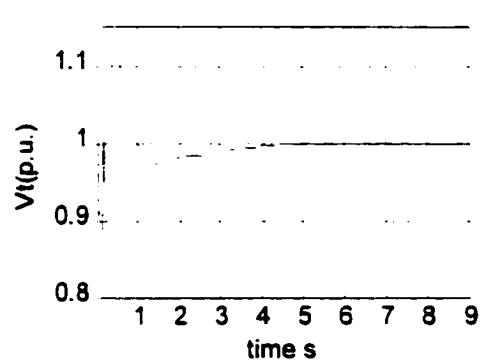
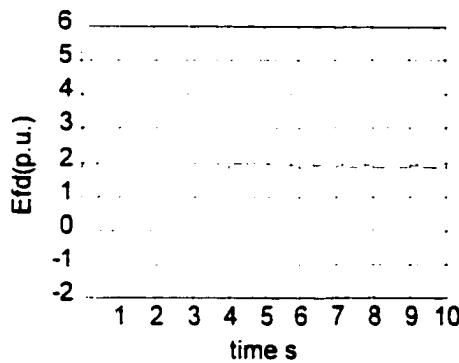
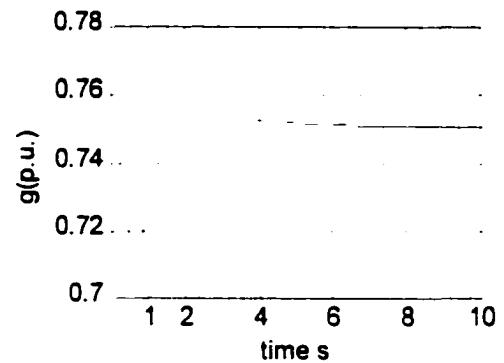
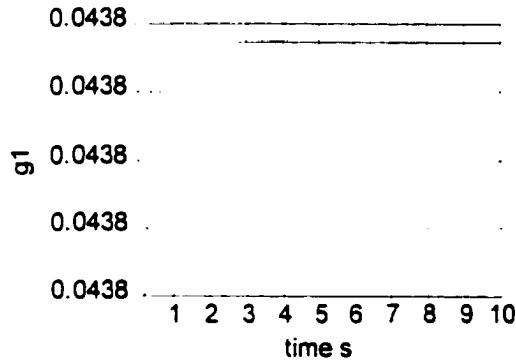
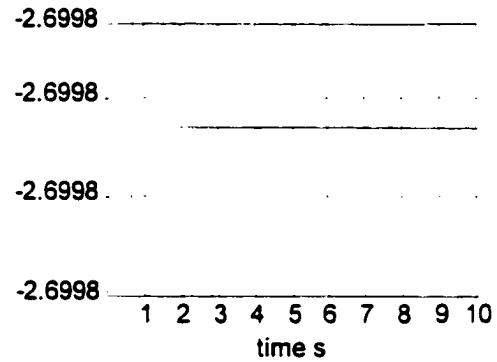
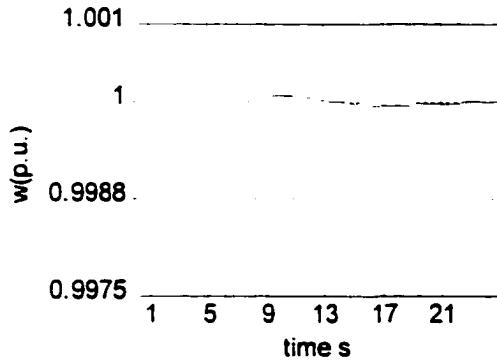
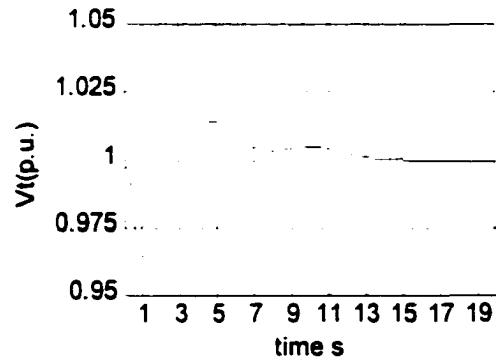
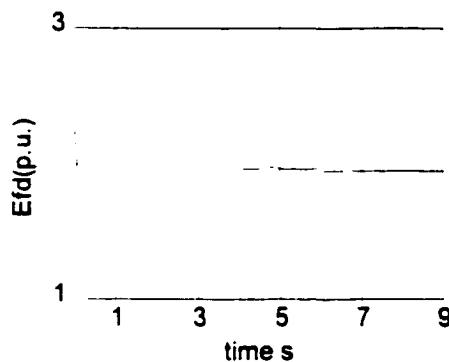
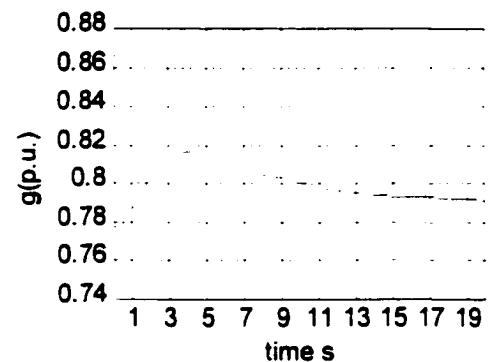
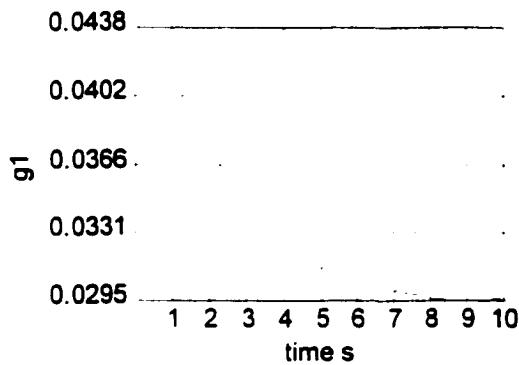
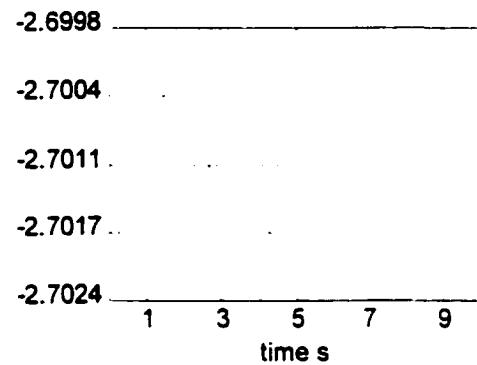
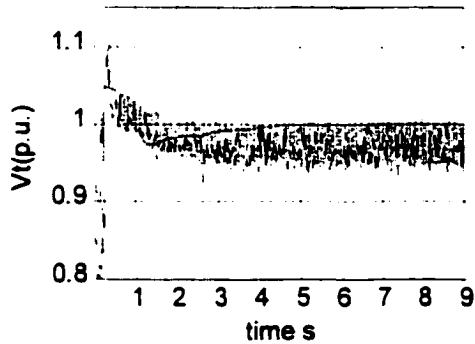
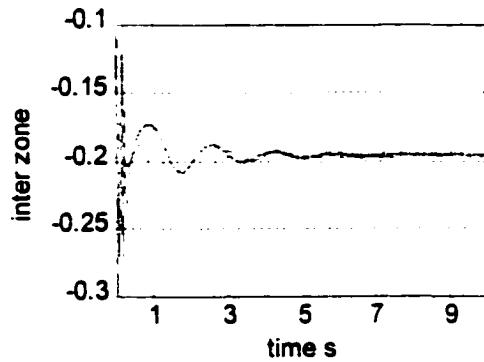


Figure 51 Tension de  $G_1$  après un c/c

Figure 52 Excitation de  $G_1$  après un c/cFigure 53 vannage de  $G_1$  après un c/cFigure 54  $g_1$  estimé de  $G_1$  après un c/cFigure 55  $\alpha$  estimé de  $G_1$  après un c/cFigure 56 Vitesse du rotor après un  $\Delta P$ Figure 57 Tension de  $G_1$  après un  $\Delta P$

