

ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE
UNIVERSITÉ DU QUÉBEC

MÉMOIRE PRÉSENTÉ À
L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

COMME EXIGENCE PARTIELLE
À L'OBTENTION DE LA
MAÎTRISE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE
M. ING.

PAR
RABIH ABI MOUSSA

TECHNIQUES DE ROBUSTESSE AUX BROUILLEURS
POUR LES RÉCEPTEURS GPS PAR UN TRAITEMENT ADP

Montréal, le 23 Janvier 2001

© droits réservés de Rabih AbiMoussa 2000

CE MÉMOIRE A ÉTÉ ÉVALUÉ

PAR UN JURY COMPOSÉ DE :

- M. René Jr. Landry, directeur de mémoire
Département de génie électrique à l'École de Technologie supérieure
- M. Claude Thibeault, codirecteur de mémoire
Département de génie électrique à l'École de Technologie supérieure
- M. Christian Gargour, professeur
Département de génie électrique à l'École de Technologie supérieure
- M. Jean Belzile, professeur
Département de génie électrique à l'École de Technologie supérieure

IL A FAIT L'OBJET D'UNE SOUTENANCE DEVANT JURY ET UN PUBLIC

LE 12 DÉCEMBRE 2000

À L'ÉCOLE DE TECHNOLOGIE SUPÉRIEURE

TECHNIQUES DE ROBUSTESSE AUX BROUILLEURS POUR LES RÉCEPTEURS GPS PAR UN TRAITEMENT ADP

Rabih AbiMoussa

Sommaire

Ce rapport s'inscrit dans le cadre de l'amélioration de la robustesse des récepteurs de type CDMA en général et des récepteurs GPS en particulier. Une étude théorique est accomplie sur la réception des signaux faibles puissances à l'aide de la théorie de détection optimale du signal selon le critère de "Neyman-Pearson". Les équations sont développées pour extraire une fonction non-linéaire qui permet de filtrer le signal reçu afin d'éliminer les brouilleurs présents dans le signal GPS. Globalement, le filtre ADP donne au signal filtré une caractéristique gaussienne nécessaire aux récepteurs CDMA.

On élabore la modélisation du filtre ADP dans une chaîne de réception GPS en concevant un modèle générique du filtre ADP sur le logiciel de simulation Matlab/Simulink®. La modélisation comprend le filtre ADP placé à l'intérieur d'une structure ayant toutes les caractéristiques nécessaires à la réception des signaux GPS (à l'exception des boucles d'acquisition et de maintien). Le modèle Simulink contient le signal GPS et le bruit gaussien, les divers brouilleurs, l'AGC, et le filtre ADP lui-même. Les brouilleurs sont regroupés en trois catégories selon le type de brouillage. Notre modèle contient les brouilleurs continus (CWI), les brouilleurs pulsés (PWI) et les brouilleurs balayés en fréquence (Chirp).

On accorde aux blocs générateurs d'interférences (ou brouilleurs) des paramètres accessibles par l'utilisateur. Ces paramètres permettent de spécifier le rapport brouilleur sur bruit (JNR) ainsi que plusieurs autres variables nécessaires pour les simulations du filtre. Le bloc AGC permet de normaliser la puissance du signal. En effet, la quantification du signal et la plage dynamique du quantificateur exige cette normalisation de puissance. On accorde une attention particulière à la modélisation du filtre ADP; ce filtre est décrit en détail. Le filtre ADP est divisé en trois blocs de traitement du signal. Ces blocs modélisent l'estimation et le filtrage de l'histogramme, le calcul de $g(r)$ et le filtrage du signal d'entrée. Notre modélisation facilite la compréhension du fonctionnement du filtre et la synthèse du signal traité.

Les simulations effectuées sur le filtre ADP permettent de tester le filtre dans divers scénarios de brouillage et de vérifier les performances obtenues par les calculs théoriques. Ces performances sont analysées en terme d'élimination des brouilleurs, d'amélioration du rapport signal sur bruit (SNR) et de perte de corrélation avec le signal GPS (code C/A). Les performances obtenues en simulation sont similaires à celles prévues dans l'étude théorique. L'élimination des brouilleurs est définitive pour les trois types de brouilleurs et un gain de robustesse de 20 à 45dB est noté selon le type de brouilleur.

ANTI-JAMMING ROBUSTNESS TECHNIQUES FOR GPS RECEIVERS BY ADP PROCESSING

Rabih AbiMoussa

Abstract

This report deals with the improvement of Spread Spectrum receiver robustness characteristics, especially those of GPS. A theoretical study is accomplished on low power signal reception. The "Neyman-Pearson" theory on signal optimum detection is applied. The equations are developed to extract a non-linear function which will adjust the received signal in order to eliminate the jammers. In fact, the ADP filter calculates the statistical elements of the received signal which allows to detect the jamming environment. This filter gives to the filtered signal a gaussian characteristic required in CDMA receivers.

The ADP filter modelization is designed in software and is integrated in a generic model of a GPS reception chain. The modelization with Matlab/Simulink® software includes the ADP filter placed in a structure having all the necessary characteristic of GPS reception signals (except acquisition and tracking loops). The Simulink model contains GPS signal and gaussian noise, various jammers, the AGC, and the ADP filter. Our model contains three types of jammer and those are continuous wave interference (CWI), pulsed wave interference (PWI) and chirp interference.

The control parameters of the interference's blocks generator are accessible by the users. These parameters allow to specify the jammer to noise ratio (JNR) and many more parameters important for the simulation of the ADP filter. The AGC section allows to normalize the input signal power. In fact, the quantification of the signal and the dynamic range of the ADC (Analog to Digital Converter) require the normalization of the signal power. This will allow the signal to fit in the dynamic range of the ADC. We bring more attention to the ADP filter modelization and the filter is described in detail in the report. The ADP filter is divided into three blocks of signal processing. These blocks consist of the estimation and the filtering process of the input signal probability density function, the calculation of the non linear function $g(r)$ and the filtering of input signal. Our modelization allows the comprehension of the filter operations and the synthesis of the treated signal as well as the various interference.

The simulations applied on ADP filter allows to test the filter in various jamming scenarios and to verify the performances obtained by theoretical calculation. These performances are analyzed in term of jammers cancellation, signal to noise ratio (SNR) improvement and loss of correlation with the useful signal (C/A code). In fact, the elimination of jammers is total for the three types of jamming and the robustness improvement from 20 to 45dB is measured according to the jammer's type.

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers toutes les personnes qui ont contribué à mener ce travail à terme.

En particulier, mes directeurs de recherche, Messieurs René Jr. Landry et Claude Thibeault pour leur confiance qu'ils m'ont accordée durant toutes les étapes de ce projet, pour leurs conseils et leurs soutiens moraux et financiers.

Je remercie aussi les membres de jury, Messieurs Christian Gargour et Jean Belzile.

Je remercie également mes parents, mon frère et mes sœurs qui m'ont appuyé et soutenu tout au long de ma vie. Ce mémoire leurs ai dédiés.

Merci également à toutes les personnes de l'École de Technologie Supérieure (ÉTS) qui m'ont procuré toutes les ressources nécessaires pour réaliser ce projet.

TABLE DES MATIÈRES

	Page
SOMMAIRE.....	i
ABSTRACT	ii
REMERCIEMENTS	iii
TABLE DES MATIÈRES.....	iv
LISTE DES TABLEAUX	vii
LISTE DES FIGURES	ix
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET SIGLES.....	xiii
CHAPITRE 1: Théorie de la Technique ADP	1
1.1 Principe du filtrage ADP	1
1.2 Provenance de la technique ADP.....	5
1.2.1 Critère de Neyman-Pearson.....	5
1.2.2 Positionnement du problème dans le cadre d'un récepteur	7
1.2.3 Origine de la non-linéarité.....	10
1.3 Conclusion	14
CHAPITRE 2: Étude théorique du gain obtenu par le filtre ADP	15
2.1 Rapport signal sur bruit d'un récepteur linéaire	15
2.1.1 Puissance du signal utile	15
2.1.2 Puissance du bruit	16
2.2 Rapport signal à bruit d'un récepteur optimal.....	16
2.2.1 Gain du traitement ADP sur une voie.....	16
2.2.1.1 Puissance du signal filtré	17
2.2.1.2 Puissance du bruit filtré	18
2.2.1.3 Rapport signal à bruit sur une voie.....	19
2.2.2 Gain du traitement ADP sur deux voies	20
2.3 Efficacité du filtre ADP	21
2.4 Conclusion	23

CHAPITRE 3: Modélisation du filtre ADP dans une chaîne de réception GPS	24
3.1 Description générale du modèle et de ses fonctionnalités	24
3.2 Structure de la source du signal GPS	25
3.2.1 Rappel de la structure du signal GPS	26
3.2.2 Architecture et modélisation du signal GPS.....	33
3.2.2.1 Modélisation du bloc Générateur de la séquence aléatoire	33
3.2.2.2 Encodage de la séquence aléatoire et choix de la puissance du signal....	36
3.2.3 Modélisation et paramètre du bruit additif	39
3.3 Modélisation des brouilleurs GPS	40
3.3.1 Rappel des caractéristiques principales du brouillage	40
3.3.2 Vulnérabilité des récepteurs GPS	44
3.3.3 Description des sources de brouillage modélisées	47
3.4 Modélisation du contrôleur automatique de gain.....	58
3.4.1 Description fonctionnelle d'un AGC	58
3.4.2 Rappel sur les problèmes de quantification du signal	60
3.4.2.1 Principe de la numérisation d'un signal	60
3.4.2.2 Analyse théorique du bruit de quantification	62
3.4.3 Modélisation et performance de l'AGC sur Simulink	66
3.4.3.1 Modélisation du bloc AGC.....	67
3.4.3.2 Modélisation du bloc quantificateur	70
3.5 Modélisation du filtre ADP sur Matlab/Simulink.....	72
3.5.1 Description du modèle ADP et de ses fonctionnalités générales	72
3.5.2 Modélisation de la fonction densité de probabilité (Histogramme)	74
3.5.3 Modélisation du lissage temporel et spatial de l'histogramme	75
3.5.3.1 Introduction au filtre FIR.....	75
3.5.3.2 Lissage spatial de l'histogramme	80
3.5.4 Modélisation de la fonction non-linéaire $g(r)$	83
3.5.4.1 Mise à l'échelle de $f_h(r)$	84
3.5.4.2 Opération d'un log népérien au résultat	86
3.5.4.3 Dérivée de la sortie du log	86
3.5.5 Modélisation de l'étape de filtrage par la fonction non-linéaire	88
3.6 Conclusion	90
CHAPITRE 4: Performances du filtre ADP.....	91
4.1 Objectif général.....	91
4.2 Observation qualitative des performances ADP	92
4.2.1 Identification de l'histogramme	92
4.2.2 Visualisation de la fonction non-linéaire $g(r)$	97
4.2.3 Analyse de la DSP à l'entrée et à la sortie de l'ADP.....	99
4.3 Mesure de la performance sur une voie	103
4.3.1 Rappel du gain de traitement ADP sur une voie	103
4.3.2 Analyse des performances ADP sur une voie	103

4.4 Mesure des performances sur deux voies	108
4.4.1 Rappel du gain de traitement ADP sur l'amplitude	109
4.4.2 Analyse des performances ADP sur deux voies.....	110
4.4.3 Évaluation de temps de convergence du facteur de gain G_D	115
4.5 Évaluation du gain par corrélation	119
4.6 Évaluation de la corrélation en sortie du filtre ADP	136
4.6.1 Principe de corrélation (Rappel).....	136
4.6.2 Procédé de calcul de la corrélation	136
4.7 Conclusion	148
CONCLUSION GÉNÉRALE	152
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	157
ANNEXES	
1 : Critère de Neyman-Pearson.....	161
2 : Calcul du rapport de vraisemblance	165
3 : Détail de calculs théoriques.....	172
4 : Modèle Matlab du filtre ADP.....	178

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 3.1	30
Tableau 3.2	66
Tableau 4.1	105
Tableau 4.2	107
Tableau 4.3	108
Tableau 4.4	111
Tableau 4.5	124
Tableau 4.6	125
Tableau 4.7	126
Tableau 4.8	126
Tableau 4.9	128
Tableau 4.10	129
Tableau 4.11	129
Tableau 4.12	130
Tableau 4.13	132
Tableau 4.14	133

Tableau 4.15 Puissances des signaux estimées par la méthode de corrélation à la sortie du filtre ADP (cas d'une Chirp)	134
Tableau 4.16 Rapport signal sur bruit à l'entrée et à la sortie du filtre ADP (cas d'une chirp).....	134
Tableau 4.17 Résume de la performance du filtre en terme de gain théorique.	149
Tableau 4.18 Résume de la performance du filtre en terme de rapport signal sur bruit.150	
Tableau 4.19 Résume de la performance du filtre en terme de gain de corrélation.151	

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Fonctionnement de la technique ADP	3
Figure 1.2	Fonctionnement de la technique ADP en Fréquence	5
Figure 1.3	Modélisation de l'étage d'entrée d'un récepteur I.Q échantillonné.....	8
Figure 1.4	Récepteur optimum théorique I.Q échantillonné	10
Figure 1.5	Récepteur optimum théorique polaire ($R(\theta)$) échantillonné.....	13
Figure 3.1	Architecture du niveau supérieur du modèle Matlab\Simulink.	25
Figure 3.2	Principe de l'étalement de spectre.	27
Figure 3.3	Modulation du code C/A et du message de navigation en BPSK.....	28
Figure 3.4	Schéma bloc du générateur de Gold.....	29
Figure 3.5	Spectre du code C/A et $P(Y)$	31
Figure 3.6	Architecture de l'émetteur GPS.....	32
Figure 3.7	Générateur de Gold tel que réalisé sur Matlab\Simulink.	34
Figure 3.8	Architecture du bloc pour le choix des satellites.	36
Figure 3.9	Code C/A avant l'encodage (niveaux 0 et 1).....	37
Figure 3.10	Encodage du code C/A (niveaux -1 et 1).	37
Figure 3.11	Rapport de normalisation de la fréquence d'échantillonnage	38
Figure 3.12	Modèle du générateur du bruit blanc sur Simulink.	39
Figure 3.13	Représentation temporelle du bruit blanc généré par le modèle Simulink.40	
Figure 3.14	Correspondance entre $[J/S]_{\text{Seuil}}$ et $[C/N_o]_{\text{équivalent}}$	43
Figure 3.15	Les principaux effets des brouilleurs sur un récepteur GPS.	46
Figure 3.16	Modèle Simulink du bloc générateur de brouilleur continu (CWI).....	48
Figure 3.17	Panneau de contrôle d'un brouilleur CWI	48
Figure 3.18	Représentation temporelle d'un brouilleur CWI généré par Simulink.....	49
Figure 3.19	Représentation fréquentielle d'une CWI.	49
Figure 3.20	Modèle Simulink d'un brouilleur pulsé (PWI)	50
Figure 3.21	Panneau de contrôle d'un brouilleur PWI.	5

Figure 3.22	Représentation temporelle d'un brouilleur PWI généré par Simulink.	51
Figure 3.23	Représentation fréquentielle d'une PWI.....	51
Figure 3.24	Architecture du dispositif de synchronisation de la CWI avec le générateur de pulse.	53
Figure 3.25	Modèle Simulink d'un brouilleur pulsé synchronisé.....	54
Figure 3.26	Panneau de contrôle d'un brouilleur pulsé synchronisé	54
Figure 3.27	Représentation temporelle d'un brouilleur PWI généré par Simulink	55
Figure 3.28	Représentation fréquentielle d'une PWI.....,.....	55
Figure 3.29	Modèle Simulink d'un brouilleur balayé en fréquence.....	56
Figure 3.30	Panneau de contrôle d'un brouilleur balayé en fréquence.....	57
Figure 3.31	Représentation temporelle d'un brouilleur balayé en fréquence.	57
Figure 3.32	Représentation fréquentielle du brouilleur balayé en fréquence.....	58
Figure 3.33	Quantification par arrondie.	61
Figure 3.34	Quantification par troncature.	61
Figure 3.35	Bruit de quantification additif.	62
Figure 3.36	Bruit de quantification par troncature	63
Figure 3.37	Bruit de quantification par arrondi.....	63
Figure 3.38	Mauvais fonctionnement de l'AGC (ouverture 12,4Msec).	68
Figure 3.39	Normalisation correcte par l'AGC (ouverture de 1Msec).	69
Figure 3.40	Modélisation du bloc AGC sur Simulink.....	69
Figure 3.41	Panneau de contrôle de l'AGC.	70
Figure 3.42	Modèle du bloc quantificateur sur Simulink.....	70
Figure 3.43	Fonctionnement général du filtre ADP.	73
Figure 3.44	Paramètres utilisateur fournis par le bloc histogramme	74
Figure 3.45	Exemple d'une estimation de l'histogramme sur Matlab.....	75
Figure 3.46	Fonction de transfert d'un filtre FIR.....	76
Figure 3.47	Source du code de la fonction «filtre».	79
Figure 3.48	Réponse impulsionnelle du filtre FIR.	80

Figure 3.49	Architecture opérationnelle du filtrage spatial (pondération) et temporelle de l'histogramme.....	81
Figure 3.50	Densité de probabilité d'un bruit gaussien avant filtrage	82
Figure 3.51	Densité de probabilité d'un bruit gaussien après filtrage	83
Figure 3.52	L'axe de division de $f_n(r)$	85
Figure 3.53	Calcul de la fonction non.linéaire $g(r)$	87
Figure 3.54	Application de $g(r)$ sur le signal.....	89
Figure 4.1	Densité de probabilité théorique d'un bruit gaussien.	93
Figure 4.2	Densité de probabilité théorique d'un brouilleur CWI.....	93
Figure 4.3	Densité de probabilité d'un bruit gaussien avant filtrage (SNR=-10dB). .	94
Figure 4.4	Densité de probabilité d'un bruit gaussien après filtrage (SNR=-10dB)...	95
Figure 4.5	Densité de probabilité d'une CWI avant filtrage (JNR=25dB, SNR=10dB).....	95
Figure 4.6	Densité de probabilité d'une CWI après filtrage.	96
Figure 4.7:	Fonction non.linéaire $g(r)$ d'un bruit gaussien	97
Figure 4.8	Fonction non.linéaire $g(r)$ d'un brouilleur CWI	98
Figure 4.9	DSP d'une CWI avant traitement ADP (JNR=15dB).....	100
Figure 4.10	DSP d'une CWI après traitement ADP (JNR=15dB).....	100
Figure 4.11	DSP d'une PWI à 50% avant traitement ADP (J/N=15dB).	101
Figure 4.12	DSP d'une PWI à 50% après traitement ADP (J/N=15dB).....	101
Figure 4.13	DSP d'un brouilleur balayé en fréquence avant ADP.	102
Figure 4.14	DSP d'un brouilleur balayé en fréquence après ADP.	102
Figure 4.15	Brouilleur CWI pulsé à 50%.....	106
Figure 4.16	Gain de traitement ADP d'une CWI en fonction du JNR (SNR=-10dB).113	
Figure 4.17	Gain de traitement d'une PWI à 50% en fonction du JNR (SNR=-10dB).113	
Figure 4.18	Gain de traitement d'une PWI à 90% en fonction du JNR.....114	
Figure 4.19	Gain de traitement d'une PWI à 10% en fonction du JNR (SNR=-10dB).114	
Figure 4.20	Temps de convergence du filtre ADP pour A=2%, 5%, 8%, 10% et 15% (cas d'un brouilleur CWI)	116

Figure 4.21	Temps de convergence du filtre ADP (Cas d'un brouilleur CWI).....	117
Figure 4.22	Temps de convergence du filtre ADP (Cas d'un brouilleur pulsé à 50%).	117
Figure 4.23	Temps de convergence du filtre ADP (Cas d'un brouilleur pulsé à 90%).	118
Figure 4.24	Temps de convergence du filtre ADP (Cas d'un brouilleur pulsé à 10%).	118
Figure 4.25	Rapport signal sur bruit avant et après ADP dans le cas d'une CWI	127
Figure 4.26	Rapport signal sur bruit avant et après ADP dans le cas d'une PWI 50%.	131
Figure 4.27	Rapport signal sur bruit avant et après ADP dans le cas d'une chirp.....	135
Figure 4.28	Architecture du procédé de calcul de la corrélation avant et après ADP.	138
Figure 4.29	Corrélation du signal utile (C/A + bruit gaussien) avec le code C/A.	139
Figure 4.30	Corrélation du code C/A avec le signal utile après ADP.....	140
Figure 4.31	Corrélation du signal utile avant et après ADP.....	141
Figure 4.32	Corrélation du signal utile après AGC avec le signal avant et après ADP.	143
Figure 4.33	Gain de corrélation d'une CWI.....	144
Figure 4.34	Gain de corrélation d'une PWI de 50% à 4MHz (SNR=-10dB).....	144
Figure 4.35	Gain de corrélation d'une PWI	145
Figure 4.36	Gain de corrélation d'une PWI	146
Figure 4.37	Gain de corrélation d'un brouilleur CWI balayé de 200Hz à 2MHz en 2 minutes.....	147

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET DES SIGLES

ADP	: Traitement du domaine des amplitudes («Amplitude Domain Processing»).
$f_m(x, y)$: Densité de probabilité du signal sur la voie I (ou Q).
$f_n(r)$: Densité de probabilité du signal sur la voie R.
$g(r)$: Fonction non.linéaire du filtre ADP.
$z(t) = r(t, \theta) + w(t)$: Signal à l'entrée du filtre ADP.
$s(t)$: Signal utile ($r(t, \theta) = s(t) \cos(\omega t + \phi)$).
ϕ	: Phase aléatoire uniformément répartie sur $[0, 2\pi]$ de la porteuse.
$w(t) = n(t) + b(t)$: Bruit indépendant.
$n(t)$: Bruit thermique.
$b(t)$: Ensemble des signaux brouilleurs.
x	: Signal sur la voie I.
y	: Signal sur la voie Q.
r	: Amplitude du signal variant sur $]-\infty, +\infty[$.
θ	: Phase du signal variant sur $[0, \pi]$.
Λ	: Rapport de vraisemblance.
σ_n^2	: Variance du bruit.
N	: Nombre d'échantillons utilisés dans 1 itération du calcul de $g(r)$.
SNR_L	: Rapport signal sur bruit du récepteur optimum.
SNR_D	: Rapport signal sur bruit du récepteur dérivé.
s_g	: Signal utile filtré (après filtrage ADP).
G_D	: Gain de traitement ADP.
α	: Probabilité de fausse réjection.

β	: Probabilité de fausse détection.
β'	: Probabilité de détection.
$P_{\Lambda H_0}$: Fonction de densité de probabilité du rapport de vraisemblance.
SNR(ou S/N)	: Rapport signal utile sur bruit thermique.
JNR (ou J/N)	: Rapport brouilleur sur bruit thermique.
SNR _{ADP}	: Rapport signal utile (Code C/A) sur bruit thermique + Brouilleur.
JSR (ou J/S)	: Rapport brouilleur sur signal utile (Code C/A).
CWI	: Brouilleur à interférence continue (Continuous wave interference).
PWI	: Brouilleur à interférence pulsée (Pulsed wave interference).
ADC	: Convertisseur analogique / numérique.

CHAPITRE 1

THÉORIE DE LA TECHNIQUE ADP

Le système de navigation par GPS devient de plus en plus répandu dans le monde de la navigation. L'utilisation de ce système de radio navigation pose des problèmes quant à son intégrité et sa vulnérabilité aux brouillages. Plusieurs techniques ont été étudiées et développées pour résoudre ces problèmes. Le filtre PIRANHA, par exemple, est une technique destinée à éliminer les brouilleurs. La structure de ce filtre consiste, selon Landry [23], en l'utilisation d'une cascade de filtres à encoche. Il existe également des techniques de traitement en fréquence. À l'aide d'une transformée FFT, on peut décomposer le signal, détecter et éliminer les brouilleurs puis reconstituer le signal par une transformée de Fourier inverse. Plusieurs algorithmes ont été développés pour traiter le signal dans le domaine fréquentiel.

La technique ADP est une méthode statistique complètement adaptative, qui s'attaque aux brouilleurs non-gaussiens. Le filtre ADP permet l'élimination en temps réel des brouilleurs et il augmente le rapport signal sur bruit (SNR) du récepteur GPS tout en augmentant sa marge de brouillage (J/S) et ainsi sa robustesse globale face aux brouilleurs.

1.1 Principe du filtrage ADP

L'ADP est une technique numérique non-linéaire de traitement des signaux GPS qui exploite les propriétés statistiques des brouilleurs non-gaussiens pour l'amélioration de la marge de brouillage (J/S).

L'intérêt de cette technique vient de fait qu'elle soit complètement adaptative, car elle s'adapte aux changements de conditions des brouilleurs par des mesures statistiques directes des brouilleurs présents dans le spectre traité. Ainsi, même si le brouillage varie dans le temps, le traitement ADP permet de suivre cette variation et d'adapter la correction apportée sur les amplitudes du signal échantillonné. Un deuxième avantage vient de son aspect fonctionnel selon lequel le filtre ADP peut être réalisé de façon complètement numérique et éventuellement dans un seul composant ASIC. Il est envisageable de penser à une puce unique qui serait facilement insérée dans un récepteur GPS selon le désir de l'utilisateur ("easy plug-in filter").

La technique ADP utilise la théorie décisionnelle statistique du signal utile selon laquelle un traitement optimal non linéaire sur l'amplitude R du signal reçu (un signal brouilleur fort et un signal utile de faible puissance) est effectué pour l'amélioration du rapport signal sur bruit à l'entrée des boucles d'acquisition et de poursuite.

Cette fonction non-linéaire est basée sur la fonction de densité de probabilité de l'amplitude du signal reçu. Or, la densité de probabilité sur les amplitudes du signal d'entrée en présence de brouillage est essentiellement celle du signal brouilleur lui-même, puisque la puissance du brouilleur est beaucoup plus élevée que celle du signal utile. Ceci s'écrit de la façon suivante :

$$f_{s+n}(r) \cong f_n(r) \quad (1.1)$$

où $f_n(r)$ est la densité de probabilité sur les amplitudes du bruit.

L'équation suivante exprime la relation entre la densité de probabilité $f_n(r)$ et la fonction optimale non-linéaire $g(r)$:

$$g(r) = \frac{-\partial \left\{ \frac{f_n(r)}{r} \right\} / \partial r}{\frac{f_n(r)}{r}} = -\frac{\partial}{\partial r} \ln \left(\frac{f_n(r)}{r} \right) \quad (1.2)$$

L'objectif de ce rapport est de montrer l'origine de cette fonction optimale $g(r)$. En traitant le signal d'entrée par l'opérateur non-linéaire $g(r)$, il est montré qu'une amélioration significative du rapport signal sur bruit peut être obtenue dans le cas de signaux brouilleurs non-gaussiens. Lorsque les échantillons sont indépendants et gaussiens, la réalisation fonctionnelle de la non-linéarité se réduit à une linéarité qui ne perturbe pas le signal. En outre, pour des signaux à bande étroite, cette opération est analogue à un égaliseur gaussien.

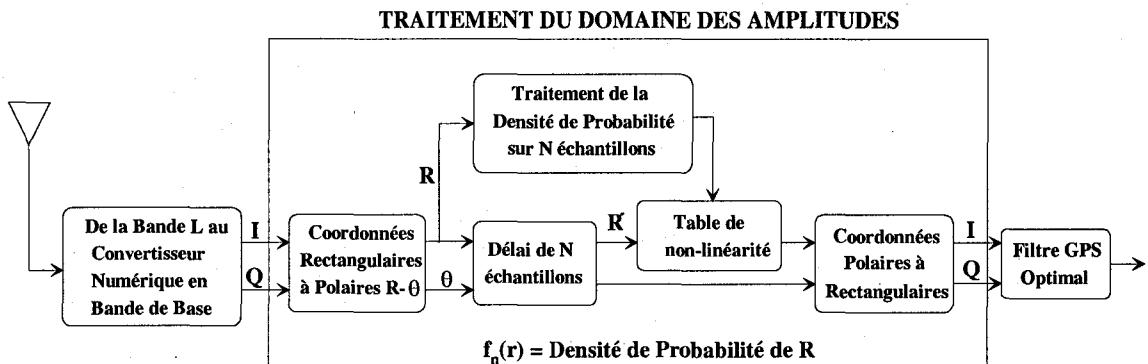


Figure 1.1 Fonctionnement de la technique ADP.

Dans la méthode ADP sur les amplitudes, le signal reçu est premièrement transposé en fréquence intermédiaire, et le signal en bande de base est échantillonné puis généralement séparé en deux voies: en phase et en quadrature (I et Q). L'amplitude du

signal complexe R est calculée ainsi que sa phase. La paire amplitude et phase subit un retard de N échantillons pour tenir compte du temps de calcul du traitement numérique ADP.

Ce traitement consiste donc à estimer la densité de probabilité de l'amplitude du signal échantillonné, à calculer la fonction non-linéaire $g(r)$ et de l'appliquer au signal d'entrée permettant d'assigner un poids mieux approprié à chaque échantillon d'entrée. La phase du signal est mise en mémoire durant le processus de traitement puis la paire amplitude-phase résultante est recombinée en voies en phase et en quadrature. Le tout est envoyé à la section numérique du récepteur GPS pour la corrélation et la démodulation des données.

Dans le cas des brouilleurs multiples, l'immunité de la technique ADP est faible, car elle tend à une analyse statistique gaussienne. En revanche, le traitement FADP qui est un traitement ADP appliqué aux échantillons en fréquence surmonte ce problème (figure 1.2). Cependant, le filtre ADP constitue une partie intégrale du traitement en fréquence. Par contre, le filtre FADP est plus coûteux en terme de ressource matérielle que le filtre ADP dans le domaine temporel.

Dans la plupart des cas de brouillage, la bande d'opération civile du système GPS est perturbée par un seul brouilleur. D'où l'intérêt du filtre ADP pour les récepteur GPS civils commerciaux. Ce filtre est plus abordable que le filtre FADP, et il est adéquat pour les cas de brouillage dans la bande d'opération civile.

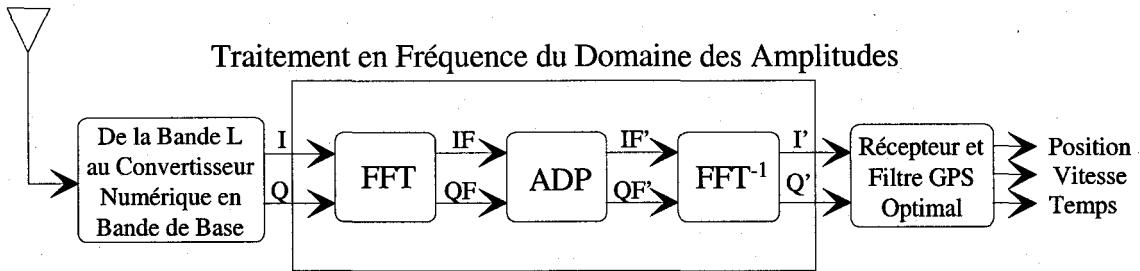


Figure 1.2 Fonctionnement de la technique ADP en Fréquence.

Dans le cadre de cette étude, l'objectif est d'établir les fondements théoriques de l'ADP dans le domaine temporel. Dans une phase subséquente, nous pourrions envisager une analyse de l'ADP dans le domaine fréquentiel.

1.2 Provenance de la technique ADP

La technique ADP est basée sur la détection d'un signal de faible puissance dans le domaine temporel, pour fournir le rejet des brouilleurs présents à l'exception des brouilleurs larges bandes gaussiens. Elle prend naissance des travaux de Neyman-Pearson [2] et de la théorie de Capon [12].

1.2.1 Critère de Neyman-Pearson

Le critère de Neyman-Pearson consiste à prendre une décision optimale entre deux hypothèses possibles concernant la présence du signal. On appelle δ_0 et δ_1 les décisions respectives signal absent et signal présent. On appelle H_0 l'hypothèse de fausse alarme (réjection du signal malgré l'existence du signal utile), cette réjection a les conséquences les plus graves, on lui assigne l'erreur de première espèce consistant à choisir la décision δ_1 quand H_0 est vraie. On appelle H_1 l'hypothèse de fausse détection (acceptation du signal en absence du signal utile), on lui assigne l'erreur de seconde espèce consistant à

choisir la décision δ_0 quand H_1 est vraie. Le critère de Neyman-Pearson consiste en quelque sorte à confronter H_0 vs H_1 .

Selon Arquès [6], les probabilités conditionnelles correspondantes sont respectivement la probabilité de fausse alarme (α) et la probabilité de détection fausse (β).

$$\alpha = P_{\delta|H}(\delta_1, H_0) \quad (1.3)$$

$$\beta = P_{\delta|H}(\delta_0, H_1) \quad (1.4)$$

La probabilité conditionnelle du choix correct de H_1 correspond en statistique à la "puissance du test"; c'est-à-dire selon la théorie de la détection, la probabilité de détection du signal utile qui s'écrit :

$$\beta' = 1 - \beta = P_{\delta|H}(\delta_1, H_1) \quad (1.5)$$

Le critère de Neyman-Pearson consiste à maximiser la probabilité de détection β' , pour une probabilité de fausse alarme α maximale donnée. Ceci revient à calculer un rapport de vraisemblance $\Lambda(x)$ pour prendre une décision sur le signal. La décision résulte de la comparaison du rapport de vraisemblance $\Lambda(x)$ de l'observation à un seuil de décision de valeur $\mu_N \geq 0$. L'annexe 1 présente une étude plus approfondie sur le critère de Neyman-Pearson.

1.2.2 Positionnement du problème dans le cadre d'un récepteur

Le problème de détection du signal utile consiste donc à décider entre la présence du signal utile (hypothèse H_1) ou l'absence du signal utile (hypothèse H_0). Ce que l'on peut aussi écrire sous la forme suivante :

$$H_1 : z(t) = r(t, \theta) + w(t) \quad (1.6)$$

$$H_0 : z(t) = w(t) \quad (1.7)$$

avec $w(t)$, le bruit indépendant, qui comprend le brouilleur $n(t)$ plus le bruit thermique $b(t)$ et :

$$r(t, \theta) = s(t) \cos(\omega t + \phi) \quad (1.8)$$

où $s(t)$ est le signal utile et ϕ est la phase aléatoire de la porteuse uniformément répartie sur $[0, 2\pi]$.

Le test de Neyman-Pearson est optimum dans le sens où il minimise les erreurs de fausse alarme et de fausse détection.

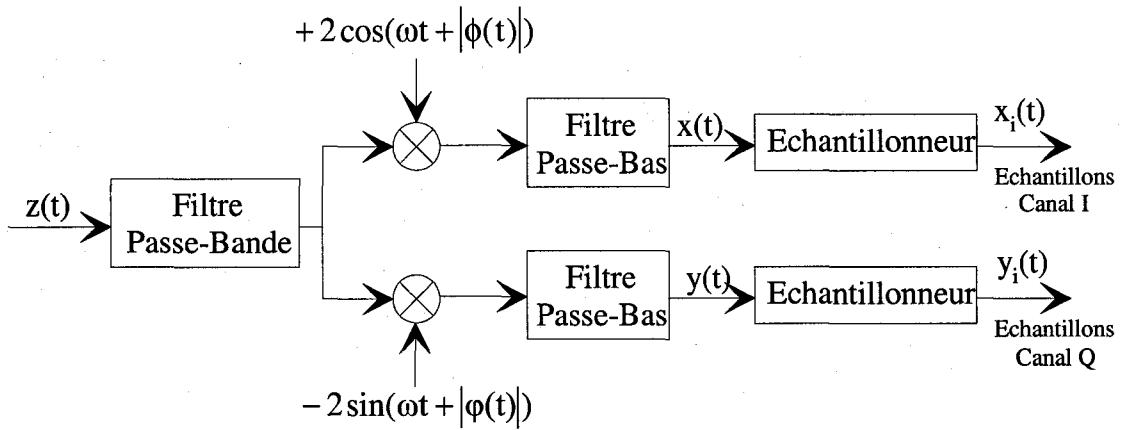


Figure 1.3: Modélisation de l'étage d'entrée d'un récepteur I-Q échantillonné.

Après la transposition du signal en phase et en quadrature, on obtient :

$$H_1(\text{signal présent}) = \begin{cases} x_i = s_i \cos \phi + w_{xi} \\ y_i = s_i \sin \phi + w_{yi} \end{cases} \quad (1.9)$$

$$H_0(\text{signal absent}) = \begin{cases} x_i = w_{xi} \\ y_i = w_{yi} \end{cases} \quad (1.10)$$

Avec l'hypothèse que la densité de probabilité du signal sur la voie I ou Q est égale à la densité de probabilité du bruit, on a :

$$f_{s+nn} = f_{nn} \quad (1.11)$$

D'après Allinger [4], on suppose l'indépendance du bruit sur chaque échantillon, alors on peut écrire :

$$f_{nn}(\underline{x}, \underline{y}) = \prod_{i=1}^N f_{nn}(x_i, y_i) \quad (1.12)$$

Afin de décider entre H_0 et H_1 , le critère de Neyman-Pearson exige la comparaison des probabilités dans les deux cas (H_0 et H_1). Il s'agit d'évaluer le rapport de vraisemblance définit de la façon suivante :

$$\Lambda(\underline{w}_x, \underline{w}_y) = \frac{P(\underline{w}_x, \underline{w}_y / H_1)}{P(\underline{w}_x, \underline{w}_y / H_0)} = \frac{P_1(\underline{w}_x, \underline{w}_y)}{P_0(\underline{w}_x, \underline{w}_y)} \quad (1.13)$$

D'après Allinger [4], le rapport de vraisemblance peut être mis sous la forme suivante :

$$\Lambda(\underline{w}_x, \underline{w}_y) = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \prod_{i=1}^N f_{nn}(x_i - s_i \cos \phi, y_i - s_i \sin \phi) d\phi}{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})} \quad (1.14)$$

Ce rapport de vraisemblance est développé par Allinger [4] pour avoir le résultat suivant:

$$\Lambda(\underline{w}_x, \underline{w}_y) - 1 = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial x_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \right]^2 + \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial y_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \right]^2 \quad (1.15)$$

Ce rapport de vraisemblance nous permet de déduire l'architecture optimale du récepteur afin de mieux s'adapter aux signaux de faible puissance. Le détail de calculs théoriques et le développement des équations sont montrés en annexe.

La figure 1.4 montre le schéma d'un récepteur optimum selon le critère de Neyman-Pearson.

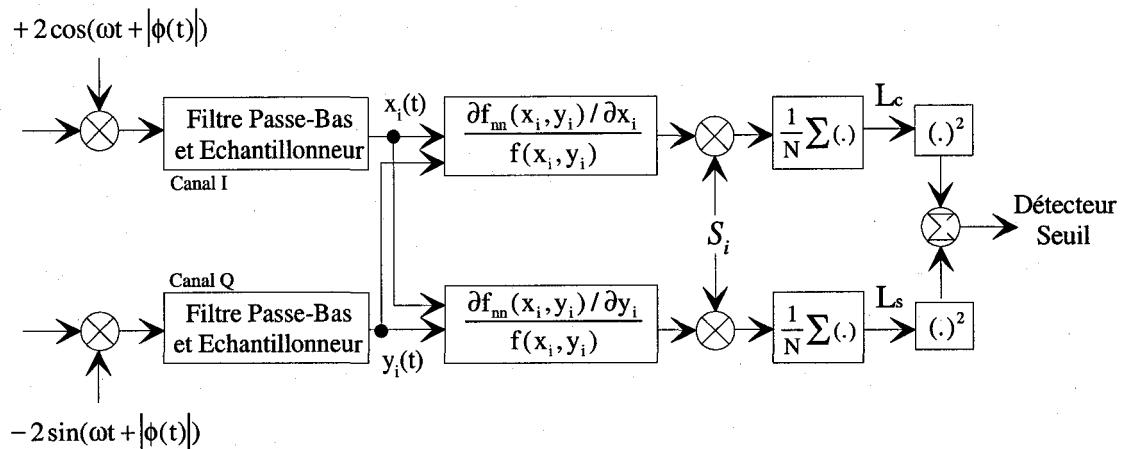


Figure 1.4 Récepteur optimum théorique I-Q échantillonné.

Chaque voie (I et Q) est affectée d'un opérateur non-linéaire statistique alors que le reste de l'architecture demeure constant.

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés uniquement aux voies en phase et en quadrature. Or, nous souhaitons appliquer la technique ADP aux amplitudes du signal, donc nous devons adapter le résultat obtenu précédemment aux amplitudes du signal échantillonné.

L'intérêt de ceci est de réduire la charge de calcul qui doit être réalisée et d'appliquer la fonction non-linéaire $g(r)$ sur une (1) seule voie.

1.2.3 Passage en amplitude de la fonction non-linéaire $g(r)$

On remarque de la figure 1.4 que l'application de la technique ADP sur le signal exige un traitement similaire sur les voies I et Q. Pour faciliter la mise en œuvre du filtre, on trouve qu'il est avantageux de passer d'un repère cartésien (x, y) à un repère polaire (R, θ) afin de faire seulement un traitement sur l'amplitude R du signal.

Selon Malicorne [26], le rapport de vraisemblance appliqué aux voies en phase et en quadrature peut être représenté de la façon suivante :

$$\Lambda(\underline{w_x}, \underline{w_y}) - 1 = \left[\frac{1}{N} \sum s_i \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial x_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \right]^2 + \left[\frac{1}{N} \sum s_i \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial y_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \right]^2 \quad (1.16)$$

$$= \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{i=1}^N [(s_i g_x(x_i, y_i))^2 + (s_i g_y(x_i, y_i))^2] \quad (1.17)$$

avec :

$$g_x(x_i, y_i) = \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial x_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \quad (1.18)$$

$$g_y(x_i, y_i) = \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial y_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \quad (1.19)$$

De plus, on a :

$$g_x(x_i, y_i) = \frac{\partial f_{nn}(r_i) / \partial r_i}{f_{nn}(r_i)} \frac{\partial r_i}{\partial x_i} \quad (1.20)$$

Or :

$$r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2} \quad (1.21)$$

soit

$$\frac{\partial r_i}{\partial x_i} = \frac{x_i}{r_i} \quad (1.22)$$

Donc :

$$g_x(x_i, y_i) = \frac{\partial f_{nn}(r_i)/\partial r_i}{f_{nn}(r_i)} \frac{x_i}{r_i} \quad (1.23)$$

De la même façon pour la voie en quadrature :

$$g_y(x_i, y_i) = \frac{\partial f_{nn}(r_i)/\partial r_i}{f_{nn}(r_i)} \frac{y_i}{r_i} \quad (1.24)$$

Selon Malicorne [26], l'expression du rapport de vraisemblance devient :

$$\Lambda(n_x, n_y) - 1 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{r=1}^N (s_i g_r(r_i))^2 \left(\frac{x_i^2 + y_i^2}{r_i^2} \right) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i g_r(r_i) \right]^2 \quad (1.25)$$

Avec :

$$g_r(r_i) = \frac{\partial f_{nn}(r_i)/\partial r_i}{f_{nn}(r_i)} \quad (1.26)$$

Soit $f_n(r)$, la densité de probabilité du bruit sur l'amplitude r_i du signal.

Par définition, on a :

$$\begin{aligned} \text{Prob}(r < r_i < r + dr) &= \text{Prob}(r < r_i < r + dr, 0 < \theta < 2\pi) \\ &= \int_0^{2\pi} r f_{nn}(r) d\theta \end{aligned} \quad (1.27)$$

or :

$$\text{Prob}(r < r_i < r + dr) = f_n(r) \quad (1.28)$$

d'où

$$f_n(r) = 2\pi r f_{nn}(r) \quad (1.29)$$

Ce qui nous permet d'obtenir une fonction non-linéaire de la forme :

$$g(r_i) = \frac{-\partial \left\{ \frac{f_n(r_i)}{r_i} \right\} / \partial r_i}{\frac{f_n(r_i)}{r_i}} = -\frac{\partial}{\partial r_i} \ln \left(\frac{f_n(r_i)}{r_i} \right) \quad (1.30)$$

Avec ce développement, on obtient un récepteur équivalent à celui de la figure 1.5, qui applique l'opérateur non linéaire $g(r_i)$ à l'amplitude.