Figure 58 Excitation de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 59 Vannage de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 60  $g_1$  estimé de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 61  $\alpha$  estimé de  $G_1$  après un  $\Delta P$ Figure 62 Tension de  $G_1$  après un c/c  
Traits discontinus : Régulateur classique  
Traits continus : Régulateur proposéFigure 63 Oscillations interzones après un c/c  
Traits discontinus : Régulateur classique  
Traits continus : Régulateur proposé

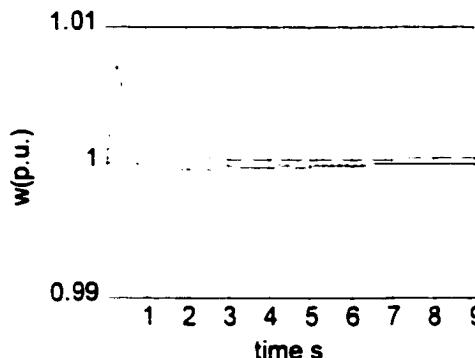


Figure 64 Vitesse G1 après un c/c  
 Traits discontinus : Régulateur classique  
 Traits continus : Régulateur proposé

Le processus adaptatif met effectivement à jour les paramètres du régulateur après une variation de la charge du réseau. On réduit ainsi l'écart entre la valeur réelle des paramètres du modèle et celle détenue par le compensateur. Ce dernier peut donc conserver ses performances suite à une prochaine variation de la charge. L'adaptation des paramètres renforce ainsi la robustesse du régulateur non adaptatif de tension et de vitesse. Il convient de souligner que la commande adaptive dans notre cas diffère quelque peu du schéma classique. En effet, les paramètres du modèle ne sont pas connus avant que le réseau n'atteigne un nouveau point d'équilibre. Les paramètres dépendent du nouveau point d'équilibre. Cela complique de beaucoup le processus de mise à jour des paramètres. Habituellement, les paramètres du modèle sont fixes mais inconnus du compensateur. La mise en œuvre nécessite donc un choix judicieux des gains  $K$  et  $\Gamma$  afin de fixer le rôle de chaque composante du compensateur. Ce choix est d'autant plus délicat avec la présence des limitations sur la vitesse du vannage. Dans le cas de l'exemple,  $\Gamma$  a été choisi afin de rendre l'estimation des paramètres plus lente que la dynamique du système en chaîne fermée.

## **CONCLUSION ET PERSPECTIVES**

Un régulateur, décentralisé multivariable non linéaire adaptatif de tension et de vitesse, est proposé pour améliorer la stabilité et amortir efficacement les oscillations locales et inter zones dans les réseaux électriques. Il est basé sur une nouvelle approche de modélisation du réseau qui unifie les approches classiques. Le réseau est vu comme un générateur alimentant une charge dynamique modélisée par une impédance variable.

Le modèle obtenu est une équation dynamique multivariable d'ordre 5 où l'influence du reste du réseau sur chaque générateur est vue comme une perturbation structurée. La tension d'excitation du générateur et l'entrée de commande du servomoteur de la turbine qui fournit la tension mécanique sont les variables de commande. Les composantes dans les axes  $d$  et  $q$  de la tension terminale du générateur, la vitesse mécanique du rotor, le débit d'eau et l'ouverture du vannage de la turbine sont les variables d'état du modèle proposé. Les avantages du nouveau modèle sont que tout le vecteur d'état est mesurable, les variables de sortie qui sont la tension terminale et la vitesse du rotor de générateur s'expriment simplement en fonction des variables d'état, et les interactions dynamiques entre chaque générateur et le réseau sont prises en considération.

Une application directe de la technique de la linéarisation entrée – sortie aboutit sur une instabilité du système en chaîne fermée, car le modèle proposé est à déphasage non minimal. Une nouvelle méthode de synthèse adaptée au système non linéaire à déphasage non minimal est alors proposée. Elle consiste à appliquer la linéarisation entrée – sortie puis à stabiliser le système par une combinaison de commandes linéaire et non linéaire utilisant aussi bien les variables de la dynamique externe que celles de la dynamique interne.

Cette nouvelle méthode de synthèse sert de base à la conception du régulateur décentralisé multivariable de tension et de vitesse. Le gain de la partie linéaire de la loi

de commande est obtenu à partir de la solution d'une certaine équation de Riccati. Il permet d'atténuer à un niveau désiré l'influence du réseau sur la tension terminale et la vitesse du rotor. L'ajout d'intégrateurs dans la boucle de commande confère une certaine robustesse au compensateur proposé. Les avantages de notre solution sont que les expressions de l'excitation et la commande du servomoteur sont obtenues de façon simultanée et systématique grâce au cadre de conception multivariable. Elle intègre ainsi la fonction du PSS (stabilisateur de réseau) et possède une robustesse intrinsèque. Les contraintes, sur les vitesses de fermeture et d'ouverture du vannage de la turbine, sont prises en considération.

Un exemple d'application au cas d'un réseau hypothétique comportant 4 générateurs a permis de vérifier les performances du régulateur proposé face aux contingents couramment rencontrés dans le réseau. En effet les erreurs en régime permanent, sur la tension et la vitesse, sont nulles après un court – circuit ou une variation de la charge du réseau. Les oscillations locales et inter zones sont amorties de façon efficace. Les résultats obtenus sont aussi comparés à ceux du régulateur classique composé d'un régulateur automatique de tension, d'un régulateur de vitesse type PID et d'un stabilisateur de puissance (PSS).

Afin de renforcer la robustesse du régulateur, une version adaptative du régulateur précédent est proposée. Un processus d'adaptation met à jour les paramètres du compensateur lors d'une variation de la charge du réseau. Ce nouveau régulateur est basé sur la version adaptative de la nouvelle méthode de synthèse non linéaire adaptée aux systèmes à déphasage non minimal. Cette dernière s'inspire fortement de l'approche adaptative proposée par [39]. Les avantages de la nouvelle structure sont qu'elle conserve ceux du régulateur non adaptatif en plus de permettre en principe une plus grande variation de charge. Les performances du régulateur adaptatif sont testées lors de la conception de compensateur pour le réseau hypothétique précédent. Les excellents

résultats permettent ainsi de valider notre méthode de synthèse et l'approche de modélisation sur laquelle elle est basée.

Nous proposons donc une procédure de conception multivariable qui garantit une synthèse simultanée et systématique de la tension d'excitation et de la commande du servomoteur des vannes de la turbine. Les lois de commande comportent des gains réglables qui stabilisent le réseau et amortissent à un niveau désiré les oscillations locales et inter zones. Elles possèdent aussi une commande non linéaire additionnelle pour élargir le domaine de stabilité, des actions intégrales garantissant une erreur nulle en régime permanent, une certaine robustesse aux variations de la charge du réseau, et un processus adaptatif qui renforce cette robustesse.

Les contraintes indispensables sur la vitesse de fermeture et d'ouverture du vannage de la turbine limitent quelque peu la performance de tout compensateur de réseau électrique. Dans la solution proposée, l'excitation est effectivement utilisée pour atteindre les performances obtenues, alors que l'ouverture du vannage sert à fournir la puissance mécanique correspondante à la nouvelle demande en puissance électrique. Les gains, de la partie linéaire du régulateur, qui sont retenus (après la résolution de l'équation de Riccati) sont ceux qui ne saturent pas les commandes longtemps après une perturbation. Plusieurs essais peuvent donc être nécessaires afin d'obtenir les bons gains. La prise en compte explicite des contraintes de vitesse de fermeture et d'ouverture de la turbine dans la procédure de conception permettrait d'améliorer grandement la solution proposée. Une méthode de calcul basée sur la résolution de deux équations de Riccati systématiserait le choix des gains. La première équation découlerait de la minimisation de l'influence du reste du réseau sur chaque générateur (comme proposé présentement). La seconde serait basée sur la minimisation d'un certain critère de performance faisant intervenir l'amplitude de la vitesse du vannage.

L'approche décentralisée pour assurer la stabilité du réseau électrique et pour amortir les oscillations inter zones est intrinsèquement limitée. En effet, la loi de commande du régulateur de chaque générateur ne dépend que des variables locales. Ce dernier ne fonctionne bien que si les autres compensateurs fonctionnent relativement bien. En d'autres termes, l'instabilité d'un générateur suffit pour que tout le réseau entier soit instable. Une approche globale pour la détermination des lois de commande de chaque compensateur permettrait de résoudre ce problème. En effet, des lois de commande basées par exemple sur une fonction de Lyapunov du réseau entier permettrait de coordonner tous les régulateurs, et ainsi compenser les mauvaises performances d'un des compensateurs. La structure hiérarchisée proposée dans [36], l'approche décentralisée hiérarchique de [3] et la méthode de [20] sont des exemples de cette vision. Cependant elles n'intègrent pas les fonctions régulation de tension et de vitesse dans un cadre multivariable. Le problème reste donc ouvert. Sa résolution est un défi de taille.

## **ANNEXE 1**

### **Expressions des paramètres du modèle**

## 1.1 Paramètres variant dans le temps

$$\begin{aligned}
 D &= -T_{q0} T_{d0} ((bR_s - ax_q)(ax_d - bR_s) + (1 + aR_s + bx_d)(1 + aR_s + bx_q)) \\
 g_1 &= \frac{-T_{q0}(bR_s - ax_q)}{D} \quad g_2 = \frac{T_{q0}(1 + aR_s + bx_q)}{D} \\
 \alpha &= (-T_{q0}(bR_s - ax_q)(bR_s - ax_d) - T_{d0}\left(\frac{\partial a}{\partial t}x_d - \frac{\partial b}{\partial t}R_s\right)) \\
 &\quad - T_{d0}(1 + aR_s + bx_d)(1 + aR_s + bx_q + T_{q0}\left(\frac{\partial b}{\partial t}x_q + \frac{\partial a}{\partial t}R_s\right))) / D \\
 \beta &= (T_{q0}(bR_s - ax_q)(1 + aR_s + bx_d + T_{d0}\left(\frac{\partial b}{\partial t}x_d + \frac{\partial a}{\partial t}R_s\right))) \\
 &\quad - T_{d0}(1 + aR_s + bx_d)(ax_q - bR_s - T_{q0}\left(\frac{\partial b}{\partial t}R_s - \frac{\partial a}{\partial t}x_q\right))) / D \\
 \sigma &= (T_{d0}(ax_d - bR_s)(1 + aR_s + bx_q + T_{q0}\left(\frac{\partial b}{\partial t}x_q + \frac{\partial a}{\partial t}R_s\right))) \\
 &\quad + T_{q0}(1 + aR_s + bx_q)(bR_s - ax_d - T_{d0}\left(\frac{\partial a}{\partial t}x_d - \frac{\partial b}{\partial t}R_s\right))) / D \\
 \gamma &= (-T_{d0}(ax_d - bR_s)(ax_q - bR_s - T_{q0}\left(\frac{\partial b}{\partial t}R_s - \frac{\partial a}{\partial t}x_q\right))) \\
 &\quad - T_{q0}(1 + aR_s + bx_q)(1 + aR_s + bx_d + T_{d0}\left(\frac{\partial b}{\partial t}x_d + \frac{\partial a}{\partial t}R_s\right))) / D
 \end{aligned}$$

## 1.2 Paramètres en régime permanent

$$\begin{aligned}
 g_{10} &= \frac{-T_{q0}(bR_s - ax_q)}{D} \quad g_{20} = \frac{T_{q0}(1 + aR_s + bx_q)}{D} \\
 \alpha_0 &= (-T_{q0}(bR_s - ax_q)(bR_s - ax_d) - T_{d0}(1 + aR_s + bx_d)(1 + aR_s + bx_q)) / D \\
 \beta_0 &= (T_{q0}(bR_s - ax_q)(1 + aR_s + bx_d) - T_{d0}(1 + aR_s + bx_d)(ax_q - bR_s)) / D \\
 \sigma_0 &= (T_{d0}(ax_d - bR_s)(1 + aR_s + bx_q) + T_{q0}(1 + aR_s + bx_q)(bR_s - ax_d)) / D \\
 \gamma_0 &= (-T_{d0}(ax_d - bR_s)(ax_q - bR_s) - T_{q0}(1 + aR_s + bx_q)(1 + aR_s + bx_d)) / D
 \end{aligned}$$

### 1.3 Paramètres du modèle unifié

$$D = (1 + B_{red}^r x_{di} - R_{si} G_{red}^r)(1 + B_{red}^r x_{qi} - R_{si} G_{red}^r) + (G_{red}^r x_{qi} + R_{si} B_{red}^r)(G_{red}^r x_{di} + R_{si} B_{red}^r)$$

$$b1 = \frac{(1 + B_{red}^r x_{qi} - R_{si} G_{red}^r)}{T_{d0i}} \cdot (-1 + B_{red}^r (x_{qi} - x_{qi})) + G_{red}^r (x_{di} - x_{di}) \cdot \frac{G_{red}^r x_{qi} - R_{si} B_{red}^r}{T_{q0i}}$$

$$b2 = \frac{(1 + B_{red}^r x_{qi} - R_{si} G_{red}^r)}{T_{d0i}} \cdot G_{red}^r (x_{qi} - x_{qi}) + (-1 + B_{red}^r (x_{di} - x_{di})) \cdot \frac{G_{red}^r x_{qi} - R_{si} B_{red}^r}{T_{q0i}}$$

$$b3 = \frac{(1 + B_{red}^r x_{di} - R_{si} G_{red}^r)}{T_{d0i}} \cdot G_{red}^r (x_{di} - x_{di}) + (-1 + B_{red}^r (x_{qi} - x_{qi})) \cdot \frac{G_{red}^r x_{di} + R_{si} B_{red}^r}{T_{q0i}}$$

$$b4 = \frac{-(1 + B_{red}^r x_{di} - R_{si} G_{red}^r)}{T_{d0i}} \cdot (-1 + B_{red}^r (x_{di} - x_{di})) - G_{red}^r (x_{qi} - x_{qi}) \cdot \frac{G_{red}^r x_{di} + R_{si} B_{red}^r}{T_{q0i}}$$

alors

$$c1 = \frac{b1 \cdot (R_{si} B_{red}^r + x_{di} G_{red}^r) + b2 \cdot (1 + B_{red}^r x_{di} - R_{si} G_{red}^r)}{D}$$

$$c2 = \frac{b2 \cdot (R_{si} B_{red}^r + x_{qi} G_{red}^r) + b1 \cdot (1 + B_{red}^r x_{qi} - R_{si} G_{red}^r)}{D}$$

$$c3 = \frac{(-R_{si} B_{red}^r + x_{qi} G_{red}^r)}{T_{d0i}}$$

$$c4 = \frac{b4 \cdot (R_{si} B_{red}^r + x_{di} G_{red}^r) + b3 \cdot (1 + B_{red}^r x_{di} - R_{si} G_{red}^r)}{D}$$

$$c5 = \frac{-b3 \cdot (R_{si} B_{red}^r + x_{qi} G_{red}^r) + b4 \cdot (1 + B_{red}^r x_{qi} - R_{si} G_{red}^r)}{D}$$