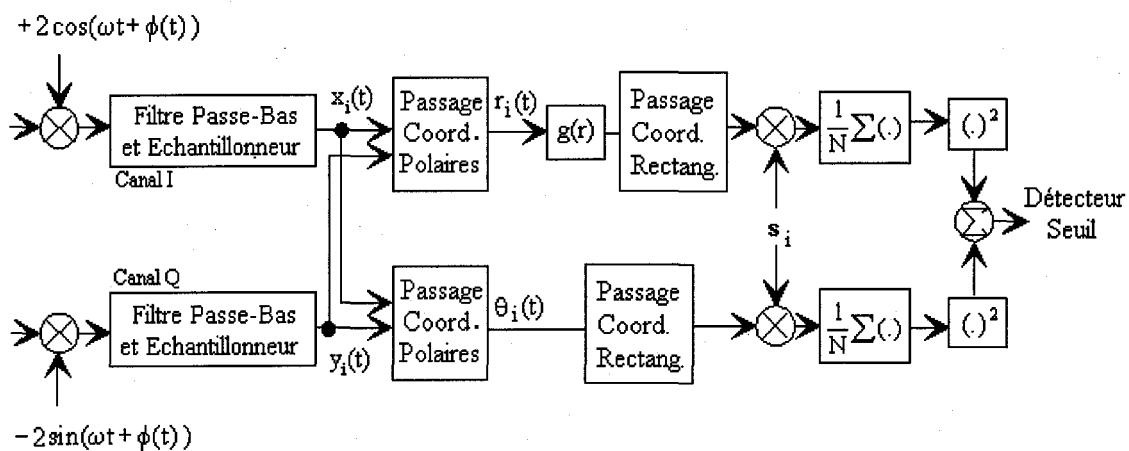


Figure 1.5 Récepteur optimum théorique polaire (R, θ) échantillonné.

1.3 Conclusion

Une étude statistique faite sur le signal nous amène à déterminer une technique non-linéaire qui permet de rejeter les brouilleurs non-gaussiens. Cette technique appelée "Amplitude Domain Processing" (ADP) consiste à calculer une fonction non-linéaire à partir de la fonction de densité de probabilité sur les amplitudes du signal échantillonné. Cette fonction non-linéaire permet de filtrer le signal afin d'éliminer les brouilleurs tout en conservant le signal utile.

La technique ADP utilise une théorie décisionnelle statistique du signal avec laquelle un traitement optimal non-linéaire sur l'amplitude (R) du signal reçu est effectué pour l'amélioration du rapport signal sur bruit. En traitant le signal d'entrée par l'opérateur non-linéaire $g(r)$, on obtient une amélioration significative du rapport SNR dans le cas des brouilleurs non-gaussiens.

Le traitement ADP prétend redonner au signal une caractéristique gaussienne en appliquant la fonction non-linéaire $g(r)$ qui est rafraîchit continuellement en temps réel, d'où sa caractéristique adaptative.

CHAPITRE 2

ÉTUDE THÉORIQUE DU GAIN OBTENU PAR LE FILTRE ADP

Le traitement du signal par la technique ADP apporte une augmentation du gain en terme de rapport signal sur bruit. Ce gain dépend du type et de la distribution du signal. Dans ce chapitre, on fait une brève étude théorique pour calculer le gain obtenu par un traitement ADP. Ainsi, nous allons démontrer que le récepteur basé sur la technique ADP est plus performant que le récepteur linéaire en terme de rapport signal sur bruit.

2.1 Rapport signal sur bruit d'un récepteur linéaire

Soit SNR_L , le rapport signal sur bruit d'un récepteur linéaire. L'insertion du filtre ADP améliore le gain du récepteur linéaire. Cette amélioration est calculée pour déterminer le facteur de gain du filtre ADP noté G_D .

2.1.1 Puissance du signal utile

La puissance du signal utile est de la forme suivante :

$$P_s = E[s^2(t)] \quad (2.1)$$

où t représente le temps.

2.1.2 Puissance du bruit

Puisque la moyenne du bruit est nulle, la puissance du bruit est donnée par :

$$P_w = E[w^2(t)] \quad (2.2)$$

D'où le rapport signal sur bruit du récepteur linéaire :

$$SNR_L = \frac{E[s^2(t)]}{E[w^2(t)]} \quad (2.3)$$

2.2 Rapport signal sur bruit d'un récepteur optimal

L'insertion du filtre ADP dans un récepteur apporte une augmentation du SNR. Le traitement du signal par le filtre ADP est appliqué sur les voies en phase et en quadrature (I et Q) ou bien sur l'amplitude R du signal après conversion en coordonnées polaires (r,θ). Le calcul du gain est fait sur la voie I ou Q et sur les deux voies combinées dans un repère polaire (r,θ).

2.2.1 Gain du traitement ADP sur une voie

Le traitement sur une seule voie consiste à calculer le gain sur l'une des deux voies I ou Q.

Soit le signal :

$$z(t) = s(t) + w(t)$$

$s(t)$ est le signal utile.

$w(t)$ est le bruit indépendant qui comprend le bruit thermique $b(t)$ et le brouilleur $n(t)$.

À la sortie du filtre, on a d'après Malicorne [26]:

$$g(z(t)) = g(s(t) + w(t)) \quad (2.4)$$

avec :

$$g(x) = -\frac{\partial f_{nn}(x)/\partial x}{f_{nn}(x)} = -\frac{f_{nn}'(x)}{f_{nn}(x)} \quad (2.5)$$

$$g'(x) = -\frac{\partial^2 f_{nn}(x)/\partial x^2}{f_{nn}(x)} + g^2(x)f_{nn}(x) \quad (2.6)$$

Par un développement limité et en supposant que le signal est négligeable par rapport au bruit, on obtient :

$$g(z(t)) = g(w(t)) + g'(w(t)) \cdot s(t) \quad (2.7)$$

où : $g(w(nT))$ est le bruit filtré,

et $g'(w(t)) \cdot s(t) = s_g(t)$ est le signal utile après filtrage.

2.2.1.1 Puissance du signal filtré

Selon Malicorne [26], pour obtenir la puissance du signal après filtrage ADP, il nous suffit de calculer sa moyenne au carré.

$$E[s_g(t)]^2 = \left(s(t) \int_{-\infty}^{+\infty} g'(x) f_{nn}(x) dx \right)^2 \quad (2.8)$$

Si on fait une intégration par partie, on obtient :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} g'(x) f_{nn}(x) dx &= \int_{-\infty}^{+\infty} f_{nn}''(x) dx - \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f'_{nn}(x) dx \\ &= [f'_{nn}(x)]_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f'_{nn}(x) dx \end{aligned} \quad (2.9)$$

or :

$$[f'_{nn}(x)]_{-\infty}^{+\infty} = 0$$

$$E[s_g(t)]^2 = s^2(t) \left(- \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f'_{nn}(x) dx \right)^2 \quad (2.10)$$

2.2.1.2 Puissance du bruit filtré

Toujours selon Malicorne [26], le bruit à la sortie du filtre après l'application de la fonction non-linéaire $g(r)$ est :

$$Var(g(w(t))) = \int_{-\infty}^{+\infty} g^2(x) f_{nn}(x) dx - \left(\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_{nn}(x) dx \right)^2 \quad (2.11)$$

Une intégration par partie nous donne le résultat suivant :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) f_{nn}(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f'_{nn}(x) dx = [f_{nn}(x)]_{-\infty}^{+\infty} = 0 \quad (2.12)$$

Donc, on obtient :

$$Var(g(w(t))) = \int g^2(x) f_{nn}(x) dx \quad (2.13)$$

2.2.1.3 Rapport signal sur bruit sur une seule voie

Le rapport signal sur bruit du récepteur dérivé est la puissance du signal utile à la sortie du filtre divisée par le bruit filtré, c'est à dire que :

$$SNR_D = \frac{E[s_g(t)]^2}{E[g^2(w(t))]} = s^2(nT) \frac{E[g'(w(t))]^2}{E[g^2(w(t))]} \quad (2.14)$$

Or, d'après Malicorne [26] on a :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g'(x) f_{nn}(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{nn}''(x) dx - \int_{-\infty}^{+\infty} g^2(x) f_{nn}(x) dx \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} &= [f_{nn}''(x)]_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} g^2(x) f_{nn}(x) dx \\ &= - \int_{-\infty}^{+\infty} g^2(x) f_{nn}(x) dx \end{aligned} \quad (2.16)$$

Ce qui nous donne :

$$-E[g^2(w(t))] = E[g'(w(t))] \quad (2.17)$$

Le rapport signal sur bruit du récepteur dérivé devient alors :

$$SNR_D = s^2(nT) \cdot E[g^2(w(t))] \quad (2.18)$$

On définit le facteur de gain G_D comme étant l'amélioration mesurée du SNR en traitement ADP par rapport à un traitement linéaire :

$$G_D = \frac{SNR_D}{SNR_L} = E[g^2(w(t))] * E[w^2(t)] \quad (2.19)$$

Le gain de traitement (G_D) est un gain moyen intégré sur la densité de probabilité du signal.

2.2.2 Gain du traitement ADP sur deux voies

Le traitement sur les deux voies en phase et en quadrature (I et Q) consiste à calculer le gain du filtre ADP sur l'amplitude R du signal après la transformation des données en amplitude et en phase (r, θ). Le traitement se fait sur l'amplitude R du signal, la phase du signal sera retardée le long du traitement sur l'amplitude.

Lors du passage en amplitude, le calcul du gain de traitement s'obtient, selon Allinger [4], de la façon suivante :

$$K_m = \pi \int_0^{+\infty} g(r) \frac{\partial f_{nn}(r)}{\partial r} r dr \quad (2.20)$$

$$K_v = \pi \int_0^{+\infty} g^2(r) f_{nn}(r) r dr \quad (2.21)$$

avec :

$$f_{nn}(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^{+\infty} \frac{\partial f_{nx}(x)/\partial x}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx \quad (2.22)$$

$$\text{et } K = \frac{K_m^2}{K_v} \quad (2.23)$$

Alors, selon Allinger, le rapport signal sur bruit est de la forme :

$$SNR_D = \frac{S^2 K N}{2} \quad (2.24)$$

où :

$S^2/2$ est la puissance du signal,

N est le nombre d'échantillons étudiés.

On définit alors le gain de traitement comme étant :

$$G_D = K\sigma_n^2 \quad (2.25)$$

où :

σ_n^2 est la puissance du bruit.

2.3 Efficacité du filtre ADP

Pour montrer l'amélioration du rapport signal sur bruit du récepteur dérivé, il suffit de montrer que $G_D \geq 1$.

Pour cela, on peut utiliser l'inégalité de Cauchy-Schwartz :

$$E[g^2(w(t))] \cdot E[w^2(t)] \geq E^2[g(w(t))w(t)] \quad (2.26)$$

Dans le cas d'un traitement sur une voie, Malicorne [26] montre l'égalité suivante :

$$\begin{aligned}
 E[g(w(t)) \cdot w(t)] &= \int_{-\infty}^{+\infty} xg(x)f_{nn}(x) dx = - \int_{-\infty}^{+\infty} xf'_{nn}(x) dx \\
 &= -[xf_{nn}(x)]_{-\infty}^{+\infty} + \int f_{nn}(x) dx = 1
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

$$E[g(w(t))w(t)]^2 = 1 \tag{2.28}$$

Par l'inégalité de Cauchy-Schwartz, on obtient :

$$E[g^2(w(t))] \cdot E[w^2(t)] \geq 1 \tag{2.29}$$

Dans tous les cas d'analyse, on a $G_D \geq 1$ avec $G_D = 1$ dans le cas gaussien, ce qui revient à écrire :

$$g(w(t)) = w(t) \tag{2.30}$$

Nous venons donc de montrer que quelque soit le signal la technique ADP permet d'avoir un meilleur rapport signal sur bruit que celui obtenu dans un récepteur linéaire lorsque le traitement ADP est appliqué sur les voies I et Q.

2.4 Conclusion

Le gain de traitement ADP est calculé sur les deux voies dans un repère cartésien (I,Q). On a calculé le rapport signal sur bruit sur une seule voie (I ou Q) et le gain obtenu est comparé au gain du récepteur linéaire afin de calculer le facteur de gain ADP. De même, le calcul du rapport signal sur bruit est calculé sur l'amplitude du signal R en le traitant dans un repère polaire (r, θ).

Le calcul du gain de traitement ADP montre que cette technique permet la réjection de brouilleurs non-gaussiens présents avec les signaux GPS. Cette technique, basée sur la théorie classique de détection de signaux faibles d'hypothèse binaire, permet d'obtenir une amélioration du rapport signal sur bruit. Cette amélioration a été démontrée théoriquement et nous proposons de vérifier ceci à l'aide de simulations sur Matlab/Simulink.

CHAPITRE 3

MODÉLISATION DU FILTRE ADP DANS UNE CHAÎNE DE RÉCEPTION GPS

Nous avons montré aux chapitres I et II que la technique ADP apporte un potentiel de robustesse intéressant aux récepteurs GPS tout en améliorant le rapport signal sur bruit. Ces améliorations ont été démontrées théoriquement lors du développement théorique du filtre ADP et par le calcul de gain du signal sur bruit (SNR) dans une réception de signaux faibles puissances.

Notre objectif est maintenant de modéliser le filtre anti-brouilleur ADP; cet objectif exige l'analyse de la technique ADP, mais également la compréhension et la synthèse du signal traité et des interférences pouvant potentiellement être rencontrées.

3.1 Description générale du modèle et de ses fonctionnalités

Le modèle bâti sur Matlab\Simulink consiste en une chaîne de réception GPS. Le filtre ADP est placé dans cette chaîne de réception afin de pouvoir simuler le signal GPS et le traitement propre au filtre ADP. Le modèle comporte le générateur du signal GPS, les blocs générateurs de brouilleurs, le contrôle automatique de gain (AGC) et le filtre ADP lui-même

Le signal GPS généré par le bloc «**Signal utile**» possède un rapport **SNR** spécifié par l'utilisateur, ce signal est additionné aux signaux générés par les divers blocs de brouilleurs. Les blocs de brouilleurs sont activés ou désactivés selon le scénario de brouillage. Le signal à l'entrée de l'AGC comporte le signal GPS utile brouillé par les blocs de brouillage. L'AGC compresse ce signal pour éviter la possibilité d'écrêtage par le quantificateur. Le signal à la sortie de l'AGC est normalisé et quantifié. Le filtre

ADP effectue le traitement non-linéaire sur le signal normalisé et quantifié par l'AGC. Le niveau supérieur du modèle est montré par la figure suivante :

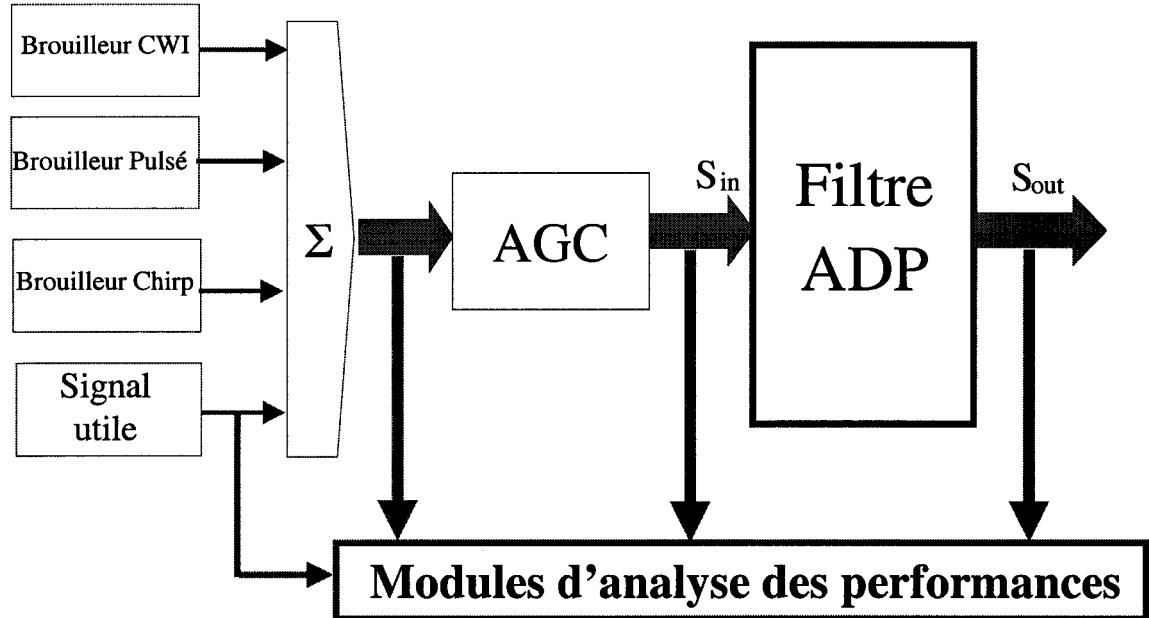


Figure 3.1 Architecture du niveau supérieur du modèle Matlab\Simulink.

Selon le cas, un bloc de test est ajouté au modèle, ce bloc permet de mesurer les performances du filtre ADP. Les vecteurs de tests sont acheminés à ce bloc du bloc «**Signal utile**», avant et après le bloc «**AGC**» et après le bloc «**ADP**». Ces vecteurs servent à identifier les signaux et à les utiliser pour mesurer la performance du filtre ADP.

3.2 Structure de la source du signal GPS

Le système de navigation par satellite GPS utilise la technique d'étalement de spectre pour transmettre les données de navigation. Cette technique consiste à transmettre l'information sur une largeur de bande plus grande que nécessaire. L'utilisation d'une

telle largeur de bande procure une meilleure immunité aux interférences et permet à tous les satellites d'utiliser la même bande de fréquence.

3.2.1 Rappel sur la structure du signal GPS

Le système GPS utilise deux porteuses appelées L_1 et L_2 pour la transmission des données de navigation. La porteuse L_1 est centrée à une fréquence égale à 1575,42 MHz, qui est utilisée pour les applications civiles. La porteuse L_2 utilise une fréquence de 1227,60MHz et elle est réservée aux militaires. Les 2 fréquences L_1 et L_2 sont cohérentes et elles sont un multiple d'une fréquence d'horloge de référence (f_0) à 10,23Mhz :

$$\begin{aligned} L_1 &= 154*f_0 \\ L_2 &= 120*f_0 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Le principe d'étalement de spectre utilisé par le système de positionnement GPS est le DS-SS (Direct Sequence Spread Spectrum), qui consiste à multiplier les données par une séquence de code pseudo-aléatoire ayant un spectre large. Le spectre du signal composite ainsi généré s'étalera alors sur la bande de fréquence du code comme indiqué à la figure 3.2.

À la réception, les données codées sont multipliées par le même code, afin de retrouver les données émises. Il est à noter que pour le signal GPS, la séquence est bipolaire [+1, -1].

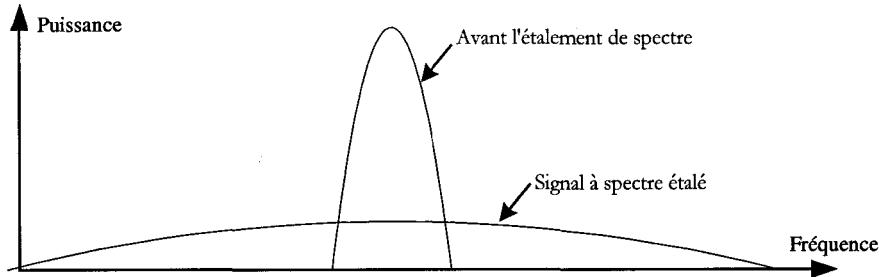


Figure 3.2 Principe de l'étalement de spectre.

Le code P (Précision) est destiné aux applications militaires. Ce code possède une période d'environ 38 semaines et il est émis à une fréquence de 10,23 Mbribes/sec. La fréquence L_2 est modulée par le code P en BPSK, Kaplan [19].

Le code C/A (Coarse/Acquisition) est destiné aux applications civiles. Il est généré par un générateur de Gold à une fréquence de brie de 1,023Mhz. Le code émis a une période de 1023 bries (ou chips/sec en anglais) ce qui donne une période de 1msec au code C/A. Les données de navigation sont émises à 50bps. La modulation des données consiste simplement à les multiplier par le code C/A. Le signal résultant module une porteuse pour former le signal transmis en radio-fréquence (1575,42MHz).

La modulation en BPSK (Binary Phase Shift Keying) est utilisée par le système GPS pour la transmission des données. Une donnée a une longueur de 20msec et elle contient alors 20 séquences de code C/A. La multiplication des données par le code C/A a pour effet d'inverser le code C/A lorsque le bit de donnée est 1.

Le code C/A est multiplié par les bits de données pour ensuite moduler la porteuse L_1 en BPSK. Ainsi une valeur 1 garde la porteuse en phase et une valeur -1 inverse la phase de la porteuse. La figure 3.3 montre la modulation de la porteuse L_1 en BPSK, où la phase de la porteuse est contrôlée par le code C/A combiné aux messages de navigation.

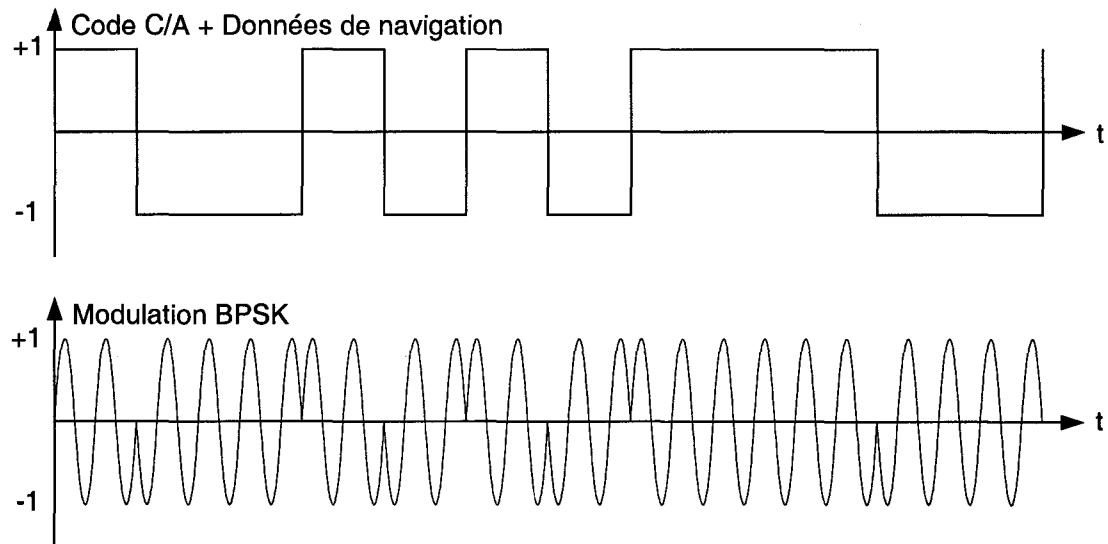


Figure 3.3 Modulation du code C/A et du message de navigation en BPSK.

Le générateur de Gold est utilisé pour générer les séquences pseudo-aléatoires qu'on appelle code d'étalement du spectre; la figure 3.4 montre l'architecture du générateur de Gold. Ces séquences sont en fait déterministes mais leur comportement paraît aléatoire et elles possèdent des propriétés bien définies, Proakis [32]. Notamment, elles sont choisies d'une façon à minimiser les problèmes d'interférences et d'inter-modulations entre elles.

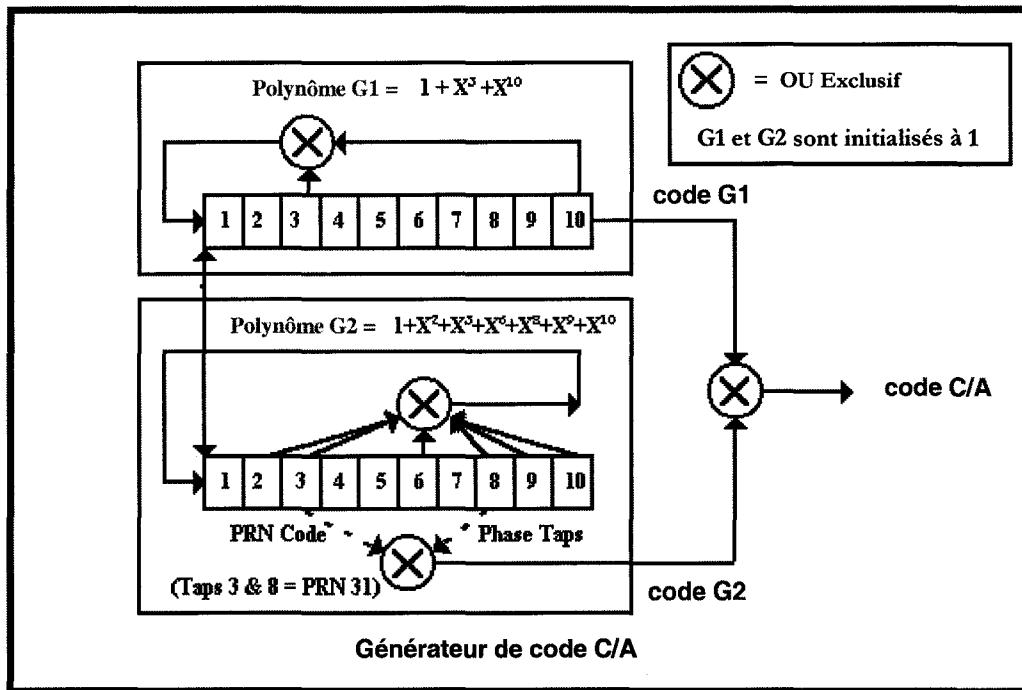


Figure 3.4 Schéma bloc du générateur de Gold.

Le générateur de Gold est formé à partir de deux générateurs de séquences pseudo-aléatoires. Le générateur de séquences pseudo-aléatoires consiste en un registre à décalage avec n bascules et des sommes modulo deux du contenu de certaines bascules. On représente les connexions entre les bascules et les portes logiques par un polynôme générateur $G(x)$ de degré $n > 0$. Dans le cas du générateur de Gold qui est utilisé par le système GPS, n est égal à 10, et les deux générateurs de séquences sont représentés par les polynômes suivants :

$$G_1(x) = 1 + X^3 + X^{10} \quad (3.2)$$

$$G_2(x) = 1 + X^2 + X^3 + X^6 + X^8 + X^9 + X^{10}$$

Le code C/A est réalisé par une combinaison de deux séquences maximales qui ont une longueur de 1023 bits, soit $2^{10}-1$. Les deux registres à décalage sont initialisés à '1' au début de la génération.

L'opération d'addition des éléments des polynômes G_1 et G_2 est réalisée par un ou exclusif dans le cas où le niveau du signal serait représenté par 0 et 1. Autrement, l'opération de multiplication sera utilisée dans le cas où le signal serait représenté par 1 et -1. Le tableau 3.1 décrit les deux opérations de calcul sur le signal.

Tableau 3.1

Encodage de la séquence pseudo-aléatoire.

a	b	a XOR b	a	b	a*b
0	0	0	+1	+1	+1
0	1	1	+1	-1	-1
1	0	1	-1	+1	-1
1	1	0	-1	-1	+1

Chaque satellite possède son propre code ou séquence aléatoire. Le code C/A module la porteuse en BPSK. On obtient ainsi le spectre des raies dont l'enveloppe est montrée en figure 3.5. Le code P génère une enveloppe en $(\sin(x)/x)^2$ dont le lobe principal occupe une largeur de bande de 20,46MHz. Le code C/A quant à lui, il génère le même lobe avec une largeur de bande de 2,046MHz.

La figure 3.5 compare le spectre du code C/A à celui du code P.

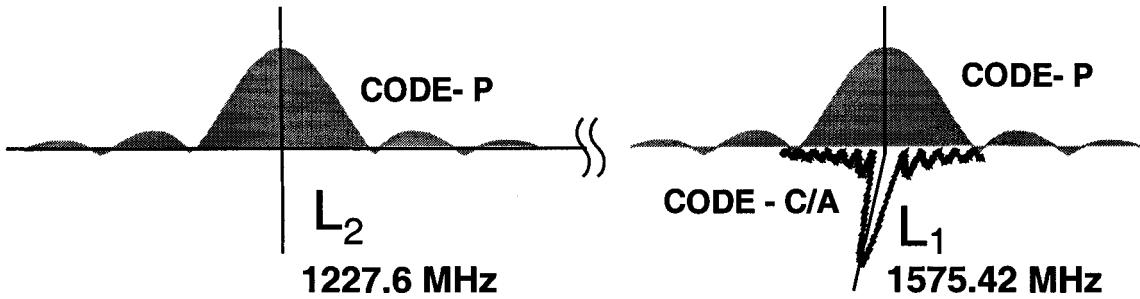


Figure 3.5 Spectre du code C/A et P(Y).

Le code C/A dispose d'une série des raies espacées entre elles de 1KHz (1/1msec). La puissance de chaque raie est de 24dB inférieure à la puissance du lobe principal, ce qui confère au lobe principal 95% de la puissance totale du signal GPS.

La puissance du signal GPS à l'entrée du récepteur est typiquement -160dBW pour le signal L_1 . Celle du signal L_2 est 3 dB inférieur au signal L_1 , soit -163 dBW . Le signal GPS est submergé par du bruit blanc. La puissance du bruit peut être estimée en fonction de la largeur du filtre RF utilisé pour limiter la bande passante et sa densité spectrale est égale, selon Landry [23], à:

$$N_0 = 10 \log(k T_0) \approx -204 \text{ dBW/Hz} \quad (3.3)$$

où N_0 est la puissance du bruit blanc par hertz, k la constante de Boltzmann ($1,38 \times 10^{-23} \text{ Wsec/K}$) et T_0 la température référence de 290^0K .

Par exemple, si l'étage de filtrage du récepteur GPS laisse passer une bande B égale à 10MHz, ceci correspond au lobe principal et aux trois premiers lobes secondaires du

spectre. La puissance du bruit étalé sur la bande B après le filtre RF sera donc la suivante :

$$N_B = 10 \log(k T_0) + 10 \log(10\text{MHz}) = -134\text{dBW} \quad (3.4)$$

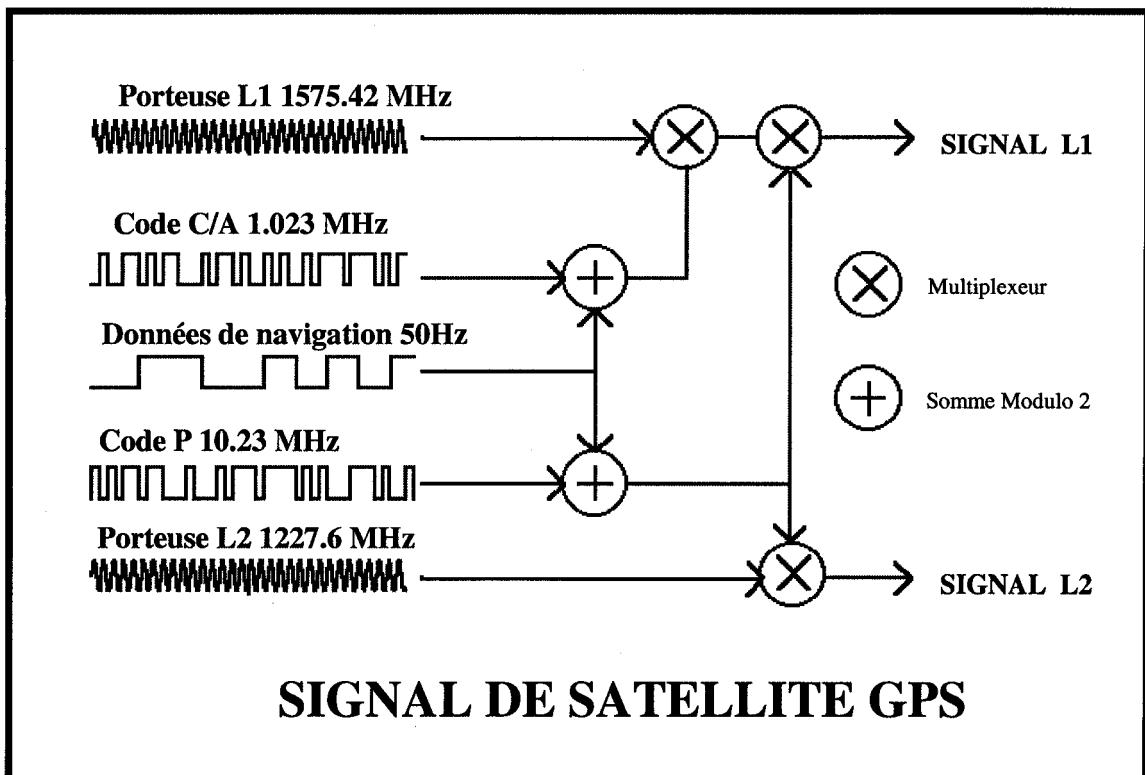


Figure 3.6 Architecture de l'émetteur GPS.

La figure 3.6 décrit l'architecture de l'émetteur GPS. La multiplication des données de navigation par le code C/A et par le code P est montrée ainsi que la modulation de la porteuse L₁ et L₂.

3.2.2 Architecture et modélisation du signal GPS

La source du signal GPS contient essentiellement le générateur de séquences pseudo-aléatoires (générateur de Gold) qui génère les séquences pseudo-aléatoires ou codes de la constellation GPS. Chaque satellite possède son propre code, qu'on détermine en modifiant les boucles de retour du 2^{ième} polynôme générateur $G_2(x)$ (figure 3.4 et figure 3.7).

Dans cette section, un modèle de la source du signal GPS est décrit. Le générateur de Gold qui est le cœur de ce modèle est expliqué en détail, ainsi que l'encodeur et les différents blocs qui génèrent le signal GPS.

3.2.2.1 Modélisation du bloc Générateur de la séquence aléatoire

Les séquences aléatoires sont utilisées pour étaler les bits d'information. Elles sont générées par le générateur de Gold. Comme il a été mentionné précédemment, ce générateur est réalisé à partir des registres à décalage ou bascules. Pour créer le modèle sur Simulink, les bascules ont été remplacées par des blocs de délai (Z^{-1}).

La modélisation du générateur de Gold est une réalisation exacte de l'architecture des polynômes générateurs G_1 et G_2 . La figure 3.7 montre le modèle Simulink du générateur de Gold. Le polynôme G_1 génère la séquence P_1 et le polynôme G_2 génère la séquence P_2 selon le numéro du satellite spécifié dans le bloc «**CHOIX DU SATELLITE**». Les deux séquences seront combinées pour former le code C/A.

Afin d'avoir un choix dynamique du satellite, un bloc «**CHOIX DU SATELLITE**» est créé. Ce dernier combine deux rétroactions du polynôme G_2 propre au satellite voulu. En fait, les 10 rétroactions du polynôme G_2 sont dirigées vers le bloc «**CHOIX DU SATELLITE**».

En précisant le numéro de satellite, la sortie de ce bloc sera la séquence propre au satellite spécifié.

Pour obtenir la séquence résultante des deux blocs (i.e, le code de Gold pour un satellite donné), on joint les sorties des deux polynômes par une porte XOR pour former le code de Gold. On peut réaliser avec ce générateur de code 1023 codes de Gold différents et le produit d'intercorrélation entre ces codes est minimal. Le système de constellation GPS utilise seulement 36 codes pour ces satellites, les codes étant choisis de façon à avoir le minimum d'intercorrélation entre eux.

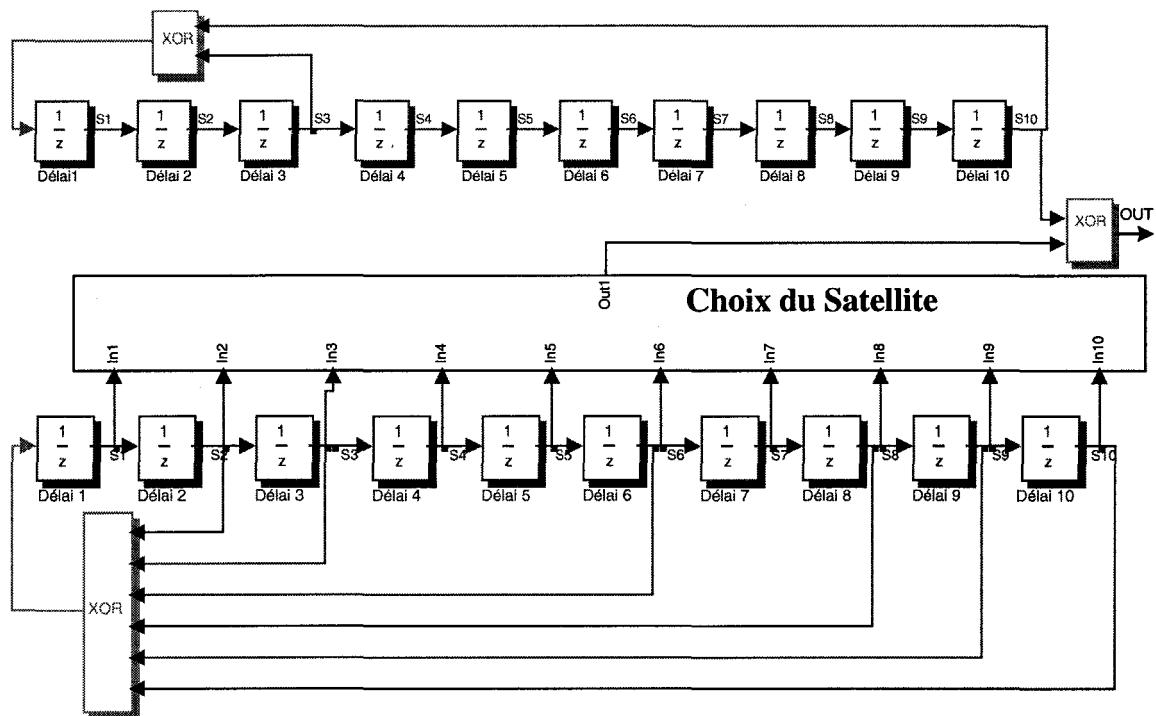


Figure 3.7 Générateur de Gold tel que réalisé sur Matlab\Simulink.

Pour faire une description générale du fonctionnement du bloc «**CHOIX DU SATELLITE**», ce dernier consiste à appliquer l'opération XOR entre deux rétroactions du polynôme G_2 selon le numéro du satellite.

La figure 3.8 décrit le contenu du bloc «**CHOIX DU SATELLITE**»; un bloc MUX de Simulink combine les 10 rétroactions du polynôme G2 en un vecteur V à 10 éléments. Le numéro du satellite (S) agit sur l'adresse des deux mémoires pour sortir les rétroactions R_1 et R_2 propre à ce satellite. Le vecteur V avec R_1 et R_2 forme le vecteur V_1 à 12 éléments. Ce dernier est traité par une fonction Matlab de type S-Function. Cette fonction, appelée «**GOLDMUX**» et ayant V_1 à l'entrée, choisit les valeurs des rétroactions spécifiées par le numéro du satellite pour les sortir en forme d'un vecteur à deux éléments.

Par exemple, le satellite numéro 24 possède comme rétroaction celles du 4^{ième} et 6^{ième} délai, ainsi en donnant au variable S la valeur 24, les sorties des blocs mémoires portent les valeurs $R_1=4$ et $R_2=6$. L'ensemble des rétroactions est donné au tableau de la figure 3.8. Lorsqu'on associe le vecteur des rétroactions V et les valeurs 4 et 6 à la fonction «**GOLDMUX**», cette fonction choisit le contenu de la 4^{ième} et 6^{ième} rétroaction et les passe à la sortie, sous forme d'un vecteur à deux éléments. Ce vecteur est ensuite démultiplexé et un XOR est appliqué entre les 2 bits pour avoir le bit résultant.

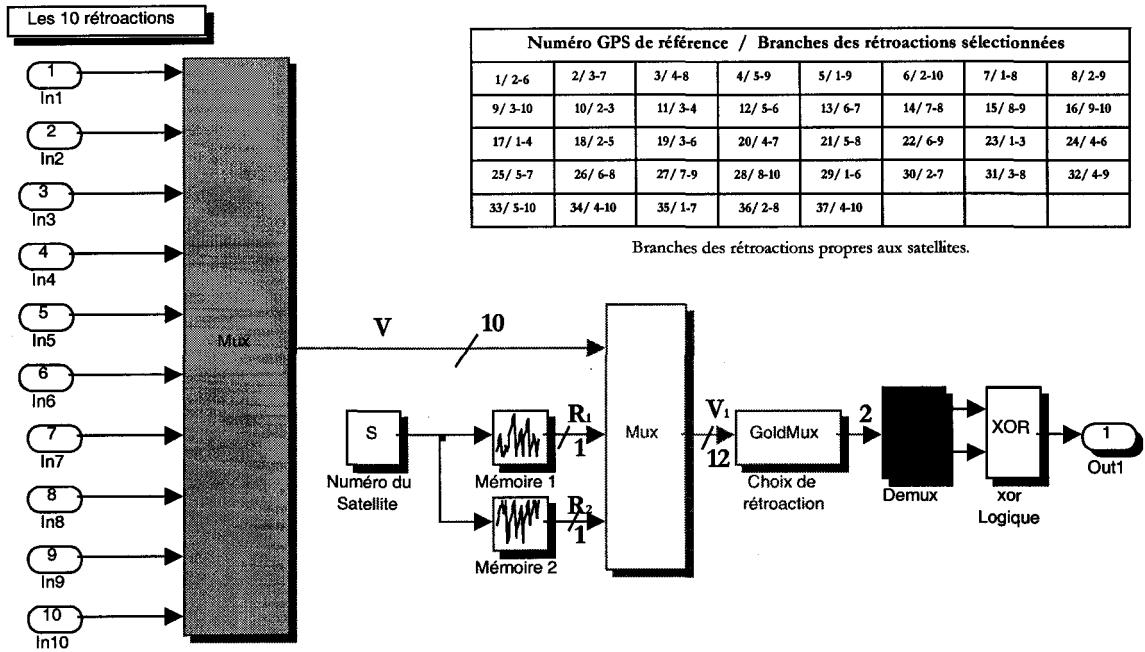


Figure 3.8 Architecture du bloc pour le choix des satellites.

3.2.2.2 Encodage de la séquence aléatoire et choix de la puissance du signal

Selon le choix du satellite, une séquence de code est générée par le générateur de Gold; le code est représenté par des 0 et des 1. Un encodeur est nécessaire pour transformer les niveaux 0 et 1 en +1 et -1 respectivement. Un bloc de Simulink résout cette tache en précisant les valeurs associées aux niveaux 0 et 1. Les figures 3.9 et 3.10 montrent l'encodage du signal.

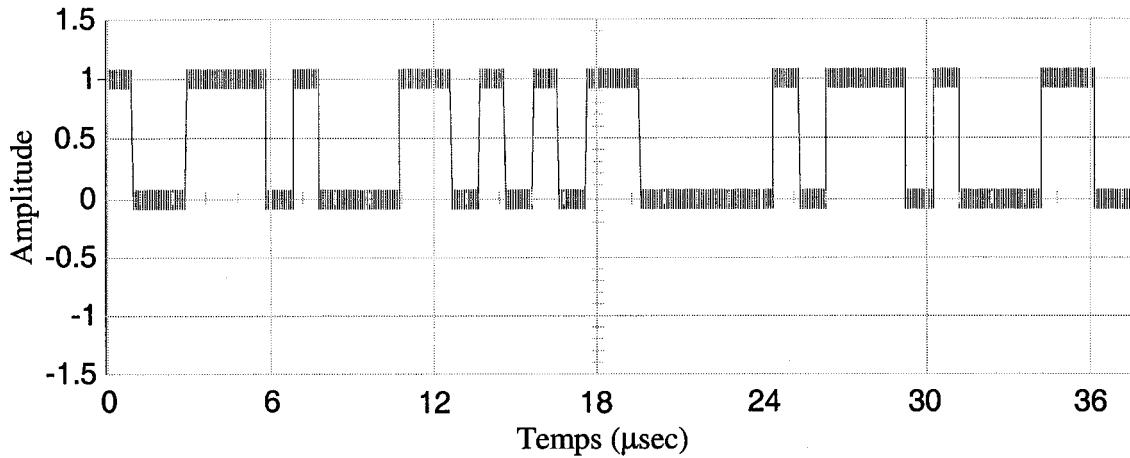


Figure 3.9 Code C/A avant l'encodage (niveaux 0 et 1).