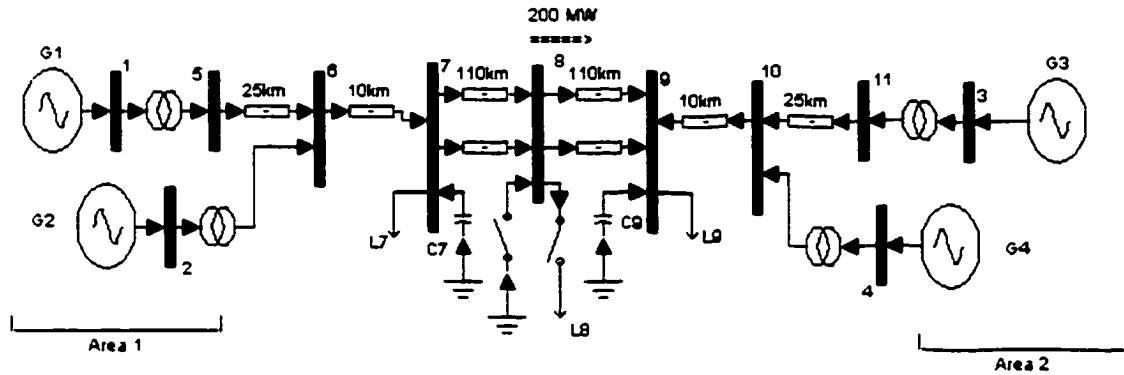
$$c6 = \frac{(1 - R_{si} G_{red}^r + x_{di} B_{red}^r)}{T_{d0i}}$$

$$c7 = \frac{-B_{red}^r \cdot (R_{si} B_{red}^r + x_{di} G_{red}^r) + G_{red}^r \cdot (1 + B_{red}^r x_{di} - R_{si} G_{red}^r)}{D}$$

## **ANNEXE 2**

### **Données des simulations**

## 2.1 Paramètres du réseau test



Paramètres des générateurs:

$S_n = 900 \text{ MW}$	$U_n = 20 \text{ kV}$	$f = 60 \text{ Hz}$	
$x_d = 1.8$	$x_q = 1.7$	$x_l = 0.2$	$T_{do} = 8.0 \text{ s}$
$\dot{x}_d = 0.25$	$\dot{x}_q = 0.25$	$R_a = 0.0025$	$\dot{x}_q = 0.55$
$T''_{do} = 0.03 \text{ s}$	$T''_{qo} = 0.05 \text{ s}$	$\dot{x}_d = 0.3$	$\dot{T}_{qo} = 0.4 \text{ s}$
$H = 6.5 \text{ G1, G2}$	$H = 6.175 \text{ G3, G4}$	$K_D = 0$	

Paramètres des transformateurs:

Impédance de court-circuit	$0+0.15j$
Puissance de base	900 MVA
Tensions de base	20/230 kV

Paramètres des lignes:

Tension nominale	230 kV
Puissance de base	100 MVA
Tension de base	230 kV
Résistance	0.0001 pu/km
Réactance inductive	0.001 pu/km
Réactance capacitive	0.00175 pu/km

Paramètres des charges:

Bus	Puissance active	Puissance inductive	Puissance capacitive
7	967 MW	100 MVar	200 MVar
9	1767 MW	100 MVar	350 MVar

Paramètres de la turbine et du servomoteur :

$K_a = 0.05$	$g_{\min} = 0.01$	$g_{\max} = 0.97518$	$T_w = 2.67$
$T_a = 0.007$	$\dot{g}_{\min} = -0.1$	$\dot{g}_{\max} = 0.1$	

## 2.2 Paramètres des régulateurs conventionnels

Paramètres du système d'excitation (à thyristor)

$K_A = 200$	$K_E = 1$	$T_B = 0$	$K_F = 0$
$T_A = 0$	$T_E = 0$	$T_C = 0$	$T_F = 0$

Notons que le bloc  $\frac{1}{sT_E}$  en rétroaction avec le bloc  $K_E$  correspond à  $\frac{1}{sT_E + K_E}$ . Ainsi

quand  $T_E = 0$  on remplace l'ensemble des blocs  $\frac{1}{sT_E}$  et  $K_E$  par un bloc unique  $\frac{1}{K_E}$

Paramètres du stabilisateur:

$K_{STAB} = 20$	$T_1 = 0.05$	$T_3 = 3.0$
$T_w = 10$	$T_2 = 0.02$	$T_4 = 5.4$

Paramètres du régulateur de vitesse :

$K_p = 3.0$	$K_I = 7.0$	$K_D = 0$	$R_p = 0$
-------------	-------------	-----------	-----------

## **ANNEXE 3**

### **Preuves de convergence**

### 3.1 Convergence de la commande auxiliaire non linéaire

$\|v_{nl}\|$  tend vers zéro quand  $\|(z, \eta)^T\|$  tend vers zéro

Posons  $(z, \eta)^T = e$  et rappelons que  $v_{nl} = \frac{\sum_{i=r+1}^n g_i(e) P_i e}{P_r e}$

Par définition  $g(e)$  est tel que  $\frac{\|g(e)\|}{\|e\|}$  tend vers 0 quand  $\|e\|$  tend vers 0.

Alors  $\forall \gamma \in \mathbb{R}^+$ .  $\exists \delta \in \mathbb{R}^+$  tel que  $\|g(e)\| < \gamma \|e\| \Rightarrow \|e\| < \delta$

On sait aussi que  $\forall u, v \in \mathbb{R}^n$   $u^T v \leq \|u\| \|v\|$  ainsi donc  $\|v_{nl}\| \leq \frac{\|g(e)\| \cdot \|(P_{r+1}e, \dots, P_n e)\|}{|P_r e|}$

Soit  $\alpha_i$  tel que  $\|P_i\| = \alpha_i \|P_r\|$  avec  $i = r+1, \dots, n$  et  $\alpha_{max} = \max(\{\alpha_{r+1}, \dots, \alpha_n\})$

Alors  $\|(P_{r+1}e, \dots, P_n e)\| \leq (n-r) \alpha_{max} |P_r e|$

$\|v_{nl}\| \leq \frac{\|g(e)\| \cdot \|(P_{r+1}e, \dots, P_n e)\|}{|P_r e|} \leq (n-r) \alpha_{max} \|g(e)\| \leq \gamma (n-r) \alpha_{max} \|e\|$  quand  $\|e\| \leq \delta$

$\|v_{nl}\|$  tend donc vers zéro quand  $\|e\|$  tend vers zéro.

### 3.2 Convergence asymptotique: cas du système non perturbé

$\|\hat{x}\|$  tend vers 0 quand t tend vers l'infini et les paramètres estimés sont bornés.

La fonction de Lyapunov  $V(\hat{\epsilon}, \Delta\theta) = \hat{\epsilon}^T P \hat{\epsilon} + \Delta\theta^T \Gamma \Delta\theta$  est définie positive et  $\dot{V} = -\hat{\epsilon}^T \hat{\epsilon}$  est définie semi-négative. Alors  $\hat{\epsilon}(t)$  et  $\Delta\theta(t)$  sont bornés si  $\hat{\epsilon}(0)$  et  $\Delta\theta(0)$  sont bornés.

Aussi

$$V(0) - V(\infty) = \int_0^\infty \dot{V} dt = - \int_0^\infty \hat{\epsilon}^T \hat{\epsilon} dt < \infty \quad (\text{l'énergie de } \epsilon(t) \text{ est finie})$$

Si  $\hat{x}$  est bornée , cela entraîne que  $\hat{W}_{1T}(\hat{\theta}, \hat{x})$ ,  $\hat{W}_{2T}(\hat{\theta}, \hat{x})$ ,  $\Phi_m(\hat{\theta}, \hat{x})$  et  $\hat{v}_{nl}(\hat{x}, \hat{e})$  sont aussi bornées. Alors en vertu de l'équation (6.39)  $\hat{e}$  est bornée. Le lemme de Barbalat permet de conclure que  $\|\hat{e}\|$  tend vers 0 quand t tend vers l'infini.

En vertu de l'équation (6.43) ,  $\|\dot{\hat{\theta}}\|$  tend alors vers 0 quand t tend vers l'infini. De l'équation (6.37) on déduit que  $\hat{e}$  tend vers 0 quand t tend vers l'infini (car  $A_s$  est un matrice stable et  $\|\dot{\hat{\theta}}\|$  tend alors vers 0).  $\hat{e}$  et  $\hat{e}$  tendent vers 0 alors  $\hat{x}$  tend vers 0 quand t tend vers l'infini.

Ainsi le système est asymptotiquement stable et les paramètres estimés sont bornés à condition que  $\hat{x}$  soit bornée.

Montrons maintenant que  $\hat{x}$  est bornée.

Soit  $V(\hat{x}) = \hat{x}^T P \hat{x}$  une fonction candidate de Lyapunov du système.