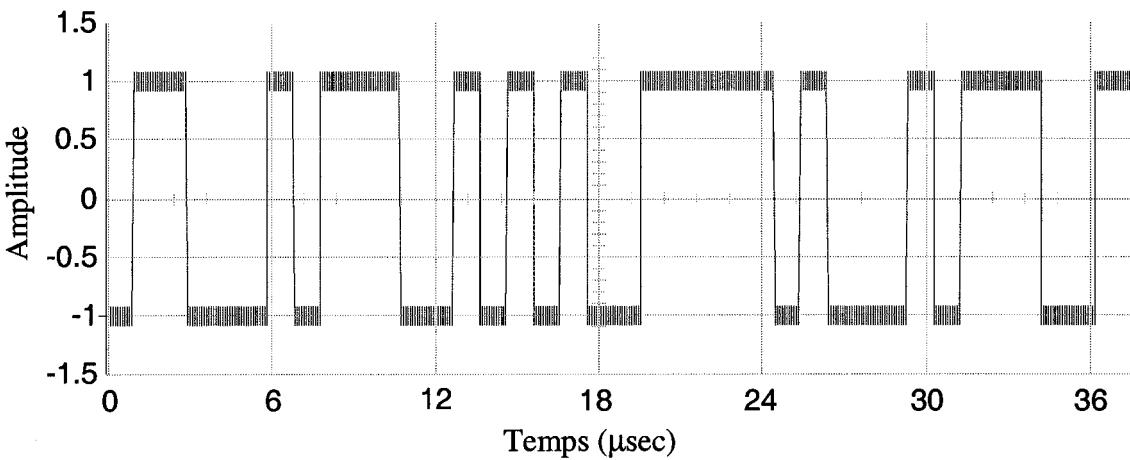


Figure 3.10 Encodage du code C/A (niveaux -1 et 1).

Le signal après l'encodage peut prendre les valeurs 1 ou -1. La puissance de ce signal est égale à 1W ou 0dBW. Or, on a intérêt à changer la puissance du signal selon les simulations afin de faciliter la manipulation du modèle. Un bloc de gestion de la puissance est appliqué alors au signal. Ce bloc change la puissance du signal à un niveau défini par l'usager.

Quant au bloc source du signal GPS, tous les paramètres sont programmables et peuvent être changés par l'usager d'une façon très simple. Un "double click" sur le bloc source du signal GPS permet d'ouvrir une fenêtre de contrôle où on peut spécifier la valeur du rapport signal sur bruit (SNR) en dB et la fréquence d'échantillonnage normalisée (« $f_{éch}$ »). Ceci permet de fixer le SNR. Le numéro du satellite à simuler est choisi à travers un "popup" menu; le choix est effectué entre les 36 satellites existants. Un autre choix permet l'activation et la désactivation du signal.

La fréquence d'échantillonnage est de 20MHz/sec, et en Simulink, cette fréquence est normalisée à la valeur 1 ainsi que toutes les autres fréquences. Par exemple, on peut donner à un générateur de fonction travaillant à 10MHz, une valeur de fréquence de 0.5 soit 10MHz/20MHz. Cette normalisation est appliquée à tout le modèle. La normalisation est linéaire, dont les valeurs sont représentées par la figure 3.11.

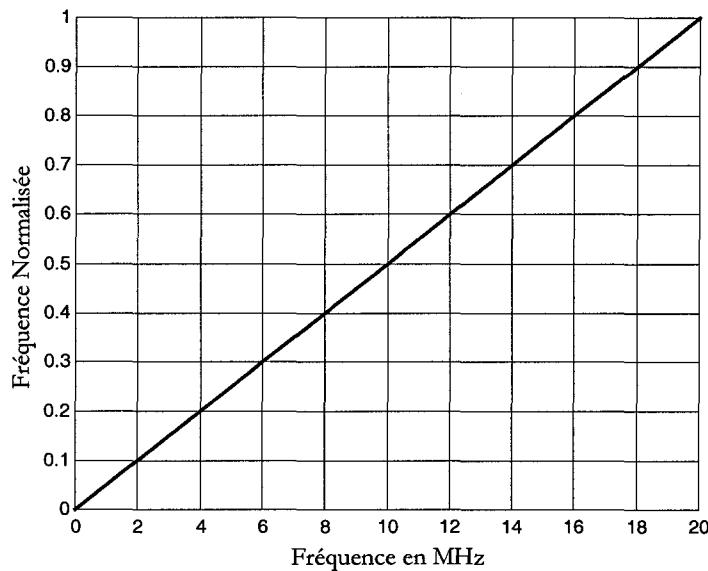


Figure 3.11 Rapport de normalisation de la fréquence d'échantillonnage sur Simulink.

3.2.3 Modélisation et paramètres du bruit additif

Le signal GPS détecté à l'antenne du récepteur est noyé dans le bruit. En réalité, le signal GPS est sous le plancher du bruit thermique. Le bruit thermique est additif, le code GPS est additionné à ce bruit pour modéliser le cas d'un signal réel.

Le bruit blanc est obtenu par un générateur de nombres aléatoires. La moyenne du signal généré est nulle, tandis que sa variance est égale à 1. Le bruit suit une distribution gaussienne qui représente typiquement le bruit thermique présent à l'antenne. De cette façon, on réalise le bruit gaussien de puissance 1W (0dBW). Le modèle Simulink du générateur de bruit est montré à la figure 3.12, alors que la figure 3.13 montre le bruit généré par ce modèle.

La génération du bruit engendre un problème de répétition du même signal à toutes les nouvelles simulations. En effet, le bloc qui génère le bruit s'initialise toujours à la même valeur, et pour contourner ce problème, une valeur d'initialisation aléatoire est spécifiée. Cette valeur est comprise entre 0 et 1000 et de cette façon, on élimine la possibilité de répétition du bruit.

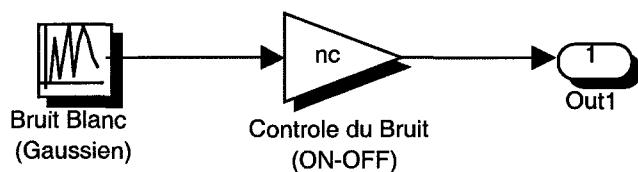


Figure 3.12 Modèle du générateur du bruit blanc sur Simulink.

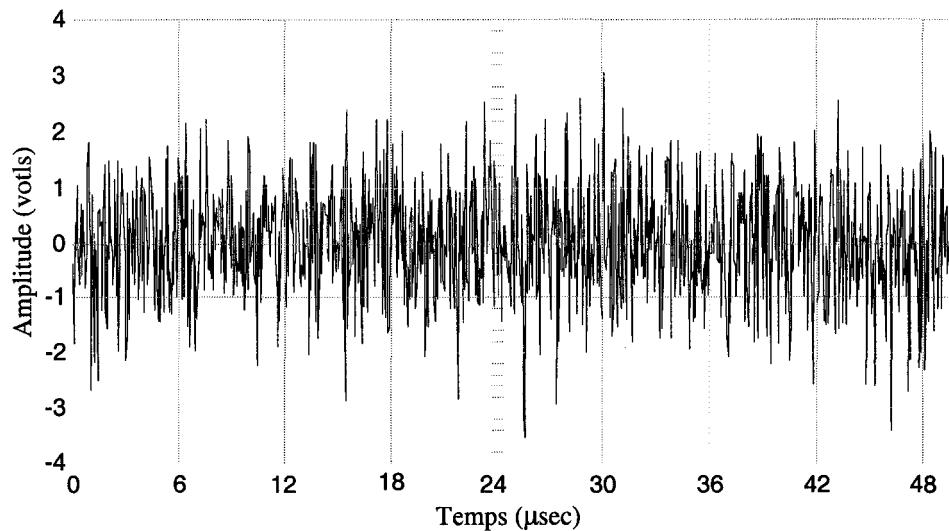


Figure 3.13 Représentation temporelle du bruit blanc généré par le modèle Simulink.

Le rapport signal sur bruit SNR (ou S/N) est donc ajusté par l'utilisateur en contrôlant la puissance du signal GPS.

3.3 Modélisation des brouilleurs GPS

3.3.1 Rappel des caractéristiques principales du brouillage

La qualité du signal GPS reçu par le récepteur est caractérisée en termes de rapport signal sur bruit SNR ou comme le rapport C/N_0 , c'est à dire le rapport entre la puissance associée à la porteuse et la densité spectrale du bruit.

Une autre grandeur caractérise le signal brouillé, le rapport J/S entre la puissance du brouilleur et celle du signal GPS. On peut également spécifier cette caractéristique avec le rapport J/N soit la puissance du brouilleur sur celle du bruit. En fait, pour un récepteur GPS qui utilise un filtre de largeur 10MHz à l'entrée, le niveau de bruit

thermique peut être considéré comme constant. Il est donc plus pratique d'évaluer les signaux brouilleurs en les comparant directement avec le niveau de puissance du signal GPS.

L'effet d'un brouilleur sur un récepteur GPS est de dégrader le rapport signal sur bruit C/N_0 à l'entrée du récepteur, et il faut considérer en plus du niveau de puissance du brouilleur sa fréquence centrale. L'équation qui détermine le rapport C/N_0 d'un signal non brouillé en bande de base, selon Landry [23], est la suivante :

$$\frac{C}{N_0} = S_r + G_a - 10\log(KT_0) - N_f - P_i \quad [\text{dB - Hz}] \quad (3.5)$$

où :

C/N_0 = rapport de puissance entre le signal utile et la densité spectrale du bruit thermique (dB-Hz) ;

S_r = puissance du signal GPS reçu (dBW) ;

G_a = gain de l'antenne de réception (dBic) ;

N_f = figure de bruit de l'antenne + les pertes des câbles (dBW-Hz) ;

P_i = pertes d'implémentation + perte de conversion A/D.

On peut considérer un récepteur muni d'une antenne de gain unitaire (0 dBic) et chiffrer pour un récepteur typique la figure de bruit à 4 dB et les pertes d'implémentation à 2 dB. Avec ces hypothèses, on obtient en bande de base un récepteur en dB du $[C/N_0]_{NB}$ non-brouillé de :

$$\left[\frac{C}{N_0} \right]_{NB}^{\text{dB}} = -159.6 + 0 - (-204) - 4 - 2 = 38.4 \quad [\text{dB - Hz}] \quad (3.6)$$

En présence d'un brouilleur, Landry [23] définit le rapport C/N_0 équivalent par :

$$\left[\frac{C}{N_0} \right]_{eq}^{dB} = -10 \log \left[10^{-\frac{\left[\frac{C}{N_0} \right]_{NB}^{dB}}{10}} + \frac{10^{-\frac{\left[\frac{J}{S} \right]_{dB}}{10}}}{QR_c} \right] [dB \cdot Hz] \quad (3.7)$$

où :

$\left[\frac{C}{N_0} \right]_{NB}^{dB}$: rapport de la puissance du signal utile dans 1 Hz de bande passante

sur la densité spectrale de puissance du bruit thermique en absence de brouilleur (dB-Hz).

$\left[\frac{J}{S} \right]_{dB}$: rapport de la puissance du brouilleur sur le signal utile (dB).

Q : facteur d'ajustement du gain d'étalement.

R_c : le rythme de bâche du code PRN utilisé:

- ① 1,023 MHz pour le code C/A,
- ② 10,23 MHz pour le code P.

C'est la puissance du signal ramené à la puissance du bruit thermique de celle du brouilleur étalé (que l'on associe donc au bruit). Il s'agit du C/N_0 vu par le récepteur après les boucles de récupération du code GPS.

Le facteur Q tient compte de la largeur de bande des brouilleurs. Il vaut respectivement:

$Q=1$: pour les brouilleurs bande étroite (<<10KHz);

$Q=1.5$: pour les brouilleurs large bande à spectre étalé;

$Q=2$: pour le bruit gaussien à large bande.

À l'aide de ces équations, on peut déterminer l'équivalent de la dégradation sur le rapport signal sur bruit introduit par un brouilleur. Si on fixe un seuil de $[C/N_0]_{\text{éq}}$ minimum pour le fonctionnement du récepteur, on peut déterminer le niveau de brouillage correspondant à partir de l'équation suivante :

$$\left[\frac{J}{S} \right]_{\text{Seuil}} = 10 \log \left[Q \cdot R_c \left(\frac{1}{10^{\frac{[C/N_0]_{\text{éq}}}{10}}} - \frac{1}{10^{\frac{[C/N_0]_{\text{NB}}}{10}}} \right) \right] [\text{dB}] \quad (3.8)$$

Le rapport $[C/N_0]_{\text{éq}}$ est toujours connu puisqu'il s'agit de celui qui est mesuré par le récepteur. Les courbes correspondantes à l'équation (3-8) sont montrées à la figure suivante :

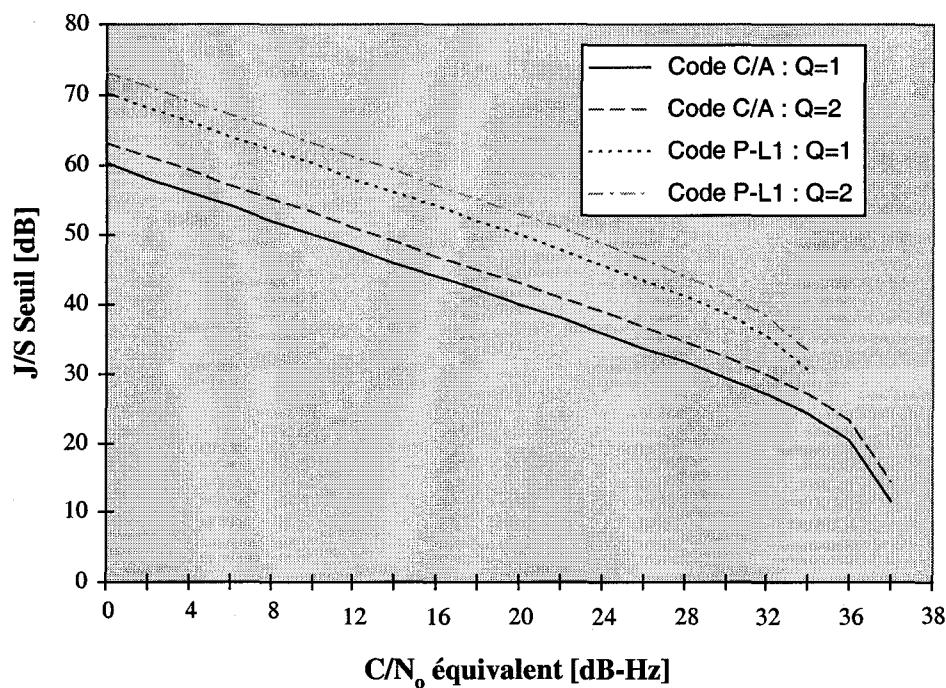


Figure 3.14 Correspondance entre $[J/S]_{\text{Seuil}}$ et $[C/N_0]_{\text{équivalent}}$.

Pour évaluer l'influence des sources de brouillage, on peut se servir de l'équation (3.8). Si on établit un seuil pour C/N_0 équivalent, on peut à partir de celui-ci établir un seuil pour le rapport J/S au-delà duquel le signal brouilleur devient nuisible.

3.3.2 Vulnérabilité des récepteurs GPS

Il existe plusieurs types d'architectures de récepteurs GPS mais tous seront affectés par un brouilleur quelconque. D'une façon générale, nous pouvons dire que quatre régions de traitement du signal peuvent être vulnérables au brouillage dans un récepteur GPS, ces régions sont selon Landry [23]:

1. L'étage de réception RF comprenant un module d'amplification et de filtrage.
2. Le contrôle automatique du gain (AGC) et le convertisseur analogique-numérique (CAN).
3. La boucle de code (DDLL) qui isole un code particulier en provenance d'un satellite GPS.
4. La boucle de phase (DPLL) qui maintient la phase de la porteuse placée en fréquence intermédiaire.

Ces quatre parties du récepteur plus l'étage de démodulation des données qui extrait le message de navigation constituent le récepteur GPS.

Les brouilleurs captés par l'antenne du récepteur GPS passent par un amplificateur à faible bruit utilisé pour amplifier le signal. On peut identifier deux types de brouillage; les brouilleurs dans la bande GPS et ceux proches de la bande GPS. Les brouilleurs dans la bande GPS augmentent le niveau de bruit dans la bande passante du récepteur et

dégradent ainsi la performance. Les brouilleurs proches de la bande GPS perturbent la réception en rendant la chaîne RF instable [22].

En effet, la saturation du préamplificateur peut être la cause de la génération d'harmoniques et des produits d'inter-modulations. Ainsi, le contrôle automatique de gain (AGC) dégrade considérablement le processus de normalisation du signal et sa quantification par le CAN devient moins efficace. Principalement, les signaux de hautes fréquences, les harmoniques et les produits d'inter-modulations contribuent aux brouillages des signaux GPS.

Le signal provenant de l'étage de réception RF traverse l'AGC pour ensuite entrer dans la section d'acquisition du code et de maintien de la synchronisation. Le signal GPS en fréquence intermédiaire et, échantillonné par le CAN, entre dans la boucle de code qui poursuit la phase de l'un des codes provenant des satellites GPS. La boucle de maintien poursuit le maximum de la corrélation par un système d'asservissement. Le signal reçu est désétalé par une multiplication avec le code d'étalement; on note que le désétalage du signal reçu entraîne un étalement des brouilleurs captés avec le signal.

Une boucle de code ne peut pas maintenir sa synchronisation lorsque, après l'étalement du signal reçu, la puissance de bruit est supérieure à la puissance du signal. Le point de décrochage de la boucle est défini par un rapport J/S de 0dB. Un seuil du rapport C/N₀ est défini entre les phases d'acquisition et de maintien, ce seuil est de 6dB. En d'autres termes, le signal doit être de 6dB supérieur pour l'acquisition, et si le signal est perdu en phase de maintien, il est impossible de regagner le signal dans les mêmes conditions.

La bande passante d'une boucle de phase d'un récepteur GPS est de l'ordre de 1 à 10 Hz, ainsi le brouilleur étalé doit avoir une puissance suffisante à l'intérieur de la bande passante du filtre pour affecter le processus d'acquisition de la porteuse. En effet,

l'étalement du signal reçu dans la boucle d'acquisition réduit de façon considérable la puissance de brouilleur dans la bande passante de la boucle de phase.

La figure 3.15 montre d'abord l'architecture typique d'un récepteur GPS. On peut également observer l'effet des brouilleurs sur chaque bloc de fonctionnement du récepteur GPS ainsi que les solutions potentielles.

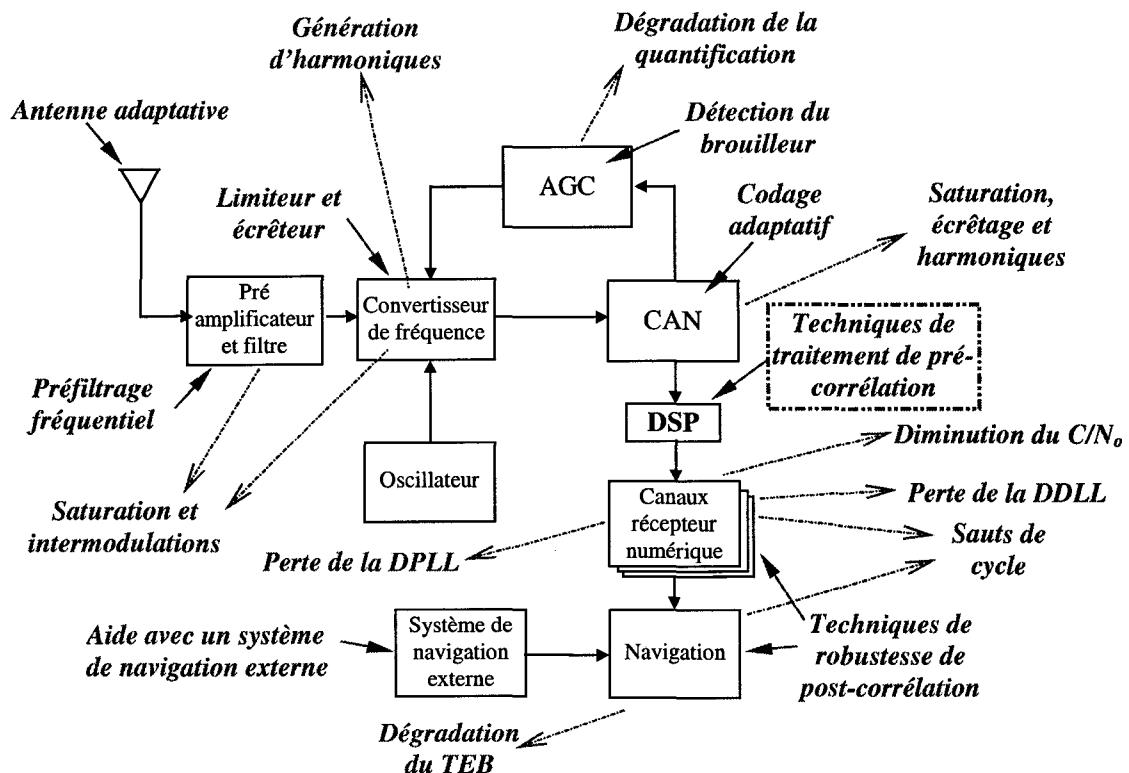


Figure 3.15 Les principaux effets des brouilleurs sur un récepteur GPS.

3.3.3 Description des sources de brouillage modélisées

De nos jours, un récepteur GPS opère dans un monde d'interférence électromagnétique sévère, et même les équipements électriques à bord d'un avion peuvent être une source de brouillage. Il existe plusieurs autres sources potentielles de brouilleur, notons seulement les stations de télé, les radios et certains équipements de communication sans fil.

De ce fait, pour modéliser les interférences sur Matlab/Simulink, les brouilleurs sont regroupés en trois catégories selon le type de brouillage. Les brouilleurs continus (ou CWI pour Continuous Wave Interference) sont de la première catégorie. Les stations télé, les radios VHF ou les stations radio FM peuvent être considérées comme des brouilleurs continus, et les harmoniques des ces porteuses peuvent tomber dans la bande GPS. La 2^{ième} catégorie regroupe les brouilleurs pulsés, principalement les stations radar. Les brouilleurs pulsés sont des interférences continues qui apparaissent dans une portion du temps et de façon périodique. Quant à la 3^{ième} catégorie, elle regroupe les brouilleurs balayés en fréquence; une CWI qui se déplace entre deux fréquences à une vitesse constante ou variable constitue un exemple. Les brouilleurs balayés en fréquence simulent l'effet Doppler obtenu à cause du mouvement relatif entre l'émetteur du brouilleur et le récepteur GPS.

Le modèle Simulink du brouilleur continu CWI est un signal de forme sinusoïdale (voir figure 3.18), dont la fréquence peut être à l'intérieur ou à coté du lobe principal du signal GPS. Un bloc générateur d'un signal sinusoïdal de Matlab/Simulink constitue le brouilleur CWI. L'amplitude (A) du sinus est ajusté à $\sqrt{2}$ pour avoir une puissance de 1W ou 0dBW. La fréquence du sinus est contrôlée par l'utilisateur, cette fréquence est normalisée par rapport à la fréquence d'échantillonnage.

La valeur de la puissance du brouilleur est confiée à un bloc d'amplificateur en dB, ce bloc «JNR» est mis après le bloqueur d'ordre zéro. Le bloc «JNR» amplifie le signal d'entrée (un sinus de puissance 0dB) d'une valeur spécifiée par l'utilisateur en dB. Ceci permet de fixer le rapport puissance brouilleur à bruit thermique JNR.

Les figures suivantes montrent le schéma bloc du brouilleur CWI, le panneau de contrôle ainsi que les représentations temporelles et fréquentielles de ce brouilleur.

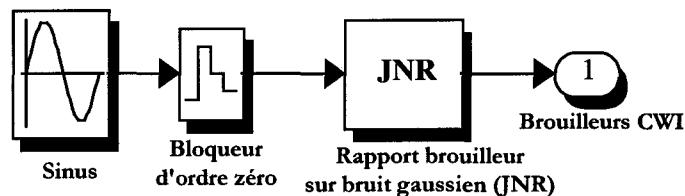


Figure 3.16 Modèle Simulink du bloc générateur de brouilleur continu (CWI).

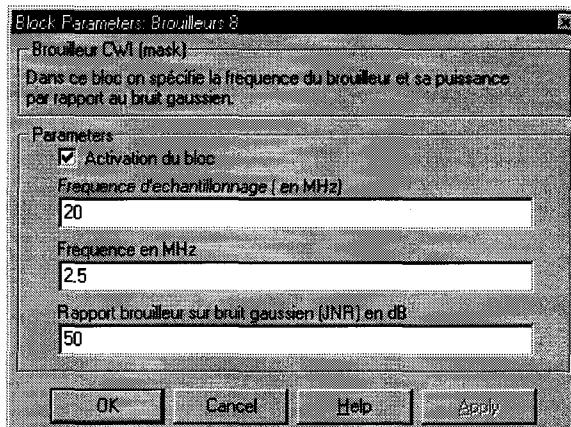


Figure 3.17 Panneau de contrôle d'un brouilleur CWI.

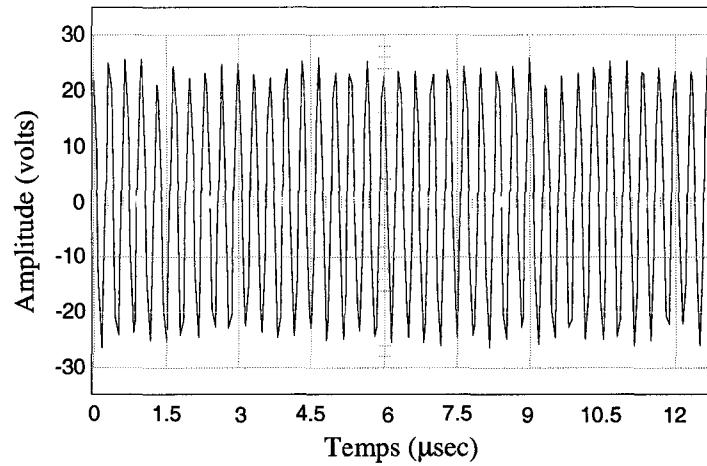


Figure 3.18 Représentation temporelle d'un brouilleur CWI générée par le bloc Simulink.

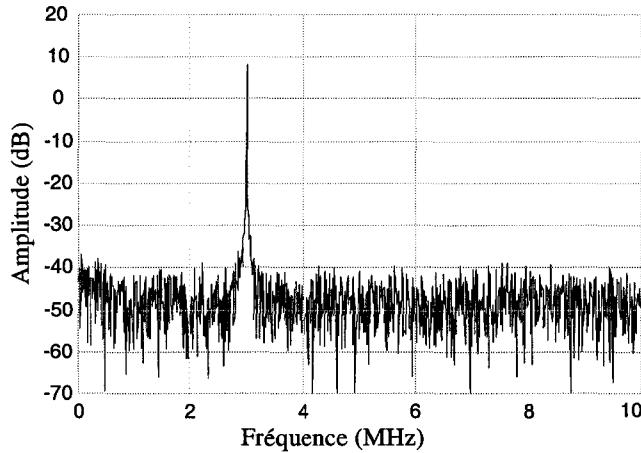


Figure 3.19 Représentation fréquentielle d'une CWI.

Les brouilleurs pulsés sont des brouilleurs continus qui apparaissent pendant une portion du temps et d'une façon périodique. Pour modéliser ce type de brouilleur, le modèle du brouilleur CWI est utilisé et le dispositif «**Générateur de pulse**» est ajouté à la sortie pour contrôler l'apparition du brouilleur dans le temps. En fait, le bloc «**Générateur de pulse**» génère à l'intérieur du bloc un signal carré d'amplitude 1, de fréquence « f_p » et de

rapport cyclique «dc» spécifiés par l'utilisateur, ce signal carré est multiplié par le brouilleur continu à l'entrée du bloc. De ce fait, le brouilleur continu apparaît et disparaît dans le temps selon la fréquence et le rapport cyclique du signal carré. Les figures suivantes montrent le schéma bloc du brouilleur PWI, le panneau de contrôle ainsi que les représentations temporelles et fréquentielles de ce brouilleur.

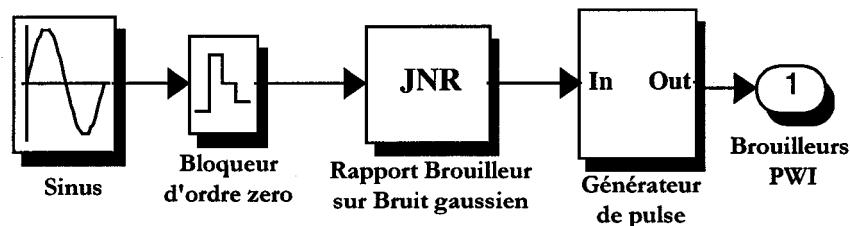


Figure 3.20 Modèle Simulink d'un brouilleur pulsé (PWI).

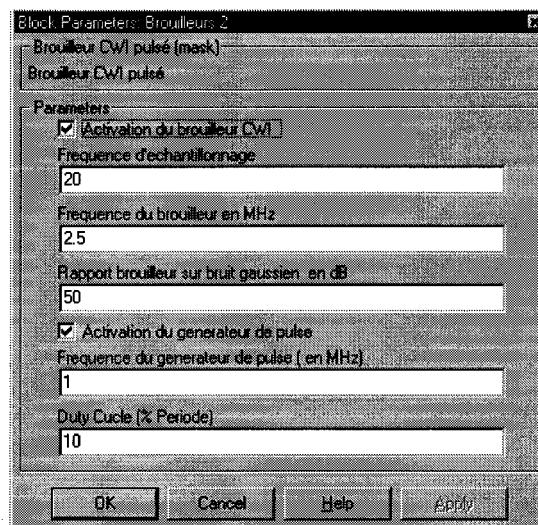


Figure 3.21 Panneau de contrôle d'un brouilleur PWI.

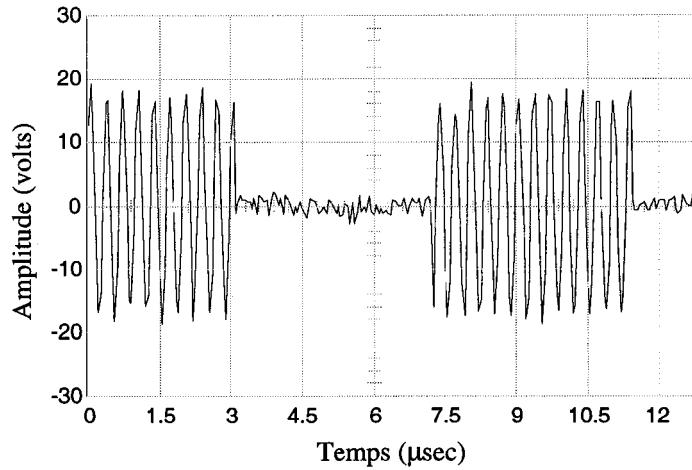


Figure 3.22 Représentation temporelle d'un brouilleur PWI généré par le bloc Simulink.

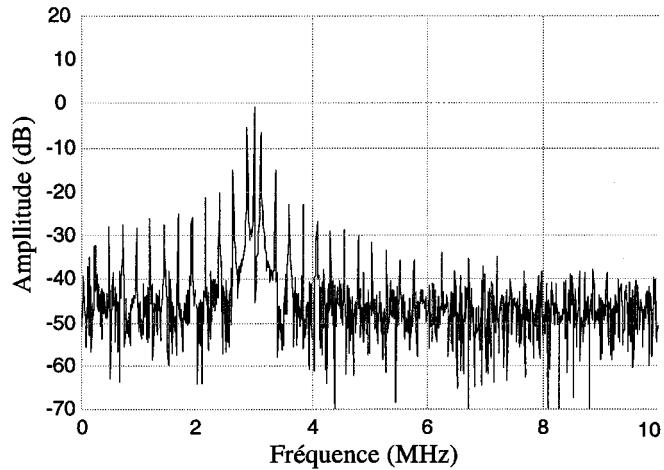


Figure 3.23 Représentation fréquentielle d'une PWI.

Cette architecture de brouilleur PWI génère beaucoup d'harmonies. En fait, comme indiqué dans la section précédente, la PWI est une CWI contrôlée par un signal carré. Le signal carré peut couper la CWI à n'importe quel point de la période, ce qui n'est pas le cas d'un signal radar. Le signal émis par un radar commence par le début de la période et se termine par une période complète.

Pour arriver à générer un signal qui se rassemble au signal radar, on doit synchroniser la CWI avec le signal carré de contrôle (Sc). Cette synchronisation permet à la CWI de commencer et de se terminer par une période complète. La figure 3.25 montre l'architecture du brouilleur pulsé synchronisé, un dispositif de synchronisation est ajouté directement après le générateur de signal sinusoïdal. Ce dispositif transforme le signal sinusoïdal en un signal horloge ayant la même fréquence de ce dernier. Ainsi, le signal carré de contrôle (Sc) sera synchronisé avec le signal horloge.

Le signal carré de contrôle (Sc) possède une période dix fois plus grande que celle du signal sinusoïdal généré. Étant un multiple de la période du sinus, ce signal contient un nombre entier de cette période. Le problème qui reste est de synchroniser les deux signaux pour que le sinus commence et se termine par une période complète. Pour résoudre ce problème le signal horloge est utilisé. En fait, l'horloge qui est totalement synchronisée avec le sinus est utilisée pour assurer que le signal de contrôle (Sc) coupe le sinus à la fin de sa période.

La figure suivante présente l'architecture du dispositif de synchronisation :

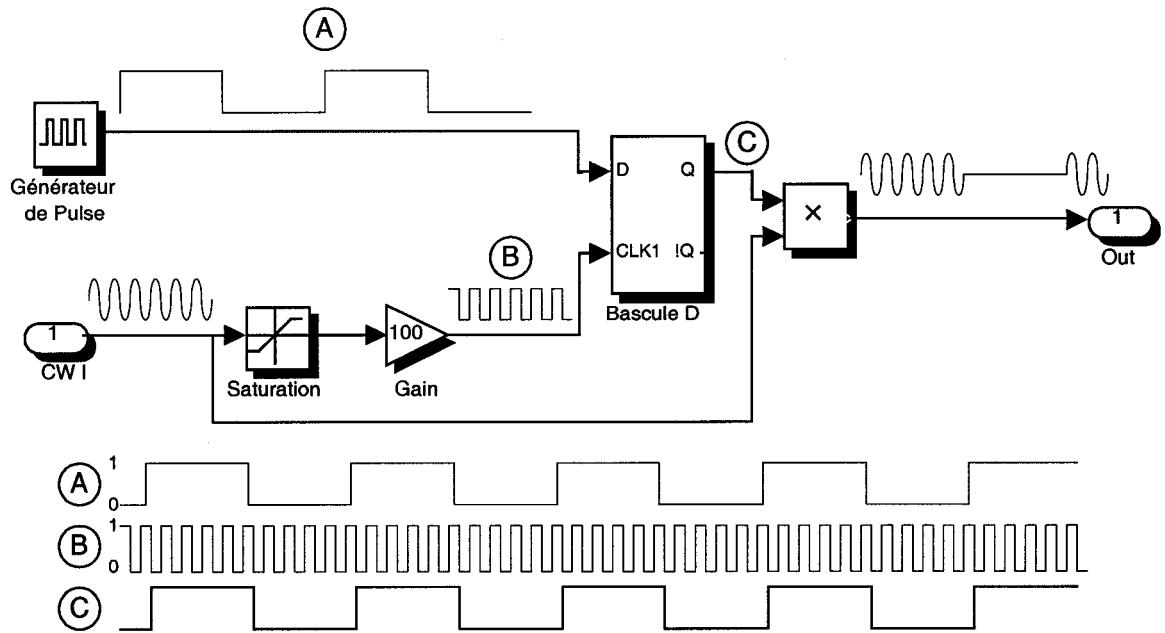


Figure 3.24 Architecture du dispositif de synchronisation de la CWI avec le générateur de pulse.

Le signal sinusoïdal (CWI) est saturé afin d'extraire un signal carré (B) ayant la même fréquence que le sinus. Ce signal sert comme un signal d'horloge pour la bascule D. Le générateur de pulse génère un signal carré (A) ayant une fréquence 10 fois plus grande que le signal horloge. La bascule D, étant commandée par le signal horloge, synchronise les deux signaux A et B. Ce traitement fait qu'en transformant le sinus en un signal pulsé, le sinus apparaît au début de la période et se termine à la fin d'une période.

Les figures suivantes montrent le schéma bloc du brouilleur PWI, le panneau de contrôle ainsi que la représentation temporelle et fréquentielle de ce brouilleur.

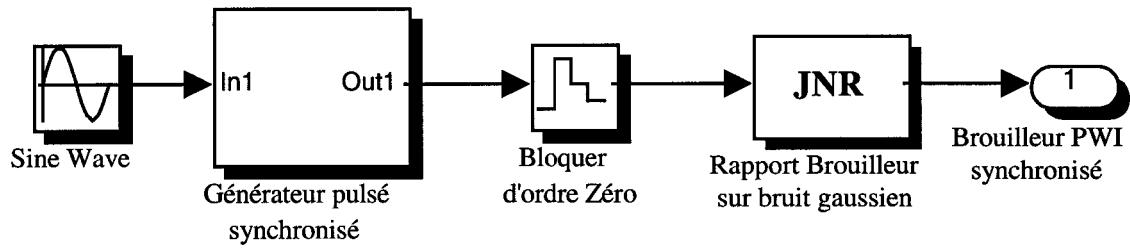


Figure 3.25 Modèle Simulink d'un brouilleur pulsé synchronisé.

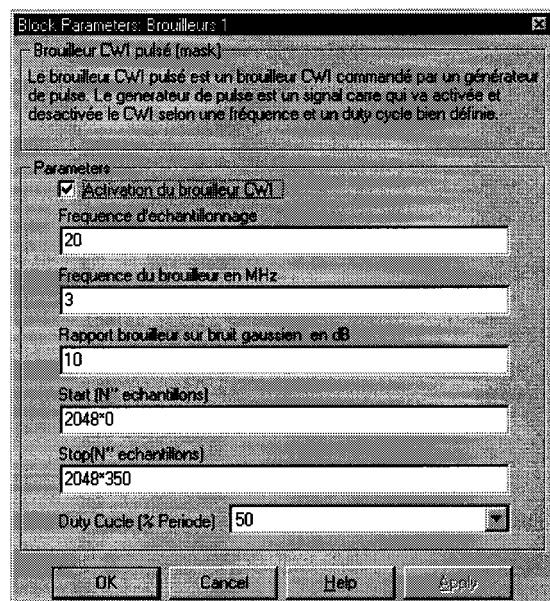


Figure 3.26 Panneau de contrôle d'un brouilleur pulsé synchronisé.

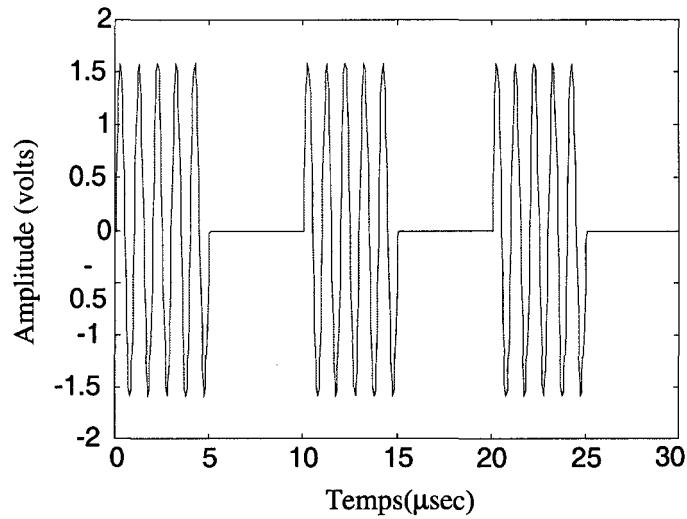


Figure 3.27 Représentation temporelle d'un brouilleur PWI générée par le bloc Simulink.

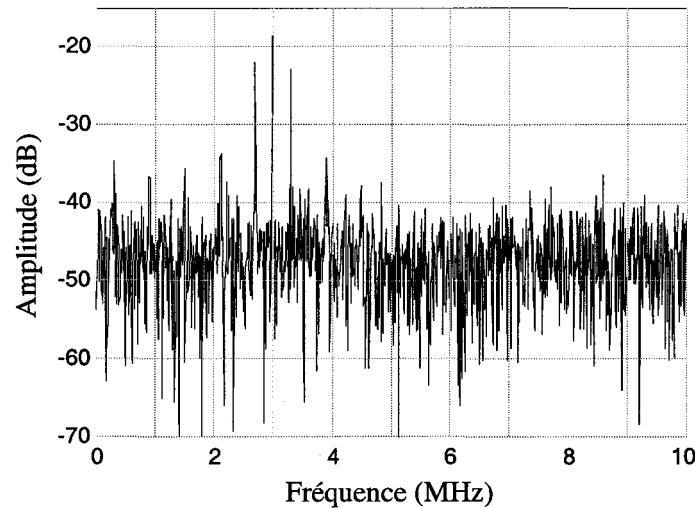


Figure 3.28 Représentation fréquentielle d'une PWI.

Le modèle Simulink du brouilleur balayé en fréquence est un bloc générateur d'un signal sinusoïdal balayant continuellement une bande de fréquence d'une façon linéaire.

Le bloc «**Chirp**» de Matlab/Simulink génère un signal sinusoïdal balayé en fréquence d'amplitude 1. La trajectoire de fréquence du signal de sortie est définie par deux valeurs de fréquence instantanée. La fréquence instantanée de sortie est initialisée à la valeur de paramètre initiale de fréquence au début de la simulation « f_i », et puis se change continuellement et sans interruption jusqu'à la fréquence finale « f_f ». La transition entre ces deux fréquences a lieu au cours de la période indiquée dans le paramètre de temps cible. La trajectoire de fréquence établie par ces trois paramètres est mise à jour jusqu'à la fin de la simulation. C'est-à-dire, la fréquence de la sortie (après le temps cible) continue à changer selon la trajectoire indiquée. Notons que la sortie de ce bloc est continue. La méthode que le bloc utilise à la transition entre les fréquences instantanées indiquées est linéaire.

Le signal de sortie du bloc «**Chirp**» passe par le bloc «**Bloqueur d'ordre zéro**», ensuite il est dirigé vers un bloc d'amplification en dB (JNR). Ce bloc «**JNR**» amplifie le signal d'entrée d'une valeur spécifiée par l'utilisateur pour fixer le rapport brouilleur à bruit thermique.

Les figures suivantes montrent le schéma bloc du brouilleur balayé en fréquence, le panneau de contrôle ainsi que les représentations temporelles et fréquentielles de ce brouilleur.

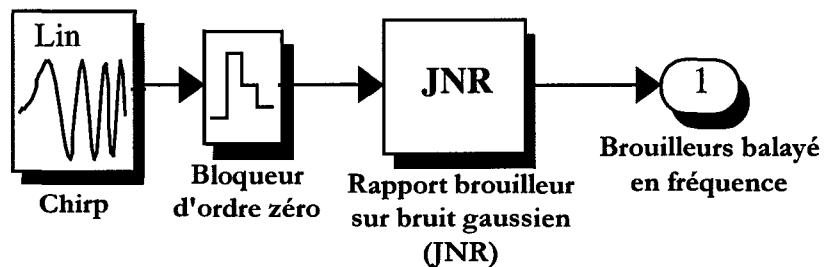


Figure 3.29 Modèle Simulink d'un brouilleur balayé en fréquence.

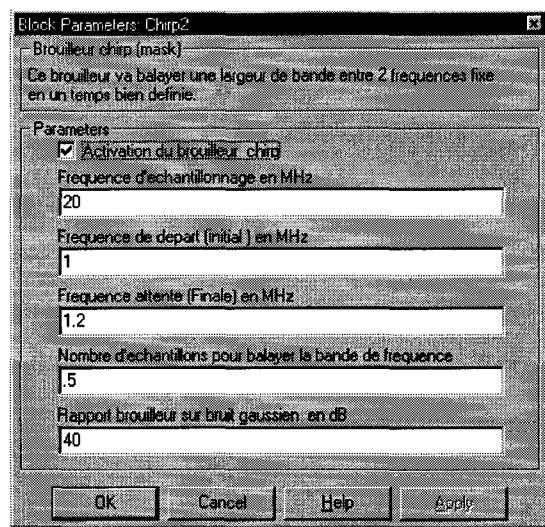


Figure 3.30 Panneau de contrôle d'un brouilleur balayé en fréquence.

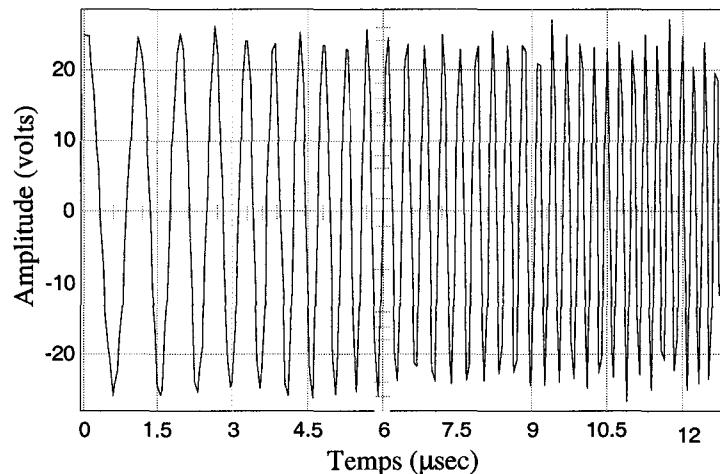


Figure 3.31 Représentation temporelle d'un brouilleur balayé en fréquence.

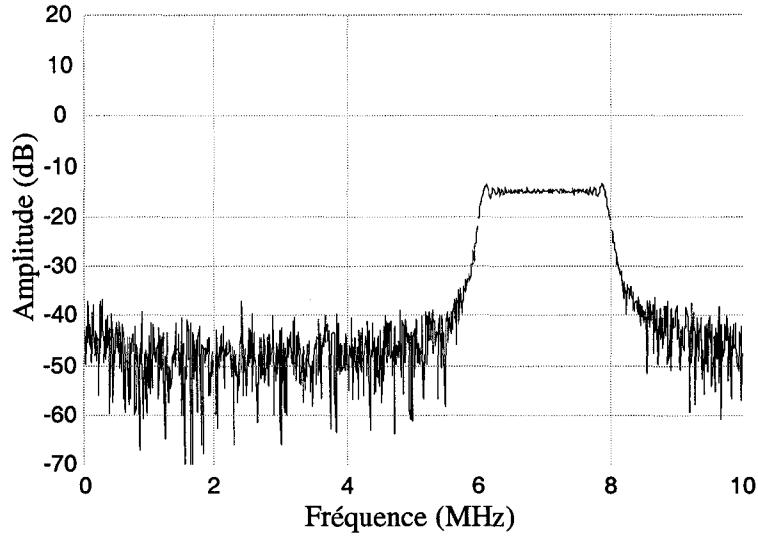


Figure 3.32 Représentation fréquentielle du brouilleur balayé en fréquence.

3.4 Modélisation du contrôleur automatique de gain

3.4.1 Description fonctionnelle d'un AGC

L'étage de quantification du signal possède une plage d'amplitude $[-A_{\max}, +A_{\max}]$ fixée généralement par le convertisseur analogique numérique (CAN). Cette plage dynamique est définie pour mieux représenter et quantifier le signal utile. Le signal reçu doit être normalisé afin de passer dans cette plage dynamique car autrement, un débordement de celle-ci écrêtera le signal et le CAN génère des brouilleurs harmoniques.

Le contrôle automatique de gain (AGC) a le rôle de normaliser la puissance du signal et de s'assurer que le CAN fonctionne dans des conditions idéales. Le signal GPS a une plage en puissance assez restreinte. Par contre, la présence d'autres signaux dans la bande GPS augmente la puissance totale d'où la possibilité d'écrêtage du signal. Il est

ainsi indispensable de recadrer le signal pour éviter la possibilité d'écrêtage qui a une conséquence grave sur la qualité du signal numérique d'entrée au récepteur GPS.

Pour normaliser la puissance du signal, on effectue une estimation périodique de la puissance du signal d'entrée du récepteur, et on normalise par rapport à une valeur K de la puissance estimée. L'amplitude instantanée du signal normalisé est :

$$A_{\text{norm}} = \frac{A}{K \sigma} \quad (3.9)$$

où K est un facteur qui détermine la plage de conversion par rapport à la dynamique du signal (typiquement $1.7 \leq K \leq 2 . 8$), σ est la valeur efficace du signal, A est l'amplitude instantanée et A_{norm} est l'amplitude normalisée.

La normalisation est effectuée à une valeur constante K de la valeur efficace du signal. En augmentant la valeur de K, on réduit la possibilité d'écrêter le signal mais on réduit aussi sa plage dynamique par rapport à l'échelle de quantification, ce qui entraîne une dégradation du signal et une augmentation de la puissance du bruit de quantification. Avant d'élaborer d'avantage sur notre modèle Simulink, nous ferons un bref rappel sur les bases du problème de quantification.

3.4.2 Rappel théorique sur les problèmes de quantification du signal

La discréttisation du signal est nécessaire afin de permettre un traitement numérique, mais elle engendre des problèmes liés à la quantification du signal. La quantification lors de l'échantillonnage dégrade le signal en ajoutant un bruit dit de quantification.

3.4.2.1 Principe de la numérisation d'un signal

L'échantillonnage temporel fournit la connaissance d'un signal $S(t)$ à des instants distants d'un même intervalle de temps T_e . On accède donc à une suite de valeurs $S(nT_e)$ ou échantillons de $S(t)$. Dans les faits, tous les états que peuvent prendre $S(t)$ dus aux nombres restreints de bits de quantification. En effet, deux valeurs infiniment voisines ne peuvent être distinguées l'une de l'autre; on ne peut pas augmenter indéfiniment la précision. Deux valeurs de $S(t)$ ne sont discernables que si leur différence est au moins égale à un minimum q appelé *échelon de quantification*.

La quantification du signal consiste à remplacer chaque valeur X des échantillons du signal $S(t)$ mesuré, par un multiple entier X_q de l'échelon q .

$$X \rightarrow X_q = nq \quad (3.10)$$

La quantification peut être effectuée par arrondi ou par défaut (appelée également quantification par troncature). Pour la première, toute valeur X du signal $S(t)$ compris entre $(n + \frac{1}{2})q$ et $(n - \frac{1}{2})q$ est arrondi à nq (figure 3.33). Pour la seconde méthode, toute valeur comprise entre nq et $(n+1)q$ est remplacée par nq (figure 3.34).

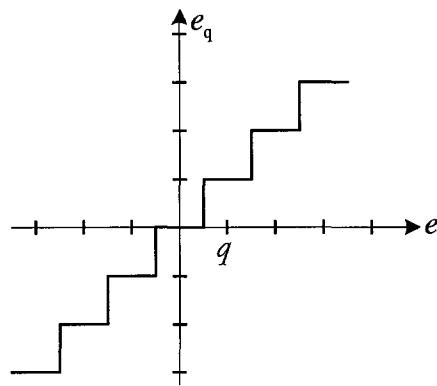


Figure 3.33 Quantification par arrondi.

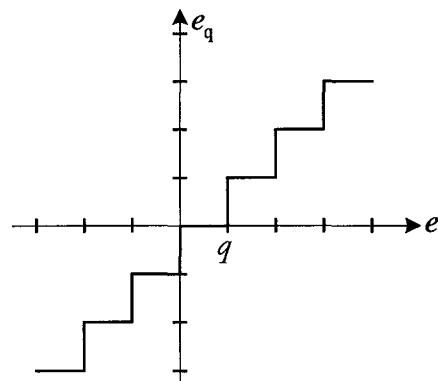


Figure 3.34 Quantification par troncature.

Dans notre cas, la quantification par arrondi est adoptée et il s'agit également de la plus fréquente. Ce choix a été pris suite à une étude sur les problèmes de quantification surtout reliés au bruit de quantification. Cette étude montre un bruit de quantification moins important pour la quantification par arrondi.

3.4.2.2 Analyse théorique du bruit de quantification

Le quantificateur, qu'on appelle Q , fournit un signal $S_q(t)$ différent du signal réel $S(t)$.

On peut alors écrire :

$$S(t) = S_q(t)q + \varepsilon(t) \quad (3.11)$$

où $\varepsilon(t)$ est un signal d'erreur qui caractérise l'écart instantané entre $S(t)$ et $S_q(t)$. Le signal $\varepsilon(t)$ est appelé ***distorsion de quantification*** ou plus habituellement ***bruit de quantification***.

Tout se passe donc comme si le quantificateur superposait au signal $S(t)$ un bruit $\varepsilon(t)$, comme l'indique la figure 3.35.

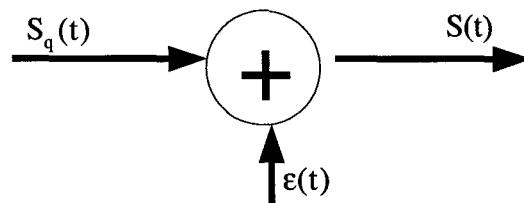


Figure 3.35 Bruit de quantification additif.

Dans le cas de la quantification par arrondie, l'amplitude du signal d'erreur reste comprise entre $-\frac{q}{2}$ et $+\frac{q}{2}$. Elle évolue entre 0 et $+q$ pour la quantification par troncature.

Le signal $S(t)$ subit une dégradation qu'il faut estimer. Pour cela, il est utile de connaître les caractéristiques du signal d'erreur.

Une étude simplifiée de ces caractéristiques consiste à se placer dans l'hypothèse où les variations du signal $S(t)$ sont grandes par rapport à l'échelon de quantification q . On peut alors considérer le signal d'erreur comme constitué d'une succession de signaux élémentaires de la forme suivante :

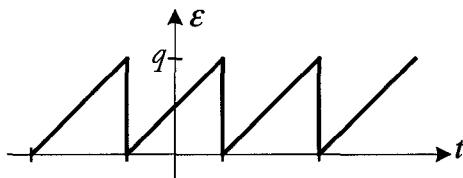


Figure 3-36 Bruit de quantification par troncature.

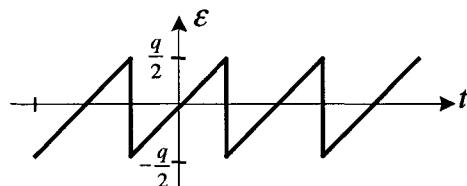


Figure 3-37 Bruit de quantification par arrondi.

L'observation de l'allure du bruit de quantification permet de conclure que la valeur moyenne du signal d'erreur est nulle dans le cas de la quantification par arrondi. La quantification par arrondi ne modifie donc pas la valeur moyenne du signal.

$$S|_{moy} = S_q|_{moy} \quad (3.12)$$

Il n'en est pas de même pour la quantification par troncature. Dans ce cas, la valeur moyenne du signal d'erreur vaut $\frac{q}{2}$ et il faut écrire :

$$S|_{moy} = S_q|_{moy} + \varepsilon|_{moy} \quad (3.13)$$

Quant au valeur efficace, elle se calcule de la manière suivante :

- dans le cas de l'arrondi :

$$\varepsilon_{eff} = \frac{1}{\Delta T} \int_{\frac{\Delta T}{2}}^{\frac{\Delta T}{2}} e^2(t) dt = \frac{1}{\Delta T} \int_{\frac{\Delta T}{2}}^{\frac{\Delta T}{2}} \left(\frac{q}{\Delta T} t \right)^2 dt = \frac{q^2}{12} \quad (3.14)$$

- dans le cas de la troncature :

$$\varepsilon_{eff} = \frac{1}{\Delta T} \int_0^{\Delta T} e^2(t) dt = \frac{1}{\Delta T} \int_0^{\Delta T} \left(\frac{q}{\Delta T} t \right)^2 dt = \frac{q^2}{3} \quad (3.15)$$

Ainsi, la quantification superpose au signal réel $S(t)$ un bruit de moyenne nulle et de puissance égale à $\frac{q^2}{12}$ dans le cas de l'arrondi, de valeur moyenne $\frac{q}{2}$ et de puissance $\frac{q^2}{3}$ dans le cas de la troncature. La quantification par arrondi est donc préférable à la quantification par troncature et il s'agit de la principale raison de notre choix.

Plaçons nous dans la situation où le signal à quantifier est compris dans une dynamique de -1 et +1. Cette plage doit être respectée par l'AGC pour éviter la possibilité d'écrêtage. À la suite de la quantification, un bruit de quantification s'ajoute au signal, et la puissance du bruit dépend de l'échelon de quantification q . La valeur de q est reliée à la plage dynamique et au nombre de bits qui représente les échantillons par la formule suivante :

$$q = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2^N} \quad (3.16)$$

où A_{\max} et A_{\min} représentent les deux extrémités de la plage dynamique du quantificateur, et N le nombre de bits représentant les échantillons.

La puissance du bruit de quantification dépend seulement du nombre de bits utilisés pour la discréétisation selon :

$$\sigma_{\text{bruit}}^2 = \frac{q^2}{12} = \frac{\left(\frac{2}{2^N}\right)^2}{12} = \frac{\left(\frac{4}{2^{2N}}\right)}{12} = \frac{1}{3} \times 2^{-2N} \quad (3.17)$$

en passant en dB, on obtient :

$$\sigma_{\text{bruit}}^2 \Big|_{\text{dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{3} \right) - 20N \log_{10}(2) \quad (3.18)$$

$$\sigma_{\text{bruit}}^2 \Big|_{\text{dB}} \approx -4.8 - 6N$$

D'après la formule de la puissance du bruit de quantification, le gain sur le bruit de quantification dépend seulement du nombre de bits de codage, il est de 6 dB par bit.

Le tableau suivant résume les valeurs de la puissance du bruit de quantification en fonction du nombre de bits de codage.

Tableau 3.2

Analyse sur le bruit de quantification en fonction de nombre de bits.

Nombre de bits	1 bit	2 bits	6 bits	8 bits	10 bits	12 bits	14 bits	16 bits
Bruit de quantification (dB)	-10.8	-16.8	-40.8	-52.8	-64.8	-76.8	-88.8	-100.8

Dans notre cas, le signal est représenté sur 8 bits. Le pas de quantification q est fonction du nombre de bits seulement, il prend la valeur suivante :

$$q = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2^N} = \frac{2}{2^8} = \frac{1}{128} = 0.0078125 \quad (3.19)$$

La puissance du bruit de quantification est limitée à -52.8 dB, ce qui est acceptable. En fait, la largeur de bande du signal utile est de 1 MHz et ce signal est échantillonné à 20MHz. Le sur-échantillonnage du signal utile réduit davantage la puissance du bruit de quantification et il permet l'accroissement de la résolution du quantificateur [32].

3.4.3 Modélisation et performances de l'AGC sur Simulink

Le bloc AGC comporte, en plus du contrôle automatique du gain, la fonction de discréttisation du signal. Le signal est d'abord compressé par l'AGC et il est quantifié sur 8 bits afin de permettre un traitement numérique par la suite. Le modèle de l'AGC établie sur Simulink reflet ceux qui sont intégrés dans les récepteurs commerciaux.

Dans cette section, on décrit tout d'abord le fonctionnement de l'AGC et les détails de son développement sur Simulink. Ensuite, on analyse le bloc de quantification du signal et on montre la stratégie de quantification réalisée.

3.4.3.1 Modélisation du bloc AGC

Le fonctionnement du bloc AGC consiste à normaliser le signal, et ce processus est une application directe de la formule (3.9). En réalité, la variance du signal devra être calculer à partir d'un nombre fini d'échantillons, c'est à dire sur une fenêtre temporelle. Le fonctionnement de l'AGC est affecté directement par la largeur de cette ouverture temporelle, surtout au niveau des basses fréquences.

Au début, une grande ouverture temporelle fonctionne bien surtout avec un signal qui ne change pas de nature dans le temps. Par exemple, pour un signal sinusoïdal additionné à un bruit gaussien, la puissance de ce signal ne change pas avec le temps alors, l'AGC normalise ce signal sans perdre des informations valables quelque soit la fenêtre temporelle.

Le problème apparaît dans le cas où le signal est un bruit blanc suivi d'un brouilleur. La figure 3.38 montre la sortie de l'AGC en présence d'un brouilleur que l'on retire instantanément. Pour ces deux situations, la variance est estimée à partir d'une fenêtre contenant deux blocs de signaux de nature différente. Dans le premier cas, la variance du brouilleur est dominante alors, en divisant par $K\sigma$, l'AGC compresse le brouilleur pour une plage dynamique [-1,+1]. En même temps, l'AGC se trouve à compresser le bruit blanc gaussien du même facteur déterminer par le brouilleur. Le même phénomène apparaît avec la disparition du brouilleur; une partie du bruit sera compressé et des informations seront perdues dues à l'inertie dans le calcul de la variance du signal.

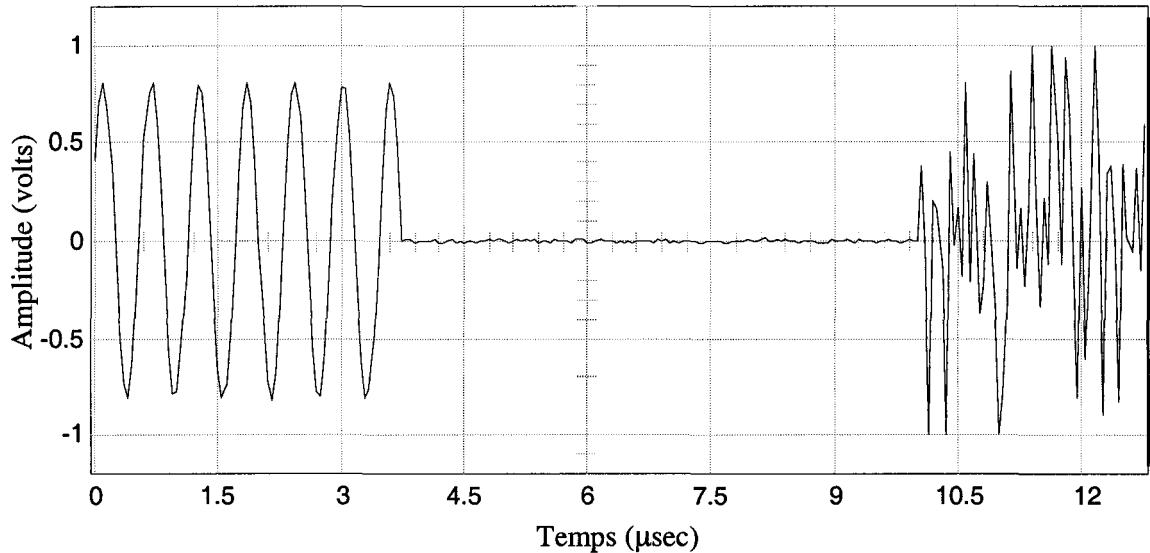


Figure 3.38 Mauvais fonctionnement de l'AGC (ouverture 12,4μsec).

La solution paraît dans la réduction de la fenêtre temporelle, mais une trop petite fenêtre affecte le fonctionnement de l'AGC. Par exemple, pour normaliser un signal sinusoïdal, une estimation de la variance sur la moitié de la période est exigée pour éviter l'écrêtage du signal. On est alors obligé de faire un compromis entre la largeur de la fenêtre temporelle et les fréquences basses admissibles. Une ouverture de 1μsec qui correspond à 20 échantillons (fréquence d'échantillonnage égale à 20MHz) paraît acceptable, ceci définit une fréquence minimale à respecter de 500KHz. La figure 3.39 montre la réaction de l'AGC face à la disparition du brouilleur, le bruit blanc n'est pas affecté par la puissance du brouilleur.

$$t_{\min} = \frac{1}{2 F_{\min}} = \frac{1}{1000K} = 1\mu\text{sec} \quad (3.20)$$

La figure 3.40 décrit le modèle Simulink de l'AGC. Le signal à l'entrée de l'AGC est regroupé en vecteur de 20 échantillons afin d'estimer cette variance. Un bloc appelé «**BUFFER**» regroupe les échantillons et les transmet à un bloc «**VARIANCE**» de la librairie statistique de Simulink. La racine carré est appliquée à la variance puis on multiplie le

tout par une valeur variable «**kagc**». Le taux de compression est défini par la valeur «**kagc**», qui est accessible par l'usager à partir du niveau le plus haut du modèle.

Finalement, le signal est retardé en parallèle du processus d'estimation de la variance, pour ensuite appliquer la valeur de $kagc \cdot \sigma$ sur le signal dont on a estimé la variance. Le résultat qui contient le signal normalisé est ensuite dirigé à la sortie du bloc AGC.

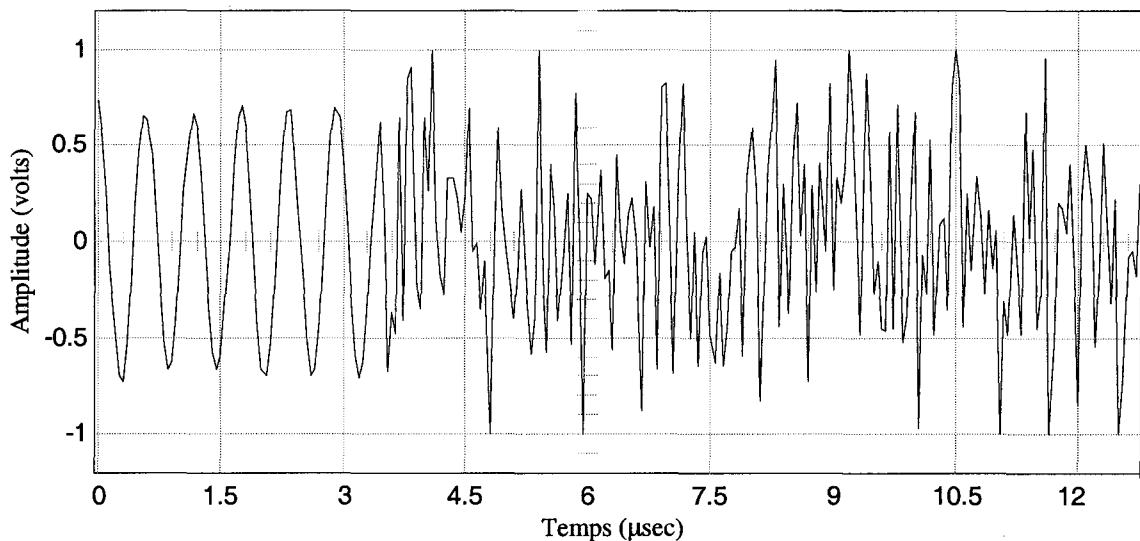


Figure 3.39 Normalisation correcte par l'AGC (ouverture de 1μsec).

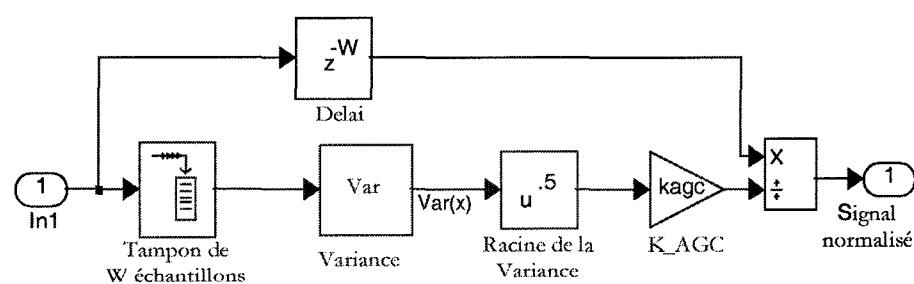


Figure 3.40 Modélisation du bloc AGC sur Simulink.

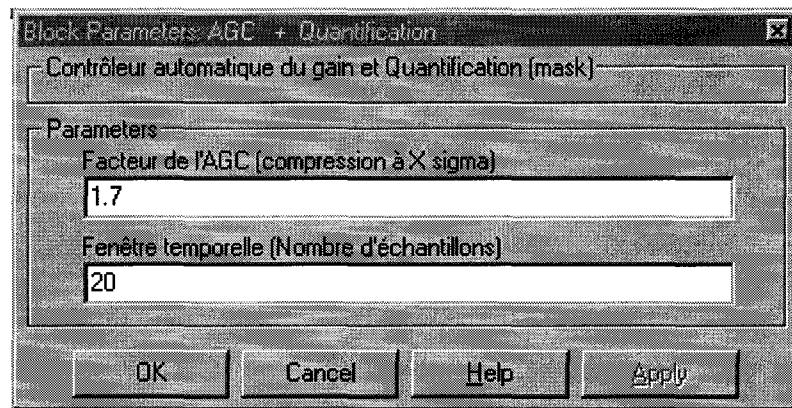


Figure 3.41 Panneau de contrôle de l'AGC.

La figure 3.41 montre le panneau de contrôle offert à l'usager. Ce dernier peut ajuster la dimension de la fenêtre pour le calcul de la variance en fonction de nombres d'échantillons «W», et le taux de compression du signal «kage».

3.4.3.2 Modélisation du bloc quantificateur

Nous avons choisi de quantifier le signal d'entrée du bloc ADP sur 8 bits. Mais ce paramètre demeure à la discréction de l'utilisateur. C'est à dire que les échantillons prendront des valeurs entières entre -127 et $+127$. Ces valeurs seront calculées à l'aide du bloc quantificateur dont l'entrée est le signal normalisé par l'AGC sur une plage dynamique $[-1, +1]$. La figure 3.42 montre la modélisation du bloc de quantification sur Simulink.

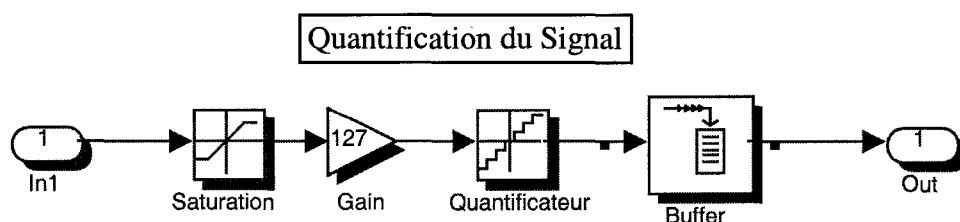


Figure 3.42 Modèle du bloc quantificateur sur Simulink.

Le signal à l'entrée du quantificateur est dirigé au bloc de saturation. Ce bloc écrête le signal qui dépasse la plage dynamique. En réalité, le quantificateur ne supporte pas des valeurs en dehors de la plage dynamique alors il attribue à ces valeurs A_{\max} (+1) pour les dépassements du coté positif et A_{\min} (-1) pour les dépassements du coté négatif.

Le bloc de saturation impose des limites supérieures et inférieures au signal. Quand le signal d'entrée est dans la marge de fonctionnement, le signal d'entrée le traverse sans changement. Par contre, si le signal d'entrée est en dehors des bornes précisées, le signal est coupé à la limite supérieure ou inférieure comme expliqué précédemment.

Jusqu'à ce point, le signal est compris entre A_{\min} et A_{\max} . Pour le quantifier avec des valeurs entières sur 8 bits, on a intérêt à élargir la plage dynamique pour contenir des valeurs entre $[-127, +127]$. On réalise cette étape en multipliant les échantillons par $2^{(N\text{bits}-1)}-1$, soit 127 pour 8 bits.

La quantification par arrondi est utilisée avec un pas de quantification de 1. En fait, un échantillon ayant une valeur entre 5.5 et 6.49 par exemple, sera arrondi à la valeur 6. La quantification est réalisée par le bloc «**QUANTIZER**» de la librairie non-linéaire de Simulink.

Le bloc «**QUANTIZER**» passe le signal d'entrée par une fonction d'échelon, de sorte que tous les points voisins sur l'axe d'entrée seront affectés à un seul point sur l'axe de sortie. L'effet est de quantifier un signal continu pour le représenter par des nombres discrets de N bits. La sortie est calculée en utilisant la méthode d'arrondi la plus proche, ce qui produit un résultat qui est symétrique autour de zéro. L'intervalle de l'échelon est l'unique paramètre demandé par ce bloc, dans notre cas cet intervalle est ajusté à 1. L'équation de quantification par arrondie est la suivante :

$$y = q * \text{round}\left(\frac{u}{q}\right) \quad (3.21)$$

où, y est la sortie, u est l'entrée et q le pas de quantification.

Dans la prochaine section, nous verrons la modélisation du filtre ADP. Le traitement ADP exige le calcul de la fonction histogramme dont l'estimation se fait sur 2048 échantillons. De ce fait, les échantillons quantifiés seront regroupés en vecteurs ayant une profondeur de 2048.

3.5 Modélisation du filtre ADP sur Matlab/Simulink

Le filtre ADP est modélisé en Matlab/Simulink, et une telle modélisation est importante pour mieux comprendre et analyser le comportement du filtre ADP. Le modèle sur Simulink permet d'établir les schémas fonctionnels graphiques, de simuler le filtre ADP, de raffiner la conception et d'évaluer l'exécution et les performances du filtre numérique.

Le modèle est construit en utilisant les librairies de Simulink, surtout celle de la conception de DSP «**DSP-TOOLBOX**» et de la conception de système de transmission «**Communication-TOOLBOX**». Les blocs existants sont largement utilisés. Dans le cas où on a besoin de fonctions bien définies, il est possible de programmer des «**S-FUNCTION**» qui est une option de Simulink permettant d'écrire en Matlab ou en C une fonction pertinente.

3.5.1 Description du modèle ADP et de ses fonctionnalités générales

Le modèle comporte trois blocs de traitement que le signal subit comme indique la figure 3.43. Le bloc ADP possède comme entrée le signal arrivant de l'AGC et du quantificateur, et la sortie est le signal traité par le filtre. Plusieurs sorties peuvent être ajoutées au modèle, ces sorties servent comme points de test à divers endroits à l'intérieur du filtre. Par exemple, il est possible d'avoir des points de test pour visualiser

l'histogramme avant et après le filtrage ou pour visualiser la fonction non-linéaire et l'allure qu'elle prend selon le signal d'entrée.

Le filtre ADP est un traitement basé sur l'estimation des caractéristiques statistiques du signal. En numérique, cette estimation est faite sur un nombre précis d'échantillons. Dans notre cas, l'estimation de la fonction densité de probabilité est faite sur 2048 échantillons mais il pourrait en être autrement. Avec ce choix, les blocs de traitement qui forme notre modèle fonctionnera sur des vecteurs d'une longueur de 2048 échantillons.

Dans un premier temps, le signal d'entrée est regroupé en vecteurs de 2048 échantillons de longueur. Ces vecteurs sont formés dans le bloc de quantification. Le traitement ADP consiste à calculer la fonction non-linéaire $g(r)$ et l'appliquer sur le signal d'entrée. En fait, un histogramme brut est estimé à partir d'un vecteur d'entrée, et cet histogramme est filtré pour avoir un histogramme régulier $f(r)$. La 2^{ème} étape consiste à calculer $g(r)$ à partir de $f(r)$. De ce fait, $f(r)$ est divisé par son abscisse (r), subit le log népérien et la dérivée pour enfin estimer la fonction $g(r)$. La 3^{ème} étape consiste tout simplement à appliquer $g(r)$ sur le vecteur dont $g(r)$ est calculé.

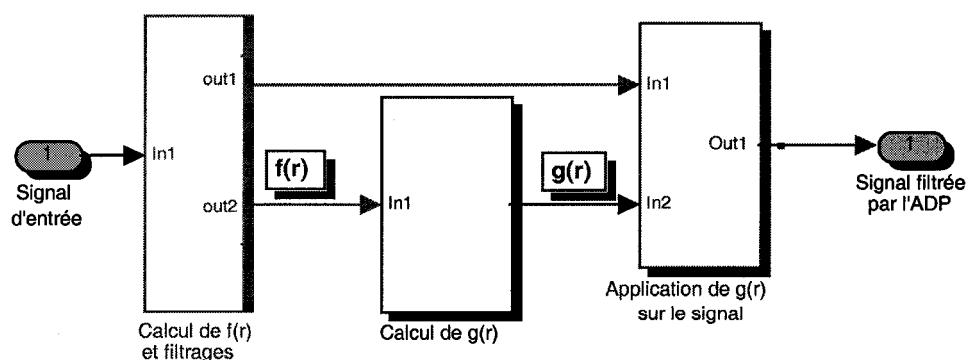


Figure 3.43 Fonctionnement général du filtre ADP.

3.5.2 Modélisation de la fonction densité de probabilité (Histogramme)

L'objectif est d'estimer la fonction densité de probabilité du signal d'entrée calculée à partir de 2048 échantillons. Le signal normalisé est quantifié sur 8 bits ou 256 valeurs, et si on compte le zéro une seule fois, on aura 255 valeurs à représenter. De cette façon, les 2048 échantillons sous forme d'un vecteur se transforme, après le calcul de l'histogramme, en un vecteur de 255 valeurs. Ce vecteur correspond directement aux valeurs de l'histogramme estimé.

Le calcul est réalisé par le bloc «Histogram» de la librairie DSP de Simulink, et le fonctionnement de ce bloc est montré aux figures 3.44 et 3.45. Le bloc «Histogram» calcule la distribution statistique des amplitudes des éléments du vecteur d'entrée. L'histogramme possède une répartition sur 255 valeurs discrètes. L'opération consiste à accumuler les valeurs du vecteur d'entrée, sur les colonnes associées à ces valeurs. Par exemple, un échantillon de valeur donnée (1) sera accumulé sur la colonne qui porte la valeur (1), c'est à dire sur la colonne qui porte la même valeur de l'échantillon.

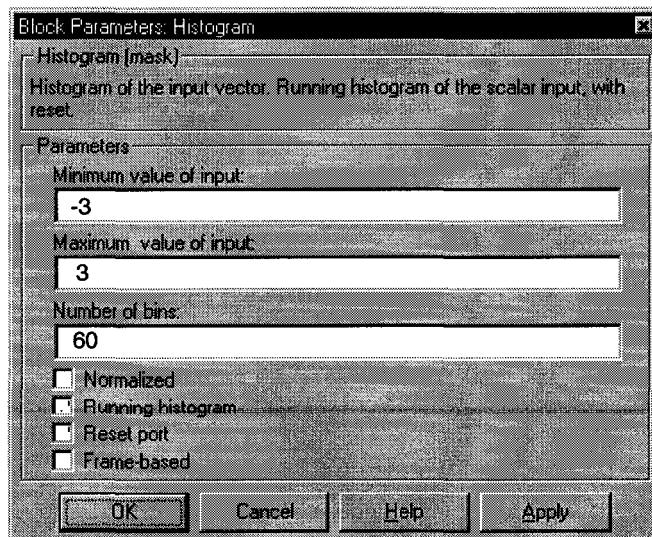


Figure 3.44 Paramètres utilisateur fournis par le bloc histogramme.

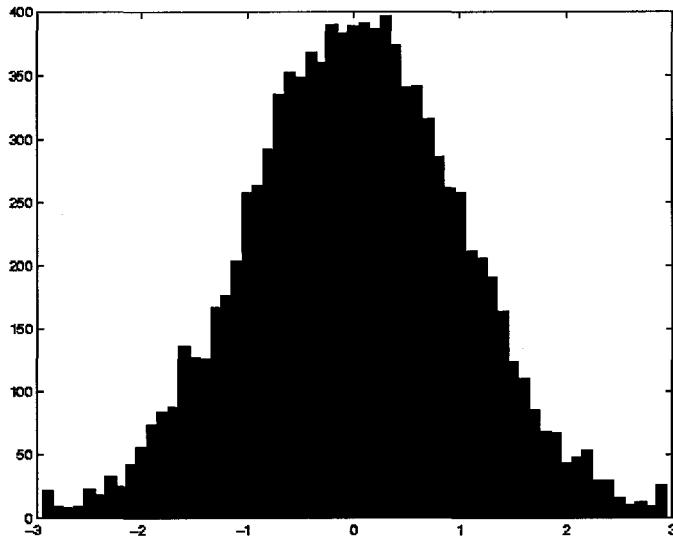


Figure 3.45 Exemple d'une estimation de l'histogramme sur Matlab.

Pour estimer l'histogramme, il faut fournir les paramètres au bloc «Histogram». Les valeurs limites du signal doivent être précisées ainsi que le nombre de colonnes associées qui est lui-même fonction du nombre de bits. Le reste du traitement du signal est effectué sur l'histogramme, d'où l'intérêt à bien l'estimer. Notre estimation par le bloc de Simulink sur 2048 échantillons donne une fonction bruitée, et il est intéressant d'affiner notre modèle en filtrant l'histogramme correctement.

3.5.3 Modélisation du lissage temporel et spatial de l'histogramme

3.5.3.1 Introduction au filtre FIR

D'une façon générale, les filtres sont utilisés, surtout en télécommunication, pour éliminer les bruits qui accompagnent le signal utile. Il rejette les fréquences en dehors de la bande de fonctionnement, ce qui améliore le rapport signal sur bruit.

Dans le cadre de notre projet, le filtre est utilisé pour lisser l'histogramme brut formé par un bloc de 2048 échantillons. Les hautes fréquences rendent l'histogramme anormalement bruité et par filtrage (FIR), on élimine ces fréquences ce qui rend l'histogramme plus régulier.

A) Définition et rappel sur le filtre FIR

Un filtre FIR possède une bande passante, dans laquelle le signal utile passe avec peu d'atténuation et, une bande de blocage dans laquelle le signal est fortement atténué. Entre ces bandes, le filtre présente une bande de transition que nous cherchons à minimiser lors de la conception (figure 3.46).

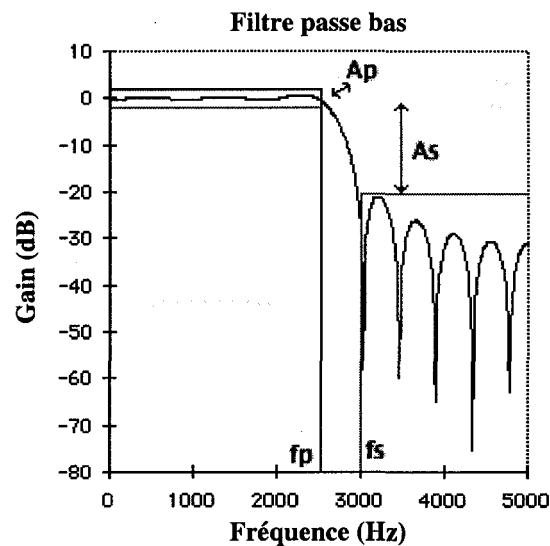


Figure 3.46 Fonction de transfert d'un filtre FIR.

Voici les paramètres qu'il faut définir pour caractériser un filtre :

- 1) A_p est l'amplitude maximale de l'ondulation dans la bande passante du filtre. A_p est donnée en dB et elle est mesurée par rapport à 0 dB, soit la valeur idéale du gain dans la bande passante.
- 2) A_s est le gain maximal dans la bande de blocage. Il est aussi donné en dB et il est mesuré par rapport à 0 dB, soit la valeur idéale du gain dans la bande passante.
- 3) f_s marque la frontière entre la bande passante et la bande de transition. Elle se mesure en Hertz.
- 4) f_p marque la frontière entre la bande passante et la bande de transition. Elle se mesure en Hertz.
- 5) f_e est la fréquence d'échantillonnage. Elle se mesure également en Hertz.

B) Conception du filtre FIR pour notre application

Ce filtre est utilisé pour améliorer l'allure de l'histogramme brut. L'histogramme estimé à partir des échantillons est souvent bruité, et il est nécessaire d'éliminer tout ce bruit afin de se rapprocher au mieux de l'histogramme théorique. Le module de filtrage va justement améliorer les performances globales en assurant un calcul plus exact de la fonction non-linéaire $g(r)$.

Le filtre à réponse impulsionnelle finie (FIR) possède une réponse impulsionnelle formée d'un nombre fini de valeurs numériques. Ces filtres sont habituellement réalisés par des systèmes dits non récursifs qui sont décrits dans le domaine temporel par une équation de la forme suivante :

$$y(n) = \sum_{i=0}^{n-1} h(i) \cdot x(n-i) \quad (3.22)$$

avec :

- $x(n)$: la séquence numérique qui décrit le signal d'entrée du filtre.
- $y(n)$: la séquence numérique qui décrit le signal de sortie du filtre.
- $h(n)$: l'ensemble des coefficients qui détermine la réponse du filtre.
- n : le nombre de coefficients du filtre.

Dans notre application, le filtre est symétrique avec les coefficients suivants [33] :

$$\begin{aligned}
 h(0) &= 0.125; \\
 h(1) &= 0.250; \\
 h(2) &= 0.250; \\
 h(3) &= 0.250; \\
 h(4) &= 0.125.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Ce filtre réalise un lissage permettant d'avoir un histogramme régulier et prêt à être traité. Puisqu'on travail avec des vecteurs de 255 éléments, représentants une itération ou une estimation d'un histogramme sur 2048 échantillons, on a besoin d'une fonction dans Simulink pour calculer l'opération de filtrage FIR sur un vecteur de 255 éléments.

L'outil Matlab/Simulink donne la possibilité de coder des fonctions pertinentes en Matlab ou en C pour les utilisateurs qui cherchent des fonctions précises pour une application particulière. Il existe un bloc appelé «**S-Function**» dédié aux fonctions codées pouvant être utilisé en Simulink.

Pour appliquer un filtrage FIR sur un vecteur de 255 éléments avec les coefficients du filtrage mentionnés au début, la fonction «**filtre**» est codée en Matlab pour être utilisée comme S-Function. La fonction «**filtre**» possède l'histogramme brut comme entrée. Cette fonction est codée afin d'appliquer l'équation générale du filtre FIR (équation 3-22) sur l'histogramme brut d'entrée. L'équation générale est codée pour les coefficients du

filtre mentionnés à l'équation 3-23 et pour n=5 où n est le nombre d'étages du filtre. La sortie de la fonction «filtre» est l'histogramme filtré. La figure suivante montre le source de code de la fonction «filtre».

```

function sys=mdlOutputs(t,x,u)

for i=1:255,
if i==1,
x(1)=0.125*u(1);

elseif i==2,
x(2)=0.125*u(2)+0.25*u(1);

elseif i==3,
x(3)=0.125*u(3)+0.25*u(2)+0.25*u(1);

elseif i==4,
x(4)=0.125*u(4)+0.25*u(3)+0.25*u(2)+0.125*u(1);

else
x(i)=0.125*u(i)+0.25*u(i-1)+0.25*u(i-2)+0.25*u(i-3)+0.125*u(i-4);

end
end

sys=x;

```

Figure 3.47 Source du code de la fonction «filtre».

Quant à la réponse du filtre FIR, la figure suivante représente l'allure de la réponse impulsionnelle du filtre.

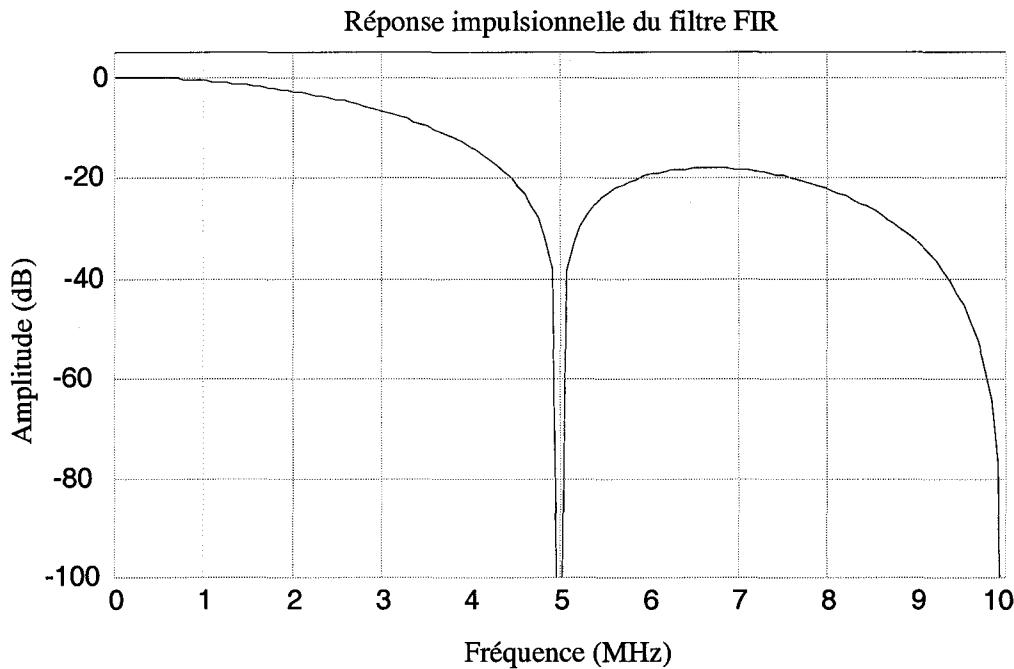


Figure 3.48 Réponse impulsionnelle du filtre FIR.
 $[h(0)=0.125, h(1)=0.25, h(2)=0.25, h(3)=0.25, h(4)=0.125]$

3.5.3.2 Lissage spatial de l'histogramme

L'histogramme filtré doit être pondéré afin de réaliser un compromis entre la mémoire des itérations précédentes et l'adaptabilité du système. Pour que l'histogramme estime au mieux la densité de probabilité sur les amplitudes, il faut prendre en compte le facteur "mémoire" des itérations précédentes. D'autre part, il est important de suivre rapidement toute variation statistique du signal. Par exemple, lorsqu'un brouilleur apparaît, le système doit s'adapter rapidement à cette variation.