Avec P la solution définie positive de l'équation  $A_s^T P + P A_s = -I$

$$\begin{aligned}\dot{V} &= -\hat{x}^T \hat{x} + 2\hat{x}^T P W_{1T} \Delta \theta + 2\hat{x}^T P W_{2T} \dot{\hat{\theta}} + 2\hat{x}^T P \Phi_m + 2\hat{x}^T P(0_{r-l}, v_{nl}, 0_{n-r})^T \\ &= -\hat{x}^T \hat{x} + 2\hat{x}^T P W_{1T} \Delta \theta + 2\hat{x}^T P W_{2T} \dot{\hat{\theta}} + 2\hat{e}^T P \Phi_m + 2\hat{e}^T P(0_{r-l}, v_{nl}, 0_{n-r})^T \\ &\leq -\|\hat{x}\|^2 + 2p\|\hat{x}\|\cdot\|W_{1T}\|\cdot\|\Delta \theta\| + 2p\|\hat{x}\|\cdot\|W_{1T}\|\cdot\|\dot{\hat{\theta}}\| + 2p\|\hat{e}\|\cdot\|\Phi_m\| + 2p\|\hat{e}\|\cdot\|v_{nl}\|\end{aligned}$$

Où  $p = \|P\|$ . Soit  $\rho$  et  $\mu$  deux constantes positives arbitraires.  $\hat{W}_{1T}(\hat{\theta}, \hat{x})$ ,  $\hat{W}_{2T}(\hat{\theta}, \hat{x})$  étant deux fonctions continues , ils existent deux constantes positives c1 et c2 tel que pour  $\|\hat{x}\| \leq \rho$  et  $\|\hat{\theta}\| \leq \mu$  on a  $\|W_{1T}(\hat{x}, \hat{\theta})\| \leq c1$  et  $\|W_{2T}(\hat{x}, \hat{\theta})\| \leq c2$  . Aussi à partir des éléments de la preuve de la convergence de  $\hat{v}_{nl}(\hat{x}, \hat{e})$  vers 0 (annexe section 6), il existe deux constantes c3 et c4 tel que  $\|\Phi_m\| \leq c3\|\hat{x}\|$  et  $\|v_{nl}\| \leq c4\|\hat{x}\|$ .

Si à  $t=t_0$  ,  $\|\hat{x}(t_0)\| = \rho$  alors

$$\dot{V} \leq -\rho^2 + 2p\rho c1\cdot\|\Delta \theta\| + 2p\rho c2\cdot\|\dot{\hat{\theta}}\| + 2pc3\|\hat{e}\| + 2pc4\|\hat{e}\|.$$

De l'équation (6.43) on a

$$\|\dot{\hat{\theta}}\| = \|\Gamma^{-1} W_{1T}^T P \hat{e}\| \leq \gamma c_1 p \|\hat{e}\| \text{ avec } \gamma = \|\Gamma^{-1}\|$$

De l'équation (6.37) on a

$$\dot{\hat{e}} = A_s \hat{e} + W_{2T} \dot{\hat{\theta}}$$

$A_s$  étant une matrice asymptotiquement stable, il existe  $\lambda > 0$  et  $\sigma > 0$  satisfaisant

$$\|e^{A_s t}\| \leq \sigma e^{-\lambda t}. \text{ Alors } \|\dot{\hat{e}}\| \leq \sigma \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} \|W_{2T}\| \|\dot{\hat{\theta}}\| d\tau \leq \sigma c_2 \|\dot{\hat{\theta}}\| \text{ avec } \sigma' = \sigma \int_0^\infty e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau$$

De même, de l'équation (6.39) on a :

$$\dot{\hat{\epsilon}} = A_s \hat{\epsilon} + W_{1T} \Delta \theta + \Phi_m + (0_{r-l}, v_{nl}, 0_{n-r})^T$$

Les paramètres entrant linéairement dans l'équation dynamique du système, il existe une fonction continue  $\Xi(\hat{x})$  tel que  $\Phi_m(\hat{x}, \hat{\theta}) = \Xi(\hat{x}) \cdot \hat{\theta}$ . Il existe ainsi  $c_5 > 0$  tel que  $\|\Phi_m(\hat{x}, \hat{\theta})\| = \|\Xi(\hat{x})\| \|\hat{\theta}\| \leq c_5 \|\hat{\theta}\|$ . À partir de la preuve de l'annexe section 6, on déduit qu'il existe aussi  $\chi > 0$  tel que  $\|v_{nl}\| \leq \chi \|\Phi_m\| \leq \chi c_5 \|\Delta \theta\|$

$$\text{Ainsi } \|\dot{\hat{\epsilon}}\| \leq \sigma' c_1 \|\Delta \theta\| + c_5 \|\Delta \theta\| + \chi c_5 \|\Delta \theta\| = \sigma'' c_1 \|\Delta \theta\| \text{ avec } \sigma'' = \sigma \int_0^\infty e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau$$

Ainsi donc

$$\dot{V} \leq -\rho^2 + 2pc_1 \|\Delta \theta\| + 2p^2 pc_2 \gamma c_1 \sigma'' c_1 \|\Delta \theta\| + 2p^2 pc_3 \gamma c_1 \sigma'' c_1 \sigma' \|\Delta \theta\| + 2p^2 pc_4 \gamma c_1 \sigma'' c_1 \sigma' \|\Delta \theta\|$$

Posons  $k = c_2 \gamma c_1^2 p \sigma'$  alors

$$\dot{V} \leq -\rho^2 + 2p\rho(c_1 + k + k.c_3.\sigma'' + k.c_4.\sigma'') \|\Delta \theta\|$$

Ainsi, si on choisit  $\|\hat{\theta}(t_0)\| \leq \delta$  avec  $\delta = \min(\mu, \frac{\rho}{2p(c_1 + k + k.c_3.\sigma'' + k.c_4.\sigma'')})$  et si

$$\|\hat{x}(t_0)\| \leq \rho \text{ alors}$$

$$\dot{V} \leq 0 \text{ donc } \|\hat{x}(t)\| \leq \rho \quad \forall t \geq t_0 \text{ si } \|\hat{x}(t_0)\| \leq \rho.$$

### 3.3 Convergence asymptotique: cas du système perturbé.

$\|\hat{x}\|$  tend vers 0 quand t tend vers l'infini et les paramètres estimés sont bornés si la perturbation  $W_m(t)$  est bornée et tend vers 0.

La fonction de Lyapunov  $V(\hat{\epsilon}, \Delta p) = \hat{\epsilon}^T P \hat{\epsilon} + \Delta p^T \Gamma \Delta p$  est définie positive et  $\dot{V} \leq -\nu \hat{\epsilon}^T P \hat{\epsilon} + \mu \|W_m\|^2$ . Alors  $\hat{\epsilon}(t)$  et  $\Delta p(t)$  sont bornés si  $\hat{\epsilon}(0)$  et  $\Delta p(0)$  sont bornés.

Aussi  $V(0) - V(\infty) = \int_0^\infty \dot{V} dt \leq -\nu \int_0^\infty \hat{\epsilon}^T P \hat{\epsilon} dt + \mu \int_0^\infty \|W_m\|^2 dt < \infty$  (car  $\|W_m\|$  tends vers zero.)

Si  $\hat{x}$  est bornée, cela entraîne que  $\hat{W}_{1T}(\hat{p}, \hat{x})$ ,  $\hat{W}_{2T}(\hat{p}, \hat{x})$ ,  $\Phi_m(\hat{p}, \hat{x})$  et  $\hat{v}_{nl}(\hat{x}, \hat{\epsilon})$  sont aussi bornées. Alors en vertu de l'équation (7.28) et du fait que  $W_m(t)$  soit bornée,  $\hat{\epsilon}$  est bornée. Le lemme de Barbalat permet de conclure que  $\|\hat{\epsilon}\|$  tend vers 0 quand t tend vers l'infini.