Le nouvel histogramme pondéré est une moyenne pondérée des histogrammes précédents, et ce facteur doit être optimal pour suivre rapidement la variation du signal. La valeur de 0.05 pour le paramètre de pondération (α) semble être un bon compromis.

Cette valeur de 0.05 donne moins d'importance au nouvel histogramme filtré. Ainsi, cette pondération consiste à multiplier par α l'histogramme filtré par le filtre FIR, tandis que l'ancien histogramme est multiplié par le complémentaire de α , ce qui est $(1-\alpha)$. Le nouvel histogramme ainsi formé sera l'ancien histogramme pondéré pour la prochaine itération.

Il est facile d'effectuer cette opération en Simulink et l'architecture est proposée à la figure 3.49. Les histogrammes passent dans des blocs de gain pour multiplier le tout dernier par α et l'ancien pondéré par $(1-\alpha)$. Par la suite, un bloc de somme combine les deux histogrammes pour former le nouvel histogramme dit pondéré. Cette pondération affecte le temps de convergence du filtre ADP. En fait, la valeur de α définit le temps de convergence et l'adaptabilité du filtre ADP à l'apparition et la disparition des brouilleurs. L'effet de la pondération sur le filtre ADP est expliqué en détail au chapitre4.

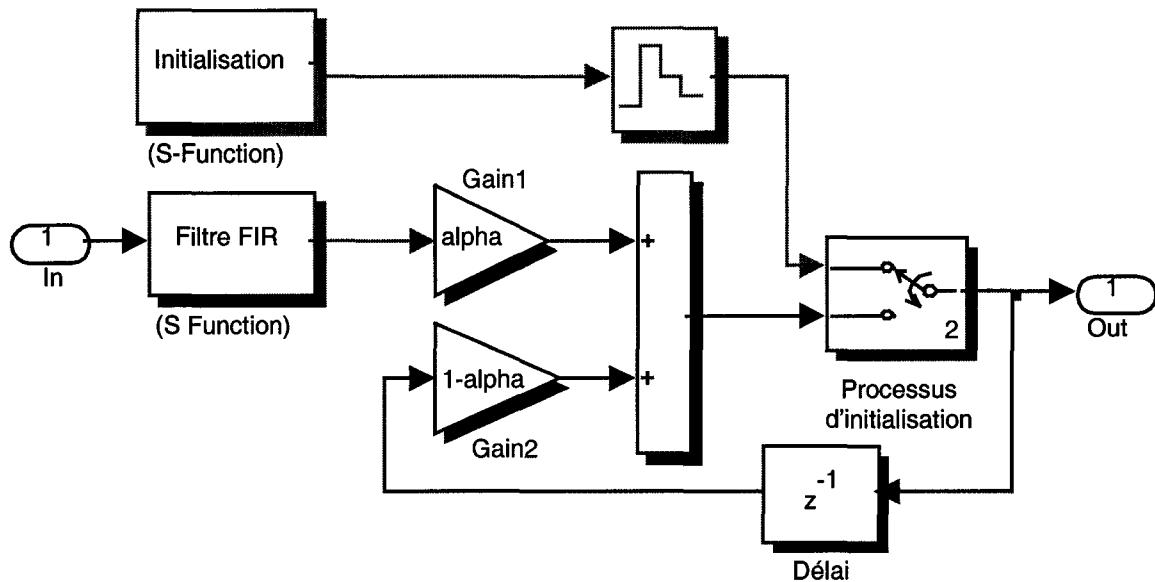


Figure 3.49 Architecture opérationnelle du filtrage spatial (pondération) et temporel de l'histogramme.

L'utilisation des deux filtres (FIR et spatial) améliore l'allure de l'histogramme brut, et il permet un traitement temps réel tout en réduisant le bruit de quantification. Les figures 3.50 et 3.51 concernent l'histogramme brut formé par un bloc de données, et on peut observer l'amélioration apportée à cet histogramme en appliquant les filtres FIR et pondération. L'histogramme traité est plus régulier et possède moins de bruit en appliquant les filtres venant d'être expliqués.

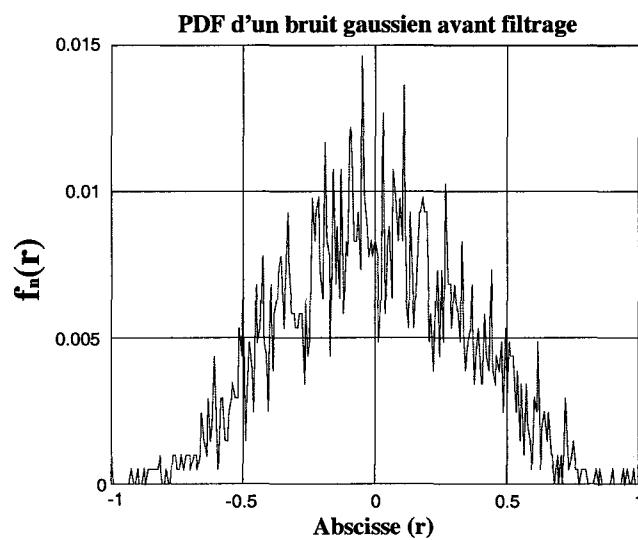


Figure 3.50 Densité de probabilité d'un bruit gaussien avant filtrage.

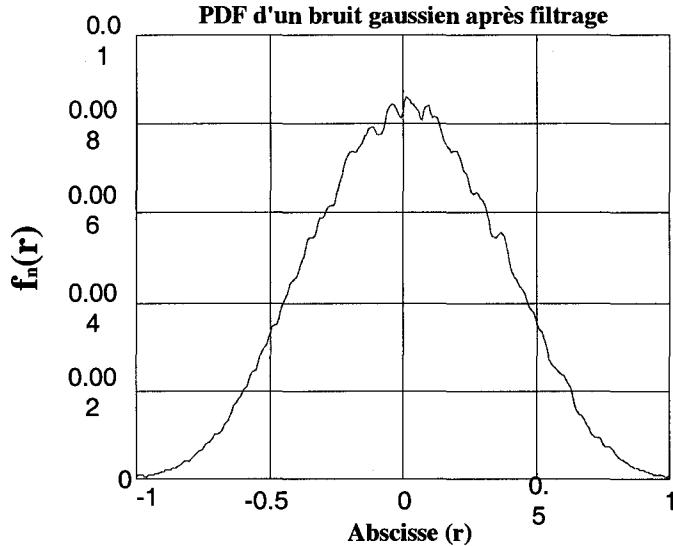


Figure 3.51 Densité de probabilité d'un bruit gaussien après filtrage.

Un système de pré-initialisation de l'histogramme est ajouté à l'étage de pondération. Au démarrage du filtre ADP, l'histogramme estimé est pondéré par un histogramme de forme gaussien. Ce processus aide le système à démarrer. En réalité, sans l'histogramme pré-initialisé, le filtre prend un certain temps pour s'adapter au signal. La pré-initialisation permet au filtre de s'adapter plus rapidement. Ce processus affecte les performances du filtre, par exemple, le temps de convergence du filtre est diminué et ceci permet d'éliminer les brouilleurs plus rapidement.

3.5.4 Modélisation de la fonction non-linéaire $g(r)$

La fonction non-linéaire $g(r)$ est la fonction que l'on cherche à réaliser. Cette fonction est le résultat de l'estimation statistique du signal à l'entrée. Dépendant de la distribution du signal calculé, la fonction non-linéaire prend une forme, de telle sorte qu'elle annule les brouilleurs existants dans le signal d'entrée lorsque l'on applique $g(r)$ au signal.

Après l'estimation et le filtrage de l'histogramme, les opérations suivantes consistent à réaliser le calcul de la fonction non-linéaire :

$$g(r) = -\frac{\partial}{\partial r} \ln\left(\frac{f_n(r)}{r}\right) \quad (3.24)$$

Cette formule doit être calculée pour chaque estimation d'un histogramme filtré, c'est-à-dire à tous les 2048 échantillons. L'histogramme est représenté par la fonction $f(r)$ répartie sur 255 valeurs, et la variable (r) est l'abscisse de l'histogramme. Nous allons définir la variable (r) au paragraphe suivant.

3.5.4.1 Mise à l'échelle de $f_n(r)$

Le développement théorique du filtre ADP montre que nous devons diviser l'histogramme $f_n(r)$ par son abscisse (r) . On définit l'axe r comme étant l'abscisse de l'histogramme. En principe, r varie entre -1 et 1, or cette échelle est divisée en 255 points qui représentent les résultats de la quantification du signal d'entrée $S(n)$ échantillonné sur 8 bits.

L'échelle contient une valeur zéro qui rend la division impossible, mais en faisant la translation de l'axe des abscisses de zéro à 120, nous évitons ainsi cette division sans affecter le calcul de $g(r)$. Selon Balboni [7], cet axe est compris entre 104 et 136. Un nombre de 255 points sera pris sur cet axe d'une façon linéaire comme l'indique la figure suivante :

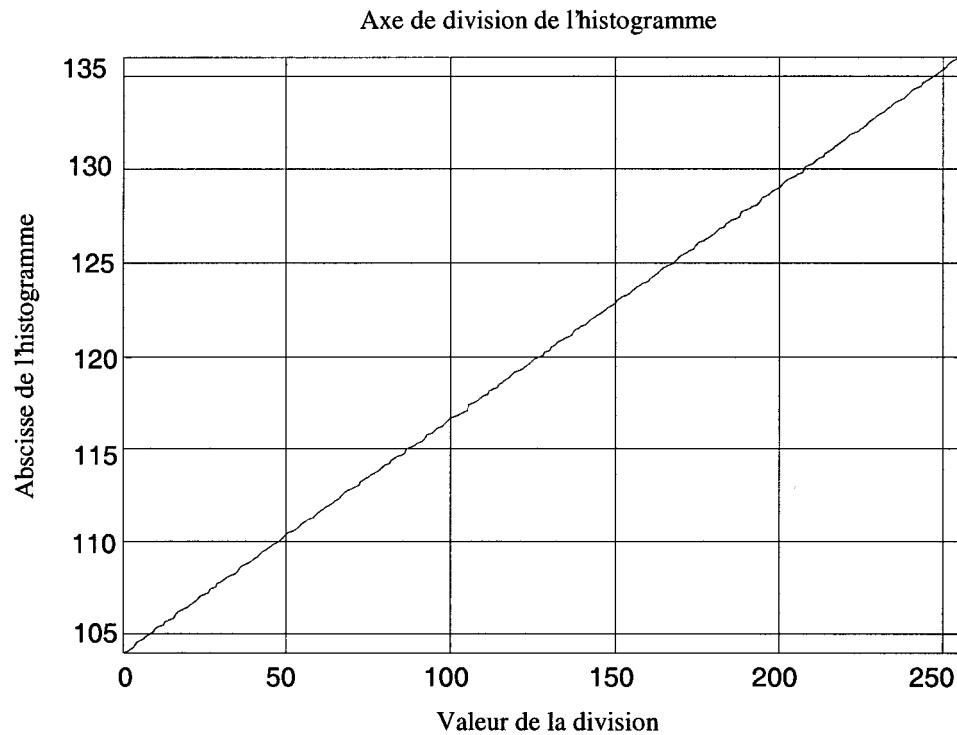


Figure 3.52 L'axe de division de $f_n(r)$.

L'axe des amplitudes r est une droite de la forme :

$$y = ax + b \quad (3.25)$$

où :

$$a = \frac{1}{8} \quad \text{et,} \quad b = 104 \quad (3.26)$$

L'opération de division entre $f_n(r)$ et r est une division de deux vecteurs point à point. Par exemple, on divise l'élément de premier rang du vecteur $f_n(r)$ par l'élément de premier rang de l'axe r , et ainsi de suite pour les autres rangs. Le résultat de la division est un vecteur ayant la même dimension que les vecteurs divisés.

3.5.4.2 Opération d'un log népérien au résultat

Le logarithme népérien est la deuxième étape à faire, après avoir effectué la division de $f_n(r)$ par l'abscisse (r). Plusieurs façons existent pour réaliser une telle opération.

L'opération à effectuer est représentée ci-dessous :

$$y = \ln\left(\frac{f_n(r)}{r}\right) \quad (3.27)$$

Une fois la division effectuée, la prochaine opération consiste à effectuer le log népérien sur le vecteur résultant. Une fonction de Matlab (log) est utilisée, et cette fonction calcule le log népérien de chaque élément du vecteur d'entrée. La sortie est un vecteur ayant la même dimension du vecteur d'entrée.

3.5.4.3 Dérivée de la sortie du log

La forme générale de la dérivée d'une fonction est la suivante :

$$\nabla F = \frac{\partial F}{\partial x} i + \frac{\partial F}{\partial y} j + \frac{\partial F}{\partial z} k + \dots \quad (3.28)$$

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer une dérivée numérique. En générale, la dérivée numérique prend la forme standard suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{f(r+1) - f(r)}{(r+1) - r} \quad (3.29)$$

Le gradient est une des méthodes utilisées pour la dérivée numérique. En utilisant la méthode du gradient, la dérivée prend la forme suivante :

$$\frac{\partial f}{\partial r} = \frac{f(r+1) - f(r-1)}{2 * r} \quad (3.30)$$

On observe que le gradient d'une fonction f est la moyenne sur la dérivée standard de la fonction. Ceci correspond à faire la dérivée normale de la fonction f et ensuite faire la moyenne sur cette dérivée.

Pour réaliser la dérivée, une fonction de Matlab «**GRADIENT**» est utilisée. Cette fonction est utilisable en Simulink si on la place dans un bloc qui la rend compatible. La fonction «**GRADIENT**» calcule le gradient du vecteur d'entrée.

La figure suivante montre le calcul de la fonction non-linéaire $g(r)$ à partir de l'histogramme estimé.

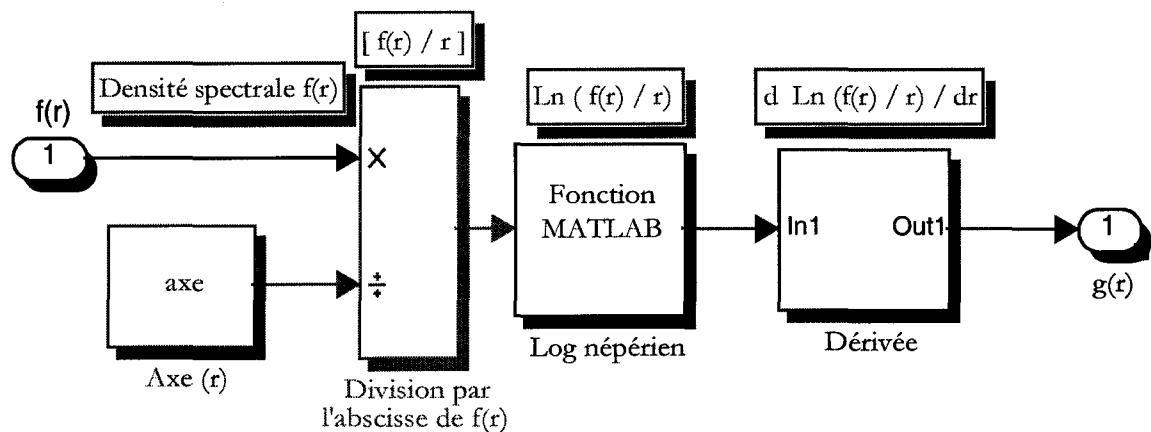


Figure 3.53 Calcul de la fonction non-linéaire $g(r)$.

Le signal à l'entrée du filtre ADP comporte le code C/A, le bruit gaussien et le brouilleur. En traitant ce signal par le filtre ADP, ce dernier élimine le brouilleur par un traitement non-linéaire. À la sortie du filtre, on trouve le code C/A et un bruit qu'on appelle bruit résiduel. Il est important de standardiser le signal à la sortie du filtre ADP pour avoir des mesures de performance représentatives de la réalité.

La normalisation du signal à la sortie du filtre est liée directement à la normalisation de la fonction non-linéaire $g(r)$. Cette fonction règle la puissance du signal à la sortie du filtre ADP. On entend par la normalisation de $g(r)$, la multiplication de cette fonction par un scalaire pour avoir, à la sortie du filtre, un niveau de bruit résiduel égale à celui du bruit gaussien à l'entrée du filtre ADP. De ce fait, on peut faire une mesure valide sur le code C/A après le filtre ADP et ceci pour tous les scénarios de brouillages.

Une méthode de normalisation de $g(r)$ est proposée par Balboni [7], cette méthode consiste à prendre des paramètres de normalisation à partir des fonctions $f(r)$ et $df(r)/dr$. Dans le modèle Simulink du filtre ADP, cette normalisation est réalisée en multipliant la fonction $g(r)$ par trois. Cette multiplication assure un niveau de puissance résiduelle à la sortie du filtre ADP égale environ à celle du bruit gaussien à l'entrée.

3.5.5 Modélisation de l'étape de filtrage par la fonction non-linéaire

Le signal d'entrée $S(n)$ est échantillonné puis regroupé en blocs de 2048 échantillons. Chaque bloc forme un histogramme brut qui est calculé, filtré puis subit plusieurs opérations qu'on a détaillées dans la section précédente (division par r , log népérien, dérivé), pour aboutir à la fonction non-linéaire $g(r)$.

Cette fonction est directement appliquée au signal d'entrée, qui donne à ce dernier des valeurs plus significatives au sens de la théorie développée et augmente le rapport signal sur bruit.

En appliquant le signal d'entrée directement sur la fonction non-linéaire $g(r)$, on donne à chaque échantillon du signal d'entrée une nouvelle valeur ajustée selon une statistique faite sur un bloc de 2048 échantillons. L'application de $g(r)$ est simple, le signal d'entrée adresse $g(r)$ pour déterminer la valeur à la sortie.

Une fonction «APPLICATIONGR» est codée en Matlab pour réaliser cette tâche. La programmation en S-Function rend la fonction compatible avec Simulink. L'entrée de cette fonction est un vecteur de 2048 échantillons du signal d'entrée à partir desquels $g(r)$ est calculé. Ce signal adresse la fonction non-linéaire pour déterminer le signal filtré par l'ADP. L'adressage se fait de la façon suivante : un échantillon de valeur 5 par exemple adresse le 5^{ième} élément de $g(r)$, et ainsi de suite pour les autres échantillons.

La figure suivante montre les signaux d'entrées et de sorties de la fonction «APPLICATIONGR».

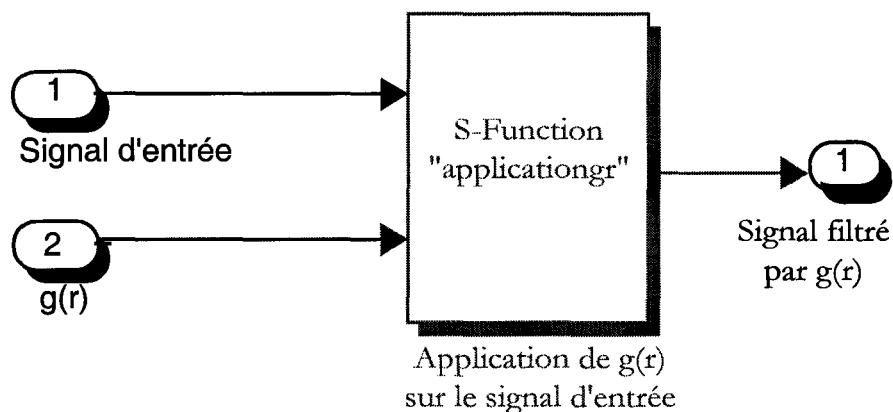


Figure 3.54 Application de $g(r)$ sur le signal.

3.6 Conclusion sur le modèle ADP

La simulation du filtre ADP est une étape inévitable pour assurer le fonctionnement du filtre et pour optimiser ces paramètres. En fait, avant de passer à la réalisation, un modèle du filtre est établit sur Matlab/Simulink. Ce modèle simule le comportement du filtre face à des signaux semblables aux signaux réels.

Dans ce chapitre, la modélisation du filtre ADP est montrée ainsi que le signal GPS et les différents types de brouilleurs. La génération du signal GPS est expliquée en détail, ce qui comprend le générateur de séquence aléatoire (générateur de Gold) ainsi que le processus du choix du numéro de satellite à simuler. De plus, nous avons présenté la génération de chaque type de brouilleur qui sont regroupés en trois catégories.

En ce qui concerne le filtre ADP, nous avons porté davantage notre attention sur sa conception. Une description générale du filtre est présentée afin de donner une idée sur le fonctionnement globale du filtre. Par la suite, chaque bloc du traitement ADP est abordé afin de décrire en détail toutes les opérations de calcul et de clarifier la modélisation de ces dernières opérations.

Le modèle du filtre sur Simulink permet de faire des simulations réalistes avant d'entrer dans la phase de conception en temps réel d'un prototype.

CHAPITRE 4

PERFORMANCES DU FILTRE ADP

Notre étude théorique a permis de déterminer des performances du filtre ADP qui seront vérifiées en simulation et éventuellement dans le cadre d'une réalisation matérielle. La modélisation du filtre par le logiciel de simulation Matlab/Simulink permet de vérifier le comportement d'une telle étude en présence de signaux réels. La simulation permet de prévoir la réaction du filtre ADP et d'étudier l'intégrité du filtre ADP. Plusieurs méthodes existent pour mesurer les performances du filtre ADP et pour vérifier les améliorations apportées au signal d'entrée à la suite du traitement par le filtre ADP. Nous présentons dans ce chapitre certaines performances du filtre ADP à l'aide de simulations logicielles.

4.1 Objectif général

La modélisation du filtre ADP sur Matlab/Simulink permet de simuler plusieurs types de bruit qui s'ajoutent au signal. La quantification du signal sur 8 bits par exemple introduit un bruit de quantification de -52dB (chapitre III), ainsi que les bruits générés par les opérations de calculs à la suite du traitement du signal. Il sera donc nécessaire de déterminer le nombre de bits requis pour le filtre ADP.

La performance du filtre ADP peut être observée par l'approche et l'analyse de ses fonctions intermédiaires obtenues par simulations soient $f_n(r)$ et $g(r)$. Cette méthode permet d'abord de confirmer la fonctionnalité du modèle construit. Des vecteurs de test sont pris pour comparer les formes obtenues théoriquement avec celles de la simulation. Les paramètres les plus importants pour un récepteur sont le rapport signal sur bruit à l'entrée et à la sortie du filtre et la perte de corrélation sur le signal GPS. La

visualisation fréquentielle du signal à la sortie du filtre ADP confirme la suppression des brouilleurs existants et des mesures de robustesse en terme de J/N peuvent être obtenues.

4.2 Observation qualitative des performances ADP

Cette première observation permet de vérifier et d'étudier l'allure des fonctions intermédiaires (la fonction densité de probabilité $f_n(r)$ et la fonction non-linéaire $g(r)$). La visualisation et l'analyse du signal à la sortie du filtre assurent le bon fonctionnalité du filtre et le principe de suppression des brouilleurs sera vérifié par des scénarios de brouillage.

4.2.1 Identification de l'histogramme

La visualisation de l'histogramme permet d'évaluer l'allure ainsi que les effets induits du lissage et de la pondération temporelle par les histogrammes précédents. En effet, on rappelle que le processus est statistique et adaptatif. On peut évaluer l'erreur de l'estimateur des histogrammes par une comparaison avec la forme théorique de l'histogramme d'entrée.

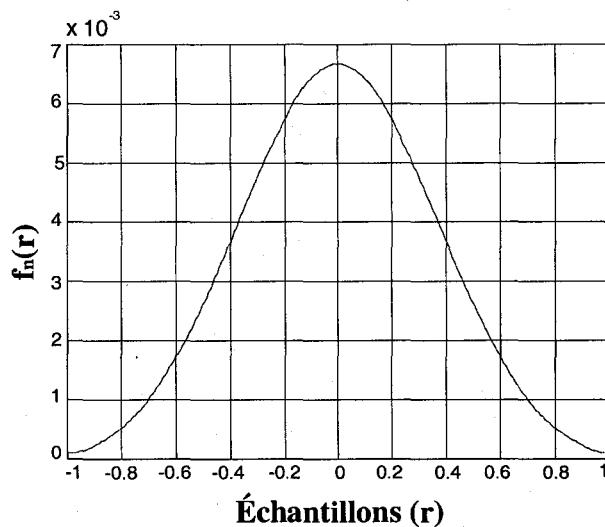


Figure 4.1 Densité de probabilité théorique d'un bruit gaussien.

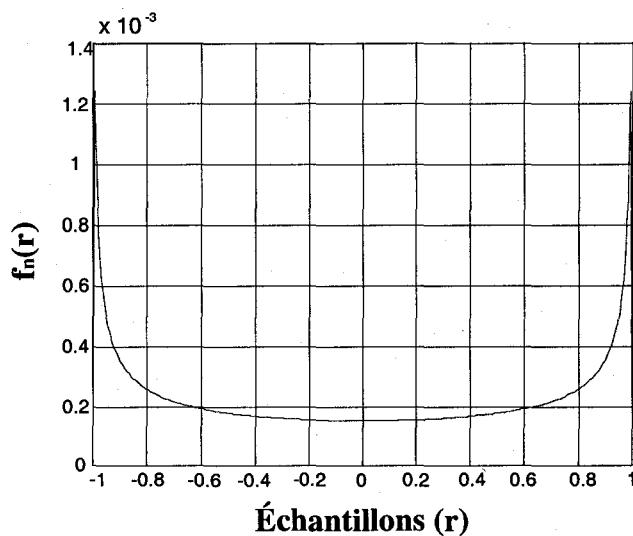


Figure 4.2 Densité de probabilité théorique d'un brouilleur CWI.

Les figures 4.1 et 4.2 montrent les formes théoriques de l'histogramme d'un signal gaussien et d'un brouilleur CWI respectivement. L'estimation de ces histogrammes permet, après une série de traitement numérique, de calculer la fonction non-linéaire $g(r)$ associée.

La principale difficulté est d'estimer l'histogramme le plus proche de la forme théorique du signal réel. L'histogramme adaptatif sera ensuite traité par des modules adaptés de filtrage. Ces modules vont d'abord lisser puis pondérer l'histogramme afin de minimiser l'erreur du calcul de la fonction non-linéaire $g(r)$.

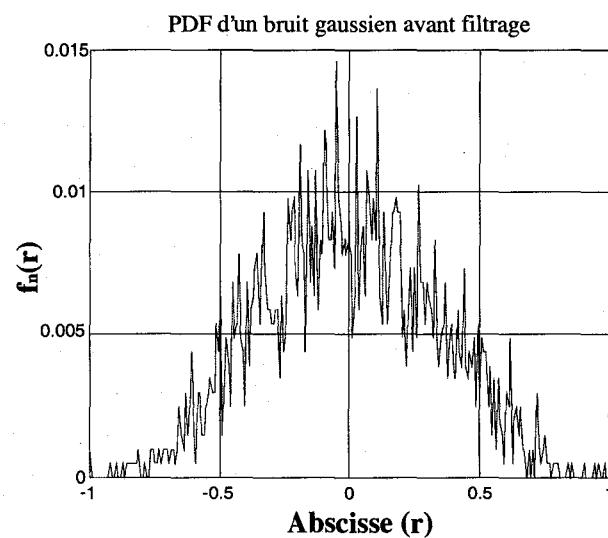


Figure 4.3 Densité de probabilité d'un bruit gaussien avant filtrage (SNR=-10dB).

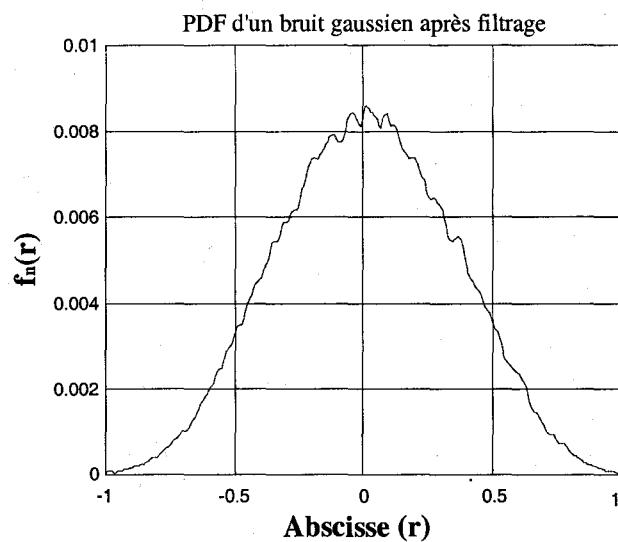


Figure 4.4 Densité de probabilité d'un bruit gaussien après filtrage (SNR=-10dB).

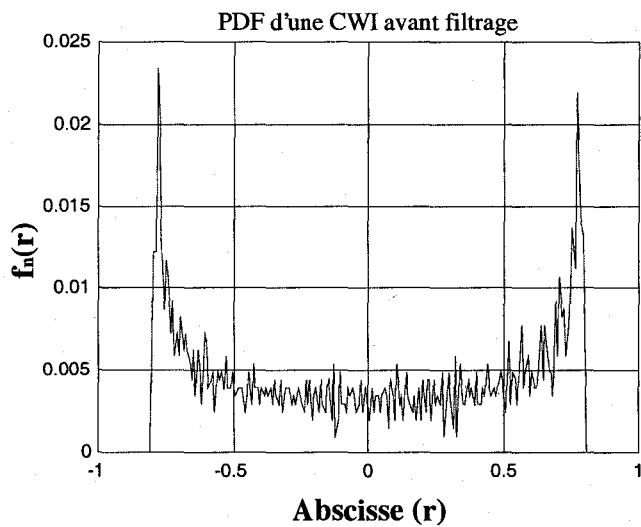


Figure 4.5 Densité de probabilité d'une CWI avant filtrage (JNR=25dB et SNR=-10dB).

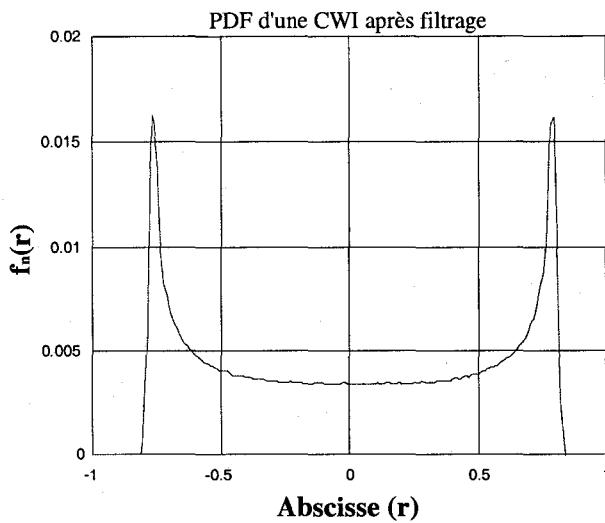


Figure 4.6 Densité de probabilité d'une CWI après filtrage
(JNR=25dB et SNR=-10dB).

La figure 4.3 montre l'histogramme brut d'un bruit gaussien traitée par l'estimateur de la fonction de densité de probabilité. Cet histogramme est obtenu avec 2048 échantillons en discrétilisant l'axe des abscisses (r) en 256 niveaux. On remarque que les irrégularités existantes dans l'histogramme avant filtrage sont importantes en comparaison avec l'histogramme théorique (figure 4.1). Le lissage permet d'éliminer le bruit et de donner à l'histogramme brut une forme plus régulière.

Les figures 4.4 et 4.6 montrent l'efficacité du lissage et de la pondération. Les histogrammes des figures 4.3 et 4.5 sont transformés (après filtrage) en des fonctions ayant des formes proches des fonctions théoriques. Les irrégularités existantes dues aux bruits sont éliminées pour permettre le calcul d'une fonction non-linéaire qui sera plus efficace.

4.2.2 Visualisation de la fonction non-linéaire $g(r)$

La fonction non-linéaire $g(r)$ affecte directement le traitement apporté au signal d'entrée. Cette fonction dépend de la fonction densité de probabilité $f_n(r)$ (histogramme) et des étapes de lissages appliquées à ce dernier.

L'allure de cette fonction permet d'évaluer l'estimation de l'histogramme et le processus de filtrage associé. Le traitement de l'histogramme par les modules de filtrage assure une bonne pondération de l'amplitude du signal à la sortie du filtre ADP.

Théoriquement, le traitement ADP n'a aucun effet sur un signal gaussien. La fonction non-linéaire $g(r)$ théorique associée à un signal de distribution gaussien prend la forme d'une droite de pente $1/\sigma$, où σ est la variance du bruit. Ceci permet au signal GPS reçu en absence de brouilleur de garder sa forme, c'est à dire que le signal gaussien ne subit aucune non-linéarité.

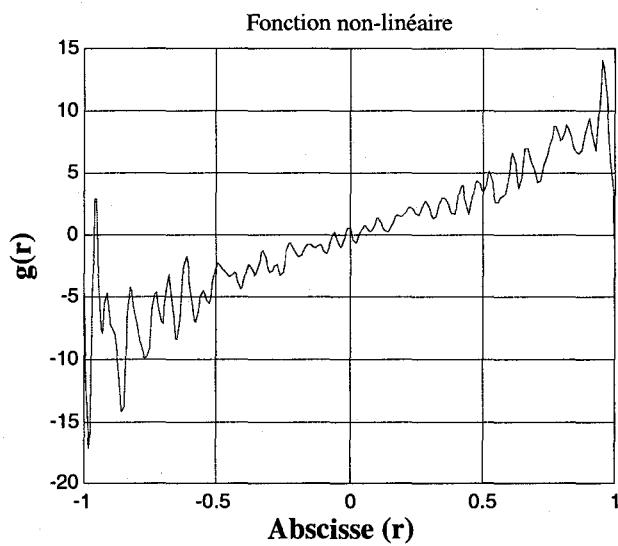


Figure 4.7 Fonction non-linéaire $g(r)$ d'un bruit gaussien.

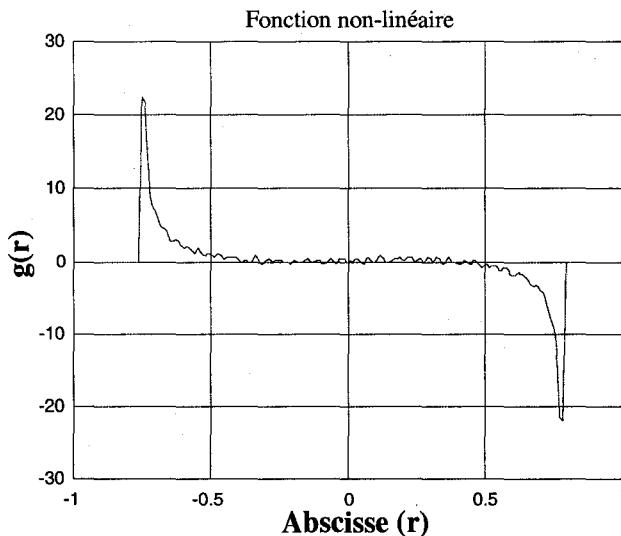


Figure 4.8 Fonction non-linéaire $g(r)$ d'un brouilleur CWI.

Les figures 4.7 et 4.8 montrent les fonctions non-linéaires $g(r)$ associées à un bruit gaussien et à un brouilleur CWI. Ces deux fonctions sont estimées par le filtre ADP. Les irrégularités existantes dans la fonction $g(r)$ peuvent entraîner une dégradation du signal utile après le filtre ADP. En fait, ces irrégularités sont créées par le convertisseur analogique à numérique (A/N), le processus statistique fini et les opérations numériques pour le calcul du filtre. Dans le cas d'une réception GPS sans brouillage, ces irrégularités entraîne une légère dégradation de la corrélation du signal avec le code C/A, or cette dégradation demeure inférieure à 1 dB.

La sinusoïde pure possède une densité de probabilité sur les amplitudes complètement inversée par rapport à la gaussienne. La fonction non-linéaire $g(r)$ associée à cette densité de probabilité (figure 4.8) permet de rétablir la caractéristique gaussienne du signal et de conserver les propriétés des signaux à spectre étalé même dans les scénarios de faible SNR et JNR.

4.2.3 Analyse de la DSP à l'entrée et à la sortie du filtre ADP

L'analyse des performances du filtre ADP en simulation n'est pas une chose simple puisqu'il est destiné aux récepteurs CDMA. Une façon de vérifier l'élimination des brouilleurs par le traitement ADP consiste à examiner le spectre de densité de puissance (DSP) du signal à l'entrée et à la sortie du filtre ADP. Ce spectre de puissance est fonction de la FFT (Transformée rapide de Fourier) du signal. D'une façon générale, même pour des rapports J/N très faibles, il sera possible d'observer une raie dans le spectre en fréquence du signal composite. Le signal GPS étant noyé sous le bruit thermique, toute interférence qui s'ajoute au signal sera présente dans le spectre comme une raie de puissance déterminée.

Par exemple, un brouilleur CWI se voit comme une raie de puissance centrée sur la fréquence du brouilleur comme montré à la figure 4.9. Le traitement ADP amplifie la caractéristique gaussienne du signal en appliquant la fonction $g(r)$. Après l'application du filtre ADP, la suppression du brouilleur est vérifiée par l'élimination de la raie principale qui représente le brouilleur (figure 4.10).

Les figures suivantes montrent la présence d'un brouilleur CWI de $J/N=20dB$ (figure 4.9). La suppression de ce brouilleur est montrée à la figure 4.10 et on remarque que la puissance du brouilleur est éliminée. Le signal regagne sa forme gaussienne après le filtre ADP.

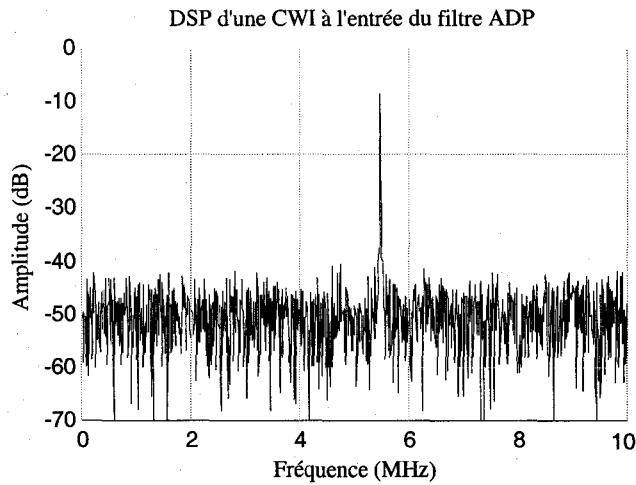


Figure 4.9 DSP d'une CWI avant traitement ADP (JNR=15dB).

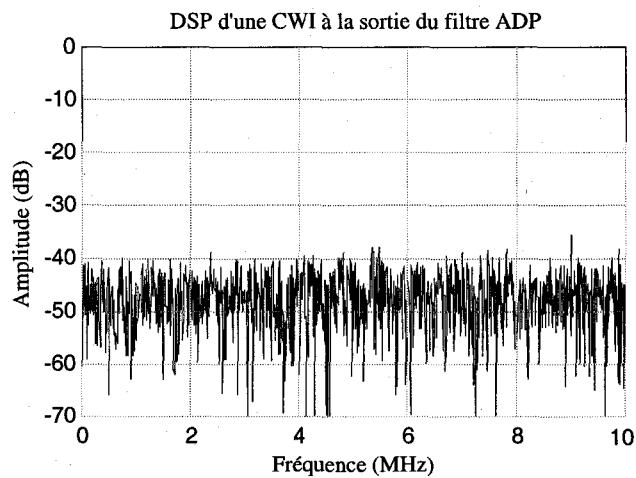


Figure 4.10 DSP d'une CWI après traitement ADP (JNR=15dB).

Pour un brouilleur pulsé, les figures suivantes montrent la suppression d'un brouilleur pulsé à 90% d'une fréquence de 5.5MHz ayant un JNR de 15dB. De la même façon, la DSP après le filtre ADP montre l'élimination totale de ce type de brouilleur.

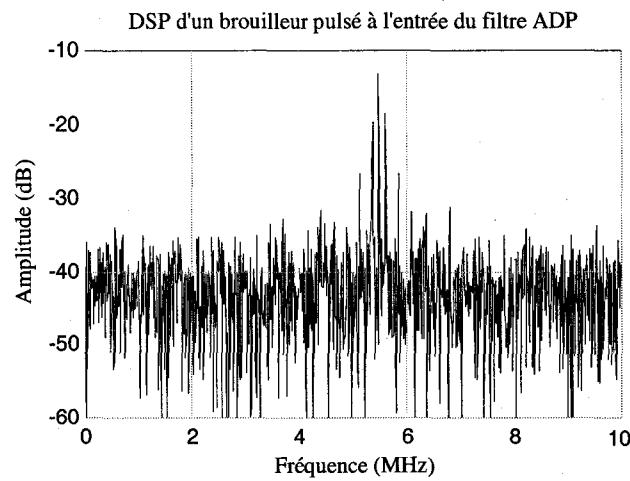


Figure 4.11 DSP d'une PWI à 50% avant traitement ADP (J/N=15dB).

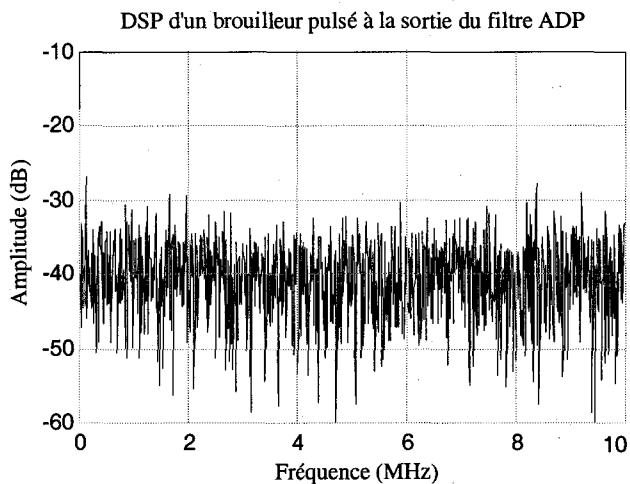


Figure 4.12 DSP d'une PWI à 50% après traitement ADP (J/N=15dB).

Finalement, nous montrons les résultats obtenus pour le dernier type de brouilleur. Les figures suivantes montrent la présence d'un brouilleur balayé en fréquence "Chirp" à l'entrée du filtre ADP et l'élimination de ce brouilleur après le traitement ADP. Ce brouilleur est une CWI qui se déplace d'une façon linéaire entre les fréquences $f_{\min}=2$ MHz et $f_{\max}=3$ MHz en 2 secondes. La DSP de 1024 points permet de voir l'allure du

spectre à l'entrée du filtre ADP. On remarque la DSP du signal à la sortie du filtre ADP ne contient aucun brouilleur et la puissance spectrale représentant le brouilleur a disparu.

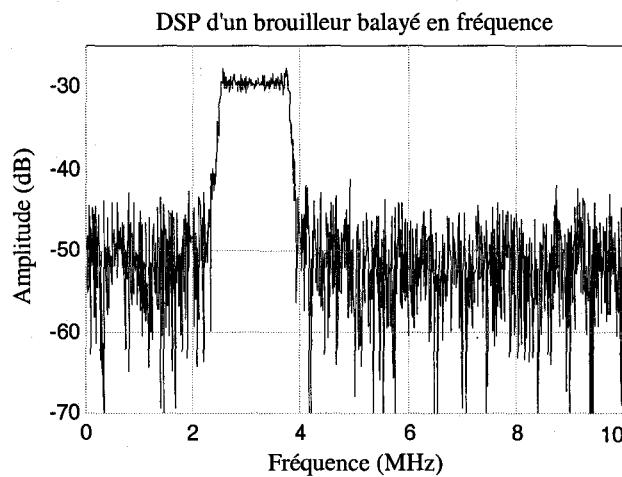


Figure 4.13 DSP d'un brouilleur balayé en fréquence avant ADP.