En vertu de l'équation (7.33),  $\|\hat{p}\|$  tend alors vers 0 quand t tend vers l'infini. De l'équation (7.26) on déduit que  $\hat{\epsilon}$  tend vers 0 quand t tend vers l'infini (car  $A_s$  est une matrice stable et  $\|\hat{p}\|$  tend alors vers 0).  $\hat{\epsilon}$  et  $\hat{\epsilon}$  tendent vers 0 alors  $\hat{x}$  tend vers 0 quand t tend vers l'infini.

Ainsi le système est asymptotiquement stable et les paramètres estimés sont bornés à condition que  $\hat{x}$  soit bornée.

Montrons maintenant que  $\hat{x}$  est bornée.

Soit  $V(\hat{x}) = \hat{x}^T P \hat{x}$  une fonction candidate de Lyapunov du système.

Avec P la solution définie positive de l'équation  $A_s^T P + P A_s = -I$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\hat{x}^T \hat{x} + 2\hat{x}^T P W_{1T} \Delta p + 2\hat{x}^T P W_{2T} \dot{\hat{p}} + 2\hat{x}^T P \Phi_m + 2\hat{x}^T P (0_{r-l}, v_{nl}, 0_{n-r})^T + 2\hat{x}^T P W_m \\ &= -\hat{x}^T \hat{x} + 2\hat{x}^T P W_{1T} \Delta p + 2\hat{x}^T P W_{2T} \dot{\hat{p}} + 2\hat{\epsilon}^T P \Phi_m + 2\hat{\epsilon}^T P (0_{r-l}, v_{nl}, 0_{n-r})^T + 2\hat{x}^T P W_m \\ &\leq -\|\hat{x}\|^2 + 2p\|\hat{x}\|\cdot\|W_{1T}\|\cdot\|\Delta p\| + 2p\|\hat{x}\|\cdot\|W_{2T}\|\cdot\|\dot{\hat{p}}\| + 2p\|\hat{\epsilon}\|\cdot\|\Phi_m\| + 2p\|\hat{\epsilon}\|\cdot\|v_{nl}\| + 2p\|\hat{x}\|\cdot\|W_m\| \end{aligned}$$

Où  $p = \|P\|$ . Soit  $\rho$  et  $\mu$  deux constantes positives arbitraires.  $\hat{W}_{1T}(\hat{p}, \hat{x}), \hat{W}_{2T}(\hat{p}, \hat{x})$  étant deux fonctions continues, il existe deux constantes positives  $c_1$  et  $c_2$  telles que pour  $\|\hat{x}\| \leq \rho$  et  $\|\hat{p}\| \leq \mu$  on a  $\|W_{1T}(\hat{x}, \hat{p})\| \leq c_1$  et  $\|W_{2T}(\hat{x}, \hat{p})\| \leq c_2$ . Aussi à partir des éléments de la preuve de la convergence de  $\hat{v}_n(\hat{x}, \hat{e})$  vers 0 (annexe 3, section 3.1), il existe deux constantes  $c_3$  et  $c_4$  tel que  $\|\Phi_m\| \leq c_3 \|\hat{x}\|$  et  $\|v_n\| \leq c_4 \|\hat{x}\|$ .

Si à  $t=t_0$ ,  $\|\hat{x}(t_0)\| = \rho$  alors

$$\dot{V} \leq -\rho^2 + 2\rho c_1 \|\Delta p\| + 2\rho c_2 \|\dot{\hat{p}}\| + 2pc_3 \|\hat{e}\| + 2pc_4 \|\hat{e}\|.$$

De l'équation () on a

$$\|\dot{\hat{p}}\| = \|\Gamma^{-1} W_{1T}^T P \hat{e}\| \leq \gamma c_1 p \|\hat{e}\| \text{ avec } \gamma = \|\Gamma^{-1}\|$$

De l'équation (7.26) on a

$$\dot{\hat{e}} = A_s \hat{e} + W_{2T} \dot{\hat{p}}$$

$A_s$  étant une matrice asymptotiquement stable, il existe  $\lambda > 0$  et  $\sigma > 0$  satisfaisant

$$\|e^{A_s t}\| \leq \sigma e^{-\lambda t}. \text{ Alors } \|\hat{e}\| \leq \sigma \int_0^t e^{-\lambda(t-\tau)} \|W_{2T}\| \|\dot{\hat{p}}\| d\tau \leq \sigma c_2 \|\dot{\hat{p}}\| \text{ avec } \sigma = \sigma \int_0^\infty e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau$$

De même, de l'équation (7.28) on a :

$$\dot{\hat{e}} = A_s \hat{e} + W_{1T} \Delta p + \Phi_m + (0_{r-1}, v_n, 0_{n-r})^T + D \cdot W_m(t)$$

Les paramètres entrant linéairement dans l'équation dynamique du système, il existe une fonction continue  $\Xi(\hat{x})$  tel que  $\Phi_m(\hat{x}, \hat{p}) = \Xi(\hat{x}) \cdot \hat{p}$ . Il existe ainsi  $c_5 > 0$  tel que  $\|\Phi_m(\hat{x}, \hat{p})\| = \|\Xi(\hat{x})\| \cdot \|\hat{p}\| \leq c_5 \|\Delta p\|$ . À partir de la preuve de l'annexe section 6, on déduit qu'il existe aussi  $\chi > 0$  tel que  $\|v_n\| \leq \chi \|\Phi_m\| \leq \chi c_5 \|\Delta p\|$ . Aussi  $W_m(t)$  étant bornée, il existe  $c_7 > 0$  tel que  $\|D \cdot W_m(t)\| \leq c_7 \|\Delta p\|$

$$\text{Ainsi } \|\hat{e}\| \leq \sigma c_1 \|\Delta p\| + c_5 \|\Delta p\| + \chi c_5 \|\Delta p\| + c_7 \|\Delta p\| = \sigma c_1 \|\Delta p\| \text{ avec } \sigma = \sigma \int_0^\infty e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau$$

Ainsi donc

$$\dot{V} \leq -\rho^2 + 2\rho c_1 \|\Delta p\| + 2\rho^2 c_2 \gamma c_1 \sigma c_1 \|\Delta p\| + 2\rho^2 c_3 \gamma c_1 \sigma c_1 \|\Delta p\| + 2\rho^2 c_4 \gamma c_1 \sigma c_1 \|\Delta p\|$$

Posons  $k = c_2 \gamma c_1^2 p \sigma_1^+$  alors

$$\dot{V} \leq -\rho^2 + 2p\rho(c_1 + k + k.c_3.\sigma_2'' + k.c_4.\sigma_2'')\|\Delta p\|$$

Ainsi, si on choisit  $\|\hat{\theta}(t_0)\| \leq \delta$  avec  $\delta = \min(\mu, \frac{\rho}{2p(c_1 + k + k.c_3.\sigma_2'' + k.c_4.\sigma_2'')})$  et si

$\|\hat{x}(t_0)\| \leq \rho$  alors  $\dot{V} \leq 0$  donc  $\|\hat{x}(t)\| \leq \rho \quad \forall t \geq t_0$  si  $\|\hat{x}(t_0)\| \leq \rho$ .

## **ANNEXE 4**

### **Quelques définitions et théorèmes**

Les définitions et théorèmes des sections suivantes sont extraits de [40]. Ils constituent une collection de notions et concepts essentiels pour l'étude de la stabilité des systèmes dynamiques. Ils sont à la base des différentes preuves et études de stabilité présentées dans la thèse. Cependant, le présent exposé ne peut se substituer à la littérature sur le sujet. Il est, par conséquent, vivement conseillé au lecteur, de consulter la référence précitée pour de plus amples informations.

#### 4.1 Quelques définitions pour l'étude de la stabilité au sens de Lyapunov

Considérons un système dynamique décrit par l'équation d'état suivant:

$$\dot{x} = F(x, t), \quad (1)$$

où  $x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état avec comme condition initiale  $x(t_0) = x_0$  et  $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$  est la fonction qui représente la dynamique du système.

Le point  $x_e$  tel que  $\forall t \in [t_0, \infty), F(x_e, t) = 0$  est appelé point d'équilibre du système. On peut considérer, sans perte de généralité, que  $x_e = 0$ .