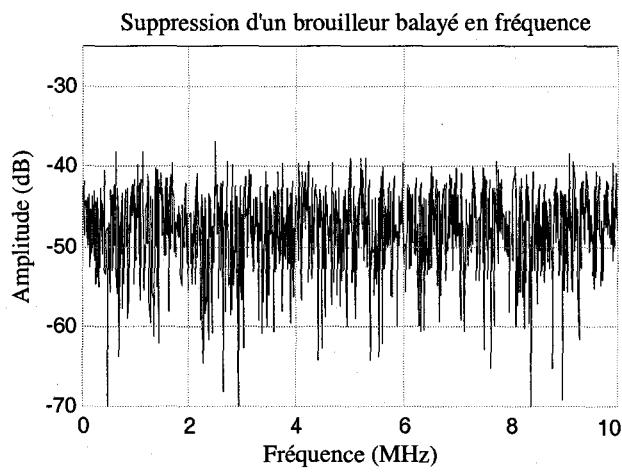


Figure 4.14 DSP d'un brouilleur balayé en fréquence après ADP.

Ces dernières simulations montrent le potentiel du filtre ADP à éliminer des brouilleurs de façon adaptative et à redonner au signal une caractéristique gaussienne par l'application de la fonction non-linéaire $g(r)$. Plusieurs autres scénarios de brouillage

ont été effectués et l'ensemble des résultats obtenus confirme les performances du filtre ADP.

L'objectif des prochaines sections est de poursuivre notre étude des performances du filtre ADP en analysant d'autres mesures et paramètres essentiels aux communications CDMA.

4.3 Mesure des performances sur une voie

La mesure de l'efficacité du traitement ADP sera faite sur une seule voie X_i ou Y_i . Le calcul du gain de traitement ADP est nécessaire afin de vérifier l'amélioration apportée au signal en terme de rapport signal sur bruit (SNR) sur une seule voie.

4.3.1 Rappel du gain de traitement ADP sur une voie

Le facteur de gain de traitement ADP (G_D) est l'amélioration que l'ADP apporte au signal par rapport à un récepteur linéaire (voir équation 2-19). Ce gain de traitement est montré en détail au chapitre II du rapport. À la suite du développement des équations du rapport signal sur bruit après ADP, l'équation de gain est la suivante :

$$G_D = E[g^2(w(T))] * E[w^2(T)] \quad (4.1)$$

4.3.2 Analyse des performances ADP sur une voie

La mesure du gain de traitement ADP est réalisée par une mesure de la puissance du signal à l'entrée et à la sortie du filtre ADP. Afin que ces mesures soient correctes, il faut attendre un certain nombre d'itérations pour que la forme des deux fonctions $f_n(r)$ et

$g_n(r)$ soient régulières. Il s'agit effectivement d'un filtre adaptatif et lorsque les simulations sont lancées, il est nécessaire de laisser le temps au filtre de converger.

La fréquence d'échantillonnage est de 20 Méch/sec. Le traitement ADP se fait sur des blocs de 2048 échantillons. Après l'acquisition de 10 blocs de données, la fonction non-linéaire $g(r)$ se rapproche de la forme théorique. La puissance à la sortie du filtre ADP commence à se stabiliser.

Les performances d'antibrouillage du traitement ADP seront évaluées face à différents types de brouilleurs (brouilleur sinusoïdal CWI à fréquence fixe, brouilleur sinusoïdal impulsif et brouilleur balayé en fréquence) et ce, dans divers scénarios de brouillage et de rapport J/S.

A) Cas du brouillage continu (CWI)

Plusieurs simulations ont été réalisées afin de savoir jusqu'à quel point le traitement ADP sera capable de rejeter les brouilleurs CWI. Des simulations sont faites avec un seul brouilleur mais pour différents rapports brouilleur sur signal (JSR), alors que d'autres sont faits avec deux, trois voire quatre brouilleurs combinés afin d'évaluer la réjection du brouillage multiple.

Le tableau 4.1 résume les différentes simulations réalisées avec des brouilleurs de types continus (CWI).

Tableau 4.1

Performances de l'ADP sur une voie pour des brouilleurs continus (CWI).

Nature du Brouilleur	SNR (dB)	JNR (dB)	JSR (dB)	Gain de traitement G_D (dB)
1 CWI	-10	25	35	21
1 CWI	-10	35	45	18
1 CWI	-10	45	55	18.5
1 CWI	-30	0	30	19.6
1 CWI	-30	10	40	21.8
1 CWI	-30	20	50	18.2
2 CWI	-10	35	45	11.9
3 CWI	-10	35	45	9.7
4 CWI	-10	35	45	8.1

D'une façon générale, le traitement ADP apporte un facteur de gain en robustesse (G_D) de 20dB pour un brouilleur CWI unique. Dans le cas du brouillage multiple, le traitement est moins efficace. Ceci est dû à l'augmentation du nombre de brouilleurs, car la distribution sur les amplitudes (histogramme) tend vers une statistique gaussienne, et le facteur de gain G_D se dégrade rapidement. On remarque le gain G_D atteint 8.1dB en présence de 4 brouilleurs de type continu. Par contre, nous savons que ce problème est

résolu avec l'ADP dans le domaine des fréquences. Des travaux sont en cours au LACIME sur l'ADP en fréquence.

B) Cas du brouillage CWI pulsé

Le brouilleur CWI pulsé est un brouilleur sinusoïdal qui apparaît pendant une portion de temps. Ce brouilleur reflète les interférences potentielles dues aux stations radar.

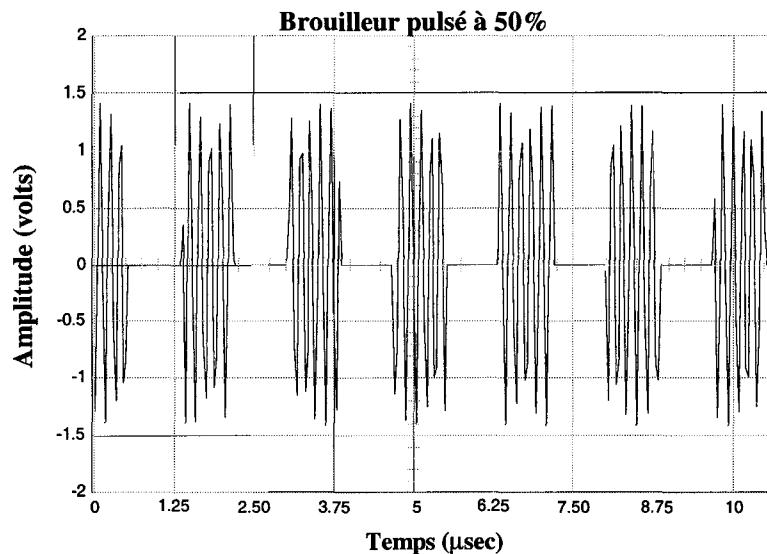


Figure 4.15 Brouilleur CWI pulsé à 50%.

La période impulsionnelle du générateur est fixe. Le temps pendant lequel le générateur est activé correspond à une portion de cette période, et cette portion du temps est mesurée en pourcentage de la période du générateur. Les simulations sont faites pour des valeurs de 10, 50 et 90%.

Le tableau 4.2 montre le résultat des simulations réalisées avec des brouilleurs pulsés.

Tableau 4.2

Performances de l'ADP en présence de brouilleurs CWI pulsés.

Nature du brouilleur	SNR(dB)	JNR (dB)	JSR (dB)	Gain de traitement G_D (dB)
CWI pulsée à 10%	-10	35	45	32.6
CWI pulsée à 50%	-10	35	45	36.4
CWI pulsée à 90%	-10	35	45	25.5
1 CWI + 1 CWI pulsée	-30	15	45	18.8

L'efficacité optimale est obtenue dans le cas d'un brouilleur sinusoïdal pulsés à 50%. On observe également que la réjection est maximale pour ce type de brouilleur. De la même façon, le facteur de gain G_D subit une dégradation rapide avec l'augmentation du nombre des brouilleurs.

C) Cas du brouillage balayé en fréquence (chirp)

Ce brouilleur simule l'effet Doppler qui est créé entre l'émetteur (la source de brouillage) et le récepteur GPS surtout dans le cas des récepteurs mobiles ou des scénarios dynamiques.

La simulation d'un brouilleur balayé en fréquence (chirp) vérifie la réaction du filtre ADP en présence d'un brouilleur non-stationnaire.

Le tableau 4.3 résume les simulations réalisées avec des brouilleurs balayé en fréquence.

Tableau 4.3

Performances de l'ADP pour des brouilleurs balayés en fréquence.

Nature du Brouilleur	SNR (dB)	JNR (dB)	JSR (dB)	Gain de traitement G_D (dB)
Chirp sur 2MHz à 100Hz	-10	35	45	18.2
Chirp sur 8MHz à 100Hz	-10	35	45	20.5

4.4 Mesure des performances sur deux voies

Le traitement ADP sur deux voies exige un processus de traitement complexe. La dépendance entre les deux voies va créer des problèmes énormes surtout lors de la réalisation du circuit. Afin de simplifier la réalisation et l'implémentation du filtre, le passage d'un traitement sur les voies I et Q à un traitement en amplitude et phase est nécessaire et favorable. Les deux voies I et Q sont ainsi transformées dans le repère polaire R et θ .

4.4.1 Rappel du gain de traitement ADP sur l'amplitude

Lors du passage d'un traitement sur deux voies (I,Q) à un traitement sur l'amplitude du signal (R,θ), l'équation de gain du filtre ADP joint la densité de probabilité des deux voies. Le développement des équations a été montré en détail au chapitre II pour en arriver à l'équation suivante :

$$G_D = K\sigma_n^2 \quad (4.2)$$

où :

$$K = \frac{K_m^2}{K_v} \quad (4.3)$$

avec :

$$K_m = \pi \int_0^{+\infty} g(r) \frac{\partial f_{nn}(r)}{\partial r} r dr \quad (4.4)$$

$$K_v = \pi \int_0^{+\infty} g^2(r) f_{nn}(r) r dr \quad (4.5)$$

L'estimation de ce facteur de gain est reliée à la forme de la fonction densité de probabilité $f_n(r)$ et à l'équation non-linéaire $g(r)$. Ces deux fonctions entrent dans le calcul du gain. Comme il est possible de le remarquer, la variable K dépend de $f_{nn}(r)$ et de $g(r)$. Le gain de traitement expérimental est estimé à partir des fonctions $f_n(r)$ et $g(r)$ calculées par Matlab/Simulink lors des simulations. Il est important de rappeler que le gain G_D correspond à l'amélioration que le filtre ADP apporte au signal comparé à un récepteur classique.

4.4.2 Analyse des performances ADP sur deux voies

Les résultats obtenus par le traitement ADP sur les amplitudes répondent tout à fait à nos espérances. Prenons le cas d'un signal GPS bruité par un bruit gaussien; la théorie nous annonce un gain nul. En pratique, nous obtenons une perte inférieure à 1dB, ce qui correspond aux pertes normales liées à la quantification du signal.

Dans le cas d'un brouilleur sinusoïde simple (CWI), le gain maximal obtenu est autour de 30dB, ceci pour un rapport JSR de 45dB et un SNR de -10 dB. On note que le gain de traitement ADP se dégrade légèrement en présence de brouilleur ayant un rapport JSR supérieur à 55 dB. En fait, dans le cas d'un brouilleur CWI de rapport JSR de 70 dB et un SNR de -30 dB, le gain de traitement ADP chute à 21 dB. Ceci est normal et il peut être expliqué par la fonction de l'AGC. En anti-brouillage, l'AGC a un rôle important et il ne peut être négligé dans l'analyse des performances.

On note également une dégradation du gain de traitement ADP (G_D) dans le cas de brouillage multiple. En effet, la présence de plusieurs brouilleurs dégrade rapidement la performance du filtre en terme du gain G_D . Par exemple, la présence d'un deuxième brouilleur fait chuter le gain G_D de 30dB à 13.8 dB et dans le cas de 3 ou 4 brouilleurs sinusoïdaux, le gain ne s'élève plus qu'à 4 ou 5 dB. Des résultats similaires sont obtenus lors des simulations réalisées sur une seule voie.

Le meilleur gain de traitement (43dB) est obtenu dans le cas de brouilleur sinusoïdal pulsé à 50%. Dans le cas d'un brouilleur balayé en fréquence, le traitement ADP donne un gain du même ordre de grandeur que pour un brouilleur sinusoïdal.

Le tableau 4.4 montre les performances du filtre ADP sur deux voies. Le gain de traitement G_D est calculé selon les rapports SNR, JNR et JSR à l'entrée du filtre ADP.

Tableau 4.4

Performances du filtre ADP en amplitude.

Nature du Brouilleur	SNR (dB)	JNR (dB)	JSR (dB)	Gain de traitement G_D (dB)
1 CWI	-10	35	45	31
1 CWI	-10	45	55	32
1 CWI	-30	30	60	28
1 CWI	-30	40	70	21
2 CWI	-10	45	55	13.8
3 CWI	-10	45	55	5.5
4 CWI	-10	45	55	3.2
CWI pulsé à 10%	-10	45	55	34
CWI pulsé à 50%	-10	45	55	43.7
CWI pulsé à 90%	-10	35	45	26.7
CWI + CWI pulsé	-10	45	55	23.7
Chirp sur 2MHz à 100Hz	-10	45	55	29.5
Chirp sur 8MHz à 100Hz	-10	45	55	25.9
Bruit blanc gaussien	-10	-	-	-0.72

Les mesures de performance du filtre ADP en terme du gain de traitement sont obtenues par l'application directe des équations de gain du filtre développées au chapitre II.

Un point que nous avons jugé important à évaluer est l'évolution du gain de traitement ADP (G_D) en fonction de la puissance du brouilleur. Le gain est calculé pour des puissances de brouilleurs (JNR) allant de zéro jusqu'à 50dB. Dans tous ces cas de simulations, la puissance du bruit gaussien est à 0 dB (la référence) et le code GPS à – 10dB, ce qui donne au SNR une valeur de –10dB.

Les courbes des figures suivantes sont tracées en fonction des valeurs de JNR. Chaque valeur de la courbe est une moyenne du gain sur 100 itérations. Par exemple, pour calculer la valeur du gain pour un brouilleur CWI (JNR=40dB et SNR=-10dB), on calcule tout d'abord le gain pour chaque itération et ceci sur 100 itérations. La moyenne de ces valeurs sera la valeur du gain recherchée.

Les courbes sont tracées pour des brouilleurs de type continu (CWI) et pulsé (PWI) à 10%, 50% et 90%. Le gain G_D s'améliore avec l'augmentation de la puissance du brouilleur, jusqu'à atteindre une valeur de saturation où le gain devient constant. Cette saturation du gain est due principalement à la résolution de l'AGC. Pour de faibles valeurs de JNR, la performance du filtre sur le gain G_D est faible. En fait, le gain de traitement ADP pour des brouilleurs de faible puissance est moins important.

Les figures suivantes montrent le gain G_D pour des brouilleurs CWI et PWI (10%, 50% et 90%).

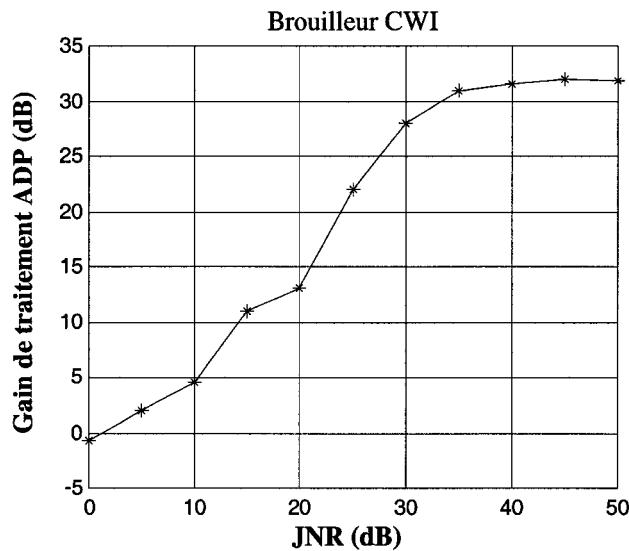


Figure 4.16 Gain de traitement ADP d'une CWI en fonction du JNR (SNR=-10dB).

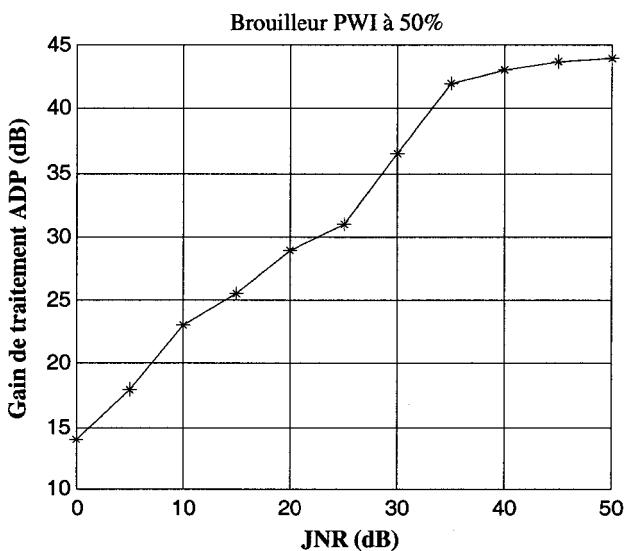


Figure 4.17 Gain de traitement d'une PWI à 50% en fonction du JNR (SNR=-10dB).

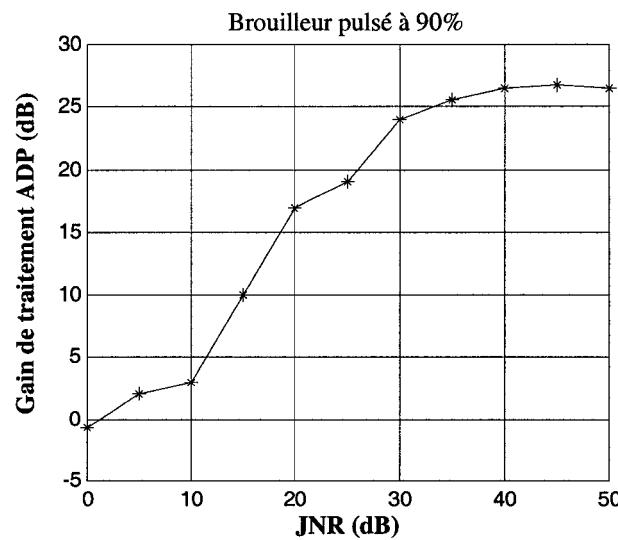


Figure 4.18 Gain de traitement d'une PWI à 90% en fonction du JNR (SNR=-10dB).

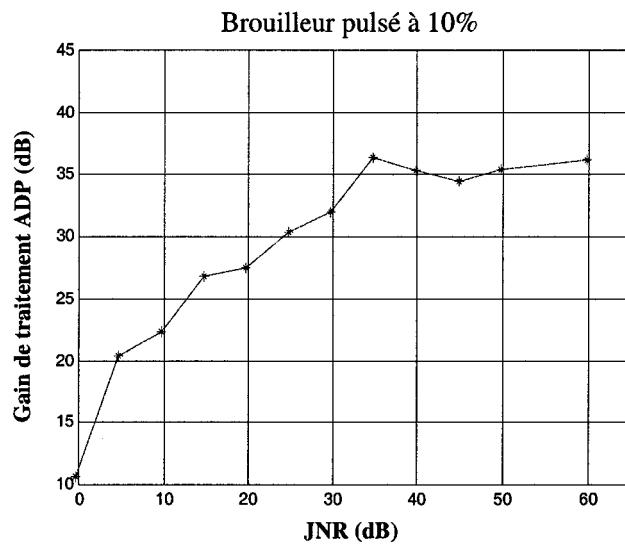


Figure 4.19 Gain de traitement d'une PWI à 10% en fonction du JNR (SNR=-10dB).

4.4.3 Évaluation du temps de convergence du facteur de gain G_D

Notre objectif est d'obtenir une réaction rapide du filtre ADP face à l'apparition et la disparition d'un brouilleur. Cette réaction est liée directement à l'étape de lissage de l'histogramme brut, plus précisément, au taux de pondération (α) du nouvel histogramme avec l'ancien histogramme.

En fait, la pondération de l'histogramme consiste à prendre α du nouvel histogramme et $(1-\alpha)$ de l'ancien. Afin d'étudier l'effet du taux de pondération (α) sur la convergence du gain de traitement ADP, on a fait des simulations avec plusieurs valeurs de α . Les simulations sont faites dans le cas d'une CWI de rapports SNR=-20dB, JNR=25dB et α égale à 2%, 5%, 8%, 10% et 15%.

La figure suivante montre l'évaluation de G_D en fonction de nombre d'itérations. Les courbes de gain permettent de conclure sur le temps de convergence et la stabilité du gain de traitement (G_D).

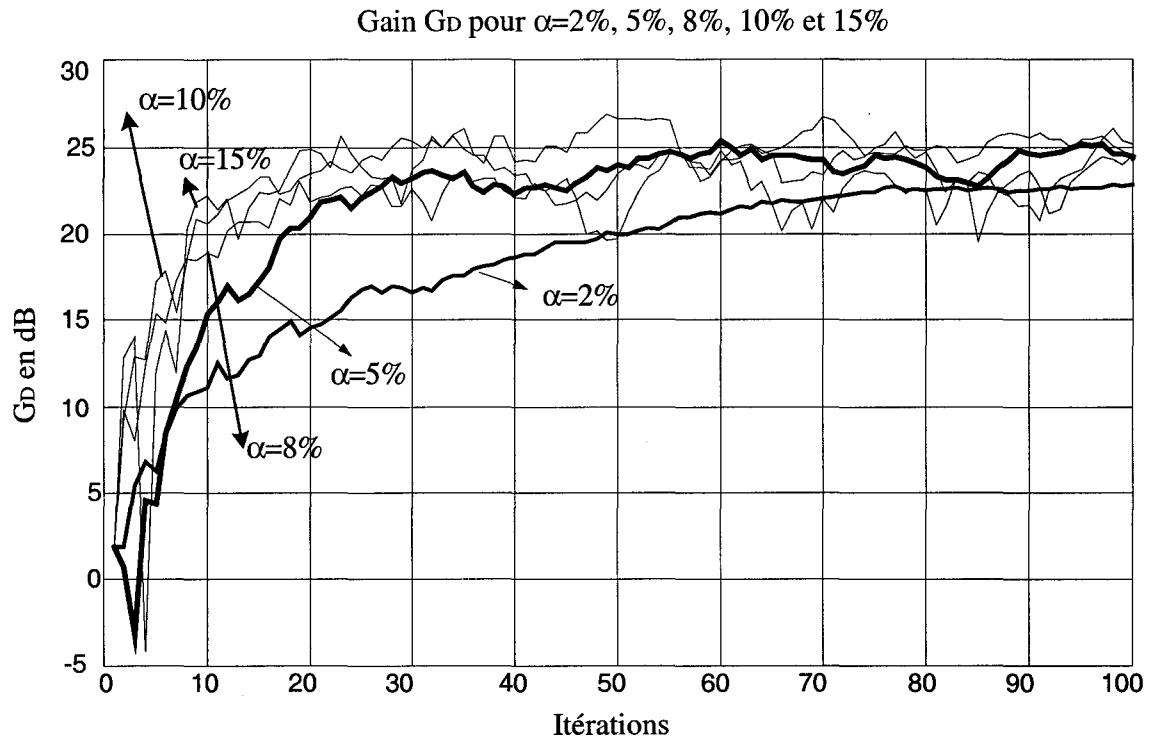


Figure 4.20 Temps de convergence du filtre ADP pour $\alpha=2\%, 5\%, 8\%, 10\%$ et 15%
(Cas d'un brouilleur CWI).

On remarque d'après les courbes, qu'en augmentant α à 15%, on réduit le temps de convergence mais en même temps le lissage de l'histogramme brut est moins efficace. Ceci se traduit par une fluctuation de la valeur du gain G_D . Une petite valeur de α ($\alpha=2\%$), permet d'avoir un lissage plus efficace mais le temps de convergence est relativement long. La courbe $\alpha=5\%$ représente un bon compromis entre le temps de convergence et la stabilité du gain, d'où le choix de $\alpha=5\%$ pour toutes les simulations.

L'idéal serait d'éliminer le brouilleur en moins de 1ms. Nous avons donc à vérifier la valeur du gain G_D de traitement obtenu après 10 itérations de 2048 échantillons.

Les figures suivantes montrent l'évolution du gain G_D en fonction du nombre d'itérations. Ce gain est tracé pour des brouilleurs CWI et PWI à 10%, 50% et 90%, le rapport $JNR=30\text{dB}$, $SNR=-10\text{dB}$ et $\alpha=5\%$.

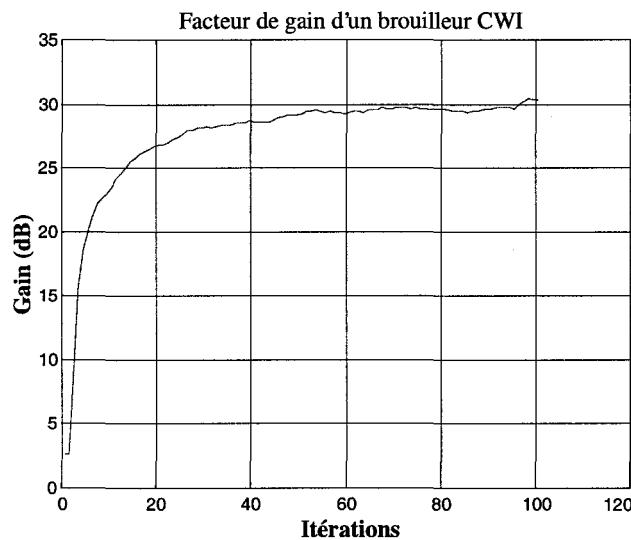


Figure 4.21 Temps de convergence du filtre ADP (Cas d'un brouilleur CWI).

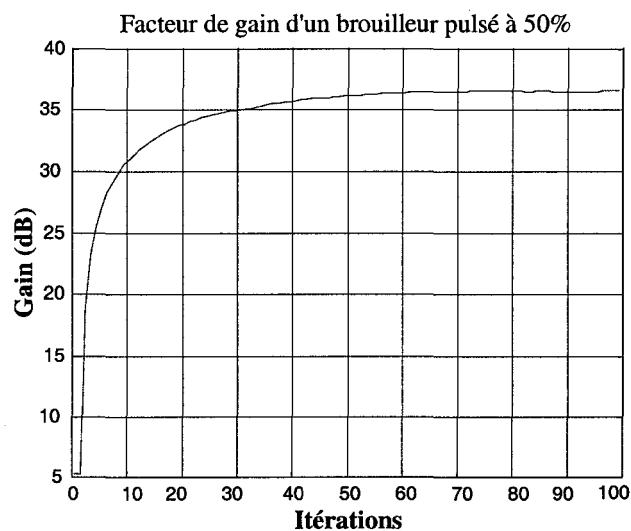


Figure 4.22 Temps de convergence du filtre ADP (Cas d'un brouilleur pulsé à 50%).

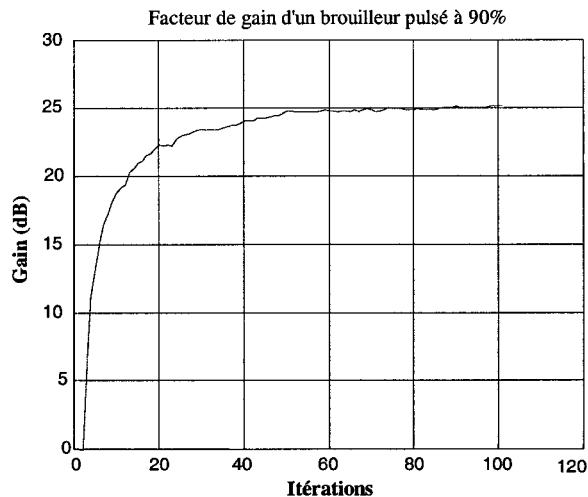


Figure 4.23 Temps de convergence du filtre ADP (Cas d'un brouilleur pulsé à 90%).

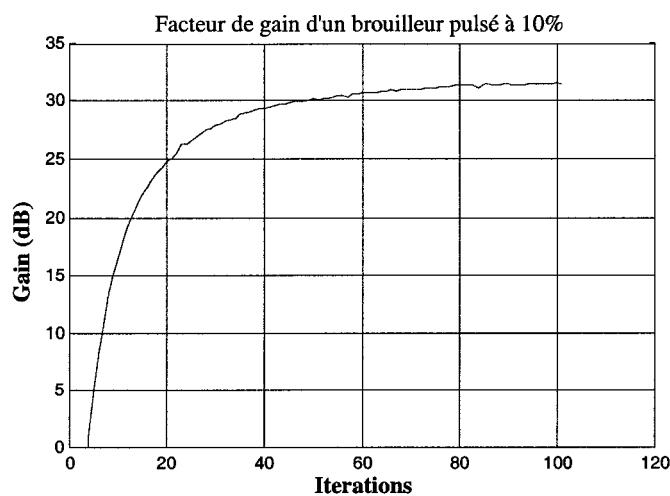


Figure 4.24 Temps de convergence du filtre ADP (Cas d'un brouilleur pulsé à 10%).

Les performances obtenues en simulation sont tout à fait satisfaisantes. Les courbes représentant le gain de traitement en fonction du nombre d'itérations tendent rapidement vers la valeur finale du gain. D'une façon générale, après 10 itérations, G_D atteint globalement près de 80% de la valeur finale en dB.

4.5 Estimation du gain par corrélation

Nous nous intéressons désormais à une évaluation par simulation du rapport signal sur bruit à l'aide de mesures de corrélations, Malicorne [26].

À l'entrée du filtre ADP, le rapport signal sur bruit s'écrit :

$$SNR_{entrée} = \frac{P_s}{P_t - P_s} \quad (4.6)$$

Posons :

s : code C/A avant le filtre ADP.

$r = s + b$: le signal avant le filtre ADP.

Alors, la puissance du code C/A avant le filtre ADP est :

$$P_s = E[s^2] \quad (4.7)$$

le signal s est de moyenne nulle.

La puissance totale du signal avant le filtre ADP est :

$$P_t = E[r^2] \quad (4.8)$$

En sortie du filtre, on part de l'approximation suivante. Le signal GPS étant de puissance très faible devant celle des bruits d'interférence, on peut exprimer la sortie de filtre ADP $g(r)$ à l'aide d'un développement limité autour du signal $r = s + b$:

$$r_{ADP} = g(r) = g(b) + s \cdot g'(b) = b_{ADP} + s_{ADP} \quad (4.9)$$

Nous voulons mesurer la puissance du signal filtré ainsi que la puissance du bruit filtré. Nous avons vu au paragraphe ci-dessus que le gain théorique représente en fait un gain moyen. Nous pouvons donc considérer que le signal est amplifié d'un facteur moyen k_{signal} alors :

$$r_{ADP} = b_{ADP} + k_{signal} \cdot s_{entrée} \quad (4.10)$$

Ainsi, puisque le bruit filtré n'est pas corrélé avec le signal d'entrée :

$$E[r_{ADP} \cdot s_{entrée}] = E[k_{signal}] \cdot E[s_{entrée}^2] \quad (4.11)$$

On en déduit la puissance du signal de sortie :

$$P_{S_{ADP}} = E[s_{ADP}^2] = E[k_{signal}^2] \cdot E[s_{entrée}^2] = \frac{E^2[r_{ADP} \cdot s_{entrée}]}{E[s_{entrée}^2]} \quad (4.12)$$

Pour calculer ceci, il nous faut faire une hypothèse supplémentaire sur k_{signal} : $E[k_{signal}^2] = E^2[k_{signal}]$ et elle n'est valable que pour un signal déterministe ou si l'on intègre sur un temps suffisamment long. Dans le cas gaussien, ceci est valable même pour des temps courts puisque : $k_{signal} = g'(b) = 1/\sigma_n^2$, c'est à dire que k_{signal} est une constante.

Alors, on aura :

$$P_{S_{ADP}} = \frac{E^2[r_{ADP} \cdot s_{entrée}]}{P_{S_{entrée}}} \quad (4.13)$$

On évalue d'autre part la puissance totale du signal :

$$P_{T_{ADP}} = E[r_{ADP}^2] - E^2[r_{ADP}] \quad (4.14)$$

Le rapport signal à bruit en sortie vaut donc :

$$SNR_{ADP} = \frac{P_{S_{ADP}}}{P_{T_{ADP}} - P_{S_{ADP}}} \quad (4.15)$$

Dans le cadre des simulations faites sur Matlab\Simulink, la puissance des divers signaux à l'entrée et à la sortie du filtre est estimées sur un nombre fini d'échantillons, plus précisément sur 20480 échantillons. Tout d'abord, on a calculé les signaux à l'entrée du filtre ADP par la méthode classique ($P_x = E[x^2]$).

La puissance du code C/A à l'entrée du filtre ADP est :

$$P_s^{in} = \text{mean}(s_AGC * s_AGC) \quad (4.16)$$

La puissance du bruit gaussien à l'entrée du filtre ADP est :

$$P_b^{in} = \text{mean}(b_AGC * b_AGC) \quad (4.17)$$

La puissance du brouilleur à l'entrée du filtre ADP est :

$$P_j^{in} = \text{mean}(j_AGC * j_AGC) \quad (4.18)$$

Utilisons la méthode de corrélation pour estimer la puissance des signaux à l'entrée du filtre ADP. La puissance du code C/A à l'entrée du filtre ADP sera :

$$P_s^{in_corr} = \text{mean}(r_AGC * s_AGC) \quad (4.19)$$

La puissance du bruit gaussien à l'entrée du filtre ADP sera :

$$P_b^{in_corr} = \text{mean}(r_AGC * b_AGC) \quad (4.20)$$

La puissance du brouilleur à l'entrée du filtre ADP sera :

$$P_j^{in_corr} = \text{mean}(r_AGC * j_AGC) \quad (4.21)$$

Quant à la puissance à la sortie du filtre ADP, la méthode de corrélation permet d'estimer la puissance du code C/A, la puissance du bruit résiduel et la puissance totale du signal après le filtre ADP.

La puissance du code C/A après le filtre ADP sera :

$$P_s^{out_corr} = \frac{[\text{mean}(r_ADP * s_AGC)]^2}{P_s^{in}} \quad (4.22)$$

La puissance du bruit résiduel après le filtre ADP sera :

$$P_b^{out_corr} = \frac{[mean(r_ADP * (b_AGC + j_AGC))]^2}{P_b^{in} + P_j^{in}} \quad (4.23)$$

La puissance totale à la sortie du filtre ADP sera :

$$P_t^{out_corr} = mean(r_ADP * r_ADP) - [mean(r_ADP)]^2 \quad (4.24)$$

où :

s_AGC : code C/A à la sortie de l'AGC.

b_AGC : bruit gaussien à la sortie de l'AGC.

j_AGC : brouilleur à la sortie de l'AGC.

r_AGC : signal à la sortie de l'AGC.

r_ADP : signal à la sortie de l'ADP.

La méthode d'estimation de gain par corrélation sert à estimer le gain de divers signaux séparément à la sortie du filtre ADP. Cette méthode est basée sur la corrélation du signal dont nous voulons estimer le gain avec le signal à la sortie du filtre ADP. La précision de cette méthode peut être jugée par les résultats de simulations faites sur les brouilleurs. Plus précisément, sur l'estimation de la puissance des signaux à la sortie du filtre ADP.

Dans le cadre de cette méthode, on a étudié le gain par corrélation d'une CWI avec un rapport SNR =-20dB, le rapport JNR varie de 0dB jusqu'à 20dB. Les simulations sont faites sur 100 itérations afin d'avoir un gain stable.

Le tableau suivant montre les valeurs calculées par la méthode classique ($P_x = E[x^2]$) de la puissance du code C/A, du bruit gaussien, du brouilleur CWI et la puissance totale après AGC.

Tableau 4.5

Puissance du code C/A, bruit gaussien, brouilleur et puissance totale à l'entrée du filtre ADP (cas d'une CWI).

JNR	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB
P_s^{in} (dBw)	-31.63	-35.38	-41.10	-42.08	-49.11
P_b^{in} (dBw)	-11.83	-15.16	-19.35	-24.12	-29.09
P_j^{in} (dBw)	-11.65	-10.07	-9.37	-9.20	-9.11
P_t^{in} (dBw)	-8.98	-9.03	-9.06	-9.08	-9.08

La puissance du code C/A, du bruit gaussien, du brouilleur et la puissance totale à l'entrée du filtre ADP, ainsi que la puissance du code C/A et du bruit résiduel à la sortie du filtre ADP sont montrées au tableau suivant :

Tableau 4.6

Puissance des signaux estimées par la méthode de corrélation
à l'entrée du filtre ADP (cas d'une CWI).

JNR	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB
$P_s^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-31.94	-34.92	-41.21	-42.73	-49.12
$P_b^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-12.11	-15.49	-19.96	-24.36	-29.94
$P_j^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-11.92	-10.16	-9.43	-9.21	-9.12
$P_t^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-8.98	-9.03	-9.06	-9.08	-9.08

Le tableau suivant montre la puissance des signaux à la sortie du filtre ADP par la méthode de corrélation.

Tableau 4.7

Puissance des signaux estimées par la méthode de corrélation
à la sortie du filtre ADP (cas d'une CWI).

JNR	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB
$P_s^{\text{out_corr}}$ (dBw)	-38.68	-38.09	-43.70	-49.04	-53.16
$P_{b+j}^{\text{out_corr}}$ (dBw)	-16.56	-16.25	-23.24	-29.93	-32.79
$P_t^{\text{out_corr}}$ (dBw)	-14.89	-13.56	-18.05	-24.03	-30.08

On définit le rapport signal utile sur bruit totale SNR_{ADP} avant et après le filtre ADP. Le bruit totale comporte le brouilleur et le bruit gaussien. Le rapport SNR_{ADP} est la puissance du code C/A sur la puissance du bruit totale (brouilleur et bruit gaussien).

Le tableau ci-dessus nous permet de conclure sur le rapport signal sur bruit totale SNR_{ADP} avant et après le filtre ADP.

Tableau 4.8

Rapport SNR_{ADP} à l'entrée et à la sortie du filtre ADP (cas d'une CWI).

JNR	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB
SNR_{ADP} (dB) avant ADP	-22.96	-25.89	-32.15	-33.65	-40.04
SNR_{ADP} (dB) après ADP	-22.12	-21.84	-20.46	-20.11	-20.38

La figure suivante montre une représentation graphique des rapports SNR_{ADP} avant et après le filtre ADP :

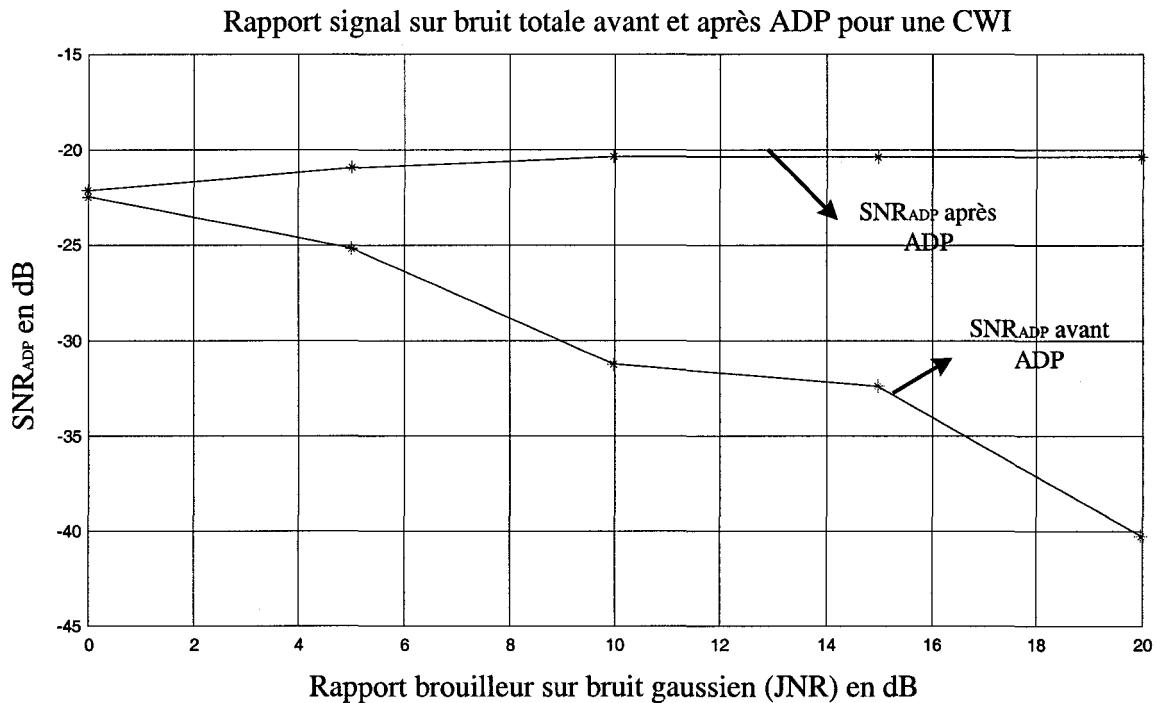


Figure 4.25 Rapport signal sur bruit totale (SNR_{ADP}) avant et après ADP dans le cas d'une CWI.

On remarque une amélioration du rapport signal sur bruit totale avec l'augmentation de la puissance du brouilleur. La représentation graphique (figure 4.25) montre qu'avec l'augmentation de la puissance du brouilleur, le rapport SNR_{ADP} diminue à l'entrée du filtre. Or nos simulations montrent que le filtre ADP élimine le brouilleur et améliore le rapport SNR_{ADP} à la sortie.

Le filtre ADP agit seulement sur le brouilleur afin de l'éliminer, ce filtre dégrade légèrement le code C/A. Le filtre ADP conserve le code C/A mais la puissance totale du bruit résiduel à la sortie diminue. De ce fait, le rapport SNR_{ADP} est amélioré en traitant le signal par le filtre ADP.

Nous avons répété le même scénario de simulation dans le cas d'un brouilleur pulsé à 50% où le rapport SNR=-20dB et JNR varie de 0dB jusqu'à 20dB.

Le tableau suivant montre la puissance des signaux à l'entrée du filtre ADP.

Tableau 4.9

Puissance des signaux à l'entrée du filtre ADP (cas d'une PWI à 50%).

JNR	0 dB	5 Db	10 dB	15 dB	20 dB
P_s^{in} (dBw)	-29.86	-31.18	-32.64	-33.27	-34.07
P_b^{in} (dBw)	-10.28	-11.60	-12.82	-13.80	-14.49
P_j^{in} (dBw)	-14.21	-12.14	-11.17	-10.81	-10.57
P_t^{in} (dBw)	-8.94	-8.96	-9.01	-9.08	-9.09

Le tableau suivant montre la puissance des signaux à l'entrée du filtre ADP par la méthode de corrélation.

Tableau 4.10

Puissance des signaux estimées par la méthode de corrélation
à l'entrée du filtre ADP (cas d'une PWI à 50%).

JNR	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB
$P_s^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-30.02	-31.33	-33.33	-34.06	-35.02
$P_b^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-10.40	-11.72	-12.96	-13.90	-14.55
$P_j^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-14.51	-12.27	-11.26	-10.84	-10.57
$P_t^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-8.94	-8.96	-9.01	-9.08	-9.09

Le tableau suivant montre la puissance des signaux à la sortie du filtre ADP par la méthode de corrélation.

Tableau 4.11

Puissance des signaux estimées par la méthode de corrélation
à la sortie du filtre ADP (cas d'une PWI à 50%).

JNR	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB
$P_s^{\text{out_corr}}$ (dBw)	-34.75	-35.99	-38.63	-40.95	-45.68
$P_{b+j}^{\text{out_corr}}$ (dBw)	-14.68	-14.38	-16.90	-19.44	-23.64
$P_t^{\text{out_corr}}$ (dBw)	-12.80	-12.62	-13.10	-14.12	-15.89

Le tableau suivant montre le rapport signal sur bruit totale (SNR_{ADP}) avant et après le filtre ADP. Ce rapport est estimé à partir des tableaux précédents.