##### Définition 1 :

Le point d'équilibre  $x = 0$  est stable, à l'instant  $t_0$  si, pour tout  $\varepsilon > 0$ , il existe  $\delta(t_0, \varepsilon) > 0$  tel que

$$\|x(t_0)\| < \delta(t_0, \varepsilon) \Rightarrow \|x(t)\| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq t_0$$

Le point d'équilibre est uniformément stable sur  $[t_0, \infty)$  si, pour tout  $\varepsilon > 0$ ,  $\delta(t_0, \varepsilon) = \delta(\varepsilon) > 0$  est indépendant de  $t_0$ .

##### Définition 2 :

Le point d'équilibre  $x = 0$  est attractif, à l'instant  $t_0$  si, pour un certain  $\delta > 0$ , pour tout  $\varepsilon > 0$ , il existe un intervalle de temps  $T(t_0, \delta, \varepsilon)$  tel que

$$\|x(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| \leq \varepsilon \quad \forall t \geq t_0 + T(t_0, \delta, \varepsilon)$$

Le point d'équilibre est uniformément attractif sur  $[t_0, \infty)$  si, pour tout  $\varepsilon$  qui satisfait  $0 < \varepsilon < \delta$ , l'intervalle de temps  $T(t_0, \delta, \varepsilon) = T(\delta, \varepsilon)$  est indépendant de  $t_0$ .

**Définition 3 :**

Le point d'équilibre  $x = 0$  est asymptotiquement stable, à l'instant  $t_0$  s'il est stable à l'instant  $t_0$  et attractif, ou de façon équivalente, s'il existe  $\delta > 0$  tel que

$$\|x(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| \rightarrow 0 \text{ quand } t \rightarrow \infty$$

Le point d'équilibre est uniformément asymptotiquement stable sur  $[t_0, \infty)$  s'il est uniformément stable sur  $[t_0, \infty)$ , et si  $x = 0$  est uniformément attractif.

**Définition 4 :**

Le point d'équilibre  $x = 0$  est exponentiellement attractif, à l'instant  $t_0$  si pour un  $\delta > 0$ , il existe  $\alpha(\delta) > 0$  et  $\beta > 0$  tel que

$$\|x(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| \leq \alpha(\delta) e^{-\beta(t-t_0)}.$$

Le point d'équilibre est exponentiellement stable si pour un  $\delta > 0$ , il existe  $\alpha > 0$  et  $\beta > 0$  tel que

$$\|x(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| \leq \alpha(\delta) \|x(t_0)\| e^{-\beta(t-t_0)}.$$

**Définition 5 :**

Une solution  $x: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $x(t_0) = x_0$ , est uniformément bornée, si pour un certain  $\delta > 0$  il existe une constante  $d(\delta) < \infty$ , éventuellement dépendant de  $\delta$  (ou de  $x_0$ ) mais pas de  $t_0$ , tel que, pour tout  $t \geq t_0$ ,

$$\|x(t_0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| \leq d(\delta)$$

**Définition 6 :**

Une solution  $x: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $x(t_0) = x_0$ , est uniformément finalement bornée par rapport à l'ensemble  $W$  comprenant l'origine s'il existe une constante non négative  $T(x_0, W) < \infty$ , éventuellement dépendant de  $x_0$  et de  $W$ , mais pas de  $t_0$ , tel que  $\|x(t_0)\| < \delta$  implique que  $x(t) \in W$  pour tout  $t \geq t_0 + T(x_0, W)$ .

En général  $W = B(0, \varepsilon)$  est une boule centrée sur l'origine et de rayon  $\varepsilon$ .

## 4.2 Quelques théorèmes pour l'étude de la stabilité au sens de Lyapunov

### Définition 1 :

Une fonction continue  $\gamma: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  est de classe  $\kappa$  si  $\gamma(0) = 0$  et si elle est strictement croissante. On dit qu'elle appartient à la classe  $\kappa_\infty$  si  $\gamma(p) \rightarrow \infty$  lorsque  $p \rightarrow \infty$ .

### Définition 2 :

Une fonction  $V: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  est localement définie positive s'il existe une fonction de classe  $\kappa$   $\gamma_1: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  tel que, dans un certain voisinage de l'origine  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ,

$$\gamma_1(\|x(t)\|) \leq V(x(t), t), \quad \forall (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}^n.$$

La fonction  $V$  est dite localement "décrescent" s'il existe une fonction de classe  $\kappa$   $\gamma_2: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  tel que, dans un certain voisinage de l'origine  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ,

$$V(x(t), t) \leq \gamma_2(\|x(t)\|), \quad \forall (x, t) \in \Omega \times \mathbb{R}^n.$$

Le mot "localement" est remplacé par globalement si  $\Omega = \mathbb{R}^n$ . La fonction  $V$  est non bornée de façon radiale si  $\gamma_1$  est de classe  $\kappa_\infty$ .

### Définition 3 :

Une fonction  $V: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$  est une fonction candidate de Lyapunov si elle est continûment différentiable et si

- (i) Pour une étude de stabilité,  $V(x, t)$  est définie positive.
- (ii) Pour une étude de stabilité uniforme asymptotique, ou de stabilité exponentielle ou, pour conclure sur le fait que un système soit borné, ou finalement borné,  $V(x, t)$  est définie positive et "décrescent".
- (iii) Pour une étude de stabilité globale,  $V(x, t)$  est globalement définie positive et non bornée de façon radiale.
- (iv) Pour une étude de stabilité uniforme asymptotique, ou de stabilité exponentielle ou, pour conclure sur le fait que un système soit borné, ou finalement borné,  $V(x, t)$  est globalement définie positive, globalement "décrescent" et non bornée de façon radiale.

### Théorème 1 :

Considérons l'équation différentielle (1) dans laquelle, pour tout ensemble borné  $\Delta \subset \mathbb{R}^n$ , l'image de  $\Delta \times \mathbb{R}^+$  par  $F$  est un ensemble borné de  $\mathbb{R}^n$ . Soit  $V$  une fonction candidate de Lyapunov dans un voisinage  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$  de l'origine. Supposons que la dérivé de  $V$  selon la trajectoire de (1) a la propriété que, pour tout  $(x, t) \in \Omega$ ,

$$\dot{V}(x(t), t) \leq -\gamma_3(\|x(t)\|),$$

où  $\gamma_3$  est continue et non négative avec  $\gamma_3(0) = 0$ . Alors, le système est

- (i) globalement ou localement uniformément stable si  $\gamma_3(\|x(t)\|)$  est semi définie positive.
- (ii) globalement ou localement uniformément asymptotiquement stable si  $\gamma_3(\|x(t)\|)$  est définie positive,
- (iii) globalement ou localement exponentiellement stable si  $\gamma_3(\|x(t)\|) \geq \lambda V(x, t)$  pour un certain  $\lambda > 0$  ou si  $\gamma_i(\|x(t)\|) = \lambda_i \|x\|^2$  pour  $i = 1, 2, 3$  avec  $\lambda_i > 0$ .
- (iv) globalement ou localement exponentiellement stable avec un temps de convergence fini si  $\gamma_3(\|x(t)\|) \geq \lambda V^p(x, t)$  pour  $\lambda > 0$  et  $0 < p < 1$ .

### Théorème 2 :

Soit  $V$  une fonction candidate de Lyapunov qui satisfait

$$\underline{\lambda} \|x(t)\|^2 \leq V(x, t) \leq \bar{\lambda} (\|x\|) \|x(t)\|^2 \quad \forall (x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+$$

où  $\bar{\lambda}(\|x\|) \geq \underline{\lambda} > 0$  pour tout  $x \in \mathbb{R}^n$ . S'il existe des constantes  $\varepsilon, \lambda_u > 0$  et une fonction  $\varphi: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$  tel que, le long de la trajectoire de (1),

$$\dot{V}(x, t) \leq -\lambda_u \bar{\lambda}(\|x\|) \|x(t)\|^2 + \varepsilon \varphi(t) \quad \forall (x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+,$$

alors la solution  $x: [t_0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $x(t_0) = x_0$ , a les propriétés suivantes indépendamment de la fonction  $\varphi(t)$ :

- (i) globalement uniformément finalement bornée dans le sens que

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \sup_{\tau \geq t} V(x(\tau), \tau) \leq \frac{\varepsilon \sup_{t_0 \leq t \leq \infty} \varphi(t)}{\lambda_u},$$

- (ii) globalement uniformément attractive si  $\varphi(t)$  est uniformément attractive vers 0.
- (iii) globalement exponentiellement attractive si  $\varphi(t) = e^{-\beta t}$ .