Tableau 4.12

Rapport signal sur bruit totale à l'entrée et à la sortie du filtre ADP (cas d'une PWI 50%).

JNR	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB
SNR_{ADP} (dB) avant ADP	-21.08	-22.38	-24.33	-24.98	-25.93
SNR_{ADP} (dB) après ADP	-20.07	-21.61	-21.73	-21.51	-22.03

La figure suivante montre une représentation graphique de l'amélioration du rapport SNR_{ADP} dans le cas d'un brouilleur pulsé à 50%.

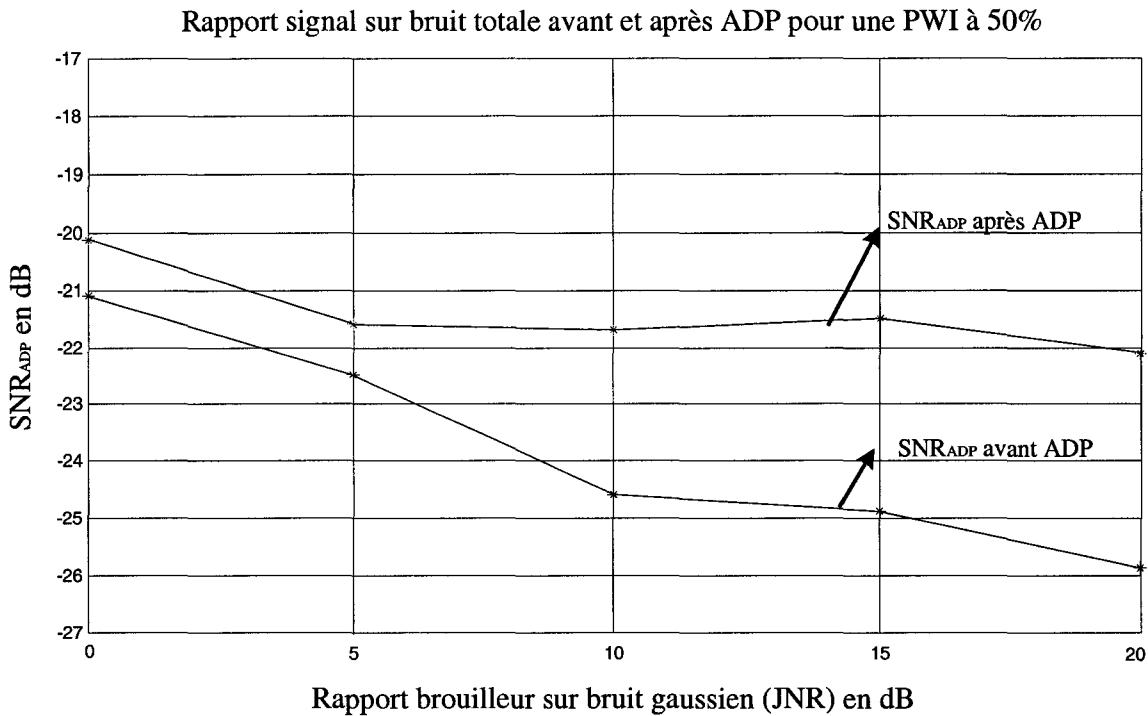


Figure 4.26 Rapport signal sur bruit totale (SNR_{ADP}) avant et après ADP dans le cas d'une PWI à 50%.

Dans le cas d'un brouilleur pulsé à 50% le filtre ADP empêche la dégradation du rapport signal sur bruit totale avec l'augmentation de la puissance du brouilleur. Un brouilleur pulsé puissant dégrade le rapport SNR_{ADP} jusqu'à -26dB pour un JNR=20dB. Cependant, le filtre ADP empêche cette dégradation et retient le rapport SNR à -22dB pour le même JNR.

Plaçons nous maintenant dans le cas d'un brouilleur chirp qui varie de 2MHz à 3MHz en 2 minutes. Dans le scénario des simulations, le rapport signal sur bruit SNR=-20dB et le JNR varie de 0dB jusqu'à 20dB.

Le tableau suivant montre la puissance des signaux à l'entrée du filtre ADP.

Tableau 4.13

Puissance des signaux à l'entrée du filtre ADP (cas d'une chirp).

JNR	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB
P_s^{in} (dBw)	-30.38	-32.44	-35.52	-40.17	-40.99
P_b^{in} (dBw)	-10.56	-12.77	-16.16	-19.98	-23.60
P_j^{in} (dBw)	-13.19	-10.45	-8.96	-8.43	-8.29
P_t^{in} (dBw)	-8.85	-8.68	-8.44	-8.26	-8.24

Le tableau suivant montre la puissance des signaux à l'entrée du filtre ADP par la méthode de corrélation.

Tableau 4.14

Puissance des signaux estimées par la méthode de corrélation
à l'entrée du filtre ADP (cas d'une chirp).

JNR	0 dB	5 dB	10 dB	15 dB	20 dB
$P_s^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-30.95	-31.61	-35.12	-36.46	-38.54
$P_b^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-10.72	-13.09	-16.86	-21.54	-26.80
$P_j^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-13.46	-10.63	-9.07	-8.46	-8.30
$P_t^{\text{in_corr}}$ (dBw)	-8.85	-8.68	-8.44	-8.26	-8.24

Le tableau suivant montre la puissance des signaux à la sortie du filtre ADP par la méthode de corrélation.

Tableau 4.15

Puissance des signaux estimées par la méthode de corrélation
à la sortie du filtre ADP (cas d'une chirp).

JNR	0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
$P_s^{\text{out_corr}}$ (dBw)	-35.56	-35.10	-40.95	-45.59	-48.21
$P_{b+j}^{\text{out_corr}}$ (dBw)	-13.81	-13.23	-19.74	-23.83	-27.64
$P_t^{\text{out_corr}}$ (dBw)	-11.31	-13.33	-17.48	-22.28	-25.84

À partir des tableaux ci-dessus, on calcul le rapport signal sur bruit totale (SNR_{ADP}) avant et après le filtre ADP.

Tableau 4.16

Rapport signal sur bruit à l'entrée et à la sortie du filtre ADP (cas d'une chirp).

JNR	0dB	5dB	10dB	15dB	20dB
SNR_{ADP} (dB) avant ADP	-22.10	-22.92	-26.68	-28.20	-30.30
SNR_{ADP} (dB) après ADP	-21.76	-21.87	-21.21	-21.76	-20.57

Une représentation graphique des rapports signal sur bruit totale avant et après le filtre ADP est montrée dans la figure suivante.

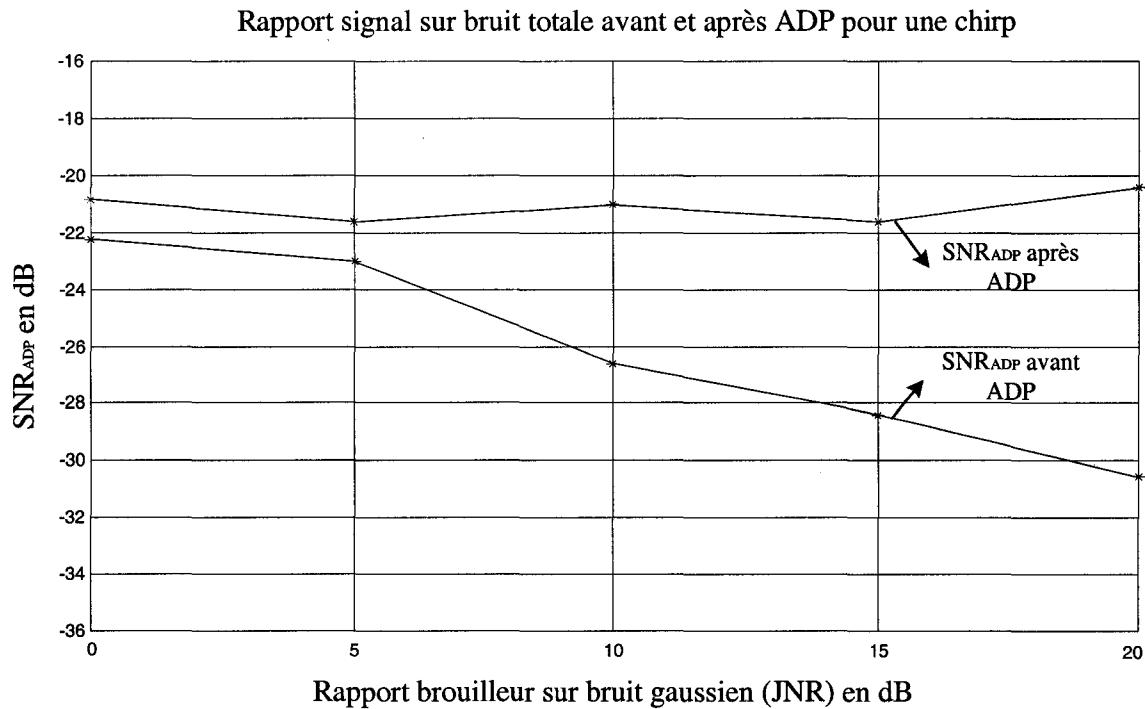


Figure 4.27 Rapport signal sur bruit totale (SNR_{ADP}) avant et après ADP dans le cas d'une chirp.

Nous remarquons le même effet du filtre ADP pour un brouilleur chirp que pour les autres brouilleurs simulés. Le filtre ADP élimine le brouilleur et empêche la dégradation du rapport signal sur bruit totale (SNR_{ADP}) en cours de ce traitement du signal. Ce que nous pouvons le considérer comme amélioration du rapport SNR_{ADP} .

Dans tous les cas de simulations, on remarque une amélioration du rapport signal sur bruit totale. Ce rapport devient plus important en augmentant la puissance du brouilleur, ce qui reflète la capacité du filtre ADP à s'adapter à l'environnement de brouillage pour éliminer le brouilleur et améliore les performances du récepteur.

4.6 Évaluation de la corrélation en sortie du filtre ADP

4.6.1 Principe de corrélation (Rappel)

La corrélation entre deux variables observées existe lorsque les variations des deux variables se produisent dans le même sens. Le phénomène de corrélation entre deux variables consiste à prendre deux observations d'échantillons de taille N; les variables prises sont notées X_1 et X_2 . La corrélation consiste à déterminer si les variations des deux variables sont liées entre elles. La mesure de la corrélation entre les observations est obtenue par la somme des produits des deux observations X_1 et X_2 . La valeur de la somme indique le degré de corrélation entre les observations.

La corrélation $r_{12}(n)$ entre deux séquences d'échantillons $x_1(n)$ et $x_2(n)$ contenant chacune N échantillons peut être mise sous la forme suivante :

$$r_{12}(n) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_1(n)x_2(n) \quad (4.25)$$

Le produit des deux variables donne un résultat dépendant du nombre d'échantillons utilisés. La division par le nombre d'échantillons N normalise le résultat. Le coefficient de corrélation r est un nombre sans dimension qui mesure l'intensité de la liaison entre deux variables observées.

4.6.2 Procédé de calcul de la corrélation

Le calcul du coefficient de corrélation permet d'obtenir une estimation sur le degré de corrélation. Suite à une normalisation, la valeur maximale que r peut prendre est 1. Cette valeur devient zéro en représentation logarithmique (0dB).

La normalisation de la puissance nous permet de comparer la corrélation avant et après le filtre ADP. En fait, pour valider la comparaison, la puissance des signaux impliqués dans le calcul de la corrélation est normalisée à 1watt. De cette façon, le maximum de la corrélation ne peut pas dépasser le 0dB.

La figure 4.28 montre le procédé de calcul de la corrélation. Le but est de comparer la corrélation du signal avant et après l'ADP. Cette corrélation est faite avec le code C/A ou bien avec le signal utile (C/A + bruit gaussien) selon le besoin. Ces signaux passent par un étage de synchronisation. La synchronisation est possible parce que les délais à travers l'AGC et l'ADP sont connus, ces délais sont compensés afin que tous les signaux arrivent à l'étage de corrélation en même temps. La normalisation des signaux est inévitable et elle permet de comparer des signaux de même puissance. Cette normalisation est réalisée par une estimation de la puissance du signal. La division par la racine carrée de cette puissance estimée permet de normaliser le signal à une puissance égale à 1watt.

La corrélation est calculée sur 20480 échantillons ce qui correspond à une période complète du code C/A ou 1msec. On normalise cette corrélation en divisant par le nombre total des échantillons, ce qui correspond dans notre cas à 20480 échantillons. Les valeurs obtenues sont ensuite transformées en un repère logarithmique pour faciliter la lecture de ces derniers.

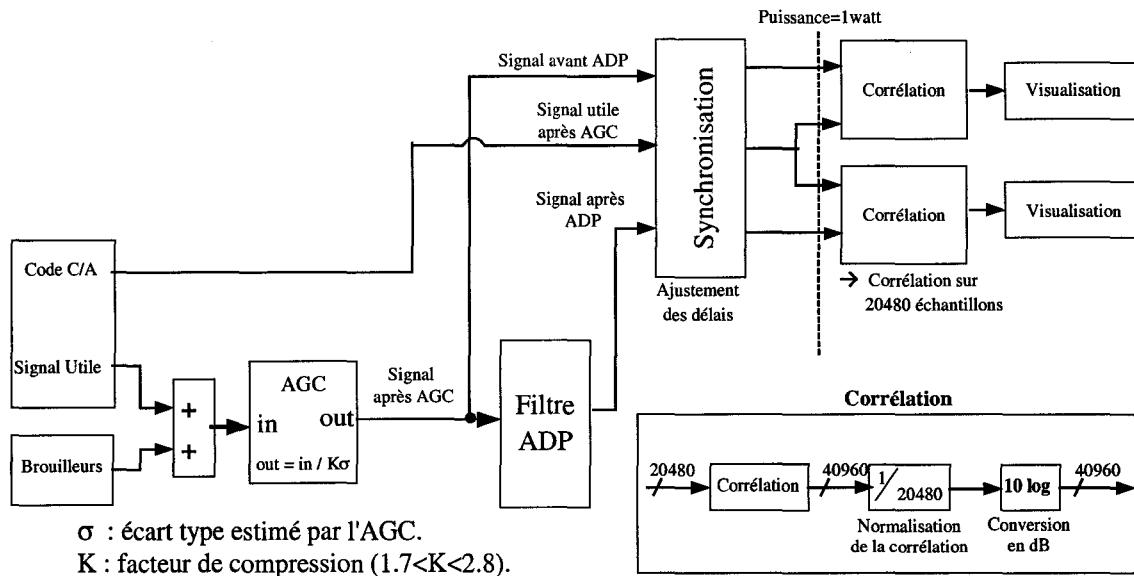


Figure 4.28 Architecture générale du procédé de calcul de la corrélation avant et après le filtre ADP.

Dans le cadre de nos simulations, la mesure de corrélation n'est pas si simple car nous sommes en présence de brouilleur de puissance variable et d'un AGC. Nous avons choisi d'observer le maximum de corrélation avant et après le filtre ADP. Nous aimerions informer le lecteur que cette évaluation des performances n'est pas la meilleure méthode mais elle nous donnera une bonne indication. De plus, dans le cas du système GPS, le code C/A est fondamental pour la démodulation du signal. Puisque la fonction de corrélation est impliquée dans le processus de la recherche du code émis, la mesure des pertes de corrélation est importante. Nous rappelons que le code généré par le récepteur est multiplié par le signal reçu. Le maximum de corrélation obtenu indique la détection de la phase du code émis.

La figure 4.29 montre la corrélation du signal utile (code C/A + bruit gaussien) avec le code C/A. Ce signal utile est normalisé par l'AGC puis quantifié sur 8 bits. La courbe est tracée en fonction du SNR, et elle présente la dégradation de la corrélation avec l'augmentation de la puissance du bruit gaussien. On remarque qu'en augmentant le

rapport SNR la corrélation s'améliore pour atteindre la valeur zéro. Cette valeur est le maximum qu'on peut atteindre dû à la normalisation des signaux corrélés.

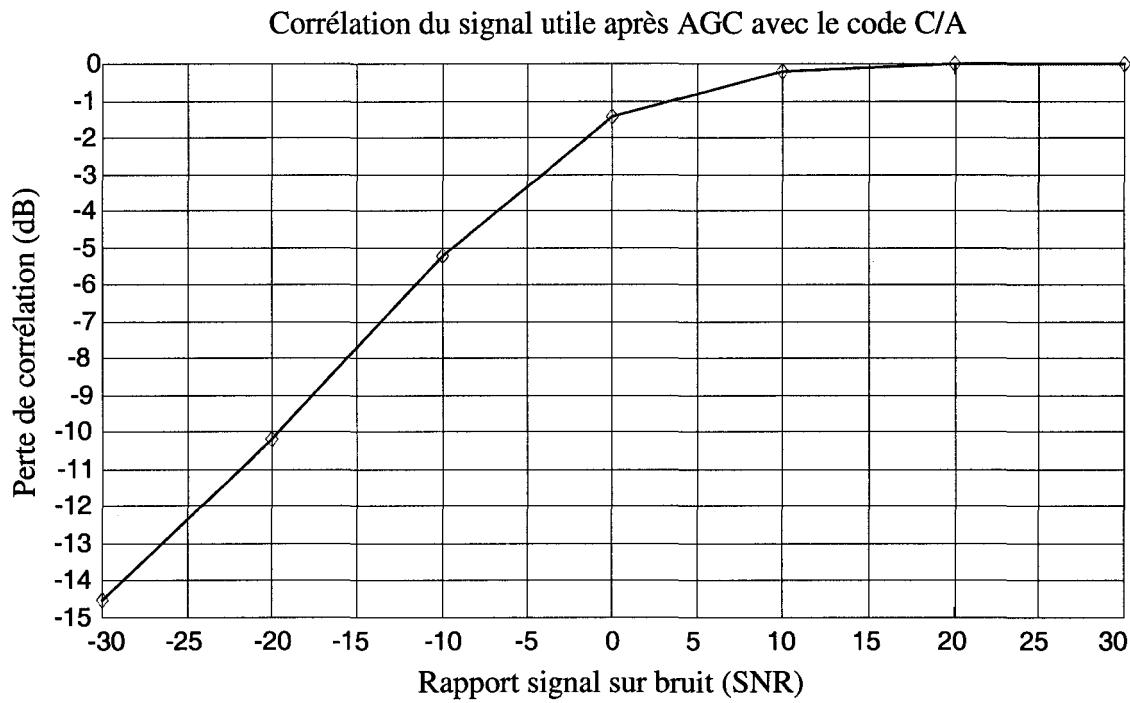


Figure 4.29 Corrélation du signal utile (C/A + bruit gaussien) avec le code C/A.

La figure 4.30 montre l'évaluation de la dégradation de la corrélation après le filtre ADP. Cette évaluation est la différence de la corrélation entre l'entrée du filtre ADP et la sortie de ce filtre. La simulation est faite avec un signal utile sans brouilleur de rapport SNR variant de 0dB à -30dB. Il est important de conserver la valeur maximale de la corrélation du signal avec le code C/A. En fait, cette dégradation de la corrélation ne dépasse pas le seuil de 1dB. Comme nous l'avions indiqué, le filtre ADP n'agit pas sur le signal gaussien, car en absence de brouillage, ce filtre se comporte comme un filtre passe tout.

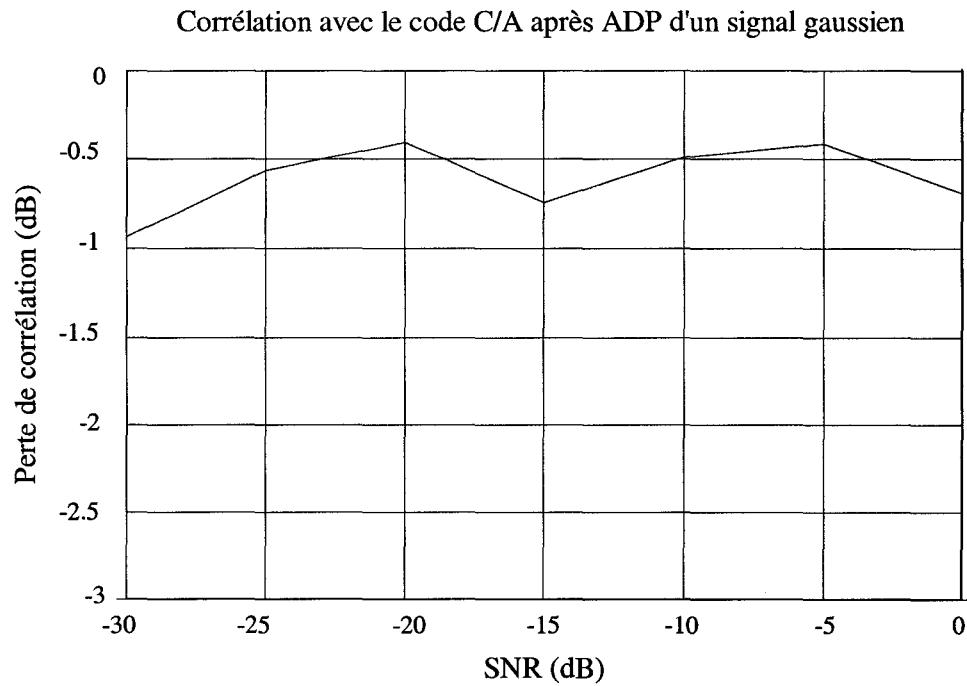


Figure 4.30 Corrélation du code C/A avec le signal utile après ADP.

Nous avons jugé utile de dessiner la courbe de corrélation du signal utile avant et après ADP. En fait, on a calculé la corrélation du signal utile avant ADP avec celui après ADP. La figure 4.31 montre cette courbe de corrélation.

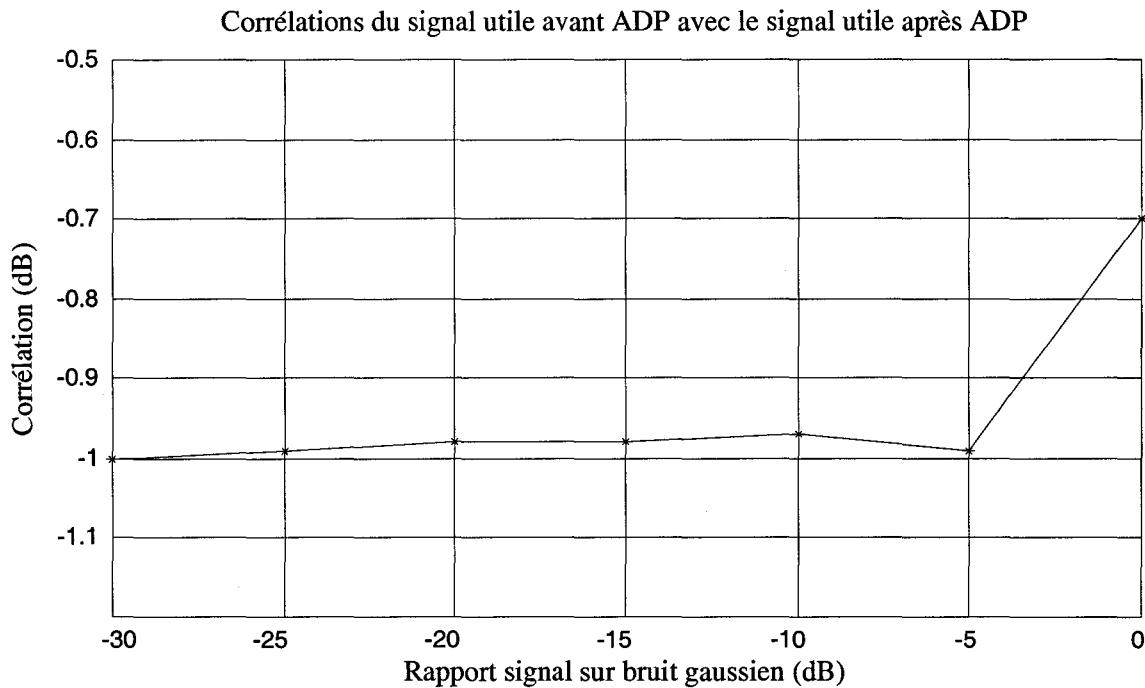


Figure 4.31 Corrélation du signal utile avant et après ADP.

La présentation de la corrélation du signal utile avant et après simulation est nécessaire. Cette simulation confirme que le signal utile est conservé à la sortie du filtre ADP en absence de brouillage. En fait, on maintient une dégradation de corrélation inférieure à 1dB après le filtre ADP tout en éliminant les brouilleurs existants dans la bande GPS. En plus, nous avons vérifié que nous ne dégradons pas la corrélation du signal utile. En fait, on tient à éviter une grande dégradation de corrélation, cette dernière ne devrait pas dépasser le seuil de 1dB. Nos simulations montrent qu'en traitant les brouilleurs dans la bande GPS, avec le filtre ADP, la corrélation avec le code C/A n'est pas dégradée. Une simple comparaison entre la corrélation avant et après le filtre ADP montre cette amélioration.

L'amélioration de la corrélation dans nos simulations est due à l'amélioration du rapport signal sur bruit totale due au filtre ADP. Prenons par exemple, le cas d'un brouilleur CWI où le signal à l'entrée de l'ADP contient le bruit gaussien, le code C/A et le

brouilleur CWI avec des rapports SNR et JNR bien définies. Après le filtre ADP, le code C/A se dégrade suite au traitement cependant, on note une amélioration du rapport signal sur bruit totale due à l'élimination du brouilleur. Le filtre ADP élimine le brouilleur par le traitement non-linéaire et il conserve le code C/A avec une légère dégradation. En éliminant le brouilleur, le bruit résiduel après le filtre est moins puissant par rapport au bruit à l'entrée du filtre, ce bruit comporte le bruit gaussien et le brouilleur. De ce fait, le rapport signal sur bruit totale est amélioré en traitant le signal par le filtre ADP.

La normalisation de la puissance à 1watt fait que la corrélation à la sortie du filtre dépasse celle de l'entrée. De ce fait, le dépassement de la corrélation à la sortie du filtre par rapport à celle de l'entrée reflète l'amélioration du rapport signal sur bruit apporté par le filtre ADP.

Dans le cas d'un scénario en présence d'un brouilleur CWI, les figures suivantes montrent la perte de corrélation après le filtre ADP. Cette perte est calculée par rapport à la corrélation avant le filtre ADP (Corrélation après ADP – Corrélation avant ADP).

Dans le cas d'une CWI, la simulation est faite avec un signal utile de rapport signal sur bruit SNR=-20dB, et le rapport JNR varie de -10dB à 30dB.

La figure 4.32 montre la corrélation avant et après ADP avec le signal utile (Code C/A +bruit gaussien) après AGC, ainsi que la différence ($C_{ADP} - C_{AGC}$) entre ces deux courbes qui est en fait le gain de corrélation.

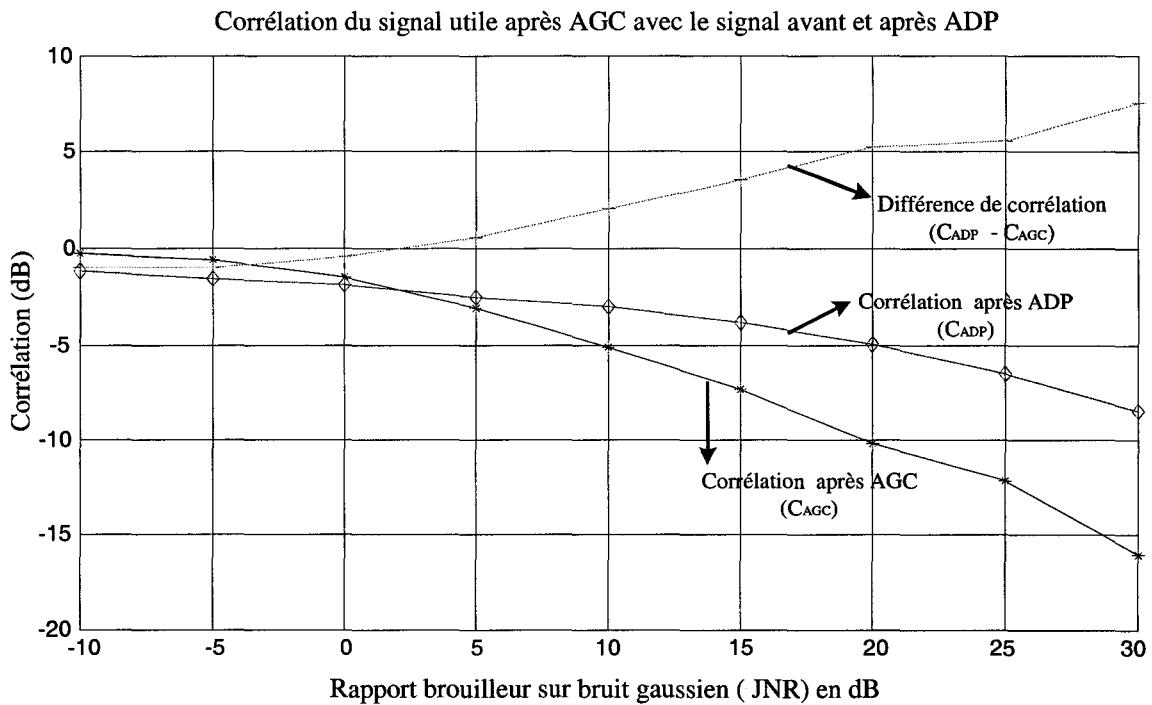


Figure 4.32 Corrélation du signal utile après AGC avec le signal avant et après ADP.

On remarque pour de faibles valeurs de rapport JNR, le gain de corrélation ne dépasse pas la valeur de -1dB . Ce gain de corrélation augmente avec la puissance du brouilleur, ceci montre l'adaptabilité du filtre et la capacité de réjection des brouilleurs CWI.

Les figures suivantes montrent le gain de corrélation ($C_{ADP}-C_{AGC}$) entre le signal à l'entrée et à la sortie du filtre ADP en présence de brouilleur. Le signal est corrélé avec le code C/A. La simulation est faite dans le cas d'un signal utile de rapport SNR= -10dB , brouillé par une CWI à 4MHz (figure 4.33) et par une PWI de 50% à 4MHz également (figure 4.34). Les courbes sont tracées en fonction du rapport JNR.

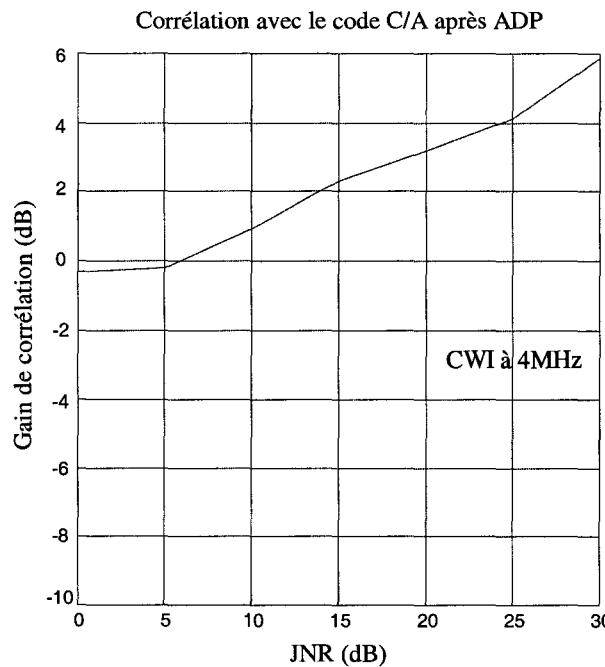


Figure 4.33 Gain de corrélation d'une CWI à 4MHz (SNR=-10dB).

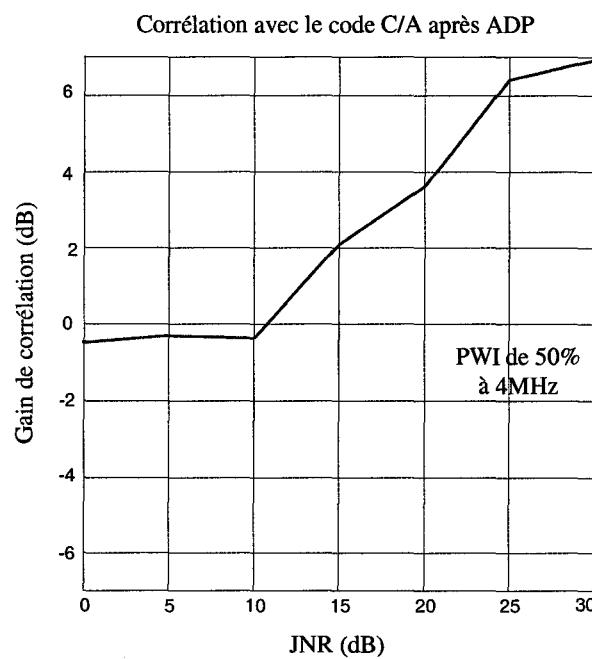


Figure 4.34 Gain de corrélation d'une PWI de 50% à 4MHz (SNR=-10dB).

On remarque sur ces deux figures, la perte de corrélation ne dépasse jamais 1 dB. Même que pour certaines valeurs du rapport JNR, cette corrélation semble être améliorée d'après les simulations. Nous tenons à faire remarquer qu'il est peu probable que cette amélioration de la corrélation soit directement observable sur une récepteur GPS. Par contre, les mesures expérimentales pourront nous le confirmer.

Avec le même scénario de simulation (SNR=-10dB), les figures suivantes montrent des simulations lancées avec des brouilleurs pulsés (PWI de 10% et 90% à 4MHz). D'après les figures suivantes qui montrent la corrélation pour ce type de brouilleurs, la corrélation semble s'améliorer avec l'augmentation de la puissance du brouilleur. Le filtre ADP montre ainsi une certaine capacité d'amélioration de la corrélation pour des brouilleurs de puissance raisonnable.

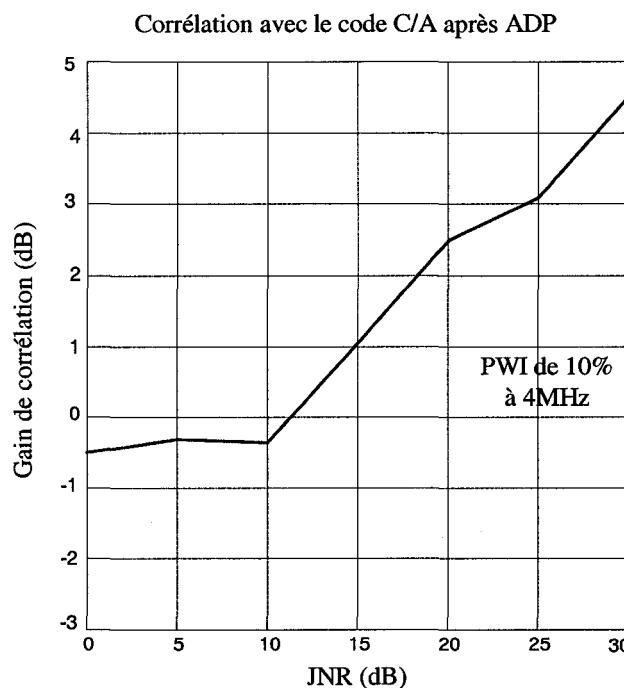


Figure 4.35 Gain de corrélation d'une PWI de 10% à 4MHz (SNR=-10dB).

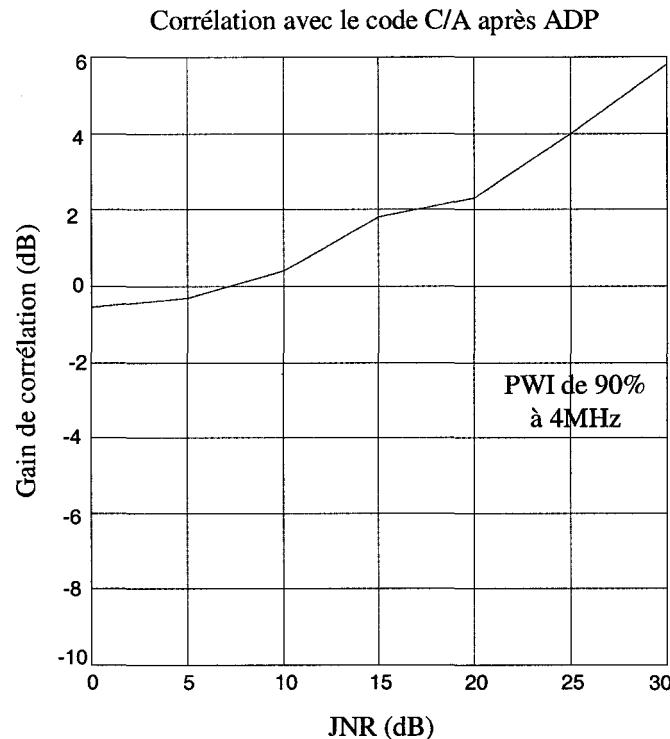


Figure 4.36 Gain de corrélation d'une PWI de 90% à 4MHz (SNR=-10dB).

La figure 4.37 montre la corrélation pour un signal brouillé par un chirp de fréquence. Le brouilleur CWI est balayé de 200Hz à 2MHz en 2 minutes. Les simulations montrent que le filtre ADP améliore la corrélation du signal GPS avec la réjection du brouilleur.

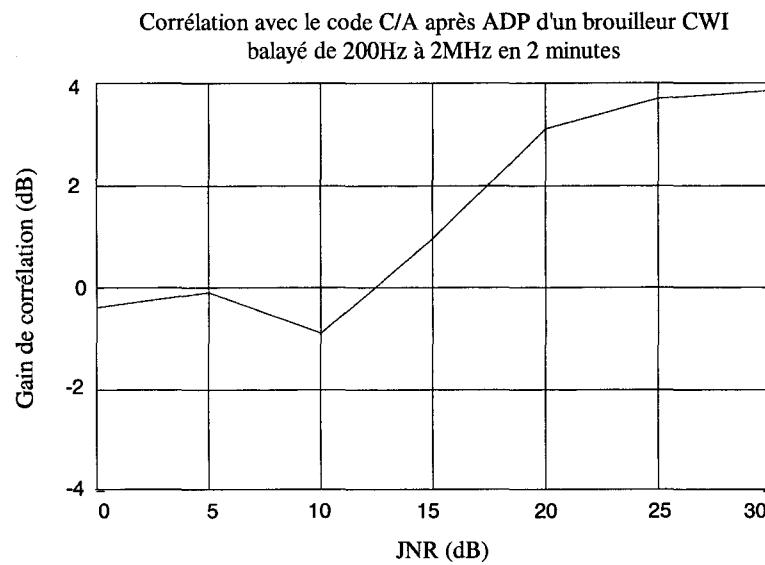


Figure 4.37 Gain de corrélation d'un brouilleur CWI balayé de 200Hz à 2MHz en 2 minutes (SNR=-10dB).

4.7 Conclusion sur les performances du filtre ADP

Notre étude des performances montre que la technique ADP permet la réjection de plusieurs types de brouilleurs, d'obtenir une amélioration du rapport signal à bruit et un gain en robustesse allant de 20 à 45 dB selon le brouilleur. Cette amélioration démontrée théoriquement a été vérifiée par des simulations, et l'observation des densités spectrales de puissance montre la disparition de la raie de puissance représentant la composante du brouilleur.

L'analyse des performances du traitement ADP réalisée tout d'abord sur une voie, puis sur deux voies (ADP en amplitude) donne un très bon résultat en présence d'un seul ou de deux brouilleurs. On remarque lorsque le nombre de brouilleurs augmente, le gain de traitement diminue rapidement, ce qui correspond à nos attentes. Or nous savons que cette limitation de l'ADP dans le domaine temporel peut être améliorée avec l'ADP dans le domaine des fréquences.

Dans ce chapitre, nous avons mis l'accent sur la performance du filtre ADP en amplitude. Les observations qualitatives montrent l'élimination du brouilleur. Ceci est d'abord vérifié par le spectre de densité de puissance du signal obtenue du domaine fréquentiel et ceci en comparant ce dernier avant et après l'application du filtre ADP. L'élimination de brouilleur est efficace dans tous les cas de simulations, entre autres dans le cas des brouilleurs continus, pulsés ou chirp.

Le gain théorique du filtre ADP est une mesure de gain par rapport à un récepteur linéaire. Ce gain est calculé par l'application directe des formules théoriques. Les fonctions $f_{mn}(r)$ et $g(r)$ qui entrent dans ce calcul sont estimées à partir du modèle Simulink. Le gain du filtre ADP (G_D) montre une amélioration du gain théorique, cette amélioration est autour de 30 dB dans le cas d'un brouilleur continu (CWI) et dans le cas

d'un brouilleur balayé en fréquence. Le meilleur résultat de gain G_D obtenu est celui d'un brouilleur pulsé à 50% ($G_D=43.7$ dB).

Le calcul de gain par la méthode de corrélation permet d'estimer le rapport signal sur bruit totale avant et après le filtre ADP. Ce rapport est calculé dans le cas d'un brouilleur CWI, d'un brouilleur pulsé à 50% et d'un brouilleur balayé en fréquence de 2MHz à 3MHz en 2 minutes. Dans les trois cas de simulations, le filtre ADP montre une amélioration conséquente du rapport SNR_{ADP} qui est en fonction de la puissance du brouilleur.

Après le traitement du signal GPS par le filtre ADP, on remarque une amélioration de la corrélation du signal traité avec le code C/A. Cette corrélation augmente en présence des brouilleurs de forte puissance. Ces améliorations reflètent l'amélioration du rapport signal sur bruit totale suite au traitement du signal par le filtre ADP. Le gain de corrélation est positif à cause de l'amélioration du rapport SNR_{ADP} par le filtre ADP.

Le tableau suivant montre un résumé de la performance du filtre en terme de gain théorique pour trois types de brouilleurs:

Tableau 4.17

Résumé de la performance du filtre en terme de gain théorique.

Nature du brouilleur	SNR	JNR	G_D
CWI	-10 dB	35 dB	31 dB
PWI à 50%	-10 dB	45 dB	43.7 dB
Chirp sur 2MHz à 100 Hz	-10 dB	45 dB	29.5 dB

Les performances en terme de rapport signal sur bruit totale avant et après le filtre ADP sont montrées dans le tableau suivant. Ces rapports sont calculés par la méthode de gain par corrélation.

Tableau 4.18

Résume de la performance du filtre en terme de rapport signal sur bruit.

Nature du brouilleur	JNR	SNR _{ADP} (avant ADP)	SNR _{ADP} (après ADP)	Gain (SNR _{ADP})
CWI	15 dB	-33.65 dB	-20.11 dB	13.54 dB
PWI à 50%	15 dB	-24.98 dB	-21.51 dB	3.47 dB
Chirp sur 2MHz à 100Hz	15 dB	-28.20 dB	-21.76 dB	6.44 dB

La différence de corrélation avant et après le filtre ADP est montrée dans le tableau suivant. Trois cas de simulations sont choisies, ce qui représente une simulation par brouilleur.

Tableau 4.19

Résume de la performance du filtre en terme de gain de corrélation.

Nature du brouilleur	SNR	JNR	Gain de corrélation
CWI	-10 dB	20 dB	3.3 dB
PWI à 50%	-10 dB	20 dB	3.7 dB
Chirp sur 2MHz à 200 Hz	-10 dB	20 dB	3.1 dB

Dans ce chapitre, nous avons étudié le signal traité par l'ADP dans divers cas de brouillage. Plus précisément, la performance du filtre ADP. Plusieurs simulations ont été lancées pour vérifier l'élimination de brouilleur, le gain théorique de robustesse et le rapport signal sur bruit totale après le filtre ADP. L'analyse des résultats montre l'élimination des brouilleurs dans tous les cas de simulations. Le filtre ADP apporte un gain théorique G_D allant de 20 jusqu'à 45dB selon le brouilleur. L'estimation du rapport signal sur bruit totale après le filtre ADP montre une amélioration dans tous les cas de simulations.