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] Isidori, A. (1989). *Nonlinear Control Systems*. Berlin: Springer Verlag.
- [2] Marino, R., Tomei, P. (1995). *Nonlinear Control Design: geometric, adaptive and robust*. Hertfordshire: Prentice hall.
- [3] Kundur, P. (1994). *Power system stability and control*. New York: McGraw-Hill.
- [4] Kamwa, I., Trudel, G. and Gérin-Lajoie, L. (2000). Robust Design and coordination of multiple damping controllers using nonlinear constrained optimization. *IEEE Trans. on Power Systems*, 15(3), 1084-1092.
- [5] Kamwa, I., Grondin, R. and Hébert, Y. (2000). Wide area measurement based stabilizing control of large power systems – A decentralized/Hierachical approach. *IEEE Trans. on Power Systems*, PWRS-10.
- [6] Chen, S. O. Malik, P. and Chen, T. (1997). A robust power system stabilizer design. *Optimal control applications & methods*, 18, 179-193.
- [7] Chen, S. O. Malik, P. (1995). Power system stabilizer design using  $\mu$  synthesis. *IEEE Trans. on Energy Conv.*, 10(1), 175-181.
- [8] Bourlès, H., Peres, S., Margouin, T. and Houry, M. P. (1997). Analysis and design of a robust coordinated AVR/PSS. *IEEE Trans. on Power Systems*, PWRS-01.
- [9] Marino, R. An example of a nonlinear regulator. (1984). *IEEE Transactions on Automatic Control*, 29(3).
- [10] Komla, F., Yorino, N. and Sasaki, H. (1997). Design of  $H_\infty$ -PSS using numerator-denominator uncertainty representation. *IEEE Trans. on Energy Conv.*, 12(1), 45-50.
- [11] Djukanovic, M., Khammash, M. and Vittal, V. (1999). Sequential synthesis of structured singular value based decentralized controllers in power systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, 14(2), 635-641.
- [12] Lu, Q. and Sun, Y. Z. (1989). Nonlinear Stabilizing Controller of Multimachine Systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, PWRS-4, 236-241.
- [13] Mak, F. K. (1992). Design of nonlinear generator excitors using differential geometric control theories. *Proc. Decision and control*.

- [14] Wang Y., Hill D. J., Middleton R. H. and Gao L. (1993). Transient Stability Enhancement and Voltage Regulation of Power Systems. *IEEE Trans. On Power Systems*, 8(2), 620-627.
- [15] Akhrif, O., Okou, F. A., Dessaint, L. A., Champagne, R. (1999). Application of a multivariable feedback linearisation scheme for rotor angle stability and voltage regulation of Power Systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, 14(2), 620-628.
- [16] Akhrif, O., Okou, F. A., Dessaint, L. A., Champagne, R. (1996). Multi-input Multi-output linearization of a synchronous generator. *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, 2, 586-589.
- [17] Jain S., Khorrami F., Fardanesh B. (1994). Adaptive Nonlinear Excitation Control of Power Systems with Unknown Interconnections. *IEEE Tans. On Power Systems*, 2(4), 436-446.
- [18] Zhu, C., Zhou, R., Wang, Y. (1998). A new decentralized nonlinear voltage controller for multi-machine power systems. *IEEE Trans. on Power Systems*, 13(1), 211-216.
- [19] Chapman, J. W., Illic, M. D. (1992). Some Robustness Results for Feedback Linearizing Control of Generator. *Proc. Decision and control*.
- [20] Chapman, J. W., Illic, M. D., King, C. A. (1993). Stabilizing a Multimachine Power System via Decentralized Feedback Linearizing Control. *IEEE Trans. on Power Systems*, 8(3), 830-839.
- [21] Wang, Y., Hill, D. J., Guo, G. (1998). Robust Decentralised control for multimachine power systems. *IEEE Trans. on circ. & syst.*, 45(3), 271-279.
- [22] Guo, Yi, Hill, David J., Wang, Youyi. (2000). Nonlinear decentralized control of large-scale power systems. *Automatica*, 36(9).
- [23] Sauer, Peter W., Pai, M. A. (1998). *Power system dynamics and stability*. Hertfordshire: Prentice hall
- [24] Okou, A. F. (1996). *Conception d'un régulateur non-linéaire de tension et d'angle de charge pour un générateur synchrone*. MS Thesis, ETS, Montréal.
- [25] Okou, A. F., Akhrif, O., Dessaint, L. A. (1999). Nonlinear control of non-minimum phase system: application to the voltage and speed regulation of power systems. *Int. Conf. on Control Applications*.

- [26] Working Group on Prime and Energy Supply. (1992). Hydraulic turbine and turbine control models for system dynamic studies. *IEEE trans. Power Syst.*, 7(1), 167-179.
- [27] Kelemen, M., Okou, A. F., Akhrif, O. and Dessaint, L. A. (2001). Robust control of a synchronous power generator. *Lectures notes in control and information sciences*, 258, 583-596.
- [28] Wonham, W. M. (1979). *Linear Multivariable Control: a Geometric Approach*. Berlin: Springer Verlag.
- [29] Hauser, J., Sastry, S. and Kokotovic, P. (1992). Nonlinear control via approximate input-output linearization: The ball and beam example. *IEEE Trans. On Automatic control*, 37(3), 392 -398.
- [30] Hauser, J., Sastry, S. and Meyer, G. (1992). Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems: application to V/STOL aircraft. *Automatica*, 28(4), 665-679.
- [31] Krener, A. J. (1984). Approximate linearization by state feedback and coordinate change. *Syst. Contr. Lett.*, 5, 181-185.
- [32] Wang, J. and Rugh, W. J. (1989). On the pseudo-linearization problem for nonlinear systems. *Syst. Contr. Lett.*, 13, 161-167.
- [33] Reboulet, C. and Champetier, C. (1984). A new method for linearizing non-linear systems: The pseudolinearization. *Int. J. Control*, 40, 631-638.
- [34] Benvenuti, L., Di Giamberardini, P. and Farina, L. (1996). Trajectory tracking for a PVTOL aircraft: a comparative analysis. *Decis. And contr. Conf.*, 1563-1568.
- [35] Hepburn, J. S. A., Wonham, W. M. (1984). Structurally stable nonlinear regulation with step inputs. *Math. Systems Theory*, 17, 319-333.
- [36] Illic, Marija. D., Liu, Shell. (1996). *Hierarchical Power Systems Control*. London: Springer - Verlag.
- [37] Petersen, I. R.. (1987). Disturbance attenuation and  $H_\infty$  optimization: A design method based on the algebraic Riccati equation. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 32(5), 427-429.
- [38] Sastry, S. S., Isidori, A. (1988). Adaptive control of linearizable systems, *Memorandum No. UCB/ERL/M87/53*, University of California, Berkeley.

- [39] Akhrif, O. (1989). *Nonlinear adaptive control with application to flexible structures*, Ph.D. Thesis, University of Maryland.
- [40] Zhihua, Qu. (1998). *Robust control of nonlinear uncertain systems*. New York: John Wiley & Sons.
- [41] Wang, L., Klein, M., Yirga, S., Kundur, P. (1997). Dynamic Reduction of Large power Systems for Stability Studies. *IEEE trans. Power Syst.*, 12(2), 889-895.
- [42] Ramaswamy, G. N., Verghese, G. C., Rouco, L. (1995). Synchrony, Aggregation, and Multi-Area Eigenanalysis. . *IEEE trans. Power Syst.*, 10(4), 1986-1993.