Effectivement, une priorité a été accordée sur les pertes de corrélation en présence du filtre ADP. Nous avons analysé le signal GPS après le traitement par une étude de corrélation sur le signal traité par l'ADP. Nos travaux montrent que ces pertes sont inférieures à 1 dB dans toutes les situations étudiées. *L'objectif suivant serait de faire la réalisation du filtre ADP et d'en vérifier ses performances d'un point de vue expérimental.*

CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce rapport s'inscrit dans le cadre de l'amélioration de la robustesse des récepteurs numériques à spectre étalé de type GPS. On a étudié une technique de pré-corrélation entièrement numérique susceptible d'apporter une robustesse aux récepteurs GPS. La technique de filtrage étudiée est le traitement du domaine des amplitudes (ADP). La théorie du traitement des signaux faibles est impliquée dans le développement de la théorie sur la technique ADP.

Ainsi, l'étude statistique sur le signal et la recherche d'une décision optimale pour maximiser la probabilité de détection (critère de Neyman-Pearson), permettent d'aboutir à une fonction non-linéaire $g(r)$. Cette fonction résultante d'un traitement en temps réel sur la statistique du signal permet d'éliminer les brouilleurs existants dans le signal traité sauf les brouilleurs de type gaussien.

Au chapitre I, certains calculs théoriques sont développés afin de déduire la fonction non-linéaire. Le traitement en amplitude est basé sur la statistique du signal complexe en bande de base (I et Q). La densité de probabilité du signal est calculée séparément sur les voies en phase I et en quadrature Q pour finalement en déduire la fonction non-linéaire. Ce traitement nécessite un calcul similaire sur les canaux I et Q, ce qui est exigeant pour une réalisation matérielle en temps réel.

L'idée est de faire un traitement unique pour faciliter la réalisation, et un traitement dans un repère polaire semble adéquat. Ainsi, on démontre que le traitement peut être fait seulement sur l'amplitude R du signal et ceci après la transformation des échantillons (x_i, y_i) d'une représentation cartésienne à polaire (r, θ) . La phase du signal est retardée d'une durée équivalente au traitement sur l'amplitude, et le signal est reconvertis en phase

et quadrature (I' , Q') après le traitement ADP. Cette caractéristique est importante puisqu'elle nous permet de traiter le signal en bande de base dès qu'il est échantillonné.

Le chapitre II est une étude théorique sur le gain du filtre ADP. Le traitement ADP apporte au signal une amélioration en terme de rapport signal sur bruit. Ce rapport est établi par un développement mathématique, et ceci dans le cas d'un traitement sur une seule voie (I ou Q) puis en traitant le signal en amplitude (R). Il s'avère nécessaire de poursuivre notre étude théorique dans le cadre de simulation.

Au chapitre III, un modèle générique du filtre ADP est réalisé sur le logiciel Matlab/Simulink. Le signal GPS est modélisé ainsi que les brouilleurs et le contrôle automatique de gain (AGC). Le modèle du filtre ADP est décrit en détail. Le filtre est divisé en trois étapes dont chacune consiste en un processus de traitement sur le signal. Notre modélisation facilite la compréhension du fonctionnement du filtre ADP, et la synthèse du signal traité ainsi que la génération des différentes interférences.

Le filtre ADP démontre un potentiel intéressant et une grande amélioration sur le signal à spectre étalé de type GPS. Cette amélioration est prouvée théoriquement face à des brouilleurs non-gaussiens. Le signal traité par le filtre ADP prend la forme d'un signal ayant des caractéristiques gaussiennes ce qui est le cas du signal GPS.

Le chapitre IV vérifie les performances obtenues par le filtre ADP. Ces performances sont analysées en terme d'élimination des brouilleurs et d'amélioration du rapport signal sur bruit. On obtient des gains en robustesse de l'ordre de 20 à 45 dB selon le type de brouilleur et des conditions de brouillage. Une attention particulière est mise sur l'analyse des pertes de corrélation et on montre que ces pertes sont inférieures à 1 dB ou complètement négligeables.

À la suite du traitement d'un signal par le filtre ADP, on remarque une amélioration du rapport signal sur bruit. Cette amélioration augmente en fonction de la puissance du brouilleur. Le signal est normalisé à une puissance de 1watt avant le calcul de la corrélation. Ceci permet une amélioration du rapport SNR qui se traduit par une augmentation de la corrélation du signal traité.

Dans le chapitre IV, on a mis l'accent sur la performance du filtre ADP en amplitude. Ces performances sont évaluées par plusieurs méthodes. Les observations qualitatives de spectre fréquentiel du signal (DSP) avant et après le filtre ADP montrent l'élimination du brouilleur. Cette observation montre l'élimination des brouilleurs dans le cas d'une CWI, PWI à 10% 50% et 90%, et dans le cas d'un brouilleur chirp.

Le calcul de gain du filtre ADP est partagé entre le calcul de gain théorique et le gain estimé par corrélation. Le gain théorique (G_D) est une application directe des formules mathématiques, ces formules sont montrées dans le chapitre II de ce rapport. Les fonctions $f_{nn}(r)$ et $g(r)$ entrent dans le calcul de ces formules. Ces fonctions sont générées par le modèle Simulink du filtre ce qui donne à ce gain théorique un aspect expérimental. Le gain théorique est l'amélioration que le filtre ADP apporte au signal relativement à un récepteur classique. Cette amélioration est autour de 30 dB dans le cas d'un brouilleur continu (CWI) et dans le cas d'un brouilleur balayé en fréquence. Le meilleur résultat de gain G_D obtenu est celui d'un brouilleur pulsé à 50% (PWI-50%).

Le calcul de gain par la méthode de corrélation consiste à estimer la puissance des signaux avant et après le filtre ADP par une corrélation entre les signaux appropriés. Cette méthode permet d'estimer la puissance du code C/A et du bruit résiduel après le filtre ADP. Ainsi, on peut calculer le rapport signal sur bruit (SNR) avant et après le filtre ADP. Dans tous les cas de simulations, le filtre ADP montre une amélioration considérable du rapport SNR. Ce rapport SNR augmente avec la puissance du brouilleur, ce phénomène est dû à l'élimination de ce dernier.

Il est important de garder le pic de corrélation du signal. En fait, on ne doit pas avoir une dégradation de corrélation supérieure à 1 dB. Dans tous les cas de simulations, la différence de corrélation entre le signal avant et après l'application du filtre ADP ne dépasse pas une dégradation de 1dB. La différence de corrélation est parfois positive (amélioration du rapport SNR). Ces valeurs positives sont trouvées par la normalisation des signaux à 1watt avant le calcul de la corrélation.

Le signal utile étant brouillé par un signal externe inconnu, le filtre ADP élimine ce dernier tout en minimisant la dégradation du signal utile. Les performances du filtre anti-brouilleur ADP sont valides pour toute la gamme des brouilleurs potentiels (porteuse pure, brouilleur impulsif ou radar et brouilleur chirp). L'intégration de ce filtre dans un récepteur CDMA permet à ce dernier de tolérer des environnements plus hostiles.

Les récepteurs à étalement de spectre sont issus d'une technologie d'origine militaire où la fréquence d'échantillonnage est très élevée ($>20 \times 10^6$ Hz). Le filtre ADP devrait donc fonctionner à cette cadence et il devrait également être réalisé en temps réel avec la technologie d'aujourd'hui. Il est important de tester le filtre ADP sur un signal réel. C'est pourquoi il est indispensable de réaliser une maquette du filtre ADP pour pouvoir effectuer ces tests.

Notre analyse montre la possibilité de réaliser le filtre ADP dans un composant FPGA (Virtex) et de l'intégrer au récepteur GPS. Le filtre ADP peut s'intégrer de façon simple à tous les modèles actuels et futurs de récepteurs numériques. Issus d'une technologie de pré-corrélation numérique, ce filtre s'insère après le convertisseur analogique à numérique (CAN) mais avant le cœur numérique du récepteur.

En conclusion, ce rapport présente un intérêt pour la conception d'un circuit numérique et la réalisation du filtre ADP en VHDL. L'implémentation dans un circuit programmable (FPGA-Virtex) est nécessaire afin de tester le filtre placé à l'intérieur d'un récepteur GPS et en présence de brouilleur réel.

À long terme, l'étude sur le filtre ADP doit conduire à un développement d'un ASIC anti-brouilleur. Ce dispositif est destiné à être intégré dans un récepteur GPS ou autres types de récepteur CDMA. Le filtre ADP permettrait d'assurer la fiabilité des systèmes de communications et d'améliorer les performances de robustesses actuelle. Il permettrait également d'accroître la sécurité, la précision des mesures et l'intégrité des systèmes de communication de type CDMA.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. The Charles Stark Draper Laboratory Inc, Advanced GPS Receiver Technology Program, Critical Design Review, CSDL-P-2904, .. Cambridge, MA, November 1989.
2. V.R.Algazi and R.M.Lerner, Binary Detection in White non-Gaussien Noise, MIT Lincoln Laboratory Report, DS-2138, 1964.
3. Algazi and Lerner, Optimum Binary Detection in non-Gaussian Noise, MIT Lincoln Lab Report, DS-2138, 1965.
4. D.Allinger, D.Fitzmartin, P.Konop, A.Tetewsky, P.Van Broekhoven and J.Veale, Theory of An Adaptive NonLinear Spread-Spectrum Receiver For Gaussien or Non-Gaussien Interference, Twentieth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (Cat.No.87CH2461-2), pp.58-62, 1987.
5. F. Amoroso, Adaptive A/D Converter to Suppress CW Interference in DSPN Spread-Spectrum Communications, IEEE Transactions on Communications, Vol.COM-31, No.10, pp.1117-1123, October 1983.
6. P.Y.Arquès , Décisions en traitement du signal, Masson, 1982.
7. E. Balboni, J. Dowdle and J. Przyjemska, Advanced ECCM Techniques for GPS Processing, AGARD No 488, Feb 1991.
8. M.Bellanger, Analyse des Signaux et Filtrage Numérique Adaptatif, Masson, 1989.
9. M.Bellanger, Traitement Numérique du Signal, Théorie et Pratique, Masson, 1994.
10. Calmettes V., Pradeilles F.and Bousquet M., Analysis of Potential Interference Sources and Assessment of Present Solutions for GPS/GNSS Receivers, SupAéro, Toulouse, 4th Saint-Petersburg on INS , May 26-28 1997.
11. Calmettes V., Pradeilles F.and Bousquet M., Interference Rejection Techniques, SupAéro, Toulouse, 7th Saint-Petersburg on INS , May 29-31 2000.
12. J.Capon, Optimum Coincident Procedures for Detecting Weak Signals in Noise, IEEE Transaction on Information Theory, 1960.

13. Capoazza P.T., Holland B.J. and Hopkinson T. M., A Single-Chip Narrowband Frequency-Domain Excisor for Global Positioning System (GPS) receiver, MITRE Corporation, IEEE journal, Vol. 35, March 2000.
14. DiPietro R. C., An FFT-based Technique for Suppressing Narrowband Interference in PN spread spectrum Communications Systems, ICASSP'89, Glasgow, U.K., pp. 1360-1363 , May 23-26 1989.
15. RADC-TR-85-218 Final Report, Digital Density Detector Development Program, RADC/DCCD Griffis Air Force Base, New York 13441-5700, Nov 1985
16. Gagnon J-P, Réalisation du filtre ADP, Rapport de stage, Octobre 2000.
17. Harris F, On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform, Proceeding, IEEE journal, Vol.66, pp.51-83, January 1978.
18. Higbie J. H, Adaptive Nonlinear Suppression of Interference, IEEE journal, 0381-0389, 1998.
19. Kaplan, Elliott D. Understanding GPS: principles and applications, ARTECH HOUSE, INC, 1996.
20. Saleem A.Kassam and John B.Thomas, Asymptotically Robust Detection of a Known Signal in Contaminated Non-Gaussian Noise, IEEE Transactions on Information Theory, Vol. IT-22, No.1, January 1976.
21. S.A.Kassam and H.V.Poor, Robust Techniques for Signal Processing (A Survey), Proceedings of the IEEE, Vol.73, No.3, pp.433-481, March 1985.
22. René Jr.Landry and A.Renard, Analysis of Potential Interference Sources and Assessment of Present Solutions for GPS/GNSS Receivers, 4th St.Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, St-Petersburg, May 97.
23. René Jr. Landry, Technique de Robustesse aux Brouilleurs pour les Récepteurs GPS, Ph.D, SupAéro, Toulouse, 16th December 1997.
24. René Jr.Landry, Modélisation d'un Récepteur GPS sur MATLAB : MATNAV V1.0, Post-Doc Report at CNES, Version 2.1, Toulouse, 5th September 1998.
25. Abi Moussa R. and René Jr. LANDRY Anti-Jamming Solution to Narrowband CDMA Interference Problem, CCECE, Halifax, N.S, 6th May 2000.

26. J.M.Malicorne, Approfondissement de la technique ADP, Rapport de stage de DAE, SupAéro, Toulouse, Septembre 1998.
27. J.H.Miller and J.B.Thomas, Robust Detectors for Signals in Non-Gaussian Noise, IEEE Transaction on Communications, July 1977.
28. Milstein B. Laurence, Interference Rejection Techniques in spread Spectrum Communications, Proceedings of the IEEE, Vol. 76, No. 6, June 1988.
29. James W.Modestino and Aaron Y.Ningo, Detection of Weak Signals in Narrowband Non-Gaussian Noise, IEEE Transaction on Information Theory, Vol. IT-25, No.5, pp.592-600, 5 September 1979.
30. Awele Ndili and Dr.Per Enge, GPS Receiver Autonomous Interference Detection, IEEE, 1998.
31. Parkinson B.W., Spilker J. J., Global Positioning System : Theory and Applications Volume I, Washington ,DC : American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
32. J.Proakis, Digital Communications, Third Edition, McGraw-Hill,Inc, 1995.
33. J.Przyjemski, E.Balboni, and J.Dowdle, GPS Anti-Jam Enhancement Techniques, Proceedings of the 49th Annual Meeting on Future Global Navigation and Guidance, Cambridge, MA, pp.41-50, June 1993.
34. J.Przyjemski, E.Balboni, and J.Dowdle, Advanced ECCM Techniques for GPS Processing, The Charles Stark Draper Laboratory Inc., Cambridge, MA.
35. Rabiner L. R.and Gold B. Theory and Application of Digital Signal Processing, Englewood Cliffs, N.J, Prentice Hall, 1975.
36. J.C Radix, Pratique Moderne des Probabilités, Lavoisier - TEC and DOC, 1991.
37. Rifkin R. and Vaccaro John J., Comparison of Narrowband Adaptive Filter Technologies for GPS, MITRE Corporation, IEEE journal, pp.125-131, May 2000.
38. A.V.Schafer and R.W.Oppenheim, Discrete-Time Signal Processing, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
39. Van Trees, Detection, Estimation and Modulation, John Wiley and Sons, Vol.1, 1968.

40. P.Ward, GPS Receiver RF Interference Monitoring, Mitigation, and Analysis Techniques, Navigation, Journal of The Institute of Navigation, Vol.41, No.4, pp.367-391, Winter 1994-95.
41. Wozencraft and Jacobs, Principles of Communication Engineering, John Wiley & Sons, 1965.

ANNEXE 1

CRITÈRE DE NEYMAN-PEARSON

Le critère de Neyman-Pearson consiste à prendre une décision optimale entre deux hypothèses possibles concernant la présence du signal. On appelle δ_0 et δ_1 les décisions respectives signal absent et signal présent. On appelle H_0 l'hypothèse de fausse alarme (réjection du signal malgré l'existence du signal utile), cette réjection a les conséquences les plus graves, on lui assigne l'erreur de première espèce consistant à choisir la décision δ_1 quand H_0 est vraie. On appelle H_1 l'hypothèse de fausse détection (acceptation du signal en absence du signal utile), on lui assigne l'erreur de seconde espèce consistant à choisir la décision δ_0 quand H_1 est vraie. Le critère de Neyman-Pearson consiste en quelque sorte à confronter H_0 vs H_1 . Le calcul présenté dans cette annexe est une synthèse de la théorie développée par Arquès [6].

Selon Arquès [6], les probabilités conditionnelles correspondantes sont respectivement la probabilité de fausse alarme (α) et la probabilité de détection fausse (β).

$$\alpha = P_{\delta|H}(\delta_1, H_0) \quad (A1.1)$$

$$\beta = P_{\delta|H}(\delta_0, H_1) \quad (A1.2)$$

La probabilité conditionnelle du choix correct de H_1 correspond en statistique à la "puissance du test"; c'est-à-dire selon la théorie de la détection, la probabilité de détection du signal utile qui s'écrit :

$$\beta' = 1 - \beta = P_{\delta|H}(\delta_1, H_1) \quad (A1.3)$$

Le critère de Neyman-Pearson consiste à maximiser la probabilité de détection β' , pour une probabilité de fausse alarme α maximale donnée.

Ceci revient à considérer, ce qui est généralement le cas en détection, que la fausse alarme est l'erreur la plus grave. On fixe donc à cette probabilité (conditionnelle) une valeur maximale α_{\max} acceptable (généralement faible). À cette valeur α_{\max} de α est associée une région de décision D_1 telle que:

$$\int_{D_1} P_{X|H_0} dx \leq \alpha_{\max} \quad (A1.4)$$

Le critère de Neyman-Pearson sélectionne dans cette classe la région de décision, en maximisant la probabilité de détection β' , c'est-à-dire qu'il permet de déterminer la région D_1 de la classe telle que :

$$\beta' = \int_{D_1} P_{X|H_1} (dx) \quad \text{soit maximale} \quad (A1.5)$$

La fonction de décision pure φ , associée à une partition (D_0, D_1) de l'espace des observations, peut être représentée par la fonction indicatrice de sous-espace D_1 :

$$\varphi(x) = 1 \Leftrightarrow x \in D_1 \quad (A1.6)$$

$$\varphi(x) = 0 \Leftrightarrow x \in D_0 \quad (A1.7)$$

Telle que :

$$\varphi = P_r [\delta_1 \mid X = x] \quad (A1.8)$$

Dans ces conditions, le test de Neyman-Pearson est engendré par la règle de décision $\varphi_N(x)$ (à laquelle correspondent les probabilités de fausse alarme α_N et de détection β'_N) définie de la façon suivante: la valeur φ_{\max} de la probabilité de fausse alarme α étant donnée, la règle de décision φ_N résulte de la comparaison du *rapport de vraisemblance* $\Lambda(x)$ de l'observation à **un seuil de décision** de valeur $\mu_N \geq 0$ selon les équations suivantes :

$$\varphi_N(x) = 1, \quad \forall x : \Lambda(x) > \mu_N \quad (A1.9)$$

$$\varphi_N(x) = 0, \quad \forall x : \Lambda(x) \leq \mu_N \quad (A1.10)$$

$$\alpha_N = \int \varphi_N(x) P_{X|H_0} dx \leq \alpha_{\max} \quad (A1.11)$$

Les points de la frontière séparant les deux régions de décision (tels que $\Lambda(x) = \mu_N$) sont affectés à l'une des deux régions de décision (alors φ_N est pure et déterministe), ou bien ils sont affectés simultanément aux deux régions avec des probabilités complémentaires (alors φ_N est aléatoire). Si la frontière est de probabilité non nulle, le niveau de fausse alarme donnée α_N doit si possible être égal à α_{\max} , c'est le cas où α_N est une fonction continue de μ_N .

Le test φ_N est optimal au sens du critère de Neyman-Pearson, en vérifiant que toute autre règle de décision $\varphi(x)$ (à laquelle correspondent les probabilités de fausse alarme α et de détection β'), telle que $\alpha \leq \alpha_N$, implique $\beta' \leq \beta'_N$.

La décision affectée à *chaque observation x*, selon le critère de Neyman-Pearson, résulte donc de la comparaison de la valeur du rapport de vraisemblance Λ pour cette observation à un seuil μ_N . Cette valeur de μ_N est fixée de façon à assurer une

probabilité α_N de fausse alarme la plus proche possible d'une valeur donnée $\alpha_N \leq \alpha_{\max}$ (figure A1.1).

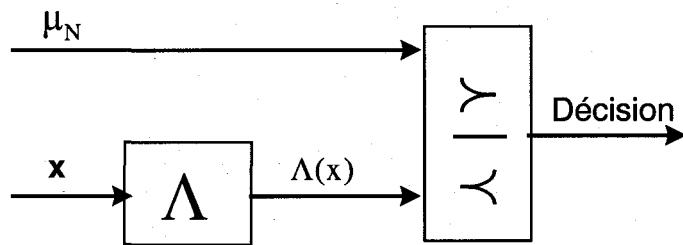


Figure A1.1 Décision prise sur le signal selon le critère de Neyman-Pearson.

La relation liant α_N ($\in [0,1]$) et μ_N ($\in \mathbb{R}^+$) s'exprime, pour une fonction de décision pure, en fonction de la loi de probabilité $P_{\Lambda|H_0}(\lambda)$ du rapport de vraisemblance $\Lambda(x)$, considéré comme aléatoire par l'intermédiaire de x , sous l'hypothèse H_0 :

$$\alpha_N = \int_{\mu_N}^{+\infty} dP_{\Lambda|H_0}(\lambda) d\lambda \quad (A1.12)$$

$P_{\Lambda|H_0}(\lambda)$ est la fonction densité de probabilité du rapport de vraisemblance, Λ étant positif ou nul, α_N décroît de 1 à 0 pour μ_N croissant de 0 à $+\infty$.

ANNEXE 2

CALCUL DU RAPPORT DE VRAISEMBLANCE

Afin de décider entre les hypothèses H_0 et H_1 , le critère de Neyman-Pearson exige la comparaison des probabilités dans les deux cas (H_0 et H_1). Il s'agit d'évaluer le rapport de vraisemblance défini de la façon suivante :

$$\Lambda(\underline{w}_x, \underline{w}_y) = \frac{P(\underline{w}_x, \underline{w}_y / H_1)}{P(\underline{w}_x, \underline{w}_y / H_0)} = \frac{P_1(\underline{w}_x, \underline{w}_y)}{P_0(\underline{w}_x, \underline{w}_y)} \quad (\text{A2.1})$$

Selon Allinger [4], la probabilité d'une décision H_1 ($P_1(\underline{w}_x, \underline{w}_y)$) peut être représentée comme suit :

$$P_1(\underline{w}_x, \underline{w}_y) = P(\underline{x} - \underline{s} \cos \phi, \underline{y} - \underline{s} \sin \phi) \quad (\text{A2.2})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{nn}(\underline{x} - \underline{s} \cos \phi, \underline{y} - \underline{s} \sin \phi) d\phi \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \prod_{i=1}^N f_{nn}(x_i - s_i \cos \phi, y_i - s_i \sin \phi) d\phi \quad (\text{A2.3}) \end{aligned}$$

La probabilité d'une décision H_0 est tout simplement :

$$P_0(\underline{w}_x, \underline{w}_y) = P(\underline{x}, \underline{y}) = f_{nn}(\underline{x}, \underline{y}) \quad (\text{A2.4})$$

On obtient donc comme rapport de vraisemblance, le résultat suivant :

$$\Lambda(\underline{w_x}, \underline{w_y}) = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \prod_{i=1}^N f_{nn}(x_i - s_i \cos \phi, y_i - s_i \sin \phi) d\phi}{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})} \quad (\text{A2.5})$$

On suppose que l'on utilise un signal de faible puissance, ce qui est le cas pour les systèmes d'étalement de spectre, on peut développer le rapport de vraisemblance en série de Taylor.

Soit $f(x)$, une fonction quelconque, le développement de $f(x)$ en série de Taylor autour d'un point a , est de la forme :

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)(x-a)^2}{2!} + \dots + \frac{f^{n-1}(a)(x-a)^{n-1}}{(n-1)!} + R_n \quad (\text{A2.6})$$

où le reste des n premiers termes R_n peut être mis sous l'une des deux formes suivantes :

$$\text{Reste de Lagrange : } R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)(x-a)^n}{n!} \quad (\text{A2.7})$$

$$\text{Reste de Cauchy : } R_n = \frac{f^{(n)}(\xi)(x-\xi)^{n-1}(x-a)}{(n-1)!} \quad (\text{A2.8})$$

Si $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$, la série infinie obtenue s'appelle la série de Taylor de $f(x)$ au voisinage de $x=a$, (où a est une constante).

D'après Allinger [4], la forme numérique de la série de Taylor s'écrit de la façon suivante:

$$f(h + \Delta h) = f(h) + \sum_{i=1}^{2N} \frac{\partial f}{\partial h_i} + \sum_{i=1}^{2N} \frac{\partial f}{\partial h_i} \Delta h_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2N} \sum_{k=1}^{2N} \frac{\partial^2 f}{\partial h_i \partial h_k} \Delta h_i \Delta h_k \quad (A2.9)$$

où :

$$h = [x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_N],$$

$$\Delta h = [x_1 \cos \theta, \dots, x_N \cos \theta, y_1 \sin \theta, \dots, y_N \sin \theta].$$

En développant le numérateur du rapport de vraisemblance $f_{nn}(\underline{x} - \underline{s} \cos \phi, \underline{y} - \underline{s} \sin \phi)$ en série de Taylor, on obtient alors :

$$f_{nn}(\underline{x} - \underline{s} \cos \phi, \underline{y} - \underline{s} \sin \phi) = f_{nn}(\underline{x}, \underline{y}) - \sum_{i=1}^N \frac{\partial f_{nn}}{\partial x_i} s_i \cos \phi - \sum_{i=1}^N \frac{\partial f_{nn}}{\partial y_i} s_i \sin \phi$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial y_k} s_i s_k + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial y_i \partial x_k} s_i s_k \right] \cos \phi \sin \phi \quad (A2.10)$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial x_k} s_i s_k \cos^2 \phi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial y_i \partial y_k} s_i s_k \sin^2 \phi$$

Les termes en $\sin \phi$, $\cos \phi$ et $\sin \phi \cos \phi$ disparaîtront à cause de l'intégrale sur une période $[0, 2\pi]$. L'intégrale de $\cos^2 \phi$ et $\sin^2 \phi$ sur la période $[0, 2\pi]$ est égale à $1/2$.

Lorsqu'on intègre l'équation (A2.10) sur la période $[0, 2\pi]$, on obtient :

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_{nn}(\underline{x} - \underline{s} \cos \phi, \underline{y} - \underline{s} \sin \phi) d\phi = f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})$$

$$+ \frac{1}{4} \left(\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial x_k} s_i s_k + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial y_i \partial y_k} s_i s_k \right) \quad (A2.11)$$

Le rapport de vraisemblance devient alors :

$$\Lambda(\underline{w}_x, \underline{w}_y) = 1 + \frac{1}{4} \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial x_k} s_i s_k + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial y_i \partial y_k} s_i s_k}{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})} \quad (\text{A2.12})$$

Une fois le rapport de vraisemblance obtenu, la prochaine étape consiste à d'isoler l'opérateur non-linéaire qui nous intéresse, afin d'obtenir la détection optimale selon Neyman-Pearson. Le développement de calcul qui suit est inspiré du rapport de Malicorne [26]. Le développement est effectué sur le rapport de vraisemblance de l'équation (A2.12).

En supposant l'indépendance du bruit sur chaque échantillon, on peut donc écrire :

$$f_{nn}(\underline{x}, \underline{y}) = \prod_{j=1}^N f_{nn}(x_j, y_j) \quad (\text{A2.13})$$

d'où en dérivant l'équation (A2.13), on obtient les résultats suivants :

$$\frac{\partial f_{nn}}{\partial x_k} = \prod_{j \neq k} f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x} \quad (\text{A2.14})$$

$$\frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial x_k} = \prod_{j \neq k, i} f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i)}{\partial x} \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x} \quad \text{avec } k \neq i \quad (\text{A2.15})$$

$$\frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_k^2} = \prod_{j \neq k} f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial^2 f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x^2} \quad (\text{A2.16})$$

Ceci permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial x_k} &= \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\prod_{\substack{j \neq i, k \\ k \neq i}} f_{nn}(x_j, y_j) \right) \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x} \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i)}{\partial x} \\ &+ \sum_{k=1}^N \left(\prod_{j \neq k} f_{nn}(x_j, y_j) \right) \frac{\partial^2 f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (\text{A2.17})$$

De plus, on remarque que :

$$\prod_{j \neq k} f_{nn}(x_j, y_j) = \frac{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{f_{nn}(x_k, y_k)} \quad (\text{A2.18})$$

d'où :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial x_k} &= \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{f_{nn}(x_k, y_k) f_{nn}(x_i, y_i)} \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x} \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i)}{\partial x} \\ &+ \sum_{k=1}^N \frac{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{f_{nn}(x_k, y_k)} \frac{\partial^2 f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (\text{A2.19})$$

On peut alors écrire l'équation (A2.19) sous la forme suivante :

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial x_k} = f_{nn}(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{f_{nn}'(x_k)}{f_{nn}(x_k)} \frac{f_{nn}'(x_i)}{f_{nn}(x_i)} + f_{nn}(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{k=1}^N \frac{f_{nn}''(x_k)}{f_{nn}(x_k)} \quad (\text{A2.20})$$

D'autre part, on a de l'équation (A2.14) :

$$\left(\sum_{k=1}^N \frac{\partial f_{nn}}{\partial x_k} \right)^2 = \left(\sum_{k=1}^N \prod_{j \neq k} f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \right)^2 \quad (\text{A2.21})$$

$$= \left(\sum_{k=1}^N \frac{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{f_{nn}(x_k, y_k)} \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \right)^2 \quad (\text{A2.22})$$

$$= f_{nn}^2(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{f_{nn}'(x_k)}{f_{nn}(x_k)} \frac{f_{nn}'(x_i)}{f_{nn}(x_i)} + f_{nn}^2(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{k=1}^N \frac{f_{nn}''(x_k)}{f_{nn}(x_k)} \quad (\text{A2.23})$$

En égalisant les équations (A2.20) et (A2.23), on obtient alors la relation suivante :

$$\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial x_k}}{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})} = \left(\frac{\sum_{k=1}^N \frac{\partial f_{nn}}{\partial x_k}}{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})} \right)^2 \quad (\text{A2.24})$$

Or, on peut montrer en se basant sur l'équation (A2.22) que :

$$\left(\sum_{k=1}^N \frac{\partial f_{nn}}{\partial x_k} \right)^2 = f_{nn}^2(\underline{x}, \underline{y}) \left(\sum_{k=1}^N \frac{1}{f_{nn}(x_k, y_k)} \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \right)^2 \quad (\text{A2.25})$$

On obtient donc :

$$\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}}{\partial x_i \partial x_k}}{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})} = \left(\sum_{k=1}^N \frac{\frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k}}{f_{nn}(x_k, y_k)} \right)^2 \quad (\text{A2.26})$$

Finalement, le rapport de vraisemblance se réduit à :

$$\Lambda(w_x, w_y) - 1 = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial x_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \right]^2 + \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial y_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \right]^2 \quad (\text{A2.27})$$

Ce rapport de vraisemblance nous permet de déduire l'architecture optimale du récepteur afin de mieux s'adapter aux signaux de faible puissance.

ANNEXE 3

DÉTAIL DE CALCULS THÉORIQUES

1 Rappel théorique

Soit la fonction $f(x, y)$ qui est le produit de trois fonctions indépendantes, $f(x, y)$ est de la forme :

$$f(x, y) = f(x_1, y_1) f(x_2, y_2) f(x_3, y_3) \quad (\text{A3.1})$$

La dérivée première de $f(x, y)$ par rapport à x_1 est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x_1} &= \frac{\partial f(x_1, y_1)}{\partial x_1} f(x_2, y_2) f(x_3, y_3) + f(x_1, y_1) \frac{\partial f(x_2, y_2)}{\partial x_1} f(x_3, y_3) \\ &\quad + f(x_1, y_1) f(x_2, y_2) \frac{\partial f(x_3, y_3)}{\partial x_1} \end{aligned} \quad (\text{A3.2})$$

Or, la dérivée de $f(x_2, y_2)$ et $f(x_3, y_3)$ par rapport à x_1 est nulle, alors on peut écrire :

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x_1} = \frac{\partial f(x_1, y_1)}{\partial x_1} f(x_2, y_2) f(x_3, y_3) \quad (\text{A3.3})$$

Plus généralement, dans le cas d'une fonction $f(x, y)$ qui est le produit de plusieurs fonctions indépendantes $f_{nn}(x_1, y_1), \dots, f(x_N, y_N)$, on peut écrire :

$$\frac{\partial f_{nn}(x, y)}{\partial x_k} = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \quad (\text{A3.4})$$

2 Développement des équations utiles

Le rapport de vraisemblance selon le critère de Neyman-Pearson est calculé à partir des fonctions de probabilité du signal, on a intérêt à développer ce rapport de vraisemblance pour l'arranger sous une forme facile à manipuler, afin de pouvoir extraire une fonction non-linéaire simple, réalisable et faisable qu'on puisse l'intégrer dans le filtre ADP.

2.1 Passage de l'équation (A2.13) à l'équation (A2.20) :

Le bruit gaussien est indépendant, la distribution du bruit calculée sur N échantillons est égale à celle calculée sur chaque échantillon, alors on peut écrire :

$$f_{nn}(\underline{x}, \underline{y}) = \prod_{j=1}^N f_{nn}(x_j, y_j) \quad (A3.5)$$

De plus, on remarque que :

$$\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N f_{nn}(x_j, y_j) = \frac{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{f_{nn}(x_k, y_k)} \quad (A3.6)$$

La dérivée de l'équation (A1-4) par rapport à x_k , est de la forme :

$$\frac{\partial f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_k} = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \quad (A3.7)$$

En dérivant une 2^{ème} fois par rapport à x_i , on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k} = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k, i}}^N f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i)}{\partial x_i} \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \quad (\text{A3.8})$$

En dérivant 2 fois par rapport à x_k on aura l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_k^2} = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial^2 f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k^2} \quad (\text{A3.9})$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k} = \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=i}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k} \quad (\text{A3.10})$$

Développant chaque terme de l'équation (A3.10).

$$\sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k, i}}^N f_{nn}(x_j, y_j) \right) \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i)}{\partial x_i} \quad (\text{A3.11})$$

et :

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=i}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k} = \sum_{i=1}^N \sum_{k=i}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_k \partial x_k} = \sum_{k=1}^N \left(\prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N f_{nn}(x_j, y_j) \right) \frac{\partial^2 f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k^2} \quad (\text{A3.12})$$

Ceci nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k} &= \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \left(\prod_{j \neq i, k} f_{nn}(x_j, y_j) \right) \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i)}{\partial x_i} \\ &+ \sum_{k=1}^N \left(\prod_{j \neq k} f_{nn}(x_j, y_j) \right) \frac{\partial^2 f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k^2} \end{aligned} \quad (\text{A3.13})$$

Pour sortir $f(\underline{x}, \underline{y})$ à l'extérieur de la somme, on multiplie et on divise par $f(x_k, y_k)$ et $f(x_i, y_i)$.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k} &= f(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{\frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k}}{f_{nn}(x_k, y_k)} \frac{\frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i)}{\partial x_i}}{f_{nn}(x_i, y_i)} \\ &+ f(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{k=1}^N \frac{\frac{\partial^2 f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k^2}}{f_{nn}(x_k, y_k)} \end{aligned} \quad (\text{A3.14})$$

Finalement, on obtient :

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k} = f_{nn}(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{f_{nn}'(x_k)}{f_{nn}(x_k)} \frac{f_{nn}'(x_i)}{f_{nn}(x_i)} + f_{nn}(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{k=1}^N \frac{f_{nn}''(x_k)}{f_{nn}(x_k)} \quad (\text{A3.15})$$

2.2 Passage de l'équation (A2.13) à l'équation (A2.23) :

En développant l'équation (A3.5), on a montré précédemment l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_k^2} = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial^2 f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k^2}$$

Faisant la somme sur N échantillons et élevant au carré, on obtient :

$$\left(\sum_{k=1}^N \frac{\partial f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_k} \right)^2 = \left(\sum_{k=1}^N \prod_{j \neq k} f_{nn}(x_j, y_j) \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \right)^2 \quad (\text{A3.16})$$

Appliquant l'égalité montrée à l'équation (A1-6), on aura :

$$\begin{aligned} \left(\sum_{k=1}^N \frac{\partial f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_k} \right)^2 &= \sum_{k=1}^N \frac{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{f_{nn}(x_k, y_k)} \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \cdot \sum_{i=1}^N \frac{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{f_{nn}(x_i, y_i)} \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i)}{\partial x_i} \\ &= f_{nn}^2(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{f_{nn}'(x_k)}{f_{nn}(x_k)} \frac{f_{nn}'(x_i)}{f_{nn}(x_i)} + f_{nn}^2(\underline{x}, \underline{y}) \sum_{k=1}^N \frac{f_{nn}''(x_k)}{f_{nn}(x_k)} \end{aligned} \quad (\text{A3.17})$$

En égalisant les équations (A3.15) et (A3.17), on obtient alors la relation suivante :

$$\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k}}{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})} = \left(\frac{\sum_{k=1}^N \frac{\partial f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_k}}{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})} \right)^2 \quad (\text{A3.18})$$

Or, on peut montrer en se basant sur l'équation (A1-16) que :

$$\left(\sum_{k=1}^N \frac{\partial f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_k} \right)^2 = f_{nn}^2(\underline{x}, \underline{y}) \left(\sum_{k=1}^N \frac{1}{f_{nn}(x_k, y_k)} \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \right)^2 \quad (\text{A3.19})$$

En égalisant les équations (A3.18) et (A3.19), on obtient :

$$\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})}{\partial x_i \partial x_k}}{f_{nn}(\underline{x}, \underline{y})} = \left(\sum_{k=1}^N \frac{\partial f_{nn}(x_k, y_k)}{\partial x_k} \right)^2 \quad (\text{A3.20})$$

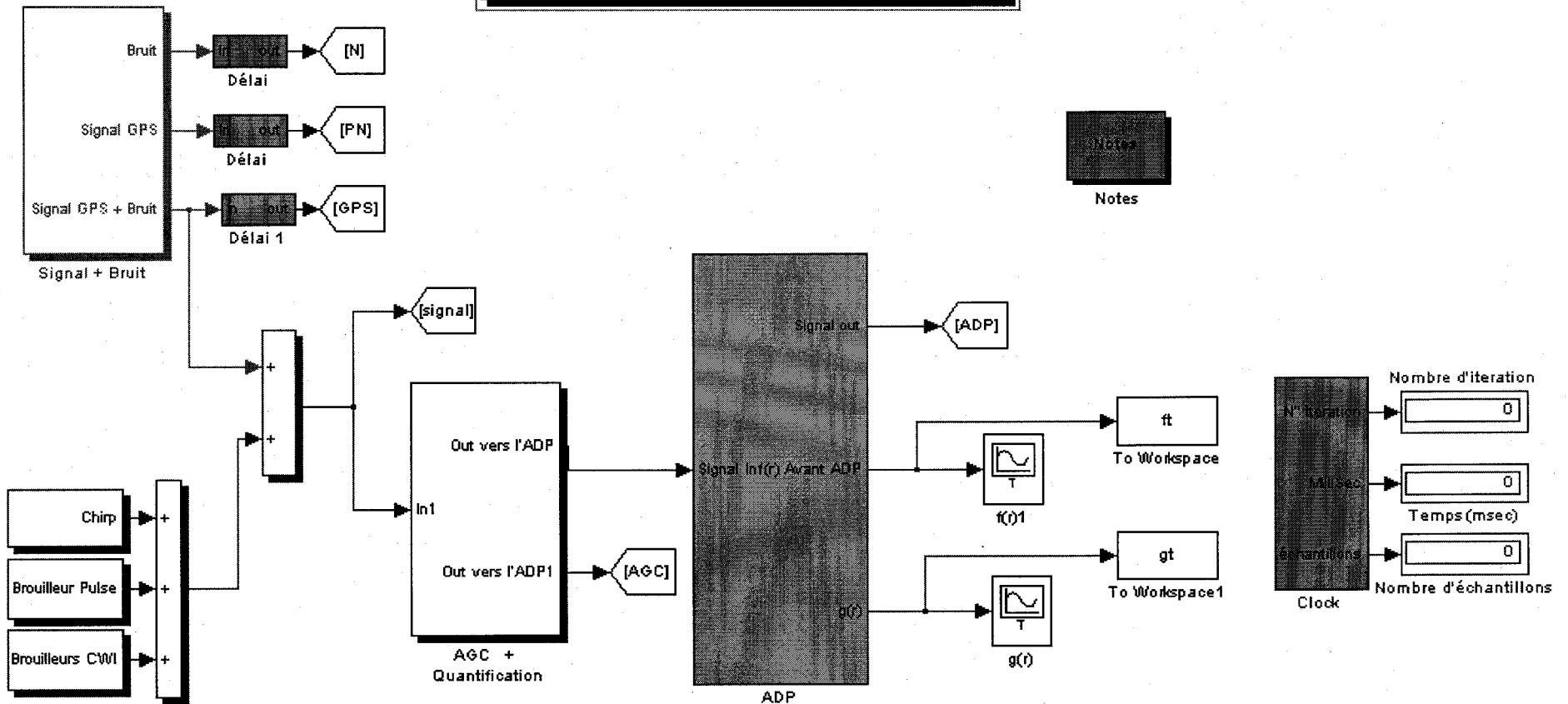
Finalement, le rapport de vraisemblance est fragmenté et se réduit à des termes séparés qui permet d'extraire facilement la fonction non-linéaire voulue.

$$\Lambda(w_x, w_y) - 1 = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial x_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \right]^2 + \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s_i \frac{\partial f_{nn}(x_i, y_i) / \partial y_i}{f_{nn}(x_i, y_i)} \right]^2 \quad (\text{A3.21})$$

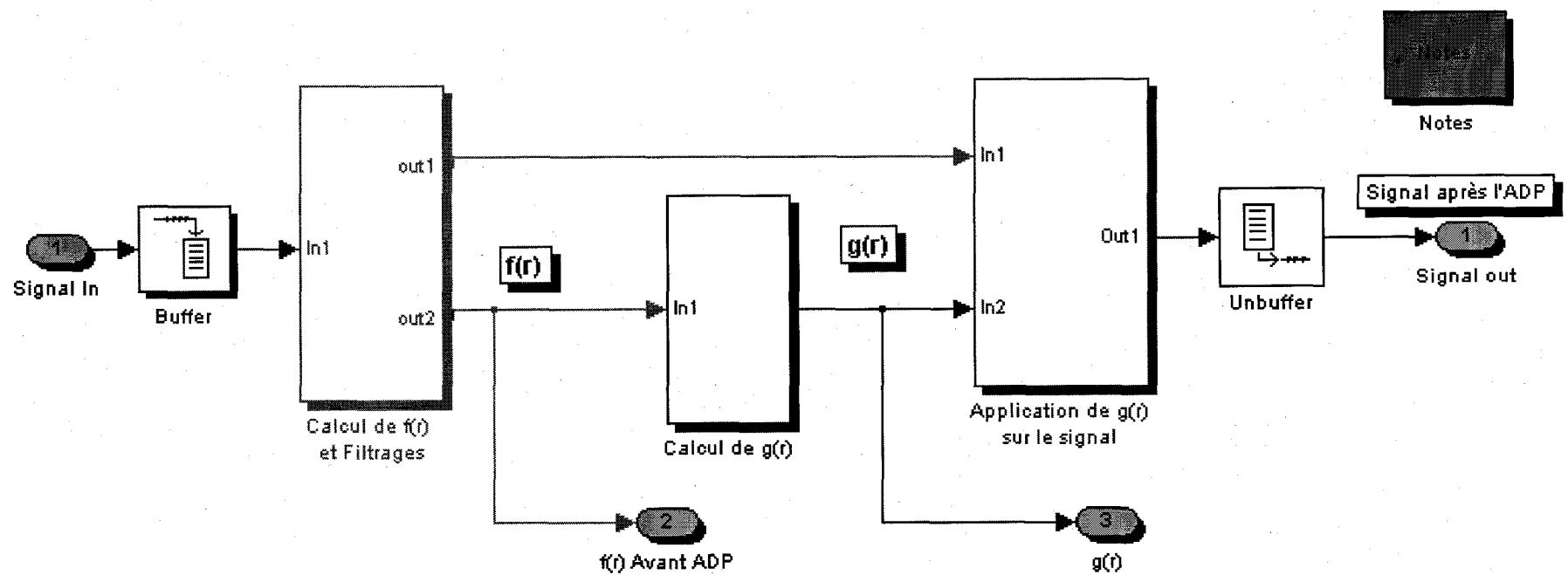
ANNEXE 4

MODÈLE SIMULINK DU FILTRE ADP

Simulation du Filtre ADP



Modèle du filtre ADP



Source : Signal + Bruit Gaussien

